UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
ÁREA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**LÓGICA DIFUSA PARA CONTROLE NÃO
CONVENCIONAL DE UMA VIGA INTELIGENTE**

Renato Kazuki Nagamine

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques

São Carlos
2001

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques pela orientação, discussão, incentivo e sobretudo pela dedicação com que se envolveu neste projeto tornando possível a realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa concedida.

Ao Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo pelo interesse e apoio;

Aos amigos do Laboratório de Dinâmica de Vôo e Controle, Alexandre, Carlos, Elizângela, Guilherme, Gasparini, Jorge, Luciane, Leonardo, Luis, Márcio, Valdinei e Werner pelo companheirismo e pelo incentivo.

Aos amigos da pós-graduação pelos momentos de descontração e apoio

Às secretárias da pós-graduação Ana Paula e Bete e todos os funcionários que permitiram a elaboração deste trabalho.

A todos que acreditaram e incentivaram de alguma forma a realização deste trabalho.

RESUMO

NAGAMINE, R. K. (2001). *Lógica Difusa para Controle Não Convencional de uma Viga Inteligente*. São Carlos, 2001. 117p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Os avanços da indústria aeronáutica têm sido garantidos pelo emprego de tecnologias inovadoras. Para controle aeroelástico o conceito de estrutura inteligente tem ganho cada vez mais espaço. Uma estrutura inteligente é um sistema de controle estrutural onde elementos estruturais, sensores, atuadores, leis de controle, eletrônica associada e processamento de sinais estão altamente integradas garantindo aumento de desempenho. Os desenvolvimentos nesta área têm sido muito animadores e envolve uma série de disciplinas. Nesse contexto, o presente trabalho tem como meta estudar uma estrutura inteligente onde a lei de controle é representada através da lógica difusa. Esse método não convencional de controle tem proporcionado avanços no trato de sistemas complexos, não lineares e com parâmetros imprecisos e ambíguos.

Um modelo em elementos finitos de uma viga inteligente com atuadores piezelétricos incorporados é desenvolvido. O modelo baseia-se nas hipóteses de viga Euler-Bernoulli e no princípio variacional eletromecânico. O modelo em elementos finitos é validado para garantir o uso no projeto do controlador não convencional. Estratégias de controle não convencional baseadas em dois tipos de metodologia difusa para controle, isto é, modelo de Mamdani e de Takagi-Sugeno-Kang, são estudadas. O controlador difuso é aplicado para reduzir a resposta vibratória da viga inteligente quando submetida a distúrbios mecânicos externos. Um estudo comparativo das duas metodologias de controlador difuso é realizado e discutido. Os resultados satisfatórios alcançados mostram que o uso de controladores difusos para alívio de vibrações em vigas com atuadores piezelétricos é apropriado. Também se observou que o modelo Takagi-Sugeno-Kang é o que mais se ajustou as necessidades e requerimentos do problema.

Palavras chave: Estruturas inteligentes; Controle difuso; Elementos finitos.

ABSTRACT

NAGAMINE, R. K. (2001). *Fuzzy Logic for Non-Conventional Control of an Intelligent Beam*. São Carlos, 2001. 117p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The advances in aeronautical industry have been ensured by the application of novel technologies. For aeroelastic control the intelligent structure concept has become increasingly important. An intelligent structure is a structural control system in which structural elements, sensors, actuators, control laws, associated electronics, and signal processing are highly integrated providing better performance. The developments in this area have been encouraging and multi-disciplinar. In this context, this work aims studying control laws for intelligent structures represented through the fuzzy logic. This non-conventional method for control has provided advances in treating complex, non-linear, imprecise, and ambiguous systems.

A finite element model of an intelligent beam with piezoelectric actuators is developed. The model is based in the assumptions of an Euler-Bernoulli beam and the electromechanic variational principle. The finite element model is validated to ensure its use in non-conventional control design. Non-conventional control strategies based on the two fuzzy control methodologies, that are, the Mamdani and Takagi-Sugeno-Kang models, are investigated. The fuzzy control is applied to reduce the vibratory response of the intelligent beam due to external mechanical disturbances. A comparison between the two fuzzy control methodologies is shown and discussed. The satisfactory results achieved by this work have shown that the application of fuzzy control for the alleviation of vibrations in beams with piezoelectric actuators is appropriate. It is also observed that the Takagi-Sugeno-Kang fuzzy model has presented a better performance when compared with the Mamdani one.

Keywords: Intelligent structures; fuzzy control; finite elements.

SUMÁRIO

Lista de Símbolos	iv
--------------------------	----

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO	1
-------------------	----------

1.1 – Estruturas inteligentes.....	3
1.2 – Estruturas inteligentes em aeroelasticidade.....	5
1.3 – O fenômeno piezelétrico e sua aplicação em estruturas inteligentes.....	7
1.4 – Modelagem de estruturas com componentes piezelétricos.....	9
1.5 – Projeto de sistemas de controle para estruturas inteligentes.....	15
1.5.1 – Lógica difusa para controle.....	18
1.6 – Objetivos do trabalho.....	19
1.7 – Organização da dissertação.....	20

CAPÍTULO 2

MODELO EM ELEMENTOS FINITOS PARA ESTRUTURAS COM MATERIAIS PIEZELÉTRICOS	22
--	-----------

2.1 – Introdução.....	22
2.2 – Modelagem do comportamento eletromecânico.....	23
2.2.1 – Princípio de Hamilton.....	23
2.2.2 – Energia cinética.....	24
2.2.3 – Energia potencial.....	25
2.2.4 – Equações constitutivas.....	26
2.2.5 – Trabalho virtual das forças não conservativas.....	26
2.2.6 – Princípio variacional eletromecânico.....	27
2.3 – Modelo via método dos elementos finitos.....	29
2.3.1 – Discretização por elementos finitos.....	30
2.3.2 – Matrizes dos elementos finitos.....	35
2.3.3 – Modelo global em elementos finitos.....	40
2.4 – Representação do sistema no espaço de estados.....	42
2.5 – Redução de ordem do modelo.....	45
2.6 – Sumário.....	47

CAPÍTULO 3

CONTROLE NÃO CONVENCIONAL PARA ESTRUTURAS INTELIGENTES VIA LÓGICA DIFUSA

	48
3.1 – Introdução.....	48
3.2 – Controle convencional e não convencional.....	49
3.3 – Fundamentos da lógica difusa.....	50
3.4 – Modelos lingüísticos.....	54
3.4.1 – Modelo de Mamdani.....	57
3.5 – Modelo de Takagi-Sugeno-Kang.....	60
3.6 – Controle difuso.....	61
3.7 – Sumário.....	64

CAPÍTULO 4

VALIDAÇÃO E CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DO MODELO DE VIGA INTELIGENTE

	65
4.1 – Introdução.....	65
4.2 – Validação do modelo em elementos finitos para uma viga simples.....	66
4.3 – Verificação do método de modelagem de uma viga inteligente para a condição de carregamento estático.....	69
4.4 – Verificação do método de modelagem de uma viga inteligente na obtenção de características dinâmicas.....	72
4.5 – Validação do modelo reduzido de uma viga inteligente.....	77
4.6 – Sumário.....	79

CAPÍTULO 5

CONTROLE DIFUSO PARA ALÍVIO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA INTELIGENTE

	80
5.1 – Introdução.....	80
5.2 – Projeto do controlador difuso.....	81
5.3 – Supressão de vibrações em uma viga inteligente.....	87
5.4 – Sumário.....	100

CAPÍTULO 6	
CONCLUSÕES	102
6.1 – Sugestões para trabalhos futuros.....	103
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	104
APÊNDICE A	
Fundamentos e Terminologia Básica sobre Materiais Piezelétricos	114

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de estado;
A_{pe}	Área da seção transversal do piezelétrico;
A_r	Matriz de estado reduzida;
A_{st}	Área da seção transversal da estrutura principal (viga);
B	Matriz de entrada ou de controle;
b	Largura da estrutura principal (viga);
B'_w	Segunda derivada em relação a x da função de forma transversal;
b_{pe}	Largura do piezelétrico;
B_r	Matriz de entrada ou de controle reduzida;
B_u	Primeira derivada em relação a x da função de forma axial;
B_w	Primeira derivada em relação a x da função de forma transversal;
B_φ	Operador gradiente;
C	Matriz de saída;
C_{st}^E	Módulo de Young da estrutura principal (viga);
C_{pe}^E	Módulo de Young do piezelétrico;
C^E	Matriz dos módulos de Young;
C_{qq}	Matriz global de amortecimento;
C_r	Matriz de saída reduzida;
D_e	Vetor deslocamento elétrico;
d	Matriz das constantes de deformações piezelétricas;
D	Matriz de transmissão direta;
d_{ij}	Vetor das constantes de deformação piezelétricas;
d_{ij}	Constante de deformação piezelétrica;
D_r	Matriz de transmissão direta reduzida;
E	Vetor campo elétrico;
e	Matriz de coeficientes piezelétricos;

F	Força mecânica externa atuante;
F_b	Força de bloqueio;
F_r	Frequência de ressonância do piezelétrico;
f_k	Força externa mecânica atuante no elemento k ;
G	Força elétrica externa atuante;
g_{ij}	Coeficiente de campo elétrico;
$\mathbf{g}_{pe}$	Força elétrica atuante no piezelétrico p ;
h	Espessura da estrutura principal (viga);
h_{pe}	Espessura do piezelétrico;
I	Matriz identidade;
I_{pe}	Momento de inércia do piezelétrico;
I_{st}	Momento de inércia da viga;
k	Coeficiente de acoplamento;
K *	Matriz global de rigidez;
$\mathbf{k}_{qq}$	Matriz de rigidez elástica elementar;
$\mathbf{K}_{qq}$	Matriz de rigidez elástica global;
$\mathbf{k}_{q\phi}$	Matriz elementar de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento;
$\mathbf{K}_{q\phi}$	Matriz global de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento;
$\mathbf{K}_{q\phi a}$	Matriz global de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento do atuador;
$\mathbf{K}_{q\phi s}$	Matriz global de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento do sensor;
$\mathbf{k}_{\phi q}$	Matriz elementar de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento;
$\mathbf{K}_{\phi qs}$	Matriz global de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento do sensor;
$\mathbf{k}_{\phi\phi}$	Matriz elementar de rigidez dielétrica;
$\mathbf{K}_{\phi\phi}$	Matriz global de rigidez dielétrica;

$\mathbf{K}_{\phi\phi s}$	Matriz global de rigidez dielétrica do sensor;
L	Comprimento do elemento finito;
$\mathbf{L}_e^k$	Matriz auxiliar para montagem das matrizes globais;
$\mathbf{m}_{qq}$	Matriz de massa elementar;
$\mathbf{M}_{qq}$	Matriz global de massa;
$\mathbf{N}_u$	Função de forma para deslocamento axial;
$\mathbf{N}_w$	Função de forma para deslocamento transversal;
N_{el}	Número de elementos finitos do modelo de viga;
p	Quantidade de elementos finitos piezelétricos do modelo;
$\mathbf{P}$	Vetor de polarização;
$\mathbf{P}_b$	Matriz de forças de corpo;
$\mathbf{P}_C$	Vetor de força concentrada;
$\mathbf{P}_S$	Vetor de força de superfície;
$\mathbf{q}$	Vetor das coordenadas generalizadas;
Q	Carga elétrica superficial;
$\mathbf{q}_k$	Vetor dos deslocamentos axial, transversal e giro no elemento k ;
$\dot{\mathbf{q}}$	Vetor velocidade generalizada;
$\ddot{\mathbf{q}}$	Vetor aceleração generalizada;
s	Variável de Laplace;
$\mathbf{S}$	Vetor de deformação específica do material;
S_1	Superfície de atuação de $\mathbf{P}_s$;
S_2	Superfície de atuação de Q ;
T	Energia cinética total;
t	Instante de tempo arbitrário;
t_r	Resposta no tempo
$\mathbf{T}_r$	Matriz de transformação para redução de modelo;
U	Energia totencial total;
u	Deslocamento axial num plano distante z da linha neutra;

$\mathbf{u}$	Vetor das entradas do sistema;
U_e	Energia potencial elétrica;
u_i	Deslocamento axial no nó i ;
u_k	deslocamento axial no elemento k ;
u_x	Deslocamento sobre a linha neutra;
U_m	Energia potencial mecânica;
V	Volume;
$\mathbf{v}_d$	Vetor contendo os autovetores direitos;
$\mathbf{V}_D$	Matriz auxiliar para redução do modelo;
$\mathbf{v}_e$	Vetor contendo os autovetores esquerdos;
$\mathbf{V}_E$	Matriz auxiliar para redução do modelo;
V_{pe}	Volume dos componentes piezelétricos;
V_{st}	Volume da estrutura principal (viga);
W	Trabalho total das forças externas;
w	Deslocamento transversal;
$\mathbf{w}$	Vetor deslocamento transversal;
W_e	Trabalho das forças elétricas;
w_i	Deslocamento transversal i ;
w_k	Deslocamento transversal no elemento k ;
W_m	Trabalho das forças mecânicas;
W_{nc}	Trabalho das forças não conservativas;
x	Variação do comprimento ao longo do elemento;
$\mathbf{x}$	Vetor das variáveis de estados;
$\mathbf{X}_f$	Deflexão livre;
$\mathbf{x}_r$	Vetor das variáveis de estado do sistema reduzido;
$\mathbf{y}$	Vetor de saída;
z	Distância da linha neutra.

Símbolos Gregos:

α, β	Coefficientes para cálculo da matriz de amortecimento de Rayleigh;
ρ	Densidade do material;
ρ_{pe}	Densidade do material piezelétrico;
ρ_{st}	Densidade da estrutura principal (viga);
σ	Matriz de tensão;
ε	Constante dielétrica do piezelétrico;
ϵ	Matriz das constantes dielétricas;
ϕ	Potencial elétrico;
ϕ_i	Potencial aplicado ao i -ésimo elemento;
Φ	Vetor potencial elétrico;
θ_i	Giro no nó i ;
θ_k	Giro no elemento k ;
λ_i	Autovalor;
ϕ_s	Matriz de potenciais elétricos nos sensores;
ϕ_a	Matriz de potenciais elétricos nos atuadores;
ω_m	Frequência natural do modo m ;
ω_n	Frequência natural do modo n ;
ξ	Coordenada isoparamétrica;
ξ_m, ξ_n	Fatores de amortecimento para estimar matriz de amortecimento.

Sobrescritos:

D	Deslocamento elétrico constante;
E	Campo elétrico constante;
S	Deformação constante (mecanicamente engastado);
T	Tensão constante (mecanicamente livre).

Subscritos:

st Estrutura principal (viga);
pe Piezelétrico.

Convenções:

$()^T$ Transposta de uma matriz;
 $()^{-1}$ Inversa de uma matriz.

Acronômios:

MEF **M**odelo em **E**lementos **F**initos (no contexto desse trabalho);
PZT Titanato zirconato de chumbo;
PVDF Fluorido de polivilideno;
TSK Modelo de **T**akagi-**S**ugeno-**K**ang;
PD **P**roportional **D**erivativo;
PI **P**roportional **I**ntegral;
PID **P**roportional **I**ntegral **D**erivativo.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As exigências por aeronaves mais rápidas e que transportem mais cargas com menor custo tornaram o projeto de aeronaves bastante desafiador. O avanço da engenharia aeronáutica não se resume à obtenção de propulsores cada vez mais eficientes, mas também ao avanço no desenvolvimento da estrutura da aeronave no sentido de torná-la mais leve e resistente com um certo balanço entre as propriedades físicas e mecânicas para permitir sua segurança e eficiência (FLOWER, 1995). Assim sendo, estruturas aeronáuticas são mais susceptíveis às vibrações e podem ser agravadas por fenômenos aeroelásticos (BISPLINGHOFF *et al.*, 1996). É de grande interesse em aeronáutica que fenômenos aeroelásticos mais dramáticos, tal como o ‘*flutter*’, sejam evitados.

Na indústria atual os projetos têm sido concebidos de forma que tais fenômenos não ocorram dentro da região operacional da aeronave. No entanto, prevê-se que no futuro as aeronaves sejam preparadas com dispositivos de controle da resposta estrutural. Isto, em princípio, possibilitaria projetos estruturais mais otimizados levando a melhor desempenho das aeronaves. Historicamente as soluções passivas tais como incremento da rigidez, balanço de massa e mudança da geometria têm sido utilizadas para prevenir o aparecimento destes fenômenos aeroelásticos, porém essas soluções resultam em aumento de peso, custo e queda do desempenho. Durante os últimos 20 anos um considerável número de pesquisas têm sido feitas em controle ativo de ‘*flutter*’ que utilizam o controle das superfícies de bordo de ataque e de fuga (HEEG, 1993) através de atuadores servo-hidráulicos. Até o momento, no entanto, os métodos ativos para controle dos fenômenos aeroelásticos não se

tornaram práticos e ainda é grande a necessidade por mais pesquisa e novos conceitos para controle aeroelástico.

Recentemente, o desenvolvimento de novos materiais para dispositivos sensores e atuadores contribuiu para o surgimento do conceito de *estruturas inteligentes* (CRAWLEY, 1994). Esse novo campo de pesquisas desenvolveu-se vigorosamente durante os anos 90. Centros de referência em pesquisas aeroespaciais como *NASA Langley* iniciaram programas de desenvolvimento de projetos ativos com aplicações em estruturas aeroespaciais para capacitar um voo auto adaptativo para uma melhora revolucionária na eficiência e segurança (MCGOWAN *et al.*, 1998). As principais vantagens do uso do conceito de estruturas inteligentes consistem na menor intrusão na estrutura dessas formas uma vez que os atuadores e sensores encontram-se incorporados e com funcionalidade estrutural. Além disso, de acordo com as necessidades diversos atuadores podem ser utilizados garantindo um amplo espectro de atuação (sob diferentes temperaturas, forças requeridas ou tempos de resposta). Dentre os materiais mais utilizados como componentes ativos citam-se os materiais piezelétricos, as fibras ópticas, as ligas de memórias de forma, os materiais estricativos e os fluidos eletro-reológicos e magneto-reológicos. Os materiais piezelétricos surgem, então, como uma alternativa altamente viável pela sua capacidade de inserção na estrutura, baixo peso, grande força de atuação, resposta rápida, conversão direta de energia elétrica para mecânica e uma rede de fios elétricos que é menos vulnerável do que tubos para alimentação de sistemas hidráulicos (GIURGIUTIU, 2000; CESNIK, 2000; PACK & JOSLIN, 1998).

Dentro do conceito de estruturas inteligentes deve-se destacar também a necessidade do projeto de um sistema de controle que proporcione uma conveniente adaptação entre a técnica e o problema. Particularmente, para aplicações em aeroelasticidade a necessidade de se lidar com sistemas cada vez mais complexos, e de atender a requisitos de projeto mais restritos em condições de operação de grandes incertezas, dificulta o uso das técnicas convencionais de controle tornando necessária uma reavaliação do uso de tais métodos.

Metodologias não convencionais, tais como redes neurais (HAYKIN, 1994) pelo grande paralelismo e capacidade de aprendizado, e a lógica difusa (YAGER & FILEV, 1994) pela capacidade de modelar utilizando uma lingüística próxima a

usada pelos seres humanos (incluindo incertezas e ambigüidades), oferecem uma alternativa promissora para a solução dos problemas mencionados anteriormente. A capacidade intrínseca dessas técnicas no trato de sistemas não lineares, as tornam ainda mais adequadas ao problema do controle da resposta aeroelástica.

Diante destes desafios os projetistas procuram agregar as tecnologias disponíveis e dosar adequadamente as diversas variáveis que compõem um projeto estrutural para conseguir projetos cada vez mais eficientes e, sobretudo viáveis economicamente.

1.1 - ESTRUTURAS INTELIGENTES.

Segundo SPILLMAN *et al.* (1996) por se tratar de uma área de pesquisa ainda nova não existe uma definição consolidada do que seja uma *estrutura inteligente* ou *ativa*. Empregando diferentes estratégias para assegurar esta definição determina-se estrutura inteligente como uma estrutura física não biológica que tem como atributos: uma proposta definida com meios e formas para atingir os objetivos e um padrão biológico de funcionamento. Outras definições de estruturas inteligentes podem ser encontradas na literatura. Enquanto alguns exploram as definições fornecidas por seus predecessores, outros procuram definições de palavras-chave em dicionários reconhecidos (GHANDI & THOMPSON, 1992), ainda existem os que examinam outros meios de informação, os que usam suas visões pessoais e os que se apóiam em grupos de estudos independentes divididos por áreas de interesse tendo, então, definições de acordo com sua área. Uma definição bastante empregada é encontrada em CRAWLEY (1994) que define estruturas inteligentes como aquelas que possuem atuadores e sensores altamente integrados a própria estrutura com funcionalidade estrutural assim como um controle lógico altamente integrado, condicionamento de sinal e amplificador de potência eletrônico. A aquisição, o processamento do sinal e a atuação são incorporados a estrutura com o propósito de agir sobre determinada característica ou estados pré-determinados sejam eles mecânicos, elétricos, químicos, óticos, térmicos ou magnéticos.

A definição de CRAWLEY (1994) torna-se mais didática com o auxílio do modelo esquemático apresentado na Figura 1.1. O primeiro conjunto denominado

adaptativo compõe-se pelas estruturas que são sujeitas a algum tipo de atuação. O segundo grupo é composto pelas estruturas que são sensoreadas. A intersecção entre esses dois grandes grupos compõe um grupo conhecido como estruturas controladas, onde se supõe que os atuadores e sensores estejam unidos por um controle do tipo malha fechada. Dentro dessa intersecção pode-se distinguir um subconjunto denominado estruturas ativas que diferem do conjunto maior porque os atuadores e sensores estão distribuídos ao longo da estrutura possuindo também uma função estrutural. As estruturas inteligentes são um subconjunto das estruturas ativas, pois além de possuírem as características mencionadas acima devem apresentar também a aquisição, processamento do sinal, controle e atuação inteiramente incorporados na estrutura.

Figura 1.1 – Modelo esquemático para estruturas inteligentes (CRAWLEY, 1994).

O crescente interesse pelo uso de materiais piezelétricos como elementos ativos de estruturas inteligentes deve muito aos trabalhos de BAILEY & HUBBARD (1985) e CRAWLEY & DE LUIZ (1987). Praticamente a partir desse período o termo piezeletricidade reaparece revigorado em trabalhos envolvendo estruturas ativas e controle estrutural.

Seu surgimento e crescimento estão ligados aos progressos ocorridos em outras áreas de conhecimento como: materiais e computação. Antes do surgimento dos materiais compostos as estruturas eram feitas a partir de grandes peças de materiais isotrópicos, o que restringia o uso de elementos ativos (CRAWLEY, 1994).

Paralelamente, pesquisas envolvendo diversos materiais começam a apontar para a existência de alguns desses que reúnem condições para serem aproveitados na construção de sensores e atuadores. Os elementos ativos de uma estrutura podem ser construídos com ligas com memória de forma, cerâmicas e polímeros piezelétricos, fibras óticas, materiais eletro- e magneto-strictivos e fluídos magneto- e eletro-reológicos (BARSOUM, 1997). Nesse trabalho o enfoque será dado ao mais popular dos elementos ativos, ou seja, os materiais piezelétricos.

1.2 - ESTRUTURAS INTELIGENTES EM AEROELASTICIDADE

A partir da metade da década de 90 começaram a surgir trabalhos envolvendo o uso de materiais inteligentes para controlar respostas aeroelásticas indesejadas. NITZSCHE & BREITBACH (1994) apresentaram uma proposta de construção de atuadores e sensores usando materiais piezelétricos para controlar as cargas harmônicas desenvolvidas nas pás do rotor de um helicóptero.

A resposta aeroelástica de uma asa ativa de avião representada por uma viga de material composto engastada com sensores e atuadores piezelétricos é estudada por CHATTOPADHYAY *et al.* (1999). Nesse trabalho o problema de otimização é formulado com o objetivo de minimizar simultaneamente o deslocamento na ponta da asa e o giro devido ao carregamento do ar e minimizar a aceleração na ponta devido às rajadas.

