Rodrigo de Oliveira Preti

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM
SISTEMA HIDRÁULICO PROPOSTO PARA
FUNCIONAR COMO UM AMORTECEDOR
PARA PEQUENAS AMPLITUDES**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Dinâmica de Máquinas e Sistemas

ORIENTADOR: Prof. Dr. Luiz Carlos Felício

São Carlos

2007

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

P937m	<p>Preti, Rodrigo de Oliveira</p> <p>Modelagem e simulação de um sistema hidráulico proposto para funcionar como amortecedor para pequenas amplitudes / Rodrigo de Oliveira Preti ; orientador Luiz Carlos Felício. -- São Carlos, 2007.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica de Máquinas e Sistemas. -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.</p> <p>1. Amortecedor. 2. Modelagem dinâmica. 3. Simulação. 4. Baixas amplitudes. I. Título.</p>
-------	---

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RODRIGO DE OLIVEIRA PRETI**

Dissertação defendida e julgada em 27/09/2007 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **LUIZ CARLOS FELÍCIO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **ÁLVARO COSTA NETO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **CELSO LUIZ FRANZOTTI**
(Instituto de Ensino Superior COC/UNICOC)

Aprovado

Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

AGRADECIMENTOS

Agradeço primordialmente a Deus por ter me guiado e me dado forças para que esse trabalho fosse realizado.

Aos meus pais pelo carinho e por ter acreditado em mim.

A minha esposa por ter me encorajado nas horas mais difíceis e por ter compreendido por diversas vezes a minha ausência.

Agradeço ao Prof. Dr. Luiz Carlos Felício pela orientação neste trabalho.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

Aos meus amigos de pós-graduação Fabiano, Carlos Eduardo, Israel, Ferezin, Luis Mauro e tantos outros que não estão nesta lista que contribuíram para o meu trabalho.

Ao professor Luis Carlos Passarini pelo apoio e direcionamento.

Aos funcionários da USP, Ana Paula, Xina, José Roberto Bogni (Zé).

RESUMO

PRETI, R. O. (2007). Modelagem e simulação de um sistema hidráulico proposto para funcionar como um amortecedor para pequenas amplitudes. São Carlos. 78 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho apresenta um modelo matemático linear para um sistema hidráulico proposto para funcionar como um amortecedor para pequenas amplitudes de deslocamento, da ordem de décimos de milímetros. As dimensões para o sistema hidráulico foram adotadas e parâmetros foram determinados. Foram escolhidos dois conjuntos de parâmetros dimensionais e dois valores para o *bulk modulus* equivalente, o que permitiu fazer o estudo de quatro situações. A verificação das características dinâmicas do sistema foi efetuada utilizando o conceito de função descritiva. Um programa em *Matlab/Simulink* com um filtro de Fourier foi implementado para obtenção das curvas da resposta em frequência. A eficiência deste programa computacional foi comprovada através de sua aplicação a sistemas cujas respostas em frequência são conhecidas. As curvas das respostas em frequência do sistema hidráulico e do amortecedor ideal foram comparadas. Considerando tolerância de ± 1 grau para a fase e de ± 1 db para magnitude, o sistema hidráulico simulado, com *bulk modulus* equivalente de 100000 psi teve comportamento similar ao amortecedor ideal na faixa de frequência de 0,1 a

150 rad/seg. No caso do *bulk modulus* de 30000 psi, a faixa foi estendida, isto é, de 0,1 a 200 rad/seg.

Palavras-chaves: Amortecedor. Modelagem dinâmica. Simulação. Baixas amplitudes.

ABSTRACT

PRETI, R. O. (2007) Modeling and simulation for a proposed hydraulic system intended to work as a damper for small amplitudes. São Carlos. 78 f. Dissertation (Master) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work presents a linear mathematical model for a proposed hydraulic system intended to work as a damper for small displacement, of the order of decimals of millimeters. The dimensions of the hydraulic system were adopted and parameters were determined. Two sets of the dimensions and two values for the equivalent bulk modulus were chosen and that allowed the study of four situations. The system dynamic properties were verified using the concept of describing function. A Matlab/Simulink program applying the concept of a Fourier filter was carried out in order to obtain the frequency response curves. The efficiency of this program was verified through its application in systems which frequency responses are known. The systems and the ideal damper frequency response curves were compared. Considering tolerance of ± 1 degree for the phase and ± 1 db for magnitude, the simulated hydraulic system with an equivalent bulk modulus of 100000 psi showed to be similar to an ideal damper, for the frequency range from 0.1 to 150 rad/sec. For the equivalent bulk modulus of 30000 psi, the frequency range was extended from 0.1 to 200 rad/sec.

Keywords: Damper. Dynamic modeling. Simulation. Small amplitudes.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - Simbologia do amortecedor de translação ideal.....	23
FIGURA 2.2 - Simbologia do amortecedor rotacional ideal.....	24
FIGURA 2.3 - Esboço dos gráficos das respostas em frequência dos amortecedores ideais de translação e rotação (escalas lineares).....	26
FIGURA 2.4 - Gráficos das características de operação para o amortecedor hidráulico do tipo orifício constante e pressão variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	28
FIGURA 2.5 - Gráficos das características de operação para o amortecedor hidráulico do tipo orifício variável e pressão constante (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	28
FIGURA 2.6 - Amortecedor de orifício variável com pino cônico (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	29
FIGURA 2.7 - Amortecedor de pino cilíndrico afilado para produzir orifício de área orifício variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	30
FIGURA 2.8 - Amortecedor com pino e cavidade interna com orifícios distribuídos ao longo de sua cavidade para produzir orifício de área variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	30
FIGURA 2.9 - Amortecedor com cilindro interno cheio de furos para produz orifício de área variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	31
FIGURA 2.10 - Amortecedor de dupla haste com parede interna do cilindro em formato côncavo (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	32

FIGURA 2.11 - Amortecedor com a parede interna do cilindro com ranhuras côncavas produzindo variação da área do orifício (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	32
FIGURA 2.12 - Amortecedor com entalhes em sua parede interna para provocar variação de área do orifício (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	33
FIGURA 2.13 - Amortecedor de orifício de área constante (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).....	34
FIGURA 2.14 - Componente da suspensão de motocicleta mostrando o amortecedor estudado por Audenino e Belingardi (1995)	35
FIGURA 2.15 - Arranjo dos testes realizados por Audenino e Belingardi (1995).....	36
FIGURA 2.16 - Diagramas de forças versus velocidade e força versus deslocamento Experimentais obtidos pelo amortecedor de motocicleta de Audenino e Belingardi (1995) para três níveis de excitação (3, 10 e 20 Hz)	37
FIGURA 2.17 - Desenho esquemático do amortecedor de tubo simples modelado por Molica (1997).....	38
FIGURA 2.18 - Desenho esquemático do amortecedor hidráulico semi-ativo (SAVA) de Patten et al (1998).....	40
FIGURA 2.19 - Corte transversal do D-Strut (DAVIS <i>et al</i> , 1994).....	42
FIGURA 2.20 - Resposta em frequência do modelo de três parâmetros do D-Strut (DAVIS <i>et al</i> , 1994).....	44
FIGURA 2.21 - Esquema dos testes realizados no D-Strut (DAVIS <i>et al</i> , 1994).....	45
FIGURA 2.22 - Desenho esquemático do protótipo de amortecedor MR estudado por Wang e Gordaninejad (2001).....	46
FIGURA 2.23 - Desenho esquemático do amortecedor MR de Spencer <i>et al</i> (1996).....	47
FIGURA 2.24 - Arranjo de teste do amortecedor MR de Spencer <i>et al</i> (1996).	47

FIGURA 2.25 - Força medida experimentalmente para uma excitação senoidal de 2.5 Hz com uma amplitude de 1,5 cm para o amortecedor MR de Spencer <i>et al</i> (1996).	48
FIGURA 2.26 - Configuração de amortecedor ER de Hong et al (2005).....	49
FIGURA 2.27 - Diagrama de força de amortecimento versus velocidade para uma excitação de 1 Hz e vários valores de campos magnéticos (HONG et al, 2005).....	50
FIGURA 2.28 - Diagrama de força versus velocidade para um campo magnético de 6 KW/mm e várias frequências de excitação (HONG et al, 2005).....	51
FIGURA 3.1 - Desenho esquemático do sistema hidráulico proposto para funcionar como um amortecedor para baixas amplitudes.....	57
FIGURA 4.1 - Fluxograma do programa em <i>Matlab</i> e <i>Simulink</i> para obtenção da resposta em frequência.	62
FIGURA 4.2 - Arquitetura do programa no <i>Simulink</i>	63
FIGURA 4.3 - Blocos contidos no <i>subsystem</i> “Filtro de Fourier” do <i>Simulink</i>	64
FIGURA 4.4 - Blocos contidos no <i>subsystem</i> Sinal de controle dentro do <i>subsystem</i> Resposta em Frequência no <i>Simulink</i>	66
FIGURA 4.5 - Blocos para o teste do derivador simples.	68
FIGURA 4.6 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> , para o derivador simples.....	68
FIGURA 4.7 - Gráficos de Bode do derivador simples.	69
FIGURA 4.8 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função bode e pelo filtro de Fourier para o derivador simples.	70
FIGURA 4.9 - Blocos para o teste do integrador simples.	70
FIGURA 4.10 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado pelo <i>Simulink</i> , para o integrador simples.....	71
FIGURA 4.11 - Gráficos de Bode do integrador simples.	71

FIGURA 4.12 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função <i>bode</i> e pelo filtro de Fourier para o integrador simples.....	72
FIGURA 4.13 - Blocos para o teste da onda quadrada.....	73
FIGURA 4.14 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> , para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.	74
FIGURA 4.15 - Gráficos de Bode para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.	74
FIGURA 4.16 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função <i>Bode</i> e pelo filtro de Fourier para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.	75
FIGURA 4.17 - Blocos para o teste do sistema de primeira ordem.....	76
FIGURA 4.18 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 1seg$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no <i>Simulink</i>	77
FIGURA 4.19 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,1seg$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no <i>Simulink</i>	77
FIGURA 4.20 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01seg$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no <i>Simulink</i>	78
FIGURA 4.21 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 1seg$	78
FIGURA 4.22 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,1seg$	79
FIGURA 4.23 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01seg$	79
FIGURA 4.24 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para sistema de primeira ordem com $\tau = 1seg$	80
FIGURA 4.25 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para sistema de primeira ordem com $\tau = 0,1seg$	81

FIGURA 4.26 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01\text{seg}$	81
FIGURA 4.27 - Blocos para o teste do sistema de segunda ordem.....	82
FIGURA 4.28 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,1$	83
FIGURA 4.29 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,01$	83
FIGURA 4.30 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,004$	84
FIGURA 4.31 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no <i>Simulink</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,001$	84
FIGURA 4.32 - Gráficos de <i>Bode</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/seg}$ $\zeta = 0,1$	85
FIGURA 4.33 - Gráficos de <i>Bode</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/seg}$ $\zeta = 0,01$	86
FIGURA 4.34 - Gráficos de <i>Bode</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/seg}$ $\zeta = 0,004$	86
FIGURA 4.35 - Gráficos de <i>Bode</i> para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,001$	87
FIGURA 4.36 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/s}$ e $\zeta = 0,1$	88
FIGURA 4.37 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10\text{rad/s}$ e $\zeta = 0,01$	88

FIGURA 4.38 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,004$	89
FIGURA 4.39 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função <i>bode</i> para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,001$	89
FIGURA 5.1 - Esquema do amortecedor proposto.....	91
FIGURA 5.2 - Diagrama de corpo livre do conjunto pistão-haste, na direção de x_0	94
FIGURA 6.1 - Desenho esquemático da parte inferior do sistema hidráulico	104
FIGURA 6.2 - Barra sob ação de uma força aplicada de $3000 \text{ Kgf} / \text{cm}^2$	106
FIGURA 6.3 - Desenho representativo do orifício.....	113
FIGURA 6.4 - Deslocamento senoidal do conjunto pistão-haste.	115
FIGURA 6.5 - Orifício desenvolvido para a folga entre o pistão e o cilindro.....	120
FIGURA 7.1 - Blocos do <i>Simulink</i> utilizados para simular o modelo.....	123
FIGURA 7.2 - Blocos contidos no bloco “Modelo do Sistema Hidráulico”	124
FIGURA 7.3 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 1 para um <i>Bulk Modulus</i> equivalente igual a 100000psi.	126
FIGURA 7.4 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 1 para um <i>Bulk Modulus</i> equivalente igual a 30000psi.	126
FIGURA 7.5 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 2 para um <i>bulk modulus</i> equivalente iguala a 100000psi	129
FIGURA 7.6 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 2 para um <i>bulk modulus</i> equivalente iguala a 30000psi	129
FIGURA C1 - Implementação da equação (5.14) no <i>Simulink</i>	155
FIGURA C2 - Implementação da equação (5.27) no <i>Simulink</i>	155
FIGURA C3 - Implementação da equação (5.29) no <i>Simulink</i>	156
FIGURA C4 - Implementação da equação (5.31) no <i>Simulink</i>	156

FIGURA C5 - Implementação da equação (5.33) no <i>Simulink</i>	156
--	-----

SUMÁRIO

Resumo

Abstract

1	Introdução.....	18
2	Revisão Bibliográfica	21
2.1	Introdução	21
2.2	Amortecedor Ideal.....	22
2.3	Amortecedores Reais	27
2.4	Análise por Função Descritiva.....	52
3	Objetivo.....	56
4	Metodologia	59
4.1	Método computacional para obtenção da Resposta em Frequência	59
4.2	Testes	67
4.2.1	Derivador Simples.....	67
4.2.2	Integrador Simples	70
4.2.3	Relé sem Histerese	72
4.2.4	Sistema de Primeira Ordem	75
4.2.5	Sistema de Segunda Ordem	82
4.2.6	Conclusão.....	90
5	Modelagem Matemática	91

6	Dimensionamento de Peças e Definição de Parâmetros Propostos para um Sistema Hidráulico	104
7	Simulação do Sistema Hidráulico Proposto	122
7.1	Introdução	122
7.2	Simulação do Sistema Hidráulico 1	125
7.3	Simulação do Sistema Hidráulico 2	127
8	Conclusão	131
	Referências	131
	Apêndice A – Programa do Matlab para os testes dos sistemas	133
	Apêndice B – Programa do Matlab para a simulação do Sistema Hidráulico ...	150
	Apêndice C – Programa do <i>Simulink</i> Contendo as Equações do Modelo	155

1 INTRODUÇÃO

Os amortecedores, como elementos de atenuação de vibrações e impactos são dispositivos que geralmente utilizam algum tipo de atrito para converter a energia cinética fornecida a eles em energia térmica. Amortecedores podem também ser utilizado para representar uma característica intrínseca das estruturas, isso devido a todas as estruturas possuírem um certo grau de amortecimento, mesmo não possuindo qualquer dispositivo de amortecimento acoplado.

Os dispositivos de amortecimento são muito importantes, o que é facilmente constatado devido a sua ampla aplicação, estando presente em quase todos os seguimentos da indústria como, por exemplo, na indústria automotiva, de construção civil (em pontes, viadutos, edifícios, etc), de bens de consumo (calçados, eletrodomésticos, eletro-eletrônico, etc), de instrumentação (bancadas de instrumentação), de aviação (trens de pouso, assentos), aeroespacial (veículos de exploração, satélites), dentre muitas outras. No caso de veículos, pode-se citar como benéficos trazidos pelos amortecedores, a melhoria do conforto e controle de automóveis. Estes atenuam vibrações indesejadas sofridas pela carroceria devido a imperfeições no solo, que se não fossem atenuadas, causariam desconforto e instabilidade do veículo, afetando sua dirigibilidade. Nas estruturas é muito importante que vibrações sejam amortecidas, pois elas podem causar sérios danos às mesmas, podendo até mesmo destruí-las. Em países onde são comuns as atividades sísmicas, como no Japão e nos Estados Unidos, os

amortecedores minimizam os efeitos das vibrações durante a atividade sísmica, procurando evitar que muitas vidas humanas sejam ceifadas e também minimizando prejuízos materiais.

Portanto, o conhecimento das características e do comportamento dinâmico dos amortecedores e o desenvolvimento de novos dispositivos que contribuam para atenuação de vibrações são uma imensa fonte de pesquisa acadêmica e industrial. Neste contexto, esse trabalho vem dar sua contribuição, verificando o modelo de um sistema hidráulico proposto para funcionar para pequenas amplitudes de excitação, na casa dos décimos de milímetro. Esse sistema hidráulico foi proposto pelo professor da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, Dr. Luiz Carlos Felício.

Este trabalho está dividido em cinco partes.

Na primeira parte foi feita uma revisão bibliográfica sobre os amortecedores mais utilizados, bem como o estudo sobre o amortecedor ideal. Foi também incluída nesta parte do trabalho, uma base teórica conhecida como análise de sistemas não-lineares por função descritiva, que é uma extensão do conceito da resposta em frequência para sistemas não-lineares.

A segunda parte descreve um programa em *Matlab/Simulink* que se baseia em análise de sistemas não-lineares por função descritiva, que tem por objetivo obter as respostas em frequência do sistema hidráulico proposto. A eficiência do programa é comprovada através de teste em sistema cujas respostas em frequência eram previamente conhecidas.

A terceira parte compreende a obtenção do modelo matemático do sistema hidráulico proposto para funcionar como um amortecedor para pequenas amplitudes de excitação. Foi obtido um modelo linear, isto é, composto somente por equações diferenciais ordinárias lineares a coeficientes constantes, onde os efeitos que causam não-linearidades foram desprezados.

A quarta parte envolve a escolha e cálculo de parâmetros bem como o dimensionamento de partes do sistema hidráulico onde foram atribuídas algumas dimensões básicas para o sistema hidráulico como, por exemplo, o comprimento e diâmetro dos orifícios. A escolha dos materiais e do fluido empregado foram também incluídos nesta etapa do trabalho.

A quinta parte é dedicada à obtenção da resposta em frequência do sistema e comparação com as curvas da resposta em frequência do amortecedor ideal. Foram escolhidos dois conjuntos de parâmetros dimensionais e dois valores para o *bulk modulus* equivalente para o sistema proposto, o que permitiu fazer o estudo de quatro situações. As equações diferenciais do modelo matemático do sistema proposto foram inseridas no *Simulink*. Uma vez feito isto, o programa em linguagem *Matlab* foi executado para excitar virtualmente (em um microcomputador) o modelo matemático. Através de um filtro de Fourier implementado também no *Simulink*, a resposta à excitação do sistema hidráulico proposto foi obtida, isto é, a relação de amplitudes e a fase. Os dados foram colocados na forma de gráfico para uma fácil visualização. Feito isso, comparou-se à resposta em frequência do sistema hidráulico proposto com a do amortecedor ideal.

Concluiu-se que o sistema hidráulico proposto neste trabalho, com *bulk modulus* equivalente de 100000 psi funcionou como um amortecedor para pequenas amplitudes de excitação na faixa de frequência que vai de 0,1 a 150 rad/seg quando se considera uma tolerância de $\pm 1\%$ para a fase e a magnitude, respectivamente. O sistema hidráulico com *bulk modulus* equivalente de 30000 psi teve comportamento dinâmico parecido com o amortecedor ideal para uma maior faixa de frequência, isto é, de 0,1 até 200 rad/seg.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Esta revisão aborda o estudo dos amortecedores mais utilizados e uma metodologia para estudo de suas respostas. Os amortecedores foram divididos, para efeitos didáticos, em dois grupos: em amortecedor ideal e em amortecedores reais.

A primeira parte está dedicada à modelagem matemática e ao estudo da resposta tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência do amortecedor ideal. Apesar do amortecedor ideal, como o próprio nome diz, ser uma idealização, portanto não existindo na realidade, o seu modelo é muitas vezes adotado. Na maioria dos casos esse modelo simples simplifica a compreensão de um sistema mais complexo gerando análises rápidas e com uma boa aproximação do comportamento real. Neste trabalho particularmente, o modelo de amortecedor ideal, através de suas curvas de resposta em frequência, serve como parâmetro para concluir se o sistema hidráulico proposto se comporta como um dispositivo de amortecimento para pequenas amplitudes de excitação.

A segunda parte compreende o estudo dos amortecedores reais que é uma coletânea sobre trabalhos que caracterizaram dispositivos de amortecimento. Esta parte faz uma análise, com base na bibliografia existente, dos principais parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico dos amortecedores, analisando como e em que grau esses mesmos parâmetros contribuem na alteração ou modificação do seu comportamento dinâmico. As

curvas de resposta em frequência e também no domínio do tempo dos amortecedores foram estudadas, principalmente próximos à região de velocidade zero e de amplitudes bem pequenas.

Uma base teórica para o estudo da resposta que pode ser empregada tanto para sistema lineares quanto para não-lineares também é apresentada que posteriormente será implementada em um programa de computador para obtenção da resposta em frequência do sistema hidráulico proposto.

