Campus de São Carlos

*OBTENÇÃO E ANÁLISE DE AZIMUTES POR ASTRONOMIA
CLÁSSICA E PELO SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL*

CÉSAR PEIXOTO DA ROCHA

ORIENTADOR: PROF. DR. PAULO CESAR LIMA SEGANTINE

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TRANSPORTES

OBTENÇÃO E ANÁLISE DE AZIMUTES POR ASTRONOMIA CLÁSSICA E PELO SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

César Peixoto da Rocha

Engº Civil

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, concluindo os requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia dos Transportes.

Orientador:

Prof. Dr. Paulo César Lima Segantine

São Carlos

2000

Class.	TESE - EESC
Curti.	486A
Tombo	066100

51/5 10 74 918

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

R672o Rocha, César Peixoto da
Obtenção e análise de azimutes por astronomia
clássica e pelo sistema de posicionamento global /
César Peixoto da Rocha. -- São Carlos, 2000.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2000.
Área: Transportes.
Orientador: Prof. Dr. Paulo César Lima Segantine.

1. Astronomia. 2. Geodésia. 3. Geóide.
4. Elipsóide. I. Título.

Dedicatória:

*Em memória de:
Manoel Peixoto da Rocha,
Um grande mestre da construção Naval.*

Agradecimentos:

A minha família, pelo incentivo e compreensão.

Aos mestres e funcionários da EESC que alicerçaram e enriqueceram esta obra.

Aos colegas Tule César Barcelos e José Maria de Souza pela efetiva contribuição nos trabalhos de campo.

Ao Eng^o Herbert Erwes, conceituado profissional na área da astronomia de campo, cuja decisiva participação, corrobora na credibilidade dos resultados obtidos.

Aos componentes da banca, Prof^s. Dr^s.: Paulo César Lima Segantine, Ricardo Ernesto Schaal e Segundo Carlos Lopes, que lapidaram a forma e o conteúdo desta obra.

À Escola Politécnica pelo empréstimo de parte dos equipamento utilizados na coleta dos dados de campo.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS	vii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Considerações técnicas do modelo	4
1.3 Origem do problema	6
1.4 Objetivos	6
2 AZIMUTES	8
2.1 Azimute Magnético	8
2.2 Azimute Topográfico	9
2.3 Azimute Astronômico	10
2.4 Azimute Plano	10
2.5 Azimute Geodésico Elipsóidico (AB)	11
2.6 Azimute Geodésico Elipsóidico (BA)	14
2.7 Azimute Geodésico Projetado	14
2.8 Azimute Astronômico & Geodésico: Deflexão da Vertical	15
3 CONCEITOS GERAIS E ASTRONÔMICOS	18
3.1 Definições	18
3.2 Elementos da esfera celeste	18
3.3 Correções aplicadas às observações astronômicas	20
3.3.1 Precessão	20
3.3.2 Nutação	21
3.3.3 Movimento Polar	22

3.3.4	Aberração Secular, Anual e Diurna	23
3.3.5	Paralaxe	24
3.3.6	Movimento Próprio das estrelas	26
3.3.7	Refração	26
3.3.8	Semi-diâmetro do Sol	28
3.3.9	Erros Instrumentais	29
3.4	Conceito de Tempo	30
3.4.1	Conversões horárias	32
3.4.1.1	Conversão da hora média em verdadeira	32
3.4.1.2	Tempo Legal para Tempo Universal	33
3.4.1.3	Hora Legal	33
3.5	Sistema de Coordenadas Astronômicas	35
3.5.1	Coordenadas Celestes	36
3.5.1.1	Sistema de Ascensão Reta	37
3.5.1.2	Sistema de Verdadeira Ascensão Reta	38
3.5.2	Sistema de Coordenadas Geográficas Astronômicas	39
3.5.2.1	Sistema Topocêntrico Astronômico Local	39
3.5.2.2	Sistema Convencional Terrestre	41
3.5.2.3	Sistema Terrestre Instantâneo	42
3.5.2.4	Sistema Aparente Local	43
3.6	Transformações entre sistemas	45
3.6.1	Transformações fundamentais	46
3.6.1.1	Sistema MRA(τ_0) para MRA (τ)	46
3.6.1.2	Sistema MRA(τ) para TRA (τ)	46
3.6.1.3	Sistema TRA (τ) para AP (τ)	46
3.6.2	Transformações complementares	47
3.6.2.1	Sistema LA para CT	47
3.6.2.2	Sistema CT para IT(τ)	47
3.6.2.3	Sistema IT(τ) para AP(τ)	47
3.7	Determinações astronômicas	48
3.7.1	Longitude astronômica	49
3.7.2	Latitude astronômica	49
3.7.3	Azimuthes	50
3.7.3.1	Método: Distância zenital absoluta do Sol	51
3.7.3.2	Método: Distância zenital absoluta das estrelas	51
3.7.3.3	Método: Circum elongação	53
3.7.3.4	Método: Azimute pelo ângulo horário de estrelas circumpolares	55
3.7.3.5	Considerações finais	56

4	GEODÉSIA	59
4.1	Forma da Terra	59
4.2	Elipsóides de referência	62
4.3	Correções aplicadas às observações por satélite	64
4.4	Conceito de Tempo GPS	67
4.5	Sistemas de Coordenadas da Geodésia	68
4.5.1	Sistema Orbital	69
4.5.2	Sistemas Geográfico Geodésicos	72
4.5.2.1	Sistemas Geodésicos Mundiais	73
4.5.2.2	Sistemas Geodésicos Locais	74
4.6	Transformações entre Sistemas de Coordenadas	75
4.6.1	Astronômico para Geodésico	75
4.6.2	Geodésico para Cartesiano e vice-versa	78
4.6.3	Transformações entre elipsóides locais	79
4.7	Métodos de medição e técnicas de posicionamento com o GPS	82
4.7.1	Posicionamento Relativo	83
4.7.1.1	Método Estático	84
4.7.1.2	Método Cinemático	84
4.7.1.3	Combinações Lineares	85
4.7.2	Posicionamento Diferencial	86
4.7.2.1	Posicionamento Diferencial em Tempo Real	86
4.7.3	Posicionamento Absoluto	87
5	DETERMINAÇÃO DO POLÍGONO & DOS AZIMUTES	88
5.1	Equipamentos e elementos complementares	88
5.2	Métodos & processos	90
5.2.1	Medição por GPS	91
5.2.2	Medição por astronomia Clássica	91
5.2.3	Ajustamento do polígono	96
5.2.4	Procedimento comparativo	102
6	PROCESSAMENTO DOS DADOS	104
6.1	Processamento dos dados GPS	104
6.2	Processamento dos dados da astronomia Clássica	105
6.2.1	Cálculo das médias das medidas angulares	105
6.2.2	Cálculo do ângulo horário (t)	107
6.2.3	Cálculo do azimuth do Astro	110
6.2.4	Precisão das medidas	111
6.3	Processamento dos dados do ajustamento do polígono	113

7	RESULTADOS & DISCUSSÃO	114
7.1	Confrontação de resultados: Avaliação e Discussão	114
7.1.1	Resultado do ajustamento do polígono	114
7.1.2	Resultado dos azimutes Planos e Geodésicos obtidos por GPS	116
7.1.3	Resultado dos azimutes obtidos por Astronomia Clássica	117
7.2	Processos	118
8	CONCLUSÕES & RECOMENDAÇÕES	122
8.1	Conclusões	122
8.2	Recomendações	126
8.3	Sugestões	127

ANEXOS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIGURAS

FIGURA 1	Azimuth Astronômico	10
FIGURA 2	Azimuth Plano	11
FIGURA 3	Azimuth Elipsóidico	12
FIGURA 4	Azimuth Geodésico Projetado	14
FIGURA 5	Geóide & Elipsóide: Deflexão da Vertical	15
FIGURA 6	Condições de Paralelismo	17
FIGURA 7	Elementos da Esfera Celeste	19
FIGURA 8	Movimento de Precessão e Nutação	21
FIGURA 9	Deslocamentos do Pólo Terrestre	23
FIGURA 10	Paralaxe Anual de uma Estrela	25
FIGURA 11	Refração na Atmosfera	27
FIGURA 12	Ângulo Horário no Triângulo de Posição	32
FIGURA 13	Fusos Horários	34
FIGURA 14	Sistema de Ascensão Reta	37
FIGURA 15	Sistema Astronômico Local	40
FIGURA 16	Sistema Convencional Terrestre e Instantâneo	43
FIGURA 17	Sistema Aparente Local	45
FIGURA 18	Diagrama dos Sistemas de Coordenadas Astronômicas	45
FIGURA 19	Diagrama dos Sistemas de Coordenadas Terrestres	48
FIGURA 20	Triângulo de Posição para um Astro em Elongação	53
FIGURA 21	Ajuste: Geóide & Elipsóide	60
FIGURA 22	Sistema Orbital	69
FIGURA 23	Elementos Orbitais Keplerianos	71
FIGURA 24	Sistema Geodésico Mundial	74

FIGURA 25	Sistema de Coordenadas Geográficas Geodésicas Local	75
FIGURA 26	Esfera das Pseudo-Distâncias dos Satélites	82
FIGURA 27	Ilustração do Pilar FED 5	88
FIGURA 28	Polígono do Experimento	102
FIGURA 29	Ilustração das Elipses dos Erros	115
FIGURA 30	Coordenadas Transportadas	124

TABELAS

TABELA	01	Declinações Magnéticas para o Brasil	9
TABELA	02	Variação das Coordenadas do Pólo Terrestre	23
TABELA	03	Elipsóides & Parâmetros	64
TABELA	04	Coordenadas e Parâmetros do Vértice Vt-Chuá, Datum Horizontal do Brasil	64
TABELA	05	Constante de Transformação entre Data	81
TABELA	06	Relação das Estrelas Seleccionadas	93
TABELA	07	Coordenadas do Polígono no Sistema WGS 84	104
TABELA	08	Coordenadas do Polígonos Referentes ao Datum SAD 69	105
TABELA	09	Coordenadas Plano Retangulares UTM	105
TABELA	10	Anotações de Campo	106
TABELA	11	Correção dos Erros de Verticalidade	107
TABELA	12	Interpolação da Ascensão Reta	109
TABELA	13	Cálculo dos Ângulos Horários dos Astro	110
TABELA	14	Interpolação da Declinação	110
TABELA	15	Elementos de Cálculo do Azimute do Astro	111
TABELA	16	Medições Efetuadas no Polígono do Experimento	113
TABELA	17	Quadro das Observações Ajustadas	114
TABELA	18	Precisão das Medidas Ajustadas	115
TABELA	19	Semi-Eixos das Elipse de Erro	115
TABELA	20	Azimuthes Planos das Linhas Base do Polígono	116
TABELA	21	Azimuthes Elipsóidicos Referenciados ao Sistema WGS 84	116
TABELA	22	Convergência, Ângulo de Redução e Azimuthes Relativos ao Sistema SAD 69	117
TABELA	23	Azimuth e Precisões das Observações	117
TABELA	24	Azimuthes Obtidos por Astronomia Clássica e por GPS	118

TABELA	25	Diferença entre Azimutes Obtidos por Astronomia Clássica e por GPS	122
TABELA	26	Alterações de Fechamento da Poligonal do Curso de Atualização em Topografia e GPS da EESC	124
TABELA	27	Alterações de Fechamento da Poligonal Usada como Base de Experimento da Dissertação sobre Estudos e Análises de Poligonais.	124

ABREVIATURAS E SIGLAS

AGI	Association Geodesic International
BIPM	International Bureau of Weights and Measures
BIH	Bureau International de L'Heure
CIGNET	Cooperative International GPS Network
CIO	Conventional International Origin
CIS	Conventional Inertial System
CT	Coordenadas Terrestres
CTP	Conventional Terrestrial Pole
CTRS	Conventional Terrestrial Reference Frame
CTS	Conventional Terrestrial System
DMA	Defense Mapping Agency
GAST	Greenwich Apparent Sideral Time
GMAT	Greenwich Mean Astronômical Time
GPS	Global Positioning System
IAG	Internacional Association of Geodesy
IAG	Instituto Astronômico Geodésico
IERS	International Earth Rotation Service
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IPMS	International Polar Motion Service
IRM	International Reference Meridian
IRP	International Reference Pole
IT	Instantaneous Terrestrial
ITRF	International Earth Rotation Service – Reference Frame
LA	Local Astronômical
LAST	Tempo Sideral Aparente Local
MG	Meridiano de Greenwich

NAVSTAR	Navigation System With Time and Ranging
NGS	National Geodetic Survey
NNR	No – Net – Rotation
NNSS	Navy Navigation Satellite System
RA	Right Ascension
MRA	Mean Right Ascension
TRA	True Right Ascension
RMS	Root Mean Square
RN	Referências de Nível
SAD 69	South American Datum 1969
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SGE	Serviço Geográfico do Exército
SLR	Satellite Laser Ranging
STM	Sistema Terrestre Médio
UT	Universal Time
WGS 84	World Geodetic System 1984

SÍMBOLOS

a	Semi-Eixo Maior do Elipsóide
b	Semi-Eixo Menor do Elipsóide
e	1ª excentricidade do Elipsóide
E	Coordenada Plano Retangular do Sistema UTM
E_0	Equação do Tempo para 0 ^h do Tempo das Efemérides
f	Achatamento do Elipsóide
F	Fuso Horário
h	Altura Geométrica
H	Altura Ortométrica
HL	Hora Legal
H_m	Hora Média do Sol
H_s	Ângulo Horário do Sol
M	Raio de Curvatura da Seção Meridiana
N	Grande Normal
p	Paralaxe
P	Pressão
P'	Fator de Correção da Pressão
p_0	Paralaxe Horizontal
P_n	Polo Norte Celeste
P_s	Polo Sul Celeste
R	Refração
R_m	Refração Média
S	Astro
S	Linha Geodésica
t	Ângulo Horário
T	Temperatura
T'	Fator de Correção da Temperatura

T_E	Tempo Cronométrico da Observação da Estrela do Leste
V	Hora Verdadeira
Z	Distância Zenital
α	Ascensão Reta
β	Angulo Vertical
δ	Declinação
δT	Marcha Horária do Cronômetro Determinada pelos Sinais Horários
ϕ	Latitude Geodésica
Φ	Latitude Astronômica
η	Componente Primeiro Vertical do Desvio da Vertical
λ	Longitude Geodésica
Λ	Longitude Astronômica
μ	Fator de Escala
τ_0	Época de Referência
ξ	Componente Meridiana do Desvio da Vertical
ψ	Desvio ou Deflexão da Vertical

RESUMO

ROCHA, C. P. (2000). Obtenção e Análise de Azimutes por Astronomia Clássica e pelo Sistema de Posicionamento Global. São Carlos, 2000. 127p. Dissertação. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Transportes, Universidade de São Paulo.

O principal objetivo desse trabalho é caracterizar os métodos e processos que podem ser utilizados para obter melhores resultados dos azimutes sob a ótica da Astronomia Clássica e pelo Sistema de Posicionamento Global, levando em conta as diferentes natureza do tratamento aplicado às observações. Procurou-se também estabelecer a fronteira no comprimento das linhas Base, em que os resultados obtidos através de processos da Astronomia Clássica tenham melhor precisão que os obtidos através dos recursos do Sistema de Posicionamento Global, além da caracterização e definição dos sistemas de referência e posicionamento, tratamentos necessários para minimizar os erros das observações e definição dos azimutes tratados pelas Engenharias.

Palavras chave: Azimutes; Astronomia; Geodésia; Geóide; Elipsóide.

ABSTRACT

ROCHA, C. P. (2000). *Obtainment and Analysis of Azimuths by Classical Astronomy and Global Positioning System*. São Carlos, 2000. 127p. Thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Transporte, Universidade de São Paulo.

The essential objective of this work is to characterize wich methods and processes should be used for obtain better results of the azimuths under the optics of the classic Astronomy and for the Global Positioning System, taking into account the different natures of the treatment aplied the observations. It was also tried to establish the border in the length of base lines, in that the results by process of the astronomy classic results of better quality that obtained by Global Positioning System, characterization and definition of the reference systems and positioning, necessary treatments to minimize the mistakes of the observations, and definition of the azimuths treated by Engineerings.

Words key: Azimuths; Astronomy; Geodesy; Geoid; Ellipsoid.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

O interesse e a necessidade de descobrir novas terras, o comércio e o intercâmbio cultural, após séculos, levaram o homem a concluir que a observação de Astros era a única maneira de compreender a forma da Terra. Isto o levou a desenvolver equipamentos e métodos de posicionamento e orientação cada vez mais sofisticados. As novas descobertas, reduziram gradativamente a dependência de estrelas guias como Polaris, Sigma Octantis e Mintaka, das constelações de Ursa Menor, Octantis e Orion, que marcam as posições dos pólos Sul, Norte e Equador, respectivamente.

No passado, prevaleceram várias opiniões sobre a forma da Terra: Enquanto alguns acreditavam ter a forma de um disco envolvida pelos oceanos (Homero e Thales), outros, a exemplo de Pythagoras e Aristóteles, acreditavam que a Terra era esférica, com uma superfície bem configurada.

Erastosthenis, assumindo a forma esférica já aceita na época, estimou pela primeira vez o raio da Terra, aplicando o princípio da medição de um arco de círculo. Observou que na hora do solstício de verão, o raio de Sol que incidia verticalmente na antiga Syene, no Egito, inclinava $(1/50)$ do arco de circunferência $(7^{\circ}12')$ em Alexandria à 5000 stadia¹ de Syene (787,5 km). Com base nisso,

¹ Stadia, plural de stadium é uma medida egípcia, equivalente a 157,5m, SEGANTINE (1999). Anotações de aula.

estimou a medida do raio da Terra em 6266,7 km, ou seja, circunferência aproximada de 40225km (atualmente aceita como 40074,16km). Também introduziu o conceito da inclinação do eixo da Terra em relação ao plano da eclíptica.

Devido a sua grande contribuição histórica, Erastosthenis é considerado o Pai da Geodésia, TORGE (1991).

Muitos cientistas se sucederam no desenvolvimento de estudos das Geociências, tais como: Toscanelli, autor de um mapa mundial da época; Américo Vespúcio criador de um mapa contemplando o Oceano Pacífico e a costa da América do Norte, dando origem a era da Cartografia; Copérnicus, introduziu o conceito da Teoria Heliocêntrica, configurando o sistema solar; Gerardus Mercator, propôs um novo mapa mundial, sob um novo sistema de projeção, iniciando a grande arrancada da Geodésia dos séculos XVI e XVII. Ptolomeu, Tycho Brahe, Kepler e Galileo, acreditavam na teoria de que a Terra girava em torno do Sol; essa era contestada pelos cientistas da época que não conseguiam medir indícios de paralaxe das estrelas com os equipamentos existentes. Apenas em 1838, usando-se bons telescópios, vir-se-ia a obter uma primeira medida de paralaxe para uma estrela.

No século XVI, quando o telescópio, a tábua de logaritmo e o sistema de triangulação já eram conhecidos, surgiram novos cientistas como Bareli; Descartes e Leibnitz que formularam toda a teoria básica em que se apoiaram Christian Huygens e Newton. Estes desenvolveram o modelo elipsoidal para a forma da Terra e instituíram seu princípio físico. Newton postulou que o incremento de aceleração da gravidade nos pólos era função do quadrado do seno da latitude e demonstrou através de suas teorias que as leis de Kepler teriam validade limitada, uma vez que as órbitas dos planetas seriam elípticas se os mesmos se submetessem tão somente a força de atração do Sol. A verdadeira trajetória não descreveria rigorosamente uma elipse, devido a atração exercida por outros Astros, HEMPEL (1966).

A mecânica dos corpos celestes foi instituída por Euler. Lagrange criou a Mecânica Analítica e implantou o sistema métrico na França, e Gauss, considerado o Pai da Geodésia Moderna, definiu a forma geoidal e elaborou juntamente com Legendre, o método dos Mínimos Quadrados. Cavendish determinou pela primeira vez o peso da Terra e Laplace instituiu o atual conceito de Mecânica Celeste e desenvolveu a Teoria da Probabilidade. Nessa mesma época, Legendre, iniciou o

processo de ajustamento de arcos e, entre outros, Gauss e Bessel, foram decisivos na verificação dos problemas provenientes do modelo elipsoidal, aplicado as determinações de precisão.

As discrepâncias entre os números e a evolução dos métodos ao longo de séculos de discussão das medidas do raio médio, semi eixos, achatamento e desvios da vertical, levaram Helmert a efetuar a transição para o atual conceito da forma da Terra, com os novos parâmetros, incluindo os desvios relativos à vertical do lugar. O conceito tridimensional da Geodésia foi introduzido por Bruns.

De 1880 à 1950, a determinação do geóide foi da máxima importância para a Geodésia, coroada com o estabelecimento do conceito do Sistema Tridimensional de Posicionamento Global, TORGE (1991).

A obra de Einstein e a generalização das Leis de Newton, marcaram o início do século XX e o desenvolvimento do rádio detecção, a informática e o rádio interferometria, impulsionaram a Geodésia Espacial (Celeste), culminando com o lançamento dos satélites artificiais para fins de posicionamento. Atualmente, a Geodésia é uma das ciências de mais amplo espectro, atuando em áreas de mapeamento, gerenciamento urbano, demarcação de limites, construções da engenharia em geral, estudos ecológicos e ambientais, transportes (controle de posicionamento e velocidade), movimentos dos Astros, movimentos de placas tectônicas, deformações de grandes estruturas, deslocamentos dos Pólos terrestres, etc. Genericamente, a Geodésia estuda a forma e dimensões, os sistemas de projeção, o campo gravitacional e os movimentos da crosta terrestre, SEGANTINE (1999).

.....

.....

No Brasil, muitos estudos do assunto se sucederam ao longo dos anos. Observações pioneiras da declinação magnética na região de Cabo Frio, verificadas por Philos; Plano Hidrográfico da Bahia do Rio de Janeiro, Brito; Coletânea de 20 anos de declinações em diversos estados do Brasil e exterior, Williams et. al.; e outros grandes nomes da Astronomia de Campo como Mattos, Chagas à Barreto, Silveira, Ferraz e Simões, entre outros, na atualidade, todos com várias publicações sobre o assunto.

1.2 Considerações técnicas do modelo

A exata referência geográfica de pontos da superfície física da Terra, depende de um complexo modelo matemático, passivo de ajustamento para cada uma de suas diferentes regiões. Um sistema global de posicionamento, passa pela concepção de um modelo em que cada posição nele definida, corresponde tão somente um ponto do nosso planeta, em relação a um sistema de referência definido.

O geóide é um modelo matemático tridimensional irregular, idealizada por C.F. Gauss, com razoável aproximação da forma real da Terra. Caracteriza-se pela perpendicularidade de um fio de prumo em quaisquer lugar de sua superfície, onde a energia potencial se faz constante. Didaticamente, pode-se representá-lo pelo prolongamento da superfície do nível médio dos mares, adentrando ao continente, sob influência das grandes depressões da crosta, bem como da densidade das rochas que compõem o sub solo, responsáveis pela maior ou menor atração sobre as massas superficiais.

Newton determinou a constante gravitacional como uma função direta dos produtos das massas envolvidas e inversa do quadrado da distância:

$$K = - (G \cdot m_1 \cdot m_2) / d^2$$

onde:

G	força de atração gravitacional
m_1 e m_2	massas dos corpos 1 e 2
d	distância entre os corpos 1 e 2

O valor de G, atualmente determinado pelo CODATA (Committee on Data for Science and Technology), é:

$$G = (6,67259 \pm 0,00085) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Qualquer corpo sobre ou próximo à superfície da Terra é submetido a ação de duas forças: a atração gravitacional e a tendência de se manter em movimento retilíneo e uniforme por acompanhar a velocidade tangencial da superfície terrestre.

A força centrífuga é resultante da rotação da Terra, cuja velocidade angular (ω), assumida constante e de direção ortogonal aquele eixo, é determinada pela relação entre o ângulo de um giro completo e o tempo gasto para sua realização:

$$\omega = 2\pi \text{rad} / 86164,10 \text{s}$$

$$\omega = 7,292115 * 10^{-5} \text{rad. s}^{-1}$$

Apesar da velocidade angular ser considerada a mesma para pontos situados em quaisquer paralelo, sua velocidade tangencial é máxima no Equador e tende a zero nos pólos, causando uma igual tendência de variação do potencial centrífugo, TORGE (1991).

Pontos nas proximidades do Equador assumem um potencial centrífugo (Φ) da ordem de $1,1 * 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ e aceleração centrífuga $z = |z| = 0,03 \text{ m s}^{-2}$, enquanto pontos nos pólos, tem potencial centrífugo e aceleração centrífuga nulas.

As superfícies de nível reais, são equipotenciais. Como a aceleração centrífuga e o potencial centrífugo tendem a zero nos pólos, a ação da gravidade incide livremente e a superfície equipotencial representada por um valor constante qualquer, sofre um gradiente de variação ao longo de uma meridiana e uma conseqüente curvatura ao se aproximar dos pólos. Este gradiente de curvatura é estimado na ordem de $5 * 10^{-3} \text{g}$, ou seja, duas superfícies de nível com afastamento de 100m, no Equador, teria um afastamento de 99,5m, nas proximidades dos pólos, TORGE (1991).

As marés de aceleração ao longo do tempo são causadas pelas forças de atração gravitacional exercidas pelo Sol e pela Lua, que atuam em diferentes partes da superfície a proporção que a Terra vai girando. São efeitos resultantes da combinação das revoluções da Lua em torno da Terra e da Terra em torno do Sol. A aceleração produz variação no campo de gravidade na ordem de 10^{-7}g . Outras variações do campo de gravidade no tempo são, geralmente, de pequena ordem, MELCHIOR apud TORGE (1991).

De acordo com a Teoria Heliocêntrica, que justifica o movimento aparente dos Astros pela rotação diária da Terra em torno do seu eixo e pela sua revolução anual em torno do Sol, combinada com a teoria newtoniana, os diferentes dias solares tem durações temporais desiguais ainda que a Terra gire com velocidade angular

considerada constante. Contudo, em virtude do atrito provocado pelas marés e outros fatores semelhantes, esta velocidade angular deve diminuir gradativamente, o que se confirma pela comparação das datas registradas para certos eclipses solares na antigüidade com as calculadas a partir dos dados astronômicos atuais. Assim, os processos originalmente empregados para a medida do tempo, que apenas o medem de forma aproximada, cederam lugar aos sistemas mais precisos baseados em relógios de quartzo e os chamados atômicos de alta precisão; HEMPEL (1966).

1.3 Origem do problema

Astronomia e Geodésia são ciências que interagem no campo do posicionamento geográfico, diferindo basicamente quanto aos modelos matemáticos adotados para suas representações.

O modelo matemático aplicado pela Astronomia se baseia na grande esfera celeste, de raio simbolicamente unitário, onde se inserem todos os Astros do universo. Suas determinações são efetuadas através das relações trigonométricas no triângulo esférico de posição, cujos vértices são o pólo celeste, um astro e o zênite e seus resultados referenciados ao geóide.

A Geodésia utiliza o elipsóide de revolução, em substituição ao geóide, por ser uma figura regular de aproximação razoável ao geóide, cuja superfície é definida por modelo matemático.

A grande corrida à execução de trabalhos da Mensuração usando recursos do GPS, vem provocando algumas contestações na comunidade acadêmica quanto a determinação de azimutes de precisão, com base na análise dos resultados a partir da especificação nominal dos melhores receptores do GPS atuais ($5\text{mm} + 1\text{ppm}$), para medições de distância. Um erro de 14,5mm no posicionamento dos extremos de um alinhamento de 600m, resulta erro de 5" de arco no azimute. Erros dessa magnitude, são considerados excessivos para determinações astronômicas"; BARRETO (1996).

1.4 Objetivos

Os principais objetivos desta dissertação são:

- ❖ Apresentar a diferença entre os azimutes obtidos por métodos da Astronomia Clássica e pela Geodésia por Satélites;
 - ❖ Classificar e definir os azimutes aplicados na engenharia;
 - ❖ Apresentar e definir os movimentos do eixo de rotação da Terra;
 - ❖ Classificar e definir a grandeza tempo;
 - ❖ Classificar e definir os sistemas básicos de referência terrestre e de posicionamento geográfico, suas origens e a necessidade da aplicação de correções às medidas observadas em uma determinada época.
-

CAPÍTULO 2 – AZIMUTES

De modo genérico, o azimuth de um alinhamento pode ser definido como o ângulo formado entre um alinhamento qualquer e meridiano de referência que passa em sua origem ou as linhas de quadrícula dos mapas cartográficos. O sentido de giro e a origem do ângulo medido, classifica o azimuth procurado. O meridiano de referência poderá ser Magnético, astronômico, Geodésico.

2.1 Azimute Magnético

É o ângulo formado entre a direção horizontal local no ponto, assumida por uma agulha imantada, isenta de perturbação magnética transitória, e um alinhamento qualquer, contado a partir da extremidade Norte da agulha, no sentido horário.

Esses azimuths submetem-se as oscilações do campo magnético da Terra; trata-se de um fenômeno provocado pela distribuição de massas na Terra, gases atmosféricos e demais elementos influenciadores como jazidas de pirita, magnetita, algumas rochas magmáticas, etc., e até mesmo alguns tipos de árvore.

O campo magnético da Terra é dividido em meridianos geomagnéticos. Suas inclinações não apresentam variação angular uniforme e estão sujeitas a alterações temporais. Essa anomalia torna necessário estabelecer referência da direção com a data em que foi determinada, OLIVEIRA (1983).

Chama-se declinação magnética ao ângulo compreendido entre os meridianos magnético e geográfico de um lugar qualquer, a Leste ou Oeste, indicando a direção do Norte Magnético a partir do Norte Verdadeiro.

O plano vertical que contém a direção de uma agulha magnetizada, simétrica, livremente suspensa e sem influência de qualquer perturbação magnética transitória é denominado de meridiano magnético.

Os problemas relativos a simetria, livre suspensão da agulha e as perturbações transitórias, somados ao comportamento anômalo do campo magnético da Terra, limitam as aplicações da orientação magnética a trabalhos de baixa precisão. Entretanto, os azimutes magnéticos apesar de pouco precisos, ainda são necessários aos engenheiros agrimensores para execução de trabalhos de aviventação de rumos a partir de cartas antigas e/ou para estabelecer alinhamentos com bússolas. Como os azimutes magnéticos quase sempre variam com o lugar e o tempo, o Observatório Nacional realiza a cada 5 anos, observações de ajustamento das curvas de declinação e pressões de variação para o Brasil, colocando os resultados a disposição dos usuários, em publicações oficiais daquele observatório.

A Tabela 1 mostra as declinações para algumas latitudes e longitudes, cujo posicionamento em mapa é bastante representativo a nível de abrangência geográfica do território brasileiro, onde se pode observar as diferenças entre declinações com o lugar e o tempo.

Tab. 1 - Declinações magnéticas para o Brasil

Local	latitude	longitude	Declinações		
			1910.0*	1995.0**	variação
Manaus	03°08' S	59°59' W	00°41' E	12°54' W	13°35'
São Paulo (H. Bot.)	23°28' S	46°37' W	06°35' W	18°53' W	12°18'
Porto Alegre	30°03' S	51°10' W	01°47' W	13°44' W	11°97'
Rio de Janeiro	22°30' S	43°30' W	9°59' W	20°87' W	11°28'
Maceió	09°40' S	35°43' W	16°21' W	22°41' W	06°20'
Fernando Noronha	04°02' S	33°04' W	16°66' W	21°56' W	4°90'

Fontes²

2.2 Azimute Topográfico

Ângulo formado entre uma linha base e a direção Norte – Sul geográfico medido a partir da extremo norte geográfico até o alinhamento, no sentido horário. Difere do azimute geodésico por não levar em conta a convergência meridiana, dispensando tratamentos matemáticos mais rigorosos. Os azimutes topográficos da base (A – B) e (B – A), diferem em, tão somente, 180°. Aplica-se aqui, o conceito de

² (*) Williams (1913); Mollina (1992)

azimute plano em determinações por instrumentos cujos princípios operacionais se baseiam no plano horizontal e na vertical do lugar.

2.3 Azimute Astronômico

É o ângulo formado entre a direção do meridiano astronômico do ponto inicial do alinhamento e o alinhamento. Geralmente é medido a partir do extremo sul geográfico até o alinhamento, no sentido horário, ou seja, Sul por Oeste, conforme ilustra a figura 1.

O azimute astronômico é deduzido da interação entre o azimute do astro e o ângulo entre este e a linha base, CHAGAS (1953).

Figura 1 – Azimute Astronômico

2.4 Azimute Plano na projeção UTM (θ)

É o ângulo formado entre o norte de quadrícula e a corda da transformada de um alinhamento, contado a partir do norte, no sentido horário, com amplitude de 0° à 360° , conforme ilustra a figura 2.

O azimute plano poderá ser determinado a partir da inclinação (α), relativa a linha Norte – Sul nas representações cartográficas, obtida através da relação entre as diferenças das coordenadas planas do sistema UTM, cujos sinais de ΔE e ΔN , indicarão a que quadrante pertence o azimute plano daquela direção.

Figura 2 – Azimute Plano

Para um melhor entendimento, define-se a seguir os parâmetros relacionados.

Norte de quadrícula é a direção assumida pelas linhas paralelas aos meridianos centrais nas representações do sistema UTM.

Corda da transformada é a linha reta que representa a transformada nas projeções conforme de Gauss; interliga os pontos extremos de um alinhamento.

Transformada é a linha geodésica projetada no sistema UTM. Representa uma distância geodésica sobre o elipsóide. Sua concavidade volta-se para o meridiano Central e acentua-se com a distância ao mesmo, RAMOS (1998).

2.5 Azimute Geodésico Elipsóidico (α_{AB})

É o ângulo formado entre uma linha base (transformada) e a tangente ao meridiano (direção Norte - Sul Geográfico); geralmente é contado a partir do Sul por Oeste (SWNE) no sentido horário, com amplitude de 0° à 360° , ilustrado na figura 3. Pode ser determinado por fórmulas de transformação a partir das coordenadas planas do sistema UTM, que atualmente são estabelecidas com facilidade, a partir do Sistema de Posicionamento Global, evitando-se o processo mais trabalhoso por Astronomia de precisão, RAMOS (1998).

Figura 3 – Azimute Elipsoidal

$$\alpha_{AB} = \theta + \gamma \pm \psi \pm 180^\circ \quad (1)$$

onde:

α_{AB}	azimute elipsoidal
θ	azimute Plano
γ	convergência meridiana
ψ	ângulo de redução à corda

O **ângulo de redução** (ψ), é o pequeno ângulo formado pela tangente à transformada, no ponto, e a corda da transformada. Tende a zero quando o alinhamento assume direção ortogonal ao meridiano central.

É fator de fundamental importância nos cálculos dos azimutes, conversões de ângulos planos para elipsoidais e por consequência, no transporte de coordenadas. Seu valor não é o mesmo nos extremos de uma base com diferentes latitudes, uma vez que a variação de convergência não é uniforme, GRIPP & SIMÕES (1997)

$$\psi_{1-2} = 6,8755 * 10^{-8} * \Delta N_{2-1} * (2E_1' + E_2') * XVIII \quad (2)$$

$$\psi_{2-1} = 6,8755 * 10^{-8} * \Delta N_{1-2} * (E_1' + 2E_2') * XVIII \quad (3)$$

A definição dos parâmetros destas equações encontra-se no Anexo 4.

A **convergência meridiana**, é a diferença angular entre a direção do Norte Geográfico e o Norte de Quadricula. Os meridianos extremos de um fuso são paralelos entre si no Equador, chegando a diferenças angulares da ordem de $1,5^\circ$ para latitudes do extremo Sul do Brasil, RAMOS (1998).

A convergência é um dos fatores de correção aplicados para transformar azimute verdadeiro, determinado por Astronomia, em azimute plano no sistema UTM e vice – versa. É também a principal responsável pela diferença entre os azimutes de uma linha quando tomados nos dois sentidos da direção, além dos 180°. Assume sinais positivos à Leste do Meridiano Central (MC) e negativos à Oeste, no Hemisfério Norte (HN) e sinais negativos, à Leste do MC e positivos à Oeste, no Hemisfério Sul (HS), GRIPP & SIMÕES (1997).

O valor da convergência pode ser determinado pelas equações abaixo, a partir das coordenadas geográficas (ϕ , λ) ou UTM (N, E), respectivamente.

$$\gamma'' = XIIp + XIIIp^3 + Cp^5 \quad (4)$$

$$\gamma'' = XVq - XVIq^3 + Fq^5 \quad (5)$$

A definição dos parâmetros destas equações encontra-se no anexo 4.

A rigor, existe diferença angular entre o azimute elipsoidal e o da linha geodésica. O azimute elipsoidal de um alinhamento AB é tomado a partir do meridiano que contém A até a seção normal em A passando por B. O azimute elipsoidal no sentido BA é tomado do meridiano por B até a seção normal em B passando por A. As duas seções têm inclinações diferentes, cada uma assumindo a direção das normais ao elipsóide por A e B, respectivamente. A geodésica é uma linha reversa que define o menor caminho entre dois pontos, segundo a direção normal, ponto a ponto, que divide a abertura angular entre as seções normais na proporção 2/3 e 1/3, com tendência de maior aproximação da seção normal definida pelo sentido em que a direção é observada.

Caso os pontos A e B pertençam ao mesmo hemisfério e A esteja mais próximo do Equador, a seção normal em A, passando por B, será mais próxima do Equador que a seção normal em B, passando por A. Entretanto, em se tratando de distâncias até 100km, o valor da diferença mantém-se abaixo do centésimo de segundo, sendo indiferente usar como referência a seção normal ou a linha geodésica, Ewing (1979) apud Gripp & Simões (1997).

2.6 Azimute Geodésico Elipsoídico (α_{BA})

Historicamente denominado contra azimute (α_{BA}) é o ângulo que uma linha forma com a direção Norte – Sul quando visada no sentido contrário, ou seja, quando o instrumento é centrado no vértice final, visando o inicial.

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + \gamma \pm 180^\circ \quad (6)$$

onde:

- α_{BA} azimute elipsoídico do alinhamento BA
- α_{AB} azimute elipsoídico do alinhamento AB
- γ convergência meridiana entre os pontos extremos da linha

A rigor, deve-se adicionar-se a diferença algébrica entre os ângulos de redução à corda dos alinhamentos AB e BA.

2.7 Azimute Geodésico Projetado (θ')

É o ângulo formado entre o Norte de quadricula e o arco da transformada de um alinhamento, contado a partir do Norte por Leste (NESW, sentido horário), até 360° , conforme ilustrado na figura 4. Tem aplicação na determinação aproximada das coordenadas planas transportadas.

