MARCO ANTONIO ZANUSSI BARRETO

**DINÂMICA LONGITUDINAL: EFEITOS DA GEOMETRIA DE
SUSPENSÃO NAS MUDANÇAS DE ATITUDE DA MASSA SUSPensa E
OS ESFORÇOS NOS ELEMENTOS DA SUSPENSÃO.**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos, da Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para a obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto.

São Carlos
2005

MARCO ANTONIO ZANUSSI BARRETO

**DINÂMICA LONGITUDINAL: EFEITOS DA GEOMETRIA DE
SUSPENSÃO NAS MUDANÇAS DE ATITUDE DA MASSA SUSPensa E
OS ESFORÇOS NOS ELEMENTOS DA SUSPENSÃO.**

À minha família, noiva e amigos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq-Brasil

Ao Prof. Dr. Álvaro da Costa Neto por ter propiciado a realização do trabalho e por sua amizade.

Aos professores da faculdade de engenharia industrial (FEI), Ricardo Bock, Roberto Bertolucci e Rodrigo Magnabosco, pela confiança e indicação para o programa de pós-graduação.

Aos professores e funcionários da Escola de Engenharia de São Carlos, pela ajuda recebida e afeição.

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Modelo trailing-arm de Fu-Cheng Wang.....</i>	<i>7</i>
<i>Figura 2 – Modelo de anti-squat.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 3 – Modelo de anti-dive.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 1 – Sistema de coordenadas SAE.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2 – Transferência de carga entre os eixos.</i>	<i>15</i>
<i>Figura 3 – Vista lateral da suspensão com dois braços de controle.</i>	<i>17</i>
<i>Figura 4 – Vista lateral do equivalente trailing-arm.</i>	<i>18</i>
<i>Figura 5 – Cálculo da força de anti-dive.</i>	<i>19</i>
<i>Figura 6 – Sistema de freio outboard.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 7 – Sistema de freio inboard.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 8 – Sistema de freio Inboard.....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 9 – Cálculo da força de anti-squat para um veículo tração traseira por eixo rígido.</i>	<i>22</i>
<i>Figura 10 – Cálculo da força de anti-squat para suspensão independente.</i>	<i>23</i>
<i>Figura 11 – Linhas de fixação para total anti-dive e anti-lift.</i>	<i>32</i>
<i>Figura 12 – Cálculo dos esforços na suspensão.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 31– Matriz Compliance.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 1 – Linha cronológica do desenvolvimento MBS.</i>	<i>45</i>
<i>Figura 2 – Modelo em sistema de multicorpos.</i>	<i>48</i>
<i>Figura 3 – Subsistema suspensão dianteira.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 4 – Junta entre os corpos da suspensão dianteira.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 5 – Subsistema suspensão traseira.</i>	<i>52</i>
<i>Figura 6 – Junta entre os corpos da suspensão traseira.....</i>	<i>53</i>
<i>Figura 7 – Subsistema direção.....</i>	<i>55</i>

<i>Figura 8 – Junta entre os corpos do subsistema de direção.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 9 – Subsistema chassis.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 10 – Forças aerodinâmicas.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 11 – Modelo roda e pneu dianteiro e traseiro.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 12 – Subsistema motor e transmissão.</i>	<i>61</i>
<i>Figura 13 – Subsistema barra anti-rolagem.....</i>	<i>62</i>
<i>Figura 14 – Junta entre os corpos da barra anti-rolagem.</i>	<i>62</i>
<i>Figura 15 – Subsistema freio.</i>	<i>64</i>
<i>Figura 32– Sistema de suspensão push-rod antigo.....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 33– Sistema de suspensão push-rod novo.</i>	<i>72</i>
<i>Figura 34 – Coordenadas do modelo trailing-arm.....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 35 – Diagrama de corpo livre.</i>	<i>93</i>

ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 1. – Variação de dive na suspensão dianteira para 0% de anti-dive.....</i>	<i>67</i>
<i>Gráfico 2– Variação de dive na suspensão dianteira para 100% de anti-dive.</i>	<i>68</i>
<i>Gráfico 3- Variação de lift na suspensão traseira para 0% de anti-lift.....</i>	<i>68</i>
<i>Gráfico 4– Variação de lift na suspensão traseira para 100% de anti-lift.</i>	<i>69</i>
<i>Gráfico 5- Variação de squat na suspensão traseira para 0% de anti-lift.....</i>	<i>70</i>
<i>Gráfico 6- Variação de squat na suspensão traseira para 100% de anti-lift.....</i>	<i>71</i>
<i>Gráfico 7- Variação de squat na nova suspensão traseira para 0% de anti-lift.</i>	<i>73</i>
<i>Gráfico 8- Variação de squat na nova suspensão traseira para 100% de anti-lift.</i>	<i>73</i>
<i>Gráfico 9- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 0% de anti-lift.....</i>	<i>74</i>
<i>Gráfico 10- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 100% de anti-lift..</i>	<i>75</i>
<i>Gráfico 11- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 100% de anti-lift para a nova fixação do push-rod.....</i>	<i>75</i>
<i>Gráfico 12 – Deslocamento angular do veículo em aceleração.....</i>	<i>77</i>
<i>Gráfico 13 - Deslocamento vertical do veículo em aceleração.....</i>	<i>77</i>
<i>Gráfico 14– Deslocamento angular para o veículo em aceleração com nova fixação do push-rod.....</i>	<i>78</i>
<i>Gráfico 15 - Deslocamento angular para o veículo em aceleração com nova fixação do push-rod.....</i>	<i>79</i>
<i>Gráfico 16 – Deslocamento angular para o veículo em desaceleração.....</i>	<i>80</i>
<i>Gráfico 17 – Deslocamento vertical para o veículo em desaceleração.....</i>	<i>80</i>
<i>Gráfico 18– Deslocamento angular para o veículo em desaceleração com nova suspensão.</i>	<i>81</i>
<i>Gráfico 19– Deslocamento vertical para o veículo em desaceleração com a nova suspensão.</i>	<i>81</i>
<i>Gráfico 20 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em aceleração.....</i>	<i>82</i>
<i>Gráfico 21 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em aceleração, com a nova suspensão.</i>	<i>83</i>

<i>Gráfico 22 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em desaceleração.....</i>	<i>84</i>
<i>Gráfico 23 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em desaceleração, com a nova suspensão.....</i>	<i>84</i>

ÍNDICE DE TABELAS

<i>Tabela 1 – Características gerais do veículo.....</i>	<i>48</i>
<i>Tabela 2 – Descrição das juntas na suspensão dianteira.....</i>	<i>50</i>
<i>Tabela 3 – Descrição das juntas na suspensão traseira.....</i>	<i>53</i>
<i>Tabela 4 – Descrição das juntas do subsistema direção.....</i>	<i>56</i>
<i>Tabela 5 – Características do subsistema roda pneu.....</i>	<i>58</i>
<i>Tabela 6 – Características do subsistema motor transmissão.....</i>	<i>60</i>
<i>Tabela 7 – Descrição das juntas do subsistema barra anti-rolagem.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 8 – Características do subsistema freio.....</i>	<i>63</i>

ÍNDICE GERAL

1. Introdução.....	1
1.1 Histórico.....	1
1.2 Motivação para o trabalho	2
1.3 Objetivo	3
2. Revisão Bibliográfica	5
3.1 Conceitos por R.S. Sharp	6
3.2 Modelo dinâmico Bidimensional de Fu-Cheng Wang	7
2.3.1 Modelo trailing-arm	7
2.3.2 Geometria de Anti-squat e Anti-dive.....	8
2.3.2.1 Geometria Anti-squat.....	8
2.3.2.2 Geometria Anti-dive.....	11
3. Revisão Teórica.....	13
3.1 Conceitos Básicos.....	13
3.1.1 Sistema de Coordenadas.....	13
3.1.2 Transferência de carga longitudinal.....	14
3.1.3 Classificação dos conceitos “anti”	16
3.1.4 Equivalente trailing-arm	17
3.1.5 Cálculo da força “anti” e percentual “anti”	18
3.1.5.1 Anti-dive (Frenagem)	18
3.1.5.2 Anti-squat (Aceleração).....	22
3.1.5.3 Anti-lift (Frenagem)	24
3.1.5.4 Anti-lift (Aceleração).....	25
3.1.6 Cálculo do ângulo de pitch (Anti-pitch)	26
3.1.6.1 Tração traseira independente e tração traseira por eixo rígido	26
3.1.6.2 Tração dianteira independente e tração dianteira por eixo rígido	28
3.1.6.3 Tração nas quatro rodas	30
3.1.6.4 Frenagem.....	31
3.1.7 Cálculo dos esforços nos elementos de suspensão.....	32
3.2 Cálculo no ADAMS	34
3.2.1 Dive e lift em frenagem.....	36
3.2.2 Squat e lift em aceleração.....	37
3.2.3 Percentual de anti-dive e anti-lift em frenagem	39
3.2.4 Percentual de anti-squat e anti-lift em aceleração	40
3.2.5 Comprimento e ângulo do equivalente trailing-arm	42
4. Modelo do veículo em sistema de multicorpos (MBS).....	45
4.1 Histórico.....	45
4.2 Modelo em sistema de multicorpos do veículo	47
4.2.1 Subsistema suspensão dianteira	49
4.2.2 Subsistema suspensão traseira.....	51
4.2.3 Subsistema direção	54
4.2.4 Subsistema chassis	56
4.2.5 Subsistema roda e pneu dianteiros e traseiros	58
4.2.6 Subsistema motor e transmissão	59
4.2.7 Subsistema barra anti-rolagem dianteira e traseira	61
4.2.8 Subsistema freio.....	63
4.3 Simulações em ADAMS.....	64

5. Resultados e Análises	66
5.1 Análises das Suspensões	66
5.1.1 Dive e lift em frenagem	67
5.1.2 Squat em aceleração	70
5.1.3 Comprimento e ângulo de equivalente trailing-arm	74
5.2 Análises do Veículo Completo.....	76
5.2.1 Deslocamentos da massa suspensa.....	76
5.2.1 Deslocamentos das suspensões.....	82
6. Conclusões e Sugestões	86
7. Referências Bibliográficas	88
Anexos	92
A.1 Desenvolvimento do modelo trailing-arm	92
A.1.1 Geometria Anti-squat (freio Inboard).....	92
A.1.2 Geometria Anti-dive (freio Outboard)	95
B.1 Resultados (Gráficos).....	97
B.1.1 Dive.....	97
B.1.2 1 Squat (Suspensão original).....	98
B.1.2.2 Squat (Suspensão com alteração no push-rod)	100
B.1.3 Lift (Suspensão original).....	101
B.1.4 Anti-dive.....	102
B.1.5 Anti-Squat	104
B.1.6 Anti-Lift	105
B.1.7 Ângulo do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira original)	106
B.1.8 Ângulo do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira com alteração no push-rod).....	108
B.1.9 Comprimento do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira original)	109
B.1.10 Comprimento do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira com alteração no push-rod)	110

LISTA DE SÍMBOLOS

F - Força de desaceleração.

W – Peso do Veículo.

a_l - Aceleração ou desaceleração longitudinal.

H – Altura do CG.

L – Distancia entre os eixos.

ΔW – Variação de carga entre os eixos.

F_f – Força de frenagem.

p – Percentual de frenagem no eixo dianteiro.

x_1 – Altura do centro instantâneo lateral em relação ao solo para suspensão dianteira.

y_1 – Distância do centro instantâneo ao centro da roda dianteira para suspensão dianteira.

ϕ_{df} – Ângulo formado pela linha que sai do ponto de contato do pneu até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_1 .

r – Altura do solo ao centro da roda.

x_2 – Altura do centro instantâneo lateral em relação ao solo para suspensão traseira.

y_2 – Distância do centro instantâneo ao centro da roda traseira para suspensão traseira.

F_t – Força de tração.

ϕ_{sr} – Ângulo formado pela linha que sai do ponto de contato do pneu até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_2 .

θ_{df} – Ângulo formado pela linha que sai do centro da roda dianteira até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_1 .

θ_{sr} – Ângulo formado pela linha que sai do centro da roda traseira até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_2 .

θ_{lf} – Ângulo formado pela linha que sai do centro da roda dianteira até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_1 .

θ_{lr} – Ângulo formado pela linha que sai do centro da roda traseira até o centro instantâneo de rotação lateral com a coordenada y_2 .

g - aceleração da gravidade.

F_{mr} – Força na mola traseira.

k_r – rigidez da mola traseira.

δ_r – deformação da mola traseira.

F_{mf} – Força na mola dianteira.

k_f – rigidez da mola dianteira.

δ_f – deformação da mola dianteira.

θ_p – Ângulo de pitch.

q – Fração da força total de tração desenvolvida no eixo dianteiro.

F_{tf} – Força de tração no eixo dianteiro.

F_{tr} – Força de tração no eixo traseiro.

F_y – Força de tração no solo.

F_x – Força de reação vertical no solo causada pelas componentes verticais das forças nos braços de controle.

P_1 – Força no braço de controle superior.

P_2 – Força de controle no braço inferior.

θ_1 – Ângulo formado pelo braço superior de controle com uma linha horizontal que passa pelo ponto superior da manga de eixo.

θ_2 – Ângulo formado pelo braço inferior de controle com uma linha horizontal que passa pelo ponto inferior da manga de eixo.

Z_1 – Distância entre o ponto superior e inferior da manga de eixo.

Z_2 – Distância entre o ponto inferior da manga de eixo e o solo.

x – Altura do centro instantâneo de rotação.

y – Distância do centro da roda ao centro instantâneo de rotação.

F_1 – Força de tração no eixo dianteiro.

F_2 – Força de tração no eixo traseiro.

m_s – Massa suspensa.

I_1 – Inércia do eixo dianteiro.

I_2 – Inércia do eixo traseiro.

N_1 – Força normal no eixo dianteiro.

N_2 – Força normal no eixo traseiro.

m_1 – Massa no eixo dianteiro.

m_2 – Massa no eixo traseiro.

