Grazieli Luiza Costa Carosio

**Tomografia de Escoamentos Multifásicos por
Sensoriamento Elétrico - Desenvolvimento
de Algoritmos Genéticos Paralelos para
a Solução do Problema Inverso**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Térmica e Fluidos
Orientador: Prof. Tit. Paulo Seleglim Júnior

São Carlos
2008

Aos meu pais, Paulo e Roserlei, com amor,
admiração, respeito e gratidão pelo amor
incondicional e pela compreensão de minha
ausência em muitos momentos.

Agradecimentos

À Deus,

“Tudo posso naquele que me fortalece”.
Fl 4,13

Aos meus pais e às minhas irmãs,

“Agradeço sua amizade que, gentilmente, me permitiram desfrutar. Agradeço sua energia que, positivamente, muitas batalhas me ajudaram a ganhar. Agradeço sua força que, bravamente, conseguiram me emprestar. Agradeço ao seu coração todo amor que puderam me dar”.

Autor Desconhecido

Ao meu namorado, Vinícius,

“For all those times you stood by me. For all the truth that you made me see. For all the joy you brought to my life. For all the wrong that you made right. For every dream you made come true. For all the love I found in you. I'll be forever thankful baby...”.

Diane Warren

Aos meus amigos,

“...Amigo é coisa para se guardar no lado esquerdo do peito. Mesmo que o tempo e a distância digam não, mesmo esquecendo a canção. O que importa é ouvir a voz que vem do coração...”.

Fernando Brant e Milton Nascimento

Aos professores do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC-USP) e da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP),

“O sábio não é o homem que fornece as verdadeiras respostas; é o que formula as verdadeiras perguntas”.

Claude Lévi-Strauss

Aos técnicos e funcionários da EESC,

“Pequenos favores prestados no momento oportuno são os maiores para quem os recebe”.

Demócrito

Ao meu orientador,

“O professor medíocre conta. O bom professor explica. O professor superior demonstra. O grande professor inspira”.

William Arthur Ward

Finalmente, agradeço à FAPESP, processo nº 03/12537-7, pelo apoio financeiro dado a esta pesquisa.

“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível”.

São Francisco de Assis

Resumo

Carosio, G.L.C.(2008). Tomografia de escoamentos multifásicos por sensoria-
mento elétrico - desenvolvimento de algoritmos genéticos paralelos para a solução
do problema inverso. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos,
Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

A tomografia por sensoria-
mento elétrico representa uma técnica de grande poten-
cial para a otimização de processos normalmente associados às indústrias do pe-
tróleo e química. Entretanto, o emprego de técnicas tomográficas em processos
industriais envolvendo fluidos multifásicos ainda carece de métodos robustos e
computacionalmente eficientes. Nesse contexto, o principal objetivo deste traba-
lho é contribuir para o desenvolvimento de métodos para a solução do problema
tomográfico com base em algoritmos genéticos específicos para a fenomenologia do
problema abordado (interação do campo elétrico com o campo hidrodinâmico),
bem como a adaptação do algoritmo para processamento em paralelo. A idéia
básica consiste em partir de imagens qualitativas, fornecidas por uma sonda de
visualização direta, para formar um modelo da distribuição interna do contraste
elétrico e refiná-lo iterativamente até que variáveis de controle resultantes do mo-
delo numérico se igualem às suas homólogas, determinadas experimentalmente.
Isso pode ser feito usando um funcional de erro, que quantifique a diferença entre
as medidas externas não intrusivas (fluxo de corrente elétrica real) e as medidas
calculadas no modelo numérico (fluxo de corrente elétrica aproximado). De acordo
com a abordagem funcional adotada, pode-se modelar a reconstrução numérica do
contraste elétrico como um problema de minimização global, cuja função objetivo
corresponde ao funcional de erro convenientemente definido e o mínimo global re-
presenta a imagem procurada. A grande dificuldade está no fato do problema ser
não linear e mal-posto, o que reflete na topologia da superfície de minimização,
demandando um método especializado de otimização para escapar de mínimos
locais, pontos de sela, mínimos de fronteira e regiões praticamente planas. Méto-
dos de otimização poderosos, como os algoritmos genéticos, embora apresentem
elevado esforço computacional na obtenção da imagem procurada, são melhor
adaptáveis ao problema em questão. Desse modo, optou-se pelo uso de algoritmos
genéticos paralelos nas arquiteturas mestre-escravo, ilha, celular e híbrida (combi-
nando ilha e celular). O desempenho computacional dos algoritmos desenvolvidos
foi testado em um problema de reconstrução da imagem tomográfica de um es-
coamento vertical a bolhas. De acordo com os resultados, a arquitetura híbrida

é capaz de obter a imagem desejada com um desempenho computacional melhor, quando comparado ao desempenho das arquiteturas mestre-escravo, ilha e celular. Além disso, estratégias para melhorar a eficiência do algoritmo foram propostas, como a introdução de informações *a priori*, derivadas de conhecimento físico do problema tomográfico (fração de vazio e coeficiente de simetria do escoamento), a inserção de uma tabela *hash* para evitar o cálculo de soluções já encontradas, o uso de operadores de predação e de busca local. De acordo com os resultados, pode-se concluir que a arquitetura híbrida é um método apropriado para solução do problema de tomografia por impedância elétrica de escoamentos multifásicos.

Palavras-chave: Algoritmo genético paralelo. Escoamentos multifásicos. Otimização. Problema inverso. Reconstrução numérica. Tomografia por impedância elétrica.

Abstract

Carosio, G.L.C.(2008). Multiphase flow tomography by electrical sensing - development of parallel genetic algorithms for the solution of the inverse problem. Ph.D. Thesis - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

Tomography by electrical sensing represents a technique of great potential for the optimization of processes usually associated with petroleum and chemical industries. However, the employment of tomographic techniques in industrial processes involving multiphase flows still lacks robust and computationally efficient methods. In this context, the main objective of this thesis is to contribute to the development of solution methods based on specific genetic algorithms for the phenomenology of the tomographic problem (interaction between electric and hydrodynamic fields), as well as the adaptation of the algorithm to parallel processing. From qualitative images provided by a direct imaging probe, the basic idea is to generate a model of electric contrast internal distribution and refine it repeatedly until control variables resulting from the numerical model equalize their counterparts, determined experimentally. It can be performed by using an error functional to quantify the difference between non-intrusive external measurements (actual electric current flow) and measurements calculated in a numerical model (approximate electric current flow). According to the functional approach, the numerical reconstruction of the electrical contrast can be treated as a global minimization problem in which the fitness function is an error functional conveniently defined and the global minimum corresponds to the sought image. The major difficulty lies in the nonlinear and ill-posed nature of the problem, which reflects on the topology of the minimization surface, demanding a specialized optimization method to escape from local minima, saddle points, boundary minima and almost plane regions. Although powerful optimization methods, such as genetic algorithms, require high computational effort to obtain the sought image, they are best adapted to the problem in question, therefore parallel genetic algorithms were employed in master-slave, island, cellular and hybrid models (combining island and cellular). The computational performance of the developed algorithms was tested in a tomographic image reconstruction problem of vertical bubble flow. According to the results, the hybrid model can obtain the sought image with a better computational performance, when compared with the other models. Besides, strategies to improve the algorithm efficiency, such as the introduction of a

priori information derived from the physical knowledge of the tomographic problem (void fraction and symmetry coefficient of the flow), the insertion of a hash table to avoid the calculation of solutions already found, the use of predation and local search operators were proposed. According to the results, it is possible to conclude that the hybrid model is an appropriate method for solving the electrical impedance tomography problem of multiphase flows.

Keywords: Parallel genetic algorithm. Multiphase flows. Optimization. Inverse problem. Numerical reconstruction. Electrical impedance tomography.

Lista de Figuras

1.1	Aparato para obtenção de imagens do escoamento por meio da TIE.	28
2.1	Procedimento para obtenção de imagens segundo a TIE.	37
2.2	Superfícies de otimização associadas ao funcional de erro com patologias tipo platô e ponto de sela.	52
2.3	Modelo mestre-escravo.	59
2.4	Modelo ilha de populações quase-isoladas.	60
2.5	Modelo celular.	62
2.6	Modelo de AGP híbrido (ilha-celular).	63
3.1	(a) Malha de elementos finitos triangulares; (b) elemento finito triangular.	72
3.2	(a) Domínio discreto contendo o subdomínio $\Omega_{(i,j)}$ (área cinza); (b) elemento do subdomínio $\Omega_{(i,j)}$, cuja distribuição do contraste σ está representada pela numeração local σ_{L1}	76
4.1	<i>Crossover</i> de dois pontos.	83
4.2	Imagens da transição de um escoamento <i>slug</i> para um escoamento a bolhas.	85
5.1	Domínio discretizado, com inclusões e aplicação das condições de contorno que simulam o perfil de excitação diametral.	93
5.2	Comportamento dos modelos paralelos.	97
5.3	Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada modelo paralelo.	98
5.4	Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo dos AGPs. . .	99
5.5	Comportamento do AGPH para cada caso.	104
5.6	Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada caso.	105
5.7	Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo para cada caso.	106
5.8	Tamanho da tabela <i>hash</i> $\times$ número de acertos acumulados da tabela <i>hash</i> , em 50 execuções do AGPH.	108
5.9	Comportamento da tabela <i>hash</i> ao longo das gerações, em uma única execução do AGPH.	109

5.10	Comportamento da tabela <i>hash</i> nas primeiras 100 gerações, em uma única execução do AGPH.	109
5.11	Comportamento do AGPH para cada caso.	113
5.12	Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada caso.	114
5.13	Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo para cada caso.	115
5.14	Curva de convergência do AGPH.	117
A.1	Ferramenta de monitoração do nó mestre.	144
A.2	Ferramenta de monitoração do nó escravo.	145
B.1	Resultados obtidos com o AGP híbrido, considerando modelos diferentes do MEF.	148

Lista de Tabelas

2.1	Relação entre os termos da Genética e dos AGs.	48
5.1	Configuração dos modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido. .	94
5.2	Comparação do desempenho computacional entre os modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido.	96
5.3	<i>Ranking</i> das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.	100
5.4	<i>Ranking</i> das amostras com relação à proporção de sucesso.	101
5.5	Comparação do desempenho do AGPH, com a função objetivo com adição de informação <i>a priori</i> e sem informação <i>a priori</i>	102
5.6	<i>Ranking</i> das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.	107
5.7	Comparação do desempenho computacional do AGPH com a inserção da predação e da busca local.	112
5.8	<i>Ranking</i> das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.	116
A.1	Configuração das arquiteturas mestre-escravo, ilha, celular e serial.	142
A.2	Comparação do desempenho computacional entre as arquiteturas mestre-escravo, ilha, celular e serial.	143
B.3	Média da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, do AGP híbrido para cada solução encontrada durante as 210 execuções.	149

Lista de Abreviaturas

Abreviatura	Descrição
AGs	Algoritmos Genéticos
AGPs	Algoritmos Genéticos Paralelos
AGPC	Algoritmo Genético Paralelo Celular
AGPH	Algoritmo Genético Paralelo Híbrido
AGPI	Algoritmo Genético Paralelo Ilha
AGPME	Algoritmo Genético Paralelo Mestre-escravo
MPICH	Biblioteca de subrotinas de processamento paralelo
2D	Bidimensional
MPI	<i>Message Passing Interface</i>
MDF	Método das Diferenças Finitas
iNR	Método de Newton-Raphson modificado
MEF	Método dos Elementos Finitos
GBCP	Método dos Gradientes Bi-Conjugados
	Pré-Condicionado
GC	Método dos Gradientes Conjugados
NETeF	Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos
TCE	Tomografia por Capacitância Elétrica
TIE	Tomografia por Impedância Elétrica
TRE	Tomografia por Resistência Elétrica
3D	Tridimensional

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
$A_{(e)}$	Área do elemento triangular
$\mathbf{E}$	Campo elétrico
β	Coefficiente de simetria do escoamento
β_{real}	Coefficiente de simetria do escoamento proveniente do modelo experimental
β_{aprox}	Coefficiente de simetria do escoamento proveniente do modelo numérico
a	Coefficiente do polinômio linear
I_n	Componente da corrente elétrica (ou voltagem) na direção do vetor normal $\mathbf{n}$
σ	Contraste elétrico
σ_{aprox}	Contraste elétrico aproximado resultante do modelo numérico
σ_{real}	Contraste elétrico real resultante da montagem experimental, ou mínimo global de e
$\hat{\rho}$	Densidade de carga
$\mathbf{J}$	Densidade de corrente
$\sigma\%_{sucesso}$	Desvio padrão da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações
σ_{AV}	Desvio padrão do número de avaliações da função objetivo
σ_{TP}	Desvio padrão do tempo de processamento do algoritmo, em segundos
$\overline{\phi}$	Distribuição dos potenciais elétricos virtuais
$\overline{\phi}_q$	Distribuição dos potenciais elétricos virtuais em Γ_q
(e)	Elemento triangular
h	Espessura do elemento
$\mathbf{q}$	Fluxo de corrente elétrica
q_{aprox}	Fluxo de corrente elétrica aproximado resultante do modelo numérico

continua...

Símbolo	Descrição
q_{real}	Fluxo de corrente elétrica real resultante da montagem experimental
α	Fração de vazio instantânea do escoamento
α_{real}	Fração de vazio do escoamento obtida pelo modelo experimental
α_{aprox}	Fração de vazio do escoamento obtida pelo modelo numérico
$\partial\Omega$	Fronteira do domínio
Γ_q	Fronteira do domínio em que a condição de contorno de fluxo de corrente é aplicada
e	Funcional de erro ou função objetivo
$\mathbf{N}$	Matriz das funções de forma do elemento
$\mathbf{K}$	Matriz de contraste elétrico global
$\mathbf{k}_{(e)}$	Matriz de contraste elétrico do elemento
$\mathbf{B}_{(e)}$	Matriz de operadores diferenciais dos polinômios lineares da matriz de funções de forma
$\mu_{\%sucesso}$	Média da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações
μ_{AV}	Média do número de avaliações da função objetivo
μ_{TP}	Média do tempo de processamento do algoritmo, em segundos
C	Modelo de calibração
M	Número total de elementos triangulares
N_x	Número total de pontos nodais na direção x
Ωm	Ohms-metro
∇	Operador gradiente
ϕ_{exc}	Perfil de tensões de excitação
ε_o	Permissividade específica
ε_r	Permissividade relativa
ϕ	Potencial elétrico
$\phi_{(e)}$	Potencial elétrico do elemento triangular
σ_{int}	Valor do contraste elétrico dentro das inclusões
σ_{ext}	Valor do contraste elétrico fora das inclusões
σ_G	Valor do contraste elétrico no elemento G segundo a numeração global
σ_{L1}	Valor do contraste elétrico no elemento G segundo a numeração local
Δ	Valor em que os pontos da malha computacional são igualmente espaçados, nas direções x e y
$\mathbf{I}$	Vetor de carregamento elétrico (corrente elétrica imposta ou voltagem imposta)

continua...

Símbolo	Descrição
ija	Vetor de inteiros que contém os índices da coluna dos coeficientes não nulos da matriz global
sa	Vetor de pontos flutuantes que contém os coeficientes não nulos da matriz global
ψ	Vetor de potenciais elétricos nodais
n	Vetor unitário, normal ao domínio Ω
Ω	Volume de sensoriamento ou seção da tubulação submetida à tomografia ou domínio
V	Volume do elemento

Sumário

Resumo

Abstract

1	Introdução	27
1.1	Motivação para o Trabalho	30
1.2	Objetivos	31
1.3	Organização do Texto	32
2	Revisão Bibliográfica	35
2.1	Tomografia por Impedância Elétrica	36
2.1.1	Caracterização do Problema de Tomografia por Impedância Elétrica	38
2.1.2	Técnica de Tomografia por Impedância Elétrica	41
2.1.3	Algoritmos para Reconstrução da Imagem na Tomografia por Impe- dância Elétrica	43
2.2	Algoritmos Genéticos	46
2.2.1	Configuração de Algoritmos Genéticos	49
2.2.2	Solução de Problemas de Tomografia Elétrica de Escoamentos Mul- tifásicos usando Algoritmos Genéticos	54
2.2.3	Algoritmos Genéticos Paralelos	57
2.2.4	Algoritmo Genético Paralelo Híbrido	63
2.3	Considerações Finais	64
3	Formulação do Problema de Tomografia por Impedância Elétrica	67
3.1	Formulação matemática	67
3.2	Matriz de condutividade segundo o Método dos Elementos Finitos . .	72
3.3	Determinação dos Potenciais Elétricos Nodais	75
3.4	Determinação do Fluxo de corrente	78
3.5	Considerações Finais	79
4	Formulação de Algoritmos Genéticos Paralelos aplicado ao Pro- blema Tomográfico	81
4.1	Configuração de Algoritmos Genéticos segundo o Problema Tomográfico	81
4.2	Restrições Físicas do Problema Tomográfico	84
4.3	Estratégias para Melhorar a Eficiência de Algoritmos Genéticos . . .	87
4.4	Considerações Finais	90

5	Testes Numéricos e Resultados	91
5.1	Estudo de Caso	92
5.2	Testes com os modelos paralelos	93
5.3	Testes com penalização da função objetivo	101
5.4	Testes com a Tabela <i>Hash</i>	107
5.5	Testes com a predação e a busca local	110
5.6	Considerações Finais	117
6	Conclusões	119
6.1	Contribuições	122
6.2	Perspectivas	123
	Referências	125
	Apêndice A - Testes com Algoritmos Genéticos Serial e Paralelo	141
	Apêndice B - Testes do Algoritmo Híbrido com Diferentes Malhas Computacionais	147
	Anexo A - Princípio dos Potenciais Virtuais	151

Introdução

O interesse em visualizar a composição interna de um processo ou corpo cujo acesso a dispositivos intrusivos como micro-câmeras é difícil, inviável, ou mesmo impossível, proporcionou o desenvolvimento de métodos de estimação de imagens, com base em alterações de propriedades elétrica, magnética e acústica do material (ou materiais), que compõem o processo (ou corpo) a ser observado.

Atualmente, esses métodos são usados tanto no monitoramento de processos industriais, quanto no auxílio em diagnósticos médicos. Neste trabalho, serão discutidos aspectos relacionados a um destes métodos: a Tomografia por Impedância Elétrica (TIE), com ênfase em aplicações industriais.

A TIE é apropriada aos processos industriais, principalmente por seu baixo custo de instalação e manutenção, simples utilização, por ser suficientemente robusta e por permitir a utilização em ambientes hostis. Com respeito à aplicação industrial, é possível, fazendo uso dessa técnica, avaliar as condições do escoamento no interior de tubos ou a concentração/distribuição de substâncias em tanques, bem como determinar a inversão de fase do escoamento em oledutos. Além disso, essa técnica também pode ser usada para a obtenção de imagens em reatores de agitação, misturadores e separadores, incluindo também o processamento de alimentos e a biotecnologia (DICKIN; WILLIAMS; BECK, 1993; BUTLER; BONNECAZE, 1999; TAPP et al., 2003; BENNETT; WILLIAMS, 2004).

Em desenvolvimento desde a década de 80, a TIE é uma técnica de monitoração não intrusiva, que permite a obtenção de imagens, representando um plano transversal de qualquer seção de uma tubulação, em que cada *pixel* na imagem denota a impedância ou resistividade elétrica estimada.

As imagens são geradas mediante aplicação de um certo padrão de excitação

(diametral, adjacente, etc) de correntes elétricas e medição do perfil de voltagens resultantes por meio de eletrodos posicionados ao redor da tubulação e alinhados em um plano correspondente a uma seção transversal. Esses dados são fornecidos a um computador que deverá processá-los e produzir uma imagem da composição interna do meio sensoriado. O procedimento descrito anteriormente pode ser visto na Figura 1.1.

Figura 1.1: Aparato para obtenção de imagens do escoamento por meio da TIE.

Inicialmente, o procedimento da TIE foi realizado por meio de métodos adaptados da tomografia médica, baseados em sensoriamento por raios-X ou ressonância magnética nuclear (métodos diretos). Porém, na tomografia elétrica, na qual o campo de sensoriamento interage com o meio, essa adaptação é inadequada e produz resultados pouco confiáveis (surgimento de imagens espúrias) ou deficientes em termos de resolução e distinguibilidade (LÁNYI, 1998). Essas são algumas das razões porque as técnicas de tomografia não são intensivamente aplicadas nos processos industriais, apesar da grande possibilidade de otimização que isso pode trazer.

Sob o ponto de vista dos métodos tomográficos de visualização (obtenção de

imagens reais do escoamento), faz-se necessária a solução de um problema inverso na TIE, ou seja, dadas as medidas de voltagem obtidas nos eletrodos, estima-se a distribuição do contraste elétrico da seção da tubulação cuja imagem deseja-se reconstruir.

O problema em questão é não-linear, uma vez que a função que representa a voltagem obtida no contorno da tubulação depende de forma não-linear, tanto da corrente elétrica aplicada nos eletrodos, quanto da distribuição de contraste estimada para a região da tubulação cuja imagem é desejada.

Além disso, o problema é mal-posto, ou seja, a solução é descontínua com relação às voltagens medidas, fazendo com que pequenas variações nas voltagens (ruídos) causem grandes oscilações na imagem obtida (SELEGHIM JR; HERVIEU, 1998; BORCEA, 2002). Essas características proporcionam grande dependência entre a TIE e o algoritmo de reconstrução utilizado para a solução do problema inverso. De acordo com a literatura (VAUHKONEN et al., 1998; KIM et al., 2004; DĚDKOVÁ, 2008), diversos algoritmos são aplicados para resolver o problema de TIE.

Nesse contexto, os projetos desenvolvidos no Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos (NETeF) visam contribuir para o desenvolvimento de uma nova técnica de reconstrução numérica adaptada à fenomenologia do sensoriamento elétrico.

A idéia básica consiste em partir de imagens qualitativas, fornecidas por uma sonda de visualização direta (SELEGHIM JR; HERVIEU, 1998), para formar um modelo da distribuição interna do contrastes elétrico e refiná-lo iterativamente até que variáveis de controle resultantes do modelo numérico se igualem às suas homólogas, determinadas experimentalmente. Isso pode ser feito por meio de um funcional de erro que quantifique a diferença entre as medidas externas não intrusivas (fluxo de corrente elétrica real) e as medidas calculadas no modelo numérico (fluxo de corrente elétrica aproximado).

Trabalhos anteriores (CAROSIO; ROLNIK; SELEGHIM JR, 2004; ROLNIK, 2003) permitiram conhecer em detalhes as principais características topológicas do funcional de erro, sobretudo aquelas associadas ao mau condicionamento intrínseco do problema. Essas características, ditas “patológicas”, são determinantes no desenvolvimento de métodos de otimização capazes de convergir para a solução do

problema em tempo adequado para as aplicações em vista.

Simulações numéricas extensivas realizadas por Carosio, Rolnik e Seleglim Jr (2004) mostraram que a principal patologia do funcional de erro consiste em uma região plana (platô) envolvendo o mínimo global associado à solução. Nessas condições, somente métodos de busca estocástica, como os algoritmos genéticos (AGs), são capazes de convergir para a solução, e mesmo assim de modo bastante lento e a um custo computacional consideravelmente elevado (OLMI; BINI; PRIORI, 2000; ROLNIK, 2003).

1.1 Motivação para o Trabalho

De acordo com a teoria de problemas inversos, a reconstrução numérica da TIE é tratada como um problema de minimização global, cuja função objetivo é um funcional de erro que representa a diferença entre medidas (fluxo de corrente elétrica) reais, obtidas experimentalmente e medidas aproximadas, obtidas numericamente por meio de uma distribuição prospectiva de contraste. O mínimo global do funcional de erro corresponde a imagem procurada.

Métodos de otimização poderosos, como os AGs, não são capazes de obter a imagem procurada em tempo viável (CHO; KIM; LEE, 1999; OLMI; BINI; PRIORI, 2000; ROLNIK, 2003). Isso deve-se à não linearidade e ao mau condicionamento do problema tomográfico que impede a convergência do algoritmo para a solução correta, na presença de “patologias”.

Desse modo, a obtenção da solução (imagem) em tempo apropriado é o principal fator que justifica a necessidade do processamento paralelo, hibridização de modelos de Algoritmos Genéticos Paralelos (AGPs) e introdução de informação *a priori*, proveniente de conhecimento físico do problema tomográfico.

Além disso, uma das justificativas para a realização deste trabalho é o fato de que, na literatura (YORKEY; WEBSTER, 1987; DICKIN; WILLIAMS; BECK, 1993; ETUKE; BONNECAZE, 1998; KIM et al., 2005), a maior parte dos estudos para reconstrução de imagem por impedância elétrica concentra-se no desenvolvimento de métodos diretos de visualização e poucas técnicas encontram-se disponíveis para métodos indiretos.

Os métodos diretos de visualização são aqueles que fornecem a imagem de va-

riações do contraste elétrico (imagens qualitativas), no interior do domínio, sem a necessidade de reconstrução tomográfica, enquanto que os métodos indiretos, também chamados de métodos tomográficos de visualização, fornecem uma imagem de valores absolutos do contraste elétrico (imagens reais), resolvendo o problema inverso.

O algoritmo de otimização com base em AGPs, em estudo neste trabalho, para a obtenção de imagens do escoamento por meio da TIE, está classificado como um método indireto. O tomógrafo de impedância elétrica é simples de usar e muito mais barato do que os tomógrafos de raios-X e ressonância magnética (WILLIAMS; BECK, 1995), tornando-o mais acessível aos centros de pesquisa e indústrias. Além disso, não expõe usuários a qualquer tipo de radiação.

1.2 Objetivos

Neste trabalho propõe-se o desenvolvimento de métodos de solução para o problema tomográfico com base em AGs específicos para a fenomenologia do problema (interação do campo elétrico com o campo hidrodinâmico), bem como a adaptação do algoritmo para execução em paralelo. Esse procedimento é de fundamental importância para a aplicação da técnica proposta em problemas práticos reais. Desse modo, as seguintes metas intermediárias são apresentadas:

- Revisão bibliográfica sobre uso de AGs na solução de problemas inversos mal condicionados e sobre processamento paralelo;
- Programação e testes extensivos de diferentes implementações de AGs e definição de estratégias e parametrização ótimas para o problema estudado;
- Implementação de AGPs, testes extensivos com diferentes estratégias de paralelização;
- Validação da metodologia desenvolvida confrontando-se resultados numéricos com valores experimentais.

O desenvolvimento de um algoritmo otimizado para as condições do problema tratado e implementado de modo a obter a solução (imagem procurada) em tempo viável é, portanto, o objetivo fundamental deste trabalho.

O problema de obtenção da imagem usando a TIE consiste em obter a distribuição do contraste, que equivale à distribuição de condutividade para fluidos condutivos ou permissividade para fluidos isolantes, que minimize a diferença entre o fluxo de corrente elétrica medido nos eletrodos e o fluxo de corrente calculado no modelo computacional, da seção da tubulação (cuja imagem é desejada).

A solução desse problema de otimização é obtida combinando-se um método discreto, em geral o Método dos Elementos Finitos (MEF), e um algoritmo de otimização como AGP. O método adotado neste trabalho para reconstrução da imagem na TIE deverá ser capaz de estimar distribuições absolutas de condutividade ou permissividade, de forma que seja possível diagnosticar características do escoamento, como a inversão de fase.

