Campus de São Carlos

**A variação da profundidade em função do tempo, na
saída de um canal retangular curto de declividade
nula, após a abertura rápida de uma comporta.**

Elder Damião Barbosa

Orientador: Prof. Tit. Dr. Hans George Arens

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

**A VARIAÇÃO DA PROFUNDIDADE EM
FUNÇÃO DO TEMPO, NA SAÍDA DE UM CANAL
RETANGULAR CURTO DE DECLIVIDADE
NULA, APÓS A ABERTURA RÁPIDA DE UMA
COMPORTA**

Elder Damião Barbosa

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil na área de Hidráulica e Saneamento

ORIENTADOR: Prof. Tit. Dr. Hans George Arens

**São Carlos
2000**

Class.	TESE
Cuti.	0626
Tombo	0084/00

1083033

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

B238v Barbosa, Elder Damião
A variação da profundidade em função do tempo, na
saída de um canal retangular curto de declividade
nula, após a abertura rápida de uma comporta / Elder
Damião Barbosa. -- São Carlos, 2000.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2000.
Área: Hidráulica e Saneamento.
Orientador: Prof. Dr. Hans George Arens.

1. Coeficiente de distribuição de pressão.
2. Pressão não hidrostática.
3. Canal retangular.
4. Escoamento não permanente. I. Título.

DEDICATÓRIA

Aos meus queridos pais,
Wolney e Maria Luiza, pelo amor, apoio e compreensão,
principalmente nos momentos mais difíceis.

A minha irmã,
Andréa, pelo carinho.

A Ana Carla, pelo amor.

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Hans George Arens, pelo seu apoio, dedicação, atenção e amizade transmitida em todas as etapas do trabalho.

A Edson, técnico do laboratório de Hidráulica da EESC-USP, pelo auxílio durante toda a fase experimental. Agradeço também ao Sr. Oswaldo e Luiz, pela ajuda durante os ensaios.

Aos professores e funcionários do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos que contribuíram de forma eficaz para a realização deste trabalho. A todos os colegas de curso.

A todos os funcionários da Biblioteca Central, da Escola de Engenharia de São Carlos, pela colaboração.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	vi
LISTA DE SÍMBOLOS	vii
RESUMO	x
ABSTRACT	xi
1- INTRODUÇÃO.....	1
1.1- Generalidades.....	1
1.2- Objetivos.....	2
2- REVISÃO DE LITERATURA.....	3
2.1- Introdução	3
2.1.1-A Queda Livre	3
2.2- A Queda Livre e a relação entre a profundidade e vazão de um escoamento em canal com seção transversal retangular.....	7
2.3- Coeficiente de distribuição de pressão não hidrostática para escoamento não permanente.....	18
3- MATERIAIS E MÉTODOS	22
3.1- Apresentação do Banco de Ensaios.....	22
3.2- Montagem do Banco de Ensaios	28
3.3- Instrumentos utilizados.....	28
3.3.1-Transdutor de pressão	28
3.3.2-Sensores elétricos (eletrodos).....	29
3.3.3-Dispositivo de interrupção de sinal na comporta	31
3.3.4-Sistema de Aquisição de Dados	33
3.4- Instalação dos transdutores de pressão	33
3.4.1-Retirada de ar dos transdutores antes dos ensaios	34

3.5- Instalação dos sensores (eletrodos) na saída do canal	34
3.5.1-Problemas detectados após a instalação e funcionamento dos sensores ..	36
3.5.2-Nova instalação dos eletrodos na saída do canal	37
3.5.3-Testes de precisão dos sensores.....	38
3.6- Ajuste de tensão dos transdutores de pressão	39
3.7- Calibração e verificação dos transdutores	40
3.8- Ajuste e posição dos eletrodos.....	41
3.9- Ensaio preliminares.....	43
3.10- Sequência de ensaios	43
3.11- Procedimento experimental de ensaio	45
3.12- O modelo físico	50
3.13- O modelo analítico	51
3.13.1- Equação diferencial	51
3.13.2- Sistema de malha (diferenças finitas).....	53
3.13.3- Procedimento para integração numérica das equações.....	55
3.13.4- Adimensionalização das equações da continuidade e da quantidade de movimento.....	58
3.13.5- A Condição inicial e as condições de contorno	62
3.13.6- A solução para o modelo matemático.....	64
4- RESULTADOS.....	66
4.1- Resultados experimentais da variação da profundidade em função do tempo na saída do canal.....	66
4.2- As curvas experimentais e a calibração do modelo.....	70
4.3- Comparação das curvas teórica e experimental para a condição de contorno crítica.	71
4.4- Comparação das curvas teórica e experimental para os parâmetros, $c_{ps}=0,8$ e $L_e/h_s=0,5$	73
4.5- Comparação das curvas teóricas e experimentais alterando c_{ps} e L_e/h_s	76
4.6- Comparação das curvas teóricas e experimentais alterando c_{ps} e L_e/h_s conforme o menor desvio padrão	78

4.6.1-Determinação do desvio padrão entre as curvas experimentais e teóricas	78
4.7- Comparação das curvas teóricas e experimentais variando c_{ps} e L_e/h_s no decorrer do tempo.....	83
5- DISCUSSÃO.....	89
6- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	91
6.1- Conclusões	91
6.2- Recomendações.....	92
ANEXO	93
BIBLIOGRAFIA	97
APÊNDICE	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – A Queda Livre. Henderson (1966).....	4
Figura 2 – Profundidade da extremidade na Queda Livre, por Delleur et. al. (1956). 7	
Figura 3 – Relação entre h_e e h_c . Ferro (1992).	10
Figura 4 – Comparação entre pontos experimentais (Q/W , h_e) e a eq.(2.8). Ferro (1992).....	10
Figura 5 – A superfície livre na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm). Steffler e Khan (1996).	12
Figura 6 – A pressão no fundo na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm). Steffler e Khan (1996).....	13
Figura 7 – Os perfis de pressão na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm). Steffler e Khan (1996).....	13
Figura 8 – Esquema de queda livre. Ferro (1999).	14
Figura 9 – Comparação entre os dados experimentais (F_l , F_e) e a eq.(2.10), por Ferro (1999).	16
Figura 10 – Comparação entre os dados experimentais (Q/W , h_e) e a eq.(2.12), por Ferro (1999).....	16
Figura 11- A região de saída de um canal onde os perfis de pressões não são lineares.	20
Figura 12 - A função $c_p(x)$ determinada e a utilizada por Neves (1999).	20
Figura 13 – Modelo utilizado por Neves (1999).	20
Figura 14 – Comparação das curvas profundidade x tempo das respectivas seções ao longo do canal analisadas por Neves (1999) para $c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$	21
Figura 15 – Banco de Ensaio (Disposição geral dos equipamentos); vista em perspectiva isométrica.	23
Figura 16 – Características geométricas do canal retangular (Planta).	24

Figura 17 – Características geométricas do canal retangular (Vista Lateral).....	24
Figura 18 – Vista Frontal do canal retangular.	24
Figura 19 – Características geométricas da seção transversal.....	25
Figura 20 – Características geométricas do canal retangular (Perspectiva Isométrica).	25
Figura 21 - Detalhes do interruptor da comporta.	26
Figura 22 - Detalhes da caixa de passagem.....	26
Figura 23 - Detalhes do transdutor de pressão e regulador de tensão.....	27
Figura 24 - Detalhes da fonte e dos circuitos impressos com LED.....	27
Figura 25 – Comporta aberta.....	30
Figura 26 - Detalhe da placa de PVC branco instalada na seção L/2 do canal retangular promovendo a diminuição do comprimento de 3,00 para 1,50 metros.....	30
Figura 27 - Transdutor de pressão posicionado em uma seção do canal retangular....	32
Figura 28 – Eletrodos utilizados para a calibração dos transdutores de pressão.....	32
Figura 29 – Esquema do canal retangular e as seções de medida <i>b</i> , <i>c</i> , e <i>d</i>	33
Figura 30 - Vista geral da lateral do canal onde foram instalados os transdutores.	35
Figura 31 - Detalhes mostrando a instalação dos dois eletrodos na saída do canal....	35
Figura 32 – Detalhes do primeiro suporte dos eletrodos na saída do canal, o qual gerava erros de leitura dos sensores. (Vista isométrica)	37
Figura 33 – Detalhes da nova fixação para os eletrodos. (Vista isométrica)	38
Figura 34 – Detalhe dos sensores (eletrodos).....	39
Figura 35 - Potenciômetro para ajuste de tensão do transdutor.....	39
Figura 36 – Gráfico mostrando a calibração dos transdutores.	40
Figura 37 – Detalhes do suporte dos eletrodos usados para calibração dos transdutores.	41
Figura 38 – Detalhes do sistema de ajuste dos níveis dos sensores.....	42
Figura 39 - Suporte dos eletrodos posicionados na saída do canal.....	42
Figura 40 - Escala usada para a leitura do nível da água.	47
Figura 41 - Computador utilizado no sistema de aquisição de dados.....	47
Figura 42 - Abertura da comporta e a queda livre da água.	48
Figura 43 - Detalhe da água abandonando os eletrodos.....	48

Figura 44 – Saída gráfica do Programa FAC	49
Figura 45 - Canal retangular com controle a jusante através de uma comporta.....	50
Figura 46 - Volume de controle para desenvolver as equações para escoamento no canal.	51
Figura 47 - Sistema de malha para equações de diferenças finitas.....	54
Figura 48 - Propagação de ondas iniciada em (x_0, t_0) no plano $x - t$	55
Figura 49 - Segundo passo do sistema de malha para a integração Lax - Wendroff.	56
Figura 50 – A condição de contorno crítica (condição convencional).	62
Figura 51 – A região de saída de um canal, onde os perfis de pressões não são lineares.	64
Figura 52 – Esquema do modelo físico utilizado nos ensaios.....	64
Figura 53 – Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal $(h_0=0,20\text{m}, h_0/W= 0,667, h_0/L= 0,133)$	67
Figura 54 - Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal $(h_0=0,15\text{m}, h_0/W= 0,5, h_0/L= 0,1)$	68
Figura 55 - Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal $(h_0=0,10\text{m}, h_0/W= 0,333, h_0/L= 0,0667)$	69
Figura 56 – Superposição das curvas experimentais da seção de saída do canal.	70
Figura 57 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,667; h_0/L=0,133; \text{condição crítica})$	71
Figura 58 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,5; h_0/L=0,1; \text{condição crítica})$	72
Figura 59 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,333; h_0/L=0,0667; \text{condição crítica})$	72
Figura 60 – Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,667; h_0/L=0,133; c_{ps}=0,8; L_e=0,5h_s)$	73
Figura 61 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,5; h_0/L=0,1; c_{ps}=0,8; L_e=0,5h_s)$	74
Figura 62 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,333; h_0/L=0,0667; c_{ps}=0,8; L_e=0,5h_s)$	75
Figura 63 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais $(h_0/W=0,667; h_0/L=0,133; c_{ps}=0,8; L_e=0,38h_s)$	76

Figura 64 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,5$; $h_0/L=0,1$; $c_{ps}=0,88$; $L_e=0,32h_s$).	77
Figura 65 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,333$; $h_0/L=0,0667$; $c_{ps}=0,76$; $L_e=0,70h_s$).	78
Figura 66 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,1333$; $c_{ps}=0,71$; $L_e=0,38h_s$).	80
Figura 67 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,50$; $h_0/L=0,10$; $c_{ps}=0,74$; $L_e=0,47h_s$).	81
Figura 68 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,3333$; $h_0/L=0,0667$; $c_{ps}=0,70$; $L_e=0,63h_s$).	82
Figura 69 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,1333$; c_{ps} = variável; L_e/h_s = variável).	83
Figura 70 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,50$; $h_0/L=0,10$; c_{ps} = variável; L_e/h_s = variável).	84
Figura 71 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,3333$; $h_0/L=0,0667$; c_{ps} = variável; L_e/h_s = variável).	85
Figura 72 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 ($h_0=0,20m$).	86
Figura 73 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 ($h_0=0,15m$).	87
Figura 74 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 , ($h_0=0,10m$).	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Posição dos eletrodos em relação ao fundo do canal.....	44
Tabela 2 – Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,20\text{m}$).	86
Tabela 3 - Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,15\text{m}$).	87
Tabela 4 - Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,10\text{m}$).	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDR – End Depth Ratio

EDD – End Depth Discharge

VAM – Vertically Averaged and Moment

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{d}$ - média aritmética dos valores teóricos

$\frac{P_b}{\gamma h}$ - pressão na saída do canal

d_i - valor teórico

β - coeficiente de Bussinesq

α - coeficiente de Coriolis

ρ - massa específica de um líquido

γ - peso específico do líquido

σ_d - desvio padrão

Δt - intervalo de tempo

Δx - variação de distância

A - área de uma seção transversal do canal

A_e - área da seção de saída do canal

c - coeficiente de interferência no trecho não hidrostático

c_f - coeficiente de atrito

c_p - coeficiente de distribuição de pressão em escoamento não permanente

$c_p(x)$ - função representativa de uma parábola de ajuste da distribuição de pressão em escoamento não permanente.

c_{ps} - coeficiente de distribuição de pressão em escoamento não permanente na seção de saída do canal

c_s - coeficiente de distribuição de pressão em escoamento permanente

$c_v(t)$ - coeficiente de correção da velocidade em condição crítica

e - espessura

f - fator de atrito

F_1	– número de Froude a montante da seção 1
F_e	– número de Froude na seção de extremidade
F_f	– força de atrito
F_{He}	– força de pressão horizontal na extremidade
F_r	– número de Froude
g	– aceleração da gravidade, m/s^2
h	– profundidade da água
H	– termo adimensional, h/h_0
h_0	– profundidade inicial da água
h_2	– profundidade da água na seção C (Figura 1)
h_c	– profundidade da água na seção crítica.
h_e	– profundidade da água na extremidade de saída (Conforme literatura, escoamento permanente)
$h_{e,G}$	– distância da superfície ao centróide da seção transversal final
h_s	– profundidade da água na extremidade de saída (Escoamento não permanente)
L	– comprimento do canal, m
L_e	– comprimento a montante da extremidade de saída
m	– número de dados comparados
n	– número de Manning
N	– número de pontos
NI	– número de intervalos
P	– perímetro
Q	– vazão, l/s
Q_s	– vazão na saída do canal
s	– declividade do canal
S	– parâmetro que varia de 0 a 1
s_0	– declividade inicial do canal
s_c	– declividade crítica
t	– tempo, s
T	– termo adimensional que representa t/t_0
t_0	– tempo que uma onda leva para percorrer L com velocidade v_0
V	– termo adimensional que representa v/v_0

v – velocidade de escoamento

v_0 – velocidade inicial da água no canal

v_1 – velocidade média do escoamento na seção transversal 1 (conforme literatura, escoamento permanente)

v_c – velocidade crítica

v_e – velocidade média do escoamento na seção da extremidade (conforme literatura, escoamento permanente)

v_s – velocidade da água na saída do canal (Escoamento não permanente)

W – largura do canal, m

x – distância horizontal em relação a origem

X – termo adimensional que representa x/L

y_{cg} – altura do centro de gravidade

RESUMO

BARBOSA, E. D. (2000). *A variação da profundidade em função do tempo, na saída de um canal retangular curto de declividade nula, após a abertura rápida de uma comporta*. São Carlos, 2000. 123p. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O escoamento hidrodinâmico é descrito por meio das equações da continuidade e da quantidade de movimento em conjunto com as condições iniciais e de contorno. Neste trabalho de pesquisa, o escoamento não permanente na saída de um canal retangular curto de declividade nula, resultante da abertura rápida de uma comporta foi experimentalmente investigado. Para determinar o coeficiente de pressão e o comprimento do trecho a montante da comporta com distribuição de pressão não hidrostática, usou-se um modelo unidimensional, descrito pelas equações de Saint Venant, para representar o fenômeno. Utilizou-se o método de Lax–Wendroff para obter as curvas características do fenômeno e compará-las com os resultados obtidos experimentalmente. Várias comparações foram feitas possibilitando a avaliação de valores para os parâmetros que definem a região com distribuição de pressão não hidrostática. Os resultados calculados para os valores de parâmetros constantes, estão de acordo com os resultados experimentais. Os resultados experimentais ajustam-se melhor quando os valores dos parâmetros variam no decorrer do tempo.

Palavras – chave: coeficiente de distribuição de pressão; pressão não hidrostática; canal retangular; escoamento não permanente.

ABSTRACT

BARBOSA, E. D. (2000). *The variation of the depth versus time, at the exit of a short rectangular channel of zero slope, after the fast opening of a floodgate*. São Carlos, 2000. 123p. Master's Dissertation, São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, SP, Brazil.

The hydrodynamic flow is described by means of the equations of the continuity and momentum together with the initial conditions, the boundary conditions. In this research work, the unsteady flow at the exit of a short rectangular channel of zero slope, resulting from the fast opening of a floodgate was investigated experimentally. For determining the pressure coefficient and the length of the upstream reach of the floodgate with non-hydrostatic pressure distribution, a one-dimensional model described by Saint Venant equations is used to represent the phenomenon. The Lax-Wendroff method was used to obtain the curves characteristics of the phenomenon and to compare them with the results obtained experimentally. Several comparisons were made to facilitate the evaluation of values for the parameters that define the region with non-hydrostatic pressure distribution. The results calculated for the values of constant parameters are in agreement with the experimental results. The experimental results are better adjusted when the values of the parameters vary in elapsing of the time.

Keywords: coefficient of pressure distribution; non-hydrostatic pressure; rectangular channel; unsteady flow.

1- INTRODUÇÃO

1.1- Generalidades

Os escoamentos não permanentes em canais são fenômenos nos quais as grandezas físicas têm seus valores alterados no espaço e no tempo. Os fenômenos físicos relacionados com o escoamento não permanente de superfície livre em canais naturais e artificiais são de grande diversidade.

Como exemplos desses fenômenos temos: a estação de abastecimento, onde realizam-se manobras de bombas, comportas e operações de chaminés de equilíbrio; os canais de irrigação, onde temos o controle automático, vazão abrupta ou interrupções de escoamento lateral; canais de navegação, com manobras de eclusas e comportas; e rios intermitentes da região Nordeste do Brasil que ocasionam déficit hídrico elevado e chuvas que apresentam uma irregular distribuição temporal e espacial.

Faz-se necessária a utilização de sistemas de aproveitamento integrado dos recursos hídricos disponíveis, ou seja, a procura de metodologias adequadas para realizar um eficiente manejo das águas evitando-se desperdícios.

Os fenômenos de esvaziamento e enchimento de canais, ocorrem regularmente em muitos sistemas de irrigação. O estudo e o aprimoramento de modelos matemáticos que simulem esses fenômenos, representam uma ferramenta importante na análise da complexidade destes sistemas.

Ao promover-se uma manobra rápida de abertura de uma comporta localizada a jusante de um canal, é gerado um escoamento descontínuo que apresenta certas dificuldades em relação a simulação matemática. Isso porque, o fenômeno físico requer considerações especiais no trecho distante de, aproximadamente, $L_e = c h_e$ a montante da comporta, devido aos efeitos das curvaturas das linhas de correntes (ver Figura 1).

