



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA



## MODELAGEM E CONTROLE DE POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DE UMA PLATAFORMA DE STEWART

Marcio Aurelio Furtado Montezuma

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP  
**EXEMPLAR REVISADO**  
Data de entrada no Serviço: 17.06.03  
ASS: *[Assinatura]*

DEDALUS - Acervo - EESC



31100043504

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo



São Carlos  
2003

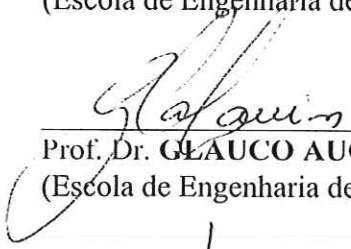
FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MARCIO AURELIO FURTADO MONTEZUMA**

Dissertação defendida e julgada em 14/04/2003 perante a Comissão Julgadora:

  
Prof. Assoc. **EDUARDO MORGADO BELO** (Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

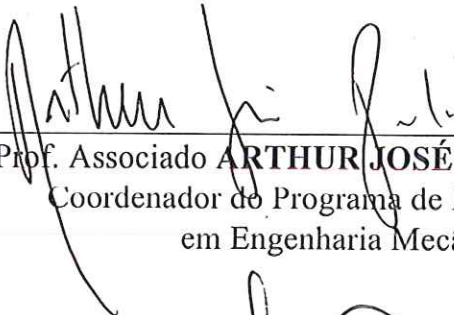
Aprovado

  
Prof. Dr. **GLAUCO AUGUSTO DE PAULA CAURIN**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

  
Prof. Dr. **LUIZ CARLOS SANDOVAL GÓES**  
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Aprovado

  
Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica

  
Profª. Assoc. **MARIA DO CARMO CALJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Aos meus avós, Miguel e Luzanira (in memoriun)*

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo pela orientação, discussão durante a elaboração deste trabalho, pela oportunidade que me foi dada e pela contribuição para minha formação como professor.

Ao Prof. Dr. Flávio D. Marques pelos conhecimentos adquiridos na sua disciplina, pelas conversas, comentários, discussões e principalmente pelos passeios.

Ao Prof. Dr. Álvaro Costa Neto pelos conhecimentos adquiridos nas suas disciplinas, pelas dicas sobre o *ADAMS*<sup>®</sup>, pelas discussões e comentários que me pouparam tempo e contribuíram para melhorar o trabalho.

Ao Prof. Dr. Glauco Augusto de Paula Caurin e Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes do ITA/CTA pelos comentários e discussões que contribuíram para enriquecer o trabalho.

Aos Professores Passarini, Mucheroni, Pinotti, Durval, Glauco pelos conhecimentos adquiridos nas suas disciplinas.

Aos colegas de laboratório Ana Paula, Carlos, Celso, Cláudio, Daniela, Edson, Elizângela, Gasparini, Guilherme, Júlio, Luciane, Luís Fernando, Márcio, Nagamine, Roberto, Valdinei, Vicente e Werner pelo companheirismo e amizade demonstrado nesse período de convívio. Especialmente ao colega Alexandre pela sua contribuição e discussão na elaboração deste trabalho.

Aos colegas da pós-graduação pelo companheirismo e amizade.

Aos amigos André e Luciana pela amizade e pelos jantares.

Às secretárias Ana Paula, Bete, Cristina e Helenita pela ajuda e suporte.

Aos técnicos do Laboratório de Aeronaves Carlos, Osnam e Otávio.

Aos funcionários da biblioteca da EESC pela cooperação.

Aos meus pais e a toda a minha família pelo carinho, incentivo e apoio.

Ao CEFET-PR/Cornélio Procópio por ter me concedido o afastamento das minhas atividades para realização deste trabalho.

À CAPES pela bolsa concedida.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	vi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vii
RESUMO.....	xiii
<i>ABSTRACT</i> .....	xiv
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Organização do Trabalho.....	3
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>5</b>
<b>3 PLATAFORMA DE STEWART.....</b>	<b>26</b>
3.1 Introdução.....	26
3.2 Características de Robôs Clássicos.....	27
3.3 Outros Tipos de Arquiteturas.....	30
3.4 Características Geométricas da Plataforma de Stewart.....	33
3.5 Graus de Liberdade.....	40
3.6 Cinemática Inversa.....	40
3.7 Análise Estática.....	44
<b>4 MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA HIDRÁULICO....</b>	<b>47</b>
4.1 Válvulas Hidráulicas de Controle.....	47
4.1.1 Modelo Matemático Linear para Válvula Hidráulica.....	53
4.1.2 Válvula com Centro Crítico.....	54
4.2 Atuadores Hidráulicos.....	56
4.2.1 Cilindro hidráulico.....	56
<b>5 MODELAGEM DA PLATAFORMA DE STEWART.....</b>	<b>60</b>
5.1 Introdução.....	60
5.2 Modelagem Matemática.....	61
5.2.1 Técnicas MBS de Modelagem.....	62

5.2.2	<i>ADAMS</i> <sup>®</sup> – Ferramenta Computacional para MBS.....	64
5.2.3	Sistemas de Coordenadas.....	66
5.2.4	Tipos de Análises.....	67
5.2.5	Método de Integração.....	69
5.3	Modelagem da Plataforma de Stewart.....	70
5.3.1	Cilindro Hidráulico e Plataforma Móvel.....	70
5.3.2	Montagem da Plataforma de Stewart.....	72
5.4	Análise do Modelo Linear na Forma de Espaço de Estados.....	74
<b>6</b>	<b>SISTEMA DE CONTROLE.....</b>	<b>76</b>
6.1	Sistema de Controle Seguidor com Realimentação de Estados.....	76
<b>7</b>	<b>SIMULAÇÃO USANDO <i>SIMULINK</i><sup>®</sup>/<i>ADAMS</i><sup>®</sup>.....</b>	<b>80</b>
7.1	<i>SIMULINK</i> <sup>®</sup> .....	80
7.2	Simulação e Controle Usando <i>SIMULINK</i> <sup>®</sup> / <i>ADAMS</i> <sup>®</sup> .....	80
7.3	Implementação da Dinâmica do Sistema Hidráulico.....	82
7.3.1	Modelagem do Servocontrole de Pressão.....	83
7.3.2	Modelo da Servoválvula.....	86
7.3.3	Parâmetros da Servoválvula e do Servocontrole de Pressão.....	86
7.4	Resultados das Simulações.....	88
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>116</b>
<b>9</b>	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>118</b>
APÊNDICE I	– Matrizes das Equações de Estado e de Saída do Modelo Linear da Plataforma de Stewart.....	125
APÊNDICE II	– Matrizes de Ganho do Controle Seguidor com Realimentação de Estados.....	129
APÊNDICE III	– Programa para Obtenção das Matrizes de Ganhos do Controle Seguidor com Realimentação de Estados Usando <i>MATLAB</i> <sup>®</sup> ...	132
APÊNDICE IV	– Programa para Calcular a Cinemática Inversa de uma Plataforma de Stewart Usando Ângulos de Euler – <i>MATLAB</i> <sup>®</sup> .....	137

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 2.1	– Máquina de testes de pneus.....	6
Figura 2.2	– Protótipo desenvolvido pelo <i>INRIA</i> .....	7
Figura 2.3	– Robô manipulador baseado em uma Plataforma de Stewart.....	8
Figura 2.4	– Robô Puma 260 montado no Sistema Emulador de Veículo.....	9
Figura 2.5	– Plataforma de Stewart como elemento ativo para isolamento de vibração de uma estrutura espacial.....	10
Figura 2.6	– Equipamento de posicionamento da <i>European Synchrotron Radiation Facility</i> .....	11
Figura 2.7	– Plataforma de Stewart experimental.....	12
Figura 2.8	– Plataforma de Stewart invertida.....	13
Figura 2.9	– (a) Plataforma de Stewart SPIKE (b) Sistema de coordenadas do robô móvel PRIAMOS e da SPIKE.....	14
Figura 2.10	– Simulador de automóvel.....	15
Figura 2.11	– (a) Sistema de movimento experimental (b) Simulador de vôo.....	16
Figura 2.12	– Controle do sistema de movimento do simulador de vôo em vários níveis proposto por KOEKEBAKKER et al. (1998).....	16
Figura 2.13	– Plataforma de Stewart para simulação de movimento .....	17
Figura 2.14	– Diagrama de blocos do sistema de controle proposto por PARK & CHO (1998).....	18
Figura 2.15	– (a) Arranjo experimental da Plataforma de Stewart (b) Processo de usinagem em uma trajetória circular.....	19



Figura 2.16 – Diagrama esquemático do controlador da Plataforma de Stewart proposto por CHAE et al. (1998).....	19
Figura 2.17 – Plataforma de Stewart equipada com um difratômetro de raio X....	20
Figura 2.18 – Sistemas de posicionamento de espelhos secundários de telescópios baseados em Plataformas de Stewart.....	21
Figura 2.19 – Plataforma cinestática aplicada a fresagem de contorno.....	22
Figura 2.20 – Resposta a uma entrada degrau usando um controlador PID.....	22
Figura 2.21 – Esquema de sistema de controle de foco usando um Hexapod.....	25
Figura 3.1 – Plataforma de Stewart.....	32
Figura 3.2 – Configurações da Plataforma de Stewart.....	33
Figura 3.3 – Configuração cúbica da Plataforma de Stewart.....	34
Figura 3.4 – Posicionamento dos sistemas de coordenadas.....	34
Figura 3.5 – Vista de topo da Plataforma de Stewart.....	37
Figura 3.6 – Distância do vértice do cubo ao centro de massa da plataforma móvel.....	37
Figura 3.7 – Ângulo dos atuadores com a horizontal.....	39
Figura 3.8 – Diagrama vetorial do <i>i</i> -ésimo atuador.....	41
Figura 3.9 – Esforços atuantes no cilindro 5.....	45
Figura 3.10 – Esforços na seção transversal do atuador.....	46
Figura 4.1 – Esquema construtivo do centro de uma válvula com carretel.....	48
Figura 4.2 – Curvas de vazão-pressão para os diversos tipos de centros.....	48
Figura 4.3 – Carretel de uma válvula de quatro vias com sobreposição crítica...	49
Figura 4.4 – Curvas de pressão-vazão de uma válvula de sobreposição crítica, quatro vias, orifícios iguais e simétricos.....	51
Figura 4.5 – Cilindro hidráulico.....	57
Figura 5.1 – Cilindro hidráulico na posição neutra (unidade: mm).....	70
Figura 5.2 – Modelo do cilindro hidráulico e da fixação (unidade: mm).....	71
Figura 5.3 – Posicionamento das juntas na Plataforma de Stewart.....	72
Figura 5.4 – Vistas da Plataforma de Stewart com configuração cúbica modelada no <i>ADAMS</i> <sup>®</sup> .....	73
Figura 6.1 – Sistema de controle seguidor.....	77
Figura 7.1 – Sistema de controle seguidor.....	82

Figura 7.2	– Diagrama esquemático do servocontrole de pressão.....	84
Figura 7.3	– Diagrama de blocos do servocontrole de pressão.....	84
Figura 7.4	– Curvas de pressão-vazão de uma servoválvula usando: (a) realimentação de posição; (b) realimentação de pressão.....	85
Figura 7.5	– Modelo do servocontrole de pressão.....	85
Figura 7.6	– Diagrama de blocos do servo controle de pressão.....	86
Figura 7.7	– Diagrama de blocos da servoválvula com controle de pressão modelo 15-010 fabricada pela MOOG (2002).....	86
Figura 7.8	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10,$ $-11)\}$ .....	90
Figura 7.9	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10,$ $-11)\}$ .....	91
Figura 7.10	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10,$ $-11)\}$ .....	92
Figura 7.11	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9,$ $-10, -11)\}$ .....	93
Figura 7.12	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25,$ $-26)\}$ .....	94
Figura 7.13	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25,$ $-26)\}$ .....	95
Figura 7.14	– Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24,$ $-25, -26)\}$ .....	96

Figura 7.15 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 97

Figura 7.16 – Sistema seguidor com a dinâmica do sistema hidráulico e o servocontrole de pressão..... 98

Figura 7.17 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 100

Figura 7.18 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 101

Figura 7.19 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 102

Figura 7.20 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 103

Figura 7.21 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 104

Figura 7.22 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 105

Figura 7.23 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 106

Figura 7.24 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{BK}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ ..... 107

- Figura 7.25 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 108
- Figura 7.26 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 109
- Figura 7.27 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 110
- Figura 7.28 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 111
- Figura 7.29 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 112
- Figura 7.30 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 113
- Figura 7.31 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 114
- Figura 7.32 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ ..... 115

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1 – Amplitude de movimento do protótipo.....	7
Tabela 2.2 – Vantagens e desvantagens dos Sistemas de Controle de Foco.....	24
Tabela 3.1 – Características dos manipuladores industriais (tipo esférico, massa do robô e capacidade de carga em kg, repetibilidade em mm)...	28
Tabela 3.2 – Coordenadas cartesianas das juntas esféricas.....	35
Tabela 3.3 – Coordenadas cartesianas das juntas universais.....	36
Tabela 3.4 – Posição e orientação dos atuadores.....	39
Tabela 3.5 – Cálculo das parcelas da Fórmula de Grübler a partir dos componentes da Plataforma de Stewart.....	40
Tabela 5.1 – Características do cilindro hidráulico.....	71
Tabela 5.2 – Propriedades de inércia e massa.....	72
Tabela 5.3 – Autovalores do modelo linear.....	75
Tabela 7.1 – Parâmetros nominais da servoválvula e do servocontrole de pressão.....	87

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  - Matriz de estados.
- $A_{c1}$  - Área de comando do carretel [in<sup>2</sup>].
- $A_{f2}$  - Área final de realimentação do carretel [in<sup>2</sup>].
- $A_n$  - Área frontal do bocal [in<sup>2</sup>].
- $A_p$  - Área da coroa do pistão [m<sup>2</sup>].
- $A_1, A_2, A_3, A_4$  - Áreas dos orifícios da servoválvula [m<sup>2</sup>].
- ${}^A a_i$  - Posição de fixação da junta esférica  $i$  no ponto  $A_i$  na plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas {A} [mm].
- $a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}$  - Coordenadas em  $x, y$  e  $z$ , respectivamente da posição de fixação da  $i$ -ésima junta esférica [mm].
- $B$  - Matriz de entrada ou de controle.
- $B$  - Coeficiente de amortecimento viscoso [N.s/m].
- $b$  - Projeção do comprimento  $l$  do atuador na horizontal [mm].
- ${}^A b_i$  - Posição de fixação da junta esférica  $i$  no ponto  $B_i$  na plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas {B} [mm].
- $b_{ix}, b_{iy}, b_{iz}$  - Coordenadas em  $x, y$  e  $z$ , respectivamente da posição de fixação da  $i$ -ésima junta universal [mm].
- ${}^B b_o$  - Vetor posição da origem do sistema de coordenadas {A} em relação à {B} [mm].
- $C$  - Matriz de saída.

- $C_d$  - Coeficiente de descarga.
- $C_{ep}$  - Coeficiente de vazamento externo do cilindro [ $m^3 \cdot Pa/s$ ].
- $C_{ip}$  - Coeficiente de vazamento interno do cilindro [ $m^3 \cdot Pa/s$ ].
- $C_{tp}$  - Coeficiente de vazamento total do cilindro [ $m^3 \cdot Pa/s$ ].
- $D$  - Matriz de transmissão direta
- $d_c$  - Diagonal do cubo formado pelos cilindros da Plataforma de Stewart [mm].
- $d_{cc}$  - Distância de  $R_{uy}$  a  $P_{cc}$  [mm].
- $d_{hc}$  - Distância de  $R_{uy}$  a  $P_{hc}$  [mm].
- ${}^B d_i$  - Vetor comprimento do  $i$ -ésimo atuador.
- $E$  - Matriz de saída relativa às saídas controláveis.
- $Ec$  - Tensão de comando do servocontrole [V].
- $Ef$  - Tensão de realimentação da pressão [V].
- $Es$  - Tensão de alimentação do comparador [V].
- $F$  - Matriz de saída relativa às saídas não controláveis.
- $F$  - Força arbitrária aplicada sobre o cilindro [N].
- $F_p$  - Força desenvolvida pelo cilindro [N].
- $f_i$  - Número de graus de liberdade associado a  $i$ -ésima junta.
- $h_{ps}$  - Altura que a plataforma móvel fica do sistema de coordenadas global [mm].
- $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  - Momentos de inércia baricentrais em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente [ $kg \cdot mm^2$ ].
- $i$  - Corrente de entrada da servoválvula [mA].
- $K_a$  - Rigidez do atuador e do sistema de comando; incluindo a rigidez mecânica e o efeito mola do óleo  $4\beta_e A_p^2 / V_t$  [N/m].
- $K_B$  - Gradiente de força [lb/in].
- $K_c$  - Coeficiente de vazão-pressão [ $m^3/s/Pa$ ].
- $K_f$  - Rigidez da armadura/palheta [in.lbf/rad].

$K_{fp}$	- Ganho do sensor de pressão [V/psi].
$K_{ii}$	- Ganho do integrador do servocontrole.
$K_p$	- Sensibilidade de pressão.
$K_{pp}$	- Ganho proporcional do servocontrole.
$K_{pq}$	- Coeficiente de vazamento ( $K_c + C_{tp}$ ) [cis/psi].
$K_q$	- Coeficiente de vazão [ $m^3/s/m$ ].
$K_{ql}$	- Ganho de vazão do amplificador hidráulico [cis/rad].
$K_s$	- Rigidez da estrutura de fixação do atuador [N/m].
$K'_t$	- Rigidez total do sistema servoválvula e cilindro hidráulico [N/m].
$K_t$	- $K'_t / A_p^2$ [N/s].
$K_{ta}$	- Ganho da placa de aquisição [V/Pa].
$K_{tm}$	- Ganho do motor de torque [in.lbf/mA].
$K_1, K_2$	- Matrizes de ganhos do controle seguidor.
$k_m$	- Constante de força de mola [N/m].
$l$	- Comprimento do atuador na posição neutra [mm].
$l_i$	- Comprimento do <i>i-ésimo</i> atuador [mm].
$l_n$	- Braço de momento para os bocais [ $in^2$ ].
$M_c$	- Matriz de controlabilidade.
$M_t$	- Massa total do cilindro e carga [kg].
$m$	- Número de entradas.
$n$	- Número de estados.
$n_e$	- Números de elos do mecanismo.
$n_j$	- Número total de juntas do mecanismo.
$Pa / psi$	- Conversão de psi para Pa.
$P_{cc}$	- Peso do corpo do cilindro hidráulico [N].
$P_{hc}$	- Peso da haste do cilindro hidráulico [N].
$P_L$	- Pressão de carga [Pa].



$P_o$	- Pressão de retorno [Pa].
$P_{pm/6}$	- Peso de um sexto da plataforma móvel [N].
$P_s$	- Pressão de alimentação [Pa].
$P_1$	- Pressão na câmara 1 [Pa].
$P_2$	- Pressão na câmara 2 [Pa].
$p$	- Número de saídas.
$Q$	- Vazão da servoválvula [cis].
$Q_{hl}$	- Vazão do amplificador hidráulico para posicionar o carretel [cis].
$Q_L$	- Diferença de vazão nas câmaras [m <sup>3</sup> /s].
$Q_s$	- Vazão de entrada [m <sup>3</sup> /s].
$Q_1$	- Vazão na câmara 1 [m <sup>3</sup> /s].
$Q_2$	- Vazão na câmara 2 [m <sup>3</sup> /s].
$q_1$	- Deslocamento longitudinal ${}^B(C_{id} y_{cm})$ da haste do cilindro 1 [mm].
$q_2$	- Deslocamento lateral ${}^B(C_{id} x_{cm})$ da plataforma móvel [mm].
$q_3$	- Deslocamento lateral ${}^B(C_{id} z_{cm})$ da haste do cilindro 2 [mm].
$q_4$	- Deslocamento longitudinal ${}^B(C_{id} y_{cm})$ da haste do cilindro 3 [mm].
$q_5$	- Deslocamento lateral ${}^B(C_{id} z_{cm})$ da haste do cilindro 5 [mm].
$q_6$	- Deslocamento longitudinal ${}^B(C_{id} y_{cm})$ da haste do cilindro 6 [mm].
${}^B_A R$	- Matriz de cossenos diretores.
$R_a$	- Reação axial causada pela contenção do óleo no atuador [N].
$R_{ez}, R_{uz}, R_{vy}$	- Reações nas juntas da Plataforma de Stewart [N].
$R_i$	- Reação transversal da junta de translação [N].
$r$	- Comando de entrada.
$r_{12}, \dots, r_{33}$	- Elementos da matriz de cossenos diretores.
$T$	- Torque na armadura/palheta [in.lbf].
$t$	- Tempo [s].
$u$	- Vetor ação de controle.

- $u_1$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 1 [mm/s].
- $u_2$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dx_{cm}/dt))$  da plataforma móvel [mm/s].
- $u_3$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dz_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 2 [mm/s].
- $u_4$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 3 [mm/s].
- $u_5$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dz_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 5 [mm/s].
- $u_6$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 6 [mm/s].
- $V_t$  - Volume total sob compressão em ambas as câmaras [m<sup>3</sup>].
- $V_{01}, V_{02}$  - Volume inicial na câmara anterior e posterior respectivamente [m<sup>3</sup>].
- $V_1, V_2$  - Volume da câmara anterior e posterior respectivamente [m<sup>3</sup>].
- $w$  - Gradiente de área [m<sup>2</sup>/m].
- $w$  - Vetor das saídas controláveis.
- $x$  - Vetor de estados do modelo linear da Plataforma de Stewart.
- $x$  - Coordenada  $x$  do vetor posição desejada da Plataforma de Stewart [mm].
- $x_v$  - Deslocamento do carretel da servoválvula [m].
- $x_1$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 1 [mm/s].
- $x_2$  - Deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id}y_{cm})$  da haste do cilindro 1 [mm].
- $x_3$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dx_{cm}/dt))$  da plataforma móvel [mm/s].
- $x_4$  - Deslocamento lateral  ${}^B(C_{id}x_{cm})$  da plataforma móvel [mm].
- $x_5$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dz_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 2 [mm/s].
- $x_6$  - Deslocamento lateral  ${}^B(C_{id}z_{cm})$  da haste do cilindro 2 [mm].
- $x_7$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 3 [mm/s].

- $x_8$  - Deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id} y_{cm})$  da haste do cilindro 3 [mm].  
 $x_9$  - Velocidade lateral  ${}^B(C_{id} (dz_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 5 [mm/s].  
 $x_{10}$  - Deslocamento lateral  ${}^B(C_{id} z_{cm})$  da haste do cilindro 5 [mm].  
 $x_{11}$  - Velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id} (dy_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 6 [mm/s].  
 $x_{12}$  - Deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id} y_{cm})$  da haste do cilindro 6 [mm].  
 $y$  - Coordenada  $y$  do vetor posição desejada da Plataforma de Stewart [mm].  
 $z$  - Coordenada  $z$  do vetor posição desejada da Plataforma de Stewart [mm].  
 $z$  - Vetor de estados do controle seguidor.  
 $\alpha, \beta, \gamma$  - Ângulos de Euler Z-Y-X [graus].  
 $\beta_e$  - Módulo de elasticidade efetivo do óleo (*bulk modulus* efetivo do óleo) [Pa].  
 $\Delta P_1$  - Pressão diferencial do amplificador hidráulico [psi]  
 $\delta(t)$  - Entrada função do tempo.  
 $\theta$  - Ângulo que o atuador forma com a horizontal [graus].  
 $\theta'$  - Complemento do ângulo  $\theta$  [graus].  
 $A_i$  - Ângulo entre  $AA_i$  e  $z_A$  [graus].  
 $\lambda_i$  - Ângulo entre  $BB_i$  e  $z_B$  [graus].  
 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+m}$  - Autovalores [rad/s].  
 $v$  - Conjunto de autovetores.  
 $v_1, v_2, \dots, v_{n+m}$  - Autovetores.  
 $\sigma$  - Conjunto de autovalores.

## RESUMO

MONTEZUMA, M.A.F. (2003). *Modelagem e controle de posição e orientação de uma plataforma de Stewart*. São Carlos, 2003. 124p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho apresenta o controle de posição e orientação de um modelo não linear de Plataforma de Stewart com seis graus de liberdade construído no ambiente de sistemas multicorpos *ADAMS*<sup>®</sup> desenvolvido pela *Mechanical Dynamics, Inc.*. O modelo não linear é exportado para o ambiente *SIMULINK*<sup>®</sup> desenvolvido pela *MathWorks, Inc.*, onde o controle de posição e orientação é realizado a partir da linearização do modelo e a aplicação de um sistema seguidor com realimentação de estados. Utiliza-se, também o *SIMULINK*<sup>®</sup> para implementar a dinâmica de um sistema servoválvula e cilindro hidráulico com um servocontrole de pressão e assim simular o comportamento dinâmico de um simulador de vôo com acionamento hidráulico. A utilização destes pacotes comerciais visa obter uma economia de tempo e esforço na modelagem de sistemas mecânicos complexos e na programação para obtenção da resposta do sistema no tempo, além de facilitar a análise de várias configurações de Plataformas de Stewart.

Palavras-chave: controle multivariáveis; modelagem dinâmica; plataforma de Stewart; sistema de controle seguidor; sistema hidráulico; servoválvula.

**ABSTRACT**

MONTEZUMA, M.A.F. (2003) *Modeling and position and orientation control of a Stewart platform*. São Carlos, 2003, 124p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work shows the position and orientation control of a non-linear model of a Stewart platform with six degree of freedom developed in the multibody systems environment *ADAMS*<sup>®</sup> (*Mechanical Dynamics, Inc.*). The non-linear model is exported to *SIMULINK*<sup>®</sup> (*MathWorks, Inc.*), where the position and orientation control is accomplished using the linear model and applied as a tracking-system with state-feedback. The *SIMULINK*<sup>®</sup> is also used to implement the dynamics of the servovalve and hydraulic cylinder with pressure-control servo and so simulate the dynamic behavior of the flight simulator with hydraulic drive. These commercial packages are used seeking to save time and effort in the modeling of complex mechanical systems and in the programming to get the time response of the system, facilitating the analysis of several Stewart Platforms configurations.

Keywords: multivariable control; modeling dynamics; Stewart platform; tracking systems; hydraulic systems; servovalve.

## Capítulo 1

### INTRODUÇÃO

Manipuladores de cadeia cinemática fechada que incluem duas plataformas acopladas por seis atuadores lineares em paralelo, cuja variação de comprimento produz o movimento de uma plataforma em relação à outra, são classificados como manipuladores baseados na Plataforma de Stewart (NGUYEN et al., 1993). O desenvolvimento do mecanismo acima proposto por STEWART (1965) no projeto de um simulador de vôo foi motivado por desvantagens apresentadas pelo manipulador de cadeia cinemática aberta cujos elos e juntas são acionadas em série (NGUYEN et al., 1993). A variação do comprimento dos atuadores altera um *end-effector* unido à plataforma móvel que pode se movimentar com seis graus de liberdade obtendo a configuração desejada (posição e orientação) (GENG et al., 1992). Além de possuir alta rigidez mecânica, alcança-se uma maior acuracidade na posição e no movimento devido aos erros nos atuadores não serem acumulativos (GENG et al., 1992 e LEBRET et al., 1993). Muitas variantes da plataforma de Stewart têm sido investigadas; a maioria delas possui seis atuadores lineares com diferentes combinações de fixação dos atuadores nas plataformas (BEN-HORIN et al., 1998).

Utiliza-se uma configuração com duas plataformas triangulares iguais. Sendo os atuadores ligados à plataforma móvel através de seis juntas esféricas e à estacionária por seis juntas universais. A configuração utilizada é conhecida como plataforma cúbica, pois os atuadores ficam posicionados como arestas de um cubo.

Embora muitas das pesquisas na literatura tenham direcionado seus esforços para cinemática, dinâmica e projetos de mecanismos baseados na Plataforma de

Stewart, pouca atenção tem sido dada ao problema de controle desse tipo de manipulador (NGUYEN et al., 1993).

Comparados com a vasta literatura de cinemática da Plataforma de Stewart, os estudos de dinâmica são relativamente poucos (DASGUPTA & MRUTHYUNJAYA, 2000). Importantes contribuições podem ser encontradas em FICHTER (1986) que são aplicáveis se a inércia dos atuadores e o atrito nas juntas forem desprezados. Além de outros trabalhos como NGUYEN & POORAN (1989), GENG et al. (1992) e JI (1994) que também realizaram estudos sobre modelos dinâmicos. Com isso percebe-se o grau de dificuldade de se obter um modelo capaz de simular o comportamento dinâmico da plataforma.

O objetivo deste trabalho é modelar uma Plataforma de Stewart usando-se um software de modelagem de Sistemas Multicorpos (MBS – *Multibody Systems*) e aplicar a este um controle de posição e orientação utilizando espaço de estados.

Em estudos de engenharia a palavra modelo possui dois significados principais: um está associado aos modelos físicos construídos em escala e o outro está associado aos modelos matemáticos utilizados na descrição das relações e leis físicas que regem o comportamento de um dado sistema. O modelo físico se apresenta como um arranjo similar à situação real, construído de acordo com leis e escalas apropriadas, tal que o modelo funcione de forma similar ao objeto real em estudo. Por modelo matemático se entende o processo de descrever o sistema real em termos matemáticos, isto é, equações matemáticas que correspondam aos princípios e as leis físicas que regem o comportamento do sistema que se deseja analisar (SILVA, 1999).

Implementações computacionais no campo de simulação de sistemas multicorpos permitindo desenvolver, testar, alterar e otimizar o desempenho de sistemas mecânicos submetidos a grandes deslocamentos é conhecida como “prototipagem virtual”. Mas esta poderosa técnica não elimina a construção de protótipos reais. O uso desta tecnologia reduz o tempo e custos nos inúmeros testes realizados nos protótipos reais. Constrói-se o protótipo real com o intuito de validar os resultados da simulação.

São utilizados dois modelos da plataforma de Stewart gerados a partir do software de modelagem dinâmica *ADAMS*<sup>®</sup>. Um linear e um não linear apresentando ambos seis entradas que são as forças nos atuadores e doze saídas, onde seis são os deslocamentos dos atuadores e as outras seis as derivadas desses deslocamentos.

O modelo não linear é utilizado para simular o comportamento da plataforma real e testar a eficiência do controle em torno do ponto de linearização.

## 1.1 Organização do Trabalho

O segundo capítulo trata da revisão da literatura relacionada às várias aplicações de Plataforma de Stewart e dos sistemas de controle utilizados. Dando uma idéia da versatilidade e vantagens de se utilizar robôs paralelos e quais tipos de sistemas de controle são usados em determinadas aplicações.

No terceiro capítulo faz-se uma introdução à teoria de robôs e uma análise dos pontos positivos e negativos entre robôs paralelos e seriais. Uma análise dimensional e a determinação das relações trigonométricas entre as várias partes integrantes da plataforma. Desenvolve-se uma análise sobre a cinemática inversa que relaciona a posição e orientação do *end-effector* com os deslocamentos dos atuadores. Realiza-se o cálculo para determinação do número de graus de liberdade do sistema já que para cadeias cinemáticas fechadas isto nem sempre é obvio. Faz-se uma análise estática para determinar a força necessária para manter a plataforma na sua posição inicial, sendo este valor usado como condição inicial para a força de ação de controle.

O quarto capítulo trata da modelagem matemática dos componentes de um sistema hidráulico, dos aspectos teóricos envolvidos e do funcionamento dos mesmos.

No quinto capítulo trata da utilização e de aspectos da técnica de Sistemas Multicorpos (MBS – *Multibody Systems*) implementadas em um pacote de programas comerciais. Introdução de alguns conceitos sobre modelagem matemática, características das análises realizadas pelo *ADAMS*<sup>®</sup> e características inerciais e dimensionais do modelo adotado.



No sexto capítulo aplica-se uma técnica de controle com atribuição de autoestrutura completa através de um sistema seguidor com realimentação de estados.

No sétimo capítulo faz-se a implementação da dinâmica do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão utilizando-se o *SIMULINK*<sup>®</sup> e realizam-se as simulações a partir das entradas desejadas com a finalidade de analisar o comportamento dinâmico do conjunto formado pelo modelo não linear da Plataforma de Stewart, pelo modelo do sistema hidráulico e o servocontrole de pressão e pelo sistema de controle multivariáveis.

No oitavo capítulo apresentam-se as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

### REVISÃO DA LITERATURA

Apresentam-se a seguir, através de uma revisão analítica, os diversos desenvolvimentos relativos a sistemas de controle aplicados à Plataforma de Stewart e às diversas aplicações da plataforma. Neste trabalho discute-se, também, o desenvolvimento do modelo de uma Plataforma de Stewart para simulação de movimento.

As principais metas são as de revisar o conhecimento existente na área e analisar como o assunto tem sido abordado até o presente momento. Embora muitos pesquisadores na literatura tenham dedicado extenso esforço à modelagem da cinemática, dinâmica e ao projeto de mecanismos de manipuladores de cadeia cinemática fechada, como pode-se observar na literatura em geral e nos trabalhos de ADVANI & BAARSPUL (1992); DO & YANG (1988); FICHTER (1986); GENG & HAYNES (1991); GENG et al (1992); KOEKEBAKKER et al (1996); KOSUGE et al (1993); NANUA et al (1990); NGUYEN & POORAN (1989); NGUYEN et al (1991a); NGUYEN et al (1991b); ZANG & SONG (1991), pouca atenção tem sido dada ao problema do controle deste tipo de mecanismo.

O primeiro a utilizar um mecanismo com seis graus de liberdade, com a configuração hoje conhecida como Plataforma de Stewart foi Gough em 1962 (STEWART, 1965), para teste em pneus (Figura 2.1). Stewart depois modificou este mecanismo e aplicou-o em um simulador de voo em 1965. Devido à complexidade na dinâmica e cinemática da Plataforma de Stewart o seu uso ficou restrito aos simuladores de voo por muito tempo, o esforço computacional envolvido no controle é muito grande, graças às não-linearidades e acoplamentos apresentados pela estrutura da plataforma. Devido aos recentes avanços na tecnologia de micromcomputadores, microcontroladores, *softwares* e materiais as dificuldades

computacionais têm sido superadas. Agora é possível controlar estruturas paralelas em tempo real por equipamentos relativamente baratos (SILFHOUT, 1999).

FICHTER (1986) mostrou em seu trabalho, um estudo teórico das equações necessárias na formulação cinemática e dinâmica, para serem usadas em uma Plataforma de Stewart como um robô manipulador e também considerações práticas na construção de uma plataforma alocada na *Oregon State University*.

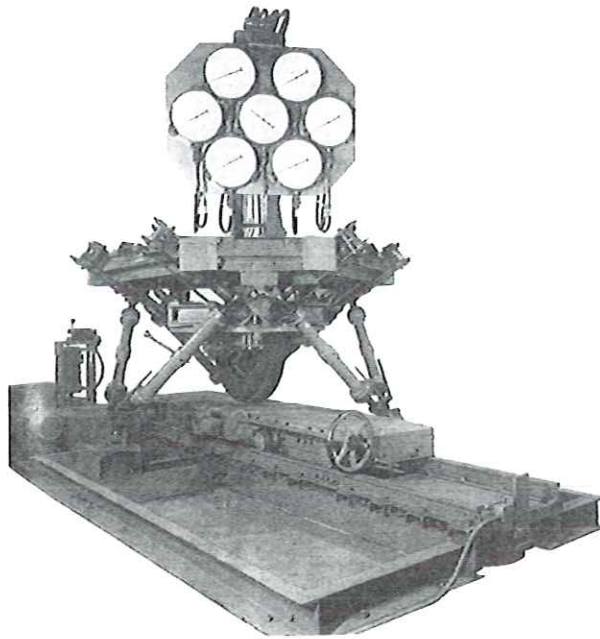


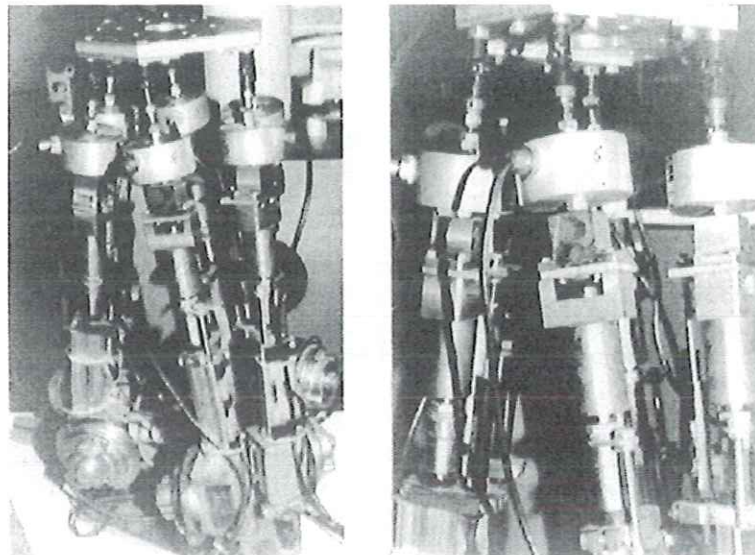
Figura 2.1 – Máquina de testes de pneus (STEWART, 1965).

MERLET (1988) realizou um controle em um protótipo de um manipulador paralelo desenvolvido pelo *INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique)* possuindo uma configuração de Plataforma de Stewart (Figura 2.2). Esta estrutura permite obter alta capacidade de posicionamento e é adequada para controle por realimentação de força. Os atuadores possuem acionamento elétrico, os deslocamento das pernas são medidos com um preciso potenciômetro linear e extensômetros são usados para medir a força axial em cada perna. A amplitude do movimento do protótipo é apresentado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Amplitude de movimento do protótipo.

$x$	$y$	$z$	$\psi$	$\theta$	$\phi$
$\pm 6$ cm	$\pm 6$ cm	0-2 cm	$\pm 55^\circ$	$\pm 15^\circ$	$\pm 55^\circ$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  são posições do centro de massa da plataforma móvel e  $\psi$ ,  $\theta$  e  $\phi$  os seus ângulos de Euler de orientação. No controle foi utilizado um sistema híbrido de força e posição e conseguiu-se uma acuracidade de 10  $\mu\text{m}$  sem carga e 60  $\mu\text{m}$  com uma carga de 6 kg, sendo a capacidade máxima de 100 Kg (MERLET, 2000). A altura do protótipo é de 51 cm e o peso é de 11 kg.

Figura 2.2 – Protótipo desenvolvido pelo *INRIA* (MERLET, 2000).