RESUMO

BARRETO, M. A. Z. (2005). Dinâmica Longitudinal: Efeitos da Geometria de Suspensão nas Mudanças de Atitude da Massa Suspensa e Esforços nos Elementos de Suspensão. São Carlos 2004. 103p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho tem como objetivo estudar a influência da geometria de suspensão do veículo nas atitudes da massa suspensa. Apresenta um confronto entre obras e autores e esta segmentada em três partes; onde na primeira parte são definidos os conceitos básicos como *dive*, *squat*, *lift*, *anti-dive*, *anti-squat*, *anti-lift* e *equivalente trailing-arm*; na segunda parte são apresentadas as limitações e os novos conceitos definidos por R. S. Sharp e na terceira parte é apresentado o modelo dinâmico bidimensional introduzido por Fu-Cheng Wang. Apresenta um modelo virtual em sistema de multi-corpos desenvolvido no programa ADAMS, com todos os subsistemas que compõe um veículo completo. Inova ao trazer como objeto de estudo um veículo de competição (fórmula SAE) que possui como particularidade o sistema de suspensão push-rod. Surpreende com os resultados obtidos, pois, contrariam os conceitos básicos encontrados na maioria dos livros.

Palavras-chave: Modelagem de veículos; Dinâmica longitudinal; Anti-dive; Anti-squat; Anti-lift, Transferência de carga longitudinal; Dive; Lift; Squat; Pitch; Equivalente trailing-arm; Fórmula SAE; Push-rod; Multicorpos; ADAMS Car.

ABSTRACT

BARRETO, M. A. Z. (2005). Longitudinal Dynamics: Effects of the geometry suspension on the sprung mass attitude and the effort on elements suspensions. São Carlos 2004. 103 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work has objective study the influence of suspension geometry on the sprung mass attitudes. It presents a confrontation among works and authors and this segmented in three parts; where in the first part the basic concepts are defined, dive, squat, lift, anti-dive, anti-squat, anti-lift and equivalent trailing-arm; in the second part the limitations are presented and the new concepts are defined for R. S. Sharp and in the third part are presented the bidimensional dynamic model introduced by Fu-Cheng Wang. It presents a virtual model in system of multi-bodies developed in the program ADAMS, with all the subsystems that composes a complete vehicle. It innovates when bringing such object to study one vehicle of competition (formula SAE) that it has a particularity suspension system push-rod. It surprises with results because it's opposite of the basic concepts which is present in the majority of books.

Key-Word: Modeling of vehicles; longitudinal dynamics; Anti-dive; Anti-squat; Anti-lift; Longitudinal load transference; Dive; Lift; Squat; Pitch; Equivalent trailing-arm; Formula SAE; Push-rod; Multibody; ADAMS Car

1. Introdução

1.1 Histórico

A concepção do primeiro automóvel ocorreu por volta de 1769, quando o militar francês Nicolas Joseph Cugnot construiu um triciclo movido a vapor com o propósito de locomover equipamentos de guerra. Ele foi seguido por James Watt em 1784, e por Richard Trevithick que em 1802 desenvolveu uma carruagem a vapor que fazia viagem de Cornwall para Londres, as carruagens a vapor tiveram seu fim devido à sua baixa capacidade de carga comparada com os trens. Em 1886, surgiram os primeiros automóveis movidos à gasolina cujos méritos são dados a Karl Benz e Gottlieb Daimler, que trabalharam em seus projetos independentemente. (GILLESPIE, 1992, p.1-2).

A evolução do sistema de suspensão não está relacionado somente à evolução do automóvel, os primeiros sistemas de suspensão equipavam carruagens do século 18 e 19 para melhorar o conforto dos passageiros, pois as estradas eram de baixa qualidade. Conhecimentos relacionados à qualidade do sistema foram adquiridos, mas não foi publicado nenhum material técnico a respeito nesse período. (DIXON, 1996).

O primeiro automóvel movido à gasolina, originado em 1886 por Gottlieb Daimler, usou um par de feixes de mola em cada eixo dispostos nos extremos, fixando o eixo na parte de baixo da mola e o chassi na parte de cima.

O surgimento da mola helicoidal ocorreu devido ao surgimento da meia suspensão, que teve um maior uso nas suspensões independentes dianteiras após a segunda guerra mundial, e foi usada em conjunto com feixe de molas no eixo traseiro durante algum tempo. (DIXON, 1996).

Com o passar dos tempos muitos trabalhos foram desenvolvidos relacionando o sistema de suspensão com, o pneumático, o sistema de direção e com o pavimento. Um estudo muito importante foi feito por Bradley e Allen em 1930, que investigaram as propriedades de aderência da superfície de rodagem em testes de frenagem. (DIXON, 1996).

Nos últimos tempos com o auxílio do computador os sistemas de suspensão são analisados com maiores detalhes, com programas de multicorpos é possível analisar as características da suspensão com seus elementos elásticos como também suas características no estudo do modelo do veículo completo.

1.2 Motivação para o trabalho

Quando o veículo está sob efeitos de aceleração ou desaceleração a massa suspensa tende a mudar de atitude, essa mudança de atitude pode causar diversas alterações, por exemplo, mudança de carga nos eixos dianteiro e traseiro, mudança na altura da massa suspensa, mudança nos parâmetros da suspensão como ângulo de cambagem, ângulo de caster e ângulo de convergência e até mesmo sensações de desconforto aos passageiros. (SHARP, 1999, p. 23-36).

A mudança de carga nos eixos pode afetar o controle do veículo, por exemplo, em aceleração aonde existe uma transferência da carga do eixo dianteiro para o eixo traseiro, diminuindo a força de contato do pneu com o pavimento no eixo dianteiro podendo gerar uma ausência momentânea de controle.

O conhecimento da altura da massa suspensa é muito importante, pois, ela determina a posição de impacto do veículo em colisão, essa que pode ser diferente dependendo da desaceleração ou aceleração em que o veículo se encontra, e pode ser determinante em caso de colisão com pedestres. (SHARP, 1999, p. 23-36).

Outro fator relevante é que os movimentos da massa suspensa podem ser desconfortáveis às pessoas que estão dentro do veículo. Movimentos bruscos podem trazer sensações de insegurança ao condutor, por exemplo, quando estiver em uma frenagem brusca. (SHARP, 1999, p. 23-36).

Além dos fatos relacionados acima o trabalho foi motivado ao constatar que a maioria dos livros apresenta apenas uma visão quase-estática e simplificada sobre o tema.

1.3 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo estudar a influência da geometria da suspensão do veículo na mudança de atitude da massa suspensa, quando o veículo está sobre influência de aceleração e desaceleração longitudinal.

O estudo é do tipo comparativo que apresenta um confronto teórico entre autores e esta segmentado em algumas partes aonde, na primeira parte é feita uma revisão dos principais conceitos, na segunda parte é apresentado um modelo com quatro graus de

liberdade e que possui as características dinâmicas longitudinais similares a de um modelo completo que é apresentado na terceira parte do trabalho.

O modelo a ser estudado é de um veículo de competição conhecido como FORMULA SAE, a escolha desse ocorreu devido às suas características de performance e por verificar a escassez de literaturas nacionais que analisam esses tipos de veículos. Equipes nacionais de competição movimentam milhões de reais por ano, aonde grande parte de suas tecnologias são importadas.

Para o estudo é usado o programa ADAMS (sigla de *Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*), que é uma ferramenta computacional que simula as características dinâmicas do veículo utilizando as teorias de MBS (sigla de *Multy Body Systems*).

2. Revisão Bibliográfica

Um dos trabalhos mais citados, que estuda a influência da dinâmica longitudinal nas mudanças de atitude da massa suspensa, é o Bastow D. -1974 que faz uma análise da geometria da suspensão nos efeitos de *squat* e *dive* do veículo. Os conceitos apresentados em seu trabalho são considerados, por muitos autores, base para o entendimento. . Sua teoria e os conceitos básicos são desenvolvidos no próximo capítulo.

Durante muitos anos análises simplificadas foram predominante, até que em 1999 (Sharp R. S.) apresentou um trabalho com diferentes visões e críticas. Ele analisou as influências da geometria da suspensão nos efeitos de *squat* e *dive* com a ajuda de um programa de multicorpos (AutoSim).

Em 2001 Fu-Cheng Wang apresentou em seu trabalho um modelo com quatro graus de liberdade que tem características dinâmicas longitudinais similares à de um veículo completo.

3.1 Conceitos por R.S. Sharp

Em 1999 R. S. Sharp apresentou em seu trabalho críticas sobre os conceitos usados até então, pois eles tratam apenas de casos especiais em que às características do sistema são encontradas pelo método simplificado do equilíbrio e os casos mais gerais são parcialmente entendidos através de interpolação qualitativa de casos especiais. Assim numerou as seguintes deficiências:

- 1) As características são tratadas de maneira quase-estática e não dinamicamente.
- 2) A análise de equilíbrio simplificada é marcante e implica em restrições sobre os movimentos verticais do corpo, que é causada pela solução do problema de equilíbrio não apresentando as características reais.
- 3) Somente casos especiais são tratados publicamente.

Para a solução das deficiências encontradas, Sharp utilizou um programa de MBS (Multy Body Systems, AutoSim) aonde foi criado um modelo para estudos dinâmico. O modelo utilizava uma diferente abordagem em que a geometria de suspensão foi definida em termos de relações matemáticas que determinavam o movimento do cubo de roda relativo ao corpo do veículo. A primeira relação envolve o movimento longitudinal do centro da roda vinculado ao seu movimento vertical quando a suspensão move em seu grau de liberdade vertical. A segunda relação envolve o movimento vertical da roda devido a rotação do cubo de roda.

O trabalho termina concluindo que a restrição do movimento de *pitch* é obtido através de características cinemáticas, a restrição do movimento de *pitch* é acompanhada do movimento vertical do veículo, o idealismo de 100% *anti-pitch* se torna impossível devido a mudanças que ocorrem na geometria da suspensão quando em movimento e que as suspensões com alta restrição do movimento de *pitch* se tornam menos suaves.

3.2 Modelo dinâmico Bidimensional de Fu-Cheng Wang

2.3.1 Modelo trailing-arm

Continuando a apresentação dos trabalhos mais importantes será abordado o trabalho de Fu-Cheng Wang. Baseado em que a geometria de suspensão trailing-arm é a solução convencional para o entendimento dos problemas de *dive* e *squat* durante aceleração ou frenagem, Fu-Cheng Wang apresentou o modelo trailing-arm, figura (1).

Figura 1 – Modelo trailing-arm de Fu-Cheng Wang.

FONTE: - FU-CHENG WANG, 2001, p. 17-30.

A figura (1) ilustra o modelo trailing-arm, aonde a roda dianteira é conectada a massa suspensa através do trailing-arm AC_1 e a roda traseira pelo trailing-arm BC_2 . Para simular aceleração e frenagem são aplicados os torques T_1 e T_2 sobre as rodas e correspondem as forças F_1 e F_2 que são aplicadas no ponto de contato pneu pavimento e não possuem escorregamento na rolagem. No caso de tração independente e sistema de freio *inboard* é aplicado o torque de reação correspondente sobre a massa suspensa.

2.3.2 Geometria de Anti-squat e Anti-dive

Nessa seção serão apresentadas as condições para o perfeito *anti-dive* e *anti-squat*. Para simplificar a análise os pneus serão considerados incompressíveis. A idéia básica é encontrar a geometria de suspensão na qual a massa suspensa não possua movimento de *pitch*. A abordagem leva em consideração os valores de massa e inércia das rodas.

2.3.2.1 Geometria Anti-squat

A geometria de total anti-squat é encontrada posicionando os pontos da suspensão trailing-arm de modo que a massa suspensa permaneça com altura constante e sem movimento de *pitch* quando o veículo estiver em aceleração. É possível verificar que, para total *anti-squat* não ocorre variação na geometria de suspensão assim é possível assumir que $y_f=y_r=y_s=y$, figura 1, e as forças na suspensão seriam zero (mola e amortecedor). Os pontos P_1 e P_2 representam o ponto de contato do pneu com o pavimento. Não será considerado o escorregamento entre o pneu e o pavimento. Os torques de aceleração T_1 e T_2 são transferidos do motor e os torques de reação são aplicados à massa suspensa. São introduzidas as forças e torques de D'Alembert e a correspondente condição de equilíbrio.

Figura 2 – Modelo de anti-squat.

FONTE: - FU-CHENG WANG, 2001, p. 17-30.

Supondo que a razão das forças de aceleração seja $(F_1/F_2) = q/(1-q)$, então a aceleração em y é dada por:

$$\ddot{y} = \frac{F_1 + F_2}{m_1 + m_2 + m_s} \quad (2.1)$$

É possível expressar F_1 e F_2 como:

$$F_1 = qM_x \ddot{y} \quad (2.2)$$

$$F_2 = (1 - q)M_x \ddot{y} \quad (2.3)$$

Em que:

$$M_x = m_1 + m_2 + m_s \quad (2.4)$$

Fazendo a somatória dos momentos em relação ao ponto P_2 para todo o sistema tem-se:

$$N_1 L + m_s \ddot{y} H + m_1 \ddot{y} r_1 + m_2 \ddot{y} r_2 + \frac{I_1}{r_1} \ddot{y} + \frac{I_2}{r_2} \ddot{y} = 0 \quad (2.5)$$

Assim N_1 pode ser escrito como:

$$N_1 = -M_y \ddot{y} \quad (2.6)$$

Aonde:

$$M_y = \frac{1}{L} (m_s H + m_1 r_1 + m_2 r_2 + \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2}) \quad (2.7)$$

Aplicando a segunda lei de Newton na direção vertical para todo sistema tem-se:

$$N_2 = -N_1 = M_y \ddot{y} \quad (2.8)$$

Fazendo a somatória dos momentos em relação a ponto A para a roda dianteira, tem-se:

$$F_1 x_1 + N_1 y_1 - m_1 \ddot{y} (x_1 - r_1) - I_1 \ddot{\theta}_1 + T_1 = 0 \quad (2.9)$$

Que é equivalente a:

$$q M_x (x_1 - r_1) - M_y y_1 - m_1 (x_1 - r_1) = 0 \quad (2.10)$$

Fazendo a somatória dos momentos em relação ao ponto B para a roda traseira, tem-se:

$$F_2 x_2 + N_2 y_2 - m_2 \ddot{y} (x_2 - r_2) - I_2 \ddot{\theta}_2 + T_2 = 0 \quad (2.11)$$

Que é equivalente a:

$$(1 - q) M_x (x_2 - r_2) - M_y y_2 - m_2 (x_2 - r_2) = 0 \quad (2.12)$$

As equações (2.10) e (2.12) são suficientes para as propriedades de *anti-squat*, assim é possível calcular a posição do equivalente trailing-arm para eliminar o movimento de *squat* durante a aceleração. É possível verificar que existem quatro parâmetros (x_1 ; y_1 ; x_2 ; y_2) com somente duas equações o que significa que se tem dois graus de liberdade para determinar a condição de *anti-squat*.