Figura 4 – azimute geodésico projetado

O azimute geodésico projetado pode ser calculado através da equação:

$$\theta' = \alpha - \gamma \pm 180^\circ \quad (7)$$

2.8 Azimutes astronômicos & geodésicos: Deflexão da vertical

Os azimutes astronômicos e geodésicos, assim como as coordenadas geográficas tratadas pelas duas ciências, divergem conceitualmente entre a vertical ao geóide e a normal ao elipsóide para o mesmo lugar. Enquanto os estudos da Astronomia Clássica se baseiam no esferóide, a Geodésia moderna se baseia no elipsóide. A divergência angular existente, é conhecida como desvio da vertical ou deflexão da vertical, ilustrada na figura 5.

Figura 5 - Geóide & elipsóide: deflexão da vertical

LAPLACE apud VANICEK & KRAKIWSKY(1986), discute a relação entre os sistemas geodésico (G)³ e astronômico Convencional Terrestre (CT), usando diferentes parâmetros de transformação, em que ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , $\Delta\alpha$, ξ , η , $\Lambda - \lambda$, $\Phi - \phi$, são normalmente valores muito pequenos. Essas funções trigonométricas desenvolvidas em série exponencial, resultam equações de inter-relação que devem ser satisfeitas por todos os parâmetros envolvidos: Geodésicos ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z , ϕ , λ , α ; Astronômicos Φ , Λ , A ; e as componentes da deflexão, ξ e η . Isto demonstra que o sistema Geodésico local (bem como o elipsóide de referência) está posicionado e orientado em relação ao sistema CT para o ponto T_0 como um grupo de parâmetros

³ Os Sistemas Geodésico e Astronômico Local serão definidos no Capítulo 3.

posicionados em datum necessariamente topocêntrico, VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

Estando o sistema G apropriadamente relacionado com o sistema CT, isto é, se $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$, o resultado final do desenvolvimento será simplificado, resultando uma equação mais simples, porém muito importante, denominada equação de LAPLACE:

$$\Delta A = A - \alpha = (\Lambda - \lambda) \operatorname{sen} \phi \quad (8)$$

$$\Phi - \phi = \xi \quad (9)$$

$$(\Lambda - \lambda) \cos \phi = \eta \quad (10)$$

onde:

ΔA	diferença entre os azimutes astronômicos e geodésicos
A	azimute astronômico
α	azimute geodésico
$\Lambda ; \lambda$	longitudes astronômicas e geodésicas, respectivamente
$\Phi - \phi$	latitudes astronômicas e geodésicas, respectivamente
ξ	componente meridiana da deflexão da vertical
η	componente l ^o vertical da deflexão da vertical
$\varepsilon_x ; \varepsilon_y ; \varepsilon_z$	deslocamento entre as origens dos sistemas

Estas equações representam as condições topocêntricas de paralelismo entre os sistemas G e CT. Esse paralelismo está designado nas equações (8) e (9), que satisfazem todos os pontos da superfície da Terra, tendo em mente que Φ, Λ, A , são direções observadas. Isto demonstra que ΔA é o ângulo entre os eixos X^{LG} e X^{LA} , conforme mostra a figura 6, podendo-se escrever com base em substituições na última equação que:

$$A - \alpha = \Delta A = \eta \operatorname{tg} \phi \quad (11)$$

onde:

A	azimute astronômico
α	azimute geodésico

CAPÍTULO 3 – CONCEITOS GERAIS E ASTRONÔMICOS

3.1 Definições

Astronomia de Campo: É a parte da Astronomia que se dedica a determinação de coordenadas de pontos quaisquer da superfície da Terra com base na posição e na divisão dos meridianos que passam por esses pontos.

Astronomia Geodésica: É o ramo da Geodésia que aplica observações astronômicas para obtenção de informações com precisão de primeira ordem.

3.2 Elementos da esfera celeste

Vertical do lugar. É a reta que toca a grande esfera celeste no ponto superior, Zênite e inferior, Nadir. Tem a mesma direção assumida por um fio de prumo, livre de interferências. São perpendiculares aos planos de horizonte locais, não sendo, portanto paralelas entre si. A figura 7 ilustra todos os elementos que serão descritos a seguir:

Eixo celeste, $P_n P_s$. É o prolongamento do eixo instantâneo de rotação da Terra, cuja inclinação em relação ao plano horizontal do lugar representa a latitude. Seus limites na esfera celeste definem os pólos celestes Norte (Boreal ou Ártico) e Sul (Austral ou Antártico). Alguns autores também o definem como sendo paralelo ao eixo de rotação da Terra, o que altera a referência da esfera celeste de Geocêntrica para Topocêntrica. A diferença é desprezível para observações às estrelas; contudo, submete-se a paralaxe considerável nas observações ao Sol.

Equador Celeste. É o plano que contém o Equador terrestre. É gerado pela interseção de um plano perpendicular ao eixo dos pólos com a esfera celeste, sendo portanto o paralelo celeste que intercepta a Terra em seu diâmetro máximo. Qualquer outro plano paralelo ao mesmo, é denominado paralelo celeste, tal como aqueles gerados pela trajetória aparente de uma estrela qualquer em volta da Terra.

Meridiano do lugar. São círculos máximos, cujo plano contém a vertical do lugar e o eixo celeste.

Figura 7 – Elementos da esfera celeste. Fonte: TORGE (1991)

Vertical de um astro. É um Círculo máximo ou círculo vertical, cujo plano passa pelo Zênite e por um astro. Sua direção varia com o movimento do astro.

Círculo de Declinação. É todo círculo máximo cujo plano passa pelos pólos e pelo astro. Apresenta movimento relativo ao observador sendo fixo na esfera celeste.

Meridiana. É a linha resultante da interseção do plano do horizonte, ponto a ponto, com o plano do meridiano do lugar. Assume a direção Norte – Sul.

Primeiro vertical. É o círculo máximo que contém a vertical do observador e passa pelos pontos Leste – Oeste. Corta o plano de horizonte segundo a linha Leste – Oeste.

Paralelo de um astro. É o paralelo que cada estrela traça na Terra, pelo seu movimento aparente. Seu raio é maior para estrelas de giro aparente mais próximas do Equador. Define o paralelo do lugar.

Eclítica. É o traço na esfera celeste, gerado pela trajetória anual aparente do Sol em volta da Terra. Seu plano intercepta o do Equador segundo a linha dos equinócios.

Ponto Vernal (Υ). É o ponto em que o Sol cruza o Equador ao mudar do hemisfério Sul para o Norte, chamado Equinócio de primavera pelos que habitam o Hemisfério Norte. É o ponto de origem de dois sistemas de coordenadas e de onde se conta a hora sideral. O ponto onde ocorre a mudança do hemisfério Norte para o Sul, chama-se ponto de balança ou de libra (Ω), MATTOS (1953).

3.3 Correções aplicadas às observações astronômicas

As observações astronômicas são suscetíveis a correções de naturezas diversas, devido aos movimentos intrínsecos dos elementos do universo, desvios nas direções observadas provocadas por variações de temperatura e pressão no ambiente atmosférico, além das inevitáveis imprecisões de manuseio e de fabricação dos equipamentos utilizados.

3.3.1 Precessão

Precessão é uma oscilação experimentada pelo eixo de rotação da Terra, que descreve um movimento similar ao de um giroscópio, provocado pela ação das forças resultantes da atração gravitacional, principalmente do Sol e da Lua. A intensidade da Precessão em função do tempo foi definida por Newcomb em 1906, que determinou a valor da variação da ascensão reta do nó ascendente e variação do Equador médio, para as épocas (τ e τ_0). Esse deslocamento (Equinócio X movimento

da eclítica), acontece a uma taxa de $50,4''$ por ano, cujo ciclo é de ~ 25800 anos, com amplitude igual a obliquidade da eclítica, que é de $23,5^\circ$, MUELLER (1969).

3.3.2 Nutação

Nutação é um movimento que se soma ao da Precessão, provocado pela atração planetária, em menor intensidade, com ciclo de $\sim 18,6$ anos e oscilação aproximada de $9,2''$ por ano. No seu deslocamento em torno do Sol, a Terra descreve uma curva em forma de elipse chamada eclítica, que define o plano eclítico. Os movimentos de Precessão e Nutação representam o quanto a Terra desvia-se do plano eclítico ao se aproximar de outro astro no seu movimento de translação. A resultante dos efeitos da atração lunisolar e planetária, dá-se a denominação de precessão geral. A figura 8 ilustra o deslocamento resultante.

Os efeitos da Nutação de longo período podem ser corrigidos, aplicando-se o período e a taxa de variação da Nutação em longitude e obliquidade, publicada nas efemérides, MUELLER (1969).

Figura 8 - Movimentos de Precessão e Nutação

3.3.3 Movimento Polar

O movimento dos pólos consiste no deslocamento dos pólos da Terra com referência a outros pontos da crosta.

Em 1899, cinco estações de observação, posicionadas ao longo do paralelo de latitude $39^{\circ}08'$, coordenadas pelo International Polar Motion Service (IPMS) iniciaram o acompanhamento desse movimento. Elas tinham a função de acompanhar oscilações do eixo de rotação da Terra e constataram fortes variações sazonais com picos de $0,1''$ à $0,2''$, em curto espaço de tempo.

As causas do movimento ainda não foram completamente estudadas. Segundo Chandler (1891 e 1892)), apud MUELLER (1969), o movimento é devido a duas componentes; uma é a revolução do polo verdadeiro em torno do eixo principal do momento de inércia, no sentido anti horário quando observado do Norte, com um período de cerca de 1,2 anos e o outro é a revolução na mesma direção com um período anual.

O IPMS e o BIH publicam a verdadeira posição do verdadeiro pólo celeste para posicionamento do pólo terrestre em termos de Coordenadas Cartesianas X_p e Y_p , expressas em segundos de arco. A origem do sistema é o pólo terrestre; X_p é positivo girando ao Sul em torno de Greenwich e Y_p girando para Oeste. Medições desse deslocamento, geralmente são computadas pela média das observações de períodos de 6 anos e têm detectado um deslocamento de $0,003''$ a $0,006''$ por ano.

O movimento aparente secular tem sido atribuído a várias causas: possível deslocamento horizontal da crosta e possível deslocamento vertical das estações de observação.

A questão da época a que as coordenadas do sistema terrestre seriam referidas foi estabelecida em assembléia pela International Union of Geodesy and Geophysics, em Helsinkí, 1960, quando ficou decidido a posição média do pólo verificada no período de 1900 à 1905 (1903). A Tabela 2 e a figura 9 ilustram o movimento dos pólos da Terra, MUELLER (1969).

Tab. 2 - Variação das coordenadas do pólo terrestre

τ_m	1903	1909	1915	1927	1932	1938	1952	1957	1963
$X_0 (")$	0.000	-0.007	0.001	0.039	0.027	0.031	0.074	0.071	0.060
$Y_0 (")$	0.000	0.043	0.076	0.080	0.130	0.139	0.142	0.178	0.218

Figura 9 - Deslocamentos do pólo terrestre. Adaptado do IERS Annual Report (1998)

3.3.4 Aberração secular, anual e diurna

A aberração é um desvio dos raios de luz, causado pelo deslocamento do observador. As aberrações são classificadas em:

- ✓ **Aberração secular**, quando provocadas pelo deslocamento do sistema Solar. É de natureza complexa, sendo estimada em $\approx 14''$;
- ✓ **Aberração anual**, devido ao movimento de translação da Terra. A aberração anual, cuja constante é estimada em $20''$, é obtida pela relação entre a velocidade orbital da Terra e a velocidade da luz, ou seja:

$$C_a = (2\pi * 1495000000) / (365,25 * 86400'' * 300000 * \text{sen } 1'')$$

Entretanto, em algumas oportunidades, devido a configuração do posicionamento relativo entre a Terra, o Sol e a estrela em observação, seu valor

pode ser de apenas alguns segundos. Os valores da aberração anual das estrelas mais importantes constam do catálogo de locais aparentes das estrelas fundamentais, SMART (1962) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986);

- ✓ **Aberração diurna**, provocada pela rotação da Terra. Devido à rotação, um observador sob as mesmas coordenadas terrestres, se movimenta em relação ao astro observado, captando, os raios de luz de posições diferentes nos instantes T_1 e T_2 .

Nesse caso, a estação de observação se desloca a uma velocidade tangencial máxima quando posicionado sobre a linha do Equador, tendendo a zero nos pólos. É esta velocidade (v) da estação que submete as estrelas a uma posição aparente, alterando o valor do ângulo azimutal em função da mudança na posição relativa da estrela, ou seja, seu deslocamento aparente durante o tempo de viagem da luz até o observador na Terra, conhecido como movimento diurno do paralelo.

A constante de aberração diurna depende da latitude do observador. Seu valor depende da velocidade tangencial da Terra (estimada em 463 ms^{-1} , para a região da linha Equatorial), necessitando uma correção máxima de $0,3''$, VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

CHAGAS (1965), tece considerações relativas à velocidade angular da Terra, o ângulo formado pela direção do astro com o paralelo do observador e a velocidade da luz, deduzindo a seguinte expressão:

$$\Delta A_b = - 0,32'' \cos \Phi \cos A / \sin Z \quad (12)$$

Onde:

ΔA_b	Aberração diurna
Φ	latitude astronômica
A	azimute do astro
Z	distância zenital do astro

3.3.5 Paralaxe

A paralaxe é expressa como o ângulo paralático, compreendido pelo deslocamento aparente da estrela, devido a posição do observador. As definições dos

elementos da Astronomia, tem por origem um observador situado na superfície da Terra. Como o raio da Terra tem medida irrelevante se comparado com a distância aos Astros, ele pode ser desprezado e os posicionamentos das observações são referidos ao centro da Terra. Entretanto, apesar de pequena, as estrelas submetem-se a paralaxe anual, devido ao deslocamento do observador em torno do Sol. Assumindo-se que a órbita seja circular (erro em torno de 1%), o ângulo correspondente a paralaxe anual das estrelas, aparece ilustrado na figura 10; MUELLER (1969).

Figura 10 - paralaxe anual de uma estrela

Nas observações dirigidas ao Sol, a abertura angular correspondente ao raio da Terra aumenta e a paralaxe passa a ser considerável, devendo-se corrigi-la pela equação: MUELLER (1969) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

$$\text{sen } p = (R) / (\Delta \text{ sen } Z') \quad (13)$$

Sendo que ($\text{sen } p = p$), para valores muito pequenos de p .

A equação (13), assume valor máximo para observações em que $Z' = 90^\circ$

$$p_0 = R / \Delta \quad (14)$$

$$p = p_0 \text{ sen } (Z') \quad (15)$$

$$Z = Z' - p \quad (16)$$

onde:

R raio da Terra

Z' distancia zenital aparente

Δ afastamento do observador

p_0 valor máximo da correção da paralaxe para $Z' = 90^\circ$

p paralaxe

Em anuário, o Observatório Nacional divulga a paralaxe horizontal do Sol, (p_0), em torno de $7,4''$ e informa dados necessários aos cálculos de Astronomia, tais como: posição das estrelas e de objetos do sistema solar de interesse, orientação da Terra, configurações dos planetas e resoluções para o sistema de Horas Legais.

3.3.6 Movimento próprio das estrelas

O movimento próprio das estrelas, para propósitos práticos, pode ser considerado linear, facilitando a determinação do deslocamento do sistema como pseudo-linear. É usualmente Tabelado com taxas de variação constante para a ascensão reta de cada estrela de interesse. Nos catálogos, sua medida é expressa em valores da variação anual $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$, que deve ser multiplicada pelo total de anos transcorridos entre a época do catálogo e a época da observação e os resultados aplicados na transposição das coordenadas do sistema de Ascensão Reta Média, $MRA(\tau_0)$ para $MRA(\tau)$. A variação é lenta, bastando-se acrescentar o valor médio diário do deslocamento, sem fração de dias, à coordenada escrita na efeméride, MUELLER (1969) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

As observações aos Astros são preferentemente dirigidas aos de 2ª grandeza, uma vez que proporcionam pontaria de boa precisão e são fáceis de identificar. Estrelas de 1ª grandeza resultam pontarias pouco precisas e as de 3ª grandeza em diante, são de difícil identificação.

3.3.7 Refração

É a curvatura experimentada pela luz das estrelas ao atravessar a atmosfera terrestre. A intensidade do desvio, depende da altura do Astro, temperatura e pressão local.

Muitas vezes as observações astronômicas são efetuadas sem desvio azimutal sensível; entretanto, os Astros nunca são vistos nas suas verdadeiras posições. Os desvios são mais acentuados nas camadas atmosféricas de maior densidade. O invólucro atmosférico da Terra é formado por camadas concêntricas, admitidas,

homogêneas e de densidade e temperatura constante, caso a caso. Os raios luminosos que as atravessam, refratam diferentemente.

Considerações simplificadas podem ser feitas para valores de distância zenital inferiores à 30° , com índice $n = 1$ para refração no vácuo e índice $n = n_0$ para refração na camada atmosférica de densidade média, conforme mostra a figura 11. Chamando Z , a distância zenital verdadeira e Z' , a distância zenital aparente, a refração R , será expressa em segundos, como resultado da diferença entre as duas medidas, com razoável aproximação:

Figura 11 - Refração na atmosfera

$$Z = R + Z' \quad (17)$$

$$n_0 \sin Z' = \sin Z = \sin (R + Z') = \sin Z' + R \cos Z' \quad (18)$$

$$R = (n_0 - 1) \operatorname{tg} Z' \quad (19)$$

$$R'' = (n_0 - 1) \operatorname{tg} Z' / \sin 1'' \quad (20)$$

onde:

- Z distância zenital corrigida
- Z' distância zenital observada
- n_0 refração média nas camadas atmosféricas
- R'' correção da refração em segundos de arco

Distâncias zenitais mais acentuadas, requerem maiores cuidados e tratamentos especiais de diferenciação e integração com índices de refração variando

de n_0 em camada de máxima densidade até $n = 1$, no vácuo. Para condições de 12°C de temperatura e 760mmHg , com $n_0 = 1,000292$, pode-se desenvolver a equação diferencial da refração, chegando ao valor médio (R_0), expressa em segundos de arco.

$$R_0 = 60,08'' \operatorname{tg} Z' - 0,067 \operatorname{tg}^3 Z' \quad (21)$$

Variações da ordem de $+1^\circ\text{C}$, acarretam distorção na distância zenital na ordem de $(- 0,12'')$; e variações de $+1\text{mmHg}$, acarretam diferença na ordem de $(+0,05'')$. Os observatórios publicam periodicamente nas efemérides, as coordenadas das estrelas, na hora da culminação superior de Greenwich e Tabelas com os valores da refração, para distâncias zenitais abaixo e acima de 30° , com os respectivos coeficientes para correções devido as variações de temperatura e pressão, que deverão ser acrescidos ao valor médio R_0 , CHAGAS (1965).

Segundo BAREL & SEARS apud KENNIE & PETRIE (1990), o valor dos desvios pode ser representado pela relação entre a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo ($299792,5\text{km/s}$) e a média das velocidades eletromagnéticas na atmosfera, ou seja:

$$n = c / v \quad (22)$$

O valor de (n) é muito próximo da unidade; muitos fabricantes de medidores eletrônicos atribuem $1,00032$. A equação utilizada para sua determinação, envolve índices de refração, pressão atmosférica, concentração de CO_2 no ar, temperatura, pressão de vapor e comprimento de onda do sinal no vácuo, cujos detalhes poderão ser visto naquela obra.

3.3.8 Semi-diâmetro

Semi-diâmetro é a metade do diâmetro. Quando o astro observado é o Sol, devido a proximidade, seu diâmetro aparente torna-se relativamente grande no campo da luneta do instrumento. Isto aumenta significativamente a incerteza na pontaria que deve ser dirigida ao centro daquele Astro. Para minimizar esse erro de pontaria, aplica-se técnica específica, observando o Sol nos quadrantes opostos dos fios da luneta do instrumento ou efetuando-se a observação com o auxílio de uma

prisma solar, que possibilita o enquadramento da visada ao centro do Astro, CHAGAS (1965).

3.3.9 Erros Instrumentais

Atualmente, vários instrumentos são dotados de processadores eletrônicos e compensadores eletro-mecânicos que os capacita a auto compensação, a partir de informações do usuário. Essa nova geração de medidores eletrônicos adota em seu sistema, a auto correção dos erros que o fabricante considera de maior relevância e os procedimentos vem especificados em seus manuais de operação. Portanto, as observações devem ser efetuadas com instrumentos retificados e compensados, cujos erros residuais não cheguem a afetar a precisão dos resultados. Observações realizadas com instrumento sem sistema de auto correção, necessitam providências para não incorrer nos erros relacionados abaixo:

➤ **Erro de calagem ou do nível horizontal**

Falta de verticalismo do eixo principal.

➤ **Erro de horizontalidade (i)**

Falta de perpendicularismo entre os eixos do aparelho. O basculamento do eixo de visada forma um plano inclinado em relação ao plano vertical. Seu valor varia com a inclinação da visada (β) e pode ser expresso pela equação:

$$\varepsilon_i = \pm i * \tan \beta$$

➤ **Erros de colimação horizontal**

Não perpendicularidade da linha de visada com o eixo secundário. Eixo de colimação é a linha imaginária que une o cruzamento dos fios do retículo ao centro ótico da objetiva. Nesse caso, ao bascular a luneta, gera-se um cone em torno do eixo secundário. Sendo c o erro de colimação, sua variação será expressa pela relação:

$$\varepsilon_c = \pm (c / \cos \beta)$$

➤ **Erros de verticalidade do eixo principal**

Falta de perpendicularidade entre os eixos secundários e principal ou calagem mal executada. O giro da alidade descreve um plano inclinado. Seu valor é expresso pela equação:

$$\varepsilon_v = v * \text{sen } \gamma * \tan \beta$$

➤ **Erro de índice do círculo vertical**

A linha de colimação do círculo vertical não está no horizonte ou zênite. Sua correção prática é efetuada adicionando-se a metade do replemento da soma das visadas nas duas posições da luneta, SILVA & ERWES (1999)

3.4 Conceito de tempo

É o ângulo que um astro forma com um meridiano celeste de referência com vértice no pólo elevado. Sua medida é efetuada a partir dessa referência, até a passagem consecutiva do astro por aquele lugar. O desenvolvimento de cada ciclo é admitido uniforme, uma vez que a oscilação causada pelos movimentos de precessão e Nutação são da ordem de centésimo de segundo por dia.

O ponto vernal (Υ), é a origem do Sistema de Tempo Sideral, cujo ciclo é dividido em intervalos, totalizando $24^h00^m00^s$ siderais, ou correspondentes ($360^\circ00'00''$).

Se a referência de tempo for o Sol, o sistema será denominado de Tempo Solar, classificado em Verdadeiro ou Médio⁴. A diferença entre os dois é devido a irregularidade da marcha aparente do Sol em torno da Terra. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, “o raio vetor (Sol – Terra) descreve áreas iguais em tempos iguais”. Esta lei evidencia alterações de velocidade da Terra na eclíptica, sendo maior no Apogeu e menor no Perigeu do Sol, ou seja, no Afélio e no Perifélio, respectivamente. O princípio do dia médio considera um movimento uniforme aparente, para contornar o transtorno de constantes correções horárias.

⁴ O dia solar médio ou verdadeiro inicia com a passagem do centro do Sol pelo semi-meridiano inferior do lugar.

Para se obter o tempo sideral referenciado ao semi-meridiano superior de um lugar, necessita-se conhecer o ângulo entre o semi-meridiano superior que contém o ponto vernal e o plano do semi-meridiano superior local. Assim a relação fundamental da Astronomia esférica, relacionando a ascensão reta de um Astro, (α) com o seu ângulo horário, é:

$$S = t + \alpha \quad (23)$$

onde:

S hora sideral local

t ângulo horário entre o astro e o meridiano superior local

A referência horária de Tempo Universal (T.U.) é o Observatório de Greenwich, conhecida como Greenwich Mean Astronomical Time (GMAT), equivalente, em primeira aproximação, ao Tempo das Efemérides. 12^h no semi-meridiano superior de Greenwich, é o instante em que o Sol cruza o seu semi-meridiano inferior, portanto meia noite ali, iniciando-se um novo dia civil, FERRAZ & SIMÕES (1986).

T.U. , é a designação genérica de escalas de tempo baseadas na rotação da Terra. Em aplicações onde uma imprecisão de alguns centésimos de segundo não pode ser tolerada, é necessário especificar a forma do T.U. que se deve utilizar:

T.U.0 é o tempo solar médio do primeiro meridiano obtido diretamente de observações astronômicas locais;

T.U.1 é o T.U.0 corrigido dos efeitos de pequenos movimentos da Terra, relativamente ao eixo de rotação (variação polar);

T.U.2 é o T.U.1 corrigido dos efeitos de pequenas flutuações sazonais na variação de rotação da Terra;

T.A.I. é o tempo atômico internacional, cuja escala de referência, baseada no segundo ao nível do mar, fornecido por instituições colaboradoras, é formada pelo "International Bureau of Weights and Measures" (BIPM);

T.U.C. é o Tempo Universal Coordenado, escala de tempo médio, mantida pelo BIPM, com a participação do “International Earth Rotation Service” (IERS), e que forma a base de uma disseminação coordenada de frequência padrão e sinais horários. Possui a mesma marcha que o (TAI), diferindo deste por um número inteiro de segundos, OBSERVATÓRIO NACIONAL, (1999).

TORGE (1991), define o ângulo horário (t) como a abertura angular entre o meridiano celeste e o círculo horário do astro (S), a partir do meridiano superior $P_n Z P_s$ por Oeste no triângulo de posição, medido no plano equatorial, conforme figura 12 e correlaciona o sistema de ângulo horário com o sistema horizontal, na forma matricial abaixo:

$$\begin{vmatrix} \cos A \sin Z \\ \sin A \sin Z \\ \cos Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin \Phi \\ 0 \\ -\sin \Phi \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 0 & \cos \Phi & \cos t * \cos \delta \\ -1 & 0 & \sin t * \cos \delta \\ 0 & \sin \Phi & \sin \delta \end{vmatrix} \quad (24)$$

Figura 12 - Ângulo horário no triângulo de posição

3.4.1 Conversões horárias

Consiste em adequações e conversões de tempo entre as diversas escalas.

3.4.1.1 Conversão da hora média em verdadeira

$$E = E_o + \Delta E_o * (H_M + \lambda) \quad (25)$$

onde:

- E equação do tempo para o momento M (defasagem da hora do Sol até aquela data)
- E_0 equação do tempo, (efemérides), para zero hora de Greenwich.
- H_M hora média
- λ longitude do lugar
- ΔE_0 variação horária do tempo em s/h (efemérides)

Para as necessidades de Astronomia Geodésica, é suficiente conhecer o tempo sideral com precisão da ordem de 1 a 3 milésimos de segundo, levando-se em conta apenas os efeitos da Nutação, CHAGAS (1965).

3.4.1.2 Tempo Legal para Tempo Universal T.U.

A passagem do Tempo Legal para Universal, consiste em:

- 1 $T.U. = HL + FUSO$
- 2 Converter o intervalo de tempo T.U., desde a zero hora T.U., para intervalo Sideral, utilizando as Tabelas da seção G constante das efemérides publicadas pelo Observatório Nacional (ON);
- 3 Somar essa quantidade ao Tempo Sideral de Greenwich à zero hora T.U., obtendo-se o tempo Sideral de Greenwich para o instante considerado;
- 4 Adicionar, algebricamente, a longitude ao Tempo Sideral de Greenwich.

3.4.1.3 Hora Legal

Como o tempo está intrinsecamente ligado a passagem do astro pelo meridiano do lugar, dois cronômetros, a rigor, só marcariam a mesma hora quando posicionados no mesmo semi-meridiano. Por conveniência, estabeleceu-se um sistema horário, dividindo-se o paralelo do Equador em 24 fusos, que convergem para os pólos da Terra, cujo formato se aproxima dos gomos de uma laranja. Cada

fuso representa 1^h e corresponde a um arco de 15° , numerados de 0^h à $\pm 12^h$, de sinais (+) à leste de Greenwich, iniciando no meridiano central do fuso de origem. Convencionou-se que a hora legal seria a hora média do meridiano central do fuso, correspondendo a hora universal de Greenwich adicionada do valor algébrico do fuso do lugar. A figura 13, mostra a partição.

$$H_L = MG + F \quad (26)$$

onde:

- H_L hora legal
 MG tempo civil médio de Greenwich
 F valor algébrico do fuso

Figura 13 - Fusos horários

Para se estabelecer a hora legal de qualquer local, basta saber a hora média ou civil do fuso do lugar e para se estabelecer a hora média ou civil, faz-se necessário transformar sua hora legal em média, através da correção do fuso (f).

A correção do fuso é efetuada pela diferença entre a hora legal e a hora média:

$$f = H_L - H_M = \lambda + F \quad (27)$$

sendo:

f correção do fuso

Países de grande extensão, que abrangem vários fusos, utilizam-se de artifícios para regulamentar seus sistemas horários. Os fusos horários do Brasil, foram regulamentados pela lei nº 2784 de 18/06/1913. Algumas referências são:

- I $MG_r - 2^h$ Ilhas oceânicas, inclusive o território de F. de Noronha
- II $MG_r - 3^h$ Estados litorâneos, Minas Gerais e Goiás
- III $MG_r - 4^h$ Estado do Mato Grosso e parte dos Estados do Amazonas e Pará
- IV $MG_r - 5^h$ Território do Acre e parte do Estado do Amazonas

3.5 Sistemas de Coordenadas Astronômicas

Há três sistemas clássicos de posicionamento, que genericamente são definidos como: coordenadas Celestes, orbitais e terrestres, de orientação dextrógiro ou levógiro. Observando-se o sistema dextrógiro do zênite, o eixo X se sobrepõe ao Y quando rotacionado em 90° no sentido anti horário. Ocorre o contrário, no sistema levógiro, FERRAZ & SILVA, (1986).

Um dos grandes problemas dos sistemas de posicionamento são as irregularidades no movimento do eixo de rotação da Terra, devido aos movimentos de Precessão e Nutação. São movimentos cíclicos continuamente monitorados, que conturbam o deslocamento da Terra ao longo da eclíptica; alteram as posições relativas das estrelas, tornando-se necessário remeter seu posicionamento a uma época (τ_0). Esse conhecimento mudou o conceito sobre a direção do eixo de rotação da Terra e a posição dos pólos passou a ser compreendida dentro de um intervalo com deslocamento anual de 5 a 10m, estabelecendo-se nele um eixo médio de rotação. Essa nova concepção foi firmada em acordo internacional através do International Earth Rotation Service (IERS), localizado em Paris, que engloba o International Reference Pole (IRP). Assim, o meridiano zero nem sempre estará passando no centro do telescópio do observatório de Greenwich, conforme convencionado. Ele é definido pelo valor médio da longitude determinada por cinco

estações de observação do IERS espalhadas pelo mundo e recebe a denominação de International Reference Meridian (IRM).

A posição instantânea desse eixo da Terra é constantemente monitorada pelo IERS e publicada para benefício dos interessados, cujos endereços para busca na Internet são:

Earth rotation: gambis@obspm.fr

Celestial frame: iers@obspm.fr

World Wide Web: <http://hpiers.obspm.fr>

Além dos movimentos cíclicos do eixo de rotação da Terra, observa-se que possíveis inversões ou alterações anômalas na taxa de curvatura da superfície geoidal, provocada pela presença de grandes depressões ou maciços rochosos, fazem com que a mesma latitude e longitude astronômicas, eventualmente, passem a referir mais de uma posição sobre a superfície. Portanto, os sistemas de coordenadas geográficas astronômicas não são satisfatórios para posicionamentos de precisão e sim, preferivelmente, para definir uma direção e inclinação da vertical pelo ponto, SCHOFIELD (1993).

3.5.1 Coordenadas Celestes

A formação e o deslocamento dos elementos do universo causam problemas do tipo aberração diurna, paralaxe e refração, dificultando a definição de um sistema de coordenadas absolutas. O sistema Eclítico (E), é um sistema de grande estabilidade, sendo bastante aproximado de um sistema inercial. Trata-se de um sistema heliocêntrico (H); sua origem é o Sol. O eixo Z^E coincide com o eixo de precessão da Terra, seguindo a direção do North Ecliptical Pole (NEP); o eixo X^E contém o ponto vernal (Υ); e o eixo Y^E completa um sistema dextrógiro, cujas coordenadas são a latitude eclítica (β^E) e a longitude eclítica (λ^E). É um sistema quase inercial, exceto quanto a mudança precessional causada pela influência dos planetas do sistema solar, cujo deslocamento relativo ao universo é muito pequeno. Seria o mais adequado para base das publicações das coordenadas das estrelas;

contudo, devido a maior facilidade de aplicação e por apresentar resultados com diferenças insignificantes, o sistema de ascensão reta, normalmente o substitui.

3.5.1.1 Sistema de Ascensão Reta (RA)⁵

É o sistema utilizado para definir a posição dos Astros. Sua referência é a grande esfera celeste, cujos planos e eixos não seguem os movimentos da Terra.

A base de referência para o posicionamento de uma estrela, é uma direção. A representação desse vetor pode ser na forma de coordenada polar (r, θ, λ). Assim, a primeira coordenada (r) será sempre igual a 1. Todo sistema celeste pode ser considerado esférico, e definido pela localização da origem e direção dos eixos representativos do sistema Cartesiano. O Sistema de Ascensão Reta, cujas coordenadas são a declinação (δ) e a ascensão reta do astro (α), é o primeiro e mais importante dos sistemas celestes. É um sistema heliocêntrico, cujo eixo Z^{RA} está direcionado para o North Celestial Pole (NCP); X^{RA} assume a direção do ponto vernal (Υ); e Y^{RA} complementa um sistema dextrógiro, ilustrado na figura 14, VANICECK & KRAKIWSKY (1986).

Figura 14 – Sistema de Ascensão Reta

⁵ Right Ascension, Vanicek & Krakiwisky (1986)

O vetor unitário na direção de um astro (S) nesse sistema será representado por:

$$\vec{e}^{RA} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{RA} = \begin{bmatrix} \cos \delta * \cos \alpha \\ \cos \delta * \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\delta = \arcsen Z^{RA} \quad (29)$$

$$\alpha = \arctg (Y / X)^{RA} \quad (30)$$

onde:

δ declinação

α ascensão reta

X; Y; Z Coordenadas cartesianas

Como $\alpha \in (0, 2\pi)$, a segunda equação pode representar mais de uma solução, para a medida angular. Assim será preferível usar a equação equivalente para a metade do ângulo:

$$\alpha = 2 \arctg \{ Y^{RA} / [X^{RA} + ((X^{RA})^2 + (Y^{RA})^2)^{1/2}] \} \quad (31)$$

Estas coordenadas têm a vantagem de independem da latitude e longitude do observador. Entretanto, devido a algumas complicações causadas pela Precessão e Nutação, o NCP, naturalmente definido pelo eixo instantâneo de rotação da Terra, desloca-se em relação as estrelas com o tempo. Por isso ao se consultar as efemérides publicadas, faz-se necessário observar a época (τ_0) a que elas se referem. Esse sistema é também conhecido como Sistema de Ascensão Reta Médio - MRA (τ_0)

3.5.1.2 Sistema de Verdadeira Ascensão Reta (TRA)⁶

Corresponde ao sistema de Ascensão Reta devidamente corrigido dos deslocamentos provocados pelo movimento de Nutação N (τ). Essa correção atualiza a posição aparente das estrelas, definindo o Sistema de Ascensão Reta Verdadeiro

⁶ True Right Ascension, Vanicck & Krakiwisky (1986)

para uma época (τ). Nele, o eixo Z^{TRA} coincide com o eixo instantâneo de rotação da Terra Z^{IT} , e o verdadeiro equinócio vernal define a direção do eixo X^{TRA} . O efeito da Nutação $N(\tau)$ é normalmente expresso em componente de longitude $\Delta\psi$ e componente de obliquidade $\Delta\epsilon$. O efeito da Nutação na obliquidade da eclíptica é pequeno e a transformação de (α, δ) do MRA(τ) para o sistema TRA(τ), é efetuada em duas etapas: primeiro aplica-se uma rotação à componente cartesiana do vetor unitário apropriado e em seguida esse resultado é revertido em termos de α e δ por meio das equações (29) e (31).

$$\vec{e}^{\text{TRA}} = \begin{bmatrix} R_1(-\epsilon - \Delta\epsilon) & R_3(-\Delta\psi) & R_1(\epsilon) \end{bmatrix} \vec{e}^{\text{MRA}(\tau)} \quad (32)$$

3.5.2 Sistemas de Coordenadas Geográficas Astronômicas

São sistemas de referência utilizados para posicionar pontos quaisquer na Terra. São classificados em local (topocêntricos) e global (geocêntricos), de acordo com a posição da origem.

3.5.2.1 Sistema Topocêntrico Astronômico Local (LA)⁷

É o mais importante sistema astronômico de posicionamentos geográfico. Trata-se de um sistema topocêntrico, materializado pela direção do vetor gravidade e do eixo de rotação convencional da Terra. Essas duas direções podem ser determinadas por vários instrumentos astronômicos, e, o ângulo vertical (β), a distância zenital (Z) e o azimuth astronômico A , podem ser diretamente medidos. O vetor gravidade por um ponto qualquer, define o sentido negativo do eixo Z^{LA} , seu plano XZ^{LA} contém o eixo do sistema Z^{CT} , ou seja é paralelo ao eixo de rotação convencional, CIO; o eixo Y^{LA} completa o sistema topocêntrico levógiro, mostrado na figura 15, cuja origem é o ponto do observador na superfície da Terra. Um vetor unitário na direção de S , será representado pela equação: VANICECK & KRAKIWSK (1986).

⁷ Local astronomical, Vanicek & Krakiwisky (1986)

$$\vec{e}^{LA} \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}^{LA} = \begin{vmatrix} \cos \beta * \cos A \\ \cos \beta * \sin A \\ \sin \beta \end{vmatrix} \quad (33)$$

cujas componentes angulares são representadas no sistema cartesianas por:

$$\beta = 0,5 * \pi - Z^{LA} = \text{arc sen } (Z)^{LA} \quad (34)$$

$$A = 2 * \arctan [Y / (X + \sqrt{X^2 + Y^2})]^{LA} \quad (35)$$

Como o sistema se desloca juntamente com os movimentos descritos pela Terra e a posição das estrelas, usualmente conhecidas no sistema MRA(τ), é remetida à época (τ_0), o problema dos posicionamentos está na conciliação entre os sistemas. As coordenadas dos Astros, após uma série de adequações e correções, são transformadas para um sistema de três coordenadas, chamado Sistema Local Aparente, geocêntrico, que será discutido a seguir. A posição do observador na superfície da Terra será determinada como um sub produto dessas transformações.