1.3 Organização do Texto

O uso de AGPs, como método de solução do problema de TIE é abordado neste trabalho. Este trabalho está dividido como segue:

- No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica dos principais temas envolvidos neste trabalho: TIE e AGs.
- No Capítulo 3 são apresentadas a formulação matemática do problema de TIE, tratado como um problema inverso, e a modelagem matemática do domínio (seção da tubulação submetida à tomografia) segundo o MEF.
- No Capítulo 4 são apresentadas a formulação de AGPs aplicados ao problema de TIE, incluindo o modelo de AGP proposto, bem como as restrições derivadas de conhecimento físico do problema tomográfico e as estratégias de melhora de eficiência do algoritmo de otimização.
- No Capítulo 5 são apresentados um estudo de caso, os resultados dos testes numéricos com os AGPs e os resultados dos testes do algoritmo híbrido, com penalização da função objetivo, adicionando informação *a priori*. Os resultados do algoritmo híbrido com a inserção de uma tabela *hash* e os resultados comparando o algoritmo híbrido com a introdução dos operadores de predação e de busca local também são apresentados.

-
- Por fim, são apresentadas as conclusões da pesquisa desenvolvida e suas contribuições, bem como perspectivas para sua continuidade.
 - No Apêndice A são apresentados os resultados dos testes numéricos comparando o desempenho computacional dos AGs serial e paralelo. Os resultados dos testes numéricos com o AGP híbrido, usando malhas computacionais diferentes para resolver o problema de TIE, são apresentados no Apêndice B.
 - No Anexo A é apresentada a dedução do Princípio dos Potenciais Virtuais.

Revisão Bibliográfica

O estudo da tomografia aplicada à área médica, desde a década de 50, e o estudo da tomografia aplicada a processos industriais, desde a década de 80, despertam o interesse de muitos pesquisadores na evolução das técnicas tomográficas.

Os primeiros tomógrafos computadorizados valiam-se de fontes de raios-X, exigindo longo tempo de exposição e, conseqüentemente, não permitindo medidas em tempo real, além do custo elevado e alto risco de segurança. Com a Tomografia Computadorizada, pode-se obter uma imagem por meio de um algoritmo de reconstrução, que utiliza a informação de radiografias de diferentes ângulos em torno da seção do corpo submetida à tomografia (HERMAN, 1980).

Posteriormente, técnicas baseadas em radiação gama, ultra-som, corrente elétrica, campos magnéticos e microondas foram testadas em diversas aplicações de tomografia, tais como em diagnósticos radiológicos, medicina nuclear, cristalografia, prospecção geológica, mapeamento da distribuição de condutividades e de temperaturas interna ao corpo humano (BATES; GARDEN; PETERS, 1983). Henderson e Webster (1978) foram os pioneiros na produção de imagens do corpo humano em termos de suas propriedades elétricas.

Com relação à área industrial, a tomografia por capacitância elétrica (TCE) foi aplicada na geração de imagens de um escoamento multicomponente de poços de petróleo (PLASKOWSKI; BECK; KRAWACZYNSKI, 1987), medição da fração de vazio de gás em leito fluidizado (FASCHING; SMITH JR, 1991) e transporte pneumático (BRODOWICZ; MARYNIAK; DIAKOWSKI, 1993). Essa técnica explora diferentes medidas de capacitância das fases do escoamento e gera imagens da distribuição de permissividade do domínio sensoriado.

A tomografia por resistência elétrica (TRE) fundamenta-se na medida de re-

sistência das fases e produz imagens da distribuição de condutividade do meio sensoriado. A combinação das tomografias por capacitância e resistência deu origem à TIE. O estudo da TIE a fim de gerar imagens de vasos contendo fluidos eletricamente condutores iniciou-se apenas em 1988 (WILLIAMS; BECK, 1995; BECK; WILLIAMS, 1996).

O custo elevado e a lentidão na reconstrução de imagens tomográficas foram resolvidos com o avanço tecnológico dos anos 80. A partir de então, a técnica tomográfica de processos tornou-se eficiente e com custo reduzido.

Entretanto, o acelerado desenvolvimento das técnicas de visualização de escoamentos multifásicos nos anos 90 ocorreu, fundamentalmente, para satisfazer normas de qualidades mais rigorosas, otimização de custos e do uso de insumos energéticos, redução de emissão de poluentes e melhoria das condições de segurança (ROLNIK, 2003).

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica dos temas envolvidos neste trabalho, tais como: a tomografia por impedância elétrica, os AGs e o processamento paralelo objetivando um desempenho otimizado na resolução do problema tomográfico.

2.1 Tomografia por Impedância Elétrica

O princípio de TIE é semelhante ao do tomógrafo computadorizado. Uma fonte injeta voltagem (ou corrente elétrica) - excitação - em eletrodos posicionados sobre a superfície do objeto do qual se quer obter a imagem do interior. Após a excitação, o fluxo de corrente elétrica (ou voltagem) - resposta - é medido no contorno e, a partir desses dados, é calculada a variação do contraste elétrico no interior do objeto (Figura 2.1). A imagem final, que representa o interior de objeto, é a da distribuição do contraste elétrico.

Figura 2.1: Procedimento para obtenção de imagens segundo a TIE.

Assim, o cerne da TIE é descobrir a distribuição do contraste elétrico do objeto (por exemplo, escoamento) por meio de medidas coletadas na fronteira por sensores (eletrodos) e, a seguir, utilizar um computador para reconstruir a imagem do objeto. A distribuição da propriedade plotada em níveis de cinza é usualmente chamada de imagem e pode ser usada para diagnóstico em certas aplicações médicas ou na indústria (DOBSON; SANTOSA, 1994).

As vantagens da TIE são: método não intrusivo, simples, robusto, com custo reduzido de instalação e manutenção, simples utilização e pode ser utilizado em ambientes hostis.

De acordo com a Figura 2.1, o equipamento para TIE pode ser dividido em 4 partes principais: (1) fonte de voltagem (ou corrente elétrica), (2) anel de eletrodos, (3) medidor de corrente elétrica (ou voltagem) e (4) processador central (por exemplo, computador).

Considerando-se a fonte de injeção de voltagem (ou corrente) e configurações para injeção, deseja-se conseguir a maior quantidade de informações independentes com a melhor qualidade possível (SOMERSALO; CHENEY; ISAACSON, 1992). Isso porque a imagem é obtida percorrendo-se todos os eletrodos localizados na fronteira externa do domínio, alterando-se sucessivamente o eletrodo em que se aplica a voltagem e também o eletrodo com potencial nulo (“terra”), de modo que um número suficiente de observações, sob diferentes ângulos, seja alcançado.

As configurações de injeção mais usuais, para uma única fonte de voltagem (ou

corrente), são a adjacente e a diametral. A configuração adjacente consiste em injetar voltagens (ou correntes) iguais e de sinais opostos em eletrodos adjacentes. Na configuração diametral, como o nome sugere, a injeção é feita em eletrodos localizados em posições diametralmente opostas.

Em ambos os casos, o fluxo de corrente (ou voltagem) é medido nos pares adjacentes de eletrodos, excluindo os pares formados pelos eletrodos de injeção. Para N eletrodos posicionados na tubulação, obtém-se $N(N-3)/2$ e $N(N-4)/2$ medidas independentes de correntes (ou voltagens), para as configurações adjacente e diametral, respectivamente.

Segundo Cheney, Isaacson e Newell (1999), existem outras configurações com múltiplas fontes de correntes, que injetam corrente e medem voltagem em todos os eletrodos simultaneamente.

De acordo com Figueroa e Seleglim Jr (2001), a configuração diametral (ou também chamada triangular) possibilita que o campo elétrico atravessasse o volume de sensoriamento sendo mais sensível às mudanças no interior do domínio e assim, capaz de detectar melhor a distribuição do contraste elétrico. Pode-se concluir que a estratégia de excitação tem um profundo efeito na topologia da superfície de erro (CAROSIO; ROLNIK; SELEGHIM JR, 2004; ROLNIK; SELEGHIM JR, 2006).

Em relação à medição de fluxo de corrente (ou voltagens) resultantes da injeção de voltagens (ou corrente), é importante desenvolver medidores precisos e estáveis, que possam controlar a interferência presente em aplicações reais.

Uma vez obtidos os dados, esses são processados e, de acordo com um algoritmo adequado, a imagem do interior do objeto é reconstruída. A escolha de um algoritmo adequado para reconstrução da imagem é feita por meio da caracterização do problema de TIE, que é apresentada a seguir.

2.1.1 Caracterização do Problema de Tomografia por Impedância Elétrica

Os algoritmos de reconstrução de imagens na tomografia devem solucionar classes de problemas: problemas direto e inverso (CENSOR, 1983; LEWITT, 1983). Segundo Silva Neto e Moura Neto (2005), o problema é direto quando o objetivo é calcular a resposta e há conhecimento da excitação e do mecanismo transformador.

Entretanto, quando não há conhecimento da excitação, mas sim do mecanismo transformador e da resposta, diz-se que o problema é inverso.

Finalmente, um problema é dito inverso tomográfico, ou simplesmente tomográfico, quando a incógnita é o mecanismo transformador e excitação e resposta são conhecidos. Por exemplo, de acordo com a Figura 2.1, o problema direto de TIE consiste em simular 3, conhecidos os dados emitidos por 1 e o escoamento entre 1 e 2, enquanto que no problema inverso deseja-se determinar a distribuição do contraste elétrico do escoamento entre 1 e 2 (reconstrução da imagem do escoamento, que se limita ao plano composto pelos eletrodos 1 e 2), dadas as medidas obtidas em 1 e 3.

Apesar da abordagem em termos de excitação e respostas ser simples, problemas inversos, matematicamente, pertencem à classe de problemas mal postos. Segundo Hadamard (1964), um problema é dito bem posto se sua solução obedecer concomitantemente às três condições a seguir:

- Existência - o problema deverá apresentar solução;
- Unicidade - a solução deverá ser única;
- Estabilidade - a solução deverá exibir dependência contínua e suave em relação aos dados de entrada.

A questão da existência da solução justifica-se pelo fato de que fisicamente existe solução e, matematicamente, obtém-se uma solução aproximada. Isso deve-se ao fato de que o modelo matemático pode ter aproximações e existir erros numéricos e experimentais.

Em relação à unicidade, um resultado significativo até o momento, para dimensões maiores ou iguais a três, é para condutividades satisfazendo a condição de Lipschitz (PÄIVÄRINTA; PANCHENCKO; UHLMANN, 2003). Ainda que a unicidade encontre-se garantida, Borcea (2002) concluiu que, geralmente, não é possível a existência de uma fórmula explícita de reconstrução do interior do domínio. Se um problema exhibe múltiplas soluções, as informações que definem o operador são insuficientes para descrevê-lo corretamente. Assim, critérios adicionais baseados em informações realistas da modelagem devem ser adotados.

O atributo da estabilidade é tido como o mais importante, já que é praticamente impossível convergir para a solução sem considerar os efeitos degenerativos do ruído aditivo sobre os dados, o operador, ou até mesmo as limitações impostas pelo caráter iterativo do processamento numérico.

Por fim, os problemas inversos violam a terceira condição de Hadamard por serem intrinsecamente mal condicionados. A avaliação é dita mal condicionada quando um pequeno erro no ponto de avaliação afeta fortemente o valor da função. Já, quando esta é bem condicionada, o valor da função não é afetado significativamente. De acordo com Silva Neto e Moura Neto (2005), um erro no cálculo, por meio de um dado experimental ou de um arredondamento, pode produzir diversos efeitos no resultado final, como redução, permanecer pequeno ou, ainda, ampliação.

Logo, o problema de TIE é intrinsecamente mal condicionado e, desse modo, extremamente sensível na presença de erros tanto de natureza experimental nas medidas, quanto de arredondamento nos dados do processo computacional. Essa sensibilidade é comprovada por Seleglim Jr e Milioli (2001) na resolução de histogramas de diâmetros, a partir do histograma de cordas, obtido de uma sonda de detecção de fase, imersa em escoamento a bolhas. Os autores provaram que erros da ordem de 0,01% em amplitude, nos dados de entrada (cordas), produziram desvios de mais de 100,00% na solução reconstruída numericamente.

Devido ao mau condicionamento, as técnicas de reconstrução clássicas são tidas como impróprias, visto que possuem resolução pobre, baixa distinguibilidade e produzem artefatos que, em geral, violam leis físicas como frações de vazio menores do que 0 ou maiores do que 1 (LÁNYI, 1998).

De acordo com a caracterização do problema tomográfico (problema inverso), pode-se decompor a técnica de TIE em três passos:

- Adotar uma estratégia de sensoriamento (geometria dos eletrodos e protocolo de excitação);
- Obter uma solução inicial para a distribuição de contraste dentro da região estudada;
- Resolver o problema inverso.

A seguir, é apresentada uma breve descrição sobre os três passos acima, que compõem a técnica de TIE.

2.1.2 Técnica de Tomografia por Impedância Elétrica

Com a TIE visa-se obter informações espaciais e temporais do fluido por meio de diversos sensores posicionados ao redor da região de importância.

Contudo, são necessárias algumas considerações antes da escolha do sistema de sensoriamento. A primeira consideração diz respeito ao número de sensores do sistema. Segundo Isaksen (1996) o tomógrafo médico deve ser grande o bastante, pois, usualmente, o paciente é inserido nele, enquanto que o tomógrafo de processos industriais pode conter um número menor de sensores e assim é feita uma quantidade menor de medidas.

A segunda consideração trata-se do tipo de sensores do sistema. Na tomografia médica, usa-se, geralmente, sensores de campo não deformável (*hard field*), que estabelecem um campo confinado e uniforme na região de sensoriamento. Além disso, o campo estabelecido independe da distribuição da propriedade dentro do volume de sensoriamento, como os raios-X. No entanto, a tomografia de processos faz uso, na maioria das vezes, de sensores de campo deformável (*soft field*), que geram um campo não homogêneo e com uma dependência não linear em relação à distribuição da propriedade, por exemplo, os sensores elétricos.

A influência entre o campo elétrico e o meio sensoriado, no uso de sensores, faz com que as linhas equipotenciais (caminho percorrido pela corrente elétrica ou tensão) se deformem em todas as direções. Desse modo, o efeito *soft field* justifica a discrepância entre a imagem real e a gerada por meio de sensores elétricos usando um método tradicional de reconstrução. Essa dificuldade na reconstrução de imagens tomográficas é esclarecida por Reinecke e Mewes (1996).

Visto que os sensores elétricos são sensíveis às mudanças na distribuição do contraste, sua instalação deve permitir que os sinais resultantes de cada sensor dependam da constituição do fluido no interior da região sensoriada. Tradicionalmente são instalados N eletrodos regularmente espaçados ao redor do objeto e um plano (corte) é definido. Em seguida, $N - 1$ eletrodos são definidos para medir concomitantemente tensão ou corrente recebida a fim de gerar $N(N - 1)/2$

medidas independentes e o eletrodo restante é utilizado como fonte de corrente ou tensão.

Logo, a reconstrução se limita ao plano composto pelos eletrodos. Contudo, Metherall et al. (1996) comprovaram que, na prática, objetos externos ao plano de medição perturbam o campo potencial afetando a reconstrução bidimensional ($2D$). Além disso, os autores inferiram que para TIE tridimensional ($3D$) faz-se necessária uma reconstrução tomográfica a partir de dados obtidos de toda a fronteira do volume do objeto.

A adição de eletrodos de guarda obrigando uma distribuição paralela e confinada em um plano do campo sensoriado é uma alternativa proposta por Ma et al. (1997) a fim de contornar o efeito $3D$ da TIE. Entretanto, a técnica obtém sucesso apenas em meios não homogêneos e com restrição no tamanho da inclusão em relação aos eletrodos.

Metherall et al. (1996) desenvolveram uma técnica de sensoriamento $3D$ em que 64 eletrodos estão distribuídos em quatro camadas ao redor do objeto, dos quais 32 são emissores de corrente independentes e 32 são receptores. Considerando o modelo para o problema direto, coleta de dados e algoritmo de reconstrução, a reconstrução tomográfica é inteiramente $3D$. Um sistema de sensoriamento multicamadas para TIE $3D$ foi testado, também, por Pinheiro, Loh e Dickin (1998).

Isaacson (1986), em uma abordagem diferente, define a distinguibilidade de um perfil de injeção de corrente como sendo a capacidade de distinção de duas diferentes distribuições de resistividade usando medidas de voltagem, segundo a equação

$$Distinguibilidade = \frac{\|V_1 - V_2\|}{Q} \quad (2.1)$$

tal que V_1 e V_2 são medidas de voltagem para duas distintas distribuições de resistividade e Q é o perfil de corrente.

Uma estratégia de sensoriamento e de obtenção da solução inicial, para a distribuição do contraste elétrico do meio sensoriado, foi proposta por Seleghim Jr e Hervieu (1998), na técnica de visualização direta. Essa técnica consiste em obter uma imagem qualitativa do escoamento por meio de sinais captados pelos eletrodos, que são plotados diretamente em um sistema de representação apropriado

(sem pós-processamento).

A qualidade da imagem está relacionada ao grau de intrusibilidade aceitável com respeito ao sistema de sensoriamento. Segundo Seleghim Jr e Hervieu (1998), dois requisitos fundamentais devem ser considerados:

- A sonda não deve ser intrusiva, ou seja, objetos de medição não devem ser introduzidos na tubulação, excluindo, assim, o uso de fios proposto por Das e Pattanayak (1993);
- O volume de sensoriamento deve ser limitado, ou seja, o intuito é reduzir os efeitos de média longitudinal e aumentar a resolução nessa direção, restringindo a adoção de eletrodos longos proposta por Huang et al. (1992), e posteriormente por Klug e Mayinger (1994).

A geometria dos eletrodos proposta por Seleghim Jr e Hervieu (1998) consiste em dois eletrodos em forma de anel dispostos ao redor da tubulação. Além disso, ela é baseada no aspecto originalmente escolhido por Asali (1985), e posteriormente por Andreussi (1988).

É importante ressaltar que a sonda de visualização direta apresentada por Seleghim Jr e Hervieu (1998) produz imagens de alta precisão e em tempo real.

Finalmente, com relação à resolução do problema inverso, a literatura (CENSOR, 1983; LEWITT, 1983; BARBER, 1989) aponta dois grupos de métodos para a solução do problema inverso: os algoritmos não-iterativos e os algoritmos iterativos, que são apresentados a seguir.

2.1.3 Algoritmos para Reconstrução da Imagem na Tomografia por Impedância Elétrica

Diversas abordagens na resolução do problema de TIE já foram consideradas tanto do ponto de vista teórico (NACHMAN, 1988; ALLERS; SANTOSA, 1991; VAUHKONEN et al., 1998; TRIGO, 2005), quanto de aplicação específica, como algoritmos de reconstrução de imagens $2D$ (SANTOSA; VOGELIUS, 1990; SMITH; FREESTON; BROWN, 1995; LIMA, 2006), reconstrução de imagens $3D$ (HYRIAC; PIDCOCK, 2000; ROLNIK, 2003), modelos de eletrodos para melhor representação das condições de contorno (GISSER; ISAACSON; NEWELL, 1990) e métodos numéricos com

abordagens determinísticas e estocásticas (YORKEY; WEBSTER, 1987; DĚDKOVÁ, 2008).

Em relação à aplicação da TIE para monitoramento contínuo, sabe-se que para obter 24 quadros por segundo, a cada 40 milisegundos uma nova imagem deve ser reconstruída. Desse modo, o processo desde a aquisição até a apresentação do resultado final deve ser realizado por volta de 40 milisegundos. Logo, pode-se concluir que a rapidez na obtenção da imagem e a qualidade da imagem obtida dependem fundamentalmente do algoritmo de reconstrução.

Com respeito ao algoritmo de reconstrução, existem basicamente dois grupos de algoritmos para a solução do problema inverso de TIE: os não-iterativos e os iterativos.

Os algoritmos não-iterativos são baseados na hipótese de distribuição homogênea do contraste elétrico e em aproximações lineares do problema inverso de TIE (LEWITT, 1983; BORCEA, 2002). Por lidarem com formulações matemáticas não muito complexas e serem rápidos computacionalmente (obtenção de diversas imagens por segundo), esses algoritmos são bastante atraentes, mesmo desconsiderando o efeito da não-linearidade do problema de obtenção de imagem na TIE (CHENEY; ISAACSON; NEWELL, 1999).

De acordo com a literatura (SANTOSA; VOGELIUS, 1990; KOTRE, 1994; AVIS; BARBER, 1995; BAYFORD et al., 1995), o método de *backprojection*, e variantes do método (BARBER; BROWN; FREESTON, 1983), é o algoritmo não-iterativo mais utilizado. Nesse algoritmo, a estimativa da distribuição do contraste elétrico segue um princípio similar ao dos algoritmos de reconstrução usados na tomografia por raios-X, tal que a imagem reconstruída resulta da soma de imagens obtidas na região de equipotenciais relevantes (LEWITT, 1983).

Um algoritmo não-iterativo comum é o algoritmo baseado na obtenção da matriz de sensibilidades. A multiplicação da matriz de sensibilidades pelos valores estimados do contraste elétrico gera os valores de voltagens medidos nos eletrodos (MORUCCI et al., 1994). Desse modo, é possível obter uma imagem, associada à distribuição do contraste elétrico, por meio da inversão da matriz de sensibilidades (GADD; RECORD; ROLFE, 1992).

Os algoritmos iterativos, por sua vez, assumem inicialmente uma distribuição

aleatória do contraste elétrico e para um valor de voltagem (ou corrente elétrica) imposto, determina-se a distribuição do campo interno de tensões (potenciais elétricos) do domínio submetido à tomografia, que, em seguida, é comparada com a distribuição de tensões medida previamente.

A diferença entre as distribuições das tensões (potenciais elétricos) medida e calculada pode ser utilizada para guiar o algoritmo, a fim de que, a cada iteração, seu valor aproxime-se de zero. Desse modo, se esse valor for nulo ou estiver bem próximo de zero, então a distribuição do contraste elétrico obtida pelo algoritmo iterativo é consideravelmente próxima da distribuição real (imagem desejada).

Uma outra abordagem para orientar o algoritmo, no processo iterativo, considera a diferença entre o fluxo de corrente elétrica medido (nos eletrodos) e o fluxo de corrente elétrica calculado pelo algoritmo numérico. De maneira análoga, se o valor dessa diferença (funcional de erro) for nulo ou estiver bem próximo de zero, então a distribuição do contraste elétrico é consideravelmente próxima da distribuição real (imagem procurada).

Logo, pode-se formular o problema inverso de TIE como um problema de otimização em que a distribuição do contraste elétrico é refinada até que o funcional de erro atinja o mínimo global (imagem procurada). Os algoritmos iterativos diferenciam-se pelo modo com que os valores estimados do contraste elétrico são ajustados a cada iteração (BARBER, 1989).

Kim, Webster e Tompkins (1983) desenvolveram um método iterativo que consiste em perturbar a matriz de sensibilidades de modo que, em cada iteração, a distribuição do contraste elétrico estimada seja corrigida. Outros algoritmos iterativos bem conhecidos são os baseados no método de Newton-Raphson (PRESS et al., 1992), tais como o *Modified Newton-Raphson* (YORKEY; WEBSTER, 1987), o *Newton's One Step Error Reconstruction* (CHENEY et al., 1990) e outros (WOO et al., 1993; EDIC et al., 1998).

Diversos algoritmos de reconstrução de imagens aplicáveis à TIE foram propostos (BARBER, 1989; CHENEY; ISAACSON; NEWELL, 1999; BORCEA, 2002), objetivando não só a melhoria na qualidade da imagem, mas também o aumento da velocidade na obtenção da imagem. Por exemplo, os algoritmos iterativos são mais sensíveis a ruídos nos dados fornecidos ao algoritmo e a imagem é ob-

tida em um tempo maior quando comparada a imagem obtida por algoritmos não-iterativos. Entretanto, os algoritmos iterativos permitem estimar os valores absolutos do contraste elétrico com uma precisão maior, pois não usam hipóteses simplificadoras como distribuição homogênea do contraste elétrico e aproximações lineares.

Assim, uma parte dos estudos em TIE concentra-se no desenvolvimento de métodos para obtenção de imagens relativas (distribuição do contraste elétrico estimada a partir de dois instantes diferentes de tempo), e outra para obtenção de imagens absolutas (distribuição do contraste elétrico “congelada” em um dado instante de tempo) (VAUHKONEN et al., 1998). Diversos métodos ainda podem ser explorados para obtenção dessas imagens, tais como os algoritmos baseados no método de Newton-Raphson (YORKEY; WEBSTER, 1987; CHENEY et al., 1990; EDIC et al., 1998), no Filtro de Kalman (VAUHKONEN et al., 1998; TRIGO; GONZALEZ-LIMA; AMATO, 2004) e nos Algoritmos Genéticos (OLMI; BINI; PRIORI, 2000; ROLNIK, 2003).

Visto que o problema inverso é formulado como um problema de otimização, em que a distribuição do contraste elétrico é refinada até que o funcional de erro atinja o mínimo global, na seção seguinte, são apresentados um método de otimização denominado AG e sua aplicação em problemas de TIE. AGs paralelos também são apresentados.

2.2 Algoritmos Genéticos

Um algoritmo é considerado um método heurístico quando fornece soluções sem um limite formal de qualidade, usualmente avaliado de modo empírico em termos de complexidade (média) e qualidade das soluções (REEVES, 1993).

O estudo sobre o desempenho de métodos heurísticos, realizado durante décadas, proporcionou a elaboração de estratégias genéricas para a construção de heurísticas. Essas estratégias são conhecidas como meta-heurísticas (RESENDE; SOUSA; VIANA, 2004).

Meta-heurísticas são heurísticas de busca no espaço de soluções podendo ser classificadas em dois grupos. No primeiro grupo encontram-se os métodos cujo tipo de varredura do espaço de soluções gera um caminho ou trajetória de soluções,

obtida pela transição de uma solução para outra de acordo com os movimentos permitidos pela meta-heurística. Nesse grupo pode-se citar como exemplos a Busca Tabu (GLOVER; LAGUNA, 1993), o *Simulated Annealing* (EGLESE, 1990) e o Algoritmo Guloso (CORMEN et al., 2001).

O segundo grupo compreende os métodos que possuem estratégias de busca capazes de explorar, ao mesmo tempo, várias regiões do espaço de soluções. Assim, ao longo das iterações não se obtém uma trajetória única de busca, visto que novas soluções são encontradas por meio de combinação de soluções anteriores. Os AGs (GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1996) e a *Scatter Search* (GLOVER, 1994) são exemplos de métodos desse grupo.

Os AGs foram criados por Holland (1992) na Universidade de Michigan, na década de 60, e aprimorados posteriormente (décadas de 60 e 70). Inicialmente, Holland não tinha como objetivo gerar um projeto de um algoritmo que solucionasse problemas específicos, mas sim analisar o fenômeno da adaptação ocorrido na natureza e desenvolver ferramentas que importassem mecanismos da adaptação natural para um sistema computacional.

Segundo Holland (1992), os AGs transformam uma população inicial em uma nova população por meio da seleção natural juntamente com os operadores inspirados na genética, ou seja, partem do princípio que indivíduos na população menos adaptados têm grande chance de serem eliminados antes mesmo de gerarem descendentes.

Para a aplicação do AG, o problema deve possuir um espaço de busca no qual residam todas as possíveis soluções, e uma função objetivo para avaliar as soluções produzidas, atribuindo a cada solução uma nota (LACERDA; CARVALHO, 1999).

Otimizar um problema, em termos matemáticos, é encontrar a solução correspondente ao ponto de máximo ou de mínimo da função objetivo, ou seja, maximizando ganho ou minimizando custo. Além disso, Goldberg (1989) sintetizou as principais diferenças entre os AGs e os algoritmos de otimização convencionais, sendo elas:

- Lidar com um conjunto de soluções codificadas e não com as soluções reais;
- Realizar a busca com relação a uma população de soluções e não com apenas uma solução;

- Utilizar informações da função objetivo e não de suas derivadas ou qualquer outro conhecimento;
- Utilizar princípios probabilísticos e não determinísticos.

