Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 25/10/02

Ass: *Kauayflu*

**PROTOTIPAGEM VIRTUAL: MODELAGEM,
SIMULAÇÃO, CONTROLE E OTIMIZAÇÃO DE
DINÂMICA VEICULAR.**

FREDERICO AUGUSTO ALEM BARBIERI

DEDALUS - Acervo - EESC

31100037118

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

São Carlos
2002

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FREDERICO AUGUSTO ALEM BARBIERI**

Tese defendida e julgada em 22-08-2002 perante a Comissão Julgadora:

ALVARO COSTA NETO (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Assoc. CLÓVIS DE ARRUDA MARTINS
(Escola Politécnica/USP)

Aprovado

Prof. Dr. PAULO SÉRGIO VAROTO
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. LUIS CARLOS PASSARINI
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Associado ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Profª. Assoc. MARIA DO CARMO CALIJURI
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

AGRADECIMENTOS

- Ao Álvaro, meu colega e orientador, que muito contribuiu para a minha formação, sendo um exemplo de dinamismo e conhecimento, muito me ensinando sobre ser um pesquisador;
- À secretaria do Departamento de Engenharia Mecânica, em especial à Ana Paula, por toda ajuda e suporte para a realização deste trabalho;
- À CAPES, pelo apoio financeiro sem o qual este trabalho não seria possível;
- Ao Departamento de Engenharia Mecânica, que viabilizou este projeto;
- A todos os amigos, que de forma direta ou indireta, contribuíram para este trabalho.
- À minha família por todo o incentivo, amor e compreensão;
- Em especial à Eloisa por toda ajuda, carinho e compreensão em todos os momentos;
- À DEUS, por tudo conseguido até hoje;

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS.....	viii
LISTA DE SÍMBOLOS	ix
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Proposições.....	4
1.2. Apresentação do Trabalho.....	6
2. MODELAGEM MATEMÁTICA	
2.1. Introdução.....	7
2.2. Técnicas de Modelagem de Sistemas Multicorpos.....	9
2.2.1. Formalismo Matemático.....	11
2.2.1.1. Definições Básicas.....	11
2.2.1.2. Configuração do Sistema.....	12
2.2.1.3. Restrições de Configuração.....	13
2.2.1.4. Coordenadas Generalizadas.....	13
2.2.1.5. Velocidades Generalizadas.....	14
2.2.1.6. Restrição de Movimento.....	14
2.2.1.7. Variáveis de Estado.....	15
2.2.2. Abordagem Euleriana.....	16
2.2.3. Método de Kane.....	18
2.2.3.1. Velocidades Parciais.....	19
2.2.3.2. Equações Dinâmicas de Kane.....	21
2.3. Abordagem Lagrangeana.....	24
2.3.1. Princípio do Trabalho Virtual.....	24
2.3.1.1. Trabalho virtual em termos de coordenadas generalizadas....	25

2.3.2. Desenvolvimento da Equação de Lagrange.....	26
2.5. Descrição da Modelagem Computacional.....	31
2.5.1. Modelagem de Corpos e Juntas.....	31
2.5.1.1. Coordenadas Absolutas.....	32
2.5.1.2. Coordenadas Relativas.....	34
2.5.1.3. Modelagem de Restrições.....	36
2.6. Implementação Computacional.....	38
2.7. Breve Histórico da Modelagem MBS.....	40

3. MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM VEÍCULO AUTOMOTIVO PARA ESTUDO DO CONTROLE DO MOVIMENTO

3.1. Introdução.....	46
3.2. Modelagem.....	47
3.3. Representação do Modelo MBS.....	49
3.3.1. Forças Externas Agindo no Modelo MBS.....	51
3.3.1.1. Massa Suspensa.....	51
3.3.1.2. Massa Não Suspensa.....	53
3.3.2. Representação das Forças de Suspensão e dos Pneus.....	53
3.3.2.1. Forças da Suspensão.....	53
3.3.2.2. Modelagem do Sistema de Direção.....	54
3.3.2.3. Forças dos Pneus.....	56
3.4. Modelo para Simulação.....	56
3.5. Resultados da Simulação.....	58
3.5.1. Manobras Transientes.....	61
3.5.1.1. Entrada de Esterçamento.....	62
3.5.1.2. Entradas de Aceleração e Frenagem.....	68
3.5.1.3. Distúrbios Verticais da Pista.....	71
3.5.1.4. Distúrbios Aerodinâmicos.....	73
3.6. Implementações no Modelo.....	74
3.6.1. Cálculo de Força dos Pneus.....	76
3.6.1.1. Força Normal do Pneu.....	76
3.6.1.2. Força Longitudinal.....	76

3.6.1.3. Força Lateral.....	77
3.6.1.4. Momento de resistência ao rolamento.....	78
3.6.1.5. Momento de auto-alinhamento (<i>aligning moment</i>).....	78

4. SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO MODELO LINEAR NA FORMA DE ESPAÇO DE ESTADOS

4.1. Introdução.....	80
4.2. Envelope para Análise de Controle Linear.....	81
4.3. Obtenção do Modelo Linear.....	81
4.3.1. Modelo na Forma de Espaço de Estados.....	85
4.3.1.1. Elementos da Matriz A	86
4.3.1.2. Matrizes B , C e D	88
4.4. Análise Simulação do Modelo Linear.....	89
4.4.1. Análise dos Autovalores.....	89
4.4.2. Simulações do Modelo Linear.....	90
4.4.2.1. Entrada de Esterçamento.....	91
4.4.2.2. Distúrbios Verticais da Pista.....	94
4.4.2.3. Distúrbios Aerodinâmicos.....	97
4.4.2.4. Aceleração.....	98
4.5. Comparação das Simulações.....	99
4.6. Propriedades do Modelo Linear.....	100
4.6.1. Condicionamento do Problema.....	100
4.6.2. Matriz Função de Transferência.....	102

5. CENÁRIO ATUAL DE SISTEMAS DE CONTROLE APLICADO AOS VEÍCULOS

5.1. Introdução.....	104
5.2. Controle do Conjunto de Força de Tração (<i>powertrain</i>).....	107
5.2.1. Controle de Propulsão.....	108
5.2.2. Controle de de Tração e Frenagem.....	109
5.2.3. Controle de Suspensão.....	111
5.2.4. Controle de Esterçamento.....	117

5.3. Controle Integrado.....	119
------------------------------	-----

6. PROJETO DE SUSPENSÕES ATIVAS

6.1. Introdução.....	126
6.2. Controlador <i>skyhook</i>	128
6.2.1. Modelo completo de veículo com atuador <i>skyhook</i>	115
6.2.2. Simulação e Análise de Resultados.....	134
6.3. Controlador baseado em um Regulador Linear Quadrático.....	141
6.3.1. RLQ com realimentação de saída.....	143
6.3.2. Equações de projeto do controlador RLQ.....	144
6.3.3. Condições de convergência para solução do algoritmo.....	149
6.3.3.1. Ganho inicial de estabilização.....	150
6.3.3.2. Selecionando as matrizes de ponderação.....	150
6.3.3.3. Estrutura da matriz Q	151
6.4. Simulação e análise dos resultados.....	153
6.4.1. Co-simulação ADAMS/Simulink.....	154
6.4.2. Considerações sobre as simulações.....	158
6.4.3. Simulação de Conforto.....	158

7. CONCLUSÃO.....	168
-------------------	-----

8. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	176
----------------------------------	-----

9. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	192
---------------------------------	-----

APÊNDICES

Apêndice A - Simulações com o Modelo Não Linear.....	195
Apêndice B - Simulações com o Modelo Linear.....	215
Apêndice C - Suspensão Ativa com <i>skyhook</i>	225
Apêndice D – Descrição do modelo no Adams.....	246
Apêndice E – Matrizes dos modelos lineares.....	263

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

	12
2.1: Configuração de um sistema de partículas.....	
2.2: Transformação de coordenadas entre dois sistemas de coordenadas.....	33
2.3: Junta esférica modelada por coordenadas absolutas ou relativas.....	34
2.4: Junta de revolução.....	34
2.5: Junta K entre os corpos i e j.....	35
2.6: Linha cronológica do desenvolvimento MBS.....	42

CAPÍTULO 3

	50
3.1: “Layout” do Modelo MBS.....	
3.2: Modelo no ADAMS – diferentes vistas.....	50
3.3: Representação do sistema de direção.....	55
3.4: Ângulos relacionados ao esterçamento.....	55
3.5: Modos de massa suspensa e não suspensa.....	60
3.6: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=10\text{m/s}$	63
3.7: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=20\text{m/s}$	64
3.8: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=30\text{m/s}$	65
3.9: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=40\text{m/s}$	66
3.10: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=60\text{m/s}$	67
3.12: Resposta do modelo não linear à aceleração ($f=4000\text{N}$).....	69
3.13: Resposta do modelo não linear à desaceleração ($-0.4g$).....	70
3.14: Resposta do modelo não linear à desaceleração ($-0.8g$).....	70
3.15: Representação do veículo passando pelas rampas triangulares.....	71
3.17: Resposta do modelo não linear ao distúrbio da pista ($v=10\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)....	72
3.18: Resposta do modelo não linear ao distúrbio da pista ($v=15\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)....	72
3.19: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico ($v=10,62\text{m/s}$)....	73
3.20: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico ($v=15,16\text{m/s}$)....	73
3.21: Diferentes modelos de pneus no ADAMS.....	75
3.22: Comparação do esterçamento com diferentes modelos de pneus.....	79

CAPÍTULO 4

	93
4.1: Resposta de <i>CL14</i> ao esterçamento.....	
4.2: Resposta de <i>CL24</i> ao esterçamento.....	93
4.3: Resposta de <i>CL34</i> ao esterçamento.....	94
4.4: Distúrbio triangular no domínio do espaço e no domínio do tempo.....	95
4.5: Resposta de <i>RL10</i> ao distúrbio da pista ($v=10\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$).....	96
4.6: Resposta de <i>RL15</i> ao distúrbio da pista ($v=15\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$).....	96
4.7: Resposta de <i>RL20</i> ao distúrbio aerodinâmico.....	97
4.8: Resposta de <i>RL20</i> à aceleração.....	99

CAPÍTULO 5

105

5.1: Representação convencional da interação motorista/veículo/meio-ambiente.....	106
5.2: Sistemas de controles usados atualmente.....	120
5.3: Representação de um sistema de controle integrado.....	121
5.4: Controle de sub e sobre-esterçamento (<i>understeer e oversteer</i>).....	

CAPÍTULO 6

128

6.1: Modelo de ¼ de veículo com suspensão ativa genérica.....	130
6.2: Modelo de suspensão ativa com realimentação da vel. vertical do chassi.....	131
6.3: Efeito do Skyhook.....	133
6.5: Localização da velocidade z1 medida em cada atuador.....	135
6.6: Entradas de deslocamento da pista nas rodas direita e esquerda.....	136
6.7: Aceleração vertical e sua PSD.....	137
6.8: Acelerações angulares de rolamento e arfagem.....	137
6.9: Deflexões das quatro suspensões.....	138
6.10: Forças normais dos pneus.....	154
6.11: Processo comum de prototipagem virtual + controladores.....	155
6.12: Processo utilizando ADAMS/Controls (manual do ADAMS).....	155
6.13: Troca de informações entre os <i>softwares</i>	157
6.14: Diagrama de blocos da co-simulação ADAMS/Simulink.....	157
6.15: Detalhamento do bloco ADAMS.....	161
6.16: Aceleração vertical da massa suspensa.....	162
6.17: PSD das acelerações verticais.....	163
6.18: Aceleração vertical da massa suspensa.....	164
6.19: Deslocamentos das suspensões para os CASOS 1 e 2.....	164
6.20: Forças verticais nos pneus para os CASOS 1 e 2.....	165
6.21: Forças dos atuadores em cada suspensão para os CASOS 1 e 2.....	165
6.22: Demanda de potência do atuador do CASO – 1.....	166
6.23: Demanda de potência do atuador do CASO – 2.....	167
6.24: Autovalores para o sistema realimentado do CASO – 1.....	167
6.25: Autovalores para o sistema realimentado do CASO – 2.....	167

FIGURAS DOS APÊNDICES

APÊNDICE A.....	195
-----------------	-----

- Figura A1: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e V=10m/s
 Figura A2: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e V=10m/s
 Figura A3: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e V=20m/s
 Figura A4: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e V=20m/s
 Figura A5: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 90° e V=20m/s

Figura A6: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 160° e $V=20\text{m/s}$
 Figura A7: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e $V=30\text{m/s}$
 Figura A8: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=30\text{m/s}$
 Figura A9: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=40\text{m/s}$
 Figura A10: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e $V=60\text{m/s}$
 Figura A11: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=60\text{m/s}$
 Figura A12: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e $V=20\text{m/s}$
 Figura A13: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=20\text{m/s}$
 Figura A14: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=30\text{m/s}$
 Figura A15: Resposta do modelo não linear à desaceleração
 Figura A16: Resposta do modelo não linear à desaceleração
 Figura A17: Resposta do modelo não linear à aceleração
 Figura A19: Resposta do modelo não linear à aceleração
 Figura A20: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico
 Figura A21: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico
 Figura A22: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico
 Figura A23: Resposta do modelo não linear
 Figura A24: Resposta do modelo não linear ao
 Figura A25: Resposta do modelo não linear ao
 Figura A26: Resposta do modelo não linear
 Figura A27: Resposta do modelo não linear
 Figura A28: Resposta do modelo não linear

APÊNDICE B..... 215

Figura B1: Resposta de CLO21 ao esterçamento
 Figura B2: Resposta de CLO24 ao esterçamento
 Figura B3: Resposta de CLO29 ao esterçamento
 Figura B4: Resposta de CLO2120 ao esterçamento
 Figura B5: Resposta de CLO11 ao esterçamento
 Figura B6: Resposta de CLO14 ao esterçamento
 Figura B7: Resposta de CLO19 ao esterçamento
 Figura B8: Resposta de CLO31 ao esterçamento
 Figura B9: Resposta de CLO34 ao esterçamento
 Figura B10: Resposta de CLO39 ao esterçamento
 Figura B11: Resposta de RL20 à aceleração de $0,5g$
 Figura B12: Resposta ao Distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=3,54$ $v_x=20\text{m/s}$
 Figura B13: Resposta ao Distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=7,08$ $v_x=20\text{m/s}$
 Figura B14: Resposta ao Distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=10,62$ $v_x=20\text{m/s}$
 Figura B15: Resposta ao Distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=15,16$ $v_x=20\text{m/s}$
 Figura B16: Distúrbio Triangular entrada = rzin 152t.txt

APÊNDICE C.....225

Figura C1: Respostas do sistema com suspensão passiva original – sem susp. Ativa – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

Figura C2: Respostas do sistema com suspensão passiva original – sem susp. Ativa – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças veriticais nos pneus.

Figura C3: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=1000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 1000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 0.5 x valor do coeficiente original)

Figura C4: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=1000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças veriticais nos pneus.

($C_{SH} = 1000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 0.5 x valor do coeficiente original)

Figura C5: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=4000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 4000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 2 x valor do coeficiente original)

Figura C6: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=4000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças veriticais nos pneus.

($C_{SH} = 4000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 2 x valor do coeficiente original)

Figura C7: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C8: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças veriticais nos pneus.

($C_{SH} = 10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original).

Figura C9: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C10: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C11: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.1 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C12: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.1 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C13: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times$ original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C14: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times$ original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C15: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C16: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C17: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 2 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C18: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 2 \times$ original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C19: Respostas do sistema com suspensão sem amortecedor passivo + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento

e de arfagem da massa suspensa.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C20: Respostas do sistema com suspensão sem amortecedor passivo + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

LISTA DE TABELA

3.1: Descrição Geométrica do modelo do Chassi.....	49
3.2: Dados inerciais e geométricos do veículo.....	51
3.3: Dados aerodinâmicos do veículo.....	52
3.4: Dados da suspensão e do pneu linear.....	54
3.5: Análise dos autovalores.....	59
4.1: Variação dos modos laterais em função da velocidade.....	90
6.1: RLQ com realimentação de saída.....	147
6.2: Algoritmo para solução de realimentação de saída ótima.....	149

LISTA DE ABREVIATURAS

- 4 WD – *Four Wheel Drive* – Sistema de tração nas quatro rodas (4x4)
- ABS – *AntiLock Braking System* – Sistema de Freios Anti-blocante
- ASC – *Automatic Stability Control* – Controle Automático de Estabilidade
- ASR – *Anti Slip Regulator* – Sistema de controle de tração
- CL – Descreve a situação de “curva” com um modelo de pneu “linear”
- CLN – Descreve as situações onde o modelo do pneu é “não-linear”
- DSC – *Dynamic Stability Control* – Controle Dinâmico de Estabilidade
- EBD – *Electronic Braking Distribution* – Controle Adaptativo de Distribuição de Forças de Frenagem
- ECU – *Electronic Control Unit* – Unidade de Controle Eletrônica
- FWD – *Front Wheel Drive* – Sistema de Tração Dianteira
- LSD – *Limited Slip Differential* – Diferencial de Escorregamento Limitado
- RL – Descreve o veículo andando em linha reta com modelo de pneu linear
- RNL – Descreve o veículo andando em linha reta com modelo de pneu não linear
- RWD – *Rear Wheel Drive* – Sistema de Tração Traseira
- SCBS – *Slip Control Braking System* – Sistema de Freios Anti-blocnte por controle de escorregamento.
- SEFI – *Sequential Electronic Fuel Injection* – Injeção Eletrônica de Combustível Sequencial
- VCS – *Viscous Coupling System* – Sistema de Acoplamento Viscoso

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz da planta ou matriz de estados
a_y	Aceleração Lateral
B	Matriz de entrada
$b_{i1}, \dots, b_{i4}$	Coefficientes da equação de formação dos a_i 's
C	Matriz de saída
$C_{f,r}$	Rigidez de esterçamento (r="rear"; f="front")
$c_1, \dots, c_6$	Coefficientes da equação de t_p em função de F_{tz}
$C_{f,r e}$	Rigidez de esterçamento equivalente (r="rear"; f="front")
Cl	Comprimento característico
Cmx, Cmy, Cnz	Coefficientes de torques aerodinâmicos
Cx, Cy, Cl	Coefficientes de forças aerodinâmicas
C_{zf}, C_{zr}	Coefficientes aerodinâmicos
D	Matriz de transmissão direta
F	Forças generalizadas
F_{ty}	Força lateral do pneu
F_{tyl}	Força lateral do pneu "com atraso"
F_{tz}	Força normal do pneu
f_y, f_x, f_z	Forças aerodinâmicas nas respectivas direções
h	Altura
h	Altura do distúrbio triangular da pista
hp, op, b	Vetores que descrevem o modelo MBS geometricamente
k_{ij}	Ganho de regime permanente
k_s	Rigidez torcional do sistema de direção
ks	Rigidez torcional do sistema de direção
m_x, m_y, m_z	Momentos aerodinâmicos nas respectivas direções
Mz	Torque autoalinhante
Q	Representam as coordenadas utilizadas para descrever o sistema
q	Coordenadas generalizadas

r	Coefficiente de correlação
SR	Relação de transmissão do sistema de direção
T	Energia cinética do sistema
t	Tempo
tp	Pneumatic trail
u	Vetor de entrada
u_i	Velocidades generalizadas
V_v	Velocidade do veículo
V_v	Velocidade do vento
V_x	Velocidade longitudinal do veículo
V_y	Velocidade lateral
x	Vetor de estados
$x1=u1$	velocidade angular de rolagem da massa suspensa ($d\phi/dt$)
$x2=q1$	deslocamento angular ϕ da massa suspensa
$x3=u2$	velocidade lateral (dy/dt) da susp. diant. esquerda
$x4=q2$	deslocamento lateral (y) da susp. diant. esquerda
$x5=u3$	velocidade vertical (dz/dt) da susp. diant. esquerda
$x6=q3$	desl. Vertical (z) da susp. diant. esquerda
$x7=u4$	vel. angular. da susp. diant. esq
$x8=q4$	desl. ang. da susp. diant. esquerda
$x9=u5$	veloc. do desl. ang. da susp. diant. dir
$x10=q5$	desl. ang. da susp. diant. direita
$x11=u6$	vel. Vert. (dz/dt) da susp. tras. esquerda
$x12=q6$	desl. Vert. (z) da susp. tras. esquerda
$x13=u7$	veloc. do desl. ang. da susp. tras. esq
$x14=q7$	desl. ang. da susp. tras. esq
$x15=u8$	vel. longitudinal da susp. tras. dir.
$x16=q8$	desl. longitudinal da susp. tras. dir
$x17=u9$	vel. lateral (dy/dt) da susp. tras. dir.
$x18=q9$	desl. lateral (y) da susp. tras. dir.
$x19=u10$	veloc. do desl. ang. da susp. tras. dir.
$x20=q10$	desl. ang. da susp. tras. dir.

$y1$	Deslocamento longitudinal
$y2$	Deslocamento lateral
$y3$	Deslocamento vertical
$y4$	Ângulo de guinada (“yaw angle”)
$y5$	Ângulo de arfagem (“pitch angle”)
$y6$	Ângulo de rolagem (“roll angle”)
$y7$	Desl. angular da susp. dianteira esquerda
$y8$	Desl. angular susp. dianteira direita
$y9$	Desl. angular da susp. traseira esquerda
$y10$	Desl. angular da susp. traseira direita
$y11$	Velocidade longitudinal
$y12$	Velocidade lateral
$y13$	Velocidade vertical
$y14$	Velocidade de guinada
$y15$	Velocidade de arfagem
$y16$	Velocidade de rolagem
$y17$	Veloc. ang. da susp. dianteira esquerda
$y18$	Veloc. ang. da susp. dianteira direita
$y19$	Veloc. ang. da susp. traseira esquerda
$y20$	Veloc. ang. Da susp .traseira direita
β	Ângulo de escorregamento lateral
δ	Ângulo de esterçamento das rodas
v'	Velocidade relativa entre o veículo e o vento frontal
α_a	Ângulo de escorregamento aerodinâmico
δ_{hw}	Ângulo de esterçamento da direção
ξ	Fator de amortecimento
ρ	Densidade do ar
α_r	Ângulo de escorregamento do pneu traseiro
α_f	Ângulo de escorregamento do pneu dianteiro
(J)	Jacobiano do modelo não linear
Φ	conjunto de vínculos do sistema;

Φ_q	Matriz de derivadas parciais das equações de restrição em relação a q
Φ_u	matriz não singular $m \times m$
Φ_v	submatriz $m \times k$
δu	Velocidades dependentes
δv	Velocidades generalizadas
ω_n	Frequência natural
λ	Forças de reação devido aos vínculos Φ

BARBIERI, F. A. A. *Prototipagem virtual: modelagem, simulação e controle e otimização de dinâmica veicular*. São Carlos, 2002, Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

As futuras utilizações de sistemas de controle em automóveis seguirão a tendência de integração, através do desenvolvimento de sistemas de controle integrados capazes de coordenar as ações dos vários subsistemas que compõem o veículo. Esta coordenação e integração requerem que as interações entre os subsistemas sejam levadas em conta já nos primeiros estágios de projeto, levando ao desenvolvimento de modelos completos de veículos. Neste sentido, o comportamento dinâmico de um veículo de quatro rodas é analisado através de um modelo não linear com dez graus de liberdade, obtido através de técnicas de modelagem de sistemas multicorpos utilizando-se o programa ADAMS. Posteriormente, são gerados modelos lineares obtidos através do Jacobiano das equações do modelo original, resultando em uma gama de equações na forma de espaço de estados. O modelo linearizado é então submetido a vários tipos de simulações e os resultados são comparados às respostas do modelo não linear de modo a validar as aproximações lineares em diferentes condições de operação do veículo.

São também desenvolvidos dois sistemas de controle de suspensão baseados em técnicas de controle ótimo com duas diferentes abordagens: um controlador *skyhook* que foi implementado no modelo não linear desenvolvido no ADAMS e um controle de suspensão baseado em um controlador RLQ (Regulador Linear Quadrático), com realimentação de saída que utiliza os modelos linearizados na forma de espaço de estados, sendo este último implementado através da co-simulação ADAMS/Matlab. O sistema de controle de suspensão desenvolvido é um primeiro passo na tentativa de projeto de um sistema de controle integrado do movimento.

Palavras-chave: modelagem de sistemas multicorpos (MBS); modelos de veículo não linear e linear; simulação; sistemas de controle ótimo (RLQ), controle integrado do movimento

BARBIERI, F. A. A. *Virtual prototyping : modelling, simulating, controlling and optimizing vehicle dynamics*. São Carlos, 2002, Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Future applications of control in automotive vehicles will follow a trend towards system integration, leading ultimately to the development of integrated vehicle control systems capable of coordinating the action of the various subsystems. The coordination and integration of automotive vehicle subsystems require the interaction amongst the various subsystems to be taken into consideration at the control design stages, resulting in full vehicle models. Therefore, a nonlinear 10 degree of freedom model is obtained through MBS modelling techniques present in ADAMS package software. Then, a linear model is obtained by linearization of the system equations through the Jacobian facility also present in ADAMS. The resulting linearised models are simulated and their response are compared to the previous non-linear one in order to validate the linear approximations.

This work also presents two distincts suspension control systems based in optimal control theory: a skyhook controller designed at ADAMS (with the non-linear vehicle model) and a LQR (Linear Quadratic Regulator) with output feedback based on the state space linear vehicle model. This last one was designed through ADAMS/Matlab co-simulation facilities. This designed suspension control is a first attempt to future developments of integrated vehicle control .

Keywords: MBS modelling, linear/non-linear full vehicle model, LQR with output feedback, simulation, integrated motion control.

CAPÍTULO – 1

INTRODUÇÃO

Embora seja fator presente desde o surgimento dos primeiros automóveis, o estudo da dinâmica de veículos teve seu maior impulso com o aparecimento das indústrias especializadas na fabricação de veículos. Motivadas pela concorrência e pelo desenvolvimento industrial do começo do século, dirigiam seus esforços de engenharia para a obtenção de tecnologias capazes de tornar os veículos mais rápidos, mais fáceis de dirigir e mais seguros.

Com o crescimento destas indústrias, juntamente com os avanços tecnológicos e científicos, a dinâmica de veículos foi cada vez mais aprimorada e consequentemente os automóveis foram se tornando melhores e mais seguros. Muito foi conseguido como, por exemplo, o desenvolvimento da tecnologia pneumática, novos sistemas de suspensão, redução no peso de materiais e aperfeiçoamento de motores. Mas, até há aproximadamente quinze anos, tais aperfeiçoamentos, segundo WALLENTOWITZ (1990), eram feitos somente do ponto de vista puramente mecânico. O objetivo era otimizar, por exemplo, o comportamento de buchas, modificar o arranjo das conexões

das suspensões, melhorar a elasticidade e resistência de metais a fim de diminuir seu peso.

A partir da metade dos anos 70, houve a necessidade de se desenvolver motores que consumissem menor quantidade de combustível, devido à crise do petróleo existente na época. Junto à crise, nos E.U.A, surgiram leis de regulamentação de emissões de gases, o que reforçava ainda mais a necessidade de um melhor controle do motor a fim de se reduzir o consumo sem prejudicar o desempenho (HROVAT & POWERS, 1987).

Neste mesmo período foi observado um grande desenvolvimento da tecnologia eletrônica, principalmente na área de eletrônica digital. Os produtos eletrônicos se tornaram mais baratos, sofisticados e cada vez menores e mais resistentes, possibilitando seu uso em ambientes hostis, como é o caso do interior do capô de um automóvel, sendo usados para o controle do funcionamento do motor (RIBBENS & MANSOUR, 1984). A partir de então, as técnicas de controle automático foram sendo introduzidas em várias partes do veículo, no intuito de se melhorar o desempenho e a segurança dos veículos assim como o conforto de motoristas e passageiros.

O aprimoramento das técnicas de controle e modelagem, em conjunto com o crescimento da tecnologia computacional, permitiu um rápido avanço tanto nos sistemas de produção como nos projetos de veículos. A evolução da teoria de sistemas multicorpos, combinada com o extraordinário aumento de performance dos computadores na última década, levou ao surgimento de *softwares* capazes de formular e resolver automaticamente as equações de sistemas mecânicos complexos. A utilização desses programas na indústria automobilística expandiu enormemente, permitindo um grande avanço na utilização de ferramentas CAD/CAE, proporcionando uma maior compreensão das causas e efeitos da dinâmica veicular. O aumento da complexidade dos modelos gerados possibilitou a inclusão de vários graus de liberdade na análise do comportamento de veículos, inclusive com introdução de corpos flexíveis, permitindo uma melhor compreensão da dinâmica veicular através de projetos cada vez mais sofisticados capazes de representar com grande exatidão o comportamento real dos veículos e seus subsistemas.

Entretanto, quando sistemas de controle são introduzidos, a dificuldade de projeto aumenta significativamente com o aumento do número de graus de liberdade do

modelo. Desta forma, a maioria dos trabalhos que envolvem simulação e controle de dinâmica veicular utilizam modelos mais simples, inclusive pelo fato das linearidades assumidas facilitarem a compreensão dos fenômenos básicos e a utilização das teorias de controle. Ainda nos dias de hoje, a maioria de sistemas de controle de vários subsistemas que compõem o veículo como motor, suspensão e freios, são desenvolvidos isoladamente, o que resulta nos modelos mais simples citados anteriormente. Porém, já há a tendência, desde meados dos anos 90, do desenvolvimento de sistemas integrados capazes de coordenar as ações dos vários subsistemas. A coordenação e integração dos vários subsistemas necessitam que a interação entre os mesmos seja levada em consideração, ou seja, que os comportamentos de cada subsistema e suas influências dentro do completo sistema do veículo sejam conhecidos. Este tipo de análise provê maiores dificuldades de modelagem, tornando o sistema de controle a ser utilizado muito mais complexo, onde a seleção de parâmetros de projeto do controlador aumenta consideravelmente.

As dificuldades inerentes ao controle de “grandes” modelos pode ser solucionada através da utilização da chamada filosofia de controle moderno, que utiliza representações de sistemas de múltiplas entradas e saídas (sistemas MIMO) através de modelos na forma de espaço de estados.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

onde o vetor $x(t)$ é um vetor de variáveis internas (ou variáveis de estado), $u(t)$ é um vetor de controle e $y(t)$ é o vetor de saída do modelo, sendo que A , B , C e D são matrizes cujos elementos descrevem as interconexões dinâmicas do sistema. Este tipo de representação também pode ser transformada em relações de entrada/saída através equações matriciais polinomiais, possibilitando as aplicações de técnicas de controle clássico aos sistemas MIMO, como por exemplo no projeto de sistemas de controle robustos.

Outro conceito de central importância inerente ao modelo descrito acima é que esta forma de representação matemática permite a expressão de desempenho em termos de um critério matemático específico, resultando em equações matriciais para os ganhos de controle e facilitando uma implementação computacional. A solução das equações matriciais também permitem que todos os ganhos de realimentação sejam computados

simultaneamente, ao contrário de abordagens clássicas de fechamentos de malha sucessivos. Este projeto simultâneo fornece uma maior liberdade quando temos um sistema de múltiplas entradas e saídas, eliminando o método de tentativa e erro de fechamento de uma malha por vez.

1.1. Objetivos

Este trabalho tem como objetivo a implementação das idéias discutidas acima, ou seja, obter modelos de veículos capazes de representar de forma conjunta os principais aspectos da dinâmica de veículos automotivos a fim de utilizá-los para controle integrado do movimento. Para tanto, apresenta uma visão abrangente envolvendo abordagens sobre modelagem, simulação e controle de dinâmica veicular.

O trabalho aqui apresentado se divide em duas partes principais:

- 1- Desenvolvimento de um modelo completo de veículo (por completo entenda-se a representação das dinâmicas longitudinal, lateral e vertical em um mesmo modelo) capaz de representar os principais aspectos da dinâmica veicular. São descritos os métodos matemáticos (modelagem de sistemas multicorpos - MBS) e procedimentos utilizados na obtenção do modelo, onde também são inseridas um grande número de simulações para a validação do mesmo. São obtidos e validados dois tipos de modelos: um não linear, gerado automaticamente pelo código do *software* ADAMS (*Automatic Design of Mechanical Systems*) e também um modelo linearizado na forma de espaço de estados (gerado através do comando LINEAR presente também no ADAMS). A linearização do modelo é obtida através das derivadas das equações não lineares em determinadas condições de operação, gerando várias matrizes que representam um modelo linear na forma de espaço de estados. Entretanto, o grande número de condições analisadas, que representam parte das condições normais de uso de veículos tanto para manobras suaves como para situações onde o veículo é mais exigido, geram uma grande quantidade de matrizes. Além das várias situações, o uso de diferentes modelos de pneus também contribuíram para aumentar o número de matrizes obtidas. Com o objetivo de se utilizar o modelo linearizado para fins de controle integrado do movimento do veículo, torna-se necessário a validação do

mesmo. Para tanto, foram realizadas várias simulações com o modelo linearizado, nas mesmas condições daquelas realizadas com o modelo não linear, de forma que se tivesse base para as comparações, uma vez que o modelo não linear fora também previamente validado. Foram analisados os principais aspectos das dinâmicas longitudinal, lateral e vertical, verificando-se o comportamento do modelo que representa o veículo para diversos tipos de entradas de comando do motorista (esterçamento e aceleração) e de distúrbios externos (elevações da pista e dist. aerodinâmico), assim como as influências dos modelos de pneus utilizados. Grande parte das simulações foram realizadas com todos os tipos de matrizes relacionadas com a condição de operação de cada simulação, sendo possível verificar o melhor tipo de matriz que representava o modelo em cada situação específica.

- 2- Projeto de dois sistemas de controle de suspensão baseados em técnicas de controle ótimo com duas diferentes abordagens: um controlador *skyhook* que foi implementado no modelo não linear desenvolvido no ADAMS e um controle de suspensão baseado em um controlador RLQ (Regulador Linear Quadrático) com realimentação de saída, implementado utilizando-se os modelos linearizados na forma de espaço de estados. O sistema de controle de suspensão desenvolvido é um primeiro passo na tentativa de projeto de um sistema de controle integrado do movimento, sendo o principal componente a ser utilizado na integração com outros sistemas de controle, pois o comportamento da suspensão têm influência direta na transferência de carga entre os pneus e, conseqüentemente, influencia de modo significativo as dinâmicas lateral e longitudinal do veículo. O projeto do controle, como é apresentado, descreve uma aplicação pioneira de prototipagem virtual para controle de suspensão, onde o modelo de veículo não linear originalmente obtido no ADAMS é controlado através de uma matriz de ganhos de realimentação, obtida através da implementação do RLQ, por meio de uma co-simulação que é capaz de utilizar simultaneamente as equações do modelo no ADAMS e as equações do controlador no Matlab/Simulink. Ou seja, a cada passo de integração das equações de movimento, é gerado um vetor de saída no ADAMS que é enviado ao sistema de controle no Matlab/Simulink que gera o vetor de controle que realimenta as entradas de controle. É importante ressaltar que, apesar do sistema de controle de suspensão

ter sido projetado para uma condição de operação descrita como condição de referência, o desenvolvimento de um modelo que seja capaz de representar uma grande quantidade de condições de operação do veículo, na forma de espaço de estados, propicia o desenvolvimento de sistemas de controle através de técnicas de controle adaptativo, onde as características dinâmicas do sistema variam de forma conhecida.

1.2. Apresentação do Trabalho

Primeiramente, no **CAPÍTULO 2**, são apresentadas noções teóricas sobre a modelagem matemática, abrangendo aspectos de formalismos matemáticos e implementações computacionais. Em seguida, o **CAPÍTULO 3** apresenta o desenvolvimento de um modelo não linear de veículo capaz de abranger os comportamento de dinâmica longitudinal, lateral e vertical. Com este modelo são realizados diversos tipos de simulações para sua validação. No **CAPÍTULO 4** o modelo não linear é linearizado sob a forma de espaço e estados e mais uma vez se faz necessária a validação deste modelo através de simulações. Nesta fase, são definidas faixas em que a linearização do modelo é válida, para utilização do modelo linear em projetos de sistemas de controle capazes de gerenciar de forma integrada os principais aspectos de dinâmica veicular.

O cenário atual de sistemas de controle aplicados aos veículos é discutido no **CAPÍTULO 5**, e o **CAPÍTULO 6** apresenta os aspectos teóricos e a implementação dos sistemas de controle da suspensão. As discussões finais estão no **CAPÍTULO 7**, juntamente com propostas para futuros trabalhos.

CAPÍTULO – 2

MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 - Introdução

O presente capítulo tem como objetivo apresentar uma visão geral da técnica de modelagem de Sistemas Multicorpos (em inglês - *Multibody Systems* ou MBS), com relação à história de seu desenvolvimento, formalismo matemático utilizado e, finalmente, à implementação deste formalismo. Será também apresentado de forma simplificada, os métodos *Lagrange* e *Kane*, formalismos utilizados nos principais programas de aplicação específica em Sistemas Multicorpos e utilizados no desenvolvimento do trabalho apresentado nesta tese.

Existem várias razões para se construir modelos de sistemas mecânicos (SHETH & WU, 1996) e os resultados de suas simulações incluem, mas não se limitam a :

1- Estudo do *design* do projeto mecânico, concentrando-se no comportamento dinâmico e nos parâmetros que o influenciam. O comportamento dinâmico de interesse pode ser:

- ressonâncias, modos de vibração e funções de transferência de um sistema linearizado;

- resposta transiente durante *start-up* ou outras condições de resposta impulsiva;
 - faixa de deslocamento dos componentes do sistema;
 - carregamentos (forças) nas partes;
 - ligação entre as partes, incluindo configurações singulares e tipos de juntas;
 - sobressinal, tempos de acomodação e estabilidade de um sistema ;
 - configurações de equilíbrio estático;
 - análise seqüencial de eventos no sistema.
- 2- Análise de problemas, focando o comportamento dinâmico listado acima.
- 3- Utilização do modelo e das simulações em conjunto com um software de projeto de sistemas de controle, para desenvolvimento de algoritmos de controle de determinadas condições de performance.

Diversos níveis de complexidade estão envolvidos no estudo de um problema de modelagem. A capacidade de definir, em cada nível, os aspectos relevantes de um problema de modelagem é uma qualidade exigida dos pesquisadores e engenheiros. Independente do nível de modelagem em questão, os seguintes passos são parte integrante do processo de modelagem:

1. Descrever um modelo físico do sistema, contendo os aspectos relevantes para o estudo pretendido, com as respectivas simplificações.
2. Obter as equações constitutivas que descrevam matematicamente o comportamento do sistema.
3. Resolver as equações resultantes analiticamente ou numericamente, visando obter o comportamento do sistema.
4. Verificar o resultado teórico do modelo por comparação com o comportamento do sistema real.
5. Modificar o sistema físico propriamente dito ou, utilizar os resultados como realimentação do processo de projeto e concepção.

A utilização de computadores para a realização das tarefas 2 e 3 é prática bastante difundida atualmente, tendo como exemplos a utilização do método de elementos finitos, programas de cálculo de redes elétricas, programas geradores de

equações para MBS, linguagem de simulação de uso geral, etc. Isto permite ao pesquisador ou engenheiro concentrar-se nos aspectos mais importantes do estudo (tarefas 1 e 5)

2.2. – Técnicas de Modelagem de Sistemas Multicorpos

Devido a características peculiares dos projetos da área aeroespacial e ao aumento do grau de complexidade exigido para o desenvolvimento adequado destes projetos, a modelagem matemática assumiu um papel de importância fundamental. Foi exigido um aumento no desempenho dos computadores e também que programas e os métodos e teorias aplicadas apresentassem resultados seguros dentro dos tempos estabelecidos para a execução do trabalho.

Um Sistema Multicorpo (MBS) é definido como um sistema mecânico que possui dois ou mais corpos com vários graus de liberdade. Os movimentos de um MBS são governados por expressões matemáticas chamadas de equações dinâmicas de movimento. Estas equações são compostas por um conjunto de equações diferenciais, eventualmente acrescido de algumas equações algébricas. As equações diferenciais são expressões das leis físicas (leis de movimentos de *Newton*) que descrevem os movimentos dos corpos rígidos e as equações algébricas levam em consideração restrições impostas pela geometria do sistema ou de seus movimentos, tais como ligação de conexão de dois corpos adjacentes, ou mesmo características particulares de contato entre dois corpos.

No passado, a obtenção das equações dinâmicas de movimentos para sistemas mecânicos era realizada manualmente, através da aplicação dos princípios físicos em suas várias normas. Entretanto, devido ao aumento da complexidade com a qual se desejava estudar os novos sistemas, este processo tornou-se trabalhoso e passível de erros. Pode ser particularmente difícil acomodar modificações de projeto ou mesmo pequenas variações no modelo. Por estas razões, os programas para geração automática de equações de movimento de MBS foram desenvolvidos.

A técnica de modelagem de MBS pode ser utilizada para realizar a concepção do modelo matemático de qualquer sistema mecânico que possa ser modelado fisicamente como um conjunto de corpos rígidos interligados por juntas, influenciado por forças,

direcionado por movimentos preestabelecidos e limitados por restrições (SD/FAST user's manual, 1990; ADAMS user's manual, 1999). As equações de movimento para estes sistemas são complexas e difíceis de serem escritas manualmente, mesmo para sistemas compostos por um número reduzido de corpos interligados. Foi portanto, um grande avanço, a possibilidade de desenvolvimento das equações de movimento para MBS, através do formalismo que permite a geração baseada em computador a partir de informações elementares sobre os corpos (geometria e propriedades inerciais) e suas conexões (restrições cinemáticas e leis de força). A estas informações elementares é dado o nome de topologia do sistema.

Diversos tipos de sistemas podem ser modelados e estudados por esta técnica. Entre eles podemos citar: espaçonaves articuladas, veículos terrestres, máquinas e mecanismos, manipuladores e dispositivos eletro-mecânicos de alta velocidade. Os tipos de análises que podem, em geral, ser realizadas com esta técnica são: análise de montagem, dinâmica direta e inversa, movimentos estáticos ou estacionários, fluxo de potência, etc...

O desenvolvimento da modelagem de MBS por computadores teve sua origem, principalmente, a partir de duas comunidades científicas: a comunidade de pesquisas espaciais e a comunidade de máquinas e mecanismos. Só algum tempo depois que os transportes terrestres envolveram-se com a questão, através da comunidade de veículos rodoviários e ferroviários.

A modelagem de MBS pode ser dividida de várias formas. Uma forma de classificação usualmente adotada é subdividi-las de acordo com o formalismo (analítico ou sintético, descritos a seguir) utilizado para descrever o sistema e a natureza do algoritmo, utilizado na implementação dos códigos do programa de computador. Outro aspecto normalmente considerado é a classe do sistema a ser modelado, isto é, topologia aberta ou fechada; escolha de variáveis independentes realizada automaticamente ou por comando do usuário; emprego de número mínimo ou redundante de equações; se o resultado do conjunto de equações é completamente não linear ou somente com termos linearizados. Todas estas definições são apresentadas a seguir.

2.2.1 – Formalismo Matemático

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico, com pequena ordem de grandeza de velocidades envolvidas, pode ser adequadamente descrito pelas leis de Movimento de *Newton* da Mecânica Clássica em suas numerosas variações. As descrições típicas incluem as equações de *Newton-Euler*, equações de *Lagrange*, Princípio de *Jourdain*, princípio de *D'Alembert* e assim por diante. Os formalismos baseados nas equações de *Newton-Euler* são chamados de sintéticos e aqueles baseados em *Lagrange* são chamados analíticos. Estes dois formalismos são mostrados a seguir.

Inicialmente são apresentadas algumas definições básicas para melhor compreensão da discussão, e, em seguida, são apresentadas as abordagens *Euleriana* e *Lagrangeana*. Finalmente, uma pequena discussão do método *Kane*. Estes formalismos constituem a base teórica, que fundamenta os programas de MBS, utilizados para elaboração dos modelos empregados nesta tese.

2.2.1.1 - Definições Básicas

O objetivo das próximas seções é apresentar uma visão geral de algumas definições básicas, necessárias para o desenvolvimento e compreensão das equações que serão discutidas neste item. Não se trata de uma apresentação completa, mas somente de uma tentativa de resumir os tópicos abordados por literatura disponível sobre dinâmica de MBS. O material apresentado na sequência é baseado nos livros de KANE, LIKINS E LEVINSON (1983) e KANE E LEVINSON (1985), seguindo uma nomenclatura similar.

Quantidades escalares são apresentadas por caracteres de tipografia normal, ao passo que, vetores e diádicos são apresentados por caracteres em negrito. O sobrescrito é utilizado para identificar o referencial do corpo ou ponto no qual a quantidade vetorial está sendo expressa. O sobrescrito é utilizado quando seu significado é necessário no contexto onde é expresso. Quando não faz diferença a qual referencial a expressão se reporta, o sobrescrito é suprimido. O sobrescrito quando apresentado do lado direito refere-se ao corpo ou ao ponto do sistema em questão. Quando o sobrescrito estiver do lado esquerdo refere-se ao sistema de referência adotado. Os subscritos de uma

quantidade são utilizados como identificadores, tais como: a posição num vetor, etc.; e seu significado é identificado em cada situação ou caso particular.

2.2.1.2 – Configuração do Sistema

A configuração de um conjunto S de ν partículas $P_1, P_2, \dots, P_\nu$, no referencial inercial A é definido quando é conhecido o vetor de posição de cada partícula, relativo a um ponto fixo de A . Portanto, ν quantidades vetoriais ou 3ν quantidades escalares são necessárias para a completa explicitação de S em A . As quantidades escalares são chamadas de coordenadas Cartesianas e são definidas da seguinte maneira: se a_x, a_y, a_z são vetores unitários ortogonais em A , então:

$$\begin{aligned} x_i &= p_i \cdot a_x \\ y_i &= p_i \cdot a_y \\ z_i &= p_i \cdot a_z \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde p_i é o vetor de posição do ponto O fixo em A até o ponto P_i , e representam as componentes do vetor OP_i nas direções de a_x, a_y, a_z . A operação identificador com “ $\bullet$ ” corresponde ao produto interno. Esta situação é ilustrada na figura 2.1.

Figura 2.1: Configuração de um sistema de partículas.

2.2.1.3 – Restrições de Configuração

Se o movimento do corpo S for afetado pela presença de outros corpos que possam entrar em contato com uma ou mais partículas P_i , impõem-se então, restrições sobre a posição espacial que a partícula possa ocupar. É dito então, que S está sujeito a Restrições de Configuração e uma equação que expresse esta restrição é chamada de equação de restrição holonômica. Um exemplo de Restrições de Configuração é apresentado pela ligação rígida d_1, d_2, d_3 , entre as partículas P_2, P_3 , e P_4 , da Figura 2.1. Ela pode ser expressa por:

$$F(x_1, y_1, z_1, \dots, x_v, y_v, z_v, t) = 0 \quad (2.2)$$

Equações do tipo 2.2, são classificadas como reonômicas ou escleronômicas dependendo da função F conter ou não a variável de tempo t explicitamente discriminada.

2.2.1.4 – Coordenadas Generalizadas

Quando um conjunto S de ν partículas $P_1, P_2, \dots, P_\nu$, está sujeito a restrições representadas por M equações holonômicas de restrição, somente:

$$N = 3\nu - M \quad (2.3)$$

das 3ν coordenadas cartesianas x_i, y_i e z_i são independentes. Nestas circunstâncias pode-se expressar cada uma delas por uma única função dependente do tempo t , e n novas funções do tempo, $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$, de tal forma que as equações de restrições sejam satisfeitas. Estas quantidades são chamadas de coordenadas generalizadas em S em A .

2.2.1.5 – Velocidades Generalizadas

As expressões para a velocidades angular de corpo rígido, e velocidades de pontos de um conjunto de pontos S , cuja configuração no referencial inercial A é caracterizado por n coordenadas generalizadas $q_1, q_2, \dots, q_n$, podem ser levadas a uma forma particularmente vantajosa pela introdução das n quantidades $u_1, u_2, \dots, u_n$, chamadas de velocidades generalizadas de S em A , definidas como:

$$u_r = \sum_{s=1}^n A_{rs} \dot{q}_s + B_r \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (2.4)$$

onde A_{rs} e B_r são funções conhecidas de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t . Elas devem ser escolhidas de tal forma que a equação 3.4 possa ter solução única para $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ ou seja:

$$\dot{q}_r = \sum_{s=1}^n C_{rs} u_s + D_r \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (2.5)$$

onde C_{rs} e D_r são funções conhecidas de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t . As equações (2.5) são chamadas de equações diferenciais cinemáticas para S em A , e desenvolvem um papel importante na obtenção das equações de movimento para o estudo de sistemas mecânicos.

2.2.1.6 – Restrição de Movimento

Por razões físicas, pode ocorrer que as velocidades generalizadas $u_1, u_2, \dots, u_n$ para um sistema S no referencial inercial A , não sejam mutuamente independentes. Neste caso, é dito que S está sujeito à restrição de movimento, e uma equação que relacione cada valor u_1, u_2, u_n ao outro é chamado de equação de restrição não holonômica. Neste caso o sistema S é chamado de sistema não holonômico.

Quando todas as equações de restrições não holonômicas puderem ser expressas como m relações:

$$u_i = \sum_{s=1}^p Y_{is} u_s + Z_i \quad (i=p+1, 2, \dots, n) \quad (2.6)$$

onde:

$$p = n-m$$

e Y_{is} e Z_i são funções obtidas a partir de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t , S é chamado de sistema não holonômicos simples com p graus de liberdade em A . Alternativamente, as equações de restrição de movimento podem ser expressas como:

$$\sum_{r=1}^n W_{ir} \dot{q}_r + T_i = 0 \quad (i = p+1, 2, \dots, n) \quad (2.7)$$

onde W_{ir} e T_i são também funções dadas de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t , representando a equação (2.6), como uma função da derivada das coordenadas generalizadas.

As equações (2.6) ou (2.7) não devem ser integráveis, ou seja, não deve existir uma função $f(q_1, q_2, \dots, q_n)$ que seja constante ao longo de todo intervalo de tempo onde (2.6) ou (2.7) sejam satisfeitas. Se tal função existisse, então, $q_1, q_2, \dots, q_n$ não seriam mutuamente independentes e portanto, não formariam um conjunto de coordenadas generalizadas. Ou ainda, pode-se dizer que, as restrições de movimento descritas pelas equações (2.6) ou (2.7) não podem ser obtidas por diferenciação de restrição de posição.

2.2.1.7 Variáveis de Estado

As variáveis de estado de um sistema S em um referencial inercial A são um conjunto de quantidades escalares que permite a descrição da configuração e dos movimentos de todas as partículas P_i pertencentes a S .

Por exemplo, na configuração de S em A , a localização de cada centro de massa e orientação de cada corpo em particular é determinado pelas coordenadas generalizadas $q_1, q_2, \dots, q_n$. Dada a configuração de S em A , o movimento de qualquer P_i pertencente a S é determinado pelas velocidades generalizadas $u_1, u_2, \dots, u_n$.

Devido a diferença entre o tratamento dado às restrições por cada formalismo matemático, há diferenças em relação a definição das coordenadas generalizadas e velocidades e, portanto, das variáveis de estado. Normalmente, em cada formalismo, as variáveis de estado são definidas como quantidades de configuração e de movimento que são obtidas através da integração das equações de movimento geradas por aquele formalismo, mesmo não sendo a única forma de obtê-las. Ou alternativamente, pode-se dizer que uma certa quantidade é uma variável de estado em um dado formalismo se ela só puder ser obtida por integração naquele formalismo.

