Paulo Roberto Caixeta Júnior

***Otimização Multidisciplinar em Projeto de Asas
Flexíveis***

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

São Carlos

2006

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

C138o

Caixeta Júnior, Paulo Roberto

Otimização multidisciplinar em projeto de asas flexíveis / Paulo Roberto Caixeta Júnior ; orientador Flávio Donizeti Marques. -- São Carlos, 2006.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Área de Concentração: Aeronaves) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2006.

1. Aeroelasticidade de aeronaves. 2. Otimização Multidisciplinar em Projeto (MDO). 3. Flutter. 4. Método dos elementos finitos. 5. Algoritmos genéticos.
I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **PAULO ROBERTO CAIXETA JUNIOR**

Dissertação defendida e julgada em 23/11/2006 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Associado **FLÁVIO DONIZETI MARQUES (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **CARLOS DE MARQUI JUNIOR**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **ROBERTO GIL ANNES DA SILVA**
(Centro Técnico Aeroespacial/CTA)

Aprovado

Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Prof.^a. Titular **MARIA DO CARMO CALIJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

“Aos meus pais e à minha amada esposa Michele”

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por minha vida, saúde e pelas condições para execução deste trabalho. Sem Ele nada sou, nem nunca serei.

À minha esposa, Michele, por seu amor, sua ajuda, sua paciência e pela companhia de todos os dias.

Aos meus pais, Paulo e Eloide, que sempre apoiaram minhas escolhas e me deram total liberdade para buscar o meu caminho. Também a minha irmã, Luciana, que sempre torceu por mim.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques, pela excelente orientação desde a iniciação científica.

Ao Dr. Roberto Gil Annes da Silva, por sua ajuda e disposição desde o início deste trabalho. Também ao Luciano, seu companheiro no CTA pelas dúvidas esclarecidas.

Ao grande Prof. Dr. Carlos De Marqui Jr., pelos bons conselhos e discussões sobre este trabalho e alguns outros.

A todos os professores da Engenharia Aeronáutica, em especial ao Prof. Dr. Paulo Celso Greco Jr., ao Prof. Assoc. Fernando Martini Catalano e ao Prof. Msc. Álvaro Abdalla, pela inestimável ajuda ao longo deste trabalho.

Aos colegas do LADinC, Lú, Elizângela, Dani, Naga, Edson, Jorge, Mauricio, Spock, Sardinha, Andréia, Gasparini, Mimi e todos outros que já passaram por lá. Também a todos os colegas do LAE e aos da equipe de Aerodesign.

Aos amigos Thiago Cicogna e Guilherme Silva, pela amizade e por várias e longas conver-

sas sobre dinâmica estrutural, elementos finitos e muitas outras coisas.

À nossa competente secretária Gisele e ao “Cráudio”, por todos favores, pela constante disposição e bom humor.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram com a produção deste. A todos, meus sinceros agradecimentos.

Conteúdo

Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Otimização Multidisciplinar em Projeto	2
1.1.1 MDO com Restrição Aeroelástica	6
1.1.2 MDO Baseado em Algoritmos Genéticos	9
1.2 Objetivos	12
1.3 Estrutura da Dissertação	12
2 Solução do Sistema Aeroelástico	15
2.1 Introdução	15
2.2 Modelo Dinâmico-Estrutural	16
2.3 Modelo Aerodinâmico	22
2.4 Método de Solução de <i>Flutter</i>	25
3 Algoritmo Genético em MDO de Asas Flexíveis	29

3.1	Introdução	29
3.2	Fundamentos de Algoritmos Genéticos	29
3.3	Elementos Básicos dos Algoritmos Genéticos	30
3.4	Operadores dos Algoritmos Genéticos	31
3.4.1	Reprodução	31
3.4.2	Cruzamento	32
3.4.3	Mutação	32
3.4.4	Elitismo	33
3.4.5	Funcionamento de um AG Básico	33
3.5	Um MDO Utilizando AG para Otimização	35
3.5.1	Modelo Aeroelástico da Asa Flexível	36
3.5.2	Codificação em Cromossomos	37
3.5.3	Função de <i>Fitness</i>	39
3.5.4	Interação entre os Modelos	40
4	MDO de uma Asa Flexível com Restrições Aeroelásticas	43
4.1	Introdução	43
4.2	Modelo de Asa Utilizado	43
4.3	Desempenho do AG - Escolha de Parâmetros	45
4.4	Estudos de Casos - Resultados e Discussões	68
5	Conclusão	89
5.1	MDO utilizando Algoritmo Genético	89

5.2	MDO com Restrição Aeroelástica	90
5.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	90
Bibliografia		93
A	Código Computacional de Implementação do Algoritmo Genético	97

Resumo

Caixeta Jr., P.R. (2006). *Otimização Multidisciplinar em Projeto de Asas Flexíveis*. São Carlos, 2006. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A indústria aeronáutica vem promovendo avanços tecnológicos em velocidades crescentes, para sobreviver em mercados extremamente competitivos. Neste cenário, torna-se imprescindível o uso de ferramentas de projeto que agilizem o desenvolvimento de novas aeronaves. Os atuais recursos computacionais permitiram um grande aumento no número de ferramentas que auxiliam o trabalho de projetistas e engenheiros.

O projeto de uma aeronave é uma tarefa multidisciplinar por essência, o que logo incentivou o desenvolvimento de ferramentas computacionais que trabalhem com várias áreas ao mesmo tempo. Entre elas se destaca a Otimização Multidisciplinar em Projeto, que une métodos de otimização à modelos matemáticos de áreas distintas de um projeto para encontrar soluções de compromisso. O presente trabalho introduz a Otimização Multidisciplinar em Projeto (*Multi-disciplinary Design Optimization* - MDO) e discorre sobre algumas aplicações possíveis desta metodologia.

Foi realizada a implementação de um sistema de MDO para o projeto de asas flexíveis, considerando restrições de aeroelasticidade dinâmica e massa estrutural. Como meta, deseja-se encontrar distribuições ideais de rigidezes flexional e torcional da estrutura da asa, para maximizar a velocidade crítica de *flutter* e minimizar a massa estrutural. Para tanto, foram utilizados um modelo dinâmico-estrutural baseado no Método dos Elementos Finitos, um modelo aerodinâmico não-estacionário baseado na Teoria das Faixas e nas soluções bidimensionais de Theodorsen, um modelo de previsão de *flutter* que utiliza o método *K* e, por fim, um otimizador baseado no método de Algoritmos Genéticos (AGs).

São apresentados os detalhes empregados em cada modelo, as restrições aplicadas e a maneira como eles interagem ao longo da otimização. É feita uma análise para a escolha dos parâmetros de otimização por AG e em seguida a avaliação de dois casos, para verificação da funcionalidade do sistema implementado. Os resultados obtidos demonstram uma metodologia eficiente, que é capaz de buscar soluções ótimas para problemas propostos, que com devidos ajustes pode ter enorme valor para acelerar o desenvolvimento de novas aeronaves.

Palavras chave: Otimização Multidisciplinar em Projeto (MDO), Aeroelasticidade, *Flutter*, Método dos Elementos Finitos, Algoritmos Genéticos.

Abstract

Caixeta Jr., P.R. (2006). *Multidisciplinary Design Optimization of Flexible Wings*. São Carlos, 2006. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The aeronautical industry is always trying to speed up technological advances in order to survive in extremely competitive markets. In this scenario, the use of design tools to accelerate the development of new aircraft becomes essential. Current computational resources allow greater increase in the number of design tools to assist the work of aeronautical engineers.

In essence, the design of an aircraft is a multidisciplinary task, which stimulates the development of computational tools that work with different areas at the same time. Among them, the Multidisciplinary Design Optimization (MDO) can be distinguished, which combines optimization methods to mathematical models of distinct areas of a design to find compromise solutions. The present work introduces MDO and discourses on some possible applications of this methodology.

The implementation of a MDO system for the design of flexible wings, considering dynamic aeroelasticity restrictions and the structural mass, was carried out. As goal, it is desired to find ideal flexional and torsional stiffness distributions of the wing structure, that maximize the critical flutter speed and minimize the structural mass. To do so, it was employed a structural dynamics model based on the Finite Element Method, a nonstationary aerodynamic model based on the Strip Theory and Theodorsen's two-dimensional solutions, a flutter prediction model based on the K Method and a Genetic Algorithm (GA).

Details on the model, restrictions applied and the way the models interact to each other through the optimization are presented. It is made an analysis for choosing the GA optimization parameters and then, the evaluation of two cases to verify the functionality of the implemented system. The results obtained illustrate an efficient methodology, capable of searching optimal solutions for proposed problems, that with the right adjustments can be of great value to accelerate the development of new aircraft.

Keywords: Multidisciplinary Design Optimization (MDO), Aeroelasticity, Flutter, Finite Element Method, Genetic Algorithms.

Lista de Símbolos

A	Área da seção transversal do elemento
$[A_{k*}^{aux}]$	Matriz auxiliar para montagem das matrizes globais
$[A]$	Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos geral
A_{min}	Valor mínimo da área da seção transversal do elemento
b	Semi-corda da faixa
c	Corda da faixa
$\{C_a\}$	Vetor de carregamento aerodinâmico
$C_{L\alpha}$	Derivada do coeficiente de sustentação por ângulo de ataque
D_{EIj}	Valor decimal do número binário EI do j -ésimo elemento finito
D_{GJj}	Valor decimal do número binário GJ do j -ésimo elemento finito
D_{Aj}	Valor decimal do número binário A do j -ésimo elemento finito
E	Módulo de elasticidade do material
EI	Rigidez flexional
EI_{min}	Valor mínimo da rigidez flexional
f	Fator de forma da estrutura
F	Função de <i>fitness</i>
G	Módulo de elasticidade transversal do material
GJ	Rigidez torcional
GJ_{min}	Rigidez torcional
g_l	Número de graus de liberdade de cada nó do elemento finito
g	Amortecimento artificial
h	Deslocamento vertical da faixa

I	Momento polar de inércia
J	Momento polar de inércia à torção
k^*	Índice do passo na montagem das matrizes globais
$[K_e]$	Matriz de rigidez do elemento
$[K_g]$	Matriz de rigidez global
$[K_{gen}]$	Matriz de rigidez generalizada
l_e	Comprimento do elemento
L_f	Força de sustentação da faixa
M	Massa total da estrutura
$[M_e]$	Matriz de massa do elemento
M_f	Momento de arfagem da faixa
$[M_g]$	Matriz de massa global
$[M_{gen}]$	Matriz de massa generalizada
$[M_O]$	Matriz de massa acumulada até o passo $(k^* - 1)$
N	Número de elementos finitos
p	Variável de Laplace adimensional
$[Q_{tot}(k)]$	Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos da asa
$[Q_l(k)]$	Matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos da l -ésima faixa
q_∞	Pressão dinâmica do escoamento não perturbado
S_f	Área superficial da faixa
s	Variável de Laplace
$\{u(t)\}$	Vetor de posições
$u_1, \dots, u_{12}$	Graus de liberdade dos elementos finitos
$\{U\}$	Vetor de modos naturais
$[U]$	Matriz modal
$\{\bar{u}(s)\}$	Vetor de posições no domínio da variável de Laplace
V	Velocidade do escoamento não perturbado
V_{crit}	Velocidade de <i>flutter</i>

x	Coordenada de deslocamento longitudinal (direção da fuselagem)
y	Coordenada de deslocamento lateral (direção da envergadura)
z	Coordenada de deslocamento vertical da faixa
α	Ângulo de ataque da faixa
β	Ângulo de fase
ϕ	Ângulo de torção nas funções de forma do modelo estrutural
γ	Taxa de decaimento (amortecimento aerodinâmico)
$\eta(t)$	Vetor de posições no espaço modal
λ	Auto-valor complexo da solução do <i>flutter</i> pelo método K
ω	Frequência de oscilação harmônica
ω_f	Frequência de <i>flutter</i>
ω_n	Frequências naturais
ρ	Densidade do ar
ρ_e	Densidade do material do elemento
$\psi_1, \dots, \psi_6$	Polinômios de Hermite
$()'$	$\frac{d()} {dy}$
$()''$	$\frac{d^2()} {dy^2}$

Introdução

A indústria aeronáutica passou por uma vultosa evolução desde seu surgimento, no início do século 20, até o presente. Aeronaves tiveram seus sistemas aprimorados e passaram a levar vários anos para serem projetadas, homologadas e colocadas em produção.

Porém, nos dias atuais, é necessário que o desenvolvimento de novas aeronaves seja cada vez mais rápido, mediante o grande número de fabricantes e mercados extremamente dinâmicos. Além disso, a exigência por aeronaves mais seguras aumenta constantemente.

Por outro lado, quando se analisam as etapas de um projeto, é bastante claro que na fase de projeto conceitual, as alterações necessárias têm um custo bem menor do que em fases posteriores, como mostra a Figura 1.1 (DE BAETS; MAVRIS, 2002). Portanto, é desejável possuir o maior número de informações possível nas etapas iniciais de projeto, para que sejam tomadas decisões corretas sem a necessidade de alterações posteriores. E isso envolve, entre outras coisas, a integração das várias áreas do conhecimento aeronáutico.

Desta maneira, a necessidade por ferramentas de projeto mais avançadas e que façam uso dos poderosos recursos computacionais atuais, é evidente.

Figura 1.1: Custo e impacto de alterações de projeto ao longo do tempo de desenvolvimento (DE BAETS; MAVRIS, 2002).

1.1 Otimização Multidisciplinar em Projeto

Uma metodologia nova e muito promissora é a Otimização Multidisciplinar em Projeto (*Multidisciplinary Design Optimization* - MDO). O MDO consiste em códigos computacionais capazes de buscar soluções ótimas levando em conta diversas características da aeronave ao mesmo tempo. Trata-se de uma integração de diversos modelos matemáticos representativos de uma aeronave, em áreas que normalmente não seriam tratadas em uma mesma análise. A idéia do MDO é a obtenção de ferramentas para prover mais informações nas etapas iniciais do projeto, visando diminuir o tempo de projeto e o gasto com alterações.

Já existem vários sistemas MDO em desenvolvimento em todo o mundo. Gallman et al. (1997) utilizaram dois códigos de MDO (ACSYNT-L e SPARROW) para otimizar um jato executivo avançado. A escolha por dois códigos de otimização foi feita para garantir os resultados de projeto e verificar eventuais erros nos métodos de análise. Estes sistemas incluem métodos de análise de desempenho de aeronaves em toda a missão (incluindo distâncias de pouso, velocidade de cruzeiro, teto de serviço, alcance, entre outros dados) e rotinas de otimização que

permitem a obtenção de uma família de configurações ótimas. O objetivo de projeto é o peso vazio da aeronave, variando-se diversos parâmetros, como ângulo de enflechamento, razão de espessura pela corda da asa, área da asa, alongamento e margem estática. Como resultado foi obtida uma família de soluções para um jato executivo com oito lugares, capaz de transportar seis passageiros por 5185 km um número de mach entre 0,81 e 0,85, com teto de serviço de 51000 pés, além de outras características.

Outro sistema de MDO é o ASTROS (*Automated STRuctural Optimization System* - Sistema de Otimização Estrutural Automatizado), que já é comercializado e utilizado por diversas empresas e universidades e consiste em diversos módulos que são integrados para a busca das soluções ótimas de projeto estrutural. Os módulos principais são os de elementos finitos estruturais estático, dinâmico e de resposta em frequência, os de aerodinâmica estacionária e não-estacionária, subsônica e supersônica, e o módulo de otimização (JOHNSON, VENKAYYA, 1988 apud BISHOP et al., 1998).¹ Com estes é possível analisar ou otimizar o projeto de configurações dadas de aeronaves, de acordo com as necessidades do projetista.

Na área de desenvolvimento de mísseis, Tekinalp e Bingol (2004) implementaram um MDO para otimização das variáveis de projeto e de controle, juntamente com a trajetória do míssil, utilizando um processo iterativo com subdivisões igualmente espaçadas no tempo até o fim da combustão no motor, e com subdivisões igualmente espaçadas no consumo de energia, após o fim da combustão (*burnout*). Esse padrão de divisões foi comparado a outros e se mostrou o mais eficiente para este estudo. Entre os resultados apresentados pelos autores, pode-se destacar mísseis com alcance de 100 km de distância chegando a uma altitude entre 25 km e 30 km, dos quais diversas variáveis de projeto e controle foram determinadas pelo MDO.

Uma aplicação interessante de MDO é apresentada por Xiong et al. (2005). Trata-se da utilização de um sistema de otimização multidisciplinar para máquinas com turbinas complexas, chamado FIPER (*federated intelligent product environment*), para uma aplicação industrial no projeto da estrutura de um combustor de motor a jato para aeronaves, conduzido pela Gene-

¹JOHNSON, E. H., VENKAYYA, V. B., *Automated Structural Optimization System (ASTROS), Volume I - Theoretical Manual*, Air Force Wright Aeronautical Labs., TR-88-3028/I, Wright-Patterson AFB, OH, dezembro 1988.

ral Electric. Os requisitos de projeto foram restrições práticas envolvendo áreas como termodinâmica, fadiga e dinâmica estrutural. Foi obtida uma estrutura ótima para o combustor de um motor respeitando todos os requisitos de projeto, além de várias conclusões sobre a otimização e os métodos de modelagem empregados.

