UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

JULIANA DORN NÓBREGA

**Escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores em degraus de
largura constante e convergentes usando o método Hidrodinâmica
Suavizada de Partículas**

VERSÃO CORRIGIDA

São Carlos / Lisboa

2018

JULIANA DORN NÓBREGA

**Escoamento deslizando sobre turbilhões em descarregadores em degraus de
largura constante e convergentes, usando o método Hidrodinâmica
Suavizada de Partículas**

VERSÃO CORRIGIDA

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, e ao Instituto Superior Técnico, da Universidade de Lisboa, Portugal, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Ciências: Engenharia Hidráulica e Saneamento.

Orientadores:

Prof. Dr. Harry Edmar Schulz (São Carlos)

Prof. Dr. Jorge de Saldanha Gonçalves Matos (Lisboa)

São Carlos / Lisboa

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

N754e Nóbrega, Juliana Dorn
Escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores em degraus de largura constante e convergentes usando o método Hidrodinâmica Suavizada de Partículas / Juliana Dorn Nóbrega; orientador Harry Edmar Schulz; coorientador Jorge de Saldanha Gonçalves Matos. São Carlos, 2018.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica e Saneamento e Área de Concentração em Hidráulica e Saneamento -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2018.

1. descarregador de cheias. 2. paramento liso. 3. paramento em degraus. 4. escoamento deslizante sobre turbilhões. 5. paredes convergentes. 6. ondas estacionárias laterais. 7. SPH. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Bacharel **JULIANA DORN NÓBREGA**.

Título da tese: "Escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores em degraus de largura constante e convergentes usando o método hidrodinâmica suavizada de partículas".

Data da defesa: 23/11/2018.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Harry Edmar Schulz**
(Orientador)
[Escola de Engenharia de São Carlos/EESC]

Aprovado

Prof. Dr. **Jorge Saldanha Gonçalves Matos**
(Universidade Técnica de Lisboa/IST)

Aprovado

Prof. Dr. **André Luiz Andrade Simões**
(Universidade Federal da Bahia/UFBA)

APROVADO

Prof. Dr. **Iran Eduardo Lima Neto**
(Universidade Federal do Ceará/UFC)

APROVADO

Prof. Dr. **Aristeu da Silveira Neto**
(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica e Saneamento:

Prof. Dr. **Eduardo Mario Mendiando**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

Aos meus pais Paulo e Tânia, irmã

Gabriela, e avó Inês.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Harry E. Schulz da USP, orientador desde o Mestrado, principalmente pela confiança em meu trabalho e sempre ser um grande incentivador, estimulador de ideias, e me apoiar sempre nas decisões e no desenvolvimento do trabalho. Agradeço ao Prof. Jorge Matos, do IST-ULisboa, por ter me recebido na instituição em Portugal, pela disposição em sempre responder às minhas dúvidas, pelas longas horas de reunião, paciência, e por me transmitir parte da sua experiência. Admiro ambos pela dedicação, pela exigência de um trabalho de qualidade, pela colaboração com ideias, pelo acompanhamento de perto do desenvolvimento do trabalho, e por serem pessoas que eu admiro e me espelho não só pelo trabalho profissional, como também pelo caráter pessoal.

Agradeço ao Prof. Rui Ferreira (IST) pela oferta do uso do servidor computacional do IST, no âmbito do projeto Project RECI/ECM-HID/0371/2012, sem o qual esse trabalho não seria possível. Agradeço ao pesquisador Ricardo Birjukovs Canelas (IST), por ter contribuído expressivamente ao longo do desenvolvimento da tese, auxiliando desde o início das simulações com sugestões e esclarecimento de dúvidas conceituais e na utilização do *software* DualSPHysics. Ao técnico Luís Palma Nunes Mendes do IST por todo o auxílio técnico para uso do servidor.

Aos Prof. Gherard e Prof. Luben, do Departamento de Engenharia Mecânica da EESC-USP, por terem participado do exame de qualificação e terem contribuído com importantes observações. Aos professores da Banca Examinadora do Doutorado: Prof. Iran Eduardo Lima Neto, Prof. André Luiz Andrade Simões e Prof. Aristeu da Silveira Neto, pelas importantes contribuições e leitura detalhada deste trabalho.

Aos meus professores da graduação da UFMS, Prof. Peter Batista Cheung e Prof. Carlos Nobuyoshi Ide, por terem acompanhado meus “primeiros passos” na vida acadêmica. Também ao Prof. Rodrigo de Melo Porto da EESC/USP por ter me orientado em parte do Mestrado e por todos os conhecimentos ensinados.

Aos funcionários do Departamento de Hidráulica e Saneamento da EESC/USP e do Departamento de Engenharia Civil e de Mobilidade Internacional do IST/EESC, especialmente ao Bérnago, Sá, Priscila, Rose, André, César (da EESC/USP) e à Dulce, Ana Rosa e Júlia (IST/ULisboa) pela paciência, disponibilidade e ajuda em diversos momentos.

Ao pessoal do laboratório pela convivência diária e companheirismo, especialmente ao: Jamil, Nathee, Livia e Vinicius Tamar. Aos demais colegas do laboratório: Carlos Danilo,

Pedro, João Guardabaxo, Camila, Camilo, Jaqueline, Guilherme, Jean e Kaly. Ao prof. Edson, por sempre ter me aceitado para participar das atividades do seu grupo de pesquisa, e participar dos momentos de integração fora do laboratório.

Ao pessoal do laboratório em Portugal, principalmente à Ana Isabel, com que eu dividi a sala de gabinete por algum tempo durante o intercâmbio, e à Dudene e seus filhos por todo o carinho. Além disso, gostaria de agradecer a outras colegas do IST: Paloma, Olga e Mariana. Aos amigos do intercâmbio, com quem muitas vezes eu compartilhei minhas preocupações do Doutorado e pelos momentos felizes vividos em Lisboa, principalmente à Franciane Mendonça, por ser minha grande companheira antes e durante o intercâmbio; à Lis Mara Silva, pela sua alegria baiana/carioca e pela equipe brasileira de vôlei; à Bianca Brunstein, pela amizade. Agradeço também aos amigos João Paulo, Rafael, e Michel Cazumbá, e às amigas do vôlei, especialmente à Catarina Belo, Leticia Carvalho, e Carlota Cunha.

Aos amigos da turma de Mestrado da EESC, que foram muito especiais desde a minha vinda para São Carlos: Paulo Maciel, Karen Meca, Tiago Duarte, Daysy Lira, Andressa Bichara e Laís Albuquerque. Em especial à Carla Diniz por ser minha grande amiga, por ter um coração enorme, e por tudo que ela já me ajudou e me ajuda até hoje.

Por fim, gostaria de agradecer as pessoas mais importantes que são a minha família, meu pai Paulo César, mãe Tânia Maria, irmã Gabriela, e a minha avó Inês, por todo amor e apoio. Meus pais por sempre me incentivarem nos estudos, por serem críticos e pensadores, e por muitas vezes terem se privado para garantir uma boa educação para as filhas. Minha irmã por ser minha grande amiga, e por ser sempre um exemplo para mim desde pequena. À Deus, porque em muitos momentos difíceis, Ele que me confortou e me deu forças para continuar na caminhada.

Às instituições Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), e Erasmus Mundus-Smart² Project pela concessão da bolsa de estudos no Brasil e em Portugal.

A todos que contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho, muito obrigada!

RESUMO

NÓBREGA, J. D. **Escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores em degraus de largura constante e convergentes usando o método Hidrodinâmica Suavizada de Partículas**. 2018. 288 p. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento e em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos; Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2018.

O método Hidrodinâmica Suavizada de Partículas (em inglês: *Smoothed Particle Hydrodynamics* - SPH) foi utilizado para o desenvolvimento de um estudo numérico envolvendo descarregadores lisos e descarregadores em degraus (considerando escoamento deslizante sobre turbilhões), com paredes laterais paralelas e paredes convergentes, usando o *software* DualSPHysics. Muitas vezes é conveniente utilizar a construção de descarregadores com maior largura na crista, e menor largura do descarregador, para adaptação das limitações físicas locais. O estreitamento do descarregador de forma gradual até atingir a largura da seção de jusante é feito por meio de paredes laterais convergentes, que por sua vez induzem à formação de ondas estacionárias laterais, e consequentemente aumento da altura do escoamento junto às paredes. Existem poucos estudos na literatura sobre esse tema, justificando o estudo numérico desenvolvido neste trabalho. O modelo numérico foi desenvolvido com base em um modelo físico do Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos do Instituto Superior Técnico, Portugal, sendo os resultados experimentais obtidos em estudos anteriores. A instalação experimental é composta por um descarregador com declividade de fundo de 26,6°, e ângulo das paredes de 0°; 9,9° e 19,3° em relação ao plano vertical. As simulações foram realizadas em duas ou três dimensões, conforme a condição de largura constante ou convergente. Os resultados foram comparados com dados experimentais em termos de alturas do escoamento na parede e no eixo do descarregador, perfis de velocidade na região não-aerada do escoamento, e largura da onda estacionária lateral. Para as simulações tridimensionais, também foram elaborados gráficos de isolinhas para a altura do escoamento, podendo-se observar a extensão das ondas estacionárias laterais conforme a condição de superfície lisa ou em degraus, e a elevação de água junto às paredes. Em geral, houve boa aproximação entre dados numéricos e experimentais, verificando-se a aplicabilidade do método SPH para simular o escoamento deslizante sobre turbilhões em estruturas em degraus, ou estruturas convencionais de paramento liso.

Palavras-chave: descarregador liso; descarregador em degraus; escoamento deslizante sobre turbilhões; ondas estacionárias laterais; método SPH.

ABSTRACT

NÓBREGA, J. D. **Skimming flow over stepped spillways with non-converging and converging sidewalls using Smoothed Particles Hydrodynamics Method**. 2018. 288 p. PhD Thesis (Sanitation and Hydraulic Engineering and Civil Engineering) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos; Instituto Superior Técnico, University of Lisbon, Lisbon, 2018.

A numerical study using the Smoothed Particle Hydrodynamics method (SPH) was developed for smooth and stepped spillways (for skimming flow regime), with converging and non-converging sidewalls, using the *software* DualSPHysics. In numerous situations, it is convenient to built spillways with longer width at the crest and narrower width at the downstream end of the spillway, depending on the site constrains. The gradual narrowing of the spillway width is usually made through converging sidewalls, which induce the formation of shockwaves, leading to higher flow depths along the sidewalls. Few studies in the literature were carried out in this research topic to date, justifying the numerical study developed in this project. The numerical model was based on a physical model assembled at the Hydraulic and Water Resources Laboratory of the Instituto Superior Técnico, Portugal, using experimental data obtained in previous studies. The experimental setup was composed by a spillway with slope of 26.6° , and angles of converging sidewalls of 0° , 9.9° , and 19.3° in relation to the vertical plane. Two-dimensional or three-dimensional simulations were carried out according to the condition of constant width or converging walls. The results were compared with experimental data, related to the flow depths at the centerline and sidewall of the spillway, the velocity profiles on the non-aerated region, and the lateral standing wave width. Regarding the three-dimensional simulations, contours of the flow depth were also represented, to visualize the extent and height of the sidewall shockwaves, according to the smoothed or stepped face. In general, a good agreement was obtained between numerical and experimental results, which confirms the ability of the SHP method to simulate the skimming flow over stepped spillways, or the flow on more conventional, smooth spillway chutes.

Keywords: smooth spillway; stepped spillway; skimming flow; stationary shockwaves; SPH method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Características geométricas dos degraus.....	49
Figura 2.2. Regime de escoamento EQS: a) com ressalto parcialmente desenvolvido; b) com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido no degrau.	51
Figura 2.3. Regime de escoamento EDST.....	51
Figura 2.4. Escoamento nas cavidades dos degraus para regime EDST. a) vista lateral, b) vista do fundo do canal.	52
Figura 2.5. Tipos de escoamento em um descarregador em degraus. a) curvas de diferentes autores; b) simplificação das curvas.....	53
Figura 2.6. Ocorrência dos regimes tipo A e tipo B no escoamento deslizante sobre turbilhões.	54
Figura 2.7. Regime de escoamento EDST.....	54
Figura 2.8. Deformação da superfície livre a montante do ponto de início de aeração em um descarregador em degraus.	55
Figura 2.9. Padrões de recirculação da água: a) Declividade baixa: interferência esteira-degrau; b) Declividade média: interferência esteira-esteira; c) Declividade alta: recirculação estável nas cavidades.	57
Figura 2.10. Barragens de CCR: Barragem do Mamoeiro, CE, Brasil.	58
Figura 2.11. Barragem de CCR. Barragem de Pedrógão, Portugal.	58
Figura 2.12. a) Vista superior da barragem Dona Francisca, b) Descarregador em degraus em operação.....	61
Figura 2.13. Esquema experimental de um descarregador em degraus com paredes convergentes.	64
Figura 2.14. Barragem das Olgas, Portugal.....	64
Figura 2.15. a) Modelo físico do descarregador em degraus da Barragem “Enlarged Cotter”; b) modelo numérico com seções longitudinais indicando a fronteira ar-água.....	66
Figura 2.16. Perfis da superfície da água ao longo da parede para a vazão $Q=763 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, e diferentes ângulos de convergência.....	69
Figura 2.17. Altura junto à parede para diferentes ângulos de convergência.....	69
Figura 2.18. Onda lateral ao longo da parede convergente lisa inclinada.	70
Figura 2.19. a) Fotografia do modelo 1:1 com paredes em degraus; b) Fotografia do modelo com paredes lisas, $h_c=0,085 \text{ m}$	70

Figura 2.20. Desenvolvimento da onda estacionária lateral: a) vista superior, b) perfil da superfície de água na secção 1, c) perfil da superfície de água na secção 2.	72
Figura 2.21. Escoamento em um canal liso, horizontal, com paredes convergentes com raios circulares.	74
Figura 2.22. Ondas de choque em um canal liso, horizontal, com paredes convergentes retilíneas.	74
Figura 2.23. Escoamento em um canal liso com paredes convergentes. a) padrão geral das ondas; b) efeito mínimo das ondas a jusante da contração; c) Perfil transversal.....	76
Figura 2.24. Perfis da onda transversal e longitudinal para o canal com transição retilínea de $\phi = 15^\circ$ e $F1=3,86$	77
Figura 2.25. Esquema da forma da onda real e adotada.	77
Figura 2.26. a) Linhas do escoamento; b) Esquema da instalação experimental.....	78
Figura 2.27. Gráfico de isolinhas para a profundidade relativa h/h_0 em função de x/h_0 , para $F_0=4$. a) $y_w=50$; b) $y_w=100$; c) $y_w=150$; d) $y_w=200$	79
Figura 2.28. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes.	81
Figura 2.29. Número de publicações encontradas com o termo de pesquisa “SPH” na base de dados: a) Science Direct; b) Portal de Periódicos da Capes.	86
Figura 2.30. Desenvolvimento do escoamento ao longo de um descarregador liso com salto ski a jusante, para a simulação numérica desenvolvida por Saunders <i>et al.</i> (2014).	87
Figura 2.31. Resolução de um problema de ruptura de barragem apresentado por Cherfils, Pinon e Rivoalen (2012).	87
Figura 2.32. Estudos numéricos desenvolvidos com o método SPH para descarregadores em degraus.	95
Figura 2.33. Domínio suporte da função de suavização W e domínio do problema. K é uma constante que define a área efetiva (diferente de zero) da função de suavização no ponto x ...	97
Figura 2.34. Aproximação de partícula usando partículas dentro do domínio suporte da função de suavização W para uma partícula a . K é uma constante que define a área efetiva (diferente de zero) da função de suavização no ponto a	98
Figura 2.35. Procedimentos para a resolução do problema no método SPH.	99
Figura 2.36. Preenchimento do domínio suporte com: a) partículas fantasmas; b) partículas imaginárias.	107
Figura 2.37. Estratégia de “reciclagem” das partículas.	109
Figura 3.1. Instalação experimental do Laboratório de Hidráulica, IST-ULisboa.	112
Figura 3.2. Vista geral da instalação experimental.	112

Figura 3.3. a) Medidor de vazão eletromagnético instalado na conduta de alimentação; b) Descarregador de Bazin.....	113
Figura 3.4. Vista de montante para jusante do descarregador liso, com uma parede convergente de $9,9^\circ$	114
Figura 3.5. a) Descarregador com parede direita convergente de $19,3^\circ$ - vista montante para jusante; b) Descarregador com parede direita convergente de $9,9^\circ$ - vista frontal; c) Descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ - vista frontal.	114
Figura 3.6. Micro-molinete acoplado à estrutura de deslocamento para determinação da largura da onda.....	115
Figura 3.7. Condições experimentais do trabalho de André e Ramos (2003).....	117
Figura 3.8. Condições experimentais do trabalho de Cabrita (2007).	117
Figura 3.9. Seções ao longo da soleira espessa e ao longo do descarregador. Exemplificado para descarregador em degraus $h_d = 2,5$ cm.	118
Figura 3.10. Condições utilizadas no modelo numérico de Lúcio (2015).....	119
Figura 3.11. Condições utilizadas no trabalho de Nunes (2017).....	119
Figura 3.12. Condição inicial para a simulação 2D.....	120
Figura 3.13. Condição inicial para a simulação 3D.....	120
Figura 3.14. Afastamento da fronteira em relação à camada de fluido inicial.	121
Figura 3.15. Domínio utilizado para a condição de periodicidade entre a fronteira de saída e entrada.	122
Figura 3.16. Procedimento de cálculo utilizado no <i>software</i> DualSPHysics, para determinação: a) da superfície livre; b) cálculo das velocidades.	123
Figura 3.17. Critério utilizado para determinar a largura da onda a partir dos perfis transversais numéricos de altura do escoamento.	127
Figura 3.18. Exemplo de determinação da largura da onda com os critérios $\delta \leq 1,05; 1,02; 1,01$	128
Figura 4.1. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador liso. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	131
Figura 4.2. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador liso. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	132
Figura 4.3. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador liso. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$	132

Figura 4.4. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	135
Figura 4.5. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	135
Figura 4.6. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	136
Figura 4.7. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	136
Figura 4.8. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	137
Figura 4.9. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	137
Figura 4.10. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$	139
Figura 4.11. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$	139
Figura 4.12. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$	140
Figura 4.13. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador liso, parede direita, paredes convergentes: uma parede de $19,3^\circ$, e duas paredes de $9,9^\circ$	144
Figura 4.14. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador liso, parede esquerda, paredes convergentes: duas paredes de $9,9^\circ$	144
Figura 4.15. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, dados da parede direita.....	145

Figura 4.16. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, dados da parede esquerda	146
Figura 4.17. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador liso.	147
Figura 4.18. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. ..	148
Figura 4.19. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus, $h_d=5.0$ cm. ..	148
Figura 4.20. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus com dados de Zindovic <i>et al.</i> (2016).	149
Figura 4.21. Altura do escoamento experimental de Cabrita (2007) e calculada pela formulação de Hunt <i>et al.</i> (2012), para a parede direita do descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	150
Figura 4.22. Altura do escoamento experimental de Cabrita (2007) e calculada pela formulação de Hunt <i>et al.</i> (2012), para a parede esquerda do descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	151
Figura 4.23. Alturas do escoamento sobre a soleira espessa. Análise de convergência. Dados para descarregador liso.	153
Figura 4.24. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa, análise de convergência. $Q=35$ Ls^{-1} , descarregador liso.	154
Figura 4.25. Análise de convergência $Q = 35$ Ls^{-1} , descarregador liso.	155
Figura 4.26. Perfis de velocidade ao longo do descarregador liso, $Q=35$ Ls^{-1} . Análise de convergência (Continua).	156
Figura 4.27. Análise de convergência $Q=35$ Ls^{-1} , descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.	158
Figura 4.28. Perfis de velocidade ao longo do descarregador. Análise de convergência. $Q=35$ Ls^{-1} , $h_d=2,5$ cm. (Continua).	161
Figura 4.29. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa para $dp=7,5$ mm.	163
Figura 4.30. Perfis adimensionais da altura do escoamento acima da soleira espessa (medidas experimentais).	163
Figura 4.31. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=35$ Ls^{-1}	167
Figura 4.32. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=42$ Ls^{-1}	168
Figura 4.33. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=49$ Ls^{-1}	169
Figura 4.34. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=56$ Ls^{-1}	170
Figura 4.35. Alturas do escoamento para o descarregador liso.	171
Figura 4.36. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=35$ Ls^{-1}	175

Figura 4.37. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=42$ Ls^{-1}	176
Figura 4.38. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=49$ Ls^{-1}	177
Figura 4.39. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=56$ Ls^{-1}	178
Figura 4.40. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm.	179
Figura 4.41. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=35$ Ls^{-1}	181
Figura 4.42. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=42$ Ls^{-1}	181
Figura 4.43. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=49$ Ls^{-1}	182
Figura 4.44. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=56$ Ls^{-1}	182
Figura 4.45. Distribuições adimensionais de velocidade ao longo da soleira espessa (medidas experimentais).	183
Figura 4.46. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=35$ Ls^{-1}	185
Figura 4.47. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=42$ Ls^{-1}	185
Figura 4.48. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=49$ Ls^{-1}	185
Figura 4.49. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=56$ Ls^{-1}	186
Figura 4.50. Campo de velocidades para o descarregador liso, $Q= 35$ Ls^{-1}	187
Figura 4.51. Campo de velocidades para o descarregador liso, $Q= 49$ Ls^{-1}	188
Figura 4.52. Vetores velocidades para o descarregador liso, instante $t=20\text{s}$, $Q=35$ Ls^{-1}	188
Figura 4.53. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=35$ Ls^{-1}	189
Figura 4.54. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=42$ Ls^{-1}	189
Figura 4.55. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=49$ Ls^{-1}	190
Figura 4.56. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=56$ Ls^{-1}	190
Figura 4.57. Campo de velocidades para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q= 35$ Ls^{-1}	191
Figura 4.58. Campo de velocidades para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=56$ Ls^{-1} e detalhe das partículas de fluido.	192
Figura 4.59. Vetores de velocidades para a vazão de 56 Ls^{-1} , descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.	192

Figura 4.60. Vetores de velocidade para a vazão de 56 L s^{-1} , descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, vista ampliada do degrau 7 a 11.	193
Figura 4.61. Evolução temporal da altura do escoamento ao longo da soleira espessa, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5$ cm.....	196
Figura 4.62. Evolução temporal da altura do escoamento ao longo da soleira espessa, $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5$ cm.....	197
Figura 4.63. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5$ cm, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020$ m.	198
Figura 4.64. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5$ cm, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020$ m.	199
Figura 4.65. Perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador em degraus, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5$ cm, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020$ m.	199
Figura 4.66. Perfis de velocidade ao longo do descarregador em degraus, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5$ cm, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020$ m.....	202
Figura 4.67. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa para descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, e duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, para as vazões a) 35 L s^{-1} ; b) 42 L s^{-1} ; c) 49 L s^{-1} ; d) 56 L s^{-1}	204
Figura 4.68. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5$ cm.....	207
Figura 4.69. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes	207
Figura 4.70. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5$ cm.	208
Figura 4.71. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5$ cm.	208
Figura 4.72. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.	209
Figura 4.73. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.	210
Figura 4.74. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.	210

Figura 4.75. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.....	211
Figura 4.76. Largura da onda estacionária lateral, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.....	212
Figura 4.77. Largura da onda estacionária lateral, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.....	212
Figura 4.78. Largura da onda estacionária lateral, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.....	213
Figura 4.79. Largura da onda estacionária lateral, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.....	213
Figura 4.80. Perfis de velocidade para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; liso; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	215
Figura 4.81. Perfis de velocidade para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	216
Figura 4.82. Perfis de velocidade para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	217
Figura 4.83. Perfis de velocidade para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	218
Figura 4.84. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	220
Figura 4.85. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	220
Figura 4.86. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	221
Figura 4.87. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	221
Figura 4.88. Largura da onda estacionária lateral, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	222
Figura 4.89. Largura da onda estacionária lateral, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	223
Figura 4.90. Largura da onda estacionária lateral, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	223
Figura 4.91. Largura da onda estacionária lateral, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.....	224
Figura 4.92. Detalhe das flutuações de altura do escoamento próximo à parede não-convergente: $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.	224
Figura 4.93. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, $dp=0,020 \text{ m}$	226

Figura 4.94. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, $dp=0,0175 \text{ m}$.	226
Figura 4.95. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	227
Figura 4.96. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	227
Figura 4.97. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	228
Figura 4.98. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	230
Figura 4.99. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$ ($dp=0,0175 \text{ m}$).	230
Figura 4.100. Largura da onda estacionária lateral. $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	231
Figura 4.101. Largura da onda estacionária lateral. $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	231
Figura 4.102. Largura da onda estacionária lateral. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	232
Figura 4.103. Perfis de velocidades, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	234
Figura 4.104. Perfis de velocidades, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	235
Figura 4.105. Perfis de velocidades, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	236
Figura 4.106. Perfis de velocidades, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.	237
Figura 4.107. Alturas do escoamento ao longo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	240
Figura 4.108. Alturas do escoamento ao longo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	241
Figura 4.109. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.	242

Figura 4.110. Largura da onda estacionária lateral. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$	242
Figura 4.111. Detalhe das flutuações de altura do escoamento próximo à parede não-convergente: $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$	243

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Barragens de CCR no mundo até o ano de 1996.	59
Tabela 2.2. Barragens brasileiras de CCR. (Continua).	62
Tabela 2.3. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes: canais lisos horizontais, canais lisos inclinados.	82
Tabela 2.4. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes: descarregadores em degraus.	83
Tabela 2.5. Estudos numéricos desenvolvidos em descarregadores em degraus. Métodos com malha. (Continua).	88
Tabela 2.6. Estudos numéricos desenvolvidos com métodos sem malha em descarregadores lisos, descarregadores em degraus, soleiras e ressalto hidráulico.	91
Tabela 3.1. Parâmetros utilizados nas simulações deste trabalho.	124
Tabela 3.2. Parâmetros utilizados nas simulações de López <i>et al.</i> (2011).	124
Tabela 3.3. Parâmetros utilizados nas simulações de Husain <i>et al.</i> (2014).	125
Tabela 3.4. Parâmetros utilizados nas simulações de Gu <i>et al.</i> (2017).	125
Tabela 3.5. Parâmetros utilizados nas simulações de Wan <i>et al.</i> (2017a).	126
Tabela 3.6. Parâmetros utilizados nas simulações de Wan <i>et al.</i> (2017b).	126
Tabela 4.1. Número de Reynolds e Número de Froude para a seção 1 ($x=0,125$ m) da soleira espessa.	130
Tabela 4.2. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de André e Ramos (2003).	141
Tabela 4.3. Diferenças percentuais de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de André e Ramos (2003), em comparação com a formulação de Zindovic <i>et al.</i> (2016).	141
Tabela 4.4. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Cabrita (2007).	141
Tabela 4.5. Diferenças percentuais de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Cabrita (2007), em comparação com a formulação de Zindovic <i>et al.</i> (2016).	142
Tabela 4.6. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Hunt <i>et al.</i> (2008).	142
Tabela 4.7. Velocidade e altura do escoamento das camadas de entrada de fluido.	151
Tabela 4.8. Distância inicial entre as partículas e altura relativa h_d/d_p (altura do degraus 2,5 cm / distância inicial entre as partículas).	152

Tabela 4.9. Número de partículas de fluido (N_{fluido}) no instante $t=20s$, e tempo de simulação total para o descarregador liso e em degraus para $Q=35\text{Ls}^{-1}$.	152
Tabela 4.10. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=35\text{ Ls}^{-1}$.	163
Tabela 4.11. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=42\text{ Ls}^{-1}$.	164
Tabela 4.12. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=49\text{ Ls}^{-1}$.	164
Tabela 4.13. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=56\text{ Ls}^{-1}$.	164
Tabela 4.14. Diferenças percentuais das alturas do escoamento ao longo da soleira espessa (δh).	164
Tabela 4.15. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=35\text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso.	167
Tabela 4.16. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=42\text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso.	168
Tabela 4.17. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=49\text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso.	169
Tabela 4.18. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=56\text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso.	170
Tabela 4.19. Resumo das diferenças percentuais para as alturas do escoamento ao longo do descarregador liso.	171
Tabela 4.20. Parâmetros do escoamento utilizados para calcular a posição (L_i) e altura da água (h_i) referentes à posição de início de aeração do escoamento.	172
Tabela 4.21. Características da posição de início de aeração: L_i e h_i .	172
Tabela 4.22. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=35\text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus $h_d=2,5\text{ cm}$.	175
Tabela 4.23. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=42\text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus $h_d=2,5\text{ cm}$.	176
Tabela 4.24. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=49\text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus $h_d=2,5\text{ cm}$.	177
Tabela 4.25. Diferenças porcentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=56\text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus $h_d=2,5\text{ cm}$.	178

Tabela 4.26. Resumo das diferenças percentuais para as alturas do escoamento ao longo do descarregador em degraus, $h_d = 2,5$ cm.	179
Tabela 4.27. Diferenças percentuais médias entre a velocidade experimental e numérica (δv).	183
Tabela 4.28. Diferenças percentuais médias entre a velocidade numérica com SPH e velocidade de Lúcio (2015).	183
Tabela 4.29. Diferenças percentuais (δv) entre os perfis de velocidade experimentais e numéricos ao longo do descarregador liso, $dp=7,5$ mm. Dados de André e Ramos (2003), largura constante.	186
Tabela 4.30. Diferenças percentuais (δv) entre os perfis de velocidade experimentais e numéricos ao longo do descarregador liso, $dp=7,5$ mm. Dados de Cabrita (2007), descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	187
Tabela 4.31. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5$ cm.	190
Tabela 4.32. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5$ cm.	191
Tabela 4.33. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	195
Tabela 4.34. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	195
Tabela 4.35. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador liso, uma parede convergente de $19,3^\circ$	195
Tabela 4.36. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador em degraus, uma parede convergente de $19,3^\circ$	195
Tabela 4.37. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.	204
Tabela 4.38. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.	204
Tabela 4.39. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.	205
Tabela 4.40. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.	205
Tabela 4.41. Diferenças percentuais médias entre a velocidade experimental e numérica (δv).	206

Tabela 4.42. Diferenças percentuais médias entre a velocidade numérica com SPH e velocidade de Lúcio (2015).	206
Tabela 4.43. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	215
Tabela 4.44. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	216
Tabela 4.45. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	217
Tabela 4.46. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	218
Tabela 4.47. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	238
Tabela 4.48. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	238
Tabela 4.49. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	239
Tabela 4.50. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$	239

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Modelo bidimensional
3D	Modelo tridimensional
CCR	Concreto Compactado a Rolo
CFL	Condição de estabilidade de Courant-Friedrichs-Lewy
conv	Convergência da parede: 1 conv 19,3° - 1 parede convergente de 19,3° 2 conv 9,9° - 2 paredes convergentes de 9,9°
DF	Método das Diferenças Finitas
EDST	Escoamento deslizante sobre turbilhões
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
EM	Método dos Elementos Finitos
EQS	Escoamento em quedas sucessivas
ETR	Escoamento de transição
ICOLD	Internacional Commission on Large Dams
IST	Instituto Superior Técnico
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal
MPS	Método de Partícula Móveis (em inglês: <i>Moving Particle Semi-Implicit Method</i>)
NRCS	<i>Natural Resources Conservation Service</i>
PNSB	Política Nacional de Segurança de Barragens
PPG-SHS	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica e Saneamento da EESC/USP
SACL	Seção de afloramento da camada limite turbulenta
SHS	Departamento de Hidráulica e Saneamento da EESC/USP
SNISB	Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens
SPH	Hidrodinâmica Suavizada de Partículas Em inglês: <i>Smoothed Particle Hydrodynamics</i>
SPS	Modelo de turbulência de escala de partícula (em inglês: <i>sub-particle-scale</i>)

ULisboa	Universidade de Lisboa
USDA	<i>United States Department of Agriculture</i>
USP	Universidade de São Paulo
VF	Método dos Volumes Finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

h	Altura do escoamento
h_1	Altura do escoamento no centro do canal para um descarregador com parede convergente (sem a influência dos efeitos da onda estacionária lateral)
h_2	Altura do escoamento junto à parede convergente
h_c	Altura crítica do escoamento: $h_c = (q/\sqrt{g})^{2/3}$
h_d	Altura do degrau
h_i	Altura do escoamento na seção de início da aeração do escoamento (ou posição de afloramento da camada limite à superfície livre), perpendicular ao fundo fictício
h_w	Altura equivalente de água do escoamento aerado: $h_w = (1 - C_{méd}) \cdot y_{90}$
B	Largura do canal
C	Concentração de ar ou fração de vazios
C_s	Velocidade do som numérica: $C_s \geq U_{máx}$
dp	“Distância inicial entre as partículas” do método SPH, ou também denominado no presente texto como “tamanho das partículas”
F_*	Número de Froude de rugosidade: considera a rugosidade relativa do canal em degraus – k : $F_* = q/\sqrt{g \cdot \sin\theta \cdot k^3}$
F_r	Número de Froude: $F_r = V/\sqrt{gh}$
g	Aceleração devido à gravidade
H_w	Altura do muro lateral
$H_{máx}$	Carga hidráulica total a montante da soleira espessa, em relação à linha de fundo fictício
k	Altura da cavidade do degrau, perpendicular ao fundo fictício: $k = h_d \cdot \cos\theta$
L	Distância longitudinal paralela ao fundo fictício do descarregador
L_i	Distância longitudinal paralela ao fundo fictício da região não-aerada do escoamento, medida a partir do final da soleira espessa, ou crista do perfil Creager
q	Vazão por unidade de largura do canal
Q	Vazão do escoamento

R_e	Número de Reynolds: $R_e = VD/\nu$
U	Velocidade média do escoamento
V	Velocidade pontual do escoamento
$V_{\text{água}}$	Volume de água no escoamento aerado (mistura bifásica ar-água)
V_{ar}	Volume de ar no escoamento aerado (mistura bifásica ar-água)
y_{90}	Posição relativa ao fundo fictício em que a concentração de ar é igual a 0,90.
w	Largura da onda formada devido à convergência das paredes laterais
W	Função de suavização ou função kernel
B	Ângulo da frente da onda em relação ao alinhamento da parede não convergente, em planta
θ	Declividade do fundo fictício do canal, em relação ao plano horizontal
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
ρ	Massa específica do fluido

SUMÁRIO

1. Introdução	38
1.1 Objetivos	45
1.2 Hipóteses.....	45
1.3 Estrutura da tese	45
2. Revisão Bibliográfica.....	48
2.1 Descarregadores em degraus.....	48
2.2 Concreto Compactado a Rolo	58
2.3 Descarregadores com paredes convergentes.....	64
2.3.1 Sobre a teoria da formação de ondas de choque.....	73
2.3.2 Estudos experimentais desenvolvidos para canais com paredes convergentes ..	80
2.4 Modelagem numérica	84
2.4.1 Revisão de estudos sobre a modelagem em descarregadores em degraus com o método SPH.....	92
2.4.2 Breve abordagem conceitual sobre o método SPH	96
3. Metodologia.....	112
3.1 Metodologia experimental	112
3.2 Metodologia numérica	120
3.2.1 Modelo numérico.....	120
3.2.2 Parâmetros do método SPH.....	123
3.2.3 Cálculo da largura da onda	127
4. Resultados e Discussão	130
4.1 Gráficos adimensionais.....	130
4.1.1 Gráficos adimensionais de altura do escoamento.....	130

4.1.2	Gráficos adimensionais para a relação entre a altura do escoamento na parede e a altura no eixo.....	143
4.1.3	Gráficos adimensionais da largura da onda	146
4.1.4	Comparação com equação teórica.....	149
4.2	Resultados numéricos 2D.....	151
4.2.1	Condições de entrada	151
4.2.2	Análise de convergência	152
4.2.3	Alturas do escoamento	162
4.2.4	Velocidades do escoamento	179
4.3	Resultados numéricos 3D.....	194
4.3.1	Estabilização do escoamento	196
4.3.2	Estudo de resolução de partícula.....	197
4.3.3	Soleira espessa	203
4.3.4	Descarregador liso – duas paredes convergentes 9,9°.....	209
4.3.5	Descarregador liso – uma parede convergente 19,3°	219
4.3.6	Descarregador em degraus – duas paredes convergentes 9,9°	224
4.3.7	Descarregador em degraus – uma parede convergente de 19,3°	240
5.	Considerações finais.....	246
	Referências Bibliográficas.....	252
	Anexos	262
	Anexo A - Fotografias do escoamento.....	262
	Descarregador liso; uma parede convergente de 19,3°; $Q=35$ e 56 L s^{-1}	262
	Descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; uma parede convergente de 19,3°; $Q=35$ e 56 L s^{-1}	264
	Anexo B – Largura e ângulo da frente de onda	265
	Descarregador liso e degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; uma parede convergente 19,3°; $Q=35$ e 56 L s^{-1}	265

Descarregador liso e degraus $h_d=2,5$ cm; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; $Q=35$ e 56 Ls^{-1}	266
Anexo C - Teoria da formação de ondas laterais em canais lisos e horizontais.....	268
Apêndices.....	271
Apêndice A – Alturas do escoamento – representação por isolinhas e gráficos em 3D	271
Apêndice B – Perfis transversais da altura do escoamento	279

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1. INTRODUÇÃO

Os descarregadores são estruturas hidráulicas integrantes de uma barragem, com a função de possibilitar o lançamento de águas para jusante dos reservatórios durante os períodos de cheias, sendo o seu dimensionamento e funcionamento adequado imprescindível para a garantia da segurança estrutural da barragem. No contexto brasileiro, a Lei 12.334/2010 estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens (PNSB) e cria o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens (SNISB). Ainda de acordo com a referida Lei, segue a definição de segurança da barragem como: “condição que vise a manter a sua integridade estrutural e operacional e a preservação da vida, da saúde, da propriedade e do meio ambiente”.

Os descarregadores em degraus têm aplicação tanto em barragens de gravidade, como em barragens de aterro, tendo sido mais intensamente utilizados em projetos de construção e reabilitação de barragens a partir da década de 70, com o advento da tecnologia de concreto compactado a rolo (CCR). Essa tecnologia caracteriza-se pela compactação de camadas sucessivas de concreto com rolos vibratórios, formando um perfil escalonado no paramento da barragem (Frizell, 2006). Dessa forma, pode-se utilizar a própria estrutura escalonada para composição do descarregador, aproveitando a vantagem de maior dissipação de energia (entende-se que o termo correto seria “transformação de energia”, apesar do termo “dissipação de energia” ser o mais usual) proporcionada pelos degraus e incorporação de maior quantidade de ar no escoamento, em comparação com descarregadores convencionais de paramento liso.

A maior dissipação de energia ocorre em função das macrorugosidades introduzidas pelos degraus, refletindo no dimensionamento das bacias de dissipação a jusante do descarregador, as quais têm seu comprimento reduzido em função da menor energia residual. Os descarregadores em degraus podem produzir dissipação de energia entre 2,4 a 2,9 vezes superiores em comparação com descarregadores convencionais (Rice e Kadavy, 1996). Além disso, os degraus proporcionam crescimento mais acelerado da camada limite turbulenta que ao atingir a superfície livre propicia a incorporação de ar no escoamento. A jusante do ponto de início de aeração, o escoamento monofásico (de aparência lisa) transforma-se em uma emulsão bifásica ar-água (com aparência rugosa e esbranquiçada) com alturas do escoamento e concentrações de ar crescentes, até atingir a posição em que o escoamento passa a apresentar características uniformes. A redução do comprimento da região monofásica diminui os riscos

de erosão de cavitação da estrutura, uma vez que a transmissão de energia do colapso das bolhas de vapor para a superfície de concreto é amortecida pela mistura ar-água na região bifásica.

O escoamento em descarregadores em degraus tem sido tema de estudo de muitas investigações científicas, devido à sua relevância e complexidade do escoamento. Podem-se mencionar alguns trabalhos relevantes, como: Rajaratnam (1990), Matos (1999), Boes e Hager (2003a,b), Chanson (1994), Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), Renna e Fratino (2010), Toombes *et al.* (2008), Simões, Schulz e Porto (2010), Simões *et al.* (2013) os quais trouxeram importantes contribuições experimentais para as características do escoamento ao longo dos descarregadores, apresentando por exemplo correlações empíricas para os limites de formação dos tipos de escoamento, alturas do escoamento ao longo do descarregador, fator de resistência, dissipação de energia, concentração de ar, ponto de início de aeração, entre outros.

Com relação aos tipos de escoamento em descarregadores em degraus, três tipos de regimes de escoamento são comumente definidos em função da altura dos degraus, declividade de fundo do canal, e altura crítica do escoamento: 1) escoamento deslizante sobre turbilhões - EDST; 2) escoamento de transição - ETR; 3) escoamento em quedas sucessivas - EQS.

Alguns autores também têm se dedicado ao estudo de diferentes geometrias de descarregadores em degraus. Exemplo disso são os estudos com: 1) degraus com pisos inclinados, com divisores triangulares e travessões (Carvalho e Martins, 2009; Chinnarasri e Wongwises, 2006; Gonzalez e Chanson, 2008); 2) diferentes rugosidades de fundo, como gabião (Chinnarasri *et al.*, 2008, Gonzalez *et al.*, 2008; Peyras *et al.*, 1992); 3) diferentes condições de entrada (Chanson, 2006); 4) descarregadores com paredes convergentes (Hunt, 2008; Wollbright, 2008; Hunt *et al.* 2008; Hunt *et al.* 2012); 5) degraus com cavidades em formato trapezoidal e degraus chanfrados (Zhang e Chanson, 2018). Uma preocupação mais recente tem sido também o estudo das escadarias em meios urbanos, que durante períodos de cheias podem expor os pedestres a situações de risco, como as escadarias drenantes da cidade de Salvador (Mangieri, 2012) e as escadarias de acesso ao metrô subterrâneo nas cidades chinesas (Shao *et al.*, 2014).

Apesar da extensa aplicabilidade dos descarregadores em degraus, muitas das suas características hidráulicas não são totalmente compreendidas, o que dificulta a definição de critérios práticos para o dimensionamento desses descarregadores. Cabe salientar que a danificação deste tipo de estrutura pode causar grandes prejuízos, não somente do ponto de vista econômico, mas também social e ambiental, uma vez que a segurança das barragens fica

comprometida com a insuficiência da capacidade de descarga ou comprometimento estrutural do descarregador.

Com relação aos descarregadores com paredes convergentes, estes são utilizados em geral em barragens de terra ou enrocamento, ou barragens de CCR, e são construídos no próprio paramento de jusante da barragem. Dessa forma, o descarregador apresenta maior largura na crista e larguras decrescentes em direção ao final do descarregador, até atingir a bacia de dissipação de energia a jusante. As principais vantagens dos descarregadores com paredes convergentes são o aumento da capacidade de descarga devido à maior largura no início do descarregador, ou a redução da energia hidráulica sobre a crista para determinada vazão de descarga (Dawson, 1943; Hunt *et al.*, 2008; Morera *et al.*, 2015; André e Ramos, 2003; Cabrita, 2007). A configuração do descarregador com paredes convergentes também tem sido utilizada em casos de reabilitação de barragens, quando a capacidade de descarga do descarregador principal torna-se insuficiente. Nesses casos, a construção de um descarregador secundário no próprio paramento da barragem torna-se uma solução atrativa, pois possibilita o aumento da capacidade de descarga sem a necessidade de incrementar a altura da barragem ou a largura do descarregador principal (Hunt *et al.*, 2008).

Em escoamentos supercríticos, a convergência das paredes propicia a formação de ondas laterais, em função do ângulo de convergência e da vazão de descarga, que se estabelece na forma de um ressalto hidráulico oblíquo ou de ondas de choque ao longo das paredes. Nas construções com paredes simétricas, as ondas estacionárias se formarão em cada lado do canal com igual intensidade, podendo encontrar-se no eixo do canal e originar ondas secundárias. Nas aplicações práticas de engenharia, os ângulos das paredes em geral não são muito elevados, sendo o encontro das ondas praticamente improvável (Dawson, 1943; Ippen e Dawson, 1954).

Portanto, em virtude da maior complexidade do escoamento nas estruturas com paredes convergentes e escoamento supercrítico, é importante avaliar a formação das ondas e a altura do escoamento ao longo das paredes, para a definição de critérios práticos de projeto.

Deve-se avaliar a extensão das ondas transversais, e em que proporções as mesmas afetam a eficiência hidráulica da estrutura. Além disso, a sobrelevação ou empolamento de água (definida como a altura do escoamento que se estende acima das paredes convergentes, em comparação com a altura média do escoamento na zona não influenciada pela parede convergente) deve ser analisada para a definição da altura dos muros laterais, a fim de evitar o transbordamento de água no descarregador (Hunt *et al.*, 2008; Hunt *et al.*, 2012).