Um robô manipulador baseado em duas Plataformas de Stewart acionadas por motores de passo acoplados a fusos foi desenvolvida por NGUYEN et al. (1991b) (Figura 2.3), sendo acoplada à plataforma escrava uma garra manipuladora. Os dados experimentais do trabalho mostram a capacidade da plataforma escrava de descrever uma trajetória planejada, em linha reta, com um erro de regime insignificante segundo os autores. Eles não comentam o esquema de controle para cada plataforma.

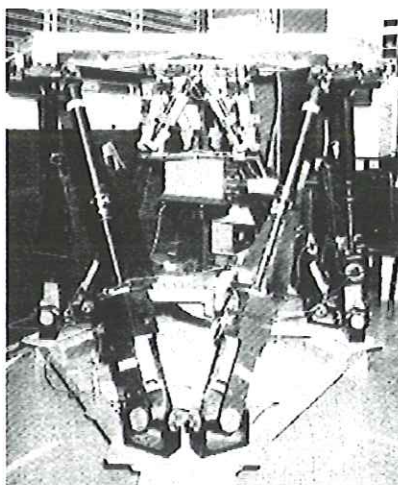


Figura 2.3 – Robô manipulador baseado em uma Plataforma de Stewart (NGUYEN et al., 1991b).

O Sistema de Emulação de Veículos (*Vehicle Emulation System – VES*) desenvolvido pelo MIT (*Massachusetts Institute of Technology*), segundo DURFEE et al. (1991), é um equipamento projetado para facilitar o estudo de controle de robôs fixados em bases móveis. O controle de força e posicionamento do *end-effector* para manipuladores sob estas condições necessitava do desenvolvimento de uma nova teoria e de testes para verificação dos resultados teóricos através de experimentação. O *VES* é uma plataforma com seis graus de liberdade, com controle de posicionamento que simula os movimentos de um veículo. Na segunda versão do sistema *VES (VES I)*, um manipulador é fixado no topo da plataforma em série com um sensor de força de seis graus de liberdade (Figura 2.4). O posicionamento dos atuadores é realizado através de um sistema de controle PD que tem como entrada de referência a posição desejada do atuador. HOOTSMANS et al. (1992b) mostram que várias formas de aprimoramento foram realizadas nesse sistema, tanto na parte de sensoriamento, quanto em termos de algoritmo de controle. Na prática seria difícil o sensoriamento do *end-point* em todos os seis graus de liberdade da trajetória com grandes movimentos em todo o campo de ação. Então, dois algoritmos de controle, o *Mobile Manipulator Jacobian Transpose (MMJT)* e o *Mobile Manipulator Resolved Rate (MMRR)*, foram desenvolvidos não confiando no sensoriamento do *end-point*, mas utilizando sensores de movimento no veículo. Um sensor ultrasônico mede o movimento vertical e dois sensores de inclinação (*inclinometers*) medem os ângulos

de arfagem e rolagem. Esses algoritmos mostraram bom desempenho na simulação sendo superiores aos controladores PD.

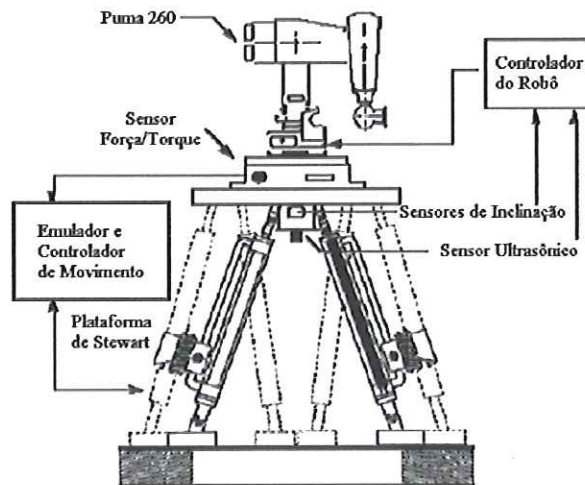


Figura 2.4 – Robô Puma 260 montado no Sistema Emulador de Veículo (HOOTSMANS et al., 1992a).

No trabalho de NGUYEN et al. (1993) é apresentado o projeto de um controle adaptativo para um manipulador baseado na Plataforma de Stewart instalado em um robô para simular operações no espaço. Este mecanismo está montado no *Goddard Space Flight Center-NASA*, sendo a plataforma acionada por motores elétricos de corrente contínua. O esquema de controle é composto basicamente por controladores PD cujos ganhos são ajustados por uma lei de adaptação. Este acionamento é realizado com os sinais de erro gerados pela comparação entre a trajetória desejada do manipulador e o comprimento dos atuadores. O projeto do controle adaptativo é motivado por não linearidades na dinâmica do manipulador, erros na modelagem e mudanças bruscas nos carregamentos ao qual o robô está submetido. A lei de adaptação é baseada no conceito de controle adaptativo por modelo de referência e método direto de Lyapunov. Um estudo experimental é realizado para avaliar o desempenho do esquema da lei de controle adaptativa implementada para o manipulador. Segundo o autor os resultados apresentados mostram que o esquema de controle proporciona capacidade de seguir a trajetória desejada com desempenho melhor do que esquemas de controle com ganhos fixos, apesar do erro de regime apresentado nos ensaios.

GENG & HAYNES (1994) apresentam o estudo e os problemas de controle de uma classe de sistemas de isolamento ativo de vibração usando o conceito do mecanismo da Plataforma de Stewart como estrutura adaptativa. Neste caso a plataforma é aplicada para isolar vibrações em 6 graus de liberdade em estruturas espaciais, o projeto mostrado apresenta um protótipo de plataforma com uma configuração cúbica. Os atuadores empregados são de material magnetoestrictivo chamado de *Terfenol-D* (Figura 2.5), desenvolvido pela marinha americana. O projeto do sistema de controle é formulado com algoritmos de filtros adaptativos robustos. Os resultados discutidos pelos autores demonstram bom desempenho no controle ativo de vibração para certas frequências pré-definidas na fase experimental, demonstrando que a configuração cúbica da Plataforma de Stewart mostrou ser um dispositivo adequado na supressão de vibração.

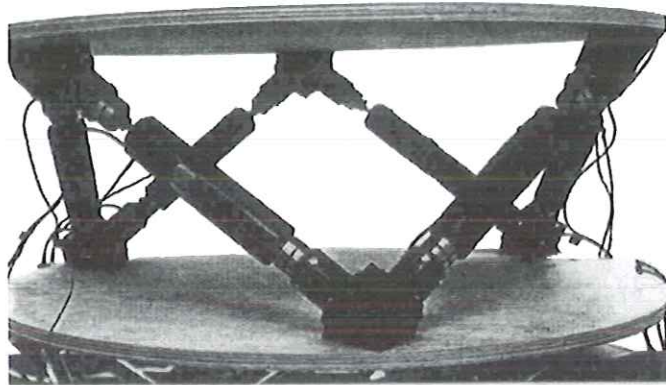


Figura 2.5 – Plataforma de Stewart como elemento ativo para isolamento de vibração de uma estrutura espacial (GENG & HAYNES, 1994).

Na *European Synchrotron Radiation Facility (ESRF)* FARJADO & BAKAIKOA (1995) utilizam um manipulador paralelo como suporte para posicionamento e orientação na instrumentação ótica de feixes de radiação síncrotron (*synchrotron radiation beamlines*) mostrado na Figura 2.6. Essa implementação é projetada para funcionar em um ambiente multitarefa. Ela é baseada em uma central de controle de processo que é acessada e comandada assincronamente (*asynchronously*) por um processador principal que na verdade é uma interface de comando. O processador de controle é encarregado dos cálculos geométricos e do controle de *hardware*. Este recebe comandos do processador principal, executa-os e retorna os resultados. Os comandos de movimentos são completados quando o

movimento é iniciado com sucesso e um código de erro zero é retornado para o processador principal. O processador de controle governa toda a movimentação, incluindo a sincronia dos atuadores quando simultaneamente recebem novos comandos do processador principal. Apesar da maior parte dos programas utilizados serem específicos para a *ESRF*, o controle que é aplicável a este tipo de manipulador paralelo é desenvolvido em linguagem C e pode ser facilmente implementado em ambiente *UNIX* ou outros sistemas operacionais que suportem compartilhamento de memória. Como este é otimizado para alta precisão de posicionamento para instrumentação ótica, inclui não somente controle de movimentos, mas também funções de calibração e alinhamento.



Figura 2.6 – Equipamento de posicionamento da *European Synchrotron Radiation Facility* ([http://www-sop.inria.fr/coprin/equipe/merlet/Photo/section3\\_4.html](http://www-sop.inria.fr/coprin/equipe/merlet/Photo/section3_4.html)).

O esquema de controle seguidor robusto (*Robust Tracking*) usado no trabalho de KANG et al. (1996), apresenta duas classes de controle robusto na presença de distúrbios para a Plataforma de Stewart. Os autores consideram o esquema de controle nas coordenadas da plataforma e outro esquema de controle nas coordenadas dos atuadores. Os esquemas mostraram características distintas um com relação ao outro. O erro de regime, mostrado pelo autor, pode ser ajustado por um escolha



apropriada nos parâmetros do esquema de controle proposto, também é discutido uma “estabilidade prática” alcançada pelo controlador.

No trabalho de KOSUGE et al. (1996) é mostrado um esquema de controle, de uma Plataforma de Stewart acionada hidraulicamente (Figura 2.7), usando um algoritmo de controle de força baseado na velocidade dos atuadores da plataforma. O esquema proposto é aplicado em uma plataforma experimental e o controle é implementado sobre um sistema de operação em tempo real. Os dados experimentais apresentados pelos autores são bons, alcançando-se as posição e força desejadas sem erro de regime mas com sobre-sinal.

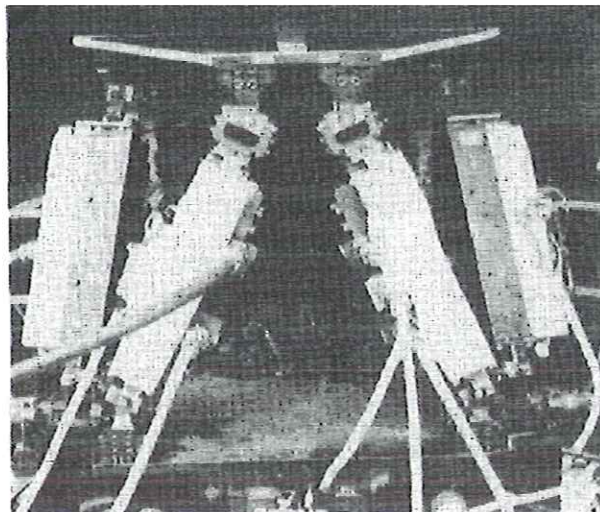


Figura 2.7 – Plataforma de Stewart experimental (KOSUGE et al., 1996).

LI & SALCUDEAN (1997) desenvolveram uma Plataforma de Stewart invertida acionada hidraulicamente (Figura 2.8), para simulação de movimento em uma pessoa apenas. Uma realimentação de pressão (*link-space pressure feedback controller*) é usada para controle de força e posição e os resultados de simulação mostram que o esquema de controle adotado apresenta bom comportamento seguindo uma trajetória desejada com pequeno erro. Os autores discutem que os resultados experimentais alcançados são bons, sem mostrá-los em seu trabalho.



Figura 2.8 – Plataforma de Stewart invertida (LI & SALCUDEAN, 1997).

Transporte de um objeto em uma plataforma móvel sempre transfere acelerações para o mesmo. Em muitos casos isso é indesejável, sendo útil a compensação. Há sistemas passivos que podem amenizar os efeitos das acelerações, no entanto, GRAF & DILLMAN (1997,1999) apresentam um sistema ativo tanto para a compensação da aceleração quanto para a rápida e precisa movimentação. Para se alcançar o objetivo, uma Plataforma de Stewart foi montada sobre um robô móvel (Figura 2.9). Usualmente uma Plataforma de Stewart é usada para gerar uma aceleração como no caso dos simuladores de vôo e dos simuladores de automóveis. Nesta aplicação o vetor aceleração do robô é invertido e mandado para um filtro *Washout* que determina os deslocamentos da plataforma dependendo do movimento do robô. Este filtro tem capacidade de manipular seis graus de liberdade. Então, todo movimento pode ser levado em conta se for captado pelos sensores de aceleração e inclinação. Segundo GRAF & DILLMAN (1997), a Plataforma de Stewart utilizada possui dimensão 1:4 comparada com o modelo original (WILLSSER 1997 *apud* GRAF & DILLMAN 1997) e é acionada por motores elétricos e fusos, ao invés de cilindros hidráulicos. Segundo os autores a plataforma alcança uma acuracidade de 10  $\mu\text{m}$  e é controlada por microprocessador.

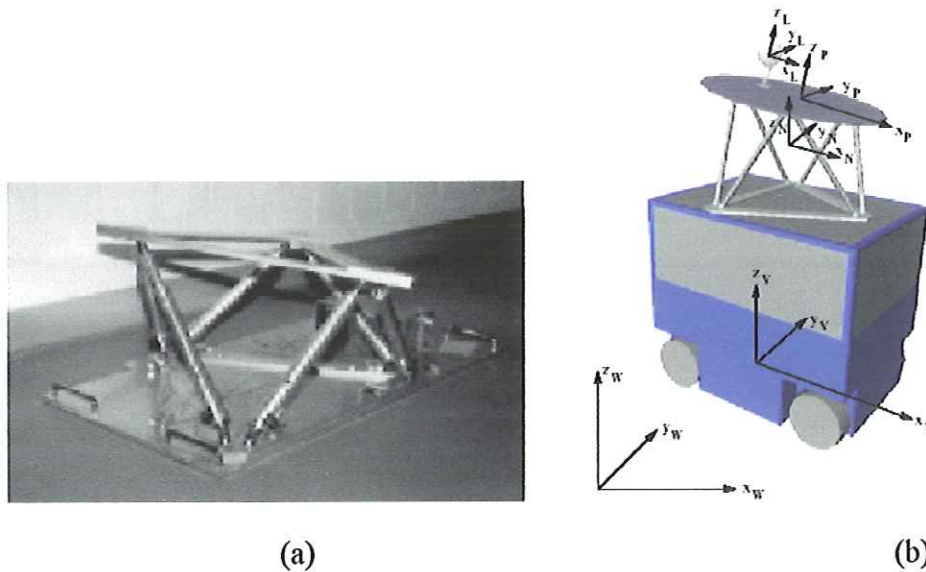


Figura 2.9 – (a) Plataforma de Stewart SPIKE (b) Sistema de coordenadas do robô móvel PRIAMOS e da SPIKE (GRAF & DILLMAN, 1999).

KIM et al. (1997) desenvolveram uma Plataforma de Stewart acionada hidraulicamente para simulação de movimentos de um automóvel como mostrado na Figura 2.10. O esquema de controle para acionamento da plataforma usa o algoritmo chamado de *Washout*, que é uma espécie de filtro. Os sinais provenientes do modelo dinâmico do veículo e da interação com a parte gráfica de um cenário são enviados para o filtro. Nos sinais de saída do filtro estão contidas as informações de velocidades angulares e acelerações lineares necessárias à simulação do movimento do veículo. Portanto, estes sinais são enviados à plataforma para acionamento dos atuadores hidráulicos. Os dados de simulação dos movimentos da plataforma apresentados pelos autores apresentam bons resultados.

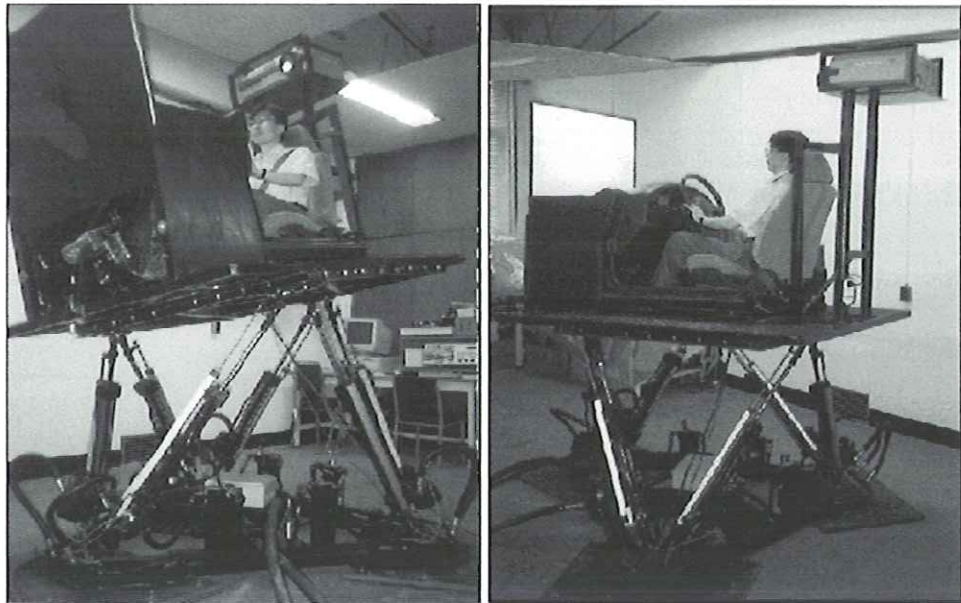


Figura 2.10 – Simulador de automóvel (KIM et al, 1997).

No trabalho de GRAF et al. (1998) é descrita uma Plataforma de Stewart para aplicações de movimento em ambientes de realidade virtual. A plataforma foi desenvolvida no centro para Arte e Mídia (ZKM) em Karlsruhe, na Alemanha, destinada a diversas aplicações. O esquema de controle é dividido em 3 partes. A primeira parte usa filtros para calcular as acelerações exigidas para a simulação de movimento. A segunda parte consiste de um regulador para o controle de posição dos atuadores, onde é calculada a cinemática inversa e direta. Na terceira parte é usado um regulador para as juntas, sendo nesta parte os comprimentos de cada atuador transformados em tensão. O autor conclui que o controle proposto tem várias vantagens para aplicações em ambiente de multimídia, mostrando que os filtros usados têm robustez e flexibilidade.

KOEKEBAKKER et al. (1998), do *International Research Institute for Simulation, motion and navigation*, em Delft, Holanda, mostram uma Plataforma de Stewart acionada hidraulicamente aplicada a um simulador de voo (Figura 2.11). Os autores apresentaram uma estrutura de controle baseado em quatro níveis (Figura 2.12), cada qual com sua especificação e relação fechada com os outros níveis, evitando um processamento pesado de informações em apenas um nível de controle ou malha de realimentação. No nível 1 está a malha de controle do sistema hidráulico. No nível 2 está o algoritmo de *Multivariable Feedback Linearization*. No

nível 3 está a malha externa de estabilização de posição e no nível 4 está o controle baseado na referência do modelo (*Reference Model Based Control*). Os sistemas de controle foram implementados sobre uma placa processadora em tempo real *DSP* (*Digital Signal Processing*) da dSpace. A placa processadora foi conectada a um sistema de movimento protótipo usado para ensaios (Figura 2.11a). A estrutura de controle foi implementada em ambiente *MATLAB/SIMULINK*<sup>®</sup> e compilada na placa DSP em código C. O desempenho do sistema de controle é discutido pelos autores. Dados experimentais colhidos da plataforma protótipo são comparados com dados gravados de uma aeronave real em vôo, e o autor conclui que o esquema de controle implementado obteve bom desempenho.

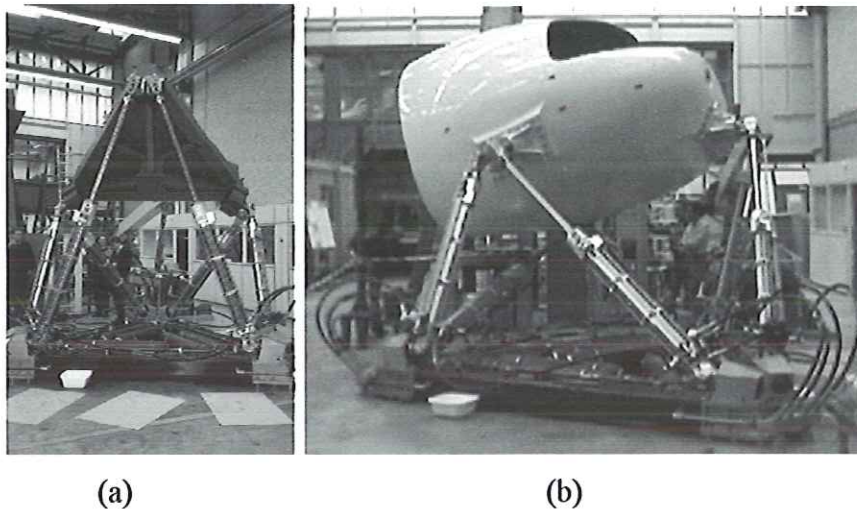


Figura 2.11 – (a) Sistema de movimento experimental (b) Simulador de vôo (KOEKEBAKKER et al., 1998).

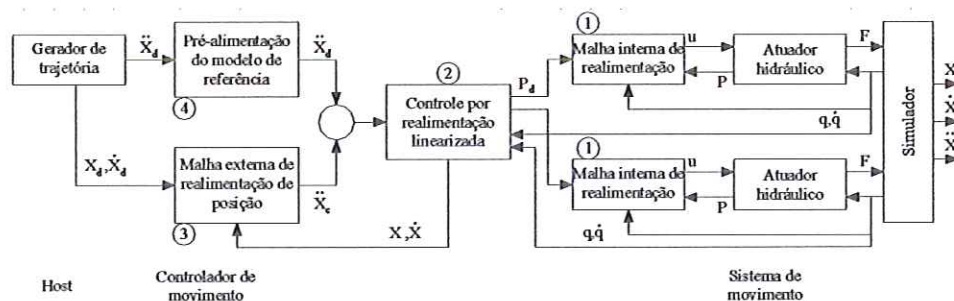


Figura 2.12 – Controle do sistema de movimento do simulador de vôo em vários níveis proposto por KOEKEBAKKER et al. (1998).

O esquema de controle chamado de *enhanced sliding mode control* apresentado por KIM & LEE (1998) é aplicado a uma Plataforma de Stewart (Figura 2.13), utilizada para geração de movimento para simulação de aeronaves e automóveis, acionada por servomotores de corrente alternada acoplados a fusos. Os dados experimentais mostrados no trabalho apresentam uma boa rejeição aos distúrbios em baixa frequência e também bom desempenho para seguir uma trajetória desejada com pequeno erro de regime.

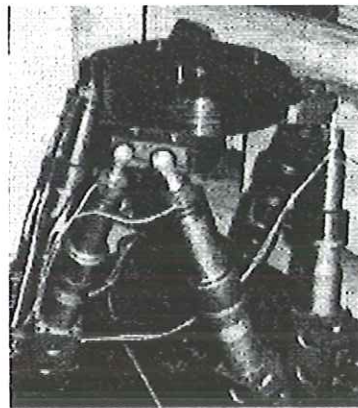


Figura 2.13 – Plataforma de Stewart para simulação de movimento (KIM & LEE 1998).

Uma Plataforma de Stewart é usada como objeto de estudo de controle no trabalho de PARK & CHO (1998). Eles utilizam um esquema de controle de impedância com variação de rigidez mostrado na (Figura 2.14). O método, segundo os autores, necessita apenas das medidas dos comprimentos, velocidades dos atuadores e forças exercidas pelo meio ambiente. O modelo da plataforma é baseado na linearização da dinâmica não-linear e supondo pequenos movimentos. Os dados de simulação mostrados e comentados pelos autores, em seu trabalho, mostram que o esquema de controle tem um grande sobre-sinal quando a plataforma é enviada a uma certa posição com pequeno erro de regime.

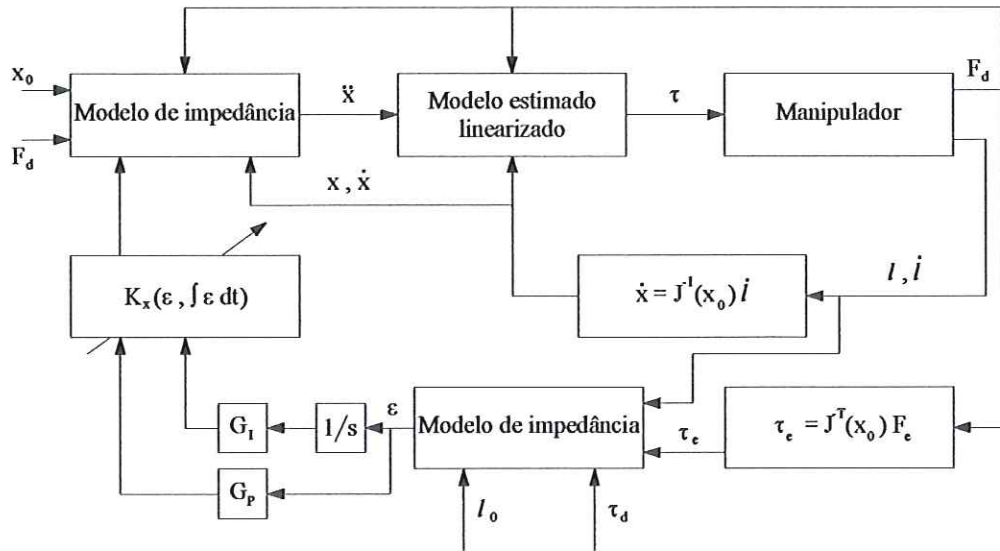


Figura 2.14 – Diagrama de blocos do sistema de controle proposto por PARK & CHO (1998).

O esquema de controle adaptativo do modelo de referência (*MRAC-Model Reference Adaptive Control*) é abordado no trabalho de CHAE et al. (1998) para um protótipo de máquina ferramenta baseada em uma Plataforma de Stewart (Figura 2.15). O controle adaptativo (Figura 2.16) é projetado para que a plataforma siga uma determinada trajetória de usinagem, com robustez, ou seja, o sistema deve ser imune às imprecisões de modelagem e aos distúrbios externos. Para cada condição de trabalho o controlador executa uma adaptação dos parâmetros para que isto ocorra. O autores executaram dois tipos de testes na plataforma. No primeiro teste a plataforma é levada a seguir uma trajetória circular, em um modo livre, ou seja, a plataforma não está executando uma usinagem. Os dados obtidos neste teste mostram robustez do controlador, pois a plataforma segue a trajetória desejada com erros muito pequenos. No segundo teste a plataforma é levada a executar uma usinagem em uma peça de Teflon, com uma trajetória circular. Os dados demonstram que o controlador mostrou-se estável mesmo na presença de distúrbios provocados pelo processo de usinagem e alcançou bons resultados.

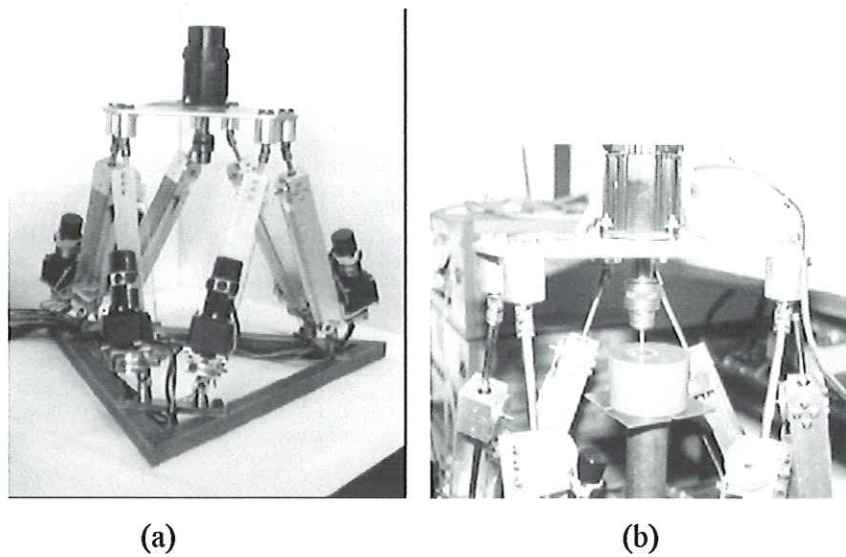


Figura 2.15 – (a) Arranjo experimental da Plataforma de Stewart (b) Processo de usinagem em uma trajetória circular (CHAE et al., 1998).

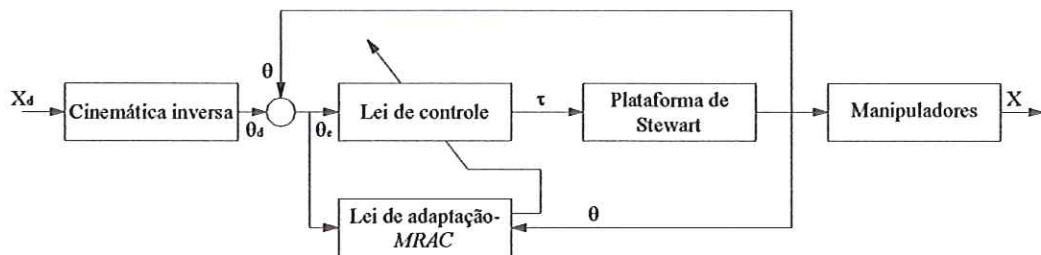


Figura 2.16 – Diagrama esquemático do controlador da Plataforma de Stewart proposto por CHAE et al. (1998).

SILFHOUT (1999) apresenta um projeto de Plataforma de Stewart atuada hidraulicamente para posicionamento com alto grau de acuracidade. A plataforma é usada como suporte para uma grande variedade de instrumentos científicos que necessitam um alinhamento estável com movimento acurado como mostra a Figura 2.17. O esquema de controle adotado para o acionamento dos atuadores hidráulicos foi o PID (proporcional-integral-derivativo). A plataforma também funciona como um isolador de vibrações com atuação ativa. Os dados abordados pelo autor, realmente, mostram uma grande acuracidade no posicionamento da plataforma com relativa rapidez. É também discutido no trabalho o excelente desempenho realizado pela plataforma como suporte para um difratômetro de raios X.



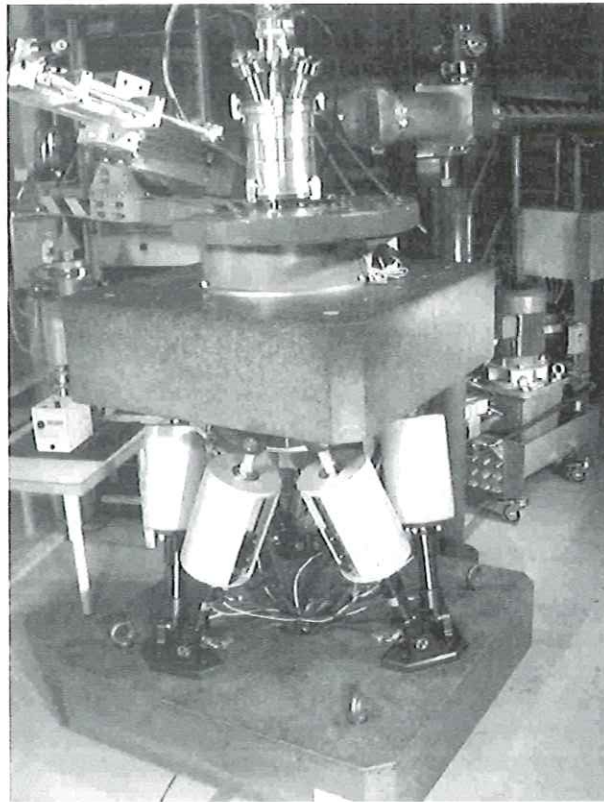


Figura 2.17 – Plataforma de Stewart equipada com um difratômetro de raio X (SILFHOUT, 1999).

Um algoritmo usando redes neurais para controle, é aplicado a uma Plataforma de Stewart como mostra PERNECHELE et al. (2000) em seu trabalho. A plataforma é utilizada para corrigir o posicionamento e a orientação, devido à flexibilidade da estrutura e distorções térmicas, de um espelho secundário de um telescópio astronômico Italiano baseado na Espanha no *European Space Observatory*. A rede neural é usada para calcular a posição e orientação da plataforma a partir dos comprimentos dos atuadores. Os resultados obtidos e discutidos pelos autores mostram que a rede neural apresenta pequenos erros de posicionamento, que segundo os autores são admissíveis para a aplicação proposta. O esquema da plataforma é semelhante ao da Figura 2.18.

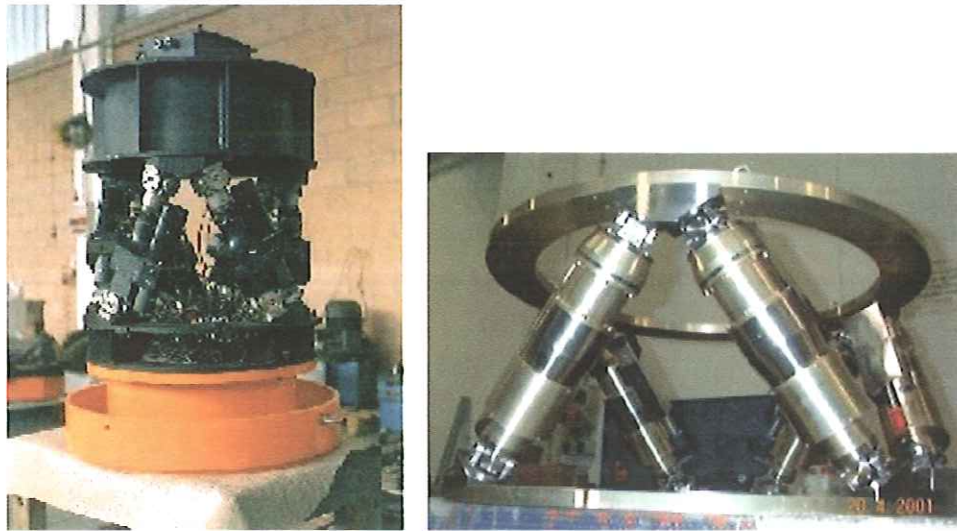


Figura 2.18 – Sistemas de posicionamento de espelhos secundários de telescópios baseados em Plataformas de Stewart (<http://www.ads-int.com>).

Algumas empresas têm experimentado sistemas baseados em manipuladores paralelos aplicados a fresadoras. A pesquisa de ABBASI et al. (2000) apresenta o desenvolvimento de um mecanismo paralelo especial aplicado à fresagem de contorno conforme mostra a Figura 2.19. A idéia principal do trabalho é aumentar a capacidade de um equipamento de usinagem não CNC a um custo menor do que a compra de um tradicional centro de usinagem com cinco eixos. Assim utilizando uma metodologia de projeto cinestática paramétrica (*parametric kinestatic design methodology*) para um mecanismo paralelo especial (Plataforma Cinestática) capacita-se uma fresadora de 3 eixos não CNC a realizar operações de fresagem de contorno semelhantes às de uma de cinco eixos. A vantagem de se utilizar uma Plataforma Cinestática é a possibilidade de realizar simultaneamente um controle preciso de força de contato e deslocamento na fresagem.

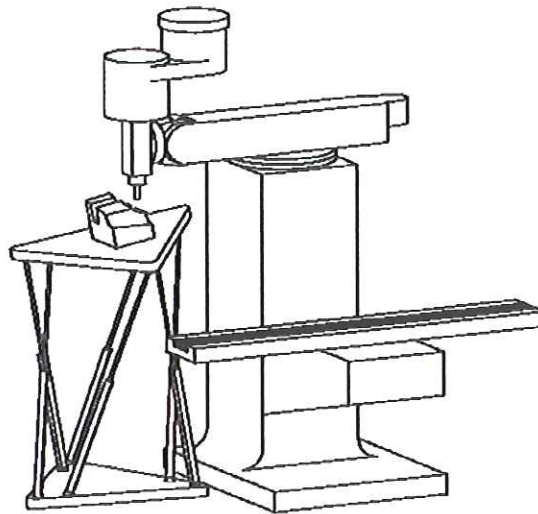


Figura 2.19 – Plataforma cinestática aplicada a fresagem de contorno (ABASSI et al., 2000).

Para controlar a plataforma utilizou-se um controle PID onde os resultados obtidos para uma entrada degrau de 0,0102 mm estão mostrados na Figura 2.20. Para este teste, os ganhos do controlador foram obtidos usando-se as regras de Ziegler-Nichols para os valores iniciais. Sobre-sinal e erro de regime foram reduzidos ajustando-se o controle, porém houve um aumento no tempo de resposta. Para corrigir tal fato ABBASI et al. (2000) sugerem uma estratégia de controle adaptativa. Conclui-se, então que o controlador PID mostrou suficiente precisão no posicionamento e a partir dos dados de simulação de movimentos, mostrou que é possível seguir a trajetória com um atraso.

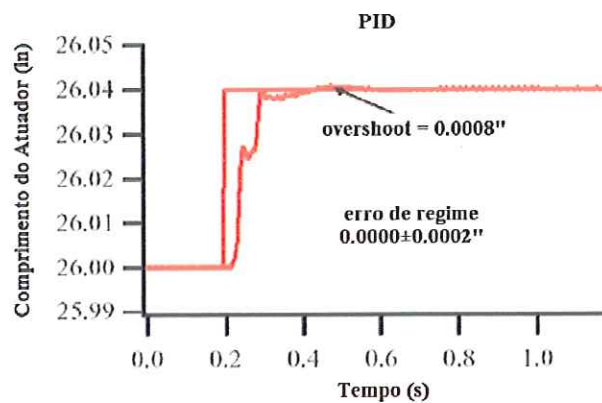


Figura 2.20 – Resposta a uma entrada degrau usando um controlador PID (ABASSI et al., 2000).

WASSON (2000), na *Thiokol Propulsion*, uma divisão da *Cordant Technologies Inc.*, a partir do conceito de propulsão térmica solar (*Solar Thermal Propulsion – STP*), usou um espelho parabólico para concentrar os raios solares como uma grande lupa e com a energia obtida aquecer um fluido como hidrogênio a alta temperatura (3000 K). O hidrogênio é então expelido através de um bocal para produzir um empuxo e movimentar uma espaçonave. Para focar a energia solar no motor vários conceitos diferentes de sistemas com 6 graus de liberdade foram usados tentando-se obter uma fina focalização por direcionamento do espelho parabólico. Estes sistemas consistiam de uma Plataforma de Stewart com atuadores lineares, um pequeno braço de robô com atuadores rotativos biaxial e um longo braço de robô com uma lente arredondada usando também atuadores rotativos biaxiais. O estudo realizado levou em conta: características cinemáticas, peso, compatibilidade térmica, custo, modos de falha, processadores e sensores requeridos, acuracidade, estabilidade e a possibilidade de se trabalhar em escala para grandes sistemas. A Tabela 2.2 mostra as vantagens e as desvantagens dos diferentes Sistemas de Controle de Foco (SCF). A Plataforma de Stewart é a mais favorável devido à sua acuracidade e rigidez (Figura 2.21).