Figura 15 - Sistema astronômico Local

3.5.2.2 Sistemas Convencional Terrestre (CT)

O sistema Convencional Terrestre (CT) é geocêntrico, isto é, tem origem no centro de massa da Terra e o eixo Z^{CT} assume a direção do eixo que passa na Origem Convencional Terrestre (CTO)⁸. O plano XZ^{CT} passa em um marco de referência estabelecido no observatório de Greenwich e o eixo Y^{CT} , pertencente ao plano médio do Equador, complementa o sistema dextrógiro. Assemelha-se a um Sistema Geocêntrico Natural, referido ao principal momento de inércia da Terra de eixos coincidentes com os eixos do principal elipsóide de inércia. Seu sistema de eixos funciona como um corpo rígido, porém, a posição do sistema não é rígida, deslocando-se com o tempo, em função da distribuição instantânea de massa da Terra. Provavelmente, é o sistema de maior importância para a Geodésia, ROBINS (1976) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

O CIO representa a posição média da direção do eixo da Terra estabelecida por convenção internacional com base nas observações no período entre 1900 e 1905. É contida pelo meridiano médio convencional de Greenwich e funciona como referência para a posição instantânea do eixo de rotação da Terra. As observações tem demonstrado que as oscilações passam por variações sazonais mais fortes, atingindo valores de $0,1''$ à $0,2''$, que representam deslocamentos do pólo entre 3,0m à 6,0m, em curto espaço de tempo. As observações do movimento polar foram iniciadas em 1899, através de 5 estações (Misusawa, Japão; Kitab, Rússia; Carloforte, Itália; Gaithersburg e Ukiah, USA), localizadas no paralelo de latitude $39^{\circ}08'N$. Atualmente existe mais de uma centena de estações de observações permanente, sob o comando de duas organizações: A international Polar Motion Service (IPMS) com base em Mizusanwa, e o Bureau International de L'Heure (BIH) com base em Paris. Esse trabalho de monitoramento foi reforçado em 1969, quando as Forças Armadas Naval dos EUA criaram um novo serviço de monitoramento do movimento polar Dahlgren Polar Monitoring Service (DPMS), em virtude da grande malha das estações da rede dos satélites Transit.

Um vetor unitário da direção zenital é formulado de maneira similar ao mostrado para os Sistemas Astronômico Local e Ascensão Reta, envolvendo as

⁸ Conventional Terrestrial Origin, Vanicek & Krakiwsky (1986)

latitudes e longitudes astronômicas (Φ e Λ). Esses dois ângulos definem a posição astronômica de um ponto. O vetor unitário na direção S no sistema CT, após transformação, é representado por:

$$\vec{e}^{CT} = \begin{bmatrix} -\sin \Phi \cos \Lambda & -\sin \Lambda & \cos \Phi \cos \Lambda \\ -\sin \Phi \sin \Lambda & \cos \Lambda & \cos \Phi \sin \Lambda \\ \cos \Phi & 0 & \sin \Phi \end{bmatrix} \vec{e}^{LA} \quad (36)$$

onde:

Φ latitude astronômica
 Λ longitude astronômica

A latitude astronômica compreende um arco de meridiano que vai do Equador até a vertical pelo ponto considerado. Sua amplitude é de $\pm 90^\circ$, negativos para pontos no hemisfério Sul.

A longitude astronômica compreende um arco medido no plano do Equador que vai do meridiano astronômico de origem (Greenwich) até o meridiano astronômico do lugar, por Leste ou Oeste, com amplitude de 0° à 180° ou 0^h à 12^h .

O plano de meridiano astronômico do observador contém o vetor gravidade do observador e o CIO que é paralelo ao eixo de rotação convencional mas geralmente não passa pelo centro de massa da Terra, VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

3.5.2.3 Sistema Terrestre Instantâneo (IT)⁹

É um sistema criado pela transposição do sistema CT. No Sistema (IT), o eixo Z^{IT} coincide com o eixo médio instantâneo convencional de rotação da Terra. A diferença entre os dois sistemas é que Z^{IT} oscila em torno do eixo Z^{CT} e suas oscilações são representadas por duas componentes X_P e Y_P em unidade angular, de representação vetorial:

$$\vec{e}^{IT} = \begin{bmatrix} R_1(Y_P) R_2(X_P) \end{bmatrix} \vec{e}^{CT} \quad (37)$$

⁹ Instantaneous Terrestrial, Vanicek & Krakiwsky (1986).

ou

$$\vec{e}^{IT} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -X_P \\ 0 & 1 & Y_P \\ X_P & -Y_P & 1 \end{vmatrix} \vec{e}^{CT} \quad (38)$$

O Sistema (IT) sofre variação positiva com o tempo e o plano XZ^{IT} contém o marco instantâneo do Observatório de Greenwich, com passagens aleatórias pelo plano do meridiano de Greenwich convencional. Isso também é válido para observações do Azimute astronômico (A), que é referido a direção do eixo instantâneo da Terra na data em que efetuou-se a observação. Assim, como as observações astronômicas são normalmente referidas ao sistema LA, cujo eixo Z^{LA} é definido pela vertical do lugar, faz-se necessário transformar as coordenadas dos sistemas $LA \rightarrow CT \rightarrow IT$. A figura 16 mostra a relação entre os sistemas CT e IT, ROBINS (1976) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

Figura 16 - Sistemas Convencional Terrestre e Instantâneo Terrestre (Vanicek)

3.5.2.4 Sistema Aparente Local (AP)

Seguindo a cadeia natural a partir do sistema RA, o Sistema Aparente Local é o último da série. Trata-se de um sistema geocêntrico, em que o eixo Z^{AP} coincide

com o eixo Z^{IT} ; X^{AP} passa pelo ponto vernal; e Y^{AP} complementa um sistema dextrógiro. Este sistema provem da rotação do sistema IT em torno do eixo Z, comum aos dois.

O ângulo de rotação aplicado ao sistema IT é conhecido como Tempo Sideral Aparente de Greenwich (GAST)¹⁰, cuja representação vetorial é: MUELLER (1969) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

$$\vec{e}^{AP} = [R_3 (-GAST)] \vec{e}^{IT} \quad (39)$$

O ângulo horário (t) de um astro (S), é medido do meridiano astronômico de S ao meridiano do observador; o Tempo Sideral Aparente Local (LAST)¹¹ é o deslocamento angular do meridiano do observador ao meridiano do equinócio vernal verdadeiro e o GAST é o ângulo horário do meridiano instantâneo de Greenwich até o equinócio vernal verdadeiro. Os dois são interligados pela expressão:

$$LAST = GAST + \Lambda^{IT} \quad (40)$$

Na prática, o GAST é medido pelo tempo universal (UT), no qual o ciclo dos dias difere do tempo padrão quanto ao total de horas, dependendo da zona de tempo, havendo diferentes grupos de U.Ts. já definidos na seção 3.4. Estes grupos são diferenciados por vários efeitos como: movimento polar, movimento de rotação disforme e movimento homogeneizado. A figura 17 mostra as referências do tempo no Sistema AP, MUELLER (1969) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

¹⁰ Greenwich Apparent Sideral Time, Vanicek & Krakiwsky (1986).

¹¹ Sideral Time Apparent Local, Vanicek & Krakiwsky (1986).

Figura 17 - Sistema Aparente Local. Fonte: Krakiwsky et al(1986).

3.6 Transformações entre sistemas

As divergências de origem e deslocamento angular entre os vários sistemas, dificultam o exato posicionamento de um astro ou um ponto qualquer da superfície da Terra. Para referir suas coordenadas ao sistema de interesse, aplica-se correções de adequação entre épocas e transformações entre os sistemas devido as divergências de origem e direções dos eixos dos sistemas de natureza diferente, conforme mostrado em diagrama na figura 18.

Figura 18 - Diagrama dos Sistemas de Coordenadas Astronômicas. Fonte: Krakiwsky et al(1986).

3.6.1 Transformações fundamentais

Enquadra-se aqui as correções aplicadas as coordenadas dos Astros, relativas a posição do equinócio, Movimento próprio, Precessão, Nutação e Aberração.

3.6.1.1 Sistema $MRA(\tau_0)$ para $MRA(\tau)$

Como o MRA é heliocêntrico (sua origem é o centro do Sol), suas coordenadas variam com a posição do equinócio, devendo ser remetida à uma época. Essa transformação compreende uma transposição de datas, com correções devido ao movimento de precessão (z , θ , ξ_0) e deslocamento próprio dos Astros, admitido linear e com taxa de variação da ascensão reta constante para propósitos práticos, pode ser encontrado em Tabelas para as estrelas de interesse, MUELLER (1969).

3.6.1.2 Sistema $MRA(\tau)$ para $TRA(\tau)$

Essa transformação compreende uma correção de direção do sistema $MRA(\tau)$ em virtude do movimento de Nutação ($\Delta\psi$, $\Delta\epsilon$). O eixo Z^{TRA} passa a coincidir com o eixo instantâneo de rotação da Terra, resultando na determinação da real ascensão reta da estrela, corrigindo as coordenadas do sistema RA (α , δ) das alterações direcionais do eixo de rotação da Terra entre a época (τ_0) e (τ), com base nas informações publicadas em efemérides.

3.6.1.3 Sistema $TRA(\tau)$ para $AP(\tau)$

Essa última transformação da série fundamental é necessária porque as coordenadas do sistema TRA, provém do sistema MRA, que é heliocêntrico, ou seja, foram obtidas como se as observações fossem efetuadas do centro do Sol. Faz-se a transposição para o verdadeiro local do observador, ou seja, um ponto da superfície da Terra, corrigindo-se as coordenadas (α , δ) dos efeitos da Paralaxe Anual e Aberração Anual, discutidas anteriormente.

3.6.2 Transformações complementares

Consta de ajustamentos relativos a desvios das medidas observadas devido ao deslocamento da estação de observação, variações de temperatura e pressão do meio ambiente, movimento polar e correspondência entre sistemas de tempo.

3.6.2.1 Sistema LA para CT

A transformação de coordenadas do sistema topocêntrico LA (A, β, Z), onde são observadas, para coordenadas correspondentes no sistema geocêntrico CT (Φ, Λ), compreende a correção das medidas observadas de erros provenientes da Aberração diurna, Paralaxe e Refração, seguidas da transposição entre os eixos dos sistemas.

3.6.2.2 Sistema CT para IT(τ)

A transformação das coordenadas do sistema CT para o sistema IT(τ) é efetuada pela adequação entre os dois sistemas, corrigindo-se o movimento polar, devido as coordenadas (X_P, Y_P) do deslocamento angular do eixo Z^{IT} em torno do eixo Z^{CT} , conforme foi mostrado na figura 16.

3.6.2.3 Sistema IT(τ) para AP(τ)

Transformações entre esses sistemas consiste em rotacionar o IT em torno do eixo Z comum aos dois sistema, passando pela concepção de tempo universal (UT), conforme foi visto na figura 17. Obviamente, a amplitude do ajuste depende da longitude relativa ao meridiano de Greenwich. O diagrama da figura 19 apresenta o fechamento da cadeia de transformações.

Figura 19 - Diagrama dos sistemas de coordenadas terrestres

3.7 Determinações Astronômicas

Os diversos modelos matemáticos aplicados à / observações astronômicas formam três classes distintas:

- ♦ latitude: $f_1(\Phi, l) = 0$
- ♦ longitude: $f_2(\lambda, l) = 0$
- ♦ Azimute: $f_3(A, l) = 0$

O modelo da latitude, mais aplicado, requer observações de duas naturezas: a distância zenital (Z), ou ângulo vertical, e o ângulo horário (t), da estrela.

O modelo da longitude também requer o conhecimento de (t), e ascensão reta da estrela (α), que pode ser obtida em catálogos para as estrelas mais importantes. Modelos simultâneos de latitude e longitude, são caracterizados pela necessidade da medição das distâncias zenitais (Z_1 e Z_2) e os ângulos horários (t_1 e t_2) de pelo menos duas estrelas.

O Modelo de Azimute usa a distância zenital (Z) ou o ângulo horário (t) e o ângulo horizontal (H_Z) entre a estrela observada e o alinhamento considerado.

3.7.1 Longitude Astronômica

A medida do ângulo diedro entre os semi-meridianos superiores que contêm a referência (Greenwich) e o local à determinar, pode ser verificada, num instante t , pela diferença de hora média ou sideral entre os dois lugares. Erros na sua determinação são sensíveis à latitude do lugar, sendo mais acentuados nas proximidades do Equador, onde o raio do paralelo é máximo. Como o deslocamento de um ponto pode ser estimado por $(R^p * \epsilon\lambda)$, ou seja o produto entre o raio do paralelo e o desvio da longitude, verifica-se que erros de $0,1''$ na determinação da longitude nas proximidades do Equador implicam em desvios da ordem de 4,0m que se reduz a metade quando em latitudes de 60° , LIBAULT (1975).

Especificamente, pode-se definir a longitude como a diferença angular ou horária entre o meridiano de Greenwich e o meridiano astronômico local, referidas ao mesmo instante. Convencionou-se medi-la a partir de 0° ou 0^h , no meridiano de Greenwich, até $\pm 180^\circ$ ou $\pm 12h$, para Leste ou Oeste daquele meridiano, respectivamente, MATTOS (1952).

A determinação da longitude é efetuada por vários métodos, cujos detalhes fogem dos objetivos desse trabalho, cabendo aqui apenas algumas citações e breves comentários. A consulta a esses métodos pode ser realizada nas obras de vários autores, a exemplo de: MATTOS (1952), MUELLER (1969), CHAGAS (1965), FERRAZ & SILVA, (1986), MÉDICI (1989), etc..

3.7.2 Latitude Astronômica

É o ângulo entre a vertical do lugar e sua projeção no plano do Equador, ou ainda o ângulo entre o plano de horizonte local e o eixo médio de rotação da Terra. Um dos processos mais utilizados na sua determinação é a observação de um astro de coordenadas $(\alpha ; \delta)$ conhecidas, no instante da passagem pelo meridiano (culminação), medindo sua distância zenital (Z). Nessa ocasião, o triângulo de posição tende a um arco do meridiano do observador, a distância zenital é mínima e a velocidade zenital e o ângulo horário do astro são nulos.

Astros com variação de declinação na culminação, têm ângulo horário de culminação diferente de zero, como é o caso do Sol, que não culmina precisamente

no meridiano. Nesses casos, faz-se necessário submeter as variáveis Z , t e δ a um processo de diferenciação, FERRAZ & SILVA (1986).

As medidas das distâncias zenitais podem ser determinadas especificamente com o astrolábio de prisma. Trata-se de um instrumento constituído por sistema ótico onde há um prisma e um horizonte artificial de mercúrio, cuja função é observar as passagens dos Astros por uma altura aparente fixa. Essa altura entra como complemento na designação do instrumento. Há astrolábios de 60° e 45° , para observação de Astros nestas respectivas alturas zenitais. As observações dos instantes cronométricos em que vários Astros atravessam o mesmo almicantarado, tratadas por processos especiais, permitem a determinação com grande rigor, simplicidade e rapidez, das coordenadas geográficas de um lugar, MANUAL TÉCNICO DO EXERCITO (1978).

O uso do astrolábio de prisma ou do teodolito equipado com astrolábio adaptável, é bastante preciso uma vez que a direção do zênite é indicada pelo horizonte de mercúrio, efetuando-se as observações com ângulo fixo, isto é, sem necessidade de leituras angulares e níveis de precisão.

As estrelas que poderão ser observadas, são selecionadas em função dos instantes cronométricos e dos azimutes quando das suas passagens pelo almicantarado referente a distância zenital de visada do astrolábio utilizado, através da "Lista das Posições Fixas de Igual Altitudes. O cálculo das coordenadas é indireto e de ordem diferencial, estimando-se preliminarmente a latitude e a longitude com aproximação da ordem de $5''$ ".

Os azimutes, contados a partir do Norte, são obtido pela relação:

$$\text{sen } A_e = - \cos \delta * \text{sen } t * \text{cosec } Z \quad (41)$$

3.7.3 Azimute

Nesse trabalho, interessam particularmente os azimutes Astronômicos e Geodésicos, que são de melhor precisão. Em geral, sua determinação está associada às coordenadas do lugar, latitude e longitude, emprestando-se-lhe uma orientação relativa à direção Norte – Sul Geográfica. Há vários métodos aplicados à determinação do azimute astronômico. Um dos mais populares, porém de pouca

precisão, devido ao tamanho aparente desse Astro, que torna imprecisa a determinação do seu centro, é o método da visada ao Sol, cujo processo pode ser aplicado às estrelas, com melhor precisão.

Ao se observar a altura e o azimute aparente de um Astro, imagina-se um triângulo esférico: zênite – astro – polo, a partir do qual se determina as coordenadas dos pontos e a orientação dos alinhamentos. A seguir, apresentaremos alguns dos métodos mais utilizados na obtenção dos azimutes pelos processos tradicionais da astronomia.

3.7.3.1 Método: Distância Zenital Absoluta do Sol.

Consiste em observar o Sol em uma posição qualquer, medir sua distância zenital e calcular seu azimute, através da resolução do triângulo de posição, do qual se conhece os elementos: complemento da latitude ($90 - \Phi$) e o complemento da declinação ($90 - \delta$).

Conhecendo-se o azimute do Sol, pode-se determinar o azimute astronômico de uma direção, associando esta direção com o azimute do Sol. Não apresentaremos detalhes desse método, cujos procedimentos são semelhantes aos do mesmo método aplicado às estrelas, cujos resultados são de melhor qualidade, discutido a seguir. Detalhes desse método podem ser encontrados em publicações técnicas, a exemplo da revista A MIRA, edição nº 88/99.

3.7.3.2 Método: Distância Zenital Absoluta das Estrelas

Consiste em medir a distância zenital de um astro e o ângulo entre este e uma determinada direção na Terra, cujo azimute se deseja determinar. A posição do meridiano local em relação a direção da mira, pode ser deduzida, conhecendo-se a latitude do lugar (Φ) e a declinação do astro (δ), MATTOS (1952).

Aplica-se neste método, o mesmo princípio utilizado nas determinações através da visada ao Sol, com ligeiras alterações e simplificações, uma vez que neste não existe o problema do diâmetro aparente. Sendo a estrela, apenas um ponto

luminoso, pode ser colimada no cruzamento dos retículos da luneta, eliminando-se a correção do semi diâmetro.

Assim, o azimute da mira pode ser calculado, a partir do estabelecimento do azimute da estrela, com base nas informações do anuário astronômico, através das equações:

$$\cos A_o = (\sin \Phi * \cos Z - \sin \delta) / (\cos \Phi * \sin Z) \quad (42)$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A_o) = \sqrt{(\sin(S - \Phi) * \cos(S - Z)) / (\cos S * \sin(S - \delta))} \quad (43)$$

$$S = (\Phi + \delta + Z) / 2 \quad (44)$$

$$\delta'' = \delta_o + (HL + F)\Delta\delta_o \quad (45)$$

onde:

A_o	azimute do Astro
Φ	latitude astronômica
Z	altura zenital do Astro
δ_o	declinação retirada do Anuário astronômico para o dia mais próximo da observação
δ	declinação do astro no instante da observação
$\Delta\delta_o$	variação da declinação entre a data do Anuário e a data e hora da observação
HL	hora legal da observação
F	fuso horário local

$$A_M = A_A + L_M - L_A \quad (46)$$

As leituras na mira L_M e no astro L_A são as médias dos ângulos horizontais medidos na posição direta e inversa da luneta.

Se a estrela for observada à Leste:

$$A_A = 360^\circ - A_{Ao} \quad (47)$$

Se a estrela for observada à Oeste:

$$A_A = A_{Ao} \quad (48)$$

Corrige-se a distância zenital observada, do desvio da refração pela equação:

$$R = R_o * P' * T' \quad (49)$$

$$R_o'' = 60,08 \operatorname{tg}(Z') - 0,067 \operatorname{tg}^3(Z') \quad (50)$$

$$P' = P / 760 \quad (51)$$

$$T' = 1 / (1 + 0,00384 * T) \quad (52)$$

onde:

R_o refração Tabelada para condições específicas de temperatura e pressão

P pressão atmosférica ao nível do Mar

T temperatura ambiente

Z' distância zenital observada

R_o'' correção da refração expressa em segundos de arco

3.7.3.3 Método: Circum Elongação

Elongação é a passagem de um astro pelo seu máximo afastamento azimutal. Pode ocorrer a Leste ou a Oeste do Meridiano celeste do observador, OLIVEIRA (1983). Nessas circunstâncias, o azimuth do astro atingirá o seu valor máximo ou mínimo, sendo nula a sua velocidade azimutal, ou seja, a derivada do azimuth em relação ao tempo é zero, e o ângulo paralático q (formado entre os círculos horários e vertical) do triângulo de posição assume momentaneamente 90° no Astro, conforme mostra a figura 20.

Figura 20 - Triângulo de posição para um astro na Elongação

O método consiste em observar estrelas circumpolares nas proximidades da elongação e determinar o azimute de um alinhamento qualquer com base nas informações do azimute da estrela, latitude e longitude do lugar, naquele instante. Apenas as estrelas cujo valor absoluto da declinação é maior que a latitude do lugar, apresentam elongações, ou seja, atendam a condição: $|\delta| > \Phi$, sendo visíveis para as estrelas cuja declinação for de mesmo sinal da latitude do lugar. Trata-se de um método de fácil operacionalidade com bom nível de resultados, MATOS (1952).

FERRAZ & SIMÕES (1986), o defendem de forma simplificada, pela eliminação de grande parte dos registros antes necessários, tomando o cuidado de corrigir o erro de horizontalismo, através do nível de cavalete, por se tratar de uma só observação.

Para se proceder as observações, necessita-se de informações referentes a latitude (Φ) e longitude (Λ), além do conhecimento prévio aproximado dos elementos de calagem que são: o azimute (A_{A_0}), a distância zenital (Z) e a hora em que ocorre a elongação da estrela. A partir daí, escolhe-se, com o auxílio do anuário, quais dentre as estrelas, passarão por elongação naquele dia e horário previsto e determina-se a hora legal (H_L) correspondente, através da equação:

$$H_L = \Lambda + F + H_M \quad (53)$$

onde:

H_L hora legal local (dentro do intervalo de tempo destinado às observações)

F fuso horário do lugar

Λ longitude em horas

H_M hora média

A distância zenital (Z) aproximada e o azimute aproximado (A_0), através das equações:

$$\cos Z = \sin \phi / \sin \delta \quad (54)$$

$$\sin A_0 = \cos \delta / \cos \Phi \quad (55)$$

$$\cos t = \operatorname{tg} \Phi / \operatorname{tg} \delta \text{ elongação à Oeste} \quad (56)$$

$$S = \alpha \pm t \quad (57)$$

onde:

t é o ângulo horário do astro no triângulo de posição

Uma vez determinados os valores dos elementos de calagem, o instrumento poderá ser centrado e nivelado, efetuadas as leituras direta e inversa na mira, ficando pronto e liberado para proceder a busca à estrela alguns minutos antes da elongação. Deve-se observar ao menos dois pares de estrelas e adotar a média dos resultados.

3.7.3.4 Método: Azimute pelo Ângulo Horário de Estrelas Circumpolares

Consiste em determinar o azimute de um alinhamento através da observação de uma estrela circumpolar, em um instante qualquer, conhecendo-se a latitude e a longitude do ponto de observação. É largamente difundido nas regiões de média latitude.

Expressando-se o azimute em função de $(\Phi, \delta \text{ e } t)$, a partir das relações trigonométricas do triângulo de posição por:

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{sen} t / (\operatorname{sen} \Phi * \cos t - \operatorname{tg} \delta * \cos \Phi), \quad (58)$$

eliminando-se as refrações residuais pela observação de estrelas com distâncias zenitais simétricas e considerando-se a declinação de cada astro constante, durante as observações de uma noite.

Este método é favorecido para estrelas posicionadas até 1 hora de afastamento (antes ou depois) da passagem meridiana, ou seja, quando o tempo sidereal $\theta > (\alpha \pm 1^h)$. A estrela é localizada através do conhecimento de sua posição à priori (azimute, distancia zenital e hora da elongação relativa ao meridiano superior de Greenwich), divulgadas no catálogo fundamental de estrelas (FC).

Como as estrelas circumpolares têm latitude próximas de $\pm 90^\circ$ e azimutes próximos de 0° ou 180° ($\operatorname{sen} \Phi \approx 1$ e $\operatorname{sen} A_A \approx 0$).

Estando o astro nas proximidades da elongação, sua velocidade azimutal tende a zero e a influência do erro do ângulo horário, dt no cálculo do azimute será mínima, devido aos valores mínimos e máximos, assumidos por $\operatorname{sen} A_A$ e $\cos A_A$,

respectivamente, na equação (59). Erros na determinação do ângulo horário $dt = 1^s$ ($15''$), acarretarão $dA \approx \pm 0,2''$ se a estrela for observada na situação mais desfavorável que é no meridiano, onde o ângulo paralático ($q = 0$), MUELLER (1969).

A derivada da equação do azimute pelo tempo, resulta no modelo matemático:

$$dA = [\sin A * \cot Z] d\Phi + [\cos \Phi * (\tan \Phi - \cos A * \cot Z)]dt \quad (59)$$

Em que o efeito de $d\Phi$ é minimizado pela observação do horário no meridiano ou no horizonte. O erro no tempo (dt) será eliminado quando: $\tan \Phi = \cos A * \cot Z$, que ocorre no instante da elongação, quando o meridiano astronômico e o círculo vertical do astro são perpendiculares entre si. Óbvio que as duas condições não acontecem simultaneamente. A minimização dos efeitos ocorre observando-se pares de estrelas sob certas condições; MULLER (1969).

Conhecendo-se a latitude com boa precisão, o erro fica por conta da determinação do tempo, que pode ser eliminado pela observação de estrelas na elongação. Esse método também minimiza os erros das distâncias zenitais Z , deixando claro que a determinação de azimutes é favorável nas observações de estrelas circumpolares nas proximidades da elongação.

3.7.3.5 Considerações Finais

Nas médias latitudes do hemisfério norte, pode-se observar a estrela Polar α , da constelação de Ursa Menor; no hemisfério sul, não havendo uma estrela polar brilhante, observa-se a σ Octantis da constelação de Octantis, com técnica apropriada. Torna-se difícil observar estrelas em latitudes inferiores a 8° , devido a baixa elevação relativa ao plano de horizonte. Oportunidades raras, decorrem de boas condições atmosféricas e inexistência de acidentes geográficos no local da observação. Em não sendo possível observar as estrelas citadas acima, faz-se opção pelo método da medida do ângulo horário de estrelas bem afastadas do meridiano, de velocidade azimutal inferior a $1''/s$.

Nas baixas latitudes, com boas condições climáticas, pode-se determinar o azimute através dos seguintes recursos: MATTOS (1953).

- ❖ Com luneta de passagem, determinando-se o azimute de uma mira situada a uma distância de alguns quilômetros, próxima de um meridiano. Um teodolito de bom alcance, pode dispensar o posicionamento da mira nas proximidades do meridiano.
- ❖ Em função do ângulo horário, segundo os critérios:
 1. Observar estrelas tanto quanto próximas do horizonte, com baixas velocidades azimutais.
 2. Conhecer a latitude com boa precisão, pois seus erros concorrem em 1/3 dos erros nos azimutes. Sua influência pode ser anulada, combinando-se duas estrelas ($\pm$) simétricas a Leste e a Oeste.
 3. Observar estrelas especiais, cuja velocidade azimutal seja menor que 1" de arco por segundo.

O triângulo astronômico de posição mostra o ângulo horário para o sistema horizontal e o complemento da latitude astronômica Φ . O cálculo da latitude, da hora e do azimute, poderá ser obtido através da transformação:

$$\begin{vmatrix} \cos A \sin Z \\ \sin A \sin Z \\ \cos Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sin \Phi \\ 0 \\ \cos \Phi \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 0 & \cos \Phi & \cos t \cos \delta \\ -1 & 0 & \sin t \cos \delta \\ 0 & \sin \Phi & \sin \delta \end{vmatrix} \quad (60)$$

Os erros são estimados a partir das derivadas das fórmulas para o triângulo astronômico (ângulo paralático (q), mostrado no triângulo de posição, estando A vinculado ao Norte): TORGE (1991).

$$d\Phi = -(\cos q / \cos A)d\delta - (dz / \cos A) - (\cos \Phi \tan A dt) \quad (61)$$

$$dt = -(\cos q / \sin A \cos \Phi)d\delta - (dz / \sin A \cos \Phi) - (\cot A / \cos \Phi) \quad (62)$$

$$dA = (\sin q / \sin z)d\delta + (\cos q \cos \delta / \sin Z) dt + (\cot Z \sin A d\Phi) \quad (63)$$

Deste capítulo, as correções aplicadas às observações, as transformações do tempo, os sistemas de coordenadas e suas transformações, bem como a determinação do azimuth pelo ângulo horário das estrelas Circum Polares, foram aplicados no experimento realizado para elaboração desta obra.

CAPÍTULO 4 - GEODÉSIA

4.1 Forma da Terra

A Geodésia estuda a forma, dimensão, posicionamentos e deformações da crosta terrestre e os movimentos sazonais do seu eixo de rotação, bem como o campo gravitacional externo e a estrutura interna da Terra, por meio de medições como triangulação e trilateração, nivelamento, gravimetria e posicionamento por satélites.

As dificuldades em precisar os posicionamentos na Terra são provenientes das irregularidades da sua superfície; uma figura que lembra uma pêra acrescida das protuberâncias de uma batata, em que os extremos “Norte e Sul”, apresentam saliência e recolhimento, em torno de 20km, respectivamente, SCHOFIELD (1993).

Em virtude da irregularidade, sua forma assemelha-se a um esferóide cujos semi-eixos são estimados em 6378km (equatorial) e 6357km (polar). Tem forma aproximada a de um elipsóide, gerado pela rotação de uma elipse em torno de seu eixo menor. Essa figura representa a superfície fechada que mais se aproxima do geóide, divergindo dele na ordem de 10m linear e 10” em inclinação de eixos. A medição desses desvios é de competência da Geodésia, cabendo a Geofísica a parte interpretativa, COOPER (1982).

O elipsóide de revolução é uma figura matematicamente fechada, gerado pela rotação de uma elipse, em torno do eixo menor. Contudo, trata-se de um conceito (não uma realidade física), que representa uma superfície polida na qual pode-se formular distâncias elipsoidais, coordenadas e azimutes. Uma superfície com esse conceito não admite dois pontos com as mesmas coordenadas, como é passivo de ocorrer no sistema de coordenadas astronômicas, conforme foi colocado no capítulo anterior. No geóide ocorre inversões localizadas na taxa de curvatura da superfície equipotencial, devido a influência de grandes depressões ou maciços rochosos.

Nesses termos, o elipsóide substitui com vantagens e por se tratar de uma figura definida, possibilita opção entre vários modelos, a partir dos parâmetros que melhor se ajustem à curvatura média do geóide local. Isto é importante, considerando-se que uma separação vertical de 6m entre geóide e elipsóide já resulta em erro relativo de 1ppm. A figura 21 ilustra a interação entre as três superfícies de interesse Geodésico, onde se observa que nos locais onde o elipsóide e o geóide forem paralelos, o desvio da vertical será nulo, no plano mostrado. Entretanto, onde geóide e elipsóide se tocam, não significa que as superfícies sejam paralelas, uma vez que o elipsóide é uma superfície de contínua suavidade e o geóide não é, tornando improvável um ajuste. Os valores do desvio da vertical e a separação geoidal podem ser usados como indicadores de qualidade do ajuste, SCHOFIELD (1993).

Figura 21 - Ajuste: geóide & elipsóide

A Geodésia por satélite trata da determinação de posicionamentos e direções através do processamento de sinais eletromagnéticos emitidos por um conjunto de satélites artificiais, cujo posicionamento orbital relativo ao centro de massa da Terra, é permanentemente controlado, SCHOFIELD (1993).

As primeiras tentativas em efetuar medidas de distância e Geoposicionamento através de ondas de rádio ocorreram nos anos 40, através do sistema HIRAN (High RANging) para processos de trilateração eletrônica por interferometria “Doppler”. A partir de 1957, com o lançamento do satélite Russo, Sputnik, o processo evoluiu para trilateração espacial, usando efemérides transmitidas e teve prosseguimento na década de 60 com o lançamento de uma constelação de satélites americanos,

composta de 6 satélites ativos em órbitas polares elípticas, a uma altitude média de 1100 km, com fins específicos de Geoposicionamento. Esse sistema foi designado NNSS/TRANSIT (Navy Navigational Satellite System). Maiores detalhes pode ser vistos em SEGANTINE (1995).

Devido a problemas de insuficiência de cobertura e defasagem de tempo entre os satélites, os americanos conceberam o Sistema NAVSTAR/GPS para substituir o sistema TRANSIT. Seus estudos foram solicitados ao JPO (Joint Program Office), pelo DoD (Departamento de Defesa americano), com vistas ao projeto “Guerra nas Estrelas”. O JPO usou tecnologia de processamento de sinais da banda L, desenvolvido pelo MIT (Massachussets Institute of Tecnology) que através do Departamento de Ciências Planetárias e Terrestres havia utilizado técnica de interferometria para rastreo do módulo lunar da Apollo 16, aplicando método Geodésico VLBI (Very Large Baseline Interferometry).

Os primeiros satélites foram fabricados pela Rockwell Internacional e lançados a partir de 1978, em três blocos distintos, a saber:

- ✓ Bloco I, composto de 11 satélites, pesando cerca de 845 kg, lançados de 1978/85.
- ✓ Bloco II, composto de 28 satélites, pesando cerca de 1500 kg, lançados a partir de 1989.
- ✓ Bloco IIR, satélites de substituição, com lançamentos programados a partir de 1995.

Os satélites do bloco II R, foram planejados para receberem um MASER à hidrogênio para melhorar a precisão do relógio e obter maior capacidade de penetração dos sinais em lâmina d'água.

A partir da década de 80, o uso do sistema, popularizou-se, com o desenvolvimento da microinformática que permitiu aos fabricantes, produzirem receptores GPS capazes de processarem no próprio aparelho, os códigos dos sinais recebidos, SOARES (1994).

Maiores esclarecimentos sobre os segmentos que compõem o sistema, estrutura e degradações dos sinais, estações de monitoramento e controle, métodos de

posicionamento, modelagens, arquitetura e tipos de receptores, geometria dos satélites, rotas de navegação, etc., fogem ao objetivo desse trabalho, podendo ser encontrado em obras específicas, a exemplo de SEGANTINE (1998), entre muitas outras apostas em referência bibliográfica.

Os posicionamentos por satélite se baseiam no processamento de cinco parâmetros geométricos e um dinâmico (Ω , i , ϖ , a_0 , e , μ), que definem suas posições em um sistema orbital. Eventuais falhas na determinação desses parâmetros, são permanentemente analisadas continuada corrida para otimização do sistema GPS; Evidentemente, fontes de erros são inesgotáveis e, provavelmente, jamais serão totalmente controladas, MORAIS, FITZGIBBON & WALTER (1998).

Sem dúvida, o sistema GPS representa atualmente o que há de mais moderno e preciso em termos de sistema de posicionamento global. Sua utilização apresenta uma série de vantagens como: disponibilidade em tempo integral, alta precisão de navegação, simplicidade operacional e rapidez na execução dos trabalhos de campo e independência de condições meteorológicas; e algumas dificuldades do tipo: necessidade de licença para uso do código preciso (P), dependência de informações relativas ao modelo de geóide proveniente de mapas por interpolação, nem sempre confiáveis, para determinações de altitude e custo relativamente alto dos equipamentos da categoria científicos.

4.2 Elipsóides de Referência

Um sistema Geodésico de referência compreende a definição de uma superfície representativa da forma da Terra (elipsóide) cujos eixos são orientados de forma a definirem posição única para um ponto da superfície. Dentre os vários elipsóides estabelecidos, cada país estabelece seu Datum¹² com base no elipsóide cujos parâmetros definem uma superfície matemática mais compatível com o modelo geoidal local.

¹² Superfície de referência, definida por cinco parâmetros: Vértice de origem, altura geoidal, elipsóide de referência, coordenadas e azimuth. Dicionário Cartográfico – OLIVEIRA, C. (1983).

Até 1969, o modelo de elipsóide de referência aplicado para definir o Datum brasileiro com vértice de origem estabelecido em Córrego Alegre era o elipsóide Internacional de Hayford.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), foi responsável pela avaliação da adequação do novo modelo de elipsóide denominado South American Datum (SAD-69), desenvolvido em 1967 pela Associação Geodésica Internacional (AGI), e estabeleceu-se a origem do novo Datum no vértice VT-Chuá, na cadeia de Córrego Alegre no Estado de Minas Gerais.

Esses estudos de adequação do novo elipsóide tinha por objetivo a uniformização da rede de controle horizontal básico continental e resultou na adoção do SAD-69 para parte da América do Sul.

As coordenadas horizontais no território brasileiro são referidas ao Datum VT Chuá, regulamentado pelo IBGE, com base no Decreto Nº 89.317 de 20 de junho de 1984, que estabeleceu as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional, especificando o Datum “South American Datum – 1969”, SAD-69, como Datum oficial a ser utilizado em toda e qualquer representação cartográfica do Território Nacional. Esse Datum utiliza o elipsóide UGGI-67, cujos parâmetros estão especificados na Tabela 3.

As Tabelas 3 e 4 trazem os respectivos valores dos parâmetros dos elipsóides de referência dos Data Internacional de Hayford, SAD-69 e WGS-84, necessários às transformações entre Data, uma vez que, originariamente, o Datum de processamento por GPS é o WGS-84. Há dezenas de outros modelos opcionais para outros países do mundo.

Tabela 3 - Elipsóides & parâmetros

parâmetros		Hayford (1910)	elipsóide	
			SAD - 69 (1967)	WGS - 84 (1982)
a	semi eixo maior	6 378 388	6 378 160	6 378 137
b	semi eixo menor	6 356 911,946	6 356 774,719	6 356 752,314
f	achatamento	1 / 297	1 / 298,25	1 / 298,257223563
c	excentricidade	0,0819918888	0,0818201799	0,08181918994
J_2	coef. zonal 2º grau			108263×10^{-9}
ω (rad * s ⁻¹)	velocidade angular			7292115×10^{-11}
μ (m ³ /ks ²)	C ^{te} gravitacional			3986005×10^8

SEGANTINE (1998).