2.2.2 – Abordagem Euleriana

O formalismo sintético, sempre referido à abordagem *Euleriana*, é baseada em equações que descrevem o equilíbrio de forças no sistema. Elas podem ser obtidas a partir das equações de quantidade de movimento para um sistema mecânico. Para um corpo rígido B no referencial inercial S , o momento linear é dado por:

$$L^B = m^B v^{B*} \quad (2.8)$$

onde m^B é a massa do corpo B , e v^{B*} é a velocidade do centro de massa, B^* , de B em S .

O momento angular central, para o corpo B em torno de seu centro de massa B^* no referencial inercial S é descrito por:

$$H^{B*} = I^{B*} \omega^B \quad (2.9)$$

onde I^{B*} é chamado de diádico central de inércia de B , correspondente ao diádico de inércia em relação ao centro de massa de B , e ω^B a velocidade angular de B em S . Note que a quantidade H^{B*} é um vetor. As equações de *Newton-Euler* podem ser obtidas a partir da expressão (2.8) e (2.9) como segue:

As equações de *Newton* para os movimentos de corpo rígido de B são:

$$\mathbf{R}^B = \frac{d\mathbf{L}^B}{dt} = m^B \mathbf{a}^{B*} \quad (2.10)$$

onde $\mathbf{R}^B$ é o resultado de todas as forças de contato e distantes agentes sobre o corpo B e $\mathbf{a}^{B*}$ a aceleração do centro de massa de B em S .

- As equações de *Euler* para os movimentos de rotação de B são dados por :

$$\mathbf{T}^B = \frac{d\mathbf{H}^{B*}}{dt} = \mathbf{I}^{B*} \cdot \boldsymbol{\alpha}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{I}^{B*} \cdot \boldsymbol{\omega}^B \quad (2.11)$$

onde $\mathbf{T}^B$ é a soma de todos os momentos (torques de acoplamento) aplicados ao corpo B em torno de seu centro de massa, e $\boldsymbol{\alpha}^B$ a aceleração angular de B em S . O operador $\times$ corresponde ao produto cruzado de dois vetores. Este resultado bem conhecido, resulta da derivada temporal de um vetor e velocidade angular (KANE, 1983 e 1985). Note que utilizando a operação de produto escalar de vetores, pode-se obter quantidades escalares destas equações vetoriais/matriciais, projetando os vetores em determinadas direções. Se estes vetores formarem uma base ortogonal fixa ao corpo e alinhados ao seus eixos principais, resultam nas conhecidas equações na forma de *Newton – Euler* (KANE, 1985).

As equações (2.10) e (2.11) definem uma relação linear entre a derivada das velocidades e a soma das forças e torques externos aplicados ao corpo. Pode-se obter, para um sistema com n graus de liberdade, um conjunto de equações em termos das derivadas das velocidades generalizadas como definidas na seção 2.2.1.5 da seguinte forma:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (2.12)$$

a partir das expressões (2.10) e (2.11). Estas expressões são chamadas de Equações Diferenciais Dinâmicas. A matriz $\mathbf{M}$ de ordem $n \times n$ é composta de coeficientes das derivadas das velocidades generalizadas, chamada de matriz de massa, sendo que seu elemento tem unidade de massa, momento de inércia ou expressões contendo ambas.

O vetor f de ordem $n \times m$ é chamado de vetor de força e seus elementos tem unidade de força e momento. Ele contém todos os termos que aparecem do lado direito de cada equação de movimento e todos os outros termos que não multipliquem as derivadas das velocidades generalizadas.

As expressões (2.5) e (2.12) definem, portanto, um conjunto de $2n$ equações diferenciais, que descrevem os movimentos de um MBS e que podem ser resolvidas em $\dot{q}$ e $\dot{u}$, usando técnicas de álgebra linear. Se o sistema é não holonômico, com p graus de liberdade não existiram as n equações definidas pela expressão (2.5), mas sim p equações dinâmicas expressas por (2.12) e m equações de restrição não holonômicas expressas por (2.6).

O vetor resultante das derivadas das coordenadas e velocidades generalizadas pode então ser integrado numericamente, para a obtenção da resposta do MBS. Muitas abordagens foram desenvolvidas para resolução destas equações, descritas pela expressão (2.12). Sua dedução é apresentada na seção seguinte na discussão do método de *Kane*.

2.2.3 – Método de *Kane*

A abordagem do método de *Kane* pode ser classificada como euleriana. Este método baseia-se em algumas quantidades que são chamadas de *velocidades parciais*. Utiliza-se das equações de *Newton* (equação 2.10) e *Euler* (equação 2.11) na forma de *D'Alembert*, e o princípio de ortogonalidade de *Telegen* (ANDREWS & KESAVAN, 1977) para projetar os vetores de força em direções particulares, através da operação de produto escalar (*dot product*). É similar ao princípio dos trabalhos virtuais de *Jordain*, o qual estabelece, que o trabalho virtual associado a uma força de restrição, deve anular-se. Entretanto, não se utiliza do virtual, mas de componentes específicos das expressões das velocidades reais para os corpos.

Deste modo, *Kane* obteve relações escalares entre as forças e torques inerciais, que chamou de *forças inerciais generalizadas* e de *forças e torques externos projetados*, e que foram por ele designados de *forças ativas generalizadas*. As equações dinâmicas de *Kane* são válidas para descrever os movimentos de um sistema S de partículas P_i em qualquer sistema de referência. De nada adianta que as forças inerciais generalizadas e

as forças ativas generalizadas sejam definidas num sistema de referência Newtoniano. Em última instância, a justificativa para buscar em particular, um sistema de referência *Newtoniano*, pode ter advinda dos experimentos (KANE, 1985).

2.2.3.1 – Velocidades Parciais

Para um sistema holonômico simples s de n graus de liberdade, num sistema de referência A , então a velocidade angular ω^B em A do corpo rígido B pertencente a S e a velocidade v^{Pi} em A da partícula Pi pertencente a S , pode ser expressa unicamente por:

$$\omega^B = \sum_{r=1}^n \omega_r^B u_r + \omega_t^B \quad (2.13)$$

$$v^{Pi} = \sum_{r=1}^n v_r^{Pi} u_r + v_t^{Pi} \quad (2.14)$$

onde ω_r^B, v_r^{Pi} (para $r=1,2,\dots,n$), ω_t^B, v_t^{Pi} são funções de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t . O vetor ω_t^B é chamado de $r^{ésima}$ velocidade angular parcial holonômica de B em A e v_t^{Pi} é identificado com $r^{ésima}$ velocidade parcial holonômica de Pi em A . Se o sistema for holonômico escleronômico ω_t^B e v_t^{Pi} são nulos. Caso contrário, o sistema é holonômico reonômico. Se o sistema for não holonômico, os vetores ω^B e v^{Pi} podem ser expressos unicamente por:

$$\omega^B = \sum_{r=1}^n \tilde{\omega}_r^B u_r + \tilde{\omega}_t^B \quad (2.15)$$

$$v^{Pi} = \sum_{r=1}^n \tilde{v}_r^{Pi} u_r + \tilde{v}_t^{Pi} \quad (2.16)$$

onde os vetores $\tilde{\omega}_r^B, \tilde{v}_r^{Pi}$ (para $r=1,2,\dots,p$), $\tilde{\omega}_t^B, \tilde{v}_t^{Pi}$ são funções de $q_1, q_2, \dots, q_n$ e t . O vetor $\tilde{\omega}_t^B$ é chamado de $r^{ésima}$ velocidade angular parcial não holonômica de B em A e $\tilde{v}_t^{Pi}$, é identificado como $r^{ésima}$ velocidade parcial não holonômica de Pi em A . Quando se fala de velocidade angular parcial e/ou velocidade parcial, pode-se em geral omitir os

adjetivos holonômicos ou não holonômico, sem perda de clareza. Entretanto, a notação com til deve ser utilizada para fazer a distinção entre as duas. É possível estabelecer uma relação entre velocidades parciais holonômicas e não holonômicas utilizando as relações de restrição de movimento, equação (2.6). Elas são dadas pelas expressões abaixo para velocidade angular parcial de sistema não holonômico:

$$\tilde{\omega}_r^B = \omega_r^B + \sum_{i=p+1}^n \omega_i^B Y_{ir} \quad (r=1,2,\dots,p) \quad (2.17)$$

e

$$\tilde{\omega}_t^B = \omega_t^B + \sum_{i=p+1}^n \omega_i^B Z_i \quad (2.18)$$

e para $\tilde{v}_r^{Pi}$ e $\tilde{v}_t^{Pi}$ similarmente obtêm-se:

$$\tilde{v}_r^{Pi} = v_r^{Pi} + \sum_{i=p+1}^n v_i^{Pi} Y_{ir} \quad (r=1,2,\dots,p) \quad (2.19)$$

e

$$\tilde{v}_t^{Pi} = v_t^{Pi} + \sum_{i=p+1}^n v_i^{Pi} Z_i \quad (2.20)$$

e portanto, pode-se utilizar ambas notações para descrever o método de *Kane*. Pode-se dizer que no caso de sistemas holonômicos, nenhuma restrição de movimento existe, portanto $m=0$, $p=n$, $\tilde{\omega}_r = \omega_r$ e $\tilde{v}_r = v_r$.

Kane também mantém os termos $\tilde{v}_t^{Pi}$ e $\tilde{\omega}_t^B$ através de sua derivação. As velocidades parciais podem ser vistas como indicativas das direções das componentes das velocidades angular e linear do corpo. Dada uma velocidade angular de um corpo, ω^B , a ésima velocidade angular parcial do corpo B pertencente a S pode ser expressa por:

$$\omega_r^B = \frac{\partial \omega^B}{\partial u_r} \quad (r=1,2,\dots,n) \quad (2.21)$$

e a $r^{\text{ésima}}$ velocidade linear parcial da partícula P_i , pertencente a S quando sua velocidade linear, v^{Pi} é dada, é descrito por:

$$v_r^{Pi} = \frac{\partial v^{Pi}}{\partial u_r} \quad (r=1,2,\dots,n) \quad (2.22)$$

Como velocidades são quantidades vetoriais e velocidades generalizadas são quantidades escalares, pode-se concluir que as velocidades parciais são sempre quantidades vetoriais.

Uma interpretação física das velocidades parciais é dada por SAYERS (1990), que diz que elas refletem o fato de que forças e torques só podem desenvolver trabalho se houver movimento, e as velocidades parciais são as direções nas quais estes movimentos realizam-se. Este fato vai produzir uma regra importante na determinação dos estados de um Sistema Multicorpos nos formalismos que implementam o método de *Kane*.

2.2.3.2 - Equações Dinâmicas de *Kane*

Nesta explanação das equações de *Kane*, assume-se que o sistema S é holonômico escleronômico por questão de simplicidade. Esta hipótese não afeta a sua compreensão na abrangência deste trabalho, também foram deduzidas para um sistema não holonômico em outras publicações (KANE, 1985; SAYERS, 1990; ROSENTHAL, 1991).

As equações dinâmicas de *Kane* são obtidas, escrevendo-se as equações de *Newton* e *Euler* (2.10) e (2.11), na forma de *D'Alembert*, multiplicando-as escalarmente (*dot product*) pelas velocidades parciais previamente definidas e somando todos os seus termos para $r=1,2,\dots,n$, como segue:

$$\sum_B^{corpos} [(R^B - m^B a^{B*}) \cdot v_r^{B*} + (T^B - I^{B*} \cdot \alpha^B - \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B) \cdot \omega_r^B] = 0 \quad (2.23)$$

onde $\sum_B^{corpos}$ indica a soma em todos os corpos do sistema, R^B e T^B são as resultantes de todas as forças e torques para cada corpo, conforme previamente mencionado e v_r^{B*} é um caso especial de v_r^{Pi} fazendo Pi ser igual a B^* . Agrupando as forças e torques externos e os termos inerciais resulta em :

$$\sum_B^{corpos} [(R^B \cdot v_r^{B*} + T^B \cdot \omega_r^B) - m^B a^{B*} \cdot v_r^{B*} - (I^{B*} \cdot \alpha^B + \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B) \cdot \omega_r^B] = 0 \quad (2.24)$$

Em seguida, as forças generalizadas são introduzidas para $r=1,2,\dots,n$, como:

$$F_r = \sum_B^{corpos} (R^B \cdot v_r^{B*} + T^B \cdot \omega_r^B) \quad (2.25)$$

as forças de inércia generalizadas para $r=1,2,\dots,n$ são:

$$F_r^* = \sum_B^{corpos} [-m^B a^{B*} \cdot v_r^{B*} - (I^{B*} \cdot \alpha^B + \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B) \cdot \omega_r^B] \quad (2.26)$$

finalmente, as equações de *Kane* assumem, para $r=1,2,\dots,n$, a forma:

$$F_r + F_r^* = 0 \quad (2.27)$$

que descreve os movimentos do sistema S em qualquer sistema de referência, quando as forças F_r e F_r^* , tenham sido obtidas para S num sistema de referência inercial. É interessante notar que algumas forças que contribuem em T^B não contribuem em F_r . Esta é a principal motivação para a introdução das forças ativas generalizadas. Entre corpos que se interagem, a contribuição total, de todas as forças e torques de reação, para composição de F_r , devem anular-se, pois aparecem aos pares e com sinais opostos,

como pode ser visto em (2.25). Neste caso, o conjunto de equações resultantes para o Sistema Multicorpo é mínimo.

Quando a equação de Kane (2.27) for expressa na forma da equação (2.12), utilizando as expressões (2.13) e (2.14), os coeficientes da matriz massa para a $i^{\text{ésima}}$ linha e $j^{\text{ésima}}$ coluna são dados por:

$$m_{ij} = \sum_B^{\text{corpos}} (\omega_j^B \cdot I^{B*} \cdot \omega_i^B + m^B v_j^{B*} \cdot v_i^{B*}) \quad (2.28)$$

e o $i^{\text{ésimo}}$ elemento do vetor de força é obtido pela subtração da equação (2.28) da (2.24), resultando em :

$$f_i = \sum_B^{\text{corpos}} [(R^B - m^B a_{rem}^{B*}) \cdot v_i^{B*} + (T^B - I^{B*} \cdot \alpha_{rem}^B - \omega^B \times I^{B*} \cdot \omega^B) \cdot \omega_i^B] \quad (2.29)$$

onde a_{rem}^{B*} e α_{rem}^B são chamados de resíduo de aceleração central e resíduo de aceleração angular central, respectivamente (ROSENTHAL, 1991). Para um sistema holonômico escleronômico estes termos são expressos por:

$$a_{rem}^{B*} = \sum_{r=1}^n u_r \frac{dv_r^{B*}}{dt} \quad (2.30)$$

$$\alpha_{rem}^B = \sum_{r=1}^n u_r \frac{d\omega_r^B}{dt} \quad (2.31)$$

De maneira similar, pode-se obter equações correspondentes para um sistema não holonômico empregando a equação (2.6) e procedendo de maneira similar àquela utilizada para derivação das expressões (2.17) e (2.19). Prova e descrição detalhada da obtenção destas equações são apresentadas em literatura disponível (KANE, 1983; 1985; ROSENTHAL, 1991 E SAWYERS, 1990).

2.3 - Abordagem Lagrangeana

2.3.1 – Princípio do Trabalho Virtual

Um deslocamento virtual $\delta x, \delta \theta, \delta r$ etc., é uma mudança infinitesimal das coordenadas que pode ser concebida de qualquer maneira sem consideração do tempo t , mas não violando as restrições do sistema.

Consideremos um sistema de partículas sob a influência de várias forças. Se o sistema está em equilíbrio estático, a resultante R_j das forças atuando sobre qualquer partícula j deve ser zero, e nulo é o trabalho realizado por estas forças num deslocamento virtual δr_j

$$\delta W = \sum_j R_j \cdot \delta r_j = 0 \quad (2.32)$$

Se a força R_j é dividida numa força aplicada F_j e numa força restritiva f_i , há então equilíbrio entre F_j e f_i e nenhuma delas é zero. Limitando nossa discussão a forças restritivas que não realizam trabalho, tal como a reação de um assoalho liso, a equação do trabalho virtual se reduz a

$$\delta W = \sum_j F_j \cdot \delta r_j = 0 \quad (2.33)$$

a qual exprime o princípio do trabalho virtual como apresentado por *J. Bernoulli* (1717). Em resumo, a equação acima estabelece que, num sistema em equilíbrio estático, o trabalho efetuado pelas *forças aplicadas* num deslocamento virtual compatível com as restrições é igual a zero.

2.3.1.1. Trabalho Virtual em Termos de Coordenadas Generalizadas.

Consideremos um sistema de n graus de liberdade no qual o deslocamento r_j possa ser expresso por n coordenadas generalizadas independentes q_i e o tempo t :

$$r_j = r_j(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad (2.34)$$

O deslocamento virtual da coordenada r_j é

$$\delta r_j = \sum_i \frac{\partial r_j}{\partial q_i} \delta q_i \quad (2.35)$$

e o tempo t não é envolvido.

Quando o sistema está em equilíbrio, o trabalho virtual pode ser expresso agora em termos das coordenadas generalizadas q_j , pela Eq. (2.35)

$$\delta W = \sum_j F_j \delta r_j = \sum_j \sum_i F_j \frac{\partial r_j}{\partial q_i} \delta q_i \quad (2.36)$$

Intercambiando a ordem de soma e sendo

$$Q_i = \sum_j F_j \frac{\partial r_j}{\partial q_i} \quad (2.37)$$

definida como a *força generalizada*, o trabalho virtual do sistema, expresso em termos das coordenadas generalizadas, torna-se

$$\delta W = \sum_i Q_i \delta q_i \quad (2.38)$$

2.3.2 - Desenvolvimento da Equação de *Lagrange*

O princípio do trabalho virtual estabelecido para o caso de equilíbrio estático pode ser estendido à dinâmica por meio de um raciocínio exposto por *D'Alembert* (1743). Segundo *D'Alembert*, uma vez que a soma das forças atuando sobre uma partícula resulta numa aceleração $m_i \ddot{r}_i$ a aplicação de uma força igual a $-m_i \ddot{r}_i$ produziria uma condição de equilíbrio. A equação para a partícula pode então ser expressa como

$$F_i + f_i - m_i \ddot{r}_i = 0 \quad (9.4-1) \quad (2.39)$$

onde F_i e f_i são forças aplicadas e restritivas, respectivamente. Decorre então do princípio do trabalho virtual que para um sistema de partículas

$$\sum_i (F_i - m_i \ddot{r}_i) \cdot \delta r_i = 0 \quad (2.40)$$

onde o trabalho efetuado pelas forças restritivas f_i é zero novamente. Nestas condições, para um sistema dinâmico, o princípio do trabalho virtual requer que a força aplicada F_i seja substituída por $(F_i - m_i \ddot{r}_i)$ a qual introduz um novo termo $\sum_i m_i \ddot{r}_i \cdot \delta r_i$. Vamos mostrar agora que este novo termo é relacionado à energia cinética T pela equação

$$\sum_{k=1}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} \right] \delta q_{ik} \quad (2.41)$$

Considerando um corpo possível de ser representado por um sistema de partículas, sua energia cinética é igual a

$$T = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i \cdot \dot{r}_i \quad (2.42)$$

A posição de qualquer partícula, num sistema de n graus de liberdade, pode ser expressa em termos das n coordenadas generalizadas $q_1, q_2, \dots, q_n$, e em alguns casos do tempo t ,

$$r_i = r_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t) \quad (2.43)$$

e sua velocidade é

$$\dot{r}_i = \frac{\partial r_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial r_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial r_i}{\partial q_n} \dot{q}_n + \frac{\partial r_i}{\partial t} \quad (2.44)$$

Duas importantes relações resultam destas equações. Primeira, se tomamos a derivada parcial de $\dot{r}_i$ com relação a $\dot{q}_k$, ela será igual ao coeficiente de $\dot{q}_k$

$$\frac{\partial \dot{r}_i}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \quad (2.45)$$

Segundo, o deslocamento virtual de r_i a partir da Eq. (2.35) é

$$\delta r_i = \frac{\partial r_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial r_i}{\partial q_2} \delta q_2 + \dots + \frac{\partial r_i}{\partial q_n} \delta q_n = \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \delta q_k \quad (2.46)$$

onde se nota que o tempo t não entra na equação (definição de deslocamento virtual, independente de tempo). Utilizando a equação acima para δr_i , temos

$$m_i \ddot{r}_i \cdot \delta r_i = \sum_{k=1}^n m_i \ddot{r}_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \delta q_k \quad (2.47)$$

Examinemos a seguir um dos termos desta soma

$$m_i \ddot{r}_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left(m_i \dot{r}_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \right) - m_i \dot{r}_i \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial r_i}{\partial q_k} \right) \quad (2.48)$$

Na equação (2.44), $\partial r_i / \partial q_k$ no primeiro termo pode ser substituído por $\partial \dot{r}_i / \partial \dot{q}_k$, e a ordem de diferenciação no segundo termo pode ser invertida de modo que

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial r_i}{\partial q_k} \right) = \frac{\partial \dot{r}_i}{\partial q_k} \quad (2.49)$$

O resultado é

$$\begin{aligned} m_i \ddot{r}_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} &= \frac{d}{dt} \left(m_i \dot{r}_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \right) - m_i \dot{r}_i \cdot \frac{\partial \dot{r}_i}{\partial q_k} \\ &= \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial}{\partial q_k} \right] \left(\frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2 \right) \end{aligned} \quad (2.50)$$

e

$$m_i \ddot{r}_i \cdot \delta r_i = \sum_{k=1}^n \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial}{\partial q_k} \right] \left(\frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2 \right) \delta q_k \quad (2.51)$$

Somando as i partículas, chegamos ao resultado

$$\sum_i m_i \ddot{r}_i \cdot \delta r_i = \sum_{k=1}^n \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} \right] \delta q_k \quad (2.52)$$

onde $T = \frac{1}{2} \sum_i m_i \dot{r}_i^2$ é a energia cinética do sistema.

Para completar o desenvolvimento, o trabalho efetuado pelas forças aplicadas no deslocamento virtual é expressas da seguinte forma

$$\begin{aligned} \delta W &= \sum_i F_i \cdot \delta r_i = \sum_i F_i \cdot \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \delta q_k \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\sum_i F_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \right) \delta q_k \\ &= \sum_{k=1}^n Q_k \delta q_k \end{aligned} \quad (2.53)$$

onde

$$Q_k = \sum_i F_i \cdot \frac{\partial r_i}{\partial q_k} \quad (2.54)$$

é chamada a força generalizada associada à coordenada q_k . As dimensões de Q_k dependerão das dimensões de q_k , de modo que se q_k é um ângulo θ , a força generalizada será um momento.

Voltamos agora à Eq. Original (2.41) e teremos:

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} - Q_k \right) \delta q_k = 0 \quad (2.55)$$

Considerando que as $n \delta q_k$ correspondentes aos n graus de liberdade são quantidades independentes, podemos escolhê-las de qualquer maneira que quisermos. Isolando uma das $\delta q_i \neq 0$ e considerando zero as restantes δq_s , obtemos a equação de *Lagrange* para a coordenada q_j

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j = 0 \quad (2.56)$$

Uma equação semelhante pode ser estabelecida para as n coordenadas do sistema, com a repetição do processo com as outras coordenadas.

Há poucas variações da equação de *Lagrange*, que podem ser mencionadas agora. Se tivermos um sistema conservativo, o trabalho efetuado é igual ao negativo da energia potencial

$$W = -V(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (2.57)$$

e o trabalho virtual da Eq. (2.37) pode ser substituído por

$$\delta W = -\sum \frac{\partial V}{\partial q_i} \delta q_i \quad (2.58)$$

Assim, em lugar de Q_k usamos $-(\partial V / \partial q_k)$ e reescrevemos a equação de *Lagrange* desta forma

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = 0 \quad (2.59)$$

A segunda variante resulta do conhecimento que V não é uma função de $\dot{q}$, de modo que definimos um Lagrangiano L como

$$L = T - V \quad (2.60)$$

Podemos escrever a Eq. (2.58) como

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \quad (2.61)$$

Quando existem forças não-conservativas no sistema, o trabalho por elas efetuado pode ser separado na forma

$$\delta W = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_k \delta q_k \quad (2.62)$$

e neste caso é possível apresentar a equação de *Lagrange* para um sistema não-conservativo como

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = \bar{Q}_k \quad (2.63)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = \bar{Q}_k \quad (2.64)$$

Várias formas de funções dissipativas são possíveis de serem utilizadas quando o princípio de conservação de energia não é válido. Quando o sistema é submetido a forças de resistência que são diretamente proporcionais à velocidade de seus pontos de aplicação, é possível expressar a equação de *Lagrange* simplesmente com um termo extra. Fazendo a função dissipativa igual a D , a equação de *Lagrange* é descrita por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = \bar{Q}_k \quad (2.65)$$

Para um sistema não-holonômico com p graus de liberdade e m equações de restrição conforme (2.7), a equação de *Lagrange* pode ser obtida se considerarmos o sistema S submetido a forças externas adicionais. Estas forças devem ser produzidas pelas restrições de forma a forçar o sistema a respeitar as condições de movimento impostas. Neste caso, um conjunto de m quantidades adicionais, denominadas de multiplicadores de *Lagrange*, são introduzidas na equação:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = \bar{Q}_k + \sum_{i=1}^m W_{ik} \lambda_i \quad (2.66)$$

onde λ_i são os multiplicadores de *Lagrange* e os coeficientes W_{ik} são dados pela equação (2.7), que em conjunto com (2.65), são suficientes para determinar as $p(m+n)$ quantidades desconhecidas $q_1, q_2, \dots, q_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$. Algumas das vantagens da abordagem *Lagrangeana* são: as equações de movimento são obtidas da mesma forma para qualquer conjunto de coordenadas; acelerações não precisam ser determinadas; o número de equações é automaticamente obtido e algumas dificuldades com sinais algébricos são evitadas. Vale lembrar que algumas dessas vantagens são simplesmente vantagens básicas dos métodos de energia.

2.5 – Descrição da Modelagem Computacional

2.5.1 – Modelagem de Corpos e Juntas

Os programas para simulação de sistemas mecânicos utilizam diferentes técnicas para representar as variáveis, os movimentos e as restrições do sistema. Os mais utilizados são descritos a seguir.

2.5.1.1.Coordenadas Absolutas

Cada corpo em movimento tem seis graus de liberdade antes da conexão de corpos adjacentes através de juntas de restrição. Portanto, um sistema de coordenadas $X_iY_iZ_i$, fixo ao corpo i , pode ser utilizado para medir os movimentos do corpo i , considerado rígido, com relação ao sistema de coordenadas inercial $X_oY_oZ_o$. Permutações de diferentes seqüências dos ângulos de *Euler* de três sucessivas rotações, assim como co-seno diretor tem sido utilizado para descrever as rotações tridimensionais do corpo rígido. Todas essas definições apresentam problemas de singularidade para algumas combinações específicas dos três ângulos ou co-senos diretores. A maioria dos programas de maior sucesso utiliza a definição das rotações através de quatro parâmetros algébricos, chamados de parâmetros de *Euler*, juntamente com uma equação de restrição que relaciona estes quatro parâmetros. A introdução dos parâmetros de *Euler* na metodologia de simulação dinâmica é um importante desenvolvimento recente, apesar de seu desenvolvimento datar de 1770; estes parâmetros também são chamados de *quaternions*. Como mostrado na figura 2.2, o sistema de coordenada $X_2Y_2Z_2$ do corpo 2 pode ser relacionado ao sistema de coordenadas $X_1Y_1Z_1$ do corpo 1 pela matriz de transformação:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{02} & 2(e_0^2 + e_1^2) - 1 & 2(e_1e_2 + e_0e_3) & 2(e_1e_3 + e_0e_2) \\ y_{02} & 2(e_1e_2 + e_0e_3) & 2(e_0^2 + e_2^2) - 1 & 2(e_2e_3 + e_0e_1) \\ z_{02} & 2(e_1e_3 - e_0e_2) & 2(e_2e_3 + e_0e_1) & 2(e_0^2 + e_3^2) - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}_2 \quad (2.67)$$

com a equação de restrição relacionando os parâmetros e_0, e_1, e_2 e e_3 :

$$e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1 \quad (2.68)$$

Figura 2.2: Transformação de coordenadas entre dois sistemas de coordenadas. (SHETH & WU 1996)

Os parâmetros de *Euler* resultam em computações algébricas, ao contrário das trigonométricas para os ângulos de *Euler*, simplificando os algoritmos de computação numérica e simbólica. Principalmente, a redundância nos quatro parâmetros ajuda a evitar a singularidade (e possível mau condicionamento na região das singularidades) na representação das rotações angulares.

Com as coordenadas absolutas de cada corpo, as restrições impostas por juntas, são modeladas de maneira específica. Por exemplo, uma junta de rotação de três graus de liberdade, (junta esférica-figura 2.3) pode ser modelada baseado no fato de que seu centro tem as mesmas coordenadas absolutas, portanto a equação de restrição é:

$$[A_{0i}] \begin{Bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_i - [A_{0j}] \begin{Bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ z \end{Bmatrix}_j = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

$[A_{0i}]$ e $[A_{0j}]$ são as matrizes de transformação (4x4) do tipo mostrado na equação (2.64). $(u,v,w)_i$ no sistema de coordenadas $X_i Y_i Z_i$ são as coordenadas locais da junta esférica em relação ao corpo i , enquanto que, $(u,v,w)_j$ no sistema de coordenadas $X_j Y_j Z_j$ são as coordenadas locais da junta esférica em relação ao corpo j .

Figura 2.3: Junta esférica modelada por coordenadas absolutas ou relativas.

O uso de coordenadas absolutas para cada corpo, isto é, as sete coordenadas $(x_0, y_0, z_0, e_0, e_1, e_2, e_3)$ mais uma equação de restrição produz uma matriz de massa relativamente grande para o sistema. Entretanto, esta matriz tem um arranjo esparsa com blocos de submatrizes, permitindo algoritmos numéricos e eficientes para a inversão de matriz. O método de coordenadas relativas por outro lado, produz uma matriz menor, mas densa, para o sistema.

2.5.1.2. Coordenadas Relativas

Este método usa o deslocamento relativo de cada junta como variáveis do sistema. A figura 2.4 mostra uma junta de revolução, enquanto a Figura 2.3 mostra a junta esférica agora modelada em coordenadas relativas entre X_K, Y_K, Z_K e X_{K+}, Y_{K+}, Z_{K+} .

Figura 2.4: Junta de revolução. (SHETH & WU 1996)

O método convencional de utilização de coordenadas relativas atribui dois sistemas de coordenadas, um para cada um dos corpos que se conectam. Por definição, uma junta conecta apenas dois corpos. Uma análise topológica da conexão mecânica produz a sequência desejada de corpos no sistema multicorpo, definindo o corpo “anterior” e o “posterior” de uma junta. O corpo anterior é designado com o sinal – e o corpo posterior com o sinal +. Portanto, a junta K entre os corpos i e j (Figura 2.5) pode ser modelado pela matriz de transformação entre X_K, Y_K, Z_K e X_{K+}, Y_{K+}, Z_{K+} .

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ x_{k-} \\ y_{k-} \\ z_{k-} \end{Bmatrix} = [\Phi_k(\{q\}_k)] \begin{Bmatrix} 1 \\ x_{k+} \\ y_{k+} \\ z_{k+} \end{Bmatrix} \quad (2.70)$$

Figura 2.5: Junta K entre os corpos i e j. (SHETH & WU 1996)

A matriz de transformação Φ_k é uma função das coordenadas relativas da junta K. O número total de variáveis para a junta K depende do número de graus de liberdade permitido para a junta, podendo variar de 0 até 6. Uma junta de 0 graus de liberdade é um acoplamento rígido entre os corpos i e j, com a matriz de transformação Φ_k , sendo constante durante o movimento do sistema. Uma junta de seis graus de liberdade entre os corpos i e j tem a matriz Φ_k representada como a matriz da equação (2.66) e a equação de restrição (2.67). A junta de revolução da figura 2.4 tem um grau de liberdade θ_k e a matriz Φ_k é dada por:

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ x_{k-} \\ y_{k-} \\ z_{k-} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_k & -\sin\theta_k & 0 \\ 0 & \sin\theta_k & \cos\theta_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ x_{k+} \\ y_{k+} \\ z_{k+} \end{Bmatrix} \quad (2.71)$$

A junta esférica da figura 8 é modelada por quatro parâmetros de *Euler* e uma equação de restrição. A matriz Φ_k para a junta esférica seria similar à matriz de transformação da equação (2.66), exceto as coordenadas da origem que são $X_o=Y_o=Z_o=0$.

A maioria dos programas de computador permite uma variedade de tipos de junta. Os tipos mais comuns encontrados são:

- Junta de revolução – um grau de liberdade rotacional
- Junta de translação – um grau de liberdade de translação
- Cilíndrica – dois graus de liberdade rotacional e de translação
- Parafuso – um grau de liberdade, relacionado pela rosca do parafuso
- Esférica – três graus de liberdade rotacionais
- Junta universal – dois graus de liberdade rotacional
- Junta plana – permite duas translações ortogonais relativas e uma rotação sobre o eixo normal.

Embora as juntas tradicionais têm graus de liberdade de 0 a 6, é possível obter matrizes de transformação para as juntas mais complexas de modo que o número de grau de liberdade exceda a 6. Este é o caso quando deformações internas ou interfaciais são consideradas na derivação da junta do modelo, como por exemplo, no desenvolvimento de um modelo de contato pneu/pavimento.

2.5.1.3. Modelagem de Restrições

As restrições mais comuns utilizadas na modelagem de sistemas multicorpos, e comumente disponíveis nos programas, são as restrições holonômicas. Restrições holonômicas podem ser expressas como equações relacionando deslocamento, e possivelmente tempo. Se o tempo t não aparece explicitamente na equação holonômica, a equação é chamada de escleronômica. Se t é explícito na equação, esta recebe o nome

de reonômica. Quando coordenadas absolutas dos corpos são utilizadas como variáveis do sistema, cada junta no sistema deve ser modelada por equação de restrição similares à equação da junta esférica (2.68). Estas equações de restrição são, geralmente, holonômicas escleronômicas. Com coordenadas relativas, são modelados os graus de liberdade de cada junta e não as restrições. As equações de restrição para as coordenadas relativas aparecem como restrições de cadeia fechada, se esta cadeia fechada existir, e serão também equações de restrição holonômicas escleronômicas. Uma restrição reonômica pode ocorrer, por exemplo, se um ponto qualquer do sistema ocupar uma trajetória específica dependente do tempo.

A maioria dos programas também suporta restrições não-holonômicas. Estas restrições são não-integráveis nas velocidades ou equivalentemente no diferencial dos deslocamentos. Se uma restrição de velocidade é integrável, então pode ser reduzida a uma restrição holonômica por integração. Uma restrição holonômica além de introduzir restrição geométrica também impõe restrição cinemática nas velocidades. Uma restrição não-holonômica, por outro lado, impõe restrição cinemática nas velocidades mas não impõe restrição geométrica nos posicionamentos e nas variáveis.

A modelagem apropriada das restrições e o subsequente processamento numérico constituem dois dos mais críticos passos no processo de simulação dinâmica. O método de processamento das restrições influencia características como:

- Condicionamento numérico – computações bem ou mal condicionadas são influenciadas por singularidades.
- Processo de integração numérica – as equações diferenciais dinâmicas quando combinadas com equações algébricas das restrições criam sistemas de difícil resolução (*stiff system*) e o processo de integração numérica juntamente com o controle de erro e passos de integração pode causar aumento significativo da carga computacional.
- A precisão de descrição das restrições – esta precisão é diretamente relacionada com a continuidade da conexão das juntas durante o movimento dinâmico do sistema (as juntas não podem se “soltar”, ocasionando erro de simulação).

2.6 – Implementação Computacional

Do ponto de vista da implementação computacional, sistemas MBS são classificados como numéricos, simbólicos ou uma combinação dos dois. Existem ainda outros tipos de classificação, dependendo se o programa é genérico ou específico, havendo ainda diferenciação com relação ao formalismo matemático usado para gerar as equações de movimento e também em relação à representação das variáveis, restrições e movimentos do sistema, que podem ser absolutas ou relativas.

Os programas simbólicos geram sub-rotinas específicas para o modelo que devem ser utilizadas em conjunto com programas de simulação. Em relação aos programas de simulação numérica, os programas simbólicos requerem um maior conhecimento, por parte do usuário, sobre os métodos de descrição de restrições (juntas), redução do número de variáveis para um conjunto mínimo, etc. . A manipulação simbólica de fato, ocorre na fase de geração das equações de movimento e são em geral transparentes para o usuário do programa MBS (COSTA, 1992). Muitos desses detalhes são implementados internamente nos códigos dos programas numéricos, tornando-os mais diretos aos projetistas, mas exigindo conhecimento analítico para descrever detalhes do modelo.

Como exemplos de programas simbólicos comerciais temos: AUTOLEV, NEWEUL, SD/FAST, MESA VERDE E AUTOSIM. Na categoria de programas numéricos genéricos, os programas comerciais mais difundidos são: ADAMS, DADS, IMP, DYMAC e DISPAN (SHETH & WU 1996)

Programas numéricos genéricos, desenvolvidos para aplicações mais gerais, são extensos e portanto, mais lentos que o tipo anterior, devido a sua capacidade de simular uma quantidade variada de diferentes topologias. Permitem, entretanto, corpos com distribuição de massa arbitrária, conectadas entre pontos quaisquer com diferentes tipos de juntas. Programas de uso geral em sistemas MBS são atraentes, mas resultam em número maior de equações para descrição de um mesmo sistema. Entretanto, implementações numéricas para a solução confiável do sistema de equações, com o uso de métodos iterativos (*Newton-Raphson*), eliminação Gaussiana (decomposição e pivotamento) e tratamento de matrizes esparsas, aumentaram a rapidez e a eficiência de programas como o ADAMS, utilizado neste trabalho. Este tipo de programa possui pré

e pós-processadores bastante elaborados, que permitem a construção do modelo, análise e simulação do sistema de forma integrada no mesmo ambiente.

Programas especializados podem ser dedicados a um tipo específico de simulação ou mesmo para uma classe de modelos. Alguns programas deste tipo, implementados de algum tipo de flexibilidade para pequenas modificações de modelos, ainda são largamente utilizados na indústria ou em universidades. Normalmente, estes códigos são pequenos e rápidos devido a sua especificidade.

Há também distinção entre sistemas abertos e aqueles de cadeia fechada para geração das equações de movimento. Todas as restrições de movimento (constraints) associadas a juntas nos modelos em cadeia aberta, são eliminadas. Isto significa que serão geradas equações somente para os graus de liberdade da junta adotada. Nenhuma equação será gerada para as restrições de movimento impostas pela junta escolhida. Portanto, sistemas que contenham juntas em cadeia aberta não produzem restrição explícita de movimento. Isto se deve às características do método de *Kane*, na forma de utilização das velocidades parciais. Os graus de liberdade produzidos pela junta têm velocidade parcial nula (não há movimento nestas direções) e portanto, as derivadas das possíveis velocidades generalizadas não aparecem.

Entretanto, sistemas que contenham juntas em cadeia fechada (loop joints) são implementados por equações que representam as restrições de movimento impostas por estas juntas enquanto que, nenhuma equação é necessária para os graus de liberdade próprios da junta. Isto se deve ao fato das restrições de movimento holonômicos serem implementadas através da diferenciação das equações de restrição, para obter-se um conjunto de equações algébrico-diferenciais, que é transformado somente num conjunto de equações diferenciais ordinárias. Este é o processo utilizado, por diversos programas desenvolvidos.

Entretanto, as novas equações obtidas estão sujeitas a desvios (*drift*) durante a simulação dos movimentos, causada pela natureza imperfeita dos métodos numéricos. Estes desvios causam a violação do conjunto de equações algébricas durante o processo de integração numérica. Devido a isto se faz necessário a utilização de um método de estabilização, impedindo que as restrições de movimento tornem-se arbitrariamente grandes. No SD/FAST é utilizado o método de Baumgarte de estabilização de restrições. Este método envolve a múltipla realimentação das restrições de velocidades e

posições no cálculo das acelerações, produzindo uma redução destes erros nos passos de integração subseqüentes.

Outro aspecto que deve ser considerado está relacionado com o usuário do programa. Os programas para MBS devem ser fáceis de aprender e utilizar, ao mesmo tempo em que previnam o usuário de cometer erro e ainda auxiliem no seu diagnóstico. Outro aspecto importante que os usuários dos programas de MBS devem estar atentos é o risco de elaborar modelos que funcionam, mas do sistema errado. Para este problema, pré-processadores gráficos e mapa de descrição do sistema (*roadmaps*) podem ser de grande ajuda. Outras formas amigáveis de ajuda podem incluir o uso de formato livre para introdução de dados de entrada, orientado por palavras-chave e/ou introdução de dados via gráficos.

Se o programa não é um pacote completo de simulação, então deve ser capaz de integrar-se eficientemente com outros ambientes de simulação e análise. Especialmente, os pré e pós-processadores, que assumem um papel importante na geração dos dados de entrada para a simulação e também no tratamento e análise dos resultados produzidos pela simulação.

2.7. – Breve Histórico da Modelagem MBS

Uma revisão histórica completa sobre o tema MBS, foi apresentada por SCHWERTASSEK & ROBERTSON (1985). Em seu trabalho refere-se à técnica particular de MBS, baseado na abordagem *Euleriana* e *Lagrangeana*.

A abordagem *Euleriana* foi inicialmente aplicada na solução de problemas em espaçonaves onde, a característica era a movimentação em três dimensões, com o sistema em topologia de árvore e sem restrições não holonômicas. Com o auxílio de teoria de Grafos, implementações numéricas das equações de *Newton-Euler* foram realizadas por FLEICHER (1977) no programa MLTBDY e baseado nos métodos de Hooker/Margolis e Robertson/Wittenburg com o programa MULTIBODY. Posteriormente, Hooker trabalhou numa forma alternativa para isolar a restrição de torque numa junta única espessa com apenas uma equação dinâmica. Este método que aparentemente foi enfocado por Velmen num caso particular de quatro corpos, foi dado o nome de *nested body method*. Uma implementação deste método pode ser observada

no programa N. Bod2, desenvolvido por Frisch. Formalismos baseados no *Princípio de Jourdain* de energia virtual, foram aplicados a sistemas com vínculos não holonômicos por Kreuzer/Schiehlen no programa NEWEUL.

O método de *Kane*, que pode ser visto como uma variação do princípio de Jourdain em que as velocidades virtuais são substituídas por certos componentes da velocidade real, conforme já apresentado anteriormente, produz a menor forma possível de equações de movimento e, portanto, provavelmente mais eficientes. Implementações baseadas nesta metodologia incluem os programas SD/FAST (1990) e AUTOSIM (SAYERS, 1989).

Autores que se utilizam do formalismo *lagrangeano* são, em geral, da comunidade de máquinas e mecanismos, devido a sua capacidade de tratar cadeias fechadas (*closed loops*). A opção pelo método de *Lagrange*, voltada para sistemas com movimentos planares especialmente nas aplicações iniciais, foi influenciada pelo fato dos multiplicadores de *Lagrange* permitirem a obtenção direta das forças de reação entre corpos contíguos.

MINGORI (1995) apresenta uma abordagem que, utilizando-se do conceito de velocidades generalizadas como sugerido por *Kane*, estabelece uma estrutura conveniente para análises de relações entre as formulações das equações de *Lagrange*, *Hamilton* e *Kane*.

SCHIEHLEN & KORTUM (1985) apresentam uma revisão da aplicação da técnica de MBS em veículos terrestres. SCHIEHLEN & KREUZER (1977) apresentam uma avaliação de desempenho, realizando o desenvolvimento de cálculo para um manipulador e um mecanismo planar. KORTUM & SHARP (1991) publicaram os resultados do encontro realizado na Checoslováquia (em 1990), onde foram propostos os *Benchmarks* internacionais para avaliação de códigos de programas MBS em aplicação de dinâmica veicular onde, COSTA (1992) participou ativamente como representante do programa SD/FAST com aplicação veicular rodoviária.

A linha cronológica do desenvolvimento da técnica de MBS está ilustrada na Figura 2.6 (COSTA, 1992; SCHWERTASSEK & ROBERTSON, 1985; SCHIEHLEN & KORTUM, 1985; SAYERS, 1990; ROSENTHAL & SHERMAN, 1986; HUSTON, 1996).

Figura 2.6: Linha cronológica do desenvolvimento MBS.

Inicialmente, Hooker e Robertson apresentaram sua proposição para desenvolvimento de programas de MBS na Califórnia (SCHWERTASSEK, 1985). Seguiram, entretanto, caminhos distintos com outras equipes. Hooker e Margolis (Califórnia, 1965) e Robertson e Wittenburg no DFVLR (Alemanha, 1966), desenvolveram o formalismo para obtenção numérica das equações de movimento tridimensionais, necessária para espaçonaves com topologia aberta (*open loop topology*).

Quando a abordagem de MBS foi introduzida na área mecânica e de transportes terrestres no final dos anos 60, início dos anos 70, através do trabalho de Paul e Chace, foram encontradas dificuldades com encadeamentos cinemáticos fechados e vínculos não holonômicos raramente encontrados nas aplicações espaciais. Estes aspectos foram abordados no trabalho de ORLANDEA & CHACE (1977) que deu origem ao programa ADAMS. Devido à intenção de abordar sistemas de diversa natureza, resultou em um sistema grande, cuja solução necessita utilizar a técnica de matrizes esparsas. O programa ADAMS é voltado para modelagem de sistemas tridimensionais com configuração arbitrária. Com esta finalidade, um conjunto redundante de equações é adotado, com 15 equações de primeira ordem para cada corpo, correspondendo às relações cinemáticas, equações dinâmicas e equações de energia. Um algoritmo *Newton-Rapson* é utilizado para a solução da parte algébrica, ao passo que o método de Gear é utilizado para integração das equações diferenciais (RYAN, 1990). Implementações numéricas (eliminação de *Gauss* e tratamento de

matrizes esparsas) permitiram aumentar a eficiência do programa, uma vez que o número de equações geradas para um mesmo sistema, é maior que em outros métodos.

Buscando superar esta dificuldade, a utilização de programas simbólicos foi introduzido por Levinson em 1976 e seguida por SCHIEHLEN & KREUZER (1977). O emprego de linguagem de manipulação simbólica de uso geral com por exemplo, MACSYMA e REDUCE geravam códigos em Fortran pouco eficientes. Técnicas especiais foram necessárias para evitar exceder os limites dos computadores com passagens por expressões intermediárias.

Como alternativa, o formalismo de MBS foi combinado com métodos simplificados de manipulação simbólica, criando códigos eficientes para MBS. ROSENTHAL & SHERMAN (1986) desenvolveram seu programa SD/EXACT como parte de um projeto da NASA, cujo objetivo foi desenvolver códigos de programa de MBS que fossem capazes de calcular em tempo real num computador AD100. Os resultados foram muito bons quando comparados com outros programas de Multicorpos da época e inúmeros outros programas surgiram a partir de então, adotando uma abordagem similar. Os programas Symba e AUTOSIM (SAYERS, 1989), foram desenvolvidos com este objetivo, utilizando o método de Kane e manipulação simbólica. O programa SD/FAST busca atender grandes grupos de usuários, agregando uma série de ferramentas convenientes para tratar uma variedade de aspectos de uso corrente pela comunidade de MBS, tais como: realimentação (*closed loop*) e manuseio de restrições não holonômicas.

Mais recentemente, CHANG & HUSTON (1995) apresentaram métodos computacionais para estudo de impacto em sistemas multicorpos, através do uso de equações algébricas para incrementos de velocidade. Estas equações podem ser solucionadas para obtenção de condições iniciais na análise do movimento subsequente do sistema. Na década de 90, vários esforços de pesquisa foram direcionados para o tratamento de modelagem MBS com estruturas flexíveis (HUSTON, 1994), e mais recentemente muito se evoluiu na integração entre programas de elementos finitos (FEM) e programas multicorpos, bem como na integração entre sistemas de controle e programas MBS.

Observando os programas para MBS atualmente disponíveis, pode-se concluir que aqueles que foram desenvolvidos numa certa especialidade, tendem a ter mais vantagens que outros. Isto ocorre, devido à familiaridade das pessoas envolvidas no desenvolvimento deste programa, que melhor compreendem as formas de expressar quantidades e termos do sistema, assim como conhecem as premissas assumidas para a modelagem deste tipo particular de sistema. Outra vantagem são as bibliotecas específicas que já foram desenvolvidas para seus próprios modelos e que podem ser incorporadas no elenco de rotinas disponíveis do programa.

Outro aspecto importante a ser considerado na avaliação de um programa MBS é a sua capacidade de integração com outros ambientes de programação, especialmente os programas de CAD (*computer aided design*), ou programas de análise e pós-processamento, uma vez que é raro encontrar, num único programa, todas as ferramentas de análise necessárias às várias atividades que possam ser assumidas em um estudo específico. O uso combinado de programas que se concentram especificamente na atividade de geração das equações de movimento com auxílio de outros programas de uso geral para realização das atividades de integração das equações de movimento, pré e pós processamento dos dados obtidos, apresenta uma solução objetiva na geração de códigos eficientes de simulação, sem perda de capacidade na análise para o estudo a ser realizado. Neste sentido, a co-simulação ADAMS/Simulink utilizada neste trabalho é um exemplo de como a evolução e a integração entre os diferentes tipos de *softwares* já é um fator de disputa de mercado e da busca de ferramentas eficientes que proporcionam melhores condições de trabalho aos engenheiros e pesquisadores. Esta integração possibilitou a utilização do mesmo modelo em *softwares* diferentes, realizando a troca de informações entre o modelo e o sistema de controle projetado em um mesmo passo de integração. Entretanto, apesar de ser um avanço importante, a troca de informações entre estes dois *softwares* ainda necessita de melhorias, pois só funcionam bem quando são usadas determinadas versões de cada programa.

Para os propósitos deste trabalho, a utilização de programas baseados no método de Sistema Multicorpos é recomendada para a obtenção eficiente e confiável das equações de movimento para sistemas veiculares. A possibilidade de interface com outros programas de uso geral, para realização de pré e pós-processamento, permitem flexibilidade nesta escolha. Pode-se realizar o processamento de pequenos modelos mesmo em plataformas do nível de computadores pessoais. O uso de programas

comerciais que possuem métodos numéricos eficientes, pode ser aplicado em sistema de grande número de graus de liberdade. Neste caso, plataformas de maior porte são aconselháveis, embora o uso em computadores pessoais ainda seja possível. Os recursos de pré e pós-processamento, em geral, já estão incluídos nestes programas.

CAPÍTULO - 3

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM VEÍCULO AUTOMOTIVO PARA ESTUDO DO CONTROLE DO MOVIMENTO

3.1. Introdução

Neste capítulo, são descritas a modelagem e a simulação de um veículo automotivo utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho. O modelo desenvolvido é baseado no trabalho de COSTA (1992). As propriedades do modelo como massa, posicionamento de centros de gravidade, dimensões, forças, deslocamentos, propriedades inerciais, rigidez, etc, são as mesmas utilizadas por COSTA (1992). Entretanto, o modelo por ele desenvolvido foi obtido com o programa de modelagem SD/Fast, enquanto que o modelo atual foi desenvolvido utilizando-se o programa ADAMS.

