Édson Mulero Gruppioni

***CONTROLE AEROELÁSTICO POR LÓGICA DIFUSA DE
UMA ASA FLEXÍVEL NÃO-LINEAR COM ATUADORES
PIEZELÉTRICOS INCORPORADOS***

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques

São Carlos

- Abr/2008 -

À minha família...

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Assoc. Flávio Donizeti Marques, pela amizade, orientação, confiança, dedicação e paciência para realização deste projeto, tornando possível a realização das atividades deste trabalho.

A todos os amigos e companheiros, pela paciência, ajuda, convivência e descontração, especialmente aos amigos Cláudio, Luciane, Dani, Eliz, Maurício, Nata, Ana Paula, Naga, Gaspa, Andréia, De Marqui, Caixeta, Dedé, Márcio e todos do LADinC e LAE, e também da Metrologia, Materiais e todos de meu convívio.

Aos professores e funcionários do departamento pela ajuda, apoio e colaboração, em especial a Gi e prof. Belo. À dona Elza e demais pelos cafézinhos diários. Aos amigos da pós-graduação pelos momentos de descontração e apoio. À secretária Ana Paula e todos os funcionários que permitiram a elaboração deste trabalho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro concedido.

Agradeço a todos que contribuíram de forma direta e indireta a realização deste trabalho, especialmente a Deus.

Sumário

Resumo	xi
Abstract	xiii
Simbologia e convenções	xv
1 Introdução	1
1.1 Estruturas inteligentes em aeroelasticidade	4
1.2 Modelos dinâmico-estruturais não-lineares	6
1.3 Controle de estruturas inteligentes	9
1.4 Modelos aerodinâmicos e aeroelásticos	10
1.5 Objetivos	11
1.6 Organização do texto	12
2 Modelo matemático da estrutura ativa	15
2.1 Comportamento eletro-mecânico	15
2.2 Formulação linear via método de elementos finitos	17
2.2.1 Modelo de viga	17
2.2.2 Modelo de placa	21

2.3	Formulação não-linear de placa da estrutura principal	30
2.3.1	Cálculo da energia potencial	32
2.3.2	Cálculo da energia cinética e trabalho das cargas externas	34
2.3.3	Sistema global de equações	35
2.4	Modelo total da estrutura ativa	35
2.5	Verificação do modelo de elementos finitos	36
2.5.1	Modelo de placa linear	37
2.5.2	Modelo de placa não-linear sem efeito piezelétrico	43
2.5.3	Modelo de placa não-linear com efeito piezelétrico	46
3	Modelo aeroelástico	49
3.1	Modelo aerodinâmico via método da malha de vórtices	50
3.2	Transformação modal	56
3.3	Acoplamento das malhas aerodinâmica e estrutural em coordenadas modais . . .	57
3.4	Acoplamento das malhas aerodinâmica e estrutural em coordenadas físicas . . .	60
4	Projeto do controlador difuso da resposta aeroelástica	65
4.1	Controle via lógica difusa	65
4.1.1	Fundamentos da lógica difusa	65
4.1.2	Controlador difuso	69
4.2	Emulação do controlador por rede neural artificial	73
4.2.1	Fundamentos de rede neural artificial	73
4.2.2	Emulação do controlador	76

4.3	Controle aeroelástico da asa	78
5	Controle aeroelástico de uma asa flexível não-linear	81
5.1	Descrição do modelo de asa inteligente	81
5.2	Controle aeroelástico do modelo com elementos de viga	89
5.3	Controle aeroelástico do modelo com elementos de placa	92
5.3.1	Controle usando o modelo de placa linear	92
5.3.2	Controle usando o modelo de placa não-linear	98
6	Considerações finais	113
6.1	Sumário e conclusões	113
6.2	Propostas para trabalhos futuros	114
	Bibliografia	117

Resumo

GRUPPIONI, E. M. *Controle aeroelástico por lógica difusa de uma asa flexível não-linear com atuadores piezelétricos incorporados*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

As estruturas aeronáuticas estão sujeitas a uma variedade de fenômenos aeroelásticos que podem comprometer o desempenho das aeronaves. Com o desenvolvimento de novos materiais, essas estruturas têm se tornado mais leves e flexíveis, e portanto mais sujeitas a problemas aeroelásticos, tais como *flutter* e *buffeting*. Pesquisadores têm trabalhado em soluções alternativas para resolver esses problemas aeroelásticos indesejáveis. Uma dessas soluções envolve o conceito de estruturas inteligentes, que são aquelas que apresentam atuadores e sensores incorporados, integrado com sistema de controle e processamento de sinal, possibilitando a adaptação do sistema estrutural a mudanças nas condições operacionais. Modelos matemáticos que incorporam elementos atuadores e sensores são de grande importância nas fases preliminares de análise de estruturas aeronáuticas inteligentes. Neste contexto, métodos de modelagem são necessários para capturar a ação da dinâmica estrutural e da carga aerodinâmica. O presente trabalho apresenta o estudo de um controlador difuso ativo para resposta aeroelástica de uma asa inteligente com atuadores piezelétricos incorporados. Características não-lineares da resposta aeroelástica são analisadas para condições críticas de *flutter*. É utilizado o método de elementos finitos para o modelo estrutural não-linear e o método de malha de vórtices para o modelo aerodinâmico não-estacionário.

Palavras chave: aeroelasticidade não-linear, controle ativo, asa inteligente, atuador piezelétrico, lógica difusa.

Abstract

GRUPPIONI, E. M. *Aeroelastic control by fuzzy logic of a nonlinear flexible wing with embedded piezoelectric actuators*. Thesis (Doctor) — School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, SP, Brazil, 2008.

Aeronautical structures are submitted to a variety of aeroelastic phenomena that may compromise its performance. With the development of new materials, aeronautical structures have become lighter, more flexible, and more subjected to aeroelastic problems, such as flutter and buffeting. Researchers have been working on alternatives to solve these undesired aeroelastic problems, as the recent concept of smart or intelligent structures. Smart structures are those that present embedded sensors and actuators, integrated with control systems and signal processing, to enable the adaptation of the structural system to changes in the operational conditions. Mathematical models that incorporate actuator elements or sensors are of great importance in preliminary phases of analysis of smart aeronautical structures. In this context, modeling methods are necessary to capture dynamic-structural behavior and unsteady aerodynamic loading. The present work is the study of an active fuzzy controller for aeroelastic response of a smart wing with embedded piezoelectric actuators. Nonlinear characteristics of aeroelastic responses are analysed for critical flutter conditions. The finite elements method for the nonlinear structural model and vortex-lattice method for the unsteady aerodynamic model has been used.

Keywords: nonlinear aeroelasticity, active control, smart wing, piezoelectric actuator, fuzzy logic.

Simbologia e convenções

Lista de símbolos:

T	Energia cinética
U	Energia ptencial
W_{nc}	Trabalho virtual da forças não conservativas
t, t_1, t_2	Tempos
ρ	Densidade de massa
q	Deslocamentos generalizadas
$\dot{q}$	Velocidades generalizadas
σ	Tensão mecânica
$[C^E]$	Matriz de rigidez
ε	Deformação mecânica
$[e]$	Coeficientes de tensão piezelétrica
$\{E\}$	Campo elétrico
$\{D\}$	Densidade de carga elétrica
$[\zeta^\varepsilon]$	Constante dielétrica à deformação constante
$\{d\}$	Constante de deformação piezelétrica
$\{F_S\}$	Forças de superfície, carregamento mecânico
$\{\phi\}$	Vetor de potencial elétrico aplicado
u	Deslocamento axial
w	Deslocamento vertical
θ	Rotação
φ	Torção

$[N_u], [N_w]$	Matriz de função de forma para os deslocamentos u e w
$[N_\phi]$	Matriz de função de forma para a torção ϕ
$[B_u], [B_w]$	Primeira derivada das funções de interpolação
$[B_\phi]$	Gradiente do potencial elétrico aplicado
L	Comprimento do elemento finito
x, y, z	Coordenadas cartesianas dos eixos x, y e z
$[M_{qq}]$	Matriz de massa
$[K_{qq}]$	Matriz de rigidez
$[K_{\phi q}]$	Matriz de rigidez eletro-mecânica
$[K_{\phi\phi}]$	Matriz dielétrica
$[m]$	Matriz elementar de massa
$[k_{qq}]$	Matriz elementar de rigidez
$[k_{\phi q}]$	Matriz elementar de rigidez eletro-mecânica
$[k_{\phi\phi}]$	Matriz elementar dielétrica
$\{Q_s\}$	Vetores de carregamento elétrico
V_t, V_{st}, V_{pe}	Volume total, da estrutura principal e dos piezelétricos
h, h_{pe}	Espessura da estrutura principal e do piezelétrico
a, b	Comprimento e largura do elemento
$\{P\}$	Vetor com variáveis independentes do polinômio de interpolação
$[X]$	Matriz de transformação
$[Q_v]$	Matriz de coeficientes de $\{P\}$
$[Q_k]$	Derivada da matriz de coeficientes de $\{P\}$
$[B_v]$	Devirada das funções de interpolação
$[B_k]$	Segunda devirada das funções de interpolação
$[Z_v]$	Matriz função das coordenadas z
Υ_{xy}	Deformação no plano xy
μ_{st}, μ_{pe}	Coeficiente de Poisson
L_e^k	Matriz auxiliar de montagem da matriz global

$\Gamma_{i,j}$	Circulação do anel de vórtice do painel
v_m	Velocidade de movimento da asa
v_w	Velocidade induzida pela esteira
$\{n_k\}$	Vetor normal ao painel k
A_k, B_k	Vetores definindo os vértices opostos do painel
V	Velocidade induzida por cada segmento de vórtice
V_∞	Velocidade do escoamento livre
$\{r_1\}, \{r_2\}$	Vetores que definem posição de um ponto em relação ao segmento de vórtice
a_{KL}	Coeficiente de influência da velocidade induzida pelo anel de vórtice L no ponto de controle K
p_l, p_u	Pressão estática dos lados superior e inferior do painel
$\Delta L_{i,j}$	Força normal nos painéis
Δb	Tamanho do painel na direção da envergadura
S	Área do painel
$[\Phi]$	Matriz modal
$\{\eta(t)\}$	Vetor dos deslocamentos estruturais no domínio modal
$[M_m]$	Matriz modal de massa (identidade)
$[K_m]$	Matriz modal de rigidez (frequências naturais ao quadrado na diagonal)
$[\omega^2]$	Matriz diagonal contendo o quadrado das frequências naturais
$\{x\}_a, \{x\}_e$	Coordenadas físicas da malha aerodinâmica e estrutural
$[G]$	Matriz de transformação de coordenada da malha aerodinâmica para estrutural
$[\bar{G}]$	Matriz de transformação de coordenada da malha estrutural para aerodinâmica
e	Sinal de erro
Δe	Sinal da variação de erro
u	Ação de controle do controlador
k_e	Ganho do sinal de erro do controlador
$k_{\Delta e}$	Ganho do sinal da variação de erro
k_u	Ganho da ação de controle

Operadores e convenções:

$\{ \}$	Vetor ou matriz coluna
$[]$	Matriz
$[]^{-1}$	Matriz inversa
$[]^T$	Matriz transposta
Δ	Variação
d	Derivada
$\cdot, \frac{\delta}{\delta t}$	Primeira derivada com relação ao tempo
$\cdot\cdot, \frac{\delta^2}{\delta t^2}$	Segunda derivada com relação ao tempo
$', \frac{\delta}{\delta x}$	Primeira derivada com relação a x
$'', \frac{\delta^2}{\delta x^2}$	Segunda derivada com relação a x
$\in$	Operador lógico E
k	Subscrito do k -ésimo elemento
i, j	Índices indicando os nós do elemento
t, st, pe	Subscritos indicando a estrutura total, principal e dos piezelétricos
l, nl	Superscritos indicando linear e não-linear
f, t	Superscritos indicando modos de flexão e torção

Acrônimos:

EI	Estrutura inteligente
LCO	Oscilação em ciclo limite
MEF	Método de elementos finitos
PD	Proporcional-derivativo
PID	Proporcional-integral-derivativo
PZT	Titanato zirconato de chumbo
RNA	Rede neural artificial
VLM	Método de malha de vórtices

Introdução

As estruturas aeronáuticas estão sujeitas a diversas fontes de excitação, principalmente devido à interação com o escoamento aerodinâmico, que resulta em vibrações aeroelásticas. Com o constante anseio por aeronaves mais leves e o desenvolvimento de novos materiais, as estruturas aeronáuticas têm se tornado mais flexíveis, sujeitando-se mais aos problemas aeroelásticos, tais como *flutter* e *buffeting*. Outras características podem afetar os sistemas aeroelásticos, como não-linearidades geométricas e, devido ao comportamento do material, atrito seco, movimentos de ondas de choque e escoamentos separados (DOWELL, 1990; DOWELL; TANG, 2002). Outras classes de aeronaves, tais como as aeronaves de longa permanência em grande altitude (do inglês, *high altitude long endurance* ou HALE), especificamente os veículos aéreos não-tripulados (do inglês, *unmanned aerial vehicle* ou UAV), incluindo os de combate (do inglês, *unmanned combat aerial vehicle* ou UCAV) (PATIL et al., 2001; CESNIK; BROWN, 2002), e também os veículos com asas de forma variável (do inglês, *morphing wings*) (FORSTER; LIVNE, 2000), têm sido estudados com o intuito principal de aumentar o desempenho do voo e diminuir as superfícies de controle. A figura 1.1 ilustra uma destas aeronaves, que tem como principal característica o grande alongamento das asas. Essas aeronaves necessitam de estratégias de controle de voo e de controle de vibração mais apuradas, devido principalmente aos efeitos não-lineares (aerodinâmicos ou dinâmico-estruturais). Essa necessidade também pode ser em razão do sistema de atuação ser mais complexo, pois pode conter um número maior de atuadores típicos (por exemplo, eletromecânicos ou hidráulicos) para serem controlados, ou

conter atuadores não-convencionais (por exemplo, os atuadores piezelétricos distribuídos na asa). A figura 1.2 ilustra um avião planador típico comercial, que possui o grande alongamento das asas como característica principal, que faz com que suas asas tenham grandes deslocamentos devido à flexão destas.

Figura 1.1: Projeto de uma aeronave HALE (PATIL et al., 2001).

Figura 1.2: Exemplo de um planador comercial.

Neste contexto, desenvolvimentos em soluções numéricas de modelos aeroelásticos para serem usados no projeto de aeronaves têm-se tornado muito importantes e recebido uma atenção especial da comunidade científica, em âmbito mundial. Os modelos numéricos para análise aeroelástica podem ser divididos em duas categorias: uma no domínio da frequência e outra no domínio do tempo. As soluções baseadas no domínio da frequência, além de permitir menor esforço computacional, são aplicadas para a previsão do *flutter*, sendo que os métodos K e

P-K estão entre os principais para o cálculo da fronteira de estabilidade, com maior precisão que métodos no domínio do tempo. As soluções baseadas no domínio do tempo permitem a determinação da história no tempo da resposta aeroelástica para qualquer condição de voo, facilitando a interpretação do fenômeno físico. Têm a vantagem adicional de permitir e facilitar a inclusão de efeitos não-lineares e também do projeto de sistemas de controle para supressão de vibrações.

Com o desenvolvimento da tecnologia de computadores digitais nas últimas décadas e o seu acesso facilitado, principalmente pela comunidade técnica/científica, em toda parte tornou-se mais fácil a inclusão de não-linearidades nos modelos matemáticos dos sistemas dinâmicos. Isso provê modelos mais próximos do real permitindo melhores análises e soluções aos problemas aeroelásticos envolvidos.

Várias pesquisas vêm ocorrendo para resolver problemas de controle aeroelástico, com a aplicação de soluções ativas e passivas na estrutura. De Marqui Jr. et al. (2001) apresentam uma revisão de vários trabalhos realizados para o controle de fenômenos aeroelásticos, no qual destaca o fenômeno de *flutter*. Pode-se destacar também Belo et al. (2001) que desenvolvem o controle baseado em lógica difusa para controle de *flutter*. Outro trabalho recente de aplicação de controle em estrutura aeronáutica encontra-se em Da Costa (2007), onde se realiza o controle do fenômeno através do controle ativo do próprio *aileron* da asa, por realimentação da pressão medida num ponto da asa.

Recentemente, desenvolvimentos expressivos com o uso de materiais ativos incorporados na estrutura para controle de vibrações estão sendo realizados. Os materiais piezelétricos têm sido os mais utilizados como dispositivos sensores e atuadores, bem como as fibras ópticas, ligas de memória de forma, e fluidos e géis eletro- e magneto-reológicos. Com o propósito de modificar a forma e posição, integrando elementos ativos nas estruturas juntamente com sistema de controle, processamento de sinal e sistemas eletrônicos, define-se então as *Estruturas Inteligentes* (EI) (CRAWLEY, 1994).

Um aspecto importante no desenvolvimento das EI é o sistema de controle. Devido à com-

plexidade progressiva dos sistemas, técnicas de controle não-convencionais (que não seguem os procedimentos típicos das técnicas de controle clássico e moderno) têm sido exploradas no projeto de controladores não-lineares e/ou na operação de ambientes complexos com incertezas e parâmetros ambíguos. Estas técnicas compreendem principalmente as redes neurais artificiais e a lógica difusa (GRUPPIONI, 2003).

1.1 Estruturas inteligentes em aeroelasticidade

Segundo Crawley (1994), EI são aquelas que possuem atuadores e sensores integrados na própria estrutura, contendo também um controle lógico altamente integrado, condicionamento de sinal e amplificador de potência eletrônico. Classifica ainda as estruturas inteligentes segundo o diagrama da figura 1.3. O conjunto Adaptativas compõe-se das estruturas que estão sujeitas a algum tipo de atuação e o conjunto Sensoreadas compõe-se das estruturas que apresentam sensores. A intersecção destes dois grandes grupos compõe as estruturas Controladas, na qual se supõe que atuadores e sensores estão unidos por um controle do tipo malha fechada. Dentro desta intersecção o subconjunto Ativas contém as estruturas em que os atuadores e sensores estão distribuídos ao longo da estrutura, os quais possuem também uma função estrutural. As estruturas Inteligentes correspondem a um subconjunto das estruturas ativas, que apresentam também sistemas de aquisição, processamento de sinal, controle e atuação inteiramente integrados.

Figura 1.3: Classificação dos tipos de estruturas (CRAWLEY, 1994).

Durante os anos 90 houve o desenvolvimento expressivo de componentes ativos das estruturas, sendo os dispositivos sensores e atuadores que utilizam materiais piezelétricos os mais

utilizados, além das fibras ópticas, ligas de memórias de forma, materiais estrictivos e fluidos eletro- e magneto-reológicos. Os materiais piezelétricos possuem a característica de atuarem mediante a aplicação de uma tensão elétrica, provocando força ou deslocamento. A figura 1.4 ilustra a deformação física do piezelétrico para um campo elétrico aplicado, sendo uma contração na direção transversal de aplicação do campo. Invertendo-se o campo elétrico, há uma expansão na direção transversal e retornando às dimensões originais quando o campo é removido. Pode também ocorrer a ação inversa (efeito reverso), ou seja, mediante a aplicação de uma força ou deslocamento no piezelétrico, há geração de tensão elétrica. Esta é uma das razões da utilização destes materiais nas EI, a fim de modificarem sua forma ou posição, além do potencial de aumento de desempenho, principalmente devido à sua menor intrusão na estrutura (CRAWLEY, 1994), comparado com outras estratégias e mecanismos de controle.

Figura 1.4: Deformação física de um piezelétrico.

Os trabalhos envolvendo o uso de materiais inteligentes para controle de respostas aeroelásticas indesejadas em estruturas aeronáuticas começaram a ser desenvolvidos a partir da metade da década de 90.

Nagamine (2001) apresenta várias referências de trabalhos nos quais os autores realizaram pesquisas incorporando elementos piezelétricos nas estruturas aeroespaciais para o controle aeroelástico e de vibração, realizados em importantes centros de pesquisas, tais como o Centro de Pesquisa Langley da NASA nos EUA, os laboratórios de pesquisa da força aérea dos EUA e da Northrop Grumman. Destacam-se ainda pesquisas com o uso de elementos piezelétricos como amortecedores de vibrações. Forster e Yang (1998) utilizam atuadores piezelétricos para controle de *flutter* supersônico em uma asa retangular. Outros trabalhos estudam a apli-

cabilidade prática de elementos ativos em aeronaves, mostrando as dificuldades encontradas, principalmente com aplicação de elementos piezelétricos, devido ao fato do seu uso requerer grandes níveis de potência (alimentação dos atuadores) e também devido à complexidade do controle ativo envolvida (MCGOWAN, 1999). Denoyer et al. (2000) mostram o uso prático em experimentos de sensores e atuadores piezelétricos para o controle e supressão de vibrações em estruturas espaciais. Nitzsche et al. (2001) usam atuadores piezelétricos para atenuar o fenômeno de *buffeting* na empenagem vertical de um F/A-18 em escala real e Frampton et al. (1996) estudam o controle de *flutter* em painéis propondo a distribuição dos atuadores e sensores piezelétricos. Reaves e Horta (2001) também discutem as aplicações e limitações de pacotes comerciais de elementos finitos na modelagem de estruturas ativas com atuadores piezelétricos.

