Antonio Sérgio Bento Moreira

NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO E NIVELAMENTO
GEOMÉTRICO CLASSE IIN DA NBR 13.133: LIMITES E
CONDIÇÕES DE COMPATIBILIDADE

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para a obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Civil: Transportes.

Orientador: Prof. Associado Paulo César Lima Segantine

São Carlos
2003

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M838n Moreira, Antonio Sérgio Bento
 Nivelamento trigonométrico e nivelamento geométrico
 classe IIN da NBR 13.133 : limites e condições de
 compatibilidade / Antonio Sérgio Bento Moreira. -- São
 Carlos, 2003.

 Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
 São Carlos-Universidade de São Paulo, 2003.

 Área: Transportes.

 Orientador: Prof. Assoc. Paulo César Lima
 Segantine.

 1. Nivelamento trigonométrico. 2. Nivelamento.
 3. Estação total. 4. Erro em nivelamento. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANTONIO SÉRGIO BENTO MOREIRA**

Dissertação defendida e julgada em 31-07-2003 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Assoc. **PAULO CÉSAR LIMA SEGANTINE** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **RICARDO ERNESTO SCHAAL**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **SEGUNDO CARLOS LOPES**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Aprovado

Prof. Assoc. **JOSÉ REYNALDO ANSELMO SETTI**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Transportes

p/ Prof. Assoc. **MURILO ARAÚJO ROMERO**
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação da
EESC, em exercício

Dedicatória

Aos meus pais José (*in memoriam*) e Haydê pelo amor e dedicação

Às minhas irmãs Neta, Cínthia, Celma, Tina e Lú

À minha querida esposa Sandra

Agradecimentos

À Deus por tudo...

Ao Prof. Dr. Paulo Cesar Lima Segantine pela oportunidade, orientação e sugestões durante a realização deste trabalho;

À minha esposa Sandra pela compreensão e incentivo nos momentos difíceis e por seu exemplo de ética, profissionalismo e humildade;

Ao Prof. Dr. Segundo Carlos Lopes pelo empréstimo do nível NI07;

Ao Prof. Dr. Irineu da Silva pelo empréstimo da estação total TC307;

À Autovias S.A. por permitir realizar os trabalhos de campo às margens da rodovia SP-318, sob sua concessão;

Aos funcionários do Departamento de Transportes da Escola de Engenharia de São Carlos pela presteza e convivência;

Aos Professores Fausto Soares de Andrade Júnior e Artur Caldas Brandão, da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia, pelo incentivo e encorajamento ao iniciar esta jornada;

Aos amigos do *forquinho* Maurício, Uchoa, Tule, Genival e do *fornão* Geraldo, Artur, Anderson, Flávia e Shirley pela preciosa colaboração nos trabalhos de campo e especialmente a Uchôa e Tule pela leitura e sugestões deste trabalho;

Aos colegas e novos amigos conquistados neste período pela convivência alegre e harmoniosa;

Aos amigos Pami e Lili pelo apoio e carinho numa etapa precedente e indispensável a esta;

À minha família e amigos da Bahia, por estarem sempre torcendo pelo meu êxito;

Aos amigos Rogério, Kioko, Camila, Edgard, Pierre, Patrícia e Elce pela convivência e por proporcionarem momentos que ajudaram a amenizar as saudades;

Aos amigos e colegas da Caesb pelo aprendizado, companheirismo e excelente convivência;

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela bolsa de estudo concedida.

Resumo

MOREIRA, A.S.B. (2003). NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO E NIVELAMENTO GEOMÉTRICO CLASSE IIN DA NBR 13.133: LIMITES E CONDIÇÕES DE COMPATIBILIDADE. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

O nivelamento trigonométrico com estação total é uma técnica que tem sua aplicação revigorada em situações que até pouco tempo atrás, por razões de precisão, somente podiam ser atendidas com uso de nivelamento geométrico. A NBR 13.133 inclui este tipo de nivelamento em uma única classe e estabelece tolerâncias muito altas, e por essa razão limita a sua especificação por empresas contratantes. Neste trabalho, avaliou-se a precisão do nivelamento trigonométrico usando estações totais de baixa e média precisão, comparando as diferenças de níveis obtidos por nivelamento geométrico. Na avaliação foram consideradas as influências de alguns fatores na propagação dos erros: a obtenção da altura do instrumento, os efeitos atmosférico, o posicionamento e altura dos alvos, a precisão dos equipamentos e as distâncias de visadas. Os resultados possibilitaram definir as distâncias máximas de visada nas condições avaliadas, em que alcança a tolerância do nivelamento geométrico IIN.

Palavras-chave: nivelamento trigonométrico, nivelamento, estação total, erro em nivelamento.

Abstract

MOREIRA, A.S.B. (2003). TRIGONOMETRICAL LEVELING AND LEVELING CLASS IIN OF NBR 13.133: COMPATIBILITY LIMITS AND CONDITIONS. Dissertation (Master's degree) - School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2003.

The trigonometrical leveling with total station is a technique that has been increased in situations in that even some time, for reasons of precision, the use of the leveling was demanded. The NBR 13.133 includes this trigonometrical leveling in a single class and it establishes very high tolerances, and for that reason it limits its specification for contracting companies. The precision of the trigonometrical leveling was evaluated using total stations of low and intermediate precision, comparing the differences of levels obtained by leveling. In the evaluation the influences of some factors were considered in the propagation of the errors: the instrument height determination, the atmospheric effects, the positioning and staff height determination, the precision of the equipments and the distances of staff. The results made possible to define the sight maximum distances in the evaluated conditions, in that it reaches the IIN tolerance leveling.

Keywords: trigonometrical leveling, leveling, total station, error in leveling.

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Superfícies utilizadas na Geodésia e Topografia.....	6
Figura 2.2 - Superfícies de nível e vertical do lugar.	7
Figura 2.3 - Superfícies equipotenciais não paralelas.	8
Figura 3.1 - Elementos do nivelamento.	16
Figura 3.2 - Ilustração do nivelamento geométrico.....	17
Figura 4.1 - Ilustração do nivelamento trigonométrico com visada unilateral.	27
Figura 4.2 - Ilustração de um lance de nivelamento trigonométrico “Leap-frog”	30
Figura 4.3 - Ângulo de refração vertical.	34
Figura 5.1 - Relação entre a altura geométrica e a altitude ortométrica.....	49
Figura 7.1 - Ilustração esquemática da seção de estudo.....	58
Figura 7.2 - Vista da seção com o nível entre os pontos P7 e P8 e a mira em P7.....	58
Figura 7.3 - Detalhe da materialização dos pontos.	59
Figura 7.4 - Nível NI 007.....	60
Figura 7.5 - Sistema GPS	61
Figura 7.6 - Estações totais usada no nivelamento trigonométrico.....	63
Figura 7.7 - Obtenção da altura por nivelamento.....	64
Figura 7.8 - Prisma em bastão apoiado com bipé.	65
Figura 7.9 - Ilustração da estratégia para o nivelamento trigonométrico.....	66
Figura 8.1 - Detalhe do posicionamento do “zero de referência” da trena no ponto.	72
Figura 8.2 - Altura da linha de visada da estação P9 ao ponto PS2.....	73
Figura 9.1 - Modelo de planilha usada nos cálculos das cotas.....	98

Lista de Gráficos

Gráfico 8.1 - Diferença dos desníveis do nivelamento e contranivelamento.....	70
Gráfico 8.2 - Diferença de altura do instrumento medida por trena e nivelada	72
Gráfico 8.3 - Média dos erros padrões do nivelamento com TC400 e TC307	75
Gráfico 8.4 - Diferença média x distância x combinação - TC400.....	76
Gráfico 8.5 - Diferença média x distância x combinação - TC307	77
Gráfico 8.6 - Erro do nivelamento trigonométrico e tolerância do nivelamento geométrico IIN	79
Gráfico 8.7 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C15 - TC307 ...	80
Gráfico 8.8 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C15 - TC400 ...	80
Gráfico 8.9 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C4 - TC400	81
Gráfico 8.10 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C4 - TC400 ...	81
Gráfico 9.1 - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C15.....	91
Gráfico 9.2 - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C4.....	94

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Erro de leitura devido a verticalidade da mira.	20
Tabela 3.2 - Erro máximo por visada em função da tolerância	26
Tabela 4.1 - Coeficiente de refração	36
Tabela 4.2 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e umidade....	37
Tabela 4.3 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e pressão	38
Tabela 4.4 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e pressão	38
Tabela 4.5 - Valor do desnível em função da distância, correção e ângulo vertical.....	39
Tabela 4.6 - Valores de correção da curvatura e refração	40
Tabela 4.7 - Diferença da correção para valores de k	40
Tabela 4.8 - Erro limite por visada.....	43
Tabela 4.9 - Erros em visadas unilaterais - Estação total de média precisão	44
Tabela 4.10 - Erros em visadas unilaterais - Estação total de baixa precisão	44
Tabela 4.11 - Erros em Leap-frog - Estação total de baixa precisão	45
Tabela 4.12 - Erros em Leap-frog - Estação total de média precisão	45
Tabela 4.13 - Erro limite por visada para o nivelamento Leap-frog.....	47
Tabela 6.1 - Classificação dos níveis.	53
Tabela 6.2 - Classificação das estações totais	53
Tabela 6.3 - Classificação dos nivelamento	54
Tabela 6.4 - Especificações para nivelamento geométrico geodésico	55
Tabela 7.1 - Número de pontos nivelados x distância de visada.....	66

Tabela 7.2 - Combinação das diferentes condições para o cálculo do nivelamento trigonométrico	67
Tabela 7.3 - Pontos de estação e alvo nos cálculos do Leap-frog.....	68
Tabela 8.1 - Resultados do nivelamento geométrico	70
Tabela 8.2 - Coordenadas geodésicas	70
Tabela 8.3 - Altura geométrica e altitude ortométrica	71
Tabela 8.4 - Diferença entre altura do instrumento medida à trena e por nivelamento ..	72
Tabela 8.5 - Altura da linha de visada em relação ao solo.....	73
Tabela 8.6 - Erro padrão x distância x condição avaliada - TC400	74
Tabela 8.7 - Erro padrão x distância x condição avaliada - TC307	75
Tabela 8.8 - Distâncias de visadas obtidas dos Gráficos 8.7, 8.8, 8.9 e 8.10.....	78
Tabela 8.9 - Nivelamento de uma seção com Leap-frog.....	82
Tabela 8.10 - Erros observado no nivelamento Leap-frog.....	83
Tabela 9.1 - Condição do tempo durante o levantamento de campo - TC400	97
Tabela 9.2 - Condição do tempo durante o levantamento de campo - TC307	97
Tabela 9.3 - Umidade relativa do ar.	98

Lista de Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas;
DNER	Departamento Nacional de Estradas e Rodagem;
DNIT	Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes;
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos;
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária;
EPUSP	Escola Politécnica da USP;
GPS	Global Positioning System;
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística;
IS	Instrução de Serviço;
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics;
MBG-92	Mapa Geoidal do Brasil - 1992;
MED	Medidor Eletrônico de Distâncias
NBR	Norma Brasileira Registrada;
RN	Referencia de Nível;
RRNN	Plural de Referência de Nível;
SAD-69	South American Datum - 1969;
SBG	Sistema Geodésico Brasileiro;
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos;
USP	Universidade de São Paulo;
WGS-84	World Geodetic System – 1984;

Sumário

RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	ii
LISTA DE FIGURAS.....	iii
LISTA DE GRÁFICOS.....	iv
LISTA DE TABELAS.....	v
LISTA DE SIGLAS.....	vii
SUMÁRIO.....	viii
 1 INTRODUÇÃO	 1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Justificativa.....	2
1.3 Objetivo	3
 2 REFERÊNCIAS DE NÍVEIS.....	 5
2.1 Superfícies de Referência.....	5
2.2 O Campo de Gravidade e Superfície Equipotencial	6
2.3 Geóide e o Nível Médio dos Mares	8
2.4 Tipos de Alturas	9
2.4.1 Alturas do tipo geométrico.	10
2.4.1.1 Alturas niveladas	10
2.4.1.2 Alturas elipsoidais.....	10
2.4.2 Alturas do tipo físico	11
2.4.2.1 Alturas dinâmicas	11
2.4.2.2 Alturas normais	12
2.4.2.3 Alturas ortométricas	13
2.5 Referência de Nível no Brasil	14

3	NIVELAMENTO GEOMÉTRICO	15
3.1	Fontes de Erro no Nivelamento Geométrico.....	18
3.1.1	Erros instrumentais	19
3.1.1.1	<i>Nivelamento do instrumento</i>	19
3.1.1.2	<i>Erro de colimação</i>	19
3.1.1.3	<i>Erro de verticalidade da mira</i>	20
3.1.1.4	<i>Erro de graduação da mira</i>	20
3.1.2	Erros naturais	21
3.1.2.1	<i>Refração atmosférica</i>	21
3.1.2.2	<i>Curvatura dos geóides</i>	22
3.1.2.3	<i>Cintilação</i>	22
3.1.2.4	<i>Campos magnéticos</i>	23
3.1.2.5	<i>Efeitos da variação de temperatura no instrumento</i>	23
3.1.2.6	<i>Ventos</i>	24
3.1.3	Erros do operador	24
3.1.3.1	<i>Paralaxe</i>	24
3.1.3.2	<i>Pontaria</i>	24
3.2	Propagação dos Erros Aleatórios em Nivelamento Geométrico	24
4	NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO	27
4.1	Visadas Unilaterais.....	27
4.2	Leap-frog	29
4.3	Fontes de Erro no Nivelamento Trigonométrico.....	31
4.3.1	Refração atmosférica	31
4.3.1.1	<i>Índice de refração</i>	31
4.3.1.2	<i>Erro do ângulo de refração</i>	34
4.3.1.3	<i>Avaliação dos efeitos da refração nas medições de distância</i>	37
4.3.1.4	<i>Avaliação dos efeitos da refração na medição do ângulo zenital</i>	39
4.3.2	Erros instrumentais	40
4.4	Propagação dos Erros em Visadas Unilaterais.....	41
4.5	Propagação de Erro Leap-frog	45
5	NIVELAMENTO VETORIAL COM GPS.....	48
6	TOLERÂNCIA NOS NIVELAMENTOS	51
6.1	Os Equipamentos.....	51
6.1.1	Níveis.....	51

6.1.2 Estações totais	52
6.2 Recomendações da ABNT - NBR 13.133	52
6.3 Recomendações do IBGE – Resolução PR N° 22	54
6.4 Recomendações do DNIT – IS 204 e IS 205	55
7 MATERIAIS E MÉTODOS	57
7.1 Considerações Iniciais	57
7.2 Definição da Seção de Estudo	57
7.3 Levantamento de Campo	59
7.3.1 Nivelamento geométrico	60
7.3.1.1 Equipamentos utilizados	60
7.3.1.2 Estratégia de ocupação dos pontos e cálculo	60
7.3.2 Nivelamento com GPS	61
7.3.2.1 Equipamentos utilizados	61
7.3.2.2 Estratégia de ocupação dos pontos e processamento	62
7.3.3 Nivelamento trigonométrico	62
7.3.3.1 Equipamentos utilizados	62
7.3.3.2 Coleta de dados atmosféricos	63
7.3.3.3 Medição da altura do instrumento	63
7.3.3.4 Posicionamento do alvo	65
7.3.3.5 Estratégia de ocupação dos pontos	65
7.3.3.6 Estratégia de processamento e avaliação dos dados	67
8 RESULTADOS E DISCUSSÃO	69
8.1 Nivelamento Geométrico	69
8.2 Nivelamento Com GPS	70
8.3 Nivelamento trigonométrico	71
8.3.1 Visadas Unilaterais	71
8.3.1.1 Altura do instrumento	71
8.3.1.2 Linha de visada próxima do solo	73
8.3.1.3 Avaliação das condições	74
8.3.1.4 Avaliação das distâncias	77
8.3.2 Leap-frog	82
8.3.2.1 Seções niveladas	82
8.3.2.2 Distâncias visadas	83
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	84

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
APÊNDICE A	91
APÊNDICE B	97
ANEXO A	102

1 Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Determinar a altitude de pontos ou a diferença de altitude entre diversos pontos na superfície física da terra é uma necessidade, por diversas razões, durante o desenvolvimento das atividades dos profissionais de diferentes ramos da Engenharia de Agrimensura, Civil, Minas, Ambiental, Elétrica, Cartográfica, bem como da Geografia, Geologia e de outras áreas. O conhecimento da altitude é imprescindível para projetar, implantar e executar obras de engenharia.

A obtenção das altitudes é objeto da Geodésia ou da Topografia, dependendo da amplitude da área em estudo, que para isso utiliza-se de métodos de medições convenientes à extensão da área e a precisão desejada.

Os métodos mais difundidos para determinação de altitudes são as operações de campo designadas por *nivelamentos*. Estes podem ser classificados como: Barométrico, Trigonométrico, Geométrico, Fotogramétrico e Vetorial com sistema GPS¹. A Fotogrametria apesar de não ser uma técnica exclusivamente de nivelamento, tal como o sistema GPS, também possibilita a determinação de altitude. A escolha do método leva em consideração o objetivo da operação, a característica do que se quer nivelar, a precisão requerida, o tempo gasto, os custos envolvidos e os equipamentos disponíveis.

Destes métodos, o nivelamento geométrico e trigonométrico são os de uso mais freqüentes nas atividades de engenharia e mais recentemente cresce a cada dia o uso do método com GPS. Para que possa ser explorada a potencialidade do GPS na altimetria,

¹ Global Positioning System: Sistema de Posicionamento Global.

faz-se necessário o conhecimento de um modelo geoidal que propicie a obtenção da altura geoidal com precisão compatível com a precisão do nivelamento. Isto tem sido objeto de estudos de muitos pesquisadores. O nivelamento barométrico e o fotogramétrico são pouco usuais devido a sua precisão métrica .

Nos últimos anos as atividades de Topografia fazem uso cada vez mais freqüente das estações totais, que são equipamentos ópticos-mecânicos-eletrônicos, em substituição aos equipamentos ditos apenas ópticos-mecânicos. Uma das conseqüências dessa substituição é a maior freqüência na utilização do método de nivelamento trigonométrico em situações onde antes, devido à precisão requerida, utilizava-se o método de nivelamento geométrico. Essas mudanças são conseqüências dos avanços tecnológicos que possibilitaram maior precisão nas medições de distâncias obtidas com Medidores Eletrônicos de Distâncias - MED, medição eletrônica de ângulos, armazenamento de dados e processamento automatizado no próprio equipamento, o que possibilitou o ganho sensível de produtividade e qualidade em todas as etapas dos trabalhos de Geodésia e Topografia.

1.2 Justificativa

Até o surgimento e popularização das estações totais, os nivelamentos necessários em muitas atividades de engenharia eram realizados aplicando-se o método do nivelamento geométrico. Dentre as atividades pode-se citar: nivelamento de perfil para obras rodoviárias, saneamento, mineração e locação altimétrica de fundações e superestrutura em edificações e obras industriais entre outras, que necessitam de acurácia e precisão na definição dos pontos de interesse.

A crescente popularização associada aos avanços tecnológicos aumentou significativamente o uso do nivelamento trigonométrico com estação total, uma vez que esta possibilita prescindir de cadernetas de campo, armazenam grande quantidade de dados e eliminam erros de anotação, medem ângulos e distâncias com grande precisão, importam e exportam os dados coletados no campo e possuem programas internos capazes de processar cálculos de alturas e desníveis com segurança e economia de tempo.

A ABNT² classifica o nivelamento trigonométrico realizado com distâncias obtidas com medidor eletrônico de distância (MED) numa única classe, classe IIIN, e estabelece tolerância de fechamento de $15(cm)\sqrt{L(km)}$ para linhas e seções principais e $20(cm)\sqrt{L(km)}$ para linhas ou seções secundária. No entanto estas tolerâncias são extremamente elevadas para muitas aplicações, motivo pelo qual limita a sua especificação em muitas atividades.

Isto motivou-nos a estudar as influências na precisão do nivelamento trigonométrico a fim de fundamentar a sua utilização, com visadas unilaterais, como nivelamento de precisão compatível com as tolerâncias estabelecidas pela ABNT para o nivelamento geométrico, e adicionalmente fornecer subsídio para melhor definição destes limites na referida norma.

Para tanto, foram utilizadas estações totais classificadas pela NBR 13.133 como de baixa e média precisão, classe 1 e 2 respectivamente, por serem as de uso mais comum na atualidade, para avaliar seu comportamento no nivelamento, já que atendem as necessidades das demais atividades usuais em engenharia.

1.3 Objetivo

A precisão do nivelamento trigonométrico é influenciada, em maior ou menor grau, pelos seguintes fatores:

- ✓ Refração da atmosfera;
- ✓ Determinação da altura da estação e do alvo;
- ✓ Estabilidade posicional do alvo;
- ✓ Precisão dos instrumentos usados.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é estabelecer a distância máxima de visada, considerando os fatores acima descritos, em que o nivelamento trigonométrico

² Associação Brasileira de Normas Técnicas, através da Norma Brasileira NBR 13.133 – Execução de Levantamento Topográfico – Procedimento.

com estação total de baixa e média precisão atinja precisão compatível com o nivelamento geométrico classe IIN.

Durante o desenvolvimento do trabalho fez-se:

- ✓ Análise teórica da influência dos fatores descritos acima;
- ✓ Análise dos resultados de um nivelamento trigonométrico numa seção experimental;
- ✓ Análise da melhor maneira de obter a altura do instrumento e do alvo.

Para atingir os objetivos propostos, definiu-se uma reta com 680m de extensão, com pontos materializados e espaçados de 40m no km 256 da Rodovia Thales de Lorena Peixoto (SP-318), a 22km da cidade de São Carlos (SP). Determinou-se as alturas relativas dos pontos por nivelamento geométrico, conforme as especificações do IBGE ³ para o nivelamento geodésico de precisão e em seguida realizou-se o nivelamento trigonométrico destes pontos com estação total de cada uma das classes citadas. As alturas relativas obtidas pelo nivelamento geométrico foram usadas como referência para avaliar o nivelamento trigonométrico.

³ Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos.