No contexto de AGs, alguns termos utilizados fazem analogia à biologia real, mais especificamente à Genética, sendo que as principais relações podem ser vistas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Relação entre os termos da Genética e dos AGs.

Terminologia	Genética	AGs
Indivíduo	Trata-se de um membro da população	Trata-se da formação do cromossomo e sua aptidão
Cromossomo	Representa o conjunto de genes que formam o DNA de uma célula	Representa uma solução codificada do problema
Gene	Representa blocos funcionais de DNA que codificam uma proteína em particular e transmitem características aos indivíduos, sendo que cada um é localizado em local determinado do cromossomo	Equivale a um elemento do cromossomo
Alelo	Trata-se das formas que os genes podem assumir, por exemplo, os alelos de um gene que codifica a cor dos olhos são: preto, castanho, verde e azul	Trata-se dos valores que o gene pode assumir, por exemplo, os alelos em uma cadeia de <i>bits</i> são 0 e 1
Genoma	Trata-se do conjunto completo do material genético (união de todos os cromossomos) de um indivíduo	Como os indivíduos, geralmente, possuem um único cromossomo, o genoma é o próprio cromossomo
Genótipo	Representa a composição genética contida no genoma	Representa a informação contida no cromossomo
Fenótipo	Representa as características físicas do indivíduo, tais como cor dos olhos, dos cabelos, tamanho do cérebro, etc	Representa o indivíduo construído por informações do genótipo, ou seja, trata-se do cromossomo decodificado

A flexibilidade presente nos AGs provoca o ajuste de sua configuração, como a escolha apropriada da codificação, a inicialização da população, os operadores de reprodução, etc. A configuração de AGs é apresentada a seguir.

2.2.1 Configuração de Algoritmos Genéticos

Apresenta-se, nesta seção, a configuração de AGs, incluindo a codificação do problema, a inicialização da população, a seleção, os operadores de reprodução e o critério de parada.

Primeiramente, deve-se considerar a representação do problema na implementação do AG, isto é, a representação deve mapear o espaço de soluções no espaço da codificação de maneira que se preservem as características fundamentais do problema original.

A codificação é um dos pontos-chave segundo Gen e Cheng (1997). Uma vez que uma codificação inadequada pode favorecer uma convergência prematura do algoritmo, ou seja, a obtenção de um ótimo local. Um algoritmo, por exemplo, que possua representação binária, aplicado a problemas multidimensionais, de alta precisão, domínios contínuos e que possuam restrições não triviais, produz inconvenientes como elevado tempo computacional para encontrar a solução ótima, quando encontra, e falta de habilidade em operar na presença de restrições não triviais. Entretanto, na codificação real, um indivíduo é codificado como um vetor de pontos flutuantes, o que permite a redução do tempo computacional, visto que o algoritmo não necessita de rotinas de codificação e decodificação (MICHALEWICZ, 1996).

AGs que possuem codificação não-binária são aplicados em muitos problemas de engenharia, tais como: projeto de sistemas de distribuição de energia elétrica (SU; LII, 2002), projeto aerodinâmico de asas de aviões (OYAMA; OBAYASHI; NAKAMURA, 2001), ou ainda telecontrole de mísseis (LIN; LAI, 2001). E são aplicados também em problemas teóricos visando estimar parâmetros da função de distribuição de Weibull (THOMAS et al., 1995) ou treinar redes neurais recorrentes (BLANCO; DELGADO; PEGALAJAR, 2001), e em problemas de TIE (CHO; KIM; LEE, 2001; HSIAO; CHAHINE; GUMEROV, 2001).

Por outro lado, AGs que possuem codificação real, aplicados a problemas de

otimização combinatória (problema de TIE de um escoamento multifásico) e domínios discretos, também possuem inconvenientes como elevado tempo computacional para encontrar a solução ótima e uso excessivo de memória.

Considerando o tamanho da população, tem-se que com uma população pequena o desempenho do AG é baixo, pois o tamanho da amostra do espaço de busca das soluções não é significativo, enquanto que com uma população grande previne-se convergências prematuras, mas, o tempo de execução é alto (OLMI; BINI; PRIORI, 2000; ROLNIK, 2003). Não existe uma regra para se determinar o tamanho ideal da população, mas é comum ser algumas vezes o tamanho do cromossomo para que haja uma boa amostragem do espaço de busca. Para cada problema, é necessário avaliar diversos tamanhos. Problemas com correlações entre as variáveis costumam requerer populações maiores.

A inicialização aleatória dos indivíduos no espaço de solução é o método mais usado na criação da população inicial (ZUBEN, 2004). Apesar disso, se houver conhecimento prévio a respeito do problema, esse pode ser aproveitado na inicialização da população como uma heurística.

Diferentes estratégias de seleção são descritas na literatura (HOLLAND, 1992; GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1996; MITCHELL, 1996), cada uma com possíveis variações dependendo de requisitos matemáticos específicos ou critérios de desempenho computacional.

As estratégias de seleção mais usuais são a seleção por roleta e a seleção por torneio. Na seleção por roleta são definidas probabilidades de seleção proporcionais à aptidão dos indivíduos, de modo que os mais aptos tenham mais chances de serem selecionados. Na seleção por torneio, n indivíduos da população são aleatoriamente selecionados. O indivíduo que obtiver maior valor de aptidão, por exemplo, referindo-se a um problema de maximização, é selecionado.

Com o objetivo de obter um resultado satisfatório, emprega-se os operadores de reprodução que transformam a população ao longo das gerações, podendo manter características dos melhores indivíduos e introduzir diversidade populacional. Os operadores de *crossover* e mutação são os principais operadores usados em AGs.

Segundo a literatura (MICHALEWICZ, 1996; MITCHELL, 1996; GEN; CHENG, 1997), pode-se aplicar o *crossover* para representação binária de várias maneiras:

- Um ponto: a partir de um ponto escolhido aleatoriamente ou heurística-mente as informações genéticas dos pais serão trocadas;
- Multipontos: dois ou mais pontos de cruzamento podem ser utilizados. Trata-se de uma generalização do anterior;
- Uniforme: determina por meio de uma máscara qual a probabilidade de cada gene ser trocado entre os pais.

Na representação em pontos flutuantes, o processo de reprodução para formar a geração sucessora pode ser implementado combinando-se os cromossomos de dois ou mais pais conforme regras específicas. Desse modo, alguns tipos de *crossover* são: *crossover* geométrico (RADCLIFFE, 1990; SPEARS; DE JONG, 1991), *crossover* aritmético (DAVIS, 1991; GEN; CHENG, 1997; ROLNIK; SELEGHIM JR, 2006), *crossover* por recombinação global discreta (EIBEN; SCHIPPERS, 1998) e *crossover* por recombinação quadrática (LIANG; YAO; NEWTON, 1999).

O *crossover*, usualmente, confere ao algoritmo uma característica de busca estocástica local capaz de convergir para uma solução, porém de modo lento e gradual. Contudo, o algoritmo é aprisionado e torna-se incapaz de convergir para a solução correta na ocorrência de patologias como mínimos locais, pontos de sela ou regiões planas circundando a região de atração do mínimo global (ROLNIK, 2003). Algumas dessas patologias podem ser observadas na Figura 2.2.

Figura 2.2: Superfícies de otimização associadas ao funcional de erro com patologias tipo platô e ponto de sela.

Fonte: Rolnik e Seleglim Jr (2006).

A mutação, outro operador de reprodução bastante utilizado, altera aleatoriamente um ou mais genes de um cromossomo. A taxa de mutação é definida como a probabilidade de ocorrência da mutação em um gene. Geralmente, a taxa de mutação é baixa, pois o objetivo é gerar diversidade extra na população evitando uma convergência prematura. Uma taxa de mutação alta pode comprometer a evolução já alcançada pela busca.

Na representação binária, a mutação padrão simplesmente inverte o valor de um gene, por exemplo, se o gene selecionado tem valor 1, então com a mutação, este valor passará a ser 0. Já na representação em ponto flutuante, um ou mais genes, selecionados para a mutação, são alterados segundo um intervalo específico. Esse tipo de mutação é denominada mutação uniforme (MICHALEWICZ, 1996).

O Elitismo, que conserva um certo número de melhores indivíduos para a próxima geração a fim de preservar a evolução do processo, é o mecanismo de seleção mais utilizado para melhorar a convergência do AG (MITCHELL, 1996).

Finalmente, com relação ao critério de parada, usualmente, indica a existência na população de um indivíduo que represente uma solução admissível para o problema, ou, que o número máximo de gerações foi atingido, ou, que não houve mais melhora do algoritmo no processo de convergência.

A possibilidade de introduzir restrições adicionais, representativas de informação conhecida *a priori*, é uma vantagem importante dos AGs, no tocante à solução de problemas inversos mal condicionados. De acordo com Gen e Cheng (1997), diversas estratégias foram propostas para manipular restrições com AGs, tais como:

- **Estratégia de rejeição:** descarta todos os cromossomos inviáveis provenientes do processo evolutivo. Se o espaço de busca é convexo, então esta estratégia funciona bem. Entretanto, para problemas de otimização com restrição, em que a população consiste basicamente de cromossomos inviáveis, tal abordagem apresenta consideráveis limitações;
- **Estratégia de reparação:** transforma um cromossomo inviável em um viável aplicando algum procedimento de reparação. Esse procedimento é facilmente gerado para muitos problemas de otimização combinatória. Porém, um algoritmo de reparação específico deve ser projetado para cada problema particular devido à sua dependência em relação ao problema. Além disso, o procedimento de reparar cromossomos inviáveis, em alguns casos, pode ser tão complexo quanto solucionar o problema original;
- **Estratégia de modificação dos operadores genéticos:** projeta operadores genéticos específicos para o problema, visando manter a viabilidade do cromossomo. Assim, essa estratégia nunca produz soluções inviáveis. Contudo, para problemas com restrições muito severas em que a presença de soluções inviáveis na população é significativa, modificar os operadores genéticos pode ser tão ou mais complexo quanto solucionar o problema original;
- **Estratégia de penalidade:** aplica penalidades às soluções inviáveis por meio da adição de um termo de penalidade à função objetivo, com o intuito de transformar o problema com restrição em um problema sem restrição. Para problemas de otimização com restrição, utiliza-se usualmente essa técnica para manipular as soluções inviáveis. As soluções inviáveis não são rejeitadas ou descartadas. Na verdade, o valor da função objetivo sofre um aumento (para problemas de minimização). Conseqüentemente, as soluções inviáveis têm menor chance de reproduzir e gerar descendentes.

Segundo a literatura (MITCHELL, 1996; KARR; FREEMAN, 1999), AGs são utilizados em diversos problemas científicos e de engenharia, por exemplo:

- Aprendizagem de Máquina: AGs utilizados em aspectos particulares do aprendizado de máquina, como tamanho das redes neurais, controle do aprendizado em classificação dos sistemas e produção de sistemas simbólicos;
- Ecologia: modelar fenômenos ecológicos, co-evolução dos hospedeiros parasitas, simbioses e o fluxo dos recursos;
- Sistemas sociais: empregados no estudo de aspectos evolucionários da sociedade, como a evolução do comportamento social das colônias de insetos e evolução da cooperação e comunicação em sistemas multi-agentes.

No problema de TIE, AGs são aplicados para detectar corrosão em superfície de materiais (MERA; LESNIC, 2005) e para reconstrução de imagens do corpo humano (OLMI; BINI; PRIORI, 2000), por exemplo.

A seguir, são apresentadas possíveis aplicações de AGs, para solução do problema de TIE de escoamentos multifásicos.

2.2.2 Solução de Problemas de Tomografia Elétrica de Escoamentos Multifásicos usando Algoritmos Genéticos

Como visto anteriormente, AGs podem ser usados em diversos problemas científicos e de engenharia (MITCHELL, 1996; KARR; FREEMAN, 1999). Durante os últimos anos, as pesquisas em TIE usando AGs têm priorizado suas aplicações no monitoramento de processos industriais, objetivando não só a melhoria na qualidade da imagem obtida, mas também a rapidez na obtenção da imagem.

Cho, Kim e Lee (1999) comprovaram as potencialidades da aplicação de TIE, para visualização de um escoamento bifásico a bolhas, utilizando-se uma malha de agrupamento adaptativa com base em um AG-*fuzzy*. Especificamente, utiliza-se uma versão modificada do método de Newton-Raphson (iNR) para a reconstrução da imagem (WOO et al., 1993, 1994). Após as 5 primeiras iterações, o iNR é interrompido, os resultados intermediários são analisados e, de acordo com a distribuição do contraste elétrico do meio, três grupos de malhas são definidos: um

grupo que representa o líquido, um grupo correspondendo as bolhas e um grupo que pode representar tanto líquido quanto bolhas.

Realiza-se o processo de agrupamento em duas etapas. Na primeira etapa, o AG é aplicado para classificar a malha de distribuição do contraste proveniente da última iteração do iNR. Na segunda etapa, a classificação *fuzzy* (ZIMMERMANN, 1991) é aplicada, com base na alteração do valor do contraste elétrico de um único grupo de malha ao longo das iterações do iNR, para validar a classificação obtida pelo AG.

Os resultados obtidos por Cho, Kim e Lee (2001) não comprometeram a resolução espacial da imagem e mostraram rapidez na obtenção da solução (imagem obtida em tempo inferior a 2 minutos). Isso deve-se ao fato de que métodos iterativos, como iNR, obtêm rapidamente a imagem e o uso da malha adaptativa baseada em um AG-*fuzzy* não compromete a resolução espacial da imagem.

Entretanto, da maneira como foi formulado o problema (imposição de corrente elétrica nos eletrodos), o algoritmo pode falhar caso haja alguma bolha na parede da tubulação em contato com os eletrodos. Isso porque se houver bolhas (fluido não condutivo) em contato com a parede em que eletrodos estão instalados, a resposta (tensão) a uma excitação em corrente elétrica tenderá ao infinito. Desse modo, para tal aplicação real, o algoritmo não é viável. Para outros tipos de escoamentos, em que não há fluido isolante em contato com a parede da tubulação (por exemplo, escoamento anular), o algoritmo em questão é adequado.

Hsiao, Chahine e Gumerov (2001) desenvolveram um método de otimização (algoritmo híbrido) baseado em AGs (GOLDBERG, 1989) e no método de Powell (ACTON, 1990; PRESS et al., 1992) para resolver o problema inverso de TIE. Além disso, o conceito de otimização de Pareto (CHENG; LI, 1998), aplicado a problemas multiobjetivos de TIE, foi proposto para melhorar o desempenho do AG.

O algoritmo híbrido consiste em executar o AG primeiramente. Após um determinado número de gerações (N_g), o método de Powell é acionado. A melhor solução da população atual do AG é o chute inicial do método de Powell. Se o método de Powell não atinge o critério para o mínimo global, então a rotina de otimização retorna ao AG, que é executado novamente por N_g gerações. Esse processo repete-se até que o critério do mínimo global seja atingido.

Os resultados obtidos por Hsiao, Chahine e Gumerov (2001) mostraram que o AG possui elevado esforço computacional em relação ao método de Powell. Por outro lado, as imagens reconstruídas usando o AG estão mais próximas das imagens reais do que as imagens obtidas pelo método de Powell. Por fim, a imagem reconstruída pelo algoritmo híbrido é melhor (praticamente coincide com a imagem real) do que as imagem obtida pelo AG.

Contudo, Hsiao, Chahine e Gumerov (2001) também adotaram a abordagem de imposição de corrente elétrica nos eletrodos, que como dito anteriormente não é uma abordagem viável.

A resolução do problema inverso de TIE usando apenas AGs foi proposta por Mera, Elliott e Ingham (2002). Nesse estudo, os resultados obtidos pelo AG foram comparados com os resultados obtidos por Lesnic (2001) usando o método de programação quadrática seqüencial. O AG obteve os melhores resultados (imagem reconstruída bem próxima da imagem real), mostrando-se um método eficiente e robusto, para detectar o tamanho e a localização de inclusões (por exemplo, bolhas). Entretanto, nenhuma informação sobre o custo computacional do AG na reconstrução da imagem foi mencionada.

Mera, Elliott e Ingham (2004) também desenvolveram um modelo de redução baseado na malha do Método dos Elementos de Contorno (WROBEL; ALIABADI, 2002) para aumentar a taxa de convergência do AG (MERA; ELLIOTT; INGHAM, 2003), usado para resolver o problema inverso de TIE. Esse método é uma variação do AG ilha proposto por Eby et al. (1997). A idéia é que o modelo de redução pré-avaliar os cromossomos gerados pelo AG e, então, decida quais cromossomos devem ser avaliados pelo AG.

Desse modo, espera-se detectar eficientemente, do ponto de vista de tempo computacional, uma inclusão (por exemplo, uma bolha de ar) em um círculo (por exemplo, seção transversal de uma tubulação). Os resultados obtidos por Mera, Elliott e Ingham (2004) mostraram que o AG proposto é um método robusto e eficiente para detectar o tamanho e a localização de inclusões. Entretanto, o tempo médio de execução do AG para resolver o problema tomográfico foi de 4 horas. Logo, dependendo da aplicação industrial, o algoritmo descrito anteriormente é inviável.

Rolnik e Seleglim Jr (2006) desenvolveram um AG especializado ao problema de TIE de um escoamento bifásico. Nesse trabalho, informações *a priori*, derivadas de conhecimento físico do problema tomográfico, foram introduzidas no AG. Essas informações (fração de vazio instantânea do escoamento e coeficiente de simetria do escoamento) foram introduzidas no AG por meio das estratégias de reparação e de penalidade (GEN; CHENG, 1997). Além disso, vários perfis de excitação (Dirac, Piramidal e Dirac-estrudado) foram considerados.

Os resultados obtidos por Rolnik e Seleglim Jr (2006) mostraram que o perfil de excitação afeta a superfície de otimização. O perfil piramidal apresentou os melhores resultados, em relação ao aumento da convergência do algoritmo, para a reconstrução correta da imagem. Os resultados obtidos, considerando a introdução de informação *a priori*, mostraram um considerável aumento na convergência do AG para a solução correta (imagem desejada). Contudo, o AG apresentou um elevado esforço computacional para reconstruir a imagem e, dependendo da aplicação, o algoritmo pode ser considerado inadequado.

Uma alternativa interessante para reduzir o custo computacional é a utilização de programação paralela. Resultados obtidos por Woo et al. (1993), considerando-se o método de Newton-Raphson modificado com programação paralela, mostraram redução do tempo total de execução do algoritmos de horas para minutos.

De acordo com a reconstrução numérica da TIE, tratada como um problema de minimização global, AGs não são capazes de obter a solução (imagem procurada) em tempo viável. Entretanto, AGs podem ser inseridos em arquiteturas paralelas e, desse modo, reduzir o tempo computacional na solução do problema tomográfico. Os AGs paralelos são apresentados a seguir.

2.2.3 Algoritmos Genéticos Paralelos

AGs quando inseridos em uma arquitetura de computação paralela são chamados de Algoritmos Genéticos Paralelos (AGPs). De acordo com Alander (1996), é crescente o número de publicações sobre AGPs nos últimos anos.

A paralelização dos AGs, segundo Tomassini (1999), é um modo eficaz de melhorar o tempo de execução do algoritmo, uma vez que ao serem aplicados a problemas complexos e de grande porte, tornam-se bastante lentos. O intuito é

que, ao compartilhar o processamento entre n nós, o algoritmo execute aproximadamente n vezes mais rápido que o algoritmo sequencial. Esse aumento de velocidade observado ao se executar um determinado processo em n (dois ou mais) nós em relação à execução deste processo em um único nó é denominado *speedup*.

Entretanto, considerando que obter um *speedup* n , na prática, é muito difícil, o resultado de boas implementações é possível devido ao ganho de tempo de processamento pela distribuição do esforço computacional entre os nós e às vantagens do próprio ambiente paralelo possibilitando analogias com a evolução natural existente em populações distribuídas espacialmente.

Diversos exemplos de implementações paralelas podem ser encontrados na literatura, sendo que a maior parte deles utilizam a abordagem de “dividir-para-conquistar” no AG de maneiras diversas. Alguns métodos utilizam uma única população, enquanto outros particionam a população em várias subpopulações relativamente isoladas. Outros, ainda, utilizam partes específicas da estrutura do AG, como a avaliação ou a reprodução, na paralelização.

Os três modelos principais de AGPs, segundo a literatura (GORDON; WHITLEY, 1993; ADAMIDIS, 1994; CANTÚ-PAZ; GOLDBERG, 2000; CANTÚ-PAZ, 2000), são os modelos de paralelização global, granularidade grossa e granularidade fina.

O modelo denominado de AGP global é caracterizado por AGs que executam a rotina de avaliação dos indivíduos (soluções prospectivas do problema de TIE) dentro do ambiente paralelo. A principal vantagem desse modelo é o melhor aproveitamento do poder computacional paralelo, visto que, o maior consumo de tempo do AG, na maioria dos problemas reais, é empregado na avaliação dos indivíduos.

O modelo mestre-escravo, representado pela Figura 2.3, consiste na avaliação simultânea dos indivíduos por meio da utilização dos diversos nós. Segundo Cantú-Paz (1998), o nó mestre, responsável pela execução do ciclo principal do AG, envia p indivíduos a serem avaliados para n nós escravos disponíveis. Uma vez obtido o *fitness* (ou valor de aptidão) de cada indivíduo, o nó mestre prossegue com a execução do ciclo principal realizando os processos de seleção e evolução a fim de obter a próxima geração de indivíduos. Entretanto, o número de nós escravos é

freqüentemente menor do que o número de indivíduos da população exigindo uma distribuição igualitária dos indivíduos entre os n nós.

Figura 2.3: Modelo mestre-escravo.

A implementação do AGP global é apresentada no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Pseudo-código do Algoritmo Mestre-Escravo

Inicialize a população de indivíduos

Para todos os indivíduos **faça** em paralelo

Avalie os indivíduos

Fim do faça em paralelo

Enquanto o critério de parada não é satisfeito **faça**

Selecione os indivíduos mais aptos para cruzamento

Gere descendentes

Mute os indivíduos com probabilidade P_{mut}

Para todos os indivíduos **faça** em paralelo

Avalie os indivíduos

Fim do faça em paralelo

Fim do enquanto

O algoritmo paralelo trivial, um primeiro tipo de AGP de granularidade grossa, utiliza os nós para executar problemas independentes inferindo que a comunicação entre os nós é usualmente desnecessária. É um método muito útil, dada a natureza estocástica do AG, pois permite gerar estatísticas de desempenho por meio da execução de diversas versões do mesmo problema com populações iniciais distintas.

A execução de várias versões do mesmo problema com diferentes parâmetros (tamanho da população, número de gerações, taxas de *crossover* e mutação) do AG é outra maneira de paralelização que pode reduzir consideravelmente o tempo de execução.

As observações de ambientes naturais isolados (por exemplo, ilhas), evidenciando o surgimento de espécies adaptadas às particularidades do seu ambiente, originaram um modelo capaz de melhorar a performance dos AGPs e obter soluções melhores, oriundas de várias populações concorrentes, do que as obtidas por uma única população. Este modelo, também de granularidade grossa, é denominado ilha.

O modelo ilha possui subpopulações, separadas fisicamente, que trocam informações a fim de que alguns indivíduos migrem de uma população para outra segundo um padrão estabelecido (MARTIN; LIENIG; COHOON, 1997; CANTÚ-PAZ, 2000). A idéia principal é manter a diversidade da população durante o processo de convergência. Além disso, espera-se que as diversas subpopulações explorem partes distintas do espaço de busca.

A estrutura seqüencial do AG é mantida, adicionando somente o operador de migração responsável pelo envio dos indivíduos entre as subpopulações. Se a migração ocorre entre subpopulações vizinhas bem próximas o modelo é chamado *stepping stone* (TOMASSINI, 1999). O modelo descrito neste parágrafo pode ser visto na Figura 2.4.

Figura 2.4: Modelo ilha de populações quase-isoladas.

A implementação do AGP ilha é exemplificada pelo Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Pseudo-código do Algoritmo Ilha

Inicie P subpopulações, cada uma de tamanho N Número de gerações $\leftarrow 1$ **Enquanto** o critério de parada não é satisfeito **faça** **Para cada** subpopulação **faça** em paralelo

Avalie e selecione indivíduos de acordo com a aptidão

Se o número de gerações for múltiplo da frequência **então** Envie $k < N$ indivíduos mais aptos para uma subpopulação vizinha Receba k indivíduos na subpopulação **Fim do se**

Gere descendentes

 Mute os indivíduos com probabilidade P_{mut} **Fim do faça** em paralelo Número de gerações $\leftarrow$ número de gerações + 1**Fim do enquanto**

A variável frequência no pseudo-algoritmo acima representa o número de gerações necessárias antes da troca de indivíduos. A substituição dos k piores indivíduos da subpopulação por outros k indivíduos vindos da migração é o método de substituição mais usual. Além disso, o tamanho da subpopulação, a frequência de troca, o número k de indivíduos migrantes e a topologia de migração são parâmetros que precisam ser ajustados adequadamente.

Finalmente, um modelo de granularidade fina bastante conhecido é o modelo de malha ou AGP celular (CANTÚ-PAZ, 2000). De acordo com Tomassini (1999), o nome celular vem da semelhança com os autômatos celulares com regras de transição estocásticas. Esse modelo consiste em dispor os indivíduos sobre uma forma toroidal, como uma malha unidimensional ($1D$) ou $2D$, com um indivíduo em cada posição da malha.

A avaliação é realizada simultaneamente para todos os indivíduos, enquanto que a seleção e reprodução são realizadas localmente dentro de uma pequena vizinhança. Em outras palavras, os indivíduos são divididos e enviados com sua respectiva vizinhança para os nós disponíveis, onde posteriormente serão avaliados e reproduziram. Essas porções semi-isoladas de indivíduos geneticamente homogêneos emergem por meio da grade como resultado de uma lenta difusão individual (TOMASSINI, 1999).

O modelo de AGP celular é exemplificado pela Figura 2.5.

Figura 2.5: Modelo celular.

A implementação do AGP celular é apresentada no Algoritmo 3.

Algoritmo 3: Pseudo-código do Algoritmo Celular

Para cada célula i na malha **faça**

 Gere um indivíduo aleatório i

Fim do faça

Número de gerações $\leftarrow 1$

Enquanto o critério de parada não é satisfeito **faça**

Para cada célula i **faça** em paralelo

 Avalie o indivíduo i

 Selecione um indivíduo vizinho j

 Gere descendentes por meio de i e j

 Atribua um dos descendentes a i

 Mute i com probabilidade P_{mut}

Fim do faça em paralelo

 Número de gerações $\leftarrow$ número de gerações + 1

Fim do enquanto

Dada a natureza espacial do sistema, a seleção por torneio é a abordagem mais empregada no processo de selecionar um indivíduo, na vizinhança do indivíduo central, para o cruzamento. As interações entre vizinhos e as movimentações amplas de alguns indivíduos seguindo mecanismos de passeio aleatório, quando inseridas ao modelo, podem torná-lo mais dinâmico (CANTÚ-PAZ, 2000).

No entanto, conforme a evolução das espécies na natureza, um AGP com múltiplas subpopulações distribuídas, regras locais e iterações é um modelo muito

mais realístico do que um AG possuidor de uma única grande população. Além disso, a convergência dos AGs tradicionais dificulta a variabilidade de altas pontuações de *fitness*, já que, em uma única população o indivíduo com a melhor pontuação é mantido pela seleção.