2.2 AMORTECEDOR IDEAL

Segundo Felício (2007), amortecedor ideal é todo amortecedor puro e linear. Entende-se por amortecedor puro aquele que não tem massa e nem comportamento de mola (elasticidade). Já amortecedor linear é todo aquele que possui a força de amortecimento proporcional a velocidade. Segundo Doebelin (1998), um amortecedor ideal ou puro dissipa toda a energia que é fornecida a ele, transformando-a em outra forma de energia, ou seja, em energia térmica ou simplesmente calor, o qual é transferida para o ambiente. Desta forma, a energia não pode ser aproveitada para realizar trabalho. O amortecimento é conseguido através de mecanismos associados a algum tipo de atrito. A simbologia para o amortecedor translacional, juntamente com os sentidos positivos da força externa F aplicada sobre o amortecedor, a velocidade V do ponto 1 e o coeficiente de amortecimento do amortecedor de translação B estão ilustrados na FIGURA 2.1

FIGURA 2.1 - Simbologia do amortecedor de translação ideal.

Definindo o amortecedor de translação ideal, a força F é proporcional a velocidade V , então:

$$F = BV \quad (2.1)$$

Para o caso do amortecedor rotacional tem-se a FIGURA 2.2. A figura mostra a simbologia deste tipo de amortecedor, considerando os sentidos positivos adotados para o torque externo T , aplicado sobre o amortecedor, a velocidade angular ω_1 no ponto 1 e o coeficiente de amortecimento torcional B_t .

FIGURA 2.2 - Simbologia do amortecedor rotacional ideal

Para um amortecedor rotacional tem-se uma relação análoga, que em termos da velocidade angular fica:

$$T = B_t \omega_1 \quad (2.2)$$

Determinando as funções de transferência operacionais $V/F(s)$ para o amortecedor de translação e $\omega_1/T(s)$ para o amortecedor rotacional obtêm-se:

$$\frac{V}{F}(s) = \frac{1}{B} \quad (2.3)$$

ou

$$\frac{\omega_1}{T}(s) = \frac{1}{B_t} \quad (2.4)$$

em que

s^{Δ} = variável de *Lalace*.

A resposta em frequência pode ser determinada através da função de transferência senoidal, fazendo a substituição de s por $i\omega$, que passa a ser uma função complexa. Então das equações (2.3) e (2.4), obtem-se :

$$\frac{V}{F}(i\omega) = \frac{1}{B} \quad (2.5)$$

$$\frac{\omega_1}{T}(i\omega) = \frac{1}{B_t} \quad (2.6)$$

Logo, as relações de amplitude e as fases ficam:

- Para o amortecedor linear:

$$\left| \frac{V}{F}(i\omega) \right| = \frac{A_v}{A_F} = \frac{1}{B} \quad (2.7)$$

$$\phi_{V/F} = 0^\circ \quad (2.8)$$

- Para o amortecedor torcional:

$$\left| \frac{\omega_1}{T}(i\omega) \right| = \frac{A_{\omega_1}}{A_T} = \frac{1}{B_t} \quad (2.9)$$

$$\phi_{\omega_1/T} = 0^\circ \quad (2.10)$$

em que

ω^Δ = frequência da onda senoidal da entrada;

A_v^Δ = amplitude da onda senoidal, no regime permanente, da velocidade do ponto 1,

FIGURA 2.1;

A_F^Δ = amplitude da força externa aplicada ao amortecedor (entrada);

A_ω^Δ = amplitude da onda senoidal, no regime permanente, da velocidade angular do ponto 1 da FIGURA 2.2;

$A_T \overset{\Delta}{=} \text{amplitude do torque externo aplicada ao amortecedor (entrada);}$

$\phi_{V/F} \overset{\Delta}{=} \text{fase entre a velocidade, no regime permanente em relação a força externa aplicada ao amortecedor;}$

$\phi_{\omega/T} \overset{\Delta}{=} \text{fase entre a velocidade angular, no regime permanente, em relação ao torque externo aplicado ao amortecedor.}$

A FIGURA 2.3 ilustra o as curvas das respostas em frequência para os amortecedores ideais de translação e rotação.

FIGURA 2.3 – Esboço dos gráficos das respostas em frequência dos amortecedores ideais de translação e rotação (escalas lineares).

Como pode-se observar nas curvas das Respostas em Frequências (RF) dos amortecedores ideais de translação e rotação, as relações de amplitudes $\frac{A_V}{A_F}$ e $\frac{A_{\omega}}{A_T}$ são planas de $\omega = 0$ até $\omega \rightarrow \infty$. As fases para ambos os casos também são planas e iguais a 0° . Isto

significa que a velocidade está em fase com a força ou o torque aplicado ao amortecedor, não importando a frequência.

2.3 AMORTECEDORES REAIS

Poucos trabalhos na literatura se dedicam a dividir os amortecedores segundo algum critério seja ele funcional, de tipo de fluido utilizado, de aplicação, etc. Ellis e Karbowniczek (1962), realizou essa tarefa dividindo os amortecedores hidráulicos funcionalmente em duas categorias: (1) orifício constante e pressão variável; (2) orifício variável e pressão constante. Segundo ele, embora haja pequena diferença construtiva entre os dois tipos, existe uma grande diferença em sua performance. A vantagem de uma construção do tipo orifício constante e pressão variável é contrabalançada pela sua característica de operação pouco desejada. As figuras 2.1 e 2.2 mostram os gráficos das características de operação para o tipo orifício constante e pressão variável e orifício variável e pressão constante, respectivamente.

FIGURA 2.4 - Gráficos das características de operação para o amortecedor hidráulico do tipo orifício constante e pressão variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962)

FIGURA 2.5 - Gráficos das características de operação para o amortecedor hidráulico do tipo orifício variável e pressão constante (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962)).

Na FIGURA 2.1 pode se ver que a maior parte da energia cinética da carga é gasta durante a parte inicial do curso do amortecedor, portanto, ela não decai uniformemente. Já no amortecedor hidráulico de orifício variável e pressão constante, a energia cinética decai uniformemente durante o curso do amortecedor, como pode ser observado nos gráficos da FIGURA 2.2, conseqüentemente, a desaceleração da carga, a pressão interna do amortecedor e a força de amortecimento são uniformes. Ellis e Karbowniczek (1962) mostrou alguns tipos de amortecedores do tipo orifício variável e pressão constante. As figuras 2.3 e 2.4 mostram esses amortecedores que fazem variar a área do orifício devido à inserção de um pino no orifício, durante a inserção da haste para dentro do amortecedor quando o mesmo é submetido a uma força que causa velocidade relativa entre suas extremidades.

FIGURA 2.6 – Amortecedor de orifício variável com pino cônico (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

FIGURA 2.7 – Amortecedor de pino cilíndrico afilado para produzir orifício de área orifício variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

A FIGURA 2.5 traz um amortecedor do tipo orifício variável que conta com um pino oco (com cavidade interna) com orifícios distribuídos ao longo da cavidade (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

FIGURA 2.8 – Amortecedor com pino e cavidade interna com orifícios distribuídos ao longo de sua cavidade para produzir orifício de área variável (ELLIS,1962).

Uma variação do amortecedor da FIGURA 2.5 é o amortecedor para produzir orifício de área variável com um cilindro pressurizado interno e com vários furos em suas paredes, por onde o fluido é forçado a passar quando há a inserção da haste para dentro do amortecedor. Essa configuração de amortecedor pode ser vista na FIGURA 2.6.

FIGURA 2.9 – Amortecedor com cilindro interno cheio de furos para produzir orifício de área variável (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

Esse arranjo faz com que a área total do orifício seja reduzida assim que o pistão se aproxima do fim de seu curso. Os furos podem ser igualmente espaçados ao longo do comprimento do tubo, com os seus diâmetros aumentando em direção ao fim de curso ou podem ser todos do mesmo diâmetro, mas com o espaço entre eles diminuindo conforme se aproxima o fim do curso do amortecedor. Um outro tipo de amortecedor de orifício variável apresentado por Ellis (1962) é o projetado com a parede interna do cilindro côncava. Na FIGURA 2.7 pode ser observado este tipo de amortecedor.

FIGURA 2.10 – Amortecedor de dupla haste com parede interna do cilindro em formato côncavo (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962)2).

O autor cita como principais vantagens do amortecedor da FIGURA 2.7 a sua simplicidade de projeto e a não necessidade de um acabamento superficial bem liso da parede internas do cilindro, contudo o pistão precisa de um segundo ponto de apoio por ser de dupla haste.

Ellis e Karbowniczek (1962) também apresenta um outro tipo de amortecedor de orifício variável que pode ver visto na FIGURA 2.8.

FIGURA 2.11 – Amortecedor com a parede interna do cilindro com ranhuras côncavas produzindo variação da área do orifício (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

O amortecedor da FIGURA 2.8 tem a parede interna do cilindro com ranhuras usinadas longitudinalmente. Essas ranhuras possuem afilamento com abertura máxima no início do curso do pistão do que no fim de curso. O autor cita a dificuldades de usinagem das ranhuras como dificuldade construtiva deste tipo de amortecedor.

O último tipo de amortecedor que faz variar a área do orifício apresentado por Ellis (1962) é o amortecedor com entalhes em sua parede interna, que é uma variação do amortecedor da FIGURA 2.8. Este amortecedor pode ser visto na FIGURA 2.9.

FIGURA 2.12 – Amortecedor com entalhes em sua parede interna para provocar variação de área do orifício (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962).

Ellis e Karbowniczek (1962) também apresenta um amortecedor de orifícios de área constante. Esse amortecedor pode ser visto nas FIGURAS 2.10.

FIGURA 2.13 – Amortecedor de orifício de área constante (ELLIS; KARBOWNICZEK, 1962)

A FIGURA 2.10 traz um amortecedor bem simples que produz o efeito de amortecimento quando o fluido é forçado a passar de um lado para o outro pelo orifício no pistão. Uma outra forma de se obter um amortecedor de orifício de área constante bem simples é construindo um pistão com folga radial entre o cilindro e o pistão que permita que o fluido passe entre a parede interna do cilindro e o pistão.

Audenino e Belingardi (1995) modelaram um amortecedor do tipo duplo tubo, usado em motocicleta e validaram o modelo, pois obtiveram através dele uma boa concordância com os dados experimentais obtidos através de testes em laboratório. O artigo dos dois pesquisadores analisava modelos matemáticos, sempre aumentando sua complexidade que representavam o fenômeno de vazão pressão que ocorria dentro do amortecedor.

FIGURA 2.14 - Componente da suspensão de motocicleta mostrando o amortecedor estudado por Audenino e Belingardi (1995)

Os modelos matemáticos foram simulados através do método de diferenças finitas. Os testes em laboratório foram realizados com o amortecedor cheio de óleo, cheio de água e cheio de ar. A influência da amplitude e da frequência da excitação senoidal assim como a influência da densidade e viscosidade do fluido e também do atrito foram investigados. O amortecedor foi montado em um *shaker* eletrodinâmico que era controlado por um acelerômetro enquanto o histórico no tempo das variáveis de entradas e da força de saída eram adquiridas por meio de três sensores e um sistema de aquisição de dados de três canais, sendo tudo armazenado em um computador. Uma célula de carga do tipo *strain-gauge* media a força de saída do amortecedor. Um vibrômetro a laser tipo *Doppler* media a velocidade de excitação da mesa do *shaker* e um LVDT (transformador diferencial de voltagem linear) media o deslocamento da mesa do *shaker*. Na FIGURA 2.12 pode ser visto o arranjo experimental realizado pelos pesquisadores.

FIGURA 2.15 - Arranjo dos testes realizados por Audenino e Belingardi (1995)

Segundo Audenino e Belingardi (1995), com relação à resposta a excitação senoidal, um laço algumas vezes impropriamente chamado de histerese, foi medido no diagrama de força versus velocidade. Eles perceberam nesses diagramas que aumentando a frequência de excitação faziam com que o laço aumentasse em magnitude e concluíram que este fenômeno claramente significava que a força não estava perfeitamente em fase com a velocidade e que o amortecedor não se comportava somente como um dispositivo de amortecimento, mas também armazenava energia elástica. Esse fenômeno pode ser observado pelos diagramas de força versus velocidade da FIGURA 2.13. Os autores ainda observaram que a influência da amplitude de excitação era considerável para uma mesma frequência na forma do ciclo, particularmente no diagrama de força versus velocidade. Ainda, os autores perceberam que o efeito do atrito era evidente para pequenas amplitudes de excitação e que progressivamente ia desaparecendo conforme a amplitude ia aumentando e ainda que quanto maior a frequência menor era a força de saída para um ponto de velocidade máxima.

FIGURA 2.16 - Diagramas de forças versus velocidade e força versus deslocamento Experimentais obtidos pelo amortecedor de motocicleta de Audenino e Belingardi (1995) para três níveis de excitação (3, 10 e 20 Hz)

Molica (1997), também modelou um amortecedor automotivo, porém do tipo monotubo de alta pressão. Ele utilizou a técnica do “*bond graph*” (grafo de ligação), que emprega os princípios físicos que descreve a dinâmica dos elementos. Ele utilizou o programa *Matlab* para integrar as equações não-lineares de estado e comparou com os dados de teste do sistema real. Conclusões foram tiradas com relação a acuracidade do modelo de simulação, da dinâmica dos amortecedores automotivos em geral, e do papel dos modelos baseados nos

princípios físicos. Na FIGURA 2.14 pode-se ver o desenho esquemático do amortecedor modelado por Molica (1997).

FIGURA 2.17 - Desenho esquemático do amortecedor de tubo simples modelado por Molica (1997).

Detalhando a análise de Molica (1997), ele obteve oito equações de estado para simular a dinâmica do amortecedor. O modelo continha todos os elementos necessários para caracterizar o comportamento dinâmico desse sistema de amortecimento. Os volumes de fluido, as molas das válvulas e o reservatório de gás eram os dispositivos de armazenamento de energia cinética que na notação do grafo de ligação são conhecidos como capacitores. As massas do pistão, do pistão flutuante e do tubo, bem como a inércias fluídicas da vazão através do pistão eram elementos de armazenamento de energia potencial. Os orifícios dentro e em volta do pistão e as interfaces entre superfícies de borracha foram considerados resistores que dissipavam energia durante o movimento. As vazões de vazamento do pistão e

através do pistão foram calculadas pelos coeficientes de perda baseados no número de Reynolds para considerar tanto o regime laminar quanto o regime turbulento. As equações de estado juntavam os elementos fluídicos, mecânicos e termodinâmicos necessários para produzirem o comportamento não-linear caracterizado por ciclos de histerese dependentes da frequência, observados nos diagramas de força versus velocidade e força versus deslocamento. O pesquisador concluiu que a interação entre os elementos resistivos e capacitivos, no amortecedor, é responsável pela dependência da frequência da histerese nos diagramas característicos de força versus velocidade. Segundo o pesquisador, a interação das relações não-lineares enumeradas abaixo causa o fenômeno da histerese:

- a compressibilidade efetiva do fluido, do tubo e do ar infiltrado;
- a compressibilidade do volume de nitrogênio;
- a compressibilidade devido à pré carga em certas válvulas;
- o efeito resistivo do fluido através dos orifícios do pistão;
- o atrito que age no pistão flutuante;

Segundo Molica (1997), o amortecedor para altas frequências e grandes deslocamentos comporta-se como uma mola, ou seja, em termos dos elementos dos grafos de ligação comportam-se como um capacitor. Ainda, ele observou que a força de atrito que age no pistão flutuante causa histerese próximo a região de velocidade zero.

Patten *et al* (1998), modelou, baseando-se no comportamento fluido dinâmico, um amortecedor hidráulico semi-ativo (*Semiactive Vibration Absorber* - SAVA) projetado para atenuar vibrações de estruturas sujeitas a terremotos, ação da força do vento e de tráfego de veículo, entre outros distúrbios. A FIGURA 2.15 mostra o SAVA de Patten *et al* (1998).

FIGURA 2.18 - Desenho esquemático do amortecedor hidráulico semi-ativo (SAVA) de Patten *et al* (1998).

Como pode ser observado na FIGURA 2.15, o SAVA é composto por um atuador hidráulico que tem a sua base engastada na estrutura que se deseja atenuar as vibrações. O atuador é composto por duas câmaras interligadas por um tubo, onde se encontra também uma válvula operada por um motor elétrico segundo uma estratégia de controle desenvolvida por Patten *et al* (1998). Quando a estrutura se move há um deslocamento de fluido de uma câmara para outra, devido a velocidade relativa V_{rel} . Esse fluido é forçado a passar de uma câmara para outro por esse tubo e pela válvula controlada. Com a variação da abertura da válvula, consegue-se variar o coeficiente de amortecimento sem a necessidade de modificação construtiva do dispositivo de amortecimento. A perda de carga, devido ao atrito viscoso do fluido quando é forçado a entrar pelo tubo e quando passa pela válvula, juntamente com o vazamento entre as câmaras causa o efeito desejado de amortecimento.

Patten *et al* (1998), em seu trabalho também explica as vantagens e desvantagens dos sistemas passivos e ativos. Segundo eles, os sistemas passivos são mais úteis em projetos onde o conteúdo de frequências e amplitudes da fonte de excitação não são bem definidos. Já os sistemas ativos podem ser robusto para uma ampla faixa do espectro da fonte excitação, porém, sistemas ativos requerem altos custos com manutenção e são bem mais caros que os passivos dentre outras desvantagens. Mas a característica mais restritiva dos sistemas ativos para uso em atenuação de estruturas é a necessidade de energia para funcionarem. Por exemplo, em um prédio sob ação de um terremoto há falta de energia no momento mais crítico. Em estruturas como pontes construídas em lugares remotos, onde não há linhas de transmissão de energia, a implantação de sistemas ativos de atenuação de vibrações também é inviável. As limitações dos sistemas ativos e passivos levaram pesquisadores a procura de um novo método de controle de estruturas. Os sistemas semi-ativos possuem a característica de variar a sua resposta (modificando a rigidez e o amortecimento do sistema) sem contar com linhas de transmissão de energia. Segundo Patten *et al* (1998), por definição, sistemas semi-ativos são aqueles que podem variar automaticamente suas características dinâmicas necessitando de nenhuma ou pouca energia, com relação a energia dissipada pela estrutura.

Patten *et al* (1998) concluíram, através de seus experimentos em laboratório, que o modelo desenvolvido por eles teve ótima concordância com os dados obtidos experimentalmente e que o SAVA é capaz tanto de armazenar energia elástica quanto dissipar energia do fluido, devido ao efeito de *bulk modulus* equivalente do sistema.

Davis *et al* (1994) modelaram, construíram e testaram um amortecedor passivo com amortecimento variável chamado D-Strut[®]. O amortecedor foi desenvolvido para amortecer vibrações de estruturas de veículos espaciais que estão sujeitos a variação de massa, por exemplo, devido à queima de combustível durante sua viagem, o que requer um dispositivo com amortecimento variável. Davis *et al* (1994) estudaram vários conceitos que podiam fazer

variar o amortecimento de um amortecedor hidráulico passivo. O conceito de abertura anular cônica com abertura regulável foi o escolhido por ser um dispositivo de conceito mecânico simples e produzir uma ampla faixa de ajuste de amortecimento. Outro fator que levou os autores a escolherem este conceito de ajuste de amortecimento foi devido ao amortecedor (D-Strut) poder operar com ou sem energia externa tendo a capacidade de manter a regulação e continuar funcionando no caso de uma falha elétrica. Segundo Davis *et al* (1994), o motor elétrico convencional foi escolhido para variar o ajuste da abertura anular cônica devido:

- sua relativa simplicidade de implementação;
- manter sua posição mesmo na falta de energia;
- não necessitar de altas voltagens para funcionar;
- ter sido utilizado muitas vezes para uso espacial.

A FIGURA 2.16 mostra o corte transversal do amortecedor D-Strut.

FIGURA 2.19 - Corte transversal do D-Strut (DAVIS *et al*, 1994).

O D-Strut possui duas cavidades metálicas (A e B) conectadas a um pequeno filamento anular. Essas cavidades são hermeticamente vedadas por um diafragma e por um

fole metálico. O fole metálico é pressurizado internamente de tal forma que produz a pressão do fluido e também permite a expansão do fluido devido à variação de temperatura ambiente. Quando é submetido a um deslocamento relativo em relação as suas extremidades, o D-Strut força o fluido passar através do orifício anular, causando um cisalhamento do fluido. Esse cisalhamento produz a força de amortecimento e a dissipação da energia. A força de amortecimento é linearmente proporcional à velocidade relativa entre as duas extremidades do D-Strut. O motor elétrico é responsável por mover um fuso que também move um atuador auxiliar nas duas direções, mudando assim a área do orifício anular e conseqüentemente mudando o coeficiente de amortecimento do D-Strut (DAVIS *et al*, 1994).