A otimização multidisciplinar em projeto também tem atraído a atenção dos pesquisadores e engenheiros de asas rotativas. Fusato e Celi (2006) apresentaram um estudo em que a dinâmica do rotor e a dinâmica de vôo foram simultaneamente consideradas para a maximização do amortecimento de um dos modos do rotor. A otimização trabalhou com oito variáveis de projeto referentes ao rotor, à estrutura e ao sistema de controle de vôo. Das restrições impostas pode-se destacar a estabilidade do rotor, as cargas no rotor e diversas restrições de qualidade de manuseio (*handling qualities*) baseadas na ADS-33 (U.S. ARMY AVIATION AND MISSILE COMMAND, 2000). Obteve-se sucesso nos dois casos avaliados neste trabalho, ao alcançar um aumento de cerca de 90% no amortecimento do referido modo, com todas as variáveis satisfazendo os requisitos de projeto.

Para a área de asas adaptativas (*morphing wings*) a utilização de MDO é também muito promissora. Maute e Reich (2006) trabalharam com um novo tratamento para a otimização multidisciplinar de mecanismos de estruturas aeronáuticas adaptativas, onde a otimização define o esquema do mecanismo, o número de atuadores e de pivôs a serem utilizados em uma asa adaptativa, juntamente com a definição das melhores formas para cada condição de vôo. O que se vinha fazendo anteriormente (método de dois passos) era otimizar a geometria da asa para atender aos requisitos aerodinâmicos de cada condição de vôo e então encontrar o mecanismo que levasse à essas geometrias. As soluções encontradas pelo esquema proposto foram bem melhores que as encontradas pelo método de dois passos, porém o custo computacional é cerca de dez vezes maior.

Na Coreia, Kim et al. (2006) realizaram uma otimização multidisciplinar aerodinâmica e estrutural para a asa de um caça supersônico coreano (T/A-50), com múltiplos objetivos, utilizando a metodologia de superfície de resposta. Foram definidas treze variáveis de projeto

a serem otimizadas, sendo nove delas relativas a aerodinâmica da asa e do aerofólio e outras quatro referentes a estrutura da asa. A otimização foi feita considerando várias condições de voo, e utiliza um algoritmo genético para controlar o peso de cada uma das condições. Como resultado, a asa obtida da é muito semelhante à asa real da aeronave, que foi desenvolvida através de inúmeros ensaios em túnel de vento e estudos de custo-benefício, o que comprova a possibilidade da utilização do esquema de MDO desenvolvido como uma eficiente ferramenta de projeto conceitual.

Liu et al. (2006) propuseram um esquema de ajuste automático para o projeto conceitual de aeronaves e otimização. A idéia básica foi criar uma rede de conexões entre os vários componentes para a utilização de um sistema de projeto chamado *Synthetic Environment for Aircraft Conceptual Design* (SEACD) (LIU et al., 2004), de maneira que uma alteração em um dos componentes cause um ajuste automático nos outros através de relações e regras pré-definidas. Este MDO foi aplicado na otimização de um jato executivo conceitual para verificação do sistema proposto e foram obtidas duas configurações ótimas. Com a utilização de um sistema como este, gasta-se um pouco de tempo para criar as regras iniciais da rede de conexões, mas muitas vantagens são obtidas posteriormente, com a agilidade que o sistema traz ao projeto.

Diversos outros sistemas de MDO já estão em funcionamento e tem enorme valor, principalmente quando se buscam novos conceitos, para os quais não há banco de dados de aeronaves anteriores para serem utilizados como ponto de partida, como é o caso dos projetos de *Blended Wing and Body* (BWB), *C-wing* (asa em C), entre outros. São utilizados, considerando as mais diversas disciplinas, como estruturas, dinâmica de voo, desempenho, propulsão, aerodinâmica, controle, custos, entre outras. Contudo, a maioria dos trabalhos de MDO atualmente tem sido realizados nas áreas de estruturas (estática e dinâmica), aerodinâmica, controle, alguns envolvendo aeroelasticidade e ainda há muito para ser estudado em todas as frentes de MDO, principalmente em áreas como a aeroelasticidade, que hoje em dia é tratada bem tarde nos projetos e geralmente acarretam mudanças relativamente profundas. Também é necessário o aprofundamento nos conhecimentos sobre os vários métodos de otimização, suas capacidades, limitações e aplicações, uma vez que eles representam o coração dos sistemas de MDO.

1.1.1 MDO com Restrição Aeroelástica

Entre muitos casos específicos tratados pelos recentes estudos, um tem elevada importância no projeto de aeronaves de alto desempenho, que é o estudo da aeroelasticidade.

A aeroelasticidade assumiu papel de destaque no projeto de aeronaves já no começo do século XX, quando alguns acidentes ocorreram devido ao *flutter*, que então não era bem conhecido. Entre os casos de *flutter* registrados, pode-se citar o do bombardeiro Handley Page 0/400, no início da Primeira Guerra Mundial, com estudos conduzidos a este respeito em 1916 (Lanchester, 1916 e Bairstow, Fage, 1916 apud BISPLINGHOFF et al., 1996).^{2 3} Caso semelhante a este ocorreu com a aeronave De Havilland DH-9 em 1917 e várias vidas foram perdidas até ser encontrada a solução para o problema. Nos casos acima, ambas aeronaves eram biplanos, que tem altas rigidezes torcionais, inerentes ao tipo de construção, tendo ocorrido *flutter* na cauda.

Quando se passou ao desenvolvimento de monoplanos, começaram a surgir os problemas aeroelásticos nas asas. Devido a insuficiente rigidez torcional, ocorreram perda de eficácia dos ailerons, deformações sob distribuição de carga e o *flutter* (BISPLINGHOFF et al., 1996). O primeiro exemplo registrado é do monoplane cantilever Fokker D-8, que apresentou problemas de rigidez torcional, devido ao dimensionamento ter sido feito através de critérios utilizados para biplanos. Como o desempenho desta aeronave era superior, ela era produzida e fornecida primeiro aos melhores pilotos e esquadrões. Assim, com os repetidos acidentes, temeu-se perder a nata da força aérea alemã e Anthony Fokker, por fim, descobriu o problema (Fokker, 1931 apud BISPLINGHOFF et al., 1996).⁴

Atualmente, embora se tenha consciência da importância da aeroelasticidade, a maioria das análises aeroelásticas de um novo projeto acontecem em etapas bastante adiantadas do desenvolvimento, o que causa grandes prejuízos em casos de necessidade de alteração da estrutura. Já há, no entanto, alguns estudos de MDO com restrições aeroelásticas, para que este conhe-

²Lanchester, F. W., *Torsional Vibration of the Tail of an Airplane*, Br. A.R.C., R. & M. 276, Part 1, July, 1916.

³Bairstow, L., Fage, A., *Oscillations of the Tailplane and Body of an Aeroplane in Flight*, Br. A.R.C., R. & M. 276, Part 2, July, 1916.

⁴Fokker, A. H. G., *The Flying Dutchman*, Henry Holt and Co., Inc., 1931.

cimento esteja disponível nas fases iniciais. De maneira geral, utilizam modelos estruturais de elementos finitos e modelos aeroelásticos, integrando-os a um otimizador, mas o enfoque dos trabalhos é bastante variado.

Bishop et al. (1998) investigaram o desempenho do código de MDO ASTROS no projeto otimizado de uma asa de baixo alongamento, do padrão de aviões de caça, utilizando duas modelagens de elementos finitos. Obtiveram modelos ótimos de projeto da asa, com um modelo bastante simplificado e outro mais refinado, aplicando restrições de resistência estrutural, reversão de aileron, e *flutter*, usando teorias aerodinâmicas subsônica e supersônica.

Percebendo a importância dos efeitos aeroelásticos no projeto de uma aeronave, o Instituto de Projeto de Aeronaves e Estruturas Leves (IFL), da Alemanha, decidiu aperfeiçoar seus métodos próprios de análise para que levassem em conta tais efeitos, tão cedo quanto possível, nos projetos conceitual e preliminar (ÖSTERHELD et al., 2000). Inicialmente, deu-se ênfase ao desenvolvimento e implementação de modelagens e métodos de análise avançados, tanto para estruturas como para aerodinâmica, aplicados no *toolbox* PrADO (*Preliminary Aircraft Design and Optimization Program* - Programa de Projeto Preliminar e Otimização de Aeronaves), também desenvolvido no IFL.

De Baets e Mavris (2002) definiram uma metodologia para a implementação de uma ferramenta de projeto para aeroelasticidade, para uso em ambiente de projeto conceitual, utilizando otimização estrutural com restrições de aeroelasticidade dinâmica. Este trabalho tratou dos métodos a serem utilizados, como o ASTROS e o ZAERO, este que é um modelo aeroelástico de alta fidelidade que se acopla prontamente ao ASTROS e fornece melhores resultados para as propriedades aeroelásticas. Posteriormente foi implementada a metodologia e avaliada em um caso base, no projeto de um jato executivo supersônico e silencioso (DE BAETS, 2004).

Na Índia, Bhatia et al. (2003) realizaram um trabalho de otimização de asas flexíveis de aeronaves de transporte subsônicas, onde a geometria e o dimensionamento estrutural são simultaneamente otimizados, levando em conta os efeitos de aeroelasticidade estática. O estudo foi feito utilizando a asa do Boeing 737-200 e foram otimizadas diversas variáveis referentes a

geometria da asa e da estrutura.

Outro exemplo da utilização do ASTROS é apresentado por Jun et al. (2003), na otimização multidisciplinar no projeto de uma estrutura de asa com míssil em sua ponta. Foram considerados requisitos de resistência estrutural da asa sujeita a escoamento estacionário, bem como a velocidade crítica de *flutter*. Foram utilizados modelos de elementos finitos realísticos da estrutura da asa e do míssil e as variáveis de projeto foram diversas dimensões da estrutura da asa e as posições possíveis para o míssil. Foram obtidas estruturas otimizadas para a asa e das análises executadas conclui-se que a aerodinâmica do míssil tem grande influência no comportamento aeroelástico do sistema, uma vez que considerando apenas sua massa e desprezando sua aerodinâmica a velocidade de *flutter* é consideravelmente maior, e por isso utilizou-se a capacidade de otimização do ASTROS para melhorar as características aeroelásticas.

Estudo muito semelhante foi realizado por Janardhan e Grandhi (2004) também com o ASTROS. Enquanto o estudo anterior (JUN et al., 2003) foi realizado principalmente em regimes subsônico e supersônico, este trabalhou no regime transônico e comparou os resultados do ASTROS (aerodinâmica linear) com o de outro modelo aeroelástico que inclui aerodinâmica transônica não-linear, CAP-TSD (BATINA et al., 1990). Porém neste não foi considerada a influência aerodinâmica do corpo na ponta da asa. Os resultados obtidos mostram que a diferença das velocidades de *flutter* do ASTROS para o CAP-TSD não-linear são aproximadamente as mesmas, tanto na região subsônica como na transônica. O ASTROS foi capaz de desenvolver uma asa ótima e factível com velocidade crítica aumentada no regime transônico.

Pode-se observar que estão sendo feito vários estudos de MDO considerando a aeroelasticidade, mas de modo geral, ainda estão em fase inicial, tendo muito o que se aprofundar em relação aos modelos matemáticos e aos otimizadores, bem como a sua aplicação prática na indústria aeronáutica. É notório também que a maioria dos estudos são iniciados apenas com as asas das aeronaves, mas deverão em breve considerar aeronaves completas.

1.1.2 MDO Baseado em Algoritmos Genéticos

Quando se busca ferramentas para otimização, logo surge uma importante questão, que é a escolha do método de otimização a ser utilizado, visto que há diversos disponíveis. Segundo Hajela (1999), para problemas com variáveis discretas existe uma dificuldade em se utilizar métodos de gradiente, pois é necessário fazer adaptações criando múltiplos problemas contínuos equivalentes. Para problemas de muitas dimensões este esquema torna-se inviável, o que pode ser comprovado pela pequena quantidade de trabalhos de MDO utilizando métodos de otimização baseado em gradientes. E além disso, estes métodos têm uma propensão à convergir para ótimos relativos (ótimos locais) muito próximos ao ponto de partida, o que se torna uma falha grave.

Entre os métodos que não são baseados em gradientes, diversos serão citados a seguir (HAJELA, 1999). Os métodos de ordem zero para busca local podem ser divididos em determinísticos - método de busca de padrões de Hooke e Jeeves (HOOKE; JEEVES, 1961), método de Rosenbrock (ROSENBROCK, 1960) e método de Powell (POWELL, 1964) - e estocásticos - métodos de busca aleatória. Semelhantemente, os métodos de busca globais se dividem em determinísticos - métodos de particionamento (PINTER, 1995; HANSEN, 1992), método de programação quadrática sequencial (BIGGS, 1975) e métodos de aglomeração (TORN; ZILINSKAS, 1989) - e estocásticos - método de *Simulated Annealing* (KIRKPATRICK et al., 1983), método de Algoritmo Genético (HOLLAND, 1974; GOLDBERG, 1989) este extensamente utilizado em trabalhos de MDO. A seguir será dada uma breve descrição sobre os Algoritmos Genéticos (AG) e serão citados alguns trabalhos que fazem uso dos mesmos.

Baseado na teoria evolucionária de Darwin e em teorias de genética de seres vivos, o AG é um método que lida com a evolução de populações de soluções. Cada solução é adequadamente codificada como um cromossomo e o procedimento básico dos AGs copia o processo biológico natural, com cruzamentos semi-aleatórios entre os indivíduos (pais), gerando novos indivíduos (filhos), sendo possível a ocorrência ocasional de mutação. Após os cruzamentos, os melhores indivíduos são selecionados, descartando-se os piores, como na seleção natural das espécies.

Esse método foi criado por John H. Holland (HOLLAND, 1974) e sua equipe (DE JONG, 1975, 1980), na Universidade de Michigan e tem sido muito utilizado pela robustez inerente. O AG não apresenta grandes tendências de encontrar ótimos locais, uma vez que não percorre um “caminho” (como os métodos de gradiente) em busca da melhor solução, mas utiliza um procedimento que tende a selecionar indivíduos (soluções) de regiões distintas do domínio de soluções. Além disso, a implementação dos AGs em geral é muito simples, o que se torna mais um atrativo do método.

Khatib e Fleming (1997) fizeram uma revisão sobre computação evolucionária para aplicação em MDO. Concluíram que os AGs pertencem a um grupo de sistemas de solução mais abrangente, dos chamados algoritmos evolucionários, do qual também fazem parte os seguintes: programação evolucionária, estratégias de evolução, programação genética e sistemas classificadores. Contudo, na comunidade de MDO, o mais utilizado deles àquela época e ainda hoje é o algoritmo genético.

A utilização de um AG para o projeto preliminar de asas subsônicas foi apresentada por Anderson e Gebert (1996). Os objetivos foram a otimização da razão de sustentação por arrasto (L/D) variando-se a forma aerodinâmica, com a restrição estrutural de a asa não quebrar sob os carregamentos especificados. As soluções de Pareto (conjunto das soluções que para ter uma característica melhorada deve ter outra piorada) encontradas mostram a capacidade do AG de determinar asas de alta eficiência, mantendo boa sustentação e boa resistência aos carregamentos.

Roth e Crossley (2003) aplicaram técnicas de otimização no projeto conceitual de aeronaves adaptativas (*morphing aircraft*). A proposta do trabalho foi determinar quais características deveriam ser mutáveis e qual a quantidade destas mutações, sendo necessário modelar as mutações como uma variável independente. Entre os métodos de otimização testados, vários problemas de convergência se sucederam devido às descontinuidades do equacionamento adotado, sendo que apenas o algoritmo genético foi capaz de cumprir o papel eficazmente. Foram obtidos diversos dados a serem mutáveis em regimes diferentes de voo, como razão de peso-empuxo,

ângulo de enflexamento, alongamento, em condições de subida, cruzeiro, *loiter*, entre outras.

Para o projeto preliminar de estruturas tipo caixa de asas, com restrição de torção máxima, Kapania e Chun (2004) utilizaram três métodos de otimização, sendo que o AG foi utilizado primeiro para determinação de ótimo local, uma vez que tem reconhecida robustez. Depois foram utilizados dois métodos de gradiente (*steepest-descent* e gradiente conjugado) e os resultados foram comparados aos obtidos pelo AG. Neste trabalho percebe-se a grande confiabilidade creditada ao método de algoritmos genéticos.

Liu (2005) propôs um algoritmo genético com algumas alterações no operador *crossover*, ao qual chamou de algoritmo genético inteligente, e fez a aplicação deste na otimização da aerodinâmica de aeronaves, trabalhando tanto o aerofólio como geometria em planta (*planform*), tendo vários parâmetros trabalhados para a redução do arrasto. Duas aeronaves avançadas foram utilizadas para esta aplicação, sendo uma delas um avião de defesa avançado e a outra, o caça F-16A, tendo-se obtido uma redução de arrasto total de 2,18% e 1,86%, respectivamente. As alterações impostas propiciaram um melhor desempenho no AG, e demonstram mais uma vez a grande versatilidade e liberdade que o método apresenta.

Mediante os novos estudos para o desenvolvimento de novas aeronaves de transporte supersônicas, Arizono e Isogai (2005), desenvolveram um código para a otimização da estrutura de uma asa tipo *cranked-arrow* baseada na configuração em estudo pela Boeing, considerando a resistência ao carregamento estacionário, flambagem localizada e análises aeroelásticas. A estrutura da asa é de material composto laminado e utilizou-se um AG para determinar a forma de laminação ótima, para o menor peso estrutural, respeitando os fatores já citados. Foram obtidas soluções que satisfazem todos os requisitos, determinando-se assim os ângulos de laminação e espessura necessárias para a estrutura de uma asa com velocidade crítica de 372,3 m/s.