Oussaidène et al. (1997) apontam a migração como uma solução para o problema de futuras adaptações da população, visto que a migração entre populações distintas insere variedade genética nas subpopulações.

De acordo com a literatura (CANTÚ-PAZ, 1998; ALBA; TROYA, 1999; CANTÚ-PAZ; GOLDBERG, 2000), a hibridização de AGPs podem reduzir o tempo de execução do algoritmo mais do que o emprego de cada modelo isolado. A seguir, é apresentada uma possível hibridização de AGPs para resolver o problema inverso de TIE, formulado como um problema de otimização.

2.2.4 Algoritmo Genético Paralelo Híbrido

As implementações de AGPs híbridos, segundo a literatura (CANTÚ-PAZ, 1998; ALBA; TROYA, 1999; CANTÚ-PAZ; GOLDBERG, 2000), podem reduzir o tempo de execução do algoritmo mais do que o emprego de cada modelo isolado. De acordo com o problema inverso de TIE, formulado como um problema de otimização, apresenta-se uma possível hibridização de AGPs. Essa hibridização, representada pela Figura 2.6, combina características dos modelos ilha e celular, descritos anteriormente.

Figura 2.6: Modelo de AGP híbrido (ilha-celular).

Em específico, as subpopulações no algoritmo híbrido trocam informações, para que os indivíduos mais aptos migrem de uma população para outra, segundo um padrão estabelecido. Cada indivíduo ocupa uma posição da malha $2D$. Todos os indivíduos são avaliados simultaneamente. A seleção e a reprodução ocorrem localmente dentro de uma pequena vizinhança.

A implementação do AGP híbrido é apresentada no Algoritmo 4.

Algoritmo 4: Pseudo-código do Algoritmo Híbrido

Inicie P subpopulações, cada uma de tamanho N

Para cada célula i na malha **faça**

 Gere um indivíduo aleatório i

Fim do faça

Número de gerações $\leftarrow 1$

Enquanto o critério de parada não é satisfeito **faça**

Para cada subpopulação **faça** em paralelo

 Avalie e selecione indivíduos de acordo com a aptidão

Se o número de gerações for múltiplo da frequência **então**

 Envie $k < N$ indivíduos mais aptos para uma subpopulação vizinha

 Receba k indivíduos na subpopulação

Fim do se

Para cada célula i **faça**

 Selecione um indivíduo vizinho j

 Gere descendentes por meio de i e j

 Atribua um dos descendentes a i

 Mute i com probabilidade P_{mut}

Fim do faça

Fim do faça em paralelo

 Número de gerações $\leftarrow$ número de gerações $+ 1$

Fim do enquanto

2.3 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentada uma breve revisão dos principais temas abordados neste trabalho: tomografia por impedância elétrica e algoritmos genéticos.

A TIE consiste em visualizar a composição interna de um corpo ou processo por meio de medidas externas não intrusivas. Especificamente, aplica-se um campo elétrico de excitação sobre a fronteira externa e mede-se a resposta sobre esta mesma superfície. Esses dados são fornecidos a um computador que

deverá processá-los e produzir uma imagem da composição interna do meio sensoriado. Essa imagem tem resolução baixa, quando comparada à imagem obtida por outras técnicas (por exemplo, tomografia por raio-X). Por outro lado, a técnica de TIE possui baixo custo de instalação e manutenção, simples utilização e pode ser utilizada em ambientes hostis.

As habilidades em permitir “escapar” de mínimos locais e regiões praticamente planas e a facilidade de implementação em arquiteturas paralelas justificam a adoção de AG como meta-heurística para resolução do problema em questão.

No capítulo seguinte, são apresentadas a formulação do problema de TIE, incluindo as formulações do problema direto e do problema inverso, e a modelagem matemática da seção submetida à TIE, usando o MEF para discretizar o domínio (região cuja imagem é desejada).

Formulação do Problema de Tomografia por Impedância Elétrica

A formulação do problema de TIE é dada por uma equação diferencial parcial e por condições de contorno adequadas, simulando o processo de estímulo e resposta (ou excitação e medição). Esse problema é tratado como um problema inverso, visto que a distribuição do contraste elétrico (condutividade para fluidos condutivos ou permissividade para fluidos isolantes) não pode ser acessada diretamente por meio da formulação diferencial. Desse modo, dados experimentais são confrontados com a formulação matemática, construindo um funcional de erro cujo mínimo absoluto corresponde à imagem procurada. Logo, simula-se a distribuição do contraste elétrico em um plano bidimensional ($2D$), com o uso do MEF e de um algoritmo de otimização (AGP). Este capítulo apresenta as formulações dos problemas direto e inverso. A modelagem matemática da seção submetida à TIE, usando o MEF para discretizar o domínio (região cuja imagem é procurada), também é apresentada.

3.1 Formulação matemática

O emprego de um campo de excitação sobre a fronteira externa de uma superfície e o cálculo da resposta sobre esta mesma superfície permitem o mapeamento da composição de um fluido multifásico por meio de sensoriamento elétrico. Considerando-se um domínio fechado, no caso um corte transversal da tubulação, e assumindo-se que o meio (fluido bifásico, por exemplo) possui característica puramente condutiva, o campo eletrostático resultante obedece as equações de Maxwell. Para reduzir a complexidade do problema, no caso da TIE, algumas

hipóteses simplificadoras são adotadas. A frequência da corrente elétrica aplicada é considerada baixa e admite-se o domínio como um condutor iônico. Assim, o desacoplamento entre os problemas hidrodinâmico e elétrico se dá, uma vez que o progresso da distribuição interna das fases, por causa do fluido, é muito mais lento do que o tempo necessário para que as variáveis de medidas se estabeleçam. Conseqüentemente, considera-se nulo todos os gradientes em relação ao tempo e aplica-se o estado estacionário das equações de Maxwell (HAYT, 1986)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\hat{\rho}}{\varepsilon_r \varepsilon_o}, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad (3.2)$$

tal que ∇ é o operador gradiente, $\mathbf{E}$ é o campo elétrico, $\hat{\rho}$ é a densidade de carga, ε_r e ε_o são, respectivamente, as permissividades relativa e específica.

O campo elétrico $\mathbf{E}$ pode ser escrito em termos do potencial elétrico (ϕ)

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi. \quad (3.3)$$

Substituindo a equação (3.3) na equação (3.1), obtém-se a equação de Poisson

$$\nabla^2\phi = -\frac{\hat{\rho}}{\varepsilon_r \varepsilon_o}. \quad (3.4)$$

Pode-se escrever a equação (3.4) em termos de condutividade. Para tanto, considere a forma geral da Lei de Ohm para um ponto no interior de um meio condutor

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}, \quad (3.5)$$

tal que $\mathbf{J}$ e σ representam a densidade de corrente e a condutividade, respectivamente. Como não há fonte de corrente interna, tem-se

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.3) na equação (3.5) e considerando a equação (3.6), obtém-se a versão simplificada da equação de Maxwell

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad \text{em } \Omega, \quad (3.7)$$

em que ϕ e σ representam, respectivamente, o potencial elétrico e o contraste elétrico (condutividade ou permissividade), e Ω denota o domínio do problema

ou, fisicamente, o volume de sensoriamento. Existe um número infinito de distribuições ϕ que resolvem a equação (3.7). Assim, condições de contorno, que determinam alguns parâmetros de controle na superfície do domínio, são aplicadas para limitar o número de soluções (HAYT, 1986). Maiores detalhes sobre as condições de contorno são apresentados a seguir.

A interação entre o domínio Ω e o ambiente externo ocorre por meio de seu contorno $\partial\Omega$ e é definida pelas relações entre excitação e resposta elétricas. Em termos práticos, isso pode ser feito aplicando uma distribuição de tensões elétricas sobre o contorno e medindo a distribuição de correntes elétricas resultantes ou, ao contrário, injetando-se correntes e medindo as tensões resultantes. Apesar de menos usual, há uma terceira possibilidade que consiste em realizar ambas as coisas contudo em partes complementares do contorno. Neste trabalho, considerou-se apenas o primeiro caso, cuja transcrição na terminologia matemática adotada é dada por

$$\phi(\xi, \eta) = \phi_{\text{exc}}(\xi, \eta) \quad \text{para } (\xi, \eta) \in \partial\Omega, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{q}(\xi, \eta) = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n}|_{\xi, \eta} \quad \text{para } (\xi, \eta) \in \partial\Omega. \quad (3.9)$$

Nas equações (3.8) e (3.9), ϕ_{exc} denota o perfil de tensões de excitação (também chamada de condição de Dirichlet ou essencial no jargão matemático), $\mathbf{q}$ representa o fluxo resultante (condição de Neumann ou natural) e $\mathbf{n}$ é o vetor unitário, normal ao domínio Ω e orientado para fora. É válido salientar que, fisicamente, considerando-se um problema capacitivo, ϕ_{exc} representa tensões em Volts, $\mathbf{q}$ denota cargas elétricas em Coulomb e σ corresponde a permissividade, que é adimensional, enquanto que para um problema resistivo, ϕ_{exc} também denota tensões em Volts, $\mathbf{q}$ representa correntes elétricas em miliAmpère e σ representa condutividade em $(\Omega m)^{-1}$.

Considerando-se a reconstrução tomográfica, ϕ_{exc} e $\mathbf{q}$ são essenciais, uma vez que geram um par conjugado pelo contraste interno, associado diretamente à distribuição das distintas fases do escoamento no interior do volume de medida Ω . Em termos mais exatos, a relação entre excitação, contraste e resposta pode ser definida por meio do operador formal (problema direto)

$$\mathbf{q} = \mathfrak{Z}[\phi_{\text{exc}}, \sigma], \quad (3.10)$$

cujas ações são a de transformar a condição de Dirichlet em condição de Neumann referentes ao mesmo problema de valor de contorno. Enquanto que a reconstrução de σ tendo como dados ϕ_{exc} e $\mathbf{q}$ é dada pela inversão de $\mathfrak{S}$ (problema inverso)

$$\sigma = \mathfrak{S}^{-1}[\phi_{exc}, \mathbf{q}]. \quad (3.11)$$

Em termos matemáticos isso quer dizer que, no problema direto o contraste σ é conhecido e ϕ , o potencial elétrico, é obtido unicamente pela equação diferencial (3.7) e por uma das condições de contorno, equação (3.8) ou (3.9) (no caso da condição de Neumann, é obtido a menos de uma constante). Todavia, no problema tomográfico σ e ϕ são desconhecidos e devem ser obtidos por meio da equação (3.7) e da imposição simultânea das condições de contorno, equações (3.8) e (3.9).

De acordo com a equação (3.10), pode-se obter o funcional de erro, que objetiva a comparação entre o fluxo de corrente obtido por meio de medições de um modelo experimental e de um modelo matemático

$$\mathbf{q}_{real} \stackrel{exp}{=} \mathfrak{S}[\phi_{exc}, \sigma_{real}], \quad (3.12)$$

$$\mathbf{q}_{aprox} \stackrel{num}{=} \mathfrak{S}[\phi_{exc}, \sigma_{aprox}], \quad (3.13)$$

tal que $\mathbf{q}_{real}$ e $\mathbf{q}_{aprox}$ são, respectivamente, o fluxo de corrente aplicado na fronteira do domínio ($\partial\Omega$) resultante da montagem experimental (modelo real) e o fluxo de corrente resultante do modelo numérico (modelo aproximado).

Logo, o funcional de erro é definido por

$$e = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty} = \max_{i=1, \dots, n} |(q_{real} - q_{aprox})_i|. \quad (3.14)$$

tal que $\|\cdot\|_{\infty}$ representa a norma infinito ou norma de Chebyshev e i denota cada componente da diferença entre os vetores $\mathbf{q}_{real}$ e $\mathbf{q}_{aprox}$ e n é o número total de eletrodos localizados em $\partial\Omega$, onde a condição de contorno de tensões elétricas é aplicada.

O ajuste adequado entre σ_{real} e σ_{aprox} e o suposto desprezo aceitável das diferenças de cálculo entre os modelos real e numérico permitem concluir das equações (3.12) e (3.13) que

$$\sigma_{real} \cong \sigma_{aprox} \Rightarrow \mathbf{q}_{real} \cong \mathbf{q}_{aprox} \Rightarrow e \cong 0, \quad (3.15)$$

ou também, que σ_{real} indica o mínimo global de e . Nesses termos, a reconstrução do contraste σ_{real} a partir de estímulos e respostas sobre o contorno $\partial\Omega$, ou mais exatamente, a solução do problema inverso é feita buscando-se minimizar o funcional de erro, de modo que

$$\delta e = 0. \quad (3.16)$$

As equações de Euler-Lagrange associadas a (3.14) tornam-se extremamente complexas, devido à dificuldade em se explicitar uma relação direta do contraste σ e do funcional de erro e . É então, conveniente contornar o problema variacional por meio da equação seguinte

$$\sigma = \sum_k \sigma_k \psi_k. \quad (3.17)$$

Na equação (3.17), ψ_k são funções de base convenientemente escolhidas e σ_k os respectivos coeficientes de decomposição. Logo, a solução da equação (3.16) pode ser obtida otimizando e nas variáveis σ_k , restritas a um intervalo de valores definido em função do contraste dos componentes do escoamento multifásico.

Considerando o fato de que nem sempre existe solução analítica quando a distribuição do contraste não é constante, faz-se necessária a resolução do problema de modo numérico. Neste trabalho, a solução é obtida numericamente pelo método dos elementos finitos (MEF). Este método tem mostrado vantagens expressivas em relação ao método das diferenças finitas (MDF). Algumas dessas vantagens são:

- Domínio particionado em células (elementos), as quais podem assumir diversas formas como triangulares/quadriláteras e retilíneas/curvilíneas. Uma vez que a malha pode não ser estruturada, geometrias complexas podem ser tratadas com facilidade (HUNTER, 2002).
- A solução de interesse é a solução de alguma forma integral da equação diferencial parcial. A formulação integral é, em geral, obtida de uma formulação residual ponderada, a qual permite que o método incorpore, de maneira natural, diversos tipos de condição de contorno (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

- A matriz do sistema algébrico gerada pelo método é simétrica, positiva-definida, esparsa e pode ter banda. A simetria da matriz ($a_{ij} = a_{ji}$, $\forall i, j$), a positividade ($x^T A x = 0$, $\forall x \neq 0$) e a esparsidade podem ser confirmadas adiante, por meio da equação resultante da discretização.

A formulação do MEF aplicada ao problema de TIE é descrita usando-se as equações governantes da TIE, dada pelas equações (3.7)-(3.9). O potencial elétrico pode ser determinado em cada ponto do domínio discreto segundo o modelo do MEF (MURAY; KAGAWA, 1985). Neste trabalho, um domínio plano (2D) é considerado para a seção da tubulação cuja imagem é procurada. Esse domínio discretizado em elementos finitos triangulares, com um grau de liberdade por nó - o potencial elétrico, pode ser visto na Figura 3.1.

Figura 3.1: (a) Malha de elementos finitos triangulares; (b) elemento finito triangular.

A formulação da matriz de condutividade elétrica do elemento triangular, necessária para a obtenção do potencial elétrico nodal e do fluxo de corrente, é apresentada na seção seguinte.

3.2 Matriz de condutividade segundo o Método dos Elementos Finitos

Nesta seção, apresenta-se a formulação do MEF para o domínio discretizado em elementos triangulares, que possuem um grau de liberdade por nó - o valor

do potencial elétrico. Segundo a teoria do MEF, os graus de liberdade de um elemento finito estão relacionados com os potenciais elétricos nodais segundo a expressão

$$\phi = \mathbf{N}\psi, \quad (3.18)$$

em que ϕ é o vetor que contém os potenciais elétricos em cada vértice do elemento, $\mathbf{N}$ é a matriz de forma do elemento e ψ é o vetor que contém os potenciais elétricos nodais.

Pode-se determinar o potencial elétrico no elemento triangular por um polinômio de primeira ordem (BATHE, 1996)

$$\phi_{(e)} = a_1 + a_2x + a_3y, \quad (3.19)$$

tal que $\phi_{(e)}$ é o potencial elétrico do elemento, a_1 , a_2 e a_3 são os coeficientes do polinômio linear, x e y são as coordenadas globais do elemento. Desse modo, considerando o valor do potencial elétrico em cada nó do elemento triangular (denominados nós intrínsecos ou locais, numerados localmente no elemento geralmente de modo anti-horário como na Figura 3.1(b)), tem-se

$$\begin{aligned} \varphi_1^{(e)} &= a_1 + a_2x_1 + a_3y_1, \\ \varphi_2^{(e)} &= a_1 + a_2x_2 + a_3y_2, \\ \varphi_3^{(e)} &= a_1 + a_2x_3 + a_3y_3. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Solucionando o sistema de equações (3.20) para a_1 , a_2 e a_3 obtém-se

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2A_{(e)}} [\varphi_1^{(e)}(x_2y_3 - x_3y_2) + \varphi_2^{(e)}(x_3y_1 - x_1y_3) \\ &\quad + \varphi_3^{(e)}(x_1y_2 - x_2y_1)], \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$a_2 = \frac{1}{2A_{(e)}} [\varphi_1^{(e)}(y_2 - y_3) + \varphi_2^{(e)}(y_3 - y_1) + \varphi_3^{(e)}(y_1 - y_2)], \quad (3.22)$$

$$a_3 = \frac{1}{2A_{(e)}} [\varphi_1^{(e)}(x_3 - x_2) + \varphi_2^{(e)}(x_1 - x_3) + \varphi_3^{(e)}(x_2 - x_1)], \quad (3.23)$$

em que $A_{(e)}$ é a área do elemento triangular dada por

$$A_{(e)} = \frac{1}{2} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (x_3y_1 - x_1y_3) + (x_1y_2 - x_2y_1)]. \quad (3.24)$$

Substituindo-se as equações (3.21)-(3.23) na equação (3.19) e agrupando-se convenientemente alguns termos, a relação da equação (3.18) é satisfeita e a matriz

das funções de forma ($\mathbf{N}$) é dada por

$$N_1 = \alpha_1 + \beta_1 x + \gamma_1 y, \quad (3.25)$$

$$N_2 = \alpha_2 + \beta_2 x + \gamma_2 y, \quad (3.26)$$

$$N_3 = \alpha_3 + \beta_3 x + \gamma_3 y, \quad (3.27)$$

em que

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2, & \alpha_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3, & \alpha_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1, \\ \beta_1 &= y_2 - y_3, & \beta_2 &= y_3 - y_1, & \beta_3 &= y_1 - y_2, \\ \gamma_1 &= x_3 - x_2, & \gamma_2 &= x_1 - x_3, & \gamma_3 &= x_2 - x_1. \end{aligned} \quad (3.28)$$

De acordo com a teoria do MEF, pode-se obter a matriz de contraste elétrico do elemento a partir da expressão do Princípio dos Potenciais Virtuais ¹

$$\int_{V(e)} \nabla \bar{\phi}^T \sigma \nabla \phi dV(e) = \int_{\Gamma_q(e)} \bar{\phi}_q \mathbf{I}_n d\Gamma(e), \quad (3.29)$$

em que V é o volume do elemento, Γ_q é a fronteira do domínio, em que a condição de contorno de tensões elétricas é aplicada, $\bar{\phi}$ é a distribuição de potenciais elétricos virtuais, $\bar{\phi}_q$ é a distribuição de potenciais elétricos virtuais em Γ_q , $\mathbf{I}_n$ é a componente da corrente elétrica (ou voltagem) na direção do vetor normal $\mathbf{n}$ ao contorno do domínio e σ é o contraste elétrico.

Discretizando-se o domínio (seção da tubulação submetida à tomografia) pelo MEF, a equação (3.29) torna-se

$$\sum_{e=1}^M \int_{V(e)} \nabla \bar{\phi}_{(e)}^T \sigma_{(e)} \nabla \phi_{(e)} dV(e) = \sum_{e=1}^M \int_{\Gamma_q(e)} \bar{\phi}_{q(e)} \mathbf{I}_{n(e)} d\Gamma(e), \quad (3.30)$$

em que M é o número total de elementos e cada termo da equação é tomado em um determinado elemento (e). Considerando-se a equação (3.18) e a igualdade

$$\nabla \phi_{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

tem-se

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{(e)}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_{(e)} \varphi_{(e)}, \quad (3.32)$$

¹A dedução da equação (3.29) (BATHE, 1996), a partir da equação (3.7), é apresentada no Anexo A.

tal que $\mathbf{B}_{(e)}$ é a matriz de operadores diferenciais dos polinômios lineares da matriz de funções de forma $\mathbf{N}$ (equações (3.25) - (3.27)).

Sabendo-se que tanto para os potenciais ϕ quanto para os potenciais $\bar{\phi}$, é válida a relação da equação (3.18), então pode-se reescrever a equação (3.30)

$$\sum_{e=1}^M \bar{\varphi}_{(e)}^T \int_{V_{(e)}} \mathbf{B}_{(e)}^T \sigma_{(e)} \mathbf{B}_{(e)} dV_{(e)} \varphi_{(e)} = \sum_{e=1}^M \int_{\Gamma_{q(e)}} \bar{\phi}_{q(e)} \mathbf{I}_{n(e)} d\Gamma_{(e)}, \quad (3.33)$$

ou

$$\sum_{e=1}^M \bar{\varphi}_{(e)}^T k_{(e)} \varphi_{(e)} = \sum_{e=1}^M \int_{\Gamma_{q(e)}} \bar{\phi}_{q(e)} \mathbf{I}_{n(e)} d\Gamma_{(e)}, \quad (3.34)$$

em que $\mathbf{k}_{(e)}$ é a matriz de contraste elétrico do elemento, definida por uma integral de volume.

Considerando a espessura (h) do elemento constante, tem-se

$$dV_{(e)} = h_{(e)} dA_{(e)}. \quad (3.35)$$

Reescrevendo a equação que define a matriz $\mathbf{k}_{(e)}$ obtém-se

$$\mathbf{k}_{(e)} = \int_{V_{(e)}} \mathbf{B}_{(e)}^T \sigma_{(e)} \mathbf{B}_{(e)} h_{(e)} dA_{(e)}. \quad (3.36)$$

Assim, define-se a matriz de contraste elétrico do elemento em termos das coordenadas globais (x, y) . Sabendo-se que os polinômios usados na determinação do potencial elétrico, no elemento triangular, são de primeira ordem, tem-se que a matriz dos operadores diferenciais $\mathbf{B}_{(e)}$ da matriz de forma $\mathbf{N}$ é constante. Logo, pode-se resolver a integral da equação (3.36) analiticamente

$$\mathbf{k}_{(e)} = \frac{\sigma_{(e)}}{4A_{(e)}} \left[\begin{pmatrix} \beta_1^2 & \beta_1\beta_2 & \beta_1\beta_3 \\ \beta_1\beta_2 & \beta_2^2 & \beta_2\beta_3 \\ \beta_1\beta_3 & \beta_2\beta_3 & \beta_3^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1^2 & \gamma_1\gamma_2 & \gamma_1\gamma_3 \\ \gamma_1\gamma_2 & \gamma_2^2 & \gamma_2\gamma_3 \\ \gamma_1\gamma_3 & \gamma_2\gamma_3 & \gamma_3^2 \end{pmatrix} \right]. \quad (3.37)$$

tal que o contraste elétrico $\sigma_{(e)}$ foi adotado constante no elemento triangular.

Determinada a matriz de contraste do elemento, o próximo passo é a obtenção do potencial elétrico nodal, que será apresentado na seção que segue.

3.3 Determinação dos Potenciais Elétricos Nodais

Nesta seção, apresenta-se a formulação do MEF para obtenção dos potenciais elétricos nodais, no domínio discretizado em elementos finitos triangulares. De

acordo com a teoria do MEF, a matriz de contraste elétrico do elemento é inserida em uma matriz de contraste global $\mathbf{K}$ que representa todo o domínio. A inserção ocorre por meio de uma matriz de conectividade, que associa um número a cada elemento e o número de nós a que está ligado.

Determinada a matriz global $\mathbf{K}$ e conhecido o vetor de carregamento elétrico $\mathbf{I}$ (corrente elétrica imposta ou voltagem imposta) aplicado nos nós, o vetor dos potenciais elétricos nodais ϕ pode ser calculado matricialmente por

$$\mathbf{K}\phi = \mathbf{I}. \quad (3.38)$$

Contudo, a obtenção de (3.38) exige elevado esforço computacional para a sobreposição das matrizes elementares e conseqüentemente para o armazenamento da matriz global. Para contornar este problema, é conveniente adotar um procedimento iterativo que percorra os pontos nodais (nós incógnitas, que correspondem aos pontos nodais não pertencentes à fronteira do domínio) ao invés dos elementos triangulares. Assim, para determinar o potencial elétrico associado ao nó (i, j) , por exemplo, deve-se considerar as “contribuições” de 6 nós, que correspondem aos vértices dos 6 elementos triangulares ao redor de (i, j) , conforme Figura 3.2(a).

Figura 3.2: (a) Domínio discreto contendo o subdomínio $\Omega_{(i,j)}$ (área cinza); (b) elemento do subdomínio $\Omega_{(i,j)}$, cuja distribuição do contraste σ está representada pela numeração local σ_{L1} .

A distribuição do contraste é dada pelo vetor

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_G \\ \vdots \\ \sigma_{G+(2(Nx-1)-1)} \\ \sigma_{G+2(Nx-1)} \\ \vdots \\ \sigma_M \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

tal que Nx é o número de pontos na direção x e M é o número de elementos que compõem o domínio discreto. O valor do contraste no elemento G , na numeração global, é dado por σ_G enquanto que, na numeração local, pode ser representado por σ_{L1} , conforme Figura 3.2(b). Analogamente, σ_{L2} corresponde a σ_{G+1} , σ_{L3} corresponde a σ_{G+2} , σ_{L4} a $\sigma_{G+(2(Nx-1)-1)}$, σ_{L5} a $\sigma_{G+2(Nx-1)}$ e σ_{L6} a $\sigma_{G+(2(Nx-1)+1)}$.

De acordo com o procedimento descrito anteriormente, o sistema linear representado pela equação (3.38) torna-se

$$A\phi_{ij-1} + B\phi_{i-1j} + C\phi_{ij} + D\phi_{i+1j} + E\phi_{ij+1} = 0, \quad (3.40)$$

com

$$A = -\frac{1}{2} \cdot (\sigma_{L1} + \sigma_{L2}), \quad (3.41)$$

$$B = -\frac{1}{2} \cdot (\sigma_{L1} + \sigma_{L4}), \quad (3.42)$$

$$C = 1 \cdot (\sigma_{L1} + \sigma_{L6}) + \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{L2} + \sigma_{L3} + \sigma_{L4} + \sigma_{L5}), \quad (3.43)$$

$$D = -\frac{1}{2} \cdot (\sigma_{L3} + \sigma_{L6}), \quad (3.44)$$

$$E = -\frac{1}{2} \cdot (\sigma_{L5} + \sigma_{L6}). \quad (3.45)$$

Desse modo, uma linha da matriz global é obtida a cada nó incógnita percorrido. Os coeficientes não nulos da matriz global são armazenados em um vetor de pontos flutuantes, **sa**, e os índices da coluna dos respectivos coeficientes são armazenados em um vetor de inteiros, **ija**. Além da otimização do uso de memória, outra vantagem primordial, em armazenar apenas os coeficientes não nulos e os índices da coluna dos respectivos coeficientes, é permitir que os coeficientes

armazenados sejam acessados de maneira muito mais rápida, diminuindo consideravelmente o tempo gasto na resolução do sistema linear.