Davis *et al* (1994) utilizou um modelo com três parâmetros para modelar o D-Strut que foi modelado como uma mola ideal em paralelo com um amortecedor e uma outra mola também ideais em série. Na FIGURA 2.17 podem ser vistas as curvas da resposta em frequência deste modelo obtido pelos autores para o D-Strut.

FIGURA 2.20 – Resposta em frequência do modelo de três parâmetros do D-Strut (DAVIS *et al*, 1994)

Davis *et al* (1994) obtiveram as curvas da resposta em frequência (o gráfico da magnitude, tendo a força com saída e deslocamento como entrada, e o gráfico da fase entre essas duas grandezas) para frequências que variam de 0,1 a 1000 Hz para três ajustes de amortecimento DZ.

A FIGURA 2.18 traz o esquema dos testes realizados no D-Strut.

FIGURA 2.21 – Esquema dos testes realizados no D-Strut (DAVIS *et al* 1994).

Davis *et al* (1994) montaram o D-Strut entre um *shaker* e um suporte rígido. A carga aplicada pelo *shaker* era medida por uma célula de carga. Dois sensores de posição mediam a translação axial do D-Strut. Um analisador de tempo real fornecia a excitação ao *shaker* e então computava a função de transferência entre a força medida e o deslocamento usando um *software* de FFT.

Davis *et al* (1994) comparou as curvas obtidas através dos testes realizados com o D-strut com as curvas do modelo desenvolvido por eles e constatou uma ótima concordância entre elas.

Outro tipo de amortecedor que possui uma ampla aplicação e vem sendo muito estudado por pesquisadores são aqueles que utilizam fluídos controláveis, que são os constituídos por fluídos do tipo eletro-reológico (ou simplesmente ER) e magneto-reológico (ou simplesmente MR). Esses tipos de amortecedores são considerados amortecedores semi-ativos, pois podem variar o amortecimento utilizando pouca energia.

Segundo Wang e Gordaninejad (2001), amortecedores com fluido ER e MR podem variar rapidamente o amortecimento com a variação do campo elétrico ou campo magnético,

respectivamente, pois esses fluídos mudam sua viscosidade passando do estado líquido para pastoso em apenas alguns milissegundos. Isto garante uma ampla faixa de força amortecimento.

FIGURA 2.22 - Desenho esquemático do protótipo de amortecedor MR estudado por Wang e Gordaninejad (2001).

Segundo Spencer *et al* (1996), os dispositivos semi-ativos tem recebido significativa atenção recentemente por oferecer a adaptabilidade dos dispositivos ativos sem necessitarem de uma fonte robusta de energia para fazê-los funcionar. Eles definem dispositivos semi-ativos como sendo dispositivos que possuem propriedade que podem ser ajustadas em tempo real oferecendo pouca energia ao sistema que se deseja controlar. Os pesquisadores

modelaram e simularam um amortecedor do tipo MR, empregado na atenuação de vibrações em estruturas de engenharia civil como prédios e pontes.

FIGURA 2.23 - Desenho esquemático do amortecedor MR de Spencer *et al* (1996).

A FIGURA 2.21 mostra o esquema da bancada usada para ensaiar o amortecedor estudado por Spencer *et al* (1996).

FIGURA 2.24 - Arranjo de teste do amortecedor MR de Spencer *et al* (1996).

Na FIGURA 2.22 pode-se notar os efeitos das mudanças no campo magnético do amortecedor com fluido MR.

FIGURA 2.25 - Força medida experimentalmente para uma excitação senoidal de 2.5 Hz com uma amplitude de 1,5 cm para o amortecedor MR de Spencer *et al* (1996).

Para um campo magnético nulo, ou seja, aplicando-se 0 volts, o amortecedor comporta-se como um amortecedor de fluido viscoso, isto é, o diagrama de força versus velocidade é aproximadamente elíptico e o diagrama de força versus deslocamento é quase linear. Contudo, aumentando-se a voltagem, a força de amortecimento também aumenta devido à associação em paralelo da característica de atrito viscoso com a de material plástico. Pode-se notar também que o aumento de força de amortecimento para uma dada voltagem aplicada é aproximadamente linear para voltagens entre 0 a 2,5 volts. Além disso, pode-se notar na FIGURA 2.22 que a força produzida pelo amortecedor não está centrada em zero. Isso se deve a presença de um acumulador dentro do amortecedor MR. O acumulador consiste de uma bexiga que fica dentro do cilindro do amortecedor, que está cheia de gás nitrogênio a 300 psi. A função do acumulador é ajudar a prevenir a cavitação do fluido durante a operação e acomodar o volume de fluido deslocado pela haste do pistão assim como a expansão térmica

do fluido. Do ponto de vista fenomenológico, o acumulador comporta-se como uma mola, no amortecedor. Nos dados experimentais da FIGURA 2.22 mostram que a presença do acumulador produz um *offset* nas forças de amortecimento medidas e um pequeno alargamento no laço da resposta no diagrama de força versus velocidade.

Hong *et al* (2005) modelou e testou em laboratório um amortecedor de fluido controlável do tipo ER que pode ser aplicado a veículos de passeio de pequeno porte. A FIGURA 2.23 mostra a o amortecedor ER modelado e testado em laboratório pelos autores.

FIGURA 2.26 – Configuração de amortecedor ER de Hong *et al* (2005)

O amortecedor é constituído de um reservatório pneumático contendo gás nitrogênio pressurizado separado por um pistão flutuante do reservatório hidráulico que contém o fluido ER. Durante o movimento do pistão, o fluido ER flui através de uma abertura entre os eletrodos do cilindro interno e externo na cabeça do pistão que pode ser energizado por um campo elétrico aplicado. Na FIGURA 2.24 podem ser vistas as curvas da força de

amortecimento medida do amortecedor ER da FIGURA 2.23 em função da velocidade para uma excitação de frequência igual a 1 Hz.

FIGURA 2.27 – Diagrama de força de amortecimento versus velocidade para uma excitação de 1 Hz e vários valores de campos magnéticos (HONG et al, 2005)

Pode-se notar na FIGURA 2.24 conforme o campo elétrico é aumentado a força de amortecimento também aumenta. Na região próxima a velocidade igual a zero pode-se notar um laço de histerese que se torna maior ainda quando se aumenta o campo elétrico no amortecedor. Também nota-se um aumento da inclinação do laço de histerese quando se aumenta o campo elétrico aplicado ao fluido ER dentro do amortecedor,

Na FIGURA 2.25 pode ser visto o diagrama de força versus velocidade para um mesmo campo elétrico aplicado (6 kV/mm) para várias frequências de excitação.

FIGURA 2.28 – Diagrama de força versus velocidade para um campo magnético de 6 KW/mm e várias frequências de excitação (HONG *et al*, 2005).

Nos diagramas da FIGURA 2.25 observa-se que quanto maior a frequência de excitação maior o alargamento da histerese e menor a sua inclinação.

Analisando os trabalhos descritos acima e a bibliografia pesquisada nota-se uma ausência de trabalhos dedicados ao estudo da resposta do amortecedor para baixas amplitudes, seja porque os amortecedores estudados pelos pesquisadores citados neste trabalho não funcionem como dispositivo de amortecimento para este tipo de excitação, ou seja pela ausência de interesse em estudar tal situação. Pelo exposto, esse trabalho vem preencher essa lacuna estudando o comportamento dinâmico de um sistema hidráulico proposto para atuar como um dispositivo de amortecimento de vibrações para pequenas amplitudes de excitação.

2.4 ANÁLISE POR FUNÇÃO DESCRITIVA

Quando o sistema contém não-linearidades como, por exemplo, de Coulomb, o modelo precisa ser analisado a luz da teoria de sistemas não-lineares. Uma metodologia utilizada para análise é o uso da função descritiva. Essa metodologia está apresentada nesta subsecção, com base no livro de Felício (2007).

A análise por função descritiva é a extensão da técnica para obtenção da Resposta em Frequência de sistemas lineares ao estudo de sistemas não-lineares. A técnica consiste em fazer com que a entrada do elemento-não-linear seja uma onda senoidal. Geralmente, a saída é uma onda periódica com o mesmo período da entrada, porém não senoidal. A saída conterá harmônicas superiores além da componente harmônica fundamental. Supõe-se que apenas a componente harmônica fundamental da saída seja significativa. Essa hipótese é muitas das vezes válida, pois as amplitudes das harmônicas superiores da saída dos elementos não-lineares são geralmente de menor amplitude quando comparadas com a amplitude da harmônica fundamental. Além disso, a parte linear do sistema se comporta como filtro do tipo passa baixa, o que causa uma atenuação das amplitudes das harmônicas superiores. A função descritiva é definida como a relação complexa entre a componente harmônica fundamental da saída e a amplitude da entrada, isto é:

$$F_D = \frac{A_1}{A_i} \angle \phi_1 \quad (2.11)$$

onde:

F_D^{Δ} = Função descritiva;

A_i^{Δ} = Amplitude da senóide de entrada;

A_1^{Δ} = Amplitude da componente harmônica fundamental da saída, na condição de regime permanente;

ϕ_1^{Δ} = Defasagem da componente harmônica fundamental da saída, em relação a entrada, na condição de regime permanente;

Para encontrar a função descritiva do sistema necessita-se calcular a componente harmônica fundamental da saída, na condição de regime. Para uma entrada senoidal $x(t) = A_i \text{sen}(\omega t)$, geralmente a saída $y(t)$, em regime permanente, pode ser expandida em série de Fourier. Assim, a resposta permanente fica:

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)) \quad (2.12)$$

ou

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \text{sen}(n\omega t + \phi_n) \quad (2.13)$$

em que

n^{Δ} = posição do harmônico

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \cos(n\omega t) dt \quad (2.14)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \text{sen}(n\omega t) dt \quad (2.15)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) \quad (2.16)$$

em que

$t = \overset{\Delta}{\text{tempo}}$;

$T = \overset{\Delta}{\text{período da onda permanente } y(t)}$;

A componente harmônica fundamental da saída é

$$y_1(t) = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.17)$$

ou

$$y_1(t) = A_1 \text{sen}(\omega t + \phi_1) \quad (2.18)$$

A função descritiva é então dada por:

$$F_D = \frac{A_1}{A_i} \angle \phi_1 = \frac{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}}{A_i} \angle \arctg \frac{a_1}{b_1} \quad (2.19)$$

Neste trabalho o modelo do amortecedor proposto será linear, porém a determinação da resposta em frequência será feita usando o conceito de Função Descritiva. Na implementação desta metodologia será usado o filtro de Fourier que se baseia nas seguintes equações:

$$\frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} \text{sen}(\omega t + \phi) \cos(\omega t) dt = \frac{\text{sen} \phi}{2} \quad (2.20)$$

$$\frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} \text{sen}(\omega t + \phi) \text{sen}(\omega t) dt = \frac{\cos \phi}{2} \quad (2.21)$$

$$\frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} \text{sen}(n\omega t + \phi) \text{sen}(\omega t) dt = 0; n = 2, 3, 4, \dots \quad (2.22)$$

$$\frac{1}{N_c T} \int_0^{N_c T} \text{sen}(n\omega t + \phi) \cos(\omega t) dt = 0; n = 2, 3, 4, \dots \quad (2.23)$$

em que

$N_c \stackrel{\Delta}{=} \text{número de ciclos considerados};$

3 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é obter o modelo teórico de um sistema hidráulico proposto como um amortecedor para amplitudes baixíssimas, na casa dos décimos de milímetros de curso e estudar o seu comportamento dinâmico. O sistema proposto é composto por um atuador e um arranjo de orifícios, alimentado por uma bomba, que fornecerá pressão constante ao sistema.

As características do modelo do sistema hidráulico serão comparadas com o comportamento dinâmico de um amortecedor ideal.

A revisão bibliográfica apresentada anteriormente mostra que os parâmetros (1) *bulk modulus* equivalente (compressibilidade do fluido, deformação de partes mecânicas e infiltração de ar no óleo) e (2) o atrito entre as superfícies deslizantes influenciam o comportamento dinâmico dos sistemas de amortecimento. Estes parâmetros, juntamente com os detalhes construtivos causam o fenômeno da histerese nos sistemas de amortecimento.

Com o objetivo de minimizar o efeito do *bulk modulus* equivalente na histerese, o sistema é pressurizado.

Na modelagem, o efeito do atrito seco é desprezado com o intuito de obter um modelo linear.

O trabalho irá modelar o sistema hidráulico, levantando as equações que predizem as características dinâmicas do sistema, através do estudo do comportamento fluido-dinâmico

que represente bem o esquema hidráulico. As características dinâmicas das vazões, pressões e do movimento do êmbolo serão estudados aplicando a lei da conservação da massa, lei de Newton e relações de vazão-pressão dos orifícios.

FIGURA 3.1 - Desenho esquemático do sistema hidráulico proposto para funcionar como um amortecedor para baixas amplitudes

Depois da elaboração do modelo, contendo equações para representar o comportamento do sistema proposto, passou-se ao próximo estágio que é o dimensionamento de peças e a definição de parâmetros propondo um sistema com dimensões. Em seguida, o modelo com as dimensões propostas foi simulado. A simulação do modelo foi executada no MATLAB[®], da MathWorks, onde foram geradas as curvas de resposta em frequência do

sistema proposta. Entradas senoidais excitaram o sistema e da resposta permanente foram obtidos gráficos da resposta em frequência para mostrar o seu o comportamento dinâmico.

4 METODOLOGIA

Este capítulo tem por objetivo explicar a metodologia aplicada na obtenção da resposta em frequência (RF) para sistemas lineares e não-lineares, a qual será empregada no modelo do sistema proposta para funcionar com um amortecedor para pequenas amplitudes de excitação. A programação em *Matlab* e *Simulink* para obtenção da RF é apresentada e seus passos explicados. Para medir a acuracidade e a eficácia do método computacional, sistemas cujas respostas em frequência são conhecidas foram comparados com os resultados obtidos da simulação.

4.1 MÉTODO COMPUTACIONAL PARA OBTENÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Para analisar o comportamento dinâmico do sistema proposto para funcionar como um amortecedor para pequenas amplitudes foi desenvolvido um programa em computador. Este programa realiza a tarefa de obter os gráficos da resposta em frequência, isto é, os gráficos da relação de amplitudes e o ângulo de fase, em função da frequência, foi desenvolvido com base na análise de sistemas não-lineares. O *software* escolhido para obtenção da resposta em frequência foi o *Matlab* e o seu pacote de simulação dinâmica incorporado, o *Simulink*. O

modo de programação do *Simulink* é do tipo gráfico, construído a partir de uma biblioteca interna de blocos funcionais. Um programa em linguagem *Matlab* foi necessário para fazer variar uma faixa de frequência, para que a resposta em frequência fosse efetivamente obtida. Isso foi conseguido através de um laço, dentro do programa do *Matlab*, que também geram os gráficos da resposta em frequência. Outra tarefa do programa em *Matlab* é carregar e calcular variáveis que alimentarão o diagrama do *Simulink* e extrair elementos de vetores gerados também pelo *Simulink*. Essa troca de dados entre o *Matlab* e o *Simulink* é uma característica que facilita a implementação de soluções para problemas dinâmicos.

Com o intuito de medir a acuracidade do método computacional de obtenção da resposta em frequência foram realizados testes com sistemas cujas respostas em frequência eram conhecidas e os resultados comparados com as curvas geradas pela função *bode* do *Matlab*. Esse processo foi implementado no programa do *Matlab* pelo cálculo das diferenças dos valores entre a relação de amplitudes e fase obtidas através do filtro de Fourier, implementado no *Simulink*, e as obtidas através da função *bode*, para uma mesma frequência.

A FIGURA 4.1 mostra um fluxograma global do método para obtenção da resposta em frequência envolvendo a troca de dados entre o *Matlab* e o *Simulink*. O programa do *Matlab* para teste de sistemas conhecidos pode ser visto no APÊNDICE A deste trabalho. Primeiramente, todas as variáveis necessárias são definidas e criadas no *Matlab*. Logo em seguida, a interface com o usuário solicita a amplitude da excitação e o tipo de sistema que se deseja obter a resposta em frequência. Dependendo do sistema escolhido, o programa pergunta também parâmetros do sistema que se deseja obter a Resposta em Frequência (RF). De posse desses dados, já dentro do laço do programa no *Matlab*, há o cálculo e o armazenamento das variáveis necessárias à execução do programa no *Simulink*. Essas variáveis são o tempo final de execução da simulação e o período do sinal. O valor do período

do sinal, que será utilizada nos cálculos no *Simulink*, também é calculado para cada uma dessas frequências. Através da função *sin*, também dentro do laço no programa do *Matlab*, o programa no *Simulink* é executado. O laço dentro do programa no *Matlab* executa a simulação para uma faixa de frequência que varia de 0,1 a 100 rad/s, espaçadas logarithmicamente. Quando o tempo final de execução do *Simulink* é atingido, o programa do *Matlab* solicita o último valor dos vetores de fase e magnitude. Apenas os últimos valores dos vetores da fase e magnitude são armazenados em uma matriz (que também contém a frequência de excitação), pois correspondem a valores que convergiram provenientes das integrais da série de Fourier, depois de um certo número de passo. Depois que todas as frequências excitaram o sistema que se deseja obter a RF, o programa do *Matlab* gera os gráficos da relação de amplitudes e da fase, juntamente com o gráfico da diferença entre o simulado (implementado no *Simulink*) e o gerado pela função *bode*, do *Matlab*. Através desse último gráfico pode-se constatar a acuracidade do modelo computacional implementado.

Quando o programa do *Simulink* é acionado para ser executado, dentro do laço do programa do *Matlab*, o sinal senoidal da entrada é injetado no bloco que contém o sistema que se deseja obter a resposta em frequência. O computador solicita do usuário a amplitude da senoide. A frequência varia logarithmicamente dentro do laço, varrendo uma faixa de frequência pré-definida (no caso dos testes de 0,1 a 100 rad/s). A saída do sistema testado vai para o bloco “Filtro de Fourier” que executará a tarefa de extrair a amplitude e o ângulo de fase da componente harmônica fundamental da saída do sistema em teste. A divisão da amplitude da harmônica fundamental do sinal de saída pela amplitude da entrada também é operada dentro do bloco “Filtro de Fourier”.

FIGURA 4.1 - Fluxograma do programa em *Matlab* e *Simulink* para obtenção da resposta em frequência.

Na FIGURA 4.2, pode-se ver a arquitetura construída no *Simulink* utilizada para os testes. A figura mostra que o programa contém três blocos principais: o bloco da “entrada”, que é do tipo senoidal, comum a todos os sistemas testados; o bloco “sistema”, que contém o

sistema que se deseja obter a resposta em frequência; e o bloco “Filtro de Fourier”, que implementa os cálculos da série de Fourier para a primeira harmônica.

FIGURA 4.2 - Arquitetura do programa no *Simulink*

O bloco *sine wave* do *Simulink* foi o bloco utilizado como entrada e o bloco do tipo *subsystem* contém o código do filtro de Fourier. O filtro de Fourier foi implementado no *Simulink* com base no trabalho de Felício (1981 p.302). O bloco do tipo *subsystem* é um bloco do *Simulink* que contém vários blocos e serve para organizar e tomar menos espaço na tela do computador, melhorando a visualização global do sistema a ser simulado. A FIGURA 4.3 mostra os blocos agrupados no *subsystem* “Filtro de Fourier” do *Simulink*. Os blocos dentro desse *subsystem* contêm a implementação das equações (2.20), (2.21), (2.22) e (2.23).

FIGURA 4.3 – Blocos contidos no *subsystem* “Filtro de Fourier” do *Simulink*.

O diagrama da FIGURA 4.3 tem que ser aprimorado se a fase do sistema que se deseja obter a resposta em frequência possuir valores fora do intervalo de -180° a $+180^\circ$ graus devido a limitações do bloco *atan2*.

Dentro do bloco “Filtro de Fourier” há um outro bloco do tipo *subsystem* chamado “Sinal de Controle”. Esse *subsystem* contém blocos que implementam um sinal de controle lógico (zero ou um) que serão aplicados aos blocos *Switch1*, *Switch2* e *Switch4*. O “Sinal de Controle” que chega aos *Switch1* e *Switch2* irão controlar o início da integração. O controle dos integradores se fez necessário, pois o sistema testado tem como saída, no início da simulação, uma resposta completa, isto é, resposta permanente mais resposta transitória. Na Resposta em Frequência, apenas a resposta permanente deve ser considerada. Portanto, os *Switch1* e *2* devem ser operados pelo “Sinal de Controle” para que os integradores comecem a integração somente depois que a resposta transitória tornar-se nula. A FIGURA 4.4 mostra os

blocos do *subsystem* “Sinal de Controle”. O bloco *Relational operator* compara o tempo de simulação com o tempo pré-definido (constante) do bloco *Tempo_fim_trans* (seu valor está definido no programa do *Matlab*). Se o tempo do *clock* for maior ou igual a constante *Tempo_fim_trans*, o bloco *Relational operator* solta como sinal de saída o valor 1, caso contrário o sinal da saída será igual a zero. Esse sinal vai para os dois *Switch's* que controlam os integradores. Enquanto o tempo do *clock* for menor que o *Tempo_fim_trans*, o sinal de controle que chegará aos *Switch's* será zero. Isso fará com que o sinal que será integrado seja uma constante igual a zero, resultando em um valor nulo de integração. No decorrer da simulação, quando o tempo do *clock* for maior ou igual ao *Tempo_fim_trans*, o “Sinal de Controle” dos *Switch's* será 1, e estes mudarão as chave para que as operações dos dois produtos, do seno e do co-seno, com o sinal da saída do sistema $y(t)$ sejam operados.

