UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

GUILHERME ARAUJO VUITIK

ESTUDO DE PARÂMETROS ENVOLVIDOS NA TRANSFERÊNCIA DE OXIGÊNIO
EM MEIO HÍDRICO AERADO POR BOLHAS

VERSÃO CORRIGIDA

SÃO CARLOS

2013

GUILHERME ARAUJO VUITIK

ESTUDO DE PARÂMETROS ENVOLVIDOS NA TRANSFERÊNCIA DE OXIGÊNIO
EM MEIO HÍDRICO AERADO POR BOLHAS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, Programa de Engenharia Hidráulica e Saneamento.

Orientador: Prof. Dr. Nivaldo Aparecido Corrêa.

VERSÃO CORRIGIDA

SÃO CARLOS

2013

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

V989e Vuitik, Guilherme Araujo
Estudo de parâmetros envolvidos na transferência de
oxigênio em meio hídrico aerado por bolhas / Guilherme
Araujo Vuitik; orientador Nivaldo Aparecido Corrêa. São
Carlos, 2013.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
e Área de Concentração em Hidráulica e Saneamento --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2013.

1. Transferência de massa. 2. Correlação
matemática. 3. Fração de vazios. 4. Densimetria de
bolhas por raios gama. 5. Velocidade de bolha. 6. PIV.
I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **GUILHERME ARAÚJO VUITIK**.

Título da dissertação: "Estudo de parâmetros envolvidos na transferência de oxigênio em meio hídrico aerado por bolhas".

Data da defesa: 07/06/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Nivaldo Aparecido Corrêa - (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Titular **Harry Edmar Schulz**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **José Teixeira Freire**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica e Saneamento:

Prof. Titular **Edson Cezar Wendland**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Dedico este trabalho à minha querida família.
Em seu seio recebi os mais valiosos ensinamentos. Para ti deve convergir qualquer vitória.

AGRADECIMENTOS

À Deus.

À minha família, que mesmo distante, não me permitiu sentir só e desprotegido. Através dos laços que nos são natos, esteve comigo em todos os momentos, nas conquistas e frustrações. Acreditaram em mim nos momentos em que nem eu mesmo acreditava, fizeram de meu sonho parte do seu e por inúmeras vezes se sacrificaram para que nosso sonho pudesse se cumprir. Queridos pais: Rogel e Sandra, e irmãos: Augusto, Daniele e Fabiano, carrego em meu coração todas os sorrisos e cada lágrima que essa caminhada nos custou. Meu maior orgulho é ser motivo de orgulho para vocês.

Ao meu orientador, professor Dr. Nivaldo Aparecido Corrêa. Amigo de sabedoria e paciência invejáveis. Homem cujas atitudes diariamente dão ensinamentos de que mesmo nas situações adversas, devemos nos manter no caminho da ética e do equilíbrio.

Ao Msc Thyago Roberto Rodrigues, pelo apoio incansável e paciência inesgotável. Sua companhia durante esses anos fez com que cada obstáculo fosse transposto mais facilmente.

Aos meus queridos amigos, colegas de pós-graduação, a quem humildemente chamo de família são-carlense. Minha gratidão à sua recepção e acolhida será eterna.

Aos professores e funcionários do Departamento de Hidráulica e Saneamento.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão de bolsa de mestrado.

*"Retém a instrução e não a largues:
Guarda-a, porque ela é a tua vida"*

Provérbios 4:13

RESUMO

VUITIK, G. A. **Estudo de parâmetros envolvidos na transferência de oxigênio em meio hídrico aerado por bolhas**. 2013. 149 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

Embora seja uma técnica tradicional, empregada largamente em processos industriais, a operação unitária de aeração pode ser otimizada ao se utilizar modelos matemáticos que descrevam seu comportamento hidrodinâmico. Diversas equações se prestam a esse fim, no entanto, avanços tecnológicos, tanto no campo instrumental como computacional, permitiram a obtenção de equações mais realísticas e abrangentes. Neste trabalho foram ajustadas e avaliadas equações para descrever três importantes parâmetros envolvidos na transferência de oxigênio em meio hídrico: coeficiente volumétrico de transferência de massa, fração de vazios e velocidade ascensional de bolhas. Para tanto, ademais da utilização de conceitos teóricos amplamente difundidos no meio acadêmico, empregou-se um conjunto de dados já existente. Essa combinação permitiu a avaliação e aproximação das equações teóricas à realidade experimental através de coeficientes de ajuste empíricos. Foram obtidos os seguintes resultados: a) revisão bibliográfica e sugestão da correlação que melhor descreve o coeficiente volumétrico de transferência de massa; b) correlação que descreve a fração de vazios, a partir da análise da concentração de bolhas segundo distribuições gaussianas; c) correlação que descreve a velocidade ascensional de bolhas em plumas. A complexidade de cada parâmetro obtido deixou clara a importância da análise isolada, precedendo a convolução dos mesmos em um único modelo, pois embora as respostas e recomendações apresentadas não forneçam conclusões definitivas sobre todos os aspectos envolvidos na transferência de oxigênio em meio hídrico, suas considerações pontuais contribuem sobremaneira ao domínio do fenômeno global, beneficiando modelagens matemáticas futuras.

Palavras chave: Transferência de Massa, Correlação Matemática, Fração de Vazios, Densimetria de Bolhas por Raios Gama, Velocidade de Bolha, PIV.

ABSTRACT

VUITIK, G. A. **Study of parameters involved in oxygen transfer in hydric medium aerated by bubbles**. 2013. 149 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

Although it is a traditional technique, widely employed in industrial processes, the unit operation of aeration can be optimized when resorting to mathematical models which describe their hydrodynamic behavior. A range of equations lends itself to this purpose, however, technological advances both in the instrumental as computational field, allowed the achievement of equations more realistic and comprehensives. In this study were adjusted and evaluated equations to describe three important parameters involved in the oxygen transfer in the hydric medium: volumetric mass transfer coefficient, void fraction and upflow bubble velocity. To this end, besides the use of theoretical concepts widely disseminated in the academic literature, it was employed a set of already existing data. This combination allowed the evaluation and approximation of theoretical equations to experimental reality by means of empirical adjustment coefficients. Were obtained the following results: a) literature review and suggestion of the best correlation which describes the volumetric mass transfer coefficient, b) correlation which describes the fraction of voids, from the analysis of the concentration of bubbles by Gaussian distributions, c) correlation which describes the upflow velocity of swarms of bubbles. The complexity of each parameter obtained made clear the importance of the isolated analysis, preceding the convolution of them in a single model because although the answers and recommendations given fail to supply definitive conclusions on all aspects involved in the transfer of oxygen in hydric medium, their specific considerations contribute to the knowledge of the global phenomenon, benefiting deeply future mathematical models .

Keywords: Mass Transfer, Mathematical Correlation, Void Fraction, Bubble Densimetry by Gamma Rays, Bubble Velocity, PIV.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do princípio da conservação de massa.....	25
Figura 2 - Solubilidade do oxigênio em água em função da temperatura	27
Figura 3 - Espalhamento gaussiano de bolhas	31
Figura 4 - Ilustração do conceito de reflexão de plumas, segundo distribuições gaussianas	34
Figura 5 - Coluna de aeração origem dos dados experimentais	40
Figura 6 - Esquema do aparato utilizado por Salla (2006) para obtenção dos valores de fração de vazios	43
Figura 7 - Esquema do aparato utilizado por Salla (2006) na obtenção das velocidades das bolhas	46
Figura 8 - Esquema de obtenção de L_b	51
Figura 9 - Linhas de trajetória arbitradas na discretização da malha	52
Figura 10 - Posição das células discretas	54
Figura 11 - Comparação $K_L a$ calculado (HIKITA et al., 1981) x $K_L a$ experimental (SALLA, 2002).....	60
Figura 12 - Comparação entre as difusividades experimentais de bolhas e o ajuste matemático obtido	65
Figura 13 – Gráfico ϕ_{loc} x V_P / V_∞ , segundo a abordagem de Richardson e Zaki (1954).....	67
Figura 14 - Comparação entre diferentes correlações para velocidade ascensional de bolhas.....	68
Figura 15 - Relação entre fração local de vazios e velocidade ascensional de bolhas em plumas, segundo a abordagem de Schulz (2013)	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Correlações para o coeficiente volumétrico de transferência de massa .	24
Quadro 2- Correlações para o coeficiente de arrasto em bolhas isoladas	37
Quadro 3 - Correlações para o coeficiente de parede em escoamentos de bolhas isoladas	39
Quadro 4 - Propriedades das fases líquida e gasosa empregadas no cálculo de $K_L a$	49
Quadro 5 - Posições dos centros das células discretas nas diferentes seções	53
Quadro 6 - Limites de integração aplicados às células discretas nas diferentes seções	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficiente volumétrico de transferência de massa segundo diferentes autores	61
Tabela 2 - Volume total das células discretas	62
Tabela 3 – Difusividades obtidas e velocidades médias nas diferentes seções, para diferentes alturas da coluna d'água e vazão de ar injetado	63
Tabela 4 - Coeficiente de arrasto para esferas isoladas (C_D), calculado segundo diferentes autores.....	65
Tabela 5 - Coeficiente de parede para esferas isoladas (C_W), calculado segundo diferentes autores.....	66
Tabela 6 - Coeficientes calculados segundo a abordagem de Schulz (2013)	70

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Área superficial (m ²)
A	Área projetada (m ²)
A_{ar}	Área ocupada com ar em uma determinada célula (m ²)
A_t	Área total de uma determinada célula (m ²)
C_A	Concentração de uma substância A (kg/m ³)
C_B	Concentração de bolhas (nº bolhas/m ³)
C_D	Coeficiente de arrasto para bolhas isoladas (adimensional)
C_{Dp}	Coeficiente de arrasto de bolhas em plumas (adimensional)
C_∞	Concentração no seio do líquido, distante da interface (kg/m ³)
C_S	Concentração de saturação (kg/m ³)
C_W	Coeficiente de parede para bolhas isoladas (adimensional)
$C_1, C_2,$ $C_3 \text{ e } C_4$	Parâmetros de ajuste (adimensional)
d_B	Diâmetro da bolha (m)
d_C	Diâmetro da coluna de aeração (m)
D_{AB}	Difusividade molecular de uma substância A no meio B (m ² /s)
D_{BOLHA}	Difusividade de bolhas em água (m ² /s)
D_{OD, H_2O}	Difusividade do oxigênio dissolvido em água (m ² /s)
D_t	Difusividade turbulenta (m ² /s)
Eo	Número de Eötvös (adimensional)
F_D	Força de arrasto (N)
g	Aceleração devida à ação da gravidade (m/s ²)
$\dot{g}$	Geração (ou consumo) de massa (kg/s.m ³)
G	Área de incidência dos raios gama (m ²)
H	Distância entre o ponto de emissão da pluma e a parede de reflexão (m)
$k_1 \text{ e } k_2$	Variáveis intermediárias (adimensional)
k_g	Coeficiente local de transferência de massa da fase gasosa (m/s)
k_l	Coeficiente local de transferência de massa da fase líquida (m/s)
K	Coeficiente de transferência interfacial de massa (m/s)
K_L	Coeficiente global de transferência de massa (m/s)
$K_L a$	Coeficiente volumétrico de transferência de massa (1/s)
l	Largura da coluna de aeração (m)

l_{feixe}	Largura do feixe incidente (m)
L_{ar}	Comprimento ocupado pela fase gasosa na trajetória do feixe incidente, em uma determinada célula discreta (m)
L_b	Comprimento ocupado pela fase gasosa na trajetória do feixe incidente (m)
L_l	Comprimento ocupado pela fase líquida na trajetória do feixe incidente (m)
L_P	Comprimento ocupado pelas paredes na trajetória do feixe incidente (m)
L_t	Comprimento total da trajetória do feixe incidente (m)
$\dot{m}$	Fluxo de massa (kg/m ² .s)
n_B	Vazão de bolhas (nº bolhas/s)
N_B	Número de bolhas
P'	Atenuação dos raios gama devida à parede (adimensional)
Q	Vazão de ar (m ³ /s)
Re	Número de Reynolds (adimensional)
S	Taxa de velocidade (adimensional)
T	Tempo (s)
V_o	Velocidade de bolhas isoladas (m/s)
V_∞	Velocidade de bolhas isoladas, considerado efeito de parede (m/s)
V_g	Velocidade da fase gasosa (m/s)
V_l	Velocidade da fase líquida (m/s)
Vol_B	Volume de uma bolha (m ³)
Vol_g	Volume ocupado pela fase gasosa (m ³)
Vol_l	Volume ocupado pela fase líquida (m ³)
Vol_t	Volume total (m ³)
V_P	Velocidade de bolhas em plumas (m/s)
V_S	Velocidade superficial (m/s)
X	Quantidade de vapor (adimensional)
Y_o	Intensidade de radiação gama com ar (nº fótons/m ² .s)
Y_2	Intensidade de radiação com água + ar + paredes (nº fótons/m ² .s)
α	Constante relacionada com a distância entre partículas (adimensional)
α_g	Coeficiente de atenuação para a fase gasosa (m ² /Kg)
α_l	Coeficiente de atenuação para a fase líquida (m ² /Kg)
α_P	Coeficiente de atenuação para as paredes acrílicas (m ² /Kg)
β	Coeficiente de ajuste (adimensional)

ε_g	“Gas Holdup” (adimensional)
ϕ_{loc}	Fração local de vazios (adimensional)
ϕ	Fração de vazios em volume (adimensional)
ϕ_g	Fração da fase gasosa em volume (adimensional)
ϕ_l	Fração da fase líquida em volume (adimensional)
ρ_g	Massa específica da fase gasosa (kg/m ³)
ρ_l	Massa específica da fase líquida (kg/m ³)
ρ_p	Massa específica da parede da coluna (Kg/m ³)
μ_g	Viscosidade dinâmica da fase gasosa (Pa.s)
μ_l	Viscosidade dinâmica da fase líquida (Pa.s)
ν_g	Viscosidade cinemática da fase gasosa (m ² /s)
ν_l	Viscosidade cinemática da fase líquida (m ² /s)
σ	Tensão superficial do líquido (N/m ²)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	OBJETIVO	19
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	20
3.1	TRANSFERÊNCIA DE MASSA	20
3.1.1	Transferência de Massa Através de Interfaces.....	21
3.1.2	Equação Diferencial de Transferência de Massa	25
3.2	FRAÇÃO DE VAZIOS	28
3.2.1	Modelos Matemáticos para a Fração de Vazios	29
3.3	O MODELO GAUSSIANO APLICADO A DISPERSÃO DE BOLHAS	30
3.4	VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS	35
3.5	DETERMINAÇÕES EXPERIMENTAIS EM COLUNAS DE AERAÇÃO	40
3.5.1	Coeficiente Volumétrico de Transferência de Massa.....	41
3.5.2	Fração Local de Vazios	42
3.5.2.1	Equacionamento empregado em ensaios de densimetria a laser....	43
3.5.3	Velocidade Ascensional de Bolhas.....	46
3.5.4	Diâmetro de Bolhas	47
4	METODOLOGIA	48
4.1	DEFINIÇÕES PRELIMINARES.....	48
4.2	PROCEDIMENTO DE CÁLCULO realizado nesta pesquisa.....	48
4.2.1	Coeficiente Volumétrico de Transferência de Massa.....	48
4.2.2	Fração de Vazios.....	50
4.2.3	Velocidade Ascensional de Bolhas.....	57
4.2.3.1	Abordagem 01 – Proposta de Richardson e Zaki (1954)	57
4.2.3.2	Abordagem 02 – Proposta de Schulz (2013)	58
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	60
5.1	COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA	60
5.2	FRAÇÃO DE VAZIOS	62
5.3	VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS	65
5.3.1	Abordagem 01 – Proposta de Richardson e Zaki (1954).....	65
5.3.2	Abordagem 02 – Proposta de Schulz (2013).....	70
5.3.3	Considerações acerca das duas abordagens.....	72
6	CONCLUSÃO	74

REFERÊNCIAS	77
APÊNDICE	84
APÊNDICE A – GRÁFICOS DA COMPARAÇÃO ENTRE K_La CALCULADO E K_La OBTIDO EXPERIMENTALMENTE POR SALLA (2002).....	85
APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE BOLHAS NAS CÉLULAS DISCRETAS.....	88
APÊNDICE C – GRÁFICOS DE AJUSTE DA CONCENTRAÇÃO DE BOLHAS	105
APÊNDICE D – COEFICIENTES DE AJUSTE CALCULADOS PARA A EQUAÇÃO DA VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS.....	122
ANEXOS.....	124
ANEXO A – DEDUÇÃO ELABORADA POR SCHULZ (2013) PARA A VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS EM PLUMAS (ADAPTADO).....	125
ANEXO B – COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA	129
ANEXO C – DADOS EXPERIMENTAIS DA INVESTIGAÇÃO COM RAIOS GAMA E VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS.....	131
ANEXO D – DIÂMETRO MÉDIO DE BOLHAS ASCENSIONAIS.....	148

1 INTRODUÇÃO

A incorporação de oxigênio dissolvido (O_2) à água ocorre naturalmente pela dissolução do oxigênio atmosférico, pela produção de O_2 na atividade fotossintética e ainda pode ser liberado na redução do nitrato a nitrogênio gasoso.

O oxigênio é um gás com baixa solubilidade em meio aquoso, por esta razão, em muitos casos é necessário acelerar o processo natural de dissolução, empregando mecanismos que artificialmente promovam o aumento da sua concentração no meio líquido, através do aumento do transporte turbulento e da área da interface de troca de massa entre o ar e a água.

Basicamente, é possível definir dois tipos principais de sistemas de aeração: aeração mecânica e aeração por ar difuso.

Os sistemas de aeração por ar difuso são compostos por difusores submersos no líquido, na região inferior do tanque, e o oxigênio é transferido ao meio à medida que a bolha se eleva a superfície.

Embora a aeração por ar difuso apresente relativa facilidade de operação e garantia de eficiência, seu complexo comportamento hidrodinâmico tem motivado diversas pesquisas para melhor compreender as características que o governam, visando o seu uso otimizado.

Neste método de aeração, ademais da evidente convecção, favorecida pelo aumento da área superficial de troca de massa devido à injeção de bolhas, o deslocamento ascensional das mesmas decorre na promoção de turbulência ao meio hídrico, contribuindo sobremaneira à transferência de massa.

Nota-se, portanto, que os parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos que descrevem este processo de transferência de massa vão muito além dos envolvidos em uma convecção.

Embora a análise isolada de parâmetros não permita conclusões definitivas sobre este fenômeno, o conhecimento aprofundado de determinada característica acaba por facilitar o estudo das restantes, uma vez que busca-se desassociar o efeito do parâmetro já conhecido, do fenômeno global.

2 OBJETIVO

O presente trabalho tem como objetivo avaliar e ajustar parâmetros em correlações matemáticas encontradas na literatura, que expressem a fração de vazios, a velocidade ascensional de bolhas e o coeficiente volumétrico de transferência de massa, necessários à modelagem da transferência de oxigênio em meio hídrico aerado por bolhas.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 TRANSFERÊNCIA DE MASSA

A transferência de massa está associada ao movimento relativo de uma espécie química em uma mistura. Quando um sistema de dois ou mais componentes no qual as concentrações variam de ponto a ponto, há uma tendência natural de transferência de massa, minimizando as diferenças de concentração entre os pontos ou regiões do sistema.

O fenômeno de transferência pode ocorrer devido o movimento molecular aleatório e, neste caso, é denominado como difusão molecular. Caso haja movimentação do fluido que compõe o meio, o processo é chamado de advectivo ou convectivo. No entanto, esses fenômenos são não excludentes, ocorrendo com frequência de forma simultânea.

A velocidade de transferência de massa devido apenas à difusão molecular de um componente A em um meio contendo uma mistura binária A e B é proporcional à derivada da concentração em relação a uma dimensão, sendo esta relação conhecida como 1ª Lei de Fick (FICK, 1855), que pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\dot{m}_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dy} \quad (01)$$

A difusividade de um determinado elemento A no meio B (D_{AB}), difere consideravelmente em função das características do escoamento. O modelo proposto pela Equação 01 refere-se, portanto, apenas a transportes difusivos em escoamentos laminares, considerado a direção y , apenas.

Em escoamentos turbulentos, a movimentação caótica do meio provoca aceleração do transporte. Um modelo muito aceito nesse caso introduz o termo de difusividade turbulenta, somando ao coeficiente de difusão já apresentado (ROMA, 2006):

$$\dot{m}_A = -(D_{AB} + D_t) \frac{d\bar{C}_A}{dy} \quad (02)$$

3.1.1 Transferência de Massa Através de Interfaces

Considerado o caso de transferência de massa entre fluídos separados por membranas, como aquela estabelecida entre gases e líquidos, o conceito de camada limite permite estabelecer a equação que define sua taxa de transferência (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 1960).

$$\dot{m}_A = K(C_{S_A} - C_{\infty_A}) \quad (03)$$

O valor do coeficiente de transferência K é necessário para prever eficientemente a taxa de transferência de massa entre as fases. Diversas teorias tentam explicar o conceito desse fenômeno, e da mesma forma, relacionar a variável K a algum pressuposto das mesmas. Em geral, as previsões teóricas da transferência de massa interfacial consideram a primeira Lei de Fick como ponto de partida para seu modelo.

As teorias mais aceitas para a transferência interfacial de massa são: a teoria dos dois filmes (LEWIS; WHITMAN, 1924), teoria da penetração (HIGBIE, 1935) e a teoria da renovação superficial (DANKWERTS, 1951). No entanto, uma coletânea de modelos para a transferência interfacial de massa ainda pode ser encontrada na literatura científica.

A teoria dos dois filmes, proposta por Lewis e Whitman (1924), é a teoria mais difundida no meio científico. Sugere que a interface gás-líquido possui dois filmes, um na fase líquida e outro na fase gasosa, e que a transferência através dos filmes se dá exclusivamente por processos difusivos.

A resistência da transferência do gás para a fase líquida deve-se parte pela resistência do filme gasoso e parte pela resistência do filme líquido. Decorre deste conceito que a velocidade de transferência apresenta valores distintos nos dois filmes, apresentando portanto, diferentes valores para o coeficiente de transferência K , agora denominados k_l e k_g , coeficiente local de transferência de massa no filme líquido e no filme gasoso, respectivamente. Ao coeficiente que os combina, dá-se o nome de coeficiente global de transferência, K_L .

Gases de baixa solubilidade são comuns nos processos de transferência de interesse à engenharia ambiental e do saneamento. Nesses casos o coeficiente de transferência no filme líquido é muito menor que no filme gasoso. A partir disso, a concentração de saturação pode ser considerada como a própria concentração do gás, assim como o coeficiente do filme líquido pode ser assumido como o coeficiente global de transferência (FAN; MATSUURA; CHERN, 1985).

A Equação 03 é adequada para prever a distribuição temporal da concentração em um determinado ponto onde ocorre a transferência interfacial de massa. No entanto, quando há interesse por avaliar toda a massa transferida entre fases, é necessário conhecer a área superficial de troca de massa (a).

Uma vez que a área interfacial de troca de massa é de difícil determinação, o produto entre o coeficiente de transferência de massa e área superficial pode ser substituído por um novo coeficiente:

$$\dot{m}_A = K_L a (C_{S_A} - C_{\infty_A}) \quad (04)$$

No Quadro 1 são apresentadas algumas correlações disponíveis na literatura para o cálculo de $K_L a$ em colunas de aeração com bolhas. Equações adicionais são disponíveis em Alvarez et al. (2001), Alvarez et al. (2002), Behkish et al. (2002), Dudley (1995), Kantarci, Borak e Ulgen (2005), Balamurugan et al. (2007), entre outros.

Diferentes autores mostram que o coeficiente volumétrico de transferência de massa é um parâmetro relacionado diretamente com a velocidade superficial (V_S) e com as propriedades físicas das fases líquida e gasosa. No entanto, a relação entre estes parâmetros é diferente segundo cada autor e isto se deve, dentre outros fatores, ao aparato experimental utilizado e às variáveis avaliadas (ALVAREZ et al., 2002).

Maalej, Benadda e Otterbein (2003) apresentam os parâmetros que possuem influencia sobre $K_L a$: a forma de distribuição da fase gasosa, único ou múltiplos orifícios; a fase líquida, seja água pura ou com presença de sólidos; velocidade superficial da fase gasosa; “*gas holdup*”; regime de escoamento da fase gasosa, entre outros.

“*Gas holdup*” (ϵ_g) é definido basicamente como a fração em volume da fase gasosa, ocupada pelas bolhas de gás (KANTARCI; BORAK; ULGEN, 2005). Os valores desta grandeza são diretamente dependentes do tipo de injeção da fase gasosa e das propriedades físico-químicas da fase líquida (PAINMANAKUL et al., 2009).

