UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

<p>Serviço de Pós-Graduação EESC/USP</p> <p>EXEMPLAR REVISADO</p> <p>Data de entrada no Serviço...10.../...11.../...05...</p> <p>Ass.:.....<i>[assinatura]</i>.....</p>
--

PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO INDIRETA
PARA MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS

ALEXANDRE MACHADO FERRAZ

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: PROF. DR. BENEDITO DI GIACOMO

SÃO CARLOS
2005

DEDALUS - Acervo - EESC

31100053594

Class.	TESE-EESC
Cutt.	2342
Tombo	T291/05
Sysno	1476524

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

F381p

Ferraz, Alexandre Machado

Procedimento de calibração indireta para máquinas de
medir a três coordenadas / Alexandre Machado Ferraz. --
São Carlos, 2005.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 2005.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo.

1. Máquinas de medir a três coordenadas.
2. Procedimento de calibração indireta. 3. Esquadro
mecânico de esferas. 4. Análise geométrica. 4. Erro
volumétrico. 5. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ALEXANDRE MACHADO FERRAZ**

Tese defendida e julgada em 28-09-2005 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **BENEDITO DI GIACOMO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **ROBERTO HIDEAKI TSUNAKI**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Titular **EDUARDO MORGADO BELO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovado

Prof. Dr. **JOSÉ FRANCISCO FERREIRA RIBEIRO**
(Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação/USP)

aprovado

Prof. Dr. **ANTONIO PIRATELLI FILHO**
(Universidade de Brasília/UnB)

aprovado

Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica

Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

À minha esposa
Eliane

aos meus pais
Mário e Terezinha

aos meus irmãos
Inês, Mário e Sérgio

ao meu cunhado
Ciro,

às minhas cunhadas
Eunice e Patrícia,

aos meus sobrinhos
Cauli e Ciro Gabriel

a todos familiares

e ao meu irmão
Marcelo in memoriam

AGRADECIMENTOS

Ao Prof Dr. Benedito Di Giacomo pela oportunidade dada para desenvolver este trabalho e pela orientação e sensibilidade durante a realização do trabalho o que tornou possível a sua conclusão.

Ao Prof Dr. Roberto Hideaki Tsunaki pelos importantes esclarecimentos dados em relação ao trabalho durante o desenvolvimento do mesmo.

Também em especial, ao Dr. Alessandro Marques pelo apoio, amizade e suporte experimental durante a realização deste trabalho.

Ao Dr. Paulo Pereira pela amizade e pronta disposição com que respondera nossos e-mails e suas contribuições bibliográficas na realização deste trabalho.

Aos amigos do Laboratório de Metrologia Fabrício, José Cláudio, Rosenda, Márcia, Denise, Renata, Andréa, Alessandra, Eraldo, Vagner, Bruno, Tércio, Juliana, pelo companheirismo demonstrado.

Ao técnico Luiz Carlos Neves pelo suporte técnico, amizade, disposição e competência com que sempre nos atendeu durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos técnicos da oficina Adão Bolzan, José Risardi e José Carlos Botelho pela amizade e apoio técnico.

Ao suporte financeiro do CNPq.

Ao Samuel Rossini e Joel de Oliveira da VW- São Carlos pela pronta disposição com que sempre nos atendeu durante o intercâmbio técnico realizado.

Às secretárias Ana Paula, Elizabeth Alexandre, Denise e ao funcionário Ricardo pelo pronto atendimento com que sempre fui recebido.

Às bibliotecárias da EESC, IFSC, ICMSC e IQSC que sempre me atenderam com competência quando utilizei os respectivos acervos.

À Maria Severina, pela alegria e disposição com que sempre nos atendeu.

A todos os colegas de pos-graduação da Engenharia Mecânica. Aos professores e funcionários desta escola. À todos amigos Sãocarlenses pela amizade e companheirismo demonstrado.

À minha esposa Eliane, aos meus pais Mário e Terezinha, aos meus irmãos Inês, Mário e Sérgio, ao meu cunhado Ciro, às minhas cunhadas Eunice e Patrícia, aos meus sobrinhos Cauli e Ciro Gabriel e a todos familiares, pelo carinho, amizade, confiança e apoio, durante o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

FERRAZ, A. M. (2005). Procedimento de Calibração Indireta para Máquinas de Medir a Três Coordenadas. São Carlos, 2005. 161p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

A economia mundial, cada vez mais competitiva, impulsiona o acelerado desenvolvimento tecnológico e conseqüentemente promove o crescente uso de Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs). A preferência por essas máquinas pode ser justificada pela sua grande flexibilidade e produtividade e é uma tentativa de melhorar a área de inspeção dimensional do processo produtivo. Um grande esforço no desenvolvimento de novas metodologias se realiza para se obter e modelar os erros de MM3Cs. Padrões para calibração de MM3Cs foram sugeridos e colocados em uso através dos diferentes anos, com a finalidade de utilizá-los em testes de aceitação e verificação periódica da incerteza de medição de MM3Cs. Novos artefatos para a calibração indireta de MM3Cs visam melhorar os procedimentos de calibração para uso em sistemas de compensação de erros. Diante do exposto acima, este trabalho tem como objetivo desenvolver um Procedimento de Calibração Indireta de MM3Cs com o Esquadro Mecânico de Esferas aliado a um Modelo Reduzido de Sintetização de Erros (MRSE) para uso em um Sistema de Compensação de Erros. O procedimento possibilita maior rapidez na obtenção dos valores e comportamentos dos erros quando comparado com outros procedimentos de calibração indireta. Aliado a um MRSE, o procedimento proposto tem como vantagem o uso de um único artefato para medir todos os termos das componentes do erro volumétrico, nas direções X, Y e Z de uma MM3C.

Palavras-chaves: Máquinas de Medir a Três Coordenadas, procedimento de calibração indireta, esquadro mecânico de esferas, análise geométrica e erro volumétrico.

ABSTRACT

FERRAZ, A. M. (2005). Indirect Coordinate Measuring Machines Calibration Procedures. São Carlos, 2005. 161p. Thesis (Ph.D) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

The increasingly competitive world economy promotes the technological development and, as a consequence, the growing use of Coordinate Measuring Machines (CMMs). The predilection for CMMs can be justified by their great flexibility and productivity and is also an attempt to improve the dimensional inspection quality of the productive process. Considerable effort was made on the development of new methodologies to obtain and model CMMs errors. Calibration standards were suggested and employed for years aiming at acceptance tests and periodic verification of measurement uncertainty of CMMs. The development of new artefacts for CMM indirect calibration seeks to enhance calibration procedures for error compensation systems. Therefore, this work aims at the development of an indirect CMM calibration procedure using a mechanical ball square and the Error Synthesization Reduced Model (ESRM) for an error compensation system. The procedure allows faster obtaining of error values and behaviour if compared with other indirect calibration procedures. The proposed procedure, along with the ESRM, is advantageous since only one artefact is employed to measure all the terms of the volumetric error components in directions X, Y and Z of the CMM.

Keywords: Coordinate Measuring Machines, indirect calibration procedure, mechanical ball square and geometric analysis.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 Fontes do erro volumétrico nas MM3Cs	09
FIGURA 2.2 Apalpador sem contato do tipo laser	14
FIGURA 2.3 Apalpador do tipo <i>touch trigger</i>	14
FIGURA 2.4 Movimentos de um Carro em um Sistema com Guias	17
FIGURA 2.5 Máquina de Medir a Três Coordenadas (BROWN&SHARP)	19
FIGURA 2.6 Ciclo de Medição	23
FIGURA 2.7 Variação da aceleração, velocidade e do erro dinâmico	24
FIGURA 2.8 Geratrizes no Volume de Trabalho de uma MM3C	28
FIGURA 2.9 Barra de esferas (acima), esquema de montagem da barra de esferas e barra de esferas telescópica (abaixo)	32
FIGURA 2.10 Padrão passo a passo (KNAPP et al, 1991)	32
FIGURA 2.11 Placa de Furos	33
FIGURA 2.12 Placa de esferas (BOSCH, 1995).	34
FIGURA 2.13 Padrão Tetraédrico (CARDOZA, 1995)	35
FIGURA 2.14 Barra de furos (ZIRONDI, 2002)	36
FIGURA 3.1 Erro de posição na direção Y	44
FIGURA 3.2 Erro de retilineidade do eixo Y na direção Z	44
FIGURA 3.3 Erro de retilineidade do eixo Y na direção X	44
FIGURA 3.4 Erro angular pitch(y)	44
FIGURA 3.5 Erro angular yaw(y)	45
FIGURA 3.6 Erro angular roll(y)	45
FIGURA 3.7 Erro de posição na direção X	46
FIGURA 3.8 Erro de retilineidade do eixo X na direção Z	46
FIGURA 3.9 Erro de retilineidade do eixo X na direção Y	46
FIGURA 3.10 Erro angular pitch(x)	46
FIGURA 3.11 Erro angular yaw(x)	47
FIGURA 3.12 Erro angular roll(x)	47
FIGURA 3.13 Erro de posição na direção Z	48
FIGURA 3.14 Erro de retilineidade do eixo Z na direção Y	48
FIGURA 3.15 Erro de retilineidade do eixo Z na direção X	48
FIGURA 3.16 Erro angular yaw(z)	48

FIGURA 3.17 Erro angular pitch(z)	49
FIGURA 3.18 Erro de ortogonalidade YZ	49
FIGURA 3.19 Erro de ortogonalidade XZ	50
FIGURA 3.20 Erro de ortogonalidade XY	50
FIGURA 3.20 Curva de Distribuição Normal de Probabilidades	52
FIGURA 3.21 Distribuições de probabilidade	58
FIGURA 3.22 Fator de abrangência e nível de confiança	63
FIGURA 3.23 Problema básico na medição da ortogonalidade utilizando-se artefato mecânico – na esquerda IDEAL e na direita REAL	65
FIGURA 3.24 Esquema de reversão da régua	66
FIGURA 3.25 Ilustração do método dos mínimos quadrados	68
FIGURA 5.1 Representação da MM3C tipo Ponte Móvel com o sistema de coordenadas do ponto “zero”	76
FIGURA 5.2 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C	78
FIGURA 5.3 Contribuição do erro Yaw(y) na direção Y e as geratrizes $g(Y_0)$ e $g(Y_1)$ para a sua medição	80
FIGURA 5.4 Contribuição do erro Pitch(y) na direção Y e as geratrizes $g(Y_0)$ e $g(Y_n)$ para a sua medição	82
FIGURA 5.5 Contribuições e superposição dos erros Roll(x), RetY(x) e OrtXY na direção Y	83
FIGURA 5.6 Geratrizes para medição dos erros $\varepsilon_y(x)$, $\varepsilon_y(z)$ na componente E_y do erro volumétrico	83
FIGURA 5.7 Contribuições e superposição dos erros Pitch(z), RetY(z) e OrtZY na direção Y	85
FIGURA 5.8 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C	87
FIGURA 5.9 Contribuição do erro Pitch(x) na direção X e as geratrizes para sua medição	89
FIGURA 5.10 Contribuições e superposição dos erros Roll(y), Yaw(y), RetX(y) e OrtXY na direção X	90

FIGURA 5.11 Geratrizes para medição da contribuição dos erros (a) Yaw(y), Roll(y), Ort XY e Ret X(y)); (b) Yaw(z), Ort XZ e Ret X(z) na componente E_x do erro volumétrico	91
FIGURA 5.12 Contribuições e superposição dos erros Yaw(z), RetX(z) e OrtXZ na direção X	92
FIGURA 5.13 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C	95
FIGURA 5.14 Contribuições e superposição dos erros Pitch(y), Roll(y) e Ret(y) na direção Z	96
FIGURA 5.15 Geratrizes para medição da contribuição dos erros (a) Ret Z(y), Roll(y) e Pitch(y); (b) Roll(x) e Ret Z(x) na componente E_z (b) do erro volumétrico	97
FIGURA 5.16 Contribuições e superposição dos erros Roll(x) e RetZ(x) na direção Z	98
FIGURA 5.17 Máquina de Medir a Três Coordenadas(Brown&Sharp)	100
FIGURA 5.18 Esquadro Mecânico de Esferas	101
FIGURA 5.19 Calibração da posição	102
FIGURA 5.20 Calibração da Ortogonalidade do Esquadro	103
FIGURA 5.21 Retas passando pelos centros das esferas α'_1 e α'_2	104
FIGURA 5.22 Medições com o esquadro mecânico de esferas	106
FIGURA 5.23 As cinco posições do esquadro mecânico de esferas: (a) paralelo ao plano ZX localizado em Y qualquer; (b)paralelo ao (b) plano ZY localizado em X_{Min} e X_{Max} e (c) paralelo ao plano XY localizado em Z_{Min} e Z_{Max}	108
FIGURA A.1 Rotação " α " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "X"	171
FIGURA A.2 Rotação " β " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "Y"	172
FIGURA A.3 Rotação " γ " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "Z"	173

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 6.1 Erro de escala do eixo Y	120
GRÁFICO 6.2 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ [Plano ZYxmin]	121
GRÁFICO 6.3 Erro ${}^b\epsilon_y(y)_j$ [Plano ZYxmin]	121
GRÁFICO 6.4 Erro de escala do eixo Y $\epsilon_y(x)_i$ [Plano ZXymin]	122
GRÁFICO 6.5 Erro $\epsilon_y(x)_i$ [Plano ZXymin]	122
GRÁFICO 6.6 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano ZYxmin]	123
GRÁFICO 6.7 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano ZXymin]	124
GRÁFICO 6.8 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano XYZmin]	124
GRÁFICO 6.9 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano XYZmin+40]	125
GRÁFICO 6.10 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano XYZmin+80]	125
GRÁFICO 6.11 Erro de escala do eixo Y ${}^b\epsilon_y(y)_j$ $\epsilon_y(x)_i$ [Plano XYZmax]	126
GRÁFICO 6.12 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j$ [Plano XYZmin]	126
GRÁFICO 6.13 Erro $\epsilon_y(z)_k$ [Plano ZXymin]	127
GRÁFICO 6.14 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(z)_k$ [Plano XYZmin]	127
GRÁFICO 6.15 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(z)_k$ [Plano ZXymin]	128
GRÁFICO 6.16 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(z)_k$ [Plano XYZmin]	129
GRÁFICO 6.17 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(z)_k$ [Plano XYZmin+80]	129
GRÁFICO 6.18 Erro ${}^a\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(z)_k$ [Plano XYZmax]	130
GRÁFICO 6.19 Componente E_y do erro volumétrico [Plano XYZmin]	131
GRÁFICO 6.20 Componente E_y do erro volumétrico [Plano XYZmin+80]	131
GRÁFICO 6.21 Componente E_y do erro volumétrico [Plano XYZmax]	132
GRÁFICO 6.22 Erro de escala do eixo X	133
GRÁFICO 6.23 Erro de escala do eixo X + $\epsilon_x(x)_i$ [Plano ZXymin]	133
GRÁFICO 6.24 Erro $\epsilon_x(x)_i$ [Plano ZXymin]	134
GRÁFICO 6.25 Erro de escala do eixo X + $\epsilon_x(y)_j$ [Plano ZYxmin]	134
GRÁFICO 6.26 Erro $\epsilon_x(y)_j$ [Plano ZYxmin]	135
GRÁFICO 6.27 Erro de escala do eixo X + $\epsilon_x(x)_i + \epsilon_x(y)_j$ [Plano ZXymin]	136
GRÁFICO 6.28 Erro de escala do eixo X + $\epsilon_x(x)_i + \epsilon_x(y)_j$ [Plano ZYxmin]	136
GRÁFICO 6.29 Erro de escala do eixo X + $\epsilon_x(x)_i + \epsilon_x(y)_j$ [Plano XYZmin+40]	137
GRÁFICO 6.30 Erro $\epsilon_x(z)_k$ [Plano ZX]	138

GRÁFICO 6.31 Erro $\varepsilon_x(z)_k$ [Plano ZYxmin]	138
GRÁFICO 6.32 Componente E_x do erro volumétrico [Plano XYZmin]	139
GRÁFICO 6.33 Erro de escala do eixo Z	140
GRÁFICO 6.34 Erro de escala do eixo Z + $\varepsilon_z(x)_i$ [Plano ZX]	141
GRÁFICO 6.35 Erro de escala do eixo Z + $\varepsilon_z(y)_j$ [Plano XYZmin]	141
GRÁFICO 6.36 Componente E_z do erro volumétrico	142
GRÁFICO 6.37 Calibração da barra com 7 esferas	143
GRÁFICO 6.38 Calibração da barra com 9 esferas	143
GRÁFICO 6.39 Centro das esferas para posição 1	146
GRÁFICO 6.40 Centro das esferas para posição 2	146

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 Configurações mais comuns de MM3Cs e seus usos gerais	08
TABELA 3.1 Expressões para os erros devido ao movimento da ponte	45
TABELA 3.2 Expressões para os erros devido ao movimento do carro	47
TABELA 3.3 Expressões para os erros devido ao movimento da haste	49
TABELA 3.4 Erros devido a não ortogonalidade entre os eixos da máquina	50
TABELA 5.1 Componentes do Erro Volumétrico na direção Y	78
TABELA 5.2 Componentes do Erro Volumétrico na direção X	87
TABELA 5.3 Componentes do Erro Volumétrico na direção Z	94
TABELA 5.4 Características Técnicas da MM3C	101
TABELA 5.5. Parâmetros para Determinar a Incerteza dos Deslocamentos Calculados	114
TABELA 5.6. Parâmetros para Determinar a Incerteza da Medição das Distâncias entre os Centros das Esferas	116
TABELA 5.7. Parâmetros para Determinar a Incerteza da Medição de Deslocamentos utilizando o Esquadro	118
TABELA 6.1 Posição 1: valores médios de X_c e Y_c	144
TABELA 6.2 Posição 2: valores médios de X_c e Y_c	145

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE GRÁFICOS	vi
LISTA DE TABELAS	viii
 CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	 01
CAPÍTULO 2 ERROS, CALIBRAÇÃO E MODELAGEM DE MM3Cs	06
2.1 CLASSIFICAÇÃO, PRINCIPAIS CONFIGURAÇÕES	
E APLICAÇÕES DAS MM3Cs	07
2.2 FONTES E FATORES DE ERROS NAS MM3Cs	09
2.2.1 PRINCÍPIO DE ABBÈ	11
2.2.2 APALPADORES DE MEDIÇÃO	13
2.3 ERROS NAS MM3Cs	16
2.3.1 ERROS GEOMÉTRICOS	16
2.3.2 ERROS TÉRMICOS	19
2.3.3 ERROS DINÂMICOS	21
2.3.4 ERROS CÍCLICOS	25
2.4 CALIBRAÇÃO DE MM3Cs	27
2.4.1 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO DIRETA DE MM3Cs	28
2.4.2 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO INDIRETA DE MM3Cs	30
2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DOS ERROS VOLUMÉTRICOS DE MM3Cs	38
CAPÍTULO 3 ANÁLISE GEOMÉTRICA E INCERTEZA DE MEDIÇÃO	43
3.1 ANÁLISE GEOMÉTRICA	43
3.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS	51
3.5 INCERTEZA DE MEDIÇÃO	54
3.3.1 INCERTEZA PADRONIZADA COMBINADA	59
3.3.2 INCERTEZA EXPANDIDA	61
3.4 MÉTODO DA REVERSÃO PARA MEDIÇÕES DE ORTOGONALIDADE	65
3.5 REGRESSÃO LINEAR (MÉTODOS DOS MÍNIMOS QUADRADOS)	67

CAPÍTULO 4 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO INDIRETA DE MM3Cs	70
4.1 PROJETO, USINAGEM, MONTAGEM E CALIBRAÇÃO DO ARTEFATO	72
4.2 OBTENÇÃO DO MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS	72
4.3 CALIBRAÇÃO DA MM3C COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS	73
4.4 AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO COM OUTROS PROCEDIMENTOS CONHECIDOS	73
4.5 DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	73
CAPÍTULO 5 DESENVOLVIMENTO DE UM PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO EM MM3Cs	75
5.1 MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS (MRSE)	76
5.1.2 Expressões do Modelo Reduzido de Sintetização de Erros (MRSE)	77
5.2 CALIBRAÇÃO INDIRETA DA MÁQUINA DE MEDIR COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS	99
5.2.1 DESCRIÇÃO DA MM3C UTILIZADA NOS TESTES EXPERIMENTAIS	100
5.2.2 DESCRIÇÃO DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS	101
5.2.3 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS	102
5.2.4 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS	106
5.3 ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO	110
CAPÍTULO 6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	119
6.1 RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO	120
6.1.1 COMPONENTE E_y DO ERRO VOLUMÉTRICO	120
6.1.2 COMPONENTE E_x DO ERRO VOLUMÉTRICO	132
6.1.3 COMPONENTE E_z DO ERRO VOLUMÉTRICO	139
6.2 CALIBRAÇÃO DO ARTEFATO	143
6.2.1 ERRO POSIÇÃO	143
6.2.2 ERRO DE ORTOGONALIDADE	144
6.3 AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO COM OUTROS PROCEDIMENTOS CONHECIDOS	147

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	150
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	155
APÊNDICE A - TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS	166

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A economia mundial, cada vez mais competitiva, impulsiona o acelerado desenvolvimento tecnológico na busca de redução dos custos de fabricação e melhoria da qualidade, tendo como consequência a evolução dos processos produtivos. Assim, há a necessidade de inserir junto ao processo produtivo, sistemas de controle da qualidade mais rápidos, precisos, flexíveis e confiáveis.

O uso das Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs), devido a sua flexibilidade e produtividade, traz uma melhora do processo produtivo, sua eficiência torna possível a avaliação de diversas características geométricas e dimensionais de uma peça, em uma única montagem de medição, permitindo a substituição de um grande número de instrumentos da metrologia convencional. Como meios de inspeção, tem permitido grandes avanços, pois possibilita a automação das atividades de inspeção e a integração entre os vários setores da empresa; são empregadas para a medição dos mais variados tipos de peças, reduzindo o tempo e os erros de medição.

As MM3Cs são sistemas complexos de medição que possuem a capacidade de medir coordenadas cartesianas em um determinado volume de trabalho. Os eixos do sistema cartesiano são simulados através de um sistema de guias com mancais aeroestáticos e escalas opto-eletrônicas. A determinação das coordenadas dos pontos de medição é feita através de

apalpadores e as características geométricas e dimensionais são calculadas através de programas computacionais.

Como todo instrumento de medição, as MM3Cs são suscetíveis a erros. Estes derivam de movimentos indesejáveis nas direções preferenciais e não preferenciais durante uma translação do apalpador de medição. Os movimentos indesejáveis são causados por imperfeições na escala e na geometria dos componentes individuais que formam a estrutura da MM3C, bem como, dos ajustes da máquina durante a instalação e manutenção. As imperfeições da escala e na geometria das partes que compõem a máquina, derivam dos processos de fabricação de cada componente da máquina. O comportamento dos erros da máquina é levantado através da calibração da máquina. Assim, com o conhecimento prévio do comportamento e dos valores dos erros da máquina, pode-se minimizá-los.

A calibração de MM3Cs é um ponto que tem gerado muitas discussões, pelo fato da presença inevitável dos braços de Abbè e pela possibilidade de medir uma extensa gama de peças e características diferentes. O entendimento do comportamento dos erros dentro do volume de trabalho da máquina, onde a peça deverá ser medida, é de grande importância para que uma calibração seja realizada, bem como, entender a dependência, ou não, destes erros com os braços de Abbè, os modelos matemáticos são utilizados para este fim. A modelagem de MM3Cs tem crescido na sua importância, pois através destes modelos é possível determinar a grandeza e o comportamento dos erros em todo o volume de trabalho da máquina.

Técnicas variadas como Análise Geométrica, Análise Vetorial, Transformações Homogêneas, Análise Estatística têm sido utilizadas para a modelagem de MM3Cs. Sendo que os erros geométricos e térmicos são os que mais mereceram atenção no passado recente.

Durante muitos anos tem-se dedicado tempo e esforço à modelagem matemática de MM3Cs, visando determinar e melhorar os procedimentos de calibração para uso em sistemas de compensação de erros, uma vez que consiste de um meio efetivo e econômico para se melhorar a precisão

de uma medição. Métodos e sistemas de compensação de erros têm sido motivos de pesquisa. Através do uso dos mais variados métodos de compensação, os erros podem ser eliminados ou minimizados.

Na escolha do procedimento de calibração de uma MM3C deve-se levar em consideração o tempo de calibração, o custo do processo de calibração e o poder de diagnóstico do método de calibração a ser escolhido. Para se diminuir os custos e os tempos envolvidos em uma calibração, procedimentos de calibração indireta, através do uso de artefatos mecânicos, foram desenvolvidos nas últimas décadas.

A calibração indireta tem como característica principal a avaliação dos erros da máquina, utilizando-se peças padrões pré-qualificadas de acordo com normas técnicas. Tais métodos são de especial interesse para os usuários, uma vez que oferecem, como resultado direto, uma estimativa da capacidade da máquina na execução de tais serviços.

Diversas organizações internacionais de normalização, institutos de pesquisa, universidades e empresas particulares têm desenvolvido diferentes técnicas de calibração, baseadas em padrões corporificados. Desde o final da década de 70, padrões para calibração de MM3Cs foram sugeridos e colocados em uso, tais como: blocos padrões, anéis padrões, barra de esferas, barra de furos, placas de esferas, placa de furos, padrões especiais com a finalidade de utilizá-los em testes de aceitação e verificação periódica da incerteza de medição das MM3Cs.

Também se realiza um grande esforço no desenvolvimento de novas metodologias para se obter e modelar os erros de MM3Cs. A utilização de novos artefatos para a calibração indireta de MM3Cs visa melhorar os procedimentos de calibração para uso em sistemas de compensação de erros.

Diante do exposto, acima este trabalho tem como objetivo desenvolver um Procedimento de Calibração Indireta de MM3Cs com um novo artefato mecânico, o Esquadro Mecânico de Esferas. Será desenvolvido a partir de modelos já existentes um novo MRSE (Modelo Reduzido de Sintetização de Erros) para uso em um Sistema de Compensação de Erros.

O novo procedimento tem como vantagem o uso de um único artefato padrão para medir as contribuições ou superposição das contribuições de todos os erros individuais das partes da máquina.

O novo artefato colocado em apenas cinco posições dentro do volume de trabalho da máquina, possibilita maior rapidez na obtenção dos valores e comportamentos dos erros, quando comparado com outros procedimentos de calibração.

Devido ao número reduzido de dados coletados o novo procedimento tem também como vantagem, sobre outros procedimentos de calibração, uma maior rapidez nos cálculos dos valores e comportamentos dos erros.

O procedimento proposto foi desenvolvido para ser aplicado em uma MM3C do tipo ponte móvel. Uma breve descrição do desenvolvimento do trabalho encontra-se a seguir.

No capítulo dois é apresentado uma revisão bibliográfica sobre fontes e fatores de erros, erros geométricos, calibração de erros e modelagem de erros em MM3Cs, sendo dada especial atenção aos novos métodos de calibração indireta.

No capítulo três é apresentada a análise geométrica, os fundamentos de estatística básica e os fundamentos para o cálculo da incerteza de medição.

O capítulo quatro apresenta a proposta do trabalho, isto é, o procedimento de calibração indireta de MM3Cs com o esquadro mecânico de esferas. Uma descrição das etapas para a concretização da proposta também é apresentada.

A metodologia proposta é desenvolvida no capítulo cinco. Neste estão descritos o MRSE, o projeto e calibração do novo artefato, o procedimento de calibração indireta com o esquadro mecânico de esferas mais o planejamento dos ensaios experimentais, o cálculo da incerteza de medição e, finalmente, o planejamento dos testes para a validação do procedimento de calibração proposto.