O *Switch3* possibilita que valores nulos de b_1 , que farão a divisão por a_1 no bloco *atan2* sejam barrados. São nulos os valores de b_1 gerados pela integração da constante zero, no período pré-definido para que os transientes desapareçam. O bloco *atan2*, calcula o arco tangente levando em conta o quadrante no intervalo de $-\pi$ a π . Os resultados do bloco *atan2* são convertidos de radianos para graus pelo bloco *radians to degrees* e são alocados no bloco *to workspace1*. Este bloco armazena os ângulos de fase, para cada passo da simulação, criando o vetor *Fase* no *workspace*. O *workspace* é uma interface gráfica do *Matlab* que contém as variáveis alocadas na memória durante a execução do programa e serve como um ambiente de troca de dados entre o *Simulink* e o *Matlab*. Assim como nos *Switch's* 1 e 2, o *Switch3* também é controlado pelo “Sinal de Controle”. O *Switch4* evita uma outra operação não definida matematicamente que é o logaritmo (na base dez) de zero. A aplicação do produto dos blocos *math function*, contendo a função logaritmo na base dez, e *constant2*, contendo o valor 20 pela magnitude faz a conversão da mesma para db. O resultado vai para o

bloco *to workspace2* que contém o vetor **RA**, que é igual ao vetor **Fase**, porém armazena as relações de amplitudes transformadas em db.

FIGURA 4.4 - Blocos contidos no *subsystem* Sinal de controle dentro do *subsystem* Filtro de Fourier.

Os parâmetros que o *Simulink* utiliza na simulação, como o método de integração numérica e o tempo de simulação são acessados na barra de tarefas, opção *Simulation*. No subitem *Simulation Parameters*, no painel *Solver*, o tempo de simulação foi configurado para começar em zero segundo e terminar em **Timefim**, que é uma variável calculada dentro do programa do *Matlab*. A variável **Timefim** é a soma do tempo pré-estabelecido para que os transientes desapareçam (valor da variável **Time_fim_trans**) mais o período da onda de excitação, que foi calculado com base na frequência, vezes o número de ciclos (valor da variável **NCpermanente**) pré-definido também dentro do programa do *Matlab*. Foi escolhido um número grande de ciclos (500 ciclos) para que os erros referentes à integração numérica fossem minimizados. O tempo final de simulação final (variável **Timfim**) foi configurado para que a simulação parasse quando a onda completasse um número inteiro de ciclos, já que a integrais que geram os coeficientes de Fourier a_1 e b_1 são definidas para tempos que resultam de um número inteiro de ciclos. O passo variável de integração numérica foi adotado para otimizar o tempo real gasto na simulação. De todos os métodos de integração com passo variável disponíveis no *Simulink*, o escolhido foi o *ode45[Domand Price]*, que se mostrou

mais eficiente, demandando menos tempo de simulação e produziu menor erro, com relação aos outros métodos de integração. O máximo comprimento do passo de simulação (*Max step size*) adotado foi o período da onda dividido por 200, que foi escolhido para todos os sistemas testados, visando a acuracidade com a resposta em frequência obtida com a função *bode* do *Matlab* e a otimização da simulação, pois quanto menor o tamanho do passo máximo maior o tempo real gasto para simular o sistema.

4.2 TESTES

Os testes para medir a acuracidade do modelo computacional foram realizados nos seguintes sistemas:

- Derivador simples;
- Integrador simples;
- Relé sem histerese;
- Sistema de Primeira Ordem;
- Sistema de Segunda Ordem.

4.2.1 Derivador Simples

A FIGURA 4.5 mostra os blocos usados na simulação para obtenção da resposta em frequência do derivador simples.

FIGURA 4.5 – Blocos para o teste do derivador simples.

Na FIGURA 4.6 são apresentados os gráficos da relação de amplitudes e da fase, da resposta em frequência, gerados pela simulação.

FIGURA 4.6 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado no *Simulink*, para o derivador simples.

Os gráficos da RF gerados pela função *bode* para o derivador simples pode ser visto na FIGURA 4.7. A magnitude é uma reta que sobe 20 db a cada década e passa em 0 db na frequência igual a 1 rad/seg. A fase é plana, igual a 90⁰ graus para, toda a faixa de frequência.

FIGURA 4.7 - Gráficos de Bode do derivador simples.

A comparação das respostas em frequência geradas pela simulação e pela função *bode* pode se ver na FIGURA 4.8.

A fase apresentou uma pequena diferença da ordem de 0,5⁰ em toda a faixa de frequência dos testes, o que corresponde a um erro percentual de um pouco maior que 0,5%. Portanto, através dos testes pode-se dizer que para o derivador simples tem-se boa concordância entre os valores teóricos e os obtidos na simulação.

FIGURA 4.8 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função bode e pelo filtro de Fourier para o derivador simples.

4.2.2 Integrador Simples

O segundo sistema utilizado no teste foi o integrador simples. Na FIGURA 4.9 podem ser observados os blocos empregados na simulação.

FIGURA 4.9 - Blocos para o teste do integrador simples.

A FIGURA 4.10 mostra os gráficos da resposta em frequência obtida pela simulação para o integrador simples.

FIGURA 4.10 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado pelo *Simulink*, para o integrador simples.

Os gráficos da FIGURA 4.11 mostram os gráficos da RF gerados pela função *bode* para o integrador simples.

FIGURA 4.11 - Gráficos de Bode do integrador simples.

Pode-se observar que o gráfico da magnitude em função da frequência é uma reta descendente, que passa por 0 db em 1 rad/seg com inclinação de 20 db por década. Já o gráfico da fase é plana em -90^0 , para toda a faixa de frequência.

O gráfico da FIGURA 4.12 mostra a ótima concordância entre a resposta obtida na simulação e o teórico, obtido através da função *bode*.

FIGURA 4.12 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função *bode* e pelo filtro de Fourier para o integrador simples.

4.2.3 Relé sem Histerese

Injetando-se uma onda senoidal em um bloco *relay* devidamente ajustado pode-se reproduzir uma onda quadrada. A configuração que pode ser vista na FIGURA 4.13, produz uma onda quadrada simétrica em relação ao eixo x.

FIGURA 4.13 - Blocos para o teste da onda quadrada

Segundo Felicio (2007), a amplitude da componente fundamental da onda quadrada

$A_{0_{quad}}$ é:

$$A_{0_{quad}} = \frac{4b}{\pi} \quad (4.1)$$

em que

$b \triangleq$ módulo da saída do relê quando ligado (saída é $+b$ ou $-b$, para entrada diferente de zero).

O bloco *relay* foi configurado sem histerese e com b igual a ± 1 , portanto a equação 4.1 fica:

$$A_{0_{quad}} = \frac{4}{\pi} \quad (4.2)$$

A FIGURA 4.14 mostra os gráficos da amplitude e da fase da componente harmônica fundamental da onda quadrada, com as características descritas acima, obtidos através da simulação,

FIGURA 4.14 - Gráficos da RF obtidos através do filtro de Fourier implementado no *Simulink*, para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.

Na FIGURA 4.15 podem ser observados os gráficos da magnitude e da fase, da componente harmônica fundamental da onda quadrada, obtida analiticamente por Felício (2007).

FIGURA 4.15 - Gráficos de Bode para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.

Os gráficos da FIGURA 4.16 mostram uma ótima concordância entre os resultados obtidos pelo filtro de Fourier e analiticamente por Felício (2007), para os valores de fase e magnitude da componente harmônica fundamental da onda quadrada.

FIGURA 4.16 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre o obtido pela função *Bode* e pelo filtro de Fourier para a componente harmônica fundamental da onda quadrada.

4.2.4 Sistema de Primeira Ordem

Para a obtenção da resposta em frequência do sistema de primeira ordem foram utilizados os blocos que podem ser visto na FIGURA 4.17.

FIGURA 4.17 - Blocos para o teste do sistema de primeira ordem.

A constante de tempo *tal*, que é um parâmetro do sistema de primeira ordem, é requisitada pelo programa antes de ser executada a simulação no *Simulink*. Depois que o usuário digita o valor da constante, ela é carregada na memória para ser usada pelo bloco *Transfer Fcn*. Foram obtidas os gráficos da resposta em frequências para três constantes de tempo.

As FIGURAS 4.18, 4.19 e 4.20 mostram os gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com constante de tempo igual a 1; 0,1 e 0,01 segundos, respectivamente, obtidos através do filtro de Fourier.

FIGURA 4.18 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 1\text{seg}$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no *Simulink*.

FIGURA 4.19 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0.1\text{seg}$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no *Simulink*.

FIGURA 4.20 - Gráficos da RF para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01\text{seg}$ obtido pelo filtro de Fourier, implementado no *Simulink*.

Nas FIGURAS 4.21, 4.22 e 4.23 podem ser observadas as curvas da RF para o sistema de primeira ordem, obtidos através da função *bode* do *Matlab*, para as constantes de tempo iguais a 1; 0,1 e 0,01 segundos, respectivamente.

FIGURA 4.21 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 1\text{seg}$.

FIGURA 4.22 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,1\text{seg}$

FIGURA 4.23 - Gráficos de Bode para o sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01\text{seg}$

Como pode ser observado nos gráficos das FIGURAS 4.24, 4.25 e 4.26 os resultados obtidos através da simulação e pela função *bode* do *Matlab* apresentaram uma ótima

concordância visto que os valores nos gráficos da variação da fase e da magnitude em função da frequência são muito pequenos.

FIGURA 4.24 - Gráfico (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função *bode* para sistema de primeira ordem com $\tau = 1\text{seg}$.

FIGURA 4.25 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função bode para sistema de primeira ordem com $\tau = 0,1\text{seg}$.

FIGURA 4.26 - Gráfico da diferença (da Fase e Magnitude) entre obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função bode para sistema de primeira ordem com $\tau = 0,01\text{seg}$.

4.2.5 Sistema de Segunda Ordem

O último sistema testado para garantir a acuracidade do método para obtenção da RF através do filtro de Fourier implementado no *Simulink* foi o sistema de segunda ordem. Mais uma vez o bloco *Transfer Fcn* foi empregado para criar um sistema de segunda ordem, como pode ser observado na FIGURA 4.27, com os fatores A e B, onde $A=1/\omega_n^2$ e $B=2\zeta/\omega_n$.

FIGURA 4.27 - Blocos para o teste do sistema de segunda ordem.

Para calcular os fatores A e B o programa do *Matlab* solicita ao usuário a frequência natural (ω_n) e o coeficiente de amortecimento (ζ) do sistema de segunda ordem que se deseja obter a resposta em frequência. Esses fatores são calculados automaticamente, dentro do programa do *Matlab*, assim que o usuário fornece as informações.

O filtro de Fourier para obtenção da RF foi testados para quatro sistemas de segunda ordem. Todos possuíam frequência natural igual a 10 rad/s e coeficientes de amortecimento diferentes, valendo 0,1; 0,01; 0,004 e 0,001. Os gráficos da RF para estes quatros sistemas de segunda ordem obtidos pelo filtro de Fourier podem ser observados nas FIGURAS 4.28, 4.29, 4.30 e 4.31.

FIGURA 4.28 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no *Simulink* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,1$

FIGURA 4.29 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no *Simulink* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10\text{rad/seg}$ e $\zeta = 0,01$

FIGURA 4.30 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no *Simulink* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10 \text{ rad / seg}$ e $\zeta = 0,004$

FIGURA 4.31 - Gráficos da RF obtidos através do Filtro de Fourier implementado no *Simulink* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n = 10 \text{ rad / seg}$ e $\zeta = 0,001$

As FIGURAS 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35 mostram os gráficos da RF, obtidos através da função *bode* do *Matlab*, para os sistemas de segunda ordem com frequência natural igual a 10 rad/seg e coeficientes de amortecimento iguais a 0,1; 0,01; 0,004 e 0,001, respectivamente.

FIGURA 4.32 - Gráficos de *Bode* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n=10$ rad/seg $\zeta = 0,1$.

FIGURA 4.33 - Gráficos de *Bode* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/seg}$ $\zeta = 0,01$.

FIGURA 4.34 - Gráficos de *Bode* para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/seg}$ $\zeta = 0,004$.

FIGURA 4.35 - Gráficos de Bode para o sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/seg}$ e $\zeta = 0,001$.

As FIGURAS 4.36, 4.37, 4.38 e 4.39 trazem os gráficos da variação da magnitude e fase entre o obtido através de simulação e através da função *bode*, do *Matlab* para os sistemas de segunda ordem com frequência natural igual a 10 rad/seg e coeficiente de amortecimento iguais a 0,1; 0,01; 0,004 e 0,001, respectivamente.

FIGURA 4.36 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função *bode* para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,1$

FIGURA 4.37 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função *bode* para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,01$.

FIGURA 4.38 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função *bode* para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10$ rad/s e $\zeta = 0,004$

FIGURA 4.39 - Gráfico da diferença entre o obtido pelo filtro de Fourier e com o uso da função *bode* para um sistema de segunda ordem com $\omega_n 10$ rad/s e $\zeta = 0,001$

Para os três primeiros coeficientes de amortecimento, os resultados obtidos com a simulação tiveram uma ótima concordância com os obtidos pela função *bode* como pode ser constatado nos gráficos das FIGURAS 4.36 4.37 e 4.38. Porém, para coeficiente de amortecimento valendo 0,001, surgiu um pico no gráfico da fase na frequência próxima a 100 rad/seg, como pode ser observado no gráfico da FIGURA 4.31 que não existe. Isso se deve a limitação do bloco que calcula o arco tangente (*atan2*).

4.2.6 Conclusão

Os testes realizados acima, para a obtenção da resposta em frequência através do uso do filtro de Fourier mostram que os resultados obtidos são bem precisos quando comparados à função *bode* do *Matlab*, tanto para os gráficos da fase quanto para os gráficos da magnitude. Apenas uma ressalva é feita com relação a obtenção de gráficos da fase, quando o sistema apresenta fase muito próximo de mais ou menos 180° ou maiores que este valor. Devido ao bloco do *Simulink atan2* poder medir ângulos somente entre o intervalo de mais ou menos 180° , sistemas que possuem uma fase maior que este intervalo sofreram oscilações bruscas de fase que não existem, tornando necessário a implementação de um algoritmo para eliminar este problema. Já sistemas que apresentam fases muito próximas de mais ou menos 180° , em alguma faixa de frequência, como foi o caso do sistema de segunda ordem, picos de fase podem surgir devido ao erro de arredondamento quando o bloco *atan2* divide a parte imaginária do número complexo pela parte real. Portanto torna-se necessário tomar cuidado, analisando se o sistema que se deseja obter a resposta em frequência se enquadre nos casos descritos acima.

A FIGURA 5.1 mostra os principais elementos, algumas variáveis envolvidas na modelagem matemática e indica, através das setas, os sentidos positivos das vazões. Um sistema com dimensões propostas está apresentando na seção 6.

Como condição inicial de funcionamento, o sistema será considerado em repouso, com o pistão no centro, fazendo com que o volume inicial da câmara 1 seja igual ao volume inicial da câmara 2.

No ponto de operação do sistema, todas as pressões serão iguais a pressão p_s fornecida por uma bomba. Então p_1 , p_2 , p_3 e p_4 terão variações dinâmicas em torno dessa pressão de equilíbrio p_s .

A área efetiva A do pistão onde as pressões p_1 e p_2 atuam é a diferença entre a área da secção transversal do pistão A_p e a área da secção transversal da haste A_H .

Para que o sistema hidráulico proposto apresente simetria com relação ao seu funcionamento, os orifícios 1 e 2 devem ser idênticos, assim como o 3 e o 4. Isto significa que os coeficientes que relacionam vazão e pressão para os orifícios 1 e 2 têm que ser iguais. O mesmo raciocínio vale para os orifícios 3 e 4. Isso na prática pode ser facilmente obtido através da implementação nos orifícios de um dispositivo mecânico, como uma agulha micrométrica que ajusta a abertura do orifício.

Feitas essas considerações, as grandezas que aparecem na FIGURA 5.1 podem ser definidas:

p_1 , p_2 , p_3 e p_4 = pressões nas câmaras 1, 2, 3 e 4, respectivamente, consideradas uniforme nas suas respectivas câmaras.

p_s = pressão da alimentação, considerada constante.

q_1, q_2, q_3, q_4 e q_5^Δ = vazões nos orifícios 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente, considerada positiva se forem conforme indicam as setas da FIGURA 5.1.

q_v^Δ = vazão total de vazamento entre as câmaras 2 e 1, devido a folga entre o pistão e o cilindro, considerada positiva se for conforme indica a seta da FIGURA 5.1.

f_i^Δ = força externa sobre a haste. É a entrada do sistema. O seu sentido positivo está indicado na FIGURA 5.1.

x_o^Δ = deslocamento do conjunto pistão-haste. O seu sentido positivo está indicado na FIGURA 5.1.

$v^\Delta = \dot{x}_o^\Delta$ = velocidade do conjunto pistão-haste. Tem o mesmo sentido de x_o^Δ .

As seguintes hipóteses são feitas inicialmente para a modelagem:

1. A folga entre o pistão e o cilindro é pequena que o vazamento entre as câmaras 1 e 2 ocorre em regime laminar.
2. O atrito seco entre as vedações e a haste é desprezível.
3. O material dos foles de borracha é demasiadamente flexível e sua rigidez desprezível.
4. As deformações elásticas sofridas por todas as peças, partes e parede são levadas em consideração, através do *bulk modulus* equivalente.
5. A temperatura do sistema é considerada constante.
6. Os efeitos de inércia do fluído são negligenciados.
7. A única parte móvel do sistema é o conjunto pistão-haste.
8. As únicas forças que atuam no conjunto pistão-haste, na direção de x_o são a força de atrito viscoso f_v , as forças f_1 e f_2 exercidas, respectivamente, pelas pressões p_1 e p_2 , e a força f_i , sendo que todas as demais são consideradas

desprezíveis. Nas demais direções ortogonais o sistema está em equilíbrio estático.

Na FIGURA 5.2 estão apresentadas as forças que atuam no conjunto pistão-haste e as definições dos sentidos positivos das grandezas adotados conforme indicam as setas, a saber:

f_1^{Δ} = força causada pela pressão p_1 sobre a área efetiva esquerda do pistão;

f_2^{Δ} = força causada pela pressão p_2 sobre a área efetiva direita do pistão;

f_v^{Δ} = força de atrito viscoso, considerada linear, proporcional a velocidade.

FIGURA 5.2 – Diagrama de corpo livre do conjunto pistão-haste, na direção de x_0 .

Do diagrama de forças da FIGURA 5.2, aplicando a lei de Newton a massa M do conjunto pistão-haste tem-se:

$$f_i + f_1 + f_2 + f_v = M \ddot{x}_o \quad (5.1)$$

em que

M^{Δ} = massa do conjunto pistão-haste.

Considerando que a entrada f_i no ponto de operação é nulo, definindo as grandezas de perturbação em torno do ponto de operação, tem-se:

$$f_1 \stackrel{\Delta}{=} f_{1o} + f_{1p} \quad (5.2)$$

$$f_2 \stackrel{\Delta}{=} f_{2o} + f_{2p} \quad (5.3)$$

$$f_v \stackrel{\Delta}{=} f_{vo} + f_{vp} \quad (5.4)$$

$$x_o \stackrel{\Delta}{=} x_{oo} + x_{op} \quad (5.5)$$

Onde os subscripto “o” e “p” denotam, respectivamente, os valores de operação e perturbação das referidas variáveis.