Em relação à solução do sistema linear representado pela equação (3.40), pode-se utilizar métodos como Gradientes Conjugados (GC) (BARRETT et al., 1994), triangularização de Gauss-Jordan (BATHE, 1996), dentre outros. Neste trabalho, adotou-se o método dos Gradientes Biconjugados Pré-Condicionado (GBCP) para solução de (3.40).

O GBGP, uma variação do método dos GC, tem a característica de solucionar qualquer sistema linear desde que a matriz não seja singular. O método consiste em uma matriz pré-condicionadora $\tilde{\mathbf{A}}$ que satisfaça a condição $\tilde{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{A} \approx \mathbf{1}$, ou seja, $\tilde{\mathbf{A}}$ próxima de $\mathbf{A}$. A intenção é gerar sistemas lineares auxiliares de fácil resolução que permitam uma convergência acelerada do algoritmo (PRESS et al., 1992). O uso da matriz pré-condicionadora do GBGP, como sendo a inversa da diagonal de $\mathbf{A}$, resultou em soluções satisfatórias em termos de precisão e rapidez, segundo Rolnik (2003).

A etapa posterior à solução do sistema linear, que será apresentada na seção seguinte, aborda o cálculo do fluxo de corrente, segundo o MEF, na fronteira do domínio discretizado em elementos triangulares.

3.4 Determinação do Fluxo de corrente

Nesta seção, apresenta-se a formulação do MEF para obtenção dos fluxos de corrente, na fronteira do domínio discretizado em elementos triangulares. A equação (3.9), que permite o cálculo do fluxo de corrente no contorno, será reescrita aqui

$$\mathbf{q} = -\sigma \nabla \phi \cdot \mathbf{n} \quad \text{em} \quad \partial\Omega. \quad (3.46)$$

Segundo a teoria do MEF, o cálculo do fluxo de corrente em um determinado elemento é dado por

$$\mathbf{q}_{(e)} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = -\sigma_{(e)} \mathbf{B}_{(e)} \varphi_{(e)} \quad \text{para} \quad (e) \in \partial\Omega. \quad (3.47)$$

De acordo com a equação (3.47), o funcional de erro dado pela equação (3.14), que representa a diferença entre o fluxo de corrente do modelo experimental e o

fluxo de corrente do modelo numérico, torna-se

$$e = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty} = \max_{j=1,\dots,n} |(q_{real} - q_{aprox})_j|. \quad (3.48)$$

tal que $\|\cdot\|_{\infty}$ representa a norma infinito, j denota cada componente da diferença entre os vetores $\mathbf{q}_{real}$ e $\mathbf{q}_{aprox}$ e n é o número total de elementos triangulares da fronteira do domínio Γ_q , em que aplica-se a condição de contorno de tensões elétricas. Logo, a reconstrução numérica da TIE é tratada como um problema de minimização global.

3.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas a formulação matemática do problema de TIE (tratado como um problema inverso), a formulação do problema direto e a construção do funcional de erro. A modelagem matemática da seção submetida à TIE, usando o MEF para discretizar o domínio (região cuja imagem é procurada) também foi apresentada.

A formulação do problema de TIE é dada pela equação diferencial parcial que rege o potencial elétrico no domínio e por condições de contorno que simulam o processo de excitação e medição. A relação entre contraste, excitação e medição define a natureza do problema (direto ou inverso).

No problema direto, o contraste elétrico (condutividade para fluidos condutivos ou permissividade para fluidos isolantes) é conhecido e o potencial elétrico é obtido pela equação diferencial e por uma das condições de contorno (excitação ou medição). Entretanto, no problema inverso, o contraste elétrico e o potencial elétrico não são conhecidos, sendo obtidos por meio da equação diferencial e pelas duas condições de contorno impostas simultaneamente.

O funcional de erro adotado é representado pela diferença entre o fluxo de corrente no contorno resultante do modelo experimental e o fluxo de corrente no contorno resultante do modelo numérico. O mínimo global do funcional de erro representa a imagem procurada.

A resolução do problema de modo numérico é necessária, visto que nem sempre existe solução analítica quando a distribuição do contraste não é constante. O MEF foi adotado para a discretização do domínio e das derivadas parciais.

O processo de obtenção do sistema linear percorrendo os nós incógnitas do domínio discreto, ao invés dos elementos, possibilitou um armazenamento otimizado da matriz, ou seja, foram armazenados apenas os coeficientes não nulos em um vetor de pontos flutuantes e os índices da coluna dos respectivos coeficientes em um vetor de inteiros. O sistema linear foi resolvido pelo método GBCP. As equações para o cálculo do fluxo de corrente no contorno e para o cálculo do funcional de erro foram obtidas de acordo com o MEF.

De acordo com a teoria de problemas inversos, a reconstrução numérica da TIE é tratada como um problema de minimização global. Métodos de otimização poderosos, como os AGPs, foram propostos para a solução do problema tomográfico. A caracterização do problema de otimização será apresentada no capítulo seguinte.

Formulação de Algoritmos Genéticos Paralelos aplicado ao Problema Tomográfico

O problema inverso de TIE é formulado como um problema de otimização em que a distribuição do contraste elétrico (condutividade para fluidos condutivos ou permissividade para fluidos isolantes) é refinada até que o funcional de erro atinja o mínimo global (imagem procurada). A adoção de AG como meta-heurística de otimização deve-se, principalmente, em razão de suas habilidades intrínsecas de poder “escapar” de mínimos locais. A hibridização de AGP é proposta a fim de aumentar a probabilidade de obtenção da solução ótima (imagem desejada) em tempo adequado. Neste capítulo são apresentadas a configuração do AGP segundo o problema de TIE, as restrições físicas do problema tomográfico e as estratégias para melhorar a eficiência do algoritmo de otimização, como tabela *hash*, operadores de predação e busca local.

4.1 Configuração de Algoritmos Genéticos segundo o Problema Tomográfico

Nesta seção, apresenta-se a configuração do AGP para a solução do problema tomográfico, incluindo a codificação das soluções candidatas, os operadores de reprodução e a função objetivo do problema de otimização.

Vale mencionar que a configuração do AGP, que será apresentada a seguir, foi proposta mediante análise dos resultados obtidos de testes extensivos, considerando-se várias configurações.

Em relação à estratégia de codificação, propôs-se a codificação binária, visto que o problema de escoamento bifásico que possui apenas duas possibilidades de estados pode ser tratado como um problema de otimização combinatória.

Com respeito à seleção de indivíduos para reprodução, adotou-se duas estratégias heurísticas. Na primeira estratégia, cada indivíduo tem 60% de chance de ser escolhido para reprodução. O indivíduo escolhido (pai 1) produzirá descendentes com o indivíduo (pai 2) selecionado aleatoriamente dentre os 10 mais aptos. Esse processo é realizado para todos os indivíduos da população. Essa estratégia é usada pelos modelos mestre-escravo e ilha.

Na segunda estratégia, todos os indivíduos geram descendentes. Entretanto, o indivíduo selecionado deve gerar descendentes com um indivíduo que pertença a sua vizinhança. Os modelos celular e híbrido fazem uso dessa estratégia.

Nos modelos mestre-escravo e ilha, todos os descendentes gerados são inseridos na população e, posteriormente, os indivíduos mais aptos são selecionados para compor a próxima geração, mantendo assim o tamanho original da população. Por sua vez, nos modelos celular e híbrido, se durante o processo de criação dos descendentes algum descendente for mais apto do que seu pai, este o substituirá, visto que o tamanho da população deve permanecer o mesmo.

O processo de reprodução para criar a geração sucessora, pode ser implementado combinando-se os cromossomos de dois ou mais pais conforme regras específicas, apresentadas no Capítulo 2.

Neste trabalho, adotou-se o *crossover* de dois pontos, no qual a partir de dois pontos, escolhidos aleatoriamente, as informações genéticas dos dois pais são trocadas, a fim de que dois descendentes sejam gerados. Esse procedimento pode ser observado na Figura 4.1.

Figura 4.1: *Crossover* de dois pontos.

A mutação pode evitar ou reduzir o problema de aprisionamento do algoritmo, uma vez que permite que os descendentes tenham chance de adquirir características ausentes da população inicial de pais. Portanto, atingir a solução ótima é teoricamente possível, independentemente da população inicial ou da patologia do problema, desde que se tenha uma quantidade consideravelmente grande de gerações. Neste trabalho, admitindo-se um escoamento bifásico (água e ar), a estratégia de mutação consiste na inversão do valor de cada gene selecionado aleatoriamente.

A solução do problema inverso de TIE (obtenção da imagem) usando AGP, pode ser interpretada como o problema de encontrar a distribuição de contraste elétrico do domínio (seção da tubulação submetida à tomografia), tal que a aplicação de voltagem no contorno do domínio seja gerada, considerando-se os valores de fluxo de corrente elétrica medidos nos eletrodos localizados no contorno do domínio. Desse modo, a minimização do funcional de erro, dado pela equação (3.48), representa a função objetivo do problema de otimização, ou seja,

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{approx}\|_{\infty}, \quad (4.1)$$

tal que e é a função objetivo dada pela norma infinito ou norma de Chebyshev, que determina o maior valor absoluto da diferença entre os fluxos de corrente medidos pelos eletrodos ($\mathbf{q}_{real}$) e os calculados em um modelo computacional do domínio usando elementos finitos ($\mathbf{q}_{aprox}$). Assim, pode-se obter a solução do problema inverso de TIE minimizando a equação (4.1).

Entretanto, diferentes distribuições de contraste elétrico no domínio podem resultar em valores iguais de voltagem medidos nos eletrodos, considerando-se um mesmo padrão de excitação elétrica nos eletrodos (SYLVESTER; UHLMANN, 1987; GISSER; ISAACSON; NEWELL, 1990). Isso ocorre porque, como visto anteriormente, o problema inverso de TIE é não-linear e mal-posto.

A adoção de AGP permite restringir facilmente o espaço de solução, evitando-se soluções sem significado (imagens não desejadas ou não representativas do regime de escoamento em questão). Isso pode ser feito por meio da inclusão de várias restrições no problema de otimização, dado pela equação (4.1). Assim, na seção seguinte são propostas e descritas restrições baseadas em conhecimentos físicos do problema de TIE.

4.2 Restrições Físicas do Problema Tomográfico

Nesta seção, apresenta-se a introdução de restrições representativas de informação conhecida *a priori*. Diversas estratégias foram propostas para manipular restrições com AGs, tais como: estratégias de rejeição, reparação, modificação dos operadores genéticos e penalidade (GEN; CHENG, 1997; ROLNIK; SELEGHIM JR, 2006).

Com respeito à introdução de restrições derivadas de conhecimentos físicos do problema de TIE, pode-se usar as imagens qualitativas do escoamento produzidas por uma sonda de visualização direta (SELEGHIM JR; HERVIEU, 1998; WANG; YIN, 2004).

As imagens geradas pela sonda de visualização são obtidas por meio de sinais fornecidos por eletrodos instalados em uma seção da tubulação. Os sinais fornecidos são plotados diretamente em um sistema de representação sem pós-processamento, que mostra a evolução no tempo da topologia do escoamento.

Resultados obtidos por Seleghim Jr e Hervieu (1998), considerando-se um es-

coamento bifásico (água e ar), revelaram que a sonda produz imagens em tempo real e qualitativamente ricas, identificando grandes estruturas (pistões de ar, por exemplo) e detalhes relativamente finos da geometria das fases. Algumas imagens produzidas pela sonda de visualização podem ser vistas na Figura 4.2.

Figura 4.2: Imagens da transição de um escoamento *slug* para um escoamento a bolhas.

Fonte: Seleglim Jr e Hervieu (1998).

Logo, por meio da análise das imagens iniciais produzidas pela sonda de visualização, é possível estimar a distribuição do contraste elétrico na seção da tubulação submetida à tomografia. Desse modo, pode-se construir uma heurística de inicialização dos indivíduos baseada na distribuição do contraste, ou seja, considerando-se um escoamento bifásico (água e ar), cada gene pode receber o valor do contraste da água ($\sigma = 80$) ou do ar ($\sigma = 1$) de acordo com probabilidades pré-determinadas.

Ainda com relação à introdução de informações físicas do problema de TIE, os sinais fornecidos pela sonda de visualização podem ser usados e, além das imagens iniciais, é possível calcular a fração de vazio instantânea do escoamento, α , e o coeficiente de simetria do escoamento, β , por meio de modelos de calibração previamente determinados.

Matematicamente, α e β podem ser determinados por operadores integrais, ou seja,

$$\alpha = \int_{\Omega} C(x, y, z) \sigma(x, y, z) dx dy dz, \quad (4.2)$$

$$\beta = \int_{\Omega} xyz C(x, y, z) \sigma(x, y, z) dx dy dz, \quad (4.3)$$

tal que $C(x, y, z)$ denota o modelo de calibração que, por simplicidade, pode ser arbitrado $C \equiv 1$, sem perda de generalidade.

Os operadores de restrição devem assegurar que todos os descendentes satisfaçam as equações (4.2) e (4.3). Logo, uma possível alternativa de implementação é rejeitar os indivíduos inviáveis, o que não é computacionalmente eficiente, ou adaptar os procedimentos de reprodução e mutação, gerando descendentes sempre viáveis, o que nem sempre é possível. Alternativas interessantes para esse problema são a estratégia de reparação dos indivíduos inviáveis segundo Gen e Cheng (1997) e a estratégia de penalidade da função objetivo conforme Rolnik e Seleghim Jr (2006).

A estratégia mais comum usada para lidar com soluções inviáveis (ou soluções viáveis, porém distantes da solução correta) em problemas de otimização com restrições é a estratégia de penalidade (GEN; CHENG, 1997), apresentada no Capítulo 2. Considerando-se a introdução de informações físicas do problema de TIE, pode-se penalizar a função objetivo, incluindo informações *a priori* tanto da fração de vazio instantânea do escoamento quanto do coeficiente de simetria do escoamento.

Logo, a função objetivo dada pela equação (4.1) pode ser escrita por

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{approx}\|_{\infty} + (\alpha_{real} - \alpha_{approx})^2 + (\beta_{real} - \beta_{approx})^2, \quad (4.4)$$

tal que α_{real} e α_{approx} são, respectivamente, as frações de vazio do escoamento, obtidas por meio de medições de um modelo experimental e de um modelo numérico. Analogamente, β_{real} e β_{approx} são os coeficientes de simetria do escoamento, provenientes de medições de um modelo experimental e de um modelo numérico, respectivamente.

Definidas as restrições derivadas de conhecimentos físicos do problema de TIE, pode-se introduzir uma tabela *hash* (GONNET, 1984; CORMEN et al., 2001), opera-

dores de predação (MANBY; JOHNSTON; ROBERTS, 1998; LI; SUTHERLAND, 2002; CROCOMO; SIMÕES; DELBEM, 2004) e busca local (LIANG; YAO; NEWTON, 1999; RESENDE; SOUSA; VIANA, 2004; HOOS; STUTZLE, 2005) nos AGPs, a fim de aumentar a probabilidade de obtenção da solução (imagem desejada) em tempo adequado. Essas estratégias serão apresentadas na seção seguinte.

4.3 Estratégias para Melhorar a Eficiência de Algoritmos Genéticos

Nesta seção, apresenta-se estratégias para melhorar a eficiência dos AGPs. A primeira estratégia trata-se da tabela *hash*, também conhecida por tabela de espalhamento ou tabela de dispersão, que é uma estrutura de dados especial que associa chaves de pesquisa (*hash*) a valores, com o objetivo de realizar uma busca rápida e obter o valor desejado, partindo de uma chave simples. Essa estrutura é freqüentemente usada para indexação de grandes volumes de informação (dicionários e bases de dados, por exemplo) (GONNET, 1984; CORMEN et al., 2001).

Inserção, remoção e busca são operações típicas de uma tabela *hash*. Essas operações são todas realizadas em tempo constante, o que torna muito eficiente a manutenção e o acesso a uma tabela *hash* de larga escala.

Tabelas *hash* suportam a inserção eficiente de novas entradas, em um tempo computacional esperado de $O(1)$. O tempo computacional utilizado na busca depende da função *hash* e da quantidade de registros já inseridos na tabela. Tanto a inserção quanto a busca se aproximam do tempo $O(1)$ quando a função *hash* e os valores são bem escolhidos (CORMEN et al., 2001).

A principal operação é a busca: dada uma chave (por exemplo, uma palavra), encontra-se o valor (ou registro) correspondente (por exemplo, a definição da palavra no dicionário). Esse procedimento usa uma função *hash* que transforma a chave em um número que é utilizado como um índice em um vetor, para localizar as posições dos registros armazenados. O número é normalmente convertido em um índice usando a função módulo, ou usando a máscara de bits quando o tamanho do vetor é uma potência de dois.

Se existirem duas chaves para o mesmo índice (colisão de chaves), os registros correspondentes não poderão ser armazenados na mesma posição. Assim, se um

registro já está armazenado, deve-se encontrar outra posição para armazenar o novo registro, de modo que esse novo registro possa ser encontrado quando for procurado.

Há várias técnicas para resolução de colisões, mas as mais populares são o endereçamento aberto (também chamado *hashing* fechado) e o encadeamento separado (também chamado *hashing* aberto) (GONNET, 1984).

Tabelas *hash* com endereçamento aberto armazenam os registros diretamente na tabela, ou seja, não existem listas e nem registros armazenados fora da tabela. As colisões são resolvidas por meio de buscas padronizadas dentro da própria tabela.

A vantagem primordial dessa técnica é que a quantidade de memória usada para armazenar registros é usada também para aumentar o tamanho da tabela, proporcionando um número menor de colisões e um aumento da velocidade na recuperação das informações (TENENBAUM; LANGSAM; AUGENSTEIN, 1998).

No encadeamento separado ou *hashing* aberto, considerando seu modo mais simples, um registro aponta para uma lista encadeada que armazena os registros em conflito. Para inserção na tabela, são necessárias a busca e a inserção dentro da lista encadeada, enquanto que a remoção na tabela requer a busca na lista, a remoção e atualização dos índices dentro da lista (CORMEN et al., 2001).

Algumas das principais vantagens dessa técnica em relação à tabela *hash* com endereçamento aberto são a operação de remoção que é bem simples, a possibilidade de redimensionamento da tabela e a degradação mais lenta, visto que registros diferentes com chaves iguais são armazenados em listas.

Neste trabalho, adotou-se uma tabela *hash* que usa *hashing* aberto com listas encadeadas para armazenar os dados e o método da divisão para criar a função *hash* (WELLONS, 2007). Visto que o método da divisão para criação da função *hash* requer apenas uma simples operação de divisão, *hashing* por divisão é bastante rápido (CORMEN et al., 2001). A idéia principal em inserir uma tabela *hash* é não avaliar o mesmo indivíduo mais do que uma vez e, por conseguinte, reduzir o custo computacional do algoritmo.

A segunda estratégia corresponde ao operador de predação. Segundo Crocomo, Simões e Delbem (2004), pode-se aplicar a predação de duas maneiras:

- Predação aleatória: o indivíduo com o pior *fitness*, ou seja, com o maior valor da função objetivo, tem seus genes iniciados novamente de modo aleatório. Desse modo, o objetivo dessa estratégia é inserir variedade genética na população. Isso ocorre em períodos pré-determinados, após um número específico de gerações ou quando o indivíduo mais apto permanece o mesmo por n gerações, por exemplo.
- Predação por síntese: os genes do indivíduo com o pior *fitness* são substituídos pelos resultados mais comuns encontrados nos genes de outros indivíduos. Logo, aumentar a velocidade do aprendizado, sintetizando as características mais freqüentes da população, é objetivo dessa estratégia.

Neste trabalho, adotou-se a predação por síntese, com base em uma heurística. Esse operador consiste em substituir 99% dos indivíduos da população por novos indivíduos, inicializados heurísticamente.

A heurística proposta gera indivíduos de acordo com um vetor de probabilidades. Cada gene tem uma probabilidade de receber um valor do contraste, considerando-se que os valores numéricos do contraste tentam reproduzir as características dielétricas de um escoamento a bolhas, água ($\sigma = 80$) e ar ($\sigma = 1$). Essa probabilidade é calculada de acordo com a quantidade do valor do contraste presente em cada gene da população.

Por fim a terceira estratégia trata-se do operador de busca local. Algoritmos de busca local (ou busca em vizinhança) caracterizam-se por partirem de uma solução factível inicial (por exemplo, o indivíduo mais apto da população) e alterá-la, iterativamente, para soluções vizinhas também factíveis, mas com melhor valor da função objetivo, até que um critério de parada seja satisfeito (REEVES, 1993).

O procedimento adotado para a busca local, que também leva em conta um escoamento bifásico, está apresentado no Algoritmo 5.

Algoritmo 5: Pseudo-código da Busca Local

Selecione o indivíduo menos apto da população

Para cada gene desse indivíduo **faça**

 Inverta o valor do gene

 Avalie o novo indivíduo

Se o novo indivíduo for menos apto do que o indivíduo selecionado **então**

 Desfaça a inversão de valor do gene

Fim do se

Fim do faça

Inclua o indivíduo na população

Vale ressaltar que após análise de testes extensivos optou-se pelo uso das estratégias apresentadas anteriormente. Desse modo, o próximo capítulo apresentará os resultados obtidos por meio da solução do problema de otimização usando AGPs, apresentados no Capítulo 3 e configurados conforme este capítulo.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas a configuração de AGPs especializados ao problema de TIE e as restrições derivadas de conhecimentos físicos do problema. Uma possível implementação da tabela *hash* e dos operadores de predação e busca local também foram apresentados.

As habilidades em poder “escapar” de mínimos locais e regiões praticamente planas e a facilidade de implementação em arquiteturas paralelas justificam a adoção do AG como meta-heurística para solução do problema tomográfico. A possibilidade de introdução de restrições derivadas de conhecimento físico do problema de TIE, o uso da tabela *hash* e dos operadores de predação e busca local, pelo algoritmo de otimização, foram propostos para se tentar diminuir o custo computacional do algoritmo e obter uma solução (imagem procurada) em tempo adequado.

No capítulo seguinte, são apresentados os resultados dos testes comparando os AGPs mestre-escravo, ilha, celular e híbrido. Os resultados dos testes com o AGP híbrido, considerando a função objetivo com adição de informação *a priori* e sem adição de informação *a priori* também são apresentados, bem como os resultados dos testes usando uma tabela *hash* e aplicando os operadores de predação e busca local.

Testes Numéricos e Resultados

Neste capítulo são apresentados o estudo de caso e os resultados dos testes numéricos com AGPs para a solução do problema tomográfico, que foi tratado como um problema inverso.

Os resultados dos testes do AGP híbrido, com penalização da função objetivo (adicionando informação *a priori*), com a introdução da tabela *hash* e com inserção dos operadores de predação e busca local também são apresentados neste capítulo.

Os testes numéricos foram executados em um *cluster* composto por seis computadores: Intel Pentium 4 HT (capaz de executar duas instâncias do AG simultaneamente), *CPU* de 3,00 GHz e 1 Gb de memória *RAM*, e três computadores: Intel Celeron, *CPU* de 2,40 GHz e 512 Mb de memória *RAM*. Foi utilizada a distribuição CentOS 4 do sistema operacional Linux e o compilador GCC versão 3.4.6.

A biblioteca de subrotinas de processamento paralelo utilizada foi a MPICH versão 1.2.7 para C e Fortran, uma biblioteca de *Message Passing Interface* (MPI) desenvolvida pela *Mathematics and Computer Science Division*.

Vale mencionar que para gerar números aleatórios utilizou-se a função *rand* do GCC e visando a obtenção de uma sequência diferente de números aleatórios, sempre que o programa fosse executado, iniciou-se o gerador de número aleatórios de acordo com a hora local do sistema usando a função *srand(time(NULL))* (CORMEN et al., 2001).

5.1 Estudo de Caso

Para efeito de testes, reconstruiu-se a imagem a partir de um domínio $2D$ (seção da tubulação submetida à tomografia), de geometria regular e bem conhecida, utilizando-se dados numéricos (sintéticos) para a simulação do problema de TIE.

Especificamente, por meio da modelagem matemática do MEF do domínio pode-se obter os valores do fluxo de corrente elétrica utilizados na função objetivo, apresentada no Capítulo 4, dos AGPs.

O domínio foi discretizado em elementos finitos triangulares de 3 nós, com 1 grau de liberdade por nó - o potencial elétrico. Uma malha computacional de 11×11 pontos (Figura 5.1), gerando um total de 121 pontos nodais, igualmente espaçados por $\Delta = 0,1$ nas duas direções, e 200 elementos triangulares foi adotada para representar o domínio.

De acordo com essa malha computacional, 40 eletrodos uniformemente posicionados ao redor do domínio com a aplicação do padrão diametral de excitação elétrica (FIGUEROA; SELEGHIM JR, 2001) foram simulados numericamente.

O padrão diametral de excitação elétrica simula a tensão de $10V$ em um eletrodo, localizado no canto direito da aresta superior do domínio, variando gradativamente até um valor mínimo ($0V$) no eletrodo diametralmente oposto a ele, que pode ser observado na Figura 5.1.

No domínio, a distribuição do contraste é σ_{int} dentro das inclusões (regiões em cinza na Figura 5.1) definidas pelos intervalos: $x \in [0; 0,1]$ e $y \in [0,1; 0,2]$ para inclusão 1, $x \in [0,5; 0,6]$ e $y \in [0,5; 0,6]$ para inclusão 2, $x \in [0,4; 0,5]$ e $y \in [0,6; 0,7]$ para inclusão 3 e $x \in [0,9; 1,0]$ e $y \in [0,9; 1,0]$ para inclusão 4. O restante do domínio é definido por σ_{ext} . Os valores numéricos de σ tentam reproduzir as características dielétricas de um escoamento vertical a bolhas, água ($\sigma_{ext} = 80$) e ar ($\sigma_{int} = 1$).

Figura 5.1: Domínio discretizado, com inclusões e aplicação das condições de contorno que simulam o perfil de excitação diametral.

No problema direto, o potencial elétrico ϕ é conhecido no contorno do domínio, em que a condição tipo Dirichlet é aplicada resultando um total de 81 incógnitas. Já no problema inverso, σ deve ser determinado em todos os 200 elementos. A justificativa em considerar esse domínio relativamente pequeno está relacionada ao tamanho considerável do espaço das soluções. Por exemplo, tem-se $2^{200} \approx 1,61 \times 10^{60}$ soluções possíveis no problema discreto ($\sigma = \sigma_{int}$ ou $\sigma = \sigma_{ext}$), não permitindo uma busca exaustiva. Se o cálculo da função objetivo levasse 1 segundo, então uma busca exaustiva levaria aproximadamente $5,11 \times 10^{50}$ séculos, ou seja, muito mais do que a idade estimada para o universo.

Os resultados dos testes com esse estudo de caso podem ser vistos a seguir.

5.2 Testes com os modelos paralelos

Com os resultados das simulações numéricas almeja-se comparar os desempenhos computacionais dos modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido na solução do problema tomográfico.

Os funcionamentos dos modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido foram descritos no Capítulo 2, portanto não serão repetidos neste capítulo. As melhores configurações dos modelos paralelos foram definidas após testes extensivos

e podem ser vistas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Configuração dos modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido.

	Mestre-escravo	Ilha	Celular	Híbrido
Inicialização da População	Heurística(*)	Heurística (*)	Heurística(*)	Heurística (*)
Tamanho da População	6.000 indivíduos	400 indivíduos por ilha, totalizando 15 ilhas	5.929 indivíduos	400 indivíduos por ilha, totalizando 15 ilhas
Seleção	Heurística(*)	Heurística (*)	Heurística(*)	Heurística (*)
Tipo de <i>Crossover</i>	Dois-pontos	Dois-pontos	Dois-pontos	Dois-pontos
Taxa de <i>Crossover</i>	60,0%	60,0%	100,0%	100,0%
Tipo de Mutação	Inversão do gene	Inversão do gene	Inversão do gene	Inversão do gene
Taxa de Mutação	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene
Migração	não realiza	5 indivíduos a cada 3 gerações	não realiza	5 indivíduos a cada 3 gerações
Critério de Parada	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que $1,0 \times 10^{-6}$	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que $1,0 \times 10^{-6}$	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que $1,0 \times 10^{-6}$	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que $1,0 \times 10^{-6}$

(*) As heurísticas de inicialização da população e de seleção foram detalhadas no Capítulo 4.

