UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**EQUACIONAMENTO DAS COMPONENTES
DO ERRO VOLUMÉTRICO
EM MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS
COORDENADAS**

ROSENDA VALDÉS ARENCIBIA

Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo

São Carlos

1999

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

V145e Valdés Arencibia, Rosenda
Equacionamento das componentes do erro volumétrico
em máquinas de medir a três coordenadas / Rosenda
Valdés Arencibia. -- São Carlos, 1999.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 1999.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo.

1. Máquinas de medir a três coordenadas. 2. Função
de transferência. 3. Calibração. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidata: Engenheira **ROSENDA VALDES ARENCIBIA**

Dissertação defendida e aprovada em 26-04-1999
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **BENEDITO DI GIACOMO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **MARIO FRANCISCO MUCHERONI**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **WALDEK WLADIMIR BOSE FILHO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador da Área de Engenharia Mecânica

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

*A todas as mães que para verem seus sonhos realizados tiveram a
necessidade de afastarem-se de seus filhos.*

Aos meus pais GERALDO e NILDA.

À minha filha WENDY.

AGRADECIMENTOS

Ao final deste trabalho, gostaria de expressar meus mais sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Benedito Di Giacomo pelos ensinamentos, orientação, apoio, incentivo e amizade durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Mario Francisco Mucheroni e Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo pelos valiosos comentários e discussões no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas Roxana M. M. Orrego e Vagner Augusto de Souza pela amizade, carinho, pelos momentos de alegria, pelo incentivo nos momentos difíceis e pela ajuda na parte experimental deste trabalho.

À Renata Belluzzo Zironi e Denise Vieira Sato pela amizade, pela ajuda, pelo incentivo e força.

Aos colegas de pós-graduação Alessandro, Fabrício, Roberto, Antonio Almeida, Fernando, Helder, Piratelli, Claudio, Marcello, Rosana, Alexandre, Diógenes, Aguinaldo e Juan Esteban pela amizade e apoio manifestado durante o transcorrer do trabalho.

À Luis Carlos Neves e aos funcionários da Oficina do LAMAFE Adão S. Bolsan, Luis Carlos Bruno, José Carlos Botelho e José Risardi pela amizade.

Ao CNPq pela bolsa concedida durante o desenvolvimento do projeto e ao Departamento de Engenharia Mecânica, Comissão de Pós Graduação e corpo administrativo.

À Revolução Cubana por me proporcionar a possibilidade de me especializar profissionalmente, sendo esta mais uma grande etapa de minha vida. E aos meus colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Pinar del Rio “Hermanos Zais Montes de Oca”.

A meus pais, irmãos e a Cecília pela ajuda e força.

E a todos aqueles que por esquecimento ou ausência deixaram de ser citados, os nossos agradecimentos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvii
 1 – INTRODUÇÃO.....	 1
 2 – FATORES QUE AFETAM A ACURACIDADE, ERROS, CALIBRAÇÃO E MODELAGEM EM MM3C	 6
2.1 - FATORES QUE AFETAM A ACURACIDADE DAS MM3Cs ...	6
2.1.1 – FATORES DE INFLUÊNCIA DEPENDENTES DA MM3C	7
2.1.2 - FATORES DE INFLUÊNCIA QUE INDEPENDEN DA MM3C	10
2.2 - ERROS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	12
2.3 - CALIBRAÇÃO DAS MM3Cs	16
2.3.1 - MÉTODOS INDIRETOS DE CALIBRAÇÃO DE ERROS EM MM3Cs	17
2.3.2 - MÉTODOS DIRETOS DE CALIBRAÇÃO DE ERROS EM MM3Cs	22
2.4 - MODELAGEM MATEMÁTICA DE ERROS DAS MM3Cs	25
2.5 – CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS	32

3 – CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS EM MM3C E ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS	38
3.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS EM MM3Cs QUANTO AO SEU COMPORTAMENTO	38
3.2- ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS EXPERIMENTAIS	41
3.2.1 - CONCEITOS BÁSICOS	41
3.3 - TÉCNICAS DE REGRESSÃO	49
3.3.1 - REGRESSÃO LINEAR SIMPLES	49
3.3.2 - REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA	56
 4 – DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA EM MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	 64
 5 – DESCRIÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO PARA A DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS	 70
5.1 – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS E SISTEMA DA MM3C ...	71
5.2 - EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO	75
5.2.1 – MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO PARA AS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO	76
5.2.2 – MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO PARA OS ERROS INDIVIDUAIS	80
5.3 – MÉTODOS DE MEDIÇÃO UTILIZADOS NA CALIBRAÇÃO	82
5.3.1 – DESCRIÇÃO DOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS DURANTE A CALIBRAÇÃO	83
5.3.2 – LEVANTAMENTO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO NA MM3C	84
5.4 – AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	90
5.4.1 – AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO MODELO	90
5.4.2 – COMPENSAÇÃO DOS ERROS EM DUAS	

DIAGONAIS DO VOLUME DE TRABALHO DA MÁQUINA	91
5.4.3 – AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA COMPARAÇÃO COM O MÉTODO NORMALIZADO ANSI/ASME B89.4.1 (1995)	92
6 – TESTES EXPERIMENTALES, RESULTADOS E DISCUÇÕES ..	104
6.1 – RESULTADO DA CALIBRAÇÃO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO NA MM3C	105
6.1.1 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “X”	105
6.1.2 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “Y”	107
6.1.3 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “Z”	109
6.2 – EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO DA MM3C	101
6.3 – AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	112
6.3.1 – AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO MODELO	113
6.3.2 – AVALIAÇÃO DO MODELO ATRAVÉS DA COMPENSAÇÃO DOS ERROS NAS DIAGONAIS	128
6.3.3 - AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO USANDO O MÉTODO NORMALIZADO ANSI/ASME B 89.4.1 (1995)	130
7 – CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	134
8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137

APÊNDICES

1 – REGRESSÃO NÃO LINEAR	142
2 – PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA SELECIONAR AS VARIÁVEIS MAIS SIGNIFICATIVAS NA REGRESSÃO “STEPWISE” (DRAPER & SMITH, 1966)	152
3 – MODELAGEM E CALIBRAÇÃO DOS ERROS GEOMÉTRICOS .	155
4 – ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA PROJEÇÃO DO ERRO VOLUMÉTRICO, NA DIREÇÃO DE MEDIÇÃO, NO RESULTADO FINAL DA COMPENSAÇÃO	181

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2: **FATORES, ERROS, CALIBRAÇÃO E MODELAGEM DE MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

Figura 2.1	Os seis erros geométricos para o eixo “X” (CARDOZA, 1995)	13
Figura 2.2	Erros de perpendicularidade (DI GIACOMO, 1986)	14
Figura 2.3	Montagem de barras de esferas durante a calibração .	18
Figura 2.4	Padrão volumétrico tetraédrico (CARDOZA, 1995)	21
Figura 2.5	Geratrizes no volume de trabalho de uma MM3C (BURDEKIN et al. 1994)	23
Figura 2.6	Sistema de coordenadas para o método de sintetização (DI GIACOMO, 1986)	24
Figura 2.7	Representação de um sistema	31
Figura 2.8	a) Sistema SISO, b) Sistema SIMO	36
Figura 2.9	a) Sistema MIMO, b) Sistema MISO	36
Figura 2.10	Representação dos tipos de entradas e saídas de um sistema	37

CAPÍTULO 3: **CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS E ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS**

Figura 3.1	Calibração hipotética de um dos erros geométricos (VIEIRA SATO, 1998)	40
Figura 3.2	Probabilidade de “x” pertencer ao intervalo (a,b)	43
Figura 3.3	Curva de distribuição normal de probabilidades	44

Figura 3.4	Representação da regressão linear simples	50
Figura 3.5	Reta de mínimos quadrados	53
Figura 3.6	Padrões que podem assumir os resíduos (DRAPER & SMITH, 1966)	55

CAPÍTULO 5: **DESCRIÇÃO DO METODO PROPOSTO PARA A DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA MM3C TIPO “PONTE MÓVEL”**

Figura 5.1	Representação do sistema da MM3C tipo “Ponte Móvel”	73
Figura 5.2	Representação da colocação do sistema zero	84
Figura 5.3	Representação dos diferentes planos de medição	85
Figura 5.4	Montagem do sistema interferométrico para medição do erro de posição nos eixos “X” e “Y”	87
Figura 5.5	Montagem do sistema interferométrico para medição do erro de posição no eixo “Z”	87
Figura 5.6	Montagem experimental para medição do erro de posição no eixo “Z”	89
Figura 5.7	Montagem experimental para medição do erro de posição do eixo “Y”	89
Figura 5.8	Representação das diagonais nas quais foi avaliado o modelo proposto	92
Figura 5.9	Posições recomendadas pela norma ANSI/ASME B 89.4.1, 1995 para posicionamento da barra de esferas, na calibração de MM3C	94
Figura 5.10	Representação das distâncias medida e real da barra de esferas	96
Figura 5.11	Barra de esferas no espaço	98
Figura 5.12	Cossenos diretores (BOULOS et al., 1987)	99
Figura 5.13	Representação do erro volumétrico final	100

Figura 5.14	Barra de esferas com suas dimensões (Piratelli, 1998)	112
Figura 5.15	Montagem da barra de esferas para medição de seu comprimento	101
Figura 5.16	Montagem da barra de esferas para a medição dos diâmetros das esferas	102

CAPÍTULO 6: **TESTES EXPERIMENTAIS, RESULTADOS E DISCUSÕES**

Figura 6.1	Superfícies Ex nos diferentes planos de medição	106
Figura 6.2	Superfícies Ey nos diferentes planos de medição	108
Figura 6.3	Superfícies Ez nos diferentes planos de medição	110
Figura 6.4	Resíduos da equação de regressão do eixo Ex	113
Figura 6.5	Resíduos de Ex em sequência temporal	114
Figura 6.6	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “Z”	115
Figura 6.7	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “Y”	115
Figura 6.8	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “X2”	115
Figura 6.9	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “Z2”	116
Figura 6.10	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “Y2”	116
Figura 6.11	Gráfico dos resíduos de Ex versus variável “XZ”	116
Figura 6.12	Gráfico de probabilidade normal dos resíduos de Ex	117
Figura 6.13	Histograma dos valores dos resíduos de Ex	118
Figura 6.14	Resíduos da equação de regressão de Ey	119
Figura 6.15	Resíduos de Ey em sequência temporal	119
Figura 6.16	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “X”	120
Figura 6.17	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “Z”	120
Figura 6.18	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “YX”	120
Figura 6.19	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “Y2”	121
Figura 6.20	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “X2”	121

Figura 6.21	Gráfico dos resíduos de Ey versus variável “Z2”	122
Figura 6.22	Gráfico de probabilidade normal dos resíduos de Ey ..	122
Figura 6.23	Histograma dos valores dos resíduos de Ey	123
Figura 6.24	Resíduos da equação de regressão de Ez.....	124
Figura 6.25	Resíduos de Ez em seqüência temporal	124
Figura 6.26	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “X”	125
Figura 6.27	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “Y”	125
Figura 6.28	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “Z2”	125
Figura 6.29	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “X2”	126
Figura 6.30	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “Y2”	126
Figura 6.31	Gráfico dos resíduos de Ez versus variável “ZX”	126
Figura 6.32	Histograma dos valores dos resíduos da equação de Ez	127
Figura 6.33	Gráfico de probabilidade normal dos resíduos de Ez .	127
Figura 6.34	Compensação do erro volumétrico na diagonal com sentido de movimentação positivo para os três eixos coordenados	129
Figura 6.35	Compensação do erro volumétrico na diagonal com sentido de movimentação negativo para o eixo “X” e positivo para “Y” e “Z”	130
Figura 6.36	Erros volumétricos médios resultados da comparação	131
Figura 6.37	Gráfico de probabilidade normal da distância residual	132
Figura 6.38	Histograma dos valores da distância residual	133

APÊNDICE 1 – **REGRESSÃO NÃO LINEAR**

Figura A1.1	Curva exponencial, a) crescente, b) decrescente.....	142
Figura A1.2	Regressão assintótica	145

APÊNDICE 3 – **MODELAGEM E MEDIÇÃO DOS ERROS INDIVIDUAIS**

Figura A3.1	Interferômetro laser com o prisma de Wollaston	156
Figura A3.2	Efeitos de desalinhamento na medição dos erros de retitude (VIEIRA SATO, 1998)	157
Figura A3.3	Montagem experimental para a calibração do erro de retitude do eixo “Y” na direção “X”	158
Figura A3.4	Interferômetro angular laser (BARREIRA, 1998).....	159
Figura A3.5	Sistema de medição do erro angular “Yaw” do eixo “X”	160
Figura A3.6	Medição com o nível eletrônico (Barreira, 1998)	161
Figura A3.7	Esquema básico de medição do erro de perpendicularidade entre dois eixos	163
Figura A3.8	Montagem do sistema para medir o erro de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Z”	164
Figura A3.9	Montagem do sistema para medir o erro de perpendicularidade entre os eixos “Y” e “Z”	165
Figura A3.10	Erro de posição do eixo “X”	167
Figura A3.11	Erro de posição do eixo “Y”	167
Figura A3.12	Erro de posição do eixo “Z”	168
Figura A3.13	Erro de retitude do eixo “X” na direção “Y”	170
Figura A3.14	Erro de retitude do eixo “X” na direção “Z”	170
Figura A3.15	Erro de retitude do eixo “Y” na direção “X”	172
Figura A3.16	Erro de retitude do eixo “Y” na direção “Z”	172
Figura A3.17	Erro de retitude do eixo “Z” na direção “X”	173
Figura A3.18	Erro de retitude do eixo “Z” na direção “Y”	173
Figura A3.19	Erro angular “Pitch” do eixo “X”	175
Figura A3.20	Erro angular “Pitch” do eixo “Y”	176
Figura A3.21	Erro angular “Pitch” do eixo “Z”	176
Figura A3.22	Erro angular “Yaw” do eixo “X”	177

Figura A3.23	Erro angular “Yaw” do eixo “Y”	178
Figura A3.24	Erro angular “Yaw” do eixo “Z”	178
Figura A3.25	Erro angular “Roll” do eixo “X”	179
Figura A3.26	Erro angular “Roll” do eixo “Y”	179

APÊNDICE 4 – ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA PROJEÇÃO DO ERRO VOLUMÉTRICO, NA DIREÇÃO DE MEDIÇÃO, NO RESULTADO FINAL DA COMPENSAÇÃO

Figura A4.1	Representação do primeiro caso	182
Figura A4.2	Representação do segundo caso	182
Figura A4.3	Representação do terceiro caso	183
Figura A4.4	Representação da diferença entre o erro volumétrico e sua projeção para diferentes módulos	184
Figura A4.5	Resultado da análise dos casos em uma diagonal	185

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Nomenclatura dos erros geométricos	15
Tabela 5.1	Informações técnicas sobre a MM3C	72
Tabela 5.2	Montagem dos dados para obter a equação do eixo “X”	76
Tabela 5.3	Montagem dos dados depois da inclusão das novas variáveis	79
Tabela 5.4	Conjuntos de dados dos erros geométricos	80
Tabela 5.5	Valores que representam os erros geométricos	81
Tabela 5.6	Características dos instrumentos utilizados para calibrar a MM3C (BARREIRA, 1998)	83
Tabela 5.7	Médias e desvios padrões em milímetros para os valores médios de L, D ₁ , D ₂ e para os valores calculados L _o	103
Tabela A3.1	Valores dos erros de perpendicularidade	181

LISTA DE SÍMBOLOS

a - constante.

a_3 - coeficiente de skewness.

a_4 - coeficiente de Kurtosis.

b - constante.

D_{BM} - dimensão da barra medida.

D_{BM} - dimensão padrão da barra de esferas.

D_1 e D_2 - diâmetros das esferas 1 e 2, respectivamente.

E_B - erro volumétrico residual.

E_{Bx} - projeção de E_x na direção da barra.

E_{By} - projeção de E_y na direção da barra.

E_{Bz} - projeção de E_z na direção da barra.

E_v - Erro volumétrico da MM3C.

E_x , E_y , E_z - Componentes do erro volumétrico da MM3C, na direção dos eixos "X", "Y" e "Z".

$f(q)$ - função.

H_0 - hipótese nula.

H_1 - hipótese alternativa.

L_0 - distância entre as extremidades da barra.

L - distância entre os centros da barra.

L_9 - arranjo fatorial proposto por Taguchi.

p - número de variáveis independentes na regressão linear múltipla.

Ψ - erro aleatório.

U_i - erro de histerese.

r^2 - coeficiente de correlação

X , Y , Z - variáveis experimentais.

X_0 , Y_0 , Z_0 - coordenadas do centro das esferas.

XY – interação entre as variáveis X e Y .
 XZ – interação entre as variáveis X e Z .
 YZ – interação entre as variáveis Y e Z .
 X^2 – variável de regressão
 Y^2 – variável de regressão
 Z^2 – variável de regressão
 σ^2 – variância do resíduo experimental.
 σ – erro sistemático.
 χ^2 – variável aleatória Qui-quadrado.
 t – variável aleatória padronizada t de Student.
 F – razão entre variáveis amostrais.
 $\bar{x}$ - média de uma amostra.
 s – desvio padrão amostral.
 μ - média de uma população.
 σ – desvio padrão de uma população.
 n – número de observações de uma amostra.
 N – número de observações de uma população.
 m_t – momento centrado de uma amostra, de ordem t .
 a_3 – coeficiente de skewness.
 a_4 – coeficiente de Kurtosis.
 u - rotações infinitesimais sobre o eixo X .
 v - rotações infinitesimais sobre o eixo Y .
 w - rotações infinitesimais sobre o eixo Z .
 Δu - Translações no eixo X .
 Δv - Translações no eixo Y .
 Δw - Translações no eixo Z .
 ∂ - nível de significância.
 $(1-\partial)$ – nível de confiança.
 ε_i – resíduos de regressão.
 ν – graus de liberdade.
 β_i – coeficientes de regressão.

δA - Matriz de transformação homogênea.

$\delta x(x)$ - erro de posição do eixo "X".

$\delta y(y)$ - erro de posição do eixo "Y".

$\delta z(z)$ - erro de posição do eixo "Z".

$\delta y(x)$ - erro de retitude do eixo "X" na direção "Y".

$\delta z(x)$ - erro de retitude do eixo "X" na direção "Z".

$\delta x(y)$ - erro de retitude do eixo "Y" na direção "X".

$\delta z(y)$ - erro de retitude do eixo "Y" na direção "Z".

$\delta x(z)$ - erro de retitude do eixo "Z" na direção "X".

$\delta y(z)$ - erro de retitude do eixo "Z" na direção "Y".

$\delta \theta y(x)$ - erro pitch do eixo "X".

$\delta \theta x(y)$ - erro pitch do eixo "Y".

$\delta \theta x(z)$ - erro pitch do eixo "Z".

$\delta \theta z(x)$ - erro yaw do eixo "X".

$\delta \theta z(y)$ - erro yaw do eixo "Y".

$\delta \theta y(z)$ - erro yaw do eixo "Z".

$\delta \theta x(x)$ - erro roll do eixo "X".

$\delta \theta y(y)$ - erro roll do eixo "Y".

$\delta \theta z(z)$ - erro roll do eixo "Z".

$\delta \theta x_0$ - erro de perpendicularidade entre os eixos "X" e "Y".

$\delta \theta y_0$ - erro de perpendicularidade entre os eixos "X" e "Z".

$\delta \theta z_0$ - erro de perpendicularidade entre os eixos "Z" e "X".

RESUMO

VALDÊS, A. R. *Equacionamento das Componentes do erro Volumétrico em Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. São Carlos, 1999. 199p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs) possuem erros inerentes à sua estrutura que afetam a exatidão e a repetibilidade das medições. Dos erros presentes nessas máquinas, os erros geométricos são, na maioria das vezes, os de maior influência. O resultado da combinação destes erros em cada uma das direções preferenciais é denominado componente do erro volumétrico. Assim, torna-se de vital importância conhecer a relação existente entre as variáveis envolvidas num processo de medição qualquer, ou seja, a relação entre as coordenadas dos pontos medidos, os erros geométricos e as componentes do erro volumétrico.

Diversos métodos foram propostos para modelar o comportamento dos erros nas MM3Cs. Entretanto não existem, ainda, modelos matemáticos obtidos a partir de dados experimentais que descrevam e caracterizem estes erros. Por tal motivo este trabalho apresenta uma metodologia geral para equacionar as componentes do erro volumétrico em MM3Cs, utilizando técnicas de regressão múltipla. Esta ferramenta permite de forma simples equacionar e prever o erro volumétrico da máquina avaliada.

A metodologia foi aplicada a uma MM3C do tipo “Ponte Móvel”. Foram obtidas três equações de regressão, uma para cada componente do erro, a partir de dados levantados através da calibração direta, especificamente o método do volume dividido. A adequabilidade do modelo foi avaliada estatisticamente. Os resultados obtidos foram discutidos e comparados com os resultados obtidos através da calibração utilizando-se uma barra de esferas, constatando-se uma excelente capacidade do modelo na previsão do erro total da máquina. Ainda, efetuou-se a

compensação do erro volumétrico em duas diagonais do volume de trabalho da máquina avaliada utilizando-se o modelo proposto. Neste caso o erro foi diminuído sensivelmente.

Palavras-chaves: Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs), função de transferência, calibração.

VALDÉS, A. R. *Equationing of Components of the Volumetric Error in Three Coordinates Measuring Machines*. São Carlos, 1999. 199p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

ABSTRACT

The accuracy and the repeatability of measurements of Three Coordinates Measuring Machines (CMM) are affected by several errors. Among them, geometrical errors are the most influents in the most experimental cases. The result of geometric errors combination in each of the preferentials directions is denominated of volumetric error components. Thus, its possible to know the existent relationship between coordinates of measured points and volumetric error components.

Several methods have been proposed to model the behavior of the volumetric error in CMM as a function of the X, Y and Z coordinates. However, sofar from experimental measurements of the volumetric error has bem proposed mathematical model for the descriptions and characterizations of errors was obtained. In this work is presented a general methodology to obtain a mathematical equation and prediction of them components of the volumetric errors, using multiple regression.

The methodology was applied at a of "Moving Bridge" CMM type. Were obtained three regression equations, one for each component of the error, starting from data collected by direct calibration, specifically by the divided volume method. The model was evaluated statistically. The simulated results were evaluated, discussed and compared with the results obtained through the ball bar calibration, showing an excellent capacity of the model in the prediction of the volumetric error of the machine. Besides was made the compensation of the volumetric error in two diagonals of the working volume of the appraised machine using the proposed model, in this case the error was minimized sensibly.

Keywords: Three Coordinates Measuring Machines (CMM), transfer function, calibration.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A época contemporânea, caracterizada por grandes descobertas científicas, um acelerado desenvolvimento tecnológico e uma economia cada vez mais globalizada, trouxe consigo a evolução dos processos produtivos. O caráter global das relações comerciais, a competitividade e a luta por maiores parcelas no mercado levaram os países a investirem na procura de novas tecnologias com o objetivo de aumentar a produtividade e a qualidade dos produtos. Como consequência disto, máquinas modernas de usinagem foram sendo incorporadas ao mundo industrializado onde os produtos são fabricados com tolerâncias cada vez mais estreitas e em maiores quantidades. Surgiu, assim, a necessidade de integrar a estes sistemas formas de controle de qualidade mais rápidas, precisas, flexíveis e confiáveis.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs) são encarregadas de satisfazer esta necessidade, pois podem ser definidas como aparelhos precisos e versáteis, que possuem a capacidade de medir coordenadas cartesianas dentro de um volume de trabalho delimitado por suas características físicas e geométricas (CARDOZA,

1995). Estas são compostas por guias e escalas de medição que simulam os eixos de um sistema cartesiano e por sensores, ou sistema apalpador, responsáveis por atingir os pontos a serem inspecionados. Ao sistema está incorporado, também, um microcomputador que reduz o tempo de inspeção de maneira considerável.

No passado, a inspeção das peças era efetuada separadamente por dimensão, forma, características da superfície e posição dos elementos geométricos. Atualmente com as Máquinas de Medir, diversas propriedades metrológicas de uma peça podem ser medidas (KUNZMANN, 1988). As MM3Cs representam o que de mais avançado há em equipamentos, utilizados no campo da metrologia moderna. Em consequência de sua simplicidade de operação, flexibilidade e acuracidade, é possível a medição de estruturas complexas com extrema rapidez e precisão. Pode-se dizer que estas máquinas revolucionaram a metrologia dimensional.

No entanto, o desempenho das MM3Cs fica limitado devido à presença dos braços de Abbé e às dificuldades de montagem de três eixos teoricamente ortogonais. Tudo isto é somado às imperfeições decorrentes dos processos de usinagem que se apresentam nos diversos componentes mecânicos que compõem o sistema. Estes fatores atuam de maneira conjunta, gerando os denominados erros geométricos, combinados de forma complexa por todo o volume de trabalho da máquina. O resultado dessa combinação é denominado erro volumétrico. Toda leitura, resultado de uma medição, terá envolvido esse erro volumétrico sendo necessário o desenvolvimento de metodologias para a minimização de erros e assim alcançar melhor desempenho durante a medição.

A acuracidade destas máquinas constitui uma preocupação pela dificuldade que se apresenta na definição e determinação das possíveis fontes de erros. KRENG (1994) propôs duas formas para

melhorar a acuracidade das mesmas. A primeira diz respeito à modificação dos elementos físicos da máquina, que em geral apresenta custos maiores que os benefícios alcançados; outra, a aplicação de programas computacionais para compensar os erros existentes. Esta é a técnica mais factível para minimizar os erros e manter precisão nas medições a custo conveniente.

Para a efetivação de rotinas de compensação de erros é necessário um conhecimento prévio do comportamento dos mesmos. Nas máquinas de medir as características e os valores numéricos dos erros podem ser determinadas através de procedimentos de calibração. Muitos estudos foram realizados neste sentido. Dentre todas as fontes possíveis de erros em MM3Cs, os erros geométricos são, atualmente, os que mais influenciam na acuracidade das mesmas. Apesar dos erros das MM3Cs terem sido largamente estudados, ainda hoje, não existe um modelo matemático, obtido a partir de dados experimentais, que relacione as entradas e as saídas do sistema “Máquina de Medir a Três Coordenadas”. Isto é o erro volumétrico para um ponto qualquer do seu volume de trabalho em função das coordenadas.

É também sabido que um bom modelo matemático, além de permitir uma eficiente compensação de erros através de programas computacionais, permitirá a rastreabilidade das medições além da determinação das incertezas de medição. Por tal motivo, considera-se que um modelo matemático relacionando as entradas e saídas do sistema Máquina de Medir a Três Coordenadas resultará de grande importância prática.

Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo a determinação de equações matemáticas que descrevam o comportamento das componentes do erro volumétrico para cada direção preferencial da MM3C. Ou seja, um modelo que relacione as entradas e as saídas do sistema Máquina de Medir e que torne

possível prever a resposta, isto é, o erro volumétrico para um ponto qualquer do volume de trabalho durante um processo genérico de medição. Pretende-se obter este modelo através do uso de técnicas de regressão múltipla.

As características e as grandezas das componentes do erro foram levantadas através do método de volume dividido. Para isto, o volume da máquina foi dividido e as posições de medição separadas de 25 mm para cada uma das direções preferenciais “X”, “Y” e “Z”, formando uma rede. O erro de posição foi medido em cada um dos pontos de cruzamento das geratrizes. Todos os pontos espaciais, dados pelas combinações X-Y-Z, para os quais foram levantados os erros, são considerados entradas do sistema. Os resultados das medições das componentes do erro volumétrico foram introduzidos como sendo as saídas.

A seguir é apresentada uma breve descrição do trabalho, o qual se constitui de sete capítulos. O segundo capítulo apresenta uma ampla revisão bibliográfica sobre as fontes de erros, os erros, a calibração e a modelagem da Máquina de Medir. A sua vez, o terceiro, oferece uma classificação dos erros em MM3Cs segundo seu comportamento. Também são apresentados alguns conceitos básicos de estatística e uma ampla explicação sobre técnicas de regressão.

No quarto capítulo é apresentada a proposta para a obtenção do modelo matemático desejado, que inclui: seleção e execução dos procedimentos de calibração do erro volumétrico; obtenção e avaliação do modelo proposto.

Em seguida, no capítulo cinco, estão descritos de forma detalhada os experimentos realizados, assim como a técnica de regressão utilizada no equacionamento matemático das componentes do erro volumétrico.