2 Referências de Níveis

A elevação de um ponto qualquer sobre a superfície da Terra é definida pela distância entre este ponto e uma superfície de referência, medida ao longo da linha normal a esta. As alturas utilizadas em Geodésia classificam-se segundo sua determinação, sua aplicação e o modelo matemático ou físico considerado. Quando a elevação é relacionada a uma superfície matemática ou elipsoidal é definida como altura geométrica, e quando relacionada a uma superfície geoidal, de altitude ortométrica.

2.1 Superfícies de Referência

A materialização de pontos e a realização das observações topográficas e geodésicas são realizadas na superfície física da Terra. Esta superfície é irregular e de definição matemática complexa aplicável a pequenas regiões (MDT – Modelo Digital do Terreno), por esta razão em levantamentos topográficos ou geodésicos torna-se necessário adotar uma superfície de referência (SCHOFIELD, 1993).

As superfícies de referências são usadas como base para os cálculos das orientações e distâncias entre pontos, áreas das figuras e referência de nível para alturas (DEAKIN, 1996). Em Topografia convencional os ângulos e distâncias são utilizados em verdadeira grandeza, entretanto em muitas aplicações as medições lineares e angulares realizadas na superfície física são reduzidas para distâncias e ângulos equivalentes na superfície de referência. As diferentes superfícies que são consideradas na Topografia e Geodésia estão representadas esquematicamente na Figura 2.1.

Na Geodésia as extensões dos levantamentos normalmente são de dimensões tal que a terra não pode ser considerada plana ou esférica, e como superfície de referência adota-se um elipsóide de revolução, aproximadamente do tamanho e forma da terra.

Figura 2.1 - Superfícies utilizadas na Geodésia e Topografia

A extensão dos levantamentos topográficos é geralmente pequena em comparação com a Terra e a superfície de referência é normalmente o plano horizontal local. Segundo a ABNT (1994), este plano de projeção para o plano topográfico local tem sua dimensão máxima limitada a 80km da origem para que o erro relativo, devido a não consideração da curvatura, não ultrapasse $1/35.000$ nesta dimensão e $1/15.000$ nas imediações da extremidade desta dimensão.

Nos levantamentos altimétricos a altitude de cada ponto está relacionada a uma referência de nível, que neste sentido são superfícies de referências para a componente vertical. A referência de nível pode ser arbitrária, onde as alturas de pontos são referenciadas a um ponto fixo com altitude também arbitrária, ou em relação ao nível médio do mar que é a superfície que mais se aproxima do geóide (seção 2.3). De acordo com TORGE (1991), nas aplicações geodésicas e topográficas as altitudes são definidas no campo da gravidade, e tomam o geóide como referência zero.

2.2 O Campo de Gravidade e Superfície Eqüipotencial

O campo gravitacional da Terra é um campo vetorial, entretanto, em Geodésia é muito mais conveniente trabalhar-se com um campo escalar, onde uma função de um único valor é atribuída a cada ponto. Este campo escalar é conhecido como potencial

gravitacional (W), resultante da soma do potencial devido à atração de massas (W_g) e potencial centrífugo (W_c), (DEAKIN, 1996).

$$W = W_g + W_c \quad (2.1)$$

As superfícies equipotenciais da terra têm potencial gravitacional constante, e são freqüentemente chamadas de *superfície de nível* ou *geópe*:

$$W(x, y, z) = C \text{ (constante) } \quad (2.2)$$

Infinitas destas superfícies podem ser encontradas assumindo diferentes valores para o potencial. As linhas de força do campo de gravidade da Terra são chamadas de *linhas de prumo* ou *vertical do lugar*, conforme ilustra a Figura 2.2.

Figura 2.2 - Superfícies de nível e vertical do lugar.

As superfícies equipotenciais não são paralelas e, portanto, o transporte da altitude de um ponto a outro depende do caminho percorrido. A Figura 2.3 ilustra de maneira exagerada este fato.

Figura 2.3 - Superfícies equipotenciais não paralelas. Adaptado de (VANICEK, 1986).

A altura do ponto P_i em relação ao ponto P_0 , que está no mesmo referencial geoidal na outra extremidade da figura, é obtida pela soma dos dh que corresponde à distância existente entre as superfícies equipotenciais do campo de gravidade. Como as superfícies não são paralelas o desnível do ponto P_i obtido pelo lado esquerdo da figura será diferente do obtido pelo lado direito.

2.3 Geóide e o Nível Médio dos Mares

Quem primeiro propôs utilizar uma superfície equipotencial correspondendo ao nível médio dos oceanos como superfície matemática da terra foi o matemático alemão Carl Friederich Gauss (1777-1855) (DEAKIN, 1996).

Vários autores definem o geóide como a superfície equipotencial do campo de gravidade da terra que melhor se ajusta ao nível médio dos mares, (VANICEK, 1986), (TORGE, 1991), (SCHOFIELD, 1993), (DEAKIN, 1996), (ANDERSON, 1998) e (GEMAEL, 1999). Por causa da variação de densidade na crosta terrestre estas superfícies são suavemente onduladas e não podem ser descritas matematicamente como uma superfície analítica e por isso não serve como superfície para determinação de posição (TORGE, 1991).

Segundo BITENCOURT⁴ (1994) citado por PEREIRA (1999) a determinação do geóide implica em encontrar as distâncias que separam pontos correspondentes nas

⁴ BITENCOURT, J. (1994). Topografia e Geodésia. Revista Fator GIS, Curitiba

superfícies geoidal e elipsoidal. Esta determinação pode ser realizada por vários métodos:

- ✓ *Métodos gravimétricos*: através da determinação dos valores da gravidade sobre a terra;
- ✓ *Método astro-geodésico*: através da comparação entre as coordenadas geodésicas e as astronômicas possibilitando determinar a inclinação do geóide em relação ao elipsóide;
- ✓ *Método astro-gravimétrico*: pela combinação dos dois anteriores;
- ✓ *Observação da perturbação da órbita de satélites artificiais*: através da comparação de alturas geométricas, referenciadas ao elipsóide, obtidas por satélites artificiais como o GPS, e das altitudes ortométricas, referenciadas ao geóide, obtidas por nivelamento geométrico.

O posicionamento do datum vertical em relação a um marco de referência é feito com a determinação do nível médio dos mares (NMM). Esta determinação é empírica e baseada em medições instantâneas num marégrafo. No entanto vários fenômenos físicos podem estar alterando continuamente a posição do NMM, são eles: variação da pressão atmosférica, efeito dinâmico das correntes marinhas, variação dos ventos, mudança da temperatura, flutuações de descargas de rios, mudança de configurações batimétricas, derretimento glacial e maré de longo período (VANICEK, 1986).

A determinação do NMM para o datum vertical brasileiro foi realizada a partir do marégrafo localizado no porto Henrique Lajes, na cidade de Imbituba-SC.

2.4 Tipos de Alturas

Segundo DREWES (1998), as alturas utilizadas em Geodésia classificam-se segundo sua determinação, sua aplicação e o modelo matemático ou físico considerado. Nesta ótica distinguem-se as alturas do tipo geométrico e as do tipo físico descritas a seguir.

2.4.1 Alturas do tipo geométrico.

2.4.1.1 Alturas niveladas

São as obtidas pelo processo de nivelamento geométrico com métodos óticos de medição. As diferenças de alturas (dh) correspondem à distância entre as superfícies equipotenciais do campo de gravidade terrestre e sua soma possibilita conhecer a diferença de alturas entre dois pontos de interesse. Como as superfícies equipotenciais não são paralelas os desníveis dependem do caminho percorrido na medição, como descrito na seção 2.2.

2.4.1.2 Alturas elipsoidais

Correspondem a distância (h) de separação entre a superfície física e o elipsóide ao longo da linha perpendicular ao elipsóide. É obtida a partir das coordenadas cartesianas (X, Y, Z) definidas sobre um elipsóide de referência conforme a equação (2.3).

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos f} - N \quad (2.3)$$

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{(a^2 \cdot \cos^2 f) + (b^2 \sin^2 f)}} \quad (2.4)$$

onde

h : Altura elipsoidal;

X e Y : Abscissa e ordenada no sistema cartesiano;

N : Raio de curvatura da primeira vertical;

f : Latitude do ponto;

a : semi-eixo maior do elipsóide de referência;

b : semi-eixo menor do elipsóide de referência.

2.4.2 Alturas do tipo físico

O potencial gravitacional em um ponto é único e a diferença de potencial obtida entre dois pontos quaisquer são iguais e independentes do caminho percorrido. A diferença entre o potencial do geópe (W_P) que contém um ponto P qualquer da superfície física da terra e do geóide (W_0) é conhecida como número geopotencial:

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P g dn \quad (2.5)$$

onde:

C_P : Número geopotencial (m^2/s^2);

W_0 : Geopotencial sobre o geóide (m^2/s^2);

W_P : Geopotencial sobre o geópe que passa pelo ponto P (m^2/s^2);

g : Gravidade em P (m/s^2);

dn : Diferença de altura (m).

Os números geopotenciais podem ser expressos em unidades de comprimento bastando dividi-los por um valor convencional de gravidade:

$$H = \frac{C_P}{G} \quad (2.6)$$

onde:

H : Altura (m);

C_P : Número geopotencial em P (m^2/s^2);

G : Valor da gravidade (m/s^2).

Dependendo do tipo de gravidade utilizado, tem-se uma classe de altura física.

2.4.2.1 Alturas dinâmicas

São obtidas dividindo o número geopotencial por um valor constante de gravidade para uma latitude padrão arbitrária. Este valor é definido para um modelo elipsoidal utilizado como aproximação da Terra real. Segundo RODRIGUES (1988)

usa-se normalmente a gravidade para uma latitude de 45°, mas pode-se usar uma latitude média para a região considerada.

$$H_{(din)} = \frac{C}{g_{cte}} \quad (2.7)$$

onde:

$H_{(din)}$: Altura dinâmica (m);

C : Número geopotencial (m^2/s^2);

g_{cte} : Valor constante da gravidade (m/s^2).

Para DREWES (1998) a vantagem da altura dinâmica consiste em que alturas iguais representam uma superfície equipotencial do campo da gravidade e a principal desvantagem é que devido à convergência das superfícies equipotenciais a altura geométrica entre elas varia sensivelmente chegando a 50cm entre o equador e os pólos, sem alterar sua altura dinâmica.

2.4.2.2 Alturas normais

Nas alturas normais os números geopotenciais são divididos pelo valor médio da gravidade normal entre a superfície de referência, neste caso o quase-geóide ou teluróide, e o ponto considerado (DREWES, 1998).

$$H_{(nor)} = \frac{C}{g'} \quad (2.8)$$

onde:

$H_{(nor)}$: Altura normal (m);

C : Número geopotencial (m^2/s^2);

g' : Valor médio da gravidade normal (m/s^2).

O valor médio da gravidade normal é obtido a partir da fórmula da gravidade normal terrestre que é função apenas da latitude geográfica do ponto no elipsóide de referência utilizado. As correções normais aplicadas às alturas niveladas são menores que as das alturas dinâmicas, já que g' considera a convergência das superfícies equipotenciais (DREWES, 1998).

As alturas normais podem ser obtidas a partir das alturas elipsoidais, e os valores de ζ obtém-se a partir dos cálculos geoidais realizados por métodos gravimétricos ou por satélites.

$$H_{(norm)} = h - \zeta \quad (2.9)$$

onde:

ζ : Ondulação do quase-geóide ou teluróide;

h : Altura elipsoidal.

2.4.2.3 Alturas ortométricas

Para as alturas ortométricas o número geopotencial é dividido pelo valor médio da gravidade entre o geóide e o ponto avaliado. Este tipo de altura é tratado na engenharia como *altitude ortométrica* ou simplesmente *altitude*.

$$H_{(ort)} = \frac{C}{g'} \quad (2.10)$$

onde:

$H_{(ort)}$: Altitude ortométrica (m);

C : Número geopotencial (m^2/s^2);

g' : Valor médio da gravidade normal (m/s^2).

Não é possível determinar com rigor o valor da gravidade no interior da crosta, visto que não se conhece a verdadeira distribuição de densidade ao longo da vertical. Desta forma o valor da altura ortométrica calculada depende das hipóteses a respeito da distribuição de densidade de massa terrestres (RODRIGUES, 1988). Os métodos mais comuns na determinação das altitudes ortométricas correspondem com as hipóteses de Helmert, Vignal, Baranov e Faye (DREWES, 1998).

As altitudes ortométricas podem ser obtidas a partir das alturas elipsoidais subtraindo o valor das ondulações geoidais N :

$$H_{(ort)} = h - N \quad (2.11)$$

onde:

N : Ondulação geoidal;

h: Altura elipsoidal.

DREWES (1998) recomenda que o Sistema Vertical de Referência para a América do Sul seja fundamentado nos tipos de alturas elipsoidais e alturas normais. E justifica sua recomendação com os seguintes argumentos:

- ✓ As alturas normais têm aplicação prática semelhante às altitudes ortométricas, mas sua determinação não requer formulação de hipóteses ou modelos geofísicos da densidade das massas internas terrestres;
- ✓ As alturas normais utilizam o quase-geóide como plataforma de referência, o qual é calculado por métodos gravimétricos e observações de satélites enquanto que o geóide requer formulação de modelos geofísicos para sua determinação, implicando em variação de alturas sempre que mudar a hipótese de estimativa;
- ✓ As alturas normais são obtidas mais facilmente a partir das medições GPS que as altitudes ortométricas. Isto ocorre pois, para as alturas normais, as alturas elipsoidais são diminuídas por valores calculados matematicamente (alturas anômalas do quase geóide- ζ) e a segunda valores derivados de hipóteses geofísicas (ondulação geoidal $-N$);

2.5 Referência de Nível no Brasil

No Brasil os trabalhos de nivelamentos geométricos de alta precisão com objetivo de estabelecer Rede Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) para servir de suporte às grandes obras de engenharia teve início em outubro de 1945. Em 1946 foi conectada ao marégrafo de Torres, Rio Grande do Sul, construído em 1919, (LIBAULT, 1975). Em 1958, após mais de 30.000km estarem nivelados, o datum foi transferido para o marégrafo de Imbituba, em Santa Catarina, que à época contava com nove anos de funcionamento ininterrupto.

A rede altimétrica atinge os estados mais distantes como Acre e Roraima e em 1988 a Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) iniciou o projeto de ajustamento da rede altimétrica, com o objetivo de homogeneizar as altitudes da rede altimétrica do SGB (IBGE, 2003).

3 Nivelamento Geométrico

O nivelamento geométrico consiste em uma técnica, vista superficialmente como simples, onde a determinação da diferença de altura entre pontos é feita por visadas horizontais em miras verticais. Essa simplicidade lhe garante uma ampla aplicação em diversas atividades da engenharia, entretanto vale ressaltar que para sua utilização na implantação dos sistemas de altitudes faz-se necessário entender os processos físicos relacionados ao campo gravitacional da terra.

Para melhor entendimento e clareza dos procedimentos envolvendo as atividades de nivelamento apresentam-se algumas definições relacionadas com a Figura 3.1, conforme descrito por ELFICK et al.⁵ (1994) citado por MAIA (1999):

- ✓ *Linha de vertical*: Linha que segue a direção da gravidade, linha de prumo;
- ✓ *Superfície de nível*: Superfície curva em que todos os pontos são perpendiculares à linha de prumo local. São aproximadamente elípticas, mas tratadas como plana para pequenas áreas;
- ✓ *Linha de nível*: Linha na superfície de nível, (linha curva);
- ✓ *Plano horizontal*: Plano perpendicular ao vetor gravidade;
- ✓ *Linha horizontal*: Linha no plano horizontal;
- ✓ *Datum vertical*: Superfície de nível de referência (nível médio dos mares);
- ✓ *Nível médio dos mares (NMM)*: Altura média da superfície do mar para todos os estágios de maré para um período de 19 anos;

⁵ ELFICK, M. et al. (1994). *Elementary surveying*. 8th ed. London: Harper Colins Publishers Ltd.

- ✓ *Convergência das superfícies de nível*: Fenômeno devido ao achatamento da terra na direção polar de modo que as superfícies em elevações diferentes não são paralelas; Esta condição requer uma correção ortométrica;
- ✓ *Elevação*: Distância vertical do datum ao ponto.

Figura 3.1 - Elementos do nivelamento.

Algumas definições que serão usadas neste trabalho são apresentadas segundo BRASIL (1975)⁶ citado por MEDEIROS (1999) que esclarece e facilita o entendimento.

- ✓ *Estação do Instrumento*: Posição do instrumento na tomada das leituras sobre as miras;
- ✓ *Visada*: Leitura da mira realizada numa estação do instrumento, podendo ser visada à ré e visada à vante;
- ✓ *Lance*: É a distância correspondente à soma da distância da estação a visada de ré e vante;
- ✓ *Seções*: São trechos nivelados da ordem de 2 a 3 km em cujas extremidades possuem RN;
- ✓ *Linhas*: São composições de seções.

⁶ BRASIL (1975). *Manual Técnico: Nivelamento geométrico*. 2.ed. Ministério do Exército. Diretoria do Serviço Geográfico. Rio de Janeiro: 1975

Conforme ilustra a Figura 3.2 a diferença de nível entre os pontos A e B pode ser estimada por:

$$dn_{A-B} = \sum h_i = \sum R_i - \sum V_i \quad (3.1)$$

e

$$h_i = R_i - V_i \quad (3.2)$$

onde:

h_i : Diferença de nível entre visadas;

R_i : Leitura na mira a ré;

V_i : Leitura na mira a vante.

Devido à pequena distância (<100m) e a equidistância entre o nível e as miras, pode-se negligenciar a convergência das superfícies eqüipotenciais, a variação na curvatura da superfície de nível que passa através do eixo ótico do nível, bem como a influência sistemática da refração.

Figura 3.2 - Ilustração do nivelamento geométrico.

O nivelamento geométrico clássico proporciona exatidão e precisão da ordem de décimo de milímetros e por isso é o método utilizado em trabalhos mais rigorosos como na implantação de redes altimétricas de 1ª ordem, controles de obras, locação de máquinas entre outros.

3.1 Fontes de Erro no Nivelamento Geométrico

Toda observação por mais cuidadosa que tenha sido sua realização, caracteriza-se pela presença de erros de medição proveniente de imperfeições dos equipamentos, influência das condições do ambiente e de falhas humanas (GEMAEL, 1994). A qualidade dos resultados do nivelamento geométrico é função da natureza e magnitude dos erros associados às medições individuais.

Os erros são classificados em grosseiros, sistemáticos e acidentais. Os *erros grosseiros* são cometidos devido à falta de atenção ou falta de prática do operador. Os *erros sistemáticos* são decorrentes de causas constantes e se caracterizam por ocorrer com o mesmo valor de sinal. Os *erros acidentais* também chamados de *erros aleatórios ou estatísticos* são devidos a causas fortuitas.

De acordo com VUOLO (1992) os erros sistemáticos podem ter causas diversas: *sistemáticos instrumentais* – resultante da descalibração do instrumento de medida; *sistemáticos teóricos* - resultantes de uso de fórmulas teóricas aproximadas ou valores aproximados de constantes físicas; *sistemáticos ambientais* – devido aos efeitos ambientais sobre as observações; *sistemáticos observacionais* – decorrentes de falhas ou limitações do próprio observador, como o efeito de paralaxe na leitura de escalas de instrumentos.

Segundo D'ALGE, (1986) nas operações de nivelamento geométrico os erros grosseiros, decorrentes de falhas dos operadores, são eliminados através de operações de nivelamento e contra-nivelamento, utilização de miras com escala dupla e comparações entre nivelamentos recentes e antigos. Os erros grosseiros mais comuns são o deslocamento de estações de miras, erro de leitura superior a 5mm e inversão entre as visadas a ré e a vante.

Os erros acidentais decorrem de variações instrumentais imprevisíveis, mudanças aleatórias no meio ambiente e no processo de nivelamento. Não podem ser eliminados e são tratados estatisticamente.

Apresenta-se a seguir uma descrição mais detalhada dos tipos de erros acima citados.

3.1.1 Erros instrumentais

A função essencial de um nível é definir um plano horizontal que contém a linha de visada. Para isso é necessário que a linha de visada e o eixo vertical do instrumento sejam, respectivamente, paralela e perpendicular ao eixo da bolha de nível. Os níveis automáticos possuem dispositivo compensador que agem sob efeito da gravidade e corrigem automaticamente pequenos desvios da linha horizontal de visada (LOPES, 1996).

3.1.1.1 Nivelamento do instrumento – sistemático e aleatório

Os erros resultantes do desajuste na centragem de bolha, ou impedimento na oscilação livre do compensador, nos níveis automáticos, causam afastamento da linha de visada do horizonte; estes erros são compensados quando o instrumento é instalado a mesma distância da ré e da vante. Os erros aleatórios que dependem do instrumento (incerteza no ajustamento da bolha ou compensador) são menores que 0,01 a 0,03mm por estação (TORGE, 1991).

3.1.1.2 Erro de colimação - sistemático

A linha de visada deve ser perpendicular à direção do vetor gravidade no ponto em que o nível está instalado, o que implica em uma linha de visada horizontal. O erro de colimação ocorre quando a linha de visada está inclinada para cima ou para baixo, formando um ângulo com a linha do horizonte e é proporcional a diferença das distâncias. Para lances com mesma distância de visada ré e vante esse erro é cancelado. Como nem sempre é possível obter lances com distâncias de visadas iguais torna-se necessário realizar a correção da colimação.

A correção de colimação (C) é o valor da inclinação em unidade de altura por unidade de comprimento e para determiná-la, instala-se o nível a igual distância (L_m) dos pontos A e B e mede-se a diferença de nível entre os pontos (dh_1). Em seguida desloca-se o equipamento para um ponto P , distante L_A do ponto A e L_B do ponto B e mede-se novamente a diferença de nível entre os pontos (dh_2). Se dh_1 for igual dh_2 o aparelho está ajustado, caso contrário, o nível precisa ser ajustado e dh_2 é uma diferença de elevação falsa e a correção de colimação é dado por:

$$C = \frac{dh_1 - dh_2}{L_B - L_A} \quad (3.3)$$

Para se obter melhores resultados é necessário testar e se necessário ajustar os equipamentos periodicamente, ou antes de iniciar uma atividade.