Tabela 4 - Coordenadas e parâmetros do vértice VT Chuá - Datum horizontal do Brasil

Córrego Alegre		SAD-69 (VT Chuá)	
componentes		geodésicas	astronômicas
ϕ_g	19°45'15,14"S	19°45'41,6527" S	19°45'41,34" $\pm 0,05''$ S
λ_g	48°57'42,75"W	48°06'04,0639" W	48°06'07,80" $\pm 0,08''$ W
A_g	Cor. 128°21'48,96"	Chuá 271°30'04,05"Uberaba	271°30'05,42" $\pm 0,21''$ do Sul
N	0,0m	0,0 m	
ξ	0,0 "	- 0,31 "	
η	0,0 "	3,59 "	

ϕ_g	latitude	N	altitude geoidal
λ_g	longitude	ξ	componente meridiana
A_g	azimute	η	componente 1º vertical

4.3 Correções aplicadas as observações por satélite

Pseudo-distância é a medida vetorial (à priori) entre o centro da antena de um satélite e o centro da antena de um receptor GPS. A distância real será obtida a partir da correção da pseudo-distância, dos erros provocados por:

- ♦ Falta de sincronismo entre os relógios dos satélites e dos receptores.

- ◆ Inexatidão das efemérides transmitidas e da propagação dos sinais.
- ◆ Efeito S/A e A/S.
- ◆ Ruídos entre os canais e multicaminhamento.
- ◆ Retardamento dos sinais devido a concentração de gases atmosféricos.
- ◆ Perda de ciclos, indicada pela variação instantânea da ambigüidade N (ciclos).
- ◆ Retardamento dos sinais devido a concentração de elétrons livres na ionosfera.

Apesar de excelente, a precisão do relógio dos receptores não é tão boa quanto a dos relógios que equipam os satélites, devido ao alto custo dos relógios com osciladores atômicos. O acúmulo de defasagem entre eles é uma fonte de erro.

Por medidas de segurança, o sistema de defesa dos EUA introduziu nos satélites um erro na informação de sua posição, pelas efemérides, denominado “buffer”, que concorre para o aumento da incerteza na medida da pseudo-distância.

O S/A (Selective Availability) e o A/S (Anti-Spoofing) são processos de degradação da precisão também introduzidas pelo DoD.

Os satélites do bloco II foram equipados com dispositivos para variação de frequência do oscilador que gera o código C/A, provocando imprecisão na medida da pseudo-distância entre a antena do receptor e o satélite. Como a variação é de natureza pseudo-aleatória, o tratamento estatístico das medidas, minora, mas não elimina o erro. O A/S impede os receptores GPS de reconhecerem o código P. Trata-se do encriptamento (encamisamento) do código de distância precisa P, que é substituído pelo código Y. Quando ativado, apenas receptores autorizados, dotados de AOC (Auxiliary Output Chip), alimentados com uma chave de decifração, decifram o código Y.

Recursos para verificação e possíveis correções / minimização dos erros:

- ❖ CEP (provável círculo do erro). Indica 50% de probabilidade das medidas terem erro até aquele limite.

- ❖ RMS ou 1σ (desvio padrão). Indica 67% de probabilidade das medidas terem erro até aquele limite.
- ❖ 2σ ou RMS 95%. Indica 95% de probabilidade das medidas terem erro até aquele limite.
- ❖ O local da aplicação e o tipo de antena podem minimizar os problemas de multicaminhamento.
- ❖ Ajustar a curva de ambigüidade, através de técnicas de interpolação ou aplicação de filtros de Kalman para ajustamento automático.
- ❖ O comprimento da linha base pode reduzir o problema do retardamento de sinais.

Nos processamentos GPS a resolução da ambigüidade é de muita importância. Consiste na determinação do número inteiro de comprimento de ondas captadas simultaneamente pelas antenas dos receptores, em virtude do contador de ondas iniciar em um instante qualquer e por conseguinte, registrar frações de ondas ao iniciar e encerrar essa atividade.

A ambigüidade é a parte fracionária dos ciclos da portadora de fase. É gerada pela diferença entre a portadora transmitida pelo satélite e uma réplica gerada no interior do receptor. Alterações instantâneas no valor da ambigüidade indicam perda de ciclo.

Em bases mais longas, há uma tendência em complicar a fixação da ambigüidade, devido a influência da ionosfera, que degrada diferentemente os comprimentos de ondas entre receptores muito afastados. Os resultados têm demonstrado precisões milimétricas em bases curtas, quando a ambigüidade é bem fixada.

Bons resultados dependem também da eliminação de eventuais falta de sincronismo entre os relógios, através da aplicação da dupla diferença de fase e do adequado tempo de observação, variando de 5 minutos a algumas horas, em função do aparelho utilizado, quantidade de satélites disponível, comprimento da base, fator dia/noite e a finalidade do serviço, SEGANTINE (1998).

Transmissões do receptor fixo para o móvel através de um “link” de rádio, possibilitam correções diferenciais das efemérides transmitidas e definem um formato padrão de comunicação entre receptores fixos e móveis, com os seguintes benefícios:

- Reduz o efeito S/A
- Reduz o atraso da Ionosfera e da Troposfera
- Reduz o erro das efemérides
- Reduz os erros dos relógios dos satélites

A correção da pseudo-distância é transmitida do receptor fixo para o móvel, que escolhe a constelação da sua conveniência. A aplicação desse método permite ao usuário optar por qualquer fabricante de receptor, tomando o cuidado de escolher um modelo de receptor dotado de software que reconheça a técnica.

As coordenadas são calculadas pelo receptor fixo e os erros de posicionamento podem ser corrigidos desde que os dois receptores captem os mesmos satélites. Devido ao nível de precisão, esse método não se aplica aos levantamentos topográficos da Mensuração, sendo necessário técnicas diferenciais mais refinadas que garantam precisão melhor que 1m. Os instrumentos têm que ser submétricos e Geodésicos, sendo por consequência, de maior custo. A utilização de filtros Kalman melhoram os resultados das observações através da aplicação de conceitos estatísticos, comparando novas medidas com as medidas estimadas previamente, reprocessando os dados com base nos registros de melhor qualidade. Maiores detalhes pode ser visto em SEGANTINE (1998).

4.4 Conceito de tempo GPS

Os satélites efetuam duas revoluções a cada dia sideral, descrevendo orbitas elípticas com distância média em torno de 20200km da Terra. os planos orbitais tem inclinação de 55° em relação ao plano do Equador, distribuídos de forma tal que a separação da ascensão reta (Ω), entre dois planos orbitais é de 60° , cuja origem é o ponto vernal (Υ). Cada satélite está equipado com relógio de alta precisão (10^{-12} s)

cujos osciladores são acionados por partículas de Césio e Rubídio. Os relógios dos receptores GPS são geralmente de cristais de quartzo, com precisão da ordem de 10^{-9} segundos, SOARES (1994).

O GPS utiliza o Tempo Atômico Internacional (TAI), cuja escala, baseada no segundo ao nível do mar, é indicada pelas instituições que compõem o “International Bureau of Weights and Measures” (BIPM). Essa escala mantém a mesma marcha do Tempo Universal Coordenado (TUC), diferindo deste por um número inteiro de segundos. Até junho de 1990, o tempo GPS era controlado pelos relógios atômicos das estações de controle “Master”. Atualmente, esse tempo é regulado por todas as estações de controle terrestre e pelos próprios satélites.

A posição real dos satélites em relação ao centro da Terra é continuamente monitorada pelas estações de controle terrestre. A projeção de suas posições é disponibilizada aos usuários em efemérides, através de agências, tais como: National Imaginy And Mapping Agency (NIMA) e Cooperative International GPS Network (CIGNET), SEGANTINE (1999).

4.5 Sistemas de coordenadas da Geodésia

As bases de referência desses sistemas são as coordenadas celestes, de onde vem o Sistema Convencional Terrestre (CT), ao qual está ancorado o Sistema de Coordenadas Orbitais (OR) e o Sistema Terrestre Geodésico (G). Atualmente, a posição do eixo de rotação da Terra é observada pelas estações de monitoramento contínuo, havendo uma tendência de correção da posição do eixo definido pelo BIH para a época 1980.0 em que se baseia o sistema WGS-84. As correções propostas pelo ITRF, em substituição ao BIH, vem sendo divulgadas desde 1988 e corrigem anualmente, a posição do eixo de rotação da Terra. O processamento GPS efetuado com referência ao eixo definido pelo ITRF, requer a substituição das efemérides transmitidas pelas precisas.

1ª consideração relativa ao movimento Kepleriano, as órbitas seriam elípticas e planas, submetendo-se as perturbações como variações temporais dos seis elementos de influência natural, descrevendo movimento semelhante ao Kepleriano. No caso dos satélites, os elementos orbitais relacionados abaixo, mudam em função do tempo.

a_0	semi-eixo maior	tamanho e forma da órbita
e	excentricidade	
ϖ	argumento do Perigeu	relacionam a órbita com o sistema AP
Ω	ascensão reta do nó ascendente	
i	inclinação (Equador X Órbita)	
μ	anomalia média	posição do satélite na órbita

O ponto orbital de maior aproximação com a Terra chama-se Perigeu e o de maior afastamento, Apogeu. Eles se posicionam nos extremos da linha de ascensão. O tamanho e a forma da órbita elíptica são usualmente definidos pelo semi-eixo maior (a_0) e a excentricidade (e). Considerando o satélite no ponto S da elipse orbital, a distância angular entre o Perigeu e S é chamada anomalia do satélite. Devido a excentricidade da órbita, a anomalia medida é aparente (excêntrica) e superior a real. A verdadeira anomalia (f) é o ângulo entre a linha de ascensão e a linha que une o centro de massa da Terra com a posição real do satélite, que gira no sentido anti-horário a partir do Perigeu, quando visto do NCP ou do ponto vernal para o plano orbital que contem o NCP e SCP (pólos Norte e Sul celeste).

A figura 23 ilustra os elementos Keplerianos.

Figura 23 – Elementos orbitais Keplerianos

A anomalia excêntrica (E) é o ângulo entre a linha de ascensão e a linha juntando o centro geométrico da elipse com a projeção do satélite S' no círculo concêntrico de raio (a_0). A anomalia média (μ) seria a anomalia correspondente ao movimento de um satélite imaginário de velocidade angular uniforme; $\mu = 0$ no Perigeu, com incremento linear em função do tempo e taxa de 2π por revolução.

A orientação do sistema orbital com respeito a outros sistemas terá que ser fixado para possibilitar a transformação de um para o outro. O plano orbital é estendido da esfera celeste para a interseção, e nesse traço, a órbita projetada intercepta o Equador celeste no nó ascendente (linha em que o satélite cruza o Equador do Sul para o Norte). Analogamente, o nó descendente é o ponto de cruzamento do Norte para o Sul.

O ângulo entre o Equador celeste e a metade do plano orbital que contém a parte da órbita entre os nós ascendentes e descendentes, tem inclinação (i); o ângulo entre o ramo nodal ascendente da linha nodal e a linha de ascensão, tomada no sentido anti-horário, tomando por base a origem, é o argumento do Perigeu ω ; e, finalmente, O ângulo entre o eixo X^{AP} (equinócio vernal mais forte) e a linha nodal, medida no sentido anti-horário do eixo $+Z^{OR}$ no plano equatorial, é a ascensão reta do nó ascendente Ω .

O par de coordenadas CT obtidas por transformação do OR são função do tempo (efemérides transmitidas) do satélite.

O caminho das efemérides é generalizado – através de previsão ou interpolação. Como a posição do satélite é expressa no sistema de coordenadas CT, pode-se formular vários modelos para posicionamentos, VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

4.5.2 Sistemas Geográficos Geodésicos

Os Sistemas de Coordenadas Geográficas geodésicas são necessários para definir posições de pontos quaisquer com base na superfície de um elipsóide de referência. São classificados em Geocêntricos e Topocêntricos.

A dedução da equação diferencial levando em conta os efeitos da Nutação sobre os sistemas de posicionamento, necessita uma base apropriada. Por natureza, um sistema médio, isento de tendências, em equilíbrio com as propriedades físicas da Terra. Esse sistema deve ser geocêntrico e referido ao momento de inércia principal. Seus eixos precisam representar os vetores naturais do tensor de inércia da Terra (**J**). O Sistema Cartesiano Global aproxima-se dessas características: é geocêntrico; em que Z, é o eixo médio definido pelo International Earth Rotation Service (IERS); X na direção do meridiano zero de Greenwich, também definido pelo IERS; e o eixo Y complementa um sistema dextrógiro, SIMON (1971) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

O Sistema de Coordenadas Geográficas geodésicas define a posição de pontos quaisquer (P) na superfície de um elipsóide de referência na forma de coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) e curvilíneas (ϕ , λ , h), onde (ϕ e λ), representam a latitude e a longitude geodésica, respectivamente e (h) a altura geométrica, medida segundo a Normal ao elipsóide de referência, passando por (P), SCHOFIELD (1993).

A latitude geodésica (ϕ) é o ângulo formado pelo plano equatorial do elipsóide (plano que contém os eixos X, Y) e a Normal ao ponto. Sua medida é efetuada no plano do meridiano local e assume valores com amplitude de 0° à 90°, positivos ao Norte e negativos ao Sul do Equador, TORGE (1991).

A longitude geodésica é o ângulo diedro formado pelo meridiano Geodésico de Greenwich e o meridiano Geodésico do ponto considerado. Medido no plano do Equador, a partir do semi-meridiano superior de Greenwich de 0° à $\pm 180^\circ$ (0^h à $\pm 12^h$) por Leste ou Oeste, respectivamente, GRIPP & SIMÕES (1997)

A representação Cartesiana é um elo de ligação do sistema Geodésico G com o sistema Convencional Terrestre CT.

4.5.2.1 Sistemas Geodésicos Mundiais

São sistemas cartesianos estabelecidos a partir de observações de satélites artificiais, monitorados por várias organizações através de programas específicos e métodos apropriados. O WGS-84, um dos Sistemas Geodésicos Mundiais, é usado como referência base nos processamentos de posicionamentos por GPS, usando efemérides transmitidas. Foi desenvolvido pelo sistema NAVSTAR (Navigation System with Time and Ranging) e adotado a partir de 1987. Trata-se de um sistema com origem no centro de massa da Terra, incluindo-se a massa atmosférica, com orientação segundo o Bureau International de L'Heure (BIH), remetido à época 1984.0. Não prevê evolução temporal e não permite rotação global residual em relação a crosta terrestre, designada convencionalmente como No – Net – Rotation (NNR). É um sistema do tipo CTS utilizado para posicionamentos a partir de estações de observação (“Earth – Fixed”), SEGANTINE (1995).

Ao World Geodetic System (WGS 84), usado nas operações GPS desde 1987, está associado um elipsóide geométrico de revolução. É um sistema geocêntrico: seu eixo Z assume a direção do Conventional Terrestrial Pole (CTP), pólo Norte médio, como definido pela Bureau International de L'Heure (BIH); X tem origem na interseção do plano do meridiano de referência WGS 84, paralelo ao meridiano Zero definido pelo BIH e o plano médio do Equador; e Y completa um sistema dextrógiro, conforme caracterizado por WHITE et al. (1989), apud VERONEZ (1998) e mostrado na figura 24.

Figura 24 - Sistema Geodésico Mundial – Adaptado de Veronez (1998)

4.5.2.2 Sistemas Geodésicos Locais

São uma variedade de sistemas astrogeodésicos estabelecidos em vários países do mundo para posicionamentos e mapas da superfície da Terra. Usam referências elipsoidais que melhor se ajustem ao geóide local. Seus parâmetros são: Semi-eixos (a) e (b), achatamento (f) ou excentricidade (e); eixo menor paralelo ao eixo médio de rotação da Terra definido pelo IERS; centro do elipsóide definido em relação ao centro de massa da Terra; eixo X , paralelo ao meridiano de Greenwich, definido pelo IERS. Os sistemas locais podem ser referidos entre eles por simples translação em X , Y e Z .

Esses Sistemas são topocêntricos (T) e designados abreviadamente por LG conforme mostra a figura 25, em que o eixo Z^{LG} é normal ao elipsóide; X^{LG} é direcionado para o norte geodésico e Y^{LG} completa um sistema levógiro. O sistema LG forma ângulos equivalentes a ϕ e λ com o sistema G ; evidentemente, a relação entre os sistemas LG e G é análoga a relação entre os sistemas LA e CT . Contudo, o LA é um sistema baseado nas propriedades físicas da Terra e o sistema LG não é. Neste, os posicionamentos dependem de transformação da posição dos satélites, do sistema de Coordenadas Orbitais (OR) para o sistema CT , VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

Figura 25 - Sistema de Coordenadas Geográficas Geodésico Local.

Adaptado de Vanicek (1986)

4.6 Transformações entre Sistemas de Coordenadas

Refere-se a transformações entre sistemas de natureza diferente, adequações de épocas devido aos movimentos da Terra e divergências entre parâmetros de elipsóides, conforme foi mostrado em diagrama no capítulo anterior.

4.6.1 Astronômico para Geodésico

Trata-se de uma transformação entre diferentes famílias de sistemas, envolvendo a transformação de coordenadas astronômicas (Φ , Λ) em coordenadas geodésicas curvilíneas (ϕ , λ) e geralmente envolve a transformação do azimuth astronômico (A) para Geodésico (α). O esclarecimento do conceito aplicado passa pela utilização de outros dois sistemas: os sistemas astronômico e Geodésico Local (LG), que são intermediários na transformação $CT \rightarrow LG$, seguindo a transformação:

$$\vec{e}_{CT} = \begin{bmatrix} R(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z) \end{bmatrix} \vec{e}_G \quad (64)$$

A relação entre os sistemas (CT) e (G) depende do conhecimento da posição e orientação do elipsóide de referência com a Terra. Esse trabalho é conhecido como

estabelecimento de um Datum Geodésico de referência. Leva-se em conta a adequação do elipsóide de referência ao Datum a partir dos parâmetros (a e f). O posicionamento do elipsóide requer mais seis parâmetros para eliminar o grau de liberdade de seus eixos, isto é, as seis direções em que o elipsóide pode ter movimento relativo à terra. Esses seis elementos elevam o número total de parâmetros do Datum para oito. Como se quer transformar $(\phi, \lambda, h)^G$ para o sistema natural CT, geocêntrico, faz-se ainda necessário estabelecer os componentes de translação, X_E, Y_E, Z_E e os deslocamentos angulares do Datum, $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$, necessários para definir o deslocamento entre os dois grupos de eixos, PICK ET AL (1973) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

A transformação de $(\phi, \lambda, h)^G$ para $(X, Y, Z)^{CT}$ é realizada em duas etapas: $(\phi, \lambda, h)^G \rightarrow (X, Y, Z)^G \rightarrow (X, Y, Z)^{CT}$, através do seguinte equacionamento:

$$\vec{r}^{CT} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{CT} = R_1(\epsilon_X) R_2(\epsilon_Y) R_3(\epsilon_Z) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^G + \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix}^{CT} \quad (65)$$

Obviamente, essa transformação será simplificada quando os dois grupos de eixos forem paralelos, isto é, $\epsilon_X = \epsilon_Y = \epsilon_Z = 0$.

Como os parâmetros, $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z, \Delta\alpha, -\xi, \eta, (\Lambda - \lambda), (\Phi - \phi)$, envolvidos para a completa transformação, normalmente representam quantidades muito pequenas, suas funções trigonométricas podem ser desenvolvidas em séries potenciais, das quais, retirando-se apenas os primeiros termos, resulta a seguinte equação: VANICEK & CARRER (1985) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

$$\begin{bmatrix} \Delta\Lambda_G \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Lambda - \lambda) \sin \phi \\ \Phi - \phi \\ (\Lambda - \lambda) \cos \phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \phi (\epsilon_X \cos \lambda + \epsilon_Y \sin \lambda) + \epsilon_Z \sin \phi \\ \epsilon_X \sin \lambda - \epsilon_Y \cos \lambda \\ -\sin \phi (\epsilon_X \cos \lambda + \epsilon_Y \sin \lambda) + \epsilon_Z \cos \phi \end{bmatrix} \quad (66)$$

Esta equação deve ser satisfeita por todas as quantidades envolvidas: as geodésicas, $\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z, \Delta\alpha, \phi, \lambda, \Lambda_G$; as astronômicas, Φ, Λ, Λ_A , além das componentes da deflexão da superfície, ξ, η , reforçando a idéia de que, ao posicionamento e orientação do sistema G em relação ao sistema CT, em um ponto

qualquer da superfície (T_0), está associado um conjunto de Data. Os parâmetros independentes podem ser, por exemplo, ϕ_0 , λ_0 , A_0 , ξ_0 , η_0 , N_0 , VANICEK & WELLS (1974) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

Se o sistema G tiver propriedades ligadas com o sistema CT, isto é, se os parâmetros $\varepsilon_X = \varepsilon_Y = \varepsilon_Z = 0$, o equacionamento torna-se simplificado, chegando-se a um sistema de equações simples, porém muito importante:

$$\Delta A = A - \alpha = (A - \lambda) \sin \phi \quad (67)$$

$$\xi = \Phi - \phi \quad (68)$$

$$\eta = (A - \lambda) \cos \phi \quad (69)$$

A equação (67) é conhecida como equação de Laplace para azimutes e as equações (68) e (69), definem a componente meridiana e primeiro vertical da deflexão da vertical, respectivamente. Isso mostra que após as equações serem formuladas para um ponto na superfície da Terra, as deflexões são da superfície modelo. Se acontecer dos pontos estarem sobre o geóide, a deflexão será geoidal. Essas equações constituem as condições topocêntricas de paralelismo nos sistemas G e CT. Se o paralelismo satisfaz as equações (67), (68) e (69) para todos os pontos da superfície da Terra, inclusive a origem (T_0), ratifica-se o entendimento de que Φ , A , A_A são direções observáveis, ficando claro que ΔA , é o ângulo entre os eixos X^{IG} e X^{LA} .

Usando a equação (69), pode-se escrever a equação de Laplace na seguinte forma:

$$A - \alpha = \Delta A = \eta \tan \phi \quad (70)$$

A precisão dos resultados na transformação das coordenadas CT, obtidas de posicionamento por satélites, depende da precisão na determinação do vetor ligando o centro do sistema CT ao ponto P_i . A incerteza nos resultados está relacionado com a precisão dos seis parâmetros de transformação, THOMSON (1976) apud VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

4.6.2 Geodésico para Cartesiano e vice-versa

São transformações dentro de uma mesma família de coordenadas. Transforma coordenadas geodésicas curvilíneas (ϕ, λ, h) para suas correspondentes Cartesianas (X, Y, Z) e vice-versa, em que a projeção do afastamento de um ponto (P) ao eixo Z^G do elipsóide é representado por $(N \cos \phi)$.

$$N = a^2 / (a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi)^{1/2} \quad (71)$$

onde:

N raio de curvatura do primeiro vertical.

$a; b$ semi-eixos do elipsóide

A primeira transformação representando o sistema Geodésico cartesiano G em função das coordenadas geodésicas curvilíneas será:

$$X_o^G = p_o \cos \lambda_o; \quad Y_o^G = p_o \sin \lambda_o \quad (72)$$

Um vetor unitário Normal ao elipsóide em P_o , onde h_i é a altura geodésica de P_i é representado por:

$$\vec{r}_i^G = \vec{r}^G(\phi_i, \lambda_i) = \vec{c}^G = \vec{n}^G(\phi_i, \lambda_i) = \begin{vmatrix} \cos \phi_i \cos \lambda_i \\ \cos \phi_i \sin \lambda_i \\ \sin \phi_i \end{vmatrix} \quad (73)$$

Podendo ser escrita na forma direta de equação de transformação de (ϕ, λ, h) para um ponto P no sistema G: VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

$$\vec{r}^G = \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ [N(1 - e^2) + h] \sin \phi \end{vmatrix} \quad (74)$$

onde:

$X; Y; Z$ coordenadas Cartesianas

N	primeira Normal (grande normal)
h	altura geométrica
e	primeira excentricidade
ϕ	latitude geodésica do ponto P
λ	longitude geodésica do ponto P

A transformação inversa, ou seja, do sistema Cartesiano para Geodésico é escrita na forma:

$$\tan \lambda = X / Y \quad (75)$$

$$\tan \phi = (Z + e^2 * N \sec \phi) / (X^2 + Y^2)^{1/2} \quad (76)$$

$$h = (X * \sec \phi * \sec \lambda - N) = (Y * \sec \phi * \operatorname{cosec} \lambda) \quad (77)$$

$$N = a / (1 - e^2 * \sec^2 \phi)^{1/2} \quad (78)$$

$$e = (a^2 - b^2)^{1/2} / a \quad (79)$$

onde:

X; Y; Z	coordenadas Cartesianas
N	primeira Normal (grande normal)
h	altura geométrica
e	primeira excentricidade
ϕ	latitude geodésica do ponto P
λ	longitude geodésica do ponto P
a ; b	semi-eixos do elipsóide

4.6.3 Transformações entre elipsóides locais

Trata-se de transformações entre Data. Nessas transformações, é necessário conhecer as diferenças de localização do centro geométrico de cada elipsóide, dimensões, forma e orientações.

Considerando o elipsóide com tamanho e forma definidas por (a_1, f_1) e (a_2, f_2) ou (a_1, b_1) e (a_2, b_2) , a localização de seus centros geométricos com respeito ao centro de massa da Terra e seu deslocamento angular em relação ao sistema CT (ϵ_{X1} ,

Há duas técnicas para obtenção de (ϕ_2, λ_2, h_2) em função de (ϕ_1, λ_1, h_1) . A primeira é por processo iterativo, obtendo-se as coordenadas no outro Datum através das equações de transformação entre os sistemas Geodésico para Cartesiano e vice-versa. A segunda é uma técnica diferencial que pode ser aplicada quando as diferenças de parâmetros $(a_2 - a_1 = \delta a)$; $(f_2 - f_1 = \delta f)$; $(X_{E2} - X_{E1} = \delta X_E)$;; $(\epsilon_{Z2} - \epsilon_{Z1} = \delta \epsilon_Z)$, entre os Data são suficientemente pequenas.

O sistema CT permite escrever as coordenadas de um Datum Geodésico na forma:

$$\vec{r}^{CT} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{CT} = R_1(\epsilon_X) R_2(\epsilon_Y) R_3(\epsilon_Z) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^G + \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix}^{CT} \quad (80)$$

ou, em se tratando de pequenas medidas angulares:

$$\vec{r}^{CT} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^G + \begin{bmatrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{bmatrix}^G * \begin{bmatrix} \epsilon_X \\ \epsilon_Y \\ \epsilon_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_E \\ Y_E \\ Z_E \end{bmatrix}^{CT} = \vec{r}^G + T_{\epsilon}^G + \vec{r}_E^{CT} \quad (81)$$

Expressando as coordenadas geodésicas cartesianas em termos das correspondentes coordenadas curvilíneas da equação (73), obtém-se após algum desenvolvimento:

$$\vec{r}_2^G - \vec{r}_1^G = J \begin{bmatrix} \phi_2 - \phi_1 \\ \lambda_2 - \lambda_1 \\ h_2 - h_1 \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta f \end{bmatrix} \quad (82)$$

Assumindo-se aproximação esférica ($f = 0$, $N = M$, $h = 0$):

$$J = \begin{bmatrix} -a \sin \phi \cos \lambda & -a \cos \phi \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ -a \sin \phi \sin \lambda & a \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ a \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \lambda & a \sin^2 \phi \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi \sin \lambda & a \sin^2 \phi \cos \phi \sin \lambda \\ \sin \phi & a (\sin^2 \phi - 2) \sin \phi \end{bmatrix} \quad (84)$$

As matrizes B, J e T podem ser avaliadas em cada um dos dois Data, desde que a diferença entre os eles seja pequena. A matriz T é escrita como:

$$T = a \begin{vmatrix} 0 & -\sin \phi & \cos \phi \sin \lambda \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \cos \lambda \\ -\cos \phi \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda & 0 \end{vmatrix} \quad (85)$$

os parâmetros das equações (80) à (85) são:

X; Y; Z	coordenadas Cartesianas
$\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$	deslocamento angular entre os eixos do Datum e do CT
δa	diferença entre os semi-eixos maior dos Data
δf	diferença de achatamento dos Data
$\phi_2 - \phi_1$	diferença entre as latitudes geodésicas nos Data
$\lambda_2 - \lambda_1$	diferença entre as longitudes geodésicas nos Data
$h_2 - h_1$	diferença entre as alturas geométricas nos Data
a	semi-eixo maior do Datum de transformação

As constantes de transformação de coordenadas entre os elipsóides de maior aplicação para o caso do Brasil, foram estabelecidas pelo IBGE, mostradas na Tabela 5, com base na resolução N° 23 de 21 de fevereiro de 1989, do Boletim do Serviço de Engenharia Cartográfica do IBGE, n° 1602.

Tabela 5 - Constantes de transformação entre Data

Sistema original	Sistema novo	Tx	Ty	Tz
WGS-84	SAD-69	+ 66,87	- 4,37	+ 38,52
SAD-69	C. Alegre	- 138,70	+ 164,40	+ 34,40

Entretanto, diversos pesquisadores, a exemplo de Lazzaro & Blitskow, Veronez, Helmert, Bursa, Molodenskii, etc. têm contestado esses valores.

VERONEZ (1998), critica o princípio utilizado pelo IBGE, que utiliza um único Datum como referência de coordenadas, para um território tão vasto quanto o brasileiro. Segundo ele, deveria haver uma distribuição de vértices em locais

representativos de prováveis distorções, onde seriam reavaliados o afastamento geoidal e as componentes da deflexão da vertical.

4.7 Métodos de medição e técnicas de posicionamento com o GPS

A determinação das coordenadas geodésica por satélite, depende da resolução do triângulo de posição de cada um dos satélites envolvidos na observação. Como os sinais são emitidos de uma posição instantânea, os cálculos são submetidos a reiterações processadas em computador e o resultado médio de n medições, apresentado na forma de coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) ou curvilíneas (ϕ, λ, h) do sistema WGS 84, SCHOFIELD (1993).

A posição dos satélites está referenciada a origem do sistema no centro de massa da Terra e as ondas de rádio que geram, facultam ao aparelho receptor GPS armazenar informações que serão processadas, a partir de 4 códigos de 4 satélites. Trata-se de um sistema de 4 incógnitas: três relativas à posição e uma relativa ao erro do relógio do receptor. O sistema poderá ser resolvido, utilizando-se a pseudo-distância de três satélites e estimando-se a posição da antena na interseção das quatro superfícies esféricas geradas com centro nos satélites, conforme pode ser visto na figura 26.

Figura 26 – Esferas das pseudo-distâncias. Adaptado de SEGANTINE (1998)

A distância entre cada satélite e o aparelho receptor pode ser calculada pela equação:

$$\rho = \sqrt{(U^P - U_k)^2 + (V^P - V_k)^2 + (W^P - W_k)^2} \quad (86)$$

onde:

- ρ distância do satélite a antena do receptor GPS
 U^p, V^p, W^p coordenadas do satélite (fornecidas pelas efemérides transmitidas)
 U_k, V_k, W_k coordenadas incógnitas dos receptores, em WGS 84

Usando a fase da portadora:

$$\varphi = \rho + c\delta + \lambda N - I + T + d\rho + \varepsilon\varphi \quad (87)$$

onde:

- φ distância
 λ comprimento de onda portadora
 N ambigüidade (incógnita)
 $\varepsilon\varphi$ ruído da fase portadora
 ρ pseudo-distância

SEGANTINE (1998), detalha o sistema de equações necessárias ao cálculo das coordenadas geocêntricas de uma estação.

4.7.1 Posicionamento Relativo

Consiste em determinar as coordenadas de pontos quaisquer, correlacionando-as com as de um ponto de coordenadas conhecidas, estabelecendo-se um vetor unindo os dois pontos, chamado base ou linha de base.

Os parâmetros comuns às duas estações são automaticamente eliminados através da combinação linear da dupla ou tripla diferença de fase.

É condição imprescindível para se fazer posicionamento relativo que os receptores captem medidas do código ou da fase da portadora, simultaneamente, sob uma mesma geometria dos satélites.

$$\Delta \xrightarrow{\text{Pkm}} \Delta \text{ m}$$

$$P_{km} = \begin{bmatrix} X_k - X_m \\ Y_k - Y_m \\ Z_k - Z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{k\ m} \\ \Delta Y_{k\ m} \\ \Delta Z_{k\ m} \end{bmatrix} \quad (88)$$

A razão dessa simultaneidade é o arranjo de erros sistemáticos que afetam ambas as estações de rastreo de maneira similar, cancelado quando as equações para o vetor de interseção $\Delta \vec{r}_{ij}$ são formadas. A principal origem desses erros são as órbitas dos satélites, o inadequado modelo troposférico e o atraso ionosférico, SEGANTINE (1998).

Como a refração é avaliada pela condução, na 1ª aproximação, pela simetria com respeito ao zênite, os diferentes intervalos são freqüentemente mostrado como simétricos para o ponto médio de passagem do satélite, assegurando o cancelamento dos erros do atraso.

Usando os dados coletados em cada estação P_i e P_j , a posição do vetor $\vec{r}_i$ e $\vec{r}_j$ será computada usando duplamente o modelo matemático de posicionamento dos pontos. Primeiro para P_i e a seguir para P_j . Referenciando o vetor $\Delta \vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ ao sistema CT, VANICEK & KRAKIWSKY (1986).

4.7.1.1 Posicionamento Estático

O posicionamento relativo estático pela fase da portadora se baseia na determinação de bases simples ou múltiplas. Consta no posicionamento da antena dos receptores sobre pontos, desde que se conheça a posição de um deles. Evidentemente, as coordenadas do ponto a determinar serão relativas às coordenadas do ponto conhecido. A precisão das bases determinadas por este método variam de 1ppm à 0,1ppm, ou seja, pode alcançar precisão milimétrica para bases curtas, MOFFITT (1987).

4.7.1.2 Posicionamento Cinemático

No posicionamento relativo cinemático, um dos receptores é móvel e o outro fica estacionário. Ambos captam sinais simultâneos sob uma mesma geometria dos

satélites. É um processo largamente utilizado na agricultura e controle de tráfego em geral.

4.7.1.3 Combinações Lineares

Pode-se efetuar várias combinações entre receptores, satélites e o tempo para melhorar as soluções de navegação, resultando em processos caracterizados por:

- **Simple difference** entre dois receptores que captam as medidas do código para um mesmo satélite, mesmo estando esses receptores em diferentes estações.

Nessa combinação, o erro do relógio do satélite é anulado. Menos comum, a simple difference entre dois satélites, é obtida quando os dois são captados simultaneamente por um mesmo receptor em uma mesma estação. Nesse caso é o erro do relógio do receptor que é anulado. Ou ainda, a simple difference entre duas épocas, quando a fase inicial da ambigüidade permanece invariável, até que ocorra alguma perda de ciclo. Nesse caso a ambigüidade é cancelada.

- **Difference** entre receptores e satélites que é a técnica mais utilizada nas observações GPS (código e/ou portadora), é obtida a partir da diferença de fases entre receptores e satélites.

Nesse processo, os receptores efetuam observações simultâneas, captando sinais de igual frequência, o que possibilita reduzir ou eliminar vários erros, a exemplo da maioria dos efeitos ionosféricos e erros dos relógios. Fornece resultados com precisão da ordem de 1ppm.

- **Triple difference** entre receptores, satélites e tempo, resulta da diferença da difference entre duas épocas, t_i e t_e . Tem as vantagens de cancelar os erros dos relógios, reduzir os efeitos da Troposfera e permitir opção para eliminar a injunção da ambigüidade.

Na solução da dupla ou tripla diferença de fase, os parâmetros comuns às duas estações são eliminados automaticamente.

Uma vez que os levantamentos de precisão aplicam técnicas de posicionamento relativo (diferenciais), o posicionamento do ponto fixo de referência será o responsável pela correta definição do posicionamento dos demais. A análise para definição do ponto de referência, envolve: SEGANTINE (1998).

- ◆ Horizonte desobstruído acima do ângulo de corte de 10° para a base e 15° para a antena remota
- ◆ Inexistência de barreiras quaisquer causadoras de multicaminhamento
- ◆ Antena isenta da influência de transmissores eletrônicos

4.7.2 Posicionamento Diferencial

Consiste em solucionar os erros de posição de uma estação em deslocamento (navios), cujas coordenadas são geradas a partir de uma estação conhecida. Uma das formas utilizadas é armazenar os dados dos receptores e efetuar as correções em pós-processamento. A grande vantagem desse procedimento é permitir ao usuário um controle sobre todos os pontos que estão sendo corrigidos diferencialmente, através do uso de filtros, como: o valor do DOP da antena móvel e o desvio padrão da pseudo-distância da antena receptora móvel, além da eliminação de pontos fora do padrão.

4.7.2.1 Posicionamento Diferencial em tempo real

No posicionamento diferencial em tempo real, os dados da estação de referência são transmitidos para a estação em deslocamento, calculando o erro através do receptor móvel, em tempo real, que caracteriza esse modo de posicionamento. Nesse método, um receptor é instalado em uma estação de coordenadas conhecidas e o outro é instalado na estação cujas coordenadas poderão ser determinadas através do código e corrigidas a partir de informações emitidas pelo receptor fixo. As correções diferenciais são transmitidas pelo receptor fixo para o

móvel através de um “link” de rádio. A versão atualizada desse método facilita precisões dinâmicas inferiores a 1m. Sua aplicação reduz erros do efeito SA, atraso da ionosfera e da Troposfera, erros das efemérides e erros dos relógios dos satélites; SEGANTINE (1998).

4.7.3 Posicionamento Absoluto

O posicionamento é absoluto quando apenas uma antena é colocada sobre um ponto de coordenadas desconhecidas. Nesse caso, as coordenadas são obtidas pelo processamento dos dados captados no ponto, pelo software que acompanha o equipamento. Entretanto, o efeito de degradação causado pela disponibilidade seletiva (SA) poderá afetar a precisão de forma considerável (incerteza em até 100m). Erros de 10m no posicionamento absoluto equivalem a 1ppm.

Uma forma de minimizar os efeitos (SA) é prorrogar o tempo de observação no ponto, calculando-se o posicionamento por média das informações. Como a degradação provoca erros dos posicionamentos em torno da posição verdadeira, há uma compensação dos resultados captados sob um período único com maior duração. Posicionamentos absolutos derivados de 2 a 3 horas de observação em um mesmo ponto, indicam precisão na ordem de centímetros no sistema WGS-84, que tende a melhorar com o tempo de observação, SEGANTINE (1998).

Deste capítulo, serão aplicados no desenvolvimento do trabalho, os conceitos relativos a elipsóides de referência, sistemas de coordenadas, transformações entre Data, desvios entre a vertical e a normal e técnicas de posicionamento por GPS.