Tabela 2.2 – Vantagens e desvantagens dos Sistemas de Controle de Foco.

Tipo de SCF	Vantagens	Desvantagens
Plataforma de Stewart (atuadores Lineares)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alta rigidez e precisão.</li> <li>• Estrutura paralela (Cinemática inversa não linear com solução <i>closed form</i>).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Todos os atuadores devem ter proteção térmica.</li> </ul>
Pequeno braço de robô (atuadores biaxiais)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atuadores menos sujeitos ao fluxo de calor.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Baixa rigidez.</li> <li>• Estrutura serial (cinemática inversa não linear requer solução iterativa).</li> </ul>
Longo braço de robô (atuadores biaxiais)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atuadores menos sujeitos ao fluxo de calor.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alto risco de desenvolvimento.</li> <li>• Baixa rigidez.</li> <li>• Estrutura serial (cinemática inversa não linear requer solução iterativa).</li> </ul>

O desenvolvimento desse sistema utilizou um conjunto de ferramentas que juntas realizaram uma rápida modelagem, construção, simulação e teste do protótipo. O *I-DEAS* da *EDS (Electronic Data Systems)* foi usado para modelagem em elementos finitos, o *ADAMS* da *MDI (Mechanical Dynamical Inc.)* foi usado para dinâmica multicorpos e o *MATRIXx* da *Wind River* para o projeto do sistema de controle e o teste experimental *hardware-in-the-loop*. O *MATRIXx* foi aplicado no projeto, fabricação e teste do sistema, indo do conceito ao teste de câmara de vácuo em 6 semanas.

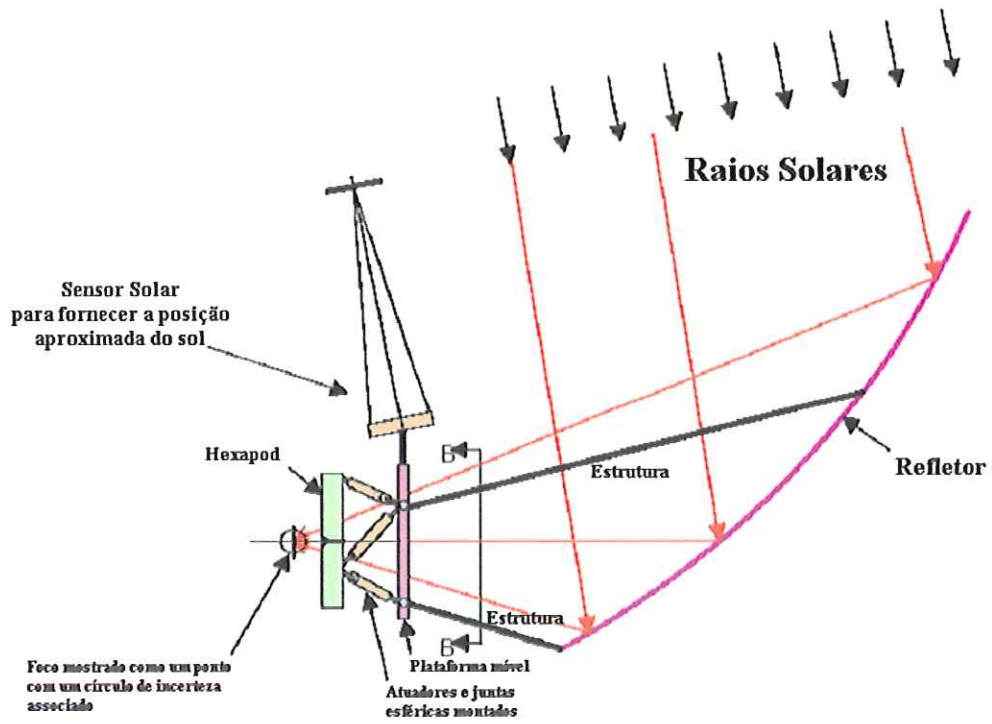


Figura 2.21 –Esquema de sistema de controle de foco usando um Hexapod (WASSON, 2000).

## Capítulo 3

### PLATAFORMA DE STEWART

#### 3.1 Introdução

Sistemas mecânicos que permitem um corpo rígido (aqui chamado *end-effector*) se mover em relação a uma base fixa desempenham um papel muito importante em inúmeras aplicações. Um corpo rígido no espaço pode se mover de várias formas, em movimentos de translação ou rotação. Esses são chamados graus de liberdade. O número total de graus de liberdade de um corpo rígido no espaço não pode exceder a seis (por exemplo, três movimentos de translação ao longo de eixos perpendiculares entre si e três movimentos de rotação em torno desses eixos). A posição e a orientação do *end-effector* pode ser descrita por coordenadas generalizadas; essas são usualmente as coordenadas de um ponto específico do *end-effector* e os ângulos que definem a sua orientação. Sendo possível controlar vários graus de liberdade, via um sistema mecânico, esse sistema pode ser chamado de robô.

Segundo MERLET (2000), nos últimos anos presencia-se um importante desenvolvimento e aumento no uso de robôs na indústria mundial, principalmente devido a sua flexibilidade. Porém, a arquitetura mecânica da maioria dos robôs mais comuns não parece adaptada a certas tarefas. Outros tipos de arquiteturas têm, por essa razão, sido estudados recentemente e estão sendo cada vez mais regularmente usados dentro da indústria mundial. Isto também é válido para os robôs paralelos (Plataforma de Stewart).

### 3.2 Características de Robôs Clássicos

Atualmente, a maioria dos manipuladores existentes apresenta um caráter antropomórfico, assemelhando-se fortemente a um braço humano (ADVANI, 1998; MERLET, 2000). Eles são constituídos de uma sucessão de corpos rígidos, sendo cada um deles ligado ao seu predecessor e ao sucessor por uma junta com um grau de liberdade, por exemplo, permitindo a rotação de um corpo rígido em torno de um eixo, ou o movimento de translação de um corpo rígido. Essa arquitetura é chamada de robô serial fazendo analogia aos sistemas elétricos. Um exemplo de um mecanismo serial é um robô esférico, aonde uma sucessão de segmentos vão da base ao *end-effector*, com cada segmento sendo ligado ao seu sucessor por uma junta de rotação. Se cada uma das  $n$  juntas é acionada, então seria possível controlar  $n$  graus de liberdade do *end-effector*.

A Tabela 3.1 enfatiza vários pontos interessantes, sendo o primeiro o valor da relação de capacidade de carga/massa do robô. Para um manipulador esférico com seis graus de liberdade essa relação é menor do que 0,1. Então, para transportar uma massa de aproximadamente 500 kg, a massa do manipulador deveria ser de aproximadamente 5 toneladas (MERLET, 2000).



Tabela 3.1 – Características dos manipuladores industriais (tipo esférico, massa do robô e capacidade de carga em kg, repetibilidade em mm) (MERLET, 2000).

Robô	Massa	Carga	Repetibilidade	Carga/massa
Acma SR 400	430	10	±0,1	0,0232
Acma YR 500	590	30	±0,2	0,0508
ABB IRB L6	145	6	±0,2	0,0414
ABB IRB200	370	10	±0,1	0,027
CM T <sup>3</sup> 646	1500	22	±0,25	0,0147
CM T <sup>3</sup> 786	2885	90	±0,25	0,0312
GMF Arc Mate	120	5	±0,2	0,0417
GMF S 10	200	10	±0,1	0,05
Hitachi M6060II	405	6	±0,2	0,0148
Hitachi M6100	410	10	±0,1	0,0243
Kuka IR 163/65	1700	60	±0,5	0,0353
Kuka IR 363/15	290	8	±0,1	0,0276
PUMA 550	63	4	±0,1	0,0634
PUMA 762	590	20	±0,2	0,0338

O segundo ponto notável de interesse é a precisão de posicionamento, para a qual há dois conceitos distintos: acuracidade absoluta, definida como a distância entre a posição desejada e a atual do *end-effector* e a repetibilidade que é a máxima distância entre duas posições do *end-effector* alcançada para uma mesma posição desejada a partir de diferentes posições iniciais. Os valores de acuracidade dados pelos fabricantes geralmente indicam a repetibilidade que é melhor do que a acuracidade absoluta, embora os usuários estejam mais interessados na acuracidade absoluta. A Tabela 3.1 mostra que até a repetibilidade pode ser insuficiente para certas tarefas (MERLET, 2000).

A acuracidade absoluta é condicionada por vários fatores, acuracidade dos sensores internos do manipulador (os sensores que são usados para medir a coordenada da articulação e para o controle do movimento do robô), folgas nos acionamentos, flexibilidades dos elos, qualidade da tolerância geométrica (por exemplo, perpendicularismo ou paralelismo entre sucessivos eixos de rotação). Geralmente concorda-se que na maioria dos casos a acuracidade absoluta de um robô serial é ruim (MERLET, 2000; NGUYEN et al., 1993).

A baixa transportabilidade de carga e a baixa acuracidade são ambos inerentes à arquitetura mecânica dos manipuladores existentes, e em particular da disposição serial dos elos. Cada um deles tem que suportar o peso dos segmentos seguintes além da carga: eles são desta forma sujeitos a grandes torques flexionadores, o que significa que eles devem ser enrijecidos, e assim, tornam-se mais pesados. A acuracidade de posicionamento obviamente depende das deformações devido à flexão que não são medidas pelos sensores externos dos robôs. Além do mais os elos aumentam os erros: um pequeno erro de medição no sensor interno do primeiro ou segundo elo irá rapidamente conduzir a um grande erro na posição do *end-effector*. Por exemplo, para um braço de um metro de comprimento composto de apenas uma junta de rotação, um erro de medição de 0,06 graus conduz a um erro de 1 mm na posição do *end-effector* (MERLET, 2000).

A presença de um acionamento com uma redução por engrenagens também induz a folgas que levam a imprecisões. A violação da restrição geométrica assumida entre os eixos dos elos também constitui uma importante fonte de erros de posicionamento. Um ligeiro erro de perpendicularidade entre o primeiro e o segundo eixo de um manipulador esférico levará a erros em todos os movimentos verticais que, dada a amplitude dos movimentos, devem ser levados em conta.

Segundo MERLET (2000) o posicionamento sucessivo de elos, juntamente com a necessidade de enrijecimento dos mesmos implica que as partes móveis terão uma massa significativa. Como consequência, durante movimentos de alta velocidade, o manipulador sofre forças de inércia, centrípeta e Coriolis que tornam complexo o controle do robô.

Robôs seriais operam sob a ação de dois tipos de forças: inercial e de atrito. Essas forças têm diferentes escalas: forças inerciais essencialmente variam com o quadrado do comprimento dos elos; forças de atrito relativamente não são afetadas por tais dimensões. Isto significa que não se pode projetar um micro robô serial simplesmente diminuindo a escala de uma versão maior; por trás dessa mudança de escala, as forças de inércia são reduzidas enquanto as forças de atrito permanecem relativamente sem mudança. Conclui-se que robôs seriais são inapropriados para tarefas que requerem um manipulador de alta capacidade de carga, ou boa

acuracidade de posicionamento, ou para trabalhar com diferentes escalas (MERLET, 2000).

### 3.3 Outros Tipos de Arquiteturas

Alguns dos problemas que ocorrem com os manipuladores seriais podem ser resolvidos mecanicamente distribuindo a carga nos elos, isto é, ligando o *end-effector* ao chão por um conjunto de cadeias onde cada uma suporta somente uma fração da carga total. O uso de cadeia cinemática de malha fechada parece, deste modo, ser bastante interessante; na verdade essa opção já tinha sido explorada antes mesmo do termo robô ter sido criado. A utilização de estrutura com cadeia cinemática fechada aumenta a rigidez do mecanismo, mas por outro lado, geralmente a faixa de movimento possível da junta é reduzida, e assim reduz também o tamanho do volume de trabalho (CRAIG, 1989; ADVANI, 1998).

Alguns problemas teóricos ligados a esse tipo de estrutura foram mencionados por volta de 1645 por Christopher Wren, por CAUCHY (1813) *apud* MERLET (2000), por LESBESGUE (1867) *apud* MERLET (2000) e por BRICARD (1897) *apud* MERLET (2000).

Um dos principais problemas teóricos nesse campo, chamado de problema de movimento esférico, foi o ponto central de uma competição chamada *Le Prix Vaillant*, que ocorreu na França por volta de 1900 e foi organizada pela *Académie des Sciences*. O prêmio foi dividido por BOREL (1908) *apud* MERLET (2000) e BRICARD (1906) *apud* MERLET (2000). Na prática em 1947, GOUGH (1957) *apud* MERLET (2000) estabeleceu os princípios básicos de um mecanismo com estrutura cinemática de malha fechada, que permitia o posicionamento e a orientação de uma plataforma móvel para teste de desgaste de pneus. Ele construiu um protótipo dessa máquina em 1955.

Nessa estrutura, o elemento móvel é uma plataforma hexagonal cujos vértices são todos conectados a um elo por uma junta esférica. A outra ponta do elo é ligada à base por uma junta universal. Um atuador linear permite a modificação do

comprimento total do elo; esse mecanismo é, portanto, uma estrutura de cadeia cinemática fechada acionada por seis atuadores lineares.

Supondo que os atuadores são capazes de controlar os seis graus de liberdade da plataforma móvel, essa estrutura desperta um grande interesse levando-se em conta a relação capacidade de carga/massa do robô. Realmente, quando a estrutura ocupa a posição central, os atuadores suportam, aproximadamente, somente 1/6 da carga total. Além disso, a flexão imposta nos elos é reduzida porque as juntas só são capazes de impor esforços de tração e compressão. Esses dois fatores permitem diminuir a massa da estrutura móvel através do uso de atuadores de menor potência e elos de tamanho menor. O emprego de atuadores lineares é interessante porque este tipo de elemento disponibiliza excelentes características de massa, velocidade, aceleração e amplitude de movimento. Intuitivamente podemos imaginar que a acuracidade de posicionamento é boa por duas razões (MERLET, 2000):

- as deformações dos elos devidos a flexão são reduzidas (não são medidas);
- os erros nos sensores internos do robô (medição do comprimento dos elos) afetam pouco o erro de posicionamento da plataforma.

O uso desse tipo de mecanismo começou somente quando o primeiro simulador de vôo foi construído. Durante os anos 60, o desenvolvimento da indústria aeronáutica, o aumento no custo de treinamento dos pilotos juntamente com a necessidade de teste de novos equipamentos sem ser em vôo, fizeram os pesquisadores olharem para mecanismos com vários graus de liberdade que poderiam simular uma plataforma severamente carregada com alta dinâmica (por exemplo, uma cabine de uma aeronave).

A massa de um manipulador é importante para a dinâmica porque os efeitos de perturbação (por exemplo da força de Coriolis) decrescem quando a massa móvel do equipamento decresce. Todas essas restrições tornaram difícil o uso de manipuladores seriais. STEWART (1965) sugeriu que os simuladores deveriam ser providos com o mecanismo mostrado na Figura 3.1. Para essa estrutura, o elemento

móvel é uma plataforma triangular cujos vértices são todos conectados por juntas esféricas a um submecanismo constituído de dois cilindros (1,2), também posicionados de forma triangular.

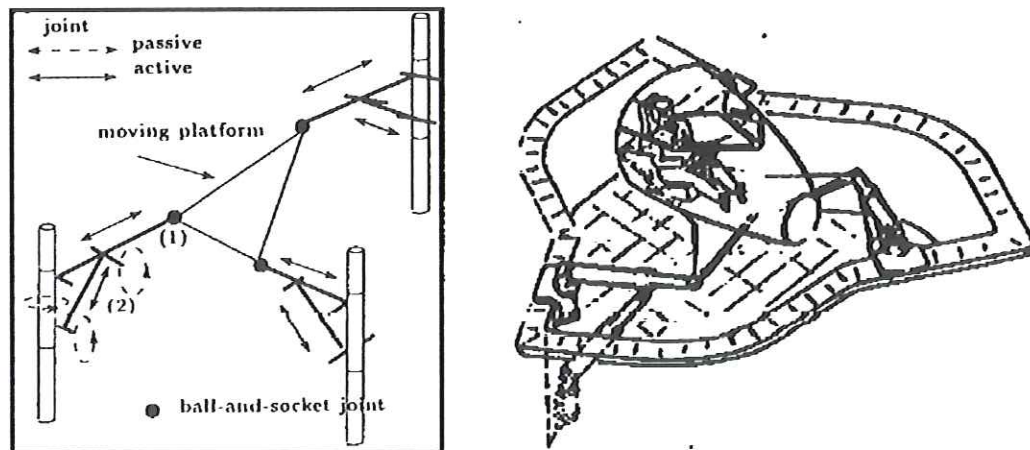


Figura 3.1 – Plataforma de Stewart (STEWART, 1965).

Uma das pontas de cada cilindro é ligada por uma junta de rotação a um suporte que pode rotacionar em torno de um eixo vertical. A outra ponta de um dos dois cilindros é ligada por uma junta esférica à plataforma móvel, a outra ponta do segundo cilindro é ligada por uma junta de rotação ao corpo do primeiro cilindro. Nesse artigo STEWART (1965) menciona a possibilidade de ligar as pontas dos cilindros diretamente à plataforma reproduzindo assim a idéia da Plataforma de Gough.

Aconteceu que um dos revisores do artigo de Stewart era o Gough, que lembrou da existência de sua própria estrutura. Os outros revisores do artigo até sugeriram que a Plataforma de Gough fosse usada para *off-shore drilling platforms* ou para máquinas de fresamento. Isto revelou ser uma excelente visão de futuro. Parece que a plataforma de Stewart nunca recebeu uma aplicação prática, enquanto que a de Gough tem sido extensivamente utilizada. Ironicamente a Plataforma de Gough, que apareceu muito antes da de Stewart, é mais freqüentemente conhecida como Plataforma de Stewart (MERLET, 2000).

Simuladores de vôo de todos os tipos usam a arquitetura da Plataforma de Gough. Possui, também, muitas outras aplicações como mostrado no Capítulo 2.

Algumas vantagens da Plataforma de Stewart são: possuir alta rigidez mecânica, alcançar uma grande acuracidade na posição e no movimento devido aos erros nos atuadores não serem acumulativos (GENG et al., 1992; LEBRET et al., 1993). Existe, também, uma dualidade entre robôs paralelos (Plataforma de Stewart) e robôs seriais. Para uma Plataforma de Stewart com seis graus de liberdade, a complexidade da cinemática direta pode ser comparada com a da cinemática inversa de um robô serial e o contrário, a cinemática inversa é tão fácil quanto a cinemática direta de um braço de robô serial (GENG et al., 1992; LEBRET et al., 1993).

### 3.4 Características Geométricas da Plataforma de Stewart

Muitas variantes da Plataforma de Stewart têm sido investigadas; a maioria delas possui seis atuadores lineares com diferentes combinações de fixação dos atuadores nas plataformas como 3-3, 3-6 e a mais geral 6-6 (Figura 3.2) (BEN-HORIN et al., 1998).



Figura 3.2 – Configurações da Plataforma de Stewart (BEN-HORIN et al., 1998).

A configuração 3-3, com duas plataformas triangulares iguais, tem os atuadores ligados à plataforma móvel através de seis juntas esféricas e à estacionária por seis juntas universais. Esta configuração é conhecida como plataforma cúbica, pois os atuadores ficam posicionados como arestas de um cubo, como mostra a Figura 3.3. As dimensões da plataforma e os pontos de fixação das juntas dependem do comprimento dos atuadores na posição neutra e podem ser determinados por trigonometria.

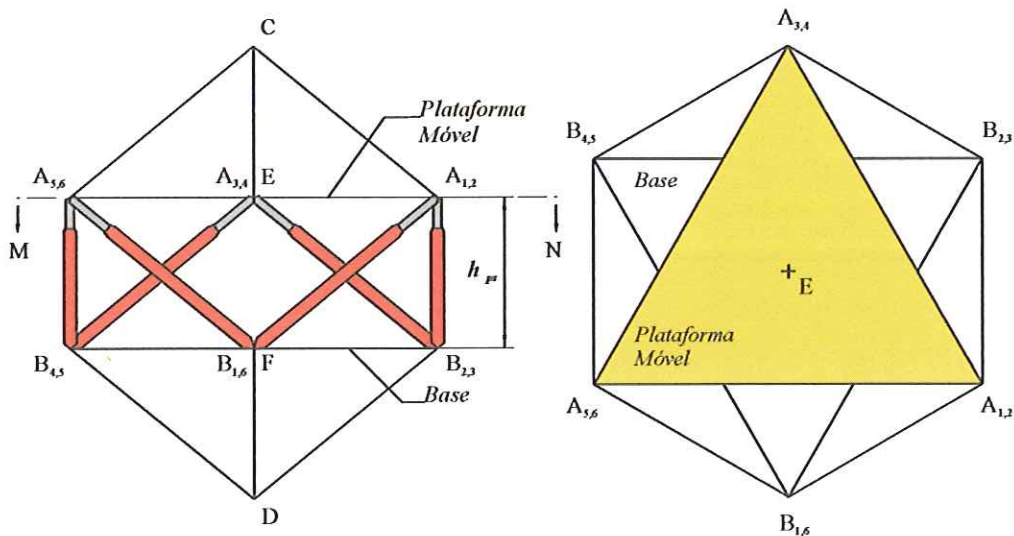


Figura 3.3 – Configuração cúbica da Plataforma de Stewart.

Define-se, então, um sistema de coordenada global  $\{B\}$  com o eixo  $y_B$  normal ao plano da plataforma estacionária e um sistema de coordenada local  $\{A\}$  com o eixo  $y_A$  normal ao plano da plataforma móvel e a origem no centro de massa, Figura 3.4.

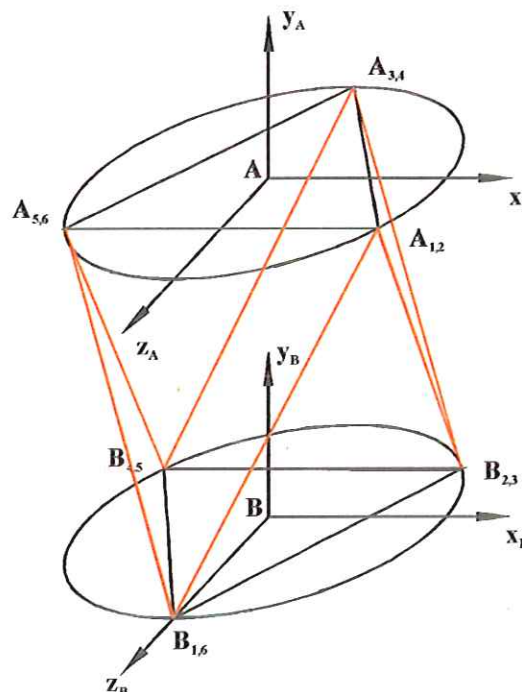


Figura 3.4 – Posicionamento dos sistemas de coordenadas.

Se for adotado o ângulo entre  $AA_i$  e  $z_A$  por  $\lambda_i$  e o ângulo entre  $BB_i$  e  $z_B$  por  $\lambda_i$  para  $i=1,2,\dots,6$ , então por observação consegue-se obter

$$\Lambda_i = 60^\circ + 60(i-1)^\circ; \lambda_i = 60(i-1)^\circ \text{ para } i = 1, 3, 5 \quad (3.1)$$

$$\Lambda_i = \Lambda_{i-1}; \lambda_i = \lambda_{i-1} + 120^\circ \text{ para } i = 2, 4, 6. \quad (3.2)$$

Se  ${}^A\mathbf{a}_i = (a_{ix} \ a_{iy} \ a_{iz})^T$  é a posição de fixação da junta esférica no ponto  $A_i$  na plataforma móvel em relação ao sistema de coordenadas {A} e  ${}^B\mathbf{b}_i = (b_{ix} \ b_{iy} \ b_{iz})^T$  é a posição da fixação da junta universal no ponto  $B_i$  na plataforma estacionária em relação ao sistema de coordenadas {B}, então pode se escrever

$${}^A\mathbf{a}_i = [r_A \operatorname{sen}(\Lambda_i) \ -e/2 \ r_A \operatorname{cos}(\Lambda_i)]^T \quad (3.3)$$

e

$${}^B\mathbf{b}_i = [r_B \operatorname{sen}(\lambda_i) \ 0 \ r_B \operatorname{cos}(\lambda_i)]^T \quad (3.4)$$

para  $i=1,2,\dots,6$  onde  $r_A$  e  $r_B$  representam os raios das plataformas móvel e estacionária respectivamente e  $e$  é a espessura da plataforma móvel.

Para a configuração cúbica da Plataforma de Stewart os pontos de fixação das juntas esféricas na plataforma móvel em função do comprimento dos atuadores na posição neutra  $l$  em relação ao sistema de coordenadas local, dado pelo vetor  ${}^A\mathbf{a}_i = (a_{ix} \ a_{iy} \ a_{iz})^T$ , são mostrados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Coordenadas cartesianas das juntas esféricas.

Juntas esféricas 1 e 2	Juntas esféricas 3 e 4	Juntas esféricas 5 e 6
$a_{1,2x} = \frac{l\sqrt{2}}{2}$	$a_{3,4x} = 0$	$a_{5,6x} = -\frac{l\sqrt{2}}{2}$
$a_{1,2y} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$	$a_{3,4y} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$	$a_{5,6y} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$
$a_{1,2z} = \frac{l\sqrt{6}}{3}$	$a_{3,4z} = -\frac{l\sqrt{6}}{6}$	$a_{5,6z} = \frac{l\sqrt{6}}{6}$



Para as juntas universais quem representa o posicionamento das mesmas, em relação ao sistema de coordenadas global, é o vetor  ${}^B\mathbf{b}_i = (b_{ix} \ b_{iy} \ b_{iz})^T$ , mostrado na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Coordenadas cartesianas das juntas universais.

Juntas universais 1 e 6	Juntas universais 2 e 3	Juntas universais 4 e 5
$b_{1,6x} = 0$	$b_{2,3x} = \frac{l\sqrt{2}}{2}$	$b_{4,5x} = -\frac{l\sqrt{2}}{2}$
$b_{1,6y} = 0$	$b_{2,3y} = 0$	$b_{4,5y} = 0$
$b_{1,6z} = \frac{l\sqrt{6}}{3}$	$b_{2,3z} = -\frac{l\sqrt{6}}{6}$	$b_{4,5z} = -\frac{l\sqrt{6}}{3}$

Os valores mostrados nas Tabelas 3.2 e 3.3 foram obtidos através das equações (3.3) e (3.4).

Determinar o versor direcional de cada atuador e seu ponto de aplicação é de grande importância para a montagem do protótipo virtual. Isso será feito considerando a Plataforma de Stewart na posição neutra. Através das Figuras 3.5 e 3.6 os ângulos necessários podem ser determinados utilizando as propriedades de triângulo.

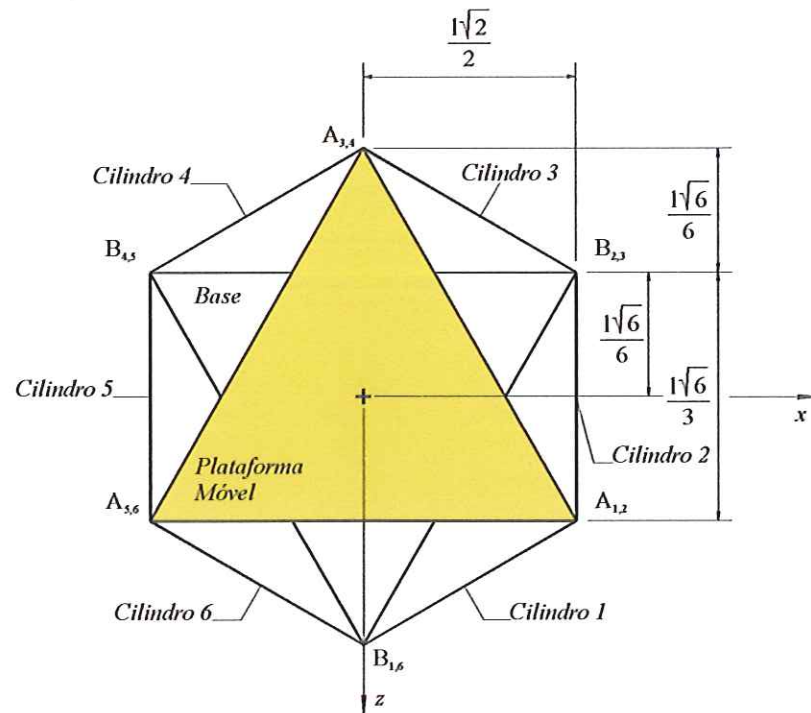


Figura 3.5 – Vista de topo da Plataforma de Stewart.

Observando a Figura 3.6b e aplicando a lei dos cossenos podemos determinar o ângulo  $\beta$ .

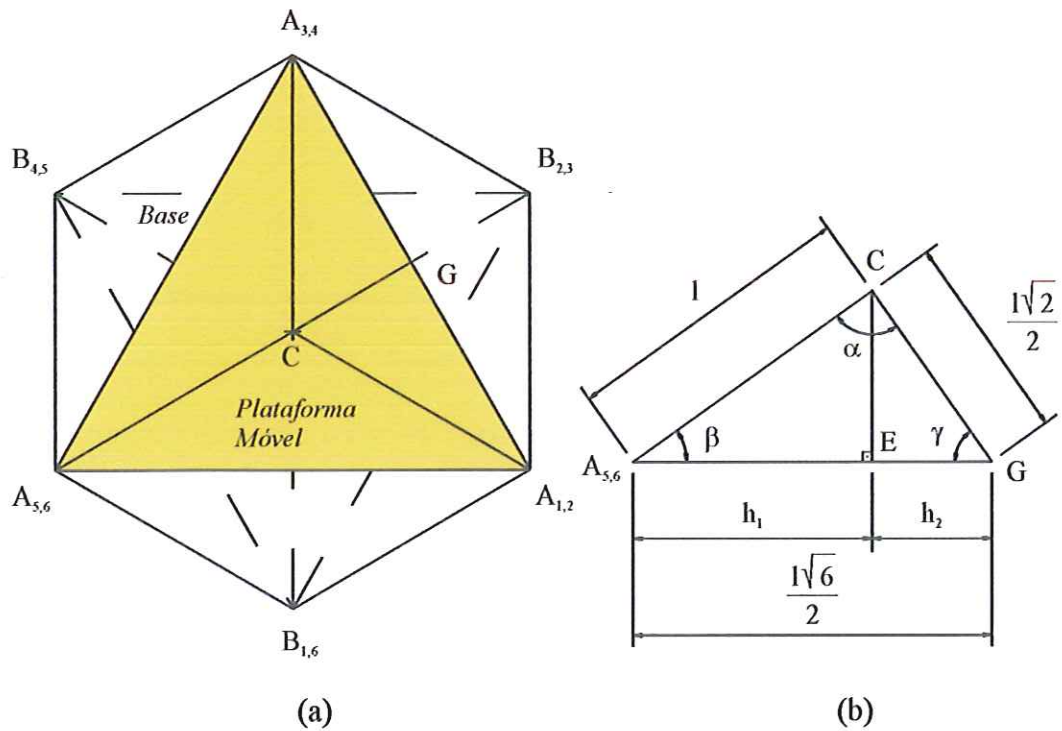


Figura 3.6 – Distância do vértice do cubo ao centro de massa da plataforma móvel.

$$\begin{aligned}
\frac{l^2}{2} &= l^2 + \frac{6l^2}{4} - 2 \frac{\sqrt{6}l}{2} l \cos \beta \\
\frac{l^2}{2} &= \frac{10l^2}{4} - \sqrt{6}l^2 \cos \beta \\
\frac{l^2}{2} - \frac{10l^2}{4} &= -\sqrt{6}l^2 \cos \beta \\
-\frac{8l^2}{4} &= -\sqrt{6}l^2 \cos \beta \\
\cos \beta &= \frac{8}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

como  $\alpha = 90^\circ$  e  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , sabe-se que  $\gamma$  é igual ao complemento de  $\beta$ , portanto

$$\begin{aligned}
\cos \gamma &= \sin \beta \\
\sin^2 \beta &= 1 - \cos^2 \beta \\
\sin \beta &= \frac{\sqrt{3}}{3} \\
\sin \gamma &= \frac{\sqrt{6}}{3}.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Precisa ser determinada a altura que a parte inferior da plataforma móvel fica do sistema de coordenadas da base ( $h_{ps}$ ) (Figura 3.3) e para isso, a diagonal do cubo que possui as arestas com o mesmo comprimento dos atuadores na posição neutra deve ser calculada, assim

$$d_c^2 = l^2 + l^2 + l^2 \tag{3.7}$$

$$h_{ps} = d_c - \overline{CE} - \overline{DF}$$

$$\overline{CE} = \overline{DF} = l \sin \beta = l \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$h_{ps} = l \frac{\sqrt{3}}{3}. \tag{3.8}$$

Calcula-se o ângulo  $\theta$  que cada cilindro forma com a horizontal a partir da Figura 3.7.

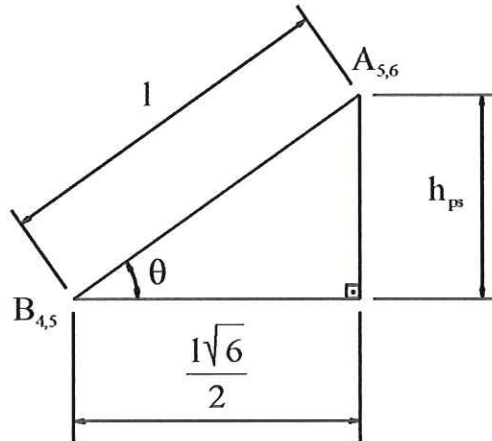


Figura 3.7 – Ângulo dos atuadores com a horizontal.

$$\text{sen } \theta = \frac{h_{ps}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad (3.9)$$

Com os ângulos calculados até aqui e os obtidos da Figura 3.6a pode-se montar a Tabela 3.4 abaixo com todas as posições e orientações dos atuadores em relação ao sistema de coordenadas global {B}.

Tabela 3.4 – Posição e orientação dos atuadores.

Atuador	Posição (x y z)	Direção ( $\vec{i}$ $\vec{j}$ $\vec{k}$ )
1	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{l\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} \frac{l\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{l\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} \frac{l\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{l\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} -\frac{l\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{l\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} -\frac{l\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{l\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{l\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{6}}{6} \end{pmatrix}$

### 3.5 Graus de Liberdade

O número de graus de liberdade de um mecanismo de cadeia cinemática fechada pode não ser óbvio. O número total de graus de liberdade pode ser calculado pela fórmula de Grübler,

$$F = 6(n_e - n_j) + \sum_{i=1}^n f_i \quad (3.10)$$

onde  $F$  é o número total de graus de liberdade do mecanismo,  $n_e$  é o número de elos móveis,  $n_j$  é o número total de juntas e  $f_i$  é o número de graus de liberdade associado com a  $i$ -ésima junta. A versão planar da fórmula de Grübler é obtida substituindo-se o 6 na equação por 3 (CRAIG, 1989).

Tabela 3.5 – Cálculo das parcelas da Fórmula de Grübler a partir dos componentes da Plataforma de Stewart.

Componentes	Nº de elos	Nº de juntas	Graus de liberdade	$f_i$
Plataforma móvel	1			
Haste dos atuadores	6			
Corpo dos atuadores	6			
Juntas esféricas		6	3	18
Juntas universais		6	2	12
Juntas de translação		6	1	6
Total	$n_e = 13$	$n_j = 18$		$\sum f_i = 36$

A partir dos valores obtidos na Tabela 3.5 e da equação (3.10), tem-se

$$F = 6(13 - 18) + 36 = 6 \quad (3.11)$$

conclui-se que a configuração da Plataforma de Stewart adotada neste trabalho possui seis graus de liberdade.

### 3.6 Cinemática Inversa

As tarefas são usualmente dadas como um conjunto de posições e orientações no sistema de coordenadas global da ferramenta do robô. Para realizar esta tarefa é necessário transformar a trajetória da ferramenta em movimentos das juntas. Esta

transformação, também conhecida como problema de cinemática inversa, é no caso, o cálculo do comprimento dos seis cilindros dada a posição e a orientação desejadas da plataforma móvel (BEN-HORIN et al., 1998).

Define-se, então, um sistema de coordenadas global {B} com o eixo  $y_B$  normal ao plano da plataforma estacionária (base) e um sistema de coordenadas local {A} com o eixo  $y_A$  normal ao plano da plataforma móvel e a origem no centro de massa (Figura 3.8).

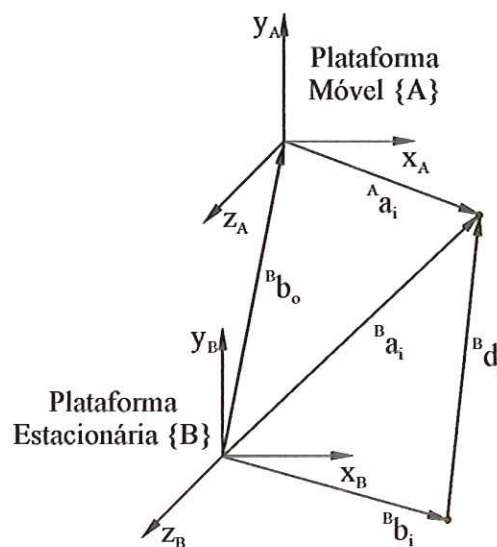


Figura 3.8 – Diagrama vetorial do  $i$ -ésimo atuador.

Se  ${}^B\mathbf{b}_i = (b_{ix} \ b_{iy} \ b_{iz})^T$  é a posição da fixação da junta universal na plataforma estacionária no sistema de coordenadas {B};  ${}^A\mathbf{a}_i = (a_{ix} \ a_{iy} \ a_{iz})^T$  é a posição do ponto de fixação da junta esférica na plataforma móvel no sistema de coordenadas {A} e  ${}^B\mathbf{b}_o = (x \ y \ z)$  é a posição da origem de {A} em relação a {B}, então pode-se dizer que

$${}^B\mathbf{a}_i = {}^B\mathbf{b}_o + {}^B\mathbf{R} \ {}^A\mathbf{a}_i \tag{3.12}$$

onde  ${}^B\mathbf{R}$  é a matriz de orientação.