Quadro 1 - Correlações para o coeficiente volumétrico de transferência de massa

Correlação	Referência
$K_L a = d_c^{0,17} \cdot V_S^{0,7}$	Akita e Yoshida (1973)
$K_L a = 0,6 \cdot D_{AB}^{0,50} \cdot v_l^{-0,12} \cdot \left(\frac{\sigma_l}{\rho_l}\right)^{-0,62} \cdot d_c^{0,17} \cdot g^{0,93} \cdot \varepsilon_g^{1,10}$	Akita e Yoshida (1973)
$K_L a = 0,0269 \cdot V_S^{0,82}$	Deckwer; Burckart e Zoll (1974)
$\frac{K_L a \cdot V_S}{g} = 14,9 \cdot \left(\frac{V_S \cdot \mu_l}{\sigma}\right)^{1,76} \cdot \left(\frac{\mu_l^4 \cdot g}{\rho_l \cdot \sigma^3}\right)^{-0,248} \cdot \left(\frac{\mu_g}{\mu_l}\right)^{0,243} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\rho_l \cdot D_{AB}}\right)^{-0,604}$	Hikita et al. (1981)
$\frac{K_L a}{V_S} \cdot \left(\frac{v_l^2}{g}\right)^{0,33} = 3,9 \cdot 10^{-5} \cdot \left[\frac{\mu_g}{(v_l \cdot g)^{0,33}}\right]^{-0,1}$	Zlakarnik (1981)
$K_L a = 0,476 \cdot V_S^{0,82}$	Shah; Godbole e Deckwer (1982)
$K_L a = 0,75 \cdot V_S^{0,85}$	Zahradnik et al. (1982)
$K_L a = 0,39 \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_g}{0,58}\right) \cdot V_S^{0,67}$	Nguyen-Tien et al. (1985)
$K_L a = 0,014 \cdot V_S^{0,86}$	Sada et al. (1985)
$K_L a = 0,7 \cdot \varepsilon_g^{1,05}$	Zahradnik; Kratochvil e Rylek (1985)
$\frac{K_L a \cdot d_c^2}{D_{AB}} = 0,452 \cdot \left(\frac{v_l}{D_{AB}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{d_c \cdot V_S}{v_g}\right)^{3/4} \cdot \left(\frac{g \cdot d_c^2 \cdot \rho_l}{\sigma_l}\right)^{3/5} \cdot \left(\frac{V_S^2}{d_c \cdot g}\right)^{7/60}$	Kawase e Moo-Young (1987)
$K_L a = 1,08 \cdot V_S^{0,92}$	Mandal; Kundu e Mukherjee (2003)

Hughmark (1967), propôs uma equação para o cálculo de ε_g , cujo procedimento experimental de origem envolvia a múltipla injeção de bolhas na coluna de aeração:

$$\varepsilon_g = \frac{1}{2 + \left(\frac{0,35}{V_s}\right) \cdot \left(\frac{\rho_l \cdot \sigma}{72}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (05)$$

Correlações semelhantes podem ser encontradas em Hikita et al. (1980), Sada et al. (1984), Kawase, Umeno e Kumagai (1992), Zahradnik et al. (1997), entre outros.

3.1.2 Equação Diferencial de Transferência de Massa

A equação diferencial que prevê a concentração de uma substância em um escoamento é obtida seguindo o princípio da conservação de massa. Pode-se afirmar que a variação de massa de uma substância em um elemento de volume será igual à diferença entre a massa da substância que sai e àquela que entra no elemento, acrescida da massa gerada (ou consumida) no mesmo, conforme é apresentado na Figura 1.

Variação de massa	=	Massa que entra	-	Massa que sai	+	Massa gerada
-------------------	---	-----------------	---	---------------	---	--------------

Figura 1 - Representação do princípio da conservação de massa

Substituindo adequadamente cada parcela do esquema da Figura 1, bem como empregando a Lei de Fick para quantificar os fluxos de massas e pressupondo um meio isotrópico, é obtida a equação que descreve genericamente um processo de transferência de massa tridimensional em regime transiente (SCHULZ, 2006):

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) - \left(V_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + V_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + V_z \frac{\partial C_A}{\partial z} \right) + \dot{g} \quad (06)$$

O termo à direita da Equação 06 revela que a variação temporal da concentração de um elemento A, depende de parcelas difusivas e convectivas, representadas pela primeira e segunda parcelas entre parênteses, respectivamente. A parcela $\dot{g}$ do mesmo termo refere-se à geração (ou consumo) de massa de A, por unidade de tempo e volume. Este termo merece análise diferenciada de acordo com a natureza do transporte.

A equação diferencial de transferência de massa descreve o transporte de uma substância A, através de um elemento diferencial de volume. No entanto, os volumes diferenciais de interesse na modelagem de transferência de oxigênio em colunas de aeração, que sucederá este trabalho, apresentam uma composição mista de substâncias, neste caso, oxigênio e água.

Como o interesse, no caso supracitado, é conhecer a transferência de massa para a água, torna-se necessária a introdução de um novo parâmetro à Equação 06, que revela a contribuição percentual da fase líquida em cada volume diferencial e, conseqüentemente, a parcela do fluxo de transferência de massa no elemento diferencial ao qual esta está envolvida. A esse parâmetro denomina-se fração líquida (ϕ_L).

Ao se tratar de uma transferência interfacial de massa, o termo relacionado à geração de massa ($\dot{g}$), da Equação 06, pode ser avaliado através da Equação 04. A esse respeito, Weiss (1970) comenta que a concentração de oxigênio dissolvido na superfície de troca de massa (C_{ODS}) corresponde a uma

propriedade termodinâmica do sistema binário oxigênio-água, a qual varia com a temperatura, conforme é apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Solubilidade do oxigênio em água em função da temperatura
Fonte: Adaptado de Weiss (1970)

Feitas as considerações acerca da fração líquida e do termo referente à transferência interfacial de massa, a Equação 06 assume a seguinte configuração:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\phi_L C_{OD})}{\partial t} = & D_{OD, H_2O} \left(\frac{\partial^2(\phi_L C_{OD})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\phi_L C_{OD})}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\phi_L C_{OD})}{\partial z^2} \right) \\
 & - \left(V_x \frac{\partial(\phi_L C_{OD})}{\partial x} + V_y \frac{\partial(\phi_L C_{OD})}{\partial y} + V_z \frac{\partial(\phi_L C_{OD})}{\partial z} \right) \\
 & + K_L a (C_{ODS} - C_{OD})
 \end{aligned} \tag{07}$$

Como mostra a Equação 07, diversos parâmetros estão associados à transferência de oxigênio em meio hídrico aerado por bolhas. O conhecimento acerca de seu comportamento é necessário para que a mesma possa ser empregada na modelagem do fenômeno.

Conforme elucidado na Seção 2, são objetos de estudo deste trabalho apenas alguns dos parâmetros envolvidos neste tipo de transferência: coeficiente volumétrico de transferência de massa, brevemente discutido anteriormente, fração de vazios e velocidade ascensional de bolhas, que serão abordados nas seções que seguem.

O estudo da fração de vazios mostra-se como estratégia à determinação da fração líquida. A velocidade ascensional de bolhas, por sua vez, além de presente no termo convectivo da Equação 07 (V_z), possui íntima relação com a fração de vazios.

3.2 FRAÇÃO DE VAZIOS

Havendo apenas fase gasosa e líquida em um determinado volume de controle, intuitivamente, é válida a seguinte equação para as frações volumétricas de ambas as fases:

$$\phi_l + \phi_g = 1 \quad (08)$$

A fração gasosa também pode ser descrita como a própria fração de vazios (ϕ) de um volume de controle. Dessa forma, se $\phi = 0$ em um determinado volume, existirá neste apenas a fase líquida, o contrário ocorre para $\phi = 1$, havendo apenas a fase gasosa.

A fração de vazios se trata de um dos mais importantes parâmetros usados para caracterizar escoamentos multifásicos, fundamental na determinação de outras grandezas relacionadas a esse tipo de escoamento, como densidade, viscosidade e velocidade, além de importante em modelos de transferência de massa e calor (UESAWA; KANEKO; ABE, 2012).

Segundo uma classificação geométrica, a fração de vazios pode assumir as seguintes definições: local, secante, seccional e volumétrica. A fração local de vazios se refere ao menor volume que possa ser determinado experimentalmente. A fração secante de vazios, no entanto, representa a quantidade de vazios presentes em uma reta secante (cruzada) ao escoamento, ela é obtida, por exemplo, através da determinação da atenuação de raios gama ao atravessar o escoamento. Por sua vez, a fração seccional de vazios diz respeito aos vazios presentes em uma seção transversal arbitrária do escoamento. Já a fração volumétrica trata da fração de vazios em todo o volume de controle (WELLE, 1985).

Estas quatro classificações apresentam, portanto, apenas valores médios para a fração de vazios em uma determinada região, cujo denominador é a própria região envolvida na análise, seja o menor volume determinável, o comprimento de um feixe de raios gama (objeto de estudo deste trabalho), uma seção transversal ou todo o volume.

3.2.1 Modelos Matemáticos para a Fração de Vazios

Um modelo matemático amplamente utilizado para prever a fração de vazios, é o modelo da fração de vazios homogênea, mostrado na Equação 09. No entanto, a fase gasosa é considerada homogeneamente dispersa em toda a região de análise. A aplicação desta equação é restrita ao caso em que as fases gasosa e líquida possuem a mesma velocidade ou muito perto desta condição. Neste modelo, a variável X diz respeito à quantidade de vapor, que se trata do percentual de massa de vapor em uma mistura (CLIFT; GRACE; WEBER, 1978).

$$\phi = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-X}{X}\right) \cdot \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (09)$$

Quando é assumido que as fases gasosa e líquida não viajam à mesma velocidade, é utilizado o conceito da taxa de velocidade (S), que nada mais é do que uma relação entre as velocidades das duas fases.

$$S = \frac{V_g}{V_l} \quad (10)$$

Introduzindo este conceito ao modelo da fração de vazios homogênea, a expressão resultante é a seguinte (CLIFT; GRACE; WEBER, 1978):

$$\phi = \frac{1}{1 + \left(\frac{1-X}{X}\right) \cdot \frac{\rho_g}{\rho_l} \cdot S} \quad (11)$$

Com diferentes propostas para a análise da taxa de velocidade, outras aproximações foram obtidas com o propósito de prever a magnitude da fração de vazios (WOLDESEMAYAT; GHAJAR, 2007).

Embora aproximem com maior ou menor precisão o valor da fração de vazios, o equacionamento apresentado não é apropriado para sua previsão em situações em que a fase gasosa não se encontra homogeneamente dispersa, realidade das colunas de aeração. A determinação exclusiva da magnitude da fração de vazios passa então a ter uma relevância secundária, frente ao estudo de sua distribuição.

3.3 O MODELO GAUSSIANO APLICADO A DISPERSÃO DE BOLHAS

A abordagem acerca da forma com que as concentrações de um determinado componente são dispersas no meio se trata dos modelos de dispersão.

Estes modelos podem ser classificados em: numéricos, estatísticos e empíricos, e físicos (FRANCO, 2005).

Simiano et al. (2006), mostraram que um ajuste gaussiano era o mais apropriado para descrever a distribuição das frações de vazios determinadas em seus estudos com plumas de bolhas.

Os modelos de dispersão gaussiana consideram que a concentração do composto disperso assume uma distribuição normal, com o máximo de concentração ao longo da linha de centro da pluma, apresentando dispersões no plano perpendicular ao eixo central. Na Figura 3 é ilustrado o conceito da distribuição gaussiana de bolhas.

Figura 3 - Espalhamento gaussiano de bolhas

Para estudar a dispersão de bolhas em colunas de aeração, é válida a equação geral de conservação de massa da substância descrita pela Equação 06, com seus parâmetros convenientemente ajustados (adaptado de PORTEZANI, 2010, dos estudos de emissões atmosféricas pontuais).

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_B}{\partial t} = & \left(D_{BOLHA_x} \frac{\partial^2 C_B}{\partial x^2} + D_{BOLHA_y} \frac{\partial^2 C_B}{\partial y^2} + D_{BOLHA_z} \frac{\partial^2 C_B}{\partial z^2} \right) \\ & - \left(V_x \frac{\partial C_B}{\partial x} + V_y \frac{\partial C_B}{\partial y} + V_z \frac{\partial C_B}{\partial z} \right) + \dot{g} \end{aligned} \quad (12)$$

As equações do modelo gaussiano são soluções analíticas da equação diferencial da conservação da massa, sob determinadas hipóteses simplificadoras, as quais reduzem a equação diferencial a uma forma mais simples e que possui solução analítica. Para a hipótese de turbulência homogênea e estacionária, fluxo de emissão constante, ausência de reatividade química, não alteradas as características do meio, e desprezando-se a dispersão no eixo Z, frente à magnitude da advecção provocada por V_z , a Equação 12 resulta em (TURNER, 1994; KIELY, 1996):

$$V_z \frac{\partial C_B}{\partial z} = D_{BOLHA_x} \frac{\partial^2 C_B}{\partial x^2} + D_{BOLHA_y} \frac{\partial^2 C_B}{\partial y^2} + \dot{g} \quad (13)$$

Para a Equação 13, é obtida a seguinte solução (PORTEZANI, 2010):

$$\begin{aligned} C_B(x, y, z) = & \frac{n_B}{2 \cdot \pi \cdot z \cdot \left(D_{BOLHA_x} \cdot D_{BOLHA_y} \right)^{1/2}} \\ & \cdot \exp \left(- \frac{x^2}{4 \cdot D_{BOLHA_x} \cdot \frac{z}{V_z}} \right) \cdot \exp \left(- \frac{y^2}{4 \cdot D_{BOLHA_y} \cdot \frac{z}{V_z}} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Porém, como em colunas de aeração $D_{BOLHA_x} = D_{BOLHA_y}$, a Equação 14 pode ser reescrita, na forma:

$$C_B(x, y, z) = \frac{n_B}{2 \cdot \pi \cdot z \cdot D_{BOLHA}} \cdot \exp\left(\frac{-x^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) \cdot \exp\left(\frac{-y^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) \quad (15)$$

Esta solução específica para a Equação 12 é adequada para prever não apenas a concentração de bolhas, mas também a concentração de qualquer disperso segundo funções gaussianas (em plumas), desde que o componente emitido pela fonte pontual possa ser disperso até o infinito, onde a sua concentração será igual a zero.

Embora de grande valia, a Equação 15 tem restrições quanto ao seu uso, como no caso de dispersões em espaços confinados, ou mesmo onde a dispersão não possa se desenvolver até o infinito. São exemplos destes casos a dispersão de poluentes atmosféricos emitidos por chaminés, que inevitavelmente chocam-se ao solo, e as colunas de aeração, onde as bolhas, após desenvolver determinada trajetória de ascensão, chocam-se às faces da coluna ou canal.

Um método aceito para prever a concentração de termos dispersos e sujeitos à reflexão é a sobreposição do efeito da emissão por fontes virtuais à fonte real. Nesta abordagem, a contribuição de fontes virtuais é acrescida à pluma real, de forma a representar a reflexão da mesma. Esse conceito é ilustrado pela Figura 4 (ZANNETTI, 1990).

Inevitavelmente, a contribuição das fontes imaginárias ocorre em todos os pontos, mesmo no início da emissão da pluma, onde a reflexão não é evidente. No entanto, convencionou-se que a contribuição das fontes imaginárias apenas será relevante após o desenvolvimento da pluma a uma distância da fonte real que coincide com o ponto de reflexão.

Figura 4 - Ilustração do conceito de reflexão de plumas, segundo distribuições gaussianas

Na equação gaussiana, a potencial reflexão segundo cada direção e eixo cartesiano, decorre no acréscimo de um termo dispersante à Equação 15. No exemplo a seguir, é considerada uma reflexão no sentido positivo do eixo das abscissas, a uma distância H do ponto de emissão. Lógica semelhante deve ser aplicada para as demais reflexões, conforme necessário (KAWANO, 2003).

$$C_B = \frac{n_B}{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot D_{BOLHA}} \cdot \left[\exp \frac{-x^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{Z}{V_z}} + \exp \frac{-(x + 2 \cdot H)^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{Z}{V_z}} \right] \cdot \left[\exp \frac{-y^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{Z}{V_z}} \right] \quad (16)$$

Portezani (2010) apresenta uma dedução detalhada de todo o equacionamento da função gaussiana para a dispersão, sujeita à reflexão.

3.4 VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS

A velocidade terminal de uma bolha é obtida quando a diferença entre a força peso, devida à ação da gravidade, e a força de empuxo, exercida pelo fluido ao seu redor, se iguala à força de arrasto, que consiste na resistência que o fluido oferece ao movimento, de acordo com Ishii e Zuber (1979), definida como:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho_l \cdot V^2 \cdot A \quad (17)$$

Admitindo a bolha como uma esfera perfeita, a força de arrasto atuante sobre a mesma pode ser expressa da seguinte forma:

$$F_D = \frac{1}{8} \cdot C_D \cdot \pi \cdot d_B^2 \cdot \rho_l \cdot V_z^2 \quad (18)$$

Para a mesma suposição, a diferença entre as forças peso e empuxo pode ser definida como:

$$F_G - F_E = \pi \cdot (\rho_g - \rho_l) \cdot g \frac{d_B^3}{6} \quad (19)$$

Na situação de equilíbrio:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\rho_g - \rho_l}{\rho_l} g \frac{d_B}{V_z^2} \quad (20)$$

Para escoamentos em que o efeito das forças inerciais pode ser negligenciado, Stokes (1880) propõe o uso da seguinte equação para a determinação de C_D :

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (21)$$

Nos casos onde os efeitos das forças inerciais não podem ser desprezados, podem ser empregadas diversas correlações, como as apresentadas no Quadro 2, definidas para a determinação do coeficiente de arrasto atuante em bolhas isoladas. No entanto, essas correlações não são as mais indicadas para a determinação da velocidade de bolhas próximas entre si, e portanto, sob mutua influência (BEHZADI; ISSA; RUSCHE, 2004).

Com o propósito de ampliar as conclusões de Richardson e Zaki (1954) a respeito da velocidade de sedimentação de sólidos em função da porosidade do meio, na forma $(1 - \phi)^n$, diversos pesquisadores passaram a aplicar esse conceito à velocidade ascensional de bolhas, como a pesquisa pioneira de Ishii (1977), precedido mais recentemente por pesquisas que desenvolveram equações de ajuste para a velocidade calculada para bolhas isoladas.

Para a condição de $\mu_l \gg \mu_g$, Ishii (1977), apresentou a seguinte equação para determinação da velocidade ascensional de bolhas:

$$V_p = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{g \cdot \sigma \cdot \Delta \rho}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \cdot (1 - \phi_{loc})^{1,75} \quad (22)$$

Em uma coluna de aeração de seção circular dotada de um sistema de injeção de ar com tubos capilares, que garantiam uma distribuição homogênea de bolhas, Garnier, Lance e Marie (2002), realizaram medidas da velocidade ascensional de bolhas. Para diâmetros menores que 5,5 mm e fração de vazios inferiores a 35%, foi proposta a Equação 23, onde V_∞ se refere à velocidade ascensional de bolhas isoladas.

Quadro 2- Correlações para o coeficiente de arrasto em bolhas isoladas

C_D	Referência
$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{\sqrt{Re}} + 0,34 \therefore Re < 1 \times 10^4$	Fair e Geyer (1954)
$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{3}{16} \therefore Re < 0,01$ $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0,1315Re^{(0,82-0,05w)}] \therefore 0,01 \leq Re \leq 20$ $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0,1935Re^{0,6305}] \therefore 20 \leq Re \leq 260$ $\log C_D = 1,6435 - 1,1242w + 0,1558w^2 \therefore 260 \leq Re \leq 1500$ $\log C_D = -2,4571 + 2,5558w - 0,9295w^2 + 0,1049w^3 \therefore 1500 \leq Re \leq 1,2 \times 10^4$ $\log C_D = -1,9181 + 0,6370w - 0,0636w^2 \therefore 1,2 \times 10^4 \leq Re \leq 4,4 \times 10^4$ $\log C_D = -4,3390 + 1,5809w - 0,1546w^2 \therefore 4,4 \times 10^4 \leq Re \leq 3,38 \times 10^5$ Onde $w = \log Re$	Clift; Grace e Weber (1978)
$C_D = \frac{0,284153}{Re^2} \left(1 + \frac{9,04}{\sqrt{Re}}\right)^2 (0,9620833Re^2 + 2,736461 \times 10^{-5}Re^3 - 3,938611 \times 10^{-10}Re^4$ $+ 2,476861 \times 10^{-15}Re^5 - 7,159345 \times 10^{-21}Re^6 + 7,437237 \times 10^{-27}Re^7) \therefore Re < 3,0 \times 10^6$	Concha e Barrientos (1982)
$C_D = \frac{24}{Re} 10^E \therefore Re < 8,6 \times 10^4$ $E = 0,261Re^{0,369} - 0,105Re^{0,431} - \frac{0,124}{1 + (\log R)^2}$	Flemmer e Banks (1986)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,173Re^{0,657}) + \frac{0,413}{1 + 16,300Re^{-1,09}} \therefore Re < 2,6 \times 10^5$	Turton e Levenspiel (1986)
$C_D = (2,25Re^{-0,31} + 0,36Re^{0,06})^{3,45} \therefore 0,01 < Re < 3,0 \times 10^5$	Khan e Richardson (1987)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,1806Re^{0,6459}) + \frac{0,4251}{1 + \frac{6880,95}{Re}} \therefore Re < 2,6 \times 10^5$	Haider e Levenspiel (1989)
$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,15Re^{0,681}) + \frac{0,407}{1 + 8710Re^{-1}} \therefore Re < 2,0 \times 10^5$	Brow e Lawer (2003)
$C_D = \left[\frac{1}{(\varphi_1 + \varphi_2)^{-1} + \varphi_3^{-1}} + \varphi_4 \right]^{\frac{1}{10}} \therefore Re < 10^6$ $\varphi_1 = \left(\frac{24}{Re}\right)^{10} + \left(\frac{21}{Re^{0,67}}\right)^{10} + \left(\frac{4}{Re^{0,33}}\right)^{10} + 0,4^{10}; \varphi_2 = 1 / [(0,148Re^{0,11})^{-10} + 0,5^{-10}];$ $\varphi_3 = (1,57 \times 10^8 / Re^{1,625})^{10}; \varphi_4 = 1 / [(6 \times 10^{-17} Re^{2,63})^{-10} + 0,2^{-10}]$	Almedeij (2008)

$$V_p = V_\infty (1 - \phi_{loc}^{1/3}) \quad (23)$$

Com um sistema semelhante de injeção de ar, Simonnet et al. (2007) avaliaram a velocidade ascensional de bolhas, em uma coluna de seção quadrada (0,1 x 0,1) m², variando a velocidade superficial da fase gasosa entre 0 e 8 cm/s, e correspondente fração global de vazios de 0 e 35%. A correlação obtida neste estudo é a seguinte:

$$\frac{C_{Dp}}{C_{D\infty}} = (1 - \phi_{loc}) \left((1 - \phi_{loc})^{25} + \left(4,8 \frac{\phi_{loc}}{1 - \phi_{loc}} \right) \right)^{-2/25} \quad (24)$$

A partir de dados experimentais presentes na literatura, Rusche e Issa (2000) também propuseram sua aproximação para a velocidade ascensional de bolhas, que mais tarde fora ampliada por Roghair et al. (2011), para escoamentos com $1 \leq Eo \leq 5$:

$$\frac{C_{Dp}}{C_{D\infty} (1 - \phi_{loc})} = 1 + \left(\frac{18}{Eo} \right) \phi_{loc} \quad (25)$$

Com medidas de velocidade ascensional de bolhas, obtidas através da técnica de Anemômetro de Laser Doppler, Kashinsky e Timkin (1999) obtiveram a seguinte correlação:

$$V_p = V_\infty (1 - 0,75 \cdot \phi_{loc}^{1/3}) \quad (26)$$

Com base no conceito de conservação da quantidade de movimento, Schulz, Alamy Filho e Villela (2005) propuseram uma equação com uma abordagem diferente das supracitadas, que pode ser empregada para a determinação da velocidade ascensional de bolhas:

$$V_p = V_0(1 - \phi)(1 - \alpha\phi) \quad (27)$$

Schulz (2013) expandiu esse conceito e propôs a Equação (28), onde SS_2 , C_3 e C_4 são constantes a serem determinadas. A dedução desta abordagem é apresentada no Anexo A.

$$V_p = SS_2 \cdot \phi^{C_3}(1 - \phi)^{C_4} \quad (28)$$

Finalmente, em deslocamentos de partículas que ocorrem em meios confinados, a presença de superfícies sólidas afeta este deslocamento. No caso de bolhas ascensionais, ocorre um retardamento do seu movimento devido ao movimento oposto do fluido circundante, o que é denominado efeito de parede, quantificado através de um coeficiente. Para este coeficiente, aplicado à velocidade de esferas isoladas, existem diversas correlações teóricas e empíricas, como as apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 - Correlações para o coeficiente de parede em escoamentos de bolhas isoladas

C_w	Referência
$C_w = 1 - (d_B/d_C)^{3/2}$	Munroe (1888)*
$C_w = 1/\{1 + 2,1(d_B/d_C)\}$	Landerburg (1907)*
$C_w = 1 - 2,104(d_B/d_C) + 2,09(d_B/d_C)^3 - 0,95(d_B/d_C)^5$	Faxen (1921)*
$V_0/V_{0w} = 1 - 0,23(d_B/d_C)$	Lunnon (1928)*
$C_w = \frac{(d_c^2 - d_b^2) - \sqrt{d_c^2 - (d_b^2/2)}}{d_c^3}$	Newton (1931)*
$C_w = \left\{ \frac{1 - (d_B/d_C)}{1 - 0,475(d_B/d_C)} \right\}^4$	Francis (1933)*

Nota: * *apud* Fidleris e Whitmore (1961)

3.5 DETERMINAÇÕES EXPERIMENTAIS EM COLUNAS DE AERAÇÃO

O conjunto de dados acerca de colunas de aeração com bolhas empregado nesta pesquisa, foi o apresentado por Salla (2002) e Salla (2006), que promovera uma minuciosa investigação das características hidrodinâmicas das bolhas ascensionais em uma coluna de aeração, cuja seção transversal quadrada possuía 0,19 m de lado e 2,00 m de altura, mostrada na Figura 5.