2.3.2.2 Geometria Anti-dive

O propósito da geometria de *anti-dive* é conter o movimento de rotação da massa suspensa durante a frenagem. Se considerar a razão das forças de frenagem $(F_1/F_2) = p/(1-p)$, e substituir nas equações (2.10) e (2.12) q por p , tem-se as condições suficientes de total *anti-dive* para freios *inboard*. Assim aqui será tratado somente o caso de *anti-dive* para freio *outboard*. Com sistema de freio *outboard* os torques T_1 e T_2 de reação na massa suspensa desaparece, figura 3.

Figura 3 – Modelo de anti-dive.

FONTE: - FU-CHENG WANG, 2001, p. 17-30.

Supondo que a razão de frenagem seja $(F_1/F_2) = p/(1-p)$, então a aceleração será a mesma da equação (2.1). Assim F_1 e F_2 ficam:

$$F_1 = pM_x \ddot{y} \quad (2.13)$$

$$F_2 = (1 - p)M_x \ddot{y} \quad (2.14)$$

Aonde M_x é dada pela equação (2.4), é importante notar que a aceleração nesse caso é negativa como as forças F_1 e F_2 .

Fazendo a somatória dos momentos em relação ao ponto P_2 para todo o sistema e aplicando a segunda lei de Newton na direção vertical para todo o sistema tem-se, equação (2.5) e (2.8) respectivamente.

Fazendo a somatória dos momentos em relação a ponto A para a roda dianteira, tem-se:

$$F_1 x_1 + N_1 y_1 - m_1 \ddot{y}(x_1 - r_1) - I_1 \ddot{\mathbf{f}}_1 = 0 \quad (2.15)$$

Que é equivalente a:

$$pM_x(x_1 - r_1) - M_y y_1 - m_1(x_1 - r_1) + \frac{I_1}{r_1} = 0 \quad (2.16)$$

Fazendo a somatória dos momentos em relação ao ponto B para a roda traseira, tem-se:

$$F_2 x_2 + N_2 y_2 - m_2 \ddot{y}(x_2 - r_2) - I_2 \ddot{\mathbf{f}}_2 = 0 \quad (2.17)$$

Que é equivalente a:

$$(1 - p)M_x(x_2 - r_2) - M_y y_2 - m_2(x_2 - r_2) + \frac{I_2}{r_2} = 0 \quad (2.18)$$

Combinando as equações (2.10), (2.12), (2.16) e (2.18), é possível encontrar as posições, para a geometria equivalente trailing-arm, possui total *anti-squat* e total *anti-dive* e total *anti-pitch*.

3. Revisão Teórica

O capítulo de revisão teórica expõe os conceitos básicos comumente apresentados nos livros. Inicia apresentando noções como: sistema de coordenadas, transferência de carga e equivalente trailing-arm, prossegue com as definições das geometrias *anti* e seus respectivos equacionamentos e finaliza expondo o método de cálculo no software ADAMS/CAR.

3.1 Conceitos Básicos

3.1.1 Sistema de Coordenadas

Nos estudos de dinâmica veicular é comum a representação das massas do veículo em apenas uma massa concentrada em seu centro de gravidade. Ao centro de gravidade é fixo um sistema de coordenadas ortogonais como referência para os movimentos do veículo, seguindo o sistema de coordenadas SAE tem-se: (GILESPIE, 1992, p. 7-8).

x, velocidade longitudinal.

y, velocidade lateral.

z , velocidade vertical.

p , velocidade de Rolamento.

q , velocidade de Arfagem.

r , velocidade de Guinada.

Figura 4 – Sistema de coordenadas SAE.

O presente trabalho tem como objetivo o estudo da influência da geometria da suspensão, quando o veículo está sobre efeitos longitudinais de aceleração ou desaceleração, nos movimentos verticais e rotacionais (pitch) da massa suspensa.

3.1.2 Transferência de carga longitudinal

Os efeitos longitudinais de aceleração e desaceleração sobre o veículo geram transferência de carga entre os eixos dianteiro e traseiro. A transferência de carga é expressa

em função da força total de aceleração ou desaceleração, da altura do CG e da distância entre eixos. (MILLIKEN, 1995, p.617-620).

Analisando o veículo em desaceleração é possível verificar a transferência de carga na figura (2):

Figura 5 – Transferência de carga entre os eixos.

FONTE: MILLIKEN, 1995, p.617.

A força de desaceleração pode ser expressa como:

$$F = W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \quad (3.1)$$

A carga transferida é obtida fazendo a somatória de momentos no ponto A.

$$\Delta W = W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \quad (3.2)$$

Para o veículo em aceleração a transferência de carga ocorre do eixo dianteiro para o eixo traseiro, passando através do eixo, das rodas e principalmente através da suspensão aonde pode comprimir ou estender seus elementos.

3.1.3 Classificação dos conceitos “anti”

Quando o veículo está sobre efeitos de aceleração, ocorre a compressão da suspensão traseira e o alongamento da suspensão dianteira o que implica no movimento do veículo conhecido como “*squat*”. Neste movimento o alongamento da suspensão dianteira é denominado de “*lift*” e a compressão da suspensão traseira é denominada de “*squat*”.

Quando o veículo está sobre efeitos de desaceleração, ocorre a compressão da suspensão dianteira e o alongamento da suspensão traseira o que implica no movimento do veículo conhecido como “*dive*”. Neste movimento o alongamento da suspensão traseira é denominado de “*lift*” e a compressão da suspensão dianteira é denominada de “*dive*”.

E a combinação dos movimentos da suspensão dianteira e traseira causam o movimento de rotação conhecido como “*pitch*”.

Esses movimentos podem ser amenizados e até anulados dependendo do projeto da geometria de suspensão, que atua em oposição à transferência de carga. As geometrias de suspensão conhecidas com “**anti**” são classificadas: (MILLIKEN, 1995, p.617-620).

“**Anti-dive**”, geometria na suspensão dianteira que reduz sua compressão durante frenagem.

“**Anti-lift**”, geometria na suspensão dianteira que reduz seu alongamento quando o veículo está sobre aceleração e possui tração dianteira.

“**Anti-lift**”, geometria na suspensão traseira que reduz seu alongamento durante a frenagem.

“**Anti-squat**”, geometria na suspensão traseira que reduz sua compressão quando o veículo está sobre aceleração e possui tração traseira.

“**Anti-pitch**”, geometria na suspensão traseira e dianteira que reduz o movimento angular da massa suspensa quando o veículo está acelerando ou desacelerando.

É importante enfatizar que os efeitos “**anti**” na geometria não mudam o estado constate de transferência de carga (regime permanente). (MILLIKEN, 1995, p. 617-620).

3.1.4 Equivalente trailing-arm

A geometria “*anti*” pode ser facilmente entendida reconhecendo que todas as suspensões são funcionalmente equivalentes a trailing-arm, considerando as reações de força e momento sobre a massa suspensa do veículo.(GILLESPIE, 1992, p.248-249).

Para verificar essa proposta é necessário analisar a vista lateral da geometria de suspensão. Em uma suspensão com duplo braço de controle é possível verificar o local da fixação do equivalente trailing-arm, figuras 3 e 4.

Figura 6 – Vista lateral da suspensão com dois braços de controle.

FONTE: GILLESPIE, 1992, p.249-250.

Figura 7 – Vista lateral do equivalente trailing-arm.

FONTE: GILLESPIE, 1992, p.249-250.

Os pontos A e B são os pontos externos do braço superior e inferior respectivamente. O ponto IC “centro instantâneo de rotação” representa o ponto imaginário de fixação do braço virtual a massa suspensa do veículo aonde são transferidas forças providas do ponto de contato do pneu com o pavimento.

A prova matemática do equivalente trailing-arm é apresentada na seção 2.1.7 em conjunto com o cálculo dos esforços na suspensão.

3.1.5 Cálculo da força “anti” e percentual “anti”

3.1.5.1 Anti-dive (Frenagem)

Utilizando os conceitos anteriores é possível calcular a força que atua contra a transferência de carga nas suspensões com geometria “*anti*”. Na figura 5 é apresentado um esquema para o cálculo da força de *anti-dive*.

Figura 8 – Cálculo da força de anti-dive.

FONTE: MILLIKEN, 1995, p.617.

Para o cálculo da força de *anti-dive* é considerado a força de frenagem no eixo dianteiro do veículo, a altura do solo e a distância do eixo dianteiro ao centro instantâneo IC.

Sendo p percentual de frenagem no eixo dianteiro e $Ff = F \cdot p$ é possível verificar:

$$Força\ anti - dive = \frac{W \cdot \left(\frac{a_l}{g}\right) \cdot (p) \cdot (x_1)}{y_1} \quad (3.3)$$

Conhecendo a força de *anti-dive* é possível expressar a característica *anti-dive* em termos de percentual.

$$\% \text{ anti-dive} = (\text{anti-dive força})/(\text{transferência de carga}) \quad (3.4)$$

$$\% \text{ anti - dive} = \frac{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g}\right) \cdot (p) \cdot \left(\frac{x_1}{y_1}\right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g}\right) \cdot \left(\frac{H}{L}\right) \right]} \quad (3.5)$$

De acordo com a figura 5 é possível verificar que:

$$\tan \phi_{df} = \left(\frac{x_1}{y_1} \right) \quad (3.6)$$

Assim obtendo:

$$\% anti - dive = (p) \cdot (\tan f_{df}) \cdot \left(\frac{L}{H} \right) \quad (3.7)$$

As equações anteriores são validas somente para sistemas de freios conhecidos como “*outboard*”, aqueles que não são ligados à massa suspensa do veículo, figura 6.

Figura 9 – Sistema de freio outboard.

Figura 10 – Sistema de freio inboard.

Para sistemas de freio conhecido como “*inboard*”, figura 7, as equações mudam, pois aparece um torque de reação na massa suspensa. Os freios *inboard* são aqueles que estão ligados diretamente a massa suspensa.

$$Torque\ de\ reação = \left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot (p) \cdot (r) \right] \quad (3.8)$$

O torque de reação atua contra o momento gerado pela geometria da suspensão assim a força de *anti-dive* para sistemas de freio inboard fica:

$$\% anti - dive = \frac{\left\{ W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot (p) \cdot \left[\frac{(x_1 - r)}{y_1} \right] \right\}}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.9)$$

Sabendo que:

$$\tan \theta_{df} = \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \quad (3.10)$$

Obtém-se:

$$\% anti - dive = (p) \cdot (\tan \theta_{df}) \cdot \left(\frac{L}{H} \right) \quad (3.11)$$

O ângulo θ_{df} pode ser facilmente entendido através de uma representação visual na figura 8.

Figura 11 – Sistema de freio Inboard.

FONTE: MILLIKEN, 1995, p.617.

3.1.5.2 Anti-squat (Aceleração)

Seguindo a mesma seqüência de cálculo, usado para geometria *anti-dive*, é obtida a força e o percentual para suspensão com geometria *anti-squat*. Quando o veículo possui tração traseira por eixo rígido o cálculo é semelhante ao da geometria *anti-dive* para freio *outboard*. É importante salientar que tração por eixo rígido não impõe torque à massa suspensa, pois ele não é ligado rigidamente a mesma.

Figura 12 – Cálculo da força de anti-squat para um veículo tração traseira por eixo rígido.

FONTE: MILLIKEN, 1995, p.617.

Através da figura (9) é possível verificar:

$$Força.anti - squat = Ft \cdot \left(\frac{x_2}{y_2} \right) \quad (3.12)$$

$$\tan f_{sr} = \left(\frac{x_2}{y_2} \right) \quad (3.13)$$

Semelhante ao cálculo do percentual de *anti-dive* para freio *outboard* é obtido o percentual de *anti-squat* na suspensão traseira para eixo rígido:

$$\% \text{ anti-squat} = (\text{anti-squat força})/(\text{transferência de carga}) \quad (3.14)$$

Assim:

$$\% anti - squat = \frac{\left[(F_t) \cdot \left(\frac{x_2}{y_2} \right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.15)$$

Fazendo a força de tração igual à massa vezes a aceleração.

$$F_t = W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \quad (3.16)$$

É possível simplificar a equação 3.15.

$$\% anti - squat = \frac{\tan \theta_{sr}}{\left(\frac{H}{L} \right)} \quad (3.17)$$

Para veículos com tração traseira independente, o cálculo da força de *anti-squat* é semelhante ao cálculo da força de *anti-dive* para freios inboard, pois, o diferencial montado sobre o veículo impõe um torque sobre a massa suspensa, que é dado pela equação (3.8).

Através da figura (10) é possível verificar:

$$Força.anti - squat = Ft \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \quad (3.18)$$

$$\tan \theta_{sr} = \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \quad (3.19)$$

Figura 13 – Cálculo da força de anti-squat para suspensão independente.

FONTE: MILLIKEN, 1995, p.617.