Substituindo (5.2), (5.3), (5.4) e (5.5) em (5.1) obtém-se:

$$f_i + (f_{1o} + f_{1p}) + (f_{2o} + f_{2p}) + (f_{vo} + f_{vp}) = M \frac{d^2(x_{oo} + x_{op})}{dt^2} \quad (5.6)$$

Como no ponto de operação as pressões em todas as câmaras são iguais a p_s , então:

$$p_{1o} = p_{2o} = p_{3o} = p_{4o} = p_s \quad (5.7)$$

Portanto, as forças devido as pressões p_{1o} e p_{2o} , no ponto de operação são:

$$f_{1o} = -f_{2o} \quad (5.8)$$

Adicionalmente, como o sistema encontra-se em repouso no ponto de operação, tem-se que $\dot{x}_{oo}$ e $\ddot{x}_{oo}$ são nulos. Isto implica que nesta condição f_{vo} também é nulo. Então, aplicando estes resultados e combinando as equações (5.6), (5.7) e (5.8) vem:

$$f_i + f_{1p} + f_{2p} + f_p = M \ddot{x}_{op} \quad (5.9)$$

Determinando as grandezas de perturbação tem-se:

$$f_{1p} = A p_{1p} \quad (5.10)$$

$$f_{2p} = -A p_{2p} \quad (5.11)$$

$$f_{vp} = -B_v \dot{x}_{op} \quad (5.12)$$

em que,

B_v^{Δ} = coeficiente de atrito viscoso, considerado constante.

Substituindo as equações (5.10), (5.11) e (5.12) em (5.9) obtém-se:

$$M \ddot{x}_{op} + B_v \dot{x}_{op} - A p_{1p} + A p_{2p} = f_i \quad (5.13)$$

Aplicando a transformada de Laplace à equação (5.13), lembrando que as condições iniciais são iguais a zero, tem-se:

$$[Ms + B_v] V_{op} - [A] P_{1p} + [A] P_{2p} = F_i \quad (5.14)$$

em que

s^{Δ} = variável de Laplace;

$V_o^{\Delta} = V_{oo} + V_{op}^{\Delta}$ = transformada de $\dot{x}_o = \dot{x}_{oo} + \dot{x}_{op}$, mas $\dot{x}_o$ é nula.

Agora, aplicando as relações de vazão laminar nos orifícios 1, 2, 3, 4 e 5, utilizando variáveis de perturbação em torno do ponto de equilíbrio, para o orifício 1 tem-se:

$$q_1 = K_1 (p_1 - p_4) \quad (5.15)$$

em que

K_1^Δ = coeficiente que relaciona a vazão e o diferencial de pressão, no regime laminar, para o orifício 1 e também para o orifício 2. É o inverso da resistência fluídica.

Sendo q_{1o} nulo no ponto de operação e as pressões p_{1o} e p_{4o} iguais a p_s , então:

$$q_{1p} = K_1 (p_{1p} - p_{4p}) \quad (5.16)$$

Agora, para os orifícios 2 e 3, determinando q_{2p} e q_{3p} de forma análoga a q_{1p} , obtém-se:

$$q_{2p} = K_1 (p_{2p} - p_{3p}) \quad (5.17)$$

$$q_{3p} = K_3 (p_{3p} - p_{4p}) \quad (5.18)$$

em que

K_3^Δ = coeficiente que relaciona a vazão e o diferencial de pressão, no regime laminar, para o orifício 3. É o inverso da resistência fluídica.

A relação entre vazão e pressão para o orifício 4 tem o desenvolvimento um pouco diferente do efetuado para os orifícios 1, 2 e 3. Assim:

$$q_4 = K_4 (p_4 - p_s) \quad (5.19)$$

em que

K_4^{Δ} = coeficiente que relaciona vazão e diferencial de pressão, no regime laminar, para os orifícios 4 e 5. É o inverso da resistência fluídica.

Como, no ponto de operação, q_{4o} é nulo e $p_{4o} = p_s$, então:

$$q_{4p} = K_4 p_{4p} \quad (5.20)$$

Procedimento idêntico é aplicado ao orifício 5, logo:

$$q_{5p} = K_4 p_{5p} \quad (5.21)$$

Agora, equacionando a vazão de vazamento entre as câmaras 2 e 1e lembrando que por hipótese, esta vazão é laminar, então:

$$q_v = K_v (p_2 - p_1) \quad (5.22)$$

em que

K_v^{Δ} = coeficiente que relaciona vazão de vazamento e o diferencial de pressão, no regime laminar, para a folga radial entre o cilindro e o pistão. É o inverso da resistência fluídica.

Sendo no equilíbrio p_{1o} igual a p_{2o} e q_{vo} nulo, então:

$$q_{vp} = K_v (p_{2p} - p_{1p}) \quad (5.23)$$

O balanço de vazões nas câmaras 1, 2, 3, e 4 pode ser obtida através da equação (5.24). Essa equação provém da equação da conservação da massa combinada com a equação de estado dos líquidos.

$$\sum_{j=1}^z (q_{in})_j - \sum_{r=1}^w (q_{out})_r = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\beta} \frac{dp}{dt} \quad (5.24)$$

em que

j, r, w e z são números naturais;

q_{in}^{Δ} = vazão que entra no volume de controle;

q_{out}^{Δ} = vazão que sai do volume de controle;

V^{Δ} = volume de controle;

β^{Δ} = “*bulk modulus*” equivalente.

p^{Δ} = pressão no volume de controle.

O saldo de vazão no volume de controle (que é a diferença entre as vazões que entram e as vazões que saem do volume de controle) é usado para suprir duas “saídas”, a saber: (1) a vazão devido à variação do volume de controle no tempo, que corresponde ao primeiro termo do lado direito da igualdade da equação (5.24); (2) a vazão devido à compressibilidade do fluido, correspondente ao segundo termo da direita da igualdade da equação (5.24).

Com base nos sentidos positivos das vazões adotados na FIGURA 5.1, a equação da conservação da vazão (equação 5.24) irá ser aplicada ao volume de controle definido pela câmara 1, ou seja, o volume sobre pressão p_1 . Sabendo que para essa câmara, no ponto de operação, os termos referentes às grandezas de operação da equação (5.24) são nulos, tem-se:

$$q_{vp} - q_{1p} = A \frac{dx_{op}}{dt} + \frac{V_1}{\beta} \frac{dp_{1p}}{dt} \quad (5.25)$$

em que

V_1^{Δ} = volume inicial de óleo da câmara 1.

Substituindo as equações (5.16) e (5.25) em (5.27) obtém-se:

$$K_V (p_{2p} - p_{1p}) - K_1 (p_{1p} - p_{4p}) = A \dot{x}_{op} + \frac{V_1}{\beta} \dot{p}_{1p} \quad (5.26)$$

Aplicando a transformada de Laplace, lembrando que as condições iniciais são iguais a zero e rearranjando os termos obtêm-se:

$$[-A]V_{op} - [K_V + K_1 + C_1s]P_{1p} + [K_V]P_{2p} + [K_1]P_{4p} = 0 \quad (5.27)$$

Onde C_1 é o *compliance* das câmaras 1 e 2, que é dado por:

$$C_1 = \frac{V_1}{\beta} = \frac{V_2}{\beta} \quad (5.28)$$

em que

V_2^{Δ} = volume inicial de óleo da câmara 2.

O mesmo procedimento para o balanço de vazões é aplicado ao volume de controle da câmara 2, obtendo:

$$[A]V_{op} + [K_V]P_{1p} - [K_V + K_1 + C_1s]P_{2p} + [K_1]P_{3p} = 0 \quad (5.29)$$

Para a câmara 3, o procedimento para obtenção da equação do balanço de vazões é um pouco diferente daquele adotado para as câmaras 1 e 2 devido a ausência da parcela de vazão, proveniente da variação do volume de controle, que para esta câmara é nula. Portanto, para a câmara 3, tem-se:

$$q_{2p} - q_{3p} - q_{5p} = \frac{V_3}{\beta} \dot{p}_{3p} \quad (5.30)$$

em que

V_3^{Δ} = volume de óleo da câmara 3.

Substituindo (5.17), (5.18) e (5.21) em (5.30) e aplicando *Laplace*, vem:

$$[K_1] P_{2p} - [K_1 + K_3 + K_4 + C_3 s] P_{3p} + [K_3] P_{4p} = 0 \quad (5.31)$$

Onde C_3 é o *compliance* da câmara 3 e 4 dado por:

$$C_3^{\Delta} = \frac{V_3}{\beta} = \frac{V_4}{\beta} \quad (5.32)$$

em que

V_4^{Δ} = volume de óleo da câmara 4.

Agora, para a câmara 4, usando procedimento análogo ao adotado para câmara 3, obtem-se:

$$[K_1] P_{1p} + [K_3] P_{3p} - [K_1 + K_3 + K_4 + C_3 s] P_{4p} = 0 \quad (5.33)$$

Finalmente, o modelo do sistema hidráulico é composto por 5 equações, que são 4 vezes a aplicação da lei da conservação da mesma (equações (5.27), (5.29), (5.31) e (5.33)) e uma equação proveniente da aplicação da lei de Newton aplicada ao conjunto pistão-haste (equação (5.14)).

Colocando as 5 equações do modelo na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} (Ms+B) & -A & A & 0 & 0 \\ -A & -(K_V+K_1+C_1s) & K_V & 0 & K_1 \\ A & K_V & -(K_V+K_1+C_1s) & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) & K_3 \\ 0 & K_1 & 0 & K_3 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{op} \\ P_{1p} \\ P_{2p} \\ P_{3p} \\ P_{4p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Aplicando a regra de Crannner para obter V_{op} tem-se que:

$$V_{op} = \frac{\begin{vmatrix} F_i & -A & A & 0 & 0 \\ 0 & -(K_V+K_1+C_1s) & K_V & 0 & K_1 \\ 0 & K_V & -(K_V+K_1+C_1s) & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) & K_3 \\ 0 & K_1 & 0 & K_3 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (Ms+B) & -A & A & 0 & 0 \\ -A & -(K_V+K_1+C_1s) & K_V & 0 & K_1 \\ A & K_V & -(K_V+K_1+C_1s) & K_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) & K_3 \\ 0 & K_1 & 0 & K_3 & -(K_1+K_3+K_4+C_3s) \end{vmatrix}} \quad (5.35)$$

Resolvendo os determinantes do numerador e denominador e além disso, isolando F_{ip}

para encontrar a função de transferência do modelo tem-se:

$$\frac{V_p}{F_{ip}}(s) = \frac{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (5.36)$$

em que

$$a_4 \overset{\Delta}{=} C_1^2 C_3^2$$

$$a_3 \overset{\Delta}{=} 2C_1^2 K_1 C_3 + 2C_1^2 K_4 C_3 + 2C_1^2 K_3 C_3 + 2K_V C_1 C_3^2 + 2K_1 C_1 C_3^2$$

$$a_2 \overset{\Delta}{=} (2K_V C_3^2 + 2C_1^2 K_3 + 4C_1 K_3 C_3 + 4C_1 K_V C_3 + 2C_1^2 K_4 + 4C_1 K_4 C_3) K_1 + \\ + 4K_V C_1 C_3 (K_3 + K_4) + C_1^2 K_4 (K_4 + 2K_3) + (C_3^2 + 2C_1 C_3 + C_1^2) K_1^2$$

$$\begin{aligned}
a_1 &= (K_V C_1 + K_4 C_3 + K_3 C_3 + C_1 K_3 + K_V C_3 + C_1 K_4) 2K_1^2 + \\
&+ (C_1 K_4^2 + 2K_V K_4 C_3 + 2K_V K_3 C_1 + 2K_3 K_4 C_1 + 2K_V K_3 C_3 + 2K_V K_4 C_1 +) 2K_1 + \\
&+ 2K_V C_1 K_4 (K_4 + 2K_3) \\
a_0 &= K_1 K_4 (K_1 K_4 + 2K_V K_4 + 2K_V K_1 + 2K_1 K_3 + 4K_V K_3) \\
b_5 &= MC_1^2 C_3^2 \\
b_4 &= C_1 C_3 (2MC_1 K_3 + 2MK_V C_3 + 2MC_1 K_4 + 2MK_1 C_3 + BC_1 C_3 + 2MC_1 K_1) \\
b_3 &= \left(\begin{aligned} &2C_1 K_1^2 C_3 + K_1^2 C_3^2 + 4K_1 C_1 K_4 C_3 + 2C_1^2 K_1 K_4 + 2C_1^2 K_1 K_3 + \\ &+ 4K_1 C_1 K_3 C_3 + C_1^2 K_1^2 + 4K_V C_1 K_4 C_3 + 2K_V K_1 C_3^2 + \\ &+ 2C_1^2 K_4 K_3 + C_1^2 K_4^2 + 4K_V C_1 K_3 C_3 + 4K_V C_1 K_1 C_3 \end{aligned} \right) M + \\
&+ 2BK_V C_1 C_3^2 + 2BC_1^2 K_4 C_3 + 2BK_1 C_1 C_3^2 + 2BC_1^2 K_3 C_3 + 2A^2 C_1 C_3^2 + 2BC_1^2 K_1 C_3 \\
b_2 &= \left(\begin{aligned} &K_V C_1 K_1^2 + K_1^2 K_3 C_3 + C_1 K_1^2 K_4 + K_V K_1^2 C_3 + K_V C_1 K_4^2 + 2K_V C_1 K_1 K_3 + \\ &+ C_1 K_1^2 K_3 + K_1^2 K_4 C_3 + 2K_V C_1 K_1 K_4 + 2K_V C_1 K_4 K_3 + 2K_V K_1 K_4 C_3 + \\ &+ K_1 C_1 K_4^2 + 2K_V K_1 K_3 C_3 + 2K_1 C_1 K_4 K_3 \end{aligned} \right) 2M + \\
&+ 4BK_V C_1 K_1 C_3 + 2BC_1 K_1^2 C_3 + BC_1^2 K_1^2 + BC_1^2 K_4^2 + BK_1^2 C_3^2 + 2A^2 K_1 C_3^2 + \\
&+ 4A^2 C_1 K_1 C_3 + 4A^2 C_1 K_4 C_3 + 4A^2 C_1 K_3 C_3 + 2BC_1^2 K_4 K_3 + 4BK_V C_1 K_4 C_3 + \\
&+ 2BC_1^2 K_1 K_4 + 2BC_1^2 K_1 K_3 + 4BK_1 C_1 K_4 C_3 + 2BK_V K_1 C_3^2 + 4BK_V C_1 K_3 C_3 + \\
&+ 4BK_1 C_1 K_3 C_3 \\
b_1 &= 2A^2 K_1^2 C_3 + 2A^2 C_1 K_1^2 + 2A^2 C_1 K_4^2 + 2BC_1 K_1^2 K_4 + 2BC_1 K_1^2 K_3 + \\
&+ 2BK_1^2 K_4 C_3 + 2BK_1^2 K_3 C_3 + 2BK_V C_1 K_4^2 + 2BK_V C_1 K_1^2 + 2BK_V K_1^2 C_3 + \\
&+ 2BK_1 C_1 K_4^2 + 4A^2 C_1 K_4 K_3 + 4A^2 C_1 K_4 K_1 + 4A^2 C_1 K_1 K_3 + 4A^2 K_1 K_4 C_3 + \\
&+ 4A^2 K_1 K_3 C_3 + 4BK_V C_1 K_1 K_4 + 4BK_V C_1 K_1 K_3 + 4BK_V C_1 K_3 K_4 + \\
&+ 4BK_V C_3 K_1 K_4 + 4BK_V C_3 K_1 K_3 + 4BC_1 K_1 K_3 K_4 + \\
&+ (2K_V K_1^2 K_4 + 2K_V K_1 K_4^2 + 4K_V K_1 K_4 K_3 + K_1^2 K_4^2 + 2K_1^2 K_4 K_3) M \\
b_0 &= K_1 K_4 \left(\begin{aligned} &2A^2 K_4 + BK_1 K_4 + 2BK_V K_1 + 2A^2 K_1 + \\ &+ 4BK_V K_3 + 4A^2 K_3 + 2BK_V K_4 + 2BK_1 K_3 \end{aligned} \right)
\end{aligned}$$

6 DIMENSIONAMENTO DE PEÇAS E DEFINIÇÃO DE PARÂMETROS PROPOSTOS PARA UM SISTEMA HIDRÁULICO

Uma vez que as equações literais que descrevem a dinâmica do sistema hidráulico foram obtidas no capítulo anterior, torna-se necessário atribuir dimensões das peças, bem como definir parâmetros para simular o comportamento dinâmico do sistema hidráulico em computador. A FIGURA 6.1 mostra as dimensões básicas do sistema que foram escolhidas.

FIGURA 6.1 - Desenho esquemático da parte inferior do sistema hidráulico

Foram calculados os seguintes parâmetros:

- (I). Massa M do conjunto pistão-haste;
- (II). Área efetiva A , do pistão;
- (III). Volumes iniciais de óleo V_1 , V_2 , V_3 e V_4 ;

- (IV). *Compliance* C_1 e C_3
- (V). Dimensionamento dos orifícios 1, 2, 3, 4 e 5 e da folga radial h ;
- (VI). Coeficientes que relacionam vazão, no regime laminar, e diferencial de pressão;
- (VII). Coeficiente de atrito viscoso B .

O desenvolvimento das determinações está apresentado a seguir:

a) Área efetiva A , do pistão:

A área efetiva A do pistão é dada por:

$$A = A_p - A_h \quad (6.1)$$

em que

$A_p =$ área do pistão;

$A_h =$ área da haste.

A área A_p do pistão é igual a:

$$A_p = \frac{\pi D_p^2}{4} \quad (6.2)$$

Assim como a área A_h da haste é dada por:

$$A_h = \frac{\pi D_h^2}{4} \quad (6.3)$$

Substituindo (6.2) e (6.3) em (6.1) obtém-se a área efetiva A em termos dos diâmetros da haste e do pistão ficando:

$$A = \frac{\pi(D_p^2 - D_h^2)}{4} \quad (6.4)$$

Para as dimensões adotadas na FIGURA 6.1 a área efetiva A do pistão é igual a:

$$A = 1,477 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

b) Massa M do conjunto pistão-haste:

A escolha do material do conjunto pistão-haste é um compromisso entre o efeito de mola real, relacionado com o módulo de elasticidade do material, e o efeito da massa do conjunto móvel (pistão-haste), pois um amortecedor ideal não possui massa e nem efeito de mola. Por exemplo, mudando o material de aço para alumínio, mantendo constante o mesmo efeito de mola, a massa praticamente se mantém a mesma, mas o volume de material empregado na construção do conjunto pistão-haste aumenta. Por exemplo, estudando uma barra sob ação de uma força de 3000 kgf com dimensões mostradas na FIGURA 6.2.

FIGURA 6.2 - Barra sob ação de uma força aplicada de 3000 kgf .

A massa M_b da barra é dada por:

$$M_b = A_b L_b \rho \quad (6.5)$$

em que

A_b = área da secção transversal da barra;

L_b = comprimento da barra;

ρ = massa específica do material que constitui a barra.

A área A_b da barra é igual a:

$$A_b = \frac{\pi D_b^2}{4} \quad (6.6)$$

Substituindo (6.6) em (6.5) obtém-se:

$$M_b = \frac{\pi D_b^2 L_b \rho}{4} \quad (6.7)$$

Admitindo que a barra com as dimensões adotadas na FIGUIRA 6.2 seja feita de aço e sabendo que a massa específica do aço é igual a $7,85 \text{ g/cm}^3$ a massa da barra resulta:

$$M_{\text{aço}} = 247,2361 \text{ g}$$

em que

$M_{\text{aço}}$ = massa da barra constituída de aço.

A tensão σ devido a ação de uma força F aplica sobre uma área A_l é dada por:

$$\sigma = \frac{F}{A_1} \quad (6.8)$$

A área $A_{\text{aço}}$ da secção transversal da barra de aço da FIGURA 6.2 é:

$$A_{\text{aço}} = 3,1415 \text{ cm}^2$$

Para a força de 3000 kgf aplicada na barra de aço sobre a área $A_{\text{aço}}$, calculada acima, tem-se uma tensão $\sigma_{\text{aço}}$ de:

$$\sigma_{\text{aço}} = 954,9578 \text{ Kgf/cm}^2$$

Da relação entre tensão e deformação tem-se:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (6.9)$$

em que

E^{Δ} = módulo de elasticidade do material;

ε^{Δ} = alongamento da barra.

Sabendo que o módulo de elasticidade do aço é $2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, a deformação ε sofrida pela tensão $\sigma_{\text{aço}}$ é:

$$\varepsilon = 454,7418 \times 10^{-6}$$

Agora, trabalhando com a barra feita em alumínio. Para a mesma força de 3000 kgf aplicada sobre a barra, para se manter a mesma deformação $\varepsilon_{\text{aço}}$ da barra de aço, sabendo que o módulo de elasticidade do alumínio é de $0,7 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, ou seja, três vezes menor do que

o módulo de elasticidade de aço, pode-se obter equação (6.9) que a tensão σ_{Al} no bloco de alumínio será também três vezes menor. Portanto, a tensão σ_{Al} , no bloco de alumínio resulta:

$$\sigma_{Al} = 318,3193 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

Aplicando o valor de σ_{Al} á equação (6.8), lembrando que a força aplicada é de 3000 kgf obtém-se uma área A_{Al} , da seção transversal de alumínio igual a:

$$A_{Al} = 9,4245 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a massa específica do alumínio é igual a $2,71 \text{ kg} / \text{cm}^3$, a massa M_{Al} da barra confeccionada em alumínio para o valor obtido de A_{Al} acima, com comprimento L_b igual ao da FIGURA 6.2 é igual a:

$$M_{Al} = 255,404 \text{ g}$$

Portanto, a massa da barra feita em alumínio, a fim de se obter o mesmo efeito de mola do aço é um pouco maior que a massa da barra confeccionada em aço, porém, tem um volume maior, que pode ser observado quando se compara as áreas das secções transversais do aço e do alumínio. Pelo exposto, o material escolhido para o conjunto pistão-haste foi o aço carbono.