No capítulo seis são apresentados e discutidos os resultados experimentais. O método proposto é avaliado estatisticamente,

através da comparação com o método da norma ANSI/ASME B89.4.1 (1995). Além disso, efetua-se a compensação do erro volumétrico em duas diagonais do volume de trabalho da máquina. Como encerramento do trabalho, no sétimo capítulo, são dadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

FATORES QUE AFETAM A ACURACIDADE , ERROS, CALIBRAÇÃO E MODELAGEM EM MM3Cs

Toda leitura obtida como resultado de uma medição está, inevitavelmente, sujeita a erros (HERNÁNDEZ, 1986), o que significa que as dimensões indicadas pelo instrumento de medição diferem das dimensões reais do elemento. Nas MM3Cs estão presentes estes erros causados por fatores internos, ou seja, próprios das máquinas e fatores externos, produzidos pelo meio ambiente, os quais influenciam o desempenho e a acuracidade das mesmas. Para avaliar o desempenho das MM3Cs considera-se muito importante o conhecimento destes erros assim como seus fatores de influência (DI GIACOMO, 1986).

2.1 – FATORES QUE AFETAM A ACURACIDADE DAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS.

Segundo BURDEKIN (1981), os fatores que afetam a acuracidade das MM3Cs são:

- ◇ erros devido à geometria e à cinemática da máquina. Estes erros são denominados erros geométricos, pois introduzem graus de liberdade não desejados;
- ◇ erros devido às deformações causadas pela variação da temperatura;
- ◇ erros devido às forças estáticas, entre elas o peso próprio dos componentes da máquina e das peças a serem medidas;
- ◇ erros devido ao sistema de medição ou sonda.

No entanto, outros autores consideram que além destes fatores, a integridade dos programas computacionais constituem, também, uma fonte de erros importante e deve ser considerada, (CARDOZA, 1995; MARTINEZ, 1997). A seguir estão apresentados os fatores que afetam a acuracidade das Máquinas de Medir em dois grupos. No primeiro grupo, aqueles fatores de influência que são dependentes das MM3Cs e no segundo os independentes.

2.1.1 – FATORES DE INFLUÊNCIA DEPENDENTES DA MM3C.

➤ Transgressão do princípio de Abbé

O projeto das MM3Cs não obedece o princípio de Abbé (1890), conhecido também como “O primeiro princípio de projeto de Máquinas Ferramentas e de Medir”. O princípio de Abbé diz: “A linha de referência de um sistema de medição deve ser coincidente com a linha de medição da peça”. Se isto não for possível os resultados das medições serão afetados por um erro, denominado “erro de Abbé”. O erro de Abbé depende da distância entre a posição do ponto que se está medindo e a escala do seu respectivo eixo. Esta distância é conhecida como “braço de Abbé”. A medição de uma grandeza com a presença de “braços de Abbé”

constitui uma transgressão do princípio e impõe sobre ela a presença de erros.

➤ **Forças estáticas**

As Máquinas de Medir apresentam um conjunto de elementos móveis que mudam continuamente de posição dentro do volume de trabalho das mesmas. Desta forma, o centro de gravidade da estrutura pode ocupar diversas posições provocando variações dos estados de deformação da máquina. Os esforços internos que se produzem em cada um dos componentes da máquina variam de posição e de grandeza continuamente e, portanto, podem afetar a grandeza dos erros geométricos.

Os elementos que compõem uma Máquina de Medir podem sofrer deformações, produto da ação do próprio peso, produzindo-se modificações nos erros geométricos. A grandeza destes erros depende essencialmente do projeto da estrutura e da sua rigidez.

➤ **Desempeno de referência**

A peça sujeita à medição é colocada sobre um suporte, o desempenho, e o erro de planicidade do mesmo deve estar dentro dos limites estabelecidos para que cumpra sua função como superfície de referência e de suporte rígido. Desta maneira são evitados erros sistemáticos grandes.

➤ **Forma das guias**

Os erros de forma e posição podem ser entendidos como erros macrogeométricos que sempre ocorrem durante os processos de usinagem. São causados por imperfeições na geometria da máquina, pelos defeitos dos mancais e das árvores. São exemplo desses erros os desvios de retilidade, planicidade, cilindridade, paralelismo,

concentricidade, etc. É sabido que as guias das MM3Cs apresentam estes erros de forma e posição que influenciam de maneira considerável a precisão de medição, pelo que deve-se procurar diminuí-los ao máximo.

➤ **Sistema apalpador**

O sistema apalpador ou sonda de medição permite definir os pontos a serem medidos, podem ser classificados em dois grupos: as sondas de contato, que definem os pontos através de contato físico da sonda com a superfície da peça, entre elas têm-se a sonda rígida e a sonda de gatilhamento; e as sondas sem contato que definem os pontos de medição, sem contato físico, tais como as do tipo laser e as do tipo sistema de visão.

➤ **Programas computacionais**

Os programas computacionais em MM3Cs são utilizados para obter e armazenar os valores das coordenadas dos pontos da superfície da peça objeto de medição. Se estes programas não forem cuidadosamente preparados eles podem gerar erros numéricos.

Para avaliar o comportamento dos valores calculados e apresentados pelo programa podem-se utilizar padrões volumétricos virtuais onde uma série de coordenadas de pontos de uma superfície imaginária é simulada na MM3C. Desta forma os programas computacionais podem ser avaliados (PIRATELLI 1997) e eventuais erros evitados ou minimizados.

2.1.2 – FATORES DE INFLUÊNCIA QUE INDEPENDEM DA MM3C.

➤ **Propriedades físicas e mecânicas da peça**

As propriedades da peça a serem medidas podem influenciar o resultado da medição. As peças de baixa dureza, por exemplo, podem

sofrer deformações temporárias ou permanentes ao entrar em contato com a esfera da sonda modificando as coordenadas medidas. As propriedades de acabamento da peça como tolerância dimensional, tolerância de forma, acabamento superficial e rebarbas produzem erros na medição alterando os resultados medidos.

➤ **Peso próprio da peça**

Devido ao fato da peça sujeita a medição estar posicionada sobre o desempenho é preciso procurar uma boa distribuição do seu peso próprio, evitando concentração de tensões e deformações da estrutura da máquina. Estas deformações, da mesma forma que aquelas provocadas pelo peso próprio, podem modificar os resultados das medições.

Existem especificações com relação ao limite máximo de peso a ser colocado sobre o desempenho de uma MM3C. Estas indicações devem ser obedecidas rigorosamente.

➤ **Condições ambientais**

As MM3Cs, como qualquer sistema de medição, são sensíveis às mudanças nas condições ambientais e como consequência os valores dos erros individuais não permanecem fixos. De todas as condições ambientais, são as mudanças de temperatura que produzem os maiores efeitos sobre a acuracidade e repetibilidade das Máquinas de Medir. De acordo com normas internacionais, as medições devem ser efetuadas a uma temperatura de 20 °C, definida como a temperatura padrão. Quando a temperatura é alterada, acontecem variações nos comprimentos das escalas de medição, na peça a ser medida e na estrutura da MM3C. Estas variações acontecem devido ao fenômeno de dilatação e ao efeito do gradiente térmico e induzem, assim, os denominados erros térmicos.

É possível fazer uma compensação dos efeitos térmicos através da correção dos erros na medição. No entanto, os resultados não serão tão precisos quanto para medições feitas a 20 °C.

Segundo CARDOZA (1995), são desenvolvidos diferentes métodos para reduzir a influência térmica nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas:

- ◇ uso de materiais e técnicas de projeto que consigam minimizar as interferências térmicas;
- ◇ compensação através de programas computacionais dos efeitos significativos devido as interferências térmicas.

Pode-se destacar que na atualidade, ainda, não existem métodos que evitem completamente o efeito da temperatura.

➤ **Vibrações**

Forças externas transmitidas pelo ar ou pelo solo produzem movimentos no suporte, na base de isolamento onde a máquina se encontra, afetando a repetibilidade e a acuracidade das medições. Caso as vibrações tenham amplitudes consideráveis, provocarão movimentos relativos entre a sonda, os eixos da máquina e a peça objeto de medição. Por essa razão, é muito importante a determinação cuidadosa da grandeza das vibrações nas proximidades do lugar onde será instalada a máquina. Neste aspecto, os fabricantes de MM3Cs tem quantificado o máximo valor das vibrações e sugerido formas de instalação, a fim de que suas máquinas sejam capazes de resistir os efeitos externos sem que se afete seu desempenho.

➤ **Outros fatores**

Outros fatores que afetam a precisão das MM3Cs e cujos efeitos são fáceis de evitar são:

- ◇ energia elétrica - os níveis de tensão devem estar de acordo com os padrões dados pelos fabricantes das máquinas, isto é, sem a presença de ruído elétrico e aterramento adequado;
- ◇ ar comprimido - a qualidade do ar fornecido para a máquina deve cumprir determinadas especificações, caso contrário, afeta-se o desempenho e a vida útil da mesma. O ar deve ter uma temperatura estável, livre de partículas de óleo e água para evitar deformações nas guias, aumento do atrito e desgaste acelerado;
- ◇ partículas suspensas no ar - a umidade relativa e a pressão atmosférica devem ser controlados adequadamente.

2.2 – ERROS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS.

Como já mencionado, nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas estão presentes diversos tipos de erros que influenciam a repetibilidade e a acuracidade das medições. Dentre eles: erros geométricos, erros termicamente induzidos, erros dinâmicos, erros quase-estáticos, erros dos programas computacionais e erros de sonda. É sabido que os erros geométricos constituem a maior fonte de inexatidões nas MM3Cs. Por este motivo presta-se a eles uma atenção especial.

Para o estudo dos erros geométricos, os elementos móveis da MM3C são considerados como sendo corpos rígidos. Desta forma, para cada elemento móvel é permitido um movimento linear em uma direção preferencial, ficando eliminados 5 de seus 6 graus de liberdade por restrições cinemáticas. Aqueles erros de geometria que causam movimentos indesejáveis nas direções não preferenciais são denominados erros geométricos.

Segundo a ANSI/ASME B89.1.12 M (1990), durante o movimento de um carro em uma determinada direção, por exemplo a direção “X” (Figura 2.1), pode-se observar que a leitura na escala do eixo “X” não indica o valor exato do deslocamento experimentado pelo carro. O erro cometido é denominado erro de posição e pode ser determinado pela diferença entre os valores lido e o verdadeiro.

Figura 2.1: Os seis erros geométricos para o eixo “X”.

Os movimentos de translação não desejados, que o carro experimenta nas direções dos eixos “Y” e “Z”, são denominados “erro de retilíneidade na direção “Y” devido à translação no eixo “X””, e “erro de retilíneidade na direção “Z” devido à translação no eixo “X””, respectivamente. Durante o deslocamento do carro na direção “X” ocorrem, também, movimentos rotacionais indesejáveis em torno de cada um dos três eixos de referência. Estas rotações são denominadas “roll”, se esta for em torno do eixo “X”, “pitch”, se em torno do eixo “Y” e “yaw” quando em torno do eixo “Z”.

Em geral durante a translação de cada um dos carros ocorrem 6 erros geométricos: um erro de posição, dois erros de retitude e três erros

de rotação, somando um total de 18 erros geométricos para aquelas máquinas com o número de eixos igual a três. Estes erros geométricos também são chamados erros paramétricos por serem na maioria das vezes apresentados na forma paramétrica, isto é, parametrizados na posição.

Somam-se a estes erros outros três gerados pela impossibilidade da montagem de três eixos perfeitamente ortogonais, que são denominados “erros de perpendicularidade” ou não paramétricos, dependentes da relação entre componentes (Figura 2.2). Dessa maneira totalizam-se 21 erros geométricos.

Figura 2.2: Erros de perpendicularidade
(DI GIACOMO, 1986).

Define-se como erro de perpendicularidade entre “ X_o ” e “ Y_o ” o ângulo formado entre os eixos “Y” e “ Y_o ”, conforme mostrado na Figura 2.2. O erro de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Z” é dado pelo ângulo observado entre a projeção do eixo “ Z_o ” no plano “XZ” e o eixo “Z”. Finalmente, o erro de perpendicularidade entre os eixos “Y” e “Z” será o ângulo formado entre o eixo “Z” e a projeção de “ Z_o ” no plano “ZY”. O eixo “X” é tomado como referência, $X=X_o$.

Resumindo.

$\delta\theta_{xy}$ é o erro de perpendicularidade entre “X” e “Y”.

$\delta\theta_{xz}$ é o erro de perpendicularidade entre “X” e “Z”.

$\delta\theta_{yz}$ é o erro de perpendicularidade entre “Y” e “Z”.

A seguir é apresentada a nomenclatura, usada neste trabalho, para os erros geométricos.

Tabela 2.1: Nomenclatura utilizada para os erros geométricos na MM3C.

NOTAÇÃO DOS ERROS GEOMÉTRICOS DA MM3C			
Direção	X	Y	Z
Posição	$\delta x(x)$	$\delta y(y)$	$\delta z(z)$
Retitude	$\delta y(x) \delta z(x)$	$\delta x(y) \delta z(y)$	$\delta x(z) \delta y(z)$
Pitch	$\delta\theta y(x)$	$\delta\theta x(y)$	$\delta\theta x(z)$
Yaw	$\delta\theta z(x)$	$\delta\theta z(y)$	$\delta\theta y(z)$
Roll	$\delta\theta x(x)$	$\delta\theta y(y)$	$\delta\theta z(z)$
Perpendicularidade	$\delta\theta xy$	$\delta\theta xz$	$\delta\theta yz$

O resultado da combinação dos 21 erros geométricos nas direções preferenciais “X”, “Y” e “Z” é denominado componentes do erro volumétrico, E_x , E_y e E_z , respectivamente. Uma vez conhecidas estas componentes o erro volumétrico, denotado por E_v , pode ser calculado pela Eq. (2.1).

$$E_v = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad (2.1)$$

As características e grandezas das componentes do erro volumétrico e dos 21 erros geométricos podem ser levantadas através de procedimentos de calibração.

2.3 - CALIBRAÇÃO DE MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS.

As técnicas de calibração possuem papel muito importante na avaliação do desempenho metrológico das MM3Cs. A calibração pode ser efetuada através de instrumentos, ou padrões de referência, com precisão de uma ordem de grandeza maior que a da máquina. Para se ter maior confiabilidade nas medições, esses artefatos padrões devem, por sua vez, também ser calibrados com instrumentos ainda mais precisos,. Se continuarmos este procedimento até a calibração contra o padrão de comprimento internacionalmente aceito, o metro, pode se dizer que o instrumento objeto de calibração pertence à cadeia de rastreabilidade e que as medições nele realizadas são rastreáveis. Atualmente, o relógio atômico é utilizado para o estabelecimento do metro padrão.

Segundo BURDEKIN (1981), os erros de um ponto de prova podem ser avaliados através de três métodos: método dos padrões volumétricos; método do volume dividido e o método de sintetização. A partir destes métodos duas linhas de pesquisas podem ser definidas. A primeira, chamada de calibração indireta, que abrange aqueles métodos que usam um padrão volumétrico como referência. A segunda linha, chamada de calibração direta, agrupa os métodos do volume dividido e o de sintetização.

2.3.1 - MÉTODOS INDIRETOS DE CALIBRAÇÃO DE ERROS EM MM3Cs.

A primeira tentativa na determinação dos erros individuais levou ao uso de artefatos padrões, cujas dimensões e incertezas fossem conhecidas, surgindo desta maneira o que conhecemos hoje como

métodos indiretos de calibração. Estes artefatos apresentam diversas formas e dimensões, desde as mais simples como os blocos padrões, as barras de esferas, até estruturas volumétricas mais complexas. Os artefatos utilizados como referência devem possuir grande estabilidade dimensional.

Durante uma calibração pela aplicação de um método indireto a máquina, objeto de calibração, mede as dimensões padrões de um artefato pré calibrado em determinadas posições e orientações dentro do volume de trabalho. Neste caso, o erro é definido como sendo a diferença entre as dimensões padrões já conhecidas e as dimensões medidas com a máquina. O erro obtido deste modo leva em consideração todas as fontes possíveis de erros. Entretanto, este método não oferece detalhes dos erros, permitindo que se tenha somente uma idéia geral da acuracidade da máquina.

PEGGS (1989), classifica os artefatos padrões segundo o número de coordenadas espaciais associadas a suas características calibradas:

- ◇ Artefatos uni-dimensionais, como por exemplo, blocos-padrão e padrão passo-a-passo, que são fáceis de calibrar com grande acuracidade.
- ◇ Artefatos bi-dimensionais, como por exemplo, padrões de círculos.
- ◇ Artefatos tri-dimensionais que apresentam configurações mais complexas, como por exemplo, as estruturas tetraédricas.

A seguir estão apresentadas algumas características de alguns destes artefatos.

➤ **Barra de Esferas**

A barra de esferas (Figura 2.3) é um dispositivo simples. Ela consiste de uma barra rígida conectando duas esferas. É um dos artefatos mais utilizados para determinação dos erros em MM3Cs de

modo simples e econômico. Diversos são os métodos de calibração com barras de esferas que foram desenvolvidos como testes de aceitação de máquinas e para a verificação periódica de sua incerteza.

A norma ANSI/ASME B 89.1.12 M (1990) especifica que a distância entre os centros das esferas não deve ser superior a 900 mm e que o comprimento das mesmas seja 100 mm menor que o maior eixo da máquina. Os materiais para a barra devem apresentar determinadas características, tais como: baixa densidade e elevada resistência à corrosão e à esforços de atrito além de baixa sensibilidade a mudanças de temperatura. As esferas por sua vez devem apresentar bom acabamento superficial e erros de esfericidade muito pequenos.

Figura 2.3: Montagem da Barra de esferas durante a calibração.

Segundo BRYAN (1982), usando de barras de esferas é possível uma rápida e precisa indicação da acuracidade bi- ou tri-dimensional das Máquinas de Medir. Dois tipos de barras foram desenvolvidos: a

barra de esferas magnética fixa (BEMF) e a barra de esferas magnética telescópica (BEMT).

O procedimento de calibração com a barra de esferas consiste em posicionar e orientar a barra estrategicamente no volume de trabalho. Em seguida executam-se medições da distância entre os centros das esferas. O erro é determinado como sendo a diferença entre a distância medida e a distância padrão já conhecida. Os testes com barras de esferas são rápidos, mas não completos. Portanto, dependendo do tipo da máquina são necessários, ainda, testes de retitude, perpendicularidade e paralelismo. Este método permite obter informações sobre possíveis erros sistemáticos e sobre a repetibilidade da máquina, proporcionando ainda um diagnóstico subjetivo das fontes de erros.

ZHANG (1985), apresenta um método para determinar os 21 erros geométricos das MM3Cs mediante o uso de esferas alinhadas num mesmo eixo. Estas esferas, igualmente espaçadas, permanecem fixas a uma barra rígida. O procedimento de calibração é efetuado com baixo custo e alta eficiência.

➤ **Padrão Placa de Esferas**

Este artefato apresenta elevado custo de construção e calibração. Consiste de um conjunto de esferas padrões de igual diâmetro nominal, colocadas simetricamente sobre uma base que determina um plano de referência. As distâncias entre os centros das esferas são pré-calibradas.

A calibração, usando placa de esferas, consiste em posicionar o artefato no volume de trabalho da máquina com a posterior medição da distância entre centros das esferas. Este procedimento é repetido para uma nova posição. As diferenças entre os resultados das medições e a distância padrão são os erros da máquina.

O erro de posição pode ser medido com o padrão alinhado aos eixos. O erro de retitude pode ser levantado com o padrão inclinado 45° com relação aos eixos coordenados. Os erros angulares, “pitch” e “yaw” podem ser levantados com a medição do padrão em diferentes braços de Abbé. Por sua parte os erros de ortogonalidade podem ser levantados medindo o padrão inclinado a 45° em relação aos eixos observados.

➤ **Padrão de Círculos**

Muito similar ao padrão de esferas, o padrão de círculos consta de um conjunto de círculos padrões posicionados simetricamente sobre uma base que determina um plano comum para todos eles. A distância entre os centros dos círculos deve ser pré-calibrada.

A medição da posição relativa dos centros dos círculos é efetuada para cada uma das posições do padrão por todo o volume de trabalho. As diferenças observadas nas medições dessas distâncias serão tomadas como erros.

➤ **Círculo Padrão**

Artefato mecânico cuja forma geométrica é um círculo. Ele é posicionado e orientado no volume de trabalho de forma tal que seu perímetro possa ser varrido por uma sonda. Os dados resultantes da medição permitem determinar o diâmetro do círculo. A comparação dos resultados com a geometria ideal do padrão permite determinar os erros geométricos da máquina.

➤ **Padrão Passo a Passo**

Os padrões passo a passo constam de um conjunto de blocos padrões colocados em linha sobre uma guia, de forma tal, que a posição de cada um deles determina uma distância padrão. O procedimento de calibração usando estes artefatos é realizado em um período de tempo

bastante curto, fazendo que eles sejam muito utilizados pelos usuários, principalmente para avaliar a acuracidade linear das máquinas.

➤ Padrão Volumétrico Tetraédrico

Artefato mecânico construído com esferas acopladas umas às outras através de barras (Figura 2.4), formando a figura geométrica de um tetraedro (CARDOZA, 1995).

O uso destes tipos de artefatos permite a avaliação conjunta de vários erros geométricos das MM3Cs. Apresentam elevado custo de fabricação por tal motivo seu uso fica restrito.

Figura 2.4: Padrão Volumétrico Tetraédrico.

Todos estes artefatos citados têm sido estudados por muitos pesquisadores, com o objetivo de se obter um novo padrão, que reúna as principais vantagens dos já existentes. Em geral os métodos indiretos de calibração são os mais indicados para inspeção periódica feita pelo usuário, pois exigem um tempo relativamente pequeno para sua

realização, e são de baixo custo quando comparados com a calibração direta. O fato de não permitir uma análise quantitativa dos dados constitui a maior limitação destes métodos.

2.3.2 – MÉTODOS DIRETOS DE CALIBRAÇÃO DE ERROS EM MM3Cs.

Estes métodos surgem com o objetivo de superar a limitação da calibração indireta, que consiste na impossibilidade de analisar quantitativamente o desempenho das MM3Cs e principalmente poder diagnosticar fontes de erros e fatores de influência.

O método do volume dividido consiste na medição do erro ao longo de linhas retas paralelas às três direções preferenciais, formando uma rede por todo o volume de trabalho (Figura 2.5). As distâncias reais entre pontos sucessivos são medidas usando um comprimento padrão como referência. Depois, cada medição é relacionada a um sistema de coordenadas de referência. As coordenadas reais de cada ponto da rede são comparadas com as nominais.

Este método é considerado uma excelente técnica de calibração para fins de diagnóstico e para a construção de sistemas de compensação de erros. Entretanto, ele apresenta uma limitação pois consome um longo tempo para sua realização, onde mudanças de temperatura podem afetar a acuracidade das medições.

O método do volume dividido é o método de calibração mais rigoroso que existe, não precisando da suposição do comportamento da estrutura em termos da cinemática do corpo rígido. Como resultado disto, obtém-se o mapa geral do comportamento do erro volumétrico.

Figura 2.5: Geratrizes no volume de trabalho de uma MM3C.

Na aplicação do método de sintetização ou paramétrico, a estrutura da máquina é representada através de um modelo matemático baseado nos princípios da análise do corpo rígido. Cada erro geométrico é medido de maneira individual e os resultados são substituídos no modelo. Para cada ponto dentro do volume de trabalho o erro volumétrico pode então ser calculado.

Na Figura 2.6, apresenta-se o sistema de coordenadas de uma MM3C tipo Ponte Móvel para a sintetização. Dependendo do tipo e da montagem da sonda a ser utilizada, o número de calibrações a serem realizadas pode variar. As componentes sistemáticas do erro, E_x , E_y e E_z , para um ponto qualquer dentro do volume de trabalho da máquina podem ser determinadas pelas equações de sintetização. Da mesma forma pode ser determinada a posição do ponto com relação à origem.

O método de sintetização, por sua vez, apresenta vantagens, pois com um número relativamente pequeno de testes permite o cálculo das

componentes do erro volumétrico sem perder a propriedade de diagnóstico.

Figura 2.6 Sistema de coordenadas para o método de sintetização (DI GIACOMO, 1986).

Segundo BURDEKIN (1981), quando compara-se o método de sintetização com o método do volume dividido, o tempo de calibração aqui é diminuído consideravelmente.

Resumindo, se pode dizer que os métodos diretos possuem grande poder de diagnóstico, permitindo a identificação das fontes de erros e das imperfeições geométricas da máquina. Os dados, resultados da calibração direta, são apropriados para uma correção de erros através de programas computacionais. Quando comparados com os métodos indiretos eles oferecem maior quantidade de informação sobre o desempenho das MM3Cs.

A principal desvantagem, porém, é a quantidade de tempo requerida para sua realização, razão pela qual o uso dos mesmos fica limitado nas normas a situações especiais. Eles não aparecem especificados como testes de calibração.

Cada um dos métodos de calibração estudados, calibração direta ou indireta, apresenta vantagens e desvantagens. Por isso, na

atualidade fala-se de métodos híbridos, conhecidos também como sistemas universais de calibração, que tentam combinar simplicidade, rapidez e baixo custo com análise quantitativa (MARTINEZ, 1997).

2.4 – MODELAGEM MATEMÁTICA DE ERROS DAS MM3Cs.

A modelagem das Máquinas de Medir a Três Coordenadas tem crescido na sua importância, pois através de modelos matemáticos é possível determinar a grandeza e o comportamento dos erros com o objetivo de compensá-los. Durante muitos anos, tem-se dedicado tempo e esforço à modelagem matemática das MM3Cs e técnicas variadas tem sido utilizadas para este fim. A seguir oferece-se uma breve explicação de algumas destas técnicas.

➤ Análise Vetorial:

Através de vetores é possível se apresentar os caminhos de medição. Desta forma, o erro volumétrico é definido como a diferença vetorial entre os vetores que descrevem os caminhos de medição com e sem erros.

ZHANG et al. (1985), através da análise vetorial, baseado na teoria do corpo rígido, obteve um modelo para descrever os erros em uma MM3C do tipo “Ponte Móvel”. Este modelo tem a finalidade de compensar os erros geométricos e o efeito da dilatação térmica das escalas de medição

➤ Transformadas Homogêneas:

As técnicas de transformação homogênea foram introduzidas por Denavit-Hartenberg em 1955. Através desta técnica e mediante o uso de matrizes de transformação 4x4, é possível representar movimentos de translação, de rotação ou a combinação desses dois. Desta forma,

podem-se estabelecer as relações entre partes móveis de um mecanismo e um sistema de coordenadas de referência.

Cada componente da máquina que sofre rotações e translações com relação a um sistema de coordenadas absoluto pode ser representado por um sistema de coordenadas intermediário. Desta forma, através de vetores e matrizes é desenvolvida uma sistemática que generaliza a representação da posição e a orientação da sonda da Máquina de Medir em relação a um sistema de coordenadas de referência. A definição do comportamento cinemático da máquina consiste na determinação das matrizes de transformação homogêneas dos diferentes sistemas de coordenadas, com referência a um sistema de coordenadas fixo.

A matriz 4x4 utilizada para determinar a posição de um corpo rígido com relação a um sistema de coordenadas fixo é dada na Eq. (2.2), onde u , v e w representam rotações infinitesimais sobre os eixos X, Y e Z, respectivamente, e Δu , Δv e Δw são translações sobre os eixos.

$$\delta A = \begin{bmatrix} 1 & -w & v & \Delta u \\ w & 1 & -u & \Delta v \\ -v & w & 1 & \Delta w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Os valores de u , v e w , Δu , Δv e Δw são funções da posição ao longo de um eixo.

HOCKEN et al. (1997), apresentaram os resultados de uma pesquisa realizada com uma Máquina de Medir a Três Coordenadas controlada por computador. Foram utilizadas na ocasião as matrizes de transformação para modelar os erros da máquina.

DI GIACOMO et al. (1997), utilizando técnica de transformações homogêneas, modelaram MM3Cs com o objetivo de determinar a

influência dos termos de segunda ordem no erro volumétrico. Dois modelos foram desenvolvidos, um deles incluindo os termos de segunda ordem e um outro não. Como resultado tem-se que a inclusão dos termos de segunda ordem nos modelos acarreta uma diferença menor que 1 nm. Isto mostrou que eles podem ser desprezados, por enquanto, pois os valores esperados para os erros volumétricos são da ordem dos μm . Num futuro próximo os termos de segunda ordem talvez não sejam mais desprezados, com o desenvolvimento da nano-tecnologia.

As transformações homogêneas tem sido utilizadas com sucesso na compensação de erros em máquinas ferramentas e em robótica, por Portman V.T. (19), Ferreira P. M. (19), Kim K.(19), Soon J. A (19), Donmez M. A (19) entre outros. Constituem uma poderosa ferramenta matemática, com relativa facilidade de uso.

➤ **Análise Geométrica:**

Através da análise geométrica da estrutura é verificada a parcela de contribuição de cada erro individual nas componentes do erro volumétrico. A soma algébrica de tais parcelas para cada um dos eixos forma as denominadas equações de sintetização.

➤ **Redes Neurais:**

O método computacional que utiliza uma rede de processadores muito simples, chamados nós, densamente interligados é conhecido como redes neurais. Os nós constituem os elementos básicos em uma rede neural. O termo “rede neural” tem como origem o fato de que os nós terem sido inspirados nos neurônios biológicos.