Semelhante ao cálculo do percentual de *anti-dive* para freio inboard é obtido o percentual de *anti-squat* na suspensão traseira independente:

$$\% \text{ anti-squat} = (\text{anti-squat força})/(\text{transferência de carga}) \quad (3.20)$$

Assim:

$$\% \text{ anti-squat} = \frac{\left[(F_t) \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.21)$$

Conhecendo a força de tração, equação 16, é possível simplificar a equação (3.21).

$$\% \text{ anti-squat} = \frac{\tan q_{sr}}{\left(\frac{H}{L} \right)} \quad (3.22)$$

3.1.5.3 Anti-lift (Frenagem)

Quando o veículo está desacelerando o cálculo da força de *anti-lift* na suspensão traseira é semelhante ao cálculo da força de *anti-squat*. Para obter as equações de força e percentual de *anti-lift* para um veículo com sistema de freio inboard basta substituir nas equações (3.18) e (3.21) F_t por $F(1-p)$, em que, $(1-p)$ é o percentual de frenagem no eixo traseiro.

$$\text{Força.anti-lift} = F(1-p) \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \quad (3.23)$$

$$\% anti - lift = \frac{\left[(F(1-p)) \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.24)$$

E para veículos com sistema de *outboard* as equações de força e percentual de *anti-lift* são obtidas substituindo F_t por $F(1-p)$ nas equações (3.12) e (3.15) respectivamente.

$$Força.anti - lift = F(1-p) \cdot \left(\frac{x_2}{y_2} \right) \quad (3.25)$$

$$\% anti - lift = \frac{\left[(F(1-p)) \cdot \left(\frac{x_2}{y_2} \right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.26)$$

3.1.5.4 Anti-lift (Aceleração)

Para um veículo tração dianteira independente a força de *anti-lift* é dada por:

$$Força.anti - lift = F_t \cdot \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \quad (3.27)$$

$$\tan \boldsymbol{qlf} = \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \quad (3.28)$$

Semelhante aos cálculos anteriores:

$$\% anti-lift = (anti-lift força)/(transferência de carga) \quad (3.29)$$

Assim:

$$\% anti - lift = \frac{\left[(F_t) \cdot \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \right]}{\left[W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right]} \quad (3.30)$$

Conhecendo a força de tração, equação (3.16), é possível simplificar a equação (3.30).

$$\% anti - lift = \frac{\tan \alpha l f}{\left(\frac{H}{L}\right)} \quad (3.31)$$

Para obter as equações de força e percentual de *anti-lift* na suspensão dianteira para veículos com tração por eixo rígido basta fazer r igual a zero, assim anulando a parcela referente ao torque de reação na massa suspensa.

3.1.6 Cálculo do ângulo de pitch (Anti-pitch)

3.1.6.1 Tração traseira independente e tração traseira por eixo rígido

Conhecendo a transferência de carga e a força gerada pela geometria de suspensão é possível determinar o ângulo de arfagem “*pitch*” do veículo.

Para um veículo acelerando com tração traseira independente é possível verificar que a troca de carga na suspensão traseira é igual à carga transferida menos as forças geradas pela geometria de suspensão *anti-squat*.

$$\Delta W = W \cdot \left(\frac{a_l}{g}\right) \cdot \left(\frac{H}{L}\right) - F_t \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2}\right) \quad (3.32)$$

Fazendo uma análise simplificada, a troca de carga na suspensão será igual à força gerada pela deformação da mola traseira.

$$F_{Mr} = k_r d_r = W \cdot \left(\frac{a_l}{g}\right) \cdot \left(\frac{H}{L}\right) - F_t \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2}\right) \quad (3.33)$$

Na suspensão dianteira a deformação ocorrerá somente pela transferência de carga, pois não existe nenhuma força aplicada no ponto de contato do pneu com o pavimento no eixo dianteiro.

$$F_{Mf} = k_f \mathbf{d}_f = -W \left(\frac{a_l}{g} \right) \left(\frac{H}{L} \right) \quad (3.34)$$

O ângulo de *pitch* do veículo é simplificado pela soma das deflexões nas suspensões dianteira e traseira e dividindo pelo entre eixos do veículo. (GUILLESPIE, 1992, p.248-256).

$$\mathbf{q}_p = \frac{\mathbf{d}_r - \mathbf{d}_f}{L} = \frac{W}{k_r} \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L^2} \right) - \frac{F_t}{L} \cdot \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \cdot \frac{1}{k_r} + \frac{W}{k_f} \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L^2} \right) \quad (3.35)$$

Simplificando:

$$\mathbf{q}_p = \frac{W}{L} \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left[\left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{1}{k_r} - \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \cdot \frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_f} \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right] \quad (3.36)$$

A partir da equação (3.36) é possível mostrar que o ângulo de *pitch* será zero quando a seguinte condição for satisfeita, equação (3.37). (GUILLESPIE, 1992, p.248-256).

$$0 = \left[\left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{1}{k_r} - \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) \cdot \frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_f} \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right] \quad (3.37)$$

Assim:

$$\left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) = \left(\frac{H}{L} \right) + \left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{k_r}{k_f} \quad (3.38)$$

O primeiro termo à direita da equação (3.34) corresponde à condição em que a geometria de 100% de *anti-squat* é obtida, ela define uma linha que sai do ponto no centro da roda traseira do veículo até o ponto na altura do CG sobre o eixo dianteiro, assim localizar o ponto de fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo IC do equivalente trailing-arm sobre essa linha será obtido total de *anti-squat*. A relação $(x_2 - r)/y_2 = (H/L)$ pode ser verificada combinando as equações (3.23) e (3.26) e fazendo o percentual de *anti-squat*

igual a 1. A condição de total *anti-squat* não implica em anular o movimento de *pitch*, pois, a suspensão dianteira irá estender devido a transferência de carga. (GUILLESPIE, 1992, p.248-256).

Através da equação (3.38) completa é obtida a relação de total de *anti-pitch*. Quando a fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo IC do equivalente trailing-arm está localizada na linha que liga o ponto no centro da roda traseira até o ponto sobre o CG do veículo é obtido 100% de *anti-pitch*. Isso implica que a suspensão traseira subirá compensando a suspensão dianteira, assim o veículo permanece nivelado, porém ocorrendo o deslocamento vertical do veículo. (GUILLESPIE, 1992, p.248-256).

As equações para o cálculo do ângulo de *pitch* quando o veículo possuir tração traseira por eixo rígido são obtidas fazendo r igual a zero nas equações anteriores, assim anulando a parcela referente ao torque de reação sobre a massa suspensa. (GUILLESPIE, 1992, p.248-256).

3.1.6.2 Tração dianteira independente e tração dianteira por eixo rígido

Seguindo a seqüência lógica empregada para veículos com tração traseira independente é possível obter as equações de total *anti-pitch* e total *anti-lift* para um veículo com tração dianteira independente. Assim a troca de carga na suspensão dianteira fica:

$$\Delta W = -W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) - F_t \cdot \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) = k_f d_f \quad (3.39)$$

E na suspensão traseira:

$$\Delta W = W \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L} \right) = k_r \mathbf{d}_r \quad (3.40)$$

O ângulo de *pitch* pode ser determinado pela soma da deflexão das suspensões dividindo pelo entre eixos do veículo.

$$\mathbf{q}_p = \frac{\mathbf{d}_r - \mathbf{d}_f}{L} = \frac{W}{k_r} \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L^2} \right) + \frac{F_t}{L} \cdot \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \cdot \frac{1}{k_f} + \frac{W}{k_f} \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left(\frac{H}{L^2} \right) \quad (3.41)$$

A partir da equação anterior é possível mostrar que o ângulo de *pitch* será zero quando a seguinte condição for satisfeita:

$$0 = \left[\left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{1}{k_r} - \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) \cdot \frac{1}{k_r} + \frac{1}{k_f} \cdot \left(\frac{H}{L} \right) \right] \quad (3.42)$$

Assim:

$$\left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) = - \left(\frac{H}{L} \right) - \left(\frac{H}{L} \right) \cdot \frac{k_f}{k_r} \quad (3.43)$$

O sinal negativo na equação anterior indica que a fixação da suspensão trailing-arm deve ficar atrás do eixo dianteiro. A linha de fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo IC do equivalente trailing-arm, para total *anti-lift* sai do ponto no centro da roda dianteira até o ponto na altura do CG no eixo traseiro. A linha de fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo IC do equivalente trailing-arm, para total *anti-pitch* é obtida do ponto no centro da roda dianteira até o ponto sobre o CG do veículo.

As equações para o cálculo do ângulo de *pitch* quando o veículo possuir tração dianteira por eixo rígido são obtidas fazendo $\mathbf{r}$ igual a zero nas equações anteriores, assim anulando a parcela referente ao torque de reação sobre a massa suspensa.

3.1.6.3 Tração nas quatro rodas

O cálculo do ângulo de *pitch* para um veículo com tração nas quatro rodas, difere dos anteriores, pois, existem forças atuando simultaneamente nos eixos dianteiro e traseiro.

$$F_{tf} = Fq \text{ e } F_{tr} = F(1 - q) \quad (3.44)$$

Aonde **q** representa a fração da força de tração total, desenvolvida pelo eixo dianteiro. Para um veículo com suspensão dianteira e traseira independentes, a troca de carga na suspensão dianteira é igual:

$$\Delta W = W \cdot \left(\frac{a_l}{g} \right) \cdot \left[- \left(\frac{H}{L} \right) - \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) q \right] = k_f \mathbf{d}_f \quad (3.45)$$

E a troca de carga na suspensão traseira é igual:

$$\Delta W = W \left(\frac{a_l}{g} \right) \left[\left(\frac{H}{L} \right) - \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) (1 - q) \right] = k_r \mathbf{d}_r \quad (3.46)$$

O ângulo de *pitch* é simplificado pela soma da deflexão das suspensões dividindo pelo entre eixos do veículo.

$$\mathbf{q}_p = \left\{ \frac{W}{k_r L} \left(\frac{a_l}{g} \right) \left[\left(\frac{H}{L} \right) - \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) (1 - q) \right] \right\} + \left\{ \frac{W}{k_f L} \left(\frac{a_l}{g} \right) \left[\left(\frac{H}{L} \right) + \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) q \right] \right\} \quad (3.47)$$

Assim o ângulo de *pitch* será igual a zero quando:

$$0 = \left\{ \frac{1}{k_r} \left[\left(\frac{H}{L} \right) - \left(\frac{x_2 - r}{y_2} \right) (1 - q) \right] \right\} + \left\{ \frac{1}{k_f} \left[\left(\frac{H}{L} \right) + \left(\frac{x_1 - r}{y_1} \right) q \right] \right\} \quad (3.48)$$

Através da equação (3.48) é possível verificar que a performance de *anti-squat*, *anti-lift* e *anti-pitch* dependem da combinação das propriedades do veículo como, geometria de suspensão, rigidez da suspensão e da distribuição da força de tração.

As equações, para veículos com tração dianteira e traseira por eixo rígido, podem ser obtidas fazendo **r** igual a zero.

3.1.6.4 Frenagem

A equação do ângulo de *pitch*, para um veículo desacelerando com sistema de freio *inboard*, é semelhante à encontrada para um veículo acelerando com tração independente nas quatro rodas. A diferença é que ao invés de usar a fração da força total de tração desenvolvida pelo eixo dianteiro q é usado o percentual de frenagem desenvolvida no eixo dianteiro p . A equação para um veículo desacelerando com sistema de freio *outboard* é obtida fazendo r igual a zero.

Para veículos com sistema de freio *outboard* é possível mostrar que, total *anti-dive* e *anti-lift* é obtido quando as seguintes relações são asseguradas:

Suspensão dianteira (*anti-dive*):

$$\left(\frac{x_1}{y_1} \right) = \frac{H}{pL} \quad (3.49)$$

Suspensão traseira (*anti-lift*):

$$\left(\frac{x_2}{y_2} \right) = \frac{H}{(1-p)L} \quad (3.50)$$

Assim para obter total *anti-dive* na suspensão dianteira a fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo **IC** do equivalente trailing-arm deve estar sobre a linha que sai do ponto de contato do pneu dianteiro com o pavimento e que passa pelo ponto na altura do CG do veículo e na distância relativa ao pneu dianteiro definida por Lp . Para obter total *anti-lift* a fixação da suspensão trailing-arm ou do centro instantâneo **IC** do equivalente trailing-arm de estar na linha que sai do ponto de contato do pneu traseiro com o pavimento e passa no ponto na altura do CG do veículo na distância relativa ao pneu traseiro definida por $(1-p)L$, figura (11).

Figura 14 – Linhas de fixação para total anti-dive e anti-lift.

FONTE: - GUILLESPIE, 1992, p. 248-256.

A análise anterior pode ser feita para veículos com sistema de freio *inboard* levando em consideração que as linhas para total *anti-dive* e total *anti-lift* sairão do centro das rodas.

3.1.7 Cálculo dos esforços nos elementos de suspensão

O cálculo dos esforços nos elementos da suspensão apresentados nesse capítulo estão baseados no livro *Fundamentals of Vehicle Dynamics* do autor Thomas D. Gillespie. Para a análise proposta é considerado um eixo de tração controlado por dois braços sendo um inferior e o outro superior, ilustrados na figura 12.

Figura 15 – Cálculo dos esforços na suspensão.

FONTE: - GUILLESPIE, 1992, p. 248-256.

Sendo Fy a força de tração no solo e Fx a força de reação vertical no solo causado pelas componentes verticais das forças nos braços de controle. A carga estática é desprezada na análise. Aplicando a segunda lei da Newton na vertical, na horizontal e a somatória dos momentos no ponto o é obtido:

$$Fy + P_1 \cos q_1 - P_2 \cos q_2 = 0 \quad (3.51)$$

$$Fx - P_1 \sin q_1 - P_2 \sin q_2 = 0 \quad (3.52)$$

$$Fy z_2 - P_1 \cos q_1 z_1 = 0 \quad (3.53)$$

Da equação (3.53) é possível observar:

$$P_1 = \frac{Fy z_2}{z_1 \cos q_1} \quad (3.54)$$

Assumindo ângulos pequenos e combinando às equações (3.51) e (3.54) tem-se:

$$P_2 = \frac{Fy(1 + \frac{z_2}{z_1})}{\cos q_2} \quad (3.55)$$

É geometricamente possível observar na figura 12 que:

$$\tan \mathbf{q}_1 = \frac{z2 + z1 - x}{y} \quad (3.56)$$

$$\tan \mathbf{q}_2 = \frac{x - z2}{y} \quad (3.57)$$

Os esforços **P1** e **P2** ocorrem devido à força de tração **Fy**. Para uma situação de frenagem as equações são obtidas mudando o sentido da força **Fy**. É possível verificar quanto maior o percentual de *anti-squat*, *anti-lift* e *anti-squat* os esforços **P1** e **P2** são maiores isso ocorre devido ao aumento dos ângulos **q1** e **q2**.