LAZARUS *et al.* (1995) analisam uma seção típica de uma asa sujeita a fenômenos aeroelásticos com atuadores convencionais articulados (nos bordos de fuga e de ataque) e atuadores que induzem tensão mecânica (piezelétricos). A interação entre estes atuadores com os fenômenos aeroelásticos e as diversas leis de controle por realimentação testadas é objeto de estudo.

FRAMPTON *et al.* (1996) estudam o controle ativo de ‘flutter’ em painéis desenvolvendo um modelo aeroeletroelástico pela combinação de um modelo eletroelástico para placas com um modelo aeroelástico em painéis e usando uma lei de controle com um transdutor piezelétrico que trabalha como sensor e atuador simultaneamente. FORSTER & YANG (1998) usam os atuadores piezelétricos para controlar o flutter supersônico nos compartimentos das asas. WILKIE *et al.* (1996)

fazem uma análise de uma pá de helicóptero de material composto incorporando piezelétricos. Esta análise consiste na flexão e na torção linear da asa acoplada a um modelo aerodinâmico não estacionário usando atuadores torcionais.

Diversas outras pesquisas em supressão de respostas aeroelásticas vêm sendo desenvolvidas em importantes centros de referência como o Centro de Pesquisa de *NASA Langley*, Estados Unidos. Essas pesquisas envolvem o uso de estruturas ativas principalmente através do uso de atuadores piezelétricos, como os estudos das potências requeridas pelos atuadores no controle ativo (BRENNAN & MCGOWAN, 1997) ou o desenvolvimento de atuadores (TALEGHANI, 2000). Porém, existem projetos sendo conduzidos em outros importantes centros de pesquisa como os laboratórios de pesquisa da força aérea dos Estados Unidos e da *Northrop Grumman* onde o uso de atuadores baseados em ligas com memória de forma, Terfenol-D (material electrostrictivo), e piezelétricos têm sido desenvolvidos (MCGOWAN *et al.*, 1998). Uma das formas promissoras que vêm sendo estudadas para redução da resposta aeroelástica é o uso de placas piezelétricas como amortecedores de vibrações. Por essa forma de controlar as vibrações a energia gerada na vibração é transformada em uma carga elétrica que é dissipada posteriormente reduzindo a energia total na estrutura. Diversos trabalhos explorando essa técnica têm sido desenvolvidos ao longo dos anos. Segundo SARAVANOS (1999) algumas das características desejáveis do amortecimento passivo piezelétrico são a possibilidade de alteração espontânea ou periódica do nível de amortecimento, pela variação das propriedades dos elementos passivos elétricos (resistores, capacitores, etc) ou pela reconfiguração do circuito elétrico. WU *et al.* (2000) estudam o uso de amortecedores de vibrações piezelétricos em painéis do F-15. MCGOWAN (1999) aponta ainda alguns pontos negativos quando os materiais piezelétricos são usados como atuadores, tais como o nível de potência requerida para operar os atuadores e as complexidades envolvidas com controle ativo (projeto de controladores, implementação, inclusão de *hardware*). TSAI & WANG (1999), além disso, exploram o conceito de uma rede piezelétrica híbrida ativa-passiva, onde o atuador piezelétrico não proverá somente um amortecimento passivo como também pode ter uma ação ativa desde que corretamente ajustada.

1.3 - O FENÔMENO PIEZELÉTRICO E SUA APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS INTELIGENTES.

Segundo CADY (1946) a palavra piezeletricidade morfologicamente significa eletricidade por pressão e cabe a sua descoberta aos irmãos Curie onde o prefixo *piezo* tem origem na palavra grega “*piezein*” que significa pressionar. Além disso, define o efeito piezelétrico como “*o potencial elétrico produzido por deformações mecânicas em cristais pertencendo a certas classes, o potencial elétrico sendo proporcional à deformação e mudando de sinal com isso*”. Este postulado refere-se ao efeito piezelétrico direto. Intimamente relacionado está o efeito reverso (também chamado de recíproco ou inverso).

Segundo CADY (1946) durante muito tempo os efeitos piezelétricos permaneceram apenas como uma curiosidade. Sua aplicação prática surge com a Primeira Guerra Mundial quando Langevin cria um sonar composto por placas piezelétricas. Com esta descoberta o interesse pelos cristais piezelétricos aumenta novamente. Surgem estudos com cristais piezo-ressonantes que acabaram influenciando positivamente no desenvolvimento da eletrônica. Materiais amorfos e policristalinos começam a ser usados e em 1954 Jaffe descobre o *titanato zirconato de chumbo* (PZT). Polímeros, filmes e compósitos piezelétricos também têm sido amplamente estudados. Após 1960 Kawai descobre as propriedades piezelétricas em um filme plástico de *fluorido de polivilideno* (PVDF). Estes dois materiais piezelétricos são os mais populares envolvidos em trabalhos com estruturas inteligentes atualmente (IKEDA, 1990; TAYLOR *et al.*, 1985).

O fenômeno da piezeletricidade sob o ponto de vista microscópico é entendido como a polarização do meio cristalino devido aos deslocamentos de íons da sua posição de equilíbrio, pela ação de um campo de tensões mecânicas (BOTTOM, 1968). Tal situação produz um dipólo elétrico. Em um cristal os átomos são arranjados em grupos denominados células unitárias, idênticas em dimensões e estrutura atômica e com formato de pequenos paralelepípedos. As quantidades de formatos geométricos tridimensionais encontrados em cristais determinam os trinta e dois tipos de simetria, que são baseados na rotação, inversão, reflexão e nas suas combinações, (GIACOVAZZO, 1985). Desses tipos de cristais, vinte apresentam

efeitos piezelétricos de qualquer magnitude o que indica que esse fenômeno não é raro.

Uma cerâmica policristalina, um dos mais ativos materiais piezelétricos conhecidos, é composta por pequenos cristais aleatoriamente orientados. Cada cristal é, além disso, dividido em pequenos domínios ou regiões com arranjos de dipólo similares. Quando é aplicado um campo elétrico, esses domínios são induzidos a apresentar uma polarização numa dada direção (Figura 1.2).

Figura 1.2 – Polarização macroscópica induzida em um piezoelétrico cerâmico policristalino.

Durante a polarização o material torna-se permanentemente alongado na direção do campo de polarização (eixo polar) e reduz-se na direção transversal. Quando uma voltagem é subsequente aplicada na mesma direção da voltagem de polarização, a peça experimental, além de um alongamento na direção polar, uma contração transversal como estipulado pelo coeficiente de Poisson. Quando o campo elétrico é removido, a peça retorna às suas dimensões originais. A Figura 1.3 ilustra que quando a voltagem é aplicada oposta à direção de polarização, a peça se contrai e expande na direção transversal, retornando a suas dimensões originais quando o campo elétrico é retirado.

Figura 1.3 – Esquema de deformação física de um piezelétrico.

Outras referências importantes sobre a piezeletricidade podem ser encontradas em PARTON & KUDRYAVTSEV (1988), JAFFE *et al.* (1971), e FUKUDA (1974).

Embora a piezeletricidade tenha uma longa história, sua aplicação em controle estrutural é relativamente nova, sendo bastante apropriada em controle de vibrações de sistemas distribuídos apresentando baixo peso, alta precisão e eficiência (RAO & SUNAR, 1994). Consegue resistir a altas tensões mecânicas e é capaz de deslocar cargas de várias toneladas, não cedendo mesmo com altas cargas desde que não exceda a capacidade máxima de carga. A capacidade de carga e a força gerada são coisas distintas. A força máxima (força de bloqueio) que um piezelétrico pode gerar é o produto da rigidez pelo deslocamento máximo que o piezelétrico consegue realizar. Um piezelétrico é capaz de resistir a tensões mecânicas de aproximadamente 250MPa antes de se partir, porém, deve ser operado com valores máximos entre 10 a 20% desse valor sob o risco de despolarização.

1.4 - MODELAGEM DE ESTRUTURAS COM COMPONENTES PIEZELÉTRICOS

Existem vários modelos matemáticos que descrevem o comportamento de uma estrutura com componentes piezelétricos. Alguns dos primeiros modelos (CRAWLEY & DE LUIS, 1987 e BAILEY & HUBBARD, 1985) usam a tensão mecânica induzida pelos atuadores piezelétricos como uma tensão aplicada que

contribui para a tensão mecânica total da estrutura não ativa, similar a uma contribuição térmica, contudo para estruturas inteligentes mais complexas com um considerável número de atuadores e sensores distribuídos na estrutura, o acoplamento eletro-mecânico entre o material piezelétrico e o substrato deve ser mais completamente integrado em sua formulação. Para se encontrar soluções analíticas as equações devem ser resolvidas para um conjunto de condições de fronteira que também carregam os acoplamentos elétricos e mecânicos, conseqüentemente se forem aplicadas às condições de fronteiras mecânicas de forma convencional os resultados podem não estar corretos devido ao acoplamento com as condições de fronteira elétricas. Além disso, os modelos analíticos são desenvolvidos para condições geométricas específicas e nem toda formulação apresenta solução fechada. Uma alternativa para resolver estes problemas é o emprego da técnica dos elementos finitos. Como uma estrutura inteligente é composta por materiais ativos e não ativos todos os acoplamentos entre o substrato, os atuadores e sensores devem ser incluídos no modelo. Isso é facilitado imensamente com o uso do princípio de variacional de Hamilton. O método dos elementos finitos baseados no princípio variacional é um método bastante eficaz para estruturas complexas, pois as equações elétricas e mecânicas não precisam ser resolvidas explicitamente. Dessa forma, o uso do método dos elementos finitos e sua formulação usando o princípio variacional torna-se bastante apropriada.

Além dos trabalhos pioneiros, muitos outros fazem uso da formulação analítica como BANKS *et al.* (1995) que apresentam um modelo geral descrevendo a interação entre uma ou duas peças de cerâmicas piezelétricas e uma sub-estrutura elástica consistindo de cascas cilíndricas, placas ou barras. Em cada caso, as contribuições dos momentos internos e das forças devido a presença dos elementos piezelétricos são discutidas cuidadosamente e posteriormente incorporadas nas equações de movimento, que rendem modelos descrevendo a dinâmica da estrutura combinada. Esses modelos são suficientemente gerais para permitir diferentes aplicações de potencial elétrico em cada peça ativa, o que implica que eles podem ser adequadamente empregados quando peças piezocerâmicas são usadas para o controle de sistemas dinâmicos sujeitos às vibrações axiais e de flexão.

BLANGUERNON *et al.* (1999) desenvolvem um modelo analítico de um elemento piezocerâmico e seu acoplamento mecânico com a dinâmica estrutural da viga criando a capacidade de prever o movimento de uma estrutura acoplada e uma voltagem de saída através do sensor em resposta a uma voltagem de excitação especificada através do atuador e/ ou uma força externa especificada.

LAM & NG (1999) utilizam nas suas formulações a teoria clássica de placas laminadas e as soluções de Navier para analisar as placas de material composto com sensores e atuadores integrados. A seguir desenvolvem um algoritmo de controle por realimentação força-com-momento como um controle ativo da resposta dinâmica de uma estrutura de placas integradas através de um controle de malha fechada. YANG (1999) emprega em seu modelo as equações de deslocamento axial e flexão bem como uma variação potencial elétrica de ordem superior das camadas piezelétricas. Uma comparação dessas equações é feita e o limite de validade das várias equações é, então, examinada. AGRAWAL & TREANOR (1999) apresentam uma modelagem matemática do seu problema utilizando a teoria de Euler-Bernoulli para vigas objetivando localizar o melhor local para a colocação dos atuadores.

Outra forma bastante popular de se conseguir um modelo analítico da estrutura estudada é o emprego do princípio variacional baseado no princípio de Hamilton. Esta técnica é muito utilizada quando se quer fazer uma aproximação das respostas usando o método dos elementos finitos. ZHANG & SUN (1999) obtém a formulação para uma estrutura com camadas de piezelétricos através do princípio variacional e devido à complexidade da formulação para sanduíche de placas de piezelétricos utiliza o método de Rayleigh-Ritz como uma aproximação alternativa.

O método dos elementos finitos é uma técnica numérica que decompõe uma dada estrutura em diversos segmentos finitos com as forças internas compatíveis e em balanço. A deflexão da estrutura é expressa em termos de coordenadas generalizadas da estrutura através do uso de funções de interpolação apropriadas (HUEBNER & THORNTON, 1982; BATHE & WILSON, 1976; MEIROVITCH, 1986; CRAIG, 1981).

Sendo um dos mais significativos desenvolvimentos na história dos métodos computacionais o uso de modernas técnicas de elementos finitos tem transformado a mecânica teórica e a ciência abstrata em ferramentas práticas e essenciais para um

grande número de desenvolvimentos tecnológicos que afetam muitas faces da nossa vida. Tem emergido como uma nova disciplina combinando mecânica teórica e ciência aplicada com teoria de aproximação, análise numérica e ciência computacional (NOOR, 1991).

Antes do interesse em estruturas ativas surgir com força, os materiais piezelétricos eram utilizados principalmente no desenvolvimento da cristalografia e de transdutores ultrassônicos. Durante essa época começaram a aparecer estudos propondo o uso de elementos finitos incluindo efeitos piezelétricos. Dentre esses trabalhos destaca-se o proposto por ALLIK & HUGHES (1970), que pode ser considerado um trabalho pioneiro, pois apresenta os fundamentos e os principais passos a serem seguidos na criação de um elemento que tenha por objetivo representar o mais fielmente possível uma estrutura com corpos piezelétricos incorporados. ALLIK & HUGHES (1970) apresentam o uso do princípio variacional como uma importante ferramenta para conseguir chegar a uma equação manipulável pelo método de elementos finitos, a chamada equação variacional eletroelástica. Essa equação é reduzida, então, à forma das bem conhecidas equações estruturais dinâmicas. Nesse trabalho um elemento finito tetraédrico com quatro nós, funções de forma lineares é empregado com o uso de condensação estática dos graus de liberdade elétricos. Continuando a trabalhar com elementos sólidos para transdutores para sonar ALLIK *et al.* (1974) empregam um elemento hexaédrico com 20 nós e funções de forma lineares. KAGAWA (1971) procura utilizar o método dos elementos finitos para análise de filtros eletromecânicos de formas e construção complexas partindo da teoria da rede de quatro terminais. NAILLON *et al.* (1983) modela uma sonda ultrassônica que é um transdutor eletroacústico cuja estrutura compõe-se de materiais viscoelásticos e piezelétricos. NAILLON *et al.* (1983) valida seus resultados através de experimento observando as características ressonantes elétricas.

O uso de elementos finitos em estruturas com elementos ativos aparece logo após os trabalhos pioneiros como é o caso dos trabalhos de TZOU & TSENG (1990 e 1991). No primeiro trabalho os autores procuram explorar as deficiências dos trabalhos com transdutores onde o emprego de elementos sólidos isoparamétricos tetraédricos e hexaédricos não satisfaz plenamente às necessidades quando usado em

placas e cascas. Isso ocorre porque a estrutura principal é da ordem de duas ou três vezes mais espessa que a camada de piezelétrico e isso torna o uso desses elementos ineficiente e lento. Existem basicamente dois problemas envolvidos no uso do elemento sólido isoparamétrico hexaédrico na análise de placas finas. Primeiro, se o elemento é muito fino comparado às suas dimensões haverá um acúmulo de energia de cisalhamento no elemento. Segundo, como a espessura torna-se muito pequena, a rigidez na direção transversal torna-se muito grande comparada à direção axial. O resultado é um problema mal condicionado e uma análise imprecisa. TZOU & TSENG (1990) desenvolvem, então, um novo elemento sólido hexaédrico com oito nós, com condensação estática dos modos incompatíveis ao nível dos elementos e graus de liberdade elétricos depois da junção dos elementos. Sua performance é avaliada em uma placa e suas aplicações em medidas e controle é demonstrada em estruturas contendo componentes piezelétricos. No segundo trabalho, TZOU & TSENG (1991) aproveitam a modelagem proposta no primeiro trabalho (TZOU & TSENG, 1990) e fazem a identificação estrutural e controle de uma placa com sensores e atuadores distribuídos.

GUO *et al.* (1992) usam o método dos elementos finitos com formulação em variáveis e coordenadas generalizadas com o termo elétrico tratado como um grau de liberdade mecânico extra. CHEN *et al.* (1997) usam a formulação por elementos finitos para o controle e supressão de vibrações em estruturas inteligentes com um elemento de placa quadrilátero de flexão isoparamétrica com quatro nós e doze graus de liberdade para placas finas (elemento de placa de Kirchhoff somente em flexão). Assim, desenvolvem um método de controle e supressão de vibrações para estruturas inteligentes.

Uma formulação mista por elementos finitos é apresentada por YIN & SHEN (1997) para a modelagem de placas laminadas contendo camadas com corpos piezelétricos para o estudo da resposta dos sensores distribuídos (PVDF) quando a estrutura é sujeita a um impacto de baixa velocidade. Para isso usa uma malha com diferentes elementos de acordo com a deformação e tensão. Nas áreas próximas ao impacto utiliza um elemento tridimensional, enquanto que o restante da placa é discretizado com elementos de placa bidimensionais. Entre essas duas regiões, uma área de transição com dois tipos de elementos de transição são introduzidos para

conectar essas regiões suavemente. Com isso tem-se uma redução do esforço computacional e pode-se analisar a dinâmica transiente das placas compostas com camadas piezelétricas excitadas por um impacto externo de baixa velocidade. O elemento bidimensional é um elemento de placa de Lagrange (quadrilátero) com nove nós baseado na teoria de placa de Mindlin. A região ao redor da zona de impacto é modelada com elemento hexaédrico com oito nós com modos incompatíveis.

HWANG & PARK (1993) desenvolvem um elemento de placa quadrilátero com quatro nós e doze graus de liberdade, derivadas da técnica discreta de Kirchhoff. Criam também um método para a modelagem dos sensores e atuadores para vários números e geometrias de eletrodos. Pela junção seletiva das matrizes dos elementos para cada eletrodo, respostas com as várias geometrias de sensores e atuadores podem ser investigadas. Na implementação do sensor e do atuador piezelétrico, desde que a voltagem do sensor ou do atuador seja um valor definido para cada eletrodo, somente um grau de liberdade elétrico para cada elemento e não para cada nó, é o suficiente para modelar a resposta elétrica de um elemento. Os resultados são comparados com experimentos e soluções com estudos anteriores.

DETWILER *et al.* (1995) desenvolvem um elemento quadrilátero isoparamétrico derivado da teoria de deformação por cisalhamento de primeira ordem de placas laminadas. Sua proposta principal é formular uma placa de material composto laminada com piezelétricos como camadas adicionais. Essa formulação, baseada na teoria da placa bidimensional, é mais realista no contexto das aplicações correntes. Um modelo tridimensional pode ser teoricamente mais atrativo, porém, pode ser desajeitado e caro em modelagem de estruturas tais como asas e superfícies de controle. Esse novo elemento piezelétrico que propõe modela a resposta estática e dinâmica de placas de materiais compostos laminados contendo uma ou mais camadas de atuação e sensoriamento sujeitas a cargas mecânicas e elétricas. Cada camada piezelétrica pode estar em uma distância arbitrária a partir da linha neutra da estrutura e pode ter uma voltagem aplicada diferente. Outro ponto importante deste trabalho é a facilidade de integração deste novo elemento com pacotes comerciais. A formulação deste elemento é validada pela comparação com elementos tridimensionais e resultados experimentais de literatura. Esse elemento proposto tem

cinco graus de liberdade por nó e dois graus de liberdade elétricos por elemento representando duas camadas piezelétricas. Cada camada adicional acrescenta mais um grau de liberdade no elemento.

HAN *et al.* (1999) usam um método de elementos finitos refinado baseado na teoria de deslocamento de camada em placas para definir um sistema de parâmetros tais como frequências naturais, fatores de amortecimento e forças de atuação modal dos atuadores piezelétricos.

KIM *et al.* (1999a) usam uma combinação de elementos piezelétricos tridimensionais, de casca e de transição entre os elementos tridimensionais e de casca para modelar uma estrutura ativa piezelétrica e reduzir o esforço computacional. Para provar a validade da aproximação por elementos finitos, uma comparação é feita com um pacote comercial de análise elasto-acústico.

TZOU & YE (1996) desenvolvem um elemento de casca triangular baseados na teoria de cisalhamento de ângulo constante. HA *et al.* (1992) apresentam um elemento sólido com oito nós para modelar a resposta mecânica e elétrica de uma estrutura laminada em material composto contendo atuadores e sensores. LIM *et al.* (1999b) também usam elementos diferentes para compor uma malha e reduzir o esforço computacional. Para isso empregam um elemento de casca com nove nós para a região da viga sem partes piezelétricas, um elemento sólido de vinte nós para as partes ativas e um elemento de transição com treze nós entre essas duas áreas reduzindo, dessa forma, o esforço computacional.

Um trabalho que apresenta uma extensa e compreensiva revisão sobre elementos finitos com componentes piezelétricos é apresentado por BENJEDDOU (2000). O autor após analisar diversos trabalhos, mostra os diversos tipos de elementos finitos empregados fornecendo uma visão geral e discutindo os avanços e tendências na formulação e aplicação dos elementos finitos para a modelagem de elementos estruturais adaptativos tais como, sólidos, cascas, placas e vigas.

1.5 – PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE PARA ESTRUTURAS INTELIGENTES

Com um modelo matemático do comportamento de uma estrutura com elementos piezelétricos definido passa-se a analisar uma das partes importantes que

compõem a definição de estruturas inteligentes que é a existência de um sistema de controle altamente integrado. Técnicas convencionais de controle (clássico ou moderno) apresentam excelente desempenho para a maioria dos sistemas com comportamento linear e para alguns casos com fraco comportamento não linear. Dentre as diferentes técnicas clássicas no controle de vibrações em estruturas com piezelétricos pode-se citar o controle por realimentação com ganho constante proporcional (TZOU & TSENG, 1991; LIM *et al.*, 1999b), e controle por realimentação com velocidade negativa (CHEN *et al.*, 1997). Uma limitação do controle clássico, porém, está na representação de sistemas com apenas uma entrada e uma saída, os ditos SISO (*'single input, single output'*). Sistemas com múltiplas entradas e/ou saídas precisam, neste caso, ser descritos por uma série de funções de transferência SISO, dificultando a inclusão de efeitos de acoplamentos, por exemplo. Algumas referências básicas sobre a abordagem clássica para controle de sistemas dinâmicos são: OGATA (1982), D'AZZO & HOUPIS (1984) e NISE (1995).

As técnicas de controle moderno estão relacionadas ao advento da indústria aeroespacial que requerem, por exemplo, o trabalho com sistemas variantes no tempo, não lineares, com condições iniciais diferentes de zero. Além de sistemas com múltiplas entradas e saídas poderem ser representadas compactamente no espaço de estados com um modelo similar em forma e complexidade aos encontrados em sistemas de entradas e saídas simples. Algumas técnicas de controle moderno usadas em estruturas com piezelétricos são o controle ótimo LQR (MARTINS & ROCHINHA, 1999; LIM *et al.* 1999a) e LQG (BLANGUERNON *et al.*, 1999), função de energia de Lyapunov (LIN & HUANG, 1999) e H_∞ (KIM *et al.*, 1999b; SCHLACHER *et al.*, 1998).

Os métodos matemáticos utilizados por técnicas convencionais de controle (clássico e moderno) geralmente falham quando sistemas mais complicados são considerados, como é o caso da resposta aeroelástica. Recentemente, técnicas não convencionais que possibilitam o projeto de controladores não lineares e/ou operando em ambientes complexos estão começando a ser exploradas. Por forma não convencional deve-se entender então, por aquelas formas que não seguem as técnicas e fundamentos aplicáveis às abordagens clássica e moderna de controle. Dentre elas

o uso de métodos de controle inteligente, tais como, *redes neurais* e *lógica difusa*, têm sido estudados para o projeto de sistemas de controle.