Dada a complexidade do escoamento na região da profundidade crítica (y_c), esta condição de contorno é em geral aproximada, considerando-se todo o sistema operando com distribuição de pressão hidrostática, ou seja, usando-se as equações de Saint Venant.

A profundidade crítica é significativa em muitos problemas de escoamento em canais, pois o controle em muitas estruturas hidráulicas é estabelecido em condições críticas. Ela deve ser cuidadosamente avaliada dentro dos projetos hidráulicos. Uma descontinuidade pode introduzir instabilidade numérica em um modelo de escoamento não permanente.

1.2- Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo:

- Obter curvas de variação de profundidade em função do tempo que representem um escoamento não permanente na saída de um canal retangular horizontal, após a abertura rápida de uma comporta;
- Determinar, o coeficiente de distribuição de pressão para escoamento não permanente na saída de um canal retangular (c_{ps});
- Determinar a razão (L_e/h_s), ou seja, o comprimento do trecho a montante da comporta pela profundidade de saída. Esse comprimento define a região com distribuição de pressão não hidrostática a montante da saída de um canal retangular em um escoamento não permanente.

Os termos c_{ps} e L_e/h_s funcionam como parâmetros de calibração do modelo matemático aos resultados experimentais.

2- REVISÃO DE LITERATURA

2.1- Introdução

2.1.1- A Queda Livre

Na situação, mostrada na Figura 1, o escoamento ocorre sobre uma **extremidade** em queda livre capaz de rebaixar a maior parte das linhas de fluxo em relação ao fundo do canal. Este é um caso especial do vertedor de crista delgada e importante o bastante para garantir tratamento individual.

Evidentemente, uma característica importante do escoamento é a força de saída da distribuição de pressão hidrostática que existe próximo da extremidade, induzida pelas componentes verticais da força de aceleração na vizinhança. A forma desta distribuição de pressão na extremidade *B*, evidentemente seria algo como mostrado na Figura 1, com uma pressão média consideravelmente menor que a hidrostática. Também deveria estar claro que em alguma seção *A*, a uma distância pequena a montante da extremidade, as acelerações verticais serão pequenas e a pressão será hidrostática. Experimentos confirmam a conclusão sugerida por intuição - que de *A* até *B* há pronunciada aceleração e redução na profundidade, como na Figura 1.

Se a montante, o canal possui declividade forte, o escoamento em *A* será supercrítico e determinado pelas condições de montante. Se por outro lado, a declividade do canal é moderada, nula, ou adversa, o escoamento em *A* será crítico.

Os efeitos locais da extremidade são limitados à região *AB*. Experimentos mostram que esta seção é bastante pequena, da ordem de 3 a 4 vezes a profundidade (h_c). À montante de *A*, o perfil será um dos tipos normais determinados para canal com declividade e rugosidade; Se nosso interesse é limitado a perfis longitudinais, o

efeito local da extremidade pode ser desprezado, porque AB é pequeno comparado com os comprimentos de canais normalmente considerados em cálculos de perfis.

Figura 1 – A Queda Livre. Henderson (1966).

Porém, o interesse pode concentrar-se na queda, por causa de seu uso como uma forma de vertedouro ou como um meio de medida de vazão.

Na discussão seguinte são caracterizados o escoamento na região de extremidade e o jato livre.

- O escoamento na extremidade de saída do canal

O caso mais simples é o de um canal retangular, com paredes laterais que continuam a jusante em qualquer lado do jato livre, de forma que a atmosfera tem acesso apenas às linhas de fluxo superiores e inferiores, e não dos lados. Este é um caso bidimensional e é apenas nesta forma do problema que uma série de tentativas foram feitas na direção de uma solução teórica completa.

Considere a seção C (Figura 1), uma seção vertical do jato, distante o bastante a jusante para a pressão ao longo do jato ser atmosférica e a velocidade horizontal ser constante. Ao simplificarmos o problema assumindo um fundo de canal horizontal sem resistência e aplicar a equação da quantidade de movimento para as seções A e C, mostra-se facilmente que:

$$\frac{h_2}{h_c} = \frac{2Fr_1^2}{1 + 2Fr_1^2} \quad (2.1)$$

onde a subscrição 2 caracteriza a seção C; Se o escoamento é crítico ($Fr = 1$) na seção A, a equação acima torna-se:

$$\frac{h_2}{h_c} = \frac{2}{3} \quad (2.2)$$

onde h_e é um limite inferior na profundidade de extremidade; desde que exista um pouco de pressão residual na extremidade, h_e deve ser maior que h_2 . Seguindo isso:

$$\frac{2}{3} < \frac{h_e}{h_c} < 1 \quad (2.3)$$

A forma do perfil de distribuição de pressão na seção B e a montante da saída do canal, deve ser como indicada na Figura 1, com inflexões como mostrado. Estas inflexões são necessárias ao retorno da distribuição de pressão hidrostática no fundo, onde a aceleração vertical deve ser zero. Uma consequência desta propriedade dos perfis é que a pressão no fundo tem que permanecer finita próxima da extremidade de saída; o gradiente de pressão longitudinal deve então ser infinito e o mesmo acontece para o gradiente de pressão transversal, como indicado pelo perfil de pressão em B. Seguindo isto, o raio de curvatura da linha de fluxo inferior deve ser momentaneamente zero a montante de B. Esta é uma propriedade bem reconhecida de todos os jatos livres. Essas discussões não conduzem a conclusões específicas. Devido a isso, dependemos de experiências e análises aproximadas.

As experiências de Rouse (1936) mostraram que a seção da extremidade tem uma profundidade de $0,715 h_c$.

Replogle (1962) conduziu experiências adicionais com substancialmente os mesmos resultados de Rouse e também mediu o perfil de pressão da extremidade, como o resultado mostrado na Figura 1. A profundidade e o perfil de pressão da extremidade são entre si aproximadamente consistentes, embora a pressão fosse um pouco menor do que deveria ser para uma consistência completa. A resistência do fundo sobre o comprimento AB representa aproximadamente a metade desta discrepância, mas o assunto é de pequeno significado porque a discrepância

representa uma porcentagem de erro muito menor na profundidade da extremidade que na pressão da extremidade. Replogle (1962) discute a relação entre erros correspondentes nos vários parâmetros e mostra, entre outras coisas, que o efeito da variação da velocidade na extremidade, expresso por um coeficiente de momento β , é bastante desprezível.

Embora nenhuma solução teórica completa ainda tenha sido obtida, várias soluções baseadas em tentativas ou métodos aproximados estão em avanço e a maioria deles oferecem notável confirmação final dos resultados de Rouse para $h_e=0,715h_c$. Southwell e Vaisey (1946) usaram métodos de relaxação para representar graficamente o padrão de escoamento completo, obtendo no processo um valor de h_e de aproximadamente $0,705h_c$. Jaeger (1948) e Roy (1949) usaram engenhosas aproximações para obterem soluções mais completas e concluíram que $h_e=0,72h_c$. Fraser (1961) usou um método iterativo, devido a Woods (1945) localizar a linha de fluxo superior e inferior, concluindo que $h_e=0,71h_c$. Hay e Markland (1958) usaram a analogia elétrica para determinar uma solução experimental em um tanque de marcação eletrolítica. O perfil que eles deduziram era muito parecido ao de Southwell e Vaisey, exceto próximo da extremidade, onde eles acharam $h_e=0,676h_c$.

O procedimento de discussão tem concentrado-se particularmente no caso bidimensional com um fundo horizontal e nenhuma rugosidade. Os métodos teóricos descritos assumem um fluido perfeito; Se o fundo é liso e o escoamento a montante completamente turbulento, esta suposição deveria criar um pequeno erro na análise, para a rugosidade do fundo entre as seções *A* e *B* (Figura 1), o que teria pequeno efeito na profundidade da extremidade. Nenhuma análise ainda foi feita no caso onde a declividade e rugosidade são grandes, mas amplos resultados experimentais foram obtidos por Delleur et al. (1956). Eles são ilustrados na Figura 2.

Resultados experimentais também foram obtidos por Diskin (1961) para canais trapezoidais e por vários pesquisadores para tubos circulares.

Nestes casos a periferia inteira do escoamento na extremidade é exposta a atmosfera, assim espera-se que a pressão estática média da seção seja apreciavelmente menor que no caso bidimensional e h_e ser correspondentemente

próximo a um valor calculado da equação da quantidade de movimento, desprezando a ajuda hidrostática da extremidade.

Figura 2 – Profundidade da extremidade na Queda Livre, por Delleur et. al. (1956).

2.2- A Queda Livre e a relação entre a profundidade e vazão de um escoamento em canal com seção transversal retangular

Um grande número de estudos foram conduzidos sobre a profundidade final h_e de uma queda livre de um canal, no sentido de estabelecer uma relação entre a profundidade crítica h_c e h_e .

Esta relação, permite o uso da queda livre como uma estrutura de medir vazão, dependendo da forma da seção transversal do canal utilizado, Diskin (1961,1964); Hamid (1962); Kar (1962); Rajaratnam e Muralidhar, (1964a, 1964b, 1968); Gill (1979); Keller e Fong (1989), da declividade e rugosidade do canal Delleur et al. (1956), e das características do jato (confinado ou livre nas laterais).

Como é conhecido, para aplicar a equação da quantidade de movimento, um grande número de suposições geralmente são feitas relativo a distribuição de velocidade e pressão na seção final, os limites de integração da componente de força e peso do fluido no volume de controle, Delleur et al. (1956); Diskin (1961); Replogle (1962); Ferreri e Ferro (1989, 1990). De fato, a equação da quantidade de

movimento é geralmente resolvida assumindo que o coeficiente da energia e o coeficiente da quantidade de movimento são iguais a 1 na seção crítica e na seção final, a componente da força e do peso cancelam um ao outro e a real força de pressão horizontal F_{He} , na seção final, é calculada com a seguinte relação:

$$F_{He} = c_s \gamma h_{e,G} A_e \quad (2.4)$$

em que c_s é um coeficiente, dependendo da real distribuição de pressão na seção final (Se a distribuição de pressão é hidrostática $c_s = 1$); γ é o peso específico do líquido; A_e é a área da seção transversal final; e $h_{e,G}$ é a distância da superfície ao centróide da seção transversal final. Conforme estas hipóteses, para um escoamento bidimensional em um canal retangular, a relação teórica entre h_e e h_c , de acordo com Delleur et al. (1956), é:

$$c_s \left(\frac{h_e}{h_c} \right)^3 - 3 \left(\frac{h_e}{h_c} \right) + 2 = 0 \quad (2.5)$$

Porém, a aplicabilidade da eq.(2.5) requer o conhecimento do coeficiente c_s .

Rouse (1936) experimentalmente encontrou que h_e/h_c é igual a 0,715 para um escoamento bidimensional e uma queda livre de canal retangular horizontal.

Conforme Henderson (1966), este resultado pode seguramente ser usado para medidas de escoamento com um erro provável de apenas 1 a 2%.

De acordo com Ferro (1992), trabalhos experimentais anteriores usando canal de seção transversal retangular, fornecem valores de h_e/h_c que variam de 0,705 (Rajaratnam e Muralidhar, 1964b) a 0,781 (Bauer e Graf, 1981). Essas diferenças são devido a rugosidade do canal e às características do jato (confinado ou livre).

As medidas de vazão e a correspondente profundidade final foram levantadas em 109 tipos de escoamentos, com vazões variando de 2,1 l/s a 33,41 l/s. Para diferentes valores de W , usando a descarga medida Q e a eq.(2.6), os valores da profundidade crítica h_c foram calculadas por:

$$h_c = \frac{Q^{2/3}}{W^{2/3} g^{1/3}} \quad (2.6)$$

Os valores médios de h_e/h_c geralmente aumentam quando W também aumenta. Estes resultados tem uma explicação física: Quando W aumenta, a distribuição de pressão real na seção final diverge demais de uma distribuição de pressão zero e c_s aumenta. Na Figura 3, para os pontos experimentais (h_c , h_e) correspondentes aos diferentes valores de W , a eq.(2.7) definida a seguir é a de melhor ajuste.

$$h_e = 0,76h_c \quad (2.7)$$

A Figura 3, mostra que a influência da largura W do canal é desprezível para aplicações práticas, já que para qualquer valor de W a concordância entre a eq.(2.7) e os pontos experimentais é boa. Substituindo (2.7) em (2.6), obtemos a seguinte relação profundidade – vazão:

$$Q = \left(\frac{1}{0,76} \right)^{3/2} W g^{1/2} h_e^{3/2} = 1,51 W g^{1/2} h_e^{3/2} \quad (2.8)$$

onde,

$$\left(\frac{1}{0,76} \right)^{3/2} = 1,51 \text{ é o coeficiente de vazão.}$$

Figura 3 – Relação entre h_e e h_c . Ferro (1992).

Figura 4 – Comparação entre pontos experimentais (Q/W , h_e) e a eq.(2.8). Ferro (1992)

Na Figura 4, é mostrada a comparação entre os pontos experimentais (Q/W , h_e) e a eq.(2.8). A boa concordância confirma a possibilidade prática de usar a queda livre de canal retangular como uma estrutura de medir vazão. A eq.(2.8) mostra que o coeficiente de vazão é menor que o determinado pela literatura [De acordo com Henderson (1966) este coeficiente varia de 1,69 a 1,80].

Ferro (1992) mostrou os resultados de um estudo experimental de uma queda livre em canal retangular para diferentes valores de largura. Os dados mostram que, para aplicação prática, a relação entre h_e e h_c independe da largura do canal. Usando a eq.(2.7), 89,9% das vazões estimadas estão dentro de $\pm 5\%$ dos dados experimentais.

Outros pesquisadores, no entanto, já vem estudando o comportamento do escoamento da queda livre já a algum tempo. Isso pode ser notado através da enorme quantidade de citações de pesquisas sobre o assunto, feitas nos trabalhos.

Segundo Steffler e Khan (1996), a queda livre simples tem sido extensivamente estudada experimentalmente, analiticamente e numericamente durante algumas décadas. Rouse (1936, 1943) investigou experimentalmente a relação profundidade final da queda livre em canal retangular e a medida dos perfis, superior e inferior do jato livre, emitidos de uma queda livre em canal retangular horizontal, respectivamente. Paderi (1954, 1956, 1959) examinou experimentalmente a queda livre em canal retangular, para inclinações do fundo horizontal, positiva e negativa. Estes estudos foram principalmente enfocados na seção a montante da queda. Rajaratnam et al. (1976) fez um estudo experimental detalhado da velocidade, pressão, distribuição de tensão na seção a montante da queda livre em canal retangular para várias declividades do fundo e estudou os efeitos da rugosidade do fundo na relação de profundidade final, velocidade e distribuição de pressão na extremidade, respectivamente.

Markland (1965) e Clarke (1965) usaram uma aproximação do escoamento potencial bidimensional com integração por um método para resolver o perfil superficial a montante da queda livre e os contornos do jato livre de canal retangular. Strelkoff e Moayeri (1970) usaram a teoria do escoamento potencial com integração numérica para chegarem a solução da queda livre de canal retangular. Ali e Sykes (1971) aplicaram a distribuição de velocidade e curvatura do vórtice livre para

chegarem na profundidade final e no perfil da superfície da água a montante da queda para quedas livres de canais retangulares, triangulares e parabólicos. Hager (1982) aplicou uma aproximação analítica usando uma extensão da equação de Bernoulli para resolver o problema da queda livre de canal retangular. Montes (1992) resolveu numericamente as equações de escoamento potencial e Marchi (1993) resolveu analiticamente as equações do escoamento potencial expandindo as funções de escoamento em uma série de distâncias verticais, obtendo a solução para a queda livre de canal retangular.

O modelo numérico de Steffler e Khan (1996) fornece algumas informações muito úteis, que permitem determinar o coeficiente de pressão na saída de um canal retangular, cujas dimensões são próximas às do banco de ensaios utilizado no Laboratório de Hidráulica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

Steffler e Khan (1996) associaram ao modelo de escoamento potencial bidimensional, as equações (VAM)¹, que assumem uma distribuição de velocidade longitudinal linear e distribuição de pressão e velocidade vertical quadrática. A Figura 5 mostra o perfil da superfície livre da água na saída de um canal retangular. As Figuras 6 e 7 mostram que os perfis de pressão simulados para um canal retangular horizontal, a montante da queda livre, apresentam ótimas concordâncias com os dados medidos.

Figura 5 – A superfície livre na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm). Steffler e Khan (1996).

¹ Vertically Averaged and Moment.

Figura 6 – A pressão no fundo na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm).

Steffler e Khan (1996).

Figura 7 – Os perfis de pressão na saída de um canal retangular ($h_c=13,20$ cm).

Steffler e Khan (1996).

Realmente, pode-se notar que a uma distância de $1,5 h_c$ da seção de saída, a pressão no fundo e o perfil de pressão, praticamente igualam-se aos seus valores hidrostáticos, uma vez que $h_e/h_c = 0,725$ tem-se $L_e=2 h_e$.

Para comparar os resultados simulados da velocidade longitudinal, velocidade vertical e distribuição de pressão a montante da queda com os dados medidos, um outro teste com escoamento crítico a montante é feito. Os dados medidos para este teste são obtidos por Rajaratnam et al. (1968) e Rajaratnam (comunicação pessoal, 1995).

As Figuras 5 e 6, mostram que o perfil da superfície da água e o perfil de pressão do fundo ao longo do canal, podem ser modelados com precisão usando as equações VAM, (Steffler e Jin, 1993). Os perfis de pressão na extremidade e a

montante da queda são mostrados na Figura 7. Na extremidade, embora a pressão máxima seja modelada com precisão, a limitação assumida pela distribuição de pressão torna-se aparente. Os perfis de pressão simulados a montante da extremidade mostram uma concordância boa com os dados medidos.

De acordo com Ferro (1999), o problema da queda livre, como um dispositivo de medida de vazão, tem atraído interesse considerável durante quase 50 anos e um grande número de estudos experimentais e teóricos foram conduzidos [Rouse (1936); Fathy e Shaarawi (1954); Delleur et al. (1956); Paderi (1956, 1959); Diskin (1961); Smith (1962); Rajaratnam e Muralidhar (1964 a, b, 1970); Markland (1965); Bauer e Graf (1971); Ali e Sykes (1972); Neogy (1972); Kraijenhoff e Dommerholt (1977); Gill (1979); Hager (1983); Keller e Fong (1989); Terzidis e Anastasiadou – Partheniou (1990); Ferro (1992); Gupta et al. (1993); Marchi (1993); Anastasiadou – Partheniou e Hatzigiannakis (1995)].

Figura 8 – Esquema de queda livre. Ferro (1999).

A investigação acima mencionada referente a relação profundidade – final (EDR)², ou seja, a relação entre a profundidade da água h_e na extremidade e uma profundidade h_c a montante, conforme Figura 8, examinou formas comuns de seção transversal de canal (retangular, trapezoidal, triangular, circular, parabólica) com diferentes rugosidades e limitada a escoamento subcrítico. A análise destes estudos concluíram que a EDR depende das condições de escoamento (plano, tridimensional) e a forma, declividade e rugosidade do canal afetam a distribuição de pressão na seção de saída.