O comprimento do atuador dado pelo módulo do vetor  ${}^B\mathbf{d}_i = (d_{ix} \ d_{iy} \ d_{iz})^T$  em relação ao sistema de coordenadas global pode ser calculado por

$${}^B d_i = {}^B a_i - {}^B b_i. \quad (3.13)$$

Há várias maneiras de representar uma orientação por três variáveis, sendo a mais utilizada a dos Ângulos de Euler Z-Y-X (NGUYEN & POORAN, 1989), que representa a orientação de {A}, obtida depois da seguinte seqüência de rotações em relação a {B}:

- A rotação de um ângulo  $\alpha$  em torno do eixo  $z_B$ ,
- A rotação de um ângulo  $\beta$  em torno de um novo eixo  $y'_B$ ,
- A rotação de um ângulo  $\gamma$  em torno de um novo eixo  $x''_B$ .

A orientação representada por  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  é dada por

$$R_{zyx}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} = \quad (3.14)$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = {}^B_A R \quad \therefore c = \cos(\ ) \text{ e } s = \sin(\ ).$$

Substituindo a equação (3.12) na equação (3.13), tem-se

$${}^B d_i = {}^B_A R \ A a_i + {}^B b_o - {}^B b_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, 6, \quad (3.15)$$

que pode ser reescrita como

$${}^B d_i = \begin{bmatrix} d_{ix} \\ d_{iy} \\ d_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} a_{ix} + r_{12} a_{iy} + r_{13} a_{iz} + x - b_{ix} \\ r_{21} a_{ix} + r_{22} a_{iy} + r_{23} a_{iz} + y - b_{iy} \\ r_{31} a_{ix} + r_{32} a_{iy} + r_{33} a_{iz} + z - b_{iz} \end{bmatrix}. \quad (3.16)$$

Além disso o comprimento do vetor  ${}^B d_i$ , chamado de  $l_i$  pode ser colocado como função das componentes do mesmo por

$$l_i = (d_{ix}^2 + d_{iy}^2 + d_{iz}^2)^{1/2}. \quad (3.17)$$

Usando o resultado da equação (3.16), a equação (3.17) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 l_i^2 = & x^2 + y^2 + z^2 + a_{ix}^2 (r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2) + \\
 & a_{iy}^2 (r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2) + a_{iz}^2 (r_{13}^2 + r_{23}^2 + r_{33}^2) \\
 & + b_{ix}^2 + b_{iy}^2 + b_{iz}^2 \\
 & + 2a_{ix}a_{iy}(r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32}) \\
 & + 2a_{ix}a_{iz}(r_{11}r_{13} + r_{21}r_{23} + r_{31}r_{33}) \\
 & + 2a_{iy}a_{iz}(r_{12}r_{13} + r_{22}r_{23} + r_{32}r_{33}) \\
 & + 2(r_{11}a_{ix} + r_{12}a_{iy} + r_{13}a_{iz})(x - b_{ix}) \\
 & + 2(r_{21}a_{ix} + r_{22}a_{iy} + r_{23}a_{iz})(y - b_{iy}) \\
 & + 2(r_{31}a_{ix} + r_{32}a_{iy} + r_{33}a_{iz})(z - b_{iz}) \\
 & - 2(xb_{ix} + yb_{iy} + zb_{iz})
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

para  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

Como a matriz de orientação é ortonormal (NGUYEN & POORAN, 1989), tem-se que

$$\begin{aligned}
 r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 &= 1 \\
 r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2 &= 1 \\
 r_{13}^2 + r_{23}^2 + r_{33}^2 &= 1
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

e

$$\begin{aligned}
 r_{11}r_{12} + r_{21}r_{22} + r_{31}r_{32} &= 0 \\
 r_{11}r_{13} + r_{21}r_{23} + r_{31}r_{33} &= 0 \\
 r_{12}r_{13} + r_{22}r_{23} + r_{32}r_{33} &= 0 .
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Assim a equação (3.18) pode ser simplificada para



$$\begin{aligned}
l_i^2 = & x^2 + y^2 + z^2 + a_{ix}^2 + a_{iy}^2 + a_{iz}^2 \\
& + b_{ix}^2 + b_{iy}^2 + b_{iz}^2 + \\
& + 2(r_{11}a_{ix} + r_{12}a_{iy} + r_{13}a_{iz})(x - b_{ix}) \\
& + 2(r_{21}a_{ix} + r_{22}a_{iy} + r_{23}a_{iz})(y - b_{iy}) \\
& + 2(r_{31}a_{ix} + r_{32}a_{iy} + r_{33}a_{iz})(z - b_{iz}) \\
& - 2(xb_{ix} + yb_{iy} + zb_{iz})
\end{aligned} \tag{3.21}$$

para  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

Então dada uma posição  ${}^B\mathbf{b}_o = (x \ y \ z)^T$  e uma orientação  $(\alpha \ \beta \ \gamma)$  pode-se determinar o comprimento  $l_i$  dos atuadores que levam a plataforma à configuração desejada. Este comprimento  $l_i$  deverá ser alcançado pelo acionamento do  $i$ -ésimo atuador.

### 3.7 Análise Estática

A análise seguinte procura determinar o valor da força que o cilindro hidráulico deve realizar a fim de manter a plataforma na sua posição inicial. Isto para evitar que nos instantes iniciais a plataforma se desloque por ação da gravidade enquanto o controle, que tem as forças nos atuadores como variável de controle, parta do zero até o valor necessário para manter o equilíbrio da plataforma nesta posição. Utiliza-se o valor requerido, calculado através da análise estática, como condição inicial para os valores das forças nos atuadores.

Numa primeira análise considera-se que a plataforma móvel está sempre nivelada e o atuador como uma peça única fixa nos extremos pelas juntas, estas irão determinar que tipos de esforços de ação e reação serão realizados sobre o atuador em questão. As juntas podem reagir onde houver grau de restrição, portanto uma junta com um grau de liberdade de translação, possuirá dois graus de translação e três graus de rotação de restrição. Supõe-se que a translação se dá em três eixos perpendiculares entre si e a rotação em torno destes. Quanto à junta esférica, imagine que está possa se deslocar na vertical para cima e para baixo, além dos três graus de liberdade de rotação, assim está poderá transmitir o esforço vertical de um sexto da plataforma móvel. Analisando o cilindro 5 como mostra a Figura 3.9 conclui-se então que resta somente reação no plano  $xz$ , com estes tipos de juntas os atuadores

ficam sujeitos, praticamente, só a esforços de tração ou compressão, a não ser pelos momentos fletores causados pelo próprio peso das partes do atuador que atuam no plano  $xy$ . Então, a reação só poderá ser na direção  $z$ . Todo o esforço vertical será sustentado pela junta universal fixa à base e não existe nenhum momento de giro em torno do eixo axial do atuador. Necessitamos determinar o valor e a direção da reação que atua no plano  $xz$ . Podemos concluir que a reação possui a direção do eixo  $z$ , porque não há nenhuma componente de ação que gere uma componente de reação em  $x$ .

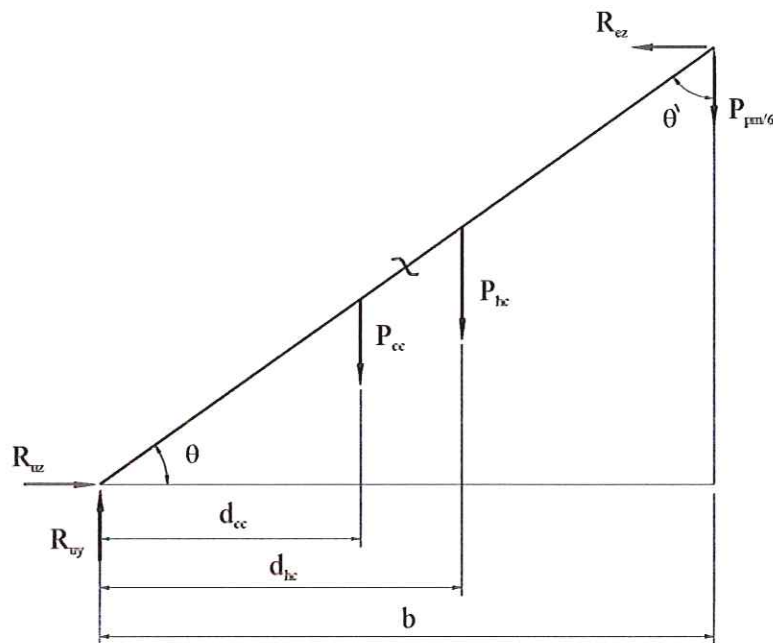


Figura 3.9 – Esforços atuantes no cilindro 5.

De posse das coordenadas dos centros de massa, da geometria, posição e dos pesos da haste, do corpo do cilindro hidráulico e de um sexto da plataforma móvel pode-se determinar as reações  $R_{ez}$ ,  $R_{uz}$  e  $R_{uy}$  através das condições de equilíbrio ( $\sum F_y = 0$ ,  $\sum F_z = 0$ ,  $\sum M_o = 0$ ).

$$\sum F_y = 0$$

$$R_{uy} - P_{cc} - P_{hc} - P_{pm/6} = 0$$

$$R_{uy} = P_{cc} + P_{hc} + P_{pm/6} \tag{3.22}$$

$$\sum F_z = 0$$

$$R_{uz} - R_{ez} = 0. \quad (3.23)$$

$$\sum M_o = 0$$

$$-P_{cc}d_{cc} - P_{hc}d_{hc} - P_{pm/6}b + R_{ez}l \text{sen } \theta = 0$$

$$R_{ez} = \frac{P_{cc}d_{cc} + P_{hc}d_{hc} + P_{pm/6}b}{l \text{sen } \theta}. \quad (3.24)$$

Para determinar o valor da força que o cilindro hidráulico precisa realizar, faz-se uma seção no atuador (Figura 3.10) e através do somatório de forças calcula-se a reação axial, já que a reação transversal e o momento fletor não interessam.

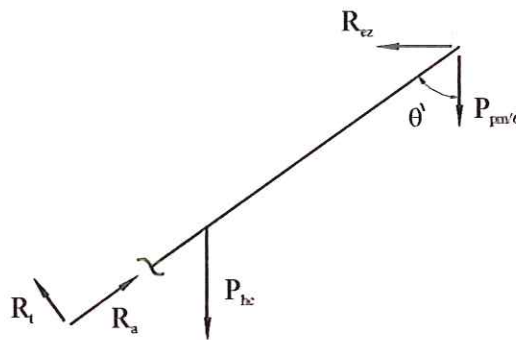


Figura 3.10 – Esforços na seção transversal do atuador.

$$\sum F_a = 0$$

$$R_a - P_{hc} \cos \theta' - P_{pm/6} \cos \theta' - R_{ez} \cos \theta = 0$$

$$R_a = P_{hc} \cos \theta' + P_{pm/6} \cos \theta' + R_{ez} \cos \theta. \quad (3.25)$$

Determina-se que a força axial que o cilindro hidráulico deve realizar para manter a plataforma na posição inicial é  $R_a = 1839,1765 \text{ N}$ .

## **Capítulo 4**

# **MODELAGEM DOS COMPONENTES DO SISTEMA HIDRÁULICO**

Este capítulo trata da modelagem matemática de sistemas hidráulicos e seus componentes constituintes, tais como: válvulas de controle, atuadores hidráulicos (cilindros) e dos aspectos teóricos envolvidos na modelagem.

### **4.1 Válvulas Hidráulicas de Controle**

Válvulas hidráulicas de controle são dispositivos que usam o movimento mecânico para controlar a vazão de um fluido hidráulico proveniente de uma fonte de alimentação. Há vários tipos de válvulas de controle hidráulico que desempenham várias funções. Neste capítulo explicam-se as características dos principais tipos de válvulas.

As válvulas podem ter vários tipos de construções internas e as mais utilizadas são as que empregam um carretel ou um bocal-palheta mais o carretel. Estes dispositivos têm a função de definir o sentido e a vazão do fluxo do fluido. As válvulas mais utilizadas são as de quatro ou três vias, sendo as vias os canais por onde passa o fluido. Certas características podem ser relacionadas diretamente ao tipo de centro da válvula. São elas os comprimentos do ressalto do carretel e do porto, que definem a vazão. Essa relação pode ser vista nas Figuras 4.1 e 4.2 (MERRITT, 1967).

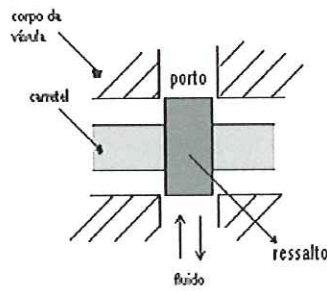
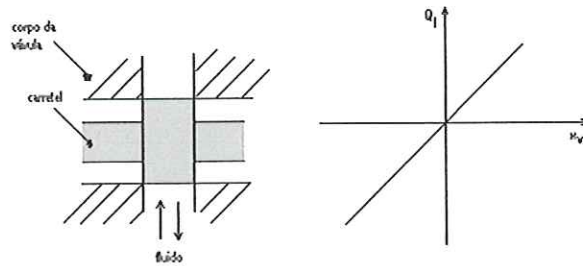
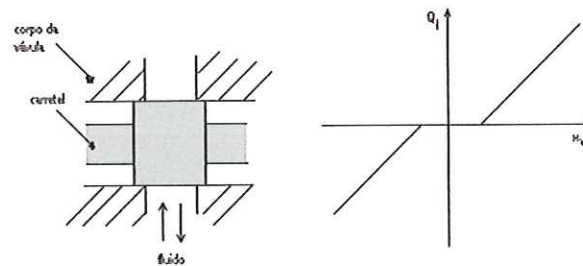


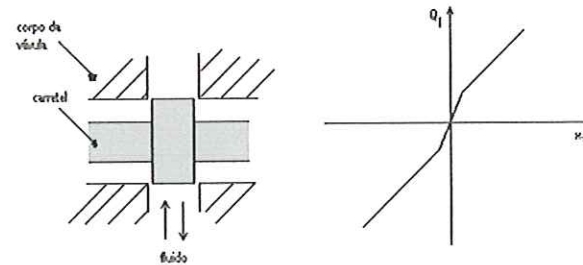
Figura 4.1 – Esquema construtivo do centro de uma válvula com carretel (CAPORALI, 1999).



Centro crítico



Centro com sobre posição positiva



Centro com sobre posição negativa

Figura 4.2 – Curvas de vazão-pressão para os diversos tipos de centros (CAPORALI, 1999).

Para definir as características gerais das servoválvulas e seus desempenhos dinâmico e estático usa-se um modelo matemático, que pode ser estendido a todos os tipos de servoválvulas.

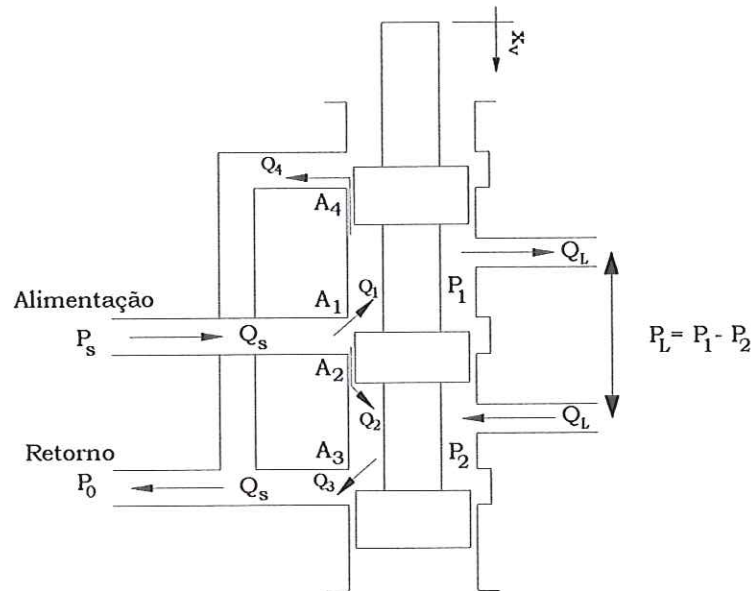


Figura 4.3 – Carretel de uma válvula de quatro vias com sobreposição crítica (CAPORALI, 1999).

Primeiramente para visualizar a operação da válvula, considera-se que ela seja de quatro vias, sobreposição crítica, esteja na posição  $x_v = 0$  (posição central ou posição neutra) com relação à Figura 4.3 e as áreas dos portos sejam iguais e simétricas. Considerando a compressibilidade do fluido igual a zero pode-se aplicar a equação da continuidade para as câmaras da válvula, de acordo com a Figura 4.3 (MERRITT, 1967). Assim sendo, tem-se

$$Q_L = Q_1 - Q_4 \quad (4.1)$$

$$Q_L = Q_3 - Q_2 \quad (4.2)$$

$$P_L = P_1 - P_2 \quad (4.3)$$

$Q_L$  é a vazão de carga e  $P_L$  é a pressão de carga, ambas dadas nos orifícios. Aplicando a equação de fluxo através de um orifício, tem-se:

$$Q_1 = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_1)} \quad (4.4)$$

$$Q_2 = C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_2)} \quad (4.5)$$

$$Q_3 = C_d A_3 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_2} \quad (4.6)$$

$$Q_4 = C_d A_4 \sqrt{\frac{2}{\rho} P_1} \quad (4.7)$$

onde

$P_s$  = Pressão de entrada;

$P_0$  = Pressão de retorno;

$P_L$  = Pressão na carga;

$P_1$  = Pressão na câmara 1;

$P_2$  = Pressão na câmara 2;

$Q_s$  = Vazão de entrada;

$Q_L$  = Diferença de vazão nas câmaras;

$Q_1$  = Vazão na câmara 1;

$Q_2$  = Vazão na câmara 2;

$x_v$  = Deslocamento do carretel.

Pode-se considerar a pressão de retorno  $P_0$  igual a zero considerando pressões relativas. As áreas dos orifícios dependem da geometria e do deslocamento do carretel, podendo-se fazer uma relação de área em função do deslocamento, ou seja:

$$A_1 = A_1(x_v); \quad A_2 = A_2(-x_v); \quad A_3 = A_3(x_v); \quad A_4 = A_4(-x_v). \quad (4.8)$$

Pode-se notar através das equações (4.1) a (4.8) que são necessárias 11 equações para definir o comportamento global de uma válvula de quatro vias. Resolvendo estas equações tem-se a relação geral de pressão versus vazão em função do deslocamento do carretel, representada por

$$Q_L = Q_L(x_v, P_L). \quad (4.9)$$

A Figura 4.4 mostra a relação anterior. As curvas mostradas são chamadas de curvas de pressão-vazão da válvula e são as descrições de desempenho em regime da válvula (MERRITT, 1967). Todos os parâmetros de desempenho tais como os coeficientes das válvulas podem ser obtidos dessas curvas de pressão-vazão.

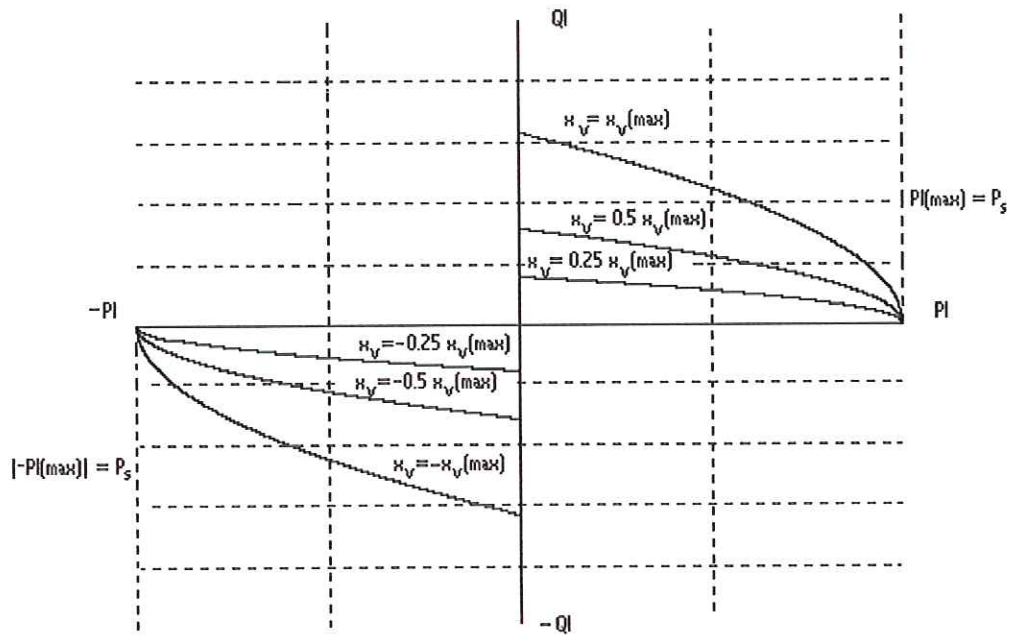


Figura 4.4 – Curvas de pressão-vazão de uma válvula de sobreposição crítica, quatro vias, orifícios iguais e simétricos (CAPORALI, 1999).

Na grande maioria das válvulas os orifícios são iguais e simétricos. Fazendo esta consideração, para orifícios iguais, tem-se

$$A_1 = A_3 \tag{4.10}$$

$$A_2 = A_4. \tag{4.11}$$

Para orifícios simétricos, obtêm-se então

$$A_1(x_v) = A_2(-x_v) \tag{4.12}$$

$$A_3(x_v) = A_4(-x_v). \tag{4.13}$$



Portanto na posição neutra do carretel todos os orifícios têm área igual. Assim sendo

$$A_1(0) = A_2(0) = A_0. \quad (4.14)$$

A variação na área do orifício com o deslocamento do carretel é chamado de gradiente de área da válvula (MERRITT, 1967). Se a válvula é linear, então o gradiente de área de cada orifício é dado em  $m^2/m$ .

Se os orifícios têm áreas iguais e são simétricos, a vazão nas câmaras é dada por

$$Q_1 = Q_3 \quad (4.15)$$

$$Q_2 = Q_4. \quad (4.16)$$

Substituindo as equações (4.4), (4.6) e (4.10) em (4.15), tem-se

$$P_s = P_1 + P_2. \quad (4.17)$$

Faz-se o mesmo tratamento para a equação (4.16), e obtêm-se

$$P_1 = (P_s + P_L)/2 \quad (4.18)$$

$$P_2 = (P_s - P_L)/2. \quad (4.19)$$

Pode-se notar que para uma válvula simétrica e com as áreas dos orifícios iguais, quando a pressão  $P_L = 0$  a pressão em cada linha é  $\frac{1}{2}P_s$ . Quando a carga é aplicada, a pressão em uma das linhas aumenta, enquanto que na outra diminui na mesma proporção. As quedas de pressão nas linhas dos orifícios 1 e 3 são idênticas.

A vazão de alimentação total pode ser escrita como

$$Q_s = Q_1 + Q_2 \quad (4.20)$$

$$Q_s = Q_3 + Q_4. \quad (4.21)$$

Para orifícios iguais e posições simétricas, aplicam-se às equações (4.4) a (4.7), (4.15), (4.16), (4.18) e (4.19) nas equações (4.1) e (4.2). Assim sendo tem-se, então

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} - C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)}. \quad (4.22)$$

Substituindo agora nas equações (4.20) e (4.21), tem-se

$$Q_s = C_d A_1 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_L)} + C_d A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s + P_L)}. \quad (4.23)$$

#### 4.1.1 Modelo Matemático Linear para Válvula Hidráulica

Para realizar uma análise dinâmica simplificada é conveniente que as equações que descrevem as curvas de pressão-vazão da válvula sejam linearizadas.

A equação (4.9) é a expressão global para a vazão de carga e pode ser linearizada por uma expansão em série de Taylor num ponto particular de operação  $Q_L = Q_{L1}$ , portanto

$$Q_L = Q_{L1} + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_1 \Delta P_L + \dots$$

Desprezando-se os termos infinitesimais de ordem superior, tem-se

$$Q_L - Q_{L1} = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \Delta x_v + \left. \frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \right|_1 \Delta P_L. \quad (4.24)$$

Das derivadas parciais são definidos os dois parâmetros mais importantes para a válvula, que são

coeficiente de vazão

$$K_q = \left. \frac{\partial Q_L}{\partial x_v} \right|_1 \quad (4.25)$$

coeficiente de vazão-pressão

$$K_c = -\frac{\partial Q_L}{\partial P_L} \quad (4.26)$$

outro parâmetro que é obtido é a sensibilidade de pressão

$$K_p = \frac{\partial P_L}{\partial x_v} \quad (4.27)$$

ou a relação

$$K_p = \frac{K_c}{K_q} \quad (4.28)$$

Portanto, com relação à Figura 4.4, a equação linearizada para as curvas de pressão versus vazão na vizinhança de um ponto, é dado por

$$\Delta Q_L = K_q \Delta x_v - K_c \Delta P_L \quad (4.29)$$

A equação (4.29) é aplicada a todas as válvulas com carretel, palheta ou bocal. Os coeficientes  $K_q$ ,  $K_c$ , e  $K_p$  são chamados de coeficientes da válvula e são extremamente importantes para determinar a estabilidade, resposta em frequência e outras características dinâmicas. O coeficiente de vazão afeta diretamente o ganho em malha aberta em um sistema e portanto tem uma influência sobre a estabilidade do sistema quando em malha fechada.

Os coeficientes da válvula são obtidos numa região de operação próxima ao ponto nulo do gráfico de pressão-vazão ( $Q_L = 0$ ;  $P_L = 0$  e  $x_v = 0$ ), porque os sistemas hidráulicos trabalham próximo a essa região.

#### 4.1.2 Válvula com Centro Crítico

Defini-se agora as curvas de pressão-vazão para uma válvula de centro crítico e de quatro vias, que são as mais utilizadas em sistemas hidráulicos. Substituindo as equações (4.18) e (4.4) em (4.1), obtêm-se assim para  $x_v > 0$

$$Q_L = C_d A_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( \frac{P_s - P_L}{2} \right)}. \quad (4.30)$$

A equação (4.2) pode ter um tratamento similar, para um deslocamento negativo do carretel, ou seja  $Q_L = -Q_4$ , as equações (4.18) e (4.7) podem ser usadas, resultando então para  $x_v < 0$

$$Q_L = -C_d A_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( \frac{P_s + P_L}{2} \right)}. \quad (4.31)$$

Como visto, o resultado é o mesmo, porque a válvula é simétrica. A equação (4.12) é aplicável e as equações (4.30) e (4.31) podem ser combinadas resultando em

$$Q_L = C_d |A_1| \frac{x_v}{|x_v|} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)}. \quad (4.32)$$

Essa é a equação geral para as curvas de pressão-vazão de uma válvula de centro crítico, orifícios iguais e simétricos. Para aberturas dos orifícios cujas camisas são retangulares, pode-se usar o gradiente de área  $w$  para cada porto, Assim sendo, tem-se

$$Q_L = C_d w x_v \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)}. \quad (4.33)$$

As curvas traçadas da equação (4.33), mostradas no Gráfico 4.1, são as curvas de pressão-vazão da válvula.

Os coeficientes da válvula de centros críticos, orifícios iguais e simétricos podem ser obtidos por diferenciação da equação (4.33). Para o coeficiente de vazão, tem-se então

$$K_q = C_d w \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_s - P_T)}. \quad (4.34)$$

Para o coeficiente de vazão-pressão, tem-se

$$K_c = \frac{C_d \cdot w \cdot x_v \sqrt{\frac{l}{\rho} (P_s - P_T)}}{2(P_s - P_L)}. \quad (4.35)$$

Para a sensibilidade de pressão

$$K_p = \frac{2(P_s - P_L)}{x_v}. \quad (4.36)$$

Como mostrado anteriormente o ponto de operação mais importante é o ponto nulo, onde  $P_L = 0$ ;  $Q_L = 0$  e  $x_v = 0$ . Calculando os coeficientes da válvula no ponto de operação da região nula obtêm-se

$$K_{q0} = C_d w \sqrt{\frac{P_s}{\rho}} \quad (4.37)$$

$$K_{c0} = 0 \quad (4.38)$$

$$K_{p0} = (\text{um valor muito grande}). \quad (4.39)$$

## 4.2 Atuadores Hidráulicos

São dispositivos que convertem a energia hidráulica em movimento mecânico de translação ou rotativo. Os dispositivos com movimento de translação são os cilindros hidráulicos, vastamente usados na indústria, e os dispositivos de atuação rotativa são os motores hidráulicos.

### 4.2.1 Cilindro Hidráulico

O equacionamento geral do cilindro hidráulico representando o seu funcionamento pode ser desenvolvido como se segue. Aplicando a equação da continuidade para cada câmara do cilindro (Figura 4.5), tem-se

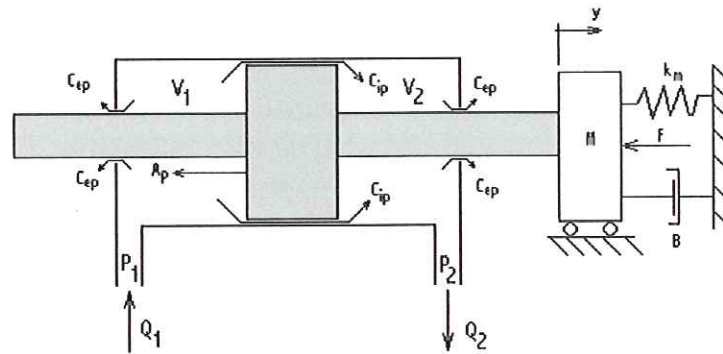


Figura 4.5 – Cilindro hidráulico (CAPORALI, 1999).

$$Q_1 - C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_1 = \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{dP_1}{dt} \quad (4.40)$$

$$C_{ip}(P_1 - P_2) - C_{ep}P_2 - Q_2 = \frac{dV_2}{dt} + \frac{V_2}{\beta_e} \frac{dP_2}{dt} \quad (4.41)$$

onde:

$V_1$  = volume na câmara anterior (inclui válvula, linha de canalização e volume no cilindro);

$V_2$  = volume na câmara posterior (inclui válvula, linha de canalização e volume no cilindro);

$C_{ip}$  = coeficiente de vazamento interno do cilindro;

$C_{ep}$  = coeficiente de vazamento externo do cilindro;

$\beta_e$  = módulo de elasticidade efetivo do fluido (*bulk modulus* efetivo do fluido).

Os volumes nas câmaras do cilindro podem ser escritos como

$$V_1 = V_{01} + A_p y \quad (4.42)$$

$$V_2 = V_{02} - A_p y \quad (4.43)$$

onde

$A_p$  = área da coroa do cilindro;

$y$  = deslocamento da haste do cilindro;

$V_{01}$  = volume inicial na câmara anterior;

$V_{02}$  = volume inicial na câmara posterior.

Assumindo que o cilindro esteja centrado, assim os volumes nas câmaras são iguais:

$$V_{01} = V_{02} = V_0. \quad (4.44)$$

Se esta hipótese não for adotada torna-se muito mais complicada a sua análise e a interpretação dos resultados será mais difícil. A experiência tem mostrado que o problema da estabilidade é mais rigoroso quando o cilindro está centrado uma vez que a hipótese do volume igual nas câmaras é conservativo (MERRITT, 1967).

A soma dos dois volumes é constante e independe da posição do cilindro. Assim sendo, tem-se

$$V_t = V_1 + V_2 = V_{01} + V_{02} = 2V_0 \quad (4.45)$$

onde  $V_t$  é o volume total sobre compressão em ambas as câmaras.

Combinando as equações de volume e de continuidade para o cilindro obtém-se

$$Q_L = A_p \frac{dy}{dt} + C_{ip} P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dP_L}{dt} \quad (4.46)$$

onde  $C_{ip} = C_{ip} + (C_{ep} / 2)$  coeficiente de vazamento total do cilindro.

Esta equação descreve o comportamento dinâmico do cilindro, onde

$A_p \frac{dy}{dt}$  = componente incompressível;

$C_{ip} P_L$  = componente de vazamento;

$\frac{V_t}{4\beta_e} \frac{dP_L}{dt}$  = componente compressível.

A componente incompressível é a que produz o movimento do cilindro. A componente compressível é derivada em termos do módulo de elasticidade do fluido, relacionando a mudança de volume a uma certa pressão para um determinado fluido. A componente de vazamento é o termo que define o vazamento global e é muito importante quando se faz a análise dinâmica de uma combinação de uma servoválvula e um cilindro hidráulico.

Aplicando a segunda lei de Newton ao cilindro, a equação final que representa a dinâmica linear do movimento do cilindro é dada por

$$F_p = A_p P_L = M_t \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + k_m y + F \quad (4.47)$$

onde

$F_p$  = força desenvolvida pelo cilindro;

$M_t$  = massa total do cilindro e carga;

$B$  = atrito viscoso do cilindro e carga;

$k_m$  = constante de força de mola;

$F$  = força arbitrária aplicada sobre o cilindro.

Portanto as equações (4.46) e (4.47) descrevem o funcionamento do cilindro hidráulico.



## Capítulo 5

### MODELAGEM DA PLATAFORMA DE STEWART

#### 5.1 Introdução

A simulação por computador vem sendo, atualmente, muito utilizada no processo de desenvolvimento de projetos de engenharia. O advento do computador digital trouxe uma nova dimensão na solução de problemas na engenharia. Não somente tornou possível a solução de sistemas de equações matemáticas, mas também tornou acessível a formulação automática das equações de movimento que governam os sistemas definidos pelos analistas e projetistas. Uma das técnicas empregadas em sistemas mecânicos é a técnica de Sistemas Multicorpos ou *Multibody Systems* (MBS), implementada em vários sistemas de programas disponíveis comercialmente (RYAN, 1990).

Este capítulo tem o objetivo de introduzir alguns conceitos sobre modelagem matemática, e também, apresentar a modelagem da Plataforma de Stewart utilizada neste trabalho para a determinação de suas características dinâmicas. A modelagem proposta engloba todos os aspectos do movimento da plataforma. Tal modelo foi construído utilizando o software de simulação de sistemas mecânicos *ADAMS*<sup>®</sup>, que utiliza técnicas de modelagem de sistemas multicorpos para a obtenção de equações dinâmicas do movimento. Este software oferece uma interface gráfica para auxiliar a criação do modelo matemático e para a visualização dos resultados da simulação, onde os parâmetros desejados são fornecidos de uma maneira simples e rápida.

## 5.2 Modelagem Matemática

Esta seção tem como objetivo apresentar os conceitos básicos relativos a um processo de modelagem, discutindo técnicas de modelagem de Sistemas Multicorpos (MBS - *Multibody Systems*). Uma breve descrição do *software ADAMS*<sup>®</sup> utilizado no desenvolvimento do trabalho também é apresentada. No estudo de um problema de modelagem, vários níveis de complexidades distintos estão envolvidos. A capacidade de definir apropriadamente os aspectos relevantes de um problema de modelagem é uma qualidade necessária aos cientistas e aos engenheiros. De qualquer maneira, os seguintes passos são parte de um processo de modelagem:

1. Descrever um modelo físico de um sistema que contenha os aspectos relevantes para o estudo desejado, com suas hipóteses simplificadoras;
2. Obter equações que descrevam matematicamente o comportamento do sistema;
3. Resolver as equações resultantes analítica ou numericamente com o objetivo de estimar o comportamento do sistema;
4. Verificar os resultados do modelo por comparação com o comportamento do sistema real;
5. Modificar o sistema físico, se necessário, ou usá-lo para projeto.

O uso de computadores para realizar as tarefas 2 e 3 é uma prática comum nestes dias, como por exemplo, os métodos de elementos finitos, programas de geração de equações MBS, linguagens de simulação para propostas diversas, etc. Eles permitem aos cientistas e engenheiros concentrarem-se nos aspectos mais importantes do estudo, como nas tarefas 1 e 5.

### **5.2.1 Técnicas MBS de Modelagem**

No processo de projeto e análise de sistemas mecânicos complexos surgem, freqüentemente, um número de questões fundamentais relativas ao comportamento pretendido e ao real do sistema estudado. Quando os sistemas envolvem partes e subsistemas, que podem se articular um em relação ao outro, permitindo grandes rotações e translações, muitas das questões levantadas pelos engenheiros e projetistas se focalizam nos possíveis movimentos do sistema.

Estas informações são típicas no ciclo de projeto de qualquer produto que é submetido a movimentos significativos. Felizmente, as ferramentas de análise de sistemas multicorpos (MBS), agora existentes, tais como a descrita neste trabalho, tem revolucionado o modo que engenheiros realizam análises estáticas, cinemáticas e dinâmicas de sistemas mecânicos (RYAN, 1990).

MBS é definido como um sistema mecânico com muitos graus de liberdade. O movimento de um MBS é governado pelas equações chamadas equações dinâmicas do movimento. Estas equações incluem um conjunto de equações diferenciais e algumas equações algébricas. As equações diferenciais são expressões de leis físicas (Leis de Newton), as quais descrevem o movimento de corpos rígidos, e as equações algébricas levam em consideração as restrições desejadas na geometria do sistema ou no seu movimento, tais como as ligações conectando corpos adjacentes, ou características particulares do contato entre os corpos (PASQUINI, 1998).

Técnicas de modelagem MBS podem ser usadas para realizar estudos de análise e projeto de qualquer sistema mecânico que possa ser modelado como um conjunto de corpos rígidos interconectados por juntas, influenciado por forças, dirigido por movimentos prescritos e limitado por vínculos. As equações do movimento para estes sistemas são muito laboriosas e difíceis de serem geradas manualmente, até para um sistema compreendido por um número pequeno de corpos interconectados. Portanto, foi um grande progresso o fato dos formalismos serem desenvolvidos, através dos quais as equações do movimento para um MBS podem

ser geradas por computador, baseado em dados simples sobre os corpos (geométricos e inerciais) a suas interconexões (vínculos cinemáticos e leis de força). Sistemas típicos que podem ser estudados por tais técnicas incluem espaçonaves articuladas, veículos terrestres, mecanismos e máquinas em geral, manipuladores, dispositivos eletromecânicos de alta velocidade, etc.

Engenheiros utilizam tais implementações computacionais no campo de Simulação de Sistemas Mecânicos (MSS – *Mechanical System Simulation*), permitindo desenvolver, testar, reajustar e otimizar o desempenho de sistemas mecânicos submetidos a grandes movimentos. Esta poderosa capacidade é conhecida como "prototipagem virtual".

Tradicionalmente, as empresas constroem protótipos para aprender sobre sistemas complexos, possibilitando a tomada de decisões críticas de projeto. Quando se está aprendendo através de um protótipo real, o processo é composto das seguintes fases (PASQUINI, 1998):

1. Projetar, construir e montar o sistema completo;
2. Instrumentá-lo com acelerômetros, extensômetros, etc.;
3. Executar um conjunto de testes;
4. Coletar e organizar os dados;
5. Interpretar os dados;
6. Finalmente, tomar decisões de projeto, as quais frequentemente envolvem mudanças no protótipo e a repetição do processo.