Considerando as dimensões iguais para os dois lados da haste e, portanto, as massas também iguais, a massa M , do conjunto pistão-haste é dada por:

$$M = M_p + 2M_h \quad (6.10)$$

em que

M_p^{Δ} = massa do pistão;

M_h^{Δ} = massa da haste.

As massas do pistão e da haste podem ser calculadas pela equação (6.5). A equação (6.5) para o cálculo da massa da haste fica:

$$M_h = A_h L_h \rho_{aço} \quad (6.11)$$

em que

L_h^{Δ} = comprimento da haste.

Procedimento análogo é adotado para o cálculo da massa do pistão que é dado por:

$$M_p = A_p L_p \rho_{aço} \quad (6.12)$$

em que

L_p^{Δ} = comprimento do pistão.

Substituindo as equações (6.11) e (6.12) em (6.10) obtém-se:

$$M = \rho_{aço} (A_p L_p + 2A_h L_h) \quad (6.13)$$

Finalmente substituindo (6.2) e (6.3) em (6.11) obtém-se a massa M do conjunto pistão-haste em termos das dimensões primárias da FIGURA 6.1, ficando:

$$M = \frac{\pi \rho_{aço}}{4} (D_P^2 L_P + 2 D_h^2 L_h) \quad (6.14)$$

Para as dimensões adotadas e cotadas na FIGURA 6.1 a massa M do conjunto pistão-haste fica:

$$M = 1,0429 kg$$

c) Volumes iniciais de óleo V_1 , V_2 , V_3 e V_4 , nas câmaras 1, 2, 3, e 4, respectivamente:

O volume inicial de óleo da câmara 1, que por hipótese é igual ao volume da câmara 2 é dado por:

$$V_1 = V_{C1} - V_{hi} \quad (6.15)$$

em que

V_{C1}^{Δ} = volume geométrico da câmara 1;

V_{hi}^{Δ} = volume inicial da haste imersa no óleo.

O volume V_{C1} é igual a:

$$V_{C1} = A_c L_{c1} \quad (6.16)$$

em que

L_{c1}^{Δ} = comprimento da câmara 1;

A_c^{Δ} = área do cilindro.

A área A_c do cilindro é igual a:

$$A_c = \frac{\pi(D_p + 2h)^2}{4} \quad (6.17)$$

em que

h^Δ = folga radial entre o pistão e o cilindro;

Agora, determinando V_{hi} , tem-se:

$$V_{hi} = A_h L_{c1} \quad (6.18)$$

Substituindo (6.16) e (6.18) em (6.15) obtém-se V_1 que fica:

$$V_1 = L_{c1}(A_c - A_h) \quad (6.19)$$

Finalmente, substituindo (6.15) e (6.3) em (6.17), tem-se V_1 em termos das dimensões primárias da FIGURA 6.1, que fica:

$$V_1 = \frac{L_{c1}\pi}{4} [(D_p + 2h)^2 - D_h^2] \quad (6.20)$$

Para as dimensões adotadas na FIGURA 6.1 o valor de V_1 é:

$$V_1 = 2,323 \times 10^{-5} m^3$$

Todos os volumes iniciais de óleo nas câmaras 1, 2, 3 e 4 serão considerados iguais, isto é:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = 2,323 \times 10^{-5} m^3$$

d) *Compliance* C_1, C_2, C_3 e C_4 das câmaras 1, 2, 3 e 4, respectivamente:

Para o cálculo do *compliance* é necessário conhecer-se o valor do *Bulk Módulo* equivalente do sistema. Segundo Felício (2007), um valor prático do *Bulk Modulus* equivalente é de 100000 psi ($6,8948 \times 10^8$ Pa). Considerando este valor de *Bulk Modulus* equivalente e os valores de volumes iniciais calculados acima, das equações (5.28) e (5.32), obtém-se:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 3,369 \times 10^{-14} \text{ m}^3 / \text{Pa}$$

e) Diâmetro e comprimento dos orifícios 1, 2, 3, 4 e 5:

A verificação do diâmetro dos orifícios 1 e 2 cotados na FIGURA 6.3 tem o objetivo de confirmar a existência de escoamento laminar, a fim de se obter um modelo linear. Deve-se lembrar que para atingir simetria de funcionamento, eles são considerados iguais. Na FIGURA 6.3 é mostrado um desenho representativo do orifício com as dimensões em milímetros.

FIGURA 6.3 – Desenho representativo do orifício.

Inicialmente, faz-se necessário a escolha de um óleo e o conhecimento de algumas de suas propriedades físicas que serão usadas nos cálculos de verificação da dimensão dos orifícios 1 e 2.

O óleo escolhido para o sistema hidráulico é o Shell Tellus T 100 que possui viscosidade cinemática ν , a 50 graus Celsius (que será considerada a temperatura de operação do fluido no sistema), igual a $65 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$ (SHELL OIL). Devido a ausência por parte do fabricante do óleo de um gráfico da viscosidade absoluta ou mesmo da massa específica em função da temperatura precisou-se recorrer a literatura existente para se calcular a viscosidade absoluta μ a temperatura de 50 graus Celsius.

Segundo Merritt (1967), óleos a base de petróleo aumentam em 5% seu volume, para um acréscimo de 100 graus Fahrenheit na temperatura. Portanto, para uma variação de 63 graus Fahrenheit (de 15 para 50 graus Celsius, que é equivalente a variação de 59 para 122 graus Fahrenheit) através de uma regra de três simples chegou-se a uma variação de, aproximadamente, 2,9% no aumento do volume do óleo. Isto equivale a multiplicar a massa específica dada a 15 graus Celsius ($\rho = 886 \text{ kg/m}^3$), fornecida pelo fabricante, por um fator de 0,971, obtendo assim uma massa específica ρ de $860,306 \text{ kg/m}^3$, a temperatura de 50 graus Celsius.

Sabendo que, por definição, a viscosidade absoluta μ é igual ao produto da viscosidade cinemática ν pela massa específica ρ do óleo, chegou-se ao valor de $5,59 \times 10^{-2} \text{ kg/m} \cdot \text{seg}$ para a viscosidade absoluta μ , a 50 graus Celsius.

Para garantir que ocorra escoamento laminar nos orifícios, o número de Reynolds para orifício circular N_R , dado pela equação (6.21) precisar ser menor ou igual a 2000.

$$N_R = \frac{4Q_o}{v\pi D_o} \quad (6.21)$$

em que

$Q_o \overset{\Delta}{=} \text{vazão no orifício.}$

$D_o \overset{\Delta}{=} \text{diâmetro do orifício.}$

Considerando o diâmetro de 0,3 mm da FIGURA 6.3, com as características do óleo adotado, necessita-se encontrar somente a vazão no próprio orifício a fim de encontrar um número de Reynolds menor ou igual a 2000, para garantir que o escoamento seja do tipo laminar. Abaixo, na FIGURA 6.4, pode-se observar a onda senoidal do deslocamento do conjunto pistão-haste adotado para provocar um deslocamento de óleo em um intervalo de tempo, isto é, uma vazão.

FIGURA 6.4 – Deslocamento senoidal do conjunto pistão-haste.

Na FIGURA 6.4, T é o período da onda, e A_A é a amplitude do deslocamento.

O volume máximo $V_{\max}$ de óleo deslocado em $\frac{1}{4}$ de ciclo pelo conjunto pistão-haste é dado pela equação:

$$V_{\max} = A_{A_{\max}} A \quad (6.22)$$

em que

$A_{A_{\max}}^{\Delta} =$ amplitude máxima de deslocamento do conjunto pistão-haste;

Para a área efetiva calculada no item “a”, admitindo-se uma amplitude máxima de deslocamento do conjunto pistão-haste de $1,00 \times 10^{-3}$ m, o volume máximo deslocado de óleo em $\frac{1}{4}$ de ciclo é :

$$V_{\max} = 1,477 \times 10^{-6} m^3$$

Neste cálculo é admitido a hipótese conservativa que o volume $V_{\max}$ de óleo deslocado pelo conjunto pistão-haste passa somente pelo orifício 1. Isto significa que tem-se vazões nulas tanto para o vazamento entre o pistão e o cilindro como também para a parcela devido à compressibilidade do óleo e deformações das partes do sistema.

Face a estas considerações, a vazão Q_o no orifício 1 é dada por:

$$Q_o = \frac{V_{\max}}{\Delta t} \quad (6.23)$$

em que

$\Delta t^{\Delta} =$ variação de tempo.

Para efeito do cálculo da vazão no orifício, será considerado o primeiro quarto de onda da FIGURA 6.4, pois é neste intervalo que o conjunto pistão-haste atinge sua amplitude

máxima, sendo o que ocorre nos demais quartos de onda subseqüentes iguais, para efeitos do cálculo de vazão. A variação de tempo Δt será de $1,250 \times 10^{-2}$ segundos, correspondente a $\frac{1}{4}$ de onda, admitindo uma frequência máxima de excitação de 20 Hz. Portanto, pela equação (6.23), obtém-se:

$$Q_o = 1,1819 \times 10^{-4} m^3 / seg$$

Para dividir a vazão total deslocada pela área efetiva A do conjunto pistão-haste, optou-se por construir um conjunto de 7 orifícios, ao invés de apenas um. Isto permite obter para um orifício, um número de Reynolds menor, visto que a vazão é diretamente proporcional ao número de Reynolds. Portanto, a vazão em cada um desses orifícios, supondo todos eles iguais, será a vazão Q_o dividida por 7, o que dá uma vazão média Q_f para cada orifício igual a:

$$Q_f = 1,6884 \times 10^{-5} m^3 / seg$$

Verificando o número de Reynolds dado pela equação (6.21), para a vazão Q_f e para o diâmetro de orifício proposto inicialmente de 0,3 mm obtém-se:

$$N_R = 1102$$

Portanto, o diâmetro de $0,3 \times 10^{-3}$ metros produz o número de Reynolds menor que 2.000, garantindo assim o regime laminar, nos orifícios 1 e 2.

Uma vez comprovado que o diâmetro de $0,3 \times 10^{-3}$ metros garante o escoamento laminar para os orifícios 1 e 2, uma relação entre o diâmetro e o comprimento do orifício para que o escoamento laminar esteja perfeitamente desenvolvido é proposto por Merritt (1967), é dada por:

$$\frac{L_o}{D_o} \geq 115 \quad (6.24)$$

em que

L_o^{Δ} = comprimento do orifício.

Por motivos de segurança adotar-se-á um comprimento L_o de orifício 150 vezes o diâmetro. Portanto, para os orifícios 1 e 2, o comprimento do orifício será de 45×10^{-3} metros.

Para os demais orifícios (3, 4 e 5), a verificação dos diâmetros para constatar se produzirão regime laminar torna-se muito complicado por envolver não só a vazão de fluido devido ao deslocamento do conjunto pistão-haste mas também vazões devido a vários diferenciais de pressão, tornando muito complicado o cálculo da vazão total desses orifícios. Pelo exposto, adotou-se todos os demais orifícios com a mesma configuração (diâmetro e comprimento) dos orifícios 1 e 2, ou seja:

$$Do_1 = Do_2 = Do_3 = Do_4 = Do_5 = D_o = 0,3 \times 10^{-3} m$$

$$Lo_1 = Lo_2 = Lo_3 = Lo_4 = Lo_5 = L_o = 45 \times 10^{-3} m$$

em que

Do_1, Do_2, Do_3, Do_4 e Do_5^{Δ} = diâmetros dos furos que formam os orifícios 1, 2, 3, 4

e 5, respectivamente

Lo_1, Lo_2, Lo_3, Lo_4 e Lo_5^{Δ} = comprimentos dos furos que formam os orifícios 1, 2, 3,

4 e 5, respectivamente.

f) Cálculo dos coeficientes que relacionam vazão-pressão K_1, K_2, K_3 e K_v :

Para os furos circulares que formam os orifícios 1, 2, 3, 4 e 5, os respectivos coeficientes que relacionam vazão e pressão no regime laminar é dado por Merritt (1967):

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = K_o = \frac{\pi D_o^4}{128 \mu L_o} \quad (6.25)$$

em que

$K_o \overset{\Delta}{=}$ coeficiente que relaciona vazão e diferencial de pressão, no regime laminar, para os furos que formam os orifícios 1, 2, 3, 4 e 5.

Como são considerados um conjunto de 7 orifícios iguais, o coeficiente equivalente do conjunto Ke_o será obtido de forma análoga ao cálculo da resistência elétrica equivalente, quando os resistores estão associadas em paralelo, ou seja:

$$Ke_1 = Ke_2 = Ke_3 = Ke_4 = Ke_5 = Ke_{orif} = 7 K_o \quad (6.26)$$

em que

Ke_1, Ke_2, Ke_3, Ke_4 e $Ke_5 \overset{\Delta}{=}$ coeficientes equivalentes que relacionam vazões e diferenciais de pressão, no regime laminar, para os orifícios 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. É o inverso da resistência fluídica equivalente.

Portanto, substituindo os valores D_o, L_o , calculados anteriormente, juntamente com os valores de μ e ν do óleo em (6.25), e posteriormente aplicando (6.26), obtém-se:

$$Ke_o = 5,5322 \times 10^{-13} \text{ m}^3 / \text{Pa} \cdot \text{seg}$$

Para a folga radial entre o cilindro e pistão, o orifício desenvolvido é mostrado na FIGURA 6.5, onde o comprimento do orifício é o perímetro do pistão, ou seja, πD_p e a altura h é a folga radial entre o pistão e o cilindro, adotada como sendo $0,5 \times 10^{-3}$ metro.

FIGURA 6.5 - Orifício desenvolvido para a folga entre o pistão e o cilindro

Como a folga entre o cilindro e o pistão é bem pequena, provavelmente ocorrerá escoamento laminar. Segundo Merritt (1967), para orifícios do tipo retangular, com comprimento muito maior que a altura, o coeficiente de vazão pressão K_v é dado pela equação:

$$K_v = \frac{wh^3}{12\mu L} \quad (6.31)$$

em que

w^{Δ} = largura do orifício (perímetro do diâmetro do pistão);

h^{Δ} = altura do orifício (folga radial entre o cilindro e o pistão);

L^{Δ} = comprimento do orifício (comprimento do pistão).

Para a folga radial h e comprimento do orifício igual ao comprimento do pistão L_p dados na FIGURA 6.1, juntamente com os parâmetros do óleo escolhido, obtém-se:

$$K_v = 3,5515 \times 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{Pa} \cdot \text{seg}$$

g) Coeficiente de atrito viscoso B_v

Segundo Merritt (1967), o coeficiente de atrito viscoso B_v é dado por:

$$B_v = \frac{\pi D_p L_p \mu}{h} \quad (6.32)$$

Substituindo as dimensões D_p , L_p e h da FIGURA 6.1, juntamente com o μ do óleo a temperatura de $50^\circ C$ na equação (6.32), obtém-se:

$$B_v = 1,1854 \text{ Nseg} / m$$

Os valores dos parâmetros assim determinados servirão de base para realizações de simulações e determinação da resposta em frequência.

Deve-se salientar que as dimensões e materiais foram escolhidos com a preocupação de possibilitar uma eventual construção.

7 SIMULAÇÃO DO SISTEMA HIDRÁULICO PROPOSTO

7.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta simulações do sistema hidráulico proposto com as dimensões e parâmetros adotados e calculados no Capítulo 6. São realizadas simulações para dois valores de *bulk modulus* com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico do sistema. Além das simulações obtidas através do sistema hidráulico mencionado, foi proposto um novo arranjo de orifícios para o mesmo sistema hidráulico, também com o objetivo de avaliar o efeito na dinâmica do sistema. Para fins didáticos, o sistema hidráulico dimensionado no Capítulo 6 foi chamado de Sistema Hidráulico 1 e o outro, com um novo arranjo de orifícios, de Sistema Hidráulico 2. Quatro simulações foram geradas. Como resultado, são apresentadas as curvas de resposta em frequência, lembrando que a entrada do sistema é a força aplicada sobre o amortecedor e a saída é a velocidade da haste.

Todas as simulações foram executadas com o método de integração **ode23t** do *Simulink*, com passo de integração variável e com passo máximo igual ao período da força de excitação dividido por cem (100), para que houvesse maior precisão nos cálculos. Esta configuração foi a que se apresentou mais eficiente e, portanto aplicada a todas as simulações.

Foram implementados em um programa no *Matlab*:

- Dimensões primárias do sistema;

- Constantes do sistema;
- Cálculo de parâmetros do sistema;
- Parâmetros da simulação;
- Interface com o usuário;
- Laço para obtenção da Resposta em Frequência através do filtro de Fourier no *Simulink*;
- Armazenamento dos dados da Resposta em Frequência;
- Geração dos gráficos da Resposta em Frequência.

Esse programa baseou-se no programa de testes do Capítulo 4.2. O programa do *Matlab* pode ser visto no APÊNDICE B deste trabalho.

A FIGURA 7.1 mostra os blocos dos *Simulink* utilizados para se obter juntamente com o programa no *Matlab*, a resposta em frequência do sistema.

FIGURA 7.1 - Blocos do *Simulink* utilizados para simular o modelo

Assim como o bloco “Filtro de Fourier”, o bloco “Modelo do Sistema Hidráulico” também é do tipo *subsystem* e, portanto, possui blocos contidos internamente. A FIGURA 7.2 mostra os blocos contidos dentro do bloco “Modelo do Sistema Hidráulico”.

FIGURA 7.2 – Blocos contidos no bloco “Modelo do Sistema Hidráulico”

Excluindo-se os blocos *Fi* e *V*, todos os demais são do tipo *subsystem*, na FIGURA 7.2. Neles estão inseridos blocos que implementam as equações (5.14), (5.27), (5.29), (5.31) e (5.33) do modelo matemático do sistema hidráulico proposto obtidas no Capítulo 5. Os blocos contidos nestes *subsystem* podem ser vistos no APÊNDICE C deste trabalho.

7.2 SIMULAÇÃO DO SISTEMA HIDRÁULICO 1

O sistema hidráulico 1 teve seus parâmetros calculados no capítulo anterior. A tabela 7.1 mostra os parâmetros para este sistema.

TABELA 7.1 - Parâmetros do Sistema Hidráulico 1.

Parâmetro	Valor
h	$5 \times 10^{-4} \text{ m}$
M	$1,043 \text{ kg}$
$C_1 = C_3$ (para $\beta_e = 100000 \text{ psi}$)	$3,369 \times 10^{-14} \text{ m}^3 / \text{Pa}$
$C_1 = C_3$ (para $\beta_e = 30000 \text{ psi}$)	$1,123 \times 10^{-13} \text{ m}^3 / \text{Pa}$
A	$1,477 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
$K_{e_1} = K_{e_3} = K_{e_4}$	$5,532 \times 10^{-13} \text{ m}^3 / \text{seg} \cdot \text{Pa}$
K_v	$3,513 \times 10^{-10} \text{ m}^3 / \text{seg} \cdot \text{Pa}$
B_v	$1,1854 \text{ Nseg} / \text{m}$

Nas FIGURAS 7.3 e 7.4 podem ser observadas as curvas das respostas em frequência para a configuração acima e para os dois valores de *bulk modulus* equivalente, obtidos através do filtro de Fourier.

FIGURA 7.3 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 1 para o *Bulk Modulus* equivalente igual a 100000 psi.

FIGURA 7.4 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 1 para um *Bulk Modulus* equivalente igual a 30000 psi.

Pode-se observar nas FIGURAS 7.3 e 7.4 que a magnitude, ou seja, a relação de amplitudes entre a força de excitação e a velocidade da haste é plana e igual -75,9 db para todas as frequências. Já a fase, para ambas as figuras possui uma região plana próxima do zero e começa a cair para valores negativos. Na comparação entre os gráficos da fase, na região não plana, nota-se uma diminuição da fase quando comparados os gráficos do sistema com *bulk modulus* de 30000 psi com o de 100000 psi.

Comparando os gráficos das respostas em frequência das FIGURAS 7.3 e 7.4 com os gráficos da resposta em frequência do amortecedor ideal (FIGURA 2.3), a região que mais se assemelha a este amortecedor, adotando um critério de tolerância de ± 1 db para a magnitude e ± 1 grau para fase, é:

- Para o sistema hidráulico com *bulk modulus* de 100000 psi a faixa de frequência que vai de 0,1 a 150 rad/seg;
- Para o sistema hidráulico com *bulk modulus* de 30000 psi a faixa de frequência que vai de 0,1 a 200 rad/seg, isto é, para toda a faixa de frequência.