A largura das ondas transversais e a altura do escoamento junto às paredes convergentes ao longo do descarregador são atenuadas com a presença dos degraus, em comparação com um

descarregador convencional de paramento liso (André e Ramos, 2003; Cabrita, 2007). De acordo com os estudos experimentais desenvolvidos por André e Ramos (2003), por exemplo, foram registradas alturas do escoamento para o descarregador liso com paredes convergentes aproximadamente quatro vezes superiores aos observados no descarregador liso de largura constante. Essa relação é inferior nos descarregadores em degraus, sendo aproximadamente igual a 1,7 para as condições experimentais utilizadas no estudo de André e Ramos (2003).

Diante do exposto, ressalta-se a importância do desenvolvimento de estudos experimentais e numéricos na fase de pré-projeto de estruturas de descarregadores de cheias, de modo a viabilizar o estudo de diferentes alternativas. A modelagem numérica visa complementar os estudos realizados em modelos físicos, pois apresenta maior flexibilidade na análise de diferentes cenários de cheias e diferentes geometrias, com tempo e custos reduzidos. No entanto, a modelagem numérica do escoamento em descarregadores em degraus é bastante complexa e desafiadora, por tratar-se de um escoamento turbulento, com características não uniformes, e devido à incorporação de água no escoamento a partir da posição em que a camada limite turbulenta atinge a superfície livre (Bhajantri, Eldho e Deolalikar, 2006; Carvalho e Martins, 2009). Os modelos numéricos apresentam melhor capacidade de previsão do escoamento para a região não aerada, em comparação com a região aerada, uma vez que em escoamentos multifásicos a solução dos campos de cada fase (ar e água) requer a consideração de forças interfaciais e fenômenos de transferência entre as fases, aumentando a complexidade da solução (Bombardelli, 2012 *apud* Matos e Meireles, 2014; Wallis, 1969; Simões, 2012).

Na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*), os métodos para a modelagem numérica do escoamento podem ser diferenciados em métodos com malha (em inglês: *mesh-based method*) e métodos sem malha (em inglês: *meshless based method*). Os métodos com malha mais tradicionais são o método das diferenças finitas (DF), elementos finitos (EF) e volumes finitos (VF), sendo o domínio do escoamento representado por uma malha de pontos conectados entre si. Como limitações, pode-se mencionar o grande esforço computacional para geração da malha, além da dificuldade em representar fenômenos complexos com grandes deformações e com fragmentação da superfície livre, devido à adaptabilidade da malha e conectividades dos pontos (Fu e Jin, 2013; Shakibaeinia e Jin, 2011). Além disso, a implementação das condições de contorno para a superfície livre não é trivial, uma vez que a localização da interface ar-água é desconhecida inicialmente e deve ser calculada a cada iteração, aumentando a complexibilidade do problema numérico (Ferziger e Peric, 1999).

Nos métodos sem malha, o domínio é representado por um conjunto de partículas que representam uma porção do fluido, as quais descrevem o seu movimento (método Lagrangeano). Cada partícula está associada com propriedades do fluido como massa, volume, pressão e velocidade (Chowdhury, 2014; Shakibaeinia e Jin, 2011). Estes métodos apresentam a vantagem de melhor representação da superfície livre com desprendimento de gotas e respingos, e de maior facilidade em problemas de interface móveis, devido ao uso de partículas discretas (Fadafan e Kermani, 2015; Liu e Liu, 2010). Os métodos sem malha mais conhecidos são o SPH (em inglês: *Smoothed Particle Hydrodynamics*) e MPS (em inglês: *Moving Particle Semi-Implicit Method*) - Fu e Jin (2013). O método SPH surgiu inicialmente para o tratamento de problemas na área da astrofísica, envolvendo massas de fluido (aglomerado de astros) movendo-se arbitrariamente em uma região sem fronteiras (Gingold e Monaghan, 1977; Lucy, 1977; Monaghan, 1988). Posteriormente, Monaghan (1994) apresentou uma extensão do método SPH para escoamentos incompressíveis, demonstrando que as fronteiras físicas poderiam ser facilmente incorporadas. Atualmente, o método SPH é utilizado em diversas áreas da ciência como astrofísica, mecânica dos sólidos e mecânica dos fluidos (Gomez-Gesteira *et al.*, 2010). No método SPH não há um rastreamento explícito da interface para escoamentos multifásicos, pois o movimento dos fluidos e a interface são representados pelo próprio movimento das partículas que representam cada fase (Liu e Liu, 2010).

Tendo em vista a problemática abordada, um dos objetivos do presente trabalho foi utilizar o método SPH para a modelagem numérica do escoamento em descarregadores lisos e em degraus com largura constante e decrescente (paredes convergentes), com o intuito de avaliar a aplicabilidade deste método para a modelagem do escoamento sobre tais estruturas descarregadoras, e ao mesmo tempo trazer contribuições para a melhor quantificação desses escoamentos. No que diz respeito aos descarregadores em degraus, o estudo restringiu-se ao escoamento deslizante sobre turbilhões, e a região a montante do início de aeração. Para a validação do modelo, os resultados numéricos são comparados com os perfis de velocidade e as alturas do escoamento registrados previamente nos estudos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007).

Alguns trabalhos anteriores com a utilização do método SPH em descarregadores foram desenvolvidos por López *et al.* (2011); Husain *et al.* (2014); Gu *et al.* (2017); Wan *et al.* (2017a) e Wan *et al.* (2017b). López *et al.* (2011) utilizaram um modelo de recirculação das partículas de fluido, com um reservatório a montante do descarregador com expansão lateral, sendo o número de partículas definido por meio de tentativa e erro até atingir a condição de estabilidade para a vazão correspondente. Husain *et al.* (2014) optaram por utilizar um modelo com um

reservatório de grandes dimensões sem recirculação, sendo a altura do escoamento inicial relativamente superior à altura do escoamento experimental sobre a soleira. O objetivo do estudo de Husain *et al.* (2014) foi avaliar a distribuição das pressões nas faces dos degraus na região não-aerada por estar mais sujeita ao fenômeno de cavitação. No trabalho de Gu *et al.* (2017), foi colocado um pistão na fronteira de montante, se movendo com velocidade constante na direção horizontal, sendo o objetivo do estudo determinar as características do escoamento para um protótipo de descarregador de uma barragem chinesa. Os estudos de Wan *et al.* (2017a) e Wan *et al.* (2017b) são semelhantes entre si, sendo utilizado um modelo de SPH multifásico para determinar a incorporação de oxigênio dissolvido e de concentração de ar ao longo de descarregadores em degraus. Em seus trabalhos, não foi mencionado o tipo de tratamento das fronteiras de entrada e saída (por exemplo, canal com recirculação ou movimento de pistão).

Neste trabalho foi utilizado um modelo de entrada contínua de partículas de fluido, sendo a camada de partículas posicionada na soleira do descarregador. Essa abordagem permite aumentar a resolução espacial (com diminuição da distância entre partículas) uma vez que não é necessário o preenchimento de fluido no reservatório, e facilita a aplicação em estudos tridimensionais. Além disso, este trabalho diferencia-se dos demais pelo desenvolvimento de uma análise sistemática do efeito do tamanho das partículas sobre os resultados, comparando-se perfis de velocidade e de altura do escoamento. No trabalho de Husain *et al.* (2014) foi desenvolvida uma análise de sensibilidade, no entanto, os resultados foram comparados para apenas duas posições verticais perpendiculares ao fundo, para os perfis de velocidade. A proposição da simulação em descarregador com paredes convergentes é bastante inovadora, uma vez que não se tem conhecimento de trabalhos na literatura aplicados a descarregadores com paredes convergentes, utilizando o método SPH. Sobre a modelagem de descarregadores em degraus com paredes convergentes com a utilização de métodos com malha, pode-se mencionar os trabalhos de Willey *et al.* (2010) e Nunes (2017), por exemplo.

Cabe salientar que o presente trabalho faz parte do escopo da linha de pesquisa em descarregadores que vem sendo desenvolvida na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP) desde o ano de 1997. Carvalho (1997) foi o responsável pela construção básica de uma bancada experimental, sendo sua pesquisa voltada para o estudo do arraste de ar em canais lisos, através de aeradores de fundo. Lima (2004) acrescentou detalhes de automação na mesma bancada, tendo estudado aeradores de fundo com técnicas de velocimetria a laser e com sonda de Césio 137. Arantes (2007) utilizou CFD para simular perfis de velocidade, concentração de ar, pressão, e cavitação em descarregadores em degraus, comparando-os com dados da

literatura. Ao final de seu trabalho, Arantes (2007) propôs uma nova configuração para a construção de aeradores de fundo, com o objetivo de reduzir os riscos de erosão de cavitação. Simões (2008) estudou equações adimensionais para a dissipação de energia, velocidade do escoamento em descarregadores em degraus, e para o comprimento de bacias de dissipação. Brito (2011) avaliou a aeração induzida por aeradores de fundo em descarregadores lisos utilizando os dados de Carvalho (1997), adaptando um modelo matemático útil na fase de pré-dimensionamento. De forma mais detalhada, Fuhrhop (2011), efetuando seus estudos na EESC/USP para a Leuphana Universität /Alemanha, seguiu os passos de Brito (2011) e obteve resultados mais abrangentes para a formulação testada. Simões (2012) desenvolveu um extenso trabalho acerca de descarregadores em degraus, compreendendo: estudos experimentais com o uso do sensor ultrassônico de deslocamento; simulações numéricas utilizando o modelo de turbulência k- ϵ para obtenção de alturas do escoamento ao longo do canal e energia residual, além de proposições teóricas e semi-empíricas. Simões (2012) realizou soluções numéricas para a modelagem do perfil S2, região caracterizada pelo escoamento monofásico. Para a região bifásica, não houve boa concordância entre a forma ondulada do perfil médio experimental e a metodologia numérica. O último trabalho nessa linha de pesquisa foi desenvolvido por Lobosco (2013), que utilizou o *software* de livre acesso OpenFoam, considerando uma formulação para a evolução da superfície livre, porém não conseguindo simulá-la numericamente a contento, havendo a produção de instabilidades que se propagaram na superfície do escoamento monofásico. Lobosco (2013) não conseguiu representar bem a região monofásica, tendo tido algum sucesso em modelar o rompimento da interface com Simulação Numérica Direta (DNS- *Direct Numerical Simulation*), porém com limitações relacionadas com a ejeção e queda das gotas.

O presente projeto tem como um dos objetivos avaliar a utilização do método SPH em simular as características do escoamento sobre estruturas descarregadoras, com perfil liso e escalonado, comparando-se os resultados numéricos de altura do escoamento e perfis de velocidade com resultados experimentais da literatura. Além disso, o projeto tem como objetivo contribuir para a verificação do campo do escoamento visando contribuir para o projeto de estruturas hidráulicas, principalmente para descarregadores com paredes convergentes, pela estimativa da altura do escoamento próximo às paredes, assim como a largura das ondas laterais.

Os resultados são importantes no desenvolvimento científico para a simulação de escoamento com superfície livre com o método SPH, com enfoque no escoamento em descarregadores em degraus, para a região a montante do ponto de início de aeração.

1.1 Objetivos

O objetivo principal do presente trabalho foi desenvolver um modelo numérico com o método Hidrodinâmica Suavizada de Partículas para simular o escoamento de água sobre descarregadores de cheias lisos e descarregadores em degraus, com enfoque na região não aerada do escoamento, e comparar com resultados experimentais de velocidade e altura do escoamento. Para os descarregadores em degraus, somente a condição de escoamento deslizante sobre turbilhões foi considerada.

Além disso, buscou-se simular numericamente o escoamento em descarregadores com paredes convergentes, e avaliar a formação das ondas estacionárias laterais.

Como objetivos específicos foram definidos: 1) calibrar os parâmetros do método SPH para a simulação do escoamento em descarregadores; 2) comparar resultados do modelo bidimensional e tridimensional com resultados experimentais; 3) comparar resultados de diferentes estudos para a formação da onda estacionária em canais ou descarregadores com paredes convergentes; 4) verificar a altura da água próximo às paredes convergentes, e estimar a extensão das ondas transversalmente às paredes.

1.2 Hipóteses

A hipótese deste trabalho fundamentou-se na concepção de que os escoamentos de superfície livre, nomeadamente em descarregadores lisos e em degraus, podem ser simulados de maneira satisfatória por meio do método sem malha SPH, de modo que possam ser comparáveis com métodos com malha mais usualmente utilizados em simulações computacionais. Além disso, foi assumida a hipótese de que é possível simular o escoamento com paredes convergentes, com recurso às simulações tridimensionais.

1.3 Estrutura da tese

No Capítulo 1 da tese, a problemática do estudo é abordada de forma geral, apresentando-se também os objetivos e hipóteses do trabalho.

No Capítulo 2 apresenta-se a revisão bibliográfica, procurando-se abordar o estado-da-arte dos seguintes temas: 1) descarregadores em degraus: características do escoamento, tecnologia de concreto compactado a rolo; 2) descarregadores com paredes convergentes: estudos experimentais, teoria para formação das ondas laterais em canais lisos e horizontais; 3) modelagem numérica com o SPH: equações constitutivas, estudos desenvolvidos com o método SPH em descarregadores.

O Capítulo 3 inclui a descrição do modelo numérico, as condições geométricas e condições iniciais de velocidade e altura do escoamento, e os parâmetros do modelo SPH. Além disso, apresenta-se de forma concisa a metodologia experimental utilizada nos estudos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) para uma instalação experimental do Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos, do IST/ULisboa.

No Capítulo 4, referente ao item Resultados e Discussão, apresentam-se inicialmente gráficos adimensionais de altura do escoamento e largura da onda estacionária lateral, utilizando dados experimentais da literatura. Em seguida, são apresentados os resultados das simulações computacionais, em duas e três dimensões, comparando-se com medidas experimentais da instalação experimental do IST/ ULisboa. A avaliação baseia-se na comparação de medidas de alturas do escoamento (no eixo e paredes do descarregador), perfis de velocidade e largura da onda estacionária lateral no descarregador convergente.

O Capítulo 5 abrange as principais conclusões e desafios verificados ao longo do trabalho, além de algumas recomendações para trabalhos futuros.

Nos Anexos e Apêndices são apresentadas algumas informações complementares, incluindo algumas fotografias dos experimentos, gráficos de isolinhas para a altura do escoamento e perfis transversais da superfície livre para os descarregadores convergentes.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica a seguir tem como objetivo apresentar o estado-da-arte sobre os temas: 1) características hidráulicas do escoamento em descarregadores em degraus; 2) concreto compactado a rolo; 3) descarregadores com paredes convergentes, incluindo a teoria sobre formação de ondas laterais em canais lisos; 3) modelagem numérica e equações constituintes e outros aspectos relevantes do método SPH.

O termo “descarregador” utilizado neste trabalho tem significado equivalente ao termo “vertedor”, o qual é mais comumente utilizado no Brasil.

2.1 Descarregadores em degraus

Aspectos históricos

Os canais de irrigação e descarregadores com perfil escalonado têm sido utilizados há mais de 2500 anos, por diferentes civilizações. A geometria em degraus foi selecionada inicialmente para contribuir para a estabilidade da barragem e devido à sua simplicidade de forma, sendo posteriormente observadas as vantagens de redução da velocidade e do risco de cavitação proporcionado pelos degraus. Até meados do século 20, não havia evidências de informações quantitativas do escoamento em canais escalonados. Especialmente a partir de 1970, a introdução de novos materiais e técnicas de construção (do concreto compactado a rolo e construção com gabiões) contribuiu para a maior popularidade desse tipo de estrutura, gerando necessidade de desenvolvimento de pesquisas para obtenção de informações quantitativas e estabelecimento de critérios de dimensionamento (Chanson, 1995).

Definições importantes para escoamento em descarregador em degraus

Algumas características do escoamento, como comprimento até a posição de início de aeração, altura do escoamento na posição de aeração, concentração de ar, entre outras, são definidas em função do número de Froude rugoso. O número de Froude rugoso é designado por F_* , e considera a rugosidade relativa do canal k (altura perpendicular à linha de fundo fictício ligando as extremidades dos degraus) – ver Figura 2.1 e Equação 2.1. O número de Froude calculado com a altura do degrau é designado por F (Equação 2.2).

Figura 2.1. Características geométricas dos degraus.

Fonte: Autora.

$$F_* = \frac{q}{\sqrt{g \cdot \sin \theta \cdot k^3}} \quad (2.1)$$

$$F = \frac{q}{\sqrt{g \cdot \sin \theta \cdot h_d^3}} = F_* \cdot (\cos \theta)^{3/2} \quad (2.2)$$

sendo: q a vazão por unidade de largura do canal; g a aceleração devido à gravidade; h_d a altura do degrau; θ a declividade do canal em relação à horizontal; $k = h_d \cdot \cos \theta$ é a altura da cavidade normal ao escoamento principal.

A concentração de bolhas de ar, ou fração de vazios, é definida como a razão entre o volume de ar e o volume da mistura ar-água (Equação 2.3). Para uma seção perpendicular ao fundo fictício, pode-se definir uma concentração média de ar ao longo desta seção de acordo com a Equação 2.4.

$$C = \frac{V_{ar}}{V_{ar} + V_{água}} \quad (2.3)$$

$$C_{méd} = \frac{1}{y_{90}} \cdot \int_{y_0}^{y_{90}} C_i \cdot dy \quad (2.4)$$

sendo: V_{ar} volume de ar; $V_{água}$ volume de água; y_{90} posição relativa ao fundo fictício em que a concentração de ar é igual a 0,9; $C_{méd}$ concentração média de ar, C_i concentração pontual de ar.

Conhecendo-se a altura do escoamento aerado, assim como a concentração de ar, é possível calcular a altura do escoamento equivalente de água, h_w , como expresso pelas Equações 2.5 e 2.6.

$$h_w = \int_0^{y_{90}} (1 - C) \cdot dy \quad (2.5)$$

$$h_w = (1 - C_{méd}) \cdot y_{90} \quad (2.6)$$

Tipos de escoamento

O tipo do escoamento nos descarregadores em degraus é variável em função da inclinação do fundo do canal e da vazão específica, tendo sido convencionada a ocorrência de três tipos de escoamento: escoamento em quedas sucessivas (EQS), escoamento em transição (ETR), e escoamento deslizante sobre turbilhões (EDST).

No EQS, o escoamento em cada degrau impacta o degrau seguinte como um jato em queda livre, formando-se uma cavidade de ar e uma lâmina de água abaixo do jato (Figura 2.2). Grande parte da dissipação de energia se processa pelo choque do jato com o degrau, e através da dispersão do jato no ar (Rajaratnam, 1990; Lencastre, 2001; Renna e Fratino, 2010).

À medida que a vazão aumenta, a cavidade de ar abaixo do jato em queda livre é preenchida com água, até o momento em que todas as cavidades de ar desaparecem, dando origem ao EDST (Figura 2.3). Na região acima da linha de fundo fictício (linha imaginária que conecta as extremidades externas dos degraus), o escoamento segue como uma corrente coerente, escoando de forma análoga à verificada num canal rugoso. Nas cavidades delimitadas abaixo desta linha, formam-se vórtices, os quais são mantidos pela transferência da quantidade de quantidade de movimento da corrente principal para o fluido em recirculação nas cavidades (Rajaratnam, 1990; Lencastre, 2001; Boes e Hager, 2003a; Renna e Fratino, 2010). Os vórtices são os principais responsáveis pela perda de carga do escoamento, sendo a dissipação de energia incrementada pela transferência do fluido da corrente principal para as cavidades com fluido em movimento de recirculação. Como a transferência de quantidade de movimento é maior comparando-se com os descarregadores lisos, a declividade do perfil de velocidades ao longo de um descarregador em degraus é mais acentuada e as velocidades são inferiores (Rice e Kadavy, 1996). Com relação aos vórtices formados nas cavidades dos degraus, o estudo de Matos (1999) evidenciou a natureza tridimensional dos mesmos, pela fixação de fibras próximas à extremidade vertical e no centro da face horizontal dos degraus (Figura 2.4).

Figura 2.2. Regime de escoamento EQS: a) com ressalto parcialmente desenvolvido; b) com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido no degrau.

Fonte: Adaptado de Chanson (2002).

Figura 2.3. Regime de escoamento EDST.

Fonte: Adaptado de Chanson (2002).

Figura 2.4. Escoamento nas cavidades dos degraus para regime EDST. a) vista lateral, b) vista do fundo do canal.

Fonte: Matos (1999).

A mudança do EQS para EDST é caracterizada pela existência de ambos os regimes em diferentes partes do descarregador, sendo esse escoamento conhecido como escoamento em transição (Ohtsu e Yasuda, 1997 *apud* Boes e Hager, 2003a). O regime de transição deve ser evitado por produzir significativo espalhamento de água e fenômenos ondulatórios, conferindo uma aparência caótica ao escoamento ao longo do descarregador (; Chanson, 2001; Boes e Hager, 2003a; Chanson e Toombes, 2002a).

O EQS ocorre para pequenos valores de vazão e de declividade do canal, enquanto que o EDST ocorre para pequenos degraus e vazões mais elevadas (Boes e Hager, 2003a; Lencastre, 2001). Embora o regime EQS propicie maior dissipação de energia em canais relativamente curtos, seria necessário um canal com declividade mais suave e maiores degraus, podendo implicar em maior custo da estrutura ou impossibilidade de instalação em algumas situações práticas (Chanson, 1994a).

Diferentes pesquisadores apresentaram correlações empíricas para os limites de formação do ETR e EDST, como pode ser observado na Figura 2.5, que relaciona o adimensional h_d/h_c (razão entre a altura do degrau e a altura crítica do escoamento) com o adimensional h_d/l (razão entre a altura e o comprimento do degrau). Alguns autores não fazem a distinção entre o regime de transição pela dificuldade na determinação dessa faixa de valores. De forma simplificada, segundo Matos e Meireles (2014), o escoamento de transição tem início quando $h_c/h_d \simeq 0,7$ a $0,5$, enquanto que o regime EDST é observado para $h_c/h_d \simeq 0,8$ a $1,0$. Chanson (1994) *apud* Chanson (1995) definiu que a transição do EQS para EDST ocorre para relações h_c/h_d maiores que $0,4$ a $0,8$. Na Figura 2.5a podem ser visualizadas algumas curvas

propostas por diferentes autores, sendo as curvas representadas de forma mais simplificada na Figura 2.5b, dividindo-se o gráfico em quatro regiões.

Figura 2.5. Tipos de escoamento em um descarregador em degraus. a) curvas de diferentes autores; b) simplificação das curvas.

*Nappe flow: EQS; Transition flow: ETR; Skimming flow: EDST; s é a altura do degrau.

Fonte: Simões *et al.* (2011).

Nas Figuras 2.5 e 2.6, pode-se ainda visualizar a curva limite entre o EDST tipo A e tipo B, conforme definido por Ohtsu *et al.* (2004), diferenciados pelas cores “cinza escuro” e “branco” na Figura 2.5b e separados pela reta que parte da origem. Segundo esses autores, o EDST pode apresentar diferentes características do perfil da superfície livre, podendo esta ser classificada em Tipo A e Tipo B. No Perfil Tipo A, a superfície da água é praticamente paralela à linha de fundo fictício que conecta as extremidades dos degraus. No Perfil Tipo B, a superfície da água se torna parcialmente paralela ao plano horizontal dos degraus, sendo a altura do escoamento variável em função da posição em que a medida é realizada. Para canais com declividade de fundo entre $5,7^\circ \leq \theta \leq 19^\circ$ ambos os tipos de perfis podem ser observados, dependendo da altura relativa h_d/h_c , enquanto que, para canais com declividade $19^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ o perfil é semelhante ao tipo A independente da vazão (Figura 2.6).

Figura 2.6. Ocorrência dos regimes tipo A e tipo B no escoamento deslizante sobre turbilhões.

* s é a altura do degrau; d_c é a altura crítica do escoamento.

Fonte: Adaptado de Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004).

Escoamento deslizante sobre turbilhões

As características do EDST variam ao longo do descarregador em degraus, podendo-se distinguir a evolução do escoamento em quatro regiões (Figura 2.7): 1) região não-aerada; 2) região com aeração parcial e rapidamente variado; 3) região com aeração uniforme e gradualmente variado; 4) região de escoamento uniforme (Matos, 1999).

Figura 2.7. Regime de escoamento EDST.

Fonte: Matos (1999).

Na região não aerada do EDST, localizada próxima à crista do descarregador, o escoamento é suave, com a superfície da água lisa e bem definida, e alturas do escoamento decrescentes em direção à base do descarregador. Ao longo desta região, a camada turbulenta (de comprimento L_i) desenvolve-se junto ao fundo, até atingir a superfície livre. Na posição de afloramento da camada limite turbulenta, a energia cinética turbulenta é grande o suficiente para superar os efeitos de tensão superficial e de gravidade, promovendo o início da aeração do escoamento (Chanson, 1994b). A taxa de crescimento da camada limite turbulenta é aproximadamente 2,8 vezes maior nos descarregadores em degraus em comparação com descarregadores convencionais de fundo liso (Chanson, 2001).

A concentração média de ar aumenta de um valor igual zero na crista do descarregador até um valor aproximado de 0,15 na região entre $0,25 \leq L_i \leq 0,8$ (sendo L_i o comprimento da camada limite turbulenta), devido à formação de instabilidades ondulatórias a montante da posição de início de aeração no descarregador em degraus (Figura 2.8). Essas instabilidades a montante do ponto de início de aeração foram discutidas com detalhes por Simões *et al.* (2013), mostrando sua possível correlação com adimensionais vinculados ao escoamento. Próximo à posição de início de aeração, observa-se um rápido incremento na concentração média de ar para um valor de 0,2 aproximadamente, devido ao aumento da turbulência e início da incorporação de ar no escoamento (Matos e Meireles, 2014).

Figura 2.8. Deformação da superfície livre a montante do ponto de início de aeração em um descarregador em degraus.

Fonte: Matos (1999).

A jusante do ponto de início de aeração, a turbulência na superfície cresce em intensidade e, consequentemente, a quantidade de bolhas de ar ao longo de cada seção transversal também aumenta (Simões *et al.*, 2009). Dessa forma, a segunda região (escoamento com aeração parcial e rapidamente variado) apresenta um padrão ondulatório, e é caracterizada pela rápida expansão da emulsão ar-água, até o ponto em que todo o fluido encontra-se aerado.

Características médias dos comprimentos e profundidades das ondulações são discutidas, por exemplo, em Simões *et al.* (2013).

As características do escoamento variam até atingir uma condição de uniformidade, em que as características hidráulicas, como velocidade, altura do escoamento, concentração de ar, energia residual, são aproximadamente constantes (Ohtsu *et al.*, 2004). No entanto, a situação de uniformidade nem sempre é atingida, uma vez que a altura de queda total da barragem pode ser inferior à altura necessária para que o escoamento se desenvolva completamente.

A entrada de ar no escoamento é um parâmetro de projeto importante em escoamentos supercríticos. A entrada de ar aumenta a altura do escoamento, que é um parâmetro que determina a altura dos muros laterais. Além disso, a presença de ar reduz as tensões cisalhantes entre as camadas do fluido e portanto as tensões de cisalhamento. Dessa forma, a redução do arrasto observado com a entrada de ar reduz a dissipação de energia e portanto a eficiência do descarregador como estrutura descarregadora, embora a redução do fator de cisalhamento com o aumento da concentração de ar não seja ainda completamente compreendida. Por outro lado, a presença do ar em escoamento de alta velocidade pode evitar ou reduzir o risco de erosão de cavitação da estrutura, além de contribuir para a transferência ar-água dos gases atmosféricos como oxigênio e nitrogênio (Chanson, 1994b). Estudos experimentais mostram que para vazões de descarga altas ou moderadas, pressões negativas podem ocorrer na face vertical dos degraus, enquanto que as pressões nas faces horizontais são em geral positivas. Por outro lado, é conhecido que a presença de uma adequada concentração de ar próximo à superfície sólida (isto é, 4 a 8 %), evita o dano de cavitação da estrutura (Matos *et al.*, 2000).

A forma predominante de dissipação de energia no EDST depende dos padrões de recirculação do fluido nas cavidades triangulares dos degraus (Figura 2.9), tendo sido classificadas três maneiras principais: a) impacto da lâmina líquida com o degrau; b) cisalhamento com o canal descarregador; c) recirculação do fluido na cavidade triangular (Chanson, 2002; Ohtsu *et al.*, 2004). Para canais com baixa declividade ($15^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$), os vórtices não preenchem por completo a cavidade entre as extremidades dos degraus adjacentes; a superfície livre não é paralela ao fundo fictício do canal e apresenta um padrão ondular em fase com a geometria dos degraus. Para canais com declividade média ($\theta \simeq 27^\circ$), o escoamento é caracterizado pelo impacto dos vórtices no degrau seguinte, havendo uma interação vórtice-vórtice. Para declives maiores, observa-se uma recirculação estável nas cavidades, de forma que grande parte da energia é dissipada para manter a circulação dos grandes vórtices (Chanson, 2002).

Os autores Fael e Pinheiro (2003) relatam que a ocorrência de EDST é muito comum em barragens de concreto compacto a rolo (CCR), devido ao elevado declive do paramento associado a esse tipo de barragem, e às elevadas vazões de dimensionamento habitualmente utilizadas. O projeto para EQS está mais relacionado ao uso do gabião, em que as velocidades máximas devem ser respeitadas a fim de garantir a integridade dos gabiões (Fael e Pinheiro, 2003).

Figura 2.9. Padrões de recirculação da água: a) Declividade baixa: interferência esteira-degrau; b) Declividade média: interferência esteira-esteira; c) Declividade alta: recirculação estável nas cavidades.

Fonte: Adaptado de Chanson (2002).

2.2 Concreto Compactado a Rolo

O concreto compactado a rolo (CCR) é uma tecnologia de construção que utiliza um concreto mais denso e com menor quantidade de água que o concreto convencional, o qual é transportado, disposto em finas camadas sobre toda a superfície da barragem, e compactado com rolos vibratórios comumente utilizados em construções de terra e enrocamento, que fornecem mais energia que os vibradores de concreto tradicionais (Andriolo, 1998; Ditchey e Campbell, 2000; Cotillon, J., Bartle, A. e Veltrop, J.A., 1990). Devido à maior facilidade de mistura e disposição contínua das camadas de concreto, adicionado à redução no uso de escoras de madeira, a construção em CCR resulta em economia de custo e maior rapidez de execução (Andriolo, 1998; Cotillon *et al.*, 1990). As Figuras 2.10 e 2.11 mostram a barragem de Mamoeiro, Ceará, Brasil, e a barragem de Pedrógão, Portugal, respectivamente, ainda na fase de construção com a tecnologia CCR.

Figura 2.10. Barragens de CCR: Barragem do Mamoeiro, CE, Brasil.

Fonte: COBA, S.A. *apud* Manual do Empreendedor, Volume VI – Guia para a construção de barragens (2015).

Figura 2.11. Barragem de CCR. Barragem de Pedrógão, Portugal.

Fonte: LNEC *apud* Manual do Empreendedor, Volume VI – Guia para a construção de barragens (2015).

A tecnologia do CCR tem sido utilizada em diversas barragens do mundo, principalmente na construção de barragens de gravidade e barragens em arco. Depois dos primeiros projetos realizados nos anos de 1960, notadamente na Itália e no Canadá, a técnica de CCR foi fortemente desenvolvida, sobretudo a partir da década de 80, quando adquiriu “*status*” de inovadora e contribuiu rapidamente para uma impulsão na construção de novas barragens. Os primeiros casos foram no Japão (barragem de 89 m de altura), em seguida nos Estados Unidos em 1982 (barragem de Willow Creek, com 331.000 m³ e período de construção de cinco meses) e na Grã-Bretanha. Ao final do ano 1980 existiam apenas duas barragens completas em CCR, enquanto que, ao final do ano 1996 já havia mais de 150 barragens no mundo (Andriolo, 1998; Schleiss e Pougatsch, 2011). A progressão do número de barragens de CCR por continente e por ano é mostrada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1. Barragens de CCR no mundo até o ano de 1996.

País	Barragens de CCR			
	1986	1990	1993	1996
África	2	7	15	17
Angola	-	1	1	1
Marroco	-	2	6	7
África do Sul	2	4	8	9
Ásia	3	11	24	50
China	1	3	10	24
Japão	2	7	13	24
Kyrgyztan	-	1	1	1
Tailândia	-	-	-	1
Europa	1	6	20	27
França	-	1	3	6
Grécia	-	-	1	1
Itália	-	-	-	1
Romênia	-	-	1	1
Espanha	1	5	15	17
América do Norte	6	15	26	32
Canadá	-	-	-	1
México	-	1	2	5
USA	6	14	24	26
Oceania	2	3	6	7
Austrália	2	3	6	7
América Central e Sul	1	1	5	23
Argentina	-	1	1	1
Brasil	1	-	3	17
Chile	-	-	-	1
Colômbia	-	-	-	1
Cuba	-	-	-	1
Guiana Francesa	-	-	-	1
Honduras	-	1	1	1
Total	15	45	96	156

Fonte: Hansen e Reinhardt (1997) *apud* Andriolo (1998).

O aumento da “*expertise*” na área e o desenvolvimento de tecnologias proporcionou uma constante progressão das dimensões das barragens de CCR. As estatísticas indicam que a maioria das barragens de CCR possui entre 30 a 50 m de altura. No entanto, estas podem alcançar até 190 m de altura, como a Barragem Miel I na Colômbia (altura de 188 m) e Barragem Longtan na China (altura de 192 m) - (Schleiss e Pougatsch, 2011).

No Brasil, a técnica de CCR foi utilizada pela primeira vez na construção de um piso de concreto em um prédio de armazém na Barragem Itaipu, no ano de 1976. Em seguida, no ano de 1977/78, a técnica também foi utilizada na Barragem de São Simão para a construção de uma base de concreto, preenchimento de um túnel de acesso, e para a construção de galerias de derivação (Andriolo, 1998). Somente na década de 80 a primeira barragem de CCR foi construída no Brasil, sendo que o uso da técnica atingiu mais maturidade durante a década de 90, principalmente pela adoção da tecnologia nos projetos das Barragens Jordão e Salto Caxias (Andriolo, 2002). Na Tabela 2.2 são apresentadas algumas informações de barragens brasileiras construídas com a tecnologia do CCR até o ano de 2002, como: nome do rio, período de construção, altura da barragem, largura da crista e tipo de descarregador.

A tecnologia do CCR também é comumente utilizada em trabalhos de reabilitação de barragens, podendo ser aplicada para: reforço da fundação; proteção do paramento de jusante contra riscos de galgamento; proteção da estrutura do descarregador, e melhoria no preenchimento do núcleo central da barragem (Andriolo, 1998; Hunt *et al.* 2008). Nos últimos anos, um número significativo de barragens de aterro tem sido submetido a trabalhos de reabilitação devido à insuficiente capacidade de descarga do descarregador e possível galgamento durante eventos extremos de cheia. As medidas estruturais mais comuns são a modificação na estrutura da barragem (como o aumento da altura da barragem para aumentar o volume de armazenamento); incremento na capacidade de descarga do descarregador (por exemplo, pelo abaixamento na altura da crista, ou aumento da sua largura); construção de descarregadores secundários (por exemplo, descarregadores de emergência, como mostrado em Lueker *et al.*, 2008); ou proteção do paramento de jusante com um revestimento adequado para não comprometer o corpo da barragem em casos de galgamento. O revestimento adequado do corpo da barragem tem sido considerado uma solução atrativa em particular para a reabilitação de pequenas barragens de aterro, as quais constituem a maioria dos casos de falhas de barragens, de acordo com dados estatísticos do *Internacional Commission on Large Dams* - ICOLD (Berga 1995 apud Matos *et al.*, 2001; Andriolo, 1998). Além do CCR, outras técnicas desenvolvidas para a proteção do paramento de barragens de aterro são o revestimento por vegetação,

geotêxtil, enrocamento, gabiões, concreto protendido e blocos de concreto pré-fabricados (Matos *et al.*, 2001).

A estrutura escalonada do corpo da barragem permite a sua utilização como estrutura descarregadora de cheias, na forma de um descarregador em degraus. Como já mencionado, algumas vantagens do descarregador em degraus em barragens de CCR são: 1) podem ser utilizados no paramento de jusante das barragens quando houver condições limitantes, 2) permitem uma construção mais rápida comparada com outros tipos de descarregadores, 3) promovem maior dissipação de energia, reduzindo potencialmente o tamanho da bacia de dissipação a jusante do descarregador (Hunt *et al.* 2008). Nos Estados Unidos por exemplo, a instituição do *Natural Resources Conservation Service* (NRCS) do *United States Department of Agriculture* (USDA) solicitou a reabilitação ou construção de mais de 11.000 estruturas de controle de cheias, sendo em 10% dessas estruturas previsto a utilização de descarregadores em degraus como parte do projeto de reabilitação (Hunt *et al.*, 2012). No Brasil, como foi apresentado na Tabela 2.3, pode-se observar que existem um grande número de barragens de CCR que utilizam o descarregador em degraus. Dentre as barragens referenciadas na Tabela, a Barragem Dona Francisca, construída no período de 1998-2001, com declividade 1V:0.75H, destaca-se por ser uma das maiores do mundo com esse tipo de descarregador (Andriolo, 2002) – Figura 2.12.

Figura 2.12. a) Vista superior da barragem Dona Francisca, b) Descarregador em degraus em operação.

Fonte: Main Brazilian Dams III (2009).

Tabela 2.2. Barragens brasileiras de CCR. (Continua).

Barragem	Rio	Construção	Altura (m)	Largura da crista (m)	Descarregador
Caraíbas	Caraíbas	07/1990-12/1991	26	160	Descarregador em degraus
Gameleira	Gameleira	07/1990-04/1991	29	150	Descarregador em degraus
Cova da Mandioca	Cova da Mandioca	01/1993-10/1994	32	360	Descarregador em degraus
Juba	Juba		21	238	Descarregador em degraus
Jordão	Jordão	05/1994- 02/1996	95	546	N.A.
Salto Caxias	Iguaçu	02/1995-12/1998	67	1083	Descarregador liso controlado por comportas
Val de Serra	Ibicuí-Mirim	10/1997-10/1998	36.5	680	Descarregador tipo Creager com altura máxima de 35.5 m
Bertarello	Arroio Buratti	08/1998-07/1999	29	210	Perfil Creager com 29.0 m de altura
Jucazinho	Capibaribe	11/1996-10/1998	63	442	Perfil Creager sem comporta com 58 m de altura
Rio do Peixe	Do Peixe	04/1996-01/1998	22	240	Perfil Creager com 165.0 m de comprimento e 20 m de altura
Guilman Amorim	Piracicaba	03/1995-09/1997	32	-	Perfil Creager com 2 comportas, cada um com 9 m de comprimento e 7.0 m de altura
Canoas	São Miguel	08/1994-04/1999	50.9	116.5	Perfil Creager e salto ski.
Saco de Nova Olinda	Gravatá	07/1985-12/1986	56	240	N.A.
Várzea Grande	Picuí	10/1993-12/1995	31	134	Perfil Creager com 26.0 m de altura
Estreito	Riacho Poço Comprido	N.A.	21.5	300	Perfil Creager com 18.0 de altura
Acauã	Paraíba	N.A.	46	135	Perfil Creager com 33.0 m de altura
Belo Jardim	Gravatá	07/1985-12/1986	56	240	Perfil Creager com 130.0 m de comprimento
Ponto Novo	Itapiruçu-Açu	06/1998-12/1999	32	266	N.A.
Pedras Altas	Itapicurú Mirim	09/1999-2002	24	1058	Perfil Creager, descarregadores laterais de terra

Fonte: Adaptado de Andriolo (2002).

Tabela 2.2. Barragens brasileiras de CCR. (Conclusão).

Barragem	Rio	Construção	Altura (m)	Largura da crista (m)	Descarregador
Pirapama	Pirapama	2000-2001	42	300	Perfil Creager, e descarregadores laterais com preenchimento de terra e rocha.
Santa Clara	Mucuruí	02/2000-01/2002	60	354	Descarregadores de soleira lisa e controlado por 3 comportas, salto ski
Rosal	Itabapoana	04/1998–09/1999	37	212.4	Perfil Creager com 35.0 m de altura
Dona Francisca	Jacui	08/1998–11/2000	62.7	670	Perfil Creager com 335.0 m de comprimento para uma vazão máxima de 10.600 m ³ /s, com vazão específica excedendo 31 m ³ /s.
Lajeado	Tocantins	07/1998-2001	43	2.100	Perfil Creager com 14 aberturas controladas por comportas, vazão total de 49.970 m ³ /s. Comprimento do descarregador 323 m, e altura máxima de 48.5 m.
Cana Brava	Tocantins	06/1999 – 2001	60	600	Perfil Creager controlado por comportas e uma bacia de dissipação de energia
Santa Cruz do Apodi	Apodi	N.A.	57.5	1.660	N.A. (não controlado)
Umari	Carmo	N.A.	42	2.308	N.A.
Castanhão	Jaguaribe	1995-12/2002	60	668	Perfil Creager, com 12 setores de comportas, e uma bacia de dissipação
Candongá	Doce	07/2001–04/2004	53	382	N.A.
Tucuruí	Tocantins	11/1975 (1ª fase) 06/1998-10/2005 (2ª fase)	78	1.541	Perfil Creager com soleira lisa, controlado por 23 comportas, e salto ski, 580 m de comprimento. Vazão máxima de 110.000 m ³ /s

Fonte: Adaptado de Andriolo (2002).

2.3 Descarregadores com paredes convergentes

No contexto de descarregador com paredes convergentes, surgem as ondas de choque.

Ondas de choque são produzidas em escoamentos supercríticos, quando houver mudanças no alinhamento, geometria ou tamanho do canal. Essas ondas podem causar sobrelevação da água em relação à altura das paredes, caso não sejam levadas em consideração durante o projeto do descarregador (Hunt *et al.*, 1994). Além disso, as ondas transversais podem influenciar o desempenho hidráulico da estrutura, devendo-se considerar a extensão das ondas até a posição em que o efeito das paredes convergentes no escoamento não seja mais observado.

A convergência das paredes pode ser quantificada no plano x-y (plano horizontal, ou plano do paramento) por intermédio do ângulo ϕ , com ângulo zero indicando paredes não convergentes (Hunt *et al.*, 2012), como mostrado na Figura 2.13. Para um descarregador convergente com escoamento supercrítico, a altura da parede é controlada pelo “empolamento” de água (em inglês: *flow run-up*), que é a quantidade de água que se estende acima da parede devido à redução da seção transversal, em comparação com um descarregador de largura constante (Hunt *et al.* 2008). Na Figura 2.14 é apresentada a imagem de um descarregador com paredes convergentes da Barragem das Olgas, em Portugal.

Figura 2.13. Esquema experimental de um descarregador em degraus com paredes convergentes.

Fonte: Hunt *et al.* (2012).

Figura 2.14. Barragem das Olgas, Portugal.

Fonte: Disponível em: <http://cenor.pt/pt-pt/portfolio/barragem-das-olgas/>.

A principal vantagem dos descarregadores com paredes convergentes (comparando-se com um descarregador com paredes paralelas, de largura constante) é o aumento da capacidade de descarga em situações de cheia devido à maior largura da crista, ou redução da carga hidráulica sobre a crista para determinada vazão de descarga (Morera *et al.*, 2015). Apesar da complexidade do escoamento em descarregadores com paredes convergentes, existem poucos estudos na literatura sobre este tema (pelo menos na literatura consultada).

Hanna e Pugh (1997) desenvolveram um estudo experimental para otimizar o desempenho hidráulico de um descarregador em degraus com declividade 0,8V:1H, para o projeto de uma barragem de concreto compactado a rolo (Barragem Pilar, Brasil). Algumas modificações foram propostas em relação ao projeto original, dentre elas, a convergência das paredes laterais em um ângulo de 16° , mantendo-se a largura na crista igual a 180 m e largura no final do descarregador igual a 140 m. Os perfis da superfície livre foram determinados junto às paredes convergentes para diferentes condições de operação, bem como foram efetuadas medidas de pressão nas faces verticais e horizontais para alguns degraus do descarregador.

Outros modelos físicos de descarregadores em degraus foram construídos para o projeto da Barragem “*Enlarged Cotter*” na Austrália (Willey *et al.*, 2010); Barragem *Susu* na Malásia (Lesleighter *et al.*, 2014), e Barragem “*Bouzina*” na Argélia (Starinac *et al.*, 2014).

A Barragem *Susu* possui uma altura de 90 m e 500 m de largura, tendo o descarregador em degraus com paredes convergente com aproximadamente 100 m na crista e 78 m na entrada da bacia de dissipação de energia, e declividade de fundo de $51,3^\circ$ em relação ao plano horizontal. O objetivo do estudo de Lesleighter *et al.* (2014) foi avaliar o comportamento da

pressão estática e dinâmica nas faces de alguns degraus ao longo do descarregador e verificar a necessidade da instalação de aeradores a fim de evitar a erosão de cavitação da estrutura.