3.1.1.3 Erro de verticalidade da mira - sistemático

A mira deve coincidir com o vetor gravidade em cada estação de mira. Quando não há verticalidade, um erro é introduzido em cada observação. Este erro acumula-se sistematicamente com a variação da altitude, especialmente em terrenos com inclinações acentuadas, pois as leituras são efetuadas alternadamente nos extremos superior e inferior da mira. Em miras com nível de bolha esse erro é mantido pequeno. A Tabela 3.1 mostra os erros, em milímetro, que são introduzidos em cada observação quando a leitura é realizada em determinada posição de uma mira de 4m e sua extremidade superior encontra-se deslocada da vertical do ponto nivelado.

Tabela 3.1 - Erro de leitura devido a verticalidade da mira.

Altura da Mira (m)	Deslocamento da Vertical (cm)				
	2	5	10	15	20
0,5	0,0	0,0	0,2	0,4	0,6
1,0	0,0	0,1	0,3	0,7	1,2
1,5	0,0	0,1	0,5	1,1	1,9
2,0	0,0	0,2	0,6	1,4	2,5
2,5	0,0	0,2	0,8	1,8	3,1
3,0	0,0	0,2	0,9	2,1	3,7
3,5	0,0	0,3	1,1	2,5	4,4
4,0	0,0	0,3	1,2	2,8	5,0

3.1.1.4 Erro de graduação da mira - sistemático

Segundo MEDEIROS (1999) os erros de graduação ocorrem no próprio processo de gravação ou pela ação ambiental que provoca rachaduras na pintura da fita afastando dois traços próximos e aproximando um terceiro, acarretando erros da ordem de décimo de milímetros.

A incerteza quanto a posição ocupada pelo “zero” da escala da mira acarreta no *erro de índice*. Este erro pode ser eliminado realizando um número par de lances para

cada seção, pois dessa forma as RN são ocupadas pela mesma mira, minimizando a importância do erro de índice nas aplicações práticas (D'ALGE, 1986) ou utilizando uma única mira.

Estes erros são minimizados com os procedimentos de controle instrumental – através de certificados de aferição por laboratórios especializados. No Brasil a aferição de mira pode ser realizada no Laboratório de Aferição e Instrumentação Geodésica – LAIG, da Universidade Federal do Paraná.

3.1.2 Erros ambientais

3.1.2.1 Refração atmosférica – sistemático e aleatório

A atmosfera terrestre é composta por uma mistura de vários gases, sendo que apresenta uma concentração de nitrogênio, oxigênio, argônio e dióxido de carbono de cerca de 99,98%. Vapor d'água, outro importante componente, é encontrado, principalmente, nas camadas inferiores da atmosfera e é extremamente variável temporal e espacialmente devido ao ciclo hidrológico (SILVA, 1998).

Segundo SCHAAL (1995) a ação conjunta da aceleração da gravidade, radiação solar, ventos e outros tornam essa mistura de gases heterogêneas e anisotrópicas, fazendo com que uma onda eletromagnética ao atravessar esse ambiente altere sua velocidade e direção de propagação.

As linhas de visadas são curvadas na direção em que aumenta a densidade da atmosfera, que por sua vez, varia basicamente em função da temperatura. O efeito da refração é minimizado, e pode ser negligenciado, realizando-se visadas equidistantes do nível. Esta suposição não é frequentemente válida, particularmente em terreno inclinado, onde a linha de visada atravessa camadas atmosféricas com temperaturas e densidades diferentes, (BRUNNER, 1984).

Muito próximo do solo a linha de visada sofre o efeito da mudança de densidade do ar que faz com que a refração seja imprevisível. Por isso torna-se necessário que a

separação entre a linha de visada e o solo seja maior que 50cm (KUKKAMAKI, 1979⁷) citado por (D'ALGE, 1986).

Mudanças grandes e súbitas na refração atmosférica são importantes em trabalho de precisão. Os erros devido à refração tendem a ser acidental em um período longo de tempo mas podem ser sistemáticos no decorrer de um dia (BRINKER e TAYLOR, 1961).

3.1.2.2 Curvatura dos geópes - sistemático

A linhas de visadas supostamente horizontais não acompanham a curvatura dos geópes que passam pelo centro ótico do nível. Isso acarreta um erro de curvatura que pode ser eliminado se consideráramos o comportamento do geópe simétrico e tomarmos distâncias iguais para as visadas à ré e a vante. A não uniformidade dos geópes implica em acumulo sistemáticos da diferença de curvatura das visadas à ré e a vante, principalmente em regiões de relevo variável e com linhas de nivelamento na direção norte sul (D'ALGE, 1988). As correções podem ser obtidas para um modelo esférico da terra e devem ser aplicadas sempre que ocorrer visadas desequilibradas em linhas de nivelamento extensas.

3.1.2.3 Cintilação - aleatório

As cintilações ou vibrações aparente da graduação da mira são ocasionadas pela movimentação ascendente do ar quente, próximo ao solo, em decorrência do gradiente vertical da temperatura ser negativo. A amplitude e a frequência da vibração depende do gradiente vertical de temperatura.

Durante a noite as camadas de ar mais frias e densas ficam abaixo das menos densas não ocorrendo turbulência. A cintilação não introduz erros sistemáticos, apenas dificulta leitura e torna maiores erros acidentais (D'ALGE, 1986)

⁷ KUKKAMAKI, T.J. (1979). Levelling refraction research: its present state and future possibilities. In.TENGSTRON, E. & TELEKI, G. *Refraction influences in astrometry and geodesy*.Dordrecht, D. Reidel, p.293-95

3.1.2.4 Campos magnéticos – sistemático e aleatório

Nos níveis automáticos o compensador funciona como um pêndulo rígido que toma a direção da vertical do lugar mediante ação da gravidade e a linha de visada, que é perpendicular ao pêndulo, assume a posição horizontal. A presença de um campo magnético causa pequena deflexão no sistema compensador e conseqüentemente na linha de visada. Segundo PELZER⁸ (1983) citado por D'ALGE (1986) as deflexões depende das propriedades magnéticas do material e da forma e disposição do compensador no nível.

A eliminação do efeito deste tipo de erro depende do processo de construção dos sistemas de compensação. Para nivelamentos de alta precisão alguns cuidados devem ser tomados: evitar túneis com linhas de transmissão de energia e regiões com linhas de transmissão no subsolo, manter uma distância mínima de 500 metros de cabos de alta tensão e linhas de metrô e utilizar níveis não automáticos nos locais em que são esperados efeitos magnéticos significativos (D'ALGE, 1986).

3.1.2.5 Efeitos da variação de temperatura no instrumento - sistemático

Em uma bolha de nível tubular o calor faz o líquido se expandir encurtando a bolha sem produzir erro, a menos que uma extremidade do tubo seja mais aquecida e a bolha divague para uma delas. Outras partes dos instrumentos podem deformar por causa de aquecimento desigual, e esta distorção afetar os ajustes e, conseqüentemente, provocar pequeno deslocamento na linha de visada do instrumento (BRINKER e TAYLOR, 1969).

Em visadas eqüidistantes este erro é anulado, mas algumas precauções devem ser adotadas: não começar a operar um nível tão logo seja retirado do estojo de transportes, até que se ajuste as condições térmicas locais, manter o nível coberto ao transportá-lo, e protegê-lo por um guarda-sol quando estiver instalado, (D'ALGE, 1986).

⁸ PELZER, H. (1983). Systematic instrumental errors. In. Workshop on precise levelling, 1983, Hanover. *Proceedings*. Bonn: Dümmer-Verlag. P.9-15.

3.1.2.6 Ventos - aleatório

Ventos fortes causam vibração no instrumento e torna difícil manter a bolha centrada, nos casos de níveis de bolha; nos níveis automáticos movimentam o compensador pendular do nível provocando movimentos na linha de visada. Esses erros podem ser reduzidos com visadas mais curtas e fixando bem o tripé no chão com as pernas o mais afastado possível. Entretanto nivelamentos precisos não devem ser realizados em dias ventosos.

3.1.3 Erros do operador

3.1.3.1 Paralaxe - sistemático e aleatório

Erro causado pela focalização incorreta da lente objetiva e/ou da lente ocular em relação ao retículo, acarretando erro de leitura da mira.

3.1.3.2 Pontaria – sistemático e aleatório

São os erros resultantes das imperfeições do olho humano que não consegue repetir com precisão uma pontaria e pode ser agravado com o efeito da cintilação ou alterações instrumentais imprevisíveis.

Pode-se reduzir este erro com o uso de níveis precisos dotados de micrômetros e placas plano paralelas e com a redução da distância de visada (D'ALGE,1986).

3.2 Propagação dos Erros Aleatórios em Nivelamento Geométrico

Embora a precisão alcançada seja influenciada pelo instrumento usado, em grande parte depende do grau de refinamento com que o trabalho é executado. Assumindo que os procedimentos do nivelamento são adequados e os cuidados são tomados em detalhes, os erros sistemáticos podem ser quase totalmente eliminados e os erros remanescentes são aleatórios e atribuídos à incerteza no ajustamento da bolha de nível ou compensador pendular do equipamento, as leituras na mira e a variação do índice de refração do ar. Como a diferença de nível entre dois pontos é composta de

numerosas observações individuais h_i , deve-se dispensar atenção especial à propagação de erro.

A precisão no nivelamento geométrico é obtida aplicando a lei de propagação de erro na equação (3.2). Assumindo iguais as distâncias de visadas à ré e a vante e o erro médio de leitura na mira, tem-se conforme VERONEZ (1998) que:

$$dn_{A-B} = (R_1 - V_1) + (R_2 - V_2) + \dots + (R_{N-1} - V_{N-1}) + (R_N - V_N) \quad (3.4)$$

$$s_{R_1}^2 = s_{V_1}^2 = \dots = s_{R_N}^2 = s_{V_N}^2 = s^2 \quad (3.5)$$

$$s_{dnA-B}^2 = 2 \cdot n \cdot s^2 \quad \text{e} \quad 2 \cdot n = \frac{L}{S} \quad (3.6)$$

$$s_{dnA-B} = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \quad (3.7)$$

onde:

s_{dnA-B} : Erro do desnível do ponto A ao ponto B (mm);

s : Erro aleatório de leitura na mira (mm);

L : Comprimento total da linha ou seção nivelada (km);

S : Distância de visada (km).

Fazendo uma análise da propagação de erro com os valores estabelecidos por ABNT (1994) para o nivelamento IIN, determinam-se os valores máximos permitidos para o erro por visada, à ré e a vante, em função da distância.

Para uma seção de comprimento L e distância de visadas S , o erro de nivelamento é dado por:

$$E = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \quad (3.8)$$

onde

E : Erro de desnível para uma seção de comprimento L

Segundo ABNT (1994) a tolerância para os nivelamentos é dada pela expressão:

$$T = a \cdot \sqrt{L} \quad (3.9)$$

onde:

T : Tolerância (mm);

a : Valor constante (mm);

L : Comprimento da seção ou linha nivelada (km).

Logo o módulo do erro deverá ser menor ou igual a tolerância,

$$|E| \leq T \quad (3.10)$$

$$s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \leq a \cdot \sqrt{L} \quad (3.11)$$

$$s \leq a \cdot \sqrt{S} \quad (3.12)$$

Tabela 3.2 - Erro máximo por visada em função da tolerância

Nivelamento Geométrico - IN		Nivelamento Geométrico - IIN	
S (m)	a = 12 mm σ (mm)	S (m)	a = 20 mm σ (mm)
20	1,7	20	2,8
40	2,4	40	4,0
60	2,9	60	4,9
80	3,4	80	5,7
100	3,8	100	6,3
120	4,2	120	6,9

A equação (3.12) possibilita avaliar o erro máximo por visada em função da distância e do valor da constante “ a ” definida pela ABNT (1994). A Tabela 3.2 mostra a distância de visada e o erro máximo que pode ser cometido na leitura da mira, em um nivelamento geométrico, para que resulte abaixo das tolerâncias para os nivelamentos geométricos classe IN e IIN.

4 Nivelamento Trigonométrico

No nivelamento trigonométrico, a diferença de altura entre pontos é obtida através da resolução de triângulos, fundamentada na relação trigonométrica entre ângulos e distâncias medidos. O procedimento envolve a observação do ângulo zenital ou vertical de altura e a distância inclinada ou horizontal entre os pontos, e pode ser executado por visadas unilaterais ou visadas recíprocas.

4.1 Visadas Unilaterais

A Figura 4.1 ilustra o nivelamento com visadas unilaterais em que o ponto A é conhecido e a diferença de altura para o ponto B é dada por:

Figura 4.1 - Ilustração do nivelamento trigonométrico com visada unilateral.

$$dn_{A-B} = S \cdot \cos Z + hi - ha + C_C - C_R \quad (4.1)$$

$$H_B = H_A + S \cdot \cos Z + hi - ha + C_C - C_R \quad (4.2)$$

onde:

S : Distância inclinada (m);

Z : Ângulo zenital;

hi : Altura do instrumento (m);

ha : Altura do alvo (m);

C_C : Correção da curvatura terrestre (m);

C_R : Correção da refração atmosférica (m);

H_A e H_B : Altitude dos pontos A e B, respectivamente (m).

É um método rápido para obtenção de diferença de nível entre pontos em terrenos com grandes inclinações e áreas montanhosas. É mais indicado para curtas distâncias. Para longas distâncias o método com visadas zenitais recíprocas e simultâneas deve ser o preferido.

De acordo com a Figura 4.1 a correção da curvatura e da refração atmosférica é dada por:

$$C_C = \frac{S^2}{2 \cdot R} \quad (4.3)$$

$$C_R = -\frac{S^2}{2 \cdot R} \cdot k \quad (4.4)$$

onde:

R : Raio da terra (m)

k : Coeficiente de refração

O valor médio do coeficiente de refração para atmosfera padrão ou no estado neutro é $k = 0,13$ (BRASIL, 1975). Para a região de São Carlos (SP), $R = 6.356.778$ m. Nestas condições o efeito conjunto da curvatura da terra e refração é:

$$C_{RC} = \left(\frac{1-k}{2} \right) \cdot \frac{S^2}{R} \quad (4.5)$$

$$C_{RC} = 6,83 \cdot 10^{-8} \cdot S^2 \quad (4.6)$$

Como mostra as equações (4.1 e 4.2) a precisão no resultado do nivelamento trigonométrico depende da precisão do equipamento utilizado nas medições de ângulo e distância, da precisão com que são realizadas as medições da altura do instrumento e altura do alvo, da estimativa do raio médio de curvatura da terra no local e de quão próximo o modelo de correção atmosférica está das condições ambientais do instante da medição.

4.2 Leap-frog

Com o método de observações recíprocas observando ângulos verticais com dois teodolitos operando simultaneamente, consegue-se anular o efeito da curvatura e atenuar os efeitos da refração. Este método é mais exato, no entanto sua aplicação fica limitada a situações em que é possível instalar o instrumento no ponto observado.

O “Leap-frog” é uma forma de conduzir o nivelamento com visadas unilaterais sem no entanto ter de medir a altura do instrumento nem fazer as correções da curvatura e da refração, e conseqüentemente sem acrescentar os erros advindos dessas operações. O equipamento é estacionado entre os pontos a serem nivelados de modo semelhante ao nivelamento geométrico, sempre “saltando”, daí o nome, os pontos nivelados.

De acordo com CHRZANOWSKI (1989) a University of New Brunswick no Canadá testou uma variação deste método com bastões especialmente projetados com altura de até 5m e 3 ou 4 alvos dispostos em altura diferente, e conseguiu acurácia da ordem de $2mm\sqrt{L(km)}$ com distância de visadas de 300 metros. Esta variação é denominada *Método UNB*.

De acordo com a Figura 4.2, a diferença de nível entre os pontos A e B é determinada como segue:

$$dn_{OA'} = S_A \cdot \cos Z_A + C_{CA} - C_{RA} \quad (4.7)$$

$$dn_{OB'} = S_B \cdot \cos Z_B + C_{CB} - C_{RB} \quad (4.8)$$

$$H_O = H_A + ha_A - dn_{OA'} \quad (4.9)$$

$$H_B = H_O - ha_B + dn_{OB'} \quad (4.10)$$

onde:

S_A e S_B : Distância inclinada para o ponto A e B;

$dn_{O-A'}$: Diferença de nível do eixo ótico do aparelho até o alvo em A;

$dn_{O-B'}$: Diferença de nível do eixo ótico do aparelho até o alvo em B;

Z_A e Z_B : Ângulos zenitais para o ponto A e B, respectivamente;

C_{CA} e C_{CB} : Correção atmosférica nas direções de A e B, respectivamente;

C_{RA} e C_{RB} : Correção de curvatura nas direções de A e B, respectivamente;

ha_A e ha_B : Altura dos alvos em A e B, respectivamente;

H_A , H_B e H_O : Altura em relação a um sistema de referencia dos pontos A, B e centro ótico do instrumento.

Admitindo alvos com mesma altura ha_A e ha_B e considerando as correções de curvatura e refração para distâncias aproximadamente iguais:

$$S_A \approx S_B \Rightarrow C_{CA} \approx C_{CB} \text{ e } C_{RA} \approx C_{RB}$$

tem-se então:

$$H_B = H_A - S_A \cdot \cos Z_A + S_B \cdot \cos Z_B \quad (4.11)$$

Figura 4.2 - Ilustração de um lance de nivelamento trigonométrico "Leap-frog"

4.3 Fontes de Erro no Nivelamento Trigonométrico

4.3.1 Refração atmosférica

A principal fonte de erro em nivelamento trigonométrico é o efeito da refração atmosférica. BRUNNER (1984) afirma que a flutuação do efeito da refração representa o limite fundamental na precisão de medições geodésicas. Em medição eletrônica de distâncias, a velocidade da onda eletromagnética depende do valor médio do índice de refração ao longo do caminho e em nivelamento trigonométrico a linha real de visada para o alvo se torna curva pela variação do índice de refração, (WILLIAMS e KAHMEN, 1984).

Várias soluções são sugeridas por diferentes pesquisadores, e o método mais popular que tem sido aplicado em nivelamento geodésico é baseado no gradiente de temperatura, que pode ser obtido por medição direta da temperatura do ar em diferentes alturas ou por modelagem atmosférica usando as teorias da física atmosférica, (KHARAGHANI, 1987).

4.3.1.1 Índice de refração

O índice de refração médio é definido como a razão entre a velocidade da luz no vácuo, c_0 , e a velocidade c da luz no meio:

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (4.12)$$

A velocidade da luz no vácuo é $c_0 = 299\,794\,458 \pm 1,2 \text{ m/s}$ estabelecido no XVIth General Assembly of the IUGG.⁹ em 1975 (SCHOFIELD, 1993) e (TORGE, 1991).

A variação do índice de refração do ar depende da variação da temperatura, pressão e umidade. Em razão do valor do índice ser próximo da unidade, adota-se o conceito de refratividade (N), dado por:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (4.13)$$

A fórmula adotada pelo Internacional Association of Geodesy (IAG) em 1960:

⁹ International Union of Geodesy and Geophysics.

$$N = \frac{(n_g - 1)}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{1013,25} - \frac{4,125 \cdot e}{1 + \alpha t} \cdot 10^{-8} \quad (4.14)$$

onde:

n_g : Índice de refração de grupo;

α : Coeficiente de expansão térmica do ar (1/273);

t : Temperatura (°C);

p : Pressão atmosférica (mbar);

e : Pressão parcial do vapor d'água (mbar).

A refratividade de grupo N_g é a refratividade de um feixe de luz modulado, no ar padrão com 0°C de temperatura, 1013,25mbar de pressão e ar seco com 0,03% de CO₂, e é dada por Barel e Sears (SCHOFIELD, 1993) e (SCHAAL, 1995):

$$N_g = (n_g - 1) \cdot 10^6 = 287,604 + 3 \cdot \frac{1,6288}{I^2} + 5 \cdot \frac{0,0136}{I^4} \quad (4.15)$$

onde:

λ : Comprimento de onda (μm).

Os MED's são calibrados numa determinada condição padrão de temperatura e pressão e umidade relativa do ar, e são utilizados em condições diferentes, por esta razão torna-se necessário corrigir as medidas realizadas.

Para o comprimento de onda $\lambda = 0,91\mu\text{m}$ tem-se $N_g = 293,6$. A equação (4.14) também pode ser escrita em função da refratividade:

$$N = \frac{0,2696 \cdot N_g \cdot p}{273,15 + t} - \frac{11,27 \cdot e}{273,15 + t} \quad (4.16)$$

SCHAAL (1995) aplicou a lei de propagação de erro na eq.(4.16) e verificou que numa condição típica de $p = 1007$ mbar, $t = 15$ °C, $e = 13$ mbar e $N_g = 304,5$ o desvio de 1°C na medida de temperatura, 1mbar na pressão e 1mbar na pressão parcial de vapor d'água, implica em erro de 1ppm, 0,3ppm e 0,04ppm, respectivamente.

Segundo BOMFORD¹⁰ (1971) citado por KHARAGHANI (1987) o gradiente vertical do índice de refração pode ser expresso pela diferenciação da equação (4.14) em relação a altura (z):

$$\frac{dn}{dz} = \frac{78,9}{T} \left[\left(\frac{dp}{dz} - 0,14 \frac{de}{dz} \right) - \left(\frac{p - 0,14e}{T} \right) \cdot \frac{dT}{dz} \right] \cdot 10^{-6} \quad (4.17)$$

onde:

T : Temperatura absoluta (K);

p : Pressão (mbar);

Informa ainda que em condições normais $0,14 \cdot (de/dz)$ é menor que 2% de (dp/dz) e $0,14 \cdot e$ podem ser desprezados. O gradiente vertical de pressão é aproximado por:

$$\frac{dp}{dz} = - \frac{g}{M} \cdot \frac{p}{T} \quad (4.18)$$

$$\frac{g}{M} = 0,0342 \text{ (°K/m)} \quad (4.19)$$

onde:

g : Aceleração gravitacional;

M : Constante específica do gás para o ar seco.

Este valor é conhecido como taxa de variação térmica e representa a diminuição da temperatura com a altitude. Substituindo a equação (4.19) em (4.17) e fazendo as simplificações o gradiente do índice de refração é dado por:

$$\frac{dn}{dz} = \frac{-78,9 \cdot p}{T^2} \left(0,0342 + \frac{dT}{dz} \right) \cdot 10^{-6} \quad (4.20)$$

Em uma atmosfera homogênea, a densidade é independente da altura. A equação (4.20) mostra que sob tais condições a taxa de variação térmica de $-0,0342^\circ\text{K/m}$ é necessária para compensar o decréscimo na pressão atmosférica com a altura, (KHARAGHANI, 1987).