O capítulo seis trata dos resultados e análise dos resultados, são apresentadas as componentes de erros nas direções X, Y e Z, é verificada a

eficiência do procedimento em prever erros e é apresentado um diagnóstico das fontes de erros.

No capítulo sete, são apresentadas as conclusões deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

Ao final do texto, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas para a realização deste trabalho.

CAPÍTULO 2

ERROS, CALIBRAÇÃO E MODELAGEM DE MM3Cs

As MM3Cs são sistemas complexos de medição onde a acuracidade pode chegar da ordem de até alguns micrometros, o que permite a substituição de um grande número de outros instrumentos (KUNZMANN e WÄLDELE, 1988). Essas máquinas possuem a capacidade de medir coordenadas cartesianas em um determinado volume de trabalho, sendo que os eixos do sistema cartesiano são simulados através de um sistema de guias com mancais aeroestáticos e escalas opto-eletrônicas. A determinação das coordenadas dos pontos das superfícies das peças é feita através de apalpadores, e as características geométricas e dimensionais calculadas através de programas computacionais.

A calibração é um ponto que tem gerado muitas discussões, pelo fato da presença inevitável de braços de Abbè e pela possibilidade de medir uma extensa gama de peças e características diferentes, no entanto, é possível de se medir os parâmetros individuais da geometria de uma MM3C, tais como os erros de posição, retilineidade, pitch, yaw, roll e ortogonalidade em cada uma das três direções e sintetizar todos estes erros para encontrar o erro volumétrico entre quaisquer dois pontos, no volume de trabalho da máquina. (LOVE e SCARR, 1973).

O entendimento do comportamento dos erros da máquina é de grande importância, principalmente os erros geométricos, para que uma calibração seja realizada na máquina. Os modelos matemáticos são utilizados para este entendimento, a modelagem de MM3Cs tem crescido na sua importância, pois através destes modelos é possível determinar a grandeza e o comportamento dos erros.

Este capítulo trata das configurações mais comuns de máquinas de medir a três coordenadas existentes no mercado, das fontes e fatores de erros em máquinas de medir, dos erros geométricos, erros termicamente induzidos, erros dinâmicos, erros cíclicos, da calibração dos erros geométricos e da modelagem matemática de máquinas de medir a três coordenadas .

2.1 Classificação, principais configurações e aplicações das MM3Cs

Baseadas em trabalhos feitos pela American Society of Mechanical Engineers, a ASME B89.4.1 de 1997, as máquinas foram classificadas de acordo com sua estrutura. Tal classificação foi feita para um melhor detalhamento das máquinas. Segundo DI GIACOMO (1986), este detalhamento é extremamente útil no momento do desenvolvimento de uma formulação matemática para o equacionamento do erro volumétrico, pois as equações dos erros mudam de acordo com a estrutura analisada. No entanto, podem ser consideradas as mesmas equações para todas as máquinas de mesma estrutura.

A norma americana ASME (1997) classifica as máquinas de medir em 11 tipos. Porém, de acordo com NI e WÄLDELE (1995) os tipos mais importantes e comuns disponíveis no mercado são Ponte Móvel, Ponte Fixa, Cantilever, Braço Horizontal e Pórtico. A máquina de medir tipo Ponte Móvel apresenta-se como a configuração mais utilizada no meio industrial (NI e WÄLDELE, 1995).

A estrutura Ponte Móvel tem, como características principais, o desempenho fixo para suporte das peças e uma ponte que se movimenta sobre mancais aerostáticos que, por sua vez, carrega sobre a viga horizontal um outro carro que transporta o apalpador. Devido ao projeto

da máquina um fenômeno chamado *Yawing* ou *Walking* ocorre, pois as colunas se movimentam com passos diferentes, girando a ponte.

Tabela 2.1 Configurações mais comuns de MM3Cs e seus usos gerais.

	Ponte Móvel	Ponte Fixa	Cantilever	Braço Horizontal	Pórtico
Estruturas
Aplicações					
Propósitos Gerais	X	X	X	X	X
Precisão	X	X			
Peças Grandes			X	X	X

Ao contrário da estrutura anterior, a Ponte Fixa tem movimentos do desempenho e sua ponte é rigidamente ligada à estrutura da máquina. Seu projeto busca minimizar os efeitos de “Yaw” e reduzir consideravelmente o erro de Abbè, uma vez que as escalas estão localizadas na posição central da mesa. Sua principal vantagem é possuir estrutura rígida e, como desvantagem, pode-se citar sua limitação em relação ao peso da peça a ser medida.

As MM3Cs que têm estrutura Cantilever possuem um braço que se movimenta verticalmente, carregando o apalpador de medição e o braço é suportado por um carro que se movimenta horizontalmente. A peça a ser medida é colocada em uma mesa fixa e devido à máquina ser aberta, na frente e de lado, a peça é de fácil acesso para o manuseio. Essas máquinas oferecem pequena faixa de medição em dois dos três eixos, assim sendo, são adequadas para a medição de peças longas.

Devido à facilidade de acesso para colocação de peças, as máquinas maiores, geralmente, possuem estrutura Braço Horizontal ou Pórtico. Tais estruturas são muito utilizadas na indústria automotiva. No entanto,

quanto maior a máquina, maior o comprometimento da acuracidade durante a medição, devido às dimensões e ao peso dos elementos estruturais.

2.2 Fontes e fatores de erros nas MM3Cs

Um sistema de medição por coordenadas abrange quatro elementos básicos: a peça, o operador, o instrumento e o ambiente (Ni, 1995). Em Máquinas de Medir a Três Coordenadas e instrumentos de precisão, os fatores relacionados a esses elementos interagem e interferem na acuracidade total (SCHELLEKENS et al, 1998), ocasionando erros nas medições, conforme ilustra a figura Figura 2.1.

Figura 2.1 Fontes do erro volumétrico nas MM3Cs (ZIRONDI, 2002)

Segundo CARDOZA (1995), existem dois tipos de fatores causadores de erros que influenciam a medição a três coordenadas: os dependentes e os independentes da máquina.

Alguns dos fatores dependentes da máquina são: transgressão do Princípio de Abbè, erros devido ao apalpador de medição, erros devido à forma das guias, o desempenho de referência e erros devido ao peso próprio, além dos relativos à integridade dos programas computacionais.

Quanto aos fatores independentes da máquina, pode-se mencionar: o acabamento da peça, estratégia de medição e habilidade do operador.

Além disso, existem fatores que podem ser dependentes ou independentes da máquina, de acordo com as circunstâncias, estes são: os erros dinâmicos e os erros devido às variações de temperatura.

Apesar de suas conhecidas vantagens, o desempenho destas máquinas fica limitado por estes fatores, que atuam de maneira conjunta, combinando-se de forma complexa por todo o volume de trabalho da máquina, gerando o erro volumétrico, como pode ser visto na Figura 2.1.

A parcela mais significativa do erro volumétrico é constituída pelos erros geométricos (BOSCH, 1995). Estes erros têm origem nos desvios geométricos dos diferentes componentes da Máquina de Medir, bem como, dos ajustes da máquina durante sua instalação e manutenção e se materializam durante a movimentação dos eixos coordenados, devido à interação entre os componentes.

Apesar da evolução tecnológica que as áreas de fabricação vêm experimentando nos últimos anos, os erros de forma das guias (retilidade, planicidade, circularidade, cilindridade, concentricidade, paralelismo, perpendicularidade, e outros) ocorrem durante o seu processo de fabricação.

Dentre os fatores externos que mais influenciam o efeito dos erros individuais sobre o erro de posicionamento da ponta do apalpador, são as condições ambientais e, em particular, a temperatura ambiente. A variação de temperatura é resultante de radiações térmicas causadas, dentre outros fatores, pela luz do sol, equipamentos vizinhos e pelo próprio operador [VDI/VDE 2617 (1986)].

O conhecimento de que os sistemas de medição são sensíveis às mudanças de temperatura é bem antigo, sendo que, desde 1931, ficou estabelecida uma temperatura padrão de 20° C para a utilização dos instrumentos de medição.

A temperatura tem um efeito drástico sobre a repetibilidade em MM3Cs, devido a uma mudança na configuração do sistema de coordenadas, em função da temperatura. A orientação e a forma dos elementos de guia e da escala podem mudar, uma vez que os diferentes materiais das partes da máquina têm diferentes coeficientes de dilatação térmica.

2.2.1 Princípio de Abbè

As diferentes estruturas que podem ser encontradas nas MM3Cs apresentam em comum a transgressão ao Princípio de Abbè (DI GIACOMO, 1986).

Segundo KUNZMANN (1993) o que é hoje em dia descrito como princípio de Abbè tem suas raízes numa conferência sobre “Instrumentos de Medição para Físicos”, dada por E. ABBÈ, em 1890.

Ele descreveu seus princípios para os instrumentos então fabricados pela Carl Zeiss Jena.

Os princípios de projeto que ele relatou são:

1. A medição – visual ou por contato – está baseada exclusivamente numa escala longitudinal graduada com a qual o comprimento a ser medido é diretamente comparado.
2. O instrumento de medição é sempre projetado tal que o comprimento a ser medido está numa continuação em linha reta da escala.

A intenção básica para postular estes princípios foi para minimizar possíveis erros de medição resultantes dos erros angulares das guias de tais instrumentos.

Abbè menciona no mesmo artigo:

- Que os erros sistemáticos das escalas podem ser determinados (nos dias de hoje: por calibração).

- Que as variações de comprimento das escalas devido à variação de temperatura podem ser calculados (nos dias de hoje: calculados e corrigidos).

O princípio de Abbè foi estudado em detalhes e parcialmente modificado por J. Bryan e G. X. Zhang para um entendimento mais amplo, e é descrito a seguir.

BRYAN (1979) propôs uma generalização do princípio de Abbè: “Em toda a medição, o eixo de referência da escala do sistema de medição, preferencialmente, deve ser colinear com o eixo geométrico da peça a ser medida. Se a colinearidade não for possível, as guias irão transferir, aos pontos de medição, deslocamentos devido a possíveis movimentos angulares. A eliminação desses deslocamentos pode ser realizada através de duas opções distintas. A primeira se faz pelo levantamento de erros e correção de leituras. A segunda pode ser realizada através da utilização de guias, sem movimento angular, eliminando, assim, a causa dos deslocamentos. Pode-se perceber que essas guias absolutamente isentas de movimentos angulares são impossíveis de serem obtidas pelos processos de fabricação atualmente existentes”. A primeira sentença representa a recomendação original de Abbè, enquanto as demais sugerem opções adicionais: uma quando não existe movimento angular e outra quando este está presente.

Com os conceitos de ponto de referência, ponto de medida e direção de leitura, ZHANG (1989) também apresenta uma nova definição e formulação para o princípio de Abbè:

- 1- A linha conectando o ponto de referência e o ponto de leitura deve estar situada na direção de leitura dos parâmetros a serem medidos. Ajustar-se a esta condição, é estar em acordo com o princípio de Abbè.
- 2- O comprimento da projeção do segmento de reta, conectando os pontos de referência e de leitura no plano perpendicular à direção de leitura é chamado de braço de Abbè.

- 3- A diferença do ângulo composto pela linha conectando os pontos de referência e leitura e a direção de leitura com o ângulo de 90 graus, é chamado de ângulo de Abbè, ϕ .
- 4- Quando o método de medição não está em acordo com o princípio de Abbè, o erro de Abbè causado será igual a $\delta = \Delta(l \sin \phi)$.

A primeira afirmação é um critério para determinar se o método de medição está de acordo com o princípio de Abbè. O braço de Abbè, na segunda afirmação, é uma medida para determinar o grau de afastamento em relação ao princípio de Abbè. A terceira e quarta afirmações nos dá uma fórmula generalizada para calcular o erro de Abbè, quando o método ou o instrumento não está de acordo com o princípio. Na fórmula l é a distância entre o ponto de referência e de leitura.

A nova formulação para o erro de Abbè é aplicável para todos os casos de medições dimensionais, incluindo medições 1-D, 2-D e 3-D, medidas de retilidade e circularidade e medida do erro de batida.

MARQUES (1999) desenvolveu uma formulação, cujo objetivo foi o de expressar os erros angulares em função dos erros de retilidade, além do que permite minimizar o número de calibrações necessárias e, conseqüentemente, o tempo de máquina parada requerido para o levantamento de seu comportamento metrológico. São construídas curvas dos erros de retilidade, é estudada a estrutura da máquina e programas computacionais são desenvolvidos para a execução de algoritmos, utilizando ferramentas estatísticas para a análise dos erros. Mostra-se que é viável utilizar a formulação matemática apresentada, sendo a correlação média encontrada de 94,7% para o erro angular "Yaw Y".

2.2.2 Apalpadores de medição

O apalpador de medição é um elemento chave da MM3C, a seleção e uso apropriados do apalpador de medição podem expandir a capacidade de medição das MMC3s. É o apalpador que provê a máquina com informação sobre a localização dos pontos de uma superfície de uma peça

sob inspeção. Em função de suas características, os apalpadores podem ser classificados como apalpador por contato ou sem contato. Os apalpadores por contato podem ser do tipo rígido ou de gatilhamento e os sem contato do tipo ópticos à laser (Figura 2.2) ou sistemas de visão (NI e WALDELE, 1995).

Figura 2.2 Apalpador sem contato do tipo laser

Os apalpadores do tipo *touch-trigger* são os mais utilizados em MM3Cs. Este tipo de apalpador funciona como um interruptor elétrico (Figura 2.3). Quando a ponta do apalpador faz contato com a superfície da peça, pelo menos uma das três hastes perde o contato com um dos cilindros e, é enviado um pulso analógico ao sistema de controle. Os sinais de leitura das três escalas são imediatamente “congelados”, realizando a leitura da posição.

Figura 2.3 Apalpador do tipo *touch trigger*

A ponta de contato é usualmente uma esfera de rubi. Estas esferas são extremamente duras, assim seu desgaste é minimizado. O Rubi é um material de baixa densidade e seu uso minimiza a massa da ponta, assim são reduzidos falsos “triggers” (gatilhamentos), devido ao movimento ou vibração da máquina (NI, 1995).

O sistema de sondagem nas MM3Cs modernas pode incluir hastes, apalpadores que, além de esferas, podem ser: pontas secas, semi-esféricas ou de disco em material cerâmico; uma cabeça de sonda indexável e sistema de sondas automáticas ou um sistema de troca de hastes. Isto possibilita uma flexibilidade adicional à MMC para realizar medições em pontos de difícil acesso.

As fontes de erros que mais influenciam a acuracidade do sistema apalpador, entre outras, são: problemas eletrônicos, desgastes dos apoios cinemáticos, variações de forças, devido à direção de contato e erro de esfericidade da ponta do apalpador. Deve-se, então, sempre que possível, conhecer o desempenho do apalpador e seus erros para compensá-los durante as medições (HARVIE, 1986).

O desempenho do apalpador, em termos de repetibilidade e suas características sistemáticas, pode exercer uma influência real sobre todo o desempenho do sistema de medição (DI GIACOMO, 1986).

NAWARA e KOWALSKI (1984) apresentam resultados experimentais de testes dinâmicos com apalpadores analógicas e “touch trigger”. Duas fontes de erros foram consideradas nos testes: elasticidade dos elementos mecânicos e as propriedades eletromecânicas do contato. Como esperado, os resultados mostram que a força e os erros crescem com a velocidade.

JOHNSON, YANG e BUTLER (1998) discutem as características do erro dinâmico de um apalpador *touch trigger*, utilizado em MM3Cs. Durante a investigação, um número de parâmetros importantes foram identificados: velocidade de medição, distância de aproximação, coordenadas da posição do apalpador, comprimento e diâmetro da haste, orientação do apalpador, modo de operação, “pitch” da varredura, força de pré-tensão nas molas, tipo do apalpador e o ângulo de aproximação da superfície. Os resultados conduzem a algumas recomendações úteis para

a redução dos erros dinâmicos, devido ao apalpador de medição. Algumas destas recomendações incluem: a seleção da velocidade ótima de medição, a montagem da força de pré-tensão e a escolha do tipo de apalpador.

2.3 Erros nas MM3Cs

Na busca por obter resultados com grande acuracidade dimensional, as medições podem não corresponder à realidade observada, uma vez que as máquinas de medir estão sujeitas a erros. Quanto ao seu comportamento, os erros podem ser classificados em aleatórios, sistemáticos e histeréticos.

Aos erros aleatórios são normalmente atribuídas distribuições gaussianas, em geral, diferem a cada leitura, podendo-se ter apenas noção de seus limites, uma vez que são resultantes de ações internas ou externas não controladas.

Os erros sistemáticos ocorrem de maneira previsível por todo o volume de trabalho da máquina, seguindo um comportamento definido, podendo, sempre que possível, ser medidos por procedimentos de calibração e compensados por programas computacionais via modelagem matemática do comportamento do erro ou compensação via “hardware”, ou ainda, por calibração e compensação híbrida.

A histerese provoca um erro sistemático, que pode ser observado para cada posição de medida, para sentidos de movimentação contrários para um determinado eixo da máquina.

A melhoria do desempenho das máquinas de medir passa por análise de erros. Desta forma, a apresentação deste item está subdividida em quatro sub-itens: erros geométricos, erros termicamente induzidos, erros dinâmicos e erros cíclicos, correspondentes aos tipos mais estudados de erros em MM3Cs.

2.3.1 Erros Geométricos

Historicamente, a concepção de acuracidade geométrica de uma máquina de medir tem sido desenvolvida. O nome “geométrico” não é absolutamente correto porque, também, estão incluídos os aspectos

cinemáticos, sempre referindo-se àquelas características da acuracidade da máquina que reflitam a acuracidade no espaço de trabalho da máquina.

Todo movimento indesejável nas direções não preferenciais durante uma translação são causados por imperfeições na geometria dos componentes individuais que formam a estrutura de uma MM3C. Essas imperfeições derivam dos processos de fabricação de cada componente da máquina, portanto, esses erros dependem da acuracidade dos componentes e dos ajustes da máquina, durante a instalação e manutenção da mesma (WEEKERS, et al., 1995).

Os erros geométricos, dessa forma, estão relacionados ao movimento relativo entre as várias partes que compõem a estrutura de uma máquina, e podem ser divididos em dois grupos: aqueles que são individuais a cada componente, denominados “paramétricos” e aqueles que acontecem através da relação entre os componentes, “não paramétricos”.

Figura 2.4 Movimentos de um Carro em um Sistema com Guias.

Considere uma Máquina de Medir com três eixos de translação; considere, também, que os carros e as guias que fazem parte da máquina se comportam como corpos rígidos (DI GIACOMO, 1986). As imperfeições na geometria das guias por onde translada cada um dos carros faz com que estes experimentem movimentos em outras direções que não as preferenciais. Sabe-se que a posição de um corpo rígido no espaço pode ser definida através de 6 graus de liberdade, conseqüentemente, associam-se seis erros geométricos para cada eixo de translação.

Tomando como exemplo um carro que se movimenta ao longo do eixo "X" (Figura 2.4), as translações indesejáveis perpendiculares ao movimento são denominados erros de retilineidade. Logo, as translações ocorridas na direção do eixo "Y", enquanto se desloca na direção do eixo "X", são chamadas de "erros de retilineidade na direção "Y", devido ao movimento em "X". Do mesmo modo, as translações ocorridas na direção do eixo "Z", enquanto o carro "X" se desloca, são chamadas de "erros de retilineidade na direção "Z", devido ao movimento em "X".

Além dos movimentos de translação, ocorrem também rotações indesejáveis do carro em torno de cada um dos três eixos do sistema, e são denominados erros angulares. Tais rotações são definidas em relação ao eixo por onde ocorre a rotação. Considerando a Figura 2.4, denomina-se "Pitch" as rotações ocorridas em torno do eixo "Y", "Yaw" as rotações sofridas pelo carro "X" em torno do eixo "Z" e "Roll" as rotações em torno do eixo de movimentação. Os erros angulares ou de rotação, "yaw", "pitch" e "roll" são denominados, conforme a direção de movimento do elemento, independentemente do eixos adotados. (DONMEZ et al, 1986; HOCKEN, 1980).

Quando na máquina, dois ou mais eixos lineares são combinados, outros parâmetros geométricos podem ser introduzidos para especificar a orientação angular entre os eixos, e são chamados de erros de ortogonalidade. Para o caso de uma MM3C, a relação entre os três eixos faz com que surjam mais três erros de ortogonalidade (KUNZMANN et al., 1995).

Na Figura 2.5 pode-se visualizar uma Máquina de Medir a Três Coordenadas do Tipo Ponte Móvel, cujos componentes principais são: uma ponte que se movimenta ao longo do eixo “Y”, um carro que se desloca sobre a guia do eixo “X”, e um outro, que transporta a sonda, responsável pela identificação dos pontos físicos, que translada na direção do eixo “Z”.

Figura 2.5 Máquina de Medir a Três Coordenadas
(BROWN&SHARP, 2004).

Como a máquina possui três eixos de movimentação, estão a ela associados 18 erros geométricos paramétricos e 3 não paramétricos que são derivados da falta de ortogonalidade entre os eixos da máquina, perfazendo um total de 21 erros geométricos (HOCKEN, 1980).

2.3.2 Erros Térmicos

Os trabalhos sobre efeitos térmicos realizados em Máquinas Ferramentas (MF) e MM3Cs sempre fazem referências aos trabalhos de BRYAN (1967 e 1990) sobre efeitos térmicos em Máquinas Ferramentas. Estes trabalhos compreendem um relato do que foi realizado antes de 1967 e até 1990, sobre efeitos térmicos em MF.

Ao se aplicar as considerações apresentadas por Bryan às MM3Cs, pode-se identificar as seguintes fontes de calor presentes: ambiente, pessoas, atrito nas guias e mancais, motores e sistemas eletrônicos, outras máquinas e memória térmica. O local de trabalho e o projeto da máquina definem a quantidade das fontes de calor presentes. (ARENCIBIA, 2003).

São três os mecanismos de transferência de calor: radiação, convecção e condução. O local onde será colocada uma máquina de medir ou um instrumento de precisão deve ser projetado, observando-se estes três mecanismos.

As causas dos erros sistemáticos em MM3Cs, devido às variações de temperatura, podem ser divididas em variações uniformes e variações não uniformes de temperatura. Gradientes de temperatura provocam efeitos similares ao efeito do par bi-metálico, provocando deformações das guias e, então, mudando o alinhamento de componente da máquina com relação a outro componente, desalinhando as partes da máquina (BOSCH, 1995).

Práticas comuns para reduzir influências da temperatura podem ser adotadas como um procedimento de rotina, tais como (BOSCH, 1995):

- Fontes quentes de calor (luz, computadores, sistemas de controles) não devem ser ligados e desligados. Isto é importante para manter o equilíbrio térmico.
- A máquina de medir deve ser colocada no mínimo 1,5 metros da parede do lado de fora. Os instrumentos e equipamentos menos sensíveis à temperatura devem ser colocados nas regiões mais externas do local.
- Equipamentos sensíveis à temperatura, podem ser protegidos para reduzir influências de radiações.
- Pessoas não devem estar dentro do local durante enquanto medições precisas são realizadas em máquinas automáticas.
- Contato manual direto com peças e partes da máquina devem ser evitados. Quando necessário, devem ser utilizadas luvas ou garras para este fim.

- A peça a ser medida deve estar em equilíbrio térmico com a máquina e ao ambiente durante a medição.

Modelos termomecânicos são desenvolvidos para um correto entendimento da relação das influências, devido a variações de temperatura, uniforme e não uniformes, com a máquina. Em qualquer estrutura sujeita a mudanças de temperatura deve-se levar em conta a dilatação térmica e aí se encontram os modelos de primeira ordem. Considerando os gradientes de temperatura, encontram-se os modelos de segunda ordem.

ARENCIBIA (2003), além de uma extensa revisão sobre erros termicamente induzidos, equaciona as componentes do erro volumétrico, considerando influências térmicas, a metodologia combina transformações homogêneas e técnicas de regressão linear. Os dados foram coletados utilizando-se um interferômetro laser, esquadro mecânico de precisão, nível eletrônico e uma placa de aquisição de dados com um conversor de dados A/D de 12 bits de resolução.

ARENCIBIA verificou que a máquina não experimentou deformações, além das provocadas pela livre dilatação dos seus componentes.

A maioria dos métodos propostos para minimizar os efeitos térmicos requer experimentos demorados e caros. Estes métodos consistem, principalmente, na aplicação do interferômetro laser.

O desenvolvimento das pesquisas com o objetivo de diminuir os efeitos térmicos em MM3Cs pode se dar através da utilização de materiais com baixo coeficiente de expansão térmica, tais como, materiais cerâmicos, fibra de carbono, invar e zerodur (KRUTH et al., 2001) ou diminuindo o tempo de medição (LOTZE, 1996).

2.3.3 Erros Dinâmicos

As abordagens sobre erros dinâmicos das MM3Cs encontradas na literatura são limitadas, particularmente, as desenvolvidas para uso em sistemas de compensação de erros (MU e NGOI, 1999).

Os erros dinâmicos são entendidos como todos aqueles que acontecem ou são amplificados, devido a variações de velocidade e aceleração durante um processo de medição. O aumento da velocidade de medição degrada a exatidão e a repetibilidade das MM3Cs, entretanto, há uma demanda quase que natural pela diminuição dos tempos dos ciclos de medição.

PHILLIPS (1995) analisa a influência da distância de aproximação e do número de pontos adquiridos por medição sobre os Erros Dinâmicos. O erro dinâmico é fortemente dependente da distância de aproximação do apalpador. Existe uma variação aparente na posição da superfície de referência em função da distância de aproximação do apalpador. Os ensaios foram realizados para uma velocidade de aproximação de 8mm/s, para uma MM3C utilizando um apalpador tipo “touch trigger”. Para o erro na medida do comprimento do bloco padrão, este cresce sistematicamente com o número de pontos medidos. Nessa medida todos os pontos foram obtidos utilizando uma distância de aproximação de 2,5mm, esta distância está na região de oscilações significantes da MM3C. Distâncias de aproximação maiores, possibilitam um maior tempo para o amortecimento das oscilações oriundas da vibração da máquina, porém, aumentam o tempo de medição.

JONES e ULSOY (1995a) quantificaram e ilustraram os efeitos da velocidade na qualidade da medida, das MM3Cs. Foi utilizada uma MM3C tipo braço horizontal equipada com uma cabeça articulada e um apalpador tipo “touch trigger”. Através de um estudo por Análise de Variância (ANOVA) foram avaliados os efeitos da aceleração, da distância de aproximação e da velocidade de aproximação, em medições rápidas.

A análise mostra que, para um aumento da velocidade de operação, há um descrésimo da qualidade da medida e para cada eixo individual há uma reação diferente. Também verificou-se um compromisso entre o tempo de medida e a qualidade da medida, indicando a existência de uma velocidade ótima de operação para valores pré-estabelecidos de qualidade obtidas nas medições.

A velocidade de varredura impõe sobre a medição os chamados erros de varredura que são caracterizados pela presença simultânea de acelerações nas três direções.

PEREIRA (2001) fez diversos testes em uma máquina de medir por varredura e propôs um modelo que calcula os erros ocorridos durante o processo de varredura de uma peça circular. Anéis de diâmetros diferentes foram medidos a diferentes velocidades. Adicionalmente, foram conduzidos ensaios para se medir a força e foram realizados testes de desempenho por varredura sem contato. Os dados adquiridos através das medições dos anéis, a força e varredura foram analisados utilizando-se série de Fourier.