Visando a atenuação de vibrações em estruturas aeronáuticas, diversas disposições de elementos piezelétricos nas estruturas podem ser realizadas, como podem ser vistas nos trabalhos de Shen e Homaifar (2001), Marques e Nagamine (2001) e Nagamine (2001), que utilizam pares de atuadores piezelétricos colados em faces opostas de uma viga. Balamurugan e Narayanan (2001) utilizam uma placa laminada com uma face contendo o sensor e outra contendo o atuador. Trindade (2001) faz o estudo de atuadores piezelétricos com efeito de cisalhamento em uma viga.

Nagamine et al. (2005) faz um estudo de análise de *flutter* utilizando uma estrutura com fluido eletro-reológico para controlar a vibração indesejada. A estrutura compreende uma viga "sanduíche" na qual o substrato eletro-reológico sob ação de um campo elétrico altera as características estruturais da viga, promovendo assim uma outra maneira de controle de vibração da estrutura.

1.2 Modelos dinâmico-estruturais não-lineares

O estudo de não-linearidades em modelos aeronáuticos tem uma importância maior devido à necessidade de se entender fenômenos que ocorrem estrutural e aerodinamicamente, em diversas condições de voo. Alguns problemas são bem conhecidos na literatura, porém com a

evolução e desenvolvimento de sistemas computacionais, possibilitou-se um maior estudo de sistemas mais complexos, aproximando-os de condições reais, com o maior entendimento destes fenômenos.

Os problemas envolvendo não-linearidades podem ser divididos em função de sua origem, especificamente aerodinâmica ou estrutural. As principais fontes físicas de não-linearidades aerodinâmicas são os movimentos de ondas de choques, principalmente em regimes transônicos e separações do escoamento, devido às ondas de choque ou grandes ângulos de ataque (DOWELL, 1990).

As principais fontes físicas de não-linearidade estrutural compreendem basicamente as folgas (devido principalmente às superfícies de controle que ocasionam rigidez bilinear), não-linearidades geométricas de descolamentos ou deformações (devido à grande flexão e/ou torção comparadas com as dimensões dos objetos (DOWELL; TANG, 2002)) e amortecimento estrutural (ou histerético) dado pela amplitude da tensão reinante durante a deformação.

Como consequência dos efeitos de não-linearidades nas estruturas aeronáuticas tem-se a ocorrência de vários fenômenos, dentre eles:

- fenômeno de *flutter* nas asas;
- danos estruturais devidos a grandes distúrbios, tais como grandes descolamentos ou deformações, que caracterizam divergência;
- oscilação atenuada pelo efeito não-linear de oscilações em ciclo limite (do inglês, *limit cycle oscillation* ou LCO), porém, em modelos não-lineares pequenos distúrbios não afetam a estrutura;
- histerese, a qual pode apresentar LCO estável e passar para instável, de acordo com a velocidade do escoamento.

Várias ferramentas, métodos e condições para se obter modelos aeroelásticos para análise não-linear vêm sendo estudados por diversos autores, dentre os quais podem-se destacar o método de elementos finitos, métodos de painéis, teoria de pistão e métodos para identificação

de LCO, tais como diagramas de fase e análise de amortecimento dinâmico. Diversos autores vêm estudando o fenômeno de aeroelasticidade não-linear em aerofólios, também utilizando-se de métodos e ferramentas já disponíveis, dos quais pode-se citar Livne e Navarro (1999) que promovem uma análise linear e não-linear através do método de elementos finitos em placas, baseado na teoria de placa de deformação em cisalhamento de primeira ordem (do inglês, *first-order shear deformation plate theory* ou FSDPT) para análise de estrutura de placa linear de asa de aeronave tipo HALE, com matrizes do modelo contendo termos polinomiais de Ritz. O trabalho de Tang et al. (1999), a partir das equações de Lagrange, considera uma estrutura não-linear baseada na equação de placa de Kármán. É utilizado o método de malha de vórtices para o modelo aerodinâmico, em que observa LCO numa asa em delta. Patil et al. (2001) apresentam uma revisão bibliográfica com aplicação sobre aeronaves tipo HALE com estrutura geométrica não-linear. O modelo considera uma formulação não-linear intrínseca para uma dinâmica de viga inicialmente curvada e torcida e, a solução da equação não-linear é feita removendo-se os termos diferenciais dependentes do tempo, notando-se um LCO nos resultados. Dowell e Tang (2002) apresentam as fontes e consequências dos efeitos de não-linearidades estruturais, considerando aerofólios com folga na superfície de controle, asa como estrutura de placa sujeita ao LCO, asa de aeronave tipo HALE que exhibe LCO e aerodinâmica não-linear devido à onda de choque. Cesnik e Brown (2002) também apresentam a modelagem de uma asa HALE com deflexão não-linear, considerando modelo de asa como uma viga em três dimensões, com efeitos de acoplamento entre extensão/torção e flexão.

Não-linearidades estruturais também estão envolvidas no estudo de asas de forma variável (do inglês, *morphing wings*) como em Gern et al. (2001) que modelam asas como placas usando a teoria de deformação em cisalhamento de primeira ordem (FSDPT) e Gern et al. (2002) que estudam a minimização da energia de atuação necessária e otimização da localização dos atuadores na estrutura. Pode-se citar ainda outros trabalhos como em Monner (2001) e Sahoo e Cesnik (2002).

1.3 Controle de estruturas inteligentes

Um importante aspecto no desenvolvimento de estruturas inteligentes está no sistema de controle adotado (Leipholtz e Abdel-Rohman (1986) *apud* Marques e Nagamine (2001))¹. O controle convencional é tratado aqui como compreendendo as técnicas de controle clássicas e modernas encontradas na literatura, tais como em Ogata (1982) e D’Azzo e Houpis (1988). Devido à complexidade dos sistemas ter aumentado nos últimos tempos, considerando-se modelos mais complexos, com mais graus de liberdade e principalmente com o avanço da tecnologia aeroespacial, técnicas avançadas de controle (tratadas aqui como técnicas não-convencionais) passaram a ser exploradas ativamente no projeto de controladores não-lineares e/ou operando em ambientes complexos com ambigüidades e incertezas. As técnicas não-convencionais (considerado aqui como os que compreendem basicamente métodos de controle inteligente, ou seja, as redes neurais e a lógica difusa) são aquelas que não seguem as abordagens das técnicas relacionadas ao controle clássico e moderno.

As *redes neurais artificiais* (RNA) e a lógica difusa compreendem as principais ferramentas da inteligência computacional, as quais são amplamente aplicadas no controle de vibrações de estruturas, como citados em Nagamine (2001) e Gruppioni (2003). Com a capacidade de aprender e generalizar modelos com não-linearidades e altamente complexos, a capacidade de auto-organização de processamento temporal, a grande velocidade de processamento para geração de dados em tempo real (SOUZA et al., 2002) e fácil aplicação faz das RNA uma ferramenta extremamente poderosa para a resolução de diversos problemas, tendo sido muito utilizadas como alternativa para o controle de sistemas dinâmicos.

Os controladores difusos podem ser relacionados convenientemente às estratégias de controle clássicas do tipo PID (proporcional-integral-derivativo) (YAGER; FILEV, 1994), as quais auxiliam no projeto dos controladores, que variam substancialmente de acordo com a natureza dos problemas que devem ser resolvidos. Sua aplicação é fácil e de baixo custo, além de apresentar características de robustez às incertezas ou variações paramétricas.

¹LEIPHOLZ, H. H.; ABDEL-ROHMAN, M. *Control of structures*. The Netherlands: Martinus Nijhoff Publishers, 1996.

Devido principalmente à prática já consolidada de técnicas de controle clássicas, a utilização de controladores difusos em estruturas aeronáuticas é relativamente escassa, sendo ainda objeto de estudo de diversos trabalhos para aplicação futura, com o objetivo principal de manter a segurança da aeronave em operação. Sua utilização atual situa-se basicamente no controle ou supressão de vibração em estruturas como vigas ou placas. Como aplicação em estudo, pode-se destacar Rocha (2002) que desenvolve um controlador baseado em lógica difusa para supressão de *flutter* de um aerofólio rígido. O controle ocorre através da superfície de *flape* do aerofólio na ocorrência do fenômeno de *flutter*.

1.4 Modelos aerodinâmicos e aeroelásticos

O conhecimento do carregamento aerodinâmico sempre foi um desafio na modelagem de sistemas aeroelásticos, sendo executado principalmente pela análise do equacionamento básico da dinâmica dos fluidos (ANDERSON JR., 1991). Os modelos, analíticos na maioria dos casos, são resolvidos para problemas de placas planas e superfícies finas, mas com limitações devido principalmente às condições de contorno. Porém, desde o advento de computadores mais velozes e eficientes, a aplicação de técnicas numéricas permite o tratamento de geometrias mais complexas e o melhor tratamento nas condições de contorno.

A resolução das equações mais completas de dinâmica de fluidos foi conseguida com o desenvolvimento da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês *Computational Fluid Dynamics*), que atualmente permite a simulação de escoamentos mais complexos, como aqueles em regime transônico (CAMILO, 2003). Porém, dentre os métodos mais utilizados está o método dos painéis, que é baseado na distribuição de elementos de singularidades na superfície, em que o objetivo é obter a intensidade destas singularidades para determinadas condições de contorno. Isso promove uma economia do ponto de vista computacional, do que métodos que resolvem para todo campo de escoamento no volume de fluido. Esse método, no entanto é válido apenas para escoamento potencial incompressível, bi e tri-dimensional, necessitando de correções para seu uso em regimes de escoamento compressível ou viscoso.

A solução ideal para o problema aeroelástico no domínio do tempo é através da resolução simultânea das equações estruturais e aerodinâmicas. Como esta abordagem ainda não é prática, a estrutura e a aerodinâmica são tratadas separadamente e acopladas nas equações de movimento, que passam a ser resolvidas iterativamente, ou seja, para cada instante de tempo calcula-se o carregamento aerodinâmico e depois as correspondentes deformações estruturais. Este acoplamento pode ser feito através do método de interpolação por *splines* de superfície e resolvido iterativamente, como é feito em Benini (2002).

Para a modelagem de sistemas aeroelásticos pode-se citar ainda trabalhos que envolvem ferramentas não convencionais para descrever sua dinâmica. Considerações sobre RNA na modelagem estrutural e do efeito aerodinâmico podem ser exemplificados no trabalho de Ferreira et al. (2003) que promovem a identificação e predição da ação aeroelástica de uma asa em túnel de vento, por uma RNA com atrasos no tempo (do inglês, *time delay neural network* ou TDNN) para emular a resposta aeroelástica de dados experimentais. Natarajan (2002) também promove a identificação e predição do fenômeno aeroelástico de *flutter* de uma asa usando uma RNA recorrente. Uma rede neural emula o escoamento da aerodinâmica não-estacionária ao redor do aerofólio estudado e outra captura o efeito estrutural de uma asa com forma variável (*morphing wing*).

1.5 Objetivos

Atualmente houve o aumento da necessidade de se ter modelos que representem a dinâmica de asas inteligentes, sobretudo no que diz respeito a aumentar o desempenho e diminuir as superfícies de controle e, principalmente, o controle e supressão de fenômenos aeroelásticos, de maneira a facilitar as fases preliminares de análise de estruturas aeronáuticas inteligentes. A necessidade de se conhecer melhor a dinâmica dessas estruturas vem sendo tratada sobretudo com modelos envolvendo não-linearidades estruturais, devido aos tipos de aeronaves envolvidas, em que teorias lineares são insuficientes em sua aplicação.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de asa inteligente que apresenta estru-

tura não-linear, devido a grandes deslocamentos. O estudo destaca a asa contendo elementos ativos incorporados (especificamente atuadores piezelétricos) para o controle aeroelástico distribuído. Através do modelo de aerodinâmica não-estacionária e o acoplamento aeroelástico, juntamente com o controlador faz-se o estudo para a supressão de vibrações na asa, objetivando o controle em condição crítica de *flutter*. Faz-se o estudo do comportamento não-linear das respostas aeroelásticas, sendo esta a contribuição principal para estudos posteriores na área de aeroelasticidade para análise e atenuação do fenômeno, promovendo então o modelo para análises preliminares de estruturas aeronáuticas.

1.6 Organização do texto

Neste primeiro capítulo apresentou-se uma introdução sobre estruturas inteligentes, suas aplicações em controle de fenômenos aeroelásticos, considerações sobre elementos ativos piezelétricos e utilização em estruturas inteligentes, bem como o uso de controle com técnicas não-convencionais, enfatizando o controle por lógica difusa. Os objetivos e organização deste trabalho também são apresentados neste capítulo.

O capítulo 2 mostra uma síntese da modelagem matemática de uma estrutura ativa com elementos atuadores piezelétricos incorporados, pelo método de elementos finitos. Inicialmente destaca-se uma estrutura com base nas hipóteses de viga de Euler-Bernoulli e o Princípio Variacional Eletromecânico. Este modelo estrutural estende-se para o elemento de placa de Kirchhoff e posteriormente com a inclusão de não-linearidade geométrica, considerando-se a vibração com grandes deslocamentos. Alguns resultados de verificação do modelo estrutural também são apresentados, comparando-se com a bibliografia consultada e também com *software* comercial de modelagem por elementos finitos.

O capítulo 3 apresenta o modelo aerodinâmico e o procedimento de acoplamento entre as malhas estrutural e aerodinâmica, considerando-se modelos em coordenadas modais e coordenadas físicas.

O capítulo 4 mostra alguns fundamentos de controle não-convencional por lógica difusa,

fazendo uso do modelo lingüístico de Mamdani. A aplicação no controle de vibração de estrutura, que será utilizado para o controle aeroelástico da asa ativa, se dá pela emulação deste controlador por uma rede neural artificial, a fim de reduzir o custo computacional durante as simulações.

O capítulo 5 apresenta a descrição da asa aeroelástica considerada e alguns resultados e discussões da aplicação do controle aeroelástico através do controlador difuso desenvolvido. Consideram-se resultados do controle aeroelástico da asa, com a estrutura principal modelada com elementos de viga de Euler Bernoulli, com elementos de placa linear de Kirchhoff e com elementos de placa não-linear, todos considerando elementos piezelétricos lineares.

O capítulo 6 apresenta algumas considerações finais sobre este trabalho, com conclusões a respeito dos resultados obtidos e também com algumas propostas para trabalhos futuros.

Modelo matemático da estrutura ativa

Este capítulo apresenta a modelagem matemática de uma estrutura ativa com elementos atuadores piezelétricos incorporados. A modelagem é feita através do método de elementos finitos (MEF). Através do princípio de Hamilton e das expressões de energia cinética, energia potencial de deformação e trabalho virtual efetuado, juntamente com as equações constitutivas da piezeletricidade, chega-se ao Princípio Variacional Eletromecânico. Inicialmente apresenta-se o modelo com base nas hipóteses de viga de Euler-Bernoulli, incluindo-se o comportamento eletro-mecânico. Este modelo estrutural estende-se para o elemento de placa de Kirchhoff, também com o comportamento eletro-mecânico e, posteriormente, incluem-se considerações de não-linearidade geométrica, admitindo-se vibrações com grandes deslocamentos. Apresenta-se também a verificação do modelo estrutural desenvolvido comparando-se com resultados encontrados na literatura e comparando-se também com o programa comercial de modelagem por elementos finitos MSC Nastran/Patran[®].

2.1 Comportamento eletro-mecânico

Com o Princípio Variacional Eletromecânico é possível obter uma expressão geral para o comportamento de meios piezelétricos, através da aplicação de métodos como o de elementos finitos. Partindo-se do princípio de Hamilton, o qual utiliza coordenadas generalizadas e provê

uma completa formulação dos problemas mecânicos ((MEIROVITCH, 1986), tem-se:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 , \quad (2.1)$$

onde T é a energia cinética total do sistema, U é a energia potencial de deformação do sistema e δW_{nc} o trabalho virtual das forças não-conservativas atuando no sistema, entre os instantes de tempo t_1 e t_2 .

A energia cinética T é dada por (MEIROVITCH, 1970):

$$T = \frac{1}{2} \int \rho \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV , \quad (2.2)$$

onde o domínio de integração V é o volume da estrutura, ρ a densidade de massa e $\{\dot{q}\}$ é o vetor de velocidades generalizadas.

Segundo Preumont (1997), para materiais piezelétricos as equações constitutivas eletromecânicas são acopladas, ou seja:

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [C^E] \{\varepsilon\} - [e] \{E\} \\ \{D\} &= [e]^T \{\varepsilon\} + [\zeta^E] \{E\} , \\ [e] &= \{d\} [C^E] \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde $\{\sigma\}$ é o vetor de tensão mecânica, $[C^E]$ a matriz de rigidez, $\{\varepsilon\}$ o vetor de deformação mecânica, $[e]$ a matriz de coeficientes de tensão piezelétrica, $\{E\}$ o vetor de campo elétrico, $\{D\}$ o vetor de densidade de carga elétrica, $[\zeta^E]$ a matriz de constantes dielétricas à deformação constante e $\{d\}$ a matriz de constantes de deformação piezelétrica.

A energia potencial total do sistema provém das equações constitutivas (equação (2.3)) e inclui as energias potenciais mecânicas e elétricas (MARQUES; NAGAMINE, 2001), isto é:

$$U = \frac{1}{2} \int (\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{E\}^T \{D\}) dV . \quad (2.4)$$

O trabalho total das forças externas aplicadas é dado por:

$$W = \{q\}^T \{P_c\} + \int_V \{q\}^T \{P_b\} dV + \int_{S_1} \{q\}^T \{F_s\} dS_1 - \int_{S_2} \{\phi\} Q dS_2 , \quad (2.5)$$

onde $\{q\}$ é o vetor de deslocamentos generalizados, $\{P_c\}$ o vetor de forças concentradas, $\{P_b\}$ o vetor de forças de corpo sobre o volume V , $\{F_S\}$ o vetor das forças de superfície aplicadas na área S_1 do corpo, $\{\phi\}$ o vetor de potencial elétrico e Q a carga elétrica sobre a superfície S_2 do corpo.

Substituindo a equação (2.3) na equação (2.4) obtém-se a energia potencial U em termos das equações constitutivas, e substituindo depois na equação (2.1), juntamente com as equações (2.2) e (2.5), e fazendo todas operações, obtém-se o Princípio Variacional Eletromecânico para meios piezelétricos:

$$\int_V (\rho \delta \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} - \delta \{\epsilon\}^T [C^E] \{\epsilon\} + \delta \{\epsilon\}^T [e] \{E\} - \delta \{E\}^T [\zeta^E] \{E\} + \delta \{q\}^T \{P_b\}) dV + \int_{S_1} \delta \{q\}^T \{F_S\} dS_1 + \delta \{q\}^T \{P_c\} - \int_{S_2} \{\phi\} Q dS_2 = 0, \quad (2.6)$$

que será empregado para obter as equações de elementos finitos.

2.2 Formulação linear via método de elementos finitos

Nesta seção serão desenvolvidos os modelos lineares em elementos finitos, partindo do Princípio Variacional Eletromecânico para meios piezelétricos. Seguindo o procedimento de modelagem efetuado por Nagamine (2001), inicialmente será desenvolvido o modelo de viga de Euler-Bernoulli com quatro graus de liberdade, obtendo-se as matrizes de massa e rigidez do sistema, tanto para a estrutura principal quanto para os elementos com propriedade piezelétrica. Depois, seguindo-se o procedimento do modelo desenvolvido por Lima Jr. (1999) será desenvolvido o modelo linear de placa de Kirchhoff, também considerando-se a estrutura principal e os elementos com propriedade piezelétrica.

2.2.1 Modelo de viga

Para este modelo em elementos finitos adotou-se uma discretização em elementos de viga de Euler-Bernoulli (CRAIG JR., 1981) dois nós e quatro graus de liberdade mecânicos por nó (deslocamento axial u , deslocamento vertical w , rotação θ e torção ϕ), como mostra a figura 2.1,

e um grau de liberdade elétrico ϕ que depende dos potenciais aplicados no elemento.

Figura 2.1: Elemento finito de viga e seus graus de liberdade mecânicos.