² End Depth Ratio.

Delleur et al. (1956), assumindo um escoamento bidimensional, obteve teoricamente valores da EDR aplicando a equação da quantidade de movimento entre a seção final E-E e uma seção a montante 1-1, em que a distribuição de pressão pode ser considerada como hidrostática. Para avaliar a força de pressão na seção final, eles introduziram um coeficiente de pressão c_s , dependendo da real distribuição de pressão (Se a distribuição de pressão é hidrostática $c_s = 1$). A concordância entre os valores de EDR experimentais e teóricos, medidos ambos em um fundo liso e rugoso, é obtida através da escolha de um valor c_s satisfatório. Em particular, as EDR medidas por Delleur et al. (1956) permitem estabelecer que a distribuição de pressão na seção final do canal retangular diverge cada vez mais da hidrostática para aumentos de valores da relação entre as declividades s e os valores críticos de s_c (O valor de c_s diminui de 0,6 para 0,3 para escoamento passando do subcrítico para o supercrítico).

Rajaratnam e Muralidhar (1964a, b) mostraram experimentalmente, por diferentes formas de seção transversal de canal, que para um escoamento subcrítico a EDR é quase constante, considerando que para um escoamento supercrítico a EDR rapidamente diminui para valores de s/s_c crescentes.

A análise teórica e as medidas conduzidas para condições supercríticas a montante são menos comuns na literatura. Markland (1965) e Hager (1983) estenderam suas análises teóricas para escoamento supercrítico em canais retangulares, considerando que Rouse (1936) e Ali e Sykes (1972) conduziram medidas de escoamento em canais retangulares para números de Froude aproximadamente maiores que 1. Nestes estudos, a EDR é claramente relacionada ao número de Froude F_1 calculado na seção transversal 1-1 a montante, onde as linhas de fluxo são paralelas e assim a distribuição de pressão é quase hidrostática. Para uma seção transversal retangular, Ali e Sykes (1972) mostraram que a teoria do vórtice livre, o método de relaxação (Markland, 1965) e a equação da quantidade de movimento dão valores semelhantes da relação h_e/h_c para F_1 maiores que 3.

Segundo Ferro (1999), aplicando a equação da continuidade entre a seção 1-1 e a seção final E-E, é obtida a seguinte equação:

$$\left(\frac{h_c}{h_e}\right)^3 = \frac{F_e^2}{F_1^2} \quad (2.9)$$

e

$$F_e = F_l \left[\frac{(2 + F_l^2)^{2/3} - F_l^3}{3F_l} \right]^{3/2} \quad (2.10)$$

Figura 9 – Comparação entre os dados experimentais (F_l , F_e) e a eq.(2.10), por Ferro (1999).

Figura 10 – Comparação entre os dados experimentais (Q/W , h_e) e a eq.(2.12), por Ferro (1999).

A Figura 9 mostra, para os dados experimentais de Rouse (1943), Paderi (1961) e Ali e Sykes (1972), a boa concordância entre os pares experimentais (F_l , F_e) e a eq.

(2.10). Usando a definição do número de Froude F_e e a eq. (2.10), é obtida a seguinte relação teórica EDD³

$$Q = F_e W g^{1/2} h_e^{3/2} = F_1 \left[\frac{(2 + F_1^2)^{3/2} - F_1^3}{3F_1} \right]^{3/2} W g^{1/2} h_e^{3/2} \quad (2.11)$$

Para um escoamento crítico ($F_1 = 1$), a eq.(2.11) dá:

$$Q = 1,6542 W g^{1/2} h_e^{3/2} \quad (2.12)$$

A Figura 10 mostra uma boa concordância entre os pares experimentais (Q/W , h_e) de Paderi (1954), Gill (1979), e Ferro (1992) e a eq.(2.12).

A equação da energia específica pode também ser aplicada para o escoamento permanente entre as duas seções, 1-1 e E-E, e considerando nesta expressão o fator de distribuição de pressão final c_s , é obtida a seguinte equação:

$$h_c + \frac{V_1^2}{2g} = c_s h_e + \frac{V_e^2}{2g} \quad (2.13)$$

em que V_1 = velocidade média do escoamento na seção transversal 1-1; e V_e = velocidade média do escoamento na seção transversal E-E. Reorganizando (2.13) obtemos a seguinte equação:

$$\frac{h_e}{h_c} = \frac{2 + F_1^2}{2c_s + F_e^2} \quad (2.14)$$

e

$$F_e = \left[\frac{(2 + F_1^2)^{3/2} - F_1^3 - 2F_1^3}{3F_1} - 2c_s \right]^{1/2} \quad (2.15)$$

³ End Depth Discharge.

Para determinados valores de c_s , a eq.(2.15) pode ser usada para calcular para cada valor de F_I , o número de Froude correspondente na seção transversal E-E, considerando que para cada par (F_I, F_e) experimental, a eq.(2.15) pode ser também usada para determinar o fator de distribuição de pressão – final correspondente.

Substituindo (2.10) em (2.15) e reorganizando, é obtida a seguinte relação para calcular c_s .

$$c_s = \frac{(2 + F_1^2)^{3/2} - F_1^3 - 2F_1^3}{6F_1} - \frac{F_1^2}{2} \left[\frac{(2 + F_1^2)^{3/2} - F_1^3}{3F_1} \right]^3 \quad (2.16)$$

Para um escoamento crítico ($F_I=1$), a eq.(2.16) fornece $c_s = 0,730$.

Considerando-se que a distribuição de pressão no final do canal não é hidrostática, obteve-se através de considerações teóricas, que o fator de distribuição de pressão no final do canal é igual a $c_s=0,73$.

2.3- Coeficiente de distribuição de pressão não hidrostática para escoamento não permanente

Um trabalho de pesquisa desenvolvido por Neves (1999), no Laboratório de Hidráulica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, sobre escoamento não permanente em um canal retangular de declividade nula, resultante da manobra rápida de uma comporta, foi experimentalmente e numericamente investigado.

O intuito foi verificar o comportamento do nível de água ao longo do canal e principalmente em um trecho a montante da comporta, correspondente a $L_e = c h_s$, em um canal de seção retangular, onde h_s era a profundidade da água na extremidade de jusante do canal, e c a constante que será aplicada em escoamento não permanente. Um de seus objetivos, foi propor um coeficiente de distribuição para descrever os efeitos da aceleração vertical na superfície livre após a abertura rápida de uma comporta e comparar resultados teóricos com os experimentais, afim de verificar o ajuste do coeficiente de distribuição de pressão através de vários perfis da lâmina de água de um canal de seção retangular.

O escoamento hidrodinâmico é descrito por meio das equações da continuidade e da quantidade de movimento em conjunto com as condições iniciais, de contorno e o coeficiente de distribuição de pressão. O modelo matemático do escoamento não permanente, com a utilização destes conceitos mencionados, é representado pelas seguintes equações:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(vh)}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(hv^2 + c_p \frac{gh^2}{2}) = -\frac{f}{4} \frac{|v|v}{2} \left(\frac{P}{W} \right) \quad (2.18)$$

O modelo do coeficiente de distribuição de pressão não permanente c_p proposto por Neves (1999), varia conforme a seguinte parábola:

$$c_p = (1 - c_s)S(2 - S) + c_s \quad (2.19)$$

onde:

c_p é o coeficiente de distribuição de pressão não permanente; c_s é o coeficiente de distribuição de pressão permanente; S é um parâmetro que varia de 0 a 1, e portanto

$$S(L_e), \text{ ou seja, } S = NI \frac{dx}{L_e}$$

NI é o número de intervalos de dx contidos na distância L_e ; dx é o intervalo do comprimento do canal L ; $L_e = c h_e$ (Comprimento admitido conforme literatura do regime permanente); e $c = 0,5$ (Coeficiente de interferência no trecho não hidrostático).

A distribuição de pressão hidrostática conduz a $c_p=1$. Em trechos onde essa hipótese não é verdadeira, c_p é uma função de x .

Neves (1999) verificou que, no trecho final do canal, a montante da comporta, a distribuição de pressão deixa de ser linear a partir do ponto $x = L - L_e$ onde $h = h_c$ e $c_p = 1$, passando c_p a assumir valores decrescentes ($c_p < 1$) até atingir o valor final c_{ps} na seção de saída.

Figura 11- A região de saída de um canal onde os perfis de pressões não são lineares.

As curvas características de $c_p(x)$, na região final do canal determinada por Neves (1999) com base em dados experimentais em literatura e a utilizada em seu trabalho, são apresentadas na Figura 12.

Figura 12 - A função $c_p(x)$ determinada e a utilizada por Neves (1999).

O modelo utilizado por Neves (1999) para obter os resultados experimentais e compará-los com os teóricos obtidos através de simulação numérica, usando os valores dos coeficientes mencionados, pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 – Modelo utilizado por Neves (1999).

De acordo com o modelo estabelecido, foram obtidas as curvas $h(x, t)$ para as seções assinaladas como a, b, c, d, e , e f , sendo $x=5L/6$, $x=2L/3$, $x=L/2$, $x=L/3$, $x=L/6$ e $x=0$, respectivamente. O comprimento do canal foi $L=3,0\text{m}$.

Utilizando-se do modelo numérico descrito acima e as profundidades iniciais da água de $h_0=200\text{mm}$, 150mm e 100mm , foram determinados os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s . Neves (1999) concluiu que o coeficiente de distribuição de pressão na saída do canal e o comprimento do trecho a montante da saída com pressão não hidrostática, são respectivamente, $c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$.

As curvas $h(x, t)$ foram traçadas em adimensionais $H(T)$, onde $H = h/h_0$ e $T = t/t_0$.

Figura 14 – Comparação das curvas profundidade x tempo das respectivas seções ao longo do canal analisadas por Neves (1999) para $c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$.

3- MATERIAIS E MÉTODOS

3.1- Apresentação do Banco de Ensaio

O banco de ensaios foi montado no Laboratório de Hidráulica do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Foi confeccionado um canal curto de seção retangular, composto por uma chapa de aço lisa, de espessura $e = 2,5$ mm dobrada em perfil “U”. Suas dimensões são $L = 3,0$ m, $W = 0,30$ m e $h = 0,25$ m. O canal foi fechado em uma de suas extremidades e nivelado segundo um plano horizontal $s_0=0$. Na extremidade aberta, montou-se uma comporta vertical basculante, articulada na sua parte superior. Operada manualmente, essa comporta foi utilizada para efetuar manobras rápidas de abertura na seção final do canal, gerando um escoamento não permanente de saída em queda livre. Foi instalado na seção $L/2$ uma placa de plástico de PVC dividindo o canal em duas partes. A divisão foi feita com uma placa de plástico PVC branco, cujas dimensões são 250x300x5mm, altura, largura e espessura, respectivamente. Essa peça foi encaixada do lado interno do perfil “U” e as bordas vedadas com silicone.

O banco de ensaios também apresenta aparelhos transdutores de pressão (Motorola série MPX) instalados em 3 (três) seções distintas ao longo do canal. Foram feitos pequenos furos em uma das laterais do canal, junto ao fundo, para a colocação das tomadas de pressão dos transdutores. Os sinais dos transdutores foram registrados por um sistema de aquisição de dados (Microcomputador, placa de aquisição de dados, caixa de passagem, fonte de alimentação para circuito eletrônico e circuito eletrônico impresso com dois diodos emissores de luz, LED⁴). Esses diodos informam o contato da água com sensores instalados no banco de ensaios.

⁴ Light Emitter Diode

Foram colocados quatro eletrodos para trabalharem como sensores elétricos e um eletrodo como terra.

Figura 15 – Banco de Ensaio (Disposição geral dos equipamentos); vista em perspectiva isométrica.

A seguir são apresentados os desenhos com as características geométricas do canal retangular utilizado no trabalho e os seus equipamentos instalados.

Figura 16 – Características geométricas do canal retangular (Planta).

Figura 17 – Características geométricas do canal retangular (Vista Lateral).

Figura 18 – Vista Frontal do canal retangular.

Figura 19 – Características geométricas da seção transversal.

Figura 20 – Características geométricas do canal retangular (Perspectiva Isométrica).

Figura 21 - Detalhes do interruptor da comporta.

Figura 22 - Detalhes da caixa de passagem.

Figura 23 - Detalhes do transdutor de pressão e regulador de tensão.

Figura 24 - Detalhes da fonte e dos circuitos impressos com LED.

3.2- Montagem do Banco de Ensaio

Este banco de ensaios já encontrava-se montado e em funcionamento, por ter sido utilizado anteriormente no laboratório de Hidráulica em uma tese de doutorado. Uma característica geométrica mudou para este trabalho. O comprimento do canal, antes 3,0 metros, passou para 1,5 metros. Essa mudança foi feita na metade da extensão do canal, ou seja, na seção $L/2$. Uma placa de plástico de PVC foi fixada com o isolamento a base de silicone no fundo e nas paredes laterais do canal. A Figura 26 mostra o canal com a placa de PVC já instalada.

3.3- Instrumentos utilizados

3.3.1- Transdutor de pressão

Os transdutores elétricos de pressão são elementos de medida que convertem pressões ou diferenças de pressões em impulsos elétricos.

Os transdutores elétricos de pressão são classificados em :

- I) indutivos;
- II) manômetro de tensão;
- III) resistivo;
- IV) equilíbrio de força (diferencial);
- V) capacitivo;
- VI) piezoelétrico.

Nesta pesquisa usaram-se dois transdutores de pressão disponíveis, tipo piezoelétrico, fabricados pela Motorola, modelo 2010 DP, com capacidade de 3,5mca. Na Figura 27 - pode-se ver este tipo de transdutor.

Por serem pequenas as medidas de diferenças de pressões usadas nesta pesquisa, seria conveniente se estes medidores tivessem escalas menores. Os transdutores de pressão trabalham em uma faixa de pressão de 0 a 26mm de coluna de mercúrio ($1/3$ de atmosfera manométrica) até altas pressões de 340 atmosferas,

frequência de resposta de até 1000Hz, além de serem apropriados para uso em conjunto com circuitos de computadores.

Os transdutores de pressão dependem de deformações muito pequenas de uma membrana, causadas por variações de pressões, para produzir um sinal eletrônico. Ao ser aplicada uma pressão, a membrana sofre deformação, modificando assim a sua posição relativa aos enrolamentos magnéticos. A rotação causa modificações no circuito eletromagnético de ponte, alterando, em consequência, as indutâncias do circuito.

- Amplificadores

Os transdutores de pressão são ligados a amplificadores na faixa -3V a +3V e em seguida os sinais são pós - amplificados, para a faixa de -5V a +5V, para que aproveite-se ao máximo o conversor analógico/digital, sem que danifique o computador.

3.3.2- Sensores elétricos (eletrodos)

Foram utilizados eletrodos de aço inoxidável como sensores elétricos para a obtenção de sinais provenientes do banco de ensaios.

Primeiramente, utilizaram-se dois eletrodos para a calibração dos transdutores de pressão, assunto que será explicado em item posterior. A segunda utilização dos eletrodos foi para obter os instantes da variação da água na seção de saída do canal, mais precisamente na seção $x = L$.

Os sensores elétricos foram confeccionados com eletrodos de aço inoxidável de 2,5mm de diâmetro, espaguete de plástico para o isolamento do contato com a água, conectores para fios e suporte com barra de plástico de PVC branco.

A função do sensor, foi determinar o instante que a lâmina de água abandona o eletrodo após a abertura rápida da comporta. Os sensores e seus componentes são mostrados na Figura 28.

Figura 25 – Comporta aberta.

Figura 26 - Detalhe da placa de PVC branco instalada na seção $L/2$ do canal retangular promovendo a diminuição do comprimento de 3,00 para 1,50 metros.

3.3.3- Dispositivo de interrupção de sinal na comporta

Foi utilizado na saída do canal um interruptor de sinal cuja função foi indicar o instante em que a comporta foi aberta e fechada. Esse interruptor funciona na abertura e no fechamento da comporta, enviando sinais de tensões, acusando circuito fechado ou aberto. Este dispositivo é alimentado por um par de pilhas de 1,5 V, cada. Quando encontrava-se fechado, enviava os sinais de tensão para o computador, indicando no programa “FAC”, uma tensão de aproximadamente +3V. No momento da abertura da comporta, esse dispositivo também foi aberto provocando o envio do sinal de 0V para o computador. No fechamento da comporta a tensão voltava a ser de aproximadamente +3V. Selecionando o intervalo entre a abertura e o fechamento da comporta, foi obtido o tempo de duração do ensaio. Esse interruptor tem a única função de definir esse intervalo de tempo.

Esse dispositivo é chamado de “micro interruptor”, mas sua definição técnica é “microswitch”, modelo LM-13, com uma faixa de amperagem e voltagem de 10A–250V a 15A–125V.

É chamado de “micro interruptor”, justamente porque sua utilização em escala industrial confirma-se em máquinas cujo funcionamento é controlado por esses dispositivos. Essas máquinas, associadas a outras, ao terminarem certos processos, acionam outras instantaneamente através do funcionamento liga/desliga de seu mecanismo.

Sua utilização nesse trabalho foi possível por causa de sua precisão, qualidade e segurança no funcionamento. Esse equipamento pode ser visto na Figura 21, onde encontra-se fechado juntamente com a comporta. A instalação foi feita na saída do canal, do lado direito externo a uma altura de 7,5 cm do fundo.

Figura 27 - Transdutor de pressão posicionado em uma seção do canal retangular.

Figura 28 – Eletrodos utilizados para a calibração dos transdutores de pressão.

3.3.4- Sistema de Aquisição de Dados

O sistema de aquisição de dados utilizado no trabalho foi constituído de um microcomputador, uma placa de aquisição de dados para executar o programa “FAC”, uma caixa de passagem, dois circuitos impressos com diodos emissores de luz e uma fonte de alimentação para os circuitos impressos. O programa “FAC” recebia as informações geradas nos transdutores de pressão, sensores elétricos (eletrodos) e interruptor.

3.4- Instalação dos transdutores de pressão

Como pode ser visto na Figura 29, os transdutores foram instalados nas seções *b*, *c* e *d* do canal retangular. Para os ensaios, estavam disponíveis dois aparelhos transdutores.

Figura 29 – Esquema do canal retangular e as seções de medida *b*, *c*, e *d*.

A Figura 30 mostra a vista lateral do canal e os locais de instalação dos transdutores.

3.4.1- Retirada de ar dos transdutores antes dos ensaios

Antes de colocar o aparelho transdutor na tomada de pressão existente na lateral do canal, conforme Figura 27, foi necessário verificar se nenhum material ou sujeira estava presente dentro da mangueira preenchida com água ou mesmo na tomada de pressão na lateral do canal. A presença de qualquer sujeira pode resultar na perda de precisão do transdutor na hora do ensaio. Quando utilizar-se deste tipo de transdutor, é importante verificar a existência ou não de bolhas de ar na mangueira. Isso evita a possibilidade de uma bolha de ar causar erros nos resultados medidos e transmitidos ao sistema de aquisição de dados.