As redes neurais são caracterizadas por:

- ◊ Flexibilidade: ajusta-se facilmente a um novo ambiente através de aprendizado, sem a necessidade de reprogramação.

- ◇ Tolerância a falhas: os nós adjacentes podem assumir funções anteriormente desempenhadas por um nó defeituoso.
- ◇ Capacidade de lidar com dados inconsistentes e ruidosos.

Cada nó é constituído de N entradas (X_0 a X_{n-1}), além, de uma entrada com valor fixo de 1. Cada entrada é multiplicada por um coeficiente denominado peso (W_0 a W_{n-1}) e a entrada com valor fixo é multiplicada por um coeficiente denominado “offset” (θ), sendo posteriormente somados.

Para o nó da saída, a função linear utilizada é a identidade ($f(q)=q$). Para os nós da camada oculta, utiliza-se a função não linear “sigmoide”, Eq. (2.3).

$$f(q) = \frac{2}{1 + e^{-q}} - 1 \quad (2.3)$$

O fato de utilizar-se uma função não linear na camada oculta possibilita que a rede neural modele problemas não lineares, sendo esta uma das vantagens desta técnica.

O procedimento utilizado para ajustar os valores dos pesos e “offsets” para um dado mapeamento é chamado “treinamento”. O treinamento consiste na apresentação de conjuntos de entradas e saídas consideradas corretas para o problema objeto de estudo. O algoritmo de treinamento apresenta estes conjuntos seqüencialmente, avaliando para cada um deles, a diferença entre a saída calculada pela rede e a desejada. Tendo em consideração esta diferença, os pesos são ajustados até que se obtenha uma aproximação considerada suficiente entre o modelo da rede e o conjunto de dados de treinamento. Depois dos pesos serem ajustados, a rede neural pode ser utilizada para novos conjuntos

de dados de entrada, obtendo-se as respectivas saídas. Este processo de utilização da rede é chamado recuperação.

A técnica de redes neurais tem sido utilizada por BICUDO (1997), na modelagem de erros em máquinas ferramentas, especificamente uma retificadora CNC cilíndrica, permitindo fazer o treinamento iterativo, com dados obtidos na própria máquina.

Segundo o autor o modelo apresenta algumas limitações, tais como:

Interação entre ensaios. Os experimentos de coleta de dados a realizar devem ser planejados adequadamente, a fim de explorar todos os possíveis estados térmicos da máquina, sem a conseqüente introdução de distorções na tentativa de fundir dados de experimentos diferentes.

Repetibilidade dos dados. Um bom resultado na utilização do modelo precisa da repetibilidade dos dados obtidos. Alguns fatores podem afetar a repetibilidade, entre eles: erros de posicionamento causados por folgas no sistema mecânico ou imprecisões no controle de posicionamento, etc.

Estrutura da rede. Os dados de deformação e temperatura obtidos são acompanhados de ruídos devido à erros no sistema de medição, dado pelo sistema de posicionamento da máquina. Por outra parte o número de nós na camada oculta melhora a capacidade da rede neural de modelar o problema em estudo, e ao mesmo tempo incorpora ruídos aleatórios dos dados pelo modelo gerado, prejudicando o desempenho da rede.

➤ **Análise Estatística:**

As técnicas estatísticas tem sido utilizadas para avaliar o comportamento dos erros de MM3Cs. Através do uso destas técnicas é possível determinar a incerteza de medição em tais máquinas.

Em 1978, GUYE propôs um método para avaliar os erros de medição de uma MM3C. Tal método consiste na construção de histogramas a partir dos valores dos erros de posição que foram levantados utilizando um interferômetro laser. Neste caso, o desvio padrão do conjunto de resultados é considerado como indicador do desempenho da máquina avaliada.

POOLE (1983) sugeriu um método para verificar o desempenho das MM3Cs usando técnicas de análise de variância. Este método permite investigar o efeito de localização no volume de trabalho na acuracidade da máquina. Para isto o volume da máquina avaliada foi dividido em oito partes iguais, e os erros em cada parte foram determinados utilizando-se uma peça padrão. Esta peça consiste de uma barra com dois furos circulares cuja distância entre centros é conhecida.

Na atualidade, as técnicas de planejamentos de experimentos vêm ganhando destaque na experimentação. Um planejamento adequado dos experimentos permite minimizar o número de ensaios, o tempo de execução e os custos das pesquisas.

PIRATELLI (1997) apresenta um método para avaliação indireta do desempenho de MM3Cs, através da utilização de técnicas de planejamento de experimentos e do uso de uma barra de esferas. O método proposto consiste no planejamento e execução de dois experimentos, um empregando o arranjo L9 proposto por Taguchi e outro empregando o arranjo fatorial 3^2 . Os erros de medição obtidos foram analisados através da técnica de análise de variância. Como resultado foram obtidas informações valiosas sobre o desempenho metrológico de uma máquina de medir, que envolve a determinação das variáveis que mais influenciam o desempenho da máquina e a identificação das condições críticas de operação. Embora o teste de avaliação do desempenho indicado na norma ANSI/ASME B89.4.1 (1995) seja menos

complexo que o método proposto, este último apresenta vantagens significativas, que o fazem superior.

Muitas destas técnicas de modelagem apresentadas, tem sido largamente usadas na modelagem de erros em MM3Cs. Cada uma delas apresenta vantagens e desvantagens. A técnica a utilizar é selecionada em função da sua capacidade de modelar o problema objeto de estudo. Entre os muitos trabalhos publicados a respeito não existe referência alguma sobre equações matemáticas, obtidas a partir de dados experimentais, que descrevam o comportamento das componentes do erro volumétrico E_x , E_y e E_z . Isto é, um modelo matemático relacionando as entradas e saídas do sistema, de forma que permita caracterizar e prever o erro volumétrico em um ponto qualquer do volume de trabalho da máquina.

A máquina de medir pode ser considerada como sendo um sistema. OGATA (1982), define um sistema como uma coleção de componentes interligados em que está especificado um conjunto de variáveis denominadas entradas ou excitações, e um outro conjunto de variáveis denominadas respostas ou saídas. Os sistemas são freqüentemente representados por uma caixa (Figura 2.7).

Figura 2.7. Representação de um sistema.

No lado esquerdo da caixa estão algumas setas representando as entradas do sistema, e no lado direito as saídas. As entradas e saídas podem ser quaisquer quantidades físicas, geralmente variáveis no tempo. Através de uma análise é possível determinar um modelo matemático que caracterize convenientemente o sistema por meio do qual possa ser calculada a resposta do mesmo a uma excitação qualquer. Uma vez conhecido o modelo que define o sistema e suas entradas específicas, as saídas podem ser determinadas completamente.

O modelo matemático que relaciona as entradas e as saídas de um determinado sistema chama-se “função de transferência”. Em geral para se obter a função de transferência são utilizadas ferramentas matemáticas poderosas. Cada uma destas ferramentas é usada dependendo das características do sistema.

A função de transferência é uma propriedade do sistema. Ela inclui as unidades necessárias para relacionar as entradas com as saídas. Entretanto não fornece qualquer informação relativa à estrutura física do sistema. Tem-se que as funções de transferência de sistemas físicos diferentes podem ser idênticas.

Na prática, encontram-se freqüentemente sistemas com múltiplas entradas e saídas. De maneira geral as entradas e as saídas são escritas na forma vetorial.

Se para um dado sistema, denota-se a variável de entrada por “X” e a variável de saída por “Y”, vetorialmente podem ser escritas pela Eq. (2.4).

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A matriz que relaciona o vetor de saída com o vetor de entrada é denominada matriz de transferência entre o vetor de saída e o vetor de entrada.

2.5 - CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS

As diversas classificações dos sistemas encontradas na literatura são dadas a seguir.

a - Sistemas Lineares e Não Lineares (OGATA, 1982).

Os sistemas lineares são aqueles nos quais as equações do modelo são equações lineares. Uma equação é linear se os coeficientes são constantes ou apenas funções da variável independente. Para estes sistemas é aplicável o princípio de superposição o qual estabelece que: a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas forças de excitação diferentes é igual à soma das duas respostas individuais. Portanto, para sistemas lineares a resposta para várias entradas pode ser calculada considerando-se uma única entrada de cada vez e adicionando-se os resultados. Em outras palavras, um sistema é linear se ele satisfaz o princípio de superposição, isto acontece se e somente se:

$$H(a \cdot X_1 + b \cdot X_2) = a \cdot H(X_1) + b \cdot H(X_2) \quad (2.5)$$

onde a e b são constantes quaisquer e X_1 e X_2 são entradas quaisquer.

Quando $a = b = 1$ tem-se a Eq. (2.6). Isto é, a propriedade aditiva, a qual quer dizer que a resposta da soma de duas entradas é igual à soma das duas respostas.

$$H(X_1 + X_2) = H(X_1) + H(X_2) \quad (2.6)$$

Se $X_2 = 0$, a definição se transforma na Eq. (2.7).

$$H(a \cdot X_1) = a \cdot H(X_1) \quad (2.7)$$

isto é, a propriedade de homogeneidade. Se a resposta é um múltiplo constante de qualquer entrada, então pode-se dizer que é igual a resposta daquela entrada, multiplicada pela mesma constante. Resumindo, um sistema é linear se, e somente se, ele for aditivo e homogêneo.

Nos sistemas não lineares as equações do modelo são não lineares. Por isso, não satisfazem as propriedades mencionadas anteriormente.

b- Sistemas Variáveis no Tempo e Invariáveis no Tempo (OGATA, 1982).

Os sistemas variáveis no tempo são representados por equações cujos coeficientes são funções do tempo. Um sistema, $Y(t)=H(X(t))$, é invariável no tempo se, e somente se $H[X(t-\tau)] = Y(t-\tau)$ para qualquer $X(t)$ e qualquer τ .

Um sistema discreto, $Y(k)=H(X(k))$ é fixo se, e somente se, $H[X(k-n)] = Y(k-n)$ para qualquer $X(k)$ e qualquer n .

Resumindo, a forma da resposta a uma entrada aplicada em qualquer instante de tempo depende somente da forma da entrada, e não do instante de aplicação.

c- Sistemas Contínuos no Tempo e Discretos no Tempo (RALPH, J.S et al., 1972).

Nos sistemas contínuos no tempo as entradas e as saídas são capazes de mudar em qualquer instante de tempo.

$$X = X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_n(t) \end{bmatrix} \quad Y = Y(t) = \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ \vdots \\ Y_m(t) \end{bmatrix}$$

Contínuo no tempo não implica que todas as entradas e todas as saídas sejam matematicamente funções contínuas, mas sim que elas sejam funções de uma variável contínua.

Nos sistemas discretos no tempo as variáveis mudam somente em instantes discretos.

$$X = X(t_k) = \begin{bmatrix} X_1(t_k) \\ X_2(t_k) \\ \vdots \\ X_n(t_k) \end{bmatrix}$$

onde ($k = 1, 2, \dots$), são os instantes em que as funções mudam de valor.

d- Sistemas Instantâneos e Dinâmicos, (RALPH, J. S. et al., 1972).

Um sistema é instantâneo se uma saída em qualquer instante $t(t_k)$ depende no máximo dos valores da entrada no mesmo instante, e não dos valores passados ou futuros da entrada. A memória dos sistemas instantâneos é nula. Tem-se que:

$$Y(t) = f[X(t), t] \quad (2.8)$$

Um sistema é dinâmico se a saída, em qualquer instante de tempo, depende não só da entrada presente, mas também de alguns dos valores passados. Estes sistemas tem memória.

e - Sistemas SISO, SIMO, MISO e MIMO (HARRIS, 1996).

Os sistemas são classificados em 4 tipos considerando-se o número de entradas e de saídas. Os sistemas com uma única entrada e uma única saída são denominados “SISO” (Figura 2.8 (a)). Aqueles com uma entrada e muitas saídas são denominados “SIMO” (Figura 2.8 (b)).

Figura 2.8: a-) Sistema SISO, b-) Sistema SIMO.

Na Figura 2.9 (a) e (b) estão apresentados os sistemas com muitas entradas e muitas saídas denominados “MIMO” e os sistemas com muitas entradas e uma saída “MISO”, respectivamente.

Figura 2.9: a-) Sistema MIMO, b-) Sistema MISO.

As características do sistema definirão o tipo de relação entrada-saída.

A entrada ou quantidade de entradas em um dado instrumento tem sido definida como a variação de grandezas físicas que provocam uma variação de leitura no instrumento (DOEBELIN, 1990).

As entradas são classificadas em: desejadas, interferentes e modificantes, Figura 2.10.

- ◇ Entrada desejada: quantidade para a qual o instrumento foi intencionalmente feito para medir.
- ◇ Entrada interferente: entrada para a qual o instrumento é não intencionalmente sensível, provocam uma saída que se soma a saída do sinal desejado.
- ◇ Entrada modificante: provocam mudanças na relação entrada-saída das entradas desejadas e interferentes.

Figura 2.10: Representação dos tipos de entradas e saídas de um sistema qualquer.

Na Máquina de Medir estão presentes inúmeros erros que podem ser considerados como sendo entradas e saídas do sistema. É também, sabido que estes erros não variam no tempo e sim com as coordenadas. No Capítulo 3 é apresentada uma classificação destes erros e os fundamentos estatísticos para a análise e modelagem dos mesmos.

CAPÍTULO 3

CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS EM MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS E ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS

As grandezas relacionadas aos erros geométricos nas MM3Cs não variam com o tempo. São por este motivo considerados erros quase-estáticos. Sendo assim, estes erros podem ser classificados a partir do seu comportamento.

3.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS EM MM3Cs QUANTO AO SEU COMPORTAMENTO.

Os erros, de uma forma geral, podem ser classificados quanto a seu comportamento e pode-se dizer que estão compostos por três parcelas distintas que são a aleatória, a sistemática e a histerética.

- **Erros sistemáticos:** Estes erros permanecem constantes em grandeza e sinal ou variam de acordo com uma lei definida, quando um número considerável de medições de um mesmo valor é efetuado sob as mesmas condições. Uma vez determinados, ocorrem de maneira previsível em todo o volume de trabalho da máquina e podem ser compensados através de programas computacionais.

- **Erros aleatórios:** São erros resultados de influências externas e internas não controladas, que provocam o aparecimento de erros não repetitivos, em geral diferem para cada leitura, podendo-se apenas ter noção de seus limites. Estes erros somente podem ser avaliados estatisticamente. Na maioria dos casos os erros aleatórios são pequenos e podem ter sinal positivo ou negativo, indistintamente. É atribuída a eles a indeterminação do resultado das medições.

Quando nenhuma das causas que provocam os erros aleatórios é predominante, pode-se dizer que a ocorrência e o comportamento deles coincidem com a curva de probabilidade normal ou curva de distribuição de Gauss. Portanto, assume-se que todos os erros aleatórios seguem a lei de distribuição normal.

- **Erro de histerese:** Este erro é definido como sendo um erro sistemático, que pode ser observado quando avaliam-se os dois sentidos de aproximação, ida e volta, em cada um dos pontos de medida.

Na Figura 3.1 está apresentado o resultado de uma calibração hipotética para um dos erros geométricos de uma Máquina de Medir a Três Coordenadas. O erro foi medido várias vezes em cada posição, ou seja, várias idas e voltas.

Segundo WECK (1984), a parcela sistemática do erro é obtida utilizando a média das trajetórias de ida e volta. A formulação é polêmica, pois para erros de ida e volta de mesma grandeza e sinais contrários o erro sistemático será nulo.

A parcela aleatória do erro é definida como sendo ± 3 vezes o desvio padrão dos dados para o erro analisado. O desvio padrão é determinado para a ida e a volta. Eventualmente, pode-se assumir que o erro aleatório é o mesmo para ambos os sentidos sem a perda de consistência.

Tem-se que o erro sistemático $\bar{\bar{X}}$, o erro aleatório Ps_i e a histerese U_i podem ser calculados através das Eqs (3.1), (3.2) e (3.3), respectivamente.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X}_i \uparrow - \bar{X}_i \downarrow)}{n} \quad (3.1)$$

$$Ps_i = 6\bar{s}_i \quad (3.2)$$

$$U_i = |\bar{X}_i \uparrow - \bar{X}_i \downarrow| \quad (3.3)$$

Figura 3.1: Calibração hipotética de um dos erros geométricos.

3.2 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS EXPERIMENTAIS.

O volume de trabalho da máquina está composto por infinitos pontos, cuja posição no espaço fica determinada por três

coordenadas “X”, “Y” e “Z”. Na prática, é impossível o levantamento das características e grandeza dos erros na totalidade dos pontos do volume de trabalho. Por esta razão, cada um deles é levantado num conjunto limitado de pontos. Como resultado tem-se um conjunto limitado de dados. Estes dados deverão ser analisados e interpretados e os resultados da análise são estendidos por todo o domínio de trabalho da máquina.

A estatística é a ciência interessada nos métodos científicos para coleta, organização, resumo, apresentação, análise e interpretação de dados experimentais. Por isso desempenha um papel muito importante e crescente nas pesquisas de todo gênero. Na metrologia tem sido usada, historicamente, em gráficos de controle de qualidade, técnicas de amostragem e técnicas de planejamento de experimentos. A seguir são apresentados alguns conceitos estatísticos básicos que ajudarão a uma melhor compreensão do trabalho.

3.2.1 – CONCEITOS BÁSICOS.

Os dados experimentais representam o resultado quantitativo das observações reiteradas de um determinado evento ou fenômeno. O conjunto que agrupa a totalidade dos dados denomina-se população. Mas, às vezes, essas populações resultam muito grandes ou até infinitas, dificultando a análise. Neste caso, examina-se uma quantidade limitada de observações denominada amostra.

Uma amostra se diz representativa da população se ela for escolhida aleatoriamente. Assim, as conclusões obtidas a partir da análise da amostra podem ser generalizadas para a população. Cada elemento da população recebe o nome de variável.

A medida mais comum da tendência central de um conjunto de dados ou amostra é a média aritmética. Para uma amostra, esta média é representada pelo somatório dos valores observados dividido

pelo número de observações ou tamanho da amostra, sendo dada pela Eq. (3.4), onde x_i são os valores observados e n o número de observações.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (3.4)$$

O valor da média expressa a parcela sistemática dos erros obtidos numa calibração. Estes dados numéricos encontram-se dispersos em torno de seu valor médio e, como medida dessa dispersão, são utilizados diferentes parâmetros estatísticos, dentre eles o desvio padrão. O desvio padrão é considerado como sendo o melhor indicador da dispersão dos dados, pois oferece informação sobre como os valores individuais se agrupam com relação à tendência central.

Para uma amostra, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, onde $\bar{x}$ representa a média dos valores observados, o desvio padrão define-se pela Eq. (3.5).

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.5)$$

No caso de uma população, tem-se que a média populacional e o desvio padrão populacional são calculados, respectivamente, pelas Eqs (3.6) e (3.7).

$$\mu = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (3.6)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (3.7)$$

Como já mencionado os erros aleatórios apresentam um comportamento normal. A expressão matemática da função de distribuição normal ou Gaussiana para a população é dada na Eq. (3.8), onde o fator μ corresponde à média e o valor σ , ao desvio padrão da população de tamanho n .

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (3.8)$$

Na Figura 3.2, a área compreendida entre o eixo x e a curva Gaussiana é sempre finita e representa, para um intervalo (a, b) , a probabilidade de ocorrência de um determinado erro. A área total sob a curva assume-se como unitária, permitindo expressar a porcentagem de ocorrência do erro.

Figura 3.2: Probabilidade de “x” pertencer ao intervalo (a,b).

Pode-se observar que a curva é simétrica com relação ao eixo de frequência de ocorrência dos erros. Isto permite estabelecer que para uma distância de média zero tem-se:

- Os erros maiores em grandeza têm menor possibilidade de ocorrer que os menores.

- Existe a mesma probabilidade para que determinado erro seja positivo ou negativo.

A área sob a curva compreendida entre duas coordenadas a e b , onde $a < b$, representa a probabilidade de que o valor “ x ”, resultado de uma medição, se encontre entre a e b . Esta probabilidade é definida pela Eq. (3.9).

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (3.9)$$

Freqüentemente, a variável “ x ” pode ser expressa em termos de unidade reduzida. Neste caso, a Eq. (3.8), assume a denominada forma padrão, dada pela Eq. (3.10).

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\sigma^2}} \quad (3.10)$$

com $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

Assim, fala-se que “ z ” é normalmente distribuído, com média zero e variância igual a um (1). A curva normal padrão está apresentada na Figura 3.3.

Figura 3.3: Curva de distribuição normal de probabilidade.

Na Figura 3.3, estão indicadas as áreas incluídas no intervalo $\mu \pm \sigma$, $\mu \pm 2\sigma$ e $\mu \pm 3\sigma$ com níveis de confiança de 68,27 %, 95,45 % e 99,73 %, respectivamente.

Para caracterizar uma distribuição de probabilidade, além do cálculo da média e do desvio padrão, eventualmente torna-se útil calcular os coeficientes relacionados à assimetria e achatamento da curva estudada. Para isto, devem ser determinados os momentos centrados em relação à média da distribuição, Eq. (3.11).

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^t}{n} \quad (3.11)$$

O momento de ordem 3, ou seja, m_3 com $t=3$ é denominado coeficiente de Skewness, Eq. (3.12). O valor deste momento é adimensional e indica o sentido da assimetria. Desta forma para ($a_3 < 0$) as distribuições são assimétricas negativas, alongadas à esquerda e para ($a_3 > 0$) as distribuições são assimétricas positivas, alongadas à direita.

$$a_3 = \frac{m_3}{s^3} \quad (3.12)$$

O achatamento da distribuição pode ser avaliado através do coeficiente de Kurtosis a_4 , Eq. (3.13). Se ($a_4 > 3$) então a distribuição é considerada como sendo achatada ou platicúrtica; caso ($a_4 = 3$), a distribuição é considerada normal ou mesocúrtica; caso ($a_4 < 3$) a distribuição é menos achatada que a normal ou leptocúrtica (MONTGOMERY et al., 1994).

$$a_4 = \frac{m_4}{s^4} \quad (3.13)$$

A análise do comportamento dos resultados através de histogramas é sempre recomendada antes de aplicar qualquer técnica estatística. Para isto, são utilizados os testes de aderência. Dentre eles, o gráfico de probabilidade normal resulta de fácil aplicação. Nestes gráficos os valores medidos são colocados no eixo das abscissas e as probabilidades acumuladas no eixo das ordenadas. Se os resultados estão distribuídos normalmente então a distribuição de probabilidade acumulada se aproxima de uma linha reta.

A distribuição normal padrão pode ser aplicada sempre que o número de observações excede trinta (estas amostras são denominadas amostras grandes). Caso contrário, recebem o nome de amostras pequenas. Nestes casos é aconselhável a utilização da distribuição t-Student, calculada pela Eq. (3.14).

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} \quad (3.14)$$

Pode-se dizer que a mesma representa uma distribuição semelhante à distribuição normal padrão, com média zero e variância maior que um. Quando o tamanho da amostra tende a infinito, o valor da variância se aproxima de um.

Às vezes, é conveniente definir um intervalo de confiança como aquele intervalo que, com probabilidade conhecida, deverá conter o valor real do parâmetro que está sendo avaliado.

Em amostras pequenas, um intervalo de confiança para a média é dado pela Eq. (3.15).

$$\bar{x} \pm t_{\left(n-1, \frac{\alpha}{2}\right)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.15)$$

onde α é o nível de significância.

Quando as amostras forem grandes, utiliza-se a distribuição denominada “Distribuição F”, dada a seguir, Eq. (3.16):

$$F = \frac{\chi_1^2 / \nu_1}{\chi_2^2 / \nu_2} \quad (3.16)$$

onde: χ_1^2 e χ_2^2 - distribuições χ^2 e ν_1 e ν_2 - graus de liberdade.

A distribuição χ^2 (Qui-Quadrado) é utilizada para quantificar a aproximação existente entre uma distribuição empírica e uma teórica. Expressa-se como:

$$\chi_v^2 = \sum_{i=1}^v \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 = \sum_{i=1}^v Z_v^2 \quad (3.17)$$

onde x_i são valores aleatórios extraídos de uma população com distribuição normal de média zero e desvio padrão σ , ν são os graus de liberdade.

O número de graus de liberdade de uma estatística (ν) é definido como a diferença entre o número de observações independentes (n) e o número de parâmetros populacionais que devem ser estimados por meio das observações amostrais (k), ou seja, $\nu = n - k$.

Para amostras grandes, a distribuição χ^2 aproxima-se da distribuição normal.

Teste de Qui-Quadrado (χ^2).

Os resultados amostrais nem sempre concordam com os teóricos esperados, de acordo com as regras de probabilidade. Desta forma, é importante saber se a diferença entre frequências observadas de determinados eventos e as frequências esperadas ou teóricas são significativas. Este problema é resolvido

satisfatoriamente pelos testes de aderência, utilizando a distribuição “Qui-quadrado”. Esta distribuição oferece uma medida da discrepância existente entre as frequências observadas e as esperadas.

Por definição,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_o - n_e)^2}{n_e}, \quad (3.18)$$

onde: n_o são as frequências observadas e n_e são as frequências esperadas ou teóricas

O cálculo de n_e é efetuado utilizando a tabela de distribuição Gaussiana acumulada a partir dos valores de $F(w)$, onde $F(w)$ é a probabilidade desta leitura estar no grupo de $-\infty$ até w , e

$$w = \left| \frac{x - \mu}{\sigma} \right| \quad (3.19)$$

onde:

x - limite de cada grupo;

μ e σ - média e desvio padrão dos dados, respectivamente.

Utilizando a tabela de distribuição normal acumulada determina-se o valor de n_e , calcula-se o χ^2 , calcula-se a somatória para todos os grupos e compara-se com o valor tabelado para o nível de significância adotado.

Quando $\chi^2=0$, as frequências teóricas e observadas concordam exatamente enquanto que quando $\chi^2 > 0$ elas são diferentes. Quanto maior for o valor de χ^2 , maior será a discrepância entre as frequências observadas e as esperadas, ou seja, maior será a divergência entre o modelo teórico e o atual.

3.3 – TÉCNICAS DE REGRESSÃO.

Geralmente nos experimentos estão envolvidas duas ou mais variáveis relacionadas entre si. A análise de regressão é utilizada para saber: se as variáveis estão relacionadas entre si; qual é a forma deste relacionamento e se uma variável de interesse pode ser prevista a partir das observações das outras variáveis.

A solução de um problema utilizando técnicas de regressão consta de três fases. A primeira, chamada de especificação, consiste na determinação da função matemática que relaciona a variável dependente “y” com as independentes x_i , ($y=f(x_i)$). Uma segunda fase, definida como estimação ou ajustamento, consiste em ajustar os valores dos parâmetros que aparecem na especificação, permitindo a estimação ou previsão das variáveis dependentes. Enquanto, a terceira e última fase consiste na verificação da especificação e testes de significância, ou seja, pôr em evidência a adequabilidade estatística da função matemática adotada (VIEIRA SATO, 1998).

Os modelos de regressão são classificados em regressão simples e múltipla tendo em conta o número de variáveis. Ainda, são classificados em regressão linear e não linear em função do tipo de relação entre as variáveis dependentes e independentes.

3.3.1 – REGRESSÃO LINEAR SIMPLES.

A regressão linear simples é conhecida também como regressão com um único preditor e expressa a relação mais simples entre uma variável dependente ou variável resposta “y” e uma independente ou variável de entrada “x”. Utiliza-se quando, a partir de dados amostrais deseja-se estimar o valor de uma variável, neste caso “y”, a partir de outra variável “x”. A estimação pode ser efetuada através de uma curva de que se ajuste aos dados amostrais,

denominada curva de regressão de “y” para “x”, já que “y” é estimada a partir de “x” (SPIEGEL, 1993).

A relação entre “y” e “x” expressa através de uma regressão linear de primeira ordem é dada através de uma Eq. (3.20).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad (3.20)$$

A equação da reta tem β_0 como o intercepto da linha de regressão com o eixo “y” e β_1 sendo o coeficiente de inclinação da reta, ou o coeficiente que mede o número de unidades que mudam em “y” para cada unidade da variável independente “x” (Figura 3.4).

Figura 3.4: Representação da regressão linear simples.

Considerando “y” uma variável qualquer e “x” uma variável controlada, então, a relação entre elas pode ser expressa através do modelo estatístico, Eq. (3.21).

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.21)$$

O modelo, dado pela Eq. (3.21), pode ser interpretado como segue:

- a variável y_i representa a resposta para o i -ésimo ponto experimental associado a um valor x_i da variável independente ou variável controlada;
- a decomposição de y_i em três partes: uma dependente de x_i dada pelo termo $\beta_1 x_i$, outra independente de x_i dada por ε_i e a constante β_0 ;
- as variáveis $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ representam componentes de erros desconhecidos, consideradas como variáveis aleatórias. Essas variáveis ε_i são consideradas independentes e identicamente distribuídas, isto é com distribuição normal, média zero e variância constante σ^2 ;
- os parâmetros β_0, β_1 são desconhecidos.

Das suposições anteriores decorre que y_i tem distribuição normal com médias na reta ($\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$).