Redes neurais artificiais (HAYKIN, 1994) procuram simular o funcionamento do cérebro humano que é um processador paralelo altamente complexo e não linear. Por sua capacidade de generalizar modelos com não linearidades e inerente robustez, as redes neurais têm sido muito utilizadas como alternativa para controle de sistemas dinâmicos complexos. Uma rede neural artificial é um processador paralelo altamente distribuído que tem uma propensão natural para armazenar conhecimentos por experiência e fazendo isso válido para uso. Essa abordagem tem funcionamento análogo ao cérebro animal em dois aspectos:

- (i) o conhecimento é adquirido pela rede através de um processo de aprendizagem;
- (ii) as forças da conexão entre os neurônios conhecidas como pesos sinápticos são usadas para armazenar o conhecimento.

As redes neurais artificiais são compostas por unidades de processamento simples chamadas neurônios (nome baseado no seu homônimo biológico). Tais unidades são dispostas em uma ou mais camadas e interligadas por um grande número de conexões, geralmente unidimensionais. Na maioria dos modelos estas conexões estão associadas a pesos, os quais armazenam o conhecimento representado no modelo e servem para ponderar a entrada recebida por cada neurônio da rede (BRAGA *et al.*, 1998 e HAYKIN, 1994). Mais detalhes em redes neurais em controle podem ser encontradas em HUNT & SBARBARO (1991), GUPTA & RAO (1993), GHABOUSSI & JOGHATAIE (1995), DAMLE *et al.* (1997), DAMLE & RAO (1998) e MAGHAMI & SPARKS JR. (1998).

A lógica difusa tem como característica básica a manipulação e processamento de informações ambíguas procurando aproximar o raciocínio humano. Essa abordagem oferece-se como uma outra alternativa para o controle de sistemas complexos. A seção que se segue apresenta com mais detalhes como a lógica difusa tem sido empregada para o controle de estruturas e seu potencial para o uso em estruturas inteligentes.

1.5.1 - Lógica difusa para controle.

Dentre as muitas possibilidades em novas tecnologias baseadas em inteligência artificial a lógica difusa é uma das mais populares e foi estabelecida como um algoritmo capaz de simular o raciocínio humano. A lógica difusa ou '*fuzzy*' foi concebida como um caminho para prover um algoritmo de processamento suave de informações que permite trabalhar com dados vagos e ambíguos. Isso permite a representação de sistemas de controle pela emulação do conhecimento humano com base no sistema físico. Além disso, lógica difusa possibilita assumir variáveis como sendo elementos parciais de um conjunto particular (conjunto difuso) e o uso de operadores lógicos *booleanos* convencionais para manipulação da informação. Ao permitir a participação parcial dos elementos de um conjunto, transições suaves de uma regra para outra são possíveis, uma vez que as entradas variam suavemente. Tais propriedades são apropriadas para a modelagem e controle de sistemas dinâmicos complexos (YAGER & FILEV, 1994).

Sistemas representados pela lógica difusa provêm uma entrada básica para a saída do modelo. A relação entre as condições de entrada e saída são mapeadas por um conjunto de regras difusas através de um algoritmo difuso. Algoritmos baseados na lógica difusa são geralmente processados por um conjunto de regras difusas que consideram a relação lógica entre quantidades vagas e ambíguas.

O interesse despertado por essa técnica segundo ABREU & RIBEIRO (1999) é decorrente de algumas características básicas desta tecnologia. Sua formulação é natural e intuitiva, pois tenta imitar o comportamento consciente ou a estratégia de controle de um operador humano. Não prescinde do conhecimento detalhado dos modelos dos elementos do processo a ser controlado (planta, sensores, atuadores, etc.). Aplica-se a sistemas lineares e não lineares. É de fácil implementação e de baixo custo, além de apresentar características de robustez às incertezas ou variações paramétricas.

Os controladores difusos podem ser relacionados convenientemente às estratégias de controle clássicas como PD, PI ou PID (YAGER & FILEV, 1994). Esta relação pode ajudar durante o projeto de controlador difuso, desde que o comportamento teórico de tais controladores convencionais seja bem conhecido

(MARQUES & NAGAMINE, 2001). Uma revisão compreensiva sobre modelagem difusa para controle pode ser encontrada em BABUSKA & VERBRUGGEN (1996).

Dentre os trabalhos que utilizam a lógica difusa como uma técnica efetiva para o desenvolvimento de controladores para resposta estrutural pode-se destacar o trabalho de KWAK & SCIULLI (1996) que utilizam a lógica difusa para suprimir vibrações em vigas engastadas com sensores e atuadores piezelétricos colados. Também, LALLEMAND *et al.* (1999) estendem os conceitos de lógica difusa à formulação por elementos finitos onde incertezas nas propriedades dos materiais são possíveis. OHKAMI *et al.* (1996) utilizam um atuador *proof mass* e controladores difusos, *dithered fuzzy control* e *rule based crisp control* para suprimir vibrações de baixa frequência. MAYHAN & WASHINGTON (1998) utilizam um controle de aprendizagem para modelo de referência difusa, que é essencialmente um controlador adaptativo com modelo de referência, para controlar vibrações em uma viga engastada com sensores e atuadores piezelétricos.

1.6 – OBJETIVOS DO TRABALHO.

O objetivo deste trabalho é investigar o uso da lógica difusa para representar uma lei de controle não convencional para estruturas inteligentes. Para isso, um modelo em elementos finitos de uma viga com componentes piezelétricos incorporados é desenvolvido. A modelagem matemática toma como base as hipóteses de viga Euler-Bernoulli e o princípio variacional eletromecânico para aplicar no método de elementos finitos. O modelo em elementos finitos é validado para garantir o uso no projeto do controlador não convencional. Estratégias de controle não convencional baseadas em dois tipos de metodologia difusa para controle são estudadas. O modelo lingüístico de Mamdani e o modelo de Takagi-Sugeno-Kang são usados para produzir um controlador difuso visando reduzir a resposta vibratória da viga inteligente quando submetida a distúrbios mecânicos externos. Um estudo comparativo das duas metodologias de controlador difuso é realizado e discutido.

O desenvolvimento de um modelo em elementos finitos de uma viga com elementos piezelétricos incorporados, o projeto de controladores difusos, seu estudo

e análise são consideradas as principais contribuições deste trabalho para o campo de estruturas inteligentes.

1.7 – ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.

Este primeiro Capítulo apresenta uma introdução sobre estruturas inteligentes, sua aplicação em aeroelasticidade e sobre materiais piezelétricos cada vez mais usados nesse campo. Em seguida, esse Capítulo introdutório trata do estado da arte com relação à modelagem matemática e a aproximação por elementos finitos de estruturas com componentes piezelétricos, e também faz uma revisão de estratégias de controle convencionais e não convencionais empregadas para estruturas inteligentes. Os objetivos e contribuições pretendidas por este trabalho também são apresentados.

O Capítulo 2 é dedicado à modelagem matemática da estrutura seguindo a teoria variacional e subsequente aplicação do método dos elementos finitos visando desenvolver um modelo confiável de viga com piezelétricos para estudo em controle. Uma vez estabelecida a equação que incorpora efeitos piezelétricos, segue a aproximação por elementos finitos onde é considerada a hipótese de Euler-Bernoulli. A discretização adota três graus de liberdade mecânicos por nó, sendo os efeitos elétricos considerados por elemento. Constroem-se assim, as matrizes de massa e rigidez, amortecimento e carregamento com as quais o sistema é representado no espaço de estados. Para diminuir o esforço computacional um método de redução de ordem das matrizes de estado (método de expansão de frações parciais) é apresentado.

No Capítulo 3 são apresentados os fundamentos e as bases da lógica difusa, empregada no projeto de um controlar não convencional. São descritos os controladores difusos usando os modelos de Mamdani e Takagi-Sugeno-Kang, além das principais vantagens e desvantagens de cada aproximação.

O Capítulo 4 apresenta os resultados de validação e verificação do comportamento do modelo em elementos finitos de uma viga com piezelétricos . Uma série de testes foi realizada para validar o modelo e garantir aplicabilidade em estudos de controle. As verificações foram realizadas nas seguintes condições: (i)

modelo em elementos finitos de viga sem elementos piezelétricos; *(ii)* comportamento piezelétrico para carregamento estático; *(iii)* cálculo de características dinâmicas e *(iv)* modelo de ordem reduzida. Os resultados alcançados são comparados com resultados (analíticos e experimentais) apresentados na literatura técnica e através de experimento realizado pelo autor.

No Capítulo 5 os resultados da aplicação do controle não convencional desenvolvido são apresentados. Inicialmente as principais suposições de nortearam o desenvolvimento do controlador difuso são apresentadas e comentadas. Em seguida, o modelo de viga inteligente e as condições de simulação são mostrados. As simulações do sistema de controle difuso são apresentadas e o desempenho dos modelos difusos assumidos (Mamdani e Takagi-Sugeno-Kang) são discutidos.

O último Capítulo trata das conclusões gerais sobre os resultados do trabalho e o que foi alcançado em termos do que é proposto. Seguem, então, sugestões para trabalhos futuros.

Finalmente, o Apêndice A é apresentado e trata dos fundamentos e terminologia dos materiais piezelétricos, relevantes para o trabalho, mas que não justificam estar incorporados em nenhum dos Capítulos dessa Dissertação.

CAPÍTULO 2

MODELO EM ELEMENTOS FINITOS PARA VIGA INCLUINDO EFEITO PIEZELÉTRICO

2.1 – INTRODUÇÃO.

A modelagem matemática de sistemas dinâmicos geralmente envolve equações diferenciais parciais, onde para os casos mais complexos soluções analíticas podem ser inatingíveis ou pouco práticas. O uso de ferramentas numéricas como o método dos elementos finitos torna-se, então, mais adequado e prático. O desenvolvimento do método dos elementos finitos como uma ferramenta de modelagem foi essencialmente possível com os avanços na capacidade de processamento dos computadores digitais. Em síntese pelo método dos elementos finitos a solução numérica de um problema contínuo é reduzida à solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias. Usando o método dos elementos finitos é possível estabelecer e resolver as equações do movimento para sistemas complexos de maneira eficiente (BATHE & WILSON, 1976).

Este capítulo apresenta uma viga Euler-Bernoulli com elementos piezelétricos colados discretizada pelo método dos elementos finitos. Partindo-se do princípio de Hamilton e usando as expressões de energia cinética, potencial (de deformação) da viga e trabalho virtual efetuado juntamente com as equações constitutivas da piezeletricidade chega-se ao Princípio Variacional Eletromecânico. Com o uso das funções de forma de Hermite são montadas as matrizes de massa, rigidez

amortecimento do elemento com três graus de liberdade por nó. O procedimento da montagem do modelo completo em espaço de estados também é mostrado e permite simular a viga na condição livre no espaço, engastada e bi-engastada.

Os componentes piezelétricos que formam a parte ativa da viga podem ser colados em qualquer posição da viga, inclusive, sobreposto a outro piezelétrico. Assim, com esse modelo é possível obter os chamados motores piezelétricos (bimórficos), além de permitir ligações em paralelo ou em série dos mesmos.

Um algoritmo de redução de ordem do modelo de viga também é mostrado no final. Isto visa obter um modelo apropriado para futuras aplicações em controle.

2.2 – MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ELETROMECHANICO.

O princípio variacional eletromecânico provê uma expressão geral para o comportamento de meios piezelétricos. Assim, é possível modelar o comportamento eletromecânico, permitindo a aplicação de métodos como o de elementos finitos. As etapas de dedução do princípio variacional eletromecânico são apresentadas a seguir.

2.2.1 – Princípio de Hamilton

O princípio de D'Alembert provê uma completa formulação dos problemas mecânicos, e ocupa um lugar central nesse campo. Infelizmente, este princípio não é muito conveniente na dedução de equações de movimento, pois tais problemas são formulados em termos de coordenadas de posição que não podem ser todas independentes, em contraste com as coordenadas generalizadas (MEIROVITCH, 1970). Coordenada generalizada é o conjunto de coordenadas que descreve completamente o movimento de um sistema. Essas coordenadas podem representar quantidades físicas ou outras mais abstratas, como coeficientes de uma série (MEIROVITCH, 1980).

Uma formulação alternativa baseada no princípio de D'Alembert foi desenvolvida. O chamado princípio de Hamilton considera o movimento do sistema

entre dois instantes t_1 e t_2 conhecidos, e é, portanto, um princípio integral. Os problemas dinâmicos são, então, reduzidos a uma investigação simples de uma integral. Outra vantagem dessa formulação é sua independência em relação ao sistema de coordenadas utilizado (MEIROVITCH, 1967). Seu equacionamento é dado pela equação (2.1):

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (2.1)$$

onde, T é a energia cinética total do sistema, U é a energia potencial ou de deformação do sistema e δW_{nc} é o trabalho virtual das forças não conservativas atuando no sistema.

O princípio de Hamilton é um exemplo de princípio variacional que reduz os problemas dinâmicos a uma investigação de uma integral escalar que não depende do sistema de coordenadas utilizado. O princípio de Hamilton é uma formulação e não uma solução de problemas dinâmicos (MEIROVITCH, 1967).

TZOU & TSENG (1990), ALLIK & HUGHES (1970), HWANG & PARK (1993), YIN & SHEN (1997) utilizam o princípio de Hamilton como ponto de partida para a dedução das equações de movimento do sistema dinâmico com elementos piezelétricos incorporados.

2.2.2 – Energia cinética.

Segundo MEIROVITCH (1970), a energia cinética, T , de uma viga qualquer, em notação matricial é expressa como:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{q}}^T \cdot \dot{\mathbf{q}} dV \quad (2.2)$$

onde, V é o volume do corpo, ρ a densidade do material e $\dot{\mathbf{q}}$ o vetor das velocidades generalizadas.

2.2.3 - Energia potencial.

A energia potencial mecânica de uma viga é expressa como a integral de volume da metade do produto da tensão pela deformação específica. (PILKEY & WUNDERLICH, 1994), ou seja:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{S}^T \cdot \boldsymbol{\sigma} dV \quad (2.3)$$

onde, V é o volume, $\mathbf{S}$ é o vetor de deformação específica do material e $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor de tensão na viga.

Segundo HALLIDAY & RESNICK (1984) a energia potencial elétrica é definida como a integral de volume da metade do produto do campo elétrico pelo deslocamento elétrico (ver equação (2.4)). O termo deslocamento elétrico designa a relação entre a carga elétrica (contida nos componentes piezelétricos) por unidade de área (dos componentes piezelétricos). A energia potencial é expressa por:

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_V \mathbf{E}^T \cdot \mathbf{D} dV \quad (2.4)$$

onde, V é o volume, $\mathbf{E}$ é vetor campo elétrico e $\mathbf{D}$ é o vetor deslocamento elétrico.

Assim, a energia potencial total do sistema é representada pela soma das duas parcelas, mecânica e elétrica, resultando:

$$U = \frac{1}{2} \int_V [\mathbf{S}^T \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{E}^T \mathbf{D}] dV \quad (2.5)$$

2.2.4 - Equações constitutivas.

Segundo PREUMONT (1997), para um material piezelétrico as equações constitutivas elétricas e mecânicas estão acopladas (ver equação (2.6)), ou seja:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{e} \mathbf{E} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e}^T \mathbf{S} + \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{E} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} \mathbf{C}^E \quad (2.8)$$

onde, $\mathbf{C}^E$ é a matriz do módulo de Young para campo elétrico constante, $\mathbf{e}$ é a matriz de coeficientes piezelétricos, $\boldsymbol{\epsilon}$ é a matriz das constantes dielétricas para uma deformação específica constante e $\mathbf{d}$ é a matriz das constantes de deformações piezelétricas. Para maiores informações pode-se consultar o Apêndice A.

2.2.5 - Trabalho virtual das forças não conservativas.

A componente mecânica do trabalho gerado pelas forças externas pode ser expressa como a soma de trabalhos produzidos pelas forças concentradas, de corpo e de superfície, ou seja:

$$W_m = \mathbf{q} \cdot \mathbf{P}_C + \int_V \mathbf{q} \cdot \mathbf{P}_b \, dV + \int_{S_1} \mathbf{q} \cdot \mathbf{P}_S \, dS_1 \quad (2.9)$$

onde, $\mathbf{P}_C$ é a vetor de força concentrada, $\mathbf{P}_b$ é um tensor de forças de corpo atuando sobre um volume V , $\mathbf{P}_S$ é um vetor de força de superfície atuando sobre uma superfície S_1 e $\mathbf{q}$ é o vetor dos deslocamentos generalizados.

O trabalho gerado pela movimentação de cargas elétricas na superfície é expresso como (HALLIDAY & RESNICK, 1984):

$$W_e = - \int_{S_2} \phi \, Q \, dS_2 \quad (2.10)$$

onde, ϕ é o potencial elétrico e Q é a carga elétrica superficial atuando na superfície S_2 .

O trabalho total das forças externas aplicadas é a soma das duas parcelas mecânica e elétrica, ou seja:

$$W = W_m + W_e \quad (2.11)$$

Isto resulta em:

$$W = \mathbf{qP}_C + \int_V \mathbf{qP}_b dV + \int_{S_1} \mathbf{qP}_s dS_1 - \int_{S_2} \phi Q dS_2 \quad (2.12)$$

2.2.6 - Princípio variacional eletromecânico.

O cálculo de variações é uma ferramenta matemática pelas quais os princípios de energia potencial estacionária ou mínima podem ser aplicados a sistemas com infinitos graus de liberdade (LANGHAAR, 1962). Isso pode ser entendido como uma variação infinitesimal da posição verdadeira do sistema sendo compatível com as suas restrições. É representado pelo símbolo “ δ ” para reforçar o caráter virtual da variação em oposição ao símbolo “ d ” que designa diferencial. Substituindo as equações (2.6) e (2.7) em (2.5) tem-se a energia potencial total em termos das equações constitutivas da piezeletricidade:

$$U = \frac{1}{2} \int_V [\mathbf{S}^T \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{S}^T \mathbf{e} \mathbf{E} - \mathbf{E}^T \mathbf{e}^T \mathbf{S} - \mathbf{E}^T \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}] dV \quad (2.13)$$

A variação da energia potencial, segundo MEIROVITCH (1967), pode ser escrita como:

$$\delta U = \delta \mathbf{S}^T \frac{\partial U}{\partial \mathbf{S}^T} + \delta \mathbf{E}^T \frac{\partial U}{\partial \mathbf{E}^T} \quad (2.14)$$

Assim, a primeira e segunda parcelas da equação (2.14) ficam, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{S}^T} = \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \mathbf{e} \mathbf{E} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \mathbf{E}^T} = -\mathbf{e} \mathbf{S} - \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E} \quad (2.16)$$

As equações (2.15) e (2.16) aplicadas na equação (2.14) resultam na seguinte equação da variação da energia potencial:

$$\delta U = \int_V [\delta \mathbf{S}^T \mathbf{C}^E \mathbf{S} - \delta \mathbf{S}^T \mathbf{e} \mathbf{E} - \delta \mathbf{E}^T \mathbf{e} \mathbf{S} - \delta \mathbf{E}^T \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}] dV \quad (2.17)$$

A variação da energia cinética é obtida da mesma forma que a energia potencial. Partindo da seguinte equação:

$$\delta T = \delta \dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}^T} \quad (2.18)$$

então, da equação (2.2), resulta em:

$$\delta T = \int_V \rho \delta \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} dV \quad (2.19)$$

O trabalho virtual deriva da equação de trabalho dada pela equação (2.12) e pode ser obtida de modo similar ao utilizado na obtenção das variações da energia cinética e potencial. Assim, com uma variação de $\mathbf{q}$:

$$\delta W = \delta \mathbf{q} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{q}} \quad (2.20)$$

$$\delta W = \delta \mathbf{q} \mathbf{P}_C + \int_V \delta \mathbf{q} \mathbf{P}_b dV + \int_{S_1} \delta \mathbf{q} \mathbf{P}_s dS_1 - \int_{S_2} \delta \phi Q dS_2 \quad (2.21)$$

A substituição das equações (2.17), (2.19) e (2.21) em (2.1) resulta em:

$$\begin{aligned} & \int_V [\rho \delta \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} - \delta \mathbf{S}^T \mathbf{C}^E \mathbf{S} + \delta \mathbf{S}^T \mathbf{e} \mathbf{E} - \delta \mathbf{E}^T \mathbf{e} \mathbf{S} + \delta \mathbf{q}^T \mathbf{P}_b] dV + \\ & + \int_{S_1} \delta \mathbf{q}^T \mathbf{P}_s dS_1 + \delta \mathbf{q}^T \mathbf{P}_C - \int_{S_2} \delta \phi Q dS_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

A equação (2.22) é chamada de *princípio variacional eletromecânico* para meios piezelétricos. A partir dela desenvolvem-se as formulações para as diversas geometrias de elementos propostas em vários trabalhos já publicados como ALLIK

& HUGHES (1970), TZOU & TSENG (1990 e 1991), HWANG & PARK (1993), TZOU & YE (1996).

2.3 - MODELO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

A crescente complexidade de estruturas e a sofisticação dos computadores digitais têm sido instrumento no desenvolvimento de novos métodos de análise, particularmente do método dos elementos finitos. A idéia por trás do método dos elementos finitos é fornecer uma formulação que explore as possibilidades dos computadores digitais para a análise de sistemas irregulares. Para esse fim, o método considera uma estrutura complexa como um conjunto de elementos finitos, onde todo elemento é uma parte de membro contínuo estrutural. Requisitando deslocamentos e forças internas em equilíbrio em certos pontos compartilhados por diversos elementos, sendo esses pontos conhecidos por nós, a estrutura total é compelida a agir com uma estrutura completa (MEIROVITCH, 1986).

Figura 2.1 – Viga discretizada com elementos de viga e os graus de liberdade mecânicos.

Aqui, a estrutura total é representada por uma viga com placas piezelétricas coladas. Este tipo de estrutura pode ser discretizada com elementos simples de viga de Euler-Bernoulli (Figura 2.1), isto é, considerando o deslocamento vertical e a

rotação em y , porém, ao utilizar placas piezelétricas é importante considerar o deslocamento axial. Dessa forma têm-se três graus de liberdade mecânicos e graus de liberdade elétricos que dependem da quantidade de potenciais aplicados no elemento. A Figura 2.2 exemplifica algumas das disposições possíveis usando-se componentes piezelétricos colados e as hipóteses empregadas na modelagem do efeito piezelétrico. Nesta figura é possível também verificar que a quantidade de potenciais aplicados determina o número de graus de liberdade elétrico.

Figura 2.2 – Representação esquemática de alguns graus de liberdade elétricos.

2.3.1 - Discretização por Elementos Finitos.

A discretização da viga depende da existência e localização dos componentes piezelétricos. Para isso, a viga é inicialmente dividida em setores de forma que cada setor mantenha características homogêneas (estruturais e geométricas). Assim, de acordo com a localização dos elementos ativos são estabelecidos os setores. O número de potenciais elétricos aplicados em cada elemento determina a quantidade de graus de liberdade elétricos nesse elemento. Isso é importante pois motores com ligação em série ou paralela podem definir números diferentes em relação aos totais de componentes piezelétricos empregados.

Nos procedimentos em elementos finitos uma vez definida a malha de elementos para o domínio da solução, o conjunto das variáveis desconhecidas de cada elemento é aproximada por uma função continua expressa em termos das variáveis nodais e por vezes por suas derivadas. Essas funções definidas sobre cada elemento finito são chamadas funções de interpolação ou funções de forma. Assim, as relações da matriz eletroelástica para um elemento finito são criadas através do

estabelecimento do deslocamento e potencial contínuos em termos de valores nodais i via funções de interpolação (ALLIK & HUGHES, 1970).