Antoine e Kroo (2005) exploraram a possibilidade de se integrar estudos de ruídos e emissões de poluentes como objetivos de otimização, para aplicação em projeto conceitual. A ferramenta de projeto faz análises comparativas levando em conta os aspectos ambientais e o custo operacional, sendo a otimização realizada por um algoritmo genético multiobjetivo. Entre os

códigos utilizados, destacam-se o de previsão de ruídos (ANOPP), desenvolvido pelo Centro de Pesquisa NASA Langley, o de desempenho de motores, desenvolvido pelo Centro de Pesquisa NASA Glenn e os módulos de projeto, análise e otimização de aeronaves, desenvolvidos na Universidade de Stanford, Califórnia.

1.2 Objetivos

A proposta deste trabalho é a implementação de uma ferramenta computacional para o projeto conceitual e preliminar de asas flexíveis de aeronaves, visando trazer maior agilidade nas etapas iniciais de projeto, como também maior quantidade de informação.

Esta ferramenta é capaz de determinar estruturas ótimas para cada caso avaliado, considerando a aeroelasticidade dinâmica (*flutter*) e o peso estrutural. Para tanto, utiliza um modelo dinâmico-estrutural em elementos finitos, um modelo aeroelástico (modelo dinâmico-estrutural e modelo aerodinâmico não-estacionário) para previsão da velocidade crítica de *flutter* e algoritmo genético para a otimização. O principal obstáculo a ser transposto é a integração dos modelos, não importando, neste momento, se os modelos têm alta acuracidade ou apenas qualidade aceitável de resultados.

1.3 Estrutura da Dissertação

Neste trabalho são apresentados os modelos matemáticos utilizados para os cálculos da dinâmica-estrutural de uma asa flexível e da velocidade crítica de *flutter*, como também o funcionamento básico do método de otimização por algoritmos genéticos e as particularidades do AG implementado.

O capítulo 2 inicialmente mostra o equacionamento básico do modelo em elementos finitos empregado e suas entradas e saídas. Passa então por uma breve explicação do modelo aerodinâmico não-estacionário usado no modelo aerolástico e em seguida descreve o funcionamento deste, a técnica de solução de *flutter* por ele utilizada e também, suas entradas e saídas.

A descrição do funcionamento do método de AG é feita no capítulo 3, onde são descritos os operadores básicos, os procedimentos típicos deste método bio-inspirado e os detalhes de sua implementação. Os casos avaliados neste estudo e os resultados obtidos são tratados no capítulo 4, e as conclusões são apresentadas no capítulo 5.

Solução do Sistema Aeroelástico

2.1 Introdução

Para um sistema de MDO necessita-se de modelos matemáticos que tenham boa acuracidade e principalmente, que tenham o menor custo computacional possível, uma vez que serão integrados a outros modelos e executados por inúmeras vezes em busca de soluções ótimas. Assim, o modelo aeroelástico escolhido, para atender a este critério, trabalha no domínio da frequência, que é mais rápido que os modelos no domínio do tempo e fornece o necessário para compor o parâmetro utilizado no processo de otimização (função de custo), neste caso, a velocidade crítica de *flutter*.

Para a solução do problema aeroelástico durante o processo de MDO, o modelo para solução de *flutter* é baseado no de Silva (1994) e as informações da dinâmica estrutural são obtidas através de um modelo em elementos finitos. De uma forma geral, o funcionamento esquematizado no diagrama da Figura 2.1 representa a solução do problema aeroelástico dentro do processo de MDO. São necessárias entradas que descrevam os modos e frequências naturais da estrutura, bem como outras que definam parâmetros referentes ao modelo aerodinâmico de teoria das faixas e Theodorsen. Do modelo estrutural já se obtém também os parâmetros para o método de solução de *flutter*. O modelo resolve então um problema de auto-valor utilizando o método K (HODGES; PIERCE, 2002). Os valores de frequência, amortecimento e velocidade são as saídas fornecidas para cada modo, gerando curvas V - g - f e obtendo a velocidade crítica

de *flutter* para o respectivo modo crítico.

Figura 2.1: Diagrama do funcionamento do modelo aeroelástico.

A seguir serão descritos os detalhes dos modelos dinâmico-estrutural e aerodinâmico utilizados para a solução do problema aeroelástico.

2.2 Modelo Dinâmico-Estrutural

Para a obtenção das características estruturais dinâmicas da asa em estudo, optou-se por desenvolver um modelo matemático usando o método dos elementos finitos. Esta escolha foi feita pela possibilidade de adequar facilmente os resultados modais às entradas necessárias ao modelo aeroelástico.

O método dos elementos finitos foi sugerido inicialmente por Courant (1943 apud MEIROVITCH, 1980)¹, mas o desenvolvimento do método como é conhecido hoje é creditado a dois trabalhos da área de aeronáutica (TURNER et al., 1956 e MELOSH, 1963 apud MEIROVITCH,

¹Courant, R. Variational Methods for Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations, *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 49, p. 1-23, jan. 1943.

1980)^{2 3}. Ele consiste na discretização de uma estrutura contínua em elementos delimitados por pontos, chamados nós, onde condições de compatibilidade de movimentos e equilíbrio de forças internas são aplicadas (MARQUES, 1993). Com a imposição destas condições, o conjunto dos elementos finitos se comporta como um corpo contínuo. Mais detalhes sobre os fundamentos do método de elementos finitos podem ser encontrados em: Meirovitch (1980), Craig (1981), Melosh (1990), Marques (1993) e Soriano (2003).

Diversos tipos de elementos foram desenvolvidos, para os mais diversos e complexos tipos de estruturas. Para aplicações em pás de helicópteros, como nos trabalhos de Marques (1993) e Gasparini (2004), assim como em asas de geometria comum, é possível utilizar o elemento de viga de Bernoulli-Euler, tendo sido este o elemento escolhido para a implementação do presente modelo.

O elemento de viga de Bernoulli-Euler (CRAIG, 1981), representa uma viga com propriedades constantes ao longo de seu comprimento, dois nós (em suas extremidades), com seis graus de liberdade cada, como mostra a Figura 2.2. Para o caso estudado, ou seja, uma longarina de asa cujos modos devem ser determinados para os cálculos de previsão de *flutter*, os graus de liberdade do elemento que representam os deslocamentos na direção da envergadura (eixo y), na direção da corda (eixo x) e rotação em torno do eixo vertical (eixo z), respectivamente u_1 e u_7 , u_3 e u_9 , u_5 e u_{11} na Figura 2.2, não têm influência relevante para descrever o movimento do *flutter* e foram, portanto, desconsiderados.

Empregou-se então um modelo com elementos de 3 graus de liberdade por nó (Figura 2.3), sendo estes um deslocamento vertical (eixo z) e uma rotação em torno do eixo x (longitudinal da aeronave), respectivamente u_1 e u_3 , para representar a flexão, e uma rotação em torno do eixo y (u_2 na direção da longarina), para representar a torção. A Figura 2.3 mostra os graus de liberdade do elemento utilizado.

Para representar a forma das deformações dos elementos, quando sujeitos aos carregamen-

²Turner, M. J.; Clough, R. W.; Martin, H. C.; Topp, L. J. Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures, *Journal of Aeronautical Sciences*, v. 23, p. 805-823, 1956

³Melosh, R. J. Basis for Derivation of Matrices for the Direct Stiffness Method, *AIAA Journal*, v. 1, n. 7, p. 1631-1636, 1963

Figura 2.2: Elemento de viga de Bernoulli-Euler (CRAIG, 1981).

Figura 2.3: Graus de liberdade do elemento de viga utilizado.

tos, são utilizadas funções de forma, que transformam os deslocamentos elásticos da estrutura em deslocamentos nodais:

$$\begin{aligned} z &= \psi_1 u_1 + \psi_2 u_3 + \psi_3 u_4 + \psi_4 u_6 \\ \phi &= \psi_5 u_2 + \psi_6 u_5 \end{aligned} \quad , \quad (2.1)$$

onde as funções ψ_i são os os polinômios de Hermite:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 1 - 3 \left(\frac{y}{l_e} \right)^2 + 2 \left(\frac{y}{l_e} \right)^3 \\ \psi_2 &= y - 2l_e \left(\frac{y}{l_e} \right)^2 + l_e \left(\frac{y}{l_e} \right)^3 \\ \psi_3 &= 3 \left(\frac{y}{l_e} \right)^2 - 2 \left(\frac{y}{l_e} \right)^3 \\ \psi_4 &= -l_e \left(\frac{y}{l_e} \right)^2 + l_e \left(\frac{y}{l_e} \right)^3 \\ \psi_5 &= 1 - \frac{y}{l_e} \\ \psi_6 &= \frac{y}{l_e} \end{aligned} \quad . \quad (2.2)$$

A partir destas equações, é possível então encontrar as expressões para as rigidezes:

$$\begin{aligned}
 k_{ij} &= \int_0^{l_e} EI \psi_i'' \psi_j'' dy \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } j = 1, 2, 3, 4, \\
 k_{ij} &= \int_0^{l_e} GJ \psi_i' \psi_j' dy \quad \text{para } i = 5, 6 \text{ e } j = 5, 6, \\
 m_{ij} &= \int_0^{l_e} \rho A \psi_i \psi_j dy \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } j = 1, 2, 3, 4, \\
 m_{ij} &= \int_0^{l_e} \rho J \psi_i \psi_j dy \quad \text{para } i = 5, 6 \text{ e } j = 5, 6,
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

onde $()' = \frac{d()}{dy}$ e $()'' = \frac{d^2()}{dy^2}$.

A partir destas expressões, as matrizes de rigidez e massa de cada elemento são montadas:

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l_e^3} & 0 & \frac{6EI}{l_e^2} & -\frac{12EI}{l_e^3} & 0 & \frac{6EI}{l_e^2} \\ 0 & \frac{GJ}{l_e} & 0 & 0 & -\frac{GJ}{l_e} & 0 \\ \frac{6EI}{l_e^2} & 0 & \frac{4EI}{l_e} & -\frac{6EI}{l_e^2} & 0 & \frac{2EI}{l_e} \\ -\frac{12EI}{l_e^3} & 0 & -\frac{6EI}{l_e^2} & \frac{12EI}{l_e^3} & 0 & -\frac{6EI}{l_e^2} \\ 0 & -\frac{GJ}{l_e} & 0 & 0 & \frac{GJ}{l_e} & 0 \\ \frac{6EI}{l_e^2} & 0 & \frac{2EI}{l_e} & -\frac{6EI}{l_e^2} & 0 & \frac{4EI}{l_e} \end{bmatrix}, \tag{2.4}$$

$$[M_e] = \frac{\rho_e A l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 22l_e & 54 & 0 & -13l_e \\ 0 & \frac{140J}{A} & 0 & 0 & \frac{70J}{A} & 0 \\ 22l_e & 0 & 4l_e^2 & 13l_e & 0 & -3l_e^2 \\ 54 & 0 & 13l_e & 156 & 0 & -22l_e \\ 0 & \frac{70J}{A} & 0 & 0 & \frac{140J}{A} & 0 \\ -13l_e & 0 & -3l_e^2 & -22l_e & 0 & 4l_e^2 \end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

Uma vez calculadas as matrizes do elemento, a montagem das matrizes globais de rigidez e massa é feita através da superposição das matrizes de cada elemento (MARQUES, 1993). Neste processo cumulativo, é utilizada uma matriz auxiliar formada de zeros e uns, dispostos de forma diferenciada para cada elemento finito, de dimensão $g_l \times g_l(N+1)$, onde g_l é o número de graus de liberdade de cada nó e N é o número de elementos. As matrizes dos elementos devem obedecer a seqüência destes na estrutura, sendo a matriz auxiliar criada com a seguinte regra:

$$[A_{k^*}^{aux}](i, j) = 1 \text{ para } i = 1, 2, \dots, g_l \text{ e } j = (k^* - 1)g_l + 1, (k^* - 1)g_l + 2, \dots, (k^* - 1)g_l + g_l;$$

$$[A_{k^*}^{aux}](i, j) = 0 \text{ para os demais pares } (i, j);$$

onde k^* representa o k^* -ésimo elemento finito.

As matrizes globais são formadas com o acúmulo dos sucessivos resultados obtidos com este processo, para cada elemento finito. Para exemplificar, o k^* -ésimo passo na montagem da matriz global é dado por:

$$[M_g] = [M_O] + [A_{k^*}^{aux}]^T [M_e] [A_{k^*}^{aux}] \quad \text{para } k^* = 1, 2, \dots, N ;$$

onde $[M_O]$ é a matriz de massa acumulada até o passo $(k^* - 1)$. Para o primeiro elemento finito ($k^* = 1$), $[M_O]$ é uma matriz nula.

Um sistema aeroelástico geral, sem amortecimento, pode ser representado pela seguinte equação:

$$[M_g] \{\ddot{u}(t)\} + [K_g] \{u(t)\} = \{C_a\} , \quad (2.6)$$

onde $[M_g]$ e $[K_g]$ são respectivamente as matrizes globais de massa e rigidez, $\{u(t)\}$ é um vetor de posições e $\{C_a\}$ é o vetor de carregamento aerodinâmico.

Para se conhecer as características dinâmicas da estrutura, deve-se obter as frequências naturais e os modos de vibração, resolvendo para tanto, a equação do movimento para vibração livre, representada pela seguinte equação matricial:

$$[M_g] \{\ddot{u}(t)\} + [K_g] \{u(t)\} = 0 . \quad (2.7)$$

Considerando-se a hipótese de movimento harmônico, descreve-se então:

$$\{u(t)\} = \{U\} \cos(\omega t - \beta) , \quad (2.8)$$

que substituído na equação (2.7), resulta no problema de auto-valores:

$$([K_g] - \omega_n^2 [M_g]) \{U\} = 0 . \quad (2.9)$$

Como soluções deste problema resultam as frequências naturais (auto-valores - ω_n) e os modos naturais (auto-vetores referentes a cada auto-valor - $\{U\}$). A seguir uma importante dedução será mostrada, baseada em McConnell (1995). Para quaisquer dois auto-valores ω_r e ω_s :

$$([K_g] - \omega_r^2 [M_g]) \{U_r\} = 0 \implies [K_g] \{U_r\} = \omega_r^2 [M_g] \{U_r\} \quad (2.10)$$

e

$$([K_g] - \omega_s^2 [M_g]) \{U_s\} = 0 \implies [K_g] \{U_s\} = \omega_s^2 [M_g] \{U_s\} \quad (2.11)$$

Pré-multiplicando cruzado os vetores transpostos dos auto-vetores, tem-se então:

$$\{U_s\}^T [K_g] \{U_r\} = \omega_r^2 \{U_s\}^T [M_g] \{U_r\} \quad (2.12)$$

e

$$\{U_r\}^T [K_g] \{U_s\} = \omega_s^2 \{U_r\}^T [M_g] \{U_s\} \quad (2.13)$$

que com $\omega_r \neq \omega_s$ resulta em:

$$\{U_r\}^T [M_g] \{U_s\} = 0 \quad (2.14)$$

e

$$\{U_r\}^T [K_g] \{U_s\} = 0 \quad (2.15)$$

de onde se pode concluir que as formas dos modos associados com diferentes frequências naturais são inercial e elasticamente ortogonais (independentes), ou seja, os modos são desacoplados, sendo que os movimentos do sistema podem ser representados por uma combinação linear dos movimentos de cada modo natural, pelo princípio da superposição (CRAIG, 1981), podendo-se inclusive trabalhar apenas com alguns modos de interesse. Uma das consequências da ortogonalidade é a obtenção das matrizes $[M_{gen}]$ e $[K_{gen}]$:

$$[U]^T [M_g] [U] = [M_{gen}] \quad (2.16)$$

e

$$[U]^T [K_g] [U] = [K_{gen}] \quad (2.17)$$

que são as matrizes de massa e rigidez generalizadas, que novamente demonstram que o sistema

é desacoplado por serem diagonais.

Considerando a seguinte transformação linear de coordenadas para o espaço modal ($\eta(t)$):

$$\{u(t)\} = [U] \{\eta(t)\} \quad , \quad (2.18)$$

aplicando na equação (2.6), pré multiplicando por $[U]^T$ e pós multiplicando por $[U]$, chega-se em:

$$[U]^T [M_g] [U] \{\ddot{\eta}(t)\} + [U]^T [K_g] [U] \{\eta(t)\} = [U]^T \{C_a\} \quad , \quad (2.19)$$

ou seja:

$$[M_{gen}] \{\ddot{\eta}(t)\} + [K_{gen}] \{\eta(t)\} = [U]^T \{C_a\} \quad . \quad (2.20)$$

Então, resolvido o problema de auto-valores e auto-vetores, e definidos os modos de interesse a serem utilizados, já se tem os dados de entrada referentes à estrutura da asa, necessários para o modelo aeroelástico, ou seja, para cada frequência natural, a forma dos modos de flexão e torção desacoplados (representados por deslocamento vertical e rotação de cada faixa), as massas e rigidezes generalizadas.

2.3 Modelo Aerodinâmico

Para a representação das forças e momentos sobre a asa, emprega-se um modelo aerodinâmico baseado na teoria das faixas (YATES JR., 1966). Este modelo parte da idéia de modelar escoamentos aerodinâmicos tridimensionais através de formulações bidimensionais.

Figura 2.4: Discretização em faixas (SILVA, 1994).

A Figura 2.4 mostra uma discretização típica para o método, onde cada uma das faixas ao longo da envergadura é tratada como uma seção bidimensional. Esta teoria não considera os efeitos de ponta de asa, nem a influência de uma faixa sobre a outra, mas para asas de grande alongamento e com poucas variações das características aerodinâmicas ao longo das faixas, os resultados são bastante satisfatórios.