Excetuando-se as forças aerodinâmicas e os efeitos gravitacionais, todas as demais forças externas que agem sobre um veículo são aplicadas nos pneus. Conseqüentemente, o controle do movimento irá consistir em ações de controle exercidas sobre as rodas e deverão ser baseadas em uma combinação dos controles da propulsão e frenagem, esterçamento e suspensão. Portanto, torna-se necessário o

desenvolvimento de modelos de veículos que sejam capazes de representar estas ações simultaneamente.

O principal motivo da utilização de modelos linearizados, que sejam capazes de abranger vários aspectos do movimento de um veículo, é o estudo do controle integrado do veículo, em que sua dinâmica total é vista como uma interação da dinâmica dos vários subsistemas que o compõem.

Para alcançar os objetivos mencionados, a melhor solução é a utilização de técnicas de modelagem MBS (KORTÜM et al. ; SAYERS, 1989 ; ALLEN & ROSENTHAL, 1994). A modelagem MBS foi realizada baseada em uma combinação do método de KANE (1985) e computação simbólica por ser um método de maior eficiência (em termos de tempo) na geração de um código de simulação e na solução do modelo.

3.2. Modelagem

Esta seção descreve a aplicação de técnicas MBS de modelagem de um chassi de veículo. Modelos MBS para simulação geralmente incluem uma representação completa da suspensão nos quais cada elemento da suspensão é detalhado. O modelo apresentado é baseado em uma abordagem alternativa, onde os efeitos da geometria da suspensão são incorporados de uma maneira onde não é necessária uma representação detalhada do sistema de suspensão. A suspensão é representada como uma caixa-preta onde a geometria é obtida a partir de dados experimentais que descrevem a trajetória da suspensão em cada cubo de roda. A partir destes dados, e usando-se técnicas de geometria diferencial (COSTA, 1992), são obtidos modelos de braços em forma de pêndulos que em conjunto com uma mola e amortecedor constituem uma representação simplificada da suspensão. O pêndulo conecta o cubo da roda ao chassi através de uma junta do tipo pino, de um grau de liberdade. O posicionamento da junta e os comprimentos dos braços dos pêndulos são derivados empiricamente dos dados que descrevem a trajetória de cada centro de cubo de roda. As forças da suspensão são representadas através de molas e amortecedores que atuam somente na direção vertical. No eixo dianteiro, as forças da suspensão são complementadas por uma força elástica adicional para representar a barra estabilizadora. Uma massa concentrada (lumped mass) no cubo de roda, no ponto H (figura 3.1), representa o efeito combinado das

inércias da roda e parte da suspensão. Uma abordagem semelhante foi desenvolvida por MOUSSEAU et al. (1991), utilizando análise *quasi-static* para obter os polinômios que descrevem o comportamento da suspensão. Um benefício imediato desta forma de modelagem consiste na possibilidade de combinação das equações do modelo da suspensão ou do modelo dinâmico do chassi com equações de outros modelos, sendo a solução realizada em conjunto.

As forças verticais são representadas em cada roda como um termo de rigidez linear. As forças laterais e longitudinais dos pneus são também representadas linearmente, assumindo-se que não há travamento nem escorregamento dos pneus. O modelo descreve uma representação do chassi com dez graus de liberdade, sendo seis graus de liberdade correspondentes ao movimento do chassi e um grau de liberdade de cada braço em forma de pêndulo. O modelo resultante tem então vinte variáveis de estado, sendo que os estados correspondem a dez coordenadas generalizadas e dez velocidades generalizadas.

Outras características importantes da suspensão, como os ângulos de cambagem e convergência foram considerados de forma aproximada e os valores utilizados foram os valores obtidos com o veículo em posição estática, uma vez que os ângulos de cambagem e convergência só variam significativamente perto do fim do curso da suspensão, e para os objetivos do trabalho realizado por COSTA (1992) os valores utilizados provaram serem adequados.

O modelo utilizado, onde a suspensão é representada por um braço em forma de pêndulo, é a maneira mais simples possível de se representar o sistema de suspensão em um modelo de chassi não linear. Uma representação menos sofisticada seria representar o chassi como uma massa suspensa com um amortecedor e uma mola em cada canto. Este modelo é largamente utilizado para estudos de controle de dinâmica vertical, entretanto este modelo não representa ações de esterçamento e aceleração nas rodas, não sendo útil para o estudo do controle da suspensão onde efeitos combinados de propulsão e esterçamento também são incluídos.

Uma abordagem mais sofisticada abrangeria uma modelagem complexa onde haveria representações detalhadas de conexões e buchas. Tais modelos são muito usados em estudos de *design*, que requer cálculos de carregamentos e deslocamentos, mas não são necessários para o estudo do controle do movimento do veículo porque geram modelos com um grande número de estados, aumentando significativamente o tempo de simulação e a complexidade requerida dos controles.

Os dados utilizados para a modelagem foram de um carro de luxo europeu, sendo utilizado somente com o objetivo de ilustração. A abordagem utilizada para a modelagem é aplicável a uma grande variedade de tipos de automóveis.

3.3. Representação do Modelo MBS

O modelo do chassi é considerado como um sistema MBS formado por cinco corpos rígidos articulados, organizados em forma de árvore. O corpo central, ou corpo base, corresponde à massa suspensa, e os quatro corpos ramificados correspondem a cada uma das quatro rodas (massa não suspensa) com as conexões das suspensões. Cada corpo ramificado é preso ao corpo base por uma junta do tipo pino de um grau de liberdade, que permite a rotação em torno da articulação comum entre o corpo base e o ramificado. Associado a cada corpo, base e ramificado, há um referencial de coordenadas com localização (no centro de massa) e orientação fixas.

A descrição geométrica do modelo MBS pode ser especificada por um conjunto de três vetores para cada um dos corpos ramificados. O primeiro dos três vetores, o vetor *op*, descreve a posição da junta pino com relação ao centro de gravidade da massa suspensa e é fixo na mesma. O segundo vetor *hp* descreve a posição da junta com relação ao centro de gravidade da massa não suspensa e é fixo na mesma. O terceiro vetor *b* descreve a orientação do eixo da junta pino.

A descrição dos três vetores pode ser vista na tabela apresentada a seguir e a figura 3.3 apresenta a configuração do modelo MBS.

		Esquerda	Direita
Dianteiro	<i>op</i>	(1.441, 0.303, -0.242)	(1.441, -0.303, -0.242)
	<i>hp</i>	(0.121, -0.447, 0.058)	(0.121, 0.447, 0.058)
	<i>b</i>	(0.966, 0.257, -0.029)	(0.966, -0.257, -0.029)
Traseiro	<i>op</i>	(-1.516, 0.105, -0.157)	(-1.516, -0.105, -0.157)
	<i>hp</i>	(-0.016, -0.645, 0.143)	(-0.016, 0.645, 0.143)
	<i>b</i>	(0.994, 0.0, 0.113)	(0.994, 0.0, 0.113)

Tabela 3.1: Descrição Geométrica do modelo do Chassi (em metros).

Figura 3.1: “Layout” do Modelo MBS.

Figura 3.2 : Modelo no ADAMS – diferentes vistas

Os vetores op , hp e b foram especificados de acordo com o sistema de coordenadas da mão direita adotado como configuração de referência para o eixo de coordenadas fixo no corpo base. Para completar a descrição física do modelo MBS a massa, o momento de inércia de cada corpo e outros parâmetros são descritos na tabela 3.2.

Peso efetivo das rodas	dianteiras	50 Kg
	traseiras	40 Kg
Raio da roda		0,2 m
Peso da massa suspensa		1.600 Kg
Inércia da massa suspensa	I_{xx}	500 Kg.m ²
	I_{yy}	3.000 Kg.m ²
	I_{zz}	3.000 Kg.m ²
Distância do Centro de Gravidade da Massa Suspensa	do eixo dianteiro	1,32 m
	do eixo traseiro	1,5 m
	acima do solo	0,5 m
	das laterais do veículo	0,75 m

Tabela 3.2: Dados inerciais e geométricos do veículo (COSTA, 1992).

3.3.1. Forças Externas Agindo no Modelo MBS

3.3.1.1. Massa Suspensa

A massa suspensa corresponde, no modelo MBS, ao corpo base. As forças que agem sobre a massa suspensa são gravitacional, aerodinâmica e forças da suspensão.

A massa de ar que se desloca em torno do veículo produz forças e momentos que influenciam o comportamento do veículo. As forças aerodinâmicas agem nas áreas frontal, lateral e inferior/superior do veículo e são dadas pelas expressões:

$$f_y = \frac{1}{2} c_y(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.1)$$

$$f_x = \frac{1}{2} c_x(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.2)$$

$$f_z = \frac{1}{2} c_l(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.3)$$

onde A é a área frontal, ρ é a densidade do ar, v' é a velocidade relativa entre o veículo e o vento frontal e c_x , c_y e c_l são os coeficientes aerodinâmicos, que são geralmente dependentes do ângulo de escorregamento aerodinâmico α_a ; e $c_l = c_{zf} + c_{zr}$. A variação dos coeficientes da força aerodinâmica com α_a são apresentados na figura 3.3. Os momentos aerodinâmicos agem sobre os eixos de coordenadas do corpo base e são dados pelas seguintes equações:

$$m_x = \frac{1}{2} c_{mx}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.4)$$

$$m_y = \frac{1}{2} c_{my}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.5)$$

$$m_z = \frac{1}{2} c_{mz}(\alpha_a) \rho A |v'|^2 \quad (3.6)$$

onde c_{mx} , c_{my} e c_{mz} são coeficientes de torque e são geralmente dependentes do ângulo de escorregamento aerodinâmico α_a . Os seis coeficientes aerodinâmicos são baseados em informações empíricas. Os coeficientes c_y , c_{zr} , c_{mx} e c_{mz} variam linearmente com α_a , enquanto que os coeficientes c_x , c_{zf} e c_{my} têm a sua variação aproximada a uma parábola em função de α_a . Os dados da aerodinâmica do veículo são apresentados na tabela 3.3.

A	$2,06 \text{ m}^2$
ρ	$1,202 \text{ Kg.m}^{-3}$
c_x	$0,766\alpha_a^2 + 0,390$
c_y	$1,629\alpha_a$
c_{zf}	$-0,451\alpha_a^2 + 0,357\alpha_a + 0,156$
c_{zr}	$0,427\alpha_a + 0,1570$
c_{mx}	$0,430\alpha_a$
c_{my}	$-0,328\alpha_a^2 + 0,103\alpha_a$
c_{mz}	$0,384\alpha_a$

Tabela 3.3: Dados aerodinâmicos do veículo (COSTA, 1992).

As forças da suspensão geradas em cada roda são consideradas somente agindo na direção vertical com relação ao sistema de coordenadas do corpo base. Cada força é aplicada em um ponto localizado nos respectivos cubos de roda. Os pontos de localização dos cubos de roda e, conseqüentemente, dos pontos de aplicação das forças de suspensão, são corrigidos pelos dados da geometria da suspensão descritos anteriormente.

Os efeitos das forças gravitacionais, em todos os corpos, são representados como forças verticais com relação ao sistema de coordenadas inercial, agindo em cada centro de gravidade de cada corpo.

3.3.1.2. Massas Não Suspensas

As massas não suspensas correspondem aos quatro corpos ramificados. As forças que agem em cada um desses corpos são: as forças longitudinais, laterais e verticais dos pneus, as forças de suspensão e as forças gravitacionais.

Cada força de suspensão tem sua reação no centro de gravidade de cada massa não suspensa, atuando na direção vertical com relação ao eixo de coordenadas do corpo base. As forças dos pneus são representadas com relação ao sistema de coordenadas do corpo ramificado. A força vertical do pneumático age no centro da gravidade do corpo ramificado. As forças laterais e longitudinais agem em um ponto deslocado verticalmente do centro de gravidade pelo raio da roda. Este deslocamento representa a ação das forças longitudinal e lateral paralelamente ao plano do solo, agindo no ponto de contato entre pneu/solo.

3.3.2 Representação Das Forças de Suspensão e dos Pneus

3.3.2.1. Forças da Suspensão

Cada força da suspensão é modelada como uma mola em paralelo a um amortecedor, que são funções lineares do deslocamento relativo roda-chassi da mola e da taxa de variação desse deslocamento, respectivamente. Um torque adicional de rolamento representa o efeito da barra estabilizadora que age somente nas rodas dianteiras. Este torque é modelado, em relação ao corpo base, como uma função linear da diferença entre os deslocamentos das molas dianteiras direita e esquerda. Valores de

deflexões estáticas da suspensão e dos pneus são computados a fim de balancear o peso da massa suspensa e não suspensa em situação de regime permanente. Os coeficientes de rigidez da mola e de amortecimento do amortecedor são mostrados na tabela 3.4.

Eixos		Dianteiro	Traseiro
Suspensão	Rigidez da mola	20 kN.m ⁻¹	27 kN.m ⁻¹
	Coef. de amortecimento	1,4 kN.s.m ⁻¹	2,0 kN.s.m ⁻¹
	Rigidez da barra estabilizadora	20 kN.m ⁻¹	
Pneu linear	Rigidez vertical	250 kN.m ⁻¹	250 kN.m ⁻¹
	Rigidez de esterçamento	66 kN.m ⁻¹	70 kN.m ⁻¹
Elasticidade do sistema de direção		0,0051 rd.kN ⁻¹	

Tabela 3.4: Dados da suspensão e do pneu linear.

3.3.2.2. Modelagem do Sistema de Direção

No eixo dianteiro foi incluído também um coeficiente de elasticidade do sistema de direção, que age em série com a rigidez de esterçamento dos pneus. Foi feita uma modelagem do sistema de direção obtendo-se uma rigidez de esterçamento equivalente combinando-se os efeitos da direção e dos pneumáticos.

Quando é considerado este sistema de direção, obtêm-se a força lateral em função do ângulo de esterçamento e a rigidez equivalente de esterçamento. A descrição do sistema de direção pode ser vista na figura 3.3. Neste diagrama, o ângulo de esterçamento da direção é o δ_{hw} , o ponto 2 representa o ponto de contato entre pneu e solo, K_s é a rigidez torcional do sistema de direção, tp é o *pneumatic trail*, SR é a relação de transmissão do sistema de direção, C é a rigidez de esterçamento, β é o ângulo de escorregamento lateral, δ é o ângulo de esterçamento da roda e M_z é o torque auto-alinhante.

Figura 3.3: Representação do sistema de direção (COSTA, 1992).

A força lateral do pneu é produzida pelo ângulo de escorregamento e é dada pela fórmula:

$$F_{ty} = -C_{f,r} \alpha \quad (3.7)$$

onde α é definido como sendo o ângulo entre o eixo x da roda e a direção de deslocamento da roda, dada pelo vetor velocidade da roda. O ângulo de escorregamento (α) é mostrado na figura abaixo.

Figura 3.4: Ângulos relacionados ao esterçamento .

Pode-se também expressar a força lateral do pneu em termos da rigidez de esterçamento equivalente $C_{f,r}$ e fazendo-se algumas substituições nas equações da lei de Newton obtidas para o sistema representado na figura 3.6. Temos então que:

$$F_{ty} = -C_{f,r_e} [\beta - (\delta h w / SR)] \quad (3.8)$$

onde $C_{f,r}$ e é a rigidez de esterçamento equivalente que é dada por:

$$C_{f,r} = \frac{C_{f,r}}{(1 + \frac{C_{f,r}}{k_s / t_p})} \quad (3.9)$$

3.3.2.3. Forças dos Pneus

Para o modelo de pneu linear, a força longitudinal representa as ações de aceleração e frenagem e são modeladas como uma força externa definida, onde se assume que não há travamento e escorregamento das rodas. As forças lateral e vertical são representadas como funções lineares do ângulo de escorregamento lateral e do deslocamento vertical das rodas respectivamente. A rigidez das funções lineares são apresentadas na tabela 3.4. Posteriormente, no item 3.6, são utilizados modelos de pneus não lineares, cujas características serão apresentadas mais adiante. Estes pneus estão incluídos na biblioteca do ADAMS e são inseridos facilmente no modelo.

3.4. Modelo para Simulação

O modelo para a simulação foi obtido usando-se o programa de modelagem ADAMS. O ADAMS é, conforme descrito anteriormente, um programa MBS genérico numérico que possui elaboradas rotinas para a geração das equações e para a solução do sistema (ADAMS/Solver), possuindo aplicativos de pré e pós-processamento (ADAMS/View) . Estas ferramentas facilitam a criação do modelo e a posterior simulação com análise e apresentação dos resultados.

A geração das equações dinâmicas de movimento é baseada no método de Lagrange e podem ser resumidas pelo método a seguir:

No centro de massa de cada corpo estão localizados um sistema de coordenadas local que possui seis graus de liberdade, sendo três de translação (x,y,z) e três de rotação (ψ , θ e ϕ). Vínculos (juntas) entre os corpos são representadas por equações algébricas, nas coordenadas dos corpos interconectados, e as forças de reação são introduzidas por multiplicadores de *Lagrange*. As equações de movimento juntamente com as equações de restrição são escritas como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \phi_j}{\partial q_r} \lambda_j - F_r = 0 \quad (3.10)$$

$$\Phi_k(q, t) = 0$$

para $r = 1, 2, \dots, n$ e para $k = 1, \dots, m$ onde: T é a energia cinética, q representam as coordenadas utilizadas para descrever o sistema, Φ_j é o conjunto de vínculos do sistema, λ_j são as forças de reação devido aos vínculos Φ_j e F_r são as forças generalizadas na direção de q_j .

Deste modo, teremos um grande vetor de equações implícitas na forma $G=0$, onde: $G(q, \dot{q}, \lambda, f, t) = 0$ (SOHONI & WHITESELL, 1986), que serão utilizadas na simulação do sistema.

A solução para as equações dinâmicas geradas é obtida, no ADAMS, através de algoritmos que utilizam a técnica conhecida como Preditor-Corretor. Esta técnica prediz a solução em um ponto futuro no tempo através de funções polinomiais que utilizam soluções, já computadas, de pontos anteriores no tempo e realizam uma extrapolação. A solução é uma aproximação e geralmente deve ser melhorada, ou corrigida, de modo a satisfazer uma especificação desejada de tolerância.

A solução é dada através do método de *Newton-Rapson*, no qual a função implícita mencionada acima é então expandida em uma série de *Taylor*, truncada nos dois primeiros termos:

$$G^{(0)} = 0 = G^{(0)} + \left[\frac{\partial G}{\partial q} \right]^{(0)} \delta q^{(0)} + \left[\frac{\partial G}{\partial \dot{q}} \right]^{(0)} \partial \dot{q}^{(0)} \quad (3.11)$$

Fazendo $\partial \dot{q} \approx \beta \partial q$ temos:

$$G^{(0)} \approx G^{(0)} + \left[\frac{\partial G}{\partial q} + \beta \frac{\partial G}{\partial \dot{q}} \right]^{(0)} \partial q^{(0)} = 0 \quad (3.12)$$

Definindo a matriz Jacobiana como:

$$[J]^{(0)} = \left[\frac{\partial G}{\partial q} + \beta \frac{\partial G}{\partial \dot{q}} \right]^{(0)} \text{ teremos que ;} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
G^{(i+1)} &\approx G^{(i)} + [J]^{(i)} \partial q^{(i)} = 0 \\
\therefore \partial q^{(i)} &= -[J^{-1}]^{(i)} G^{(i)} \\
q^{(i+1)} &= q^{(i)} + \partial q^{(i)}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

A iteração é feita até que $\partial q^{(i)}$ se torne tão pequeno quanto a especificação desejada. Uma melhor descrição do procedimento pode ser visto em ADAMS Training Guide (1996).

3.5 Resultados da Simulação

As simulações realizadas têm dois objetivos principais: validar o modelo desenvolvido e averiguar a capacidade do modelo em abranger todos os aspectos do movimento do veículo.

Infelizmente, a quantidade de dados experimentais é muito limitada, tornando impossível uma extensa validação como seria desejável. Os únicos resultados experimentais disponíveis consistem nas deflexões estáticas da suspensão, que foram utilizadas na geração do braço em forma de pêndulo usado na representação do modelo da suspensão. Outros resultados disponíveis são as análises de autovalores e autovetores obtidos de análises de modelos mais simples e que são usados por fabricantes de veículos sendo previamente validados por eles.

Com a finalidade de verificar a validade do modelo, foram realizadas análises dos autovalores/autovetores do modelo, antes da simulação do modelo não linear. Os modos naturais do modelo MBS e suas correspondentes frequências naturais e fatores de amortecimento foram obtidos através de ferramentas de análise linear presentes no ADAMS. As análises lineares foram feitas com o modelo em condição de regime permanente correspondente a uma velocidade longitudinal de 20 m/s. Foram obtidos quatro modos correspondentes à massa suspensa e outros quatro modos, dois correspondentes ao par de rodas dianteiras e dois correspondentes ao par de rodas traseiras.

Os modos da massa suspensa são: velocidade lateral/angular, que corresponde a movimentos que consistem de uma combinação de velocidade angular e velocidade lateral, deslocamentos verticais dianteiro e traseiro e movimento de rolagem.

Os modos da massa não suspensa são: deslocamentos verticais, em fase, dos pneus dianteiros e dos pneus traseiros e deslocamentos verticais, em fases opostas, dos pneus dianteiros e traseiros. Estes modos descrevem os deslocamentos angulares dos braços em forma de pêndulo da suspensão e seus relativos planos de deslocamento. Cada um destes deslocamentos possui componentes de deslocamento lateral, longitudinal e vertical, sendo que a componente de deslocamento vertical é predominante.

A visualização dos modos é apresentada nas figuras a seguir e os valores de frequência e amortecimento para cada modo são descritos na Tabela 3.5. Estes resultados são obtidos para a condição de velocidade igual a 20 m/s, que será utilizada no restante do trabalho como condição de referência. Mais adiante, no próximo capítulo, serão analisadas outras condições.

Modos	Frequência (Hz)	Frequência (rd/s)	Fator de Amort.
Deslocamento vertical dianteiro	1,64	10,55	0,221
Deslocamento vertical traseiro	1,23	6,28	0,493
Rolagem	1,55	9,74	0,415
Velocidade angular/ velocidade lateral	1,20	7,54	0,879
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fase	11,45	71,94	0,287
Deslocamento vertical dos pneus dianteiros em fases opostas	12,21	76,71	0,269
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fase	12,84	80,68	0,465
Deslocamento vertical dos pneus traseiros em fases opostas	13,1	82,31	0,452

Tabela 3.5: Análise dos autovalores.

Figura 3.5 : modos de massa suspensa e não suspensa.

Os modos correspondentes aos deslocamentos verticais em fase descrevem situações onde os deslocamentos angulares dos braços em forma de pêndulo têm componentes verticais na mesma direção, enquanto que os modos que são descritos como fases opostas descrevem movimentos angulares cujas componentes verticais são de direções opostas.

A fim de confirmar a utilidade do modelo obtido para o estudo de controle do movimento, foram realizados extensos experimentos de simulação, onde o modelo foi submetido a uma variedade de distúrbios externos e entradas de controle, que correspondem às ações de controle do motorista. Os distúrbios externos considerados foram distúrbios verticais da pista e incidência de vento lateral. As entradas de controle consideradas foram forças de aceleração e frenagem e ângulos de esterçamento. Os valores utilizados nas simulações foram restritos às faixas onde as características de pneumáticos e de suspensão são válidas.

As análises realizadas consistem de um estudo detalhado das simulações, incluindo análise dos autovalores, a fim de verificar a validade do comportamento de regime transiente e análise de ganho, a fim de determinar as características de regime permanente do modelo. As grandezas observadas são as relacionadas ao movimento do veículo, ou seja, os seis graus de liberdade relacionados ao movimento da massa suspensão, quatro graus de liberdade associados às deflexões da suspensão e dois (ou quatro) graus de liberdade associados ao sistema de direção. Os quatro graus de liberdade relacionados ao movimento de rotação das rodas não são considerados nesta análise, embora tenham sido incluídos no modelo.

Nas simulações são usados diferentes tipos de pneus, onde os efeitos por eles proporcionados se tornam mais relevantes. Por exemplo, em simulações de maior velocidade e maiores ângulos de esterçamento o modelo não linear de pneu mostra um diferente comportamento das forças laterais, por considerar os efeitos de transferência de carga.

3.5.1. Manobras Transientes

As simulações para análise do comportamento transiente do modelo são divididas em dois tipos: entradas de comando do motorista e distúrbios externos. As entradas de comando do motorista são aplicadas ao sistema de propulsão, tanto na

aceleração como frenagem, e ao sistema de direção em manobras de esterçamento. Os distúrbios externos consistem em elevações da pista e distúrbios aerodinâmicos.

3.5.1.1. Entrada de Esterçamento

A dinâmica lateral está relacionada à capacidade do veículo de mudar de direção, mantendo a estabilidade direcional em várias condições de operação.

Para as simulações de esterçamento, as entradas são aplicadas no volante e possuem os valores de 10, 45 e 90 graus para a maioria dos casos. Valores intermediários são usados a fim de demonstrar a iminência ou ocorrência de escorregamento ou instabilidade. As manobras são realizadas com velocidades de 10, 20, 30, 40, 60 m/s. Como se deseja manter a velocidade longitudinal do veículo constante durante as manobras, uma força de torque adicional, proporcional ao erro da velocidade, é aplicada nas rodas traseiras. A entrada é uma entrada degrau.

As quantidades apresentadas e analisadas nas simulações de esterçamento são: velocidade angular, velocidade e aceleração lateral, ângulo de rolagem, ângulo de escorregamento da roda e forças verticais dos pneumáticos. Alguns resultados são apresentados a seguir, correspondendo a situações de diferentes velocidades e ângulo de esterçamento de 45 graus para todos os casos. Outras simulações podem ser vistas no apêndice, no final do texto.

Os resultados das simulações obtidas através do ADAMS apresentaram comportamento muito semelhante quando comparados àqueles obtidos com o SD/Fast em COSTA (1992). Podemos então dizer que o modelo é capaz de representar de maneira satisfatória as características de dinâmica lateral do veículo. Este novo modelo apresenta ainda alguns melhores resultados, pois para o modelo obtido por COSTA, as simulações com velocidade de 30 m/s e esterçamento de 45° já apresentavam instabilidade, evidenciando perda de aderência. Para o modelo atual, a iminência de instabilidade, para o mesmo valor de ângulo de esterçamento, só é obtida com velocidade de 60 m/s, conforme pode ser visto na figura 3.10. Para o objetivo deste trabalho, este resultado oferece melhores condições de simulação do modelo em situações em que os sistemas de controle para a estabilidade lateral apresentarão resultados mais efetivos de sua eficiência.

Figura 3.6: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=10\text{m/s}$

Figura 3.7: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=20\text{m/s}$

Figura 3.8: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=30\text{m/s}$

Figura 3.9: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=40\text{m/s}$

Figura 3.10: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $v=60\text{m/s}$

Todos os demais gráficos, relativos às simulações do modelo não linear, são apresentados no apêndice A deste trabalho e as comparações são feitas com os resultados apresentados nos apêndices do trabalho desenvolvido por COSTA (1992).

Algumas características do modelo podem ser observadas analisando-se os gráficos da simulação de esterçamento.

Quando um veículo é esterçado em baixa velocidade ($V_x=10\text{ m/s}$), o ângulo de escorregamento lateral do veículo (β_v) é positivo, de maneira a diminuir o ângulo de escorregamento das rodas e conseqüentemente as forças laterais dos pneus, a fim de manter a estabilidade do veículo. Para maiores velocidades (20, 30, 40 e 60 m/s), o ângulo β_v deve ter valor negativo de modo a aumentar o ângulo de escorregamento dos pneus traseiros, aumentando a resultante das forças laterais dos pneus, para que o veículo possa realizar o esterçamento. Esta variação do ângulo β_v do veículo é observada no comportamento da velocidade lateral. Para $V_x=10\text{ m/s}$ ela é positiva, enquanto que nos outros dois casos passa a ter primeiramente um valor positivo, quando β_v é positivo para contrabalancear o alto valor de α no momento em que as rodas dianteiras são esterçadas, passando posteriormente para um valor negativo, quando β_v passa a ser negativo.

Outra consequência que pode ser notada, decorrente dos fatos mencionados, é o diferente comportamento do ângulo de rolagem para as diferentes velocidades. Verificando-se a análise dos autovalores feita no capítulo anterior, em que são ressaltadas as pequenas mudanças dos autovalores para o modo de rolagem do veículo, as diferenças apresentadas pelos gráficos podem dar a impressão de grandes mudanças. Na realidade, as diferenças surgem pois para as diferentes velocidades as forças laterais são geradas diferentemente. Os picos observados nas forças laterais para $V_x=10$ m/s induzem um maior ângulo de rolagem, enquanto que a maior suavidade no transiente das forças laterais, observada para os casos de maior velocidade, causam uma menor excitação no modo de rolagem do veículo.

Uma característica importante observada é o comportamento subesterçante do veículo, que pode ser observado pela maior magnitude das forças laterais das rodas dianteiras com relação às forças laterais das rodas traseiras.

3.5.1.2. Entradas de Aceleração e Frenagem

As entradas de aceleração e frenagem estão associadas ao desempenho do veículo. No caso do presente modelo, os estudos são prejudicados pela falta de modelos que representem o motor, a transmissão e o sistema de freios. Todavia, é possível obter características interessantes com relação ao comportamento global do veículo, levando-se em conta as interações entre o modo de dinâmica longitudinal e os outros modos.

Características relacionadas à estabilidade lateral do veículo, como a decréscimo da força vertical nos pneus dianteiros, diminuindo o “cornering coefficient”, e aumentando a tendência de um comportamento subesterçante do veículo, podem ser verificadas. Outra característica que pode ser observada é a limitação das forças laterais dos pneus devido à utilização de grande parte da adesão para aceleração ou frenagem, limitando a faixa de operação segura do veículo com relação à velocidade longitudinal.

Para as simulações de aceleração e frenagem as dinâmicas dos sistemas de tração e de freios são consideradas de um modo aproximado.

Para a aceleração, as forças aplicadas às rodas traseiras (uma vez que o veículo modelado tem tração traseira) é um degrau aproximado por uma rampa de duração correspondente ao desempenho do presente veículo. Os valores de aceleração usados são de 0,3g e 0,5g correspondendo a forças de 2.300 e 4.000N, respectivamente, em

cada roda. A duração da rampa assumida é de 0,5s considerando os atrasos envolvidos no tempo de resposta do sistema de tração. A velocidade inicial é nula e as velocidades finais são aproximadamente 17 e 27 m/s, respectivamente.

Figura 3.11: Resposta do modelo não linear à aceleração ($f = 2300\text{N}$).

Figura 3.12: Resposta do modelo não linear à aceleração ($f = 4000\text{N}$).

Para as simulações de frenagem, o pulso em degrau é aproximado por uma rampa de duração de 0,5s. As desacelerações têm valores de 0,4g e 0,8g. As velocidades iniciais usadas são 10 e 20 m/s e as forças de frenagem são mantidas até o veículo alcançar a velocidade de 1m/s. A distribuição das forças de frenagem adotada foi de 70/30 para eixos dianteiro/traseiro respectivamente.

Figura 3.13: Resposta do modelo não linear à desaceleração (-0.4g).

Figura 3.14: Resposta do modelo não linear à desaceleração (-0.8g).

3.5.1.3. Distúrbios Verticais da Pista

Os distúrbios verticais da pista correspondem à passagem do veículo por obstáculos triangulares que variam de altura e que são chamados de “out-of-phase triangular bump” por estarem colocados de maneira que o veículo passe primeiro a roda esquerda e depois a roda direita pelo obstáculo, sendo que a distância entre eles é de 0,5m. Um desenho ilustrativo pode ser visto na figura 3.15. As velocidades utilizadas nas simulações são de 5, 10 e 15 m/s, onde para cada velocidade o veículo encontra obstáculos de 0,01, 0,05 e 0,1m de altura. O tempo gasto para percorrer cada obstáculo e a diferença de tempo em que as rodas encontram os obstáculos dependem da velocidade longitudinal de cada simulação.

Os outros dois tipos de simulações utilizados, rampa e perfil senoidal da pista, também são usados para analisar o comportamento do modelo em comparação com situações reais do veículo, onde as interações entre as frequências vibração das massas suspensa e não suspensas podem ser observadas tanto para os resultados das variáveis de movimento do chassi como das rodas.

As grandezas que sofrem as maiores variações são: deslocamento e aceleração vertical da massa suspensa e ângulos de arfagem (em inglês “Pitch”) e rolagem (“Roll”). A seguir são apresentados alguns casos:

Figura 3.15: Representação do veículo passando pelas rampas triangulares.

Figura 3.16: Resposta do modelo não linear ao distúrbio da pista($v=5\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)

Figura 3.17: Resposta do modelo não linear ao distúrbio da pista($v=10\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)

Figura 3.18: Resposta do modelo não linear ao distúrbio da pista($v=15\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)

3.5.1.4. Distúrbios Aerodinâmicos

As respostas do veículo aos distúrbios aerodinâmicos são analisadas através da resposta do modelo à incidência de um vento lateral, que representa situações reais como atravessar pontes, término de barreiras de proteção, manobras de ultrapassagem e falhas de vegetação ao lado da pista. As entradas são representadas por um pulso quadrado de amplitudes correspondentes a 3,54 , 7,08 , 10,62 e 15,16 m/s. As grandezas que sofrem maiores influências e que, portanto, são analisadas são: velocidades angular e lateral e ângulo de rolagem.

Figura 3.19: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico($v=10,62 \text{ m/s}$).

Figura 3.20: Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico($v=15,16 \text{ m/s}$).

3.6. Implementações no Modelo

Com a finalidade de incluir os graus de liberdade de rotação das rodas e, eventualmente, os efeitos dos ângulos de esterçamento, um novo modelo foi gerado incluindo em cada final do braço de suspensão dois novos corpos representando o cubo de roda e a roda. Para incluir estes novos corpos, cada massa não suspensa foi dividida em três corpos: um braço de suspensão, um cubo de roda e a roda. Os braços de suspensão dianteiros com massa de 10 kg e os traseiros com 5kg. No modelo utilizado nos itens anteriores estes três corpos foram unidos através de juntas fixas, fazendo que se comportem como um corpo rígido único.

Os cubos de roda foram assumidos como corpos sem massa e a massa das rodas dianteiras são de 40 kg e das traseiras são de 35 kg. O momento de inércia adotado para as rodas continua o mesmo, conforme tabela 3.2. Os C.Gs dos braços de suspensão estão localizados em seus respectivos pontos centrais.

Por causa da forma modular que o modelo foi construído, as modificações foram realizadas sem grandes esforços. Entretanto, esta nova abordagem utiliza um diferente tipo de modelo de pneu. O ADAMS possui em sua biblioteca, diferentes tipos de pneus para modelagem de veículos. O modelo utilizado neste trabalho foi o modelo FIALA. A descrição dos vários modelos de pneu e suas equações podem ser vistas em ADAMS/Tire (1999). Este modelo de pneu contém termos de força não lineares e que incluem escorregamentos parciais e totais nas direções longitudinal e lateral. O item a seguir mostra as equações utilizadas para este modelo de pneu.

Uma das discussões que podem surgir, com relação aos modelos desenvolvidos, é o porque não se desenvolver, com um programa como o ADAMS, um modelo que utilize uma descrição bem mais completa da suspensão. O motivo é que uma descrição completa de cada suspensão incluiria vários encadeamentos de malha fechada que aumentariam de forma considerável a complexidade do modelo. Para se ter uma idéia, somente com as alterações que foram feitas, o modelo linear obtido passou de 20 para 28 variáveis de estado. Modelos mais elaborados de suspensão descritos na literatura, possuem maior complexidade, gerando um número de equações muito maior que o modelo descrito neste trabalho. Este fato já justifica o uso de modelos mais simples,

pois o modelo aqui desenvolvido é suficiente acurado para o propósito de estudo do controle do movimento de veículos.

Os resultados de simulações para este novo modelo são apresentados no final do Apêndice A, e servem para confirmar os bons resultados obtidos com o modelo mais simples anterior. A figura 3.22 compara os resultados de uma simulação de esterçamento, com entrada de 45° e velocidade de 20 m/s para os dois diferentes modelos de pneu utilizados.

São também obtidos as matrizes do modelo linearizado com este novo tipo de pneu. Entretanto, quando utilizadas nas simulações descritas no próximo capítulo, estas matrizes não geraram resultados tão bons quanto o modelo linearizado com modelo de pneu linear, sendo descartadas, neste trabalho, como representação linear do veículo. Entretanto, por incluir os graus de rotação dos pneus, estes modelos serão importantes em trabalhos futuros que englobem sistemas de controles de frenagem ABS.

A figura abaixo mostra os diferentes pneus implementados no ADAMS.

Figura 3.21: diferentes modelos de pneus no ADAMS.

3.6.1. Cálculo de Força dos Pneus

3.6.1.1. Força normal do pneu

A força normal da pista no pneu na área de contato nas coordenadas SAE (+Z para baixo) é sempre negativa (direcionada para cima). A força normal é dada por:

$$F_z = \min(0.0, \{F_{zk} + F_{zc}\})$$

onde:

F_{zk} é a força normal devido à rigidez vertical do pneu

F_{zc} é a força normal devido ao amortecimento vertical do pneu

$F_{zk} = - \text{rigidez_vertical} \times \text{deformação do pneu}$, e

$F_{zc} = - \text{amortecimento_vertical} \times \text{velocidade da deformação do pneu}$

3.6.1.2. Força longitudinal

A força longitudinal depende da força vertical (F_z), o coeficiente atual da fricção (U), a taxa de escorregamento longitudinal (S_s) e o ângulo de escorregamento ($Alpha$). O coeficiente atual de fricção depende dos coeficientes estático ($U0$) e dinâmico ($U1$) e da taxa de escorregamento compreensível (S_s_Alpha).

O escorregamento compreensível (S_s_Alpha):

$$(S_s_Alpha) = (S_s^2 + \tan^2(Alpha))^{1/2}$$

O valor atual do coeficiente de fricção (U):

$$U = U_{min} + (U_{max} - U_{min}) \times S_s_Alpha$$

Fiala define o escorregamento longitudinal crítico ($S_critico$):

$$S_critico = \left| \frac{U \times F}{2 \times (\text{rigidezvertical})} \right|$$

Esse é o valor do escorregamento longitudinal através do qual o pneu está escorregando.

Caso 1. Estado de Deformação Elástica: $|S_s| < S_crítico$

$$F_x = -CSLIP \times S_x$$

Caso 2. Estado de escorregamento total: $|S_s| > S_crítico$

$$F_x = -\sin(S_s) \times (F_{x1} - F_{x2})$$

Onde:

$$F_{x1} = U \times F_z$$

$$F_{x2} = \left| \frac{(U \times F_z)^2}{4 \times (CSLIP)} \right|$$

3.6.1.3. Força lateral

Como a força longitudinal, a força lateral depende da força vertical (F_z) e o coeficiente atual de fricção (U). Semelhante ao cálculo da força longitudinal, Fiala define o escorregamento lateral crítico ($\alpha_crítico$):

$$\alpha_crítico = \arctan \left(\frac{3 \times U \times |F_z|}{CALPHA} \right)$$

A força lateral tem um valor de pico igual a $U \times |F_z|$ quando o ângulo de escorregamento (α) iguala ao ângulo de escorregamento crítico ($\alpha_crítico$).

Caso 1. Estado de Deformação Elástico: $|\alpha| \leq \alpha_crítico$

$$F_y = -U \times |F_z| \times (1-H^3) \times \text{sign}(\alpha)$$

onde:

$$H = 1 - \frac{CALPHA \times |\tan(\alpha)|}{3 \times U \times |F_z|}$$

Caso 2. Estado de escorregamento: $|\alpha| > \alpha_crítico$

$$F_y = -U \times |F_z| \times \text{sign}(\text{Alpha})$$

3.6.1.4. Momento de resistência ao rolamento

Quando o pneu rola para frente: $T_y = -\text{coeficiente de resistência ao rolamento } F_z$

Quando o pneu gira para trás: $T_y = \text{coeficiente de resistência ao rolamento } F_z$

3.6.1.5. Momento de auto-alinhamento (*aligning moment*)

Caso 1. Estado de deformação elástico: $|\text{Alpha}| \leq \text{Alpha}_{\text{crítico}}$

$$H = 1 - \frac{\text{CALPHA} \times |\tan(\text{Alpha})|}{3 \times U \times |F_z|}$$

$$T_z = (2U \|F_z\| R^2)(1 - H)H^3 \sin(\text{Alpha})$$

Caso 2. Estado de Escorregamento total: $|\text{Alpha}| > \text{Alpha}_{\text{crítico}}$

$$T_z = 0.0$$

A figura a seguir mostra gráficos para comparação de duas simulações de esterçamento realizadas com os dois diferentes modelos de pneus. As simulações descrevem o veículo em situação de esterçamento, com entrada de esterçamento de 45° e velocidade de 20m/s.

Figura 3.22: Comparação do esterçamento com diferentes modelos de pneus.

CAPÍTULO – 4

SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO MODELO LINEAR NA FORMA DE ESPAÇO DE ESTADOS

4.1. Introdução

Neste capítulo, são apresentados e discutidos aspectos do modelo linear obtido da linearização do modelo discutido no capítulo 3. A fim de obtermos uma real comprovação da utilidade e validade do modelo linear torna-se necessária uma análise quantitativa do mesmo. Esta análise corresponde a uma grande quantidade de simulações do modelo linear nos mesmos padrões das simulações realizadas para o modelo não linear, em que os resultados obtidos são comparados aos anteriores, de modo a comprovar as respostas do modelo às diversas entradas, tanto de distúrbios externos como de ações de comando do motorista. Desta forma podemos verificar a possibilidade da utilização do modelo linear obtido no projeto de sistemas de controle baseados em técnicas de sistemas multivariáveis na forma de espaço de estados. No capítulo 5 serão discutidas algumas destas técnicas.

4.2. Envelope Para Análise de Controle Linear

A definição do termo envelope é apresentada por COSTA (1992). O conceito de envelope (em inglês *flying envelope*) foi originado na área aeronáutica e se refere à faixa de operação de uma aeronave em função de sua velocidade, geralmente expressa como função da velocidade do som (*mach*), e a faixa de altitude que ela cobre (ADAMS et al. 1993). Um conceito similar chamado de faixa de dirigibilidade (do inglês *driving range*) foi usado no campo automotivo e geralmente se refere às faixas de acelerações longitudinal e lateral e velocidade longitudinal nas quais o carro pode operar, dada uma determinada condição de pista.

Neste trabalho o conceito de envelope de dirigibilidade (*driving envelope*) será usado de uma maneira diferente onde a idéia é definir uma faixa de operação, ou um conjunto delas, onde condições de linearização sejam válidas, podendo ser usadas para análises e projetos de controle.

As simulações de regime transiente são analisadas em comparação ao comportamento esperado de um sistema linear, resultante de análises dos autovalores/autovetores em determinados pontos de operação. A fim de também permitir comparações entre as várias representações lineares, ou seja, autovalores, autovetores e matrizes do sistema, em torno de diferentes pontos de operação, uma certa condição de operação é tomada como configuração de referência. As análises realizadas permitem a definição de faixas de operação onde a representação linear do sistema é válida, e estudos posteriores, como redução da ordem do modelo e análise e projeto de sistemas ativos, torna-se possível.

A obtenção de modelo linearizado é discutida na próxima seção.

4.3. Obtenção do Modelo Linear

O modelo linear descrito nesta seção é obtido através do comando `LINEAR`, presente no programa ADAMS, que calcula tanto os modos e autovalores do modelo como a representação na forma de espaço de estados (A , B , C , D). A representação

linear do modelo fornece importantes características do comportamento dinâmico do modelo. Propriedades de estabilidade do sistema têm relação direta com a parte real dos autovalores complexos. Autovalores com parte real positiva representam modos instáveis do sistema, enquanto que partes reais negativas representam modos estáveis. A análise dos autovalores ainda fornecem características do amortecimento e do comportamento oscilatório através de seus componentes reais e imaginários, respectivamente.

Os procedimentos descritos para a linearização das equações são descritos em SOHONI & WHITESELL (1986). As equações do modelo geradas para o modelo no ADAMS são dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} - \left[\frac{\partial \Phi}{\partial q} \right]^T \lambda = F \quad (4.1)$$

$$\Phi(q, t) = 0$$

onde :

T = energia cinética do sistema;

q = representam as coordenadas utilizadas para descrever o sistema;

Φ = conjunto de vínculos do sistema;

λ = forças de reação devido aos vínculos Φ ;

F = forças generalizadas;

Se a energia cinética T for escrita em termos das coordenadas q e suas derivadas, teremos um sistema misto de equações algébricas e diferenciais de segunda ordem, gerando um grande vetor de equações implícitas na forma $G=0$, onde: $G(q, \dot{q}, \ddot{q}, \lambda, f, t) = 0$.

Estas equações podem ser transformadas em equações de primeira ordem usando:

$$Y = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ \lambda \end{bmatrix}, \text{ resultando em } G = (Y, \dot{Y}, f, t) = 0 \quad (4.2)$$

As equações da forma (4.2) podem ser linearizadas em torno de um ponto de operação $Y^* = (Y_0, \dot{Y}_0, t)$ resultando em:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial Y} \right)_{Y^*} \delta Y + \left(\frac{\partial G}{\partial \dot{Y}} \right)_{Y^*} \delta \dot{Y} = 0 \quad (4.3)$$

Nesta representação, δY e $\delta \dot{Y}$ são pequenas perturbações em torno do ponto de operação Y^* .

É importante notar que as duas matrizes da equação (4.3) são as mesmas que constituem o Jacobiano (3.13) descrito no capítulo anterior. Portanto, a integração numérica presente na solução das equações do sistema já fornece bases para a construção do modelo linear. Estas matrizes possuem contribuições de equações algébricas das restrições, resultando em matrizes esparsas. Portanto, é necessário reduzir estas equações para uma realização mínima.

Como as equações das restrições são equações algébricas que expressam relações entre variáveis, elas permitem que um conjunto de variáveis seja descrito em função de outro conjunto de variáveis. Equações algébricas são da forma:

$$\Phi_q \delta q = 0 \quad (4.4)$$

onde: Φ_q = matriz de derivadas parciais das equações de restrição em relação a q .

Para um sistema com m equações de restrição e n coordenadas, Φ_q tem dimensão $m \times n$. Desta forma, o grau de liberdade do modelo é $k = n - m > 0$. Então, Φ_q é uma matriz retangular e o sistema de equações $\Phi_q \delta q = 0$ possui maior número de coordenadas do que equações. Desta forma, é possível achar uma submatriz não singular de Φ_q e usar (4.4) para escrever:

$$\begin{bmatrix} \Phi_u & \Phi_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{bmatrix} = 0 \quad (4.5)$$

onde Φ_u = matriz não singular $m \times m$

Φ_v = submatriz $m \times k$

δu = m variáveis dependentes

$\delta v = k$ coordenadas generalizadas (variáveis independentes)

Pode-se obter então as variáveis dependentes em termos das coordenadas generalizadas:

$$\delta u = R \delta v \quad (4.6)$$

onde $R = -\Phi_u^{-1} \Phi_v$

Diferenciando a equação (4.6) com relação ao tempo temos (assume-se que a matriz R não muda com relação ao tempo na vizinhança do ponto de operação Y^*):

$$\delta \dot{u} = R \delta \dot{v} \quad (4.7)$$

onde $\delta \dot{u}$ = velocidades dependentes

$\delta \dot{v}$ = velocidades generalizadas

Usando as relações (4.6) e (4.7) é possível transformar o problema de pequenos deslocamentos para termos de coordenadas generalizadas v e velocidades generalizadas $\dot{v}$. A eliminação dos multiplicadores de Lagrange é realizada ao mesmo tempo. Com a eliminação algébrica das coordenadas, o sistema linear resultante é de realização mínima e tem a forma:

$$[M] \dot{r} = [K] r \quad (4.8)$$

onde: $[M]$ e $[K]$ são matrizes de coeficientes constantes

$$r = [v \ \dot{v}]^T$$

As matrizes M e K são quadradas de dimensão $2 \times$ número de graus de liberdade. Nesta forma a matriz M é inversível. Identificando as entradas e saídas, o modelo linear para um sistema no ADAMS pode ser escrito na forma de espaço de estados:

4.3.1. Modelo na Forma de Espaço de Estados

O modelo na forma de espaço de estados é dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{4.9}$$

Como a finalidade é obter modelos lineares capazes de representar o modelo não linear original em diferentes condições de operação, várias situações são utilizadas na geração das matrizes de estado do sistema.

As matrizes provenientes da linearização foram originadas de acordo com o tipo de simulação envolvida, uma vez que para cada situação existe um tipo de matriz já que o sistema é linearizado em diversas condições de operação. A nomenclatura utilizada para as matrizes foi a mesma utilizada em BARBIERI (1996), só que adaptada para o português. Os termos são originados em inglês pelo fato do primeiro trabalho ter se realizado na Inglaterra. Este tipo de nomenclatura facilita a identificação do tipo de simulação e as condições da mesma, facilitando a utilização das matrizes nas simulações e análises realizadas posteriormente.

Por exemplo, quando o veículo se encontra a 10 m/s e é dada uma entrada degrau de esterçamento de 45 graus, no modelo não linear, foi gerada uma matriz A que corresponde a esta condição e então temos a matriz $CL14$. Combinando-se as várias condições de velocidade e esterçamento teremos várias matrizes que correspondem a linearização daquela determinada condição de operação do veículo. O termo CL corresponde a uma situação de “Curva” com um modelo de pneu “Linear”. Foram obtidas também matrizes para outros modelos que utilizam uma modelagem não linear dos pneumáticos. As matrizes CNL descrevem as situações onde o modelo do pneu é “Não Linear” e o veículo está fazendo uma “Curva”. As matrizes RL e RNL descrevem o veículo andando em linha reta com modelo de pneu linear e não linear respectivamente.

As matrizes da planta originadas com o modelo de pneu linear têm dimensão original 20x20, enquanto as matrizes originadas com o modelo de pneu não linear têm dimensão 28x28. As matrizes B , C e D são dependentes das definições das saídas e entradas impostas ao sistema e serão apresentadas a seguir.

As primeiras verificações da validade dos modelos lineares obtidos foram as análises dos autovalores e dos modos de cada uma das condições de operação de linearização. Posteriormente, os modelos linearizados foram utilizados em simulações semelhantes às descritas no capítulo anterior a fim de verificar a validade do modelo linearizado como representação matemática do veículo. Estas análises são apresentadas mais adiante. Também são verificadas propriedades como condicionamento, observabilidade/controlabilidade, redução da ordem do modelo, resposta em frequência, entre outras, para obtenção de bases para o desenvolvimento de sistemas de controle capazes de gerenciar o modelo de forma integrada.

4.3.1.1. Elementos da Matriz A

O vetor de estados, automaticamente gerado no ADAMS, é composto pelas coordenadas generalizadas q e pelas velocidades generalizadas u , conforme descrito anteriormente. Maiores detalhes sobre a linearização de equações baseadas na formulação de Lagrange para sistemas multicorpos podem ser vistos em GONTIER & LI (1995).