O erro de varredura foi considerado o resultado devido à varredura menos o erro quasi-estático e menos o erro de circularidade. Os anéis foram medidos com as mesmas velocidades e aceleração linear constante; as velocidades variaram de 5 até 50 mm/s. O modelo, colocado no computador de uma MM3C, pode compensar os erros de varredura quando círculos são medidos.

Segundo WEEKERS e SCHELLEKENS (1997), quando se está referindo ao apalpamento rápido em oposição ao apalpamento normal, não se está somente pretendendo uma MM3C com velocidade maior, mas genericamente, uma redução do tempo total do ciclo de medição para uma característica específica. Na Figura 2.6, pode ser visto o ciclo de medição.

Figura 2.6 Ciclo de Medição.

WEEKERS e SCHELLEKENS (1997) analisaram o comportamento dinâmico de uma MM3C, identificando as deformações significantes. Um modelo cinemático é usado para calcular o efeito dos erros paramétricos, na posição do apalpador. O valor do erro calculado na posição do

apalpador, durante um processo de medição específico, é utilizado num programa de compensação de erros.

No esquema mostrado na Figura 2.7, o movimento é descrito, indicando a aceleração, velocidade e o erro de posição de um apalpador como função do tempo. Independentemente de qual tarefa é executada e de qual tipo de apalpador está sendo usado, o tempo do ciclo de uma medição específica está relacionado ao comportamento dinâmico da estrutura mecânica da MM3C.

CHENSONG et al (2002) modelaram os erros dinâmicos de uma MM3C, tipo ponte móvel, que utiliza um apalpador do tipo “touch trigger”. O processo de apalpamento foi analisado, os erros dinâmicos foram medidos e utilizando uma nova formulação, foi possível prevê-los e compensá-los.

Figura 2.7 Variação da aceleração, velocidade e do erro dinâmico.

Uma formulação, através de redes neurais, foi utilizada para prever os erros dinâmicos. Os parâmetros envolvidos nesta formulação foram: velocidade e aceleração de posicionamento, velocidade e aceleração de medida, distância de aproximação e distância de retração. Os erros dinâmicos exibiram uma relação complexa e não linear com estes

parâmetros. O modelo pode ser usado para prever e compensar os erros dinâmicos das MM3Cs.

Os métodos utilizados, até o presente momento, não podem prever todos os erros dinâmicos nas MM3Cs, diante do fato que são realizadas simplificações para o entendimento do comportamento dinâmico destas máquinas. Dos resultados obtidos, até o presente momento, fica claro que, no mínimo, para um eixo de movimento da MM3C testada, os erros dinâmicos podem ser muito bem compensados.

Os efeitos das velocidades e das acelerações nas medições, utilizando MM3Cs, estão fortemente ligados ao entendimento das relações existentes entre os parâmetros envolvidos num ciclo de medição aliado a uma correta análise geométrica dos erros quasi-estáticos destas máquinas.

2.3.4 Erros Cíclicos

Um tratamento adequado aos erros cíclicos pode ser dado executando uma observação de forma sistemática para que se tenha a exata medida da sua influência na medição a três coordenadas (DI GIACOMO, 1986). É muito importante saber o comportamento desses termos, porque muitas vezes a componente cíclica do erro volumétrico tem um maior efeito na incerteza sistemática e, portanto, deve ser avaliada cuidadosamente.

As escalas ópticas utilizadas para medir rotação ou movimento linear são as mais requeridas entre as escalas eletrônicas ("encoders") (DOEBELIN, 1990).

A leitura das escalas eletrônicas é realizada fotoeletricamente, sendo utilizados os métodos de varredura por transmissão ou reflexão nas escalas ópticas. A qualidade da medição linear é determinada, principalmente, pela qualidade da varredura e qualidade de processamento do sinal eletrônico.

Os interferômetros laser utilizam o método de transdução por interferência. A principal vantagem deste método é que as franjas de interferência podem ser produzidas em grandes distâncias, detectadas e

contadas, usando fotocélulas convenientes e contadores bidirecionais (SCARR, 1967).

As grades metrológicas foram primeiramente aplicadas em máquinas ferramentas controladas numericamente pela Ferranti, em 1954. As MM3Cs utilizam escalas desenhadas e fabricadas por métodos fotográficos ou riscadas em máquinas tipo “step and repeat”. A acuracidade limitada na fabricação de escalas é um dos fatores que contribui para a ocorrência dos erros cíclicos.

A avaliação do erro cíclico pode ser feita através da utilização de pequenos movimentos nas direções preferenciais. HEMIGRAY et al (1971) e DI GIACOMO (1986) definem o erro cíclico como sendo qualquer componente de erro que se repete pelo menos uma vez, ao longo de um eixo da máquina.

ASME (1997) denomina o erro cíclico de erro periódico e o especifica como sendo um erro presente no deslocamento linear de uma máquina que é cíclico sobre um determinado intervalo. Normalmente, este é coincidente com as periodicidades naturais das escalas da máquina.

Para pequenos comprimentos o conhecimento do comportamento dos erros cíclicos é de grande importância, uma vez que exercem uma significativa influência sobre as componentes do erro volumétrico.

No caso onde “encoders” rotacionais são utilizados em conjunto com os fusos utilizados nos mecanismos de avanço das máquinas ferramenta, o erro periódico é usualmente sincronizado ao passo do parafuso (ASME, 1997).

BURDEKIN e VOUTSADOPOULOS (1982) afirmam que os erros cíclicos encontram-se evidentes mesmo nos mais modernos transdutores de medição de comprimento. Eles sugerem que o erro cíclico receba tratamento individual com emprego de programas computacionais e procedimentos experimentais separados, sem a combinação com outros erros sistemáticos.

De acordo com a MITUTOYO (2002), há uma relação íntima entre o desenvolvimento das escalas lineares e a melhoria da máquina ferramenta. Assim, a preocupação dos fabricantes se concentra no

desenvolvimento de equipamentos de fabricação de escalas lineares, bem como, escalas padrões cada vez mais precisas e com resolução mais alta.

Segundo a HEIDENHAIN (2002), a tendência atual é impulsionar a acuracidade através da eletrônica, ao invés da rigidez mecânica, precisão de fabricação e montagem. O “encoder” óptico é a escolha mais prática, pois cumpre exigências de resolução e precisão submicrométricas. Os fabricantes de “encoders” aumentam a resolução, através de um conjunto de circuitos conhecido como eletrônica de interpolação. Há um limite para a resolução disponível de “encoders” ópticos. Basicamente, este limite é determinado pela menor distância na qual duas graduações consecutivas podem ser subdivididas. Porém, a distorção dos sinais de saída do “encoder” proporciona erros de interpolação que resultam em erros cíclicos de alta frequência.

2.4 Calibração de MM3Cs

O comportamento metrológico da máquina é levantado através da calibração. Assim, através do conhecimento prévio do comportamento e dos valores dos erros da máquina, pode-se minimizá-los através de um sistema de compensação de erros durante uma operação de medição.

A norma ANSI/ASME B89.4.1, 1997 define a calibração como sendo a determinação da diferença entre o valor indicado por um instrumento de medição e o valor nominal ou "verdadeiro". A calibração deve ser válida para todas as condições de operação sob as quais pode ser utilizado o instrumento calibrado.

Os procedimentos de calibração podem ser classificados em procedimentos de calibração indiretos que têm como característica a avaliação dos erros da máquina por intermédio de peças padrões pré-qualificadas e normalizadas; e procedimentos de calibração diretos que têm como característica a avaliação dos erros individuais em cada eixo preferencial da máquina.

2.4.1 Procedimento de Calibração Direta de MM3Cs

Como foi dito anteriormente, os procedimentos de calibração diretos têm como característica a avaliação dos erros individuais em cada eixo preferencial da máquina. Esta técnica nos dá evidências diretas sobre a acuracidade da máquina (SARTORI, 1995).

Através destas técnicas, é possível diagnosticar características individuais da máquina, classificá-las e ordená-las, conforme a significância dos erros. Porém, o tempo consumido para calibração pelos métodos diretos é muito grande e seus custos são consideráveis (BURDEKIN et al, 1984; KRUTH et al, 1994). O procedimento de calibração direta pode ser realizado, utilizando-se dois métodos: volume dividido e sintetização de erros.

➤ Método do Volume Dividido

Neste método, geratrizes de planos paralelos no volume de trabalho da máquina são identificadas e o erro de posição do eixo de interesse é levantado, conforme mostra a Figura 2.8. A medição do erro de posição é repetida diversas vezes, em todas as geratrizes, formando uma grade de erros (DI GIACOMO, 1986).

A medida real entre pontos sucessivos sobre as geratrizes é medida, usando um instrumento padrão como, por exemplo, o Interferômetro Laser. As coordenadas reais de cada nó da rede são comparadas com as coordenadas nominais, obtendo-se, então, os erros.

Figura 2.8 Geratrizes no Volume de Trabalho de uma MM3C.

No valor medido do erro de posição estão agindo os erros de retilineidade, rotação e ortogonalidade; assim, o resultado dos erros de posição é um mapeamento do comportamento do erro volumétrico.

O método do volume dividido é utilizado com frequência para diagnosticar fontes de erros e para construir sistemas de compensação de erros; tem como ponto positivo ser rigoroso e não necessita de hipóteses simplificadoras.

Como ponto negativo, o método necessita de muito tempo para realizar os testes, o que o torna caro e mais sensível às incertezas, devido às mudanças de temperatura durante os ensaios (DI GIACOMO, 1986; BURDEKIM et al, 1984).

ORREGO, 1999 propôs uma simplificação da técnica do volume dividido, o Volume Divido Parcial. Nesta técnica os erros de posicionamento são medidos em 42 geratrizes, distribuídas nos planos XY, XZ e YZ. As componentes do erro volumétrico de qualquer ponto (X, Y, Z) é uma combinação dos erros presentes em outros três pontos: dois pontos de projeção em planos ortogonais entre si e paralelos à direção analisada e um outro ponto pertencente à reta de intersecção desses pontos.

➤ **Método de Sintetização de Erros**

O método de sintetização ou método paramétrico se apresenta como o mais completo método de calibração para avaliação de erros. O método se utiliza da teoria da cinemática dos corpos rígidos para modelar geometricamente a estrutura da máquina e obter a contribuição de cada componente da expressão do erro volumétrico (BURDEKIM et al, 1981).

No procedimento de calibração direta, utilizando-se o método de sintetização de erros, cada componente do erro volumétrico é medido individualmente com um padrão adequado. Tais erros podem ser medidos, utilizando-se instrumentos convencionais, como por exemplo, réguas, esquadros, níveis e relógios comparadores, ou ainda, instrumentos sofisticados como o Interferômetro Laser (WECK, 1984; ESTLER, 1985; NI e WU, 1993). Esta técnica apresenta-se como a mais completa para a

avaliação de MM3Cs, possibilitando o diagnóstico das fontes de erros e permitindo a minimização dos erros.

Para se aplicar essa técnica desenvolve-se, primeiramente, um modelo matemático da máquina que combine e propague todos os efeitos de seus erros individuais até qualquer ponto coordenado pertencente a seu volume de trabalho e, depois, segundo o modelo proposto, medem-se seus 21 erros geométricos.

As componentes do erro volumétrico E_v podem ser equacionadas a partir de uma análise geométrica que determine a contribuição de cada um dos erros geométricos, em cada direção preferencial (LOVE & SCARR, 1973; DI GIACOMO, 1986). Através de uma análise vetorial, também, é possível representar as contribuições individuais dos erros pela diferença entre os vetores que descrevem a máquina com os erros e a máquina ideal (sem erros) (HOCKEN et al, 1977; RECHETOV & PORTMAN, 1988). Pode-se, também, utilizar a técnica das Transformações Homogêneas, a qual modela o comportamento da estrutura da máquina através de sistemas de coordenadas associados a cada um de seus elementos (DONMEZ et al, 1988; SOONS, 1992; CARDOZA, 1995; SATO, 1998).

O método de sintetização possui a versatilidade de possibilitar o uso das curvas de erros obtidas através das calibrações para compensação dos erros sistemáticos. Devido a esse fato, observa-se uma grande tendência dos usuários na utilização desse método (BURDEKIM, 1981). Alguns pesquisadores vêem o uso do método de sintetização como o princípio de uma saída para atingir a rastreabilidade em medições a três coordenadas.

2.4.2 Procedimento de Calibração Indireta de MM3Cs

A calibração indireta tem como característica principal a avaliação dos erros da máquina, utilizando-se peças padrões pré-qualificadas e normalizadas. Tais métodos são de especial interesse para os usuários, uma vez que oferecem, como resultado direto, a capacidade da máquina na execução de tais serviços.

Segundo KNAPP et alli (1991), nos últimos anos, diversas organizações internacionais de normalização, institutos de pesquisa,

universidades e empresas particulares têm desenvolvido diferentes técnicas de calibração, baseadas em padrões corporificados, tais como, blocos padrões, anéis padrões, etc, a fim de utilizá-los em testes de aceitação e verificação periódica da incerteza das MM3Cs.

Através dos diferentes anos, padrões para calibração de MM3Cs foram sugeridos e colocados em uso, podendo ser classificados em função do número de coordenadas espaciais, associadas às suas características calibradas, como uni, bi e tridimensionais (PIRATELLI FILHO, 1998).

Os artefatos utilizados na avaliação do desempenho de MM3Cs possuem as mais diversas formas, desde as mais simples, tais como, blocos e barras padrões até estruturas volumétricas complicadas, construídas a base de múltiplas barras e esferas. Todos esses artefatos foram criados, devido ao interesse de pesquisadores e fabricantes em desenvolver um sistema eficaz e de baixo custo para a calibração de MM3Cs (ZIRONDI, 2002).

A seguir, são apresentados os padrões mais utilizados.

➤ **Barra de Esferas**

A Barra de Esferas é um dispositivo muito utilizado para a determinação dos erros volumétricos de MM3Cs. Consiste de uma barra de comprimento fixo, com uma esfera fixada em cada um dos extremos da barra e um suporte de fixação da barra para o uso em diferentes posições e orientações, conforme ilustra a Figura 2.9. Segundo BRYAN (1982), o uso da Barra de Esferas mostra-se rápido e preciso para a indicação da acuracidade de MM3Cs.

Conforme recomendado pela norma ANSI/ASME B89.4.1, a calibração é executada medindo-se a barra em diferentes posições e orientações estratégicas, dentro do volume de trabalho da MM3C. Os desvios na medição, com o valor previamente calibrado do comprimento da barra, fornece o erro, permitindo o cálculo da repetibilidade e da acuracidade da máquina em diferentes posições, dentro do volume de trabalho.

Ao longo dos anos foram construídas variações mais sofisticadas de barras: as projetadas com apoios cinemáticos, a Barra de Esferas Magnética Fixa (BEMF) e a Barra de Esferas Magnética Telescópica (BEMT) construídas no PTB (KUNZMANN & WÄLDELE 1983) e a Barra de Esferas Laser proposta por ZIEGERT & MIZE (1994).

Figura 2.9 Barra de esferas (acima), esquema de montagem da barra de esferas e barra de esferas telescópica (abaixo).

➤ Padrão Passo a Passo

Figura 2.10 Padrão passo a passo (KNAPP et al, 1991).

O Padrão Passo a Passo "*Step Gauge*" é o resultado da montagem de vários blocos padrões dispostos linearmente com distâncias fixas entre blocos (Figura 2.10). As avaliações são feitas medindo-se as distâncias entre os blocos em diversas posições e orientações no volume da máquina. Variações observadas nas distâncias entre blocos são tratadas matematicamente e os erros sistemáticos e aleatórios são avaliados.

A norma "ASME B89.4.1, 1995" indica a utilização do padrão passo a passo para teste da acuracidade do deslocamento linear. O procedimento constitui da medição desse artefato em dez distâncias diferentes, sendo que cada uma é medida três vezes.

➤ **Placa de Furos**

Fisicamente a Placa de Furos (*Hole Plate*) é uma placa plana com diversos furos arranjados simetricamente sobre a mesma (Figura 2.11). A distância entre os centros dos furos é conhecida e o processo de calibração é semelhante à calibração com Placas de Esferas.

A placa é levada a diversas posições do volume de trabalho da MM3C, até que o mesmo seja varrido totalmente.

Figura 2.11 Placa de furos.

➤ **Placa de Esferas**

São poucas as normas que especificam o uso da Placa de esferas "Ball Plate". A norma inglesa BS 68085 recomenda ao usuário que

considere a aplicação deste artefato para inspeção periódica das MM3Cs, mas a norma VDI/VDE 2617 é mais específica na descrição do uso da Placa de Esferas.

A Placa de Esferas consiste de uma placa de aço onde são fixadas esferas no mesmo plano da placa arranjadas em uma malha regular. Os diâmetros e as distâncias entre esferas são padronizadas, conforme mostra a Figura 2.12. A calibração é feita medindo-se as distâncias entre os centros das esferas. A placa pode ser colocada em diversas posições do volume de trabalho da máquina, dependendo da estratégia de medição programada para a calibração (KNAPP et al, 1991).

TRAPED (1991) descreveu o uso da Placa de Esferas, em maiores detalhes, em um tutorial apresentado na Alemanha, em 1991. A calibração com este artefato pode também ser aplicada para determinar os 21 erros geométricos de uma MM3C.

Figura 2.12 Placa de esferas (BOSCH, 1995).

A Placa de Esferas possui a versatilidade de se executar diversas medições com uma única posição no volume de trabalho, comparado-se com outros artefatos, reduziria, grandemente, o tempo de calibração, porém, problemas de curvatura e de peso da placa podem inserir incertezas no método (TRAPED et al, 1991).

SCHUSSLER (1989) descreve um método para avaliar uma MM3C, usando a Placa de Esferas com dimensões de 500 x 500mm e 25 esferas de cerâmica arranjadas em um grid regular de 5 x 5 linhas. O resultado foi apresentado num diagrama, mostrando os desvios relacionados ao padrão.

CASKEY et al (1991) apresentou o resultado do NIST (National Institute of Standards and Technology) onde dados de 34 MM3C de 13 diferentes organizações foram analisadas.

KRUTH et al (1994) descreveu um procedimento de auto calibração usando um modelo matemático e uma Placa de Esferas não calibrada para indentificar os erros geométricos de uma MM3C-CN e compensá-los via software. As medições da Placa de Esferas são feitas em diversas posições, paralelas aos planos XY, XZ e YZ.

➤ Padrão Volumétrico Tetraédrico

Figura 2.13 Padrão tetraédrico.

J. BURY propôs, em 1976, um artefato de montagem tridimensional de barras de esferas com grande estabilidade dimensional. Este artefato pode ser calibrado com instrumentos de medição linear, permitindo o conhecimento das distâncias entre esferas com boa acuracidade.

A forma proposta para o padrão especial é bastante rígida e suas junções são feitas por esferas de carbeto de tungstênio, unidas por barras de fibra de carbono (Figura 2.13).

➤ Barra de Furos

ZIRONDI (2002) utilizou duas barras de tamanhos diferentes para medir os deslocamentos indesejáveis ao longo de todos os eixos de uma MM3C do tipo ponte móvel. Com as barras, são medidos os erros em que sua direção e a direção de movimento são as mesmas. Um esquadro mecânico de precisão foi utilizado para medir os erros com direção perpendicular à direção de movimento. Foram utilizadas seis posições para a barra e nove posições para o esquadro. ZIRONDI (2002) sugere a construção de um esquadro mecânico utilizando-se barras de furos.

Figura 2.14 Barra de furos (ZIRONDI, 2002).

LIM e BURDEKIN (2002), utilizando uma barra de furos, obtêm os 21 erros paramétricos de uma MM3C posicionando a barra em 17 posições no volume de trabalho da máquina. A calibração foi realizada em uma MM3C do tipo ponte móvel, controlada numericamente (CNC).

O tempo total de calibração, incluindo a preparação da máquina, não levou mais que duas horas. Assim, este método de calibração tem um forte potencial para uso por usuários e fabricantes de MM3Cs como um efetivo sistema de calibração, rápido e de baixo custo.

➤ Círculo Padrão

Um artefato circular com diâmetro padrão pode ser usado para avaliar as MM3Cs. A medição do círculo padrão em diversas posições do

volume de trabalho da MM3C é considerada um método eficiente de verificação de MM3C a ser aplicado no dia-a-dia.

PAHK e KIM (1993) desenvolveram um sistema de calibração de erros utilizando um círculo padrão. O círculo foi medido com uma sonda de contato e os dados foram analisados.

O autor conclui que os erros de ortogonalidade, de escala e os erros de lóbulos do apalpador podem ser avaliados.

➤ **Padrões Especiais**

A literatura apresenta, ainda, outros trabalhos que utilizam artefatos pouco aplicados na avaliação de MM3Cs e estão citados, a seguir.

SCHUSSLER (1983) sugeriu o uso de um padrão tridimensional cúbico para avaliar os erros de ortogonalidade, os erros angulares: "Pitch", "Yaw", "Roll" e a dilatação térmica ao longo dos eixos.

LIM et al (1988) apresentaram um teste com um artefato bidimensional o qual estavam inseridos cones de 25mm de diâmetro de base alinhados e que se cruzavam no plano da placa. O objetivo da avaliação foi identificar erros de posição, ortogonalidade e retilidade, num curto espaço de tempo.

BRENZINA (1989) apresentou um padrão chamado "PES A-1" que consistiu de uma esfera central e conectado a ela quatro braços, com esferas nos extremos nos mesmos. O procedimento do teste consistiu na medição do artefato em nove posições do padrão e três medições por posição.

BELFORTE et al (1987) sugeriram um método para avaliar os erros geométricos da MM3C usando dois artefatos padrões. Um deles consistiu de uma Pirâmide Truncada de aço com 36 esferas e o outro um padrão de ferro fundido com 24 esferas. A idéia básica é usar uma MM3C-CN para medir os artefatos e identificar os erros sistemáticos da máquina para uma posterior compensação.

Concluindo, os artefatos propostos, utilizados na calibração de MM3C, são totalmente diferentes com respeito a:

- Capacidade de detectar erros da geometria e do sistema de medição da MM3C;
- Capacidade de detectar o erro da sonda de medição;
- método e a facilidade da calibração, a acuracidade e a determinação da incerteza do artefato;
- Dimensões e graduações disponíveis;
- Manuseio e aspectos práticos;
- Disponibilidade e preço;
- Tempo experimental;
- Influência às mudanças das condições experimentais, especialmente, temperatura.

Assim, pode-se dizer que ainda existe a necessidade de pesquisas que envolvam o desenvolvimento de artefatos para calibração de MM3Cs e que permitam a realização desta atividade com baixo custo, em curto espaço de tempo, facilidade de obtenção dos erros geométricos, além de considerar aspectos fundamentais, tais como, influência dos sistemas de sondagem e compensação e a estratégia de medição, a fim de que esta atividade seja cada vez mais acessível para os usuários desses equipamentos (ZIRONDI 2002).

2.5 Modelagem Matemática dos Erros Volumétricos de MM3Cs

A modelagem das MM3Cs tem crescido na sua importância, pois através de modelos matemáticos é possível determinar a ordem de grandeza (magnitude) e o comportamento dos erros. Durante muitos anos tem-se dedicado tempo e esforço à modelagem matemática das MM3Cs. Técnicas variadas têm sido utilizadas para este fim. A seguir, oferece-se uma breve explicação de algumas destas técnicas.

➤ Análise Geométrica

Nesta técnica, a parcela de contribuição de cada erro individual nas componentes de erro volumétrico é verificada através da análise geométrica da estrutura da máquina. A soma algébrica de tais parcelas para cada um dos eixos forma as denominadas equações de sintetização.

DI GIACOMO (1986) apresentou a determinação dos erros geométricos individuais, utilizando análise geométrica para, posteriormente, determinar as componentes do erro volumétrico em cada direção preferencial "X", "Y" e "Z" de uma MM3C "Ferranti Conquest MKII".

➤ **Análise Vetorial**

Na análise vetorial, os caminhos de medição são representados através de vetores. Assim, o erro volumétrico é definido como a diferença vetorial entre os vetores que descrevem os caminhos de medição com e sem erros.

ZHANG et al (1985) obteve um modelo para descrever os erros em uma MM3C do tipo "Ponte Móvel", através da análise vetorial, baseado na teoria do corpo rígido. Este modelo teve por finalidade compensar os erros geométricos e o efeito da dilatação térmica das escalas de medição.

➤ **Transformações Homogêneas**

As técnicas de transformações homogêneas foram introduzidas por DENAVIT-HARTENBERG, em 1955. Através desta técnica, e mediante o uso de matrizes 4x4, é possível representar movimentos de translação, rotação ou a combinação desses dois, possibilitando estabelecer as relações entre partes móveis de um mecanismo e um sistema de coordenadas de referência.

Cada componente da máquina sofre rotações e translações com relação a um sistema de coordenadas absoluto e cada um destes componentes pode ser representado por um sistema de coordenadas intermediário. Desta forma, através de vetores e matrizes é desenvolvida uma sistemática que generaliza a representação da posição e da orientação da sonda da máquina em relação ao sistema de coordenadas de referência. A definição do comportamento cinemático da máquina consiste na determinação das matrizes de transformação homogênea dos diferentes sistemas de coordenadas, com referência a um sistema de coordenadas fixo.

As matrizes 4x4 utilizadas para determinar a posição de um corpo rígido com relação a um sistema de coordenadas fixo, podem ser visualizadas, a seguir.

$$\partial A = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta & \Delta x \\ \gamma & 1 & -\alpha & \Delta y \\ -\beta & \alpha & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

onde:

α - rotação infinitesimal sobre o eixo x.

β - rotação infinitesimal sobre o eixo y.

γ - rotação infinitesimal sobre o eixo z.

Δx - translação sobre o eixo x.

Δy - translação sobre o eixo y.

Δz - translação sobre o eixo z.

Os valores de α , β , γ , Δx , Δy , e Δz são funções da posição ao longo do eixo.

HOCKEN et al (1977) modelaram através das matrizes de transformações homogêneas os erros angulares em máquinas de medir.

DI GIACOMO et al (1997) utilizando a técnica de transformações homogêneas, modelaram MM3Cs com o objetivo de determinar a influência dos termos de segunda ordem no erro volumétrico. Dois modelos foram desenvolvidos, um deles incluindo os termos de segunda ordem e um outro, desprezando-os. Como resultado, obteve-se que a inclusão dos termos de segunda ordem nos modelos acarreta uma diferença menor que 1nm, mostrando que eles podem ser desprezados, desde que o valor esperado dos erros volumétricos esteja na ordem do micron. No futuro próximo, os termos de segunda ordem não poderão ser desprezados.

As transformações homogêneas têm sido utilizadas com sucesso na compensação de erros de máquinas ferramentas e em robótica, por PORTMAN, V. T., FERREIRA, P. M., KIM, K., SOON, J. A., DONMEZ, M. A., entre outros. Constitui uma poderosa ferramenta matemática, com relativa facilidade de uso, quando comparada a outros métodos.

➤ **Análise Estatística**

As técnicas estatísticas são utilizadas para avaliar o desempenho de MM3Cs através da avaliação do comportamento dos erros nestas máquinas. Através do uso destas técnicas, é possível se determinar a incerteza de medição em tais máquinas.

Em 1978 GUYE, propôs um método para avaliar os erros de medição de uma MM3C. Tal método consistiu na construção de histogramas, a partir dos valores dos erros de posição que foram levantados, utilizando um interferômetro laser. Neste caso, o desvio padrão do conjunto de resultados é considerado como indicador do desempenho da máquina avaliada.