Estimação dos Parâmetros de Regressão.

Para estimar os parâmetros desconhecidos β_0 e β_1 da regressão, utiliza-se o método dos mínimos quadrados de forma que minimizem a soma dos quadrados dos resíduos, dada pela Eq. (3.22).

$$S = S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (3.22)$$

Os estimadores $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ que minimizam a expressão anterior são denominados Estimadores dos Mínimos Quadrados “EMQ”.

Derivando a função $S(\beta_0, \beta_1)$ com relação a β_0 e β_1 obtém-se as equações normais seguintes, Eq. (3.23).

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{S}(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \\ \frac{\partial \mathcal{S}(\beta_0, \beta_1)}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \end{cases} \quad (3.23)$$

Igualando a zero as derivadas dadas na Eq. (3.23), obtém-se a Eq. (3.24).

$$\begin{cases} \hat{\beta}_0 n + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (3.24)$$

Resolvendo a Eq (3.24), os estimadores de mínimos quadrados $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ resultam em:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\ \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \end{cases} \quad (3.25)$$

Se $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são as médias amostrais dos dados “x” e “y”, então as somas dos quadrados dos desvios das médias e a soma dos produtos cruzados dos desvios, podem ser calculados pelas expressões seguintes, Eqs (3.25) – ((3.27).

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \quad (3.26)$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^2}{n} \quad (3.27)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n} \quad (3.28)$$

Os estimadores de mínimos quadrados podem ser escritos abreviadamente por meio da Eq. (3.29).

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \\ \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \end{cases} \quad (3.29)$$

Os resíduos da regressão linear são dados pela Eq. (3.10).

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.30)$$

A reta ajustada por mínimos quadrados (Figura 3.5) é dada pela Eq. (3.31).

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \quad (3.31)$$

Uma avaliação do modelo de regressão linear pode ser efetuada através do quadrado do coeficiente de correlação amostral “ r^2 ”, o qual constitui uma medida muito boa da correlação linear entre duas variáveis, Eq. (3.32).

$$r^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx} S_{yy}} \quad (3.32)$$

Figura 3.5: Reta de Mínimos Quadrados.

Verificação da Adequabilidade do Modelo.

O modelo de regressão linear é adequado se a suposição básica é verificada, ou seja, se comprovada a independência dos resíduos entre si e com relação às variáveis independentes. Além disto devem estar distribuídos normalmente, com média aritmética igual a zero, ou ter um valor muito próximo de zero. A variância dos resíduos σ^2 deve permanecer constante no intervalo tratado.

Para verificar a independência dos resíduos e se a variância σ^2 dos mesmos é constante, deve-se analisar os gráficos dos resíduos como função de cada uma das variáveis independentes x_i , dos resíduos como função dos valores previstos $\hat{y}$ e dos resíduos como função do tempo. Estes gráficos permitem verificar deficiências do modelo como: linearidade inapropriada e presença “outliers”.

Na Figura 3.6 são apresentados alguns padrões que freqüentemente assumem os resíduos. O padrão (a), representa resíduos sem nenhuma tendência e, portanto, a especificação é apropriada. Em (b) tem-se um erro de análise que pode ter sido causado pela omissão do termo independente β_0 no modelo. Em (c),

observa-se resíduos com tendência curvilínea, indicando inadequabilidade do modelo. Esta inadequabilidade pode ser resolvida transformando-se os dados ou incluindo-se novos termos no modelo. O padrão (d), indica que a variância dos resíduos não é constante, pelo que uma transformação na variável dependente “y” pode ser indicada.

Figura 3.6. Padrões que podem assumir os resíduos
(DRAPER & SMITH, 1966).

Nos gráficos podem estar presentes pontos com grandes resíduos chamados “outliers”. Se a presença dos mesmos é verificada, devem ser excluídos da análise sempre que seja possível, pois a adequabilidade do modelo pode ser comprometida. Os “outliers” aparecem devido a erros experimentais e variações nas condições de ensaio.

A verificação da normalidade dos resíduos pode ser efetuada de duas maneiras. A primeira, através do gráfico dos resíduos em um histograma. Uma segunda opção é através do gráfico de

probabilidade normal, onde os pontos devem estar dispostos sobre uma linha reta.

3.3.2 - REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA.

Quando o problema envolve mais de duas variáveis, este pode ser tratado de maneira análoga ao problema de duas variáveis e é denominado regressão múltipla (SPIEGEL, 1993). No caso mais simples quando são envolvidas três variáveis “x”, “y” e “z”, obtém-se uma equação denominada equação linear das variáveis “x”, “y” e “z”. No espaço essa equação representa uma superfície. Se o número de variáveis excede a três, perde-se a intuição geométrica já que será necessário considerar espaços de quatro ou mais dimensões.

O modelo de regressão de primeira ordem, Eq. (3.20), tem somente uma variável independente “x”. Suponha então que “y” dependa de p variáveis independentes $x_1, x_2, \dots, x_p$. O modelo de regressão linear neste caso é da forma, Eq. (3.33).

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi} + \varepsilon_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.33)$$

onde:

$\beta_i, i=0,\dots,p$ são os coeficientes da regressão

ε_i - resíduo da regressão

$x_i, i=0,\dots,p$ variáveis independentes (variáveis de entrada).

Adotando-se a notação de função pode-se escrever a Eq. (3.33) de maneira abreviada como, $y_i = F(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$, que se lê “ y_i é uma função de $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}$ ”.

A Equação (3.33) decompõe a variável y_i em p partes $\beta_i x_{pi}$ dependentes de x_{pi} , e uma parte ε_i independente de x_{pi} , $i=1, 2, \dots, n$.

Os estimadores de mínimos quadrados de $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ são determinados de maneira tal que minimizem a expressão dada na Eq. (3.34).

$$S(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_p x_{pi})^2 \quad (3.34)$$

Derivando $S(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p)$ com relação à $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ e igualando a zero, obtêm-se equações normais, dadas em (3.35).

$$\begin{cases} S_{11}\hat{\beta}_1 + S_{12}\hat{\beta}_2 + \dots + S_{1p}\hat{\beta}_p = S_{y1} \\ S_{12}\hat{\beta}_1 + S_{22}\hat{\beta}_2 + \dots + S_{2p}\hat{\beta}_p = S_{y2} \\ \vdots \\ S_{1p}\hat{\beta}_1 + S_{2p}\hat{\beta}_2 + \dots + S_{pp}\hat{\beta}_p = S_{yp} \end{cases} \quad (3.35)$$

onde

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j); \quad i, j = 1, 2, \dots, p$$

$$S_{yi} = \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})(x_{ik} - \bar{x}_i); \quad i = 1, 2, \dots, p$$

$$\bar{x}_i = \sum_{k=1}^n \frac{x_{ik}}{n} \quad \text{e} \quad \bar{y} = \sum_{k=1}^n \frac{y_k}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^n y_k}{n}$$

Resolvendo o sistema, Eq. (3.35), os estimadores de mínimos quadrados $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_p$ são encontrados e os valores $\hat{y}_i$ calculados pela Eq. (3.36).

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_p x_{pi} \quad (3.36)$$

Uma notação matricial pode ser usada para utilizar as vantagens da teoria de matrizes. Desta forma o modelo (3.33) matricial é dado pela Eq. (3.37):

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (3.37)$$

$$\text{onde: } Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{p1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{p2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{pn} \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Para o modelo dado na Eq. (3.37) as estimativas dos parâmetros de acordo com o método de mínimos quadrados, os valores previstos e os resíduos podem ser determinadas pelas Eqs (3.38), (3.39) e (3.40), respectivamente.

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3.38)$$

$$\hat{Y} = X\hat{\beta} \quad (3.39)$$

$$\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y} = Y - X\hat{\beta} \quad (3.40)$$

onde X^T é a matriz transposta de X e $(X^T X)^{-1}$ indica a inversa do produto das matrizes $X^T X$. É requisito indispensável que a matriz $X^T X$ seja invertível.

O coeficiente de correlação múltiplo é dado pela Eq. (3.41).

$$r^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.41)$$

Este coeficiente mede a proporção da variabilidade total através da Eq. (3.33), e assume algum valor entre zero e um. Se $r^2 \approx 1$ pode-se dizer que o ajuste é bom, caso contrário, a adequabilidade do modelo pode estar comprometida.

Freqüentemente, é importante medir a correlação entre uma variável dependente e uma independente particular, quando todas as outras implicadas se conservam constantes. Essa correlação pode ser obtida através do coeficiente de correlação parcial. Por exemplo, para quatro variáveis x_1 , x_2 , x_3 e x_4 , o coeficiente de correlação parcial entre x_1 e x_2 quando x_3 e x_4 permanecem constantes, denota-se por $r_{12.34}$, e pode ser determinado pela Eq. (3.42).

$$r_{12.34} = \frac{r_{12.4} - r_{13.4}r_{23.4}}{\sqrt{(1 - r_{13.4}^2)(1 - r_{23.4}^2)}} = \frac{r_{12.3} - r_{14.3}r_{24.3}}{\sqrt{(1 - r_{14.3}^2)(1 - r_{24.3}^2)}} \quad (3.42)$$

Inferências Sobre os Parâmetros de Regressão Múltipla.

Muitas vezes é conveniente admitir um valor hipotético para um parâmetro desconhecido ao invés de procurar uma estimativa para ele. Este procedimento recebe o nome de teste de hipótese. Uma hipótese estatística é uma afirmação sobre uma população, a qual é confirmada ou rejeitada a partir da informação obtida de uma amostra dessa população. Quando o objetivo de um evento é estabelecer um fato baseado na amostra, a negação desse fato é chamada hipótese nula ou hipótese H_0 . O fato a ser comprovado através dos dados é a hipótese alternativa ou hipótese H_1 .

Os testes de significância consistem no cálculo de uma determinada variável α a partir dos dados. A variável α é denominada estatística do teste e determina a rejeição ou não da hipótese nula. Neste procedimento, podem ser cometidos dois tipos de erros:

- 1-) rejeitar H_0 quando H_0 for verdadeira (erro de tipo I)

2-) aceitar H_0 quando H_0 for falsa (erro de tipo II)

Apesar da impossibilidade de evitar completamente estes dois tipos de erros, deve-se procurar manter a probabilidade de cometê-los a menor possível.

Para a regressão linear simples, às vezes, resulta de muito interesse a verificação de algumas hipóteses, por exemplo, tem-se:

Todos os coeficientes de regressão são iguais a zero, por

Hipótese $H_0: \beta_i = 0$

Hipótese $H_1: \beta_i \neq 0$

Neste caso o parâmetro estatístico t_{obs} pode ser determinado pela Eq. (3.43).

$$t_{obs} = \frac{\hat{\beta}_{ji}}{s / \sqrt{S_{xx}}} \quad (3.43)$$

Para o nível de significância considerado e os graus de liberdade correspondentes determina-se o valor da estatística t de Student tabelada. Se t_{obs} for maior que t_{tab} , então a hipótese H_0 não deve ser rejeitada, ou seja, para o nível de significância escolhido há evidências de que os coeficientes são diferentes de zero.

Para a regressão linear múltipla o teste de hipótese a ser realizado nos coeficientes é dado por:

Hipótese $H_0: \beta_i = 0$, $i = 1, 2, 3, \dots, p$

Hipótese $H_1: \beta_i \neq 0$ para algum(s) i .

Neste caso, são denotados por CM e RM os modelos completo e reduzido, respectivamente. No modelo completo estarão presentes os $p+1$ parâmetros de regressão. Suponha-se que no modelo reduzido tem-se k parâmetros.

$\hat{y}_i$, valores previstos para o modelo completo.

$\hat{y}_i^*$, valores previstos para o modelo reduzido.

Para este teste devem ser calculadas as somas dos quadrados dos resíduos. Para ambos modelos, a soma é dada pelas Eqs (3.44) e (3.45).

$$SQR(CM) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.44)$$

$$SQR(RM) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i^*)^2 \quad (3.45)$$

Com estes valores, determina-se o parâmetro F_{obs} pela Eq. (3.46):

$$F_{obs} = \frac{SQR(RM) - SQR(CM) / (p + 1 - k)}{SQR(SM) / (n - p - 1)} \quad (3.46)$$

Com o nível de significância de interesse, α , procura-se o valor de F na tabela, para os graus de liberdade $v_1 = p + 1 - k$ e $v_2 = n - p - 1$.

$$F_{p+1-k;n-p-1(tabela)}$$

Em seguida compara-se F_{obs} com F . Se $F_{obs} > F$ então H_0 é rejeitado, o que significa que pelo menos uma das variáveis independentes x_i contribui significativamente para o modelo.

Para testar se determinada variável deve ou não ser incluída em um modelo faz-se uma regressão múltipla incluindo essa variável. Se seu coeficiente for diferente de zero a variável deve ser mantida no modelo. Caso contrário, faz-se uma nova regressão sem a variável. Recomenda-se ainda verificar outras hipóteses, que permitam testar individualmente a significância dos valores $\hat{\beta}_i$.

Por exemplo,

Hipótese $H_0: \beta_i = 0$

Hipótese H1: $\beta_i \neq 0$

O parâmetro estatístico t_{obs} determina-se pela Eq. (3.47).

$$t_{obs} = \frac{\hat{\beta}_{ji}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}} \quad (3.47)$$

C_{jj} - diagonal da matriz $(X^T X^{-1})$, corresponde a $\hat{\beta}_j$.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n-p}, \text{ com } n \text{ sendo o número de observações e } p \text{ o}$$

número de graus de liberdade de ε .

Para o nível de significância dado e os graus de liberdade correspondentes, determina-se o valor da estatística t de Student tabelado. Se t_{obs} for maior que t a hipótese H0 deve ser rejeitada, isto é, $\beta_i \neq 0$.

O teste $H_0: \beta_h = 0$, permite testar para um nível de significância estabelecido se a variável X_h deve ou não ser incluída no modelo. X_h é mantida no modelo somente se rejeitada H0. Quando são testadas diversas variáveis desta maneira, a probabilidade de se cometer um erro do tipo I em pelo menos um dos testes aumenta rapidamente. Tem-se que para 10 variáveis diferentes ($K=10$), $(0,95)^{10}=0,60$. Portanto, a probabilidade de se cometer erro do tipo I, em pelo menos um dos testes, é de 40 %.

Muitas vezes, a relação entre as variáveis envolvidas num experimento não pode ser expressa através de um modelo linear. Neste caso, é conveniente proceder a uma transformação nos dados e ajustar uma regressão linear para os dados transformados. Entre as razões que induzem transformação tem-se:

- se bases teóricas especificam que a relação entre variáveis é não linear. Neste caso, mediante uma transformação

apropriada das variáveis é possível obter uma relação linear.

- da análise de resíduos, verifica-se a necessidade de transformar os dados.

Com o objetivo de obter um modelo linear diversas transformações podem ser efetuadas tanto nas variáveis independentes quanto nas dependentes.

Freqüentemente o problema da não adequabilidade dos modelos é resolvido aumentando o número de termos independentes. A seguir são dados os modelos de primeira, segunda e terceira ordem para uma e duas variáveis independente, respectivamente.

Para uma variável independente

1. Modelo de primeira ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

2. Modelo de segunda ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_{11} X_1^2 + \varepsilon$$

3. Modelo de terceira ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{111} X_1^3 + \varepsilon$$

Para duas variáveis independentes

1. Modelo de primeira ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

2. Modelo de segunda ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

Modelo de terceira ordem.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{111} X_1^3 + \beta_{112} X_1^2 X_2 + \beta_{122} X_1 X_2^2 + \beta_{222} X_2^3 + \varepsilon$$

No entanto, existem experimentos nos quais a relação entre as variáveis é impossível de ser ajustada através de um modelo linear. Para esse tipo de problema é desenvolvida a teoria de regressão não linear tratada no Apêndice 1.

CAPÍTULO 4

DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA EM MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS

Neste trabalho é apresentado um procedimento geral para a obtenção das equações matemáticas que descrevem o comportamento das componentes do erro volumétrico em Máquinas de Medir a Três Coordenadas, baseado nas técnicas de regressão. Estas equações caracterizam e prevêm o valor do erro volumétrico em um ponto qualquer do volume de trabalho da máquina analisada.

Utilizando técnicas de regressão múltipla cada componente do erro volumétrico pode ser descrito em função das coordenadas “X”, “Y” e “Z” de pontos medidos. O método proposto está baseado na simplicidade de utilização das técnicas de regressão, na capacidade que esta técnica tem para determinar a relação existente entre dois conjuntos de variáveis, assim como, a parcela de contribuição de cada uma das variáveis independentes nas variáveis dependentes.

A grandeza das componentes do erro volumétrico foi levantada em um número de pontos, representativos do volume de trabalho da máquina escolhida, utilizando o método de calibração direta, isto é, “volume dividido”. As equações obtidas a partir destes conjuntos de dados ou amostras permitem determinar o erro volumétrico em um ponto qualquer do volume de trabalho da máquina.

Fez-se necessário verificar a adequabilidade estatística do modelo proposto, e também, comparar os resultados obtidos por este modelo com os obtidos pelo método normalizado ANSI/ASME B89.4.1 (1995), que consiste na calibração da máquina através de uma barra de esferas em 20 posições distintas no volume de trabalho da máquina.

A técnica de modelagem foi aplicada a uma Máquina de Medir a Três Coordenadas do tipo “Ponte Móvel”, sendo relativamente simples e de fácil utilização. Para um melhor entendimento das etapas desenvolvidas nesta dissertação, o presente capítulo foi dividido em quatro partes: estudo do sistema da MM3C, identificação do modelo matemático, calibração do erro volumétrico e dos erros individuais e obtenção e avaliação do modelo proposto.

4.1 - ESTUDO DO SISTEMA DA MM3C.

Foi efetuado um estudo detalhado da MM3C do tipo “Ponte Móvel” determinado-se as entradas e saídas do sistema. A máquina objeto de análise encontra-se num ambiente climatizado, a uma temperatura de (20 ± 1) °C, evitando assim, o acontecimento de grandes mudanças no ambiente. A máquina objeto de estudo é do tipo manual, não apresentando motores que geralmente constituem fontes importantes de calor a serem consideradas. Como resultado, os erros térmicos apresentam valores pequenos e podem ser desprezados.

Por sua vez, os erros dinâmicos também são desprezados devido à máquina estar montada sobre bases que isolam boa parte das vibrações externas e a velocidade de movimentação dos carros é pequena. Desta forma, dos erros presentes na máquina somente são considerados os erros geométricos, por serem os que mais afetam a exatidão e a repetibilidade das medições.

Sabe-se que os erros geométricos dependem da posição dos carros de movimentação, portanto, podem ser expressos em função das coordenadas “X”, “Y” e “Z” dos pontos medidos. Estas coordenadas são consideradas as entradas ou variáveis independentes no modelo. Uma análise do sistema da Máquina de Medir permitiu saber que dos 21 erros geométricos, 20 deles afetam a posição entre sonda e peça, somente, o erro “roll” do eixo “Z” não influencia o valor do erro volumétrico, devido ao tipo e fixação da sonda. Como saídas ou variáveis dependentes tem-se as três componentes do erro volumétrico (E_x , E_y e E_z).

4.2 - EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO.

Embora, o estudo do comportamento dos erros individuais não seja um objetivo deste trabalho, decidiu-se levantar e equacionar os mesmos pois isto permitirá uma maior familiarização com a Máquina de Medir. Tanto o erro volumétrico quanto os erros individuais foram equacionados em função da posição. Numa fase inicial foram equacionadas as componentes do erro volumétrico E_x , E_y e E_z em função das coordenadas dos pontos medidos “X”, “Y” e “Z”, utilizando técnicas de regressão múltipla. Para cada um dos eixos coordenados da máquina foi proposta a Eq. (4.1).

$$E_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \beta_3 Z_i + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

onde

E_i - componente do erro volumétrico no eixo em questão.

“X”, “Y” e “Z” definem a posição de cada um dos pontos no volume escolhido.

β_i - coeficientes de regressão.

ε_i - resíduos de regressão.

Embora as três equações de regressão obtidas sejam adequadas aos dados, demonstrando a existência de relação linear entre as variáveis, decidiu-se melhorar as mesmas incorporando novos parâmetros independentes. É sabido que os modelos podem ser melhorados desta maneira, obtém-se assim, uma nova equação não linear nas variáveis para cada um dos eixos, dada pela Eq. (4.2). Estas equações foram transformadas em lineares através da substituição direta das variáveis, como mostrado a seguir.

$$E_{xi} = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \beta_3 Z_i + \beta_4 X_i^2 + \beta_5 Y_i^2 + \beta_6 Z_i^2 + \beta_7 X_i Y_i + \beta_8 X_i Z_i + \beta_9 Y_i Z_i + \varepsilon_i \quad (4.2)$$

A inclusão de novos termos independentes trouxe consigo um aumento significativo dos coeficientes de correlação, com a conseguinte diminuição da grandeza dos resíduos.

Numa segunda fase o comportamento de cada erro individual medido foi descrito em função da posição do carro de movimentação correspondente “X”, “Y” ou “Z”, através de um polinômio de grau “n”. Por exemplo, os erros individuais medidos na direção “X”, denotados por $E_{i(x)}$ serão descritos em função da posição “X” através da Eq. (4.3).

$$E_{i(x)} = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \dots + \beta_n X_i^n + \varepsilon_i \quad (4.3)$$

De forma similar são obtidas as equações dos erros individuais nos eixos “Y” e “Z”.

4.3 - CALIBRAÇÃO DE ERROS NA MM3C.

Uma vez definidas as variáveis e propostos os modelos de regressão que relacionam estas variáveis é preciso selecionar o procedimento experimental para obtenção dos conjuntos de dados ou amostras. Estes dados devem ser utilizados em cada um dos modelos na determinação dos coeficientes de regressão.

As características e grandezas das componentes do erro volumétrico na Máquina de Medir foram determinadas através da calibração direta, especificamente através do método do volume dividido. Este método consiste na medição do erro de posição ao longo de linhas retas paralelas a cada um dos eixos coordenados da Máquina de Medir, formando uma rede por todo o volume de trabalho. A distância “real” entre pontos é medida usando o interferômetro laser. O erro de posição para um determinado eixo é calculado comparando a distância real e a nominal.

Através do uso do interferômetro laser Hewlett Packard, modelo HP5528A, podem ser levantados os erros de posição, de retilineidade e os erros angulares “pitch” e “yaw” de todos os eixos. Na determinação dos erros de ortogonalidade pode-se utilizar o esquadro mecânico enquanto que na determinação do erro “roll” em “X” e “Y” foi utilizado o nível eletrônico da Rank Taylor-Hobson, modelo Talyvel 3.

4.4 - AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO.

Os dados, resultado da calibração, são introduzidos no modelo com o objetivo de determinar os coeficientes de regressão. Após a obtenção das equações estatísticas que descrevem o comportamento das componentes do erro volumétrico, deve-se verificar a adequabilidade das mesmas. Esta verificação efetua-se através do cálculo do coeficiente de correlação e da análise dos resíduos. Isto foi feito através da comparação dos valores dos erros volumétricos previstos pelo modelo com aqueles encontrados na calibração utilizando uma barra de esferas. Ainda, a adequabilidade do modelo foi avaliada através da compensação do erro em duas das diagonais principais do volume de trabalho da MM3C. Para isto, o erro volumétrico previsto pelo modelo foi utilizado.

CAPÍTULO 5

DESCRIÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO PARA A DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS TIPO “PONTE MÓVEL”

Neste capítulo, está apresentado em detalhes o método proposto para o equacionamento matemático das componentes do erro volumétrico. Na procura de uma melhor compreensão, o conteúdo do mesmo foi dividido em 4 itens: características técnicas e sistema da MM3C; modelagem utilizando técnicas de regressão múltipla; métodos de medição usados na calibração dos erros da MM3C e avaliação do modelo proposto.

5.1 – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS E SISTEMA DA MM3C.

Todos os experimentos necessários para o levantamento dos erros geométricos e do erro volumétrico foram conduzidos em uma Máquina de Medir do tipo “Ponte Móvel”, fabricada pela Brown & Sharpe Mfg. Co., modelo Micro Validator.

A estrutura da MM3C é feita em alumínio fundido, em forma de uma ponte que se movimenta relativamente a um desempenho de

granito sobre o qual devem ser posicionadas e fixadas as peças objeto de medição, através de dispositivos e parafusos. O desempenho está montado sobre esferas e blocos em “V” na estrutura fixa da MM3C. São partes integrantes, ainda, três conjuntos de mancais aerostáticos sobre os quais se movimentam os eixos “X”, “Y” e “Z”. Estes mancais necessitam de ar comprimido, seco e limpo, para criar o colchão de ar que sustenta a parte móvel da estrutura.

A estrutura da máquina serve de suporte e permite o movimento de um sensor em três eixos ortogonais “X”, “Y” e “Z” de comprimentos 457 x 610 x 381 mm, respectivamente. Estas dimensões são denominadas cursos de operação e caracterizam esta Máquina de Medir como de pequenas dimensões e de peso moderado quando comparadas às demais existentes. As informações técnicas fornecidas pelo fabricante estão apresentadas na Tabela 5.1.

As coordenadas dos pontos das superfícies das peças são determinadas através de um sistema óptico-eletrônico. Este sistema é composto por um emissor, reticulado, escala e receptor e, para seu funcionamento, utiliza o princípio das franjas de Moiré. É sabido que as sondas de medição são o elemento responsável pela definição dos pontos a serem medidos. A posição destes pontos no espaço fica determinada por três coordenadas “X”, “Y” e “Z”. A MM3C foi intencionalmente desenhada para medir estas grandezas. No entanto, resulta impossível a obtenção das coordenadas verdadeiras ou reais dos pontos, porque muitos outros fatores interferem no processo de medição. Sendo assim, o resultado de qualquer medição na MM3C estará afetado por uma combinação de erros denominada erro volumétrico.

MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS

Fabricante/ país: Brown & Sharpe/ E. U. A.

Tipo Ponte Móvel

Número de série: 098066

Ano de fabricação: 1988

Proprietário: LAMAFE – Depto. Eng. Mecânica – EESC – USP

Desempenho a 20 ± 1 C (68 ± 2 F)

Incerteza volumétrica (B89)	$\pm 0,015$ mm
Incerteza linear (B89)	$\pm 0,003$ mm
Repetibilidade (B89)	$\pm 0,002$ mm
Resolução	0,002 mm
Faixa do mostrador	$\pm 0000,000$

Dimensões

	Faixa de operação	Capacidade de trabalho	Dimensões totais	
X	356 mm	457 mm	Comprimento	743 mm
Y	406 mm	610 mm	Largura	730 mm
Z	305 mm	381 mm	Altura	1340 mm

Pesos

Somente a máquina:	149 kg
Sistema completo	168 kg
Embalada	220 kg
Peso máximo da peça medida	68 kg

Níveis operacionais exigidos

Faixa de temperatura de operação	10 a 40 C
Pressão mínima de ar	480 kPa
Consumo de ar	357 m ³ /h
Conjunto regulador de pressão	380 kPa
Tensão de alimentação	110/120 V AC, 50/60 Hz
Potência consumida	60 Watts
Monitor	25 Watts

Tabela 5.1: Informações Técnicas sobre a MM3C tipo “Ponte Móvel”.

Para determinar a relação entrada-saída do sistema da máquina, deve-se definir e classificar as variáveis envolvidas no processo de medição sendo que, para isto, é necessário efetuar uma análise preliminar da mesma.

Tem-se que as coordenadas dos pontos podem ser consideradas como sendo as entradas desejadas do sistema ou entradas preliminares, Figura 5.1.

Figura 5.1: Representação do sistema da Máquina de Medir a Três Coordenadas tipo “Ponte Móvel”.

Na Figura 5.1, a diferença de cores é usada para identificar cada uma das partes do sistema. Observe que as entradas modificantes não estão apresentadas.

■ Entradas desejadas;

- Entradas interferentes;
- Modelo;
- Saídas preliminares;
- Saída final

Cada um destes pontos apresenta 21 erros geométricos que afetam o resultado da medição. Esses erros geométricos constituem as entradas interferentes do sistema. Também, merece ser destacado que as entradas modificantes, neste caso, temperatura, umidade e vibrações são mantidas sob controle e por isso não há necessidade de incluí-las no modelo.

A combinação dos erros geométricos em cada um dos eixos coordenados é denominada componente do erro volumétrico. Estas três componentes são consideradas as saídas do sistema da máquina e podem ser descritas em função da posição. Desta forma, ficam definidas as entradas e saídas do sistema (Figura 5.1).

Para a determinação da função de transferência da máquina, o sistema da mesma pode ser considerado como sendo três subsistemas. Cada um deles com três entradas e uma única saída.