O projeto da barragem “*Enlarged Cotter*” compreendeu o desenvolvimento de um projeto preliminar com uso de métodos empíricos e teóricos; análise e otimização por meio de modelagem em CFD com o *software* ANSYS Fluent®; e finalmente, a verificação das características do escoamento por meio de um modelo físico reduzido (Figura 2.15). Adotou-se um modelo de descarregador composto por um descarregador primário, e descarregadores secundários em ambos os lados deste, como mostra a Figura 2.15a. O descarregador primário possui 70 m de largura na crista e 45 m na entrada da bacia, com paredes convergentes com ângulo ϕ igual a 12° . O descarregador secundário possui uma estrutura em degraus nas laterais, com larguras inicial e final iguais a 5 m e 23 m, respectivamente. Alguns aspectos foram analisados como: curva de descarga do descarregador primário e secundário; pressão sobre a crista; altura do escoamento na bacia de dissipação; e a contenção do escoamento na parede lateral em degraus, de forma que algumas modificações foram propostas para melhorar o desempenho hidráulico do descarregador.

Figura 2.15. a) Modelo físico do descarregador em degraus da Barragem “*Enlarged Cotter*”; b) modelo numérico com seções longitudinais indicando a fronteira ar-água.

Fonte: Willey *et al.* (2010).

O desempenho hidráulico do projeto inicial do descarregador da Barragem “*Bouzina*” foi verificado por meio de um modelo físico em escala 1:40, efetuando a medição de alguns parâmetros do escoamento, como pressão, velocidade, alturas do escoamento, concentração de ar, ao longo do descarregador e da bacia de dissipação de energia a jusante. A partir dos testes desenvolvidos, verificou-se a formação de ondas laterais junto às paredes do descarregador, sendo o principal objetivo do projeto propor modificações na geometria das paredes, a fim de

reduzir a formação das ondas e consequentemente a altura necessária para o muro lateral. A escolha de um modelo final dentre as alternativas propostas foi baseada em observações visuais e medição das alturas do escoamento para as vazões de projeto (Starinac *et al.*, 2014).

Apesar da construção de alguns modelos físicos pontuais para o projeto de barragens, como aqui mostrado, existem relativamente poucos estudos na literatura que demonstram uma avaliação mais sistemática das características do escoamento (largura da onda, altura da água, pressões, energia residual), em função do ângulo da parede convergente, declividade de fundo do canal, e vazão específica. Pode-se mencionar, por exemplo, os estudos de André e Ramos (2003), Cabrita (2007), Hunt *et al.* (2008); Woolbright (2008) e Zindovic *et al.* (2016) que trouxeram importantes contribuições para a análise dessas variáveis em função das condições de teste ensaiadas.

André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) realizaram medidas experimentais para um descarregador com soleira espessa, com paramento de perfil liso e em degraus com ângulo de fundo de $26,6^\circ$ em relação à horizontal (1V:2H), e ângulos de convergência da parede iguais a $9,9^\circ$ e $19,3^\circ$. As alturas do escoamento ao longo do descarregador foram determinadas por leitura visual em ambas as paredes, sendo também efetuadas medidas de altura do escoamento no eixo do canal a montante da posição de início de aeração com recurso a uma ponta linimétrica. A evolução da largura da onda estacionária também foi avaliada por meio de medidas da largura da onda, tanto visual quanto com o uso de um micromolinete, acoplado a um sistema de deslocamento perpendicularmente à parede lateral. Além disso, foram determinados os perfis de velocidade ao longo do descarregador, perpendicularmente ao fundo fictício. A partir dos dados experimentais obtidos por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), Nunes (2017) desenvolveu um modelo numérico para a simulação do escoamento usando o *software* FLOW-3D® para as mesmas condições de vazão e geometria, mostrando haver uma boa correlação entre os resultados numéricos e experimentais.

Nos trabalhos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) procurou-se ainda desenvolver estudos experimentais a jusante dos descarregadores, pela estimativa da dissipação de energia e energia específica residual, com o objetivo de avaliar as modificações no escoamento na bacia de dissipação de energia para um descarregador com paredes convergentes, além de estabelecer equações empíricas para o cálculo dessas variáveis.

Segundo estes autores (André e Ramos, 2003; Cabrita, 2007), a redução da dissipação de energia nos descarregadores com paredes convergentes não é significativa em comparação aos descarregadores de largura constante. Além disso, verificou-se que a presença dos degraus

atenua o efeito provocado pela convergência dos muros laterais, tanto pela redução da altura do escoamento junto às paredes quanto pela redução da largura da onda estacionária oblíqua. Para o descarregador liso de largura decrescente, registraram-se valores de altura do escoamento cerca de quatro vezes superiores ao verificado no descarregador de largura constante, enquanto que, para o descarregador em degraus, essa relação foi aproximadamente igual a 1,2 e 1,7 vezes superior, para os ângulos de $9,9^\circ$ e $19,3^\circ$, respectivamente.

Hunt *et al.* (2008) realizaram um estudo experimental para um modelo de descarregador em degraus em escala 1:22, e paredes convergentes com ângulos ϕ iguais a 0° , 15° , 30° ou 52° , sendo determinados perfis de altura da água no centro e junto às paredes. O descarregador é formado por uma soleira do tipo “*ogee crested Weir*”, seguido por um canal em degraus com ângulo $\theta=18,4^\circ$ em relação à horizontal (3H:1V), e por uma bacia de dissipação de energia. Os autores Hunt *et al.* (2008) observaram que os perfis da superfície livre aumentam rapidamente no início da convergência e continuam a crescer de maneira mais suave até o final do descarregador, independentemente da vazão e do ângulo de convergência da parede. Para uma vazão constante e valores de ϕ variáveis, quanto maior o ângulo, maior é a altura do escoamento nas paredes do descarregador. Para $\phi = 52^\circ$, por exemplo, as alturas do escoamento foram até 2,5 vezes superiores em comparação com os valores observados para $\phi = 15^\circ$ (Figura 2.16).

Através da Figura 2.17 apresentada no trabalho de Hunt *et al.* (2008), observa-se que as alturas máximas foram $1,0 h_c$; $1,75 h_c$; e $3,0 h_c$, para os ângulos ϕ de 15° , 30° e 52° , respectivamente, sendo h_c a altura crítica do escoamento referente à vazão máxima provável. Os autores Hunt *et al.* (2008) comentam que a incorporação de ar no escoamento pode provocar uma altura do escoamento adicional, a qual não foi observada para as condições experimentais desse estudo.

Woolbright (2008) desenvolveu um trabalho experimental em um modelo físico de uma barragem com declividade 3H:1V, com paredes laterais inclinadas (lisa ou em degraus), com o objetivo de avaliar as características do escoamento e empolamento de água (“*flow run-up*”) nas diferentes configurações físicas, visando estabelecer critérios práticos de projeto (Figura 2.18).

Figura 2.16. Perfis da superfície da água ao longo da parede para a vazão $Q=763 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$, e diferentes ângulos de convergência.

Fonte: Adaptado de Hunt *et al.* (2008).

Figura 2.17. Altura junto à parede para diferentes ângulos de convergência.

Fonte: Adaptado de Hunt *et al.* (2008).

A altura de empolamento de água foi superior na configuração de parede inclinada em degraus em comparação à condição de parede lisa (Figura 2.18), sendo maior conforme o ângulo de convergência aumenta. Para a parede em degraus, observa-se a formação de um escoamento primário, semelhante ao observado na condição lisa (representado pela linha tracejada na Figura 2.18a e 2.18b), e um escoamento secundário (linha constante na Figura 2.19), o que resulta em um aumento significativo da elevação de água sobre as paredes (Woolbright, 2008; Woolbright, Hunt e Hanson, 2008). De acordo com Woolbright (2008), as curvas adimensionais que representam a distribuição da altura adimensional (h_r/h_c – relação entre a altura de sobrelevação e a altura crítica do escoamento) ao longo do comprimento

longitudinal adimensional (x/h_c) podem ser calculadas de acordo com a Equação 2.7 para a parede em degraus.

$$\frac{h_r}{h_c} = \frac{5}{4} + \frac{1}{7} \left(\frac{x}{h_c} \right) (z^{1/2}) \quad (2.7)$$

sendo: $z = H/V$ a declividade da parede lateral; h_r a altura de sobreelevação da água na parede lateral.

Figura 2.18. Onda lateral ao longo da parede convergente lisa inclinada.

Fonte: Woolbright, Hunt e Hanson (2008).

Figura 2.19. a) Fotografia do modelo 1:1 com paredes em degraus; b) Fotografia do modelo com paredes lisas, $h_c=0,085$ m.

Fonte: Woolbright (2008).

Morera *et al.* (2015) desenvolveram experimentos em um modelo físico de descarregador liso com perfil Creager, sendo determinadas as alturas do escoamento e efetuadas medidas de pressão ao longo da bacia de dissipação a jusante do descarregador. As alturas do

escoamento foram determinadas por meio de uma ponta linimétrica conectada a um sistema de deslocamento, enquanto que as medidas de pressão foram efetuadas com recurso a sensores de pressão dispostos no fundo da bacia de dissipação. Os dados experimentais foram comparados com os resultados de um modelo numérico desenvolvido no *software* de código livre Kratos®, usando o método de elementos finitos.

Um estudo experimental mais recente em relação ao presente texto, voltado a descarregadores em degraus foi desenvolvido por Zindovic *et al.* (2016). Dois modelos físicos com diferentes escalas foram utilizados, para diferentes alturas dos degraus e ângulo das paredes convergentes. O objetivo do trabalho foi verificar o efeito da convergência das paredes para o escoamento em um descarregador com declividade de fundo elevada (1V:0,89H). Os resultados do estudo mostraram que as alturas do escoamento ao longo das paredes foram 1,3 a 2 vezes superiores que os valores medidos no centro do canal; e que as concentrações de ar são inferiores e que as velocidades são até 30% superiores dentro da onda estacionária, em comparação com a região do escoamento em que os efeitos da parede não são mais percebidos. Além disso, verificou-se que a energia residual no final do descarregador foi até 2,8 vezes maior na configuração convergente comparando-se com a energia residual do descarregador de largura constante.

Um movimento helicoidal do fluido dentro da onda estacionária foi observado por Zindovic *et al.* (2016), como mostra a Figura 2.20, que apresenta os perfis da superfície de água para a seção perpendicular à parede, a montante e a jusante do ponto de início de aeração. O escoamento não-aerado forma uma onda estacionária primária que, ao interagir com a região aerada do escoamento, dá origem a uma onda estacionária secundária (seção 2). O movimento de rotação dentro da onda estacionária também foi registrado por Morera *et al.* (2015), os quais observaram uma mudança brusca na direção do escoamento próximo às paredes laterais convergentes, num movimento de rotação.

O trabalho de Hunt *et al.* (2012) apresentou um estudo teórico para determinar a altura mínima da parede lateral para evitar o transbordamento de água, por meio de análise da quantidade de movimento em um volume de controle. A expressão derivada é função da altura do escoamento e velocidade no centro do canal, declividade do canal e ângulo de convergência das paredes (Equação 2.9). Essa expressão foi devolvida por Hunt (2008) – Equação 2.8 - e foi posteriormente modificada no trabalho de Hunt *et al.* (2012) para incluir a componente do peso da água no elemento do volume de controle. Os resultados da equação teórica foram comparados com valores experimentais de um modelo físico de um descarregador com

declividade 3H:1V, com paredes convergentes variáveis entre 0° a 70°, para condições de escoamento não aeradas.

Figura 2.20. Desenvolvimento da onda estacionária lateral: a) vista superior, b) perfil da superfície de água na secção 1, c) perfil da superfície de água na secção 2.

Fonte: Adaptado de Zindovic *et al.* (2016).

$$\frac{h_2}{h_1} = \sqrt{\frac{\cos\theta + 2F[\cos(\theta)\cos(\psi)\sin(\phi) + \sin(\theta)\sin(\phi)]^2}{\cos(\psi_2)\cos(\psi) - 0.46\sin(\psi)\tan^{1,37}(\phi)}} \quad (2.8)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \sqrt{\frac{\cos\theta + 2F[\cos(\theta)\cos(\psi)\sin(\phi) + \sin(\theta)\sin(\phi)]^2}{\cos(\psi_2)\cos(\psi) - 0,46\sin(\psi)\tan^{1,37}(\phi)}} \quad (2.9)$$

sendo:

h_2 Altura do escoamento junto à parede convergente, medida perpendicularmente à linha de fundo fictício

h Altura do escoamento no centro do canal

F Número de Froude, em função de h e v , sendo v a velocidade no centro do canal

θ Declividade do fundo fictício

ϕ Ângulo da parede convergente

ψ Função de θ e ϕ , expresso como: $\psi = \tan^{-1}[\sin(\phi)\tan(\theta)]$

ψ_2 Função de θ e ϕ , expresso como: $\psi_2 = \tan^{-1}[\cos(\phi)\tan(\theta)]$

A altura mínima da parede lateral (H_2) acima da linha de fundo fictício é calculada pela Equação 2.10 (Hunt *et al.*, 2012):

$$\frac{H_2}{h_2} = \frac{1}{\cos(\psi_2)} \quad (2.10)$$

Da revisão apresentada para os descarregadores com paredes convergentes, verificou-se que somente os trabalhos de Willey *et al.* (2010) e Nunes (2017), que se tenha conhecimento, utilizaram ferramentas de CFD para a modelagem do escoamento sobre esse tipo de descarregador, sendo em ambos os estudos utilizados métodos com malha. Portanto, a utilização do método SPH para a modelagem numérica mostra-se inovadora, pois além de proporcionar melhor compreensão do escoamento (por complementar os dados determinados em experimentos), permite verificar algumas potencialidades e dificuldades de aplicação do método SPH nesse tipo de estudo.

2.3.1 Sobre a teoria da formação de ondas de choque

A formação de ondas de choque laterais (ou ondas estacionárias) em escoamentos supercríticos é observada quando houver mudanças no alinhamento das paredes laterais ou geometria do canal. Como efeitos das ondas de choque têm-se a modificação das linhas de corrente do escoamento, variação da altura do escoamento ao longo de uma linha transversal, bem como variação da velocidade em magnitude e direção. Além disso, o efeito das ondas de choque pode se estender por longas distâncias, como mostra a Figura 2.21 em um canal horizontal, em que as ondas são refletidas nas paredes e afetam o escoamento a jusante da transição circular (Ippen e Dawson, 1951; Hager *et al.*, 1994).

O ressalto hidráulico oblíquo (também chamado como ondas de choque em analogia com o caso supersônico) é produzido quando uma fronteira vertical é defletida para o escoamento, como no caso de uma contração de canal. Essa condição resulta em um aumento abrupto da altura do escoamento ao longo da frente do ressalto a qual é propagada a partir da posição de descontinuidade da fronteira e sua magnitude depende do ângulo de deflexão. O caso limite das ondas estacionárias oblíquas é o conhecido ressalto hidráulico, em que a frente é normal à direção do escoamento (Ippen e Harleman, 1956). As frentes de onda podem ser

claramente definidas (Figura 2.22), e formam um ângulo β em relação à direção original do escoamento (Ippen e Dawson, 1951).

Figura 2.21. Escoamento em um canal liso, horizontal, com paredes convergentes com raios circulares.

Fonte: Dawson (1943).

Figura 2.22. Ondas de choque em um canal liso, horizontal, com paredes convergentes retilíneas.

Fonte: Adaptado de Dawson (1943).

Nos projetos de canais com mudanças no alinhamento das paredes e escoamento supercrítico, deve-se efetuar uma análise cuidadosa das características do escoamento, a fim de evitar a sobrelevação da água em relação às paredes laterais, bem como propor soluções para minimizar ou eliminar os padrões das ondas estacionárias (Ippen e Dawson, 1951; Hager *et al.*, 1994). Alguns estudos que apresentaram desenvolvimentos experimentais e teóricos nessa temática, para canais lisos e horizontais, foram os trabalhos de: Coles e Shintaku (1943) *apud* Stone (1946); Dawson (1943); Stone (1946); Ippen e Dawson (1951); Ippen e Harleman (1956); Causon, Mingham e Ingram (1999); Hager *et al.* (1994).

Ippen e Dawson (1951) avaliaram o comportamento do escoamento supercrítico em um canal com contração lateral composta por arcos circulares e contração retilínea por meio de experimentos para uma ampla faixa de números de Froude inicial. Foram estudados ângulos das paredes entre 3° e 24°, e números de Froude inicial entre 3,0 e 10,0. Os resultados experimentais foram comparados com valores teóricos para as principais características do escoamento, sendo a magnitude e a localização das ondas estacionárias previstas de forma satisfatória pelo modelo teórico.

O trabalho de Ippen e Dawson (1951) também apresentou uma metodologia para reduzir ou eliminar os padrões das ondas a jusante da contração lateral, pela escolha adequada do comprimento e ângulo das paredes convergentes. Considerando a Figura 2.23, a deflexão nos pontos A e A' na entrada do canal causam ondas de choque simétricas que se desenvolvem com um ângulo β_1 em relação ao escoamento inicial, e se encontram no ponto B, seguindo para jusante com número de Froude F_2 . As ondas de choque causadas pelas paredes convergentes estão sujeitas a perturbações negativas originadas no ponto D e D', as quais têm influência na altura da onda a jusante da transição. Perturbações mínimas são esperadas quando as ondas de choque refletidas encontram as paredes nos pontos D e D', uma vez que os efeitos das ondas de choque tendem a se cancelar. Dessa forma, se as ondas encontrarem as paredes nos pontos CD e C'D' (Figura 2.23b), teoricamente, não há permanência de perturbações para jusante pela sincronização dos efeitos de convergência e deflexão das paredes. Seguem as relações:

$$L = L_1 + L_2 = \frac{b_1}{2\tan\beta_1} + \frac{b_3}{2\tan(\beta_2 - \phi)} \quad (2.11)$$

$$L = \frac{b_1 - b_3}{2 \tan\phi} \quad (2.12)$$

Da equação da continuidade:

$$Q = b_1 h_1 V_1 = b_3 h_3 V_3 \quad (2.13)$$

$$\frac{b_1}{b_3} = \frac{h_3 V_3}{h_1 V_1} = \left(\frac{h_3}{h_1}\right)^{3/2} \left(\frac{F_3}{F_1}\right) \quad (2.14)$$

Figura 2.23. Escoamento em um canal liso com paredes convergentes. a) padrão geral das ondas; b) efeito mínimo das ondas a jusante da contração; c) Perfil transversal.

Fonte: Adaptado de Ippen e Dawson (1951).

Ainda no estudo de Ippen e Dawson (1951) foram determinados perfis experimentais e teóricos das alturas do escoamento ao longo do canal e transversalmente. O escoamento se expande instantaneamente, devido à deflexão imposta pela parede lateral convergente. A ascensão da altura do escoamento acima da altura de equilíbrio é mais aparente no início da convergência, enquanto que a jusante dessa perturbação local, a altura do escoamento ao longo da parede h_2 torna-se aproximadamente constante (Figura 2.24). Em relação ao perfil transversal da onda estacionária, a existência de uma camada limite ao longo das paredes do canal modifica a taxa de ascensão ou depressão da superfície livre da água. Para pequenas ondas, o escoamento irá se expandir gradualmente, enquanto que para ondas maiores, a declividade da superfície se aproxima da vertical com eventual quebra da onda, formando rolos similares ao observado no ressalto hidráulico. Frentes mais abruptas causam acelerações verticais, havendo desvios consideráveis da distribuição hidrostática para a frente da onda (Figura 2.25).

Figura 2.24. Perfis da onda transversal e longitudinal para o canal com transição retilínea de $\phi = 15^\circ$ e $F_1=3,86$.

Fonte: Adaptado de Ippen e Dawson (1951).

Figura 2.25. Esquema da forma da onda real e adotada.

Fonte: Adaptado de Ippen e Dawson (1951).

No estudo de Ippen e Harleman (1956), uma série de experimentos foi realizada para verificar a teoria hidrodinâmica para a formação do ressalto hidráulico oblíquo (ou ondas estacionárias) para números de Froude entre 2 e 7. Os resultados foram apresentados por meio de gráficos que relacionam as características do escoamento como ângulo de deflexão das paredes, número de Froude, ângulo da frente da onda, e relação entre a altura da onda e a altura

média do escoamento. Além disso, os autores fazem uma distinção entre ressalto oblíquo ondular e ressalto oblíquo estável (semelhante a ressalto convencional) pela observação da forma dos perfis da superfície livre, mostrando-se que a transição ocorre para a razão entre alturas h_2/h_1 igual a 2.

Stone (1946) desenvolveu um trabalho teórico pela utilização do método das características (utilizado na dinâmica de gases em soluções de problemas envolvendo escoamentos supersônicos), para estudar o escoamento da água em canais com contrações laterais. As curvas características são construídas a partir das equações diferenciais do escoamento, permitindo quantificar a variação da velocidade e da altura do escoamento devido ao efeito da mudança na direção do escoamento supercrítico. O objetivo foi demonstrar a correlação entre os resultados do método teórico com dados experimentais para dois tipos de transição (circular e reta), pela determinação dos perfis da superfície livre ao longo do eixo e paredes. Os resultados mostraram melhores ajustes para escoamento com número de Froude inicial entre 3,5 e 7,0, e para o comportamento da onda na região de transição. No entanto, o comportamento da onda não foi previsto adequadamente para as seções a jusante da contração com o método teórico.

Os autores Hager *et al.* (1994) estudaram o comportamento experimental e numérico do escoamento supercrítico nas proximidades de uma parede com mudança abrupta de direção, pela variação do número de Froude na entrada do canal e da dimensão y_w , que determina o ângulo de convergência da parede (Figura 2.26). O método numérico foi desenvolvido com base na solução numérica das equações de águas rasas, em duas dimensões, para escoamento permanente. A metodologia experimental consistiu em determinar a altura do escoamento do escoamento com uma ponta linimétrica, bem como avaliar a direção dos vetores de velocidade em relação à direção do escoamento no trecho não convergente.

Figura 2.26. a) Linhas do escoamento; b) Esquema da instalação experimental.

Fonte: Adaptado de Hager *et al.* (1994).

Os valores de altura do escoamento h foram organizados em gráficos de isolinhas para a altura relativa $E = h/h_0$ (sendo h_0 a altura da água na entrada do canal), como mostra a Figura 2.27. Os maiores desvios das isolinhas em relação às paredes foram observados à medida que y_w aumenta, ou que o número de Froude F_1 diminui. Nos diagramas das isolinhas, as frentes das ondas de choque podem ser identificadas (Hager *et al.*, 1994).

Figura 2.27. Gráfico de isolinhas para a profundidade relativa h/h_0 em função de x/h_0 , para $F_0=4$. a) $y_w=50$; b) $y_w=100$; c) $y_w=150$; d) $y_w=200$.

Fonte: Hager *et al.* (1994)

A partir da representação dos resultados em gráficos adimensionais de altura do escoamento e coordenadas vertical e horizontal, os autores Hager *et al.* (1994) apresentaram uma expressão para cálculo da altura da parede lateral (Equação 2.15). Uma altura adicional ainda deveria ser avaliada que considerasse as flutuações de superfície de água, espreadimento, e concentração de ar na mistura bifásica ar-água.

$$\frac{h_{w,m\acute{a}x}}{h_1} = 1 + \sqrt{2}\theta F_1 \left(1 + \frac{1}{4}\theta F_1 \right) \quad (2.15)$$

Os autores Hager *et al.* (1994) também avaliaram os perfis de altura do escoamento nas posições transversais e o campo de velocidades do escoamento, comparando-se os resultados experimentais com os numéricos. Os perfis transversais obtidos nos experimentos mostram uma oscilação da altura do escoamento na onda, sendo que o primeiro pico tem uma altura de $\frac{1}{2}(h_2 - h_1)$, acima da altura conjugada h_2 , como observado por Ippen e Harleman (1956). A

onda de choque prevista pelo modelo numérico não apresenta oscilação, embora o valor médio de equilíbrio e a localização do ressalto tenham sido previstos satisfatoriamente. As velocidades numéricas mostraram boa concordância com os resultados experimentais.

Causon, Mingham e Ingram (1999) apresentaram uma metodologia de cálculo para aplicações em escoamento supercríticos, pela resolução das equações de águas rasas em duas dimensões, usando uma abordagem de volumes finitos e o esquema de interpolação MUSCL para obter melhor resolução dos fluxos em cada interface das células da malha. O modelo numérico foi aplicado para resolução de seis problemas envolvendo ondas de choque e depressões (com largura divergente no sentido do escoamento), sendo os resultados validados com resultados de um método analítico. O modelo foi então aplicado para o caso de estudo de Ippen e Dawson (1951) com transição do canal em arco circular, observando-se resultados satisfatórios para a máxima amplitude e localização da primeira reflexão das ondas, embora os resultados sejam menos precisos para seções mais a jusante.

Apesar das diferenças de escoamento em canais lisos horizontais, e canais lisos ou em degraus com fundo com declividade, o estudo mais simplificado do escoamento nos primeiros pode ser interessante para melhor compreensão das características do escoamento nos descarregadores com paredes laterais convergentes.

2.3.2 Estudos experimentais desenvolvidos para canais com paredes convergentes

Um resumo das condições dos estudos experimentais envolvendo canais com transições na forma de paredes convergentes são apresentados na Figura 2.28 e Tabela 2.3 e 2.4, diferenciando em canais lisos horizontais, descarregadores com paramento liso, e descarregadores em degraus.

O trabalho desenvolvido por Lesleighter *et al.* (2014) também analisou o escoamento para um descarregador em degraus com paredes convergentes, porém o enfoque da pesquisa foi avaliar as pressões junto às faces vertical e horizontal dos degraus.

Figura 2.28. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes.

Fonte: Autora.

Tabela 2.3. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes: canais lisos horizontais, canais lisos inclinados.

Tipo de canal	Instalação experimental	Ângulo da parede ϕ (°)	Número de Froude F_1	Ângulo do fundo do canal θ (°)	Medidas
Canais lisos horizontais					
Causon, Mingham e Ingram (1999)	Lehigh University	2 a 45°	2,0; 4,0; 6,0	-	h_2/h_1 ; β
Coles e Shintaku (1943) <i>apud</i> Stone (1946)		6°	3,0; 4,0; 8,0; 10,0	-	
Ippen e Dawson (1951)	Lehigh University e MIT	3 a 24° (3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24)	3,86	-	h_2/h_1 ; β
Ippen e Harleman (1956)	MIT	3 a 21° (3; 6; 9; 12; 15; 18; 21)	2; 2,08; 3,05; 3,20; 3,80; 4,18; 5,91; 6,30; 7,00	-	h_2/h_1 ; β
Canais lisos inclinados					
André e Ramos (2003)	IST-ULisboa	19,3°		22,6°	
Jan <i>et al.</i> (2009)	National Cheng Kung University	27,45 a 40,17°	1,04 a 3,51	6,22 a 25,38°	Localização e altura máxima da onda de choque. β
Reisi, Salah e Kavianpour (2015)	Water Research Institute (Irã)	6; 8; 12°	-	12°	h_2

Fonte: Autora.

Tabela 2.4. Estudos experimentais sobre canais com paredes convergentes: descarregadores em degraus.

Tipo de canal	Instalação experimental	Ângulo da parede	Número de Froude / Vazão	Ângulo do fundo do canal	Medidas
Descarregador em degraus					
Frizell (1990)	Modelo da Barragem McClure	5,6°; 12,7°	141,6 a 707,9 m ³ s ⁻¹	24,6° (1V:2,18H)	Capacidade de descarga do descarregador, dissipação de energia
Hanna e Pugh (1997)	Modelo da Barragem Pilar	16°	500 a 2500 m ³ s ⁻¹	45° (1V:1H)	Perfis de altura do escoamento, pressão, velocidades, dissipação de energia
André e Ramos (2003)	IST-ULisboa	19,3°	14 a 56 Ls ⁻¹	22,6°	h ₂ /h ₁ ; β; Largura da onda; velocidade
Cabrita (2007)	IST-ULisboa	9,9; 19,3°	21 a 56 Ls ⁻¹	22,6°	h ₂ /h ₁ ; β; Largura da onda; velocidade
Hunt <i>et al.</i> (2008)	USDA	15,0; 30,0; 52,0°		18,4°	
Lesleighter, Tullis e Andrews (2014)	Utah Water Research Laboratory - Modelo Barragem “Susu”	51,3°	300; 500; 1000 Ls ⁻¹ (modelo físico)	(0,8H:1V)	Pressão estática e dinâmica nos degraus
Zindovic <i>et al.</i> (2016)	Institute for the Development of Water Resources “Jaroslav Cerni”	12,0; 18,8; 22,6°		45,6°	h ₂ , largura da onda, concentração de ar e velocidade
Descarregador em degraus com parede lisa e em degraus convergente					
Woolbright (2008)	USDA	18,0; 34,0; 45,0°		18,4°	
Willey <i>et al.</i> (2010)	Manly Hydraulic Laboratory - Modelo Barragem “Enlarged Cotter”		5710 m ³ s ⁻¹ (protótipo)	53,1° (0,75H:1V)	

Fonte: Autora.

2.4 Modelagem numérica

De forma resumida, algumas das etapas envolvidas para a simulação numérica na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional (em inglês: *Computational Fluid Dynamics* - CFDs) são conhecidas como pré-processamento, processamento e pós-processamento. A fase de *pré-processamento* inclui a definição do domínio computacional e implementação das condições de contorno, propriedades do fluido e condições numéricas das simulações (como critérios de parada e condições de estabilidade). Após a definição das condições iniciais, a seguinte etapa de *processamento* consiste na resolução das equações do escoamento por meio de técnicas de solução numérica. As equações (usualmente diferenciais multidimensionais) são discretizadas no domínio computacional, de forma que o problema seja transformado em um sistema de equações algébricas, a serem solucionadas por meio de um método iterativo. Finalmente se atinge a etapa de *pós-processamento*, quando os resultados são adequadamente apresentados por meio de ferramentas de visualização dos dados, geração de dados, permitindo sua análise mais objetiva e comparação com resultados analíticos ou experimentais (Versteeg e Malalasekera, 2007).

A solução numérica de um determinado escoamento em CFD pode ser obtida utilizando métodos com malha e métodos sem malha.

Os principais métodos com malha são o método das diferenças finitas (DF), método dos volumes finitos (VF) e método dos elementos finitos (EF), sendo algumas de suas principais características apresentadas a seguir (Ferziger e Peric, 1999):

- Método das diferenças finitas: as derivadas parciais são aproximadas por valores das variáveis nos pontos da malha. É um método simples e efetivo, porém restrito a escoamentos com geometria simples.
- Método dos volumes finitos: o domínio é subdividido em um número finito de volumes de controle, e as equações de conservação na forma integral são aplicadas a cada volume de controle. Este método é adequado para geometrias complexas e é um método de fácil entendimento e programação. Comparado com o método de diferenças finitas, possui a desvantagem de maior dificuldade de aplicação em campos tridimensionais.
- Método dos elementos finitos: caracteriza-se pela multiplicação das equações constitutivas por uma função de ponderação, previamente à integração das mesmas sobre o domínio, que por sua vez é representado por volumes discretos ou elementos finitos. Possui facilidade de aplicação em geometrias arbitrárias e de refinamento da

malha de pontos. A principal desvantagem do método está relacionada à forma das matrizes das equações linearizadas, as quais não são bem estruturadas como as matrizes formadas quando a malha é regular, o que dificulta a obtenção de uma solução numérica mais eficiente.

Na Tabela 2.5 encontra-se uma sistematização dos trabalhos desenvolvidos em descarregadores em degraus usando métodos com malha, estando relacionado o modelo de turbulência adotado, forma de tratamento da superfície livre, *software* utilizado e principais características do escoamento avaliadas.

As abordagens utilizadas por diferentes autores para tratamento da superfície livre nos estudos numéricos referenciados na Tabela 2.5 foram o modelo de mistura e o método de volume de fluido (em inglês "*Volume of Fluid Method*" - VOF). O método VOF foi desenvolvido com o intuito de reconstruir a interface móvel entre fluidos imiscíveis, em escoamentos bifásicos e multifásicos (Cheng, Luo e Zhao, 2004). O modelo de mistura se diferencia do método VOF por permitir que as fases se movam com diferentes velocidades, e por considerar a transferência de massa, quantidade de movimento e energia entre as fases (Cheng, Chen e Luo, 2006). De acordo com o estudo de Eghbalzadeh e Javan (2012), que teve como objetivo avaliar a aplicabilidade de ambos os métodos (VOF e modelo de mistura) para simulação computacional de descarregadores em degraus, a superfície livre do escoamento a partir do ponto de início de aeração foi melhor simulada com o modelo de mistura.

Dentre os modelos de turbulência utilizados estão: modelo tradicional $k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$, *realizable* $k-\epsilon$, $k-\omega$, SST $k-\omega$, entre outros. Qian *et al.* (2009), comparando diferentes modelos de turbulência, verificaram que o modelo "*realizable* $k-\epsilon$ " é o mais eficiente para simulação de escoamento em descarregadores em degraus. Similarmente, os autores Kositgittiwong, Chinnarasri e Julien (2013) adotaram cinco modelos de turbulência, e observaram que todos os modelos utilizados apresentaram resultados satisfatórios para os perfis de velocidades. No entanto, o modelo $k-\omega$ se destacou por apresentar melhor correlação do perfil de velocidades na região inferior próximo ao fundo, enquanto que o modelo "*realizable*" $k-\epsilon$ forneceu melhores resultados na parte superior dos perfis de velocidade.

Nos métodos sem malha, o domínio é representado por um conjunto de partículas que representa uma porção do fluido, as quais descrevem o seu movimento. Cada partícula está associada com propriedades do fluido como massa, volume, pressão e velocidade (Chowdhury, 2014; Shakibaeinia e Jin, 2011). Estes métodos apresentam a vantagem de melhor representação da superfície livre com desprendimento de gotas e respingos, e com problemas de interface

móveis, devido ao uso de partículas discretas (Fadafan e Kermani, 2015; Liu e Liu, 2010). Os métodos sem malha mais conhecidos são o SPH (em inglês: *Smoothed Particle Hydrodynamics*) e MPS (em inglês: *Moving Particle Semi-Implicit Method*) - Fu e Jin (2013). O SPH surgiu inicialmente para o tratamento de problemas na área da astrofísica, envolvendo massas de fluido movendo-se arbitrariamente em uma região sem fronteiras (Gingold e Monaghan, 1977; Lucy, 1977; Monaghan, 1988). Posteriormente, Monaghan (1994) apresentou uma extensão do método SPH para escoamentos incompressíveis, demonstrando que as fronteiras físicas poderiam ser facilmente incorporadas. Atualmente, o SPH é o método sem malha mais estabelecido, sendo utilizado também nos campos da ciência como mecânica dos sólidos e mecânica dos fluidos (Gomez-Gesteira *et al.*, 2010). No SPH não há um rastreamento explícito da interface para escoamentos multifásicos, pois o movimento dos fluidos e a interface são representados pelo próprio movimento das partículas que representam cada fase (Liu e Liu, 2010).

A Figura 2.29 mostra o número de publicações encontradas nas bases de dados “*Science Direct*” e no Portal de Periódicos da Capes, para os intervalos 1995-04/2018 e 1977-04/2018, respectivamente. Pode-se observar uma tendência crescente exponencial no número de estudos envolvendo o método SPH.

Figura 2.29. Número de publicações encontradas com o termo de pesquisa “SPH” na base de dados: a) Science Direct; b) Portal de Periódicos da Capes.

Fonte: Autora.

Na Tabela 2.6 estão citados alguns trabalhos que utilizaram métodos sem malha (SPH-*Smoothed Particle Hydrodynamics*; MPS-*Moving Particle Semi-Implicit Method*) na resolução de problemas comuns para problemas de superfície livre. Foram mencionados, por exemplo, alguns estudos referentes à aplicação dos métodos sem malha em estruturas hidráulicas, como: escoamento sobre soleiras; interação das ondas com estruturas costeiras; escoamento sobre

descarregadores; passagem de peixes por bacias sucessivas; ressalto hidráulico; ruptura de barragem; transporte de sedimentos; entre outros problemas de aplicação prática. Para efeitos de ilustração da aplicação dos métodos sem malha e o potencial do método em capturar as interfaces móveis, são apresentados alguns resultados da simulação dos estudos de Saunders *et al.* (2014) e Cherfils, Pinon e Rivoalen (2012), os quais abordaram problemas de escoamento em descarregador liso com salto ski a jusante e ruptura de barragem, respectivamente (Figuras 2.30 e 2.31).

Figura 2.30. Desenvolvimento do escoamento ao longo de um descarregador liso com salto ski a jusante, para a simulação numérica desenvolvida por Saunders *et al.* (2014).

Fonte: Saunders *et al.* (2014).

Figura 2.31. Resolução de um problema de ruptura de barragem apresentado por Cherfils, Pinon e Rivoalen (2012).

*H é a altura da coluna de água inicial, antes do colapso.

Fonte: Adaptado de Cherfils, Pinon e Rivoalen (2012).

Tabela 2.5. Estudos numéricos desenvolvidos em descarregadores em degraus. Métodos com malha.
(Continua).

Métodos com malha				
Autores	Modelo de turbulência	Modelo multifásico	Software	Principais observações
Chen, Dai e Liu (2002)	k-ε	VOF		Perfil da superfície livre, velocidade e pressão
Chatila e Tabbara (2004)	k-ε		ADINA	Evolução temporal da superfície livre até atingir estado estacionário
Cheng, Luo e Zhao (2004)	k-ε	<ul style="list-style-type: none"> Modelo multifásico: modelo de duas fases Método VOF para solucionar a superfície livre 		Expressão para a concentração de vazios em função altura do degrau, declividade de fundo e profundidade da água
Tabbara, Chatila e Awwad (2005)	k-ε	VOF	ADINA	Perfil da superfície livre, vórtices nas cavidades, dissipação de energia
Cheng, Chen e Luo (2006)	RNG k-ε	Modelo de mistura	Fluent	Distribuição de pressão e velocidade, posição de início de aeração e distribuição de vazios
Dong e Lee (2006)	k-ε	VOF	Fluent	Fator de atrito, perfis de concentração de vazios, campo de velocidades, pressão estática
Arantes (2007)	SSG Reynolds Stress	Modelo homogêneo com Modelo de mistura na interface VOF	ANSYS CFX 10.0	Pressões nos degraus, distribuição de velocidade, distribuição da concentração de ar, perda de energia. Proposição de um aerador de fundo
Carvalho e Martins (2009)	RNG k-ε	<ul style="list-style-type: none"> Método fracional de área-volume para representação das fronteiras curvas 		Velocidade e pressão, força hidrodinâmica em baffles e sills. Descarregador em degraus com travessões, para formação do ressalto hidráulico
Qian <i>et al.</i> (2009)	<ul style="list-style-type: none"> “realizable k-ε” SST k-ω v²-f LES 	Modelo de mistura		Velocidade média, vorticidade, e crescimento da camada limite turbulenta para todos os modelos de turbulência. Perfis de velocidade e campo de pressões usando o modelo de turbulência “realizable k-ε”

Tabela 2.5. Estudos numéricos desenvolvidos em descarregadores em degraus. Métodos com malha. (Continuação).

<u>Métodos com malha</u>				
Autores	Modelo de turbulência	Modelo multifásico	Software	Principais observações
Rad e Teimouri (2010)	k- ϵ	VOF		Dissipação de energia, em função da vazão e da declividade e forma geométrica do canal
Bombardelli, Meireles e Matos (2011)	<ul style="list-style-type: none"> • k-ϵ • RNG k-ϵ 	TruVOF	FLOW-3D	Campo de velocidade, profundidade da água, estimativa da posição de início de aeração, quantidades estatísticas da turbulência
Eghbalzadeha e Javan (2012)	RNG k- ϵ	<ul style="list-style-type: none"> • VOF • Modelo de mistura 	Fluent	Avaliação do modelo que melhor simula a superfície livre. Superfície livre, velocidade e concentração de ar
Simões (2012)	<ul style="list-style-type: none"> • k-ϵ • RNG k-ϵ • SSG • Modelo sem equações 	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo não-homogêneo • Modelo de superfície livre 	CFX	Evolução da superfície livre, concentração de ar, campo de velocidades, distribuição de pressões. (obs: não conseguiu reproduzir o escoamento a jusante do ponto de início de aeração)
Chakib (2013)	k- ϵ	VOF	Fluent	Perfis de velocidade e posição de início de aeração
Nikseresht, Talebbeydokhti e Rezaei (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • k-ϵ • RNG k-ϵ • “Realizable k-ϵ” • k-ω • SST k-ω • “linear pressure-strain” • “quadratic pressure-strain” • “low-Re stress-omega” 	<ul style="list-style-type: none"> • VOF • Modelo de mistura 		Taxa de dissipação de energia, e variáveis de campo do escoamento
Kositgittiwong, Chinnarasri e Julien (2013)	<ul style="list-style-type: none"> • k-ϵ • “Realizable k-ϵ” • RNG k-ϵ • k-ω • SST k-ω 	VOF	Fluent	Perfis de velocidade
Vosoughifar <i>et al.</i> (2013)	Nenhum modelo de turbulência para o Código V-Flow		<ul style="list-style-type: none"> • V-Flow • Fluent 	Campo de pressões, velocidade, e linhas de corrente

Tabela 2.5. Estudos numéricos desenvolvidos em descarregadores em degraus. Métodos com malha. (Conclusão).

<u>Métodos com malha</u>				
Autores	Modelo de turbulência	Modelo multifásico	Software	Principais observações
Attarian <i>et al.</i> (2014)	“realizable k- ϵ ”	Modelo de mistura		Perfil de velocidade, dissipação de energia, localização do ponto de início de aeração, campo de pressão
Cheng, Gulliver e Zhu (2014)	RNG k- ϵ	VOF	Fluent	Comprimento da camada limite, perfis de velocidade na região não aerada
Chinnarasri, Kositgittiwo ng e Julien (2014)	“realizable k- ϵ ”	VOF	Fluent	Perfis de velocidade, pressão, intensidade turbulenta e dissipação de energia. Expressão para a distribuição de intensidade turbulenta

VOF - Método “*Volume of Fluid*”

SST k- ω - Modelo “*Shear Stress Transport k- ω* ”

RNG k- ϵ - Modelo “*Renormalization Group k- ϵ* ”

Fonte: Autora.

Tabela 2.6. Estudos numéricos desenvolvidos com métodos sem malha em descarregadores lisos, descarregadores em degraus, soleiras e ressalto hidráulico. (Continua).

Referência	Aplicação	Métodos	Software
Monaghan (1994)	- Ruptura de barragem	SPH	
	- Bore		
	- Wavemaker		
Colagrossi e Landrini (2003)	- Ruptura de barragem	SPH	
Violeau e Issa (2007)	- Colapso de uma coluna de água	SPH	
Ferrari (2010)	- Descarregador de parede delgada	SPH	
Gomez-Gesteira <i>et al.</i> (2010)	- Ruptura de barragem sobre fundo seco e molhado	SPH	SPHysics
	- Colisão entre o escoamento causado por ruptura de barragem e uma estrutura		
López, Marivela e Garrote (2010)	- Ressalto hidráulico	SPH	
Sahebari, Jin e Shakibaeinia (2011)	- Descarregador de soleira espessa trapezoidal	MPS	
Shakibeinia e Jin (2011)	- Escoamento de Poiseuille	MPS	
	- Ruptura de barragem		
	- Ressalto hidráulico		
	- Escoamento em canal trapezoidal		
López <i>et al.</i> (2011)	- Descarregador em degraus com expansão lateral	3D SPH	Modelo do CEDEX: MSDT
Cherfils, Pinon e Rivoalen (2012)	- Ruptura de barragem	SPH	JOSEPHINE
Chern e Syamsuri (2013)	- Ressalto hidráulico	SPH	

MPS - Método “*Moving Particle Semi-implicit*”; SPH - Método “*Smoothed Particle Hydrodynamics*”.
 Fonte: Autora.

Tabela2.6. Estudos numéricos desenvolvidos com métodos sem malha em descarregadores lisos, descarregadores em degraus, soleiras e ressalto hidráulico. (Conclusão).