Para cada faixas, aplica-se a formulação de Theodorsen (THEODORSEN, 1934), que representa o carregamento aerodinâmico não-estacionário para escoamento incompressível e potencial, com pequenas perturbações. Esta modelagem utiliza singularidades aerodinâmicas para representar o escoamento sobre um aerofólio em movimento harmônico simples. Duas partes compõem o escoamento através das singularidades, uma circulatória (esteira de vórtices) e outra não-circulatória (fontes no extradorso e no intradorso do aerofólio) e os respectivos cálculos dos potenciais de velocidades são efetuados separadamente. Com estes potenciais, é possível integrar a distribuição de pressão sobre a corda e obter as forças e momentos sobre o aerofólio. O carregamento aerodinâmico não-estacionário sobre a superfície de sustentação tridimensional é obtido somando-se os valores de forças e momentos calculados para cada faixa. Estes são definidos através de uma matriz de coeficientes de influência (SILVA, 1994) em função das coordenadas de deslocamento do sistema, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} L_f \\ M_f \end{Bmatrix} = -\pi\rho S_f \omega^2 b^4 [Q(k)] \begin{Bmatrix} \frac{h}{b} \\ \alpha \end{Bmatrix}, \quad (2.21)$$

onde, ρ é a densidade do ar, S_f é a área da faixa, ω é a frequência do movimento, b é a semi-corda da faixa e $[Q(k)]$ é a matriz de coeficientes de influência no domínio da frequência reduzida ($k = \frac{\omega c}{V}$). Esta matriz avalia quanto um grau de liberdade influencia o carregamento associado a outro grau de liberdade. Discriminam-se ainda as variáveis c , que é a corda da faixa e V , a velocidade do escoamento não perturbado. Por fim, L_f e M_f são, respectivamente, a força de sustentação e o momento de arfagem sobre a faixa, h é o deslocamento vertical e α é o ângulo de ataque. As variáveis aerodinâmicas h e α estão relacionadas às variáveis estruturais: $h = u_1$ e $\alpha = u_2$, sendo possível ver u_1 e u_2 na Figura 2.3.

Mais detalhes sobre a montagem da matriz de coeficientes de influência podem ser encontrados no trabalho de Theodorsen e Garrick (1942).

Para a asa inteira, a matriz de coeficientes de influência é montada a partir das matrizes de cada faixa, resultando em uma matriz diagonal por blocos, cada um dos blocos correspondente a uma faixa. Esta montagem é exemplificada na equação:

$$[Q_{tot}(k)] = \begin{bmatrix} [Q_1(k)] & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & [Q_2(k)] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & [Q_3(k)] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & [Q_{nf}(k)] \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

onde nf é o número de faixas e os índices $1, 2, 3, \dots, nf$ representam as faixas.

A matriz $[Q_{tot}(k)]$ é diagonal por blocos porque não existe influência aerodinâmica de uma faixa sobre outra. O carregamento aerodinâmico total é então definido pela equação:

$$\{C_a\} = -\pi\rho S_f \omega^2 b^4 [Q_{tot}(k)] \{x_a(t)\}, \quad (2.23)$$

onde $\{x_a(t)\}$ é o vetor dos deslocamentos no sistemas de coordenadas aerodinâmicas e é definido como:

$$\{x_a(t)\} = \begin{bmatrix} \{x_1(t)\}^T & \{x_2(t)\}^T & \{x_3(t)\}^T & \cdots & \{x_{nf}(t)\}^T \end{bmatrix}^T, \quad (2.24)$$

sendo que para a l -ésima faixa:

$$\{x_l(t)\} = \begin{Bmatrix} \frac{h_l(t)}{b} \\ \alpha_l(t) \end{Bmatrix}. \quad (2.25)$$

Por conveniência, a equação (2.23) pode ser reescrita:

$$\{C_a\} = q_\infty [A(k)] \{x_a(t)\}, \quad (2.26)$$

onde, $[A(k)]$ é tomada como a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica geral e q_∞ é a

pressão dinâmica.

2.4 Método de Solução de Flutter

Vários métodos são utilizáveis para a solução do problema de *flutter*, o qual resume-se a uma análise de estabilidade. Tipicamente, faz-se uso de formulações no domínio da frequência para pesquisar por valores críticos que levam à instabilidade aeroelástica. Dentre os principais métodos disponíveis tem-se os métodos P , K e $P-K$ (HODGES; PIERCE, 2002; ZAERO..., 2004; HASSIG, 1971). Todos esses métodos são desenvolvidos a partir da transformação das equações aeroelásticas para o domínio da variável de Laplace. Considerando um sistema aeroelástico genérico:

$$[M] \{\ddot{u}(t)\} + [K] \{u(t)\} = \{C_a\} \quad , \quad (2.27)$$

onde, $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{u(t)\}$ é o vetor dos deslocamentos e $\{C_a\}$ é o vetor de carregamentos aerodinâmicos. Aplicando a transformada de Laplace (HODGES; PIERCE, 2002; ZAERO..., 2004), obtém-se:

$$\left[s^2 [M] + [K] - q_\infty \left[A \left(\frac{sc}{V} \right) \right] \right] \{\bar{u}(s)\} = 0 \quad , \quad (2.28)$$

onde, s é a variável de Laplace, $[A]$ é a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica geral, vista também na equação (2.26) e $\{\bar{u}(s)\}$ é o vetor de posições no domínio da variável de Laplace.

Tornando a variável de Laplace adimensional, ou seja, $p = \frac{sc}{V} = (\gamma k + ik)$, onde γ é a taxa de decaimento e k é a frequência reduzida, é possível chegar na equação:

$$\left[\left(\frac{V}{c} \right)^2 [M] p^2 + [K] - q_\infty [A(p)] \right] \{\bar{u}(p)\} = 0 \quad , \quad (2.29)$$

que é a equação para solução do problema aeroelástico utilizada pelo método P .

Para a obtenção da equação no domínio da frequência reduzida, substitui-se p por ik na equação (2.29). Se um termo de amortecimento artificial estrutural complexo, proporcional à

rigidez, ig , for acrescentado obtêm-se:

$$[-\omega^2 [M] + (1 + ig) [K] - q_\infty [A(ik)]] \{\bar{u}(ik)\} = 0 \quad . \quad (2.30)$$

Reescrevendo a expressão da pressão dinâmica $q_\infty = \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2}\rho(\frac{\omega c}{k})^2$, onde ρ é a densidade do ar, substituindo na equação (2.30) e dividindo-a por ω^2 , obtém-se:

$$\left[[M] + \frac{\rho}{2} \left(\frac{c}{k}\right)^2 [A(ik)] - \lambda [K] \right] \{\bar{u}(ik)\} = 0 \quad , \quad (2.31)$$

utilizada na solução do problema aeroelástico pelo método K , onde $\lambda = \frac{(1+ig)}{\omega^2}$ é seu auto-valor complexo.

O método K consiste em calcular os auto-valores do sistema aeroelástico acima para cada valor de frequência reduzida k escolhido. A frequência de *flutter* ω_f e as respectivas velocidade V_{crit} e amortecimento artificial g , são dados por:

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{Re(\lambda)}} \quad , \quad (2.32)$$

$$g = \omega_f^2 Im(\lambda) = \frac{Im(\lambda)}{Re(\lambda)} \quad , \quad (2.33)$$

$$V_{crit} = \frac{\omega_f c}{k} \quad . \quad (2.34)$$

O desenvolvimento do método $P-K$ é semelhante ao do método K , mas se utiliza de uma formulação matematicamente inconsistente, uma vez que associa o auto-valor p a um movimento senoidal amortecido, enquanto a matriz $[A(ik)]$ é obtida a partir de um movimento harmônico simples não-amortecido (ZAERO..., 2004). Contudo, acredita-se que o método $P-K$ produza melhores aproximações e que seja superior ao método K em diversos aspectos (HASSIG, 1971). A equação de partida para o método $P-K$ é escrita como:

$$\left[\left(\frac{V}{c}\right)^2 [M] p^2 + [K] - q_\infty [A(ik)] \right] u = 0 \quad . \quad (2.35)$$

Uma matriz de amortecimento aerodinâmico é adicionada à equação (2.35), resultando:

$$\left[\left(\frac{V}{c}\right)^2 [M] p^2 + [K] - q_\infty \frac{[A^I]}{k} p - q_\infty [A^R] \right] u = 0 \quad , \quad (2.36)$$

onde $[A^R]$ e $[A^I]$ são as partes real e imaginária de $[A(ik)]$, respectivamente, ou seja:

$$[A(ik)] = [A^R] + i [A^I] \quad . \quad (2.37)$$

Substituindo $p = g + ik$, sendo $g = \gamma k$, no terceiro termo da equação (2.36), obtém-se:

$$\left[\left(\frac{V}{c} \right)^2 [M] p^2 + [K] - q_\infty \frac{[A^I]}{k} g - q_\infty [A(ik)] \right] u = 0 \quad , \quad (2.38)$$

que ao ser comparada à equação (2.35), facilmente se nota que o termo excedente:

$$-q_\infty \frac{[A^I]}{k} g \quad , \quad (2.39)$$

representa a matriz de amortecimento aerodinâmico adicionada. A equação (2.38) é então resolvida para diversos valores de V e p associados aos modos de interesse, num processo iterativo que ajusta o valor da frequência reduzida k ao valor da parte imaginária de p para cada modo estrutural.

Dos métodos citados, Silva (1994) optou pela utilização do método K , por ter maior velocidade de execução computacional. Seu modelo executa uma rotina que segue os passos do método K para então organizar os dados de velocidade, amortecimento e frequência obtidos, seguindo a ordem dos modos naturais e das frequências reduzidas. Como resultado é possível traçar os gráficos de amortecimento (g) e frequência (ω) *versus* velocidade (V), que tipicamente são conhecidos como curvas V - g - f para análise de condições críticas para o *flutter*.

Durante uma solução deste tipo é comum ocorrer uma mistura entre as informações obtidas em termos de auto-valores (modos), de forma que se os dados forem utilizados diretamente para a plotagem, as curvas apresentarão incoerências. Para resolver este problema, Silva (1994) utilizou um código de separação de modos que varre todas as curvas e compara os gradientes ponto a ponto. Assim, os valores são coerentemente trocados para que as curvas V - g - f fiquem suaves e relacionem-se corretamente em termos dos respectivos modos aeroelásticos.

Após a separação de modos, é possível gerar os gráficos para cada um deles e pelas curvas de V contra g , como no exemplo da Figura 2.5, verificar em qual velocidade o amortecimento

artificial torna-se zero. Para a obtenção do valor exato da velocidade é necessário fazer uma interpolação. Uma importante característica do método K , segundo Silva (1994), é que os valores de amortecimento durante a evolução modal não têm significado físico, a não ser na condição de estabilidade marginal ($g = 0$). Outra importante característica é o fato de haver um termo $\frac{1}{k}$ na equação do método K , o que impede o uso dos modos de corpo rígido ($k = 0$) na solução. Desta forma, impossibilita o seu uso na solução de problemas de divergência, outro importante fenômeno aeroelástico.

Figura 2.5: Exemplo de um gráfico V-g.

Algoritmo Genético em MDO de Asas Flexíveis

3.1 Introdução

O núcleo da metodologia de MDO é o bloco de otimização, e para se obter sucesso, todas aplicações de MDO devem buscar o método mais adequado ao problema tratado. Neste estudo, o método de otimização por algoritmos genéticos é utilizado.

Este Capítulo trata dos fundamentos dos AGs, seus elementos e os operadores utilizados para manipulação destes elementos. Descreve o funcionamento de um AG básico e em seguida mostra detalhes da implementação para o problema sugerido.

3.2 Fundamentos de Algoritmos Genéticos

Algoritmos genéticos (AGs) são ferramentas de busca baseadas em teorias de genética e da seleção natural das espécies de Charles Darwin. São técnicas de inteligência artificial utilizadas na pesquisa por soluções em domínios muito grandes (MICHALEWICZ, 1994), para os quais os métodos de busca exaustiva não são adequados.

Das diferenças básicas entre os métodos de otimização mais comuns e os algoritmos genéticos, pode-se citar que (GOLDBERG, 1989): (i) AGs não trabalham com os parâmetros de

otimização em si, mas com uma codificação destes; (ii) AGs não procuram um único ponto, mas sim uma população de pontos; (iii) AGs utilizam informações de funções objetivo e não derivadas ou outros conhecimentos adicionais; e (iv) AGs utilizam regras de transição probabilísticas e não determinísticas.

O funcionamento de um algoritmo genético para uso em otimização de sistemas é simples e envolve operações triviais com vetores, que contêm a informação sobre possíveis formas para a solução de um problema específico. A otimização por AG parte de um conjunto inicial de soluções do problema proposto, as quais são codificadas para descreverem as características do sistema. A manipulação desses elementos é feita de maneira que imita os processos de seleção e evolução dos seres vivos na natureza, através de operadores típicos de genética. Os elementos e operadores típicos de um algoritmo genético são descritos nas seções a seguir.

3.3 Elementos Básicos dos Algoritmos Genéticos

Quando se fala em AGs, alguns termos são freqüentemente utilizados por definirem os elementos de trabalho. Todos têm sua origem nas teorias de genética e entre eles destacam-se:

População: um conjunto de indivíduos que representam soluções para problema tratado;

Indivíduo: um membro da população, descrito através de um cromossomo;

Cromossomo: um código que descreve as características de cada indivíduo, sendo cada uma destas relacionadas a um gene. Também pode ser chamado de genótipo;

Gene: trecho de um cromossomo ligado a uma herança genética (uma característica) do indivíduo;

Função de *Fitness*: também chamada de função de aptidão, a função de *fitness* é conhecida como função de custo no jargão de otimização. Ela define o quanto o indivíduo é apto para sobreviver no meio em que vive.

3.4 Operadores dos Algoritmos Genéticos

Em todo processo de otimização através de AGs, seus elementos são manipulados através de operadores. A maioria dos AGs utiliza somente operadores baseados nos processos naturais da genética dos seres vivos, mas é possível criar operadores para atender a particularidades dos casos onde serão aplicados os AGs. Os operadores básicos típicos de um algoritmo genético são: reprodução, cruzamento, mutação e elitismo (GOLDBERG, 1989).

3.4.1 Reprodução

O mais simples de todos os operadores é a reprodução, que consiste na cópia de indivíduos (cromossomos) de acordo com seus valores da função de *fitness*. Como a função de *fitness* representa quão boa é a solução, na reprodução, os indivíduos com maiores valores de *fitness* terão maior probabilidade de contribuir geneticamente nas gerações seguintes. A reprodução é, então, uma versão artificial da seleção natural das espécies de Darwin, onde os mais aptos tendem a permanecer e os menos aptos tendem a sumir ao longo das gerações.

Figura 3.1: Roda de roleta (GOLDBERG, 1989).

A maneira mais comum de se implementar computacionalmente a reprodução é através da chamada roda de roleta (GOLDBERG, 1989), que conceitualmente funciona como as rodas de

roleta de cassinos. Os indivíduos pais são colocados em fatias na roda, para que esta, quando girada, pare em uma posição qualquer e defina qual será o pai escolhido. Na roda, o tamanho da fatia ocupada por cada indivíduo é proporcional ao seu valor para a função de *fitness*, definindo assim a probabilidade dos indivíduos de serem escolhidos como progenitores das próximas gerações. Para a melhor compreensão do conceito descrito, a Figura 3.1 (GOLDBERG, 1989) mostra um exemplo de roda de roleta para uma população de quatro indivíduos.

3.4.2 Cruzamento

Um dos principais operadores do algoritmo genético é o cruzamento (*crossover*). Ele é o responsável por transmitir aos filhos características dos pais, uma vez que divide os cromossomos dos pais e troca partes destes, gerando assim novos cromossomos para os filhos. A Figura 3.2 ilustra o conceito deste operador. A seleção dos pais é feita através da roda de roleta, descrita anteriormente e o local (ou os locais) de quebra para a troca das partes dos cromossomos é escolhido aleatoriamente.

Figura 3.2: *Crossover* - Pais e filhos gerados.

3.4.3 Mutação

Outro importante operador é a mutação, responsável pela diversificação da população, permitindo que se trabalhe com indivíduos de áreas distintas do domínio de soluções, tornando o algoritmo genético um método de otimização robusto. Sob outro ponto de vista, pode-se dizer que ao longo do processo de otimização pode-se perder material genético útil para a aptidão dos

indivíduos e a mutação é aplicada para que essa perda irreparável não ocorra.

O funcionamento da mutação é bem simples, consistindo na eventual substituição do valor de uma parte do gene, um 0 por 1, ou 1 por 0 dentro de um cromossomo binário, por exemplo.

3.4.4 Elitismo

Durante a evolução das gerações, bons indivíduos podem gerar filhos piores que eles mesmos, e assim, a nova geração pode deixar de herdar suas boas características. Ou seja, pela simples geração de filhos através dos operadores descritos anteriormente, não é garantido que os melhores indivíduos já encontrados permanecerão nas gerações futuras. É necessária então a inclusão de um novo operador, chamado elitismo, que tem a função de manter os melhores indivíduos ao longo das sucessivas gerações. Estudos realizados na universidade de Michigan (DE JONG, 1975) comprovam que o elitismo melhora o desempenho do algoritmo genético, embora em certos casos pode prejudicar a evolução da população, dependendo do domínio de soluções utilizado, conduzindo a otimização a ótimos locais.