Uma vez definidas as entradas e saídas do sistema da máquina, pode-se fazer uma classificação do mesmo segundo a teoria apresentada no item 2.5. O sistema da MM3C tipo “Ponte Móvel” é:

- **Invariável no tempo:** a grandeza do erro volumétrico em qualquer instante de tempo depende somente dos valores das coordenadas “X”, “Y” e “Z” e não do instante do tempo no qual o erro está sendo medido. Alguns fatores, tais como desgaste das faces dos elementos móveis pode alterar a grandeza dos erros geométricos. Estas variações são produzidas muito lentamente com o tempo, não sendo possível identificá-las em períodos curtos.
- **Contínuo com relação à posição:** o erro volumétrico é uma função matemática de uma variável contínua, neste

caso, da posição. Isto significa que qualquer variação das coordenadas “X”, “Y” e “Z” provocará variações na grandeza do erro volumétrico.

➤ **Instantâneo:** a magnitude do erro volumétrico em qualquer posição depende somente da posição presente e não dos valores passados ou futuros. A memória do sistema da MM3C “Ponte Móvel” é nula.

➤ **MISO:** o sistema apresenta múltiplas entradas e uma única saída.

A classificação do sistema em linear ou não linear fica para ser discutida mais a frente depois da obtenção do modelo.

Dada a classificação anterior, a relação entrada-saída do sistema da máquina será expressa através de um modelo matemático que descreve as componentes do erro volumétrico em função da posição “X”, “Y” e “Z”, Eq. (5.1). As três equações que compõem este modelo são denominadas funções de transferências da MM3C.

$$\left\{ \begin{array}{l} Ex = f_1(x, y, z) \\ Ey = f_2(x, y, z) \\ Ez = f_3(x, y, z) \end{array} \right. \quad (5.1)$$

5.2 – O EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO.

Utilizando técnicas de regressão é possível determinar a relação existente entre as coordenadas dos pontos medidos “X”, “Y”, “Z” e as componentes do erro volumétrico Ex , Ey , Ez , usando os dados resultados da calibração direta. Da mesma forma, é possível determinar a relação existente entre estas coordenadas e cada um dos erros individuais.

5.2.1 – MODELO ESTATÍSTICO PROPOSTO PARA AS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO.

As expressões matemáticas que descrevem a relação existente entre as componentes do erro volumétrico e a posição de cada um dos pontos medidos, foram obtidas a partir de dados experimentais com métodos como apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Montagem dos dados para obter a equação do eixo “X”.

Variáveis Casos	X	Y	Z	Ex
1	X ₁	Y ₁	Z ₁	Ex ₁
2	X ₂	Y ₂	Z ₂	Ex ₂
3	X ₃	Y ₃	Z ₃	Ex ₃
4	X ₄	Y ₄	Z ₄	Ex ₄
5	X ₅	Y ₅	Z ₅	Ex ₅
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	X _n	Y _n	Z _n	Ex _n

A primeira tentativa na determinação da relação entrada-saída do sistema da máquina foi propor uma equação de regressão linear múltipla para cada um dos eixos coordenados. Estas equações permitem ter uma idéia da relação existente entre as variáveis independentes e dependentes envolvidas na calibração.

Desta forma, para o eixo “X” tem-se a Eq. (5.2).

$$E_{xi} = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \beta_3 Z_i + \varepsilon_i \quad (5.2)$$

onde: E_{xi} - componente do erro volumétrico na direção “X”, em micrômetros.

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ - coeficientes da regressão.

X_i, Y_i, Z_i - coordenadas do ponto i , em milímetros, $i=1, 2, \dots, n$.

ε_i - resíduos da regressão.

Esta equação é denominada equação de regressão linear múltipla por apresentar múltiplas variáveis independentes e pode ser interpretada como a decomposição de E_x em cinco partes, uma dependente de “X”, outra de “Y”, uma terceira dependente de “Z”, uma quarta parte representada pelo termo independente β_0 e uma quinta independente de todas elas.

Os estimadores de mínimos quadrados são determinados de forma tal que a soma dos quadrados dos resíduos seja minimizada, Eq. (5.3).

$$S(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (E_{xi} - \beta_0 - \beta_1 X_i - \beta_2 Y_i - \beta_3 Z_i)^2 \quad (5.3)$$

Neste caso resulta conveniente escrever a regressão múltipla na forma vetorial, Eq. (5.4)

$$E_x = H\beta + \varepsilon \quad (5.4)$$

onde

$$H = \begin{bmatrix} 1 & X_1 & Y_1 & Z_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 & Z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_n & Y_n & Z_n \end{bmatrix}, \quad E_x = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{x2} \\ \vdots \\ E_{xn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}; \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Para o modelo dado na Eq. (5.4) as estimativas dos parâmetros de acordo com o método dos mínimos quadrados, os valores previstos e os resíduos podem ser determinados pelas Eqs

(5.5), (5.6) e (5.7), respectivamente. Para tanto é preciso que $(H^T H)$ seja uma matriz invertível.

$$\hat{\beta} = (H^T H)^{-1} H^T E_x \quad (5.5)$$

$$\hat{E}_x = H\hat{\beta} \quad (5.6)$$

$$\hat{\varepsilon} = E_x - \hat{E}_x = E_x - H\hat{\beta} \quad (5.7)$$

De posse dos dados da medição do erro volumétrico estes são substituídos no modelo proposto e introduzidos no programa “Estatística”. Como resultado é obtida uma equação para cada componente do erro volumétrico. As três equações encontradas possuem coeficientes de correlação relativamente altos e um bom comportamento dos resíduos. A análise dos resíduos inclui o comportamento na ordem temporal e em relação a cada uma das variáveis independentes. No entanto decidiu-se melhorar estas equações com a inclusão de novos termos independentes. Desta forma, de três variáveis independentes nas equações iniciais se levou a nove variáveis independentes, resultado da combinação das já existentes. Isto é, incluindo X^2 , Y^2 , Z^2 , XY , XZ e YZ (Tabela 5.3).

Como resultado é obtida a Eq. (5.8).

$$E_{xi} = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \beta_3 Z_i + \beta_4 X_i^2 + \beta_5 Y_i^2 + \beta_6 Z_i^2 + \beta_7 X_i Y_i + \beta_8 X_i Z_i + \beta_9 Y_i Z_i + \varepsilon_i \quad (5.8)$$

Como pode ser notado, esta equação denominada quadrática é não linear nas variáveis “X”, “Y” e “Z”. Assim considera-se importante fazer uma transformação nas variáveis independentes com o objetivo de facilitar o cálculo dos coeficientes da regressão.

Tabela 5.3: Montagem dos dados depois da inclusão das novas variáveis.

Var Casos	X	Y	Z	X^2	Y^2	Z^2	XY	XZ	YZ	E_x
1	X_1	Y_1	Z_1	X_1^2	Y_1^2	Z_1^2	X_1Y_1	X_1Z_1	Y_1Z_1	E_{x1}
2	X_2	Y_2	Z_2	X_2^2	Y_2^2	Z_2^2	X_2Y_2	X_2Z_2	Y_2Z_2	E_{x2}
3	X_3	Y_3	Z_3	X_3^2	Y_3^2	Z_3^2	X_3Y_3	X_3Z_3	Y_3Z_3	E_{x3}
4	X_4	Y_4	Z_4	X_4^2	Y_4^2	Z_4^2	X_4Y_4	X_4Z_4	Y_4Z_4	E_{x4}
5	X_5	Y_5	Z_5	X_5^2	Y_5^2	Z_5^2	X_5Y_5	X_5Z_5	Y_5Z_5	E_{x5}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	X_n	Y_n	Z_n	X_n^2	Y_n^2	Z_n^2	X_nY_n	X_nZ_n	Y_nZ_n	E_{xn}

Através da substituição direta das variáveis é possível linearizar esta equação.

As variáveis independentes foram substituídas como segue:

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= X; & Z_2 &= Y; & Z_3 &= Z \\
 Z_4 &= X^2; & Z_5 &= Y^2; & Z_6 &= Z^2 \\
 Z_7 &= XY; & Z_8 &= XZ; & Z_9 &= YZ
 \end{aligned}$$

Como resultado desta transformação obtém-se a Eq. (5.9)

$$E_{xi} = \beta_0 + \beta_1 Z_{1i} + \beta_2 Z_{2i} + \beta_3 Z_{3i} + \beta_4 Z_{4i} + \beta_5 Z_{5i} + \beta_6 Z_{6i} + \beta_7 Z_{7i} + \beta_8 Z_{8i} + \beta_9 Z_{9i} + \varepsilon_i \quad (5.9)$$

Desta forma, foi obtida uma equação de regressão linear múltipla com nove variáveis independentes, uma variável dependente e dez coeficientes de regressão. Antes de fazer o cálculo dos coeficientes, foram testadas as significâncias de cada um deles. Somente foram calculados os coeficientes das variáveis

independentes que estão altamente correlacionadas com a resposta ou variável dependente, obtendo-se assim, a melhor equação de regressão. O procedimento utilizado para selecionar as variáveis significativas na regressão, o chamado “stepwise” (Draper & Smith, 1966), está apresentado no Apêndice 2.

Uma vez determinado os coeficientes significativos na equação, procede-se o cálculo dos mesmos com a conseguinte substituição no modelo proposto. Desta forma, é obtida a equação matemática que descreve a relação entrada-saída da MM3C na direção preferencial “X”.

De forma similar podem ser propostas equações de regressão para equacionar as componentes do erro volumétrico em “Y” e “Z”. Estas três equações de regressão que relacionam as entradas e saídas na Máquina de Medir a Três Coordenadas do tipo “Ponte Móvel” são denominadas, neste trabalho, funções de transferências.

5.2.2 – MODELO MATEMÁTICO PARA OS ERROS INDIVIDUAIS.

Cada um dos erros geométricos foi medido m vezes, bi-direcionalmente, isto é, m trajetos no sentido de ida e m trajetos no sentido de volta (Tabela 5.4). Os dados coletados durante a calibração foram tratados segundo a teoria descrita no item 3.1.1.

Tabela 5.4: Conjunto de dados dos erros geométricos.

	P_0	P_1	P_2	P_3	...	P_n
Ida do trajeto 1	E_{0I1}	E_{1I1}	E_{2I1}	E_{3I1}	...	E_{nI1}
Volta do trajeto 1	E_{0V1}	E_{1V1}	E_{2V1}	E_{3V1}	...	E_{nV1}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Ida do trajeto m	E_{0Im}	E_{1Im}	E_{2Im}	E_{3Im}	...	E_{nIm}
Volta do trajeto m	E_{0Vm}	E_{1Vm}	E_{2Vm}	E_{3Vm}	...	E_{nVm}

Primeiramente, calculou-se o erro médio nos sentidos de ida e volta, assim como, o intervalo de confiança ($\pm 3s$) para o sentido de ida. Na Tabela 5.5 estão apresentados os conjuntos de dados referentes aos sentidos de ida e volta de forma geral.

Tabela 5.5: Valores que representam os erros geométricos.

	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	. . .	P _n
Ida	0	E _{1I}	E _{2I}	E _{3I}	. . .	E _{nI}
Volta	E _{0V}	E _{1V}	E _{2V}	E _{3V}	. . .	E _{nV}

E_{iI} – erro no ponto i no sentido de ida, Eq. (5.10). Este erro representa o valor médio dos erros encontrados no ponto i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) nos 5 trajetos, no sentido de ida.

$$E_{iI} = E_{iI} - E_{0I} \quad \text{para } i=0, 1, 2, \dots, n \quad (E_{0I} = 0) \quad (5.10)$$

E_{iV} – erro no ponto i , no sentido de volta. Este erro pode ser calculado pela Eq. (5.11) e representa o valor médio dos erros encontrados no ponto i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) nos 5 trajetos, no sentido de volta.

$$E_{iV} = E_{iV} - E_{0I} \quad \text{para } i=0, 1, 2, \dots, n \quad (5.11)$$

A seguir, determina-se a parcela de histerese. Se o valor da histerese é pequeno o comportamento do erro pode ser descrito através de uma única equação como, por exemplo, a equação do sentido de ida utilizando os dados do sentido de ida. Caso contrário, devem ser considerados os dois sentidos de medição, ida e volta, e serão ajustadas equações a cada um destes conjuntos de dados experimentais.

Desta maneira, cada um dos erros individuais ficou descrito em função da posição do carro de movimentação correspondente, utilizando técnicas de regressão linear simples e múltipla. Inicialmente foi proposto um modelo para cada conjunto de dados, Eq. (5.12). Na maioria dos casos resultou conveniente incorporar novos termos independentes nos modelos, tais como potências da variável u (posição), obtendo-se assim, polinômios de grau “ n ”, Eq. (5.13). Em seguida, foram selecionadas as variáveis independentes altamente correlacionadas com a variável dependente.

$$E_i = \beta_0 + \beta_1 u_i + e_i \quad (5.12)$$

$$E_i = \beta_0 + \beta_1 u_i + \beta_2 u_i^2 + \beta_3 u_i^3 + \dots + \beta_n u_i^n + e_i \quad (5.13)$$

onde

E_i - erro em questão

u - posição “X”, “Y” ou “Z”

De posse do modelo e determinadas as variáveis independentes altamente correlacionadas com o erro em questão, foram determinados os coeficientes da equação de regressão, utilizando o método dos mínimos quadrados.

Finalmente, para verificar a adequabilidade do modelo foi calculado o coeficiente de correlação e efetuada uma análise dos resíduos, de acordo com a teoria exposta no item 3.3.1.

5.3 – MÉTODOS DE MEDIÇÃO UTILIZADOS NA CALIBRAÇÃO.

Através de métodos de calibração direta foram levantados as componentes do erro volumétrico e os 21 erros geométricos de uma MM3C do tipo “Ponte Móvel”, e obtidas as curvas de erros correspondentes.

5.3.1 - DESCRIÇÃO DA INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA DURANTE AS CALIBRAÇÕES.

Apesar de existir uma grande diversidade de instrumentos metrológicos para a calibração direta das Máquinas de Medir a Três Coordenadas, somente poderão ser utilizados aqueles que cumprem um conjunto de especificações técnicas. Tais especificações são: a incerteza de medição do instrumento deve estar dentro de uma faixa dez vezes menor que a incerteza da MM3C; o instrumento deve cobrir toda a faixa de erros esperada; o instrumento deve atender às faixas de operação dos eixos da MM3C, além de possuir flexibilidade de uso no seu volume de trabalho.

Tabela 5.6 – Características dos Instrumentos utilizados para calibrar a MM3C (BARREIRA, 1998).

INSTRUMENTOS PARA CALIBRAR A MM3C				
ERRO	INSTRUMENTO	FAIXA	RESOLUÇÃO	INCERTEZA
Posição	Laser	40 m	0,01 μm	$\pm 0,1$ PPM
Retitude	Laser	30 m	0,01 μm	$\pm 3,5$ %
Pitch e Yaw	Laser	$\pm 36000''$	0,1"	$\pm 0,05$ "/m
Perpendicularidade	Esq. mecânico de granito	220x150 mm		$\pm(2+L/100)$ μm
Roll	Nível eletrônico	$\pm 600''$	0,1"	$\pm 0,2''$
	Nível de bolha	10'	1"	$\pm 1''$
Erro volumétrico	Laser	40 m	0,01 μm	$\pm 0,1$ PPM

O interferômetro laser, o nível eletrônico, o nível de bolha e o esquadro mecânico de granito são os instrumentos que satisfazem estas exigências e, assim, foram utilizados na calibração. Na Tabela

5.6 estão expostas as características metrológicas destes instrumentos, assim como os erros que podem ser medidos com eles.

5.3.2 - LEVANTAMENTO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO NA MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS.

O método do volume dividido permite o levantamento das componentes do erro volumétrico da MM3C. Inicialmente foi efetuada uma análise da máquina para definir a posição onde seria colocado o sistema de referência ou sistema 0 (zero), Figura 5.2.

Figura 5.2. Representação da colocação do sistema zero.

O sistema de referência foi colocado no ponto (0, 0, -260 mm) com relação ao sistema zero da MM3C objeto de estudo.

Este volume foi dividido por linhas retas paralelas a cada um dos eixos, formando uma rede com um total de 308 geratrizes (Figura 5.3). Os pontos de medida foram definidos a partir do sistema de referência na intercepção das geratrizes, obtendo-se assim, 2145 pontos.

Os valores do erro de posição foram levantados ao longo de cada uma das geratrizes utilizando o interferômetro laser. O processo de medição foi passo a passo e a coleta de dados automática.

Figura 5.3: Representação dos diferentes planos de medição.

..... Planos “XZ”, definidos por valores constantes da coordenada “Y”. Nestes planos foram levantadas as componentes E_x para diferentes valores da coordenada “Z”.

..... Planos “XY”, definidos por valores constantes da coordenada “Z”. Nestes planos foram levantadas as componentes E_y para diferentes valores da coordenada “X”.

..... Planos “ZX”, definidos por valores constantes da coordenada “Y”. Nestes planos foram levantadas as componentes E_z para diferentes valores da coordenada “X”.

Durante a calibração a MM3C permaneceu isolada numa sala, cujas condições ambientais foram mantidas dentro dos seguintes limites:

Temperatura de 20 ± 1 °C;

Umidade relativa de $50 \pm 10\%$;

Pressão atmosférica de 693 ± 3 mmHg;

Tempo de equilíbrio do conjunto de $12 \pm 0,5$ h;

Alinhamento do feixe laser melhor que 95%.

O sistema de medição dos erros é composto por uma unidade laser, uma unidade de processamento eletrônico e conjuntos ópticos específicos para cada tipo de erro em questão. O sistema de medição é montado de forma que esteja alinhado ao eixo a ser avaliado e o mais próximo possível da sua escala. Desta forma, a influência dos braços de Abbé é minimizada. O canhão laser fica montado sobre um tripé que, além de servir de base para a unidade, permite o nivelamento e alinhamento. Este canhão emite um feixe de luz e monitora o feixe de retorno contendo as informações sobre o deslocamento.

O método de calibração do volume dividido permite a medição direta das componentes do erro volumétrico E_x , E_y e E_z . Estes erros são medidos ao longo de linhas retas, paralelas a cada um dos eixos coordenados e os resultados destas medições levam em consideração a influência de todas as fontes de erros, dentre elas, os braços de Abbé.

A montagem do sistema de medição está apresentada na Figura 5.4. Pode-se observar que o interferômetro linear está fixo à estrutura da máquina enquanto o refletor está fixo no lugar da sonda, no eixo “Z”.

Figura 5.4: Montagem do sistema interferométrico para medir o erro de posição nos eixos “X” e “Y”.

Figura 5.5: Montagem do sistema interferométrico para medir o erro de posição no eixo “Z”

O canhão laser emite um feixe de luz com duas frequências f_1 e f_2 muito próximas. O feixe laser (f_1+f_2) atinge o interferômetro e as frequências f_1 e f_2 se separam, percorrendo caminhos diferentes. Um dos feixes atinge o espelho refletor enquanto o outro é refletido internamente para ser utilizado como feixe de referência. Estes feixes são recombinados no interferômetro e retornam à unidade laser, onde são captados por fotosensores. Visto que os dois feixes percorrem caminhos diferentes, ocorre uma variação de fase entre o feixe de referência e o de medição. A variação de sinal resultante é detectada e transformada em variação de distância a partir de cálculos realizados tendo como base o comprimento de onda do laser utilizado. O erro de posição, propriamente dito, é calculado como sendo a diferença entre o valor indicado pela máquina e o valor indicado pelo laser, onde E_i representa as componentes E_x , E_y ou E_z , segundo o caso, Eq. (5.14).

$$E_i = \text{Erro de posição} = \text{Leitura da máquina} - \text{Leitura do laser} \quad (5.14)$$

Cada geratriz foi medida 5 vezes no sentido de ida e cinco vezes no sentido de volta. A partir destes dados foram construídas as superfícies de erros para cada plano de medição. A Figura 5.4 e 5.5 apresentam a montagem para a medição do erro de posição do eixo “X” e “Z”, respectivamente.

Na Figura 5.6 está apresentada uma fotografia da montagem experimental para a calibração do erro de posição do eixo “Y”. Nesta montagem tem-se uma base fixa ao desempenho contendo uma haste que suporta o interferômetro. O refletor fica preso no lugar da sonda, permitindo que este se movimente ao longo de uma linha reta paralela ao eixo “Y”. Os valores das coordenadas “X” e “Z” devem permanecer constantes. As montagens experimentais para a medição dos erros de posição dos eixos “X” e “Z” são similares à utilizada para o eixo “Y”.

Figura 5.6: Montagem do sistema interferométrico para medir o erro de posição no eixo “Z”.

Figura 5.7: Montagem experimental para a calibração do erro de posição do eixo “Y”.

Como resultado da calibração são obtidos três conjuntos de dados ou amostras, a partir dos quais serão determinadas as

equações matemáticas que descrevem as componentes do erro volumétrico.

5.4 – AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO.

O modelo proposto, obtido através do uso de técnicas de regressão, exige uma avaliação estatística. No entanto, pode-se considerar que o referido modelo deve ser avaliado, também, de outras maneiras. Neste trabalho propõe-se efetuar uma segunda avaliação através da compensação do erro volumétrico em duas das diagonais principais do volume de trabalho da máquina. E uma terceira, comparar os resultados previstos pelo modelo com o método normalizado ANSI/ASME B89.4.1 (1995).

5.4.1 - AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO MODELO.

Na avaliação estatística do modelo o primeiro passo consiste no cálculo do coeficiente de correlação amostral “ r^2 ”. Se o valor obtido para o coeficiente de correlação estiver muito próximo de um (1) significa que existe boa correlação linear entre as variáveis e pode-se continuar testando a validade do modelo. Caso contrário, a correlação não é tão boa quanto o desejado e deve-se procurar propor um outro modelo. Ainda, pode acontecer que o valor do coeficiente de correlação esteja relativamente próximo de um (1) existindo a possibilidade de melhorá-lo através da incorporação de novos termos independentes.

Em seguida deve ser efetuada uma análise completa dos resíduos, isto é, verificar a independência dos mesmos e a constância da variância. De acordo com este critério, é efetuada uma análise dos gráficos dos resíduos em função de cada uma das variáveis independentes X_i , Y_i e Z_i , dos resíduos em função dos valores

previstos $\hat{E}_i$ e dos resíduos em função do tempo. O gráfico dos resíduos em função dos valores previstos permite verificar a existência de pontos com grandes valores de resíduos, denominados “outliers”. Se a presença dos mesmos é verificada, devem ser excluídos da análise sempre que seja possível, pois a adequabilidade do modelo pode ficar comprometida.

A normalidade dos resíduos é verificada através de gráficos de probabilidade normal e de histogramas. A caracterização das possíveis tendências da distribuição dos resíduos é efetuada através dos valores da média, do desvio padrão e dos coeficientes de “kurtosis” e de “skweness”.

5.4.2 - COMPENSAÇÃO DOS ERROS EM DUAS DIAGONAIS DO VOLUME DE TRABALHO DA MÁQUINA.

Uma vez verificada a adequabilidade estatística do modelo, pode se proceder à compensação do erro volumétrico em duas diagonais do volume de trabalho da máquina. A primeira diagonal, com o sentido de movimentação positivo nos eixos “X”, “Y” e “Z”, a segunda com o sentido de movimentação negativo no eixo “X” e positivo em “Y” e “Z”.

Para tanto, foram medidos os erros de posição nestas diagonais, cinco vezes em ambos os sentidos, conforme descrito no item 5.3.2. Em seguida foi calculado o erro que a máquina comete na medição das distâncias desde o ponto zero da diagonal até cada um dos pontos de medição. A seguir, calculou-se a média dos erros nos sentidos de ida e volta e levantadas as curvas de erros correspondentes.

Figura 5.8: Representação das diagonais nas quais foi avaliado o modelo proposto.

Para as coordenadas dos pontos onde foi levantado o erro de posição foram sintetizados os valores das componentes do erro volumétrico, através do modelo proposto. As grandezas destas componentes definem a grandeza, direção e sentido do erro volumétrico e variaram de um ponto de medição para outro. Desta forma, antes da compensação é preciso projetar cada erro sintetizado na diagonal, conforme se explica no item 5.4.3.

5.4.3 - AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA COMPARAÇÃO COM O MÉTODO NORMALIZADO ANSI/ASME B 89.4.1 (1995).

Outra verificação do modelo proposto pode ser efetuada através da comparação dos resultados previstos pelo modelo com os resultados obtidos na calibração da máquina utilizando-se uma barra de esferas. A norma ANSI/ASME B 89.4.1 (1995) especifica a medição de uma barra de esferas não calibrada em 20 posições e orientações diferentes no volume de trabalho da máquina. No entanto, decidiu-se utilizar uma barra de esferas com comprimento nominal conhecido e

efetuar a calibração em 12 das 20 posições recomendadas, Figura 5.9. Os posicionamentos selecionados da barra envolvem posições paralelas às direções dos eixos, nas diagonais dos planos “XY”, “XZ” e “YZ” e nas diagonais volumétricas.

A calibração com barra de esferas consiste na determinação da distância entre os centros das esferas da barra. Envolve a medição dos diâmetros das esferas e o cálculo de seus centros com a posterior determinação da dimensão entre centros das esferas.

Para as distintas posições, as esferas foram medidas 4 vezes, em 4 pontos diferentes e coletadas as coordenadas X, Y e Z. É requisito indispensável que estes pontos sejam linearmente independentes.

Os pontos e coordenadas correspondentes foram denotadas como segue:

$$P_1:(X_1, Y_1, Z_1); P_2:(X_2, Y_2, Z_2); P_3:(X_3, Y_3, Z_3); P_4:(X_4, Y_4, Z_4)$$

Utilizando a equação da esfera, a partir das coordenadas destes pontos, foram calculadas as coordenadas dos centros das esferas e suas respectivas médias em cada posição. A equação reduzida de uma esfera de centro $C = (X_0, Y_0 \text{ e } Z_0)$ e raio $r > 0$ é dada pela Eq. (5.15).

$$(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2 = r^2 \quad (5.15)$$

Desenvolvendo os quadrados na Eq. (5.15), obtém-se a Eq. (5.16).

$$(X^2 + Y^2 + Z^2) + AX + BY + CZ + D = 0 \quad (5.16)$$

com $A, B, C, D \in \mathbb{R}$.

A Equação (5.16) é chamada equação geral da esfera.

Figura 5.9: Posições recomendadas pela norma ANSI/ASME B 89.4.1 (1995) para posicionamento da barra de esferas, na calibração de MM3C.

Substituindo-se as variáveis A , B , C e D por β_0 , β_1 , β_2 e β_3 , respectivamente, e introduzindo-se os valores das coordenadas X , Y e Z na Eq. (5.17), obtém-se, um sistema de equações lineares (5.17) cujos coeficientes podem ser determinados através do método dos mínimos quadrados.

$$\begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_1^2 + \beta_2 Y_1^2 + \beta_3 Z_1^2 = -(X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2) \\ \beta_0 + \beta_1 X_2^2 + \beta_2 Y_2^2 + \beta_3 Z_2^2 = -(X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2) \\ \beta_0 + \beta_1 X_3^2 + \beta_2 Y_3^2 + \beta_3 Z_3^2 = -(X_3^2 + Y_3^2 + Z_3^2) \\ \beta_0 + \beta_1 X_4^2 + \beta_2 Y_4^2 + \beta_3 Z_4^2 = -(X_4^2 + Y_4^2 + Z_4^2) \end{cases} \quad (5.17)$$

Para facilitar os cálculos resulta conveniente escrever em notação matricial.

$$b = A\beta + \varepsilon$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & X_1^2 & Y_1^2 & Z_1^2 \\ 1 & X_2^2 & Y_2^2 & Z_2^2 \\ 1 & X_3^2 & Y_3^2 & Z_3^2 \\ 1 & X_4^2 & Y_4^2 & Z_4^2 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2) \\ -(X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2) \\ -(X_3^2 + Y_3^2 + Z_3^2) \\ -(X_4^2 + Y_4^2 + Z_4^2) \end{bmatrix}; \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

Desta forma, o vetor β dos coeficientes pode ser calculado através da Eq. (5.18), desde que $A'A$ seja uma matriz invertível.

$$\beta = (A'A)^{-1} A'b \quad (5.18)$$

As coordenadas do centro das esferas são calculadas por meio da Eq. (5.19).

$$X_0 = \frac{-\beta_1}{2}; \quad Y_0 = \frac{-\beta_2}{2}; \quad Z_0 = \frac{-\beta_3}{2} \quad (5.19)$$

Esta metodologia foi implementada no programa MATLAB.

Utilizando $(X_{01}, Y_{01}$ e $Z_{01})$ e $(X_{02}, Y_{02}$ e $Z_{02})$ para representar as coordenadas dos centros das esferas 1 e 2, respectivamente, a

dimensão da barra calculada a partir dos resultados das medições (D_{BM}) pode-se expressar pela Eq. (5.20).

$$D_{BM} = \sqrt{(X_{02} - X_{01})^2 + (Y_{02} - Y_{01})^2 + (Z_{02} - Z_{01})^2} \quad (5.20)$$

Esta dimensão envolve o erro volumétrico que a máquina comete durante a medição desse comprimento. Por tanto, a dimensão real da barra D_{BR} é obtida como a diferença entre a D_{BM} e o erro volumétrico, Eq. (5.21).

$$D_{BR} = D_{BM} - E_V \quad (5.21)$$

Na Figura 5.10 estão representados as dimensões D_{BM} , D_{BR} e os erros volumétricos para cada uma das esferas. Observa-se que ambos os vetores dos erros volumétricos apresentam direções diferentes entre si e diferentes da direção na qual a barra foi medida. Portanto, antes do cálculo da dimensão real da barra os erros volumétricos devem ser projetados na direção de medição.