Em sua dissertação de mestrado, Salla (2002) determinou o coeficiente volumétrico de transferência de massa, $K_L a$, em diversos ensaios de aeração com bolhas nesta coluna, variando a vazão de ar injetado (400, 800, 1200, 1600 e 2000 L/h) e o nível d'água sobre o injetor de ar (0,50; 0,60; 0,80; 1,00; 1,20; 1,40; 1,60 e 1,80 m).

Figura 5 - Coluna de aeração origem dos dados experimentais
Fonte: Salla (2002)

Já em sua tese de doutorado, Salla (2006) avaliou o comportamento de bolhas ascensionais em diferentes alturas e seções no interior da coluna, para distintas vazões de ar (50, 100, 150, 200, 250 e 300 L/h) e nível da água sobre o injetor de ar (0,30; 0,60; 0,90; 1,20; 1,50 e 1,80 m).

A metodologia detalhada, empregada por Salla (2002) e Salla (2006) nas determinações de interesse neste trabalho, é apresentada nas seções seguintes.

3.5.1 Coeficiente Volumétrico de Transferência de Massa

Com o propósito de investigar os coeficientes volumétricos de transferência de massa nos ensaios de aeração com bolhas, foi necessário o conhecimento da variação da concentração de OD ao longo do tempo.

Para tanto, Salla (2002) empregou uma sonda com eletrodo de membrana. Este método consiste de uma sonda, que é separada do meio líquido através de uma membrana permeável ao oxigênio. Quando a sonda está em contato com o líquido, o oxigênio dissolvido presente no lado líquido difunde-se através da membrana, sendo reduzido eletroquimicamente após passar por um cátodo de potencial elétrico constante, gerando uma corrente elétrica (MOMESSO, 1996).

Utilizando o software Mathematica®, Salla (2002) realizou uma regressão não-linear das curvas de concentração em função do tempo, onde foram determinados os valores de $K_L a$.

Embora Salla (2002) tenha apresentado diferentes valores de $K_L a$ para cada combinação entre altura da coluna d'água e vazão de ar injetado, Liu e Zheng (2004) e Painmanakul et al. (2009) mostram que esse parâmetro não varia de acordo com a pressão sobre o injetor, sendo a variável dominante neste processo a

velocidade superficial da fase gasosa (VS), esta, função apenas da vazão de ar injetado e da geometria da seção.

Por este motivo, foi utilizada a média entre os coeficientes determinados experimentalmente em todas as alturas com uma mesma vazão de ar para caracterizar o processo.

Os resultados das determinações experimentais de coeficiente volumétrico de transferência de massa obtidos por Salla (2002), são apresentados no Anexo B.

3.5.2 Fração Local de Vazios

A determinação da fração local de vazios, em 5 diferentes posições de largura e 4 posições ao longo da altura da coluna de aeração, nas cotas de 15,3 cm; 56,8 cm; 101,8 cm; e 146,8 cm, acima da base do injetor, foi realizada por Salla (2006) através de contagem de raios gama emitidos por um canhão com fonte de Césio-137, com atividade de 310 mCi (atividade inicial em 1983), através de um colimador.

A contagem de cintilações foi feita por um fotomultiplicador alinhado com o colimador, porém na face oposta, estando a coluna com bolhas ao meio, entre emissor e receptor (Figura 6). Os raios gama atravessam o meio e sofrem atenuações que podem ser medidas pelo fotomultiplicador. Após conversão para pulsos elétricos através de uma interface acoplada a um microcomputador com software específico, os sinais foram transformados em informações numéricas, que puderam ser associadas à quantidade de bolhas presentes na água, naquele ponto.

Figura 6 - Esquema do aparato utilizado por Salla (2006) para obtenção dos valores de fração de vazios

Os resultados das determinações experimentais de fração de vazios, obtidos por Salla (2006) são apresentados no Anexo C.

3.5.2.1 Equacionamento empregado em ensaios de densimetria a raios gama

De acordo com Salla (2006), admitindo um feixe incidente em uma coluna cheia de água, é válida a seguinte equação:

$$Y_2 = \frac{Y_0}{\exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_l + c_p \cdot \rho_p \cdot L_p + c_g \cdot \rho_g \cdot L_b)} \quad (29)$$

Onde:

Y_2 – intensidade de radiação com água+ar (bolhas)+paredes (nº fótons/m².s);

Y_0 – intensidade de radiação gama com ar somente (nº fótons/m².s);

c_l – coeficiente de atenuação para a fase líquida (m²/kg);

c_p – coeficiente de atenuação para as paredes acrílicas (m²/kg);

c_g – coeficiente de atenuação para a bolha de ar (m²/kg);

ρ_l – massa específica da fase líquida (kg/m³);

ρ_p – massa específica da parede (kg/m^3);

ρ_g – massa específica da fase gasosa (kg/m^3);

L_l – espessura do meio água (m);

L_p – espessura das paredes (m);

L_b – espessura total do meio ar nas bolhas (m);

A atenuação dos raios gama nas bolhas de ar é desprezível comparada com a água e paredes. A atenuação nas paredes, por sua vez, apresenta um valor constante, uma vez que o material do meio permanece inalterado. Então,

$$Y_2 = \frac{Y_0}{\exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_l + P')} \quad (30)$$

Sabe-se que a espessura total do meio com bolhas (sem paredes) é igual à soma entre os comprimentos com água e ar, portanto, é válida a seguinte equação:

$$L_l = L_t - L_b \quad (31)$$

Substituindo a Equação (31) em (30), resulta:

$$Y_2 = \frac{Y_0}{\exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_t - c_l \cdot \rho_l \cdot L_b + P')} \quad (32)$$

$$Y_2 = \frac{Y_0 \exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_b)}{\exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_t + P')} \quad (33)$$

Para a coluna somente com água, pode-se afirmar que:

$$Y_1 = \frac{Y_0}{\exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_t + P')} \quad (34)$$

Com a Equação (34) substituída na Equação (33), decorre:

$$Y_2 = Y_1 \exp(c_l \cdot \rho_l \cdot L_b) \quad (35)$$

Explicitando-se L_b , obtêm-se:

$$L_b = \frac{\ln\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right)}{c_l \cdot \rho_l} \quad (36)$$

O parâmetro L_b é a medida total do comprimento pela qual a trajetória do feixe encontra somente ar. Avaliar qual é a quantidade de ar em um determinado ponto da trajetória é interessante para estimar a fração de vazios neste ponto.

Para um determinado ponto na trajetória do raio secante, é válida a equação:

$$\phi = \frac{Vol_g}{Vol_g + Vol_l} \quad (37)$$

Sendo Vol_g o volume ocupado com ar na trajetória dos raios e Vol_l o volume ocupado com água. Esses volumes podem ser relacionados com a área de incidência do feixe de raios gama (G) da seguinte forma:

$$Vol_g = L_b \cdot G \quad (38)$$

$$Vol_l = L_l \cdot G \quad (39)$$

A Equação (37) resulta em:

$$\phi = \frac{L_b}{L_b + L_l} = \frac{L_b}{L_t} \quad (40)$$

3.5.3 Velocidade Ascensional de Bolhas

As velocidades ascensionais de bolhas foram obtidas por Salla (2006) através da técnica de Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV, do inglês *Particle Image Velocimetry*), em 12 diferentes quadros ao longo da altura da coluna, igualmente espaçados entre si, com 14 cm, porém esta pesquisa de mestrado apenas utilizou os quadros nas cotas em que a fração de vazios também fora determinada.

A técnica de Velocimetria por Imagem de Partícula consta de um feixe de luz laser que ilumina quaisquer partículas suspensas no escoamento que passam pelo campo bi-dimensional do feixe (Figura 7).

Figura 7 - Esquema do aparato utilizado por Salla (2006) na obtenção das velocidades das bolhas

Na pesquisa de Salla (2006), o feixe iluminava todas as bolhas ascensionais que passavam pelo mesmo e as imagens eram registradas através de

uma câmera com sensor do tipo CCD (*charge-coupled device*). As imagens instantâneas registradas foram processadas em um programa computacional, objetivando determinar os campos de velocidades instantâneos.

O laser utilizado por Salla (2006) foi de vapor de cobre e as imagens foram capturadas através de uma câmera com resolução que variava de 512 por 512 pixels a 1K por 1K pixels.

Os resultados das determinações experimentais de velocidade realizadas por Salla (2006), nas posições de interesse neste trabalho, são apresentados no Anexo C.

3.5.4 Diâmetro de Bolhas

Na determinação dos diâmetros das bolhas, Salla (2006) novamente iluminou a coluna de aeração em diferentes posições ao longo da altura da coluna, porém apenas na posição central da largura, com o laser de vapor de cobre. Foram registradas imagens com uma câmera fotográfica digital, com resolução de 6 megapixels e tempo de exposição de 1/250 segundos. As imagens registradas foram transferidas para software gráfico, onde foi possível aferir os diâmetros.

No Anexo D, são apresentados os diâmetros médios obtidos por Salla (2006), para diferentes vazões de ar e níveis d'água sobre o injetor.

4 METODOLOGIA

4.1 DEFINIÇÕES PRELIMINARES

Com o propósito de investigar as correlações matemáticas de interesse neste trabalho, foram empregados conceitos teóricos aceitos pela literatura científica, os quais foram avaliados através de um conjunto de dados já existente.

Como o objetivo deste trabalho se trata de três diferentes equações, obtidas, a rigor, de forma independente, cada uma delas empregou conceitos distintos, discutidos nas seções que seguem.

O tratamento de dados, construção dos gráficos e os cálculos necessários foram feitos através do software de cálculo: Microsoft Office Excel®. Quando a complexidade e tamanho dos cálculos inviabilizaram a utilização do software supracitado, foi empregado o software Matlab® como ferramenta computacional.

4.2 PROCEDIMENTO DE CÁLCULO REALIZADO NESTA PESQUISA

4.2.1 Coeficiente Volumétrico de Transferência de Massa

Uma vez que a proposição de uma formulação para o coeficiente volumétrico de transferência de massa depende de parâmetros experimentais além daqueles disponíveis nas obras de Salla (2002) e Salla (2006), ao longo do desenvolvimento desta pesquisa foi realizada uma revisão bibliográfica buscando reunir as correlações matemáticas disponíveis para calcular este coeficiente.

Após elencadas as equações, foram verificadas as condições experimentais de cada pesquisa, sendo selecionadas aquelas que avaliaram o caso específico de colunas de aeração com bolhas. Dentre estas, foram ainda destacadas

as correlações que envolviam parâmetros conhecidos ou que figuravam apenas como função do binômio ar-água e da temperatura do meio, portanto, determináveis.

No rol de correlações selecionadas, verificou-se a comum presença do parâmetro *gas holdup* (ϵ_g). Uma vez que este parâmetro não pode ser determinado através de ábacos ou tabelas, foi novamente realizada uma revisão na literatura científica buscando correlações que o descrevessem. Da mesma forma, verificou-se as condições experimentais de cada pesquisa, bem como as variáveis envolvidas na sua determinação.

Após determinado esse parâmetro, foi possível calcular K_La através das correlações selecionadas para tanto e os resultados foram comparados com as médias dos coeficientes apresentados no trabalho de Salla (2002), através do erro médio, desvio padrão e do método da bisettriz. No Quadro 4 Tabela são apresentadas as propriedades das fases líquida e gasosa, empregadas no cálculo de K_La .

Quadro 4 - Propriedades das fases líquida e gasosa empregadas no cálculo de K_La

D_{OD,H_2O}	$1,97 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$
ρ_l	$996,62 \text{ kg/m}^3$
μ_l	$0,00098 \text{ Pa.s}$
σ	$0,07197 \text{ N.m}$
v_l	$9,83 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
ρ_g	$1,1861 \text{ kg/m}^3$
μ_g	196400 Pa.s
v_g	$1,66 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Fonte: Adaptado de Brown e Salvatore, 1998; Hilsenralh et al., 1955; Weast, 1969.

A correlação que apresentou maior aderência aos dados experimentais foi selecionada como a mais adequada para descrever o processo.

4.2.2 Fração de Vazios

A fração de vazios, em qualquer posição dentro da coluna de aeração, é diretamente proporcional à concentração de bolhas, na mesma posição, uma vez que o aumento na fração de vazios decorre, sobretudo, de um aumento na quantidade de bolhas e da injeção de gás.

Conforme verificado por Simiano et al. (2006), a distribuição da fração de vazios em colunas de aeração segue uma função gaussiana, logo, é possível sugerir que a distribuição da concentração de bolhas siga uma tendência similar.

Uma vez que o objeto de estudo deste trabalho se trata de uma dispersão de bolhas no interior de uma coluna de aeração, a equação gaussiana mais apropriada para descrever este fenômeno de dispersão contempla o termo de reflexão nos quatro eixos de dispersão (uma reflexão somente), devido à presença das quatro faces da coluna de aeração, conforme é apresentado a seguir:

$$C_B = \frac{n_b}{2 \cdot \pi \cdot z \cdot D_{BOLHA}} \cdot \left[\exp\left(\frac{-x^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) + \exp\left(\frac{-(x + 2 \cdot H)^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) + \exp\left(\frac{-(x - 2 \cdot H)^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) \right] \cdot \left[\exp\left(\frac{-y^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) + \exp\left(\frac{-(y + 2 \cdot H)^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) + \exp\left(\frac{-(y - 2 \cdot H)^2}{4 \cdot D_{BOLHA} \cdot \frac{z}{V_z}}\right) \right] \quad (41)$$

De acordo com o equacionamento apresentado na Seção 3.5.2.1, um calculo que precede a determinação da fração de vazios no raio secante à coluna de aeração, obtidos por Salla (2006), é a determinação de L_b .

O parâmetro L_b é a medida total do comprimento pela qual a trajetória do feixe encontra somente ar. De acordo com os dados de Salla (2006), são conhecidos os valores de L_b em 5 diferentes posições na largura da coluna, em 4

diferentes cotas ao longo da altura da coluna de aeração, para as vazões de 50, 100, 150, 200, 250 e 300 L/h, e níveis d'água de 0,30; 0,60, 0,90; 1,20; 1,50 e 1,80 m (Anexo C). Na Figura 8 é apresentada um esquema que exemplifica o conceito de L_b .

Figura 8 - Esquema de obtenção de L_b

Arbitrando-se posições intermediárias ao longo do raio secante, é possível definir uma malha, na qual o comprimento L_b acumulado, medido na face posterior da coluna, é distribuído entre os nós, conforme apresentado na Figura 9, onde cada célula possui lado igual à um quarto da medida do lado da coluna.

O sistema apresentado a seguir, descreve os somatórios de L_{ar} nas diferentes posições para resultar na medida L_b (acumulado):

$$L_{b1} = L_{ar11} + L_{ar21} + L_{ar31} + L_{ar41} + L_{ar51} \quad (42)$$

$$L_{b2} = L_{ar12} + L_{ar22} + L_{ar32} + L_{ar42} + L_{ar52} \quad (43)$$

$$L_{b3} = L_{ar13} + L_{ar23} + L_{ar33} + L_{ar43} + L_{ar53} \quad (44)$$

$$L_{b4} = L_{ar14} + L_{ar24} + L_{ar34} + L_{ar44} + L_{ar54} \quad (45)$$

$$L_{b5} = L_{ar15} + L_{ar25} + L_{ar35} + L_{ar45} + L_{ar55} \quad (46)$$

Figura 9 - Linhas de trajetória arbitradas na discretização da malha

Intuitivamente, a distribuição de todos os comprimentos com ar, acumulados segundo o raio secante, deve apresentar simetria axial, devido à geometria da coluna de aeração. Assumindo variáveis comuns para posições simétricas, tem-se:

$$L_{ar_0} = L_{ar_{33}} \quad (47)$$

$$L_{ar_1} = L_{ar_{23}} = L_{ar_{32}} = L_{ar_{34}} = L_{ar_{43}} \quad (48)$$

$$L_{ar_2} = L_{ar_{22}} = L_{ar_{24}} = L_{ar_{42}} = L_{ar_{44}} \quad (49)$$

$$L_{ar_3} = L_{ar_{13}} = L_{ar_{31}} = L_{ar_{35}} = L_{ar_{53}} \quad (50)$$

$$L_{ar_4} = L_{ar_{11}} = L_{ar_{15}} = L_{ar_{51}} = L_{ar_{55}} \quad (51)$$

$$L_{ar_5} = L_{ar_{12}} = L_{ar_{14}} = L_{ar_{21}} = L_{ar_{25}} = L_{ar_{41}} = L_{ar_{45}} = L_{ar_{52}} = L_{ar_{54}} \quad (52)$$

Após as devidas substituições das equações (47) a (52) nas equações (42) a (46), obtêm-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{L_{b_1} + L_{b_5}}{2} = 3 \cdot L_{ar_3} + 2 \cdot L_{ar_4} + 2 \cdot L_{ar_5} \\ \frac{L_{b_2} + L_{b_4}}{2} + L_{b_3} = L_{ar_0} + 3 \cdot L_{ar_1} + 2 \cdot L_{ar_2} + 2 \cdot L_{ar_3} + 2 \cdot L_{ar_5} \end{cases} \quad (53)$$

A função gaussiana, de um modo geral, para representar a distribuição de L_{ar} no domínio da seção, é dada por:

$$L_{ar} = k_1 \cdot \left[\exp\left(\frac{-x^2}{k_2}\right) + \exp\left(\frac{-(x + 2 \cdot H)^2}{k_2}\right) + \exp\left(\frac{-(x - 2 \cdot H)^2}{k_2}\right) \right] \cdot \left[\exp\left(\frac{-y^2}{k_2}\right) + \exp\left(\frac{-(y + 2 \cdot H)^2}{k_2}\right) + \exp\left(\frac{-(y - 2 \cdot H)^2}{k_2}\right) \right] \quad (54)$$

Na qual k_1 e k_2 são constantes a serem determinadas, x e y referem-se às diferentes posições dentro da seção, e H é a distância horizontal entre o ponto de injeção das bolhas até o ponto de reflexão, neste caso, $H = l/2$.

Aplicando a Equação 54 no sistema da Equação 53 é possível resolvê-lo, substituindo-se adequadamente as variáveis x e y pelas posições dos centros de cada célula e o centro da coluna como a origem do plano cartesiano, conforme apresentado no Quadro 5. Na Figura 10 pode-se verificar a posição bem como a área total de cada célula. O uso apenas do primeiro quadrante é opcional.

Quadro 5 - Posições dos centros das células discretas nas diferentes seções

Célula	Posição (m)	
	x	y
L_0	0	0
L_1	0	0,0475
L_2	0,0475	0,0475
L_3	0	0,095
L_4	0,095	0,0475
L_5	0,095	0,095

Uma vez que se trata de um sistema de equações algébricas não lineares, o mesmo foi resolvido através da ferramenta *fsolve* do software Matlab®, o qual emprega o método de Gauss-Newton com um método misto (quadrático e cúbico) de busca em linha, para a determinação das incógnitas.

Figura 10 - Posição das células discretas

Com a determinação de k_1 e k_2 , foi possível conhecer a equação que descreve a distribuição dos comprimentos com ar nas diferentes seções, para cada vazão de ar. A integração dupla desta equação entre os limites da célula representa o volume com ar em seu interior, conforme a equação a seguir:

$$Vol_g = \int_{y_o}^{y_f} \int_{x_o}^{x_f} L_{ar} \, dx \, dy \quad (55)$$

Aplicando os limites de integração apresentados no Quadro 6, que correspondem aos limites de cada célula, foi determinado o volume com ar referente a cada célula. Para tanto, foi empregada a ferramenta *dblquad* do software Matlab®, a qual implementa o método da quadratura de Simpson para o cálculo da integral.

Quadro 6 - Limites de integração aplicados às células discretas nas diferentes seções

Célula	Limites de integração (m)			
	x		y	
	Inferior	Superior	Inferior	Superior
L ₀	-0,02375	0,02375	-0,02375	0,02375
L ₁	-0,02375	0,02375	0,02375	0,07125
L ₂	0,02375	0,07125	0,02375	0,07125
L ₃	-0,02375	0,02375	0,07125	0,095
L ₄	0,07125	0,095	0,02375	0,07125
L ₅	0,07125	0,095	0,07125	0,095

Substituindo todos os valores de L_b por 0,19 m, e integrando a Equação 55 entre os limites do Quadro 6, foram obtidos os volumes totais de cada célula.

Conhecendo o volume com ar e volume total referente a cada célula, foi possível determinar a fração de vazios:

$$\phi = \frac{Vol_g}{Vol_t} \quad (56)$$

Com os valores de ϕ foi possível obter uma estimativa do número de bolhas de diâmetro médio d_B para os pontos em questão (C_B), utilizando a Equação 57. Foram empregados nesta etapa de cálculo, os diâmetros médios obtidos por Salla (2006), para as mesmas vazões de ar e níveis d'água sobre o injetor.

$$\phi = \frac{N_B \cdot Vol_B}{Vol_{(g+l)}} = \frac{N_B \cdot \left(\frac{\pi \cdot d_B^3}{6} \right)}{1m^3} \Rightarrow \frac{6 \cdot \phi}{\pi \cdot d_B^3} = \frac{N_B}{1m^3} = C_B \quad (57)$$

As coordenadas das células em que foram determinados os valores das concentrações de bolhas foram rotacionadas ao eixo das abscissas, de forma que os dados pudessem ser expressos em um gráfico bidimensional. Para realizar essa rotação, utilizou-se as seguintes expressões:

$$C_B(x, y) = C_B(i, 0) \quad (58)$$

$$i = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (59)$$

Em um gráfico bidimensional foram plotadas concentrações de bolhas calculadas e rotacionadas, bem como a Equação 41, no domínio [-0,095; 0,095], variando-se o termo de dispersão de bolhas, até que fosse obtido um ajuste adequado para o conjunto de dados.

Nesta etapa do trabalho, foi empregado o método da tentativa e erro, através da análise visual dos gráficos. Para cada situação de cota da seção e vazão de ar injetado, foi obtida uma difusividade para as bolhas.

Para que a Equação 41 pudesse ser plotada juntamente com as concentrações calculadas, foi necessário fixar a ordenada em 0, para todos os casos, bem como fazer a correspondência entre as cotas para cada diferente cota da seção, e número de bolhas injetadas por unidade de tempo para cada vazão de ar injetado e diâmetro médio de bolhas (Anexo D).

Ainda na Equação 41, a variável tempo foi substituída pela relação entre a cota da seção de análise e a velocidade terminal média para a relativa vazão de ar (Anexo C).

Dispondo de todas as difusividades que satisfaziam as concentrações de bolhas calculadas, foi obtida uma correção matemática para D_{BOLHA} em função do produto entre a cota da seção e respectiva velocidade ascensional média, através do método dos mínimos quadrados.

4.2.3 Velocidade Ascensional de Bolhas

A formulação para uma equação que descreva a velocidade ascensional de bolhas foi feita através de duas abordagens. A primeira delas busca coeficientes de ajuste para a equação proposta por Richardson e Zaki (1954), já a segunda, avalia a proposta de Schulz (2013).

4.2.3.1 Abordagem 01 – Proposta de Richardson e Zaki (1954)

Utilizando a Equação 20, combinada com as correlações apresentadas nos quadros 2 e 3, foram obtidas diferentes soluções para o valor da velocidade ascensional terminal teórica, de uma bolha isolada, para as mesmas condições simuladas com plumas de bolhas no trabalho de Salla (2006).