CAPÍTULO 5 – DETERMINAÇÃO DO POLÍGONO & DOS AZIMUTES

Este capítulo define os processos e métodos para determinação de azimutes, segundo a Astronomia Clássica e Geodésia por satélite, além de apresentar os equipamentos necessários para as medições em campo, procedimentos, processamento dos dados, tratamento e forma de comparação dos resultados.

5.1 Equipamentos e elementos complementares

O polígono do experimento está situado na área campus da Universidade Federal de São Carlos-SP, onde foi implantado, um pilar de concreto (FED-5) em complementação a outros três pilares existentes, denominados de FED-1, FED-2 e FED-3, intervisíveis e de coordenadas conhecidas.

O pilar FED-5 foi construído em local com boa visibilidade de horizonte, e afastado em torno de 500m dos pilares FED-2 e 3, com os quais forma um dos ângulos do polígono, intervisíveis. Sua fundação tem 1,6m de profundidade, em solo estável, com cerca de 300mm de diâmetro; do solo para cima, tem $\varnothing$ 200mm, com 1,50m de altura, em concreto armado. Em seu topo chumbou-se uma chapa de aço inox com espessura de 3mm, com perfuração central de ϕ 5/8", para encaixe do pino de centragem forçada. Abaixo da chapa, reforçando o encaixe do pino, soldou-se um pequeno tubo de aço cilíndrico, com o mesmo diâmetro interno do furo, estendendo o encaixe do pino para cerca de 2cm, conforme pode ser visto na figura 27.

Figura27 – Ilustração do pilar FED 5, localizado no campus da UFSCar/SP

As distâncias entre os marcos foram obtidas através da estação total modelo TC-400 da marca Leica, com precisão linear de $\pm (5\text{mm} + 5\text{ppm})$. As distâncias foram também obtidas por processamento de dados com GPS da marca Leica, cujo fabricante especifica precisão de $(5\text{mm} + 1\text{ppm})$ para os posicionamentos relativos. As medições angulares de levantamento do polígono, foram efetuadas com um teodolito da marca WILD, modelo T2, com precisão angular de $1''$. Em todos os processos, utilizou-se sistema de centragem forçada, tanto para os aparelhos como para os alvos. A altura geométrica dos marcos, apesar de não ter importância fundamental nesse trabalho, foram derivadas do processamento dos dados pelo GPS.

As observações de natureza angular, dirigidas aos astros, para determinação dos azimutes das linhas base, foram realizadas com um teodolito da marca WILD, modelo T3, de precisão angular $0,5''$, após a verificação da inexistência de desvios nas leituras verticais pelo processo de visadas direta e inversa.

As observações diurnas, foram dirigidas à alvos de pontaria centrados nos pilares, usando o sistema de centragem já descrito, complementado pelas bases GR-2 WILD, cujo sistema de nivelamento garante a centralização do alvo no ponto topográfico. As observações noturnas foram efetuadas com o auxílio de alvo iluminado, para o qual apropriou-se uma fonte de alimentação, adaptando-se uma bateria do receptor GPS. A experiência mostrou a necessidade de se conjugar duas

baterias, para garantir a continuidade da fonte para séries de observações com mais de 2h de duração.

Para iluminação dos trabalhos de notação nas atividades noturnas, fez-se uso de luminária do tipo fluorescente, alimentada por um conjunto de pilhas.

A hora exata de cada uma das observações às estrelas, foi verificada através de um cronômetro de cristais de quartzo, respaldado no tempo GPS, através do seguinte procedimento:

- ❖ Ligar o receptor GPS, posicionar a antena e selecionar seu display para o relógio do receptor.
- ❖ Zerar o cronômetro a partir de um tempo qualquer, no GPS, registrando seu valor
- ❖ Registrar o tempo exato do cronômetro, na passagem da estrela pelo retículo vertical.
- ❖ Efetuar as leituras angulares, correspondente ao instante da passagem da estrela
- ❖ Comparar os intervalos de tempo: cronômetro & receptor ao final da operação
- ❖ Corrigir o tempo do cronômetro, havendo diferença, pelo do receptor GPS
- ❖ Levar em consideração a diferença de tempo acumulada entre os tempos TUC e GPS

5.2 Métodos & processos

O método escolhido para determinação dos azimutes astronômicos foi o da determinação pelo ângulo horário de estrelas nas proximidades da elongação. Os azimutes geodésicos foram obtidos a partir das coordenadas geradas pelo processamento dos dados do GPS, aplicando-se o método de posicionamento estático relativo.

5.2.1 Medição por GPS

Utilizou-se o método de posicionamento relativo estático por dupla diferença de fase, com permanência de 2h (480 épocas GPS, em ciclo de 15s) em cada um dos 04 (quatro) pilares, fixando-se o pilar FED-3 como referência. Os procedimentos e expectativa da precisão dos resultados do método foram discutidos na seção 4.7.

A missão foi planejada dentro das seguintes características:

- Missão: Polígono novo Federal
- Trabalho: azimute
- Método: Estático
- Ciclo: 15s

Por se tratar de um processo relativo, o posicionamento dos pilares estão referenciados, no caso, ao pilar FED-3, cujas coordenadas são o resultado de várias horas de processamento relativo aos pontos (Pira e Jabo)¹⁴. Portanto, uma das antenas receptoras ficou permanentemente estacionado sobre o pilar FED-3, captando os sinais dos satélites concômitantemente com outra(s) antena(s), sob uma mesma condição geométrica dos satélites, por no mínimo 2 horas, em todos os pilares, dois à dois.

Este é um processo, em que se mede a fase da portadora, bastante usado por atender as necessidades de precisão geodésica, pois consegue determinar bases com precisão relativa de até 1ppm.

5.2.2 Medições por Astronomia Clássica

Dentre os vários métodos discutidos no Capítulo 3, o método da determinação do azimute astronômico pelo ângulo horário de astros em elongação, foi escolhido para aplicação neste trabalho, por se tratar de um método que atende as especificações para trabalhos de 1ª ordem e de adequada aplicabilidade na latitude local.

¹⁴ Esses pontos fazem parte da rede GPS do Estado de São Paulo e estão localizados nas cidades de Pirassununga e Jabotical. Maiores informações podem ser adquiridas em SEGANTINE (1995).

Na elongação, os astro, passam por velocidade azimutal zero ao experimentar os valores limites do seu azimute, minimizando o erro proveniente da contagem do tempo, conforme foi discutido na seção 3.7. Efetuou-se também medições do azimute da base FED 5 – FED 3 por observações ao SOL, através dos métodos da Altura Zenital Absoluta e do Ângulo Horário, utilizando-se o teodolito WILD T2 com prisma solar do tipo Roelofs, cujos procedimentos não serão detalhados, por não atender aos níveis de precisão desejados. Entretanto, os resultados não deixam de ser uma base de referência; podem ser observados em apêndice.

Planejou-se a missão dentro das seguintes características:

- ❖ Separar as estrelas em elongação no intervalo horário local conveniente (efemérides);
- ❖ Registrar seu azimute e ângulo zenital, na data da observação, pelas efemérides;
- ❖ Calcular o ângulo vertical do T3, correspondente a altura zenital da estrela;
- ❖ Calcular o ângulo astro – linha base, a partir do azimute a priori dos dois;
- ❖ Centrar e calar o alvo iluminado em FED 2 ou FED 3;
- ❖ Centrar e calar o instrumento em FED 5, alguns minutos antes da elongação;
- ❖ Ligar o receptor GPS e seleccionar no display no marcador de tempo;
- ❖ Zerar o cronômetro a partir de um momento conveniente do tempo GPS;
- ❖ Visar FED 2 ou 3 e registrar a leitura azimutal;
- ❖ Girar o T3 dos ângulos azimutal e zenital calculados para encontrar o astro;

- ❖ Registrar o instante do cronômetro quando o astro cruzar o retículo vertical;
- ❖ Registrar o ângulo azimutal correspondente a este momento;
- ❖ Registrar as leituras dos cantos do nível de bolha;
- ❖ Anotar o ângulo vertical, para facilitar a busca do astro na série seguinte;
- ❖ Inverter a luneta e repetir os procedimentos, iniciando pelo astro.

A escolha das estrelas que foram observadas foi feita pelo último Catálogo Fundamental (FC), adotado em 1964, após revisão e ampliação do Catálogo anterior. Deste catálogo, selecionou-se as estrelas cujos horários de elongações serviriam para observações em locais com o nosso posicionamento geográfico e fez-se o registro de seus respectivos azimutes, distâncias zenitais, identificações (FK4)¹⁵ e intensidade de brilho. Como a alteração nos posicionamentos das estrelas é muito pequena, essas informações, que serão utilizadas à priori, podem ser atualizadas aplicando-se-lhe a taxa de variação anual a partir da data da publicação.

No cálculo do azimute final, as declinações e ascensões reta, foram retiradas das efemérides 1999, publicadas pelo Observatório Nacional. EFEMÉRIDES ASTRONÔMICAS (1999) – OBSERVATÓRIO NACIONAL. A relação das estrelas selecionadas pode ser vista na Tabela 6.

Tabela 6 - Relação das estrelas selecionadas

Nome	FK4	Mag	$Az_{17.11.99}$	$Z_{17.11.99}$	0_L	H_L	Posição
Beta ARA	645	2.7	217°36'55	62°59'53"	22 ^h 21 ^m	18 ^h 46 ^m	W
Alfa RET	156	3.3	150°06'29	65°02'06"	23 ^h 03 ^m	19 ^h 29 ^m	E
Alfa DOR	171	3.4	141°50'30	62°49'36"	23 ^h 40 ^m	20 ^h 05 ^m	E
Alfa CAR	245	-0.8	139°11'13	61°55'41"	01 ^h 36 ^m	22 ^h 01 ^m	E
Sigma Oct	923	5.4	181°07'07		03 ^h 06 ^m	23 ^h 32 ^m	E

Na Tabela 6, o nº FK4 caracteriza a estrela no catálogo fundamental (FC) de estrelas, cuja identificação foi universalizada nessa versão do FC, adotada em 1964,

¹⁵ Número de identificação da estrela no Catálogo Fundamental (FC)

em substituição ao FK3, que foi revisado e ampliado, pelo Astronomisches Rechen – Institut at Heidelberg. Os números referentes à magnitude e brilho, do maior para o menor, indicam a escala crescente de brilho das estrelas. Constan ainda nessa Tabela, as respectivas horas siderais local e hora legal da elongação do astro.

A obtenção do tempo sideral local, foi efetuada seguindo os passos especificados na seção 3.4.1.2, para os dias da observação, conforme exemplo, relativo ao dia 17/11/99:

1. Somar o fuso local à hora de início das atividades (18h), resultando $21^h00^m00^s$ TU
2. Adicionar o intervalo de tempo TU, de zero hora TU à hora da elongação, convertido em intervalo de tempo Sideral, (Tabela G das efemérides em Serviço da Hora; $3^h45^m54^s$), resultando $24^h45^m54^s$
3. Subtrair a longitude local em horas; $3^h11^m31^s$, resultando, $\theta_L = 21^h34^m23^s$

Isto é necessário porque a hora da elongação informada no catálogo, é referente a ocorrência daquele fenômeno no meridiano superior de Greenwich, e o fuso horário não corresponde exatamente à longitude local, uma vez que foi estabelecido por decreto, conforme foi discutido na seção 3.4.1.3.

O valor da hora sideral local permite selecionar as estrelas que passem por elongação a partir daquele horário. A diferença entre os tempos legal local e sideral local, $3^h34^m23^s$ é a que existe entre a hora sideral em que a estrela elonga no Meridiano Superior de Greenwich, constante do catálogo e o instante em que a mesma estrela elonga no Meridiano Superior do Observador na longitude considerada, bastando pois, subtraí-la da hora constante do catálogo.

O ângulo vertical do T3 correspondente a distância zenital da estrela deve ser calculado previamente, pois a graduação do seu limbo vertical foge do convencional. Sua fórmula de cálculo, segundo o manual do usuário é:

$$L_v = 90^\circ + 0,5 \cdot \beta \quad (89)$$

$$\beta = 90^\circ - Z \quad (90)$$

onde:

Z distância zenital do astro observado

β ângulo de inclinação com o horizonte

Assim se o astro tem altura zenital de 60° , por exemplo, o ângulo vertical correspondente no limbo do T3 será de 105° .

A estimativa do ângulo azimutal entre o astro e a linha base, é efetuado pela diferença entre os azimutes do astro, publicado no catálogo e o azimuth da linha base, no caso, já determinado por GPS. Para uma primeira aproximação, não havendo outros recursos, pode-se usar o azimuth magnético, corrigido da declinação magnética do local e época, uma vez que ele está sendo usado apenas para encontrar a estrela.

Para que a estrela possa ser encontrada, cada série do processo de observação é iniciada com o instrumento visando a linha base. Assim, concluídos os passos anteriores, com o instrumento centrado no pilar FED-5, visa-se o alvo posicionado sobre o pilar FED-2 ou 3, para os respectivos casos, e registra-se o ângulo azimutal do aparelho.

O alvo é formado de uma placa metálica com película em forma de V, de grande poder refletivo, perfeitamente ajustada à uma base metálica que pode ser acoplada na base GR-2 da WILD. A diferença entre o alvo normal e o alvo iluminado, consta de um sistema de iluminação intermitente, que o ilumina e facilita sua identificação entre outras luminárias convencionais, eventualmente existentes na redondeza. A luz emitida pelo sistema, necessitaria de regulador de intensidade, para evitar gastos desnecessários de energia, bem como, não ofuscar o operador, como foi o caso específico dessa distância de observação.

A seguir, busca-se a estrela, girando o instrumento de um ângulo azimutal igual ao ângulo astro – linha base e vertical equivalente a distância zenital, calculado previamente. Encontrada a estrela, verifica-se o sentido do seu deslocamento e bascula-se a luneta com as chamadas horizontal e vertical, de forma que o astro encontre os fios estadimétricos com o instrumento parado. Através do cronômetro, registra-se o momento exato da passagem dele pelo fio vertical da luneta, quando se anota as leituras do ângulo azimutal e dos cantos do nível de bolha do T3. Em seguida, inverte-se a luneta, recoloca-se o instrumento na posição de aguardo, faz-se novo registro do ângulo e do tempo na 2ª passagem da estrela, visa-se novamente o pilar FED-2 ou 3, respectivos, registrando-se a nova leitura do ângulo azimutal. Esse

2º conjunto de leituras, completa uma série de observação. Nova série ao mesmo astro poderá ser processada, caso haja boas condições de visibilidade e baixa velocidade azimutal dessa estrela.

As leituras da graduação do nível de bolha tem por objetivo corrigir o ângulo azimutal devido ao erro de verticalidade do instrumento, cujo sinal da correção é função do limbo vertical estar a direita ou esquerda do operador, conforme será mostrado posteriormente.

O registro do momento da passagem da estrela pelo retículo do aparelho é de fundamental importância, apesar que a baixa velocidade azimutal da estrela observada nas proximidades da elongação, atenua os efeitos desse erro, conforme foi discutido no Capítulo 3. Sua medição pode ser feita através de um bom cronômetro acertado previamente com o serviço da hora, por telefone.

Nesse experimento, por haver disponibilidade do equipamento, o tempo foi marcado através da associação do receptor GPS, com um simples cronômetro de pulso. A contagem de tempo do cronômetro foi iniciada a partir de uma determinada hora do receptor GPS, por exemplo, às 20h, e a partir daí, o tempo foi registrado pela marcha do cronômetro. Assim, se uma estrela foi observada à $00^h10^m05^s$ do cronômetro, a hora da observação será registrada como $20^h10^m05^s$. Quando possível, ao final de um período não muito longo, preferentemente a cada hora, registra-se o intervalo de tempo transcorrido pelo cronômetro e pelo receptor, para corrigir eventual defasagem. Desta forma, um simples cronômetro, transforma-se em um marcador de tempo com precisão muito próxima do Tempo Universal Coordenado (TUC).

5.2.3 Ajustamento do polígono

O polígono formado pelos pilares FED-1, FED-2, FED-3 e FED-5 foi levantado seguindo o procedimento padrão, ou seja, centragem forçada em cada um dos pilares. Os ângulos internos foram medidos com um teodolito WILD T2, devidamente aferido, aplicando-se o método de reiteração em três séries de visadas diretas e inversas, cujos valores constam do Anexo 1. O erro devido a esfericidade, estimado em $0,2''$, não foi levado em consideração, para os propósitos desse trabalho.

As distâncias, segundo os mesmos critérios, foram determinadas através de estação total Leica TC-400. A seguir, procedeu-se o cálculo da média dos ângulos observados e a verificação do fechamento angular pelo processo da soma dos ângulos internos do polígono. O desvio angular registrado foi ajustado pelo método das Condicionais ou Correlatos, colocado na íntegra no Anexo 1, segundo os princípios:

- Calcular cada medida angular pela média das séries registradas no campo;
- Calcular os azimutes com base no azimuth de partida;
- Reduzir as distâncias ao nível do mar;
- Calcular as projeções em X e Y;
- Formar as matrizes das observações, dos erros de fechamento, pesos e dos coeficientes;
- Obter a matriz dos correlatos;
- Calcular a matriz dos resíduos, observações ajustadas e das precisões das observações;
- Determinar a precisão das coordenadas de cada pilar e respectivas elipses de erros.

Os ângulos foram calculados pela média de três séries de visadas direta e inversa e os azimutes foram calculados com base no azimuth de partida, pelo processo convencional de transporte de azimutes em um polígono qualquer.

As distâncias horizontais tiveram reduções em torno de 28ppm, a partir da indicação da Tabela de redução pelos efeitos da refração em função da temperatura e pressão local, sofreram ainda reduções em torno de 130ppm, na redução ao nível do mar, através da equação:

$$\text{Red} = - H_m / (R_o + H_m) \quad (91)$$

$$R_o = \sqrt{M * N} \quad (92)$$

onde:

M	raio de curvatura da seção meridiana
N	grande normal ou raio de curvatura da seção 1º vertical
Ro	raio médio da esfera terrestre
Hm	altitude média dos pontos

As projeções no sistema de eixos X e Y foram efetuadas pelas equações:

$$X = D * \text{sen } Az \quad (93)$$

$$Y = D * \text{cos } Az \quad (94)$$

onde:

D	distância
Az	azimute da direção observada

O resultado da soma algébrica das projeções nos eixos X e Y, caso a caso, e a diferença angular entre os azimutes de partida e de chegada, em radiano, são os elementos de uma matriz de três linhas e uma coluna, chamada matriz dos erros de fechamento, (w).

A matriz das observações é formada pela derivada das funções das projeções no Sistema Plano Cartesiano (equações 93 e 94), relativas às medidas angulares (Ah), expressa em radiano e lineares, expressa em unidade métrica; trata-se de uma matriz coluna, segundo a sequência abaixo¹⁶:

$$dx \text{ Ah} = D * \text{cos } Az \quad (95)$$

$$dx \text{ Dh} = \text{sen } Az \quad (96)$$

$$dy \text{ Ah} = - D * \text{sen } Az \quad (97)$$

$$dy \text{ Dh} = \text{cos } Az \quad (98)$$

A matriz dos pesos é uma matriz diagonal, onde cada elemento é formado pela relação entre o quadrado da precisão à priori, s_0 (arbitrada), e a precisão do instrumento utilizado, na sequência ângulo, distância.

¹⁶ A montagem do sistema e os resultados do ajustamento, neste volume, em apêndice

A matriz dos coeficientes B , é composta pelos elementos dx , dy e dAz , segundo essa ordem, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{bmatrix} dxAh(F1-3) & dxDh(F1-3) & dxAh(F2-1) & dxDh(F2-1) & dxAh(F3-2) & dxDh(F3-2) & dxAh(F3-5) & dxDh(F3-5) \\ dyAh(F1-3) & dyDh(F1-3) & dyAh(F2-1) & dyDh(F2-1) & dyAh(F3-2) & dyDh(F3-2) & dyAh(F3-5) & dyDh(F3-5) \\ dAzAh(F1-3) & dAzDh(F1-3) & dAzAh(F2-1) & dAzDh(F2-1) & dAzAh(F3-2) & dAzDh(F3-2) & dAzAh(F3-5) & dAzDh(F3-5) \end{bmatrix} \quad (99)$$

onde:

$dxAh$ é a derivada da função da projeção no eixo X do Sistema Cartesiano, relativa ao ângulo.

$dxDh$ é a derivada da função da projeção no eixo X do Sistema Cartesiano, relativa à distância.

$dyAh$ é a derivada da função da projeção no eixo Y do Sistema Cartesiano, relativa ao ângulo.

$dyDh$ é a derivada da função da projeção no eixo Y do Sistema Cartesiano, relativa à distância.

$dAzAh$ é a derivada da função azimuth em relação ao ângulo observado.

A matriz dos correlatos (k), é resultante do produto da matriz dos erros de fechamento (w), tomada negativa, pelo inverso da matriz resultante do produto entre as matrizes dos coeficientes (B), a inversa da matriz dos pesos (P) e a transposta de B , expressa abaixo:

$$k = -w * (B * P^{-1} * B^T)^{-1} \quad (100)$$

onde:

k matriz dos correlatos

w matriz dos erros de fechamento

P^{-1} matriz inversa da matriz dos pesos atribuídos a cada observação

B^T matriz transposta da matriz dos coeficientes

As matrizes dos resíduos das observações ajustadas e das precisões das medidas efetuadas no campo, são obtidas do desenvolvimento das matrizes, conforme equacionamento:

$$v = P^{-1} * B^T * k \quad (101)$$

$$La = L + v \quad (102)$$

$$kLa = (P^{-1}) - (P^{-1} * B^T * N^{-1} * B * P^{-1}) \quad (103)$$

em que:

- v resíduos (diferença entre uma medida efetuada e a mesma medida ajustada)
- L medidas de campo
- kLa matriz de covariância das observações

As precisões das medidas são indicadas pelo produto de cada elemento diagonal da matriz kLa pela precisão à priori, s_0 , ou seja:

$$p = kLa_{ii} * \sqrt{s_0} \quad (104)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{V^T * P * V}{(n - u)}} \quad (105)$$

onde:

- p precisão das observações ajustadas
- s_0 erro padrão médio empírico
- V^T transposta da matriz resíduo
- P matriz dos pesos
- n número de equações
- u número de incógnitas

O controle do processo é obtido pelo produto das matrizes:

$$c = w^T * k \quad (106)$$

onde:

- c controle do processo
- w^T matriz transposta da matriz dos erros de fechamento das observações

k matriz dos correlatos

Uma vez obtidas as medidas ajustadas, recompõe-se a matriz das observações (A), ponto a ponto, usando as medidas ajustadas, para obter a matriz $k = A^T P A$, em que P é a matriz diagonal formada pela precisão das observações lineares e angulares de cada pilar, nessa ordem. Isto é necessário para se conhecer a precisão com que estão determinadas as coordenadas X, Y, bem como a correlação entre as medidas.

A precisão das coordenadas X, Y é indicada pela raiz quadrada dos elementos da matriz (k), em que os elementos da diagonal principal representam as precisões em X e Y, nessa ordem e os elementos da diagonal secundária, iguais, indicam o grau de correlação entre as medidas.

Finalmente, pode-se determinar os semi-eixos (p; q) das elipses de erros das coordenadas dos pilares e suas respectivas inclinações, através das equações:

$$p = s_0 * \sqrt{0,5 * (Q_{yy} + Q_{xx}) + 0,5 * (Q_{yy} - Q_{xx})^2} \quad (107)$$

$$p = s_0 * \sqrt{0,5 * (Q_{yy} + Q_{xx}) - 0,5 * (Q_{yy} - Q_{xx})^2 + (4Q_{xy})^2} \quad (108)$$

$$\Psi = 0,5 * \text{atan} [(2 * Q_{xy} / Q_{yy}) - Q_{xx}] \quad (109)$$

$$Q_{xx} = sx^2 / s_0 \quad (110)$$

$$Q_{yy} = sy^2 / s_0 \quad (111)$$

$$Q_{xy} = sxy / s_0 \quad (112)$$

onde:

s_0 erro padrão médio empírico

sx^2 precisão da projeção da medida no eixo X

sy^2 precisão da projeção da medida no eixo Y

Ψ inclinação que o eixo maior da elipse dos erros (p), forma com a direção observada.

5.2.4 Procedimento comparativo

A idéia central proposta para comparação da exatidão dos azimutes obtidos pela Astronomia Clássica e por GPS, consiste, em princípio, em aferir a medida angular do vértice FED-5, conforme mostra a figura 28, resultante do ajustamento do polígono e da diferença entre os azimutes Planos, Elipsóidicos e Astronômicos, dois a dois:

- Usar como referência, a medida angular do vértice FED 5 do polígono ajustado
- Calcular a medida angular do vértice FED 5 pelas respectivas diferenças entre os azimutes das linhas base, obtidos por Astronomia Clássica e por GPS
- Aplicar a eventual diferença entre os azimutes de uma mesma linha base, em poligonais abertas e analisar os efeitos no transporte das coordenadas planas.

Figura 28 - Polígono do experimento

A maior dificuldade em efetuar a comparação proposta está em transferir as medidas para uma mesma superfície de referência. As observações astronômicas, em princípio, são referidas ao Sistema Astronômico Local e posteriormente remetidas ao Sistema Convencional Terrestre (CT). Os posicionamentos processados através do GPS são referidos ao Sistema Geodésico Local, usando o Datum WGS 84 e posteriormente remetidas ao Sistema Geodésico (G). O ajustamento do polígono é referido ao Plano. Assim, o processo passa pela análise da deflexão da vertical e do comportamento do transporte de coordenadas planas.

O ajustamento do polígono será uma ferramenta segura para verificar a qualidade de cada processo, pois a diferença entre as medidas dos azimutes das bases que formam um vértice, deve resultar muito próximo do valor desse ângulo obtido por ajustamento, em processo de medição convencional.

Entretanto, caso os dois processos, resultem valores muito próximos na comparação com a medida do ângulo ajustado, mas difiram entre si, caso a caso, a análise da qualidade de resultados tomará outro rumo. Nesse caso, os ângulos obtidos estarão rotacionados; evidencia-se que os azimutes, apesar de precisos, não serão exatos. Assim, será necessário determinar a parcela da diferença que é da responsabilidade do desvio da vertical, para em seguida, testar o resíduo no transporte de coordenadas em uma poligonal aberta, somando algebricamente a diferença existente, ao azimuth de partida da poligonal para avaliar o resultado da alteração no fechamento das coordenadas de chegada.

CAPÍTULO 6 – PROCESSAMENTO DOS DADOS

6.1 Processamento dos dados GPS

Os dados GPS foram coletados, estacionando-se a antena receptora durante 2h consecutivas sobre cada um dos pilares. Durante todo o processo, o pilar FED 3 foi usado como referência, ficando uma das antenas do receptor permanentemente estacionada sobre ele. Os detalhes da operação já foram descritos na seção 5.2.1. A seguir, os dados foram transferidos da coletora para o micro computador e processados no programa SKY, versão 2.3 da Leica. Como resultado desse processamento, obteve-se as coordenadas cartesianas (X; Y; Z), referenciadas ao Datum WGS 84, ou as correspondentes coordenadas geodésicas (ϕ ; λ ; h), apresentadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Coordenadas dos vértices do polígono no Datum WGS-84

Vértices	latitude	longitude	Altura elipsoidal
FED 1	21°58'54,141876" S	47°52'44,295524" W	848,9421m
FED 2	21°58'53,049719" S	47°52'41,627660" W	848,6337m
FED 3	21°58'56,657130" S	47°52'40,204840" W	843,4260m
FED 5	21°58'59,384972" S	47°52'23,339262" W	835,8917m

As casas decimais resultantes do processamento no programa SKY e, como veremos adiante no GeoBase50, são resultantes de uma operação matemática, uma vez que os dados passam por tratamento estatísticos. Estes números não servem para indicar a precisão dos resultados. Esta, é indicada pela análise do desvio padrão de cada coordenada e pode ser verificada nos dados de saída do processamento. Entretanto, as casas decimais resultantes da operação serão mantidas nas Tabelas 7, 8 e 9, uma vez que esses números serão aplicados no cálculo da redução angular, convergência meridiana e azimutes planos, adiante.

Em seguida, essas coordenadas foram processadas no programa de transformação de Data GeoBase50 versão 1.1.4, gerando as coordenadas

referenciadas ao Datum SAD 69, vistas na Tabela 8 e as respectivas coordenadas Plano Retangulares no Sistema de Projeções UTM, mostradas na Tabela 9.

Tabela 8 - Coordenadas do polígono referenciadas ao Datum SAD-69

Vértices	latitude	longitude	Altura elipsoidal
FED 1	21°58'52,408973" S	47°52'42,668971" W	856,2021m
FED 2	21°58'51,316813" S	47°52'40,001132" W	855,8945m
FED 3	21°58'54,924202" S	47°52'38,578310" W	850,6863m
FED 5	21°58'57,651983" S	47°52'21,712859" W	843,1548m

Tabela 9 - Coordenadas Plano Retangulares - UTM (base: SAD-69; MC 45°)

Vértices	N	E	Altura elipsoidal
FED 1	7566446,2769m	202746,0236m	856,2021m
FED 2	7566481,3283m	202821,9650m	855,8945m
FED 3	7566371,0820m	202864,8923m	850,6863m
FED 5	7566296,2368m	203350,5475m	843,1548m

6.2 Processamento dos dados da Astronomia Clássica

Após a coleta dos dados de campo, conforme procedimentos detalhados na seção 5.2.2, os dados foram processados em planilha EXCEL, preparada pelo autor.

Os cálculos mostrados a seguir, referem-se a uma das séries de observações à estrela ALFA RET, na íntegra. Os resultados das demais séries para a mesma estrela, bem como para as demais, poderão ser observados no anexo 2.

6.2.1 Cálculo das médias das medições angulares

Estrela observada: ALFA RET, em 18/11/99, fazendo-se uso do teodolito T3, já especificado. A Tabela 10 mostra as anotações de campo.

Tabela 10 - Anotações de campo. Ref. ALFA RET: 18/11/99 – Estação: FED 2

Estrela	FK4	Visadas						Médias	Tempo		Grad. bolha	
		Diretas			Inversas				GPS	Cron		
		o	'	''	o	'	''					
FED 2		290	22	22,3			290	22	22,200	22 ^h 05 ^m 00 ^s	00 ^h 00 ^m 00 ^s	
				22,2								
				22,1								
Alfa Ret	156	150	06	17,2			150	06	17,567		21 ^m 26,13 ^s	12,5
				17,5								35,7
				89,0								
Alfa Ret	156			330	07	00,2	330	07	00,00		26 ^m 45,13 ^s	14,5
				00,0								37,0
				06								59,8
FED 2				110	22	29,6	110	22	29,267			
				29,2								
				29,0								

Determina-se o ângulo entre o astro e a linha base FED 5 – FED 2, pela diferença entre as respectivas médias das leituras angulares em FED 2 e no astro. No caso do exemplo apresentado, resulta em: 140°16'04,633" e 140°15'29,267" para os respectivos horários das observações, nas seqüências 1 e 2 da série (verificar que na série 2, o limbo passou por 360°). Entretanto essas medidas necessitam, para o caso de levantamentos efetuados com o teodolito WILD T3, que se faça a correção do erro na leitura azimutal, proveniente do erro de verticalidade, pela diferença entre as leituras na graduação do nível de bolha, através da fórmula:

$$\Delta Hz = \pm (0,5 * p * \tan \beta * \Delta n) \quad (113)$$

onde:

- p valor angular de um intervalo de graduação da bolha, igual a 6"
- β ângulo vertical em grau decimal
- Δn Média da diferença de leitura de um canto da bolha nas posições direta e inversa

A correção será positiva quando o canto da bolha fica mais próximo do limbo vertical, chamada posição I. Aparelhos mais modernos, a exemplo do WILD T3000, são equipados com compensador automático dos eixos e memória, evitando erros de manuseio de dados e correção automática.

A Tabela 11 resume os cálculos efetuados para a correção manual.

Tabela 11 - Correções dos erros de verticalidade

Hz (lido)	Z	β	leitura na bolha		médias	ΔHz	Hz (corr)
140°16'04,633"	65°02'06"	24°57'54"	12,5	35,7			140°16'02,119"
140°15'29,267"			37,3	14,5	- 1,80	- 2.5141"	140°15'26,753"

6.2.2 Cálculo do ângulo horário (t)

A determinação do azimute dos astros pelo método do ângulo horário das estrelas em Circum Elongação, requer a determinação do ângulo horário (t) do astro, no triângulo de posição, mostrado na figura 12 da seção 3.4.

O cálculo desse ângulo horário é efetuado pela equação:

$$t = T.U. + Red. Sid. + \Delta t 0^{hGr} + A.R. + \lambda \quad (114)$$

onde:

t	ângulo horário do astro
T.U.	tempo sideral, na escala do tempo universal
Red. Sid	redução do tempo sideral
$\Delta t 0^{hGr}$	intervalo do Tempo Sideral de 0^{hGr} à hora da observação
A.R.	ascensão reta do astro observado
λ	longitude local em horas

O Tempo Universal, no caso, foi obtido pela soma do tempo GPS com o tempo do cronômetro. Neste trabalho, o receptor GPS foi utilizado como elemento auxiliar na contagem do tempo. Na Tabela 10, pode-se observar que o cronômetro iniciou a contagem de tempo quando o receptor GPS marcava 22^h05^m00^s. Nos instantes em que o astro foi observado, o cronômetro marcava 00^h21^m26,13^s e

$00^h21^m45,13^s$, respectivamente para a primeira e segunda observação daquela série. Portanto, nos instantes da observações, cada Tempo Universal, a priori, resulta da soma do tempo inicial marcado no receptor GPS com os respectivos tempo do cronômetro. Esse tempo precisa ser corrigido em (-13^s) , devido a atual defasagem entre a escala de Tempo GPS e a escala do Tempo Universal Coordenado (TUC), em que se baseia as observações astronômicas. Da soma algébrica desses tempos, resulta os respectivos T.U.: $22^h26^m13,13^s$ e $22^h31^m32,13^s$

A Redução Sideral é obtida pelo produto entre o T.U. e o coeficiente de redução do tempo sideral, expresso em minutos do tempo. Segundo a Tabela do Serviço da hora inserida na publicação das efemérides, seu valor é 0,1642743. O resultado dessa operação para as respectivas observações é: $3^m41,149^s$ e $3^m42,023^s$.

O intervalo de tempo sideral desde a 0^{hr} é obtido pela Tabela G, publicada nas efemérides, na seção Serviço da Hora; para o dia desta observação, seu valor é de: $3^h46^m24^s$.

Retira-se a Ascensão Reta (AR) do astro diretamente da página 52 E do volume efemérides Astronômicas (1999), referente a estrela de nº 156, ALFA RET. No cabeçalho da Tabela, na coluna ALFA (α), consta a quantidade de horas e minutos, logo abaixo do nome do astro; os segundos e fração, estão localizados no cruzamento dessa coluna com a linha do dia 15.0 (mais próximo do dia da observação, 18/11/99) do mês XI (ver cópia desta folha da Tabela em anexo). Como os valores tabelados são coletados a cada 10 dias, no mês XI consta apenas 3 linhas, referentes aos dias 5, 15 e 25. Faz-se necessário anotar os registros correspondentes aos limites do intervalo em que a observação foi realizada, para calcular o acréscimo ou decréscimo da ascensão reta, do registro anterior até o dia mais fração de dia da observação, por interpolação.

Para fins de cálculo da interpolação dos acréscimos das ascensões reta e declinações, os T. U._s calculados para os respectivos instantes de cada observação aos astros foram acrescidos de 64^s em obediência à orientação contida na publicação das efemérides. Trata-se de uma defasagem na marcha do tempo considerada na coleta dos dados da tabela. A Tabela 12 apresenta o demonstrativo dos cálculos.

Tabela 12 - Interpolação da AR de ALFA RET para o dia e hora da observação

dia	α (Tabela)	variação	$\Delta t 1$ (d)	$\Delta t 2$ (d)	$\Delta \alpha 1$ (s)	$\Delta \alpha 2$ (s)	α (corr)
15/11/99	$-4^h 14^m 27,690^s$						
25/11/99	$-4^h 14^m 27,779^s$	0,0089 ^s /dia	2,93561	2,93931	-0,0261	-0,0262	
18/11/99	$-4^h 14^m 27,690^s$	+			-0,0261		$-4^h 14^m 27,716^s$
18/11/99	$-4^h 14^m 27,690^s$	+				-0,0262	$-4^h 14^m 27,716^s$

Em seguida, esse resultado deverá ser corrigido da nutação de longo período, em obliquidade (ψ) e longitude (ϵ), obtendo-se a verdadeira ascensão reta. Esta correção, transfere a observação do Sistema de Ascensão Reta para o Sistema de Ascensão Reta Verdadeiro, conforme discutido no capítulo 3.

A correção da nutação de longo período pode ser calculada pela equação:

$$d\alpha'' = d\alpha(\psi)d\psi + d\alpha(\epsilon)d\epsilon \quad (115)$$

ou

$$d\alpha'' = DA(F)d\psi + DA(E)d\epsilon \quad (116)$$

segundo as siglas publicadas nas Efemérides.

Os valores de $(DA(F), DA(E))$, são encontrados na Tabela E das efemérides e $(d\psi, d\epsilon)$, na Tabela F.

$$0,016 * (-15,218) + 0,057 * (-5,786) = -0,574^s \quad (116)$$

Os respectivos valores das ascensões reta corrigidas da nutação de longo período, finalmente poderão ser escritas: $-4^h 14^m 28,2903^s$ e $-4^h 14^m 28,2903^s$

A longitude local, é a longitude da estação de observação, FED 5, expressa em ângulo horário, pela relação $360/24$, ou seja, $15^\circ/\text{hora}$. O resultado dessa transformação, indica: $-47^\circ 52' 21,713'' = -3^h 11^m 29,447^s$

A Tabela 13 reúne esses elementos e mostra o resultado final do ângulo horário do astro, no instante em que foi observado.