Portanto, o Sistema Hidráulico 1 tem comportamento próximo a de um amortecedor ideal para as faixas de frequência acima.

7.3 SIMULAÇÃO DO SISTEMA HIDRÁULICO 2

O sistema hidráulico 2 difere do sistema hidráulico 1 por possuir um arranjo de orifícios diferente do primeiro. O sistema hidráulico 2 possui 4 furos nos orifícios 1 e 2, 3 furos nos orifícios 4 e 5 e 7 furos no orifício 3, enquanto o sistema 1 possui 7 furos para todos os orifícios. Portanto, os coeficientes equivalentes de vazão pressão K_1 e K_4 possuem

valores diferentes do sistema hidráulico 1. Esses coeficientes podem ser novamente recalculados para esse novo arranjo pela equação (6.26). Os novos coeficientes equivalentes de vazão pressão juntamente com os demais parâmetros do sistema hidráulico 2 podem ser visualizados na TABELA 7.2.

TABELA 7.2 - Parâmetros do Sistema Hidráulico 2.

Parâmetro	Valor
h	$5 \times 10^{-4} m$
M	$1,043 kg$
$C_1 = C_3$ (para $\beta_e = 100000 psi$)	$3,369 \times 10^{-14} m^3 / Pa$
$C_1 = C_3$ (para $\beta_e = 30000 psi$)	$1,123 \times 10^{-13} m^3 / Pa$
A	$1,477 \times 10^{-3} m^2$
K_{e_1}	$3,1613 \times 10^{-13} m^3 / seg.Pa$
K_{e_3}	$5,532 \times 10^{-13} m^3 / seg.Pa$
K_{e_4}	$2,3709 \times 10^{-13} m^3 / seg.Pa$
K_V	$3,552 \times 10^{-10} m^3 / seg.Pa$
B	$1,185 Nseg / m$

Os gráficos das respostas em frequência do sistema hidráulico 2, obtidos pela simulação usando o filtro de Fourier podem ser vistos nas FIGURAS 7.5 e 7.6, para os dois valores de *bulk modulus*.

FIGURA 7.5 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 2 para o *bulk modulus* equivalente igual a 100000 psi

FIGURA 7.6 - Gráficos da RF do Sistema Hidráulico 2 para o *bulk modulus* equivalente iguala a 30000 psi

Nas FIGURAS 7.5 e 7.6, para o sistema hidráulico 2 pode-se identificar uma região plana para a magnitude igual a -75,9 db para todas as frequências. Também, uma região plana próxima a zero graus nos gráficos da fase pode ser visualizada nestas figuras.

Assim como ocorreu para o sistema hidráulico 1, houve uma diminuição do ângulo de fase quando o *bulk modulus* do sistema hidráulico 2 foi de 100000 psi para 30000psi.

Utilizando o mesmo critério que foi utilizado para o sistema 1 para o sistema hidráulico 2 de tolerâncias de ± 1 db para a magnitude e ± 1 grau para a fase, a região que possui comportamento semelhante a de um amortecedor ideal é:

- Para o sistema hidráulico com *bulk modulus* de 100000 psi a faixa de frequência que vai de 0,1 a 150 rad/seg;
- Para o sistema hidráulico com *bulk modulus* de 30000 psi a faixa de frequência que vai de 0,1 a 200 rad/seg, isto é, para toda a faixa de frequência.

8 CONCLUSÃO

Um modelo teórico linear do sistema hidráulico proposto foi obtido através da aplicação de leis e relações pertinentes ao sistema. Duas configurações de sistemas hidráulicos com dimensões foram propostos e seus parâmetros definidos e calculados. Através de um programa implementado no MATLAB/*Simulink* foi possível obter a resposta em frequência desses sistemas para dois valores de *bulk modulus* equivalente (100000 psi e 30000 psi). Pela comparação das curvas da resposta em frequência dos sistemas hidráulicos propostos obtidos através do MATLAB/*Simulink* com as do amortecedor ideal, assumindo uma tolerância de variação da fase e da magnitude de ± 1 grau e ± 1 db, respectivamente, pode-se concluir que o sistema comportou-se como um amortecedor para pequenas amplitudes (para amplitudes de no máximo 1 mm de deslocamento de curso do conjunto pistão-haste) para a seguinte faixa de frequência:

- De 0,1 a 150 rad/seg, no caso do sistema com *bulk modulus* equivalente igual a 100000 psi para as duas configurações de sistema hidráulico (sistemas hidráulicos 1 e 2);
- De 0,1 a 200 rad/seg, no caso do sistema com *bulk modulus* equivalente igual a 30000 psi para as duas configurações de sistema hidráulico (sistemas hidráulicos 1 e 2).

A simulação implementada em MATLAB/*Simulink* mostrou-se eficiente na obtenção das respostas em frequência de sistemas que possuem respostas com ângulo de fase entre o

intervalo de -180° a $+180^\circ$ graus, sendo que para intervalos fora desta faixa faz-se necessário um aprimoramento do algoritmo. A concepção da simulação implementada e testada neste trabalho possibilita também a obtenção de respostas em frequência de sistema não-lineares, bastando para tanto somente implementar a não-linearidade que se deseja considerar. Para se obter um comportamento dinâmico mais realista do sistema hidráulico proposto neste trabalho, a não-linearidade causada pelo atrito a seco entre a haste e as vedações pode ser facilmente implementada inserindo apenas um conjunto de blocos no diagrama do *Simulink* que contém as equações do modelo, obtendo-se um comportamento dinâmico ainda mais próximo do real. A literatura existente menciona a importância dos efeitos do atrito a seco no comportamento dinâmico para pequenas amplitudes. Fica como proposta de trabalhos futuros a implementação da não-linearidade do tipo atrito a seco no modelo teórico, bem como o aprimoramento do programa para obtenção da resposta em frequência, a fim de que se possa trabalhar com sistemas que possuam resposta com ângulo de fase em qualquer intervalo e também a construção e teste dos sistemas hidráulicos propostos a fim de se validar um modelo teórico.

REFERÊNCIAS

AUDENINO, A.L.; BELINGARDI, G. (1995). Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper. **Proceedings of Institution of Mechanical Engineers- Part D Journal of Automobile Engineering**, London, v.209, n.3, p.249-262.

DAVIS, P. et al. (1994). Adaptable passive viscous damper (na adaptable D-Strut®). In: CONFERENCE ON SMART STRUCTURES AND INTELLIGENT SYSTEMS, 1994, Orlando. **Proceendings...** Bellingham: SPIE Optical Engineering. p.47-58. (SPIE Paper, 2193).

DIXON, J.C. (1999). **Shock absorber handbook**. Warrendale:SAE.

DOEBELIN, E.O. (1962). **Dynamic analysis and feedback control**. New York: McGraw-Hill.

_____. (1998). **System dynamics**. New York: Marcel Dekker.

ELLIS, J.T.; KARBOWNICZEK, S. (1962). Hydraulic shock absorber. **Machine Design**, Cleveland, v.34, p.150-157, May.

FELÍCO, L.C. (1981). **A Theoretical and experimental study of the static and dynamic behavior of vane-type pressure compensated hydraulic pumps with proportional-type**. PhD. Thesis – The Ohio State University, Ohio, 1981.

_____. (2007). **Modelagem da dinâmica de sistemas e estudo da resposta**. São Calos: RiMa.

HONG, S.R. et al. (2005). A hydro-mechanical model for hysteretic damping force prediction of ER damper: experimental verification. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.285, n.4/5, p.1180-1188.

MATSUMOTO, E.Y. (2002). **Simulink 5: fundamentos**. 2.ed. São Paulo. Érika.

_____. (2004). **MATLAB®7: fundamentos**. São Paulo. Érika.

MERRITT, H.E. (1967). **Hydraulic control systems**. New York. Wiley.

- MOLICA, R. (1997). **Nonlinear dynamic model and simulation of a high pressure monotube shock absorber using the bond graph method**. MsC. Dissertation - Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 1997.
- OGATA, K. (1993). **Engenharia de controle moderno**. Tradução de Ivan Jose de Albuquerque. Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil.
- PATTEN, W.N. et al. (1998). A Primer on design of semiactive vibration absorbers (SAVA). **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.124, n.1, p.61-68.
- SHELL OIL (2003). Disponível em:<http://www.shell.com/static/tw-cn/downloads/shell_for_businesses/industry/product_data_sheet/english_version/tellus_t.pdf> . 20 Oct. 2006.
- SPENCER JR., B.F. et al. (1996). Phenomenological model of a magnetorheological damper. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.123, n.3, p.230-238.
- WANG, X.; GORDANINEJAD, F. (2001). Dynamic modeling of semi-active ER/MR fluid dampers. In: CONFERENCE ON SMART STRUCTURES AND MATERIALS: damping and isolation. **Proceedings...** Bellingham: SPIE Optical Engineering. p.82-91. (SPIE Paper , 3331).

APÊNDICE A – PROGRAMA DO MATLAB PARA OS TESTES DOS SISTEMAS

```
% LIMPA O WORKSPACE E O COMAND WINDOW

clear all;
clc;

%-----
%DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS
%-----

% VETOR CONTENDO OMEGA VARIANDO DE 0,1 RAD/SEG a 100 RAD/SEG LOGARITMAMENTE
% ESPACADO
    w=[logspace(-1,2)'];

% VARIÁVEL DE INCREMENTO
    i=[];

% VARIÁVEL AUXILIAR QUE RECEBE 'w' PARA CADA INCREMENTO 'i'
    W=[];

% PERÍODO DA FUNÇÃO (EM SEGUNDOS)
    T=[];

% VARIÁVEL AUXILIAR QUE ARMAZENA 'W' PARA CADA 'i'
    Omega=[];

% VETOR MAGNITUDE DO SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    MAG1=[];

% VETOR MAGNITUDE DO SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    MAG2=[];

% VETOR MAGNITUDE DO INTEGRADOR GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    MAG_Int=[];

% VETOR MAGNITUDE DO DERIVADOR GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    MAG_Deriv=[];

% VETOR MAGNITUDE DA ONDA QUADRARA GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    MAG_Quad=[];

% VETOR FASE (EM GRAUS) DO SISTEMA PRIMEIRA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE
```

```

    PHASE1=[];

% VETOR FASE (EM GRAUS) DO SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    PHASE2=[];

% VETOR FASE (EM GRAUS) DO INTEGRADOR GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    PHASE_Int=[];

% VETOR FASE (EM GRAUS) DO DERIVADOR GERADO PELA FUNÇÃO BODE
    PHASE_Deriv=[];

% VETOR FASE (EM GRAUS) DA ONDA QUADRADA
    PHASE_Quad=[];

% NÚMERO DE CICLOS EM REGIME PERMANENTE
    NCpermanente=[500];

% FASE (EM GRAUS) DO INTEGRADOR GERADO PELO BLOCO DO SIMULINK
    F_Int=[];

% FASE (EM GRAUS) DO DERIVADOR GERADO PELO FILTRO DE FOURIER
    F_Deriv=[];

% FASE (EM GRAUS) DO SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM GERADO PELO BLOCO DO
% SIMULINK;
    F_Prim=[];

% FASE (EM GRAUS) DO SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM GERADO PELO FILTRO DE FOURIER
    F_Seg=[];

% FASE (EM GRAUS) DA ONDA QUADRADA GERADO PELO FILTRO DE FOURIER
    F_Quad=[];

% TEMPO PARA O FIM DA SIMULAÇÃO (EM SEGUNDOS)
    Timefim=[];

% AMPLITUDE DA EXCITACAO
    Amplitude=[];

% RELAÇÃO DE AMPLITUDES DO INTEGRADOR
    Rel_Ampl_Int=[];

% RELAÇÃO DE AMPLITUDES DO DERIVADOR
    Rel_Ampl_Deriv=[];

% RELAÇÃO DE AMPLITUDES DO SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
    Rel_Ampl_Prim=[];

% RELAÇÃO DE AMPLITUDES DO SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM
    Rel_Ampl_Seg=[];

% RELAÇÃO DE AMPLITUDES DA ONDA QUADRADA;
    Rel_Ampl_Quad=[];

```



```

% MATRIZ CONTENDO 'w', 'Rel_Ampl_Int' e 'F_Int'
    Resp_Freq_Int=[];

% MATRIZ CONTENDO 'w', 'Rel_Ampl_Deriv' e 'F_Deriv'
    Resp_Freq_Deriv=[];

% MATRIZ CONTENDO 'w', 'Rel_Ampl_Prim' e 'F_Prim'
    Resp_Freq_Prim=[];

% MATRIZ CONTENDO 'w', 'Rel_Ampl_Seg' e 'F_Seg'
    Resp_Freq_Seg=[];

% MATRIZ CONTENDO 'w', 'Rel_Ampl_Quad' e 'F_Quad'
    Resp_Freq_Quad=[];

%MATRIZ CONTENDO AS DIFERENÇAS DA MAGNITUDE E FASE DA RESPOSTA EM
%FREQUÊNCIA, PARA UM SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE NO
%MATLAB, E O GERADO PELO SIMULINK EM FUNÇÃO DE 'w' (PRIMEIRA COLUNA 'w'
%SEGUNDA COLUNA MAGNITUDE E TERCEIRA COLUNA FASE)
    Dif_Prim=[];

%MATRIZ CONTENDO AS DIFERENÇAS DA MAGNITUDE E FASE, DA RESPOSTA EM
%FREQUÊNCIA, PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM GERADO PELA FUNÇÃO BODE NO
%MATLAB, E O GERADO PELO SIMULINK EM FUNÇÃO DE 'w' (PRIMEIRA COLUNA 'w'
%SEGUNDA COLUNA MAGNITUDE E TERCEIRA COLUNA FASE)
    Dif_Seg=[];

% MATRIZ CONTENDO AS DIFERENÇAS DA MAGNITUDE E FASE, DA RESPOSTA EM
%FREQUÊNCIA, PARA UM INTEGRADOR GERADA PELA FUNÇÃO BODE E O GERADO %PELO
SIMULINK EM FUNÇÃO DE 'w' (PRIMEIRA COLUNA 'w' SEGUNDA COLUNA MAGNITUDE E
ERCEIRA COLUNA FASE)
    Dif_Int=[];

% MATRIZ CONTENDO AS DIFERENÇAS DA MAGNITUDE E FASE, DA RESPOSTA EM FREQUE-
% NCIA, PARA UM DERIVADOR GERADA PELA FUNÇÃO BODE E O GERADO PELO SIMULINK
% EM FUNÇÃO DE 'w' (PRIMEIRA COLUNA 'w' SEGUNDA COLUNA MAGNITUDE E TERCEIRA
% COLUNA FASE)
    Dif_Deriv=[];

% MATRIZ CONTENDO AS DIFERENÇAS DA MAGNITUDE E FASE DO PRIMEIRO HARMÔNICO
% PARA UMA ONDA QUADRADA E O GERADO PELO SIMULINK EM FUNÇÃO AÇÃO DE 'w'
% (PRIMEIRA COLUNA 'w' SEGUNDA COLUNA MAGNITUDE E TERCEIRA COLUNA FASE)
    Dif_Quad=[];

% TEMPO NECESSÁRIO PARA TRANSIENTES DESAPARECEREM
    Tempo_fim_trans=50;

%-----
%                               INTERFACE COM O USUÁRIO
%-----

%PERGUNTA AO USUÁRIO A AMPLITUDE DO INPUT

Msg={'Amplitude do Input'};
Titulo1='Input';
NumeroLinhas=[1];
ValPreDef={'1'};
Amplitude=inputdlg(Msg, Titulo1, NumeroLinhas, ValPreDef);

```

```

A_input=str2double(Amplitude);

%PERGUNTA AO USUÁRIO QUAL SISTEMA ELE DESEJA OBTER A RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Prompt='Sistemas prara Caculo da RF';
Lista={'Integrador' 'Derivador' 'Sistema Primeira Ordem' 'Sistema Segunda
Ordem' 'Relay sem histerese'};
Inicial=[5];
Selecao='single';
Tamanho=[200 100];
Titulo2='Resposta em Frequência';
[ind,ok]=listdlg('PromptString',Prompt,...
'ListString',Lista,...
'InitialValue',Inicial,...
'SelectionMode',Selecao,...
'ListSize',Tamanho,...
'Name',Titulo2);

%-----
%LAÇO PARA OBTENÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA ATRAVÉS DA IMPLEMENTACAO DO
% FILTRO DE FOURIER NO SIMULINK
%-----

%-----
%INTEGRADOR SIMPLES
%-----

if ind==1

    % BARRA DE PROGRESSO
    h=waitbar(0,'Em execução, por favor aguarde...');

    for i=1:length(w)

        waitbar(i/length(w),h)

        W=w(i);

    % CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W
    T=(2*pi)/W;

    % CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
    Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

    %CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK CONTENDO O INTEGRADOR
    sim('Filtro_Fourier_Int')

    %ARMAZENAMENTO DOS DADOS
    Rel_Ampl_Int=[Rel_Ampl_Int;RA(end)];
    F_Int=[F_Int;Fase(end)];
    Omega=[Omega;W];
    Resp_Freq_Int=[Omega Rel_Ampl_Int F_Int];

end

```

```

close(h)

%-----
%-----%DERIVADOR SIMPLES
%-----

elseif ind==2

% BARRA DE PROGRESSO
h=waitbar(0,'Em execucao, por favor aguarde...');

for i=1:length(w)

% BARRA DE PROGRESSO
waitbar(i/length(w),h)

W=w(i);
% CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W
T=(2*pi)/W;

% CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

% CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK CONTENDO O DERIVADOR
sim('Filtro_Fourier_Deriv')

% ARMAZENAMENTO DOS DADOS
Rel_Ampl_Deriv=[Rel_Ampl_Deriv;RA(end)];
F_Deriv=[F_Deriv;Fase(end)];
Omega=[Omega;W];
Resp_Freq_Deriv=[Omega Rel_Ampl_Deriv F_Deriv];

end

close(h)

%-----
%-----%SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
%-----

elseif ind==3

%PERGUNTA AO USUÁRIO O VALOR DA CONSTANTANTE DE TEMPO
Msg={'Valor da Constante de tempo'};
Titulo1='Sistema de Primeira Ordem';
NumeroLinhas=[1];
ValPreDef={'1'};
TAL=inputdlg(Msg, Titulo1, NumeroLinhas, ValPreDef);
tal=str2double(TAL);
Tempo_fim_trans=10*tal

% BARRA DE PROGRESSO
h=waitbar(0,'Em execução, por favor aguarde...');

for i=1:length(w)

waitbar(i/length(w),h)

```

```

        W=w(i);

% CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W
    T=(2*pi)/W;

% CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
    Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

%CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK CONTENDO O SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
    sim('Filtro_Fourier_Primeira')

%ARMAZENAMENTO DOS DADOS;
    Rel_Ampl_Prim=[Rel_Ampl_Prim;RA(end)];
    F_Prim=[F_Prim;Fase(end)];
    Omega=[Omega;W];
    Resp_Freq_Prim=[Omega Rel_Ampl_Prim F_Prim];

    end

    close (h)

%-----
%SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM
%-----

elseif ind==4

%PERGUNTA AO USUÁRIO O VALOR DA FREQUÊNCIA NATURAL E DE ZETA
    Msg={'Frequência Natural(ras/s)' 'Zeta'};
    Titulo1='Sistema de Segunda Ordem';
    NumeroLinhas=[1 60];
    ValPreDef={'10' '0.1'};
    Dados=inputdlg(Msg, Titulo1, NumeroLinhas, ValPreDef);
    Omega_Zeta=str2double(Dados(:));
    A=1/Omega_Zeta(1,1)^2;
    B=(2*Omega_Zeta(2,1))/Omega_Zeta(1,1);

% BARRA DE PROGRESSO
    h=waitbar(0,'Em execucao, por favor aguarde...');

    for i=1:length(w)

        waitbar(i/length(w),h)

        W=w(i);

% CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W
        T=(2*pi)/W;

% CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
        Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

%CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK CONTENDO O SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM

```

```

sim('Filtro_Fourier_Segunda')

%ARMAZENAMENTO DOS DADOS
    Rel_Ampl_Seg=[Rel_Ampl_Seg;RA(end)];
    F_Seg=[F_Seg;Fase(end)];
    Omega=[Omega;W];
    Resp_Freq_Seg=[Omega Rel_Ampl_Seg F_Seg];

    end

close (h)

%-----
%ONDA QUADRADA
%-----

else

% BARRA DE PROGRESSO
    h=waitbar(0,'Em execucao, por favor aguarde...');

    for i=1:length(w)

        waitbar(i/length(w),h)

        W=w(i);

% CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W';
        T=(2*pi)/W;

% CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
        Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

% CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK CONTENDO O SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM
        sim('Filtro_Fourier_Quadrada')

% ARMAZENAMENTO DOS DADOS
        Rel_Ampl_Quad=[Rel_Ampl_Quad;RA(end)];
        F_Quad=[F_Quad;Fase(end)];
        Omega=[Omega;W];
        Resp_Freq_Quad=[Omega Rel_Ampl_Quad F_Quad];

    end

    close (h)

end

%-----
%GERA GRÁFICOS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SIMULINK PARA O INTEGRADOR
%-----

if ind==1

%PLOT MAGNITUDE