No caso da prototipagem virtual, o processo é composto por (PASQUINI, 1998):

1. Construir (modelar) o sistema;
2. Instrumentá-lo, apenas solicitando certas saídas de interesse no programa de MBS;

3. Executar um conjunto de testes (simulações);
4. Comparar visualmente o desempenho de várias alternativas de projeto através de animações gráficas;
5. Interpretar os dados, já automaticamente coletados, organizados e plotados;
6. Rapidamente tomar decisões de projeto.

A prototipagem virtual libera o engenheiro para focalizar os aspectos criativos do projeto, interpretando os dados de testes, e tomando novas decisões. Em adição, uma vez que os testes iniciais do protótipo virtual foram avaliados, pode-se necessitar de novos dados ou de modificações substanciais no projeto do protótipo. Os programas de MBS são, em geral, adaptados para esta necessidade; rapidamente pode-se alterar o modelo, gerar novos dados de saída, e executar novamente os testes. Em contraste, trabalhando-se com protótipos reais, o processo de construção e instrumentação deve ser completamente reproduzido, e o tempo reprogramado.

Deve-se atentar para o fato de que a prototipagem virtual não elimina a construção de protótipos reais. O uso desta tecnologia reduz o tempo gasto e o custo dos inúmeros testes normalmente realizados nos protótipos reais, otimizando facilmente parâmetros críticos de projeto, com a simulação do modelo nas mais diversas condições de operação. Assim, pode-se construir o protótipo real, sabendo-se que será necessário executar poucos testes, apenas para confirmar e validar os resultados das simulações.

### **5.2.2 ADAMS<sup>®</sup> - Ferramenta Computacional para MBS.**

Segundo PASQUINI (1998) durante uma simulação, o ADAMS<sup>®</sup> descreve a posição e a orientação de todas as partes do sistema mecânico em termos de seis coordenadas, três translacionais, e três angulares. Armazena os deslocamentos, velocidades e acelerações, translacionais e angulares, dependentes do tempo, no vetor de estado. O vetor de estado também contém os valores correntes das reações e das forças aplicadas em cada uma das partes nas posições baricentrais e nos vínculos.

Assim, o vetor de estado fornece uma descrição completa do sistema mecânico para a simulação do mesmo.

Com base nos resultados da simulação, pode-se ajustar os parâmetros de projeto para melhorar o desempenho do sistema.

As leis da física formam a base para o campo de MBS. As ferramentas de simulação MBS implementam as leis de Newton do movimento, ou uma formulação equivalente dos princípios físicos. O *ADAMS*<sup>®</sup> usa o sistema de equações de movimento de Euler-Lagrange. Este sistema, composto de equações algébricas e diferenciais de segunda ordem, requer métodos numéricos sofisticados para sua solução.

O *ADAMS*<sup>®</sup> define o seguinte, para especificar o modelo mecânico para uma simulação:

- Características inerciais das partes;
- Interação entre as partes;
- Movimentos e forças para o sistema.

O modelo pode também incluir equações diferenciais (de primeira ordem) e algébricas adicionais acopladas ao sistema mecânico ou independentes do mesmo.

Os dados de entrada para uma simulação inclui os seguintes parâmetros:

- Massa e inércia dos corpos rígidos ou partes;
- Definição dos aspectos geométricos do sistema incluindo os centros de massa para as partes, as posições nas partes das juntas que unem os elementos do sistema, e os pontos nos quais as funções específicas de movimento e forças se aplicam;
- Conectividade para o sistema (o mecanismo para a conexão das partes) definidos em termos das juntas mecânicas, e outros vínculos e elementos elásticos;

- Descrição das forças externas e excitações agindo no sistema;
- Atributos gráficos que possibilitam a animação e a visualização do comportamento do sistema.

Uma biblioteca de juntas padrões simplificam a tarefa da definição das conexões entre as partes do sistema.

Cada simulação começa com uma análise dos dados de entrada para verificar se a composição do sistema mecânico é completa, correta e consistente.

O processo de verificação é minucioso. Um conjunto completo de mensagens identificarão quaisquer erros que poderão ocorrer nos dados de entrada. A montagem das equações diferenciais e algébricas (DAEs) para a simulação real do problema apenas acontecerá após os dados de entrada passarem pelos padrões listados acima.

### 5.2.3 Sistema de Coordenadas

Segundo CHACE (1985) um problema computacional essencial em simulação dinâmica de grandes deslocamentos é a construção automática e a simultânea solução numérica de um conjunto de equações diferenciais ordinárias sendo conhecidas as condições iniciais. A cada passo de integração todos os coeficientes devem ser numericamente calculados e o conjunto de equações resolvido, sendo que este possui um alto grau de variáveis dependentes. A velocidade desse processo depende muito da escolha das coordenadas para representar o sistema. O *ADAMS*<sup>®</sup> utiliza um sistema de coordenadas que consiste simplesmente de três deslocamentos retangulares do centro de massa de cada parte mais a rotação das mesmas com os ângulos medidos em relação ao sistema de coordenadas global. Isto tende a resultar em um grande mas esparsa sistema de equações, onde é possível o uso de métodos de matrizes esparsas para solução.

A restrição de movimento no *ADAMS*<sup>®</sup>, seja através de juntas ou outros vínculos, remove graus de liberdade do modelo através da inclusão de equações algébricas ao conjunto de equações do sistema, essas expressões de restrição de movimento são numerosas e variadas, mas somente envolvem duas partes adjacentes

normalmente ligadas por uma junta, o que dessa forma tornam as equações esparsas. O *ADAMS*<sup>®</sup> pode gerar centenas de equações diferenciais e algébricas, mas que são resolvidas rapidamente por possuir um algoritmo usando matrizes esparsas e um avançado sistema de integração.

#### 5.2.4 Tipos de Análises

Podemos realizar seis diferentes tipos de análises dependendo das características do problema e do interesse que se tem. Cada um destes tipos de análises é útil em um contexto apropriado. As várias análises fornecem diferentes informações sobre o sistema, como descrito a seguir (CHACE, 1985; PASQUINI, 1998).

1. O *ADAMS*<sup>®</sup> realiza uma análise de condições iniciais (o processo de montagem) antes das análises estática, quase-estática e dinâmica. Após processar os dados de entrada e antes da simulação começar, o *ADAMS*<sup>®</sup> requer um consistente conjunto de valores para o estado do sistema. Isto é, os deslocamentos e velocidades têm que satisfazer as equações de vínculo que definem o sistema. Em sistemas complexos, os valores iniciais que são especificados para deslocamentos e velocidades freqüentemente violam as equações de vínculo. A análise das condições iniciais modifica os dados de entrada para os deslocamentos e velocidades necessários para satisfazer os vínculos do sistema enquanto minimiza a mudança nos dados. Freqüentemente, é conveniente especificar apenas pequenos deslocamentos e velocidades iniciais, e permitir que a análise das condições iniciais monte o resto para o sistema de forma adequada.
2. Uma análise cinemática simula o movimento do sistema. Ela permite ao engenheiro determinar a faixa de valores possíveis para o deslocamento, velocidade e aceleração de qualquer ponto de interesse em um equipamento mecânico. Especificando-se as propriedades de massa e de inércia de uma parte, o *ADAMS*<sup>®</sup> também calcula as correspondentes forças aplicadas e de reação requeridas para gerar os movimentos prescritos. Uma aplicação típica desta análise é a avaliação preliminar de um modelo complicado para posterior análise dinâmica.



3. A análise de equilíbrio estático determina um estado para o sistema para balancear todas as forças internas e externas na ausência de quaisquer movimentos ou forças inerciais. Todas as velocidades e acelerações do sistema são ajustadas para zero. Frequentemente, acha-se um ponto de partida para uma análise dinâmica pelo uso de uma análise estática para remover transitórios indesejados no início da simulação.
4. Uma análise quase-estática é uma seqüência de análises estáticas realizadas para diferentes configurações do sistema, tipicamente, em intervalos fixos de tempo por todo um movimento prescrito para o sistema.
5. O tipo mais complexo de análise é a análise dinâmica. Vários integradores diferentes estão disponíveis para achar a solução para um sistema completo de equações diferenciais e algébricas (DAEs). A análise dinâmica fornece solução no tempo (história no tempo) para todos os deslocamentos, velocidades, acelerações, forças de reação internas em um sistema mecânico dirigido por um conjunto de forças e excitações externas.
6. Na análise linear, o *ADAMS*<sup>®</sup> lineariza o sistema de equações não-lineares para o modelo em um ponto de operação. Isto resulta em um conjunto de equações lineares invariantes no tempo na forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde  $x$  é o vetor de estados,  $y$  o vetor de saídas,  $u$  o vetor de entradas da planta e  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  representam as matrizes de estado, de controle, de saída e de transmissão direta que são invariantes no tempo (SOHONI, 1989).

### 5.2.5 Método de Integração

O comando responsável pela seleção do integrador, ou seja, do método de integração utilizado pelo *ADAMS<sup>®</sup>/Solver* é o INTEGRATOR. Os parâmetros do comando permitem controlar a integração numérica das equações de movimento para uma análise dinâmica. Deve-se alterar as declarações do comando quando os valores padrão dos parâmetros para solução numérica não estiverem otimizados para o caso particular.

Uma análise dinâmica é mais apropriada quando as forças de inércia são significativas e afetam a resposta do sistema. A análise dinâmica de um sistema mecânico consiste essencialmente da integração numérica de equações diferenciais não lineares de movimento.

Equações diferenciais ordinárias (EDOs) podem ser classificadas como sendo *stiff* ou *non-stiff*. Um conjunto de EDOs é dita *stiff* quando tem os autovalores bem separados (baixa e alta frequência) com os autovalores de alta frequência sendo sobreamortecido. Desta forma, quando o sistema tem a capacidade de vibrar em alta frequência, isto não ocorre, pois está associado a um alto amortecimento que dissipa este modo de movimento.

Os integradores são classificados em *stiff* e *non-stiff*. Um integrador *stiff* é tal que possa resolver um sistema de equações *stiff* eficientemente. Como muitos dos sistemas mecânicos são numericamente *stiff*, o integrador padrão do *ADAMS<sup>®</sup>/Solver* é o GSTIFF, um integrador *stiff* que é baseado no integrador DIFSUB desenvolvido por C. W. Gear. Sendo que a solução ocorre em duas fases: predição seguida por correção.

O integrador GSTIFF é o mais amplamente usado e testado integrador do *ADAMS<sup>®</sup>/Solver*. Sendo de ordem variável, de passo variável e multipasso. Possui alta velocidade, alta acuracidade para deslocamentos do sistema e robustez em vários tipos de análises de problemas.

### 5.3 Modelagem da Plataforma de Stewart

O modelo de Plataforma de Stewart utilizado refere-se a uma plataforma com configuração 3-3, com duas plataformas triangulares iguais. Sendo os atuadores ligados à plataforma móvel através de seis juntas esféricas e à estacionária por seis juntas universais. Esta configuração é conhecida como plataforma cúbica, pois os atuadores ficam posicionados como arestas de um cubo. As dimensões da plataforma e os pontos de fixação das juntas dependem do comprimento dos atuadores na posição neutra. Utilizam-se seis cilindros hidráulicos de dupla haste acionados por seis servoválvulas para realizar os movimentos desejados.

O modelo foi construído através do módulo *ADAMS®/View* com características geométricas e inerciais aproximadas da configuração real que se deseja simular. As características de inércia e massa do modelo foram calculadas pelo próprio *ADAMS®* através da geometria das peças, considerando que o material utilizado é o aço carbono com densidade de  $7801 \text{ kg/m}^3$ .

As dimensões da plataforma foram obtidas a partir das relações geométricas apresentadas no Capítulo 3, considerando o comprimento do cilindro hidráulico na posição neutra igual a 1705 mm como mostra a Figura 5.1.

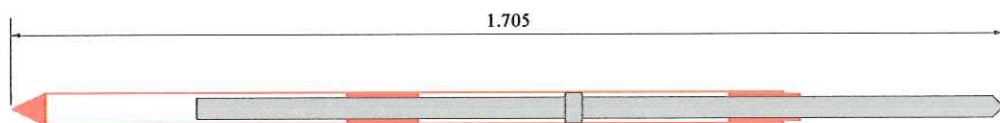


Figura 5.1 – Cilindro hidráulico na posição neutra (unidade: mm).

#### 5.3.1 Cilindro Hidráulico e Plataforma Móvel

O cilindro hidráulico que se tomou como modelo possui as características mostradas na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Características do cilindro hidráulico.

Curso	500 mm (0,5 m)
Pressão máxima de alimentação	210 bar ( $2,1 \times 10^7$ Pa)
Pressão de trabalho	210 bar ( $2,1 \times 10^7$ Pa)
Diâmetro do êmbolo	50 mm (0,05 m)
Diâmetro da haste	36 mm (0,036 m)
Força	19,56 kN
Velocidade de Atuação	0,95 m/s
Vazão	54,08 l/min ( $9,0133 \times 10^{-4}$ m <sup>3</sup> /s)
Obs.: Com sistema de medição de posição e de pressão	

Adota-se, no entanto, um modelo aproximado de cilindro hidráulico e dos dispositivos de fixação como mostra a Figura 5.2.

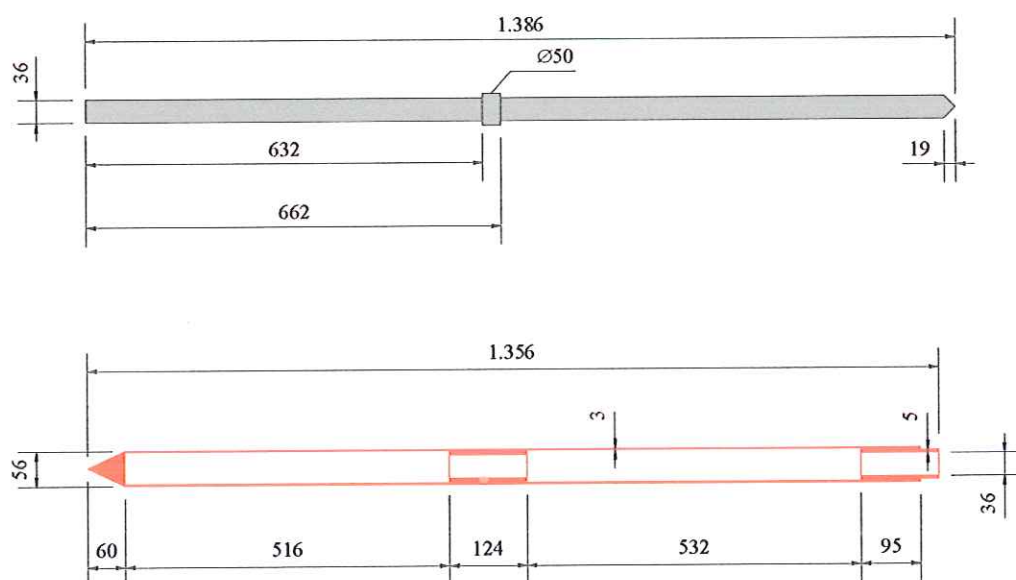


Figura 5.2 – Modelo do cilindro hidráulico e da fixação (unidade: mm).

A plataforma móvel é um prisma de base triangular com lado igual a  $l\sqrt{2} = 2411,2341$  mm e altura de 30 mm.

As características de inércia em relação aos eixos baricentrais e massa dos componentes da Plataforma de Stewart estão apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Propriedades de inércia e massa.

	$I_{xx}$ [kg.mm <sup>2</sup> ]	$I_{yy}$ [kg.mm <sup>2</sup> ]	$I_{zz}$ [kg.mm <sup>2</sup> ]	Massa [kg]
Haste	1,7153x10 <sup>6</sup>	1868,3411	1,7153x10 <sup>6</sup>	11,1262
Corpo e suporte de fixação	1,1247x10 <sup>6</sup>	4397,28	1,1247x10 <sup>6</sup>	7,0826
Plataforma móvel	1,4278x10 <sup>8</sup>	2,8546x10 <sup>8</sup>	1,4278x10 <sup>8</sup>	589,1839

### 5.3.2 Montagem da Plataforma de Stewart

A montagem da Plataforma de Stewart manteve as relações geométricas demonstradas no Capítulo 3. As juntas de translação unem as hastes dos cilindros hidráulicos aos corpos permitindo um grau de liberdade de translação entre eles. As juntas esféricas unem as hastes à plataforma móvel e permitem três graus de liberdade de rotação, enquanto que as juntas universais unem os corpos dos cilindros à plataforma estacionária (base) permitindo que se movimentem com dois graus de liberdade de rotação (Figura 5.3).

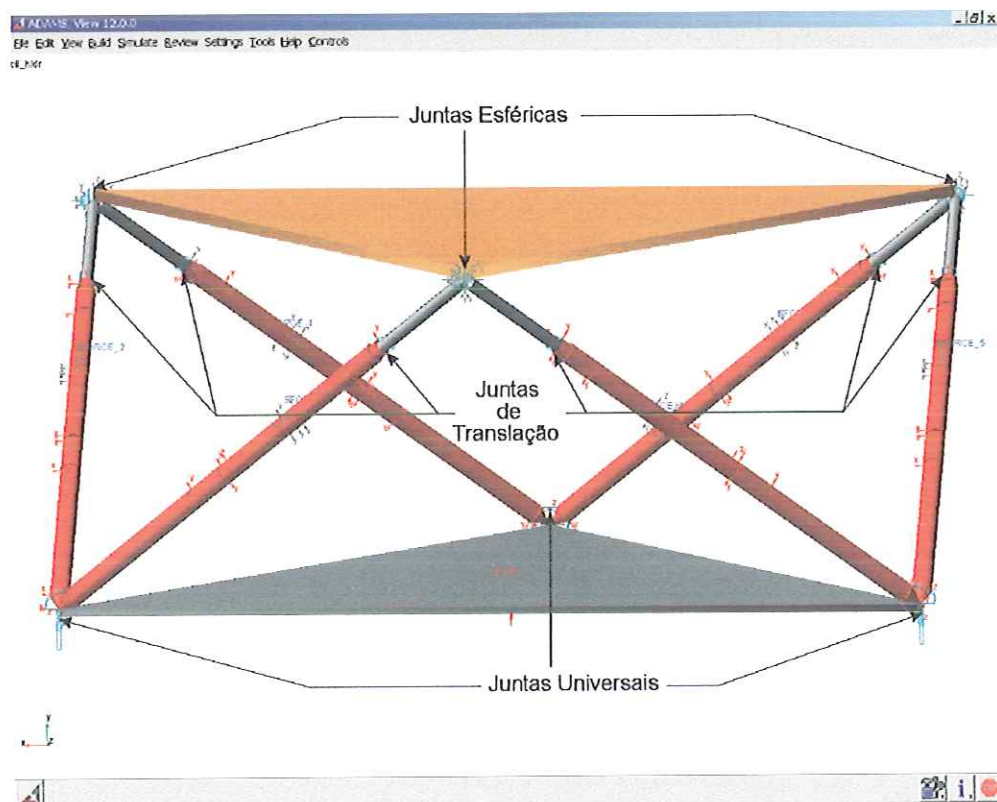


Figura 5.3 – Posicionamento das juntas na Plataforma de Stewart.

A Figura 5.4 mostra a Plataforma de Stewart com configuração cúbica, modelada no *ADAMS*<sup>®</sup>, de vários ângulos para que se possa ter uma visão espacial da mesma.

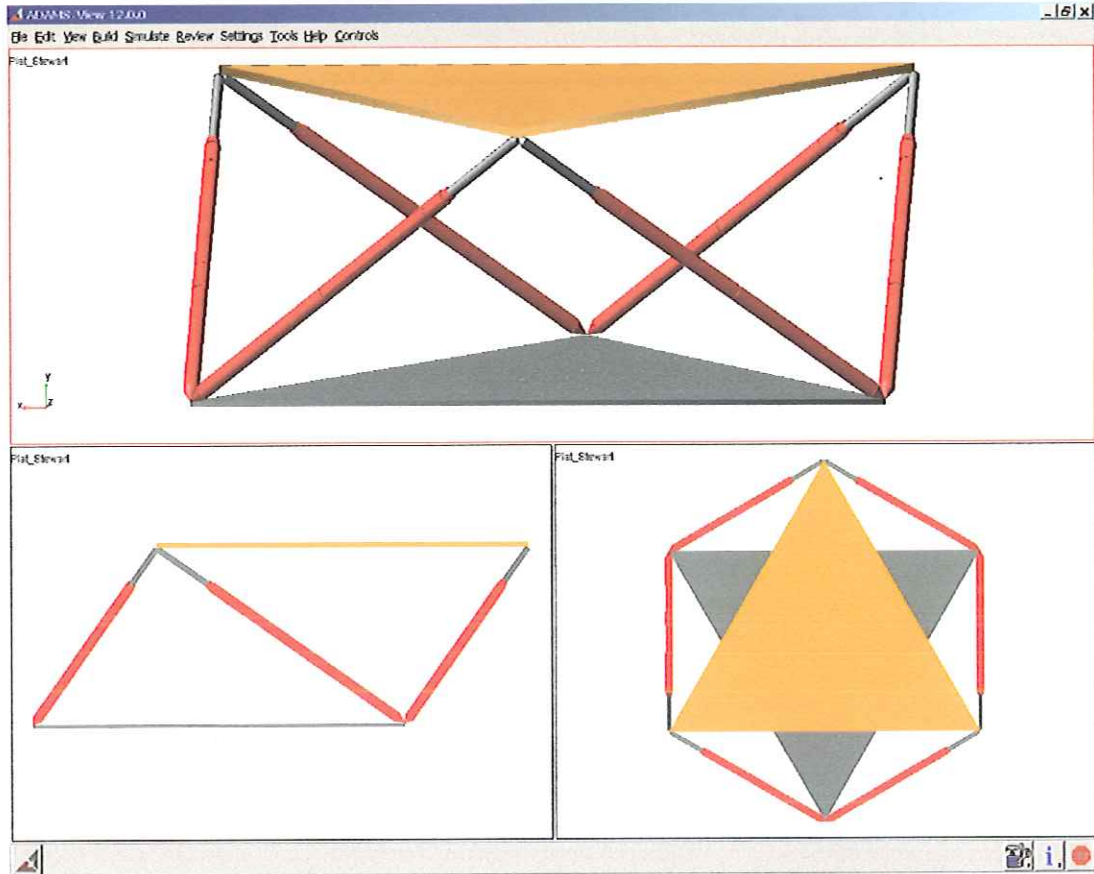


Figura 5.4 – Vistas da Plataforma de Stewart com configuração cúbica modelada no *ADAMS*<sup>®</sup>.

Cada haste possui uma força que atua em uma única direção fixada a mesma, e a cada força se associa uma variável que altera o valor da força para cada instante de acordo com os valores de saída do sistema de controle. O controle altera a força a partir das diferenças entre os valores dos deslocamentos dos atuadores e dos valores desejados.

Os deslocamentos dos atuadores são medidos utilizando dois sistemas de coordenadas, sendo um da haste e outro do corpo do cilindro e os deslocamentos relativos são associados a seis variáveis cujos valores são calculados e atualizados a cada passo de integração. Utilizam-se também as derivadas desses deslocamentos

associadas às suas respectivas variáveis. Com as variáveis estabelecidas pode-se defini-las como as saídas do modelo dinâmico.

#### 5.4 Análise do Modelo Linear na Forma de Espaço de Estados

O modelo linear descrito nesta seção é obtido através do comando LINEAR, presente no programa ADAMS<sup>®</sup>, que calcula tanto os modos e autovalores do modelo como a representação na forma de espaço de estados ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ ). A representação linear fornece importantes características do comportamento dinâmico do modelo. Propriedades de estabilidade do sistema têm relação direta com a parte real dos autovalores complexos. Autovalores com parte real positiva representam modos instáveis. A análise dos autovalores ainda fornece características do amortecimento e do comportamento oscilatório através de suas componentes reais e imaginárias (BARBIERE, 2002).

O vetor de estados, automaticamente gerado pelo ADAMS<sup>®</sup>, é composto pelas coordenadas generalizadas  $q$  e pelas velocidades generalizadas  $u$ . Segundo SOHONI, as coordenadas generalizadas escolhidas como variáveis de estado são aquelas que apresentam as mais rápidas variações dentro do modelo (BARBIERE, 2002). As linearizações devem ser realizadas em torno do ponto de operação, após a realização de uma simulação estática ou dinâmica. As matrizes foram obtidas através de uma linearização com a Plataforma de Stewart na sua posição neutra e após a realização de uma simulação estática.

O vetor de estados é formado por grandezas relativas aos centros de massa de várias partes da Plataforma de Stewart medidas em relação aos sistemas de coordenadas baricentrais  $\{C_{id}\}$ , onde  $id$  é o número de identificação da parte, e expressas em relação ao sistema de coordenadas global. O vetor possui 12 estados, relacionados abaixo:

$x_1 = u_1 =$  velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id}(dy_{cm}/dt))$  da haste do cilindro 1.

$x_2 = q_1 =$  deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id}y_{cm})$  da haste do cilindro 1.

$x_3 = u_2 =$  velocidade lateral  ${}^B(C_{id}(dx_{cm}/dt))$  da plataforma móvel.

- $x_4 = q_2 =$  deslocamento lateral  ${}^B(C_{id} x_{cm})$  da plataforma móvel.  
 $x_5 = u_3 =$  velocidade lateral  ${}^B(C_{id} (dz_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 2.  
 $x_6 = q_3 =$  deslocamento lateral  ${}^B(C_{id} z_{cm})$  da haste do cilindro 2.  
 $x_7 = u_4 =$  velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id} (dy_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 3.  
 $x_8 = q_4 =$  deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id} y_{cm})$  da haste do cilindro 3.  
 $x_9 = u_5 =$  velocidade lateral  ${}^B(C_{id} (dz_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 5.  
 $x_{10} = q_5 =$  deslocamento lateral  ${}^B(C_{id} z_{cm})$  da haste do cilindro 5.  
 $x_{11} = u_6 =$  velocidade longitudinal  ${}^B(C_{id} (dy_{cm} / dt))$  da haste do cilindro 6.  
 $x_{12} = q_6 =$  deslocamento longitudinal  ${}^B(C_{id} y_{cm})$  da haste do cilindro 6.

Relembrando que todos os estados são determinados em relação aos sistemas de coordenadas baricentrais das partes referidas.

Os autovalores calculados pelo *ADAMS*<sup>®</sup> através do comando *LINEAR* estão apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Autovalores do modelo linear.

Nº do autovalor	Modelo linear	
	Real	Imaginário
1	0,396153137	±0,0000
2	-0,396153137	±0,0000
3	1,790097087	±0,0000
4	-1,790097087	±0,0000
5	1,790097087	±0,0000
6	-1,790097087	±0,0000
7	-2,585957382	±0,0000
8	2,585957382	±0,0000
9	3,047538396	±0,0000
10	-3,047538396	±0,0000
11	3,047538396	±0,0000
12	-3,047538396	±0,0000



## Capítulo 6

### SISTEMA DE CONTROLE

#### 6.1 Sistema de Controle Seguidor com Realimentação de Estados

O Sistema linearizado de malha aberta é representado abaixo pelas equações de estado de  $n$ -ésima ordem e as equações de saída de  $p$ -ésima ordem.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6.1)$$

$$y = Cx = \begin{bmatrix} E \\ F \end{bmatrix} x \quad (6.2)$$

onde  $y$  é um vetor  $p \times 1$  e  $w = Ex$  é um vetor  $m \times 1$  representando as saídas que são requeridas para seguir o vetor de entrada  $r$ .

O controle por realimentação de estados é projetado com o intuito de que o vetor  $w$  siga o comando de entrada  $r$  no sentido de que a resposta em regime seja

$$\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = r(t) \quad (6.3)$$

quando  $r$  é um comando de entrada constante por partes. Segundo D'AZZO & HOUPIS (1995) o método de projeto consiste em adicionar um vetor comparador e integrador que satisfaça a equação

$$\dot{z} = r - w = r - Ex. \quad (6.4)$$

O sistema de malha aberta composto é então governado pelas equações aumentadas de estado e saída formadas a partir das equações (6.1) a (6.4)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r = \bar{A}x' + \bar{B}u + \bar{B}'r \quad (6.5)$$

$$y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \bar{C}x' \quad (6.6)$$

onde

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -E & 0 \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{B}' = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; \bar{C} = [C \ 0]. \quad (6.7)$$

D'AZZO & HOUPIS (1995) mostram que a lei de controle a ser usada é

$$u = K_1 x + K_2 z = [K_1 \ K_2] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$\bar{K} = [K_1 \ K_2]. \quad (6.9)$$

O diagrama que representa o sistema de controle por realimentação, consistindo das equações de estado e de saída dadas pelas equações (6.1) e (6.2) e a lei de controle dada pela equação (6.8), é mostrado na Figura 6.1.

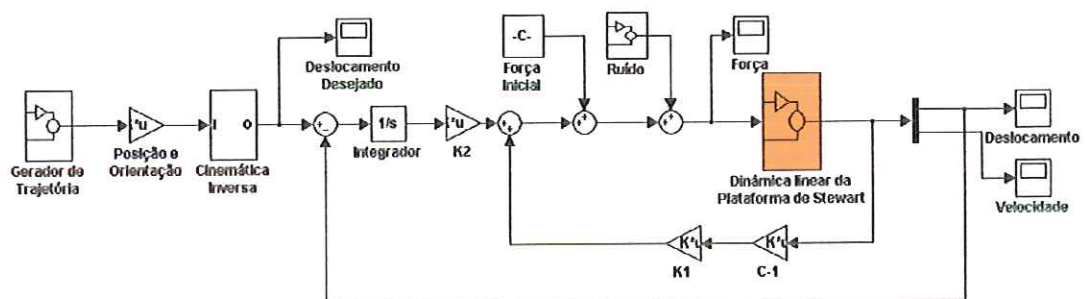


Figura 6.1 – Sistema de controle seguidor.

Esta lei de controle atribui o espectro de autovalores de malha fechada, se e somente se, a planta aumentada e o par de matrizes de controle  $(\bar{A}, \bar{B})$  é controlável (D'AZZO & HOUPIS, 1995). Esta condição é satisfeita se  $(A, B)$  é um par controlável e o

$$\text{posto} \begin{bmatrix} B & A \\ 0 & -E \end{bmatrix} = n + m. \quad (6.10)$$

Para que  $(A, B)$  seja controlável é necessário que satisfaça a seguinte condição de controlabilidade

$$\text{posto } M_c = \text{posto} [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-m}B] = n. \quad (6.11)$$

As condições das equações (6.10) e (6.11) garantem que a lei de controle pode ser sintetizada tal que a saída da malha fechada  $w$  segue o comando de entrada  $r$ . E neste caso a equação de malha fechada é

$$\dot{x}' = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_1 & BK_2 \\ -E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r = A'_{cl} x' + B' r. \quad (6.12)$$

A matriz de realimentação deve ser selecionada tal que os autovalores da matriz da planta de malha fechada estejam todos no semiplano complexo esquerdo.

A obtenção da matriz  $\bar{K}$  é realizada a partir da seleção dos autovalores a serem atribuídos à matriz da planta de malha fechada  $A'_{cl}$  na equação (6.12)

$$\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+m}\} \quad (6.13)$$

e um conjunto associado de autovetores

$$v(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{v_1, v_2, \dots, v_{n+m}\} \quad (6.14)$$

que são selecionados a fim de se obter as características de resposta no tempo desejadas. Os autovalores e autovetores são relacionados pela equação

$$[\bar{A} + \bar{B}\bar{K}] v_i = \lambda_i v_i \quad (6.15)$$

que pode ser colocada na forma

$$[\bar{A} - \lambda_i I \quad \bar{B}] \begin{bmatrix} v_i \\ g_i \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n+m, \quad (6.16)$$

onde  $v_i$  é o autovetor e

$$g_i = \bar{K}v_i. \quad (6.17)$$

Para satisfazer a equação (6.16), o vetor  $[v_i^T \quad g_i^T]^T$  deve pertencer ao *kernel* de

$$\bar{S}(\lambda_i) = [\bar{A} - \lambda_i I \quad \bar{B}] \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n+m. \quad (6.18)$$

A notação  $\ker S(\lambda_i)$  é usada para definir o espaço chamado de nulo que contém todos os vetores  $[v_i^T \quad g_i^T]^T$  para que a equação (6.16) seja satisfeita (D'AZZO & HOUPIS, 1995). A equação (6.17) pode ser usada para formar a igualdade matricial

$$[g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_{n+m}] = [\bar{K}v_1 \quad \bar{K}v_2 \quad \dots \quad \bar{K}v_{n+m}] \quad (6.19)$$

donde se obtém a matriz  $\bar{K}$  como segue:

$$\bar{K} = [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_{n+m}][v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_{n+m}]^{-1} = QV^{-1}. \quad (6.20)$$

Observa-se que os autovalores podem ter valores repetidos de número igual às entradas do sistema. Isso se deve ao fato do espaço nulo ter dimensão igual ao número de entradas. Assim associa-se um autovalor repetido a um vetor da base do espaço nulo. Com isso, todas as colunas da matriz  $V$  continuam sendo linearmente independentes e, por isso, a matriz  $V^{-1}$  existe.

## Capítulo 7

### SIMULAÇÃO USANDO SIMULINK®/ADAMS®

#### 7.1 SIMULINK®

SIMULINK® é um pacote de software que faz parte do MATLAB® desenvolvido pela Mathworks Inc. que permite modelar, simular e analisar sistemas cujas saídas variam no tempo. Tais sistemas são freqüentemente sistemas dinâmicos podendo ser lineares ou não lineares modelados em tempo contínuo ou discreto. O SIMULINK® pode ser usado para explorar o comportamento de uma ampla faixa de sistemas dinâmicos reais incluindo circuitos elétricos, sistemas de freios, de absorção de choques e muito outros sistemas elétricos, mecânicos e termodinâmicos.]

O processo de simulação usando o SIMULINK® consiste de duas etapas. Primeiro cria-se um modelo gráfico (diagrama de blocos) do sistema a ser simulado usando-se o editor de modelos do SIMULINK®. O modelo representa as relações matemáticas dependentes no tempo entre os sistemas de entradas, estados e saídas. Então, simula-se o comportamento do sistema durante um determinado período de tempo, que no caso é o modelo ou a planta do sistema gerado pelo ADAMS® e exportado para o SIMULINK® como um bloco *s-function*. O controle e a modelagem do sistema hidráulico será realizado no próprio SIMULINK®.

#### 7.2 Simulação e Controle Usando SIMULINK®/ADAMS®

O sistema de controle será montado através de um diagrama de blocos que represente a planta e a lei de controle desejadas. São utilizados dois modelos da Plataforma de Stewart como planta, gerados a partir do software de modelagem dinâmica ADAMS® e exportado para o SIMULINK®. Um linear e um não linear apresentando ambos seis

entradas que são as forças nos atuadores e doze saídas, das quais seis são os deslocamentos dos atuadores e as outras seis a derivada no tempo desses deslocamentos.

O modelo linearizado em termos de variáveis de estados é utilizado para realizar o controle em torno da posição de linearização. É representado por quatro matrizes:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . A matriz  $A$  possui dimensões  $n \times n$  onde  $n$  é o número de estados que no caso é igual a duas vezes o número de graus de liberdade do sistema. Como a Plataforma de Stewart possui seis graus de liberdade  $n$  é igual a doze. A matriz  $B$  possui dimensões  $n \times m$  onde  $m$  é igual a seis que é o número de entradas do sistema. A matriz  $C$  é  $p \times n$  onde  $p$  é o número de saídas do sistema e a matriz  $D$  é  $p \times m$  que no caso tem todos os seus elementos nulos.

O modelo não linear é utilizado para simular o comportamento da plataforma real e testar a eficiência do controle utilizado, isto é, verificar se o controle gerado a partir do modelo linear é capaz de controlar o modelo não linear de forma adequada em torno do ponto de linearização.

Na utilização do modelo não linear, para que os estados possam ser realimentados, estes devem ser medidos e colocados como saídas do sistema. O modelo em questão possui seis saídas controláveis que são os deslocamentos dos atuadores e se forem acrescentados mais doze, uma para cada estado, resultaria num sistema com dezoito saídas. Isto se faz necessário, pois os estados são definidos internamente durante o processo de linearização realizado pelo *ADAMS*® e nem sempre coincidem com as saídas que se deseja controlar. Outra opção é acrescentar mais seis saídas, pois assim a matriz  $C$  passa a ter dimensão quadrada  $12 \times 12$ . Então, com as saídas do modelo não linear e a inversa da matriz  $C$  consegue-se reconstruir os estados e realizar a realimentação a partir do sistema construído no *SIMULINK*® e mostrado na Figura 7.1,

$$y = Cx \quad (7.1)$$

$$x = C^{-1}y \quad (7.2)$$

onde a planta do sistema é o modelo não linear da Plataforma de Stewart. A entrada de controle  $r$  é o vetor formado pelos deslocamentos dos atuadores lineares, calculados através da cinemática inversa, que levam a plataforma a uma posição  $(x \ y \ z)$  e uma orientação  $(\alpha \ \beta \ \gamma)$  desejada.

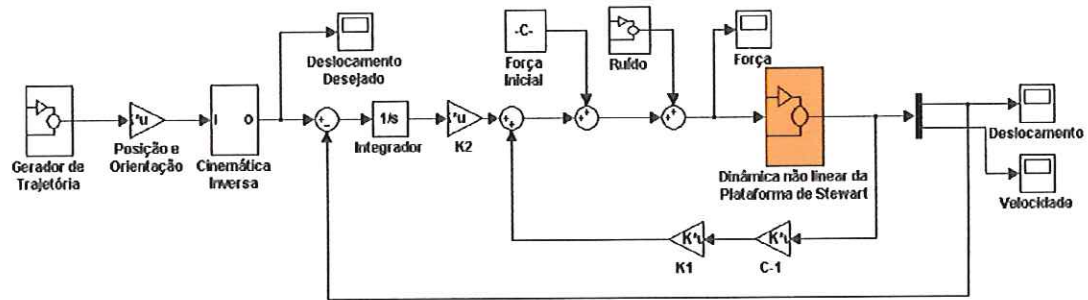


Figura 7.1 – Sistema de controle seguidor.