Considerando o fato de que uma execução equivale que o algoritmo de otimização atingiu o critério de parada, 210 execuções foram realizadas para cada modelo paralelo.

O método adotado para analisar os resultados dessas execuções foi:

- Passo 1: análises descritiva e estatística das médias das amostras, usando o *software* estatístico R, disponível em: <http://www.r-project.org>;
- Passo 2: o algoritmo que apresentar os melhores resultados no Passo 1 é escolhido para os próximos testes: penalização da função objetivo (adicionando informação *a priori*), introdução da tabela *hash* e inserção dos operadores de predação e busca local.

O procedimento usado para as análises descritiva e estatística das médias das amostras é apresentado a seguir.

Primeiramente, as 210 execuções foram divididas em 7 (número mínimo segundo o Teste de Normalidade de Anderson-Darling (STEPHENS, 1988; THODE JR, 2002)) repetições de tamanho 30, permitindo calcular a média e o desvio padrão do número de avaliações da função objetivo, do tempo de processamento do algoritmo e da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações.

De acordo com a literatura (KAZMIER, 1982; RICE, 1988), se todas as possíveis amostras com tamanho maior ou igual a 30 forem retiradas aleatoriamente de uma população, a distribuição das médias daquelas amostras será aproximadamente normal, mesmo quando os dados na população estudada não forem normalmente distribuídos (teorema do limite central). Isso justifica o fato das repetições terem tamanho 30.

O próximo passo foi aplicar o teste de homocedasticidade, que verifica se há homogeneidade das variâncias das amostras. Nesse caso, o teste de homocedasticidade aplicado foi o Teste de Bartlett (CAMPOS, 1979). Se não fosse detectada homogeneidade das variâncias, o Teste de Kruskal-Wallis era aplicado para verificar se havia diferença significativa entre as medianas. Caso as variâncias apresentassem homogeneidade, aplicava-se o Teste da ANOVA, que compara as médias (HSU, 1996).

Em seguida, o teste de Tukey (HSD - do inglês *Honest Significant Difference*) foi aplicado com um nível de confiança de 95%, objetivando comparar todas as

médias entre si para identificar quais delas diferem significativamente e ranquear os resultados (HSU, 1996). As diferenças observadas em todas as análises estatísticas são consideradas significativas quando o p-valor do teste é menor do que 0,05 (5%). O p-valor é definido como a probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo com respeito ao valor observado quando a hipótese nula é verdadeira (KAZMIER, 1982). O algoritmo mais adequado, dentre os testados, para a solução do problema tomográfico foi então identificado a partir da série de resultados obtida por essas análises estatísticas.

Assim, definido o procedimento usado para as análises descritivas e estatísticas, os resultados dessas análises são apresentados e discutidos a seguir.

Na Tabela 5.2, a média e o desvio padrão do número de avaliações da função objetivo estão representados, respectivamente, por μ_{AV} e σ_{AV} . De maneira análoga, μ_{TP} e σ_{TP} representam, respectivamente, a média e o desvio padrão do tempo de processamento do algoritmo, em segundos. A média e o desvio padrão da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, estão representados por $\mu_{\%sucesso}$ e $\sigma_{\%sucesso}$, respectivamente.

Tabela 5.2: Comparação do desempenho computacional entre os modelos mestre-escravo, ilha, celular e híbrido.

	Mestre-escravo	Ilha	Celular	Híbrido
$\mu_{\%sucesso}$	47, 1%	79, 5%	93, 3%	91, 4%
$\sigma_{\%sucesso}$	3, 6%	5, 6%	5, 1%	3, 3%
$\mu_{TP}(s)$	485, 3	20, 2	115, 9	28, 6
$\sigma_{TP}(s)$	374, 9	16, 0	96, 3	11, 1
μ_{AV}	2.944.622, 3	2.059.343, 8	1.210.532, 4	2.295.411, 4
σ_{AV}	2.279.198, 6	1.642.506, 6	1.081.771, 7	1.159.527, 1

De acordo com a Tabela 5.2, o modelo mestre-escravo apresentou o maior número médio de avaliações da função objetivo ($\mu_{AV} = 2.944.622, 3$), enquanto que o modelo celular revelou o menor número médio de avaliações ($\mu_{AV} = 1.210.532, 4$).

Com respeito ao tempo médio de processamento em segundos (μ_{TP}), o modelo ilha revelou o melhor desempenho, enquanto que o modelo mestre-escravo obteve o pior desempenho.

Apesar de obter o melhor desempenho com relação ao tempo de processamento,

a porcentagem média de sucesso no modelo ilha foi insatisfatória ($\mu_{\%sucesso} = 79,5\%$). Desse modo, tanto a média quanto o desvio padrão não são informações que devem ser usadas para determinar, por si só, qual o melhor algoritmo, necessitando previamente a análise da porcentagem de convergência.

Em relação à média da porcentagem de convergência restrita a 5.000.000 de avaliações ($\mu_{\%sucesso}$), os resultados mostraram uma significativa diferença de 47,1% para o modelo mestre-escravo até 93,3% para o modelo celular.

O menor desvio padrão da porcentagem de convergência $\sigma_{\%sucesso}$ foi obtido pelo modelo híbrido, confirmando que esse modelo trata-se de um algoritmo robusto, que possui qualidades dos modelos ilha e celular, além de ter um resultado consideravelmente superior aos dos modelos mestre-escravo e celular, em relação ao custo computacional.

O comportamento dos modelos paralelos mestre-escravo (AGPME), ilha (AGPI), celular (AGPC) e híbrido (AGPH), considerando o número de avaliações da função objetivo e o número de execuções de cada modelo, também pode ser observado na Figura 5.2.

Figura 5.2: Comportamento dos modelos paralelos.

Vale ressaltar que os resultados apresentados na Figura 5.2 estão ordenados em ordem decrescente do número de avaliações da função objetivo e que o eixo das abscissas representa quantas vezes cada algoritmo foi executado.

Segundo a Figura 5.2, o AGPC apresentou o melhor resultado, pois em aproximadamente 70 execuções obteve um número de avaliações maior do que $1,0 \times 10^6$. Esse resultado pode ser comprovado ao traçar uma reta perpendicular ao eixo das ordenadas passando pelo ponto $1,0 \times 10^6$, o ponto de intersecção da reta com o gráfico do AGPC tem abscissa igual a 70.

De maneira análoga, a abordagem descrita acima também pode ser usada para comprovar que o AGPME apresentou o pior desempenho, pois obteve $5,0 \times 10^6$ de avaliações em mais da metade das execuções do algoritmo.

Confirmando o que era esperado, o AGPH que é uma combinação dos modelos ilha e celular mostrou resultados intermediários entre o AGPC e o AGPI. Esses resultados também podem ser observados no gráfico da distribuição de frequência do número de avaliações da função objetivo representado pela Figura 5.3.

Figura 5.3: Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada modelo paralelo.

O histograma dado pela Figura 5.3, que foi representado por pontos e linhas para facilitar a visualização do número de avaliações da função objetivo nas execuções de cada modelo paralelo, confirma os resultados apresentados na Figura 5.2.

O Teste de Bartlett (teste de homocedasticidade) foi então aplicado para verificar se havia homogeneidade das variâncias das amostras. Como as variâncias não apresentaram homogeneidade, o Teste de Kruskal-Wallis foi aplicado.

O p-valor obtido pelo Teste de Kruskal-Wallis foi menor do que 0,05, então há diferença entre as amostras. Desse modo, aplicou-se o Teste de Tukey para identificar quais amostras diferem significativamente e ranquear os resultados. O resultado desse teste pode ser observado na Figura 5.4.

Figura 5.4: Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo dos AGPs.

Vale mencionar que, dadas as médias das amostras A e B, se o intervalo de confiança contém o zero, então estatisticamente as médias das amostras A e B são iguais. Se a diferença entre as médias das amostras A e B for menor do que zero, então a média da amostra A é menor do que a média da amostra B. Analogamente, se a diferença entre as médias das amostras A e B for maior do que zero, então a média da amostra A é maior do que a média da amostra B.

De acordo com a Figura 5.4, a análise do intervalo de confiança aponta que há diferença significativa entre as seguintes amostras:

$$\begin{aligned} \text{AGPI} &< \text{AGPME}, \\ \text{AGPC} &< \text{AGPME}, \\ \text{AGPH} &< \text{AGPME}, \\ \text{AGPC} &< \text{AGPI}, \\ \text{AGPH} &> \text{AGPC}, \end{aligned}$$

sendo que o *ranking* das amostras é apresentado na Tabela 5.3.

De acordo com as desigualdades acima, o *ranking* é definido da seguinte maneira: como a média do número de avaliações do AGPC é menor do que a média dos algoritmos AGPME, AGPI e AGPH, então ele é o primeiro do *ranking*; o AGPI e o AGPH, segundo o intervalo de confiança (Figura 5.4), apresentaram médias iguais, então eles ocupam o segundo lugar no *ranking*; a média do AGPME é maior do que a média dos algoritmos AGPI, AGPC e AGPH, então ele é o terceiro do *ranking*.

Tabela 5.3: *Ranking* das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.

<i>Ranking</i>	Amostra
1	AGPC
2	AGPH e AGPI
3	AGPME

Portanto, o AGPC, que ficou em primeiro lugar no *ranking* das amostras (Tabela 5.3), apresentou o melhor resultado em relação ao número de avaliações da função objetivo.

Finalmente, foi realizada uma análise das proporções de sucesso das amostras ($\mu_{\%sucesso}$), apresentadas na Tabela 5.2. Como o p-valor obtido foi menor do que 0,05, então há diferença entre as proporções. Nesse caso, o método de ajuste para o p-valor foi o de Bonferroni (HSU, 1996). Os resultados podem ser observados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: *Ranking* das amostras com relação à proporção de sucesso.

<i>Ranking</i>	<i>Amostra</i>
1	AGPH e AGPC
2	AGPI
3	AGPME

De acordo com a Tabela 5.4, o AGPH e o AGPC apresentaram os melhores resultados com relação à proporção de sucesso. Embora o AGPC tenha apresentado os melhores resultados em relação ao número de avaliações da função objetivo e à proporção de sucesso, seu desempenho considerando o tempo computacional ficou muito aquém do desempenho obtido pelo AGPH (Tabela 5.2).

Pode-se concluir que o AGPH que combinou características do AGPI e do AGPC é uma escolha adequada, para solução do problema inverso de TIE, de escoamentos multifásicos.

A seguir, são apresentados os testes do AGPH com a introdução de informação *a priori*, como penalização da função objetivo.

5.3 Testes com penalização da função objetivo

Com os testes numéricos objetiva-se comparar o desempenho computacional do AGPH com relação à adição de informação *a priori* tanto da fração de vazio instantânea do escoamento (α), quanto do coeficiente de simetria do escoamento (β), definidos no Capítulo 4. A configuração do AGPH foi apresentada na Tabela 5.1, portanto não será repetida nesta seção.

Duzentas e dez execuções foram realizadas para cada caso descrito abaixo.

- Caso 1: Função objetivo sem penalidade

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty}. \quad (5.1)$$

- Caso 2: Função objetivo com penalidade de fração de vazio

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty} + (\alpha_{real} - \alpha_{aprox})^2. \quad (5.2)$$

- Caso 3: Função objetivo com penalidade de coeficiente de simetria

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty} + (\beta_{real} - \beta_{aprox})^2. \quad (5.3)$$

- Caso 4: Função objetivo com penalidade de fração de vazio e coeficiente de simetria

$$\min e(\sigma) = \|\mathbf{q}_{real} - \mathbf{q}_{aprox}\|_{\infty} + (\alpha_{real} - \alpha_{aprox})^2 + (\beta_{real} - \beta_{aprox})^2. \quad (5.4)$$

De maneira análoga à seção anterior, realizou-se as análises descritiva e estatística das médias usando o *software* estatístico R. Os resultados podem ser vistos a seguir.

Na Tabela 5.5, a média e o desvio padrão do número de avaliações da função objetivo estão representados, respectivamente, por μ_{AV} e σ_{AV} . De maneira análoga, μ_{TP} e σ_{TP} representam, respectivamente, a média e o desvio padrão do tempo de processamento do algoritmo, em segundos. A média e o desvio padrão da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, estão representados por $\mu_{\%sucesso}$ e $\sigma_{\%sucesso}$, respectivamente.

Tabela 5.5: Comparação do desempenho do AGPH, com a função objetivo com adição de informação *a priori* e sem informação *a priori*.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$\mu_{\%sucesso}$	91,4%	89,1%	94,3%	94,3%
$\sigma_{\%sucesso}$	3,3%	3,7%	4,2%	3,7%
$\mu_{TP}(s)$	28,6	33,9	30,9	33,2
$\sigma_{TP}(s)$	11,1	10,8	10,4	9,1
μ_{AV}	2.295.411,4	2.604.040,0	2.310.188,6	2.611.131,4
σ_{AV}	1.159.527,1	1.154.400,9	1.056.753,4	1.042.848,1

Segundo a Tabela 5.5, o AGPH com a função objetivo definida pelo caso 4 necessitou do maior número médio de avaliações da função objetivo para convergir ($\mu_{AV} = 2.611.131,4$), enquanto que o AGPH com o caso 1 apresentou o menor número médio de avaliações ($\mu_{AV} = 2.295.411,4$). Por outro lado, o menor desvio padrão do número de avaliações da função objetivo ($\sigma_{AV} = 1.042.848,1$) foi obtido usando o caso 4 e o maior desvio padrão ($\sigma_{AV} = 1.159.527,1$) foi observado com o caso 1.

Com relação ao tempo médio de processamento em segundos (μ_{TP}), o AGPH com o caso 2 obteve o pior desempenho, enquanto que o algoritmo com o caso 1 revelou o melhor desempenho. Entretanto, considerando-se o desvio padrão do tempo de processamento, o algoritmo com o caso 1 apresentou o pior desempenho ($\sigma_{TP} = 11,1s$), enquanto que o melhor desempenho ($\sigma_{TP} = 9,1s$) foi alcançado utilizando o caso 4.

Ainda de acordo com a Tabela 5.5, a pior porcentagem média de convergência restrita a 5.000.000 de avaliações ($\mu_{\%sucesso} = 89,1\%$) foi obtida com o caso 2, enquanto que a melhor porcentagem ($\mu_{\%sucesso} = 94,3\%$) foi obtida com ambos os casos 3 e 4.

Comparando o AGPH com os casos 3 e 4, o caso 4 apresentou o menor desvio padrão da porcentagem de convergência, $\sigma_{\%sucesso} = 3,7\%$, contra $\sigma_{\%sucesso} = 4,2\%$ do caso 3 e deve ser escolhido para os próximos testes.

Vale mencionar que os desvios padrão pequenos indicam robustez do algoritmo, enquanto que os desvios maiores indicam menor robustez, visto que os resultados variam muito. Com uma menor variação, é mais fácil realizar previsões do custo computacional do algoritmo.

O comportamento do AGPH para cada caso descrito anteriormente, considerando o número de avaliações da função objetivo e número de execuções do AGPH, pode ser observado na Figura 5.5.

Os resultados apresentados na Figura 5.5 estão ordenados em ordem decrescente do número de avaliações da função objetivo (eixo das ordenadas) e o eixo das abscissas representa quantas vezes cada caso foi executado.

Figura 5.5: Comportamento do AGPH para cada caso.

Segundo a Figura 5.5, há muita semelhança no comportamento das amostras. Pode-se dizer que o caso 1 e o caso 3 apresentaram os melhores resultados, pois em aproximadamente 40 execuções obtiveram um número de avaliações maior do que $3,0 \times 10^6$. Esse resultado pode ser comprovado ao traçar uma reta perpendicular ao eixo das ordenadas passando pelo ponto $3,0 \times 10^6$, o ponto de intersecção da reta com o gráfico do caso 1 tem abscissa igual a 40. O mesmo ocorre para o caso 3.

De maneira análoga, a abordagem descrita acima também pode ser usada para comprovar que os casos 2 e 4 apresentaram os piores desempenhos, pois obtiveram um número de avaliações maior do que $3,0 \times 10^6$ em aproximadamente 60 execuções.

Esses resultados também podem ser observados no gráfico da distribuição de frequência do número de avaliações da função objetivo representado pela Figura 5.6.

Figura 5.6: Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada caso.

O histograma dado pela Figura 5.6, que foi representado por pontos e linhas para facilitar a visualização do número de avaliações da função objetivo nas execuções de cada caso, confirma os resultados apresentados pela Figura 5.5.

O Teste de Bartlett (teste de homocedasticidade) foi então aplicado para verificar se havia homogeneidade das variâncias das amostras. Como as variâncias apresentaram homogeneidade, o Teste da ANOVA foi aplicado.

O p-valor obtido pelo Teste da ANOVA foi menor do que 0,05, então há diferenças entre as amostras. Desse modo, aplicou-se o Teste de Tukey para identificar quais amostras diferem significativamente e ranquear os resultados. O resultado desse teste pode ser observado na Figura 5.7.

Figura 5.7: Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo para cada caso.

Vale mencionar que, dadas as médias das amostras A e B, se o intervalo de confiança contém o zero, então estatisticamente as médias das amostras A e B são iguais. Se a diferença entre as médias das amostras A e B for menor do que zero, então a média da amostra A é menor do que a média da amostra B. Analogamente, se a diferença entre as médias das amostras A e B for maior do que zero, então a média da amostra A é maior do que a média da amostra B.

De acordo com a Figura 5.7, a análise do intervalo de confiança aponta que há diferença significativa entre as seguintes amostras:

$$\begin{aligned}
 \text{Caso 2} &> \text{Caso 1}, \\
 \text{Caso 4} &> \text{Caso 1}, \\
 \text{Caso 3} &< \text{Caso 2}, \\
 \text{Caso 4} &> \text{Caso 3},
 \end{aligned}$$

sendo que o *ranking* das amostras é apresentado na Tabela 5.6.

De acordo com as desigualdades acima, o *ranking* é definido da seguinte maneira: como as médias do número de avaliações dos casos 1 e 3 são iguais, segundo o intervalo de confiança (Figura 5.7), e menores do que as médias dos casos 2 e 4, então eles ocupam a primeira posição do *ranking*; analogamente, como as médias dos casos 2 e 4 são iguais e maiores do que as médias dos casos 1 e 3, então eles ocupam a segunda posição do *ranking*.

Tabela 5.6: *Ranking* das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.

<i>Ranking</i>	<i>Amostra</i>
1	Caso 1 e Caso 3
2	Caso 2 e Caso 4

Portanto, o uso da informação *a priori* da fração de vazio do escoamento acarreta em um número maior de avaliações da função objetivo (Tabela 5.6).

Finalmente, foi realizada uma análise das proporções de sucesso das amostras ($\mu_{\%sucesso}$), apresentadas na Tabela 5.5. Como o p-valor obtido foi maior do que 0,05, então estatisticamente não há diferença entre as proporções. Em outras palavras, não há indícios que apontem diferença na proporção de sucesso entre o AGPH com informação *a priori* e sem informação.

Portanto, o AGPH com informação *a priori* da fração de vazio e do coeficiente de simetria do escoamento será adotado nos testes seguintes, pois trata-se de um algoritmo robusto, o qual apresentou os menores desvios padrão, em relação ao tempo de processamento do algoritmo e ao número de avaliações da função objetivo, na Tabela 5.5.

Os resultados dos testes do AGPH com a introdução da tabela *hash*, objetivando a redução do custo computacional do algoritmo, são apresentados a seguir.

5.4 Testes com a Tabela *Hash*

A inserção da tabela *hash* (apresentada no Capítulo 4), uma estrutura que permite que um mesmo indivíduo não seja avaliado mais do que uma vez, evidenciou resultados muito satisfatórios em relação ao tempo médio de processamento do algoritmo.

Especificamente, 50 execuções foram realizadas e os resultados podem ser observados na Figura 5.8. O comportamento da tabela *hash* durante as gerações, considerando uma única execução do algoritmo, pode ser visto na Figura 5.9. Na Figura 5.10, pode ser observado o comportamento da tabela *hash* nas primeiras 100 gerações.

O tamanho da tabela *hash* representa o número total de avaliações da função objetivo realizadas durante a execução do algoritmo. O número total de avaliações da função objetivo, que não foi necessário ser calculado, está representado pelo número de acertos acumulados da tabela *hash*. Já o número de acertos da tabela *hash* na geração representa o número de avaliações da função objetivo que não houve necessidade de ser calculado naquela geração.

De acordo com a Figura 5.8, em média, nas 50 execuções, aproximadamente 200.000 avaliações da função objetivo foram calculadas, enquanto que 1.195.000 avaliações não precisaram ser calculadas. Se o tempo computacional necessário para calcular a função objetivo fosse de 1s, então o AGPH gastaria 1.195.000s, aproximadamente 13 dias de cálculos desnecessários considerando a execução em um único nó.

Figura 5.8: Tamanho da tabela *hash* $\times$ número de acertos acumulados da tabela *hash*, em 50 execuções do AGPH.

Figura 5.9: Comportamento da tabela *hash* ao longo das gerações, em uma única execução do AGPH.

Figura 5.10: Comportamento da tabela *hash* nas primeiras 100 gerações, em uma única execução do AGPH.

Segundo a Figura 5.10, nas primeiras gerações a tabela *hash* aumenta de tamanho rapidamente, pois como a diversidade da população é grande, faz-se necessária a inserção de muitos indivíduos na tabela *hash*. Entretanto, como pode ser visto na Figura 5.9, o tamanho da tabela *hash* praticamente não se altera depois de 100 gerações, enquanto que o número de acertos acumulados da tabela *hash* cresce consideravelmente, devido à criação de indivíduos clonados. Vale ressaltar que o comportamento da tabela *hash* é similar em qualquer execução do AGPH.

Pode-se concluir que a introdução da tabela *hash* reduziu o custo computacional do AGPH consideravelmente.

A seguir, são apresentados os resultados das simulações numéricas, com as quais se almeijou comparar o desempenho do AGPH com a inserção dos operadores de predação e busca local, apresentados no Capítulo 4.

5.5 Testes com a predação e a busca local

Com os resultados das simulações numéricas almeja-se comparar o desempenho computacional do modelo híbrido com a inserção dos operadores de predação e busca local na solução do problema tomográfico.

Duzentas e dez execuções foram realizadas para cada caso descrito a seguir. Os casos 1, 2, 3 e 4 representam o AGPH: (1) sem predação e sem busca local, (2) com predação, (3) com busca local e (4) com predação e com busca local.

O pseudo-código do AGPH, considerando a inserção dos operadores de predação e busca local, pode ser visto no Algoritmo 6.

Algoritmo 6: Pseudo-código do AGPH

Inicie P subpopulações, cada uma de tamanho N **Para** cada célula i na malha **faça** Gere um indivíduo aleatório i **Fim do faça**Número de gerações $\leftarrow 1$ **Enquanto** o critério de parada não é satisfeito **faça** **Para** cada subpopulação **faça** em paralelo

Avalie e selecione indivíduos de acordo com a aptidão

Se o número de gerações for múltiplo da frequência **então** Envie $k < N$ indivíduos mais aptos para uma subpopulação vizinha Receba k indivíduos na subpopulação **Fim do se** **Para** cada célula i **faça** Selecione um indivíduo vizinho j Gere descendentes por meio de i e j Atribua um dos descendentes a i Mute i com probabilidade P_{mut} **Fim do faça** **Se** o indivíduo mais apto permanecer o mesmo por 20 gerações **então**

Execute a predação heurística

Realize a busca local

Fim do se **Fim do faça** em paralelo Número de gerações $\leftarrow$ número de gerações $+ 1$ **Fim do enquanto**

As análises descritiva e estatística das médias usando o *software* estatístico R também foram feitas nesta seção. Os resultados dessas análises podem ser observados a seguir.

Na Tabela 5.7, a média e o desvio padrão do número de avaliações da função objetivo estão representados, respectivamente, por μ_{AV} e σ_{AV} . De maneira análoga, μ_{TP} e σ_{TP} representam, respectivamente, a média e o desvio padrão do tempo de processamento do algoritmo, em segundos. A média e o desvio padrão da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, estão representados por $\mu_{\%sucesso}$ e $\sigma_{\%sucesso}$, respectivamente.

Tabela 5.7: Comparação do desempenho computacional do AGPH com a inserção da predação e da busca local.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$\mu_{\%sucesso}$	94,3%	95,7%	92,4%	96,7%
$\sigma_{\%sucesso}$	3,7%	4,6%	5,4%	3,9%
$\mu_{TP}(s)$	33,2	31,4	33,1	31,8
$\sigma_{TP}(s)$	9,1	8,9	9,7	8,2
μ_{AV}	2.611.131,4	2.310.141,2	2.533.797,7	2.311.932,3
σ_{AV}	1.042.848,1	969.584,4	1.069.222,6	873.193,7

De acordo com a Tabela 5.7, o caso 1 (AGPH sem predação e sem busca local) apresentou o maior número médio de avaliações da função objetivo ($\mu_{AV} = 2.611.131,4$), enquanto que o caso 2 revelou o menor número médio de avaliações ($\mu_{AV} = 2.310.141,2$). Por outro lado, o menor desvio padrão do número de avaliações da função objetivo ($\sigma_{AV} = 873.193,7$) foi obtido pelo caso 4 e o maior desvio padrão ($\sigma_{AV} = 1.069.222,6$) foi observado no caso 3.

Com respeito ao tempo médio de processamento em segundos (μ_{TP}), a configuração 2 revelou o melhor desempenho, enquanto que o caso 1 obteve o pior desempenho. Porém, considerando-se o desvio padrão do tempo de processamento, o caso 3 apresentou o pior desempenho ($\sigma_{TP} = 9,7s$), enquanto que o melhor desempenho ($\sigma_{TP} = 8,2s$) foi alcançado pelo caso 4.

Em relação à porcentagem média de convergência restrita a 5.000.000 de avaliações ($\mu_{\%sucesso}$), o pior desempenho ($\mu_{\%sucesso} = 92,4\%$) foi obtido pelo caso 3, enquanto que o melhor desempenho ($\mu_{\%sucesso} = 96,7\%$) foi obtido pelo caso 4.

O comportamento do AGPH para os casos descritos anteriormente, considerando o número de avaliações da função objetivo e o número de execuções do AGPH pode ser observado na Figura 5.11.

Figura 5.11: Comportamento do AGPH para cada caso.

Os resultados apresentados na Figura 5.11 estão ordenados em ordem decrescente do número de avaliações da função objetivo (eixo das ordenadas) e o eixo das abscissas representa quantas vezes cada caso foi executado.

Segundo a Figura 5.11, há muita semelhança no comportamento das amostras. Pode-se dizer que os casos 2 e 4 apresentaram os melhores resultados, pois em aproximadamente 40 execuções obtiveram um número de avaliações maior do que $3,0 \times 10^6$. Esse resultado pode ser comprovado ao traçar uma reta perpendicular ao eixo das ordenadas passando pelo ponto $3,0 \times 10^6$, o ponto de intersecção da reta com o gráfico do caso 2 tem abscissa igual a 40. O mesmo ocorre para o caso 4.