Segundo SOHONI¹, as coordenadas generalizadas escolhidas como variáveis de estado são aquelas que apresentam as mais rápidas variações dentro do modelo. As linearizações devem ser realizadas em torno do ponto de operação, após realização de uma simulação estática ou dinâmica. Para todas as matrizes obtidas, as linearizações foram feitas após simulação dinâmica, nas várias condições apresentadas no item 3.5.

O vetor de estados obtido varia de acordo com o modelo de pneu e de modelagem do conjunto roda/suspensão utilizado. Nos estados apresentados a seguir, obtidos com o modelo de pneu linear, os deslocamentos e velocidades são dados em função das coordenadas x , y , z e de suas respectivas derivadas, enquanto que os deslocamentos angulares são dados em termos dos ângulos de Euler: ψ , θ e ϕ , em torno de z , y e x , respectivamente.

¹ consulta pessoal através de *e-mail*. Vikram Sohoni é um dos desenvolvedores do programa ADAMS.

Neste item só serão apresentados os estados do modelo na forma de espaço de estados obtido do modelo do ADAMS que utiliza modelo de pneu linear. Isso porque nas experiências anteriores, quando foram gerados os modelos em COSTA (1992) e BARBIERI (1996), os modelos linearizados que melhor representaram o sistema foram exatamente aqueles que incorporavam modelos de pneus lineares. Este fato também foi observado neste trabalho.

$$\begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \\ x8 \\ x9 \\ x10 \\ x11 \\ x12 \\ x13 \\ x14 \\ x15 \\ x16 \\ x17 \\ x18 \\ x19 \\ x20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u1 \\ q1 \\ u2 \\ q2 \\ u3 \\ q3 \\ u4 \\ q4 \\ u5 \\ q5 \\ u6 \\ q6 \\ u7 \\ q7 \\ u8 \\ q8 \\ u9 \\ q9 \\ u10 \\ q10 \end{bmatrix}$$

Onde em termos de coordenadas e velocidades generalizadas temos:

$x1=u1$: velocidade angular de rolagem da massa suspensa ($d\phi/dt$);

$x2=q1$: deslocamento angular ϕ da massa suspensa

$x3=u2$: velocidade lateral (dy/dt) da susp. diant. esquerda;

$x4=q2$: deslocamento lateral (y) da susp. diant. esquerda;

$x5=u3$: velocidade vertical (dz/dt) da susp. diant. esquerda;

$x6=q3$: desl. Vertical (z) da susp. diant. esquerda;

$x7=u4$: vel. angular. da susp. diant. esq.;

$x8=q4$: desl. ang. da susp. diant. esquerda;

$x9=u5$: veloc. do desl. ang. da susp. diant. dir.;

$x10=q5$: desl. ang. da susp. diant. direita;

$x11=u6$: vel. Vert. (dz/dt) da susp. tras. esquerda;

$x12=q6$: desl. Vert. (z) da susp. tras. esquerda;

$x13=u7$: veloc. do desl. ang. da susp. tras. esq.;

$x14=q7$: desl. ang. da susp. tras. esq.;

$x15=u8$: vel. longitudinal da susp. tras. dir.;

$x16=q8$: desl. longitudinal da susp. tras. dir.;

$x17=u9$: vel. lateral (dy/dt) da susp. tras. dir.;

$x18=q9$: desl. lateral (y) da susp. tras. dir.;

$x19=u10$: veloc. do desl. ang. da susp. tras. dir.;

$x20=q10$: desl. ang. da susp. tras. dir.;

4.3.1.2. Matrizes B , C e D

A matriz B do sistema na forma de espaço de estados tem dimensão igual ao número de estados pelo número de entradas. As entradas consideradas são em número de 17 e correspondem aos esterçamentos de todas as rodas, às forças de tração nas quatro rodas, às forças atuadoras em todos os quatro braços de suspensão, aos distúrbios verticais nas rodas e aos distúrbios aerodinâmicos na massa suspensa. Portanto, a matriz B tem dimensão 20×17 .

A matriz C depende da definição das variáveis que correspondem à saída do sistema. Neste caso, as saídas foram originalmente definidas de modo que fossem iguais às saídas do modelo gerado por COSTA (1992) e simulado em BARBIERI (1996). Deste modo a validação do novo modelo aqui gerado pode ser verificada comparando-se os resultados das simulações obtidas nos diferentes trabalhos. A matriz C originalmente tem dimensão 20×20 .

O vetor de saída é então definido como:

$y1$: deslocamento longitudinal;	$y11$: velocidade longitudinal;
$y2$: deslocamento lateral;	$y12$: velocidade lateral;
$y3$: deslocamento vertical;	$y13$: velocidade vertical;
$y4$: ângulo de guinada ("yaw angle");	$y14$: velocidade de guinada;
$y5$: ângulo de arfagem ("pitch angle");	$y15$: velocidade de arfagem;
$y6$: ângulo de rolagem ("roll angle");	$y16$: velocidade de rolagem;
$y7$: desl. angular da susp. dianteira esquerda;	$y17$: veloc. ang. da susp. dianteira esquerda;
$y8$: desl. angular susp. dianteira direita;	$y18$: veloc. ang. da susp. dianteira direita;
$y9$: desl. angular da susp. traseira esquerda;	$y19$: veloc. ang. da susp. traseira esquerda;
$y10$: desl. angular da susp. traseira direita;	$y20$: veloc. ang. da susp. traseira direita;

A matriz D é uma matriz nula pois nenhuma saída depende diretamente das entradas do sistema, possuindo dimensão 20×20 .

4.4. Análise e Simulação do Modelo Linear

4.4.1. Análise dos Autovalores

Conforme descrito na seção anterior, para cada condição de operação em conjunto com o pneu utilizado origina-se uma matriz A .

Por questões de facilidade de análise dos autovalores das várias matrizes, adotou-se como referência uma condição de operação onde o veículo está se locomovendo em linha reta, com uma velocidade de 20 m/s e com modelo de pneu linear. Dentro destas circunstâncias a análise dos autovalores da representação linear, em termos de frequências naturais e fatores de amortecimento é dada na tabela 4.1.

Devido à presença de ferramentas computacionais adequadas, a visualização e cálculos dos modos para as várias condições de simulação são facilitados no ADAMS. Os autovalores e os modos foram obtidos através do comando `linear`, descrito anteriormente, para várias condições de operação do veículo, iguais às descritas nas simulações do capítulo anterior. Os principais resultados são discutidos a seguir.

Dentre os resultados interessantes obtidos pode-se ressaltar, nas análises de regime transitório, a grande proximidade das respostas, em termos de fator de amortecimento e frequência natural, do modelo não linear com o modelo linearizado.

Através das simulações de distúrbio vertical da pista, pode-se ver que para os modos da dinâmica vertical o comportamento da dinâmica transiente é praticamente imutável, quando se utiliza entradas de alturas diferentes com a mesma velocidade. As formas das respostas são praticamente iguais, a não ser pela diferença de magnitude das entradas. Quando são analisadas as respostas às entradas de mesma altura com velocidades diferentes, nota-se que, em termos de frequência de oscilação e fator de amortecimento, os resultados são praticamente os mesmos. Tal fato é também observado quando se analisa os autovalores do modelo linear, que não se alteram com a mudança da velocidade do veículo, significando que uma aproximação linear é válida para representar a dinâmica do mesmo.

Já para as simulações de esterçamento, podemos notar que os modos da dinâmica lateral são os mais afetados pelas variações das condições de operação. A

quantidade de movimento que afeta os modos da dinâmica lateral mais significativamente é a velocidade longitudinal do veículo. A análise do Jacobiano do modelo não linear mostra que, para um veículo andando em linha reta, os modos da dinâmica lateral (velocidade angular/velocidade lateral) apresentam uma diminuição tanto na frequência natural como no fator de amortecimento com o aumento da velocidade. Para as velocidades longitudinais de 10 a 60 m/s, os autovalores, considerando-se o modelo de pneu linear utilizado, são apresentados na tabela 4.1, na forma de frequência natural e fator de amortecimento.

Velocidade	Linear	
	ω_n	ξ
m/s	rad/s	-
10	15,9	0,98
15	10,2	0,92
20	7,49	0,87
30	5,25	0,84
40	4,31	0,81
60	3,33	0,80

Tabela 4.1: Variação dos modos laterais em função da velocidade

4.4.2. Simulação do Modelo Linear

As simulações realizadas com o modelo foram obtidas através de ferramentas disponíveis no programa MATLAB. As simulações com o modelo linearizado são realizadas a fim de comprovar sua utilidade como uma representação do veículo em condições de operações reais.

As manobras simuladas foram iguais às das simulações do modelo não linear, a fim de se ter uma base para comparações dos resultados obtidos. No presente trabalho, foram somente realizadas simulações de regime transiente, sendo estas de quatro tipos:

- 1- entrada de esterçamento;
- 2- distúrbios verticais da pista;
- 3- distúrbios aerodinâmicos;
- 4- aceleração;

A resposta de sistemas na forma de espaço de estados é dada pelas equações:

$$x(t) = e^{At}x_o + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad (4.11)$$

$$y(t) = Ce^{At}x_o + Ce^{At} \int_0^t e^{-A\tau}Bu(\tau)d\tau + Du(t) \quad (4.12)$$

Os cálculos foram realizados através do comando LSIM, presente no MATLAB, que calcula a resposta de sistemas na forma de espaço de estados. Entretanto, quando este comando é usado, o vetor de entradas u deve ser transformado em uma matriz em que as colunas correspondem às entradas e as linhas correspondem aos valores de cada entrada para cada instante de tempo. Portanto, a matriz U deve ter o número de colunas iguais ao número de entradas, sendo que cada linha corresponde a um novo instante de tempo, de modo que a entrada seja discretizada.

4.4.2.1. Entrada de Esterçamento

Neste tipo de simulação, a entrada dada ao sistema foi o esterçamento das rodas dianteiras, de maneira semelhante à descrita para as simulações do modelo não linear, com ângulos de 10, 45 e 90 graus. O esterçamento consiste de uma entrada degrau nos referidos valores e o tempo de duração analisado para o período transitório é de três segundos.

A entrada de esterçamento é gerada no MATLAB como uma matriz U de dimensão 61x17, em que cada coluna corresponde a uma entrada e cada linha corresponde à variação do valor de entrada em função do tempo. O tempo de duração utilizado para as simulações foi definido como sendo de 0 a 3 segundos, adotando-se

um incremento de tempo de 0,01s. A entrada utilizada na forma de degrau tem o valor correspondente ao esterçamento de cada simulação.

Como o esterçamento foi assumido somente nas rodas dianteiras, apenas as duas primeiras colunas da matriz U foram usadas para fornecer as entradas das simulações.

As grandezas analisadas foram, conforme o previsto nas simulações do modelo não linear, aquelas que sofrem as maiores e mais significativas variações durante as manobras de esterçamento e que são definidas como variáveis de estado do modelo: velocidade de guinada, velocidade lateral e ângulo de rolagem. Para as simulações de cada ângulo de esterçamento com a respectiva velocidade longitudinal foram usadas as matrizes correspondentes à linearização nas mesmas condições de operação. Por exemplo, para simulações onde a velocidade é de 10 m/s e o ângulo de esterçamento é de 45 graus, a matriz A utilizada foi a matriz $CL14$, no caso de pneu linear, e a matriz $CNL14$, no caso de pneu não linear. Foram também realizadas simulações de esterçamento utilizando-se as matrizes RL e RN , que descrevem o veículo em linha Reta. Estas últimas também foram utilizadas pelo fato do comportamento dinâmico de um veículo não ser alterado em função do seu ângulo de guinada. Quando o veículo está realizando uma curva, ocorrem somente pequenas alterações nas condições de operação de arfagem, rolamento e elementos da suspensão, que pode ser confirmado pelo fato dos autovalores das matrizes linearizadas CL e RL serem muito próximos.

As simulações apresentadas neste item são referentes somente aos modelos linearizados que incorporam modelo de pneu linear, pois resultaram nas melhores respostas, quando comparadas às simulações do capítulo anterior. A seguir serão apresentadas algumas das simulações realizadas, com matrizes geradas com o veículo a 10, 20, 30 e esterçamento de 45°.

Figura 4.1: Resposta de *CL14* ao esterçamento

Figura 4.2: Resposta de *CL24* ao esterçamento.

Figura 4.3: Resposta de *CL34* ao esterçamento.

4.4.2.2 Distúrbios Verticais da Pista

Para as simulações de análise da dinâmica vertical do veículo, os valores e características dos distúrbios das simulações do sistema não linear são mantidas. Entretanto, somente foram realizadas simulações dos distúrbios de pista triangulares. Esse tipo de distúrbio corresponde à passagem do veículo por obstáculos de forma triangular, que variam de altura e que são conhecidos como *out-of-phase triangular bump*, por estarem em uma disposição em que o veículo passa primeiro com a roda esquerda e posteriormente com a roda direita pelo obstáculo (figura 3.15). A distância entre o primeiro e o segundo obstáculo é de 0,5 m. As velocidades utilizadas nas simulações são de 5, 10 e 15 m/s, onde para cada velocidade são usados obstáculos de três alturas diferentes : 0,01 , 0,05 e 0,1 m.

O tempo gasto para percorrer o obstáculo a cada instante de tempo depende de cada condição de velocidade do veículo. Portanto, a fim de se obter a matriz de entrada (U) para a simulação devemos transformar o distúrbio do domínio do espaço

para o domínio do tempo, uma vez que a matriz U deve ser colocada em função do tempo quando o comando LSIM é utilizado.

A descrição do perfil de entrada é, então, transformada do domínio do espaço para o domínio do tempo. Por exemplo, se o obstáculo a ser encontrado é de 1m de comprimento e o veículo está a uma velocidade de 10m/s, o veículo demorará 0,1s para percorrer todo o obstáculo. Se a distância inicial, para encontrar o primeiro obstáculo, é de 2,5m, o veículo demorará 0,25s para atingir o início do obstáculo. O tempo gasto pelo veículo em cada um destes casos depende da velocidade longitudinal e portanto, para cada caso de simulação, novos cálculos no domínio do tempo devem ser feitos.

Para cada condição de simulação foi gerado um vetor que correspondia à entrada do obstáculo triangular em cada roda, que era colocado nas colunas correspondentes às entradas de deslocamento na matriz U . O cálculo de um vetor de entrada pode ser visto a seguir.

Nesta situação adotada como exemplo, a velocidade do veículo é de 5m/s e a altura do obstáculo é de 0,01m. Como o comprimento do obstáculo é de 1m e ele se encontra a 2,5m de distância da posição inicial do veículo, o tempo gasto para chegar no obstáculo é de 0,5s e o tempo gasto para transpassá-lo é de 0,1s (para $v=5\text{m/s}$).

Figura 4.4: Distúrbio triangular no domínio do espaço e no domínio do tempo

As grandezas analisadas neste tipo de simulação foram: ângulo de rolagem, ângulo de arfagem, deslocamento angular da suspensão e deslocamento vertical da massa suspensa. Como as respostas analisadas não dependem das forças laterais dos pneus, as simulações foram feitas somente com as matrizes RL , que descrevem as relações matemáticas quando o veículo está se movimentando em linha reta e o modelo de pneu é linear. A seguir são apresentadas simulações nas mesmas condições do capítulo anterior.

Figura 4.5: Resposta de RL10 ao distúrbio da pista ($v=10\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)

Figura 4.6: Resposta de RL15 ao distúrbio da pista ($v=15\text{m/s}$, $h=0.1\text{m}$)

4.4.2.3. Distúrbios Aerodinâmicos

A resposta do veículo às entradas aerodinâmicas é analisada através da simulação de uma rajada de vento lateral. O modelo de vento lateral é representado por uma entrada de pulso quadrado de amplitudes de 3,54 , 7,08, 10,62 e 15,16m/s, para uma velocidade do veículo de 20m/s. A duração do degrau é de 2s. Os resultados analisados incluem a velocidade de guinada, a velocidade lateral e o ângulo de rolagem.

Para as simulações de incidência de vento lateral foi usada somente a matriz *RL20*, que descreve as relações quando o veículo se locomove em linha reta com uma velocidade de 20 m/s. As simulações apresentadas correspondem às entradas de 3,54 e 15,16 m/s para o vento lateral.

Figura 4.7: Resposta de *RL20* ao distúrbio aerodinâmico.

Figura 4.7: Resposta de *RL20* ao distúrbio aerodinâmico.

4.3.4. Aceleração

As simulações de aceleração são usadas para diagnosticar o comportamento das grandezas relacionadas à dinâmica longitudinal do veículo. A aceleração do veículo é proporcionada pela ação de forças que são utilizadas como entradas aplicadas às rodas na direção longitudinal. Estas entradas representam, de uma maneira aproximada, o sistema de tração do veículo, pois os modelos matemáticos do motor e transmissão não estão presentes no modelo do veículo utilizado.

A entrada de aceleração utilizada é aplicada às rodas traseiras, tendo as forças nas duas rodas valores iguais a 4.000 N, o que proporciona ao veículo uma aceleração de 0,5g. Uma rampa de duração de 0,5 segundos até a entrada em degrau representa os atrasos envolvidos na resposta do sistema de tração.

Figura 4.7: Resposta de *RL20* à aceleração

4.5. Comparação das Simulações

Neste capítulo, foram realizados diversos tipos de simulações a fim de comprovar a utilidade do modelo linearizado obtido. São apresentados vários resultados que descrevem o comportamento do veículo, exercitando os principais aspectos de dinâmica lateral, vertical e longitudinal presentes no modelo linear, desenvolvido na forma de espaço de estados.

A comprovação da utilidade do modelo linear, previamente validado qualitativamente, se faz através de comparações entre os resultados das simulações do modelo não linear com os resultados obtidos das simulações do modelo linearizado, sendo as duas simulações realizadas nos mesmos padrões. Pode-se dizer que a linearização resultou em um modelo capaz de representar o comportamento de um veículo em várias condições de operação diferentes, dentro do limite abrangido neste trabalho.

Entre todos os tipos de matrizes utilizadas os melhores resultados foram obtidos com as matrizes *RL* e *CL*, podendo utilizá-las para criar um envelope onde a representação linear do sistema é válida.

4.6. Propriedades do Modelo Linear

Algumas propriedades dos modelos linearizados, na forma de espaço de estados, são discutidas a seguir.

4.6.1. Condicionamento do Problema

Um problema é dito bem condicionado quando pequenas alterações nos dados causam apenas pequenas alterações correspondentes na solução. Um algoritmo é considerado numericamente estável se não introduz nenhuma sensibilidade adicional a perturbações, além da já inerente ao sistema. Portanto, um algoritmo estável não pode solucionar um problema mal condicionado, mas um algoritmo instável pode produzir respostas ruins mesmo para um problema bem condicionado.

Uma característica de modelos mais completos de veículos, quando as equações lineares são obtidas, é o mau condicionamento que apresentam. Isto indica a sensibilidade do modelo a desvios numéricos. Este fato ocorre devido à típica faixa de frequências presentes no modelo, de magnitude aproximada de primeira ordem. Como o número de condicionamento está associado com os valores singulares da matriz A , através do cálculo da raiz quadrada dos autovalores da matriz A ao quadrado quando a matriz é real, estes modelos podem resultar em sistemas mal condicionados quando os autovalores são pequenos. A seguir é apresentado o conceito de valores singulares de uma matriz, utilizados na obtenção do número de condicionamento da mesma matriz.

Para uma matriz complexa A de dimensão $m \times n$, os valores singulares de A são definidos como as raízes quadradas positivas dos autovalores resultantes do produto $A^H A$, se $m \geq n$ e AA^H se $m \leq n$, onde A^H é a transposta conjugada de A . A decomposição dos valores singulares (SVD) de A pode ser obtida como:

$$A = U \Sigma V^H \quad (4.13)$$

Onde U e V são matrizes unitárias de dimensão $m \times m$ e $n \times n$, respectivamente e Σ é:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde $\Sigma = \text{diag.}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r\}$ e $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$. Os elementos da diagonal são os valores singulares de A e as colunas U e V são chamados de vetores singulares esquerdo e direito, respectivamente. O valor σ_r dá uma medida de quão próxima a matriz A está próxima de uma matriz com posto $(r-1)$.

O número de condicionamento de uma matriz é dado por:

$$\text{cond}(A) = \frac{\sigma_M}{\sigma_m}, \text{ onde } \sigma_M \text{ é o maior e } \sigma_m \text{ é o menor valor singular. (4.15)}$$

Para a matriz de referência, $RL20$, o número de condicionamento é de aproximadamente $3 \cdot 10^{13}$, indicando o mau condicionamento do problema.

Uma forma de melhorar esta situação é utilizar uma transformação de similaridade para o sistema que resulta em uma realização balanceada. Esta realização balanceada é obtida através do comando `BALREAL` do MATLAB, que utiliza as equações de *Lyapunov* descritas abaixo:

$$\begin{aligned} A^T P + PA + BB^T &= 0 \\ e \\ A^T Q + QA + CC^T &= 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde P e Q são as soluções das equações em (4.16), sendo que P e Q são matrizes positivas definidas. Posteriormente, faz-se a fatorização $Q = RR^T$ e a decomposição dos valores singulares $RPR^T = U\Sigma U^T$. Daí obtemos a matriz de transformação T :

$$\begin{aligned} T &= \Sigma^{-1/2} U^T R \\ \text{e a transformação balanceada é dada por :} \\ (TAT^{-1}, TB, CT^{-1}, D) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Quando as matrizes utilizadas em (4.16) são uma realização balanceada, as equações de *Lyapunov* têm solução comum $P = Q = \Sigma$, sendo Σ diagonal. As

matrizes P e Q são chamadas de gramiano de controlabilidade e observabilidade, respectivamente.

Na prática, como o gramiano Σ representa a controlabilidade e observabilidade dos estados, também pode ser usado na redução da ordem do modelo, de modo a eliminar os estados que correspondem a pequenos valores singulares em Σ , sendo que a eliminação destes estados não prejudica as principais características de entrada/saída do sistema original. Esta abordagem será utilizada mais adiante para redução da ordem do modelo (para 19x19, eliminando uma variável de estado) e consequentemente melhora no condicionamento do sistema.

Outra recomendação na utilização dos gramianos de controlabilidade e observabilidade está no fato de que o modelo é mal condicionado e portanto as matrizes de observabilidade e controlabilidade, descritas abaixo, têm *rank* igual a 8, indicando que no modelo gerado existem somente 8 variáveis controláveis e observáveis. Entretanto, quando são utilizados os gramianos de controlabilidade e observabilidade este número sobe para 19, indicando observabilidade e controlabilidade completa.

4.6.2. Matriz Função de Transferência

Outra forma de representação de um modelo linear é o uso de matriz função de transferência. Esta matriz $G(s)$ é composta de elementos $g_{ij}(s)$ que relacionam a $i^{ésima}$ saída com a $j^{ésima}$ entrada do sistema. A matriz de transferência de um sistema MIMO é determinada pelas matrizes A , B , C e D da seguinte forma:

$$G(S)=C(sI-A)^{-1}B+D \quad (4.18)$$

Ou ainda $G(s)$ pode ser expressa como:

$$G(s) = \frac{C \cdot \text{adj}(sI - A)B}{\det(sI - A)} + D \quad (4.19)$$

Como $C \cdot \text{adj}(sI-A)$ é uma matriz polinomial, todo o pólo de $G(s)$ deve ser um zero de $\det(sI-A)$, ou seja, um autovalor de A . O contrário nem sempre é verdadeiro pois zeros de $\det(sI-A)$ podem ser cancelados na equação (4.19), não aparecendo em $G(s)$. Estes cancelamentos ocorrem quando a realização A, B, C, D não é controlável ou observável. Quando o sistema é controlável e observável, os pólos de $G(s)$ são os autovalores da matriz A . Neste caso, como a matriz envolve o menor número de variáveis de estado, a realização é denominada de realização mínima.

A matriz $G(s)$ pode ser obtida no Matlab, e para o modelo atual resulta em uma matriz 20×17 , resultando em 340 curvas de resposta em frequência, quando $G(s)$ é computada para diferentes valores de $s = i\omega$ ($i = -1^{1/2}$).

A resposta em frequência é um método alternativo de descrever a dinâmica do veículo, servindo como informação complementar. Por exemplo, o acoplamento de vários modos pode ser obtido pelo ganho estático quando $s = i\omega = 0$ ($i = -1^{1/2}$), indicando que a entrada tem pouco ou muito efeito sobre os valores de saída.

CAPÍTULO – 5

CENÁRIO ATUAL DE SISTEMAS DE CONTROLE APLICADO AOS VEÍCULOS

5.1. Introdução

Comparando-se os automóveis do início do século com os atuais pode-se notar a grande evolução a que foram submetidos. Com o avanço dos estudos de dinâmica, tornou-se possível inserir sistemas de controle para melhorar o desempenho dinâmico e, conseqüentemente, a estabilidade, dirigibilidade, segurança e conforto de veículos.

A utilização de sistemas de controle ativos em veículos tem uma história ainda curta, por ter seu início em meados da década de 70. Anteriormente a esta data, não se utilizava sistemas autocontrolados e uma representação convencional entre o veículo, o motorista e o meio ambiente pode ser vista na figura 5.1. Pode-se observar que as realimentações existentes nos sistemas de freio, direção e tração são resultados de ações de controle exercidas pelo motorista, ou seja, têm na sensibilidade do motorista o ponto fundamental do controle do movimento do veículo.

Figura 5.1: Representação convencional da interação motorista/veículo/meio-ambiente

Esta representação ilustra a não existência de sistemas autocontrolados. Os veículos eram compostos apenas por sistemas passivos. Se mudanças no comportamento dos sistemas do veículo fossem desejadas, como por exemplo uma alteração do comportamento da suspensão, somente poderiam ser feitas no estágio de projeto ou construção do mesmo.

Atualmente, a maioria dos veículos ainda opera de acordo com o modelo representado acima, mas há um grande número de automóveis incorporando controles em vários dos seus subsistemas. Apesar do uso de sistemas autocontrolados ainda ser modesto nos tempos atuais (estão presentes, em sua maioria, em carros de luxo ou esportivos), por causa dos altos custos envolvidos, para GOODALL & KORTÜM (1983), a expectativa do crescimento de suas utilizações se deve a fatores como:

- a) melhora de desempenho onde o potencial de sistemas passivos já se encontra esgotado;
- b) existência de técnicas de projetos assistidos por computador com *softwares* eficientes, confiáveis e com facilidades gráficas;
- c) experiência da indústria aeronáutica em sistemas de controle ativos que pode ser utilizada pela indústria automobilística;
- d) existência de *hardware* como microprocessadores, sensores e atuadores para implementações de realimentações complexas;

Um fato que deve ser levado em conta é a diferença de estágio de desenvolvimento entre setores de componentes de um veículo. Os avanços relacionados ao sistema de propulsão são muito mais significativos do que por exemplo os de sistema de direção. O desenvolvimento de tecnologias de controle do motor através de ignição e injeção eletrônicas (INOUE et al., 1990 ; KIENCKE, 1988), controle de tração (MOTOYAMA et al., 1993) e controle de freios (ESTEVES et al., 1992 ; WREDE et al., 1992) são tecnologias muito mais aperfeiçoadas e utilizadas que sistemas relacionados ao controle de suspensão (DARLING et al., 1992 ; SHUTTLEWOOD et al., 1993) e sistemas de controle de direção (PAWLAK et al., 1994).

Os motivos pelos quais os sistemas de controle relacionados às dinâmicas vertical e lateral dos veículos ainda se encontram em fase de projeto e adaptação, estão relacionados ao surgimento de técnicas de controle capazes de lidar com grande quantidade de dados e equações, que só ocorreu com o desenvolvimento de *softwares* de modelagem MBS e o surgimento de computadores mais potentes, de menor porte e muito mais baratos.

Uma idéia do atual estágio da utilização de sistemas de controle em veículos pode ser dada pelo diagrama da figura 5.2, que mostra o veículo composto por seus vários subsistemas e seus respectivos controles.

Figura 5.2: Sistemas de controles usados atualmente .

Como exemplos de sistemas autocontrolados, podemos citar o já largamente utilizado sistema de freios ABS e o sistema de suspensão ativa ou semi-ativa. Há

ainda muitos outros tipos de controles que são utilizados, como o AST (Automatic Stability Control), o controle de tração, o EDC (Electronic Damping Control), o DSC (para controle de estabilidade lateral) e o RDC, que monitora a pressão interna dos pneumáticos (WALLENTOWITZ 1990).

O desenvolvimento das técnicas de controle nos vários subsistemas ocorreu de maneira isolada. Os sistemas para o controle de freio, tração, suspensão e direção eram desenvolvidos separadamente. Não havia uma preocupação, por exemplo, em fazer interações de um sistema ABS com um sistema de controle de tração onde o coeficiente de adesão da pista poderia ser obtido pelo sistema de tração e ser utilizado pelo ABS, ao invés de ser obtido pelos dois sistemas quando um deles é acionado. Futuramente, a tendência na utilização de sistemas de controle estará na integração entre os vários controles de cada subsistema, de modo que um controle central realize uma maior coordenação e interação entre os subsistemas do veículo (TOKUDA, 1988; CHIKAMORI et al., 1989).

A revisão apresentada a seguir, abrange, de modo sucinto, trabalhos nas diferentes áreas citadas acima: suspensão, direção e propulsão, fornecendo bases para o desenvolvimento de um sistema de controle integrado para dinâmica veicular. Será dada uma maior ênfase para o controle de suspensão, pois foi o sistema de controle desenvolvido neste trabalho como primeiro passo na utilização dos modelos gerados para controle integrado do movimento. Alguns aspectos teóricos utilizados no desenvolvimento do projeto de controle de suspensão são também apresentados no próximo capítulo.

5.2. Controle do Conjunto de Força de Tração (*powertrain*)

O controle deste conjunto se refere ao controle do comportamento do veículo em um movimento de linha reta ou em situações de pequenas acelerações laterais. Em termos gerais, está relacionado com o controle de torque nas rodas, abrangendo os sistemas de freio, tração e propulsão.

5.2.1. Controle de Propulsão

O controle de propulsão abrange o controle do motor e transmissão. Devido à complexidade dos fenômenos físicos envolvidos, o desenvolvimento de sistemas de controle do motor envolve uma mistura de técnicas de modelagem teóricas e empíricas. Inclui calibração de malha aberta do motor e controle de realimentação de marcha lenta, mistura ar/ combustível e tempo de ignição (SWEET, 1982). Recentes aplicações fazem referência ao uso de metodologias de controle moderno, incluindo técnicas multivariáveis ótimas e adaptativas. (WAKEMAN et al., 1987; MOSKWA & HEDRIK, 1988; FUJI et al., 1987; BAUMGARTNER et al., 1987; BRAESS & THOMPSON, 1987).

HROVAT & POWERS (1987) descrevem o desenvolvimento de dois sistemas de controle: o controle de marcha lenta e o controle eletrônico de transmissão. No controle de marcha lenta o modelo resultante consiste de 20 variáveis de estado e 3 variáveis de controle (“throttle rate, spark rate, fuel flow rate”). Após a realização de várias simulações o modelo pode ser reduzido para um modelo de ordem reduzida linear com 5 variáveis de estado e 2 variáveis de controle, onde o controle é realizado com técnicas de controle ótimo. Técnicas de controle clássico (lugar das raízes, compensadores avanço-atraso e controladores PID) são também utilizadas.

O controle do motor também é usado diretamente no controle de transmissão, onde o torque do motor durante diferentes fases de mudanças automáticas de marcha minimizam transmissão de vibrações e aumentam a velocidade de sincronização (PETTERSON & NIELSEN, 2000).

Um interessante ponto a ser observado é que o controle de injeção de combustível e ignição são também dependentes dos estados do motor e são parte integral da maioria dos sistemas de gerenciamento do motor dos veículos atuais. Nesse sentido, também pode ser notada a tendência à integração do controle de dinâmica longitudinal, envolvendo combinação de sistemas de propulsão e sistemas de freios, assim como a integração do gerenciamento do motor (BONING et al. 1996) em conjunto com sistemas de transmissão para o controle de velocidade, denominado *cruise control* (HUNT et al., 2000; LIUBAKKA et al., 1993).

5.2.2. Controle de Tração e Frenagem

A aplicação de técnicas de controle automático em sistemas de freios abrange as áreas de sistemas de freios antiblocantes (ABS) e controle de tração e/ou escorregamento (ASR). Apesar do desenvolvimento de sistemas de freios antiblocantes datarem de meados de 1955, não foram introduzidos na produção de veículos até 1978. Segundo LEIBER & CZINCZEL (1979), as primeiras patentes de sistema anti – escorregamento datam de 1905. Em 1966, os problemas de controle haviam sido resolvidos, entretanto, os sistemas que mantinham a esterçabilidade falhavam devido aos sistemas eletrônicos.

O controle de torque dos freios é realizado via modulação da pressão das pastilhas no disco. A implementação prática do controle de torque dos freios em um sistema ABS pode ser feita usando-se uma grande variedade de esquemas de modulação de pressão, com diferentes tipos de circuitos hidráulicos e sensores. Configurações típicas envolvem circuitos de 4, 3 e 2 canais com 2, 3 ou 4 sensores (GRIMM, 1974; LEIBER & CZINCZEL, 1979; SHINOMIYA et al., 1988; NEWTON & RIDDY, 1984; MIYAKE et al. 1996).

A prevenção do travamento durante frenagem ou escorregamento das rodas durante aceleração tem como objetivo manter a estabilidade direcional do veículo, assegurando a melhor condição permitida de transmissão de força, devido às condições de contato pneu/pavimento. O principal problema de travamento ou escorregamento das rodas consiste no fato de que as forças laterais se tornam desprezíveis, impossibilitando o controle direcional, causando, possivelmente, instabilidade. O estudo da interação pneu/pavimento é fundamental no estudo das propriedades acima mencionadas (JANSEN et al., 1999; PACEJKA, 1983).

Entretanto, existem situações em que o sistema ABS perde desempenho. É o caso de condições de onde a pista apresenta neve ou gelo. Para este caso, LAYNE et al. (1993) apresentam o desenvolvimento de um controlador que utiliza um mecanismo de aprendizado que observa as saídas da planta e ajusta as regras de

controle através de um controlador *fuzzy*, de modo que o sistema completo funciona como um modelo de referência que caracteriza o comportamento desejado

O controle de grande escorregamento das rodas é feito por meio do controle de torque do freio em ABS e por meio da combinação do controle de torque do motor e freios para o ASR. Trabalhos em sistemas de controle de tração (ASR) são mais recentes e seguem desenvolvimentos em controle de frenagem (ABS). Sensores, inicialmente, designados para ABS são usados também para ASR. (CROSSLEY et al, 1985; MAISCH et al, 1987; THOMSON, 1985).

Uma das principais características de controladores ABS e ASR é a estimação de escorregamento das rodas e o coeficiente de fricção pneu/pavimento (GHORING, 1996). Um grande número de diferentes técnicas, com o propósito de obtenção destas quantidades, é descritas na literatura (BISIMIS, 1979; HOFFMAN, 1992, FENEL et al (1992, DEMEL, 1990, MAISCH et al., 1993, PARK & KIM, 1999).

No ASR, o controle de torque também apresenta uma variedade de conceitos de implementação. A BMW tem dois tipos de abordagens, uma que controla diretamente o escorregamento da roda e outra em que a atuação de controle é baseada na resposta dinâmica do veículo (W ALLENTOWIZ et al., 1988). STURM (1988) descreve o sistema usado pela Audi em que existem sensores de carga e aceleração lateral que compensam a distribuição de forças de tração/frenagem, obtendo compensação do momento de guinada. MAISCH et al. (1987) apresentam um grande número de estratégias de controle de torque do motor, variando desde a quantidade de admissão de ar, tempo de ignição até pulsos de injeção de combustível. SCHULZE & LISSEL (1988) apresentam a abordagem da Volkswagen para um sistema ASR em que a ação de controle é baseada na combinação de torque do motor e do freio para pequenos valores de velocidade do veículo.

5.2.3. Controle de Suspensão

O sistema de suspensão consiste no conjunto de elementos mecânicos que conecta o corpo do veículo e as rodas, cujo objetivo é proporcionar conforto e segurança para os ocupantes. Com relação ao conforto, a suspensão isola o habitáculo do veículo das vibrações, induzidas pela pista e/ou dos próprios elementos da suspensão. Em termos de segurança, a principal função da suspensão é controlar os deslocamentos relativos do veículo e das rodas, devendo suportar o peso do veículo, controlando suas inclinações e garantindo boas condições de contato entre pneu/pista.

Suspensões convencionais são resultado de muito estudo e pesquisa, envolvendo engenhosos conceitos de conexões e propriedades de molas e amortecedores. São classificadas como sistemas passivos, pois não requerem nenhuma fonte de energia para sua operação.

O desenvolvimento dos sistemas de suspensão convencionais chegou a um estágio em que melhorias de desempenho, em termos de conforto, só podem ser obtidas em detrimento da segurança e vice-versa. Esse compromisso indica claramente o esgotamento do potencial de desenvolvimento do sistema convencional, baseado em molas e amortecedores de características fixas. Essas limitações, reconhecidas há muito tempo, têm desafiado projetistas e pesquisadores a buscar soluções inovadoras.

O desenvolvimento da microeletrônica e a utilização de teorias de controle possibilitou o surgimento de inovações, levando ao desenvolvimento das chamadas suspensões ativas. Um grande número de artigos é devotado a essa área e algumas revisões podem ser vistas em (GOODALL & KORTUN, 1983; HEDRICK & WORMLEY, 1975; SHARP & CROLLA, 1987). Há diferenças essenciais entre as suspensões convencionais e as suspensões ativas que permitem com que estas últimas superem as limitações de desempenho inerentes aos sistemas passivos. As molas e amortecedores convencionais geram força apenas em resposta a movimentos relativos em suas extremidades, ao passo que os atuadores das suspensões ativas podem, a princípio, gerar forças em função de quaisquer variáveis, relativas ou absolutas, medidas por sensores localizados em pontos remotos do veículo e/ou estimadas por

meio de algoritmos computacionais e processadas através de sistemas de controle. As suspensões ativas podem também variar suas características segundo as condições de operação instantâneas, detectadas pelos sensores, obedecendo a alguma estratégia de adaptação pré-definida (KARNOPP, 1986). Além disso, as suspensões ativas podem introduzir energia no sistema, enquanto que as suspensões passivas estão limitadas a dissipar e armazenar energia (nos amortecedores e nas molas, respectivamente).

Muitos tipos de sistemas de suspensão ativos têm sido propostos, inclusive suspensões que ao invés de introduzir energia, apenas controlam sua taxa de dissipação e/ou de armazenamento. Tais sistemas, denominados semi-ativos e(ou) adaptativos, são considerados casos particulares, enquadrados na categoria geral das suspensões ativas. A suspensão semi-ativa é uma solução intermediária que requer menor consumo de energia que as suspensões ativas, tendo também menor custo e mais fácil implementação (GIUA et al., 1999). A designação “suspensão ativa” tem sido utilizada indistintamente para denominar todos os sistemas de suspensão cuja atuação é condicionada através de informações fornecidas por sensores instalados no veículo. Estas informações são processadas por meio de algum tipo de controlador que ajusta os parâmetros da suspensão segundo uma estratégia pré-definida. São encontrados também termos como “suspensão eletrônica” ou “suspensão computadorizada”, ou ainda “suspensão inteligente”. Uma classificação mais amplamente reconhecida divide as suspensões inteligentes em quatro categorias (SANCHEZ, 1997 ; CROLLA, 1988; BARBIERI, 1993 – nestes trabalhos são encontradas revisões sobre as implementações e filosofias adotadas pelos fabricantes de veículos e sobre os vários tipos de suspensões inteligentes):

- 1) **Suspensões adaptativas:** são essencialmente suspensões passivas cujos parâmetros podem ser ajustados em resposta às alterações nas condições de utilização do veículo. Os parâmetros a serem adaptados são, geralmente, o coeficiente de amortecimento, rigidez das molas e altura da suspensão. Os sistemas mais simples limitam-se à utilização de amortecedores discretamente ajustáveis. O controle de rigidez e altura podem ser incorporados por suspensões pneumáticas. Nas suspensões

adaptativas as mudanças de amortecimento e rigidez não ocorrem a todo instante, mas em resposta a eventos ocasionais que envolvem altas velocidades e mudanças bruscas no comportamento do veículo (freadas fortes, curvas acentuadas, etc...). Apesar entrarem em atuação ocasionalmente, o chaveamento para mudança deve ocorrer rapidamente a fim de proporcionar respostas rápidas a eventos bruscos. Entretanto, verifica-se que a variação (chaveamento) demasiadamente rápida do coeficiente de amortecimento quando a velocidade do amortecedor é alta causa vibrações indesejáveis. Deste modo, é conveniente realizar o chaveamento de forma contínua ou quando a velocidade no amortecedor estiver mudando de sentido, ou seja, quando for praticamente zero. Temos portanto que o funcionamento de um sistema adaptativo baseia-se em elemento passivos ajustáveis que reagem às velocidades e deslocamentos de seus terminais.

- 2) **Suspensões totalmente ativas:** são suspensões que somente reagem a uma carga quando comandadas para fazê-lo.. Num sistema totalmente ativo não existe a limitação de que as forças aplicadas pela suspensão tenham sempre sentido contrário ao movimento relativo entre as massas suspensa e não suspensa. Para que as forças possam agir no mesmo sentido do movimento relativo é necessário introduzir energia no sistema através de atuadores rápidos. Devido a esta característica, as suspensões totalmente ativas tornam possível a implementação de uma grande quantidade de estratégias de controle que obedecem requisitos de desempenho pré-definidos. Deste modo pode-se alcançar níveis de performance acima dos sistemas passivos. Entretanto, possui desvantagens como complexidade (instrumentação, algoritmos de controle, tempo de processamento das informações, energia requerida pelos atuadores, etc) e custo.
- 3) **Suspensões ativas lentas:** são também denominadas suspensões ativas de banda estreita e podem ser consideradas como uma evolução dos sistemas adaptativos com regulação automática de altura, possuindo, entretanto,

atuadores mais rápidos capazes de controlar, além da compensação de carga estática, os movimentos de rolagem e arfagem da massa suspensa. É chamada de suspensão ativa lenta pois o atuador deve ser capaz de operar na faixa de frequência dos modos de massa suspensa (geralmente abaixo de 3Hz). Os sistemas ativos lentos têm sido apontados como uma alternativa interessante aos sistemas totalmente ativos pois necessitam de atuadores que consomem menor energia. Um exemplo deste sistema foi a suspensão utilizada pela equipe Williams de Fórmula 1, que levou a equipe à conquista arrasadora de dois campeonatos consecutivos em 1992 e 1993 (SANCHEZ, 1997). O sistema proporcionava que o veículo tivesse menores variações do posicionamento do chassi, diminuindo as variações de cargas aerodinâmicas, importantíssimas para o comportamento de um Fórmula 1.

- 4) **Suspensões semi-ativas:** estes sistemas tentam reproduzir aproximadamente o funcionamento dos sistemas totalmente ativos. A diferença fundamental está no fato de que os sistemas semi-ativos não podem introduzir energia, mas somente dissipá-la. É igual a um sistema totalmente ativo modificado de modo que o atuador somente dissipe energia. Deste modo, os atuadores são elementos dissipativos controláveis (geralmente amortecedores variáveis) nos quais as forças de atuação reproduzem as forças que seriam geradas por um atuador totalmente ativo, mas somente no sentido contrário aos deslocamentos relativos de seus terminais. Devido ao custo de produção e manutenção significativamente inferior aos sistemas totalmente ativos, eliminando a necessidade de bombas, acumuladores, reservatórios, tubulações e ainda devido à redução de consumo de combustível, a indústria tem concentrado seus esforços no desenvolvimento de sistemas semi-ativos.

Os sistemas ativos proporcionam uma flexibilidade de projeto muito grande, e envolvem uma quantidade de parâmetros e uma possibilidade de opções muito maior que as suspensões comuns. A maior complexidade das suspensões ativas requer a utilização de ferramentas de projeto mais sofisticadas, como a simulação computacional através de modelos matemáticos capazes de reproduzir o comportamento do veículo com grande precisão. Esta demanda vem sendo atendida por softwares de simulação de sistemas multicorpos, que permitem a construção de verdadeiros “protótipos virtuais” e possibilitam o teste de inúmeras alternativas de projeto antes que qualquer protótipo físico tenha de ser construído

Trabalhos comparando sistemas de suspensão totalmente ativos, semi-ativos e passivos foram publicados por ANDERSON & HANNA, 1989 e HAC, 1991, entre outros.

A maioria dos estudos teóricos usa modelos de $\frac{1}{4}$ de veículos com 2 graus de liberdade (MASTINU, 1988; KARNOPP, 1986; ACKER et al, 1989; HROVAT, 1990; CROLLA, 1989; DECKER et al., 1988). Este tipo de modelo contém as características básicas do problema real e possui a vantagem de grande simplificação da modelagem, análise e projeto da suspensão. Entretanto, não levam em conta importantes aspectos como o acoplamento entre vários graus de liberdade, a correlação das entradas da pista para todas as quatro rodas e os efeitos de transferência de carga para as forças dos pneumáticos. Alguns estudos levam em conta esses efeitos utilizando-se modelos mais complexos, nos quais procurou-se desacoplar alguns dos modos (MALEK & HEDRICK, 1985) e outros realizaram análises comparativas entre sistemas passivos, semi-ativos e ativos, incorporando esses efeitos de acoplamento. (BARAK & HROVAT, 1988). O controle de distribuição do momento de rolamento, que influencia a distribuição de carga lateral e conseqüentemente o comportamento lateral do veículo, também é abordado como controle de suspensão. A distribuição da resistência ao movimento de rolamento entre os eixos dianteiro e traseiro, através de suspensões ativas, é capaz de modificar comportamentos de sobre ou subesterçamento dos veículos (WILLIAMS & HADDAD, 1995).

A maior parte dos trabalhos utiliza a teoria de controle ótimo (LQR ou LQG) devido ao tipo de abordagem requerida ao projeto de suspensão que envolve objetivos conflitantes em uma função de custo. Outro fato é a fácil aplicação destas técnicas, contudo, a escolha das matrizes de ponderação (*weighting matrices*) parecem, de algum modo, arbitrária. Normalmente são usados índices de performance envolvendo soma de valores médios quadráticos de aceleração do veículo, cargas dinâmicas do pneu, espaço de trabalho da suspensão e algumas vezes forças dos atuadores (COSTA, 1992,; ABDEL HADY & CROLLA, 1989; FUKURAWA, 1985).

Estudos iniciais assumem disponibilidade de todos os estados, mas estudos mais recentes supõem disponibilidade limitada de estados, e usam técnicas de estimação de estados. (METZ & MADDOCK, 1986; RAJAMANI & HEDRICK, 1995; VENHOVENS, 1999; YI et al, 1999). O projeto dos observadores usa medidas de fácil acesso, como acelerações, e garantem boa estimação de deflexão e velocidade da suspensão (YI & SONG, 1999).

Poucos trabalhos utilizam modelos dinâmicos completos de veículo para projeto de sistemas de controle multivariáveis para suspensão (BARAK & SACHS, 1985; MALEK & HEDRICK, 1986).

Recentes aplicações apresentam projetos de domínio da frequência multivariável, utilizando técnicas de controle robusto H^∞ e desacoplamento de modos em modelos completos de veículo (HAYAKAWA et al., 1999; HIRATA et al., 1995).

Pode-se encontrar também diferentes abordagens, como a utilização de geometria variável para controle de atitude da suspensão. Esta não é uma idéia nova, podendo ser encontrada em uma motocicleta Velocett Thruxton, de 1965, em que um ajuste manual do ângulo do conjunto mola/amortecedor traseiro podia alterar o comportamento da suspensão. Uma abordagem bem mais atual, é utilizada por WATANABE & SHARP (1999), em que um sistema de geometria variável é controlado pelo aprendizado de redes neurais. Redes neurais utilizadas para aprendizado em controle de suspensões foram objeto de pesquisa em MORAN & NAGAI (1992) e NARENDRA & PARTHASARATHY (1991).

O controle de suspensão também pode ser abordado através de lógica Fuzzy. KASHANI & STRELOW (1999) desenvolveram uma suspensão semi-ativa em que o ajuste do coeficiente de amortecimento é feito através de estratégias de controle que usam lógica Fuzzy.

Devido a não-linearidades presentes em suspensões ativas e semi-ativas, alguns autores fazem uso de sistemas de controle adaptativos, como o sistema de referência- modelo (MUIJDERMAN et al., 1999; CHIEN & FU, 1994; FOAG, 1988; LANGLOIS et al., 1991), sistemas de identificação de parâmetros (ALLEYNE & HEDRICK, 1995)

5.2.5. Controle de Esterçamento

O controle de esterçamento tem o objetivo de melhorar o comportamento do veículo, envolvendo principalmente os graus de liberdade de deslocamento lateral, guinada (*yaw*) e rolamento (*roll*). Veículos automaticamente esterçados ou guiados (*path tracking*) é uma importante área de pesquisa que pode ser classificada como controle de esterçamento, entretanto, este assunto não será abordado neste trabalho. Revisões e referências nesta matéria são numerosas e podem ser vistas em GOODALL & KORTUM (1983) e mais recentemente em WICKENS (1991), SAMPEI et al. (1995), ACKERMANN et al. (1995) e CHEN et al. (2000).

Embora a história do esterçamento nas quatro rodas (4WS) date do final da década de 60, não recebeu atenção considerável das comunidades científica e industrial até a década de 80.

O principal objetivo de se usar esterçamento adicional das rodas traseiras é aumentar a estabilidade e diminuir o tempo de resposta de veículos em alta velocidade como também aumentar a manobrabilidade em baixa velocidade. A literatura aborda vários meios de se conseguir tais objetivos (JIA, 2000). Entretanto, pode-se dizer que características comuns das soluções obtidas envolvem o controle do ângulo de esterçamento das rodas traseiras em direção oposta ao ângulo de esterçamento das rodas dianteiras para manobras de baixa velocidade e o esterçamento em fase para os dois eixos, em altas velocidades. Algumas importantes características dessas

abordagens são a projeção da traseira do veículo para grandes ângulos de esterçamento, aumento do raio de curvatura em altas velocidades e em consequência o aumento de características subesterçantes. Uma das mais simples estratégias de esterçamento das rodas traseiras é o sistema desenvolvido pela Honda, descrito por SANO et al. (1986) no qual o ângulo de esterçamento traseiro é uma função linear do ângulo de esterçamento dianteiro, que é implementado na prática através do uso de um engenhoso mecanismo.

Segundo SHIBAHATA et al. (1986), a filosofia da Nissan é controlar ângulo de escorregamento lateral no centro de massa, mantendo-o nulo, baseado no fato de que este ângulo é uma informação básica necessária para a ação de controle do piloto e de difícil percepção.

Um princípio similar de controle das rodas traseiras é adotado, no qual o ângulo de esterçamento traseiro é variado em oposição de fase para baixas velocidades e em fase para altas velocidades. Novamente observa-se uma grande variação no raio de curvatura com o aumento da velocidade, resultando em uma forte característica subesterçante. Ao mesmo tempo, o ganho de aceleração lateral e velocidade de guinada com relação ao ângulo de esterçamento diminui abruptamente, indicando pior controlabilidade. Posteriormente em outra publicação a adição de um tempo de atraso na entrada de esterçamento traseira é utilizada para melhorar a resposta transiente (COSTA, 1992; MOURI et al. 1988).