Para evitar que nos instantes iniciais a plataforma se desloque por ação da gravidade enquanto o controle, constituído pelas forças nos atuadores, parta do zero até o valor necessário para manter o equilíbrio da plataforma na posição inicial, utiliza-se como condição inicial, os valores requeridos das forças nos atuadores, calculados através de uma análise estática.

### 7.3 Implementação da Dinâmica do Sistema Hidráulico

As equações deduzidas no Capítulo 4 que descrevem o comportamento dinâmico de uma servoválvula e cilindro hidráulico foram obtidas levando-se em conta uma servoválvula com controle de fluxo como é encontrado na maioria das literaturas. No entanto, para o sistema de controle de posição e orientação empregado faz-se necessário utilizar uma servoválvula com controle de pressão onde as equações deduzidas no Capítulo 4 continuam valendo sendo apenas rearranjadas para se obter pressão como saída. Pode-se obter o controle de pressão através da aplicação de um servocontrole de pressão aplicado a uma servoválvula com controle de fluxo, utilizando uma servoválvula específica para controle de pressão onde a corrente de entrada é proporcional à pressão, ou ainda, utilizando um servocontrole de pressão associado a uma servoválvula com controle de pressão. Utiliza-se o último caso com

o servocontrole associado a um controle PI (proporcional-integral) para eliminar o erro de regime na servoválvula.

### 7.3.1 Modelagem do Servocontrole de Pressão

Devido ao fato da modelagem do sistema hidráulico não ter sido levado em conta na obtenção das matrizes  $K_1$  e  $K_2$  do sistema de controle seguidor, a inclusão do modelo do sistema hidráulico deve ser feita de tal forma a não alterar as equações de malha fechada do sistema de controle e da Plataforma de Stewart. Utiliza-se, então, uma servoválvula com um servocontrole de pressão que nada mais é do que um sistema de controle onde se medem as saídas e estas são forçadas a rapidamente e de forma acurada a seguirem os sinais de comando. Utilizam-se as forças nos atuadores determinadas pelo controle com realimentação de estados e a área da coroa do pistão para se obter a pressão de carga  $P_L$  desejada para cada atuador. Estas serão os sinais de comando que devem ser comparados com as diferenças de pressão entre as linhas dos atuadores, medidas através de transdutores de pressão que transformam pressão em sinal elétrico. Com isso obtêm-se o sinal de erro que amplificado corrigirá a posição do carretel da servoválvula de tal forma que o erro entre a entrada e a saída do servocontrole de pressão zere rapidamente (Figura 7.2). Com as equações dinâmicas da servoválvula e do cilindro hidráulico, equações (7.3) e (7.4) que são respectivamente uma combinação das equações de volume e continuidade para o

$$Q_L = A_p s y + C_{tp} P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} s P_L \quad (7.3)$$

$$Q_L = K_q x_v - K_c P_L \quad (7.4)$$

cilindro hidráulico e a equação linearizada de uma servoválvula para um determinado ponto de operação e incluindo-se, então, o servoamplificador pode-se montar um diagrama de blocos simplificado para o servocontrole de pressão que é mostrado na Figura 7.3 (NEAL, 1974).



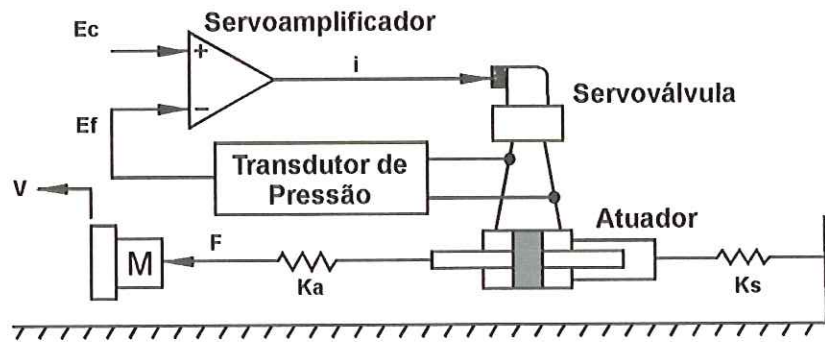


Figura 7.2 – Diagrama esquemático do servocontrole de pressão (NEAL, 1974).

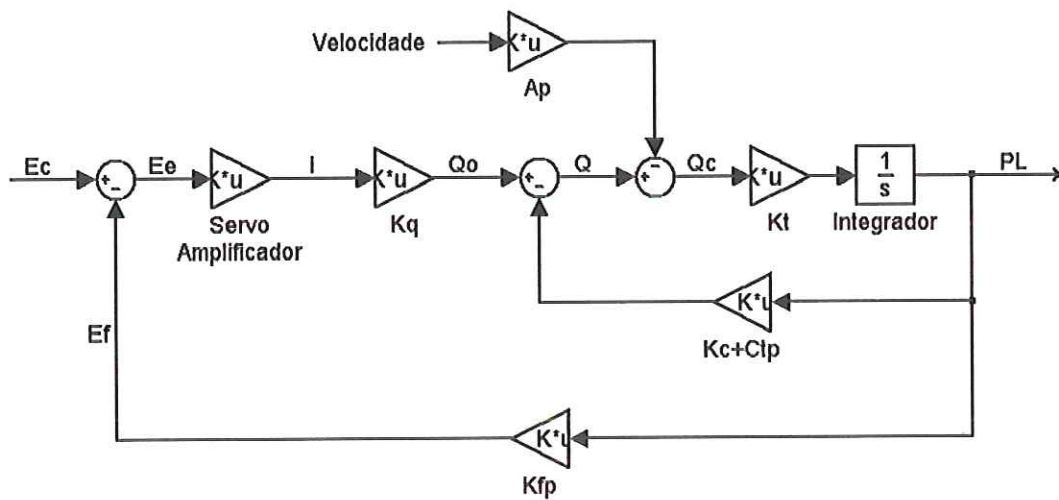


Figura 7.3 – Diagrama de blocos do servocontrole de pressão (NEAL, 1974).

$$\frac{I}{K'_t} = \frac{I}{K_a} + \frac{I}{K_s} \quad (7.5)$$

$K_a$  = Rigidez do atuador e do sistema de comando; incluindo a rigidez mecânica e o efeito mola do óleo  $\frac{4\beta_e A_p^2}{V_t}$  [N/m].

$K_s$  = Rigidez da estrutura de fixação do atuador [N/m].

$K'_t$  = Rigidez total do sistema servoválvula cilindro hidráulico [N/m].

$$K_t = \frac{K'_t}{A_p^2} \quad (7.6)$$

As curvas de pressão-vazão usando uma servoválvula com realimentação de pressão se alteram em relação às curvas de uma com realimentação de posição (Figura 7.4) (MERRITT, 1967).

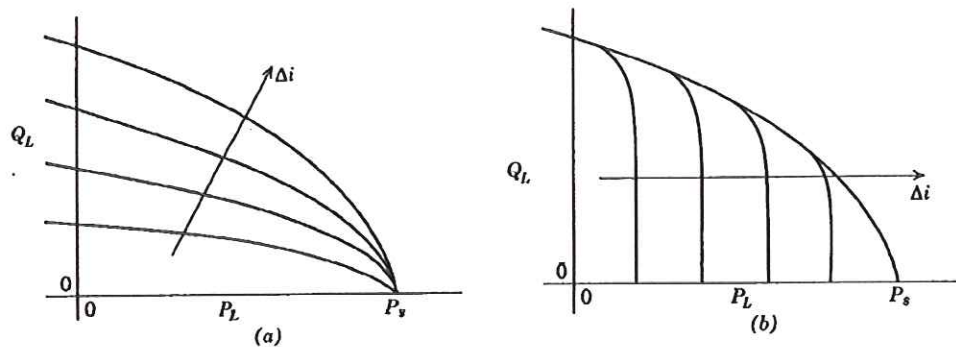


Figura 7.4 – Curvas de pressão-vazão de uma servoválvula usando: (a) realimentação de posição; (b) realimentação de pressão (MERRITT, 1967).

Utiliza-se um sistema para controle de pressão diferente do proposto anteriormente por possuir um controlador PI e está mostrado na Figura 7.5.

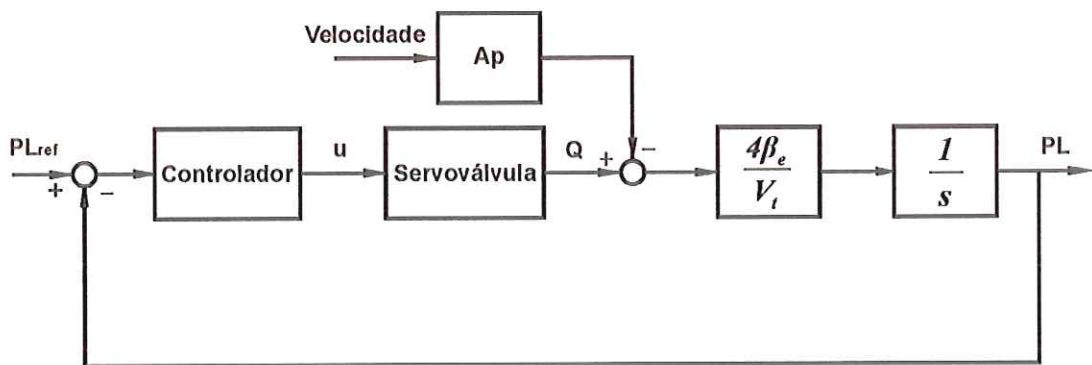


Figura 7.5 – Modelo do servocontrole de pressão.

A pressão de carga de saída do sistema  $P_L$  é subtraída da pressão de referência  $P_{Lref}$  gerando o erro que será a entrada do controle PI (proporcional-integral). A saída do controle, ou seja, a ação de controle  $u$  para a servoválvula é o sinal elétrico referente ao deslocamento do carretel  $x_v$ . O diagrama de blocos do servocontrole está mostrado na Figura 7.6.

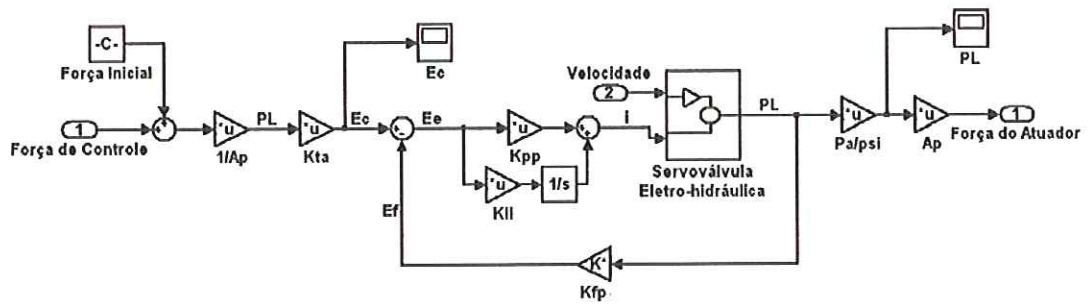


Figura 7.6 – Diagrama de blocos do servocontrole de pressão.

### 7.3.2 Modelo da Servoválvula

Utiliza-se um modelo linear de servoválvula onde as equações que descrevem o comportamento do motor de torque, do bocal-palheteta e do amplificador hidráulico (desprezando-se as inércias) são consideradas na modelagem da servoválvula. Este modelo foi desenvolvido para servoválvula com controle de pressão 15-010 fabricada pela *Moog Inc.* (Figura 7.7).

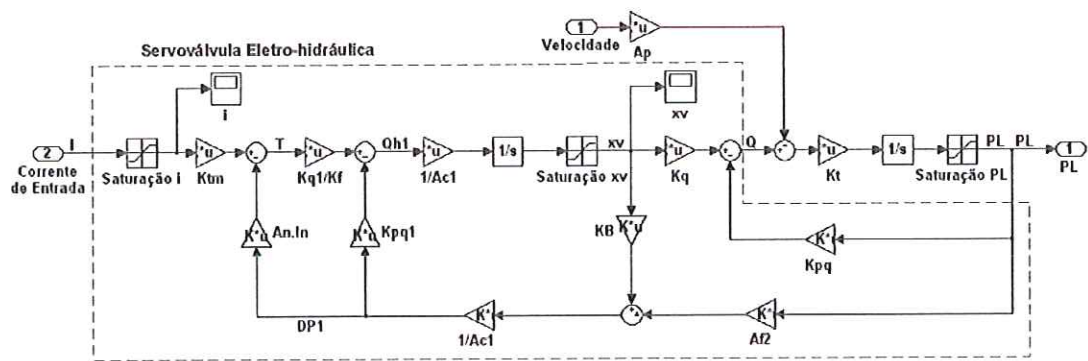


Figura 7.7 – Diagrama de blocos da servoválvula com controle de pressão modelo 15-010 fabricada pela MOOG (2002).

### 7.3.3 Parâmetros da Servoválvula e do Servocontrole de Pressão

Os coeficientes de vazão, vazão-pressão e de vazamento total foram estimados a partir de dados de catálogo do fabricante da servoválvula. Os demais valores foram calculados ou estimados a partir de indicações contidas em catálogos ou nas literaturas.

Os parâmetros da servoválvula e do servocontrole de pressão usados nas simulações estão apresentados na Tabela 7.1. Os parâmetros tiveram suas unidades mantidas no sistema inglês para evitar problemas de mau condicionamento numérico. Já que no Sistema Internacional trabalha-se com unidades grandes como o metro e unidades muito pequenas como o Pa.

Tabela 7.1 – Parâmetros nominais da servoválvula e do servocontrole de pressão.

Parâmetro	Descrição	Valor
$E_s$	Tensão de alimentação do comparador	$\pm 15 \text{ V}$
$E_c$	Tensão de comando	$\pm 10 \text{ V}$
$E_f$	Tensão de realimentação da pressão	$\pm 10 \text{ V}$
$i$	Corrente de entrada	$\pm 10 \text{ mA}$
$T$	Torque na armadura/palheta	$\pm 0,165 \text{ in.lb}$
$Q_{ht}$	Vazão do amplificador hidráulico para posicionar o carretel	$\pm 0,23 \text{ cis}$
$Q$	Vazão da servoválvula	$\pm 55 \text{ cis}$
$x_v$	Deslocamento do carretel	$\pm 0,020 \text{ in}$
$\Delta P_l$	Pressão diferencial do amplificador hidráulico	$\pm 890 \text{ psi}$
$P_L$	Pressão de carga	$\pm 3000 \text{ psi}$
$K_{tm}$	Ganho do motor de torque	$0,0165 \text{ in.lb / mA}$
$K_{ql}$	Ganho de vazão do amplificador hidráulico	$65 \text{ cis / rad}$
$K_q$	Ganho de vazão do carretel	$2,750 \times 10^3 \text{ cis / in}$
$K_{pql}$	Efeito de carga do amplificador hidráulico	$1,26 \times 10^{-4} \text{ cis / psi}$
$K_{pq}$	Coefficiente de vazamento ( $K_c + C_{tp}$ )	$3,666 \times 10^{-4} \text{ cis / psi}$
$K_B$	Gradiente de força de Bernoulli	$1040 \text{ lb / in}$
$K_f$	Rigidez da armadura/palheta	$45 \text{ in.lb / rad}$
$K_{ta}$	Ganho da placa de aquisição	$4,833 \times 10^{-7} \text{ V / Pa}$
$K_{fp}$	Ganho do sensor de pressão	$3,333 \times 10^{-3} \text{ V / psi}$
$K_{ii}$	Ganho do integrador do servocontrole	30
$K_{pp}$	Ganho proporcional do servocontrole	160
$Pa / psi$	Conversão de psi para Pa	$6896,552 \text{ Pa / psi}$
$A_{cl}$	Área de comando do carretel	$0,041 \text{ in}^2$
$A_{f2}$	Área final de realimentação do carretel	$0,0122 \text{ in}^2$
$A_n$	Área frontal do bocal	$3,14 \times 10^{-4} \text{ in}^2$

Tabela 7.1 (cont.) – Parâmetros nominais da servoválvula e do servocontrole de pressão.

$l_n$	Braço de momento para os bocais	0,34 in
$P_s$	Pressão de alimentação	3000 psi
$A_p$	Área da coroa do pistão	1,4657 in <sup>2</sup>
$\beta_e$	Módulo de elasticidade do óleo ( <i>bulk modulus</i> )	150000 psi
$V_t$	Volume total sob compressão	14,426 in <sup>3</sup>
$s$	Operador Laplace	s <sup>-1</sup>

## 7.4 Resultados das Simulações

Para o teste de simulação utilizam-se três tipos de entradas:

Entrada Degrau:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 \leq t < 1 \\ 1, & \text{para } t \geq 1 \end{cases} \quad (7.7)$$

Entrada Rampa:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 \leq t < 1 \\ t-1, & \text{para } 1 \leq t < 2 \\ 1, & \text{para } t \geq 2 \end{cases} \quad (7.8)$$

Entrada Senoidal:

$$\delta(t) = \{ \text{sen}(2t), \text{ para } t \geq 0 \} \quad (7.9)$$

que multiplica o vetor posição e orientação  $(x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$ . Sendo os valores adotados:

$$\begin{aligned} x &= 0 \text{ mm}; y = 30 \text{ mm}; z = 0 \text{ mm} \\ \alpha &= \pi / 60; \beta = \pi / 60; \gamma = \pi / 18 \end{aligned} \quad (7.10)$$

que resultam nos seguintes deslocamentos dos atuadores lineares calculados através da cinemática inversa:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r} &= [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_6]^T \\
 &= [46,4425 \quad -77,1581 \quad 215,1399 \\
 &\quad 107,0298 \quad -39,9325 \quad -137,5990]^T.
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Estes valores serão usados como entrada de comando  $\mathbf{r}$  que deverá ser seguida pela saída  $\mathbf{w}$  que é a parte controlável da resposta do sistema dinâmico não linear.

Realiza-se, primeiramente, a simulação referente ao sistema apresentado na Figura 7.1 constituído do modelo não linear da Plataforma de Stewart e do controle seguidor com realimentação de estados. Objetivando analisar o desempenho do controle sem a influência do modelo do sistema hidráulico.

Os autovalores atribuídos ao sistema devem ser determinados de tal forma que a Plataforma de Stewart responda mais rápido do que o sistema que se deseja simular, como por exemplo, um avião, um carro, um robô ou uma máquina ferramenta. No caso de um avião o modo mais rápido, o de período curto, varia de 4,0 Hz para aviões de acrobacias a 0,1 Hz para grandes aviões comerciais (McLEAN, 1990). Por outro lado, a matriz de ganhos  $\bar{\mathbf{K}}$  não deve possuir elementos com valores muito elevados que inviabilizem a implementação física do sistema, devido à questão de amplificação de ruídos e/ou à necessidade de altas energias que são limitadas pelas características dos sistemas de atuação. Determina-se, então, por exemplo, o seguinte conjunto de autovalores para a planta de malha fechada  $\mathbf{A}'_d$

$$\sigma(\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{K}}) = \left\{ \underbrace{-9, \dots -9}_{6 \text{ autovalores}}, \underbrace{-10, \dots -10}_{6 \text{ autovalores}}, \underbrace{-11, \dots -11}_{6 \text{ autovalores}} \right\} \therefore \tag{7.12}$$

$$9 \text{ rad/s} = 1,43 \text{ Hz}, \quad 10 \text{ rad/s} = 1,59 \text{ Hz}, \quad 11 \text{ rad/s} = 1,75 \text{ Hz}$$

que satisfaz os critérios anteriormente estabelecidos para aviões.

Pode-se observar através do gráfico de deslocamento dos atuadores que estes convergiram para os valores desejados, inclusive no caso de deslocamentos consideravelmente grandes (Figura 7.8).

Utilizam-se os gráficos de velocidade e força para determinar as características do sistema de acionamento como pressão e vazão da bomba no caso de sistemas hidráulicos ou potência e rotação no caso de sistemas elétricos (Figura 7.8).

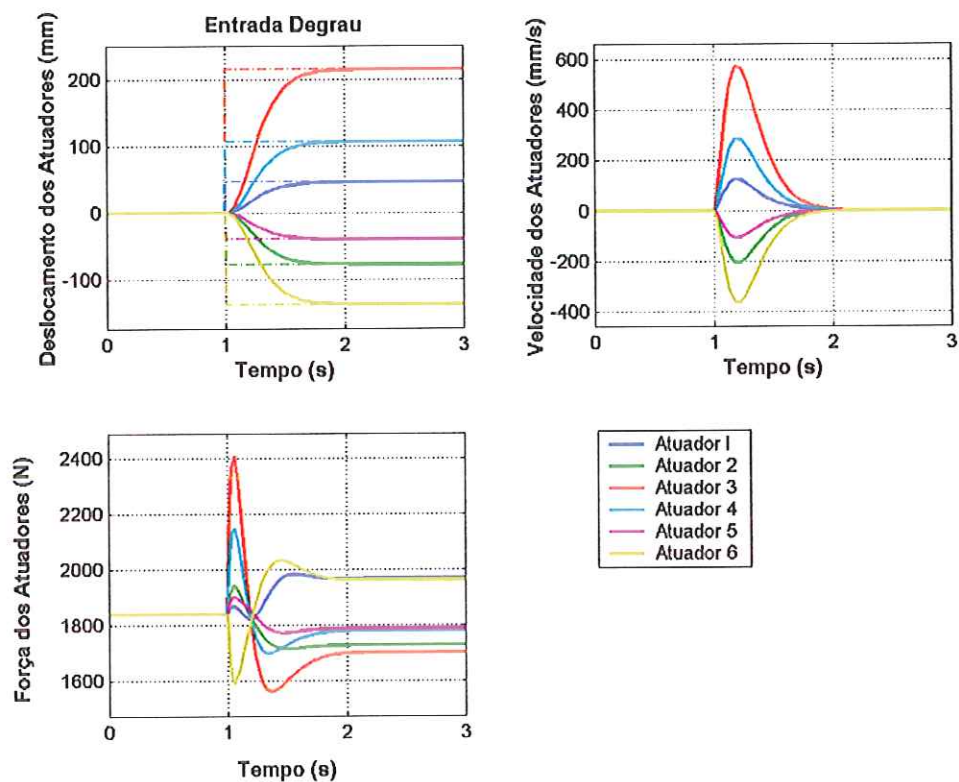


Figura 7.8 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Pode-se observar através da Figura 7.9 que o controle apresenta um erro de regime para entrada rampa, sendo este menor quanto maior forem os autovalores atribuídos.

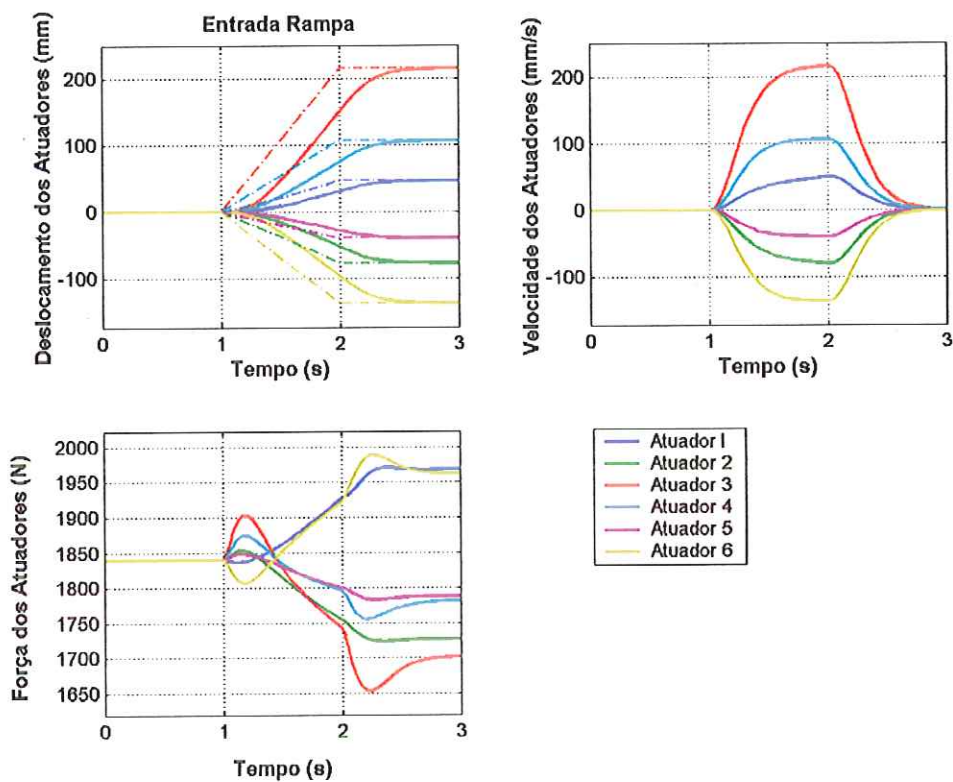


Figura 7.9 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .



Utilizando agora uma entrada senoidal observa-se, como na entrada rampa, um erro de regime que diminui à medida que se aumentam os autovalores.

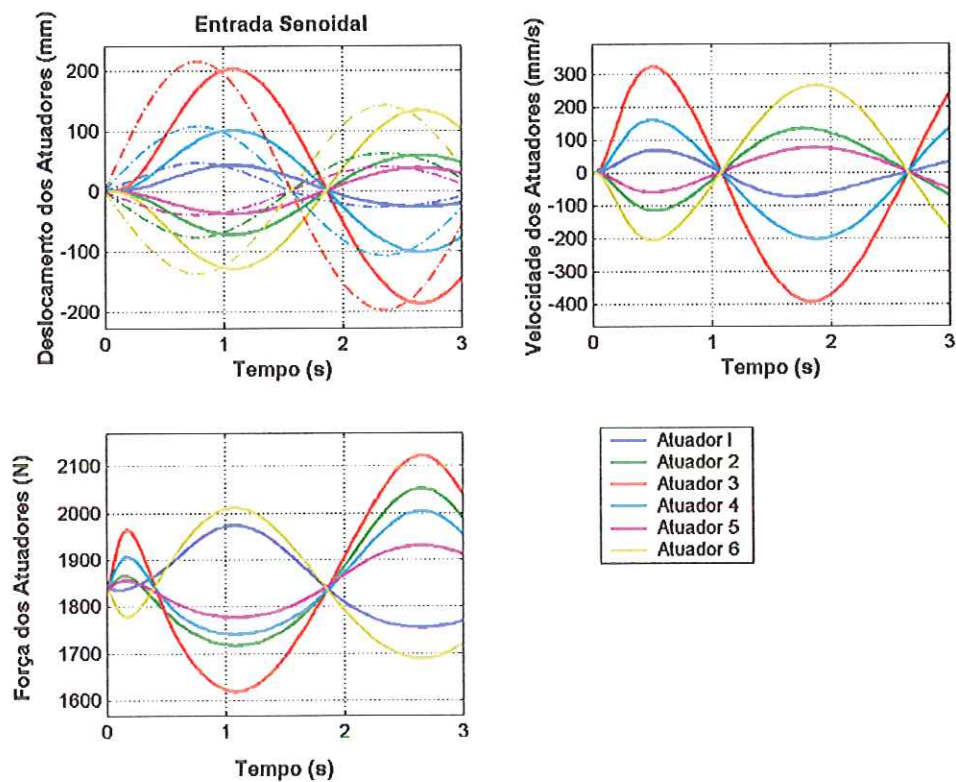


Figura 7.10 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Para testar a capacidade do controle introduz-se um ruído no sistema e utiliza-se uma entrada rampa na simulação. Observa-se através da Figura 7.11 que o sistema tem boa tolerância a ruídos.

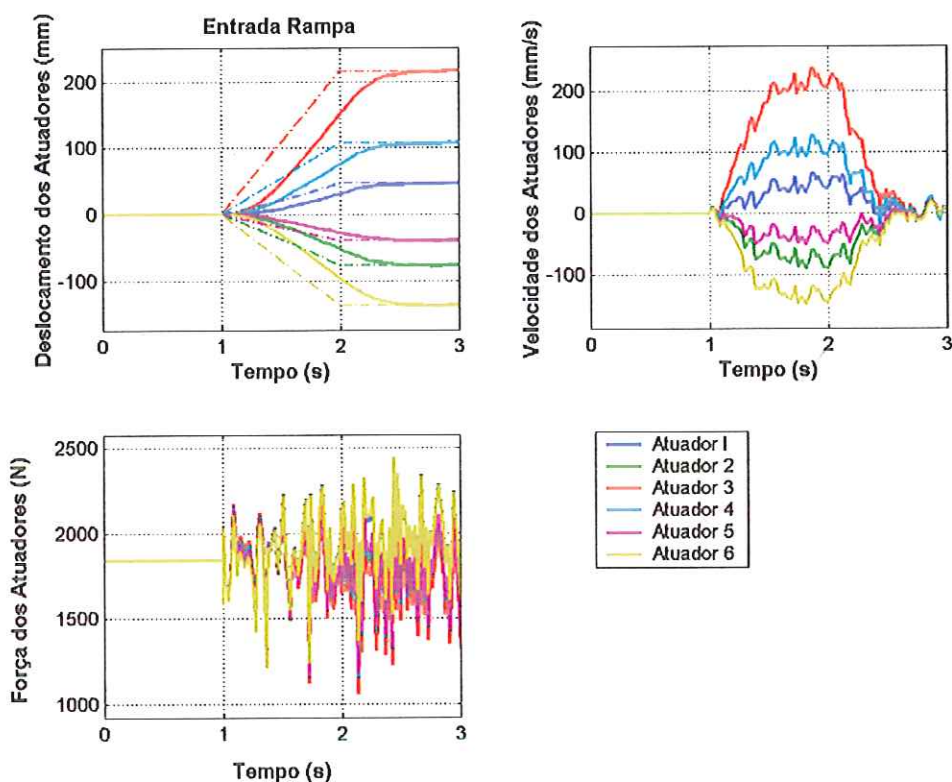


Figura 7.11 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Para satisfazer os critérios de desempenho para aviões mais rápidos como aviões de acrobacias é necessária atribuição do seguinte conjunto de autovalores

$$\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \left\{ \underbrace{-24, \dots, -24}_{6 \text{ autovalores}}, \underbrace{-25, \dots, -25}_{6 \text{ autovalores}}, \underbrace{-26, \dots, -26}_{6 \text{ autovalores}} \right\} \quad (7.13)$$

$$24 \text{ rad/s} = 3,82 \text{ Hz}, \quad 25 \text{ rad/s} = 3,98 \text{ Hz}, \quad 26 \text{ rad/s} = 4,14 \text{ Hz}$$

Realizam-se, então, as simulações para os três tipos de entradas adotadas e a simulação com ruído para o novo conjunto de autovalores.

Entrada Degrau:

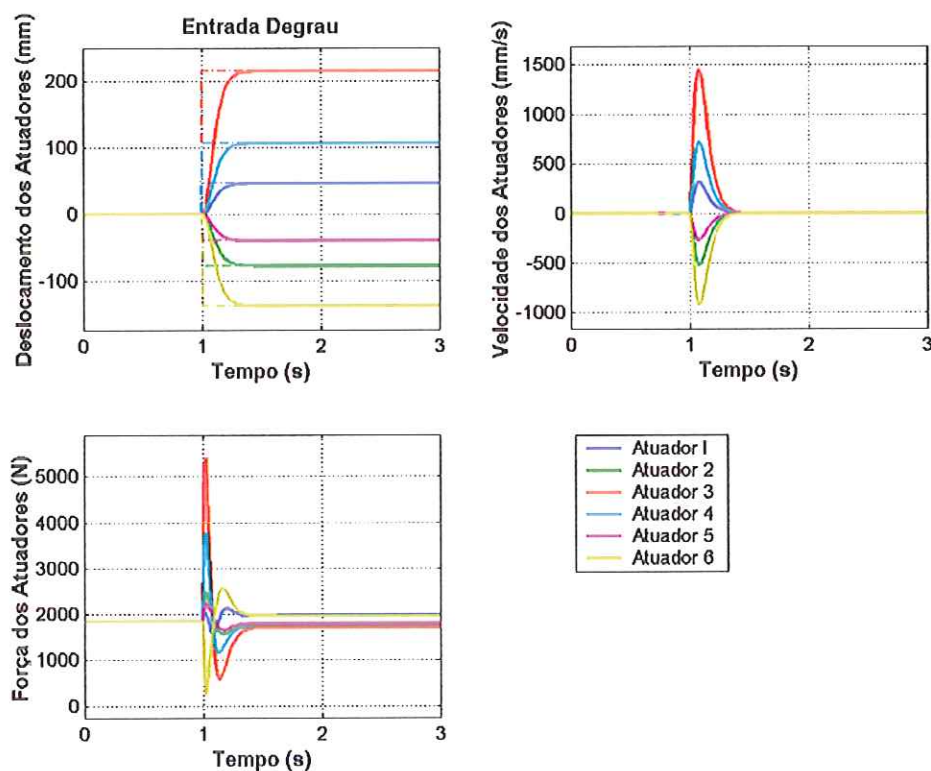


Figura 7.12 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Rampa:

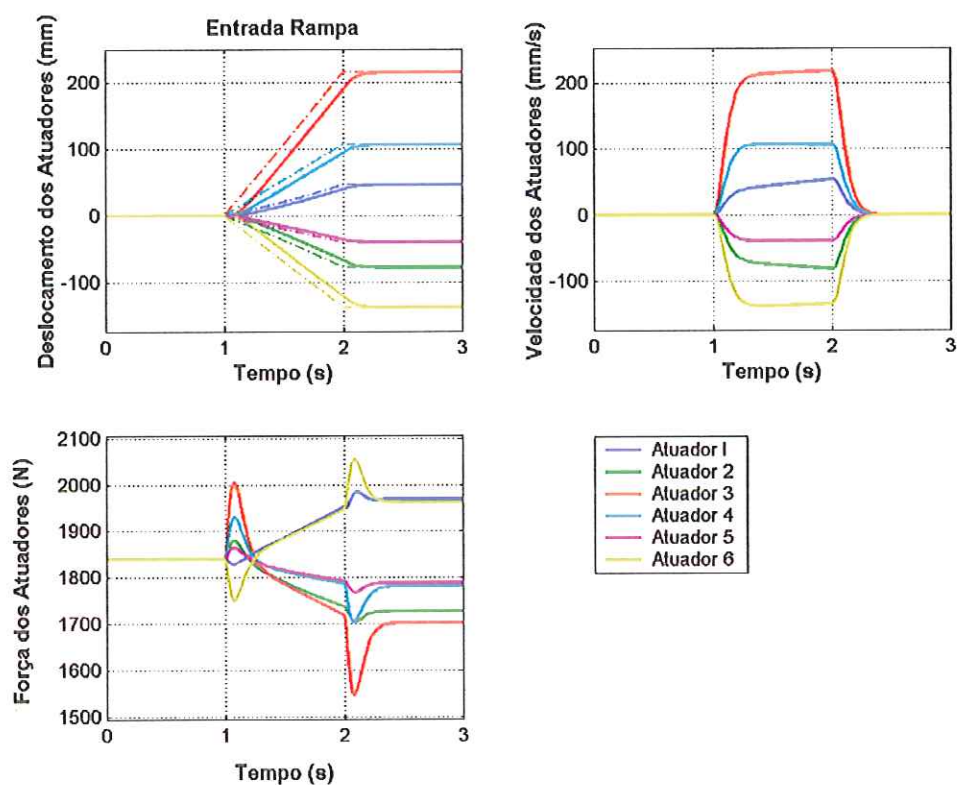


Figura 7.13 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Senoidal:

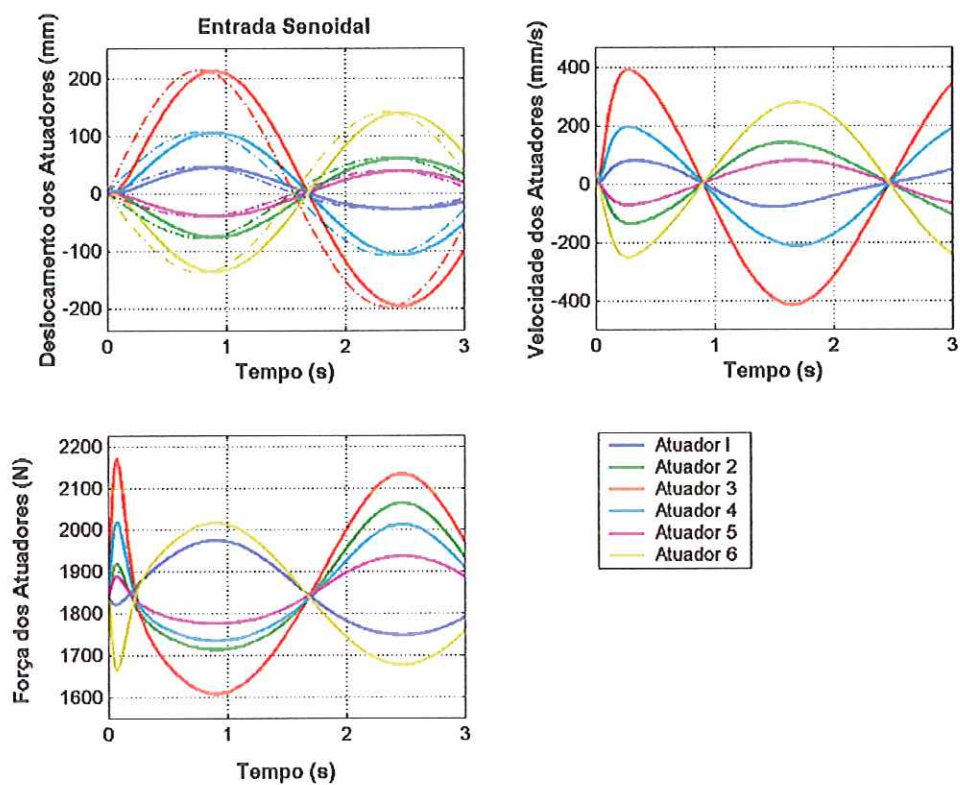


Figura 7.14 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

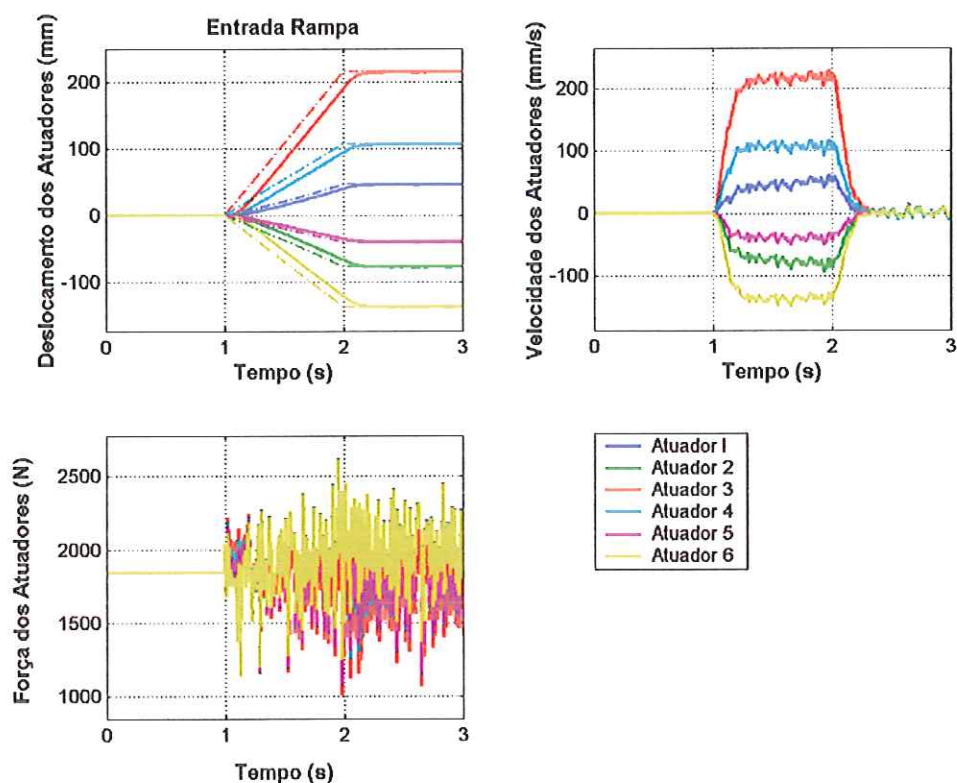
Entrada Rampa com Ruído:

Figura 7.15 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Fazem-se, então, as simulações levando-se em consideração o sistema completo com a dinâmica do sistema hidráulico e o servocontrole de pressão (Figura 7.16).