Para isto, através das equações de regressão obtidas são sintetizados os valores numéricos das componentes do erro volumétrico nas coordenadas “ X_0 ”, “ Y_0 ” e “ Z_0 ” calculadas.

Para o ponto centro da esfera 1: Ex_1 , Ey_1 e Ez_1

Para o ponto centro da esfera 2: Ex_2 , Ey_2 e Ez_2

onde

$$\begin{cases} Ev_1 = \sqrt{Ex_1^2 + Ey_1^2 + Ez_1^2} \\ Ev_2 = \sqrt{Ex_2^2 + Ey_2^2 + Ez_2^2} \end{cases} \quad (5.22)$$

De posse dos valores dos erros volumétricos, procede-se à projeção dos mesmos na direção de medição. Para tanto, deve-se calcular os cossenos diretores que definem a orientação da barra dentro do volume de trabalho da máquina e multiplicar cada componente pelo cosseno diretor correspondente.

Figura 5.10: Representação das dimensões medida e real da Barra de Esferas.

Para melhor entender o cálculo dos cossenos diretores, considere o centro de cada esfera como sendo um ponto “ C_i ” no espaço. Cada ponto “ C_i ” possui coordenadas (X_{Oi} , Y_{Oi} , Z_{Oi}) referido aos eixos de coordenadas cartesianas.

Observe a Figura 5.11.

Figura 5.11: Barra de Esferas no espaço.

A distância entre as esferas da barra resultado das medições “ D_{BM} ” (Eq. (5.20)), pode ser calculada pela Eq. (5.23), onde D_{BMxi} , D_{BMyj} e D_{BMzk} representam as projeções da barra em cada um dos eixos coordenados.

$$D_{BM} = D_{BMxi} + D_{BMyj} + D_{BMzk} \quad (5.23)$$

A direção da D_{BM} no espaço pode ser especificada pelos ângulos diretores com as direções OX , OY e OZ , e são designados usualmente por α , β e γ como indicado na Figura 5.12.

Desta forma, a D_{BM} pode ser escrita conforme a Eq. (5.24). Onde as quantidades $\cos\alpha$, $\cos\beta$ e $\cos\gamma$ são denominadas cossenos diretores da D_{BM} .

$$\begin{aligned} D_{BM} &= D_{BMi} + D_{BMj} + D_{BMk} \\ &= C_1 C_2 \cos \alpha i + C_1 C_2 \cos \beta j + C_1 C_2 \cos \gamma k \\ &= C_1 C_2 (\cos \alpha i + \cos \beta j + \cos \gamma k) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Figura 5.12: Cossenos diretores (BOULOS et al., 1987).

Se C_1C_2 é o comprimento D_{BM} , então, $(\cos\alpha i + \cos\beta j + \cos\gamma k)$ deve ser um vetor unitário. Isto é, ter um comprimento unitário de modo que:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Tem-se que:

$$\cos\alpha = D_{BMx}/D_{BM}; \cos\beta = D_{BMy}/D_{BM} \text{ e } \cos\gamma = D_{BMz}/D_{BM}$$

Como dito, anteriormente, as projeções das componentes E_x , E_y e E_z na direção da barra, denotadas por E_{Bx} , E_{By} e E_{Bz} , podem ser calculadas pelas seguintes expressões.

$$\begin{aligned} E_{Bx} &= E_x \cos\alpha \\ E_{By} &= E_y \cos\beta \\ E_{Bz} &= E_z \cos\gamma \end{aligned} \tag{5.25}$$

O erro volumétrico que a máquina comete na medição do comprimento da barra, na direção de medição, é dado por:

$$\begin{aligned} E_{B1} &= E_{Bx1} + E_{By1} + E_{Bz1} \\ E_{B2} &= E_{Bx2} + E_{By2} + E_{Bz2} \\ E_B &= E_{B2} - E_{B1} \end{aligned} \quad (5.26)$$

O valor de erro volumétrico calculado (E_B) é corrigido da dimensão da barra medida (D_{BM}) obtendo-se a denominada dimensão da barra real (D_{BR}).

Figura 5.13: Representação do Erro Volumétrico Final.

Para se conhecer a eficiência do modelo proposto na previsão do erro volumétrico é preciso determinar a diferença entre os valores da distância real calculados e a distância padrão, denotada por D_{BP} .

A dimensão padrão da barra de esferas determina-se através da calibração. Para tanto, foi utilizada uma máquina universal de medir, fabricada pela Societe Genevoise D'Instruments de Physique (SIP), tipo 302 M, cuja resolução e incerteza são $0,1 \mu\text{m}$ e $\pm 0,1 \mu\text{m}$, respectivamente. A calibração da barra de esferas consiste na medição das distâncias entre as extremidades das esferas da barra e seus diâmetros.

As dimensões medidas e as calculadas para a barra de esferas são mostradas na figura 5.14. Neste caso, a distância entre as extremidades das esferas da barra está representada por L , os diâmetros medidos das esferas por D_1 e D_2 , enquanto que a dimensão padrão entre centros das esferas está representada por L_0 .

Figura 5.14: Barra de Esferas com suas dimensões (PIRATELLI, 1997).

As Figuras 5.15 e 5.16 mostram o posicionamento da barra de esferas na máquina universal de medir, para a medição das distâncias e dos diâmetros, respectivamente. Como pode ser visto na Figura 5.15, a barra foi colocada sobre um bloco em “V” e alinhada com o eixo de medição da máquina, para determinação da distância entre as extremidades das esferas.

A determinação dos diâmetros das esferas foi feita colocando a barra de esferas em um suporte magnético, preso a estrutura da máquina. Tanto a distância entre as extremidades das esferas quanto seus diâmetros foram medidos 9 vezes. Os valores das médias e dos desvios padrões foram calculados e usados para determinação da distância entre centros das esferas.

Figura 5.15: Montagem da Barra de Esferas para medição do seu comprimento.

Figura 5.16: Montagem da Barra de Esferas para a medição dos diâmetros.

De posse dos dados da calibração foi calculada a distância entre os centros das esferas da barra pela Eq. (5.27).

$$L_0 = L - \frac{D_1}{2} - \frac{D_2}{2} \quad (5.27)$$

Tabela 5.7: Médias e desvios padrão em milímetros para os valores medidos de L, D₁ e D₂ e para os valores calculados de L₀.

	D ₁	D ₂	L	L ₀
Média	25,38796	25,38537	222,87276	197,4861
Desvio padrão	0,00096	0,00142	4,96037E-05	0,00089

Como resultado tem-se que o comprimento ou distância padrão da barra é de 197,4861 mm ± 1 µm.

De posse da dimensão real e da dimensão padrão é determinada a diferença entre estes valores, Eq. (5.28). Esta diferença é denominada “erro residual”.

$$\text{Erro Residual} = D_{BR} - D_{BP} \quad (5.28)$$

A partir dos resultados deste cálculo efetua-se uma análise para decidir se o modelo é adequado ou não. A adequabilidade do modelo está condicionada a valores de “erro residual” muito próximos de zero e normalmente distribuídos.

CAPÍTULO 6

TESTES EXPERIMENTAIS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Depois da apresentação dos aspectos teóricos e dos procedimentos utilizados no desenvolvimento deste trabalho cabe fazer a apresentação e avaliação dos resultados obtidos. Para tanto, este capítulo está dividido em três partes, que são: apresentação dos gráficos obtidos através da calibração das componentes do erro volumétrico; equacionamento matemático destas componentes e, por fim, a avaliação do modelo proposto. Esta última envolve a avaliação estatística do modelo, a compensação do erro volumétrico em duas diagonais do volume de trabalho da máquina e a comparação dos resultados obtidos pelo modelo proposto com os resultados obtidos através da calibração utilizando-se uma barra de esferas. Os resultados da calibração e equacionamento dos erros individuais estão apresentados no Apêndice 3.

6.1 – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO NA MM3C.

A seguir estão apresentadas as superfícies que descrevem o comportamento das componentes do erro volumétrico para as três direções preferenciais da máquina. Nestas superfícies as componentes do erro, E_x , E_y e E_z , são dadas em μm e as coordenadas dos pontos, “X”, “Y” e “Z”, são dadas em milímetros.

Cada componente do erro volumétrico foi descrita em função das coordenadas “X”, “Y” e “Z”. Entretanto, na prática, é impossível construir gráficos adequados para visualização em quatro dimensões. Por isso, estes gráficos foram construídos em três dimensões, mantendo-se constante uma das coordenadas. Obtêm-se, assim, as superfícies de erro nos diferentes planos de medição.

6.1.1 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “X”.

As superfícies que mostram o comportamento da componente do erro volumétrico na direção “X” da MM3C estão dispostas na Figura 6.1. Esta componente foi medida em sete planos, definidos por valores constantes da coordenada “Y”.

A partir dos gráficos pode-se observar que os valores desta componente oscilam entre -4 e 55 μm . O erro em cada um dos planos medidos se apresenta de forma similar, com uma tendência sensivelmente crescente na medida em que os valores das coordenadas “Z” aumentam.

a-) Ex no Plano XZ, Y=50 mm

b-) Ex no Plano XZ, Y=100 mm

d-) Ex no Plano XZ, Y=200 mm

a-) Ex no Plano XZ, Y=50mm

c-) Ex no Plano XZ, Y=150 mm

e-) Ex no Plano XZ, Y=250 mm

Figura 6.1: Superfícies Ex nos diferentes planos de medição.

Figura 6.1: Superfícies Ex nos diferentes planos de medição.

6.1.2 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “Y”.

As superfícies que descrevem o comportamento da componente do erro volumétrico na direção “Y” estão apresentadas na Figura 6.2. Os valores numéricos desta componente encontram-se no intervalo 3 até 226 μm e incrementam-se consideravelmente à medida que os valores das coordenadas “Z” aumentam. A amplitude para todos os planos de medição está na ordem de 40 μm .

a-) E_y no Plano XY, $Z = -10$ mm b-) E_y no Plano XY, $Z = -35$ mm d-) E_y no Plano XY, $Z = -135$ mm c-) E_y no Plano XY, $Z = -85$ mm e-) E_y no Plano XY, $Z = -185$ mmFigura 6.2: Superfícies E_y nos diferentes planos de medição.

Figura 6.2: Superfícies Ey nos diferentes planos de medição.

6.1.3 – COMPONENTE DO ERRO VOLUMÉTRICO NA DIREÇÃO DO EIXO “Z”.

Os valores da componente do erro volumétrico na direção “Z” oscilam entre -10 e $17 \mu\text{m}$ e diminuem à medida que os valores das coordenadas “Y” aumentam. Esta componente apresenta um comportamento similar para todos os planos. Quando comparado a componente do erro volumétrico na direção o eixo “Z” com as componentes do erro volumétrico nas direções dos eixos “X” e “Y” pode-se notar que sua grandeza é muito menor.

Uma análise das superfícies permite dizer que há uma tendência linear na relação existente entre as variáveis envolvidas.

a-) EZ no Plano ZX, Y = 50 mm

b-) EZ no Plano ZX, Y = 100 mm

d-) EZ no Plano ZX, Y = 200 mm

c-) EZ no Plano ZX, Y = 150 mm

e-) EZ no Plano ZX, Y = 250 mm

Figura 6.3: Superfícies Ez nos diferentes planos de medição.

Figura 6.3: Superfícies Ez nos diferentes planos de medição.

6.2 - EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO DAS COMPONENTES DO ERRO VOLUMÉTRICO DA MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS.

As Equações (6.1), (6.2) e (6.3), representam as componentes do erro volumétrico nas três direções “X”, “Y” e “Z” da MM3C. Estas equações, resultantes do modelo matemático descrito no Capítulo 5, constituem a função de transferência da máquina em estudo, caracterizando a relação entrada-saída da mesma. Estas equações possibilitam determinar, ainda, a grandeza do erro volumétrico em qualquer ponto do volume de trabalho da máquina com a simples substituição dos valores das coordenadas “X”, “Y” e “Z” do ponto desejado.

$$\begin{aligned}
 E_x = & 0,0875 \cdot Z - 0,03428 \cdot Y + 0,00003 \cdot X^2 + 0,00006 \cdot Z^2 + \\
 & + 0,00031 \cdot Y^2 - 0,00015 \cdot XZ
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

$$E_y = 0,08204*X - 0,70775*Z + 0,00011*Y^2 + \\ + 0,00011*Z^2 - 0,00005*YX \quad (6.2)$$

$$E_z = 0,10429*Z - 0,06733*X + 0,01186*Y + 0,00015*Z^2 - \\ - 0,00008*Y^2 - 0,00002*ZX \quad (6.3)$$

Na equação de regressão (6.1), pode-se observar que as variações na coordenada “Z” dos pontos medidos influenciam de maneira considerável a grandeza da componente do erro volumétrico na direção “X”, seguido em importância, pela coordenada “Y” e as combinações Y^2 , XZ , Z^2 e X^2 . Este efeito significativo da variável “Z” pode estar dado pela influência do braço de Abbé, dos erros angulares “yaw” do eixo “Z”, “pitch” do eixo “X” e “roll” do eixo “Y” e do erro de ortogonalidade entre os eixos “X” e “Z”.

Na Equação (6.2) tem-se, também, que a variação da coordenada “Z” influencia significativamente na componente do erro volumétrico na direção “Y”, seguida por “X” e das combinações Y^2 , Z^2 e YX . Esta influência deve estar vinculada ao braço de Abbé, pelos erros angulares “pitch” do eixo “Y”, “pitch” do eixo “Z” e “roll” do eixo “Y” e o erro de ortogonalidade entre os eixos “Y” e “Z”.

Na Equação (6.3), novamente os valores da coordenada “Z” dos pontos medidos são os de maior influência na componente do erro volumétrico no eixo “Z”, seguido de “X”, “Y” e das combinações Z^2 , Y^2 e ZX . As três equações matemáticas que descrevem a relação existente entre as coordenadas dos pontos medidos e a componente do erro volumétrico correspondente, são não lineares. Estas equações apresentam variáveis ao quadrado e combinações entre as variáveis, sendo denominadas de quadráticas. Desta forma, pode-se dizer que o erro volumétrico é não linear.

6.3.1 – AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DO MODELO.

O modelo de regressão foi avaliado estatisticamente conforme descrito no item 5.5. A avaliação do modelo consistiu no cálculo do coeficiente de correlação e de uma ampla análise dos resíduos.

➤ **Avaliação Estatística da Equação de Regressão da Componente do Erro Volumétrico na direção “X”.**

O coeficiente de correlação r , calculado através da equação (3.34), é igual a 0,9919%, isto significa que 99,19% da variabilidade da componente do erro volumétrico na direção “X” é explicada pela equação de regressão obtida, indicando que o modelo proposto é adequado para os dados analisados.

A análise dos resíduos inicia-se com os gráficos dos valores da componente do erro volumétrico “Ex” previstos pelo modelo versus os resíduos de regressão (Figura 6.4).

Figura 6.4: Resíduos da equação de regressão de Ex.

Através da Figura 6.4 pode-se observar que os valores dos resíduos estão no intervalo de $\pm 4 \mu\text{m}$, distribuídos aleatoriamente em torno de zero, indicando variância constante para todos os valores da resposta, indicando que a especificação é apropriada.

Na Figura 6.5 observa-se, também, bom comportamento dos resíduos na ordem temporal o que indica que os experimentos foram realizados adequadamente, ou seja, o erro de posição foi medido de forma correta. Pode-se concluir que não foram cometidos erros experimentais. Além disso, as condições de ensaio não sofreram grandes variações.

Figura 6.5: Resíduos de Ex em seqüência temporal.

Nas Figuras 6.6 até a 6.11 são dados os gráficos dos resíduos como função de cada uma das variáveis independentes que formam a equação de regressão da componente do erro volumétrico na direção "X". Observa-se que os resíduos estão distribuídos aleatoriamente em torno de zero para todas as variáveis independentes, demonstrando, assim, que a especificação é apropriada.

Figura 6.6: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável Z.

Figura 6.7: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável Y.

Figura 6.8: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável X^2

Figura 6.9: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável Z^2 .

Figura 6.10: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável Y^2 .

Figura 6.11: Gráfico dos resíduos de Ex versus variável XZ.

Além das análises apresentadas anteriormente, foi efetuado um teste de normalidade para os resíduos utilizando-se de um gráfico de probabilidade normal. O resultado deste teste é apresentado na Figura 6.12. Pode-se observar que quase a totalidade dos valores dos resíduos encontra-se sobre a reta teórica. Desta maneira, a hipótese de normalidade da distribuição não pode ser rejeitada.

Figura 6.12: Gráfico de Probabilidade Normal dos resíduos de Ex.

Pode-se dizer que os resíduos da equação de regressão que descrevem a componente do erro volumétrico gerado no volume de trabalho da máquina na direção “X” apresentam uma distribuição normal de probabilidades. Os valores numéricos destes resíduos encontram-se no intervalo $-3,03$ e $3,15 \mu\text{m}$. Desta forma, a amplitude dos valores de erros é de $6,18 \mu\text{m}$. Cabe ressaltar que a maior parte dos resíduos está entre $\pm 2 \mu\text{m}$. A média, o desvio padrão e os coeficientes de “kurtosis” e “skewness” são iguais a $-1,2 \times 10^{-8}$, $0,99$, $0,07$ e $0,13$, respectivamente.

Na Figura 6.13 pode-se observar que os resíduos apresentam uma distribuição normal simétrica, alongada à direita.

Figura 6.13: Histograma dos valores dos resíduos de Ex.

➤ **Avaliação Estatística da Equação de Regressão da Componente do Erro Volumétrico na direção “Y”.**

O coeficiente de correlação calculado r é de 0,9993%, indicando que 99,93% da variabilidade da componente do erro volumétrico na direção “Y” é explicada pela equação de regressão obtida. Desta forma pode-se dizer que o modelo é adequado para os dados analisados.

Na Figura 6.14 são apresentados os valores da componente do erro volumétrico na direção “Y” previstos pela equação de regressão proposta versus os resíduos. Pode-se observar que estes últimos encontram-se no intervalo $\pm 4 \mu\text{m}$ e apresentam uma distribuição aleatória em torno de zero, indicando variância constante para todos os valores da resposta. Também, na ordem temporal observa-se bom comportamento dos mesmos (Figura 6.15) indicando que os dados foram coletados adequadamente.

Figura 6.14: Resíduos da equação de regressão de E_y .

Figura 6.15: Resíduos de E_y na ordem temporal.

Nos gráficos das Figuras 6.16 até 6.20 observa-se o comportamento dos resíduos como função de cada uma das variáveis independentes que intervêm na equação de regressão de E_y .

Figura 6.16: Gráfico dos resíduos de E_y versus variável X.

Figura 6.17: Gráfico dos resíduos de E_y versus variável Z.

Figura 6.18: Gráfico dos resíduos de E_y versus variável Y^2 .

Figura 6.19: Gráfico dos resíduos de E_y versus variável Z^2 .

Figura 6.20: Gráfico dos resíduos de E_y versus variável XY .

O teste de normalidade dos resíduos efetuado através de um gráfico de probabilidade normal, é mostrado na Figura 6.21. Como pode ser observado, os valores dos resíduos apresentam pequenos desvios em relação à reta teórica, no entanto, a hipótese de normalidade da distribuição dos resíduos não pode ser rejeitada.

No histograma, observa-se que os resíduos apresentam uma tendência aproximadamente normal, com média, desvio padrão e coeficientes de “kurtosis” e de “skewness” de $3,55 \times 10^{-6}$, 1,73, 0,72 e 1,20, respectivamente. O desvio padrão apresenta um valor relativamente grande para os resíduos, indicando uma maior dispersão

dos mesmos. Esta dispersão pode estar sendo influenciada pela ordem de grandeza dos valores da componente do erro volumétrico no eixo “Y” cujos valores são sensivelmente maiores quando comparados com os eixos “X” e “Z”. Considerando este fato a dispersão em torno da média é menor para este eixo, embora quando comparado com os outros eixos ele apresente o maior valor do desvio padrão. Os resíduos oscilam entre $-3,76$ e $4,11 \mu\text{m}$, apresentando uma amplitude de $7,87 \mu\text{m}$.

Figura 6.21: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos de Ey.

Figura 6.22: Histograma dos valores dos resíduos de Ey.

➤ **Avaliação Estatística do Modelo de Regressão da Componente do Erro Volumétrico do eixo “Z”.**

O coeficiente de correlação r é igual a 0,9815% o que indica que 98,15 % da variabilidade da componente do erro volumétrico na direção “Z” é explicada pela equação de regressão obtida, demonstrando assim, que o modelo é válido para o conjunto de dados analisados.

Na Figura 6.24 pode-se observar que os resíduos estão distribuídos em torno de zero de maneira aleatória o que significa que a variância é constante para todos os valores da resposta. Estes resíduos encontram-se no intervalo $\pm 2 \mu\text{m}$.

Na ordem temporal (Figura 6.25) os resíduos apresentam bom comportamento, ou seja, estão distribuídos em torno de zero, aleatoriamente. Isto indica que os dados foram coletados adequadamente.

Figura 6.23: Resíduos da equação de regressão de Ez.

Figura 6.24: Resíduos de E_z na ordem temporal.

Nas Figuras 6.25 até 6.30 observam-se que os resíduos estão distribuídos aleatoriamente em torno de zero para cada uma das variáveis independentes da equação de regressão analisada. Demonstrando que a especificação é apropriada.

Figura 6.25: Gráfico dos resíduos de E_z versus variável Z.

Figura 6.26: Gráfico dos resíduos de E_z versus variável X.

Figura 6.27: Gráfico dos resíduos de E_z versus variável Y.

Figura 6.28: Gráfico dos resíduos de E_z versus variável Z^2 .

Figura 6.29: Gráfico dos resíduos de Ez versus variável X^2 .

Figura 6.30: Gráfico dos resíduos de Ez versus variável Y^2 .

Figura 6.31: Gráfico dos resíduos de Ez versus variável XZ .

Os valores dos resíduos oscilam entre $-1,75$ e $1,71 \mu\text{m}$, com amplitude de $3,46 \mu\text{m}$. Apresentam uma tendência aproximadamente normal, onde a maior porcentagem dos resíduos encontram-se na faixa de $\pm 1,5 \mu\text{m}$, com média, desvio padrão e coeficientes de “kurtosis”, e “skewness”, respectivamente, de $3,35 \times 10^{-7}$, $0,76$, $0,62$ e $-0,10$.

O teste de normalidade efetuado, Figura 6.33, confirma a distribuição normal dos resíduos, embora, alguns valores dos mesmos apresentem pequenos desvios com relação à reta teórica.

Figura 6.32: Histograma dos valores dos resíduos de Ez.

Figura 6.33: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos de Ez.

Concluindo, pode-se dizer que as três equações de regressão são adequadas devido a: apresentarem coeficientes de correlação altos; a suposição básica foi verificada, ou seja, os resíduos são aleatórios, independentes, com distribuição normal em torno de zero, com média muito próxima de zero e variância constante.

A partir de uma análise das grandezas dos resíduos para cada componente, tem-se que, o máximo erro que se comete na previsão do erro volumétrico da MM3C tipo Ponte Móvel estudada é de aproximadamente 6 μm . Considerando que o erro volumétrico nesta máquina atinge valores até de 300 μm pode-se dizer que o modelo proposto apresenta boa capacidade de previsão do erro.

6.3.2 - AVALIAÇÃO DO MODELO ATRAVÉS DA COMPENSAÇÃO DOS ERROS NAS DIAGONAIS.

O resultado da compensação do erro volumétrico em duas diagonais do volume de trabalho da máquina é mostrado a seguir em dois gráficos. Nestes gráficos são apresentadas seis curvas: curvas dos valores médios do erro volumétrico resultado das medições nos sentidos de ida e volta; curvas dos valores médios do erro volumétrico depois da compensação ou erro volumétrico residual, para ambos os sentidos; e as curvas que definem os erros aleatórios, encontrados durante o movimento de ida.

A Figura 6.34 corresponde à diagonal com o sentido de movimentação positivo nos três eixos coordenados. Neste gráfico, pode-se observar que o erro volumétrico medido para ambos os sentidos foi reduzido sensivelmente. Os valores do erro volumétrico

residual encontram-se no intervalo $-4,8$ até $4,7 \mu\text{m}$. Considerando que o erro volumétrico medido nesta diagonal atinge valores de até $55 \mu\text{m}$,

Figura 6.34: Compensação do Erro Volumétrico na diagonal com o sentido de movimentação positivo para os três eixos coordenados.

Na Figura 6.35 pode-se observar que o erro volumétrico medido nesta diagonal atinge valores de $86 \mu\text{m}$ no sentido de ida e $93 \mu\text{m}$ no sentido de volta. Observa-se, também, que os valores deste erro depois da compensação encontram-se no intervalo $-3,8$ até $4,5 \mu\text{m}$. Desta forma, o erro volumétrico foi reduzido aproximadamente de 94 e 95% para os sentido de ida e volta, respectivamente.

Figura 6.35: Compensação do Erro Volumétrico na diagonal com o sentido de movimentação negativo para o eixo “X” e positivo para os eixos “Z” e “Y”.

6.3.3 - AVALIAÇÃO DO MODELO USANDO O MÉTODO NORMALIZADO ANSI/ASME B 89. 4.1 (1995).

O modelo proposto é avaliado comparando os resultados previstos pelo modelo com os resultados obtidos através da calibração utilizando uma barra de esferas.

Os resultados da comparação são apresentados graficamente. No eixo das abcissas foram colocadas as posições de medida e nas ordenadas os valores numéricos da diferença entre a distância da barra calculada pelo modelo proposto e a padrão, em μm .

A partir da Figura 6.36 é efetuada uma análise com o objetivo de avaliar o modelo proposto.

Figura 6.36: Erros volumétricos medido e residual.

Tem-se que, nas posições 1, 2, 3, 4 e 6 correspondentes a diagonais nos planos “XY”, “XZ” e “YZ”, os valores da diferença entre a distância corrigida e a distância padrão (erro residual) encontram-se no intervalo $\pm 5 \mu\text{m}$. Estes resultados podem ser considerados adequados. As posições 8, 9, e 10 correspondentes às diagonais volumétricas apresentam valores de diferença que atingem na posição 8 até $7 \mu\text{m}$. Este valor resulta maior que aqueles obtidos no item 6.3.2. Por sua vez nas posições 11, 16, 17 e 18, correspondentes às direções preferenciais apresentam valores numéricos de diferença até $9 \mu\text{m}$ na posição 17.

Considerando que o erro volumétrico na direção “Y” atinge valores de até 240 μm o valor de 9 μm na posição 17 pode ser considerado como bom. No entanto, resulta maior que o esperado. Da mesma forma, o valor de 7 μm na posição 8 é maior que o esperado. Isto pode ser explicado pela ausência no modelo proposto dos efeitos do sistema de sondagem.

Para os valores numéricos da distância residual foi realizado um teste de normalidade através de um gráfico de probabilidade normal, Figura 6.37. Pretende-se com este teste verificar a normalidade da distribuição da distância residual. Foram, também, calculadas algumas estatísticas para caracterizar esta distribuição tais como a média, o desvio padrão e os coeficientes de “kurtosis” e “skewness”, cujos valores são dados a seguir, respectivamente: -0,94, 4,12, 0,75 e 0,01.

Figura 6.37: Gráfico de probabilidade normal do erro residual.

O teste de normalidade efetuado mostra que os valores da diferença apresentam desvios em relação à reta teórica. Porém a hipótese de normalidade dos resíduos não pode ser rejeitada. Isto pode ser visualizado no histograma da Figura 6.38

Neste histograma, observa-se que os resíduos apresentam uma distribuição normal e simétrica em relação à média.

Figura 6.38: Gráfico de probabilidade normal da distância residual.

Os resultados da avaliação estatística, da compensação nas diagonais e da comparação com o método normalizado ANSI/ASME B 89. 4. 1 (1995) , obtidos anteriormente, confirmam a validade do modelo matemático obtido.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia geral para o equacionamento matemático das componentes do erro volumétrico em Máquinas de Medir a Três Coordenadas. Tal formulação, desenvolvida a partir dos resultados da calibração direta pelo método volume dividido, permitiu a obtenção de três funções de transferência. Estas funções descrevem a relação existente entre as coordenadas “X”, “Y” e “Z” dos pontos de medição e as componentes do erro volumétrico E_x , E_y e E_z . Para tanto foram usadas técnicas de regressão linear múltipla.