As coordenadas generalizadas para o k -ésimo elemento, que determinam os deslocamentos, rotação e torção nos nós sucessivos i e j , podem ser representadas pelo vetor $\{q_k\}$, ou seja:

$$\{q_k\} = \{u_i \ w_i \ \theta_i \ \phi_i \ u_j \ w_j \ \theta_j \ \phi_j\}^T. \quad (2.7)$$

Esta discretização é obtida pelo uso das matrizes de função de forma $[N_u]$ e $[N_w]$, ou seja:

$$\begin{cases} u_k = [N_u]\{q_k\} \\ w_k = [N_w]\{q_k\} \\ \theta_k = \frac{dw_k}{dx} = \frac{d[N_w]}{dx}\{q_k\} = [B_w]\{q_k\} \\ \phi_k = [N_\phi]\{q_k\} \end{cases}. \quad (2.8)$$

As matrizes de função de forma são extraídas dos polinômios de Hermite, pois permitem que a deflexão da viga seja expressa diretamente em termos das variáveis nodais (NAGAMINE, 2001), ou seja, garantindo que tanto o grau de liberdade de deslocamento como da rotação sejam contínuos entre os elementos vizinhos. O deslocamento axial u e torção ϕ é representado pelo polinômio linear hermitiano e o deslocamento longitudinal w e giro θ pelo polinômio cúbico hermitiano, ou seja:

$$[N_u] = \begin{bmatrix} 1 - \xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$[N_w] = \begin{bmatrix} 0 & 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 & (\xi - 2\xi^2 + 2\xi^3)L & 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & (-\xi^2 + \xi^3)L \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

onde $\xi = x/L$, sendo L o comprimento do elemento finito e x variando de 0 a 1.

O deslocamento na teoria de viga de Euler-Bernoulli é considerado no eixo neutro da viga (eixo no qual não há deformação), onde a distância na espessura até o eixo neutro é z , como mostra a cinemática de deformação representada na figura 2.2. Ou seja, desprezam-se os efeitos de tensões de cisalhamento na seção da viga, o que permite descrever a rotação θ como derivada do deslocamento w . Então, a deformação é função das variáveis de deslocamentos nodais, isto é:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2w}{dx^2}, \quad (2.11)$$

que em termos das funções de forma pode ser escrito como:

$$\varepsilon_x = [B_u - zB'_w] \{q_k\}, \quad (2.12)$$

onde B_u e B_w são as derivadas primeiras das funções de forma N_u e N_w , respectivamente.

Figura 2.2: Deslocamento da viga sobre o plano neutro.

Da teoria da eletricidade, o campo elétrico é expresso como sendo o gradiente do potencial elétrico $\{\phi\}$, o qual associa o grau de liberdade elétrico ao elemento finito piezelétrico, isto é:

$$\{E\} = -[B_\phi] \{\phi\}, \quad (2.13)$$

onde $[B_\phi]$ representa o operador gradiente, tendo-se a forma diagonal em que cada elemento é

dado por, para p piezelétricos:

$$\{B_{\phi_p}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{Bmatrix}. \quad (2.14)$$

A forma então para p piezelétricos fica:

$$\{B_{\phi}\} = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_1 & \cdots & 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_1 & \cdots & 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_p \\ 0 & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_p \\ 0 & \cdots & \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_p \end{Bmatrix}_{3p,p}. \quad (2.15)$$

Tendo-se então os potenciais de deformação estrutural e elétrico, equações (2.11) e (2.13), respectivamente, substituindo estes na equação (2.6) e considerando o equilíbrio para os elementos finitos, obtêm-se as equações dinâmicas globais do sistema, sendo o volume total da estrutura a soma do volume da viga acrescida dos volumes dos piezelétricos (NAGAMINE, 2001):

$$\begin{aligned} [M_{qq}]\{\ddot{q}_i\} + [K_{qq}]\{q_i\} + [K_{q\phi}]\{\phi_i\} &= \{F_s\} \\ [K_{\phi q}]\{q_i\} + [K_{\phi\phi}]\{\phi_i\} &= \{Q_s\} \end{aligned}, \quad (2.16)$$

onde $[M_{qq}]$, $[K_{qq}]$, $[K_{q\phi}] = [K_{\phi q}]^T$, $[K_{\phi\phi}]$ são as matrizes de massa, de rigidez, eletro-mecânica e dielétrica, respectivamente, e $\{F_s\}$ e $\{Q_s\}$ são vetores de carregamento mecânico e elétrico, respectivamente.

Sendo V_t o volume total compreendendo os volumes da estrutura principal V_{st} e dos pieze-

létricos V_{pe} , as matrizes elementares dos elementos são dadas respectivamente por:

$$[m_{qq}] = \int_{V_t} \rho_{V_t} \begin{bmatrix} [N_u]^T \\ [N_w]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [N_u] & [N_w] \end{bmatrix} dV_t, \quad (2.17)$$

$$[k_{qq}] = \int_{V_t} ([B_u] - z[B_w]')^T [C^E] ([B_u] - z[B_w]') dV_t, \quad (2.18)$$

$$[k_{q\phi}] = \int_{V_{pe}} ([B_u] - z[B_w]')^T [e][B_\phi] dV_{pe}, \quad (2.19)$$

$$[k_{\phi\phi}] = \int_{V_{pe}} [B_\phi]^T \{\epsilon\} [B_\phi] dV_{pe}. \quad (2.20)$$

Sejam as parcelas da equação global (equação (2.16)) dependendo do potencial elétrico devido ao tipo de piezelétrico (sensor ou atuador). Manipulando convenientemente estas equações, considerando os piezelétricos com propriedades apenas de atuadores (e não como sensores, ou seja, considera-se apenas deformação devido à tensão elétrica e não o efeito reverso), uma vez que não existe potencial elétrico aplicado no sensor, obtém-se a equação de movimento global, isto é:

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [K_{qq}^*]\{q\} = \{F\} - [K_{q\phi a}]\{\phi_a\}, \quad (2.21)$$

onde $[K_{qq}^*] = [K_{qq}] - [K_{q\phi s}][K_{\phi\phi s}^{-1}][K_{\phi qs}]$, e os subscritos a e s referem-se aos elementos piezelétricos com ação de atuador e sensor, respectivamente. Porém, não incluindo o sensor na estrutura e sendo o carregamento elétrico nulo ($\{Q_s\} = \{0\}$), tem-se $[K_{qq}^*] = [K_{qq}]$.

2.2.2 Modelo de placa

O modelo linear em elementos finitos da estrutura considerando elemento de placa baseou-se na hipótese de Kirchhoff e no Princípio Variacional Eletromecânico para meios piezelétricos, de acordo com Lima Jr. (1999). Fazendo a análise no campo de tensões, nesse modelo utiliza-se o elemento retangular de Melosh, com três graus de liberdade mecânicos por nó (deslocamentos u , v e w nos respectivos eixos x , y e z) e um grau de liberdade elétrico ϕ que depende da quantidade de potenciais aplicados no elemento (LIMA JR., 1999). A figura 2.3 ilustra esse elemento com piezelétricos colados nas duas faces (em cima e embaixo) da estrutura principal

(placa), onde a , b , $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x}$ e $\theta_y = \frac{\partial w}{\partial y}$ representam respectivamente o comprimento, largura e rotação das faces em torno dos eixos y e x , respectivamente, e h e h_{pe} são as espessuras da placa e dos piezelétricos, respectivamente.

Figura 2.3: Parâmetros dimensionais do elemento de placa com piezelétricos (LIMA JR., 1999).

Sendo o deslocamento sobre o plano neutro da placa (plano onde não há deformação), onde a distância na espessura até o eixo neutro é z , como mostra a figura 2.4, têm-se os deslocamentos nodais dados pelas seguintes relações cinemáticas:

$$\begin{cases} u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} . \quad (2.22)$$

Para se obter as funções de forma para este elemento, utiliza-se uma função de interpolação polinomial cúbica (polinômio com 12 parâmetros), ou seja:

$$w|_{x_i, y_i} = d_1 + d_2x + d_3y + d_4x^2 + d_5xy + d_6y^2 + d_7x^3 + d_8x^2y + d_9xy^2 + d_{10}y^3 + d_{11}x^3y + d_{12}xy^3 . \quad (2.23)$$

Matricialmente pode-se escrever w na forma:

$$w = \{P\}^T \{d\} , \quad (2.24)$$

Figura 2.4: Deslocamento da placa sobre o plano neutro.

onde $\{P\}$ e $\{d\}$ na forma vetorial são dados por:

$$\{P\} = \{1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ x^2y \ xy^2 \ y^3 \ x^3y \ xy^3\}^T, \quad (2.25)$$

$$\{d\} = \{d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6 \ d_7 \ d_8 \ d_9 \ d_{10} \ d_{11} \ d_{12}\}^T. \quad (2.26)$$

De acordo com a equação (2.22) e equação (2.23), colocando-se no formato matricial, pode-se escrever:

$$\{q\} = [X]\{d\}, \quad (2.27)$$

onde $[X]$ é a matriz de transformação, composta pelos coeficientes de $\{P\}$ e suas derivadas parciais dadas nos respectivos nós do elemento, escrita da forma:

$$[X] = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} P(x_i, y_i) \\ \frac{\partial P(x_i, y_i)}{\partial x_i} \\ -\frac{\partial P(x_i, y_i)}{\partial y_i} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Seja $\{Q_v\}$ a matriz com coeficientes de $\{P\}$ e suas derivadas parciais escritas de acordo

com (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000):

$$[Q_v] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \\ P \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Da equação (2.27), usando a inversa da matriz de transformação $[X]$, tem-se:

$$[X]^{-1}\{q\} = \{d\}, \quad (2.30)$$

e substituindo na equação (2.27) resulta na seguinte matriz de forma:

$$[B_v] = [Q_v][X]^{-1}, \quad (2.31)$$

onde pode-se representar matricialmente a equação (2.22) da forma:

$$\{q_k\} = [Z_v][B_v]\{q\}, \quad (2.32)$$

sendo:

$$[Z_v] = \begin{bmatrix} -z & 0 & 0 \\ 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

De acordo com a figura 2.3, toma-se os valores de a e b para as coordenadas x e y , para os nós sucessivos $i = 1 \dots 4$, de maneira que:

$$\begin{aligned} x_1 &= -a & y_1 &= -b \\ x_2 &= a & y_2 &= -b \\ x_3 &= a & y_3 &= b \\ x_4 &= -a & y_4 &= b \end{aligned}.$$

As relações de deformação-deslocamentos para o elemento de placa são dadas por:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{cases}, \quad (2.34)$$

onde ϵ_x e ϵ_y são as deformações normais em x e y , respectivamente e γ_{xy} a deformação cisalhante no plano xy .

Analisando estas relações, pode-se escrever a matriz com coeficientes de $\{P\}$ e suas derivadas parciais como:

$$[Q_k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

que substituindo na equação (2.27) resulta na seguinte matriz de forma:

$$[B_k] = [Q_k][X]^{-1}. \quad (2.36)$$

Sendo assim, pode-se representar matricialmente a equação (2.34) por:

$$\{\epsilon\} = -z[B_k]\{q\}. \quad (2.37)$$

Cálculo da energia potencial

Da equação (2.6), a energia potencial do elemento da estrutura principal (domínio do volume V_{st}), é calculada como:

$$\delta U_{st} = \int_{V_{st}} \delta \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_{V_{st}} \delta \{\epsilon\}^T [C_{st}^E] \{\epsilon\} dV, \quad (2.38)$$

onde $[C_{st}^E]$ é a matriz de elasticidade (equação constitutiva) do elemento dada na forma matricial

por:

$$[C_{st}^E] = E_{st} \begin{bmatrix} 1 & \mu_{st} & 0 \\ \mu_{st} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu_{st}}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

sendo E_{st} o módulo de elasticidade e μ_{st} o coeficiente de Poisson do material.

Substituindo a equação (2.37) na equação (2.38), tem-se:

$$\delta U_{st} = \{\delta q\}^T \int_{V_{st}} [B_k]^T [Z]^T [C_{st}^E] [B_k] dV_{st} \{\delta q\}, \quad (2.40)$$

onde pode-se representar a matriz elementar de rigidez da estrutura principal como sendo:

$$[k_{qqst}] = \int_{V_{st}} [B_k]^T [Z]^T [C_{st}^E] [B_k] dV_{st}. \quad (2.41)$$

O domínio de integração da equação (2.41) compreende o volume de cada elemento discretizado da estrutura principal, ou seja, os intervalos $x = [-a; a]$, $y = [-b; b]$ e $z = [-h/2; h/2]$, pois estes são tomados em relação ao centro geométrico do elemento.

Para o domínio V_{pe} do par de elementos piezelétricos da energia potencial da equação (2.6), considera-se antes as equações constitutivas eletromecânicas (equação (2.3)), onde a matriz de coeficientes de tensão piezelétrica é dada por:

$$[e] = \begin{bmatrix} e_{31} & e_{31} \\ e_{31} & e_{31} \\ e_{51} & e_{51} \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

e a matriz das constantes dielétricas a deformação constante,

$$[\zeta^E] = \begin{bmatrix} \zeta_{33} & 0 \\ 0 & \zeta_{53} \end{bmatrix}, \quad (2.43)$$

sendo que o índice subscrito 31 relaciona o potencial elétrico aplicado na direção transversal (eixo z) com o deslocamento na direção axial (eixo x) e o índice subscrito 51 relaciona o potencial elétrico aplicado na direção transversal com o deslocamento na direção lateral (eixo y).

A equação constitutiva do elemento piezelétrico dada por:

$$[C_{pe}^E] = E_{pe} \begin{bmatrix} 1 & \mu_{pe} & 0 \\ \mu_{pe} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu_{pe}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

sendo E_{pe} o módulo de elasticidade e μ_{pe} o coeficiente de Poisson dos piezelétricos.

Então, da mesma forma que foi feita para se obter a matriz elementar de rigidez da estrutura principal, obtém-se a matriz elementar de rigidez dos elementos finitos com propriedades piezelétricas, ou seja:

$$[k_{qq_{pe}}] = \int_{V_{pe}} [B_k]^T [Z]^T [C_{pe}^E] [B_k] dV_{pe}, \quad (2.45)$$

onde o domínio de integração do volume V_{pe} compreende os volumes dos elementos piezelétricos, ou seja, os intervalos $x = [-a; a]$, $y = [-b; b]$ e $z = [-h_{pe} - h/2; -h/2]$ para o piezelétrico embaixo da estrutura principal e $z = [h/2; h/2 + h_{pe}]$ para o piezelétrico em cima.

Da equação (2.6), considerando o termo com acoplamento eletromecânico, e substituindo neste as equações (2.37) e (2.42), obtém-se as matrizes elementares de rigidez eletroelásticas, ou seja:

$$[k_{q\phi}] = \int_{V_{pe}} [B_k]^T [Z]^T [e] [B_\phi] dV_{pe}, \quad (2.46)$$

$$[k_{\phi q}] = [k_{q\phi}]^T, \quad (2.47)$$

onde,

$$[B_\phi] = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_{pe}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{h_{pe}} \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Da equação (2.6), tomando-se o termo de atuação do campo elétrico, e substituindo $[B_\phi]$, tem-se a matriz elementar de rigidez dielétrica dada por:

$$[k_{\phi\phi}] = \int_{V_{pe}} [B_\phi]^T [\zeta^\varepsilon] [B_\phi] dV_{pe}. \quad (2.49)$$

Cálculo da energia cinética

Para o cálculo do termo da energia cinética da equação (2.2), substituindo a equação (2.32), e fazendo as operações, resulta na seguinte expressão:

$$\delta T = \int_{V_t} \rho_{V_t} \{\dot{q}\}^T [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] \{\dot{q}\} dV_t, \quad (2.50)$$

onde V_t compreende o volume da estrutura principal e o volume dos piezelétricos.

Da equação (2.32), tem-se então a matriz elementar de massa dada por:

$$[m] = \int_V \rho_V [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] dV. \quad (2.51)$$

As matrizes de massa para o elemento estrutural e para o elemento piezelétrico, são calculadas para os respectivos volumes definidos anteriormente nos domínios V_{st} e V_{pe} , ou seja:

$$[m_{st}] = \int_{V_{st}} \rho_{st} [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] dV_{st}, \quad (2.52)$$

$$[m_{pe}] = \int_{V_{pe}} \rho_{pe} [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] dV_{pe}. \quad (2.53)$$

onde ρ_{st} e ρ_{pe} são as densidades de massa dos materiais da estrutura principal e dos piezelétricos, respectivamente.

Trabalho das cargas externas

De acordo com o termo do trabalho realizado pelas cargas externas da equação (2.6) e considerando-se a equação (2.32), o trabalho das cargas externas fica:

$$\delta W = \delta \{q\}^T \{F_s\}, \quad (2.54)$$

onde,

$$\{F_s\} = \int_A [B_v]^T \{f_s\} dA \quad (2.55)$$

é o vetor de cargas externas aplicadas na superfície A dos elementos finitos.

Sistema global de equações

Da mesma maneira que foi feita para se obter as equações globais do modelo de viga (equação (2.16)), substituindo as equações de energia cinética, de deformação e trabalho das cargas externas na equação do Princípio Variacional Eletromecânico, e considerando-se o equilíbrio dos elementos finitos, obtém-se a equação do sistema global de movimento para o modelo de placa linear, ou seja:

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [K_{qq}]\{q\} = \{F_s\} - [K_{q\phi a}]\{\phi\}, \quad (2.56)$$

onde $[M_{qq}]$, $[K_{qq}^*]$, $[K_{q\phi a}]$ são as matrizes de massa, elástica e eletro-mecânica, respectivamente, $\{F_s\}$ é o vetor de carregamento mecânico externo e $\{\phi\}$ vetor de potencial elétrico aplicado nos piezelétricos.

Seguiu-se o esquema de numeração dos elementos e dos nós como mostrado no exemplo da figura 2.5. Como mencionado anteriormente, o comprimento, largura e espessura estão alinhados com os eixos cartesianos x , y e z , respectivamente (ver figura 2.3). Pode-se observar que o elemento de número 5 compreende um elemento finito com propriedade piezelétrica colado, sendo seus nós os de números 6, 7, 10 e 11.

Figura 2.5: Esquema de numeração dos elementos e dos nós na discretização em elementos finitos de placa.

A montagem das matrizes globais ocorre através de matrizes auxiliares, segundo Craig Jr. (1981), para mapeamento dos nós dos elementos e suas respectivas coordenadas generalizadas. Com isto, obtém-se as matrizes globais com as devidas coordenadas generalizadas associadas

a cada nó dos elementos, facilitando a inserção de restrições de contornos, como por exemplo, engastamento.

O procedimento de montagem das matrizes globais é cumulativo e necessita de uma matriz auxiliar L_e , que é formada de zeros (0) e uns (1) dispostos de forma diferenciada para cada elemento finito, e cuja dimensão é dada pelo produto do número de graus de liberdade (g_l) em cada nó do elemento com o número de elementos da estrutura. Cada matriz de elemento finito deve ser dada obedecendo a seqüência original dos elementos da placa, e então, a matriz auxiliar L_e é construída para cada elemento finito de forma a seguir a regra:

$$L_e^k(i, j) = 1 \quad \text{para} \quad \begin{cases} j = 1 & i = g_l(k-1) + 1 \\ \vdots & \vdots \\ j = g_l & i = g_l(k-1) \end{cases}, \quad (2.57)$$

$$L_e^k(i, j) = 0 \quad \text{para os demais pares } (i, j)$$

onde k representa o k -ésimo elemento finito.

Então, as matrizes globais são formadas acumulando-se os resultados dos passos sucessivos para cada elemento finito, ocorrendo então superposição de graus de liberdade. O mesmo processo é utilizado para se calcular a matriz de rigidez global, de acoplamento e rigidez dielétrica, sendo que, estas duas últimas não possuem graus de liberdade elétricos nodais e sim elementares, o que implica na ausência de superposição quando isso ocorrer.

2.3 Formulação não-linear de placa da estrutura principal

Através da formulação linear de placas via método de elementos finitos, estende-se o modelo estrutural para a formulação não-linear considerando-se grandes deslocamentos. A formulação linear baseia-se em pequenos deslocamentos de maneira que termos de ordem superior nas equações governantes dos movimentos podem ser eliminados sem afetar a precisão dos resultados. Uma das maneiras de se incluir não-linearidade em um modelo é considerando esses termos de ordem superior, o qual terá uma maior exatidão na determinação de grandes deslocamentos e, conseqüentemente, uma precisão e confiabilidade maior do modelo (ZIENKIEWICZ;

TAYLOR, 2000; TRINDADE et al., 2005). Para este modelo, considera apenas a modelagem para a estrutura principal da asa ativa.

Grandes deslocamentos tornam maiores as magnitudes relativas dos termos de deslocamento/deformação lineares e não-lineares, podendo provocar acoplamentos nos movimentos laterais de placas. A figura 2.6 ilustra as resultantes para uma placa plana e o acréscimo da superfície média em um deslocamento lateral, onde pode-se verificar um deslocamento vertical maior em z devido à deformação maior causada pelo acoplamento da deformação no plano e lateral.

Figura 2.6: Resultantes em uma placa plana e aumento da superfície média (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000).