SENGER (1988) propõe uma abordagem similar, mas com o objetivo adicional de manter um comportamento neutro e para tanto adota um ângulo de esterçamento traseiro que é função do produto da velocidade de guinada e da velocidade longitudinal. Posteriormente, em outra publicação, ele também propõe o uso de um observador de estados para reduzir o número de transdutores necessários no sistema (SENGER & KORTUM, 1989).

WILLIAMS & HULAN (1989) também reporta o estudo de performance de várias estratégias de esterçamento traseiro e a utilização de um filtro de Kalman como observador de estados. O uso de observadores que sejam capazes de estimar o comportamento lateral do veículo é de muita utilidade em sistema de segurança que permitam evitar acidentes (LIN et al., 2000; FUKADA, 1999).

LUGNER et al. (1988) apresentam um trabalho envolvendo um controle de movimento integrado que controla as forças dos pneus, usando esterçamento das rodas traseiras ou forças de frenagem para melhorar o comportamento de dinâmica lateral.

NAGAI (1989) propõe um sistema de controle de referência-modelo com duas diferentes estratégias. Na primeira, as rodas dianteiras e traseiras são esterçadas por cálculos diretos, realizados com o modelo, enquanto que na segunda, os esterçamentos são tanto calculados com o modelo como realimentados pelo veículo real. O processo de realimentação usa realimentação de estados e a matriz de ganho é a solução de um problema LQR com função de custo dependente da velocidade de guinada, aceleração lateral e ângulos de esterçamento dianteiro e traseiro.

Para o controle de esterçamento a maioria dos trabalhos é baseada em modelos de 2 graus de liberdade, chamados de modelo bicicleta (*bicycle model*). Entretanto, existe preocupação sobre a influência dos outros graus de liberdade da dinâmica veicular, assim como suas influências nas forças dos pneus em situações de aceleração e frenagem, quando há transferência de carga entre os eixos dianteiro e traseiro (JIA, 2000; RAY, 1995).

Trabalhos mais recentes envolvem modelos mais complexos, visando a integração do sistema de esterçamento com outros sistemas de controle do veículo (OHYAMA, 1996).

5.3. Controle Integrado

Os sistemas eletronicamente controlados aumentaram muito a segurança em veículos através da otimização do contato entre o pneu e o pavimento, levando-se em conta todas as direções: longitudinal, vertical ou lateral. Sistemas de freio anti-blocantes (ABS), tração nas quatro rodas (4WD) e sist. controle de tração (TCS) são três das mais populares tecnologias utilizadas para otimizar a estabilidade na direção longitudinal. Na vertical, sistemas de estabilização de rolamento e suspensões

inteligentes são implementados, apesar de estarem ainda em estágio inicial em termos de produção. Sensores que detectam o ângulo de rolamento do veículo podem também serem usados na prevenção de capotamento e ainda no ativamento de *airbags*. A estabilidade lateral pode ser otimizada por sistemas de controle de chassi como o esterçamento nas quatro rodas, ou por sistemas que compensam o sub\sobrerterçamento conhecidos como *eletronic stability programs (ESP – vide figura 5.4)*.

O próximo passo, já presenciado atualmente para alguns sistemas, é a integração e a coordenação entre estes vários sistemas citados anteriormente. Um controle integrado inclui os efeitos de propulsão, direção e suspensão agindo simultaneamente. Com esta ação conjunta, o veículo pode se adaptar a qualquer condição de dirigir, ou seja, há uma otimização das forças laterais, longitudinais, assim como do posicionamento do chassi, proporcionando maior estabilidade e dirigibilidade, aumentando a segurança e o conforto, que são justamente os objetivos perseguidos pela indústria automobilística.

Um controle integrado necessita de um gerenciador central que comande e coordene os vários sistemas de controle presentes no veículo. O diagrama da figura 5.3 ilustra esta situação.

Figura 5.3: Representação de um sistema de controle integrado.

A utilização de um sistema de controle integrando um sistema ABS com um sistema ASR é mostrado no artigo *INTUITIVE handling control system* (1993). É apresentado um algoritmo para a estabilização de um veículo em situações críticas durante manobras de frenagem e esterçamento. O diagrama da figura 5.4 ilustra a estabilização em condições de *oversteer* e *understeer*.

ERHARDT et al. (1995) apresentam o VDC (Vehicle Dynamics Control), que utiliza o controle da velocidade de guinada e do ângulo de escorregamento do veículo a fim de proporcionar melhores condições de estabilidade em pistas com baixos coeficientes de adesão, como é o caso de pistas com gelo. Geralmente, os sistemas de controle de direção utilizam somente a realimentação da velocidade de guinada do veículo. A introdução da realimentação do ângulo de escorregamento forneceu ótimos resultados, melhorando a dirigibilidade do veículo neste caso.

Figura 5.4: Controle de sub e sobre-esterçamento (*understeer* e *oversteer*).

MITAMURA et al (1988) mencionam a necessidade de uma integração entre os sistemas ABS, 4WS e 4WD para se obter uma melhor performance do veículo. A dinâmica do veículo com suas características de tração, frenagem, dirigibilidade e estabilidade são dependentes das forças que agem entre o pneu e a superfície da pista. Portanto, o problema consiste em obter forças nos pneumáticos de intensidade suficiente, controlando alinhamento, escorregamento e distribuição de forças nos pneus. Os sistemas ABS, 4WD e 4WS instalados como sistemas isolados, pela sua eficiência, não compensam seu custo e peso. A força de adesão do pneu é dependente dos seguintes fatores:

- a) alinhamento do pneu;
- b) taxa de escorregamento do pneu;
- c) ângulo de escorregamento do pneu;
- d) carga vertical no pneu;

O fator mais importante para a força de adesão é a carga vertical no pneu. O veículo apresenta um desbalanceamento para esta carga em cada pneu, portanto, é de máxima importância a compensação deste desbalanceamento a fim de dar máxima potencialidade para cada um dos quatro pneus. Os autores propõem então uma integração entre os sistemas ABS, 4WD e 4WS a fim de melhorar o balanceamento de forças e permitir melhor desempenho. O problema de curvas acentuadas para tração rígida nas 4 rodas é solucionado com um acoplamento viscoso entre o eixo e traseiro com diferencial central. Um novo sistema ABS de 2 canais pode utilizar a restrição do 4WD para os eixos dianteiro e traseiro sem deteriorar a performance da frenagem. O 4WD assume a rigidez de esterçamento como constante, então usa-se o controle da taxa de escorregamento para balancear a rigidez de esterçamento entre os eixos dianteiro e traseiro.

Uma confirmação da atual tendência de integração dos sistemas autocontrolados é dada por WALLENTOWITZ em seu artigo *Scope for the integration of power train and chassis control systems : traction control - allwheel drive - active suspension*. O autor comenta sobre a introdução de sistemas de controle em veículos a partir do surgimento do primeiro sistema controlado eletronicamente: o sistema ABS. A partir de então, muitos outros sistemas

autocontrolados foram sendo introduzidos onde os principais existentes atualmente são os sistemas: ABS, ASC, ASC+T, EDC, AHK, RDC, AF e DSC. WALLENTOWITZ descreve, de maneira sucinta, como funciona cada um destes sistemas, mas a intenção principal do autor é descrever a possibilidade de integração entre os vários sistemas descritos e a praticabilidade de se executar tal tarefa.

Sistemas mais modernos “multiplex” podem ajudar a resolver problemas de espaço assim como problemas de peso e de custo. O autor propõe começar a análise do problema a partir da integração dos sensores utilizados pelos vários sistemas, já que muitos deles utilizam o mesmo tipo de dado para a realização de várias ações de controle, como por exemplo a velocidade das rodas dianteiras. A integração de controladores também pode oferecer vantagens, já que os vários microprocessadores utilizados não são completamente preenchidos. Utilizando-se o mesmo micro para mais funções pode-se economizar em custos ou ganhar em desempenho. Já a otimização do uso de atuadores é mais difícil devido ao fato de que cada tarefa pode ser diferente e de localização diferente dentro do veículo. O autor descreve então os sensores utilizados em cada um dos sistemas mencionados anteriormente e a possibilidade de se utilizar estes sensores em conjunto. Por exemplo: todos os sistemas utilizam medições das velocidades das rodas dianteiras, que são fornecidas pelo sistema ABS, portanto os fabricantes de freio ABS deveriam fabricar equipamentos capazes de prover sinais compatíveis a outros “usuários”.

TANAKA et al. (1992) apresentam um importante desenvolvimento relacionado ao controle do chassi. Sistemas anteriormente desenvolvidos para melhorar a dinâmica de veículos como o 4WS, o ABS, o TRC e a suspensão ativa, eram isoladamente controlados a fim de prover o máximo desempenho para cada função. Mas o máximo desempenho, por exemplo, do sistema de suspensão ativa não permitia um bom desempenho do sistema 4WS. Neste sentido TANAKA et al. desenvolveram um sistema de controle integrado a fim de se conseguir o máximo desempenho da dinâmica do veículo. Para tanto os autores apresentam este sistema integrado instalado em um Toyota Soarer 1991, demonstrando os bons resultados obtidos, onde a interação entre os sistemas anteriormente isolados mostrou-se muito mais interessante para o controle da dinâmica do veículo.

A maioria dos exemplos anteriormente citados, de utilização de sistemas de controle integrados, está relacionada à coordenação de sistemas de esterçamento com os torques aplicados às rodas, melhorando o comportamento da dinâmica lateral, que é formada principalmente pelos graus de liberdade de deslocamento lateral, de rolagem e de guinada (YU & MOSKWA, 1994).

STREIB & LEONHARD (1992) citam as restrições à otimização de estruturas convencionais de controle devido à falta de coordenação ótima na interação entre as funções. A fim de que haja uma coordenação ótima, os autores apresentam uma estratégia de controle hierárquica para controle do motor, controle da borboleta do carburador e controle da transmissão, que resulta em uma redução do consumo de combustível e melhor dirigibilidade.

WRIGHT et al. (1992) descrevem a realização de um controle de transmissão avançado com interações entre o controle do motor, sistema ABS/ASR, e controle de transmissão automático, que anteriormente eram feitos por comandos eletro-mecânicos e que agora serão feitos por dutos de dados. Resultados práticos demonstram que um controle interativo através de comunicação de dados de alta velocidade pode melhorar o desempenho do veículo com relação aos componentes eletro-mecânicos usados anteriormente.

WALLENTOWITZ & ROPPENECKER (1993) defendem a idéia da integração de sistemas de controle do chassi, só que desta vez levando em conta aspectos como :

- a) integração de *hardware*;
- b) integração funcional;
- c) integração de desenvolvimento;

Com tais integrações, pode-se obter vantagens com relação a custos, segurança, alívio de peso, diminuição de *software* e *hardware*. Este tipo de abordagem também é feita por SHINOJIMA et al. (1992), considerando que a troca de informações (dados) entre as ECUs (unidades de controle) é muito grande devido à grande quantidade de sensores e atuadores presentes em sistemas de controle integrados.

Esta tendência é tão atual que fabricantes de *chips*, como a Motorola, já estão divulgando soluções para o problema. Por causa da pequena diferença em termos de *hardware* e *software* entre os sistemas ABS, TCS e ESP, um projeto de *chip* que englobe estes sistemas de controle é uma solução que integra o condicionamento dos sinais de entrada (sensores) e saída (atuadores), assim como a programação e armazenamento de dados compartilhados (INA et al, 1996; MCLNTYRE, 1996; *TRENDS in advanced chassis control*, 2001).

Recentemente, vários sistemistas (empresas que desenvolvem sistemas prontos para as montadoras) como a Delphi, Bosh (ZANTEN et al. 1996), Visteon, entre outros, desenvolvem algum tipo de controle integrado. O UCC (*Unified Chassis Control*) da Delphi ajuda a manter a estabilidade do veículo através do sensoramento do travamento ou escorregamento das rodas atuando no controle individual dos freios, forças na suspensão, torque aplicado e ângulo de esterçamento. Há ainda melhoria de performance para diferentes tipos de pista (*off-road*) (*TRENDS in advanced chassis control*, 2001).

Apesar destes projetos já estarem em desenvolvimento, a implementação em veículos ainda é reduzida e carece de estudos com modelos de veículos capazes de incorporar estes sistemas de maneira integrada. Neste sentido o presente trabalho vem contribuir com o desenvolvimento de um modelo de veículo capaz de englobar os principais aspectos das dinâmicas longitudinal, lateral e vertical, assim como um primeiro teste de um sistema de controle de suspensão (apresentado no capítulo 6), visando uma futura incorporação de outros controladores.

CAPÍTULO 6

PROJETO DE SUSPENSÕES ATIVAS

6.1. Introdução

Apesar de uma pequena revisão sobre a utilização de sistemas de controle de suspensão ter sido feita no capítulo anterior, neste capítulo são apresentadas descrições mais detalhadas sobre o desenvolvimento de dois tipos de controle de suspensão inseridos na categoria de suspensões totalmente ativas. Suspensões totalmente ativas são definidas como aquelas que não reagem a uma carga, a menos que sejam comandadas para fazê-lo. Nesse tipo de suspensão, as funções controle das rodas e controle da massa suspensa são fundamentalmente exercidas por atuadores comandados por sistemas de controle em malha fechada. Num sistema totalmente ativo não existe a limitação presente nos sistemas passivos no qual as forças aplicadas pela suspensão apresentam sempre sentido contrário ao movimento relativo entre as massas suspensa e não suspensa. Numa suspensão passiva, essa restrição decorre do fato de que as molas apenas conservam a energia e os amortecedores apenas a dissipam. Para

se exercer forças com o mesmo sentido do movimento relativo chassi-roda é necessário introduzir energia no sistema através de atuadores rápidos. Uma vez que os sistemas ativos são capazes de fornecer essa energia, eles tornam possível a implementação de uma ampla gama de estratégias de controle especificamente voltadas ao atendimento de requisitos de desempenho pré-definidos. Deste modo, os sistemas ativos são capazes de alcançar níveis de performance muito além das possibilidades dos sistemas passivos.

A obtenção de uma estratégia de controle adequada para uma suspensão ativa é uma tarefa complexa o bastante para desestimular uma abordagem unicamente baseada em tentativas e erros. Assim, desde os primeiros estudos de sistemas de suspensão ativa tornou-se evidente a conveniência de se utilizar teorias de controle ótimo, pois tais teorias oferecem métodos diretos para a determinação de leis de controle a partir da minimização de índices de performance pré-estabelecidos.

Partindo do exposto acima, como uma primeira etapa no desenvolvimento de um sistema de controle integrado do movimento, são desenvolvidos dois tipos de controle de suspensão totalmente ativa:

- 1) baseado em um atuador “*skyhook*”;
- 2) baseado em controle ótimo com realimentação de saída;

Estes dois sistemas de controle utilizam o mesmo modelo de veículo, mas são implementados de forma diferente. O controlador *skyhook* é implementado diretamente no ADAMS, no modelo não linear apresentado no capítulo 3. Já o sistema de controle com realimentação de saída é obtido utilizando-se os modelo não linear e linearizado conjuntamente. O controle é obtido utilizando-se o modelo linearizado na forma de espaço de estados e técnicas de projeto baseadas em controle ótimo multivariável, desenvolvido no ambiente Matlab\Simulink, resultando em uma matriz de ganho que é utilizada na realimentação para controle da suspensão. O ganho de realimentação é então utilizado através de uma co-simulação ADAMS\Simulink, que utiliza simultaneamente estes dois *softwares* para reproduzir o comportamento do veículo com suspensão ativa.

Neste capítulo são apresentados os aspectos teóricos envolvidos nas duas abordagens e suas respectivas implementações.

6.2. Controlador *skyhook*

Consideremos o modelo de um quarto de veículo mostrado na figura abaixo:

Figura 6.1: Modelo de 1/4 de veículo com suspensão ativa genérica.

O problema de controle ótimo determinístico para a suspensão ativa, considerando o modelo de um quarto de veículo, consiste na obtenção da lei de controle para a força u do atuador que minimize o índice de desempenho.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\rho u^2 + q_1 (z_2 - z_R)^2 + q_2 (z_1 - z_2)^2] dt \quad (6.1)$$

onde ρ , q_1 e q_2 são constantes de ponderação. Esse critério leva à minimização da deflexão dinâmica da suspensão, dada por $(z_1 - z_2)$, da deflexão dinâmica do pneu, dada por $(z_2 - z_R)$, e da aceleração vertical do chassi, uma vez que esta é proporcional à força u sobre a massa suspensa. Deste modo a lei de controle resultante considera os requisitos de espaço de trabalho (deflexão da suspensão), segurança (deflexão do pneu, proporcional à variação da força de contato pneu-pista) e conforto (aceleração vertical do chassi)

O controlador *skyhook* é baseado em leis de controle ótimo aplicadas à modelos de um quarto de veículo, conforme a Figura 6.1. Entretanto, apesar de utilizar modelos simples de dois graus de liberdade, serve como base inicial para os parâmetros da suspensão a serem utilizados no controlador que será desenvolvido utilizando-se o modelo completo de dez graus de liberdade, apresentado nos capítulos 3 (na forma não linear) e 4 (modelo linearizado). Além disso, o controlador *skyhook* é facilmente inserido no modelo desenvolvido no ADAMS e fornece bases para comparação de desempenho e complexidade entre os dois tipos de controle utilizados.

THOMPSON (1976) demonstrou que o problema estocástico, que tem como entrada um perfil randômico de via, pode ser transformado num problema determinístico equivalente com índice de desempenho idêntico ao dado acima, e com solução do tipo

$$u = G_1(z_2 - z_R) + G_2(z_1 - z_R) + G_3\dot{z}_2 + G_4\dot{z}_1 \quad (6.2)$$

onde G_1 , G_2 , G_3 e G_4 são ganhos de realimentação (constantes). Rearranjando temos:

$$u = G_1(z_2 - z_1) + G_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + (G_1 + G_2)(z_1 - z_R) + (G_3 + G_4)\dot{z}_1 \quad (6.3)$$

analisando a equação acima, percebe-se que um dos termos é função do deslocamento relativo entre o chassi e a pista ($z_1 - z_R$). Isto implicaria na necessidade de sensores especiais (ultra-som, radar, etc) para medir a distância instantânea entre o chassi e a pista, o que aumentaria o custo e a complexidade do sistema e reduziria sua confiabilidade. Entretanto, pode-se contornar esse problema, utilizando-se o deslocamento relativo ($z_1 - z_2$) entre o chassi e a roda ao invés do deslocamento entre o chassi e a pista (THOMPSON, 1984). Conceitualmente isto pode ser justificado se assumirmos que o espectro de frequência do deslocamento z_2 da roda pode ser tomado como uma aproximação para o espectro de frequência do perfil da pista (pelo menos dentro da faixa de frequência de interesse). Substituindo ($z_1 - z_R$) por ($z_1 - z_2$) em (6.3) temos:

$$u = G_2(z_1 - z_2) - G_3(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + (G_3 + G_4)\dot{z}_1 \quad (6.4)$$

onde verifica-se que G_2 e $(G_3 + G_4)$ são negativos e G_3 é positivo (THOMPSON, 1976).

A equação (6.4) mostra que o sistema pode ser implementado com uma mola de rigidez $K_I = -G_2$, um amortecedor com um coeficiente de amortecimento $C_I = G_3$ e um atuador que produza uma força:

$$f = -C_{SH} \dot{z}_1 \quad (6.5)$$

Com $C_{SH} = -(G_3 + G_4)$. Assim a equação (6.4) fica

$$u = K_I(z_1 - z_2) - C_I(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - C_{SH} \dot{z}_1 \quad (6.6)$$

Obviamente o atuador poderia produzir a força u toda, e não apenas a parcela $C_{SH} \dot{z}_1$, mas o emprego dos elementos passivos (mola K_I e amortecedor C_I) faz com que o sistema consuma menos energia, além de garantir um mínimo de segurança em caso de falha nos componentes ativos.

O atuador descrito pela equação (6.5) é denominado *skyhook* e a velocidade vertical $\dot{z}_1$ necessária à sua operação pode ser obtida por meio de um acelerômetro fixado ao chassi do veículo e de um integrador (Figura 6.2).

Figura 6.2: Modelo de suspensão ativa com realimentação da vel. vertical do chassi.

O *skyhook* atua basicamente no controle da massa suspensa, melhorando a isolamento de vibrações (conforto). Seu efeito é ilustrado pelo gráfico da figura 6.3. nesta figura pode-se observar como o *skyhook* proporciona um excelente amortecimento das vibrações da massa suspensa na região de sua frequência de ressonância. Isto é obtido sem a degradação da isolamento em alta frequência que seria causada por um amortecedor passivo “duro”. É importante ressaltar que essa melhoria na isolamento da massa suspensa (conforto) é realizada sem prejuízo do contato pneu-pista (segurança).

Figura 6.3: Efeito do skyhook (IKENAGA et al, 1999)

Apesar de sua relativa simplicidade (ou, mais provavelmente, devido a ela) o *skyhook* tem sido utilizado na maioria dos sistemas de suspensão inteligentes atualmente em produção ou em desenvolvimento. Um dos principais motivos para isso é que uma aproximação do *skyhook* pode ser implementada através de um amortecedor passivo controlável e utilizado em suspensões semi-ativas.

As suspensões passivas apresentam uma limitação no que diz respeito às leis constitutivas de seus elementos, pois as molas e amortecedores somente podem gerar forças em resposta aos deslocamentos relativos e às velocidades relativas de seus terminais, respectivamente. Já um elemento ativo não está sujeito a essa limitação constitutiva, podendo gerar forças em função de velocidades absolutas, acelerações absolutas ou qualquer outra variável desejada. Isto possibilita a implementação de estratégias de atuação que atenuem o compromisso entre o controle de roda e o controle da massa suspensa, compromisso esse que caracteriza as suspensões passivas e compromete seu desempenho. Entretanto, as suspensões ativas compartilham com as suspensões passivas uma limitação estrutural devida ao fato de que as mesmas forças que os elementos da suspensão exercem sobre o chassi são sempre aplicadas com sentido oposto sobre a roda. Esta limitação impede que se consiga melhorar significativamente a isolamento na frequência natural da roda, qualquer que seja o tipo da suspensão utilizada. Outro reflexo dessa limitação é o fato de que suspensões ativas

projetadas através da teoria de controle ótimo com realimentação completa de estados e utilizando uma ponderação que privilegie a manutenção do contato pneu pista levam a uma péssima isolação da massa suspensa em alta frequência. Verificou-se que este comportamento é causado pelo ganho G_I (equação 6.2), correspondente à realimentação da deflexão estática do pneu, e que a simples anulação desse ganho melhora a isolação em alta frequência. Isto reforça a conveniência da simplificação que originou a equação (6.4), pois um de seus resultados é justamente a eliminação do ganho G_I .

As suspensões ativas tem também limitações de ordem prática, relacionadas ao custo e à tecnologia necessária para a produção em grande escala de atuadores com desempenho adequado. Para atender as necessidades operacionais de uma suspensão ativa, os atuadores devem ser cilindros hidráulicos de dupla ação (extensão/contração) acionados por servo-válvulas de alta velocidade. Como os atuadores devem responder a frequências da ordem da ressonância da massa não suspensa (em torno de 12 Hz) as servo-válvulas devem ser capazes de suportar uma frequência de trabalho de pelo menos 100 Hz. Mesmo assim, pode ser necessário utilizar um isolador passivo em série com o atuador para evitar a transmissão de vibrações de alta frequência.

6.2.1. Modelo completo de veículo com atuador *skyhook*

A estratégia de controle adotada para a suspensão totalmente ativa é baseada nas considerações do item anterior. Para cada uma das quatro suspensões do modelo completo descrito no capítulo 3, uma força que representa o atuador é inserida em paralelo ao conjunto mola-amortecedor, que é mantido de modo a gerar um menor consumo de energia.

A expressão utilizada é a equação (6.6), descrita novamente abaixo:

$$u = K_1(z_1 - z_2) - C_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - C_{SH}\dot{z}_1 \quad (6.7)$$

No caso do presente estudo, a velocidade vertical da massa suspensa $\dot{z}_1$, não será a mesma para cada atuador, mas corresponderá à velocidade da massa suspensa no ponto de fixação da suspensão no chassis. A figura 6.1. explica melhor a situação, onde os pontos verdes localizam o ponto de medição da velocidade para cada atuador:

Figura 6.5: Localização da velocidade $\dot{z}_i$ medida em cada atuador.

Desta forma, apesar de a equação () ser derivada de um modelo simples e de não incluir termos cruzados que indiquem a influência do acoplamento entre os vários graus de liberdade e a transferência de carga que influenciam as forças nos pneus, não implica em uma simplificação excessiva, pois os deslocamentos e velocidades verticais da massa suspensa no modelo de 1/4 de veículo também reproduzem, de maneira simplificada, os movimentos de arfagem e rolamento do veículo.

Os modelos para simulação com o atuador *skyhook* foram construídos utilizando-se os valores de rigidez originais das molas, variando-se os valores dos coeficientes C_l (respectivamente 0.1, 0.5, 1 e 2 vezes o valor dos coeficientes dos amortecedores passivos) e C_{SH} (respectivamente 0.5, 1, 2, 5 e 10 vezes o valor do coeficiente dos amortecedores traseiros passivos). A utilização das molas originais se justifica pelo fato de que em situações dinâmicas, os amortecedores transmitem forças 5 a 10 vezes maiores que as das molas (DECKER et al., 1988).

A seguir são apresentadas as análises e simulações realizadas com o modelo no ADAMS.

6.2.2. Simulação e Análise de Resultados

As simulações do modelo descrito acima foram realizadas no ADAMS, versão 10.3, e os gráficos foram obtidos utilizando-se as ferramentas do pós-processador deste mesmo *software*. Foram realizadas várias simulações, contendo diferentes parâmetros de suspensão conforme descrito no item anterior, e os resultados são apresentados no Apêndice C no final deste trabalho.

As simulações descritas correspondem à situações em que o veículo está trafegando em linha reta em uma pista irregular, com velocidade longitudinal de 20m/s (ou 72 Km/h). Nos resultados aqui apresentados, o tempo de simulação foi de 10 segundos (correspondente a um trajeto de 200m de distância) com intervalo de 0.01 segundos. Deste modo podemos verificar comportamentos dinâmicos de até 50 Hz, mais do que suficiente para as análises dos modos de interesse do modelo.

Com relação à pista utilizada nas simulações, apesar de existirem diferentes formas de se representar matematicamente as irregularidades da via (GILLESPIE, 1992 ; HEDRICK & BOTSUEN, 1988 ; HENNECKE, 1988 ;), neste trabalho foram utilizados valores que descrevem as irregularidades reais de uma pista de teste, medidos por um fabricante de veículos europeu. São utilizados valores distintos para as entradas nas rodas direita e esquerda, sendo que para as rodas traseiras são utilizados atrasos correspondentes à distância entre eixos dividida pela velocidade do veículo (neste caso – 2.82m de entre eixos e $v=20\text{m/s}$ – resultando em um atraso de 0.141segundos). As irregularidades podem ser observadas no gráfico abaixo:

Figura 6.6 : entradas de deslocamento da pista nas rodas direita e esquerda.

As saídas consideradas relevantes na avaliação de desempenho do sistema de suspensão foram:

- Valor RMS da aceleração vertical da massa suspensa;
- Valor RMS da aceleração angular de arfagem da massa suspensa ;
- Valor RMS da aceleração angular de rolamento da massa suspensa;
- Valor RMS das deflexões das quatro suspensões;
- Valor RMS das forças normais de contato nos quatro pneus;

Os gráficos apresentados no apêndice C apresentam os valores RMS citados acima juntamente com o título de cada gráfico. Estes valores foram obtidos através de rotinas de cálculos existentes no pós-processador do ADAMS, que permite obter os valores RMS diretamente do gráfico obtido.

O modelo utilizado neste trabalho ainda possibilita a utilização das acelerações longitudinais e laterais, uma vez que ,diferentemente dos modelos usualmente utilizados para simulação do comportamento de dinâmica vertical, possui graus de liberdade longitudinal e lateral.

Como ponto de partida foram utilizados os resultados obtidos da simulação do modelo original, sem suspensão ativa, cujos resultados são apresentados a seguir. É importante mencionar que os valores obtidos para o veículo modelado originalmente

sem suspensão ativa já representam bons resultados em comparação a veículos de passeio comuns, pelo fato do mesmo ser um veículo de luxo europeu, com suspensão bem dimensionada. Juntamente com os resultados do modelo com suspensão passiva, são apresentados, para efeito de comparação, os resultados obtidos da simulação de uma suspensão totalmente ativa, com C_I igual a 0.1 vezes o valor original (ou seja, 140Ns/m na dianteira e 200Ns/m na traseira) e C_{SH} igual a 10 vezes o valor original ($C_{SH} = 20000$). Os gráficos em azul correspondem às repostas do modelo com suspensão passiva enquanto que as respostas em vermelho são correspondentes à suspensão ativa.

Figura 6.7 : Aceleração vertical e sua PSD.

Figura 6.8 : Acelerações angulares de rolamento e arfagem.

Figura 6.9 : Deflexões das quatro suspensões

Figura 6.10 : Forças normais dos pneus.

Analisando-se os gráficos acima, e também os gráficos do Apêndice C, podemos tirar algumas conclusões:

- Com relação à aceleração vertical da massa suspensa, há uma melhora significativa nos valores obtidos com o modelo que incorpora o atuador *skyhook*. É importante observar que para uma avaliação de conforto, não basta somente uma diminuição do valor RMS da aceleração, mas esta diminuição deve ser ponderada em função da frequência (BARBIERI, 1999). Para tanto, devemos obter uma diminuição considerável do valor de aceleração na faixa de frequência da massa suspensa (de 1 a 2Hz) e também na faixa de frequência que causa maior desconforto ao ser humano, devido à vibração da cavidade abdominal (de 4 a 8Hz). As diferentes configurações utilizadas nas simulações apresentam diferenças significativas tanto nos valores RMS como nas respectivas PSDs da aceleração vertical. Pode-se observar que a utilização de amortecedores passivos mais “duros” aumentam a

transmissibilidade da aceleração justamente na faixa que causa maior desconforto. Comparando os gráficos C1 e C13, observa-se a diminuição do valor RMS da aceleração vertical com a introdução do atuador com alto coeficiente C_{SH} . Entretanto, devido ao valor do coeficiente da suspensão passiva ser o valor original, a transmissibilidade na faixa de 5 a 10Hz não apresenta melhora, fato que pode ser observado quando o coeficiente C_I diminui. Os melhores resultados para aceleração vertical são obtidos com valores baixos de C_I e valores altos para o coeficiente do atuador C_{SH} , sendo que o melhor resultado é obtido quando há somente o atuador em paralelo com a mola passiva, ou seja, não há amortecedor passivo (Apêndice C - Figura C35). Este tipo de atuador foi empregado no sistema desenvolvido pela Lotus. Com a ausência do amortecedor passivo o amortecimento do movimento relativo roda-chassi é fornecido pelo próprio atuador. Isto permite que o amortecimento seja facilmente ajustado pelo controlador conforme a situação de operação do veículo. O consumo de energia de um sistema desse tipo é da ordem de 5 a 10 KW, o que pode acarretar um aumento no consumo de combustível em torno de 10 a 20%.

- Para os gráficos das acelerações angulares de rolamento e arfagem observa-se o mesmo comportamento descrito para a aceleração vertical. Entretanto, as faixas de frequência mais problemáticas estão em torno de 1 a 2Hz.
- Os resultados relativos à segurança, entretanto, apresentam comportamento inverso ao descrito acima. Embora os gráficos apresentados sejam da força normal total dos pneus, geralmente são usadas medidas relativas à carga estática, ou seja, [valor RMS/carga estática]. Desta forma, quanto maior o valor RMS obtido, maior será a variação da força de contato e, conseqüentemente, piores as condições para as forças laterais e longitudinais necessárias para o controle do veículo. Portanto, podemos observar que quanto maior o valor de C_{SH} e quanto menor C_I maiores são as variações das forças normais dos pneus.
- Para o caso de deflexão da suspensão, que é uma medida do espaço de trabalho (curso) da suspensão, resultados semelhantes podem ser obtidos utilizando-se diferentes combinações de C_I e C_{SH} . Deste modo, a melhor configuração pode ser obtida em função da otimização que se deseja em termos de conforto ou segurança.

Com as análises realizadas acima fica evidente que no caso de uma suspensão totalmente ativa há uma relação de compromisso entre isolamento de vibrações e espaço de trabalho. Soluções conciliatórias podem ser obtidas utilizando-se valores de C_I entre 20 e 40% e valores de C_{SH} em torno de 5 vezes os valores originais. Outras combinações que privilegiem conforto ou segurança também podem ser abordadas através da utilização de estratégias adaptativas, que alterem os valores de C_I e C_{SH} de acordo com o desempenho desejado.

A estratégia de controle de uma suspensão totalmente ativa pode ser bem mais complexa do que a simples implementação de um *skyhook*. Pode-se usar várias teorias e critérios para o projeto do controlador, como controle clássico, controle ótimo, controle modal, lógica difusa, redes neurais, etc. e até uma combinação qualquer dessas e de outras técnicas. Além do modelo de um quarto de veículo podem ser utilizados o modelo de meio carro (bidimensional) e o modelo de veículo completo (tridimensional).

Esta utilização de modelos mais completos é justamente o trabalho desenvolvido nos itens a seguir. Até agora, foi desenvolvido um modelo completo de veículo ao qual foi acoplado um sistema de controle de suspensão. Entretanto, apesar de ser utilizado em um modelo de veículo completo para simulação de seu comportamento, o controle da suspensão ativa foi obtido utilizando-se um modelo simples de $\frac{1}{4}$ de veículo, ou seja, o atuador é projetado para responder a um número reduzido de variáveis. O passo seguinte será utilizar as matrizes do modelo linearizado (obtido no Capítulo 4) para projeto de sistemas de controle de suspensão mais complexos, que leve em consideração os acoplamentos entre as quatro massas não suspensas e a massa suspensa.

6.3. Controlador baseado em um Regulador Linear Quadrático

Como explicado anteriormente, este novo projeto de controle de suspensão envolve uma complexidade muito superior ao controlador *skyhook* desenvolvido anteriormente, entretanto é também baseado em técnicas de projeto de controle ótimo. O termo otimização se refere à ciência de maximizar ou minimizar uma determinada performance, que necessita ser medida ou estimada. Quando formulada matematicamente, esta medida é chamada de índice de desempenho (ou função de custo, ou resumidamente PI, do inglês *Performance Index*), e quando usada para otimizar sistemas de controle temos então um problema de controle ótimo.

Um problema típico de controle ótimo é a minimização do PI:

$$\min J = \int_0^T L(x, u, t) dt \quad \text{onde} \quad \dot{x} = f(x, u, t) \quad (6.8)$$

Neste caso, a planta é um sistema não linear e o índice de desempenho (PI) é a integral de uma função não linear dos estados x , do controle u e do tempo t . O objetivo é encontrar uma função de controle u que minimize o PI. Exemplos de problemas de controle ótimo envolvem, entre outros, a minimização de tempo, consumo de combustível e energia. A formulação acima geralmente leva a controladores que são não-lineares e variantes no tempo. Descrições bem mais abrangentes sobre o problema de controle ótimo podem ser vistas em LEWIS (1992), ZHOU ET AL (1996), ATHANS (1986), entre outros.

No presente trabalho, restringiremos a atenção aos sistemas lineares (neste caso aos sistemas linearizados obtidos no cap. 4) considerando um problema específico de controle ótimo chamado de Regulador Linear Quadrático (RLQ). Se o sistema linear é dado pela equação:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + D \end{aligned} \quad (6.9)$$

devemos encontrar uma função $u(t)$ que minimize a função de custo (ou PI) dada por:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (6.10)$$

Uma interpretação simples do PI acima é obtida se utilizarmos como exemplo um sistema escalar, ou seja, um sistema de primeira ordem, o PI torna-se:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (q x^2 + r u^2) dt \quad (6.11)$$

nos indicando que J representa a soma ponderada de energia do estado e controle. Analisando J temos que, se r é muito maior que q (penalizando a energia de controle), o esforço do controlador será menor aumentando o valor da variável de estado. Fisicamente podemos traduzir esta situação como menores ganhos dos atuadores para implementação da lei de controle. Do contrário, se q é muito maior que r (penalizando a energia do estado), o esforço do controlador aumenta para reduzir o estado, resultando em sistemas mais amortecidos.

O RLQ, da maneira como foi apresentado na equação (6.10), é basicamente um tipo de controle por realimentação de estados, ou seja, requer que todos os estados sejam disponíveis para realimentação. Como esta é uma realidade difícil de se obter, torna-se necessário estimar os estados não disponíveis. Da mesma forma que a performance do controlador pode ser otimizada de acordo com alguma função de custo quadrática, o projeto do observador também pode ser feito de “maneira ótima”. Temos então que este tipo de observador, também conhecido como *Filtro de Kalman*, serve para minimizar o erro de estimação. Teorias de estimação e, em particular, teorias da *Filtro de Kalman* são comuns nas áreas de controle e comunicação (análise de sinais).

Combinando-se os projetos de um estimador ótimo (*Filtro de Kalman*) de estados e um controlador RLQ temos um problema conhecido como *LQG* ou *Linear Quadratic Gaussian*, que posteriormente, devido à falta de robustez que apresentava em projetos de ambiente real, foi combinado com técnicas de domínio da frequência

resultando no conhecido LQG/LTR - *Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery* (STEFANI et al., 1994).

Há ainda a possibilidade de se utilizar uma quantidade reduzida de estados, ou uma combinação deles, selecionando-se saídas para serem realimentadas. É o caso do RLQ com realimentação de saída, que é apresentado a seguir com mais detalhes.

6.3.1. RLQ com Realimentação de Saída.

O Regulador Linear Quadrático tem como objetivo regular para zero os estados, utilizando realimentação de saída, aumentando a estabilidade da planta. Seja a planta descrita por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + D\end{aligned}\tag{6.12}$$

Com $x(t) \in R^n$ representando os estados, $u(t) \in R^m$ a entrada de controle e $y(t) \in R^p$ a saída medida. Os controles admissíveis são realimentados pela saída na forma:

$$u = -Ky\tag{6.13}$$

onde K é uma matriz $m \times p$ de coeficientes constantes que são determinados pelo procedimento de projeto do controlador. Como a entrada de controle $u(t)$ depende da saída $y(t)$, e não do vetor completo de estado $x(t)$, a lei de controle é implementada utilizando-se informação reduzida de estados, ou realimentação de saída.

O objetivo de regular os estados pode ser obtido selecionando-se a entrada de controle $u(t)$ que minimiza o índice de desempenho:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt\tag{6.14}$$

onde Q e R são matrizes de ponderação positivas definidas e simétricas. Devemos selecionar o ganho K de modo que J seja pequeno. Portanto, com a escolha de Q , os

estados $x(t)$ irão para zero com $t \rightarrow \infty$. Devemos escolher Q de modo que o par $(\sqrt{Q}, A)$ seja observável e de modo que $x^T Q x = \|\sqrt{Q}x\|^2 \rightarrow 0$ de acordo com a relação dinâmica (6.12).

Deste modo temos que o regulador linear quadrático (RLQ) com realimentação de saída é:

Dado o sistema (6.12), devemos determinar uma matriz K de coeficientes de realimentação que junto com (6.13) minimiza (6.14).

Substituindo-se a lei de controle (6.13) em (6.12) a equação do sistema realimentado fica:

$$\dot{x} = (A - BKC)x \equiv A_c x \quad (6.15)$$

6.3.2. Equações de Projeto do Controlador RLQ

Iremos agora construir as equações de projeto do ganho K para controle ótimo com realimentação de saída, de modo que o índice de desempenho J seja minimizado.

O índice de desempenho, ou índice de performance (PI), pode ser expressado em função de K :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^T (Q + C^T K^T R K C) x \, dt \quad (6.16)$$

O problema de projeto é seleccionar o ganho K de modo que J seja minimizado, tendo como restrição dinâmica a equação (6.15). Este problema de otimização dinâmica pode ser convertido em um equivalente estático mais fácil de resolver. Suponha que possamos achar uma matriz P que seja constante, simétrica e positiva semi-definida, de modo que:

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) = -x^T (Q + C^T K^T R K C) x \quad (6.17)$$

então podemos escrever J como:

$$J = \frac{1}{2} x^T(0) P x(0) - \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} x^T(t) P x(t) \quad (6.18)$$

Assumindo que o sistema de malha fechada é assintoticamente estável de modo que $x(t)$ decai com o tempo, podemos escrever:

$$J = \frac{1}{2} x^T(0) P x(0) \quad (6.19)$$

Se P satisfaz (6.17) podemos utilizar (6.15) para ver que

$$\frac{d}{dt}(x^T P x) = -x^T (Q + C^T K^T R K C) x = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T (A_c^T P + P A_c) x \quad (6.20)$$

Como a equação acima deve valer para todas as condições iniciais e para todas as variáveis de estado $x(t)$ podemos escrever:

$$g \equiv A_c^T P + P A_c + C^T K^T R K C + Q = 0 \quad (6.21)$$

Se Q e K são fornecidos e devemos resolver a equação para achar P , chamamos a equação acima de equação de *Lyapunov*, que é uma equação matricial simétrica linear. Portanto, para cada matriz de realimentação K , se existe uma matriz P , semi-definida constante e simétrica, que satisfaz (6.21), então o índice de desempenho J para o sistema de malha fechada é dado em termos de P , conforme a equação (6.19). Observe que para se obter este índice é necessário somente saber a condição inicial $x(0)$. Utilizando a identidade de traço de matriz:

$$\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA) \quad (6.22)$$

podemos escrever (6.19) como (com o traço da matriz sendo a soma dos elementos da diagonal principal):

$$J = \frac{1}{2} \text{tr}(PX) \quad (6.23)$$

onde a matriz X é $n \times n$ e definida como:

$$X = x(0)x^T(0) \quad (6.24)$$

Temos, portanto, que o problema de selecionar K para minimizar (6.16) submetido à restrição dinâmica (6.15) equivale ao problema algébrico de selecionar K para minimizar (6.23) submetida à restrição (6.21) para a matriz auxiliar P .

Para resolver este problema modificado utilizamos multiplicadores de *Lagrange* para modificar, uma vez mais, o problema. Desta forma, adicionamos à restrição ao índice de desempenho, definindo o *Hamiltoniano*.

$$H = \text{tr}(PX) + \text{tr}(gS) \quad (6.25)$$

Sendo S uma matriz simétrica $n \times n$ de multiplicadores de *Lagrange* que necessitam ser determinados. Portanto, nosso problema de otimização equivale ao simples problema de minimizar (6.25) sem restrições. Para resolvê-lo necessitamos apenas ajustar para zero as derivadas parciais de H com respeito à todas as variáveis independentes P, S e K .

Usando o fato de que para quaisquer matrizes de dimensão compatível A, B e C e qualquer escalar y temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial B} \text{tr}(ABC) &= A^T C^T \\ e \\ \frac{\partial y}{\partial B^T} &= \left[\frac{\partial y}{\partial B} \right]^T \end{aligned} \quad (6.26)$$

as condições necessárias para a solução do problema RLQ com realimentação de saída podem ser observadas na tabela 6.1.

Modelo:
$\dot{x} = Ax + Bu$
$y = Cx$
controle de realimentação
$u = -Ky$
índice de desempenho
$J = \frac{1}{2} E \left[\int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \right]$
equações para projeto de ganho ótimo com realimentação de saída
$0 = \frac{\partial H}{\partial S} = A_c^T P + P A_c + C^T K^T R K C + Q \quad (6.27)$
$0 = \frac{\partial H}{\partial P} = A_c S + S A_c^T + X \quad (6.28)$
$0 = \frac{1}{2} \frac{\partial H}{\partial K} = R K C S C^T - B^T P S C^T \quad (6.29)$
onde
$A_c = A - B K C, \quad e \quad X = E \{ x(0) x^T(0) \}$
custo ótimo :
$J = \frac{1}{2} tr(PX) \quad (6.30)$

Tabela 6.1: RLQ com realimentação de saída.

Para se obter o ganho de realimentação de saída K , minimizando o índice de desempenho (6.14) é necessário resolver as três equações de projeto na Tabela 6.1. As duas primeiras destas são equações de *Lyapunov* e a terceira é a equação para o ganho K . Se R é positiva definida e CSC^T é não-singular, então (6.29) pode ser resolvida como:

$$K = R^{-1} B^T P S C^T (C S C^T)^{-1} \quad (6.31)$$

O procedimento de projeto RLQ com realimentação de saída é um pouco estranho, porque para achar K , devemos determinar, ao longo do caminho, duas matrizes (P e S) $n \times n$. Essas matrizes auxiliares, entretanto, podem não ser tão desnecessárias quanto parecem pois note que o custo ótimo pode ser determinado diretamente de P e dos estados iniciais usando (6.19). Este é um importante resultado em que a matriz auxiliar P é independente dos estados. Dada a matriz de realimentação K , a matriz auxiliar P pode ser computada da equação de *Lyapunov* (6.27). Então, apenas a condição inicial $x(0)$ é necessária para computar o custo de malha fechada sob a influência da realimentação, ou seja, podemos computar o custo da aplicação de realimentação antes realmente aplicá-lo. Se ele for muito grande, podemos re-selecionar as matrizes de ponderação Q e R e tentar novamente. Infelizmente a dependência de X em (6.24) nos estados iniciais $x(0)$ é indesejável, pois faz com que o ganho ótimo seja dependente do estado inicial através da equação (6.28). Esta dependência é típica de projetos com realimentação de saída, sendo que no caso de realimentação de estados, isto não ocorre. Como em várias aplicações $x(0)$ pode não ser conhecido, é usual (LEVINE & ATHANS, 1970, apud LEWIS, 1992) resolver este problema, minimizando não o índice de desempenho (6.14), mas seu valor esperado que é $E\{J\}$. Então (6.19) e (6.24) são substituídos por:

$$E\{J\} = \frac{1}{2} E\{x^T(0)P_x(0)\} = \frac{1}{2} \text{tr}(PX), \quad (6.32)$$

onde a matriz simétrica $n \times n$ $X = E\{x(0)x^T(0)\}$ é a autocorrelação inicial dos estados. Esta é a formulação dada na Tabela 6.1.

Portanto, é usual assumir que o estado inicial $x(0)$ não é conhecido, somente sua autocorrelação inicial X . De fato, assume-se que o estado inicial é uniformemente distribuído em uma esfera unitária, onde $X = I$, a matriz identidade. Esta é uma solução para o problema do regulador no qual desejamos levar para zero quaisquer valores dos estados iniciais.

1. Inicialização:

Faça $k=0$

Determine o ganho K_0 de modo que $A-BK_0C$ seja assintoticamente estável

2. k -ésima iteração :

Faça $A_k = A - BK_kC$

Resolva para P_k e S_k em

$$0 = A_k^T P_k + P_k A_k + C^T K_k^T R K_k C + Q$$

$$0 = A_k S_k + S_k A_k^T + X$$

$$J_k = \text{tr}(P_k X)$$

equacione a atualização do ganho

$$\Delta K = R^{-1} B^T P S C^T (C S C^T)^{-1} - K_k$$

atualize o ganho por :

$$K_{k+1} = K_k + \alpha \Delta K$$

onde α é escolhido de modo que :

$A - BK_{k+1}C$ é assintoticamente estável

$$J_{k+1} \equiv \text{tr}(P_{k+1} X) \leq J_k$$

Se J_{k+1} e J_k são suficientemente próximos vá para o passo 3,

senão, faça $k = k + 1$ e vá para o passo 2.

3. Término :

Faça $K = K_{k+1}, J = J_{k+1}$

Fim.

Tabela 6.2 – Algoritmo para solução de realimentação de saída ótima

6.3.3. Condições de Convergência para a Solução do Algoritmo

1. Existe uma matriz de ganho K de modo que Ac é estável. Sendo esta condição verdadeira, chamamos o sistema de “estabilizável com realimentação de saída”.
2. a matriz de saída C tem *rank* completo p .

3. a matriz de ponderação R é positiva definida. Isto significa que todas as entradas de controle são ponderadas no PI.
4. Q é positiva semi-definida e $(\sqrt{Q}, A)$, é detectável, ou seja, a matriz de observabilidade polinomial:

$$O(s) = \begin{bmatrix} sI - A \\ -\sqrt{Q} \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

tem rank n para todos os valores da variável complexa s .

Se essas condições forem satisfeitas, o algoritmo calcula um ganho de realimentação de saída que estabiliza a planta e minimiza o PI. A condição de detectabilidade significa que cada modo instável do sistema deve ser observável no PI. Então, se o PI é limitado, o que indica o sucesso do algoritmo de otimização, os sinais associados com os modos instáveis devem ir para zero conforme o tempo aumenta, ou seja, esses modos são estabilizados no sistema de malha fechada.

6.3.3.1. Ganho inicial de estabilização

Como o algoritmo para a solução de K nas equações matriciais da tabela 6.1 é iterativo, devemos selecionar um ganho inicial K_0 , de modo que $A - BK_0C$ seja estável. Segundo LEWIS (1992), podemos obter este ganho inicial de várias maneiras; uma delas seria o cálculo de uma matriz de realimentação de estados $m \times n$ através de *eigenstructure assignment*, ou alocação de autovalores e autovetores, zerando posteriormente as entradas que não são necessárias na matriz de realimentação de saída $m \times p$ para as saídas medidas (observar que existem várias maneiras para determinar a matriz de realimentação de estados).

Neste trabalho utilizaremos inicialmente uma matriz de ganho K obtida através do comando `lqr` do Matlab. Desta forma a matriz K é computada utilizando-se a ponderação do vetor de saída y .

6.3.3.2. Selecionando as matrizes de ponderação

O procedimento de cálculo do ganho ótimo K envolve a seleção de parâmetros das matrizes Q e R de modo iterativo. Se os resultados não são satisfatórios escolhe-se novas matrizes Q e R e o procedimento é repetido. Essa

abordagem introduz a noção da seleção dos parâmetros de Q e R para um bom desempenho.

Uma vez selecionadas as matrizes Q e R , a determinação do ganho ótimo K é um método sequencial de solução de equações matriciais. Portanto, a principal tarefa do projetista está na seleção de Q e R .

Para estabilizar as saídas do problema, é necessário que $(\sqrt{Q}, A)$ seja detectável, o que significa que Q deve ser escolhida de modo que todos os estados instáveis sejam ponderados no PI. Então, se J é limitado a ação de controle força os estados instáveis para zero, significado que os polos instáveis foram estabilizados pelo ganho de realimentação. Uma condição mais forte de detectabilidade é a observabilidade da matriz O , descrita abaixo. A observabilidade é mais fácil de se determinar que a detectabilidade, pois é equivalente ao *rank* completo n da matriz de observabilidade

$$O = \begin{bmatrix} \sqrt{Q} \\ \sqrt{Q}A \\ \vdots \\ \sqrt{Q}A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

que é uma matriz constante e mais fácil de lidar que a matriz $O(s)$. De fato, a matriz O tem um *rank* completo n se o *Gramiano de observabilidade* $O^T O$ for não singular. A observabilidade de $(\sqrt{Q}, A)$ basicamente significa que todos os estados são ponderados no PI.