A validade da formulação proposta foi verificada estatisticamente, através da análise dos resíduos. Esta análise envolve a verificação da independência dos resíduos, a constância da variância e se estes estão distribuídos aleatoriamente, com distribuição normal. Uma outra verificação foi efetuada através da compensação dos erros em duas das diagonais principais do volume de trabalho da máquina e finalmente comparando-se os resultados obtidos através do modelo com o método sugerido na norma técnica ANSI/ASME B89.4.1 (1995). Esta norma sugere a medição de um padrão do tipo barra de esferas não calibrado em um número discreto de posições no volume de trabalho da máquina.

Após a avaliação e discussão dos resultados as seguintes conclusões podem ser feitas:

- As equações de regressão que descrevem as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z, apresentam coeficientes de correlação de 99,19%, 99,93% e 98,15%, respectivamente.
- Os valores numéricos dos resíduos para cada uma das equações do modelo proposto são de $\pm 4 \mu\text{m}$, $\pm 4 \mu\text{m}$ e $\pm 2 \mu\text{m}$, para cada uma das direções preferenciais “X”, “Y” e “Z”, respectivamente. Como consequência disto, caso seja implementado um sistema de compensação a partir do modelo, independentemente da posição de medição, o erro volumétrico cometido após a compensação, não ultrapassará $\pm 6 \mu\text{m}$.
- O método proposto mostrou-se eficiente para previsão do erro volumétrico de MM3Cs. A sua implementação resultou simples e possibilita caracterizar a relação entrada-saída das máquinas.
- A variável Z, que neste caso representa a coordenada Z dos pontos medidos é quem mais influência nos valores numéricos das componentes do erro volumétrico nas três direções.
- A técnica de regressão utilizada no modelamento matemático das componentes do erro volumétrico mostrou-se eficiente e de grande potencial para os fins pretendidos. Através dela foi possível descrever o comportamento das componentes do erro volumétrico e caracterizar a relação entrada-saída do sistema na Máquina de Medir. Permitiu, também, determinar a parcela de contribuição das variáveis independentes ou entradas nas

variáveis dependentes ou saídas. Estas informações permitem atuar no sistema da máquina e otimizar seu desempenho.

- O método proposto pode ser estendido à totalidade das MM3Cs. Sendo sua aplicação mais adequada nas MM3Cs com maior grau de automação. Com isto o tempo de experimentação requerido na aplicação do método de calibração volume dividido pode ser sensivelmente reduzido.
- A maioria dos pacotes estatísticos pode ser utilizada.

A partir destas observações e conclusões, algumas propostas de trabalhos futuros estão delineadas a seguir.

- Implementar um sistema de compensação de erros nas MM3Cs tipo “Ponte Móvel” utilizando as equações obtidas através do presente trabalho.
- Equacionar as componentes do erro volumétrico em MM3C quando o processo de medição está sujeito a mudanças de temperaturas.
- Incorporar ao modelo o efeito do sistema de sondagem.
- Estender a metodologia a outros tipos de Máquinas de Medir.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACHCAR, J. A. **“Planejamento de experimentos em engenharia e indústria”**. Notas de aula, ICMSC-USP. São Carlos. 1995.
- ASME B 89.1.12M, **“Methods for Performance Evaluation of Coordinate Measuring Machines”**. 1990.
- ANSI/ASME B 89.4.1 **“Methods for Performance Evaluation of Coordinate Measuring Machines”**. 1995.
- BICUDO, L. A. M. C.. **“Compensação de Erros Dimensionais para Retificadoras Cilíndricas Utilizando Redes Neurais”**. São Carlos. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade da São Paulo, 1997.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, W. G. & HUNTER, J. S.. **“Statistic for experimenters – an introducing to design, data analysis, and model building”**. John Wiley & Sons. New York. p. 1-653, 1978.
- BRYAN, J. B. **“A simple method for testing measuring machines and machine tools”**, part 1, Principles and Applications. Precision Engeneering, vol. 4, No. 2, April 1982.
- BRYAN, J. B. **“The Abbé Principle Revisited: Updated Interpretation”**. Precision Engeneering, vol.1, 1, Jul.1979: 129-132.
- BURDEKIN, M. S.; VOUTSADOPOULOS, C. **“Computer aided calibration of the geometric errors of multi-axis coordinate measuring machines”**, Proc. Instn. Mech. Engrs., vol. 195, pag 231-239, 1981.

BUSCH, K. KUNZMANN, H. AND WÄLDELE, F. **“Calibration of Coordinate Measuring Machines”**, Precision Engeneering, vol. 7, No. 3, pag.139-144, 1985.

COSTA NETO, P. L. Estatística. São Paulo, Edgard Blücher, 1977.

COX, M. G. **“Mathematical modelling in manufacturing metrology”**. 1981. Pag. 533-539.

DI GIACOMO, B.; MARTINEZ ORREGO, R. M. & VIEIRA SATO, D. P. **“An exploratory study about the second order errors in mathematical models of coordinate measuring machines”**. Metrocal. Abril. 1997.

DI GIACOMO, B.; MARTINEZ, R. M. & VIEIRA SATO, D. P. e **“Calibração de Máquinas de Medir a Três Coordenadas**. EESC-USP, 1997.

DI GIACOMO, B. **“Computer aided calibration and hybrid compensation of geometric errors in coordinate measuring machines”**. PhD Thesis – THE VICTORIA UNIVERSITY OF MANCHESTER. 1-418, 1986.

DOEBELIN, E. O. **“Measurement systems - application and design”** McGraw-Hill Kogakusha, Ltda. 1990.

DRAFT BRITISH STANDARD. **“Coordinate measuring machines”**. Parte 1, Glossary of terms. BSI 1987.

DRAPER, N. R., SMITH, H. **“Applied regression analysis”**, Charter 10 An introduction to Nonlinear Estimação, pag. 458-529. 1981.

GUYE, J. J. **“Metrological inspection of machining centers, jig boring machines and measuring machines through a statistical approach”**. Société Genovise d’Instruments de Physique, Geneva, 1978: 141-5.

CYRIL M. HARRIS, **“Shock and vibration Handbook”** quarta edição, McGRAW-HILL, New York, pag. 21.8; 21.21; 22.9; 23.9; 27.8, 1996.

HERNÁNDEZ, S. F. **“Metrologia Dimensional”**. Editora IPSJAE, Ciudad de la Habana, 1986. pag. 509.

HOCKEN, R. J.. **“Three dimensional metrology”** Annals of the CIRP. V. 36, p. 403-408, 1977.

HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. **“Análise de regressão”**. Editora HUCITEC, São Paulo, 1977.

KUNZMANN, H. & WÄLDELE, F. **“Performance of CMMs”**, Annals of the CIRP, vol. 39/2, pag 633-640, 1988.

MAN LIU, STEVEN, Y. LIANG. **“Dynamic modeling of acoustic emission for control of peripheral milling process”**. p 133-148.

MARTINEZ ORREGO, R. **“Avaliação e Qualificação de Máquinas de Medir a Três Coordenadas”**, Relatório FAPESP, n 2, 1995.

NIJS, J. F. C., LAMMERS, M. G. M., SCHELLEKENS, P. H. J. **“Modelling of a Coordinate Measuring Machine for analysis of its Dynamic Behaviour”**. Annals of the CIPR Vol. 37/1/1988. p. 507-510.

OBERLÄNDER, SI. R. **“CMM testing and calibration using universal test artefact”**, Laser metrology and machine performance, section 7: machine calibration using artefacts, p. 287-294, Vienna University of technology, Computational Mechanics Publications, 1993.

OGATA, K. **“Engenharia de controle moderno”**. Edi prentice/hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1982. Capítulo 4, Modelos matemáticos de sistemas físicos.

PAULO CAUCHICK-MIGUEL, TIM KING, JIM DAVIS, **“CMM verification: a survey, measurement”**. vol. 17/1/97.

PEGGS, G. N. **“Creating a standard infrastructure for Co-ordinate Measurement Technology in the UK”**, Annals of the CIRP, vol. 38/1, pag. 521-523, 1989.

PIRATELI, A FILHO. **“Método para avaliação do desempenho de máquinas de medir a três coordenadas através do planejamento de experimentos”**. Tese de Doutorado, EESC-USP, 1997.

POOLE, A.B. **“The calibration of coordinate measuring machines by statistical method”** Quality Assurance, 9 (2), may 1984: 71-97.228 refs. apud PIRATELI, A FILHO. **“Método para avaliação do desempenho de máquinas de medir a três coordenadas através do planejamento de experimentos”**. Tese de Doutorado, EESC-USP, 1997.

RATKOSWSKY. D. A **“Nonlinear regress modeling”** vol.48, pag. 276, New York, 1983.

SEBER & WILD, **“Nonlinear regress”**. Pag. 768, United States of America, 1989.

SCHWARZ, R. J. FRIEDLAND, B. **“Sistemas lineares”** vol. 1, cap. 1, pag 1-27, Rio de Janeiro, 1972.

SNEDECOR & COCHRAN, **“Statistical methods”**. Sixt edition, cap. 15, pag. 447-471, USA, 1972.

SOSA CARDOZA, J. A. S. **“Máquinas Virtuais de Medir a Três Coordenadas”**, Tese (Doutorado), EESC-USP, Agosto 1995.

SUDHAKAR, M. PANDIT., SHIEN-MING, WU. **“Time series and system analysis with applications”**

VIEIRA SATO, D. P. **“Uma contribuição ao modelo de sintetização de erros em máquinas ferramentas”**, Tese (Doutorado), EESC-USP, 1998.

WECK, M. **“Handbook of machine tools – Metrological analysis and performance tests”**. London, John Wiley & Sons, v.4, 1984.

APÊNDICE 1

REGRESSÃO NÃO LINEAR

Às vezes a relação entre as variáveis é não linear. Um padrão de regressão não linear é dado na Figura A1.1, (SNEDECOR et al., 1972).

Observa-se que estes modelos são não lineares, porém, através de transformações da escala de W ou de X, podem ser reduzidos a uma linha reta. Quando isto acontece, a regressão é chamada regressão curvilínea.

Figura A1.1: Curva exponencial, a) crescente, b) decrescente.

Uma transformação para a regressão exponencial $W = (A)(B^x)$ onde A e B são constante, será a aplicação de logaritmo.

$$\log W = \log A + (\log B)X$$

ou

$$Y = \alpha + \beta X$$

onde

$$Y = \log W, \quad \alpha = \log A \quad \text{e} \quad \beta = \log B$$

Após a transformação, o gráfico de $\log W$ versus X resulta em uma reta.

Muitos modelos estatísticos podem ser facilmente transformados em modelos de regressão múltipla. O ajuste através de polinômios garante na maioria dos casos um bom ajuste. Tem-se por exemplo

$$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3 + \dots$$

Uma maneira de resolver estes polinômios é por substituição das variáveis, $Z_1 = X$; $Z_2 = X^2$; $Z_3 = X^3$; e assim por diante. Obtém-se o seguinte modelo de regressão linear múltipla.

$$Y = b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2 + b_3 Z_3 + \dots$$

Alguns autores consideram que nos modelos de regressão não linear, a não linearidade está dada nos parâmetros do modelo (DRAPER et al., 1981 e RATKOWSKY, 1990).

Suponha-se o seguinte modelo,

$$y_t = \alpha X_t^\beta + \varepsilon_t$$

Este modelo é não linear, já que as derivadas de y_t com relação a α e β são funções de α e/ou β . De modo geral, um modelo é não linear se pelo menos uma das derivadas da equação com relação aos parâmetros é uma função pelo menos de um deles. Os modelos não lineares podem ser classificados em:

◊ **Não intrinsecamente não linear.** Aqueles modelos que podem ser transformados em lineares. Exemplo deles:

O modelo multiplicativo,

$$Y = \alpha X_1^\beta X_2^\gamma X_3^\delta \varepsilon$$

onde aplicando logaritmo na base e, converte-se em linear

$$\ln Y = \ln \alpha + \beta \ln X_1 + \gamma \ln X_2 + \delta \ln X_3 + \ln \varepsilon$$

O modelo exponencial,

$$Y = e^{\beta_0 + \beta_1 x_1} \cdot \varepsilon,$$

onde aplicando logaritmo na base “e” obtém-se:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ln \varepsilon$$

Quando são usadas transformações para reduzir modelos não lineares em modelos lineares, deve-se ter muito cuidado em verificar a suposição de independência dos erros e $N(0, \sigma^2)$, após a transformação.

A transformação da variável resposta pode afetar a distribuição dos erros. Por isso, os resíduos devem ser examinados a partir do modelo final.

➤ **Intrinsecamente não linear.** Aqueles modelos que resultam impossível convertê-los em lineares.

SNEDECOR et al. 1972, Fazem um estudo da regressão não linear através da regressão assintótica (Figura A1.2). Este é um dos casos mais simples de regressão não linear e pode ser utilizada para introduzir o estudo da mesma.

A, B e ρ são os parâmetros do modelo, os ε_i são erros aleatórios independentes com distribuição normal de média zero e variância σ^2 .

A relação

$$f(X) = \alpha + \beta \rho^X \quad (\text{A1.1})$$

com $\alpha > 0$, $\beta < 0$ e $|\rho| < 1$, é conhecida como a função de Spillman.

Figura A1.2: Regressão assintótica.

Uma das características matemáticas da função de Spillman é dada a seguir. Se dermos acréscimos constantes a “X”, os valores das sucessivas variações no valor da função apresentam modificações percentuais constantes. Desta forma pode-se escrever que:

$$\frac{f(X_0 + 2\Delta X) - f(X_0 + \Delta X)}{f(X_0 + \Delta X) - f(X_0)} = \rho^{\Delta X} \quad (\text{A1.2})$$

A regressão assintótica requer métodos mais complexos de ajuste e para este fim tem sido desenvolvidas várias técnicas, desde métodos gráficos até estudos especiais.

As estimativas a , b e r de A , B e ρ , respectivamente, podem ser determinadas pelo método de Newton. Para isto, considera-se uma amostra de n valores X_i e Y_i e, usando o método de mínimos quadrados, tem-se que:

$$Y_i = a + br^{x_i} + e_i \quad i=1, \dots, n \quad (\text{A1.3})$$

onde e_i são os desvios.

Os valores de a , b e r determinam-se de forma que minimizem o valor de

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum (Y_i - a - br^{x_i})^2$$

onde

$$\hat{Y}_i = a + br^{x_i} \quad (\text{A1.4})$$

Derivando e igualando a zero obtém-se o sistema de equações normais não linear, (A1.5), que não possui solução explícita. Este sistema pode ser resolvido pelo método de Newton, que consiste em calcular correções sucessivas para uma solução preliminar até que a correção seja considerada desprezível.

$$\begin{cases} \psi_a = -\sum (Y_i - \hat{Y}_i) \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial a} = -\sum (Y_i - \hat{Y}_i) = 0 \\ \psi_b = -\sum (Y_i - \hat{Y}_i) \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial b} = -\sum (Y_i - \hat{Y}_i) r^{x_i} = 0 \\ \psi_r = -\sum (Y_i - \hat{Y}_i) \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial r} = -b \sum (Y_i - \hat{Y}_i) X_i r^{x_i-1} = 0 \end{cases} \quad (\text{A1.5})$$

Considera-se a_0 , b_0 e r_0 as estimativas preliminares de A , B e ρ , respectivamente. Cada equação do sistema (A1.5) pode ser indicada por

$$\phi(a, b, r) = 0 \quad (\text{A1.6})$$

Se esta função for contínua e derivável, sabemos que numa vizinhança de a_0 , b_0 e r_0 tem-se, aproximadamente,

$$\phi(a,b,r) = \phi^* + \phi_a^* \Delta_a + \phi_b^* \Delta_b + \phi_r^* \Delta_r \quad (\text{A1.7})$$

onde

$$\Delta_a = a - a_0, \quad \Delta_b = b - b_0, \quad \Delta_r = r - r_0$$

$$\phi^* = \phi(a_0, b_0, r_0)$$

e ϕ_a^* , ϕ_b^* e ϕ_r^* indicam os valores das derivadas de ϕ em relação a a, b e r, respectivamente, para $a=a_0$, $b=b_0$, e $r=r_0$. Desta maneira, sendo

$$\phi(a,b,r) = \frac{\partial}{\partial a} \phi(a,b,r), \text{ tem-se } \phi_a^* = \phi_a(a_0, b_0, r_0).$$

Substituindo (A1.4) em (A1.7), obtém-se

$$\phi_a^* \Delta_a + \phi_b^* \Delta_b + \phi_r^* \Delta_r = -\phi^*$$

Uma análise de todas as equações do sistema (A1.5), da como resultado

$$\psi^* \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \psi_a^* \\ \psi_b^* \\ \psi_r^* \end{bmatrix} \quad (\text{A1.8})$$

onde

$$\psi^* = \begin{bmatrix} \psi_{aa}^* & \psi_{ab}^* & \psi_{ar}^* \\ \psi_{ab}^* & \psi_{bb}^* & \psi_{br}^* \\ \psi_{ar}^* & \psi_{br}^* & \psi_{rr}^* \end{bmatrix}$$

O elemento ψ_{ab}^* dessa matriz, é obtido como segue

$$\psi_{ab}^* = \frac{\partial}{\partial a} \psi_b^* = \frac{\partial}{\partial b} \psi_a^* \quad (\text{A1.9})$$

O valor dessa função para $a=a_0$, $b=b_0$ e $r=r_0$ é

$$\psi(a,b,r) = \frac{1}{2} \sum (Y_i - a - br^{X_i})^2 \quad (\text{A1.10})$$

Os elementos da matriz ψ^* são os valores das segundas derivadas de ψ , para $a=a_0$, $b=b_0$ e $r=r_0$.

Fazendo,

$$Y_i^* = a_0 + b_0 r_0^{X_i} \quad i=1,2,\dots,n \quad (\text{A1.11})$$

tem-se

$$\begin{aligned} \psi_a^* &= -\sum (Y_i - Y_i^*) \\ \psi_b^* &= -\sum (Y_i - Y_i^*) r_0^{X_i} \\ \psi_r^* &= -b_0 \sum (Y_i - Y_i^*) X_i r_0^{X_i-1} \end{aligned}$$

Substituindo esses resultados em (A1.7), obtém-se

$$\psi^* \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum (Y_i - Y_i^*) \\ \sum (Y_i - Y_i^*) r_0^{X_i} \\ b_0 \sum (Y_i - Y_i^*) X_i r_0^{X_i-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.12})$$

Fazendo as derivadas necessárias verifica-se que

$$\psi^* = G^* + H^* \quad (\text{A1.13})$$

onde

$$G = \begin{bmatrix} n & \sum r_0^{X_i} & b_0 \sum X_i r_0^{X_i-1} \\ \sum r_0^{X_i} & \sum r_0^{2X_i} & b_0 \sum X_i r_0^{2X_i-1} \\ b_0 \sum X_i r_0^{X_i-1} & b_0 \sum X_i r_0^{2X_i-1} & b_0^2 \sum X_i^2 r_0^{2X_i-2} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.14})$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum (Y_i - Y_i^*) r_0^{X_i} \\ 0 & -\sum (Y_i - Y_i^*) X_i r_0^{X_i-1} & b_0 \sum X_i^2 r_0^{2X_i-2} \end{bmatrix}$$

De (A1.11) e (A1.12), admitindo que ψ^* seja não singular, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta r \end{bmatrix} = [G^* + H^*]^{-1} \begin{bmatrix} \sum (Y_i - Y_i^*) \\ \sum (Y_i - Y_i^*) r_0^{X_i} \\ b_0 \sum (Y_i - Y_i^*) X_i r_0^{X_i-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.15})$$

Dada uma amostra de n valores de X_i e Y_i , e estabelecidos os valores das estimativas preliminares a_0 , b_0 e r_0 , obtém-se, através de (A1.15), os valores de Δa , Δb e Δr . Se essas correções não forem desprezíveis obtém-se $a_1 = a_0 + \Delta a$, $b_1 = b_0 + \Delta b$ e $r_1 = r_0 + \Delta r$. No seguinte passo utiliza-se a_1 , b_1 e r_1 como estimativas preliminares, os cálculos são refeitos, obtendo-se novas correções Δa , Δb e Δr . Admitindo que o processo seja convergente, isto é, que haja uma tendência para que os valores absolutos das correções sejam cada vez menores, o ciclo de cálculo indicado por (A1.13) é repetido até que as correções Δa , Δb e Δr sejam consideradas desprezíveis, chegando-se assim às estimativas de mínimos quadrados, indicadas ao início por a , b e r . Se o processo não converge, podemos recomeça-lo usando outros valores para as estimativas preliminares a_0 , b_0 e r_0 ou aplicando outros métodos.

A estimativa preliminar de (r_0) de ρ pode ser obtida se para X_1 , X_2 e X_3 , três valores quaisquer de X , equiespaçados de uma amostra, isto é, $X_3 - X_2 = X_2 - X_1 = \Delta X$, e sejam Y_1 , Y_2 e Y_3 os correspondentes valores de Y . Pode-se então marcar os pontos correspondentes às observações

da amostra, traçar uma curva a olho nu e ler nesse gráfico as coordenadas de três pontos escolhidos, cujas projeções no eixo das abcissas sejam equiespaçadas.

Desta forma, segundo (A1.2), uma estimativa preliminar de ρ é dada por

$$r_0 = \left(\frac{Y_3 - Y_2}{Y_2 - Y_1} \right)^{\frac{1}{\Delta x}} \quad (\text{A1.16})$$

As fórmulas que podem ser utilizadas para obter a estimativa preliminar de ρ , considerando 4, 5, 6 ou 7 pontos com abcissas igualmente espaçadas, foram desenvolvidas por PATTERSON (1956). Estas fórmulas para 4, 5, 6 e 7 pontos, respectivamente, são dadas a seguir.

$$r_0 = \frac{4Y_4 + Y_3 - 5Y_2}{4Y_3 + Y_2 - 5Y_1} \quad (\text{A1.17})$$

$$r_0 = \frac{4Y_5 + 3Y_4 - Y_3 - 6Y_2}{4Y_4 + 3Y_3 - Y_2 - 6Y_1} \quad (\text{A1.18})$$

$$r_0 = \frac{4Y_6 + 4Y_5 + 2Y_4 - 3Y_3 - 7Y_2}{4Y_5 + 4Y_4 + 2Y_3 - 3Y_2 - 7Y_1} \quad (\text{A1.19})$$

$$r_0 = \frac{Y_7 + Y_6 + Y_5 - Y_3 - 2Y_2}{Y_6 + Y_5 + Y_4 - Y_2 - 2Y_1} \quad (\text{A1.20})$$

Uma vez obtido o valor de r_0 , os valores de a_0 e b_0 podem ser obtidos, de acordo com (A1.3), como a estimativa dos parâmetros de uma regressão linear simples de Y_i contra $r_0^{X_i}$.

Um outro método para determinar as estimativas de mínimos quadrados de α , β e ρ é o método de Gauss-Newton. Este método

corresponde a uma simplificação do método de Newton, no qual é desprezada a matriz H^* . Portanto, o número de iterações necessárias para obter um Δr desprezível é maior do que no método de Newton. Entretanto, os cálculos exigidos em cada iteração são mais simples.

Quando compara-se a regressão linear e a não linear, pode-se observar que: os parâmetros estimados na regressão não linear não tem as mesmas propriedades que os parâmetros estimados nos modelos lineares. As propriedades aproximam-se das propriedades destes últimos somente quando o tamanho da amostra cresce para infinito. Além disso, são viciados e não normalmente distribuídos.

Prefere-se a regressão linear à regressão não linear, porque a regressão linear é matematicamente mais fácil e os parâmetros de regressão podem ser estimados a partir de expressões matemáticas explícitas. A estimação dos parâmetros na regressão não linear requer procedimentos iterativos através do uso de algoritmos matemáticos ou qualquer procedimento de busca exaustiva, sendo necessário muito tempo computacional. Contribui um pouco com a preferência da regressão linear a sua popularidade.

APÊNDICE 2

PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA SELECIONAR AS VARIÁVEIS SIGNIFICATIVAS NA REGRESSÃO “STEPWISE”, (DRAPER & SMITH, 1966)

Para cada componente do erro volumétrico foi proposta uma equação da forma seguinte:

$$E_{xi} = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_i + \beta_3 Z_i + \varepsilon_i \quad (\text{A2.1})$$

Os dados resultantes da calibração foram substituídos nestas equações com a finalidade de se obter os coeficientes de regressão.

Observa-se que a equação dada em (A2.1) apresenta quatro coeficientes de regressão. Portanto, antes de fazer o cálculo dos mesmos é preciso testar a significância de cada um deles. Assim, somente serão determinados os coeficientes das variáveis independentes que estão altamente correlacionadas com a resposta o variável dependente, obtendo-se uma equação reduzida que representa a melhor equação de regressão.

Um dos métodos mais utilizados para este fim é o proposto por Draper & Smith, 1966. A seguir serão apresentados os aspectos básicos do mesmo.

Como primeiro passo a partir das três variáveis independentes do modelo (X_i , Y_i , Z_i) são determinados todos os conjuntos de variáveis possíveis. Estes conjuntos estão dados a seguir.

$Z_1 = \{X_1, X_0\}$, onde $X_0=1$, variável associada ao termo independente.

$$Z_2 = \{X_2, X_0\}$$

$$Z_3 = \{X_3, X_0\}$$

$$Z_n = \{X_i, X_j, X_0\} \quad i, j=1, 2, 3 \quad i \neq j \quad (n=4, 6)$$

$$Z_7 = \{X_1, X_2, X_3, X_0\}$$

$$Z_8 = \{X_0\}$$

Seguidamente é selecionado um nível de significância fixo para todos os passos, neste caso foi usado 95% ($\alpha=0,05$) e um conjunto Z de variáveis independentes mais correlacionados com a variável dependente em questão é escolhido. Depois calcula-se a correlação de todas as variáveis independentes com a variável dependente, e desta forma a mais altamente correlacionada com a resposta entra no modelo de regressão. Seja esta variável denotada por Zw, então procede-se a realizar a regressão de “Y” em função de Zw com a conseguinte verificação da significância da equação de regressão através do teste F. Se for significativa então Zw deve ficar no modelo e o coeficiente de correlação parcial de todas as variáveis que não estão na regressão com “Y” deve ser calculado.

Este procedimento é repetido com a próxima variável a entrar na regressão que será aquela que está mais altamente correlacionada com a resposta. A equação de mínimos quadrados é obtida assim como a equação de “Y” em função das variáveis que estão no modelo. Também é determinado R^2 é testada a significância da equação. O F parcial de todas as variáveis que estão no modelo é calculado. Enquanto $F_{\text{calc}} < F_{\text{tab}}$ para alguma variável faça:

1º a respectiva variável é rejeitada e deve sair do modelo.

2º faça nova regressão com as variáveis restantes.

3º calcule F parcial de todas as variáveis que estão no modelo para verificar se todas são significativas, e desta forma prosseguir até que todas as variáveis tenham sido testadas.

Uma vez determinado quais coeficientes são significativos na equação de regressão, procede-se ao cálculo dos mesmos com a conseguinte substituição no modelo proposto. Desta forma são obtidas três equações matemáticas que descrevem a relação entrada-saída da Máquina de Medir em cada um dos eixos coordenados.

APÊNDICE 3

MODELAGEM MATEMÁTICA E CALIBRAÇÃO DOS ERROS INDIVIDUAIS

Neste apêndice, são apresentados a modelagem matemática e calibração dos erros geométricos da MM3C “Ponte Móvel”.

A3.1 - CALIBRAÇÃO DOS ERROS INDIVIDUAIS.

O levantamento dos 21 erros geométricos, também, foi realizado através da calibração direta. Cada erro geométrico foi determinado de forma individual. Todas as calibrações obedeceram aos seguintes critérios: os intervalos de medição para os três eixos foram de 25 mm; o processo de medição foi passo a passo e a coleta de dados automática.

A seguir é apresentada uma breve descrição das montagens experimentais utilizadas durante a calibração.

➤ Calibração do Erro de Posição.

O erro de posição foi levantado conforme o exposto no item 5.3.2.

➤ Calibração do Erro de Retitude

O erro de retitude, também, pode ser calibrado através da utilização do sistema interferométrico laser, apresentado na Figura A3.1. Embora o princípio de medição utilizado para o levantamento deste erro seja muito similar ao da medição do erro de posição, existem algumas diferenças na configuração óptica. Esta diferença está dada na utilização

de um interferômetro que contém um prisma de Wollastón, além, de dois espelhos refletores montados sob determinado ângulo. O interferômetro é colocado no elemento móvel da máquina e os espelhos fixos ao desempenho.

O feixe emitido pela unidade laser, de frequências f_1 e f_2 , ao atingir o interferômetro “prisma de Wollaston” é dividido em dois feixes que incidem perpendicularmente nos espelhos do retrorefletor. Depois da reflexão estes feixes voltam ao interferômetro com o mesmo ângulo de incidência, onde são recombinados. Devido ao movimento relativo entre o prisma de Wollaston o interferômetro e o espelho, são observadas variações de frequência. Estes sinais são processados eletronicamente pela fotocélula na unidade laser e convertidos em deslocamentos transversais à direção preferencial. A referência para a retitude é a bissetriz do ângulo entre os espelhos.