POOLE (1983) sugeriu um método para verificar o desempenho das MM3Cs, usando técnicas de análise de variância. Este método permite investigar o efeito da localização no volume de trabalho na acuracidade da máquina. Para isto, o volume da máquina avaliada foi dividido em oito partes iguais, e os erros em cada parte foram determinados, utilizando-se uma peça padrão. Esta peça consiste de uma barra com dois furos circulares cuja distância entre centros é conhecida.

Na atualidade, as técnicas de planejamentos de experimentos vêm ganhando destaque na experimentação. Um planejamento adequado dos experimentos permite minimizar o número de ensaios, o tempo de execução e o custo das pesquisas.

PIRATELLI FILHO (1997) apresenta um método para avaliação indireta do desempenho de MM3C, através da utilização de técnicas de planejamento de experimentos e do uso de uma barra de esferas. O método proposto consiste no planejamento e execução de dois experimentos, um empregando o arranjo L9 proposto por TAGUCHI e outro empregando o arranjo fatorial 3^2 . Os erros de medição obtidos foram analisados através da técnica de análise de variância.

Como resultados, foram obtidas informações valiosas sobre o desempenho metrológico de uma máquina de medir, que envolve a determinação das variáveis que mais influenciam o desempenho da máquina e da identificação das condições críticas de operação. Embora o

teste de avaliação do desempenho, indicado na norma ANSI/ASME B89.4.1 (1995), seja menos complexo que o método proposto, este último apresenta vantagens significativas.

O autor afirma, ainda, que o método proposto pode ser usado em qualquer tipo de MM3C, sendo muito adequado para a aplicação em MM3C com maior grau de automação, uma vez que o tempo de experimentação pode ser drasticamente reduzido.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE GEOMÉTRICA E INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Este capítulo trata da apresentação da Análise Geométrica, Análise Estatística de Dados, Incerteza de Medição, Método da Reversão e Regressão Linear (Métodos dos Mínimos Quadrados).

3.1 ANÁLISE GEOMÉTRICA

Os deslocamentos indesejáveis provocados pelos seis erros geométricos de cada parte móvel da máquina são determinados. Foram consideradas apenas as contribuições de primeira ordem; as de segunda ordem são desprezadas por serem consideradas insignificantes (DI GIACOMO, 1999).

Devem ser analisados os erros devido: ao movimento da ponte na direção Y, do carro sobre a ponte na direção X e da haste na direção Z. Também são analisados os erros, devido à falta de ortogonalidade entre os eixos da máquina.

➤ MOVIMENTOS NA DIREÇÃO Y

As figuras 3.1 a 3.6 ilustram as contribuições dos erros de posição (escala), retlineidade na direção X e Z, dos erros angulares pitch, yaw e roll, respectivamente, para as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z, decorrentes do movimento da ponte na direção Y.

Figura 3.1 Erro de posição na direção Y

Figura 3.2 Erro de retlineidade do eixo Y na direção Z

Figura 3.3 Erro de retlineidade do eixo Y na direção X

Figura 3.4 Erro angular pitch(y)

Os deslocamentos devidos aos erros angulares pitch(y), yaw(y) e roll(y), são decorrentes do produto do erro angular pelo correspondente braço de Abbè. Comprimento da projeção do segmento de reta, conectando os pontos de referência e de leitura no plano perpendicular à direção de leitura [ZHANG (1989)], ver pag. 12 do cap.2.

A tabela 3.1 mostra as expressões para o cálculo dos deslocamentos devido aos erros geométricos do movimento da ponte, direção Y.

Figura 3.5 Erro angular yaw(y)

Figura 3.6 Erro angular roll(y)

Tabela 3.1 Expressões para os erros devido ao movimento da ponte.

Figura	Erros Geométricos	Expressões
3.1	$Pos(y)$	$e_y = (P^2 - P^1)_y$
3.2	$RetX(y)$	$e_x = (P^2 - P^1)_x$
3.3	$RetZ(y)$	$e_z = (P^2 - P^1)_z$
3.4	$Pitch(y)$	$e_y = [Pitch(y)] \times [braço_{fixo}(z) - braço(z)]$ $e_z = [Pitch(y)] \times braço_{fixo}(y)$
3.5	$Yaw(y)$	$e_y = [Yaw(y)] \times braço(x)$ $e_x = [Yaw(y)] \times braço_{fixo}(y)$
3.6	$Roll(y)$	$e_x = [Roll(y)] \times braço(x)$ $e_z = [Roll(y)] \times [braço_{fixo}(z) - braço(z)]$

Pos e Ret são abreviações para os erros de posição e retlineidade, respectivamente.

➤ MOVIMENTOS NA DIREÇÃO X

As figuras 3.7 a 3.12 ilustram as contribuições dos erros de posição (escala), retilineidade, dos erros angulares pitch, yaw e roll, para as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z, decorrentes do movimento do carro sobre a ponte na direção X.

Figura 3.7 Erro de posição na direção X

Figura 3.8 Erro de retilineidade do eixo X na direção Z

Figura 3.9 Erro de retilineidade do eixo X na direção Y

Figura 3.10 Erro angular pitch(x)

Os deslocamentos devido aos erros angulares pitch(x), yaw(x) e roll(x), são decorrentes do produto do erro angular pelo correspondente braço de Abbê.

A tabela 3.2 mostra as expressões para o cálculo dos deslocamentos devido aos erros geométricos do movimento do carro sobre a ponte, direção X.

Figura 3.11 Erro angular yaw(x)

Figura 3.12 Erro angular roll(x)

Tabela 3.2 Expressões para os erros devido ao movimento do carro.

Figura	Erros Geométricos	Expressões
3.7	$Pos(x)$	$e_y = (P^2 - P^1)_y$
3.8	$RetX(x)$	$e_x = (P^2 - P^1)_x$
3.9	$RetZ(x)$	$e_z = (P^2 - P^1)_z$
3.10	$Pitch(x)$	$e_x = [Pitch(x)] \times braço(z)$
3.11	$Yaw(x)$	$e_x = [Yaw(x)] \times braço_{fixo}(y)$
3.12	$Roll(x)$	$e_y = [Roll(x)] \times braço(z)$ $e_z = [Roll(x)] \times braço_{fixo}(y)$

➤ MOVIMENTOS NA DIREÇÃO Z

As figuras 3.13 a 3.17 ilustram as contribuições dos erros de posição (escala), retlineidade X e Y, dos erros angulares pitch e yaw, respectivamente, para as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z, decorrentes do movimento da haste na direção Z.

Figura 3.13 Erro de posição na direção Z

Figura 3.14 Erro de retlineidade do eixo Z na direção Y

Figura 3.15 Erro de retlineidade do eixo Z na direção X

Figura 3.16 Erro angular yaw(z)

Os deslocamentos devido aos erros angulares pitch(z) e yaw(z) são decorrentes do produto do erro angular pelo correspondente braço de Abbè.

A tabela 3.3 mostra as expressões para o cálculo dos deslocamentos devido aos erros geométricos do movimento da haste, direção Z. Para movimentos da haste na direção Z, diferente dos movimentos da ponte na

direção Y e do carro na direção X, o erro angular roll(z) não contribui para as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z.

Figura 3.17 Erro angular pitch(z)

Figura 3.18 Erro de ortogonalidade YZ

Tabela 3.3 Expressões para os erros devido ao movimento da haste.

Figura	Erros Geométricos	Expressões
3.13	$Pos(y)$	$e_y = (P^2 - P^1)_y$
3.14	$RetX(y)$	$e_x = (P^2 - P^1)_x$
3.15	$RetZ(y)$	$e_z = (P^2 - P^1)_z$
3.16	$Pitch(y)$	$e_y = [Pitch(z)] \times \text{braço}(z)$
3.17	$Yaw(y)$	$e_x = [Yaw(z)] \times \text{braço}(z)$

➤ ERROS DE ORTOGONALIDADE

As figuras 3.18, 3.19 e 3.20 ilustram as contribuições dos erros de ortogonalidade XY, XZ e YZ, respectivamente, para as componentes do erro volumétrico nas direções X, Y e Z. Os deslocamentos, devido aos erros de ortogonalidade, são decorrentes do produto do erro de ortogonalidade pelo correspondente braço de Abbè.

A tabela 3.4 mostra as expressões para o cálculo dos deslocamentos, devido aos erros de ortogonalidade.

Figura 3.19 Erro de ortogonalidade XZ

Figura 3.20 Erro de ortogonalidade XY

Tabela 3.4 Erros devido a não ortogonalidade entre os eixos da máquina.

Figura	Erros Geométricos	Expressões
3.18	$OrtXY$	$e_x = [OrtXY] \times [braço(y) - braço_{fixo}(y)]$ $e_y = [OrtXY] \times braço(x)$
3.19	$OrtXZ$	$e_x = [OrtXZ] \times braço(z)$
3.20	$OrtYZ$	$e_z = [OrtYZ] \times braço_{fixo}(y)$ $e_y = [OrtYZ] \times [braço_{fixo}(z) - braço(z)]$

Onde Ort, na Tabela 3.4 é a abreviação para o erro de ortogonalidade.

Apresentada a análise dos erros geométricos da máquina de medir, a modelagem do comportamento do erro volumétrico será desenvolvida no capítulo 5.

3.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS

É uma prática antiga, em quase todas as áreas de pesquisa analisar resultados experimentais utilizando ferramentas estatísticas.

Neste item são apresentados conceitos básicos para o tratamento dos dados resultantes da calibração dos erros da MM3C, conceitos como média, desvio padrão e variância ajudam na análise e interpretação dos dados experimentais.

A *média aritmética ou média simples* ($\bar{q}$) é a medida mais comum da tendência de um conjunto de dados ou amostra. Amostra constitui uma quantidade limitada de observações escolhidas aleatoriamente, dentro de uma população.

A média aritmética é calculada dividindo-se a somatória dos valores observados pelo número de observações ou tamanho da amostra, equação (3.1).

$$\bar{q} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{n} \quad (3.1)$$

onde:

- q_i são os valores das observações;
- n o tamanho da amostra.

O *desvio padrão e a amplitude total* são os tipos mais comuns de medida da variação ou dispersão dos dados e indicam o grau de dispersão dos dados em torno de um valor médio

A amplitude total de um conjunto de dados é a diferença entre o maior valor e o menor valor do conjunto ($A = q_{\text{máx}} - q_{\text{min}}$).

A norma ASME B89.1.12M utiliza dessa ferramenta para a análise de repetibilidade das MM3Cs.

O desvio padrão de um conjunto de N valores observados $q_1, q_2, \dots, q_i$ é representado por σ e definido na equação (3.2):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (q_i - \bar{q})^2}{N-1}} \quad (3.2)$$

onde:

- $\bar{q}$ é a média dos valores observados;
- N é o número de valores observados.

A variância amostral de um conjunto de dados é definida como o quadrado do desvio padrão, representada por " σ^2 ", conforme a equação (3.3).

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(q_i - \bar{q})^2}{N} \quad (3.3)$$

Observações repetidas que diferem devido ao erro experimental, freqüentemente, variam em torno de um valor central.

Figura 3.20 Curva de Distribuição Normal de Probabilidades.

A figura 3.20 mostra a curva da distribuição normal de probabilidades, a qual possui a forma de um sino simétrico em relação à

média. Esta distribuição é descrita matematicamente através da função densidade de probabilidade, expressa pela equação (3.4)

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(q-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4)$$

onde:

- μ = média;
- σ = desvio padrão.

Na figura 3.20, a área sob a curva no intervalo $\mu \pm \sigma$ equivale a uma probabilidade de 68,27%, no intervalo $\mu \pm 2\sigma$ equivale a 95,45% e no intervalo $\mu \pm 3\sigma$ equivale a 99,73% (DIETRICH, 1973).

Algumas vezes os resultados observados, obtidos por intermédio de amostras, nem sempre concordam exatamente com os resultados teóricos esperados, de acordo com as regras de probabilidade.

Os testes de aderência são utilizados para verificar se o modelo é adequado à distribuição adotada. Frequentemente deseja-se saber se as freqüências observadas, de determinados eventos, diferem de modo significativo das freqüências esperadas ou teóricas.

Carl Pearson desenvolveu o Teste Qui-quadrado que é uma medida da discrepância existente entre as freqüências observadas e esperadas. Esta medida é dada pela estatística, representada por χ^2 , apresentada pela equação (3.5)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(n_0 - n_c)^2}{n_c} \quad (3.5)$$

onde:

- n_0 = freqüências observadas
- n_c = freqüências esperadas ou teóricas

A tabela de distribuição Gaussiana é utilizada para calcular o valor n_e . Nessa tabela, encontram-se os valores de $F(w)$. Onde $F(w)$ é a probabilidade da leitura estar no intervalo $(-\infty, w)$.

$$w = \frac{q_l - \mu}{\sigma} \quad (3.6)$$

onde:

- q_l = limite de cada grupo
- μ = média dos dados
- σ = desvio padrão

Para $\chi^2 = 0$, as freqüências teóricas e observadas concordam exatamente. Enquanto que para $\chi^2 > 0$, isso não ocorre.

Quanto maior for o valor de χ^2 , maior será a discrepância entre as freqüências observadas e esperadas, ou seja, maior será a divergência entre o modelo teórico e o atual.

3.3 INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Os diferentes tipos de erros que ocorrem numa mesma medição podem ser separados em dois grandes grupos, são eles: os erros sistemáticos e os erros estatísticos, também chamados de erros aleatórios.

Considerando n resultados y_i para um mensurando, os erros aleatórios e os erros sistemáticos podem ser distinguidos a partir das considerações, a seguir (VUOLO 1996):

- *Erro sistemático* é sempre o mesmo valor nos n resultados. Isto é, quando existe somente erro sistemático, os n resultados y_i são iguais e a diferença para o valor verdadeiro y_v é sempre a mesma.
- *Erro estatístico* ou *erro aleatório* é um erro tal que os n resultados y_i se distribuem de maneira aleatória, em torno do valor verdadeiro y_v , na ausência de erro sistemático. Conforme o número de repetições da

medição, aumenta indefinidamente, $n \rightarrow \infty$; o valor médio $\bar{y}$ se aproxima do valor verdadeiro da grandeza, y_v ($\bar{y}$ = média da amostra).

Em geral, numa medição, os dois tipos de erros ocorrem simultaneamente. Neste caso, conforme n aumenta, o valor médio dos resultados se aproxima de um valor definido que é o valor médio verdadeiro $\bar{y}_v$. A diferença entre o valor verdadeiro y_v e o valor médio verdadeiro $\bar{y}_v$ é o erro sistemático da medição.

O resultado de uma medição é apenas uma estimativa do valor verdadeiro do mensurando, devido à influência de vários fatores que interferem no processo de medição.

Conforme as definições apresentadas, o erro estatístico varia de maneira aleatória quando a medida é repetida, enquanto que o erro sistemático é sempre o mesmo. Assim, não é difícil ver que a distinção entre os dois tipos de erros depende do universo de medidas considerado.

Por exemplo, o erro de calibração de um instrumento é um erro considerado sistemático, usualmente. Entretanto, quando são consideradas medições com instrumentos semelhantes, mas de diferentes marcas e procedências, espera-se que os erros de calibração sejam estatísticos.

Analogamente, determinados erros usualmente considerados como estatísticos podem se tornar sistemáticos em determinadas condições. Por exemplo, num determinado equipamento, flutuações aleatórias da temperatura podem resultar em erro estatístico. Entretanto, pode existir correlação entre a flutuação da temperatura e a própria experiência, resultando em erro sistemático.

Os efeitos sistemáticos podem ser corrigidos sem grandes dificuldades, no entanto, após a correção permanecerá, ainda, uma dúvida sobre o quão correto é o valor obtido. Somando a esta dúvida aquela proveniente dos efeitos aleatórios, obtém-se o que convencionou-se chamar de incerteza de medição (ISO, 1993; INMETRO, 1998).

A RECOMENDAÇÃO INC-1 do Comitê Internacional des Points et Mesures de 1980 agrupou as componentes da incerteza em duas

categorias baseadas no seu método de avaliação, "A" e "B". Estas categorias são aplicadas à incerteza e não são substitutas para os termos aleatório e sistemático.

O propósito dessa classificação é indicar duas maneiras de avaliar as componentes da incerteza, sem que haja qualquer diferenciação quanto às suas naturezas.

➤ INCERTEZA PADRÃO DO TIPO A

Quando as componentes podem ser calculadas por meios estatísticos e seu valor descreve a dispersão da série de medições, esta avaliação de incerteza é do tipo A (GUM, 1997; LINK 1997).

O desvio padrão caracterizando uma componente de uma avaliação tipo A é chamado de incerteza padronizada tipo A e é obtido de uma função densidade probabilidade derivada da observação de uma distribuição de freqüência (LIRA, 2001).

Em quase todos os casos, a melhor estimativa disponível do valor esperado u_q de uma grandeza aleatória q é a média aritmética $\bar{q}$ de n observações independentes, como mostra a equação 3.7:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (3.7)$$

Sabendo que as observações individuais q_k diferem em valor devido a variações aleatórias, a variância experimental σ^2 da distribuição de probabilidade de q é dada pela equação 3.8:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2 \quad (3.8)$$

Esta estimativa de variância e a raiz quadrada da variância, denominada desvio padrão experimental, caracterizam a variabilidade dos valores q_k observados ou, mais especificamente, a dispersão em torno de

sua média $\bar{q}$. Além disso, pode ser denominada incerteza padronizada tipo A.

Dois parâmetros que quantificam o quanto $\bar{q}$ estima bem o valor esperado μ_q é a variância da média e o desvio padrão experimental da média.

Um ponto importante é que o número de observações deve ser suficientemente grande para garantir que $\bar{q}$ forneça uma estimativa confiável de μ_q da variável aleatória q e que $s^2(\bar{q})$ forneça uma estimativa confiável da variância.

➤ INCERTEZA PADRÃO DO TIPO B

É denominada incerteza do tipo B, quando a incerteza é estimativa de uma grandeza que não tenha sido obtida por observações repetidas. A variância estimada ou a incerteza padronizada é avaliada por julgamento científico, baseando-se em informações disponíveis sobre a possível variabilidade de q_i . O conjunto de informações pode ser obtido de dados provenientes de medidas prévias, resultados de medições similares anteriores, experiência ou do comportamento do instrumento, dados do fabricante, dados fornecidos por certificados de calibração, referências de manuais de instrução, etc. (GUM, 1997).

Segundo LINK (1997), em uma avaliação do tipo B, é necessário considerar e incluir, pelo menos, os originários das seguintes fontes: incerteza associada ao padrão de referência e qualquer instabilidade em seu valor ou indicação; incerteza associada ao equipamento de medida ou calibração; incerteza associada ao equipamento a ser medido ou calibrado; incerteza associada ao procedimento de calibração e a incerteza associada ao efeito das condições ambiente em um ou mais dos itens acima.

É importante ressaltar, que muitas vezes, as informações sobre as incertezas do tipo B estabelecem intervalos de confiança, sendo necessário extrair o valor da incerteza, a partir do conhecimento da distribuição de probabilidade.

➤ OUTRAS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES

A distribuição mais usada para calcular a incerteza é a normal, pois, ela é geralmente utilizada para descrever erros experimentais (ver a Figura 3.20, no item 3.2). Entretanto, existem outros tipos de distribuições de probabilidade: a trapezoidal, a retangular, a triangular, etc.

A título de ilustração, algumas destas distribuições estão mostradas na figura 3.21, onde μ_t é a média da distribuição.

Figura 3.21 Distribuições de probabilidade

A distribuição retangular é utilizada na ausência de qualquer informação.

Segundo LINK (1997), se não for possível conhecer os possíveis valores de q_i dentro do intervalo, pode-se assumir que é igualmente provável estar em qualquer ponto do intervalo, e, conseqüentemente, o seu grau de liberdade é infinito. Então, a variância para uma distribuição quadrada será dada pela equação (3.9):

$$u^2(q_i) = \frac{(a_+ - a_-)^2}{12} \quad (3.9)$$

Se a diferença entre os limites $a_+ - a_-$ é designada por $2a$, então, a equação (3.9) torna-se:

$$u^2(q_i) = \frac{a^2}{3} \quad (3.10)$$

A distribuição com geometria trapezoidal pode ser aplicada nos casos onde é razoável considerar que os valores, junto aos limites do intervalo são menos prováveis de ocorrerem que os valores próximos ao centro. Há nestes casos, a aplicação de uma distribuição trapezoidal simétrica com a base maior do trapézio igual a $2a$ e a base menor $2\beta a$ com $0 \leq \beta \leq 1$. Se $\beta \rightarrow 1$, a distribuição deve se aproximar da retangular, enquanto quando $\beta=0$ a distribuição é triangular (GUM, 1997).

Assumindo que q_i tenha uma distribuição trapezoidal, a variância associada é dada por:

$$s^2(q_i) = \frac{a^2(1 + \beta^2)}{6} \quad (3.11)$$

Agora assumindo que q_i tenha distribuição triangular, a variância associada é dada pela equação (3.12):

$$s^2(q_i) = \frac{a^2}{6} \quad (3.12)$$

3.3.1 INCERTEZA PADRÃO COMBINADA

Muitas vezes deseja-se medir uma grandeza Y e esta não pode ser medida diretamente, mas é determinada a partir de N outras grandezas, através de uma relação funcional f .

$$Y = f(q_1, q_2, \dots, q_N) \quad (3.13)$$

Considere a expressão matemática que modela a relação (3.13) conhecida, y a estimativa da grandeza Y , q_i a estimativa da variável Q_i e $u^2(q_i)$, a variância associada a q_i , para todo i variando de 1 até N , onde N é o número de variáveis que afetam a variável resposta Y .

A incerteza padronizada combinada $u_c(y)$, considerando a equação (3.13), é dada pela raiz quadrada positiva da expressão (3.14):

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \right)^2 u^2(q_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial f}{\partial q_j} u(q_i) u(q_j) r(q_i, q_j) \quad (3.14)$$

onde:

- $u(q_i)$ é a incerteza associada à fonte de erro representada pela estimativa q_i ;
- $r(q_i, q_j)$ é o coeficiente de correlação entre as estimativas q_i e q_j .

A equação (3.14), referenciada como a Lei de Propagação de Incerteza, é baseada numa aproximação da série de Taylor de primeira ordem da equação (3.13) (DOEBELIN, 1990; LIRA, 2001).

As derivadas parciais, freqüentemente denominadas de coeficientes de sensibilidade, descrevem como a estimativa da saída Y varia com alterações nos valores de entrada.

Segundo o Guia para Expressão das Incertezas de Medição (1999), as grandezas Q_i podem ser divididas nas seguintes categorias:

- Grandezas cujos valores e incertezas podem ser diretamente determinados na presente medição, onde os seus valores podem ser obtidos através de avaliações do tipo A ou do tipo B. Podem envolver correções nas leituras de instrumentos, por conta de grandezas de influência, tais como, temperatura ambiente, pressão barométrica e umidade;
- Grandezas cujos valores e incertezas são incorporados a partir de fontes externas, tais como, grandezas associadas com padrões de medição calibrados, materiais de referência, certificados e dados de referência obtidos de manuais técnicos.

Muitas vezes os coeficientes de sensibilidade, em vez de serem calculados pela função f, são determinados experimentalmente, medindo-se a variação em Y causada por uma variação em um dado Q_i , enquanto se mantém constantes as grandezas de entrada restantes. Neste caso, o conhecimento da função f (ou de parte desta função quando somente vários coeficientes de sensibilidade são assim determinados) é reduzida a

uma expressão da série de Taylor de primeira ordem, empírica, baseada nos coeficientes de sensibilidade medidos.

A equação (3.14) pode ser simplificada através do conhecimento da correlação entre as grandezas.

Grandezas de entrada não correlacionadas: pode-se dizer que as grandezas não são correlacionadas, ou melhor, independentes umas das outras. A equação (3.14) torna-se:

$$u_c^2(Y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial Q_i} \right)^2 u^2(Q_i) \quad (3.15)$$

Grandezas de entrada correlacionadas: são aquelas grandezas dependentes umas das outras. A expressão apropriada para a variância combinada é a apresentada através da equação (3.14).

Onde, $u(q_i, q_j) = u(q_j, q_i)$ é a covariância estimada associada com q_i e q_j . O grau de correlação entre q_i e q_j é caracterizado pelo coeficiente de correlação estimado, mostrado na equação (3.16).

$$r(q_i, q_j) = \frac{u(q_i, q_j)}{u(q_i)u(q_j)} \quad (3.16)$$

onde $-1 \leq r(q_i, q_j) \leq 1$. Se as estimativas q_i e q_j são independentes $r(q_i, q_j) = 0$ e uma variação numa delas, não implica em uma variação esperada na outra.

Os cálculos requeridos para obtenção da incerteza padrão combinada pode ser um processo longo, particularmente, quando existem muitas contribuições individuais.

3.3.2 INCERTEZA EXPANDIDA

PHILIPS (1995) escreveu que uma estimativa da incerteza de medição será incompleta se não for dado o nível de confiança para seu valor. Por este motivo, existe a incerteza expandida que define um intervalo de confiança em torno de uma medição no qual se espera

abranger uma grande fração da distribuição (nível de confiança) dos valores que podem ser razoavelmente atribuídos à grandeza.

Para associar um nível de confiança específico ao intervalo definido pela incerteza expandida, são necessárias suposições explícitas ou implícitas com respeito à distribuição de probabilidade caracterizada pelo resultado da medição e sua incerteza padronizada combinada. O nível de confiança que pode ser atribuído a este intervalo só pode ser conhecido na medida em que tais suposições sejam justificadas.

A RECOMENDAÇÃO INC-1 (1990) do Grupo de Trabalho sobre a Declaração de Incertezas, no qual o GUM é baseado, e as RECOMENDAÇÕES 1 (CI-1981) e 1 (CI-1986) do Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM), exige que a incerteza padronizada combinada seja usada "por todos os participantes no fornecimento de resultados de todas as comparações internacionais ou outros trabalhos feitos sob os auspícios do CIPM e dos seus Comitês Consultivos".

Entretanto, para algumas aplicações comerciais, industriais e regulamentadoras é, muitas vezes, necessário definir um intervalo em torno do resultado da medição com o qual se espera abranger uma grande parcela da distribuição de valores que poderiam ser razoavelmente atribuídos à grandeza. A existência desta necessidade foi reconhecida pelo Grupo de Trabalho e levou ao parágrafo 5 da RECOMENDAÇÃO INC-1 (1980). Ela também está refletida na RECOMENDAÇÃO 1 (CI-1986) do CIPM.

A incerteza expandida é convenientemente expressa por $Y = y \pm U_p$ que é esse intervalo com o qual uma grande parcela da distribuição de valores podem ser razoavelmente atribuídos a Y .

O valor da incerteza expandida, U_p é obtido pela equação (3.17), onde u_c é a incerteza padrão combinada e $k > 0$ é o fator de abrangência:

$$U_p = k \cdot u_c \quad (3.17)$$

Entretanto deve ser reconhecido que, na maioria dos casos, o nível de confiança é um tanto incerto, não somente por causa do conhecimento

limitado da distribuição de probabilidade caracterizada mas, também, por causa da incerteza da própria incerteza combinada (ZIRONDI, 2002).

O fator de abrangência é escolhido com base no nível de confiança requerido para o intervalo. Em geral, para os metrologistas, estará entre 2 e 3. Entretanto, para aplicações especiais, pode estar fora desta faixa. A determinação do fator de abrangência requer um conhecimento extenso da distribuição de probabilidade caracterizada pelos resultados de medição e sua incerteza padronizada combinada.