3.5- Instalação dos sensores (eletrodos) na saída do canal

O trabalho baseou-se na análise do comportamento do escoamento na saída do canal, obtendo a curva de variação da profundidade em função do tempo. A instalação de um transdutor na saída do canal não produziria bons resultados devido ao perfil de pressão “não hidrostático”. Então, a maneira mais fácil e rápida foi através de sensores elétricos que determinaram os níveis e os instantes do escoamento na seção de saída. Eletrodos de aço inoxidável, instalados na saída do canal, com regulagem de altura, possibilitaram a obtenção de vários pontos em diferentes níveis e instantes. O conjunto desses pontos plotados, geraram a curva de variação da profundidade em função do tempo da seção de saída do canal.

A maneira como foram colocados os eletrodos na saída do canal, pode ser vista na Figura 31. Foram instalados dois eletrodos conectados ao sistema de aquisição de dados.

Figura 30 - Vista geral da lateral do canal onde foram instalados os transdutores.

Figura 31 - Detalhes mostrando a instalação dos dois eletrodos na saída do canal.

Pode-se notar uma curvatura nas extremidades inferiores dos eletrodos. Essa curvatura foi necessária para obter a precisão dos sinais transmitidos por eles. Cada eletrodo foi revestido com um espaguete de plástico, com exceção na ponta, que foi desencapada para obter a sensibilidade. A curvatura deixou esse sensor com a ponta voltada para cima, impedindo o acúmulo de gotas de água após o abandono da água. Isso foi importante, porque o eletrodo ficou em circuito fechado com o eletrodo terra, mergulhados na água dentro do canal. No instante em que ocorria a abertura da comporta, o nível da água abaixava e o eletrodo registrava o instante exato em que o nível da água abandonava a ponta do sensor. Se uma simples gota de água ficasse acumulada na ponta, o eletrodo acusava o abandono do nível da água instantes depois. Com a ponta do eletrodo voltada para baixo, verificou-se o acúmulo de gotas de água, impossibilitando a execução dos ensaios. Foram feitos testes com a ponta do eletrodo voltada para cima e constatada a sua eficiência.

3.5.1- Problemas detectados após a instalação e funcionamento dos sensores

A forma como foi instalado o suporte dos eletrodos na saída do canal, a princípio não deixou dúvidas quanto a sua eficiência, mas a medida que foram sendo realizados alguns ensaios, notou-se que os resultados não expressavam corretamente os dados reais.

O eletrodo tinha que determinar, o instante em que a água abandonava a ponta do sensor, abrindo o circuito que encontrava-se fechado entre ele e o eletrodo terra. Esse instante era determinado, mas não com a altura previamente deixada.

A barra de PVC, que serve de suporte para os eletrodos, foi instalada prensada entre as duas paredes laterais do canal, próximo à comporta. Desta maneira, a única força de fixação sobre a barra de PVC, foi a força de reação de compressão no sentido do eixo longitudinal, o que também produzia uma flambagem ao longo do eixo longitudinal da barra. No entanto, essa flambagem não representava um risco na precisão dos sensores. O que ameaçava o perfeito funcionamento dos eletrodos era a força que o fluxo de água exercia sobre os eletrodos. A velocidade adquirida por esse escoamento, exercia sobre os dois eletrodos, uma força de arraste fazendo-os funcionarem como alavancas rotacionando a barra de PVC no eixo longitudinal da

peça. Essa rotação deslocava as pontas dos eletrodos, retirando-as da posição estabelecida para o ensaio.

Identificado o problema, foi necessário providenciar uma nova maneira de fixar esse suporte. No próximo item, é descrita a nova forma de instalação dos eletrodos na saída do canal. Na Figura 32, mostra-se o suporte com os eletrodos e a forma como foi instalado, ocasionando os erros.

Figura 32 – Detalhes do primeiro suporte dos eletrodos na saída do canal, o qual gerava erros de leitura dos sensores. (Vista isométrica)

3.5.2- Nova instalação dos eletrodos na saída do canal

O objetivo dessa nova instalação, foi eliminar a possibilidade de erros na leitura dos sensores, devido a qualquer deslocamento ou rotação sobre o eixo longitudinal da barra de PVC.

Como pode ser visto na Figura 32, a base maior da barra de PVC encontrava-se na horizontal, fazendo com que a peça não oferecesse uma boa firmeza aos eletrodos. Inverteu-se o sentido da seção transversal da barra, fazendo agora com que a base menor ficasse na horizontal, dando uma maior firmeza aos eletrodos.

A fixação do conjunto, eletrodo e barra de PVC, foi feita através de parafusos colocados nas duas extremidades da barra e parafusados nas bordas laterais das paredes do canal. A Figura 33, mostra os detalhes dessa fixação. Pode-se notar que foram acrescentadas às barras de PVC junto as suas extremidades, peças menores também de PVC, que permitiram sua fixação sem que afetasse a posição e a localização dos sensores na extremidade de jusante do canal.

Figura 33 – Detalhes da nova fixação para os eletrodos. (Vista isométrica)

3.5.3- Testes de precisão dos sensores

Alguns testes foram realizados para verificar a precisão das medidas dos sensores. A Figura 34 mostra o detalhe da ponta do sensor, praticamente invisível ao olho nu, por ser tão pequena. A ponta deixou praticamente impossível o acúmulo de qualquer gota de água, após o abandono do nível da água.

Os testes através de esvaziamento lento do canal, possibilitaram verificar a precisão dos sensores. Foi constatado, que ambos os eletrodos, desligavam os LED precisamente no instante em que a água abandonava as pontas dos sensores.

Figura 34 – Detalhe dos sensores (eletrodos).

3.6- Ajuste de tensão dos transdutores de pressão

Antes de iniciar os ensaios, foram feitos os ajustes de tensões dos transdutores na faixa de $-5V$ a $+5V$, permitindo a visualização dos níveis de tensões no monitor de vídeo e evitando a queima dos equipamentos da placa de aquisição de dados. Os ajustes foram feitos por um aparelho potenciômetro igual ao mostrado na Figura 35.

Figura 35 - Potenciômetro para ajuste de tensão do transdutor.

Como a faixa de variação era de $-5V$ a $+5V$, para cada nível da água ensaiado no canal, a regulagem ficava por volta de $+4,5V$ com canal cheio.

3.7- Calibração e verificação dos transdutores

Os transdutores de pressão, trabalham com tensões muito baixas, tão baixas que precisam de amplificação. Como já foi explicado, essas tensões são geradas a partir da deformação de uma membrana.

A determinação da variação da profundidade da água no decorrer do tempo, requer variações na deformação da membrana, gerando tensões. Como essas tensões são amplificadas e transmitidas ao sistema de aquisição de dados, esses sinais tem que representar com precisão o que acontece com o nível da água dentro do canal. Para isso foi necessário a calibração e a verificação dos transdutores de pressão.

Foram utilizados dois eletrodos para fazer essa calibração. A Figura 36, mostra o teste feito para verificar a precisão dos resultados obtidos pelo transdutor.

Figura 36 – Gráfico mostrando a calibração dos transdutores.

Os dois eletrodos foram posicionados na seção do canal $x = 1,0\text{m}$, onde também foi instalado um transdutor de pressão. Os eletrodos foram deixados a 100 mm e 150 mm do fundo do canal, como pode ser visto na Figura 36.

Realizando a manobra de abertura da comporta, a curva de variação da profundidade obtida pelo transdutor, deve passar próximo dos instantes em que os eletrodos registram o abandono da água. Como pode ser visto na Figura 36, os eletrodos, acusam o abandono da superfície livre da água, junto com a curva de variação $h(t)$ medida pelo transdutor.

Na Figura 37, podemos observar os detalhes da montagem feita na seção do canal $x=1,0\text{m}$.

Figura 37 – Detalhes do suporte dos eletrodos usados para calibração dos transdutores.

A diferença de tempo obtida entre os dois eletrodos foi comparada com a determinada pela curva do transdutor. O erro calculado foi menor que 0,5%, o que permite aceitar as medidas feitas por esses aparelhos.

3.8- Ajuste e posição dos eletrodos

Para determinar vários pontos $h(\text{mm})$ em função de $t(\text{s})$ na saída do canal retangular, a variação do nível do eletrodo foi feita através de um suporte que permitiu o movimento e a fixação dos eletrodos na vertical. A Figura 38 mostra os detalhes deste suporte e indica os movimentos permitidos para os eletrodos.

Figura 38 – Detalhes do sistema de ajuste dos níveis dos sensores.

A posição deste suporte no canal é $x = L$, ou seja, $x = 1,5\text{m}$ (extremidade de saída). A Figura 39 mostra a posição dele no canal.

Figura 39 - Suporte dos eletrodos posicionados na saída do canal.

3.9- Ensaios preliminares

Os primeiros ensaios foram feitos para analisar as curvas obtidas pelos transdutores de pressão nas seções definidas a montante da extremidade de saída do canal. Foram feitos vários ensaios com as profundidades iniciais da água, $h_0 = 0,20$; $0,15$ e $0,10$ m.

O objetivo foi verificar a presença ou não de perturbações, devido a manobra rápida de abertura da comporta. Nenhum ruído, capaz de reprovar os ensaios, foi detectado.

3.10- Sequência de ensaios

Os primeiros ensaios foram realizados com a profundidade de $h_0 = 0,20$ m. Os transdutores de pressão foram colocados nas seções $x = 0,5$ e $x = 1,5$ m. Foram colhidos cinco ensaios para análises. Em seguida, foram feitos mais cinco ensaios com as profundidades de $0,15$ e $0,10$ m. Toda essa sequência, foi identificada como série A. Foi feita outra sequência, definida como série B, na qual, os transdutores estavam localizados nas seções $x = 0$ e $x = 1,5$ m. Depois, foi dado início a sequência de ensaios com os eletrodos na saída do canal. Utilizando dois eletrodos como sensores, os ensaios foram feitos com cada um dos dois em determinado nível em relação ao fundo do canal.

O objetivo foi determinar o maior número de pontos possíveis entre o fundo e a superfície livre da água. A utilização de dois sensores reduziu pela metade o tempo gasto para a realização de todos os ensaios necessários. Em cada ensaio, foi possível obter dois pontos da curva $h(t)$. Esses dois pontos, são pontos com diferentes profundidades e instantes, ou seja, $h_1(\text{mm}) \times t_1(\text{s})$ e $h_2(\text{mm}) \times t_2(\text{s})$. Variou-se a altura dos eletrodos a cada 5 mm deixando 5 mm de diferença entre eles. Foram realizados ensaios para $h_0=200$; 150 e 100mm a uma sequência de três ensaios para cada posição dos dois eletrodos. No total, foram feitos seis ensaios por eletrodo em cada altura da série de h_0 . Na tabela abaixo, é mostrado, as posições em que os eletrodos ficaram no decorrer de todo o experimento. As posições são referentes ao fundo do canal.

Tabela 1 – Posição dos eletrodos em relação ao fundo do canal.

Série C $h_0=200\text{mm}$		Série D $h_0=150\text{mm}$		Série E $h_0=100\text{mm}$	
Eletrodo 1 (mm)	Eletrodo 2 (mm)	Eletrodo 1 (mm)	Eletrodo 2 (mm)	Eletrodo 1 (mm)	Eletrodo 2 (mm)
	195		145		95
190	190	140	140	90	90
185	185	135	135	85	85
180	180	130	130	80	80
175	175	125	125	75	75
170	170	120	120	70	70
165	165	115	115	65	65
160	160	110	110	60	60
155	155	105	105	55	55
150	150	100	100	50	50
145	145	95	95	45	45
140	140	90	90	40	40
135	135	85	85	35	
130	130	80	80		30
125	125	75	75		
120	120	70	70		
115	115	65	65		
110	110	60	60		
105	105	55	55		
100	100	50	50		
95	95	45	45		
90	90	40	40		
85	85	35			
80	80				
75	75				
70	70				
65	65				
60	60				
55	55				
50					

Observação: Cada posição acima foi ensaiada três vezes.

Totalizaram-se 93 ensaios para $h_0=200\text{mm}$, 66 ensaios para $h_0=150\text{mm}$, e 36 ensaios para $h_0=100\text{mm}$. Foram feitos também alguns ensaios, os quais variaram-se as alturas dos eletrodos em 2,5 mm e não em 5 mm. Esses ensaios foram feitos para preencherem vazios nas curvas experimentais. Os resultados são apresentados no próximo capítulo.

Todos os ensaios foram gravados em disquetes e transferidos para um computador onde foram processados e analisados. Esses gráficos trazem as curvas experimentais da variação de profundidade em função do tempo, geradas por cada sequência de ensaios.

A sequência de 93 ensaios para $h_0=200\text{mm}$ foi definida com o nome de série C e os ensaios identificados de C_1 a C_{93} . A sequência de 66 ensaios para $h_0=150\text{mm}$ foi definida como série D e os ensaios identificados de D_1 a D_{66} . O mesmo aconteceu para os 36 ensaios para $h_0=100\text{mm}$, definidos como série E, identificados de E_1 a E_{36} . Os resultados podem ser vistos em Anexo.

3.11- Procedimento experimental de ensaio

O início da sequência de ensaios foi marcado com a verificação dos equipamentos, como transdutores e eletrodos. Como já foi dito anteriormente, os transdutores tiveram os valores de tensões ajustados para não ultrapassarem a faixa de -5V a $+5\text{V}$. Esses valores de tensões, ficaram por volta de $+4,5\text{V}$ com o canal cheio.

Os dois eletrodos localizados na saída do canal, foram testados a nível de sensibilidade, ajustados e fixados em determinadas alturas, conforme Tabela 1. A primeira sequência de ensaios (série C) foi feita com $h_0 = 200\text{mm}$ e as primeiras posições dos eletrodos foram, eletrodo nº1 = 190mm e eletrodo nº2 = 195mm . Em seguida, foi feito o enchimento do canal. O canal foi cheio até próximo do nível onde existia uma marca que representava $h_0=200\text{mm}$. O enchimento causou agitação na água que impediu a leitura da profundidade correta. Então, esperou-se até a agitação parar para fazer a leitura do nível da água, através de uma escala manual. A Figura 40 - mostra como foi feita essa leitura.

O valor do nível da água e o número do ensaio, foram anotados para serem usados como identificação do experimento. O programa "FAC" foi então preparado para a realização da manobra de abertura da comporta. Em outro ambiente do programa, foi dado nome ao ensaio, o intervalo de tempo entre pontos e a quantidade de pontos que o programa iria obter. Para todos os ensaios foram definidos intervalos de $0,01$ segundos e quantidade de 1000 pontos. Esses intervalos facilitaram a determinação dos instantes em que a água abandonava os eletrodos. A quantidade de pontos definida foi a necessária para 10 segundos de ensaio e obter toda a curva. O programa foi executado no computador mostrado na Figura 41. A manobra de abertura da comporta vertical, foi feita rapidamente para não influenciar e atrapalhar a queda da água no instante inicial.

No instante em que a comporta foi aberta, a água iniciou seu escoamento não permanente em queda livre, os dados dos transdutores de pressão, eletrodos e os sinais do interruptor da comporta foram armazenados na memória do programa.

O gráfico da Figura 44 mostra os sinais recebidos durante os 10 segundos de ensaio. Os sinais estavam em unidades de voltagem que depois foram convertidos nas unidades convenientes. Os 10 segundos de ensaio perfizeram um total de 1000 pontos colhidos com intervalos de 0,01 segundo entre eles.

Figura 40 - Escala usada para a leitura do nível da água.

Figura 41 - Computador utilizado no sistema de aquisição de dados.

Figura 42 - Abertura da comporta e a queda livre da água.

Figura 43 - Detalhe da água abandonando os eletrodos.

Figura 44 – Saída gráfica do Programa FAC

Como pode ser visto na Figura 44, para o experimento, interessa apenas o intervalo entre os instantes em que a curva com legenda “interruptor da comporta” vai a zero, indicando a abertura e o fechamento da comporta. O instante e o valor de voltagem que determinam a queda repentina nas curvas com legenda “Eletrodo 1 e Eletrodo 2”, fazem parte de alguns dos pontos que traçam a curva $h(t)$ na saída do canal. Feita a gravação dos dados, o programa foi preparado para fazer as leituras de tensões com o nível da água baixo, isto é, ao fechar a comporta, restou um pouco de água dentro do canal, que serviu para evitar a entrada de ar nos transdutores e manter possíveis as leituras de tensões para o uso nas conversões de unidades.

Após a realização de três ensaios com os eletrodos na mesma posição, foram feitas as mudanças em suas alturas. Cada eletrodo desceu 5 mm, mantendo também os 5 mm de diferença entre eles. Essa diferença foi adotada para facilitar a leitura e a determinação dos instantes em que o nível da água abandona os eletrodos. Feito isso, foi retomado o enchimento do canal. A partir daqui, todo o procedimento foi repetido até que todos os pontos das curvas foram determinados. Esses ensaios foram feitos para três diferentes níveis iniciais de água. Iniciou-se com $h_0 = 200$ mm e prosseguiu-se para $h_0 = 150$ mm e $h_0 = 100$ mm.

3.12-O modelo físico

O modelo desenvolvido caracteriza-se basicamente, por um canal retangular com controle a jusante através de uma comporta basculante vertical, cuja manobra de abertura provocará um escoamento não permanente. A superfície da água no canal está inicialmente em repouso, como mostrado na Figura 45. Após a abertura rápida da comporta, o nível da água varia no decorrer do tempo, possibilitando fazer uma análise do escoamento. O modelo numérico desenvolvido prevê as curvas características de profundidade e velocidade da água em função do tempo em determinadas seções do canal.

A abertura de uma comporta em um canal retangular é caso típico de um escoamento não permanente. O resultado do escoamento foi descrito adequadamente dentro do contexto de um modelo matemático unidimensional.

O escoamento não permanente, nos trechos onde as linhas de correntes são paralelas, foi modelado como unidimensional. As equações de Saint Venant, conjunto de equações diferenciais parciais hiperbólicas, foram usadas para descrever este escoamento.

Figura 45 - Canal retangular com controle a jusante através de uma comporta.

3.13-O modelo analítico

3.13.1- Equação diferencial

Primeiro vamos deduzir a equação diferencial que rege o problema. Assumimos que o movimento da água é aproximadamente unidimensional. Isto é, a velocidade é uniforme através de cada seção do canal. Considerar o volume de controle mostrado na Figura 46, com a superfície livre da água na altura h e a velocidade definida em x e $x+\Delta x$. A equação da continuidade para este volume de controle é:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho h W dx + \rho v h W \Big|_{x+\Delta x} - \rho v h W \Big|_x = 0 \quad (3.1)$$

Figura 46 - Volume de controle para desenvolver as equações para escoamento no canal.

Onde W é a largura do canal. Desde que x e $x+\Delta x$ não variam com o tempo, a derivada da integral torna-se:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho h W dx = \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial}{\partial t} (\rho h W) dx \quad (3.2)$$

Dividindo a eq. (3.2) por $\rho W \Delta x$ temos:

$$\frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \frac{\partial h}{\partial t} dx + \frac{vh|_{x+\Delta x} - vh|_x}{\Delta x} = 0 \quad (3.3)$$

e tomando o limite como $\Delta x \rightarrow 0$ fica:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vh) = 0 \quad (3.4)$$

Esta expressão é a forma diferencial da equação da continuidade.