3.4.5 Funcionamento de um AG Básico

A otimização por AG parte de uma população inicial de soluções do problema proposto, as quais são codificadas como cromossomos (geralmente vetores de números binários), que descrevem as características do sistema. O processo segue baseado em operações probabilísticas que lembram as etapas típicas na reprodução e evolução de seres vivos na natureza. Reprodução e cruzamentos entre os indivíduos para a criação de filhos, correspondem a operações características nos AGs. Como resultado, os filhos ou novos indivíduos da população, têm em seus cromossomos as características genéticas de seus pais, que serão transmitidas para as futuras gerações (iterações) do AG. Existe ainda a possibilidade de ocorrer um operador mutação nos genes dos cromossomos. No decorrer das gerações, os indivíduos mais aptos a sobreviverem, ou seja, as melhores soluções, permanecerão na população, enquanto os menos aptos (as piores soluções) serão descartados. Esse tipo de processo de seleção é geralmente realizado por

operadores específicos. A Figura 3.3 ilustra a sequência de um AG simples.

Figura 3.3: Diagrama de blocos de um AG básico.

Uma rodada de evolução (de uma geração para outra) em uma população corresponde a uma busca no espaço de possíveis soluções (MICHALEWICZ, 1994), sendo necessário um balanço entre dois objetivos aparentemente conflitantes: (i) obter as melhores soluções e (ii) explorar o espaço de busca. Alguns métodos, como o *hillclimbing*, são muito eficazes em obter melhores soluções rapidamente, porém são pouco cautelosos com a exploração do espaço. Outros métodos de otimização trabalham justamente de modo contrário, como os de busca aleatória. Os AGs pertencem a uma categoria de métodos de busca que conseguem um surpreendente equilíbrio entre estes dois objetivos.

3.5 Um MDO Utilizando AG para Otimização

Nesta seção a aplicação de um MDO para projeto de uma asa flexível, usando um otimizador baseado em um algoritmo genético, é apresentada. O objetivo é promover o projeto estrutural de uma asa tomando como base um esquema sistemático de avaliação e dimensionamento via um método de otimização dentro de uma filosofia de MDO. Levando-se em conta restrições aeroelásticas e de distribuições de massa estrutural o MDO via AG utiliza-se de rotinas computacionais dedicadas e promove o acoplamento das mesmas durante o projeto. O detalhamento de como realiza-se o esquema de otimização via AG é apresentado a seguir, conforme ilustrado na Figura 3.4.

A primeira etapa é a criação de uma população inicial pelo AG, como visto na Figura 3.3. Após isso, segue-se a avaliação de cada indivíduo da população pelo modelo dinâmico-estrutural e pelo modelo aeroelástico. Com o resultado das avaliações destes modelos é possível calcular o valor da função de *fitness* dos indivíduos, voltando com isso para as etapas de evolução do AG e fechando o diagrama da Figura 3.4.

Figura 3.4: Diagrama do processo de otimização.

Os parâmetros relacionados ao comportamento dinâmico-estrutural da asa são codificados nos cromossomos de forma que facilitem a integração do otimizador AG com a rotina de solução estrutural via elementos finitos. Além disso, é necessário que o modelo estrutural se acople ao de solução aeroelástica para produzir os dados necessários para o cálculo da função de *fitness*. Todos esses aspectos de modelagem e codificação para uso no otimizador AG são apresentados nas seções que seguem.

3.5.1 Modelo Aeroelástico da Asa Flexível

Neste trabalho buscou-se criar uma ferramenta de MDO capaz de otimizar a estrutura de uma asa, que para simplificar a modelagem, está sujeita à algumas limitações. Como limitações são admitidas: geometria retangular e alongamento de médio para grande (maior que 5), respeitando as hipóteses da teoria das faixas. A Figura 3.5 mostra como é esquematizada a discretização da asa para servir ao modelo em elementos finitos e subsequente aplicação na solução aerodinâmica por teoria das faixas. Como hipótese para a questão estrutural, a discretização por elementos finitos de viga (ver Capítulo 2) acontece distribuindo os elementos ao longo do eixo elástico da asa.

Figura 3.5: Modelo geométrico utilizado.

O modelo estrutural também utiliza massas e momentos de inércia concentradas sobre os nós específicos para representar a presença de corpos anexados à estrutura. Por exemplo, pode-se prever a massa de motores, tanques externos ou armamentos, e concentrá-la em um nó que seja o mais próximo da posição do referido corpo na estrutura. Além disso, a própria fuselagem da aeronave pode ser representada da mesma forma. A estrutura da asa, representada pelo eixo elástico, que é suposto sempre reto e com seções transversais desconhecidas. Apenas a área seccional (A) e momentos polares de inércia (EI e GJ) hipotéticos são considerados para caracterizar a estrutura da asa ao longo do seu eixo elástico. Estas variáveis têm seus valores definidos para cada elemento finito do modelo estrutural.

Para cada caso a ser estudado, deve-se então definir as dimensões da asa (corda e envergadura), o número de faixas aerodinâmicas - o que conseqüentemente define o número de elementos finitos que serão utilizados para modelagem. Um nó em cada faixa aerodinâmica (ver Figura 3.5) deve ser considerado para compatibilizar as coordenadas do modelo aerodinâmico com as do modelo estrutural. Também, pela teoria da faixas é necessário informar a derivada do coeficiente de sustentação por ângulo de ataque da asa tridimensional ($C_{L\alpha}$) e a posição do eixo elástico (coordenada x na Figura 3.5) em cada uma das faixas com relação a meia corda da asa para o cálculo do momento da arfagem.

3.5.2 Codificação em Cromossomos

Para a otimização por algoritmos genéticos é necessário que os parâmetros de otimização estejam representados por genes, que formam os cromossomos. A codificação pode ser feita de inúmeras maneiras, sendo que a mais comum delas é a representação através de números binários (GOLDBERG, 1989). Para este padrão de codificação, cada parâmetro é codificado como um número binário e o cromossomo do indivíduo contém todos eles dispostos em uma cadeia seqüencial.

O bloco de avaliação dos indivíduos deve ser capaz de decodificar o cromossomo, para interpretar as características e poder utilizá-las em seus cálculos. Porém, para o AG, o cromossomo é apenas um vetor de zeros e uns, que será manipulado pelas operações genéticas.

Os parâmetros para compor os cromossomos são os necessários para resolver modelo dinâmico-estrutural, uma vez que a solução aeroelástica é feita supondo-se valores arbitrários para estabelecer o regime de escoamento aerodinâmico (faixa de velocidade e frequências reduzidas). Um cromossomo é composto pela sequência dos valores relativos às propriedades mecânicas associadas a cada elemento finito do modelo estrutural, ou seja, a rigidez flexional, EI , a rigidez torcional, GJ , e a área de seção transversal, A . Cada uma desses valores são incluídos nos cromossomos como valores binários. Para uma boa precisão nesses parâmetros os genes binários representando os valores de EI e GJ foram considerados com 10 dígitos,

enquanto que os genes relacionados aos valores de A apresentam 11 dígitos. A razão de tal diferença é devido a maior sensibilidade por variação dos valores da área desejada para otimização da distribuição de massa estrutural. A Figura 3.6 apresenta uma ilustração de como os parâmetros para cada elemento finito do modelo estrutural é organizado no cromossomo de um indivíduo arbitrário, além de mostrar a relação com a codificação binária para uso no AG.

Figura 3.6: Codificação utilizada para compor os cromossomos do AG.

Para decodificar o cromossomo durante as fases de avaliação no AG, é preciso trabalhar os valores dos genes, de forma a transformar os respectivos valores binários para valores relativos aos das faixas de trabalho de cada parâmetro do modelo estrutural. Desta maneira, é preciso que sejam determinados valores máximos e mínimos possíveis para os parâmetros EI , GJ e A , respectivamente. Dentro dessa metodologia, é possível estabelecer uma lei matemática que irá relacionar os valores decodificados de cada parâmetro para um elemento finito arbitrário. Isso leva a um conjunto de equações de decodificação, que para os parâmetros do j -ésimo elemento finito tem:

$$\begin{aligned} EI_j &= 250 D_{EI_j} + EI_{min} \\ GJ_j &= 250 D_{GJ_j} + GJ_{min} \\ A_j &= D_{A_j} 10^{-6} + A_{min} \end{aligned} \quad , \quad (3.1)$$

onde, D_{EI_j} , D_{GJ_j} e D_{A_j} são os valores dos genes binários transformados em decimal para os parâmetros EI , GJ e A , respectivamente, para o j -ésimo elemento finito, EI_{min} e GJ_{min} são valores mínimos assumidos para as respectivas rigidezes e A_{min} é o valor mínimo assumido para a área de seção transversal.

3.5.3 Função de *Fitness*

A avaliação final de cada indivíduo durante o processo de otimização com o AG é concluída pelo cálculo da função de *fitness*. Esta função deve ser definida pelo projetista, visando privilegiar os indivíduos de uma população que tenham características desejáveis sobre outros com características indesejáveis ou que não representem uma solução significativa para o problema. Nela devem estar presentes as variáveis que resultam dos modelos matemáticos utilizados na avaliação. Em alguns casos, também pode ser necessário criar restrições de operação ou penalidades, para adequação aos modelos ou às condições de contorno do problema em estudo.

Para o MDO desenvolvido aqui, buscou-se otimizar a estrutura da asa para que a velocidade crítica de *flutter* fosse maximizada e a massa estrutural fosse minimizada. Para atingir esses objetivos, a função de *fitness* escolhida precisa ser suficientemente equilibrada para não privilegiar um objetivo em particular. Para alcançar tal função, é necessário que ajustes sejam feitos durante testes iniciais com o processo de otimização. A expressão adotada para o MDO desse trabalho foi obtida tentando buscar maiores velocidades críticas para o *flutter* e menores massas. Isso leva a uma função de *fitness* em termos de uma relação de proporcionalidade entre os referidos valores. Também é preciso estabelecer limites para evitar que indivíduos não realísticos acabem se tornando dominantes durante a evolução da população.

A expressão da função de *fitness*, F , adotada neste trabalho é:

$$F = \frac{5V_{crit}}{M} - f \quad , \quad (3.2)$$

onde M é a massa total da estrutura, V_{crit} é a velocidade crítica de *flutter* e f é um fator de forma da estrutura.

O fator de forma f foi acrescentado para penalizar indivíduos que apresentassem aumento de rigidez da estrutura, na direção da raiz para a ponta da asa, uma vez que os maiores momentos de flexão e de torção serão na raiz, sendo esta característica uma incoerência e um erro de projeto. Assim, cada vez que há um aumento nos valores de rigidez flexional ou torcional, quando se percorre a estrutura a partir da raiz e em direção à ponta da asa, soma-se 1 ao valor

deste fator, que é iniciado com o valor 0.

Também foi necessário aplicar uma restrição nas avaliações de *flutter*, pois como o modelo aerodinâmico utilizado trabalha no regime subsônico, não se pode considerar como válidos os resultados em que a velocidade crítica encontrada fosse transônica ou maiores. Assim, optou-se por trabalhar em regime baixo subsônico, para evitar eventuais distorções do modelo, de maneira que a velocidade máxima aceita para o cálculo da função de *fitness* foi de 140 m/s. Todo indivíduo que, após a avaliação, tiver velocidade crítica maior que esta, terá 0 como valor da função de *fitness*.

3.5.4 Interação entre os Modelos

A processo realizado pelo MDO proposto, como já ilustrado na Figura 3.4, utiliza dois blocos dos modelos matemáticos para a avaliação da asa, um dinâmico-estrutural, outro aeroelástico e um bloco de otimização via AG. Grandes esforços foram empregados nas interações entre estes três blocos, pois este tipo de interação apresenta elevada importância em qualquer trabalho multidisciplinar.

As informações sobre os indivíduos gerados pelo AG (ou seja, as características contidas em cada cromossomo) são transmitidas ao modelo dinâmico-estrutural internamente, através de argumentos de funções, nas linhas de programação. Além destas informações sobre a estrutura, um arquivo criado pelo usuário com uma representação das massas não-estruturais da asa, através de massas concentradas sobre os nós dos elementos finitos, é fornecido ao modelo estrutural. A massa da estrutura (M) é calculada pelo modelo dinâmico-estrutural, a partir dos dados dos cromossomos e armazenada em uma variável, para posteriormente ser utilizada no cálculo da função de *fitness*. Neste mesmo modelo se calcula o fator de forma, f .

Por motivo de simplicidade, os dados a serem informados para o modelo aeroelástico, resultantes das operações do modelo dinâmico-estrutural, são gravados em arquivos que são lidos por aquele. Como este padrão havia sido definido no desenvolvimento do trabalho de Silva (1994), optou-se por não alterá-lo nesta etapa, embora a leitura de arquivos gere um custo com-

putacional alto.

Em um destes arquivos, são descritos todos os modos de interesse em termos de coordenadas generalizadas dos dois graus de liberdade que o modelo aeroelástico trabalha (deslocamento vertical para flexão e rotacional para torção). Ainda neste arquivo se encontram as massas e rigidezes generalizadas, bem como as frequências naturais referentes a cada modo. Em um outro arquivo, são fornecidos os dados referentes ao método de solução do problema aeroelástico, como uma lista de quais são os modos de interesse, a lista de frequências reduzidas, dados aerodinâmicos da asa tridimensional e diversos parâmetros referentes à modelagem pela teoria das faixas.

Os resultados obtidos no modelo aeroelástico (V_{crit}) e no modelo dinâmico-estrutural (M e f) são informados para o cálculo da função de *fitness*, que tem seu valor retornado ao AG. Essas trocas de informações são realizadas através de argumentos de função nos códigos de programação, e não através de arquivos.

MDO de uma Asa Flexível com Restrições Aeroelásticas

4.1 Introdução

Neste capítulo será avaliada a utilização da metodologia de MDO aqui implementada em alguns casos práticos. Primeiramente, são descritas as características dos modelos de asa utilizáveis. São aspectos geométricos, detalhes da modelagem para a teoria das faixas e algumas restrições estruturais, impostas pela codificação dos elementos finitos em cromossomos do algoritmo genético. Após estes detalhamentos, o processo de escolha dos parâmetros de otimização é descrito. Diversos parâmetros são testados para a obtenção daqueles que trazem um bom desempenho à otimização. Por fim, dois casos práticos são avaliados. São definidas estruturas otimizadas para duas asas diferentes, utilizando os parâmetros escolhidos. Também são apresentadas características de alguns indivíduos ao longo das gerações, para estudo da evolução da população promovida pelo AG, para os dois casos estudados.

4.2 Modelo de Asa Utilizado

A aplicação do MDO proposto neste trabalho é feita sobre um modelo de asa compatível com as restrições apresentadas na Seção 3.5.1. A geometria externa da asa é fixa, não sofrendo

alterações ao longo do processo de otimização. Logo, é necessário definí-la apenas uma vez, antes do início do processo. São informados os valores da corda, c (que é único pelo fato da asa ser retangular), da envergadura, da derivada do coeficiente de sustentação por ângulo de ataque da asa tridimensional, C_{L_α} e também, é definida a posição do eixo elástico, que será neste caso a mesma em todas as faixas. Estes dados são todos definidos pelo usuário e são constantes ao longo das operações deste MDO.

Após testes de verificação, concluiu-se que a discretização da asa em 16 faixas iguais ao longo da envergadura é o suficiente para gerar boas aproximações, com um bom compromisso quanto ao custo computacional. Como consequência, a modelagem da estrutura, que é sujeita ao modelo aerodinâmico de teoria das faixas, para que utilizem o mesmo sistema de coordenadas, possui 15 elementos finitos. Isto é ilustrado pela Figura 3.5, que mostra uma asa dentro deste padrão.

Para serem trabalhadas pelo AG, as estruturas devem ser codificadas em cromossomos que contenham as características estruturais dos 15 elementos finitos. Esta codificação foi feita dentro de uma faixa de trabalho onde os resultados da dinâmica-estrutural foram verificados e se apresentaram confiáveis. Tanto para a rigidez flexional, EI , como para a torcional, GJ , os valores admissíveis estão na faixa entre 24.000 e 279.750 $N.m^2$. Para uma boa precisão nestes parâmetros, definiu-se cada rigidez utilizando um gene binário de 10 dígitos, que varre o intervalo escolhido com 1023 passos de 250 $N.m^2$, partindo dos valores de EI_{min} e GJ_{min} ($EI_{min} = GJ_{min} = 24.000$). Como a asa é simétrica, deve-se definir os valores de rigidez para cada elemento finito em apenas metade da asa. Assim, dos 15 elementos finitos da asa, são necessárias somente 8 seções para definir o modelo completo, o que resulta em 80 dígitos para cada tipo de rigidez, 160 no total.

Para os cálculos da dinâmica-estrutural e para uma estimativa da massa da estrutura, é necessária a definição das áreas seccionais. Como estas são parâmetros de otimização, também devem ser informadas no cromossomo. Os valores de área são definidos na faixa de 0,0002 m^2 , que é o valor de A_{min} , até 0,002247 m^2 , também informados para as 8 seções que definem a

estrutura, através de genes de 11 dígitos cada. Desta maneira, o cromossomo final possui 248 dígitos que representam as rigidezes flexionais (80), torcionais (80) e as áreas (88) em todas as seções da asa. Na Tabela 4.1 pode-se ver as faixas de trabalho com maior clareza.

Tabela 4.1: Faixas de trabalho das variáveis estruturais.

Variável	Mínimo	Máximo	Unidade
EI	24.000	279.750	$N.m^2$
GJ	24.000	279.750	$N.m^2$
A	0,0002	0,002247	m^2

4.3 Desempenho do AG - Escolha de Parâmetros

O método de otimização por AG utiliza diversos parâmetros específicos para o seu funcionamento, que devem ser definidos antes de sua execução. Entre eles estão o número de pontos de quebra do cromossomo no cruzamento, a probabilidade de ocorrência de mutação, o número máximo de gerações (ou o critério de parada, se for o caso) e o número máximo de indivíduos na população. Todos estes parâmetros têm grande influência sobre o desempenho do AG e sua escolha é um fator determinante para o bom funcionamento da otimização.