Figura 3.22 Fator de abrangência e nível de confiança

Segundo LINK (1999), para determinar a incerteza expandida que tenha um intervalo de probabilidade **p**, são necessários muitos cálculos com resultados, em geral, pouco confiáveis com as informações disponíveis para o seu cálculo, o que pode ser contornado pela aproximação heurística, relacionada com o teorema do valor central e com a distribuição de Student.

Este método fornece um fator de abrangência baseado no grau de liberdade efetivo ν_{ef} da incerteza da medição u para diferentes níveis de probabilidades. A expressão do grau de liberdade efetivo é:

$$\nu_{ef} = \frac{u_c^4(q_i)}{\left(\sum u^4(q_i) / \nu_i \right)} \quad (3.18)$$

onde:

- ν_i é o grau de liberdade da incerteza padrão de medição $u(q_i)$.

Para avaliar o grau de liberdade efetivo, da incerteza de medição $u_c(q)$, deve-se determinar primeiro o grau de liberdade de cada componente de cada incerteza componente. De modo geral isto não é muito fácil, mas no caso de calibração há dois casos típicos:

Para uma incerteza, resultado da avaliação de uma incerteza do tipo A, o grau de liberdade é determinado a partir do número de observações independentes e é dado por:

$$\nu = n - 1$$

Para uma incerteza, resultado da avaliação de uma incerteza do tipo B, que é baseado na variabilidade do valor dentro dos limites de estimativa, o grau de liberdade é dado por:

$$\nu = \infty$$

Se houver, como é o caso na maioria das calibrações, em que há apenas uma componente do tipo A, a expressão do grau de liberdade efetivo passa a ser:

$$\nu_{ef} = \nu \left[1 + \frac{u^4(q_i)}{\sum u^2(q_i)} \right] \quad (3.19)$$

onde:

- $\nu = n - 1$ é a soma que se estende sobre as demais componentes das incertezas do tipo B.

Ainda na figura 3.22, pode-se observar as aproximações mais simples e adequadas para situações onde a distribuição é aproximadamente normal e o grau de liberdade efetivo da incerteza combinada é de tamanho significativo, fazendo $k = 2$ para um nível de confiança de 95,5% e $k = 3$ para um nível de confiança de 99,7%.

3.4 MÉTODO DA REVERSÃO PARA MEDIÇÕES DE ORTOGONALIDADE

Durante a medição do erro de ortogonalidade entre quaisquer eixos de uma máquina, o ângulo entre os lados do esquadro deve estar perfeitamente ortogonal. Qualquer ausência de ortogonalidade entre os lados será refletida em deslocamento angular e fatalmente interpretada como erro de ortogonalidade da máquina.

Figura 3.23 Problema básico na medição da ortogonalidade utilizando-se artefato mecânico – na esquerda IDEAL e na direita REAL.

Sabendo-se da impossibilidade da construção de artefatos com faces perfeitamente ortogonais, pode-se lançar mão de artifícios matemáticos, tais como, o método da reversão para separar e obter o erro de ortogonalidade do artefato, assim, diminuindo ou eliminando o efeito deste erro sobre a medição do erro de ortogonalidade da máquina. Esta técnica é caracterizada por uma manipulação mecânica que muda o sinal de um componente do erro.

A concepção básica do problema associado à medição de ortogonalidade, usando artefatos mecânicos, está ilustrado na Figura 3.23. Sabe-se que um esquadro mecânico não tem as faces de medição perfeitamente ortogonais, então, o erro de ortogonalidade do esquadro se

mistura com o da máquina, dificultando a medição. Este problema pode ser resolvido por uma técnica conhecida como técnica da reversão do esquadro (EVANS, et al 1996).

Figura 3.24 Esquema de reversão da régua.

Para a medição de erros de retilidade, a técnica da reversão, é aparentemente datada de antes de 1941 e segundo EVANS et al (1996), a técnica da reversão da régua padrão é talvez a melhor técnica conhecida na literatura. É facilmente entendida, visualizando-se a Figura 3.24.

A Figura 3.24 (esquerda) mostra uma montagem para a medição de ortogonalidade entre os eixos XY de uma MM3C, utilizando-se um esquadro mecânico. Pode-se observar o esquadro e o carro sobre o eixo X. Na Figura 3.24 (direita) tem-se o esquadro em 180° .

Assumindo-se que o erro de ortogonalidade da máquina é dado por

$$\theta_{Maq}^{Erro} = \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{MAQ} \right) \text{ e o erro de ortogonalidade do esquadro é dado por}$$

$$\theta_{Esq}^{Erro} = \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{ESQ} \right), \text{ os valores do erro de ortogonalidade da máquina obtidos}$$

das leituras da própria máquina para as duas posições são dados pelas expressões 3.20 e 3.21.

$$L_1[\theta_{Maq}^{Erro}] = \theta_{Maq}^{Erro} - \theta_{Esq}^{Erro} \quad (3.20)$$

$$L_2[\theta_{Maq}^{Erro}] = \theta_{Maq}^{Erro} + \theta_{Esq}^{Erro} \quad (3.21)$$

Deste modo, os erros de ortogonalidade do esquadro e da máquina podem ser calculados, respectivamente, por 3.22 e 3.23.

$$\theta_{Maq}^{Erro} = \frac{L_1[\theta_{Maq}^{Erro}] + L_2[\theta_{Maq}^{Erro}]}{2} \quad (3.22)$$

$$\theta_{Esq}^{Erro} = \frac{L_2[\theta_{Maq}^{Erro}] - L_1[\theta_{Maq}^{Erro}]}{2} \quad (3.23)$$

Observa-se que os erros de ortogonalidade $L_1[\theta_{Maq}^{Erro}]$ e $L_2[\theta_{Maq}^{Erro}]$ que se obtém através das medições são apenas os erros calculados a partir das leituras realizadas pela própria máquina e não os erros de ortogonalidade da máquina e do esquadro mecânico, separadamente.

3.5 REGRESSÃO LINEAR (MÉTODOS DOS MÍNIMOS QUADRADOS)

Data de 1885 a primeira referência ao termo análise de regressão, dado por Galton (ACHCAR, 1995). Em muitos experimentos pode-se ter duas ou mais variáveis relacionadas entre si, associadas às unidades experimentais. Esta ferramenta estatística é extremamente importante no equacionamento de uma certa variável dependente de Y em função de um conjunto de variáveis independentes X_i (DRAPER & SMITH, 1981).

A equação de regressão de uma variável y dependente de uma única variável independente x, é dada pela equação de uma reta $y = ax + b$, onde agora a e b tornam-se os parâmetros desconhecidos da regressão.

Para estimar os parâmetros desconhecidos de regressão, utiliza-se o método dos mínimos quadrados que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos.

O resíduo na direção Y é dado por:

$$r = \sum_{i=1}^n [Y_i - (aX_i + b)]^2 \quad (3.24)$$

A Figura 3.25 ilustra o método para uma amostra de pontos.

Figura 3.25 Ilustração do método dos mínimos quadrados.

Derivando-se r , equação (3.24), em relação a a e b , e igualando-se a zero, temos:

$$\frac{dr}{da} = 0 \Rightarrow a \sum X_i^2 + b \sum X_i = \sum Y_i \quad (3.25)$$

$$\frac{dr}{db} = 0 \Rightarrow a \sum X_i + nb = \sum Y_i$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{pmatrix} n & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i Y_i \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

por Cramer, temos que a solução será dada por:

$$b = \frac{(\sum Y_i \cdot \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i Y_i)}{(n \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i)} \quad (3.27)$$

$$a = \frac{(n \sum X_i Y_i - \sum X_i \cdot \sum Y_i)}{(n \sum X_i^2 - \sum X_i \cdot \sum X_i)}$$

Os resíduos da regressão são dados pela diferença entre o valor de previsão calculado pela reta de regressão e o valor real.

CAPÍTULO 4

PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO INDIRETA DE MM3CS

Na calibração de MM3Cs deve-se levar em consideração o tempo de calibração, o custo do processo de calibração e o poder de diagnóstico do método de calibração a ser escolhido. Para se diminuir os custos e os tempos envolvidos em uma calibração, procedimentos indiretos, através do uso de artefatos mecânicos, foram desenvolvidos nas últimas décadas.

Além do tempo, custo e poder de diagnóstico envolvidos no procedimento de calibração indireta, sabe-se que a complexidade do artefato a ser construído e sua calibração é também outro fator limitante na escolha do procedimento.

Diante desta realidade e também como sugerido em trabalhos anteriores chegou-se a proposta de um esquadro mecânico de esferas, como artefato e o desenvolvimento de um procedimento de calibração indireta de MM3C.

A escolha do esquadro mecânico de esferas deve-se, à vantagem de se realizar uma calibração indireta utilizando-se apenas um artefato, como dito no primeiro capítulo, como também na facilidade de manuseio

deste artefato e um menor tempo para a calibração de MM3Cs, quando comparado a uma placa de esferas, com uma placa de furos, entre outros artefatos.

O esquadro mecânico de esferas pode ser considerado, também, de mais baixo custo e de menor complexidade de construção e calibração, quando comparado a artefatos mais complexos.

O procedimento de calibração desenvolvido tem como vantagem uma maior rapidez na obtenção dos valores e comportamentos dos erros, quando comparado com outros procedimentos de calibração, o novo artefato é colocado em apenas cinco posições dentro do volume de trabalho da máquina.

Devido ao número reduzido de dados coletados o novo procedimento tem também como vantagem, sobre outros procedimentos de calibração, uma maior rapidez nos cálculos dos valores e comportamentos dos erros.

Este estudo e seus testes experimentais foram realizados numa Máquina de Medir a Três coordenadas, modelo tipo ponte móvel, munida de uma Interface Eletrônica Computacional para Medições a Três Coordenadas que se encontra no Laboratório de Metrologia do Depto de Eng. Mecânica da EESC (USP - São Carlos).

Através da aplicação da Análise Geométrica, obteve-se um Modelo de Sintetização de Erros (MSE). A partir do MSE, foi obtido um Modelo Reduzido de Sintetização de erros (MRSE).

A formulação proposta exige a medição das posições dos centros das esferas nas diferentes posições e orientações de colocação do artefato dentro do volume de trabalho da máquina. De acordo com o MRSE obtido, chega-se às posições e às orientações do artefato dentro do volume de trabalho da máquina, realizando-se o menor número possível de medições, durante a calibração da MM3C.

Deve-se observar que o número de pontos medidos na superfície das esferas deve ser grande o suficiente para tornar aleatório as influências do erro de histerese. Cada ponto medido também sofre diferentes influências dos erros cíclicos e o diâmetro escolhido das esferas permite que mais de

um ciclo ocorra, o cálculo do centro de cada esfera utilizando todos os pontos minimiza o efeito desse erro.

Através de um número mínimo de posicionamentos do esquadro mecânico de esferas, dentro do volume de trabalho da máquina, tem-se a possibilidade de avaliar o comportamento do erro volumétrico da MM3C sem a necessidade de se recorrer ao uso de outros artefatos.

Para um melhor entendimento deste estudo, propõe-se que o mesmo seja dividido em cinco etapas, descritas a seguir: Projeto, Usinagem, Montagem e Calibração do Artefato; Obtenção do Modelo Reduzido de Sintetização de Erros; Calibração da MM3C com o Esquadro Mecânico de Esferas; Avaliação do Procedimento Proposto e Determinação da Incerteza de Medição.

4.1 PROJETO, USINAGEM, MONTAGEM E CALIBRAÇÃO DO ARTEFATO

No projeto deste artefato são analisados três parâmetros: a maior distância a ser medida em cada lado do esquadro, o número de esferas necessárias para cada lado do esquadro e a distância entre as esferas.

A usinagem e a montagem do artefato foram realizadas na Oficina Mecânica do LAMAFE e a calibração realizada no Laboratório de Metrologia do Depto de Eng. Mecânica da EESC (USP - São Carlos).

Para a calibração do artefato são utilizados a Máquina Universal de Medir (SIP) e a própria MM3C a ser calibrada. As distâncias entre os centros das esferas são medidas na SIP e o erro de ortogonalidade do esquadro mais a retilineidade do posicionamento das esferas, no plano do esquadro, são obtidos pelo método da reversão com medições realizadas na própria MM3C.

4.2 OBTENÇÃO DO MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS

Utilizando-se a Análise Geométrica e considerando a superposição dos erros geométricos para as três direções preferenciais da máquina, foi desenvolvido um modelo matemático que combina, de forma conveniente, a contribuição dos erros individuais em cada uma das três direções preferenciais da máquina, fornecendo as expressões do Modelo de

Sintetização de Erros (MSE) para o cálculo das componentes do erro volumétrico.

Cada componente do erro volumétrico é descrita como sendo a somatória de diferentes parcelas, compostas por erros geométricos da máquina e pelos braços de Abbê correspondentes.

Para cada plano de medição os termos são re-agrupados de maneira a unir somente os efeitos dos erros que modificam o posicionamento da ponta da sonda naquele plano para uma dada direção de movimento. As equações foram reduzidas e um Modelo Reduzido de Sintetização de Erros (MRSE) foi desenvolvido.

4.3 CALIBRAÇÃO DA MM3C COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

A calibração da MM3C é realizada medindo-se as posições dos centros das esferas de um esquadro mecânico, previamente calibrado, colocado em posições e orientações determinadas pela Análise Geométrica da máquina, de acordo com o MRSE obtido.

Durante o procedimento de calibração são obtidos os erros de posicionamento da sonda de medição tanto na direção de movimento como perpendiculares a ela.

4.4 AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO COM OUTROS PROCEDIMENTOS CONHECIDOS

A avaliação e comparação do procedimento proposto são realizadas comparando-se o procedimento com a barra de furos e alguns procedimentos de calibração mais comuns na literatura: a calibração paramétrica e a do volume dividido.

4.5 DETERMINAÇÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

Através das equações do MRSE, pode-se realizar a propagação das incertezas dos erros medidos, seguindo as diretrizes estabelecidas pelo Guia para Expressão das Incertezas de Medição (1999), estabelecendo, assim, a incerteza associada a cada componente do erro volumétrico para cada ponto coordenado, dentro do volume de trabalho da máquina.

A variação de temperatura, a resolução da MM3C, os erros devido à sonda de medição, os erros advindos da calibração do esquadro, enfim, todas as grandezas que interferem nos resultados obtidos são observadas. Estas contribuem para as incertezas dos erros obtidos.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DE UM PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO EM MM3CS

O desenvolvimento de um Procedimento de Calibração Indireta para uma MM3C do Tipo Ponte Móvel com um Esquadro Mecânico de Esferas está apresentado neste capítulo que, para uma melhor compreensão, foi dividido em três partes.

O Modelo Reduzido de Sintetização de Erros (MRSE) é apresentado na primeira parte. A partir da análise geométrica da máquina de medir, apresentada no capítulo três, são obtidas as expressões do MRSE para as componentes E_y , E_x e E_z do erro volumétrico da máquina.

O procedimento de calibração da máquina de medir é apresentado na segunda parte, onde também são apresentadas as características operacionais e construtivas da máquina de medir onde foram realizados todos os testes experimentais, o esquadro mecânico de esferas e a calibração deste artefato.

Posteriormente, a estimativa das incertezas das componentes do erro volumétrico é apresentada na terceira parte deste capítulo, calculada utilizando o MRSE e medições com o esquadro mecânico de esferas.

5.1 MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS (MRSE)

A modelagem matemática, no presente trabalho, tem como objetivo descrever o comportamento dos erros geométricos em máquinas de medir. Neste propósito, se faz-se necessário obter as equações de sintetização dos erros geométricos nas direções X, Y e Z. O método utilizado para este propósito foi a Análise Geométrica.

Nesta metodologia, observa-se a movimentação da máquina em seus eixos principais. Todas as contribuições de todos os erros geométricos da máquina são agrupadas, segundo cada direção preferencial da máquina e equacionadas, a seguir.

Figura 5.1 Representação da MM3C tipo Ponte Móvel com o sistema de coordenadas do ponto "zero".

Primeiramente foi necessário escolher a posição no volume de trabalho da máquina onde seria colocado o sistema de referência para o modelamento. Este ponto, denominado de ponto "0" (zero) ou ponto de referência, foi posicionado sobre o desempenho de granito. O sistema de coordenadas do ponto "0" foi assim posicionado, devido à impossibilidade de realizar medições sobre a guia.

Na figura 5.1, pode-se visualizar um esquema da MM3C do tipo Ponte Móvel que foi utilizada para o desenvolvimento deste trabalho com o referido sistema de coordenadas do ponto "0".

Definida a posição do sistema de referência, o modelamento dos erros geométricos pode ser efetuado.

5.1.2 EXPRESSÕES DO MODELO REDUZIDO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS (MRSE)

A partir da análise geométrica da máquina, uma caracterização dos deslocamentos indesejáveis provocados por cada erro geométrico de cada parte móvel da máquina deve ser feita. As tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 apresentam esta caracterização, respectivamente, nas direções Y, X e Z.

Nestas tabelas, os deslocamentos estão agrupados segundo sua direção, ou seja, segundo as direções preferenciais da máquina. Também estão identificadas as direções de movimento que provocam estes deslocamentos e, quando houver, do agente multiplicador, ou seja, os braços de Abbè.

As equações de sintetização, para as componentes E_y , E_x e E_z , são obtidas a partir da análise do comportamento de cada componente de erro para três pontos no volume de trabalho da máquina. Cada uma dessas componentes está modelada como a soma de erros de posicionamento individuais que possuem mesma direção.

A redução das equações de sintetização (ORREGO, 1999; ZIRONDI, 2002) é feita a partir de uma análise geométrica e cinemática, agrupando-se erros decorrentes de deslocamentos provocados pela mesma direção de movimentação e/ou com braços de Abbè naquela direção. E/ou realizando-se medições para erros ou grupos de erros que exibem um comportamento linear, nas posições máxima e mínima, na direção onde o comportamento linear é exibido. Assim é reduzido o número de termos das equações e de dados a serem coletados, para serem processados.

➤ EXPRESSÃO DA COMPONENTE E_y DO ERRO VOLUMÉTRICO

A partir da análise geométrica da máquina, a tabela 5.1 apresenta: os erros geométricos com componentes de erro na direção Y, a direção de movimentação que provoca estes erros e, quando houver, a dependência destes erros com braços de Abbè. A tabela 5.1 será utilizada para a obtenção da componente E_y do Erro Volumétrico.

Considere três pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C (Figura 5.2), analisando-se os valores da

componente E_y do erro volumétrico medida em P_1 , P_2 e P_3 . Pode-se observar que estes valores são diferentes.

Conhecido o erro de posição (escala), na direção Y, do ponto P_1 , o erro de posicionamento na direção Y de P_2 e P_3 , com relação ao sistema de coordenadas do ponto “zero”, pode ser obtido.

Tabela 5.1 Componentes do Erro Volumétrico na direção Y.

Erro Geométrico	Movimento	Braço
Posição	Y	
Retilidade na direção Y devido ao movimento na direção X	X	
Retilidade na direção Y devido ao movimento na direção Z	Z	
Erro angular <i>Yaw</i> do eixo Y	Y	X
Erro angular <i>Pitch</i> do eixo Y	Y	Z
Erro angular <i>Pitch</i> do eixo Z	Z	Z
Erro angular <i>Roll</i> do eixo X	X	Z
Ortogonalidade XY		X
Ortogonalidade YZ		Z

Figura 5.2 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C.

A figura 5.2 mostra P_1 e P_2 com diferentes coordenadas X e com as mesmas coordenadas Y e Z. Assim, os erros que provocam deslocamentos

que dependem de braços na direção Z e os erros cujos valores dependem das coordenadas Y e Z, não alteram o posicionamento relativo entre P₂ e P₁, na direção Y (ver tabela 5.1).

O mesmo não pode ser afirmado para os erros RetY(x) e Roll(x). Estes erros dependem da coordenada X, portanto, seus valores na direção Y diferem para P₁ e P₂. Essa diferença, no posicionamento entre P₁ e P₂, também é observada para os deslocamentos provocados pelos erros Yaw(y) e OrtXY, que dependem de braços em X.

Assim sendo, supondo que seja conhecido o erro de posição, na direção Y, do ponto P₁, pode-se determinar o erro em P₂ através da equação (5.1).

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_0)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + Ort.XY * X + RetY(x) + Roll(x) * Z + Yaw(y) * X \quad (5.1)$$

onde:

- $E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)]$ é o erro de escala do eixo Y para o ponto (X_0, Y_j, Z_0) ;
- $E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_0)]$ é o erro de posicionamento na direção Y do ponto $(X_i, Y_j, 0)$.

Análise semelhante pode ser feita para o erro de P₃ com relação ao mesmo sistema de coordenadas do ponto “zero”.

A figura 5.2 mostra P₂ e P₃ com diferentes coordenadas Z e com as mesmas coordenadas X e Y. Assim, os erros que provocam deslocamentos que dependem de braços na direção X e os erros cujos valores dependem das coordenadas X e Y, não alteram o posicionamento relativo entre P₃ e P₂, na direção Y (tabela 5.1).

Os erros RetY(z) e Pitch(z) dependem da coordenada Z, portanto seus valores na direção Y diferem para P₃ e P₂. Essa diferença no posicionamento entre P₂ e P₃ também é observada para os deslocamentos provocados pelos erros Pitch(y), Pitch(z), Roll(x) e OrtYZ, que dependem de braços na direção Z. O erro angular Roll (x) já foi considerado na equação (5.1).

Assim sendo, supondo que seja conhecido o erro de posição, na direção Y, do ponto P₂, pode-se determinar o erro em P₃ através da equação (5.2).

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_0)] + RetY(z) + [OrtYZ + Pitch(y) + Pitch(z)] * Z \quad (5.2)$$

onde:

- $E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)]$ é o erro de posicionamento na direção Y do ponto (X_i, Y_j, Z_k) .

Substituindo a equação (5.1) na equação (5.2) para obter a equação de sintetização de E_y , chega-se à equação (5.3), válida para todos os pontos no volume de trabalho da MM3C.

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + [Yaw(y) + OrtXY] * X + RetY(z) + RetY(x) + [Pitch(y) + Roll(x) + Pitch(z) + OrtYZ] * Z \quad (5.3)$$

A redução da equação de sintetização de erros da componente E_y do erro volumétrico, equação (5.3), será feita, a seguir, a partir de uma análise geométrica e cinemática.

Figura 5.3 Contribuição do erro Yaw(y) na direção Y e as geratrizes $g(Y_0)$ e $g(Y_i)$ para a sua medição.

Na equação (5.3) o termo $Yaw(y)*X$ varia linearmente com a coordenada X, para uma mesma coordenada Y, o que equivale, na

máquina, ao efeito do erro angular Yaw(y) multiplicado pelo respectivo braço de Abbè na direção X, como ilustra a figura 5.3(a).

Com medições dos deslocamentos efetuadas em duas geratrizes distintas, pertencentes a um mesmo plano XY [Figura 5.3(b)], pode-se obter a contribuição do erro Yaw(y) para todas as geratrizes deste plano.

Como os braços na direção Z não interferem no termo Yaw(y)*X, a contribuição do erro Yaw(y) obtida é a mesma para os demais planos (XY)_k. Assim sendo, pode-se calcular a contribuição do erro Yaw(y) para a componente E_y do erro volumétrico para todo o volume de trabalho da máquina, através da expressão (5.4).

$${}^a\varepsilon_y(y)_j = \frac{(X - X_{Min})}{(X_{Max} - X_{Min})} \left[{}^a\varepsilon_y(y)_{YjX_{Max}} - {}^a\varepsilon_y(y)_{YjX_{Min}} \right] \quad (5.4)$$

para $j = 1$ até m

onde:

- ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, provocado pelo erro angular Yaw(y), calculado para qualquer geratriz g(Y_i) para qualquer plano (XY)_k;
- ${}^a\varepsilon_y(y)_{YjX_{Max}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, medido na posição X_l geratriz g(Y_i), localizada no braço X máximo;
- ${}^a\varepsilon_y(y)_{YjX_{Min}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, medido na posição X₀ geratriz g(Y_i), localizada no braço X mínimo ;
- m é o Número de geratrizes g(X_j) paralelas ao eixo X no plano (XY)_k.
- l é o Número de geratrizes g(Y_i) paralelas ao eixo Y no plano (XY)_k;

Ainda observando a equação (5.3) pode-se notar que o termo Pitch(y)*Z varia linearmente com a coordenada Z, para uma mesma coordenada Y, o que equivale, na máquina, ao efeito do erro angular Pitch(y) multiplicado pelo respectivo braço de Abbè na direção Z, como ilustra a figura 5.4(a).

A partir dessa observação, pode-se dizer que, medindo-se deslocamentos em pontos pertencentes a uma terceira geratriz com coordenada Z diferente, é possível obter os valores das contribuições do erro angular Pitch(y) em todas as outras geratrizes de um dado plano YZ, conforme mostra Figura 5.4(b).

Figura 5.4 Contribuição do erro Pitch(y) na direção Y e as geratrizes $g(Y_0)$ e $g(Y_n)$ para a sua medição.

Como os braços na direção X não interferem no termo Pitch(y)*Z, a contribuição do erro Pitch(y) obtida é a mesma para os demais planos (YZ)_i. Assim sendo, pode-se calcular a contribuição do erro Pitch(y) na componente E_y do erro volumétrico para todo o volume de trabalho da máquina, observando a expressão (5.5).

$${}^b\varepsilon_y(y)_j = \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} \left[{}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Max}} - {}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Min}} \right] \quad (5.5)$$

para $j = 1$ até m

onde:

- ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, provocado pelo erro angular Pitch(y), calculado para qualquer geratriz $g(Y_k)$ para qualquer plano (YZ)_i ;
- ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Max}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, medido na posição Z_n da geratriz $g(Y_k)$, localizada no braço Z máximo ;

- ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Min}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Y, medido na posição Z_0 geratriz $g(Y_k)$ localizada no braço Z mínimo;
- n é o número de geratrizes $g(Y_k)$ paralelas ao eixo Y para qualquer plano (YZ)_i;

Figura 5.5 Contribuições e superposição dos erros Roll(x), RetY(x) e OrtXY na direção Y.

Figura 5.6 Geratrizes para medição dos erros $\varepsilon_y(x)$, $\varepsilon_y(z)$ na componente E_y do erro volumétrico.

Na equação (5.3) pode-se também observar que os erros de RetY(x), Roll(x) e OrtXY alteram o posicionamento, na direção Y, dependendo de

movimentos na direção X ou de braços nesta direção (Tabela 5.1). O deslocamento $\varepsilon_y(x)_i$, para $i=1, \dots, l$, agrupa as influências destes erros no posicionamento da sonda na direção Y para diferentes valores da coordenada X.

Como ilustra a figura 5.5(a), o erro Roll(x) provoca deslocamentos, na direção Y, que crescem proporcionalmente à coordenada Z, apresentando um comportamento linear para uma mesma coordenada X.

Assim, se uma medição de $\varepsilon_y(x)_i$ for realizada para um braço Z mínimo e, posteriormente, com o braço Z máximo, [Figura 5.6(a)], as diferenças entre os deslocamentos obtidos, para uma mesma coordenada X, ocorrem devido somente ao erro Roll(x), como ilustra a Figura 5.5.