Aplicando a equação da quantidade de movimento no volume de controle temos:

$$\frac{d}{dt} \int_x^{x+\Delta x} \rho h v W dx + \rho v^2 W h \Big|_{x+\Delta x} - \rho v^2 W h \Big|_x = \frac{\gamma h^2 W}{2} \Big|_x - \frac{\gamma h^2 W}{2} \Big|_{x+\Delta x} - F_f \quad (3.5)$$

Onde $\gamma h/2$ representa a pressão do centróide da superfície de controle, assim a força de pressão é dada por $\gamma h^2 W/2$. A força de atrito pode ser relacionada para o coeficiente da força de atrito por:

$$F_f = c_f \frac{\Delta x \rho v |v| P}{2} \quad (3.6)$$

Onde P é o perímetro molhado do conduto. Substituindo esta expressão F_f dentro da eq. (3.5), dividindo por $\rho W \Delta x$, e tomando o limite de Δx tendendo a zero, nós obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x} \left(hv^2 + \frac{gh^2}{2} \right) = -\frac{c_f v |v|}{2} \left(\frac{P}{W} \right) \quad (3.7)$$

A qual é a forma final da equação da quantidade de movimento.

A equação da continuidade e da quantidade de movimento representam as duas equações a serem resolvidas para obter o perfil da superfície da água e a distribuição de velocidade. Por conveniência, iremos introduzir novas variáveis por grupos paramétricos aparecendo nas equações:

$$hv = A \quad (3.8a)$$

$$hv^2 + \frac{gh^2}{2} = B \quad (3.8b)$$

$$e \quad \frac{c_f v |v|}{2} \left(\frac{P}{W} \right) = C \quad (3.8c)$$

Nos termos das novas variáveis, a equação é simplificada para:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \quad (\text{continuidade}) \quad (3.9)$$

$$e \quad \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial B}{\partial x} = -C \quad (\text{quantidade de movimento}) \quad (3.10)$$

Agora vamos formular um método numérico para solucionar estas equações.

3.13.2- Sistema de malha (diferenças finitas)

Refere-se ao sistema de malha mostrado na Figura 47. As linhas espaciais são designadas por i com a malha espaçada de Δx . As linhas representando o tempo são designadas por n com intervalos de Δt . As condições iniciais são aplicadas a $n=1$ e para este problema um perfil da superfície da água nivelado e velocidade zero. O procedimento é integrar no tempo na condição inicial para obter soluções por incremento de tempo.

Há um limite definido no tamanho do passo de tempo Δt . Qualquer pequeno distúrbio que ocorra na base do canal, como uma mudança na elevação da superfície

da água, viaja em ambas as direções como uma onda com velocidade $\sqrt{gh}$ com relação à água. Se, além disto, a água na base está movendo-se com velocidade v , a onda viaja a uma velocidade $(v \pm \sqrt{gh})$ com relação à base. Considere o movimento das ondas mostradas na Figura 48, ondas que foram originadas no tempo t_0 na localização x_0 . Como as ondas se propagam a partir de um distúrbio inicial, sua zona de influência aumenta continuamente. Esta zona é representada pela região triangular na Figura 48. Por exemplo, no tempo t_1 a água na localização A já experimentou o movimento induzido pela onda, enquanto que a água na localização B ainda espera pela chegada da onda.

Figura 47 - Sistema de malha para equações de diferenças finitas

Figura 48 - Propagação de ondas iniciada em (x_0, t_0) no plano $x - t$.

Afim de representar corretamente o problema físico, o passo de tempo correspondendo ao incremento de distância Δx deve estar dentro da zona de influência. Isto requer que o passo de tempo Δt seja menor que $\Delta x / (v + \sqrt{gh})$, que pode ser expresso de uma maneira geral como:

$$\left(\frac{|v| + \sqrt{gh}}{\Delta x} \right) \Delta t \leq 1 \quad (3.11)$$

$$\text{ou} \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x}{|v| + \sqrt{gh}} \quad (3.12)$$

Esta restrição no passo de tempo é comumente conhecida como a *Condição de Courant*.

3.13.3- Procedimento para integração numérica das equações

A integração das equações (3.9) e (3.10) tem ocupado ao longo do tempo o interesse dos analistas numéricos. Muitos dos esquemas que tem sido propostos

podem ser encontrados em literatura. Usaremos o método de *Lax-Wendroff*, que tem sido popular há muitos anos. Ele introduz um passo de tempo intermediário, o qual designaremos por um asterístico, como mostrado na Figura 49. O passo intermediário é localizado na metade do caminho entre n e $n+1$. Podemos representar o primeiro passo de n para $*$ pela equação da continuidade, eq. (3.9), na forma de diferenças finitas como:

$$\frac{h_i^* - h_{i,n}}{\Delta t/2} + \frac{A_{i+1,n} - A_{i-1,n}}{2\Delta x} = 0 \quad (3.13)$$

No método de Lax-Wendroff, $h_{i,n}$ é substituído por:

$$h_{i,n} = \frac{1}{2}(h_{i+1,n} + h_{i-1,n}) \quad (3.14)$$

Figura 49 - Segundo passo do sistema de malha para a integração Lax - Wendroff.

Assim o valor de h_i^* é dado por:

$$h_i^* = \frac{1}{2}(h_{i+1,n} + h_{i-1,n}) - \frac{\Delta t}{4\Delta x}(A_{i+1,n} - A_{i-1,n}) \quad (3.15)$$

Correspondentemente, o passo intermediário para A_i^* da equação da quantidade de movimento, eq. (3.10), é:

$$A_i^* = \frac{1}{2}(A_{i+1,n} + A_{i-1,n}) - \frac{\Delta t}{4\Delta x}(B_{i+1,n} - B_{i-1,n}) - \frac{\Delta t}{2}C_{i,n} \quad (3.16)$$

Na complementação deste passo de tempo, calculamos v_i^* a partir de A_i^* e h_i^* , usando:

$$v_i^* = \frac{A_i^*}{h_i^*} \quad (3.17)$$

Os valores de h_i^* e v_i^* no passo de tempo intermediário levam aos valores correspondentes de B_i^* e C_i^* , o qual calculamos usando as equações (3.8b) e (3.8c).

No segundo passo, procedemos de n para $n+1$, usando as variáveis no passo de tempo intermediário para avaliar as derivadas espaciais. Isto é conhecido como um passo “ pulo de rã ” e sugere uma formulação de diferença central para o tempo derivado. O segundo passo da equação da continuidade é representado por:

$$\frac{h_{i,n+1} - h_{i,n}}{\Delta t} + \frac{A_{i+1}^* - A_{i-1}^*}{2\Delta x} = 0 \quad (3.18)$$

Rescrevendo esta equação para $h_{i,n+1}$ temos:

$$h_i^* = h_{i,n} - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(A_{i+1,n} - A_{i-1,n}) \quad (3.19)$$

Similarmente, obtemos o valor de $A_{i,n+1}$ da forma de diferença finita da equação da quantidade de movimento. O resultado é:

$$A_{i,n+1} = A_{i,n} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (B_{i+1}^* - B_{i-1}^*) - C_i^* \Delta t \quad (3.20)$$

Resolvendo para $v_{i,n+1}$ usando $A_{i,n+1}$ e $B_{i,n+1}$ produz a velocidade no novo nível de tempo. A integração continua do mesmo modo de $n+1$ para $n+2$, e assim por diante. Este procedimento termina quando o intervalo de tempo desejado foi coberto.

Uma consideração especial é necessária para os dois extremos, onde a diferença central em A e B não é possível. Na parede, $i=1$, a diferenciação adiante é usada para obter h_i^* no passo intermediário.

$$h_i^* = h_{i,n} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (A_{2,n} - A_{i,n}) \quad (3.21)$$

Para o segundo passo $n+1$, o valor para h na parede é:

$$h_{1,n+1} = h_{i,n} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (A_2^* - A_1^*) \quad (3.22)$$

3.13.4- Adimensionalização das equações da continuidade e da quantidade de movimento.

No item 3.13.1 mostrou-se como obter as equações da continuidade e da quantidade de movimento usando o volume de controle ilustrado na Figura 46. Neste item mostraremos o processo de adimensionalização destas equações.

As variáveis de velocidade, tempo, distância e altura das equações serão adimensionalizadas. Este processo permite também o aparecimento de dois parâmetros relacionando a altura da lâmina de água com as características geométricas do modelo físico.

Com o modelo matemático envolvendo as equações adimensionalizadas é possível fazer uma análise maior das possibilidades de respostas que o modelo físico pode produzir.

As equações da continuidade e da quantidade de movimento mostradas abaixo nas formas diferenciais, representam as duas equações a serem adimensionalizadas.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vh) = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hv^2 + \frac{gh^2}{2}\right) = -\frac{c_f v^2}{2} \left(\frac{P}{W}\right) \quad (3.24)$$

Onde $c_f = \frac{f}{4}$; f é o fator de atrito; P é o perímetro molhado; e W a largura do canal.

A altura h da água, quando dividida por h_0 , gera o adimensional H . A altura h_0 representa a altura inicial estática da água no canal. As variáveis v , t e x quando divididas por v_0 , t_0 e L respectivamente, geram os adimensionais V , T e X como mostrados abaixo.

$$H = \frac{h}{h_0} \quad V = \frac{v}{v_0} \quad T = \frac{t}{t_0} \quad X = \frac{x}{L} \quad (3.25)$$

Onde v_0 é a velocidade de propagação da onda; t_0 é o tempo de propagação da onda de cheia; e L é o comprimento do canal.

Pela equação da continuidade, eq.(3.23), temos:

$$\frac{h_0}{t_0} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{h}{h_0} \right) + \frac{v_0 h_0}{L} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{v}{v_0} \frac{h}{h_0} \right) = 0 \quad (3.26)$$

Simplificando

$$\frac{h_0}{t_0} \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{v_0 h_0}{L} \frac{\partial (HV)}{\partial X} = 0 \quad (3.27)$$

Temos que : $t_0 = \frac{L}{v_0}$ e portanto, $\frac{1}{t_0} = \frac{v_0}{L}$, assim:

$$\frac{h_0}{t_0} \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{h_0}{t_0} \frac{\partial(HV)}{\partial X} = 0 \quad (3.28)$$

A expressão (3.28) pode ser simplificada dividindo ambos os termos por h_0/t_0 , ficando:

$$\boxed{\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial(HV)}{\partial X} = 0} \quad (3.29)$$

Esta expressão representa a forma diferencial da equação da continuidade adimensionalizada.

Pela equação da quantidade de movimento, eq. (3.24), temos:

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x}(hv^2) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{gh^2}{2}\right) = -\frac{f}{4} \frac{v^2}{2} \left(\frac{P}{W}\right) \quad (3.30)$$

$$\frac{v_0 h_0}{t_0} \frac{\partial \left(\frac{h}{h_0} \frac{v}{v_0} \right)}{\partial \left(\frac{t}{t_0} \right)} + \frac{h_0 v_0^2}{L} \frac{\partial \left(\frac{h}{h_0} \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \right)}{\partial \left(\frac{x}{L} \right)} + \frac{h_0^2}{L} \frac{\partial \left(\frac{g}{2} \left(\frac{h}{h_0} \right)^2 \right)}{\partial \left(\frac{x}{L} \right)} = -\frac{f}{4} \frac{v_0^2 \left(\frac{v}{v_0} \right)^2}{2} \left(\frac{2 \left(\frac{h}{h_0} \right) h_0 + W}{W} \right) \quad (3.31)$$

Simplificando

$$\frac{v_0 h_0}{t_0} \frac{\partial(HV)}{\partial T} + \frac{h_0 v_0^2}{L} \frac{\partial(HV^2)}{\partial X} + \frac{h_0^2 g}{L} \frac{\partial \left(\frac{H^2}{2} \right)}{\partial X} = -\frac{f}{4} \frac{v_0^2 V^2}{2} \left(\frac{2Hh_0}{W} + 1 \right) \quad (3.32)$$

Dividindo toda a expressão por v_0^2 , temos que:

$$\frac{v_0 h_0}{t_0 v_0^2} \frac{\partial(HV)}{\partial T} + \frac{h_0 v_0^2}{L v_0^2} \frac{\partial(HV^2)}{\partial X} + \frac{h_0^2 g}{L v_0^2} \frac{\partial\left(\frac{H^2}{2}\right)}{\partial X} = -\frac{\frac{f}{4} v_0^2 V^2}{2 v_0^2} \left(\frac{2Hh_0}{W} + 1\right) \quad (3.33)$$

Como $v_0 = \sqrt{gh_0}$ ou $v_0^2 = gh_0$. Substituindo fica:

$$\frac{h_0}{t_0 v_0} \frac{\partial(HV)}{\partial T} + \frac{h_0}{L} \frac{\partial(HV^2)}{\partial X} + \frac{h_0^2 g}{L g h_0} \frac{\partial\left(\frac{H^2}{2}\right)}{\partial X} = -\frac{\frac{f}{4} V^2}{2} \left(\frac{2Hh_0}{W} + 1\right) \quad (3.34)$$

Lembrando que $t_0 = \frac{L}{v_0}$ ou $L = t_0 v_0$. Substituindo fica:

$$\frac{h_0}{L} \frac{\partial(HV)}{\partial T} + \frac{h_0}{L} \frac{\partial(HV^2)}{\partial X} + \frac{h_0}{L} \frac{\partial\left(\frac{H^2}{2}\right)}{\partial X} = -\frac{\frac{f}{4} V^2}{2} \left(\frac{2Hh_0}{W} + 1\right) \quad (3.35)$$

Dividindo ambos os termos por h_0/L temos:

$$\frac{\partial(HV)}{\partial T} + \frac{\partial(HV^2)}{\partial X} + \frac{\partial\left(\frac{H^2}{2}\right)}{\partial X} = -\frac{2\frac{f}{4} V^2}{\frac{2h_0}{L}} \left(H \frac{h_0}{W} + \frac{1}{2}\right) \quad (3.36)$$

A expressão final da quantidade de movimento é:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial T}(HV) + \frac{\partial}{\partial X}\left(HV^2 + \frac{H^2}{2}\right) = -\frac{\frac{f}{4} V^2}{\frac{h_0}{L}} \left(H \frac{h_0}{W} + \frac{1}{2}\right)} \quad (3.37)$$

Esta expressão representa a forma diferencial da equação da quantidade de movimento adimensionalizada. Pode-se notar que o termo da esquerda contém os adimensionais H , V , T e X , e no termo da direita aparecem os parâmetros adimensionais h_0/L e h_0/W , que relacionam a altura de água inicial com as características geométricas do canal. Na expressão, L é igual ao comprimento total do canal e W igual a largura da base da seção transversal.

3.13.5- A Condição inicial e as condições de contorno

A condição inicial do escoamento (água em repouso) implica em $h(x,0)=h_0$ e $v(x,0)=0$ para qualquer coordenada x do intervalo $0 \leq x \leq L$.

No início do canal, onde $x = 0$, tem-se como condição de contorno $v(0,t)=0$ para qualquer instante t , o que acarreta $Q(0,t)=0$. Entretanto, na extremidade de jusante, o escoamento caracteriza-se por uma saída em queda livre, que inicia-se no instante $t=0$ com as condições de repouso $h_s = h(L,0)=h_0$ e $v_s = v(L,0)=0$. A partir desse momento a determinação de h_s e v_s faz parte da solução numérica de um sistema bidimensional bem mais complexo e da sua interligação com o escoamento no canal.

Para contornar essa dificuldade recorreu-se às condições de contorno “quase permanentes”, ou seja, as condições de contorno utilizadas nos escoamentos permanentes. Duas condições destacam-se:

- 1) a condição crítica – É a condição na qual considera-se que o escoamento na seção final ($x = L$) ocorra nas condições críticas, ou seja, a correlação entre a vazão Q_s e a profundidade h_s na seção de saída obedece a expressão $Q_s = A_s \sqrt{gh_s}$. Nessa condição, o trecho final de comprimento L_e é desprezado ($L_e \ll L$) como mostra a Figura 50.

Figura 50 – A condição de contorno crítica (condição convencional).

Com essa hipótese a velocidade passa repentinamente do seu valor inicial $v_s=0$ para $v_{s0} = \sqrt{gh_s}$ (em degrau), ocasionando desvios que podem ser significativos. É de se esperar, entretanto, que o seu valor aproxime-se rapidamente do seu valor real, melhorando o ajuste a medida que os termos não permanentes decrescem.

A condição de contorno na seção final do canal é então expressa pelas fórmulas clássicas válidas para os escoamentos permanentes que são, na geometria retangular:

$$v_s = \sqrt{gh_s} \quad (3.38)$$

- 2) o coeficiente de pressão $c_p(x)$ – Essa condição de contorno introduz na equação da quantidade de movimento, a variação do coeficiente de pressão $c_p(x)$ no trecho final do canal, ou seja, introduz no sistema a variação das forças de pressão na vizinhança da comporta, onde os perfis das pressões não satisfazem a condição hidrostática.

Na verdade esse coeficiente desempenha um papel similar ao dos coeficientes de Coriolis (α) e Bussinesq (β) que atuam respectivamente sobre os termos correspondentes da energia cinética e da quantidade de movimento.

De fato, no trecho final do canal, a montante da comporta, a distribuição de pressão deixa de ser linear a partir do ponto $x = L - L_e$ onde $h = h_c$ e $c_p=1$, passando c_p a assumir valores decrescentes ($c_p < 1$) até atingir o valor final c_{ps} na seção de saída.

Esse coeficiente de pressão é definido em cada secção por:

$$c_p = \frac{\int_A p dA}{\gamma y_{cg} A} \quad (3.39)$$

e atua sobre os termos provenientes das forças de pressão, transformando a equação da quantidade de movimento da geometria retangular em

$$\frac{\partial}{\partial t}(hv) + \frac{\partial}{\partial x} \left(hv^2 + c_p \frac{gh^2}{2} \right) = - \frac{f}{4} \frac{v|v|}{2} \left(\frac{P}{W} \right) \quad (3.40)$$

Figura 51 – A região de saída de um canal, onde os perfis de pressões não são lineares.

Para introduzir a função $c_p(x)$ nos algoritmos computacionais de uma forma bem simples, adotou-se como função representativa uma parábola satisfazendo as 3 condições:

- 1) $c_p(x)$ assume o valor c_{ps} na seção de saída do canal, o que implica em $c_p(L) = c_{ps}$;
- 2) $c_p(x)$ assume o valor de 1 no início do trecho de saída, que dista L_e da seção final do canal, o que implica em $c_p(L - L_e) = 1$;
- 3) Tem a tangente nula nesse ponto.

O coeficiente c_{ps} e a razão L_e/h_s foram tomados como parâmetros de calibração, ou seja, foram calculados para ajustar as curvas teóricas aos pontos colhidos experimentalmente.

3.13.6- A solução para o modelo matemático

Os resultados calculados através do modelo matemático utilizam alguns parâmetros do modelo físico usado. A figura abaixo indica as grandezas envolvidas, como h_0 , L e W .

Figura 52 – Esquema do modelo físico utilizado nos ensaios.