```

```

figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,Rel_Ampl_Int, 'k');
axis([0.1 100 -40 20]);
title('Resposta em Frequência (Filtro de Fourier)')
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Relção de Amplitudes (db)')
grid;

%PLOT DA FASE
subplot(2,1,2);
semilogx(w,F_Int, 'k');
axis([0.1 100 -100 -80]);
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%GERA GRÁFICOS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA ATRAVÉS DA FUNÇÃO BODE
%PARA UM INTEGRADOR SIMPLES
%-----

% VETOR NUMERADOR DO INTEGRADOR SIMPLES
NUM_Int=[1];

% VETOR DENOMINADOR DO INTEGRADOR SIMPLES
DEN_Int=[1 0];

% MATIZ DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GERADO PELA FUNÇÃO BODE COM O USO DO
% VETOR 'w'
[MAG_Int PHASE_Int W]=Bode(NUM_Int,DEN_Int,w);

% TRANSFORMA A MAGNITUDE PARA DB
MAG_Int=20*log10(MAG_Int);

%PLOT DA MAGNITUDE
figure(2)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,MAG_Int, 'k');
title('Resposta em Frequência (Função Bode)')
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Relação de Amplitudes (db)')
grid;

%PLOR DA FASE
subplot(2,1,2);
semilogx(w,PHASE_Int, 'k');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

```

```

%-----
%GRÁFICOS DA DIFERENÇA ENTRE AS RELACOES DE AMPLITUDE GERADAS PELA FUNÇÃO
%BODE E OS GERADOS PELO SIMULINK DO INTEGRADOR SIMPLES
%-----

Dif_Int=[w MAG_Int-Rel_Ampl_Int PHASE_Int-F_Int];

figure(3)
semilogx(w,Dif_Int(:,3),'k-');
title('Diferença entre obtido com Filtro de Fourier e com uso da função
Bode');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Variação (Magnitude (db) e Fase (Graus))');
hold
semilogx(w,Dif_Int(:,2),'k--');
legend('Fase','Magnitude',2);
grid;

%-----
%GAFICOS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SIMULINK PARA O DERIVADOR SIMPLES
%-----

elseif ind==2

%PLOT MAGNITUDE;
figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,Rel_Ampl_Deriv, 'k');
axis([0.1 100 -20 40]);
title('Resposta em Frequência (Filtro de Fourier)')
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Relação de Amplitudes (db)')
grid;

%PLOT DA FASE;
subplot(2,1,2);
semilogx(w,F_Deriv, 'k');
axis([0.1 100 80 90]);
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%PLOT DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GERADO PELA FUNÇÃO BODE PARA DERIVADOR
%SIMPLES
%-----

% VETOR NUMERADOR DO DERIVADOR SIMPLES
NUM_Deriv=[1 0];
% VETOR DENOMINADOR DO DERIVADOR SIMPLES
DEN_Deriv=[1];
% MATIZ DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GERADO PELA FUNÇÃO BODE COM O USO DO
% VETOR 'w'

```

```

[MAG_Deriv PHASE_Deriv W]=Bode(NUM_Deriv,DEN_Deriv,w);
% TRANSFORMA A MAGNITUDE PARA DB
MAG_Deriv=20*log10(MAG_Deriv);

%PLOT DA MAGNITUDE
figure(2)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,MAG_Deriv, 'k');
axis([0.1 100 -20 40]);
title('Resposta em Frequência (Função Bode)')
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Relação de Amplitudes (db)')
grid;

%PLOT DA FASE
subplot(2,1,2);
semilogx(w,PHASE_Deriv, 'k');
axis([0.1 100 80 100]);
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%PLOT DOS DA DIFERENÇA ENTRE AS RELACOES DE AMPLITUDE TEORICO
%OS GERADOS PELO SIMULINK DO DERIVADOR
%-----

Dif_Deriv=[w MAG_Deriv-Rel_Ampl_Deriv PHASE_Deriv-F_Deriv];
figure(3)
semilogx(w,Dif_Deriv(:,3),'k-');
title('Diferença entre obtido com Filtro de Fourier e com uso da função
Bode')
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Variação (Magnitude (db) e Fase (Graus))');
hold
semilogx(w,Dif_Deriv(:,2),'k--');
legend('Fase','Magnitude',2);
grid;

%-----
%PLOT RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SIMULINK PARA UM SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
%-----

elseif ind==3

%PLOT MAGNITUDE;
figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,Rel_Ampl_Prim, 'k');
title(['Resposta em Frequência (Filtro de Fourier) para \tau
=',num2str(tal) 'seg'])
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Relação de Amplitudes (db)')
grid;

%PLOT DA FASE;

```



```

        subplot(2,1,2);
        semilogx(w,F_Prim, 'k');
        xlabel('\omega (rad/seg)');
        ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
        grid;

%-----
%GRÁFICO DE BODE PARA UM SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
%-----
% VETOR NUMERADOR DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA
NUM1=[1];

% VETOR DENOMINADOR DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA
DEN1=[tal 1];

% MATIZ DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GERADO PELA FUNÇÃO BODE COM O USO DO
      VETOR 'w'
[MAG1 PHASE1 W]=Bode(NUM1,DEN1,w)

% TRANSFORMA A MAGNITUDE PARA DB
MAG1=20*log10(MAG1);

%PLOT DA MAGNITUDE;

subplot(2,1,1);
figure(2);
subplot(2,1,1);
semilogx(w, MAG1,'k');
title(['Resposta em Frequência (Função Bode) para \tau=', num2str(tal)
'seg']);
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Relação de Amplitudes (db)');
grid;

%PLOT DA FASE

subplot(2,1,2);
semilogx(w,PHASE1,'k');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%GRÁFICOS DA DIFERENÇA ENTRE AS RELACOES DE AMPLITUDE GERADOS ATRAVÉS DA
FUNÇÃO BODE E OS GERADOS PELO SIMULINK DO SISTEMA DE PRIMEIRA ORDEM
%-----

Dif_Prim=[w MAG1-Rel_Ampl_Prim PHASE1-F_Prim];
figure(3)
semilogx(w,Dif_Prim(:,3),'k-');
title(' Diferença entre obtido com Filtro de Fourier e com uso da
função Bode')
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Variação (Magnitude (db) e Fase (Graus)')
hold;
semilogx(w,Dif_Prim(:,2),'k--');
legend('Fase','Magnitude',2);
grid;

```

```

%-----
%GRÁFICOS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO SIMULINK PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA
ORDEM
%-----

elseif ind==4

    %PLOT MAGNITUDE;

    figure(1)
    subplot(2,1,1)
    semilogx(w,Rel_Ampl_Seg, 'k');
    title(['Resposta em Frequência (Filtro Fourier) para \omega_n=',
num2str(Omega_Zeta(1,1)) 'rad/seg e \zeta=', num2str(Omega_Zeta(2,1))]);
    xlabel('\omega (rad/seg)');
    ylabel('Relação de Amplitudes (db)');
    grid;

    %PLOT DA FASE;

    subplot(2,1,2);
    semilogx(w,F_Seg, 'k');
    xlabel('\omega (rad/seg)');
    ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
    grid;

%-----
%GRÁFICO DE BODE PARA UM SISTEMA DE SEGUNDA ORDEM;
%-----

    NUM2=[1]; % NUMERADOR DA FUNÇÃO DE
TRANSFERÊNCIA;

    DEN2=[A B 1]; % DENOMINADOR DA FUNÇÃO DE
TRANSFERÊNCIASFERTENCIA;

    [MAG2 PHASE2 W]=Bode(NUM2,DEN2,w); % MATRIZ DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
GERADO PELA FUNÇÃO BODE COM O USO DO VETOR 'w';

    MAG2=20*log10(MAG2); % TRANSFORMA A MAGNITUDE PARA DB;

    %PLOT DA MAGNITUDE;

    figure(2);
    subplot(2,1,1);
    semilogx(w, MAG2, 'k');
    title(['Resposta em Frequência (Função Bode) para \omega_n=',
int2str(Omega_Zeta(1,1)) 'rad/seg e \zeta=', num2str(Omega_Zeta(2,1))]);
    xlabel('\omega (rad/seg)');
    ylabel('Relação de Amplitudes (db)');
    grid;

```

```

% PLOT DA FASE;

subplot(2,1,2);
semilogx(w,PHASE2,'k');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%GRÁFICO DA DIFERENÇA ENTRE AS RELACOES DE AMPLITUDE E FASE GERADOS
%ATRAVÉS DA FUNÇÃO BODE E OS GERADOS PELO SIMULINK DO SISTEMA DE SEGUNDA
%ORDEM
%-----

Dif_Seg=[w MAG2-Rel_Ampl_Seg PHASE2-F_Seg];
figure(3)
semilogx(w,Dif_Seg(:,3),'k-');
title('Diferença entre obtido com Filtro de Fourier e com uso da
função Bode ')
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Variação (Magnitude (db) e Fase (Graus)');
hold
semilogx(w,Dif_Seg(:,2),'k--');
legend('Fase', 'Magnitude',2);
grid;

%-----
%GRÁFICO DA MAGNITUDE E FASE DO SIMULINK PARA ONDA QUADRADA
%-----

else

figure(1)
subplot(2,1,1)
semilogx(w,Rel_Ampl_Quad, 'k');
axis([0.1 100 2 2.2]);
title('Magnitude e Fase da componete harmônica fundamenatal (Filtro de
Fourier)')
xlabel('\omega (rad/seg)')
ylabel('Magnitude (db)')
grid;

%PLOT DA FASE;

subplot(2,1,2);
semilogx(w,F_Quad, 'k');
axis([0.1 100 -1 1]);
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

```

```

%-----
%GRÁFICO DA MAGNITUDE E FASE DA COMPONENTE HARMÔNICA FUNDAMENTAL DA
%ONDA QUADRADA OBTIDO PELA FUNÇÃO BODE
%-----

%PLOT DA MAGNITUDE;

NUM_Quad=[4*A_input];      % NUMERADOR DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

DEN_Quad=[pi];             % DENOMINADOR DA FUNÇÃO DE
TRANSFERÊNCIASFERTENCIA

[MAG_Quad PHASE_Quad W]=bode(NUM_Quad,DEN_Quad,w); % MATRIZ DA
RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GERADO PELA FUNÇÃO BODE COM O USO DO VETOR 'w'

MAG_Quad=20*log10(MAG_Quad); % TRANSFORMA A MAGNITUDE PARA DB;

figure(2);
subplot(2,1,1);
semilogx(w, MAG_Quad, 'k');
title('Magnitude e Fase da componete harmônica fundamenatal (Fução
Bode)');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Magnitude (db)');
grid;

% PLOT DA FASE

subplot(2,1,2);
semilogx(w, PHASE_Quad, 'k');
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
grid;

%-----
%PLOT DA DIFERENCA ENTRE A MAGNITUDE E FASE TEÓRICO E OS GERADOS PELO
SIMULINK PARA ONDA QUADRADA
%-----

Dif_Quad=[w MAG_Quad-Rel_Ampl_Quad PHASE_Quad-F_Quad];
figure(3)
semilogx(w,Dif_Quad(:,3), 'k-');
title('Diferença entre obtido com Filtro de Fourier e com uso da
função Bode')
xlabel('\omega (rad/seg)');
ylabel('Variação (Magnitude (db) e Fase (Graus)');
hold
semilogx(w,Dif_Quad(:,2), 'k--');
legend('Fase', 'Magnitude', 2);
grid;

end

```


APÊNDICE B – PROGRAMA DO MATLAB PARA A SIMULAÇÃO DO SISTEMA HIDRÁULICO

```
% LIMPA O WORKSPACE E O COMAND WINDOW;
clear all; clc;

%-----
%                               % DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS
%-----
%VARIÁVEL PARA ARMAZENAR A RELAÇÃO DE AMPLITUDES (db)
Rel_Ampl=[];

%VARIÁVEL PARA ARMAZENAR O ÂNGULO DE FASE (graus)
F=[];

%VARIÁVEL PARA ARMAZENAR AS FREQUÊNCIAS DE EXCITAÇÃO DO SISTEMA (rad/s)
Omega=[];

%MATRIZ PARA ARMAZENAR A RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
Resp_Freq=[];

%-----
%                               % DIMENSÕES PRIMÁRIAS DO SISTEMA HIDRÁULICO PROPOSTO
%-----
%DIÂMETRO DO PISTÃO [m]
Dp=45E-3;

%DIÂMETRO DA HASTE [m]
Dh=12E-3;

%COMPRIMENTO DO PISTÃO [m]
Lp=75E-3;

%COMPRIMENTO DA CÂMARA 1 [m]
Lc1=15E-3;

%COMPRIMENTO DA HASTE [m]
Lh=60E-3;

%FOLGA RADIAL ENTRE O CILINDRO E O PISTÃO [m]
h=0.5E-3;
```

```
%COMPRIMENTO DO ORIFÍCIO [m]
Lo=45E-3;
```

```
%DIÂMETRO DO ORIFÍCIO [m]
Do=0.3E-3;
```

```
%-----
% CONSTANTES DO SISTEMA
```

```
%-----
% NÚMERO DE ORIFÍCIOS
N=7;
```

```
% MASSA ESPECÍFICA DO AÇO [Kg/m^3]
Ro=7850;
```

```
% BULK MODULUS EQUIVALENTE DO SISTEMA [Pa]
Be=2.06843E+8;% 6.89476E+8;
```

```
% VISCOSIDADE ABSOLUTA DO ÓLEO SHELL TELLUS 100 A 50 GRAUS CELSIUS
% (Kg/m.sec)
Mi=5.59E-02;
```

```
%-----
% CÁLCULO DE PARÂMETROS DO SISTEMA
```

```
%-----
%DIÂMETRO DO CILINDRO [m]
Dc=Dp+h;
```

```
%ÁREA DO CILINDRO [m^2]
Ac=(pi*(Dc^2))/4;
```

```
%ÁREA DO PISTÃO [m^2]
Ap=(pi*(Dp^2))/4;
```

```
%ÁREA DA HASTE [m^2]
Ah=(pi*(Dh^2))/4;
```

```
%ÁREA EFETIVA DO PISTÃO [m^2]
A=Ap-Ah;
```

```
%VOLUME DO PISTÃO [m^3]
Vp=Ap*Lp;
```

```
%VOLUME TOTAL DA HASTE [m^3]
Vh=Ah*Lh;
```

```
%VOLUME DA CÂMARA 1 (m^3)
Vc1=Ac*Lc1;
```

```
%VOLUME INICIAL DA HASTE IMERSA NO ÓLEO [m^3]
Vhi=Lc1*Ah;
```

```
%VOLUME INICIAL DE ÓLEO NA CÂMARA 1 [m^3]
Vo1=Vc1-Vhi;
```

```
%VOLUME INICIAL DE ÓLEO NA CÂMARA 2 [m^3]
Vo2=Vo1;
```

```

%VOLUME DE ÓLEO NA CÂMARA 3 [m^3]
Vo3=Vo2;

%VOLUME DE ÓLEO NA CÂMARA 4 [m^3]
Vo4=Vo3;

%MASSA DO PISTÃO [Kg]
Mp=Vp*Ro;

%MASSA DA HASTE [KG]
Mh=Vh*Ro;

%MASSA DO CONJUNTO PISTÃO-HASTE [KG]
M=Mp+(2*Mh);

%COEFICIENTE DE ATRITO VISCOSO [Kg/seg]
Bv=(pi*Dp*Lp*Ml)/h;

% LARGURA DO OIFÍCIO DESENVOLVIDO PARA A FOLGA RADIA ENTRE O PISTÃO E O
% CILINDRO (m)
L=pi*Dp;

%COEFICIENTE QUE RELACIONA VAZÃO PRESSÃO PARA ORIFÍCIO 1 (m^3/seg.Pa)
K1=((pi*(Do^4))/(128*Mi*Lo))*N;

%COEFICIENTE QUE RELACIONA VAZÃO PRESSÃO PARA ORIFÍCIO 2 (m^3/seg.Pa)
K2=K1;

%COEFICIENTE QUE RELACIONA VAZÃO PRESSÃO PARA ORIFÍCIO 3 (m^3/seg.Pa)
K3=((pi*(Do^4))/(128*Mi*Lo))*N;

%COEFICIENTE QUE RELACIONA VAZÃO PRESSÃO PARA ORIFÍCIO 4 (m^3/seg.Pa)
K4=((pi*(Do^4))/(128*Mi*Lo))*N;

%COEFICIENTE QUE RELACIONA VAZÃO PRESSÃO PARA ORIFÍCIO 5 (m^3/seg.Pa)
K5=K4;

%COEFICIENTE DE VAZÃO DE VAZAMENTO ENTRE O PISTÃO E O CILINDRO
% (m^3/seg.Pa)
Kv=(L*(h^3))/(12*Mi*Lp);

%COMPLIANCE DA CÂMARA 1 [m^3/Pa]
C1=Vo1/Be;

%COMPLIANCE DA CÂMARA 2 [m^3/Pa]
C2=C1;

%COMPLIANCE DA CÂMARA 3 [m^3/Pa]
C3=Vo3/Be;

%COMPLIANCE DA CÂMARA 4 [m^3/Pa]
C4=C3;

```



```

%-----
% PARÂMETROS DA SIMULAÇÃO
%-----
%TEMPO ESTIMADO PARA OS TRANSIENTES DESAPARECEREM [s]
Tempo_fim_trans=10;

%FAIXA DE FREQUÊNCIA DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA [rad/s]
w=[logspace(-1,2.30103)'];

%NÚMERO INTEIRO DE CICLOS PARA CÁLCULO DA INTEGRAL DE FOURIER
NCpermanente=50;

%-----
%INTERFACE COM O USUÁRIO
%-----
%PERGUNTA AO USUÁRIO A AMPLITUDE DA ENTRADA

Msg={'Amplitude da Excitação'};
Titulo1='Input';
NumeroLinhas=[1];
ValPreDef={'1'};
Amplitude=inputdlg(Msg, Titulo1, NumeroLinhas, ValPreDef);
A_input=str2double(Amplitude);

%-----
%LAÇO PARA OBTENÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA ATRAVÉS DO
% FILTRO DE FOURIER NO SIMULINK
%-----
% BARRA DE PROGRESSO
h=waitbar(0,'Em execucao, por favor aguarde...');

for i=1:length(w)

    %CALCULA O NÚMERO DE PASSOS DA BARRA DE PROGRESSO
    waitbar(i/length(w),h)

    W=w(i);

    % CALCULA O PERÍODO PARA CADA 'W' (EM SEGUNDOS)
    T=(2*pi)/W;

    %CALCULA O TEMPO PARA TERMINAR A SIMULAÇÃO
    Timefim=Tempo_fim_trans+(NCpermanente*T);

%CHAMA O ARQUIVO DO SIMULINK
sim('Amortecedor_Linear')

%-----
%ARMAZENAMENTO DOS DADOS
%-----
-
% RELAÇÃO DE AMPLITUDES (EM DB)
Rel_Ampl=[Rel_Ampl;RA(end)];

% FASE (EM GRAUS)

```

```

    F=[F;Fase(end)];
% VARIÁVEL AUXILIAR QUE ARMAZENA 'W
    Omega=[Omega;W];

% MATRIZ CONTENDO A RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
    Resp_Freq=[Omega Rel_Ampl F];

end
    close(h)

%-----
%                                % GERAÇÃO DOS GRÁFICOS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
%-----

%GRÁFICO DA MAGNITUDE

    figure(1)
    subplot(2,1,1)
    semilogx(w,Rel_Ampl, 'k');
    title('Resposta em Frequência')
    xlabel('\omega (rad/seg)')
    ylabel('Relação de Amplitudes (db)')
    grid;

%GRÁFICO DA FASE

    subplot(2,1,2);
    semilogx(w,F, 'k');
    xlabel('\omega (rad/seg)');
    ylabel(' Ângulo de Fase (Graus)');
    grid;

```

APÊNDICE C – PROGRAMA DO *SIMULINK* CONTENDO AS EQUAÇÕES DO MODELO

FIGURA C1 - Implementação da equação (5.14) no Simulink

FIGURA C2 - Implementação da equação (5.27) no Simulink

FIGURA C3 - Implementação da equação (5.29) no *Simulink*

FIGURA C4 - Implementação da equação (5.31) no *Simulink*

FIGURA C5 - Implementação da equação (5.33) no *Simulink*