Figura A3.1: Interferômetro Laser com o prisma de Wollaston.

O processo de alinhamento do laser para a medição do erro de retitude é relativamente complicado, por tal motivo, os valores indicados pelo interferômetro não são os valores reais do erro de retitude. Neste caso, os resultados da medição incluem deslocamentos devido ao desalinhamento entre o feixe de luz e a direção de movimento. A Figura A3.2 ilustra este fato. Antes de efetuar a interpretação dos dados este efeito deve ser corrigido.

Figura A3.2: Efeitos de desalinhamento na medição dos erros de retitude (Vieira Sato, 1998).

Para corrigir o desalinhamento foi utilizada uma regressão linear e o método dos mínimos quadrados, onde a partir dos dados obtidos determinou-se a direção média de movimento da máquina. Em seguida estes valores foram subtraídos dos valores do erro medido. O resultado desta diferença pode ser interpretado como sendo o erro de retitude procurado, Eq. (A3.1).

$$\left[\begin{array}{c} \text{Erro de} \\ \text{retitude} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Valor indicado} \\ \text{pelo laser} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Valor encontrado através da} \\ \text{equação de desalinhamento} \end{array} \right] \quad (\text{A3.1})$$

Nas fotografias das Figuras A3.3 e A3.4 podem ser observadas as disposições físicas dos equipamentos utilizados na medição dos erros de retitude para o eixo “Y”.

Na medição do erro de retitude do eixo “Y” na direção “X” (Figura A3.3) pode se observar que o interferômetro, montado no lugar da sonda, se encontra entre a unidade laser e o refletor, este último fixo ao desempeno.

Figura A3.3: Montagem experimental da calibração do Erro de Retitude do eixo “Y” na direção “X”.

Para a medição do erro de retitude na direção do eixo “Z”, devido ao movimento na direção do eixo “Y”, deve ser utilizado um arranjo físico semelhante ao anterior, com a única diferença que o refletor deve ser girado 90°.

De forma análoga à adotada para o eixo “X” podem ser medidos os erros de retitude vertical e horizontal para os eixos “Y” e “Z”

➤ Calibração dos Erros Angulares.

Os erros angulares “pitch” e “yaw” são medidos utilizando-se o interferômetro laser, enquanto que, na medição do “roll”, se faz necessário a utilização do nível eletrônico.

A Figura A3.4 ilustra o princípio de medição dos erros angulares “pitch” e “yaw” utilizando sistema interferométrico. Neste caso o interferômetro angular utilizado fica preso à estrutura da máquina e o conjunto de espelhos refletor é colocado no eixo “Z”.

O feixe emitido pelo canhão laser é dividido em dois feixes paralelos com frequências f_1 e f_2 ao atravessar o interferômetro angular. Ambos feixes caminham até o refletor angular, retornando para o interferômetro, onde são recombinados. Variações no padrão de interferência dos feixes de volta indicam diferenças no comprimento do caminho percorrido por eles. Essas variações de comprimento divididas pela distância entre os espelhos retrorefletores, são as variações de “yaw” ou “pitch”.

Figura A3.4: Interferômetro angular laser (BARREIRA, 1998).

O arranjo experimental utilizado para a medição do erro angular denominado “pitch”, isto é, rotações que o carro “X” experimenta em torno do eixo “Y”, está mostrado na Figura A3.5. Pode-se observar que o interferômetro angular fica fixo ao desempenho, enquanto que o retrorefletor angular está preso ao eixo “Z”. Durante a medição o eixo “X” se movimenta a partir do ponto de referência e os eixos “Y” e “Z” permanecem constantes.

Figura A3.5: Sistema de medição do erro angular “Pitch” do eixo “X”.

As rotações que o carro “X” experimenta em torno do eixo “Z”, ou seja, o erro angular denominado “yaw”, é medido através do arranjo experimental mostrado na Figura A3.6.

De forma semelhante são medidos os erros angulares do eixo “Y”. Para este eixo têm-se rotações em torno do eixo “X” e do eixo “Z”, chamadas “pitch” e “roll”, respectivamente. Já para o eixo “Z” o arranjo experimental para a medição dos erros angulares apresenta uma pequena diferença quando comparado aos eixos “X” e “Y”. Neste caso o

interferômetro permanece solidário ao desempenho, enquanto o retrorefletor angular está preso ao eixo “Z”.

Figura A3.6: Sistema de medição do erro angular “Yaw” do eixo “X”.

➤ **Calibração do Erro Roll.**

Na medição do “roll” são utilizados dois níveis, um eletrônico e um outro de bolha. Isto se faz necessário, devido a movimentos que a estrutura da máquina pode experimentar durante a movimentação dos carros.

O nível eletrônico é um instrumento constituído basicamente por um pêndulo que é o encarregado de detectar o sinal, proporcional à inclinação experimentada, que depois de tratado é apresentado no mostrador ou disponível numa interface de saída. O princípio de funcionamento deste nível é apresentado na Figura A3.7.

O nível de bolha é um instrumento de uso comum em metrologia. Uma vez colocado na superfície a ser avaliada, deve ser zerado através do parafuso de ajuste e do visor indicador.

Figura A3.7: Medição com o nível eletrônico

No arranjo experimental para medir o erro angular “Roll” do eixo “Y”, o nível eletrônico fica fixo ao eixo “Z”, enquanto, o nível de bolha permanece sobre o desempenho. Durante a medição deste erro o eixo “Y” se movimenta a partir do ponto de referência e os eixos “X” e “Z” devem permanecer estáticos.

De forma análoga é medido o erro angular “Roll” no eixo “X”, basta ter o cuidado de posicionar os níveis numa direção paralela ao eixo “Y”.

➤ **Calibração dos Erros de Perpendicularidade.**

Os erros de perpendicularidade surgem devido à não perpendicularidade entre os eixos da máquina. Na medição destes erros não deve ser utilizado o sistema interferométrico laser, apesar deste estar recomendado na literatura para este fim. Isto é justificado devido ao fato de existir uma incompatibilidade dimensional entre o esquadro óptico e o volume de trabalho da máquina objeto de calibração.

Em tais circunstâncias, optou-se pela utilização do esquadro de granito, conhecido também, como esquadro mecânico. Este é utilizado conjuntamente com o comparador eletrônico do tipo LVDT e é colocado no plano da mesa da máquina com os seus lados alinhados com os eixos da máquina. Os lados alinhados são então percorridos pelo sensor da máquina, fazendo quatro medições, duas medições em cada lado, diagnosticando-se o desvio. A exatidão da medição com esquadro mecânico é geralmente difícil porque alguns problemas dificultam a exatidão do processo, entre eles, desgaste de suas faces, por tal motivo, recomenda-se utilizar a técnica de reversão.

Na Figura A3.8 está apresentada a técnica de reversão para a medição do erro de perpendicularidade entre o eixo “X” e “Z”. Pode-se observar que o esquadro mecânico em “L” está apoiado sobre o desempenho através de uma de suas arestas, enquanto a outra aresta fica livre. Para isto, é necessário fixar um comparador no eixo “Z” e, em seguida, efetuar o levantamento do desvio entre o deslocamento do eixo “Z” e a aresta. Através da utilização de ferramentas estatísticas e matemáticas é possível determinar o ângulo θ_1 para a posição 1. A seguir, o esquadro é girado 180° sobre o plano “XY” eliminando-se, assim, o erro do esquadro. Este arranjo é denominado de posição 2 e permite realizar

as medições através das quais será calculado o ângulo θ_2 . O erro de perpendicularidade do eixo “Z” é dado por:

$$\theta_E = \theta_1 - \theta_2 \quad (\text{A3.2})$$

Caso o eixo “Z” não apresente erro de perpendicularidade, os valores absolutos dos ângulos avaliados θ_1 e θ_2 serão iguais entre si e representarão o erro de perpendicularidade entre as duas faces do esquadro. Caso o eixo “Z” possua erro de perpendicularidade, os valores absolutos de θ_1 e θ_2 serão diferentes e em conjunto com o sinal de rotação adotado fornecerão o desvio de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Z”.

Figura A3.8: Esquema básico de medição do erro de perpendicularidade entre dois eixos.

Os arranjos experimentais para medir o erro de perpendicularismo entre o eixos “X” e “Z” e entre os eixos “Y” e “Z” estão apresentados nas Figuras A3.9 e A3.10. Os critérios de medição são os mesmos que foram adotados no caso anterior, com a única diferença que, o erro de perpendicularidade é medido em três lugares diferentes e a resposta é a média dos mesmos.

Figura A3.19: Montagem do sistema para medir o erro de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Z”.

Para medição do erro de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Y” a linha de referência de medição é o eixo “X” e, portanto, alinha-se a aresta do esquadro paralelamente ao eixo “X” da máquina. O alinhamento obtido não é tão bom quanto o desejado. Portanto, faz-se necessário determinar este desalinhamento transportando-se o apalpador para a outra aresta do esquadro e determina-se a caminho da máquina sobre dita aresta. Com estas informações determina-se o desvio angular na posição 1. Para determinar a posição 2 o esquadro é girado 180° em torno do eixo “X”, tendo o cuidado de que o mesmo seja apoiado sobre a mesma área do desempenho que foi utilizada para apoiar o esquadro na posição anterior. Desta forma, é eliminada a possível interferência do desempenho no resultado das medições. Em seguida alinha-se o eixo “X” e determina-se o desvio angular na posição 2. De

posse dos desvios angulares na posição 1 e 2, obtém-se facilmente o erro de perpendicularidade entre os eixos “X” e “Y”

Figura A3.10: Montagem do sistema para medir o erro de perpendicularidade entre os eixos “Y” e “Z”.

A3.2 - RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO E EQUACIONAMENTO DOS ERROS GEOMÉTRICOS DA MM3C.

Os resultados obtidos a partir da calibração dos erros individuais estão apresentados em gráficos. Estes gráficos foram agrupados em quatro grupos como sendo erros de posição, erros de retitude, erros angulares e erros de perpendicularidade. Nestes gráficos estão contidas as curvas mais representativas do erro, isto é, o erro médio no sentido de ida com as respectivas curvas ($\pm 3S$) que definem os erros aleatórios encontrados durante o movimento de ida, e o erro médio no sentido de volta. As curvas que definem os erros aleatórios no sentido de volta, não estão apresentados pois seus comportamentos são muito similares às do erro aleatório da medição no sentido de ida. Também, nestes gráficos está apresentada a curva ajustada a cada um dos conjuntos de dados.

As equações destas curvas, obtidas através de técnicas de regressão linear, descrevem o comportamento do erro individual em função da posição no sentido de ida para todos os casos. No gráfico do erro de posição do eixo “X”, também, foi ajustada uma curva para o sentido de volta, devido à que o valor da histerese apresentado é relativamente alto.

A3.2.1 – ERROS DE POSIÇÃO δX , δY e δZ .

Os resultados da calibração do erro de posição dos eixos “X”, “Y” e “Z” estão apresentados a seguir (Figuras A3.10, A3.11 e A3.12). No eixo das abscissas encontra-se a posição, em milímetros (mm), onde foram lidos os erros, enquanto, os valores destes erros estão no eixo das ordenadas, em micrômetros (μm).

Figura A3.10: Erro de Posição do eixo “X”.

Na Figura A3.10 é mostrado o erro de posição devido ao movimento do eixo “X”, $\delta x(x)$, observa-se que o intervalo de variação do erro aleatório ($\pm 3s$) chegou no máximo a 6 μm este valor é relativamente alto, por sua parte a histerese chega alcançar valores de

7 μm . Este valor de histerese é considerado como sendo grande, portanto, serão ajustadas duas curvas uma para o conjunto de dados que representam a trajetória de ida e outra para a volta. Observa-se, além, que o erro analisado é positivo e crescente

Figura A3.11: Erro de Posição do eixo “Y”.

Figura A3.12: Erro de Posição do eixo “Z”.

Nos gráficos dos erros de posição para os eixos “Y” e “Z” pode-se observar que a parcela de histerese é pequena, portanto, uma única equação será utilizada para descrever o erro de posição, de acordo com o exposto no item 5.2. Ambos os erros são positivos e crescentes.

$$\delta_x(x)_{IDA} = 3*10^{-7}-9*X^3-9*10^{-5}*X^2+0,0105*X-0,182 \quad (A3.3)$$

$$\delta_x(x)_{VOLTA} = 6*10^{-7}*X^3-10^{-4}*X^2+0,0288*X-6,8644 \quad (A3.4)$$

$$\delta_y(y) = -2*10^{-9}*Y^4+10^{-6}*Y^3-3*10^{-4}*Y^2+0,0432*Y-0,1336 \quad (A3.5)$$

$$\delta_z(z) = 0,0002*Z^2+0,0257*Z+0,5408 \quad (A3.6)$$

A adequabilidade das equações matemáticas ajustadas a estas curvas foi verificada. O coeficiente de correlação, r^2 , calculados para cada uma delas é de 0,9708%, 0,7123%, 0,9847% e 0,9907%, respectivamente. Uma análise dos resíduos mostrou bom comportamento dos mesmos na ordem temporal e com relação às variáveis independentes, apresentando tendência aleatória e variância constante. Ao mesmo tempo, comprova-se a tendência normal destes resíduos. Concluindo, pode-se dizer que as equações propostas são adequadas para descrever os conjuntos de dados experimentais analisados.

A3.2.2 - ERROS DE RETITUDE $\delta x(y)$, $\delta x(z)$, $\delta y(x)$, $\delta y(z)$, $\delta z(x)$ e $\delta z(y)$.

Os resultados da calibração dos erros de retitude estão apresentados a seguir, em três grupos segundo os eixos coordenados “X”, “Y” e “Z”. Os critérios adotados para a medição, sentidos e

intervalos entre pontos na medição são exatamente os mesmos utilizados na medição do erro de posição.

Devido à dificuldade de se obter um bom alinhamento do laser antes de efetuar a interpretação dos dados estes foram corrigidos. Neste trabalho a correção do desalinhamento foi efetuada utilizando a regressão linear por mínimos quadrados.

➤ **Erros de Retitude do eixo “X”, $\delta x(y)$ e $\delta x(z)$.**

Nas figuras A3.13 e A3.14, estão apresentados os erros de retitude correspondentes ao eixo “X”. Nestes gráficos, no eixo das abscissas encontram-se a posição “X”, em milímetros, e no eixo das ordenadas estão os valores dos erros, em micrômetros.

Figura A3.13: Erro de Retitude do eixo “X” na direção “Y”.

Pode-se observar que o erro de retitude horizontal deste eixo apresenta valores muito pequenos, próximos de 1 μm. Por sua vez a retitude vertical alcança seu máximo valor na de 3,5 μm para Z=150 mm. Este erro apresenta uma tendência curvilínea que pode estar dada pelos esforços internos, neste caso, o momento flexor que se

produz na guia do eixo “X” devido ao peso do carro “X” e ao peso da guia e carro do eixo “Z”.

F

Figura A3.14: Erro de Retitude do eixo “X” na direção “Z”.

Considerando que a parcela de histerese é pequena, as equações matemáticas que descrevem o comportamento destes erros para o sentido de ida estão dadas a seguir:

$$\delta y(x) = -6 \cdot 10^{-9} \cdot X^4 + 4 \cdot 10^{-6} \cdot X^3 - 8 \cdot 10^{-4} \cdot X^2 + 0,0384 \cdot X + 0,0341 \quad (\text{A3.7})$$

$$\delta z(x) = 3 \cdot 10^{-7} \cdot X^3 + 7 \cdot 10^{-5} \cdot X^2 - 0,0384 \cdot X - 0,026 \quad (\text{A3.8})$$

Os coeficientes de correlação r^2 para as curvas ajustadas são de 0,7062% e de 0,9982%, respectivamente, apresentando um valor de correlação baixo para o eixo “X”. Se levamos em consideração que a magnitude do erro de retitude horizontal está na ordem de 1 μm então a porcentagem do erro que não é explicada pela equação resulta bem pequena no máximo de 0,3 μm . Portanto a especificação pode ser considerada apropriada para os dados.

➤ **Erro de Retitude do eixo “Y”, $\delta y(x)$, $\delta y(z)$.**

Os erros de retitude do eixo “Y”, Figuras A3.15 e A3.16, apresentam valores pequenos sem tendência marcada. No primeiro gráfico o erro é negativo e apresenta o valor máximo de -2,4 μm em $Y = 125 \text{ mm}$. No segundo gráfico atinge o valor máximo de 1 μm em $Y = 50 \text{ mm}$. Em ambos os casos a histerese é pequena, ajustando-se somente uma equação aos conjuntos de ida. Os coeficientes de regressão para as curvas ajustadas são de 0,9048% e 0,8403%, respectivamente.

$$\delta x(y) = 10^{-11}Y^5 - 2 \cdot 10^{-9}Y^4 + 10^{-6}Y^3 - 9 \cdot 10^{-4}Y^2 - 0,0291Y - 0,101 \quad (\text{A3.9})$$

$$\delta z(y) = 2 \cdot 10^{-11}Y^5 - 2 \cdot 10^{-8}Y^4 + 6 \cdot 10^{-6}Y^3 - 9 \cdot 10^{-4}Y^2 + 0,047Y - 0,1015 \quad (\text{A3.10})$$

A seguir estão os gráficos de retitude vertical e horizontal para o eixo “Y”.

Figura A3.15: Erro de Retitude do eixo “Y” na direção “X”.

Figura A3.16: Erro de Retitude do eixo “Y” na direção “Z”.

➤ **Erro de Retitude do eixo “Z”, $\delta z(x)$ e $\delta z(y)$.**

Os gráficos dos erros de retitude do eixo “Z” estão dados a seguir. Podendo-se observar que a magnitude dos erros é pequena, assim como, a parcela de histerese.

Figura A3.17: Erro de Retitude do eixo “Z” na direção “X”.

Figura A3.18: Erro de Retitude do eixo “Z” na direção “Y”.

As equações das curvas ajustadas aos conjuntos de dados estão dadas em (A3.11) e (A3.12), respectivamente. Os valores dos coeficientes de correlação são de 0,8516% e 0,9549%, respectivamente.

$$\delta x(z) = 3 \cdot 10^{-7} \cdot Z^4 - 4 \cdot 10^{-5} \cdot Z^3 + 0,0016 \cdot Z^2 - 0,0057 \cdot Z - 0,003 \quad (\text{A3.11})$$

$$\delta y(z) = 8 \cdot 10^{-8} \cdot Z^4 - 10^{-5} \cdot Z^3 + 3 \cdot 10^{-4} \cdot Z^2 + 0,0142 \cdot Z - 0,0044 \quad (\text{A3.12})$$

A3.2.3 - ERROS ANGULARES.

Os erros angulares “pitch”, “yaw” e “roll” foram calibrados para cada um dos eixos de movimento, segundo a teoria exposta no item C.1. Os resultados desta calibração estão apresentados a seguir em três grupos.

➤ **Erro Angular “pitch”, $\delta\theta_y(x)$, $\delta\theta_x(y)$ e $\delta\theta_x(z)$.**

As curvas que descrevem o comportamento do erro angular “pitch” para cada um dos eixos coordenados são apresentadas graficamente. No eixo das abscissas encontram-se as posições de avaliação, em milímetros (mm) e no eixo das ordenadas estão os valores do erro em arco segundos (arcseg). Os coeficientes de correlação foram de 0,9959%, 0,9989% e 0,9893%, respectivamente.

$$\delta\theta_y(x) = 0,0357 \cdot X - 0,167 \quad (A3.13)$$

$$\delta\theta_x(y) = -2 \cdot 10^{-7} \cdot Y^3 + 0,0002 \cdot Y^2 - 0,0211 \cdot Y - 0,0601 \quad (A3.14)$$

$$\delta\theta_x(z) = -3 \cdot 10^{-5} \cdot Z^2 + 0,0139 \cdot Z + 0,0442 \quad (A3.15)$$

A Figura A3.19 mostra o erro angular em torno do eixo “Y” devido ao movimento em “X”. Pode-se observar no gráfico que o erro é crescente com sinal positivo, isto indica que o ângulo de rotação em torno de “Y” faz com que o carro “X” se incline na direção negativa de eixo “Z”.

Figura A3.19: Erro Angular “pitch” do eixo “X”.

Pode ser observado, também, que a diferença entre os valores dos erros em ambos os sentidos é pequena, no máximo de 1 arcosegundo, portanto, uma única equação foi utilizada para descrever o comportamento deste erro. Pode-se observar que o erro angular “pitch” do eixo “X”, apresenta tendência linear.

A Figura A3.20 mostra o erro angular “pitch” do eixo “Y”. Pode-se observar que o erro é positivo e crescente, atingindo valores de até 11,5 arcosegundos. O erro aleatório e a histerese são pequenos. Ainda, pode-se dizer que a ponte móvel da máquina gira em torno do eixo “X” no sentido positivo, ou seja, a medida que a ponte distancia-se da origem, a mesma inclina-se progressivamente para a posição zero do eixo “Y”.

Na Figura A3.21 pode-se observar o erro angular “pitch” do eixo “Z”. Este erro é positivo, e oscila de zero a dois arcosegundos.

Figura A3.20: Erro Angular “pitch” do eixo “Y”.

Figura A3.21: Erro Angular “pitch” do eixo “Z”.

A Figura A3.20 mostra o erro angular em torno do eixo “X” devido ao movimento no eixo “Y”, podendo-se observar que o erro medido é crescente e positivo e que varia de 0 até 6 segundos. A histerese atinge no máximo 1 segundo. A medida que o carro “X” traslada-se de esquerda para direita, é produzida uma curva próxima de um arco de circunferência. Isto é devido ao peso da guia e do carro do eixo “X”, e ao peso das guias e mancais do eixo “Z”.

➤ **Erro Angular “yaw”, $\delta\theta_z(x)$, $\delta\theta_z(y)$ e $\delta\theta_y(z)$.**

As equações que descrevem os erro angular “yaw” para cada um dos eixos coordenados são dadas a seguir. Os coeficientes de correlação, nestes casos, foram de 0,9995%, 0,9955% e 0,9802%, respectivamente.

$$\delta\theta_z(x) = -10^{-7} \cdot X^3 + 7 \cdot 10^{-5} \cdot X^2 - 0,0364 \cdot X + 0,0261 \quad (\text{A3.16})$$

$$\delta\theta_z(y) = 2 \cdot 10^{-9} \cdot Y^4 - 10^{-6} \cdot Y^2 + 0,0044 \cdot Y + 0,0984 \quad (\text{A3.17})$$

$$\delta\theta_y(z) = 9 \cdot 10^{-5} \cdot Z^2 - 0,0177 \cdot Z - 0,1789 \quad (\text{A3.18})$$

Figura A3.22: Erro Angular "yaw" do eixo "X".

Na Figura A3.22, mostra-se o erro angular "yaw" do eixo "X", observa-se que a histerese é pequena, o erro é negativo e decrescente.

Figura A3.23: Erro Angular "yaw" do eixo "Y".

Figura A3.24: Erro Angular "yaw" do eixo "Z".

➤ **Erro Angular "roll", $\delta\theta_x(x)$ e $\delta\theta_y(y)$.**

Nas Figuras abaixo são dados os gráficos do erro angular "roll" para os eixos "X" e "Y".

Figura A3.25: Erro Angular "roll" do eixo "X".

Figura A3.26: Erro Angular “roll” do eixo “Y”.

As equações que descrevem o comportamento deste erro angular estão dadas a seguir:

$$\delta\theta_x(x) = 3 \cdot 10^{-7} \cdot X^3 - 0,0001 \cdot X^2 + 0,0359 \cdot X + 0,0437 \quad (\text{A3.19})$$

$$\delta\theta_y(y) = 0,0001 \cdot Y^2 - 0,0181 \cdot Y + 0,0327 \quad (\text{A3.20})$$

Os coeficientes de correlação são de 0,9959% e 0,9986%, respectivamente.

A.3.2.4 – Erros de Perpendicularidade, $\delta\theta_{xy}$, $\delta\theta_{xz}$ e $\delta\theta_{yz}$.

Os erros de perpendicularidade foram levantados segundo a teoria exposta no item A3.1. Na tabela A3.1 estão apresentados os resultados destes erros, em segundos.

Tabela A3.1: Erros de perpendicularidade.

ERROS DE PERPENDICULARIDADE	
Erro de Perpendicularidade entre “Y” e “Z”	(19 ± 0,5)'
Erro de Perpendicularidade entre “X” e “Z”	(13 ± 0,5)'
Erro de Perpendicularidade entre “X” e “Y”	(160 ± 0,5)'

APÊNDICE 4

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA PROJEÇÃO DO ERRO VOLUMÉTRICO, NA DIREÇÃO DE MEDIÇÃO, NO RESULTADO FINAL DA COMPENSAÇÃO

O erro volumétrico pode ser considerado como sendo um vetor, portanto, ele apresenta direção, módulo e sentido. Através do modelo proposto é possível determinar apenas o módulo deste vetor, de forma que sua direção e sentido são desconhecidos. Uma análise geométrica faz pensar que existirá diferença entre os resultados finais de uma compensação quando o vetor E_v é projetado na direção de medição antes de se fazer a compensação e quando este vetor não é projetado. Como descrito no Capítulo 5, para se projetar o E_v na direção de medição é preciso determinar os ângulos que definem a direção de medição no espaço, assim como os cossenos diretores. Em seguida multiplica-se cada componente do E_v pelo cosseno diretor correspondente.

Para melhor entendimento três casos serão analisados:

1º caso: A direção do erro volumétrico é coincidente com a direção de medição, ou seja, forma-se entre eles um ângulo de 0° ou 180° . Neste caso, o módulo do vetor projetado na direção de medição é igual ao módulo do vetor sem projetar. Portanto, deve-se compensar o erro volumétrico previsto pelo modelo, integralmente.

2º caso: A direção do erro volumétrico é perpendicular à direção de medição, ou seja, o ângulo entre eles é de 90° . Desta forma,

o módulo do vetor E_v projetado é zero, assim como o valor a compensar.

Figura A4.1: Representação do Primeiro Caso.

Figura A4.2: Representação do Segundo Caso.

3º caso: A direção do erro volumétrico é tal que forma com relação à direção de medição um ângulo qualquer, diferente de 0° , 90° ou 180° . Neste caso, para se projetar o vetor E_v na direção de medição

cada uma de suas componentes são multiplicadas pelos cossenos correspondentes. Os valores dos cossenos diretores são, neste caso, sempre menor que um (1). Isto significa que haverá um decréscimo nas grandezas das três componentes do E_v , conseqüentemente, o módulo do vetor projetado será menor que o módulo do vetor sem projetar. Desta forma, o valor a compensar, também, será menor.

Figura A43: Representação do Terceiro Caso.

Após esta análise chega-se à seguinte conclusão:

- Se o vetor erro volumétrico não é projetado na direção de medição antes da compensação comete-se o erro de tira-lo integralmente quando o valor a compensar, na maioria das vezes, é menor.

Por outra parte, quanto maior for o módulo do erro volumétrico, maior será a diferença entre a magnitude de dito erro e a magnitude de sua projeção na direção de medição. Isto pode ser demonstrado se para um ponto P, pertencente ao volume de trabalho da máquina consideram-se dois valores diferentes do erro

volumétrico. Estes erros volumétricos apresentam direções e sentidos iguais e módulos diferentes, de forma que $E_{V2} > E_{V1}$.

Figura A4.4: Representação da diferença entre o erro volumétrico e sua projeção para diferentes módulos.

Na Figura A4.4, E_1 e E_2 representam a diferença entre os erros volumétricos e suas projeções. Pode-se observar que E_2 é significativamente maior que E_1 .

Para verificar a validade desta análise efetua-se uma comparação entre os resultados da compensação com e sem projeção do vetor E_v na direção de medição. Para tanto, são utilizados os dados no sentido de ida de uma das diagonais do volume de trabalho da máquina, especificamente a diagonal com o sentido de movimentação negativo para o eixo “X” e positivo para os eixos “Y” e “Z”.

Os resultados desta análise são apresentados na Figura A4.5. Neste gráfico podem ser observadas 5 curvas. Uma correspondente ao erro volumétrico medido na diagonal utilizando-se o sistema interferométrico. Duas curvas representando os erros volumétricos previstos pelo modelo com e sem projeção na direção de medição,

além de, duas curvas correspondentes aos erros volumétricos residuais com e sem projeção na direção de medição.

Figura A4.5: Resultados da análise dos casos em uma diagonal.

Observa-se na Figura A4.5 que existe uma diferença marcada entre os valores do erro volumétrico previstos pelo modelo e residuais para ambos os casos. Esta diferença acentua-se para valores grandes do erro volumétrico. Tanto os valores previstos do erro volumétrico sem projetar na direção de medição quanto os erros residuais são significativamente maiores. Isto pode estar sendo influenciado pelo fato de considerarmos que a direção de todos os valores do erro volumétrico previstos pelo modelo e a direção da linha de medição são coincidentes, quando realmente isto não acontece. Como dito, anteriormente o modelo proposto permite somente prever a magnitude do erro volumétrico, de maneira que, a direção e sentido deste erro são desconhecidos a priori.