Para a escolha dos parâmetros do AG deste trabalho, foi adotada uma estratégia que consiste em avaliar o desempenho da otimização, partindo sempre de uma mesma população. São variados o número de pontos de quebra do cruzamento e a probabilidade de mutação, para os mesmos números máximos de indivíduos, 50, e de gerações, 100. Este procedimento fornece resultados suficientes para a escolha coerente dos parâmetros.

A avaliação do desempenho de uma otimização por AG leva em conta o melhor indivíduo encontrado, o número de gerações para encontrar este indivíduo (ou indivíduos com valores de *fitness* próximos a ele) e a diversidade da população. Esta última é observada através da curva da média dos indivíduos ao longo das gerações no gráfico de valores da função de *fitness*, e indica se a otimização está explorando bem o domínio de soluções. Quando a curva de média dos indivíduos acompanha muito proximamente a curva do melhor indivíduo, não é garantida uma

boa procura no domínio. Assim sendo, o distanciamento entre as curvas é uma característica que indica bom desempenho.

As Figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 mostram o desempenho do AG com 1% de probabilidade de mutação, variando de 1 à 4 o número de pontos de cruzamento. É possível notar na Figura 4.1 que, com 1 ponto de cruzamento e 1% de probabilidade de mutação, se a otimização fosse realizada apenas por 60 ou 65 gerações, o resultado seria um ótimo local. Isto comprova a necessidade de um bom trabalho para escolha de parâmetros, para que o funcionamento do AG seja confiável.

Nas figuras acima mencionadas já se pode observar que quanto maior o número de pontos de cruzamento, melhor o comportamento apresentado pela evolução, visto pelo distanciamento das duas curvas de valores da função de *fitness* e pela forma como cresce esta função. Este fato também é evidenciado nas Figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8, em que a probabilidade de mutação definida foi de 2%, bem como nas Figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12, com probabilidade de mutação de 3%, nas Figuras 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16, com probabilidade de mutação de 4% e nas Figuras 4.17, 4.18, 4.19 e 4.20, com probabilidade de mutação de 5%.

Figura 4.1: Otimização com 1 ponto de quebra no cruzamento e 1% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.2: Otimização com 2 pontos de quebra no cruzamento e 1% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.3: Otimização com 3 pontos de quebra no cruzamento e 1% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.4: Otimização com 4 pontos de quebra no cruzamento e 1% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.5: Otimização com 1 ponto de quebra no cruzamento e 2% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.6: Otimização com 2 pontos de quebra no cruzamento e 2% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.7: Otimização com 3 pontos de quebra no cruzamento e 2% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.8: Otimização com 4 pontos de quebra no cruzamento e 2% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.9: Otimização com 1 ponto de quebra no cruzamento e 3% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.10: Otimização com 2 pontos de quebra no cruzamento e 3% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.11: Otimização com 3 pontos de quebra no cruzamento e 3% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.12: Otimização com 4 pontos de quebra no cruzamento e 3% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.13: Otimização com 1 ponto de quebra no cruzamento e 4% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.14: Otimização com 2 pontos de quebra no cruzamento e 4% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.15: Otimização com 3 pontos de quebra no cruzamento e 4% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.16: Otimização com 4 pontos de quebra no cruzamento e 4% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.17: Otimização com 1 ponto de quebra no cruzamento e 5% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.18: Otimização com 2 pontos de quebra no cruzamento e 5% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.19: Otimização com 3 pontos de quebra no cruzamento e 5% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.20: Otimização com 4 pontos de quebra no cruzamento e 5% de probabilidade de mutação (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Também a mutação tem efeito visível sobre o comportamento da evolução. Observa-se nos conjuntos de figuras (da Figura 4.1 à 4.4, da Figura 4.5 à 4.8 e da Figura 4.9 à 4.12) que quanto maior a probabilidade de mutação, melhor a exploração do domínio de soluções. Isto é representado pela distância entre as curvas de melhor indivíduo e da média dos indivíduos.

É importante notar que além da melhora no comportamento da evolução, os maiores valores do número de pontos de cruzamento e da probabilidade de mutação também trouxeram o melhor valor da função *fitness*, entre todas as otimizações executadas. A Tabela 4.2 mostra os valores da função de *fitness* dos melhores indivíduos de cada um dos casos aqui mostrados.

Tabela 4.2: Valores da função de *fitness* dos melhores indivíduos dos casos avaliados.

Probabilidade de mutação	1%	2%	3%	4%	5%
1 ponto de cruzamento	29,524	15,324	29,705	23,723	26,021
2 pontos de cruzamento	20,446	29,655	26,616	23,423	26,240
3 pontos de cruzamento	15,168	27,446	30,955	33,976	28,561
4 pontos de cruzamento	21,969	25,143	34,563	35,990	32,100

Portanto, os parâmetros de otimização que foram escolhidos, baseado nas avaliações efetuadas, são: 5% de probabilidade de mutação e 4 pontos de quebra dos cromossomos para os cruzamentos. O número de indivíduos máximo da população é fixado em 50 e o número de gerações para as otimizações será livre, escolhido de acordo com a evolução apresentada em cada caso a ser otimizado.

Com estes parâmetros, em um PC doméstico com processador INTEL® PENTIUM® 4 de 2,4 GHz e 512Mb de memória RAM, o tempo médio de execução para 100 gerações é de 25 minutos.

4.4 Estudos de Casos - Resultados e Discussões

O primeiro caso estudado para verificar o desempenho do MDO desenvolvido, utiliza um modelo de aeronave que segue os conceitos de aeronaves não-tripuladas de alto desempenho e grande autonomia de voo. As aeronaves que se enquadram neste padrão têm, de modo geral, grande alongamento. A asa definida para este primeiro estudo tem envergadura de 20 m e corda de 1,2 m, o que resulta em um alongamento de 16,67. Para esta asa determinou-se o valor de $C_{L\alpha} = 5,43$, baseado em correções típicas para asas tridimensionais a partir do comportamento da sustentação *versus* incidência do aerofólio (ANDERSON, 1991). A Figura 4.21 ilustra a asa, a discretização em faixas e as massas concentradas que representam a asa e a fuselagem da aeronave.

Figura 4.21: Modelo da asa para a primeira otimização.

Os valores das massas concentradas sobre os nós da estrutura, como visto na Figura 4.21, são de 2 kg onde só existe asa e de 70 kg nos dois pontos centrais, para representar a fuselagem. Os momentos de inércia das massas concentradas para a asa e a fuselagem são, respectivamente, $3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e $50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

A otimização foi realizada utilizando o valor fixo de 600 gerações, apresentando uma evolução significativa dos indivíduos da população. Nas Figuras 4.22 e 4.23 são apresentados respectivamente o melhor indivíduo e um indivíduo mediano da população inicial, gerada aleatoriamente. São caracterizados pelas distribuições de rigidezes e de área. A raiz da asa está localizada na posição 0 do eixo de envergadura, sendo a asa simétrica em relação à esta posição. Pode-se observar que as distribuições de rigidezes e de área têm valores que oscilam bastante ao longo da envergadura, tanto para o melhor indivíduo quanto para o medi-

ano. O melhor indivíduo da população inicial possui como parâmetros: Valor da função de *fitness*, $F = 3,68 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 95,14 m/s$ e massa da estrutura, $M = 61,931 kg$. Já o mediano tem: Valor da função de *fitness*, $F = 0,34 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 86,68 m/s$ e massa da estrutura, $M = 61,296 kg$. São soluções que, evidentemente, podem ser melhoradas.

Figura 4.22: Melhor indivíduo da população inicial do caso 1.

A evolução da população pode ser vista na Figura 4.24, sendo importante ressaltar que os valores vistos nas curvas de evolução são do melhor indivíduo e da média dos indivíduos da população, e não do indivíduo médio. A Figura 4.25 ilustra a variação da distribuição de rigidez flexional dos melhores indivíduos ao longo da evolução, enquanto a Figura 4.26 mostra a variação da distribuição de rigidez torcional. Nestas pode-se notar os valores de rigidez diminuindo nas pontas, onde o carregamento é menor, e se conservando no centro (embora bus-

Figura 4.23: Indivíduo mediano da população inicial do caso 1.

cando um valor ideal), onde a solicitação é maior. Nota-se também, através das distribuições de rigidezes, que a otimização atuou mais eficientemente na rigidez torcional. Isto demonstra a existência de uma predominância dos modos de torção sobre os de flexão para evolução do *flutter*, quando a distribuição de massas segue o padrão deste primeiro caso, fato conhecido pelos aeroelasticistas. A variação da distribuição de área dos melhores indivíduos é vista na Figura 4.27. Não foi criada nenhuma restrição para a distribuição de área, e como apenas é utilizada na montagem das matrizes de massa dos elementos, o AG encontrou dificuldades para manipulá-la. A forma da montagem dos cromossomos e o número relativamente pequeno de pontos de cruzamento também contribuem para esta ineficiência. A Tabela 4.3 contém as frequências naturais dos indivíduos ótimos ao longo das gerações. Nela pode-se observar as alterações das frequências naturais, decorrentes de modificações na estrutura promovidas pelas

Figura 4.24: Evolução da população do caso 1, em 600 gerações (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

manipulações genéticas. Contudo, não é possível afirmar quais modos estão conduzindo ao *flutter* uma vez que o método *K* tem a característica de não garantir o modo, mas apenas a velocidade de *flutter*. As frequências são apresentadas na ordem como foram obtidas, ou seja, em ordem crescente. Foi observado que embora as frequências de uma geração para outra sejam semelhantes, é possível que os modos referentes à estas frequências não sejam os mesmos. Para exemplificar, o 3^o modo da geração 251 tem frequência de 6,257 *Hz* e representa o 1^o modo de torção, enquanto o 3^o modo da geração 351 tem frequência de 6,195 *Hz* e representa o 3^o modo de flexão.

A solução ótima encontrada para este caso é representada pelo indivíduo visto na Figura 4.28, com os seguintes valores: Valor da função de *fitness*, $F = 34,78 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 139,65 \text{ m/s}$ e massa da estrutura, $M = 19,514 \text{ kg}$. Em uma estrutura de

Figura 4.25: Evolução da distribuição de rigidez flexional dos melhores indivíduos da população do caso 1.

asa comum, as rigidezes tendem a diminuir na direção da sua ponta, pois os maiores carregamentos (os maiores momentos fletores e torçores) são concentrados na raiz, como já comentado na Seção 3.5.3. Assim, pode-se notar neste indivíduo que, embora exista um repentino aumento na rigidez à flexão (EI) no centro de cada uma das asas, o AG buscou soluções que possuam a diminuição esperada. Possivelmente, se o número de gerações fosse aumentado, esta solução seria ainda melhor.

A Figura 4.29 mostra um indivíduo mediano após 600 gerações. Para este, foram encontrados os seguintes valores: Valor da função de *fitness*, $F = 33,74 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 138,76 \text{ m/s}$ e massa da estrutura, $M = 19,952 \text{ kg}$. Comparando-se a distribuição deste indivíduo com a do indivíduo ótimo, pode-se notar grande semelhança. Isto ocorre em função da seleção natural e do elitismo no AG, que fazem com que a população conserve os melhores

Figura 4.26: Evolução da distribuição de rigidez torcional dos melhores indivíduos da população do caso 1.

indivíduos. No fim de uma otimização por AG é comum ter vários indivíduos semelhantes ao ótimo, pois o AG promove a evolução de toda a população.

Figura 4.27: Evolução da distribuição de área dos melhores indivíduos da população do caso 1.

Tabela 4.3: Frequências naturais dos melhores indivíduos do caso 1.

Geração	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	6º modo	7º modo
1	1.179 Hz	3.974 Hz	5.583 Hz	6.181 Hz	7.338 Hz	10.326 Hz	11.263 Hz
26	1.435 Hz	4.375 Hz	6.042 Hz	7.409 Hz	8.322 Hz	11.946 Hz	13.011 Hz
51	1.089 Hz	2.998 Hz	6.318 Hz	6.596 Hz	7.405 Hz	11.193 Hz	12.959 Hz
76	1.079 Hz	3.017 Hz	6.498 Hz	6.665 Hz	7.686 Hz	11.337 Hz	14.171 Hz
101	1.099 Hz	3.134 Hz	6.222 Hz	6.664 Hz	7.261 Hz	10.834 Hz	13.404 Hz
126	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
151	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
176	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
201	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
226	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
251	1.094 Hz	3.151 Hz	6.257 Hz	6.856 Hz	7.307 Hz	11.049 Hz	13.395 Hz
276	1.089 Hz	3.142 Hz	5.720 Hz	6.869 Hz	6.901 Hz	10.838 Hz	11.051 Hz
301	1.094 Hz	3.102 Hz	6.158 Hz	6.706 Hz	7.197 Hz	10.837 Hz	13.368 Hz
326	1.015 Hz	2.866 Hz	6.344 Hz	6.448 Hz	7.384 Hz	10.636 Hz	13.540 Hz
351	0.985 Hz	2.843 Hz	6.195 Hz	6.247 Hz	7.289 Hz	10.051 Hz	13.512 Hz
376	1.068 Hz	3.235 Hz	6.372 Hz	6.663 Hz	7.419 Hz	10.446 Hz	13.569 Hz
401	1.100 Hz	3.202 Hz	6.177 Hz	6.996 Hz	7.153 Hz	11.208 Hz	13.433 Hz
426	1.100 Hz	3.202 Hz	6.177 Hz	6.996 Hz	7.153 Hz	11.208 Hz	13.433 Hz
451	1.100 Hz	3.202 Hz	6.177 Hz	6.996 Hz	7.153 Hz	11.208 Hz	13.433 Hz
476	1.100 Hz	3.202 Hz	6.177 Hz	6.996 Hz	7.153 Hz	11.208 Hz	13.433 Hz
501	1.074 Hz	3.057 Hz	6.249 Hz	6.688 Hz	7.293 Hz	10.847 Hz	13.495 Hz
526	1.074 Hz	3.057 Hz	6.249 Hz	6.688 Hz	7.293 Hz	10.847 Hz	13.495 Hz
551	1.074 Hz	3.057 Hz	6.249 Hz	6.688 Hz	7.293 Hz	10.847 Hz	13.495 Hz
576	1.074 Hz	3.057 Hz	6.249 Hz	6.688 Hz	7.293 Hz	10.847 Hz	13.495 Hz
601	1.074 Hz	3.057 Hz	6.249 Hz	6.688 Hz	7.293 Hz	10.847 Hz	13.495 Hz

Figura 4.28: Melhor indivíduo da população após 600 gerações, caso 1.

Figura 4.29: Indivíduo mediano da população após 600 gerações, caso 1.

Outro caso proposto para estudo, consiste em uma versão do modelo anterior, mas com massas acrescentadas nas pontas das asas, para representar tanques de combustível. A Figura 4.30 ilustra este modelo. Nele, as massas concentradas são de 2 kg onde só existe asa, de 70 kg nos dois pontos centrais (fuselagem) e de 30 kg nas pontas das asas. Os momentos de inércia das massas concentradas para a asa, a fuselagem e os tanques são, respectivamente, $3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ e $5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Após alguns testes com os parâmetros de otimização escolhidos, optou-se por utilizar 4% de probabilidade de mutação, pois os resultados de evolução se apresentaram melhores.

Figura 4.30: Modelo da asa para a segunda otimização.

O melhor indivíduo e um mediano da população inicial deste caso são mostrados nas Figuras 4.31 e 4.32. O melhor indivíduo tem-se os seguintes valores: Valor da função de *fitness*, $F = 7,15 \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{kg}}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 134,90 \text{ m/s}$ e massa da estrutura, $M = 60,487 \text{ kg}$. E o indivíduo mediano: Valor da função de *fitness*, $F = 1,53 \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{kg}}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 110,08 \text{ m/s}$ e massa da estrutura, $M = 64,544 \text{ kg}$.

A Figura 4.33 ilustra a evolução executada pelo AG, por 1500 gerações. A evolução da distribuição de rigidez flexional, vista na Figura 4.34, apresentou-se semelhante à do caso 1, buscando soluções com diminuição de rigidez na direção da ponta da asa, porém conservando um aumento repentino de rigidez ao longo da envergadura da asa. Novamente, é possível que isto esteja ocorrendo devido ao pequeno número de pontos de cruzamento. Ilustrada na Figura 4.35, a evolução da distribuição de rigidez torcional se apresentou mais eficaz que a flexional, mas ainda preservou um aumento de rigidez em um ponto da envergadura. Para este caso a otimização encontrou ainda mais dificuldades, o que pode ser observado pelo número

de gerações necessário (1500) para se chegar à uma solução razoável. A Figura 4.36 mostra a evolução da distribuição de área e a Tabela 4.4 contém as frequências naturais dos melhores indivíduos ao longo da evolução. Como no caso 1, esta tabela mostra que o AG promove modificações na estrutura, mas não mostra claramente que os indivíduos das últimas gerações são melhores que os das primeiras. E novamente, não se pode afirmar quais são os modos naturais que conduzem ao *flutter*, mas pode-se observar que as frequências são mais baixas que as do caso 1, um indicativo de coerência do modelo dinâmico-estrutural, por ter as massas adicionais nas pontas das asas.

Figura 4.31: Melhor indivíduo da população inicial do caso 2.

A solução ótima encontrada para este caso tem os seguintes valores: Valor da função de *fitness*, $F = 56,49 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 139,91 \text{ m/s}$ e massa da estrutura, $M = 11,961 \text{ kg}$. Este indivíduo pode ser visto na Figura 4.37.

Figura 4.32: Indivíduo mediano da população inicial do caso 2.