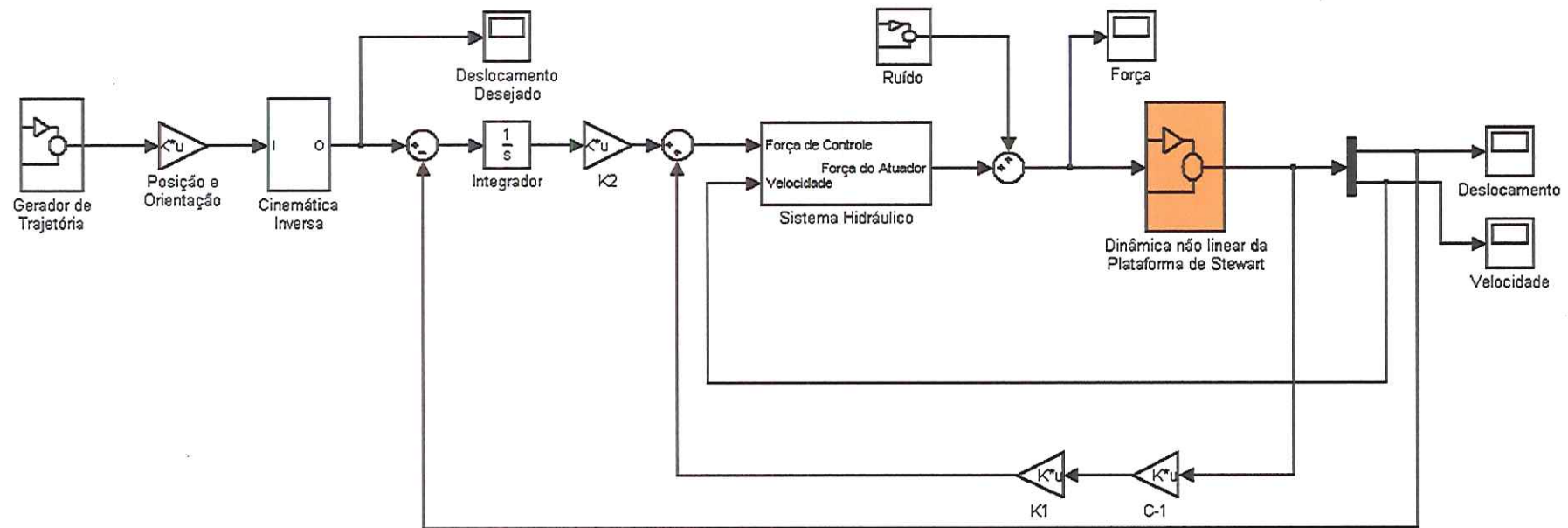


Figura 7.16 – Sistema seguidor com a dinâmica do sistema hidráulico e o servocontrole de pressão.

Através das simulações procura-se analisar o comportamento das grandezas físicas envolvidas na dinâmica do sistema hidráulico e verificar se estas estão dentro da faixa de operação real. Para isso analisam-se as grandezas principais como Comando Elétrico ( $E_c$ ) do servocontrole de pressão, a Corrente de Entrada ( $i$ ) na servoválvula, o Deslocamento do Carretel ( $x_v$ ) da servoválvula e a Pressão de Carga ( $P_L$ ) do sistema. O sistema hidráulico possui três saturações: devido à limitação de corrente elétrica de entrada na servoválvula, devido à limitação do deslocamento do carretel da servoválvula e devido à limitação da pressão de carga, cujos valores limites estão apresentados na Tabela 7.1, juntamente com todos os parâmetros de simulação e as faixas de atuação das grandezas físicas do sistema.

Realizam-se as simulações para as três entradas especificadas, para uma entrada rampa com o sistema sujeito a ruídos e para os conjuntos de autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$  e  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Primeiramente realizam-se as simulações para o conjunto de autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .



Entrada Degrau:

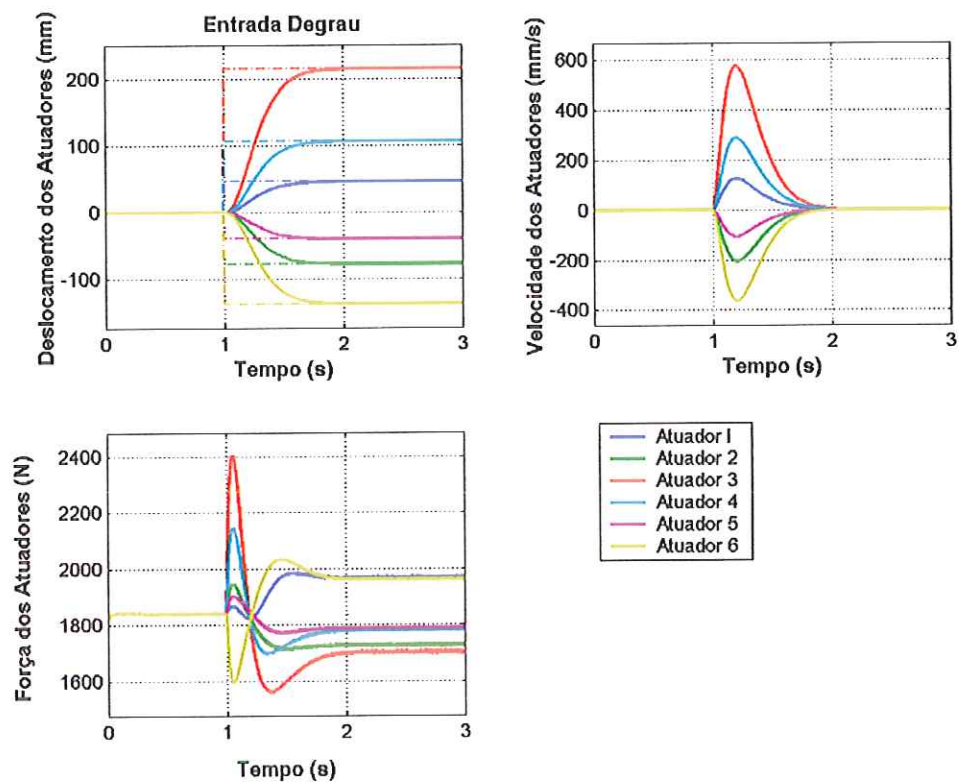


Figura 7.17 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .



Observasse a presença de um ruído de alta frequência com maior influência no gráfico da corrente de entrada e menor nos gráficos de deslocamento do carretel e de pressão de carga que possivelmente é gerado por problemas numéricos.

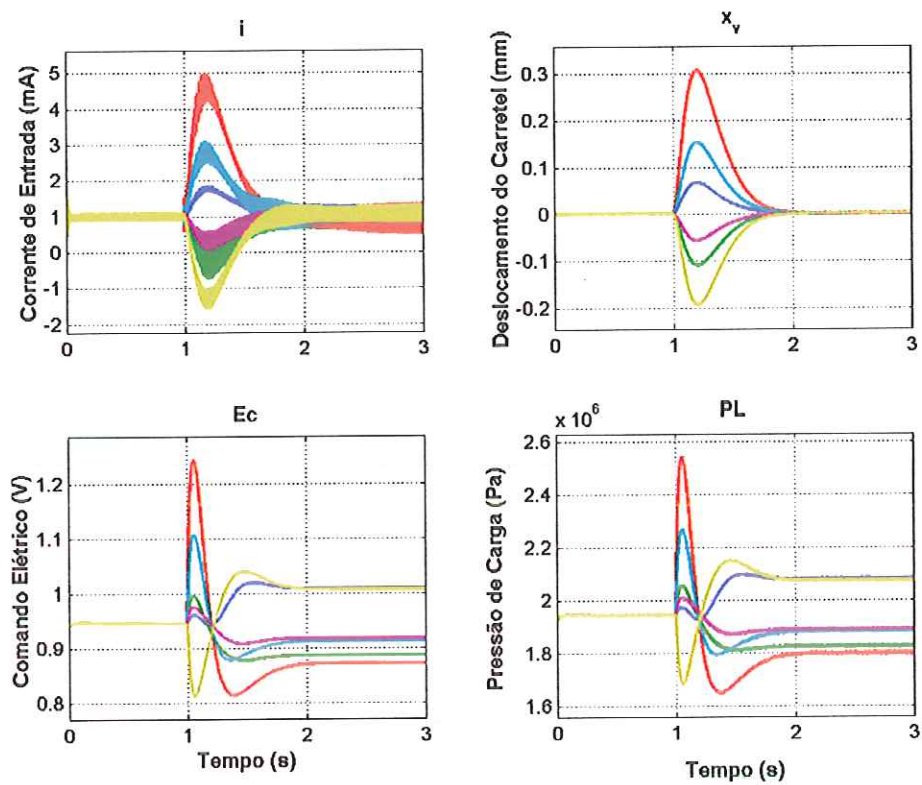


Figura 7.18 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Entrada Rampa:

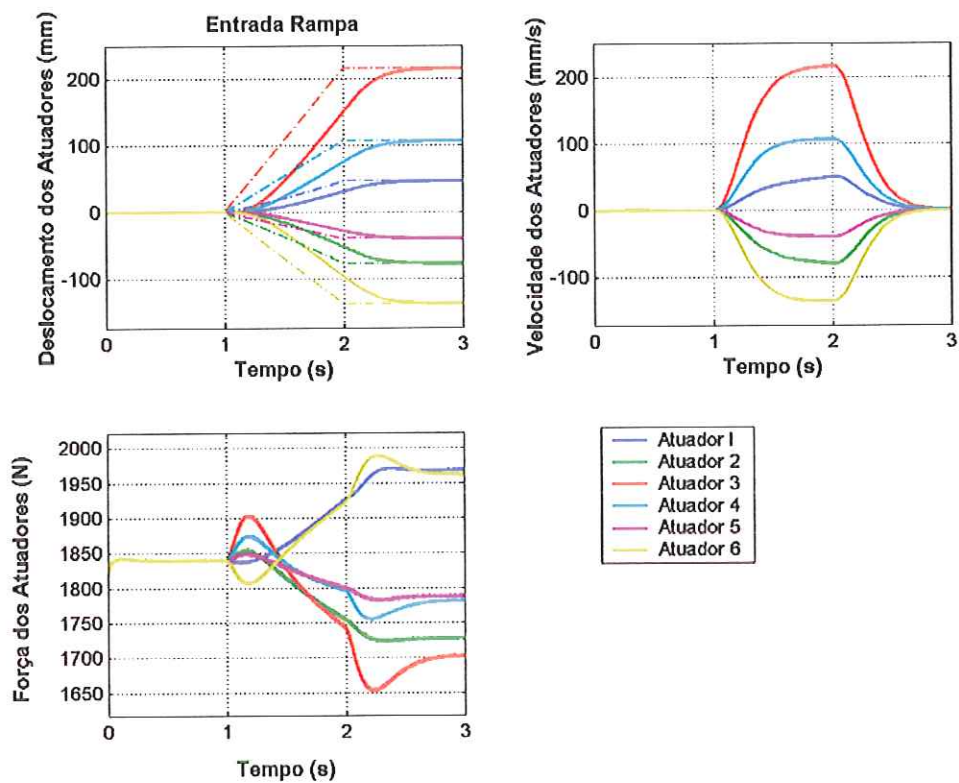


Figura 7.19 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

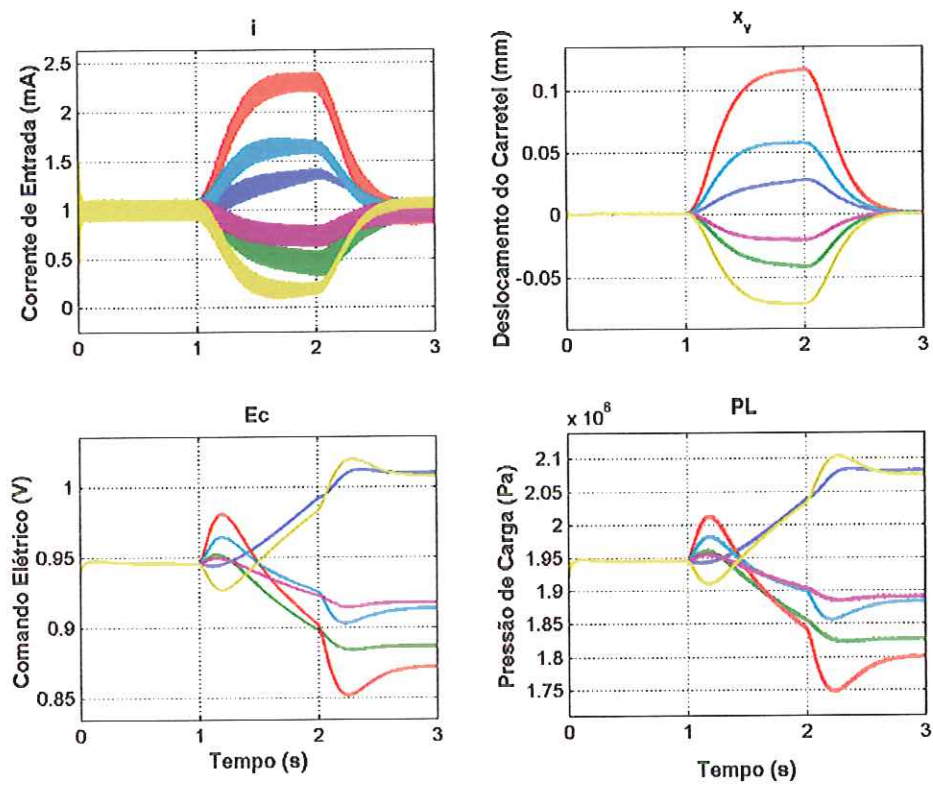


Figura 7.20 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Entrada Senoidal:

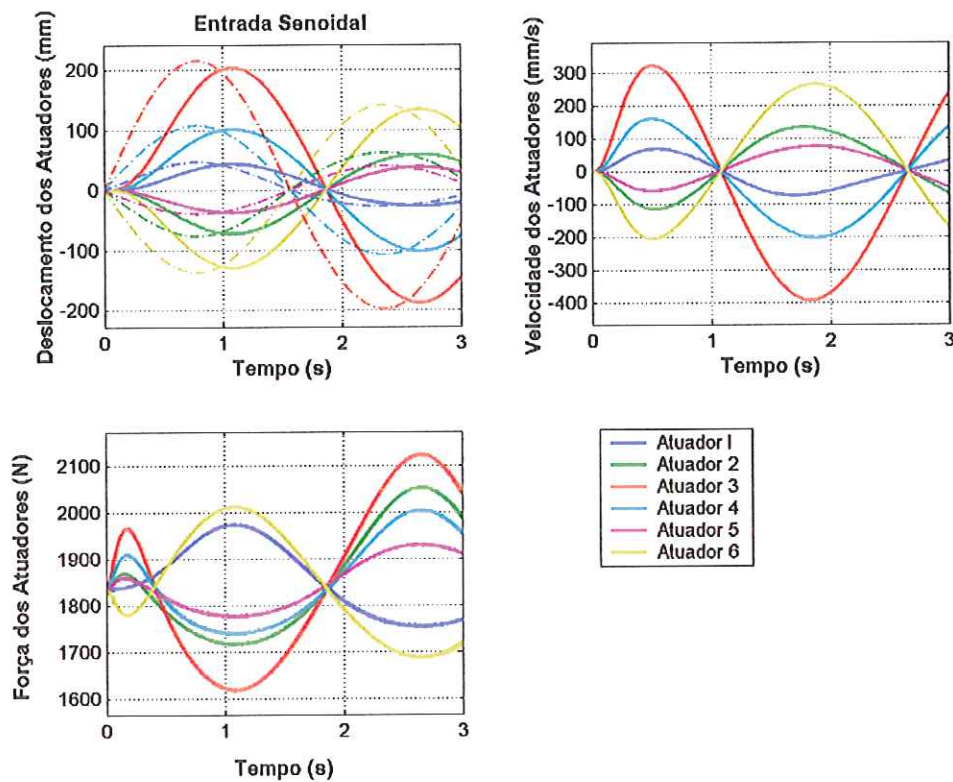


Figura 7.21 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

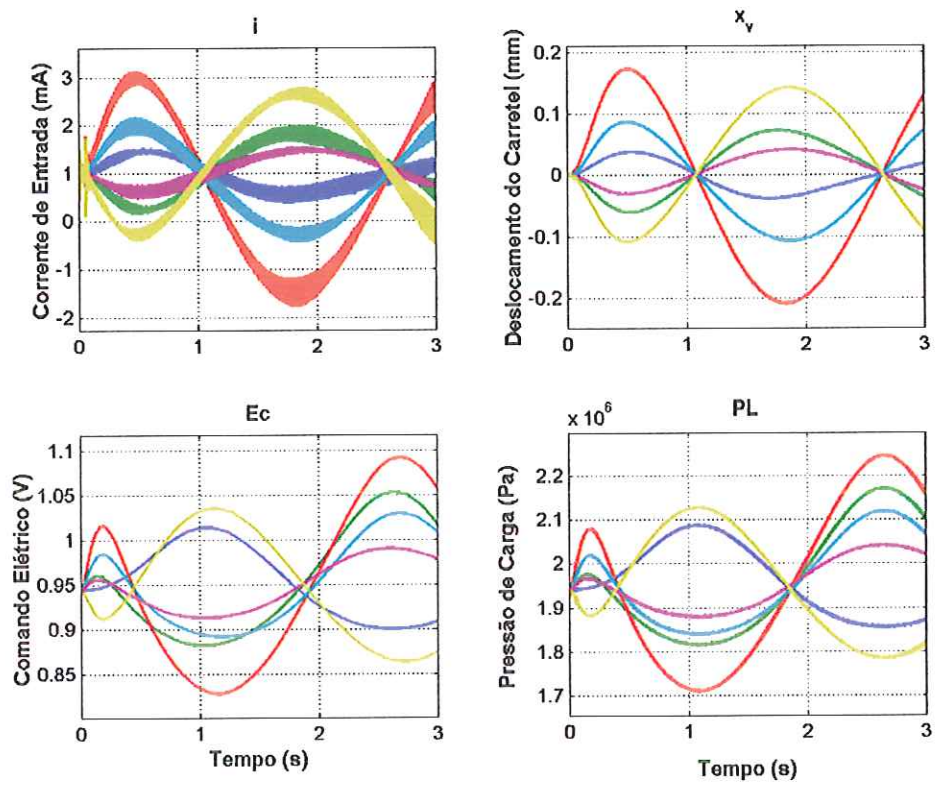


Figura 7.22 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

Entrada Rampa com ruído:

Pode-se observar que a inclusão do sistema hidráulico diminuiu a influência do ruído nas curvas de velocidade e deslocamento dos atuadores da Figura 7.23 em relação às curvas da Figura 7.11.

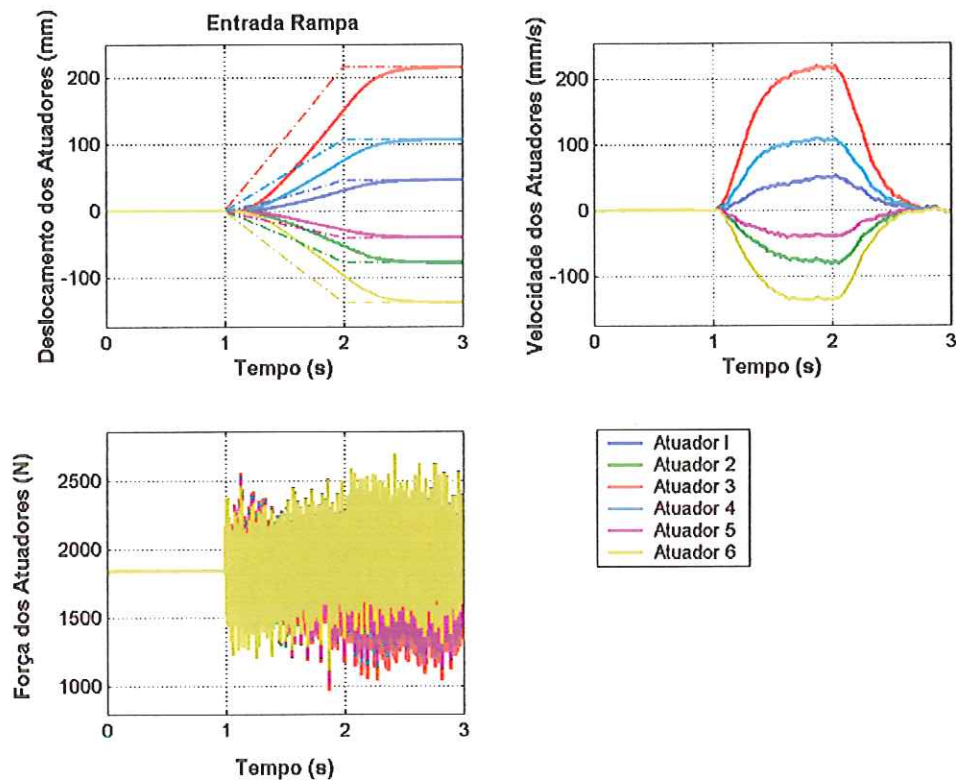


Figura 7.23 –Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .

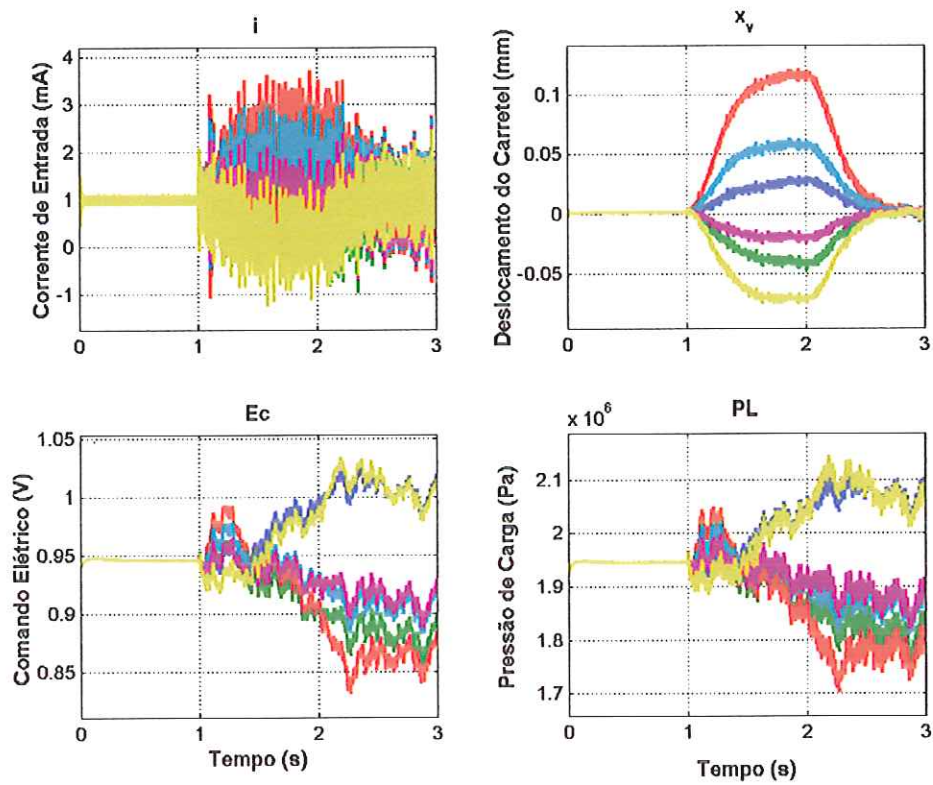


Figura 7.24 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$ .



Realiza-se as simulações para o conjunto de autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Degrau:

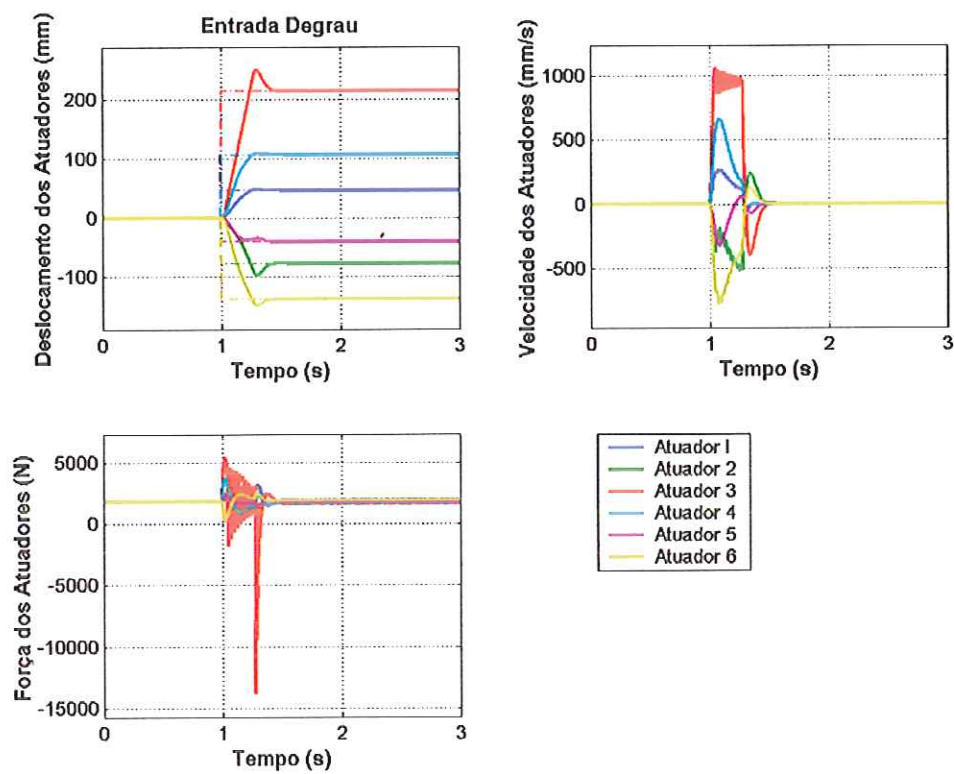


Figura 7.25 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada degrau e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Os sobre-sinais ocorreram devido ao sistema de controle necessitar de uma vazão maior do que o sistema hidráulico tem capacidade de fornecer, causando uma discrepância na resposta do sistema.

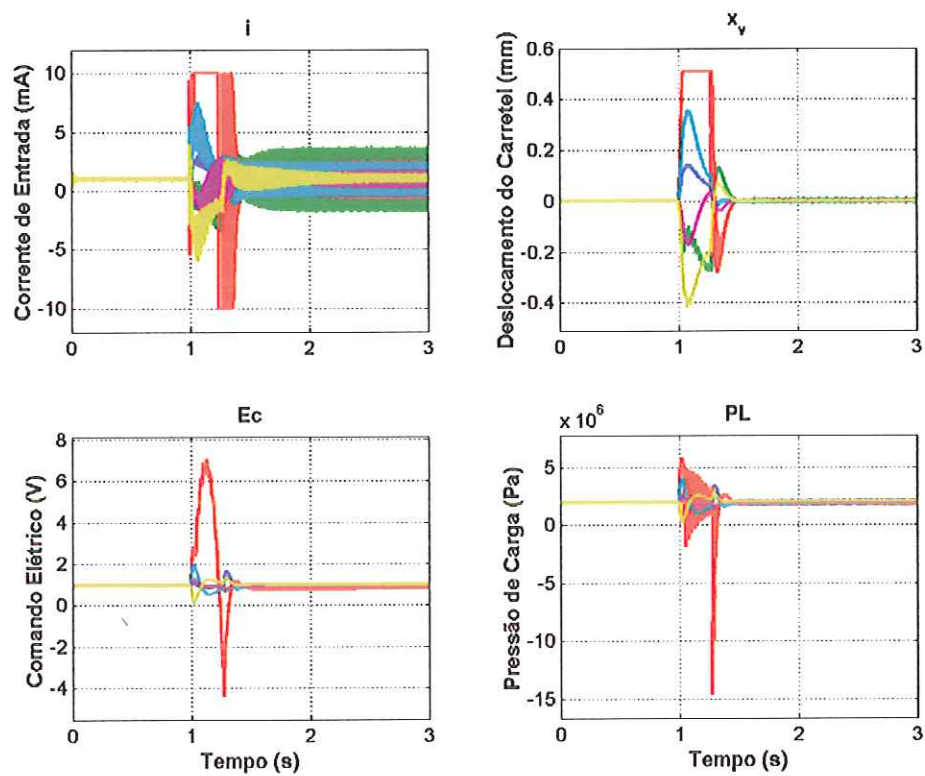


Figura 7.26 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada degrau e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Rampa:

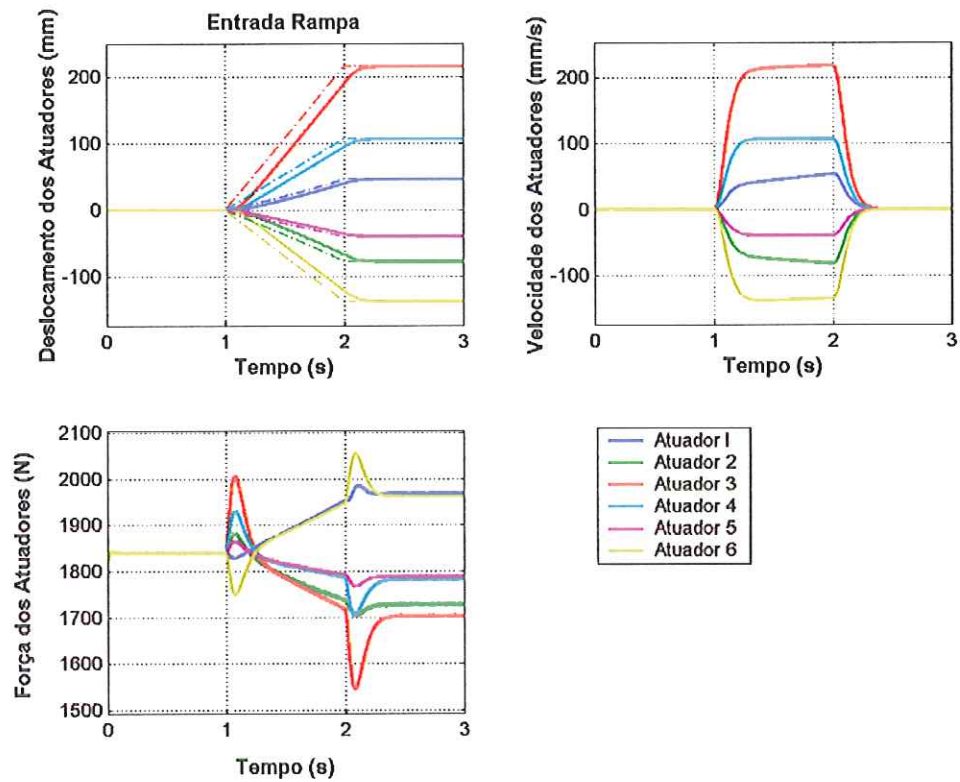


Figura 7.27 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

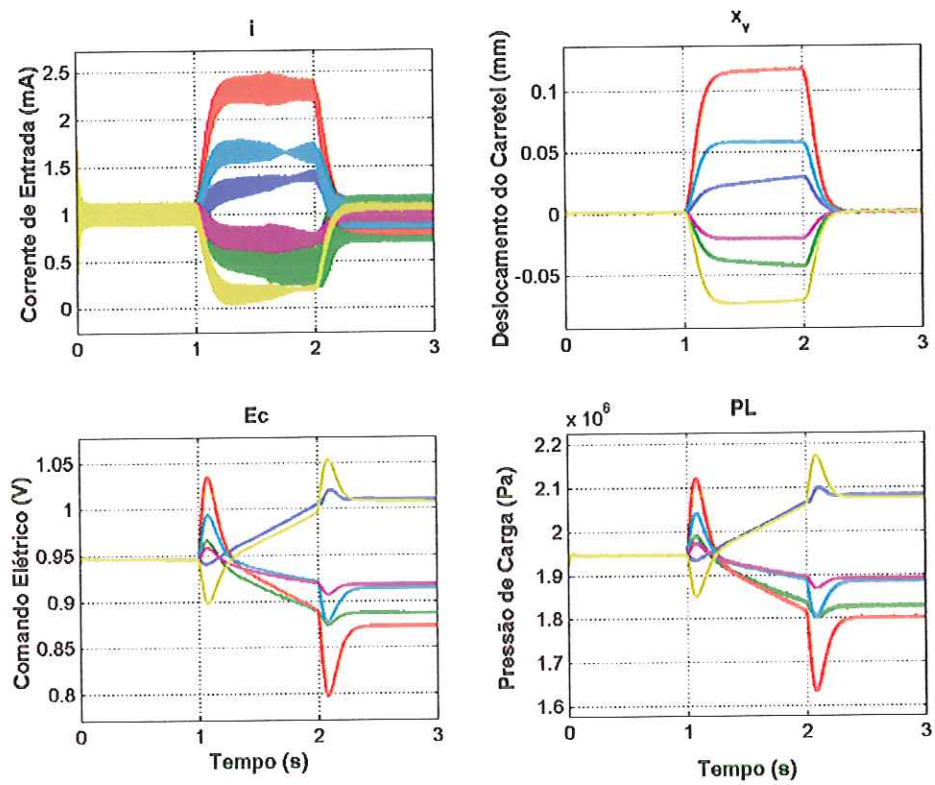


Figura 7.28 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Senoidal:

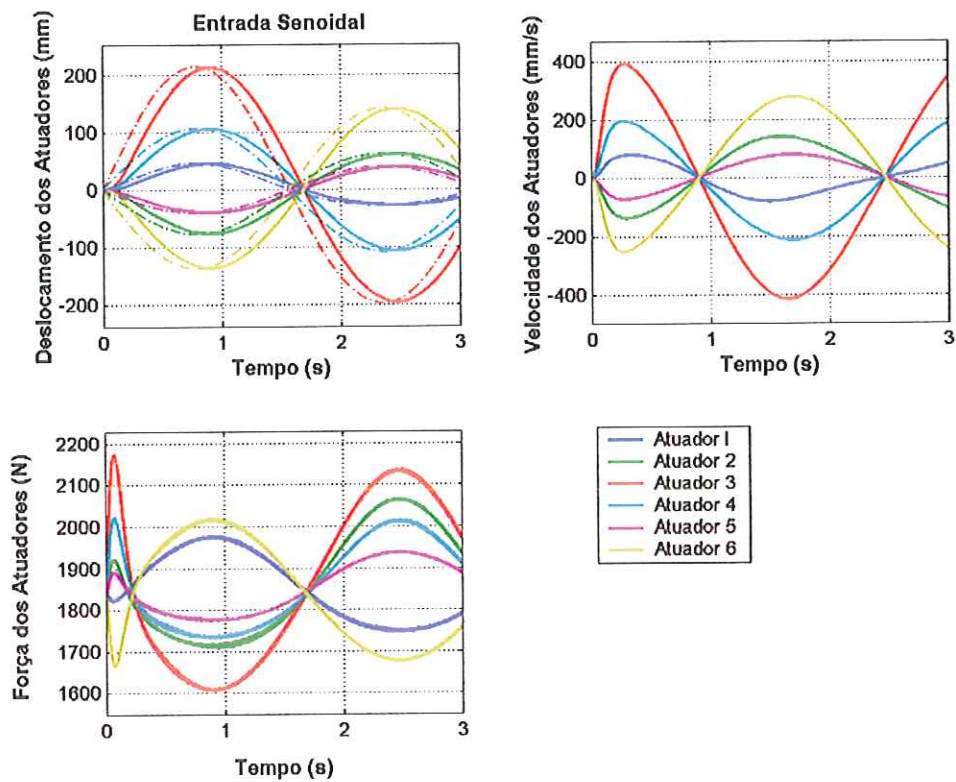


Figura 7.29 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada senoidal e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

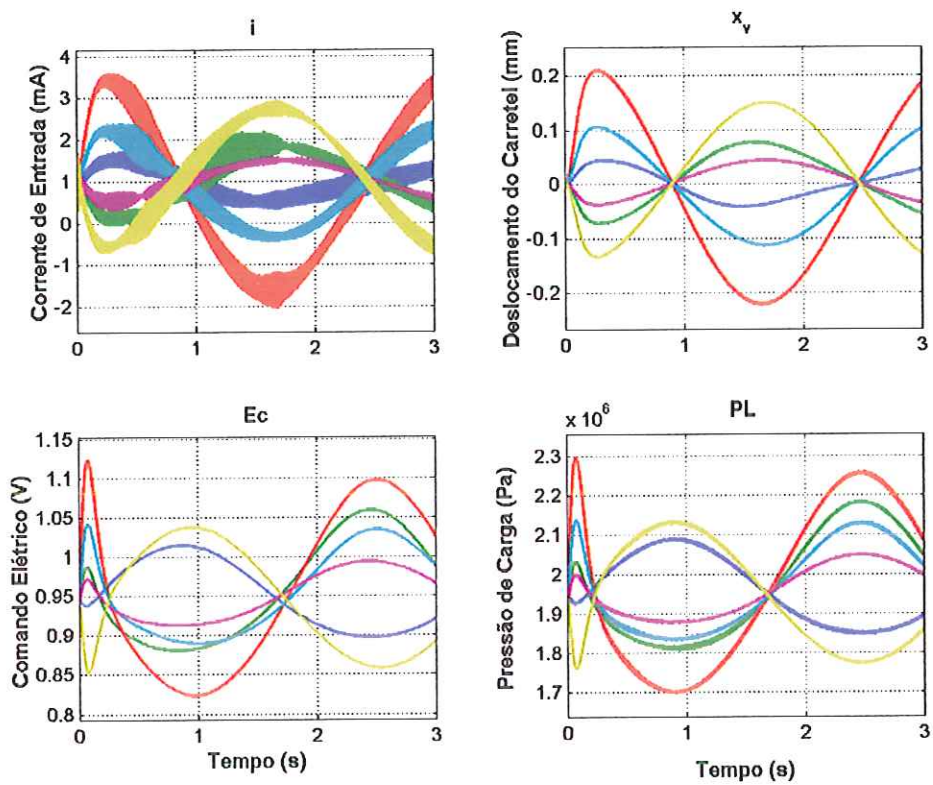


Figura 7.30 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada senoidal e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

Entrada Rampa com Ruído:

Pode-se observar que a inclusão do sistema hidráulico diminuiu a influência do ruído nas curvas de velocidade e deslocamento dos atuadores da Figura 7.31 em relação às curvas da Figura 7.15.