Deste modo o vetor que representa os deslocamentos nos nós i e j do k -ésimo elemento (Figura 2.1) é dado por:

$$\mathbf{q}_k = [u_i \quad w_i \quad \theta_i \quad u_j \quad w_j \quad \theta_j]^T \quad (2.23)$$

onde, u é o deslocamento axial, w o deslocamento transversal e θ o giro nos nós i e j , respectivamente.

Os deslocamentos axial u_k , vertical w_k e angular θ_k , em cada elemento de viga são expressos em termos da coordenada generalizada elementar $\mathbf{q}_k$, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u_k &= \mathbf{N}_u \mathbf{q}_k \\ w_k &= \mathbf{N}_w \mathbf{q}_k \\ \theta_k &= \frac{dw_k}{dx} = \frac{d\mathbf{N}_w}{dx} \mathbf{q}_k \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde, $\mathbf{N}_u$ e $\mathbf{N}_w$ são matrizes de função de forma para os respectivos deslocamentos e x é a variação do comprimento ao longo do elemento.

As funções de forma para os deslocamentos axiais e transversais $\mathbf{N}_u$ e $\mathbf{N}_w$ são baseadas nos polinômios de Hermite, que permite que a deflexão da viga seja expressa diretamente em termos das variáveis nodais. Desse modo o deslocamento axial é representado por um polinômio linear hermitiano e o deslocamento longitudinal e giro por um polinômio cúbico hermitiano, isto é:

$$\mathbf{N}_u = [1 - \xi \quad 0 \quad 0 \quad \xi \quad 0 \quad 0] \quad (2.25)$$

$$\mathbf{N}_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & (\xi - 2\xi^2 + 2\xi^3)L & 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & (-\xi^2 + \xi^3)L \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

com ξ igual a:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (2.27)$$

onde, L é o comprimento do elemento finito.

Derivando as equações de deslocamento em (2.24) tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{du_k}{dx} &= \frac{d(\mathbf{N}_u \mathbf{q}_k)}{dx} = \frac{d(\mathbf{N}_u)}{dx} \cdot \mathbf{q}_k = \mathbf{B}_u \mathbf{q}_k \\ \frac{dw_k}{dx} &= \frac{d(\mathbf{N}_w \mathbf{q}_k)}{dx} = \frac{d(\mathbf{N}_w)}{dx} \cdot \mathbf{q}_k = \mathbf{B}_w \mathbf{q}_k \\ \frac{d^2 w_k}{dx^2} &= \frac{d^2(\mathbf{N}_w \mathbf{q}_k)}{dx^2} = \frac{d^2(\mathbf{N}_w)}{dx^2} \cdot \mathbf{q}_k = \mathbf{B}'_w \mathbf{q}_k\end{aligned}\quad (2.28)$$

que podem ser expressas como:

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_u &= \frac{1}{L} [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{B}_w &= \frac{1}{L} [0 \quad -6\xi + 6\xi^2 \quad (1 - 4\xi + 3\xi^2)L \quad 0 \quad 6\xi - 6\xi^2 \quad (-2\xi + 3\xi^2)L] \\ \mathbf{B}'_w &= \frac{1}{L^2} [0 \quad -6 + 12\xi \quad (-4 + 6\xi)L \quad 0 \quad 6 - 12\xi \quad (-2 + 6\xi)L]\end{aligned}\quad (2.29)$$

No equacionamento da viga de Euler-Bernoulli o deslocamento é considerado sobre seu plano neutro. Desse modo os deslocamentos u_x sobre a linha neutra representam a diferença entre o deslocamento u num plano distante z da linha neutra e o deslocamento devido à rotação na flexão da viga (Figura 2.3):

$$u_x = u - z \frac{dw}{dx} \quad (2.30)$$

Figura 2.3 - Esquema do deslocamento de uma viga de Euler-Bernoulli.

A deformação específica longitudinal é medida sobre o plano neutro o que é representado pela derivada da equação (2.30),

$$\mathbf{S} = \frac{d\mathbf{u}}{dx} - z \frac{d^2 \mathbf{w}}{dx^2} \quad (2.31)$$

Substituindo a equação (2.31) na equação (2.30), obtém-se a seguinte expressão para a deformação específica longitudinal:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w] \mathbf{q}_k \quad (2.32)$$

Uma vez estabelecidas as relações mecânicas da viga, passa-se, então, à determinação das relações elétricas. Assim, a partir das equações físicas da eletricidade o campo elétrico $\mathbf{E}$ é expresso como um gradiente do potencial elétrico ϕ nesse ponto (HALLIDAY & RESNICK, 1984):

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (2.33)$$

A equação (2.33) em termos de variáveis nodais, pode ser representada por:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{B}_\phi \phi \quad (2.34)$$

onde, $\mathbf{B}_\phi$ é um operador matemático que representa gradiente. Considerando-se p componentes piezelétricos é possível escrever $\mathbf{B}_\phi$ como:

$$\mathbf{B}_\phi = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{1,1} & \cdots & (0)_{1,p} \\ \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{2,1} & \cdots & (0)_{2,p} \\ \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{3,1} & \cdots & (0)_{3,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (0)_{3p-2,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{3p-2,p} \\ (0)_{3p-1,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{3p-1,p} \\ (0)_{3p,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{3p,p} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Segundo o desenvolvimento proposto por DETWILER *et al.* (1995) a equação (2.34) com p elementos piezelétricos torna-se uma matriz $(3p \times p)$ da forma:

$$\mathbf{E} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{1,1} & \cdots & (0)_{1,p} \\ \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{2,1} & \cdots & (0)_{2,p} \\ \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{3,1} & \cdots & (0)_{3,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (0)_{3p-2,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{3p-2,p} \\ (0)_{3p-1,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{3p-1,p} \\ (0)_{3p,1} & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{3p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

onde, os subscritos representam as posições na matriz ou vetor.

Assume-se, então, que o potencial elétrico varia linearmente através da espessura da p -ésima camada piezelétrica h_{pep} , de largura b_{pep} onde h e b são respectivamente a espessura e a largura da viga (Figura 2.4).

Figura 2.4 - Dimensões do elemento de viga com piezelétricos.

Se considerarmos somente a ação de um campo elétrico na direção z , ao longo da espessura do material piezelétrico a equação (2.36) fica:

$$\mathbf{E} = - \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{h_{pe_1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \frac{1}{h_{pe_p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

onde, h_{pe} representa a espessura da placa piezelétrica e ϕ os potenciais aplicados nos respectivos p elementos piezelétricos.

2.3.2 - Matrizes dos elementos finitos.

Uma vez definidas as relações mecânicas (ver equação (2.32)) e elétricas, (ver equação (2.34)) pode-se substituí-las na equação (2.17) para obter a seguinte expressão da variação da energia potencial:

$$\begin{aligned} \delta U = & \delta \mathbf{q}_k^T \int_{V_{st}} (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w)^T \mathbf{C}_{st}^E (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w) dV_{st} \mathbf{q}_k \\ & + \delta \mathbf{q}_k^T \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w)^T \mathbf{C}_{pe}^E (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w) dV_{pe} \mathbf{q}_k \\ & + \delta \mathbf{q}_k^T \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w)^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV_{pe} \phi_p \\ & + \delta \phi_p^T \int_{V_{pe}} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e} (\mathbf{B}_u - z \mathbf{B}'_w) dV_{pe} \mathbf{q}_k - \delta \phi_p^T \int_{V_{pe}} \mathbf{B}_\phi^T \epsilon \mathbf{B}_\phi dV_{pe} \phi_p \end{aligned} \quad (2.38)$$

O volume total da estrutura é a soma do volume da viga acrescida dos volumes dos componentes piezelétricos, onde os subscritos pe e st representam respectivamente piezelétrico e estrutura (viga).

A expressão (2.38) pode ser escrita como função do deslocamento e do potencial elétrico, então:

$$\delta U = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{q}_k^T \\ \delta \Phi_p^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{qq} & \mathbf{k}_{q\phi} \\ \mathbf{k}_{\phi q} & \mathbf{k}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_k \\ \Phi_p \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

onde, as matrizes compostas por $\mathbf{k}_{qq}$, $\mathbf{k}_{q\phi}$, $\mathbf{k}_{\phi q}$ e $\mathbf{k}_{\phi\phi}$ são as matrizes de rigidez para os principais efeitos físicos considerados no modelo.

As matrizes de rigidez são:

(a) matriz de rigidez elástica,

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{qq} = & \int_{V_{st}} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w)^T \mathbf{C}_{st}^E (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w) dV_{st} \\ & + \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w)^T \mathbf{C}_{pe}^E (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w) dV_{pe} \end{aligned} \quad (2.40)$$

(b) matrizes de rigidez eletroelástica, ou de acoplamento,

$$\mathbf{k}_{q\phi} = \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w)^T \mathbf{e} \mathbf{B}_\phi dV_{pe} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{k}_{\phi q} = \mathbf{k}_{q\phi}^T = \int_{V_{pe}} \mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w) dV_{pe} \quad (2.42)$$

(c) matriz de rigidez dielétrica,

$$\mathbf{k}_{\phi\phi} = - \int_{V_{pe}} \mathbf{B}_\phi^T \boldsymbol{\epsilon} \mathbf{B}_\phi dV_{pe} \quad (2.43)$$

Essas integrais nas matrizes de rigidez são resolvidas considerando-se o módulo de Young somente na direção axial e as funções de forma. Então para a matriz de rigidez elástica, tem-se:

$$\mathbf{k}_{qq} = \begin{bmatrix} (C_{st}^E A_{st} + C_{pe}^E A_{pe})L \\ \frac{(C_{st}^E I_{st} + C_{pe}^E I_{pe})}{L^3} \\ (C_{st}^E I_{st} + C_{pe}^E I_{pe}) \\ \frac{(C_{st}^E A_{st} + C_{pe}^E A_{pe})L}{L^3} \\ \frac{(C_{st}^E I_{st} + C_{pe}^E I_{pe})}{L^3} \\ (C_{st}^E I_{st} + C_{pe}^E I_{pe}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{1}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\frac{1}{L^2} & 0 & 0 & \frac{1}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

onde, A é área da seção transversal, L o comprimento do elemento e I o momento de inércia e C^E o módulo de Young do material, lembrando que os subscritos pe e st referem-se respectivamente às placas piezelétricas e à estrutura principal da viga.

Para a matriz de rigidez eletroelástica, toma-se a equação (2.8) e insere-se na equação (2.41) ficando, então:

$$\mathbf{k}_{q\phi} = \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w)^T \mathbf{B}_\phi C_{pe}^E \mathbf{d} dV_{pe} \quad (2.45)$$

Como a direção principal de expansão dos atuadores é axial considera-se a aplicação de um campo elétrico transversal e toma-se um vetor contendo as constantes piezelétricas $\mathbf{d}_{31}$, que relacionam o potencial elétrico aplicado na direção transversal com o deslocamento na direção axial, com p componentes piezelétricos como (ver Apêndice A):

$$\mathbf{d}_{31} = [(0)_1 \quad (0)_2 \quad (d_{31})_3 \quad \dots \quad (0)_{3p-2} \quad (0)_{3p-1} \quad (d_{31})_{3p}] \quad (2.46)$$

Substituindo as equações (2.30), (2.37) e (2.46) na equação (2.45) e considerando, por exemplo, um atuador colado em uma das faces da viga tem-se:

$$\mathbf{k}_{q\phi} = \int_{V_{pe}} (\mathbf{B}_u - z\mathbf{B}'_w)^T \frac{C_{pe}^E}{h_{pe}} \mathbf{d}_{31} dV_{pe} \quad (2.47)$$

Resolvendo a integral da equação (2.47) e rearranjando, resulta em:

$$\mathbf{k}_{q\phi} = A_{pe} \frac{C_{pe}^E}{h_{pe}} d_{31} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \left(h + \frac{h_{pe}}{2} \right) A_{pe} \frac{C_{pe}^E}{h_{pe} L} d_{31} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

onde, h é a espessura da viga, h_{pe} é a espessura do piezelétrico e A_{pe} é a área da seção transversal do piezelétrico. A matriz $\mathbf{k}_{q\phi}$ é a transposta de $\mathbf{k}_{\phi q}$.

A matriz de rigidez dielétrica é obtida com a solução da integral na equação (2.43) resultando:

$$\mathbf{k}_{\phi\phi} = \frac{\varepsilon A_{pe} L}{h_{pe}^2} [-1] \quad (2.49)$$

Para se obter a matriz de massa, primeiro toma-se a equação (2.25) e deriva-se obtendo as velocidades axial e transversal expressas em coordenadas generalizadas do elemento:

$$\frac{du_k}{dt} = \frac{\mathbf{N}_u \mathbf{q}_k}{dt} = \mathbf{N}_u \dot{\mathbf{q}}_k \quad (2.50)$$

$$\frac{dw_k}{dt} = \frac{\mathbf{N}_w \mathbf{q}_k}{dt} = \mathbf{N}_w \dot{\mathbf{q}}_k$$

Substituindo a equação (2.50) na equação (2.19), tem-se:

$$\delta T = \int_V \rho \delta \dot{\mathbf{q}}_i^T [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_k dV \quad (2.51)$$

Dividindo esta integral em duas parcelas sobre os volumes da estrutura e do piezelétrico:

$$\delta T = \int_{V_{st}} \rho_{st} \delta \dot{\mathbf{q}}_k^T [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_k dV_{st} + \int_{V_{pe}} \rho_{pe} \delta \dot{\mathbf{q}}_k^T [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_k dV_{pe} \quad (2.52)$$

A solução dessas integrais permite:

$$\delta T = \delta \dot{\mathbf{q}}_k^T \mathbf{m}_{qq} \dot{\mathbf{q}}_k \quad (2.53)$$

onde,

$$\mathbf{m}_{qq} = \int_{V_{st}} \rho_{st} [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix} dV_{st} + \int_{V_{pe}} \rho_{pe} [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \begin{bmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_w \end{bmatrix} dV_{pe} \quad (2.54)$$

A resolução da equação (2.54) permite obter:

$$\mathbf{m}_{qq} = \frac{(\rho_{st} A_{st} + \rho_{pe} A_{pe})L}{420} \begin{bmatrix} -140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

onde, ρ é a densidade do material (piezelétrico ou viga, de acordo com o subscrito).

O trabalho virtual escrito em termos de coordenadas generalizadas do k -ésimo elemento finito, é obtido a partir da equação (2.21), resultando:

$$\begin{aligned} \delta W = & \delta \mathbf{q}_k \int_V [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_b dV + \delta \mathbf{q}_k \int_{S_1} [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_S dS_1 \\ & + \delta \mathbf{q}_k [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_C - \delta \Phi_i \int_{S_2} \mathbf{N}_\phi Q dS_2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

ou,

$$\delta W = \delta \mathbf{q}_k \mathbf{f}_k - \delta \Phi_p \mathbf{g}_p \quad (2.57)$$

com,

$$\mathbf{f}_k = \int_V [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_b dV + \int_{S_1} [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_S dS_1 + [\mathbf{N}_u \quad \mathbf{N}_w] \mathbf{P}_C \quad (2.58)$$

$$\mathbf{g}_p = \delta \Phi_p \int_{S_2} \mathbf{N}_\phi Q dS_2 \quad (2.59)$$

onde, as equações (2.58) e (2.59) são respectivamente as forças externas mecânicas e elétricas aplicadas ao elemento.

2.3.3 – Modelo global em elementos finitos.

O passo seguinte após a determinação das matrizes elementares é o estabelecimento das matrizes globais que representam o comportamento da viga. A montagem final das matrizes do sistema, ou matrizes globais, $\mathbf{M}_{qq}$, $\mathbf{K}_{qq}$, $\mathbf{K}_{\phi q}$, $\mathbf{K}_{\phi q}$ e $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ é feita pela superposição de cada uma das matrizes dos elementos finitos (MARQUES, 1993). O procedimento de montagem das matrizes globais é cumulativo e necessita de uma matriz auxiliar. Tal matriz auxiliar é formada de zeros e uns dispostos de forma diferenciada para cada elemento finito, e cuja dimensão é dada pelo número de graus de liberdade em cada nó, g_l , do elemento pelo número de elementos da viga, N_{el} . Cada matriz de elemento finito deve ser dada obedecendo a seqüência original dos elementos na viga e, então, a matriz auxiliar $\mathbf{L}_e$ é construída para cada elemento finito de forma a seguir a regra:

$$\mathbf{L}_e^k(i, j) = 1 \quad \text{para} \quad \begin{cases} j = 1 & i = g_l(k-1) + 1 \\ \vdots & \vdots \\ j = g_l & i = g_l(k+1) \end{cases} \quad (2.60)$$

$$\mathbf{L}_e^k(i, j) = 0 \quad \text{para os demais pares } (i, j)$$

onde, k representa o k -ésimo elemento finito.

Tomando como exemplo uma matriz de massa do k -ésimo elemento $\mathbf{m}_{qq}^k$ obtém-se a matriz global de massa através da expressão:

$$\mathbf{M}_{qq} = \sum_{k=1}^{k=N_{el}} \mathbf{L}_e^k \mathbf{m}_{qq}^k \mathbf{L}_e^{k^T} \quad (2.61)$$

Então, as matrizes globais são formadas acumulando-se os resultados dos passos sucessivos para cada elemento finito. O mesmo processo é utilizado para se calcular a matriz de rigidez global, as matrizes de acoplamento e a matriz de rigidez dielétrica. Porém, as matrizes de acoplamento e dielétrica não possuem graus de liberdade elétricos nodais e sim elementares, o que implica na ausência de

superposição quando isso ocorrer. Dessa forma as equações do sistema global de movimento podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{qq} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{qq} \mathbf{q} + \mathbf{K}_{q\phi} \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{K}_{\phi q} \mathbf{q} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi} &= \mathbf{G} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Manipulando convenientemente as equações do sistema global de equações do movimento obtém-se a equação (2.63), ou seja:

$$\boldsymbol{\phi}_s = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{K}_{\phi q} \mathbf{q} \quad (2.63)$$

Uma vez que não existe potencial elétrico aplicado no sensor a equação (2.63) pode ser escrita como:

$$\boldsymbol{\phi}_s = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi q} \mathbf{q} \quad (2.64)$$

Substituindo a equação (2.64) na equação (2.62), encontra-se a equação do atuador, isto é:

$$\mathbf{q} = \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} (\mathbf{F} - \mathbf{K}_{q\phi} \boldsymbol{\phi}) \quad (2.65)$$

Na equação global (2.62) as parcelas dependentes do potencial elétrico são decompostas por tipo de piezelétrico, sensor ou atuador. Assim, substituindo (2.64) em (2.59):

$$\mathbf{M}_{qq} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{qq} \mathbf{q} + \mathbf{K}_{q\phi s} (-\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi q s} \mathbf{q}) = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{q\phi a} \boldsymbol{\phi}_a \quad (2.66)$$

ou,

$$\mathbf{M}_{qq} \ddot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{K}^* \mathbf{q} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{q\phi a} \boldsymbol{\phi}_a \quad (2.67)$$

com:

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{qq} - \mathbf{K}_{q\phi s} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{\phi q s} \quad (2.68)$$

Estruturas em geral apresentam um certo grau de amortecimento. Esse grau é difícil de ser definido com precisão, mas pode ser previsto. Aplicando-se o método de Rayleigh busca-se prever esse amortecimento (CLOUGH & PENZIEN, 1975):

$$\mathbf{C}_{qq} = \alpha \mathbf{M}_{qq} + \beta \mathbf{K}_{qq} \quad (2.69)$$

onde, os coeficientes α e β são dados por:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \frac{\omega_m \omega_n}{\omega_m^2 - \omega_n^2} \begin{bmatrix} \omega_n & -\omega_m \\ \frac{1}{\omega_m^2} & -\frac{1}{\omega_n^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_m \\ \xi_n \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

onde, ω_m e ω_n são frequências naturais consecutivas e ξ_m e ξ_n são fatores de amortecimento desejados.

Uma vez definido a matriz de amortecimento o sistema global de equações do movimento é dado por:

$$\mathbf{M}_{qq} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{qq} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^* \mathbf{q} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{q\phi a} \phi_a \quad (2.71)$$

2.4 – REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA NO ESPAÇO DE ESTADOS.

O estado de um sistema é um conjunto de variáveis tais que o conhecimento dessas variáveis e as funções de entrada, com as equações descrevendo a dinâmica, proverão o futuro estado e a saída do sistema (DORF & BISHOP, 1995). Para um sistema dinâmico, o estado de um sistema é descrito em termos de um conjunto de variáveis de estado $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$. As variáveis de estado são aquelas que determinam a futura resposta de um sistema quando o presente estado do sistema e o sinal de excitação são conhecidos.

O espaço de estados é definido como o espaço n -dimensional no qual as componentes do vetor de estado representam os eixos coordenados. A resposta livre de um sistema com n variáveis de estado, a partir de um ponto inicial $x(t_0)$ descreve

uma curva ou trajetória num espaço de estado n -dimensional. O instante de tempo t é uma função implícita ao longo da trajetória. A trajetória de estado é definida como a curva produzida no espaço de estado pelo vetor de estado à medida que o tempo evolui (D'AZZO & HOUPIS, 1984).

Para um sistema de n -ésima ordem escreve-se n equações diferenciais de primeira ordem em termos das variáveis de estado e das entradas do sistema.

A representação de um sistema no espaço de estados começa com a primeira seleção de um conjunto de variáveis do sistema, chamadas de variáveis de estado. Tomando-se como base a equação (2.71), seleciona-se as variáveis $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$ como variáveis de estado, ou seja:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_1 &= \mathbf{q} \\ \mathbf{x}_2 &= \dot{\mathbf{q}}\end{aligned}\tag{2.72}$$

Também, da equação (2.71), define-se as entradas do sistema como um distúrbio causado por forças mecânicas e por potenciais elétricos nos atuadores, ou seja:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_1 &= \mathbf{F} \\ \mathbf{u}_2 &= \phi_a\end{aligned}\tag{2.73}$$

Retornando a equação (2.72), calculando as derivadas das variáveis de estado, resulta:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}^*\mathbf{x}_1 - \mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{C}_{qq}\mathbf{x}_2 + \mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{u}_1 - \mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}_{q\phi}\mathbf{u}_2\end{aligned}\tag{2.74}$$

que ao agrupar-se na forma matricial tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}^* & -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{C}_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{qq}^{-1} & -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}_{q\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix}\tag{2.75}$$

As saídas do sistema podem ser o potencial elétrico no sensor, os deslocamentos e as velocidades nos nós:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{Bmatrix} \quad (2.76)$$

A forma geral das equações de um sistema representado por variáveis de estado é:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (2.77)$$

onde $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]^T$ é o vetor de estado ($2n \times 1$) e $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2]^T$ é o vetor de saída ($m \times 1$).

A matriz $\mathbf{A}$ é conhecida como matriz de estado. Esta apresenta uma dimensão $2n$, sendo n a ordem das matrizes do sistema global de equações do movimento. Sua representação é:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}^* & -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{C}_{qq} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

A matriz $\mathbf{B}$ é a matriz de entrada ou de controle ($2n \times m$), com m representando o número de entradas no sistema. Sua representação é dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{qq}^{-1} & -\mathbf{M}_{qq}^{-1}\mathbf{K}_{q\phi}\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

A matriz $\mathbf{C}$ é a matriz de saída ($l \times 2n$) onde l indica o número de saídas do sistema. Essa matriz é montada de acordo com as variáveis que se deseja saber a resposta devido a uma entrada. No caso geral, para todas as variáveis do sistema desejando-se saber a saída, tem-se:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}\mathbf{K}_{\phi q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

A matriz $\mathbf{D}$ é uma matriz $(l \times m)$ também chamada de matriz de transmissão direta e no caso estudado é dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

2.5 – REDUÇÃO DE ORDEM DO MODELO.

A redução de ordem de um modelo matemático torna possível a diminuição do esforço computacional, além de facilitar o projeto de controladores. Nesse trabalho será empregada a técnica de expansão por frações parciais (ATHANS *et. al.*, 1986 *apud* STEVENS & LEWIS, 1992; MARQUES, 1993).