Tabela 13 - Ângulos horários do astro, nos instantes em que foram observados

1ª observação		2ª observação	
T.U.	+ 22 ^h 26 ^m 13,1300 ^s	T.U.	+ 22 ^h 31 ^m 32,1300 ^s
Red	+ 3 ^m 41,1490 ^s	Red	+ 3 ^m 42,0230 ^s
$\Delta t 0^{hch}$	+ 3 ^h 46 ^m 24,0000 ^s	$\Delta t 0^{hch}$	+ 3 ^h 46 ^m 24,0000 ^s
A.R.	- 4 ^h 14 ^m 28,2903 ^s	A.R.	- 4 ^h 14 ^m 28,2903 ^s
λ	- 3 ^h 11 ^m 29,4470 ^s	λ	- 3 ^h 11 ^m 29,4470 ^s
Total (h)	18 ^h 50 ^m 20,5420 ^s	Total (h)	18 ^h 55 ^m 40,4160 ^s
Total (°)	282°35'08,1260"	Total (°)	283°55'06,2360"

6.2.3 Cálculo do azimute do astro (Λ_0)

A determinação do azimute de um astro pelo seu ângulo horário, requer o conhecimento da latitude local (ϕ) e da sua declinação (δ), além do ângulo horário (t), conforme equação (58).

A declinação é o segundo elemento constante da tabela de efemérides. Assim como a ascensão reta, sua variação não é medida diariamente, devendo-se proceder o cálculo para o dia e hora da observação, por interpolação, e em seguida proceder sua correção em virtude da nutação de longo período, em longitude e obliquidade. A Tabela 14 mostra o cálculo da interpolação.

Tabela 14 – Interpolação da declinação de ALFA RET para o dia e hora da observação

Tabela	δ (Tabela)	$\Delta\delta$ ("/d)	Δt_1 (dias)	Δt_2 (dias)	$\Delta\delta_1$ (")	$\Delta\delta_2$ (")	δ (corr)
15/11/9	- 62°28'29,77"						
25/11/9	- 62°28'33,12"	0,335	2,93561	2,93931			
18/11/9	- 62°28'29,77"	+			- 0,983		- 62°28'30,753"
18/11/9	- 62°28'29,77"	+				- 0,985	- 62°28'30,755"

A correção de (δ) devido a nutação de longo período é calculada pela equação:

$$d\delta'' = d\delta(\psi)d\psi + d\delta(\epsilon)d\epsilon \quad (117)$$

ou

$$d\delta'' = DD(F)d\psi + DD(E)d\epsilon \quad (118)$$

segundo as siglas publicadas nas efemérides.

Os valores de (DD(F), DD(E)), são encontrados na Tabela E das efemérides e (dψ, dε), na Tabela F.

$$0,18 * (-15,218) + 0,90 * (-5,768) = -7,882''$$

Os respectivos valores das declinações corrigidas da nutação de longo período, resultam: -62°28'38,683'' e -62°28'38,685''.

Os azimutes do astro e da linha base serão calculados pelas equações:

$$\tan A_o = \sin(t) / [\sin(\phi) * \cos(t) - \cos(\phi) \tan(\delta)] \quad (119)$$

$$A = A_o + Hz \quad (120)$$

O azimuth da linha base (A), deve ainda ser corrigido dos efeitos da Aberração Diurna (a), em virtude do deslocamento da estação de observação, conforme discutido no capítulo 3. Essa correção pode ser efetuada pela equação:

$$\Delta(a) = -0,32 * \cos(\phi) * \cos(A_o) / \sin(Z) \quad (121)$$

Como a equação (120) remete o azimuth ao Sul, o azimuth do astro foi adicionado de 180°, para se tornar compatível com os azimutes GPS, que estão referenciados ao Norte. A Tabela 15 mostra os elementos envolvidos no cálculo.

Tabela 15 - Elementos de cálculo do azimuth do Astro

ϕ	t	δ	A_o	Hz	$\Delta(a)$	A_{GPS}
-21°58'57,65''	282°35'08,126''	-62°28'38,683''	150°06'40,8''	140°16'02,119''	0,28''	290°22'43,0''
-21°58'57,65''	283°55'06,236''	-62°28'38,685''	150°07'23,1''	140°15'26,753''	0,28''	290°22'49,6''

6.2.4 Precisão as medidas

A precisão das medidas com que se efetuou a determinação pode ser estabelecida a partir do conhecimento das precisões do instrumento utilizado, através da fórmula:

$$m_{AT}^2 \cong \sec^2 \phi \cdot \left(\frac{1,17^2}{n} + 0,3^2 \right) + \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{2} \right) \cdot m_L^2 + 2m_l^2 + \frac{1}{2} \cdot m_e^2 \cdot \cos^2 \phi + m_i^2 \cdot \tan^2 \phi \quad (122)$$

onde:

- n numero de observações
- m_L desvio padrão da leitura do limbo na pontaria da estrela
- m_l desvio padrão da graduação do limbo horizontal
- m_e desvio padrão da pontaria da linha base
- m_i desvio padrão da leitura da bolha tubular

Em se tratando do teodolito T3, todos os desvios padrão são de $\pm 0,5''$, resultando para a exemplo apresentado, uma precisão de $\pm 0,9''$, conforme consta do quadro geral das precisões na determinação de cada azimuth, em apêndice.

O valor final dos azimutes foi obtido pelo desvio padrão da média, cujas precisões resultaram em $\pm 1,8''$, para a medida do azimuth da base FED 5 – FED 2 e $\pm 0,7''$, para a base FED 5 – FED 3, através das fórmulas:

$$err = L_m - L_i \quad (123)$$

$$err_m = \sqrt{\frac{\sum err^2}{(n-1)}} \quad (124)$$

$$err_m' = \sqrt{\frac{\sum err_m^2}{n \cdot (n-1)}} \quad (125)$$

Esses resultados levam a concluir que o desvio padrão encontrado na determinação dos azimutes pela Astronomia Clássica foram apenas um pouco melhores que o desvio padrão das determinações dos posicionamentos relativos derivados do GPS em bases de comprimento igual a 560m, pois 5mm + 1ppm em 560m, representa 5,56mm, que compreende uma abertura angular de $2,05''$.

6.3 Processamento dos dados do ajustamento do polígono

Por se tratar de ajustamento pelo método das Condicionais ou Correlatos, que passa pela montagem do sistema e operações entre matrizes referentes ao processo de ajustamento, mostrados na seção 5.2.3, automatizado em programa de computador, todo o processo de Transposição, Inversão, Produto e Adição entre essas matrizes, bem como a determinação das medidas ajustadas, suas respectivas precisões e elipses de erro, pode ser observada no anexo 1.

As medições de campo, apresentadas na Tabela 16, são o resultado da média de 3 séries de observações nas posições direta e inversa da luneta, em leituras reiteradas.

Tabela 16 - Medições efetuadas no polígono do experimento

$Az_{(partida)} = 120,000000^\circ$					
Rns			Observações de campo		
R	E	V	$Hz (^\circ)$	$Az (^\circ)$	$dist (m)$
F2	F1	F3	057,09204	119,99977	140,575
F5	F2	F1	135,92565	242,90796	83,594
F3	F5	F2	010,53735	286,98231	559,748
F1	F3	F5	156,44519	096,44496	491,114
nº lados	4		360,00023		
err			0,817"	0,817"	

Este capítulo mostrou a complementação das operações de campo, do processo a que foram submetidas as medições, dos cálculos e das adequações e ajustamento das medições. Os resultados passarão a ser discutidos no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 7 - RESULTADOS & DISCUSSÃO

7.1 Confrontação de resultados: avaliação & discussão

Este capítulo, mostra os resultados dos azimutes obtidos através do ângulo horário de estrelas Circum Polares em elongação, dos azimutes derivados dos posicionamentos por GPS, as coordenadas e ângulos do polígono ajustado pelo método das Condicionais ou Correlatos, as adequações de Datum, além dos resultados dos cálculos dos ângulos de redução à corda e convergência meridiana.

7.1.1 Resultados do ajustamento do polígono

A Tabela 17 mostra o resultado do ajustamento do polígono do experimento.

Tabela 17 - Quadro de observações ajustadas

H _z	A _z	dist.	AE	AN	E	precisões	N	precisões
(°)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	± (mm)	(m)	± (mm)
057,0920	120,0000	140,555	121,724	- 70,278	1000,000	0,03	1000,000	0,02
135,92570	242,9080	83,583	- 74,412	- 38,065	1121,724	0,00	929,722	0,02
010,5374	286,9823	559,670	- 535,265	163,466	1047,312	0,63	891,657	0,59
156,44492	96,4449	491,054	487,951	- 55,120	512,047	0,69	1055,123	0,93
360,00000		1274,862						

A Tabela 18 resume a precisão das medidas angulares e lineares, segundo a matriz das precisões das observações.

Tabela 18 - Precisão das medidas ajustadas

vértices	precisões	linear (mm)	angular (")
FED 1	0,00046	0,035	0,00046
	0,03530		
FED 2	0,00071	0,016	0,00071
	0,01550		
FED 5	0,00009	0,862	0,00009
	0,86200		
FED 3	0,00100	1,160	0,00100
	1,16000		

A elipse de erros de uma observação, correlaciona as precisões das medidas lineares com as angulares. O achatamento da elipse no sentido transversal à linha de visada, indica predominância de erros angulares sobre os lineares e achatamento seguindo a linha de visada, indica predominância contrária.

As medidas das elipses dos erros das coordenadas dos vértices do polígono e suas respectivas inclinações do semi eixo principal, podem ser observadas na Tabela 19. A figura 29, ilustra o comportamento das medidas.

Tab 19 - Semi-eixos das elipses de erros

fed 1			fed 2			fed 5			fed 3		
p	q	ψ	p	q	ψ	p	q	ψ	p	q	ψ
(mm)	(mm)	(rad)	(mm)	(mm)	(rad)	(mm)	(mm)	(rad)	(mm)	(mm)	(rad)
2,04	1,91	0,75	3,03	2,24	-0,64	0,09	0,05	0,00	0,05	0,003	0,05

Figura 29 - Ilustração das elipses dos erros dos vértices do polígono

7.1.2 Resultado dos azimutes planos e geodésicos obtidos por GPS

Os azimutes planos (0) foram calculados com base nas coordenadas da Tabela 9 da seção 6.1, através da relação $\Delta Y / \Delta X$ e análise de quadrante, conforme especificado no capítulo 1. Seus resultados podem ser observados na Tabela 20.

Tabela 20 - Azimutes planos das linhas base do polígono

FED 5 - FED 2	FED 3 - FED 5	FED 1 - FED 3	FED 2 - FED 1
289°17'54,63"	98°45'39,71"	122°19'01,02"	245°13'26,08"
FED 2 - FED 5	FED 5 - FED 3	FED 3 - FED 1	FED 1 - FED 2
109°17'54,63"	278°45'39,71"	302°19'01,02"	65°13'26,08"

Os azimutes planos são da maior importância e entre eles, os mais importantes para os objetivos desse trabalho são os das linhas base FED 5 – FED 2 e FED 5 – FED 3, pois a diferença entre eles resulta o ângulo plano do vértice FED 5, objeto da comparação entre os resultados dos azimutes obtidos por GPS e pela Astronomia Clássica. Seu valor pode ser obtido por subtração entre os azimutes das linhas base supra citadas, na Tabela 20, resultando: 10°32'14,92".

Como o programa de processamento SKY usa como base o Datum WGS-84, os azimutes elipsóidicos por ele calculado são referenciados ao mesmo Datum. Seus valores podem ser observados na Tabela 21.

Tabela 21 - Azimutes elipsóidicos referenciados ao Sistema WGS-84

FED 5 - FED 2	FED 3 - FED 5	FED 1 - FED 3	FED 2 - FED 1
290°22'29,166"	99°50'20,600"	123°23'43,470"	246°18'07,292"
FED 2 - FED 5	FED 5 - FED 3	FED 3 - FED 1	FED 1 - FED 2
110°22'36,012"	279°50'14,287"	303°23'42,939"	66°18'08,291"

Cujo cálculo, realizado de forma similar ao efetuado para a diferença entre os azimutes planos, resulta 10°32'14,879" para medida angular elipsóidica do mesmo vértice.

O cálculo desses azimutes referenciado ao Datum SAD-69, pode ser feito através de fórmulas de transformação, que requerem a determinação da Convergência Meridiana (γ) e do Ângulo de Redução à Corda (ψ).

Conforme foi mostrado na seção 2.5, o azimuth elipsóidico, pode ser obtido a partir do azimuth Plano, através das equações (2), (3), (4) e (5), cujos desenvolvimentos podem ser observados no anexo 3. Seus resultados são os valores apresentados na Tabela 22.

Tabela 22 - Convergência, ângulos de redução e azimutes referenciados ao Datum SAD-69

	base FED 5 - FED 2	base FED 5 - FED 3	Vértice FED-5
Convergência			001°04'34,038"
Ângulo de Redução	000°00'00,140"	000°00'00,057"	
Azimuth SAD-69	290°22'28,805"	279°50'13,804"	

Com esses valores, o ângulo do vértice FED 5 calculado pela diferença entre os azimutes elipsóidicos SAD-69 das base (FED 5 - FED2) e (FED 5 - FED 3), será: 10°32'15,001".

7.1.3 Resultados dos azimutes obtidos por Astronomia Clássica

A Tabela 23 apresenta o resultado dos azimutes das linhas base (FED 5 - FED2) e (FED 5 - FED 3), com as respectivas precisões.

Tabela 23 – Azimutes e Precisões das observações

Astro obs.	Az (°)	prec (")	Astro obs.	Az (°)	prec (")	data
ALFA RET	290,3834678	1,4	ALFA DOR	290,38137486	0,7	17/11/99
	290,3831101	1,4		290,38357407	0,7	
				290,38362249	0,7	
				290,38044346	0,7	
				290,37954683	0,7	
				290,38534991	0,7	
ALFA RET	290,3786543	0,9	ALFA DOR	290,37940792	0,9	18/11/99
	290,3803034	0,9		290,37869364	0,9	
	290,3850855	0,9		290,38218681	0,9	
	290,3837081	0,9		290,38386388	0,9	

Astro obs.	Az (°)	prec (")	Astro obs.	Az (°)	prec (")	data
BETA ARA	290,37861962	1,4	ALFA CAR	290,37832163	0,7	18/11/99
	290,37885561	1,4		290,38086900	0,7	
				290,32024518	0,7	
				290,28030660	0,7	
				290,33556643	0,7	
SIGMA OCT	290,37882664	1,4		290,32976879	0,7	
	290,37977651	1,4				
ALFA DOR	279,84282724	0,9				19/11/99
	279,84053959	0,9				
	279,84166005	0,9				
	279,84257813	0,9				

Cujos resultados finais tratados pelo desvio padrão da média, são:

$$\text{Linha base FED 5 – FED 2} = 290^{\circ}22'47,248'' \pm 1,8''$$

$$\text{Linha base FED 5 – FED 3} = 279^{\circ}50'30,845'' \pm 0,7''$$

7.2 Processos

A Tabela 24 resume os azimutes obtidos pelos processos da Astronomia Clássica, através do ângulo horário de estrelas em elongação e os derivados dos posicionamentos por GPS, bem como o ângulo do vértice FED 5 ajustado pelo processo das Condicionais ou Correlatos, cujos procedimentos foram detalhados na seção 5.2.3 e os resultados do processamento podem ser vistos no Anexo 1. As casas decimais são resultantes do tratamento estatísticos a que os dados foram submetidos, não servindo para indicar a precisão dos resultados.

Tabela 24 – Azimutes obtidos por Astronomia Clássica e por GPS

Azimutes	Az(Fed5-Fed2)	Az(Fed5-Fed3)	dif de Az	âng ajust	dif
Plano	289°17'54,627"	278°45'39,710"	10°32'14,917"	10°32'14,563"	0,354"
GPS – WGS 84	290°22'29,166"	279°50'14,287"	10°32'14,879"		0,316"
GPS – SAD 69	290°22'28,805"	279°50'13,804"	10°32'15,001"		0,438"
ESTRELAS	290°22'47,248"	279°50'30,845"	10°32'16,403"		1,840"
SOL	290°22'38,951"				

Os resultados apresentados na Tabela 24, apesar de muito próximos, não conduzem a conclusões seguras, uma vez que se trata de determinações referenciadas a Data¹⁷ diferentes. Observa-se também que a diferença entre o ângulo ajustado e o determinado pela diferença entre os azimutes Planos (0,354") é superior a similar diferença entre os respectivos azimutes WGS 84 (0,316"). Isto é possível devido a variação de 0,083" entre os ângulos de redução à corda relativos as duas linhas base (Tabela 22).

Embora se admita que 1/3 dos erros dos azimutes possam ser transferido por erros de latitude, conforme foi colocado na seção 3.7.3.5, na verdade, essa transferência depende da latitude local e da grandeza da declinação do astro observado. No caso desse trabalho, a inserção de pequenos valores na latitude, alteram a medida dos azimutes dos astros entre 25% e 38%, demonstrando ser razoável adotar-se a acertiva inicial. Assim, verificou-se a alteração na medida angular da latitude, quando calculada através da relação entre a declinação e o azimuth do astro, em dois conjuntos distintos: No primeiro conjunto, os cálculos foram efetuado com o valor do azimuth do Astro obtido pelo processo normal constante da planilha de cálculo dos azimutes dos astros. No segundo grupo de determinações, os azimutes de cada astro foram subtraídos em um terço da diferença entre o azimuth obtido pela Astronomia Clássica e o azimuth obtido por GPS, relativo ao elipsoide WGS 84.

$$\cos \Phi = \cos \delta / \sin \Lambda_0 \quad (126)$$

Os cálculos tratados pelo desvio padrão da média, resultaram uma variação de 16,7", o que sugere estimar igual valor para a componente meridiana do desvio da vertical (ξ), exceto pela ocorrência de erros grosseiros na determinação dos azimutes, o que é pouco provável, pelo nível de aproximação dos valores com o ângulo ajustado do polígono. Dados completos das determinações e tratamento da média, podem ser observados em apêndice.

$$\xi = \Phi - \phi \quad (127)$$

¹⁷ Plural de Datum

$$A - \alpha = (\Lambda - \lambda) * \text{sen } \phi \quad (128)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) * \text{cos } \phi \quad (129)$$

A componente 1º vertical do desvio, foi estimada através da equação (129) com base na diferença entre as longitudes Astronômica e Geodésica, calculada pela equação (128), entrando com uma terça parte da diferença entre os azimutes Astronômicos e Geodésicos, resultando 14,93”.

Uma vez estimado o valor das componentes do desvio da vertical, sem as quais os azimutes Astronômicos e Geodésicos seriam iguais, ou seja, geóide e elipsóide seriam teoricamente paralelos, pode-se retornar aos dados de entrada no processamento do programa de cálculo dos azimutes Astronômicos e adicionar, algebricamente, o valor da componente meridiana à latitude de entrada e substituir a longitude geodésica pela longitude astronômica, agora conhecida. Dessa forma, obtêm-se um azimuth muito próximo da isenção de influência do desvio da vertical. Diferenças eventualmente ainda existentes, serão creditadas a erros de outra natureza na determinação dos azimutes.

Uma segunda verificação pode ser realizada sob o ponto de vista do transporte de coordenadas planas. No caso em estudo, efetuou-se o seguinte procedimento: Há duas poligonais situadas no Campus da Universidade Federal de São Carlos. Uma delas é base de experimento para o Curso de Atualização em Topografia e GPS da USP. As coordenadas dos pontos são determinadas anualmente por GPS e por transporte das mesmas através das coordenadas do vértice inicial e do azimuth plano, calculado a partir das Coordenadas Plano Retangulares, originadas do processamento por GPS. Os procedimentos de medição dos ângulos e distâncias são submetidos a um rigoroso controle de qualidade: variações de temperatura, pressão e reduções de distância ao nível do mar, com o objetivo de atender as exigências da Norma NBR 13133. Vem se constatando uma tendência de desvio, que eventualmente poderá ser devida ao azimuth de partida. A segunda poligonal utiliza alguns pontos da primeira e é incrementada de mais alguns pilares, e foi base de experimento para um trabalho de mestrado, sob o título de Estudo e Análise de Poligonais Segundo a NBR 13133 e o Sistema de Posicionamento Global, MAIA

(1999). Essas poligonais serão usadas para simular uma aplicação prática para o azimute astronômico obtido.

O experimento constou em adicionar a diferença angular eventualmente existente entre os azimutes obtidos pela Astronomia Clássica e por GPS, relativos a um mesmo referencial, ao azimute de partida e observar o comportamento das coordenadas de cada vértice, transportadas a partir de um novo azimute aplicado a linha base de partida. Saliente-se que todos os dados referentes ao processo de comparação foram coletados em uma mesma época (novembro de 1999).

Neste capítulo procedeu-se a confrontação dos resultados entre os azimutes obtidos através de processos da astronomia Clássica e os derivados das coordenadas obtidas por processamento GPS. Confrontou-se a medida do ângulo do polígono ajustado com as medidas do mesmo ângulo obtido pela diferença entre os azimutes das duas linhas base, para os dois processos e efetuou-se a estimativa da medida da deflexão da vertical.

Considerando que os resultados encontrados ainda não levam a conclusões satisfatórias sobre a qualidade das medições, faz-se necessário efetuar as simulações propostas nesta seção 7.2 e a seguir, apresentar as conclusões finais do experimento.

CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES & RECOMENDAÇÕES

8.1 Conclusões

Comparar a qualidade dos azimutes obtidos pelos processos da astronomia e do GPS não é uma tarefa das mais simples. Trata-se de grandezas referenciadas à diferentes superfícies e que exige complexo tratamento matemático. O ângulo formado pelas duas linhas base, ajustado pelo método das Condicionais ou Correlatos, representa uma fonte segura de verificação da qualidade das medidas. Por ele pode-se avaliar a confiabilidade dos resultados, caso a caso, segundo os métodos aplicados. Entretanto, apesar da aproximação aceitável dos resultados na comparação entre os valores de um dos ângulos internos do polígono do experimento (ângulo medido e ajustado do vértice FED 5), verifica-se a existência de uma discrepância entre os valores dos azimutes obtidos pelos processos da Astronomia Clássica e por GPS, acima dos padrões de aceitação, conforme mostrado na Tabela 25.

Tabela 25 – Diferenças entre os azimutes obtidos pelos processos da Astronomia (A) e do GPS (α)

	Linha base FED 5 – FED 2	Linha base FED 5 – FED 3	diferença
A	290°22'47,248"	279°50'30,845"	010°32'16,403"
α_{WGS84}	290°22'29,166"	279°50'14,287"	010°32'14,879"
diferença	000°00'18,082"	000°00'16,558"	
A	290°22'47,248"	279°50'30,845"	
α_{SAD09}	290°22'28,805"	279°50'13,804"	010°32'15,001"
diferença	000°00'18,443"	000°00'17,041"	
α_{WGS84}	290°22'29,166"	279°50'14,284"	
α_{SAD09}	290°22'28,805"	279°50'13,804"	
diferença	000°00'00,361"	000°00'00,480"	

Parte das discrepâncias observadas é devida ao fato das medições serem referidas a diferentes superfícies, uma vez que as medidas Astronômicas são estabelecidas pelo princípio natural básico dos instrumentos topográficos que é a vertical do lugar, facilmente identificada pelo fio de prumo, enquanto as medições observadas por GPS são baseadas na normal à superfície do elipsóide de referência, tratando-se, pois, de uma referência conceitual.

Aplicando-se o valor estimado da correção dos efeitos causados pelo desvio da vertical, nos dados de entrada de cálculo dos azimutes pelos astros, no caso em estudo, os dados de saída ainda indicam um resíduo médio da ordem de $15,1''$, à maior para os azimutes obtidos pela Astronomia Clássica, ou seja, a parcela da diferença creditada ao desvio da vertical, para essa direção é da ordem de $3''$, em relação ao Datum WGS 84.

Simulando-se acrescentar essa diferença residual de $15,1''$ ao azimute de partida das poligonais de experimento, usada na prática de campo, do Curso de Atualização em Topografia e GPS segundo a NBR 13133, ministrado pela EESC, bem como no polígono base de experimento para Dissertação de Mestrado (Estudo e Análise de Poligonais Segundo a NBR 13133 e o Sistema de Posicionamento Global), MAIA (1999), observa-se que a diferença entre as Coordenadas de partida e chegada, obtidas por GPS ficam mais próximas da soma das projeções calculadas pelo processo de transporte de coordenadas planas. Os resultados são apresentados nas Tabelas 26 e 27. A alteração, em havendo, é perceptível uma vez que o sistema GPS foi projetado para fornecer resultados em Coordenadas Cartesianas (X; Y; Z), posteriormente convertidas para Curvilíneas (ϕ ; λ) e Plano Retangulares do Sistema UTM (E; N), sendo o azimute um sub produto da relação entre essas coordenadas. Isto significa que as coordenadas originadas pelo GPS permanecem inalteradas, ao passo que a introdução de um novo valor para o azimute de partida, altera o resultado das coordenadas transportadas. Assim, pode-se avaliar o ajustamento, através das alterações acarretadas nas coordenadas de chegada. Consequentemente, os azimute podem ser uma indicação da qualidade das Coordenadas.

Tabela 26 – Alterações de fechamento da poligonal do curso: Atualização em Topografia e GPS da EESC, com aplicação do resíduo entre azimutes obtidos por Astronomia e por GPS, no azimute de partida

	E	N		E	N
Coord. inicial	202240,240	7567137,662		202240,240	7567137,662
Coord. final	202671,720	7566512,419		202671,720	7566512,419
Δ	-431,480	625,243		-431,480	625,243
$\Sigma_{\text{projeções}}$	-431,543	625,203	$\Sigma_{\text{projeções corr}}$	-431,525	625,225
$\Delta_{\text{usando } (\alpha)}$	0,063	0,040	$\Delta_{\text{usando } (\lambda)}$	0,044	0,016

Tabela 27 – Alterações de fechamento da poligonal da dissertação: Estudos e Análises de Poligonais com aplicação do resíduo entre azimutes obtidos por Astronomia e por GPS, no azimute de partida

	X	Y		X	Y
Coord. inicial	152218,738	255770,592		152218,738	255770,592
Coord. final	152295,288	255804,182		152295,288	255804,182
Δ	76,550	33,590		76,550	33,59
$\Sigma_{\text{projeções}}$	76,584	33,598	$\Sigma_{\text{projeções corr}}$	76,559	33,581
$\Delta_{\text{usando } (\alpha)}$	-0,034	-0,008	$\Delta_{\text{usando } (\lambda)}$	-0,009	0,009

A figura 30 ilustra o comportamento da poligonal usada como base de experimento do curso de Atualização em Topografia e GPS da EESC segundo a NBR 13133, alterando-se o azimute de partida.

Figura 30 - Coordenadas transportadas

Do ponto de vista da comparação entre o valor da medida angular ajustada e a sua equivalente, obtida pela diferença entre as medidas dos azimutes, os resultados indicam boa qualidade relativa das determinações, dentro dos princípios metodológicos a que cada uma foi submetida; entretanto, numa amplitude de 360° há uma infinidade de intervalos, que poderão corresponder a uma mesma medida de ângulo, rotacionado. Assim, fez-se realmente necessário testar a diferença encontrada entre os azimutes no transporte de coordenadas planas entre pontos de coordenadas conhecidas, para se chegar a resultados mais contundentes. As conclusões finais são as seguintes:

- ❖ A comparação entre as medidas de um mesmo ângulo do polígono, obtidos pelos três processos, pode indicar o grau de exatidão da obtenção nos respectivos processos, mais não os correlaciona;
- ❖ Os azimutes obtidos pela Astronomia Clássica, apresentaram medida angular superior aos azimutes obtidos por GPS com a grandeza média de $18,1''$;
- ❖ A correção de equivalência entre os dois azimutes devida a deflexão da vertical, por Laplace, reduziu essa diferença para um valor médio de $15,1''$;
- ❖ Nesse estudo, acrescentando-se $15,1''$ no azimute de partida das poligonais usadas para simulação, suas coordenadas de chegada apresentaram resultados mais próximos de fechamento em relação às coordenadas resultantes do processamento por GPS, conforme mostram as Tabelas 24 e 25;
- ❖ Aplicações dessa diferença no azimute de partida para o transporte de coordenadas planas em poligonais abertas, podem ser um indicador seguro da melhor ou pior qualidade dos azimutes, desde que as coordenadas sejam obtidas por GPS, para que se possa comparar os resultados de chegada;

- ❖ No caso desse experimento, os resultados indicam que os azimutes obtidos por Astronomia Clássica tem melhor qualidade que os obtidos por GPS, uma vez que os resultados de ambos tiveram boa aproximação em relação ao ângulo ajustado, porém, os resultados do azimuth obtido pela astronomia Clássica indicaram, melhoras no ajustes das coordenadas transportadas, conforme mostra as Tabelas 24 e 25;
- ❖ O valor do desvio angular encontrado, sugere erros de posicionamento relativo horizontal da ordem de $\pm 41\text{mm}$ nas determinações das coordenadas de uma base de comprimento igual a 560,0m;
- ❖ Como a precisão nominal indicada pelo fabricante do receptor GPS, usado nos trabalhos de campo é de apenas $(5\text{mm} + 1\text{ppm})$, parte do erro deve ser de posicionamento absoluto.

8.2 Recomendações

Apesar dos resultados desfavoráveis, é inevitável a corrida pelos avanços tecnológicos, ainda que os conhecimentos da Astronomia sejam fundamentais para as aplicações da Geodésia por satélite. Posicionamentos por Astronomia Clássica dependem de procedimentos de campo bastante fatigante, operadores muito bem treinados, ágeis e seguros no manuseio do equipamento e capazes de identificar a estrela procurada entre pelo menos uma dezena de outras no campo da luneta, além da total dependência de boas condições meteorológicas. Além disso, as dificuldades em encontrar softwares comerciais de confiança no mercado, dificulta o processamento dos resultados, tornando o processo de cálculo bastante trabalhoso. No caso desse trabalho, o programa de cálculos foi totalmente desenvolvido em planilha EXCEL.

Ao contrário, a tecnologia do sistema GPS é complementada pela existência de softwares de alta qualidade para processamento das informações, cujo manuseio vem se tornando cada vez mais simplificado, dispensando operadores com alto nível de qualificação como ainda é o caso das observações astronômicas. Bons resultados dependem apenas de alguns cuidados no planejamento da missão, um técnico

treinado para operar o receptor e um bom analista com capacidade de julgar a qualidade dos dados de saída do processamento.

Atualmente, o conjunto de satélites que compõe o sistema GPS é suficiente para cobrir as necessidades de posicionamento em toda a superfície terrestre ou próximo a ela.

Isto posto, considerando que erros de 1" nas informações da latitude ou longitude incorrem em deslocamento aproximado de 30,0m na superfície da Terra, ao se realizar trabalhos precisos, pelo sistema GPS é recomendável:

- Certificar-se da qualidade das coordenadas de entrada nos dados de processamento;
- Verificar a qualidade do posicionamento GPS, através do transporte de coordenadas planas em uma poligonal, com linhas de pelo menos 500m;
- Evitar o uso de azimutes calculados através das Coordenadas obtidas por GPS para base de comprimento inferior a 1km. Nesse caso, o erro nominal do aparelho já pode incorrer em erro angular de 1,24", mesmo que a operação esteja isenta de quaisquer outros erros.

8.3 Sugestões

Considerando as complicações trazidas por erros na determinação de azimutes, sugerimos que novos trabalhos sejam realizados nessa área de pesquisa, relevando os seguintes aspectos:

- φ Efetuar a comparação, usando poligonais especificamente preparadas para isso;
- φ Usar preferentemente, poligonais em forma de L, uma vez que as alterações nos azimutes de partida, são refletidos com maior clareza e equilíbrio em poligonais com esse formato;

ANEXO 1 - Ajustamento do polígono

Método das Condicionais ou Correlatos

Medidas efetuadas

M. da série			Rns		Observações de campo			Redução ao Nível do Mar			
°	'	''	re	est	vante	Hz (°)	Az (°)	dist (m)	H	(ppm)	Dist. Red.
57,09204	5,523	31,350	F2	F1	F3	57,09204	119,99977	140,575	848,946	-133,407	140,556
135,92565	55,539	32,333	F5	F2	F1	135,92565	242,90796	83,584	848,428	-133,326	83,583
10,53735	32,241	14,467	F3	F5	F2	10,53735	286,98231	559,748	835,897	-131,356	559,674
156,44519	26,711	42,667	F1	F3	F5	156,44519	96,44496	491,114	843,402	-132,536	491,049
360,00023			n° de lados		4	360,00023	0,00023				
0,81667 "			M. Err de fechamento (soma tória)					0,000004	rad		
Az de partida (GPS) :			Az F1-3 =		120,00 °						

Medidas ajustadas

Valores ajustados			Projeções		Coord.	precisão	Coord.	precisão	plano		
Hz (corr)	Az (corr)	Dist. Ajust.	E	N	E	+ / - (mm)	N	+ / - (mm)	Med. Ang. prec (")	Ang. GPS dif de Az	dif. (")
57,09200	120,0000	140,555	121,724	-70,278	1000,000	0,03	1000,000	0,02	4,6E-04	57,09304	3,7204
135,92570	242,9080	83,583	-74,412	-38,065	1121,724	0,00	929,722	0,02	7,1E-04	135,92540	-1,0664
10,53738	286,9823	559,670	-535,265	163,466	1047,312	0,63	891,657	0,59	8,9E-05	10,53748	0,3538
156,44492	96,4449	491,054	487,951	-55,120	512,047	0,69	1055,123	0,93	1,1E-03	156,44408	-3,0079
360,00000		1274,862	-0,002	0,003	999,998		1000,003			360,00000	0,0000
0,00000 "					605090		393920		Fech. Pol.	0,00000 "	
	10,5373769		precisão de fechamento		1 : 600000		1 : 400000				5,1566

Determinação dos pesos

M.das observações	T2 WILD Est 805	precisão ang = 1" p lin = 2mm + 2 ppm	1 0,002	s(F132) = s(F215) = s(F523) = s(F351) = 1" s ₀ = sdBC sdBC = p lin * dBC
		seja s ₀ = .03	0,03	pesos = s ₀ ² / s ²
0,99644(rad)		sB	4,85E-06	p ₁ = 4,36E+07 ang
140,55625(m)		sdBC	2,28E-03	p ₂ = (s ₀ ² / sdBC ²) 7,84E+02 dist
2,37235(rad)		sC	4,85E-06	p ₃ = 4,36E+07 ang
83,58285(m)		sdCD	2,17E-03	p ₄ = (s ₀ ² / sdCD ²) 1,46E+03 dist
0,18391(rad)	T3 WILD	sD	2,42E-06	p ₅ = 2,61E+08 ang
559,67447(m)		sdDA	3,12E-03	p ₆ = (s ₀ ² / sdDA ²) 1,50E+02 dist
2,73048(rad)		sA	4,85E-06	p ₇ = 4,36E+07 ang
491,04891(m)		sdAB	2,98E-03	p ₈ = (s ₀ ² / sdAB ²) 1,31E+02 dist

ANEXO 1 - Ajustamento do poligono

Matriz pesos

4,4E+07	0	0	0	0	0	0	0
0	7,8E+02	0	0	0	0	0	0
0	0	4,4E+07	0	0	0	0	0
0	0	0	1,5E+03	0	0	0	0
0	0	0	0	2,6E+08	0	0	0
0	0	0	0	0	1,5E+02	0	0
0	0	0	0	0	0	4,4E+07	0
0	0	0	0	0	0	0	1,3E+02

M. transposta dos erros de fechamento

X	Y	Az
-1,06E-02	5,08E-03	-3,96E-05

wⁱ

M. Err de fech. (w)

-1,06E-02	X
5,08E-03	Y
-3,96E-06	Az

matriz -w

1,06E-02
-5,08E-03
3,96E-06

Derivadas das funções em relação a Px e Py (projeções)

Em relação a X

dxAh(F1-3) = cos Az(F1-3)*dh(F1-3)	-70,2781
dxDh(F1-3) = sen Az(F1-3)	0,8660
dxAh(F2-1) = cos Az(F2-1)*dh(F2-1)	-38,0654
dxDh(F2-1) = sen Az(F2-1)	-0,8903
dxAh(F5-2) = cos Az(F5-2)*dh(F5-2)	163,4677
dxDh(F5-2) = sen Az(F5-2)	-0,9664
dxAh(F3-5) = cos Az(F3-5)*dh(F3-5)	-55,1196
dxDh(F3-5) = sen Az(F3-5)	0,9937

dxDhBC = sen(e6*pi()/180)*f 6

Em relação a Y

dxAh(F1-3) = sen Az(F1-3)*dh(F1-3)	-121,7253
dxDh(F1-3) = cos Az(F1-3)	-0,5000
dxAh(F2-1) = sen Az(F2-1)*dh(F2-1)	74,4118
dxDh(F2-1) = cos Az(F2-1)	-0,4554
dxAh(F5-2) = sen Az(F5-2)*dh(F5-2)	535,2699
dxDh(F5-2) = cos Az(F5-2)	0,2921
dxAh(F3-5) = sen Az(F3-5)*dh(F3-5)	-487,9456
dxDh(F3-5) = cos Az(F3-5)	-0,1122

Derivadas em relação ao azimute

dAzAh(F1-3) = 1	dAzAh(F2-1) = 1	dAzAh(F5-2) = 1	dAzAh(F3-5) = 1
dAzdh(F1-3) = 0	dAzdh(F2-1) = 0	dAzdh(F5-2) = 0	dAzdh(F3-5) = 0

Matriz dos correlatos $k = -(B^T P^{-1} B)^{-1} w$

Matriz dos coeficientes B

dxAh(F1-3)	dxDh(F1-3)	dxAh(F2-1)	dxDh(F2-1)	dxAh(F5-2)	dxDh(F5-2)	dxAh(F3-5)	dxDh(F3-5)
dyAh(F1-3)	dyDh(F1-3)	dyAh(F2-1)	dyDh(F2-1)	dyAh(F5-2)	dyDh(F5-2)	dyAh(F3-5)	dyDh(F3-5)
dAzAh(F1-3)	dAzdh(F1-3)	dAzAh(F2-1)	dAzdh(F2-1)	dAzAh(F5-2)	dAzdh(F5-2)	dAzAh(F3-5)	dAzdh(F3-5)

ANEXO 1 - Ajustamento do poligono

B

-7,03E+01	8,66E-01	-3,81E+01	-8,90E-01	1,63E+02	-9,56E-01	-5,51E+01	9,94E-01
-1,22E+02	-5,00E-01	7,44E+01	-4,55E-01	5,35E+02	2,92E-01	-4,88E+02	-1,12E-01
1,00E+00	0,00E+00	1,00E+00	0,00E+00	1,00E+00	0,00E+00	1,00E+00	0,00E+00

Matriz Inversa dos pesos P^{-1}

2,30E-08	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	1,28E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	2,30E-08	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	6,85E-04	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	3,83E-09	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	6,65E-03	0,00E+00	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	2,30E-08	0,00E+00
0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	7,62E-03

Matriz $B P^{-1}$

-1,61E-06	1,11E-03	-8,74E-07	-6,10E-04	6,25E-07	-6,36E-03	-1,27E-06	7,57E-03
-2,79E-06	-6,38E-04	1,71E-06	-3,12E-04	2,05E-06	1,94E-03	-1,12E-05	-8,55E-04
2,30E-08	0,00E+00	2,30E-08	0,00E+00	3,83E-09	0,00E+00	2,30E-08	0,00E+00

Matriz $B P^{-1} B^T = N$

1,54E-02	-1,90E-03	-3,127E-06
-1,90E-03	8,15E-03	-1,024E-05
-3,13E-06	-1,02E-05	7,269E-08

$N^{-1} =$ Inversa de $B P^{-1} B^T$

6,908E+01	2,409E+01	6,364E+03
2,409E+01	1,574E+02	2,321E+04
6,364E+03	2,321E+04	1,730E+07

Matriz transposta k^T

0,632266	-0,454126	17,702222
----------	-----------	-----------

$P^{-1} B^T$

Matriz mult ($P^{-1} * B^T$)

-1,61E-06	-2,79E-06	2,30E-08
1,11E-03	-6,38E-04	0,00E+00
-8,74E-07	1,71E-06	2,30E-08
-6,10E-04	-3,12E-04	0,00E+00
6,25E-07	2,05E-06	3,83E-09
-6,36E-03	1,94E-03	0,00E+00
-1,27E-06	-1,12E-05	2,30E-08
7,57E-03	-8,55E-04	0,00E+00

Matriz transposta dos Coef.