Sendo estas diferenças lineares e proporcionais ao braço Z, é possível determinar os deslocamentos na direção de Y provocados pelo Roll do eixo X, OrtXY e RetY(x), através da expressão (5.6).

$$\varepsilon_y(x)_i = \varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}} + \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} [\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Max}} - \varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}}] \quad (5.6)$$

para $i = 1$ até l

onde:

- $\varepsilon_y(x)_i$ é o deslocamento do ponto i, na direção Y, provocado pelos erros Roll (x), ortogonalidade XY e retilineidade do eixo X na direção Y, calculado para qualquer geratriz $g(Y_k)$ do plano (YZ)_i;
- $\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Max}}$ é o deslocamento do ponto i, na direção Y, medido na posição Z_n da geratriz $g(Y_k)$ com braço em Z máximo ;
- $\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}}$ é o deslocamento do ponto i, na direção Y, medido na posição Z_0 da geratriz $g(Y_k)$ com braço em Z mínimo.

Na equação (5.3) pode-se notar que os erros de RetY(z), Pitch(z) e de OrtYZ alteram o posicionamento, na direção Y, dependendo de movimentos na direção Z ou de braços nesta direção (Tabela 5.1). O deslocamento $\varepsilon_y(z)_k$, para $k=1, \dots, n$, agrupa as influências destes erros no

posicionamento da sonda na direção Y para diferentes valores da coordenada Z, como ilustra a figura 5.7.

Figura 5.7 Contribuições e superposição dos erros Pitch(z), RetY(z) e OrtZY na direção Y.

Assim, pode-se afirmar que, medindo-se deslocamentos em pontos pertencentes a uma única geratriz paralela ao eixo Z [Figura 5.6(b)], pode-se obter a contribuição dos erros de RetY(z), Pitch(z), OrtYZ e Pitch(y).

Substituindo-se os erros individuais ou grupos de erros individuais pelos respectivos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$, ${}^b\varepsilon_y(y)_j$, $\varepsilon_y(x)_i$ e $\varepsilon_y(z)_k$, na equação (5.3), obtém-se a equação (5.7), que é a equação do MRSE para sintetizar Ey em qualquer ponto no volume de trabalho da MM3C.

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + {}^a\varepsilon_y(y)_j + {}^b\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x)_i + \varepsilon_y(z)_k \quad (5.7)$$

Observando-se o lado direito da equação (5.7), o terceiro e quarto termos, respectivamente, ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$, podem ser agrupados em um único termo, onde:

$$\varepsilon_y(x, y)_{i,j} = \varepsilon_y(x)_i + {}^b\varepsilon_y(y)_j \quad (5.8)$$

Substituindo as expressões (5.5) e (5.6) na equação (5.8) e reagrupando, obtém-se:

$$\varepsilon_y(x, y)_{i,j} = \varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}} + \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} \left\{ \left[\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Max}} - \varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}} \right] + \left[{}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Max}} - {}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Min}} \right] \right\}$$

para $j=1$ até m e para $i=1$ até l

(5.9)

onde:

- ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Max}}$, ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_j Z_{Min}}$, $\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Max}}$, $\varepsilon_y(x)_{X_i Z_{Min}}$ e n são os mesmos erros definidos para ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$, respectivamente, nas expressões (5.5) e (5.6).
- $\varepsilon_y(x, y)_{i,j}$ é o deslocamento do ponto (X_i, Y_j) , no plano $(X, Y)_k$, na direção Y, provocado pelos erros Pitch(y), Roll (x), ortogonalidade XY e retilinearidade do eixo X na direção Y, calculado para qualquer plano $(XY)_k$.

Substituindo $[{}^b\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x)_i]$ por $\varepsilon_y(x, y)_{i,j}$, na equação (5.7), obtém-se a equação (5.10), que é a nova equação do MRSE para sintetizar E_y em qualquer ponto no volume de trabalho da MM3C.

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + {}^a\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x, y)_{i,j} + \varepsilon_y(z)_k \quad (5.10)$$

➤ EXPRESSÃO DA COMPONENTE E_x DO ERRO VOLUMÉTRICO

Análise semelhante à realizada para a componente E_y do erro volumétrico será feita para a componente E_x . A Tabela 5.2 apresenta os resultados obtidos com a análise geométrica da MM3C para a componente E_x do Erro Volumétrico.

Tabela 5.2 Componentes do Erro Volumétrico na direção X.

Erro Geométrico	Movimento	Braço
Posição	X	
Retilidade na direção X devido ao movimento na direção Y	Y	
Retilidade na direção X devido ao movimento na direção Z	Z	
Erro angular <i>Pitch</i> do eixo X	X	Z
Erro angular <i>Yaw</i> do eixo Y	Y	Y(fixo)
Erro angular <i>Yaw</i> do eixo Z	Z	Z
Erro angular <i>Roll</i> do eixo Y	Y	Z
Ortogonalidade XY		Y(fixo)
Ortogonalidade XZ		Z

Figura 5.8 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C.

Considere três pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C (Figura 5.8). Conhecido o erro de escala do eixo X, ou seja, o erro de posicionamento de P_1 , é possível calcular o erro de posicionamento, na direção X, de P_2 e P_3 , com relação ao sistema de coordenadas do ponto “zero”.

A Figura 5.8 mostra P_1 e P_2 com diferentes coordenadas Y e com as mesmas coordenadas X e Z. Assim, os erros que provocam deslocamentos

que dependem de braços na direção Z e os erros cujos valores dependem das coordenadas X e Z, não alteram o posicionamento relativo entre P₂ e P₁, na direção X (Tabela 5.2).

Para os erros RetX(y) e Yaw(y) que dependem da coordenada Y, seus valores na direção X diferem para P₁ e P₂.

Assim sendo, supondo que seja conhecido o erro de posição, na direção X, do ponto P₁ pode-se determinar o erro em P₂, através da equação (5.11).

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_0)] + OrtXY * Y_{fixo} = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + RetX(y) + [Yaw(y) + OrtXY] * Y_{fixo} \quad (5.11)$$

onde:

- $E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)]$ = erro de escala do eixo X para o ponto (X_i, Y_0, Z_0) ;
- $E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_0)]$ = erro de posicionamento na direção X do ponto (X_i, Y_j, Z_0) .

A Figura 5.11 mostra, também, que P₂ e P₃ possuem diferentes coordenadas Z e as mesmas coordenadas X e Y. Portanto, os erros que provocam deslocamentos que dependem de braços na direção Y e os erros que têm seus valores dependentes das coordenadas X e Y, não alteram o posicionamento relativo entre P₃ e P₂, na direção X (Tabela 5.2).

Entretanto, para os erros RetX(z), Yaw(z) e Pitch(x) que dependem da coordenada Z e o deslocamento provocado pelo erro OrtXZ que depende de braços na direção Z, o mesmo não pode ser afirmado. Estes erros têm diferentes influências no posicionamento entre P₂ e P₃, na direção X.

Assim sendo, supondo que seja conhecido o erro de posição, na direção X, do ponto P₂, pode-se determinar o erro em P₃ através da equação (5.12).

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_0)] + [Yaw(z) + Pitch(x) + OrtXZ].Z + RetX(Z) \quad (5.12)$$

onde:

- $E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)]$ = erro de posicionamento na direção X do ponto (X_i, Y_j, Z_k) .

Substituindo a equação (5.11) na equação (5.12) para obter a equação de sintetização de E_x , chega-se à equação (5.13), válida para todos os pontos no volume de trabalho da MM3C.

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + [OrtXY + Yaw(y)]Y_{fixo} + RetX(Y) + RetX(Z) + [Yaw(z) + Pitch(x) + OrtXZ].Z \quad (5.13)$$

A seguir, uma análise geométrica e cinemática, semelhante à realizada para a componente E_y , será feita para obter a equação reduzida de sintetização de erros da componente E_x do erro volumétrico.

Observando a equação (5.13) pode-se notar que $Pitch(x)$ é o único erro que varia com movimentos na direção X e provoca deslocamentos na direção X. Os deslocamentos crescem proporcionalmente ao braço Z e apresentam um comportamento linear para uma mesma coordenada X, como ilustra a Figura 5.9(a).

Figura 5.9 Contribuição do erro Pitch(x) na direção X e as geratrizes para sua medição.

A partir dessa observação, pode-se dizer que, medindo-se esse erro em duas geratrizes de um mesmo plano XZ com coordenadas Z diferentes [Figura 5.9(b)], é possível calcular o valor desse erro em todas as outras geratrizes desse plano, segundo a expressão (5.14).

$$\varepsilon_x(x)_i = \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} [\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Max}} - \varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Min}}] \quad (5.14)$$

para $i = 1$ até l

onde:

- $\varepsilon_x(x)_i$ é o deslocamento do ponto i , na direção X , provocado pelo erro angular Pitch(x), calculado para cada geratriz $g(X_k)$ do plano $(XZ)_j$;
- $\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Max}}$ é o posicionamento do ponto i medido na posição Z_n geratriz $g(X_k)$, braço Z máximo;
- $\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Min}}$ é posicionamento do ponto i medido na posição Z_n geratriz $g(X_k)$, braço Z mínimo;
- n é o número de geratrizes $g(X_k)$ do plano $(XZ)_j$.

Figura 5.10 Contribuições e superposição dos erros Roll(y), Yaw(y), RetX(y) e OrtXY na direção X.

Na equação 5.13, pode-se notar que os erros Yaw(y), Roll(y), OrtXY e RetX(y) alteram o posicionamento, na direção X , dependendo de movimentos na direção Y ou de braços nesta direção, (Tabela 5.2). O

deslocamento $\varepsilon_x(y)_j$, para $j=1,\dots,n$, agrupa as influências destes erros no posicionamento da sonda, na direção X, para diferentes valores da coordenada Y.

Como ilustra a Figura 5.10(a), os deslocamentos na direção X provocados pelo erro Roll(y), crescem proporcionalmente à coordenada Z, apresentando um comportamento linear para uma mesma coordenada Y.

Assim, se uma medição de $\varepsilon_x(y)_j$ for realizada para um braço Z mínimo e, posteriormente, com o braço Z máximo [Figura 5.11(a)], as diferenças entre os deslocamentos obtidos, para uma mesma coordenada Y, nas duas medições, é devido somente ao Roll(y), como ilustra a Figura 5.10(e).

Figura 5.11 Geratrizes para medição da contribuição dos erros
(a) Yaw(y), Roll(y), Ort XY e Ret X(y); (b) Yaw(z), Ort XZ e Ret X(z)
na componente E_x do erro volumétrico.

Sendo estas diferenças lineares e proporcionais ao braço Z, é possível determinar os deslocamentos, na direção de X, provocados pelo Roll(y), Yaw(y), OrtXY e RetX(y) através da equação 5.15.

$$\varepsilon_x(y)_j = \varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Min}} + \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} [\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Max}} - \varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Min}}] \quad (5.15)$$

para $j=1$ até m

onde:

- $\varepsilon_x(y)_j$ é o deslocamento do ponto j , na direção X , provocado pelos erros de ortogonalidade XY , retilidade do eixo Y na direção de X , $Yaw(y)$ e $Roll(y)$, medido para a geratriz $g(Y_k)$ do plano $(YZ)_i$;
- $\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Mn}}$ é o deslocamento do ponto j , na direção X , medido na posição Z_n da geratriz $g(Y_k)$, braço Z máximo;
- $\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Mn}}$ é o deslocamento do ponto j , na direção X , medido na posição Z_0 da geratriz $g(Y_k)$, braço Z mínimo.

Figura 5.12 Contribuições e superposição dos erros $Yaw(z)$, $RetX(z)$ e $OrtXZ$ na direção X .

Na equação (5.10), pode-se notar que os erros de $RetX(z)$, $Yaw(z)$ e de $OrtXZ$ alteram o posicionamento, na direção X , dependendo de movimentos na direção Z ou de braços nesta direção (Tabela 5.2). O deslocamento $\varepsilon_x(z)_k$, para $k=1, \dots, n$, agrupa as influências destes erros no posicionamento da sonda na direção X para diferentes valores da coordenada Z , como ilustra a figura 5.12.

Assim, pode-se afirmar que, medindo-se deslocamentos em pontos pertencentes a uma única geratriz paralela ao eixo Z [Figura 5.11(b)], pode-se obter a contribuição dos erros de $Yaw(z)$, $OrtXZ$ e $RetX(z)$.

Substituindo-se os erros individuais ou grupos de erros individuais pelos respectivos $\varepsilon_x(x)_i$, $\varepsilon_x(y)_j$ e $\varepsilon_x(z)_k$, na equação 5.13, obtém-se a equação do MRSE para sintetização de E_x , em qualquer ponto no volume de trabalho da MM3C.

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + \varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j + \varepsilon_x(z)_k \quad (5.16)$$

Observando-se o lado direito da equação (5.16), o segundo e terceiro termos, respectivamente, $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$, podem ser agrupados em um único termo, onde:

$$\varepsilon_x(x, y)_{i,j} = \varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j \quad (5.17)$$

Substituindo as expressões (5.14) e (5.15) na equação (5.17) e reagrupando, obtém-se:

$$\varepsilon_x(x, y)_{i,j} = \varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Max}} + \frac{(Z - Z_{Min})}{(Z_{Max} - Z_{Min})} \left\{ [\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Max}} - \varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Min}}] + [\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Max}} - \varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Min}}] \right\}$$

para $j=1$ até m e para $i=1$ até l

(5.18)

onde:

- $\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Max}}$, $\varepsilon_x(x)_{X_i Z_{Min}}$, $\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Max}}$, $\varepsilon_x(y)_{Y_j Z_{Min}}$ e n são os mesmos erros definidos para $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$, respectivamente, nas expressões (5.14) e (5.15).
- $\varepsilon_x(x, y)_{i,j}$ é o deslocamento do ponto (X_i, Y_j) , no plano $(X, Y)_k$, na direção X, provocado pelos erros Pitch(x), ortogonalidade XY, retilineidade do eixo Y na direção de X, Yaw (y) e Roll(y), calculado para qualquer plano $(XY)_k$

Substituindo o $[\varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j]$ por $\varepsilon_x(x,y)_{i,j}$, na equação (5.16), obtém-se a equação (5.19), que é a nova equação do MRSE para sintetizar Ex em qualquer ponto no volume de trabalho da MM3C.

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + \varepsilon_x(x,y)_{i,j} + \varepsilon_x(z)_k \quad (5.19)$$

➤ EXPRESSÃO DA COMPONENTE E_z DO ERRO VOLUMÉTRICO

Análise semelhante às realizadas para as componentes E_y e E_x do erro volumétrico será feita para a componente E_z . A tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos com a análise geométrica da MM3C para a componente E_z do Erro Volumétrico.

Tabela 5.3 Componentes do Erro Volumétrico na direção Z.

Erro Geométrico	Movimento	Braço
Posição	Z	
Retilidade na direção Z devido ao movimento na direção X	X	
Retilidade na direção Z devido ao movimento na direção Y	Y	
Erro angular <i>Pitch</i> do eixo Y	Y	Y(fixo)
Erro angular <i>Roll</i> do eixo X	X	Y(fixo)
Erro angular <i>Roll</i> do eixo Y	Y	X

Considere três pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C (Figura 5.13). Conhecido o erro de escala do eixo Z, ou seja, o erro de posicionamento do ponto P_1 , é possível calcular o erro de posicionamento, na direção X, de P_2 e P_3 , com relação ao sistema de coordenadas do ponto “zero”.

A figura 5.13 mostra que P_1 e P_2 possuem diferentes coordenadas X e as mesmas coordenadas Z e Y. Portanto, os erros que dependem das coordenadas Y e os erros que provocam deslocamentos que dependem de

braços na direção Y, não alteram a posição relativa entre P_2 e P_1 , na direção Z (Tabela 5.3).

Figura 5.13 Representação dos pontos coordenados P_1 , P_2 e P_3 pertencentes ao volume de trabalho da MM3C.

Para os erros $RetZ(x)$ e $Roll(x)$ que dependem da coordenada X, seus valores na direção X diferem para P_1 e P_2 .

Assim sendo, supondo que seja conhecido o erro de posição, na direção Z, do ponto P_1 , pode-se determinar o erro em P_2 através da equação (5.20).

$$E_z[Pos(X_j, Y_o, Z_k)] = E_z[Pos(X_o, Y_o, Z_k)] + RetZ(X) + Roll(x) * Y_{fixo} \quad (5.20)$$

onde:

$E_z[Pos(X_o, Y_o, Z_k)]$ = erro de escala do eixo Z para o ponto (X_o, Y_o, Z_k) ;

$E_z[Pos(X_i, Y_o, Z_k)]$ = erro de posicionamento na direção Z do ponto (X_i, Y_o, Z_k) .

A figura 5.13 mostra que P_2 e P_3 possuem diferentes coordenadas Y e as mesmas coordenadas X e Z. Assim, os erros que dependem das coordenadas X e Z e os erros que provocam deslocamentos que dependem de braços na direção X, não alteram o posicionamento relativo entre P_3 e P_2 (Tabela 5.3).

Para os erros $RetZ(y)$ e $Roll(y)$ que dependem da coordenada Y, seus valores na direção Z diferem para P_2 e P_3 .

Assim sendo, o valor de E_z , no ponto P_3 , pode ser escrito em função do valor de E_z do ponto P_2 pela equação (5.21).

$$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_z[Pos(X_i, Y_0, Z_k)] + RetZ(Y) + Pitch(y) * Y_{fixo} + Roll(y) * X \quad (5.21)$$

onde:

$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)]$ = erro de posicionamento na direção Z do ponto (X_i, Y_j, Z_k) .

Substituindo a equação (5.20) na equação (5.21) tem-se a equação (5.22) que é a equação de sintetização de E_z válida para qualquer ponto no volume de trabalho da MM3C.

$$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_z[Pos(X_0, Y_0, Z_k)] + RetZ(X) + Roll(x) * Y_{fixo} + RetZ(Y) + Pitch(y) * Y_{fixo} + Roll(y) * X \quad (5.22)$$

Figura 5.14 Contribuições e superposição dos erros Pitch(y), Roll(y) e Ret(y) na direção Z.

A seguir, uma análise geométrica e cinemática, semelhante às realizadas para as componente E_y e E_x , será feita para obter a equação reduzida de sintetização de erros da componente E_z do erro volumétrico.

Na equação 5.22 pode-se notar que os erros $\text{RetZ}(y)$, $\text{Roll}(y)$ e $\text{Pitch}(y)$ alteram o posicionamento, na direção Z, dependendo de movimentos na direção Y. (Tabela 5.3). O deslocamento $\varepsilon_z(y)_j$, para $j=1,\dots,m$, agrupa as influências destes erros no posicionamento da sonda, na direção Z, para diferentes valores da coordenada Y.

Entretanto, como ilustra a Figura 5.14(a), o erro angular $\text{Roll}(y)$ provoca deslocamentos, na direção Z, que crescem proporcionalmente à coordenada X, apresentando, neste caso, comportamento linear.

Figura 5.15 Geratrizes para medição da contribuição dos erros
(a) $\text{Ret Z}(y)$, $\text{Roll}(y)$ e $\text{Pitch}(y)$; (b) $\text{Roll}(x)$ e $\text{Ret Z}(x)$
na componente E_z do erro volumétrico.

Assim, se a medição de $\varepsilon_z(y)_j$ for realizada para um braço X mínimo e, posteriormente, com o braço X máximo [Figura 5.15(a)], as diferenças entre os deslocamentos obtidos, para uma mesma coordenada Y, nas duas medições é devido somente ao $\text{Roll}(y)$, como ilustra a Figura 5.14.

Sendo as diferenças lineares e proporcionais ao braço X, é possível determinar os deslocamentos, na direção de Z, provocados pelo $\text{Roll}(y)$, $\text{Pitch}(y)$ e $\text{RetZ}(y)$ pela expressão (5.23)

$$\varepsilon_z(y)_j = \varepsilon_z(y)_{Y_j X_{Min}} + \frac{X - X_{Min}}{(X_{Max} - X_{Min})} [\varepsilon_z(y)_{Y_j X_{Max}} - \varepsilon_z(y)_{Y_j X_{Min}}] \quad (5.23)$$

para $j = 1$ até m

onde:

- $\varepsilon_z(y)_j$ é o deslocamento do ponto j, na direção Z, provocado pelo Roll(y), RetZ(y) e Pitch(y) calculado para geratriz $g(Y_i)$ do plano plano (YZ)_i;
- $\varepsilon_z(y)_{Y_j X_{Max}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Z, medido na posição X_n da geratriz $g(Y_i)$, braço X máximo;
- $\varepsilon_z(y)_{Y_j X_{Min}}$ é o deslocamento do ponto j, na direção Z, medido na posição X_0 da geratriz $g(Y_i)$, braço X mínimo.

Na equação (5.22) pode-se notar que os erros RetZ(x) e Roll(x) alteram o posicionamento, na direção Z, dependendo de movimentos na direção X (Tabela 5.3). O deslocamento $\varepsilon_z(x)_i$, para $i=1, \dots, l$, agrupa as influências destes erros no posicionamento da sonda na direção Z para diferentes valores da coordenada X, como ilustra a Figura 5.22.

Assim, pode-se afirmar que, medindo-se deslocamentos em pontos pertencentes a uma única geratriz paralela ao eixo X [Figura 5.15(b)], pode-se obter a contribuição dos erros de RetZ(x) e Roll(x).

Figura 5.16 Contribuições e superposição dos erros Roll(x) e RetZ(x) na direção Z.

Substituindo-se os erros individuais ou grupos de erros individuais pelos respectivos $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$, na equação (5.22), tem-se a equação (5.24) do MRSE para sintetização de E_z em todo volume de trabalho da MM3C.

$$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E[Pos(X_0, Y_0, Z_k)] + \varepsilon_z(x)_i + \varepsilon_z(y)_j \quad (5.24)$$

Apresentado o desenvolvimento das equações do MRSE para sintetização dos erros de posicionamento, nas direções X, Y e Z, de qualquer ponto coordenado dentro do volume de trabalho da máquina, o procedimento de calibração foi desenvolvido, conforme apresentado a seguir.

5.2 CALIBRAÇÃO INDIRETA DA MÁQUINA DE MEDIR COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

A estrutura da máquina foi analisada geometricamente, observando-se os erros geométricos, separadamente, no espaço tridimensional e avaliando-se as suas contribuições nas direções preferenciais da máquina, bem como, avaliando a influência dos braços de Abbê sobre os erros individuais.

Em seguida, foram obtidas as expressões dos termos de cada componente do modelo reduzido de sintetização de erros (MRSE). Cada componente está modelada como a soma de erros de posicionamento individuais que possuem a mesma direção, mas de duas naturezas distintas, quando a direção do erro e do movimento são as mesmas e quando são perpendiculares entre si.

Neste item, são apresentadas as características operacionais e construtivas da máquina de medir onde foram realizados todos os testes experimentais, o esquadro mecânico de esferas, a calibração do artefato e, com base no MRSE, o procedimento de calibração da máquina de medir.

5.2.1 DESCRIÇÃO DA MM3C UTILIZADA NOS TESTES EXPERIMENTAIS

A MM3C utilizada nos testes experimentais está locada no Laboratório de Metrologia da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), da Universidade de São Paulo (USP).

Fabricada pela Brown & Sharpe Mfg. Co., em 1988, esta máquina, do tipo "Ponte Móvel" modelo "Microval", possui dimensões e peso apropriados para o seu uso em bancada. Sua estrutura foi construída em alumínio fundido e possui um desempenho de granito apoiado sobre três esferas e suportes em "V". Toda a estrutura é suportada por 4 isoladores – niveladores. A MM3C, descrita acima pode ser observada na Figura 5.17.

Figura 5.17 Máquina de Medir a Três Coordenadas(Brown&Sharpe).

De acordo com a Figura 5.17, pode-se observar que a ponte movimenta-se sobre duas guias montadas diretamente sobre a estrutura. Essas guias compõem o eixo de movimentação Y.

As duas colunas da ponte sustentam a guia que compõe o eixo X sobre a qual desloca-se, teoricamente, perpendicular ao eixo Y, o carro X. Esta sustenta o eixo Z, também teoricamente perpendicular, simultaneamente, aos eixos X e Y. O eixo Z sustenta a sonda de medição, parte fundamental para a utilização da MM3C.

Em cada uma das guias que determinam os eixos da máquina, estão fixadas escalas ópticas. O sistema de leitura, baseado no Princípio das Franjas de Moiré, é composto por um emissor, uma escala indexável (móvel), uma escala fixa e um receptor. O movimento relativo entre as escalas fixas e móveis provoca uma variação da intensidade da luz que chega ao receptor. Esta variação pode ser interpretada como deslocamento através de uma proporção matemática adequada. [ORREGO (1999)]. A Tabela 5.4 resume as características técnicas e condições de operação da MM3C.

Tabela 5.4 Características Técnicas da MM3C.

dimensões do volume de trabalho					
direção Y	730 mm	direção X	743 mm	direção Z	1340 mm
faixa de operação					
direção X	356 mm	direção Y	406 mm	direção Z	305 mm
Condições de operação					
Temperatura:		10 a 40°C			
Pressão mínima de ar:		70 psi			
Conjunto regulador de pressão:		50 psi			

A MM3C realiza o processo de medição utilizando um computador dedicado que contém os programas específicos, encarregados da determinação das características geométricas das peças, a partir dos pontos coordenados medidos.

5.2.2 DESCRIÇÃO DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

Figura 5.18 Esquadro Mecânico de Esferas

O Esquadro mecânico de esferas é montado a partir de duas barras de alumínio aeronáutico, uma com 7 (sete) esferas e a outra com 9 (nove) esferas, sendo seus comprimentos de 340mm e 470mm, respectivamente. As barras são parafusadas, o ângulo entre as faces do esquadro é de 90°, onde uma *mão francesa* foi colocada do lado externo do esquadro.

As esferas são esferas de rolamento, de aço inoxidável, com diâmetro de 1"1/8" (28,575mm), aproximadamente sete vezes o erro cíclico da máquina, as esferas também foram coladas do lado interno do esquadro (Figura 5.18). A distância nominal entre elas é de 40mm.

5.2.3 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

Após a junção das hastes, na direção preferencial, foram realizadas as calibrações das posições dos centros das esferas em cada face do esquadro e a calibração do erro de ortogonalidade do esquadro. Da calibração da ortogonalidade obtém-se, também, o erro de retilineidade no plano do esquadro.

➤ CALIBRAÇÃO DA POSIÇÃO NAS DIREÇÕES PREFERENCIAIS DO ARTEFATO

Figura 5.19 Calibração da posição.

Para a calibração das posições dos centros das esferas realizaram-se medições dos diâmetros das esferas e das distâncias entre elas, medidas nas posições tangentes às superfícies, tocando ambas as esferas pela

direita. As distâncias entre os centros, da direita para a esquerda, foram calculadas subtraindo-se o raio da primeira esfera e somando-se o raio da segunda.

A calibração da posição é realizada numa máquina de medição linear SIP (Société Genevoise D' Instruments De Physique), tipo 302M, conforme mostra a Figura 5.19, cuja resolução é $0,1\mu\text{m}$ e incerteza de $\pm 0,1\mu\text{m}$. A máquina possui uma mesa universal o que possibilita o alinhamento da peça a ser medida, neste caso, o esquadro.

➤ **CALIBRAÇÃO DA ORTOGONALIDADE DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS**

O erro de ortogonalidade é obtido medindo-se o ângulo do esquadro em duas posições, sendo uma reversa da outra.

Na Figura 5.20, podemos observar as disposições (1) e (2) para o posicionamento do esquadro. Tomando a posição (1), como inicial, a posição (2) trata-se da posição reversa da posição (1). A posição (2) deverá ser de forma que as esferas paralelas ao eixo X ocupem aproximadamente a mesma posição que as esferas paralelas ao eixo X em (1) ocupavam.