Substituindo as equações (3.54) e (3.55) na equação (3.52) tem-se:

$$Fx = Fy \tan \mathbf{q}_1 \left(\frac{z2}{z1} \right) + Fy \tan \mathbf{q}_2 \left(1 + \frac{z2}{z1} \right) \quad (3.58)$$

Utilizando as relações geométricas, equações (3.56) e (3.57) obtêm-se:

$$\frac{Fx}{Fy} = \left(\frac{x}{y} \right) \quad (3.59)$$

A equação (3.59) é idêntica a que seria obtida se os braços de controle fossem substituídos por apenas um braço ligando a roda ao corpo do veículo, em outras palavras à equação (3.59) comprova matematicamente que toda suspensão pode ser representada por um equivalente trailing-arm.

3.2 Cálculo no ADAMS

Os cálculos no ADAMS são baseados na geometria de suspensão, na matriz Compliance ou em ambos. A geometria de suspensão expressa a posição e a orientação das partes da suspensão. A matriz Compliance expressa o movimento da suspensão devido a

aplicação de um incremento de força no centro da roda. O ADAMS calcula a matriz Compliance para cada posição da suspensão através de seu movimento.

A matriz compliance $[C]$ do sistema é definida como a derivada parcial do deslocamento pela respectiva força aplicada.

$$[C] = \frac{\partial x}{\partial F} \quad (3.60)$$

Se assumir que o sistema é linear é possível prever o movimento do sistema devido a aplicação de uma força como entrada.

$$\{X\} = [C]\{F\} \quad (3.61)$$

Assim o ADAMS utiliza uma matriz 12x12 para relacionar o movimento do centro da roda direita e esquerda para uma unidade de força ou torque aplicadas no centro da roda direita e esquerda. A matriz Compliance tem a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} X \text{ Roda esquerda} \\ Y \\ Z \\ AX \\ AY \\ AZ \\ X \text{ Roda direita} \\ Y \\ Z \\ AX \\ AY \\ AZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C(1,1), C(1,2) \dots C(1,12) \\ C(2,1), C(2,2) \dots C(2,12) \\ C(3,1), C(3,2) \dots C(3,12) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ C(7,1) \\ C(1,8) \\ C(9,1), C(9,2) \\ \cdot \\ \cdot \\ C(12,1), C(12,2) \dots C(12,12) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} FX \text{ Roda esquerda} \\ FY \\ FZ \\ TX \\ TY \\ TZ \\ FX \text{ Roda direita} \\ FY \\ FZ \\ TX \\ TY \\ TZ \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Figura 16– Matriz Compliance

Assim o elemento $C(3,3)$ representa o movimento vertical do centro da roda esquerda devido a uma unidade de força vertical aplicada no centro da roda esquerda. Os outros elementos da matriz são definidos similarmente.

3.2.1 Dive e lift em frenagem

O movimento de *dive* devido à frenagem é dado pela quantidade de compressão da suspensão dianteira por G de desaceleração do veículo. O movimento de *dive* da suspensão dianteira é composto pela compressão da suspensão devido a transferência de carga mais a compressão da suspensão devido a força de frenagem. É considerado positivo o movimento de compressão da suspensão dianteira na frenagem.

O movimento de *lift* devido à frenagem é dado pela quantidade de extensão da suspensão dianteira por G de desaceleração do veículo. O movimento de *lift* da suspensão traseira é composto pela extensão da suspensão devido à transferência de carga mais a compressão da suspensão devido à força de frenagem. É considerado positivo o movimento de extensão da suspensão traseira na frenagem.

Primeiro o ADAMS calcula a força longitudinal devido à frenagem:

$$F_{esquerda} = F_{direita} = \frac{P}{2} \quad (3.63)$$

E seguida à força vertical devido a transferência de peso:

$$W_{esquerda} = W_{direita} = \frac{H}{2L} \quad (3.64)$$

Para o cálculo do *lift* na suspensão traseira a transferência de peso é dada negativa.

Essas forças são dadas para cada roda e por unidade total da força de frenagem.

Assim é possível calcular a deformação devido à força vertical:

$$Z_{Wesquerda} = W_{esquerda} C(3,3) + W_{direita} C(3,9) + \frac{W_{esquerda}}{K_t} \quad (3.65)$$

$$Z_{Wdireita} = W_{esquerda} C(9,3) + W_{direita} C(9,9) + \frac{W_{direita}}{K_t} \quad (3.66)$$

E também calcular a deformação devido à força de tração:

$$Z_{Fesquerda} = F_{esquerda} [C(3,1) - R_1 C(3,5)] + F_{direita} [C(3,7) - R_1 C(3,11)] \quad (3.67)$$

$$Z_{Fdireita} = F_{esquerda} [C(9,1) - R_1 C(9,5)] + F_{direita} [C(9,7) - R_1 C(9,11)] \quad (3.68)$$

Assim o *dive* na suspensão dianteira e o *lift* na suspensão traseira são dados:

$$dive_esquerda = (Z_{Fesquerda} + Z_{Wesquerda})W \quad (3.69)$$

$$dive_direita = (Z_{Fdireita} + Z_{Wdireita})W \quad (3.70)$$

Aonde R_1 é o raio do pneu com carga e W é o peso do veículo.

3.2.2 Squat e lift em aceleração

O movimento de *lift* devido à aceleração é dado pela quantidade de extensão na suspensão dianteira por G de aceleração. O movimento de *squat* devido à aceleração é dado pela quantidade de compressão na suspensão traseira por G de aceleração. Ambos os movimentos variam com a força de tração, com a transferência de peso, e com torque de entrada e saída no diferencial quando o veículo possui suspensão dependente.

Primeiro o ADAMS calcula a força de tração no ponto de contato de cada pneus:

$$F_{esquerda} = F_{direita} = \frac{Fe}{2} \quad (3.71)$$

Depois a força vertical devido a transferência de carga:

$$W_{esquerda} = W_{direita} = \frac{H}{2L} \quad (3.72)$$

As suspensões dependentes reagem ao torque de entrada e saída do diferencial, assim conhecido o torque de saída em cada pneu é possível calcular o torque de entrada no diferencial:

$$TI = R_1 abs(F_{esquerda} + F_{direita}) / R_{dif} \quad (3.73)$$

Sendo B_t a bitola do veículo, a força vertical no contato do pneu devido ao torque de entrada é dada por:

$$V_{esquerda} = -V_{direita} = \frac{TI}{B_t} \quad (3.74)$$

O torque de saída, esquerda ou direita, do diferencial é calculado como:

$$TO_{esquerda} = R_1 F_{esquerda} \quad (3.75)$$

$$TO_{direita} = R_1 F_{direita} \quad (3.76)$$

Com os torques de entrada e saída o ADAMS calcula a deflexão na suspensão devido ao torque no diferencial:

$$ZD_{esquerda} = VT_{esquerda} C(3,1) + TO_{esquerda} C(3,5) + VT_{direita} C(3,7) + TO_{direita} C(3,11) + \frac{VT_{esquerda}}{R_1} \quad (3.77)$$

$$ZD_{esquerda} = VT_{esquerda} C(9,1) + TO_{esquerda} C(9,5) + VT_{direita} C(9,7) + TO_{direita} C(9,11) + \frac{VT_{direita}}{R_1} \quad (3.78)$$

Para suspensões independentes a deflexão devido ao toque de entrada e saída é zero.

A deflexão da suspensão devido à força de tração é calculada como:

$$Z_{Fesquerda} = F_{esquerda} C(3,1) + F_{direita} C(3,7) \quad (3.79)$$

$$Z_{direita} = F_{direita} C(9,7) + F_{esquerda} C(9,1) \quad (3.80)$$

E a deflexão na suspensão devido a transferência de carga é dada por:

$$Z_{Wesquerda} = W_{esquerda} C(3,3) + W_{direita} C(3,9) + \frac{W_{esquerda}}{K_t} \quad (3.81)$$

$$Z_{Wdireita} = W_{esquerda} C(9,3) + W_{direita} C(9,9) + \frac{W_{direita}}{K_t} \quad (3.82)$$

E finalmente o movimento de *squat* e *lift* por G de aceleração é dado por:

$$squat_esquerda = (Z_{Fesquerda} + Z_{Wesquerda} + ZD_{esquerda}) M_s A_g \quad (3.83)$$

$$squat_direita = (Z_{Fdireita} + Z_{Wdireita} + ZD_{direita}) M_s A_g \quad (3.84)$$

3.2.3 Percentual de anti-dive e anti-lift em frenagem

O percentual de *anti-dive* na suspensão dianteira em frenagem e o percentual de *anti-lift* na suspensão traseira em frenagem, são dados pela razão entre as deflexões causadas pela força e torque de frenagem pela deflexão gerada na transferência de peso. Durante a frenagem a deflexão gerada pela transferência de carga pode ser em parte cancelada pelas forças e torques de frenagem na suspensão.

Para a suspensão dianteira o percentual de *anti-dive* é considerado positivo quando as deflexões causadas pela força e torque de frenagem estendem a suspensão. Para a suspensão traseira o percentual de *anti-lift* é considerado positivo quando as deflexões causadas pela força e torque de frenagem comprimem a suspensão.

Primeiro o ADAMS calcula as forças de contato do pneu por G de desaceleração longitudinal:

$$F_{esquerda} = F_{direita} = \frac{M_s A_g p}{2} \quad (3.85)$$

E os torques de frenagem que reagem na suspensão são:

$$BT_{esquerda} = R_1 F_{esquerda} \quad (3.86)$$

$$BT_{direita} = R_1 F_{direita} \quad (3.87)$$

E as forças que reagem na suspensão devido à transferência de peso são:

$$WT_{esquerda} = \frac{M_s A_g H}{2L} \quad (3.88)$$

$$WT_{direita} = \frac{M_s A_g H}{2L} \quad (3.89)$$

Assim a deflexão gerada pela força e torque de frenagem pode ser calculada:

$$ZB_{esquerda} = F_{esquerda} C(3,1) + F_{direita} C(3,7) + BT_{esquerda} C(3,5) + BT_{direita} C(3,11) + \frac{F_{esquerda}}{K_t} \quad (3.90)$$

$$ZB_{direita} = F_{esquerda} C(9,1) + F_{direita} C(9,7) + BT_{esquerda} C(9,5) + BT_{direita} C(9,11) + \frac{F_{direita}}{K_t} \quad (3.91)$$

E as deflexões da suspensão devido a transferência de peso são:

$$Z_{Wesquerda} = W_{esquerda} C(3,3) + W_{direita} C(3,9) + \frac{W_{esquerda}}{K_t} \quad (3.92)$$

$$Z_{Wdireita} = W_{esquerda} C(9,3) + W_{direita} C(9,9) + \frac{W_{direita}}{K_t} \quad (3.93)$$

E finalmente o percentual de *anti-dive* e *anti-lift* são:

$$anti - dive_{esquerda} = anti - lift_{esquerda} = \frac{100ZB_{esquerda}}{Z_{Wesquerda}} \quad (3.94)$$

$$anti - dive_{direita} = anti - lift_{direita} = \frac{100ZB_{direita}}{Z_{Wdireita}} \quad (3.95)$$

3.2.4 Percentual de anti-squat e anti-lift em aceleração

O percentual de *anti-lift* na a suspensão dianteira em aceleração e o percentual de *anti-squat* na suspensão traseira em aceleração são dados pela razão entre a deflexão causada pela força e torque de tração pela deflexão causada na transferência de peso. Durante aceleração a deflexão vertical devido à transferência de carga pode em parte ser cancelada

pela deflexão gerada pela força e torque de tração. Note que a suspensão que não possuir força ou torque de tração terá o percentual de *anti-lift* ou *anti-squat* igual a zero.

Para a suspensão dianteira o percentual de *anti-lift* é considerado positivo quando, a deflexão causada pela força e torque de tração age comprimindo a suspensão. Para a suspensão traseira o percentual de *anti-squat* é considerado positivo quando, a deflexão causada pela força e torque de tração age estendendo a suspensão.

Primeiro o ADAMS calcula a força de tração no ponto de contato do pneu:

$$F_{esquerda} = F_{direita} = -\frac{Fe}{2} \quad (3.96)$$

Depois a força vertical devido a transferência de carga:

$$W_{esquerda} = W_{direita} = -\frac{H}{2L} \quad (3.97)$$

As suspensões dependentes reagem ao torque de entrada e saída do diferencial. Conhecido o torque de saída em cada pneu é possível calcular o torque de entrada no diferencial:

$$TI = R_1 \text{abs}(F_{esquerda} + F_{direita}) / R_{dif} \quad (3.98)$$

Assim a força vertical no contato do pneu devido ao torque de entrada é:

$$V_{esquerda} = -V_{direita} = \frac{TI}{B_T} \quad (3.99)$$

O torque de saída, esquerda ou direita, do diferencial é calculado como:

$$TO_{esquerda} = -R_1 F_{esquerda} \quad (3.100)$$

$$TO_{direita} = -R_1 F_{direita} \quad (3.101)$$

Com os torques de entrada e saída o ADAMS calcula a deflexão na suspensão:

$$ZD_{esquerda} = VT_{esquerda} C(3,1) + TO_{esquerda} C(3,5) + VT_{direita} C(3,7) + TO_{direita} C(3,11) + \frac{VT_{esquerda}}{R_1} \quad (3.102)$$

$$ZD_{esquerda} = VT_{esquerda} C(9,1) + TO_{esquerda} C(9,5) + VT_{direita} C(9,7) + TO_{direita} C(9,11) + \frac{VT_{direita}}{R_1} \quad (3.103)$$

Para suspensões independentes a deflexão devido ao toque de entrada e saída é zero.