¹⁰ BOMFORD, G. (1971). *Geodesy*. 3rd ed. Oxford, England: Clarendon Press.

4.3.1.2 Ângulo de refração vertical

Como mostra a Figura 4.3, o ângulo de refração β é o ângulo entre a tangente à trajetória ótica em uma das extremidades e a corda. Se dn/dz é conhecido em todos os pontos ao longo de AB, o ângulo de refração vertical pode ser calculado pela equação (BRUNNER e ANGUS-LEPAN 1976)¹¹ citado por (KHARAGHANI, 1987):

Figura 4.3 - Ângulo de refração vertical.

$$\beta = \frac{\sin Z}{S} \int_0^S dn/dz (S - x) dx \quad (4.21)$$

onde:

S : Comprimento da corda AB;

Z : Ângulo zenital;

x : Distância ao longo da corda.

Substituindo a equação (4.17) em (4.20) e assumindo $\sin Z = 1$, tem-se:

¹¹ BRUNNER, F.K. e ANGUS-LEPPAN, P.V. (1976). *On the significance of meteorological parameters for terrestrial refraction*. In: UNISURV G25. Sydney, Austrália, p.95-108.

$$\beta = \frac{10^{-6}}{S} \int_0^S \left[\frac{-78,9 \cdot p}{T^2} \left(0,0342 + \frac{dt}{dz} \right) \right] (S - x) dx \quad (4.22)$$

Da Figura 4.3, a correção da refração é dada por:

$$C_R = -\beta \cdot S \quad (4.23)$$

A correção também pode ser calculada em termos da curvatura da trajetória de um raio de luz (r) e o coeficiente de refração:

$$\frac{1}{r} = -\frac{dn}{dz} \cdot \sin Z \quad (4.24)$$

O coeficiente de refração é definido como a razão entre o raio da terra R e o raio de curvatura da trajetória da luz:

$$k = \frac{R}{r} \quad (4.25)$$

Substituindo as equações (4.20) e (4.24) em (4.25) e adotando $R = 6.356.778$ m tem-se:

$$k = \frac{502,7 \cdot p}{T^2} \cdot \left(0,0342 + \frac{dt}{dz} \right) \quad (4.26)$$

Então a equação (4.23) pode ser escrita como

$$C_R = -\beta \cdot S = -\frac{1}{R} \int_0^S k \cdot (S - x) dx \quad (4.27)$$

Em um caso simples o coeficiente de refração é constante ao longo da linha de visada AB, o ângulo de refração é dado por:

$$\beta = \frac{S}{2 \cdot r} \quad (4.28)$$

Substituindo r da equação (4.25) em (4.28), tem-se:

$$\beta = \frac{S \cdot k}{2 \cdot R} \quad (4.29)$$

Então, a correção da refração para uma trajetória circular da refração, com k constante ao longo da linha visada.

$$C_R = -\frac{S^2}{2 \cdot R} \cdot k \quad (4.30)$$

O que significa que o erro da refração é função do quadrado da distância visada. A equação (4.22) mostra que para calcular o ângulo de refração, é necessário conhecer o gradiente de temperatura, dt/dz , ao longo da linha de visada. O gradiente de temperatura pode ser obtido por observação da temperatura do ar em diferentes alturas do solo e posterior ajustamento destes valores observados para uma função temperatura, ou modelando em termos da sensibilidade do fluxo de calor e alguns outros parâmetros meteorológico.

BRASIL, (1975) recomenda realizar as observações de ângulos zenitais por volta do meio dia, pois entre 11 e 13 horas o coeficiente de refração é menor e mais estável e o valor médio geralmente adotado nos cálculos é $k = 0,13$. A Tabela 4.1 mostra alguns valores do coeficiente de refração obtidos em função de observações recíprocas.

Tabela 4.1 - Coeficiente de refração. Fonte (BRASIL, 1975)

Região	k
Rio de Janeiro	0,14
Juiz de Fora	0,15
Litoral do Nordeste	0,11
Ponta Grossa	0,07
Resende	0,13

Ressalta-se que apesar deste modelo ser de simples aplicação sua validade limita-se as situações de atmosfera padrão sem turbulência ou no estado neutro que ocorre normalmente em longos períodos encoberto por nuvens (SCHAAL, 1995). Maiores informações a respeito de outros modelos e considerações para correção atmosférica são encontradas em BRUNNER (1984) e SCHAAL (1995).

4.3.1.3 Avaliação dos efeitos da refração nas medições de distância

Para as distâncias, as Tabelas 4.2, 4.3 e 4.4 mostram o comportamento da correção dos efeitos da refração, em ppm, com a variação da umidade, pressão e temperatura de acordo com a fórmula empírica de Barrel e Sears.

A correção média é $0,3 \pm 0,2$ ppm para variação de 10% na umidade do ar, $2,8 \pm 0,1$ ppm para variação de 7,8mmHg na pressão atmosférica ou 100m na altura e $4,6 \pm 0,3$ ppm para cada 5°C de temperatura. A temperatura é a componente cuja variação, apresenta maiores valores na correção e cuja estimativa está sujeita a maior variação ao longo da linha de visada.

Isto resulta que o erro de 50% na estimativa da umidade relativa, 16mmHg na estimativa da pressão ou 200m na altitude e 10°C na temperatura implica em erro de $16,3 \pm 1,8$ ppm. E conforme a Tabela 4.5 para uma distância de 300m com ângulo vertical de 15° o erro é de apenas 1,2mm. Pode-se concluir que para curta distância, até 300m, a correção atmosférica da distância com determinação aproximada da temperatura, pressão e umidade implica em erros desprezíveis, menores que 1,5mm, na determinação da altitude.

Tabela 4.2 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e umidade

P (mmHg)	700	T ($^{\circ}\text{C}$)									Média Dif. Corr. U10- U100
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	
U (%)	10	15,4	20,1	24,7	29,1	33,4	37,5	41,5	45,4	49,2	
	20	15,5	20,2	24,8	29,2	33,5	37,7	41,7	45,7	49,5	
	40	15,5	20,3	24,9	29,4	33,7	38,0	42,1	46,2	50,2	
	60	15,6	20,4	25,0	29,6	34,0	38,3	42,5	46,7	50,9	
	80	15,7	20,5	25,2	29,7	34,2	38,6	42,9	47,3	51,6	
	100	15,8	20,6	25,3	29,9	34,4	38,9	43,4	47,8	52,2	
Dif. Corr. U ₁₀ -U ₁₀₀		0,3	0,4	0,6	0,8	1,1	1,4	1,8	2,4	3,1	1,3

Tabela 4.3 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e pressão

U (%)	60	T (°C)									
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	
P (mmHg)	760,0	-7,2	-2,0	3,0	7,9	12,7	17,4	21,9	26,5	30,9	Média Dif. Corr. P ₇₆₀ - P ₆₉₀
	752,2	-4,2	0,9	5,9	10,7	15,5	20,1	24,6	29,1	33,5	
	744,4	-1,3	3,8	8,7	13,5	18,2	22,8	27,3	31,7	36,1	
	736,6	1,7	6,7	11,6	16,3	21,0	25,5	30,0	34,4	38,7	
	728,8	4,7	9,6	14,5	19,2	23,7	28,2	32,6	37,0	41,3	
	721,0	7,6	12,5	17,3	22,0	26,5	31,0	35,3	39,6	43,9	
	713,2	10,6	15,5	20,2	24,8	29,3	33,7	38,0	42,3	46,5	
	705,4	13,6	18,4	23,1	27,6	32,0	36,4	40,7	44,9	49,1	
	697,6	16,5	21,3	25,9	30,4	34,8	39,1	43,4	47,5	51,7	
	690,0	19,4	24,1	28,7	33,2	37,5	41,8	46,0	50,1	54,2	
Dif. Corr. P ₇₆₀ -P ₆₉₀		26,6	26,1	25,7	25,2	24,8	24,4	24,0	23,6	23,3	24,9

Tabela 4.4 - Variação da correção da distância (ppm) com a temperatura e pressão

U (%)	60	P (mmHg)									
		760	750	740	730	720	710	700	690	680	
T (°C)	5	-7,2	-3,4	0,4	4,2	8,0	11,8	15,6	19,4	23,2	Média Dif. Corr. T _{5°C} - T _{40°C}
	10	-2,0	1,7	5,5	9,2	12,9	16,7	20,4	24,1	27,9	
	15	3,0	6,7	10,4	14,0	17,7	21,4	25,0	28,7	32,4	
	20	7,9	11,5	15,1	18,7	22,3	25,9	29,6	33,2	36,8	
	25	12,7	16,2	19,8	23,3	26,9	30,4	34,0	37,5	41,1	
	30	17,4	20,8	24,3	27,8	31,3	34,8	38,3	41,8	45,3	
	35	21,9	25,4	28,8	32,2	35,7	39,1	42,5	46,0	49,4	
	40	26,5	29,8	33,2	36,6	40,0	43,3	46,7	50,1	53,5	
Dif. Corr. T _{5°C} - T _{40°C}		33,7	33,2	32,8	32,4	32,0	31,5	31,1	30,7	30,3	32,0

Tabela 4.5 - Valor do desnível em função da distância, correção e ângulo vertical

Distância	Correção		Ângulo Vertical			
	(ppm)	mm	5°	10°	15°	20°
100	5	0,5	0,0	0,1	0,1	0,2
	10	1,0	0,1	0,2	0,3	0,3
	15	1,5	0,1	0,3	0,4	0,5
	20	2,0	0,2	0,3	0,5	0,7
	25	2,5	0,2	0,4	0,6	0,9
	30	3,0	0,3	0,5	0,8	1,0
200	5	1,0	0,1	0,2	0,3	0,3
	10	2,0	0,2	0,3	0,5	0,7
	15	3,0	0,3	0,5	0,8	1,0
	20	4,0	0,3	0,7	1,0	1,4
	25	5,0	0,4	0,9	1,3	1,7
	30	6,0	0,5	1,0	1,6	2,1
300	5	1,5	0,1	0,3	0,4	0,5
	10	3,0	0,3	0,5	0,8	1,0
	15	4,5	0,4	0,8	1,2	1,5
	20	6,0	0,5	1,0	1,6	2,1
	25	7,5	0,7	1,3	1,9	2,6
	30	9,0	0,8	1,6	2,3	3,1
400	5	2,0	0,2	0,3	0,5	0,7
	10	4,0	0,3	0,7	1,0	1,4
	15	6,0	0,5	1,0	1,6	2,1
	20	8,0	0,7	1,4	2,1	2,7
	25	10,0	0,9	1,7	2,6	3,4
	30	12,0	1,0	2,1	3,1	4,1
500	5	2,5	0,2	0,4	0,6	0,9
	10	5,0	0,4	0,9	1,3	1,7
	15	7,5	0,7	1,3	1,9	2,6
	20	10,0	0,9	1,7	2,6	3,4
	25	12,5	1,1	2,2	3,2	4,3
	30	15,0	1,3	2,6	3,9	5,1

4.3.1.4 Avaliação dos efeitos da refração na medição do ângulo zenital

No caso dos ângulos, considerando a atmosfera no estado neutro, os valores da correção da refração para distância de visadas até 300 metros é inferior a 2mm, considerando uma variação de índice de refração de $k = 0,01$ até $k = 0,25$ como mostra a Tabela 4.6.

Entretanto, fazendo as correções da refração considerando o valor médio de $k = 0,13$ admitindo que as condições reais de campo apresente variação do índice de refração de até 100% da média adotada ($k = 0,01$ a $k = 0,25$), a diferença máxima para as condições reais é de apenas $\pm 0,8\text{mm}$ como mostra a Tabela 4.7.

Isso mostra que para distâncias curtas, até 300 metros, e em condições de atmosfera no estado neutro, a adoção do valor médio do coeficiente de refração é suficiente, sem necessidades de modelos mais refinados.

Tabela 4.6 - Valores de correção da curvatura e refração

Distância (m)	Correção Curvatura (mm)	Correção da Refração - (mm)					
		k =	0,13	0,01	0,07	0,19	0,25
50	0		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
100	1		0,1	0,0	0,1	0,1	0,2
150	2		0,2	0,0	0,1	0,3	0,4
200	3		0,4	0,0	0,2	0,6	0,8
250	5		0,6	0,0	0,3	0,9	1,2
300	7		0,9	0,1	0,5	1,3	1,8
400	13		1,6	0,1	0,9	2,4	3,1
500	20		2,6	0,2	1,4	3,7	4,9
750	44		5,7	0,4	3,1	8,4	11,1

Tabela 4.7 - Diferença da correção da refração(mm) para valores de k

Distância	Diferença para k=0,13			
	0,01	0,07	0,19	0,25
50	0,0	0,0	0,0	0,0
100	-0,1	0,0	0,0	0,1
150	-0,2	-0,1	0,1	0,2
200	-0,4	-0,2	0,2	0,4
250	-0,6	-0,3	0,3	0,6
300	-0,8	-0,4	0,4	0,8
400	-1,5	-0,8	0,8	1,5
500	-2,4	-1,2	1,2	2,4
750	-5,3	-2,7	2,7	5,3

4.3.2 Erros instrumentais

Erros devido a imperfeições instrumentais ou não ajustamento dos equipamentos são todos sistemáticos. E podem ser eliminados ou reduzidos a uma quantia desprezível pelos próprios métodos do procedimento.

Devido às observações deste trabalho estarem limitadas aos ângulos verticais, será dada atenção aos erros que envolvem ângulo vertical. Mais detalhes a respeito dos

demais erros podem ser obtidos em SCHOFIELD (1993), MOREIRA (1998), ANDERSON (1998) e MAIA (1999).

O erro de colimação do círculo vertical ocorre quando o $0^{\circ}00'00''$ do círculo vertical não coincide exatamente com o zênite. O efeito do erro de colimação pode ser facilmente eliminado fazendo leituras dos ângulos zenitais nas duas posições da luneta e tomando a média das observações.

Segundo MAIA (1999) os equipamentos eletrônicos modernos são equipados com alguma forma de compensador mecânico-eletrônico, que permitem a correção automática dos erros instrumentais. O usuário visa um ponto bem definido nas duas posições da luneta e os erros calculados pelos compensadores são armazenados no instrumento e os ângulos lidos são compensados durante as observações.

4.4 Propagação dos Erros em Visadas Unilaterais

A maior fonte de erros na determinação da diferença de alturas através deste método é a incerteza na correção da refração causada pelas variações das condições atmosféricas.

No nivelamento trigonométrico as distâncias de visadas normalmente são maiores que no nivelamento geométrico. A precisão para uma visada no nivelamento trigonométrico unilateral é obtida aplicando a lei de propagação de erro na equação (4.1), e tem-se conforme SCHOFIELD (1993) que:

$$s_{dnA-B}^2 = (\cos Z s_s)^2 + (S \sin Z s_z)^2 + s_i^2 + s_a^2 + (S^2 s_K / 2R)^2 + (S^2 (1+k) s_R / 2R^2)^2 \quad (4.31)$$

onde:

s_{dnA-B} : Erro do desnível do ponto entre os pontos A e B;

s_s : Erro da distância;

s_z : Erro do ângulo zenital;

s_i : Erro na determinação da altura do instrumento;

s_a : Erro na determinação da altura do alvo;

s_k : Erro do coeficiente de refração;

s_R : Erro na estimativa do raio da terra;

De modo análogo ao nivelamento geométrico, para uma seção de comprimento L com distância de visada S , consideradas iguais e com erro por visadas s calculado pela equação (4.31), tem-se:

$$dh_{P-Q} = dh_1 + dh_2 + \dots + dh_{n-1} + dh_n \quad (4.32)$$

$$s_{dh_1}^2 = s_{dh_2}^2 = \dots = s_{dh_{n-1}}^2 = s_{dh_n}^2 = s^2 \quad (4.33)$$

$$s_{dhP-Q}^2 = n \cdot s^2 \quad (4.34)$$

$$n = \frac{L}{S} \quad (4.35)$$

$$s_{dhP-Q} = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \quad (4.36)$$

s_{dhP-Q} : Erro da diferença de nível numa seção P – Q (mm);

s : Erro da diferença de nível de uma visada (mm);

n : Número de estações (km);

L : Comprimento total da seção nivelada (km);

S : Distância de visada (km).

Comparando o erro de uma seção com a tolerância estabelecida para o nivelamento geométrico IIN, obtém-se os valores máximos dos erros permitidos para uma visada em função da distância.

$$E = s_{dhP-Q} = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \quad (4.37)$$

E : Erro de desnível para uma seção de comprimento L .

Conforme já visto na seção 3.3 a equação (3.9) relaciona a tolerância para os nivelamentos com o comprimento da seção.

$$T = a \cdot \sqrt{L} \quad (3.9)$$

onde:

T : Tolerância (mm);

a : Valor constante (mm);

L : Comprimento da seção ou linha nivelada.

De modo semelhante a seção 3.3 o módulo do erro deverá ser menor ou igual a tolerância:

$$|E| \leq T \quad (3.10)$$

$$s \cdot \sqrt{\frac{L}{S}} \leq a \cdot \sqrt{L} \quad (4.38)$$

$$s \leq a \cdot \sqrt{S} \quad (4.39)$$

O erro máximo por visada é determinado pela equação (4.39). Tabela 4.8 a o erro máximo por distância de visada para não ultrapassar as tolerâncias estabelecidas para os nivelamento classe IIN e IIIN.

Tabela 4.8 - Erro limite por visada

S (m)	Geométrico - IIN	Trigonométrico - IIIN	
	$\alpha = 20 \text{ mm}$	$\alpha = 150 \text{ mm}$	$\alpha = 200 \text{ mm}$
	$\sigma \text{ (mm)}$	$\sigma \text{ (mm)}$	$\sigma \text{ (mm)}$
40	4,0	30,0	40,0
80	5,7	42,4	56,6
120	6,9	52,0	69,3
160	8,0	60,0	80,0
200	8,9	67,1	89,4
240	9,8	73,5	98,0
280	10,6	79,4	105,8
320	11,3	84,9	113,1
360	12,0	90,0	120,0
400	12,6	94,9	126,5
440	13,3	99,5	132,7
480	13,9	103,9	138,6
520	14,4	108,2	144,2

Estes valores serão comparados com os erros obtidos para o nivelamento trigonométrico realizado para as diversas distâncias em todas as combinações previstas na metodologia. A maior distância que apresentarem erros menores que os previstos

para o nivelamento geométrico IIN será o limite de visada que atende a especificações da ABNT (1994).

Tabela 4.9 - Erros em visadas unilaterais - Estação total de média precisão

Precisões			Propagação de erro no Nivelamento Tigonométrico (mm)													
Distância	5mm +	5ppm														
Ângulo	07"															
Altura Alvo	1mm		Distâncias (m)													
Altura Instrumento	2mm															
Coef. de Refração	100%		40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	
Raio da Terra	10km															
ângulos	90° 00' 00,0"	0°	2,6	3,5	4,6	5,9	7,2	8,5	9,8	11,1	12,5	13,9	15,2	16,6	18,0	
	91° 00' 00,0"	1°	2,6	3,5	4,6	5,9	7,2	8,5	9,8	11,1	12,5	13,9	15,2	16,6	18,0	
	93° 00' 00,0"	3°	2,6	3,5	4,7	5,9	7,2	8,5	9,8	11,1	12,5	13,8	15,2	16,6	18,0	
	95° 00' 00,0"	5°	2,7	3,5	4,7	5,9	7,2	8,5	9,8	11,1	12,5	13,8	15,2	16,6	17,9	
	100° 00' 00,0"	10°	2,8	3,6	4,7	5,9	7,1	8,4	9,7	11,0	12,4	13,7	15,1	16,4	17,8	
	115° 00' 00,0"	25°	3,4	4,0	4,9	5,9	7,0	8,2	9,3	10,5	11,7	13,0	14,2	15,4	16,7	
	120° 00' 00,0"	30°	3,6	4,2	5,0	6,0	7,0	8,0	9,1	10,3	11,4	12,6	13,8	14,9	16,1	
	125° 00' 00,0"	35°	3,9	4,4	5,1	6,0	6,9	7,9	8,9	10,0	11,1	12,1	13,3	14,4	15,5	
	130° 00' 00,0"	40°	4,2	4,6	5,3	6,0	6,9	7,8	8,7	9,7	10,7	11,7	12,7	13,7	14,8	

Tabela 4.10 - Erros em visadas unilaterais - Estação total de baixa precisão

Precisões			Propagação de erro no Nivelamento Tigonométrico (mm)													
Distância	5mm +	10ppm														
Ângulo	10"															
Altura Alvo	1mm		Distâncias (m)													
Altura Instrumento	2mm															
Coef. de Refração	100%		40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	
Raio da Terra	10km															
ângulos	90° 00' 00,0"	0°	3,0	4,5	6,2	8,1	10,0	11,9	13,8	15,7	17,6	19,6	21,5	23,5	25,5	
	91° 00' 00,0"	1°	3,0	4,5	6,2	8,1	10,0	11,9	13,8	15,7	17,6	19,6	21,5	23,5	25,5	
	93° 00' 00,0"	3°	3,0	4,5	6,2	8,1	10,0	11,9	13,8	15,7	17,6	19,6	21,5	23,5	25,4	
	95° 00' 00,0"	5°	3,0	4,5	6,2	8,1	9,9	11,8	13,7	15,7	17,6	19,5	21,5	23,4	25,4	
	100° 00' 00,0"	10°	3,1	4,5	6,2	8,0	9,9	11,8	13,6	15,5	17,4	19,4	21,3	23,2	25,1	
	115° 00' 00,0"	25°	3,6	4,8	6,3	7,9	9,5	11,2	13,0	14,7	16,4	18,2	20,0	21,7	23,5	
	120° 00' 00,0"	30°	3,9	5,0	6,3	7,8	9,4	11,0	12,6	14,3	15,9	17,6	19,3	21,0	22,7	
	125° 00' 00,0"	35°	4,1	5,1	6,4	7,7	9,2	10,7	12,2	13,8	15,3	16,9	18,5	20,1	21,8	
	130° 00' 00,0"	40°	4,4	5,3	6,4	7,6	9,0	10,4	11,8	13,2	14,7	16,2	17,7	19,2	20,7	

Comparando os valores das Tabelas 4.9 e 4.10 com a Tabela 4.8, verifica-se que o nivelamento trigonométrico unilateral com a estação de baixa precisão, com erro angular de 10" alcança a precisão do nivelamento IIN para distâncias de visadas um menores que 160 metros; Com a estação de média precisão, com erro angular de 7" fica dentro da tolerância no nivelamento IIN para distâncias de até 320 metros.