Referência	Aplicação	Métodos	Software
Chern e Syamsuri (2013)	- Ressalto hidráulico	SPH	
Padova <i>et al.</i> (2013)	- Ressalto hidráulico em um canal largo	3D SPH	
Husain <i>et al.</i> (2014)	- Escoamento sobre soleira espessa - Descarregador em degraus	SPH	SPHysics
Lodomez <i>et al.</i> (2014)	- Escoamento sobre soleira de parede delgada	SPH	
Saunders <i>et al.</i> (2014)	- Descarregador liso controlado por comporta - Jato ski a jusante do descarregador	3D SPH	
Xu e Jin (2014)	- Soleira de parede delgada - Passagem de peixes por bacias sucessivas	MPS	
Fadafan e Kermani (2015)	- Descarregador liso de soleira normal	MPS	
López <i>et al.</i> (2016)	- Descarregador em poço	3D SPH	SPHERIMENTAL
Gu <i>et al.</i> (2017)	- Descarregador em degraus	SPH	ParallelSPHysics
Wan <i>et al.</i> (2017a)	- Descarregador em degraus (oxigênio dissolvido – modelo bifásico)	SPH	
Wan <i>et al.</i> (2017b)	- Descarregador em degraus (aeração – modelo bifásico)	SPH	

MPS - Método “*Moving Particle Semi-implicit*”; SPH - Método “*Smoothed Particle Hydrodynamics*”.
Fonte: Autora.

2.4.1 Revisão de estudos sobre a modelagem em descarregadores em degraus com o método SPH

Os estudos que aplicaram o método SPH para a simulação do escoamento em descarregadores em degraus, de conhecimento próprio até a confecção do presente texto, foram desenvolvidos por: López *et al.* (2011); Husain *et al.* (2014); Gu *et al.* (2017); Wan *et al.* (2017a) e Wan *et al.* (2017b).

O estudo de López *et al.* (2011) teve como objetivo simular o escoamento em descarregador em degraus com expansão lateral, como mostra a Figura 2.32a. Foi utilizado o *software* MDST, desenvolvido pelo grupo CEDEX (*Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas*) na Espanha. O modelo consta de um modelo de recirculação, com um reservatório a montante do descarregador. Dessa forma, o número total de partículas foi escolhido conforme a vazão que se pretendia no modelo, por meio de testes iniciais de tentativa e erro, após a estabilização do escoamento. Verificou-se que a expansão lateral do escoamento no modelo numérico é bastante inferior à produzida no modelo físico, por meio de comparação visual. De acordo com os autores, essa diferença se deve aos efeitos de escala, e da baixa resistência ao escoamento, devido ao modelo Lennard-Jones utilizado para representar as forças dos contornos. Também foram verificados perfis de velocidade e pressão em algumas posições já na região aerada, comparando-se com dados experimentais. Em geral, houve bom ajuste entre os resultados, mesmo tendo sido utilizado um modelo monofásico.

Os autores Husain *et al.* (2014) utilizaram o modelo do *software* 2D SPHysics para simular o escoamento sobre uma soleira espessa e descarregador em degraus (Figura 2.32c). O modelo consta de um reservatório a montante com grandes dimensões para diminuir as instabilidades da superfície livre, criando uma condição praticamente estacionária no reservatório. A região do reservatório foi preenchida inicialmente com partículas de fluido, com uma altura superior à altura do escoamento sobre a soleira para a vazão correspondente. A partir do início da simulação, o escoamento tem início pela ação da gravidade, sendo verificados os valores de altura e velocidade para o instante em que a altura do escoamento seja compatível com a vazão experimental. Para a soleira espessa, os resultados foram validados comparando-se com perfis da superfície livre, perfis de velocidade e pressão. Em seguida, o modelo SPH foi aplicado para a simulação do descarregador em degraus, utilizando dados da instalação experimental do IST, conforme estudo de Meireles e Matos (2009), para um descarregador com soleira espessa, declividade de fundo de 26,6°, e 10 degraus com 5 de altura. Um estudo de sensibilidade do tamanho das partículas foi realizado para os valores de 0,003; 0,005; 0,0075 e

0,01 m, pela comparação dos resultados para os perfis de velocidade. Como não haviam dados experimentais para a pressão ao longo do descarregador, o objetivo final do trabalho foi investigar a distribuição de pressões nas faces verticais e horizontais dos degraus na região não-aerada do descarregador em degraus, por ser a região mais sujeita à cavitação. Além disso, os autores definiram a posição de início de aeração e, o perfil de profundidades e velocidades ao longo do descarregador.

Gu *et al.* (2017) utilizaram o *software* parallelSPHysics para desenvolver simulações numéricas baseadas em dois modelos físicos: 1) instalação experimental de Meireles e Matos (2009), semelhante ao trabalho de Husain *et al.* (2014); 2) protótipo de um descarregador de barragem localizado na Província Qinghai, China, com 33,69° de declividade e três tamanhos para os degraus testados (Figura 2.32b). Os autores utilizaram um modelo semelhante ao de Husain *et al.* (2014) com partículas de fluido preenchendo o reservatório a montante. No entanto, para reduzir as dimensões do reservatório, foi utilizado um modelo com pistão, que se move na direção horizontal com velocidade constante, para estabelecer a vazão pretendida. Os resultados foram analisados para os perfis de velocidade, pressão na face vertical e horizontal dos degraus, e dissipação de energia, obtendo resultados próximos aos valores experimentais com desvios menores que 5% para a distribuição de pressão, e 9% para a dissipação de energia.

O trabalho desenvolvido por Wan *et al.* (2017a) buscou investigar as características hidrodinâmicas e de aeração do escoamento (entrada de oxigênio dissolvido) sobre descarregadores em degraus, pela aplicação de um modelo SPH multifásico. O modelo multifásico considera uma equação de quantidade de movimento para cada fase do escoamento e um termo de interação entre as mesmas. Para avaliar as características hidrodinâmicas, pela verificação dos perfis de velocidade, foram utilizados dados experimentais obtidos por Chanson e Toombes (2002b), para um descarregador com 21,8° de declividade, 1m de largura e 0,6 m de comprimento, e vazão de 58 Ls⁻¹. Para avaliar a entrada de oxigênio dissolvido, os dados experimentais foram do estudo de Cheng, Chen e Luo (2006), para um descarregador com perfil da crista WES, e declividade 1:0,75, sendo monitoradas as concentrações de oxigênio em sete pontos ao longo do descarregador.

O trabalho de Wan *et al.* (2017b), similar ao trabalho de Wan *et al.* (2017a), utilizou um modelo SPH multifásico para simular as concentrações de ar ao longo de descarregador em degraus, para o experimento de Chanson e Toombes (2002b), pela comparação dos perfis de concentração de ar ao longo do descarregador (Figura 2.32d). Este modelo apresenta algumas melhorias em relação ao anterior de Wan *et al.* (2016a), por utilizar um modelo de viscosidade

laminar e turbulenta (SPS), e um algoritmo *shifting* para reduzir a instabilidade da superfície livre.

Figura 2.32. Estudos numéricos desenvolvidos com o método SPH para descarregadores em degraus.

Fonte: a) López *et al.* (2011); b) Gu *et al.* (2017); c) Husain *et al.* (2014); d) Wan *et al.* (2017a).

De forma geral, os resultados dos estudos em descarregadores em degraus se mostram promissores no sentido de verificar as características do escoamento, como velocidade, campo de pressões, e de aeração quando utilizando um modelo multifásico. Observa-se que grande parte da bibliografia é recente, sendo esta uma área de grande potencial de pesquisa na Mecânica dos Fluidos e na Hidráulica. No entanto, pelos estudos pode observar que há necessidade de estudos mais sistemáticos para avaliar a influência do tamanho das partículas sobre os resultados numéricos. Além disso, não se tem conhecimento da utilização deste método para estudos com descarregadores com paredes convergentes, como proposto no presente trabalho. A utilização do modelo com entrada contínua de partículas no domínio de entrada, também diferencia o presente trabalho em relação a outros desenvolvidos nesse tema.

2.4.2 Breve abordagem conceitual sobre o método SPH

O método SPH baseia-se em uma técnica de interpolação e representação discreta aplicável a domínios de meio contínuo com partículas ou pontos de integração que se movem com o fluido (López; Marivela e Garrote, 2010). As partículas são utilizadas para representar a evolução de um sistema e possuem características físicas como massa, velocidade, energia, pressão e posição (Liu e Liu, 2003).

A discretização numérica envolve a aproximação dos valores das funções, derivadas e integrais em uma partícula pela interpolação com as informações nas partículas vizinhas dentro de um domínio de influência (ou domínio suporte). As contribuições das partículas dentro do domínio suporte são ponderadas de acordo com a distância em relação à partícula de interesse (em que as variáveis estão sendo calculadas) – (Liu e Liu, 2003; Shakibaeinia e Jin, 2011).

As formulações do método SPH baseiam-se na **aproximação integral de uma função** e na **representação de partícula** (Liu e Liu, 2003).

A **aproximação integral**, também denominada no método SPH como **aproximação de kernel**, consiste na representação integral de uma função arbitrária e sua multiplicação com uma função de interpolação.

Uma função arbitrária $f(x)$ pode ser representada na forma integral pela Equação 2.16, como (Liu e Liu, 2003):

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x') dx' \quad (2.16a)$$

sendo: Ω o volume da integral que contém x e $\delta(x - x')$ a função delta de Dirac dada por:

$$\delta(x - x') = \begin{cases} \infty & x = x' \\ 0 & x \neq x' \end{cases} \quad (2.16b)$$

Se a função delta $\delta(x - x')$ for substituída por uma função de suavização $W(x - x', h)$, a representação integral de $f(x)$ torna-se (Equação 2.17):

$$f(x) \cong \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (2.17)$$

sendo: $W(x - x', h)$ denominado função de suavização kernel, e tende à função delta à medida em que $h \rightarrow 0$; h é o comprimento definindo a área de influência da função de suavização W

(ver Figura 2.33). Tipicamente h é maior que o comprimento de separação inicial das partículas (Monaghan, 1994). Na prática, o kernel é similar à função Gaussiana, embora ele receba valores nulos para distâncias maiores que $2h$. Portanto, apenas as partículas dentro do raio de $2h$ contribuem para a propriedade da partícula de interesse.

Figura 2.33. Domínio suporte da função de suavização W e domínio do problema. K é uma constante que define a área efetiva (diferente de zero) da função de suavização no ponto x .

Fonte: Adaptado de Liu e Liu (2003).

A segunda abordagem, denominada **representação de partícula**, consiste na transformação da integral contínua da aproximação de kernel (Equação 2.17) em uma forma discreta, definida pela Equação 2.18:

$$f(x_a) = \sum_{j=1}^N \frac{m_b}{\rho_b} f(x_b) \cdot W_{ab} \quad (2.18)$$

sendo: $W_{ab} = W(x_a - x_b, h)$; m_b, ρ_b a massa e densidade das partículas $b (= 1, 2, \dots, N)$; N o número de partículas no domínio suporte da partícula a .

O valor de uma função da partícula a é aproximado usando a média dos valores da função em todas as partículas no domínio suporte da partícula a ponderados pela função de suavização (Figura 2.34).

A função kernel pode assumir diferentes formas, sendo algumas das funções mais utilizadas, as funções *Quintic Wendland* (Equação 2.19) e *Cubic Spline* (Equação 2.20).

Função *Quintic Wendland*:

$$W(\mathbf{r}, h) = \alpha_D \begin{cases} \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (1 + 2q) & 0 \leq q \leq 2 \\ 0 & 2 < q \end{cases} \quad (2.19)$$

Função *Cubic Spline*:

$$W(\mathbf{r}, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (2.20)$$

sendo: W função de suavização kernel; $\mathbf{r}$ vetor posição; h comprimento da função kernel; $q=r/h$ distância adimensional entre duas partículas em relação ao comprimento da função kernel. Para a função *Quintic Wendland*: $\alpha_D=7/4\pi\cdot h^2$ em 2D; $\alpha_D=21/16\pi\cdot h^3$ em 3D. Para a função *Cubic Spline*: $\alpha_D=10/7\pi\cdot h^2$ em 2D; $\alpha_D=1/\pi\cdot h^3$ em 3D.

Figura 2.34. Aproximação de partícula usando partículas dentro do domínio suporte da função de suavização W para uma partícula a . K é uma constante que define a área efetiva (diferente de zero) da função de suavização no ponto a .

Fonte: Adaptado de Liu e Liu (2003).

As aproximações discretas das funções (Equação 2.18) são aplicadas às equações de conservação de massa e quantidade de movimento, resultando nas equações constitutivas do escoamento na forma SPH, a serem solucionadas numericamente por meio de um algoritmo de integração temporal a cada passo de tempo.

De forma simplificada, os procedimentos realizados no método SPH estão apresentados na Figura 2.35.

Figura 2.35. Procedimentos para a resolução do problema no método SPH.

Fonte: Adaptado de Liu e Liu (2003).

Leis físicas básicas:

As leis físicas básicas que descrevem o movimento de fluidos são equações diferenciais parciais como a equação de conservação de massa (ou equação da continuidade – Equação 2.21), equação de conservação de quantidade de movimento (Equação 2.22) e equação da energia (entende-se que os termos mais adequados, apesar de menos usual, seriam balanço da quantidade de movimento e balanço de energia). A solução das referidas equações permite a obtenção de informações das características do escoamento, em função do tempo, como velocidade, pressão, propriedades de transporte, entre outras (Gotoh, Shao e Memita, 2004). Na forma lagrangeana, as equações de conservação de massa e quantidade de movimento para escoamento incompressível são:

Equação da conservação da massa:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.21)$$

Equação de Navier-Stokes:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (2.22)$$

sendo: ρ a densidade do fluido; μ a viscosidade dinâmica; $\mathbf{u}$ o vetor velocidade; p a pressão; $\mathbf{g}$ a aceleração da gravidade. As grandezas representadas em negrito são vetoriais.

No método Lagrangeano, os termos advectivos são implicitamente incluídos nas derivadas temporais das partículas (Violeau e Issa, 2007). Dessa forma, evita-se o problema de difusão numérica comum nos métodos eulerianos quando se trata de escoamento com grandes deformações da superfície livre (Gotoh, Shao e Memita, 2004).

Para a determinação do campo do escoamento, as equações diferenciais parciais representativas do movimento do fluido são discretizadas no domínio da partícula, de forma a transformar o problema contínuo em um problema discreto, e são solucionadas por meio da aplicação das aproximações numéricas do método SPH.

Equação da conservação de massa na forma SPH:

Na forma SPH, a equação da conservação de massa é representada pela Equação 2.23 (Violeau e Issa, 2007):

$$\frac{d\rho_a}{dt} = -\sum_b m_b \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (2.23)$$

A Equação 2.24 apresenta um termo adicional na equação da conservação de massa, para reduzir as flutuações de densidade do fluido, sendo essa formulação conhecida como Delta-SPH.

$$\frac{d\rho_a}{dt} = -\sum_b m_b \mathbf{u}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} + 2\delta h \sum_b m_b \overline{c_{ab}} \times \left(\frac{\rho_a}{\rho_b} - 1 \right) \frac{1}{r_{ab}^2 + 0.01 h^2} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (2.24)$$

sendo: $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$; $\overline{c_{ab}} = (c_a + c_b)/2$ velocidade média do som; $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$; ∇_a – gradiente da função kernel com respeito às coordenadas da partícula a ; δ coeficiente da função Delta-SPH.

Equação da quantidade de movimento na forma SPH:

Diferentes abordagens têm sido consideradas no método SPH para descrever a equação de quantidade de movimento devido às diferentes formulações para os termos difusivos (Crespo, Gómez-Gesteira e Dalrymple, 2007).

A viscosidade artificial proposta por Monaghan (1994) é clássica devido à sua simplicidade de uso (Crespo, Gómez-Gesteira e Dalrymple, 2007).

A equação da quantidade de movimento aproximada na forma SPH é representada pela Equação 2.25 (Violeau e Issa, 2007).

$$\frac{d\mathbf{u}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left[\left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} - \mathbf{\Pi}_{ab} \right] + \mathbf{g} \quad (2.25)$$

sendo: $\mathbf{u}_{ab} = \mathbf{u}_a - \mathbf{u}_b$, $\mathbf{\Pi}_{ab}$ a viscosidade artificial, $\nabla_a W_{ab}$ o gradiente da função de suavização.

O termo viscoso pode ser modelado por meio de uma viscosidade artificial (Monaghan, 1994) – Equação 2.26:

$$\mathbf{\Pi}_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ab} \mu_{ab} + \beta \mu_{ab}^2}{\bar{\rho}_{ab}} & \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} < 0 \\ 0; & \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab} > 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

sendo:

$$\mu_{ab} = \frac{h \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{\mathbf{r}_{ab}^2 + \eta^2}$$

$\bar{c}_{ab} = (c_a + c_b)/2$; $\bar{\rho}_{ab} = (\rho_a + \rho_b)/2$; $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b$; c a velocidade do som; ρ densidade do fluido; $\mathbf{r}$ o vetor posição; $\beta = 0$ para problemas de superfície livre; $\eta = 0,01h^2$ é uma constante para manter o denominador diferente de zero; $\alpha = 0,01$ a $0,1$ é o termo que introduz a viscosidade cisalhante em escoamento incompressível (Monaghan, 1994).

Os fluidos podem ser simulados com a adição de um termo de viscosidade artificial ($\mathbf{\Pi}_{ab}$) aos termos de pressão da equação de quantidade de movimento, segundo o modelo proposto por Monaghan (1992). A utilização da viscosidade artificial garante soluções mais estáveis além da simplicidade de aplicação, no entanto, pode introduzir uma dissipação de

energia adicional. Portanto, soluções mais realísticas para a dissipação de energia podem ser verificadas com a utilização de um modelo desenvolvido por Gotoh, Shao e Memita (2001), baseado em um modelo de escala de turbulência de sub-partícula (SPS), o qual considera um modelo de viscosidade laminar e turbulenta - Equação 2.27 (Crespo *et al.*, 2015).

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_a}{dt} = & - \sum_b m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} + \mathbf{g} \\ & + \sum_b m_b \left(\frac{4\nu_0 \mathbf{r}_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)(\mathbf{r}_{ab}^2 + 0,01h^2)} \right) \mathbf{u}_{ab} \\ & + \sum_b m_b \left(\frac{\bar{\tau}_{ij}^b}{\rho_b^2} + \frac{\bar{\tau}_{ij}^a}{\rho_a^2} \right) \nabla_a W_{ab} \end{aligned} \quad (2.27)$$

sendo: ν_0 a viscosidade cinemática do fluido; $\bar{\tau}_{ij}$ o tensor de tensões.

O tensor de tensões no modelo SPS é definido pela equação 2.28 (Gotoh, Shao e Memita, 2004):

$$\frac{\bar{\tau}_{ij}^b}{\rho} = 2\nu_t \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (2.28)$$

sendo: $\nu_t = [\min(C_s \Delta l, \kappa \cdot d_{wall})]^2 |\bar{S}|$ termo de viscosidade turbulenta; k energia cinética turbulenta; $\bar{S}_{ij}$ o elemento do tensor de tensões do SPS; δ_{ij} delta de Kronecker; $C_s = 0,1$ constante de Smagorinsky; Δl espaçamento entre partículas; $\kappa=0,4$ constante de von Karman; d_{wall} distância normal da partículas mais próxima da fronteira; $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}$.

Equação de estado para a pressão:

Para a aplicação da equação de quantidade de movimento é necessária uma estimativa da pressão, a qual pode ser determinada por meio de uma equação de estado, que relaciona a pressão com a densidade do fluido (Monaghan, 1994) – Equação 2.29.

$$p_a = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (2.29)$$

sendo: ρ_0 uma densidade do fluido de referência, c_0 a velocidade do som, $\gamma = 7$ para água.

Devido a critérios de estabilidade, recomenda-se utilizar uma velocidade do som “artificial”, ou seja, não física, igual a 10 vezes a máxima velocidade do escoamento (Violeau e Issa, 2007).

Taxa de variação da posição da partícula:

As posições das partículas são atualizadas pela integração da velocidade a cada passo de tempo, pela Equação 2.30 (Monaghan, 1994).

Segundo Monaghan (1994), em problemas de superfície livre e escoamentos de alta velocidade, pode-se adicionar um termo de correção da velocidade (representado pela Equação 2.31), a fim de manter as partículas mais ordenadas, sendo essa forma da equação conhecida como XSPH.

$$\frac{d\mathbf{r}_a}{dt} = \mathbf{u}_a \quad (2.30)$$

Termo de correção da velocidade:

$$\Delta_a = \epsilon \sum_b \frac{m_b \mathbf{u}_{ba}}{\bar{\rho}_{ab}} W_{ab} \quad (2.31)$$

sendo: $\mathbf{r}$ o vetor de posição, ϵ uma constante. Violeau e Issa (2007) adotaram $\epsilon = 0,5$.

Integração das equações:

Esquemas de integração temporais são utilizados para a resolução das equações na forma discreta SPH a cada passo de tempo, tais como: Runge-Kutta, Leap-Frog, Predictor-corrector; Verlet; Symplectic.

A integração das equações está sujeita à condição de estabilidade de Courant-Friedrich-Levy (CFL) para passos de tempo variáveis, definida pela Equação 2.32. De acordo com esse critério, o passo de tempo deve ser proporcional ao comprimento da função kernel h , e é função da dissipação viscosidade e das forças externas (Liu e Liu, 2003).

$$\Delta t = C_{CFL} \cdot \min(\Delta t_f, \Delta t_{cv}) \quad (2.32)$$

$$\Delta t_f = \min_a \sqrt{\frac{h_k}{|f_a|}} \quad (2.32a)$$

$$\Delta t_{cv} = \min_a \frac{h}{c_s + \max_b \left| \frac{h_k \mathbf{u}_{ab} \cdot \mathbf{r}_{ab}}{|\mathbf{r}_{ab}|^2 + 0.01 h_k^2} \right|} \quad (2.32b)$$

sendo: C_{CFL} coeficiente CFL; $|f_a|$ a força por unidade de massa (aceleração); Δt_f condição CFL que considera as forças externas; Δt_{cv} coeficiente CFL que considera a velocidade de propagação física e a dissipação viscosa.

Os algoritmos de integração temporais disponíveis no *software* DualSPHysics são o modelo Symplectic e Verlet, como descrito a seguir (Mokos, 2013):

a) Modelo *Symplectic*:

A integração temporal é realizada em dois passos, sendo uma primeira aproximação executada para metade do passo de tempo para o cálculo da densidade e das coordenadas das partículas (Equações 2.33 e 2.34).

$$\rho_i^{n+1/2} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\rho^n}{dt_i} \quad (2.33)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1/2} = \mathbf{r}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\mathbf{r}^n}{dt_i} \quad (2.34)$$

As forças entre as partículas são obtidas para o passo de tempo $n+1/2$, sendo as velocidades, coordenadas e densidades das partículas atualizadas como (Equações 2.35 a 2.37):

$$\mathbf{u}_i^n = \mathbf{u}_i^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{F}_i^{n+1/2} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{v}_i^{n+1} \quad (2.36)$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\rho_i^{n+1}}{dt_i} \quad (2.37)$$

b) Modelo *Verlet*:

Neste modelo, uma função arbitrária A é calculada pela Equação 2.38:

$$A_i^{n+1} = A_i^{n-1} + 2\Delta t \frac{dA_i^n}{dt} \quad (2.38)$$

Para a posição da partícula, a equação é ligeiramente modificada para considerar as forças entre partículas, resultando na Equação 2.39.

As equações utilizadas no esquema não são acopladas, portanto a cada série de passos de tempo (na ordem de 40), as variáveis são calculadas com um passo de tempo de Euler para evitar a divergência na integração temporal (Equação 2.40).

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \Delta t \mathbf{u}_i^n + 0,5\Delta t^2 \frac{d\mathbf{u}_i^n}{dt} \quad (2.39)$$

$$A_i^{n+1} = A_i^n + \Delta t \frac{dA_i^n}{dt} \quad (2.40)$$

Condições de contorno no método SPH:

Parede sólida:

Os contornos sólidos são representados por meio de partículas fixas, as quais exercem forças repulsivas sobre as partículas de fluido, para que as mesmas não atravessem os contornos, ou seja, para que a componente normal da velocidade seja igual a zero.

Próximo às fronteiras sólidas, há insuficiência na densidade das partículas para a interpolação das variáveis do escoamento, sendo necessária a criação de partículas virtuais. Basicamente, três tipos de partículas virtuais podem ser distinguidos: partículas “fantasmas”; partículas repulsivas, e partículas dinâmicas (Crespo, Gómez-Gesteira e Dalrymple, 2007).

a) Partículas “fantasma”:

Próximo às fronteiras sólidas há uma deficiência de densidade de partículas, uma vez que não há partículas fora da fronteira. Para solucionar esse problema, utilizam-se camadas de partículas “fantasma” (em inglês: *ghost particles*) além da fronteira sólida, sendo o número de camadas dependentes do raio de interação das partículas (Sahebari, Jin e Shakibaeinia, 2011).

As fronteiras sólidas podem ser do tipo fixo ou móvel. Valores de fronteira são atribuídos a essas partículas “fantasma” e são interpolados às partículas de fluido durante os cálculos. Para fronteira sólida deslizante, as velocidades tangenciais das partículas “fantasmas” são iguais às velocidades tangenciais das partículas de fluido mais próximas da fronteira. Para a condição de não deslizamento, os vetores velocidade das partículas “fantasma” são opostos à direção da velocidade tangencial das partículas de fluido. A velocidade normal das partículas é zero para evitar a penetração no domínio. A densidade das partículas “fantasmas” é definida por meio de simetria. (Monaghan, 1994; Sahebari, Jin e Shakibaeinia, 2011, Shakibaeinia e Jin, 2011; Violeau e Issa, 2007).

Os autores Xu e Jin (2014) propuseram uma nova metodologia para o tratamento mais eficiente das fronteiras sólidas. O método consiste na introdução de apenas algumas partículas imaginárias (em inglês: *imaginary particles*), ao invés do preenchimento com várias camadas de partículas “fantasma”, como é o procedimento usual. Durante o processo de busca, ao detectar uma partícula sólida, as partículas imaginárias são temporariamente utilizadas para preencher o espaço do domínio suporte da partícula de interesse. Após o cálculo, as partículas imaginárias são ocultadas e somente as partículas do domínio do fluido permanecem. Esse procedimento é adequado principalmente para geometrias com arestas vivas. Na Figura 2.36 apresenta-se de forma gráfica a utilização de partículas fantasmas (*ghost particles*) e partículas imaginárias (*imaginary particles*).

O número de partículas na fronteira varia a cada passo de tempo, o que dificulta a sua implementação no código (Crespo, Gómez-Gesteira e Dalrymple, 2007).

Figura 2.36. Preenchimento do domínio suporte com: a) partículas fantasmas; b) partículas imaginárias.

Fonte: Adaptado de Xu e Jin (2014).

b) Partículas repulsivas:

As forças de repulsão entre as partículas de fluido e as partículas da fronteira podem ser estabelecidas de forma semelhante à forma do potencial de Lennard-Jones, em analogia às forças estabelecidas entre moléculas. De acordo com este modelo desenvolvido por Monaghan (1994), a força por unidade de massa $f(\mathbf{r})$ entre partículas da fronteira e do fluido separadas por uma distância r , é calculada pela Equação 2.41.

$$f(r) = \begin{cases} d_0 \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^{p_1} - \left(\frac{r_0}{r} \right)^{p_2} \right] \frac{\mathbf{r}}{r^2} & \left(\frac{r_0}{r} \right) \leq 1 \\ 0, & \left(\frac{r_0}{r} \right) > 1 \end{cases} \quad (2.41)$$

sendo: p_1 e p_2 constantes que devem satisfazer a condição $p_1 > p_2$; r_0 o espaçamento inicial entre partículas; d_0 coeficiente com dimensões de v^2 que é escolhido dependendo da configuração física. Para problemas envolvendo barragens e soleira com altura do escoamento h , por exemplo, $d_0 = 5gh$. Se r for menor que r_0 a força de repulsão é igual a zero. (Monaghan, 1994).

c) Partículas dinâmicas:

O modelo de partículas dinâmicas (*Dynamics Boundary Condition – DBC*) é utilizado no código do *software* DualSPHysics para reproduzir as forças de repulsão entre as partículas de fluido e as partículas da fronteira.

De acordo com Crespo, Gómez-Gesteira e Dalrymple (2007), as partículas dinâmicas atendem às mesmas equações da continuidade e da quantidade de movimento que as partículas de fluido, mas as suas posições são invariáveis. Este modelo tem como vantagem a simplicidade computacional, uma vez os cálculos são realizados na mesma iteração que os cálculos realizados para as partículas de fluido.

Quando a distância entre as partículas da fronteira e do fluido é inferior a duas vezes o comprimento da função de suavização h , a densidade das partículas aumenta, resultando em um incremento de pressão. Consequentemente, é gerada uma força repulsiva (devido aos termos de pressão na equação da quantidade de movimento) à medida que a partícula de fluido se aproxima da fronteira (Manual DualSPHysics, 2016).

Fronteiras de entrada e saída:

Para compensar a deficiência na densidade de partículas próxima às fronteiras de entrada e saída, algumas camadas de partículas fantasmas são necessárias. A velocidade e pressão das partículas fantasma são as mesmas que as velocidades das partículas de fluido das fronteiras de entrada e saída do domínio (Shakibaeinia e Jin, 2011).

As partículas que saem do domínio através do final da zona de simulação devem ser “recicladas” através da entrada. No entanto, uma vez que os números de partículas que entram e saem não são necessariamente iguais por unidade de tempo, um novo tipo de partícula denominado partícula de armazenamento (em inglês *storage particle*) é definido. Depois de deixar o domínio, as informações físicas das partículas são completamente removidas e estas são adicionadas às partículas de armazenamento. Em seguida, essas partículas são recicladas e adicionadas novamente na simulação através da fronteira de entrada, como mostra a Figura 2.37. (Sahebari, Jin e Shakibaeinia, 2011; Xu e Jin, 2014).

Figura 2.37. Estratégia de “reciclagem” das partículas.

Fonte: Adaptado de Shakibaeinia e Jin (2011).

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

3. METODOLOGIA

3.1 Metodologia experimental

Os dados utilizados neste estudo para a realização das simulações são resultantes dos trabalhos experimentais desenvolvidos por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), para uma instalação experimental do Instituto Superior Técnico, da Universidade de Lisboa (IST-ULisboa).

A instalação experimental é constituída por um canal retangular de recirculação de água, de paredes em acrílico e fundo metálico, com 8 m de comprimento e largura de 0,70 m. A estrutura descarregadora é composta por uma soleira espessa de altura 0,50 m e comprimento 0,50 m, seguida por um descarregador de paramento liso, ou paramento escalonado, com degraus de altura 2,5 cm ou 5 cm. O paramento forma um ângulo de $26,6^\circ$ em relação à horizontal (1V:2H), sendo esta declividade típica de barragens de aterro. Ao final do canal, a existência de uma comporta de charneira permite controlar a posição do ressalto hidráulico a jusante do descarregador (Figura 3.1 e 3.2).

Figura 3.1. Instalação experimental do Laboratório de Hidráulica, IST-ULisboa.

Fonte: Adaptado de Fael (2000).

Figura 3.2. Vista geral da instalação experimental.

Fonte: Lúcio (2015).

Medição da vazão

O conduto de alimentação do canal possui diâmetro de 200 mm, sendo equipado com um medidor de vazão eletromagnético (Figura 3.3a). Para calibração deste medidor, as vazões foram determinadas por meio de um descarregador de Bazin, de altura de 0,20 m, instalado no final do canal (Figura 3.3b). Determinando-se a altura do escoamento a montante de descarregador, a vazão pode ser calculada pela Equação 3.1. A capacidade de vazão máxima dessa instalação é de aproximadamente 56 Ls⁻¹.

$$Q = Cb\sqrt{2gh^3} \quad (3.1)$$

sendo: Q a vazão; C o coeficiente de vazão do descarregador Bazin; b a largura do canal; g a aceleração da gravidade; h carga hidráulica a montante do descarregador (isto é, acima da soleira). Para o cálculo do coeficiente C , a formulação da *Société des Ingénieurs et Architectes Suisses* foi utilizada (Cabrita, 2007).

Figura 3.3. a) Medidor de vazão eletromagnético instalado na conduta de alimentação; b) Descarregador de Bazin.

Fonte: Cabrita (2007).

Medição da altura do escoamento

As medições de altura ao longo do descarregador e na bacia de dissipação a jusante foram realizadas mediante a leitura visual por meio de réguas graduadas dispostas na parede lateral do canal (Figura 3.4).

Figura 3.4. Vista de montante para jusante do descarregador liso, com uma parede convergente de $9,9^\circ$.

Fonte: Cabrita (2007).

Descarregador com paredes convergentes

As paredes convergentes foram formadas a partir da colocação de uma placa de PVC para o descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$ (André e Ramos, 2003), e parede de acrílico de espessura 10 mm para o descarregador com ângulo da parede igual a $9,9^\circ$ (Cabrita, 2007) - Figura 3.5. A largura no final do descarregador convergente de $9,9^\circ$ é de 0,52 e 0,35 m, para uma ou duas paredes convergentes, respectivamente, enquanto que para o descarregador com uma parede de $19,3^\circ$, a largura no final do canal descarregador é de 0,35 m.

Figura 3.5. a) Descarregador com parede direita convergente de $19,3^\circ$ - vista montante para jusante; b) Descarregador com parede direita convergente de $9,9^\circ$ - vista frontal; c) Descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ - vista frontal.

Fonte: a) André e Ramos (2003); b, c) Cabrita (2007).

Medição da largura da onda estacionária nos descarregadores convergentes

A determinação da largura da onda estacionária foi feita de maneira visual com auxílio de uma fita métrica e por registro fotográfico no trabalho desenvolvido por André e Ramos (2003). No trabalho de Cabrita (2007), além da determinação visual, foi utilizado um segundo método utilizando um micro-molinete, acoplado a um sistema de deslocamento transversal (Figura 3.6), para posições a montante da seção de afloramento da camada limite turbulenta - SACL. Para as condições experimentais ensaiadas, os autores representaram a largura da onda de maneira gráfica, com a indicação da leitura visual e pelo método do micromolinete (no trabalho de Cabrita, 2007), determinando-se dessa forma o ângulo formado pela onda β , em relação à parede convergente. Segundo os autores, a dificuldade na determinação da largura da onda consiste na elevada turbulência do escoamento ou oscilação da largura da onda, principalmente para as posições a jusante da posição de início de aeração do escoamento.

Figura 3.6. Micro-molinete acoplado à estrutura de deslocamento para determinação da largura da onda.

Fonte: Cabrita (2007).

Trabalhos experimentais desenvolvidos no IST:

Nos diagramas das Figuras 3.7 e 3.8 encontra-se de forma resumida uma descrição dos trabalhos experimentais desenvolvidos por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), respectivamente.

André e Ramos (2003) desenvolveram experimentos para descarregadores liso e em degraus (com alturas de 2,5 e 5,0 cm) com largura constante e com uma parede convergente de $19,3^\circ$, para as vazões: 14; 21; 28; 35; 42; 49 e 56 L s^{-1} . As alturas do escoamento ao longo do descarregador foram determinadas por meio de leitura de réguas graduadas em ambas as paredes do descarregador, sendo também realizadas medidas com auxílio de uma ponta

linimétrica para a posição central do canal. A evolução da onda estacionária foi avaliada por meio de observação visual do escoamento. Os perfis de velocidade ao longo do descarregador foram determinados para as vazões de 28; 35 e 42 Ls⁻¹, para o descarregador com largura constante (liso e em degraus).

Cabrita (2007) desenvolveu um trabalho experimental para descarregadores com paredes convergentes, para vazões entre 21 e 56 Ls⁻¹, com as características físicas: 1 parede convergente de 9,9°; 2 paredes convergentes de 9,9°; e 1 parede convergente de 19,3°. Para a convergência de 9,9°, foram realizados experimentos para o descarregador liso e perfil escalonado, com alturas dos degraus de 2,5 e 5,0 cm. Para a convergência de 19,3°, as condições ensaiadas foram: paramento em degraus com altura de 5,0 cm, e vazões de 21 e 35 Ls⁻¹. As alturas do escoamento ao longo da soleira espessa foram medidas com uma ponta linimétrica, enquanto que as alturas do escoamento ao longo do descarregador foram medidas por observação visual, pela leitura de réguas graduadas nas paredes de acrílico. Os perfis de velocidade ao longo do descarregador foram determinados perpendicularmente ao fundo fictício, com recurso à um tubo de Pitot. Para a soleira espessa, três metodologias foram consideradas para determinação dos perfis de velocidade, sendo designados como:

- Método A: determinação da velocidade com um tubo de Pitot (de 8 mm de espessura);
- Método B: medição da carga total com um tubo de Pitot e cálculo da velocidade admitindo a distribuição hidrostática de pressões;
- Método C: medição da carga total com um tubo de carga total (de 1 mm de espessura) e cálculo da velocidade admitindo a distribuição hidrostática de pressões.

Para os métodos B e C, a velocidade foi calculada pela expressão: $V = \sqrt{2g(H - Z_s - h)}$, sendo: V a velocidade do escoamento; g aceleração da gravidade; H carga total; Z_s cota da soleira de entrada; e h a altura do escoamento (Cabrita, 2007).

A evolução da onda estacionária no trabalho de Cabrita (2007) foi avaliada por meio de observação visual, e com a utilização de um micromolinetete, acoplado a um sistema de deslocamento perpendicularmente à parede lateral.

As posições referentes às medidas experimentais estão apresentadas na Figura 3.9, ao longo da soleira espessa e ao longo do descarregador (exemplificado para altura dos degraus de 2,5 cm). Neste trabalho, a vertical 1 do descarregador, corresponde à posição de $x=0$ m, imediatamente à jusante da extremidade da soleira espessa. Ao longo do texto, essa será a terminologia utilizada para se referir às posições ao longo do descarregador e soleira.

Figura 3.7. Condições experimentais do trabalho de André e Ramos (2003).

Fonte: Autora.

Figura 3.8. Condições experimentais do trabalho de Cabrita (2007).

Fonte: Autora.

Figura 3.9. Seções ao longo da soleira espessa e ao longo do descarregador. Exemplificado para descarregador em degraus $h_d = 2,5$ cm.

Fonte: Autora.

Trabalhos numéricos:

O trabalho desenvolvido por Lúcio (2015) teve como objetivo simular o escoamento sobre o descarregador em degraus de $h_d = 5$ cm, utilizando os dados obtidos da instalação experimental do IST para descarregadores com paredes não convergentes. Para isso, foi utilizado o *software* FLOW-3D®, para simulação bidimensional do escoamento, baseado na resolução das equações fundamentais pelo Método dos Volumes Finitos. O modelo de turbulência utilizado foi o modelo RNG k- ϵ , e foi utilizado o método VOF (*Volume of Fluid*) para localização da superfície livre do escoamento. Verificou-se boa concordância entre os resultados numéricos de altura do escoamento e velocidade e os resultados experimentais, para a região não aerada do escoamento. A seção de entrada de ar no escoamento foi analisada apenas qualitativamente.

Em sequência ao trabalho de Lúcio (2015), Nunes (2017) desenvolveu um estudo numérico também com uso do *software* FLOW-3D®, para simular o escoamento em descarregadores com paredes convergentes e avaliar a formação das ondas laterais. A autora utilizou primeiramente um modelo de aproximação de 1ª ordem para os primeiros 100 s de simulação. A partir dos resultados obtidos, deu-se prosseguimento às simulações utilizando um modelo de 2ª ordem, com preservação de monotonicidade na discretização dos termos advectivos (precisão de 2ª ordem no espaço, e de 1ª ordem no tempo), o que requer maior tempo de cálculo. Para a aproximação de 1ª ordem, o modelo numérico não reproduziu satisfatoriamente a formação das ondas laterais junto às paredes convergentes.

As Figuras 3.10 e 3.11 mostram de forma resumida as condições de teste utilizadas no trabalho de Lúcio (2015) e Nunes (2017), respectivamente.

Figura 3.10. Condições utilizadas no modelo numérico de Lúcio (2015).

Fonte: Autora.

Figura 3.11. Condições utilizadas no trabalho de Nunes (2017).

Fonte: Autora.

3.2 Metodologia numérica

3.2.1 Modelo numérico

Para os modelos numéricos 2D e 3D foram adotadas as geometrias como representado na Figura 3.12 e Figura 3.13, respectivamente. A geometria do descarregador foi desenhada no *software* AutoCad®, com as dimensões do modelo físico, usando um fator de escala igual a 10 entre modelo numérico e físico, sendo este valor escolhido semelhante ao adotado por López *et al.* (2011), cujo fator de escala foi igual a 15:1. A geometria é exportada em arquivo com extensão “.stl”, e a partir do código “GenCase” do *software* DualSPHysics (utilizando o *script* com extensão “.xml” para definir as condições de entrada do programa), são gerados os arquivos “.vtk” para a fronteira, fluido e partículas da camada de entrada.

Figura 3.12. Condição inicial para a simulação 2D.

Fonte: Autora.

Figura 3.13. Condição inicial para a simulação 3D.

Fonte: Autora.

Devido ao tipo de tratamento da fronteira (partículas dinâmicas), forma-se um espaçamento entre as partículas de fluido e a fronteira quando o fluido está em escoamento. Esse espaçamento por sua vez depende do tamanho das partículas do SPH, e pode ser calculado

como 1,2 vezes o comprimento da função de suavização (discussão no fórum do DualSPHysics - <http://dual.sphysics.org/vanilla/>: boundary fluid separation problem, Outubro de 2016). Para “corrigir” esse efeito, foi deduzida essa distância calculada da geometria em 2D, como pode ser observado na Figura 3.14.

Figura 3.14. Afastamento da fronteira em relação à camada de fluido inicial.

Fonte: Autora.

Para a geometria em 3D, devido à maior complexidade na criação da geometria para diferentes tamanhos das partículas de fluido, as partículas da fronteira não foram afastadas da posição original, como no caso em 2D. Nos resultados finais, essa distância foi deduzida dos valores de altura do escoamento.

Para a geometria em 3D, também foi necessário considerar uma distância das camadas de fluido de entrada em relação às paredes laterais, pois se estas estiverem muito próximas às paredes, são geradas forças repulsivas, introduzindo dessa maneira perturbações do escoamento na entrada do descarregador.

Devido ao efeito produzido pela condição de partículas dinâmicas, foi preciso adotar um espaçamento entre as partículas de fluido da camada de fluido de “input”, em relação ao fundo da soleira. Esse afastamento foi avaliado por tentativa e erro, pela comparação dos perfis de velocidade na seção 1 da soleira espessa. Para afastamentos menores do que o necessário, as partículas da fronteira exerciam uma força de repulsão sobre as partículas de fluido, gerando aceleração vertical das partículas para cima. Para afastamentos maiores, as velocidades junto à fronteira sólida não eram corretamente reproduzidas.

Na versão DualSPHysics v4.0, utilizada no princípio deste trabalho, não havia disponível a opção de entrada contínua de partículas, sendo utilizado inicialmente uma condição

de periodicidade, com recirculação das partículas entre as fronteiras de entrada e saída. Assim, foi necessário criar um reservatório a montante do descarregador para estabilização do escoamento (Figura 3.15). Os resultados utilizando essa abordagem estão apresentados no trabalho de Nóbrega *et al.* (2017).

Figura 3.15. Domínio utilizado para a condição de periodicidade entre a fronteira de saída e entrada.

Fonte: Autora.

Na versão DualSPHysics v4.2, já foi possível definir a entrada contínua de uma camada de partículas no domínio de entrada. Dessa forma, a condição de periodicidade não foi mais utilizada, pois requer um reservatório com grandes dimensões para estabilização do escoamento a montante do descarregador. Com a condição de entrada contínua das camadas de fluido, pode-se reduzir o tamanho do domínio, e consequentemente incrementar a resolução das partículas (pela redução da distância inicial entre partículas).

Os dados de altura do escoamento e de velocidade foram determinados com a função *MeasureTool* do *software* DualSPHysics. Para uma série de pontos ao longo de uma linha vertical, igualmente espaçados, a altura do escoamento é determinada a partir do cálculo da massa das partículas. As massas das partículas são calculadas por meio de uma ponderação com as partículas vizinhas, sendo a localização da superfície livre correspondente à posição em que a massa é igual a 0,5 da massa de referência do fluido (Equação 3.2 e Figura 3.16a). De forma similar, as velocidades nos pontos de interesse (predefinidos pelo usuário) são calculada por meio da ponderação com a função kernel, a partir das informações nas partículas vizinhas (Equação 3.3 e Figura 3.16b).

$$m_a = \sum_b m_b W_{ab} \quad (3.2)$$

$$V_a = \frac{\sum_b V_b W_{ab}}{\sum_b W_{ab}} \quad (3.3)$$

A precisão dos resultados numéricos foi avaliada por meio do cálculo da diferença relativa entre dados experimentais e teóricos, conforme a Equação 3.4 e 3.5 para as alturas do escoamento e velocidades, respectivamente.

$$\delta_h = \frac{h_{\text{numérico}} - h_{\text{experimental}}}{h_{\text{experimental}}} \cdot 100\% \quad (3.4)$$

$$\delta_v = \frac{v_{\text{numérico}} - v_{\text{experimental}}}{v_{\text{experimental}}} \cdot 100\% \quad (3.5)$$

Figura 3.16. Procedimento de cálculo utilizado no *software* DualSPHysics, para determinação: a) da superfície livre; b) cálculo das velocidades.