Segundo a figura 2.6, considera-se as seguintes relações cinemáticas:

$$\begin{cases} u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w = w(x, y) \end{cases} \quad (2.58)$$

Considerando a teoria de grandes deslocamentos de placas finas, segundo Zienkiewicz e Taylor (2000), e aplicando-se o tensor Lagrangiano no gradiente de deformação, obtêm-se as relações de deslocamentos para o elemento de placa não-linear, ou seja:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \Upsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases}, \quad (2.59)$$

onde ϵ_x e ϵ_y são as deformações normais em x e y , respectivamente e Υ_{xy} a deformação cisalhante no plano xy .

Nota-se na equação (2.59) os termos de segunda ordem, os quais caracterizam a não-linearidade estrutural, ou seja a não-linearidade geométrica devida ao grande deslocamento da estrutura.

2.3.1 Cálculo da energia potencial

Da equação (2.6), a energia potencial do elemento estrutural (domínio V_{st} , que a partir de agora passa a ser denominado apenas por V), é calculada como:

$$\delta U = \int_V \delta \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \delta \{\epsilon\}^T [C^E] \{\epsilon\} dV. \quad (2.60)$$

Substituindo a equação (2.58) na equação (2.59), tem-se:

$$\begin{cases} \epsilon_x = -z[B_{w,x,x}]\{q\} + \frac{1}{2} ([B_{w,x}]\{q\})^2 \\ \epsilon_y = -z[B_{w,y,y}]\{q\} + \frac{1}{2} ([B_{w,y}]\{q\})^2 \\ \Upsilon_{xy} = -2z[B_{w,x,y}]\{q\} + [B_{w,x}]\{q\}[B_{w,y}]\{q\} \end{cases}, \quad (2.61)$$

onde $[B_{w,i}]$ corresponde à derivada primeira de $w(x,y)$ em relação aos eixos x_i , ou seja, os eixos x ou y . $[B_{w,i,j}]$ corresponde à derivada de segunda ordem de $w(x,y)$ em relação aos eixos x ou y .

Substituindo a equação (2.59) na equação (2.60) e realizando as operações devidas, resulta:

$$\begin{aligned} \delta U_{xx} = \int_V (\{q\}^T [B_{w,x,x}]^T z^T z [B_{w,x,x}] \{q\} - \frac{1}{2} \{q\}^T [B_{w,x,x}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} \\ - \frac{1}{2} \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} z [B_{w,x,x}] \{q\} \\ + \frac{1}{4} \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\}) dV \end{aligned} \quad (2.62a)$$

$$\begin{aligned} \delta U_{yy} = \int_V (\{q\}^T [B_{w,y,y}]^T z^T z [B_{w,y,y}] \{q\} - \frac{1}{2} \{q\}^T [B_{w,y,y}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} \\ - \frac{1}{2} \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} z [B_{w,y,y}] \{q\} \\ + \frac{1}{4} \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\}) dV \end{aligned} \quad (2.62b)$$

$$\begin{aligned} \delta U_{xy} = \int_V (4 \{q\}^T [B_{w,x,y}]^T z^T z [B_{w,x,y}] \{q\} - 2 \{q\}^T [B_{w,x,y}]^T z^T [B_{w,x}] \{q\} [B_{w,y}] \{q\} \\ - 2 \{q\}^T [B_{w,y}]^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T z [B_{w,x,y}] \{q\} \\ + \{q\}^T [B_{w,y}]^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} [B_{w,y}] \{q\}) dV \end{aligned} \quad (2.62c)$$

sendo δU_{xx} , δU_{yy} e δU_{xy} referentes aos termos ϵ_x , ϵ_y e Υ_{xy} da equação (2.61), respectivamente.

A equação da energia potencial é analisada em suas contribuições lineares e não-lineares.

Os termos lineares são dados pelos de primeira ordem, ou seja:

$$\begin{aligned} \delta U_{xx}^l &= \int_V (\{q\}^T [B_{w,x,x}]^T z^T z [B_{w,x,x}] \{q\}) dV \\ \delta U_{yy}^l &= \int_V (\{q\}^T [B_{w,y,y}]^T z^T z [B_{w,y,y}] \{q\}) dV \quad , \\ \delta U_{xy}^l &= \int_V (4 \{q\}^T [B_{w,x,y}]^T z^T z [B_{w,x,y}] \{q\}) dV \end{aligned} \quad (2.63)$$

onde pode-se representar a matriz de rigidez linear da estrutura como sendo:

$$[k_{qq}^l] = \begin{bmatrix} \int_V ([B_{w,x,x}]^T z^T z [B_{w,x,x}]) dV \\ \int_V ([B_{w,y,y}]^T z^T z [B_{w,y,y}]) dV \\ \int_V (4 [B_{w,x,y}]^T z^T z [B_{w,x,y}]) dV \end{bmatrix} . \quad (2.64)$$

Esta matriz assemelha-se ao modelo linear obtido, como na equação (2.41), onde as coordenadas generalizadas de cada nó não se acoplarão entre si, permitindo o uso da teoria linear de sistema de equações diferenciais (princípio da superposição).

Os termos não-lineares são dados pelos de segunda ordem ou maior. Os termos de quarta ordem em $\{q\}$ não apresentam efeitos de acoplamentos, mas possuem magnitude relativamente

reduzida, por isso, podem ser desconsiderados. Os termos de terceira ordem, apesar de possuírem acoplamentos entre as direções transversais, não foram considerados também por serem de quarta ordem. Portanto, foram considerados apenas os termos de segunda ordem, onde observa-se o acoplamento das coordenadas generalizadas, o que resulta,

$$\begin{aligned}\delta U_{xx}^{nl} &= \int_V \frac{1}{2} (-\{q\}^T [B_{w,x,x}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} - \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} z [B_{w,x,x}] \{q\}) dV \\ \delta U_{yy}^{nl} &= \int_V \frac{1}{2} (-\{q\}^T [B_{w,y,y}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} - \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} z [B_{w,y,y}] \{q\}) dV , \\ \delta U_{xy}^{nl} &= \int_V 2(-\{q\}^T [B_{w,x,y}]^T z^T [B_{w,x}] \{q\} [B_{w,y}] \{q\} - \{q\}^T [B_{w,y}]^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T z [B_{w,x,y}] \{q\}) dV\end{aligned}\quad (2.65)$$

onde pode-se representar a matriz de rigidez não-linear da estrutura como sendo:

$$[k_{qq}^{nl}] = - \begin{bmatrix} \int_V \frac{1}{2} ([B_{w,x,x}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] + [B_{w,x}]^T [B_{w,x}] \{q\} z [B_{w,x,x}]) dV \\ \int_V \frac{1}{2} ([B_{w,y,y}]^T z^T \{q\}^T [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] + [B_{w,y}]^T [B_{w,y}] \{q\} z [B_{w,y,y}]) dV \\ \int_V 2([B_{w,x,y}]^T z^T [B_{w,x}] \{q\} [B_{w,y}] + [B_{w,y}]^T \{q\}^T [B_{w,x}]^T z [B_{w,x,y}]) dV \end{bmatrix} . \quad (2.66)$$

2.3.2 Cálculo da energia cinética e trabalho das cargas externas

O cálculo da energia cinética para o caso não-linear procede-se igualmente ao do caso linear, pois as equações são similares, uma vez que apenas alteraram-se as equações de deformação, com a inclusão do termo de segunda ordem. Portanto, o termo da energia cinética equivale à equação (2.50), ou seja:

$$\delta T = \int_V \rho \{\dot{q}\}^T [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] \{\dot{q}\} dV , \quad (2.67)$$

onde tem-se a matriz de massa elementar dada por:

$$[m] = \int_V \rho_v [B_v]^T [Z]^T [Z] [B_v] dV . \quad (2.68)$$

O trabalho realizado pelas forças e cargas externas é dado por:

$$\delta W = \delta \{q\}^T \int_A [B_v]^T \{f_s\} dA , \quad (2.69)$$

com o vetor de cargas externas dado por:

$$\{F_s\} = \int_A [B_v]^T \{f_s\} dA . \quad (2.70)$$

2.3.3 Sistema global de equações

Da mesma forma como descrito para o modelo de placa linear, substituindo as equações de energia cinética, de deformação e trabalhos das forças externas na equação do Princípio Variacional Eletromecânico e considerando-se o equilíbrio dos elementos finitos obtém-se a equação do sistema global de movimento expressa por:

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [K_{qq}^l + K_{qq}^{nl}(q)]\{q\} = \{F_s\} - [K_{q\phi a}]\{\phi\} , \quad (2.71)$$

onde $[M_{qq}]$ é a matriz de massa, $[K_{qq}^l]$ é a matriz de rigidez linear dada pela equação (2.64) e $[K_{qq}^{nl}(q)]$ é a matriz de rigidez não-linear dada pela equação (2.66), $[K_{q\phi a}]$ é a matriz eletromecânica e $\{F_s\}$ o vetor de cargas mecânica.

2.4 Modelo total da estrutura ativa

Tendo os modelos de placa não-linear da estrutura principal e o com efeito piezelétrico, obtém-se o modelo global da estrutura ativa não-linear com elementos piezelétricos (atuadores).

Na equação (2.71) da estrutura não-linear, junta-se o termo linear $[K_{qq}^l]$ com o termo linear $[K_{qq}]$ da equação (2.56), ou seja as matrizes de rigidez da estrutura não-linear somam-se com as matrizes de rigidez da estrutura linear, compreendendo a estrutura principal e com efeito piezelétrico. Sendo assim, a matriz de rigidez linear será:

$$[K_{qq}^*] = ([K_{qq}^l]_{st} + [K_{qq}]_{pe}) - [K_{q\phi s}][K_{\phi\phi s}^{-1}][K_{\phi qs}] , \quad (2.72)$$

onde os subscritos *st* e *pe* referem-se à estrutura principal e aos elementos piezelétricos, respectivamente.

A matriz de massa global já compreende as matrizes de massa globais da estrutura principal

e dos elementos piezelétricos, ou seja:

$$[M_{qq}^*] = [M_{qq}]_{st} + [M_{qq}]_{pe} . \quad (2.73)$$

Portanto, a matriz global de movimento fica:

$$[M_{qq}^*]\{\ddot{q}\} + [K_{qq}^* + K_{qq}^{nl}(q)]\{q\} = \{F_s\} - [K_{q\phi a}]\{\phi\} . \quad (2.74)$$

Como pode-se observar, para o modelo da estrutura principal considera grande deslocamentos (modelo não-linear) e o modelo dos elementos piezelétricos é linear. Sendo assim, para uma compatibilização dos deslocamentos dos nós dos elementos, na malha de elementos finitos, considera-se uma discretização refinada nas áreas que compreende os elementos ativos (sendo estes elementos de dimensões menores), para não influenciar nos graus de liberdade da estrutura principal.

2.5 Verificação do modelo de elementos finitos

A fim de se verificar os modelos dinâmico-estruturais desenvolvidos, estes foram comparados com o modelo de viga obtido em Gruppioni (2003) e os modelos obtidos por Lima Jr. (1999). Considera-se o modelo com efeito piezelétrico, o modelo desenvolvido considerando as equações constitutivas da piezeletricidade, ou seja, com graus de liberdade elétricos. O modelo sem efeito piezelétrico contém apenas graus de liberdade mecânicos. Primeiramente, comparou-se os modos de vibrar da estrutura do modelo de viga com o modelo de placa, sem efeito piezelétrico incorporado. Depois comparou-se os modos de vibrar da estrutura do modelo de placa com efeito piezelétrico incorporado (considerando-se aplicação de potencial elétrico nulo no atuador) e em seguida sem efeito piezelétrico incorporado. Em seguida, comparou-se o modelo de placa desenvolvido com o modelo de placa obtido por Lima Jr. (1999), sem efeito piezelétrico. O modelo de placa com efeito piezelétrico e potencial elétrico aplicado também é comparado com resultados obtidos por Lima Jr. (1999) e por Crawley (1994).

O modelo de placa não-linear, sem o efeito piezelétrico é comparado com aquele desen-

volvido por Livne e Navarro (1999) e também com o programa comercial de elementos finitos MSC Nastran[®]. Segue-se então com a verificação do modelo de elemento de placa não-linear com efeito piezelétrico, comparando-se com resultados obtidos também por Livne e Navarro (1999).

2.5.1 Modelo de placa linear

Para verificar o modelo de elementos de placa linear sem efeito piezelétrico, inicialmente comparou-se com o modelo de viga obtido por Gruppioni (2003), o qual utiliza o modelo de viga de Euler-Bernoulli, com o acréscimo do grau de liberdade de torção. A estrutura corresponde a uma placa de alumínio engastada em balanço (*cantilever*) de dimensões $800 \times 250 \times 4\text{mm}$, respectivamente para o comprimento, largura e espessura. As propriedades utilizadas para a estrutura são apresentadas na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Propriedades da estrutura de alumínio.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	69
Densidade (kg/m^3)	ρ	2741
Coefficiente de Poisson	μ	0,31

Esta estrutura foi discretizada em 25 elementos de viga para o modelo de viga e 25×4 elementos de placa para o modelo de placa, como mostra a figura 2.7, sendo o engastamento em $x = 0$.

Figura 2.7: Discretização da estrutura em elementos de placa sem atuadores piezelétricos.

A figura 2.8 mostra os modos de vibrar da estrutura sem efeito piezelétrico, cujas frequências naturais estão na tabela 2.2, sendo os superscritos "f" e "t" correspondentes aos modos de flexão e torção, respectivamente.

Figura 2.8: Forma dos modos de vibrar da estrutura engastada sem efeito piezelétrico.

Tabela 2.2: Comparação entre as frequências naturais (em Hz) dos modelos de viga e placa, para a estrutura engastada sem efeito piezelétrico.

Modo	Viga	Placa
1 ^f	5,0	5,098
2 ^f	31,334	31,899
3 ^t	34,096	33,318
4 ^f	87,741	89,796
5 ^t	102,66	104,25

Com a mesma estrutura, ou seja, a placa engastada, incorpora-se um par de atuadores piezelétricos (colados um em cima e outro embaixo da estrutura principal) de dimensões $15 \times 15 \times 0,254mm$, respectivamente para o comprimento, largura e espessura. Esta configuração da estrutura principal com os atuadores é conhecida como estrutura "sanduíche", como ilustrada

na figura 2.9. As propriedades do material piezelétrico utilizadas correspondem à propriedades do PZT (titanato zirconato de chumbo). Estas propriedades, apresentadas na tabela 2.3, correspondem às do atuador piezelétrico QP10N[®] da Midé Technology Corp., que é um atuador piezelétrico comercial de propriedades conhecidas.

Tabela 2.3: Propriedades do material piezelétrico PZT.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	66
Densidade (kg/m^3)	ρ	7800
Coeficiente de Poisson	μ	0,30
Coeficientes de carga piezelétricos (pm/V)	d_{31}	-190
	d_{33}	390
coeficientes de carga piezelétricos (C/m^2)	e_{15}	0,046
	e_{33}	0,046
dielétrico para deformação constante (nF/m)	ζ_{33}	15,992

Figura 2.9: Discretização da estrutura em elementos de placa, com um par de atuadores piezelétricos.

Obtendo-se os modos de vibrar desta estrutura com o par de atuadores piezelétricos, porém sem potencial elétrico aplicado, observa-se mudanças pequenas nas frequências naturais, como é mostrado na tabela 2.4. Comparando-se os dois casos, sem atuadores e com atuadores, observa-se que há uma boa aproximação da frequência dos modos dos modelos com elementos de viga e placa. Isto deve-se à espessura dos piezelétricos que é pequena em relação às dimensões da estrutura principal, ou seja, os módulos de elasticidade da estrutura com e sem

piezelétricos são muito próximos.

Tabela 2.4: Comparação entre as frequências naturais (em Hz) dos modelos de viga e placa com piezelétricos, sem potencial elétrico aplicado.

Modo	Viga	Placa
1 ^f	5,127	5,1438
2 ^f	31,738	31,945
3 ^t	33,124	33,417
4 ^f	87,218	88,753
5 ^t	102,12	103,54

Comparou-se o modelo de placa linear apresentado com o modelo de placa de Lima Jr. (1999), que desenvolve modelos em elementos finitos para meios piezelétricos. O modelo comparado utiliza uma placa de alumínio totalmente livre de dimensões $500 \times 500 \times 3,3mm$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente) e discretizada em 16×16 elementos trilineares de 8 nós na direção X e Y (ao longo do comprimento e largura). Com a mesma discretização, comparando-se este modelo com o elemento de placa proposto, sem efeito piezelétrico, obteve-se os modos de vibrar mostrados na figura 2.10, com as frequências naturais mostradas na tabela 2.5.

Tabela 2.5: Comparação entre as frequências naturais (em Hz) do presente modelo e o proposto por Lima Jr. (1999), sem efeito piezelétrico.

Modo	Placa	Placa (LIMA JR., 1999)
1 ^t	42,814	42,899
2 ^f	62,992	62,443
3 ^f	78,944	78,769
4 ^t	110,972	114,144

Para testar o efeito piezelétrico, obteve-se por simulação numérica a deflexão de uma viga engastada de PVDF (fluorido de polivilideno) modelada aqui com elementos de placa linear, comparada com a mesma viga obtida por Lima Jr. (1999), como mostra a figura 2.11. O modelo de viga apresentado por Lima Jr. (1999) possui dimensões $100 \times 5 \times 0,5mm$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente). O gráfico da figura 2.11 mostra a deflexão estática devido à aplicação de um potencial elétrico de 1V. As propriedades do material PVDF utilizadas são dadas na tabela 2.6.

Figura 2.10: Modos de vibrar da placa totalmente livre, sem efeito piezelétrico.

Tabela 2.6: Propriedades do PVDF.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	2
Densidade (kg/m^3)	ρ	1800
Coefficiente de Poisson	μ	0,29
Coeficientes de carga piezelétricos (pm/V)	d_{31}	22
	d_{33}	22
coeficientes de carga piezelétricos (C/m^2)	e_{15}	0,046
	e_{33}	0,046
dielétrico para deformação constante (nF/m)	ζ_{33}	0,1062

Segue-se uma comparação entre simulação do modelo de placa linear desenvolvido neste trabalho e resultado experimental apresentado por Crawley (1994). As dimensões da estrutura são $292 \times 152mm$ (comprimento e largura, respectivamente) e cada piezelétrico possui dimensões $51 \times 25mm$ (comprimento e largura, respectivamente) dispostos na placa ao longo do comprimento e largura. As propriedades utilizadas dos piezelétricos foram as mesmas do PZT da tabela 2.3. A figura 2.12 mostra os resultados para a deflexão sujeita a um potencial de 10V.

Figura 2.11: Comparação entre elemento de placa linear e de viga de Lima Jr. (1999), com potencial elétrico de 1V aplicado ao PVDF.

Figura 2.12: Comparação entre elemento de placa linear e com experimento de Crawley e de Lima Jr. (1999), com potencial elétrico de 10V aplicado.

Como observado, o modelo proposto apresentou uma concordância com os resultados apresentados por Lima Jr. (1999).

2.5.2 Modelo de placa não-linear sem efeito piezelétrico

Para o modelo de placa não-linear comparou-se o modelo proposto com o obtido por Livne e Navarro (1999). A estrutura é uma placa de aço engastada de dimensões $0,3 \times 0,3 \times 6\text{mm}$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente) e com propriedades dadas na tabela 2.7.

Tabela 2.7: Propriedades do aço.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	210
Densidade (kg/m^3)	ρ	7860
Coefficiente de Poisson	μ	0,30

A figura 2.13 mostra a análise estática para a deflexão na ponta ao longo do comprimento para uma carga de 1N aplicada na extremidade da placa. Como pode-se observar, os resultados foram próximos.

Figura 2.13: Comparação entre elemento de placa não-linear com Livne e Navarro (1999).

Utilizou-se também o programa computacional de elementos finitos MSC/Nastran[®] para comparar com o modelo de placa não-linear. Discretizou-se uma placa engastada de alumínio de dimensões $800 \times 250 \times 4\text{mm}$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente) em

15×8 elementos (ao longo do comprimento e largura, respectivamente) e fez-se uma análise estática para carga concentrada de $50N$ e $100N$ no nó da ponta oposta ao engaste, como mostra a figura 2.14. As propriedades utilizadas foram as do alumínio da tabela 2.8.

Tabela 2.8: Propriedades do alumínio.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	69
Densidade (kg/m^3)	ρ	2740
Coefficiente de Poisson	μ	0,30

Como pode-se observar na figura 2.15, o deslocamento na ponta no local de aplicação da carga, mostrou-se próximos, sendo então resultados satisfatórios.

Figura 2.14: Discretização utilizada na comparação do modelo de placa não-linear, com força concentrada aplicada.

Pode-se observar que para a carga aplicada de $50N$ o regime de deformação é próximo ao regime linear, sendo a não-linearidade observada melhor no gráfico para carga de $100N$ (ver figura 2.16), onde nota-se a curva de deformação não sendo mais de característica de primeira ordem, ou seja, linear.