Após as medições dos posicionamentos X_i, Y_j dos centros das esferas, em ambas as posições, encontram-se as melhores retas, por mínimos quadrados, que passem pelos centros das esferas (Figura 5.21).

Figura 5.20 Calibração da Ortogonalidade do Esquadro

Os ângulos α'_1 e α'_2 são obtidos pelo arco tangente do coeficiente angular de cada uma das retas encontradas, expressão (5.25).

$$\alpha' = \arctg(a) \quad (5.25)$$

onde $a = \text{coeficiente angular}$

Para os cálculos, foi utilizado o programa Excel, sendo assim, os valores dos α 's encontrados, a partir do arco tangente de a , estão no primeiro e quarto quadrantes, sendo necessário transpor, quando for o caso, o ângulo que estiver no quarto quadrante para o segundo quadrante. Portanto, para obter-se os ângulos α s, verificam-se os quadrantes dos ângulos obtidos, expressão (5.26).

$$\begin{aligned} \text{se } \alpha' > 0 &\Rightarrow \alpha = \alpha' \\ \text{se } \alpha' < 0 &\Rightarrow \alpha = \pi - \alpha' \end{aligned} \quad (5.26)$$

Figura 5.21 Retas passando pelos centros das esferas α'_1 e α'_2

O ângulo β do esquadro medido pela máquina, é calculado fazendo-se o módulo da diferença entre α_1 e α_2 , expressão (5.27).

$$\beta = |\alpha_1 - \alpha_2| \quad (5.27)$$

Para uma mesma posição do esquadro, o ângulo entre as retas, medido pela máquina, equivale a soma do ângulo do esquadro mais o erro da máquina. Ao mudar-se a posição do esquadro para a posição reversa,

muda-se o sinal do erro da máquina, mudando-se, também, o valor obtido para o ângulo do esquadro, expressão (5.28).

$$\begin{aligned} \text{posição 1: } \beta_1 &= \beta_{\text{Esq}} + \text{Erro}_{\text{OrtMq}} \\ \text{posição 2: } \beta_2 &= \beta_{\text{Esq}} - \text{Erro}_{\text{OrtMq}} \end{aligned} \quad (5.28)$$

Subtraindo-se as expressões para a posição 1 e 2 encontramos o ângulo do esquadro. Portanto, a diferença entre 180° com a soma dos ângulos obtidos, dividida por dois, fornece-nos o erro de ortogonalidade do esquadro de esferas.

$$\text{Erro}_{\text{ORT}} = [180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)]/2 \quad (5.29)$$

Um valor positivo significará um ângulo menor que 90° e um valor negativo, um ângulo maior que 90° .

➤ CALIBRAÇÃO DA RETILINEIDADE DO ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

O método da reversão aplicado na calibração da ortogonalidade possibilita, também, a calibração do erro de retilineidade entre as posições dos centros das esferas, para cada haste do esquadro. O erro de retilineidade será a distância do centro de cada esfera com a melhor reta encontrada para a face à qual pertence a esfera em questão.

No cálculo da retilineidade para a face paralela como eixo X, encontram-se as distâncias Y do centro das esferas com a melhor reta obtida por MMQ. Já para a face paralela com o eixo Y, encontram-se as distâncias X do centro das esferas com a melhor reta obtida.

i. face paralela ao eixo X

O erro de retilineidade para as faces paralelas ao eixo X para as posições (1) e (2), respectivamente, será igual à:

$$\text{Erro}_{\text{RetESQ}} = \left[\left| (Y_i - Y_i^n) \right| + \left| (Y_i - Y_i^n) \right|_{\text{reverso}} \right] / 2 \quad (5.30)$$

onde: Y_i = coordenada Y medida

Y_i^n = coordenada Y calculada para coordenada X medida (X_i)

ii. face paralela ao eixo Y

O erro de retilidade para as faces paralelas ao eixo Y para as posições (1) e (2), respectivamente, será igual à:

$$Erro_{RetESQ} = \left[\left| (X_i - X_i^n) \right| - \left| (X_i - X_i^n) \right|_{reverso} \right] / 2 \quad (5.31)$$

onde: X_i = coordenada X medida

X_i^n = coordenada X calculada para coordenada Y medida (Y_i)

Deve-se tomar o cuidado, no cálculo da retilidade da face paralela ao eixo Y, para não inverter o posicionamento das esferas no cálculo pela equação (5.31).

5.2.4 PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO COM O ESQUADRO MECÂNICO DE ESFERAS

Figura 5.22 Medições com o esquadro mecânico de esferas.

O MRSE determina o erro de posicionamento da sonda de uma MM3C do tipo Ponte Móvel, a partir dos erros medidos em 15 geratrizes.

Estes erros ocorrem na direção do movimento ou perpendicular ao movimento, conforme mostram as Figuras 5.3(b), 5.4(b), 5.6 (a) e (b), 5.9(b), 5.11 (a) e (b) e 5.15 (a) e (b), da seção 5.1.

Utilizando-se o esquadro mecânico de esferas como artefato para a calibração da MM3C do tipo Ponte Móvel, a medição é realizada para 5 posicionamentos do esquadro no volume de trabalho da máquina, como pode ser observado na Figura 5.23, que cobrem as medições necessárias sobre as 15 geratrizes.

São medidos os erros que tem sua direção igual à direção de movimentação do carro: os erros de escala dos eixos X, Y, Z, os erros ${}^a\varepsilon_y(y)_{Y_jX_{Mn}}$, ${}^a\varepsilon_y(y)_{Y_jX_{Mn}}$, ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_jZ_{Mn}}$ e ${}^b\varepsilon_y(y)_{Y_jZ_{Mn}}$ na direção Y e o erro $\varepsilon_x(x)_{X_iZ_{Mn}}$ e $\varepsilon_x(x)_{X_iZ_{Mn}}$ na direção X, assim como os erros onde sua direção é perpendicular à direção de movimentação do carro: os erros $\varepsilon_y(x)_{X_iZ_{Mn}}$, $\varepsilon_y(x)_{X_iZ_{Mn}}$ e $\varepsilon_y(z)_k$ na direção Y, os erros $\varepsilon_x(y)_{Y_jZ_{Mn}}$, $\varepsilon_x(y)_{Y_jZ_{Mn}}$ e $\varepsilon_x(z)_k$ na direção X e os erros $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ na direção Z.

➤ MEDIÇÃO DOS ERROS DE ESCALA NAS DIREÇÕES X, Y E Z

O erro de escala deverá ser medido com o esquadro pré calibrado, posicionado o mais próximo possível e paralelamente ao eixo em questão.

O zero de referência deve ser colocado no centro da primeira esfera, próximo ao sistema de referência e as distâncias entre os centros das esferas j para j=2,...n até o centro da esfera 1 são medidas.

Realizadas as medições necessárias, o erro de escala, para as posições nominais das esferas, poderá ser obtido através da equação (5.32).

$$d_1^j - dc_1^j = E_A[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] \quad \text{para } j = 2, \dots, n \text{ e } A=X, Y \text{ e } Z \quad (5.32)$$

onde:

- d_1^j = distância entre o centro da esfera j e o centro da esfera 1 medida na MM3C;
- dc_1^j = Valor “verdadeiro” da distância entre o centro da esfera j e o centro da esfera 1 obtido na calibração do esquadro;

- $E_A[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] =$ Erro de posicionamento, na direção A, do ponto $P(0, j, 0)$;
- $n =$ número de esferas da base do esquadro

Figura 5.23 As cinco posições do esquadro mecânico de esferas:

- (a) paralelo ao plano ZX localizado em Y qualquer;
- (b) paralelo ao plano ZY localizado em X_{Min} e X_{Max} e
- (c) paralelo ao plano XY localizado em Z_{Min} e Z_{Max}

➤ **MEDIÇÃO DOS ERROS ${}^a\epsilon_y(y)_j$, $\epsilon_y(x,y)_{i,j}$ e $\epsilon_y(z)_k$ NA DIREÇÃO Y**

O erro ${}^a\epsilon_y(y)_j$, relativo ao grupo do erro Yaw(y), o erro $\epsilon_y(x,y)_{i,j}$, relativo ao grupo dos erros Pitch(y), Roll(x), OrtXY e Ret(Y(x)) e o erro $\epsilon_y(z)_k$, relativo ao grupo dos erros RetY(z), Pitch(z) e OrtYZ, são calculados com os valores dos deslocamentos das coordenadas X_i , Y_j e Z_k dos centros das esferas medidos com o esquadro posicionado paralelo ao plano XY localizado em

Z_{Min} e Z_{Max} , [Figura 5.23(c)], e paralelo ao plano ZX localizado em X_{Min} e X_{Max} , [Figura 5.23(b)].

Especificamente, o erro ${}^a\epsilon_y(y)_j$, devido ao movimento na direção Y, é obtido da substituição dos valores de ${}^a\epsilon_y(y)_j$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo Y para o esquadro posicionado em X_{Min} e X_{Max} , [Figura 5.23(b)], na expressão (5.4). Já o erro $\epsilon_y(x,y)_{i,j}$, devido ao movimento na direção Y e ao movimento na direção X, é obtido da substituição dos valores de ${}^b\epsilon_y(y)_j$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo Y para o esquadro posicionado em Z_{Min} e Z_{Max} e da substituição dos valores de $\epsilon_y(x)_i$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo X para o esquadro também posicionado em Z_{Min} e Z_{Max} , [Figura 5.23(c)], na expressão (5.9). Enquanto o erro $\epsilon_y(z)$, devido ao movimento na direção Z, é obtido dos valores de $\epsilon_y(z)_k$ medidos para os centros das esferas na face paralela ao eixo Z para o esquadro posicionado em X_{Min} , [Figura 5.23(b)].

➤ MEDIÇÃO DOS ERROS $\epsilon_x(x,y)_{i,j}$ e $\epsilon_x(z)_k$ NA DIREÇÃO X

O erro $\epsilon_x(x)_i$, relativo ao grupo do erro Pitch(x), o erro $\epsilon_x(y)_j$, relativo ao grupo dos erros OrtXY, Ret(X(y), Yaw(y) e Roll(y), e o erro $\epsilon_x(z)_k$, relativo ao grupo dos erros Yaw(z), OrtXZ e RetX(z), são calculados com os valores dos deslocamentos das coordenadas X_i , Y_j e Z_k dos centros das esferas medidos com o esquadro posicionado paralelo ao plano XY localizado em Z_{Min} e Z_{Max} , [Figura 5.23(c)], e paralelo ao plano ZX com Y qualquer, [Figura 5.23(a)].

Especificamente, o erro $\epsilon_x(x,y)_{i,j}$, devido ao movimento na direção X e ao movimento na direção Y, é obtido da substituição dos valores de $\epsilon_x(x)_i$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo X e da substituição dos valores de $\epsilon_x(y)_j$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo Y, para o esquadro posicionado em Z_{Min} e Z_{Max} , [Figura 5.23(c)], na expressão (5.18). Já o erro $\epsilon_x(z)_k$, devido ao movimento na direção Z, é obtido dos valores de $\epsilon_x(z)_k$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo Z, [Figura 5.23(a)].

➤ MEDIÇÃO DOS ERROS $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ NA DIREÇÃO Z

O erro $\varepsilon_z(x)_i$, relativo ao grupo dos erros Roll (y), RetZ(x) e Pitch(y), e o erro $\varepsilon_z(y)_j$, relativo ao grupo dos erros Roll(x) e RetZ(y), são calculados com os valores dos deslocamentos das coordenadas X_i , Y_j e Z_k dos centros das esferas medidos com o esquadro posicionado paralelo ao plano ZY localizado em X_{Min} e X_{Max} , [Figura 5.23(b)], e paralelo ao plano ZX localizado em Y qualquer, [Figura 5.23(a)].

Especificamente, o erro $\varepsilon_z(x)_i$, devido ao movimento na direção X, é obtido dos valores de $\varepsilon_z(x)_i$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo X, [Figura 5.23(a)]. Já o erro $\varepsilon_z(y)_j$, devido ao movimento na direção Y, é obtido da substituição dos valores de $\varepsilon_z(y)_j$ medidos para os centros das esferas da face paralela ao eixo Y para o esquadro posicionado em X_{Min} e X_{Max} , [Figura 5.23(b)], na expressão (5.23).

Apresentado o procedimento de calibração da máquina com o esquadro mecânico de esferas, a incerteza de medição será calculada para este procedimento. No capítulo seis serão apresentados os resultados para as medições dos sete grupos de erros, $\varepsilon_y(y)_j$, $\varepsilon_y(x,y)_{i,j}$, $\varepsilon_y(z)_k$, $\varepsilon_x(x,y)_{i,j}$, $\varepsilon_x(z)_k$, $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ para a calibração da máquina e desenvolvimento das equações do MRSE para sintetização dos erros de posicionamento nas direções X, Y e Z, de qualquer ponto coordenado. Dentro do volume de trabalho da máquina, a técnica de calibração será mostrada a seguir.

5.3 ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A qualidade dos resultados obtidos nos testes experimentais é tão importante quanto os próprios resultados, assim sendo, surge a necessidade de se estimar as incertezas de medição como forma de expressar a qualidade dos resultados obtidos.

As incertezas de medição são obtidas através da aplicação da Lei de Propagação de Incertezas para as equações das componentes E_y , E_x e E_z do erro volumétrico.

Entretanto, em todas as equações, observa-se a presença de grandezas que, por sua vez, são calculadas a partir de medições realizadas

utilizando o artefato padrão, o esquadro mecânico de esferas. Assim sendo, é necessário realizar os cálculos dessas grandezas.

Os valores das variáveis, nas medições dimensionais, tanto são influenciados pela resolução do instrumento quanto por fatores do ambiente, tais como: temperatura, umidade, vibrações externas. Embora a influência desses fatores contribua para a incerteza das medições, muitas vezes, não necessitam de ser corrigidas, devido à ordem da grandeza (magnitude) requerida.

Serão utilizadas tabelas para facilitar a apresentação dos cálculos utilizados para a estimativa das incertezas de medição. Nas tabelas será apresentada a equação das grandezas medidas, considerando todos os fatores que influenciam a medição: o tipo de medição, no caso de medição tipo A, o tamanho da amostra; o grau de liberdade efetivo; a distribuição de probabilidade; a propagação das incertezas e os coeficientes de sensibilidade.

➤ **ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE E_y DO ERRO VOLUMÉTRICO**

A equação reduzida para o cálculo da componente E_y do erro volumétrico é reapresentada na equação (5.33).

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + {}^a\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x, y)_{i,j} + \varepsilon_y(z)_k \quad (5.33)$$

onde:

- $E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)]$ = erro de escala medido, utilizando o esquadro mecânico de esferas;
- ${}^a\varepsilon_y(y)_j$, $\varepsilon_y(x, y)_{i,j}$ e $\varepsilon_y(z)_k$ = deslocamentos calculados através de medições, utilizando o esquadro mecânico de esferas.

Para a estimativa da incerteza de medição da componente E_y do erro volumétrico, aplica-se a lei da propagação de incertezas na equação (5.33), obtendo-se a equação (5.34).

$$\begin{aligned}
u^2 \left(E_y \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right] \right) &= \left(\frac{\partial E_y \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial E_y \left[P(X_0, Y_j, Z_0) \right]} \right)^2 u_{E_y \left[P(X_0, Y_j, Z_0) \right]}^2 + \left(\frac{\partial E_y \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial \varepsilon_y(y)_j} \right)^2 u_{\varepsilon_y(y)_j}^2 + \\
&+ \left(\frac{\partial E_y \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial \varepsilon_y(x, y)_{i,j}} \right)^2 u_{\varepsilon_y(x, y)_{i,j}}^2 + \left(\frac{\partial E_y \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial \varepsilon_y(z)_k} \right)^2 u_{\varepsilon_y(z)_k}^2
\end{aligned} \quad (5.34)$$

➤ **ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE E_x DO ERRO VOLUMÉTRICO**

A equação reduzida para o cálculo da componente E_x do erro volumétrico é reapresentada na equação (5.35).

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + \varepsilon_x(x, y)_{i,j} + \varepsilon_x(z)_k \quad (5.35)$$

onde:

- $E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)]$ = erro de escala medido utilizando o esquadro mecânico de esferas;
- $\varepsilon_x(x, y)_{i,j}$ e $\varepsilon_x(z)_k$ = deslocamento calculado através de medições, utilizando o esquadro mecânico de esferas.

Para a estimativa da incerteza de medição da componente E_x do erro volumétrico, aplica-se a lei da propagação de incertezas na equação (5.35), obtendo-se a equação (5.36).

$$\begin{aligned}
u^2 \left(E_x \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right] \right) &= \left(\frac{\partial E_x \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial E_x \left[P(X_i, Y_0, Z_0) \right]} \right)^2 u_{E_x \left[P(X_i, Y_0, Z_0) \right]}^2 + \left(\frac{\partial E_x \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial \varepsilon_x(x, y)_{i,j}} \right)^2 u_{\varepsilon_x(x, y)_{i,j}}^2 + \\
&+ \left(\frac{\partial E_x \left[P(X_i, Y_j, Z_k) \right]}{\partial \varepsilon_x(z)_k} \right)^2 u_{\varepsilon_x(z)_k}^2
\end{aligned} \quad (5.36)$$

➤ **ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE E_z DO ERRO VOLUMÉTRICO**

A equação reduzida para o cálculo da componente E_z do erro volumétrico é reapresentada na equação (5.37).

$$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_z[Pos(X_0, Y_0, Z_k)] + \varepsilon_z(x)_i + \varepsilon_z(y)_k \quad (5.37)$$

onde:

- $E_z[Pos(X_0, Y_0, Z_k)]$ = erro de escala medido, utilizando o esquadro mecânico de esferas;
- $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ = deslocamentos calculados através de medições, utilizando o esquadro mecânico de esferas;

Para a estimativa da incerteza de medição da componente E_z do erro volumétrico, aplica-se a lei da propagação de incertezas na equação (5.37), obtendo-se a equação (5.38).

$$u^2(E_z[P(X_i, Y_j, Z_k)]) = \left(\frac{\partial E_z[P(X_i, Y_j, Z_k)]}{\partial E_z[P(X_0, Y_0, Z_k)]} \right)^2 u_{E_z[P(X_0, Y_0, Z_k)]}^2 + \left(\frac{\partial E_z[P(X_i, Y_j, Z_k)]}{\partial \varepsilon_z(x)_i} \right)^2 u_{\varepsilon_z(x)_i}^2 + \left(\frac{\partial E_z[P(X_i, Y_j, Z_k)]}{\partial \varepsilon_z(y)_j} \right)^2 u_{\varepsilon_z(y)_j}^2 \quad (5.38)$$

Para as equações (5.34), (5.36) e (5.38), os coeficientes de sensibilidade são adimensionais e possuem valores iguais a um.

➤ ESTIMATIVA DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO NA DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS PROVOCADOS POR ERROS ÂNGULARES

A expressão utilizada para os cálculos dos deslocamentos provocados por erros angulares, utilizando medidas obtidas com o esquadro mecânico de esferas, é apresentada na equação (5.39)

$$\varepsilon_i = \frac{\text{braço}_i}{\Delta(\text{braço}_{\text{Min}}^{\text{Max}})} [\varepsilon_{\text{Max}} - \varepsilon_{\text{Min}}] \quad (5.39)$$

onde:

ε_i = deslocamento provocado por erro angular numa posição i qualquer;

ε_{Max} = deslocamento medido na MM3C com o esquadro na posição máxima;

ε_{Min} = deslocamento medido na MM3C com o esquadro na posição mínima;

$braço_i$ = distância entre a posição mínima e a posição em que o deslocamento foi calculado;

$\Delta(braço_{Min}^{Max})$ = distância entre as posições máxima e mínima.

Aplicando a lei da propagação das incertezas de medição na expressão (5.39), tem-se:

$$U(\varepsilon_i)^2 = \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial braço_i} \right)^2 (u_{braço_i})^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \Delta} \right)^2 (u_{\Delta})^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{Max}} \right)^2 (u_{\varepsilon_{Max}})^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{Min}} \right)^2 (u_{\varepsilon_{Min}})^2 \quad (5.40)$$

A partir das expressões (5.39) e (5.40), tem-se a tabela 5.5

Tabela 5.5. Parâmetros para Determinar a Incerteza dos Deslocamentos Calculados

Coeficiente de Sensibilidade	Incerteza padronizada
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial braço_i} = \frac{(\varepsilon_{Max} - \varepsilon_{Min})}{\Delta}$	$u_{braço_i}$ Tipo de avaliação: B Grau de liberdade: ∞ Tipo de Distribuição: retangular
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \Delta} = \frac{(\varepsilon_{Max} - \varepsilon_{Min})}{(\Delta)^2}$	u_{Δ} Tipo de avaliação: B Grau de liberdade: ∞ Tipo de Distribuição: retangular

Tabela 5.5 Continuação

$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{Min}} = -\frac{braço_i}{\Delta}$	$u_{\varepsilon_{Min}}$ Tipo de avaliação: A Grau de liberdade: $\frac{u^4(\varepsilon_{Min})}{\frac{u_{LMM3C}^4}{4}}$ Coeficiente t-Student (95%) =consultar tabela t – Student
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \varepsilon_{Max}} = \frac{braço_i}{\Delta}$	$u_{\varepsilon_{Max}}$ Tipo de avaliação: A Grau de liberdade: $\frac{u^4(\varepsilon_{Max})}{\frac{u_{LMM3C}^4}{4}}$ Coeficiente t-Student (95%) =consultar tabela t – Student
$\text{Grau de liberdade efetivo } \nu = \frac{u^4(\varepsilon_i)}{\frac{u_{\varepsilon_{Max}}^4}{4} + \frac{u_{\varepsilon_{Min}}^4}{4}}$	

➤ **ESTIMATIVA DA INCERTEZA NA MEDIÇÃO DAS DISTÂNCIAS ENTRE OS CENTROS DAS ESFERAS DO ESQUADRO MECÂNICO NA MM3C**

A expressão matemática que descreve a grandeza medida, no caso, a distância entre os centros das esferas, utilizando a MM3C, é apresentada na expressão (5.41).

$$d = L_{MM3C} + L_0^{Esq} \alpha_{Esq} (t_{Esq} - 20) - L_0^{Régua} \alpha_{Régua} (t_{Régua} - 20) + R \quad (5.41)$$

onde:

- d = distância entre os centros das esferas;
- L_{MM3C} = medida da distância entre os centros das esferas na MM3C

- R = resolução da MM3C
- L_0^{Esq} = comprimento nominal entre os centros das esferas
- α_{Esq} = coeficiente de dilatação térmica do aço
- t_{Esq} = temperatura do esquadro mecânico de esferas
- $L_0^{Régua}$ = comprimento nominal da régua
- $\alpha_{Régua}$ = coeficiente de dilatação térmica do vidro
- $t_{Régua}$ = temperatura da régua

Aplicando a lei da propagação das incertezas de medição na expressão (5.41), tem-se:

$$U^2(d) = \left(\frac{\partial d}{\partial L_{MM3C}} \right)^2 (u_{L_{MM3C}})^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial t_{Esq}} \right)^2 (u_{t_{Esq}})^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial t_{Régua}} \right)^2 (u_{t_{Régua}})^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial R} \right)^2 (u_R)^2 \quad (5.42)$$

A partir das expressões (5.41) e (5.42), tem-se a tabela 5.6

Tabela 5.6. Parâmetros para Determinar a Incerteza da Medição das Distâncias entre os Centros das Esferas

Coeficiente de Sensibilidade	Incerteza padronizada
$\frac{\partial d}{\partial L_{MM3C}} = 1$	$u_{L_{MM3C}}$ Tipo de avaliação: A Tamanho da Amostra: 5 Distribuição de probabilidade: normal Grau de liberdade: 4 Coeficiente t-Student (95%) = 2,78
$\frac{\partial d}{\partial t_{Esq}} = L_0^{Esq} \alpha_{Esq}$	$u_{t_{Esq}}$ Tipo de avaliação: B Distribuição de probabilidade: retangular Grau de liberdade: ∞

Tabela 5.6.Continuação

$\frac{\partial d}{\partial t_{\text{Régua}}} = L_0^{\text{Régua}} \alpha_{\text{Régua}}$	$u_{t_{\text{Régua}}}$ Tipo de avaliação: B Distribuição de probabilidade: retangular Grau de liberdade: ∞
$\frac{\partial d}{\partial R} = 1$	u_R Tipo de avaliação: B Distribuição de probabilidade: triangular Grau de liberdade: ∞
$\text{Grau de liberdade efetivo } \nu = \frac{u^4(d)}{\frac{u_{L_{MM3C}}^4}{4}}$	

➤ **ESTIMATIVA DA INCERTEZA NA MEDIÇÃO DE ERROS DE ORTOGONALIDADE**

A expressão (5.43) descreve a grandeza medida, no caso, o deslocamento medido perpendicularmente à direção de movimento, utilizando o esquadro mecânico de esferas como padrão de referência. Esta expressão contém a correção do desvio de ortogonalidade do esquadro utilizado na medição do deslocamento.

$$\varepsilon_i = L_{MM3C} + C_{\text{Ortog}} + R \quad (5.43)$$

onde:

- D = deslocamentos medidos utilizando o esquadro mecânico de esferas;
- L_{MM3C} = leitura da máquina;
- C_{Ortog} = correção devido ao erro de ortogonalidade do esquadro mecânico de esferas;
- R = resolução da máquina

Aplicando a lei da propagação de incertezas na expressão (5.37), tem-se:

$$U(\varepsilon_i)^2 = \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial L_{MM3C}} \right)^2 (u_{L_{MM3C}})^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial C_{Ortog}} \right)^2 (u_{C_{Ortog}})^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial R} \right)^2 (u_R)^2 \quad (5.44)$$

A partir das expressões (5.43) e (5.44), tem-se a tabela 5.7.

Tabela 5.7. Parâmetros para Determinar a Incerteza da Medição de Deslocamentos utilizando o Esquadro

Coefficiente de Sensibilidade	Incerteza padronizada
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial L_{MM3C}} = 1$	$u_{L_{MM3C}}$ Tipo de avaliação: A Tamanho da Amostra: 5 Distribuição de probabilidade: normal Grau de liberdade: 4 Coeficiente t-Student (95%) = 2,78
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial C_{Ortog}} = 1$	$u_{C_{Ortog}}$ Tipo de avaliação: B Distribuição de probabilidade: retangular Grau de liberdade: ∞
$\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial R} = 1$	u_R Tipo de avaliação: B Distribuição de probabilidade: triangular Grau de liberdade: ∞
Grau de liberdade efetivo $\nu = \frac{u^4(\varepsilon_i)}{\frac{u_{L_{MM3C}}^4}{4}}$	

CAPÍTULO 6

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Uma vez apresentados a parte teórica e o procedimento de calibração com o esquadro mecânico de esferas para MM3Cs, cabe agora mostrar os resultados obtidos através da sua aplicação na máquina de medir descrita no capítulo 5.

Primeiramente, foi realizada a calibração do artefato de forma a obter as posições dos centros das esferas e o erro de ortogonalidade do esquadro. De posse destes resultados foi possível a aplicação da técnica e verificar se o procedimento consegue gerar, de forma eficiente, os mapas de erros de uma MM3C, bem, como permitir o diagnóstico das fontes de erros.

O sistema de sondagem da MM3C foi qualificado com um único apalpador, inicialmente disposto na direção vertical (direção Z) e, em seguida, na direção horizontal (direção X). Todos os ensaios experimentais são realizados mantendo a temperatura ambiente a $20 \pm 1^\circ\text{C}$ e umidade relativa do ar sendo de $45 \pm 2\%$. O diâmetro da esfera do sistema de sondagem, 4 mm, foi escolhido com a finalidade de minimizar a influência da rugosidade superficial da parede externa das esferas nos resultados das medições.