Fonte: Manual DualSPHysics – Postprocessing Calculations v. 4.0.

3.2.2 Parâmetros do método SPH

Os parâmetros utilizados para as simulações hidrodinâmicas estão apresentados na Tabela 3.1, em comparação com os valores adotados em outros estudos numéricos envolvendo descarregadores em degraus (Tabelas 3.2 a 3.6). Neste trabalho e no estudo de López *et al.* (2011) a escala entre modelo numérico e modelo físico foi de 10:1, refletindo na distância entre partículas, coeficiente do som, e tempo de simulação. Para os demais estudos, a escala utilizada foi de 1:1.

Tabela 3.1. Parâmetros utilizados nas simulações deste trabalho.

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Camadas de fluido com velocidade e altura inicial	
Algoritmo de resolução temporal	Symplectic	
Termo de viscosidade	Laminar + SPS	
Kernel	Wendland	
Shifting	-	
Constantes:		
Densidade	ρ (kg/m³)	1000
Gamma	γ	7
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	100 (escala 1:10)
Constante CFL	C_{CFL}	0,20 (3D) / 0,15 (2D)
Distância entre partículas	dp (m)	0,02 (3D) / 0,0075 (2D) Escala 10:1
Viscosidade cinemática ou artificial	ν	10^{-6} m²/s
DeltaSPH		0,1
Constante da equação XSPH	ε	-
Shifting		-
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	0,01
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	20

Fonte: Autora.

Tabela 3.2. Parâmetros utilizados nas simulações de López *et al.* (2011).

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Periodicidade	
Algoritmo de resolução temporal	Symplectic	
Termo de viscosidade	Laminar	
Kernel	Não mencionado	
Shifting	-	
Constantes		
Densidade	ρ (kg/m³)	1000
Gamma	γ	7
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	300 (escala 15:1)
Constante CFL	C_{CFL}	Não mencionado
Distância entre partículas	dp (m)	0,07 (escala 15:1)
Viscosidade cinemática ou artificial		$\alpha = 0,01$ (viscosidade artificial)
DeltaSPH		-
Constante da equação XSPH	ε	-
Shifting		-
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	Não mencionado
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	Não mencionado

Fonte: Autora.

Tabela 3.3. Parâmetros utilizados nas simulações de Husain *et al.* (2014).

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Reservatório longo	
Algoritmo de resolução temporal	Verlet	
Termo de viscosidade	Laminar + SPS	
Kernel	Cubic Spline	
Shifting	-	
Constantes:		
Densidade	ρ (kg/m³)	1000
Gamma	γ	7
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	$C_0 = 10U_{máx}$
Constante CFL	C_{CFL}	Não mencionado
Distância entre partículas	dp (m)	0,003; 0,005; 0,0075 e 0,01 (adotado 0,005)
Viscosidade cinemática ou artificial	ν	10^{-6} m²/s
DeltaSPH	-	
Constante da equação XSPH	ε	0,5
Shifting	-	
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	0,01
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	15

Fonte: Autora.

Tabela 3.4. Parâmetros utilizados nas simulações de Gu *et al.* (2017).

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Vazão controlada por um pistão	
Algoritmo de resolução temporal	Verlet	
Termo de viscosidade (Pa.s)	Laminar + SPS	
Kernel	Wendland	
Shifting	-	
Constantes:		
Densidade	ρ (kg/m³)	1000 (água)
Gamma	γ	7
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	$C_0 = 10U_{m\acute{a}x}$ (para a fase da água)
Constante CFL	C_{CFL}	0,1 a 0,2
Distância entre partículas	dp (m)	0,004
Viscosidade cinemática ou artificial	ν	10^{-6} m²/s (fase da água)
DeltaSPH	-	
Constante da equação XSPH	ε	Entre 0 e 1
Shifting	-	
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	12
Filtro Sheperd	a cada 30 intervalos de tempo	

Fonte: Autora.

Tabela 3.5. Parâmetros utilizados nas simulações de Wan *et al.* (2017a).

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Condição periódica / Vazão controlada por um pistão	
Algoritmo de resolução temporal	Verlet	
Termo de viscosidade (Pa.s)	Laminar + SPS (fase da água) Artificial (ar)	
Kernel		
Shifting	-	
Constantes:		
Densidade	ρ (kg/m³)	
Gamma	γ	7 (fase da água) 1,4 (fase do ar)
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	28 (fase da água) 379,3 (fase do ar)
Constante CFL	C_{CFL}	0,2
Distância entre partículas	dp (m)	0,008
Viscosidade cinemática ou artificial	ν	$\alpha = 1,0$ (viscosidade artificial) (fase do ar) 10^{-6} m²/s (fase da água)
DeltaSPH		
Constante da equação XSPH	ε	0,3
Shifting		$A = 2,0$ (fase do ar)
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	0,01
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	

Tabela 3.6. Parâmetros utilizados nas simulações de Wan *et al.* (2017b).

Descrição	Parâmetros	
Condição de entrada	Condição periódica / Vazão controlada por um pistão	
Algoritmo de resolução temporal	Verlet	
Termo de viscosidade (Pa.s)	Laminar + SPS (fase da água) Artificial (ar)	
Kernel		
Shifting	-	
Constantes:		
Densidade	ρ (kg/m³)	1000 (água); 1,09 (ar)
Gamma	γ	7 (fase da água) 1,4 (fase do ar)
Coeficiente do som	C_0 (m/s)	$C_0 = 10U_{m\acute{a}x}$ (para a fase da água)
Constante CFL	C_{CFL}	0,1 a 0,2
Distância entre partículas	dp (m)	0,007
Viscosidade cinemática ou artificial	ν	$\alpha = 1,0$ (viscosidade artificial) (fase do ar) 10^{-6} m²/s (fase da água)
DeltaSPH		
Constante da equação XSPH	ε	0,3
Shifting		A = 2,0 (fase do ar)
Intervalo do tempo de saída	t_0 (s)	0,01
Intervalo de tempo da simulação	T (s)	

3.2.3 Cálculo da largura da onda

Para o cálculo da largura da onda, foi necessário adotar um procedimento para determinar a distância em relação às paredes em que o efeito da convergência pode ser considerado desprezável. Para um perfil de altura do escoamento perpendicular à direção longitudinal do escoamento, sendo a altura do escoamento junto à parede definida como h_2 e a altura no centro do canal como h_1 (Figura 3.17), pode-se definir uma altura média por meio da integração ao longo dessa curva, que na forma discreta assume a forma da Equação 3.6.

$$h_m = \frac{\sum_{z_i}^{z_{i+1}} A_i}{L} \quad (3.6)$$

sendo: A_i é a área trapezoidal a cada dois pontos consecutivos; h_m a altura do escoamento média da onda transversal; L a distância transversal desde a parede até a posição referente ao final da onda estacionária lateral.

Calculado o valor de h_m faz-se uma interpolação desta altura com a curva da superfície livre transversal, de forma a obter a localização correspondente a h_m , sendo esta a largura da onda adotada (y_m) - (Figura 3.17).

Figura 3.17. Critério utilizado para determinar a largura da onda a partir dos perfis transversais numéricos de altura do escoamento.

Fonte: Autora.

No entanto, para o cálculo da largura média é necessário definir a posição transversal em que o escoamento já não sofre efeito da onda estacionária lateral. Para a localização deste ponto, três critérios foram estabelecidos para a relação altura do escoamento e a altura média ($\delta = h/h_1$): a) $\delta \leq 1,05$; b) $\delta \leq 1,02$; c) $\delta \leq 1,01$.

A largura da onda foi determinada para as seguintes configurações: 1) descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ e paramento em degraus com altura $h_d=2,5$ cm; 2) descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ e paramento liso; 3) descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$ e paramento em degraus com altura $h_d=2,5$ cm; 4) descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$ e paramento liso.

Para o descarregador com parede convergente de $19,3^\circ$, como as alturas da superfície livre apresentaram uma pequena flutuação, adotou-se o trecho entre $y=0,6-0,68$ m para calcular a altura média de água de equilíbrio. Próximo à parede ($y=0,68-0,7$ m), observou-se uma ligeira redução da altura devido à interação com a fronteira. Para o descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, a altura média de equilíbrio foi considerada como a altura na posição do centro do canal.

Para exemplificar o critério para determinação da largura da onda, a Figura 3.18 mostra um perfil transversal para a simulação com $Q=56$ Ls^{-1} , do descarregador em degraus, com 2 paredes convergentes de $9,9^\circ$, referente à vertical 11 ($x=0,556$ m). Na Figura pode-se visualizar as alturas médias e as posições transversais correspondentes, pela utilização dos critérios: a) $\delta \leq 1,05$; b) $\delta \leq 1,02$; c) $\delta \leq 1,01$. Para esta vazão a posição transversal para a largura da onda transversal foi $y=0,195$ m (largura da onda $w=0,09$ cm) por observação visual, ou $y=0,213$ m (largura da onda $w=0,098$ cm) com a utilização do micromolinete, segundo os dados obtidos por Cabrita (2007).

Figura 3.18. Exemplo de determinação da largura da onda com os critérios $\delta \leq 1,05$; $1,02$; $1,01$.

Fonte: Autora.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Gráficos adimensionais

Os resultados apresentados neste item baseiam-se nos dados experimentais dos estudos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), para a instalação experimental do IST-ULisboa, a qual está descrita no item 3.1 desta tese. A adimensionalização dos dados não foi realizada nos referidos estudos experimentais. A Tabela 4.1 apresenta o Número de Reynolds ($Re = q/\nu$) e Número de Froude ($F = U/\sqrt{gh}$) calculados com a altura do escoamento e velocidade média na seção 1, localizada na posição $x=0,125$ m a partir do início da soleira espessa.

Tabela 4.1. Número de Reynolds e Número de Froude para a seção 1 ($x=0,125$ m) da soleira espessa.

Q (Ls ⁻¹)	q (m ² s ⁻¹)	h_l (m)*	U_l (ms ⁻¹)*	F_1	Re_1
35	0,050	0,0620	0,806	1,034	5,0E+04
42	0,060	0,0729	0,823	0,973	6,0E+04
49	0,070	0,0841	0,832	0,916	7,0E+04
56	0,080	0,0926	0,864	0,906	8,0E+04

*Dados experimentais de altura do escoamento e velocidade referentes ao estudo de Cabrita (2007).

Fonte: Autora.

4.1.1 Gráficos adimensionais de altura do escoamento

Os dados experimentais de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) são apresentados por meio de gráficos adimensionais de altura do escoamento. Nos gráficos adimensionais a seguir, a distância longitudinal é representada por x/h_c na abscissa, sendo as ordenadas representadas por h_l/h_c e h_2/h_c , em que: h_c a altura crítica do escoamento; h_2 a altura do escoamento junto à parede convergente; h_l a altura do escoamento no centro do canal.

Alguns dados de Hunt *et al.* (2008) e Zindovic *et al.* (2017) também foram apresentados nos gráficos para análise comparativa dos resultados, embora as condições experimentais sejam diferentes entre os estudos. Os experimentos de Zindovic *et al.* (2017) foram realizados para descarregadores em degraus com declividade de fundo 1V:0,98 H, ângulo das paredes convergentes de 12°; 18,8° e 22,6°, e alturas dos degraus de 2,25 e 4,5 cm. A instalação experimental de Hunt *et al.* (2008) consiste em um descarregador com declividade de fundo 1V:3H, paredes convergentes com ângulos de 0°; 15°; 30° e 52°, degraus com altura de 0,30 m (escala de protótipo 1:22). Relembrando que nos estudos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), a declividade de fundo é 1V:2H, e altura dos degraus foi de 2,5 e 5,0 cm.

Descarregador de paramento liso

Os gráficos adimensionais das alturas do escoamento no centro e junto às paredes do descarregador liso são apresentados nas Figuras 4.1 e 4.2, para descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, e na Figura 4.3, para descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$.

As alturas do escoamento no centro do descarregador com duas paredes convergentes decrescem até atingir um valor aproximadamente constante de $h/h_c \approx 0,35$. Para a parede convergente, observa-se que os dados decrescem até a posição $x/h_c \approx 6,0$ e depois se estabilizam em torno de $h/h_c \approx 0,60$ e $h/h_c \approx 0,65$ para a parede esquerda e direita, respectivamente (Figura 4.1 e 4.2).

Para o descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$, as alturas no centro se estabilizam em torno de $h/h_c \approx 0,3$, enquanto que as alturas do escoamento na parede direita decrescem no trecho inicial até a posição $x/h_c \approx 5,0$, apresentando em seguida um padrão crescente até o final do descarregador, até um valor de $h/h_c \approx 1,3$.

Figura 4.1. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador liso. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Figura 4.2. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador liso. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Figura 4.3. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador liso. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$.

As equações ajustadas para o descarregador liso, com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, são representadas pelas Equações 4.1a, b para os dados do centro do canal e parede (esquerda e direita), respectivamente. A equação para a altura do escoamento junto às paredes é válida para o intervalo $1 \leq x/h_c \leq 16$, enquanto que a equação para a altura do escoamento no centro é válida para $0 \leq x/h_c \leq 16$.

Descarregador liso, $\phi=9,9^\circ$:

$$\frac{h}{h_c} = 0,345 + 0,622 \cdot e^{-0,340 \cdot (x/h_c)} \quad R^2 = 0,994 \quad \text{Centro} \quad (4.1a)$$

$$\frac{h}{h_c} = 0,637 + 0,472 \cdot e^{-0,468 \cdot (x/h_c)} \quad R^2 = 0,836 \quad \text{Parede} \quad (4.1b)$$

Para o descarregador liso, com 1 parede convergente de $19,3^\circ$, a equação para a altura do escoamento adimensional junto às paredes (Equação 4.2a) é válida para o intervalo $1 \leq x/h_c \leq 18$, enquanto que a equação para a altura do escoamento no centro (Equação 4.2b) foi ajustada para $0 \leq x/h_c \leq 18$.

Descarregador liso, $\phi=19,3^\circ$:

$$\frac{h}{h_c} = 0,308 + 0,509 \cdot e^{-0,254 \cdot (x/h_c)} \quad R^2 = 0,940 \quad \text{Centro} \quad (4.2a)$$

$$\frac{h}{h_c} = 1,166 - 0,098 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right) + 0,012 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^2 - 3,476 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^3 \quad R^2 = 0,919 \quad \text{Parede} \quad (4.2b)$$

Descarregador de paramento em degraus

Diferentemente dos dados de altura do escoamento para o centro do descarregador liso, observa-se pelos gráficos adimensionais das Figuras 4.4 a 4.9 (para descarregador com $\phi=9,9^\circ$) e Figuras 4.10 a 4.12 (para descarregador com $\phi=19,3^\circ$), que as alturas adimensionais medidas no centro do descarregador em degraus (tanto para $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm) decrescem até a posição $x/h_c \simeq 5,0$, e são aproximadamente constantes a jusante, com valores entre $h/h_c \simeq 0,40$ e $0,55$. Para o descarregador com $\phi=19,3^\circ$ e $h_d=5,0$ cm (Figura 4.11) foi verificado um ligeiro aumento da altura do escoamento adimensional para as posições longitudinais a jusante de $x/h_c=10,0$, o qual pode ser resultado da influência das ondas estacionárias laterais.

Com relação às alturas do escoamento junto às paredes, observa-se que há um rápido decréscimo da curva até a posição $x/h_c \simeq 5,0$. Em seguida, as alturas adimensionais crescem até o final do descarregador. O crescimento se dá de maneira mais gradual no descarregador com $\phi=9,9^\circ$, atingindo valores de $h/h_c \simeq 0,8$, e de maneira mais pronunciada para $\phi=19,3^\circ$, atingindo um valor máximo aproximadamente de $h/h_c \simeq 1,1$.

Para os dados da parede esquerda no descarregador com $\phi=9,9^\circ$ (Figura 4.8), as alturas do escoamento oscilam com a distância longitudinal, apresentando um padrão ondular. Por essa razão, pode-se observar maior dispersão dos dados em relação à curva ajustada.

Os dados experimentais de Hunt *et al.* (2008) foram também apresentados na Figuras 4.4 a 4.12, para descarregador com ângulo da parede de 15° . Pela análise da Figura 4.10 a 4.12 para o descarregador com $\phi=19,3^\circ$, verifica-se que os dados de Hunt *et al.* (2008) são próximos aos valores de h/h_c obtidos por André e Ramos (2008), principalmente até a distância $x/h_c \simeq 8,0$. A jusante desta posição, os valores de Hunt *et al.* (2008) apresentam um comportamento aproximadamente constante, portanto são ligeiramente inferiores à “nuvem” de pontos representadas com os dados de André e Ramos (2003). O valor máximo de Hunt *et al.* (2008) para h_2/h_c foi igual a 1,0, enquanto que o valor máximo de André e Ramos (2003) foi $h_2/h_c = 1,1$.

Os dados de Zindovic *et al.* (2016), referentes às alturas do escoamento medidas junto às paredes laterais, apresentam um comportamento sempre crescente ao longo do descarregador, diferentemente do observado por André e Ramos (2003), Hunt *et al.* (2008) e Cabrita (2007), os quais os perfis crescem de maneira mais gradual e tendem a se estabilizar para maiores distâncias ao longo do descarregador. As diferenças significativas entre os valores medidos de água nas paredes se devem provavelmente à maior declividade do descarregador utilizado no estudo de Zindovic *et al.* (2016). Por essa razão, os dados destes autores não foram apresentados nos gráficos adimensionais.

Figura 4.4. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.5. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.6. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.7. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.8. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede esquerda do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.9. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de Cabrita (2007), duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

As curvas apresentadas nas Figuras 4.4 a 4.9 foram ajustadas considerando os dados de ambos os descarregadores em degraus ($h_d=2,5$ cm e $5,0$ cm) com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, de acordo com a Equação 4.3a e 4.3b para as alturas do escoamento no eixo e paredes do descarregador, respectivamente. A Equação 4.3a é válida para o intervalo $0 \leq x/h_c \leq 15,0$, enquanto que a equação 4.3b é válida para $0,6 \leq x/h_c \leq 13,0$.

Descarregador em degraus, $\theta=9,9^\circ$:

$$\frac{h}{h_c} = 0,454 + 0,346 \cdot e^{-0,585 \cdot (x/h_c)} \quad R^2 = 0,861 \quad \text{Centro} \quad (4.3a)$$

$$\begin{aligned} \frac{h}{h_c} = & 1,064 - 0,139 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right) + 0,016 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^2 \\ & - 5,673 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^3 \end{aligned} \quad R^2 = 0,718 \quad \text{Parede} \quad (4.3b)$$

As alturas adimensionais de água no eixo e na parede direita do descarregador para a condição de uma parede convergente de $19,3^\circ$ são apresentadas nas Figuras 4.10 e 4.11, para o descarregador em degraus com $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm, respectivamente.

As equações 4.4a e 4.4b representam as curvas adimensionais das alturas do escoamento ao longo do eixo e parede, respectivamente, ajustadas para as duas alturas dos degraus. Nas Figuras 4.10 e 4.12 também são apresentados os valores de altura do escoamento para a vazão de 28 L s^{-1} , porém esta não foi considerada para a determinação da curva de ajuste. A expressão ajustada para os dados no eixo do descarregador é válida para o intervalo $0 \leq x/h_c \leq 10$. Para os dados da parede direita, a equação é válida para $1 \leq x/h_c \leq 14$.

$$\frac{h}{h_c} = 0,448 + 0,310 \cdot e^{-0,315 \cdot (x/h_c)} \quad R^2 = 0,880 \quad \text{Centro} \quad (4.4a)$$

$$\begin{aligned} \frac{h}{h_c} = & 1,196 - 0,118 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right) + 0,016 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^2 \\ & - 5,759 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^3 \end{aligned} \quad R^2 = 0,676 \quad \text{Parede} \quad (4.4b)$$

Figura 4.10. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.11. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=5,0$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.12. Gráfico adimensional da altura do escoamento no centro e na parede direita do descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm e $h_d=5,0$ cm. Dados de André e Ramos (2003), uma parede convergente de $19,3^\circ$.

Fonte: Autora.

A Equação 4.5 para determinação da altura máxima ao longo das paredes foi proposta por Zindovic *et al.* (2016), com base nos dados empíricos dos autores.

$$\left(\frac{h_2}{h_c}\right)_{máx} = \frac{2,852 \phi \pi}{180^\circ} + 0,425 \quad \text{com } \phi \text{ em graus} \quad (4.5)$$

Para os ângulos de convergência utilizados nos trabalhos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), a aplicação da equação de Zindovic *et al.* (2016) resulta nos seguintes valores:

$$\phi = 9,9^\circ \rightarrow (h_2/h_c)_{máx} = 0,92$$

$$\phi = 19,3^\circ \rightarrow (h_2/h_c)_{máx} = 1,39$$

Nas Tabelas 4.2 e 4.4 são apresentados os valores máximos de h_2/h_c observados experimentalmente por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007). As diferenças em relação aos valores obtidos pela formulação de Zindovic *et al.* (2016) são apresentadas nas Tabelas 4.3 e 4.5 para cada uma das configurações. Verificou-se que a formulação sobreestima os dados de h_2/h_c em até 30% para o descarregador com $\phi=19,3^\circ$, sendo a favor da segurança. Para o descarregador com $\phi=9,9^\circ$ os dados foram subestimados para a parede esquerda (para $h_d=2,5$ e $5,0$ cm) em até 9%, enquanto que foram sobreestimados em até 11% para o descarregador liso.

Tabela 4.2. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de André e Ramos (2003).

Uma parede convergente $\phi = 19,3^\circ$ (Dados parede direita)			
Q (Ls ⁻¹)	$h_d=2,5$ cm	$h_d=5,0$ cm	Liso
56	1,153	1,090	1,153
49	1,134	1,071	1,197
42	1,117	1,089	1,187
35	1,183	1,104	1,293
28	1,134	1,189	1,317

Fonte: Autora.

Tabela 4.3. Diferenças percentuais de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de André e Ramos (2003), em comparação com a formulação de Zindovic *et al.* (2016).

Uma parede convergente $\phi = 19,3^\circ$ (Dados parede direita)			
Q (Ls ⁻¹)	$h_d=2,5$ cm	$h_d=5,0$ cm	Liso
56	20%	27%	20%
49	22%	29%	16%
42	24%	27%	17%
35	17%	26%	7%
28	22%	17%	5%

Fonte: Autora.

Tabela 4.4. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Cabrita (2007).

Duas paredes convergentes $\phi = 9,9^\circ$						
Q (Ls ⁻¹)	$h_d=2,5$ cm		$h_d=5,0$ cm		Liso	
	Parede esquerda	Parede direita	Parede esquerda	Parede direita	Parede esquerda	Parede direita
56	1,014	0,974	0,922	0,853	0,922	0,893
49	1,014	0,989	0,989	0,857	0,888	0,876
42	0,998	0,956	0,894	0,852	0,852	0,873
35	0,993	0,938	0,946	0,851	0,844	0,828

Fonte: Autora.

Tabela 4.5. Diferenças percentuais de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Cabrita (2007), em comparação com a formulação de Zindovic *et al.* (2016).

Duas paredes convergentes $\phi = 9,9^\circ$						
$Q \text{ (Ls}^{-1}\text{)}$	$h_d=2,5 \text{ cm}$		$h_d=5,0 \text{ cm}$		Liso	
	Parede esquerda	Parede direita	Parede esquerda	Parede direita	Parede esquerda	Parede direita
56	-9%	-6%	0%	8%	0%	3%
49	-9%	-7%	-7%	7%	3%	5%
42	-8%	-4%	3%	8%	8%	5%
35	-8%	-2%	-3%	8%	9%	11%

Fonte: Autora.

Pela substituição dos valores dos ângulos de convergência utilizados no trabalho de Hunt *et al.* (2008) na Equação 4.5, foram obtidos os seguintes valores para a relação $(h_2/h_c)_{\text{máx}}$:

$$\phi = 15^\circ \rightarrow (h_2/h_c)_{\text{máx}} = 1,17$$

$$\phi = 30^\circ \rightarrow (h_2/h_c)_{\text{máx}} = 1,92$$

$$\phi = 52^\circ \rightarrow (h_2/h_c)_{\text{máx}} = 3,01$$

Os valores de h_2/h_c máximo experimentais de Hunt *et al.* (2008) foram iguais a: 1) 0,96 para 15° ; 2) 1,76 para 30° ; 3) 2,93 para 52° (Tabela 4.6). Dessa forma, houve uma sobreestimação dos valores pela aplicação da formulação de Zindovic *et al.* (2016) em 22%, 9% e 3%, para $\phi = 15^\circ$; 30° ; 52° , respectivamente.

Tabela 4.6. Valores máximos de h_2/h_c ao longo do descarregador para a configuração de Hunt *et al.* (2008).

ϕ	15°	30°	52°
$(h_2/h_c)_{\text{máx}}$	0,96	1,76	2,93

Fonte: Autora.

É importante salientar, no entanto, que as condições dos estudos são bastante distintas, devendo a comparação com a Equação 4.5 de Zindovic *et al.* (2016) ser realizada de maneira cuidadosa, para evitar conclusões inadequadas.

4.1.2 Gráficos adimensionais para a relação entre a altura do escoamento na parede e a altura no eixo

Descarregador de paramento liso

A relação h_2/h_1 (que representa a relação entre a altura do escoamento junto à parede e a altura do escoamento sem a influência das paredes convergentes) para a parede direita do descarregador liso com $\phi=9,9^\circ$ e $19,3^\circ$ é apresentada na Figura 4.13. Para a parede esquerda do descarregador com $\phi=9,9^\circ$, os dados são apresentados na Figura 4.14.

Para $\phi=19,3^\circ$ a relação h_2/h_1 é aproximadamente igual a 2 no início do descarregador ($x/h_c \simeq 2,0$), atingindo valores de $h_2/h_1 \simeq 4$ para a posição $x/h_c \simeq 16,0$. Para $\phi=9,9^\circ$ a relação h_2/h_1 é aproximadamente igual a 1,25 no início do descarregador ($x/h_c \simeq 2,0$), e $h_2/h_1 \simeq 2,0$ para $x/h_c \simeq 14,0$, para os dois lados do descarregador.

As Equações 4.6a e 4.6 b foram ajustadas para a relação h_2/h_1 em função da distância longitudinal x/h_c , utilizando os dados da parede esquerda e parede direita do descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, e parede direita do descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$, respectivamente. A equação para o descarregador com 1 parede convergente de $19,3^\circ$ foi ajustada para as vazões entre $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ e 56 Ls^{-1} , não sendo utilizados os valores para $Q=28 \text{ Ls}^{-1}$, os quais também foram apresentados na Figura 4.13. As equações são polinômios de primeira e terceira ordem para $\phi=9,9^\circ$ e $19,3^\circ$, respectivamente.

$$\frac{h_2}{h_1} = 1,163 + 0,056 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right) \quad R^2 = 0,888 \quad \phi = 9,9^\circ \quad (4.6a)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = 2,065 - 0,168 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right) + 0,040 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^2 - 0,001 \cdot \left(\frac{x}{h_c}\right)^3 \quad R^2 = 0,971 \quad \phi = 19,3^\circ \quad (4.6b)$$

Figura 4.13. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador liso, parede direita, paredes convergentes: uma parede de $19,3^\circ$, e duas paredes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.14. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador liso, parede esquerda, paredes convergentes: duas paredes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Descarregador de paramento em degraus

Os gráficos adimensionais para a relação h_2/h_1 em função da distância longitudinal x/h_c , são apresentados nas Figuras 4.15 e 4.16 para a parede direita ($\phi=9,9^\circ$ e $19,3^\circ$) e esquerda do descarregador em degraus ($\phi=9,9^\circ$), respectivamente, considerando as medidas realizadas para as duas alturas dos degraus ($h_d=2,5$ e $5,0$ cm).

Para $\phi=19,3^\circ$, os valores das alturas adimensionais h_2/h_1 são aproximadamente iguais a 1,5 na seção $x/h_c \simeq 2,0$, e aumentam até um valor de $h_2/h_1 \simeq 2,5$ para $x/h_c \simeq 12,0$. Pela análise da Figura 4.16, verifica-se que h_2/h_1 é 1,4 vezes superior no descarregador com paramento liso em relação ao paramento em degraus.

Para $\phi=9,9^\circ$, observa-se que os valores de h_2/h_1 são aproximadamente constantes ao longo do descarregador, com valor próximo de 1,5. Comparando-se com a Figura 4.15 e 4.16, verifica-se que h_2/h_1 no descarregador liso pode alcançar valores até 1,3 maiores que os registrados no descarregador em degraus.

Figura 4.15. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, dados da parede direita.

Fonte: Autora.

Figura 4.16. Gráfico adimensional de h_2/h_1 para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, dados da parede esquerda

Fonte: Autora.

4.1.3 Gráficos adimensionais da largura da onda

Nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.21 apresentam-se os valores da largura da onda adimensionalizados com a altura crítica do escoamento (w/h_c), em função da distância longitudinal x/h_c , para o descarregador liso, descarregador em degraus com $h_d = 5,0$ cm e descarregador em degraus com $h_d = 2,5$ cm, respectivamente. Os dados foram obtidos por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) por meio de observação visual. Cabrita (2007) também realizou medições com um medidor molinete, no entanto, os dados não estão representados nessas figuras.

No descarregador liso, para os dois ângulos de convergência das paredes ($\phi=9,9^\circ$ e $19,3^\circ$), observa-se um aumento gradual da largura da onda adimensional, com tendência assintótica para maiores valores de x/h_c . Apesar das curvas para $\phi=9,9^\circ$ e $19,3^\circ$ apresentarem padrões de crescimento diferentes, os valores de w/h_c tendem a se aproximar à medida que os valores de x/h_c aumentam. A largura máxima da onda estacionária adimensional no descarregador liso foi igual a 2,0.

Comparando-se as curvas adimensionais do descarregador liso com o descarregador em degraus, fica evidente que a presença dos degraus além de provocar redução na altura do escoamento próximo às paredes, reduz a largura da onda ao longo do descarregador. As larguras máximas adimensionais apresentaram valores próximos a 1,5 e 1,3, para o descarregador em

degraus com $h_d=2,5$ cm e 5,0 cm, respectivamente. Para as duas configurações do descarregador ($h_d=2,5$ cm e 5,0 cm), os valores de w/h_c aumentam até a posição $x/h_c \simeq 7,5$, e apresentam um padrão decrescente ou aproximadamente constante a jusante desta posição.

Os dados do estudo de Zindovic *et al.* (2016) são mostrados na Figura 4.20, sendo os ângulos de convergência das paredes iguais a 12° , $18,8^\circ$ e $22,6^\circ$, e duas escalas de modelo com $h_d=2,25$ cm e 4,5 cm. Segundo estes autores, dois padrões para a largura da onda podem ser observados quando houver incorporação de ar no escoamento, os quais foram denominados como onda primária e onda secundária (ver item 2.3.2). Observa-se que o comportamento da evolução da onda foi um pouco diferente do verificado nos estudos de André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), embora os valores máximos tenham sido razoavelmente semelhantes. Considerando os resultados do modelo em grande escala ($h_d=4,5$ cm), seguem os valores máximos de w/h_c : 1) $\phi=12^\circ$, $w/h_c \simeq 1,0$; 2) $\phi=18,8^\circ$, $w/h_c \simeq 1,25$; 3) $\phi=22,6^\circ$, $w/h_c \simeq 1,4$.

Fonte: Autora.

Figura 4.18. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus, $h_d = 2,5$ cm.

Fonte: Autora.

Figura 4.19. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus, $h_d = 5.0$ cm.

Fonte: Autora.

Figura 4.20. Gráfico adimensional de w/h_c para o descarregador em degraus com dados de Zindovic *et al.* (2016).

Fonte: Adaptado de Zindovic *et al.* (2016).

4.1.4 Comparação com equação teórica

Os resultados experimentais obtidos por André e Ramos (2003) e por Cabrita (2015) para as configurações: descarregador liso ou descarregador com degraus de 2,5 ou 5,0 cm de altura, e paredes convergentes de 9,9° ou 19,3°, foram comparados com as equações teóricas de Hunt *et al.* (2012). As vazões consideradas foram de 56, 49, 42 e 35 Ls^{-1} .

No desenvolvimento da equação 4.7b foi considerado o peso do volume de controle, o qual não havia sido na dedução da Equação 4.7a. Para os dados experimentais de Hunt (2008), a equação 4.7b apresentou melhor coeficiente de correlação.

$$\frac{h_2}{h_1} = \sqrt{\frac{\cos\theta + 2F[\cos(\theta)\cos(\psi)\sin(\phi) + \sin(\theta)\sin(\phi)]^2}{\cos(\psi_2)\cos(\psi) - \sin(\psi)}} \quad (4.7a)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \sqrt{\frac{\cos\theta + 2F[\cos(\theta)\cos(\psi)\sin(\phi) + \sin(\theta)\sin(\phi)]^2}{\cos(\psi_2)\cos(\psi) - 0,46\sin(\psi)\tan^{1,37}(\phi)}} \quad (4.7b)$$

Para o cálculo da altura do escoamento pelas equações de Hunt *et al.* (2012), é preciso conhecer a altura e velocidade no centro do canal. A velocidade no centro do canal, por sua vez,

foi determinada a partir do cálculo da velocidade média dos perfis de velocidade experimentais, em cada uma das verticais ao longo do descarregador.

Nas Figuras 4.21 e 4.22 são apresentados os dados experimentais *versus* os dados teóricos obtidos com a expressão 4.7b. Observa-se que em geral houve melhor correlação entre dados experimentais e teóricos para os dados experimentais da parede esquerda do descarregador. Os pontos “outliers” fora do intervalo de 15%, são os pontos referentes à vertical 1 ($x=0$ m) do descarregador liso.

Para o descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$, como não se dispõem de dados experimentais para os perfis de velocidade, as comparações com a formulação de Hunt *et al.* (2012) não foram efetuadas.

Segundo Zindovic *et al.* (2016), os dados experimentais para o ângulo da parede $\phi = 12^\circ$ apresentaram boa aproximação com os valores calculados pela equação proposta por Hunt *et al.* (2008). Para os maiores ângulos testados pelos autores ($\phi = 18,8^\circ$ e $\phi = 22,6^\circ$), as alturas do escoamento calculadas foram sobreestimadas em até 37% em relação aos valores experimentais.

Figura 4.21. Altura do escoamento experimental de Cabrita (2007) e calculada pela formulação de Hunt *et al.* (2012), para a parede direita do descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.22. Altura do escoamento experimental de Cabrita (2007) e calculada pela formulação de Hunt *et al.* (2012), para a parede esquerda do descarregador com duas paredes convergentes de 9,9°.

Fonte: Autora.

4.2 Resultados numéricos 2D

4.2.1 Condições de entrada

Como condição de entrada do escoamento, seis camadas de fluido com velocidade uniforme foram consideradas na posição $x = 0\text{ m}$ sobre a soleira espessa, com altura igual à altura experimental na secção 1 da soleira espessa ($x=0,125\text{ m}$ do início da soleira), e velocidade inicial igual à máxima velocidade medida nessa mesma secção, considerando a escala de protótipo e similaridade de Froude. Os valores de velocidade e altura do escoamento estão apresentados na Tabela 4.7 para as vazões de 35 L s^{-1} a 56 L s^{-1} .

Tabela 4.7. Velocidade e altura do escoamento das camadas de entrada de fluido.

$Q\text{ (L s}^{-1}\text{)}$	$V_{input}\text{ (ms}^{-1}\text{)}^*$	$V_{input}\text{ (ms}^{-1}\text{)}^{**}$	$h_{esc\ input}\text{ (m)}^{**}$
35	2,7	0,842	0,620
42	2,8	0,900	0,729
49	2,8	0,900	0,841
56	2,9	0,905	0,926

* Escala de protótipo, ** Escala de modelo.

Fonte: Autora.

4.2.2 Análise de convergência

Os testes numéricos para análise da resolução das partículas foram realizados considerando a menor vazão experimental igual a 35 L s^{-1} ($q_w = 50 \text{ L s}^{-1} \text{ m}^{-1}$), para o descarregador de paramento liso e paramento em degraus, com altura dos degraus igual a 2,5 cm de altura. A velocidade e a altura da camada de fluido de entrada foram de $0,842 \text{ ms}^{-1}$ e 0,620 m.

Para cada condição: 1) vazão de 35 L s^{-1} e paramento liso; 2) vazão de 35 L s^{-1} e paramento em degraus de 2,5 cm; a convergência dos resultados foi avaliada por meio da comparação dos perfis de altura do escoamento e perfis de velocidade ao longo da soleira espessa e ao longo do descarregador, para diferentes dimensões das partículas (dp), também denominada no presente texto como “distância inicial entre partículas”.

Cinco valores para distâncias entre partículas foram estudados (dp entre 5,0 e 15,0 mm – escala de protótipo), com relação h_d/dp variando entre 50,0 e 16,7 para a menor e maior resolução, respectivamente (Tabela 4.8). A Tabela 4.9 apresenta o tempo total de simulação e o número de partículas (no instante final da simulação para 20 segundos) para cada valor de dp .

Tabela 4.8. Distância inicial entre as partículas e altura relativa h_d/dp (altura do degraus 2,5 cm / distância inicial entre as partículas).

dp^* (mm)	h_d / dp -
5,00	50,0
7,5	33,3
10,0	25,0
12,5	20,0
15,0	16,7

*Escala de protótipo ($dp \times 10$ na escala de protótipo)

Fonte: Autora.

Tabela 4.9. Número de partículas de fluido (N_{fluido}) no instante $t=20\text{s}$, e tempo de simulação total para o descarregador liso e em degraus para $Q=35\text{L s}^{-1}$.

dp^* (mm)	Descarregador liso		Descarregador em degraus	
	N_{fluid} N	Tempo de simulação t (h)	N_{fluid} N	Tempo de simulação t (h)
5,0	236.332	10,94	298.287	11,67
7,5	105.316	3,79	134.713	4,24
10,0	58.945	2,00	77.304	2,16
12,5	37.432	1,02	49.878	1,35
15,0	26.140	0,70	34.521	0,81

*Escala de protótipo ($dp \times 10$ na escala de protótipo)

Fonte: Autora.

Pelas Figuras 4.23 e 4.24, verificou-se que as dimensões das partículas não têm influência significativa sobre os perfis de altura do escoamento e perfis de velocidade ao longo da soleira espessa. As pequenas diferenças entre os perfis de velocidade, principalmente próximo à fronteira, devem-se provavelmente à utilização de partículas dinâmicas para tratamento das fronteiras sólidas (item 2.4.2), que por sua vez produzem um afastamento Δ entre as partículas de fluido e partículas da fronteira, para diferentes valores de dp . Portanto, dependendo do valor de dp e da distância da camada de fluido de entrada em relação à fronteira, pode-se observar uma ligeira modificação no perfil de velocidades.

Figura 4.23. Alturas do escoamento sobre a soleira espessa. Análise de convergência. Dados para descarregador liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.24. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa, análise de convergência. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, descarregador liso.

Fonte: Autora.

Escoamento sobre o descarregador liso

Os dados de altura do escoamento ao longo do descarregador liso estão apresentados na Figura 4.25, pela representação dos dados numéricos obtidos com diferentes valores de dp 's, e dados experimentais da parede esquerda, parede direita, e eixo do descarregador, os quais foram determinados experimentalmente por André e Ramos (2003). As alturas do escoamento representadas são perpendiculares à linha de fundo fictício, sendo $x=0$ referente à extremidade de jusante da soleira espessa.

Os perfis de velocidade para diferentes posições ao longo do descarregador estão apresentados na Figura 4.26, sendo mostradas também as velocidades potenciais (linha vertical tracejada), que por sua vez representa a velocidade de um fluido ideal, na ausência de dissipação

de energia mecânica. A velocidade do escoamento para um fluido ideal, pode ser deduzida pela aplicação da equação de Bernoulli ao longo de uma linha de corrente sobre o descarregador, sendo expressa pela Equação 4.8 (Chanson, 2002):

$$\Delta h = \sqrt{2g(H_{m\acute{a}x} - h \cdot \cos\theta)} \quad (4.8)$$

sendo: $H_{m\acute{a}x}$ a carga hidráulica total a montante do descarregador em relação à linha de fundo fictício; h altura do escoamento medida perpendicularmente ao fundo fictício.

Utilizaram-se valores de carga hidráulica no canal a montante da soleira (H_{res}) com base em Cabrita (2007) e medidos em uma seção a 28,7 cm a montante do início da soleira espessa; e dados de altura do escoamento no eixo do descarregador obtidos por André e Ramos (2003).

Figura 4.25. Análise de convergência $Q = 35 \text{ L s}^{-1}$, descarregador liso.

Fonte: Autora.

Pode-se verificar que os perfis de altura do escoamento e de velocidade obtidos com o método SPH não variam significativamente com o tamanho da partícula, para a configuração do descarregador liso.

A diferença média entre as alturas do escoamento para a menor e maior resolução de partícula ($dp=5 \text{ mm}$ e 15 mm , respectivamente) foi $\delta_d=2,3\%$. A diferença média entre os valores experimentais (para o eixo do descarregador) e numéricos foi $\delta_d=6,5\%$. Os valores da

parede esquerda são inferiores aos valores obtidos para a posição central, para as posições entre $x=0,2$ m e $x=0,5$ m, enquanto que os valores da parede direita são em geral superiores.

Figura 4.26. Perfis de velocidade ao longo do descarregador liso, $Q=35$ Ls⁻¹. Análise de convergência (Continua).

Fonte: Autora.

Figura 4.26. Perfis de velocidade ao longo do descarregador liso, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$. Análise de convergência. (Conclusão).

Fonte: Autora.

Escoamento sobre descarregador em degraus

As alturas do escoamento ao longo do descarregador em degraus (perpendicularmente ao fundo fictício) são apresentadas na Figura 4.27, para os valores de dp entre 5,0 e 15,0 mm. Os resultados numéricos são comparados com os valores experimentais de André e Ramos (2003), com medidas efetuadas na parede esquerda, parede direita (vista de montante para jusante) e eixo do descarregador.

Figura 4.27. Análise de convergência $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

Através dos dados tabelados de André e Ramos (2003), foi possível verificar valores de leitura mínima e máxima para as medidas realizadas na parede esquerda e parede direita para algumas posições longitudinais, podendo-se estimar o “erro” de leitura (faixa de variação da altura do escoamento), que estão representadas por barras transversais na Figura 4.27. O máximo valor do erro para a vazão de 35 L s^{-1} foi de 3,5 mm.

Os valores da parede esquerda e parede direita diferem entre si, provavelmente devido a possível perturbação do fluido na entrada da soleira em um dos lados da parede. Além disso, estes são em geral maiores que os valores de altura no eixo, devido ao empolamento de água junto às paredes. A diferença média entre a altura do escoamento observada na parede esquerda em relação ao eixo foi de 14% (com máximo de 26%). A diferença média foi de 7% para a parede direita em relação aos valores do eixo (com máximo de 17%).

André e Ramos (2003) determinaram a posição de afloramento da camada limite à superfície livre por meio de observação visual através das paredes laterais ou por visualização frontal do escoamento. Para a vazão de 35 L s^{-1} , a incorporação de ar no escoamento teve início no 15º degrau ($x=0,839 \text{ m}$) ou no 11º degrau ($x=0,615 \text{ m}$), segundo as observações frontal e lateral, respectivamente.

A partir dos resultados numéricos verificou-se que a altura do escoamento varia consideravelmente com a distância inicial entre partículas, até atingir a convergência dos resultados, a qual foi observada para $dp=5,0$ e $7,5 \text{ mm}$. A altura do escoamento diminuiu com os tamanhos das partículas, e as diferenças foram tanto maiores ao longo do descarregador.

Comparando-se os perfis longitudinais obtidos com $dp=5\text{ mm}$ e $dp=15\text{ mm}$, a diferença média foi de 10,5%, enquanto que para $dp=5,0\text{ mm}$ e $dp=7,5\text{ mm}$, a diferença média foi igual a 2,6%.

As diferenças médias entre os dados experimentais de altura do escoamento em relação aos valores numéricos, para $dp=7,5\text{ mm}$, foram iguais a $\delta_d = 16\%$ para a parede esquerda; $\delta_d = 11\%$ para a parede direita; $\delta_d = 7\%$ para o eixo, sendo superiores aos valores encontrados para a condição de descarregador liso, devido à turbulência e maior complexidade do escoamento.

Para maiores valores de h_d/dp , há melhor preenchimento das cavidades dos degraus pelas partículas de fluido. As partículas nos degraus tendem a “produzir” uma força de atração sobre as partículas que estão escoando acima do fundo fictício, ao longo do tempo da simulação. Portanto, essa foi a explicação razoável encontrada para explicar as menores alturas do escoamento para maiores valores de dp , até atingir a convergência dos perfis.