Figura 2.15: Comparação entre modelo de placa não-linear com gerado pelo MSC/Nastran[®] para carga concentrada de 50N (ver figura 2.14).

Figura 2.16: Comparação entre modelo de placa não-linear com gerado pelo MSC/Nastran[®] para carga concentrada de 100N (ver figura 2.14).

2.5.3 Modelo de placa não-linear com efeito piezelétrico

Como último teste de verificação do modelo, em que considera-se uma placa engastada com efeito piezelétrico. Comparou-se o modelo proposto com o mesmo obtido por Livne e Navarro (1999). A estrutura principal é uma placa engastada de aço de dimensões $0,3 \times 0,3m \times 6mm$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente), com as propriedades dadas na tabela 2.7. As propriedades dos piezelétricos, de dimensões $0,08 \times 0,03 \times 0,00051mm$ (comprimento, largura e espessura, respectivamente), são dados pela tabela 2.9.

Tabela 2.9: Propriedades do material piezelétrico.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	63
Densidade (kg/m^3)	ρ	7750
Coefficiente de Poisson	μ	0,10
Coeficientes de carga piezelétricos (pm/V)	d_{31}	-190
	d_{33}	390
coeficientes de carga piezelétricos (C/m^2)	e_{15}	0,046
	e_{33}	0,046
dielétrico para deformação constante (nF/m)	ζ_{33}	15,992

A figura 2.17 mostra a deflexão ao longo do comprimento para um potencial elétrico de 10V aplicado na ponta da estrutura. Como pode-se observar, o resultado está próximo aos comparados, sendo bastante satisfatório, observando que o modelo da estrutura principal é não-linear e o modelo da estrutura piezelétrico é linear. A influência neste caso dos elementos piezelétricos foi pouca na estrutura principal, pois as dimensões dos piezelétricos são pequenas em relação ao tamanho da estrutura principal.

Figura 2.17: Comparação entre elemento de placa não-linear com efeito piezelétrico e experimento de Crawley (1994).

Modelo aeroelástico

Estabelecido o modelo dinâmico estrutural, para realizar análises aeroelásticas necessita-se de um modelo aerodinâmico que possibilite emular a resposta aerodinâmica não-estacionária para uma asa finita. Neste trabalho optou-se por utilizar o método de malha de vórtices (do inglês, *vortex lattice method* ou VLM), considerando-se aerodinâmica não-estacionária, linear, potencial e incompressível. Este método, como alguns modelos analíticos, assume problemas de placa plana e superfícies finas. Sua aplicação permite o tratamento de geometrias mais complexas e o melhor tratamento nas condições de contorno.

Como ambos os modelos estrutural e aerodinâmico são tratados separadamente, necessita-se da troca de informações entre os referidos modelos, ou seja, promover o acoplamento aeroelástico, como mostra a figura 3.1.

Figura 3.1: Esquema de acoplamento aeroelástico.

Duas maneiras foram empregadas para realizar este acoplamento, uma em coordenadas modais e outra em coordenadas físicas. A primeira forma de acoplamento aeroelástico baseia-se em descrever as equações do movimento através de coordenadas modais. Apesar de limitada a análises lineares, essa abordagem apresenta vantagens no tocante à redução de ordem do modelo. Com isso, ganha-se em eficiência computacional e reduz-se o tempo de processamento nas simulações aeroelásticas. Esta forma de acoplamento pode ser resumida de acordo com a figura 3.2. O acoplamento aeroelástico via coordenadas físicas implica trocar informações entre as malhas estrutural e aerodinâmica de forma direta. A transformação necessária determina a troca de informações de deslocamentos e carregamentos entre os nós da malha estrutural e aerodinâmica. A vantagem desse método é que permite o uso de modelos não-lineares; contudo, uma perda na eficiência computacional é esperada.

Figura 3.2: Esquema de acoplamento aeroelástico.

Apresenta-se, então, neste capítulo o modelo aerodinâmico via método de malha de vórtices (VLM), a transformação do sistema estrutural em coordenadas modais e o esquema de acoplamento por coordenadas físicas.

3.1 Modelo aerodinâmico via método da malha de vórtices

O método da malha de vórtices tem origem na teoria da superfície de sustentação, que é uma extensão da teoria da linha de sustentação de Prandtl (ANDERSON JR., 1991). O método é aplicado em problemas tridimensionais e consiste da distribuição de anéis de vórtices no plano

da superfície de sustentação e de sua esteira. O plano de anéis de vórtices satisfaz a equação de Laplace e quando combinada com o escoamento potencial uniforme e incompressível o escoamento ao redor da asa pode ser calculado.

Neste trabalho, o VLM é implementado seguindo os desenvolvimentos de Benini (2002) e Katz e Plotkin (1991). A asa é representada pela superfície de sustentação sem espessura e discretizada em elementos quadrilaterais (painéis). Um anel de vórtice é associado com cada painel, sendo cada segmento frontal colocado a um quarto da linha de corda do painel e o ponto de controle colocado no centro de três-quartos da linha de corda. O esquema da discretização da asa é mostrado na figura 3.3 (KATZ; PLOTKIN, 1991; BENINI, 2002). Para garantir que as linhas de escoamento passem sobre a superfície de sustentação, é necessário que satisfaça a condição de contorno da velocidade normal nula na superfície da asa. Esta condição de contorno é aplicada no ponto de controle e resulta no valor correto para as singularidades de vórtice (circulação $\Gamma_{i,j}$).

Figura 3.3: Esquema da discretização aerodinâmica da asa (BENINI, 2002).

A condição de contorno de velocidade normal nula em cada painel pode ser expressa de acordo com:

$$(\{\nabla\phi\} + \{v_m\} + \{v_w\}) \cdot \{n\} = 0, \quad (3.1)$$

onde o gradiente do potencial de velocidade $\{\phi\}$ corresponde às velocidades de perturbação induzidas pelas singularidades de vórtices na asa, $\{v_m\}$ corresponde à velocidade de movimento

da asa (velocidade de escoamento livre relativo à asa mais a velocidade da deformação estrutural da asa), $\{v_w\}$ corresponde às velocidades induzidas pela esteira, e $\{n\}$ é o vetor normal ao plano de cada painel definido por:

$$\{n_k\} = \frac{\{A_k\} \times \{B_k\}}{|\{A_k\} \times \{B_k\}|}, \quad (3.2)$$

onde os vetores n_k , A_k e B_k são mostrados na figura 3.4.

Figura 3.4: Definição do vetor normal ao painel (BENINI, 2002).

A velocidade V induzida por cada segmento de vórtice, de comprimento estendendo do ponto 1 ao ponto 2, em um ponto arbitrário P , como mostra a figura 3.5, obedece a lei de Biot-Savart, isto é:

$$\{V\} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\{r_1\} \times \{r_2\}}{|\{r_1\} \times \{r_2\}|^2} (\{r_1\} - \{r_2\}) \cdot \left(\frac{\{r_1\}}{|\{r_1\}|} - \frac{\{r_2\}}{|\{r_2\}|} \right), \quad (3.3)$$

onde $\{r_1\}$ e $\{r_2\}$ são vetores que definem a posição do ponto P em relação aos pontos 1 e 2. No caso do método de malha de vórtices, o ponto P coincide com os pontos de controle de cada painel, e os segmentos de vórtices compõem os anéis formados por quatro segmentos de vórtices, que contornam o painel.

É importante notar que o valor da circulação Γ é ainda não conhecido na equação (3.3). Então, somente os valores de outros termos serão calculados. Isto é feito assumindo circulação unitária, ou seja, $\Gamma = 1$. A velocidade $\{V_{KL}\}$ induzida por cada anel de vórtice no ponto P é obtida adicionando os resultados obtidos com a equação (3.3) para os quatro segmentos de vórtices correspondentes. A velocidade é referida como a velocidade induzida pelo anel de vórtice L no ponto de controle K . Aplicando a velocidade normal nula como a condição de

Figura 3.5: Lei de Biot-Savart aplicada em um segmento contínuo de vórtice (KATZ; PLOTKIN, 1991).

contorno no ponto de controle $K = 1$, tem-se:

$$(V_{11}\Gamma_1 + V_{12}\Gamma_2 + V_{13}\Gamma_3 + \dots + V_{1m}\Gamma_m + v_{m1} + v_{w1}) \cdot n_1 = 0, \quad (3.4)$$

onde as circulações Γ_k em cada anel de vórtice são desconhecidas e m é o número de painéis usados na discretização aerodinâmica.

Baseado na equação (3.4), os coeficientes de influência ($a_{KL} = V_{KL} \cdot n_k$) podem ser definidos, calculando-se segundo a sequência dos painéis, como mostra a figura 3.6.

Figura 3.6: Sequência de varredura dos painéis da asa (KATZ; PLOTKIN, 1991).

Re-escrevendo a equação (3.4) como uma função dos coeficientes de influência para cada ponto de controle m e passando $\{v_m\}$ e $\{v_w\}$ para o lado direito da equação, o seguinte sistema linear é obtido:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_m \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_{m1} + v_{w1} \\ v_{m2} + v_{w2} \\ \vdots \\ v_{mm} + v_{wm} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{Bmatrix}. \quad (3.5)$$

A avaliação de $\{v_m\}$ consiste em dois passos: 1) a velocidade do escoamento livre é obtida movendo a asa na direção para frente, e 2) as velocidades das deformações estruturais são obtidas resolvendo a equação de movimento. As velocidades induzidas pela esteira ($\{v_w\}$) são obtidas empregando-se a lei de Biot-Savart (equação (3.3)). É importante considerar que a porção da esteira é gerada a cada intervalo de tempo, de acordo com a figura 3.7. Os valores de circulação dos últimos anéis de vórtices gerados são os mesmos dos anéis de vórtices do bordo de fuga, para satisfazer a condição tridimensional de Kutta (intensidade do vórtice no bordo de fuga deve ser nula). Deste modo, a cada intervalo de tempo novos anéis de vórtices são gerados e os valores correspondentes de circulação são encontrados. Os valores de circulação de cada anel de vórtice da esteira ficam os mesmos durante todo tempo de simulação. Na presente simulação, a esteira é admitida paralela ao plano da velocidade do escoamento livre.

Figura 3.7: Esquema da discretização da esteira aerodinâmica (BENINI, 2002).

A solução do sistema linear, dado pela equação (3.5), provê os valores de circulação para os anéis de vórtices da asa, os quais são empregados no cálculo das cargas aerodinâmicas. A equação de Bernoulli não-estacionária para cada painel é:

$$\frac{p_l - p_u}{\rho} = \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_l^2}{2} + \frac{\partial \phi_u}{\partial t} - \frac{\partial \phi_l}{\partial t}, \quad (3.6)$$

onde p é a pressão estática e os subscritos u e l referem-se aos lados superior e inferior do painel, respectivamente, e ρ é a densidade do ar.

Os dois últimos termos da equação (3.6) referem-se ao caso não-estacionário. A diferença entre eles é obtida da definição de circulação (KATZ; PLOTKIN, 1991), isto é:

$$\frac{\partial \phi_u}{\partial t} - \frac{\partial \phi_l}{\partial t} = \frac{\partial(\phi_u - \phi_l)}{\partial t} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \frac{\Gamma(t) - \Gamma(t-1)}{\Delta t}. \quad (3.7)$$

Se $\partial \Gamma / \partial t = 0$, a equação (3.6) é análoga à equação clássica de Bernoulli para o caso estacionário, e os dois primeiros termos podem ser determinados com a adição do teorema de Kutta-Joukowski, isto é:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \frac{V_u^2}{2} - \frac{V_l^2}{2} = \frac{V_\infty \Gamma \Delta b \cos \alpha}{S}, \quad (3.8)$$

onde V_∞ é a velocidade do escoamento livre, α é o ângulo de ataque local, Δb é o tamanho do painel na direção da envergadura e S é a área do painel.

Substituindo as equações (3.7) e (3.8) na equação (3.6), a força normal em cada painel pode ser computada como sendo a força de sustentação, a qual é fornecida como entrada para a equação de movimento (ver equação (3.16)). É importante enfatizar que os valores de Γ nas equações (3.7) e (3.8) são dados por $\Gamma_{i,j}$ para o bordo de ataque dos painéis da asa ($i = 1$) e por $(\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j})$ para os outros painéis (BENINI, 2002), de acordo com o teorema de Kutta-Joukowski, ou seja:

$$\Delta L_{i,j} = \rho V_\infty \Gamma_{i,j} \Delta b_{i,j} \quad \text{para } i = 1, \quad (3.9)$$

$$\Delta L_{i,j} = \rho V_\infty (\Gamma_{i,j} - \Gamma_{i-1,j}) \Delta b_{i,j} \quad \text{para } i > 1, \quad (3.10)$$

3.2 Transformação modal

Adota-se inicialmente que a resposta estrutural da asa é assumida como sendo linear e sem amortecimento interno. A equação de movimento da estrutura é:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{L(\{x\}, \{\ddot{x}\}, t)\}, \quad (3.11)$$

onde $[M]$ e $[K]$ são as matrizes de massa e rigidez, e $\{x(t)\}$, $\{\ddot{x}(t)\}$ e $\{L(\{x\}, \{\ddot{x}\}, t)\}$ são vetores representando, respectivamente, os deslocamentos, acelerações e cargas externas (mecânicas, elétricas e aerodinâmicas).

As frequências naturais e os modos de vibrar são obtidos através da resolução de um problema de autovalor e autovetor. As formas dos modos podem ser arranjadas matricialmente, ou seja:

$$[\Phi] = [\{\varphi_1\} \quad \{\varphi_2\} \quad \{\varphi_3\} \quad \cdots \quad \{\varphi_N\}] . \quad (3.12)$$

A matriz $[\Phi]$ da equação (3.12) é chamada matriz modal e é usada como matriz de transformação, de acordo com:

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{\eta(t)\} = \sum_{r=1}^N \{\varphi_r\} \eta_r(t), \quad (3.13)$$

onde $\{\eta(t)\}$ representa o vetor dos deslocamentos estruturais no domínio modal e pode ser interpretado como um vetor de coeficientes que determina a influência de cada forma modal na resposta física estrutural (MEIROVITCH, 1986). N é o número considerado de formas dos modos, ou seja, para aplicação computacional este número é finito, sendo infinito para representar o sistema real.

Desde que as formas dos modos $[\Phi]$ é constante com o tempo, segue-se que:

$$\{\ddot{x}(t)\} = [\Phi]\{\ddot{\eta}(t)\}. \quad (3.14)$$

Substituindo as equações (3.13) e (3.14) na equação (3.11) e pré-multiplicando ambos os lados por $[\Phi]^T$, obtém-se:

$$[M_m]\{\ddot{\eta}(t)\} + [K_m]\{\eta(t)\} = [\Phi]^T \{L(\{x\}, \{\ddot{x}\}, t)\}, \quad (3.15)$$

onde $[M_m] = [\Phi]^T [M] [\Phi]$ e $[K_m] = [\Phi]^T [K] [\Phi]$ são as chamadas matrizes modais de massa e rigidez, respectivamente.

Devido à propriedade de ortogonalidade dos modos, pode-se provar que a matriz $[M_m]$ é igual a matriz identidade e $[K_m]$ é uma matriz diagonal contendo as frequências naturais ao quadrado. Além disso, é possível normalizar os autovetores de forma que a divisão de ambos os lados da equação (3.15) pela matriz $[M_m]$, produz

$$\{\ddot{\eta}(t)\} + [\omega^2] \{\eta(t)\} = [\Phi]^T \{L(\{x\}, \{\ddot{x}\}, t)\}, \quad (3.16)$$

onde $[\omega^2]$ é a matriz diagonal contendo o quadrado das frequências naturais.

Para simplificar a solução da equação (3.16), é usual considerar somente alguns modos naturais para descrever a resposta estrutural. Isto é feito truncando-se a somatória da equação (3.13). De fato, somente alguns modos são necessários para obter uma solução com boa precisão (MEIROVITCH, 1986; CRAIG JR., 1981).

3.3 Acoplamento das malhas aerodinâmica e estrutural em coordenadas modais

Os modos dinâmico-estruturais e as forças aerodinâmicas são calculadas utilizando-se malhas diferentes, ou seja, as malhas estrutural e aerodinâmica são distintas. Sendo assim, para converter as forças aerodinâmicas da malha aerodinâmica em forças pontuais da malha estrutural, e fornecer também os deslocamentos estruturais para os pontos aerodinâmicos, utiliza-se o método de interpolação de *splines* de superfícies.

O método de interpolação de *splines* de superfície permite a troca de informação entre as duas malhas, baseada no fato de que os pontos aerodinâmicos e estruturais estão relacionados através de uma matriz de transformação de coordenadas, ou seja:

$$\{x\}_a = [G] \{x\}_e, \quad (3.17)$$

onde os subscritos a e e referem-se as malhas aerodinâmica e estrutural, respectivamente, e $[G]$

representa uma matriz de transformação.

Esta mesma matriz pode ser utilizada para transformar os modos de vibrar obtidos na malha estrutural para a malha aerodinâmica, ou seja:

$$[\Phi]_a = [G][\Phi]_e . \quad (3.18)$$

Para escrever as forças aerodinâmicas em termos de pontos estruturais, estas devem ser equivalentes, ou seja, o trabalho virtual realizado por estas forças deve ser igual, portanto,

$$\delta \{x\}_a^T \{L\}_a = \delta \{x\}_e^T [G]^T \{L\}_a = \delta \{x\}_e^T \{L\}_e . \quad (3.19)$$

Como os deslocamentos são arbitrários, tem-se:

$$\{L\}_e = [G]^T \{L\}_a . \quad (3.20)$$

A equação (3.16) pode ser escrita da forma:

$$\{\ddot{\eta}(t)\} + [\omega^2] \{\eta(t)\} = [\Phi]_e^T [G]^T \{L(\{\eta\}, \{\ddot{\eta}\}, t)\}_a . \quad (3.21)$$

Substituindo a equação (3.18) na equação (3.21), chega-se a equação de movimento do sistema aeroelástico com as forças externas obtidas na malha aerodinâmica e convertidas para a malha estrutural, ou seja:

$$\{\ddot{\eta}(t)\} + [\omega^2] \{\eta(t)\} = [\Phi]_a^T \{L(\{\eta\}, \{\ddot{\eta}\}, t)\}_a . \quad (3.22)$$

É importante notar que as forças aerodinâmicas são aplicadas nos pontos de controle, representado pelo vetor $\{x\}_a$, e os deslocamentos estruturais devem ser fornecidos nos vértices dos anéis de vórtice, representados pelo vetor $\{\bar{x}\}_a$. Para este conjunto de pontos, utiliza-se uma outra matriz de transformação $[\bar{G}]$ para fazer a conversão dos deslocamentos entre as duas malhas.

Para converter estes deslocamentos para a malha aerodinâmica, multiplicam-se os termos

da equação (3.13) por $[\bar{G}]$, resultando em:

$$[\bar{x}]_a = [\bar{\Phi}]_a [\eta]_e, \quad (3.23)$$

onde as matrizes $[\Phi]_a$ e $[\bar{\Phi}]_a$ são obtidas pelo método de interpolação de *splines* de superfícies.

O método de interpolação de malhas descrito em Benini (2002) é baseado na resolução da equação de flexão de uma placa plana infinita. Os pontos aerodinâmicos e estruturais das malhas devem ser projetados no plano da asa e somente os deslocamentos fora do plano são interpolados. Para a implementação deste método, utiliza-se a malha estrutural juntamente com a malha aerodinâmica representada pela extremidade dos anéis de vórtice empregados na discretização da asa. A figura 3.8 mostra a superposição dos pontos estruturais (linha contínua) com a malha de painéis aerodinâmicos (tracejado), como exemplo.

Figura 3.8: Comparação das malhas estrutural e aerodinâmica.

Como pode-se notar em Benini (2002), é necessário para este método que os modos estruturais de vibração tenham modos de torção incluídos, para a correta compatibilização das duas malhas, além de ser necessário para que ocorra o fenômeno de *flutter* clássico. Para o modelo estrutural de viga de Euler-Bernoulli utilizado, fez-se necessária a inclusão do grau de liberdade de torção, a fim de se obter modos naturais de torção. Para o modelo de placa isto não foi necessário, uma vez que o grau de liberdade no eixo z , ou seja, o deslocamento w provê este modo requerido.

A figura 3.9 mostra o esquema de troca de informações entre as malhas estrutural e aero-

dinâmica. Pode-se observar o fluxo de forças aerodinâmicas sendo passadas da malha aerodinâmica para a estrutural e o fluxo de deslocamentos sendo passados da malha estrutural para a malha aerodinâmica.

Figura 3.9: Esquema de acoplamento entre as malhas estrutural e aerodinâmica (BENINI, 2002).