A deflexão da suspensão devido à força de tração é calculada como:

$$Z_{Fesquerda} = F_{esquerda} C(3,1) + F_{direita} C(3,7) \quad (3.104)$$

$$Z_{Fdireita} = F_{direita} C(9,7) + F_{esquerda} C(9,1) \quad (3.105)$$

E a deflexão na suspensão devido a transferência de carga é:

$$Z_{Wesquerda} = W_{esquerda} C(3,3) + W_{direita} C(3,9) + \frac{W_{esquerda}}{K_t} \quad (3.106)$$

$$Z_{Wdireita} = W_{esquerda} C(9,3) + W_{direita} C(9,9) + \frac{W_{direita}}{K_t} \quad (3.107)$$

Assim o percentual direito e esquerdo de *anti-lift* para a suspensão dianteira e o percentual direito e esquerdo de *anti-squat* são dados por:

$$anti - squat_{esquerda} = anti - lift_{esquerda} = \frac{100(Z_{Fesquerda} + Z_{Desquerda})}{Z_{Wesquerda}} \quad (3.108)$$

$$anti - squat_{direita} = anti - lift_{direita} = \frac{100(Z_{Fdireita} + Z_{Ddireita})}{Z_{Wdireita}} \quad (3.109)$$

3.2.5 Comprimento e ângulo do equivalente trailing-arm

O equivalente trailing-arm é um braço imaginário que liga o centro da roda ao centro instantâneo de rotação lateral da suspensão. Quando o centro instantâneo de rotação esta atrás do centro da roda da suspensão dianteira o comprimento do equivalente trailing-arm

é considerado positivo. Quando o centro instantâneo de rotação esta a frente do centro da roda da suspensão traseira o comprimento do equivalente trailing-arm é considerado positivo.

O ângulo do equivalente trailing-arm é tomado em relação a horizontal. O ângulo é positivo para o comprimento positivo quando, o braço esta inclinado para baixo em relação a linha de centro da roda. O ângulo é positivo para o comprimento negativo quando, o braço esta inclinado para cima em relação a linha de centro da roda.

A mudança na posição vertical e horizontal, e a mudança na vista lateral do centro de rotação da roda esquerda, devido a uma unidade de força no centro da roda são dados por:

$$DX_{esquerda} = C(1,3) \quad (3.110)$$

$$DZ_{esquerda} = C(3,3) \quad (3.111)$$

$$Df_{esquerda} = C(5,3) \quad (3.112)$$

O comprimento e o ângulo do equivalente trailing-arm do lado esquerdo é:

$$Comprimento_traling-arm_{esquerda} = \frac{\left[(DX_{esquerda})^2 + (DZ_{esquerda})^2 \right]^{1/2}}{Df_{esquerda}} \quad (3.113)$$

$$Angulo_traling-arm_{esquerda} = \tan^{-1} \left(\frac{DX_{esquerda}}{DZ_{esquerda}} \right) \quad (3.114)$$

A mudança na posição vertical e horizontal, e a mudança na vista lateral do centro de rotação da roda direita, devido a uma unidade de força no centro da roda são dados por:

$$DX_{direita} = C(1,3) \quad (3.115)$$

$$DZ_{direita} = C(3,3) \quad (3.116)$$

$$Df_{direita} = C(5,3) \quad (3.117)$$

O comprimento e o ângulo do equivalente trailing-arm do lado direito são dados por:

$$Comprimento_traling-arm_{direita} = \frac{\left[(DX_{direita})^2 + (DZ_{direita})^2 \right]^{1/2}}{Df_{direita}} \quad (3.118)$$

$$Angulo_traling-arm_{direita} = \tan^{-1} \frac{(DX_{direita})}{(DZ_{direita})} \quad (3.119)$$

4. Modelo do veículo em sistema de multicorpos (MBS)

4.1 Histórico

A figura 16 apresenta a linha cronológica do desenvolvimento da técnica de MBS. (BARBIERI, 2002; COSTA, 1992; SCHWERTASSER & ROBERTSON, 1985; SCHIEHLEN & KORTUM, 1985; SAYERS, 1990; ROSENTHAL & SHERMAN, 1986; HUSTON, 1996).

Figura 17 – Linha cronológica do desenvolvimento MBS.

FONTE: - BARBIERI, 2002, p. 163-165.

Inicialmente, Hooker e Robertson discutiram e apresentaram juntos seus propósitos para o desenvolvimento de programas de MBS na Califórnia. Após seguiram

caminhos independentes, Hooker e Margolis, na Califórnia 1965 e Robertson e Wittenburg na Alemanha 1966, desenvolveram o formalismo para a obtenção numérica das equações de movimento tridimensionais para espaçonaves com topologia aberta. (COSTA, 1991; SCHWERTASSEK, 1985; BARBIERI, 2002).

No final dos anos 60 e início dos anos 70, Paul e Chace através de seu trabalho introduziram a abordagem de MBS nas áreas de mecânica e transportes terrestres, dificuldades encontradas no trabalho ocorreram devido aos encadeamentos cinemáticos fechados e aos vínculos holonômicos que são raramente encontrados em aplicações espaciais. Essas dificuldades foram abordadas em 1977 por Orlandea e Chace que deram origem ao programa ADAMS que aborda sistemas de diversas naturezas, resultando em grandes sistemas cuja solução necessita utilizar a técnica de matrizes esparsas.

A utilização de programas simbólicos foi introduzida por Levinson em 1976 e em seguida por Schiehlen e Kreuzer em 1978. Contudo a manipulação da linguagem simbólica requeria técnicas especiais, pois, ao gerar códigos podiam exceder os limites dos computadores.

Utilizando os métodos simplificados de manipulação simbólica, Rosenthal e Sherman em 1986 desenvolveram o programa SD/EXACT como parte de um projeto da NASA, que tinha como objetivo desenvolver códigos simples de MBS que um computador AD100 fosse capaz de calcular em tempo real. Devido aos bons resultados outros programas como Symba e AUTOSIM (SAYERS, 1989) foram desenvolvidos utilizando uma abordagem similar.

Em 1995 Chang e Huston apresentaram métodos computacionais para o estudo de impacto em sistemas de multicorpos, através do uso de equações algébricas para incrementos de velocidade (BARBIERI, 2002). Na década de 90, vários esforços de pesquisa foram direcionados para o tratamento de modelagem MBS com estruturas flexíveis (HUSTON,

1994). Recentemente muito se evoluiu na integração entre programas de elementos finitos e programas de controles lógicos com os programas de MBS.

4.2 Modelo em sistema de multicorpos do veículo

Os conceitos apresentados no capítulo anterior serão verificados no estudo de um veículo de competição formula. As características do movimento de dive e squat para esse tipo de veículo são muito importantes, pois possuem altura relativa ao solo muito pequena, altos valores de aceleração e desaceleração e grande sensibilidade aerodinâmica ao movimento de pitch.

Neste capítulo é apresentado o modelo do veículo em sistema de multicorpos, o programa utilizado para sua construção foi o ADAMS-Car (sigla de *Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*).

O modelo de multicorpos desenvolvido possui 22 graus de liberdade e tem toda geometria do sistema de suspensão e direção com suas características de elasticidade e tendências de esterçamento. O modelo é composto pelos subsistemas: suspensão dianteira, suspensão traseira, direção, chassis, roda e pneu dianteiro e traseiro, motor e transmissão, barras anti-rolagem dianteira e traseira e sistema de freio, que são descritos ao decorrer do capítulo, figura 17.

Figura 18 – Modelo em sistema de multicorpos.

As características gerais do veículo são apresentadas na tabela 1.

Tabela 1 – Características gerais do veículo.

Características gerais do veículo	
Massa total	330Kg
Distribuição de peso dianteiro e traseiro	45%-55%
Distância entre eixos	1650mm
Bitola dianteira e traseira	1180mm
Pneu dianteiro e traseiro	175/510-R13
Motor	Quatro cilindros de 600cc com 82hp.
Transmissão	Cambio seqüencial de seis marchas.
Sistema de Freio	Freio a disco nas quatro rodas.

4.2.1 Subsistema suspensão dianteira

O veículo formula estudado possui sistema de suspensão não comumente encontrado em carros de passeio, exceto em alguns carros esportivos. O sistema de suspensão *push-rod* com duplo braço de controle tem como vantagem ser compacto e leve. O sistema proporciona melhoras aerodinâmicas, pois o conjunto mola amortecedor ficar interno a carroceria.

Figura 19 – Subsistema suspensão dianteira.

A figura 18 mostra o subsistema suspensão dianteira que é composto por braços de controle, barra de direção, conjunto mangá e ponta de eixo, conjunto mola e amortecedor, *bellcrank* e barra do *push-rod*.

A figura 19 apresenta as juntas do subsistema suspensão dianteira, que estão numeradas e são descritas na tabela 2.

Figura 20 – Junta entre os corpos da suspensão dianteira.

Tabela 2 – Descrição das juntas na suspensão dianteira.

Juntas da suspensão dianteira	
1	Junta esférica para a conexão da barra de direção à manga de eixo.
2	Junta esférica para conexão do braço de controle superior à manga de eixo.
3	Junta cruzeta para conexão do bellcrank a conjunto mola amortecedor.
4	Junta de revolução para conexão do bellcrank ao corpo do veículo.
5	Junta cruzeta para conexão do bellcrank a barra do push-rod.

6	Junta de revolução para conexão do braço de controle superior ao corpo do veículo.
7	Junta fixa para a conexão da barra de torção.
8	Junta de revolução para a conexão do cubo de roda no eixo.
9	Junta cruzeta para a conexão da barra de direção ao subsistema direção.
10	Junta de revolução para conexão do braço de controle inferior ao corpo do veículo.
11	Junta cruzeta para a conexão do amortecedor ao corpo do veículo.
12	Junta esférica para a conexão da barra do push-rod ao braço de controle inferior.
13	Junta esférica para conexão do braço de controle inferior à manga de eixo.

A mola e o amortecedor são modelados como elemento vetor força aonde a mola é função do deslocamento relativo das extremidades e o amortecedor é função da velocidade relativa entre as extremidades.

4.2.2 Subsistema suspensão traseira

Semelhante ao subsistema suspensão dianteira o subsistema suspensão traseira também usa suspensão *push-rod* com duplo braço de controle. A suspensão traseira é composta por braços de controle, barra de convergência, conjunto manga e ponta de eixo, conjunto mola e amortecedor, *bellcrank*, barra do *push-rod* e semi-eixo, como mostra a figura 20.

Figura 21 – Subsistema suspensão traseira.

A figura 21 apresenta as juntas de conexão do subsistema suspensão traseira. Diferente do subsistema suspensão dianteira a junta de revolução não conecta mais a ponta de eixo ao cubo de roda mais sim o da ponta do semi-eixo ao cubo de roda, por onde ira ser transmitido o torque para as rodas traseiras. A tabela 3 apresenta a descrição das juntas que compõe o subsistema suspensão traseira.

Como no subsistema suspensão dianteira a mola e o amortecedor são modelados como elemento vetor força aonde a mola é função do deslocamento relativo das extremidades e o amortecedor é função da velocidade relativa entre as extremidades.

Figura 22 – Junta entre os corpos da suspensão traseira.

Tabela 3 – Descrição das juntas na suspensão traseira.

Juntas da suspensão traseira	
1	Junta esférica para a conexão do braço de controle superior à manga de eixo.
2	Junta esférica para conexão do braço de controle inferior à manga de eixo.
3	Junta esférica para conexão do braço de convergência a manga de eixo.
4	Junta de revolução para conexão do braço de controle inferior ao corpo do veículo.
5	Junta fixa para a conexão da barra de torção.
6	Junta cruzeta para a conexão do braço de convergência ao corpo do veículo.
7	Junta deslizante para a conexão do eixo a ponta do semi-eixo.

8	Junta cruzeta para conexão do bellcrank a conjunto mola amortecedor.
9	Junta cruzeta para conexão do bellcrank a barra do push-rod.
10	Junta de revolução para a conexão da ponta do semi-eixo ao cubo de roda.
11	Junta deslizante para a conexão do eixo ao diferencial.
12	Junta de revolução para conexão do braço de controle superior ao corpo do veículo.
13	Junta de revolução para conexão do bellcrank ao corpo do veículo.
14	Junta cruzeta para a conexão do amortecedor ao corpo do veículo.

4.2.3 Subsistema direção

O subsistema direção do modelo em multicorpos é composto por volante, coluna de direção, suporte da coluna de direção, pinhão, cremalheira e suporte do pinhão cremalheira.

A caixa de redução foi modelada como elemento de acoplamento, pois, o acoplamento transmite o movimento de uma junta a outra levando em consideração a relação de redução entre o pinhão e a cremalheira. A redução da direção é dada entre o movimento angular da junta de revolução do pinhão e o movimento linear da junta de translação da cremalheira. Na figura 23 são apresentadas as juntas do subsistema direção.

O movimento do sistema de direção pode ser imposto através da aplicação de um ângulo no volante ou através da aplicação de um torque no volante. Não foi incluído ao subsistema nenhum tipo de amortecimento ou rigidez.

Figura 23 – Subsistema direção.

Figura 24 – Junta entre os corpos do subsistema de direção.

Na tabela 4 são descritas as juntas entre os corpos do subsistema direção.

Tabela 4 – Descrição das juntas do subsistema direção.

Juntas da suspensão traseira	
1	Junta cilíndrica para a conexão da coluna de direção ao suporte da coluna de direção.
2	Junta de translação para conexão do suporte do pinhão cremalheira a cremalheira.
3	Junta de revolução para conexão do suporte do pinhão cremalheira ao pinhão.
4	Junta fixa para conexão do suporte do pinhão cremalheira ao corpo do veículo.
5	Junta fixa para a conexão do pinhão a coluna de direção.
6	Junta fixa para a conexão do suporte da coluna de direção ao corpo.
7	Junta fixa para a conexão do volante a coluna de direção do veículo.

4.2.4 Subsistema chassis

O subsistema chassis é modelado como sendo um corpo rígido, tendo sua massa concentrada e momentos de inércia em relação ao centro de massa. Diferente dos outros subsistemas o subsistema chassis não possui juntas.

Os subsistemas direção, suspensão dianteira, suspensão traseira, barra anti-rolagem e conjunto motor transmissão, trocam informações e são conectados ao subsistema chassis através de comunicadores.

Figura 25 – Subsistema chassis.

Figura 26 – Forças aerodinâmicas.

Ao subsistema chassis são aplicados elementos de força, que poderão ou não ser função da velocidade, representando as forças aerodinâmicas sobre o veículo como apresenta a figura 25.