Devido ao padrão ondular da superfície livre, as partículas tendem a sair de alguns degraus à medida que a simulação evolui com o tempo. Portanto, para maiores valores de h_c/h_d (relação entre a vazão específica e a altura do degrau), observa-se maior altura do escoamento acima do fundo fictício que tende a induzir as partículas a permanecerem nas cavidades. Para maiores valores da altura do degrau, por exemplo, uma simulação estável torna-se mais difícil, devido à maior ondulação da superfície livre.

Os perfis de velocidade ao longo do descarregador em degraus ($h_d=2,5\text{ cm}$) são apresentados na Figura 4.28, para os valores de distância inicial entre partículas dp : 5,0; 7,5; 10,0; 12,5; 15,0 mm. Os resultados experimentais indicados nos gráficos foram obtidos por André e Ramos (2003), no eixo do descarregador com paredes paralelas, usando um tubo de Pitot. Nos gráficos também se indica a velocidade potencial do escoamento (por uma linha vertical).

De forma semelhante ao apresentado para o cálculo da velocidade potencial no descarregador liso, a velocidade potencial ao longo do descarregador em degraus foi calculada pela Equação 4.8. Utilizou-se a carga hidráulica do escoamento no reservatório em uma seção a 28,7 cm a montante do início da soleira espessa, e dados de altura do escoamento no eixo do descarregador, perpendicularmente ao fundo fictício, as quais foram determinadas por André e Ramos (2003).

Por meio da análise da Figura 4.28, verifica-se que a convergência dos resultados é atingida para distância entre partículas iguais ou inferiores a $dp=7,5\text{ mm}$. Nota-se que os perfis de velocidade são pouco influenciados pelo tamanho das partículas nas posições iniciais ao

longo do descarregador ($x \simeq 0,224$ m), enquanto que para as verticais mais a jusante, há maior distanciamento entre os perfis obtidos com diferentes dp 's. Além disso, pode-se observar que os perfis de velocidade numéricos apresentam melhor ajuste com os dados experimentais até a posição referente à vertical 10 ($x \simeq 0,503$ m), aproximadamente, sendo os maiores desvios observados próximo à fronteira até a altura $h \simeq 0,5$ cm. Para as demais verticais, os desvios são maiores, e os valores experimentais de velocidades são em geral um pouco inferiores aos valores numéricos. Os valores máximos de velocidade para as verticais são em geral previstos corretamente pela simulação numérica, e são próximos das velocidades potenciais calculadas.

Portanto, tendo em vista que a convergência dos resultados foi verificada para partículas iguais ou inferiores a $dp=0,0075$ m, este valor foi utilizado para simular o escoamento para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} , nas simulações bidimensionais.

Figura 4.28. Perfis de velocidade ao longo do descarregador. Análise de convergência. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$. (Continua).

Figura 4.28. Perfis de velocidade ao longo do descarregador. Análise de convergência. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$. (Conclusão).

Fonte: Autora.

4.2.3 Alturas do escoamento

Soleira espessa

Os resultados apresentados de altura do escoamento ao longo da soleira espessa (Figura 4.29) foram obtidos para descarregador liso e simulação em duas dimensões, com $dp=7,5 \text{ mm}$. Como as condições de entrada foram iguais no descarregador liso e em degraus, para as diferentes vazões testadas, os resultados de altura do escoamento na soleira espessa são semelhantes em ambas as configurações do descarregador.

Os valores de altura do escoamento experimentais e numéricos obtidos com o SPH, assim como a diferença relativa entre eles são apresentados nas Tabelas 4.10 a 4.12 para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 L s^{-1} , respectivamente. Os maiores desvios foram em geral observados na seção 2 da soleira espessa ($x = 0,250 \text{ m}$), sendo o valor máximo de 7%.

De forma resumida, as diferenças percentuais das alturas do escoamento estão apresentadas na Tabela 4.14, para as vazões entre 35 e 56 L s^{-1} , para os resultados numéricos deste estudo com o método SPH, e para o estudo de Lúcio (2015), que utilizou o *software* FLOW-3D®. Os maiores valores de δ_h do estudo de Lúcio (2015) são relativos às seções 3 e 4 ($x = 0,375$ e $0,464 \text{ m}$). O perfil de Lúcio (2015) representa de forma mais realística o comportamento do escoamento na seção inicial da soleira espessa, principalmente entre as posições $x = 0$ e $0,125 \text{ m}$, como pode ser observado por meio de comparação com os perfis adimensionais da Figura 4.30, do estudo experimental de Felder e Chanson (2012).

Figura 4.29. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa para $dp=7,5\text{ mm}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.30. Perfis adimensionais da altura do escoamento acima da soleira espessa (medidas experimentais).

* H_1 é a carga hidráulica no reservatório, acima da crista da soleira; $L_{soleira}$ é o comprimento da soleira espessa.

Fonte: Adaptado de Felder e Chanson (2012).

Tabela 4.10. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=35\text{ Ls}^{-1}$.

x (m)	Experimental *	Numérico **	δ_h (%)
	h (m)	h (m)	
S1) 0,125	0,0620	0,0631	1,8%
S2) 0,250	0,0595	0,0623	4,7%
S3) 0,375	0,0600	0,0593	1,1%
S4) 0,464	0,0505	0,0529	4,7%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.11. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$.

x (m)	Experimental *	Numérico **	δ_h (%)
	h (m)	h (m)	%
S1) 0,125	0,0729	0,074	1,9%
S2) 0,250	0,0685	0,073	7,1%
S3) 0,375	0,0671	0,070	4,2%
S4) 0,464	0,0602	0,062	3,5%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.12. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$.

x (m)	Experimental *	Numérico **	δ_h (%)
	h (m)	h (m)	%
S1) 0,125	0,0841	0,0849	0,9%
S2) 0,250	0,077	0,0823	6,9%
S3) 0,375	0,0743	0,0770	3,6%
S4) 0,464	0,0675	0,0682	1,0%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.13. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$.

x (m)	Experimental *	Numérico **	δ_h (%)
	h (m)	h (m)	%
S1) 0,125	0,0926	0,092	1,1%
S2) 0,250	0,0841	0,088	4,3%
S3) 0,375	0,08	0,081	1,6%
S4) 0,464	0,0712	0,072	0,7%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.14. Diferenças percentuais das alturas do escoamento ao longo da soleira espessa (δ_h).

Q (Ls⁻¹)	Numérico SPH*				Lúcio (2015)			
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
35	1,8	4,7	-1,1	4,7	-0,1	-3,5	-5,9	-0,9
42	1,9	7,1	4,2	3,5	1,9	-0,2	-5,0	-5,4
49	0,9	6,9	3,6	1,0	-0,1	-2,0	-5,8	-8,9
56	1,1	4,3	1,6	0,7	-2,3	-4,4	-6,8	-7,7

*Seções: S1) $x=0,125\text{m}$, S2) $x=0,250\text{m}$, S3) $x=0,375\text{m}$, S4) $x=0,464 \text{ m}$. Dados da simulação para descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Descarregador liso

Os perfis de altura do escoamento ao longo do descarregador liso são apresentados nas Figuras 4.31 a 4.34, para $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} , respectivamente, com os dados experimentais da parede esquerda, parede direita, média entre as paredes, e eixo do descarregador.

Para a vazão $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, a média dos desvios relativos para as alturas do escoamento foi de 6,5%; 12,8%; 10,2% para os dados experimentais do eixo, parede esquerda e parede direita, respectivamente (Tabela 4.15). Para a parede direita, os dados entre as verticais 5 e 8 são inferiores aos verificados no eixo, mas não há ainda uma explicação detectada para esse comportamento. Com relação às medidas experimentais no eixo, os maiores desvios relativos são observados no início e final do descarregador, especificamente, para as posições $x \leq 0,112 \text{ m}$ e $x \geq 0,838 \text{ m}$.

Para a vazão $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, os desvios relativos foram iguais a: 1) eixo: 6,4%; 2) parede esquerda: 9,9%; 3) parede direita: 13,7%; 4) média das paredes: 7,1% (Tabela 4.16). Os maiores desvios com relação aos valores do eixo foram observados para $x \leq 0,112 \text{ m}$, referente à vertical 3, e $x = 1,006 \text{ m}$ no final do descarregador. Similarmente ao observado para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, os valores experimentais da parede esquerda são inferiores aos observados no eixo.

Para a vazão $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, os desvios relativos foram: 1) eixo: 6,2%; 2) parede esquerda: 9,2%; 3) parede direita: 17,2%; 4) média das paredes: 7,9% (Tabela 4.17). Diferentemente dos resultados obtidos para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} , os desvios relativos para as primeiras posições ao longo do descarregador são inferiores às vazões referidas, devido aos menores desvios relativos de altura do escoamento na seção 4 da soleira espessa ($x=0,464 \text{ m}$), os quais foram iguais a: 1) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$: 4,7%; 2) $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$: 3,5%; 3) $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$: 1,0%; 4) $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$: 0,7%. Porém, as médias dos desvios relativos para os valores do eixo, foram aproximadamente iguais para as vazões de $Q=35; 42$ e 49 Ls^{-1} , iguais a aproximadamente 6%.

Relativamente aos resultados numéricos para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, os desvios relativos são mostrados na Tabela 4.18. Os desvios foram iguais a: 1) eixo: 7,2%; 2) parede esquerda: 13,6%; 3) parede direita: 11,6%; 4) média das paredes: 7,8%. Os valores da parede direita são em geral inferiores aos observados no eixo do descarregador.

A Figura 4.35 apresenta os perfis longitudinais de altura do escoamento ao longo do descarregador liso para todas as vazões de teste, e os perfis experimentais no eixo do canal, obtidos por André e Ramos (2003). Dos perfis de altura do escoamento ao longo do descarregador para as diferentes vazões, verificou-se em geral uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. Comparando-se com medidas de altura do escoamento

no eixo do descarregador, as diferenças médias foram inferiores a 7%. Os desvios para as primeiras seções ao longo do descarregador (até $x \simeq 0,112$ m) são maiores para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} em comparação com as vazões $Q=49$ e 56 Ls^{-1} , o que se deve aos maiores desvios na altura do escoamento na seção 4 da soleira espessa para as duas menores vazões. A Tabela 4.19 apresenta um resumo das diferenças percentuais calculadas.

Figura 4.31. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=35\text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.15. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=35\text{ L s}^{-1}$, descarregador liso.

Verticais	$x\text{ (m)}$	$dp=7,5\text{ mm}$	$\delta_h\text{ (%)}$			
		$h\text{ (m)}$	Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes
1	0,000	0,0471	7,2%	9,5%	12%	11%
2	0,056	0,0465	16,2%	19,2%	19%	19%
3	0,112	0,036	7,9%	2,6%	6%	1%
4	0,168	0,031	0,1%	6,0%	3%	5%
5	0,223	0,028	0,6%	11,8%	3%	5%
6	0,279	0,026	1,5%	15,5%	14%	3%
7	0,335	0,025	3,2%	15,3%	5%	6%
8	0,391	0,023	1,9%	10,6%	29%	6%
9	0,447	0,022	2,5%	7,8%	11%	10%
10	0,503	0,021	5,9%	3,8%	1%	2%
11	0,558	0,020	3,1%	7,5%	2%	3%
12	0,614	0,020	3,4%	-	-	-
13	0,670	0,019	2,8%	-	-	-
14	0,726	0,018	6,4%	-	-	-
15	0,782	0,018	3,3%	22,7%	1%	13%
16	0,838	0,017	8,8%	17,5%	2%	9%
17	0,893	0,017	10,7%	19,6%	5%	9%
18	0,949	0,016	7,5%	13,4%	3%	6%
19	1,005	0,022	31,1%	22,4%	47%	33%
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)			6,5%	12,8%	10,2%	8,8%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)			4,4%	11,9%	6,5%	6,0%

Fonte: Autora.

Figura 4.32. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=42 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.16. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5 \text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, descarregador liso.

$x \text{ (m)}$	$dp=7,5 \text{ mm}$ $h \text{ (m)}$	$\delta_h \text{ (%)}$			
		Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes
0,000	0,0548	11%	10%	17%	13%
0,056	0,0555	20%	23%	21%	22%
0,112	0,0455	15%	8%	14%	11%
0,168	0,0384	7%	6%	1%	3%
0,224	0,0348	4%	6%	22%	6%
0,280	0,0323	5%	10%	17%	2%
0,335	0,0303	1%	11%	5%	4%
0,391	0,0287	4%	4%	8%	1%
0,447	0,0273	2%	8%	14%	2%
0,503	0,0261	0%	3%	13%	4%
0,559	0,0250	3%	4%	14%	4%
0,615	0,0241	2%	-	-	-
0,671	0,0233	2%	-	-	-
0,727	0,0225	1%	-	-	-
0,783	0,0219	2%	13%	9%	3%
0,839	0,0213	3%	11%	12%	1%
0,894	0,0207	8%	10%	3%	4%
0,950	0,0201	3%	12%	6%	4%
1,006	0,0258	28%	17%	44%	29%
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)		6,4%	9,9%	13,7%	7,1%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)		3,9%	8,2%	10,6%	3,8%

Fonte: Autora.

Figura 4.33. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=49 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.17. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5 \text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, descarregador liso.

$x \text{ (m)}$	$dp=7,5 \text{ mm}$ $h \text{ (m)}$	$\delta_h \text{ (%)}$			
		Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes
0,000	0,060	8,8%	11,2%	13,3%	12,3%
0,056	0,061	18,7%	17,6%	22,3%	19,9%
0,112	0,052	15,5%	9,6%	19,8%	14,5%
0,168	0,043	6,3%	1,4%	8,5%	3,3%
0,224	0,039	3,2%	4,3%	35,2%	12,1%
0,280	0,036	3,7%	11,2%	21,4%	2,6%
0,335	0,034	1,0%	9,9%	14,1%	0,7%
0,391	0,032	1,8%	7,5%	17,8%	3,6%
0,447	0,031	2,1%	6,5%	28,5%	8,2%
0,503	0,030	0,7%	1,6%	9,3%	3,6%
0,559	0,028	0,5%	5,5%	9,0%	1,2%
0,615	0,027	0,7%	-	-	-
0,671	0,026	2,3%	-	-	-
0,727	0,026	4,3%	-	-	-
0,783	0,025	0,8%	17,3%	3,3%	8,1%
0,839	0,024	3,2%	7,3%	4,8%	1,6%
0,894	0,023	7,6%	6,1%	6,7%	0,1%
0,950	0,023	2,7%	8,2%	9,3%	0,2%
1,006	0,030	33,5%	21,3%	51,6%	34,7%
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)		6,2%	9,2%	17,2%	7,9%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)		3,5%	7,4%	14,4%	4,6%

Fonte: Autora.

Figura 4.34. Alturas do escoamento para o descarregador liso, $Q=56\text{ Ls}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.18. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5\text{ mm}$, e os valores experimentais para $Q=56\text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso.

$x\text{ (m)}$	$dp=7,5\text{ mm}$ $h\text{ (m)}$	$\delta_h\text{ (%)}$			
		Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes
0,000	0,063	4%	9%	10%	9%
0,056	0,065	5%	14%	17%	15%
0,112	0,056	10%	5%	16%	10%
0,168	0,047	1%	7%	4%	2%
0,224	0,042	4%	10%	34%	7%
0,280	0,039	3%	17%	16%	3%
0,335	0,037	6%	16%	9%	5%
0,391	0,035	4%	12%	14%	1%
0,447	0,033	5%	20%	16%	5%
0,503	0,032	6%	14%	2%	6%
0,559	0,030	7%	11%	1%	5%
0,615	0,029	6%	-	-	-
0,671	0,028	7%	-	-	-
0,727	0,027	10%	-	-	-
0,783	0,026	7%	22%	10%	9%
0,839	0,026	8%	16%	3%	8%
0,894	0,025	12%	12%	0%	7%
0,950	0,024	6%	9%	2%	4%
1,006	0,032	27%	23%	33%	28%
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)		7,2%	13,6%	11,6%	7,8%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)		6,4%	13,1%	9,7%	5,5%

Fonte: Autora.

Figura 4.35. Alturas do escoamento para o descarregador liso.

Tabela 4.19. Resumo das diferenças percentuais para as alturas do escoamento ao longo do descarregador liso.

Vazão $Q \text{ (Ls}^{-1}\text{)}$	$\delta_h \text{ (%)}$			
	Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes
35	6,5%	12,8%	10,2%	8,8%
42	6,4%	9,9%	13,7%	7,1%
49	6,2%	9,2%	17,2%	7,9%
56	7,2%	13,6%	11,6%	7,8%

Fonte: Autora.

Descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$

Nas Figuras 4.36 a 4.39 são apresentados os perfis de altura do escoamento ao longo do descarregador em degraus, com $h_d = 2,5 \text{ cm}$. Em conjunto com os dados numéricos (obtidos com $dp=7,5 \text{ mm}$), também estão apresentados os dados obtidos por leitura visual na parede esquerda e parede direita do descarregador, bem como os valores médios para as paredes. Para as menores vazões iguais a $Q=35$ e 42 Ls^{-1} , também são apresentados dados obtidos para o eixo do descarregador, enquanto que para $Q=49$ e 56 Ls^{-1} , esses dados não foram registrados. Os dados experimentais apresentados foram obtidos por André e Ramos (2003).

A equação desenvolvida por Meireles e Matos (2009) para a mesma instalação experimental e semelhantes condições experimentais também é utilizada para comparação com

os resultados numéricos. De acordo com Meireles e Matos (2009), a altura do escoamento adimensional h/h_i para $L/L_i < 1$ é praticamente independente de h_c/h , e pode ser determinada pela Equação 4.9, válida para o intervalo $1,27 \leq h_c/h_d \leq 2,85$. Para a determinação de h_i e L_i , que representam a altura do escoamento e a distância a partir do final da soleira espessa em que a aeração do escoamento é observada, foram utilizadas formulações também propostas por Meireles e Matos (2009) para o cálculo dessas variáveis (Equação 4.10 e 4.11). Os parâmetros utilizados para calcular L_i e h_i , e os valores obtidos são apresentados nas Tabelas 4.20 e 4.21.

$$\frac{h}{h_i} = 0,971 + 0,891e^{-3,41(x/L_i)} \quad (4.9)$$

$$\frac{L_i}{k} = 5,25 \cdot (F_*)^{0,95} \quad (4.10)$$

$$\frac{h_i}{k} = 0,28 \cdot (F_*)^{0,68} \quad (4.11)$$

sendo: L_i a distância a partir do final da soleira espessa até a posição de início de aeração do escoamento; h_i a altura do escoamento na posição de início de aeração; h a altura do escoamento ao longo do descarregador, perpendicular ao fundo fictício; $k = h_d \cdot \cos\theta$; $F_* = q(\sqrt{g \cdot \sin\theta \cdot k^3})^{-1}$.

Tabela 4.20. Parâmetros do escoamento utilizados para calcular a posição (L_i) e altura da água (h_i) referentes à posição de início de aeração do escoamento.

Vazão →	35 Ls ⁻¹	42 Ls ⁻¹	49 Ls ⁻¹	56 Ls ⁻¹
q (m ³ s ⁻¹ m ⁻¹)	0,050	0,060	0,070	0,080
h_d (m)	0,025	0,025	0,025	0,025
θ (°)	26,6	26,6	26,6	26,6
k (m)	0,022	0,022	0,022	0,022
F_*	7,14	8,57	10,0	11,43

Fonte: Autora.

Tabela 4.21. Características da posição de início de aeração: L_i e h_i .

Vazão (Ls ⁻¹)	L_i (m)*	h_i (m)*
35	0,760	0,024
42	0,903	0,027
49	1,046	0,030
56	1,187	0,033

*Valores calculados com as Equações 4.10 e 4.11.

Fonte: Autora.

Portanto, a partir dos valores de L_i e d_i determinados pelas equações empíricas, foi possível determinar os perfis da superfície livre para as diferentes vazões, pela formulação de Meireles e Matos (2009).

As diferenças percentuais para a vazão de $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ são apresentadas na Tabela 4.22. Os valores foram iguais a: 1) eixo: 7,2%; 2) parede esquerda: 15,5%; 3) parede direita: 11,4%; 4) média das paredes: 13,1%. 5) Meireles e Matos (2009): 3,4%. O perfil da superfície livre numérico para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ apresenta boa correlação com os dados experimentais do eixo do descarregador, com exceção das verticais 10, 12 e 14, em que os dados apresentaram uma oscilação da altura do escoamento. Para o ajuste da curva apresentado por Meireles e Matos (2009), a diferença percentual foi de 3,4%, com maiores desvios para a posição referente à vertical 2 ($x=0,056 \text{ m}$), sendo a altura do escoamento numérica 16% superior ao valor experimental nesta posição. Com relação às alturas do escoamento observadas nas paredes, os valores que mais se aproximaram dos valores no eixo foram os dados da parede direita.

Para a vazão $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, os desvios relativos médios para a série de pontos ao longo do descarregador em degraus foram iguais a: 1) eixo: 5,6%; 2) parede esquerda: 16,0%; 3) parede direita: 10,7%; 4) média das paredes: 13,5%; 5) Meireles e Matos (2009): 5,6%, como apresentado na Tabela 4.21. A curva para a superfície livre definida pela equação proposta por Meireles e Matos (2009) apresenta em geral valores superiores aos valores numéricos, porém com valores inferiores para as posições entre $x=0$ a $x=0,112 \text{ m}$. André e Ramos (2003) verificaram que o afloramento da camada limite turbulenta à superfície livre para esta vazão ocorre permanentemente no 17º degrau ($x=0,894 \text{ m}$), por observação frontal do escoamento, ou no 14º / 15º degrau ($x=0,727 - 0,783 \text{ m}$), por observação nas paredes laterais.

O perfil da superfície livre para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$ está apresentado na Figura 4.38, sendo os valores dos desvios relativos indicados na Tabela 4.22 para as seções ao longo do descarregador em degraus com $h_d=2,5 \text{ cm}$. Os desvios foram iguais a: 1) parede esquerda: 11,5%; 2) parede direita: 7,8%; 3) média das paredes: 9,3%; 4) Meireles e Matos (2009): 6,2%. Não há registros de valores experimentais de altura do escoamento para o eixo do descarregador, segundo os dados tabelados de André e Ramos (2003), no entanto, verifica-se boa correlação com a equação adimensional de Meireles e Matos (2009), com maiores desvios para as verticais 2 e 19. O início da aeração do escoamento foi verificado: 1) por observação frontal: no degrau 19 ($x=1,006 \text{ m}$); 2) por observação nas paredes laterais: no degrau 15 ($x=0,783 \text{ m}$).

As diferenças relativas médias para as seções ao longo do descarregador para $Q= 56 \text{ Ls}^{-1}$ foram iguais a: 1) parede esquerda: 12,7%; 2) parede direita: 7,7%; 3) média das paredes:

10,1%; 4) Meireles e Matos (2009): 7,6% (Figura 4.39 e Tabela 4.23). Assim como para $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, não existem medidas de altura do escoamento para o eixo do descarregador. De acordo com André e Ramos (2003), a aeração do escoamento não foi verificada por observação frontal do escoamento, no entanto, pela visualização do escoamento nas paredes laterais, verificou-se aeração com pouca intensidade no 19º degrau.

As alturas do escoamento para o conjunto das vazões são apresentadas na Figura 4.40, com os dados experimentais obtidos para o eixo do descarregador, e pela curva da equação de Meireles e Matos (2009). Os valores calculados para a média das diferenças relativas são apresentados na Tabela 4.24, podendo-se verificar que os valores de δ_h médios são superiores aos valores observados para a simulação do descarregador liso, devido à maior complexidade do escoamento nos descarregadores em degraus. Para os valores no eixo do descarregador e para as curvas de Meireles e Matos (2009) os desvios são menores (como seria esperado), devido ao empolamento de água junto às paredes, e consequentemente leituras da altura do escoamento superiores para as medidas efetuadas.

Figura 4.36. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=35$ Ls⁻¹.

Fonte: Autora.

Tabela 4.22. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5$ mm, e os valores experimentais para $Q=35$ Ls⁻¹, descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.

Verticais	x (m)	$dp=7,5$ mm	δ_h (%)				
		h (m)	Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes	Meireles e Matos (2009)
1	0,000	0,046	6 %	5%	8%	6%	5%
2	0,056	0,047	11%	11%	17%	14%	16%
3	0,112	0,037	5%	8%	8%	1%	4%
4	0,168	0,032	3%	12%	2%	7%	1%
5	0,224	0,030	2%	16%	9%	13%	1%
6	0,280	0,029	5%	11%	1%	6%	0%
7	0,335	0,027	2%	15%	7%	11%	1%
8	0,391	0,026	6%	16%	10%	13%	1%
9	0,447	0,025	2%	21%	13%	17%	1%
10	0,503	0,024	13%	16%	13%	14%	2%
11	0,559	0,024	1%	20%	14%	17%	2%
12	0,615	0,023	18%	-	-	-	3%
13	0,671	0,023	3%	-	-	-	4%
14	0,727	0,023	24%	-	-	-	4%
15	0,783	0,022	6%	24%	18%	21%	6%
16	0,839	0,022	-	23%	14%	18%	-
17	0,894	0,022	-	25%	20%	23%	-
18	0,950	0,023	-	25%	16%	21%	-
19	1,006	0,031	-	0%	14%	6%	-
Média (0,0 ≤ x ≤ 1,006)			7,2%	15,5%	11,4%	13,1%	3,4%
Média (0,112 ≤ x ≤ 0,950)			7,0%	17,8%	11,1%	14,0%	2,2%

Fonte: Autora

Figura 4.37. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=42$ Ls⁻¹.

Fonte: Autora.

Tabela 4.23. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5$ mm, e os valores experimentais para $Q=42$ Ls⁻¹, descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.

x (m)	$dp=7,5$ mm h (m)	δ_h (%)				
		Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes	Meireles e Matos (2009)
0,000	0,051	1,5%	0,3%	1,7%	0,7%	2,5%
0,056	0,052	5,3%	0,5%	8,8%	4,5%	16,0%
0,112	0,0420	2,5%	10,6%	0,1%	5,5%	1,7%
0,168	0,037	0,1%	16,7%	8,4%	12,8%	4,4%
0,224	0,034	3,4%	14,7%	9,7%	12,3%	4,5%
0,280	0,032	6,0%	16,8%	7,3%	12,3%	4,6%
0,335	0,031	0,2%	18,8%	9,2%	14,3%	4,8%
0,391	0,030	3,6%	19,3%	9,5%	14,6%	4,1%
0,447	0,029	2,8%	19,8%	12,5%	16,3%	4,1%
0,503	0,028	5,4%	21,4%	17,9%	19,7%	4,8%
0,559	0,027	1,0%	18,2%	16,9%	17,5%	4,3%
0,615	0,027	18,7%	-	-	-	5,1%
0,671	0,026	4,5%	-	-	-	6,2%
0,727	0,026	19,5%	-	-	-	5,7%
0,783	0,025	8,9%	25,2%	15,0%	20,4%	7,3%
0,839	0,025	4,7%	22,6%	8,2%	16,0%	7,6%
0,894	0,025	6,6%	23,8%	20,1%	22,0%	7,1%
0,950	0,026	-	26,0%	12,2%	19,7%	-
1,006	0,034	-	0,7%	14,1%	7,0%	-
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)		5,6%	16,0%	10,7%	13,5%	5,6%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)		5,9%	19,5%	11,3%	15,7%	5,1%

Fonte: Autora.

Figura 4.38. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=49$ Ls⁻¹.

Tabela 4.24. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5$ mm, e os valores experimentais para $Q=49$ Ls⁻¹, descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.

x (m)	$dp=7,5$ mm	δ_h (%)			
	h (m)	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes	Meireles e Matos (2009)
0,000	0,059	5,6%	11,6%	8,5%	7,4%
0,056	0,068	23,0%	31,3%	27,0%	34,8%
0,112	0,050	0,5%	11,6%	5,2%	7,0%
0,168	0,044	6,5%	2,2%	2,4%	0,2%
0,224	0,0407	5,5%	3,2%	4,3%	1,5%
0,280	0,039	10,3%	1,5%	4,8%	1,5%
0,335	0,037	10,7%	1,1%	6,2%	2,1%
0,391	0,035	9,5%	2,3%	4,0%	1,8%
0,447	0,034	12,6%	3,9%	8,4%	1,7%
0,503	0,033	17,6%	1,4%	9,1%	2,2%
0,559	0,032	17,1%	3,5%	10,8%	1,6%
0,615	0,032	-	-	-	2,0%
0,671	0,031	-	-	-	2,2%
0,727	0,030	-	-	-	2,0%
0,783	0,030	15,8%	9,4%	12,7%	2,6%
0,839	0,030	8,9%	7,5%	8,2%	2,5%
0,894	0,030	17,4%	11,2%	14,4%	1,1%
0,950	0,032	15,8%	5,7%	11,0%	5,8%
1,006	0,041	7,1%	17,9%	12,2%	37,1%
Média ($0,0 \leq x \leq 1,006$)		11,5%	7,8%	9,3%	6,2%
Média ($0,112 \leq x \leq 0,950$)		11,4%	5,0%	7,8%	2,4%

Fonte: Autora.

Figura 4.39. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=56$ Ls⁻¹.

Fonte: Autora.

Tabela 4.25. Diferenças percentuais entre os valores numéricos obtidos com $dp=7,5$ mm, e os valores experimentais para $Q=56$ Ls⁻¹, descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.

x (m)	$dp=7,5$ mm h (m)	δ_h (%)			
		Parede esquerda	Parede direita	Média paredes	Meireles e Matos (2009)
0,000	0,0627	3,7%	12,0%	7,7%	4,0%
0,056	0,0648	4,5%	13,6%	8,9%	15,7%
0,112	0,0563	0,6%	19,8%	9,4%	7,7%
0,168	0,0475	9,5%	5,5%	2,6%	3,4%
0,224	0,0436	17,0%	2,1%	10,1%	6,2%
0,280	0,0413	17,4%	0,7%	9,2%	6,6%
0,335	0,0393	19,0%	0,5%	10,7%	7,1%
0,391	0,0379	13,9%	1,7%	8,2%	6,9%
0,447	0,0367	14,6%	3,4%	9,4%	6,6%
0,503	0,0356	14,3%	1,2%	8,2%	6,6%
0,559	0,0349	16,0%	7,0%	11,7%	6,0%
0,615	0,0341	-	-	-	5,9%
0,671	0,0334	-	-	-	6,1%
0,727	0,0328	-	-	-	6,0%
0,783	0,0321	16,5%	6,9%	12,0%	6,6%
0,839	0,0317	16,6%	8,1%	12,6%	6,6%
0,894	0,0317	17,8%	14,5%	16,2%	5,7%
0,950	0,0337	7,7%	5,1%	6,4%	1,3%
1,006	0,0430	14,6%	21,0%	17,7%	30,2%
Média (0,0 ≤ x ≤ 1,006)		12,7%	7,7%	10,1%	7,6%
Média (0,112 ≤ x ≤ 0,950)		13,9%	5,9%	9,7%	6,0%

Fonte: Autora.

Figura 4.40. Alturas do escoamento para o descarregador em degraus, $h_d=2,5$ cm.

Tabela 4.26. Resumo das diferenças percentuais para as alturas do escoamento ao longo do descarregador em degraus, $h_d = 2,5$ cm.

Vazão Q (Ls ⁻¹)	δ_h (%)				
	Eixo	Parede esquerda	Parede direita	Média paredes	Meireles e Matos (2009)
35	7,2%	15,5%	11,4%	13,1%	3,4%
42	8,4%	16,3%	12,2%	14,3%	7,9%
49	-	11,5%	7,8%	9,3%	6,2%
56	-	12,7%	7,7%	10,1%	7,6%

Fonte: Autora.

4.2.4 Velocidades do escoamento

Soleira espessa

Os perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para as vazões $Q=35$, 42, 49 e 56 Ls⁻¹ são apresentados nas Figuras 4.41 a 4.44, respectivamente, para as quatro seções de medida ao longo da soleira ($x=0,125$; 0,250; 0,375 e 0,464 m). Os dados experimentais são relativos aos valores de Cabrita (2007) que utilizou dois métodos de medição do perfil de velocidades (tubo de Pitot e tubo de Pressão total). As diferenças percentuais dos perfis de velocidade entre valores numéricos e experimentais para as quatro seções ao longo da soleira espessa estão apresentadas na Tabela 4.27, para todas as vazões, para o método do tubo de Pitot e tubo de Pressão Total. Na Tabela 4.28, são mostrados os desvios dos dados numéricos em relação aos dados numéricos de Lúcio (2015).

Para a vazão de 35 L s^{-1} , verifica-se em geral maior aproximação dos perfis de velocidade numéricos do SPH, com os perfis obtidos nas simulações de Lúcio (2015). As maiores diferenças relativas são observadas na seção 4, devido à curvatura das linhas de corrente e distribuição não hidrostática de pressões, o que reflete em menor precisão nas medidas experimentais nesta seção. Para a posição $h \leq 0,01 \text{ m}$, próximo à fronteira, o método SPH não reproduz corretamente os valores de velocidade, o que afeta o escoamento no início do descarregador a jusante da soleira. Os desvios médios em relação aos valores experimentais medidos com o Tubo de Pitot foram iguais a: S1) 3,1%; S2) 5,2%; S3) 1,8%; S4) 13,7%.

Para a vazão de 42 L s^{-1} , os perfis de velocidade numéricos na seção 1 da soleira espessa se aproximam mais dos valores experimentais. Em contrapartida, nas seções 2 e 4, fica evidente que as velocidades com o SPH são mais próximas do perfil de velocidades de Lúcio (2015). Os desvios médios em relação aos valores experimentais medidos com o Tubo de Pitot foram iguais a: S1) 1,4%; S2) 2,3%; S3) 2,8%; S4) 7,8%.

Para a vazão de 49 L s^{-1} , as diferenças relativas médias para os dados obtidos com o tubo de Pitot foram de: S1) 1,3%; S2) 4,5%; S3) 2,2%; S4) 8,1%. Para a vazão de 56 L s^{-1} , os valores médios das diferenças foram iguais a: S1) 3,1%; S2) 2,6%; S3) 1,5%; S4) 7,9%.

Verificou-se que as diferenças relativas entre valores numéricos e valores experimentais obtidos com o tubo de Pressão T foram em geral superiores às diferenças calculadas para os valores experimentais obtidos com o Tubo de Pitot, para todas as vazões de teste. Além disso, verificou-se que os desvios são maiores na seção 4 devido à curvatura do escoamento e pressão não hidrostática afetando as medidas experimentais, e que as velocidades próximas à fronteira ($h \leq 0,01 \text{ m}$) não são bem reproduzidas nas simulações SPH. O perfil de velocidades do SPH na seção 4 ($x/L_{\text{soleira}} = 0,93$) se aproxima do perfil da simulação de Nunes (2015) e segue o perfil típico esperado próximo à extremidade da soleira espessa, como se pode observar pela Figura 4.45, que mostra os dados experimentais de Felder e Chanson (2012).

Figura 4.41. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=35 \text{ L s}^{-1}$.

Figura 4.42. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=42 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.43. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$.

Figura 4.44. Perfis de velocidade ao longo da soleira espessa para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.27. Diferenças percentuais médias entre a velocidade experimental e numérica (δ_v).

Vazão (Ls^{-1})	δ_v (%) - Tubo de Pitot				δ_v (%) - Tubo de Pressão T			
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
35	3,1	5,2	1,8	13,7	7,5	7,9	7,0	7,9
42	1,4	2,3	2,8	7,8	3,6	2,7	5,7	12,6
49	1,3	4,5	2,2	8,1	6,0	3,5	7,5	18,2
56	3,1	2,6	1,5	7,9	5,6	2,7	5,9	14,7

*Seções: S1) $x=0,125\text{m}$, S2) $x=0,250\text{m}$, S3) $x=0,375\text{m}$, S4) $x=0,464\text{m}$. Dados da simulação para descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.28. Diferenças percentuais médias entre a velocidade numérica com SPH e velocidade de Lúcio (2015).

Vazão (Ls^{-1})	δ_v (%) – Numérico Lúcio (2015)			
	S1	S2	S3	S4
35	2,9	3,1	2,6	2,0
42	9,3	2,1	2,2	2,0
49	6,4	2,9	2,7	1,8
56	5,3	2,4	2,7	1,7

*Seções: S1) $x=0,125\text{m}$, S2) $x=0,250\text{m}$, S3) $x=0,375\text{m}$, S4) $x=0,464\text{m}$. Dados da simulação para descarregador liso, 2D.

Fonte: Autora.

Figura 4.45. Distribuições adimensionais de velocidade ao longo da soleira espessa (medidas experimentais).

* H_1 é a carga total no reservatório, acima da crista da soleira; $L_{soleira}$ é o comprimento da soleira espessa.

Fonte: Adaptado de Felder e Chanson (2012).

Descarregador liso

A velocidade do escoamento para um fluido ideal, na ausência de perda de carga, pode ser calculada pela Equação 4.8.

Para um fluido real, uma camada limite turbulenta desenvolve-se no início do descarregador, e sua espessura aumenta até atingir a superfície livre do escoamento. A distribuição de velocidades segue aproximadamente uma lei de potência (Equação 4.12) a montante do ponto de início de aeração, sendo $N \simeq 5$ como ajustado para os dados de Ohtsu e Yasuda (1997) *apud* Chanson (2002), para descarregador em degraus. Acima da camada limite turbulenta, a distribuição de velocidade é uniforme, com velocidade igual à de um fluido ideal.

$$\frac{V}{V_{m\acute{a}x}} = \left(\frac{y}{\delta_{BL}} \right)^{1/N} \quad 0 < y/\delta < 1 \quad (4.12)$$

sendo: δ_{BL} é a espessura da camada limite turbulenta; y é a distância perpendicular ao fundo fictício.

Os perfis de velocidade numéricos das vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} para o descarregador liso foram comparados com os dados experimentais de André e Ramos (2003), obtidos no eixo do descarregador (Figura 4.46 e 4.47). Para as vazões de $Q=49$ e 56 Ls^{-1} , os perfis comparados com os dados experimentais de Cabrita (2007), para a configuração de descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, e medidas de altura do escoamento realizadas no eixo do descarregador (Figura 4.48 e 4.49). As diferenças percentuais entre os dados experimentais e numéricos estão apresentadas nas Tabelas 4.29 e 4.30. Para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} , as maiores diferenças percentuais são observadas no início do descarregador, até a posição $x \simeq 0,224 \text{ m}$. Para as posições a jusante, os valores de δ_v são inferiores a 5%.

Para todas as vazões, as velocidades máximas foram próximas às velocidades potenciais calculadas, as quais são representadas por uma linha tracejada nos gráficos.

Figura 4.46. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$. Figura 4.47. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=42 \text{ L s}^{-1}$. Figura 4.48. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=49 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.49. Distribuição de velocidades para o descarregador liso, $Q=56 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.29. Diferenças percentuais (δ_v) entre os perfis de velocidade experimentais e numéricos ao longo do descarregador liso, $dp=7,5 \text{ mm}$. Dados de André e Ramos (2003), largura constante.

Posição vertical	$x \text{ (m)}$	$\delta_v \text{ (%)}$	
		$0 \leq h \leq h_{\text{máx}}$	
		35 L s^{-1}	42 L s^{-1}
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	0,056	15,6	7,2
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	0,112	14,5	15,0
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	0,168	7,2	5,8
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	0,224	5,5	3,7
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	0,280	4,1	2,3
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	0,335	3,4	2,0
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	0,391	2,8	1,9
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	0,447	2,3	1,9
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	0,503	2,1	1,8
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	0,559	2,1	2,1
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	0,615	2,2	1,8
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	0,671	2,3	2,0
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	0,727	2,2	1,9
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	0,783	2,4	2,1
16 ($x=0,839 \text{ m}$)	0,839	2,6	2,8
17 ($x=0,894 \text{ m}$)	0,894	2,9	3,0
18 ($x=0,950 \text{ m}$)	0,950	3,2	2,7

Fonte: Autora.

Tabela 4.30. Diferenças percentuais (δ_v) entre os perfis de velocidade experimentais e numéricos ao longo do descarregador liso, $dp=7,5$ mm. Dados de Cabrita (2007), descarregador com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Posição vertical	x (m)	δ_v (%)	
		$0 \leq h \leq h_{\text{máx}}$	
		49 Ls^{-1}	56 Ls^{-1}
3 ($x=0,112$ m)	0,112	23,4	23,9
5 ($x=0,224$ m)	0,224	4,1	4,4
7 ($x=0,335$ m)	0,335	1,7	2,1
9 ($x=0,447$ m)	0,447	1,3	2,0
11 ($x=0,559$ m)	0,559	1,9	1,9
13 ($x=0,671$ m)	0,671	1,5	1,8
15 ($x=0,783$ m)	0,783	2,6	2,9
17 ($x=0,894$ m)	0,894	3,7	4,2

Fonte: Autora.

Os campos de velocidade para as vazões $Q=35$ e 49 L^{-1} para o descarregador liso são mostrados nas Figuras 4.50 e 4.51, respectivamente, no instante da simulação $t=20$ s, sendo os valores representados na escala de protótipo. Os vetores de velocidades são mostrados na Figura 4.52 para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$.

Figura 4.50. Campo de velocidades para o descarregador liso, $Q= 35 \text{ Ls}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.51. Campo de velocidades para o descarregador liso, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.52. Vetores velocidades para o descarregador liso, instante $t=20\text{s}$, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$

Os perfis de velocidade para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} são apresentados nas Figuras 4.53 a 4.56, respectivamente. Os perfis numéricos para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} são comparados com dados experimentais de André e Ramos (2003), os quais foram obtidos no eixo do descarregador de largura constante. Os máximos valores de velocidade em cada vertical apresentam boa correlação com as velocidades potenciais calculadas.

O cálculo das velocidades potenciais foi feito com base nas medidas de alturas do escoamento no eixo do descarregador do estudo de André e Ramos (2003), para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} . Para as vazões $Q=49$ e 56 Ls^{-1} , como não foram feitas leituras no eixo do descarregador, considerou-se a média dos valores das alturas do escoamento na parede esquerda e parede direita para o cálculo da velocidade potencial.

As diferenças percentuais são apresentadas nas Tabelas 4.31 e 4.32, para as vazões $Q=35$ e 42 L s^{-1} , respectivamente. Como as diferenças relativas são elevadas principalmente para as alturas inferiores a $0,01 \text{ m}$, as diferenças são apresentadas para os intervalos $0 \leq h \leq h_{\text{máx}}$ e $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{\text{máx}}$.

Os campos de velocidades para as vazões $Q=35$ e 56 L s^{-1} são apresentados nas Figuras 4.57 e 4.58, respectivamente, na escala de protótipo. Os vetores de velocidade são apresentados nas Figuras 4.59 e 4.60 para a vazão de 56 L s^{-1} , no instante $t=20 \text{ s}$.

Figura 4.53. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5 \text{ cm}$), $Q=35 \text{ L s}^{-1}$.

Figura 4.54. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5 \text{ cm}$), $Q=42 \text{ L s}^{-1}$.

Figura 4.55. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=49$ Ls⁻¹. Figura 4.56. Distribuição de velocidades para o descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm), $Q=56$ Ls⁻¹.

Fonte: Autora.

Tabela 4.31. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=35$ Ls⁻¹; $h_d=2,5$ cm.

Verticais	δ_v (%)	
	$0 \leq h \leq h_{máx}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{máx}$
2 ($x=0,056$ m)	25,7	10,1
3 ($x=0,112$ m)	16,7	8,6
4 ($x=0,168$ m)	10,1	4,3
5 ($x=0,224$ m)	9,1	1,8
6 ($x=0,280$ m)	7,8	2,6
7 ($x=0,335$ m)	9,2	0,7
8 ($x=0,391$ m)	7,4	1,9
9 ($x=0,447$ m)	10,3	1,4
10 ($x=0,503$ m)	11,5	5,3
11 ($x=0,559$ m)	7,5	4,1
12 ($x=0,615$ m)	12,3	5,8
13 ($x=0,671$ m)	11,6	5,2
14 ($x=0,727$ m)	13,8	8,0
15 ($x=0,783$ m)	17,6	6,7

Fonte: Autora.

Tabela 4.32. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=42 \text{ L s}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Verticais	$\delta_v (\%)$	
	$0 \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	22,5	14,4
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	18,5	10,5
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	10,1	9,7
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	11,5	5,0
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	11,5	4,9
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	10,1	3,2
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	5,6	3,3
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	8,1	2,5
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	8,8	3,6
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	9,9	5,9
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	7,6	6,2
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	16,7	5,1
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	8,6	7,0
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	15,9	9,9
16 ($x=0,839 \text{ m}$)	15,8	12,1
17 ($x=0,894 \text{ m}$)	11,9	9,5

Fonte: Autora.