3.4 Acoplamento das malhas aerodinâmica e estrutural em coordenadas físicas

Para o modelo estrutural de placa não-linear não é possível, a priori, utilizar coordenadas modais para facilitar o acoplamento com o modelo aerodinâmico e obter o modelo aeroelástico. Este modelo estrutural considerado apresenta as matrizes de rigidez com as coordenadas generalizadas acopladas, ou seja, sendo estas matrizes diferentes a cada instante de tempo. Portanto, não apresenta os modos de vibrar constantes durante um certo intervalo de tempo, necessitando a obtenção dos modos de vibrar todo instante de tempo, e assim necessitando também a execução da interpolação das malhas novamente a cada instante. Isto torna o modelo aeroelástico com custo computacional muito grande e inviabilizando a aplicação. Devido a isto, é mais prá-

tico utilizar então as coordenadas físicas generalizadas da estrutura, porém a princípio o uso de coordenadas físicas exige a execução da interpolação das malhas a cada instante também, mas sem a necessidade de se obter o modelo modal,

Após o cálculo dos carregamentos aerodinâmicos através do método de malha de vórtices, obtendo-se as forças de sustentação para cada painel (equações (3.9) e (3.10)), distribui-se estas forças nos nós de cada elemento de acordo com a figura 3.10, como sendo:

$$L_{i,j} = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 , \quad (3.24)$$

onde as forças concentradas nos nós (L_k) são dadas por:

$$\begin{cases} L_1 = \frac{27}{64}L_{i,j} \\ L_2 = \frac{27}{64}L_{i,j} \\ L_3 = \frac{5}{64}L_{i,j} \\ L_4 = \frac{5}{64}L_{i,j} \end{cases} . \quad (3.25)$$

Figura 3.10: Distribuição da força de sustentação nos nós de um painel.

Calcula-se os deslocamentos provenientes destas forças, resolvendo-se a equação de movimento, utilizando-se o método de predição-correção proposto por (BENINI, 2002). Com a

estrutura deformada, provém-se o novo cálculo das cargas aerodinâmicas geradas.

Para efeito de simplificação, as malhas aerodinâmica e estrutural são as mesmas, ou seja, os vértices de cada painel coincidem com os nós de cada elemento finito de placa da estrutura, não sendo necessário o acoplamento destas duas malhas através de um método de interpolação, como ocorreu com as duas malhas trabalhando-se com coordenadas modais.

Também considerou-se apenas o efeito das forças, desconsiderando o efeito dos momentos gerados por estas forças nos nós de cada elemento, uma vez que são fornecidos pela malha aerodinâmica apenas os deslocamentos verticais na malha estrutural.

A figura 3.11 mostra o esquema de troca de informações entre as malhas estrutural e aerodinâmica, em coordenadas físicas. Nota-se o fluxo de forças aerodinâmicas (sustentação) da malha aerodinâmica sendo passadas para a malha estrutural, onde a força de cada painel é distribuída em cada nó dos elementos. Então, calculam-se os deslocamentos da malha estrutural resolvendo-se a equação de movimento pelo método de preditor-corretor e transfere-se estes deslocamentos diretamente para a malha aerodinâmica.

Figura 3.11: Esquema de acoplamento entre as malhas estrutural e aerodinâmica em coordenadas físicas.

Neste caso, alterou-se o programa de resolução da equação de movimento para o caso não-linear, onde manteve-se o mesmo esquema de resolução do método de predição-correção utilizado para o caso de coordenadas modais, porém para cada instante de tempo fez-se o cálculo dos acoplamentos das coordenadas generalizadas, de acordo com o modelo descrito no capítulo anterior.

Projeto do controlador difuso da resposta aeroelástica

Este capítulo aborda uma estratégia de controle não convencional baseada na lógica difusa para o controle da estrutura ativa. Alguns fundamentos da lógica difusa para aplicação em controle de sistemas dinâmicos são apresentados, abordando-se o modelo lingüístico de Mamdani. Alguns fundamentos de redes neurais artificiais também são apresentados, a fim de mostrar a aplicação como emulador do controlador difuso. Esta emulação visa reduzir o custo computacional durante as simulações, pois o processamento de uma rede neural é muito mais rápido que o processamento de um controlador difuso. Porém, esta rede neural representa a ação do controlador, dentro do universo de discurso considerado. Este controlador é então empregado no modelo aeroelástico da asa para o controle da resposta aeroelástica.

4.1 Controle via lógica difusa

4.1.1 Fundamentos da lógica difusa

A lógica difusa surgiu com o trabalho de Lotfi Zadeh em 1965 (YAGER; FILEV, 1994). Ela fornece um meio para prover um algoritmo de processamento de informação que lida com dados vagos e ambíguos dentro de um domínio de incertezas. Isto permite a representação de controle de sistemas pela emulação do conhecimento humano e raciocínio da física dos siste-

mas, em que o processo de inferência do homem para incertezas e ambigüidades do mundo real é dirigido subconscientemente (intrínseca à atividade cerebral, de maneira que a realização de uma ação seja automática). A teoria difusa fornece uma rigorosa aproximação matemática baseada na definição de conjuntos difusos para representar as incertezas dos sistemas. Com esta aproximação, pode-se assumir variáveis como elementos pertencendo parcialmente a um conjunto particular e também assumir operadores booleanos aplicados para processar o sistema de informação. O resultado é uma transição suave de uma operação para outra durante o processamento dos conjuntos difusos. Tal propriedade é bastante apropriada para modelagem e controle de sistemas dinâmicos complexos (YAGER; FILEV, 1994).

Os conjuntos clássicos, aqui denominados como *crisp*, usam um processo de modelagem que faz uso de operadores aritméticos, cujas transições entre um membro e um não membro são abruptas e bem definidas. Pode-se representar esses conjuntos pela função de associação ou de pertinência, que é uma função característica de mapeamento dos elementos de um universo de discurso X de um conjunto *crisp* $A \subset X$, ou seja:

$$\mu_A(x) = \{0; 1\}, \quad (4.1)$$

onde cada elemento do universo de discurso apresenta exclusão completa $\mu_A(x) = 0$ ou pertinência completa $\mu_A(x) = 1$ ao conjunto *crisp* A .

O mapeamento é um importante conceito no relacionamento da teoria de conjuntos às representações por funções de informação, o qual, para conjuntos clássicos, pode ser representado como na figura 4.1.

Figura 4.1: Função de associação para um conjunto clássico.

Os conjuntos difusos utilizam conectivos do tipo lógico booleano, tais como E, OU e SE-

ENTÃO, e apresentam uma transição gradual, no qual aos elementos do universo de discurso são atribuídos graus contínuos de pertinência entre 0 (exclusão completa) e 1 (pertinência completa) a cada conjunto definido. Estes valores de pertinência expressam os graus com os quais cada elemento é compatível com as propriedades dos conjuntos do universo e no qual pode ser representado pela função de pertinência, ou seja:

$$\mu_A(x) = [0; 1] . \quad (4.2)$$

A figura 4.2 é uma representação típica de função de associação de um conjunto difuso, especificamente com forma triangular.

Figura 4.2: Função de associação para um conjunto difuso.

A figura 4.3 ilustra a diferença básica entre os conjuntos clássicos e difusos. Nos conjuntos clássicos a transição entre um membro (elemento b) e um não membro (elemento a) é abrupta e bem definida (o elemento pertence ou não pertence ao conjunto A), enquanto que nos conjuntos difusos a transição é gradual (o elemento c pertence parcialmente ao conjunto A).

Figura 4.3: Representação de conjuntos clássicos e difusos.

A função de associação provê uma relação entre o valor exato (físico) para uma representa-

ção num conjunto difuso, num processo de conversão chamado de difusificação. Os conjuntos difusos podem ser adjetivados por termos ou vocábulos que representam uma abstração do valor da variável, como por exemplo, negativo grande (NG), negativo médio (NM), negativo pequeno (NP), zero (Z), positivo pequeno (PP), positivo médio (PM) e positivo grande (PG), conforme ilustrada na figura 4.4. Esta abstração facilita o processo de decisão e representa o ponto crucial em muitos sistemas de inteligência artificial (ROSS, 1995).

Figura 4.4: Funções de associação adjetivadas.

Uma base de conhecimento difuso é composta por uma coleção de conjuntos difusos e contém informação significativa sobre o sistema que está sendo representado. Além disso, o comportamento do sistema também é representado por uma base de regras, que combina os resultados do processamento das funções de associação para representar o grau de confiança dos passos anteriores do algoritmo difuso. Para estabelecer um grau de confiança em que esta base de regra é verdadeira, cada uma das saídas difusas é multiplicada por um fator de escala adequado.

Os modelos difusos basicamente se dividem em duas categorias, que diferem fundamentalmente em sua representação da base de regras. Os modelos lingüísticos (modelos de Mamdani) são baseados em uma coleção de regras SE-ENTÃO. Os modelos de Takagi-Sugeno-Kang, não tratados neste trabalho, são formados por regras lógicas que têm uma combinação dos modelos difusos e não difusos.

O modelo lingüístico é baseado em uma forma relevante de pensar dos seres humanos que é a implicação lógica, consistindo numa coleção de regras do tipo SE-ENTÃO. Tais formas compreendem a expressão natural mais comum para representar o conhecimento humano, pois

expressa o conhecimento empírico e heurístico da linguagem de comunicação e de tomada de decisões, seja consciente ou inconsciente. A forma geral da expressão é:

$$\text{SE premissa ENTÃO conclusão} \quad (4.3)$$

que expressa uma regra de inferência, tal que se é conhecida uma premissa (fato, hipótese), então é possível inferir ou deduzir uma conclusão.

Para o modelo lingüístico de Mamdani, pode-se expressar esta regra de inferência da seguinte maneira:

$$\text{SE } x_1 \in A_1 \text{ E... } x_n \in A_n \text{ ENTÃO } B_1 \text{ E... } B_n, \quad (4.4)$$

onde $A_1 \dots A_n$ são conjuntos difusos, $x_1 \dots x_n$ são as entradas reais, $B_1 \dots B_n$ são os conjuntos difusos obtidos pelo método de inferência através da base de regras utilizada. A premissa da regra compreende então às associações das operações simultâneas, ou seja, operador lógico E. A conclusão da regra também compreende uma associação dos conjuntos difusos, ou seja, operador lógico E. A saída do modelo Mamdani devido às r regras difusas é dada então pela agregação destes conjuntos, onde se utiliza operações de união das relações difusas, a fim de obter o conjunto conseqüente global.

Tendo-se o conjunto difuso resultante, o valor exato (físico) da saída para aplicação real é obtido pelo processo de dedifusificação, no qual se utiliza alguns métodos como por exemplo o princípio da máxima associação, método do centróide e da média ponderada (GRUPPIONI, 2003).

4.1.2 Controlador difuso

Por controle difuso entende-se como uma lei de controle que é obtida por um sistema de base de conhecimento consistindo de um conjunto de regras e uma metodologia de inferência difusa. A base de regras é a principal parte de um controlador difuso, que pode ser representada em uma forma similar à lei de controle convencional, ou seja:

$$u(n) = F[e(n), e(n-1), \dots, u(n-1), u(n-2)], \quad (4.5)$$

onde F é a função que representa a lei de controle, ou seja, a lei de controle difuso, $e(n)$ é o erro e $u(n)$ a ação de controle no tempo n .

Um controlador difuso típico descreve a relação entre a mudança da ação de controle $\Delta u(n) = u(n) - u(n-1)$ para o erro $e(n)$ e sua variação $\Delta e(n) = e(n) - e(n-1)$. Estes controladores podem ser associados às estratégias de controle convencional do tipo proporcional-integral-derivativo (PID).

O controlador tipo proporcional-derivativo (PD) combina as ações do erro e da variação do erro para se obter a ação de controle, ou seja:

$$u(n) = F[e(n), \Delta e(n)] . \quad (4.6)$$

Sua lei de controle é similar à lei de controle PD convencional, ou seja:

$$u(n) = K_P e(n) + K_D \Delta e(n) , \quad (4.7)$$

onde K_P e K_D são os parâmetros do controlador tipo PD (ganho proporcional e derivativo). A figura 4.5 caracteriza um controlador difuso do tipo PD.

Figura 4.5: Sistema de controle difuso tipo PD.

A figura 4.6 ilustra o sistema de controle difuso em malha fechada, com ganhos de controle aplicados nas variáveis de entrada e saída. As entradas do controlador difuso nos modelos lingüísticos são difusificadas e medidos seus graus de pertinência em relação às variáveis lingüísticas. Através de um processo de inferência utilizando-se a base de regras, obtêm-se as saídas difusas de cada regra. Agregando-se estas saídas, obtém-se a saída difusa global, a

qual é dedifusificada e obtida a saída real desejada (ação de controle). Para facilitar o processo computacional, os universos de discurso dos conjuntos difusos são normalizados, constituindo um controlador difuso generalizado. Os ganhos de controle são aplicados ao controlador difuso, de maneira que eles alterem a intensidade de cada variável, ou seja, uma mudança dos ganhos provoca uma mudança da resposta do controlador. Para um controlador difuso do tipo PD pode-se ter os ganhos aplicados nas variáveis de entrada (erro e variação do erro) e variáveis de saída (ação de controle). A figura 4.7 ilustra o controlador tipo PD com ganhos ponderados de entrada e saída.

Figura 4.6: Sistema de controle difuso.

Figura 4.7: Ganhos do controlador.

A base de conhecimento pode ser representada por conjuntos difusos com diversos formatos das funções de pertinência. O formato mais usado é o triangular, ilustrado na figura 4.4, onde temos como exemplo os conjuntos difusos adjetivados pelas variáveis lingüísticas NG, NM, NP, Z, PP, PM e PG, sendo as letras à esquerda N, Z e P significando "negativo", "zero" e "positivo", respectivamente e as letras à direita G, M e P significando "grande", "médio" e "pe-

queno", respectivamente. Pode-se estabelecer para o modelo de Mamdani as variáveis entradas (erro e variação do erro) e saída (ação de controle) de acordo com a base de conhecimento definida e normalizada.

Tendo-se as variáveis lingüísticas e a base de conhecimento do controlador, a etapa seguinte é elaborar a base de regras, as quais definem uma lei de controle e funcionam de acordo com um mecanismo de inferência baseado nas informações da base de conhecimento, permitindo controlar a planta.

A base de regras empregada em controladores difusos tipo PD segue um modelo padrão do raciocínio lógico empregado no controle de processos, estabelecido pelas três regras básicas:

- Regra 1: Se o erro e sua variação são zeros, então mantenha a ação de controle presente;
- Regra 2: Se o erro tende a zero numa variação satisfatória, então mantenha a ação de controle presente;
- Regra 3: Se o erro não está se corrigindo, então a ação de controle é não zero e depende do sinal e magnitude do erro e de sua variação .

Sendo assim, a tabela 4.1 mostra uma base de regras completa empregada em controladores difusos tipo PD, sugerida por MacVicar-Whelan (YAGER; FILEV, 1994), sendo a premissa representada pelos sinais de erro e variação do erro, ligados pelo conectivo lógico E. A parte conseqüente corresponde à ação de controle. Outros conjuntos de regras podem ser obtidos seguindo-se o modelo de MacVicar-Whelan (GRUPPIONI, 2003).

Tabela 4.1: Base de regras completa do controlador difuso.

$e \setminus \Delta e$	NG	NM	NP	Z	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NG	NG	NM	NP	Z
NM	NG	NG	NM	NM	NP	Z	PP
NP	NG	NM	NP	NP	Z	PP	PM
Z	NG	NM	NP	Z	PP	PM	PG
PP	NM	NP	Z	PP	PP	PM	PG
PM	NP	Z	PP	PM	PM	PG	PG
PG	Z	PP	PM	PG	PG	PG	PG

4.2 Emulação do controlador por rede neural artificial

4.2.1 Fundamentos de rede neural artificial

Desde os tempos antigos o Homem vem aplicando seus conhecimentos para obter resultados satisfatórios em diferentes tarefas e melhorar o seu modo de vida. Para isto, ele utiliza a própria natureza como inspiração em suas descobertas. Através de estudos do sistema nervoso de alguns animais e do próprio Homem, pesquisadores desenvolveram as *Redes Neurais Artificiais* (RNA), que tentam reproduzir as mesmas características de processamento dos sistemas nervoso central de animais. Apesar da complexidade, esta reprodução é bastante satisfatória, pois permitiu a aplicação em diferentes áreas de pesquisa. Atualmente, as RNA são utilizadas nas indústrias aeroespacial, automotiva, eletrônica, em sistemas financeiros, sistemas de defesa, manufatura, medicina robótica, telecomunicações, transporte, reprodução da fala humana etc. Suas principais aplicações são em classificação de padrões, identificação, emulação e controle de sistemas.

As pesquisas modernas iniciaram-se com McCulloch e Pitts em 1943, formando as bases da teoria de RNA seguindo-se até o aparecimento do *perceptron* por volta de 1958, desenvolvido por Rosenblatt et al (YAGER; FILEV, 1994). Estas pesquisas tiveram êxito após 1969, quando houve um grande avanço nos sistemas computacionais, pois as RNA dependem de computadores para processamento. Minsky e Papert introduziram o *perceptron* multicamada, que levou ao aparecimento do algoritmo de treinamento de retropropagação (*back-propagation*), o qual se tornou o mais utilizado.

Uma rede neural *feedforward* é constituída por unidades de processamento chamadas nós ou neurônios, semelhantes aos neurônios do sistema nervoso de seres vivos. O modelo de neurônio mais comum é o *perceptron*, como mostra a figura 4.8.

Neste modelo, os sinais de entrada são multiplicados pelos pesos, que são medidas da importância das conexões na rede, e somados. O resultado desta soma é então comparado com o valor de limiar (conhecido como *bias* ou *threshold*), formando o potencial de ativação

Figura 4.8: Modelo do neurônio *perceptron*.

onde é aplicada uma função de ativação obtendo-se a saída do neurônio, ou seja:

$$y_k = \psi \left(\theta_k + \sum_{i=1}^p w_{ki} x_i \right), \quad (4.8)$$

onde os sinais de entrada x_i são multiplicados pelos pesos w_{ki} e somados. O resultado obtido desta soma é comparado (somado) com o valor de limiar θ_k , formando o potencial de ativação v_k . Uma função de ativação $\psi(v_k)$ é aplicada neste potencial de ativação obtendo-se a saída do neurônio y_k . As funções de ativação mais comuns são as funções sigmóides, por exemplo, e a tangente hiperbólica.

O conhecimento é adquirido através de um processo de aprendizado e armazenado pelos pesos sinápticos, que multiplicam os sinais de entrada por um valor específico para cada entrada. Estes valores sinápticos são modificados conforme o aprendizado, até que um resultado satisfatório seja atingido. Existem diversos paradigmas de aprendizagem, tais como o supervisionado, por reforço e não supervisionado. A figura 4.9 ilustra o aprendizado supervisionado, no qual a rede neural deve reproduzir a saída gerada pelo supervisor, para uma determinada entrada.

Figura 4.9: Aprendizado supervisionado.

As ligações dos neurônios formam uma grande rede, sendo sua principal característica o processamento paralelo e distribuído. Esta rede pode ser de uma única camada e com múltiplas camadas, conforme a figura 4.10.

Figura 4.10: Arquitetura de rede multicamada de neurônios.

Existem diversos algoritmos para treinar uma rede neural, porém um dos mais utilizados é o de retropropagação (*back-propagation*), que segue o paradigma de aprendizagem supervisionada, no qual a rede neural deve reproduzir a saída gerada pelo supervisor, para uma determinada entrada. Tipicamente, as entradas e saídas da rede são normalizadas e definidas num intervalo fechado $[0,1]$ ou $[-1,1]$. Este algoritmo surgiu com o aparecimento do *perceptron* multicamada. Sua principal característica é o método de redução do erro (diferença entre o sinal desejado e o sinal gerado pela rede) através da propagação para trás (*backward*) do sinal de erro (método da regra delta), durante as iterações, que definem o tempo de aprendizado. Neste algoritmo o parâmetro taxa de aprendizado especifica como os pesos devem ser corrigidos quando existe um erro. Quando a soma quadrática de todos os erros da rede atinge um mínimo global, diz-se que a rede está treinada. Treinamento é um processo iterativo, o qual deve convergir para uma solução correta. Porém existe um período em que o processo de treinamento ficará instável e não convergirá, ou ele convergirá para uma solução não desejada por ficar parado em um mínimo local. Este problema pode ser contornado introduzindo-se perturbações aleatórias nas correções calculadas.

Uma vez treinada, pode-se supor que a rede armazenou o conhecimento a ela fornecido. Entretanto, o conhecimento dentro de uma rede neural não é armazenado em uma localização

particular. Depende de sua topologia e da importância dos pesos na camada de entrada. A generalização de uma rede neural artificial é a capacidade de reproduzir sinais desejados para diferentes sinais de entrada que não foram utilizados no treinamento da rede, ou seja, que ela seja capaz de interpolar ou extrapolar de uma maneira sensível.