Por fim, o indivíduo mediano ao fim de 1500 gerações é visto na Figura 4.38, tendo seus valores: Valor da função de *fitness*, $F = 55,992 \frac{m}{s \cdot kg}$, velocidade crítica de *flutter*, $V_{crit} = 139,96 m/s$ e massa da estrutura, $M = 12,069 kg$. Nota-se que as massas das estruturas dos indivíduos ótimos obtidos neste segundo caso são menores que as dos indivíduos do primeiro caso. Considerando que a soma das massas não estruturais do segundo caso é maior, a massa estrutural também deveria ser maior. Esta incoerência se deve à inexistência de uma avaliação estrutural estática, que consideraria este aumento de massa não estrutural de maneira diferente do modelo estrutural dinâmico, que só observa sua influência sobre os modos naturais.

Figura 4.33: Evolução da população do caso 2, em 1500 gerações (Melhor indivíduo - linha contínua; Média dos indivíduos - linha tracejada).

Figura 4.34: Evolução da distribuição de rigidez flexional dos melhores indivíduos da população do caso 2.

Figura 4.35: Evolução da distribuição de rigidez torcional dos melhores indivíduos da população do caso 2.

Figura 4.36: Evolução da distribuição de área dos melhores indivíduos da população do caso 2.

Tabela 4.4: Frequências naturais dos melhores indivíduos do caso 2.

Geração	1 ^o modo	2 ^o modo	3 ^o modo	4 ^o modo	5 ^o modo	6 ^o modo	7 ^o modo
1	0.420 Hz	0.906 Hz	3.877 Hz	5.828 Hz	7.159 Hz	7.198 Hz	11.706 Hz
76	0.178 Hz	0.643 Hz	3.395 Hz	5.600 Hz	5.853 Hz	7.146 Hz	7.173 Hz
151	0.327 Hz	0.751 Hz	3.637 Hz	5.881 Hz	7.035 Hz	7.110 Hz	8.158 Hz
226	0.210 Hz	0.660 Hz	3.674 Hz	5.649 Hz	5.897 Hz	7.079 Hz	8.055 Hz
301	0.394 Hz	0.903 Hz	4.408 Hz	6.247 Hz	7.364 Hz	7.561 Hz	9.547 Hz
376	0.242 Hz	0.780 Hz	4.503 Hz	5.671 Hz	6.327 Hz	7.731 Hz	9.176 Hz
451	0.371 Hz	0.822 Hz	4.196 Hz	6.248 Hz	7.186 Hz	7.543 Hz	8.965 Hz
526	0.238 Hz	0.784 Hz	4.474 Hz	5.675 Hz	6.192 Hz	7.549 Hz	9.099 Hz
601	0.387 Hz	0.851 Hz	4.432 Hz	6.174 Hz	7.223 Hz	7.503 Hz	9.167 Hz
676	0.238 Hz	0.784 Hz	4.474 Hz	5.675 Hz	6.192 Hz	7.549 Hz	9.099 Hz
751	0.372 Hz	0.824 Hz	4.214 Hz	6.250 Hz	7.224 Hz	7.545 Hz	8.998 Hz
826	0.231 Hz	0.750 Hz	4.257 Hz	5.670 Hz	6.225 Hz	7.548 Hz	8.935 Hz
901	0.371 Hz	0.823 Hz	4.213 Hz	6.203 Hz	7.223 Hz	7.489 Hz	8.992 Hz
976	0.231 Hz	0.750 Hz	4.255 Hz	5.670 Hz	6.221 Hz	7.535 Hz	8.929 Hz
1051	0.371 Hz	0.823 Hz	4.213 Hz	6.203 Hz	7.223 Hz	7.489 Hz	8.992 Hz
1126	0.231 Hz	0.750 Hz	4.255 Hz	5.670 Hz	6.221 Hz	7.535 Hz	8.929 Hz
1201	0.371 Hz	0.823 Hz	4.213 Hz	6.203 Hz	7.223 Hz	7.489 Hz	8.992 Hz
1276	0.232 Hz	0.756 Hz	4.310 Hz	5.672 Hz	6.274 Hz	7.595 Hz	9.005 Hz
1351	0.374 Hz	0.827 Hz	4.267 Hz	6.253 Hz	7.230 Hz	7.543 Hz	9.069 Hz
1426	0.232 Hz	0.754 Hz	4.309 Hz	5.671 Hz	6.272 Hz	7.590 Hz	9.011 Hz
1501	0.374 Hz	0.827 Hz	4.267 Hz	6.253 Hz	7.230 Hz	7.543 Hz	9.069 Hz

Figura 4.37: Solução ótima do caso 2.

Figura 4.38: Indivíduo mediano da população final do caso 2.

Conclusão

5.1 MDO utilizando Algoritmo Genético

A Otimização Multidisciplinar em Projeto, apresentada na revisão bibliográfica do início deste trabalho, é uma metodologia que está sendo amplamente utilizada em diversas áreas da engenharia. Sua aplicabilidade é vasta, pois une áreas de conhecimento distintas de um mesmo projeto, acelerando o processo de desenvolvimento e melhorando as soluções de projeto. Através do código de MDO implementado aqui, pode-se observar que, embora seja uma ferramenta versátil e eficaz, é conceitualmente simples.

O método de otimização por algoritmos genéticos se adequa perfeitamente à metodologia de MDO. Tendo-se em mãos modelos matemáticos das diversas áreas de estudo que se deseja trabalhar (conhecidos como blocos de avaliação), é necessário apenas codificar cada indivíduo de uma população para que contenha as informações necessárias às soluções deles, além de criar uma função de *fitness* que considere todas estas soluções. Também é necessário ajustar os parâmetros de otimização (número de pontos de *crossover*, probabilidade de mutação, número de gerações e número de indivíduos na população) para se obter bom desempenho. Estas simples tarefas conduzem à criação de uma poderosa ferramenta de projeto.

5.2 MDO com Restrição Aeroelástica

Pelos resultados obtidos nas avaliações executadas, torna-se claro a real possibilidade de promover a otimização de uma estrutura considerando restrições aeroelásticas. O MDO buscou soluções boas, minimizando as massas das estruturas encontradas, aumentando a velocidade crítica de *flutter* até o valor máximo pré-definido e respeitando a penalidade por aumentos de rigidez na direção da ponta da asa. Contudo, o desempenho verificado nas execuções ficou aquém do esperado, quando se considera as distribuições de rigidez apresentadas. Provavelmente isto ocorreu pelo pequeno número de pontos de *crossover*, dado o grande comprimento dos cromossomos. Como solução, pode-se trocar a rotina de *crossover* implementada por uma que permita mais pontos (por exemplo, $n - 1$, com n igual ao número de dígitos do cromossomo). Seria interessante também que este número fosse aleatório, o que representaria melhor os cruzamentos na natureza.

Outro ponto importante nas análises realizadas é o fator de correção, criado para representar um papel que seria desempenhado por uma análise estrutural estática. Esse tipo de análise, se fosse acrescentado aos blocos de avaliações, certamente traria melhores resultados de distribuições de rigidez, bem como para as distribuições de área. Para estas não foi criada nenhuma restrição, pois a intenção inicial era desvincular o sistema de geometrias das seções transversais da estrutura, desejando-se apenas a manipulação das distribuições de rigidezes. Este fator é também um possível causador dos problemas encontrados

5.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Alguns trabalhos podem ser sugeridos, para aperfeiçoamento deste ou sua aplicação:

- desenvolvimento e utilização de um bloco de avaliação estrutural estática, para substituir o fator de forma, incluindo relações entre as rigidezes EI e GJ e a área da seção transversal A ;
- utilização de modelos estruturais, tanto estáticos como dinâmicos, para materiais com-

postos, que representam uma importante tendência da indústria aeronáutica e permitem a confecção de estruturas não-convencionais à baixos custos;

- desenvolvimento e utilização de um bloco de aerodinâmica, para aumentar a multidisciplinaridade deste MDO, realizando também otimizações aerodinâmicas;
- troca do método de solução de *flutter*, K por método $P-K$, o que aumentaria a confiabilidade dos resultados e, aliado ao bloco de avaliação estrutural estática, permitiria a avaliação do fenômeno de divergência;

Bibliografia

ANDERSON, J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. New York: Mcgraw-Hill, 1991. 772 p.

ANDERSON, M. B.; GEBERT, G. A. Using pareto genetic algorithms for preliminary subsonic wing design. In: *Proceedings of the 6th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*. Bellevue, WA: [s.n.], 1996.

ANTOINE, N. E.; KROO, I. M. Framework for aircraft conceptual design and environmental performance studies. *AIAA Journal*, v. 43, n. 10, p. 2100–2109, oct 2005.

ARIZONO, H.; ISOGAI, K. Application of genetic algorithm for aeroelastic tailoring of a cranked-arrowwing. *Journal of Aircraft*, v. 42, n. 2, p. 493–499, mar-apr 2005.

BATINA, J. T.; SEIDAL, D. A.; BLAND, S. R.; BENNETT, R. M. Unsteady transonic flow calculations for realistic aircraft configurations. In: *Proceedings of the 28th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Monterey, CA: [s.n.], 1990. Paper No. AIAA 1987-0850.

BHATIA, M.; AJMERA, H. C.; ABHYANKAR, S. N.; MUJUMDAR, P. M.; SUDHAKAR, K. *WingOpt - An MDO Tool for Concurrent Aerodynamic Shape and Structural Sizing Optimization of Flexible Aircraft Wings*. Bombay, India, 2003. Disponível em: <<http://www.casde.iitb.ac.in/MDO/specific-studies/WingOpt.pdf>>. Acesso em: 6 abr. 2006.

BIGGS, M. C. *Constrained Minimization Using Recursive Quadratic Programming: Some Alternative Subproblem Formulations*. New York: North-Holland, 1975. 341-349 p.

BISHOP, J. A.; EASTEP, F. E.; STRIZ, A. G.; VENKAYYA, V. B. Influence of model complexity and aeroelastic constraints on multidisciplinary optimization of wings. *Journal of Aircraft*, v. 35, n. 5, p. 784–790, set-out 1998.

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. *Aeroelasticity*. New York: Dover Publication, Inc., 1996. 860 p.

CRAIG, R. R. *Structural Dynamics*. Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc., 1981. 527 p.

DE BAETS, P. W. G. *A Methodology for Aeroelastic Constraint Analysis in a Conceptual Design Environment*. Tese (Doutorado) — School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, 2004.

DE BAETS, P. W. G.; MAVRIS, D. N. Potential formulation for aeroelastic constraint analysis in a conceptual design environment. In: *Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Denver, Colorado: AIAA, 2002. AIAA 2002-1295.

- DE JONG, K. A. *Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. Tese (Doutorado) — College of Literature, Science and Arts, University of Michigan, 1975.
- DE JONG, K. A. Adaptive system design: A genetic approach. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-10, n. 9, p. 566–574, 1980.
- FUSATO, D.; CELI, R. Multidisciplinary design optimization for aeromechanics and handling qualities. *Journal of Aircraft*, v. 43, n. 1, p. 241–252, jan-feb 2006.
- GALLMAN, J. W.; KAUL, R. W.; CHANDRASEKHARAN, R. M.; HINSON, M. L. Optimization of an advanced business jet. *Journal of Aircraft*, v. 34, n. 3, p. 288–295, mai-jun 1997.
- GASPARINI, J. N. *Controle de Vibrações em uma Pá Inteligente de Helicóptero*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. New York: Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989. 412 p.
- HAJELA, P. Nongradient methods in multidisciplinary design optimization - status and potential. *Journal of Aircraft*, v. 36, n. 1, p. 255–265, jan-feb 1999.
- HANSEN, E. *Global Optimization Using Interval Analysis*. New York: Marcel Dekker, 1992.
- HASSIG, H. J. An approximate true damping solution of the flutter equation by determinat iteration. *Journal of Aircraft*, v. 8, n. 11, p. 885–889, nov 1971.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. New York: Cambridge University Press, 2002. 170 p.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor, MI: Univ. of Michigan Press, 1974.
- HOOKE, R.; JEEVES, T. A. Direct search solution of numerical and statistical problems. *Journal of the Association of Computing Machinery*, v. 8, p. 212–229, 1961.
- JANARDHAN, S.; GRANDHI, R. V. Multidisciplinary optimization of an aircraft wing/tip store configuration in the transonic regime. *Engineering Optimization*, v. 36, n. 4, p. 473–490, aug 2004.
- JUN, S.; TISCHLER, V. A.; VENKAYYA, V. B. Multidisciplinary design optimization of a built-up wing structure with tip missile. *Journal of Aircraft*, v. 40, n. 6, p. 1093–1098, nov-dec 2003.
- KAPANIA, R. K.; CHUN, S. Preliminary design of a structural wing box under a twist constraint part i. *Journal of Aircraft*, v. 41, n. 5, p. 1230–1239, sep-oct 2004.
- KHATIB, W.; FLEMING, P. J. An introduction to evolutionary computing for multidisciplinary optimisation. In: *Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Inovations and Applications*. Glasgow, UK: [s.n.], 1997. p. 7–12.
- KIM, Y.; JEON, Y. H.; LEE, D. H. Multi-objective and multidisciplinary design optimization of supersonic fighter wing. *Journal of Aircraft*, v. 43, n. 3, p. 817–824, may-jun 2006.

- KIRKPATRICK, S.; GELLAT JR., C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.
- LIU, H.; WU, Z.; RAYMER, D. P. Automated scheme adjustment for conceptual aircraft design and optimization. *Journal of Aircraft*, v. 43, n. 3, p. 825–831, may-jun 2006.
- LIU, H.; WU, Z.; WANG, G. L.; WANG, X. L. Implementation of a sketch based approach to conceptual aircraft design synthesis and modeling. *Chinese Journal of Aeronautics*, v. 20, n. 4, p. 129–136, 2004.
- LIU, J. L. Intelligent genetic algorithm and its application to aerodynamic optimization of airplanes. *AIAA Journal*, v. 43, n. 3, p. 530–538, mar 2005.
- MARQUES, F. D. *Controle de Vibrações em uma Pá de Helicóptero*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.
- MAUTE, K.; REICH, G. W. Integrated multidisciplinary topology optimization approach to adaptive wing design. *Journal of Aircraft*, v. 43, n. 1, p. 253–263, jan-feb 2006.
- MCCONNELL, K. G. *Vibration Testing: Theory and Practice*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995. 606 p.
- MEIROVITCH, L. *Computational Methods in Structural Dynamics*. Alphen aan den Rijn, The Netherlands: Sijthoff & Noordhoff, 1980. 439 p.
- MELOSH, R. J. *Structural Engineering Analysis by Finite Elements*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1990. 308 p.
- MICHALEWICZ, Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1994. 340 p.
- PINTER, J. D. *Global Optimization in Action*. Dordrecht: Kluwer, 1995.
- POWELL, M. J. D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *Computer Journal*, v. 7, n. 4, p. 303–307, 1964.
- ROSENBROCK, H. H. An automated method for finding the greatest or least value of a function. *Computer Journal*, v. 3, n. 4, p. 175–184, 1960.
- ROTH, B. D.; CROSSLEY, W. A. Application of optimization techniques in the conceptual design of morphing aircraft. In: *Proceedings of the AIAA's 3rd Annual Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Tech.* Denver, Colorado: [s.n.], 2003.
- SILVA, R. G. A. *Análise Aeroelástica no Espaço de Estados Aplicada a Aeronaves de Asa Fixa*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.
- SORIANO, H. L. *Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. São Paulo: Edusp, 2003. 580 p.
- ÖSTERHELD, C. M.; HEINZE, W.; HORST, P. Influence of aeroelastic effects on preliminary aircraft design. In: *Proceedings of the ICAS 2000 Congress*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 146.1–146.10.

TEKINALP, O.; BINGOL, M. Simulated annealing for missile optimization: Developing method and formulation techniques. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 27, n. 4, p. 616–626, jul-aug 2004.

THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *NACA Report*, n. 496, p. 413–433, 1934.

THEODORSEN, T.; GARRICK, I. E. Nonstationary flow about a wing-aileron-tab combination including aerodynamic balance. *NACA Report*, n. 736, p. 129–138, 1942.

TORN, A.; ZILINSKAS, A. *Global Optimization, Lecture Notes in Computer Science*. Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, 1989.

U.S. ARMY AVIATION AND MISSILE COMMAND. *Handling Qualities Requirements for Military Rotorcraft*. Rept. ads-33e-prf. Redstone Arsenal, AL, March 2000.

XIONG, Y.; MOSCINSKI, M.; FRONTERA, M.; YIN, S.; DEDE, M.; PARADIS, M. Multidisciplinary design optimization of aircraft combustor structure: An industry application. *AIAA Journal*, v. 43, n. 9, p. 2008–2014, sep 2005.

YATES JR., E. C. Modified-strip-analysis method for predicting wing flutter at subsonic to hypersonic speeds. *Journal of Aircraft*, v. 3, n. 1, p. 25–29, jan-feb 1966.

ZAERO Version 7.2 - Theoretical Manual. [S.l.], Dezembro 2004. Disponível em: <<http://www.zonatech.com/Documentation/theoreticalmanual72.pdf>>.

Código Computacional de Implementação do Algoritmo Genético

A implementação do AG utilizado neste MDO foi realizada utilizando a linguagem FORTRAN. A execução é iniciada pela leitura de um arquivo (param.dat) onde são informados dados referentes ao modelo da asa e os parâmetros de otimização. São lidos: envergadura da asa, densidade do material da estrutura (ρ - ro), módulo de elasticidade transversal do material (G), número de indivíduos na população, número máximo de gerações, probabilidade de mutação, número de pontos de *crossover*, limite imposto à velocidade (velocidade máxima aceita) e parâmetros que informam se o processo vai ser iniciado ou se continuará outro já iniciado anteriormente. Continua-se então o processo conforme visto na Figura 3.3, na Seção 3.4.5.