De maneira análoga, a abordagem descrita acima também pode ser usada para comprovar que os casos 1 e 3 apresentaram os piores desempenhos, pois obtiveram um número de avaliações maior do que $3,0 \times 10^6$ em aproximadamente 60 execuções.

Esses resultados também podem ser observados no gráfico da distribuição de frequência do número de avaliações da função objetivo representado pela Figura 5.12.

Figura 5.12: Distribuição de frequência (histograma) do número de avaliações da função objetivo para cada caso.

O histograma dado pela Figura 5.12, que foi representado por pontos e linhas para facilitar a visualização do número de avaliações da função objetivo nas execuções de cada caso, confirma os resultados apresentados pela Figura 5.11.

O Teste de Bartlett (teste de homocedasticidade) foi então aplicado para verificar se havia homogeneidade das variâncias das amostras. Como as variâncias não apresentaram homogeneidade, o Teste de Kruskal-Wallis foi aplicado.

O p-valor obtido pelo Teste de Kruskal-Wallis foi menor do que 0,05, então há diferenças entre as amostras. Desse modo, aplicou-se o Teste de Tukey para identificar quais amostras diferem significativamente e ranquear os resultados. O resultado desse teste pode ser observado na Figura 5.13.

Figura 5.13: Intervalo de confiança dos testes em relação à diferença entre as médias do número de avaliações da função objetivo para cada caso.

Vale mencionar que, dadas as médias das amostras A e B, se o intervalo de confiança contém o zero, então estatisticamente as médias das amostras A e B são iguais. Se a diferença entre as médias das amostras A e B for menor do que zero, então a média da amostra A é menor do que a média da amostra B. Analogamente, se a diferença entre as médias das amostras A e B for maior do que zero, então a média da amostra A é maior do que a média da amostra B.

De acordo com a Figura 5.13, a análise do intervalo de confiança aponta que há diferença significativa entre as seguintes amostras:

$$\begin{aligned} \text{Caso 2} &< \text{Caso 1,} \\ \text{Caso 4} &< \text{Caso 1,} \end{aligned}$$

sendo que o *ranking* das amostras é apresentado na Tabela 5.8.

De acordo com as desigualdades acima, o *ranking* é definido da seguinte maneira: como a média do número de avaliações do caso 3 coincide com as médias dos casos 1, 2 e 4, segundo o intervalo de confiança (Figura 5.13), e como as médias dos casos 2 e 4 são iguais e menores do que a média do caso 1, então os casos 2 e 4 ocupam a primeira posição do *ranking* e o caso 3 é o segundo do *ranking*; finalmente, a média do caso 1 é maior do que as médias dos casos 2 e 4, logo ele ocupa a terceira posição do *ranking*.

Tabela 5.8: *Ranking* das amostras com relação ao número de avaliações da função objetivo.

<i>Ranking</i>	<i>Amostra</i>
1	Caso 2 e Caso 4
2	Caso 3
3	Caso 1

Portanto, o caso 1 (AGPH sem predação e busca local), que ficou em terceiro lugar no *ranking* das amostras (Tabela 5.8), apresentou o pior resultado em relação ao número de avaliações da função objetivo.

Finalmente, foi realizada uma análise das proporções de sucesso das amostras ($\mu_{\%sucesso}$), apresentadas na Tabela 5.7. Como o p-valor obtido foi maior do que 0,05, então estatisticamente não há diferença entre as proporções. Em outras palavras, não há indícios que apontem diferença na proporção de sucesso entre o AGPH com inserção dos operadores de predação e busca local e sem inserção desses operadores.

Vale ressaltar que o AGPH com predação e busca local trata-se de um algoritmo robusto, o qual apresentou os menores desvios padrão, em relação ao tempo de processamento do algoritmo e ao número de avaliações da função objetivo, na Tabela 5.7.

Portanto, o AGPH com predação e busca local pode ser considerado um algoritmo muito promissor para a busca do mínimo global (imagem desejada).

Considerando-se o indivíduo mais apto e o menos apto, a curva de convergência do AGPH para a solução ótima (imagem procurada) pode ser vista na Figura 5.14.

Figura 5.14: Curva de convergência do AGPH.

Vale mencionar que a imagem foi obtida a partir de malhas computacionais iguais, para a discretização do domínio em elementos finitos, utilizada tanto para simular o fluxo de corrente elétrica medido (problema de referência), quanto para obter o fluxo de corrente calculado numericamente, não evitando assim o chamado “crime inverso” (do inglês, *inverse crime*), que ocorre quando a imagem é reconstruída usando a mesma discretização do MEF (KAPIO; SOMERSALO, 2004).

Isso deve-se ao fato de que o objetivo principal deste trabalho é confirmar a aplicabilidade de AGPs na solução de problemas práticos reais de TIE, de escoamentos multifásicos. Entretanto, no Apêndice B são apresentados resultados preliminares da reconstrução de imagens usando modelos diferentes do MEF para o domínio de sensoriamento adotado.

5.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados o estudo de caso, os resultados dos testes numéricos com AGPs e os resultados dos testes do AGPH, com penalização da função objetivo. Os testes com a introdução da tabela *hash* e com a inserção dos operadores de predação e de busca local no AGPH também foram apresentados.

Um domínio de sensoriamento 2D foi adotado. Os valores numéricos do contraste foram escolhidos a fim de reproduzir as características dielétricas de

um escoamento vertical a bolhas.

O desempenho computacional do AGPH foi comparado com o desempenho dos AGPs mestre-escravo, ilha e celular. Os resultados das simulações numéricas confirmaram que o modelo híbrido reuniu qualidades dos modelos ilha e celular, obtendo a maior porcentagem de convergência do algoritmo e o menor tempo médio de processamento.

Comparou-se também o desempenho computacional do modelo híbrido com relação à penalização da função objetivo. Os resultados das simulações numéricas mostraram um aumento na taxa de convergência do algoritmo e diminuição do tempo médio de processamento, graças à inclusão da fração de vazio e do coeficiente de simetria como penalidade na função objetivo.

Com relação à introdução da tabela *hash* no modelo híbrido, o custo computacional do algoritmo para a obtenção da solução ótima foi reduzido consideravelmente.

Com respeito à inserção dos operadores de predação e busca local, os resultados das simulações numéricas confirmaram que o desempenho do AGPH com os operadores de predação e busca local foi melhor comparado ao desempenho do algoritmo sem esses operadores ou com apenas um deles.

No capítulo seguinte, são apresentadas as conclusões da pesquisa desenvolvida, suas contribuições e perspectivas.

Conclusões

No contexto de tomografia de escoamentos multifásicos por sensoramento elétrico, as atividades de pesquisa resultaram no desenvolvimento de AGPs para a solução do problema tomográfico, que foi tratado como um problema inverso.

De acordo com a teoria de problemas inversos, a reconstrução numérica da TIE é tratada como um problema de minimização global, cuja função objetivo é um funcional de erro que representa a diferença entre medidas (fluxo de corrente elétrica) obtidas experimentalmente e medidas aproximadas, obtidas numericamente por meio de uma distribuição prospectiva do contraste elétrico. O mínimo global do funcional de erro corresponde à imagem procurada.

Métodos de otimização poderosos, como AGs, não são capazes de obter a imagem procurada em tempo viável. Isso deve-se à não linearidade e ao mau condicionamento do problema tomográfico que impedem a convergência do algoritmo para a solução ótima, na presença de mínimos locais, pontos de sela, mínimos de fronteira e regiões praticamente planas. Desse modo, a obtenção da solução (imagem) em tempo adequado é o principal fator que justifica a necessidade do processamento paralelo, hibridização de arquiteturas de AGPs, introdução de informação *a priori* e adoção de estratégias para melhorar a eficiência do algoritmo.

Neste trabalho, propôs-se o desenvolvimento de métodos de solução para o problema tomográfico com base em AGs específicos, bem como a adaptação do algoritmo para execução em arquiteturas paralelas. Esse procedimento é de fundamental importância para a aplicação da técnica proposta em problemas práticos reais. O desenvolvimento de um AGP otimizado para as condições do problema tratado e implementado de modo a obter a imagem procurada em tempo viável foi o objetivo fundamental deste trabalho.

A formulação do problema de TIE é dada pela equação diferencial parcial que rege a condução de cargas elétricas no domínio e por condições de contorno que simulam o processo de excitação e medição. A relação entre contraste elétrico, excitação e medição define a natureza do problema (direto ou inverso). No problema direto, o contraste é conhecido e o potencial elétrico é obtido pela equação diferencial e por uma das condições de contorno (excitação ou medição).

Entretanto, no problema inverso (tomográfico) o contraste e o potencial elétrico não são conhecidos, sendo obtidos por meio da equação diferencial e pelas duas condições de contorno impostas simultaneamente. O funcional de erro adotado é representado pela diferença entre o fluxo de corrente elétrica resultante do modelo experimental e o fluxo de corrente resultante do modelo numérico. O mínimo global do funcional de erro representa a imagem procurada.

As condições de contorno descrevem os perfis de excitação gerados pela sonda tomográfica. Neste trabalho, o padrão de excitação elétrica adotado foi o triangular, também chamado diametral, que detecta melhor a distribuição do contraste, uma vez que possibilita que o campo atravesse o volume de sensoriamento sendo mais sensível às mudanças no interior do domínio.

A resolução do problema de modo numérico foi necessária, visto que nem sempre existe solução analítica quando a distribuição do contraste não é constante. O MEF foi adotado para a discretização do domínio e solução das equações diferenciais parciais.

O processo de obtenção do sistema linear percorrendo os nós incógnitas do domínio discreto ao invés dos elementos, possibilitou um armazenamento otimizado da matriz. Desse modo, foram armazenados diretamente apenas os coeficientes não nulos, em um vetor de pontos flutuantes, e os índices da coluna dos respectivos coeficientes, em um vetor de inteiros. O sistema linear foi resolvido pelo método GBCP.

As arquiteturas de AGPs adotadas foram: arquitetura mestre-escravo, ilha, celular e híbrida. Na arquitetura mestre-escravo, os indivíduos foram avaliados simultaneamente por meio dos diversos processadores, sendo que o processador mestre foi responsável pela execução do ciclo principal do AG.

A estrutura sequencial do AG foi mantida na arquitetura ilha, exceto pela

adição do operador de migração, que foi responsável pelo envio de indivíduos entre as subpopulações, localizadas cada uma em um processador.

Na arquitetura celular, cada indivíduo ocupou uma posição da malha $2D$, sendo avaliados simultaneamente. A seleção e a reprodução foram realizadas localmente dentro de pequenas vizinhanças.

A arquitetura híbrida combinou características das arquiteturas ilha e celular, ou seja, cada indivíduo ocupou uma posição da malha $2D$, sendo avaliados simultaneamente. Os indivíduos mais aptos migravam de uma população para outra, segundo um padrão estabelecido. A seleção e a reprodução foram realizadas localmente dentro de pequenas vizinhanças.

Neste trabalho, o AGPH mostrou-se eficiente e robusto quando aplicado ao problema de TIE. De acordo com as análises descritivas e estatísticas, a arquitetura híbrida foi capaz de encontrar a solução ótima com a menor média do tempo de processamento ($\mu_{TP} = 28,6s$), em comparação com os resultados das arquiteturas mestre-escravo ($\mu_{TP} = 485,3s$) e celular ($\mu_{TP} = 115,9s$), e com o menor desvio padrão do tempo de processamento ($\sigma_{TP} = 11,1s$), quando comparada com os resultados das demais arquiteturas. Além disso, obteve o menor desvio padrão da porcentagem de convergência ($\sigma_{\%sucesso} = 3,3$) e uma média de 91,4% de convergência para a solução ótima, confirmando que essa arquitetura trata-se de um algoritmo robusto, que possui qualidades das arquiteturas ilha e celular.

Em relação à solução do problema de TIE, o uso do AGPH com adição de informação *a priori* apresentou desempenho computacional satisfatório de acordo com as análises descritiva e estatística dos resultados. Por meio da penalização da função objetivo, na qual foram incluídas como informação *a priori* a fração de vazio instantânea e o coeficiente de simetria do escoamento, o AGPH foi capaz de encontrar a solução ótima com o menor desvio padrão do tempo de processamento ($\sigma_{TP} = 9,1s$), em comparação com os desvios padrão do AGPH sem informação *a priori* ou com apenas uma delas. Mais ainda, aumentou a média da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, do algoritmo (94,3%), quando comparada com a média da porcentagem de convergência do algoritmo sem informação *a priori* (91,4%). Logo, o AGPH com informação *a priori*, da fração de vazio e do coeficiente de simetria do escoamento, apresentou os melhores

resultados.

Com respeito à introdução de estratégias para melhorar a eficiência do AGPH, o uso de uma tabela *hash*, que permitiu que um mesmo indivíduo não fosse avaliado mais do que uma vez, reduziu consideravelmente o custo computacional do algoritmo. Isso porque, de acordo com os resultados obtidos, aproximadamente 200.000 avaliações da função objetivo foram calculadas, enquanto que 1.195.000 avaliações não precisaram ser calculadas.

A inserção dos operadores de predação e busca local mostrou ser uma estratégia eficiente para resolver o problema de TIE. Segundo as análises descritivas e estatísticas, o AGPH com os operadores de predação e busca local obteve o menor desvio padrão do tempo de processamento ($\sigma_{TP} = 8,2s$), quando comparado com os desvios padrão do algoritmo sem esses operadores ou com apenas um deles. Além disso, apresentou a maior média da porcentagem de convergência ($\mu_{\%sucesso} = 96,7\%$), restrita a 5.000.000 de avaliações, quando comparada à média dos demais algoritmos, evidenciando que o AGPH com predação e busca local trata-se de uma escolha adequada para obtenção da solução ótima.

Portanto, o AGPH com informação *a priori*, com tabela *hash* e com os operadores de predação e busca local é uma técnica promissora para a busca do mínimo global (imagem procurada), considerando o tipo de problema inverso estudado neste trabalho. A obtenção da imagem do escoamento sensoriado (convergência do algoritmo para a solução ótima) e a redução no tempo total de execução são resultados relevantes desta pesquisa.

6.1 Contribuições

Verifica-se que a maior parte dos algoritmos utilizados na literatura (ETUKE; BONNECAZE, 1998; KAPIO; SOMERSALO, 2004; CAO et al., 2007) para obtenção de imagens na TIE não exploram a aplicação de métodos estocásticos, como os AGs, nem tão pouco o processamento paralelo, para acelerar o processo de reconstrução da imagem e permitir aplicações industriais reais.

Com a utilização de AGPs pôde-se, por exemplo, incluir informações físicas do escoamento, conhecidas *a priori*, que evitaram a obtenção de soluções sem significado (imagens não desejadas ou não representativas do regime de escoamento em

questão), canalizando a busca da solução ótima e, juntamente com a arquitetura paralela e os operadores de predação e busca local, obtendo uma diminuição do custo computacional do algoritmo para reconstrução da imagem.

Ao final deste trabalho, espera-se ter contribuído com o desenvolvimento de uma técnica útil e viável de reconstrução de imagens tomográficas por sensoria-mento elétrico para escoamentos multifásicos visando aplicações industriais.

6.2 Perspectivas

Com o intuito de acelerar a convergência do algoritmo de reconstrução para o mínimo global (imagem procurada), diminuir o tempo total de execução do algoritmo e considerar novas abordagens para o problema de TIE de escoamentos multifásicos, as propostas para trabalhos futuros são:

- adicionar ruído aos dados do problema tomográfico. Uma possível idéia é adicionar ruído gaussiano aos dados experimentais sintéticos do problema tomográfico (KAPIO; SOMERSALO, 2004), uma vez que sempre existirão erros nos dados experimentais, pois a acurácia e a precisão (número de algarismos significativos) de uma certa medida estarão sempre limitadas tanto pela sofisticação do equipamento utilizado, pela habilidade de quem realiza a medição, pelos princípios físicos básicos tanto do instrumento de medição, quanto do fenômeno que gerou o experimento e o conhecimento que se tem sobre o valor “verdadeiro” da grandeza física;
- estender o estudo sobre a introdução de restrições derivadas de conhecimento físico do problema tomográfico. Uma idéia é estimar a área interfacial das inclusões (bolhas de ar) e penalizar a função objetivo com mais essa informação *a priori*;
- combinar o AG com métodos determinísticos. Uma possível idéia é aplicar o AG até obter uma solução candidata no domínio de atração do mínimo global. Em seguida, aplicar um método determinístico, por exemplo, o Método BFGS, do inglês *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno Method* (PRESS et al., 1992; LUENBERGER, 2005), para acelerar a convergência por meio de uma busca intensiva em torno da melhor solução encontrada pelo AG;

- combinar o AG com outros métodos estocásticos. Uma idéia é usar uma rede neural (SMITH, 1996) para obter uma solução inicial para o AG. Em seguida, combinar o AG com métodos de busca local para acelerar a convergência;
- estudar a influência das arquiteturas de *hardware* no desempenho das diversas estratégias de paralelização do AG.
- implementar uma rotina do MEF considerando várias malhas de elementos finitos irregulares, com o objetivo de explorar geometrias mais complexas, encontradas com frequência em problemas reais. Por exemplo, explorar geometrias como trincas e vazios na superfície de dutos para transporte de gás natural.

Referências Bibliográficas

ACTON, F. **Numerical methods that work**. 2. ed. Washington: Mathematical Association of America, 1990.

ADAMIDIS, P. **Review of parallel genetic algorithms bibliography**. Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki, 1994. (Relatório técnico). Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/adamidis94review.html>. Acesso em: 22 nov. 2005.

ALANDER, J. **An indexed bibliography of distributed genetic algorithms**. Finland: University of Vaasa, 1996. (Relatório técnico, 94-1-PARA). Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/article/alander99indexed.html>. Acesso em: 25 nov. 2005.

ALBA, E.; TROYA, J. A survey of parallel distributed genetic algorithms. **Complexity**, New York, v. 4, n. 4, p. 31-52, 1999.

ALLERS, A.; SANTOSA, F. Stability and resolution analysis of a linearized problem in electrical impedance tomography. **Inverse Problems**, Bristol, v. 7, n. 4, p. 515-533, 1991.

ANDREUSSI, P. An impedance method for the measurement of liquid hold-up in two-phase flow. **International Journal of Multiphase Flow**, Oxford, v. 14, n. 6, p. 777-785, 1988.

ASALI, J. Interfacial drag and film height for vertical annular flow. **American Institute of Chemical Engineers Journal**, New York, v. 31, n. 6, p. 895-902, 1985.

AVIS, N.; BARBER, D. Incorporating a priori information into the Sheffield filtered backprojection algorithm. **Physiological Measurement**, Woodbury, v. 16, n. 3A, p. A111-A122, 1995.

- BARBER, D. A review of image reconstruction techniques for electrical impedance tomography. **Medical Physics**, New York, v. 16, n. 2, p. 162-169, 1989.
- BARBER, D.; BROWN, B.; FREESTON, I. Imaging spatial distributions of resistivity using applied potential tomography. **Electronic Letters**, Stevenage, v. 19, n. 22, p. 933-935, 1983.
- BARRETT, R. et al. **Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods**. 2. ed. Philadelphia: SIAM, 1994.
- BATES, R.; GARDEN, K.; PETERS, T. Overview of computerized tomography with emphasis on future developments. **Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers**, New York, v. 71, n. 3, p. 356-372, 1983.
- BATHE, K. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- BAYFORD, R. et al. Experimental validation of a novel reconstruction algorithm for electrical impedance tomography based on backprojection of Lagrange multipliers. **Physiological Measurement**, Woodbury, v. 16, p. A237-A247, 1995.
- BECK, M.S.; WILLIAMS, R.A. Process tomography: a european innovation and its application. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 7, n. 3, p. 215-224, 1996.
- BENNETT, M.A.; WILLIAMS, R.A. Monitoring the operation of an oil/water separator using impedance tomography. **Minerals Engineering**, Oxford, v. 17, n. 5, p. 605-614, 2004.
- BLANCO, A.; DELGADO, M.; PEGALAJAR, M.C. A real-coded genetic algorithm for training recurrent neural networks. **Neural Networks**, Tarrytown, v. 14, n. 1, p. 93-105, 2001.
- BORCEA, L. Electrical impedance tomography. **Inverse Problems**, Bristol, v. 18, n. 6, p. R99-R136, 2002.

- BRODOWICZ, K.; MARYNIAK, L.; DIAKOWSKI, T. Application of capacitance tomography for pneumatic conveying processes. In: BECK, M.S. et al. (Ed.). **Tomographic techniques for process design and operation**. Southampton: Computational Mechanics, 1993. p. 361-368.
- BUTLER, J.E.; BONNECAZE, R.T. Imaging of particle shear migration with electrical impedance tomography. **Physics of Fluids**, New York, v. 11, n. 8, p. 1982-1994, 1999.
- CAMPOS, H. **Estatística experimental não-paramétrica**. Piracicaba: Esalq, 1979.
- CANTÚ-PAZ, E. **A survey of parallel genetic algorithms**. Urbana-Champaign: University of Illinois at Urbana-Champaign, 1998. (Relatório técnico, 97003). Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/155991.html>. Acesso em: 7 dez. 2005.
- CANTÚ-PAZ, E. **Efficient and accurate parallel genetic algorithms**. Englewood Cliffs: Springer, 2000.
- CANTÚ-PAZ, E.; GOLDBERG, D.E. Efficient parallel genetic algorithms: theory and practice. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Amsterdam, v. 186, p. 221-238, 2000.
- CAO, Z. et al. A calculable sensor for electrical impedance tomography. **Sensors and Actuators A: Physical**, Lausanne, v. 140, n. 2, p. 156-161, 2007.
- CAROSIO, G.L.C.; ROLNIK, V.P.; SELEGHIM JR, P. Two phase flows mapping by electrical impedance tomography: preliminary studies to improve the reconstruction techniques. In: ADAMOWSKI, J.C. et al. (Ed.). **ABCM Symposium series in mechatronics**. Rio de Janeiro: ABCM Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2004. v. 1, p. 600-606.
- CENSOR, Y. Finite series-expansion reconstruction methods. **Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers**, New York, v. 71, n. 3, p. 409-419, 1983.

- CHENEY, M.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.C. Electrical impedance tomography. **SIAM Review**, Philadelphia, v. 41, n. 1, p. 85-101, 1999.
- CHENEY, M. et al. Noser: an algorithm for solving the inverse conductivity problem. **International Journal of Imaging Systems and Technology**, Chichester, v. 2, n. 2, p. 66-75, 1990.
- CHENG, F.Y.; LI, D. Genetic algorithm development for multiobjective optimization of structures. **AIAA Journal**, Easton, v. 36, n. 6, p. 1105-1112, 1998.
- CHO, K.H.; KIM, S.; LEE, Y.J. Impedance imaging of two-phase flow field with mesh grouping method. **Nuclear Engineering and Design**, Amsterdam, v. 204, n. 1, p. 57-67, 2001.
- CHO, K.-H.; KIM, S.; LEE, Y.-J. A fast EIT image reconstruction method for the two-phase flow visualization. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, Oxford, v. 26, p. 637-646, 1999.
- CORMEN, T. et al. **Introduction to algorithms**. 2. ed. Cambridge: MIT Press, 2001.
- CROCOMO, M.K.; SIMÕES, E.V.; DELBEM, A.C.B. Otimização automática de parâmetros de sistemas evolutivos de acordo com a aplicação. In: **CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO**, 24., 2004, Salvador. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Computação, 2004. 1 CD-ROM.
- DAS, R.K.; PATTANAYAK, S. Electrical impedance method for flow regime identification in vertical upward gas-liquid two-phase flow. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 4, n. 12, p. 1457-1463, 1993.
- DAVIS, L. **Handbook of genetic algorithms**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- DĚDKOVÁ, J. Image reconstruction using combination deterministic and stochastic method. **PIERS Online**, Cambridge, v. 4, n. 1, p. 73-76, 2008.

- DICKIN, F.J.; WILLIAMS, R.A.; BECK, M.S. Determination of composition and motion of multicomponent mixtures in process vessels using electrical impedance tomography - I. principles and process engineering applications. **Chemical Engineering Science**, London, v. 48, n. 10, p. 1883-1897, 1993.
- DOBSON, D.C.; SANTOSA, F. Resolution and stability analysis of an inverse problem in electrical impedance tomography: dependence on the input current patterns. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, Philadelphia, v. 54, n. 6, p. 1542-1560, 1994.
- EBY, D. et al. **An injection island GA for flywheel design optimization**. Disponível em: <<http://garage.cse.msu.edu/papers/GARAGe97-05-04.pdf>>. Acesso em: 7 dez. 2005.
- EDIC, P.M. et al. An iterative newton-raphson method to solve the inverse admittivity problem. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 45, n. 7, p. 899-908, 1998.
- EGLESE, R.W. Simulated annealing: a tool for operational research. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 46, n. 3, p. 271-281, 1990.
- EIBEN, A.E.; SCHIPPERS, C.A. On evolutionary exploration and exploitation. **Fundamenta Informaticae**, Warsaw, v. 35, n. 1-2, p. 35-50, 1998.
- ETUKE, E.O.; BONNECAZE, R.T. Measurement of angular velocities using electrical impedance tomography. **Flow Measurement and Instrumentation**, New York, v. 9, n. 3, p. 159-169, 1998.
- FASCHING, G.E.; SMITH JR, N.S. A capacitive system for three-dimensional imaging of fluidized beds. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 62, n. 9, p. 2243-2251, 1991.
- FIGUEROA, T.P.; SELEGHIM JR, P. Sensitivity analysis of different sensing strategies for electrical impedance imaging of two-phase flows. **Journal of Electronic Imaging**, Danvers, v. 10, n. 3, p. 641-645, 2001.
- GADD, R.; RECORD, P.; ROLFE, P. Electrical impedance tomography - a sensitivity region reconstruction algorithm using adjacent drive current injection

strategy. **Clinical Physics and Physiological Measurement**, Woodbury, v. 13, n. Suppl. A, p. 101-105, 1992.

GEN, M.; CHENG, R. **Genetic algorithms & engineering designs**. New York: John Wiley, 1997.

GISSER, D.G.; ISAACSON, D.; NEWELL, J.C. Electric current tomography and eigenvalues. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, Philadelphia, v. 50, n. 6, p. 1623-1634, 1990.

GLOVER, F. Tabu search for nonlinear and parametric optimization (with links to genetic algorithms). **Discrete Applied Mathematics**, Amsterdam, v. 49, n. 1-3, p. 231-255, 1994.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. Tabu search. In: REEVES, C. (Ed.). **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. New York: John Wiley, 1993. p. 70-150.

GOLDBERG, D. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**. Boston: Addison-Wesley Longman, 1989.

GONNET, G. **Handbook of algorithms and data structures**. London: Addison-Wesley, 1984.

GORDON, V.S.; WHITLEY, D. **Serial and parallel genetic algorithms as function optimizers**. Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/gordon93serial.html>. Acesso em: 22 nov. 2005.

HADAMARD, J. **La théorie des équations aux dérivées partielles**. Pékin: Éditions scientifiques, 1964.

HAYT, J. **Eletromagnetism**. New York: McGraw-Hill, 1986.

HENDERSON, R.P.; WEBSTER, J.G. An impedance camera for spatially specific measurements of the thorax. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 25, n. 3, p. 250-254, 1978.

HERMAN, G. **Image reconstruction from projections: the fundamentals of computerized tomography**. San Francisco: Academic Press, 1980.

HOLLAND, J. **Adaptation in natural and artificial systems**. Cambridge: MIT Press, 1992.

HOOS, H.; STUTZLE, T. **Stochastic local search: foundations and applications**. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2005.