Os dados de entrada utilizados no modelo matemático são:

- Aceleração de gravidade ($g=9,81 \text{ m/s}^2$);
- Comprimento do canal retangular ($L=1,50\text{m}$);
- Largura do canal ($W=0,297\text{m}$);
- Profundidade inicial da água ($h_0=0,20; 0,15 \text{ e } 0,10\text{m}$);
- Número de pontos ($N = 300$);
- Fator de atrito ($f = 0,02$);
- O número de Manning ($n = 0,012$);
- Os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s .

O escoamento não permanente em canais, pode ser calculado através da solução do sistema formado pelas equações da continuidade e da quantidade de movimento, respectivamente.

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X}(VH) = 0 \quad (3.41)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial T}(HV) + \frac{\partial}{\partial X}\left(HV^2 + c_p \frac{H^2}{2}\right) = -\frac{f}{4} V|V| \frac{\left(H \frac{h_0}{W} + \frac{1}{2}\right)}{\frac{h_0}{L}} \quad (3.42)$$

onde $X = \frac{x}{L}$, $T = \frac{t}{t_0}$, $H = \frac{h}{h_0}$, $V = \frac{v}{v_0}$, com v_0 e t_0 definidos por

$$v_0 = \sqrt{gh_0}, \quad t_0 = \frac{L}{v_0}$$

e $c_p = (1 - c_s)S(2 - S) + c_s$, com $S = NI \frac{dx}{L_e}$ e $L_e = ch_s$

A solução desse sistema normalmente é obtida através de métodos numéricos cuja solução fornece as curvas $H(X,T)$ e $V(X,T)$ tendo como parâmetros os dois coeficientes $\frac{h_0}{W}$ e $\frac{h_0}{L}$. O método numérico utilizado, foi o “Método de Lax – Wendroff”, descrito anteriormente.

4- RESULTADOS

4.1- Resultados experimentais da variação da profundidade em função do tempo na saída do canal.

A seguir são apresentados os resultados de todos os ensaios realizados na saída do canal retangular de declividade nula. Os ensaios foram feitos para as profundidades iniciais de $h_0 = 200, 150$ e 100 mm.

Cada ponto na curva representa um ensaio. Para cada posição do eletrodo, foram feitos três ensaios repetidos. Pode-se observar que os pontos na curva praticamente sobrepõem-se sem que ocorram grandes dispersões.

Os resultados experimentais são apresentados em tabelas, ver Anexo, na forma dimensional e adimensional para:

- $h_0 = 0,20$ m, $t_0 = 1,070880$ s;
- $h_0 = 0,15$ m, $t_0 = 1,236548$ s;
- $h_0 = 0,10$ m, $t_0 = 1,514456$ s.

Esses resultados foram comparados com as curvas $H(T)$, obtidas através do modelo matemático. O programa foi executado em linguagem TRUE BASIC, e pode ser visto no Apêndice.

Os resultados experimentais foram passados para a forma adimensional e plotados juntamente com as curvas teóricas do modelo matemático que também fornece os resultados adimensionais, $H(T)$ e $V(T)$.

Figura 53 – Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal
 $(h_0=0,20\text{m}, h_0/W=0,667, h_0/L=0,133)$.

Os valores de $h(\text{mm})$ são então divididos por h_0 e plotados como h/h_0 . Os valores de tempo $t(\text{s})$ são divididos por t_0 , gerando t/t_0 .

$$\text{Para } h_0 = 0,20\text{m ou } 200\text{mm}, t_0 = \frac{L}{\sqrt{gh_0}} = \frac{1,50}{\sqrt{9,81 * 0,20}} = 1,07088.$$

Figura 54 - Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal
 $(h_0=0,15\text{m}, h_0/W=0,5, h_0/L=0,1)$.

$$\text{Para } h_0 = 0,15\text{m ou } 150\text{mm}, t_0 = \frac{L}{\sqrt{gh_0}} = \frac{1,50}{\sqrt{9,81 * 0,15}} = 1,236548.$$

As três curvas experimentais adimensionais serão plotadas juntas, o que foi possível compará-las e verificar a precisão dos ensaios.

Figura 55 - Pontos experimentais da curva $h(t)$ na seção de saída do canal ($h_0=0,10\text{m}$, $h_0/W=0,333$, $h_0/L=0,0667$).

Para $h_0 = 0,10\text{m}$ ou 100mm , $t_0 = \frac{L}{\sqrt{gh_0}} = \frac{1,50}{\sqrt{9,81 \cdot 0,10}} = 1,514456$.

Pode-se observar a falta de dados experimentais na curva, caracterizando um patamar compreendido entre os instantes de $0,6 \leq t/t_0 \leq 2,4$. Esses dados não foram possíveis de serem determinados, devido as dificuldades encontradas em termos de precisão para os eletrodos.

4.2- As curvas experimentais e a calibração do modelo

A seguir mostra-se a superposição das três curvas experimentais correspondentes a seção de saída, $x = L$, nas quais pode-se verificar que apesar da manobra ser manual, as curvas repetem-se sem que ocorram grandes variações.

Pode-se observar que, alguns pontos chegaram a sobrepor outros, indicando que alguns ensaios ficaram parecidos, mas não semelhantes. Para cada valor h/h_0 foram obtidos três pontos. Isso confirma a eficiência do modelo e sua confiabilidade.

Figura 56 – Superposição das curvas experimentais da seção de saída do canal.

4.3- Comparação das curvas teórica e experimental para a condição de contorno crítica.

Figura 57 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,133$; condição crítica).

Para a curva $H(T)$ com $h_0 = 0,20\text{m}$, a condição crítica nos mostra a existência de um degrau no instante $t/t_0 = 0$, que apresenta uma queda brusca $h/h_0 = 1$ a $h/h_0 = 0,45$. A partir desse ponto o nível estabiliza-se para decair na região de $t/t_0 > 1,8$. O mesmo é observado para as curvas $h_0 = 0,15\text{m}$ e $h_0 = 0,10\text{m}$, conforme pode ser visto na Figura 58 e na Figura 59. O comportamento das curvas $V(T)$ é parecido. Nesse caso é a velocidade V que sofre um degrau ascendente de $v/v_0=0$ a $v/v_0=0,66$. A partir desse ponto estabiliza-se para tornar-se decrescente após $t/t_0=1,8$.

A descontinuidade provocada pelo degrau das curvas $H(T)$ e $V(T)$, gera perturbações nos algoritmos computacionais, causando instabilidade numérica que obriga o projetista a recorrer ao uso de filtros adequados (viscosidade virtual). Essa metodologia, no entanto, pode mascarar os resultados finais.

Figura 58 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,5$;
 $h_0/L=0,1$; condição crítica).

Figura 59 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,333$;
 $h_0/L=0,0667$; condição crítica).

4.4- Comparação das curvas teórica e experimental para os parâmetros, $c_{ps}=0,8$ e $L_e/h_s=0,5$

O trabalho realizado por Neves (1999), determinou as curvas de profundidade em função do tempo, que melhor ajustavam-se às experimentais, considerando como parâmetros de ajuste, o coeficiente de pressão $c_{ps} = 0,8$ e a razão $L_e/h_s=0,5$. Porém esses coeficientes foram ajustados, analisando as seções a montante da saída (Figura 13). Utilizando os mesmos parâmetros, foram plotados para a seção de saída, as curvas $H(T)$ e $V(T)$ do modelo matemático e os dados experimentais obtidos em laboratório, conforme as Figuras 60, 61 e 62.

Figura 60 – Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,133$; $c_{ps}=0,8$; $L_e=0,5h_s$).

Observa-se que no trecho final da curva, $t/t_0 > 1,8$, ocorre um ajuste melhor. Esses valores de coeficientes, não ajustaram bem a curva teórica nos primeiros instantes do escoamento. Isso pode ser visto no trecho inicial da curva, onde o modelo afasta-se bastante dos dados experimentais.

A velocidade sofre uma ascensão atingindo $v/v_0 = 0,82$ após $t/t_0=0,6$ e decaindo nos instante de $t/t_0 > 1,8$. A velocidade nos instantes finais, torna-se decrescente no mesmo instante da curva de profundidade.

Na Figura 61, os ensaios realizados com $h_0=0,15\text{m}$ também não aproximam-se dos experimentais com a condição proposta por Neves (1999).

Figura 61 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,5$; $h_0/L=0,1$; $c_{ps}=0,8$; $L_e=0,5h_s$).

Na Figura 61, pode-se observar que a curva inteira afasta-se de um bom ajuste. Os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s necessitam serem mudados para obter-se um melhor ajuste aos dados experimentais.

As curvas $V(T)$ apresentam uma ascensão nos instantes iniciais de $t/t_0=0$ a $t/t_0=0,5$, seguido de um patamar com velocidade constante, tornando-se decrescente após $t/t_0=1,8$.

Para as profundidades $h_0 = 0,15\text{m}$ e $h_0 = 0,10\text{m}$, os parâmetros $c_{ps} = 0,8$ e $L_e/h_s=0,5$, deixam as curvas teóricas mais afastadas dos dados experimentais. No caso de $h_0 = 0,10\text{m}$, os instantes iniciais de $t/t_0=0$ a $t/t_0=0,15$, o ajuste é bom.

Figura 62 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,333$;
 $h_0/L=0,0667$; $c_{ps}=0,8$; $L_e=0,5h_s$).

4.5- Comparação das curvas teóricas e experimentais alterando c_{ps} e L_e/h_s .

Alterando os valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s aleatoriamente, buscou-se à medida em que os coeficientes eram alterados, a melhor concordância visual entre os resultados teóricos e experimentais. Para $h_0=0,20\text{m}$, observa-se uma melhora com a mudança do comprimento de $L_e=0,5h_s$ para $L_e=0,38h_s$. O Coeficiente $c_{ps} = 0,8$ foi mantido, conforme pode ser visto na Figura 63.

Figura 63 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,133$; $c_{ps}=0,8$; $L_e=0,38h_s$).

Na figura abaixo, para $h_0=0,15\text{m}$, os coeficientes foram alterados de ($c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$) para ($c_{ps}=0,88$ e $L_e=0,32h_s$). Pode-se observar, que a curva tem uma ligeira melhora com relação aos resultados experimentais.

Fazendo uma comparação com a Figura 61, aproximadamente até o instante $t/t_0 = 1,5$, a curva quase não foi alterada. Já instantes de $t/t_0 > 1,5$, a melhora é mais visível.

Figura 64 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,5$; $h_0/L=0,1$; $c_{ps}=0,88$; $L_e=0,32h_s$).

No caso abaixo, para $h_0=0,10\text{m}$, a mudança foi bem maior. Observou-se que, com uma profundidade inicial de água $h_0=0,10\text{m}$, o coeficiente de pressão foi $c_{ps}=0,76$ e o trecho a montante da comporta $L_e = 0,70 h_s$. Os coeficientes foram então alterados de ($c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$) para ($c_{ps}=0,76$ e $L_e=0,70h_s$).

A medida que temos uma profundidade de água menor, o trecho com distribuição de pressão não hidrostática, torna-se maior.

Figura 65 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,333$; $h_0/L=0,0667$; $c_{ps}=0,76$; $L_e=0,70h_s$).

Para melhorar o ajuste e obter os valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s calibrando de forma mais precisa o modelo, foi definido um novo critério de comparação. No próximo item, o critério adotado usa o desvio padrão.

4.6- Comparação das curvas teóricas e experimentais alterando c_{ps} e L_e/h_s conforme o menor desvio padrão

4.6.1- Determinação do desvio padrão entre as curvas experimentais e teóricas

Através do desvio padrão, foi estabelecido um critério de comparação. Pretende-se através disso, encontrar os valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s , para o menor desvio padrão entre as duas curvas. A definição de desvio padrão é a seguinte:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2}{m-1}} \quad (4.1)$$

onde a média $\bar{d}$ é definida como:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^m d_i}{m} \quad (4.2)$$

temos que:

σ_d = desvio padrão;

d_i = valores calculados pelo modelo matemático, ou seja, $H(T)$;

$\bar{d}$ = dados experimentais;

m = número de dados comparados ;

Neste caso, os dados experimentais entram como se fossem a média na definição da fórmula do desvio padrão. Cada um dos dados experimentais foi lido pelo modelo e subtraídos do respectivo valor teórico, respeitando sua posição em relação ao tempo t/t_0 .

- Curvas para $h_0=0,20\text{m}$.

Figura 66 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$;
 $h_0/L=0,1333$; $c_{ps}=0,71$; $L_e=0,38h_s$).

De acordo com a Figura 66, para o coeficiente de pressão $c_{ps}=0,71$ e $L_e=0,38h_s$, o desvio padrão calculado foi $\sigma_d = 0,0077$ (0,77%).

$$\sigma_d = 0,0076922129$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,0110648161837$$

$$m = 186.$$

- Curvas para $h_0=0,15\text{m}$.

Figura 67 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,50$; $h_0/L=0,10$; $c_{ps}=0,74$; $L_e=0,47h_s$).

Neste caso, para o coeficiente de pressão $c_{ps}=0,74$ e $L_e=0,47h_s$, o desvio padrão calculado foi $\sigma_d = 0,01030$ (1,03%).

$$\sigma_d = 0,010300368$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,0138987830276$$

$$m = 132$$

- Curvas para $h_0=0,10\text{m}$.

Figura 68 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais
 $(h_0/W=0,3333$; $h_0/L=0,0667$; $c_{ps}=0,70$; $L_e=0,63h_s$).

Para o coeficiente de pressão $c_{ps}=0,70$ e $L_e=0,63h_s$, o desvio padrão calculado foi $\sigma_d = 0,0077$ (0,77%).

$$\sigma_d = 0,00771720447005$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,00399020140378$$

$$m = 68$$

Os desvios são baixos, mas as curvas teóricas não ajustaram-se bem aos dados experimentais. Pode-se observar que, em alguns trechos das curvas, o ajuste é ruim.

4.7- Comparação das curvas teóricas e experimentais variando c_{ps} e L_e/h_s no decorrer do tempo

De acordo com essa pesquisa, o projetista pode perfeitamente adotar os valores constantes calculados de c_{ps} e L_e/h_s , para a geometria retangular e obter bons resultados. No entanto, estes valores também variam com o decorrer do tempo e precisam ser corrigidos.

Pensando nisso, procurou-se variar esses coeficientes no decorrer do tempo e analisar como essa variação comportava-se. A seguir, são mostrados os ajustes dos resultados teóricos aos experimentais e também os gráficos de variação dos coeficientes em função do tempo.

Figura 69 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,667$; $h_0/L=0,1333$; $c_{ps} = \text{variável}$; $L_e/h_s = \text{variável}$).

Observa-se, que o ajuste da curva teórica aos dados experimentais é muito bom. Variando os coeficientes c_{ps} e L_e/h_s no decorrer do tempo, obtém-se resultados extremamente significativos.

A curva $V(T)$ apresenta uma forte ascensão nos instantes iniciais e depois continua a aumentar, embora de maneira mais suave, tornando-se decrescente após $t/t_0=1,8$.

Para o coeficiente de pressão c_{ps} = variável; trecho a montante da comporta L_s/h_s = variável; e profundidade inicial da água $h_0=0,20\text{m}$, o desvio padrão calculado entre a curva experimental e a teórica foi $\sigma_d = 0,00308$ (0,31%).

$$\sigma_d = 0,00307512529422$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,0017494331814$$

$$m = 186$$

Figura 70 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais ($h_0/W=0,50$; $h_0/L=0,10$; c_{ps} = variável; L_s/h_s = variável).

Neste caso, para c_{ps} = variável, L_e/h_s = variável e $h_0=0,15\text{m}$, o desvio padrão calculado foi $\sigma_d = 0,003585$ (0,36%).

$$\sigma_d = 0,00358478039754$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,00168343521532$$

$$m = 132$$

Figura 71 - Comparação entre curva teórica e resultados experimentais

($h_0/W=0,3333$; $h_0/L=0,0667$; c_{ps} = variável; L_e/h_s = variável).

Para c_{ps} = variável; L_e/h_s = variável e $h_0=0,10\text{m}$, o desvio padrão calculado entre a curva experimental e a teórica foi $\sigma_d = 0,00208$ (0,21%).

$$\sigma_d = 0,00208464625479$$

$$\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2 = 0,000291165250509$$

$$m = 68$$

Comparando esses desvios com os desvios do item anterior, nota-se que, os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis, produzem desvios muito menores.

Na Tabela 2, são apresentados os intervalos em t/t_0 dos instantes de variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s para o nível da água no canal, $h_0=0,20\text{m}$.

Tabela 2 – Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,20\text{m}$).

Curva $h_0=0,20\text{m}$															
Ponto inicial(t/t_0)	0,00	0,07	0,10	0,20	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,20	2,60
Ponto final(t/t_0)	0,07	0,10	0,20	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,20	2,60	-
Ponto médio(t/t_0)	0,035	0,085	0,15	0,25	0,35	0,50	0,70	0,90	1,10	1,30	1,50	1,70	2,00	2,40	-
c_{ps}	0,72	0,74	0,78	0,85	0,87	0,88	0,85	0,81	0,77	0,73	0,68	0,66	0,65	0,63	0,63
L_e/h_s	0,30	0,33	0,62	0,75	0,79	0,75	0,67	0,62	0,63	0,68	0,74	0,77	0,80	0,82	0,82

A Figura 72 mostra plotado os dados da Tabela 2. De cada intervalo, foi retirado o ponto médio e traçado uma curva de ajuste e o correspondente polinômio.

Figura 72 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 ($h_0=0,20\text{m}$).

Na Tabela 3, são apresentados os intervalos t/t_0 dos instantes de variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s para o nível da água no canal, $h_0=0,15\text{m}$.

Tabela 3 - Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,15m$).

Curva $h_0=0,15m$																
Ponto inicial(t/t_0)	0,00	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,40	2,86	
Ponto final(t/t_0)	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,40	2,86	-	
Ponto médio(t/t_0)	0,025	0,075	0,15	0,25	0,35	0,50	0,70	0,90	1,10	1,30	1,50	1,70	2,10	2,63	-	
c_{ps}	0,72	0,75	0,82	0,88	0,89	0,86	0,84	0,82	0,79	0,75	0,69	0,65	0,68	0,73	0,73	
L_e/h_s	0,30	0,45	0,63	0,77	0,76	0,75	0,69	0,65	0,67	0,68	0,74	0,77	0,76	0,71	0,71	

A Figura 73 mostra plotado os dados da Tabela 3. De cada intervalo, foi retirado o ponto médio e traçado uma curva de ajuste e o correspondente polinômio.

Figura 73 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 ($h_0=0,15m$).

Na Tabela 4 são apresentados os intervalos t/t_0 dos instantes de variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s para o nível da água no canal, $h_0=0,10m$.

Tabela 4 - Valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variáveis em t/t_0 ($h_0=0,10\text{m}$).