Seja o sistema dinâmico de ordem n dado pela equação (2.77). Transformando esse sistema na forma de função de transferência, têm-se:

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (2.82)$$

A equação (2.82) pode ser escrita como uma expansão por frações parciais, da forma:

$$\mathbf{H}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{C} \mathbf{v}_{d_i} \mathbf{v}_{e_i}^T \mathbf{B}}{s - \lambda_i} \quad (2.83)$$

onde, λ_i são os autovalores da matriz $\mathbf{A}$ e $\mathbf{v}_{d_i}$ e $\mathbf{v}_{e_i}$ são os respectivos autovetores direitos e esquerdos da matriz $\mathbf{A}$, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Para encontrar a aproximação de ordem reduzida de $\mathbf{H}(s)$ é necessário decidir quais autovalores λ_i serão mantidos em $\mathbf{H}(s)$. Isto é feito através de critérios que envolvem a análise do modelo. Essa escolha pode, então, basear-se na omissão dos modos de alta frequência ou pela omissão de termos que contenham pequenos resíduos.

A seleção de r autovalores de $\mathbf{H}(s)$ permite a montagem do conjunto de autovalores do modelo reduzido, ou seja:

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_r \quad (2.84)$$

A matriz de transformação $\mathbf{T}_r$ usada para o processo de redução de ordem é definida como:

$$\mathbf{T}_r = \text{diag}\{\mathbf{T}_{rj}\} \quad (2.85)$$

onde, $\mathbf{T}_r$ é uma matriz $(r \times r)$ e os blocos $\mathbf{T}_{rj}$ são definidos como:

$$\mathbf{T}_{rj} = I \quad \text{para cada autovalor real mantido,} \quad (2.86)$$

$$\mathbf{T}_{rj} = \begin{bmatrix} 0,5 & -0,5j \\ 0,5 & 0,5j \end{bmatrix} \quad \text{para cada par complexo conjugado mantido,} \quad (2.87)$$

onde, $j = \sqrt{-1}$.

Determinam-se, então, as seguintes matrizes auxiliares:

$$\mathbf{V}_E = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{e1}^T \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{er}^T \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$\mathbf{V}_D = [\mathbf{v}_{d1}, \mathbf{v}_{d2}, \dots, \mathbf{v}_{dr}] \mathbf{T} \quad (2.89)$$

Esse sistema de ordem reduzida é nada mais que uma projeção do sistema dado pela equação (2.77) no espaço de dimensão r com estado definido por:

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{V}_E \mathbf{x} \quad (2.90)$$

Então, o sistema de ordem reduzida torna-se:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{D}_r \mathbf{u}\end{aligned}\quad (2.91)$$

onde:

$$\mathbf{A}_r = \mathbf{V}_E \mathbf{A} \mathbf{V}_D \quad \mathbf{B}_r = \mathbf{V}_E \mathbf{B} \quad \mathbf{C}_r = \mathbf{C} \mathbf{V}_D \quad (2.92)$$

Para $\mathbf{V}_E$ e $\mathbf{V}_D$ ortonormais, a matriz de transmissão direta reduzida é dada em termos dos resíduos dos autovalores desprezados,

$$\mathbf{D}_r = \sum_{i=r+1}^n -\frac{\mathbf{C} \mathbf{v}_{d_i} \mathbf{v}_{e_i}^T \mathbf{B}}{\lambda_i} \quad (2.93)$$

A matriz $\mathbf{D}_r$ contém os efeitos de todos os modos desprezados no sistema original.

2.6 – SUMÁRIO.

Esse Capítulo apresenta os passos teóricos necessários para a modelagem de uma viga Euler-Bernoulli pelo método dos elementos finitos e mostra as formas apropriadas para a aplicação futura em controle. Partindo do princípio de Hamilton, o princípio variacional eletromecânico foi deduzido. Em seguida, mostra-se como a discretização pelo método dos elementos finitos é procedida para chegar às equações do movimento da viga com elementos piezelétricos colados.

Então o modelo é transformado para a representação por variáveis de estado. Para reduzir o esforço computacional, e facilitar a implementação do modelo em futuros estudos de controle, um método de redução de ordem é mostrado.

CAPÍTULO 3

CONTROLE NÃO CONVENCIONAL PARA ESTRUTURAS INTELIGENTES

3.1 – INTRODUÇÃO.

Como já foi definida, uma estrutura inteligente é aquela que apresenta uma grande integração entre seus elementos sensores/atuadores, lei de controle, dentre outros. Neste aspecto é de grande importância o estudo de formas de controle que se ajustem às necessidades das estruturas inteligentes nas diversas condições de operação para que são projetadas. Este Capítulo apresenta a *lógica difusa* como uma metodologia não convencional para a produção de leis de controle para estruturas inteligentes. As diferenças básicas entre uma lei de controle não convencional e uma convencional são mostradas inicialmente. Em seguida, os conceitos básicos da teoria da lógica difusa são desenvolvidos procurando enfatizar os principais fundamentos relacionados com a construção de um controlador difuso e sua implementação computacional.

Duas formas ou tipos básicos de modelo de inferência via lógica difusa são apresentadas, a saber: modelo lingüístico de Mamdani e modelo de Takagi-Sugeno-Kang. As características de cada um desses modelos são mostradas. Essas formas ou tipos de modelo difuso são implementados para o caso da estrutura inteligente tratada neste trabalho. O Capítulo apresenta em seu final algumas noções sobre metodologia difusa para controle e relaciona as diversas estratégias de controle às estratégias convencionais como: PI, PD e PID.

3.2 – CONTROLE CONVENCIONAL E NÃO CONVENCIONAL.

Técnicas *convencionais* de controle (clássico ou moderno) apresentam desempenho satisfatório na maioria das aplicações em sistemas dinâmicos com comportamento linear e para alguns casos com fraco comportamento não linear (OGATA, 1982; D'AZZO & HOUPIS, 1984). De uma forma geral, os métodos ou técnicas convencionais têm sido desenvolvido com modelos matemáticos no domínio do tempo e frequência. O chamado controle clássico utiliza-se de estratégias baseadas principalmente em modelos no domínio da frequência e são estritamente lineares e se prestam ao tratamento de sistemas com uma única entrada e uma única saída (SISO). Essas duas são as principais razões que limitam o uso dos métodos clássicos de controle. Para vencer os limites das estratégias clássicas, os modelos no domínio do tempo para controle são aplicados. Eles compõem em essência o chamado controle moderno. As técnicas do controle moderno propiciam uma maior abrangência, oferecendo mais ferramentas matemáticas para tratar sistemas dinâmicos multi-variáveis, não lineares, além de permitir processos otimizados. Em sua maioria as estratégias do controle moderno baseiam-se em representações dos sistemas no espaço de fase e variáveis de estado. Atualmente, a diferenciação entre o controle clássico e o controle moderno começa a perder sentido, uma vez que ambas as estratégias têm se completado.

Recentemente, *técnicas não convencionais* que possibilitam o projeto de controladores não lineares e/ou operando em ambientes complexos estão sendo exploradas. Dentre elas o uso de métodos de controle inteligente, tais como, as redes neurais artificiais e lógica difusa, tanto isoladamente ou em formas híbridas (sistemas *neuro-fuzzy*), têm sido estudados para o projeto de sistemas de controle. O termo *não convencional* é proposto para referenciar essas novas técnicas de controle, pois tanto as redes neurais artificiais quanto a lógica difusa são modelos matemáticos e o projeto de controladores torna-se uma tarefa sistemática. Ao contrário, as técnicas *convencionais* são em geral baseadas em modelos matemáticos de outros sistemas físicos (controlador) e que são incorporados ao modelo de representação do comportamento físico do sistema a ser controlado.

A característica principal do uso do controle não convencional em estruturas inteligentes está ligada à capacidade dessas estratégias de controle em apresentar uma grande robustez mesmo com modelos de baixa confiabilidade ou até mesmo na sua ausência.

Aqui, a lógica difusa para controle é apresentada como uma técnica não convencional para estruturas inteligentes. A teoria básica da lógica difusa é apresentada a seguir.

3.3 – FUNDAMENTOS DA LÓGICA DIFUSA.

A *lógica difusa* ou *fuzzy* foi proposta por Lotfi A. Zadeh em 1965 com seu trabalho “*Fuzzy Sets*” (ZADEH, 1965). O trabalho apresenta a lógica difusa como fundamento de qualquer lógica, não importando o quão correto estejam os valores em questão (JAMSHIDI *et al.*, 1993). A lógica difusa foi concebida como um meio de manipulação e processamento de informações vagas em um universo de incertezas. Essa abordagem tem-se desenvolvido para prover algoritmos de processamento suave da informação, os quais raciocinam e utilizam dados imprecisos. Ao permitir participação parcial dos elementos de um conjunto, transições suaves de uma regra para outra são possíveis. Tal propriedade é desejável para modelagem e controle de sistemas (YAGER & FILEV, 1994).

A proposta de um modelo difuso é capturar o funcionamento de um sistema com sua construção podendo ser vista como um processo em que uma coleção de objetos chamados variáveis ou parâmetros do modelo, que carregam as características do modelo, são relacionados a outros objetos ditos conectivos ou operadores do modelo. Dois grupos de modelo são distinguidos pelo tipo de conectivo que usam no seu processo de modelagem. O primeiro grupo representa os modelos matemáticos que fazem uso de operações aritméticas e são conhecidos como clássicos ou ‘*crisp*’. No segundo grupo os modelos lógicos usam conectivos do tipo lógico *booleano*, tais como E, OU e SE-ENTÃO.

Nos conjuntos clássicos as transições entre um membro e um não membro são abruptas e bem definidas, enquanto nos conjuntos difusos tem-se uma transição gradual (YAGER & FILEV, 1994; ROSS, 1995). A Figura 3.1 ilustra essa diferença

entre os conjuntos clássicos e difusos. Observa-se que para conjuntos clássicos as únicas possibilidades para um elemento são pertencer (elemento a) e não pertencer (elemento b) ao conjunto A . Já no caso de um conjunto difuso as fronteiras do conjunto A são mais amenas, o que permite incluir a idéia de se ter um elemento como parcialmente membro do conjunto A .

Figura 3.1 – Conjuntos clássicos × conjuntos difusos.

Se considerarmos um universo de discurso X com um conjunto A contido em X . A função característica associada com A chamada de *função de associação* é o mapeamento:

$$\mu_A : X \rightarrow \{0, 1\} \quad (3.1)$$

O mapeamento é um importante conceito no relacionamento da teoria de conjuntos às representações por funções da informação. Pela função acima, mostra-se que para qualquer elemento, x , pertencente ao conjunto A , $\mu_A(x) = 1$, enquanto que os elementos não pertencentes ao conjunto A assumem um valor de zero ($\mu_A(x) = 0$). Essa idéia é ilustrada na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Função de associação para um conjunto clássico A .

Para um elemento em um universo de discurso que contém conjuntos difusos essa transição é mais gradual. Tal transição possui vários graus de associação e pode ser pensada como estando em conformidade com o fato de que as fronteiras de um conjunto difuso são vagas e ambíguas. Consequentemente, a pertinência de um elemento nesse conjunto é medida por uma função que procura descrever esta ambigüidade e incerteza. Isso pode ser feito através da generalização da idéia de um conjunto clássico pela extensão do alcance da função característica do par binário $\{0,1\}$ para o intervalo $I = [0,1]$. Se X é o universo de discurso ou domínio, um conjunto difuso A pertencente a X é associado com a seguinte função característica:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1] \quad (3.2)$$

Essa função característica é conhecida como *função de associação* ou *pertinência* (ROSS, 1995) associada ao conjunto difuso A . Se X é uma linha real esta pode às vezes expressar a função de associação em alguma forma funcional tal como:

Figura 3.3 – Função de associação para um conjunto difuso A .

A função de associação, portanto provê uma relação entre o valor exato (físico) para uma faixa de alcance da entrada e saída para sua respectiva representação num conjunto difuso. Os conjuntos difusos podem ser usados na construção de conjuntos de termos ou de vocábulos, tornando possível o desenvolvimento de uma estratégia de controle lingüística. A noção do conjunto de termos representa uma abstração do valor da variável. A idéia de converter dados numéricos em formas abstratas para facilitar o processo de decisão é o ponto crucial em muitos sistemas de inteligência artificial (ROSS, 1995). Assim cada função de associação pode ser adjetivada como, por exemplo: negativo grande (NG), negativo médio (NM), negativo pequeno (NP), quase zero (QZ), positivo pequeno (PP),

positivo médio (PM), positivo grande (PG), conforme ilustrado na Figura 3.4. Aqui os valores físicos ou exatos, λ_i , pertencentes ao universo de discurso X têm seus valores de associação μ determinados conforme o respectivo conjunto difuso definido pela função de associação adjetivada.

Figura 3.4 – Função de associação adjetivada.

O processo de produção de funções de associação para cada entrada ou saída do sistema a partir de um dado físico é chamado de *difusificação*. A Figura 3.5 mostra um esquema ilustrativo de como esse processo é feito. Nesse caso, os valores exatos (físicos) são convertidos em valores difusos pelas funções de associação.

Figura 3.5 – Conversão de valores exatos para difusos (*difusificação*).

Todos os conjuntos difusos que representam as diversas variáveis exatas relacionadas por funções de associação, formam a *base de conhecimento*. A base de conhecimento contém informação imprecisa, porém significativa na modelagem de

um sistema. Contudo, essa imprecisão é completamente resolvida, na medida em que os conjuntos de entrada e saída difusos e a estratégia de manipulação do conhecimento sejam definidos.

Um algoritmo difuso processa as funções de associação de cada um dos conjuntos difuso, e os resultados são combinados para representar o grau de confiança dos passos anteriores. A forma com que os resultados são combinados acontece através de um conjunto de instruções ou regras, o que compõem a chamada *base regras*. Para estabelecer um grau de confiança em que esta base de regra é verdadeira, cada uma das saídas difusas é multiplicada por um fator de escala adequado.

Os modelos de sistemas difusos dividem-se basicamente em duas categorias que diferem fundamentalmente em sua habilidade para representar diferentes tipos de informação, ou seja, na forma de representar a base de regras. A primeira inclui os modelos lingüísticos que são baseados em coleções de regras SE-ENTÃO com vagos predicados e usam raciocínio difuso. Nesse tipo de modelo quantidades difusas são associadas com rótulos lingüísticos, e um modelo difuso é essencialmente uma expressão qualitativa do sistema. A segunda categoria de modelos difusos é baseada no método de raciocínio de Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Esses modelos são formados por regras lógicas que têm uma combinação de modelos difusos e exatos (YAGER & FILEV, 1994).

3.4 - MODELOS LINGÜÍSTICOS

Para manipular a base de conhecimento um conjunto de regras de inferência é adotado. O método mais comum para representar o conhecimento humano é através de expressões naturais de linguagem do tipo (ROSS, 1995):

SE premissa (*antecedente*) **ENTÃO** conclusão (*consequente*)

A expressão anterior é chamada de base de regras da forma SE-ENTÃO. Essa forma tipicamente expressa uma inferência tal que se é conhecido um fato (premissa, hipótese ou antecedente), então é possível inferir, ou deduzir, outro fato chamado conclusão (consequente). Essa forma de representação do conhecimento,

caracterizada como *conhecimento superficial* é bastante apropriado no contexto lingüístico, pois expressa o conhecimento humano empírico e heurístico em nossa própria linguagem de comunicação. Em geral existem três formas para qualquer variável lingüística, como mostra a Figura 3.6.

Figura 3.6 –Variáveis lingüísticas utilizáveis em lógica difusa.

Para estabelecer uma relação difusa R entre duas variáveis A e B baseada nos comandos condicionais SE-ENTÃO existem várias técnicas, que fazem uso do comando lógico implicação, ou seja, $R=A \rightarrow B$. Dentre esses métodos destacam-se:

(i) *clássico*, que foi usado por Zadeh (ZADEH, 1973):

$$\mu_R(x, y) = \max \{ \min [\mu_A(x), \mu_B(y)], 1 - \mu_A(x) \} \quad (3.3)$$

(ii) *mínima correlação ou implicação de Mamdani*:

$$\mu_R(x, y) = \min [\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (3.4)$$

(iii) *implicação de Lukasiewicz*:

$$\mu_R(x, y) = \min \{ 1, [1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)] \} \quad (3.5)$$

(iv) *implicação de Brouwerian*:

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{para } \mu_A \leq \mu_B \\ \mu_B(y), & \text{outros} \end{cases} \quad (3.6)$$

(v) *implicação R-SEQ (seqüência lógica padrão)*:

$$\mu_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{para } \mu_A \leq \mu_B \\ 0, & \text{outros} \end{cases} \quad (3.7)$$

(vi) *implicação somas limitadas*:

$$\mu_R(x, y) = \min \{ 1, [\mu_A(x) + \mu_B(y)] \} \quad (3.8)$$

(vi) *implicação correlação produto*, que é baseada em noções de condicionamento e reforço:

$$\mu_R(x, y) = \max\{\mu_A(x) \cdot \mu_B(y), [1 - \mu_A(x)]\} \quad (3.9)$$

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad (3.10)$$

Muitos sistemas de base de regra envolvem mais do que uma regra. O processo de obtenção do conseqüente global a partir da contribuição de cada conseqüência individual é conhecido como agregação das regras. Duas são as estratégias de agregação das regras: (i) a que supõe sistemas de regras *conjuntivos* e (ii) a para sistemas de regras *disjuntivos* (ROSS, 1995).

Os *sistemas de regras conjuntivos* são aqueles em que as regras devem ser satisfeitas conjuntamente, ou seja, as regras são conectadas pelos conectivos ‘E’. Nesse caso a saída agregada (conseqüente) y é encontrada pela intersecção de todas as regras conseqüentes individuais y^i , para $i = 1, 2, \dots, r$, ou seja:

$$y = y^1 E y^2 E \dots E y^r \quad (3.11)$$

ou

$$y = y^1 \cap y^2 \cap \dots \cap y^r \quad (3.12)$$

que são definidas pelas funções de associação,

$$\mu_y(x) = \min(\mu_{y^1}(x), \mu_{y^2}(x), \dots, \mu_{y^r}(x)) \quad \text{para } x \in X \quad (3.13)$$

onde, x é a entrada e X é seu universo de discurso.

Os *sistemas de regras disjuntivo* são aqueles em que um sistema disjuntivo de regras requer que no mínimo seja satisfeita uma regra, ou seja, as regras são conectadas pelos conectivos ‘OU’. Nesse caso a saída agregada é encontrada pela união das contribuições individuais de cada regra.

$$y = y^1 OU y^2 OU \dots OU y^r \quad (3.14)$$

ou

$$y = y^1 \cup y^2 \cup \dots \cup y^r \quad (3.15)$$

que são definidas pelas funções de associação,

$$\mu_y(x) = \max(\mu_{y^1}(x), \mu_{y^2}(x), \dots, \mu_{y^r}(x)) \quad \text{para } x \in X \quad (3.16)$$

onde, x é a entrada e X é seu universo de discurso.

3.4.1 – Modelo de Mamdani.

Baseados no método de implicação de Mamdani (ver equação (3.4)) para inferência e para um conjunto de regras disjuntivas a saída agregada para r regras serão dadas por:

$$\mu_{B_n^k}(\alpha(i), \alpha(j)) = \max[\min[\mu_{A_{n1}^k}(\alpha(i)), \mu_{A_{n2}^k}(\alpha(j))]], \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, r \quad (3.17)$$

onde, A_{n1}^k e A_{n2}^k representam os k -ésimos conjuntos difusos antecedentes e B_n^k representa o k -ésimo conjunto difuso conseqüente para a n -ésima regra com entradas $\alpha(i)$ e $\alpha(j)$. A representação gráfica desta interpretação pode ser vista na Figura 3.7.

Figura 3.7 – Representação gráfica do método de inferência *max-min*.

A saída agregada também pode ser obtida pela técnica de implicação do *max-produto*:

$$\mu_{B_n^k}(\alpha(i), \alpha(j)) = \max[\mu_{A_{n1}^k}(\alpha(i)) \cdot \mu_{A_{n2}^k}(\alpha(j))], \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, r \quad (3.18)$$

com, A_{n1}^k , A_{n2}^k , $\alpha(i)$, $\alpha(j)$ e B_n^k idênticos aos da equação (3.17). Uma representação gráfica da técnica de implicação do *max-produto* é apresentada na Figura 3.8:

Figura 3.8 – Representação gráfica do método de inferência *max-produto*.

Existem situações onde a saída de um processo difuso necessita ser uma quantidade escalar em oposição aos conjuntos difusos. Um valor físico da saída de um sistema é, então, obtido através de *dedifusificação* do conjunto de saída difuso. Existem diversos métodos para se obter a dedifusificação, que podem ser

encontrados em ROSS (1995), PATYRA & MLYNEK (1996) e YAGER & FILEV (1994), dentre os quais é possível citar:

- *Princípio da máxima associação*, ou método da altura é limitado pelos picos das funções de associação da saída;
- *Método da média ponderada*, válido somente para saídas com funções de associação simétricas;
- *Média da associação máxima*, intimamente relacionado ao primeiro método, diferindo nos pontos máximos que podem ser não únicos;
- *Centro das somas*, é um dos mais rápidos métodos em uso e muito similar ao método da média ponderada;
- *Método dos centróides*, ou centro de área ou gravidade, é o mais usado e com maior apelo físico, obtém o valor exato tomando-se o centróide da área determinada pela união das funções de associação da saída, ou seja:

$$y^* = \frac{\int \mu_{B_n^k}(y) y dy}{\int \mu_{B_n^k}(y) dy} \quad (3.19)$$

onde, y^* é o valor obtido pela dedifusificação, B_n^k representa o k -ésimo conjunto difuso conseqüente para a n -ésima regra.

Na Figura 3.9 é mostrado um fluxograma que representa uma seqüência de passos de um algoritmo difuso convencional.

Figura 3.9 – Fluxograma de um algoritmo difuso convencional.

3.5 - MODELO TAKAGI-SUGENO-KANG

Uma desvantagem dos modelos lingüísticos, por exemplo, o modelo de Mamdani, é que os mesmos não contêm uma forma explícita do conhecimento objetivo sobre o sistema se tal conhecimento não puder ser expresso ou incorporado na estrutura do conjunto difuso. Uma alternativa é o uso do método de raciocínio de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) que é associada com uma base de regras de formato especial com a parte conseqüente sendo funcional ao invés de difuso como usado nos modelos lingüísticos (YAGER & FILEV, 1994). Com esse modelo de saída de um número real exato, o conjunto difuso conseqüente de inferência será um conjunto difuso discreto com um número finito de pontos, simplificando as contas envolvidas no processo computacional, elevando sua eficiência de processamento.

No modelo TSK as regras antecedentes descrevem regiões difusas no espaço de entrada (como no modelo lingüístico) e as regras conseqüentes são funções exatas do modelo de entradas, ou seja:

$$\text{SE } x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n \text{ ENTÃO } y_i = f(x_1, \dots, x_n) \quad (3.20)$$

onde, A_1 até A_n são conjuntos difusos atingidos pelos respectivos valores físicos (exatos) x_1 até x_n , y_i é a i -ésima relação difusa devido a regra na relação acima e f normalmente representa uma combinação linear aplicada aos valores exatos.

Segundo WANG (1994) a saída do modelo TSK devido a r regras difusas solicitadas é a média ponderada,

$$y = \frac{\sum_{i=1}^r w_i y_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (3.21)$$

onde, y_i é o resultado da saída da i -ésima regra e para μ denotando uma função de associação, então os valores w_i são:

$$w_i = \prod_{j=1}^n \mu_{A_j}(x_j) \quad (3.22)$$

Um modelo esquemático dessas regras é apresentado na Figura 3.10.

Figura 3.10 – Configuração básica de um sistema TSK.