4.2.5 Subsistema roda e pneu dianteiros e traseiros

As características do subsistema roda e pneu são listadas na tabela 5.

Tabela 5 – Características do subsistema roda pneu.

Pneu e roda	
Pressão de enchimento	103.42MPa
Largura	175mm
Diâmetro	249mm
Rigidez vertical	226263.9N/m
Amortecimento vertical	250Ns/m
Rigidez lateral	113131.95N/m
Massa da roda	6,5kg

A figura 26 apresenta o modelo em ADAMS do subsistema roda e pneu dianteiro e traseiro. Os modelos possuem juntas fixas em cada roda, que conectam a roda ao cubo de roda do subsistema suspensão dianteira e traseira.

Figura 27 – Modelo roda e pneu dianteiro e traseiro.

As curvas do pneu foram fornecidas pelo fabricante que obteve seus parâmetros em varias condições de carga, orientação e movimento.

Para que seja calculadas as forças de contato do pneu com o pavimento é necessário adotar um modelo de pista, o ADAMS possui dois modelos de pista sendo o modelo 2D utilizado para manobras de dirigibilidade e o modelo 3D para simular terrenos irregulares como: buracos, ressaltos, etc. O presente trabalho assume o modelo 2D, pois não é objetivo o modelo em pistas irregulares.

4.2.6 Subsistema motor e transmissão

O subsistema motor e transmissão não contém partes girantes conectadas como em uma transmissão real, pois se todas as partes do trem de força (Inércia, massa, rigidez, etc) fossem representadas aumentariam o tempo de simulação. Ele é inteiramente baseado em

funções que representam o motor, a embreagem e a linha de transmissão. Ao subsistema motor e transmissão estão relacionadas às características apresentadas na tabela 6.

Tabela 6 – Características do subsistema motor transmissão.

Motor e transmissão	
Amortecimento da embreagem	9e6 Ns/m
Rigidez da embreagem	1e5 N/m
Torque crítico da embreagem	100 Nm
Rotação limite do motor	13500 rpm
Rotação mínima do motor	2500 rpm
Inércia rotacional do motor	1e-3 kgm ²
Redução do diferencial	4.25
Redução da 1, 2, 3, 4, 5, e marchas	2,75; 1,95; 1,5; 1,28; 1,142 e 1,061.

A figura 27 apresenta o modelo representativo do subsistema motor e transmissão aonde o motor é fixo ao chassi através de buchas que são modeladas como elementos de força com matriz de rigidez de dimensão 6x6. As curvas de força versus deslocamento translacional ou rotacional são não lineares.

Figura 28 – Subsistema motor e transmissão.

A junta fixa apresentada na figura 27 conecta o motor ao chassi e a junta de revolução conecta o motor ao diferencial. O modelo do motor usa um mapa com, torque de saída do motor e a rotação de saída do motor.

4.2.7 Subsistema barra anti-rolagem dianteira e traseira

O subsistema barra anti-rolagem é composto por uma barra de torção, duas buchas e dois links, como mostra a figura 28.

Figura 29 – Subsistema barra anti-rolagem.

No subsistema barra anti-rolagem a rigidez é modelada por uma mola de torção, assim desprezando a flexão da barra, como apresenta a figura 29.

Figura 30 – Junta entre os corpos da barra anti-rolagem.

Na tabela 7 são descritas as juntas do subsistema barra anti-rolagem.

Tabela 7 – Descrição das juntas do subsistema barra anti-rolagem.

Juntas da barra anti-rolagem	
1	Junta cruzeta para a conexão da barra de torção ao link.
2	Junta de revolução para a conexão dos lados da barra de torção.
3	Junta esférica para a conexão do link ao Bellcrank.

4.2.8 Subsistema freio

O subsistema freio representa um mecanismo que aplica uma resistência ao movimento do veículo. A resistência ao movimento é obtida através do torque aplicado entre o rotor e o caliper. O torque de frenagem é expresso como função de um numero de parâmetros listados na tabela 8

Tabela 8 – Características do subsistema freio.

Características do freio	
Proporção de freio na dianteira	0,6
Coefficiente de atrito entre o rotor e o caliper	0,4
Raio efetivo do pistão	135mm
Área do pistão	2500mm ²
Largura do rotor	25mm
Valor máximo de frenagem	100
Largura do cubo do rotor	40mm

O caliper é montado na manga de suspensão e o rotor é montado na roda. . O subsistema freio é limitado pela interação entre o rotor e o caliper. O modelo do sistema de freio é apresentado na figura 30.

Figura 31 – Subsistema freio.

4.3 Simulações em ADAMS

As simulações efetuadas no trabalho estão divididas em duas partes principais sendo a primeira referente a suspensão e a segunda ao veículo completo. Na análise da suspensão será efetuado o deslocamento paralelo das rodas variando 30mm para cima e 30mm para baixo, para a suspensão dianteira e traseira. Parâmetros como *squat*, *lift*, *dive*,

equivalente trailing-arm, *anti-squat*, *anti-lift*, *anti-dive*, serão apresentados em função do deslocamento vertical do centro da roda.

Na análise do veículo completo serão efetuadas duas manobras sendo uma de aceleração e uma de desaceleração. Considerando as ressalvas apresentadas por R. S. SHARP às simulações do veículo completo não focaram um caso específico. A manobra de aceleração foi feita com 40% de carga do motor em primeira marcha com velocidade inicial de zero, a manobra de desaceleração foi aplicada uma entrada rampa no sistema de freio a 120 km/h quando o veículo estava em quinta marcha.

5. Resultados e Análises

O capítulo de resultados e análises está dividido em duas partes, sendo a primeira parte as análises das suspensões dianteira e traseira isoladas e na segunda parte as análises do veículo completo. Na primeira parte são analisadas as características de dive, lift, squat, comprimento do equivalente trailing-arm e o ângulo do equivalente trailing-arm. Na segunda parte são analisados os deslocamentos das suspensões dianteira e traseira e os deslocamentos da massa suspensa, em aceleração e desaceleração.

5.1 Análises das Suspensões

Com o estudo separado do sistema de suspensão é possível verificar e determinar os prováveis problemas de projeto, antes mesmo de modelar o veículo completo. As suspensões dianteira e traseira são analisadas para diferentes valores de anti-dive e anti-lift. Para determinar as características das suspensões foi feito o deslocamento paralelo do centro das rodas variar 30mm para cima e 30mm para baixo.

5.1.1 Dive e lift em frenagem

Com a simulação da suspensão isolada é possível prever como será a característica do carro quando em frenagem. O gráfico 1 apresenta no eixo horizontal o deslocamento do centro da roda e no eixo vertical o deslocamento da suspensão quando o veículo estiver freando a 1g de desaceleração.

Gráfico 1. – Variação de dive na suspensão dianteira para 0% de anti-dive

Comparando os gráficos um e dois é possível verificar que com o aumento do percentual de anti-dive de 0% para 100%, o deslocamento da suspensão para 1 g de desaceleração reduziu de aproximadamente de 3,5mm para 0,105mm.

Gráfico 2– Variação de dive na suspensão dianteira para 100% de anti-dive.

Gráfico 3- Variação de lift na suspensão traseira para 0% de anti-lift.

No gráfico (3) é possível observar o deslocamento da suspensão traseira para 1 g desaceleração quando possuir 0% de percentual de anti-lift. No estudo de lift da suspensão traseira foram verificados problemas quando a suspensão possuía altos percentuais de anti-lift.

Gráfico 4– Variação de lift na suspensão traseira para 100% de anti-lift.

No gráfico (4) a suspensão possui 100% de anti-lift e apresenta uma indeterminação quando a suspensão traseira desloca em seu curso positivo, essa indeterminação pode causar diferentes reações ao veículo e sensação de desconforto ao condutor.

5.1.2 Squat em aceleração

Em aceleração será estudado somente o efeito de squat na suspensão traseira, pois não faz sentido o estudo do lift em aceleração na suspensão dianteira devido o veículo não possui tração dianteira.

Gráfico 5- Variação de squat na suspensão traseira para 0% de anti-lift.

É possível observar o mesmo problema encontrado no estudo de lift, onde as suspensões com maior percentual de anti-squat possuem indeterminação ao longo do seu deslocamento, como mostra o gráfico (6).

Gráfico 6- Variação de squat na suspensão traseira para 100% de anti-lift.

Procurando entender e solucionar o problema foram revisados os ângulos de suspensão e os ângulos do push-rod e foi verificado que alterando os ângulos da barra do push-rod essa indeterminação desaparecia.

Figura 32– Sistema de suspensão push-rod antigo.

Figura 33– Sistema de suspensão push-rod novo.

Observando as figuras anteriores, o sistema de suspensão push-rod com a barra do push-rod a frente do centro da roda traseira possuía indeterminação vista nos gráficos anteriores figura (32). O problema foi resolvido passando a barra do push-rod para traz do centro da roda traseira figura (33). Cabe salientar que esse tipo de problema não é abordado pelos livros, onde somente os ângulos de suspensão em vista lateral são considerados.

Os gráficos para a nova fixação do sistema de push-rod não apresentam nenhuma indeterminação, e segue as tendências apresentadas nos livros onde com o aumento do ângulo de anti-squat ocorre à redução do deslocamento da suspensão traseira para 1g de aceleração.

Gráfico 7- Variação de squat na nova suspensão traseira para 0% de anti-lift.

Gráfico 8- Variação de squat na nova suspensão traseira para 100% de anti-lift.

5.1.3 Comprimento e ângulo de equivalente trailing-arm

Foram feitos os gráficos do comprimento e do ângulo do equivalente trailing-arm para as suspensões dianteira e traseira variando os percentuais de anti-dive e anti-lift (Anexo B). As indeterminações encontradas nos gráficos de squat, na suspensão traseira, podem ser encontradas nos gráficos do comprimento do equivalente trailing-arm. O gráfico (9), quando a suspensão traseira não possui anti-lift, não possui nenhuma indeterminação no curso da suspensão, mas quando a suspensão traseira tem um percentual de anti-lift muito alto é possível verificar uma variação muito brusca no comprimento do equivalente trailing-arm, gráfico (10).

Gráfico 9- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 0% de anti-lift.

Gráfico 10- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 100% de anti-lift.

Gráfico 11- Variação do comprimento do equivalente trailing-arm para 100% de anti-lift para a nova fixação do push-rod.

Com a alteração feita no sistema do push-rod na suspensão traseira, a mudança brusca do comprimento do equivalente trailing-arm desaparece, gráfico (11).

5.2 Análises do Veículo Completo

O estudo do veículo completo foi dividido em duas partes principais onde na primeira serão apresentas os gráficos referentes aos deslocamentos da massa suspensa quando o veículo estiver em aceleração ou desaceleração. As manobras de aceleração e de desaceleração foram escolhidas como citado no capítulo anterior.

5.2.1 Deslocamentos da massa suspensa

Para a massa suspensa serão analisados dois deslocamentos, angular “*pitch*” e o linear vertical, esses deslocamentos serão obtidos através de simulações dinâmicas. Será feito um paralelo sobre os dois tipos de suspensão traseira apresentados anteriormente. As suspensões dianteira e traseira terão o mesmo percentual de geometria, por exemplo, o modelo 50_50 tem 50% de anti-dive na suspensão dianteira e 50% de anti-lift na suspensão traseira.

O modelo que possui suspensão traseira com a barra do push-rod à frente do centro da roda, seus resultados em aceleração são apresentados nos gráficos 12 e 13. No gráfico 12 é possível observar que o movimento de pitch do veículo aumenta a medida que aumenta o percentual de anti-squat indo contra aos conceitos apresentados no capítulo 3.

Gráfico 12 – Deslocamento angular do veículo em aceleração.

Gráfico 13 - Deslocamento vertical do veículo em aceleração.

No gráfico 13 é possível verificar que a distância vertical do veículo com o solo diminui quando o percentual de anti-squat aumenta. A redução da altura do solo é provavelmente devido à compressão da suspensão traseira, essa afirmação poderá ser verificada com o estudo do deslocamento da suspensão.

Gráfico 14– Deslocamento angular para o veículo em aceleração com nova fixação do push-rod.

Os gráficos 14 e 15 apresentam os deslocamentos da massa suspensa para o modelo com suspensão traseira alterada, a fixação do push-rod atrás do centro da roda traseira.

Diferente do gráfico 12, o gráfico 14 apresenta as características esperadas, com o aumento do percentual de anti-squat ocorreu à redução do deslocamento angular, caracterizando a influência da suspensão traseira nos resultados encontrados.

Gráfico 15 - Deslocamento angular para o veículo em aceleração com nova fixação do push-rod.

No gráfico 15 é possível verificar as características citadas por R.S. Sharp, a medida em que é aumentado o percentual de anti-squat a massa suspensa é deslocada para cima aumentando sua distância ao solo.

Os gráficos 16 e 17 apresentam o movimento da massa suspensa para o veículo em desaceleração, eles são referentes ao modelo com que possui a barra do push-rod à frente do centro da roda traseira.

É notável que os gráficos 16 e 17 não apresentam as características esperadas, pois ocorre o aumento no movimento angular e a redução da altura como o solo, quando a suspensão possui altos percentuais de anti-dive e anti-lift.

Gráfico 16 – Deslocamento angular para o veículo em desaceleração.

Gráfico 17 – Deslocamento vertical para o veículo em desaceleração.

Gráfico 18– Deslocamento angular para o veículo em desaceleração com nova suspensão.

Gráfico 19– Deslocamento vertical para o veículo em desaceleração com a nova suspensão.

Para a nova suspensão traseira com a barra do push-rod atrás do centro da roda traseira é possível verificar que o deslocamento angular durante o tempo diminui, quando a suspensão possui altos percentuais de anti-lift. Comparando os gráficos 17 e 19 é possível verificar que com a nova fixação a variação da altura vertical torna-se muito menor.

5.2.1 Deslocamentos das suspensões

Alguns gráficos na parte anterior do capítulo apresentaram características diferentes das comuns, para procurar entender essa diferença uma análise do deslocamento das suspensões são feitas. Conhecendo previamente as indeterminações encontradas nos gráficos da suspensão traseira será focado seu deslocamento quando o veículo estiver em aceleração e desaceleração.

Gráfico 20 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em aceleração.