Com os valores apresentados por Salla (2006) para velocidade ascensional de plumas de bolhas em quatro diferentes posições da altura da coluna onde é conhecida a respectiva fração local de vazios, e na situação de máxima altura da coluna d'água sobre o injetor, (Anexo C), buscou-se uma correlação semelhante ao proposto por Richardson e Zaki (1954), na forma:

$$\frac{V_p}{V_\infty} = C_1(1 - \phi_{loc})^{C_2} \quad (60)$$

Conhecidos os valores reais dos diâmetros das bolhas (SALLA, 2006), igualou-se a Equação 20 às diferentes correlações do Quadro 2. Cada uma destas equações deu origem a um conjunto de valores de C_D , V_0 e Re , para cada vazão de ar. O valor de Re calculado revelava se a equação selecionada era adequada ao caso avaliado, uma vez que as correlações do Quadro 2 têm aplicação restrita a determinadas faixas de Re .

Sobre os valores de V_0 , foram ainda incididos os coeficientes de parede, calculados para cada equação do Quadro 3, originando finalmente os valores de V_∞ . Ao todo, foram obtidas 54 combinações entre C_D e C_W , para cada vazão de ar.

Uma vez que o cálculo da velocidade ascensional de bolhas isoladas não considera a posição relativa destas dentro da coluna, foi suficiente determinar uma única velocidade de bolhas isoladas para cada vazão de ar e aplicá-la em todas as posições onde foram medidas as velocidades (de plumas), na respectiva vazão de ar, através da relação V_P / V_∞ .

Após a utilização do método dos mínimos quadrados buscando um ajuste geométrico, foram gerados 54 diferentes pares de coeficientes de ajuste C_1 e C_2 (Apêndice D). O ajuste geométrico se trata de uma regressão linear dos logaritmos das variáveis.

O par de coeficientes que resultou no menor erro médio com relação aos dados experimentais foi selecionado como o mais adequado para descrever o fenômeno.

4.2.3.2 Abordagem 02 – Proposta de Schulz (2013)

O mesmo conjunto de dados empregado na Abordagem 01, apresentados por Salla (2006), foi empregado para obter os coeficientes de ajuste à Equação 28, proposta por Schulz (2013).

Adicionalmente à proposta de Schulz (2013) foi incorporado o conceito e fração local de vazios (Equação 61). Essa estratégia permitirá que a equação resultante seja empregada para descrever o perfil de velocidade ascensional, em função da fração de vazios em diferentes pontos da coluna de aeração.

$$V_P = SS_2 \cdot \phi_{loc}^{C_3} (1 - \phi_{loc})^{C_4} \quad (61)$$

Os dados de velocidade ascensional de bolhas em plumas foram plotados em gráficos, em função da fração local de vazios na mesma posição. Através do método dos mínimos quadrados foram obtidos os coeficientes de ajuste para a Equação 61, para as diferentes vazões de ar utilizadas por Salla (2006).

Utilizou-se a média dos conjuntos de coeficientes de ajuste para definir a equação de solução.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Em função das variáveis envolvidas, foram destacadas as 12 correlações para K_La , apresentadas no Quadro 1, dentre as diversas verificadas na literatura científica que concernem a colunas de aeração com bolhas. A viabilidade do cálculo foi o fator preponderante na seleção das mesmas. Lógica semelhante foi empregada na seleção da Equação 5 para o cálculo do “*gas holdup*”.

Os resultados obtidos com cada correlação, bem como as avaliações de erro médio e desvio padrão são apresentados na Tabela 1. Na Figura 11 é apresentado o gráfico da análise da bissetriz para o caso de melhor aderência aos dados experimentais. Mesmo sendo o melhor ajuste, existe uma certa tendência polinomial. Os demais gráficos são apresentados no Apêndice A.

Figura 11 - Comparação K_La calculado (HIKITA et al., 1981) K_La x experimental (SALLA, 2002).

Conforme foi constatado, a correlação proposta por Hikita et al. (1981) apresentou maior aderência aos dados experimentais de Salla (2002), e portanto, foi selecionada como a mais adequada para descrever este processo.

Tabela 1 - Coeficiente volumétrico de transferência de massa segundo diferentes autores

Q (L/h)	$\overline{K_L a}$ (1/s)*	V _s (m/s)	ε_s	$K_L a$ (1/s) segundo diferentes autores					
				Akita e Yoshida (1973)	Akita e Yoshida (1973)	Deckwer; Burckart e Zoll (1974)	Hikita et al. (1981)	Zlakarnik (1981)	Shah; Godbole e Deckwer (1982)
400	0,0049336	0,00307	0,009102	0,013430	0,002088	0,000234	0,004059	0,004853	0,004071
800	0,0073127	0,00615	0,017878	0,021817	0,004388	0,000414	0,006874	0,009706	0,007187
1200	0,0084921	0,00923	0,026346	0,028978	0,006722	0,000577	0,009354	0,014559	0,010021
1600	0,0095645	0,01231	0,034522	0,035442	0,009049	0,000731	0,011641	0,019412	0,012687
2000	0,0103522	0,01538	0,042420	0,041434	0,011351	0,000878	0,013792	0,024265	0,015235
Erro médio				-0,02008	-0,00178	0,00756	-0,00101	-0,00642	-0,00170
Desvio Padrão				5,84E-04	5,26E-06	7,50E-05	4,46E-06	8,33E-05	9,17E-06

Q (L/h)	$\overline{K_L a}$ (1/s)*	V _s (m/s)	ε_s	$K_L a$ (1/s) segundo diferentes autores					
				Zahradnik et al. (1982)	Nguyen-Tien et al. (1985)	Sada et al. (1985)	Zahradnik Kratochvil e Rylek (1985)	Kawase e Moo-Young (1987)	Mandal; Kundu e Mukherjee (2003)
400	0,0049336	0,00307	0,009102	0,005496	0,008093	0,005082	0,005037	0,001095	0,005280
800	0,0073127	0,00615	0,017878	0,009907	0,012875	0,009224	0,010234	0,002165	0,009990
1200	0,0084921	0,00923	0,026346	0,013984	0,016891	0,013072	0,015376	0,003225	0,014507
1600	0,0095645	0,01231	0,034522	0,017858	0,020479	0,016742	0,020422	0,004279	0,018902
2000	0,0103522	0,01538	0,042420	0,021587	0,023778	0,020283	0,025354	0,005329	0,023210
Erro médio				-0,00883	-0,01149	-0,00498	-0,01035	0,00491	-0,00944
Desvio Padrão				5,81E-05	1,03E-04	4,37E-05	9,97E-05	3,05E-05	7,40E-05

Nota: * Coeficiente volumétrico médio de transferência de massa (SALLA, 2002)

É possível verificar, em todas as equações avaliadas, que o valor do coeficiente calculado se afasta dos valores experimentais de Salla (2002), conforme a vazão de ar aumenta.

Esta constatação sugere que o emprego exclusivo da equação da transferência interfacial de massa é mais apropriado para baixas vazões de ar, e

portanto escoamentos de menor turbulência. À medida que os níveis de turbulência aumentam, os transportes advectivo e difusivo de massa passam a ser mais representativos, e modelos que contemplem os demais mecanismos de transporte devem ser empregados, como a Equação 06.

Como os dados experimentais de Salla (2002) não separa as parcelas do fluxo mássico em função da natureza do transporte, uma vez que isso não é nem mesmo exeqüível com o aparato experimental empregado, o desvio entre $K_L a$ calculado e $K_L a$ medido é esperado.

5.2 FRAÇÃO DE VAZIOS

Para a situação de coluna cheia, foram obtidos os valores de $k_1 = 0,052253780936789$ e $k_2 = 0,010078992303215$. Integrando a equação resultante, foram obtidos os volumes totais de cada célula apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Volume total das células discretas

Célula	Volume (m ³)
L ₀	1,28.10 ⁻⁴
L ₁	1,15.10 ⁻⁴
L ₂	1,03.10 ⁻⁴
L ₃	5,10.10 ⁻⁵
L ₄	4,58.10 ⁻⁵
L ₅	2,03.10 ⁻⁵

No Apêndice B são apresentadas todas as planilhas com as informações intermediárias que deram origem aos dados de difusividade apresentados na Tabela 3, a seguir. Os gráficos onde são mostrados os ajustes obtidos com as difusividades da Tabela 3 são apresentados no Apêndice C.

A relação entre as ordens de grandeza das variáveis envolvidas no termo exponencial da Equação 41 sugere a ordem de grandeza da difusividade das

Tabela 3 – Difusividades obtidas e velocidades médias nas diferentes seções, para diferentes alturas da coluna d'água e vazão de ar injetado

Altura da coluna d'água (m)	Q_{AR} (L/h)	Seções (m)							
		0,153		0,568		1,018		1,468	
		D_{BOLHA} (m ² /s)	V_z^* (m/s)	D_{BOLHA} (m ² /s)	V_z^* (m/s)	D_{BOLHA} (m ² /s)	V_z^* (m/s)	D_{BOLHA} (m ² /s)	V_z^* (m/s)
0,3	50	0,00050	0,16						
	100	0,00055	0,17						
	150	0,00047	0,18						
	200	0,00047	0,18						
	250	0,00045	0,19						
	300	0,00043	0,19						
0,6	50	0,00041	0,16	0,00010	0,17				
	100	0,00035	0,17	0,00008	0,18				
	150	0,00039	0,18	0,00013	0,17				
	200	0,00037	0,18	0,00012	0,18				
	250	0,00038	0,19	0,00018	0,18				
	300	0,00037	0,19	0,00019	0,18				
0,9	50	0,00042	0,17	-	0,20				
	100	0,00032	0,17	0,00009	0,20				
	150	0,00033	0,19	0,00010	0,20				
	200	0,00039	0,18	0,00010	0,20				
	250	0,00037	0,19	0,00010	0,20				
	300	0,00037	0,19	0,00009	0,20				
1,2	50	0,00035	0,17	0,00000	0,19	0,00005	0,18		
	100	0,00037	0,17	0,00008	0,19	0,00008	0,19		
	150	0,00038	0,18	0,00023	0,19	0,00017	0,19		
	200	0,00046	0,19	0,00020	0,20	0,00014	0,20		
	250	0,0004	0,19	0,00020	0,20	0,00015	0,20		
	300	0,00037	0,20	0,00018	0,20	0,00013	0,20		
1,5	50	0,00046	0,17	-	0,19	0,00003	0,18	0,00012	0,12
	100	0,00045	0,18	0,00055	0,20	0,00005	0,20	0,00014	0,13
	150	0,00036	0,18	0,00020	0,20	0,00014	0,20	0,00014	0,13
	200	0,00053	0,19	0,00020	0,20	0,00012	0,20	0,00015	0,14
	250	0,00046	0,19	0,00023	0,20	0,00014	0,20	0,00015	0,14
	300	0,00042	0,19	0,00026	0,21	0,00011	0,20	0,00017	0,14
1,8	50	-	0,17		0,20	0,00030	0,19	0,00016	0,19
	100	0,00054	0,18	0,00019	0,20	0,00018	0,19	0,00009	0,19
	150	0,0005	0,18	0,00014	0,20	0,00016	0,20	0,00017	0,20
	200	0,00042	0,19	0,00013	0,20	0,00018	0,20	0,00015	0,20
	250	0,00047	0,19	0,00022	0,20	0,00013	0,21	0,00018	0,20
	300	0,00042	0,20	0,00027	0,20	0,00014	0,21	0,00014	0,21

Legenda: V_z^* refere-se às velocidades ascensionais médias determinadas experimentalmente por Salla (2006)

Nota: As lacunas na tabela referem-se a dados que foram desconsiderados, em função da impossibilidade de ajuste determinações experimentais.

Conhecendo-se essa condição para a difusividade, verificou-se que mesmo na situação em que o termo exponencial tendia à unidade, ou seja, na origem do sistema cartesiano imposto, a concentração de bolhas resultante era aproximadamente 5 vezes maior do que os pontos determinados através dos dados experimentais de Salla (2006).

Desta constatação resultou o coeficiente de ajuste, $\beta = 0,2$, que reduz o termo disperso a uma ordem de grandeza apropriada à realidade observada nas concentrações de bolhas já calculadas, o que permitiu o ajuste aos dados e a determinação de uma correlação para a difusividade.

Uma vez que a velocidade ascensional apresenta pouca variação em relação às diferentes vazões de ar aplicadas, a altura da seção e consequente comprimento da trajetória desenvolvida pelas bolhas, parecem desempenhar papel preponderante na determinação da difusividade das mesmas.

O ajuste obtido para descrever a difusividade das bolhas é apresentado na Equação 62. Na Figura 12 são plotadas as médias do produto $Z \times V_z$, para as diferentes seções analisadas, bem como a equação de ajuste, onde Z corresponde à cota da seção e V_z à velocidade ascensional média das bolhas na mesma seção.

$$D_{BOLHA} = 0,000055 \cdot (Z \cdot V_z)^{-0,544} \quad (62)$$

Dispondo da correlação apresentada na Equação 62, e do coeficiente de ajuste $\beta = 0,2$, a Equação 41 pode ser empregada para descrever a possível distribuição da concentração de bolhas e relativa fração de vazios, em colunas de aeração ou quaisquer escoamentos ascensionais de bolhas submetidas à reflexão.

Figura 12 - Comparação entre as difusividades experimentais de bolhas e o ajuste matemático obtido

5.3 VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS

5.3.1 Abordagem 01 – Proposta de Richardson e Zaki (1954)

Na Tabela 4 são apresentados os coeficientes de arrasto para bolhas isoladas calculados segundo diferentes autores, para as condições experimentais de Salla (2006). Na Tabela 5, por sua vez, são apresentados os coeficientes de parede calculados para as mesmas condições experimentais.

Tabela 4 - Coeficiente de arrasto para esferas isoladas (C_D), calculado segundo diferentes autores

Q (L/h)	Brown e Lawler (2003)	Clift et al. (1978)	Concha e Barrientos (1982)	Flemmer e Banks (1986)	Turton e Levenspiel (1986)	Fair e Geyer (1954)	Khan e Richardson (1987)	Haider e Levenspiel (1989)	Almedeij (2008)
50	0,420	0,438	0,430	0,409	0,411	0,431	0,443	0,412	0,414
100	0,414	0,431	0,424	0,404	0,405	0,426	0,437	0,407	0,413
150	0,409	0,426	0,420	0,401	0,401	0,422	0,431	0,403	0,412
200	0,403	0,417	0,414	0,397	0,395	0,416	0,423	0,398	0,411
250	0,398	0,410	0,409	0,394	0,391	0,411	0,417	0,395	0,411
300	0,396	0,407	0,407	0,393	0,390	0,409	0,414	0,394	0,411

Tabela 5 - Coeficiente de parede para esferas isoladas (C_w), calculado segundo diferentes autores

Q (L/h)	Munroe (1888)*	Landerburg (1907)*	Faxen (1921)*	Lunnon (1928)*	Newton (1931)*	Francis (1933)*
50	0,997	0,962	0,960	0,996	1,000	0,961
100	0,997	0,960	0,958	0,995	1,000	0,958
150	0,997	0,958	0,956	0,995	0,999	0,956
200	0,997	0,954	0,952	0,995	0,999	0,953
250	0,996	0,951	0,949	0,994	0,999	0,949
300	0,996	0,949	0,947	0,994	0,999	0,947

Nota: * *apud* Fidleris e Whitmore (1961)

Com base nos diferentes coeficientes de ajuste calculados, foi obtida a equação, apresentada a seguir, a qual descreve a velocidade ascensional de bolhas em plumas, em função da fração local de vazios e da velocidade ascensional de bolhas isoladas, para $\phi_{loc} \neq 0$. Para emprego nesta equação, ϕ_{loc} pode ser predito através das equações 41 e 57.

$$\frac{V_P}{V_\infty} = 0,49(1 - \phi_{loc})^{1,94} \quad (63)$$

Os coeficientes de ajuste desta equação são os que apresentaram melhor correlação aos dados experimentais. Um resumo dos coeficientes de ajuste calculados é apresentado no Apêndice D.

No gráfico da Figura 13, são plotados os dados da relação V_P/V_∞ segundo os dados experimentais de velocidade ascensionais (SALLA, 2006) e segundo as velocidades calculadas através da Equação 63. A análise do efeito do ajuste sobre as velocidades é favorecido pela análise na forma adimensional, esta forma de apresentação dos dados deixa claro que a bolha perderá velocidade, em relação à velocidade na situação de ascensão isolada, conforme se aumenta a concentração de bolhas.

Figura 13 – Gráfico $\phi_{loc} \times V_P / V_{\infty}$, segundo a abordagem de Richardson e Zaki (1954)

O ajuste obtido trata-se de uma parábola, no entanto, a análise se aplica a um restrito intervalo de valores de fração de vazios, decorrendo em uma função praticamente linear, definida principalmente pelo coeficiente $C_1 = 0,49$.

O comportamento revelado pela Equação 63 mostra que a velocidade ascensional de bolhas tem um decaimento proporcional à fração de vazios, portanto, maiores concentrações de bolhas e consequentes maiores frações de vazios, decorrem em redução da velocidade. Desta forma, uma bolha desenvolverá a trajetória de subida tão mais rápido quanto maior for a distância entre a mesma e as bolhas ao seu redor.

Resultados com a mesma tendência foram obtidos pelos diferentes autores já citados, no entanto, a curva de ajuste proposta por estes, diferem consideravelmente dos dados obtidos neste trabalho, como é mostrado na Figura 14, onde são plotados os valores de V_P , calculados para uma V_{∞} arbitrária de 0,40 m/s.

Figura 14 - Comparação entre diferentes correlações para velocidade ascensional de bolhas

Embora a equação proposta neste trabalho conduza a velocidades inferiores às calculadas através das demais correlações que deram origem ao gráfico da Figura 14, uma vez que as condições experimentais dessa pesquisa voltavam-se principalmente a reproduzir o observado em colunas de aeração com ozônio, obtiveram-se dados em uma faixa de valores pouco abordada pelos autores supracitados, ou seja, vazões de ar e frações de vazios extremamente pequenos. Das características hidrodinâmicas de colunas de aeração com ozônio acredita-se decorrer a razão para a diferença entre os ajustes e faixas de aquisição de dados.

Desta forma, os resultados desta abordagem têm aplicação específica a casos de baixa vazão de ar. O uso das demais equações pode decorrer em velocidades quase duas vezes maiores que as reais neste caso.

Embora a primeira impressão acerca desse parâmetro seja de que a velocidade ascensional de bolhas em plumas irá unicamente aumentar junto com o crescimento da fração de vazios, o gráfico adimensional da Figura 13 mostra que a ascensão de bolhas em plumas resulta de uma composição de efeitos.

A origem de toda a observação reside no aumento da velocidade de bolhas isoladas (V_0) em função do aumento da vazão de ar. Maiores vazões de ar decorrem em maiores diâmetros de bolhas, que por sua vez, de acordo com a Equação 18, decorrem diretamente em maiores valores de V_0 . Além disso, devido ao arrasto das bolhas, o líquido ao redor ganha movimentação ascendente intensa o que faz grande contribuição em aumentar a velocidade das bolhas na linha central vertical. E mais adiante, se considerar o aumento do tamanho das bolhas pela despressurização em decorrência da menor coluna de água na sua subida, tal fato seria outra contribuição ao aumento de velocidade. Há que se considerar a perda de gases que vão se dissolvendo pelo caminho, mas talvez essa contribuição seja pequena devido ao percurso até a superfície ser pequeno e o volume da bolha perdido ser insignificante.

Ocorre, no entanto, que no caso de bolhas em plumas a velocidade de bolhas isoladas recebe um decréscimo em função da presença de outras bolhas ao seu redor. Este decréscimo será maior para meios mais densamente povoados por bolhas.

Note-se, entretanto, que mesmo o decréscimo de V_0 em função do aumento da fração de vazios não é suficiente para gerar um perfil descendente de velocidades, pois ao mesmo tempo em que o aumento da vazão de ar gera maiores frações de vazios e consequente redução de velocidade, gera também bolhas de maiores diâmetros, logo, com maiores V_0 .

Fica claro, portanto, que haverá redução da velocidade em função do aumento da fração de vazios, mas disto não decorre um perfil descendente de velocidades.

O gráfico adimensional (Figura 13) revela um perfil descendente, no entanto, sabe-se que ponto a ponto, tanto ϕ como V_0 serão diferentes, portanto essa tendência decrescente não revela o comportamento global de V_P , ela mostra apenas que o decréscimo será maior em função do aumento da fração de vazios, porém, como dito anteriormente, V_0 é alterado juntamente com a fração de vazios e dessa forma, observa-se um aumento da velocidade como resultante destes fenômenos.

5.3.2 Abordagem 02 – Proposta de Schulz (2013)

Uma análise preliminar da Equação 61 frente ao conjunto de dados, mostra que o coeficiente C_4 tem pouco sentido matemático nesta abordagem. Uma vez que as frações de vazios determinadas por Salla (2006) não superam o valor de 0,015, o termo $(1 - \phi_{loc})^{C_4}$ sempre tenderá à unidade, independente do expoente.

Em função do descrito acima, considerou-se o coeficiente C_4 como sendo igual a 2 em todos os ajustes, preservando as observações de Schulz (2013). Uma análise mais refinada deste coeficiente demanda um conjunto de dados que contemple frações locais de vazios de ordens superiores de grandeza. Na Tabela 6 são apresentados os coeficientes de ajuste obtidos para os conjuntos de dados de Salla (2006).

Tabela 6 - Coeficientes calculados segundo a abordagem de Schulz (2013)

Q (L/h)	SS ₂	C ₃	C ₄
50	0,304	0,088	2
100	0,25	0,056	2
150	0,251	0,053	2
200	0,297	0,084	2
250	0,261	0,057	2
300	0,336	0,113	2
Média	0,283	0,075	2

Utilizando a média dos coeficientes de ajuste obtidos, a Equação 61 assume a seguinte configuração:

$$V_P = 0,283 \cdot \phi_{loc}^{0,075} (1 - \phi_{loc})^2 \quad (64)$$

Na Figura 15 é apresentado um gráfico onde foram plotados os dados de Salla (2006) e a equação de ajuste resultante.

Figura 15 - Relação entre fração local de vazios e velocidade ascensional de bolhas em plumas, segundo a abordagem de Schulz (2013)

O ajuste obtido apresentou boa correlação ao conjunto de dados, no entanto seu uso é limitado, em função da simplificação imposta ao expoente C_4 . Uma ligeira alteração deve ser esperada para os coeficientes SS_2 e C_3 , obtidos nesta abordagem, quando o parâmetro C_4 não estiver fixo.

Às constantes determinadas nesta são incorporados diversos parâmetros conhecidos e desconhecidos. Concentrá-los em uma única variável facilita o cálculo

e garante notadamente bons resultados. No entanto, essa simplificação feita neste trabalho confere um caráter mais generalista à equação.

Estudos com conjuntos de dados, onde todos estes parâmetros sejam conhecidos, permitiriam aprofundar o equacionamento, e gerar correlações para os parâmetros SS_2 , C_3 e C_4 .

Embora o perfil do gráfico seja ascendente, o termo $(1 - \phi)^{C_4}$ mostra que a fração de vazios de fato possui um efeito retardante na ascensão das bolhas. Ocorre, no entanto, que nesta abordagem é acrescentado o termo ϕ^{C_3} , o qual é responsável por uma aceleração em função do aumento na fração de vazios. A resultante dos efeitos destas duas parcelas acelera as bolhas em função do aumento da fração de vazios, para as condições deste experimento.

5.3.3 Considerações acerca das duas abordagens

Ambas as formulações para velocidades ascensionais de bolhas, obtidas neste trabalho, apresentaram resultados semelhantes quanto ao desvio com os dados experimentais.

O conjunto de dados de Salla (2006), a princípio transmite a ideia de que a velocidade irá unicamente aumentar proporcionalmente ao crescimento da fração de vazios, no entanto, ambas as abordagens mostram que um efeito retardante em função do crescimento da fração de vazios também atua sobre as velocidades.

O termo $(1 - \phi)^n$, presente em ambas as formulações, deixa claro que de fato há um retardamento da velocidade ascensional de bolhas em função do aumento da fração de vazios, no entanto, esse retardamento não é suficiente para gerar um perfil descendente ao gráfico da velocidade ascensional de bolhas em plumas em função da fração de vazios. Em outras palavras, o aumento da fração de

vazios decorre em uma suavização no perfil ascendente do gráfico das velocidades ascensionais de bolhas em plumas.

O coeficiente de ajuste do termo supracitado é de difícil determinação em ambas as abordagens, pois para pequenas frações de vazios, $(1 - \phi)^n$ sempre tenderá à unidade, independente do expoente.

Ocorre que na primeira abordagem, a existência de apenas 2 coeficientes de ajuste permitiu uma determinação aproximada de n com mais facilidade, no entanto, as incertezas sobre o seu valor permanecem em voga.