Curva h0=0,10m																	
Ponto inicial(t/t0)	0,00	0,05	0,09	0,18	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	2,20	2,4	2,5
Ponto final(t/t0)	0,05	0,09	0,18	0,30	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00	2,20	2,40	2,5	-
Ponto médio(t/t0)	0,025	0,070	0,135	0,24	0,35	0,50	0,70	0,90	1,10	1,30	1,50	1,70	1,90	2,10	2,30	2,45	-
cps	0,72	0,87	0,92	0,90	0,86	0,82	0,77	0,70	0,66	0,63	0,60	0,57	0,60	0,64	0,65	0,68	0,68
Le/hs	0,35	0,55	0,64	0,56	0,62	0,68	0,71	0,74	0,77	0,79	0,82	0,86	0,85	0,82	0,80	0,77	0,77

A Figura 74 mostra plotado os dados da Tabela 4. De cada intervalo, foi retirado o ponto médio e traçado uma curva de ajuste e o correspondente polinômio.

Figura 74 – Variação dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s em relação ao tempo t/t_0 , ($h_0=0,10\text{m}$).

5- DISCUSSÃO

Observou-se que apesar das manobras de abertura da comporta serem manuais, não foi constatada uma grande dispersão nos desvios entre as curvas teóricas e experimentais. De uma maneira geral os desvios foram pequenos.

A introdução da condição (perfil não hidrostático) nos algoritmos computacionais não apresenta grandes dificuldades. Apenas deve-se tomar cuidado na escolha do número N de pontos interiores que garantam um número mínimo de pontos no comprimento L_e de saída do canal onde é definida a função $c_p(x)$.

Observou-se que a condição crítica, na sua forma convencional, não permite o ajuste das curvas teóricas aos pontos levantados experimentalmente, não possuindo portanto a flexibilidade necessária para reproduzir as curvas $H(T)$ e $V(T)$ nos instantes iniciais do escoamento.

Uma das formas possíveis de ajuste seria definir um coeficiente de correção $c_v(t)$ para corrigir, em cada instante, a velocidade na seção de saída; Se esta for colocada sob a forma $v_s = c_v(t)\sqrt{gh_s}$ e, com os dados experimentais colhidos, poder-se-ia determinar a função $c_v(t)$ (Essa metodologia não foi abordada nesta pesquisa).

A utilização do coeficiente de pressão $c_p(x)$ possibilitou, de fato, um bom ajuste. De acordo com essa pesquisa, o projetista pode perfeitamente adotar os valores constantes calculados de c_{ps} e L_e/h_s , para a geometria retangular e obter bons resultados. No entanto, estes valores também variam com o decorrer do tempo e precisam serem corrigidos. Essas correções foram feitas e constatou-se que a variação em relação ao tempo, resulta em um perfeito ajuste do modelo matemático aos resultados experimentais.

Observou-se ainda que as curvas experimentais caracterizam de fato o esvaziamento de “canais curtos” e “não muito largos” pois foram determinadas com parâmetros h_0/L variando entre $\frac{1}{15} \leq \frac{h_0}{L} \leq \frac{2}{15}$, ou seja, canais cujo comprimento é de

apenas 7,5 a 15 vezes a sua profundidade. O outro parâmetro, que caracteriza a largura do canal h_0/W , teve sua variação entre $\frac{1}{3} \leq \frac{h_0}{W} \leq \frac{2}{3}$.

6- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1- Conclusões

A pesquisa desenvolvida neste trabalho, proporcionou o acréscimo de informações na literatura sobre o assunto, e serve como introdução a outros estudos. Os resultados obtidos podem ser usados como ferramentas para o desenvolvimento de projetos que envolvam o tema “escoamento não permanente”.

Pode-se concluir que:

- 1- Os valores dos parâmetros $c_{ps}=0,8$ e $L_e=0,5h_s$ propostos por Neves(1999), não ajustam-se bem para a análise na seção de saída do canal retangular de comprimento $L=1,5m$.
- 2- Alterando-se os valores de c_{ps} e L_e/h_s , o ajuste das curvas é bem melhor. Esse ajuste visual, através da escolha aleatória dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s , as curvas do modelo matemático, ficam mais próximas e seguem a tendência dos resultados experimentais.
- 3- O ajuste feito, através da obtenção do menor desvio padrão, afasta em alguns trechos de t/t_0 os resultados teóricos dos experimentais. Embora proporcione os menores desvios observados usando os parâmetros constantes, as curvas não representam o esperado.
- 4- É certo que os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s variam com o decorrer do tempo. É possível obter polinômios que tracem essas variações. Essa hipótese necessita de um estudo mais aprofundado, sendo que neste trabalho, realizou-se apenas uma das primeiras pesquisas sobre o caso.
- 5- Dentre as três hipóteses observadas, no caso, parâmetros com ajuste visual, critério do desvio padrão e variação dos parâmetros em relação ao tempo, pode-se concluir que o melhor ajuste do modelo, considerando c_{ps} e L_e/h_s

constantes, faz-se através do ajuste visual. Os valores de c_{ps} e L_e/h_s , para essa conclusão, são:

- Para $h_0=0,20\text{m}$;
 $c_{ps} = 0,80$
 $L_e/h_s = 0,38$
- Para $h_0 = 0,15\text{m}$;
 $c_{ps} = 0,88$
 $L_e/h_s = 0,32$
- Para $h_0 = 0,10\text{m}$;
 $c_{ps} = 0,76$
 $L_e/h_s = 0,70$

Esses valores, embora não causem os menores desvios, proporcionam em termos visuais, o melhor ajuste de comparação entre os resultados teóricos e experimentais. Conclui-se também, que os ajustes do modelo considerando c_{ps} e L_e/h_s variando no decorrer do tempo são excelentes, obtendo resultados extremamente significativos.

6 – Os parâmetros h_0/L e h_0/W utilizados nas equações adimensionais de Saint Venant, tem em h_0/L o parâmetro com maior influência nos resultados obtidos. O termo h_0/W , quando alterado, não provoca grandes efeitos nos resultados.

6.2- Recomendações

Visando o desenvolvimento de pesquisas futuras, sugere-se que:

- 1- Recorra-se a um sistema eletro – mecânico para uma melhor operação da comporta.
- 2- Valores para o coeficiente de pressão sejam obtidos, fazendo o caminho inverso, como forma de chegar mais fácil aos valores dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s , constantes e variáveis. Para isso, é necessário desenvolver um modelo matemático onde os parâmetros c_{ps} e L_e/h_s , são dados de saída e não de entrada.
- 3- O uso de canais com diferentes comprimentos (L) e declividades (s).
- 4- Estudo dos parâmetros c_{ps} e L_e/h_s com outras geometrias da seção transversal, comparando-os com os aqui estudados.

ANEXO

Tabela com os resultados experimentais

- Resultados experimentais para $h_0 = 0,20\text{m}$ (Série C).Nível da água no canal $h_0=200\text{mm}$ $t_0 = 1,07088 \text{ seg.}$

Ensaio	Resultado			
	Experimental	Adimensional	t/h0	h/h0
C1	2,68	50	2,502609	0,250
	2,44	55	2,278495	0,275
C2	2,70	50	2,521285	0,250
	2,45	55	2,287833	0,275
C3	2,71	50	2,530623	0,250
	2,45	55	2,287833	0,275
C4	2,45	55	2,287833	0,275
	2,25	60	2,101071	0,300
C5	2,46	55	2,297171	0,275
	2,24	60	2,091733	0,300
C6	2,47	55	2,306509	0,275
	2,24	60	2,091733	0,300
C7	2,26	60	2,110409	0,300
	2,08	65	1,942324	0,325
C8	2,26	60	2,110409	0,300
	2,09	65	1,951662	0,325
C9	2,31	60	2,157100	0,300
	2,15	65	2,007690	0,325
C10	2,13	65	1,989014	0,325
	1,98	70	1,848943	0,350
C11	2,18	65	2,035704	0,325
	2,00	70	1,867619	0,350
C12	2,17	65	2,026366	0,325
	2,00	70	1,867619	0,350
C13	2,01	70	1,876957	0,350
	1,78	75	1,662181	0,375
C14	1,99	70	1,858281	0,350
	1,75	75	1,634166	0,375
C15	1,99	70	1,858281	0,350
	1,75	75	1,634166	0,375
C16	2,06	70	1,923647	0,350
	1,81	75	1,690195	0,375
C17	1,48	75	1,382038	0,375
	0,79	80	0,737709	0,400
C18	1,49	75	1,391376	0,375
	0,80	80	0,747048	0,400
C19	1,49	75	1,391376	0,375
	0,80	80	0,747048	0,400
C20	1,61	75	1,503433	0,375
	0,75	80	0,700357	0,400
C21	0,78	80	0,728371	0,400
	0,52	85	0,485581	0,425
C22	0,87	80	0,812414	0,400
	0,50	85	0,466905	0,425
C23	0,81	80	0,756386	0,400
	0,45	85	0,420214	0,425
C24	0,85	80	0,793738	0,400
	0,46	85	0,429552	0,425
C25	0,57	85	0,532271	0,425
	0,36	90	0,336171	0,450
C26	0,51	85	0,476243	0,425
	0,38	90	0,354848	0,450
C27	0,48	85	0,448229	0,425
	0,35	90	0,326833	0,450
C28	0,37	90	0,345509	0,450
	0,29	95	0,270805	0,475
C29	0,38	90	0,354848	0,450
	0,30	95	0,280143	0,475
C30	0,40	90	0,373524	0,450
	0,32	95	0,298819	0,475
C31	0,31	95	0,289481	0,475
	0,25	100	0,233452	0,500

Ensaio	Resultado			
	Experimental	Adimensional	t/h0	h/h0
C32	0,31	95	0,289481	0,475
	0,25	100	0,233452	0,500
C33	0,31	95	0,289481	0,475
	0,25	100	0,233452	0,500
C34	0,26	100	0,242790	0,500
	0,21	105	0,196100	0,525
C35	0,27	100	0,252129	0,500
	0,23	105	0,214776	0,525
C36	0,26	100	0,242790	0,500
	0,22	105	0,205438	0,525
C37	0,21	105	0,196100	0,525
	0,19	110	0,177424	0,550
C38	0,21	105	0,196100	0,525
	0,19	110	0,177424	0,550
C39	0,23	105	0,214776	0,525
	0,20	110	0,186762	0,550
C40	0,20	110	0,186762	0,550
	0,17	115	0,158748	0,575
C41	0,19	110	0,177424	0,550
	0,17	115	0,158748	0,575
C42	0,19	110	0,177424	0,550
	0,16	115	0,149410	0,575
C43	0,17	115	0,158748	0,575
	0,15	120	0,140071	0,600
C44	0,17	115	0,158748	0,575
	0,15	120	0,140071	0,600
C45	0,17	115	0,158748	0,575
	0,15	120	0,140071	0,600
C46	0,16	120	0,149410	0,600
	0,14	125	0,130733	0,625
C47	0,15	120	0,140071	0,600
	0,14	125	0,130733	0,625
C48	0,16	120	0,149410	0,600
	0,14	125	0,130733	0,625
C49	0,14	125	0,130733	0,625
	0,12	130	0,112057	0,650
C50	0,13	125	0,121395	0,625
	0,11	130	0,102719	0,650
C51	0,13	125	0,121395	0,625
	0,12	130	0,112057	0,650
C52	0,12	130	0,112057	0,650
	0,10	135	0,093381	0,675
C53	0,12	130	0,112057	0,650
	0,11	135	0,102719	0,675
C54	0,12	130	0,112057	0,650
	0,11	135	0,102719	0,675
C55	0,10	135	0,093381	0,675
	0,09	140	0,084043	0,700
C56	0,11	135	0,102719	0,675
	0,09	140	0,084043	0,700
C57	0,11	135	0,102719	0,675
	0,09	140	0,084043	0,700
C58	0,10	140	0,093381	0,700
	0,09	145	0,084043	0,725
C59	0,09	140	0,084043	0,700
	0,08	145	0,074705	0,725
C60	0,09	140	0,084043	0,700
	0,08	145	0,074705	0,725
C61	0,09	145	0,084043	0,725
	0,08	150	0,074705	0,750
C62	0,09	145	0,084043	0,725
	0,08	150	0,074705	0,750

Ensaio	Resultado			
	Experimental	Adimensional	t/h0	h/h0
C63	0,09	145	0,084043	0,725
	0,08	150	0,074705	0,750
C64	0,07	150	0,065367	0,750
	0,06	155	0,056029	0,775
C65	0,09	150	0,084043	0,750
	0,08	155	0,074705	0,775
C66	0,09	150	0,084043	0,750
	0,08	155	0,074705	0,775
C67	0,07	155	0,065367	0,775
	0,07	160	0,065367	0,800
C68	0,07	155	0,065367	0,775
	0,06	160	0,056029	0,800
C69	0,08	155	0,074705	0,775
	0,07	160	0,065367	0,800
C70	0,07	160	0,065367	0,800
	0,06	165	0,056029	0,825
C71	0,06	160	0,056029	0,800
	0,05	165	0,046690	0,825
C72	0,06	160	0,056029	0,800
	0,05	165	0,046690	0,825
C73	0,06	165	0,056029	0,825
	0,05	170	0,046690	0,850
C74	0,07	165	0,065367	0,825
	0,06	170	0,056029	0,850
C75	0,06	165	0,056029	0,825
	0,05	170	0,046690	0,850
C76	0,05	170	0,046690	0,850
	0,04	175	0,037352	0,875
C77	0,04	170	0,037352	0,850
	0,03	175	0,028014	0,875
C78	0,05	170	0,046690	0,850
	0,04	175	0,037352	0,875
C79	0,05	175	0,046690	0,875
	0,04	180	0,037352	0,900
C80	0,04	175	0,037352	0,875
	0,03	180	0,028014	0,900
C81	0,04	175	0,037352	0,875
	0,03	180	0,028014	0,900
C82	0,03	180	0,028014	0,900
	0,02	185	0,018676	0,925
C83	0,03	180	0,028014	0,900
	0,02	185	0,018676	0,925
C84	0,03	180	0,028014	0,900
	0,02	185	0,018676	0,925
C85	0,03	185	0,028014	0,925
	0,02	190	0,018676	0,950
C86	0,03	185	0,028014	0,925
	0,02	190	0,018676	0,950
C87	0,03	185	0,028014	0,925
	0,02	190	0,018676	0,950
C88	0,02	190	0,018676	0,950
	0,01	195	0,009338	0,975
C89	0,02	190	0,018676	0,950
	0,01	195	0,009338	0,975
C90	0,02	190	0,018676	0,950
	0,01	195	0,009338	0,975
C91	1,48	76,5	1,382038	0,383
	1,26	78	1,176600	0,390
C92	1,59	76,5	1,484757	0,383
	1,31	78	1,223290	0,390
C93	1,56	76,5	1,456743	0,383
	1,22	78	1,139247	0,390

- Resultados experimentais para $h_0 = 0,15\text{m}$ (Série D).Nível da água no canal $h_0=150\text{mm}$ $t_0 = 1,236548\text{ seg.}$

Ensaio	Resultado				Ensaio	Resultado			
	Experimental	Adimensional	Experimental	Adimensional		Experimental	Adimensional	Experimental	Adimensional
D1	2,55	50	2,062192	0,333	D34	0,1	105	0,080870	0,700
	2,22	55	1,795320	0,367		0,08	110	0,064696	0,733
D2	2,57	50	2,078366	0,333	D35	0,09	105	0,072783	0,700
	2,27	55	1,835755	0,367		0,08	110	0,064696	0,733
D3	2,56	50	2,070279	0,333	D36	0,1	105	0,080870	0,700
	2,24	55	1,811494	0,367		0,08	110	0,064696	0,733
D4	2,21	55	1,787233	0,367	D37	0,07	110	0,056609	0,733
	0,96	60	0,776355	0,400		0,06	115	0,048522	0,767
D5	1,12	60	0,905747	0,400	D38	0,07	110	0,056609	0,733
	2,19	55	1,771059	0,367		0,06	115	0,048522	0,767
D6	1,14	60	0,921921	0,400	D39	0,07	110	0,056609	0,733
	2,14	55	1,730624	0,367		0,06	115	0,048522	0,767
D7	1,4	60	1,132184	0,400	D40	0,07	115	0,056609	0,767
	0,5	65	0,404351	0,433		0,06	120	0,048522	0,800
D8	1	60	0,808703	0,400	D41	0,06	115	0,048522	0,767
	0,47	65	0,380090	0,433		0,05	120	0,040435	0,800
D9	1,09	60	0,881486	0,400	D42	0,06	115	0,048522	0,767
	0,49	65	0,396264	0,433		0,05	120	0,040435	0,800
D10	0,44	65	0,355829	0,433	D43	0,05	120	0,040435	0,800
	0,3	70	0,242611	0,467		0,04	125	0,032348	0,833
D11	0,58	65	0,469048	0,433	D44	0,06	120	0,048522	0,800
	0,37	70	0,299220	0,467		0,05	125	0,040435	0,833
D12	0,55	65	0,444786	0,433	D45	0,05	120	0,040435	0,800
	0,35	70	0,283046	0,467		0,04	125	0,032348	0,833
D13	0,33	70	0,266872	0,467	D46	0,04	125	0,032348	0,833
	0,24	75	0,194089	0,500		0,03	130	0,024261	0,867
D14	0,33	70	0,266872	0,467	D47	0,04	125	0,032348	0,833
	0,23	75	0,186002	0,500		0,03	130	0,024261	0,867
D15	0,36	70	0,291133	0,467	D48	0,04	125	0,032348	0,833
	0,25	75	0,202176	0,500		0,03	130	0,024261	0,867
D16	0,28	75	0,226437	0,500	D49	0,04	130	0,032348	0,867
	0,21	80	0,169828	0,533		0,03	135	0,024261	0,900
D17	0,28	75	0,226437	0,500	D50	0,03	130	0,024261	0,867
	0,21	80	0,169828	0,533		0,02	135	0,016174	0,900
D18	0,26	75	0,210263	0,500	D51	0,03	130	0,024261	0,867
	0,19	80	0,153654	0,533		0,02	135	0,016174	0,900
D19	0,2	80	0,161741	0,533	D52	0,02	135	0,016174	0,900
	0,16	85	0,129392	0,567		0,01	140	0,008087	0,933
D20	0,21	80	0,169828	0,533	D53	0,02	135	0,016174	0,900
	0,16	85	0,129392	0,567		0,01	140	0,008087	0,933
D21	0,22	80	0,177915	0,533	D54	0,03	135	0,024261	0,900
	0,17	85	0,137479	0,567		0,01	140	0,008087	0,933
D22	0,16	85	0,129392	0,567	D55	0,02	140	0,016174	0,933
	0,13	90	0,105131	0,600		0,01	145	0,008087	0,967
D23	0,18	85	0,145566	0,567	D56	0,02	140	0,016174	0,933
	0,14	90	0,113218	0,600		0,01	145	0,008087	0,967
D24	0,16	85	0,129392	0,567	D57	0,02	140	0,016174	0,933
	0,13	90	0,105131	0,600		0,01	145	0,008087	0,967
D25	0,14	90	0,113218	0,600	D58	3,5	35	2,830459	0,233
	0,12	95	0,097044	0,633		3,08	40	2,490804	0,267
D26	0,15	90	0,121305	0,600	D59	3,51	35	2,838546	0,233
	0,13	95	0,105131	0,633		3,08	40	2,490804	0,267
D27	0,15	90	0,121305	0,600	D60	3,5	35	2,830459	0,233
	0,13	95	0,105131	0,633		3,1	40	2,506978	0,267
D28	0,13	95	0,105131	0,633	D61	3,12	40	2,523152	0,267
	0,11	100	0,088957	0,667		2,78	45	2,248193	0,300
D29	0,13	95	0,105131	0,633	D62	3,12	40	2,523152	0,267
	0,12	100	0,097044	0,667		2,77	45	2,240106	0,300
D30	0,12	95	0,097044	0,633	D63	3,1	40	2,506978	0,267
	0,11	100	0,088957	0,667		2,75	45	2,223932	0,300
D31	0,11	100	0,088957	0,667	D64	2,77	45	2,240106	0,300
	0,09	105	0,072783	0,700		2,44	50	1,973235	0,333
D32	0,11	100	0,088957	0,667	D65	2,79	45	2,256280	0,300
	0,1	105	0,080870	0,700		2,47	50	1,997496	0,333
D33	0,12	100	0,097044	0,667	D66	2,78	45	2,248193	0,300
	0,1	105	0,080870	0,700		2,45	50	1,981322	0,333

- Resultados experimentais para $h_0 = 0,10\text{m}$ (Série E).