4.5 Propagação de Erro Leap-frog

Conforme descrito na seção 4.2 e equação (4.11), as distâncias S_A e S_B são aproximadamente iguais e admite-se o mesmo erro para a distância.

$$dn_{A-B} = S_B \cdot \cos Z_B - S_A \cdot \cos Z_A \quad (4.11)$$

$$S_{S_B} = S_{S_A} = S_S \quad (4.41)$$

$$S_{Z_B} = S_{Z_A} = S_Z \quad (4.42)$$

Aplicando a lei de propagação de erro na equação (4.11) tem-se que:

$$S_{dn_{A-B}} = S_S^2 \cdot (\cos^2 Z_A + \cos^2 Z_B) + S_Z^2 \cdot (S_A^2 \cdot \sin^2 Z_A + S_B^2 \cdot \sin^2 Z_B) \quad (4.43)$$

A Tabela 4.11 e 4.12 mostra o erro esperado com as precisões lineares e angulares dos equipamentos de baixa e média precisão usados nesta pesquisa, para diferentes situações de ângulos e distâncias.

Tabela 4.11 - Erros em Leap-frog - Estação total de baixa precisão

Precisões		Erro no nivelamento trigonométrico leap-frog												
Angular	= 10"	(mm)												
Distancia	= 5 + 10 ppm	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520
ângulos	90° 00' 00,0"	2,7	5,5	8,2	11,0	13,7	16,5	19,2	21,9	24,7	27,4	30,2	32,9	35,7
	89° 00' 00,0"	2,7	5,5	8,2	11,0	13,7	16,5	19,2	21,9	24,7	27,4	30,2	32,9	35,6
	88° 00' 00,0"	2,8	5,5	8,2	11,0	13,7	16,4	19,2	21,9	24,7	27,4	30,2	32,9	35,6
	85° 00' 00,0"	2,8	5,5	8,2	11,0	13,7	16,4	19,1	21,9	24,6	27,3	30,1	32,8	35,5
	80° 00' 00,0"	3,0	5,6	8,2	10,9	13,6	16,3	19,0	21,7	24,4	27,1	29,8	32,5	35,2
	75° 00' 00,0"	3,3	5,7	8,3	10,9	13,5	16,1	18,8	21,4	24,0	26,7	29,3	32,0	34,6
	70° 00' 00,0"	3,7	5,9	8,3	10,8	13,3	15,9	18,4	21,0	23,6	26,1	28,7	31,3	33,9
	65° 00' 00,0"	4,1	6,1	8,3	10,7	13,1	15,6	18,0	20,5	23,0	25,4	27,9	30,4	32,9
	60° 00' 00,0"	4,5	6,3	8,4	10,6	12,9	15,2	17,5	19,9	22,2	24,6	27,0	29,3	31,7

Tabela 4.12 - Erros em Leap-frog - Estação total de média precisão

Precisões		Erro no nivelamento trigonométrico leap-frog												
Angular	= 07"	(mm)												
Distancia	= 5 + 5 ppm	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520
ângulos	90° 00' 00,0"	1,9	3,8	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,4	17,3	19,2	21,1	23,0	25,0
	89° 00' 00,0"	1,9	3,8	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,4	17,3	19,2	21,1	23,0	25,0
	88° 00' 00,0"	1,9	3,8	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,4	17,3	19,2	21,1	23,0	24,9
	85° 00' 00,0"	2,0	3,9	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,3	17,2	19,1	21,1	23,0	24,9
	80° 00' 00,0"	2,3	4,0	5,8	7,7	9,6	11,4	13,3	15,2	17,1	19,0	20,9	22,8	24,6
	75° 00' 00,0"	2,7	4,2	5,9	7,7	9,5	11,4	13,2	15,0	16,9	18,7	20,6	22,4	24,3
	70° 00' 00,0"	3,1	4,5	6,1	7,7	9,5	11,2	13,0	14,8	16,6	18,4	20,1	21,9	23,7
	65° 00' 00,0"	3,6	4,7	6,2	7,8	9,4	11,1	12,8	14,5	16,2	17,9	19,6	21,3	23,1
	60° 00' 00,0"	4,0	5,1	6,4	7,8	9,3	10,9	12,5	14,1	15,7	17,3	19,0	20,6	22,3

A propagação do erro para uma seção de comprimento L com lance de comprimento d , distância de visada iguais de comprimento S com erro por visada igual a s calculado pela equação (4.43), tem-se:

$$dh_{P-Q} = dh_1 + dh_2 + \dots + dh_{n-1} + dh_n \quad (4.44)$$

$$s_{dh_1}^2 = s_{dh_2}^2 = \dots = s_{dh_{n-1}}^2 = s_{dh_n}^2 = s^2 \quad (4.45)$$

$$s_{dhP-Q}^2 = n \cdot s^2 \quad (4.46)$$

$$n = \frac{L}{d} \quad d = 2 \cdot S \quad (4.47)$$

$$E = s_{dhP-Q} = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot S}} \quad (4.48)$$

s_{dhP-Q} : Erro da diferença de nível em uma seção P – Q (mm);

s : Erro da diferença de nível de um único lance (mm);

n : Número de estações (km);

L : Comprimento total da seção nivelada (km);

S : Distância de visada (km);

d : Comprimento do lance (km).

De modo semelhante ao que foi feito para o nivelamento geométrico na seção 3.3 e o nivelamento com visadas unilaterais na seção 4.5 tem-se.

$$E = s_{dhP-Q} = \pm s \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot S}} \quad (4.49)$$

E : Erro de desnível para uma seção de comprimento L

$$T = a \cdot \sqrt{L} \quad (3.9)$$

onde:

T : Tolerância (mm);

a : Valor constante (mm);

L : Comprimento da seção ou linha nivelada.

De modo semelhante a seção 3.3 e 4.5 o módulo do erro deverá ser menor ou igual a tolerância:

$$|E| \leq T \quad (3.10)$$

$$s \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot S}} \leq a \cdot \sqrt{L} \quad (4.50)$$

$$s \leq a \cdot \sqrt{2 \cdot S} \quad (4.51)$$

O erro máximo por seção é determinado pela equação (4.51). A Tabela 4.13 apresenta o erro máximo por distância de visada para não ultrapassar as tolerâncias estabelecidas para os nivelamentos classe IN e IIN.

Tabela 4.13 - Erro limite por visada para o nivelamento Leap-frog

S (m)	Geométrico - IN	Geométrico - IIN
	$\alpha = 12$ mm	$\alpha = 20$ mm
	σ (mm)	σ (mm)
40	3,4	5,7
80	4,8	8,0
120	5,9	9,8
160	6,8	11,3
200	7,6	12,6
240	8,3	13,9
280	9,0	15,0
320	9,6	16,0
360	10,2	17,0
400	10,7	17,9
440	11,3	18,8
480	11,8	19,6
520	12,2	20,4

Comparando os valores das Tabelas 4.11 e 4.12 com a Tabela 4.13 , verifica-se que o nivelamento Leap-frog com a estação de baixa precisão, com erro angular de 10" alcança a precisão do nivelamento IIN para distâncias de visadas de até 160 metros. Com a estação de média precisão, com erro angular de 7" fica abaixo da tolerância do nivelamento IN para distâncias de até 80 metros e limitado a ângulos verticais de $\pm 25^\circ$ e para o IIN com distâncias de até 320 metros.

5 Nivelamento Vetorial com GPS

Para MONICO et al. (1996) a determinação de altitudes ortométricas via GPS para substituir o nivelamento geométrico, é um objetivo de longa duração e ainda requer soluções locais, tendo em vista limitações dos modelos de geóides com precisão compatíveis àquelas obtidas com GPS.

O GPS fornece ao usuário altura geométrica (h), em relação ao elipsóide WGS-84, que é uma grandeza puramente matemática. Para obter a altitude ortométrica (H) é necessário conhecer a ondulação geoidal (N) em relação a este referencial. O modelo geoidal oficialmente adotado no Brasil é o mapa geoidal MGB-92 (IBGE/EPUSP¹²), com precisão absoluta da ordem de 3 metros e precisão relativa de 1cm/km, (BLITZKOW et al.¹³, 1993) citado por (MONICO et al., 1996).

A Figura 5.1 ilustra a relação entre a altura geométrica, a altitude ortométrica e a ondulação geoidal que de forma simplificada é dada por:

$$H = h - N \quad (5.1)$$

onde

H : Altitude ortométrica;

h : Altura geométrica;

N : Ondulação geoidal.

¹² Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

¹³ BLITZKOW, D. et al. (1993). *Mapa geoidal do Brasil – 1992*. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

Figura 5.1 - Relação entre a altura geométrica e a altitude ortométrica.

Em trabalhos topográficos ou geodésicos a tecnologia GPS é quase sempre utilizada no método diferencial ou relativo, o que implica em dispor de, pelo menos, um ponto com coordenadas geodésicas conhecidas como base para o levantamento. Se a altitude ortométrica deste ponto for conhecida, os demais pontos levantados também poderão ter suas altitudes ortométricas determinadas, (SOARES, 1996), (PACILEO NETTO et al., 1996) e (VERONEZ, 1998).

Com o GPS não se tem medida de ângulo nem relação com o géoide, mas somente medida vetorial. Por isso torna-se necessário mais uma informação para o nivelamento, a ondulação geoidal. Considerando o ponto 1 de coordenadas (f_1, l_1, h_1) e altitude ortométrica (H_1) conhecidas e o ponto 2 (f_2, l_2, h_2) e (H_2) a ser determinado.

$$h_1 = H_1 - N_1 \quad (5.2)$$

$$h_2 = H_2 - N_2 \quad (5.3)$$

As ondulações N_1 e N_2 podem ser obtidas por mapas geoidais ou por superfície matemática resultante da interpolação geométrica a partir observações GPS em pontos com altitude ortométrica conhecida. Da combinação das equações (5.2) e (5.3) obtém-se:

$$H_2 = H_1 + \Delta h - \Delta N \quad (5.4)$$

A vantagem na metodologia diferencial é que a incerteza na altura geométrica h_1 é eliminada e não é transferida para h_2 e de modo semelhante a outras técnicas de nivelamento o erro na determinação H_1 se propaga diretamente sobre H_2 , (PACILEO NETTO et al., 1996).

PACILEO NETTO et al. (1996) mostra que para a região da grande São Paulo-SP o erro na determinação da altitude ortométrica por GPS, com altura geoidal de uma superfície matemática interpolada em RNs da rede de nivelamento de 1ª ordem do IBGE, é da ordem de centímetros. VERONEZ et al.,(2001) em trabalho semelhante numa área de 87 hectares, obteve-se discrepância média de 10mm nos pontos de controle. MONICO et al., (1996) numa área de 240km², obteve-se erro quadrático médio de 14mm e 17mm, com ondulações obtidas por GPS nos pontos de RN e por interpolação do mapa geoidal do MGB-92 (IBGE/EPUSP) (Mapa Geoidal do Brasil - 1992) usando o programa MAPGEO. Segundo TEDESCO et al. (2000) o nivelamento utilizando o método estático rápido possibilita bons resultados para bases curtas, desde que se realize um planejamento e rastreamento de no mínimo seis satélites.

Para PESSOA (1998) a limitação desta técnica é exatamente a resolução dos modelos geopotenciais relacionados a um datum global, em geral incapaz de substituir o tradicional nivelamento geométrico e o desafio do geodesta para os próximos anos é possibilitar o usuário do GPS obter altitudes ortométricas com grande acurácia.

Estes resultados mostraram que o nivelamento com GPS possibilita resultados dentro das tolerâncias exigidas para muitas atividades da engenharia.

6 Tolerância nos Nivelamentos

6.1 Os Equipamentos

A indústria de equipamentos topográficos tem desenvolvido equipamentos cada vez mais precisos. Entretanto, ressalta-se que muitas empresas e profissionais ainda utilizam equipamentos com precisão angular próximo do limite para os equipamentos de baixa precisão definidos por ABNT (1994).

6.1.1 Níveis

Os níveis óticos disponíveis no mercado para as atividades de topografia são encontrados com precisões de 3mm a 1mm por quilômetro em nivelamento duplo. Para atividades que exigem grande precisão dispõe-se de equipamentos com micrômetro que possibilita precisões de 0,25mm por quilômetro de duplo nivelamento.

Os níveis digitais surgiram no mercado no início da década de noventa e preencheram uma necessidade de nível completamente automatizado. O princípio de medição destes equipamentos baseia-se no tratamento da imagem unidimensional do sinal de medida codificado.

O valor da leitura é obtida comparando o sinal da imagem que aparece no visor ótico do nível, com um sinal de referência que corresponde ao código completo da mira. Esta comparação é feita automaticamente por um microprocessador no interior do instrumento (ARABATZI, 1993).

Os níveis digitais apresentam excelente rendimento aliado à boa precisão entretanto pequena obstrução no campo visual da luneta impede que a medição se

realize (FAGGION, 1998). Os níveis digitais são encontrados com precisões de 0,3 a 0,9 milímetro por um quilômetro de duplo nivelamento.

6.1.2 Estações totais

Há uma variedade de modelos de estações totais disponíveis no mercado brasileiro, dos mais diversos fabricantes. Uma verificação nos catálogos eletrônicos de cinco fabricantes Leica, Nikon, Sokkia, Topcon, Trimble e Zeiss constatou-se que os equipamentos disponíveis atualmente tem precisão angular menor ou igual a dez segundos, de acordo com a norma DIN 18723 ou ISO 12857-2 1997, sendo que a maior variedade de equipamentos oferecidos estão entre 3 e 7 segundos e com precisão na medição de distância entre $2\text{mm} + 2\text{ppm}$ a $5\text{mm} + 5\text{ppm}$.

6.2 Recomendações da ABNT - NBR 13.133

No Brasil, a ABNT (1994) é quem estabelece os critérios para execução de levantamentos topográficos e classifica os tipos de nivelamentos em função da precisão desejada e dos equipamentos utilizados. De acordo com a finalidade do levantamento topográfico seleciona métodos, processos e equipamentos que assegurem propagação de erros acidentais inferior as tolerâncias admissíveis.

A classificação dos equipamentos ocorre segundo suas características. Os níveis são classificados conforme o desvio padrão apresentado em nivelamento e contra nivelamento de 1km de nivelamento duplo. As estações totais são classificadas conforme o desvio padrão que as caracterizam, de acordo com as Tabelas 6.1 e 6.2. Serão consideradas equipamentos de baixa precisão aqueles com precisão menor que 10 segundos, em função do que a indústria tem oferecido.

O nivelamento geométrico está presente em duas das quatro classes de nivelamento estabelecidas pela NBR 13.133. O nivelamento classe IN tem por finalidade a implantação de referência de nível (RN) e a classe IIN a determinação de altitudes em pontos de segurança e vértices de poligonais destinados a projetos básicos, projetos executivos, como executado e obras de engenharia.

O nivelamento trigonométrico também ocupa duas classes, sendo que a classe IVN é específica para nivelamento taqueométrico onde se utiliza mira para determinação das distâncias. O nivelamento classe IIIN é definido para determinação de altitudes em poligonais de levantamento, nivelamento de perfis para estudos preliminares e ou de estudo viabilidade nos projetos. A Tabela 6.3 apresenta a classificação dos nivelamentos feita pela NBR 13.133.

Muitas empresas têm utilizado o nivelamento trigonométrico em atividades em que, para atender rigorosamente a NBR 13.133, deveria ser realizado por nivelamento geométrico. Apesar disso em muitas situações as empresas públicas e privadas que necessitam contratar serviços altimétricos não especificam o nivelamento trigonométrico, pois o seu limite de tolerância de fechamento é muito alto. Por isso torna-se necessário que haja um desdobramento da classificação deste método de nivelamento.

Tabela 6.1 - Classificação dos níveis. Fonte (ABNT, 1994).

Classes de níveis	Desvio - Padrão
1 - precisão baixa	$> \pm 10 \text{ mm/km}$
2 - precisão média	$= \pm 10 \text{ mm/km}$
3 - precisão alta	$= \pm 3 \text{ mm/km}$
4 - precisão muito alta	$= \pm 1 \text{ mm/km}$

Tabela 6.2 - Classificação das estações totais. Fonte (ABNT, 1994).

Classes de estações totais	Desvio - Padrão Precisão angular	Desvio - Padrão Precisão linear
1 - precisão baixa	$= \pm 30''$	$\pm (5\text{mm} + 10 \text{ ppm} \times D)$
2 - precisão média	$= \pm 07''$	$\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm} \times D)$
3 - precisão alta	$= \pm 02''$	$\pm (3\text{mm} + 3 \text{ ppm} \times D)$

Tabela 6.3 - Classificação dos nivelamento. Fonte (ABNT, 1994)

Classe	Metodologia	Desenvolvimento					Tolerâncias de fechamento
		Linha Seção	Extensão Máxima	Lance Máximo	Lance Mínimo	Nº Max. De lances	
IN Geom.	Nivelamento geométrico a ser executado com nível classe 3, utilizando miras dobráveis, centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura a ré e vante dos três fios, visadas equidistantes com diferença máxima de 10m, ida e volta em horários distintos e com Ponto de Segurança (PS) a cada km, no máximo.		10km	80m	15m		12mmv K
IIN Geom.	Nivelamento geométrico a ser executado com nível classe 2, utilizando miras dobráveis, centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura do fio médio, ida e volta ou circuito fechado, com Pontos de Segurança (OS) a cada dois km, no máximo.		10km	80m	15m		20mmv K
IIIN Trig.	Nivelamento trigonométrico a ser realizado através de medidas de distâncias executadas com medidor eletrônico de distância - MED - classe 1, leituras reciprocras (vante e ré) em uma única série, ou medidas de distâncias executadas à trena de aço devidamente aferida, com controle estadimétrico de erro grosseiro, leituras do ângulo vertical conjugadas, direta e inversa, em uma série direta e inversa, com teodolito classe 2 ou estação total classe 2.	Princ.	10km	500m	40m	40	0,15mv K
		Sec.	5km	300m	30m	20	0,20mv K
IVN Taqueo.	Nivelamento taqueométrico a ser realizado através de leitura dos três fios sobre miras centimétricas, devidamente aferidas, providas de prumo esférico, leitura vante e ré, leitura do ângulo vertical simples, com correção de PZ ou de índice obtido no início e no fim da jornada de trabalho, por leituras conjugadas, direta e inversa, com teodolito classe 1.	Princ.	5km	150m	30m	40	0,30mv K
		Sec.	2km	150m	30m	20	0,40mv K

6.3 Recomendações do IBGE – Resolução PR N° 22

O IBGE (1983) estabelece os critérios e configurações para os circuitos e linhas de nivelamentos geodésicos, especifica os procedimentos e os instrumentos para a medição de desníveis, define critérios para o controle de qualidade dos trabalhos e o erro padrão máximo para uma linha após o ajustamento e recomenda alguns cuidados que devem ser tomados que para minimizar a propagação de erros sistemáticos. A Tabela 6.4 mostra as diferenças máximas permitidas entre o nivelamento e contranivelamento.

Os cuidados que devem ser tomados durante a execução dos nivelamentos são:

- ✓ Comprimentos iguais de visada de ré e vante;
- ✓ Comprimento máximo de 100m nas visadas, sendo 60m ideal;
- ✓ Visar à mira acima de 20cm do solo, para evitar os efeitos do fenômeno da reverberação;
- ✓ Usar miras aos pares e alterná-las entre ré e vante;
- ✓ Colocar as miras sempre sobre chapas, pinos ou sapatas.

Tabela 6.4 - Especificações para nivelamento geométrico geodésico. Adaptado de (IBGE, 1983)

ITEM	LEVANTAMENTOS GEODÉSICOS			
	De alta Precisão	De Precisão		Para Fins Topográficos
	Fundamental	Áreas Mais Desenvolvidas	Áreas Menos Desenvolvidas	Local
Diferença entre nivelamento e contranivelamento de uma seção.	3mmvK	6mmvK	8mmvK	12mmvK
Diferença entre nivelamento e contranivelamento de uma linha.	4mmvK	6mmvK	8mmvK	12mmvK
Razão entre a discrepância acumulada e o perímetro do circuito.	0,5mm/km	5mm/km	5mm/km	10mm/km
Erro padrão máximo para uma linha após o ajustamento.	2mmvK	3mmvK	4mmvK	6mmvK

NOTA: K = comprimento da linha ou seção em km.

6.4 Recomendações do DNIT – IS 204 e IS 205

O Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (DNIT), antigo Departamento Nacional de Estradas e Rodagem (DNER), define e especifica os serviços topográficos a serem desenvolvidos na fase de anteprojeto e projeto de engenharia rodoviária através das instruções de serviços IS-204 e IS-205, respectivamente.

Segundo DNIT (2002a) e DNIT (2002b) o eixo locado deve ser nivelado e contra nivelado por nivelamento geométrico e apoiado a uma rede de RRNN implantada ao longo da faixa de domínio da rodovia, cujos marcos estejam espaçados de 500 metros.

A tolerância de erro de nivelamento é de 20mm/km entre os RRNN e a diferença acumulada (e) deve atender a inequação:

$$e \leq 12,5mm \cdot \sqrt{n}$$

onde:

n : Extensão (km);

e : Diferença acumulada (mm).

Apesar de destacar a utilização de estações totais como forma de aumentar a produtividade, melhorar a segurança da coleta dos dados dentre outras qualidades, as instruções não especificam o nivelamento trigonométrico com estação total para nivelamento do eixo de estradas, em nenhuma das fases, seja de projeto ou e anteprojeto.

7 *Materiais e Métodos*

7.1 Considerações Iniciais

Neste capítulo apresentam-se as características da seção em que se realizou o nivelamento, objeto desta pesquisa, a estratégia dos levantamentos, os métodos de coleta de dados em campo e a estratégia e procedimentos dos cálculos.