Por este motivo, ambas as equações são indicadas para casos de baixas vazões de ar, e conseqüentemente, pequenas concentração de bolhas e frações de vazios. Dados experimentais com maiores frações vazios permitirão uma análise mais refinada do expoente de $(1 - \phi)^n$.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram ajustadas equações que descrevem variáveis importantes, envolvidas na transferência de oxigênio através de bolhas, a saber: coeficiente volumétrico de transferência de massa, fração e vazios e velocidade ascensional de bolhas, as quais poderão ser usadas em simulação de modelos afins.

O conjunto de equações para o coeficiente volumétrico de transferência de massa deixou evidente que as interpretações divergem acerca das variáveis envolvidas na sua determinação, haja vista a discrepância entre as correlações, fruto de diferentes abordagens, sejam teóricas, empíricas ou semi-empíricas. Decorre, no entanto, que os resultados numéricos destas correlações não diferem na mesma magnitude.

Embora tenha sido verificada a equação cujos resultados estão mais próximos dos dados experimentais, outras equações podem vir a ser utilizadas, sem que com isso seja comprometido seriamente o cálculo do coeficiente de transferência de massa, uma vez que, conforme dito anteriormente, os resultados de algumas delas pouco diferem entre si.

A obtenção da correlação que prevê a difusividade de bolhas em água (Equação 62), de acordo com a velocidade ascensional e altura da seção, revelou a necessidade de um coeficiente empírico à equação gaussiana de distribuição de bolhas. Este coeficiente mostra que mesmo toda a bagagem teórica estatística, base para a distribuição gaussiana empregada, não sobrepuja a fenomenologia complexa deste escoamento turbulento.

A equação ajustada para a velocidade ascensional de bolhas, por sua vez, contribui ao referencial teórico já existente ao avaliar uma condição

experimental específica. Os resultados mostraram que uma única equação não é suficiente para descrever o comportamento das bolhas ascensionais, tendo em vista a notável disparidade entre os dados da literatura com elevadas frações de vazios e os dados desta pesquisa, que pelo contrario, avalia frações de pequena magnitude.

A avaliação global desta pesquisa mostra que embora a análise de parâmetros isolados realizada tenha como principal objetivo viabilizar uma futura modelagem matemática a respeito da transferência de oxigênio em meio hídrico, e que a princípio, espere-se apenas desta informações abrangente sobre este tema, os resultados aqui apresentados possuem aplicações diversas, uma vez que os parâmetros estudados não são exclusivos da aeração por bolhas e a fundamentação teórica empregada na sua obtenção permeava distintos campos do estudo científico.

A seu tempo, cada análise foi desenvolvida sob uma especifica pesquisa bibliográfica, que revelou os nuances de cada parâmetro sob a ótica de fundamentos desassociados entre si.

Percebeu-se que há muita discrepância em termos de modelos empíricos entre os diversos autores. A complexidade de cada parâmetro obtido deixou clara a importância da análise isolada, precedendo a convolução dos mesmos em um único modelo.

Mesmo que as resposta e recomendações apresentadas não forneçam conclusões amplas e definitivas sobre os aspectos envolvidos na transferência de oxigênio em meio hídrico, as considerações pontuais ao entendimento do processo, seja nos resultados obtidos ou na literatura apresentada, sem dúvida, contribuem sobremaneira ao domínio do fenômeno global.

A equação apresentada por Hikita et al. (1981), em conjunto com as equações 41, 62, 63 e 64, obtidas e avaliadas neste trabalho, apresentaram ajustes

que corroboraram os conjuntos de dados, e serão úteis para aplicações posteriores, como a pretendida modelagem.

REFERÊNCIAS

AKITA, K.; YOSHIDA, F. Gas holdup and volumetric mass transfer coefficient in bubble columns. **Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development**, v.12, n.1, p76-80, 1973.

ALMEDEIJ, J. Drag coefficient of flow around a sphere: matching asymptotically the wide trend, **Powder Technology**, v.186, n.3, p.218-223, 2008.

ALVAREZ, E.; CANCELA, M.A.; NAVAZA, J.M.; TABOAS, R. Mass transfer coefficients in batch and continuous regime in a bubble column. In: **International Conference in Distillation and Absorption**, Baden-Baden, German, 2002.

ALVAREZ, E.; CORREA, J.M.; NAVAZA, J.M.; RIVEROL, C. Theoretical prediction of the mass transfer coefficients in bubble columns operating in churn-turbulent flow regime. Study in Newtonian and non-Newtonian fluids under different operation conditions. **Heat and Mass Transfer**, v.37, n.4, p.343-350, 2001.

BALAMURUGAN, S.; LAD, M.D.; GAIKAR, V.G.; PATWARDHAN, A.W. Hydrodynamics and mass transfer characteristics of gas-liquid ejectors. **Chemical Engineering Journal**, v.131, n.1, p.83-103, 2007.

BEHKISH, A.; MEN, Z.; INGA, J.R.; MORSI, B.I. Mass transfer characteristics in a large-scale slurry bubble column reactor with organic liquid mixtures. **Chemical Engineering Science**, v.57, n.16, p.3307-3324, 2002.

BEHZADI, A.; ISSA, R.; RUSCHE, H. Modelling of dispersed bubble and droplet flow at high phase fractions. **Chemical Engineering Science**, v.59, n.4, 759-770, 2004.

BIRD, R.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. **Transport Phenomena**. New York: John Wiley & Sons, 1960.

BROWN, A.I.; SALVATORE, M.M. **Introduction to Heat Transfer**. New York: McGraw-Hill, 1998.

BROWN, P.P.; LAWLER, D.F. Sphere drag and settling velocity revisited, **Journal of Environmental Engineering – ASCE**, v.129, n.3, p.222-231, 2003.

CLIFT, G.W.; GRACE, J.R.; WEBER, M.E. **Bubbles, Drops and Particles**. Londres: Academic Press, Inc., 1978.

CONCHA, F.; BARRIENTOS, A. Settling velocities of particulate systems, 3. Power-series expansion for the drag coefficient of a sphere and prediction of the settling velocity. **International Journal of Mineral Processing**, v.9, n.2, p.167–172, 1982.

DANCKWERTS, P. Significance of liquid film coefficients in gas absorption. **Industrial and Engineering Chemistry**, v.43, n.6, p.1460-1467, 1951.

DECKWER, W.D.; BURCKART, R.; ZOLL, G. Mixing and mass transfer in tall bubble column. **Chemical Engineering Science**, v.29, n.11, p.2177-2188, 1974.

DUDLEY, J. Mass transfer in bubble columns: A comparison of correlations, **Water Research**, v.29, n.4, p.1129-1138, 1995.

FAIR, G.M.; GEYER, J.C. **Water supply and waste water disposal**. New York: Wiley, 1954.

FAN, L.; MATSUURA, A.; CHERN, S. Hydrodynamic characteristics of a gas-liquid-solid fluidized bed containing a binary mixture of particles. **AIChE Journal**, v.31, n.11, p.1801-1810, 1985.

FICK, A. Ueber Diffusion. **Annalen der Physik**, v.170, n.1, p. 59-86, 1855.

FIDLERIS, V.; WHITMORE, R. L. Experimental determination of the wall effect for spheres falling axially in cylindrical vessels. **Brazilian Journal of Applied Physics**, v.12, n.9, p.490-494, 1961.

FLEMMER, R.L.C.; BANKS, C.L. On the drag coefficient of a sphere. **Powder Technology**, v.48, n.3, p.217-221, 1986.

FRANCO, N.J.N. **Aplicação de um modelo de trajetórias na simulação de transportes de radionuclídeos na atmosfera**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2005.

GARNIER, C.; LANCE, M.; MARIE, J.L. Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction, **Experimental Thermal and Fluid Science**, v.26, n.6-7, p.811-815, 2002.

HAIDER, A.; LEVENSPIEL, O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles, **Powder Technology**, v.58, p.63-70, 1989.

HIGBIE, R. The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure. **Journal of American Institute Chemical Engineers**, v.31, p.365-390, 1935.

HIKITA, H.; ASAL, S.; KIKUKAWA, H.; ZALKE, T.; OHUE, M. Heat transfer coefficient in bubble column. **Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development**, v.20, n.3, p.540-545, 1981.

HIKITA, H.; ASAL, S.; TANIGAWA, K.; SEGAWA, K.; KITAO, M. Gas holdup in bubble column. **The Chemical Engineering Journal**, v.20, n.1, p.59-67, 1980.

HILSENRAHL, J.; BECKETT, C.W.; BENEDICT, W.S.; FANO, L.; HOGE, H.J.; MASI, J.F.; NUTTOLL, R.L.; TOULOUKIAN, Y.S.; WOOLLEY, H.W. **National Bureau of Standards Circular 564**. Government Printing Office: Washington, 1955.

HUGHMARK, G.A. Holdup and Mass Transfer in Bubble Columns. **Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development**, v.6, n.2, p.218-220, 1967.

ISHII, M. **One-dimensional drift-flux model and constitutive equations for relative motion between phases in various two-phase flow regimes**, Illinois: Argonne National Laboratory, 1977.

ISHII, M.; ZUBER, N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows, **AIChE Journal**, v.25, n.5, p.843-855, 1979.

KANTARCI, N.; BORAK, F.; ULGEN, K.O. Bubble column reactors. **Process Biochemistry**, v.40, n.7, p.2263-2283, 2005.

KASHINSKY, O.N.; TIMKIN, L.S. Slip velocity measurements in an upward bubbly flow by combined LDA and electrodiffusional techniques, **Experiments in Fluids**, v.26, n.4, p.305-314, 1999.

KAWANO, M. **Desenvolvimento, validação e aplicação de um modelo matemático para dispersão de poluentes atmosféricos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis, 2003.

KAWASE, Y.; MOO-YOUNG, M. Heat transfer in bubble column reactors with Newtonian and non-Newtonian fluids. **Chemical engineering research and design**, v.65, n.2, p.121-126, 1987.

KAWASE, Y.; UMEMO, S.; KUMAGAI, T. The prediction of gas hold-up in bubble column reactors: Newtonian and non-newtonian fluids. **The Chemical Engineering Journal**, v.50, n.1, p.1-7, 1992.

KHAN, A.R.; RICHARDSON, J.F. The resistance to motion of a solid sphere in a fluid, **Chemical Engineering Communications**, v.62, n.1–6, p.135-150, 1987.

KIELY, G. **Environmental Engineering**. Berkshire: McGraw-Hill, 1996.

LEWIS, W.K.; WHITMAN, W.G. Principles of gas absorption. **Industrial and Engineering Chemistry**, v.16, n.12, p.825-833, 1924.

LIU, Z.; ZHENG, Y. A local model for gas-liquid mass transfer in a gas-liquid-solid circulating fluidized bed. **International Journal of Chemical Reactor Engineering**, v.2, n.1, A13, 2004.

MAALEJ, S.; BENADDA, B.; OTTERBEIN, M. Interfacial area and volumetric mass transfer coefficient in a bubble reactor at elevated pressures. **Chemical Engineering Science**, v.58, n.11, p.2365-2376, 2003.

MANDAL, A.; KUNDU, G.; MUKHERJEE, D. Interfacial area and liquid-side volumetric mass transfer coefficient in a downflow bubble column, **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v.81, n.2 , p.212-219, 2003.

MOMESSO, A.M. **Absorção e dessorção de gases através da interface ar-água em sistemas de agitação mecânica**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo: São Carlos, 1996.

NGUYEN-TIEN, K.; PATWARL, A.N.; SCHUMPE, A.; DECKWER, W.D. Gas-liquid Mass Transfer in Fluidized Particle Beds, **AIChE Journal**, v.31, n.2 ,p.194-201, 1985.

PAINMANAKUL, P.; WACHIRASAK J.; JAMNONGWONG, M.; HEBRARD G. Theoretical prediction of volumetric mass transfer coefficient (k_La) for designing an aeration tank, **Engineering Journal**, v.13, p.13-28, 2009.

PORTEZANI, C.H. **Desenvolvimento de método e aplicativo para utilização de modelos na avaliação contínua de concentrações de poluentes atmosféricos**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo: São Carlos, 2010.

RICHARDSON, J.F.; ZAKI, W.N. Sedimentation and fluidization: part I. **Chemical Engineering Research and Design**, v.75, n.3, p.S82-S100, 1954.

ROGHAIR, I.; LAU, Y.M.; DEEN, N.G.; SLAGTER, H.M.; BALTUSSEN, M.W.; VANSINTANNAL, M.; KUIPERS, J.A.M. On the drag force of bubbles in bubble swarms at intermediate and high Reynolds numbers, **Chemical Engineering Science**, v.66, n. 14, p.3204-3211, 2011.

ROMA, W.N.L. **Fenômenos de Transporte para Engenharia**. 2ªed. São Carlos: RIMA, 2006.

RUSCHE, H., ISSA, R. The effect of voidage on the drag force on particles, droplets and bubbles in dispersed two-phase flow. In: **Japanese European Two-Phase Flow Meeting**, Tsukuba, Japan, 2000.

SADA, E.; KATOH, S.; YOSHLL, H.; YAMANLSHL, T.; NAKANLSHL, A. Performance of the Gas Bubble Column in Molten Salt Systems. **Engineering Chemistry Process Design and Development**, v.23, n.1, p.151-154, 1984.

SADA, E.; KUMAZAWA, H.; LEE, C.; N. FUJIWARA, N. Gas-liquid mass transfer characteristics in a bubble column with suspended sparingly soluble fine particles. **Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development**, v.24, n.2, p.255-316, 1985.

SALLA, M.R. **Bases Hidrodinâmicas para Processos de Transferência de Gases em Colunas com Difusores**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo: São Carlos, 2002.

SALLA, M.R. **Sistema de ozonização em esgoto de reator anaeróbio: estudo da hidrodinâmica e das respostas oscilantes de DQO**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo: São Carlos, 2006.

SCHULZ, H.E. **O Essencial em Fenômenos de Transporte**. Projeto Reenge, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

SCHULZ, H.E. **Artigo - Multiphase and Complex Flow** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por: <guilhermევuitik@usp.br>, em: 04 mar. 2013.

SCHULZ, H.E.; ALAMY FILHO, J.E.; VILLELA, S.M. Fundamentals on Equilibrium Concentration Curves for Sedimentation and Diffusion of Particles in Fluids. **Minerva**, v.1, n.1, p.37-43, 2004.

SHAH, Y.T.; GODBOLE, S.P.; DECKWER, W.D. Design parameters estimations for bubble column reactors. **AIChE Journal**, v.28, n.3, p.353-379, 1982.

SIMIANO, M.; ZBORAY, R.; CACHAR, F.; LAKEHAL, D.; YADIGAROGLU, G. Comprehensive experimental investigation of the hydrodynamics of large-scale, 3D, oscillating bubble plumes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 32, n.10, p.1160-1181, 2006.

SIMONNET, M.; GENTRIC, C.; OLMOS, E.; MIDOUX, N. Experimental determination of the drag coefficient in a swarm of bubbles, **Chemical Engineering Science**, v.62, n.3, p.858-866, 2007.

STOKES, G. **Mathematical and physical papers**, v.1, Cambridge: University Press, 1880.

TURNER, D.B. **Workbook of atmospheric dispersion estimates**. New York: Lewis Publishers, 2nd ed., 1994.

TURTON, R.; LEVENSPIEL, O. A short note on the drag correlation for spheres, **Powder Technology**, v.47, n.1, p.83-86, 1986.

UESAWA, S.; KANEKO, A.; ABE, Y. Measurement of void fraction in dispersed bubbly flow containing micro-bubbles with the constant electric current method. **Flow Measurement and Instrumentation**, v.24, p.50-62, 2012.

WEISS, R.F. The solubility of nitrogen, oxygen and argon in water and seawater. **Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts**, v.17, n.4, p.721-735, 1970.

WELLE, R. Void fraction, bubble velocity and bubble size in two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v.11, n.3, p.317-345, 1985.

WEAST, R.C. **Handbook of Chemistry and Physics**. Cleveland : Chemical Rubber, 1969.

WOLDESEMAYAT, M.A.; GHAJAR, A.J. Comparison of void fraction correlations for different flow patterns in horizontal and upward inclined pipes. **International Journal of Multiphase Flow**, v.33, n.4, p. 347-370, 2007.

ZAHRADNÍK, J.; FIALOVÁ, M.; LINEK, V.; SINKULE, J.; ŘEZNÍČKOVÁ, J.; KAŠTÁNEK, F. Dispersion efficiency of ejector-type gas distributors in different operating modes. **Chemical Engineering Science**, v.52, n.24, p.4499-4510, 1997.

ZAHRADNIK, J.; KRATOCHVIL, J.; KASTANEK, F.; RYLEK, M. Hydrodynamic characteristics of gas-liquid beds in contactors with ejector type gas distributors, **Collection of Czechoslovak Chemical Communications**, v.47, n.7, 1939-1949, 1982.

ZAHRADNIK, J.; KRATOCHVIL, J.; RYLEK, M. Gas holdup and interfacial mass transfer in gas-liquid tower contactors with ejector type gas distributors, **Collection of Czechoslovak Chemical Communications**, v.50, n.11, p.2535–2544, 1985.

ZANNETTI, P. **Air Pollution Modelling: theories, computational methods and available software**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990.

ZLAKARNIK, M. Verfahrenstechnische Grundlagen der Reaktorgestaltung, **Acta Biotechnologica**, v.1, n.4, p.311-325, 1981.

APÊNDICE

APÊNDICE A – GRÁFICOS DA COMPARAÇÃO ENTRE K_La CALCULADO E K_La OBTIDO EXPERIMENTALMENTE POR SALLA (2002)

**APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DA
CONCENTRAÇÃO DE BOLHAS NAS CÉLULAS DISCRETAS**

NÍVEL D'ÁGUA = 0,30 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000469	0,000781
100	0,000825	0,000784
150	0,001502	0,000788
200	0,001892	0,000773
250	0,002453	0,000777
300	0,003166	0,000769

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$6,83 \cdot 10^{-7}$	$1,02 \cdot 10^{-7}$	$1,51 \cdot 10^{-8}$	$1,38 \cdot 10^{-10}$	$2,05 \cdot 10^{-11}$	$2,80 \cdot 10^{-14}$
100	$1,20 \cdot 10^{-6}$	$1,80 \cdot 10^{-7}$	$2,69 \cdot 10^{-8}$	$2,50 \cdot 10^{-10}$	$3,74 \cdot 10^{-11}$	$5,20 \cdot 10^{-14}$
150	$2,20 \cdot 10^{-6}$	$3,31 \cdot 10^{-7}$	$4,98 \cdot 10^{-8}$	$4,75 \cdot 10^{-10}$	$7,15 \cdot 10^{-11}$	$1,03 \cdot 10^{-13}$
200	$2,75 \cdot 10^{-6}$	$4,03 \cdot 10^{-7}$	$5,92 \cdot 10^{-8}$	$5,17 \cdot 10^{-10}$	$7,59 \cdot 10^{-11}$	$9,70 \cdot 10^{-14}$
250	$3,57 \cdot 10^{-6}$	$5,26 \cdot 10^{-7}$	$7,76 \cdot 10^{-8}$	$6,91 \cdot 10^{-10}$	$1,02 \cdot 10^{-10}$	$1,34 \cdot 10^{-13}$
300	$4,58 \cdot 10^{-6}$	$6,68 \cdot 10^{-7}$	$9,73 \cdot 10^{-8}$	$8,29 \cdot 10^{-10}$	$1,21 \cdot 10^{-10}$	$1,50 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00532	0,00088	0,00015	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00937	0,00156	0,00026	0,00000	0,00000	0,00000
150	0,01710	0,00287	0,00048	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02138	0,00350	0,00057	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,02776	0,00456	0,00075	0,00001	0,00000	0,00000
300	0,03570	0,00580	0,00094	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$2,00 \cdot 10^6$	$3,31 \cdot 10^5$	$5,48 \cdot 10^4$	$1,02 \cdot 10^3$	$1,68 \cdot 10^2$	$5,19 \cdot 10^{-1}$
100	$1,83 \cdot 10^6$	$3,04 \cdot 10^5$	$5,07 \cdot 10^4$	$9,56 \cdot 10^2$	$1,59 \cdot 10^2$	$5,00 \cdot 10^{-1}$
150	$2,30 \cdot 10^6$	$3,87 \cdot 10^5$	$6,48 \cdot 10^4$	$1,26 \cdot 10^3$	$2,11 \cdot 10^2$	$6,85 \cdot 10^{-1}$
200	$2,22 \cdot 10^6$	$3,63 \cdot 10^5$	$5,94 \cdot 10^4$	$1,05 \cdot 10^3$	$1,72 \cdot 10^2$	$4,97 \cdot 10^{-1}$
250	$2,20 \cdot 10^6$	$3,61 \cdot 10^5$	$5,94 \cdot 10^4$	$1,07 \cdot 10^3$	$1,76 \cdot 10^2$	$5,23 \cdot 10^{-1}$
300	$2,04 \cdot 10^6$	$3,32 \cdot 10^5$	$5,38 \cdot 10^4$	$9,29 \cdot 10^2$	$1,51 \cdot 10^2$	$4,23 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000545	0,000782
100	0,001278	0,000788
150	0,001729	0,000790
200	0,002470	0,000777
250	0,002974	0,000769
300	0,003717	0,000771

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$7,95 \cdot 10^{-7}$	$1,18 \cdot 10^{-7}$	$1,76 \cdot 10^{-8}$	$1,62 \cdot 10^{-10}$	$2,41 \cdot 10^{-11}$	$3,30 \cdot 10^{-14}$
100	$1,87 \cdot 10^{-6}$	$2,81 \cdot 10^{-7}$	$4,22 \cdot 10^{-8}$	$4,01 \cdot 10^{-10}$	$6,02 \cdot 10^{-11}$	$8,60 \cdot 10^{-14}$
150	$2,53 \cdot 10^{-6}$	$3,82 \cdot 10^{-7}$	$5,76 \cdot 10^{-8}$	$5,56 \cdot 10^{-10}$	$8,39 \cdot 10^{-11}$	$1,22 \cdot 10^{-13}$
200	$3,59 \cdot 10^{-6}$	$5,30 \cdot 10^{-7}$	$7,82 \cdot 10^{-8}$	$6,97 \cdot 10^{-10}$	$1,03 \cdot 10^{-10}$	$1,35 \cdot 10^{-13}$
250	$4,31 \cdot 10^{-6}$	$6,27 \cdot 10^{-7}$	$9,12 \cdot 10^{-8}$	$7,74 \cdot 10^{-10}$	$1,13 \cdot 10^{-10}$	$1,39 \cdot 10^{-13}$
300	$5,39 \cdot 10^{-6}$	$7,87 \cdot 10^{-7}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$9,86 \cdot 10^{-10}$	$1,44 \cdot 10^{-10}$	$1,81 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00619	0,00103	0,00017	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01454	0,00244	0,00041	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,01970	0,00331	0,00056	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02795	0,00460	0,00076	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,03352	0,00544	0,00088	0,00002	0,00000	0,00000
300	0,04193	0,00683	0,00111	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$7,56 \cdot 10^5$	$1,25 \cdot 10^5$	$2,08 \cdot 10^4$	$3,87 \cdot 10^2$	$6,42 \cdot 10^1$	$1,99 \cdot 10^{-1}$
100	$1,08 \cdot 10^6$	$1,81 \cdot 10^5$	$3,03 \cdot 10^4$	$5,84 \cdot 10^2$	$9,79 \cdot 10^1$	$3,16 \cdot 10^{-1}$
150	$1,29 \cdot 10^6$	$2,17 \cdot 10^5$	$3,64 \cdot 10^4$	$7,12 \cdot 10^2$	$1,20 \cdot 10^2$	$3,94 \cdot 10^{-1}$
200	$1,43 \cdot 10^6$	$2,36 \cdot 10^5$	$3,88 \cdot 10^4$	$7,00 \cdot 10^2$	$1,15 \cdot 10^2$	$3,41 \cdot 10^{-1}$
250	$1,44 \cdot 10^6$	$2,34 \cdot 10^5$	$3,80 \cdot 10^4$	$6,53 \cdot 10^2$	$1,06 \cdot 10^2$	$2,95 \cdot 10^{-1}$
300	$1,67 \cdot 10^6$	$2,73 \cdot 10^5$	$4,44 \cdot 10^4$	$7,72 \cdot 10^2$	$1,26 \cdot 10^2$	$3,57 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000579	0,000782
100	0,001522	0,000789
150	0,001106	0,001814
200	0,001603	0,001896
250	0,001240	0,003456
300	0,001414	0,003668