B^T

-7,03E+01	-1,22E+02	1,00E+00
8,66E-01	-5,00E-01	0,00E+00
-3,81E+01	7,44E+01	1,00E+00
-8,90E-01	-4,55E-01	0,00E+00
1,63E+02	5,35E+02	1,00E+00
-9,56E-01	2,92E-01	0,00E+00
-5,51E+01	-4,88E+02	1,00E+00
9,94E-01	-1,12E-01	0,00E+00

M. mult. $(B P^{-1} B^T)^{-1} * (-w) = k$

6,323E-01
-0,454125968
1,770E+01

ANEXO 1 - Ajustamento do poligono

Matriz dos resíduos

Controle

$c = w^T k$

Observações ajustadas : ângulos & distâncias

$$v = P^{-1} B^T k$$

6,55E-07	ah
9,89E-04	dh
-9,22E-07	ah
-2,44E-04	dh
-4,67E-07	ah
-4,90E-03	dh
4,69E-06	ah
5,18E-03	dh

9,06E-06

$La = L + v$

$La = Hz_c$

0,99644	rad	57,09200 °
140,55526	m	
2,37235	rad	135,92570 °
83,58310	m	
0,18391	rad	10,53738 °
559,66957	m	
2,73048	rad	156,44492 °
491,05409	m	
		360,00000 °

0,0E+00 (")

Az comp

Err de fech dos Az comp

Determinação do s_0

$Az2-1 = Az1-3 + Hz3 \pm 180$

AzABinic. - AzABcomp

$r = n - u$

$n = 3$ 3

segundos rad

$s_0 = \text{raiz}(V^T B^T k / r)$

$u = 2$ 2

	rad	grau
Az1-3	2,0943951	120,000000
Az2-1	4,2395443	242,907996
Az5-2	5,0087859	286,962295
Az3-5	1,6832813	96,444916

1,02E-10 1,8E-12

Transposta da matriz residuo (v)

v^T 6,5524E-07 0,000968548 -9,21759E-07 -0,000243896 -4,66809E-07 -0,004904461 4,6926E-06 0,0051756

$V^T B^T$

$V^T B^T k = V^T P V$

s_0

1,056E-02 -5,085E-03 3,959E-06

9,06E-03

9,52E-02

Precisões das observações

$Kla = (P^{-1}) - (P^{-1} * B^T * N^{-1} * B * P^{-1})$

Matriz $P^{-1} B^T N^{-1}$

Matriz $P^{-1} B^T N^{-1} B$

-3,26E-05	5,41E-05	3,22E-01	3,18E-01	-5,53E-05	3,27E-01	4,45E-06	3,46E-01	4,70E-05	2,97E-01	-3,85E-05
6,10E-02	-7,38E-02	-7,78E+00	-3,07E+00	8,97E-02	-1,56E+01	-2,07E-02	-3,73E+01	-7,99E-02	2,49E+01	6,89E-02
1,27E-04	7,81E-04	4,31E-01	3,27E-01	-2,80E-04	4,84E-01	-4,68E-04	8,70E-01	1,07E-04	4,33E-02	3,84E-05
-4,96E-02	-6,38E-02	-1,11E+01	1,33E-01	-1,11E-02	-1,40E+01	7,32E-02	-5,34E+01	2,88E-02	2,27E+01	-4,22E-02
1,17E-04	4,26E-04	1,18E-01	5,76E-02	-1,12E-04	1,45E-01	-2,98E-04	3,65E-01	1,27E-05	-9,67E-02	6,83E-05
-3,93E-01	1,53E-01	4,60E+00	1,36E+01	-4,16E-01	3,09E+01	2,80E-01	2,21E+01	4,20E-01	-4,82E+01	-4,07E-01
-2,11E-04	-1,26E-03	1,29E-01	2,97E-01	4,48E-04	4,33E-02	7,62E-04	-5,80E-01	-1,66E-04	7,56E-01	-6,82E-05
5,02E-01	4,77E-02	2,83E+01	-1,28E+01	4,11E-01	1,28E+01	-4,69E-01	1,36E+02	-4,57E-01	-2,26E+01	4,94E-01

ANEXO 1 - Ajustamento do polígono

Matriz $P^{-1}B^T N^{-1}BP^{-1} = K/a$

7,29E-09	-7,06E-08	7,51E-09	3,05E-09	1,32E-09	3,13E-07	6,83E-09	-2,93E-07	
-7,06E-08	1,14E-04	-3,58E-07	-1,42E-05	-1,43E-07	-5,31E-04	5,71E-07	5,25E-04	a
7,51E-09	-3,58E-07	1,11E-08	-3,21E-07	3,33E-09	7,09E-07	9,95E-10	2,93E-07	
3,05E-09	-1,42E-05	-3,21E-07	5,02E-05	-2,04E-07	1,92E-04	5,22E-07	-3,21E-04	a
1,32E-09	-1,43E-07	3,33E-09	-2,04E-07	1,40E-09	8,45E-08	-2,22E-09	5,20E-07	
3,13E-07	-5,31E-04	7,09E-07	1,92E-04	8,45E-08	2,79E-03	-1,11E-06	-3,10E-03	α
6,83E-09	5,71E-07	9,95E-10	5,22E-07	-2,22E-09	-1,11E-06	1,74E-08	-5,20E-07	
-2,93E-07	5,25E-04	2,93E-07	-3,21E-04	5,20E-07	-3,10E-03	-5,20E-07	3,76E-03	a

vértices	precisões	(mm)	(")	
FED 1	2,25E-09		4,64E-04	a
	3,53E-05	3,53E-02		d
FED 2	3,43E-09		7,08E-04	a
	1,55E-05	1,55E-02		d
FED 5	4,31E-10		8,88E-05	a
	8,62E-04	8,62E-01		d
FED 3	5,35E-09		1,10E-03	a
	1,16E-03	1,16E+00		d

Precisões das coordenadas dos pontos

Elipse de erros

M dos coef A (elementos corrigidos)

sen Az(F1-3)comp	cos Az(F1-3)c
dh(F1-3)c * cosAz(F1-3)	-dh(F1-3)c * sen Az(F1-3)

M dos pesos P = kl

sDh(F1-3)²	0
0	sAh(F1-3)²

FED 1

A^t

Matriz peso (P)

Matriz A

8,66E-01	-2,46E+02	1,25E-09	0,00E+00	8,66E-01	-5,00E-01	1,08E-09	-1,24E-15
-5,00E-01	-4,25E+02	0,00E+00	5,06E-18	-2,46E+02	-4,25E+02	-6,24E-10	-2,15E-15

Matriz k = A^t P A

precisão (m)

sxA

precisão (m)

syA

correlação

sxyA

9,35993E-10	-5,39691E-10	3,06E-05	1,77E-05	-5,40E-10
-5,39691E-10	3,12811E-10			

FED 2

A^t

Matriz peso (P)

Matriz A

-5,07E-02	1,40E+02	2,40E-10	0,00E+00	-5,07E-02	9,99E-01	-1,22E-11	1,65E-15
9,99E-01	7,13E+00	0,00E+00	1,18E-17	1,40E+02	7,13E+00	2,39E-10	8,39E-17

Matriz k = A^t P A

precisão

sxB

precisão

syB

correlação

sxyB

8,48E-13	□	9,21E-07	1,55E-05	-1,21E-11
□	2,39E-10			

ANEXO 1 - Ajustamento do poligono

FED 5

A'

-7,31E-01	5,70E+01
6,82E-01	6,11E+01

Matriz peso (P)

7,43E-07	0,00E+00
0,00E+00	1,85E-19

Matriz A

-7,31E-01	6,82E-01
5,70E+01	6,11E+01

-5,43E-07	1,06E-17
5,07E-07	1,13E-17

Matriz k = A' P A

3,97E-07	□
-3,71E-07	3,46E-07

precisão

$$sx_C = \text{raiz}(6,94 \times 10^{-11})$$

$$6,30E-04$$

precisão

$$sx_C = \text{raiz}(9,60 \times 10^{-11})$$

$$5,88E-04$$

correlação

$$sxy_C = 8,17 \times 10^{-10}$$

$$□$$

FED 3

A'

0,59405	-450,21407
-0,80443	-332,47153

Matriz peso (P)

1,35E-06	0,00E+00
0,00E+00	2,87E-17

Matriz A

5,94E-01	-8,04E-01
-4,50E+02	-3,32E+02

8,01E-07	-1,29E-14
-1,08E-06	-9,53E-15

Matriz k = A' P A

4,76E-07	□
□	8,72E-07

precisão

$$sx_D$$

$$6,90E-04$$

precisão

$$sy_D$$

$$9,34E-04$$

correlação

$$sxy_D$$

$$-6,44E-07$$

Determinação dos Qxx, Qyy e Qxy

$$Q_{xx} = sx^2 / so$$

FED 5			FED 3			FED 1			FED 2		
Qxx	Qyy	Qxy	Qxx	Qyy	Qxy	Qxx	Qyy	Qxy	Qxx	Qyy	Qxy
9,84E-09	3,29E-09	3,06E-18	8,91E-12	2,51E-09	-1,27E-10	4,17E-06	3,63E-06	-3,89E-06	5,00E-06	9,16E-06	-6,77E-06

Semi eixos das elipses e inclinações

$$P = \text{RAIZ}((1/2(Q_{yy} + Q_{xx}) + 1/2(\text{raiz}(Q_{yy} - Q_{xx})^2)) * so$$

$$q = \text{RAIZ}((1/2(Q_{yy} + Q_{xx}) - 1/2(\text{raiz}(Q_{yy} - Q_{xx})^2 + 4 * Q_{xy}^2)) * so$$

$$\Psi = 1/2(\text{atan}(2 * (Q_{xy} / (Q_{yy} - Q_{xx})))$$

ANEXO 1 - Ajustamento do polígono

Semi eixos e inclinações das elipses de erro

fed 1			fed 2			fed 5			fed 3		
p (m)	q (m)	Ψ	p (m)	q (m)	Ψ	p (m)	q (m)	Ψ	p (m)	q (m)	Ψ
2,04E-03	1,91E-03	7,51E-01 43,0177	3,03E-03	2,24E-03	-6,36E-01 -36,4449	9,92E-05	5,73E-05	-4,67E-10 0,0000	5,01E-05	2,99E-06	-5,08E-02 -2,9080

Elipse de erros dos vértices do polígono

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Observações Astronômicas

Visadas ao Sol

(tarde)

Estação	Pt. Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras			Data: 17/11/99 T2			
		°	'	"	°	'	"				
FED 5 1ª série	FED 2	249	37	32							
				32,3	249	37	32,267	média direta			
				32,5							
	Sol 1	211	37	59,6							
				58,2	211	37	58,267	média direta			
				57							
	Sol 2				32	0	32				
							31,7	32	0	31,733	média inversa
							31,5				
	FED 2				69	37	40,2				
							40,9	69	37	40,633	média inversa
							40,8				
2ª série	FED 2				69	37	43,9				
							45	69	37	43,800	média inversa
							42,5				
	Sol 3				31	31	50				
							52,5	31	31	51,233	média inversa
							51,2				
	Sol 4	210	37	19							
				20	210	37	19,333	média direta			
				19							
	FED 2	249	37	42,8							
				42,5	249	37	42,367	média direta			
				41,8							
3ª série	FED 2	249	37	42,5							
				41,2	249	37	41,867	média direta			
				41,9							
	Sol 5	209	46	58							
				57	209	46	57,033	média direta			
				56,1							

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Sol	30	9	3,1				
6			4,5	30	9	3,900	média inversa
			4,1				
FED 2	69	37	46,6				
			46	69	37	46,367	média inversa
			46,5				

Visadas ao Sol (manhã)

Data: 18/11/99 T2

Estação	Pt.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras			
		°	'	"	°	'	"	
FED 5 1ª série	FED 2	290	22	30,5	290	22	31,200	média direta
				31,5				
				31,6				
	Sol	104	14	9,3	104	14	10,367	média direta
	1			11,2				
				10,6				
	Sol				284	43	15,2	
	2						16,2	284 43 15,833 média inversa
							16,1	
	FED 2				98	22	46,8	
							46,4	98 22 46,667 média inversa
							46,8	
2ª série	FED 2				98	22	46,9	
							46,8	98 22 46,900 média inversa
							47	
	Sol				284	26	40	
	3						41	284 26 40,800 média inversa
							41,4	
	Sol	103	21	50,1				
	4			50	103	21	50,033	média direta
				50				
	FED 2	290	22	49,4	290	22	48,367	média direta
				47,2				
				48,5				

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Visadas ao Sol

Data: 18/11/99 T2

(manhã)

3ª série	FED 2	290	22	52,3 51,3 52	290	22	51,867	média direta
	Sol 5	102	49	5 5,3 4,8	102	49	5,033	média direta
	Sol 6				283	21	35,9 37 37,8	283 21 36,900 média inversa
	FED 2				96	22	57,2 58,1 57,9	96 22 57,733 média inversa
4ª série	FED 2				110	22	59,1 58,1 58,2	110 22 58,467 média inversa
	Sol 7				284	36	48,2 50 49,4	284 36 49,200 média inversa
	Sol 8				101	12	4,2 5,5 5,2	293 8 45,167 média vertical 101 12 4,967 média inversa
	FED 2	290	23	17,8 15,2 16,8	290	23	16,600	64 30 27,967 média vertical média direta

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Visada à estrela

Data: 17/11/99 T2

Estação	Pt.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras			
		°	'	"	°	'	"	
1ª série								
FED 5	FED 2	290	22	37				
				37	290	22	36,733	média direta
				36,2				
FK4	Alfa RET	150	9	45,2				
156				44,4	150	9	44,733	média direta
				44,6				
FK4	Alfa RET				330	12	38,9	
156							39,5	330 12 39,200 média inversa
							39,2	
	FED 2				110	22	28,3	
							29,5	110 22 29,000 média inversa
							29,2	

Estação	Pt.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras			
		°	'	"	°	'	"	
1ª série								
	FED 2				110	22	26,8	
							27,6	110 22 27,400 média inversa
							27,8	
FK4	Alfa DOR				321	50	24,7	
156							23,8	321 50 24,433 média inversa
							24,8	
FK4	Alfa DOR	141	49	46				
156				45,3	141	49	45,267	média direta
				44,5				
	FED 2	290	22	20,8				
				20,8	290	22	20,600	média direta
				20,2				

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Visada à estrela

Data: 17/11/99 T2

Estação	Pl.Vis.		Hz		Hz						
2ª série	FED 2	290	22	32							
				30,4	290	22	31,100	média direta			
				30,9							
FK4	Alfa DOR	141	51	14							
156				15,5	141	51	15,033	média direta			
				15,6							
FK4	Alfa DOR				321	52	32,7				
171							32,2	321	52	32,367	média inversa
							32,2				
	FED 2				110	22	30,3				
							30,7	110	22	30,667	média inversa
							31				

3ª série	FED 2				110	22	28,5 26,9 27,5		110	22	27,633	média inversa
FK4 171	Alfa DOR				321	55	39,5 38,2 38,2		321	55	38,633	média inversa
FK4 171	Alfa DOR	141	57	45 46,6 46,2	141	57	45,933	média direta				
	FED 2	290	22	20 19 19	290	22	19,333	média direta				

Visada à estrela

Data: 18/11/99 T3

Estação	Pt. Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras				
		o	i	"	o	i	"		
1ª série									
FED 5	FED 2	290	22	25,7					
				25,7	290	22	25,733	média direta	
				25,8					
FK4	Beta Ara	217	26	20,5					bolha
645				20,5	217	26	20,300	média direta	14,2
				19,9					37,2

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

continuação da série anterior

Visada à estrela**Data: 18/11/99 T3**

Estação	Pl.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras					
		°	'	"	°	'	"			
1ª série										
FK4	Beta Ara				37	21	51,6			
645							51,6	37	21	51,667
							51,8			média inversa
										12,5
										38,2
	FED 2	110	22	26,5						
				26,6	110	22	26,600			média direta
				26,7						

1ª série

FED 5	FED 2	290	22	22,5						
				22	290	22	22,200			média direta
				22,1						
FK 04	Alfa Ret	150	6	17,2						bolha
156				17,5	150	6	17,567			12,5
				18						35,7
FK 04	Alfa Ret				330	7	0,2			
156							0	330	7	0,000
							-0,2			média inversa
										14,5
										37
	FED 2				110	22	19,6			
							19,2	110	22	19,267
							19			média inversa

2ª série

FED 5	FED 2				110	22	18,7			
							18,2	110	22	18,567
							18,8			média inversa
FK 04	Alfa Ret				330	10	5			
156							4,8	330	10	5,000
							5,2			média inversa
										15
										38,9
FK 04	Alfa Ret	150	13	54,8						
156				54,8	150	13	54,600			média direta
				54,2						
										12
										35,2
	FED 2	290	22	26,4						
				25,8	290	22	26,000			média direta
				25,8						

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Visada à estrela

Data: 18/11/99 T3

Estação	Pt. Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras				
		°	'	"	°	'	"		
1ª série									
FED 5	FED 2	290	22	24,2 24,6 24,6	290	22	24,467	média direta	
FK4 171	Alfa Dor	141	50	20,4 19,9 19,3	141	50	19,867	média direta	bolha 12,8 35
FK4 171	Alfa Dor				321	50	14,1 14,6 14,1	321 50 14,267	média inversa 15 39,2
	FED 2				110	22	21,7 21,3 21,2	110 22 21,400	média inversa

2ª série									
FED 5	FED 2				110	22	16,4 16,1 15,8	110 22 16,100	média inversa
FK4 171	Alfa Dor				321	51	49,1 48,8 49,4	321 51 49,100	média inversa 16,5 40
FK4 171	Alfa Dor	141	54	20,7 20,4 20,7	141	54	20,600	média direta	10,5 34
	FED 2	290	22	18,9 19 18,7	290	22	18,867	média direta	

1ª série									
FED 5	FED 2	290	22	19,1 18,8 18,3	290	22	18,733	média direta	
	Sig. Oct. FCK 841	180	51	15,4 15,2 14,8	180	51	15,133	média direta	
	Sig. Oct. FCK 841				0	52	34,8 35,2 35,1	0 52 35,033	média inversa

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

continuação da série anterior

Estação	Pt.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras					
1ª série		°	'	"	°	'	"			
	FED 2				110	22	10,8			
							10,4	110	22	10,633
							10,7			média inversa

Visada à estrela

Data: 18/11/99 T3

FED 5 1ª série	FED 2	290	22	9,6 9,2 9,6	290	22	9,467	média direta		
	Alfa CAR	139	11	33						bolha
	FCK			32,9	139	11	32,933	média direta		10,5
	245			32,9						35
	Alfa CAR				319	10	41,4			
	FCK						41,4	319	10	41,467
	245						41,6			média inversa
										12
										35
	FED 2				110	22	5,2			
							4,8	110	22	4,933
							4,8			média inversa

2ª série

FED 5	FED 2				110	22	8,9 9,2 8,8	110	22	8,967	média inversa
FK4	Alfa CAR				319	15	49,5				
245							50	319	15	49,700	média inversa
							49,6				38
											14
FK4	Alfa CAR	139	22	29,8	139	22	29,667	média direta		11,5	
245				29,7						35,5	
				29,5							
	FED 2	290	22	5,6	290	22	5,267	média direta			
				5,4							
				4,8							

3ª série

FED 5	FED 2	290	22	4,9 4,4 4,8	290	22	4,700	média direta		
-------	-------	-----	----	-------------------	-----	----	-------	--------------	--	--

ANEXO 2A - Azimute Astronômico - Medidas de Campo

Visada à estrela

Data: 18/11/99 T3

Estação	Pt.Vis.	Hz diretas Leituras			Hz inversas Leituras				
3ª série		°	'	"	°	'	"		
FK4 245	Alfa CAR	139	27	57,3 57,4 57,2	139	27	57,300	média direta	bolha 11,5 35,5
FK4 245	Alfa CAR				319	34	36,1 36,6 36	319 34 36,233	média inversa 36 12
	FED 2				110	22	6,7 6,6 7,2	110 22 6,833	média inversa

Visada à estrela

Data: 19/11/99 T3

FED 5	FED 3	279	50	22,2 21,8 22,3	279	50	22,100	média direta	
1ª série									bolha
FK4 171	Alfa DOR	141	50	46,8 46,4 46,8	141	50	46,667	média direta	12,8 37
FK4 171	Alfa DOR				321	50	23,8 23,3 23,6	321 50 23,567	média inversa 14 38
	FED 3				99	50	9,8 9,9 9,7	99 50 9,800	média inversa
2ª série									
FED 5	FED 3				99	50	13,8 14,2 14,3	99 50 14,100	média inversa
FK4 171	Alfa DOR				321	52	1,7 2 1,7	321 52 1,800	média inversa 14 38
FK4 171	Alfa DOR	141	55	15,1 14,8 15,4	141	55	15,100	média direta	11,5 36,5
	FED 3	279	50	16,6 16,4 16,2	279	50	16,400	média direta	

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário do SOL, usando Prisma solar do tipo ROELOFS

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 1

(Hz) 37,993

TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)		K	L	M	A*	Az'5-2	corr	Az5-2
(h)	(h)	0 ⁿ de Gr	(h)	(°) sen cos			(K - L)			prisma	
20,853503	0,057095	3,707556	5,912691	88,690 0,999739 0,0228555	-0,0086	0,319814	0,3112586	252,70655	290,69933	-0,337253	290,36207
										Ang. De altura	21,7244
										decrecente	43,4652

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 2

(Hz) 37,819

TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)		K	L	M	A*	Az'5-2	corr	Az5-2
(h)	(h)	0 ⁿ de Gr	(h)	(°) sen cos			(K - L)			prisma	
20,907497	0,057243	3,707556	5,966595	89,499 0,999962 0,0087453	-0,0033	0,319824	0,3165504	252,43417	290,0533	0,337253	290,39056
											23,4334
											26,0064

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 3

(Hz) 38,098

TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)		K	L	M	A*	Az'5-2	corr	Az5-2
(h)	(h)	0 ⁿ de Gr	(h)	(°) sen cos			(K - L)			prisma	
21,000903	0,057498	3,707556	6,060071	90,901 0,999876 -0,015726	0,0059	0,319824	0,3257106	251,95693	290,05487	0,337253	290,39212
											23,5273
											31,6365

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário do SOL, usando Prisma solar do tipo ROELOFS

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 4

(Hz) 39,006

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	Ang hor (t) (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan		
21,05115	0,057636	3,707556	6,110312	91,655	0,999583	-0,028876	0,0108	0,31985	0,3306591	251,69594	290,70234	-0,337253	290,36508

21,9051

54,3037

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 5

(Hz) 39,846

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	Ang hor (t) (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan		
21,213356	0,05808	3,707556	6,272496	94,087	0,997456	-0,071279	0,0267	0,319881	0,3465621	250,84043	290,68622	-0,337253	290,34897

20,9379

56,2754

Data: 17/11/99

período: tarde

Estação: FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 6

(Hz) 39,478

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	Ang hor (t) (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan		
21,262264	0,058214	3,707556	6,321395	94,821	0,996462	-0,084042	0,0315	0,31989	0,3513487	250,57755	290,05601	0,337253	290,39327

23,5959

35,7548

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário do SOL, usando Prisma solar do tipo ROELOFS

Data: 18/11/99

período: manhã

Estação FED 5

mira : FED 2

Astro: SOL 1

(Hz)	186,139
------	---------

Latitude		Red Sid		Longitude		Asc Reta		Declin.	
(°)	sen	cos	/n do TU	(°)	hora	(hora)	(°)	tan	
-21.98268	-0.374326	0.927297	0.1642743	-47.8727	-3.191513	-15.5507	-19.15679	-0.347391	

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	(h)	Ang hor (t)	(°)	sen	cos	K	L	M	(K - L)	A*	Az _{S-2}	corr prisma	Az _{S-2}
9.6186833	0.026335	3.773333	-5.323856	-79.858	-0.984374	0.176091	-0.0659	0.322135	0.2562195	104.58961	290.72873	-0.337253	290.39147		

23,4684

29.3036

Data: 18/11/99

período: manhã

Estação FED 5

mira: FED 2

Astro: SOL 2

(Hz)	174.341
------	---------

Latitude		Red Sid		Longitude		Asc Reta		Declin.	
(°)	sen	cos	ln do TU	(°)	hora	(hora)	(°)	tan	
-21.98268	-0.374326	0.927297	0.1642743	-47.8727	-3.191513	-15.55084	-19.15729	-0.347401	

TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	Az' _{S-2}	corr	Az _{S-2}
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			prisma	
9.6689278	0.026473	3.773333	-5.273619	-79.104	-0.981973	0.1890219	-0.0709	0.322144	0.2513882	104.35951	290.018	0.337253	290.35533

21,3196

19,1761

Data: 18/11/99

período: manhã

Estação FED 5

mira : FED 2

Astro: SOL 3

(Hz)	173,898
------	---------

N°	Latitude		Red Sid	Longitude		Asc Reta	Declin.	
(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	(hora)	(°)	tan
-21.98268	-0.374326	0.927297	0.1642743	-47.8727	-3.181513	-15.55112	-19.15825	-0.34742

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	(h)	Ang hor (t)			K	L	M	A*	Az'5-2	corr prisma	Az5-2	
				(°)	sen	cos			(K - L)					
9.7650167	0.026736	3.773333	-5.177544	-77.663	-0.976908	0.2136585	-0.0800	0.322161	0.2421835	103.92335	290.025	0.337253	290.362	21.7396

44.3732

1400

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário do SOL, usando Prisma solar do tipo ROELOFS

Data: 18/11/99
 período: manhã
 Estação: FED 5
 mira: FED 2
 Astro: SOL 4
 (Hz) 187,016

	Latitude (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan
	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-15,55125	-19,15869	-0,347429

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	(h)	Ang hor (t) (°)	sen	cos	K	L	M (K - L)	A°	Az'6-2	corr prisma	Az5-2
9,8095917	0,026858	3,773333	-5,132975	-76,995	-0,974349	0,2250423	-0,0842	0,32217	0,2379303	103,72273	290,73894	-0,337253	290,40168

24,101
6,05905

Data: 18/11/99
 período: manhã
 Estação: FED 5
 mira: FED 2
 Astro: SOL 5
 (Hz) 187,563

	Latitude (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan
	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-15,5516	-19,15992	-0,347453

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	(h)	Ang hor (t) (°)	sen	cos	K	L	M (K - L)	A°	Az'5-2	corr prisma	Az5-2
9,9323889	0,027194	3,773333	-5,010196	-75,153	-0,966613	0,2562398	-0,0959	0,322192	0,2262744	103,17513	290,73814	-0,337253	290,40088

24,0531
3,18457

Data: 18/11/99
 período: manhã
 Estação: FED 5
 mira: FED 2
 Astro: SOL 6
 (Hz) 172,978

	Latitude (°)	sen	cos	Red Sid /h do TU	Longitude (°)	hora	Asc Reta (hora)	Declin. (°)	tan
	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-15,55172	-19,16033	-0,347461

TU (h)	Red Sid (h)	T. Sid. Oh de Gr	(h)	Ang hor (t) (°)	sen	cos	K	L	M (K - L)	A°	Az'5-2	corr prisma	Az5-2
9,9737833	0,027307	3,773333	-4,968807	-74,532	-0,96378	0,2666983	-0,0998	0,322199	0,222367	102,99215	290,014	0,337253	290,35174

21,1046
6,27546

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário do SOL, usando Prisma solar do tipo ROELOFS

Data: 18/11/99
 período: manhã
 Estação: FED 5
 mira: FED 2
 Astro: SOL 7
 (Hz) 172,231

	Latitude	Red Sid	Longitude	Asc Reta	Declin.
(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora
-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513
				-15,55221	-19,16202
					-0,347494

TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)	K	L	M	A'	Az'5-2	corr	Az5-2
(h)	(h)	0° de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)		prisma	
10,143056	0,027771	3,773333	-4,799559	-71,993	-0,951021	0,3091267	-0,1157	0,32223	0,2065156	102,25165
										290,02089
										paralaxe
										-0,002248
										290,3559
										21,3539
										21,2355

Data: 18/11/99
 período: manhã
 Estação: FED 5
 mira: FED 2
 Astro: SOL 8
 (Hz) 189,187

	Latitude	Red Sid	Longitude	Asc Reta	Declin.
(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora
-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513
				-15,55267	-19,16363
					-0,347525

TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)	K	L	M	A'	Az'5-2	corr	Az5-2
(h)	(h)	0° de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)		prisma	
10,304444	0,028213	3,773333	-4,638194	-69,573	-0,937117	0,3490153	-0,1306	0,322259	0,1916135	101,55605
										290,74261
										paralaxe
										-0,002206
										290,40315
										24,1892
										11,3527

Média 7 e 8

290,3795
 22,77157
 46,29409

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Altura do SOL

Data: 18/11/99

período: manhã

Estação FED 5

mirra: FED 2

Astro: SOL 7

(Hz) 172,231

T°	18° C	(°)	sen	cos	Âng Zenital lido (°)	sen (Z')	paralaxe (°)	normal	Refração corr	Red	Z	Declin. (°)	sen
P	691,5 mm	-21,98268	-0,374326	0,927297	66,85412	0,919507	-0,00225	0,036346	0,918	0,0311183	66,885238	-19,16202	-0,328241

- [sen(lat)*cos(Z)]	[sen(decl)-sen(lat)*cos(Z)]	[cos(lat)*sen(Z)]	A* (Sol)	corr	Az
-0,1469508	-0,181289695	0,8528540	102,27290	0,3372526	290,379

Data: 18/11/99

período: manhã

Estação FED 5

mirra: FED 2

Astro: SOL 8

(Hz) 189,187

T°	18° C	(°)	sen	cos	Ângulo Zenital lido (°)	sen (Z')	paralaxe (°)	normal	Refração corr	Red	Z	Declin. (°)	sen
P	691,5 mm	-21,98268	-0,374326	0,927297	64,50777	0,9026437	-0,00221	0,032463	0,918	0,0275944	64,535364	-19,16363	-0,326267

- [sen(lat)*cos(Z)]	[sen(decl)-sen(lat)*cos(Z)]	[cos(lat)*sen(Z)]	A* (Sol)	corr	Az
-0,1609431	-0,167323980	0,8372109	101,52870	-0,3372528	290,378

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	17/11/99				Asc Reia				Declin. (°)			
mlra :	FED 2	N°	Latitude		Red Sid		Longitude		corr	-0,000159	corr	-0,002203		
Estrela:	Alfa Ret	153	(°)	sen	cos	f/n do TU	(°)	hora	1	2	1	2		
Observação - 1			-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,241189	-4,2413	-62,4773	-62,47732		
(Hz)	140,214													
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2		
(h)	(h)	0 ^h de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)					
22,727286	0,062225	3,707556	19,0644	285,965	-0,961428	0,2750581	-0,1030	1,779601	1,6766393	150,1690	0,00008	290,383	23,0081	0,4839599

Observação - 2													
(Hz)	140,1638												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2	
(h)	(h)	0 ^h de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)				
22,818819	0,062476	3,707556	19,1561	287,341	-0,954547	0,2980592	-0,1116	1,779601	1,6680294	150,2193	0,00008	290,3831	22,986506 59,196377

Estação	FED 5	Data:	18/11/99						Asc Reta		Declin. (°)		
mira :	FED 2	Nº		Latitude		Red Sid		Longitude	corr	-0,000159	corr	-0,002203	
Estrela:	Alfa Ret	156	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2	
Observação - 1		corr	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,241192	-4,241192	-62,47741	-62,47741	
(Hz)	140,267	0,00070											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2	
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)				
22,436981	0,061430	3,773333	18,8390	282,586	-0,975972	0,2178978	-0,0816	1,779608	1,6980429	150,11140	0,00008	290,37865	22,719258 43,155467

Observação - 2		corr											
(Hz)	140,2572	0,00070											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2	
(h)	(h)	Dh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)				
22,525592	0,061673	3,773333	18,9279	283,918	-0,970639	0,2405397	-0,0900	1,779608	1,6895674	150,12315	0,00008	290,38030	22,818205
													49,092302

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	18/11/99						Asc Reta	Declin. (°)		
mira :	FED 2	N°		Latitude		Red Sid	Longitude		corr	-0,000159	corr	-0,002203
Estrela:	Alfa Ret	156	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	3	4
Observação - 3		corr	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,2412	-4,2412	-62,4780	-62,4780
(Hz)	140,2051	0,00130										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			
22,682872	0,062104	3,773333	19,0856	286,284	-0,959883	0,2803998	-0,1050	1,779652	1,6746908	150,1800	7,888E-05	290,3851 23,105128 6,3076647

Observação - 4		corr										
(Hz)	140,1434	0,00130										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			
22,783711	0,06238	3,773333	19,1867	287,801	-0,952125	0,3057084	-0,1144	1,779652	1,6652174	150,2404	7,893E-05	290,3837 23,022488 1,3493006

Estação	FED 5	Data:	17/11/99						Asc Reta	Declin. (°)		
mira :	FED 2	N°		Latitude		Red Sid	Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002124
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2
Observação - 1			-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0479	-55,0479
(Hz)	148,5342											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			
23,023219	0,063035	3,707556	19,0351	285,527	-0,963506	0,267685	-0,1002	1,326675	1,2264736	141,8472	7,285E-05	290,3814 22,882492 52,949512

Observação - 2												
(Hz)	148,5395											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			
23,09535	0,063233	3,707556	19,1074	286,612	-0,958265	0,2858812	-0,1070	1,326675	1,2196623	141,8440	7,285E-05	290,3836 23,014444 0,8666398

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	17/11/99					Asc Reta		Declin. (°)			
mira :	FED 2	Nº	Latitude		Red Sid		Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002124	
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	3	4	
Observação - 3			-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0479	-55,0478	
(Hz)	148,5211												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2	
(h)	(h)	0h de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)						
23,21375	0,063557	3,707556	19,2262	288,392	-0,948918	0,3155222	-0,1181	1,326675	1,2085669	141,8625	7,287E-05	290,3836	23,01735
													1,0409777

Observação - 4												
(Hz)	148,4995											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)					
23,268119	0,063706	3,707556	19,2807	289,210	-0,944318	0,3290334	-0,1232	1,326671	1,2035048	141,8809	7,289E-05	290,3804 22,826607 49,596445

Estação	FED 5	Data:	17/11/99						Asc Reta		Declin. (°)	
mira :	FED 2	N°	Latitude		Red Sid		Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002124
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	5	6
Observação - 5			-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0479	-55,0479
(Hz)	148,447											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)					
23,3691	0,063982	3,707556	19,3819	290,729	-0,935265	0,3539478	-0,1325	1,326675	1,1941832	141,9326	7,294E-05	290,3795 22,77281 46,36858

Observação - 6												
(Hz)	148,4093											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)					
23,431783	0,064154	3,707556	19,4448	291,672	-0,92931	0,3692994	-0,1382	1,326675	1,1884367	141,9761	7,298E-05	290,385 23,120995 7,2596794

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	18/11/99				Asc Reta				Declin. (°)	
mlra :	FED 2	N°	Latitude		Red Sid		Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002124
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2
Observação - 1		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0480	-55,0480
(Hz)	148,5332	0,00137										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)			
22,968336	0,062885	3,773333	19,0458	285,688	-0,96275	0,2703931	-0,1012	1,32668	1,2254643	141,8462	7,285E-05	290,3794 22,764475 45,868514

Observação - 2		err vert										
(Hz)	148,5339	0,00137										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos		(K - L)				
23,043267	0,06309	3,773333	19,1210	286,815	-0,957245	0,2892773	-0,1083	1,32668	1,2183955	141,84475	7,285E-05	290,3787 22,721618 43,297087

Estação	FED 5	Data:	18/11/99						Asc Reta		Declin. (°)	
mira :	FED 2	N°		Latitude		Red Sid	Longitude	corr	-0,000166	corr	-0,002124	
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	3	4
Observação - 3		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0480	-55,0480
(Hz)	148,5101	0,00257										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos		(K - L)				
23,178425	0,06346	3,773333	19,2565	288,848	-0,946381	0,3230524	-0,1209	1,32668	1,2057526	141,8721	7,288E-05	290,3822 22,931208 55,872501

Observação - 4		err vert										
(Hz)	148,4689	0,00257										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos		(K - L)				
23,273369	0,06372	3,773333	19,3517	290,276	-0,938036	0,3465376	-0,1297	1,32668	1,1969615	141,9149	7,292E-05	290,3839 23,031833 1,9099542