4.2.2 Emulação do controlador

A tabela 4.2 mostra uma base de regras empregada em controladores difusos tipo PD, obtida da base de regras sugerida por MacVicar-Whelan (YAGER; FILEV, 1994), sendo a premissa representada pelos sinais de erro e variação do erro, ligados pelo conectivo lógico E. A parte conseqüente corresponde à ação de controle. Esta base, apesar de ser menos refinada que a base completa sugerida por MacVicar-Whelan, ilustra satisfatoriamente a ação do controlador difuso do tipo PD.

Tabela 4.2: Base de regras do controlador difuso tipo PD utilizada.

$e \setminus \Delta e$	NG	NP	Z	PP	PG
NG	NG	NG	NP	NP	Z
NP	NG	NG	NP	Z	PP
Z	NP	Z	Z	Z	PP
PP	NP	Z	PP	PG	PG
PG	Z	PP	PP	PG	PG

A figura 4.11 mostra a respectiva superfície de decisão obtida dentro do universo de discurso unitário, ou seja, considerando-se ganhos unitários. Como pode se observar, esta superfície mostra-se suave, ou seja, sem picos ou vales abruptos, que sujeitariam o controlador a gerar ações de controle extremamente rápidas (sinais degrau com grandes amplitudes), fazendo com que o atuador empregado não siga a dinâmica adequada, ou seja, ações de controle com grandes acelerações. Esta superfície de decisão foi otimizada, utilizando-se o método de algoritmo genético empregado em Gruppioni (2003).

Os algoritmos genéticos surgiram das teorias dos algoritmos evolucionários e se baseiam na teoria da evolução natural formulada por Charles Darwin e da genética. Envolvem princípios genéticos da reprodução, recombinação de cromossomos (*crossover*) e mutação dos indivíduos, os

quais participam de uma competição, onde sobrevivem os indivíduos mais aptos (GOLDBERG, 1989). Basicamente corresponde a um processo paralelo e estruturado de procura probabilística para a obtenção de uma solução ótima. Um algoritmo genético trabalha com indivíduos representando um conjunto possível de soluções do problema. Neste trabalho considerou-se então os ajustes dos ganhos e funções de pertinência do controlador difuso, os quais correspondem aos parâmetros representados pelos indivíduos de uma população.

Figura 4.11: Superfície de decisão do controlador.

Apesar da fácil implementação do controlador difuso, problemas de velocidade de processamento podem ser encontrados, principalmente devido ao processo de difusificação e dedifusificação, que demanda tempo de processamento considerável. Sendo assim, para melhorar a ação de controle, a superfície de decisão é mapeada usando-se uma RNA, a fim de aumentar a velocidade de simulação do sistema (SOUZA et al., 2002). A figura 4.12 ilustra uma rede neural multi-camadas (*feedforward*) com uma camada de entrada com dois neurônios, uma camada escondida com três neurônios e uma camada de saída com um neurônio, correspondendo a uma

rede 2-3-1. A RNA em consideração neste trabalho é uma rede multi-camadas (*feedforward*) com uma camada de entrada com duas entradas (sinal de erro, k_e , e variação de erro, $k_{\Delta e}$), duas camadas escondidas com 20 e 10 neurônios, respectivamente, e uma camada de saída com um neurônio que fornece a ação de controle, k_u . Esta RNA corresponde a uma rede 2-20-10-1. As funções de ativação dos neurônios são todas tangentes sigmoidais e o treinamento da rede é feito com o algoritmo de *back-propagation* (HAYKIN, 1999).

Figura 4.12: Rede neural para o controlador difuso.

As ações de controle requeridas ao utilizar o controlador difuso podem ser obtidas agora utilizando-se a rede neural artificial, a qual reproduz com exatidão a mesma superfície de decisão do controlador difuso utilizado.

4.3 Controle aeroelástico da asa

A figura 4.13 mostra o esquema em malha fechada para o problema do controle aeroelástico, onde a saída da planta é comparada com um sinal de referência gerando um sinal de erro. O controlador recebe este sinal e fornece um sinal de ação de controle para a planta, com a finalidade de gerar o sinal de saída igual à referência.

Figura 4.13: Diagrama do sistema de controle aeroelástico da asa.

Neste caso, a planta compreende o sistema aeroelástico representando a asa ativa, a qual é constituída pela estrutura principal e os atuadores piezelétricos colados, como mostra a figura 4.14. Os valores do erro e da variação do erro, devidos aos deslocamentos obtidos em determinado ponto da estrutura (no caso da figura 4.14, nota-se o controle do deslocamento na ponta da estrutura), são realimentados ao controlador. De acordo com os ganhos de ponderação, o controlador fornece a ação de controle devida aos atuadores piezelétricos, ou seja, a tensão elétrica, de maneira que estes atuem na estrutura principal da asa, atenuando a vibração aeroelástica. Os deslocamentos na estrutura devem-se ao carregamento aerodinâmico devido às condições iniciais (velocidade do escoamento e ângulo de ataque).

A ação nos atuadores piezelétricos se dá de forma simultânea, ou seja, as tensões serão positivas nos atuadores em cima da estrutura principal e negativas nos atuadores embaixo, ou vice-versa. Desta maneira, procede-se a flexão da estrutura principal.

Figura 4.14: Sistema de controle aeroelástico da asa.

Controle aeroelástico de uma asa flexível não-linear

Este capítulo mostra os resultados obtidos por simulação computacional para os modelos aeroelásticos de uma asa flexível, sendo os modelos estruturais obtidos pelo método de elementos finitos com elementos de viga, elementos de placa linear e não-linear. Inicialmente é apresentada a descrição do modelo empregado, e em seguida as respostas para o controle da estrutura com elementos atuadores piezelétricos colados na estrutura principal da asa. A técnica de resolução empregada para resolver o sistema de equações diferenciais foi o método de preditor-corretor, para ambos os modelos linear e não-linear, sendo no modelo não-linear, este método adaptado para resolução das equações acopladas, ou seja, com atualização da matriz de rigidez a cada passo no tempo. Apresenta-se também uma comparação dos valores em regime permanente em diferentes velocidades do escoamento livre, para verificar a não-linearidade do modelo. O controlador utilizado é o mesmo descrito no capítulo anterior, sendo este emulado por uma RNA.

5.1 Descrição do modelo de asa inteligente

A asa flexível em estudo pode ser aproximada por uma viga engastada em balanço, ou por uma placa plana engastada sendo estas as possíveis estruturas principais para suportar esforços

aerodinâmicos não-estacionários. O modelo aerodinâmico em questão trata a asa com painéis planos na superfície que define o arqueamento da mesma como sendo de placa plana. As dimensões da asa são $0,8m$ de semi-envergadura e $0,25m$ de corda. As dimensões da estrutura principal correspondem às dimensões da asa, sendo $0,8m$ de comprimento e $0,25m$ de largura e $4mm$ de espessura. Estas dimensões foram tomadas de forma arbitrária, baseada em modelos em túnel de vento desenvolvidos no Laboratório de Aeroelasticidade da EESC/USP. O material considerado da estrutura principal é o alumínio, com as propriedades mostradas na tabela 5.1.

Tabela 5.1: Propriedades da estrutura da asa de alumínio.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	69
Densidade (kg/m^3)	ρ	2740
Coefficiente de Poisson	μ	0,308

Os atuadores piezelétricos são posicionados ao longo da semi-envergadura e da corda, sempre aos pares (em cima e embaixo da estrutura principal), com efeito de motor bimórfico, ou seja enquanto o atuador de cima se deforma sob ação do campo elétrico positivo aplicado, expandindo seu comprimento no eixo axial (longitudinal) causando esforços de tração, o de baixo se deforma diminuindo seu comprimento neste mesmo eixo, causando esforços de compressão. Deste modo, a estrutura principal flexiona-se para baixo. O inverso também ocorre quando o campo elétrico negativo é aplicado, flexionando a estrutura principal para cima.

A figura 5.1 mostra a asa sob escoamento livre de velocidade V_∞ com par de atuadores colados, um em cima e outro embaixo da estrutura principal.

Figura 5.1: Esquema da estrutura principal da asa com par de atuadores colados.

As simulações serão realizadas considerando-se a estrutura principal com modelos de ele-

mentos de viga e de placa. No modelo estrutural de elementos de viga, a estrutura com efeito piezelétrico foi discretizada em 25 elementos de viga de Euler-Bernoulli considerando-se modos de flexão e torção. Estudos sobre o nível de refinamento de malha mostraram que a discretização escolhida representa uma relação adequada entre esforço computacional e precisão. São usados três pares de atuadores piezelétricos, em cima e embaixo da estrutura principal, distribuídos ao longo da linha média da semi-envergadura. As dimensões dos atuadores piezelétricos considerados foram $150 \times 100\text{mm}$ (comprimento e largura, respectivamente) separados cada par em 10mm de distância.

Para os modelos estruturais de elemento de placa também foi considerado a mesma estrutura, sendo a discretização de 30×5 elementos de placa de Kirchhoff ao longo da semi-envergadura e da corda, respectivamente, considerando estudo de refinamento de malha. Os pares de atuadores foram considerados os mesmos. A figura 5.2 ilustra a discretização em elementos de placa para a estrutura principal da asa, notando-se os três pares de atuadores dispostos ao longo da linha média da semi-envergadura, para o controle da ponta da asa (primeiro modo de vibrar).

Figura 5.2: Discretização da asa com elementos de placa.

A figura 5.3 mostra os modos de vibrar da estrutura linear com os pares de atuadores colados, sem aplicação de campo elétrico. As frequências naturais de vibração estão mostradas na tabela 5.2, sendo os superscritos "f" e "t" correspondentes aos modos de flexão e torção, respectivamente, como pode-se observar nas formas dos modos. Verificou-se que as frequências

naturais e as formas dos modos da estrutura com pares de atuadores e sem os pares de atuadores, são bem próximas, devido às dimensões e propriedades destes terem influência mínima na estrutura principal. Pode-se verificar também, para o modelo linear de estrutura e acoplamento com modelo aerodinâmico utilizando-se coordenadas modais, que os modos de torção necessários estão presentes, correspondendo ao terceiro e quinto modos. Verifica-se também que o segundo e terceiro modos, de flexão e torção, respectivamente, estão muito próximos, ou seja, caracterizando a condição de *flutter* (acoplamento dos modos de vibração) de acordo com a velocidade de escoamento.

Figura 5.3: Forma dos modos de vibrar da estrutura da asa engastada com atuadores piezelétricos colados.

Tabela 5.2: Frequências naturais do modelo de placa, para a estrutura engastada com atuadores piezelétricos colados.

Modo	frequência (Hz)
1 ^f	5,149
2 ^f	31,187
3 ^t	33,819
4 ^f	88,215
5 ^t	105,106

Para o modelo de placa não-linear, fez-se uma verificação da não-linearidade para este modelo estrutural. A validação, verificada em capítulo anterior, dá-se sem escoamento.

Fez-se então uma comparação para verificar a não-linearidade incluída. A verificação deu-se através da comparação das proporcionalidades de amplitudes para ganhos diferentes no modelo aeroelástico, no caso, para escoamentos com velocidades diferentes. Ou seja, um sistema linear, para entradas diferentes, as respostas mantém-se proporcionais às entradas. Em sistemas não-lineares, uma das características da não-linearidade é justamente não possuir esta proporcionalidade (OGATA, 1982).

No modelo aerolástico foram feitas então as simulações para diferentes velocidades, sendo estas as entradas do sistema não-linear. As velocidades consideradas foram do escoamento livre de $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ a $140 \frac{m}{s}$, esta última compreendendo a velocidade de *flutter*, como observado na seção 5.3 posterior.

Para o modelo de estrutura linear, a figura 5.4 ilustra a proporcionalidade das respostas para diferentes velocidades de escoamentos. A curva indica o valor em regime permanente da resposta em relação à resposta de velocidade $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$. Nota-se então que as respostas em regime permanente segue de maneira não-linear até a velocidade de *flutter* ($V_\infty \approx 140 \frac{m}{s}$), apesar do modelo estrutural ser linear. Isto deve-se à resposta do regime do escoamento variar quadraticamente em relação à velocidade de escoamento livre.

Para o modelo de estrutura não-linear, a figura 5.5 ilustra a proporcionalidade das respostas para diferentes velocidades de escoamentos. As curvas foram obtidas também da mesma maneira que o linear, em relação à resposta de velocidade $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$. Nota-se então que as

Figura 5.4: Proporcionalidade das respostas para diferentes velocidades de escoamento livre, modelo linear de placa.

respostas em regime permanente não seguem a mesma proporcionalidade, até a velocidade de *flutter*, ou seja caracterizando a não-linearidade, apesar dela se mostrar em pequena proporção. Há uma ligeira redução da amplitude devido ao caso não-linear, como mostrado no capítulo 2, comparando-se com o linear. Porém, esta não-linearidade verificada deve-se ao carregamento aerodinâmico, pois o mesmo cresce de forma quadrática de acordo com a velocidade do escoamento livre.

Com isto mostra-se que o controle difuso também pode controlar o sistema não-linear, sendo este treinado para o sistema linear da resposta aeroelástica, considerando-se as amplitudes em questão, no mesmo domínio, ou seja, para velocidade de escoamento livre até a fronteira de *flutter*.

Fez-se então uma verificação considerando uma mesma velocidade de escoamento e alterando-se os ângulos de ataque, através de um sinal de perturbação à função degrau. Os sinais variando de 0 graus a 5 graus foram então subtraídos dos sinais anteriores. Verifica-se então pela figura 5.6 que a subtração apresenta resultados próximos, ou seja, a subtração deveria ser da mesma proporção.

Figura 5.5: Variações não-lineares de proporcionalidade das respostas para diferentes velocidades de escoamento livre.

Figura 5.6: Variações lineares de proporcionalidade das respostas à função degrau para diferentes ângulos de ataque.

Para o modelo não-linear, fez-se a mesma verificação. Observando-se o resultado da figura 5.7, verifica-se que a proporcionalidade já não se mantém a mesma, apresentando uma ligeira diminuição, comprovando assim a não-linearidade da estrutura.

Figura 5.7: Variações não-lineares de proporcionalidade das respostas para diferentes ângulos de ataque.

Os atuadores piezelétricos são considerados hipotéticos, devido à escala de tensão máxima admitida ser maior que a de atuadores comerciais encontrados no mercado, que está na faixa de 100 a 200V. Porém, as propriedades principais são próximas às do atuador piezelétrico QP10N[®] da Midé Technology Corp., que corresponde a um atuador piezelétrico de propriedades conhecidas. A espessura considerada foi a mesma dos encapsulamentos piezelétricos da Midé (*packs*), ou seja, 0,254mm. As propriedades consideradas para este piezelétrico estão na tabela 5.3. Não foi considerada a espessura e propriedades do encapsulamento de material sintético e também da cola (adesivo) para colar o atuador piezelétrico na estrutura.

Tabela 5.3: Propriedades dos atuadores piezelétricos utilizados na asa.

Módulo de elasticidade (GPa)	E	66
Densidade (kg/m^3)	ρ	7800
Coeficiente de Poisson	μ	0,30
Coeficientes de deformação piezelétrica (pm/V)	d_{31}	-190
	d_{33}	390
coeficientes de carga piezelétricas (C/m^2)	e_{15}	0,046
	e_{33}	0,046
dielétrico para deformação constante (nF/m)	ζ_{33}	15,992

O controle da estrutura da asa consiste em fornecer o deslocamento na ponta da asa no meio

da corda como retroalimentação na malha de controle, como mostrado na figura 4.14. Este deslocamento, sendo medido de forma ideal, é então comparado com um valor de referência, que no caso é zero devido ao objetivo de se eliminar a vibração na ponta da asa. O erro (e) e a variação deste erro (Δe) são então ponderados por ganhos de entrada do controlador difuso (emulado pela rede neural artificial) e avaliado pela lei de controle (ver figura 4.11), fornecendo a ação de controle que, ponderada também por um ganho de saída, fornece a tensão elétrica a ser aplicada nos pares de atuadores piezelétricos. A tensão aplicada é positiva nos atuadores em cima e negativa nos atuadores embaixo da estrutura principal, ou vice-versa, para promover então a flexão mínima na ponta da asa.

O controlador difuso utilizado foi o controlador tipo proporcional-derivativo (PD), apresentado no capítulo 4. Este controlador foi primeiramente ajustado automaticamente através do uso de algoritmo genético para otimização das funções e conjuntos de pertinência, considerando-se respostas na ponta da estrutura da asa (processo semelhante ao apresentado por Gruppioni (2003)). Os ganhos de ponderação do controlador difuso (ver figura 4.7) foram ajustados manualmente para o controle da asa de estrutura modelada com elementos de viga, obtendo-se os valores da tabela 5.4 para os ganhos do sinal de erro k_e , variação do erro $k_{\Delta e}$ e ação de controle k_u . Estes ganhos foram utilizados também para o controle da estrutura modelada com elementos de placa.

Tabela 5.4: Ganhos utilizados no controlador difuso.

k_e	133 m^{-1}
$k_{\Delta e}$	$341 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^{-1}$
k_u	872 V^{-1}

A malha de controle é fechada depois de $0,1 \text{ s}$, a fim de verificar a eficácia do controle após a oscilação da ponta da asa em função da velocidade do escoamento.

5.2 Controle aeroelástico do modelo com elementos de viga

Para o modelo estrutural de elementos de viga, a estrutura considerada com efeito piezelétrico foi discretizada em 25 elementos de viga, como descrito na seção anterior. Para a malha

aerodinâmica foram considerados 8 painéis longitudinais e 4 transversais. O acoplamento das malhas é feito pelo método de interpolação por *splines* de superfície e utilizadas as coordenadas modais, como descrito no capítulo 3. A figura 5.8 ilustra a comparação das curvas de nível das duas malhas, geradas na interpolação das mesmas. Nota-se, como já mencionado, os modos de torção existentes, pois estes são necessários para realizar o acoplamento entre as duas malhas pelo método de *splines* de superfície. Como pode-se observar, existe uma concordância entre as duas malhas.

O controle é feito pela realimentação das coordenadas físicas do primeiro modo (deslocamento vertical na ponta da asa), sendo a ação de controle (tensão elétrica) fornecida aos atuadores piezelétricos. A malha de controle é fechada depois de 0,1s de simulação.

As figuras 5.9 a 5.10 mostram resultados do controle da resposta aeroelástica para o caso da estrutura linear (admitida como uma viga) de asa flexível para velocidade do escoamento livre de $30 \frac{m}{s}$, tanto em malha aberta quanto em malha fechada para comparação. Pode-se notar a supressão da vibração do primeiro modo observando-se a supressão na ponta da asa, tanto do bordo de ataque quanto do bordo de fuga. O valor em regime permanente não foi possível reduzir, pois a potência necessária aos atuadores deve ser maior que o apresentado, ou seja a tensão elétrica exigida era maior. Na figura 5.11 nota-se também a tensão de entrada nos atuadores piezelétricos (ação de controle), cuja amplitude absoluta chegou-se a aproximadamente 600V. Considerou-se válida esta amplitude devido ao fato deste atuador ser hipotético, porém, para atuadores comerciais a amplitude máxima de atuação raramente alcança estes valores. Isto pode ser considerado para otimização do controlador e minimização do custo de implementação física.

Vários testes foram feitos considerando-se o número de atuadores piezelétricos e suas posições. Constatou-se que a influência destes quando se aumenta o número dos mesmos ao longo da envergadura, controla-se outros modos de vibrar, ou seja passa-se a controlar o segundo ou terceiro modos em diante, o que já era esperado devido às atuações estarem ocorrendo próximas aos nós dos modos de vibração. A observação principal foi de que quanto mais próximo o

Figura 5.8: Comparação das curvas de nível dos modos interpolados das malhas estrutural (linha sólida) e aerodinâmica (linha tracejada).

atuador da raiz, a atenuação do primeiro modo é maior. Como o modelo da estrutura é linear e com elementos de viga, o controle sobre o modo de torção não foi notado, devido estes estarem alinhados longitudinalmente com a estrutura (na linha de centro das faces de cima e de baixo da estrutura principal).

Figura 5.9: Deslocamento modal para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de viga.

Não verificou-se nenhuma influência no controle dos modos da estrutura, aterando-se apenas os ganhos do controlador. Notou-se somente mudança da amplitude das respostas.

5.3 Controle aeroelástico do modelo com elementos de placa

5.3.1 Controle usando o modelo de placa linear

Considerando-se o modelo de placa linear obtido, as dimensões dos atuadores piezelétricos considerados foram as mesmas utilizadas com os três pares, ou seja, $150 \times 100mm$ (comprimento e largura, respectivamente) separados cada par $10mm$ de distância. A discretização foi de 30×5 elementos de placa de Kirchhoff, como pode ser observada na figura 5.2.

Os mesmos testes foram feitos utilizando-se o modelo por coordenadas modais e a asa no

Figura 5.10: Deslocamento na ponta da asa (mm), modelo de viga.