7.2 Definição da Seção de Estudo

A localização da seção, sua dimensão, distância entre os pontos e seu perfil foram definidos de modo que as condições fossem o mais próximo possível das encontradas no cotidiano das atividades convencionais de topografia, fácil acesso e baixo custos de transportes e apoio às atividades de campo. As características topográficas para o local foram estabelecidas visando uma maior variação dos ângulos verticais, visibilidade entre todos os pontos e possibilidade da linha de visada passar próximo ao solo em determinadas posições.

O local escolhido fica no km 256 da rodovia SP 318 – Engº. Thales de Lorena Peixoto Júnior, distante 20km da cidade de São Carlos (SP). A rodovia encontra-se sob administração por concessão da empresa Autovias SA. Durante a seleção do local, foram considerados alguns trechos no centro da cidade de São Carlos (SP), entretanto árvores e placas de publicidade das lojas impossibilitavam a visão das extremidades da seção.

A seção apresenta um perfil côncavo, atendendo as condições de visibilidade entre todos os pontos e linha de visada próximo ao solo. Possui rampa máxima em torno

de 5%, o que implica em ângulo de inclinação da ordem de 3°. Uma seção que possibilitasse ângulos verticais de até 10° seria útil para avaliar o comportamento da propagação da componente do erro devido ao ângulo vertical, no entanto ângulo desta magnitude implica em rampa em torno de 17%, não é encontrada na margem de rodovia, nem em vias urbanas com a extensão pretendida. Este foi o local que mais se adequou aos critérios estabelecidos, num raio de 50km.

O comprimento da seção é de 680m, com pontos materializados a cada 40m, e numerados seqüencialmente de P0 ate P15, sendo que 40 metros antes do P0 foi materializado ponto de segurança PS1 e 40 metros após o P15 o ponto de segurança PS2, conforme ilustra a Figura 7.1. A Figura 7.2 apresenta uma visão panorâmica da seção.

Figura 7.1 - Ilustração esquemática da seção de estudo.

Figura 7.2 - Vista da seção com o nível entre os pontos P7 e P8 e a mira em P7

Os pontos foram materializados na extremidade do acostamento por questão de segurança durante as operações de campo, e foram utilizados parafusos galvanizados de cabeças arredondadas, com 100mm de comprimento e bitola de 10mm. A Figura 7.3 mostra detalhes do ponto e de sua fixação no solo.

Figura 7.3 - Detalhe da materialização dos pontos.

7.3 Levantamento de Campo

Para avaliar a precisão de uma técnica de nivelamento torna-se necessário escolher um local, materializar os pontos em estudos, realizar o nivelamento com uma técnica de precisão reconhecidamente superior a que se quer verificar, de modo que as propagações dos erros residuais causem a menor interferência possível na precisão dos resultados da técnica que se está testando.

Com os pontos da seção materializados, realizou-se o nivelamento geométrico conforme as especificações dadas por IBGE, (1983) para o nivelamento geodésico de precisão. Em seguida realizou-se o nivelamento trigonométrico utilizando estações totais. Os pontos de segurança foram nivelados utilizando-se equipamento GPS (receptor e antena) de uma frequência com o método de posicionamento estático, com tempo de observação de uma hora.

7.3.1 Nivelamento geométrico

7.3.1.1 Equipamentos utilizados

Para este nivelamento foi utilizado o nível do Laboratório de Topografia do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos - UFSCar e os acessórios do Laboratório de Mensuração do Departamento de Transportes da EESC/USP. Os equipamentos utilizados foram o nível NI 07, fabricado pela Carl Zeiss – JENA, com placa plana paralela, destinado a nivelamentos de média e alta precisão, com erro quadrático médio de até 0,5mm por quilômetro de duplo nivelamento, uma mira de invar e acessórios. A Figura 7.4 apresenta o nível utilizado.

Figura 7.4 - Nível NI 07. Fabricação Karl Zeiss-Jena

7.3.1.2 Estratégia de ocupação dos pontos e cálculo

No processo de nivelamento foram adotadas as recomendações para levantamentos altimétricos estabelecidos pela Resolução - PR 22, Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos do IBGE, que normaliza os levantamentos altimétricos de alta precisão, com o intuito de minimizar os efeitos e propagação de erros sistemáticos.

O comprimento das visadas foi de 20 metros e com uma diferença entre ré e vante menor que 50cm, de modo a compensar o efeito da curvatura terrestre e de erros sistemáticos devido à refração atmosférica. As mudanças de instrumento foram feitas sempre nos pontos estabelecidos, sem a necessidade de utilizar sapata como ponto auxiliar.

As leituras na mira foram realizadas a 50cm acima do solo para minimizar os efeitos da cintilação causada pela variação da densidade do ar, em decorrência da troca térmica. Utilizou-se também apenas uma mira de modo a eliminar o erro de índice.

As diferenças de níveis entre pontos foram calculadas no programa Microsoft® Excel 2002.

7.3.2 Nivelamento com GPS

Com o GPS determinou-se a altitude ortométrica dos pontos de segurança, PS1 e PS2, utilizando as ondulações geoidais obtidas do Mapa Geoidal do Brasil (1992) desenvolvido pelo IBGE em conjunto com a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP/PTR). O mapa apresenta precisão absoluta de 3 metros e relativa de 1cm/km, (SEGANTINE, 2002). Para a obtenção das altitudes foram usados os procedimentos descritos no Capítulo 5.

7.3.2.1 Equipamentos utilizados

Nesta etapa utilizou-se um sistema GPS de fabricação Leica, GPS System modelo SR9400, composto por um par de receptores com capacidade de observação da portadora L1 e código C/A. Duas antenas receptoras com bastão de 1,50 metros, dois bipés para dar apoio às antenas e dois coletores de dados.

(a)

(b)

(c)

Figura 7.5 - Sistema GPS – Leica usado no nivelamento do PS1 e PS2

7.3.2.2 Estratégia de ocupação dos pontos e processamento

Os pontos foram levantados no método de posicionamento relativo estático usando a fase da portadora, pois é a técnica mais precisa e mais usada em levantamentos de campo, (SEGANTINE, 2002). Os dois receptores foram posicionados nos pontos PS1 e PS2 rastreados por uma hora, com taxa de armazenamento de 15 segundos. A estação BASE-STT foi usada como vértice de referência. Esta estação monitora continuamente os satélites GPS e os seus dados estão disponibilizados para os usuários no endereço <<http://143.107.234.58/default.htm>>.

Os dados foram pós-processados no programa Ski-Pro. A diferença de nível entre os pontos PS1 e PS2 foram comparadas com os resultados do nivelamento geométrico.

7.3.3 Nivelamento trigonométrico

O nivelamento trigonométrico foi feito em duas etapas, na primeira com um equipamento de baixa precisão e na segunda com o equipamento de média precisão.

7.3.3.1 Equipamentos utilizados

Como equipamento de baixa precisão utilizou-se a estação total TC 400, Figura 7.6a, com precisão angular de 10 segundos e com precisão para distância de 5mm + 10 ppm de fabricação da Leica. Utilizou-se um par de prismas, um par de bastões apoiados por bipés e acessórios. Todos os equipamentos pertencem ao Laboratório de Mensuração do Departamento de Transportes da EESC/USP.

O equipamento de média precisão usado foi a estação total TC 307, Figura 7.6b, com precisão angular de 7 segundos e distância de 2mm + 2ppm, também de fabricação da Leica, emprestada da Wild Brasil S/A.

(a) - TC400

(b) - TC307

Figura 7.6 - Estações totais usada no nivelamento trigonométrico- Fabricação Leica.

7.3.3.2 Coleta de dados atmosféricos

Foram coletados os dados atmosféricos tais como: pressão, temperatura e umidade relativa do ar. A pressão atmosférica e a temperatura foram coletadas em média a cada quatro pontos nivelados, o que corresponde a intervalos de cerca de 20 minutos. A umidade relativa, no entanto, foi obtida de EMBRAPA (2003), que divulga os dados da estação meteorológica localizada a cerca de 7km da seção em estudo. E conforme foi mostrado na Seção 4.4.1, o uso dos mesmos valores de umidade observados na estação meteorológica para o local do nivelamento não implica em erros significativos.

7.3.3.3 Medição da altura do instrumento

A determinação da altura do instrumento é um dos fatores que limita a precisão do nivelamento trigonométrico, pois geralmente este procedimento é realizado com uma trena, (MAIA, 1999). Neste trabalho a altura do instrumento foi determinada de duas maneiras diferentes:

- ✓ Medição direta com uma trena;

Neste caso a altura foi obtida inclinada do ponto até a projeção do eixo de rotação da luneta na lateral da estação total. A altura vertical foi calculada aplicando o teorema de Pitágoras:

$$h_v = \sqrt{h_i^2 - d^2} \quad (7.1)$$

onde:

h_v : Altura vertical (m);

h_i : Altura inclinada (m);

d : Distância horizontal entre a eixo vertical e a lateral da estação.

Para o valor de d considerou-se a metade da largura dos equipamentos informada no manual do usuário destes: $d = 0,10$ m para a TC400 e $d = 0,075$ m para a TC307.

✓ Por nivelamento trigonométrico de uma RN (referência de nível).

De acordo com a Figura 7.7 a medição da altura do instrumento por nivelamento trigonométrico é dada por:

$$hi = dn_{E-RN} + ha - S \cdot \cos Z \quad (7.2)$$

onde:

hi : Altura do instrumento a determinar;

dn_{E-RN} : Diferença de nível entre estação e RN obtida por nivelamento geométrico;

ha : Altura do alvo conhecida;

S : Distância inclinada;

Z : Ângulo zenital.

Figura 7.7 - Obtenção da altura por nivelamento

No processamento dos dados foram consideradas as alturas do instrumento medidas das duas formas com o objetivo de avaliar quanto à medição com a trena influência na precisão da altitude.

7.3.3.4 Posicionamento do alvo

Os prismas foram fixados em bastões dotados de bolha de nível circular, devidamente aferida, e bipé que permitiu mantê-los na vertical e estáveis durante as medições. No entanto, algumas vezes durante os procedimentos os bastão foram apurados apenas com o apoio das mãos. As alturas finais do alvo, considerando o centro geométrico do prisma foram de 1,560 metros.

Figura 7.8 - Prisma em bastão apoiado com bipé.

7.3.3.5 Estratégia de ocupação dos pontos

Em cada um dos pontos visados foram realizadas três séries de leituras conjugadas, diretas e inversas, de ângulos zenitais e medição de distâncias, sendo que as duas primeiras séries foram realizadas com o bastão instalado sobre o ponto e devidamente sustentado pelo bipé e a última com o bastão seguro manualmente, sem o apoio destes.

O procedimento consistiu em instalar o equipamento no ponto P0, visar o ponto PS1 à ré e em seguida visar a vante os pontos P1, P2 até o PS2. Deslocar o equipamento

para o ponto P1 e visar à ré o ponto PS1 e em seguida visar a vante os pontos P0, P2, P3 até o PS2. Repetiu-se este procedimento até estacionar no ponto P15 e visar todos os demais pontos, conforme ilustra a Figura 7.9.

Figura 7.9 - Ilustração da estratégia para o nivelamento trigonométrico.

Desta forma dois pontos foram visados de 640m, são do P0 ao PS2 na ida e do P15 ao PS1 na volta, outros quatro foram visados de 60m, do P0 ao P15 e do P1 ao PS2 e vice-versa, até atingir o total de 32 pontos visados de 40m de distâncias, formando um conjunto de dados cuja altitude dos pontos foram obtidas de diferentes distâncias, distribuídos conforme mostra a Tabela 7.1. Foram usados os dados com distância de até 520m, pois a partir daí a quantidade de pontos observados são menores que oito.

Tabela 7.1 - Número de pontos nivelados x distância de visada.

Distância (m)	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560	600	640
Nº Pontos	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

No nivelamento trigonométrico Leap-frog foi calculado a diferença de nível entre os pontos mostrados na Tabela 7.3, que apresenta as combinações de posição do equipamento e do alvo e as distâncias de visadas em que foram feitos os cálculos. A diferença de nível entre os pontos PS1 e P15, na primeira linha, considerando o símbolo “#” como a posição do equipamento e a letra “A” como a posição do alvo, foi calculada aplicando a equação (4.11) do ponto PS1 a P1, de P1 a P3 e assim sucessivamente até P13 a P15.

Quanto às combinações da Tabela 7.2, considerou-se apenas as visadas com o alvo apoiado, pois a avaliação da diferença de altura entre o alvo fixo ou móvel foi feita com o nivelamento unilateral. As demais: altura do instrumento, correções da refração, correção da curvatura se anulam como mostra as equações (4.7) a (4.11).

Tabela 7.3 - Pontos de estação e alvo nos cálculos do Leap-frog

Item	PS1	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	PS2	Distância Visada	Início	Fim
1	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A		40	PS1	P15
2		A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A	#	A		P0	PS2
3	A		#		A		#		A		#		A		#		A		80	PS1	P15
4		A		#		A		#		A		#		A		#		A		P0	PS2
5	A			#			A			#			A						120	PS1	P11
6		A			#			A			#			A						P0	P12
7			A			#			A			#			A					P1	P13
8				A			#			A			#			A				P2	P14
9					A			#			A			#			A			P3	P15
10	A				#				A				#				A		160	PS1	P15
11		A				#				A				#				A		P0	PS2
12	A					#					A								200	PS1	P9
13		A					#					A								P0	P10
14			A					#					A							P1	P11
15				A					#					A						P2	P12
16					A					#					A					P3	P13
17						A					#					A				P4	P14
18							A					#					A			P5	P15
19								A					#					A		P6	PS2
20	A						#						A						240	PS1	P11
21		A						#						A						P0	P12
22			A						#						A					P1	P13
23				A						#						A				P2	P14
24					A						#						A			P3	P15
25						A						#						A		P4	PS2
26	A							#							A				280	PS1	P13
27		A							#							A				PS0	P14
28			A							#							A			P1	P15
29				A							#							A		P2	PS2
30	A								#								A		320	PS1	P14
31		A								#								A		P0	PS2

A = Alvo # = Estação

8 Resultados e Discussão

8.1 Nivelamento Geométrico

Os valores das cotas arbitrárias dos pontos são mostrados na Tabela 8.1 e serão chamadas de cotas de referência na comparação com o nivelamento trigonométrico. O erro cometido entre o nivelamento e o contra nivelamento foi de 0,2mm, que equivale a precisão de $0,25mm\sqrt{L(km)}$, e ficou abaixo da tolerância para o nivelamento geodésico de alta precisão estabelecidos pelo IBGE:

$$T = 3mm \cdot \sqrt{L(km)}$$

$$e \leq T$$

$$e = dn_{Ida} - dn_{Volta} = 0,2mm$$

$$T = 3mm \cdot \sqrt{0,68} = 2,4mm$$

onde:

e : Erro entre o nivelamento e o contranivelamento (mm);

T : Tolerância de fechamento (mm).

A diferença de nível encontrada para os pontos PS1 e PS2 foi de 1,563 metros. A maior diferença entre os desníveis obtidos no nivelamento e no contranivelamento foi de 0,6mm, conforme apresentado no Gráfico 8.1.

Tabela 8.1 - Resultados do nivelamento geométrico

Pontos	PS1	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	PS2
Cotas (m)	100,000	98,888	97,538	95,715	93,604	91,402	89,308	87,773	86,971	87,080	87,945	89,661	91,674	93,581	95,344	96,706	97,748	98,437

Gráfico 8.1 - Diferença dos desníveis do nivelamento e contranivelamento.

8.2 Nivelamento com GPS

Os resultados de posicionamento dos pontos de segurança nos sistemas WGS-84 e SAD-69 e os valores das altitudes e ondulações geoidais determinados como descrito na seção 7.3.2. são apresentados nas Tabela 8.2 e 8.3.

Observou-se que a diferença entre os desníveis obtidos por nivelamento geométrico e os obtidos por GPS, com a ondulação geoidal interpolada através do programa Mapgeo, foi de 26mm o que significa uma precisão de $32mm \cdot \sqrt{L(km)}$, maior que a tolerância para o nivelamento IIN, $20mm \cdot \sqrt{K(km)} = 16,4mm$.

Tabela 8.2 - Coordenadas geodésicas

Pontos	Sistema WGS-84			Sistema SAD-69			
	Latitude	Longitude	Altura Geométrica	Latitude	Longitude	Altura Geométrica	
PS1	-21° 48' 30,739"	47° 54' 19,263"	696,497	-21° 48' 29,010"	-47° 54' 17,638"	703,898	
PS2	-21° 48' 08,922"	-47° 54' 15,448"	694,922	-21° 48' 07,192"	-47° 54' 13,823"	702,329	
Dif. de Nível =			-1,575	Dif. de Nível =			-1,569

Tabela 8.3 - Altura geométrica e altitude ortométrica

Pontos	Altura Geométrica SAD-69	Ondulação Geoidal	Altitude Ortométrica
PS1	703,898	-3,35	707,248
PS2	702,329	-3,33	705,659
Dif. De Altitude =			-1,589

8.3 Nivelamento Trigonométrico

Os levantamentos de campo com a estação TC400 foram feitos durante o mês de setembro/2002 e início de dezembro/2002, num total de 5 dias em que a temperatura variou de 16,5 a 34°C, sendo que dois terço do tempo foi superior a 25°C e 70% das observações foram feitas com intensidade solar média a forte e o restante com sol fraco e nublado.

Com a estação TC307 os dados foram obtidos em abril/2003, durante dois dias em que a variação temperatura foi 20 a 31°C e em 70% do tempo superior a 25°C. Durante as observações, 43% delas foram feitas com céu nublado e o restante com média intensidade solar.

8.3.1 Visadas unilaterais

8.3.1.1 *Altura do instrumento*

A Tabela 8.4 e o Gráfico 8.2 mostram a diferença na altura do instrumento obtida por trena e por nivelamento, conforme descrito na seção 7.3.3.3. Observou-se uma certa uniformidade nas alturas para a estação TC307.

Isso ocorreu por que no nivelamento realizado com a estação total TC400, utilizou-se uma trena convencional com fita de fibra e o posicionamento do “zero de referência” no ponto é mais susceptível a erros como mostra a Figura 8.1, já durante o levantamento com a TC307 utilizou-se uma trena de aço em que o “zero” é no topo da fita, não necessitando dobrá-la sobre o ponto. Esse deve ser um dos cuidados a serem tomados na obtenção da altura do instrumento com trena.

De um modo geral o desvio em relação a altura do instrumento obtida por nivelamento ficou em torno de 1mm para a estação TC400 e 0,7mm para a TC307. A variação abrupta que aparece no ponto P13 ocorreu porque este ponto foi deslocado e isso influenciou também as diferenças de níveis para este ponto e as obtidas a partir dele.

Tabela 8.4 - Diferença entre altura do instrumento medida à trena e por nivelamento

Estação	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	Desvio	
	Diferença (mm)																Todos	sem P13
TC400	0,9	0,2	-1,9	0,4	-0,6	0,5	-0,9	-0,6	1,8	1,2	-0,8	0,9	-0,1	5,0	1,2	-0,3	1,6	1,0
TC307	-0,8	-0,9	-0,7	-0,5	-0,1	-0,7	-0,3	-0,3	-0,2	-0,5	0,0	-0,3	-1,8	2,5	0,1	-0,5	0,9	0,7

Gráfico 8.2 - Diferença de altura do instrumento medida por trena e nivelada

(a)

(b)

Figura 8.1 - Detalhe do posicionamento do “zero de referência” da trena no ponto.

8.3.1.2 Linha de visada próxima do solo

Na Tabela 8.5 apresentam-se as alturas em que a linha de visada de alguns segmentos encontra-se acima do solo em determinados pontos. Os valores foram obtidos considerando a altura do instrumento e do alvo com 1,55 metros. Essas informações ajudaram a compreender algumas diferenças bruscas entre as cotas do nivelamento trigonométrico e as cotas de referências. A Figura 8.2 ilustra a situação mais crítica em que a linha de visada passou a apenas 9cm acima do solo.

Tabela 8.5 - Altura da linha de visada em relação ao solo

Linha de Visada		Altura do solo (cm)					Distância (m)
		P0	P1	P2	P3	P4	
P3	- PS1	101	76	99			160
P4	- PS1	52	63	102			200
P5	- PS1	83	40	44	77		240
P6	- PS1	87	47	55	90		280
P7	- PS1	98	70	89	139		320
		P11	P12	P13	P14	P15	
P12	- PS2			95	80	95	160
P11	- PS2		95	53	53	83	200
P10	- PS2	95	50	20	31	72	240
P9	- PS2	76	36	9	23	69	280
P8	- PS2		67	33	39	77	320
P7	- PS2			77	68	91	360
P10	- P15		80	66	92		200
P9	- P15	103	76	64	90		240

Figura 8.2 - Altura da linha de visada da estação P9 ao ponto PS2

8.3.1.3 Avaliação das condições

O erro padrão das cotas do nivelamento trigonométrico em relação às cotas de referências, em função das distâncias de visadas e das condições avaliadas, são mostrados nas Tabelas 8.6 e 8.7. Observou-se que a condição que apresenta menor média dos erros padrão é a condição C15 e a maior é a C2. Estes resultados estão em conformidade com a situação de melhor e pior condição, conforme apresentado na Tabela 7.2.

A correção atmosférica do ângulo de refração e a curvatura da terra são os mais significativos, ao passo que a correção atmosférica da distância não influenciou nos desníveis nem para distância de 520m, conforme demonstrado na seção 4.3.1.3, como foi observado comparando as condições C1, C2, C3, C4, C9, C10, C11 e C12, a C5, C6, C7; C8, C13, C14, C15 e C16 respectivamente.

As condições C13, C14, C15 e C16 comparadas com as C5, C6, C7 e C8 respectivamente refletem a diferença da altura do instrumento medido por nivelamento e com trena, como retrata a Tabela 8.4. O Gráfico 8.3 mostrou que a estação TC307 apresentou erro médio menor que a TC400, resultado coerente com a precisão angular dos equipamentos.