Gráfico 21 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em aceleração, com a nova suspensão.

No gráfico 20 é possível verificar que, a medida que o percentual de anti-squat aumenta o comprimento do amortecedor traseiro diminui. Essa característica foi observada quando foi feito o estudo da suspensão em separado, e pode explicar os gráficos 16 e 17 onde o deslocamento angular aumentava e a altura do vertical com o solo diminuía quando aumentava o percentual de anti-squat. Assim a medida que aumentava o percentual de anti-squat, a suspensão traseira comprimia e assim diminuía a altura vertical com o solo e gerava um movimento angular maior.

Para a suspensão traseira com a fixação do push-rod atrás do centro da roda traseira, gráfico 21, é notável que a variação do comprimento do amortecedor traseiro é menor e que com o aumento do percentual de anti-squat sua variação é menor.

Gráfico 22 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em desaceleração.

Gráfico 23 – Variação do comprimento do amortecedor traseiro em desaceleração, com a nova suspensão.

Analisando o gráfico 22 é possível constatar uma variação muito grande no comprimento do amortecedor traseiro, e mesmo em desaceleração onde a reação da suspensão traseira seria a extensão a suspensão responde com compressão para altos percentuais de anti-lift.

Para o gráfico 23 é saliente a variação do comprimento do amortecedor traseiro é muito menor e que a medida em que aumenta o percentual anti-lift a variação do comprimento diminui durante a manobra. Outro ponto interessante é que no gráfico 23 por volta de dois a três segundos do tempo da manobra, todas as curvas possuem uma área em comum, que também é encontrada no movimento de pitch, gráfico 18, por volta de três a quatro segundos da manobra.

6. Conclusões e Sugestões

Após apresentar os resultados no capítulo anterior é possível verificar as falhas nas teorias apresentadas no começo do trabalho, capítulo dois. Uma análise simplificada onde somente a geometria da suspensão é estudada não atendeu as necessidades, pois quando era aumentado o percentual de anti-squat na suspensão traseira o veículo respondia de forma inversa.

O modelo de F.W. Chang, que podem ser verificadas as características dinâmicas, não atendeu as necessidades para o estudo do veículo, pois, a simplificação feita no modelo não permite o estudo de suspensões mais complexas, como as de veículos esportivos ou de competição.

Porém com o modelo da suspensão completo e do veículo completo em um software de análise de multicorpos foi possível encontrar problemas não esperados e não citados, assim devido a possibilidade de possíveis problemas serem encontrados quando o veículo possuir sistemas de suspensão mais complexos torna-se necessário o uso desse tipo de softwares.

Como continuação do trabalho seria interessante a calibração do modelo do veículo completo no ADAMS. Outro ponto a ser estudado seria verificar em que ponto a

fixação do push-rod em relação ao centro de giro da roda inverte o efeito de anti-squat na suspensão. E para finalizar seria interessante verificar se para veículos de passeio com suspensão convencional esses problemas podem aparecer devido a deformação dos elementos elásticos da suspensão.

7. Referências Bibliográficas

ADAMS/Car Documentation User's Reference Manual – Version 12.0 (2002), Mechanical Dynamics Inc., Ann Arbor, MI, USA.

ALVARENGA, M. A. F. P.; COUTO ROSA, M. V. F. P. Apontamentos de Metodologia para a Ciência e Técnicas de Redação Científica. 2. ed. Porto Alegre: 2001. 181p.

BASTOW, D. (1993). Car suspension and handling. 3ed, Society of Automotive Engineers, ISBN 0 7273 0318-x.

BARBIERE, F. A. A. Prototipagem Virtual: Modelagem, Simulação, Controle e Otimização de Dinâmica Veicular.(2002) Tese (Doutorado) Universidade de Engenharia de São Carlos – USP.

CANALE, A. C. (1989) Automobilística: Dinâmica e Desempenho. São Paulo. Ed. Érica.

CANALE, A. C.; RUFFINO, R. T. (1992) A study of the braking performance of road vehicles using the “static equilibrium” or “center of gravity range” technique. SAE technical paper 921438.

COSTA NETO, A. (1991). Application of multibody system (MBS) techniques to automotive vehicle chassis simulation for motion control studies. Tese (Doutorado). Universidade de Warwick, Inglaterra.

COSTA NETO, A. (1994). Dinâmica Veicular. Notas de aula. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

CRAHAN, T. C. Modeling Steady-State Suspension Kinematics an Vehicles Dynamics of Road Racing Cars – Part I: Theory and Methodology. Motor Sport Engineering Conference Proceedings. v. 1, n. 942505, p.179-212, dec. 1994.

CRAHAN, T. C. Modeling Steady-State Suspension Kinematics an Vehicles Dynamics of Road Racing Cars – Part II: Examples. Motor Sport Engineering Conference Proceedings. v. 1, n. 942506, p.213-234, dec. 1994.

CUNHA, R. H. (1998). Modelagem e análise da dinâmica longitudinal de veículos automotivos. Dissertação (Mestrado). Universidade de Engenharia de São Carlos – USP.

CUNHA, R. H. (1994). Modelagem de sistema de freio de veículo automotivo, baseado em programa computacional já existente. São Carlos. Relatório (Iniciação Científica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CUNHA, R. H. (1995a). Modelagem de sistema de freio de veículo automotivo, baseado em programa computacional já existente. São Carlos. Relatório (Iniciação Científica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CUNHA, R. H. (1995b). Modelagem de sistema de freio de veículo automotivo, baseado em programa computacional já existente. São Carlos. Relatório (Iniciação Científica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

DIXON, J.C. (1996). Tires, suspension and handling. 2 ed., Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-831-4.

DOEBELIN, E. O. (1980). System Modeling and Response Theoretical and Experimental Approaches. 1ed., John Wiley & Sons, Inc, ISBN 0 471 03211-5.

GILLESPIE, T. (1992). Fundamentals of vehicle dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-199-9.

LEE, S.; CHRSTOS, J. P.; GUENTHER, D.A. (1995) Modeling of Dynamics Characteristics of Tire Lateral and Longitudinal Force Responses to Dynamics Inputs. SAE technical paper 950314.

MCGUIRE, M. K.; GUENTHER D. A. (1993) Longitudinal Suspension Compliance Modeling with ADAMS. SAE technical paper 930764.

MILLIKEN, W.F.; MILLIKEN, D.L. (1995). Race car vehicle dynamics. Society of Automotive Engineers, ISBN 1-56091-526-9.

PRADO, M. Desenvolvimento de um modelo não linear de três graus de liberdade para a análise da dinâmica lateral de um ônibus com suspensão a ar.(2003) Tese (Doutorado) Universidade de Engenharia de São Carlos – USP.

REIMPELL, J. (2001). The automotive chassis: engineering principles. 2 ed., Society of Automotive Engineers, ISBN 0 7680 0657 0.

SHARP R. S. Influences of Suspension Kinematics on Pitching Dynamics of Cars in Longitudinal Maneuvering. Vehicle System Dynamics Supplement, v.1, n.33, p.23-36, 1999.

SOHN, H. S.; LEE, S. C.; SUH, M. W.; SONG, Y. M. (1994) The Influences of Chassis Geometric Characteristics on Vehicle Dynamics Performance.

TABOREK, J. J. (1957). Mechanics of Vehicles. Cleveland, Tow motor Corp.

WANG F. C. (2001). Design and Synthesis of Active and Passive Vehicle Suspensions. Tese (Doutorado). University of Cambridge.

Anexos

A.1 Desenvolvimento do modelo trailing-arm

A.1.1 Geometria Anti-squat (freio Inboard)

Para o desenvolvimento do modelo são adotadas as seguintes coordenadas, figura (12).

Figura 34 – Coordenadas do modelo trailing-arm.

Referente a figura (12) deixe $Q = x \vec{x} + y \vec{y}$ em relação ao sistema fixo de coordenada, aonde $\vec{x}$ e $\vec{y}$ são vetores unidades paralelos ao eixo de coordenadas. Assim é possível escrever a coordenada de alguns pontos:

$$A = (x + (H - x_1) \cos f_3 - a \sin f_3) \vec{x} + (y + (H - x_1) \sin f_3 + a \cos f_3) \vec{y} \quad (A.1)$$

$$B = (x + (H - x_2) \cos f_3 + b \sin f_3) \vec{x} + (y + (H - x_2) \sin f_3 - b \cos f_3) \vec{y} \quad (A.2)$$

$$C_1 = (x + (H - x_1) \cos f_3 - a \sin f_3 + l_4 \cos f_4) \vec{x} + (y + (H - x_1) \sin f_3 + a \cos f_3 + l_4 \sin f_4) \vec{y} \quad (A.3)$$

$$C_2 = (x + (H - x_2) \cos f_3 + b \sin f_3 + l_5 \cos f_5) \vec{x} + (y + (H - x_2) \sin f_3 - b \cos f_3 - l_5 \sin f_5) \vec{y} \quad (A.4)$$

Analisando o diagrama de corpo livre, figura (13), é possível escrever as equações de movimento para cada elemento.

Figura 35 – Diagrama de corpo livre.

Para a massa suspensa tem-se:

$$m_s \ddot{x} + A_x + B_x = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$m_y \ddot{y} + A_y + B_y + m_s \ddot{y} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} -I_s \ddot{\mathbf{f}}_3 - T_1 - T_2 + A_x ((H - x_1) \sin \mathbf{f}_3 + a \cos \mathbf{f}_3) - A_y ((H - x_1) \cos \mathbf{f}_3 - a \sin \mathbf{f}_3) \\ + B_x ((H - x_2) \sin \mathbf{f}_3 - b \cos \mathbf{f}_3) - B_y ((H - x_2) \cos \mathbf{f}_3 + b \sin \mathbf{f}_3) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Para o trailing-arm dianteiro:

$$A_x + C_{1x} = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$A_y + C_{1y} = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$-C_{1x} l_4 \sin \mathbf{f}_4 + C_{1y} l_4 \cos \mathbf{f}_4 = 0 \quad (\text{A.10})$$

Para o trailing-arm traseiro:

$$B_x + C_{2x} = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$B_y + C_{2y} = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$C_{2x} l_5 \sin \mathbf{f}_5 + C_{2y} l_5 \cos \mathbf{f}_5 = 0 \quad (\text{A.13})$$

Para a roda dianteira:

$$N_1 + C_{1x} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$C_{1y} + m_1 \ddot{y} - F_1 = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$T_1 + F_1 r_1 - I_1 \ddot{\mathbf{f}}_1 = 0 \quad (\text{A.16})$$

Para a roda traseira:

$$N_2 + C_{2x} = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$C_{2y} + m_2 \ddot{y} - F_2 = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$T_2 + F_2 r_2 - I_2 \ddot{\mathbf{f}}_2 = 0 \quad (\text{A.19})$$

Para a condição de não escorregamento:

$$y = -r_1 f_1 \quad (\text{A.20})$$

$$y = -r_2 f_2 \quad (\text{A.21})$$

Vínculos geométricos podem ser derivados das coordenadas C_1 e C_2 .

$$(x + (H - x_1) \cos f_3 - a \sin f_3 + l_4 \cos f_4) = H - r_1 \quad (\text{A.22})$$

$$(y + (H - x_1) \sin f_3 + a \cos f_3 + l_4 \sin f_4) = y + a + y_1 \quad (\text{A.23})$$

$$(x + (H - x_2) \cos f_3 + b \sin f_3 + l_5 \cos f_5) = H - r_2 \quad (\text{A.24})$$

$$(y + (H - x_2) \sin f_3 - b \cos f_3 - l_5 \sin f_5) = y - b - y_2 \quad (\text{A.25})$$

Das equações anteriores é possível determinar as forças que atuam sobre suspensão trailing-arm:

$$C_{1x} = -A_x = -N_1 \quad (\text{A.26})$$

$$C_{2x} = -B_x = -N_2 \quad (\text{A.27})$$

$$C_{1y} = -A_y = F_1 - m_1 \ddot{y} \quad (\text{A.28})$$

$$C_{2y} = -B_y = F_2 - m_2 \ddot{y} \quad (\text{A.29})$$

$$T_1 = -F_1 r_1 - \frac{I_1}{r_1} \ddot{y} \quad (\text{A.30})$$

$$T_2 = -F_2 r_2 - \frac{I_2}{r_2} \ddot{y} \quad (\text{A.31})$$

A.1.2 Geometria Anti-dive (freio Outboard)

As equações para a geometria anti-dive ou para freios outboard são similares as para o caso do anti-squat. As equações dinâmicas são iguais exceto (60), (63) e (66) que ficam respectivamente:

$$\begin{aligned}
& -I_s \ddot{\mathbf{f}}_3 + A_x ((H - x_1) \sin \mathbf{f}_3 + a \cos \mathbf{f}_3) - A_y ((H - x_1) \cos \mathbf{f}_3 - a \sin \mathbf{f}_3) \\
& + B_x ((H - x_2) \sin \mathbf{f}_3 - b \cos \mathbf{f}_3) - B_y ((H - x_2) \cos \mathbf{f}_3 + b \sin \mathbf{f}_3) = 0
\end{aligned} \tag{A.32}$$

$$-C_{1x} l_4 \sin \mathbf{f}_4 + C_{1y} l_4 \cos \mathbf{f}_4 - T_1 = 0 \tag{A.33}$$

$$C_{2x} l_5 \sin \mathbf{f}_5 + C_{2y} l_5 \cos \mathbf{f}_5 - T_2 = 0 \tag{A.34}$$

B.1 Resultados (Gráficos)

B.1.1 Dive

B.1.2 1 Squat (Suspensão original)

B.1.2.2 Squat (Suspensão com alteração no push-rod)

B.1.3 Lift (Suspensão original)

B.1.4 Anti-dive

B.1.5 Anti-Squat

0% de anti-lift

10% de anti-lift

30% de anti-lift

50% de anti-lift

70% de anti-lift

90% de anti-lift

B.1.6 Anti-Lift

B.1.7 Ângulo do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira original)

B.1.8 Ângulo do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira com alteração no push-rod)

B.1.9 Comprimento do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira original)

B.1.10 Comprimento do Equivalente trailing-arm (suspensão traseira com alteração no push-rod)