Do ponto de vista numérico, se O é observável a solução de (6.27) resulta em uma matriz P positiva definida, caso contrário a matriz P pode ser singular, o que pode resultar em alguns elementos nulos na matriz de ganho K . Isto significa que, se O é não observável o algoritmo pode se recusar a fechar algumas malhas de realimentação.

6.3.3.3. Estrutura da matriz Q

A escolha de Q é feita considerando-se os objetivos de performance do RLQ. Suponhamos que a saída de performance (tem este nome pois pode diferir da saída original do sistema dada por $y = Cx$ seja dada por:

$$z = Hx \quad (6.35)$$

O sinal $z(t)$ deve ser levado a zero pelo regulador, selecionando-se o PI como:

$$J = \int_0^{\infty} (z^T z + u^T R u) dt \quad (6.36)$$

Fazendo-se $Q = H^T H$, de modo que a matriz Q , pela ponderação da saída no PI, pode ser computada a partir de H .

Um método conveniente para iniciar a seleção das matrizes de ponderação Q e R é dado por LEWIS (1992): suponha que o saída de performance é definida de acordo com a eq. (6.35). Consideremos o PI:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (z^T \bar{Q} z + u^T R u) dt \quad (6.37)$$

Então, na Tabela 6.1 teremos $Q = H^T \bar{Q} H$. Para selecionar $\bar{Q}$ e R , podemos usar o máximo desvio desejado no componente $z_i(t)$ de $z(t)$, denominado z_{iM} , e o máximo desvio no componente $u_i(t)$ de $u(t)$, denominado u_{iM} , da entrada de controle. Deste modo, podemos selecionar $\bar{Q} = \text{diag}\{q_i\}$ e $R = \text{diag}\{r_i\}$ com:

$$q_i = \frac{1}{z_{iM}^2} \quad \text{e} \quad r_i = \frac{1}{u_{iM}^2} \quad (6.38)$$

A razão desta escolha é fácil de entender, pois com a diminuição do limite z_{iM} em $z_i(t)$, o coeficiente de ponderação relacionado a $z_i(t)$ aumenta, ocasionando menores valores para $z_i(t)$ no sistema de malha fechada.

A escolha das saídas para de terminação da matriz H também determina as variáveis a serem utilizadas como parâmetros de otimização do sistema de suspensão. Geralmente, os principais parâmetros utilizados são aqueles descritos no item 6.3, ou seja, considera os requisitos de espaço de trabalho (deflexão da suspensão), segurança (deflexão do pneu, proporcional à variação da força de contato pneu-pista) e conforto (aceleração vertical do chassi). Além desses, o modelo desenvolvido nos

permite escolher outros parâmetros, como por exemplo as acelerações angulares de arfagem e rolamento do chassi, que são usados como variáveis de qualificação do funcionamento do controlador *skyhook* (plotadas nos gráficos para análise de desempenho do controlador), mas não entram como parâmetros no índice de desempenho da equação 6.1. Entretanto, esta maior flexibilidade na escolha dos parâmetros também ocasiona um aumento de complexidade e possibilidades na escolha dos elementos da matriz Q .

Foram executadas várias escolhas para as saídas de performance, resultando em um grande número de simulações, mesmo porque, além das diferentes saídas foram também geradas diferentes modelos devido pelo fato de que, como no caso do controlador *skyhook*, foram utilizadas diferentes configurações de suspensão passiva juntamente com o atuador. Neste capítulo serão apresentadas algumas das configurações que apresentaram os melhores resultados. A seguir serão descritas as simulações realizadas do modelo incorporando um controle de suspensão obtido através dos procedimentos descritos acima.

6.4. Simulação e Análise dos Resultados

O projeto do sistema de controle baseado em um Regulador Linear Quadrático com realimentação de saída foi escolhido devido a três motivos principais:

- 1) pelo fato do controle desenvolvido ser um controle de suspensão que, como mencionado no item 6.1, tem como objetivo a minimização de índices de performance;
- 2) pelo fato de que os modelos linearizado obtidos através do ADAMS resultam em variáveis de estados cujos valores são descritos em relação ao referencial inercial fixo. Grande parte das grandezas analisadas na dinâmica veicular são grandezas expressas no referencial local do veículo. Deste modo, as matrizes C (matrizes de saída) são obtidas através das definições das variáveis de saída que expressam as grandezas de interesse, conforme descrito no item 4.3.1.2. Entretanto, para o sistema de controle as matrizes de saída geradas são as matrizes H , que

descrevem as saídas de performance. Nas simulações realizadas são utilizadas diferentes variáveis de saída e performance, resultando em diferentes matrizes H .

- 3) pela maneira que o sistema de controle é implementado e simulado, utilizando a interação ADAMS\Simulink, através do módulo ADAMS\Controls. Uma descrição detalhada deste procedimento é apresentada a seguir.

6.4.1. Co-simulação ADAMS\Simulink

ADAMS/Controls é um módulo do ADAMS/View que ajuda a adicionar sistemas de controle sofisticados ao sistema mecânico. Combinando-se as ferramentas de simulação de sistemas mecânicos e ferramentas de projeto de controle, pode-se:

- Adicionar controladores sofisticados ao modelo no ADAMS e simular o sistema combinado
- Gerar a simulação do sistema mecânico diretamente do ambiente ADAMS sem ter que escrever as equações
- Analisar os resultados das simulações no ambiente ADAMS ou no ambiente SIMULINK.

Nos procedimentos típicos de projeto de controladores para sistemas mecânicos, o projetista mecânico e o projetista de controle trabalham sobre o mesmo conceito, mas utilizam diferentes conjuntos de ferramentas computacionais. O resultado é que cada projetista produz um modelo para o mesmo problema. Cada projeto é então submetido à verificações e testes e são colocados juntos durante o teste do protótipo real. Se ocorre um problema durante a interação entre o projeto de controle e o projeto mecânico, os engenheiros devem refinar um dos projetos, ou os dois, e depois juntá-los novamente no processo de verificação, conforme indica a figura 6.11.

Figura 6.11: Processo comum de prototipagem virtual + controladores.
(Figura adaptada - manual do ADAMS/Controls)

Com o ADAMS/Controls, os dois projetistas trabalham com o mesmo projeto Mecânico. Os processo de teste físico real pode ser grandemente simplificado, diminuindo-se os riscos da incompatibilidade entre os sistemas. A figura abaixo ilustra este processo. Este foi o procedimento adotado para obter os modelos do veículo e projeto do sistema de controle RLQ da suspensão.

Figura 6.12: Processo utilizando ADAMS/Controls (manual do ADAMS)

Para que o projeto do controlador possa ser construído utilizando-se do mesmo modelo gerado no ADAMS, uma série de definições devem ser estabelecidas de modo que os *softwares* ADAMS e Simulink possam trocar informações e simular o sistema de forma correta. Deste modo deve-se definir quais serão as entradas e saídas de cada um dos *softwares* utilizados, conforme a figura, onde a entrada do sistema mecânico é gerada pelo controlador e a saída do sistema mecânico é utilizada como entrada para gerar as ações de controle.

Figura 6.13: Troca de informações entre os *softwares*.

Temos, portanto, o seguinte procedimento para o projeto do sistema de controle:

- 1- O modelo de veículo é implementado no ADAMS, conforme descreve o capítulo 3;
- 2- Este modelo é linearizado em diferentes condições de operação conforme descrito no capítulo 4;
- 3- O modelo linear na forma de espaço de estados é utilizado para os procedimentos de cálculo da matriz de realimentação ótimo (K), conforme descrito no item 6.3, que é implementado através de programação no ambiente Matlab;
- 4- A matriz de ganho K é utilizada no Simulink (que é uma ferramenta computacional do Matlab), que faz a conexão apresentada na figura 6.13.

O diagrama de blocos do Simulink mostrado a seguir ilustra este procedimento:

Figura 6.14: Diagrama de blocos da co-simulação ADAMS/Simulink.

Figura 6.15: Detalhamento do bloco ADAMS.

A figura 6.15 mostra o detalhamento do bloco que representa o modelo no ADAMS, onde se observa as saídas e as entradas do modelo do ADAMS. A cada passo de integração, o modelo não linear no ADAMS gera as saídas representadas no bloco azul que, multiplicadas pela matriz de ganhos calculada no Matlab, realimentam as entradas, representadas no bloco verde.

6.4.2. Considerações sobre as simulações

Conforme observado anteriormente, o procedimento de cálculo do ganho ótimo K envolve a seleção de parâmetros das matrizes Q e R de modo iterativo. Se os resultados não são satisfatórios escolhe-se novas matrizes Q e R e o procedimento é repetido. Isso significa que uma grande quantidade de simulações foram realizadas até se chegar em alguns bons resultados. Além das variações na escolha dos pesos nas matrizes de ponderação e das diferentes grandezas utilizadas nas saídas de performance, ainda foram utilizados nas simulações diferentes valores para os coeficientes das molas e amortecedores passivos utilizados em paralelo com os atuadores da suspensão, gerando diferentes matrizes da planta do modelo. Foram também utilizadas diferentes vetores de saída, resultando em diferentes matrizes de saída de performance H . Para as simulações realizadas com o controlador RLQ foi sempre utilizada a configuração de referência, ou seja, as matrizes linearizadas utilizadas correspondem à condição em que o veículo tem velocidade longitudinal igual a 20 m/s. É importante salientar que, apesar de ainda estar em uma fase inicial, o projeto do controle RLQ da suspensão já proporcionou alguns bons resultados, conforme as simulações apresentadas a seguir.

6.4.3. Simulação de Conforto

A simulação aqui denominada de simulação de conforto corresponde ao veículo passando pela mesma pista descrita no item 6.2.2. Considerou-se os coeficientes de amortecimento $C_{1d} = 500\text{Ns/m}$ e $C_{1t} = 800\text{Ns/m}$ e os coeficientes de rigidez $K_{sd} = 10\text{KN/m}$ e $K_{st} = 15\text{KN/m}$ para as suspensões passivas dianteira(d) e

traseira(t), respectivamente, que como no caso do controlador *skyhook* serão utilizadas em paralelo com o atuador.

As grandezas utilizadas como saída de performance e que serão controladas e ponderadas através da realimentação de saída, resultando na combinação linear de estados que forma a matriz H são:

y_1 = deslocamento da suspensão dianteira esquerda

y_2 = deslocamento da suspensão dianteira direita

y_3 = deslocamentos relativos das suspensões traseira esquerda

y_4 = deslocamentos relativos das suspensões traseira direita

$y_5 = \dot{y}_1$ = veloc. da susp. diant. esquerda

$y_6 = \dot{y}_2$ = veloc. da susp. diant. direita

$y_7 = \dot{y}_3$ = veloc. da susp. tras.. esquerda

$y_8 = \dot{y}_4$ = veloc. da susp. tras. Direita

y_9 = ângulo de rolamento da massa suspensa

y_{10} = ângulo de arfagem da massa suspensa

y_{11} = aceleração vertical da massa suspensa;

As entradas consideradas, conforme indica a figura 6.15, correspondem a quatro forças que representam os atuadores e que são inseridas no modelo em paralelo com as suspensões passivas. Temos, portanto, um sistema de equações com 4 entradas e 11 saídas, cujas matrizes são apresentadas no Apêndice E, em conjunto com as matrizes do sistema linear obtido no Capítulo 4. As matrizes geradas para esta simulação são diferentes daquelas obtidas no Capítulo 4 pois são utilizados diferentes valores para rigidez e amortecimento da suspensão passiva, e também vetores de entrada e saída distintos.

O cálculo da matriz de ganho de realimentação K é realizado através de várias rotinas programadas em ambiente Matlab, seguindo as equações e procedimentos do item 6.3.2.

Sendo y o vetor de saída definido pelas variáveis $y_1, y_2, \dots, y_{11}$, e o índice de desempenho dado pela eq. (6.37), repetida abaixo :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (z^T \bar{Q} z + u^T R u) dt$$

onde a matriz $\bar{Q}$ é uma matriz diagonal, em que os coeficientes de ponderação utilizados são descritos para dois casos diferentes: **CASO-1**, em que é privilegiado o conforto e **CASO-2**, onde os coeficientes da matriz de ponderação privilegiam a segurança.

Para os dois casos as saídas utilizadas são as mesmas apresentadas acima e os coeficientes da matriz $\bar{Q}$ que corresponde a cada uma delas são representados pela letra q seguida de sua respectiva saída relacionada, ou seja, o coeficiente $q-y_i$ pondera a saída y_i .

CASO-1 : A matriz de ponderação $\bar{Q}$ é uma matriz cuja diagonal principal tem os seguintes coeficientes (o restante dos coeficientes são nulos):

$$q-y_1 \text{ a } q-y_4 = 1$$

$$q-y_5 \text{ a } q-y_8 = 1$$

$$q-y_9 = 0.1$$

$$q-y_{10} = 0.1$$

$$q-y_{11} = 5 \times 10^6$$

Como pode ser observado, para o CASO-1, a matriz de ponderação dá ênfase ao conforto, pois o maior valor do coeficiente $q-y_{11}$ utilizado faz com que a aceleração vertical da massa suspensa seja menor. Para os valores acima mencionados, a matriz de ganho de realimentação resultante é:

$$K = \begin{bmatrix} \text{Columns 1 through 6} \\ 1.2966e+004 & 1.3603e+004 & -1.4211e+004 & -1.0254e+004 & -7.0153e+002 & -7.1045e+002 \\ 1.3055e+004 & 1.3732e+004 & -1.4561e+004 & -1.0499e+004 & -7.1732e+002 & -7.2676e+002 \\ 4.7600e+003 & 4.8044e+003 & -6.8577e+003 & -7.2174e+003 & -3.5060e+002 & -3.5001e+002 \\ 4.8098e+003 & 4.9002e+003 & -7.1854e+003 & -7.4122e+003 & -3.6837e+002 & -3.6824e+002 \\ \text{Columns 7 through 11} \\ -4.9832e+002 & -4.9982e+002 & -3.1186e+003 & -6.7245e+004 & 2.1598e+002 \\ -5.1337e+002 & -5.1529e+002 & -3.2182e+003 & -6.9130e+004 & 2.2210e+002 \\ -5.2854e+002 & -5.2780e+002 & 2.3444e+002 & -4.1614e+004 & -8.1218e+001 \\ -5.4363e+002 & -5.4344e+002 & 1.1193e+002 & -4.3292e+004 & -7.3780e+001 \end{bmatrix}$$

A seguir são mostrados os gráficos da aceleração vertical da massa suspensa, tanto para o veículo com a configuração original de suspensão como para o veículo com a suspensão ativa (susp. passiva modificada + atuador). São também apresentadas as PSDs destas duas acelerações. Observa-se uma melhora no comportamento da massa suspensa em termos de conforto, entretanto os valores de deflexão da suspensão e das forças normais dos pneus são um pouco deteriorados. Esta situação é contornada utilizando-se diferentes valores para a matriz de ponderação, conforme mostrado no **CASO-2**.

Figura 6.16: Aceleração vertical da massa suspensa.

Azul = susp. Original – Vermelho = susp. Ativa – **CASO-1**

Figura 6.17: PSD das acelerações verticais.

Azul = susp. Original – Vermelho = susp. Ativa – CASO-1

CASO-2 : A matriz de ponderação $\bar{Q}$ é uma matriz cuja diagonal principal tem os seguintes coeficientes (o restante dos coeficientes são nulos):

$$q-y_1 \text{ a } q-y_4 = 1 \times 10^4$$

$$q-y_5 \text{ a } q-y_8 = 1 \times 10^3$$

$$q-y_9 = 1$$

$$q-y_{10} = 1$$

$$q-y_{11} = 5 \times 10^4$$

Temos então a matriz de ganhos de realimentação :

$$K = \begin{bmatrix} \text{Columns 1 through 6} \\ 1.7070e+004 \ 1.4292e+004 \ -1.6013e+004 \ -1.1105e+004 \ -2.9502e+003 \ -8.1778e+002 \\ 1.4105e+004 \ 1.8390e+004 \ -1.7087e+004 \ -1.1480e+004 \ -8.5783e+002 \ -2.9977e+003 \\ 4.7775e+003 \ -4.9456e+003 \ -3.1097e+003 \ -1.5471e+002 \ -5.8225e+002 \ -3.8032e+002 \\ -4.5172e+003 \ 6.3129e+003 \ -1.0500e+003 \ -4.3526e+003 \ -4.2753e+002 \ -6.2130e+002 \\ \text{Columns 7 through 11} \\ -9.0208e+002 \ -6.5382e+002 \ -1.1665e+003 \ -7.3612e+004 \ 2.9774e+002 \\ -7.2460e+002 \ -9.3107e+002 \ -6.9271e+003 \ -7.7821e+004 \ 3.2691e+002 \\ -2.6812e+003 \ -4.9340e+002 \ 5.3094e+003 \ -1.0086e+004 \ -7.2752e+001 \\ -5.5320e+002 \ -2.7359e+003 \ -5.6111e+003 \ -1.6141e+004 \ -4.0938e+001 \end{bmatrix}$$

As simulações com estes novos valores resultam em valores de aceleração vertical da massa suspensa próximos àqueles obtidos para o veículo original, inclusive em termos de distribuição de frequência (PSD) (ver figura 6.18). Entretanto, devido à maior ponderação dos deslocamentos e velocidades das suspensões, há uma melhora destes valores, aumentando a segurança. As figuras 6.19 e 6.20 comparam o desempenho das suspensões ativas do CASO-1 e CASO-2.

Figura 6.18: Aceleração vertical da massa suspensa – CASO-2.

Observa-se que não há degradação em termos de conforto com relação à suspensão original. Entretanto, com relação à suspensão ativa do CASO-1, há uma melhora de desempenho referente aos deslocamentos das suspensões e forças

verticais nos pneus. As figuras 6.19 e 6.20 mostram os resultados para a suspensão ativa do CASO-1 em vermelho e do CASO-2 em preto.

Figura 6.19: Deslocamentos das suspensões para os CASOS 1e 2.

Figura 6.20: Forças verticais nos pneus para os CASOS 1e 2.

Também são obtidos os gráficos das forças exercidas pelos atuadores das suspensões. Utilizando-se estes valores de força e as velocidades dos deslocamentos de cada suspensão podemos obter o valor da potência dissipada e introduzida pelo

atuador, uma vez que a suspensão é totalmente ativa. Entretanto, nos gráficos das figuras 6.22 e 6.23 são apresentadas somente a demanda de potência.

6.21: Forças dos atuadores em cada suspensão para os CASOS 1e 2.

6.22: Demanda de potência do atuador do CASO-1.

6.23: Demanda de potência do atuador do CASO-2.

Observando-se as curvas de demanda de potência e espaço de trabalho da suspensão (deflexão), nota-se que o relaxamento da restrição do espaço de trabalho para o CASO-1, onde os coeficientes de deslocamento da suspensão são bem menores que no CASO-2, ocasiona um aumento de demanda de potência, resultando em um sistema mais “ativo”. É importante ressaltar também que o controlador RLQ aumenta significativamente os fatores de amortecimento da massa suspensa com redução de amortecimento para alguns modos de massa não suspensa para o CASO-1, enquanto que o projeto do controlador no CASO-2 aumenta significativamente os coeficientes de amortecimento em vários modos de massa suspensa e não suspensa, acarretando também uma pequena diminuição de frequência para os modos de massa não suspensa (maiores frequências nas figuras abaixo). Abaixo podemos observar os autovalores das matrizes realimentadas para o CASO-1 E CASO-2:

CASO-1:		
AUTOVALORES	amort.	Freq. (rad/s)
-3.91e-003 + 3.66e-002i	1.06e-001	3.68e-002
-3.91e-003 - 3.66e-002i	1.06e-001	3.68e-002
-9.65e-001 + 5.43e+000i	1.75e-001	5.52e+000
-9.65e-001 - 5.43e+000i	1.75e-001	5.52e+000
-2.51e+000 + 7.72e+000i	3.09e-001	8.11e+000
-2.51e+000 - 7.72e+000i	3.09e-001	8.11e+000
-4.33e+000 + 7.15e+000i	5.18e-001	8.36e+000
-4.33e+000 - 7.15e+000i	5.18e-001	8.36e+000
-4.34e+000 + 3.03e+000i	8.20e-001	5.30e+000
-4.34e+000 - 3.03e+000i	8.20e-001	5.30e+000
-5.55e+000	1.00e+000	5.55e+000
-1.25e+001 + 6.92e+001i	1.78e-001	7.04e+001
-1.25e+001 - 6.92e+001i	1.78e-001	7.04e+001
-1.84e+001 + 6.12e+001i	2.88e-001	6.39e+001
-1.84e+001 - 6.12e+001i	2.88e-001	6.39e+001
-2.06e+001 + 7.40e+001i	2.69e-001	7.68e+001
-2.06e+001 - 7.40e+001i	2.69e-001	7.68e+001
-3.74e+001 + 6.49e+001i	4.99e-001	7.49e+001
-3.74e+001 - 6.49e+001i	4.99e-001	7.49e+001

Figura 6.24: Autovalores para o sistema realimentado do CASO-1

CASO-2:		
AUTOVALORES	amort.	Freq. (rad/s)
-3.86e-003 + 3.62e-002i	1.06e-001	3.65e-002
-3.86e-003 - 3.62e-002i	1.06e-001	3.65e-002
-2.22e+000	1.00e+000	2.22e+000
-4.91e+000 + 5.51e+000i	6.65e-001	7.38e+000
-4.91e+000 - 5.51e+000i	6.65e-001	7.38e+000
-5.43e+000 + 6.21e+000i	6.58e-001	8.24e+000
-5.43e+000 - 6.21e+000i	6.58e-001	8.24e+000
-5.43e+000	1.00e+000	5.43e+000
-5.59e+000 + 3.35e+000i	8.58e-001	6.52e+000
-5.59e+000 - 3.35e+000i	8.58e-001	6.52e+000
-2.26e+001	1.00e+000	2.26e+001
-2.88e+001 + 6.31e+001i	4.15e-001	6.94e+001
-2.88e+001 - 6.31e+001i	4.15e-001	6.94e+001
-3.26e+001 + 4.89e+001i	5.55e-001	5.88e+001
-3.26e+001 - 4.89e+001i	5.55e-001	5.88e+001
-4.43e+001	1.00e+000	4.43e+001
-4.59e+001 + 5.67e+001i	6.29e-001	7.30e+001
-4.59e+001 - 5.67e+001i	6.29e-001	7.30e+001
-7.23e+001	1.00e+000	7.23e+001

Figura 6.24: Autovalores para o sistema realimentado do CASO-2.

CAPÍTULO – 7

CONCLUSÃO E PROPOSTAS

7.1. Conclusão

Visando a obtenção de segurança, estabilidade, conforto e dirigibilidade, a indústria automobilística tem desenvolvido e aplicado sistemas que controlam o movimento do veículo. Com o atual estágio de desenvolvimento das tecnologias eletrônica e computacional surgiu a possibilidade de se usar suas aplicações como grandes aliadas na tarefa de modelagem e simulação de veículos ou de componentes de veículos. Situações de difícil manipulação matemática foram simplificadas e modelos de sistemas complexos puderam ser gerados e analisados de forma mais acurada.

Com o decorrer do tempo, o volume de sistemas de controle foi aumentando e a tendência atual é de implantação de um sistema central que gerencie todos os

subsistemas autocontrolados do veículo. Esta tendência é uma perspectiva mundial que acelera a disputa de mercado pelas indústria e proporciona cada vez mais satisfação e praticidade ao dirigir.

Apesar de ser uma tendência mundial, a implantação de um gerenciamento central é uma realidade um pouco distante da maioria dos carros de linha principalmente devido aos altos custos envolvidos. A implantação de um sistema de controle central é uma tendência bastante realista para um futuro não muito distante, tendo em vista que já é largamente utilizada na área aeronáutica e já é encontrada em alguns veículos de luxo. No Brasil, uma perspectiva de utilização de controle integrado é ainda um pouco mais distante, uma vez que a maioria dos veículos aqui produzidos operam com muito poucos sistemas autocontrolados, e os veículos que possuem tais sistemas, os têm em pequena quantidade. Há uma tendência de melhora neste sentido devido à atual abertura de mercado que possibilitou a entrada de carros muito mais modernos no país, obrigando nossa indústria a correr atrás de um nível mundial. Para se ter uma idéia do nosso atraso, sistemas que eram usados desde o começo da década de 80 nos E.U.A., como o sistema ABS, só foram introduzidos no Brasil há pouco tempo.

A busca de tecnologia para fornecer aos veículos melhores características de dirigibilidade e desempenho induz à utilização de uma grande quantidade de sistemas de controle. Esta busca traz a necessidade do conhecimento do sistema a ser controlado, e para tanto a utilização de modelagem matemática é fator essencial no desenvolvimento de novos projetos. Deste modo, modelos que sejam capazes de representar a interação entre as dinâmicas dos vários subsistemas do veículo são de grande utilidade.

Neste sentido, esta tese propõem o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar o veículo e seus principais subsistemas, de forma que seja possível utilizá-los em projetos de sistemas de controle integrado do movimento. São discutidos vários aspectos de modelagem matemática de veículos automotivos, dando ênfase a técnicas de modelagem computacional de sistemas multicorpos. O modelo de veículo é implementado utilizando-se o programa de modelagem genérica ADAMS. Este modelo é desenvolvido de forma a incorporar as principais características dos sistemas de suspensão, direção e pneumáticos, sendo que os

sistemas de freio e tração são abordados de maneira simplificada. O modelo obtido é complexo o suficiente para descrever o movimento completo do veículo e ainda, seguindo os aspectos discutidos no Capítulo 1, é simples o suficiente para ser utilizado em um projeto de sistema de controle integrado do movimento.

São obtidos e validados dois tipos de modelos: um não linear, gerado automaticamente pelo código do *software* ADAMS (*Automatic Design of Mechanical Systems*) e também um modelo linearizado na forma de espaço de estados (gerado através do comando *LINEAR* presente também no ADAMS). A linearização do modelo é obtida através das derivadas das equações não lineares em determinadas condições de operação, gerando várias matrizes que representam um modelo linear na forma de espaço de estados. Para a validação dos modelos obtidos foram realizadas várias simulações. Foram analisados os principais aspectos das dinâmicas longitudinal, lateral e vertical, verificando-se o comportamento do modelo que representa o veículo para diversos tipos de entradas de comando do motorista (esterçamento e aceleração) e de distúrbios externos (elevações da pista e dist. aerodinâmico), assim como as influências dos modelos de pneus utilizados.

Os modelos de veículo obtidos são então utilizados para o projeto de dois sistemas de controle de suspensão baseados em técnicas de controle ótimo com duas diferentes abordagens: um controlador *skyhook* que foi implementado no modelo não linear desenvolvido no ADAMS e um controle de suspensão baseado em um controlador RLQ (Regulador Linear Quadrático) com realimentação de saída, implementado utilizando-se os modelos linearizados na forma de espaço de estados. Este último foi implementado através de uma co-simulação ADAMS/Matlab que utiliza conjuntamente os modelos não-linear e linear para o projeto e simulação do sistema realimentado. Desta forma, conseguimos obter bons resultados de resposta de um sistema não-linear utilizando-se de controladores baseados em modelos lineares. A possibilidade desta verificação é uma poderosa ferramenta em termos de prototipagem virtual, onde os resultados da simulação são muito mais aproximados do sistema real. Ainda mais, as ferramentas gráficas de animação e de pós-processamento dos dados melhoram significativamente a visualização dos resultados. Entretanto, apesar do conjunto modelo-controlador ser capaz de utilizar e controlar modelos mais completos, a complexidade do projeto do sistema de controle, em

termos computacionais, também aumenta consideravelmente, pois a quantidade de informação e de arquivos gerados é muito maior.

Apesar do sistema de controle RLQ ter sido obtido para uma condição de operação específica, na velocidade de 20m/s e utilizando-se as matrizes obtidas para esta condição, os bons resultados das simulações obtidos para toda a gama de matrizes dos modelos linearizados, nos permite pensar na utilização destes modelos em outras condições de operação conforme as proposições a seguir.

7.2. Propostas

O principal objetivo de um projetista de sistemas de controle é o de construir um sistema que funcione em ambiente real. Como este ambiente real pode variar com o tempo (deteriorização dos componentes, variação dos parâmetros com temperatura) ou com condições de operação (mudanças de carregamento, distúrbios), o sistema de controle deve ser capaz de lidar com essas variações. Assumindo que o meio ambiente não muda, outro fator é a presença de incertezas de modelagem. Representações matemáticas de sistemas (modelagem) sempre envolvem simplificações e suposições que podem deixar de lado não linearidades. Diferentes componentes de sistemas (atuadores, sensores, amplificadores, motores, engrenagens, etc.) são geralmente modelados por ganhos constantes. Estruturas dinâmicas (aeronaves, satélites, mísseis, automóveis) têm dinâmicas complicadas, envolvendo altas frequências e que podem ser inicialmente ignoradas. Como sistemas de controle são tipicamente projetados usando modelos simplificados, eles podem não funcionar corretamente em um ambiente real.

Deste modo, para operar de modo eficiente em situações reais, o sistema de controle deve possuir uma propriedade chamada robustez. Matematicamente, isto significa que o controlador deve ter desempenho satisfatório não somente para uma planta, mas para uma família (ou conjunto) de plantas. (STEFANI et al., 1994).

Se o sistema deve satisfazer especificações de performances como rejeição de distúrbios, requisitos de tempo de resposta e acompanhamento de sinais de referência, podemos dizer que o sistema deve possuir um desempenho robusto. Os

controladores que satisfazem estas características são chamados de sistemas de controle robustos. Esse problema foi investigado intensamente durante a década de 80 e ainda existem investigações que seguem diferentes abordagens.

As principais características de um sistema que possui realimentação são: Sensibilidade e Rejeição de distúrbio. Por Sensibilidade entende-se que a realimentação reduz a sensibilidade do sistema de malha fechada com relação à incertezas ou variações dos elementos localizados na malha do sistema. Rejeição ao distúrbio se refere ao fato de que a realimentação pode eliminar ou reduzir os efeitos de distúrbio não desejáveis que ocorrem dentro do caminho de realimentação. É principalmente por essas razões que a realimentação é usada. Um sistema de malha aberta (ou seja um sistema sem realimentação) não possui essas propriedades, entretanto, pode eliminar certos distúrbios, mas para isso requer o completo conhecimento desse distúrbio, o que não é sempre possível.

Considerando as condições de robustez descritas acima, em conjunto com o modelo não linear de veículo, linearizado em diferentes condições de operação, podemos pensar em um procedimento de projeto de controle de suspensão (ou outro qualquer) capaz de otimizar o comportamento desejado, repetindo o projeto do controlador RLQ para os diferentes sistemas na forma de espaço de estado obtidos.

O ganho ótimo obtido, para cada ponto de operação, deve garantir estabilidade robusta e boa performance na proximidade destes pontos. Isto é, se desejarmos utilizar um sistema de controle de suspensão que seja capaz de atuar em diferentes condições de operação, podemos obter várias matrizes de ganho para cada uma destas diferentes condições e utilizar algum controle adaptativo tipo *gain scheduling* (LAWRENCE & RUGH, 1995; SHAMA & ATHANS, 1990), em que o ganho ótimo para um ponto pode ser usado como um ganho inicial de estabilização para o próximo ponto. É importante, entretanto, que os ganhos ótimos de cada ponto sejam capazes de garantir a robustez de estabilidade na faixa em que serão utilizados. Este tipo de controlador, em que são utilizadas várias faixas de operação englobando o comportamento dinâmico do sistema, é largamente utilizado em sistemas de controle de aeronaves (ADAMS & BANDA, 1993; SIWAKOZIT et al., 2000; HYDE & GLOVER, 1993; ADAMS et al., 1993).

Pelas características dos modelos lineares obtidos e discutidos no Capítulo 4, ainda há uma grande quantidade de trabalho a ser desenvolvido pois para a obtenção de modelos robustos é necessário que análises dos valores singulares sejam realizadas, conformando a atuação dos sistemas de controle a serem desenvolvidos de acordo com as barreiras de desempenho e estabilidade descritas na teoria de controle robusto. O próprio levantamento destas barreiras deve ser também alvo de futuros trabalhos.

Figura 7.1: Valores singulares para o modelo na condição de referência (RL20).

O presente modelo, do modo como atualmente é apresentado no Capítulo 4, não está em uma forma final para projeto de controle, uma vez que os distúrbios estão incorporados à matriz de entrada B do modelo, gerando os valores singulares abaixo de -300db. Para o projeto de controle, mudanças como retirar as entradas de distúrbio da matriz B, mudança de unidades para diminuir a grande diferença de magnitude dos valores singulares têm de ser efetuadas. O gráfico da figura 7.1 mostra os ganhos principais do modelo para a condição de referência. Podemos notar que há uma grande diferença entre os valores singulares máximo (σ_M) e mínimo (σ_m)

de aproximadamente 300 db, se considerarmos os valores singulares abaixo de -300 db como insignificantes. Esta é uma demonstração de que há acoplamento no sistema. Outra característica a ser observada é que as especificações de performance para uma realimentação estável do sistema, conforme citada anteriormente, dependem também das incertezas do modelo.

Além do que foi mencionado anteriormente, outras sugestões para futuros trabalhos podem ser citadas:

- Análise de um sistema mais completo com a introdução dos graus de liberdade de rotação dos pneus, possibilitando integração de sistemas de controle de suspensão e frenagem (ABS).
- Utilização de diferentes configurações de distribuição de carregamento do veículo.
- Diferentes condições de via e velocidades do veículo.
- Utilização de sistemas com elementos suspensivos não lineares.
- Inclusão de análise de conforto considerando as acelerações no assento do motorista e passageiros, utilizando as normas vigentes.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDEL HADY, M.B.A.; CROLLA, D.A. Theoretical Analysis of Active Suspension Performance Using a Four-Wheel Vehicle Model, *Proc. Imech. E.*, vol. 203, 1989.
- ACKER, B.; DARENBERG, W.; GALL, H. Active Suspensions for Passenger Cars, In: 11TH IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- ACKERMANN, J.; GULDNER, J.; SIENEL W.; STEINHAUSER, R.; UTKIN, I. V. Linear and Nonlinear Controller Design for Robust Automatic Steering. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.132-143, mar. 1995.
- ADAMS - User's Manual. Mechanical Dynamics, Inc, MI, USA, 1990.
- ADAMS Training guide. Mechanical Dynamics, Inc, MI, USA, 1996
- ADAMS, J. R.; BANDA, S.S. Robust Flight Control Design Using Dynamic Inversion and Structured Singular Value Synthesis. *Transactions on Control Systems Technology*. v.1, n.2, p.80-91, jun 1993.
- ADAMS, R.J.; SPARKS, A.; BANDA, S.S. Full Envelope Multivariable Control Law Synthesis for a High - Performance Test Aircraft. *Journal of Guidance Control and Dynamics*. v. 16, n. 5, set.- out. 1993.
- ADAMS/Controls Mechanical Dynamics Inc, Ann Arbor, MI, USA, 1999.
- ADAMS/Tire Mechanical Dynamics Inc, Ann Arbor, MI, USA, 1999.
- ALLEN, R.W; ROSENTHAL, T.J. A Computer Simulation Analysis of Safety Critical Maneuvers for Assessing Ground Vehicle Dynamics Stability. SAE paper, n.930760, 1993.
- ALLEYNE, A.; HEDRICK, K.J. Nonlinear Adaptative Control of Active Suspensions. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.94-101, mar. 1995.

- ANDERSON, R.J., HANNA, D.M. Comparison of Three Vehicle Simulation Methodologies, In: 11TH IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- ANDREWS, G.C.; KESAVAN, H.K. Simulation of Multibody Systems Using the Vector-Network Model, In: IUTAM SYMPOSIUM – *Dynamics of Multibody Systems*, Germany, 1977.
- BARAK, P.; HROVAT, D. Application of the LQG Approach to Design of an Automotive Suspension for Three-Dimensional Vehicle Models, In: IMECH. E, INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C 421/88, 24-25 October, 1988.
- BARAK, P.; SACHS, H. On the Optimal Ride Control of a Dynamic Model for an Automotive Vehicle System, In: 9TH IAVSD SYMPOSIUM, Switzerland, 1985.
- BARBIERI, F.A.A. Análise de Conforto Vibracional em Veículos. In: CONGRESSO INTERNACIONAL SAE BRASIL, São Paulo, SAE paper nº1999-01-3074. 1999.
- BARBIERI, Frederico Augusto Alem. *Simulação e Análise de um veículo na forma de espaço de estados, com a matriz da planta parametrizada em função da velocidade*. São Carlos. 1996. 255p. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- BARBIERI, Nilson. *Comportamento Dinâmico de um Veículo Automotivo – Simulação, Controle e Otimização*. Campinas. 1993. Tese (doutorado) – Faculdade de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas.
- BAUMGARTNER, C.E.; ONDER, C.H.; GEERING, H.P. Multivariable Control of Lean Burn Engines, In: 10TH IFAC WORLD CONGRESS, Germany, 1987.
- BISIMIS, E. Influence of Antiskid System on Vehicle Directional Dynamics, SAE paper 790455, 1979.
- BONING, B.; FOLKE, R.; FRANZKE, K. Traction Control (ASR) Using Fuel - Injection Suppression - A Cost Effective Method of Engine - Torque Control. In:

- MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. p.145-166, 1996.
- BRAESS, H.H.; THOMPSON, B. The Motor Vehicle – A Good Example of the Wide Range of Application of Modern Control Engineering, In: 10TH IFAC WORLD CONGRESS, 1987.
- CHANG, C.; HUSTON, R.L. Computational Methods for Studying Impact in Multibody Systems. *Computer & Structures*. v. 57, n. 3, p. 421-425, 1995.
- CHEN B.; WU C.; UANG,H. A Minimax Tracking Design for Wheeled Vehicles with
- CHIEN, C. J.; FU, L.C. An adaptive variable structure control of fast time varying plants. *Control theory and advanced technology*. Vol. 10, n°4, part 1, pp. 593-620, december, 1994.
- CHIKAMORI, S; SUMIE, A; OHTA, Y. Profiles of Automobiles in the Year 2000, SAE paper 892008, 1989.
- COSTA, Álvaro. *Application of multibody system (MBS) techniques to automotive vehicle chassis simulation for motion control studies*. Coventry, 1992. 337p. Tese (Doutorado) - University of Warwick.
- CROLLA, D.A.; FIRTH, G.R.; HINE, P.J.; PEARCE, P.T. The Performance of Suspensions with Controllable Dampers, In: 11TH IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- CROSSLEY, P.R.; JONES, R.P.; HOWARTH, S.I. Modeling and Simulation of a HGV Powertrain for Transmission Control Studies, *Proceedings of ISATA'85*, v2, 131-150, 1985.
- CRUZ, J.J. *Controle Robusto Multivariável*. São Paulo, EdUSP, 1996.
- D'AZZO, J.J; HOUPIS, C.H. *Linear Control System Analysis and Design*, Ed. McGraw Hill, Tokyo, 1981.

- DARLING, J. ; DOREY, R.E. ; ROSS-MARTIN, T.J. Low cost active ant-roll suspension for passenger cars.
- DECKER, H.; SCHRAMM, W.; KALLENBACH, R. A Practical Approach towards Advanced Semi-Active Suspension Systems, In: IMECH. E, INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C430/88, 24-25, October, 1988.
- ERHARDT, R.; ZANTEN, A. T.; PFAFF, G. Control of vehicle dynamics. *Automotive Engineering*, v.103, n.5, p. 87-93, may, 1995.
- ESTEVEES, A.C. ; WINOCO, L. ; BERTHAUD, J. Disc brakes for trucks: a technical innovation for heavy vehicles. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925059.
- FENNEL, H.; MAHR, R.; SCHLEYSING, R. Transputer - Based Real - Time Simulator - A High Performance Tool for ABS and TCS Development. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.233-268.
- FLEISCHER, G.E. Multibody Systems Applications and Simulations at the Jet Propulsion Laboratory, IUTAM SYMPOSIUM – DYNAMICS OF MULTIBODY SYSTEMS, Germany, 1977.
- FOAG, W. A Practical Control Concept for Passenger Car Active Suspensions with Preview, IMECH. E. INTL, CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C 424/88, 24-25, october, 1988.
- FUJII, T.; NISHIMURA, Y.; SHIMOMURA, S. A Practical Design approach to LQ Design and its Application to Engine Control, 10TH IFAC WORLD CONGRESS, Germany, 1987.
- FUKADA, Y. Slip angle estimation for vehicle stability control. *Vehicle Systems Dynamics*, n° 32, 1999.

- FUKURAWA, Y. Practical Vehicle Mathematical Models Effective for Evaluating Handling Quality Corresponding to Various Driving Conditions, SAE paper 851238, 1985.
- GIUA, A.; SEATZU, C.; USAI, G. Semiactive Suspension Design with an Optimal Gain Switching Target. *Vehicle System Dynamics*. v. 31, p.213-232, 1999.
- GOHRING, E. Electronic Traction Control System ASR and its Integration in the Anti - Lock Braking Systems ABS to form a Safety System "ABS/ASR" for Commercial Vehicles. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.91-98.
- GONTIER, C; LI, Y. Lagrangian Formulation and Linearization of Multibody System Equations. *Computers & Structures*. V. 57, n. 2, p.317-331, 1995.
- GOODAL, R.M. & KORTÜM, W. Active control in ground transportation - a review of the state-of-the-art and future potential. *Vehicle System Dynamics*, v. 12, p. 225-257, 1983.
- GRIM, R. A. Wheel lock control braking system. *SAE Special Publication PT - 29 Anti-Lock Braking Systems - A Review*, SAE number 741082. 1974.
- HAC, A. Optimal Semi-active Suspension with Preview Based on a Half Car Model, 12TH IAVSD SYMPOSIUM, Lyon, France, 1991.
- HAYAKAWA, K.; MATSUMOTO, K.; YAMASHITA, M.; SUZUKI, Y.; FUJIMORI, K.; KIMURA, H. Robust H^∞ output feedback control of decoupled automobile active suspension systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 44, n°2, february 1999.
- HEDRICK, J.K.; BUTSUEN, T. Invariant properties of automotive suspensions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ADVANCED SUSPENSIONS, London, 1988.
- HEDRICK, J.K.; WORMLEY, D.N. Active Suspensions for Ground Transport Vehicle - A State-of-the-art Review, *ASME AMD* vol. 15, pp.21-40, 1975.

- HENNECKE, D. Frequency dependent variable suspension damping – theoretical background and practical success. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ADVANCED SUSPENSIONS, London, 1988.
- HIRATA, T.; KOIZUMI, S.; TAKAHASHI, R. H^{∞} control of railroad vehicle active suspension. *Automatica*, vol.31, n° 1, 1995.
- HOFFMAN, D. The Corvette Acceleration Slip Regulation (ASR) Application with Preloaded Limited Slip Differential. SAE paper n. 920642. 1992.
- HOLZWARTH, R.; MAY, K. Analysis of Traction Control Systems Augment by Limited Slip Differentials. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.177-185.
- HROVAT, D. Optimal Active suspension Structures for Quarter-Car Vehicle Models, *Automatica*, vol.26, n°5, pp.845-860, 1990.
- HROVAT, D.; POWERS, W.F. Power Train Computer Control System, 10TH IFAC WORLD CONGRESS, 1987.
- HUNT, J., K.; JOHANSEN, A.; KALKKUHL, J.; FRITZ, H.; GOTTSCHKE, TH. Speed Control Design for an Experimental Vehicle Using a Generalized Gain Scheduling Approach. *Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.381-395, maio 2000.
- HUSTON, R.L.; LIU, Y.S.; LIU, C. Use of Absolute Coordinates in Computational Multibody Dynamics. *Computer & Structures*. v. 52, n. 1, p. 17-25, 1994.
- HYDE, A. R.; GLOVER, K. The Application of Scheduled Controllers to a VSTOL Aircraft. *Transactions on Control Systems Technology*. v.38, n.7, p.1021-1039, jul. 1993.
- IKENAGA, S.; LEWIS, F.L.; DAVIS, L.; CAMPOS, J.; EVANS, M.; SCULLY, S. Active Suspension Control Using a Novel Strut and Active Filtered Feedback:

- Design and Implementation. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS. Hawai. USA. 1999.
- INA, O.; YOSHINO, Y.; LIDA, M. Recent Intelligent Sensor Technology in Japan. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.453-461.
- INOUE, T. ; AOKI, K. ; SUZUKI, T. Future engine control. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON TRANSPORTATION ELECTRONICS, Dearborn, USA, 1990.
- INTUITIVE handling control system. *Automotive Engineering*, p. 31, june, 1994.
- JANSEN, T.H. S.; ZEGELAAR, W.A. P.; PACEJKA, B.H. The Influence of In-Plane Tyre Dynamics on ABS Braking of a Quarter Vehicle Model. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.249-261, 1999.
- JIA, Y. Robust Control with Decoupling Performance for Steering and Traction of 4 WS Vehicles under Velocity - Varying Motion. *IEEE Transactions on Control System Technology*. V. 8, n.3, p.554-569, maio 2000.
- KANE, T.R., LIKINS, P.W., *Spacecraft Dynamics*, McGraw-Hill, New York, 1983.
- KANE, T.R.; LEVINSON, D.A. *Dynamics: Theory and Applications*, MacGraw-Hill, New York, 1985.
- KARNOPP, D. Theoretical Limitations in Active Vehicle Suspensions, *Vehicle Systems Dynamics*, vol.15, pp.41-54, 1986.
- KASHANI, R.; STRELOW, E.J. Fuzzy Logic Active and Semi - Active Control of Off - Road Vehicle Suspensions. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.409-420, 1999.
- KIENCKE, U. A view of automotive control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, v.4, n. 8, p. 11-19, august, 1988.

- KORTUM, W.; SHARP, R. A Report on the State-of-Affairs on "Application of Computer Codes to Vehicle System Dynamics", *Vehicle System Dynamics*, vol.20, n°3-4, pp177-184, 1991.
- KORTUM, W; LEHNER, M; RICHTER, R. Multibody Systems Containing Active Elements: Generation of Linearized System's Equations, System Analysis and Order Reduction, In: IUTAM SYMPOSIUM – *Dynamics of Multibody Systems*, Germany, 1977.
- LANGLOIS, R.G.; ANDERSON, R.J.; HANNA, D.M. Implementing Preview Control on an off-road vehicle with Active Suspension, In: 12TH IAVSD SYMPOSIUM, Lyon, France, 1991.
- LAWRENCE A. D.; RUGH J. W. Gain Scheduling Dynamic Linear Controllers for a Nonlinear Plant. *Automatica*. V.31, n.3, p.381-390, 1995.
- LAYNE, R. J.; PASSINO, M. K.; YURKOVICH, S. Fuzzy Learning Control For Antiskid Braking Systems. *Transactions on Control Systems Technology*. v.1, n.2, p.122-129, jun. 1993.
- LEIBER, H.; CZINCZEL, A. Antiskid Sistem for Passenger Cars with a Digital electronic Control and Unit, SAE paper 790458, 1979.
- LEWIS, F.L. *Applied Optimal Control and Estimation*. New Jersey, Prentice-Hall and Texas Instruments, 1992.
- LIN, C.; ULISOY, G.A.; LEBLANC J.D. Vehicle Dynamics and External Disturbance Estimation for Vehicle Path Prediction. *Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.508-518, maio 2000.
- LIUBAKKA, K.M.; RHODE, S.D.; WINKELMAN, R.J.; KOKOTOVIC, V.P. Adaptive Automotive Speed Control. *Transactions on Control Systems Technology*. v.38, n.7, p.1011-1020, jul. 1993.

- LOHMANN, B. Application of Model Order Reduction to a Hydropneumatic Vehicle Suspension. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.102-109, mar. 1995.
- LUGNER, P.; MITTERMAYER, P.; ENDLICHER, K.,-O. Theoretical Investigations on the Behavior of a Car with Additional Four-Wheel Steering at u-Split Conditions, IMECH. E, INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C440/88, 24-25, october, 1988.
- MAISCH, W.; JONNER, W.; SIGL, A. Traction Control: An ABS Extension, *Automotive Engineering*, August, 1987.
- MAISCH, W; JONNER, W.D; MERGENTHALER, R; SIGL, A. ABS5 and ASR5: The New ABS/ASR Family to Optimize Directional Stability and Traction. SAE paper n. 930505.
- MALEK, K.M.; HEDRICK, J.K. Decoupled Active Suspensions Design for Improved Automotive Ride Quality/Handling Performance, 9TH IAVSD SYMPOSIUM, Switzerland, 1985.
- MASTINU, G. Passive Automobile Suspension Parameter Adaptation, In: IMECH.E, INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C425/88, 24-25, October 1988.
- MCLNTYRE, S. Two Functions, one Microcontroller Four - Wheel ABS and Ride Control Using 80C196KB. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.329-340.
- METZ, D.; MADDOLCK, J. *Optimal ride Height and Pitch Control for Championship Race Cars*, Automatica, vol.22, n°5, pp.509-520, 1986.
- MINGORI, D.L. Lagrange's Equations, Hamilton's Equations, and Kane's Equations: Interrelations, Energy Integrals, and a Variational Principle. *Journal of Applied Mechanics*. v. 62, p. 505-510, june, 1995.

- MITAMURA, R. ; TANI, M. ; TANAKA, T. ; YUASA, M. System integration for new mobility. In: PASSENGER CAR MEETING AND EXPOSITION, Dearborn, Michigan, october 31 - november 03, 1988. SAE paper n. 881773.
- MIYAKE, K.; YAMAKI, I.; FUJITA, T. Four Wheel Anti - Lock Brake System (ABS) for Four - Wheel Drive Vehicles. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.11-18.
- MORAN, A. ; NAGAI, M. Optimal active control of nonlinear vehicle suspensions using neural networks. *JSME International Journal*, v.37, n.4, p.707-718, 1994.
- MOSKWA, J.J.; HEDRIK, J.K. Sliding Model Control of Automotive Engines, *Proceeding of the American Control Conference*, USA, 1989.
- MOTOYAMA, S. ; UKY, H. ; ISODA, K. ; YUASA, H. Effect of traction force distribution control on vehicle dynamics. *Vehicle Systems Dynamics*, v.22, p. 455-464, 1993.
- MOURI, H.; KUROKI, J.; SUGASAWA, F.; IRIE, N. Handling and Stability Improvement Achieved with Four-Wheel Steering, IMECH. E., INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C441/88, 24-25, October, 1988.
- MOUSSEAU, C.W.; SAYERS, M.W.; FAGAN, D.J. Symbolic Quasi-static and Dynamic Analysis of Complex Automobile Models. *Vehicle System Dynamics*, v.20, p. 446-459, aug., 1991.
- MUIJDERMAN, J.H.E.A.; KOK, J.J.; HUISMAN, R.G.M.; VELDPAUS, F.E.; VAN HECK, J.G.A.M. Preview - Based Control of Suspension Systems for Commercial Vehicles. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.237-247, 1999.
- NAGAI, M. Active Four-Wheel-Steering System by Model Following Control, In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.