Tabela 8.6 - Erro padrão x distância x condição avaliada TC400

Distância	Condições															
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
40	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	1,5	1,7	1,6	1,7	1,5	1,7	1,6	1,7
80	2,6	2,6	2,6	2,5	2,6	2,6	2,5	2,5	1,9	1,9	1,9	1,8	1,8	1,9	1,8	1,8
120	2,7	3,3	2,5	3,0	2,7	3,2	2,4	3,0	2,1	2,6	1,8	2,3	2,0	2,5	1,8	2,2
160	3,7	3,7	3,0	3,1	3,6	3,7	2,9	3,1	3,3	3,4	2,5	2,8	3,2	3,3	2,4	2,7
200	4,8	4,7	3,4	4,0	4,8	4,7	3,4	4,0	4,4	4,3	3,0	3,6	4,4	4,3	3,0	3,5
240	6,2	6,7	4,2	4,9	6,2	6,7	4,2	4,9	5,4	6,0	3,3	4,1	5,4	6,0	3,3	4,1
280	7,4	8,3	4,7	5,6	7,4	8,4	4,8	5,7	6,8	8,0	3,9	5,3	6,8	8,0	3,9	5,3
320	10,3	10,2	4,9	5,0	10,3	10,2	5,0	5,0	10,1	10,0	4,5	4,8	10,1	10,0	4,6	4,9
360	12,1	14,0	5,8	7,2	12,0	13,9	5,7	7,1	11,6	13,6	5,1	6,6	11,5	13,5	5,0	6,5
400	15,8	14,1	7,6	8,4	15,7	14,0	7,6	8,4	15,5	13,7	7,3	8,1	15,4	13,7	7,2	8,1
440	16,7	16,7	7,9	8,4	16,7	16,7	7,9	8,5	16,2	16,2	7,3	7,8	16,2	16,2	7,3	7,8
480	18,7	19,0	8,5	10,4	18,7	18,9	8,5	10,4	18,3	18,6	8,4	10,5	18,3	18,6	8,5	10,5
520	26,1	28,9	12,0	15,1	26,0	28,9	12,0	15,1	25,1	28,2	11,0	14,6	25,1	28,2	10,9	14,6
Média	9,9	10,3	5,3	6,1	9,9	10,3	5,3	6,1	9,4	9,9	4,7	5,7	9,4	9,8	4,7	5,7

Tabela 8.7 - Erro padrão x distância x condição avaliada – TC307

Distância	Condições															
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
40	1,7	1,8	1,7	1,8	1,7	1,8	1,7	1,8	1,2	1,3	1,2	1,3	1,2	1,3	1,2	1,3
80	1,8	1,7	1,9	1,9	1,8	1,7	1,9	1,9	1,3	1,3	1,5	1,4	1,3	1,2	1,4	1,4
120	2,0	2,3	2,0	2,2	2,0	2,3	2,0	2,2	1,7	1,8	1,6	1,7	1,8	1,9	1,7	1,7
160	2,5	2,8	2,4	2,6	2,6	2,8	2,5	2,6	2,3	2,6	2,0	2,2	2,4	2,6	2,1	2,3
200	4,2	4,5	3,3	3,4	4,2	4,6	3,3	3,5	4,1	4,6	3,1	3,4	4,1	4,6	3,1	3,5
240	5,7	6,1	3,7	4,1	5,7	6,1	3,7	4,1	5,6	6,0	3,3	3,8	5,6	5,9	3,4	3,8
280	6,9	6,5	4,2	3,9	6,9	6,5	4,2	3,9	6,9	6,4	4,0	3,6	6,9	6,5	4,0	3,6
320	7,8	9,2	4,3	5,1	7,8	9,2	4,2	5,0	7,8	9,3	4,1	5,0	7,8	9,3	4,1	5,0
360	10,3	9,4	4,9	4,7	10,2	9,3	4,8	4,6	10,3	9,5	4,7	4,6	10,3	9,4	4,7	4,5
400	9,9	10,0	5,6	5,6	9,9	10,0	5,6	5,7	9,9	10,2	5,3	5,8	9,9	10,2	5,4	5,9
440	11,2	13,2	4,9	6,4	11,1	13,2	5,0	6,3	11,3	13,2	4,7	5,9	11,3	13,2	4,7	5,8
480	14,4	14,8	4,3	6,7	14,4	14,8	4,3	6,8	14,5	15,2	3,6	7,0	14,5	15,2	3,7	7,1
520	15,9	20,8	5,8	5,7	15,9	20,7	5,9	5,8	16,0	20,9	5,1	5,4	16,0	20,9	5,2	5,5
Média	7,2	7,9	3,7	4,2	7,2	7,9	3,8	4,2	7,1	7,9	3,4	3,9	7,2	7,9	3,4	4,0

Gráfico 8.3 - Média dos erros padrões do nivelamento com TC400 e TC307

Os Gráficos 8.4 e 8.5 apresentam as diferenças entre as médias dos erros padrões mostrados nas Tabelas 8.6 e 8.7, considerando as combinações em que apenas uma condição foi alterada e as outras três condições foram mantidas.

Observou-se que fazer ou não a correção da refração atmosférica da distância não implica em diferenças no nivelamento para distâncias até 520 metros, confirmando o que foi discutido na seção 4.3.1.3, já a correção atmosférica do ângulo de refração e a curvatura da terra tem os efeitos mais significativos.

Manter o Bastão apoiado por bipé ou segurá-lo com as mãos apresenta diferença inferior à 1mm para distâncias até 240 metros e menor que 2mm em distâncias de até 480 metros. Esse efeito pode estar associado também à visibilidade do alvo, considerando que a definição do centro do prisma fica indefinido para distâncias superiores a 280 metros e o movimento pode causar erro de pontaria.

Para a avaliação dos comprimentos de visadas considerou-se as combinações que foram realizadas a correção atmosférica e curvatura da terra, reduzindo-se a oito combinações. Dessas escolheu-se as duas que apresentavam a combinação mais favorável, C15, e a mais desfavorável, C4.

Gráfico 8.4 - Diferença média x distância x combinação - TC400

Gráfico 8.5 - Diferença média x distância x combinação - TC307

8.3.1.4 Avaliação das distâncias

As diferenças entre as cotas do nivelamento trigonométrico e as cotas de referências para diferentes distâncias de visadas, com as duas estações totais, nas condições C4 e C15 são apresentadas nos Gráficos 9.1a, 9.1b, 9.1c, 9.2a, 9.2b e 9.2c no apêndice A.

Nas visadas de 200, 240 e 280 metros aos pontos PS1 e PS2 a linha de visada passou a menos de 60cm acima do solo, como mostra a Tabela 8.5. O mesmo aconteceu com o ponto P9 e PS2 nas visadas de 240 e 320 metros, respectivamente. Isso explica os picos que ocorreram nestes pontos, pois muito próximo do solo o índice de refração é muito mais inconstante.

Os pontos P7, P6, P5, P4, P3, P2, P2, P1, P0 e PS1 visados com distâncias de 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400, 440 e 480m respectivamente, com a estação TC307 estacionada no P11 apresentaram forte desvio. Esses pontos foram nivelados das 16:44h até as 17:54h e a temperatura variou de 20°C a 16,5°C ocasionando alteração rápida no fluxo de calor e conseqüentemente do índice de refração. Estes resultados estão de acordo com MEDEIROS (1999) que sugere evitar os nivelamentos nas duas primeiras horas após o sol nascer e nas duas horas que antecede o por do sol.

Deve-se então estar atento, pois no anseio de concluir uma atividade de nivelamento trigonométrico ao final da tarde, para evitar um retorno no dia seguinte,

pode-se estar adicionando erros, que a depender da magnitude, exija uma nova volta ao campo com muito mais custos.

O Gráfico 8.6 apresenta a avaliação da distância para o nivelamento trigonométrico considerando a tolerância do nivelamento geométrico IIN definida pela plotagem dos valores da Tabela 4.8, calculados pela equação (4.39). O erro do nivelamento trigonométrico obtido pela propagação de erros, conforme equação (4.31), para as estações TC307 e TC400, conforme apresentado na Tabelas 4.9 e 4.10.

Observou-se neste gráfico que a distância máxima de visada em que o erro do nivelamento trigonométrico é inferior a tolerância do nivelamento geométrico IIN é de 160 e 320 metros para estações com precisão equivalente a TC400 e TC307, respectivamente.

As avaliações da distância considerando os resultados experimentais estão apresentadas nos Gráficos 8.7, 8.8, 8.9 e 8.10. Em cada gráfico são mostradas três curvas por equipamentos, 1S, 2S e 3S, que correspondem a uma, duas e três vezes, respectivamente, o erro padrão encontrado. A Tabela 8.8 resume os valores encontrados nestes gráficos para as duas estações em cada uma das situações avaliadas. O valor de 3S da estação TC307 na condição C15 pode até ser considerado 240, mas a curva corta a curva tolerância perto de 200 metros.

Tabela 8.8 - Distâncias de visadas obtidas dos Gráficos 8.7, 8.8, 8.9 e 8.10

Estação	Distância Máxima de Visada (m)					
	C15			C4		
	1 S	2 S	3 S	1 S	2 S	3 S
TC400	> 520	360	200	480	240	-
TC307	> 520	520	200	520	480	160

Considerando que os levantamentos representam um período curto de poucos dias, apesar de feitos em meses diferentes, e com variação das condições atmosférica não muito intensa, é possível conseguir a precisão do nivelamento IIN com visadas de 160 e 320 metros para equipamentos de baixa e média precisão conforme Gráfico 8.6.

Apesar dos resultados experimentais evidenciarem que com distâncias de 360 e 520 metros, para equipamentos de 10" e 7" de precisão, respectivamente, os erros não ultrapassaram a tolerância do nivelamento geométrico IIN, deve-se ser conservador na

definição do limite de distância, pois as condições ambientais são imprevisíveis e o valor constante do coeficiente de refração “k” é válido nas situação de atmosfera sem turbulência ou no estado neutro. (SCHAAL, 1995).

No entanto, mesmo não sendo possível extrapolar os resultados obtidos para qualquer situação, eles confirmam com folga a avaliação teórica, em que é possível obter a precisão do nivelamento trigonométrico com distâncias de visadas de 160 e 320 metros com equipamentos de baixa e média precisão, respectivamente.

Gráfico 8.6 - Erro do nivelamento trigonométrico e tolerância do nivelamento geométrico IIN

Gráfico 8.7 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C15 - TC307

Gráfico 8.8 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C15 - TC400

Gráfico 8.9 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C4 - TC400

Gráfico 8.10 - Erro padrão do nivelamento trigonométrico na condição C4 - TC400

8.3.2 Leap-frog

Todos os resultados obtidos por nivelamento trigonométrico, nas 31 combinações mostradas na Tabela 5.8, foram comparados com as diferenças de níveis do nivelamento geométrico. Em função do comportamento dos erros frente às condições impostas, foram estabelecidos os limites em que os dois métodos de nivelamento apresentaram precisões equivalentes.

8.3.2.1 Seções niveladas

No nivelamento “Leap-frog” calculou-se o desnível entre dois pontos extremos considerando visadas de 40, 80 120 e 160 metros com 8, 4, 2 e 2 lances respectivamente. Os resultados mostram que os erros ficaram bem abaixo da tolerância para o nivelamento geométrico IIN com os dois equipamentos, conforme apresentado na Tabela 8.9.

Os resultados mostraram que para distâncias de até 160 metros os valores das duas estações concordaram até com o nivelamento IN, cuja tolerância é 8,3mm para seção de 480 metros e 9,6mm para seção de 640 metros.

Tabela 8.9 - Nivelamento de uma seção com Leap-frog

Distância de Visada	Nº de Lances	Seção (m)	Erro (mm)		Tolerância IIN
			TC307	TC400	
40	8	640	1,2	1,6	16,4
			-0,8	-3,6	
80	4	640	-0,9	4,3	16,4
			1,8	-0,4	
120	2	480	0,6	7,5	13,8
			3,1	1,0	
			6,1	0,5	
			3,3	0,9	
			4,6	0,4	
160	2	640	-1,4	2,4	16,4
			7,0	4,2	

8.3.2.2 Distâncias visadas

A partir de distâncias de 200 metros não foi possível preparar uma seção com visadas sequenciais como feito para as distâncias menores, entretanto a forma de avaliação será semelhante à utilizada no nivelamento com visadas unilaterais. Os valores de tolerâncias do nivelamento geométrico IN e IIN são os apresentados na Tabela 4.13 conforme discutido na seção 4.5.

Para as visadas de 200 e 240 metros comparou-se o erro padrão, pois foram feitas mais de 6 medições, já para as distâncias de 280 e 320 metros comparou-se com o maior erro observado. Entretanto na distância de 280 metros foi usado o segundo maior erro, pois o primeiro foi influenciado pela linha de visada passando a 9cm do solo.

Conforme mostrado na Tabela 8.10, os resultados ficaram abaixo da tolerância para o nivelamento IIN em distâncias de até 320 metros com as duas estações. Para o nivelamento IN o mesmo ocorreu em distâncias de até 200 metros com os dois equipamentos. Os resultados foram melhores que os da avaliação da propagação de erro para o nivelamento IIN feito na seção 4.5 em que a distância de visada máxima foi de 160 e 320 metros para a TC400 e TC307, respectivamente.

Tabela 8.10 - Erros observado no nivelamento Leap-frog

Estação	Distância visada (m)	Nº de Medições	Erro Padrão (mm)	Erro Máximo (mm)	Tolerância (mm)	
					IN	IIN
TC 400	200	8	7,1		7,6	12,6
	240	6	8,8		8,3	13,9
	280	4		12,2	9,0	15,0
	320	2		-5,0	9,6	16,0
TC 307	200	8	4,2		7,6	12,6
	240	6	9,4		8,3	13,9
	280	4		8,2	9,0	15,0
	320	2		-7,5	9,6	16,0

9 Considerações Finais e Conclusões

Dentro do limite deste trabalho conclui-se que os resultados obtidos evidenciam ser possível realizar nivelamento trigonométrico com visadas unilaterais, com estações totais de baixa e média precisão, e obter resultados com erros inferiores às tolerâncias estabelecidas pela NBR 13.133 para o nivelamento geométrico classe IIN.

Os resultados também sugerem distâncias de visadas de aproximadamente 200 e 450 metros, para estação total de 10" e 7" de precisão angular, respectivamente.

Para alcançar resultados semelhantes, recomenda-se:

- O uso de equipamentos com precisão angular menor ou igual a 10";
- Posicionar o bastão com o prisma apoiado por bipé ou por outro artifício que o mantenha imobilizado;
- Fazer as observações de campo entre duas horas após o nascer do sol e duas horas antes do poente;
- Evitar observações quando ocorrer variação brusca de temperatura e ventos fortes de modo a ter variações moderadas no índice de refração.

A altura do instrumento medida com trena é uma fonte de erro sistemático, e deve-se ter atenção especial na sua determinação. A sua obtenção por nivelamento mostrou-se precisa e confiável, entretanto a distância de visada para a RN deve ser inferior a 40m, de modo a obter boa visibilidade do alvo minimizando os erros de pontaria e poder desconsiderar os efeitos atmosféricos e de curvatura.

O nivelamento "Leap-frog" apresentou resultados melhores que o nivelamento com visadas unilaterais com os dois equipamentos, e pode ser uma alternativa rápida ao nivelamento geométrico no transporte de RRNN. A não necessidade de medir altura do

instrumento e nem fazer uso de modelos para correção da refração atmosférica elimina os efeitos dos erros decorrentes destas operações.

As distâncias de visadas devem ser equilibradas e não superior a 240 metros, para que as correções de refração e curvatura possam ser admitidas iguais. Recomenda-se o uso do bastão apoiado aplicando-se sempre três séries de leituras nas posições diretas e inversas da luneta e equipamentos com precisão angular menor ou igual a 10".

Os resultados evidenciam os erros cometidos quando a linha de visada passa próximo do solo, mesmo com a atmosfera no estado neutro. Deve-se portanto evitar visadas cuja altura fique abaixo de 60cm do solo.

Por fim considera-se oportuna a reavaliação por parte da ABNT dos limites estabelecidos para o nivelamento trigonométrico com estação total. Entretanto outros experimentos devem ser conduzidos em situações diferentes para oferecer maiores subsídios a uma normalização.

Como complementação deste trabalho de pesquisa sugere-se realizar nivelamento trigonométrico com visadas unilaterais e Leap-frog, com as distâncias de visadas estabelecidas, em uma linha de alguns quilômetros para verificar a validade das distâncias definidas. É interessante que a linha possua trechos planos, onde a altura de visada permaneça aproximadamente constante, e trechos inclinados que permitam ângulos verticais da ordem de 10° e que apresentem superfície com e sem cobertura vegetal.

Repetir o experimento com equipamentos de outros fabricantes com precisão semelhantes, e avaliar as observações com mais de um operador de modo quantificar o efeito do erro pessoal nas observações.

Realizar testes com o nivelamento "Leap-frog" com as distâncias de 160, 200, 240, 280 e 320 metros mantendo a estação em um único ponto e realizar observações em diferentes horários, inclusive à noite, em pontos da rede de referência cadastral do Campus I da USP - São Carlos (SP).

Implantar uma rede de nivelamento no Campus II da USP – São Carlos-SP, que possa ser usada no desenvolvimento de novos estudos sobre as técnicas de nivelamento geométrico, trigonométrico e com GPS.

Referências Bibliográficas

ANDERSON, J.M.; MIKHAIL, E.M. (1998). *Surveyng: Theory and practice*. 7th ed. New York: Wcb McGraw-Hill.

ARABATZI, O; MAVRELLIS, G; STATHAS, D. (1993). *Testing the digital level Wild-NA2000 in laboratory and field conditions*. Survey Review, v.32, n.248, p.99-108, dez, 1973.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 13.133: Execução de levantamento topográfico*. Rio de Janeiro.

BRASIL (1975). *Manual técnico T34-410: Nivelamento trigonométrico*. 1.ed. Ministério do Exército. Diretoria do Serviço Geográfico. Brasília. 1975.

BRINKER, C.R; TAYLOR, W.C. (1961). *Elementary surveying*. Scranton: International Textbook Company. 621p.

BRUNNER, F.K. (1984). Overview of Geodetic refraction studies. In BRUNNER, F.K. et al. *Geodetic refraction: Effects of electromagnetic wave propagation through the atmosphere*. Berlin: Spring-Verlag. Cap. 1, p.1-6.

CHRZANOWSKI, A. (1989). *Implementation of trigonometric height traversing in geodetic levelling of high precision*. Technical Report n.142. Geodesy and geomatics engineering, University of New Brunswick, Canada. 1989.

D'ALGE, J.C.L. (1986). *Estabelecimento de um sistema de altitudes a aprtir do nivelamento geométrico*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1986.

DEAKIN, R.E. (1996). *The geoid what's it got to do with me?*. The Australian Surveyor, Melbourne, p.294-305, dez.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRA-ESTRUTURA DE TRANSPORTES--DNIT (2002a). *IS-204: Instruções de serviços para estudos topográficos para anteprojeto*. In: Diretrizes básicas para elaboração de estudos e projetos rodoviários. Rio de Janeiro. P.137-40. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br>>. Acesso em: 04 set.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRA-ESTRUTURA DE TRANSPORTES--DNIT (2002b). *IS-205: Instruções de serviços para estudos topográficos para projeto*. In: Diretrizes básicas para elaboração de estudos e projetos rodoviários. Rio de Janeiro. P.141-46. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br>>. Acesso em: 04 set.

DREWES, H. SANCHES, L.; BLITZKOW, D.; FREITAS, S. (2002). *Documento técnico sobre o sistema de referência vertical para a América do Sul*. Boletim Informativo do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas, IBGE,. Rio de Janeiro, n.6, p.24 -31.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. (2003). *Pecuária Sudeste*. São Carlos. Apresenta dados meteorológicos diários. Disponível em: <<https://www.cppse.embrapa.br/meteoro/meteorodiario.htm>>. Acesso em: 06 jan.

GEMAEL, C. (1994). *Introdução ao ajustamento de observações: Aplicações geodésicas*. Curitiba. UFPR. 319p.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. (1983). *Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos*. Resolução PR nº 22. Rio de Janeiro.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. (2003). Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/geodesia/altimetria>>. Acesso em: 13 mai.

KHARAGHANI, G.A. (1987). *Propagation of refraction errors in the trigonometric height traversing and geodetic leveling*. Thesis (master's degree in science) – Geodesy and geomatics engineering, University of New Brunswick, Canada. 1987.

LIBAULT, A. (1975). *Geocartografia*. São Paulo: Edusp.

LOPES, S.C. (1996). *GPS e o perfil vertical de rodovias*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos. 1996.

MAIA, T.C.B. (1999). *Estudo e análise de poligonais segundo a NBR 13.133 e o sistema de posicionamento global*. 175p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1999.

MEDEIROS, Z.F. (1999). *Considerações sobre a metodologia de levantamentos altimétricos de alta precisão e propostas para sua implantação*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1986.

MEDEIROS, Z.F.; FREITAS, S.R.C.; FAGGION, P.L. (2001). *Estudos sobre a metodologia utilizada em nivelamento geométrico de alta precisão: Proposta para sua implantação*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 20., 2001, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: SBC. 1 CD-ROM.

MONICO, G.J.F.; CHAVES, J.C.; ISHIKAWA, M.I. (1996). *Nivelamento de precisão usando o GPS e interpolação geométrica do geóide*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA, 7. 1996, Salvador. *Anais...* Salvador: FENEA.

MOREIRA, A.P. (1998). *Métodos de cálculos de coordenadas tridimensionais para controle de obras de engenharia*. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos. 1998.

PACILEO NETTO, N.; BLITZKOW, D.; CINTRA, J.P.; FONSECA JÚNIOR, E.S.; SCHAAL, R.E.; BUENO, R.F. (1996). *Altitude ortométrica e o GPS – resultados parciais na grande São Paulo*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA, 7., 1996, Salvador. *Anais...* Salvador: FENEA.

PEREIRA, K.D.; OLIVEIRA, L.C. (1999). *Emprego do mapa geoidal após o reajustamento da rede planimétrica brasileira*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 19., 1999, Recife. *Anais...* Recife: SBC. 1 CD-ROM.

PESSOA, L.M.C. (1998). *Altitude com GPS: Revisando conceitos fundamentais*. Revista Fator GIS, Curitiba, n.21, jan.

RODRIGUES, V (1988). *O nivelamento trigonométrico como apoio altimétrico a densificação gravimétrica*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1988.

SCHAAL, R.E. (1995). *Efeitos da refração na atmosfera em observações geodésicas próximas ao solo*. 120p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995.