O código apresentado consiste em 7 subrotinas e uma função. A subrotina “dcode”, efetua a decodificação do cromossomo nos parâmetros da estrutura. A “initial” é responsável pela criação da população inicial, quando esta é a opção. A subrotina de avaliação é a “eva”, que utiliza outras (“freq”, de dinâmica estrutural, “ssa”, de previsão de *flutter* e “sep”, de separação de modos) não apresentadas aqui. A subrotina “fit” calcula os valores da função de *fitness* e a subrotina “sort” ordena a população de indivíduos de acordo com essas funções. Na subrotina “genetic” é feita toda a manipulação genética, da escolha por roda-de-roleta ao *crossover*, com o auxílio da função “mutation”, que controla a mutação. Por fim, a subrotina “escreve” é utilizada

apenas para apresentar os resultados na tela, na avaliação de uma nova população inicial criada. Estas rotinas são executadas na ordem mostrada na Figura A.1 e as variáveis de entrada e saída delas estão apresentadas na Tabela A.1.

Figura A.1: Fluxograma do algoritmo computacional.

Tabela A.1: Variáveis de entrada e saída do programa principal e das subrotinas.

Nome	Entradas	Saídas
MDO (principal)	arquivo “param.dat”	arquivo com soluções “lastpop.dat” e outros
initial	popnum	cromo
eva	cromo, ro, G, jo, popnum	massamdo, vcritmdo, forma
fit	massamdo, vcritmdo, forma, vlimite	valorfit
escreve	jo, valorfit, vcritmdo, massamdo	texto escrito na tela, para controle
sort	valorfit, vcritmdo, massamdo, popnum, cromos	cromo
genetic	popnum, valorfit, cromos, probmuto, pcross	newpop
dcode	cromo	EIgene, GJgene, areagene

```

program MDO
  integer          io,jo,ko,cromo(248,50),popnum,maxgen,pcross,
+ newpop(248,100),evolucao,escolha,inige,fimge,maxgenant
  double precision EIz(15),GJ(15),massamdo(100),area(16),ro,G,
+ EIgene(8),GJgene(8),areagene(8),massamedia,forma,enverg
  real*4          vcritmdo(100),valorfit(100),probmuto,vcritmedia,
+ vlimite,valorfitmedia
  COMMON /ASA/ enverg
C    arquivos usados:
  OPEN(4,FILE='pop.dat',STATUS='UNKNOWN',ACCESS='APPEND')
  OPEN(5,FILE='param.dat',STATUS='OLD')
  OPEN(7,FILE='evolucao.dat',STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(17,FILE='evoldados.dat',STATUS='UNKNOWN')
  OPEN(14,FILE='lastpop.dat',STATUS='UNKNOWN')
C    Leitura dos parametros do alg. genetico
  read(5,*)enverg
  read(5,*)ro
  read(5,*)G
  read(5,*)popnum
  read(5,*)maxgen
  read(5,*)probmuto
  read(5,*)pcross
  read(5,*)vlimite
  read(5,*)escolha
  read(5,*)maxgenant

```

```

C      Criacao da populacao inicial
      if (escolha .EQ. 1) then
        call INITIAL(cromo,popnum)
        do jo=1,popnum
          call EVA(massamdo(jo),vcritmdo(jo),cromo,ro,G,jo,popnum,forma)
          call fit(valorfit(jo),massamdo(jo),vcritmdo(jo),vlimite,forma)
          call escreve(jo,valorfit(jo),vcritmdo(jo),massamdo(jo))
          pause
        enddo
        call sort(valorfit,vcritmdo,massamdo,popnum,cromo)
      elseif (escolha .EQ. 2) then
        do ko=1,popnum
          read(14,11)jo,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),vcritmdo(jo),
+ massamdo(jo)
          enddo
          do io=1,maxgenant+1
            read(17,*)
            read(17,*)
            read(17,*)
            read(7,*)
            read(7,*)
            read(7,*)
          enddo
        enddo
      endif
      close(14,STATUS='KEEP')
11      FORMAT(I3,1X,248I1,1X,F20.10,1X,F20.10,1X,F20.10)
12      FORMAT(I5,1X,248I1,1X,F20.10,1X,F20.10,1X,F20.10)
13      FORMAT(I5,1X,F20.10,1X,F20.10,1X,F20.10)

      write(4,*)'Novo caso: escolha =',escolha
      write(4,*)
      do jo=1,popnum
        write(4,11)jo,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),vcritmdo(jo),
+massamdo(jo)
        enddo
        write(4,*)

        if (escolha .EQ. 1) then
          evolucao=0
          jo=1
          write(7,12)evolucao,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),
+vcritmdo(jo),massamdo(jo)

          write(17,13)evolucao,valorfit(jo),vcritmdo(jo),massamdo(jo)

          massamedia=0
          vcritmedia=0
          valorfitmedia=0
          do jo=1,popnum
            massamedia=massamedia+massamdo(jo)
            vcritmedia=vcritmedia+vcritmdo(jo)
            valorfitmedia=valorfitmedia+valorfit(jo)
          enddo
          massamedia=massamedia/popnum
          vcritmedia=vcritmedia/popnum
          valorfitmedia=valorfitmedia/popnum

          jo=popnum/2
          write(7,12)evolucao,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfitmedia,
+vcritmedia,massamedia
          write(17,13)evolucao,valorfitmedia,vcritmedia,massamedia
          write(7,*)
          write(17,*)
        endif
      endif

```



```

C      Fim da criacao da populacao inicial
      if (escolha .EQ. 1) then
            inige=1
            fimge=maxgen
      elseif (escolha .EQ. 2) then
            inige=maxgenant+1
            fimge=maxgenant+maxgen
      endif

C      Loop da evolucao de geracoes
      do evolucao=inige,fimge
      write(*,*)'Geracao = ',evolucao

C      A subrotina genetic escolhe os pais, faz cruzamentos e gera uma
C      nova populacao, newpop, com o dobro do numero de individuos
      call genetic(popnum,valorfit,cromo,newpop,probm,pcross)

C      Avaliacao e calculo da aptidao de cada novo individuo
      do jo=1,2*popnum
            call EVA(massamdo(jo),vcritmdo(jo),newpop,ro,G,jo,popnum,forma)
            call fit(valorfit(jo),massamdo(jo),vcritmdo(jo),vlimite,forma)
      c            call escreve(jo,valorfit(jo),vcritmdo(jo),massamdo(jo))
      enddo

C      Ordenacao da populacao (dos melhores pros piores)
      call sort(valorfit,vcritmdo,massamdo,2*popnum,newpop)
      do jo=1,2*popnum
            write(4,11)jo,(newpop(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),
+vcritmdo(jo),massamdo(jo)
      enddo
      write(4,*)
C      Selecao natural - exclusao dos piores
      do jo=1,popnum
            do io=1,248
                  cromo(io,jo)=newpop(io,jo)
            enddo
      enddo
      jo=1
      write(7,12)evolucao,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),
+vcritmdo(jo),massamdo(jo)
      write(17,13)evolucao,valorfit(jo),vcritmdo(jo),massamdo(jo)

      massamedia=0
      vcritmedia=0
      valorfitmedia=0
      do jo=1,popnum
            massamedia=massamedia+massamdo(jo)
            vcritmedia=vcritmedia+vcritmdo(jo)
            valorfitmedia=valorfitmedia+valorfit(jo)
      enddo
      massamedia=massamedia/popnum
      vcritmedia=vcritmedia/popnum
      valorfitmedia=valorfitmedia/popnum

      jo=popnum/2
      write(7,12)evolucao,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfitmedia,
+vcritmedia,massamedia
      write(17,13)evolucao,valorfitmedia,vcritmedia,massamedia
      write(7,*)
      write(17,*)

C      Fim do loop da evolucao de geracoes
      OPEN(14,FILE='lastpop.dat',STATUS='OLD')

```

```

do jo=1,popnum
  write(14,11)jo,(cromo(io,jo),io=1,248),valorfit(jo),
+vcritmdo(jo),massamdo(jo)
enddo

close(4,STATUS='KEEP')
close(5,STATUS='KEEP')
close(7,STATUS='KEEP')
close(17,STATUS='KEEP')
close(14,STATUS='KEEP')

write(*,*)'Campeao => fitness = ',valorfit(1),'Vel =',vcritmdo(1),
+'Massa =',massamdo(1)

stop
end

```

```

C*****
C!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
C!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
C*****

```

```

Subroutine dcode(EIgene,GJgene,areagene,cromo)
integer cromos(248),io,jo
double precision EIgene(8),GJgene(8),areagene(8)
do jo=1,8
  EIgene(jo)=0.
  GJgene(jo)=0.
  areagene(jo)=0.
enddo
do jo=1,8
do io=1,9
  EIgene(jo)=EIgene(jo)+cromo(jo*10-10+io)*(2**(10-io))
enddo
EIgene(jo)=EIgene(jo)+cromo(jo*10)
enddo
do jo=1,8
do io=1,9
  GJgene(jo)=GJgene(jo)+cromo(jo*10-10+io+80)*(2**(10-io))
enddo
GJgene(jo)=GJgene(jo)+cromo(jo*10+80)
enddo
do jo=1,8
do io=1,10
  areagene(jo)=areagene(jo)+cromo(jo*10-10+io+160)*(2**(11-io))
enddo
areagene(jo)=areagene(jo)+cromo(jo*10+jo+160)
enddo
do io=1,8
EIgene(io)=EIgene(io)*250+24000.
GJgene(io)=GJgene(io)*250+24000.
areagene(io)=(areagene(io)+200.)*1d-6
enddo
return
end

```

```

C*****
C*****

```

```

Subroutine INITIAL(cromo,popnum)
integer io,jo,popnum,coefic,Tarray(2),cromo(248,popnum)
do jo=1,popnum
do io=1,248

```

```

                                cromos(io,jo)=0
                                enddo
                                enddo
                                do jo=1,popnum
                                    call time(Tarray)
                                    write(*,*)Tarray(1),Tarray(2)
                                    do io=1,248
                                        coefic=io*Tarray(2)
                                        cromos(io,jo)=nint(ran(coefic))
                                    enddo
                                pause
                                enddo

                                return
                                end
C*****
C*****
Subroutine EVA(massa,vcrit,cromos,ro,G,jo,popnum,forma)
    integer io,popnum,cromos(248,popnum),crom(248),jo
    double precision Elz(15),GJ(15),massa,area(15),ro,G,
+ Elgene(8),GJgene(8),areagene(8),forma
    real*4 vcrit

    do io=1,15
        Elz(io)=0.
        GJ(io)=0.
        area(io)=0.
    enddo

    do io=1,248
        crom(io)=cromos(io,jo)
    enddo

    call dcode(Elgene,GJgene,areagene,crom)

    do io=1,8
        Elz(io)=Elgene(io)
        GJ(io)=GJgene(io)
        area(io)=areagene(io)
    enddo

    forma=0
    do io=2,8
        if (Elz(io) .LT. Elz(io-1)) then
            forma = forma + 1
        endif
        if (GJ(io) .LT. GJ(io-1)) then
            forma = forma + 1
        endif
    enddo

    do io=9,15
        Elz(io)=Elgene(io-2*(io-8))
        GJ(io)=GJgene(io-2*(io-8))
        area(io)=areagene(io-2*(io-8))
    enddo

C*****
C!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Bloco de avaliacao!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
C*****
c      Rotina de dinamica estrutural
      call freque(Elz,GJ,area,ro,G,massa)

c      Rotina aeroelastica - previsao de flutter
      call ssa

```

```

c      Rotina de separacao de modos
      call sep(vcrit)
C*****
C!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!Bloco de avaliacao!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
C*****
      if (vcrit .EQ. NaN) then
          vcrit=0.0
      endif
      return
      end

C*****
C*****
      Subroutine fit(valorfit, massa, vcrit, vlimite, forma)
      double precision massa, forma
      real*4 vcrit, valorfit, vlimite
      if (vcrit .GT. vlimite) then
          valorfit = 0.0
      else
          valorfit = 5*vcrit/massa - forma
      endif
      return
      end

C*****
C*****
      Subroutine sort(valorfit, vcritmdo, massamdo, popnum, cromo)
      integer I, popnum, indice(popnum), top, temp,
+ temp2(248, popnum), cromo(248, popnum)
      real*4 valorfit(popnum), vcritmdo(popnum),
+ XMIN, valfitemp(popnum), vcritemp(popnum)
      double precision massamdo(popnum), masstemp(popnum)
      do I=1, popnum
          indice(I)=I
      enddo
      Do top=1, popnum-1
          XMIN=valorfit(indice(top))
          Do I=top, popnum
              If (valorfit(indice(I)) .LT. XMIN) then
                  temp=indice(I)
                  indice(I)=indice(top)
                  indice(top)=temp
                  XMIN=valorfit(indice(top))
              endif
          enddo
      enddo
      do jo=1, popnum
          do io=1, 248
              temp2(io, jo)=cromo(io, indice(popnum-jo+1))
          enddo
          valfitemp(jo)=valorfit(indice(popnum-jo+1))
          vcritemp(jo)=vcritmdo(indice(popnum-jo+1))
          masstemp(jo)=massamdo(indice(popnum-jo+1))
      enddo
      do jo=1, popnum
          do io=1, 248
              cromo(io, jo)=temp2(io, jo)
          enddo
          valorfit(jo)=valfitemp(jo)
          vcritmdo(jo)=vcritemp(jo)
          massamdo(jo)=masstemp(jo)
      enddo

```

```

        enddo
        return
    end

C*****
C*****
    Subroutine genetic(popnum,valorfit,cromo,newpop,probm,pcross)
        integer      io,jo,ko,quem(2),popnum,Tempo(2),cromo(248,popnum),
+ pcross,newpop(248,2*popnum),onde(4),crand,pai(248,2),
+ filho(248,2)
        real*4      valorfit(popnum),parsum,sumfit,rand,probm
        do jo=1,popnum
            do io=1,248
                newpop(io,jo)=cromo(io,jo)
            enddo
        enddo
        sumfit = 0.0
        do io=1,popnum
            sumfit = sumfit + valorfit(io)
        enddo
C*****
C      Loop para gerar nova populacao
        do ko=1,popnum,2
C*****
C      Selecao por roda de roleta
        10      do io=1,2
                parsum=0.0
                quem(io)=0
                call time(Tempo)
                crand=ko*Tempo(io)+10
                rand=ran(crand)*sumfit
                do while (parsum .LT. rand .AND. quem(io) .NE. popnum)
                    quem(io) = quem(io) + 1
                    parsum = parsum + valorfit(quem(io))
                enddo
                do jo=1,248
                    pai(jo,io) = cromos(jo,quem(io))
                enddo
            enddo
            if (quem(2) .EQ. quem(1)) go to 10
C*****
C      Crossover
            crand=Tempo(2)**ko
        11      onde(1)=int(ran(crand)*50)+1
                onde(2)=int(ran(crand)*50)+50
                onde(3)=int(ran(crand)*50)+100
                onde(4)=int(ran(crand)*50)+150
                if (onde(1).EQ.onde(2) .OR. onde(1).EQ.onde(3) .OR.
+         onde(1).EQ.onde(4) .OR. onde(2).EQ.onde(3) .OR.
+         onde(2).EQ.onde(4) .OR. onde(3).EQ.onde(4)) goto 11
                if (pcross .EQ. 1) then
                    do io=1,onde(1)
                        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probm,io)
                        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probm,io)
                    enddo
                    do io=onde(1)+1,248
                        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probm,io)
                        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probm,io)
                    enddo
                elseif (pcross .EQ. 2) then
                    do io=1,onde(1)

```

```

        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(1)+1,onde(2)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(2)+1,248
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
elseif (pcross .EQ. 3) then
    do io=1,onde(1)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(1)+1,onde(2)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(2)+1,onde(3)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(3)+1,248
        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
    enddo
elseif (pcross .EQ. 4) then
    do io=1,onde(1)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(1)+1,onde(2)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(2)+1,onde(3)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(3)+1,onde(4)
        filho(io,1)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
    enddo
    do io=onde(4)+1,248
        filho(io,1)=mutation(pai(io,1),probmuto,io)
        filho(io,2)=mutation(pai(io,2),probmuto,io)
    enddo
endif
do io=1,248
    newpop(io,ko+popnum)=filho(io,1)
    newpop(io,ko+popnum+1)=filho(io,2)
enddo
C*****
C    Fim do loop para gerar nova populacao
return
end
C*****
C*****
Function mutation(valgene,probmuto,io)
integer          valgene,Timarray(2),testemuta,muto

```

```

real*4      probmut
call time(Timarray)
testemuta=Timarray(2)*io
if (ran(testemuta) .LT. probmut) then
    if (valgene .EQ. 0) then
        mutation=1
    else
        mutation=0
    endif
else
    mutation=valgene
endif
return
end

C*****
C*****
Subroutine escreve(jo,valorfit,vcritmdo,massamdo)
integer      jo
real*4      valorfit,vcritmdo
doubleprecision massamdo

    write(*,*)
    write(*,*)
    write(*,*)'*****'
+*****'
    write(*,*)
    write(*,*)'jo = ',jo
    write(*,10)valorfit
    write(*,25)vcritmdo,vcritmdo*3.6,vcritmdo*2.236936
    write(*,*)
    write(*,*)'Massa = ',massamdo
    write(*,*)
10      FORMAT(' Fitness = ',F10.5)
25      FORMAT(' Vcritica = ',F8.4,' m/s = ',F8.4,' km/h = ',
+F8.4,' mph')
    return
end

C*****
C*****

```