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$8,44 \cdot 10^{-7}$	$1,26 \cdot 10^{-7}$	$1,87 \cdot 10^{-8}$	$1,72 \cdot 10^{-10}$	$2,56 \cdot 10^{-11}$	$3,50 \cdot 10^{-14}$
100	$2,23 \cdot 10^{-6}$	$3,36 \cdot 10^{-7}$	$5,06 \cdot 10^{-8}$	$4,86 \cdot 10^{-10}$	$7,32 \cdot 10^{-11}$	$1,06 \cdot 10^{-13}$
150	$2,04 \cdot 10^{-6}$	$7,40 \cdot 10^{-7}$	$2,68 \cdot 10^{-7}$	$3,21 \cdot 10^{-08}$	$1,16 \cdot 10^{-08}$	$5,05 \cdot 10^{-10}$
200	$2,99 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$4,21 \cdot 10^{-7}$	$5,49 \cdot 10^{-08}$	$2,06 \cdot 10^{-08}$	$1,01 \cdot 10^{-09}$
250	$2,52 \cdot 10^{-6}$	$1,41 \cdot 10^{-6}$	$7,93 \cdot 10^{-7}$	$2,39 \cdot 10^{-07}$	$1,34 \cdot 10^{-07}$	$2,27 \cdot 10^{-08}$
300	$2,89 \cdot 10^{-6}$	$1,68 \cdot 10^{-6}$	$9,72 \cdot 10^{-7}$	$3,11 \cdot 10^{-07}$	$1,80 \cdot 10^{-07}$	$3,34 \cdot 10^{-08}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00657	0,00109	0,00018	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01734	0,00291	0,00049	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,01592	0,00642	0,00259	0,00063	0,00025	0,00002
200	0,02328	0,00973	0,00407	0,00108	0,00045	0,00005
250	0,01958	0,01225	0,00767	0,00469	0,00293	0,00112
300	0,02248	0,01454	0,00940	0,00609	0,00394	0,00165

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$8,03 \cdot 10^5$	$1,33 \cdot 10^5$	$2,21 \cdot 10^4$	$4,13 \cdot 10^2$	$6,85 \cdot 10^1$	$2,11 \cdot 10^{-1}$
100	$1,29 \cdot 10^6$	$2,17 \cdot 10^5$	$3,64 \cdot 10^4$	$7,08 \cdot 10^2$	$1,19 \cdot 10^2$	$3,89 \cdot 10^{-1}$
150	$1,04 \cdot 10^6$	$4,20 \cdot 10^5$	$1,69 \cdot 10^5$	$4,12 \cdot 10^4$	$1,66 \cdot 10^4$	$1,63 \cdot 10^3$
200	$1,19 \cdot 10^6$	$4,99 \cdot 10^5$	$2,09 \cdot 10^5$	$5,51 \cdot 10^4$	$2,31 \cdot 10^4$	$2,55 \cdot 10^3$
250	$8,43 \cdot 10^5$	$5,28 \cdot 10^5$	$3,30 \cdot 10^5$	$2,02 \cdot 10^5$	$1,26 \cdot 10^5$	$4,83 \cdot 10^4$
300	$8,98 \cdot 10^5$	$5,80 \cdot 10^5$	$3,75 \cdot 10^5$	$2,43 \cdot 10^5$	$1,57 \cdot 10^5$	$6,59 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000537	0,000782
100	0,001417	0,000789
150	0,002045	0,000774
200	0,002355	0,000776
250	0,003077	0,000769
300	0,003653	0,000770

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$7,82 \cdot 10^{-7}$	$1,16 \cdot 10^{-7}$	$1,73 \cdot 10^{-8}$	$1,59 \cdot 10^{-10}$	$2,37 \cdot 10^{-11}$	$3,20 \cdot 10^{-14}$
100	$2,07 \cdot 10^{-6}$	$3,12 \cdot 10^{-7}$	$4,70 \cdot 10^{-8}$	$4,49 \cdot 10^{-10}$	$6,76 \cdot 10^{-11}$	$9,70 \cdot 10^{-14}$
150	$2,97 \cdot 10^{-6}$	$4,36 \cdot 10^{-7}$	$6,42 \cdot 10^{-8}$	$5,64 \cdot 10^{-10}$	$8,29 \cdot 10^{-11}$	$1,07 \cdot 10^{-13}$
200	$3,42 \cdot 10^{-6}$	$5,05 \cdot 10^{-7}$	$7,44 \cdot 10^{-8}$	$6,60 \cdot 10^{-10}$	$9,74 \cdot 10^{-11}$	$1,27 \cdot 10^{-13}$
250	$4,45 \cdot 10^{-6}$	$6,49 \cdot 10^{-7}$	$9,45 \cdot 10^{-8}$	$8,03 \cdot 10^{-10}$	$1,17 \cdot 10^{-10}$	$1,45 \cdot 10^{-13}$
300	$5,29 \cdot 10^{-6}$	$7,73 \cdot 10^{-7}$	$1,13 \cdot 10^{-7}$	$9,68 \cdot 10^{-10}$	$1,41 \cdot 10^{-10}$	$1,77 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00609	0,00101	0,00017	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01613	0,00271	0,00045	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,02312	0,00379	0,00062	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02664	0,00438	0,00072	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,03468	0,00563	0,00091	0,00002	0,00000	0,00000
300	0,04121	0,00671	0,00109	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$6,18 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^5$	$1,70 \cdot 10^4$	$3,16 \cdot 10^2$	$5,25 \cdot 10^1$	$1,60 \cdot 10^{-1}$
100	$1,04 \cdot 10^6$	$1,75 \cdot 10^5$	$2,94 \cdot 10^4$	$5,70 \cdot 10^2$	$9,56 \cdot 10^1$	$3,10 \cdot 10^{-1}$
150	$1,16 \cdot 10^6$	$1,91 \cdot 10^5$	$3,12 \cdot 10^4$	$5,57 \cdot 10^2$	$9,12 \cdot 10^1$	$2,66 \cdot 10^{-1}$
200	$1,22 \cdot 10^6$	$2,00 \cdot 10^5$	$3,29 \cdot 10^4$	$5,92 \cdot 10^2$	$9,72 \cdot 10^1$	$2,86 \cdot 10^{-1}$
250	$9,27 \cdot 10^5$	$1,50 \cdot 10^5$	$2,44 \cdot 10^4$	$4,21 \cdot 10^2$	$6,83 \cdot 10^1$	$1,91 \cdot 10^{-1}$
300	$1,03 \cdot 10^6$	$1,68 \cdot 10^5$	$2,73 \cdot 10^4$	$4,75 \cdot 10^2$	$7,74 \cdot 10^1$	$2,19 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000787	0,000784
100	0,001349	0,000788
150	0,001905	0,000774
200	0,002389	0,000776
250	0,003153	0,000769
300	0,003976	0,000754

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$1,15 \cdot 10^{-6}$	$1,71 \cdot 10^{-7}$	$2,56 \cdot 10^{-8}$	$2,38 \cdot 10^{-10}$	$3,55 \cdot 10^{-11}$	$4,90 \cdot 10^{-14}$
100	$1,97 \cdot 10^{-6}$	$2,97 \cdot 10^{-7}$	$4,46 \cdot 10^{-8}$	$4,25 \cdot 10^{-10}$	$6,40 \cdot 10^{-11}$	$9,20 \cdot 10^{-14}$
150	$2,76 \cdot 10^{-6}$	$4,06 \cdot 10^{-7}$	$5,96 \cdot 10^{-8}$	$5,21 \cdot 10^{-10}$	$7,65 \cdot 10^{-11}$	$9,80 \cdot 10^{-14}$
200	$3,47 \cdot 10^{-6}$	$5,12 \cdot 10^{-7}$	$7,55 \cdot 10^{-8}$	$6,71 \cdot 10^{-10}$	$9,90 \cdot 10^{-11}$	$1,30 \cdot 10^{-13}$
250	$4,57 \cdot 10^{-6}$	$6,65 \cdot 10^{-7}$	$9,69 \cdot 10^{-8}$	$8,25 \cdot 10^{-10}$	$1,20 \cdot 10^{-10}$	$1,49 \cdot 10^{-13}$
300	$5,71 \cdot 10^{-6}$	$8,11 \cdot 10^{-7}$	$1,15 \cdot 10^{-7}$	$8,92 \cdot 10^{-10}$	$1,27 \cdot 10^{-10}$	$1,39 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00894	0,00149	0,00025	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01536	0,00258	0,00043	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,02152	0,00352	0,00058	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02703	0,00444	0,00073	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,03555	0,00577	0,00094	0,00002	0,00000	0,00000
300	0,04447	0,00704	0,00111	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$9,07 \cdot 10^5$	$1,51 \cdot 10^5$	$2,51 \cdot 10^4$	$4,73 \cdot 10^2$	$7,88 \cdot 10^1$	$2,45 \cdot 10^{-1}$
100	$9,94 \cdot 10^5$	$1,67 \cdot 10^5$	$2,79 \cdot 10^4$	$5,40 \cdot 10^2$	$9,05 \cdot 10^1$	$2,94 \cdot 10^{-1}$
150	$1,08 \cdot 10^6$	$1,77 \cdot 10^5$	$2,90 \cdot 10^4$	$5,14 \cdot 10^2$	$8,41 \cdot 10^1$	$2,43 \cdot 10^{-1}$
200	$1,24 \cdot 10^6$	$2,03 \cdot 10^5$	$3,34 \cdot 10^4$	$6,01 \cdot 10^2$	$9,88 \cdot 10^1$	$2,93 \cdot 10^{-1}$
250	$9,50 \cdot 10^5$	$1,54 \cdot 10^5$	$2,50 \cdot 10^4$	$4,32 \cdot 10^2$	$7,02 \cdot 10^1$	$1,96 \cdot 10^{-1}$
300	$1,11 \cdot 10^6$	$1,76 \cdot 10^5$	$2,79 \cdot 10^4$	$4,38 \cdot 10^2$	$6,93 \cdot 10^1$	$1,72 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000639	0,000782
100	0,001223	0,000787
150	0,001750	0,000790
200	0,001956	0,000774
250	0,002842	0,000768
300	0,003666	0,000770

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$9,31 \cdot 10^{-7}$	$1,39 \cdot 10^{-7}$	$2,07 \cdot 10^{-8}$	$1,91 \cdot 10^{-10}$	$2,84 \cdot 10^{-11}$	$3,90 \cdot 10^{-14}$
100	$1,79 \cdot 10^{-6}$	$2,68 \cdot 10^{-7}$	$4,03 \cdot 10^{-8}$	$3,82 \cdot 10^{-10}$	$5,74 \cdot 10^{-11}$	$8,20 \cdot 10^{-14}$
150	$2,56 \cdot 10^{-6}$	$3,87 \cdot 10^{-7}$	$5,84 \cdot 10^{-8}$	$5,64 \cdot 10^{-10}$	$8,51 \cdot 10^{-11}$	$1,24 \cdot 10^{-13}$
200	$2,84 \cdot 10^{-6}$	$4,17 \cdot 10^{-7}$	$6,12 \cdot 10^{-8}$	$5,37 \cdot 10^{-10}$	$7,88 \cdot 10^{-11}$	$1,01 \cdot 10^{-13}$
250	$4,11 \cdot 10^{-6}$	$5,98 \cdot 10^{-7}$	$8,70 \cdot 10^{-8}$	$7,36 \cdot 10^{-10}$	$1,07 \cdot 10^{-10}$	$1,32 \cdot 10^{-13}$
300	$5,31 \cdot 10^{-6}$	$7,76 \cdot 10^{-7}$	$1,13 \cdot 10^{-7}$	$9,72 \cdot 10^{-10}$	$1,42 \cdot 10^{-10}$	$1,78 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00725	0,00120	0,00020	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01391	0,00233	0,00039	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,01995	0,00336	0,00056	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02210	0,00362	0,00059	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,03202	0,00519	0,00084	0,00001	0,00000	0,00000
300	0,04135	0,00673	0,00110	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$3,59 \cdot 10^5$	$5,96 \cdot 10^4$	$9,89 \cdot 10^3$	$1,85 \cdot 10^2$	$3,07 \cdot 10^1$	$9,52 \cdot 10^{-2}$
100	$6,41 \cdot 10^5$	$1,07 \cdot 10^5$	$1,80 \cdot 10^4$	$3,45 \cdot 10^2$	$5,78 \cdot 10^1$	$1,87 \cdot 10^{-1}$
150	$6,57 \cdot 10^5$	$1,11 \cdot 10^5$	$1,86 \cdot 10^4$	$3,64 \cdot 10^2$	$6,12 \cdot 10^1$	$2,02 \cdot 10^{-1}$
200	$5,74 \cdot 10^5$	$9,39 \cdot 10^4$	$1,54 \cdot 10^4$	$2,73 \cdot 10^2$	$4,47 \cdot 10^1$	$1,29 \cdot 10^{-1}$
250	$7,13 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^5$	$1,87 \cdot 10^4$	$3,21 \cdot 10^2$	$5,21 \cdot 10^1$	$1,45 \cdot 10^{-1}$
300	$8,67 \cdot 10^5$	$1,41 \cdot 10^5$	$2,30 \cdot 10^4$	$3,99 \cdot 10^2$	$6,50 \cdot 10^1$	$1,84 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000030	0,010355
100	0,001498	0,000788
150	0,000577	0,003144
200	0,000878	0,003362
250	0,001071	0,003635
300	0,001466	0,003242

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$7,48 \cdot 10^{-8}$	$6,76 \cdot 10^{-8}$	$6,11 \cdot 10^{-8}$	$3,02 \cdot 10^{-8}$	$2,73 \cdot 10^{-8}$	$1,22 \cdot 10^{-8}$
100	$2,19 \cdot 10^{-6}$	$3,29 \cdot 10^{-7}$	$4,95 \cdot 10^{-8}$	$4,70 \cdot 10^{-10}$	$7,07 \cdot 10^{-11}$	$1,01 \cdot 10^{-3}$
150	$1,16 \cdot 10^{-6}$	$6,16 \cdot 10^{-7}$	$3,28 \cdot 10^{-7}$	$8,94 \cdot 10^{-8}$	$4,75 \cdot 10^{-8}$	$6,90 \cdot 10^{-9}$
200	$1,78 \cdot 10^{-6}$	$9,81 \cdot 10^{-7}$	$5,43 \cdot 10^{-7}$	$1,59 \cdot 10^{-7}$	$8,80 \cdot 10^{-8}$	$1,43 \cdot 10^{-8}$
250	$2,18 \cdot 10^{-6}$	$1,26 \cdot 10^{-6}$	$7,28 \cdot 10^{-7}$	$2,31 \cdot 10^{-7}$	$1,33 \cdot 10^{-7}$	$2,44 \cdot 10^{-8}$
300	$2,95 \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-6}$	$8,66 \cdot 10^{-7}$	$2,44 \cdot 10^{-7}$	$1,32 \cdot 10^{-7}$	$2,02 \cdot 10^{-8}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00058	0,00059	0,00059	0,00059	0,00060	0,00060
100	0,01705	0,00286	0,00048	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,00902	0,00534	0,00317	0,00175	0,00104	0,00034
200	0,01382	0,00852	0,00525	0,00312	0,00192	0,00070
250	0,01701	0,01095	0,00704	0,00452	0,00291	0,00120
300	0,02299	0,01387	0,00837	0,00479	0,00289	0,00100

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$2,88 \cdot 10^4$	$2,90 \cdot 10^4$	$2,92 \cdot 10^4$	$2,93 \cdot 10^4$	$2,95 \cdot 10^4$	$2,98 \cdot 10^4$
100	$7,86 \cdot 10^5$	$1,32 \cdot 10^5$	$2,21 \cdot 10^4$	$4,25 \cdot 10^2$	$7,12 \cdot 10^1$	$2,30 \cdot 10^{-1}$
150	$2,97 \cdot 10^5$	$1,76 \cdot 10^5$	$1,04 \cdot 10^5$	$5,77 \cdot 10^4$	$3,42 \cdot 10^4$	$1,12 \cdot 10^4$
200	$3,59 \cdot 10^5$	$2,21 \cdot 10^5$	$1,36 \cdot 10^5$	$8,10 \cdot 10^4$	$4,99 \cdot 10^4$	$1,83 \cdot 10^4$
250	$3,79 \cdot 10^5$	$2,44 \cdot 10^5$	$1,57 \cdot 10^5$	$1,01 \cdot 10^5$	$6,48 \cdot 10^4$	$2,68 \cdot 10^4$
300	$4,82 \cdot 10^5$	$2,91 \cdot 10^5$	$1,75 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$	$6,06 \cdot 10^4$	$2,09 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000677	0,000783
100	0,000612	0,002398
150	0,000395	0,006226
200	0,000691	0,004837
250	0,000784	0,005434
300	0,001056	0,005096

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$9,87 \cdot 10^{-7}$	$1,47 \cdot 10^{-7}$	$2,19 \cdot 10^{-8}$	$2,03 \cdot 10^{-10}$	$3,03 \cdot 10^{-11}$	$4,20 \cdot 10^{-14}$
100	$1,19 \cdot 10^{-6}$	$5,31 \cdot 10^{-7}$	$2,37 \cdot 10^{-7}$	$4,56 \cdot 10^{-8}$	$2,04 \cdot 10^{-8}$	$1,75 \cdot 10^{-9}$
150	$8,53 \cdot 10^{-7}$	$6,41 \cdot 10^{-7}$	$4,81 \cdot 10^{-7}$	$2,16 \cdot 10^{-7}$	$1,62 \cdot 10^{-7}$	$5,47 \cdot 10^{-8}$
200	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$9,70 \cdot 10^{-7}$	$6,48 \cdot 10^{-7}$	$2,57 \cdot 10^{-7}$	$1,72 \cdot 10^{-7}$	$4,55 \cdot 10^{-8}$
250	$1,67 \cdot 10^{-6}$	$1,18 \cdot 10^{-6}$	$8,31 \cdot 10^{-7}$	$3,52 \cdot 10^{-7}$	$2,48 \cdot 10^{-7}$	$7,42 \cdot 10^{-8}$
300	$2,23 \cdot 10^{-6}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-6}$	$4,28 \cdot 10^{-7}$	$2,93 \cdot 10^{-7}$	$8,22 \cdot 10^{-8}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00768	0,00128	0,00021	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00924	0,00461	0,00230	0,00089	0,00045	0,00009
150	0,00664	0,00556	0,00465	0,00423	0,00354	0,00270
200	0,01129	0,00841	0,00627	0,00504	0,00375	0,00225
250	0,01297	0,01021	0,00804	0,00689	0,00543	0,00366
300	0,01734	0,01325	0,01012	0,00839	0,00641	0,00406

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$3,80 \cdot 10^5$	$6,32 \cdot 10^4$	$1,05 \cdot 10^4$	$1,97 \cdot 10^2$	$3,27 \cdot 10^1$	$1,03 \cdot 10^{-1}$
100	$4,26 \cdot 10^5$	$2,12 \cdot 10^5$	$1,06 \cdot 10^5$	$4,12 \cdot 10^4$	$2,06 \cdot 10^4$	$3,99 \cdot 10^3$
150	$2,19 \cdot 10^5$	$1,83 \cdot 10^5$	$1,53 \cdot 10^5$	$1,39 \cdot 10^5$	$1,17 \cdot 10^5$	$8,89 \cdot 10^4$
200	$2,93 \cdot 10^5$	$2,18 \cdot 10^5$	$1,63 \cdot 10^5$	$1,31 \cdot 10^5$	$9,74 \cdot 10^4$	$5,83 \cdot 10^4$
250	$2,89 \cdot 10^5$	$2,27 \cdot 10^5$	$1,79 \cdot 10^5$	$1,53 \cdot 10^5$	$1,21 \cdot 10^5$	$8,16 \cdot 10^4$
300	$3,63 \cdot 10^5$	$2,78 \cdot 10^5$	$2,12 \cdot 10^5$	$1,76 \cdot 10^5$	$1,34 \cdot 10^5$	$8,50 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000490	0,000781
100	0,000965	0,000785
150	0,001909	0,000774
200	0,001675	0,000790
250	0,002436	0,000776
300	0,003290	0,000769

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$7,14 \cdot 10^{-7}$	$1,06 \cdot 10^{-7}$	$1,58 \cdot 10^{-8}$	$1,45 \cdot 10^{-10}$	$2,15 \cdot 10^{-11}$	$2,90 \cdot 10^{-14}$
100	$1,41 \cdot 10^{-6}$	$2,11 \cdot 10^{-7}$	$3,16 \cdot 10^{-8}$	$2,96 \cdot 10^{-10}$	$4,43 \cdot 10^{-11}$	$6,20 \cdot 10^{-14}$
150	$2,77 \cdot 10^{-6}$	$4,07 \cdot 10^{-7}$	$5,97 \cdot 10^{-8}$	$5,22 \cdot 10^{-10}$	$7,67 \cdot 10^{-11}$	$9,80 \cdot 10^{-14}$
200	$2,45 \cdot 10^{-6}$	$3,70 \cdot 10^{-7}$	$5,57 \cdot 10^{-8}$	$5,36 \cdot 10^{-10}$	$8,08 \cdot 10^{-11}$	$1,17 \cdot 10^{-13}$
250	$3,54 \cdot 10^{-6}$	$5,22 \cdot 10^{-7}$	$7,71 \cdot 10^{-8}$	$6,86 \cdot 10^{-10}$	$1,01 \cdot 10^{-10}$	$1,33 \cdot 10^{-13}$
300	$4,76 \cdot 10^{-6}$	$6,95 \cdot 10^{-7}$	$1,01 \cdot 10^{-7}$	$8,64 \cdot 10^{-10}$	$1,26 \cdot 10^{-10}$	$1,57 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00556	0,00092	0,00015	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,01097	0,00183	0,00031	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,02157	0,00353	0,00058	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,01908	0,00321	0,00054	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,02756	0,00453	0,00075	0,00001	0,00000	0,00000
300	0,03710	0,00603	0,00098	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$2,29 \cdot 10^5$	$3,80 \cdot 10^4$	$6,30 \cdot 10^3$	$1,17 \cdot 10^2$	$1,94 \cdot 10^1$	$5,91 \cdot 10^{-2}$
100	$4,00 \cdot 10^5$	$6,68 \cdot 10^4$	$1,11 \cdot 10^4$	$2,12 \cdot 10^2$	$3,53 \cdot 10^1$	$1,12 \cdot 10^{-1}$
150	$5,40 \cdot 10^5$	$8,84 \cdot 10^4$	$1,45 \cdot 10^4$	$2,57 \cdot 10^2$	$4,20 \cdot 10^1$	$1,21 \cdot 10^{-1}$
200	$3,89 \cdot 10^5$	$6,54 \cdot 10^4$	$1,10 \cdot 10^4$	$2,14 \cdot 10^2$	$3,60 \cdot 10^1$	$1,18 \cdot 10^{-1}$
250	$4,02 \cdot 10^5$	$6,60 \cdot 10^4$	$1,09 \cdot 10^4$	$1,96 \cdot 10^2$	$3,22 \cdot 10^1$	$9,56 \cdot 10^{-2}$
300	$4,84 \cdot 10^5$	$7,87 \cdot 10^4$	$1,28 \cdot 10^4$	$2,21 \cdot 10^2$	$3,59 \cdot 10^1$	$1,01 \cdot 10^{-1}$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000063	0,002574
100	0,000161	0,005355
150	0,000651	0,003191
200	0,000897	0,003044
250	0,000951	0,003632
300	0,000980	0,004427

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$1,24 \cdot 10^{-7}$	$5,81 \cdot 10^{-8}$	$2,73 \cdot 10^{-8}$	$5,80 \cdot 10^{-9}$	$2,72 \cdot 10^{-9}$	$2,72 \cdot 10^{-10}$
100	$3,42 \cdot 10^{-7}$	$2,40 \cdot 10^{-7}$	$1,68 \cdot 10^{-7}$	$7,06 \cdot 10^{-8}$	$4,95 \cdot 10^{-8}$	$1,46 \cdot 10^{-8}$
150	$1,31 \cdot 10^{-6}$	$7,02 \cdot 10^{-7}$	$3,77 \cdot 10^{-7}$	$1,04 \cdot 10^{-7}$	$5,60 \cdot 10^{-8}$	$8,34 \cdot 10^{-9}$
200	$1,79 \cdot 10^{-6}$	$9,36 \cdot 10^{-7}$	$4,88 \cdot 10^{-7}$	$1,28 \cdot 10^{-7}$	$6,70 \cdot 10^{-8}$	$9,19 \cdot 10^{-9}$
250	$1,94 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$	$6,46 \cdot 10^{-7}$	$2,05 \cdot 10^{-7}$	$1,18 \cdot 10^{-7}$	$2,16 \cdot 10^{-8}$
300	$2,04 \cdot 10^{-6}$	$1,30 \cdot 10^{-6}$	$8,34 \cdot 10^{-7}$	$3,12 \cdot 10^{-7}$	$1,99 \cdot 10^{-7}$	$4,77 \cdot 10^{-8}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00096	0,00050	0,00026	0,00011	0,00006	0,00001
100	0,00266	0,00208	0,00163	0,00138	0,00108	0,00072
150	0,01019	0,00609	0,00364	0,00205	0,00122	0,00041
200	0,01396	0,00812	0,00472	0,00252	0,00146	0,00045
250	0,01510	0,00971	0,00625	0,00401	0,00258	0,00107
300	0,01586	0,01131	0,00807	0,00611	0,00436	0,00235