Nível da água no canal $h_0=100\text{mm}$

$t_0 = 1,514456\text{ seg.}$

Ensaio	Resultado			
	Experimental		Adimensional	
	t(s)	h(mm)	t/t ₀	h/h ₀
E2	0,29	50	0,191488	0,500
	0,19	55	0,125458	0,550
E3	0,28	50	0,184885	0,500
	0,19	55	0,125458	0,550
E4	0,19	55	0,125458	0,550
	0,14	60	0,092442	0,600
E5	0,22	55	0,145267	0,550
	0,15	60	0,099045	0,600
E6	0,19	55	0,125458	0,550
	0,14	60	0,092442	0,600
E7	0,15	60	0,099045	0,600
	0,11	65	0,072633	0,650
E8	0,15	60	0,099045	0,600
	0,11	65	0,072633	0,650
E9	0,15	60	0,099045	0,600
	0,11	65	0,072633	0,650
E10	0,12	65	0,079236	0,650
	0,09	70	0,059427	0,700
E11	0,12	65	0,079236	0,650
	0,09	70	0,059427	0,700
E12	0,11	65	0,072633	0,650
	0,09	70	0,059427	0,700
E13	0,1	70	0,066030	0,700
	0,08	75	0,052824	0,750
E14	0,1	70	0,066030	0,700
	0,08	75	0,052824	0,750
E15	0,09	70	0,059427	0,700
	0,07	75	0,046221	0,750
E16	0,07	75	0,046221	0,750
	0,05	80	0,033015	0,800
E17	0,08	75	0,052824	0,750
	0,06	80	0,039618	0,800
E18	0,07	75	0,046221	0,750
	0,05	80	0,033015	0,800
E19	0,05	80	0,033015	0,800
	0,03	85	0,019809	0,850

Ensaio	Resultado			
	Experimental		Adimensional	
	t(s)	h(mm)	t/t ₀	h/h ₀
E20	0,05	80	0,033015	0,800
	0,04	85	0,026412	0,850
E21	0,06	80	0,039618	0,800
	0,05	85	0,033015	0,850
E22	0,04	85	0,026412	0,850
	0,03	90	0,019809	0,900
E23	0,05	85	0,033015	0,850
	0,04	90	0,026412	0,900
E24	0,04	85	0,026412	0,850
	0,03	90	0,019809	0,900
E25	0,03	90	0,019809	0,900
	0,01	95	0,006603	0,950
E26	0,02	90	0,013206	0,900
	0,01	95	0,006603	0,950
E27	0,02	90	0,013206	0,900
	0,01	95	0,006603	0,950
E28	3,09	35	2,040336	0,350
	3,72	30	2,456327	0,300
E29	3,12	35	2,060145	0,350
	3,64	30	2,403503	0,300
E30	3,17	35	2,093160	0,350
	3,67	30	2,423312	0,300
E31	3,17	35	2,093160	0,350
	2,6	40	1,716788	0,400
E32	3,09	35	2,040336	0,350
	2,56	40	1,690376	0,400
E33	3,1	35	2,046939	0,350
	2,53	40	1,670566	0,400
E34	2,53	40	1,670566	0,400
	0,5	45	0,330151	0,450
E36	2,53	40	1,670566	0,400
	0,48	45	0,316945	0,450
E36	2,53	40	1,670566	0,400
	0,48	45	0,316945	0,450

BIBLIOGRAFIA

- ALI, K. H. M.; SYKES, A. (1972). Free-vortex theory applied to free overfall. *Journal of the Hydraulic Division, ASCE*, v.98, n.5, p.973-979.
- ANASTASIADOU-PARTHENIOU, L.; HATZIGIANNAKIS, E. (1995). General end-depth-discharge relationship at free overfall in trapezoidal channel. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE*, v.121, n.2, p.143-151.
- BAUER, S. W.; GRAF, W. H. (1971). Free overfall as flow measuring device. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE*, v.97, n.1, p.75-83.
- CHAUDHRY, M. H. (1993). *Open-channel flow*. New Jersey: Prentice Hall,, 483p.
- CHOW, V. T. (1986). *Open-channel hydraulics*. Singapore: McGraw-Hill Book Co, 680p.
- CLARKE, N. S. (1965). On two-dimensional inviscid flow in a waterfall. *Journal of the Fluid Mechanic*, v.22, n.2, p.359-369.
- DELLEUR, J. W.; DOOGE, J. C.; GENT, K. W. (1956). Influence of slope and roughness on the overfall. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, v.82, n.4, p.1038-30-1038-35.
- DISKIN, M. H. (1961). End depth at a drop in trapezoidal channels. *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, v.87, n.4, p.911-932.

- DISKIN, M. H. (1964). Discussion of "End depth for circular channels". *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, v.87, n.4, p.911-932. / paper by RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D. (1964a). *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.90, n.2, p.90-119.
- FATHY, A.; SHAARAWI, M. A. (1954). Hydraulics of the free overfall. *Proceeding, ASCE*, v.80, n.564, New York.
- FERRERI, G. B.; FERRO, V. (1989). Esame sperimentale del comportamento idraulico di una sistemazione a salti di fondo: primi risultati. *Idrotecnica*, v.3 (in Italian).
- FERRERI, G. B.; FERRO, V. (1990). Efflusso non guidato di una corrente lenta da un salto di fondo in canali a sezione rettangolare. *Proceeding, XII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Cosenza, p.195-213 (in Italian).
- FERRO, V. (1992). Flow measurement with rectangular free overfall. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, v.118, n.6, p.956-964, November/December.
- FERRO, V. (1999). Theoretical end-depth-discharge relationship for free overfall. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, v.125, n.1, p.40-43, January/February.
- FOX, R. W.; McDONALD, A. T. (1992). *Introdução à mecânica dos fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: Guanabara_Koogan S. A., 662p.
- FRASER, W. B. (1961). Gravity – deflected jets in two – dimensional flow. *M. E. Thesis*, University of Canterbury, N. Z. v.4, n.6, p.832, May.
- FRENCH, R. H. (1987). *Open-channel hydraulics*. 2. ed. Singapore: McGraw-Hill Books Co, 705p.

- GILL, M. A. (1979). Hydraulics of rectangular vertical drop structures. *Journal of Hydraulic Research*, v.17, n.4, p.289-302.
- GUPTA, R. D.; JAMIL, M.; MOHSIN, M. (1993). Discharge prediction in smooth trapezoidal free overfall – (positive, zero, and negative slopes). *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.119, n.2, p.215-224.
- HAGER, W. H. (1982). Hydraulics of plane free overfall. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, v.109, n.12, p.1683-1697.
- HAMID, H. I. (1962). Discussion of “End depth at a drop in trapezoidal channels”. *Proceeding*, ASCE, v.88, n.1. / paper by DISKIN, M. H. (1961). *Proceeding*, ASCE, v.87, n.4.
- HAY, N.; MARKLAND, E. (1958). The determination of the discharge over weirs by the electrolytic tank. *Proc. I. C. E. (London)*, v.10, p.59, May.
- HENDERSON, F. M. (1966). *Open-channel flow*. New York: The Macmillian Company, 522p.
- JAEGER, C. (1948). Hauters d’eau à l’extrémité d’un long deversoir. *La Houille Blanche*, v.3, n.6, p.518.
- KAR, S. (1962). Discussion of “End depth at a drop in trapezoidal channels”. *Proceeding*, ASCE, v.88, n.1. / paper by DISKIN, M. H. (1961). *Proceeding*, ASCE, v.87, n.4.
- KELLER, R. J.; FONG, S. S. (1989). Flow measurement with trapezoidal free overfall. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.115, n.1, p.125-136.

- KRAIJENHOFF, D. A.; DOMMERHOLT, A. (1977). Brink depth method in rectangular channel. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.103, n.2, p.171-177.
- MARCHI, E. (1993). On the free overfall. *Journal of Hydraulic Engineering*, v.31, n.6, p.777-790.
- MARKLAND, E. (1965). Calculation of flow at a free overfall by relaxation method. *Proceeding, Institution of Civil Engineering*, London, England, v.31, p.71-78. May.
- MONTES, J. S. (1992). A potencial flow solution for the free overfall. *Proceeding, Institution of Civil Engineering, Water, Maritime and Energy*, v.96, p.259-266.
- NEOGY, B. N. (1972). Brink depth for trapezoidal broad crest weir. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, v.98, n.12, p.2171-2189.
- NEVES, L. A. (1993). *Verificação do comportamento do coeficiente de perda de carga numa expansão brusca em escoamento acelerado*. 146p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- NEVES, L. A. (1999). *A comparação entre duas condições de contorno num modelo não permanente unidimensional aplicado ao esvaziamento de um canal retangular*. 182p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- PADERI, F. (1954). Sulla Chiamata di Sbocco (Notizie preliminari surilevamenti per canali a fondo orizzontale). *L'Energia Elettrica*, v.10, p.742-748.
- PADERI, F. (1956). Sulla Chiamata di Sbocco in Canale a Fondo Declive. *L'Energia Elettrica*, v.8, p.792-800.
- PADERI, F. (1959). Sulla Chiamata di Sbocco in Canale a Fondo Acclive. *L'Energia Elettrica*, v.10, p.883-888.

- RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D. (1964a). End depth for circular channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.90, n.2, p.90-119.
- RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D. (1964b). End depth for exponential channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.90, n.1, p.17-39.
- RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D. (1968). Characteristics of the rectangular free overfall. *Journal of Hydraulic Research*, v.6, n.3, p.233-258.
- RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D. (1970). The trapezoidal free overfall. *Journal of Hydraulic Research*, v.8, n.4, p.419-447.
- RAJARATNAM, N.; MURALIDHAR, D.; BELTAOS, S. (1976). Roughness effects on rectangular free overfall. *Journal of Hydraulic Division*, v.102, n.5, p.599-614.
- REPLOGLE, J. A. (1962). Discussion of "End depth at a drop in trapezoidal channels". *Proceeding*, ASCE, v.88, n.2. / paper by DISKIN, M. H. (1961). *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, v.87, n.4, p.911-932.
- ROBERSON, J. A.; CASSIDY, J. J.; CHAUDHRY, M. H. (1988). *Hydraulic Engineering*. Boston: Houghton Mifflin Company, 662p.
- ROBERSON, J. A.; CROWE, C. T. (1997). *Engineering Fluid Mechanics*. 6. Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 689p.
- ROUSE, H. (1936). Discharge characteristics of the free overfall. *Civil Engineering*, ASCE, v.6, n.4, p.257-260.
- ROUSE, H. (1943). Discussion to energy loss at the base of free overfall. *Transaction*, ASCE, New York, N.Y., v.108, n.2204, p.1383-1387.

- ROY, S. K. (1949). Note on the stream depth at the edge of a free overfall. *La Houille Blanche*, v.4, n.6, p.832.
- SMITH, C. D. (1962). Brink depth for a circular channel. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, v.89, n.6, p.125-134.
- SOUTHWELL, R. V.; VAISEY, G. (1946). Relaxation methods applied to engineering problems: XII, Fluid motions characterized by 'free' streamlines. *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, A, v.240, p.117.
- STEFFLER, M.; KHAN, A. (1996). Modeling overfalls using vertically averaged and moment equations. *Journal of Hidraulic Engineering*, v.122, n.7, p.397-401, July.
- STEFFLER, P. M.; JIN, Y. (1993). Depth averaged and moment equations for moderately shallow free surface flow. *Journal of Hydraulic Research*, v.31, n.1, p.5-17.
- STREETER, V. L.; WYLIE, E. B. (1982). *Mecânica dos fluidos*. 7. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 585p.
- STRELKOFF, T.; MOAYERI, M. S. (1970). Pattern of potential flow in a free overfall. *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, v.96, n.4, p.879-901.
- TERZIDIS, G.; ANASTASIADOU-PARTHENIOU, L. (1990). Discussion of "Flow measurement with trapezoidal free overfall". *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.116, n.6, p.860-862. / paper by KELLER, R. J.; FONG, S. S. (1989). *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, ASCE, v.115, n.1, p.125-136.
- WOODS, L. C. (1945). Compressible subsonic flow in two - dimensional channels with mixed boundary conditions. *Quant. J. Mech. and App. Math.*, v.7, n.3, p.263.

APÊNDICE

Lista do modelo matemático em programação TRUE BASIC.

```

DIM H1(0:1400),V1(0:400),A1(0:400),B1(0:400),C1(0:400)
DIM H(0:1400),V(0:1400),A(0:400),B(0:400),C(0:400)
DATA 9.81,1.5,.29,.20,300,.02,.012 !canaleta estreita
READ g,L,W,H0,n,cf,nManning
LET E=0
LET v0=SQR(g*H0)
LET t0=L/v0
OPEN #1:name"Arquivo1.tru",access INPUT,organization text
OPEN #2:name"Arquivo2.tru",organization text,CREATE NEWOLD,ACCESS OUTIN
IF E=1 THEN
    ERASE #2
END IF
LET i=1
DO WHILE MORE #1
    INPUT#1: H(i-1),V(i-1)
    LET i=i+1
LOOP
LET pontos=i
CLOSE #1
SET WINDOW -1,5,-.5,1.5
PLOT 0,1.2;0,0;4,0
FOR i=0 TO 1 STEP .2
    PLOT -.02,i
NEXT i
FOR i=1 TO 4
    PLOT i,-.01
NEXT i
SET COLOR "BLUE"
FOR i=0 TO pontos-2
    PLOT H(i)/t0,V(i)/200
NEXT i
SET COLOR "BLACK"
LET acclerador=0
LET Manning=1
LET p0=0.8
DEF p(i)
    LET x0=0.38*H1(n)
    LET j=INT(x0/dx)
    IF i<=(n-j-1) THEN

```

```

    LET p=1
ELSE
    LET s=(n-i)*dx/x0
    LET p=(1-p0)*s*(2-s)+p0
END IF
END DEF
LET dx=L/n
LET ctecf=8*SQR(g)*nManning^2/W^(1/3)
FOR i=0 TO n
    LET H1(i)=H0
    LET V1(i)=0
    LET A1(i)=H1(i)*V1(i)
    LET B1(i)=H1(i)*V1(i)^2+.5*g*H1(i)^2
    IF Manning=1 THEN LET cf=cteManning*((W+2*H1(i))/H1(i))^(1/3)
    LET C1(i)=.125*cf*V1(i)*ABS(V1(i))*(W+2*H1(i))/W
NEXT i
DO
    PLOT t/t0,H1(300)/H0
    IF E=1 THEN
        PRINT #2,USING "#.####": t/t0;
        PRINT#2: ", ";
        PRINT #2,USING "#.####": H1(300)/H0
    END IF
    IF acelerador=0 THEN
        LET Vr=0
        FOR i=0 TO n
            IF H1(i)<0 THEN
                PRINT t,i,H1(i)
                PRINT "erro"
                GET KEY q
            END IF
            LET Vr=MAX(Vr,ABS(V1(i))+SQR(g*H1(i)))
        NEXT i
        LET dt=.6*dx/Vr
    ELSE
        LET dt=.001
    END IF
    LET t=t+dt
    LET H(0)=H1(0)-.5*(A1(1)-A1(0))*dt/dx

```



```

LET H(n)=H1(n)-.5*(A1(n)-A1(n-1))*dt/dx
LET A(0)=0
LET A(n)=A1(n)-.5*dt*(B1(n)-B1(n-1))/dx-.5*C1(n)*dt
FOR i=1 TO n-1
    LET H(i)=.5*(H1(i+1)+H1(i-1))-.25*dt*(A1(i+1)-A1(i-1))/dx
    LET A(i)=.5*(A1(i+1)+A1(i-1))-.25*dt*(B1(i+1)-B1(i-1))/dx-.5*dt*C1(i)
    LET V(i)=A(i)/H(i)
    LET B(i)=H(i)*V(i)^2+.5*g*p(i)*H(i)^2
    IF Manning=1 THEN LET cf=cteManning*((W+2*H(i))/H(i))^(1/3)
    LET C(i)=.125*cf*V(i)*ABS(V(i))*(1+2*H(i)/W)
NEXT i
LET V(0)=0
LET V(n)=A(n)/H(n)
LET B(0)=.5*g*H(0)^2
LET B(n)=H(n)*V(n)^2+.5*g*p(n)*H(n)^2
LET C(0)=0
IF Manning=1 THEN LET cf=cteManning*((W+2*H(n))/H(n))^(1/3)
LET C(n)=.125*cf*V(n)*ABS(V(n))*(1+2*H(n)/W)
LET H1(0)=H1(0)-(A(1)-A(0))*dt/dx
LET A1(0),V1(0),C1(0)=0
LET B1(0)=.5*g*p(1)*H1(0)^2
FOR i=1 TO n-1
    LET H1(i)=H1(i)-.5*dt*(A(i+1)-A(i-1))/dx
    LET A1(i)=A1(i)-.5*dt*(B(i+1)-B(i-1))/dx-dt*C(i)
    LET V1(i)=A1(i)/H1(i)
    LET B1(i)=H1(i)*V1(i)^2+.5*g*p(i)*H1(i)^2
    IF Manning=1 THEN LET cf=cteManning*((W+2*H1(i))/H1(i))^(1/3)
    LET C1(i)=.125*cf*V1(i)*ABS(V1(i))*(1+2*H1(i)/W)
NEXT i
LET H1(n)=H1(n)-(A(n)-A(n-1))*dt/dx
LET A1(n)=A1(n-1)-dt*(B(n)-B(n-1))/dx-C(n)*dt
LET V1(n)=A1(n)/H1(n)
LET B1(n)=H1(n)*V1(n)^2+.5*g*p(n)*H1(n)^2
IF Manning=1 THEN LET cf=cteManning*((W+2*H1(n))/H1(n))^(1/3)
LET C1(n)=.125*cf*V1(n)*ABS(V1(n))*(1+2*H1(n)/W)
LOOP WHILE H1(300)/H0>.25
CLOSE #2
GET KEY s
END

```