- NEWTON, W.R.; RIDDY, F.T. Evaluation Criteria for Low Cost Anti-Lock Brake Systems for FWD Passenger Cars. *SAE Special Publication PT - 29 Anti-Lock Braking Systems - A Review*, SAE number 840464. 1984.
- OHYAMA, Y. A Totally Untegrated Vehicle Electronic Control System. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.517-522.
- ORLANDEA, N.; CHACE, M.A. Simulation of a Vehicle Suspension with the Adams Computer Program. INTERNATIONAL AUTOMOTIVE ENGINEERING CONGRESS AND EXPOSITION, MICHIGAN, SAE paper 770053, 1977.
- PACEJKA, H.B. Tire properties and rolling characteristics on dry and wet roads. In: 8th IAVSD SYMPOSIUM, Michigan, USA, 1983.
- PARK, H. J.; KIM, Y. C. Wheel Slip Control in Traction Control System for Vehicle Stability. *Vehicle System Dynamics*. v. 31, p.263-278, 1999.
- PAWLAC, A.M. ; GRABER, D.W. ; ECKHARDT, D.C. Magnasteer - direção hidráulica com esforço variável magneticamente. In: III CONGRESSO E EXPOSIÇÃO INTERNACIONAIS DA TECNOLOGIA DA MOBILIDADE, São Paulo, 1994. SAE paper 942388.
- PETTERSSON, M; NIELSEN, L. Gear Shifting by Engine Control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.495-507, maio 2000.
- PROCEEDINGS OF THE INSTITUTION OF MECHANICAL ENGINEERS; INTERNATIONAL CONFERENCE In: ADVANCED SUSPENSIONS, London, 1988. *Anais*. Mechanical Engineering Publicantions Limited, 1988.
- RAJAMANI, R.; HEDRICK, K. J. Adaptative Observers for Active Automotive Suspensions: Theory and Experiment. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.86-93, mar. 1995.

- RAY, R. L. Nonlinear State and Tire Force Estimation for Advanced Vehicle Control. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.117-125, mar. 1995.
- RIBBENS, W.B. & MANSOUR, N.P. *Understanding Automotive Electronics*. 2ª edição. Indianápolis, USA, Texas Instruments Publishing Center, 1984.
- ROSENTHAL, D.E. *An Order N Formulation for Robotic System*, to appear, personal notes, Symbolic Dynamics, 1991.
- ROSENTHAL, D.E.; SHERMAN, M.A. High Performance Multibody Simulations via Symbolic Equation Manipulation and Kane's Method, *J. Astr. Sci.*,34, 1986.
- RYAN, R.R. *ADAMS Multibody System Analysis Software*, USA, TEDAS publication, 1990.
- SAMPEI, M.; TAMURA, T.; KOBAYASHI, T.; SHIBUI, N. Arbitrary Path Tracking Control of Articulated Vehicles Using Nonlinear Control Theory. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.125-131, mar. 1995.
- SANCHEZ, J.P.A. *Estudo Comparativo de Desempenho entre Suspensões Passiva, Semi-Ativa e Totalmente Ativa Utilizando Modelo Completo de Veículo*. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997.
- SANO, S.; FURUKAWA, Y.; SHIRAIKISHI, S. Four-Wheel Steering System with Rear Wheel Steer Angle Controlled as a Function of Steering Angle, SAE paper 860625, 1986.
- SAYERS, M.W. Automated formulation of efficient vehicle simulation codes by symbolic computation (AUTOSIM). In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canada, 1989.
- SAYERS, M.W. *A Symbolic Vector/Dyadic Multibody Formalism for Tree Topology Systems*, Technical memo, UMTRI, Michigan, USA, 1990.
- SAYERS, W. M. Vehicle Models for RTS Applications. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.421-438, 1999.

- SCHIEHLEN, W.O.; KORTUM, W. *General Purpose Vehicle Dynamics Software Based on Multibody Formalisms*, Vehicle System Dynamics, nº14, pp229-263, 1985.
- SCHIEHLEN, W.O.; KREUZER, E.J. Symbolic Computerized Derivation of Equations of Motion. In: IUTAM Symposium – Dynamics of Multibody Systems, Germany, 1977.
- SCHULZE, B.G., LISSEL, E. Anti-Slip-Regulator System (ASR) with High Performance and Comfort, IMECHA. E, INTL. CONF. *Traction Control and Anti-wheel-spin Systems for Road Vehicles*, C367/88, 6-7 September 1988.
- SCHWERTASSEK, R; ROBERSON, R. A Perspective on Computer-Oriented Multibody Dynamical Formalisms and their Implementations, Dynamics of MBS. IUTAM/IFTOMM Symposium, Italy, 1985.
- SD/FAST - User's Manual. Versão B.1.1, julho, 1990.
- SENGER, K, -H.; A Velocity Dependent Steering Gear Ratio for Four-Wheeled Steered Vehicles, IMECH. E, INTL. CONF. ADVANCED SUSPENSIONS, C438/88, 24-25 october, 1988.
- SENGER, K.-H.; KORTUM, W. Investigations on State Observers for the Lateral Dynamics of Four-Wheel Steered Vehicles, In: 11th IAVSD SYMPOSIUM, Ontario, Canadá, 1989.
- SHAMMA, S. J.; ATHANS, M. Analysis of Gain Scheduled Control for Nonlinear Plants. *Transactions on Control Systems Technology*. v.35, n.8, p.898-907, agos. 1990.
- SHARP, R.S.; CROLLA, D.A. Road Vehicle Suspension System Design – A Review, Vehicle System Dynamics, vol.16, pp.167-192, 1987.
- SHETH, P.,N.; WU, Z. Mechanical System Dynamics Simulation. In: SAVIAC, 1996.

- SHIBAHATA, Y.; IRIE, N.; ITOH, H.; NAKAMURA, K. The development of an experimental 4-wheel steering vehicle, SAE Paper 860623, 1986.
- SHINOJIMA, Y. ; NAGAO, M. ; KAWAHASHI, A. ; GOTO, Y. Development of multiplexing communication ICs for electronic control of a vehicle. In: WORLDWIDE PASSENGER CAR CONFERENCE AND EXPOSITION, Dearborn, USA, 1992. SAE paper nro 922126
- SHINOMIYA, T.; TODA, T.; NISHIKIMI, M; SAITO, H. The Sumitomo Electronic Antilock Sustem, SAE paper 880320, 1988.
- SHUTTLEWOOD, D.W. ; CROLLA, D.A. ; SHARP, R.S. ; CRAWFORD, I.L. Active roll control for passenger cars. *Vehicle Systems Dynamics*, v. 22, p. 383 - 396, 1993
- SIWAKOSIT, W.; SNELL, A. S.; HESS, A. R. Robust Flight Control Design with Handling Qualities Constraints Using Scheduled Linear Dynamic Inversion and Loop-Shaping. *Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.483-494, maio 2000.
- SOHONI, V.N.; DUCHNOWSKI, L.J.; WINKELMAN, J.R. Multibody Modelling of Suspension Kinematics for Control Design. *American Control Conference 90*, 1990.
- SOHONI, V.N.; WHITESELL, J. Automatic Linearization of Constrained Dynamical Models. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*. v. 108, set. 1986.
- STEFANI, R.T., SAVANT, C.J.Jr, SHAHIAN, B., HOSTETTER, G.H. *Design of Feedback Control Systems*. USA, Saunders College, 1994.
- STEVENS, B.L., LEWIS, F.L. *Aircraft Control and Simulation*. USA, John Wiley & Sons, Inc, 1992.
- STREIB, H-M. & LEONHARD, R. Hierarchical control strategy for powertrain functions. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925052.

- STURM, R. Brakes and ABS on Four-Wheel Drive Vehicles, SAE paper 880321, 1988.
- SWEET, L.M. Automobile Applications of Modern control Theory. SAE paper 820913, 1982.
- TANAKA, H. ; INOUE, H. ; IWATA, H. Development of a vehicle integrated control system. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925049.
- THOMPSON, A. G. An Active suspension with optimal linear state feedback. *Vehicle System Dynamics*, n.5, p. 187-203, 1976.
- THOMPSON, A. G. Optimal and suboptimal linear active suspensions for road vehicles. *Vehicle System Dynamics*, n.13, p. 61-72, 1984.
- THOMSON, B. The Increase of cornering Force and Traction by a Wheel-Slip Control System, 9th IAVSD SYMPOSIUM, Switzerland, 1985.
- TIANFIELD, H. Online - Data - Based Pattern Recognition of Transient Responses and Suboptimal Iteration of control Parameters. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.532-555, maio 2000.
- TOKUDA, T. Car in the '90s as a humanware. SAE Paper n. 885049.
- TRENDS in advanced chassis control. *Automotive Engineering International*. USA, v. 109, n.9, set. 2001.
- TRUE, H. On the Theory of Nonlinear Dynamics and its Applications in Vehicle Systems Dynamics. *Vehicle System Dynamics*. v. 31, p.393-421, 1999.
- VENHOVENS, TH.J.P.; NAAB, K. Vehicle Dynamics Estimation Using Kalman Filters. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.171-184, 1999.
- WAKEMAN, A.C.; IRONSIDE, J.M.; HOLMES, M.; EDWARDS, S.I.; NUTTON, D. Adaptive Engine Controls for Fuel Consumption and Emissions Reduction, SAE paper 870083, 1987.

- WALLENTOWITZ, H. Scope for the integration of powertrain and chassis control systems: traction control - active suspension - all wheel drive. SAE Paper n. 901168, 1990.
- WALLENTOWITZ, H. & ROPPENECKER, G. Integration of chassis and traction control systems. What is possible – what makes sense – what is under development. *Vehicle System Dynamics*, v. 22, p. 283-298, 1993.
- WALLENTOWITZ, H.; EGGER, G.; HERB, E.; KRUSCHE, H. Stability and Traction Control for Four-Wheel-Drive Passenger Vehicles, In: IMECH, INTL. CONF. TRACTION CONTROL AND ANTI-SPIN-WHEEL-SYSTEMS FOR ROAD VEHICLE, C365/88, 6-7 september, 1988.
- WATANABE, Y.; SHARP, S. R. Mechanical and Control Design of a Variable Geometry Active Suspension System. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.217-235, 1999.
- WICKENS, A.H. Dynamics of actively guided vehicles, *Vehicle Systems Dynamics*, vol.20, pp. 219-242, 1991.
- WILLIAMS, E. D.; HADDAD, M. W. Nonlinear Control of Roll Moment Distribution to Influence Vehicle Yaw Characteristics. *Transactions on Control Systems Technology*. v.3, n.1, p.110-117, mar. 1995.
- WILLIAMS, R.A.; RAHULAN, T. Actively Controlled Four Wheel Steering, IMA CONFERENCE, *Mathematics in the Automotive Industry*, Coventry, U.K., september, 1989.
- WREDE, J. ; STUMPE, W. ; GRAUEL, I. ; BRÄUNINGER, J. ; SCHLICHENMAYER, A. ; KÄCHELE, H. Electronically controlled compressed-air braking system for commercial vehicles. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925054.
- WRIGHT, K. ; STASIK, A. ; SAYCE-JONES, R. ; GRIFFITH, S. ; CROSS, R. Advanced integrated driveline control. In: 24th FISITA CONGRESS, London, 1992. SAE paper n. 925053.

- YI, K.; HEDRICK, K; LEE, S. Estimation of Tire- Road Friction Using Observer Based Identifiers. *Vehicle System Dynamics*. v. 31, p.233-261, 1999.
- YI, K.; SONG S.B. Observer Design for Semi-Active Suspension Control. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.129-148, 1999.
- YU, S; MOSKWA, J. A Global Approach to Vehicle Control: Coordination of Four Wheel Steering and Wheel Torques. *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control*. V. 116, p.659-667, december, 1994.
- ZANTEN VAN, A.; ERHARDT, R.; PFAFF, G. VDC, The Vehicle Dynamics Control System of Bosch. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.497-514.
- ZANTEN VAN, A.; RUF, W.; LUTZ, A. Measurement and Simulation of Transient Tire Forces. In: MACK, J. ed. *ABS - TCS - VDC Where will the technology lead us?* Society of Automotive Engineers, Inc. SAE, 1996. p.349-361.
- ZHOU, K.; DOYLE, J.C.; GLOVER, K. *Robust and Optimal Control*. New Jersey, Prentice Hall, Inc. 1996.

9. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- ADAMS/AnimationTM – (1999), Mechanical Dynamics, Inc., Ann Arbor, MI, USA.
- ADAMS/CarTM – (1999), Mechanical Dynamics, Inc., Ann Arbor, MI, USA.
- ALLEN, R.W; ROSENTHAL, R; SZOSTAK, H.T. Steady State and Transient Analysis of Ground Vehicle Handling. SAE paper nº 870495, 1987.
- BOASSON, M. Control Systems Software. *Transactions on Control Systems Technology*. v.38, n.7, p.1094-1120, jul. 1993.
- CONTROLLERS: A Flight Control Example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. v.1, n.2, p.69-79, jun.1993.
- D'AZZO, J.J., HOUPIS, C.H. *Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois S.A., 1981
- D'AZZO, J.J., HOUPIS, C.H. (1981) *Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois S.A.
- DION, M.J.; COMMAULT, C. Feedback Decoupling of Structured Systems. *Transactions on Control Systems Technology*. v.38, n.7, p.1132-1134, jul. 1993.
- GOBBI, M.; MASTINU, G.; DONISELLI, C. Optimising a Car Chassis. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.149-170, 1999.
- HATTWIG, P. Synthesis of ABS Hydraulic Systems. SAE paper n. 930509, 1993.
- HUANG, B.; SHAH, L. S.; MILLER, R. Feedforward Plus Feedback Controller Performance Assessment of MIMO Systems. *Transactions on Control Systems Technology*. v.8, n.3, p.580-587, maio 2000.
- HUTTENLOCHER, L.M.G. *Veículo automotivo com esterçamento nas quatro rodas*. São

Carlos, 2000. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

KAR, N.I.; MIYAKURA, T.; SETO, K. Bending and Torsional Vibration Control of a Flexible Plante Structure Using H_{∞} -Based Robust Control Law. *IEEE Transactions on Control System Technology*. V. 8, n. 3, p. 545-553, maio 2000.

MATHUES, T. ABS Extending the Range. SAE paper n. 940829, 1994.

MAUER, G.; GISSINGER, G.; CHAMAILLARD, Y. Fuzzy Logic Continuous and Quantizing Control of an ABS Braking System. SAE paper n. 940830. 1994.

MILLIKEN, W.F.; MILLIKEN, D.L. *Race Car Vehicle Dynamics*. USA, SAE Internation Publication, 1995.

MIYAKE, K.; YAMAKI, I.; FUJIT, T. Four Wheel Anti-Lock Brake System (ABS for Four – Wheel Drive Vehicles). SAE paper n. 88032, 1988.

NAKAJI, Y.; SATOH, S.; KIMURA, T.; HAMABE, T.; AKATSU, Y.; KAWAZOE, H. Development of an Active Control Engine Mount System. *Vehicle System Dynamics*. v. 32, p.185-198, 1999.

NEWLAND, D.E. *Mechanical vibration analysis and computation*. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1989.

SAYERS, M.W. *Symbolic Computer Methods to Automatically Formulate Vehicle Simulation Codes*. Michigan – USA. Tese (doutorado) – University of Michigan, 1990.

SAYERS, M.W., KARAMIHAS, S.M. *The Little Book of Profiling*. Basic Information about Measuring and Interpreting Road Profiles, 1997.

SAYERS, M.W., KARAMIHAS, S.M. (1997) *The Little Book of Profiling*. Basic Information about Measuring and Interpreting Road Profiles.

SERC VACATION SCHOOL ON SELF-TURNING AND ROBUST CONTROL DESIGN, 1., Oxford University, setembro – 1988.

SIGL, A.; DEMEL, H. ABS – Traction Control, State of the Art and Some Prospects. SAE paper n. 900204, 1990.

SPIRONELLI, Fabio Garcia. *Estudo dos Sistemas de Freio Anti-Blocante (ABS) utilizando um modelo de controlador de escorregamento SCBS (Slip Control Braking System)* São Carlos, 1999. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo..

TRAILER Based on Adaptive Fuzzy Elimination Scheme. *Transactions on Control System Technology*. V. 8, n. 3, p. 418-434, maio 2000.

WEDLIN, J.; BANE, O.; TILLBACK, L. Combining Properties for Driving Pleasure and Driving Safety: A Challenge for the Chassis Engineer. SAE paper n. 921595, 1992.

APÊNDICE A

SIMULAÇÃO DO MODELO NÃO LINEAR

curvall

curvall_cont

figura A1: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e $V=10\text{m/s}$

curva 14

curva 14-cont.

figura A2:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=10\text{m/s}$

curva 21

curva 21-cont.

figura A3:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e V=20m/s

curva 24

curva 24-cont.

figura A4:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e V=20m/s

curva 29

curva 29-cont.

figura A5:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 90° e V=20m/s

curva 216

curva 216-cont.

figura A6:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 160° e V=20m/s

curva 31

curva 31-cont.

figura A7:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e V=30m/s

curva 34

curva 34-cont.

figura A8:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=30\text{m/s}$

curva 44

curva 44-cont.

figura A9:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e V=40m/s

curva 61

figura A10:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e V=60m/s

curva 64

figura A11:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e V=60m/s

curva-pneu21

figura A12:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 10° e $V=20\text{m/s}$

curva-pneu24

figura A13:Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=20\text{m/s}$

curva-pneu34

figura A14: Resposta do modelo não linear ao esterçamento de 45° e $V=30\text{m/s}$

desacell-para

figura A15: Resposta do modelo não linear à desaceleração

desacel1-vf10

figura A16:Resposta do modelo não linear à desaceleração

desacel2-vi20vf1

figura A17:Resposta do modelo não linear à desaceleração

acel1

figura A18:Resposta do modelo não linear à aceleração

acel2

figura A19:Resposta do modelo não linear à aceleração

aerod-7

figura A20:Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico

aerod-10

figura A21:Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico

aerod-15

figura A22:Resposta do modelo não linear ao distúrbio aerodinâmico

rzin052

figura A23:Resposta do modelo não linear

rzin 053

figura A24:Resposta do modelo não linear ao

rzin 102

figura A25:Resposta do modelo não linear ao

rzin 103

figura A26:Resposta do modelo não linear ao

rzin 152

figura A27:Resposta do modelo não linear ao

rzin 153

figura A28:Resposta do modelo não linear

APÊNDICE B

SIMULAÇÕES COM OS MODELOS LINEARIZADOS

Figura B3: Resposta de CLO29 ao esterçamento

Figura B4: Resposta de CLO2120 ao esterçamento

Figura B5: Resposta de CLO11 ao esterçamento

Figura B6: Resposta de CLO14 ao esterçamento

Figura B7: Resposta de CLO19 ao esterçamento

Figura B8: Resposta de CLO31 ao esterçamento

Figura B9: Resposta de CLO34 ao esterçamento

Figura B10: Resposta de CLO39 ao esterçamento

Figura B11: Resposta de RL20 à aceleração de 0,5g

Figura B12: Resposta ao Distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=3,54$ $v_x=20$ m/s

Figura B13: Resposta ao distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=7,08$ $v_x=20$ m/s

Figura B14: Resposta ao distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=10,62$ $v_x=20$ m/s

Figura B15: Resposta ao distúrbio aerodinâmico $v_{wind}=15,16$ $v_x=20$ m/s

SIMULAÇÃO DE BUMP
COM A MATRIZ NTLO20COMPLETOSR_A

Figura B16: Distúrbio Triangular entrada= rzin152t.txt

APÊNDICE C

SIMULAÇÕES DOS MODELOS CONTENDO SUSPENSÃO ATIVA-SKYHOOK

Figura C1: Respostas do sistema com suspensão passiva original – sem susp. Ativa – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.

Figura C2: Respostas do sistema com suspensão passiva original – sem susp. Ativa – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

Figura C3: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook
 $C_{sh}=1000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da
 massa suspensa.
 ($C_{SH}=1000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 0.5 x valor do coeficiente original)

Figura C4: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=1000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{sh}=1000$ corresponde à situação em que C_{sh} é 0.5 x valor do coeficiente original)

Figura C5: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=4000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH}=4000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 2 x valor do coeficiente original)

Figura C6: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=4000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH}=4000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 2 x valor do coeficiente original)

Figura C7: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH}=10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C8: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH}=10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C9: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C10: Respostas do sistema com suspensão passiva original + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH}=20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C11: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.1 \times \text{original} + \text{skyhook } C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C12: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C_1 = 0.1 \times \text{original} + \text{skyhook}$ $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C13: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times \text{original} + \text{skyhook}$ $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH}=10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C14: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C_1 = 0.5 \times \text{original}$ + skyhook $C_{sh}=10000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 10000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 5 x valor do coeficiente original)

Figura C15: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C1 = 0.5 \times \text{original} + \text{skyhook } C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
 ($C_{sh}=20000$ corresponde à situação em que C_{sh} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C16: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C_1 = 0.5 \times \text{original} + \text{skyhook } C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C17: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C_1 = 2 \times \text{original} + \text{skyhook } C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
 ($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C18: Respostas do sistema com suspensão passiva com $C_1 = 2 \times \text{original}$ + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C19: Respostas do sistema com suspensão sem amortecedor passivo + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - Acelerações vertical, de rolamento e de arfagem da massa suspensa.
($C_{SH}=20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

Figura C20: Respostas do sistema com suspensão sem amortecedor passivo + skyhook $C_{sh}=20000$ – às entradas da pista - deflexões das suspensões e forças verticais nos pneus.

($C_{SH} = 20000$ corresponde à situação em que C_{SH} é 10 x valor do coeficiente original)

APÊNDICE D

DESCRIÇÃO DO MODELO NO ADAMS

```

!----- Default Units for Model -----!
!
!
!
! defaults units &
! length = meter &
! angle = rad &
! force = newton &
! mass = kg &
! time = sec
!
! defaults units &
! coordinate system type = cartesian &
! orientation type = body321
!
!----- Default Attributes for Model -----!
!
!
!
! defaults attributes &
! inheritance = bottom up &
! icon visibility = on &
! grid visibility = on &
! size of icons = 2.0E-002 &
! spacing for grid = 1.0
!
!----- Adams View Model -----!
!
!
!
! model create &
! model name = lateral_planar_2
!
! view erase
!
!----- Materials -----!
!
!
!
! material create &
! material name = lateral_planar_2.steel &
! adams id = 2 &
! youngs modulus = 2.07E+011 &
! poissons ratio = 0.29 &
! density = 7801.0
!
! material create &
! material name = lateral_planar_2.steel_2 &
! adams id = 1 &
! youngs modulus = 2.07E+011 &
! poissons ratio = 0.29 &
! density = 7801.0

```

```

!----- Rigid Parts -----!
!
!
!
! Create parts and their dependent markers and graphics
!
!----- ground -----!
!
!
!
! ***** Ground Part *****
!
! defaults model &
! part name = ground
!
! defaults coordinate system &
! default coordinate system = lateral_planar_2.ground
!
! ***** Markers for current part *****
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.ground.MAR_referencial &
! adams id = 78 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.ground.MAR_1 &
! adams id = 179 &
! location = 1.32, -0.75, -0.5 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.ground.MAR_2 &
! adams id = 180 &
! location = 1.32, 0.75, -0.5 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.ground.MAR_3 &
! adams id = 181 &
! location = -1.5, -0.75, -0.5 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.ground.MAR_4 &
! adams id = 182 &
! location = -1.5, 0.75, -0.5 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! ***** Floating Markers for current part *****
!
! floating marker create &
! floating marker name = lateral_planar_2.ground.FMA203 &

```

```

!
!
!
! adams id = 203
!
! part attributes &
! part name = lateral_planar_2.ground &
! color = RED
!
!----- sprung -----!
!
!
!
! defaults coordinate system &
! default coordinate system = lateral_planar_2.ground
!
! part create rigid body name and position &
! part name = lateral_planar_2.sprung &
! adams id = 5 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! part create rigid body initial velocity &
! part name = lateral_planar_2.sprung &
! vx = 20.0
!
! defaults coordinate system &
! default coordinate system = lateral_planar_2.sprung
!
! ***** Markers for current part *****
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_aero &
! adams id = 204 &
! location = -9.0E-002, 0.0, -0.5 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_21 &
! adams id = 11 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_junta_DE &
! adams id = 12 &
! location = 1.441, 0.303, -0.242 &
! orientation = -1.4276749012E+011, -1.1492562301, 8.813561402E+002
!
! marker create &
! marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_junta_DID &
! adams id = 13 &
! location = 1.441, -0.303, -0.242 &
! orientation = -3.0256041613E+011, -1.1492562301, -8.8135614043E+002

```

```

!
marker attributes &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_junta_DD &
color = BLUE
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_junta_TE &
adams id = 14 &
location = -1.516, 0.105, -0.157 &
orientation = 1.6258772803E-010, 1.4636386539, 4.1568762172E-002
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_junta_TD &
adams id = 15 &
location = -1.516, -0.105, -0.157 &
orientation = 1.3367052387E-010, 1.4636386539, -4.1568761887E-002
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm &
adams id = 20 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_mola &
adams id = 49 &
location = 1.32, 0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_mola_2 &
adams id = 50 &
location = 1.32, -0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_mola_3 &
adams id = 51 &
location = -1.5, 0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_mola_4 &
adams id = 52 &
location = -1.5, -0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_9 &
adams id = 65 &

```

```

location = 1.32, -0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_10 &
adams id = 66 &
location = 1.32, 0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_5 &
adams id = 69 &
location = 1.32, 0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_6 &
adams id = 70 &
location = 1.32, -0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_7 &
adams id = 71 &
location = -1.5, -0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_8 &
adams id = 72 &
location = -1.5, 0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_5_5 &
adams id = 206 &
location = -9.0E-002, 0.0, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_11 &
adams id = 205 &
location = -9.0E-002, 0.0, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_13 &
adams id = 81 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 3.1415926536, -1.5707963268, 0.0
!
marker create &

```

```

marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_14 &
adams id = 82 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 3.1415926536, -1.5707963268, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_12 &
adams id = 207 &
location = -1.5, 0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_15 &
adams id = 208 &
location = -1.5, -0.75, 3.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_16 &
adams id = 209 &
location = 1.32, -0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_1 &
adams id = 115 &
location = 1.441, 0.303, -0.242 &
orientation = -1.4742552705, 0.0, 1.1509960671
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_2 &
adams id = 116 &
location = 1.441, -0.303, -0.242 &
orientation = 1.4742552704, 0.0, -1.1509960671
!
marker attributes &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_2 &
color = BLUE
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_17 &
adams id = 210 &
location = 1.32, 0.75, -1.0E-002 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR_4 &
adams id = 129 &
location = -1.516, -0.105, -0.157 &
orientation = 1.6140934805, -1.3852105413E-002, 1.4637212601
!
marker create &

```



```

marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR 3 &
adams id = 130 &
location = 1.516, 0.105, -0.157 &
orientation = 1.5278425765, 1.0657418777E-002, 1.4637254743
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.sprung.MAR 18 &
adams id = 244 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body mass properties &
mass = 1600.0 &
center of mass marker = lateral_planar_2.sprung.MAR em &
inertia marker = lateral_planar_2.sprung.MAR em &
ixx = 500.0 &
ixy = 3000.0 &
izz = 3000.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0
!
part attributes &
part name = lateral_planar_2.sprung &
color = BLUE
!
----- roda DE -----
!
defaults coordinate system &
default coordinate system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid body name and position &
part name = lateral_planar_2.roda DE &
adams id = 6 &
location = 1.32, 0.75, -0.3 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body initial velocity &
part name = lateral_planar_2.roda DE &
vx = 20.0
!
defaults coordinate system &
default coordinate system = lateral_planar_2.roda DE
!
***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 9 &
adams id = 223 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &

```

```

orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 10 &
adams id = 224 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR em &
adams id = 21 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR contato &
adams id = 37 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 4 &
adams id = 38 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 1.020593576E-011, 1.020593576E-011, -
1.5707963268
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 7 &
adams id = 67 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 5 &
adams id = 73 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 3 &
adams id = 211 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 6 &
adams id = 215 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268
!
marker create &

```

```

marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 8 &
adams id = 216 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 5 1 &
adams id = 192 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 2 &
adams id = 191 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 11 &
adams id = 232 &
location = 0.121, -0.447, 5.8E-002 &
orientation = 1.8351544388, 0.124597516, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 12 &
adams id = 233 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 1.8351544388, 0.124597516, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda DE.MAR 3 2 &
adams id = 231 &
location = 0.121, -0.447, 5.8E-002 &
orientation = -1.4742552705, 0.0, 1.1509960671
!
part create rigid body mass properties &
part name = lateral_planar_2.roda DE &
mass = 50.0 &
center of mass marker = lateral_planar_2.roda DE.MAR em &
inertia marker = lateral_planar_2.roda DE.MAR em &
ixx = 0.75 &
ixy = 1.5 &
izz = 0.75 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0 &
!
***** Graphics for current part *****
!
!
geometry create shape torus &
torus name = lateral_planar_2.roda DE.TORUS 1 &
center marker = lateral_planar_2.roda DE.MAR 4 &

```

```

angle extent = 6.2831853072 &
major radius 0.15 &
minor radius 5.0E-002 &
side count for perimeter = 20 &
segment count = 20

geometry create shape link &
link name = lateral planar 2.roda DE.LINK 1 &
i marker = lateral planar 2.roda DE.MAR 11 &
j marker = lateral planar 2.roda DE.MAR 12 &
width = 4.6670547458E-002 &
depth = 2.333273729E-002

part attributes &
part name = lateral planar 2.roda DE &
color = WHITE

!----- roda DID -----!
!
!
! default coordinate system &
default coordinate system = lateral planar 2.rodground

part create rigid body name and position &
part name = lateral planar 2.roda DID &
adams id = 7 &
location = 1.32, -0.75, -0.3 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

part create rigid body initial velocity &
part name = lateral planar 2.roda DID &
vx = 20.0

!
! default coordinate system &
default coordinate system = lateral planar 2.roda DD

!
! ***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 11 &
adams id = 238 &
location = 0.121, 0.447, 5.8E-002 &
orientation = -1.8351544388, 0.124597516, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 9 &
adams id = 225 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 10 &

```

```

adams id = 226 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 12 &
adams id = 239 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = -1.8351544388, 0.124597516, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 3 2 &
adams id = 234 &
location = 0.121, 0.447, 5.8E-002 &
orientation = 1.4742552704, 0.0, -1.1509960671

marker attributes &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 3 2 &
color = WHITE

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR em &
adams id = 25 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR contato &
adams id = 39 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 4 &
adams id = 40 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 1.020593576E-011, 1.020593576E-011, -1.5707963268

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 7 &
adams id = 68 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 5 &
adams id = 74 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &

```

```

marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 3 &
adams id = 212 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 5 2 &
adams id = 196 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 2 &
adams id = 195 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 6 &
adams id = 217 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268

marker create &
marker name = lateral planar 2.roda DD.MAR 8 &
adams id = 218 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268

part create rigid body mass properties &
part name = lateral planar 2.roda DID &
mass = 50.0 &
center of mass marker = lateral planar 2.roda DD.MAR em &
inertia marker = lateral planar 2.roda DID.MAR em &
ixx = 0.75 &
iyy = 1.5 &
izz = 0.75 &
ixy = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0

! ***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape torus &
torus name = lateral planar 2.roda DD.TORUS 1 &
center marker = lateral planar 2.roda DD.MAR 4 &
angle extent = 6.2831853072 &
major radius = 0.15 &
minor radius = 5.0E-002 &
side count for perimeter = 20 &
segment count = 20

```



```

geometry create shape link &
link name = lateral_planar_2.roda DIDLINK 1 &
i marker = lateral_planar_2.roda DID.MAR 11 &
j marker = lateral_planar_2.roda DID.MAR 12 &
width = 4.6670547458E-002 &
depth = 2.3335273729E-002
!
part attributes &
part name = lateral_planar_2.roda_DD &
color = WHITE
!
!----- roda_TE -----!
!
!
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid body name and position &
part name = lateral_planar_2.roda_TE &
adams id = 8 &
location = -1.5, 0.75, -0.3 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body initial velocity &
part name = lateral_planar_2.roda_TE &
vx = 20.0
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.roda_TE
!
! ***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 5_3 &
adams id = 200 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 6 &
adams id = 199 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 3_2_2 &
adams id = 237 &
location = -1.6E-002, -0.645, 0.143 &
orientation = 1.5278425765, 1.0657418777E-002, 1.4637254743
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 7 &

```

```

adams id = 213 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 10 &
adams id = 240 &
location = -1.6E-002, -0.645, 0.143 &
orientation = 1.5459952115, 0.2181114279, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 11 &
adams id = 241 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 1.5459952115, 0.2181114279, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 3_2 &
adams id = 236 &
location = -1.6E-002, -0.645, 0.143 &
orientation = 1.5278425765, 1.0657418777E-002, 1.4637254743
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR cm &
adams id = 29 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR contato &
adams id = 41 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 4 &
adams id = 42 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 1.020593576E-011, 1.020593576E-011, -
1.5707963268
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 5 &
adams id = 75 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 8 &
adams id = 219 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268

```

```

!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 9 &
adams id = 220 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 2 &
adams id = 227 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 3 &
adams id = 228 &
location = 0.0, 0.0, -0.2 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body mass properties &
part name = lateral_planar_2.roda_TE &
mass = 40.0 &
center of mass marker = lateral_planar_2.roda_TE.MAR cm &
ixx = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixy = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0
!
! ***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape torus &
torus_name = lateral_planar_2.roda_TE.TORUS 1 &
center marker = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 4 &
angle extent = 6.2831853072 &
major radius = 0.15 &
minor radius = 5.0E-002 &
side count for perimeter = 20 &
segment count = 20
!
geometry create shape link &
link name = lateral_planar_2.roda_TE.LINK 1 &
i marker = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 10 &
j marker = lateral_planar_2.roda_TE.MAR 11 &
width = 6.6085550614E-002 &
depth = 3.3042775307E-002
!
part attributes &
part name = lateral_planar_2.roda_TE &
color = WHITE
!

```



```

!----- rodA_TID -----!
!
! defaults coordinate system &
! default_coordinate_system = lateral_planar_2.rodA_2.rodA_TID
!
! part create rigid body name and position &
! part_name = lateral_planar_2.rodA_TID &
! adams_id = 9 &
! location = -1.5, -0.75, -0.3 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! part create rigid body initial velocity &
! part_name = lateral_planar_2.rodA_TID &
! vx = 20.0
!
! defaults coordinate system &
! default_coordinate_system = lateral_planar_2.rodA_TID
!
! ***** Markers for current part *****
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_5_4 &
! adams_id = 202 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_6 &
! adams_id = 201 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_10 &
! adams_id = 242 &
! location = -1.6E-002, 0.645, 0.143 &
! orientation = -1.5459952115, 0.2181114279, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_11 &
! adams_id = 243 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = -1.5459952115, 0.2181114279, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_3_2 &
! adams_id = 235 &
! location = -1.6E-002, 0.645, 0.143 &
! orientation = 1.6140934805, -1.3852105443E-002, 1.4637212661
!
! marker create &

```

```

! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_7 &
! adams_id = 214 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_cm &
! adams_id = 33 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_contacto &
! adams_id = 43 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_4 &
! adams_id = 44 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 1.020593576E-011, 1.020593576E-011, -
1.5707963268
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_5 &
! adams_id = 76 &
! location = 0.0, 0.0, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_8 &
! adams_id = 221 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_9 &
! adams_id = 222 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 1.5707963268, 0.0, 1.5707963268
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_2 &
! adams_id = 229 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &
! marker_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_3 &
! adams_id = 230 &
! location = 0.0, 0.0, -0.2 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! marker create &

```

```

! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! part create rigid body mass properties &
! part_name = lateral_planar_2.rodA_TID &
! mass = 40.0 &
! center_of_mass_marker = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_cm &
! ixx = 0.0 &
! iyy = 0.0 &
! izz = 0.0 &
! ixy = 0.0 &
! ixz = 0.0 &
! iyz = 0.0
!
! ***** Graphics for current part *****
!
! geometry create shape torus &
! torus_name = lateral_planar_2.rodA_TID.TORUS_1 &
! center_marker = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_4 &
! angle_extent = 6.2831853072 &
! major_radius = 0.15 &
! minor_radius = 5.0E-002 &
! side_count_for_perimeter = 20 &
! segment_count = 20
!
! geometry create shape link &
! link_name = lateral_planar_2.rodA_TID.LINK_1 &
! i_marker = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_10 &
! j_marker = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_11 &
! width = 6.6085550614E-002 &
! depth = 3.3042775307E-002
!
! part attributes &
! part_name = lateral_planar_2.rodA_TID &
! color = WHITE
!
!----- patch 1 -----!
!
! defaults coordinate system &
! default_coordinate_system = lateral_planar_2.rodA_2.rodA_TID
!
! part create rigid body name and position &
! part_name = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_1 &
! adams_id = 10 &
! location = -0.7, -0.3, 0.0 &
! orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
! defaults coordinate system &
! default_coordinate_system = lateral_planar_2.rodA_TID.MAR_1
!
! ***** Markers for current part *****
!
!

```

```

marker create &
marker name = lateral_planar_2.patch_1.MAR_4 &
adams_id = 183 &
location = 2.02, -0.45, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.patch_1.MAR_1 &
adams_id = 84 &
location = 1.85, -0.6, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.patch_1.MAR_2 &
adams_id = 85 &
location = 2.02, -0.45, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.patch_1.MAR_3 &
adams_id = 86 &
location = 2.02, -0.45, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
***** Floating Markers for current part *****
floating_marker create &
floating_marker name = lateral_planar_2.patch_1.FMA194 &
adams_id = 194
!
part create rigid_body mass_properties &
part name = lateral_planar_2.patch_1 &
mass 1.0E-002 &
center_of_mass marker = lateral_planar_2.patch_1.MAR_3 &
ixx = 0.0 &
ixy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyy = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izx = 0.0 &
iyz = 0.0
!
***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape block &
block_name = lateral_planar_2.patch_1.BLOCK_1 &
adams_id = 45 &
corner marker = lateral_planar_2.patch_1.MAR_1 &
diag_corner_coors = 0.35, 0.3, 0.0
!
part attributes &
part name = lateral_planar_2.patch_1 &
color = MAIZE &

```

```

name_visibility = off
!
!----- Patch 2 -----!
!
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid_body name_and_position &
part name = lateral_planar_2.Patch_2 &
adams_id = 11 &
location = -0.17, -0.14, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.Patch_2
!
***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_4 &
adams_id = 184 &
location = 1.49, 0.89, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_1 &
adams_id = 90 &
location = 1.32, 0.75, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_2 &
adams_id = 91 &
location = 1.49, 0.89, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_3 &
adams_id = 92 &
location = 1.49, 0.89, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
***** Floating Markers for current part *****
!
floating_marker create &
floating_marker name = lateral_planar_2.Patch_2.FMA193 &
adams_id = 193
!
part create rigid_body mass_properties &
part name = lateral_planar_2.Patch_2 &
mass = 1.0E-002 &

```

```

center_of_mass marker = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_3 &
ixx = 0.0 &
ixy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyy = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izx = 0.0 &
iyz = 0.0
!
***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape block &
block_name = lateral_planar_2.Patch_2.BLOCK_1 &
adams_id = 46 &
corner marker = lateral_planar_2.Patch_2.MAR_1 &
diag_corner_coors = 0.35, 0.3, 0.0
!
part attributes &
part name = lateral_planar_2.Patch_2 &
color = MAIZE &
name_visibility = off
!
!----- Patch 3 -----!
!
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid_body name_and_position &
part name = lateral_planar_2.Patch_3 &
adams_id = 12 &
location = -0.18, -0.16, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
defaults coordinate_system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.Patch_3
!
***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_4 &
adams_id = 185 &
location = -1.32, -0.59, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_1 &
adams_id = 93 &
location = -1.5, -0.75, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker name = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_2 &

```



```

adams_id = 94 &
location = -1.32, -0.59, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_3 &
adams_id = 95 &
location = -1.32, -0.59, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body mass properties &
part_name = lateral_planar_2.Patch_3 &
mass = 1.0E-002 &
center_of_mass_marker = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_3 &
ixx = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixy = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0
!
***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape block &
block_name = lateral_planar_2.Patch_3.BLOCK_1 &
adams_id = 47 &
corner_marker = lateral_planar_2.Patch_3.MAR_1 &
diag_corner_coors = 0.35, 0.3, 0.0
!
part attributes &
part_name = lateral_planar_2.Patch_3 &
color = MAIZE &
name_visibility = off
!
----- Patch_4 -----
!
defaults coordinate system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid body name and position &
part_name = lateral_planar_2.Patch_4 &
adams_id = 13 &
location = -0.18, -0.12, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
defaults coordinate system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.Patch_4
!
***** Markers for current part *****
!
marker create &

```

```

marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_4 &
adams_id = 186 &
location = -1.32, 0.87, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_1 &
adams_id = 96 &
location = -1.5, 0.75, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_2 &
adams_id = 97 &
location = -1.32, 0.87, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_3 &
adams_id = 98 &
location = -1.32, 0.87, -0.5 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
***** Floating Markers for current part *****
!
floating marker create &
floating_marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.FMA198 &
adams_id = 198
!
floating marker create &
floating_marker_name = lateral_planar_2.Patch_4.FMA197 &
adams_id = 197
!
part create rigid body mass properties &
part_name = lateral_planar_2.Patch_4 &
mass = 1.0E-002 &
center_of_mass_marker = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_3 &
ixx = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixy = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0
!
***** Graphics for current part *****
!
geometry create shape block &
block_name = lateral_planar_2.Patch_4.BLOCK_1 &
adams_id = 48 &
corner_marker = lateral_planar_2.Patch_4.MAR_1 &
diag_corner_coors = 0.35, 0.25, 0.0
!

```

```

part attributes &
part_name = lateral_planar_2.Patch_4 &
color = MAIZE &
name_visibility = off
!
----- CHASSIS -----
!
defaults coordinate system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.ground
!
part create rigid body name and position &
part_name = lateral_planar_2.CHASSIS &
adams_id = 14 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body initial velocity &
part_name = lateral_planar_2.CHASSIS &
vx = 20.0
!
defaults coordinate system &
default_coordinate_system = lateral_planar_2.CHASSIS
!
***** Markers for current part *****
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.CHASSIS.MAR_1 &
adams_id = 245 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
marker create &
marker_name = lateral_planar_2.CHASSIS.MAR_2 &
adams_id = 246 &
location = 0.0, 0.0, 0.0 &
orientation = 0.0, 0.0, 0.0
!
part create rigid body mass properties &
part_name = lateral_planar_2.CHASSIS &
mass = 0.0 &
center_of_mass_marker = lateral_planar_2.CHASSIS.MAR_1 &
ixx = 0.0 &
iyy = 0.0 &
izz = 0.0 &
ixy = 0.0 &
ixz = 0.0 &
iyz = 0.0
!
***** Points for current part *****
!
point create &

```



```

point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_1 &
location = -1.8, 0.8, -0.28
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_2 &
location = 1.7, 0.8, -0.35
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_3 &
location = 1.7, -0.8, -0.35
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_4 &
location = -1.9, -0.8, -0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_5 &
location = -1.8, -0.8, -0.28
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_6 &
location = -1.9, 0.8, -0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_7 &
location = 1.65, 0.75, 0.0
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_8 &
location = 1.7, 0.8, -0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_9 &
location = 1.7, -0.8, -0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_10 &
location = 1.65, -0.75, 0.0
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_11 &
location = 1.65, 0.55, 0.0
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_12 &
location = 1.65, -0.55, 0.0
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_13 &
location = 1.7, 0.5, -0.1
!
point create &

```

```

point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_14 &
location = 1.7, -0.5, -0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_15 &
location = 0.7, 0.75, 0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_16 &
location = 0.7, -0.75, 0.1
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_17 &
location = 0.2, -0.65, 0.5
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_18 &
location = 0.2, 0.65, 0.5
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_19 &
location = 1.74, 0.8, -0.12
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_20 &
location = 1.74, 0.8, -0.23
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_21 &
location = 1.7, 0.8, -0.25
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_22 &
location = 1.74, -0.8, -0.12
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_23 &
location = 1.74, -0.8, -0.23
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_24 &
location = 1.7, -0.8, -0.25
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_25 &
location = -1.2, -0.65, 0.5
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_26 &
location = -1.2, 0.65, 0.5
!
point create &

```

```

point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_27 &
location = -1.5, 0.75, 0.2
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_28 &
location = -1.5, -0.75, 0.2
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_29 &
location = -1.9, 0.8, 0.15
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_30 &
location = -1.9, -0.8, 0.15
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_31 &
location = -1.95, 0.8, -0.12
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_32 &
location = -1.95, -0.8, -0.12
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_33 &
location = -1.95, 0.8, -0.28
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_34 &
location = -1.95, -0.8, -0.28
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_35 &
location = -1.2, 0.8, -0.29
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_36 &
location = -1.2, -0.8, -0.29
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_37 &
location = 1.12, -0.8, -0.29
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_38 &
location = 1.12, 0.8, -0.29
!
point create &
point name = lateral_planar_2.CHASSIS.POINT_39 &
location = 0.0, 0.0, 0.0
!
! ***** Graphics for current part *****
!

```

```

!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_9 &
location = 0.7, -0.75, 0.1 &
.0.2, -0.65, 0.5 &
.0.2, 0.65, 0.5 &
.0.7, 0.75, 0.1 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_9 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_10 &
location = 0.2, -0.65, 0.5 &
.1.2, -0.65, 0.5 &
.1.2, 0.65, 0.5 &
.0.2, 0.65, 0.5 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_10 &
color = RED
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_11 &
location = 1.2, -0.65, 0.5 &
.1.5, -0.75, 0.2 &
.1.5, 0.75, 0.2 &
.1.2, 0.65, 0.5 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_11 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_12 &
location = 1.5, -0.75, 0.2 &
.1.9, -0.8, 0.15 &
.1.9, 0.8, 0.15 &
.1.5, 0.75, 0.2 &
close = yes
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_13 &
location = 1.9, -0.8, 0.15 &
.1.9, -0.8, 0.1 &
.1.9, 0.8, 0.1 &
.1.9, 0.8, 0.15 &
close = yes

```

```

!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_14 &
location = 1.9, 0.8, -0.1 &
.1.95, 0.8, -0.12 &
.1.95, 0.8, -0.28 &
.1.95, -0.8, -0.28 &
.1.95, -0.8, -0.12 &
.1.9, -0.8, -0.1 &
close = yes
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_15 &
location = 1.95, 0.8, -0.28 &
.1.8, 0.8, -0.28 &
close = no
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_16 &
location = 1.95, -0.8, -0.28 &
.1.8, -0.8, -0.28 &
close = no
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_17 &
location = 1.2, -0.8, -0.29 &
.1.12, -0.8, -0.29 &
close = no
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_18 &
location = 1.2, 0.8, -0.29 &
.1.12, 0.8, -0.29 &
close = no
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_1 &
location = 1.7, 0.8, -0.35 &
.1.7, 0.8, -0.25 &
.1.74, 0.8, -0.23 &
.1.74, 0.8, -0.12 &
.1.7, 0.8, -0.1 &
.1.65, 0.75, 0.0 &
.1.65, 0.55, 0.0 &
.1.7, 0.5, -0.1 &
.1.7, -0.5, -0.1 &
.1.65, -0.55, 0.0 &
.1.65, -0.75, 0.0 &
.1.7, -0.8, -0.1 &
.1.74, -0.8, -0.12 &
.1.74, -0.8, -0.23 &
.1.7, -0.8, -0.25 &

```

```

.1.7, -0.8, -0.35 &
.1.7, 0.8, -0.35 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_1 &
color = RED
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_2 &
location = 1.7, 0.8, -0.1 &
.1.7, 0.5, -0.1 &
close = no
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_2 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_4 &
location = 0.7, -0.75, 0.1 &
.1.65, -0.75, 0.0 &
.1.65, 0.55, 0.0 &
.1.65, 0.75, 0.0 &
.0.7, 0.75, 0.1 &
close = yes
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_5 &
location = 0.7, -0.75, 0.1 &
.1.5, -0.75, 0.2 &
close = no
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_5 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_6 &
location = 0.7, 0.75, 0.1 &
.1.5, 0.75, 0.2 &
close = no
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_6 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_7 &
location = 0.7, 0.75, 0.1 &
.1.5, 0.75, 0.2 &
.1.2, 0.65, 0.5 &

```



```

!
. 0.2, 0.65, 0.5 &
. 0.7, 0.75, 0.1 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_7 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_8 &
location = -1.5, -0.75, 0.2 &
. -1.2, -0.65, 0.5 &
. 0.2, -0.65, 0.5 &
. 0.7, -0.75, 0.1 &
. -1.5, -0.75, 0.2 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_8 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_19 &
location = -1.5, -0.75, 0.2 &
. -1.5, 0.75, 0.2 &
. -1.2, 0.65, 0.5 &
. -1.2, -0.65, 0.5 &
. -1.5, -0.75, 0.2 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_19 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_20 &
location = 1.65, 0.55, 0.0 &
. 1.7, 0.5, -0.1 &
. 1.7, 0.8, -0.1 &
. 1.65, 0.75, 0.0 &
. 1.65, 0.55, 0.0 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_20 &
color = SKYBLUE
!
geometry create curve polyline &
polyline_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_21 &
location = 1.7, -0.8, -0.1 &
. 1.7, -0.5, -0.1 &
. 1.65, -0.55, 0.0 &

```

```

!
. 1.65, -0.75, 0.0 &
. 1.7, -0.8, -0.1 &
close = yes
!
geometry attributes &
geometry_name = lateral_planar_2.CHASSIS.LINE_21 &
color = SKYBLUE
!
part attributes &
part_name = lateral_planar_2.CHASSIS &
color = RED
!
!----- Function definitions -----!
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q1 &
function = "DX( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q2 &
function = "Dy( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q3 &
function = "Dz( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q4 &
function = "ax( lateral_planar_2.sprung.MAR cm)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q5 &
function = "ay( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, lateral_planar_2.ground.MAR ref
erential)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.q6 &
function = "ax( lateral_planar_2.sprung.MAR cm)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.Q7 &
function =
"AZ( lateral_planar_2.roda DE.MAR 3 2, lateral_planar_2.sprung.M
AR 1)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.Q8 &

```

```

function
"AZ( lateral_planar_2.roda DE.MAR 3 2, lateral_planar_2.sprung
MAR 2)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.Q9 &
function =
"AZ( lateral_planar_2.roda TE.MAR 3 2 2, lateral_planar_2.sprung
MAR 3)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.Q10 &
function =
"AZ( lateral_planar_2.roda TD.MAR 3 2, lateral_planar_2.sprung.M
AR 4)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u1 &
function = "Vx( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u2 &
function = "Vy( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u3 &
function = "Vz( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0 )"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u4 &
function = "vx( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u5 &
function = "vy( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u6 &
function = "vz( lateral_planar_2.sprung.MAR cm, 0,
lateral_planar_2.sprung.MAR cm)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE.u7 &
function =
"WV( lateral_planar_2.roda DE.MAR 3 2, lateral_planar_2.sprung
MAR 1)"
!