Figura 4.57. Campo de velocidades para o descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$, $Q= 35 \text{ L s}^{-1}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.58. Campo de velocidades para o descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, $Q=56$ Ls^{-1} e detalhe das partículas de fluido.

Fonte: Autora.

Figura 4.59. Vetores de velocidades para a vazão de 56 Ls^{-1} , descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm.

Fonte: Autora.

Figura 4.60. Vetores de velocidade para a vazão de 56 L s^{-1} , descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$, vista ampliada do degrau 7 a 11.

Fonte: Autora.

4.3 Resultados numéricos 3D

As simulações tridimensionais foram desenvolvidas para descarregador liso e em degraus, com uma parede convergente de $19,3^\circ$, ou duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Adotou-se distância entre partículas igual a 0,02 m (0,002 m na escala do modelo), devido à limitação de tempo computacional, sendo a razão h_d/dp (relação entre altura do degraus e tamanho da partícula) igual a 12,5.

Nas simulações tridimensionais foram utilizados os mesmos parâmetros do modelo SPH que foram adotados nas simulações bidimensionais, os quais estão indicados na seção 3.2.2. Além disso, foram adotadas condições de entrada semelhantes, no que diz respeito ao número de camadas das partículas de fluido, altura e velocidade das partículas (seção 4.2.1).

Para a vazão $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ e descarregador em degraus, também foram realizadas simulações com $dp=0,0175 \text{ m}$ (escala de protótipo), sendo o valor de h_d/dp igual a 14,3.

O número de partículas da fronteira sólida, número de partículas de fluido no final da simulação ($t=20 \text{ s}$), e tempo de simulação são apresentados nas Tabelas 4.33, 4.34, 4.35 e 4.36, para as configurações: a) descarregador liso com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; b) descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; c) descarregador liso com uma parede convergente de $19,3^\circ$; d) descarregador em degraus com uma parede convergente de $19,3^\circ$, respectivamente. Comparando-se as simulações para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ com $dp=0,0175$ e $0,020 \text{ m}$, observa-se que para a relação entre o número total de partículas igual a 1,46, houve um incremento no tempo de simulação de 17,6 dias (relação entre tempos de simulação de 2,07). Considerando as simulações com $dp=0,020 \text{ m}$, o maior tempo de simulação (de 26,5 dias) foi verificado para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$ para o descarregador com uma parede convergente de $19,3^\circ$, sendo o número total de partículas (fronteira e fluido) igual a 10.397.760.

No Apêndice A, as alturas do escoamento são apresentadas por meio de gráficos isométricos e gráficos de isolinhas para os dois ângulos de convergência das paredes ($9,9^\circ$ e $19,3^\circ$), e vazões $Q=35$ e 56 Ls^{-1} . Além disso, no Apêndice B são apresentados os perfis transversais de altura do escoamento para a vazão de $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ para diferentes seções ao longo do descarregador, para as configurações: a) descarregador liso com uma parede convergente de $19,3^\circ$; b) descarregador liso com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; c) descarregador em degraus com uma parede convergente de $19,3^\circ$. Os perfis para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ e configuração do descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ estão apresentados na seção 4.3.2.

Tabela 4.33. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador liso, duas paredes convergentes de 9,9°.

3D – 2 conv 9,9° - Liso				
Q (Ls ⁻¹)	dp (m)	$N_{\text{fronteira}}$	N_{fluido} (t=20 s)	Tempo de simulação
35	0,0200	1.105.810	5.333.818	330,00 h → 13,75 dias
42	0,020	1.105.810	6.308.778	394,41 h → 16,43 dias
49	0,020	1.105.810	7.164.469	457,68 h → 19,07 dias
56	0,020	1.105.810	7.813.413	508,95 h → 21,21 dias

Fonte: Autora.

Tabela 4.34. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador em degraus, duas paredes convergentes de 9,9°.

3D – 2 conv 9,9° - Degraus $h_d=2,5$ cm				
Q (Ls ⁻¹)	dp (m)	$N_{\text{fronteira}}$	N_{fluido} (t=20 s)	Tempo de simulação
35	0,0175	1.451.558	10.089.648	813,97 h → 33,92 dias
35	0,0200	1.115.436	6.798.576	392,75 h → 16,36 dias
42	0,020	1.115.436		
49	0,020	1.115.436	8.668.446	539,37 h → 22,47 dias
56	0,020	1.115.436	9.321.004	598,76 h → 24,95 dias

Fonte: Autora.

Tabela 4.35. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador liso, uma parede convergente de 19,3°.

3D – 1 conv 19,3° - Liso				
Q (Ls ⁻¹)	dp (m)	$N_{\text{fronteira}}$	N_{fluido} (t=20 s)	Tempo de simulação
35	0,0200	1.077.790	5.376.318	330,06 h → 13,75 dias
42	0,020	1.077.790	6.328.443	389,90 h → 16,25 dias
49	0,020	1.077.790	7.218.662	442,72 h → 18,45 dias
56	0,020	1.077.790	7.867.360	511,49 h → 21,31 dias

Fonte: Autora.

Tabela 4.36. Número de partículas e tempo de simulação. Descarregador em degraus, uma parede convergente de 19,3°.

3D – 1 conv 19,3° - Degraus $h_d=2,5$ cm				
Q (Ls ⁻¹)	dp (m)	$N_{\text{fronteira}}$	N_{fluido} (t=20 s)	Tempo de simulação
35	0,0200	1.056.099	6.781.676	468,34 h → 19,51 dias
42	0,020	1.056.099	7.763.943	513,89 h → 21,41 dias
49	0,020	1.056.099	8.677.740	568,51 h → 23,69 dias
56	0,020	1.056.099	9.341.661	636,51 h → 26,52 dias

Fonte: Autora.

4.3.1 Estabilização do escoamento

Nas Figuras 4.61 e 4.62 apresentam-se as evoluções temporais das alturas do escoamento para diferentes posições longitudinais da soleira espessa, distantes entre si de 5 cm, para as vazões $Q=35 \text{ L s}^{-1}$ e 56 L s^{-1} , respectivamente. No eixo das abcissas são representados os intervalos de saída da simulação, a cada 0,01 segundos, sendo um total de 2000 intervalos para 20 segundos de simulação computacional. O eixo das ordenadas representa a altura do escoamento nas diferentes posições longitudinais. Em geral, verifica-se para a vazão $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, que a estacionariedade do escoamento sobre a soleira espessa é observada aproximadamente para o instante da simulação de 12 segundos ($i=1200$). Para a vazão $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, verifica-se que as alturas do escoamento são estabilizadas aproximadamente no instante de 8 segundos ($i=800$). Dessa forma, os valores de altura do escoamento e de velocidade ao longo da soleira espessa e descarregador foram determinados como valores médios para os instantes entre 12 e 20 segundos de simulação computacional.

Figura 4.61. Evolução temporal da altura do escoamento ao longo da soleira espessa, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.62. Evolução temporal da altura do escoamento ao longo da soleira espessa, $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

4.3.2 Estudo de resolução de partícula

Para a análise de convergência, foram analisados dois tamanhos de partículas, para a vazão $Q=35 \text{ L s}^{-1}$ e descarregador em degraus. Não foi possível desenvolver simulações para tamanhos de partículas menores, devido a limitações de tempo computacional.

As alturas do escoamento ao longo da soleira espessa e os perfis de velocidade para as quatro seções de medida são apresentados nas Figuras 4.63 e 4.64, respectivamente. As alturas do escoamento obtidas com $dp=0,0175 \text{ m}$ são em geral um pouco inferiores às alturas obtidas com $dp=0,020 \text{ m}$, sobretudo entre as posições $x \simeq 0,125 \text{ m}$ e $x \simeq 0,450 \text{ m}$. Para ambos os tamanhos de partículas foi utilizado igual espaçamento entre as camadas de partículas de fluido de entrada e a fronteira física. Em relação aos perfis de velocidade, as velocidades próximas ao fundo foram melhor representadas para a simulação com $dp=0,0175 \text{ m}$. As variações entre os perfis de velocidade e da superfície livre ao longo da soleira espessa provavelmente se devem ao igual espaçamento utilizado entre as partículas de fluido da camada de entrada e a fronteira em ambas as simulações.

Na Figura 4.65 são apresentados os perfis transversais de altura do escoamento obtidos com o método SPH para $dp=0,020$ e $0,0175$ m, em conjunto com dados experimentais de Cabrita (2007) para as alturas do escoamento no eixo e na parede do descarregador. Para a altura do escoamento na parede, foi utilizada a altura do escoamento no lado direito do descarregador, sendo apresentada a faixa de máximo e mínimo das medições. Os valores do lado esquerdo apresentaram grandes oscilações de altura do escoamento, não sendo utilizados para representação nos gráficos. Na posição $x=1,01$ m não existe registro de altura do escoamento no eixo do descarregador.

Pela Figura 4.65 observa-se que as diferenças entre os perfis transversais da superfície livre são pequenas no início do descarregador, sendo maiores nas seções mais a jusante. Observa-se ainda pela Figura 4.65 que junto às paredes, as alturas do escoamento não são afetadas de forma expressiva pelo tamanho da partícula, no entanto, para as alturas do escoamento no centro, as diferenças podem ser mais significativas. Pelas figuras é possível notar que os perfis transversais numéricos apresentaram formas diferentes ao longo do descarregador.

Perfis de velocidade ao longo do descarregador são mostrados na Figura 4.66. Observa-se que há pouca variação entre os perfis para os tamanhos das partículas: $dp=0,020$ e $0,0175$ m. Para posições a jusante da posição $x=0,783$ m (vertical 15), não há registros de medidas experimentais. Nota-se que os desvios são maiores para as posições verticais próximas à superfície livre, a partir da posição correspondente à vertical 12 ($x = 0,615$ m). As velocidades máximas dos perfis de velocidade numéricos com $dp=0,0175$ m melhor se aproximam das velocidades potenciais, em comparação com os resultados com $dp= 0,020$ m.

Figura 4.63. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5$ cm, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020$ m.

Fonte: Autora.

Figura 4.64. Perfis de velocidade ao longo da soleria espessa. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020 \text{ m}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.65. Perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador em degraus, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020 \text{ m}$.

Figura 4.66. Perfis de velocidade ao longo do descarregador em degraus, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Análise de convergência: $dp=0,0175$ e $0,020 \text{ m}$.

Fonte: Autora.

Do estudo de resolução de partículas não foi possível concluir que a convergência dos resultados foi atingida com os tamanhos das partículas avaliadas. Por razões práticas, adotou-se $dp=0,020$ m para a realização das simulações com todas as condições de vazão testadas, e diferentes configurações. Portanto, o objetivo do estudo apresentado neste item foi avaliar de maneira geral a influência do tamanho das partículas sobre os resultados de altura do escoamento e velocidade, embora o resultado não tenha sido conclusivo.

4.3.3 Soleira espessa

Os resultados de altura do escoamento e perfis de velocidade para as quatro seções de medida na soleira espessa (S_1 : $x=0,125$ m; S_2 : $x=0,250$ m; S_3 : $x=0,375$ m; S_4 : $x=0,464$ m) foram determinados para a condição de descarregador em degraus com altura de 2,5 cm, e duas paredes convergentes com ângulo de $9,9^\circ$. Para o descarregador liso e configuração de parede convergente com ângulo de $19,3^\circ$, os resultados são similares, pois foram adotadas as mesmas características das camadas de fluido na entrada, isto é, igual número de camadas, altura e velocidade das partículas de fluido.

- Altura na soleira espessa

As alturas do escoamento ao longo da soleira espessa estão apresentadas na Figura 4.67 para as diferentes vazões de teste. Na Figura apresentam-se os dados experimentais de Cabrita (2007), dados numéricos de Lúcio (2015) e Nunes (2017), além dos dados obtidos com o método SPH para $dp=0,020$ m.

Nas Tabelas 4.37 a 4.40 estão apresentados os dados de altura do escoamento para as quatro seções ao longo da soleira espessa, considerando os valores experimentais de Cabrita (2007), valores numéricos do SPH, e as diferenças relativas δ_h , para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} , respectivamente. Os valores numéricos referem-se às simulações para descarregador em degraus, com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Verifica-se que os desvios relativos são em geral inferiores a 3%, com exceção das seções S_3 para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ e seção S_4 para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, com δ_h iguais a 6,60% e 5,06%, respectivamente. Pela visualização dos gráficos, é possível verificar melhor ajuste do perfil da superfície livre pelo método SPH em comparação com os resultados numéricos obtidos com o *software* FLOW-3D® (Lúcio, 2015; Nunes, 2017).

Figura 4.67. Altura do escoamento ao longo da soleira espessa para descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm, e duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, para as vazões a) 35 L s^{-1} ; b) 42 L s^{-1} ; c) 49 L s^{-1} ; d) 56 L s^{-1} .

Fonte: Autora.

Tabela 4.37. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, simulação 3D.

$x \text{ (m)}$	Experimental *	Numérico **	$\delta_h \text{ (%)}$
	$h \text{ (m)}$	$h \text{ (m)}$	
S1) 0,125	0,0620	0,0616	0,58%
S2) 0,250	0,0595	0,0597	0,34%
S3) 0,375	0,0600	0,0560	6,60%
S4) 0,464	0,0505	0,0490	2,91%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador h_d 2,5 cm, 2 conv $9,9^\circ$, 3D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.38. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, simulação 3D.

$x \text{ (m)}$	Experimental *	Numérico **	$\delta_h \text{ (%)}$
	$h \text{ (m)}$	$h \text{ (m)}$	
S1) 0,125	0,0729	0,0725	0,52%
S2) 0,250	0,0685	0,0704	2,71%
S3) 0,375	0,0671	0,0661	1,55%
S4) 0,464	0,0602	0,0588	2,30%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador h_d 2,5 cm, 2 conv $9,9^\circ$, 3D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.39. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.

$x \text{ (m)}$	Experimental *	Numérico **	$\delta_h \text{ (%)}$
	$h \text{ (m)}$	$h \text{ (m)}$	
S1) 0,125	0,0841	0,0829	1,37%
S2) 0,250	0,0770	0,0787	2,22%
S3) 0,375	0,0743	0,0725	2,37%
S4) 0,464	0,0675	0,0641	5,06%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador h_d 2,5 cm, 2 conv 9,9°, 3D.

Fonte: Autora.

Tabela 4.40. Alturas do escoamento ao longo da soleira espessa, experimental e numérico, e diferenças relativas, para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, simulação 3D.

$x \text{ (m)}$	Experimental *	Numérico **	$\delta_h \text{ (%)}$
	$h \text{ (m)}$	$h \text{ (m)}$	
S1) 0,125	0,0926	0,0909	1,87%
S2) 0,250	0,0841	0,0853	1,46%
S3) 0,375	0,0800	0,0780	2,50%
S4) 0,464	0,0712	0,0688	3,32%

*Dados experimentais de Cabrita (2007). **Dados para simulação descarregador h_d 2,5 cm, 2 conv 9,9°, 3D.

Fonte: Autora.

- Velocidade ao longo da soleira espessa

Nas Figuras 4.68 a 4.71 são mostrados os perfis de velocidade ao longo da soleira espessa, para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} , respectivamente. Em conjunto com os perfis numéricos obtidos com o método SPH, são apresentados os perfis de Lúcio (2015), e os dados experimentais obtidos no estudo de Cabrita (2007) com a utilização de um tubo de Pitot e tubo de Pressão T.

Na Tabela 4.41 são apresentadas as diferenças percentuais médias entre as velocidades experimentais e numéricas nas seções de medida (δ_v). Os desvios relativos calculados em com as velocidades obtidas com o Tubo de Pressão T são em geral superiores aos desvios calculados para as velocidades com o Tubo de Pitot, principalmente para as posições referentes às verticais 3 e 4 ($x=0,375$ e $0,464 \text{ m}$, respectivamente). Para as seções 1 a 3, os desvios relativos são inferiores a 5%, para os dados medidos com o Tubo de Pitot. Na seção 4, os desvios são elevados, podendo alcançar 17%, mas como discutido previamente, existem erros sistemáticos nos dados experimentais devido à pressão não hidrostática e curvatura das linhas de corrente nesta seção. Para as seções 3 e 4, as velocidades junto à fronteira sólida não são bem

reproduzidas com o método SPH, até a altura $h \simeq 0,01 \text{ m}$ a partir do fundo, apresentando valores superiores aos valores experimentais.

A Tabela 4.42 apresenta as diferenças percentuais médias entre as velocidades do estudo com SPH e no estudo de Lúcio (2015), calculado para a altura $h > 0,001 \text{ m}$ a partir do fundo. As maiores diferenças foram observadas na seção 1, sendo as diferenças relativas inferiores a 9% nesta seção.

Tabela 4.41. Diferenças percentuais médias entre a velocidade experimental e numérica (δ_v).

Vazão (Ls^{-1})	δ_v (%) - Tubo de Pitot				δ_v (%) - Tubo de Pressão T			
	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4
35	0,8	1,7	4,6	17,5	2,3	2,7	10,2	10,8
42	1,3	2,5	3,1	7,3	2,3	3,4	6,2	13,8
49	1,5	3,2	1,9	7,8	1,5	4,6	5,9	16,0
56	2,0	2,4	1,2	7,5	1,8	2,5	6,8	16,3

*Seções: S1) $x=0,125 \text{ m}$, S2) $x=0,250 \text{ m}$, S3) $x=0,375 \text{ m}$, S4) $x=0,464 \text{ m}$. Dados da simulação para descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$, 2 conv $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.42. Diferenças percentuais médias entre a velocidade numérica com SPH e velocidade de Lúcio (2015).

Vazão (Ls^{-1})	δ_v (%) – Numérico Lúcio (2015)			
	S1	S2	S3	S4
35	7,2	3,0	4,4	3,1
42	8,9	2,6	3,1	2,3
49	5,5	0,3	1,1	1,5
56	5,0	0,8	0,9	1,1

*Seções: S1) $x=0,125 \text{ m}$, S2) $x=0,250 \text{ m}$, S3) $x=0,375 \text{ m}$, S4) $x=0,464 \text{ m}$. Dados da simulação para descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$, 2 conv $9,9^\circ$. δ_v calculado para altura $h > 0,001 \text{ m}$ a partir do fundo.

Fonte: Autora.

Figura 4.68. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.69. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.70. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.71. Perfis de velocidades ao longo da soleira espessa. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

4.3.4 Descarregador liso – duas paredes convergentes 9,9°

Alturas do escoamento

Os perfis de altura do escoamento no centro e na parede do descarregador liso com duas paredes convergentes de 9,9° são apresentados nas Figuras 4.72 a 4.75, para as vazões entre $Q=35$ e 56 L s^{-1} . Além dos resultados obtidos com o método SPH, são apresentados os resultados numéricos obtidos por Nunes (2017) para as vazões de $Q=35$ e 56 L s^{-1} e dados experimentais obtidos por Cabrita (2007).

Para todas as vazões observa-se em geral que as maiores diferenças ocorrem no início do descarregador até a posição $x=0,112 \text{ m}$, aproximadamente, tanto para os perfis no eixo quanto junto às paredes laterais. Os resultados da altura do escoamento com o método SPH foram satisfatórios em geral. Comparando-se com os resultados obtidos por Nunes (2017) para as vazões $Q=35$ e 56 L s^{-1} , pode-se notar que os perfis de altura do escoamento no eixo são melhores reproduzidos com o *software* FLOW-3D®, sendo os valores obtidos com o método SPH ligeiramente superiores às medidas experimentais. No entanto, as simulações com o método SPH resultaram em alturas do escoamento junto às paredes mais próximas das medidas experimentais, principalmente para as medidas efetuadas na parede direita do descarregador.

Figura 4.72. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de 9,9°, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.73. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Figura 4.74. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Figura 4.75. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Largura da onda estacionária

As larguras das ondas para o descarregador com paramento liso e duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ são apresentadas nas Figuras 4.76 a 4.79, para as vazões entre $Q=35$ e 56 Ls^{-1} . Os dados experimentais foram determinados no estudo de Cabrita (2007) por meio de observação visual e com recurso à um micromolinetete acoplado a um sistema de deslocamento transversal. Os dados indicados nos gráficos são valores médios para a largura da parede direita e parede esquerda, e as barras verticais representam a faixa de variação dos valores experimentais para a largura da onda. A variação foi determinada considerando o maior entre os valores: diferença entre a largura média e a largura mínima; diferença entre a largura máxima e a largura média. Portanto, a faixa de variação não representa necessariamente os valores de leitura máximo e mínimo em determinada seção longitudinal.

As larguras das ondas experimentais obtidas com o método do micromolinetete são maiores que as alturas determinadas por observação visual. O padrão de crescimento da largura da onda ao longo do descarregador é em geral reproduzido de maneira satisfatória com as simulações utilizando o método SPH, ainda que as diferenças percentuais comparando-se os dados numéricos e experimentais possam ser significativas. As curvas que representam a onda estacionária lateral foram aproximadamente semelhantes considerando todas as vazões testadas. No final do descarregador, as larguras das ondas são subestimadas com a metodologia

proposta para determinação da largura da onda a partir dos perfis transversais de altura do escoamento.

Para a faixa de vazões testadas, as máximas larguras das ondas com as medidas com o micromolinete foram aproximadamente de 0,14-0,15 m. Os valores máximos de largura das ondas com os dados numéricos foram aproximadamente iguais a 0,12 m.

Figura 4.76. Largura da onda estacionária lateral, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.77. Largura da onda estacionária lateral, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.78. Largura da onda estacionária lateral, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.79. Largura da onda estacionária lateral, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Perfis de velocidade

Os perfis de velocidade do descarregador liso, com duas paredes convergentes de 9,9°, são apresentados nas Figuras 4.80 a 4.83, para as vazões de 35, 42, 49 e 56 Ls⁻¹. Nas Figuras 4.80 e 4.83, referentes às vazões 35 e 56 Ls⁻¹, também são apresentados os resultados das simulações desenvolvidas por Nunes (2017). Além disso, as linhas de velocidades potenciais são apresentadas nos gráficos, as quais foram calculadas com as alturas do escoamento no eixo do descarregador determinadas no estudo de Cabrita (2007).

Os desvios médios relativos entre os perfis de velocidades numéricos e experimentais são apresentados nas Tabelas 4.43 a 4.46, considerando os valores de velocidade para os intervalos $0 \leq h \leq h_{máx}$ e $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{máx}$. Para todas as vazões observou-se boa aproximação entre os dados numéricos e experimentais, para as diferentes verticais ao longo do descarregador. Os maiores desvios foram verificados nas posições $x=0,112 \text{ m}$ (vertical 3) e $x=1,006 \text{ m}$ (vertical 19), a partir do final da soleira espessa. Para a vertical 3, as diferenças são elevadas devido à formação de uma cavidade de ar abaixo do jato. Para a vertical 19, a diferença provavelmente deve-se à influência da água na bacia de restituição. No entanto, na vertical 19, os perfis do método SPH e FLOW-3D® (Nunes, 2017) são semelhantes, como evidenciado na Figura 4.83 por exemplo, para a vazão de 56 Ls⁻¹.

As velocidades máximas dos resultados numéricos com o método SPH e com o FLOW-3D® (Lúcio, 2015) são próximas das velocidades potenciais calculadas. As velocidades máximas dos perfis experimentais são em geral superiores às velocidades potenciais calculadas, principalmente nas verticais 3 a 7 ($x=0,112$ a $0,335 \text{ m}$).

Comparando-se com os dados obtidos para a simulação em 2D do escoamento sobre descarregador liso, observa-se que os desvios são relativamente da mesma ordem de grandeza nas simulações tridimensionais, mesmo para menor resolução de partícula utilizada no estudo em 3D.

Figura 4.80. Perfis de velocidade para $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; liso; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.43. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	3	5	7	9	11	13	15	17	19
x (m)	0,112	0,224	0,335	0,447	0,559	0,671	0,783	0,894	1,006
$\delta_v (\%)^*$	17,8%	6,5%	4,3%	3,2%	2,1%	1,4%	1,75%	2,5%	5,5%
$\delta_v (\%)^{**}$	12,8%	5,3%	3,8%	3,1%	2,3%	1,4%	0,9%	0,3%	1,4%

* $0 \leq h \leq h_{máx}$; ** $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{máx}$

Fonte: Autora.

Figura 4.81. Perfis de velocidade para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.44. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	3	5	7	9	11	13	15	17	19
x (m)	0,112	0,224	0,335	0,447	0,559	0,671	0,783	0,894	1,006
$\delta_v (\%)^*$	23,4%	6,9%	3,7%	2,6%	1,4%	1,6%	1,4%	2,1%	9,7%
$\delta_v (\%)^{**}$	12,5%	5,1%	3,1%	2,2%	1,6%	1,6%	0,9%	0,5%	3,5%

* $0 \leq h \leq h_{\max}$; ** $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{\max}$

Fonte: Autora.

Figura 4.82. Perfis de velocidade para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Q 49 - 2 conv 9.9 - liso

□ Exp. Cabrita (2007) —●— Numérico - dp 0.020 m --- Velocidade potencial

Fonte: Autora.

Tabela 4.45. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	3	5	7	9	11	13	15	17	19
x (m)	0,112	0,224	0,335	0,447	0,559	0,671	0,783	0,894	1,006
δ_v (%)*	23,9%	6,8%	3,7%	2,7%	1,5%	1,4%	1,4%	2,0%	10,7%
δ_v (%)**	9,4%	4,6%	2,6%	2,2%	1,9%	1,6%	0,8%	0,5%	5,4%

* $0 \leq h \leq h_{máx}$; ** $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{máx}$

Fonte: Autora.

Figura 4.83. Perfis de velocidade para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Tabela 4.46. Diferenças médias percentuais entre os perfis de velocidade para $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	3	5	7	9	11	13	15	17	19
x (m)	0,112	0,224	0,335	0,447	0,559	0,671	0,783	0,894	1,006
δ_v (%)*	27,1%	8,6%	4,7%	3,8%	1,8%	1,7%	1,3%	1,8%	11,8%
δ_v (%)**	6,8%	5,9%	3,5%	3,1%	1,9%	1,8%	1,1%	0,6%	6,3%

* $0 \leq h \leq h_{\text{máx}}$; ** $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{\text{máx}}$

Fonte: Autora.

4.3.5 Descarregador liso – uma parede convergente 19,3°

Alturas do escoamento

Nas Figuras 4.84 a 4.87 são apresentados os gráficos de altura do escoamento ao longo das paredes e ao longo do eixo do descarregador liso com uma parede convergente de 19,3°, para as vazões de 35, 42, 49 e 56 Ls^{-1} , respectivamente. Os dados experimentais obtidos por André e Ramos (2003) são apresentados graficamente, para a parede não convergente do descarregador (lado esquerdo, vista de montante para jusante), dados no eixo, e parede convergente.

Pela observação dos dados experimentais obtidos no centro do canal para a faixa de vazões testada, verifica-se uma tendência decrescente da altura do escoamento ao longo do descarregador. Para a altura do escoamento nas paredes observa-se um comportamento aproximadamente constante ou decrescente em um trecho inicial, e posterior crescimento contínuo da altura do escoamento, aumentando a relação h_2/h_1 (relação entre a altura parede e a altura no centro). Os resultados numéricos apresentam comportamento semelhante aos experimentais, em ambas as paredes (convergente e não-convergente).

As alturas do escoamento obtidas numéricas no eixo são inferiores aos dados na parede não-convergente e eixo para a maioria das seções ao longo do descarregador. Observa-se que devido ao efeito de empolamento da água nas paredes, as alturas do escoamento para a parede não-convergente (parede esquerda) são superiores aos valores obtidos no eixo do descarregador.

No que diz respeito às alturas junto à parede convergente, os valores numéricos são superiores aos experimentais no início do canal até a posição em que a superfície livre apresenta um valor mínimo. A jusante dessa posição, os valores experimentais passam a ser maiores que os numéricos. A altura máxima de água no final do descarregador é prevista satisfatoriamente através do modelo numérico, principalmente para as vazões $Q=49$ e 56 Ls^{-1} .

Para os dados numéricos para $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, algumas flutuações das alturas do escoamento próximo à parede não convergente foram observadas, o que dificultou a definição de uma altura do escoamento no eixo do descarregador.

Figura 4.84. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.85. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Figura 4.86. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.87. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Largura da onda estacionária

Os resultados da largura da onda ao longo do descarregador liso com uma parede convergente de $19,3^\circ$ estão apresentados nas Figuras 4.88 a 4.91, para as vazões de $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ a 56 Ls^{-1} . Nas Figuras apresentam-se os dados experimentais de André e Ramos (2003), sendo que as barras transversais representam o máximo desvio (maior valor e menor valor observado) em relação à largura média.

Devido à influência da parede não convergente sobre as alturas na direção transversal do descarregador (Figura 4.92), houve maior dificuldade em se determinar a posição referente à $\delta \leq 1,01$, sendo as larguras das ondas determinadas pela utilização dos critérios $\delta \leq 1,02$ e $1,05$. Para o descarregador com duas paredes convergentes, as alturas do escoamento são aproximadamente constantes na região não afetada pelas ondas laterais. Em geral, o critério de $\delta \leq 1,02$ resultou em valores mais próximos dos experimentais. Mesmo para as posições a jusante da posição longitudinal $x \approx 0,8 \text{ m}$, em que os desvios são maiores, os valores de largura da onda são próximos aos valores mínimos observados experimentais, considerando o intervalo de variação das medidas.

Figura 4.88. Largura da onda estacionária lateral, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Figura 4.89. Largura da onda estacionária lateral, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.90. Largura da onda estacionária lateral, $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Fonte: Autora.

Figura 4.91. Largura da onda estacionária lateral, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

Figura 4.92. Detalhe das flutuações de altura do escoamento próximo à parede não-convergente: $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, liso.

4.3.6 Descarregador em degraus – duas paredes convergentes $9,9^\circ$

Alturas do escoamento

As Figuras 4.93 a 4.97 apresentam os perfis da superfície livre junto à parede e eixo do descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, para vazões entre $Q=35$ e 56 Ls^{-1} . Além dos resultados obtidos com o método SPH, são apresentados: a) resultados numéricos obtidos por Nunes (2017); b) dados experimentais medidos por Cabrita (2007); c)

formulação teórica de Hager e Boes (2000); d) formulação empírica de Meireles e Matos (2009).

De acordo com a formulação de Hager e Boes (2000), desenvolvida para descarregadores em degraus (Equação 4.13), a altura do escoamento ao longo do descarregador é função da altura do escoamento em condições uniformes, declividade do fundo do canal, e altura crítica do escoamento. Os autores Hager e Boes (2000) também propuseram uma equação para o cálculo da altura do escoamento uniforme, definida pela Equação 4.14.

$$h(x) = \frac{h_u}{1 - \left(1 - \frac{h_u}{h_c}\right) \exp\left(-\frac{10}{3} \frac{h_u^2 \sin\theta}{h_c^3} x\right)} \quad (4.13)$$

$$\frac{h_u}{h_c} = 0,23(\sin\theta)^{-1/3} \quad (4.14)$$

A equação de Meireles e Matos (2009) foi desenvolvida com base nos valores experimentais obtidos para a instalação do IST com descarregador de largura constante, e é função da posição e altura do escoamento no ponto de início de aeração (Equações 4.9 a 4.11). No entanto, como a posição do início da aeração do escoamento deve ser modificada no descarregador com paredes convergentes, a equação de Meireles e Matos (2009) é utilizada como uma aproximação do perfil da superfície livre no eixo do descarregador.

As alturas do escoamento nas paredes não são afetadas de forma significativa com o tamanho das partículas de fluido (Figura 4.93 e 4.94 para $dp=0,020$ m e $0,0175$ m, respectivamente). Os resultados numéricos são próximos aos valores experimentais verificados junto à parede esquerda do descarregador. Para a parede direita, as alturas do escoamento são superiores e apresentam um padrão de oscilação em cada degrau. No entanto, para o eixo do descarregador, observa-se melhor aproximação entre perfis numéricos e experimentais para a simulação com $dp=0,0175$ m, sendo as diferenças entre perfis numéricos e experimentais significativas para as simulações com $dp=0,020$ m.

Pelas formulações de Hager e Boes (2000) e Matos e Meireles (2009), as alturas do escoamento no eixo decrescem continuamente ao longo do descarregador (uma vez que não foi atingida condição de escoamento uniforme). No entanto, os dados experimentais e numéricos mostram que as alturas oscilam em torno de um valor médio, depois de apresentarem um

comportamento decrescente logo no início do descarregador. Dessa forma, ainda que as ondas estacionárias laterais não atinjam o centro do canal nas condições experimentais ensaiadas, as alturas no eixo do descarregador com paredes convergentes são diferentes da configuração física de largura constante.

Figura 4.93. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, $dp=0,020 \text{ m}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.94. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, $dp=0,0175 \text{ m}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.95. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=42 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.96. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=49 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.97. Altura do escoamento ao longo da parede e eixo do descarregador. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Largura da onda estacionária

A largura da onda estacionária lateral para cada simulação envolvendo descarregadores com paredes convergentes foi determinada seguindo a metodologia apresentada no item 3.2.3.

Os gráficos para a largura da onda estacionária para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ são apresentados nas Figuras 4.98 a 4.102, para as vazões entre $Q=35$ e 56 Ls^{-1} .

Os resultados experimentais apresentados nos gráficos (obtidos com método de observação visual e micromolinete) representam os valores médios das larguras da onda medidas na parede esquerda e direita do descarregador.

Dos gráficos, pode-se verificar que:

- Os dados experimentais obtidos com a utilização do micromolinete são em geral maiores que os valores determinados por observação visual;
- Os dados experimentais obtidos por meio de observação visual apresentam maior variação devido à maior subjetividade para realização das medidas e flutuação das características do escoamento;
- Os valores numéricos das simulações de Nunes (2017) são em geral superiores aos valores experimentais e numéricos obtidos com o SPH (para essa configuração do descarregador);
- O comportamento geral do desenvolvimento da onda estacionária lateral ao longo do descarregador é bem reproduzido com o método SPH, ainda que as diferenças relativas para valores pontuais possam ser significativas;
- A largura máxima no final do descarregador é prevista de maneira satisfatória com as simulações numéricas do SPH.

Figura 4.98. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.99. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$ ($dp=0,0175 \text{ m}$).

Figura 4.100. Largura da onda estacionária lateral. $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.101. Largura da onda estacionária lateral. $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Figura 4.102. Largura da onda estacionária lateral. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Perfis de velocidade

Os perfis de velocidade experimentais e numéricos para o descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ são apresentados nas Figuras 4.103 a 4.106, para as vazões $Q=35, 42, 49$ e 56 Ls^{-1} , respectivamente.

As diferenças percentuais entre dados numéricos e experimentais, para as posições entre $x=0,056 \text{ m}$ e $x=0,839 \text{ m}$, estão apresentadas nas Tabelas 4.47 a 4.50. Como as maiores diferenças são observadas entre a fronteira sólida e a distância $0,01 \text{ m}$ a partir do fundo, as diferenças também foram calculadas para o intervalo $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{\text{máx}}$, sendo h a altura do escoamento perpendicular à linha de fundo fictício. As diferenças são relativamente altas, com maior aproximação entre as velocidades numéricas e experimentais para as posições mais próximas da superfície livre do escoamento.

Os valores das diferenças relativas entre os perfis de velocidades (δ_v) para $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{\text{máx}}$ variam no seguinte intervalo: 1) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$: 6,3 a 13,7%; 2) $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$: 6,1 a 13,4%; 3) $Q=49 \text{ Ls}^{-1}$: 5,0% a 15,3% ; 4) $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$: 8,2 a 17,0%.

Para as vazões $Q=35$ e 42 Ls^{-1} , os resultados numéricos obtidos por Nunes (2017) foram em geral mais satisfatórios que os resultados numéricos com o SPH. No entanto, para as vazões $Q=49$ e 56 Ls^{-1} , os resultados com o SPH foram mais próximos aos perfis experimentais, principalmente para as posições longitudinais a jusante de $x= 0,556 \text{ m}$ (vertical 11), aproximadamente.

Comparando-se as velocidades máximas dos perfis numéricos com as velocidades potenciais (calculadas com a altura experimental de Cabrita, 2007) em cada seção, observa-se que há uma boa aproximação entre os valores de velocidade.

Figura 4.103. Perfis de velocidades, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Figura 4.104. Perfis de velocidades, $Q=42 \text{ L s}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Figura 4.105. Perfis de velocidades, $Q=49 \text{ L s}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Fonte: Autora.

Figura 4.106. Perfis de velocidades, $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Q 56 - 2 conv 9.9 - hd 2.5 cm

■ Exp. Cabrita (2007) —●— Numérico - dp 0.020 m ---▲--- Numérico Nunes (2017) -.-.- Velocidade potencial

Fonte: Autora.

Tabela 4.47. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	$\delta_v (\%)$	
	$0 \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	10,7%	8,8%
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	21,3%	10,9%
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	21,1%	13,5%
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	18,8%	9,1%
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	18,6%	11,4%
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	20,8%	10,5%
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	22,5%	13,7%
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	16,4%	7,7%
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	21,9%	10,4%
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	17,9%	7,8%
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	25,0%	13,9
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	19,5%	6,5
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	21,3%	10,4
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	19,3%	6,3

Fonte: Autora.

Tabela 4.48. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=42 \text{ Ls}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	$\delta_v (\%)$	
	$0 \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	8,1%	3,9%
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	21,5%	10,3%
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	18,1%	13,4%
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	17,0%	8,1%
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	18,4%	11,5%
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	20,8%	10,2%
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	21,6%	13,0%
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	20,8%	10,0%
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	20,8%	10,3%
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	22,0%	9,9%
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	19,1%	10,0%
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	17,0%	6,1%
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	19,8%	10,4%
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	21,9%	9,8%

Fonte: Autora.

Tabela 4.49. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=49 \text{ L s}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	$\delta_v (\%)$	
	$0 \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	10,7%	5,0%
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	22,2%	10,8%
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	20,0%	14,6%
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	16,8%	8,5%
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	17,7%	11,2%
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	19,9%	9,7%
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	21,0%	13,0%
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	22,1%	10,8%
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	20,1%	9,9%
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	22,0%	10,3%
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	19,7%	10,8%
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	22,5%	10,5%
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	20,6%	10,9%
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	22,6%	10,4%
16 ($x=0,839 \text{ m}$)	19,6%	10,0%
17 ($x=0,894 \text{ m}$)	26,7%	15,3%
18 ($x=0,950 \text{ m}$)	21,1%	11,6%

Fonte: Autora.

Tabela 4.50. Diferenças percentuais dos perfis de velocidade, $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$.

Verticais	$\delta_v (\%)$	
	$0 \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$	$0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$
2 ($x=0,056 \text{ m}$)	12,0%	8,2%
3 ($x=0,112 \text{ m}$)	22,2%	9,7%
4 ($x=0,168 \text{ m}$)	19,8%	14,4%
5 ($x=0,224 \text{ m}$)	16,1%	8,6%
6 ($x=0,280 \text{ m}$)	16,4%	10,6%
7 ($x=0,335 \text{ m}$)	19,3%	9,5%
8 ($x=0,391 \text{ m}$)	20,8%	12,7%
9 ($x=0,447 \text{ m}$)	20,4%	10,0%
10 ($x=0,503 \text{ m}$)	20,2%	17,0%
11 ($x=0,559 \text{ m}$)	20,8%	9,6%
12 ($x=0,615 \text{ m}$)	18,8%	10,5%
13 ($x=0,671 \text{ m}$)	21,0%	9,7%
14 ($x=0,727 \text{ m}$)	19,6%	10,6%
15 ($x=0,783 \text{ m}$)	21,1%	9,5%
16 ($x=0,839 \text{ m}$)	18,1%	9,3%

Fonte: Autora.

4.3.7 Descarregador em degraus – uma parede convergente de 19,3°

Alturas do escoamento

As alturas do escoamento ao longo do descarregador em degraus com uma parede convergente de 19,3°, para as vazões $Q=35$ e 56 L s^{-1} são apresentadas nas Figuras 4.107 e 4.108, respectivamente. Os dados experimentais apresentados foram obtidos por André e Ramos (2003). As alturas do escoamento obtidas com o método SPH para a parede não convergente foram comparadas com os dados experimentais para o eixo do descarregador e parede não convergente. Para a vazão $Q=35 \text{ L s}^{-1}$ não existem registros de valores máximos e mínimos para a altura do escoamento ao longo das paredes, sendo representado apenas o valor médio nos gráficos.

O comportamento da superfície livre é representado de maneira satisfatória com o método SPH, tanto para as alturas das ondas laterais quanto para as alturas no eixo. As alturas nas paredes decrescem no início do canal, e em seguida crescem continuamente. As maiores diferenças entre as alturas nas paredes experimental e numérica são observadas no início do descarregador.

Figura 4.107. Alturas do escoamento ao longo do descarregador. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, uma parede convergente de 19,3°, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

Figura 4.108. Alturas do escoamento ao longo do descarregador. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Largura da onda estacionária

As larguras das ondas estacionárias laterais para o descarregador em degraus com uma parede convergente de $19,3^\circ$ são apresentadas nas Figuras 4.109 e 4.110, para as vazões $Q=35$ e 56 Ls^{-1} , respectivamente. Os dados experimentais de André e Ramos (2003), utilizados para comparação com os dados numéricos, foram determinados por meio de observação visual do escoamento. Não existem disponíveis dados registrados de valores mínimos e máximos da largura da onda para esta configuração do descarregador, por essa razão são apresentados apenas os valores médio nos gráficos.

O comportamento da evolução da largura da onda estacionária ao longo do descarregador foi em geral reproduzido de forma satisfatória nas simulações com o método SPH. Para a vazão de $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, a largura onda numérica ficou sobreestimada em relação aos dados experimentais, principalmente para as posições longitudinais a jusante de $x=0,5 \text{ m}$ aproximadamente.

O critério utilizado neste trabalho para definição da largura da onda numérica depende da altura do escoamento na seção “não-perturbada” da seção transversal (isto é, sem a influência das paredes laterais convergentes). No entanto, para o descarregador com 1 parede convergente de $19,3^\circ$ e paramento em degraus, foram observadas algumas flutuações da superfície livre devido a parede não-convergente (Figura 4.111), dificultando a definição da altura h_1 . Para o

cálculo de h_1 , foram utilizados os valores de altura do escoamento na seção transversal $0,6 \leq y \leq 0,68$ m para todas as seções transversais e diferentes vazões testadas.

Figura 4.109. Largura da onda estacionária lateral. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5$ cm.

Figura 4.110. Largura da onda estacionária lateral. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5$ cm.

Figura 4.111. Detalhe das flutuações de altura do escoamento próximo à parede não-convergente:
 $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$, $h_d=2,5 \text{ cm}$.

Fonte: Autora.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas considerações finais são apresentados alguns aspectos relevantes sobre: revisão da literatura; objetivos e hipóteses; resultados; desafios do projeto e sugestões futuras.

Sobre a revisão da literatura:

- Apesar da construção de alguns modelos físicos pontuais para o projeto de barragens, existem poucos estudos na literatura que mostram uma avaliação mais sistemática das características do escoamento (largura da onda, altura da água, pressões, energia residual), em função do ângulo da parede convergente, declividade de fundo do canal, e vazão específica. Dessa forma, demonstra-se a necessidade de desenvolvimento de estudos teóricos, numéricos e experimentais envolvendo descarregadores lisos e em degraus com paredes convergentes, a fim de estabelecer critérios práticos de projeto. Procurou-se aqui caminhar neste sentido na parte numérica.
- Da revisão apresentada para os descarregadores com paredes convergentes, verificou-se que existem poucos trabalhos desenvolvidos com o uso de CFD para a modelagem do escoamento, desconhecendo a existência de trabalhos que utilizaram métodos sem malha para esse tipo de estrutura. Portanto, a utilização do método SPH para a modelagem numérica mostra-se inovadora, pois além de proporcionar melhor compreensão do escoamento, permite verificar as potencialidades do método SPH para a simulação de escoamentos com superfície livre, com elevada turbulência.
- Da revisão sobre a formação de ondas estacionárias oblíquas em canais lisos, alguns autores fazem a distinção para a forma de ressalto ondular ou ressalto estável, indicando a relação entre alturas da onda e a altura média do escoamento igual a dois, como limite entre os dois tipos de ressalto. Considerando as análises conduzidas no presente estudo, entende-se que é importante o desenvolvimento de trabalhos experimentais e numéricos que permitam caracterizar a forma da superfície livre para diferentes condições de vazão e geometria do descarregador.
- O método SPH ainda possui limitações para aplicação em descarregadores, em comparação com métodos com malha, pois requer maior tempo computacional e capacidade de armazenamento dos dados. No entanto, apresenta as vantagens de melhor representação da superfície livre para escoamentos com grandes deformações da

interface móvel. O desenvolvimento computacional e do método SPH propriamente dito podem tornar o método mais viável para sua utilização em aplicações mais práticas da engenharia.