A vantagem do modelo TSK é sua capacidade em descrever sistemas tecnológicos complexos, permitindo decompor um sistema complexo em subsistemas mais simples (em alguns casos até sistemas lineares).

3.6 – CONTROLE DIFUSO.

Através do controle difuso será criada uma lei de controle que é disparada por um sistema de base de conhecimento consistindo de um conjunto de regras (base de regras) e um sistema de inferência difuso. A base de regras é a principal parte de um controlador difuso. Em geral, um controle difuso pode ser representado em uma forma similar a lei de controle convencional:

$$u(n) = F[e(1), e(2), e(3), \dots, u(n-2), u(n-1), u(n)] \quad (3.23)$$

onde, F é o funcional que representa a lei de controle. Aqui, a lei de controle difusa, $e(n)$ é o sinal de erro entre um sinal de saída da planta e um sinal de referência e $u(n)$ é a ação de controle.

Controladores difusos típicos descrevem a relação entre a variação da ação de controle $\Delta u(n)=u(n)-u(n-1)$, o sinal de erro $e(n)$ e sua variação $\Delta e(n)=e(n)-e(n-1)$. Geralmente, tais tipos de estratégias de controle são chamadas de *reguladores*. Ambos os tipos de modelagem difusa, Mamdani e TSK podem ser usados para executar a lei de controle. Similarmente às leis de controle convencional, as leis de controle difuso podem ser relacionadas convenientemente aos controladores do tipo PI (proporcional integral), PD (proporcional derivativo) e PID (proporcional derivativo integral). Essa relação pode ajudar durante o projeto do controlador difuso, desde que se saiba o comportamento teórico de tais controladores.

Para uma formulação de um controle difuso do tipo *PI*, as regras difusas são descritas com a ajuda das relações entre a variação do sinal de controle $\Delta u(n)$, e do sinal de erro $e(n)$, e sua variação $\Delta e(n)$, ou seja:

$$\Delta u(n) = F[e(n), \Delta e(n)] \quad (3.24)$$

Na relação (3.24) se pode notar uma similaridade com o algoritmo de controle convencional PI, ou seja,

$$\Delta u(n) = K_p \Delta e(n) + K_I e(n) \quad (3.25)$$

onde, K_p e K_I são os parâmetros (ganhos) do controlador PI. Ambos fornecem a relação entre as variáveis $e(n)$ e $\Delta e(n)$ por um lado e $\Delta u(n)$ por outro. Porém, nos controladores convencionais a relação é linear, enquanto nos controladores difusos a relação é não linear em geral.

O controlador do tipo *PD* estabelece uma relação entre o sinal de controle $u(n)$, e o sinal de erro $e(n)$, e sua variação $\Delta e(n)$, ou seja:

$$u(n) = F[e(n), \Delta e(n)] \quad (3.26)$$

que é similar à lei de controle convencional PD, ou seja,

$$u(n) = K_D \Delta e(n) + K_P e(n) \quad (3.27)$$

onde, K_D e K_P são os parâmetros (ganhos) do controlador PD.

Finalmente, o controlador difuso do tipo *PID* pode ser obtido a partir do tipo *PI* considerando-se a soma dos erros $\sum e(n)$ como uma variável adicional, isto é,

$$\Delta u(n) = F[e(n), \Delta e(n), \Sigma e(n)] \quad (3.28)$$

o que é similar ao algoritmo de controle convencional PID, ou seja,

$$u(n) = K_D \Delta e(n) + K_P e(n) + K_I \sum e(n) \quad (3.29)$$

onde, K_D , K_I e K_P são os parâmetros (ganhos) do controlador PID.

Dentro do projeto de um controlador difuso os principais passos podem ser resumidos como:

1. identificar as variáveis da planta;
2. relacionar um sub-conjunto difuso (no universo de discurso) para cada variável (*base de conhecimento*);
3. determinar a função de associação para cada sub-conjunto difuso;
4. atribuir o relacionamento entre as variáveis de entrada e saída (*base de regras*);
5. normalizar as variáveis de entrada e saída: $[0,1]$, $[-1,1]$;
6. *difusificar* as entradas de controle;
7. usar o raciocínio difuso para inferir sobre a contribuição da saída;
8. reunir as saídas difusas obtidas em cada regra;
9. *dedifusificar* as saídas para obter a ação de controle em valores exatos.

Na Figura 3.11 é mostrado um esquema típico de um sistema de controle difuso, tendo destacado as etapas internas do controlador difuso.

Figura 3.11 – Estrutura de um sistema de controle difuso.

3.7 – SUMÁRIO.

Este Capítulo trata essencialmente dos fundamentos básicos associados à lógica difusa e ao desenvolvimento dos controladores difusos. Inicialmente, a idéia de controle não convencional é apresentada. Em seguida os conceitos que envolvem a lógica difusa como conjuntos difusos, funções de associação, difusificação, dedifusificação, métodos de implicação e inferência são introduzidos. Então, dois tipos de sistemas difusos que são utilizados para se construir controladores difuso são apresentados. Trata-se dos seguintes modelos: modelo lingüístico de Mamdani e o modelo de Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Finalmente, alguns aspectos mais relevantes relativos ao projeto de controladores difusos são mostrados e comparados com as estratégias normalmente adotadas em técnicas convencionais, tais como: controladores PI, PD, e PID.

CAPÍTULO 4

VALIDAÇÃO E CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DO MODELO DE VIGA INTELIGENTE

4.1 – INTRODUÇÃO.

Uma vez estabelecido um modelo matemático que represente uma viga com materiais piezelétricos incorporados é importante verificar a eficácia deste modelo para prever o comportamento dinâmico. Um modelo que represente adequadamente o comportamento dinâmico de um sistema torna mais fácil e confiável o projeto de um controlador. Desta forma, este Capítulo apresenta os resultados de validação do modelo matemático realizado através de comparações com resultados aceitos e publicados em literatura, bem como com resultados experimentais.

O método dos elementos finitos é implementado com base no modelo matemático desenvolvido no Capítulo 2 e é programado em *Matlab®*. O *modelo em elementos finitos* (MEF) prevê vigas com elementos ativos incorporados, ou seja, apresentando o comportamento piezelétrico. Os elementos piezelétricos são supostos colados à viga de forma ideal, podendo ser polarizados em paralelo ou em série. Os elementos piezelétricos podem estar dispostos livremente ao longo da viga sendo inclusive permitido pela modelagem a sobreposição dos mesmos. Para permitir essas diferentes configurações na disposição dos piezelétricos foram determinadas seções com características geométricas e físicas constantes, onde cada seção terá um número de elementos proporcional ao seu comprimento. Desse modo ao se fazer a discretização da viga é possível existir elementos de diferentes tamanhos na viga, mas dentro de uma mesma seção esses elementos devem apresentar um mesmo

comprimento. Com a viga discretizada a montagem das matrizes globais é feita levando-se em consideração as características peculiares de cada elemento. O manuseio dessas matrizes globais permite considerar os casos de viga livre no espaço ou engastada. Visando um modelo de ordem reduzida, o MEF global é transformado para a representação no espaço de estados.

A validação do modelo começa com uma verificação da capacidade de previsão das características dinâmicas de uma viga simples sem elementos piezelétricos. Esse procedimento visa demonstrar que a implementação do método dos elementos finitos foi bem sucedida. Em seguida, uma viga composta exclusivamente de um material piezelétrico é usada para validar a modelagem do efeito piezelétrico. Apenas resultados estáticos são considerados e comparados com resultados analíticos e de outros modelos em elementos finitos encontrados na literatura. A capacidade do MEF em prever as características de uma viga inteligente também é verificada através de comparações com resultados encontrados na literatura, bem como com resultados experimentais. Finalmente procede-se a verificação do método de redução de ordem do modelo, visando validá-lo para futuro uso no projeto do controlador.

4.2 – VALIDAÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS PARA UMA VIGA SIMPLES.

Tendo em vista a necessidade de se validar o modelo matemático de uma viga inteligente, optou-se por iniciar com uma comparação dos resultados do modelo para o caso de uma viga simples sem elementos piezelétricos. Esta comparação permite verificar a eficácia da discretização e a montagem das matrizes globais e das matrizes de estado. Como caso para validação optou-se por uma viga de alumínio com dimensões: $500 \times 50,8 \times 3,18 \text{ mm}$, livre no espaço. Para o alumínio as propriedades mecânicas adotadas são: módulo de Young, 68 GPa e densidade, 2711 kg/m^3 . Utilizando o MEF, cujos fundamentos teóricos são apresentados no Capítulo 2, obtêm-se as características dinâmicas da viga simples sem elementos piezelétricos livre no espaço. Para verificar os valores obtidos foram usadas expressões analíticas apresentadas em BLEVINS (1979). O MEF foi verificado para três níveis de

discretização, ou seja: 5, 15 e 25 elementos. Escolheu-se três níveis de discretização para demonstrar os vários níveis correspondentes de precisão possível para o MEF.

Tabela 4.1 - Frequências naturais (Hz) dos primeiros cinco modos de flexão da viga sem elementos piezelétricos.

Modos	analítico	MEF		
		5 elementos	15 elementos	25 elementos
1	65,021	65,054	65,022	65,022
2	179,227	179,808	179,246	179,238
3	351,401	354,764	351,443	351,385
4	580,047	586,630	581,141	580,882
5	872,465	965,374	868,654	867,811

A comparação dos resultados analíticos com os numéricos produzidos pelo modelo em elementos finitos mostra uma aproximação adequada para o caso de viga sem elementos piezelétricos. Apesar de uma previsão bem sucedida das características dinâmicas, esses resultados devem ser vistos com reservas quando comparados com modelos físicos uma vez que ambos foram formulados levando em consideração a hipótese de Euler-Bernoulli.

Figura 4.1 - Formas dos primeiros cinco modos de flexão da viga sem elementos piezelétricos.

Continuando o cálculo das características dinâmicas da viga simples, as formas modais são obtidas pelo MEF. A Figura 4.1 apresenta as formas dos cinco primeiros modos de flexão da viga normalizadas em relação ao valor máximo de cada modo. Estas formas modais são coerentes com as encontradas na literatura existente (BLEVINS, 1979; CLOUGH & PENZIEN, 1975; CRAIG, 1981).

Em complemento, a Figura 4.2. ilustra o gráfico de uma função resposta em frequência da viga obtida através do MEF. Para a construção da Figura 4.2 tem-se como entrada uma força mecânica atuante na direção vertical e como saída o deslocamento vertical, ambas localizadas em uma das extremidades livres da viga.

Figura 4.2 – Função resposta em frequência de uma viga sem elementos piezelétricos.

Com os resultados atingidos com o modelo em elementos finitos de viga Euler-Bernoulli sem efeito piezelétrico, tem-se uma garantia prévia de que em MEF de viga inteligente também tende alcançar características adequadas. Essa tendência pode ser prevista uma vez que o efeito piezelétrico incorporado ao elemento de viga é um efeito que se soma ao comportamento do elemento finito.

4.3 – VERIFICAÇÃO DO MÉTODO DE MODELAGEM DE UMA VIGA INTELIGENTE PARA A CONDIÇÃO DE CARREGAMENTO ESTÁTICO.

O processo de validação do MEF para uma viga inteligente primeiramente provê uma verificação do mesmo para o ponto de vista estático. Esse é um procedimento que tem sido encontrado na literatura técnica, como em: HWANG & PARK (1993), TZOU & YE (1996), CHEN *et al.* (1997), LIMA (1999) e MARQUES & NAGAMINE (2001). Assim sendo, é possível obter resultados na referida literatura para validar o presente MEF. Em todos os casos encontrados na literatura mencionada, uma viga padrão inteiramente de material piezelétrico é considerada. O piezelétrico assumido é o polímero de fluorido de polivinilideno (PVDF) cujas propriedades estão na Tabela 4.2. A Figura 4.3 ilustra a viga de PVDF com as dimensões básicas. Esta viga é suposta engastada e composta de duas camadas do material piezelétrico coladas idealmente e com polaridades opostas, sendo ligadas em série. Para efeito de aplicação de potencial elétrico, os eletrodos da viga são as duas faces opostas paralelas ao plano xy , conforme a Figura 4.3.

Tabela 4.3 - Propriedades piezelétricas do polímero PVDF.

Módulo de elasticidade [GPa]	2,0
Coefficiente de Poisson	0,29
Densidade [kg/m^3]	1800
Constante de deformação piezelétrica [pm/V]	22
Permissividade dielétrica [nF/m]	0,1062

Figura 4.3 - Viga engastada de PVDF para análise do MEF.

Dois tipos de validação foram efetuados utilizando essa viga engastada de PVDF. Na primeira delas a viga foi dividida em cinco elementos sendo aplicada uma voltagem unitária nos eletrodos. Então, os deslocamentos estáticos verticais de cada nó ao longo do comprimento da viga são calculados pelo presente modelo em elementos finitos. Os resultados são então confrontados com os obtidos por CHEN *et al.* (1997) e com os resultados analíticos (também apresentados por CHEN *et al.* (1997)). Os resultados obtidos estão dispostos na Tabela 4.3 e Figura 4.4.

Tabela 4.3 - Deslocamento vertical nodal (μm) para voltagem unitária aplicada na viga de PVDF.

Nó	analítico	CHEN <i>et al.</i> (1997)	MEF
1	0,0140	0,0150	0,0132
2	0,0552	0,0569	0,0528
3	0,1224	0,1371	0,1190
4	0,2208	0,2351	0,2110
5	0,3451	0,3598	0,3300

Figura 4.4 – Deslocamento vertical nodal para voltagem unitária aplicada na viga de PVDF.

Uma segunda verificação usa essa viga de PVDF para obter o deslocamento vertical da ponta livre da viga para uma variação do potencial elétrico aplicado entre 0 e 200 volts. Os resultados são também comparados aos obtidos por CHEN *et al.* (1997) e estão mostrados na Tabela 4.4 e Figura 4.5.

Tabela 4.4 – Deslocamento vertical (mm) na ponta da viga de PVDF para vários potenciais elétricos.

Potencial Elétrico [V]	analítico	CHEN <i>et al.</i> (1997)	MEF
50	0,017	0,0170	0,017
100	0,034	0,0340	0,033
150	0,052	0,0506	0,050
200	0,069	0,0682	0,066

Figura 4.5 – Deslocamento vertical da viga de PVDF devido variação no potencial elétrico.

Comparando-se os resultados das duas verificações com a viga engastada de PVDF nota-se que foram conseguidas aproximações adequadas com pequenas discrepâncias em relação aos valores apresentados por outros pesquisadores e por um modelo analítico. Percebe-se uma diferença maior em relação aos dados apresentados por CHEN *et al.* (1997) e isso se deve ao fato de que em CHEN *et al.* (1997) elementos de placa foram utilizados. Os resultados analíticos foram desenvolvidos utilizando-se as teorias clássicas de resistência dos materiais.

Em face desses resultados, pode-se afirmar que o MEF é capaz de uma eficiente e razoável previsão do comportamento piezelétrico de uma viga no contexto de carregamentos estáticos. Isso, contudo, não é suficiente para validar o MEF para modelos dinâmicos. Essas características são examinadas nas seções seguintes.

4.4 – VERIFICAÇÃO DO MÉTODO DE MODELAGEM DE UMA VIGA INTELIGENTE NA OBTENÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS.

Com a viga com piezelétricos validada para condição estática, parte-se agora para a verificação da capacidade do modelo em prever as características dinâmicas desta viga. Para cumprir essa verificação, foi necessário procurar por resultados experimentais uma vez que soluções analíticas para o problema não estão ainda disponíveis na literatura e não é objetivo deste trabalho desenvolver uma solução desse tipo. Dois resultados experimentais foram usados, sendo o primeiro os obtidos por LIMA (1999) e o segundo obtidos através de ensaios procedidos pelo autor desta.

LIMA (1999) utiliza uma viga de alumínio na condição livre no espaço, com quatro atuadores e um sensor piezelétrico cerâmico de titanato zirconato de chumbo (PZT). Os atuadores são distribuídos em pares colados em faces opostas da viga, conforme ilustrado na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Representação esquemática da viga utilizada por LIMA (1999)
(dimensões em milímetros)

Nesse ensaio a viga é suspensa por fios flexíveis com o intuito de simular uma condição de contorno livre no espaço. Um sinal aleatório é aplicado nos atuadores, sendo que os atuadores localizados na parte de baixo da viga receberão um sinal de entrada defasado em 180 *graus* dos atuadores colados na parte superior. A seguir mede-se a excitação através do sensor. Confrontando os sinais de entrada e saída pode-se construir a curva de função resposta em frequência.

O presente modelo é então utilizado para prever o comportamento da viga ensaiada por LIMA (1999). As propriedades mecânicas do alumínio adotadas são:

módulo de Young, 65 *GPa* e densidade, 2711 kg/m^3 . Para os atuadores e sensor (todas placas de $72 \times 25 \times 2,54$ mm) as propriedades piezelétricas (LIMA, 1999) estão apresentadas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Propriedades piezelétricas do PZT (LIMA, 1999).

Módulo de elasticidade [<i>GPa</i>]	66
Coefficiente de Poisson	0,30
Densidade [kg/m^3]	7800
Constante de deformação piezelétrica [<i>pC/V</i>]	-190
Permissividade dielétrica [<i>nF/m</i>]	15,93

Figura 4.7 – Funções resposta em frequência obtidas por LIMA (1999) (azul) e a calculada pelo MEF (vermelho).

O MEF foi discretizado em 25 elementos finitos de tamanhos de forma a corresponder ao esquema da Figura 4.6. Para garantir similaridade com a viga de LIMA (1999), introduziu-se um certo grau de amortecimento estrutural ao modelo. Usando a metodologia de amortecimento proporcional de Rayleigh (ver equações (2.69) a (2.70)), coeficientes de $\alpha = 10$ e $\beta = 10^{-7}$ foram escolhidos e uma matriz de amortecimento foi adicionada ao MEF. Procedendo similarmente como no experimento, uma função resposta em frequência pôde ser obtida. A Figura 4.7 mostra as curvas de função resposta em frequência obtidas por LIMA (1999) e a obtida pelo presente MEF. Salvo as discrepâncias originárias do método de aproximação, o MEF foi capaz de uma apropriada reprodução do comportamento dinâmico da viga de LIMA (1999).

Como dado complementar a esta verificação, a Tabela 4.6 apresenta uma comparação entre frequências naturais calculadas pelo MEF e as obtidas experimentalmente por LIMA (1999). Observa-se uma grande concordância entre os valores, garantindo ao MEF boas características para previsão do comportamento dinâmico de vigas com elementos piezelétricos.

Tabela 4.3 – Comparação entre as frequências naturais (Hz) obtidas por LIMA (1999) e pelo MEF para a viga da Figura 4.6.

Modo	LIMA (1999)	MEF
1	6,1970	5,32
2	29,1521	29,34
3	48,0310	48,33
4	71,3157	71,82
5	99,6918	99,97
6	132,0988	133,14
7	170,7266	171,30
8	212,4793	214,21
9	259,5261	261,90
10	311,7978	314,45

Uma segunda avaliação do MEF para previsão das características dinâmicas de uma viga inteligente é realizada por meio de resultados experimentais. Aqui,

realizou-se um experimento com uma viga de alumínio ($500 \times 50,8 \times 3,18 \text{ mm}$) com um atuador piezelétrico cerâmico bímorfo (PZT) colado ($63 \times 31,8 \times 0,51 \text{ mm}$). Foram consideradas as seguintes propriedades para a viga: módulo de Young, 68 GPa e densidade, 2711 kg/m^3 . A Tabela 4.5 mostra as principais propriedades piezelétricas do atuador.

Tabela 4.6 - Propriedades piezelétricas do PZT (experimento).

Módulo de elasticidade [GPa]	62
Coefficiente de Poisson	0,31
Densidade [kg/m^3]	7750
Constante de deformação piezelétrica [pm/V]	-190
Permissividade dielétrica [nF/m]	15,93

As Figuras 4.8 e 4.9 ilustram o esquema de ensaio com os principais equipamentos discriminados. A idéia do experimento é levantar uma função resposta em frequência para uma viga inteligente com um atuador piezelétrico colado em uma das extremidades da viga. A resposta estrutural é medida por meio de um acelerômetro localizado no extremo oposto da viga em relação ao atuador. Para simular a viga livre no espaço, a mesma é suspensa por fios finos.

Figura 4.8 – Esquema do ensaio experimental – equipamentos utilizados.

Figura 4.9 – Esquema do ensaio experimental – equipamentos utilizados.

O MEF foi utilizado para prever a função resposta em frequência do experimento. Para isso o modelo foi discretizado com 25 elementos finitos e o fator de amortecimento de Rayleigh foi obtido com as constantes $\alpha = 10$ e $\beta = 10^{-7}$.

As funções resposta em frequência obtidas do procedimento experimental e do MEF são mostradas na Figura 4.10.

Figura 4.10 – Função resposta em frequência experimental (azul) e calculada via MEF (vermelho).

Os resultados apresentados permitem considerar que o modelo em elementos finitos é confiável para prever o comportamento dinâmico de uma viga inteligente. Algumas das diferenças apresentadas entre as funções resposta em frequência experimental e via MEF podem ser explicadas pelo tipo de aproximação empregada na modelagem do sistema (viga de Euler-Bernoulli) que despreza os efeitos torcionais. Neste caso é provável que efeitos torcionais apresentem alguma influência na composição dos modos. Observar-se que a função resposta em frequência experimental apresenta um certo grau de ruído entre 0 e 150 Hz. Uma vez que modos naturais se destacam bem desse ruído nesta faixa de frequência, assume-se que tais efeitos como secundários sem grande influência nas características da viga.

4.5 – VALIDAÇÃO DO MODELO REDUZIDO DE UMA VIGA INTELIGENTE.

Validado o modelo matemático em elementos finitos resta validar a eficiência do método de redução do modelo. Para verificar o modelo de ordem reduzida optou-se por usar o modelo de viga engastada de PVDF usada por CHEN *et al.* (1997), que já foi validada na Seção 4.3.

Figura 4.11 – Funções resposta em frequência dos modelos completo (azul) e reduzido (vermelho) da viga engastada de PVDF.

O procedimento baseia-se no cálculo da função resposta em frequência do modelo de viga considerando todos os graus de liberdade da discretização por elementos finitos (modelo completo) e para o modelo de ordem reduzida. A entrada é a voltagem aplicada à viga de PVDF, enquanto que a saída é o deslocamento da ponta livre da viga engastada. Para compor o modelo de ordem reduzida optou-se por manter apenas os primeiros cinco modos naturais.

Na Figura 4.11 pode-se comprovar as excelentes aproximações para as frequências mantidas. Outra forma de avaliar a qualidade da aproximação conseguida com o modelo de ordem reduzida consiste em confrontar os resultados de simulações do modelo completo e reduzido. Nas Figuras 4.12 e 4.13 pode-se comprovar mais uma vez a qualidade das aproximações conseguidas com o modelo reduzido. Nas duas Figuras é possível notar a pouca influência das frequências mais altas nos resultados uma vez que os dados apresentam pouca variação entre o modelo reduzido e o completo tornando viável o emprego de um modelo de ordem reduzida.

Figura 4.12 – Deslocamento vertical na ponta livre da viga de PVDF devido a um degrau unitário vertical na ponta da viga para os modelos completo (linha sólida) e reduzido (x).

Figura 4.13 – Comparação entre as respostas no tempo dos modelos completo (linha sólida) e reduzido (*) mostrados na Figura 4.12.

4.6 – SUMÁRIO.

Este Capítulo apresenta uma série de verificações do modelo em elementos finitos (MEF) visando validá-lo para futura aplicação em controle. Este modelo é validado para as seguintes condições: (i) modelo em elementos finitos de viga simples sem elementos piezelétricos; (ii) comportamento piezelétrico para carregamento estático; (iii) cálculo de características dinâmicas e (iv) modelo de ordem reduzida. Pode-se afirmar, após as verificações, que o MEF é capaz de gerar perfeitamente as matrizes elementares de massa e rigidez, além das matrizes globais e das matrizes de estado. O modelo também proporciona adequadas características de previsão do comportamento estático e dinâmico de vigas com elementos piezelétricos incorporados.