Figura 5.11: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V), modelo de viga.

escoamento-livre com velocidade de $30 \frac{m}{s}$. Na simulação, a malha de controle é fechada depois de $0,1s$ com o objetivo do controle do deslocamento vertical na ponta da asa. As figuras 5.12 a 5.13 mostram resultados da simulação com a malha aberta e a malha fechada. Pode-se notar a supressão da vibração vertical na ponta da asa na corda média, ou seja, refletindo a supressão do

primeiro modo de vibrar, como pode ser notado pelas transformadas de Fourier do deslocamento vertical, as quais mostram as frequências de oscilação contidas nas respostas. Pode ser notada também na figura 5.15 a tensão de entrada do piezelétrico que, como no caso do modelo de viga, também apresentou atuação com grande escala de tensão, ou seja, uma aplicação demasiada de tensão para um atuador piezelétrico comercial.

Figura 5.12: Ângulo de torção na ponta da asa para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

O desempenho do controle ativo também foi verificado para a velocidade do escoamento-livre de $140 \frac{m}{s}$, como mostra as figuras 5.16 a 5.19 e observa-se uma instabilidade em malha aberta, caracterizando o fenômeno de *flutter*. O sinal de controle é ativado depois de 0,1s, para o controle do deslocamento vertical na ponta da asa na corda média. Também pode-se notar a supressão de vibração, apesar da ocorrência do *flutter* (instabilidade antes de acionar o controlador). Apesar da ação de controle ser para supressão do primeiro modo (supressão do deslocamento vertical na ponta da asa), a atenuação ocorre no segundo modo de flexão e primeiro modo de torção, como pode ser observado na figura 5.18, notando-se o acoplamento destes modos, caracterizando então o fenômeno de *flutter*. Isto ocorre devido à posição e dimensionamento dos atuadores na estrutura, que contribuíram para atenuar estes modos. Contudo,

Figura 5.13: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

Figura 5.14: Transformadas de Fourier para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

a ação de controle nos atuadores piezelétricos para a supressão do *flutter* é excessivamente alta comparando com os casos anteriores. Isto implica que, em termos práticos este controle também

Figura 5.15: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V), modelo de placa linear com coordenadas modais.

possui um custo bastante elevado.

Figura 5.16: Ângulo de torção na ponta da asa para $V_{\infty} = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

Para verificar a evolução do *flutter*, foram feitas simulações variando as velocidades do

Figura 5.17: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_{\infty} = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

Figura 5.18: Transformadas de Fourier para $V_{\infty} = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas modais.

Figura 5.19: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V), modelo de placa linear com coordenadas modais.

escoamento livre de $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ até $V_\infty = 140 \frac{m}{s}$. As figuras 5.20 a 5.21 ilustram a evolução das frequências de oscilação do deslocamento vertical na ponta da asa, enquanto que as figuras 5.22 a 5.23 mostram a evolução da resposta do ângulo de torção na ponta da asa.

Como pode-se observar, há um acoplamento das frequências das respostas do deslocamento vertical e do ângulo de torção, ou seja, isto corresponde a uma característica da ocorrência do fenômeno de *flutter*.

5.3.2 Controle usando o modelo de placa não-linear

Para o modelo estrutural de placa não-linear, utilizou-se o modelo por coordenadas físicas descrito no capítulo 4. Inicialmente considera-se a asa no escoamento-livre com velocidade de $30 \frac{m}{s}$. As dimensões dos atuadores piezelétricos considerados foram as mesmas utilizadas com os três pares colados, ou seja, $100 \times 150mm$ (comprimento e largura, respectivamente) separados cada par $10mm$ de distância. A figura 5.24 ilustra a comparação do resultado da simulação das coordenadas físicas, utilizando tanto o modelo linear quanto o não-linear. Pode-

Figura 5.20: Transformadas de Fourier do deslocamento vertical para $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ a $50 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas físicas.

Figura 5.21: Transformadas de Fourier do deslocamento vertical para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$ a $140 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas físicas.

se notar uma aproximação dos resultados. Isto deve-se aos resultados não-lineares estarem na faixa que caracteriza um comportamento bem próximo do linear, ou seja, devido ao pequeno deslocamento na ponta da asa, como pode-se notar da ordem de $0,015m$.

Figura 5.22: Transformadas de Fourier do ângulo de torção para $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ a $50 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas físicas.

Figura 5.23: Transformadas de Fourier do ângulo de torção para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$ a $140 \frac{m}{s}$, modelo de placa linear com coordenadas físicas.

A figura 5.25 mostra o resultado para o controle da estrutura de placa não-linear, comparando com o resultado em malha aberta (sem atuação). Como pode-se observar, houve um bom controle da oscilação, ou seja, houve uma diminuição da amplitude de oscilação, apesar do va-

Figura 5.24: Deslocamento físico (mm) para $V_{\infty} = 30 \frac{m}{s}$, comparando o linear e o não-linear.

lor em regime permanente não ter sido zerado, devido ao escoamento. A figura 5.26 mostra o resultado do ângulo de torção. Como pode-se verificar, igualmente ao caso linear, não houve o controle do ângulo de torção nesta velocidade do escoamento livre, devido às dimensões e posições consideradas dos atuadores piezelétricos.

As figuras 5.29 a 5.32 mostram também as respostas para velocidade do escoamento-livre de $50 \frac{m}{s}$ e as figuras 5.33 a 5.36 mostram as respostas para velocidade do escoamento-livre de $70 \frac{m}{s}$.

Como no caso anterior, verificou-se também o controle para a velocidade do escoamento-livre de $140 \frac{m}{s}$, como mostra as figuras 5.37 a 5.40. Observa-se uma instabilidade no controle em malha aberta, caracterizando o fenômeno de *flutter*, como já esperado. Também pode-se notar neste caso a supressão de vibração. Apesar da ação de controle ser para supressão do primeiro modo (deslocamento vertical na ponta da asa), a atenuação ocorre no segundo modo de flexão e primeiro modo de torção, como pode ser observado na figura 5.39, notando-se o acoplamento destes modos, caracterizando então o fenômeno de *flutter*. Isto ocorre também devido à posição e dimensionamento dos atuadores na estrutura, que contribuíram para atenuar estes modos. A

Figura 5.25: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.26: Ângulo de torção na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

ação de controle nos atuadores piezelétricos mostrou-se excessivamente alta devido às grandes amplitudes ocasionadas pela velocidade alta.

A evolução do *flutter*, então, foi verificada para velocidades do escoamento livre variando

Figura 5.27: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V) para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.28: Transformadas de Fourier para $V_\infty = 30 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

de $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ até $V_\infty = 140 \frac{m}{s}$. As figuras 5.41 a 5.42 ilustram a evolução das frequências de oscilação do deslocamento vertical na ponta da asa, enquanto que as figuras 5.43 a 5.44 mostram a evolução das frequências de oscilação do ângulo de torção na ponta da asa.

Figura 5.29: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.30: Ângulo de torção na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Como pode-se observar também, há um acoplamento das frequências das respostas do deslocamento vertical e do ângulo de torção, ou seja, caracterizando a ocorrência do fenômeno de *flutter*.

Figura 5.31: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V) $V_\infty = 50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.32: Transformadas de Fourier para $V_\infty = 50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Como pode-se notar, apesar do modelo estrutural ser não-linear, tendo amplitudes um pouco maiores e comportamento não-linear, o controlador consegue atuar e atenuar a oscilação provo-

Figura 5.33: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.34: Ângulo de torção na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

cada pelo escoamento.

Figura 5.35: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V) $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.36: Transformadas de Fourier para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.37: Ângulo de torção na ponta da asa para $V_\infty = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.38: Deslocamento vertical na ponta da asa (mm) para $V_\infty = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.39: Transformadas de Fourier para $V_\infty = 140 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.40: Tensão aplicada nos atuadores piezelétricos (V), modelo de placa não-linear.

Figura 5.41: Transformadas de Fourier do deslocamento vertical para $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ a $50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.42: Transformadas de Fourier do deslocamento vertical para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$ a $140 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.43: Transformadas de Fourier do ângulo de torção para $V_\infty = 10 \frac{m}{s}$ a $50 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Figura 5.44: Transformadas de Fourier do ângulo de torção para $V_\infty = 70 \frac{m}{s}$ a $140 \frac{m}{s}$, modelo de placa não-linear.

Considerações finais

6.1 Sumário e conclusões

Este trabalho apresentou uma revisão sobre estruturas inteligentes e suas aplicações em controle de fenômenos aeroelásticos, considerações sobre elementos ativos piezelétricos, bem como o uso de controle com técnicas não-convencionais, enfatizando o controle por lógica difusa. Desenvolveu o modelo matemático de elementos finitos com efeito piezelétrico, utilizando elementos de viga de Euler-Bernoulli e de placa de Kirchhoff. Com a inclusão de não-linearidade geométrica para estrutura principal, considerando-se grande deslocamento na formulação matemática, obteve-se o modelo proposto para a supressão do fenômeno de *flutter*. Alguns resultados de verificação dos modelos foram mostrados, comparando-se com alguns resultados encontrados na bibliografia e também comparando-se com resultados obtidos do *software* comercial de modelagem por elementos finitos (MSC Nastran/Patran[®]).

Como pode ser visto, os resultados do controle da estrutura linear da asa são satisfatórios, mostrando a supressão da vibração do primeiro modo especificamente, refletindo na supressão da vibração na ponta da asa. O modelo com elementos de placa linear também apresentou-se satisfatório em relação ao modelo com elementos de viga. O modelo com elementos de placa pode então ser empregado de maneira mais ampla, pois permite uma maior possibilidade de colocação dos atuadores piezelétricos na asa, podendo-se controlar a estrutura na direção do comprimento e da largura da asa. Esta possibilidade maior de posicionamento dos atuadores,

permite então o controle dos modos de torção independente do controle do modo de flexão, notando-se que para isto são necessários dois controladores. Os resultados desta aplicação não foram mostrados pois não obtiveram-se os ganhos do controlador, sendo estes obtidos de maneira heurística ou por algoritmo genético, por exemplo, o que demanda tempo de processamento muito grande.

Nota-se que os resultados para o caso não-linear apresentaram-se próximos aos do caso linear. Isto deve-se à faixa de trabalho das cargas, sendo estas ainda próximas do comportamento linear. Para cargas mais elevadas (devido às velocidades de escoamento mais elevadas) notou-se um comportamento divergente, não concordando com o esperado que era atingir o fenômeno de *flutter*. Uma análise também verificada foi de se conseguir o fenômeno de LCO, porém isto não foi notado.

Apesar dos atuadores serem controlados simultaneamente, demonstrou-se que o controle da supressão de vibração mostrou-se satisfatória. Com o controle individual dos atuadores, é possível um maior controle das respostas aeroelásticas, podendo-se atuar de forma a se controlar determinados modos de vibração da estrutura.

Os campos elétricos aplicados nos atuadores são de ordem de grandezas discrepantes das ordens de grandezas de atuadores comerciais. Fez-se isto para comprovar a eficácia do controle por atuadores piezelétricos. Na prática, o campo elétrico elevado polariza os cristais piezelétricos, fazendo estes perderem as características piezelétricas.

6.2 Propostas para trabalhos futuros

Para tornar o modelo de elementos finitos mais completo, sugere-se estender para o modelo de placa de Reissner-Mindlin, juntamente com o modelo de elemento de placa com efeito piezelétrico incorporado, sendo estes também com não-linearidade geométrica (grandes deslocamentos).

A otimização do controlador difuso pode ser realizada para melhorar a superfície de decisão

e também para minimização do custo de implementação física. Possivelmente com o uso de técnicas de otimização, por exemplo o algoritmo genético, pode-se obter um modelo melhor da estrutura com os atuadores piezelétricos colados, sendo estes melhorados quanto ao número de atuadores, posição e dimensionamento e também quanto aos ganhos dos mesmos empregado no controlador difuso. Estes atuadores podem ser dispostos de maneira que se obtenha o controle de determinado modo de vibração da estrutura.

O custo de implementação dos atuadores piezelétricos também pode ser analisado, visto que, devido às altas tensões requeridas para trabalho (tensões elétricas aplicadas nos atuadores), inviabiliza sua aplicação. Então, a otimização do controlador considerando-se a energia utilizada seria primordial para aplicação real no sistema aeroelástico.

Pode-se também utilizar controladores difusos independentes para cada par de atuadores ou cada atuador piezelétrico. Isto possibilitaria um maior controle dos modos de vibrar da asa, apesar do sistema de controle ser mais complexo, podendo este conter controladores em paralelo, ou controle multivariável.

Apesar do alto custo experimental envolvendo atuadores piezelétricos, uma validação por experimento em túnel de vento de asa aeroelástica com atuadores piezelétricos incorporados é necessária afim de se comprovar a eficácia do processo de modelagem na fase preliminar de análise de estruturas aeronáuticas inteligentes.

Bibliografia

ANDERSON JR., J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 2nd. ed. New York: McGraw-Hill, 1991.

BALAMURUGAN, V.; NARAYANAN, S. Shell finite elements for smart piezoelectric composite plate/shell structures and its application to the study of active vibration control. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 37, p. 713–738, 2001.

BELO, E. M.; ROCHA, J. C.; DE MARQUI JR., C. A fuzzy controller for active flutter suppression. In: IX International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics - DINAME, 2001, Florianópolis, SC. *Anais*. Rio de Janeiro: ABCM, 2001. p. 9–14.

BENINI, G. R. *Modelo numérico para simulação da resposta aeroelástica de asas fixas*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

CAMILO, E. *Solução numérica das equações de Euler para representação do escoamento transônico em aerofólios*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

CESNIK, C. E.; BROWN, E. L. Modeling of high aspect ratio active flexible wings for roll control. In: *Proceedings of the 43rd AIAA, Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. : [s.n.], 2002.

CRAIG JR., R. R. *Structural dynamics: an introduction to computer methods*. New York: Jhon Wiley & Sons, 1981.

CRAWLEY, E. F. Intelligent structures for aerospace: a technology overview and assessment. *AIAA Journal*, v. 32, n. 8, p. 1689–1699, 1994.

DA COSTA, T. F. G. *Estudo numérico de uma asa com controle ativo de flutter por realimentação da pressão medida num ponto*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

D'AZZO, J. J.; HOUPIS, C. H. *Linear control system analysis and design: conventional and modern*. 3rd. ed. New York: McGraw-Hill, 1988.

DE MARQUI JR., C.; BENINI, G. R.; BELO, E. M. Uma revisão histórica do fenômeno flutter. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 16th., 2001, Uberlândia, MG. *Anais*. : ABCM, 2001.

DENOYER, K. K.; ERWIN, R. S.; NINNEMAN, R. R. Advanced smart structures flight experiments for precision spacecraft. *Acta Astronautica*, v. 47, n. 2-9, p. 389–397, Jul-Nov 2000.

- DOWELL, E. H. Nonlinear aeroelasticity. *Proceedings of the 31st AIAA, Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, v. 279, p. 1497–1509, 1990.
- DOWELL, E. H.; TANG, D. Nonlinear aeroelasticity and unsteady aerodynamics. *AIAA Journal*, v. 40, n. 9, p. 1697–1707, Sep 2002.
- FERREIRA, A. P. C. S.; MARQUES, F. D.; BELO, E. M. Aeroelastic functional approximation via an artificial neural network reduced-order model. In: International Congress of Mechanical Engineering, 17th., 2003, São Paulo. *Proceedings of COBEM 2003*. São Paulo: ABCM, 2003.
- FORSTER, E.; LIVNE, E. Integrated structure actuation synthesis of strain actuated devices for shape control. *Proceedings of the 42nd AIAA, Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2000.
- FORSTER, E. E.; YANG, H. T. Y. Flutter control of wing boxes using piezoelectric actuators. *Journal of Aircraft*, v. 35, n. 6, p. 949–957, 1998.
- FRAMPTON, K. D.; CLARK, R. L.; DOWELL, E. H. Active control of panel flutter with piezoelectric transducers. *Journal of Aircraft*, v. 33, n. 4, p. 768–774, 1996.
- GERN, F. H.; INMAN, D. J.; KAPANIA, R. K. Structural and aeroelastic modeling of general planform UCAV wings with morphing airfoils. *AIAA 2001-1369*, 2001.
- GERN, F. H.; INMAN, D. J.; KAPANIA, R. K. Computation of actuation power requirements for smart wings with morphing airfoils. *AIAA 2002-1629*, 2002.
- GOLDBERG, D. F. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989.
- GRUPPIONI, E. M. *Otimização de parâmetros de controladores difusos para estruturas inteligentes*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- HAYKIN, S. *Neural networks: a comprehensive foundation*. 2nd. ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999.
- KATZ, J.; PLOTKIN, A. *Low-speed aerodynamics: from wing theory to panel methods*. New York: McGraw-Hill, 1991.
- LIMA JR., J. J. *Modelagem de sensores e atuadores piezelétricos com aplicações em controle ativo de estruturas*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- LIVNE, E.; NAVARRO, I. Nonlinear equivalent plate modeling of wing-box structures. *Journal of Aircraft*, v. 36, n. 5, p. 851–865, 1999.
- MARQUES, F. D.; NAGAMINE, R. K. Non-conventional control approach for intelligent structures. In: AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC Structures, Struc. Dynamics, and Materials Conf. and Exhibit, 42nd., 2001, Seattle. *Anais.*, 2001. AIAA 2001-1683.
- MCGOWAN, A. M. R. An examination of applying shunted piezoelectrics to reduce aeroelastic response. In: CEAS/ AIAA/ ICASE/ NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Williamsburg, Virginia, June 22-25 1999.

- MEIROVITCH, L. *Methods of Analytical Dynamics*. New York: McGraw-Hill, 1970.
- MEIROVITCH, L. *Elements of Vibration Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1986.
- MONNER, H. P. Realization of N optimized wing camber by using form variable flap structures. *Aerospace Science Technology*, v. 5, p. 445–455, 2001.
- NAGAMINE, R. K. *Lógica difusa para controle não convencional de uma viga inteligente*. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- NAGAMINE, R. K.; MARQUES, F. D.; NITZSCHE, F. Flutter analysis of ER/MR actuated wing. In: International Conference on Adaptive Structures and Technologies, 16th., 2005, Paris, France. *Proceedings of the 16th International Conference on Adaptive Structures and Technologies*. Paris, 2005. CD-ROM.
- NATARAJAN, A. *Aeroelasticity of morphing wings using neural networks*. 162 f. Tese (Doctor of Philosophy in Aerospace Engineering) — Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2002.
- NITZSCHE, F.; LIBERATORE, S.; ZIMCIK, D. G. Theoretical and experimental investigations on an active control system for vertical fin buffeting alleviation using strain actuation. *The Aeronautical Journal*, p. 277–85, May 2001.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. Rio de Janeiro: Prentice Hall, 1982.
- PATIL, M. J.; HODGES, D. H.; CESNIK, C. E. S. Nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of high-altitude long-endurance aircraft. *Journal of Aircraft*, v. 38, n. 1, p. 88–94, 2001.
- PREUMONT, A. *Vibration Control of Active Structures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- REAVES, M. C.; HORTA, L. G. Test cases for modeling structures with piezoelectric actuators. *AIAA 2001-1466*, v. 47, n. 2-9, p. 389–97, 2001.
- ROCHA, J. C. *Um controlador de flutter baseado em lógica difusa*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- ROSS, T. J. *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. New York: McGraw-Hill, 1995.
- SAHOO, D.; CESNIK, C. E. S. Roll maneuver control of ucav wing using anisotropic piezoelectric actuators. *AIAA 2002-1720*, 2002.
- SHEN, Y.; HOMAIFAR, A. Vibration control of flexible structures with PZT sensors and actuators. *Journal of Vibration and Control*, n. 78, p. 417–51, 2001.
- SOUZA, L. F. R.; GRUPPIONI, E. M.; BELO, E. M.; MARQUES, F. D. Identificação da dinâmica não linear de uma pá de helicóptero via redes neurais. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2nd., 2002, João Pessoa, PB. *Anais.* : ABCM, 2002.
- TANG, D.; HENRY, J. K.; DOWELL, E. H. Limit cycle oscillations of delta wing models in low subsonic flow. *AIAA Journal*, v. 37, n. 11, p. 1355–62, Nov 1999.

TRINDADE, M. A. Piezoatuadores em cisalhamento estruturas. In: Primeira Escola Brasileira Dinâmica e Controle - APLICON. São Carlos, SP, 2001.

TRINDADE, M. A.; WOLTER, C.; SAMPAIO, R. Karhunen-Loève decomposition of coupled axial/bending vibrations of beams subject to impacts. *Journal of Sound and Vibration*, v. 279, p. 1015–1036, 2005.

YAGER, R. R.; FILEV, D. P. *Essentials of Fuzzy Modeling and Control*. New York: John Wiley & Sons, 1994.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The Finite Element Method*. Volume 2: Solid Mechanics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.