Sobre os objetivos e hipóteses:

- Os objetivos e hipóteses definidos foram atingidos, uma vez que a aplicação do método SPH produziu resultados em geral satisfatórios para a simulação do escoamento sobre descarregadores com paramento liso e em degraus, para a configuração de largura constante e paredes convergentes.

Sobre os resultados:

- Foram apresentados perfis adimensionais para os dados do descarregador liso e descarregador em degraus, a partir de dados experimentais disponíveis na literatura. Para as alturas do escoamento foram ajustadas equações para o centro e junto às paredes, podendo ser utilizadas como aproximações para estimar as características do escoamento em configurações físicas similares. Os perfis adimensionais foram apresentados para as seguintes variáveis, em função da distância longitudinal x adimensionalizada com altura crítica do escoamento (x/h_c):
 - Relação entre a altura do escoamento no eixo do descarregador e a altura crítica (h_1/h_c);
 - Relação entre a altura do escoamento na parede e altura crítica (h_2/h_c);
 - Relação entre a altura do escoamento na parede e no eixo do descarregador (h_2/h_1);
 - Relação entre a largura da onda e altura crítica (w/h_c).
- Para a simulação em duas dimensões e descarregador em degraus, verificou-se que a distância inicial entre partículas tem influência nas alturas do escoamento e nos perfis de velocidade ao longo do descarregador, sobretudo para a configuração de descarregador em degraus. Pela análise de convergência para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, observou-se que a convergência dos resultados foi atingida para valores da distância inicial entre partículas iguais ou inferiores a $dp=0,0075 \text{ m}$. Portanto, este valor foi escolhido para o desenvolvimento das simulações bidimensionais, considerando todas as vazões de teste.

O valor de $dp=0,0075$ m é inferior aos valores utilizados nos estudos desenvolvidos em descarregadores em degraus com o uso do método SPH encontrados na literatura.

- Nas simulações em 2D, os perfis da superfície livre foram reproduzidos adequadamente com o método SPH, sendo os desvios relativos entre valores numéricos e experimentais menores na configuração de paramento liso. As maiores diferenças entre os perfis foram observadas no início do descarregador, devido à formação de uma cavidade sem partículas de fluido abaixo do jato, na transição entre a soleira espessa e o paramento do descarregador.
- O estudo de resolução de partícula para os testes tridimensionais foi realizado mediante a utilização de dois tamanhos de partículas, e vazão de 35 L s^{-1} , com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. O estudo não foi conclusivo, uma vez que o ideal seria utilizar tamanhos de partículas menores até que o critério de convergência fosse atingido. No entanto, devido às limitações no tempo computacional, para o desenvolvimento de diferentes configurações do canal e diferentes vazões, adotou-se tamanho de partícula igual a $dp=0,020$ m (escala de protótipo).
- O estudo de resolução de partículas para as simulações bidimensionais mostrou que as alturas do escoamento foram menos sensíveis ao tamanho das partículas em comparação com os perfis de velocidade. Para as simulações tridimensionais, as alturas do escoamento apresentaram maior variação com os tamanhos das partículas, enquanto que os valores de velocidade não mostraram uma variação significativa para as diferentes resoluções de partículas testadas.
- Os perfis de velocidade determinados a partir das simulações numéricas para a condição de descarregador em degraus ($h_d=2,5$ cm) com duas paredes convergentes apresentaram em geral valores de diferenças relativas (δ_v) significativos entre os resultados numéricos e experimentais, mesmo para as diferenças calculadas entre as posições verticais a partir do fundo $0,01 \text{ m} \leq h \leq h_{m\acute{a}x}$.
- Para a condição de descarregador liso com duas paredes convergentes, as diferenças relativas de velocidade (δ_v) entre perfis experimentais e numéricos não foram

significativas, tendo os maiores desvios observados para a seção referente à vertical 3 ($x=0,112$ m) e vertical 19 ($x=1,006$ m).

- As larguras das ondas transversais calculadas por meio das simulações numéricas apresentaram boa concordância em geral com os valores experimentais. As larguras numéricas foram definidas a partir de um critério adotado neste trabalho, o qual depende do cálculo da altura média do escoamento. Como foram observadas flutuações de altura da água nas transversais do descarregador, mesmo na região não afetada pelas paredes (principalmente nas simulações para descarregador com uma parede convergente), existem algumas incertezas nos valores assumidos como altura média do escoamento e consequentemente, nas larguras das ondas determinadas numericamente. Entretanto, a metodologia adotada conseguiu representar as principais características da evolução da largura das ondas.
- Os resultados numéricos obtidos com o FLOW-3D® (Nunes, 2017) para a condição de descarregador em degraus e paredes convergentes apresentaram em geral melhor aproximação entre os perfis de velocidade numéricos e experimentais. No entanto, observou-se que a utilização do método SPH resultou em melhores avaliações para as larguras das ondas estacionárias laterais, assim como, para a altura do escoamento junto às paredes do descarregador.

Dos desafios do projeto e sugestões futuras:

- A utilização da condição de periodicidade disponível no *software* DualSPHysics para as simulações iniciais desenvolvidas no âmbito desta tese, em que as partículas de fluido que “saem” no domínio de saída retornam ao domínio de entrada, demandou algumas adaptações para a estabilização do escoamento a montante da soleira espessa. A solução foi utilizar um reservatório a montante do descarregador, com dimensões similares à dimensão física do canal experimental, e a utilização de um gradeamento na entrada para estabilização do escoamento. No entanto, devido à elevada velocidade do escoamento a jusante do descarregador, e consequentemente na entrada do canal, houve dificuldades em criar condições estáveis para a altura do escoamento sobre a soleira espessa. Além disso, o “volume” que representa as partículas de fluido no instante

inicial foi definido por meio de tentativa e erro, de forma que as alturas médias de água sobre a soleira espessa fossem equivalentes às alturas experimentais. Essa solução requer um grande número de partículas na região do reservatório, que não tem interesse prático para a análise do escoamento sobre o descarregador. Posteriormente, a disponibilização de uma nova versão do *software* DualSPHysics com condições de entrada contínua de partículas de fluido no domínio de entrada, sem a necessidade de recirculação das mesmas, permitiu reduzir as dimensões do domínio computacional, tendo sido utilizada uma camada de partículas para a seção $x=0$ m na soleira espessa, com altura do escoamento igual à da seção 1 das medidas experimentais ($x=0,125$ m) e distribuição de velocidades uniforme. Dessa forma, foi possível reduzir o tempo computacional e “refinar” os resultados, pelo aumento da resolução das partículas que representam o fluido. Entende-se que, a partir desta nova possibilidade do código computacional, otimizar as condições de distância entre partículas, em conjunto com os modelos de interações, de modo a obter resultados viáveis em tempos menores é o desafio ao qual se dirigirão os esforços futuros.

- Devido ao elevado tempo computacional para as simulações tridimensionais, um estudo do tamanho de partícula não foi realizado de forma sistemática como desenvolvido para as simulações em duas dimensões. Recomenda-se um estudo mais detalhado sobre a influência do tamanho das partículas de fluido para os resultados numéricos, nomeadamente: perfis de velocidade, altura do escoamento no centro e nas paredes do descarregador, e largura da onda estacionária lateral.
- Em trabalhos futuros, recomenda-se a realização de simulações na escala de modelo e escala de protótipo, podendo-se comparar os resultados.
- Os parâmetros do método SPH para o descarregador em degraus foram calibrados para a condição de simulação em duas dimensões, sendo posteriormente aplicados às simulações tridimensionais. Portanto, recomendar-se-ia a variação dos parâmetros para as simulações em 3D.
- Para a simulação do escoamento com características de emulsão ar-água, nas situações em que se observa o afloramento da camada limite à superfície livre, recomenda-se a utilização de um modelo SPH multifásico. Para a região de escoamento não-aerado, verificou-se neste trabalho que as características do escoamento são representadas de forma satisfatória pelo modelo SPH monofásico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS, ANEXOS E APÊNDICES

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, M.; RAMOS, P. (2003). **Hidráulica de descarregadores de cheia em degraus. Aplicação a descarregadores com paredes convergentes**. Trabalho Final de Curso (Licenciatura em Engenharia do Ambiente), Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa.

ANDRIOLO, F. R. (1998). **The use of roller compacted concrete**. São Paulo: Oficina de Textos, 1998.

ANDRIOLO, F. R. (2002). **RCC Best Brazilian Practices**. São Paulo: Oficina de Textos, 2002.

ARANTES, E. J. (2007). **Caracterização do escoamento sobre vertedores em degraus via CFD**. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

BRASIL (2010). Lei Federal nº. 12.334, de 20 de Setembro de 2010. Estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens destinadas à acumulação de água para quaisquer usos, à disposição final ou temporária de rejeitos e à acumulação de resíduos industriais, cria o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens e altera a redação do art. 35 da Lei no 9.433, de 8 de janeiro de 1997, e do art. 4º da Lei no 9.984, de 17 de julho de 2000. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, Brasil.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003a). Hydraulic design of stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.129, n.9, p. 671-679.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003b). Two-phase flow characteristics of stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.129, n.9, p. 661-670.

BOMBARDELLI, F. A.; MEIRELES, I.; MATOS, J. (2011). Laboratory measurements and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways. **Environmental Fluid Mechanics**, v.11, p.263-288.

BRITO, R. J. R. (2011). **Análise da aeração em escoamentos de altas velocidades em calhas de descarregadores**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

CABRITA, J. (2007). **Caracterização do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus com paredes convergentes**. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos), Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa.

CARVALHO, P. D. (1997). **Aeração de escoamento de alta velocidade em canais de forte declividade**. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

CARVALHO, R. F.; MARTINS, R. (2009). Stepped spillway with hydraulic jumps: application of a numerical model to a scale model of a conceptual prototype. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 135, n.7, p. 615-619.

CAUSON, D. M.; MINGHAM, C. G.; INGRAM, D. M. (1999). Advances in calculation methods for supercritical flow in spillway channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 125, n. 10, p. 1039-1050.

CHAKIB, B. (2013). Numerical computation of inception point location for flat-sloped stepped spillway. **International Journal of Hydraulic Engineering**, v.2, n.3, p.47-52.

CHANSON, H. (1994a). Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, v.32, n.2, p.213-219.

CHANSON, H. (1994b). **Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways**. Pergamon.

CHANSON, H. (1995). History of stepped channels and spillways: a rediscovery of the “wheel”. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.22, p. 247-259.

CHANSON, H. (2001). Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators. **Dam Engineering**, v.11, n. 4, p.205-242.

CHANSON, H. (2002). **The hydraulics of stepped chutes and spillways**. Ed. A.A. Balkema, Lisse.

CHANSON, H. (2006). Hydraulics of skimming flows on stepped chutes: the effects of inflow conditions?. **Journal of Hydraulic Research**, v.44, n.1, p. 51-60.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2002a). Air-water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations. **International Journal of Multiphase Flow**, v.28, p.1737-1761.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2002b). Experimental investigations of air entrainment in transition and skimming flows down a stepped chute. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v.29, n. 1, p.145-156.

CHATILA, J.; TABBARA, M. (2004). Computational modeling of flow over an ogee spillway. **Computers and Structures**, v.82, p.1805-1812.

CHEN, Q.; DAI, G.; LIU, H. (2002). Volume of fluid model for turbulence numerical simulation of stepped spillway overflow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.128, n.7, p.683-688.

CHENG, X.; CHEN, Y.; LUO, L. (2006). Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways. **Science in China Series E: Technological Sciences**, v.49, n.6, p.674-684.

CHENG, X.; GULLIVER, J. S.; ZHU, D. (2014). Application of displacement height and surface roughness length to determination boundary layer development length over stepped spillways. **Water**, v.6, p. 3888-3912.

CHENG, X.; LUO, L.; ZHAO, W. (2004). Study of aeration in the water flow over stepped spillway. **Critical Transitions in Water and Environmental Resources Management**, ASCE, p. 1-8.

CHENG, X. J.; CHEN, Y. C.; LUO, L. (2006). Numerical simulation of air-water two-phase flow over stepped spillways. **Science in China Series E: Technological Sciences**, V. 49, N. 6, p. 674-684.

CHERFILS, J. M.; PINON, G.; RIVOALEN, E. (2012). JOSEPHINE: A parallel SPH code for free-surface flows. **Computer Physics Communications**, v.183, p.1468-1480.

CHERN, M-J.; SYAMSURI, S. (2013). Effect of corrugated bed on hydraulic jump characteristic using SPH method. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.139, n.2, p. 221-232.

CHINNARASRI, C.; DONJADEE, S.; ISRANGKURA, U. (2008). Hydraulic characteristics of gabion-stepped weirs. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.134, n.8, p. 1147-1152.

CHINNARASRI, C.; KOSITGITTIWONG, D.; JULIEN, P. Y. (2014). Model of flow over spillways by computational fluid dynamics. **Water Management**, v.167, WM3, p. 164-175.

CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2006). Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.132, n.1, p. 70-76.

CHOWDHURY, S. (2014). **SPH simulation of nonlinear water waves**. Tese (Doutorado em Engenharia Oceânica) - Indian Institute of Technology Madras, 2014.

COLAGROSSI, A.; LANDRINI, M. (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. **Journal of Computational Physics**, v.191, p.448-475.

COTILLON, J.; BARTLE, A. E. VELTROP, J. A. (1990). **Dams in Europe & USSR. A geographical approach**. ISBN: 0 617 01225 3. ICOLD Water Power and Dam Construction (1990).

CRESPO, A. J. C.; GÓMEZ-GESTEIRA, M.; DALRYMPLE, R. A. (2007). Boundary conditions generated by dynamic particles in SPH method. **CMC: Computers, Materials, Continua**, v. 5, n. 3, p. 173-184.

CRESPO, A. J. C.; DOMÍNGUEZ, J. M.; ROGERS, B. D.; GÓMEZ-GESTEIRA, M.; LONGSHAW, S.; CANELAS, R.; VACONDIO, R.; BARREIRO, A.; GARCÍA-FAEL, O. (2015). DualSPHysics: Open-source parallel CFD solver based on Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). **Computer Physics Communications**, v. 187, p. 204-216.

DAWSON, J. H. (1943). **The effect of lateral contractions on super-critical flow in open channels**. Tese. Lehigh University, Pensilvânia.

DITCHEY, E. J.; CAMPBELL, D. B. (2000). Roller compacted concrete and stepped spillways. In: *Hydraulics of Stepped Spillways*, Minor & Hager (Ed.), Balkema, Rotterdam.

DONG, Z-Y.; LEE, J. H-W. (2006). Numerical simulation of skimming flow over mild stepped channel. **Journal of Hydrodynamics**, v.18, n.3, p.367-371.

EGHBALZADEH, A.; JAVAN, M. (2012). Comparison of mixture and VOF models for numerical simulation of air-entrainment in skimming flow over stepped spillways. **Proceedings of the International Conference on Modern Hydraulic Engineering: Procedia Engineering**, v.28, p.657-660.

FAEL, C. (2000). **Escoamento em quedas sucessivas. Ocorrência e dissipação de energia**. Dissertação (Mestrado), Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

FAEL, C. S.; PINHEIRO, A. N. (2003) Escoamento em quedas sucessivas. Condições de ocorrência e energia residual. **Recursos Hídricos**, v. 24, n. 1, p. 39-50.

FADAFAN, M. A.; KERMANI, M-R.H. (2015). Modeling of flow over an ogee spillway using moving particle semi-implicit method. In: **Proceedings of the 36th IAHR World Congress**, The Hague, The Netherlands. 28 Junho-3 Julho 2015.

FELDER, S.; CHANSON, H. (2012). Free-surface profiles, velocity and pressure distributions on a broad-crested weir: a physical study. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, v. 138, n. 12, p. 1068-1074.

FERRARI, A. (2010). SPH simulation of free surface flow over a sharp-crested weir. **Advances in Water Resources**, v. 33, p. 270-276.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. (1999). **Computational methods for fluid dynamics**. 2ed. Berlin: Springer.

FRIZELL, F.H. (2006). **Research state-of-the-art and needs for hydraulic design of stepped spillways**. Hydraulic Laboratory Report HL-2005-06. U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Denver, Colorado.

FU, L.; JIN, Y-C. (2013). A mesh-free method boundary condition technique in open channel flow simulation. **Journal of Hydraulic Research**, v.51, n.2, p. 174-185.

FUHRHOP, H. (2011). **Spillway chute aeration - Calibration of a physically based approach by using measured data**. Tese, Leuphana University Lüneburg, Alemanha.

GINGOLD, R. A.; MONAGHAN, J. J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 181, p. 375-389.

GOMEZ-GESTEIRA, M.; ROGERS, B. D.; DALRYMPLE, R. A.; CRESPO, A. J. C. (2010). State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows. **Journal of Hydraulic Research**, v.48: S1, p. 6-27.

GONZALEZ, C. A.; CHANSON, H. (2008). Turbulence and cavity recirculation in air-water skimming flows on a stepped spillway. **Journal of Hydraulic Research**, v. 46, n.1, p. 65-72.

GONZALEZ, C. A.; TAKAHASHI, M.; CHANSON, H. (2008). An experimental study on the effects of step roughness in skimming flows on stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, v. 46:S1, p. 24-35.

GOTOH, H.; SHAO, S.; MEMITA, T. (2004). SPH-LES model for numerical investigation of wave interaction with partially immersed breakwater. **Coastal Engineering Journal**, v.46, n.1, p.39-63.

Manual do Empreendedor – Volume VI – Guia para a construção de barragens. (2015). Agência Nacional das Águas. Brasília. Disponível em: http://audienciapublica.ana.gov.br/arquivos/Aud_002_2015_Guia_Construcao_Barragens_VI.pdf

GU, S.; REN, L.; WANG, X.; XIE, H.; HUANG, Y.; WEI, J.; SHAO, S. (2017). SPHysics simulation of experimental spillway hydraulics. **Water**, v. 9, n. 973, 19 p.

HAGER, W. H.; SCHWALT, M.; JIMENEZ, O.; CHAUDHRY, M. H. (1994). Supercritical flow near an abrupt wall deflection. **Journal of Hydraulic Research**, v. 32, n.1, p. 103-118.

HANNA, L. J.; PUGH, C. A. (1997). **Hydraulic model study of Pilar Dam**. U.S. Department of Interior, Bureau of Reclamation. Technical Service Center, Colorado.

HUNT, S.L. (2008). **Design of converging stepped spillways**. Dissertation (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental), Colorado State University, Colorado.

HUNT, S. L.; KADAVY, K. C.; ABT, S. R.; TEMPLE, D. M. (2008). Impact of converging chute walls for RCC stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 134, n. 7, p. 1-12.

HUNT, S. L.; TEMPLE, D. M.; ABT, S. R.; KADAVY, K. C.; HANSON, G. (2012). Converging stepped spillways: simplified momentum analysis approach. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 138, p. 796-802.

HUSAIN, S. M.; MUHAMMED, J. R.; KARUNARATHNA, H. U.; REEVE, D. E. (2014). Investigation of pressure variations over stepped spillways using smooth particle hydrodynamics. **Advances in Water Resources**, v.66, p. 52-69.

IPPEN, A. T.; DAWSON, J. H. (1951). Design of channel contractions - high velocity flows in open channels. **Transactions of American Society of Civil Engineers**, 116, p. 326-346.

IPPEN, A. T.; HARLEMAN, R. F. (1956). Verification of theory for oblique standing waves. **Transactions of American Society of Civil Engineers**, v. 121, n. 2815, p. 678-694.

JAN, C.-D.; CHANG, C.-J.; LAI, J.-S.; GUO, W.-D. (2009). Characteristics of hydraulic shock waves in an inclined chute contraction – experiments. **Journal of Mechanics**, v. 25, n. 2, p. 129-136.

KOSITGITTIWONG, D.; CHINNARASRI, C.; JULIEN, P. Y. (2013). Numerical simulation of flow velocity profiles along a stepped spillway. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, p.227-327.

LENCASTRE, A.C. (2001). **Memórias técnicas. Hidráulica das estruturas. Descarregadores**. 1 ed. Lisboa: LNEC Editora, 2001.

LESLEIGHTER, E. J.; TULLIS, B. P.; ANDREWS, D. (2014). Stepped spillway model pressures characteristics, Susu Dam Malaysia. In: **5th International Symposium on Hydraulic Structures: Hydraulic Structures and Society: Engineering Challenges and Extremes**, 25-27 Junho 2014, Brisbane, Australia.

LIMA, A. C. M. (2004). **Caracterização da estrutura turbulenta em escoamentos aerados em canal de forte declividade com o auxílio de técnicas de velocimetria a laser**. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

LIU, G. R.; LIU, M. B. (2003). **Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method**. Singapore: World Scientific Publishing.

LIU, M. B.; LIU, G. R. (2010). Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v.17, p. 25-76.

LOBOSCO, R.J. (2013). **Investigação teórico-numérica da aeração em estruturas de vertedouros em degraus com uso de *software* livre**. Tese (Doutorado em Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

LODOMEZ, M.; ERPICUM, S.; DEWALS, B.; PIROTON, M.; ARCHAMBEAU, P. (2014). Comparison between experimental and SPH models over a sharp-crested weir. In: **5th International Junior Researcher and Engineer Workshop on Hydraulic Structures**, Spa, Bélgica. 28-30 Agosto 2014.

LONGSHAW, S.; ROGERS, B. (2014). **DualSPHysics pre-processing interface documentation**. Disponível em: <http://www.dual.sphysics.org/>.

LÓPEZ, D.; MARIVELA, R.; GARROTE, L. (2010). Smoothed particle hydrodynamics model applied to hydraulic structures: a hydraulic jump test case. **Journal of Hydraulic Research**, v. 48:S1, p. 142-158.

LÓPEZ, D.; BLAS, M. DE; MARIVELA, R.; REBOLLO, J.J.; DÍAZ, R. (2011). Estudio hidrodinámico de vertederos y rápidas escalonadas con modelo numérico tridimensional SPH. Proyecto ALIVESCA. In: **II Jornadas de Ingeniería del Agua: Modelos Numéricos en Dinámica Fluvial**, Outubro, Barcelona, Espanha.

LÓPEZ, D.; DÍAZ, R.; REBOLLO, J. J.; RAMOS, T.; ANDRÉS, F. R.; BERGA, M. I. (2016). Aplicación del método SPH al estudio hidráulico de estructuras. Análisis hidrodinámico del

aliviadero en pozo de la presa de Nagore (Navarra). **Revista Iberoamericana del Agua**, v. 9, 7 p.

LUCY, L. B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. **The Astronomical Journal**, v. 82, n.12, p. 1013-1024.

LÚCIO, I. S. A. (2015). **Modelação numérica do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus: aplicação a barragens de aterro**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa.

LUEKER, M. L.; MOHSENI, O.; GULLIVER, J. S.; SCHULZ, H.; CHRISTOPHER, R. A. (2008). **The physical model study of the Folsom Dam Auxiliary Spillway System**. Project Report 511, St. Anthony Falls Laboratory, Engineering, Environmental and Geophysical Fluid Dynamics, University of Minnesota, Minneapolis.

MANGIERI, L. S. G. (2012). **Avaliação dos sistemas de escadarias e rampas drenantes implantadas em assentamentos espontâneos na cidade do Salvador Bahia**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Bahia, 2012.

Manual Postprocessing Calculations, DualSPHysics (2016). Disponível em: <http://www.dual.sphysics.org/>

MATOS, J. (1999). **Emulsão de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus**. Tese (Doutorado), Instituto Superior Técnico, IST, Lisboa, Portugal.

MATOS, J., PINHEIRO, A. N., QUINTELA, A. C.; FRIZELL, K. H. (2001). On the role of stepped overlays to increase spillway capacity of embankment dams. **Proceedings ICOLD European Symposium – Dams in a European Context**, Geiranger, Noruega, (473-483). 25-27 Junho 2001.

MATOS, J.; MEIRELES, I. (2014). Hydraulics of stepped weirs and dam spillways: engineering challenges, labyrinths of research. In: Hubert Chanson and Luke Toombes, Hydraulic structures and society - Engineering challenges and extremes. **5th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures**, Brisbane, Australia, (1-30). 25-27 Junho 2014.

MEIRELES, I.; MATOS, J. (2009). Skimming flow in the nonaerated region of stepped spillways over embankment dams. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.135, n.8, p.685-689.

MOKOS, A. (2013). **Multi-phase modelling of violent hydrodynamics using smoothed particle hydrodynamics (SPH) on Graphics Processing Units (GPUs)**. Tese (Doutorado em Filosofia da Faculty of Engineering and Physical Sciences), Escola de Engenharia Mecânica, Aeroespacial e Civil, Universidade de Manchester, Manchester.

MONAGHAN, J.J. (1988). An introduction to SPH. **Computer Physics Communications**, v. 48, p. 89-96.

MONAGHAN, J.J. (1994). Simulating free surface flows with SPH. **Journal of Computational Physics**, v. 110, p. 399-406.

MORERA, L.; SAN MAURO, J.; SALAZAR, F.; TOLEDO, M. A. (2015). Highly-converging chutes as an overtopping protection for concrete dams: physical and numerical modelling. In: **Dam Protections and Accidental Leakage**, Toledo, M.A.; Mórán, R. e Oñate, E. Ed. CRC Press/Balkema, London, UK. p. 245-260.

NIKSERESHT, A. H.; TALEBBEYDOKHTI, N.; REZAEI, M. J. (2013). Numerical simulation of two-phase flow on step-pool spillways. **Scientia Iranica A: Civil Engineering**, v.20, n.2, p.222-230.

NÓBREGA, J. D.; MATOS, J.; SCHULZ, H. E.; CANELAS, R. B. (2017). Modelação computacional do escoamento deslizante sobre turbilhões com o método SPH. In: **13º Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Portuguesa**, 13-15 Setembro, Porto, Portugal.

NUNES, A. F. P. (2017). **Modelação computacional do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus com paredes convergentes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa.

OHTSU, I.; YASUDA, Y.; TAKAHASHI, M. (2004). Flow characteristics of skimming flows in stepped channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.130, n.9, p. 860-869.

PADOVA, D.; MOSSA, M.; SIBILLA, S.; TORTI, E. (2013). 3D SPH modelling of hydraulic jump in a very large channel. **Journal of Hydraulic Research**, v.51, n.2, p.158-173.

PEYRAS, L.; ROYET, P.; DEGOUTTE, G. (1992). Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.118, n.5, p. 707-717.

QIAN, Z.; HU, X.; HUAI, W.; AMADOR, A. (2009). Numerical simulation and analysis of water flow over stepped spillways. **Science in China Series E: Technological Services**, v.52, n.7, p.1958-1965.

RAD, I. N.; TEIMOURI, M. (2010). An investigation of flow energy dissipation in simple stepped spillways by numerical model. **European Journal of Scientific Research**, v.47, n.4, p.544-553.

RAJARATNAM, N. (1990). Skimming flow in stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.116, n.4, p.587-591.

REISI, A.; SALAH, P.; KAVIANPOUR, M. R. (2015). Impact of chute walls convergence angle on flow characteristics of spillways using numerical modeling. **International Journal of Chemical, Environmental & Biological Sciences (IJCEBS)**, v. 3, n. 3, p. 245-251.

RENNA, F. M.; FRATINO, U. (2010). Nappe flow over horizontal stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, v. 48, n.5, p.583-590.

RICE, C. E.; KADAVY, K. C. (1996). Model study of a roller compacted concrete stepped spillway. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 122, n.6, p.292-297.

SAHEBARI, A. J.; JIN, Y-C.; SHAKIBAEINIA, A. (2011). Flow over sill by the MPS mesh free particle method. **Journal of Hydraulic Research**, v. 49, n. 5, p. 649-656.

SAUNDERS, K.; PRAKASH, M.; CLEARY, P. W.; CORDELL, M. (2014). Application of smoothed particle hydrodynamics for modelling gated spillway flows. **Applied Mathematical Modelling**, v. 38, p. 4380-4322.

SCHLEISS, A. J.; POUGATSCH, H. (2011). **Les Barrages. Traité de Génie Civil**. Volume 17. EPFL, Lausanne.

SHAKIBAEINIA, A.; JIN, Y-C. (2011). MPS-based mesh-free particle method for modeling open-channel flows. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 137, n. 11, p. 1375-1384.

SHAO, W.; JIANG, L.; ZHANG, Y.; ZHU, D. Z.; SUN, Z. (2014). Hydraulic features of air-water mixture flow on a staircase with rest platforms. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 140, n. 6, 04014016.

SIMÕES, A. L. A. (2012). **Escoamentos turbulentos em canais com o fundo em degraus: resultados experimentais, soluções numéricas e proposições teóricas**. 559 f. Tese (Doutorado em Hidráulica e Saneamento) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SIMÕES, A. L. A.; PORTO, R. M.; SCHULZ, H. E. (2009). Uma síntese acerca de estudos em hidráulica de canais e descarregadores em degraus. In: **XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos**, Campo Grande, Brasil, (1-20). 22-26 Novembro 2009.

SIMÕES, A. L. A.; SCHULZ, H. E.; LOBOSCO, R. J.; PORTO, R. M. (2011). Stepped spillways: theoretical, experimental and numerical studies. In: **Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. Hydrodynamics - Natural Water Bodies**, ISBN 978-953-307-893-9, InTech Open Access Publisher.

SIMÕES, A. L. A.; SCHULZ, H. E.; PORTO, R. M. (2010). Stepped and smooth spillways: Resistance effects on stilling basins lengths. **Journal of Hydraulic Research**, v. 48, n. 3, p. 329-337.

SIMÕES, A. L. A.; SCHULZ, H. E.; PORTO, R. M.; GULLIVER, J. S. (2013). Free-surface profiles and turbulence characteristics in skimming flows along stepped chutes. **Journal of Water Resource and Hydraulic Engineering**, v. 2, n. 1, p. 1-12.

STARINAC, D.; VOJT, P.; DAMNJANOVIC, M.; ZUGIC, D.; SAVIC, L.; KAPOR, R.; ZINDOVIC, B.; GLISIC, R. (2014). Scale modeling of Bouzina Dam flood mitigation structures. **Water Research and Management**, v. 4, n. 1, p. 31-42.

STONE, A. A. (1946). **Theoretical investigation of standing waves in hydraulic structures**. Tese (Mestrado), Massachusetts Institute of Technology, Estados Unidos.

TABBARA, M.; CHATILA, J.; AWWAD, R. (2005). Computational simulation of flow over stepped spillways. **Computers and Structures**, v. 83, p. 2215-2224.

TOOMBES, L.; WAGNER, C.; CHANSON, H. (2008). Flow patterns in nappe flow regime down low gradient stepped chutes. **Journal of Hydraulic Research**, v. 46, n. 1, p. 4-14.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. (2007). **An introduction to computational fluid dynamics**. The finite volume method. 2 ed. England: Pearson Education Limited.

VIOLEAU, D.; ISSA, R. (2007). Numerical modelling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method: and overview. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 53, p. 277-304.

VOSOUGHIFAR, H. R.; DOLATSHAH, A.; SHOKOUHI, S. K. S.; NEZHAD, S. R. H. (2013). Evaluation of fluid flow over stepped spillways using the finite volume method as a novel approach. **Journal of Mechanical Engineering**, v. 59, p.301-310.

WALLIS, G.B. (1969). **One-Dimensional Two-Phase Flow**. New York: McGraw-Hill.

WAN, H.; LI, R.; GUALTIERI, C.; YANG, H.; FENG, J. (2017a). Numerical simulation of hydrodynamics and reaeration over a stepped spillway by the SPH method. **Water**, v. 9, n. 565, 15 p.

WAN, H.; LI, R.; PU, X.; ZHANG, H.; FENG, J. (2017b). Numerical simulation for the air entrainment of aerated flow with an improved multiphase SPH model. **International Journal of Computational Fluid Dynamics**, v. 31, n. 10, p. 435-449.

WILLEY, J.; EWING, T.; LESLEIGHTER, E.; DYMKE, J. (2010). Numerical and physical modelling for a complex stepped spillway. **Hydropower & Dams**, v. 17, n. 3, p. 103-113.

WOOLBRIGHT, R.W. (2008). **Hydraulic performance evaluation of RCC stepped spillways with sloped converging training walls**. Tese (Mestrado em Engenharia de Biosistemas), Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma.

WOOLBRIGHT, R. W.; HUNT, S. L.; HANSON, G. J. (2008). Model study of RCC stepped spillways with sloped converging training walls. **ASABE Meeting Presentation**, n. 084149, p. 1-14.

XU, T.; JIN, Y-C. (2014). Numerical investigation of flow in pool-and-weir fishways using a meshless particle method. **Journal of Hydraulic Research**, v. 52, n. 6, p. 849-861.

ZHANG, G.; CHANSON (2018). Effects of steps and cavity shapes on aeration and energy dissipation performances of stepped chutes. **Journal of Hydraulic Engineering**, n. 144, v. 9, 04018060-1-12.

ZINDOVIC, B.; VOJT, P.; KAPOR, R.; SAVIC, L. (2016). Converging stepped spillway flow. **Journal of Hydraulic Research**, v. 54, n. 6, p. 1-9.

ANEXOS

Anexo A - Fotografias do escoamento

As fotografias apresentadas nas Figuras A1 a A4 foram registradas por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007) para as diferentes condições experimentais.

Descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=35$ e 56 L s^{-1}

Figura A1. Descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=35 \text{ L s}^{-1}$. Vista frontal.

Fonte: André e Ramos (2003).

Figura A2. Descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$. Vista lateral parede esquerda (montante para jusante).

Fonte: André e Ramos (2003).

Figura A3. Descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$. Vista frontal.

Fonte: André e Ramos (2003).

Descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=35$ e 56 Ls^{-1}

Figura A4. Descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm; uma parede convergente de $19,3^\circ$; $Q=35$ Ls^{-1} . Vista de montante para jusante.

Fonte: André e Ramos (2003).

Anexo B – Largura e ângulo da frente de onda

Descarregador liso e degraus $h_d=2,5$ cm; uma parede convergente $19,3^\circ$; $Q=35$ e 56 Ls^{-1}

As Figuras A5 e A6 foram obtidas da tese de André e Ramos (2003), sendo os resultados da largura da onda baseados em observação visual do escoamento.

Figura A5. Descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$. a) $Q=35$ Ls^{-1} ; b) $Q=56$ Ls^{-1} . Vista em planta de montante para jusante.

Fonte: André e Ramos (2003).

Figura A6. Descarregador em degraus $h_d=2,5$ cm; uma parede convergente de $19,3^\circ$. a) $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; b) $Q=56 \text{ L s}^{-1}$. Vista em planta de montante para jusante.

(a)

(b)

Fonte: André e Ramos (2003).

Descarregador liso e degraus $h_d=2,5$ cm; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; $Q=35$ e 56 L s^{-1}

1

As Figuras A7 e A8 apresentam as frentes de onda, por meio de representação gráfica em planta, para as vazões de 35 e 56 L s^{-1} . As figuras referem-se aos dados apresentados na tese de Cabrita (2007), obtidos por observação visual e medição com uso do micromolinet.

Figura A7. Descarregador liso; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; b) $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$. Vista em planta de montante para jusante.

Fonte: André e Ramos (2003).

Figura A8. Descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; b) $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$. Vista em planta de montante para jusante.

Fonte: André e Ramos (2003).

Anexo C - Teoria da formação de ondas laterais em canais lisos e horizontais

A teoria para a formação de ressalto hidráulico oblíquo (ou onda de choque oblíqua por analogia com caso supersônico) apresentada neste Anexo (Figura A9), é definida nos trabalhos de Ippen e Harleman (1956).

Figura A9. Ressalto hidráulico oblíquo.

Fonte: Adaptado de Ippen e Harleman (1956).

A aplicação das equações da equação da continuidade e da quantidade de movimento na direção normal à frente da onda, em conjunto com a condição geométrica representada pela Equação A3, fornece três equações independentes (Equações A1 a A3):

$$h_1 V_{n1} = h_2 V_{n2} \quad (A1)$$

$$\frac{q}{2} (h_2^2 - h_1^2) = h_1 V_{n1} (V_{n1} - V_{n2}) \quad (A2)$$

$$\frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} = \frac{V_{n1}}{V_{n2}} \quad (V_{t1} = V_{t2}) \quad (A3)$$

sendo: V_1 e V_2 as velocidades a montante e a jusante da onda, respectivamente; h_1 e h_2 são as alturas a montante e a jusante da onda respectivamente; V_{n1} e V_{n2} são as componentes de velocidade normais à frente da onda.

A partir da manipulação das equações, as expressões A4 e A5 são obtidas, podendo-se determinar o ângulo de deflexão da parede β e a relação h_2/h_1 , a partir dos valores de número de Froude inicial F_1 , altura do escoamento inicial h_1 , e ângulo da parede ϕ .

$$\sin\beta = \frac{1}{F_1} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_2}{h_1} \left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right)} \quad \text{ou} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2 \sin^2\beta} - 1 \right) \quad (\text{A4})$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta - \phi)} \quad (\text{A5})$$

Igualando as Equações A4 e A5, resulta na Equação A6 que relaciona as variáveis F_1 , ϕ e β . Uma representação entre essas variáveis e para a relação h_2/h_1 é representada por Ippen e Harleman (1956) em um gráfico de quatro quadrantes, como apresenta a Figura A10.

$$\tan\theta = \frac{\tan\beta \left(\sqrt{1 + 8F_1^2 \sin^2\beta} - 3 \right)}{2\tan^2\beta + \sqrt{1 + 8F_1^2 \sin^2\beta} - 1} \quad (\text{A6})$$

Figura A10. Comparação teórica e experimental para o ângulo de deflexão da parede e razão entre profundidades de um ressalto oblíquo.

Fonte: Adaptado de Ippen e Harleman (1956).

APÊNDICES

Apêndice A – Alturas do escoamento – representação por isolinhas e gráficos em 3D

Descarregador liso e em degraus com duas paredes convergentes de 9,9°

Os resultados de altura do escoamento foram representados graficamente por meio de gráficos de isolinhas e gráficos em três dimensionais, sendo divididos em:

- Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0:
 - Figura A11: Vazão 35 Ls^{-1} , descarregador liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
 - Figura A12: Vazão 35 Ls^{-1} , descarregador em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
 - Figura A13: Vazão 56 Ls^{-1} , descarregador liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
 - Figura A14: Vazão 56 Ls^{-1} , descarregador em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
- Altura do escoamento em relação ao fundo fictício:
 - Figura A15: Vazão 35 Ls^{-1} , descarregador liso e em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
 - Figura A16: Vazão 56 Ls^{-1} , descarregador liso e em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
- Gráfico de isolinhas:
 - Figura A17: Vazão 35 Ls^{-1} , descarregador liso e em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;
 - Figura A18: Vazão 56 Ls^{-1} , descarregador liso e em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$;

Figura A11. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; descarregador liso; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Gráfico 3D e vista superior.

Fonte: Autora.

Figura A12. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; descarregador em degraus $h_d 2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Gráfico 3D e vista superior.

Fonte: Autora.

Figura A13. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; descarregador liso; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Gráfico 3D e vista superior.

Fonte: Autora.

Figura A14. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. Gráfico 3D e vista superior

Fonte: Autora.

Figura A15. Altura do escoamento em relação ao fundo fictício. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Fonte: Autora.

Figura A16. Altura do escoamento em relação ao fundo fictício. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Figura A17. Gráfico de isolinhas em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Figura A18. Gráfico de isolinhas em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Fonte: Autora.

Descarregador liso e em degraus com uma parede convergente de 19,3°

Os resultados de altura do escoamento foram representados graficamente por meio de gráficos de isolinhas e gráficos em três dimensionais, sendo divididos em:

- Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0:
 - Figura A19: Vazão 35 L s^{-1} , descarregador liso, uma parede convergente de 19,3°;
 - Figura A20: Vazão 35 L s^{-1} , descarregador em degraus, uma parede convergente de 19,3°;
 - Figura A21: Vazão 56 L s^{-1} , descarregador liso, uma parede convergente de 19,3°;
 - Figura A22: Vazão 56 L s^{-1} , descarregador em degraus, uma parede convergente de 19,3°;
- Altura do escoamento em relação ao fundo fictício:
 - Figura A23: Vazão 35 L s^{-1} , descarregador liso e em degraus, uma parede convergente de 19,3°;
 - Figura A24: Vazão 56 L s^{-1} , descarregador liso e em degraus, uma parede convergente de 19,3°;
- Gráfico de isolinhas:
 - Figura A25: Vazão 35 L s^{-1} , descarregador liso e em degraus, uma parede convergente de 19,3°;
 - Figura A26: Vazão 56 L s^{-1} , descarregador liso e em degraus, uma parede convergente de 19,3°;

Figura A19. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; descarregador liso; uma parede convergente de 19,3°. Gráfico 3D e vista superior.

Fonte: Autora.

Figura A20. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$; descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. Gráfico 3D e planta.

Q 35 - 1 conv 19.3 - hd 2.5 cm

Fonte: Autora.

Figura A21. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ Ls}^{-1}$; descarregador liso; uma parede convergente de $19,3^\circ$. Gráfico 3D e vista superior.

Q 56 - 1 conv 19.3 - Liso

Fonte: Autora.

Figura A22. Altura do escoamento em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. Gráfico 3D e vista superior.

Figura A23. Altura do escoamento em relação ao fundo fictício. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. A) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Figura A24. Altura do escoamento em relação ao fundo fictício. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Figura A25. Gráfico de isolinhas em relação ao fundo de cota 0. $Q=35 \text{ L s}^{-1}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Fonte: Autora.

Figura A26. Gráfico de isolinhas em relação ao fundo de cota 0. $Q=56 \text{ L s}^{-1}$; uma parede convergente de $19,3^\circ$. a) descarregador em degraus $h_d=2,5 \text{ cm}$; b) descarregador liso.

Fonte: Autora.

Apêndice B – Perfis transversais da altura do escoamento

Nesta seção são apresentados os perfis transversais de altura do escoamento para as seguintes configurações: 1) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus, uma parede convergente de $19,3^\circ$; 2) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$; 3) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso, uma parede convergente de $19,3^\circ$. Os perfis transversais para $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$ foram apresentados na seção 4.3.2.

Os perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador com paredes convergentes de $9,9^\circ$ mostraram a existência de um padrão ondular da superfície livre próximo à parede. Embora não existam medidas experimentais para os perfis transversais da superfície livre, esse comportamento é atípico em relação ao que foi observado visualmente nos experimentos. Para o descarregador com paredes convergentes de $19,3^\circ$, os perfis transversais apresentaram curvaturas mais acentuadas próximo às paredes, não havendo a formação das ondulações como no descarregador com ângulo da parede de $9,9^\circ$.

1) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador em degraus, uma parede convergente de $19,3^\circ$

Os dados experimentais apresentados nos gráficos da Figura A27 foram obtidos por André e Ramos (2003). As medidas experimentais no eixo foram efetuadas até a posição referente à vertical 13 ($x=0,671 \text{ m}$). Para a parede esquerda (parede não convergente), as medidas foram realizadas nas posições $x=0,056$ a $0,559 \text{ m}$, e $x=0,783$ a $1,06 \text{ m}$. Para a parede direita (parede convergente) as leituras de água foram efetuadas em todas as seções longitudinais.

Figura A27. Perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador em degraus, $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, $h_d=2,5 \text{ cm}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$. ($dp \text{ } 0,020 \text{ m}$).

2) $Q=35 \text{ L s}^{-1}$, descarregador liso, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$

Na Figura A27, referente ao descarregador em degraus com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, foram apresentados os dados da parede direita do descarregador, devido à grande diferença entre os dados observados em ambas as paredes. Para a parede esquerda a superfície livre apresentava grande oscilação, não sendo representada nos perfis de água transversais.

Para a Figura A28, referente ao descarregador liso com duas paredes convergentes de $9,9^\circ$, os dados de altura do escoamento apresentados nos gráficos são os valores médios entres

as alturas do escoamento observadas no lado direito e esquerdo do descarregador, do estudo de Cabrita (2007). Também são apresentados os valores de máximo e mínimo para as duas paredes. As medidas experimentais foram efetuadas a cada 0,112 m aproximadamente, em dez verticais ao longo do descarregador.

Figura A28. Perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador liso, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, duas paredes convergentes de $9,9^\circ$. $dp=0,020 \text{ m}$.

3) $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, descarregador liso, uma parede convergente de $19,3^\circ$

Os dados experimentais foram coletados por André e Ramos (2003). Para a vazão $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$ não existem registros de valores máximo e mínimo para a parede não convergente e parede convergente. Dessa forma, são apresentados nos gráficos da Figura A29, os valores médios das alturas do escoamento. Para o lado esquerdo (parede não convergente), têm-se disponíveis dados apenas para as verticais 1 a 11, e 15 a 20.

Figura A29. Perfis transversais de altura do escoamento ao longo do descarregador liso, $Q=35 \text{ Ls}^{-1}$, uma parede convergente de $19,3^\circ$. $dp=0,020 \text{ m}$.