Em face dos resultados encontrados neste Capítulo, pode-se concluir que o modelo em elementos finitos é apropriado para futuros estudos em controle estrutural e em estruturas inteligentes, o que é apresentado no Capítulo 5 que segue.

CAPÍTULO 5

CONTROLE DIFUSO PARA ALÍVIO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA INTELIGENTE

5.1 – INTRODUÇÃO.

Para verificar o desempenho de um controlador difuso na redução da resposta vibratória em uma viga ativa alguns testes foram desenvolvidos. Estes testes são apresentados na forma de simulações de um sistema de malha aberta e malha fechada (modelo de viga inteligente mais controlador difuso). Um modelo de viga inteligente de alumínio com atuadores piezelétricos colados e dois tipos diferentes de modelos difusos para controle foram considerados e comparados. Essas duas formas correspondem aos modelos de Mamdani e Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Conceitualmente, os modelos Mamdani e TSK apresentam diferenças. O modelo Mamdani é um modelo difuso lingüístico, portanto, mais intuitivo, e se aproxima mais ao jeito com que os seres humanos manipulam informações. Por outro lado, o modelo TSK permite uma maior eficiência computacional, trabalha bem com técnicas lineares, otimização e com técnicas adaptativas. O TSK também é melhor ajustado às análises matemáticas. Procurou-se determinar o melhor conjunto de parâmetros para se estabelecer um controlador difuso. Através da adoção de uma estratégia PD os conjuntos difusos são montados e seus valores normalizados. Através de valores de ganho apropriados, o controlador difuso pode ser ajustado ao problema. Este controlador é, então, avaliado para diferentes tipos de sinais de distúrbio mecânico, tais como degrau, pulso e degrau duplo. Também é mostrada a resposta em frequência para sinais de malha aberta e fechada

mostrando como o controlador influencia no aumento de amortecimento do sistema de controle. O desempenho do sistema de controle é discutido com base nos resultados apresentados.

5.2 – PROJETO DO CONTROLADOR DIFUSO.

Os controladores em malha fechada são tradicionalmente representados como ilustrado, na Figura 5.1. Neste caso a saída da planta é comparada com um valor de referência que abastece o controlador com informações que são usadas por uma lei de controle previamente estabelecida e que fornece um valor de ação para interagir com os valores de entrada na planta e com a sua dinâmica. Esse tipo de controle para o caso o sinal de referência nulo é chamado de regulador.

Figura 5.1 – Esquema típico de um controlador de malha fechada.

Muitas das estratégias de controle usam o sinal de erro e da variação do erro como entradas no controlador. O valor obtido pela diferença entre o sinal de referência e o sinal de saída da planta é o chamado sinal de erro. Já a variação do erro é obtida pela diferença entre o erro em um passo e o erro no passo anterior. Estabelecida uma lei de controle essas entradas serão processadas fornecendo um valor de saída ou ação de controle. Essa saída pode ser diretamente o valor da ação de controle, ou ser uma variação da ação de controle que deve ser somada à ação usada no passo anterior. Aqui uma lei não convencional de controle baseada na lógica difusa é implementada. A estratégia de controle é fundamentada nos sinais de erro e da sua variação como descrito acima. As características do controlador não

convencional levam a uma lei de controle com a forma de um PD. A razão para esta escolha está nos aspectos de um controlador PD, pois permite melhorar a resposta transiente através da inclusão de um amortecimento. Contudo, com essa estratégia não existem garantias de eliminação do erro em regime permanente. Um problema da estratégia PD está no risco de amplificação de ruídos indesejados no sinal de controle. Uma vez determinadas as entradas do controlador difuso (erro e variação do erro), esses valores devem ser difusificados, ou seja, deve ser mensurado o grau de pertinência de cada valor de entrada para cada função de associação. Para estabelecer esta relação deve-se conhecer de antemão a dinâmica da planta para intuitivamente nomear e estabelecer as fronteiras para suas variáveis linguísticas. Para os dois tipos de controlador (Mamdani e TSK) foram estabelecidos conjuntos difusos e funções de associação idênticas para as entradas erro e variação do erro. Dessa forma as entradas para o sistema difuso são mostradas nas Figuras 5.2 e 5.3.

Na Figura 5.2 as cinco variáveis linguísticas utilizadas para adjetivar a entrada erro são dadas por conjuntos difusos triangulares, ou seja: positivo grande (PGe), positivo pequeno (PPe), aproximadamente zero (Ze), negativo grande (NGe) e negativo pequeno (NPe).

Figura 5.2 – Função de associação para entrada sinal de erro.

Na Figura 5.3, as cinco variáveis linguísticas utilizadas para adjetivar a entrada variação do erro também são dadas por conjuntos difusos triangulares, a

saber: positivo grande (PGde), positivo pequeno (PPde), aproximadamente zero (Zde), negativo grande (NGde) e negativo pequeno (NPde).

Figura 5.3 – Função de associação para a entrada variação do sinal de erro.

No caso do sinal de saída ou ação de controle, porém existe uma diferença entre o modelo Mamdani e o TSK. No modelo Mamdani, que é do tipo lingüístico, as ações de controle são representadas por conjuntos difusos e têm a mesma forma que as entradas, mantendo-se o formato triangular (Figura 5.4). Os conjuntos difusos para ação de controle do modelo Mamdani são adjetivadas por positivo grande (PGa), positivo pequeno (PPa), aproximadamente zero (Za), negativo grande (NGa) e negativo pequeno (NPa).

Figura 5.4 – Grau de associação da ação de controle para modelo Mamdani.

A saída de um modelo TSK é baseado em informação difusa mas emprega uma combinação linear ponderada por coeficientes e que tem a forma para r -ésima regra difusa (ver Equação 3.20). Isto é expresso por:

$$y_r = a_2 e + a_1 \Delta e + a_0 \quad (5.1)$$

onde a_2 , a_1 e a_0 são os coeficientes do modelo TSK para a r -ésima saída y com e e Δe sendo o erro e a variação do erro respectivamente.

No modelo TSK, os diferentes termos lingüísticos de saída têm coeficientes de ponderação diferentes. A Tabela 5.1. mostra estas relações:

Tabela 5.1 – Coeficientes do TSK

$\begin{matrix} u \\ \text{coef} \end{matrix}$	NGa	NPa	Za	PPa	PGa
a_0	0	0	0	0	0
a_1	1	1	1	1	1
a_2	1	1	1	1	1

Os conjuntos de informações sobre o sistema que abrangem o conhecimento intuitivo do valor exato para um valor difuso é conhecido como base de conhecimento. Para se determinar esta base de conhecimento para o controlador, decidiu-se por normalizar os valores dos conjuntos difusos de entrada e saída. A normalização permite a construção de um conjunto difuso generalizado. Os valores de normalização podem ser associados aos ganhos de controle, desde que eles alterem a intensidade de cada variável com respeito ao controle. De fato, pela mudança dos ganhos a resposta do controlador é também modificada. A Figura 5.5 ilustra a aplicação dos ganhos do controlador.

Figura 5.5 – Ganhos aplicados ao controlador difuso normalizado.

Para controlar a planta é importante ajustar os ganhos simultaneamente. Os ganhos do controlador difuso para o sinal de erro é g_e , para a variação do erro $g_{\Delta e}$ e na saída para do sinal de controle por g_a .

A fase seguinte é criar um conjunto de regras que estabeleça uma lei de controle. Estas regras criam um mecanismo de inferência baseado nas informações contidas na base de conhecimento e que permitem controlar a planta. Este conjunto de regras, que procura controlar a planta, é chamado de base de regras (Tabela 5.2).

Tabela 5.2 – Base de regras do controlador difuso.

$\Delta e \backslash e$	NGde	NPde	Zde	PPde	PGde
NGe	NGa	NGa	NPa	NPa	Za
NPe	NGa	NGa	NPa	Za	PPa
Ze	NPa	Za	Za	Za	PPa
PPe	NPa	Za	PPa	PGa	PGa
PGe	Za	PPa	PPa	PGa	PGa
SE (<i>antecedente</i>)		ENTÃO (<i>consequente</i>)			

A base de regras é formada por um conjunto de regras *SE-ENTÃO*. Na Tabela 5.2 está ilustrada a base de regras onde o antecedente é representado pela cor amarela e o consequente pela cor azul. Na vertical estão representados os antecedentes referentes ao sinal de erro, e , e na horizontal os antecedentes referentes à variação do erro, Δe . Estes dois antecedentes são ligados através do conectivo E . A parte consequente, ou ação de controle, u é representada em azul. Dessa forma um exemplo de regra é:

$$\text{SE } e \text{ é } \underline{\text{PGe}} \text{ E } \Delta e \text{ é } \underline{\text{PGde}} \text{ ENTÃO } \underline{\text{PGa}} \quad (5.2)$$

A expressão 5.2 está mais ligada ao tipos lingüísticos como o modelo Mamdani mas é válida para um modelo TSK. Neste caso para cada conjunto difuso atingido representado pelas variáveis lingüísticas tem-se um conjunto de coeficientes da combinação linear diferente. Isto é diferente dos tipos lingüísticos que possuem

uma função de associação para representar a saída do controlador. Dessa forma uma regra para um modelo TSK, pode ser exemplificada como:

$$\text{SE } e \text{ é } \underline{PGe} \text{ E } \Delta e \text{ é } \underline{PGde} \text{ ENTÃO } u = f(e, \Delta e) \quad (5.3)$$

onde os coeficientes variam de acordo com a Tabela 5.1.

A coleção destas regras compõe a chamada base de regras que é essencial para a montagem de qualquer conjunto difuso. Para o modelo tipo Mamdani e TSK foi considerada a mesma base de regras (Tabela 5.2).

A união das bases de conhecimento com a base de regras permite construir as chamadas *superfícies de decisão*. Estas superfícies podem ser entendidas como uma região por onde a ação de controle varia, ou seja, seus valores de ação do controle caminham por essa superfície. As superfícies obtidas são normalizadas em razão do uso de ganhos. A superfície de decisão para o modelo Mamdani é mostrada na Figura 5.6, enquanto que para o modelo TSK a superfície de decisão é mostrada na Figura 5.7:

Figura 5.6 – Superfície de decisão para o modelo Mamdani

Figura 5.7 – Superfície de decisão para o modelo TSK.

5.3 – SUPRESSÃO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA INTELIGENTE.

Uma viga inteligente contendo quatro atuadores colados distribuídos é considerada para a análise do controlador. Essa viga é considerada engastada e é composta por uma estrutura principal de alumínio ($500 \times 50,8 \times 3,18 \text{ mm}$, densidade de 2741 kg/m^3 , rigidez de 68 GPa e coeficientes para o cálculo do amortecimento de Rayleigh $\alpha = 0,59$ e $\beta = 0,0006$). Dois pares de atuadores colados em faces opostas da estrutura principal posicionados em $20\text{-}83 \text{ mm}$ e $100\text{-}163 \text{ mm}$ medidos a partir do engaste são considerados. Os quatro atuadores piezelétricos têm dimensões de $63 \times 31,8 \times 0,51 \text{ mm}$, rigidez de 63 GPa , densidade $7750,0 \text{ kg/m}^3$, constante de deformação piezelétrica de -190 pm/V e permissividade dielétrica de $15,93 \text{ nF/m}$. A Figura 5.8 ilustra um esquema da estratégia de controle, sendo a viga simulada pelo modelo em elementos finitos (MEF) e o controlador dado pelo que foi descrito na seção 5.2.

Figura 5.8 – Esquema representando o controlador difuso e a planta

Definiram-se os ganhos utilizados através de ajuste via tentativa e erro buscando obter os melhores resultados para a maior faixa de sinais de entrada. Assim, para os tipos de entrada aplicados (pulso, degrau e duplo degrau) usaram-se os mesmos ganhos de forma a satisfazer os tipos de distúrbios aplicados na viga inteligente. Os valores dos ganhos assumidos são mostrados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Ganhos do controle.

<i>tipo ganho</i>	Mamdani	TSK
g_e	$6 \cdot 10^2$	$95 \cdot 10^3$
$g_{\Delta e}$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5$
g_a	80	8

Os testes do sistema de controle foram realizados com três tipos de distúrbios mecânicos. O primeiro sinal aplicado é na forma degrau de 0.01 N aplicado na ponta livre da viga com piezelétricos durante todo o tempo de simulação (Figura 5.9).

Figura 5.9 – Distúrbio na forma de degrau aplicado na ponta da viga.

A resposta da simulação numérica do modelo de viga com piezelétricos (MEF) a entrada mecânica aplicada é o deslocamento na ponta livre. Nas Figuras 5.10 e 5.11 são mostradas as respostas do sistema sem a ação do controle (malha aberta) e sob a influência do controlador (malha fechada) para os modelos TSK e Mamdani respectivamente.

Figura 5.10 – Deslocamento da ponta livre da viga sem controlador (azul) e usando controlador TSK (vermelho).

Figura 5.11 – Deslocamento da ponta livre sem controlador (azul) e usando controlador Mamdani (vermelha).

Nas Figuras 5.10 e 5.11 pode-se notar que o controlador TSK apresenta resultados melhores que o Mamdani no que diz respeito à redução no nível de vibração. No caso do modelo Mamdani ainda observa-se que o controlador induz uma vibração residual na viga, diferentemente do modelo TSK, onde estas vibrações são suprimidas mais velozmente. Nas Figuras 5.12 e 5.13 o espectro de frequência para os sinais malha aberta e malha fechada para ambos os controladores TSK e Mamdani (Figuras 5.10 e 5.11) são apresentados. Observa-se que ambos os modelos de controladores difuso introduzem amortecimento ao sistema em malha fechada. No caso do modelo Mamdani, observa-se que um alto nível de ruído está associado ao sinal. Na Figura 5.13 nota-se claramente a indução de frequências geradas pelo modelo de Mamdani. Enquanto este tipo de entrada excita apenas uma entrada, como mostra o espectro em frequência do sinal em malha aberta (linha azul), o controlador Mamdani excita uma série de outras frequências. Isto leva à necessidade de melhorar as características desse controlador para a estratégia PD.

Figura 5.12 – Espectro de frequência, malha aberta (azul) e TSK (vermelho).

Figura 5.13 – Espectro em frequência, malha aberta (azul) e Mamdani (vermelho).

Os sinais de controle na entrada dos atuadores são mostrados nas Figuras 5.14 e 5.15. Pelo sinal de controle mostrado no caso do modelo Mamdani, pode-se

observar uma incapacidade de aliviar o sinal após o transiente. Isso pode estar sendo causado pela forma da superfície de decisão (ver Figura 5.6), que apresenta transições mais abruptas.

Figura 5.14 – Sinal de controle usando modelo TSK.

Figura 5.15 – Sinal de controle usando modelo Mamdani.

O segundo sinal de distúrbio aplicado é um duplo degrau. O sinal compõe-se nos primeiros 0,5 s com amplitude 0,01 N e depois decresce instantaneamente para a metade deste valor (0,005 N), como mostra a figura 5.16.

Figura 5.16 – Duplo degrau como distúrbio mecânico na ponta da viga.

Figura 5.17 – Deslocamento vertical da ponta da viga, malha aberta (azul) e TSK (vermelho).

Figura 5.18 – Deslocamento vertical da ponta da viga, malha aberta (azul) e Mamdani (vermelho).

Neste caso novamente o controlador TSK portou-se de uma maneira mais adequada, como era de se esperar, pois o sinal de distúrbio não variou muito daquele mostrado no caso anterior. Pode-se ver nas Figuras 5.19 e 5.20 os espectros em frequência para este caso. Comparando com o caso da entrada degrau vê-se que o sinal apresenta mais ruído, pois aqui os dois degraus excitam com uma pequena diferença na frequência gerando uma resposta com bastante ruído.

Figura 5.19 – Espectro em frequência, malha aberta (azul) e TSK (vermelho).

Na Figura 5.20 os ruídos gerados pela dupla excitação, somam-se aos da excitação gerada pela lei de controle Mamdani, gerando um espectro em frequência com diversas frequências excitadas.

Figura 5.20 – Espectro em frequência, malha aberta (azul) e Mamdani (vermelho).

Os sinais de controle para o modelo TSK e Mamdani são mostradas nas Figuras 5.21 e 5.22, respectivamente.

Figura 5.21 – Sinal de controle (TSK).

Figura 5.22 – Sinal de controle (Mamdani).

O terceiro sinal de distúrbio aplicado é do tipo pulso com amplitude máxima de $0,01\text{ N}$ (ver Figura 5.23). Esta entrada difere das anteriores por ter uma subida e uma queda mais gradual na intensidade aplicada na ponta da viga. Procura-se aqui observar como as estratégias de controle se comportam para distúrbios transientes mais suaves.

Figura 5.23 - Pulso como entrada mecânica na ponta da viga

Os resultados para distúrbio em pulso são mostrados nas Figuras 5.24 e 5.25. Aqui pode se ver a eficiência do controlador. Nos dois tipos de modelo empregado se conseguiu que o valor atingisse o deslocamento nulo, porém, o modelo TSK não induziu novas frequências e obteve uma deflexão menor da viga ao contrário do que ocorreu com o modelo Mamdani.

Figura 5.24 – Deslocamento vertical da ponta da viga, malha aberta (azul) e TSK (vermelho).

Figura 5.25 – Deslocamento vertical da ponta da viga, malha aberta (azul) e Mamdani (vermelho).

A Figura 5.26 apresenta o espectro em frequência do sinal gerado pelo modelo TSK onde é possível observar a grande queda na amplitude de deslocamento mostrando o amortecimento conseguido por esse tipo de controlador. Um certo grau de amortecimento também é conseguido pelo controlador Mamdani, como observado no espectro de frequência da Figura 5.27. Porém, uma composição ainda mais complexa de ruído é observada neste caso.

Figura 5.26 – Espectro em frequência, malha aberta (azul) e TSK (vermelho).

Figura 5.27 – Espectro em frequência, malha aberta (azul) e Mamdani (vermelho).

As curvas de ação de controle produzida pelo controlador difuso TSK e Mamdani apresentam o formato de um pulso, porém, no modelo Mamdani, o controlador induz uma série de outras frequências que não as excitadas pelo pulso. Tais características são apresentadas nas Figuras 5.28 e 5.29.

Figura 5.28 – Sinal de Controle (TSK).

Figura 5.29 – Sinal de Controle (Mamdani).

Observando os resultados para os três tipos de sinais de distúrbio apresentados ao modelo de viga inteligente com um controlador difuso vê-se que o controlador Mamdani não apresentou resultados satisfatórios em nenhum dos sinais apresentados. Ao tentar suprimir o deslocamento na ponta da viga o controlador do tipo Mamdani excita algumas frequências que não haviam sido excitadas pelo sinal de distúrbio mecânico. Isso não indica, porém, que se trata de uma aproximação ineficaz para este caso. Deve-se tentar antes regular e sintonizar todos os parâmetros adequadamente o que pode demandar algum tempo se o operador não for experiente. Por conta disso podem ser efetuadas uma regulagem dos parâmetros via métodos de otimização como por exemplo, através de algoritmo genético. Outro problema identificado foi o baixo ganho do erro no modelo de Mamdani que praticamente coloca este controlador como uma função da variação do erro. Um correto ajuste deste problema não é tão simples quanto parece, pois um pequeno incremento no ganho provoca uma excitação que causa a extrapolação dos valores de entrada para fora dos limites definidos das regras difusas.

O modelo TSK apresentou resultados melhores quando comparados ao modelo de Mamdani. Além disso, permite um ajuste mais simples de seus parâmetros que também não foram desenvolvidos plenamente. Um dos principais defeitos deste controlador apresentado foi sua ineficácia em atingir o deslocamento nulo quando um degrau é aplicado na sua extremidade livre. Isto ocorre em razão do emprego da estratégia PD. Um ajuste mais preciso deste controlador deve ser feito levando-se em conta outros fatores como a mudança das bases de conhecimento e das bases de regras que para efeito de comparação com o modelo de Mamdani foi mantido igual. Assim, procurou-se tentar ajustar os ganhos para obter algum tipo de ação de controle.

5.4 – SUMÁRIO

Este Capítulo trata da montagem do controlador difuso para uma viga inteligente engastada incorporando atuadores piezelétricos colados com medida de deslocamento usando dois tipos de modelagem difusa (Mamdani e TSK). Após

apresentar as hipóteses empregadas na construção do controlador difuso são escolhidos três tipos de sinais (pulso, degrau, duplo degrau) para se conhecer a resposta dos controladores. São analisados os gráficos do deslocamento da ponta livre da viga, da voltagem nos atuadores e do espectro em frequência do sinal de saída da viga em malha aberta e malha fechada (incorporando o controlador).

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

O controle de vibrações de uma estrutura inteligente utilizando controle não convencional via lógica difusa é apresentada neste trabalho. Um modelo em elementos finitos de uma viga inteligente incluindo atuadores piezelétricos é desenvolvido através do princípio variacional eletromecânico. As validações do modelo são também apresentadas, assegurando a capacidade do modelo de viga inteligente para o propósito de controle. Foram utilizados dois modelos difusos para verificar seus desempenhos. O modelo Mamdani e o modelo TSK. A simulação do controle é baseada na aplicação de uma força de distúrbio na ponta de uma viga engastada. Os resultados mostram que os controladores não convencionais via lógica difusa trabalham propriamente na redução dos níveis de vibrações devido a distúrbios mecânicos externos.

Os modelos de controladores foram testados para três formas distintas de distúrbios. Ambos os modelos apresentaram bom desempenho em reduzir os níveis de vibração da viga inteligente, porém o modelo TSK foi o que melhor desempenhou esta tarefa. Os resultados do modelo TSK mostram que o controlador permite uma redução substancial no nível de vibração da viga, introduzindo amortecimento em níveis adequados. Por ser implementado em termos de uma estratégia PD o controlador apresenta algum erro de regime, porém, em níveis considerados satisfatórios para esta investigação.

Quanto ao modelo de Mamdani, observou-se que apesar de também propiciar uma redução nos níveis de vibração, o mesmo acabou por induzir novas frequências ao sistema em malha fechada. Esse comportamento com ruído acabou por prejudicar

o desempenho deste modelo. Ajustes melhores e talvez uma mudança na estratégia de controle para o modelo de Mamdani tornam-se necessárias.

6.1 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.

Investigações futuras da metodologia não convencional de controle poderão prover uma estabilidade ao sistema de malha fechada. Isto inclui estudos na melhoria dos controladores difusos, tais como, implementação de um PID para aumentar o desempenho da resposta transiente e de regime e exploração mais sucinta dos parâmetros difusos, além do desenvolvimento de um controlador baseado em redes neurais artificiais. Ainda os algoritmos genéticos podem ser empregados para otimizar os parâmetros dos ganhos do controlador e dos coeficientes do modelo TSK. Devem ser estudadas também a implementação, a influência e as características de sensores tais como os polímeros e cerâmicas piezelétricas e fibras óticas. Na construção da estrutura principal deve ser objeto de atenção a incorporação dos atuadores e sensores na própria estrutura principal da viga através do uso de materiais compostos. Além disso, pode-se estudar uma outra forma de usar os atuadores. Tal forma é baseada na dissipação de energia e não propriamente na implementação de uma força contrária à vibração. Quanto à modelagem podem ser experimentados outros tipos de elementos finitos como elementos de placas, elementos de transição, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, G.L.; RIBEIRO, J.F. (1999). Controle ativo de vibração usando controladores baseados em lógica fuzzy. In: *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, 15., Águas de Lindóia, 1999. *Anais*.
- AGRAWAL; B. N.; TREANOR, K. E. (1999). Shape control of a beam using piezoelectric actuators. *Smart Material and Structures*, v.8, p.729-740.
- ALLIK, H.; HUGHES, T.J.R. (1970). Finite element method for piezoelectric vibration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.2, p.151-157.
- ALLIK, H.; WEBMAN, K.M.; HUNT, J.T. (1974). Vibrational response of sonar transducers using piezoelectric finite elements. *The Journal of Acoustical Society of America*, v.56, n.6, p.1782-1791.
- BABUSKA, R.; VERBRUGGEN, H.B. (1996). An overview of fuzzy modelling for control. *Control Engineering Practice*, v. 4, n.11, p. 1593-1606.
- BAILEY, T.; HUBBARD, J.E. (1985). Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v.8, n.5, p.605-611.
- BANKS, H.T.; SMITH, R.C.; WANG, Y. (1995). The modeling of piezoceramic patch interactions with shells, plates and beams, *Quarterly of Applied Mathematics*, v.LIII, n.2, p.353-381.
- BARSOUM, R.G. (1997). Active materials and adaptive structures. *Smart Materials and Structures*. v. 6, p. 117-122.
- BATHE, K. ; WILSON, E.L.(1976). *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. New Jersey, Prentice Hall.
- BENJEDDOU, A. (2000). Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey. *Computers & Structures*. v.76, p.347 – 363.
- BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R.L. (1996). *Aeroelasticity*, Dover, New York.
- BLANGUERNON, A.; LÉNÉ, F.; BERNADOU, M. (1999). Active control of a beam using a piezoceramic element, *Smart Material and Structure*, v.8, p.116-124.