HSIAO, C.-T.; CHAHINE, G.; GUMEROV, N. Application of a hybrid genetic/powell algorithm and a boundary element method to electrical impedance tomography. **Journal of Computational Physics**, New York, v. 173, n. 2, p. 433-454, 2001.

HSU, J.C. **Multiple comparisons: theory and methods**. London: Chapman & Hall, 1996.

HUANG, S.M. et al. Design of sensor electronics for electrical capacitance tomography. **IEE Proceedings. Part G, Circuits, Devices and Systems**, Stevenage, v. 139, n. 1, p. 83-88, 1992.

HUNTER, P. **FEM/BEM notes**. Disponível em:
<<http://www.bioeng.auckland.ac.nz/cmiss/fembemnotes/fembemnotes.pdf>>.
Acesso em: 13 mar. 2005.

HYRIAC, A.L.; PIDCOCK, M.K. A one step image reconstruction algorithm for electrical impedance tomography in three dimensions. **Physiological Measurement**, Woodbury, v. 21, n. 1, p. 95-98, 2000.

ISAACSON, D. Distinguishability of conductivities by electric current computed tomography. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, New York, v. 5, n. 2, p. 91-95, 1986.

ISAKSEN, Ø. A review of reconstruction techniques for capacitance tomography. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 7, n. 3, p. 325-337, 1996.

KAIPPIO, J.; SOMERSALO, E. **Computational and statistical methods for inverse problems**. New York: Springer-Verlag, 2004.

KARR, C.; FREEMAN, L. **Industrial applications of genetic algorithms**. Danvers: CRC Press, 1999.

- KAZMIER, L.J. **Estatística aplicada a economia e administração**. São Paulo: McGraw-Hill, 1982.
- KIM, K.Y et al. Electrical impedance imaging of two-phase flows undergoing rapid transient: Part II. effect of input current pattern. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, Oxford, v. 32, n. 5, p. 648-656, 2005.
- KIM, M. et al. Reconstruction algorithm of electrical impedance tomography for particle concentration distribution in suspension. **Korean Journal of Chemical Engineering**, Seoul, v. 21, n. 2, p. 352-357, 2004.
- KIM, Y.; WEBSTER, J.G.; TOMPKINS, W.J. Electrical impedance imaging of the thorax. **Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy**, Mechanicsville, v. 18, n. 3, p. 245-258, 1983.
- KLUG, F.; MAYINGER, F. Impedance based flow reconstruction - a novel flow composition measuring technique for multi-phase-flows. **Nuclear Engineering and Design**, Amsterdam, v. 146, p. 35-42, 1994.
- KOTRE, C.J. EIT image reconstruction using sensitivity weighted filtered backprojection. **Physiological Measurement**, Woodbury, v. 15, n. 2A, p. A125-A136, 1994.
- LACERDA, E.; CARVALHO, A.C.P.L.F. Introdução aos algoritmos genéticos. In: GALVÃO, C.; VALENÇA, M. (Ed.). **Sistemas inteligentes - aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1999. p. 99-150. (Coleção ABRH, 7).
- LÁNYI, S. Analysis of linearity errors of inverse capacitance position sensors. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 9, n. 10, p. 1757-1764, 1998.
- LESNIC, D. A numerical investigation of the inverse potential conductivity problem in a circular inclusion. **Inverse Problems in Science and Engineering**, Miami, v. 9, n. 1, p. 1-17, 2001.

LEWITT, R.M. Reconstruction algorithms: transform methods. **Proceedings of the Institute of Electrical and Electronics Engineers**, New York, v. 71, n. 3, p. 390-408, 1983.

LI, X.; SUTHERLAND, S. **A cellular genetic algorithm simulating predator-prey interactions**. Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/li02cellular.html>. Acesso em: 25 nov. 2005.

LIANG, K.-H.; YAO, X.; NEWTON, C. Combining landscape approximation and local search in global optimization. In: **PROCEEDINGS OF THE CONGRESS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION**, 1999., 1999, Washington. **Anais...** Piscataway: IEEE Press, 1999. p. 1514-1520.

LIMA, C. **Estudo da obtenção de imagens de tomografia por impedância elétrica do pulmão pelo método de otimização topológica**. 2006. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

LIN, C.-L.; LAI, R.-M. Parameter design for a guidance and control system using genetic approach. **Aerospace Science and Technology**, Paris, v. 5, n. 6, p. 425-434, 2001.

LUENBERGER, D.G. **Linear and nonlinear programming**. New York: Springer, 2005.

MA, Y. et al. Simulation study of the electrode array used in an ERT system. **Chemical Engineering Science**, London, v. 52, n. 13, p. 2197-2203, 1997.

MANBY, F.R.; JOHNSTON, R.L.; ROBERTS, C. Predatory genetic algorithms. **MATCH Communications in Mathematical and in Computer Chemistry**, Kragujevac, v. 38, p. 111-122, 1998.

MARTIN, W.N.; LIENIG, J.; COHOON, J.P. Parallel genetic algorithms based on punctuated equilibria. In: BÄCK, T.; FOGEL, D.B.; MICHALEWICZ, Z. (Ed.). **Handbook of evolutionary computation**. Oxford: Oxford University Press, 1997. p. C6.3:1-C6.3:15.

MERA, N.S.; ELLIOTT, L.; INGHAM, D.B. Comparison of a genetic algorithm and a gradient based optimization technique for the detection of subsurface inclusions. **Acta Universitatis Apulensis**, Alba Iulia, v. 4, p. 123-134, 2002.

MERA, N.S.; ELLIOTT, L.; INGHAM, D.B. The detection of subsurface inclusions using internal measurements and genetic algorithms. In: BREBBIA, C.A.; POLIJAK, D.; ROJE, V. (Ed.). **Boundary elements XXV**. Southampton: WIT Press, 2003. p. 1-13.

MERA, N.S.; ELLIOTT, L.; INGHAM, D.B. The use of a coarse bem mesh to speed up the optimisation process in inverse electrical impedance tomography. In: BREBBIA, C.A. (Ed.). **Boundary elements XXVI**. Southampton: WIT Press, 2004. p. 239-248.

MERA, N.S.; LESNIC, D. A three-dimensional boundary determination problem in potential corrosion damage. **Computational Mechanics**, Berlin, v. 36, n. 2, p. 129-138, 2005.

METHERALL, P. et al. Three-dimensional electrical impedance tomography. **Nature**, London, v. 380, p. 509-512, 1996.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic algorithms + data structures = evolution programs**. 3. ed. London: Springer-Verlag, 1996.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. Cambridge: MIT Press, 1996.

MORUCCI, J.-P. et al. A direct sensitivity matrix approach for fast reconstruction in electrical impedance tomography. **Physiological Measurement**, Woodbury, v. 15, n. 2A, p. A107-A114, 1994.

MURAY, T.; KAGAWA, Y. Electrical impedance computed tomography based on a finite element model. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 32, n. 3, p. 177-184, 1985.

NACHMAN, A.I. Reconstructions from boundary measurements. **Annals of Mathematics**, Princeton, v. 128, n. 3, p. 531-576, 1988.

OLMI, R.; BINI, M.; PRIORI, S. A genetic algorithm approach to image reconstruction in electrical impedance tomography. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, New York, v. 4, n. 1, p. 83-88, 2000.

OUSSAIDÈNE, M. et al. Parallel genetic programming and its application to trading model induction. **Parallel Computing**, Amsterdam, v. 23, n. 8, p. 1183-1198, 1997.

OYAMA, A.; OBAYASHI, S.; NAKAMURA, T. Real-coded adaptive range genetic algorithm applied to transonic wing optimization. **Applied Soft Computing**, Amsterdam, v. 1, n. 3, p. 179-187, 2001.

PÄIVÄRINTA, L.; PANCHENCKO, A.; UHLMANN, G. Complex geometrical optics solutions for Lipschitz conductivities. **Revista Matemática Iberoamericana**, Madrid, v. 19, n. 1, p. 57-72, 2003.

PINHEIRO, P.A.T.; LOH, W.W.; DICKIN, F.J. Three-dimensional reconstruction algorithm for electrical resistance tomography. **IEE Proceedings. Science, Measurement & Technology**, London, v. 145, n. 3, p. 85-93, 1998.

PLASKOWSKI, A.B.; BECK, M.S.; KRAWACZYNSKI, J.S. Flow imaging for multi-component flow measurement. **Transactions of the Institute of Measurement and Control**, London, v. 9, n. 2, p. 108-112, 1987.

PRESS, W.H. et al. **Numerical recipes in C: the art of scientific computing**. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 1992.

RADCLIFFE, N.J. **Genetic neural networks on MIMD computers**. 1990. Tese (Doutorado) - University of Edinburgh, Edinburgh, 1990.

REEVES, C.R. **Modern heuristic techniques for combinatorial problems**. New York: John Wiley, 1993.

REINECKE, N.; MEWES, D. Recent developments and industrial/research applications of capacitance tomography. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 7, n. 3, p. 233-246, 1996.

- RESENDE, M.; SOUSA, J.; VIANA, A. **Metaheuristics: computer decision-making**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- RICE, J.A. **Mathematical statistics and data analysis**. Pacific Grove: Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books and Software, 1988.
- ROLNIK, V.P. **Contribuição ao desenvolvimento de uma nova técnica de reconstrução tomográfica para sondas de visualização direta**. 2003. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- ROLNIK, V.P.; SELEGHIM JR, P. A specialized genetic algorithm for the electrical impedance tomography of two-phase flows. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, v. 28, n. 4, p. 378-390, 2006.
- SANTOSA, F.; VOGELIUS, M. A backprojection algorithm for electrical impedance imaging. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, Philadelphia, v. 50, n. 1, p. 216-243, 1990.
- SELEGHIM JR, P.; HERVIEU, E. Direct imaging of two-phase flows by electrical impedance measurements. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 9, n. 9, p. 1492-1500, 1998.
- SELEGHIM JR, P.; MILIOLI, F.E. Improving the determination of bubble size histograms by wavelet de-noising techniques. **Powder Technology**, Lausanne, v. 115, n. 2, p. 114-123, 2001.
- SILVA NETO, A.J.; MOURA NETO, F.D. **Problemas inversos: conceitos fundamentais e aplicações**. Rio de Janeiro: Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2005.
- SMITH, R.W.M.; FREESTON, I.L.; BROWN, B.H. A real-time electrical impedance tomography system for clinical use - design and preliminary results. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 42, n. 2, p. 133-140, 1995.

SMITH, M. **Neural networks for statistical modeling**. Boston: International Thomson Computer Press, 1996.

SOMERSALO, E.; CHENEY, M.; ISAACSON, D. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, Philadelphia, v. 52, n. 4, p. 1023-1040, 1992.

SPEARS, W.M.; DE JONG, K.A. On the virtues of parameterized uniform crossover. In: **PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON GENETIC ALGORITHMS**, 4., 1991, San Diego. **Anais...** San Francisco: Morgan Kaufman, 1991. p. 230-236.

STEPHENS, M.A. Tests based on EDF statistics. In: D'AGOSTINO, R.B.; STEPHENS, M.A. (Ed.). **Goodness-of-fit techniques**. New York: Marcel Dekker, 1986. p. 97-162.

SU, C.-T.; LII, G.-R. Reliability design of distribution systems using modified genetic algorithms. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 60, n. 3, p. 201-206, 2002.

SYLVESTER, J.; UHLMANN, G. A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem. **Annals of Mathematics**, Princeton, v. 125, n. 1, p. 153-169, 1987.

TAPP, H.S. et al. Chemical engineering applications of electrical process tomography. **Sensors and Actuators B: Chemical**, Lausanne, v. 92, p. 17-24, 2003.

TENENBAUM, A.M.; LANGSAM, Y.; AUGENSTEIN, M.J. **Data structures using C**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1998.

THODE JR, H.C. **Testing for normality**. New York: Marcel Dekker, 2002.

THOMAS, G.M. et al. Using real-coded genetic algorithms for Weibull parameter estimation. **Computers & Industrial Engineering**, Elmsford, v. 29, n. 1, p. 377-381, 1995.

TOMASSINI, M. Parallel and distributed evolutionary algorithms: a review. In: MIETTINEN, K. et al. (Ed.). **Evolutionary algorithms in engineering and computer science**. New York: John Wiley, 1999. p. 113-133.

TRIGO, F. **Estimação não linear de parâmetros através dos filtros de Kalman na tomografia por impedância elétrica**. 2005. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

TRIGO, F.C.; GONZALEZ-LIMA, R.; AMATO, M.B.P. Electrical impedance tomography using the extended Kalman filter. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, New York, v. 51, n. 1, p. 72-81, 2004.

VAUHKONEN, M. et al. Tikhonov regularization and prior information in electrical impedance tomography. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, New York, v. 17, n. 2, p. 285-293, 1998.

UNIVERSITY OF LEEDS. Mi WANG; Wuliang YIN. **Electrical impedance tomography**. n. US006940286B2, 6 setembro 2005.

WELLONS, C. **Simple, reliable C hashtable**. Disponível em: <<http://www.nullprogram.com/index.cgi/2007/12>>. Acesso em: 11 fev. 2008.

WILLIAMS, R.; BECK, M. **Process tomography: principles, techniques and applications**. London: Butterworth-Heinemann, 1995.

WOO, E.J. et al. A robust image reconstruction algorithm and its parallel implementation in electrical impedance tomography. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, New York, v. 12, n. 2, p. 137-146, 1993.

WOO, E.J. et al. Finite-element method in electrical impedance tomography. **Medical & Biological Engineering & Computing**, New York, v. 32, n. 5, p. 530-536, 1994.

WROBEL, L.C.; ALIABADI, M.H. **The boundary element method: v. 1. applications in thermo-fluids and acoustics**. New York: John Wiley, 2002.

YORKEY, T.J.; WEBSTER, J.G. A comparison of impedance tomographic reconstruction algorithms. **Clinical Physics and Physiological Measurement**, Woodbury, v. 8, n. 4A, p. 55-62, 1987.

ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R.L. **The finite element method**: v. 1. the basis. 5. ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000.

ZIMMERMANN, H.-J. **Fuzzy set theory** - and its applications. 2. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.

VON ZUBEN, F.J. **Computação evolutiva: uma abordagem pragmática**. Disponível em:
<<ftp://ftp.dca.fee.unicamp.br/pub/docs/vonzuben/tutorial/tutorialEC.pdf>>.
Acesso em: 22 nov. 2005.

Apêndice A - Testes com Algoritmos Genéticos Serial e Paralelo

Testes preliminares para comparar o desempenho do AG serial (arquitetura mestre-escravo sem paralelização) com os desempenhos dos AGPs mestre-escravo, ilha e celular são apresentados neste apêndice.

No Capítulo 2, foram descritos o funcionamento das arquiteturas mestre-escravo (serial e paralela), ilha e celular.

Após testes extensivos, definiu-se a melhor configuração para cada arquitetura. As configurações de cada arquitetura podem ser vistas na Tabela A.1.

Duzentas e dez execuções foram realizadas para cada arquitetura. Os resultados podem ser observados na Tabela A.2. A média e o desvio padrão do número de avaliações da função objetivo estão representados, respectivamente, por μ_{AV} e σ_{AV} . De maneira análoga, μ_{TP} e σ_{TP} representam, respectivamente, a média e o desvio padrão do tempo de processamento do algoritmo, em segundos. A média e o desvio padrão da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, estão representados por $\mu_{\%sucesso}$ e $\sigma_{\%sucesso}$, respectivamente.

Tabela A.1: Configuração das arquiteturas mestre-escravo, ilha, celular e serial.

	Mestre-escravo	Ilha	Celular	Serial
Inicialização da População	Heurística(*)	Heurística (*)	Heurística(*)	Heurística (*)
Tamanho da População	6.000 indivíduos	400 indivíduos por ilha	5.929 indivíduos	6.000 indivíduos
Seleção	Heurística(*)	Heurística (*)	Heurística(*)	Heurística (*)
Tipo de <i>Crossover</i>	Dois-pontos	Dois-pontos	Dois-pontos	Dois-pontos
Taxa de <i>Crossover</i>	60,0%	60,0%	100,0%	60,0%
Tipo de Mutação	Inversão do gene	Inversão do gene	Inversão do gene	Inversão do gene
Taxa de Mutação	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene	100,0% para cada indivíduo e 6,0% para cada gene
Migração	não realiza	5 indivíduos a cada 3 gerações	não realiza	não realiza
Critério de Parada	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que 1.0×10^{-6}	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que 1.0×10^{-6}	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que 1.0×10^{-6}	5.000.000 avaliações da função objetivo ou valor da função objetivo menor do que 1.0×10^{-6}

(*) As heurísticas de inicialização da população e seleção foram detalhadas no Capítulo 4.

Tabela A.2: Comparação do desempenho computacional entre as arquiteturas mestre-escravo, ilha, celular e serial.

	Mestre-escravo	Ilha	Celular	Serial
$\mu_{\%sucesso}$	47,1%	79,5%	93,3%	41,9%
$\sigma_{\%sucesso}$	3,6%	5,6%	5,1%	12,5%
$\mu_{TP}(s)$	485,3	20,2	115,9	147,8
$\sigma_{TP}(s)$	374,9	16,0	96,3	97,7
μ_{AV}	2.944.622,3	2.059.343,8	1.210.532,4	3.249.751,3
σ_{AV}	2.279.198,6	1.642.506,6	1.081.771,7	2.224.203,4

De acordo com a Tabela A.2, a arquitetura serial apresentou o maior número médio de avaliações da função objetivo ($\mu_{AV} = 3.249.751,3$) na obtenção da convergência, enquanto que a arquitetura celular obteve o menor ($\mu_{AV} = 1.210.532,4$).

Com respeito ao tempo médio de processamento em segundos, o melhor desempenho ($\mu_{TP} = 20,2s$) foi obtido pela arquitetura ilha. Contrariando o que era esperado para a arquitetura serial, a arquitetura mestre-escravo obteve o pior desempenho em relação ao tempo médio de processamento.

A perda de desempenho computacional da arquitetura mestre-escravo é devida ao intenso tráfego de rede. Os desempenhos da CPU e da rede ao longo do tempo foram monitorados e podem ser vistos nas Figuras A.1 e A.2. As áreas escuras em *CPU0*, *CPU1* e *eth0*, localizadas nas Figuras A.1(a) e (b), correspondem ao uso da CPU e rede pelo nó mestre após 120 e 480 segundos de execução do algoritmo, respectivamente. Analogamente, as áreas escuras em *CPU0*, *CPU1* e *eth1*, localizadas nas Figuras A.2(a) and (b), mostram o uso da CPU e rede pelo nó escravo após 120 e 480 segundos, respectivamente.

(a)

(b)

Figura A.1: Ferramenta de monitoração do nó mestre.

(a)

(b)

Figura A.2: Ferramenta de monitoração do nó escravo.

Especificamente, indivíduos são enviados pela rede do nó mestre para os nós escravos, totalizando, em média, aproximadamente 9.7 megabytes de dados. Por sua vez, os nós escravos enviam a aptidão dos respectivos indivíduos de volta ao

mestre, totalizando, em média, aproximadamente 439 kilobytes de dados. Esse procedimento é executado inúmeras vezes no processo de convergência. Consequentemente, o nó mestre usa aproximadamente 31% da CPU e 75% da rede, enquanto que aproximadamente 98% da CPU e 20% da rede são usados pelos nós escravos.

Pode-se dizer que o tempo de processamento depende do número de avaliações da função objetivo e também da comunicação entre os nós. Logo, o desempenho computacional da arquitetura mestre-escravo ficou aquém do desempenho alcançado pela arquitetura serial.

Apesar de obter o melhor desempenho com relação ao tempo de processamento, a porcentagem média de sucesso na arquitetura ilha foi insatisfatória ($\mu_{\%sucesso} = 79,5\%$) quando comparada à porcentagem da arquitetura celular ($\mu_{\%sucesso} = 93,3\%$). Desse modo, tanto a média quanto o desvio padrão não são informações que devem ser usadas para determinar, por si só, qual o melhor algoritmo, fazendo-se necessário analisar a porcentagem de convergência.

Em relação à porcentagem média de convergência restrita a 5.000.000 de avaliações ($\mu_{\%sucesso}$), os resultados mostraram uma significativa diferença de 41,9%, para a arquitetura serial, até 93,3% para a arquitetura celular.

Pode-se concluir que os AGPs ilha e celular apresentaram resultados significativamente melhores, para solução do problema inverso de TIE de escoamentos multifásicos, do que as arquiteturas mestre-escravo e serial.

Apêndice B - Testes do Algoritmo Híbrido com Diferentes Malhas Computacionais

Neste apêndice, apresenta-se os resultados preliminares da reconstrução de imagens tomográficas usando modelos diferentes do MEF, para o domínio de sensoriamento adotado.

Especificamente, a imagem é obtida a partir de um modelo do MEF para o domínio que simula o fluxo de corrente elétrica medido (problema de referência). Esse modelo possui um número maior de elementos finitos em relação ao modelo que simula o fluxo de corrente elétrica calculado numericamente (problema aproximado), evitando assim o chamado “crime inverso” (do inglês, *inverse crime*).

O “crime inverso” ocorre quando a imagem é reconstruída usando a mesma discretização do MEF do domínio (KAPIO; SOMERSALO, 2004).

O funcionamento e a configuração da arquitetura híbrida foram descritos, respectivamente, no Capítulo 2 e no Capítulo 5, portanto não serão repetidos neste apêndice.

O fluxo de corrente elétrica do problema de referência foi calculado em uma malha computacional de 21×21 pontos, gerando um total de 441 pontos nodais, igualmente espaçados por $\Delta = 0,05$ nas duas direções, e 800 elementos triangulares.

Como apresentado no Capítulo 5, o fluxo de corrente elétrica do problema aproximado foi calculado em uma malha computacional de 11×11 pontos, gerando um total de 121 pontos nodais, igualmente espaçados por $\Delta = 0,1$ nas duas direções, e 200 elementos triangulares.

Duzentas e dez execuções foram realizadas e os resultados obtidos podem ser observados na Figura B.1.

Figura B.1: Resultados obtidos com o AGP híbrido, considerando modelos diferentes do MEF.

A solução correta para o problema-teste pode ser observada na Figura B.1(a), enquanto que as demais soluções encontradas pelo AGP híbrido podem ser vistas nas Figuras B.1(b) - B.1(u).

A média da porcentagem de convergência ($\mu_{\%sucesso}$), restrita a 5.000.000 de avaliações, do AGP híbrido para cada solução em B.1, pode ser observada na Tabela B.3.

Tabela B.3: Média da porcentagem de convergência, restrita a 5.000.000 de avaliações, do AGP híbrido para cada solução encontrada durante as 210 execuções.

Solução obtida pelo AGP híbrido	$\mu_{\%sucesso}$
Figura B.1(a)	16,7%
Figura B.1(b)	1,9%
Figura B.1(c)	2,4%
Figura B.1(d)	3,3%
Figura B.1(e)	6,6
Figura B.1(f)	0,5%
Figura B.1(g)	0,5%
Figura B.1(h)	1,0%
Figura B.1(i)	0,5%
Figura B.1(j)	12,4%
Figura B.1(k)	24,7%
Figura B.1(l)	15,7%
Figura B.1(m)	1,4%
Figura B.1(n)	2,8%
Figura B.1(o)	1,0%
Figura B.1(p)	2,8%
Figura B.1(q)	0,5%
Figura B.1(r)	0,5%
Figura B.1(s)	1,0%
Figura B.1(t)	3,3%
Figura B.1(u)	0,5%

De acordo com a Tabela B.3, o AGP híbrido convergiu para a solução correta somente em 16,7% das execuções. Contudo, o AGP híbrido convergiu para uma solução aceitável em 61,9% das execuções. Nesse caso, uma solução foi considerada aceitável, quando o algoritmo acertou no mínimo a localização de 5 dos 8 elementos que representam inclusões de ar, correspondendo a um acerto de 62,5%.

Com relação às soluções não aceitáveis, por exemplo, Figuras B.1(j) e B.1(q)),

pode-se notar que o algoritmo encontrou elementos próximos de sua localização exata, ou seja, na região de atração do ótimo.

Pode-se concluir que o AGP híbrido obteve resultados satisfatórios na reconstrução de uma imagem tomográfica usando modelos diferentes do MEF.

Vale mencionar que a reconstrução da imagem em uma malha de elementos finitos “grosseira” (por exemplo, 11×11), usando valores do fluxo de corrente elétrica calculados em uma malha “refinada” (por exemplo, 21×21), onde são obtidos com maior precisão, aproxima-se mais do caso real e economiza tempo computacional, uma vez que reconstruir a imagem em uma malha menos discretizada implica em redução da quantidade de variáveis no problema de otimização e, conseqüentemente, redução do tempo de processamento computacional gasto.

Dessa forma, por meio da configuração que evita o “crime inverso”, verifica-se que o método implementado neste trabalho é robusto para lidar com os erros oriundos de duas discretizações distintas do modelo do MEF.

Anexo A - Princípio dos Potenciais Virtuais

No Capítulo 3, a equação do Princípio dos Potenciais Virtuais (equação (3.29)) foi apresentada e aplicada para definir a matriz de condutividade elétrica dos elementos finitos triangulares. Neste anexo, apresenta-se a dedução da equação do Princípio dos Potenciais Virtuais. Para tanto, considere a expansão da equação de Poisson (equação (3.7))

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0. \quad (\text{A-1})$$

Assuma a distribuição virtual $\bar{\phi}$ arbitrária e nula na fronteira do domínio (Γ_q), em que aplica-se a condição de contorno de tensões elétricas. Multiplicando a equação (A-1) por $\bar{\phi}$ e integrando o resultado no volume de domínio (V) obtém-se

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] \bar{\phi} dV = 0. \quad (\text{A-2})$$

Integrando por partes a equação (A-2) tem-se

$$\begin{aligned} & \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] \\ & - \left[\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV = 0. \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

A terceira parcela da integral da equação (A-3) pode ser modificada aplicando o Teorema do Divergente (ou Teorema de Gauss)

$$\begin{aligned} & \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV \\ & = \int_{\partial\Omega} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] n_x + \left[\bar{\phi} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] n_y dS, \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

tal que n_x e n_y são as componentes do vetor unitário $\mathbf{n}$, normal ao domínio Ω e orientado para fora. Além disso,

$$\int_{\partial\Omega} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] n_x + \left[\bar{\phi} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] n_y dS = \int_{\partial\Omega} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_n \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \right] dS. \quad (\text{A-5})$$

Sabendo-se que a corrente elétrica (ou voltagem) é aplicada em eletrodos posicionados no contorno da seção da tubulação, cuja imagem é desejada, tem-se

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial n} &= J_i \quad \text{no } i\text{-ésimo nó} \\ &0 \quad \text{nos demais.} \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

Assim, impondo as condições de contorno (equação (A-6)), obtém-se

$$\int_{\partial\Omega} \left[\bar{\phi} \left(\sigma_n \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \right] dS = \int_{\Gamma_q} \bar{\phi}_q I_n d\Gamma, \quad (\text{A-7})$$

tal que Γ_q é a fronteira do domínio, em que a condição de contorno de tensões elétricas é aplicada, $\bar{\phi}_q$ é a distribuição de potenciais elétricos virtuais em Γ_q e $\mathbf{I}_n$ é a componente da corrente elétrica (ou voltagem) na direção do vetor normal $\mathbf{n}$ ao contorno do domínio.

Logo, reescrevendo a equação (A-3) tem-se

$$\int_V \left[\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} \left(\sigma_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \left(\sigma_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV = \int_{\Gamma_q} \bar{\phi}_q I_n d\Gamma. \quad (\text{A-8})$$

Portanto, a equação (A-8), que pode ser escrita como a equação (3.29) do Capítulo 4, representa o Princípio dos Potenciais Virtuais.