```



```

data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_U8 &
function =
"WZ(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_3_2_0.lateral_planar_2.sprung
.MAR_2)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_U9 &
function =
"WZ(lateral_planar_2.roda_TE.MAR_3_2_2_0.lateral_planar_2.spru
ng.MAR_3)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_U10 &
function =
"WZ(lateral_planar_2.roda_TD.MAR_3_2_0.lateral_planar_2.sprung
.MAR_4)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_INPUT_DD &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_INPUT_DE &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_INPUT_ID &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_input_te &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_1 &
function = "7846*(STEP(time,0.5,0.0,1,1.0)-STEP(time,6,0.0,
61,1.0))"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_flong_de &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_flong_dd &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_esterca_dd &
function =
"(90d/20)*(varval(lateral_planar_2.STATE_esterca1_dd)+varval(late
ral_planar_2.STATE_esterca2_dd))"

```

```

!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_esterca_de &
function =
"(90d/20)*(varval(lateral_planar_2.STATE_esterca1_dd)+varval(late
ral_planar_2.STATE_esterca2_dd))"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V1_dd &
function =
"vx(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_DD.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V1_de &
function =
"vx(lateral_planar_2.roda_DE.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_DE.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V1_te &
function =
"vx(lateral_planar_2.roda_TE.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_TE.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V1_id &
function =
"vx(lateral_planar_2.roda_TD.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_TD.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V2_dd &
function =
"vy(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_DD.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V2_de &
function =
"vy(lateral_planar_2.roda_DE.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_DE.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V2_te &
function =
"vy(lateral_planar_2.roda_TE.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_TE.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_V2_id &
function =
"vy(lateral_planar_2.roda_TD.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_TD.MAR_contato.0)"

```

```

function =
"vy(lateral_planar_2.roda_TD.MAR_contato.0.lateral_planar_2.roda
_TD.MAR_contato.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_vvwind &
function = "0"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_abeta &
function = "atan2((-
varval(lateral_planar_2.STATE_vvwind)+varval(lateral_planar_2.ST
ATE_u2)),varval(lateral_planar_2.STATE_u1))"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_vres &
function = "sqrt((-
varval(lateral_planar_2.STATE_vvwind)+varval(lateral_planar_2.ST
ATE_u2))**2+varval(lateral_planar_2.STATE_u1)**2)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_aerpress &
function = "1.202*varval(lateral_planar_2.STATE_vres)**2/2"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_beta_sprung &
function =
"atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_u2),varval(lateral_planar_2.S
TATE_u1))"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_ACEL_Y
&
function =
"ACCY(lateral_planar_2.sprung.MAR_em.0.lateral_planar_2.sprung
.MAR_em.0)"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_dd &
function =
"atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_dd),varval(lateral_planar
_2.STATE_V1_dd))"
!
data_element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_de &
function =
"atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_de),varval(lateral_planar
_2.STATE_V1_de))"
!
data_element modify variable &

```

```

variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_id
&
function
"atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_id),varval(lateral_planar_2.STATE_V1_id))"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_id
&
function =
"atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_id),varval(lateral_planar_2.STATE_V1_id))"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_alfa_dd &
function =
"varval(lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_dd)-varval(lateral_planar_2.STATE_esterca_dd)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_alfa_de &
function =
"varval(lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_sideslip_de)-varval(lateral_planar_2.STATE_esterca_de)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_GFORCE_DD &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_2.0.3.,lateral_planar_2.roda_DD,
MAR_contato)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_GFORCE_De &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_1.0.3.,lateral_planar_2.roda_DE,
MAR_contato)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_GFORCE_id &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_4.0.3.,lateral_planar_2.roda_TD,
MAR_contato)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_VARIABLE_GFORCE_te &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_3.0.3.,lateral_planar_2.roda_TE,
MAR_contato)"

```

```

!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ESTERCA_TE &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ESTERCA_TD &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_flong_te &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_flong_id &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_DE &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_Dd &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_te &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_id &
function = "0"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_susp_de &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_DE.MAR_cm.,lateral_planar_2.sprung,
AR_mola,lateral_planar_2.roda_DE.MAR_cm))/0.29"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_susp_dd &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_cm.,lateral_planar_2.sprung,
AR_mola_2,lateral_planar_2.roda_DD.MAR_cm))/0.29"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_susp_te &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_TE.MAR_cm.,lateral_planar_2.sprung,
AR_mola_3,lateral_planar_2.roda_TE.MAR_cm))/0.33"
!
data element modify variable &

```

```

variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_susp_id &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_cm.,lateral_planar_2.sprung,
AR_mola_4,lateral_planar_2.roda_DD.MAR_cm))/0.33"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_contato_de &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_2.0.4.,lateral_planar_2.roda_DE,
MAR_5_1)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_contato_dd &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_1.0.4.,lateral_planar_2.roda_DD,
MAR_5_2)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_contato_te &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_3.0.4.,lateral_planar_2.roda_TE,
MAR_5_3)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_contato_id &
function =
"gforce(lateral_planar_2.GFORCE_4.0.4.,lateral_planar_2.roda_TD,
MAR_5_4)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perfout_acel/ sprung &
function =
"ACC/(lateral_planar_2.sprung,
MAR_cm,0)"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perf_pneu_de &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_DE.MAR_contato,lateral_planar_2.Patch
2.MAR_3,lateral_planar_2.Patch 2.MAR_3))/0.018"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perf_pneu_dd &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_DD.MAR_contato,lateral_planar_2.Patch
1.MAR_3,lateral_planar_2.Patch 1.MAR_3))/0.018"
!
data element modify variable &
variable_name = lateral_planar_2.STATE_perf_pneu_te &
function =
"d/(lateral_planar_2.roda_TE.MAR_contato,lateral_planar_2.Patch
4.MAR_3,lateral_planar_2.Patch 4.MAR_3))/0.016"

```



```

!
data element modify variable &
variable name = lateral_planar_2.STATE_perf_pneu_td &
function =
"dz(lateral_planar_2.roda_TD.MAR.contato..lateral_planar_2.Patch_
3.MAR_3..lateral_planar_2.Patch_3.MAR_3)+0.016"
!
data element modify variable &
variable name =
lateral_planar_2.STATE_PERFOUT_SUSP_DD_V &
function =
"Vz(lateral_planar_2.roda_DD.MAR.cm..lateral_planar_2.sprung.M
AR_mola_2..lateral_planar_2.roda_DD.MAR.cm.0)"
!
data element modify variable &
variable name =
lateral_planar_2.STATE_PERFOUT_SUSP_DE_V &
function =
"Vz(lateral_planar_2.roda_DD.MAR.cm..lateral_planar_2.sprung.M
AR_mola..lateral_planar_2.roda_DD.MAR.cm.0)"
!
data element modify variable &
variable name =
lateral_planar_2.STATE_PERFOUT_SUSP_TD_V &
function =
"Vz(lateral_planar_2.roda_TD.MAR.cm..lateral_planar_2.sprung.M
AR_mola_4..lateral_planar_2.roda_TD.MAR.cm.0)"
!
data element modify variable &
variable name =
lateral_planar_2.STATE_PERFOUT_SUSP_TE_V &
function =
"Vz(lateral_planar_2.roda_TE.MAR.cm..lateral_planar_2.sprung.M
AR_mola_3..lateral_planar_2.roda_TE.MAR.cm.0)"
!
data element modify variable &
variable name = lateral_planar_2.STATE_perfout_accelZem &
function =
"AC/Cz(lateral_planar_2.sprung.MAR.cm.0..lateral_planar_2.sprung.
MAR.cm.0)"
!
data element modify variable &
variable name = lateral_planar_2.STATE_esterca2_dd &
function = "step(time,2.0,3.1)+step(time,3.1,0.4,-
2)-step(time,4.0,5.1)"
!
data element modify variable &
variable name = lateral_planar_2.STATE_esterca2_dd &
function = "step(time,8.0,9.-
1)-step(time,9.1,10.2)-step(time,10.1,11.-1)"
!
force modify direct single component force &

```

```

single component force name = lateral_planar_2.FORCE_1 &
function =
"20000*dz(lateral_planar_2.roda_DD.MAR.cm..lateral_planar_2.rod
a_DD.MAR.cm.0)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_2 &
function =
"20000*dz(lateral_planar_2.roda_DE.MAR.cm..lateral_planar_2.rod
a_DD.MAR.cm.0)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_vert_de
&
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_INPUT_DE)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_vert_dd
&
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_INPUT_DD)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_TE &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_te)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_TD &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_td)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_DD &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_Dd)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_4 &
function = "16000*(20-VARVAL(lateral_planar_2.STATE_ul))"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_DE &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_ACT_SUSP_DE)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_traction_de &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_flong_de)"
!
force modify direct single component force &

```

```

single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_traction_dd &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_flong_dd)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_traction_te &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_flong_te)"
!
force modify direct single component force &
single component force name =
lateral_planar_2.FORCE_traction_td &
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_flong_td)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_vert_te
&
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_input_te)"
!
force modify direct single component force &
single component force name = lateral_planar_2.FORCE_vert_td
&
function = "varval(lateral_planar_2.STATE_INPUT_td)"
!
force modify direct general force &
general force name = lateral_planar_2.GFORCE_3 &
x force function = "0" &
y force function = "-
70000*(atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_te),varval(lateral
planar_2.STATE_V1_te))-
varval(lateral_planar_2.STATE_ESTERCA_TE))" &
z force function =
"impact(dz(lateral_planar_2.roda_TE.MAR.cm..lateral_planar_2.Pat
ch_4.MAR_3..lateral_planar_2.Patch_4.MAR_3),0,0.2,250000,1,0,0.5
)" &
x torque function = "0" &
y torque function = "0" &
z torque function = "0"
!
force modify direct general force &
general force name = lateral_planar_2.GFORCE_2 &
x force function = "0" &
y force function = "-
(66000*(1+66000*0.0000051))*varval(lateral_planar_2.STATE_VA
RIABIE_alfa_de)" &
z force function =
"impact(dz(lateral_planar_2.roda_DE.MAR.cm..lateral_planar_2.Pat
ch_2.MAR_3..lateral_planar_2.Patch_2.MAR_3),0,0.2,250000,1,0,0.5
)" &
x torque function = "0" &
y torque function = "0" &
z torque function = "0"

```



```

! force modify direct general force &
  general_force_name = lateral_planar_2.GFORCE_1 &
  x_force_function = "0" &
  y_force_function = "-(
    (66000/(1+66000*0.0000051))*varval(lateral_planar_2.STATE_VA
    RIABLE_alfa_dd))" &
  z_force_function =
    "impact(dz,lateral_planar_2.roda_DD,MAR_cm,lateral_planar_2.pat
    ch_1,MAR_3,lateral_planar_2.patch_1,MAR_3),0,0.2,250000,1,0,0.5
    )" &
  x_torque_function = "0" &
  y_torque_function = "0" &
  z_torque_function = "0"
!
! force modify direct general force &
  general_force_name = lateral_planar_2.GFORCE_4 &
  x_force_function = "0" &
  y_force_function = "-(
    70000*(atan2(varval(lateral_planar_2.STATE_V2_ID),varval(lateral
    _planar_2.STATE_V1_ID))-
    varval(lateral_planar_2.STATE_ESTERCA_ID)))" &
  z_force_function =
    "impact(dz,lateral_planar_2.roda_TD,MAR_cm,lateral_planar_2.pat
    ch_3,MAR_3,lateral_planar_2.Patch_3,MAR_3),0,0.2,250000,1,0,0.5
    )" &
  x_torque_function = "0" &
  y_torque_function = "0" &
  z_torque_function = "0"
!
! force modify direct general force &
  general_force_name = lateral_planar_2.GFORCE_aero &
  x_force_function = "-(
    0.39*2.06*varval(lateral_planar_2.STATE_aeropress)*sign(1,varval(
    lateral_planar_2.STATE_u1)))" &
  y_force_function = "-(
    1.63*varval(lateral_planar_2.STATE_abeta)*2.06*varval(lateral_pla
    nar_2.STATE_aeropress))" &
  z_force_function = "(0.33-
    0.72*varval(lateral_planar_2.STATE_abeta))*2.06*varval(lateral_pl
    anar_2.STATE_aeropress)" &
  x_torque_function = "-(
    0.43*varval(lateral_planar_2.STATE_abeta)*2.06*varval(lateral_pla
    nar_2.STATE_aeropress))" &
  y_torque_function = "-(
    0.01)*2.06*varval(lateral_planar_2.STATE_aeropress)" &
  z_torque_function =
    "0.38*varval(lateral_planar_2.STATE_abeta)*2.06*varval(lateral_pl
    anar_2.STATE_aeropress)"
!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!

```

```

! ude modify instance &
  instance_name = general_motion_3
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = general_motion_4
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = general_motion_5
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = general_motion_6
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = SPRING_1
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = SPRING_2
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &
  instance_name = SPRING_3
!-----!
!----- Adams/View UDE Instance -----
!-----!
! ude modify instance &

```

```

! instance_name = SPRING_4
!-----!
!----- Part IC Reference Markers -----
!-----!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.sprung &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.roda_DE &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.roda_DD &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.roda_ID &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.roda_TD &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
! part modify rigid body initial velocity &
  part_name = lateral_planar_2.CHASSIS &
  vm = lateral_planar_2.sprung.MAR_cm
!
!----- Expression definitions -----
!-----!
! defaults coordinate_system &
  default_coordinate_system = ground
!
! material modify &
  material_name = lateral_planar_2.steel &
  youngs_modulus = (2.07E+011(Newton/meter**2)) &
  density = (7801.0(kg/meter**3))
!
! material modify &
  material_name = lateral_planar_2.steel_2 &
  youngs_modulus = (2.07E+011(Newton/meter**2)) &
  density = (7801.0(kg/meter**3))
!
! geometry modify shape torus &
  torus_name = lateral_planar_2.roda_DE.TORUS_1 &
  major_radius = (0.15m) &
  minor_radius = (5.0E-002m)
!
! geometry modify shape link &

```

```

link_name = lateral_planar_2.roda_DE.LINK_1 &
width = (4.6670547458E-002meter) &
depth = (2.3335273729E-002meter)

!
geometry modify shape torus &
torus_name = lateral_planar_2.roda_DD.TORUS_1 &
major_radius = (0.15m) &
minor_radius = (5.0E-002m)

!
geometry modify shape link &
link_name = lateral_planar_2.roda_DD.LINK_1 &
width = (4.6670547458E-002meter) &
depth = (2.3335273729E-002meter)

!
geometry modify shape torus &
torus_name = lateral_planar_2.roda_TE.TORUS_1 &
major_radius = (0.15m) &
minor_radius = (5.0E-002m)

!
geometry modify shape link &
link_name = lateral_planar_2.roda_TE.LINK_1 &
width = (6.608550614E-002meter) &
depth = (3.3042775307E-002meter)

!
geometry modify shape torus &
torus_name = lateral_planar_2.roda_TD.TORUS_1 &
major_radius = (0.15m) &
minor_radius = (5.0E-002m)

!
geometry modify shape link &
link_name = lateral_planar_2.roda_TD.LINK_1 &
width = (6.608550614E-002meter) &
depth = (3.3042775307E-002meter)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_1_force_graphic_2 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_1.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_2_force_graphic_2 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_2.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.GFORCE_3_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.GFORCE_3.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.GFORCE_4_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.GFORCE_4.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_9 &

```

```

applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_vert_de.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.GFORCE_5_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.GFORCE_aero.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_TE.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_2 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_TD.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_3 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_DD.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_4 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_ACT_SUSP_DE.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_5 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_traction_de.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_6 &
applied_at_marker_name =
(lateral_planar_2.FORCE_traction_dd.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_7 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_traction_te.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_8 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_traction_td.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_10 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_vert_dd.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_11 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_vert_te.i)

!

```

```

geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.GFORCE_2_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.GFORCE_2.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.GFORCE_1_force_graphic_1 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.GFORCE_1.i)

!
geometry modify shape force &
force_name = lateral_planar_2.FORCE_3_force_graphic_12 &
applied_at_marker_name = (lateral_planar_2.FORCE_vert_id.i)

!
model display &
model_name = lateral_planar_2

```

APÊNDICE E

MATRIZES DOS MODELOS LINEARES

RL10_a =

Columns 1 through 6

-5.5655e+000	-7.1389e+001	-1.6527e-005	1.7846e-005	6.8096e-001	7.6192e+000
1.0000e+000	0	0	0	0	0
9.2485e+000	1.9140e+002	1.1400e-001	-3.8213e+003	-2.5123e+001	-4.9392e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
2.3976e+001	3.8259e+002	5.9409e-001	-8.0604e+003	-5.8791e+001	-1.1947e+003
0	0	0	0	1.0000e+000	0
1.6622e+000	-4.3768e+002	-6.7067e-002	9.0690e+002	-9.9564e-001	-4.6074e+002
0	0	0	0	0	0
2.3085e+001	-4.3076e+003	-5.9550e-001	8.0604e+003	3.1927e+000	-3.9926e+003
0	0	0	0	0	0
5.5142e+000	5.8897e+001	1.3246e-001	5.1656e+000	2.5481e-001	1.7173e+001
0	0	0	0	0	0
3.1933e+001	3.2044e+002	6.8075e-001	5.9506e+000	-2.8798e-001	-3.8544e+000
0	0	0	0	0	0
5.0243e+001	4.9507e+002	9.1210e-001	3.5546e+001	-3.0512e-001	-9.7889e+000
0	0	0	0	0	0
3.3315e+000	-8.5119e+001	-4.8295e-001	7.2352e+001	2.0812e-001	-1.7359e+001
0	0	0	0	0	0
4.8770e+001	-1.3811e+003	-9.1345e-001	-3.5545e+001	4.0115e-002	-2.3388e+000
0	0	0	0	0	0

Columns 7 through 12

-4.4762e-001	1.1035e+001	7.3131e-001	6.3776e+000	-2.6649e+000	-1.1035e+001
0	0	0	0	0	0
-5.0199e+001	1.7287e+002	5.6125e+000	-1.4769e+002	1.4343e+000	-1.7287e+002
0	0	0	0	0	0
-1.1043e+002	3.6984e+002	1.5344e+001	-3.3705e+002	6.0991e+000	-3.6984e+002
0	0	0	0	0	0
-2.2601e+001	7.7200e+001	-5.3961e+000	-5.7060e+002	8.2518e-001	-7.7200e+001
1.0000e+000	0	0	0	0	0
-1.0629e+002	3.6992e+002	-4.6560e+001	-4.9335e+003	1.9452e+000	-3.6992e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
5.6764e-001	1.2120e+002	1.8021e-001	2.2501e+000	-3.4755e+001	-1.2120e+002
0	0	0	0	1.0000e+000	0
-5.2713e+000	3.0179e+002	5.3945e-001	-3.9068e+001	-7.9857e+001	-3.0178e+002
0	0	0	0	0	0
-7.5460e+000	4.6568e+002	4.7014e-001	-7.1038e+001	-1.2382e+002	-4.6568e+002
0	0	0	0	0	0
-1.6898e+000	2.3637e+001	-7.9095e-001	-3.6361e+001	-4.9775e+000	-2.3637e+001
0	0	0	0	0	0
-7.5137e-001	4.6576e+002	1.9779e-001	-4.5888e+001	-1.3063e+002	-4.6577e+002
0	0	0	0	0	0

Columns 13 through 18

1.6527e-005	-1.7852e-005	1.9674e+000	3.4939e+001	4.1098e-008	2.8969e-011
0	0	0	0	0	0
-9.7145e-002	6.3720e+000	3.0852e-001	2.2934e+001	1.3771e+000	1.6502e-002
0	0	0	0	0	0
-5.5795e-001	2.5585e+001	-4.0575e-001	2.5767e+001	7.7956e+000	4.0230e-002
0	0	0	0	0	0
6.3001e-002	-2.8790e+000	5.1413e-002	1.9095e+001	-8.7708e-001	-4.5263e-003
0	0	0	0	0	0
5.5936e-001	-2.5586e+001	-1.1498e+000	3.6025e+001	-7.7956e+000	-4.0230e-002
0	0	0	0	0	0
-1.1435e-001	-1.3208e+003	-1.1385e+001	-1.7315e+001	1.8589e+000	8.6143e-003
0	0	0	0	0	0
-6.1041e-001	-5.9000e+003	-4.8836e+001	-2.9775e+002	9.5756e+000	3.4589e-002
1.0000e+000	0	0	0	0	0
-7.8746e-001	-9.0900e+003	-8.1143e+001	-5.1179e+002	1.2793e+001	5.9286e-002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
4.8194e-001	5.4986e+002	9.2001e-001	-3.7519e+002	-6.8101e+000	-3.8271e-003
0	0	0	0	1.0000e+000	0
7.8881e-001	9.0900e+003	2.3730e+001	-5.8062e+003	-1.2793e+001	-5.9286e-002
0	0	0	0	0	0

Columns 19 through 20

1.5802e+000	3.3335e+001
0	0
2.0297e-001	-3.4706e+000
0	0
-9.9496e-001	-3.4244e+001
0	0
3.3741e-001	8.5828e+000
0	0
6.0912e-001	-1.1453e+001
0	0
-1.3827e+000	4.8402e+001
0	0
-3.6480e-001	-8.5979e+000
0	0
4.4560e+000	-5.9722e+000
0	0
-5.0044e+000	-4.0675e+002

```

0
-9.8840e+001 0
1.0000e+000 -6.4473e+003 0

```

RL10_b =

Columns 1 through 6

```

3.9687e+000 3.9687e+000 1.1442e+001 1.1442e+001 -4.7071e-004 4.7071e-004
0 0 0 0 0 0
4.9778e+002 7.0364e-001 -7.2465e+000 -3.7583e+000 5.5218e-003 -1.4830e-004
0 0 0 0 0 0
1.1508e+003 -6.9096e+001 -2.6915e+001 -1.1608e+001 1.2623e-002 -3.3609e-004
0 0 0 0 0 0
4.1935e+001 1.7919e+002 -9.2059e-001 -2.6421e+000 -3.6351e-004 -1.0190e-003
0 0 0 0 0 0
-6.9096e+001 1.1508e+003 -1.1608e+001 -2.6915e+001 3.3609e-004 -1.2623e-002
0 0 0 0 0 0
-4.3920e+000 -2.9720e+000 2.8418e+002 6.4797e+001 2.7456e-004 -1.6269e-004
0 0 0 0 0 0
-1.2822e+000 2.6508e-001 8.6463e+002 -1.2571e+001 -2.7163e-006 7.0646e-005
0 0 0 0 0 0
-6.3168e+000 3.4582e+000 1.4130e+003 -9.6799e+001 4.0422e-004 3.6571e-004
0 0 0 0 0 0
4.1576e+000 2.3376e+001 -2.0737e+001 5.9888e+001 3.5028e-004 6.0824e-004
0 0 0 0 0 0
3.4582e+000 -6.3168e+000 -9.6799e+001 1.4130e+003 -3.6571e-004 -4.0422e-004
0 0 0 0 0 0

```

Columns 7 through 12

```

1.3612e-004 -1.3612e-004 1.2530e-003 -1.2530e-003 1.5006e-003 -1.5006e-003
0 0 0 0 0 0
-1.2681e-004 -1.4810e-004 -1.4809e-002 2.0972e-005 1.8532e-004 -9.2169e-005
0 0 0 0 0 0
-8.4276e-004 -7.1631e-004 -3.5105e-002 -1.1833e-003 -4.4606e-004 8.5474e-004
0 0 0 0 0 0
-1.7928e-004 3.5469e-004 4.4229e-004 3.6406e-003 1.7782e-004 -2.2379e-004
0 0 0 0 0 0
7.1631e-004 8.4276e-004 1.1833e-003 3.5105e-002 -8.5474e-004 4.4606e-004
0 0 0 0 0 0
-6.1435e-005 -3.1069e-004 2.7755e-004 -2.3534e-004 -5.1845e-003 -6.8365e-004
0 0 0 0 0 0
-2.0238e-003 1.0867e-004 -2.4595e-005 7.0593e-005 -2.3598e-002 1.3004e-004
0 0 0 0 0 0
-2.9543e-003 3.9321e-004 -1.3099e-004 4.2149e-004 -3.8814e-002 -1.5715e-003
0 0 0 0 0 0
3.9881e-004 9.6218e-004 1.8138e-004 3.8993e-004 -2.4543e-004 2.4027e-003
0 0 0 0 0 0
-3.9321e-004 2.9543e-003 -4.2149e-004 1.3099e-004 1.5715e-003 3.8814e-002
0 0 0 0 0 0

```

Columns 13 through 17

```

2.0953e-004 -2.0953e-004 -3.8149e-005 3.8149e-005 2.9579e-002
0 0 0 0 0
1.5215e-002 6.9936e-005 6.0379e-006 -3.1198e-005 2.3219e-003
0 0 0 0 0
3.2496e-002 -2.5551e-004 1.4011e-005 -1.1562e-004 -2.4800e-002
0 0 0 0 0
-3.6898e-005 -3.5906e-003 -1.7898e-005 2.9331e-005 1.2843e-002
0 0 0 0 0
2.5551e-004 -3.2496e-002 1.1562e-004 -1.4011e-005 -8.1285e-003
0 0 0 0 0
-8.7851e-005 6.6943e-005 5.0727e-003 2.1075e-004 1.6032e-002
0 0 0 0 0
6.2552e-006 -3.1012e-005 2.3637e-002 -3.6338e-005 -3.1580e-003
0 0 0 0 0
-7.6939e-005 -6.6939e-005 3.6524e-002 -1.6195e-004 -1.8845e-002
0 0 0 0 0
-1.6413e-004 -1.3917e-004 1.1427e-004 -2.2998e-003 -3.5689e-003
0 0 0 0 0
6.6939e-005 7.6939e-005 1.6195e-004 -3.6524e-002 -1.5389e-003
0 0 0 0 0

```

RL10_c =

Columns 1 through 6

```

0 9.1894e-002 0 -1.0606e-001 0 4.8649e-002
0 -1.7251e-001 0 5.9364e-006 0 -2.7229e-006
0 -2.0379e-001 0 5.3202e-001 0 -2.4403e-001
0 -1.1480e-002 0 5.7348e-007 0 -2.6305e-007
0 6.6289e-002 0 -3.5461e-001 0 1.6265e-001
0 1.0000e+000 0 3.7404e-018 0 -1.7157e-018
0 1.1007e+000 0 -6.5352e-005 0 -1.1007e+000
0 1.1007e+000 0 6.5352e-005 0 -2.9976e-005
0 -1.0065e+000 0 -3.5229e-005 0 1.6159e-005
0 -1.0065e+000 0 3.5240e-005 0 -1.6164e-005

```


9.2098e-002	-6.6749e-004	-1.0659e-001	3.5738e-003	4.8894e-002	-1.6393e-003
-1.7251e-001	1.2479e-001	5.9378e-006	-5.7331e-006	-2.7236e-006	2.6297e-006
-2.0370e-001	6.6268e-001	5.3192e-001	-3.5450e+000	-2.4398e-001	1.6260e+000
-1.1480e-002	-9.2584e-009	5.7348e-007	-1.2036e-016	-2.6305e-007	5.5206e-017
6.6289e-002	-3.8297e-013	-3.5461e-001	1.8975e-025	1.6265e-001	-8.7035e-026
1.0000e+000	2.2318e-014	-5.7527e-010	-1.1939e-013	2.6387e-010	5.4762e-014
1.8126e-001	8.8863e-010	3.1148e-002	1.0296e-008	-1.1150e+000	-1.1293e-008
1.9290e-001	4.7240e-009	-3.1147e-002	-1.0266e-008	1.4287e-002	4.7091e-009
-1.7084e-002	-5.9849e-011	1.4701e-002	1.9632e-010	-6.7433e-003	-9.0049e-011
-1.1588e-002	2.0448e-011	-1.4701e-002	-2.9650e-010	6.7432e-003	1.3600e-010

Columns 7 through 12

0	-2.6592e-001	0	2.9920e-002	0	2.6592e-001
0	5.3203e-001	0	-5.9859e-002	0	4.6797e-001
0	0	0	0	0	0
0	3.5463e-001	0	-3.9900e-002	0	-3.5463e-001
0	-1.7833e-009	0	2.0065e-010	0	1.7833e-009
0	0	0	0	0	0
0	9.0326e-010	0	-1.0163e-010	0	-9.0326e-010
0	-9.0351e-010	0	-1.1007e+000	0	9.0351e-010
0	-4.0963e-008	0	4.6088e-009	0	4.0963e-008
0	5.2226e-008	0	-5.8760e-009	0	-5.2226e-008
-2.6592e-001	-1.7726e-005	2.9920e-002	1.9944e-006	2.6592e-001	1.7726e-005
5.3203e-001	-3.5452e+000	-5.9859e-002	3.9887e-001	4.6797e-001	3.5452e+000
-2.6675e-004	-1.7781e-008	3.0013e-005	2.0006e-009	2.6675e-004	1.7781e-008
3.5463e-001	0	-3.9900e-002	0	-3.5463e-001	0
1.2574e-014	1.1734e-019	-1.4148e-015	-1.3202e-020	-1.2574e-014	-1.1734e-019
-3.5573e-004	0	4.0024e-005	0	3.5573e-004	0
1.4486e-001	2.3473e-013	-1.6299e-002	-2.6410e-014	-1.4486e-001	-2.3473e-013
1.4486e-001	-2.3463e-013	-1.1170e+000	-6.5682e-009	-1.4486e-001	2.3463e-013
3.7542e-002	-2.1584e-014	-4.2239e-003	2.4284e-015	-3.7542e-002	2.1584e-014
3.7542e-002	2.1608e-014	-4.2239e-003	-2.4312e-015	-3.7542e-002	-2.1608e-014

Columns 13 through 18

0	1.0606e-001	0	-1.0710e-001	0	1.0000e+000
0	-5.9364e-006	0	-6.7994e-002	0	0
0	4.6798e-001	0	-3.0209e-001	0	0
0	-5.7348e-007	0	5.1528e-002	0	0
0	3.5461e-001	0	-2.2891e-001	0	0
0	-3.7404e-018	0	2.4145e-018	0	0
0	6.5352e-005	0	-4.2186e-005	0	0
0	-6.5352e-005	0	4.2186e-005	0	0
0	3.5229e-005	0	1.0065e+000	0	0
0	-3.5240e-005	0	2.2756e-005	0	0
1.0559e-001	-3.5738e-003	-1.0680e-001	2.3044e-003	1.0000e+000	0
-5.9378e-006	5.7331e-006	-6.7994e-002	-5.1513e-001	-1.3179e-008	0
4.6808e-001	3.5450e+000	-3.0220e-001	-2.2884e+000	1.0031e-003	0
-5.7348e-007	1.2036e-016	5.1528e-002	-7.7695e-017	0	0
3.5461e-001	-1.8975e-025	-2.2891e-001	1.7049e-020	0	0
5.7527e-010	1.1939e-013	-5.1689e-005	-7.7068e-014	0	0
-3.1148e-002	-1.0296e-008	4.1156e-002	6.6464e-009	0	0
3.1147e-002	1.0266e-008	9.4205e-004	-6.6273e-009	0	0
-1.4701e-002	-1.9632e-010	1.0215e+000	-8.2466e-010	0	0
1.4701e-002	2.9650e-010	-4.0351e-003	-1.9140e-010	0	0

Columns 19 through 20

0	-6.2707e-002
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	1.0065e+000
-6.2707e-002	0
8.2643e-010	0
-6.2903e-005	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0
1.0065e+000	-9.4432e-010

RL20_a =

Columns 1 through 6

-5.5578e+000	-7.1496e+001	-3.2475e-005	8.8143e-005	7.4361e-001	7.6646e+000
1.0000e+000	0	0	0	0	0
9.2445e+000	1.9142e+002	1.3042e-001	-3.8200e+003	-1.7351e+001	-4.9374e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
2.3966e+001	3.8276e+002	6.3598e-001	-8.0598e+003	-4.0839e+001	-1.1949e+003

1.6812e+000	-4.4054e+002	-7.2446e-002	9.1213e+002	-3.3574e-001	-4.6313e+002
2.3103e+001	-4.3069e+003	-6.3892e-001	8.0598e+003	2.1355e+000	-3.9910e+003
5.5925e+000	5.9523e+001	1.3492e-001	5.0436e+000	1.8507e-001	1.7232e+001
3.1886e+001	3.2016e+002	6.8431e-001	5.1506e+000	-3.1051e-001	-3.5604e+000
5.0196e+001	4.9490e+002	9.1859e-001	3.4285e+001	-4.0789e-001	-9.2891e+000
3.3112e+000	-8.4576e+001	-4.8327e-001	7.2307e+001	2.7442e-001	-1.7303e+001
4.8760e+001	-1.3818e+003	-9.2129e-001	-3.4278e+001	9.6169e-002	-3.0222e+000

Columns 7 through 12

-6.5131e-002	1.1278e+001	7.5097e-001	6.3884e+000	-1.5258e+000	-1.1278e+001
-2.5267e+001	1.7281e+002	2.8351e+000	-1.4768e+002	8.8364e-001	-1.7281e+002
-5.6324e+001	3.6953e+002	8.2167e+000	-3.3699e+002	4.1821e+000	-3.6953e+002
-1.1581e+001	7.7554e+001	-3.8556e+000	-5.7373e+002	6.3859e-001	-7.7554e+001
1.0000e+000	3.6980e+002	-3.4641e+001	-4.9326e+003	1.7471e-002	-3.6980e+002
-5.2193e+001	1.2207e+002	1.7713e-001	2.0284e+000	-1.7401e+001	-1.2207e+002
1.7605e-001	3.0152e+002	5.5215e-001	-3.9265e+001	-3.7224e+001	-3.0152e+002
-5.3208e+000	4.6541e+002	5.4241e-001	-7.1412e+001	-5.7995e+001	-4.6541e+002
-7.6761e+000	2.3441e+001	-5.8180e-001	-3.6359e+001	-2.9999e+000	-2.3441e+001
-3.0738e-001	4.6571e+002	1.1586e-001	-4.6272e+001	-6.4800e+001	-4.6571e+002
-9.0594e-001					

Columns 13 through 18

3.2475e-005	-8.8157e-005	2.0016e+000	3.4956e+001	3.8384e-008	-5.8393e-011
-9.4672e-002	6.6124e+000	2.6021e-001	2.3049e+001	1.3782e+000	3.2730e-002
-5.5636e-001	2.6171e+001	-6.0073e-001	2.6008e+001	7.8042e+000	7.9808e-002
6.3435e-002	-2.9634e+000	6.0480e-002	1.9292e+001	-8.8310e-001	-9.0320e-003
5.5930e-001	-2.6176e+001	-1.0708e+000	3.6997e+001	-7.8042e+000	-7.9808e-002
-9.8203e-002	-1.3363e+003	-9.1078e+000	-1.8139e+001	1.8775e+000	1.7516e-002
-5.4246e-001	-5.8961e+003	-4.0053e+001	-2.9767e+002	9.5754e+000	6.9458e-002
1.0000e+000	-9.0888e+003	-6.6290e+001	-5.1220e+002	1.2769e+001	1.1913e-001
-6.6883e-001	5.4634e+002	2.7993e-001	-3.7269e+002	-6.8128e+000	-7.6289e-003
4.7817e-001	9.0888e+003	1.2685e+001	-5.8014e+003	-1.2769e+001	-1.1913e-001
6.7154e-001					

Columns 19 through 20

1.7773e+000	3.3298e+001
1.3795e-001	-3.4703e+000
-1.1937e+000	-3.4269e+001
2.9123e-001	8.5596e+000
1.4157e-001	-1.1436e+001
-2.5477e-001	4.8344e+001
-5.7955e-001	-8.7359e+000
2.7950e+000	-6.3770e+000
-3.9439e+000	-4.0406e+002
-7.4453e+001	-6.4441e+003
1.0000e+000	

RL30_a =

Columns 1 through 6

-5.5486e+000	-7.1671e+001	5.1099e-002	1.1677e+001	4.9431e-005	-2.0901e-004
--------------	--------------	-------------	-------------	-------------	--------------

1.0000e+000	0	0	0	0	0
1.8050e+000	9.0462e+001	-8.3913e+000	7.8082e+001	7.7795e-002	-9.2084e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
9.2391e+000	1.9145e+002	-1.6949e+001	1.7270e+002	1.4729e-001	-3.8179e+003
0	0	0	0	1.0000e+000	0
2.3956e+001	3.8304e+002	-3.8271e+001	3.6902e+002	6.7898e-001	-8.0587e+003
0	0	0	0	0	0
2.3120e+001	-4.3057e+003	-3.4144e+001	3.6961e+002	-6.7450e-001	8.0587e+003
0	0	0	0	0	0
3.1808e+001	3.1965e+002	-5.3319e+000	3.0109e+002	6.9261e-001	3.8391e+000
0	0	0	0	0	0
5.0118e+001	4.9458e+002	-7.7038e+000	4.6501e+002	9.3230e-001	3.2206e+001
0	0	0	0	0	0
3.2772e+000	-8.3674e+001	1.5861e-001	2.3123e+001	-4.8338e-001	7.2210e+001
0	0	0	0	0	0
5.5099e+000	-2.2089e+002	1.0310e+000	1.2362e+002	-1.3893e-001	-4.8361e+000
0	0	0	0	0	0
4.8724e+001	-1.3830e+003	-9.6377e-001	4.6564e+002	-9.2813e-001	-3.2223e+001
0	0	0	0	0	0

Columns 7 through 12

7.5909e-001	6.4061e+000	7.6495e-001	7.7403e+000	-4.9430e-005	2.0902e-004
0	0	0	0	0	0
-3.3421e+000	-1.5685e+002	-1.4774e-001	-4.5047e+001	-6.4147e-002	3.1032e+000
0	0	0	0	0	0
-1.2821e+001	-5.1317e+002	-2.1048e-002	-1.2793e+002	-9.3534e-002	7.0136e+000
0	0	0	0	0	0
-3.0491e+001	-1.2373e+003	1.4832e+000	-2.9472e+002	-5.5956e-001	2.7136e+001
1.0000e+000	0	0	0	0	0
5.6937e+000	-4.0306e+003	-3.4553e+001	-4.8888e+003	5.5508e-001	-2.7123e+001
0	0	1.0000e+000	0	0	0
2.8714e-001	-3.7485e+001	-4.9276e-002	-5.1896e+000	-4.8242e-001	-5.8895e+003
0	0	0	0	1.0000e+000	0
4.3160e-001	-6.1601e+001	-3.1002e-001	-1.8903e+001	-5.6093e-001	-9.0868e+003
0	0	0	0	0	0
2.7938e-001	-1.9842e+001	-4.9534e-001	-3.3713e+001	4.7675e-001	5.4052e+002
0	0	0	0	0	0
1.2648e-001	3.8632e+000	2.2379e-001	1.9549e+001	8.3261e-002	1.3621e+003
0	0	0	0	0	0
2.2550e-001	-5.7341e+001	-2.1362e-002	6.2947e+000	5.5677e-001	9.0868e+003
0	0	0	0	0	0

Columns 13 through 18

1.8420e+000	3.3233e+001	-7.6925e-008	-2.2152e-011	-1.1495e+000	-1.1677e+001
0	0	0	0	0	0
2.6091e-001	6.5216e+000	8.9311e-001	1.3623e-002	1.0446e+000	-7.8082e+001
0	0	0	0	0	0
3.4708e-001	-2.6475e+000	1.3784e+000	4.8867e-002	6.9809e-001	-1.7270e+002
0	0	0	0	0	0
-1.4078e-001	-2.8901e+001	7.8181e+000	1.1922e-001	3.5471e+000	-3.6902e+002
0	0	0	0	0	0
-1.1325e+000	-1.6822e+001	-7.8181e+000	-1.1922e-001	-6.3009e-001	-3.6961e+002
0	0	0	0	0	0
-4.0509e+001	-3.4261e+002	9.5752e+000	1.0387e-001	-2.3000e+001	-3.0109e+002
0	0	0	0	0	0
-6.6693e+001	-5.8252e+002	1.2738e+001	1.7834e-001	-3.6052e+001	-4.6501e+002
1.0000e+000	0	0	0	0	0
-2.8305e-001	-3.7203e+002	-6.8139e+000	-1.1305e-002	-2.3340e+000	-2.3123e+001
0	0	1.0000e+000	0	0	0
1.9469e-001	-8.2960e+002	-1.9095e+000	-2.6732e-002	-1.2661e+001	-1.2362e+002
0	0	0	0	1.0000e+000	0
2.6674e+000	-5.8632e+003	-1.2738e+001	-1.7834e-001	-4.2844e+001	-4.6564e+002
0	0	0	0	0	0

Columns 19 through 20

2.0143e+000	3.4984e+001
0	0
-2.3049e-002	1.7611e+001
0	0
1.1592e-002	2.2419e+001
0	0
-1.7887e+000	2.1006e+001
0	0
7.5193e-002	4.3999e+001
0	0
2.7971e+000	3.6172e+001
0	0
7.6449e+000	6.2660e+001
0	0
-3.2110e+000	-3.9611e+002
0	0
-8.2408e+000	-8.9733e+002
0	0
-5.9847e+001	-6.3689e+003
1.0000e+000	0

RL40_a =

Columns 1 through 6

-5.5375e+000	-7.1913e+001	-6.8804e-005	3.8574e-004	7.7610e-001	7.8458e+000
1.0000e+000	0	0	0	0	0
9.2325e+000	1.9149e+002	1.5851e-001	-3.8150e+003	-1.3455e+001	-4.9302e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
2.3948e+001	3.8340e+002	7.0996e-001	-8.0572e+003	-3.1875e+001	-1.1955e+003
0	0	0	0	1.0000e+000	0
1.7471e+000	-4.5195e+002	-8.3193e-002	9.3298e+002	3.0318e-003	-4.7263e+002
0	0	0	0	0	0
2.3137e+001	-4.3041e+003	-7.1601e-001	8.0572e+003	1.6305e+000	-3.9846e+003
0	0	0	0	0	0
5.8929e+000	6.1983e+001	1.4444e-001	4.5363e+000	1.4570e-001	1.7475e+001
0	0	0	0	0	0
3.1698e+001	3.1888e+002	6.9720e-001	2.0924e+000	-3.2894e-001	-2.4496e+000
0	0	0	0	0	0
5.0013e+001	4.9403e+002	9.4030e-001	2.9408e+001	-4.7089e-001	-7.3682e+000
0	0	0	0	0	0
3.2297e+000	-8.2420e+001	-4.8382e-001	7.2038e+001	3.1020e-001	-1.7038e+001
0	0	0	0	0	0
4.8663e+001	-1.3848e+003	-9.4605e-001	-2.9379e+001	1.3018e-001	-5.6719e+000
0	0	0	0	0	0

Columns 7 through 12

9.9933e-002	1.2232e+001	7.6449e-001	6.4297e+000	-9.6289e-001	-1.2232e+001
0	0	0	0	0	0
-1.2783e+001	1.7256e+002	1.4604e+000	-1.4765e+002	6.0333e-001	-1.7256e+002
0	0	0	0	0	0
-2.9230e+001	3.6832e+002	4.6871e+000	-3.3674e+002	3.2320e+000	-3.6832e+002
0	0	0	0	0	0
-6.0973e+000	7.8987e+001	-3.1329e+000	-5.8615e+002	5.2310e-001	-7.8987e+001
1.0000e+000	0	0	0	0	0
-2.5105e+001	3.6934e+002	-2.8643e+001	-4.9287e+003	-9.5921e-001	-3.6934e+002
0	0	1.0000e+000	0	0	0
-8.3088e-002	1.2552e+002	1.8116e-001	1.1353e+000	-8.7764e+000	-1.2552e+002
0	0	0	0	1.0000e+000	0
-5.3313e+000	3.0053e+002	5.6794e-001	-4.0053e+001	-1.5882e+001	-3.0053e+002
0	0	0	0	0	0
-7.7028e+000	4.6450e+002	5.8878e-001	-7.2914e+001	-2.5084e+001	-4.6449e+002
0	0	0	0	0	0
3.9639e-001	2.2690e+001	-4.8079e-001	-3.6348e+001	-1.9976e+000	-2.2690e+001
0	0	0	0	0	0
-9.9861e-001	4.6559e+002	7.5436e-002	-4.7810e+001	-3.1857e+001	-4.6559e+002
0	0	0	0	0	0

Columns 13 through 18

6.8805e-005	-3.8571e-004	2.0209e+000	3.5023e+001	3.4106e-008	-8.5909e-012
0	0	0	0	0	0
-8.7408e-002	7.5502e+000	2.2846e-001	2.3521e+001	1.3777e+000	6.4875e-002
0	0	0	0	0	0
-5.5380e-001	2.8412e+001	-7.2247e-001	2.7031e+001	7.8373e+000	1.5839e-001
0	0	0	0	0	0
6.5107e-002	-3.2971e+000	6.1609e-002	2.0088e+001	-9.0708e-001	-1.8341e-002
0	0	0	0	0	0
5.5986e-001	-2.8436e+001	-1.0213e+000	4.0776e+001	-7.8373e+000	-1.5839e-001
0	0	0	0	0	0
-6.9266e-002	-1.3979e+003	-8.2509e+000	-2.1390e+001	1.9546e+000	3.6413e-002
0	0	0	0	0	0
-4.2258e-001	-5.8801e+003	-3.5499e+001	-2.9710e+002	9.5747e+000	1.3762e-001
1.0000e+000	0	0	0	0	0
-4.5178e-001	-9.0841e+003	-5.8734e+001	-5.1353e+002	1.2699e+001	2.3662e-001
0	0	1.0000e+000	0	0	0
4.7834e-001	5.3245e+002	-4.0792e-002	-3.6284e+002	-6.8135e+000	-1.4799e-002
0	0	0	0	1.0000e+000	0
4.5753e-001	9.0840e+003	7.3405e+000	-5.7821e+003	-1.2699e+001	-2.3662e-001
0	0	0	0	0	0

Columns 19 through 20

1.8728e+000	3.3140e+001
0	0
1.0541e-001	-3.4685e+000
0	0
-1.2849e+000	-3.4370e+001
0	0
2.6495e-001	8.4723e+000
0	0
-1.0521e-001	-1.1355e+001
0	0
3.3250e-001	4.8090e+001
0	0
-6.8597e-001	-9.2719e+000
0	0
1.9607e+000	-7.9661e+000
0	0
-3.3382e+000	-3.9333e+002


```

0
-6.2113e+001 -6.4308e+003
1.0000e+000 0

```

RL50_a =

Columns 1 through 6

```

-5.5247e+000 -7.2217e+001 1.2115e-001 1.2938e+001 9.2162e-005 -6.2490e-004
1.0000e+000 0 0 0 0 0
1.8855e+000 9.1293e+001 -5.4939e+000 7.9886e+001 8.8730e-002 -9.4853e+002
0 0 1.0000e+000 0 0 0
9.2224e+000 1.9154e+002 -1.0278e+001 1.7236e+002 1.7397e-001 -3.8112e+003
0 0 0 0 1.0000e+000 0
2.3935e+001 3.8385e+002 -2.3793e+001 3.6742e+002 7.5048e-001 -8.0552e+003
0 0 0 0 0 0
2.3149e+001 -4.3020e+003 -1.9670e+001 3.6898e+002 -7.4280e-001 8.0551e+003
0 0 0 0 0 0
3.1553e+001 3.1781e+002 -5.3242e+000 2.9983e+002 7.1141e-001 -1.0473e-001
0 0 0 0 0 0
4.9875e+001 4.9323e+002 -7.6877e+000 4.6389e+002 9.6317e-001 2.5846e+001
0 0 0 0 0 0
3.1687e+000 -8.0819e+001 5.4362e-001 2.2149e+001 -4.8372e-001 7.1758e+001
0 0 0 0 0 0
5.9043e+000 -2.3515e+002 8.8805e-001 1.2833e+002 -1.5161e-001 -4.1333e+000
0 0 0 0 0 0
4.8571e+001 -1.3872e+003 -1.0249e+000 4.6556e+002 -9.5570e-001 -2.5891e+001
0 0 0 0 0 0

```

Columns 7 through 12

```

7.6883e-001 6.4582e+000 7.8314e-001 7.9814e+000 -9.2160e-005 6.2490e-004
0 0 0 0 0 0
-3.0015e+000 -1.6130e+002 3.4558e-002 -4.5612e+001 -6.6352e-002 3.5449e+000
0 0 0 0 0 0
-1.1459e+001 -5.1274e+002 -1.9481e-002 -1.2732e+002 -8.6166e-002 8.2504e+000
0 0 0 0 0 0
-2.7284e+001 -1.2392e+003 1.1928e+000 -2.9328e+002 -5.6052e-001 3.0044e+001
1.0000e+000 0 0 0 0 0
3.8489e+000 -4.0231e+003 -2.9742e+001 -4.8823e+003 5.5284e-001 -3.0008e+001
0 1.0000e+000 0 0 0 0
2.8782e-001 -3.6966e+001 -4.9918e-002 -5.3348e+000 -3.7654e-001 -5.8679e+003
0 0 0 0 1.0000e+000 0
4.1142e-001 -6.0598e+001 -3.0028e-001 -1.9415e+001 -3.6206e-001 -9.0806e+003
0 0 0 0 0 0
2.5461e-001 -1.9409e+001 -3.9874e-001 -3.3730e+001 4.8207e-001 5.2222e+002
0 0 0 0 0 0
1.3001e-001 2.3189e+000 2.0427e-001 1.9555e+001 5.6054e-002 1.4436e+003
0 0 0 0 0 0
2.5777e-001 -6.2387e+001 -5.3038e-002 5.8546e+000 3.5459e-001 9.0807e+003
0 0 0 0 0 0

```

Columns 13 through 18

```

1.8896e+000 3.3016e+001 -2.8217e-008 4.5278e-013 -8.5139e-001 -1.2938e+001
0 0 0 0 0 0
2.4504e-001 6.1321e+000 -9.2500e-001 2.3228e-002 9.8294e-001 -7.9886e+001
0 0 0 0 0 0
3.0669e-001 -3.5324e+000 1.3759e+000 8.0717e-002 5.4448e-001 -1.7236e+002
0 0 0 0 0 0
-2.7134e-001 -3.0589e+001 7.8612e+000 1.9725e-001 3.0443e+000 -3.6741e+002
0 0 0 0 0 0
-1.1839e+000 -1.5163e+001 -7.8612e+000 -1.9725e-001 -1.1621e+000 -3.6898e+002
0 0 0 0 0 0
-3.6326e+001 -3.4415e+002 9.5740e+000 1.7051e-001 -1.1608e+001 -2.9982e+002
0 0 0 0 0 0
-6.0071e+001 -5.8804e+002 1.2654e+001 2.9373e-001 -1.8510e+001 -4.6389e+002
1.0000e+000 0 0 0 0 0
-3.9170e-001 -3.5911e+002 -6.8116e+000 -1.8057e-002 -1.7940e+000 -2.2149e+001
0 1.0000e+000 0 0 0 0
5.4656e-001 -8.7933e+002 -2.0122e+000 -4.6695e-002 -8.1331e+000 -1.2833e+002
0 0 0 0 1.0000e+000 0
2.3148e+000 -5.8414e+003 -1.2654e+001 -2.9373e-001 -2.5259e+001 -4.6556e+002
0 0 0 0 0 0

```

Columns 19 through 20

```

2.0248e+000 3.5073e+001
0 0
-3.1517e-002 1.8386e+001
0 0
1.2436e-002 2.3934e+001
0 0
-1.7815e+000 2.3962e+001
0 0
2.2106e-002 4.7379e+001
0 0
1.1380e+000 3.8004e+001
0 0

```

8.1581e-003	0	4.9681e+001	0
7.2412e-001	0	3.9247e+001	0
4.0014e+000	0	6.5951e+001	0
-2.7561e+000	0	-3.7209e+002	0
-8.0958e+000	0	-9.8695e+002	0
-5.4320e+001	0	-6.3300e+003	0
1.0000e+000	0		0