SCHOFIELD, W. (1993). *Engineering surveying: Theory and examination problems for Students*. 4th ed. London: Butterworth-Heinemann Ltd.

SEGANTINE, P.C.L.(2002). *Sistema de posicionamento global*. São Carlos: Publicação do Departamento de Transportes da EESC/USP.

SILVA, N.C.C; SANTOS, M.C.; OLIVEIRA, L.C.. (1998). *Estudo comparativo sobre o efeito da refração troposférica no posicionamento geodésico*. In. CONGRESSO BRASILEIRO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO, 3., 1998, Florianópolis. *Anais...*Florianópolis: UFSC. 1 CD-ROM.

SOARES, S.M. (1996). *Nivelamento de precisão com técnica GPS*. Revista A Mira, Criciúma, n.53, p.19-27.

TEDESCO. A; LANDOVSKY, G.; CAVALLI, J.; SANTOS, M.M.; PEDRO, P.C.; KRUGER, C.P.; FAGION, P.L. (2000). *Nivelamento, GPS e gravimetria em Pontal do Sul – Resultados*. In. CONGRESSO BRASILEIRO DE CADASTRO TÉCNICO MULTIFINALITÁRIO, 4., 2000, Florianópolis. *Anais...*Florianópolis: UFSC. 1 CD-ROM.

TORGE, W. (1991). *Geodesy*. 2nd ed. Berlin-New York: Walter de Gruyter.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E.J. (1986). *Geodesy: The concepts*. 2nd ed. Amsterdam-New York-Oxford: North-Holland Publishing Company. 697p.

VERONEZ, M.R. (1998). *Proposta de parâmetros de transformação entre os sistemas WGS-84 e o SAD-69 para a região de São Carlos-SP*. 111p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.

VERONEZ, M.R.; LEANDRO, R.F.; ERBA, D.A.; SEGANTINE, P.C.L.; THUM, A.B. (2001). *Ajuste automatizado de um modelo matemático para a determinação de ondulações geoidais no campus da Unisinos/RS*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 20., 2001, Porto Alegre. *Anais*. Porto Alegre: SBC. 1 CD-ROM.

VUOLO, J.H. (1992). *Fundamentos da teoria de erros*. 1ed. São Paulo: Edgard Blücher. 225p.

WILLIAMS, D.C.; KAHMEN, H. (1984). Two wavelength angular refraction measurement. In BRUNNER, F.K. et al. *Geodetic refraction: Effects of electromagnetic wave propagation through the atmosphere*. Berlin: Springer-Verlag. Cap. 2, p.7-28.

Apêndice A

Apresentam-se neste apêndice os gráficos com as diferenças entre as cotas obtidas por nivelamento trigonométrico e as cotas de referências em diferentes distâncias para as condições C4 e C15.

Gráfico 9.1 - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C15

Gráfico 9.1b - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C15

Gráfico 9.1c - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C15

Gráfico 9.2 - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C4

Gráfico 9.2b - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C4

Gráfico 9.2c - Diferenças do nivelamento trigonométrico na condição C4

Apêndice B

Apresentam-se neste apêndice as condições atmosféricas quando da realização das observações de campo, relatório do programa Mapgeo v 2.0, o modelo de planilha usado nos cálculos das cotas e funções para o Microsoft® Excel 2002 programadas em Visual Basic.

Tabela 9.1 - Condição do tempo durante o levantamento de campo – TC400

Estação Total TC400											
Estação	Visado		Hora			T °C		Sol	Nublado	Vento	Data
	Início	Fim	Início	Fim	Média	Início	Fim				
P0	PS1	PS2	10:00	11:52	10:56	22,8	24,5	sol/fraco	não	brisa	5/9/2002
P1	PS1	PS2	14:13	15:50	15:01	26,0	26,5	fraco/encoberto	sim	não	5/9/2002
P2	PS1	PS2	16:01	17:23	16:42	26,0	25,0	fraco/encoberto	sim	não	5/9/2002
P3	PS1	PS2	09:16	10:35	09:55	22,0	27,0	sol médio/forte	não	não	10/9/2002
P4	PS1	PS2	10:53	12:04	11:28	28,0	30,5	sol médio/forte	não	não	10/9/2002
P5	PS1	PS2	14:50	16:02	15:26	32,0	29,5	sol médio/forte	não	não	10/9/2002
P6	PS2	PS1	16:20	17:30	16:55	30,0	26,0	sol médio/forte	não	não	10/9/2002
P7	PS1	PS1	08:59	10:09	09:34	18,0	22,0	encoberto	sim	não	24/9/2002
P8	PS2	PS1	10:16	11:32	10:54	22,0	22,0	encoberto	sim	não	24/9/2002
P9	PS1	PS2	11:40	12:49	12:14	25,0	23,5	sol/médio	sim	não	24/9/2002
P10	PS1	PS2	15:10	16:35	15:52	23,0	21,0	sol/médio	sim	não	24/9/2002
P11	PS2	PS1	16:44	17:54	17:19	20,0	16,5	sol/médio	sim	não	24/9/2002
P12	PS2	PS1	08:56	10:11	09:33	29,5	30,5	sol médio/forte	não	não	30/9/2002
P13	PS1	PS2	10:15	11:32	10:53	30,0	28,0	sol médio/forte	não	não	30/9/2002
P14	PS2	PS1	08:59	10:30	09:44	27,0	34,0	sol médio/forte	não	não	4/12/2002
P15	PS1	PS2	10:41	11:56	11:18	34,0	32,0	sol médio/forte	não	não	4/12/2002

Tabela 9.2 - Condição do tempo durante o levantamento de campo – TC307

Estação Total TC307											
Estação	Visado		Hora			T °C		Sol	Nublado	Vento	Data
	Início	Fim	Início	Fim	Média	Início	Fim				
P0	PS1	PS2	09:06	10:22	09:44	20,5	23,0	não	sim	brisa	15/4/2003
P1	PS2	PS1	10:34	11:23	10:58	24,0	26,0	fraco/encoberto	sim	não	15/4/2003
P2	PS1	PS2	11:40	12:31	12:05	26,0	25,0	fraco/encoberto	sim	não	15/4/2003
P3	PS2	PS1	12:42	13:25	13:03	26,0	26,0	fraco/encoberto	sim	não	15/4/2003
P4	PS2	PS1	16:07	16:51	16:29	27,0	26,0	fraco/encoberto	sim	não	15/4/2003
P5	PS1	PS2	16:58	17:41	17:19	25,0	24,0	fraco/encoberto	sim	não	15/4/2003
P6	PS1	PS2	07:46	08:30	08:08	20,0	21,5	sol médio	não	não	16/4/2003
P7	PS2	PS1	08:37	09:19	08:58	22,0	22,5	sol médio	não	não	16/4/2003
P8	PS1	PS2	09:28	10:13	09:50	23,5	25,5	sol médio	não	não	16/4/2003
P9	PS2	PS1	10:20	11:05	10:42	25,0	25,0	sol médio	não	não	16/4/2003
P10	PS1	PS2	11:14	12:00	11:37	25,0	27,0	sol médio/forte	não	não	16/4/2003
P15	PS2	PS1	13:59	14:40	14:19	29,0	30,0	sol médio/forte	não	não	16/4/2003
P14	PS1	PS2	14:49	15:20	15:04	30,0	30,0	sol médio/forte	não	não	16/4/2003
P13	PS2	PS1	15:37	16:15	15:56	30,0	31,0	sol médio/forte	não	não	16/4/2003
P12	PS1	PS2	16:24	17:00	16:42	29,5	26,5	sol médio	não	não	16/4/2003
P11	PS2	PS1	17:06	17:42	17:24	25,5	23,0	sol médio	não	não	16/4/2003

Tabela 9.3 - Umidade Relativa do AR. Fonte EMBRAPA (2003)

Mês/ano	Dia	Umidade Relativa do Ar (%)			
		9h	15h	21h	Média
set/02	5	98	67	100	91
set/02	10	71	57	90	77
set/02	24	98	80	85	87
set/02	30	43	24	70	52
dez/02	4	75	41	97	78
abr/03	15	90	58	95	85
abr/03	16	98	58	83	81

Projeto: Avaliação de Nivelamento									
Local: SP-318									
Data: 15 de Abril de 2003									
Equipamento: Estação Total - TC307 Leica									
Estação: P0		COTA REF.: 98,888							
Al - Trena		1,582							
Al - Nivel		1,581							
Altura Visada		1,560							
Pontos Visados	Angulo Vertical	Distância Incl	Distância Hor	T - °C	P - mmHg	umidade	Cota 1-2	Cota 3-4	Cota 5-6
PS5	88° 26' 24"	40,017	40,003	20,5	706,5	70	99,999	99,999	99,999
	271° 33' 44"	40,018	40,004	20,5	706,5	70	100,001	100,001	100,001
	88° 26' 23"	40,017	40,004	20,5	706,5	70	100,000	100,000	100,000
	271° 33' 44"	40,017	40,004	20,5	706,5	70	100,001	100,001	100,001
	88° 26' 24"	40,019	40,005	20,5	706,5	70	99,999	100,000	99,999
	271° 33' 41"	40,019	40,005	20,5	706,5	70	100,000	100,000	100,000
C1	91° 57' 53"	40,018	39,995	20,7	706,5	70	97,538	97,538	97,538
	268° 02' 15"	40,018	39,996	20,7	706,5	70	97,540	97,540	97,540
	91° 57' 51"	40,018	39,995	20,7	706,5	70	97,538	97,539	97,538
	268° 02' 11"	40,018	39,996	20,7	706,5	70	97,539	97,539	97,539
	91° 57' 51"	40,018	39,996	20,7	706,5	70	97,538	97,539	97,538
	268° 02' 16"	40,018	39,996	20,7	706,5	70	97,540	97,540	97,540
C2	92° 17' 15"	80,049	79,987	20,8	706,5	70	95,715	95,715	95,715
	267° 42' 48"	80,050	79,988	20,8	706,5	70	95,716	95,717	95,716
	92° 17' 16"	80,049	79,988	20,8	706,5	70	95,714	95,715	95,714
	267° 42' 51"	80,050	79,988	20,8	706,5	70	95,717	95,718	95,717
	92° 17' 12"	80,050	79,989	20,8	706,5	70	95,716	95,716	95,716
	267° 42' 46"	80,052	79,991	20,8	706,5	70	95,715	95,716	95,715
C3	92° 32' 02"	120,103	119,989	20,8	706,5	70	93,600	93,601	93,600
	267° 28' 05"	120,104	119,990	20,8	706,5	70	93,604	93,605	93,604
	92° 31' 56"	120,103	119,989	20,8	706,5	70	93,604	93,605	93,604
	267° 28' 05"	120,104	119,990	20,8	706,5	70	93,604	93,605	93,604
	92° 31' 55"	120,099	119,985	20,8	706,5	70	93,605	93,606	93,604
	267° 28' 09"	120,108	119,994	20,8	706,5	70	93,606	93,607	93,606
C4	92° 41' 16"	160,177	160,005	20,8	706,5	70	91,398	91,400	91,398
	267° 18' 50"	160,177	160,005	20,8	706,5	70	91,404	91,405	91,403
	92° 41' 09"	160,177	160,005	20,8	706,5	70	91,404	91,406	91,404
	267° 18' 49"	160,176	160,005	20,8	706,5	70	91,403	91,405	91,403
	92° 41' 13"	160,177	160,006	20,8	706,5	70	91,401	91,403	91,401
	267° 18' 48"	160,174	160,002	20,8	706,5	70	91,402	91,404	91,402

Figura 9.1 - Modelo de planilha usada nos cálculos das cotas

RELATÓRIO DO PROGRAMA MAPGEO 2.0

PROGRAMA MAPGEO - v 2.0

Interpolação de ondulações geoidais do mapa geoidal (versão 1992)
obtido a partir de alturas geoidais por satélite e do modelo
geopotencial (GEMT2). Sistema de referencia SAD-69
Elaborado no âmbito do convênio IBGE - EPUSP/PTR

Precisão esperada da ondulação :

Absoluta : 3,0 metros

Relativa : 1,0 cm/Km

LATITUDE (GG MM SS)	LONGITUDE (GG MM SS)	ONDULACAO (METROS)
- 21 48 31	- 47 54 19	-3.36
- 21 48 09	- 47 54 15	-3.33

Em caso de duvidas e sugestões, favor entrar em contato com:

IBGE - Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
D G C - Diretoria de Geociências
DEGED - Departamento de Geodésia

Avenida Brasil, 15671
Parada de Lucas
CEP: 21.241-051
Rio de Janeiro, RJ

Tel. (021) 391-8217
(021) 351-9355
Fax: (021) 391-7070
Telex: 21 31929

FUNÇÕES PROGRAMADAS NO MICROSOFT® EXCEL 2002

Transforma grau sexagesimal em grau decimal

Exemplo do formato de entrada SEXAGESIMAL: 175°05'32,2" = 1750532,2 (NAO SEPARAR O GRAU POR PONTO)

```
Function GrauDecimal(GSexagesimal)
a = Sgn(GSexagesimal)
If a < 0 Then
AbsGSexagesimal = Abs(GSexagesimal) / 10000
Else
AbsGSexagesimal = GSexagesimal / 10000
End If
grau = Int(AbsGSexagesimal)
minuto = (AbsGSexagesimal - grau) * 100 + 0.00000000001
Min = Int(minuto)
seg = (minuto - Min) * 100
GrauDecimal = (grau + Min / 60 + seg / 3600) * a
End Function
```

Transforma grau decimal em grau sexagesimal (grau, minuto e segundo)

Exemplo do formato de entrada DECIMAL: 175.09228 → Saída SEXAGESIMAL 1750532,2

```
Function GrauSexagesimal(GrauDecimal)
If GrauDecimal < 0 Then
a = -1
absGrauDecimal = Abs(GrauDecimal)
Else
absGrauDecimal = GrauDecimal
a = 1
End If
grau = Int(absGrauDecimal)
minuto = (absGrauDecimal - grau) * 60
Min = Int(minuto)
seg = (minuto - Min) * 60
GrauSexagesimal = (grau + Min / 100 + seg / 10000) * a * 10000
End Function
```

Transforma grau sexagesimal em radiano

```
Public Function GrauRadiano(AnguloSexagesimal)
PI = 3.14159265359
GrauRadiano = PI * (GrauDecimal(AnguloSexagesimal)) / 180
End Function
```

Retorna a cota de um ponto conhecendo a cota de referencia, a distância inclinada o angulo zenital a altura do instrumento, pressão, temperatura e umidade do ar.

```
Public Function Cota(CotaRef, DistanciaIncl, AnguloZenital, AlturaInstrumento, AlturaAlvo, Temperatura, Pressao, UMIDADE)
PI = 3.14159265359
Distancia = DistanciaIncl + DistanciaIncl * CorrecaoAtmosferica(Temperatura, Pressao, UMIDADE) / 1000000
Difnivel = (Cos(GrauRadiano(AnguloZenital)) * Distancia) + AlturaInstrumento - AlturaAlvo
Correcao = CorCurvatura(Distancia) - CorRefracao(Distancia)
Cota = CotaRef + Difnivel + Correcao
End Function
```

Retorna a correção em ppm da distância pela fórmula de Barrel e Sears

```
Public Function CorrecaoAtmosferica(Temperatura, Pressao, UMIDADE)
'Calculo do expoente x
x = (Temperatura * (7.5)) / (237.3 + Temperatura) + 0.7857
'Conversao de mmHg para mbar
Pressao = 1.33322 * Pressao
CorrecaoAtmosferica = 281.5 - (0.29035 * Pressao) / (1 + 0.00366 * Temperatura) + (11.27 * UMIDADE * 10 ^ x) / (100 * (273.16 + Temperatura))
End Function
```

Retorna distância horizontal a partir da distância inclinada e angulo zenital

```
Public Function DistanciaHoriz(AnguloZenital, DistanciaIncl)
DistanciaHoriz = Abs(Sin(GrauRadiano(AnguloZenital))) * DistanciaIncl
End Function
```

Retorna a correção da refração no nivelamento trigonométrico

```
Public Function CorRefracao(DistanciaIncl)
'Raio da Terra em São Carlos Ø = 21°58'00"
PI = 3.14159265359
RaioTerra = 6362734.001
CorRefracao = 0.065 * DistanciaIncl ^ 2 / RaioTerra
End Function
```

Retorna a correção da curvatura da terra no nivelamento trigonométrico

```
Public Function CorCurvatura(DistanciaIncl)
'Raio da Terra em São Carlos Ø = 21°58'00"
PI = 3.14159265359
RaioTerra = 6362734.001
CorCurvatura = (DistanciaIncl ^ 2) / (2 * RaioTerra)
End Function
```

Retorna a altura do instrumento conhecendo o desnível do ponto visado e ponto estacionado

```
Public Function AlturaInstrumento(DesnivelInstAlvo, AlturaAlvo, AnguloZenital, DistanciaIncl)
AlturaInstrumento = DesnivelInstAlvo + AlturaAlvo - DistanciaIncl * Cos(GrauRadiano(AnguloZenital))
End Function
```

Retorna a cota SEM correção atm. da distancia e SEM correção da refração e curvatura: C1, C2, C9 e C10

```
Public Function Cota12(CotaRef, DistanciaIncl, AnguloZenital, AlturaInstrumento, AlturaAlvo)
Distancia = DistanciaIncl
Difnivel = (Cos(GrauRadiano(AnguloZenital)) * Distancia) + AlturaInstrumento - AlturaAlvo
'Correcao = CorCurvatura(Distancia, AnguloZenital) - CorRefracao(Distancia, AnguloZenital)
Cota12 = CotaRef + Difnivel
End Function
```

Retorna a cota SEM correção atm. da distancia e COM correção da refração e curvatura : C3, C4, C11 e C12

```
Public Function Cota34(CotaRef, DistanciaIncl, AnguloZenital, AlturaInstrumento, AlturaAlvo)
Distancia = DistanciaIncl
Difnivel = (Cos(GrauRadiano(AnguloZenital)) * Distancia) + AlturaInstrumento - AlturaAlvo
Correcao = CorCurvatura(Distancia) - CorRefracao(Distancia)
Cota34 = CotaRef + Difnivel + Correcao
End Function
```

Retorna a cota COM correção atm. da distancia e SEM correção da refração e curvatura terra: C5, C6, C13 e C14

```
Public Function Cota56(CotaRef, DistanciaIncl, AnguloZenital, AlturaInstrumento, AlturaAlvo, Temperatura,
Pressao, UMIDADE)
Distancia = (CorrecaoAtmosferica(Temperatura, Pressao, UMIDADE) / 1000000) * DistanciaIncl + DistanciaIncl
Difnivel = (Cos(GrauRadiano(AnguloZenital)) * Distancia) + AlturaInstrumento - AlturaAlvo
'Correcao = CorCurvatura(Distancia, AnguloZenital) - CorRefracao(Distancia, AnguloZenital)
Cota56 = CotaRef + Difnivel
End Function
```

Retorna a cota COM correção atm. da distancia e COM correção da refração e curvatura: C7, C8, C15 e C16

```
Public Function Cota78(CotaRef, DistanciaIncl, AnguloZenital, AlturaInstrumento, AlturaAlvo, Temperatura,
Pressao, UMIDADE)
Distancia = (CorrecaoAtmosferica(Temperatura, Pressao, UMIDADE) / 1000000) * DistanciaIncl + DistanciaIncl
Difnivel = (Cos(GrauRadiano(AnguloZenital)) * Distancia) + AlturaInstrumento - AlturaAlvo
Correcao = CorCurvatura(Distancia) - CorRefracao(Distancia)
Cota78 = CotaRef + Difnivel + Correcao
End Function
```

Anexo A

A seguir são apresentados as ficha técnicas dos equipamentos utilizados nesta pesquisa.

Estação Total TC400 - Leica	
Luneta	
Aumento	28x
Imagem	direta
Abertura livre da objetiva	28 mm
Distância mínima de focagem	2 m
Campo de vista	1°30' (1.7 grados)
Campo de vista da luneta a 100m	2,7 m
Ângulo	
Precisão -Norma DIN 18723/ISSO 18527	10"
ângulo exibido (selecionável)	1" / 5" / 10"
Prumo ótico	
Aumento	2 X
Precisão	0,5mm
Sensibilidade do nível eletrônico	
Nível circular	4' / 2 mm
Nível eletrônico	5"
Compensador:	
Compensador vertical automático	
Intervalo de trabalho	± 5'
Precisão	± 2"
Distância	
Tipo infra-vermelho	5mm+10ppm
Tempo de medição	3s
distância com um prisma	700m
Peso	4,2kg

Estação Total TC307 - Leica	
Luneta	
Aumento	30x
Imagem	direta
Abertura livre da objetiva	40 mm
Distância mínima de focagem	1.7 m (5.6 pés)
Foco	fino
Campo de vista	1°30' (1.7 grados)
Campo de vista da luneta a 100m	2.6 m
Ângulo	
Precisão -Norma DIN 18723/ISSO 18527	7"
Resolução	1"
Prumo a laser	
Desvio em relação a linha de prumo (2s)	1,5mm/1,5m
Diâmetro do ponto laser	2,5mm/1,5m
Sensibilidade do nível eletrônico	
Nível circular	6'/2 mm
Nível eletrônico	20"/2mm
Compensador:	
Compensador líquido nos dois eixos	
Resolução	±4' (0.07 grados)
Precisão	2"
Distância	
Tipo infra-vermelho	2mm+2ppm
Tipo Raio laser	3mm+2ppm
distância com um prisma	2500m
Peso	5,2kg

Nível Ótico - NI07 Carl Zeiss-JENA	
Objetiva	
Aumento da Luneta	31,5 X
Diâmetro do campo visual	40mm
Campo visual a 100m	2,3m
Distância	
Distância de Focagem mínima	2,2m
Constante de multiplicação	100
Constante de adição	0
Compensador	
Margem de Trabalho	± 10'
Precisão de nivelamento	= ± 0,15"
Tempo de nivelamento	= ± 1"
Nível esférico	
Valor ângulo em 2mm de desvio da bolha	8'
Acurácia	
Miras com divisão de 1cm e sem o micrometro de placa plana	± 2mm/1km
Miras com divisão de 0,5cm e com o micrometro de placa plana	± 0,5mm/1km