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$3,98 \cdot 10^4$	$2,08 \cdot 10^4$	$1,09 \cdot 10^4$	$4,69 \cdot 10^3$	$2,45 \cdot 10^3$	$5,53 \cdot 10^2$
100	$9,71 \cdot 10^4$	$7,59 \cdot 10^4$	$5,94 \cdot 10^4$	$5,05 \cdot 10^4$	$3,95 \cdot 10^4$	$2,63 \cdot 10^4$
150	$2,55 \cdot 10^5$	$1,53 \cdot 10^5$	$9,12 \cdot 10^4$	$5,13 \cdot 10^4$	$3,07 \cdot 10^4$	$1,03 \cdot 10^4$
200	$2,85 \cdot 10^5$	$1,66 \cdot 10^5$	$9,64 \cdot 10^4$	$5,14 \cdot 10^4$	$2,99 \cdot 10^4$	$9,26 \cdot 10^3$
250	$2,20 \cdot 10^5$	$1,42 \cdot 10^5$	$9,10 \cdot 10^4$	$5,84 \cdot 10^4$	$3,76 \cdot 10^4$	$1,55 \cdot 10^4$
300	$2,07 \cdot 10^5$	$1,48 \cdot 10^5$	$1,05 \cdot 10^5$	$7,97 \cdot 10^4$	$5,68 \cdot 10^4$	$3,07 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,001104	0,000786
100	0,001273	0,000787
150	0,000503	0,003717
200	0,000769	0,003987
250	0,000808	0,004886
300	0,001243	0,004287

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	1,61.10 ⁻⁶	2,42.10 ⁻⁷	3,63.10 ⁻⁸	3,42.10 ⁻¹⁰	5,13.10 ⁻¹¹	7,30.10 ⁻¹⁴
100	1,86.10 ⁻⁶	2,80.10 ⁻⁷	4,20.10 ⁻⁸	3,99.10 ⁻¹⁰	6,00.10 ⁻¹¹	8,60.10 ⁻¹⁴
150	1,03.10 ⁻⁶	6,01.10 ⁻⁷	3,51.10 ⁻⁷	1,14.10 ⁻⁷	6,64.10 ⁻⁸	1,26.10 ⁻⁸
200	1,58.10 ⁻⁶	9,61.10 ⁻⁷	5,83.10 ⁻⁷	2,01.10 ⁻⁷	1,22.10 ⁻⁷	2,54.10 ⁻⁸
250	1,70.10 ⁻⁶	1,14.10 ⁻⁶	7,66.10 ⁻⁷	3,05.10 ⁻⁷	2,05.10 ⁻⁷	5,50.10 ⁻⁸
300	2,58.10 ⁻⁶	1,62.10 ⁻⁶	1,02.10 ⁻⁶	3,73.10 ⁻⁷	2,35.10 ⁻⁷	5,39.10 ⁻⁸

Q (L/h)	Φ _v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,01256	0,00210	0,00035	0,00001	0,00000	0,00000
100	0,01449	0,00243	0,00041	0,00001	0,00000	0,00000
150	0,00800	0,00521	0,00340	0,00223	0,00145	0,00062
200	0,01233	0,00834	0,00564	0,00393	0,00266	0,00125
250	0,01321	0,00989	0,00740	0,00599	0,00448	0,00271
300	0,02007	0,01409	0,00989	0,00731	0,00513	0,00266

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	5,18.10 ⁵	8,67.10 ⁴	1,45.10 ⁴	2,77.10 ²	4,63.10 ¹	1,49.10 ⁻¹
100	5,29.10 ⁵	8,86.10 ⁴	1,48.10 ⁴	2,86.10 ²	4,79.10 ¹	1,55.10 ⁻¹
150	2,01.10 ⁵	1,31.10 ⁵	8,51.10 ⁴	5,58.10 ⁴	3,64.10 ⁴	1,55.10 ⁴
200	2,52.10 ⁵	1,70.10 ⁵	1,15.10 ⁵	8,02.10 ⁴	5,42.10 ⁴	2,56.10 ⁴
250	1,92.10 ⁵	1,44.10 ⁵	1,08.10 ⁵	8,72.10 ⁴	6,53.10 ⁴	3,95.10 ⁴
300	2,62.10 ⁵	1,84.10 ⁵	1,29.10 ⁵	9,54.10 ⁴	6,69.10 ⁴	3,47.10 ⁴

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,468 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000139	0,005034
100	0,000240	0,005410
150	0,000326	0,007813
200	0,000414	0,007986
250	0,000523	0,008646
300	0,000483	0,010691

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$2,92 \cdot 10^{-7}$	$1,99 \cdot 10^{-7}$	$1,36 \cdot 10^{-7}$	$5,50 \cdot 10^{-8}$	$3,75 \cdot 10^{-8}$	$1,04 \cdot 10^{-8}$
100	$5,11 \cdot 10^{-7}$	$3,60 \cdot 10^{-7}$	$2,54 \cdot 10^{-7}$	$1,07 \cdot 10^{-7}$	$7,55 \cdot 10^{-8}$	$2,25 \cdot 10^{-8}$
150	$7,35 \cdot 10^{-7}$	$6,06 \cdot 10^{-7}$	$5,00 \cdot 10^{-7}$	$2,39 \cdot 10^{-7}$	$1,97 \cdot 10^{-7}$	$7,75 \cdot 10^{-8}$
200	$9,39 \cdot 10^{-7}$	$7,80 \cdot 10^{-7}$	$6,48 \cdot 10^{-7}$	$3,11 \cdot 10^{-7}$	$2,59 \cdot 10^{-7}$	$1,03 \cdot 10^{-7}$
250	$1,21 \cdot 10^{-6}$	$1,04 \cdot 10^{-6}$	$8,87 \cdot 10^{-7}$	$4,31 \cdot 10^{-7}$	$3,68 \cdot 10^{-7}$	$1,53 \cdot 10^{-7}$
300	$1,22 \cdot 10^{-6}$	$1,11 \cdot 10^{-6}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$	$5,02 \cdot 10^{-7}$	$4,58 \cdot 10^{-7}$	$2,07 \cdot 10^{-7}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00227	0,00173	0,00131	0,00108	0,00051	0,00082
100	0,00397	0,00312	0,00245	0,00210	0,00111	0,00165
150	0,00572	0,00526	0,00483	0,00468	0,00382	0,00430
200	0,00731	0,00677	0,00627	0,00610	0,00509	0,00565
250	0,00945	0,00900	0,00858	0,00845	0,00755	0,00805
300	0,00950	0,00965	0,00981	0,00985	0,01020	0,01000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$9,38 \cdot 10^4$	$7,13 \cdot 10^4$	$5,41 \cdot 10^4$	$4,45 \cdot 10^4$	$2,11 \cdot 10^4$	$3,38 \cdot 10^4$
100	$1,45 \cdot 10^5$	$1,14 \cdot 10^5$	$8,96 \cdot 10^4$	$7,66 \cdot 10^4$	$4,05 \cdot 10^4$	$6,02 \cdot 10^4$
150	$1,43 \cdot 10^5$	$1,32 \cdot 10^5$	$1,21 \cdot 10^5$	$1,17 \cdot 10^5$	$9,58 \cdot 10^4$	$1,08 \cdot 10^5$
200	$1,49 \cdot 10^5$	$1,38 \cdot 10^5$	$1,28 \cdot 10^5$	$1,24 \cdot 10^5$	$1,04 \cdot 10^5$	$1,15 \cdot 10^5$
250	$1,38 \cdot 10^5$	$1,31 \cdot 10^5$	$1,25 \cdot 10^5$	$1,23 \cdot 10^5$	$1,10 \cdot 10^5$	$1,17 \cdot 10^5$
300	$1,24 \cdot 10^5$	$1,26 \cdot 10^5$	$1,28 \cdot 10^5$	$1,28 \cdot 10^5$	$1,33 \cdot 10^5$	$1,31 \cdot 10^5$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000243	0,000866
100	0,000829	0,000784
150	0,001328	0,000788
200	0,002164	0,000775
250	0,002406	0,000776
300	0,003277	0,000769

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$3,68 \cdot 10^{-7}$	$6,24 \cdot 10^{-8}$	$1,06 \cdot 10^{-8}$	$1,52 \cdot 10^{-10}$	$2,57 \cdot 10^{-11}$	$6,20 \cdot 10^{-14}$
100	$1,21 \cdot 10^{-6}$	$1,81 \cdot 10^{-7}$	$2,70 \cdot 10^{-8}$	$2,52 \cdot 10^{-10}$	$3,76 \cdot 10^{-11}$	$5,20 \cdot 10^{-14}$
150	$1,94 \cdot 10^{-6}$	$2,92 \cdot 10^{-7}$	$4,39 \cdot 10^{-8}$	$4,18 \cdot 10^{-10}$	$6,29 \cdot 10^{-11}$	$9,00 \cdot 10^{-14}$
200	$3,14 \cdot 10^{-6}$	$4,63 \cdot 10^{-7}$	$6,81 \cdot 10^{-8}$	$6,01 \cdot 10^{-10}$	$8,84 \cdot 10^{-11}$	$1,15 \cdot 10^{-13}$
250	$3,50 \cdot 10^{-6}$	$5,16 \cdot 10^{-7}$	$7,61 \cdot 10^{-8}$	$6,76 \cdot 10^{-10}$	$9,98 \cdot 10^{-11}$	$1,31 \cdot 10^{-13}$
300	$4,75 \cdot 10^{-6}$	$6,92 \cdot 10^{-7}$	$1,01 \cdot 10^{-7}$	$8,60 \cdot 10^{-10}$	$1,25 \cdot 10^{-10}$	$1,56 \cdot 10^{-13}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00286	0,00054	0,00010	0,00000	0,00000	0,00000
100	0,00942	0,00157	0,00026	0,00000	0,00000	0,00000
150	0,01512	0,00253	0,00042	0,00001	0,00000	0,00000
200	0,02447	0,00401	0,00066	0,00001	0,00000	0,00000
250	0,02722	0,00448	0,00074	0,00001	0,00000	0,00000
300	0,03695	0,00600	0,00098	0,00002	0,00000	0,00000

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$8,30 \cdot 10^4$	$1,57 \cdot 10^4$	$2,96 \cdot 10^3$	$8,60 \cdot 10^1$	$1,63 \cdot 10^1$	$8,86 \cdot 10^{-2}$
100	$2,30 \cdot 10^5$	$3,82 \cdot 10^4$	$6,37 \cdot 10^3$	$1,20 \cdot 10^2$	$2,00 \cdot 10^1$	$6,25 \cdot 10^{-2}$
150	$3,19 \cdot 10^5$	$5,35 \cdot 10^4$	$8,96 \cdot 10^3$	$1,73 \cdot 10^2$	$2,90 \cdot 10^1$	$9,37 \cdot 10^{-2}$
200	$4,02 \cdot 10^5$	$6,60 \cdot 10^4$	$1,08 \cdot 10^4$	$1,94 \cdot 10^2$	$3,17 \cdot 10^1$	$9,33 \cdot 10^{-2}$
250	$3,59 \cdot 10^5$	$5,91 \cdot 10^4$	$9,71 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^2$	$2,88 \cdot 10^1$	$8,53 \cdot 10^{-2}$
300	$4,41 \cdot 10^5$	$7,16 \cdot 10^4$	$1,16 \cdot 10^4$	$2,01 \cdot 10^2$	$3,27 \cdot 10^1$	$9,18 \cdot 10^{-2}$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000001	0,002188
100	0,000477	0,002321
150	0,001055	0,001587
200	0,001583	0,001529
250	0,000997	0,002745
300	0,000931	0,003850

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$6,16 \cdot 10^{-8}$	$6,12 \cdot 10^{-8}$	$6,07 \cdot 10^{-8}$	$3,02 \cdot 10^{-8}$	$3,00 \cdot 10^{-8}$	$1,48 \cdot 10^{-8}$
100	$9,21 \cdot 10^{-7}$	$4,03 \cdot 10^{-7}$	$1,76 \cdot 10^{-7}$	$3,22 \cdot 10^{-8}$	$1,41 \cdot 10^{-8}$	$1,13 \cdot 10^{-9}$
150	$1,90 \cdot 10^{-6}$	$6,13 \cdot 10^{-7}$	$1,98 \cdot 10^{-7}$	$1,80 \cdot 10^{-8}$	$5,81 \cdot 10^{-9}$	$1,71 \cdot 10^{-10}$
200	$2,83 \cdot 10^{-6}$	$8,82 \cdot 10^{-7}$	$2,75 \cdot 10^{-7}$	$2,31 \cdot 10^{-8}$	$7,20 \cdot 10^{-9}$	$1,88 \cdot 10^{-10}$
250	$1,97 \cdot 10^{-6}$	$9,64 \cdot 10^{-7}$	$4,72 \cdot 10^{-7}$	$1,09 \cdot 10^{-7}$	$5,34 \cdot 10^{-8}$	$6,06 \cdot 10^{-9}$
300	$1,91 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-6}$	$6,77 \cdot 10^{-7}$	$2,26 \cdot 10^{-7}$	$1,35 \cdot 10^{-7}$	$2,68 \cdot 10^{-8}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00048	0,00053	0,00059	0,00059	0,00065	0,00073
100	0,00717	0,00349	0,00170	0,00063	0,00031	0,00006
150	0,01479	0,00532	0,00191	0,00035	0,00013	0,00001
200	0,02200	0,00765	0,00266	0,00045	0,00016	0,00001
250	0,01533	0,00836	0,00456	0,00214	0,00117	0,00030
300	0,01487	0,00987	0,00655	0,00443	0,00294	0,00132

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$1,39 \cdot 10^4$	$1,54 \cdot 10^4$	$1,70 \cdot 10^4$	$1,71 \cdot 10^4$	$1,90 \cdot 10^4$	$2,12 \cdot 10^4$
100	$1,75 \cdot 10^5$	$8,51 \cdot 10^4$	$4,15 \cdot 10^4$	$1,54 \cdot 10^4$	$7,49 \cdot 10^3$	$1,35 \cdot 10^3$
150	$3,12 \cdot 10^5$	$1,12 \cdot 10^5$	$4,04 \cdot 10^4$	$7,45 \cdot 10^3$	$2,68 \cdot 10^3$	$1,78 \cdot 10^2$
200	$3,62 \cdot 10^5$	$1,26 \cdot 10^5$	$4,37 \cdot 10^4$	$7,43 \cdot 10^3$	$2,58 \cdot 10^3$	$1,53 \cdot 10^2$
250	$2,02 \cdot 10^5$	$1,10 \cdot 10^5$	$6,02 \cdot 10^4$	$2,83 \cdot 10^4$	$1,54 \cdot 10^4$	$3,95 \cdot 10^3$
300	$1,77 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$7,81 \cdot 10^4$	$5,29 \cdot 10^4$	$3,51 \cdot 10^4$	$1,58 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000076	0,006869
100	0,000261	0,005696
150	0,000433	0,005216
200	0,000510	0,006232
250	0,000949	0,004169
300	0,000982	0,005357

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$1,66 \cdot 10^{-7}$	$1,30 \cdot 10^{-7}$	$1,02 \cdot 10^{-7}$	$4,73 \cdot 10^{-8}$	$1,34 \cdot 10^{-8}$	$3,70 \cdot 10^{-8}$
100	$5,57 \cdot 10^{-7}$	$4,02 \cdot 10^{-7}$	$2,90 \cdot 10^{-7}$	$1,26 \cdot 10^{-7}$	$2,83 \cdot 10^{-8}$	$9,07 \cdot 10^{-8}$
150	$9,15 \cdot 10^{-7}$	$6,34 \cdot 10^{-7}$	$4,39 \cdot 10^{-7}$	$1,82 \cdot 10^{-7}$	$3,62 \cdot 10^{-8}$	$1,26 \cdot 10^{-7}$
200	$1,10 \cdot 10^{-6}$	$8,28 \cdot 10^{-7}$	$6,22 \cdot 10^{-7}$	$2,79 \cdot 10^{-7}$	$7,08 \cdot 10^{-8}$	$2,10 \cdot 10^{-7}$
250	$1,96 \cdot 10^{-6}$	$1,22 \cdot 10^{-6}$	$7,56 \cdot 10^{-7}$	$2,70 \cdot 10^{-7}$	$3,71 \cdot 10^{-8}$	$1,67 \cdot 10^{-7}$
300	$2,08 \cdot 10^{-6}$	$1,46 \cdot 10^{-6}$	$1,03 \cdot 10^{-6}$	$4,31 \cdot 10^{-7}$	$8,91 \cdot 10^{-8}$	$3,02 \cdot 10^{-7}$

Q (L/h)	ϕ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00129	0,00113	0,00099	0,00093	0,00081	0,00066
100	0,00434	0,00349	0,00281	0,00246	0,00198	0,00140
150	0,00712	0,00550	0,00425	0,00357	0,00275	0,00179
200	0,00857	0,00718	0,00601	0,00547	0,00458	0,00349
250	0,01527	0,01057	0,00731	0,00529	0,00366	0,00183
300	0,01621	0,01268	0,00991	0,00844	0,00660	0,00440

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$3,75 \cdot 10^4$	$3,27 \cdot 10^4$	$2,86 \cdot 10^4$	$2,68 \cdot 10^4$	$2,34 \cdot 10^4$	$1,92 \cdot 10^4$
100	$1,06 \cdot 10^5$	$8,50 \cdot 10^4$	$6,84 \cdot 10^4$	$6,00 \cdot 10^4$	$4,83 \cdot 10^4$	$3,40 \cdot 10^4$
150	$1,50 \cdot 10^5$	$1,16 \cdot 10^5$	$8,97 \cdot 10^4$	$7,53 \cdot 10^4$	$5,81 \cdot 10^4$	$3,77 \cdot 10^4$
200	$1,41 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$9,88 \cdot 10^4$	$8,99 \cdot 10^4$	$7,53 \cdot 10^4$	$5,74 \cdot 10^4$
250	$2,02 \cdot 10^5$	$1,39 \cdot 10^5$	$9,65 \cdot 10^4$	$6,98 \cdot 10^4$	$4,83 \cdot 10^4$	$2,42 \cdot 10^4$
300	$1,93 \cdot 10^5$	$1,51 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	$1,01 \cdot 10^5$	$7,87 \cdot 10^4$	$5,24 \cdot 10^4$

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,468 m

Q (L/h)	Solução do Sistema	
	K ₁	K ₂
50	0,000102	0,004618
100	0,000384	0,002639
150	0,000282	0,006977
200	0,000406	0,007080
250	0,000422	0,008244
300	0,000634	0,000634

Q (L/h)	V _{AR} (m ²)					
	0	1	2	3	4	5
50	$2,14 \cdot 10^{-7}$	$1,40 \cdot 10^{-7}$	$9,14 \cdot 10^{-8}$	$3,52 \cdot 10^{-8}$	$2,30 \cdot 10^{-8}$	$5,78 \cdot 10^{-9}$
100	$7,54 \cdot 10^{-7}$	$3,60 \cdot 10^{-7}$	$1,72 \cdot 10^{-7}$	$3,77 \cdot 10^{-8}$	$1,80 \cdot 10^{-8}$	$1,89 \cdot 10^{-9}$
150	$6,21 \cdot 10^{-7}$	$4,90 \cdot 10^{-7}$	$3,86 \cdot 10^{-7}$	$1,80 \cdot 10^{-7}$	$1,42 \cdot 10^{-7}$	$5,19 \cdot 10^{-8}$
200	$8,97 \cdot 10^{-7}$	$7,12 \cdot 10^{-7}$	$5,64 \cdot 10^{-7}$	$2,64 \cdot 10^{-7}$	$2,09 \cdot 10^{-7}$	$7,75 \cdot 10^{-8}$
250	$9,66 \cdot 10^{-7}$	$8,12 \cdot 10^{-7}$	$6,83 \cdot 10^{-7}$	$3,29 \cdot 10^{-7}$	$2,77 \cdot 10^{-7}$	$1,12 \cdot 10^{-7}$
300	$1,45 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-6}$	$1,03 \cdot 10^{-6}$	$5,00 \cdot 10^{-7}$	$4,21 \cdot 10^{-7}$	$1,72 \cdot 10^{-7}$

Q (L/h)	Φ_v					
	0	1	2	3	4	5
50	0,00167	0,00121	0,00088	0,00069	0,00050	0,00029
100	0,00587	0,00312	0,00166	0,00074	0,00039	0,00009
150	0,00484	0,00425	0,00373	0,00352	0,00309	0,00256
200	0,00699	0,00617	0,00546	0,00517	0,00457	0,00382
250	0,00752	0,00705	0,00660	0,00646	0,00605	0,00554
300	0,01132	0,01064	0,01000	0,00979	0,00921	0,00847

Q (L/h)	C _B (nº bolhas / m ³)					
	0	1	2	3	4	5
50	$4,83 \cdot 10^4$	$3,52 \cdot 10^4$	$2,56 \cdot 10^4$	$2,00 \cdot 10^4$	$1,45 \cdot 10^4$	$8,26 \cdot 10^3$
100	$1,43 \cdot 10^5$	$7,60 \cdot 10^4$	$4,04 \cdot 10^4$	$1,80 \cdot 10^4$	$9,58 \cdot 10^3$	$2,27 \cdot 10^3$
150	$1,02 \cdot 10^5$	$8,96 \cdot 10^4$	$7,87 \cdot 10^4$	$7,43 \cdot 10^4$	$6,52 \cdot 10^4$	$5,41 \cdot 10^4$
200	$1,15 \cdot 10^5$	$1,01 \cdot 10^5$	$8,97 \cdot 10^4$	$8,49 \cdot 10^4$	$7,51 \cdot 10^4$	$6,28 \cdot 10^4$
250	$9,93 \cdot 10^4$	$9,30 \cdot 10^4$	$8,72 \cdot 10^4$	$8,52 \cdot 10^4$	$7,99 \cdot 10^4$	$7,32 \cdot 10^4$
300	$1,35 \cdot 10^5$	$1,27 \cdot 10^5$	$1,19 \cdot 10^5$	$1,17 \cdot 10^5$	$1,10 \cdot 10^5$	$1,01 \cdot 10^5$

APÊNDICE C – GRÁFICOS DE AJUSTE DA CONCENTRAÇÃO DE BOLHAS

NÍVEL D'ÁGUA = 0,30 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— Cb ajustada
—♦— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— Cb ajustada

◆ Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,568 m

Legenda:
— Cb ajustada
—♦— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— C_B ajustada

◆ C_B calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,568 m

Legenda:
— Cb ajustada
— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— Cb ajustada

◆ Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,568 m

Legenda:
— Cb ajustada
— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 1,018 m

Legenda:

— Cb ajustada

◆ Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— Cb ajustada
— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,568 m

Legenda:

— Cb ajustada

— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,018 m

Legenda:

— Cb ajustada
— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,468 m

Legenda:

— Cb ajustada

— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,153 m

Legenda:

— Cb ajustada
— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,568 m

Legenda:

— Cb ajustada

— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,018 m

Legenda:

— Cb ajustada
—♦— Cb calculada

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,468 m

Legenda:

— Cb ajustada

— Cb calculada

**APÊNDICE D – COEFICIENTES DE AJUSTE CALCULADOS PARA A EQUAÇÃO
DA VELOCIDADE ASCENCIONAL DE BOLHAS**

C_D	C_W	C_1	C_2	C_W	C_1	C_2
Fair e Geyer (1954)	Munroe (1888)	0,49	2,17	Lunnon (1928)	0,49	2,16
Clift et al. (1978)		0,49	3,11		0,50	3,10
Concha e Barrientos (1982)		0,49	2,33		0,49	2,32
Flemmer e Banks (1986)		0,48	1,61		0,48	1,60
Turton e Levenspiel (1986)		0,48	2,14		0,48	2,13
Khan e Richardson (1987)		0,50	2,91		0,50	2,91
Haider e Levenspiel (1989)		0,48	1,92		0,48	1,91
Brow e Lawer (2003)		0,48	2,47		0,48	2,46
Almedeij (2008)		0,48	0,19		0,48	0,19
Fair e Geyer (1954)	Landerburg (1907)	0,51	1,13	Newton (1931)	0,49	2,27
Clift et al. (1978)		0,51	2,06		0,49	3,20
Concha e Barrientos (1982)		0,51	1,28		0,49	2,42
Flemmer e Banks (1986)		0,50	0,56		0,48	1,70
Turton e Levenspiel (1986)		0,50	1,10		0,48	2,23
Khan e Richardson (1987)		0,52	1,87		0,50	3,01
Haider e Levenspiel (1989)		0,50	0,87		0,48	2,01
Brow e Lawer (2003)		1,43	0,50		0,48	2,57
Almedeij (2008)		0,50	-0,85		0,48	0,29
Fair e Geyer (1954)	Faxen (1921)	0,51	1,01	Francis (1933)	0,51	1,03
Clift et al. (1978)		0,51	1,95		0,51	1,97
Concha e Barrientos (1982)		0,51	1,17		0,51	1,19
Flemmer e Banks (1986)		0,50	0,45		0,50	0,47
Turton e Levenspiel (1986)		0,50	0,98		0,50	1,00
Khan e Richardson (1987)		0,52	1,75		0,52	1,77
Haider e Levenspiel (1989)		0,50	0,76		0,50	0,78
Brow e Lawer (2003)		0,50	1,31		0,50	1,33
Almedeij (2008)		0,53	5,68		0,50	-0,95

ANEXOS

ANEXO A – DEDUÇÃO ELABORADA POR SCHULZ (2013) PARA A VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS EM PLUMAS (ADAPTADO)

Com base na dedução de Schulz e Alamy Filho (2005) e Schulz, Alamy Filho e Villela (2004):

$$V_p = V_0(1 - \phi) \quad (1A)$$

Schulz e Alamy (2005) mostram que a velocidade de referência pode ser função da fração de vazios. A forma da função depende de como a análise está sendo conduzida e quais são os parâmetros interferentes.