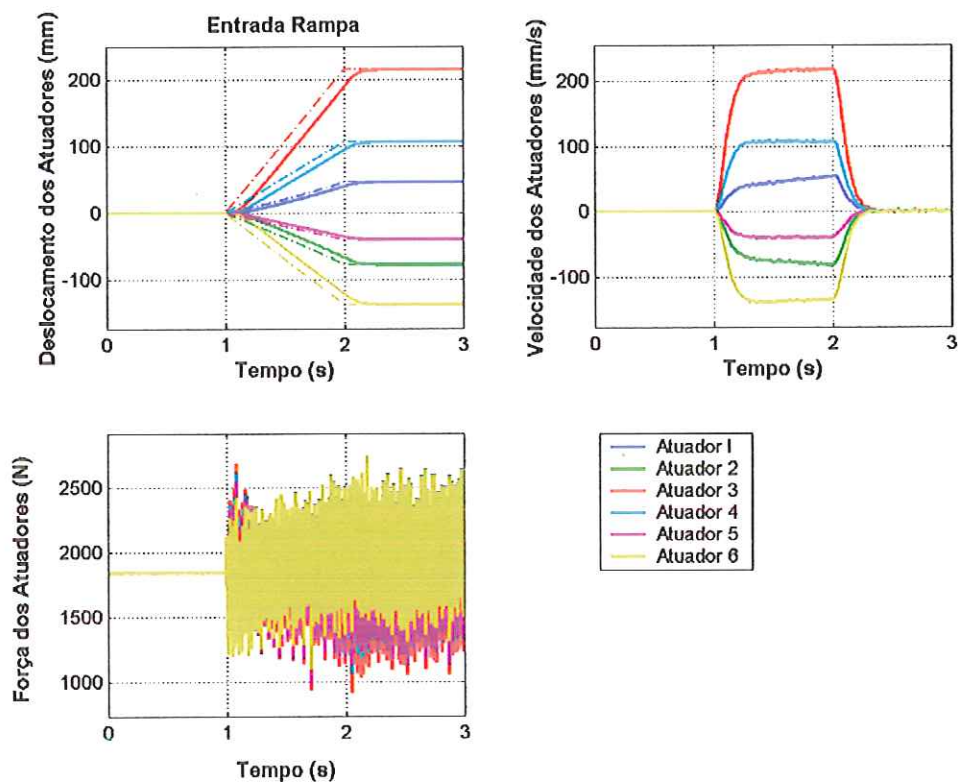


Figura 7.31 – Deslocamento, velocidade e força dos atuadores sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .

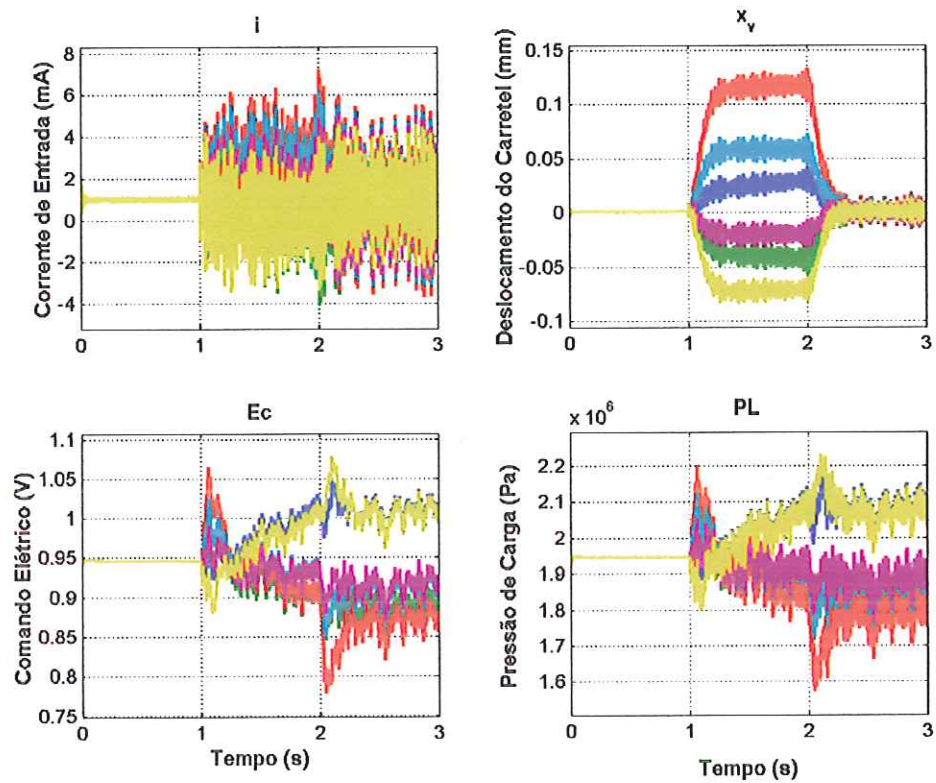


Figura 7.32 – Grandezas do sistema hidráulico e do servocontrole de pressão sujeitos a uma entrada rampa, a ruídos e a autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$ .



## Capítulo 8

### CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

A Plataforma de Stewart teve sua aplicação difundida entre os simuladores de movimento que fez com que se aumentassem as pesquisas sobre este tipo de mecanismo. Comparados com a vasta literatura de cinemática da Plataforma de Stewart, os estudos de dinâmica são relativamente poucos e pode-se perceber pelos trabalhos publicados a dificuldade de se obter um modelo completo capaz de simular o comportamento dinâmico da plataforma. Conclui-se, então, que a utilização do pacote de modelagem dinâmica *ADAMS*<sup>®</sup> foi de extrema importância para dar flexibilidade e rapidez na obtenção do modelo dinâmico com tal grau de complexidade. A interface gráfica do *ADAMS*<sup>®</sup> facilita a construção do modelo, embora para geometrias muito complexas seja melhor utilizar um sistema CAD e importar o modelo para o *ADAMS*<sup>®</sup>.

O sistema seguidor utilizado é eficiente para o controle de posição e orientação do modelo não linear da plataforma e apresenta boa acuracidade, mesmo para grandes deslocamentos. No entanto, o controle possui um erro de regime. Já que devido à linearização do modelo feita pelo *ADAMS*<sup>®</sup>; gerando um sistema de matrizes onde a matriz resultante da multiplicação de *C* por *B* conhecida como parâmetro de Markov possui posto nulo que impossibilita a utilização de algumas técnicas de controle para sistemas multivariáveis como sistema seguidor com realimentação de saída. Recomenda-se, então, que se obtenham as equações dinâmicas de movimento da Plataforma de Stewart e se estude a utilização de outras técnicas de controle como  $H_{\infty}$ , controle ótimo ou técnicas de controle não linear como lógica difusa ou redes neurais para se obter um controle eficiente e sem erro de regime.

O modelo de sistema hidráulico e servocontrole de pressão utilizado neste trabalho mostrou-se eficiente para as simulações que foram realizadas, podendo ser simulado de forma rápida e com resultados coerentes. No entanto, algumas dinâmicas podem ser acrescentadas ao modelo como a dinâmica do motor de torque e a dinâmica do servoamplificador.

Através das simulações para as várias condições de vôo de uma aeronave pode-se então dimensionar o sistema hidráulico para que este disponha da energia suficiente para realizar os movimentos com as acelerações desejadas, dando a sensação de se estar pilotando uma aeronave real.

Como já foi dito anteriormente, através desta simulação pode-se testar vários tipos de controles e verificar os que melhores se adaptam às necessidades antes de implementá-los fisicamente. Pode-se, também, modelar várias configurações de Plataforma de Stewart de forma rápida e realizar os estudos de volume de trabalho e definir a configuração que melhor se enquadra na aplicação desejada.

Embora este processo de modelagem e simulação tenha sido aplicado a uma Plataforma de Stewart com o intuito de se estudar o comportamento de um simulador de vôo. O método pode ser usado para modelar e simular outros tipos de sistemas como suspensão ativa ou piloto automático de um automóvel, robôs, garras robóticas, trens de pouso de aviões, etc. O objetivo do trabalho é testar e definir uma metodologia para modelagem e simulação de sistemas complexos com muitos graus de liberdade de forma rápida e eficiente.

Uma desvantagem desse processo é o fato do *ADAMS*<sup>®</sup> não apresentar as equações dinâmicas que governam o movimento. Impossibilitando uma análise para conhecer melhor os tipos de não linearidades presentes no sistema.

## Capítulo 9

### BIBLIOGRAFIA

ABBASI, W. A. et al. (2000). Investigation os a special 6-6 parallel platform for contour milling. *Asme Journal of Manufacturing Science and Engineering*, v. 122, p. 132-139.

ADVANI, S.K.; BAARSPUL, M. (1992). Design philosophies of the basic research simulator. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF THE AERONAUTICAL SCIENCES, 18., 1992, Beijing. **Proceedings...** China: 1992. p. 2134-43.

ADVANI, S.K. (1998). *The kinematic design of flight simulator motion-bases*. Delft: Delft University Press.

BARBIERI, F.A.A. (2002). *Prototipagem virtual: modelagem, simulação, controle e otimização de dinâmica veicular*. 194p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

BEN-HORIN, R.; SHOHAM, M.; DJERASSI S. (1998). Kinematics, dynamics and constrution of a planary actuated parallel robot. In: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. v. 14, p. 163-172.

CAPORALI, A. S. (1999). *Modelagem, Simulação e Análise de Servomecanismo Eletro-Hidráulico*. 93p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

- CHACE, M.C. (1985). Modeling of dynamic mechanical systems. In: CAD/CAM ROBOTICS AND AUTOMATION INSTITUTE AND INTERNATIONAL CONFERENCE, 1985, Tucson. **Proceedings...** Arizona. February.
- CHAE, S. et al. (1998). Adaptive control of a 6 d.o.f. Stewart Platform based machine tool. In: MOVIC 98- INTERNATIONAL CONFERENCE ON MOTION AND VIBRATION CONTROL, 4., 1998, Zurich. **Proceedings...** Swtzerland.
- CRAIG, J. J. (1989). *Introduction to robotics: mechanics and control*. 2<sup>nd</sup> ed., Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company.
- DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T.S. (2000). The Stewart Platform manipulator: a review. *Mechanism and Machine Theory*, v. 35, p. 15-40.
- D'AZZO, J. J. ; HOUPIS, H. C. (1995). *Linear control system analysis and desing: conventional and modern*. 4<sup>th</sup> ed., New York, McGraw Hill, Inc.
- DO, W.Q.D.; YANG, D.C.H. (1988). Inverse dynamics analysis and Simulation of a platform type of robot. *Journal of Robotic Systems*, v. 5, n. 3, p. 209-27.
- DURFEE, W. K.; IDRIS, H. R.; DUBOWSKY, S. (1991). Real time control of the MIT vehicle emulator system. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE. 1991, Boston. **Proceedings...** Evanston: American Automatic Control Council.
- FAJARDO, P.; BAKAIKOA, V. R. (1995). Control of six degree-of-freedom paralell manipulators for synchroton radiation application. *Review of Scientific Instruments*, v.66, n. 2, p.1758-61, Feb.
- FICHTER, E. F. (1986). A Stewart Platform-Based manipulator: general theory and practical construction. *International Journal of Robotics and Research*, v.5, n.2, p.157-82.

GENG, Z.; HAYNES, L. (1991). Neural network solution for the forward kinematics problem of a Stewart Platform. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1991, Sacramento. **Proceedings...** California: IEEE, p 2650-55.

GENG, Z.; HAYNES, L. S.; LEE, J. D.; CARROLL, R. L. (1992). On the dynamics model and kinematic analysis of a class of Stewart Platform. *Robotics and Autonomous Systems*, v.9, p.237-54.

GENG, Z. J.; HAYNES, L. S. (1994). Six degree-of-freedom active vibration control using the Stewart Platforms. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v.2, n.1, p.45-53, Mar.

GRAF, R.; VIERLING, R.; DILLMAN, R. (1997). Active acceleration compensation using a Stewart-platform on a mobile robot. In: EUROMICRO WORKSHOP ON AN ADVANCED MOBILE ROBOTS, 2., 1997, Brescia. **Proceedings...** Los Alamitos/CA: IEEE Computer Society Press, p. 59-64.

GRAF, R.; VIERLING, R.; DILLMAN, R. (1998). A flexible controller for a Stewart Platform. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON KNOWLEDGE-BASED INTELLIGENT ELECTRONIC SYSTEMS, 2., 1998, Adelaide. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, p. 52-9.

GRAF, R.; VIERLING, R.; DILLMAN, R. (1999) Acceleration compensation using a Stewart-platform on a mobile robot. In: EUROMICRO WORKSHOP ON AN ADVANCED MOBILE ROBOTS-EUROBOT 99. 2., 1999, Zurich. **Proceedings...** Switzerland: IEEE Computer Society Press, p. 17-24.

HOOTSMANS, N.A.M.; DUBOWSKY, S.; MO, P.Z. (1992a) Experimental mobile manipulator control algorithm. In: ROBOTICS AND AUTOMATION, 1992, Nice. **Proceedings...** Japan: v. 3, p. 1948-1954. May.

HOOTSMANS, N.A.M.; DUBOWSKY, S.; MO, P.Z. (1992b) Large motion control of an experimental mobile manipula with limited sensing. In: SICE ANNUAL CONFERENCE, 31, 1992, Kumamoto. **Proceedings...** Japan: p. 833-841. July.

JI, K. (1994). Dynamic decomposition for Stewart Platforms. In: *ASME Journal of Mechanical Design*, v. 116, n. 1, pp. 67-69. March.

KANG, J.Y.; KIM, D.H.; LEE, K.I. (1996). Robust tracking control of Stewart Platform. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 35., 1996, Kobe. **Proceedings...** Japão: IEEE Computer Society Press, v.3, p. 3014-19.

KIM, J.H. et al. (1997). A design and characteristic analysis of the motion base for vehicle driving simulator. In: IEEE INTERNATIONAL WORKSHOP ON ROBOT AND HUMAN COMMUNICATION, 6., 1997, Sendai. **Proceedings...** Japan: IEEE Computer Society Press, p. 290-94.

KIM, N.I.; LEE, C.W. (1998). High speed tracking control of Stewart Platform manipulator via enhance sliding mode control. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1998, Leuven. **Proceedings...** Belgium: IEEE Computer Society Press, p. 2716-21.

KOEKEBAKKER, S.H.; TEERHUIS, P.C.; Van der WEIDEN, A.J.J. (1996). Alternative parametrization in modelling and analysis of a Stewart Platform. SELECT TOPICS IN IDENTIFICATION, MODELING AND CONTROL-DELFT UNIVERSITY, DELFT, HOLANDA. v. 9, p. 59-68, Dec.

KOEKEBAKKER, S.H.; TEERHUIS, P.C.; Van der WEIDEN, A.J.J. (1998). Multiple level control of a hydraulic driven flight simulator motion system. In: IEEE SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS IMACS CONFERENCE, 2., 1998, Hammamet. **Proceedings...** Túnisia: IEEE Computer Society Press, p 43-49.

KOSUGE, K. et al. (1993). Computation of parallel link manipulator dynamics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS CONTROL AND INSTRUMENTATION IECON'1993, 1993, Maui. **Proceedings...** USA: IEEE, v.3, p. 1672-77.

KOSUGE, K. et al. (1996). Force control of parallel link manipulator with hydraulic actuators. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1996, Minneapolis. **Proceedings...** Minnesota: IEEE, p 305-10.

LEBRET, G.; LIU, K.; LEWIS, L. (1993). Dynamic analysis and control of a Stewart Platform Manipulator. *Journal of Robotic Systems*, v.10, n.5, p.629-55.

LI, D.; SALCUDEAN, S.E. (1997) Modeling, simulation, and control of a hydraulic Stewart Platform. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1997, Albuquerque. **Proceedings...** New Mexico: IEEE, p.3360-3366.

McLEAN, D. (1990) *Automatic flight control systems*. New York, Prentice Hall International Ltd.

MERLET, J.P. (1988). Force-feedback control of parallel manipulators. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1988, Philadelphia. **Proceedings...** Philadelphia: IEEE Computer Society Press, p. 1484-1489.

MERLET, J.P. (2000). *Paralell robots*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

MERRITT, H.E. (1967). *Hydraulic control systems*. New York/USA: John Wiley & Sons, 358p.

MOOG (2002). *15 series servovalve*. Disponível em: <[www.moog.com/noq/\\_general\\_\\_c339](http://www.moog.com/noq/_general__c339)>. Acesso em: 5 dez.

NANUA, P.; WALDRON, K. J.; MURTHY, V. (1990). Direct kinematic solution of a Stewart Platform. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v.6, n.4, p. 483-43, Aug.

NEAL, T.P. (1974). *Performance estimation for electrohydraulic control systems*. Moog Inc. Controls Division, East Aurora, New York. (Technical Bulletin 126).

NGUYEN, C.C.; POORAN, F. (1989). Dynamic analysis of a 6 dof CKCM robot end-effector for dual-arm telerobot systems. *Robotics and autonomous systems*, v. 5, p. 377-94.

NGUYEN, C.C. et al. (1991a). Efficient computation of forward kinematic and Jacobian matrix of a Stewart platform-based manipulator. In: IEEE SOUTHEASTCON'1991, 1991, Williamsburg. **Proceedings...** Virginia: IEEE Computer Society Press, p. 869-874.

NGUYEN, C.C. et al. (1991b) Experimental study of motion control and trajectory planning for a Stewart Platform robot manipulator. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1991, Sacramento. **Proceedings...** Califórnia: IEEE Computer Society Press, p. 1873-78.

NGUYEN, C. C. et al. (1993). Adaptive control of a Stewart Platform-Based manipulator. *Journal of Robotic Systems*, v.10, n.5, p.657-87.

PARK, J.H.; CHO, H.C. (1998). Impedance control with varying stiffness for parallel link manipulators. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1998, Philadelphia. **Proceedings...** 1998, Pennsylvania: p 478-82.

PASQUINI J., J. (1998). *Modelagem e análise da dinâmica lateral de veículos automotivos*. 75p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.



PERNECHELE, C.; BORTOLETO, F.; GIRO, E. (2000). Neural network algorithm controlling a hexapod platform. In: IEEE-INNS-ENNS INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON NEURAL NETWORKS AND NEURAL COMPUTING, 2000, Como. **Proceedings...** Como/Italy: IEEE, v. 4, p. 349-352.

RYAN, R.R. (1990). ADAMS – Multibody systems analysis software, In: SCHIEHLEN, W. (Ed.). *Multibody systems handbook*. Berlin: New York: Springer-Verlag.

SILFHOUT, R. G. V. (1999). High-precision hydraulic Stewart Platform. *Review of Scientific Instruments*, v.70, n. 8, p.3488-94, Aug.

SILVA, V. R. V. (1999). Análise estrutural de uma bicicleta através de simulação conjunta de técnicas de multicorpos e elementos finitos. São Carlos. 137p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

SOHONI, V.N.; WHITESELL, J. (1986). Automatic linearization of constrained dynamical models. *Transactions of the ASME. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, v.108, n.3, p.300-304, September.

STEWART, D. (1965). A platform with six degrees of freedom. *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers*, Part 1, v.180, n.15, p.371-86.

WASSON, S. R. (2000). Focus control system for solar thermal propulsion. In: 2000 INTERNATIONAL ADAMS USER CONFERENCE, 2000, Flórida. June.

ZANG, C.D.; SONG, S.M. (1991). Forward kinematic of a class of parallel (Stewart) Platform with closed-form solutions. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1991, Sacramento. **Proceedings...** Califórnia: IEEE, p. 2676-81.

## **APÊNDICE I**

### **Matrizes das Equações de Estado e de Saída do Modelo Linear da Plataforma de Stewart**

Matrizes das Equações de Estado e de Saída (*A*, *B*, *C* e *D*):

*A* =

Coluna 1 até 8

0,0000	6,1787	0,0000	-4,4970	0,0000	-0,9964	0,0000	0,2113
1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	-0,8696	0,0000	7,1256	0,0000	-0,1950	0,0000	0,0000
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,2583	0,0000	-1,3363	0,0000	3,2987	0,0000	1,0144
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	-0,4822	0,0000	-0,1285	0,0000	3,7720	0,0000	5,9517
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000
0,0000	-1,1214	0,0000	1,6946	0,0000	2,8323	0,0000	1,0144
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	1,1219	0,0000	4,5716	0,0000	-2,0953	0,0000	0,2113
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Coluna 9 até 12

0,0000	-2,1401	0,0000	1,1332
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	0,1950	0,0000	0,8696
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	2,6170	0,0000	-1,0671
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	2,4800	0,0000	-0,4486
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	3,0833	0,0000	0,3126
1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0000	-1,0412	0,0000	6,1900
0,0000	0,0000	1,0000	0,0000



C =

## Coluna 1 até 8

0,0000	0,9455	0,0000	0,5400	0,0000	-0,5476	0,0000	0,0000
0,0000	0,5190	0,0000	-0,0856	0,0000	1,0328	0,0000	0,0000
0,0000	0,1413	0,0000	-0,6046	0,0000	-0,5496	0,0000	0,7950
0,0000	-0,0846	0,0000	0,8854	0,0000	0,3457	0,0000	0,7950
0,0000	0,0081	0,0000	0,0856	0,0000	-0,0277	0,0000	0,0000
0,0000	-0,0512	0,0000	-0,5400	0,0000	0,1749	0,0000	0,0000
0,9455	0,0000	0,5400	0,0000	-0,5476	0,0000	0,0000	0,0000
0,5190	0,0000	-0,0856	0,0000	1,0328	0,0000	0,0000	0,0000
0,1413	0,0000	-0,6046	0,0000	-0,5496	0,0000	0,7950	0,0000
-0,0846	0,0000	0,8854	0,0000	0,3457	0,0000	0,7950	0,0000
0,0081	0,0000	0,0856	0,0000	-0,0277	0,0000	0,0000	0,0000
-0,0512	0,0000	-0,5400	0,0000	0,1749	0,0000	0,0000	0,0000

## Coluna 9 até 12

0,0000	0,1749	0,0000	-0,0512
0,0000	-0,0277	0,0000	0,0081
0,0000	0,1769	0,0000	-0,0420
0,0000	-0,7184	0,0000	0,1839
0,0000	1,0328	0,0000	0,5190
0,0000	-0,5476	0,0000	0,9455
0,1749	0,0000	-0,0512	0,0000
-0,0277	0,0000	0,0081	0,0000
0,1769	0,0000	-0,0420	0,0000
-0,7184	0,0000	0,1839	0,0000
1,0328	0,0000	0,5190	0,0000
-0,5476	0,0000	0,9455	0,0000

## **APÊNDICE II**

### **Matrizes de Ganhos do Controle Seguidor com Realimentação de Estados**

Ganhos do Sistema de Controle Seguidor com Realimentação de Estados:

- para autovalores  $\sigma(\bar{A} + \bar{B}\bar{K}) = \{6 \times (-9, -10, -11)\}$

$K_1 =$

Coluna 1 até 7

-5,3382	-54,3777	-4,3069	-43,6803	4,6148	47,1448	-0,9523
-2,3604	-24,0355	4,5012	46,3717	-6,2743	-63,8016	-2,5591
-2,4488	-25,0994	8,6102	88,0825	-0,1371	-1,8804	-4,0713
-0,6100	-5,9894	-10,0483	-102,7195	-1,6073	-16,3676	-4,0713
0,0290	0,5809	-5,4051	-55,6810	-3,8557	-39,5068	-2,5591
-3,3709	-34,7449	3,9705	40,3345	3,1733	32,7737	-0,9523

Coluna 8 até 12

-9,4720	3,3754	34,7843	-3,4219	-35,2521
-26,3551	-3,3125	-33,9127	-0,1080	-0,8304
-41,4380	-0,7431	-7,5721	-0,8280	-8,2083
-41,4380	0,7271	6,9151	-2,6668	-27,3183
-26,3551	-5,7311	-58,2075	-2,4975	-25,4467
-9,4720	4,8169	49,1553	-5,3892	-54,8850

$K_2 =$

246,8976	-77,8918	-28,3383	67,8709	-28,3378	134,5675
-77,8957	246,8966	134,5694	-28,3394	67,8691	-28,3371
-28,3399	134,5694	246,8970	-77,8948	-28,3390	67,8708
67,8711	-28,3381	-77,8922	246,8972	134,5691	-28,3391
-28,3375	67,8689	-28,3376	134,5690	246,8970	-77,8947
134,5674	-28,3354	67,8710	-28,3392	-77,8956	246,8971

- para autovalores  $\sigma(\overline{A} + \overline{BK}) = \{6 \times (-24, -25, -26)\}$

$K_1 =$

Coluna 1 até 7

-13,3455	-334,6331	-10,7672	-269,7914	11,5370	289,4217	-2,3808
-5,9011	-147,9587	11,2530	282,6844	-15,6857	-393,2023	-6,3978
-6,1220	-153,6621	21,5255	540,1176	-0,3428	-9,0785	-10,1783
-1,5250	-38,0147	-25,1207	-630,2549	-4,0183	-100,7509	-10,1783
0,0726	2,1057	-13,5129	-339,4510	-9,6393	-241,9317	-6,3978
-8,4272	-211,7168	9,9262	248,7851	7,9333	199,3722	-2,3808

Coluna 8 até 12

-59,4696	8,4386	211,9950	-8,5547	-214,9013
-160,7084	-8,2813	-207,8201	-0,2700	-6,4999
-255,1822	-1,8578	-46,5865	-2,0700	-51,6793
-255,1822	1,8177	45,0859	-6,6671	-167,3267
-160,7084	-14,3278	-359,0907	-6,2437	-156,5643
-59,4696	12,0423	302,0446	-13,4730	-337,8176

$K_2 =$

3890,5068	-1227,3852	-446,5432	1069,4809	-446,5356	2120,4576
-1227,4470	3890,4912	2120,4874	-446,5609	1069,4524	-446,5247
-446,5680	2120,4869	3890,4980	-1227,4339	-446,5536	1069,4785
1069,4844	-446,5405	-1227,3923	3890,5006	2120,4822	-446,5554
-446,5301	1069,4498	-446,5322	2120,4808	3890,4984	-1227,4324
2120,4567	-446,4970	1069,4818	-446,5571	-1227,4466	3890,4991



## **APÊNDICE III**

**Programa para Obtenção das Matrizes de Ganhos do Controle  
Seguidor com Realimentação de Estados Usando *MATLAB*<sup>®</sup>**

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%          EESC-USP / Mestrado em Engenharia Mecânica          /
% Programa Desenvolvido para Determinação dos Ganhos K1 e K2  /
%   de Sistemas Seguidores Usando Realimentação de Estados    /
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Matrizes A, B, C, D referentes à dinâmica da Plataforma de Stewart
a=load('ADAMS_a');
b=load('ADAMS_b');
c=load('ADAMS_c');
d=load('ADAMS_d');

% Condição de controlabilidade
Mcc=[b a;d -c];

% Montagem das matrizes Abarra e Bbarra
e=zeros(12,6);
abar=[a e;-c(1:6,:) d(1:6,:)];
bbar=[b;d(1:6,:)];

% Conjunto de autovalores a serem atribuídos 6x ao sistema
A1=24;
A2=25;
A3=26;

l_1=A1;
l_2=A1;
l_3=A1;
l_4=A1;
l_5=A1;
l_6=A1;
l_7=A2;
l_8=A2;
l_9=A2;
l_10=A2;
l_11=A2;
l_12=A2;
l_13=A3;
l_14=A3;
l_15=A3;
l_16=A3;
l_17=A3;
l_18=A3;

s1=[abar+l_1*eye(18) bbar];
s2=[abar+l_2*eye(18) bbar];
s3=[abar+l_3*eye(18) bbar];
s4=[abar+l_4*eye(18) bbar];
s5=[abar+l_5*eye(18) bbar];
s6=[abar+l_6*eye(18) bbar];
s7=[abar+l_7*eye(18) bbar];
s8=[abar+l_8*eye(18) bbar];
s9=[abar+l_9*eye(18) bbar];
s10=[abar+l_10*eye(18) bbar];
s11=[abar+l_11*eye(18) bbar];
s12=[abar+l_12*eye(18) bbar];
s13=[abar+l_13*eye(18) bbar];
s14=[abar+l_14*eye(18) bbar];
s15=[abar+l_15*eye(18) bbar];

```

```
s16=[abar+l_16*eye(18) bbar];
s17=[abar+l_17*eye(18) bbar];
s18=[abar+l_18*eye(18) bbar];
```

```
r1=rref(s1);
r2=rref(s2);
r3=rref(s3);
r4=rref(s4);
r5=rref(s5);
r6=rref(s6);
r7=rref(s7);
r8=rref(s8);
r9=rref(s9);
r10=rref(s10);
r11=rref(s11);
r12=rref(s12);
r13=rref(s13);
r14=rref(s14);
r15=rref(s15);
r16=rref(s16);
r17=rref(s17);
r18=rref(s18);
```

```
a1=[r1;zeros(6,24)];
a2=[r2;zeros(6,24)];
a3=[r3;zeros(6,24)];
a4=[r4;zeros(6,24)];
a5=[r5;zeros(6,24)];
a6=[r6;zeros(6,24)];
a7=[r7;zeros(6,24)];
a8=[r8;zeros(6,24)];
a9=[r9;zeros(6,24)];
a10=[r10;zeros(6,24)];
a11=[r11;zeros(6,24)];
a12=[r12;zeros(6,24)];
a13=[r13;zeros(6,24)];
a14=[r14;zeros(6,24)];
a15=[r15;zeros(6,24)];
a16=[r16;zeros(6,24)];
a17=[r17;zeros(6,24)];
a18=[r18;zeros(6,24)];
```

```
for i=19:24
    a1(i,i)=-1;
    a2(i,i)=-1;
    a3(i,i)=-1;
    a4(i,i)=-1;
    a5(i,i)=-1;
    a6(i,i)=-1;
    a7(i,i)=-1;
    a8(i,i)=-1;
    a9(i,i)=-1;
    a10(i,i)=-1;
    a11(i,i)=-1;
    a12(i,i)=-1;
    a13(i,i)=-1;
    a14(i,i)=-1;
    a15(i,i)=-1;
    a16(i,i)=-1;
```

```

    a17(i,i)=-1;
    a18(i,i)=-1;

end

v(:,1)=a1(1:18,19)/(a1(1,19));
v(:,2)=a2(1:18,20)/(a2(1,20));
v(:,3)=a3(1:18,21)/(a3(1,21));
v(:,4)=a4(1:18,22)/(a4(1,22));
v(:,5)=a5(1:18,23)/(a5(1,23));
v(:,6)=a6(1:18,24)/(a6(1,24));
v(:,7)=a7(1:18,19)/(a7(1,19));
v(:,8)=a8(1:18,20)/(a8(1,20));
v(:,9)=a9(1:18,21)/(a9(1,21));
v(:,10)=a10(1:18,22)/(a10(1,22));
v(:,11)=a11(1:18,23)/(a11(1,23));
v(:,12)=a12(1:18,24)/(a12(1,24));
v(:,13)=a13(1:18,19)/(a13(1,19));
v(:,14)=a14(1:18,20)/(a14(1,20));
v(:,15)=a15(1:18,21)/(a15(1,21));
v(:,16)=a16(1:18,22)/(a16(1,22));
v(:,17)=a17(1:18,23)/(a17(1,23));
v(:,18)=a18(1:18,24)/(a18(1,24));

q(:,1)=a1(19:24,19)/(a1(1,19));
q(:,2)=a2(19:24,20)/(a2(1,20));
q(:,3)=a3(19:24,21)/(a3(1,21));
q(:,4)=a4(19:24,22)/(a4(1,22));
q(:,5)=a5(19:24,23)/(a5(1,23));
q(:,6)=a6(19:24,24)/(a6(1,24));
q(:,7)=a7(19:24,19)/(a7(1,19));
q(:,8)=a8(19:24,20)/(a8(1,20));
q(:,9)=a9(19:24,21)/(a9(1,21));
q(:,10)=a10(19:24,22)/(a10(1,22));
q(:,11)=a11(19:24,23)/(a11(1,23));
q(:,12)=a12(19:24,24)/(a12(1,24));
q(:,13)=a13(19:24,19)/(a13(1,19));
q(:,14)=a14(19:24,20)/(a14(1,20));
q(:,15)=a15(19:24,21)/(a15(1,21));
q(:,16)=a16(19:24,22)/(a16(1,22));
q(:,17)=a17(19:24,23)/(a17(1,23));
q(:,18)=a18(19:24,24)/(a18(1,24));

% Matriz de Ganhos
kbar=q*inv(v);

% Matrizes A, B, C e D referentes ao sistema de malha fechada (PS +
controle)
acl=[abar+bbar*kbar];
bcl=[zeros(12,6);eye(6)];
ccl=[c zeros(12,6)];
dcl=zeros(12,6);

% Inversa da matriz C
cc=inv(c);

% Determinacao de K1 e K2
k1=kbar(:,1:12);
k2=kbar(:,13:18);

```

```
% Plotagem da resposta do sistema de malha fechada a uma entrada
degrau
figure(1)
subplot(3,2,1)
[yt1,xt1,tt1]=step(acl,bcl,ccl,dcl,1,1);
plot(tt1,yt1(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
subplot(3,2,2)
[yt2,xt2,tt2]=step(acl,bcl,ccl,dcl,2,1);
plot(tt2,yt2(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
subplot(3,2,3)
[yt3,xt3,tt3]=step(acl,bcl,ccl,dcl,3,1);
plot(tt3,yt3(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
subplot(3,2,4)
[yt4,xt4,tt4]=step(acl,bcl,ccl,dcl,4,1);
plot(tt4,yt4(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
subplot(3,2,5)
[yt5,xt5,tt5]=step(acl,bcl,ccl,dcl,5,1);
plot(tt5,yt5(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
subplot(3,2,6)
[yt6,xt6,tt6]=step(acl,bcl,ccl,dcl,6,1);
plot(tt6,yt6(:,1:6)),axis([0 1 -.5 1.2])
figure(2)
subplot(3,2,1)
plot(tt1,yt1(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
subplot(3,2,2)
plot(tt2,yt2(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
subplot(3,2,3)
plot(tt3,yt3(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
subplot(3,2,4)
plot(tt4,yt4(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
subplot(3,2,5)
plot(tt5,yt5(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
subplot(3,2,6)
plot(tt6,yt6(:,7:12)),axis([0 1 -2 4])
```

## **APÊNDICE IV**

**Programa para Calcular a Cinemática Inversa de uma Plataforma  
de Stewart Usando Ângulos de Euler – *MATLAB*<sup>®</sup>**

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%           EESC-USP / Mestrado em Engenharia Mecânica           /
% Programa Desenvolvido para Calcular a Cinemática Inversa /
% de uma Plataforma de Stewart Utilizando Ângulos de Euler /
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Ângulos de rotação
alfa_1=3; %graus
beta_1=3; %graus
gama_1=10; %graus

% Conversão dos ângulos de graus para radianos
alfa=alfa_1*pi/180;
beta=beta_1*pi/180;
gama=gama_1*pi/180;

% Comprimento do atuador na posição neutra
l=1705; %mm

% Deslocamentos do centro de massa da plataforma móvel
x_1=0; %mm
y_1=30; %mm
z_1=0; %mm

% Calculo da posição neutra da plataforma móvel em relação à {B}
x=0+x_1;
y=(l*sqrt(3)/3+15)+y_1;
z=0+z_1;

% Matriz de orientação
T=[cos(alfa)*cos(beta) cos(alfa)*sin(beta)*sin(gama)-
sin(alfa)*cos(gama)
cos(alfa)*sin(beta)*cos(gama)+sin(alfa)*sin(gama) x;
sin(alfa)*cos(beta)
sin(alfa)*sin(beta)*sin(gama)+cos(alfa)*cos(gama)
sin(alfa)*sin(beta)*cos(gama)-cos(alfa)*sin(gama) y;
-sin(beta) cos(beta)*sin(gama) cos(beta)*cos(gama) z;
0 0 0 1];

% Vetor posição das juntas esféricas em relação a {A}
q1=[0;-15;-1*sqrt(6)/3;1];
q2=[-1*sqrt(2)/2;-15;1*sqrt(6)/6;1];
q3=[1*sqrt(2)/2;-15;1*sqrt(6)/6;1];

% Vetor posição das juntas universais em relação a {B}
p1=[0;0;1*sqrt(6)/3;1];
p2=[-1*sqrt(2)/2;0;-1*sqrt(6)/6;1];
p3=[1*sqrt(2)/2;0;-1*sqrt(6)/6;1];

% Deslocamentos dos atuadores da Plataforma de Stewart em mm
d1=norm((T*q3-p1))-1705;
d2=norm((T*q3-p3))-1705;
d3=norm((T*q1-p3))-1705;
d4=norm((T*q1-p2))-1705;
d5=norm((T*q2-p2))-1705;
d6=norm((T*q2-p1))-1705;

% Vetor deslocamento dos atuadores
R=[d1;d2;d3;d4;d5;d6];

```