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	18/11/99					Asc Reta		Declin. (°)				
mira :	FED 2	N°		Latitude		Red Sid	Longitude	corr	-0,000394	corr	0,001843			
Estrela:	Beta Ara	645	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2		
Observação - 1		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-17,4209	-17,4209	-55,5271	-55,5271		
(Hz)	72,93531	0,00047												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az ₅₋₂		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
22,124222	0,060574	3,773333	5,3457	80,186	0,985366	0,1704495	-0,0638	1,350596	1,2867921	217,4433	7,345E-05	290,3786	22,717177 43,030639	
Observação - 2		err vert												
(Hz)	73,01017	0,00047												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)					K	L	M	A*	c. Aberr	Az ₅₋₂	
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
22,206856	0,0608	3,773333	5,4286	81,429	0,988832	0,1490359	-0,0558	1,350596	1,2948078	217,3687	7,352E-05	290,3789	22,731337 43,880204	
Estação	FED 5	Data:	18/11/99					1,1 Asc Reta		0,1 Declin. (°)				
mira :	FED 2	N°		Latitude		Red Sid	Longitude	corr	-0,000394	corr	0,000787			
Estrela:	Sig Oct	841	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2		
Observação - 1		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-21,1320	-21,1320	-88,9619	-88,9619		
(Hz)	109,5177													
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az ₅₋₂		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
23,815269	0,065204	3,773333	3,3302	49,954	0,765525	0,643406	-0,2408	51,17515	50,934302	180,86116	8,888E-05	290,3788	22,729598 43,775892	
Observação - 2		err vert												
(Hz)	109,4904													
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az ₅₋₂		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
23,968356	0,065623	3,773333	3,4838	52,256	0,790757	0,6121302	-0,2291	51,17516	50,946019	180,8893	8,888E-05	290,3798	22,78659 47,195428	

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	18/11/99						Asc Reta		Declin. (°)			
mira :	FED 2	N°			Latitude	Red Sid		Longitude		corr	-9,96E-05	corr	-0,001421	
Estrela:	Alfa Car	841	(°)		sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2	
Observação - 1		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-6,3996	-6,3996	-52,6949	-52,6949		
(Hz)	151,176	0,00078	151,4493											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
0,8947222	0,00245	3,773333	-4,9206	-73,810	-0,960341	0,2788293	-0,1044	1,217025	1,1126523	139,2023	7,071E-05	290,3783	22,699298 41,957873	
Observação - 2		err vert												
(Hz)	151,1891	0,00078	11,34444	20,86616										
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
0,9519444	0,002506	3,773333	-4,8633	-72,949	-0,956044	0,2932233	-0,1098	1,217025	1,1072642	139,1918	7,07E-05	290,3809	22,852143 51,128561	
Estação	FED 5	Data:	18/11/99						Asc Reta		Declin. (°)			
mira :	FED 2	N°			Latitude	Red Sid		Longitude		corr	-9,96E-05	corr	-0,001421	-5,1138
Estrela:	Alfa Car	841	(°)		sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	3	4	
Observação - 3		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-6,4575	-6,4576	-52,6949	-52,6949		
(Hz)	151,1065	0,00111												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
1,2197222	0,003339	3,773333	-4,6526	-69,789	-0,938426	0,3454804	-0,1293	1,217025	1,0877031	139,2138	7,074E-05	290,3202	19,214711 12,882631	
Observação - 4		err vert												
(Hz)	150,9943	0,00111												
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az 5-2		
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos	(K - L)							
1,3641667	0,003735	3,773333	-4,5079	-67,619	-0,924671	0,3807666	-0,1425	1,217026	1,0744946	139,2860	7,083E-05	290,2903	16,818396 49,10376	

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	18/11/99							Asc Reta		Declin. (°)	
mira :	FED 2	Nº		Latitude		Red Sid	Longitude			corr	-9,96E-05	corr	-0,001421
Estrela:	Alfa Car	841	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora		1	2	5	6
Observação - 5		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513		-6,4578	-6,4579	-52,6949	-52,6949
(Hz)	150,9018	0,00022											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az _{s-2}	
(h)	(h)	0h de Gr	(h)	(°) sen	cos				(K-L)				
1,5344444	0,004201	3,773333	-4,3374	-65,061	-0,906755	0,4216584	-0,1578	1,217026	1,0591877	139,4337	7,101E-05	290,3356	20,133986 8,0391324

Observação -6													
(Hz)	150,7816	err vert											
		0,00022											
TU (h)	Rod Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2	
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)				
1,6227778	0,004443	3,773333	-4,2489	-63,734	-0,896746	0,4425455	-0,1657	1,217026	1,0513691	139,5382	7,113E-05	290,330	19,786127
													47,167642

Estação	FED 5	Data:	19/11/99						Asc Reta		Declin. (°)		
mira :	FED 3	Nº		Latitude		Red Sid	Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002129	
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/h do TU	(°)	hora	1	2	1	2	
Observação - 1		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0481	-55,048	
(Hz)	137,9927	0,00047											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az s-2	
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K-L)				
22,872794	0,062624	3,838869	19,0156	285,234	-0,96486	0,2627631	-0,0984	1,326684	1,2283252	141,85012	7,286E-05	279,8428	50,569634 34,178051

Observação - 2		err vert											
(Hz)	137,9958	0,00047											
TU (h)	Red Sid	T. Sid.	Ang hor (t)				K	L	M	A*	c. Aberr	Az _{s-2}	
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)				
22,975228	0,062804	3,838889	19,1183	286,775	-0,957447	0,2886104	-0,1080	1,326684	1,2186499	141,84471	7,285E-05	279,8405	50,432375
													25,942525

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Método: Ângulo horário das estrelas

Estação	FED 5	Data:	19/11/99							Asc Reta		Declin. (°)			
mira :	FED 3	N°		Latitude		Red Sid	Longitude		corr	-0,000166	corr	-0,002129			
Estrela:	Alfa Dor	171	(°)	sen	cos	/n do TU	(°)	hora	1	2	3	4			
Observação - 3		err vert	-21,98268	-0,374326	0,927297	0,1642743	-47,8727	-3,191513	-4,5672	-4,5672	-55,0481	-55,048			
(Hz)	137,9709	0,00086													
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az _{s-2}			
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)						
23,108639	0,063269	3,838889	19,2521	288,781	-0,946754	0,3219588	-0,1205	1,326684	1,2061667	141,87072	7,288E-05	279,8417	50,499603	29,976182	
Observação - 4		err. vert													
(Hz)	137,9179	0,00086													
TU (h)	Red Sid	T. Sid.		Ang hor (t)			K	L	M	A*	c. Aberr	Az _{s-2}			
(h)	(h)	Oh de Gr	(h)	(°)	sen	cos			(K - L)						
23,224772	0,063587	3,838889	19,3685	290,528	-0,9365	0,3506683	-0,1313	1,326684	1,19542	141,9247	7,293E-05	279,8426	50,554688	33,261277	

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Estimativa da precisão das observações

Astro observado: SOL

Estrela	n	latitude		ângulo zenital		desvios padrão do T ₂				precisões	data	pesos
		-21,98268111		Z		m _L ²	m _G ²	m _M ²	m _B ²			
		sec ²	tan ²	(°)	cosec ²							
Sol	6	1,162953	0,162953	51,9020	1,614723	1	1	1	1	4,007	17/Nov	0,845
Sol	8			66,8541	1,182742	1	1	1	1	3,683	18/Nov	1,000
												1,845

Astro observado: Estrelas

Estrela	n	latitude		ângulo zenital		desvios padrão do T ₃				precisões	data	pesos
		-21,98268111		Z		m _L ²	m _G ²	m _M ²	m _B ²			
		sec ²	tan ²	(°)	cosec ²							
Alfa Ret	2	1,162953	0,162953	62,0842	1,280716	0,25	0,25	0,25	0,25	1,356	17/Nov	0,406
	4			65,0350	1,21675	0,25	0,25	0,25	0,25	0,894	18/Nov	0,616
Alfa Dor	6			62,8267	1,26352	0,25	0,25	0,25	0,25	0,742	17/Nov	0,742
	4			62,8269	1,263514	0,25	0,25	0,25	0,25	0,895	18/Nov	0,615
	4			62,8336	1,263363	0,25	0,25	0,25	0,25	0,895	19/Nov	0,615
Beta Ara	2			62,9986	1,259647	0,25	0,25	0,25	0,25	1,356	18/Nov	0,406
Sig Oct	2			68,0150	1,162991	0,25	0,25	0,25	0,25	1,353	18/Nov	0,407
Alfa Car	6			61,9289	1,284412	0,25	0,25	0,25	0,25	0,743	18/Nov	0,741

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Cálculo das melhores estimativas pelo desvio padrão

AZIMUTE PELO SOL

Linha Base: FED 5 - FED 2													
Sol	Produto: média * peso					Produto: média * peso				Produto: média * peso			
	Az	produto	peso	Err	Err²	produto	peso	Err	Err²	produto	peso	Err	Err²
S1	290,3621												
S2	290,3906	245,3172	0,845	0,0007	0,00000	245,3172	0,845	0,0007	0,00000	245,3172	0,845	0,0007	0,00000
S3	290,3921												
S4	290,3651	245,3191	0,845	-0,0013	0,00000	245,3191	0,8448	-0,0013	0,00000	245,3191	0,8448	-0,0013	0,00000
S5	290,3490												
S6	290,3933	245,3128	0,845	0,0051	0,00003								
S1	290,3915												
S2	290,3553	290,3734	1,000	0,0037	0,00001								
S3	290,3623												
S4	290,4017	290,3820	1,000	-0,0049	0,00002								
S5	290,4009												
S6	290,3517	290,3763	1,000	0,0008	0,00000	290,3763	1,0000	0,0008	0,00000	290,3763	1,0000	0,0008	0,00000
S7	290,3559												
S8	290,4032	290,3795	1,000	-0,0024	0,00001	290,3795	1,0000	-0,0024	0,00001				
S7'	290,3794												
S8'	290,3780	290,3787	1,000	-0,0016	0,00000	290,3787	1,0000	-0,0016	0,00000	290,3787	1,0000	-0,0016	0,00000
Média		290,377	7,534	0,0000	0,00007	290,378	4,690	-0,0039	0,00001	290,377	3,690	-0,0014	0,00001
Err Méd		0,0033				0,0017				0,0013			
Err M'		0,0012				0,0007				0,0007	2,38		
Melhor estimativa										290,377	+/-2,38"		
Az(Fed5-Fed2) = 290°22'38,951"													

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

AZIMUTES POR ESTRELAS

Linha Base: FED 5 - FED 2													
Estrela	Az	Produto: média * peso				Produto: média * peso				Produto: média * peso			
		produto	peso	Err	Err²	produto	peso	Err	Err²	produto	peso	Err	Err²
Alfa Ret	290,3835												
	290,3831	117,8290	0,406	-0,0056	0,0000	117,8290	0,406	-0,0008	0,0000	117,8290	0,406	-0,0008	0,0000
	290,3787												
	290,3803	178,7883	0,616	-0,0061	0,0000	178,7883	0,616	0,0012	0,0000	178,7883	0,616	0,0012	0,0000
	290,3851												
	290,3837	178,7913	0,616	-0,0092	0,0001	178,7913	0,616	-0,0092	0,0001				
	290,3814												
	290,3836	215,4300	0,742	-0,0096	0,0001	215,4300	0,742	-0,0096	0,0001				
	290,3836												
	290,3804	215,4297	0,742	-0,0093	0,0001	215,4297	0,742	-0,0093	0,0001				
Alfa Dor	290,3795												
	290,3853	215,4300	0,742	-0,0096	0,0001	215,4300	0,742	-0,0096	0,0001				
	290,3794												
	290,3787	178,4962	0,615	-0,0059	0,0000	178,4962	0,615	-0,0059	0,0000	178,496	0,615	0,0014	0,0000
	290,3822												
	290,3839	178,4987	0,615	-0,0083	0,0001	178,4987	0,615	-0,0083	0,0001				
	290,3786												
	290,3789	117,8844	0,406	-0,0037	0,0000	117,8844	0,406	0,0011	0,0000	117,884	0,406	0,0011	0,0000
	290,3788												
	290,3798	118,1478	0,407	-0,0040	0,0000	118,1478	0,407	0,0008	0,0000	118,148	0,407	0,0008	0,0000
Alfa Car	290,3783												
	290,3809	215,2384	0,741	-0,0075	0,0001	215,2384	0,741	0,0013	0,0000	215,238	0,741	0,0013	0,0000
	290,3202												
	290,2803	215,1796	0,741	0,0513	0,0026								
	290,3356												
	290,3298	215,2036	0,741	0,0273	0,0007								
Média		290,370	8,12877	0,0000	0,0040	290,381	6,646307	-0,0482	0,0005	290,380	3,1902502	0,0050	0,0000
Err Méd		0,0182				0,0068012				0,0012276			
Err M'		0,00506				0,00205				0,0005	1,80		
Melhor estimativa										290,380	+/- 1,80"	22,78747	47,247995
Az(Fed5-Fed2) = 290°22'39,20"													

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Linha Base: FED 5 - FED 3					
Produto: média * peso					
Estrela	Az	produto	peso	Err	Err²
Alfa Dor	279,8428				
	279,8405	172,0198	0,615	0,00013	0,00000
	279,8417				
	279,8426	172,0201	0,615	-0,00013	0,00000
Média		279,842	1,2294	0,0000	0,0000
Err Méd		0,0002			
Err M'		0,0002	0,68		
Melhor estimativa		279,842	+/- 0,68"	50,5141	30,844509

$$\text{Az}(\text{Fed5-Fed3}) = 279^{\circ}50'30,845''$$

Resumo dos Azimutes Obtidos				
Natureza	Linha Base		Diferença	Ângulo ajustado
	Az(Fed5-Fed2)	Az(Fed5-Fed3)		
Plano	289,298507	278,761031	10,53748	
GPS - WGS	290,374788	279,837302	10,53747	10,537378598
GPS - SAD	290,374668	279,837168	10,53750	
ESTRELAS	290,379791	279,841901	10,53789	
SOL	290,377486			
	18,08 "	16,56 "		
	18,44 "	17,04 "		

290,3788942
3,23

Valor médio dos azimutes das estrelas simétricas Beta Ara e Alfa Dor. Esta prática elimina a transferência de eventuais erros de latitude para o azimute

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

- Obs.: 1 - Obtenção da variação da latitude, variando-se 6 segundos de arco no azimute da estrela
 2 - Latitudes calculadas em função da declinação e do azimute $\cos(\text{lat}) = \cos(\text{decl}) / \sin(\text{Az})$
 3 - 6 representa um terço da diferença entre os azimutes Astronômicos e GPS
 4 - Uma terça parte dos erros nos azimutes deve-se ao erro de latitude

Valores da latitude variando 6 segundos no Azimute do Astro

latatitudo (+ 6s em A ₀)	latitude	var (")	latatitudo (+ 5,3s em A ₀)	latitude	var (")
21,73557	0,462	21,728 0,462	21,8979	0,57289	21,89326 0,57289
	0,497	0,497		0,617439	0,61742
21,5143	0,462	21,507 0,462	21,7616	0,57289	21,75692 0,57289
	0,497	0,497		0,616851	0,61683
21,98618	0,462	21,979 0,462	21,4065	0,56802	21,41136 0,56602
	0,498	0,498		0,607956	0,60798
21,93547	0,462	21,928 0,462	21,1559	0,56602	21,16089 0,56602
	0,498	0,498		0,606921	0,60694
21,69066	0,462	21,683 0,462	21,9465	0,60606	21,94222 0,60606
	0,497	0,497		0,65341	0,65339
21,42392	0,462	21,416 0,462	21,9766	0,60606	21,97236 0,60606
	0,496	0,496		0,653548	0,65353
21,97696	0,573	21,972 0,573	21,9134	0,60606	21,90912 0,60606
	0,618	0,618		0,653258	0,65324
21,98698	0,573	21,982 0,573	21,704	0,60606	21,6997 0,60606
	0,618	0,618		0,652303	0,65228
21,92871	0,573	21,923 0,573	21,2667	0,60606	21,26225 0,60606
	0,618	0,618		0,650347	0,65033
21,87	0,573	21,865 0,573	20,9501	0,60606	20,94562 0,60606
	0,617	0,617		0,648961	0,64894
21,70541	0,573	21,700 0,573	21,9678	0,57289	21,96319 0,57289
	0,617	0,617		0,617741	0,61772
21,56535	0,573	21,560 0,573	21,9849	0,57289	21,98028 0,57289
	0,616	0,616		0,617815	0,6178
21,98059	0,573	21,975 0,573	21,9027	0,57289	21,89804 0,57289
	0,618	0,618		0,617458	0,61744
21,98507	0,573	21,980 0,573	21,7308	0,57289	21,72606 0,57289
	0,618	0,618		0,616717	0,6167

ANEXO 2B - Azimutes Astronômicos - PLANILHA DE CÁLCULO

Ajustamento por estrela															
	latitudes	produto	err	err²			produto	err	err²			produto	err		
dupla méd	26,426	0,406	10,72	-3,005	9,032										
dupla méd	26,217	0,616	18,14	-4,432	19,639										
dupla méd	19,091	0,742	14,16	-0,053	0,003	19,091	0,742	14,16	-0,053	0,003	19,091	0,742	14,16	-0,053	
dupla méd	9,460	0,615	5,82	5,876	34,526	9,460	0,615	5,82	5,876	34,526	9,460	0,615	5,82	5,876	
dupla méd	16,509	0,615	10,15	1,543	2,380	16,509	0,615	10,15	1,543	2,380					
			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	0,000	0,000	0,000		0,000	
dupla méd	23,327	0,407	9,49	-1,753	3,072	23,327	0,407	9,49	-1,753	3,072	23,327	0,407	9,49	-1,753	
dupla méd	16,558	0,741	12,27	1,824	3,327	16,558	0,741	12,27	1,824	3,327	16,558	0,741	12,27	1,824	
média		4,141	19,02	0,000	71,980		3,119	16,64	7,437	43,309		2,505	16,67	5,894	
Err méd			3,46					3,29					3,69		
Err M'													1,8		

15,3

	°	'	"
Lat. Geod.	-21	58	57,65
Lat. Astr.	-21	58	74,32

Componente Meridiana da deflexão $-16,67 = \xi = \Phi - \phi \quad A - \alpha = (\Lambda - \lambda) * \text{sen } \phi$

Long Geod.	-47	52	21,71	
Long Astr.	-47	52	37,81	-0,004473
Dif entre longitudes			-16,1018	-16,10181

Componente 1° vertical da deflexão $-14,93 = \eta = (\Lambda - \lambda) * \cos \phi = -14,93116$

ANEXO 3 - Transformação de Azimutes Planos para Elipsóidicos referenciados ao SAD 69

$$A = \theta + \gamma + \Psi \pm 180$$

θ Azimute Plano

Ψ Ângulo de redução à corda

γ Convergência meridiana

$$\Psi_{Fed\ 5 - Fed\ 2} = 6,8755 \cdot 10^{-8} \Delta N_{2-5} (2 E_{5'} + E_{2'}) \cdot XVIII$$

$$\Delta N_{2-5} = N_2 - N_5$$

$E' = E - 500000$, considerando-se o sinal

XVIII é obtido da tabela A partir de Nm

$$Nm = (N_1 + N_2) / 2$$

Coordenadas referenciadas ao elipsoide SAD 69

	Planas					Geodésicas			
	Fed 5	Fed 2	Fed 3	Fed 1		Fed 5	Fed 2	Fed 3	Fed 1
N	7566296,237	7566481,328	7566371,082	7566446,277	ϕ	21,98268111	21,98092135	21,98192341	21,98122471
E	203350,548	202821,965	202864,892	202746,024	λ	47,87269802	47,87777809	47,87738286	47,87851916
					sen 1"	4,84814E-06			

ANEXO 3 - Transformação de Azimutes Planos para Elipsóidicos referenciados ao SAD 69

elementos de cálculo									
e	e ²	p	q	C	Ψ	γ	A	Δ	
0,08182018	0,00669457	-1,03417129	-0,29664945	0,002000	0,0000389	1,0761217	290,3746679	1,0761606 °	
0,08182018	0,00669457	-1,03417129	-0,29664945	0,002000	0,0000157	1,0761217	279,8371679	1,0761374 °	
					0,140			0,0834303 "	
					0,057	0,0834303 "			
Base	θ	Δ N	N _m	E'	E' ₂ e E' ₃	XVIII	XII	XIII	Fator de esc.
Fed 5 - Fed 2	289,2985074	185,0915	7566333,659	-296649,453	-297178,035	0,01236	-3743,26	-2,59035	1,000687
Fed 5 - Fed 3	278,7610305	74,8452	7566388,783	-296649,453	-297135,108	0,01236	-3743,26	-2,59035	

Análise de resultados

Azimutes									
Base	Plano	Elipsóidico		Plano	Elipsóidico		Elipsóidico		
	UTM	WGS 84	dif (°)	UTM	SAD 69	dif (°)	WGS 84	SAD 69	dif (")
Fed 5 - Fed 2	289,29851	290,37477	1,07626	289,29851	290,37467	1,07616	290,37477	290,37467	0,361444
Fed 5 - Fed 3	278,76103	279,83730	1,07627	278,76103	279,83717	1,07614	279,83730	279,83717	0,482599
dif. (°)	10,53748	10,53747		10,53748	10,53750		10,53747	10,53750	

FORMULÁRIO

1. Transformação de coordenadas Geodésicas para UTM

$$N = (I) + (II) \bullet p^2 + (III) \bullet p^4 + (A'6) \bullet p^6$$

Devendo-se acrescentar 10.000.000 às ordenadas do hemisfério Sul

$$E = 500.000 + (IV) \bullet p + (V) \bullet p^3 + (B'5) \bullet p^5$$

2. Convergência Meridiana

2.1 Em função das coordenadas geodésicas

$$C = (XII) \bullet p + (XIII) \bullet p^3 + (C'5) \bullet p^5$$

2.2 Em função das coordenadas UTM

$$C = (XV) \bullet q + (XVI) \bullet q^3 + (B'5) \bullet q^5$$

3. Redução à Corda ou Redução Angular (δ)

$$\delta_A = 6.8755 \bullet 10^{-8} \bullet (XVIII) \bullet (Y_B - Y_A) \bullet (2x_A + 2x_B)$$

$$\delta_B = 6.8755 \bullet 10^{-8} \bullet (XVIII) \bullet (Y_A - Y_B) \bullet (2x_B + 2x_A)$$

onde:

$$x_A = X_A - 500.000$$

$$x_B = X_B - 500.000 \text{ Fator de Escala}$$

$$k = k_0 \bullet (1 + (XVIII) \bullet q^4 + 0,00003 \bullet q^4)$$

$$k_0 = 0,9996$$

DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS

$$p = 0,0001 \cdot \Delta\lambda''$$

$\Delta\lambda$ é diferença de longitude em relação ao meridiano central

$$q = 0,000001 \cdot (E - 500.000)$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \phi}}$$

$$(I) = S \cdot k_0$$

$$(II) = \frac{N \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot \sin^2 l''}{2} \cdot k_0 \cdot 10^8$$

$$(III) = \frac{\sin^4 l'' \cdot N \cdot \sin \phi \cdot \cos^3 \phi}{24} \cdot (5 - \operatorname{tg}^2 \phi + 9 \cdot e'^2 \cdot \cos^2 \phi + 4 \cdot e'^4 \cdot \cos^4 \phi) \cdot k_0 \cdot 10^{16}$$

$$(IV) = N \cdot \cos \phi \cdot \sin l'' \cdot k_0 \cdot 10^4$$

$$(V) = \frac{\sin^3 l'' \cdot N \cdot \cos^3 \phi}{6} \cdot (1 - \operatorname{tg}^2 \phi + e'^2 \cdot \cos^2 \phi) \cdot k_0 \cdot 10^{12}$$

$$(VII) = \sin \phi \cdot 10^4$$

$$(VIII) = \frac{\sin^3 l'' \cdot \sin \phi \cdot \cos^2 \phi}{3} \cdot (1 + 3 \cdot e'^2 \cdot \cos^2 \phi + 2 \cdot e'^2 \cdot \cos^4 \phi) \cdot 10^{12}$$

$$(XV) = \frac{\operatorname{tg} \phi}{N \cdot \sin l''} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot 10^6$$

$$(XVI) = \frac{\operatorname{tg} \phi}{3 \cdot N \cdot \sin l''} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \phi - e'^2 \cdot \cos^2 \phi - 2e'^4 \cdot \cos^4 \phi) \cdot \frac{1}{k_0^3} \cdot 10^{18}$$

$$(XVIII) = \frac{1 + e'^2 \cdot \cos^2 \phi}{2 \cdot N^2} \cdot \frac{1}{k_0^2} \cdot 10^{12}$$

onde:

ϕ	Latitude do ponto
N	Raio de curvatura do primeiro vertical
S	Arco de meridiano contado a partir do equador sobre o meridiano central
k_0	Coefficiente de redução de escala no meridiano central
e'^2	Quadrado da segunda excentricidade

ISSN 0101-935X

MCT - Ministério da Ciência e Tecnologia

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

ON - Observatório Nacional

AGE - Departamento de Astronomia Galáctica e Extragaláctica

EFEMÉRIDES ASTRONÔMICAS 1999

EXEMPLAR
DE
CORTESIA

ANO CXV

POSIÇÕES APARENTES DE ESTRELAS, 1999
 TRÂNSITO PELO MERIDIANO DE GREENWICH

NUMERO NOME MG., CL. ESP.	T.U.	154			155			156			1117		
		OMICRON1 EPI			ALFA HOR			ALFA PET			MI PER		
		4.0	F2		3.7	K0		3.3	G5		4.2	G0	
		ALFA	DELTA		ALFA	DELTA		ALFA	DELTA		ALFA	DELTA	
		H M G	'		H M G	'		H M G	'		H M G	'	
		04 11 -06 50			04 13 -42 17			04 14 -62 28			04 14 +48 24		
		S	"		S	"		S	"		S	"	
I	-0.1	49.436	36.27		58.363	66.89		26.551	54.70		50.455	23.74	
I	9.9	49.383	37.51		58.333	69.18		26.266	57.13		50.375	25.11	
I	19.8	49.293	38.60		58.557	71.09		25.914	59.12		50.237	26.24	
I	29.8	49.171	39.48		58.444	72.53		25.508	60.56		50.047	27.07	
II	8.8	49.023	40.16		58.203	73.51		25.065	61.47		49.818	27.59	
II	18.8	48.853	40.61		57.938	73.99		24.592	61.81		49.557	27.76	
II	28.7	48.674	40.32		57.664	73.95		24.110	61.56		49.282	27.57	
III	10.7	48.494	40.80		57.391	73.43		23.633	60.78		49.006	27.06	
III	20.7	48.320	40.54		57.137	72.43		23.173	59.46		48.741	26.23	
III	30.7	48.166	40.03		56.888	70.96		22.750	57.64		48.508	25.12	
IV	9.6	48.038	39.29		56.680	69.09		22.374	55.39		48.316	23.82	
IV	19.6	47.943	38.31		56.511	66.83		22.055	52.72		48.174	22.35	
IV	29.6	47.889	37.10		56.391	64.23		21.809	49.72		48.095	20.80	
V	9.5	47.878	35.68		56.323	61.37		21.638	46.47		48.079	19.24	
V	19.5	47.911	34.06		56.310	58.27		21.549	42.99		48.131	17.72	
V	29.5	47.991	32.28		56.354	55.04		21.547	39.41		48.250	16.33	
VI	8.5	48.113	30.38		56.452	51.75		21.626	35.80		48.431	15.09	
VI	18.4	48.275	28.37		56.605	48.44		21.790	32.21		48.670	14.04	
VI	28.4	48.474	26.34		56.806	45.25		22.033	28.80		48.962	13.24	
VII	8.4	48.700	24.33		57.048	42.22		22.344	25.61		49.293	12.69	
VII	18.4	48.953	22.37		57.329	39.44		22.722	22.72		49.663	12.40	
VII	28.3	49.223	20.56		57.639	37.03		23.150	20.27		50.056	12.39	
VIII	7.3	49.504	18.93		57.969	35.00		23.618	18.26		50.466	12.64	
VIII	17.3	49.792	17.53		58.315	33.46		24.119	16.81		50.888	13.14	
VIII	27.2	50.079	16.43		58.665	32.46		24.631	15.96		51.309	13.88	
IX	6.2	50.361	15.63		59.012	32.01		25.144	15.71		51.725	14.82	
IX	16.2	50.636	15.18		59.351	32.15		25.648	16.12		52.132	15.98	
IX	26.2	50.896	15.08		59.670	32.88		26.121	17.15		52.521	17.30	
X	6.1	51.140	15.32		59.968	34.14		26.557	18.76		52.889	18.77	
X	16.1	51.365	15.90		60.236	35.93		26.943	20.93		53.231	20.38	
X	26.1	51.566	16.76		60.466	38.16		27.263	23.55		53.540	22.09	
XI	5.1	51.744	17.86		60.660	40.73		27.516	26.52		53.816	23.88	
XI	15.0	51.892	19.16		60.808	43.58		27.690	29.77		54.048	25.74	
XI	25.0	52.009	20.58		60.908	46.55		27.779	33.12		54.233	27.60	
XII	5.0	52.094	22.06		60.960	49.57		27.786	36.48		54.369	29.45	
XII	14.9	52.142	23.55		60.960	52.52		27.705	39.73		54.446	31.25	
XII	24.9	52.152	24.96		60.910	55.26		27.542	42.72		54.465	32.93	
XII	34.9	52.125	26.28		60.811	57.75		27.303	45.40		54.425	34.45	
POS. MÉDIA		48.927	24.59		58.062	49.09		24.739	34.80		49.371	24.89	
SC(D), TG(D)		1.007	-0.120		1.352	-0.910		2.164	-1.919		1.506	1.127	
DA(F), DD(F)		0.058	0.18		0.040	0.18		0.016	0.18		0.088	0.18	
DA(E), DD(E)		0.004	0.89		0.027	0.89		0.057	0.90		-0.033	0.90	
DUP. TRANS.		24 NOV.			25 NOV.			25 NOV.			25 NOV.		

*

DATA	TEMPO SIDERAL		EQ. EQUIN. PERÍODO		OBLIQ. ECLIP.	NUT. OBLIQ. PERÍODO		NUT. LONG. PERÍODO	
H O TU	APARENTE	MEDIO	LONGO	CURTO	G ' 23 26	LONGO	CURTO	LONGO	CURTO
	H M S	S	S	S	"	"	"	"	"
OUT. 12	1 20 30.315	31.209	-0.884	-0.010	16.142	-5.384	+0.011	-14.454	-0.157
13	1 24 26.867	27.764	-0.887	-0.010	16.104	-5.389	-0.021	-14.499	-0.159
14	1 28 23.422	24.319	-0.890	-0.008	16.069	-5.395	-0.049	-14.543	-0.131
15	1 32 19.977	20.875	-0.892	-0.005	16.042	-5.401	-0.068	-14.585	-0.089
16	1 36 16.534	17.430	-0.895	-0.002	16.027	-5.408	-0.076	-14.627	-0.028
17	1 40 13.090	13.985	-0.897	+0.002	16.023	-5.415	-0.071	-14.668	+0.033
18	1 44 9.646	10.541	-0.900	+0.005	16.032	-5.423	-0.053	-14.707	+0.084
19	1 48 6.201	7.096	-0.902	+0.007	16.050	-5.431	-0.026	-14.745	+0.114
20	1 52 2.754	3.652	-0.904	+0.007	16.073	-5.439	+0.007	-14.782	+0.116
21	1 55 59.306	60.207	-0.906	+0.005	16.096	-5.448	+0.040	-14.818	+0.095
22	1 59 55.855	56.762	-0.908	+0.001	16.112	-5.457	+0.066	-14.852	+0.023
23	2 3 52.404	53.318	-0.910	-0.004	16.113	-5.467	+0.078	-14.886	-0.059
24	2 7 48.952	49.873	-0.912	-0.009	16.094	-5.477	+0.071	-14.917	-0.141
25	2 11 45.502	46.428	-0.914	-0.012	16.057	-5.487	+0.045	-14.948	-0.201
26	2 15 42.054	42.984	-0.916	-0.013	16.006	-5.498	+0.006	-14.977	-0.216
27	2 19 38.610	39.539	-0.918	-0.011	15.952	-5.509	-0.035	-15.004	-0.179
28	2 23 35.169	36.094	-0.919	-0.006	15.907	-5.520	-0.067	-15.030	-0.095
29	2 27 31.730	32.650	-0.921	+0.001	15.881	-5.532	-0.081	-15.055	+0.014
30	2 31 28.290	29.205	-0.922	+0.008	15.874	-5.543	-0.075	-15.078	+0.121
31	2 35 24.850	25.761	-0.924	+0.013	15.886	-5.555	-0.050	-15.099	+0.206
NOV. 1	2 39 21.406	22.316	-0.925	+0.015	15.908	-5.567	-0.014	-15.119	+0.249
2	2 43 17.960	18.071	-0.926	+0.015	15.932	-5.580	+0.024	-15.137	+0.246
3	2 47 14.512	15.427	-0.927	+0.012	15.951	-5.592	+0.056	-15.154	+0.203
4	2 51 11.062	11.982	-0.928	+0.008	15.957	-5.605	+0.076	-15.169	+0.131
5	2 55 7.612	8.537	-0.929	+0.003	15.949	-5.617	+0.081	-15.183	+0.046
6	2 59 4.161	5.093	-0.929	-0.002	15.925	-5.630	+0.072	-15.195	-0.037
7	3 3 0.712	1.648	-0.930	-0.006	15.890	-5.643	+0.050	-15.205	-0.101
8	3 6 57.264	58.203	-0.931	-0.009	15.846	-5.656	+0.021	-15.214	-0.146
9	3 10 53.818	54.759	-0.931	-0.010	15.800	-5.668	-0.011	-15.221	-0.159
10	3 14 50.374	51.314	-0.931	-0.009	15.756	-5.681	-0.041	-15.226	-0.141
11	3 18 46.932	47.870	-0.932	-0.006	15.719	-5.694	-0.064	-15.230	-0.100
12	3 22 43.491	44.425	-0.932	-0.003	15.694	-5.707	-0.075	-15.232	-0.045
13	3 26 40.050	40.980	-0.932	+0.001	15.681	-5.719	-0.074	-15.232	+0.016
14	3 30 36.608	37.536	-0.932	+0.004	15.681	-5.732	-0.061	-15.231	+0.069
15	3 34 33.166	34.091	-0.931	+0.006	15.691	-5.744	-0.037	-15.228	+0.105
16	3 38 29.722	30.646	-0.931	+0.007	15.709	-5.756	-0.006	-15.224	+0.114
17	3 42 26.277	27.202	-0.931	+0.006	15.729	-5.768	+0.027	-15.218	+0.092
18	3 46 22.829	23.757	-0.930	+0.002	15.745	-5.780	+0.056	-15.210	+0.046
19	3 50 19.380	20.312	-0.930	-0.002	15.750	-5.791	+0.074	-15.201	-0.037
20	3 54 15.931	16.868	-0.929	-0.008	15.739	-5.802	+0.075	-15.191	-0.123
21	3 58 12.483	13.423	-0.928	-0.012	15.709	-5.813	+0.058	-15.179	-0.197
22	4 2 9.037	9.979	-0.928	-0.014	15.662	-5.824	+0.023	-15.165	-0.236

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARRETO, L. M. (1996). Methods of Azimuth Determination at a Magnetic Repeat Station: A Comparison. J. Geomag. Geoelectr., v. 48, p.1523-30
- CHIAGAS, B. C. (1965). Astronomia Geodésica. 2ª edição. Rio de Janeiro, SGE.
- FERRAZ, A. S.; SILVA, A. S. (1986). Astronomia de Campo. Viçosa, UFG.
- GEMAEL, C. (1987). Introdução a Geodésia Geométrica. Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas. Editora UFPR. Curitiba - PR, 1ª parte.
- GEMAEL, C. (1988). Introdução a Geodésia Geométrica. Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas. Editora UFPR. Curitiba - PR, 2ª parte.
- GEMAEL, C. (1991). Geodésia Celeste: Introdução. Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas. Editora UFPR. Curitiba, 319p.
- GRIPP, J. & SIMÕES, A. (1997) Geodésia Geométrica. Editado pelo Setor de Agrimensura da Universidade Federal de Viçosa. MG.
- HEMPEL, C. G. (1966). Philosophy of Natural Science. 1ª edition Nova Jersey, Prentice-Hall.

IBGE, Tabelas Para Cálculos no Sistema de Projeção Universal Transverso de Mercator UTM para o elipsóide Internacional de 1967, 2 edição Rio de Janeiro, 1995.

INSTITUT – RECHEN ASTRONOMISCHES (1964). Catálogo das estrelas fundamentais. Alemanha. Editora Fricke & Kopff, 1963.

LEICK, A. (1995). GPS SATELLITE SURVEYING. 2ª edition. Orono, Maine, JOHN WILEY & SONS, INC.

MATTOS, A. H. (1952). Astronomia de Campo. 4ª edição. Rio de Janeiro, F. Briguier & CIA.

MÉDICE, R. N. (1989). Astronomia de Posição. 1ª edição. Rio de Janeiro, Editora Forense Universitária LTDA.

MÜLLER, I. I. (1969). Spherical and Pratical Astronomy. 1ª edition. New York, Frederick Ungar Publishing.

MOFFITT, F. H. (1987). Surveying. 8ª Edition. New York, Harper & Row.

OBSERVATÓRIO NACIONAL (1999). Efemérides fundamentais. Rio de Janeiro. Editora RÉGIS-ALÓ LTDA.

OLIVEIRA, C. (1983). Dicionário Cartográfico. 2ª Edição. Rio de Janeiro, IBGE.

RAMOS, D. (1998). Geodésia na prática. 1ª Edição. Araraquara - SP, MDATA

SCHOFIELD, W. (1993). Engineering Surveying. 4ª edition. Oxoford, Butterworth – Heinemann.

SEGANTINE, P. C. L. (1995). Estabelecimento e ajuste de uma rede geodésica no Estado de São Paulo, com o sistema de posicionamento NAVSTAR/GPS. São Carlos. 225p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

SEGANTINE, P. C. L. (1998). GPS Sistema de Posicionamento Global. Apostila editada pela Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SILVA, I. & ERWES. H. (1996). Apostila do Cursos de atualização em GPS e Topografia (segundo NBR 13133), parte 1. Apostila não publicada. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SILVA, I. & ERWES. H. (1999). Apostila do IV Cursos de atualização em GPS e Topografia (segundo NBR 13133), parte 1. Apostila não publicada. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SILVEIRA, A. C. (1999). Determinação do Norte Verdadeiro. A MIRA, 88. ed., fev.

SOARES, S. M. (1994). Teoria e Prática do GPS. Apostila não publicada. Criciúma.

TORGE, W. (1991). Geodesy. 2^a Edition. Berlim, Walter de Gruyter.

TULE, C. B. M. (1999). Estudo e Análise de Poligonais Segundo a NBR13133 e o Sistema de Posicionamento Global – SP. São Carlos, 175p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. (1986). Geodesy, The Concepts. 2^a Edition. Canadá, Elsevier.

VERONEZ, M. R. (1998). Proposta de Parâmetros de Transformação entre os Sistemas WGS-84 e o SAD-69 para a região de São Carlos – SP. São Carlos, 113p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.