Um parâmetro que é de fundamental importância na análise dos fenômenos que ocorrem em colunas de bolhas, é a pressão. Qualquer bolha está sob uma pressão que é a soma da pressão atmosférica e da pressão estática do líquido sobre ela. Sem considerar efeitos menos relevantes, o volume é dependente da pressão segundo a bem conhecida lei:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (2A)$$

Considerando o fenômeno isotérmico, a pressão atmosférica e hidrostática, tem-se:

$$(p_0 + \rho gh) \frac{4}{3} \pi R_1^2 = (p_0) \frac{4}{3} \pi R_2^2 \quad (3A)$$

Isso produz imediatamente:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left[\frac{(p_0 + \rho gh)}{p_0} \right]^{1/3} \quad (4A)$$

A fração volumétrica pode ser definida como:

$$\phi = \frac{\text{Volume das bolhas}}{\text{Volume total}} \quad (5A)$$

Para o fundo da coluna, é válida a expressão:

$$\phi_1 = \frac{n \frac{4}{3} \pi R_1^3}{\text{Volume total}} \quad (6A)$$

Para a superfície da coluna, vale:

$$\phi_2 = \frac{n \frac{4}{3} \pi R_2^3}{Volume\ total} \quad (7A)$$

Para uma posição genérica:

$$\phi = \frac{n \frac{4}{3} \pi r^3}{Volume\ total} \quad (8A)$$

Dividindo a Equação 7A pela 6A:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{\phi_2}{\phi_1} \right)^{1/3} \quad (9A)$$

Ou seja, há uma relação direta entre o raio das bolhas e a fração de vazios, quando se utiliza um mesmo volume de referência que se desloca.

Dividindo a Equação 8A pela 6A:

$$r = SS\phi^{1/3} \quad (10A)$$

Onde SS é uma constante de proporcionalidade que significa Suspension –Sedimentation.

Segundo a lei de Stokes para velocidade, sabe-se que esferas em escoamento turbulento possuem C_D constante. Neste caso, a velocidade tem essa relação básica:

$$V_0 = SS_1 r^{1/2} \quad (11A)$$

Onde SS_1 é uma nova constante de proporcionalidade.

As equações 10A e 11A produzem de forma imediata:

$$V_0 = SS_2 \phi^{1/6} \quad (12A)$$

Adicionalmente, as equações 1A e 12A resultam em:

$$V_p = SS_2 \phi^{1/6} (1 - \phi) \quad (13A)$$

Portanto, com considerações embasadas fisicamente foi possível mostrar a forma esperada da velocidade de ascensão das bolhas.

A relação entre pressão, volume e temperatura vale para um volume que se conserva. No caso de uma coluna de aeração utilizada para pesquisa, se a concentração de oxigênio no líquido corresponde à de saturação e se a pressão parcial de oxigênio no interior da bolha for tal que haja equilíbrio para a concentração de saturação, a massa se manterá. Se, por outro lado, a concentração de oxigênio for menor que a de saturação no líquido e a pressão parcial de oxigênio na bolha for aquela que leva à concentração de saturação, então a massa de oxigênio da bolha diminuirá, o que tem consequências no volume da bolha, e a relação entre velocidade e fração de vazios pode envolver um expoente médio menor que 1/6.

Outra hipótese é que se a concentração de oxigênio no líquido for tal que gere na interface uma condição de pressão parcial maior que a pressão parcial de oxigênio na bolha, a massa de oxigênio da bolha aumentará, havendo novamente consequências no volume da bolha, podendo haver um expoente médio maior que 1/6 na relação entre o diâmetro e a fração de vazios.

Portanto, pode haver expoentes diferentes do valor 1/6.

Neste momento, há o interesse de se determinar os coeficientes e expoentes SS_2 , A e B da equação:

$$V_p = SS_2 \phi^A (1 - \phi)^B \quad (13A)$$

Referências

SCHULZ, H.E.; ALAMY FILHO, J.E.; VILLELA, S.M. Fundamentals on Equilibrium Concentration Curves for Sedimentation and Diffusion of Particles in Fluids. **Minerva**, v.1, n.1, p.37-43, 2004.

SCHULZ, H.E.; ALAMY FILHO, J.E. Velocidade de Sedimentação para Conjuntos de Partículas e sua Dependência para com a Concentração de Sedimentos – Uma Abordagem Partindo da Quantificação da Energia Cinética. **Ciência & Engenharia**, v.15, n.2, p.99-105, 2005.

ANEXO B – COEFICIENTE VOLUMÉTRICO DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Q_{AR} (L/h)	h (m)	$K_L a$ (min^{-1})	T ($^{\circ}\text{C}$)	$K_L a$ 20 $^{\circ}\text{C}$ (min^{-1})
400	0,5	0,368227	26,55	0,3152470
	0,6	0,366518	25,70	0,3201736
	0,8	0,375885	26,80	0,3199008
	1,0	0,338019	25,60	0,2959793
	1,2	0,312265	26,80	0,2657563
	1,4	0,340708	25,85	0,2965703
	1,6	0,298215	24,05	0,2709035
	1,8	0,323911	25,60	0,2836259
800	0,5	0,505792	28,45	0,4139399
	0,6	0,534905	28,40	0,4382854
	0,8	0,505192	28,15	0,4164011
	1,0	0,565047	27,85	0,4690616
	1,2	0,527626	25,80	0,4598185
	1,4	0,490878	25,80	0,4277931
	1,6	0,515212	25,95	0,4474054
	1,8	0,501931	25,80	0,4374257
1200	0,5	0,665117	28,30	0,5462713
	0,6	0,591024	27,05	0,5000235
	0,8	0,602308	27,25	0,5071588
	1,0	0,641615	27,90	0,5319917
	1,2	0,599964	28,45	0,4910103
	1,4	0,615044	27,35	0,5166560
	1,6	0,569462	27,80	0,4732876
	1,8	0,631864	29,05	0,5098108
1600	0,5	0,654254	25,60	0,5728839
	0,6	0,673440	23,60	0,6183282
	0,8	0,627300	23,85	0,5725593
	1,0	0,647040	24,75	0,5781045
	1,2	0,661467	25,25	0,5840277
	1,4	0,515822	24,35	0,4652593
	1,6	0,731691	24,75	0,6537368
	1,8	0,634070	26,30	0,5460689
2000	0,5	0,719668	27,10	0,6081385
	0,6	0,646527	26,00	0,5607728
	0,8	0,763057	24,70	0,6825700
	1,0	0,723374	23,95	0,6586854
	1,2	0,676096	25,40	0,5948242
	1,4	0,628742	23,90	0,5731953
	1,6	0,718373	24,40	0,6471876
	1,8	0,710306	24,15	0,6437254

Fonte: Salla (2002)

ANEXO C – DADOS EXPERIMENTAIS DA INVESTIGAÇÃO COM RAIOS GAMA E VELOCIDADE ASCENSIONAL DE BOLHAS

NÍVEL D'ÁGUA = 0,30 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	0,055	0,000	0,000	0,0000	0,0000	0,0029	0,0000	0,0000
100	0,000	0,000	0,090	0,014	0,000	0,0000	0,0000	0,0047	0,0010	0,0000
150	0,000	0,000	0,167	0,020	0,000	0,0000	0,0000	0,0088	0,0010	0,0000
200	0,000	0,000	0,201	0,040	0,000	0,0000	0,0000	0,0106	0,0020	0,0000
250	0,000	0,000	0,269	0,036	0,000	0,0000	0,0000	0,0141	0,0020	0,0000
300	0,000	0,000	0,322	0,094	0,000	0,0000	0,0000	0,0170	0,0050	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	160,028	0,000	0,000
100	0,000	0,000	174,027	0,000	0,000
150	0,000	0,000	180,901	0,000	0,000
200	0,000	0,000	180,009	0,000	0,000
250	0,000	0,000	191,116	0,000	0,000
300	0,000	0,000	192,373	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	0,068	0,000	0,000	0,000	0,002	0,001	0,001	0,000
100	0,000	0,056	0,096	0,055	0,000	0,000	0,001	0,006	0,002	0,000
150	0,005	0,064	0,132	0,065	0,001	0,000	0,002	0,008	0,001	0,000
200	0,008	0,115	0,171	0,115	0,004	0,000	0,003	0,011	0,002	0,000
250	0,053	0,154	0,22	0,136	0,052	0,000	0,003	0,013	0,004	0,000
300	0,073	0,174	0,271	0,172	0,068	0,000	0,005	0,016	0,003	0,000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	157,360	0,000	0,000
100	0,000	0,000	167,719	0,000	0,000
150	0,000	0,000	176,100	0,000	0,000
200	0,000	0,000	179,092	0,000	0,000
250	0,000	0,000	190,795	0,000	0,000
300	0,000	0,000	189,820	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 0,60 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	L_B (cm)					ϕ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	0,068	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	0,000
100	0,000	0,056	0,096	0,055	0,000	0,000	0,003	0,005	0,003	0,000
150	0,005	0,064	0,132	0,065	0,001	0,000	0,003	0,007	0,003	0,000
200	0,008	0,115	0,171	0,115	0,004	0,000	0,006	0,009	0,006	0,000
250	0,053	0,154	0,22	0,136	0,052	0,003	0,008	0,012	0,007	0,003
300	0,073	0,174	0,271	0,172	0,068	0,004	0,009	0,014	0,009	0,004

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	167,468	136,757	0,000
100	0,000	135,595	175,673	148,149	0,000
150	0,000	155,109	174,112	160,688	0,000
200	133,468	159,516	175,416	163,349	0,000
250	0,000	162,666	179,365	163,524	127,310
300	134,982	168,899	179,298	166,052	138,883

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,002	0,061	0,000	0,000	0,0000	0,0001	0,0032	0,0000	0,0000
100	0,000	0,028	0,123	0,032	0,000	0,0000	0,0015	0,0065	0,0017	0,0000
150	0,000	0,041	0,177	0,042	0,000	0,0000	0,0021	0,0093	0,0022	0,0000
200	0,000	0,035	0,217	0,047	0,000	0,0000	0,0018	0,0114	0,0025	0,0000
250	0,000	0,028	0,296	0,069	0,000	0,0000	0,0015	0,0156	0,0036	0,0000
300	0,000	0,054	0,327	0,090	0,000	0,0000	0,0029	0,0172	0,0047	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	168,762	0,000	0,000
100	0,000	0,000	173,793	0,000	0,000
150	0,000	0,000	189,423	0,000	0,000
200	0,000	0,000	181,003	0,000	0,000
250	0,000	0,000	189,916	0,000	0,000
300	0,000	0,000	189,894	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 0,90 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,037	0,035	0,041	0,000	0,0000	0,0019	0,0019	0,0022	0,0000
100	0,000	0,069	0,056	0,068	0,000	0,0000	0,0036	0,0029	0,0036	0,0000
150	0,000	0,088	0,090	0,089	0,000	0,0000	0,0046	0,0047	0,0047	0,0000
200	0,000	0,099	0,129	0,103	0,000	0,0000	0,0052	0,0068	0,0054	0,0000
250	0,000	0,149	0,142	0,153	0,000	0,0000	0,0078	0,0075	0,0080	0,0000
300	0,000	0,178	0,200	0,163	0,000	0,0000	0,0094	0,0105	0,0086	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	125,309	195,308	157,042	164,428
100	0,000	176,318	195,377	177,427	164,300
150	0,000	186,732	196,796	183,055	164,213
200	0,000	190,666	197,971	188,310	166,701
250	0,000	191,463	200,996	190,986	170,524
300	0,000	194,264	204,105	189,360	169,721

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,031	0,038	0,012	0,000	0,0000	0,0016	0,0020	0,0006	0,0000
100	0,000	0,015	0,105	0,048	0,000	0,0000	0,0008	0,0055	0,0025	0,0000
150	0,000	0,026	0,158	0,045	0,000	0,0000	0,0014	0,0083	0,0024	0,0000
200	0,000	0,000	0,192	0,073	0,000	0,0000	0,0000	0,0101	0,0038	0,0000
250	0,000	0,036	0,254	0,082	0,000	0,0000	0,0019	0,0134	0,0043	0,0000
300	0,000	0,053	0,320	0,109	0,000	0,0000	0,0028	0,0169	0,0057	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	171,960	0,000	0,000
100	0,000	0,000	174,543	0,000	0,000
150	0,000	0,000	182,851	0,000	0,000
200	0,000	0,000	188,466	0,000	0,000
250	0,000	0,000	189,081	0,000	0,000
300	0,000	0,000	196,049	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,017	0,005	0,020	0,006	0,000	0,0009	0,0003	0,0010	0,0003	0,0000
100	0,000	0,063	0,082	0,063	0,000	0,0000	0,0033	0,0043	0,0033	0,0000
150	0,025	0,058	0,102	0,059	0,005	0,0013	0,0030	0,0054	0,0031	0,0003
200	0,044	0,118	0,128	0,119	0,015	0,0023	0,0062	0,0068	0,0063	0,0008
250	0,064	0,144	0,179	0,152	0,030	0,0034	0,0076	0,0094	0,0080	0,0016
300	0,055	0,190	0,208	0,193	0,044	0,0029	0,0100	0,0109	0,0102	0,0023

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	132,226	187,592	134,789	163,127
100	0,000	146,349	192,337	172,099	162,384
150	0,000	183,440	194,974	177,110	164,287
200	0,000	187,023	198,788	178,736	164,304
250	0,000	188,588	203,858	184,552	174,367
300	0,000	192,015	202,103	185,204	174,051

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,20 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,021	0,043	0,031	0,000	0,0000	0,0011	0,0022	0,0016	0,0000
100	0,008	0,042	0,088	0,059	0,006	0,0004	0,0022	0,0046	0,0031	0,0003
150	0,068	0,073	0,113	0,097	0,065	0,0036	0,0038	0,0059	0,0051	0,0034
200	0,069	0,098	0,177	0,110	0,072	0,0036	0,0052	0,0093	0,0058	0,0038
250	0,104	0,150	0,187	0,154	0,098	0,0055	0,0079	0,0098	0,0081	0,0052
300	0,115	0,209	0,209	0,219	0,130	0,0060	0,0110	0,0110	0,0115	0,0068

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	131,536	183,376	130,625	0,000
100	0,000	154,211	193,395	173,521	0,000
150	0,000	178,131	193,992	180,019	135,353
200	0,000	186,971	195,177	184,237	153,472
250	136,870	193,055	201,685	185,402	157,176
300	137,208	192,795	203,724	189,354	178,450

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,006	0,040	0,023	0,000	0,0000	0,0003	0,0021	0,0012	0,0000
100	0,000	0,001	0,091	0,043	0,000	0,0000	0,0001	0,0048	0,0023	0,0000
150	0,000	0,028	0,162	0,066	0,000	0,0000	0,0015	0,0085	0,0035	0,0000
200	0,000	0,023	0,155	0,039	0,000	0,0000	0,0012	0,0082	0,0021	0,0000
250	0,000	0,005	0,235	0,090	0,000	0,0000	0,0003	0,0123	0,0047	0,0000
300	0,000	0,056	0,277	0,101	0,000	0,0000	0,0030	0,0146	0,0053	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	167,330	0,000	0,000
100	0,000	0,000	177,060	0,000	0,000
150	0,000	0,000	183,970	0,000	0,000
200	0,000	0,000	186,574	0,000	0,000
250	0,000	0,000	191,546	0,000	0,000
300	0,000	0,000	192,332	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	0,016	0,003	0,003	0,0000	0,0000	0,0009	0,0002	0,0002
100	0,020	0,039	0,024	0,042	0,021	0,0010	0,0021	0,0013	0,0022	0,0011
150	0,020	0,080	0,096	0,081	0,025	0,0011	0,0042	0,0051	0,0042	0,0013
200	0,022	0,105	0,129	0,105	0,033	0,0011	0,0055	0,0068	0,0055	0,0017
250	0,046	0,116	0,182	0,112	0,048	0,0024	0,0061	0,0096	0,0059	0,0025
300	0,078	0,142	0,216	0,150	0,086	0,0041	0,0075	0,0114	0,0079	0,0045

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	141,450	194,628	152,004	156,166
100	0,000	161,296	195,283	170,262	164,783
150	0,000	163,374	200,172	183,714	163,590
200	0,000	174,370	198,180	189,111	171,004
250	0,000	178,731	203,450	191,532	172,647
300	0,000	190,709	206,343	192,687	172,759

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,052	0,051	0,054	0,000	0,0000	0,0027	0,0027	0,0028	0,0000
100	0,000	0,044	0,078	0,056	0,000	0,0000	0,0023	0,0041	0,0029	0,0000
150	0,027	0,075	0,076	0,080	0,025	0,0014	0,0040	0,0040	0,0042	0,0013
200	0,048	0,114	0,140	0,113	0,050	0,0025	0,0060	0,0074	0,0060	0,0026
250	0,083	0,165	0,140	0,168	0,085	0,0044	0,0087	0,0074	0,0088	0,0045
300	0,094	0,206	0,224	0,209	0,096	0,0049	0,0108	0,0118	0,0110	0,0051

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	128,277	182,833	152,619	0,000
100	0,000	164,711	197,200	182,829	0,000
150	0,000	168,592	199,621	183,792	151,961
200	0,000	177,298	203,376	186,845	164,200
250	0,000	194,676	202,910	183,474	165,468
300	146,767	195,546	203,469	191,181	182,433

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,50 m
SEÇÃO = 1,468 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,017	0,023	0,039	0,013	0,012	0,0009	0,0012	0,0021	0,0007	0,0006
100	0,033	0,033	0,070	0,047	0,027	0,0017	0,0017	0,0037	0,0025	0,0014
150	0,087	0,090	0,114	0,064	0,071	0,0046	0,0048	0,0060	0,0034	0,0037
200	0,111	0,133	0,119	0,107	0,100	0,0059	0,0070	0,0062	0,0056	0,0053
250	0,167	0,168	0,180	0,132	0,125	0,0088	0,0088	0,0095	0,0070	0,0066
300	0,203	0,197	0,193	0,147	0,164	0,0107	0,0104	0,0101	0,0077	0,0086

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	124,577	0,000	0,000
100	0,000	0,000	131,274	0,000	0,000
150	0,000	134,754	133,820	0,000	127,713
200	0,000	138,322	135,399	0,000	132,915
250	0,000	138,708	135,822	0,000	134,137
300	0,000	139,520	139,052	0,000	134,054

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,153 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,0000	0,0000	0,0300	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0016	0,0000	0,0000
100	0,0000	0,0350	0,0590	0,0070	0,0000	0,0000	0,0018	0,0031	0,0003	0,0000
150	0,0000	0,0430	0,1060	0,0150	0,0000	0,0000	0,0022	0,0056	0,0008	0,0000
200	0,0000	0,0560	0,1840	0,0260	0,0000	0,0000	0,0030	0,0097	0,0013	0,0000
250	0,0000	0,0190	0,2300	0,0650	0,0000	0,0000	0,0010	0,0121	0,0034	0,0000
300	0,0000	0,0560	0,2820	0,0880	0,0000	0,0000	0,0030	0,0148	0,0046	0,0000

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	171,549	0,000	0,000
100	0,000	0,000	176,984	0,000	0,000
150	0,000	0,000	182,852	0,000	0,000
200	0,000	0,000	185,822	0,000	0,000
250	0,000	0,000	194,854	0,000	0,000
300	0,000	0,000	195,111	0,000	0,000

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 0,568 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,0140	0,0170	0,0000	0,0170	0,0130	0,0007	0,0009	0,0000	0,0009	0,0007
100	0,0030	0,0590	0,0330	0,0580	0,0090	0,0002	0,0031	0,0017	0,0030	0,0005
150	0,0000	0,0690	0,0930	0,0680	0,0050	0,0000	0,0036	0,0049	0,0036	0,0003
200	0,0000	0,1030	0,1300	0,1050	0,0060	0,0000	0,0054	0,0068	0,0055	0,0003
250	0,0150	0,1210	0,1070	0,1270	0,0300	0,0008	0,0064	0,0056	0,0067	0,0016
300	0,0540	0,1270	0,1690	0,1370	0,0530	0,0029	0,0067	0,0089	0,0072	0,0028

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	197,110	134,342	162,032
100	0,000	164,964	197,453	135,284	163,850
150	0,000	181,033	198,404	185,749	164,918
200	0,000	179,900	198,671	190,790	168,957
250	0,000	181,597	200,615	191,526	171,264
300	0,000	183,421	202,931	194,873	172,921

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,018 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,0150	0,0000	0,0400	0,0180	0,0160	0,0008	0,0000	0,0021	0,0010	0,0008
100	0,0370	0,0270	0,0950	0,0430	0,0380	0,0020	0,0014	0,0050	0,0023	0,0020
150	0,0500	0,0570	0,1250	0,0770	0,0550	0,0026	0,0030	0,0066	0,0041	0,0029
200	0,0860	0,0860	0,1650	0,1040	0,0880	0,0045	0,0045	0,0087	0,0055	0,0046
250	0,0550	0,1370	0,1840	0,1540	0,0920	0,0029	0,0072	0,0097	0,0081	0,0048
300	0,1190	0,1720	0,2450	0,1900	0,1340	0,0063	0,0090	0,0129	0,0100	0,0071

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	0,000	189,703	166,102	0,000
100	0,000	162,185	192,382	175,854	0,000
150	0,000	171,328	195,294	183,586	0,000
200	0,000	186,722	201,328	186,001	141,855
250	128,043	190,779	205,124	189,108	169,569
300	130,959	192,626	205,086	189,025	183,667

Fonte: Salla (2006)

NÍVEL D'ÁGUA = 1,80 m
SEÇÃO = 1,468 m

Q (L/h)	L_B (cm)					Φ_{loc}				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,0140	0,0330	0,0000	0,0280	0,0000	0,0007	0,0017	0,0000	0,0015	0,0000
100	0,0100	0,0390	0,0470	0,0450	0,0000	0,0005	0,0020	0,0025	0,0024	0,0000
150	0,0690	0,0570	0,0840	0,0880	0,0380	0,0036	0,0030	0,0044	0,0046	0,0020
200	0,1050	0,0930	0,1260	0,1020	0,0500	0,0055	0,0049	0,0066	0,0054	0,0026
250	0,1380	0,1310	0,1340	0,1110	0,0690	0,0073	0,0069	0,0070	0,0058	0,0036
300	0,1870	0,1820	0,2040	0,1980	0,1510	0,0098	0,0096	0,0108	0,0104	0,0080

Q (L/h)	V (mm/s)				
	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
50	0,000	159,648	188,753	168,475	0,000
100	0,000	161,647	193,522	173,854	0,000
150	0,000	172,468	196,485	184,687	140,518
200	0,000	187,649	202,555	187,315	142,645
250	126,354	191,758	204,879	190,006	168,884
300	131,543	194,317	207,353	190,542	179,646

Fonte: Salla (2006)

ANEXO D – DIÂMETRO MÉDIO DE BOLHAS ASCENSIONAIS

Q (L/h)	Altura da coluna d'água (m)					
	0,30	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80
	Diâmetro (mm)					
50	1,72	2,5	2,66	3,38	3,59	4,04
100	2,14	2,95	3,09	3,46	3,74	4,28
150	2,42	3,08	3,36	3,87	4,24	4,49
200	2,64	3,34	3,47	4,19	4,54	4,88
250	2,89	3,54	4,15	4,41	5,08	5,25
300	3,22	3,63	4,24	4,5	5,27	5,43

Fonte: Salla (2006)