- BLEVINS, R.D. (1979). *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Malabar, Robert E. Krieger Publishing Company.
- BOTTOM, V.E. (1968). *The theory and design of quartz crystal units: An introduction to the basic principles of piezoelectricity and their application to the design of quartz crystal units*. Abilene, USA. Mc Murry Press.
- BRAGA, A.P.; CARVALHO, A.C.; LUDERMIR, T.B. (1998). *Fundamentos de redes neurais artificiais*. Trabalho apresentado à XI Escola Brasileira de Computação.
- BRENNAN, M.C.; MCGOWAN, A.M.R. (1997). Piezoelectric power requirements for active vibration control. In. *Annual International Symposium on Smart Structures*, 4., San Diego, California, March 3-6.
- CADY, W.G. (1946). *Piezoelectricity: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals*. New York. McGraw Hill.
- CESNIK, C.E.S. (2000). Active aeroelastic tailoring. *AFOSR Aero Smart 2000*.
- CHATTOPADHYAY, A.; SEELEY, C. E.; JHA, R.(1999). Aeroelastic tailoring using piezoelectric actuation and hybrid optimization. *Smart Material and Structure*, v.8, p.83-91.
- CHEN, S. H.; WANG, Z. D.; LIU, X. H. (1997). Active vibration control and suppression for intelligent structures. *Journal of Sound and Vibration*, v.200, n.2, p.167-177.
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. (1975). *Dynamics of Structures*. New York. McGraw-Hill International Editions.
- CRAIG, R.R. (1981). *Structural Dynamics*. New York, John Wiley.
- CRAWLEY, E. F.; DE LUIS, J. (1987). Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures, *AIAA Journal*, v.25, n .10, p.1373-1385.
- CRAWLEY, E.F. (1994). Intelligent structures for aerospace: A technology overview and assessment. *AIAA Journal*, v.32, n.8, p.1689-1699.
- DAMLE, R.; RAO, V. (1998). Neural network based optimizing controllers for smart structural systems. *Smart Materials and Structures*, v. 7, p. 23-30.
- DAMLE, R.; RAO, V.; KERN, F. (1997). Robust control of smart structures using neural network hardware. *Smart Materials and Structures*, v. 6, p. 301-314.

- D'AZZO, J.J.; HOUPIS, C.H. (1984). *Sistemas de Controle Lineares*. Rio de Janeiro. Guanabara Dois.
- DETWILLER, D.T.; SHEN, H.H.; VENKAYYA, V.B. (1995). Finite element analysis of laminated composite structures containing distributed piezoelectric actuators and sensors. *Finite Elements in Analysis and Design*.v.20, p.87-100.
- DORF, R.C.; BISHOP, R.H. (1995). *Modern Control Systems*. New York. Addison-Wesley Publishing Company.
- FLOWER, H.M. (1995). *High Performance Materials in Aerospace*. London. Chapman & Hall.
- FORSTER, E.E.; YANG, H.T.Y. (1998). Flutter control of wing boxes using piezoelectric actuators. *Journal of Aircraft*, v. 35, n. 6, p. 949-957.
- FRAMPTON, K.D.; CLARK, R.L.; DOWELL, E.H. (1996). Active control of panel flutter with piezoelectric transducers. *Journal of Aircraft*, v. 33, n. 4, p. 768-774.
- FUKUDA, E. (1974). *Piezoelectricity*. São Carlos. Dfcm.
- GANDHI, M.V.; THOMPSON, B.S. (1992). *Smart Material and Structures*. London, Chapman & Hall.
- GHABOUSSI, J.; JOGHATAIE, A. (1995). Active control of structures using neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*. v.121, n.4, p.555-567.
- GIACOVAZZO, C. (1985). *Fundamentals of Crystallography*. Oxford. Oxford University Press.
- GIURGIUTIU, V. (2000). Review of smart-material actuation solutions for aeroelastic and vibration control structures. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. Submitted.
- GUO, N.; CAWLEY, P.; HITCHINGS, D. (1992). The finite element analysis of the vibration characteristics of piezoelectric discs, *Journal of Sound and Vibration*, v.159, n.1, p.115-138.
- GUPTA, M.M.; RAO, D.H. (1993). Dynamic neural units with applications to the control of unknown nonlinear systems. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, v.1, n. 1, p.73-92.

- HA, S.K.; KEILERS, C.; CHANG, F.K. (1992). Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators. *AIAA Journal*, v. 30, n. 3, p. 772-780.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. (1984). *Física 3*. 4.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Ltda.
- HAN, J.H.; CHO, K.D.; YOUN, S.H.; LEE, I. (1999). Vibration and actuation characteristics of composite structures with a bonded piezo-ceramic actuator. *Smart Material and Structure*, v.8, p.136-143.
- HAYKIN, S. (1994). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company.
- HEEG, J. (1993). Analytical and experimental investigation of flutter suppression by piezoelectric actuation. *NASA Technical Paper 3241*.
- HUEBNER, K.H.; THORNTON, E.A. (1982). *The Finite Element Method for Engineers*. New York. John Wiley & Sons.
- HUNT, K.J.; SBARBARO, D. (1991). Neural networks for nonlinear internal model control. *IEE Proceedings-D*, v. 138, n.5, p.431-438.
- HWANG, W.S.; PARK, H.C. (1993). Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators. *AIAA Journal*, v. 31, n.5, p.930-937.
- IKEDA, T. (1990). *Fundamentals of Piezoelectricity*. Oxford, Oxford Science Publications.
- JAFFE, B.; COOK, W.R.; JAFFE, H. (1971). *Piezoelectric Ceramics*. London, Academic Press.
- JAMSHIDI, M.; VADIEE, N.; ROSS, T.J. (1993). *Fuzzy Logic and Control*. New Jersey, Prentice Hall.
- KAGAWA, Y. (1971). A new approach to analysis and design of electromechanical filters by finite-element technique, *The Journal of Acustical Society of America*, v.49, n.5, p.1348-1356.
- KIM, J.; KO, B.; LEE, J.K.; CHEONG, C.C. (1999a). Finite element modeling of a piezoelectric smart structure for the cabin noise problem. *Smart Material and Structure*, v.8, p.380-389.

- KIM, J.H.; CHOI, S.B.; CHEONG, C.C.; HAN, S.S.; LEE, J.K.(1999b). H_{∞} control of structure-borne noise of a plate featuring piezoceramic actuators. *Smart Material and Structure*, v.8, p.1-12.
- KWAK, M.K.; SCIULLI, D. (1996). Fuzzy logic based vibration suppression control experiments on active structures. *Journal of Sound and Vibration*, v. 191, n.1, p.15-28.
- LALLEMAND, B.; CHERKI, A.; TISON, T; LEVEL, P. (1999). Fuzzy modal finite element analysis of structures with imprecise material properties. *Journal of Sound and Vibration*, v.220, n.2, p.353-364.
- LAM, K.Y.; NG T.Y. (1999) Active control of composite plates with integrated piezoelectric sensors and actuators under various dynamic loading conditions. *Smart Materials and Structures*, v. 8, p.223-237.
- LANGHAAR, H.L. (1962). *Energy Methods in Applied Mechanics*. New York. John Wiley.
- LAZARUS, K.B.; CRAWLEY, E.; LIN, C. (1995). Fundamental mechanisms of aeroelastic control with control surface and strain actuation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 18, n. 1, p. 10-17.
- LIM, Y.H.; GOPINATHAN, S.V.; VARADAN, V.V.; VARADAN, V.K.(1999a). Finite element simulation of smart structure using optimal output feedback controller for vibration and noise control. *Smart Material and Structure*, v.8, p.324-337.
- LIM, Y.H.; VARADAN, V.; VARADAN, V.K. (1999b). Closed loop finite element modeling of active structural damping in the time domain. *Smart Material and Structure*, v.8, p.390-400.
- LIMA, J. J. JR. (1999). *Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas*. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- LIN, C.C.; HUANG, H.N. (1999). Vibration control of beam-plates with bonded piezoelectric sensors and actuators. *Computers & Structures*, v. 73, p.239-248.

- MAGHAMI, P.; SPARKS JR., D.W. (1998). Design of neural networks for fast convergence and accuracy. In: *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 39., Long Beach, California, AIAA 98-1780.
- MARQUES, F.D. (1993). *Controle de Vibração em uma Pá de Helicóptero*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- MARQUES, F.D.; NAGAMINE, R.K. (2001). Non-conventional control approach for intelligent structures. In: *AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC Structures, Struc. Dynamics, and Materials Conf. and Exhibit*, 42., Seattle, 2001. AIAA 2001-1683.
- MARTINS, C.A.O.; ROCHINHA, F.A. (1999). Controle de estruturas flexíveis utilizando pastilhas piezelétricas. In: *Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, 15., Águas de Lindóia, 1999.
- MAYHAN, P.; WASHINGTON, G. (1998). Fuzzy model reference learning control: A new control paradigm for smart structures. *Smart Materials and Structures*, v.7, p. 874-884.
- MCGOWAN, A.M.R. (1999). An examination of applying shunted piezoelectrics to reduce aeroelastic response. In: *CEAS/ AIAA/ ICASE/ NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Williamsburg, Virginia, June 22-25, 1999.
- MCGOWAN, A.M.R.; WILKIE, W.K.; MOSES, R.W.; LAKE, R.C.; FLORANCE, J.P.; WIESEMAN, C.D.; REAVES, M.C.; TALEGHANI, B.K.; MIRICK, P.H.; WILBUR, M.L. (1998). Aeroservoelastic and structural dynamics research on smart structures conducted at NASA Langley Research Center. In: *Annual International Symposium on Smart Structures*, 5., San Diego, USA, March 1-5.
- MEIROVITCH, L. (1967). *Analytical Methods in Vibrations*. London. McMillan.
- MEIROVITCH, L. (1970). *Methods of Analytical Dynamics*. New York. McGraw-Hill Company.
- MEIROVITCH, L. (1980). *Dynamics and Control of Structures*. New York. John Wiley & Sons.

- MEIROVITCH, L. (1986). *Elements of Vibration Analysis*. New York. McGraw Hill.
- NAILLON, M.; COURSAINT, R.H.; BESNIER, F. (1983). Analysis of piezoelectric structures by a finite element method. *ACTA Electronica*, v. 25, n. 4, p.341-362.
- NISE, N.S. (1995). *Control Systems Engineering*. New York. Addison-Wesley Publishing Company.
- NITZSCHE, F.; BREITBACH, E.J. (1994). Using adaptive structures to attenuate rotary wing aeroelastic response. *Journal of Aircraft*, v. 31, n. 5, p. 1178-1185.
- NOOR, A.K.; (1991). Bibliography of books and monographs on finite element technology. *Applied Mechanics Review*. v.44, n.6, p.307-317.
- OGATA, K. (1982). *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall do Brasil.
- OHKAMI, Y.; MATUNAGA, S.; YU, Y.; ISHII, A. (1996). Suppression of low frequency structural vibrations using intelligent control methods. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, v. 15, p. 779-792.
- PACK, L.G.; JOSLIN, R.D. (1998). Overview of active flow control at NASA Langley Research Center. *SPIE's Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*, 5., San Diego, California, March 1-5.
- PARTON, V.Z.; KUDRYAVTSEV, B.A. (1988). *Electromagnetoelasticity: Piezoelectrics and Electrically Conductive Solids*. Amsterdam. The Netherlands. Gordon and Breach Science Publishers.
- PATYRA, M.J.; MLYNEK, D.M. (1996). *Fuzzy Logic: Implementation and Applications*. Wiley Teubner.
- PILKEY, W.D.; WUNDERLICH, W. (1994). *Mechanics of Structures: Variational and Computational Methods*. Boca Raton. CRC Press.
- PREUMONT, A. (1997). *Vibration Control of Active Structures*. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
- RAO, S.S.; SUNAR, M. (1994). Piezoelectricity and its use in disturbance sensing and control of flexible structures: a survey. *Applied Mechanics Reviews*, n.4, p.113-123.
- ROSS, T.J. (1995). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. McGraw-Hill International Edition, New York.

- SARAVANOS, D.A. (1999). Damped vibration of composite plates with passive piezoelectric-resistor elements, *J. of Sound and Vibration*, v. 221, n. 5, p. 867-885.
- SCHLACHER, K.; KUGI, A.; IRSCHIK, H. (1998). H_∞ -control of random structural vibrations with piezoelectric actuators. *Computers & Structures*, v.67, p.137-145.
- SPILLMAN JR., W.B.; SIRKIS, J.S.; GARDINER, P.T. (1996) Smart materials and structures: What are they? *Smart Material and Structures*. v. 5, p.247-254.
- TALEGHANI, B.K. (2000). Validation of high displacement piezoelectric actuator finite element models. In. *EOS/ SPIE Symposium on Applied Photonics, Smart Structures and Materials*, Glasgow, Scotland, May 22-25.
- TAYLOR, G.W.; GAGNEPAIN, J.J.; MEEKER, T.R.; NAKAMURA, T.; SHUVALOV, L.A. (1985). *Piezoelectricity*. New York. Gordon and Breach Science Publishers.
- TSAI, M.S.; WANG, K.W. (1999). On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt, *Journal of Sound and Vibration*, v. 221, n. 1, p. 1-22.
- TZOU, H.S.; TSENG, C.I. (1990). Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter systems: a piezoelectric finite element approach, *Journal of Sound and Vibration*, v.138, n.1, p.17-34.
- TZOU, H.S.; TSENG, C.I. (1991). Distributed modal identification and vibration control of continua: piezoelectric finite element formulation and analysis. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. v.113, September, 1991, p.500-505.
- TZOU, H.S.; YE, R. (1996). Analysis of piezoelastic structures with laminated piezoelectric triangle shell elements. *AIAA Journal*, v. 34, n. 1, n. 110-115.
- WANG, L. (1994). *Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis*. PTR Prentice Hall, USA.
- WILKIE, W.K.; BELVIN, W.; PARK, K.K.C. (1996). Aeroelastic analysis of helicopter rotor blades incorporating anisotropic piezoelectric twist actuation, In: *Fall American Society of Mechanical Engineers Congress and Exhibition*, Atlanta, November 17-22. Proceedings. v. 52, p.423-433.

- WU, S.Y.; TURNER, T.L.; RIZZI, S.A. (2000). Piezoelectric shunt vibration damping of F-15 panel under high acoustic excitation. In: *Annual Int. Symp. on Smart Structures*, 7., Newport Beach, California, March 5-9.
- YAGER, R.R.; FILEV, D.P. (1994). *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*, John Wiley & Sons.
- YANG, J.S. (1999). Equations for thick elastic plates with partially electroded piezoelectric actuators and higher order electric fields. *Smart Material and Structure*, v.8, p.73-82.
- YIN, L.; SHEN, Y.; (1997). Strain sensing of composite plates subjected to low velocity impact with distributed piezoelectric sensors: A mixed finite element approach. *Journal of Sound and Vibration*, v.199, n.1, p.17-31.
- ZHANG, X.D.; SUN, C.T. (1999). Analysis of a sandwich plate containing a piezoelectric core. *Smart Material and Structure*, v.8, p.31-40.
- ZADEH, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*. v. 8, p. 338-353.
- ZADEH, L. (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics*, v. 3, p.28-44.

APÊNDICE A

FUNDAMENTOS E TERMINOLOGIA BÁSICA SOBRE MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

Piezeletricidade é a capacidade de um material para desenvolver uma carga elétrica quando sujeito a uma deformação mecânica e vice-versa (JAFFE, *et al.*, 1971). Existe uma grande variedade de materiais que exibem o fenômeno da piezeletricidade, incluindo cristais de quartzo naturais, polímeros semi-cristalinos e cerâmicas policristalinas. Apesar das propriedades desses materiais serem conhecidas desde o século passado, foi apenas durante a década de 70 que um aumento significativo na aplicação industrial ocorreu (por exemplo: filtros de sinal, alarmes sonoros, radares, etc.). O sucesso atingido pelas cerâmicas piezelétricas naturalmente levou a um aumento na pesquisa e aplicação dos mesmos em outras áreas. Atualmente existe um grande interesse em aperfeiçoar as propriedades de cerâmicas piezelétricas como sensores e/ou atuadores mecânicos. Um grande esforço está ocorrendo para se obter materiais piezelétricos razoavelmente baratos os quais sejam de baixo consumo e altos em confiabilidade e resistência às intempéries.

O fenômeno da piezeletricidade ocorre devido a separação espontânea de carga dentro de certas estruturas cristalinas sob as condições certas. Este fenômeno, chamado de polarização espontânea, é causado pelo deslocamento de uma nuvem de elétrons com relação aos centros atômicos individuais, ou seja, um deslocamento dos íons positivos em relação aos íons negativos dentro das células do cristal. Tal situação produz um dipolo elétrico. De forma a induzir o comportamento piezelétrico, o material é polarizado pela aplicação de um campo elétrico intenso. Desta forma, os dipolos moleculares que constituem os cristais do material são alinhados pelo campo elétrico e tendem a manter a polarização induzida. Quando, por exemplo, o material é submetido a uma voltagem na sua direção de polarização, tal material irá alongar-se nesta direção

com contração na direção transversal (estipulada pelo coeficiente de Poisson). O efeito será contrário caso a voltagem seja aplicada na direção oposta da de polarização.

A.1 – PROPRIEDADES BÁSICAS DOS MATERIAIS PIEZELÉTRICOS.

Nesta seção serão apresentadas a terminologia, convenções de sinal, orientação e relações fundamentais das cerâmicas piezelétricas, conforme CADY (1946), JAFFE *et al.* (1971) e TAYLOR *et al.* (1985).

As relações entre os campos elétricos aplicados e as respostas resultantes dependem das propriedades piezelétricas do material, da geometria da peça e da direção da excitação elétrica. As propriedades das cerâmicas piezelétricas variam como uma função da deformação e temperatura.

As direções principais em um material piezelétrico usadas para orientação são identificadas usando-se um sistema de eixos ortogonais, mostrado na Figura A.1. O eixo de polarização ou eixo 3 é aquele paralelo à direção de polarização do material. O *vetor de polarização*, $\vec{P}$, estabelecido durante a fabricação da peça, é representado pelo vetor apontando do pólo positivo para o pólo negativo.

Figura A.1 – Sistema de eixos de orientação para materiais piezelétricos.

Os coeficientes piezelétricos, destinados a relacionar os parâmetros de entrada e saída, usam dois subscritos em suas nomenclaturas. Os *coeficientes de deformação*

piezelétricos, d_{ij} , (também chamados *constantes de deformação*) relacionam a deformação, S , produzida pelo campo elétrico aplicado, E , ou seja:

$$d_{ij} = \frac{S}{E} \quad (m/V) \quad (A.1)$$

O primeiro subscrito, i , dá a direção do campo elétrico associado com a voltagem aplicada, enquanto que o segundo subscrito dá a direção da deformação mecânica sofrida. Assim, d_{33} relaciona a razão de deformação ao longo do eixo 3 com o campo elétrico aplicado na direção 3, assumindo-se que a peça não apresenta nenhuma distorção nas outras direções. Similarmente, d_{31} , relaciona a deformação sofrida na direção 1 devido ao campo elétrico ao longo da direção 3.

Os *coeficientes de campo elétrico*, g_{ij} , (também chamados *constantes de voltagem*) relacionam o campo elétrico produzido por uma tensão mecânica, ou seja:

$$g_{ij} = \frac{E}{\sigma} \quad (Vm/N) \quad (A.2)$$

O *coeficiente de acoplamento*, k , é uma indicação da habilidade dos materiais em converter energia elétrica em energia mecânica. Especificamente, k é dado pela raiz quadrada da razão entre energia mecânica pela energia elétrica. Como regra geral para elementos de flexão, $k_{efetivo} \cong \sqrt[3]{4} k_{31}$.

A *constante dielétrica relativa*, ϵ , é a permeabilidade da cerâmica piezelétrica. A capacitância da cerâmica de acordo com a relação:

$$C = \epsilon \frac{A}{t} \quad (A.3)$$

onde, A é a área de superfície do eletrodo e t é a espessura da camada de material piezelétrico entre os eletrodos.

Algumas constantes para materiais piezelétricos são escritas com sobrescritos para especificar condições de medida mecânica ou elétrica, ou seja: T = tensão constante

(mecanicamente livre); S = deformação constante (mecanicamente engastado); E=campo elétrico constante (eletrodos em curto circuito); D = deslocamento elétrico constante (eletrodos em aberto).

O módulo de Young, C^E , é a razão de tensão necessária para produzir deformação unitária no material, descreve a rigidez da cerâmica piezelétrica em N/m^2 . Devido ao fato de tensão mecânica provocar resposta elétrica proporcional a deformação, o módulo de Young com eletrodos em curto circuito é menor do que no caso de eletrodos em aberto.

A *temperatura Curie* de uma cerâmica piezelétrica é aquela temperatura crítica (em graus Celsius), conhecida também como ponto Curie, a qual representa a máxima temperatura de operação antes que o material sofra perda permanente e completa de atividade piezelétrica.

Atuadores piezelétricos são usualmente especificados em termos de sua deflexão livre e força de bloqueio. *Deflexão livre*, X_f , refere-se ao deslocamento obtido na voltagem máxima recomendada, quando o atuador é livre para mover-se livremente. A *força de bloqueio*, F_b , é aquela exercida na voltagem máxima recomendada quando o atuador está impedido de mover-se. Geralmente, um motor piezelétrico deve mover-se uma quantidade específica e exercer uma força específica, a qual determina seu ponto de operação na curva de força versos deslocamento. O trabalho é maximizado quando a deflexão desenvolvida permite que a metade da força de bloqueio seja exercida.

A resposta no tempo, t_r , de um piezelétrico é baseada na sua frequência de ressonância, F_r . Na prática é conveniente manter o limite de operação em aproximadamente $0.75 F_r$.

Placas de cerâmica piezelétrica podem também apresentar duas camadas de material piezelétrico, sendo que enquanto uma delas se expande quando um campo elétrico é aplicado, a outra se contrai. Essa característica bimórfica as torna ideal para aplicação como atuadores. Placas de piezelétricos, então, podem ser colocadas diretamente na superfície de uma estrutura próximas às regiões de deslocamentos não desejados, sem comprometer as propriedades estruturais. Em *estruturas inteligentes*, um conjunto de placas de cerâmica piezelétrica pode ser usado para o controle de vibrações,

por exemplo: parte dessas placas seriam responsáveis em sentir os deslocamentos, enquanto que o outro grupo de placas funcionariam como motores de flexão (piezelétricos bimorfos), ou atuadores. Idealmente, os movimentos desses atuadores injetariam uma vibração internamente à estrutura que seria igual e oposta àquela inicialmente detectada, de forma que a vibração líquida seja anulada.