Além disso, o artefato utilizado, o Esquadro Mecânico de Esferas, deve ser avaliado quanto a aspectos tais como: custo e fabricação.

6.1 RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO

6.1.1 COMPONENTE E_y DO ERRO VOLUMÉTRICO

A equação 5.10 desenvolvida no capítulo 5 e transcrita para este capítulo é a equação do MRSE para o cálculo da componente E_y do erro volumétrico para qualquer posição do volume de trabalho da máquina.

$$E_y[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)] + {}^a \varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x, y)_{i,j} + \varepsilon_y(z)_k \quad (6.1)$$

$$\text{onde: } \varepsilon_y(x, y)_{i,j} = \varepsilon_y(x)_i + {}^b \varepsilon_y(y)_j$$

Inicialmente serão construídos os gráficos de erros para os planos ZY com $x = 0$ e XY com $z = 0$ mm obtidos, respectivamente, para o erro de escala mais os grupos dos erros ${}^b \varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$, relativos, respectivamente, ao erro Pitch(y), ao grupo dos erros Roll(x), OrtXY e Ret(Y(x), medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições XY com $z = 0$ mm e XY com $z = \text{máximo}$. Logo em seguida, com a obtenção destes gráficos, será possível gerar os mapas de erros para todos os planos XY relativos a estes grupos de erros da componente E_y do erro volumétrico.

Na equação 6.1 o termo $E_y[Pos(X_0, Y_j, Z_0)]$ corresponde ao erro de escala do eixo Y. O gráfico 6.1 apresenta os valores obtidos para este erro, bem como, sua incerteza padronizada combinada.

Ao erro de escala acrescenta-se o termo ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ correspondente ao erro pitch(y). O gráfico 6.2 mostra o resultado deste acréscimo, para o plano ZY com $x=0\text{mm}$.

No gráfico 6.2. pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação aproximadamente similares e que os valores dos erros crescem em módulo ao longo do eixo Y. Além disso, pode-se notar que os valores crescem proporcionalmente à coordenada Z, o que pode ser explicado pelo fato dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$, para uma mesma posição Y, serem positivos e, também, proporcionais à posição Z, como mostra o gráfico 6.3.

**Gráfico 6.2 Erro de escala do eixo Y + ${}^b\varepsilon_y(y)_j$
[Plano ZYxmin]**

**Gráfico 6.3 Erro ${}^b\varepsilon_y(y)_j$
[Plano ZYxmin]**

Ao erro de escala acrescenta-se o termo $\varepsilon_y(x)_i$ correspondente ao grupo dos erros Roll(x), OrtXY e Ret(Y(x)). O gráfico 6.4 mostra o resultado deste acréscimo, para o plano XY com $z = 0\text{mm}$.

Gráfico 6.4 Erro de escala do eixo (Y) + $\varepsilon_y(x)_i$ [Plano ZXymin]

No gráfico 6.4. pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação aproximadamente similares e que os valores dos erros crescem ao longo do eixo X. Além disso, pode-se notar que os valores diminuem proporcionalmente à coordenada Z, o que pode ser explicado pelo fato dos erros $\varepsilon_y(x)_j$, para uma mesma posição X, serem negativos e também proporcionais à posição Z, como mostra o gráfico 6.5.

Gráfico 6.5 Erro $\varepsilon_y(x)_i$ [Plano ZXymin]

O acréscimo dos erros $\varepsilon_y(x)_i$ aos valores apresentados no gráfico 6.2 e o acréscimo dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ aos valores apresentados no gráfico 6.4 obtém-se, respectivamente, os gráficos 6.6 e 6.7. Pode-se observar que nem a forma das curvas nem os valores dos erros foram modificados em comparação aos apresentados nos gráficos 6.2 e 6.4.

Em ambos os casos acima, os acréscimos nos respectivos planos ZY com $x = 0\text{mm}$ e ZX com $y = 0\text{mm}$, não exercem influência um sobre o outro. Isso se deve ao fato dos erros $\varepsilon_y(x)_i$ corresponderem à influência dos erros Roll(x), OrtXY e Ret(Y(x) sobre o posicionamento em X da ponta do sensor e mesmo esta influência sendo proporcional a braços Z, no primeiro acréscimo, o plano tem coordenada $X = 0\text{mm}$, onde $\varepsilon_y(x)_i$ é igual a zero. E ao fato dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ corresponderem à influência do erro angular pitch(y) sobre o posicionamento em Y da ponta do sensor e mesmo esta influência sendo proporcional a braços Z, no segundo acréscimo o plano tem coordenada $Z = 0\text{mm}$, onde ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ é igual a zero.

Pode-se afirmar que as contribuições dos grupos de erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$ relativas, respectivamente, aos planos ZY com $x = 0\text{mm}$ e ZX com $y = 0\text{mm}$, obtidas para o esquadro nas posições XY com z_{max} e XY com z_{min} podem ser superpostas, a fim de obter-se a contribuição do erro de

escala do eixo Y mais as contribuições destes grupos de erros na direção Y, para todos os planos XY do volume de trabalho da máquina.

**Gráfico 6.7 Erro de escala do eixo (Y) + $\varepsilon_y(x)_i$ + $\varepsilon_y(y)_j$
[Plano ZXymin]**

Os gráficos 6.8, 6.9, 6.10 e 6.11, respectivamente, nos planos XY com zmin, XY com zmin+40mm, XY com Zmin+80 e XY com Zmax, mostram o resultado obtido da superposição do erro de escala mais os grupos de erros $\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$.

**Gráfico 6.8 Erro de escala do eixo Y + $\varepsilon_y(y)_j$ + $\varepsilon_y(x)_i$
[Plano XY com zmin]**

Pode-se dizer, então, que quando o braço Z atingir seu valor máximo, ou seja, na posição 251,822mm ter-se-ão os maiores valores, em módulo, de $\varepsilon_y(y)_j$ e de $\varepsilon_y(x)_i$.

Como $\varepsilon_y(x)_i$ é medido através do movimento em X, ou seja, perpendicularmente à direção Y, o valor a acrescentar, à componente Y do erro volumétrico de cada ponto, pertencente a uma mesma geratriz, é uma constante. Portanto, a forma das superfícies não são diferentes para as posições z. As superfícies foram somente transladadas.

**Gráfico 6.9 Erro de escala do eixo Y + ${}^b\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x)_i$
[Plano XY com $z_{\min}+40$]**

**Gráfico 6.10 erro de escala do eixo Y + ${}^b\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(x)_i$
[Plano XY com $z_{\min}+80$]**

O próximo passo será acrescentar ao erro de escala do eixo Y os erros obtidos para os grupos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(z)_k$, relativos, respectivamente, ao erro Yaw(y), ao grupo dos erros RetY(z), Pitch(z) e OrtYZ, medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições ZY com $x = 0\text{mm}$ e ZY com $x =$ máximo, mas em primeiro lugar será realizada somente a superposição

das contribuições destes erros para os planos ZX com $y = 0\text{mm}$ e XY com $z = 0\text{mm}$.

**Gráfico 6.11 Erro de escala do eixo Y + $^b\epsilon_y(y)_j + \epsilon_y(x)_i$
[Plano XY com zmax]**

Os gráficos 6.12 e 6.13 apresentam os valores obtidos, respectivamente, para os grupos de erros $^a\epsilon_y(y)_j$ e $\epsilon_y(z)_k$ e, respectivamente, para os planos XY com $z = 0\text{mm}$ e ZX com $y = 0\text{mm}$.

Gráfico 6.12 Erro $^a\epsilon_y(y)_j$ [Plano XYZmin]

No gráfico 6.12, pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação aproximadamente similares e que os valores dos erros crescem em módulo ao longo do eixo Y. Além disso, pode-se notar que os valores crescem em módulo proporcionalmente à

coordenada Z, uma vez que os deslocamentos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$, para uma mesma posição Y, são proporcionais à posição Z.

Gráfico 6.13 Erro $\varepsilon_y(z)_k$ [Plano ZXymin]

O gráfico 6.13 apresenta os valores obtidos para o grupo de erro $\varepsilon_y(z)_k$, relativo aos erros RetY(z), Pitch(z) e OrtYZ, e para o plano ZX com $Y = 0\text{mm}$. Observa-se que os valores dos erros crescem ao longo do eixo Z, além disso, os deslocamentos $\varepsilon_y(z)_k$ são constantes para diferentes posições X.

Gráfico 6.14 Erro ${}^a\varepsilon_y(y)_j + \varepsilon_y(z)_k$ [Plano XYZmin]

O acréscimo dos deslocamentos $\varepsilon_y(z)_k$ aos valores apresentados no gráfico 6.12 e o acréscimo dos deslocamentos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ aos valores

apresentados no gráfico 6.13 obtêm-se respectivamente os gráficos 6.14 e 6.15. Pode-se observar que nem a forma das curvas e nem os valores dos erros foram modificados em comparação ao apresentado nos gráficos 6.12 e 6.13.

Os acréscimos nos respectivos planos XY com $z = 0\text{mm}$ e ZX com $y = 0\text{mm}$, não exercem influência um sobre o outro. Isso se deve ao fato dos deslocamentos $\varepsilon_y(z)_k$ corresponderem à influência dos erros $\text{RetY}(z)$, $\text{Pitch}(z)$ e OrtYZ , sobre o posicionamento em Y da ponta do sensor e esta influência variar com a coordenada Z que, no primeiro acréscimo, o plano tem coordenada $Z = 0\text{mm}$. E ao fato dos deslocamentos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ corresponderem à influência do erro angular $\text{yaw}(y)$ sobre o posicionamento em Y da ponta do sensor e esta influência embora seja proporcional a braços X que no segundo acréscimo o plano tem a coordenada X variando de 0 até 320mm, mas coordenada $Y = 0\text{mm}$ onde o valor de ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ é igual a zero.

Pode-se afirmar que as contribuições dos grupos de erros ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(z)_k$ relativas, respectivamente, aos planos XY com $z = 0\text{mm}$ e ZX com $y = 0\text{mm}$, obtidas para o esquadro nas posições ZY com $x = \text{máximo}$ e XY com $x = \text{mínimo}$, podem ser superpostas a fim de obter-se as contribuições destes grupos de erros na direção Y para todos os planos XY do volume de trabalho da máquina.

Os gráficos 6.16, 6.17 e 6.18, respectivamente, nos planos XY com z_{min} , XY com $z_{min}+80\text{mm}$ e XY com z_{max} , mostram o resultado obtido da superposição dos grupos de erros ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(z)_k$.

Como $\varepsilon_y(z)_k$ é medido através do movimento em Z, o valor a acrescentar aos erros ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ é uma constante para todos os pontos pertencentes a um mesmo plano XY e os erros ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ não dependem da posição ou da coordenada Z. A forma das superfícies não são modificadas como mostram os gráficos 6.16, 6.17 e 6.18.

Gráfico 6.16 Erro ${}^a\varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)$ [Plano XY $z = 0\text{mm}$]

Gráfico 6.17 Erro ${}^a\varepsilon_y(y) + \varepsilon_y(z)$ [Plano XY $z = 80\text{mm}$]

Finalmente o comportamento da componente E_y do erro volumétrico pode ser obtido para todos os planos XY do volume de trabalho da máquina de medir. Observe que, em primeiro lugar foram superpostos o erro de escala e os grupos dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$, relativos, respectivamente, ao erro Pitch(y), ao grupo dos erros Roll(x), OrtXY e Ret(Y(x), medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições XY com $z = 0\text{mm}$ e XY com $z = \text{máximo}$. Num segundo momento, foram superpostos os grupos dos erros os grupos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(z)_k$, relativos, respectivamente, ao erro Yaw(y), ao grupo dos erros RetY(z), Pitch(z) e OrtYZ, medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições ZY com $x = 0\text{mm}$ e ZY com $x = \text{máximo}$.

Em ambos os passos, foram gerados as superfícies do comportamento destes erros para planos XY. Neste momento, todos os grupos de erros serão superpostos, gerando as superfícies de erros da componente E_y do erro volumétrico para todos os planos XY, como mostram os gráficos 6.19, 6.20 e 6.21.

Finalizando-se a análise para a componente E_y do erro volumétrico, observam-se as superfícies apresentadas nos gráficos 6.19, 6.20 e 6.21.

Tais superfícies apresentam formas similares e os valores dos erros crescem ao longo do eixo Y, devido a influência dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$.

Pode-se também notar, através do gráfico 6.9, que os valores dos erros é zero somente para $z = 0\text{mm}$. Isso ocorre devido à influência do erro $\varepsilon_y(z)_k$ porque há um braço na direção Z.

**Gráfico 6.19 Componente Ey do erro volumétrico
[Plano XY $z = 0\text{mm}$]**

**Gráfico 6.20 Componente Ey do erro volumétrico
[Plano XY $z = 80\text{mm}$]**

**Gráfico 6.21 Componente Ey do erro volumétrico
[Plano XY z = max]**

6.1.2 COMPONENTE E_x DO ERRO VOLUMÉTRICO

A equação 5.19 desenvolvida no capítulo 5 e transcrita para este capítulo é a equação do MRSE para o cálculo da componente E_x do erro volumétrico para qualquer posição do volume de trabalho da máquina.

$$E_x[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)] + \varepsilon_x(x, y)_{i,j} + \varepsilon_x(z)_k \quad (6.2)$$

$$\text{onde: } \varepsilon_x(x, y)_{i,j} = \varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j$$

Inicialmente serão construídos os gráficos de erros para os planos ZX com $y = 0\text{mm}$ e ZY com $x = 0$ obtidos, respectivamente, para o erro de escala mais os grupos dos erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ relativos, respectivamente, ao erro Pitch(x), ao grupo dos erros OrtXY, Ret(X(y), Yaw(y) e Roll(y), medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições XY com $z = 0\text{mm}$ e XY com $z = \text{máximo}$. Logo em seguida, com a obtenção destes gráficos será possível gerar os mapas de erros para todos os planos XY relativo a estes grupos de erros da componente E_x do erro volumétrico.

Na equação 6.2 o termo $E_x[Pos(X_i, Y_0, Z_0)]$ corresponde ao erro de escala do eixo X. O gráfico 6.22 apresenta os valores obtidos para este erro, bem como, sua incerteza padronizada combinada.

Ao erro de escala, acrescenta-se o termo $\varepsilon_x(x)_i$ correspondente ao erro pitch(x). O gráfico 6.23 mostra o resultado deste acréscimo, para o plano ZX com $y=0\text{mm}$.

No gráfico 6.23 pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação aproximadamente similares e que os valores dos erros diminuem ao longo do eixo X. Além disso, pode-se notar que os valores diminuem proporcionalmente à coordenada Z, o que pode ser explicado pelo fato dos erros $\varepsilon_x(x)_i$, para uma mesma posição X, serem negativos e, também, proporcionais à posição Z, como mostra o gráfico 6.24.

Gráfico 6.22 Erro de escala do eixo X

**Gráfico 6.23 Erro de escala do eixo X + $\varepsilon_x(x)_i$
[Plano ZXymin]**

Ao erro de escala, acrescenta-se o termo $\varepsilon_x(y)_j$ correspondente ao grupo dos erros OrtXY, Ret(X(y), Yaw(y) e Roll(y). O gráfico 6.25 mostra o resultado deste acréscimo, para o plano ZY com $x = 0\text{mm}$.

No gráfico 6.25, pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação aproximadamente similares e que os valores dos erros crescem ao longo do eixo X. Além disso, pode-se notar que os valores diminuem proporcionalmente à coordenada Z, o que pode ser explicado pelo fato dos erros $\varepsilon_x(y)_j$, para uma mesma posição Y, serem negativos e, também, proporcionais à posição Z, como mostra o gráfico 6.26.

O acréscimo dos erros $\varepsilon_x(y)_j$ aos valores apresentados no gráfico 6.23 e o acréscimo dos erros $\varepsilon_x(x)_i$ aos valores apresentados no gráfico 6.25 obtêm-se, respectivamente, os gráficos 6.27 e 6.28. Pode-se observar que, nem a forma das curvas nem os valores dos erros foram modificados em comparação aos apresentados nos gráficos 6.23 e 6.25.

Em ambos os casos acima, os acréscimos nos respectivos planos ZX com $y = 0\text{mm}$ e ZY com $x = 0\text{mm}$ não exercem influência um sobre o outro. Isso se deve ao fato dos erros $\varepsilon_x(y)_j$ corresponderem à influência dos erros OrtXY, Ret(X(y), Yaw(y) e Roll(y) sobre o posicionamento em X da ponta do sensor e mesmo esta influência sendo proporcional a braços em Z, no primeiro acréscimo, o plano tem coordenada $X = 0\text{mm}$, onde $\varepsilon_x(y)_j$ é igual à zero. E ao fato dos erros $\varepsilon_x(x)_i$ corresponderem à influência do erro angular pitch(x) sobre o posicionamento em X da ponta do sensor, mesmo esta influência sendo proporcional a braços Z, no segundo acréscimo, o plano tem coordenada $X = 0\text{mm}$, onde $\varepsilon_x(x)_i$ é igual à zero.

Pode-se afirmar que as contribuições dos grupos de erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ relativas, respectivamente, aos planos ZX com $y = 0\text{mm}$ e ZY com $x = 0\text{mm}$, obtidas para o esquadro nas posições XY com z_{max} e XY com z_{min} , são as mesmas.

z_{min} , podem ser superpostas, a fim de obter-se a contribuição do erro de escala do eixo X mais as contribuições destes grupos de erros na direção X para todos os planos XY do volume de trabalho da máquina.

**Gráfico 6.27 Erro de escala do eixo X + $\varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j$
[Plano ZXymin]**

**Gráfico 6.28 Erro de escala do eixo X + $\varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j$
[Plano ZYxmin]**

O gráfico 6.29 no plano XY com $z_{min}+40\text{mm}$ mostra um resultado obtido da superposição do erro de escala mais os grupos de erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_i$.

Pode-se dizer, então, que quando o braço Z atingir seu valor máximo, ou seja, na posição 251,822mm ter-se-ão os maiores valores, em módulo, de $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_i$.

Como $\varepsilon_x(y)_j$ é medido através do movimento em Y, ou seja, perpendicularmente à direção X, o valor a acrescentar, à componente X do erro volumétrico de cada ponto pertencente a uma mesma geratriz, é uma constante. Portanto, a forma das superfícies não é diferente para as posições z.

**Gráfico 6.29 Erro de escala + $\varepsilon_x(x)_i + \varepsilon_x(y)_j$
[Plano XY z=40]**

O próximo passo será acrescentar ao erro de escala do eixo X os erros obtidos para o grupo $\varepsilon_x(z)_k$, relativo ao grupo dos erros Yaw(z), OrtXZ e RetX(z), medidos com o esquadro mecânico de esferas na posição ZX com $y = 205\text{mm}$.

O gráfico 6.30 apresenta os valores obtidos para o grupo de erro $\varepsilon_x(z)_k$ para o plano ZY com $x = 0\text{mm}$. Pode-se observar que os valores dos erros crescem ao longo do eixo Z, além disso, os deslocamentos $\varepsilon_x(z)_k$ são constantes para diferentes posições Y, como mostra o gráfico 6.31.

O comportamento da componente E_x do erro volumétrico pode ser obtido para todos os planos XY do volume de trabalho da máquina de medir. Observe, que em primeiro lugar, foram superpostos o erro de escala e os grupos dos erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ relativos, respectivamente, ao erro Pitch(x), ao grupo dos erros OrtXY, Ret(X(y), Yaw(y) e Roll(y), medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições XY com $z = 0\text{mm}$ e XY com $z = \text{máximo}$.

O próximo passo será superpor o grupo dos erros $\varepsilon_x(z)_k$ relativos ao grupo dos erros Yaw(z), OrtXZ e RetX(z), medidos com o esquadro mecânico de esferas na posição ZX com $y = 205\text{mm}$.

Gráfico 6.30 Erro $\varepsilon_x(z)_k$ [Plano ZX]

Gráfico 6.31 Erro $\varepsilon_x(z)_k$ [Plano ZYxmin]

Em ambas as etapas anteriores foram geradas as superfícies do comportamento dos erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ para os planos XY e dos erros $\varepsilon_x(z)_k$ para os planos YZ. Neste momento, todos os grupos de erros serão superpostos, gerando as superfícies de erros da componente E_x do erro volumétrico para todos os planos XY, como mostra o gráfico 6.32.

Finalizando-se a análise para a componente E_x do erro volumétrico, observa-se a superfície apresentada no gráfico 6.32, a menos de uma

constante se repetirá, apresentando formas similares para diferentes alturas z , uma vez que o erro $\varepsilon_x(z)_k$ é medido através do movimento em Z . O valor a acrescentar aos erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ é uma constante para todos os pontos pertencentes a um mesmo plano XY e os erros $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ não dependem da posição ou da coordenada Z , a forma das superfícies não são modificadas.

**Gráfico 6.32 Componente Ex do erro volumétrico
[Plano XY zmin]**

Pode-se, também, notar, através do gráfico 6.32, que o valor dos erros é zero somente para $z = 0\text{mm}$. Isso ocorre devido à influência do erro $\varepsilon_x(z)_k$, porque há um braço na direção Z e os valores dos erros crescem ao longo do eixo X , devido a influência dos erros $\varepsilon_x(x)_i$.

6.1.3 COMPONENTE E_z DO ERRO VOLUMÉTRICO

A equação 5.18 desenvolvida no capítulo 5 e transcrita para este capítulo, é a equação do MRSE para o cálculo da componente E_z do erro volumétrico para qualquer posição do volume de trabalho da máquina.

$$E_z[Pos(X_i, Y_j, Z_k)] = E[Pos(X_0, Y_0, Z_k)] + \varepsilon_z(x)_i + \varepsilon_z(y)_j \quad (6.3)$$

Serão construídos os gráficos de erros no plano XY com $z = 0\text{mm}$ para o erro de escala mais os grupos dos erros $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ relativos,

respectivamente, ao grupo dos erros Roll (y), RetZ(x) e Pitch(y) e ao grupo dos erros Roll(x) e RetZ(y), medidos com o esquadro mecânico de esferas nas posições ZX com $y = 205\text{mm}$, ZY com $x = \text{máximo e mínimo}$. Logo em seguida, com a obtenção destes gráficos, será possível gerar os mapas de erros para todos os planos XY relativos a estes grupos de erros da componente Ez do erro volumétrico.

Na equação 6.3, o termo $E[Pos(X_0, Y_0, Z_k)]$ corresponde ao erro de escala do eixo Z. O gráfico 6.33 apresenta os valores obtidos para este erro, bem como, sua incerteza padronizada combinada.

Ao erro de escala, acrescenta-se o termo $\varepsilon_z(x)_i$ correspondente aos erros Roll (y), RetZ(x) e Pitch(y). O gráfico 6.34 mostra o resultado deste acréscimo para o plano XY com $z=0\text{mm}$.

Pode-se observar que os valores dos erros crescem ao longo do eixo X, além disso, os deslocamentos $\varepsilon_z(x)_i$ são constantes para diferentes posições Y, como mostra o gráfico 6.34.

Ao erro de escala acrescenta-se o termo $\varepsilon_z(y)_j$, correspondente aos erros Roll(x) e RetZ(y). O gráfico 6.35 mostra o resultado deste acréscimo, para o plano XY com $z = 0\text{mm}$.

No gráfico 6.35 pode-se observar que as curvas de erros apresentam forma e inclinação, aproximadamente similares e que os valores dos erros

crecem ao longo do eixo Y. Além disso, pode-se notar que os valores diminuem não proporcionalmente à coordenada X, o que pode ser explicado pelo fato dos erros $\varepsilon_z(y)_j$, para uma mesma posição X, serem negativos e, também, proporcionais à posição X. o que pode ser explicado conhecendo-se os erros que compõem os deslocamentos $\varepsilon_z(y)_j$.

Gráfico 6.34 Erro de escala do eixo Z + $\varepsilon_z(x)_i$
[Plano ZX]

Gráfico 6.35 Erro de escala do Eixo Z + $\varepsilon_z(y)_j$
[Plano XYZmin]

Os deslocamentos $\varepsilon_z(y)_j$ são compostos pelos efeitos dos erros de retilidadeZ(x) e Roll(x), sobre a componente Z do erro volumétrico que

não são lineares para diferentes posições X, o que explica a não proporcionalidade citada acima.

O acréscimo dos erros $\varepsilon_z(y)_j$ aos valores apresentados no gráfico 6.34 e o acréscimo dos erros $\varepsilon_z(x)_i$ aos valores apresentados no gráfico 6.35 não modificam a forma das curvas nem os valores dos erros em comparação aos apresentados nos respectivos gráficos.

**Gráfico 6.36 Componente Ez do erro volumétrico
[PlanoXYZmin]**

Pode-se notar, através do gráfico 6.36, que o valor dos erros é zero somente para $z = 0\text{mm}$. Isso ocorre devido à influência de ambos os erros $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ por se igualarem à zero para $x = 0\text{mm}$.

Finalizando-se a análise para a componente E_z do erro volumétrico, observa-se a superfície apresentada no gráfico 6.36 se repetirá, apresentando as mesmas formas para diferentes alturas z , uma vez que o erro $\varepsilon_z(x)_i$ e $\varepsilon_z(y)_j$ são medidos, respectivamente, através dos movimentos em X e em Y. O valor a acrescentar à componente E_z do erro volumétrico é igual a zero para qualquer coordenada z .

6.2 CALIBRAÇÃO DO ARTEFATO

6.2.1 ERRO DE POSIÇÃO

A estimativa da distância entre os centros de duas esferas quaisquer A e B na SIP foi realizada através da calibração dos diâmetros das esferas A e B e da distância entre as respectivas esferas. As figuras 6.37 e 6.38 mostram, respectivamente, os resultados obtidos da calibração das barras com 7 e 9 esferas.

Gráfico 6.37 Calibração da barra com 7 esferas

Gráfico 6.38 Calibração da barra com 9 esferas

6.2.2 ERRO DE ORTOGONALIDADE

As tabelas 6.1 e 6.2 apresentam os resultados da aplicação do método da reversão para a calibração do esquadro mecânico de esferas realizado na própria máquina de medir.

Tabela 6.1 Posição 1: valores médios de X_c e Y_c .

POSIÇÃO DIRETA	
MÉDIAS	
X_c (mm)	Y_c (mm)
HASTE // EIXO X	
84,859	208,921
124,820	210,129
164,805	211,243
204,774	212,352
244,758	213,492
284,734	214,599
324,702	215,738
HASTE // EIXO Y	
51,967	174,884
53,173	134,921
54,285	94,959
55,429	54,962
56,585	15,015

Cálculo do ângulo entre as hastes:

Haste // eixo $a = 2,822102E-02$ $\alpha (//X) = 2,821353E-02$
 $b = 2,061260E+05$

Haste // eixo $a = -3,472766E+01$
 $b = 1,977525E+06$ $\alpha (//Y) = -1,542009E+00$

Ângulo entre as hastes: $1,570314E+00$ rad

Tabela 6.2 Posição 2: valores médios de X_c e Y_c .

POSIÇÃO REVERSA	
MÉDIAS	
X_c (mm)	Y_c (mm)
HASTE // EIXO X	
84,491	211,555
124,468	211,413
164,462	211,366
204,449	211,320
244,454	211,244
284,443	211,203
324,430	211,126
HASTE // EIXO Y	
50,709	244,708
50,833	284,687
50,898	324,671
50,990	364,677
51,087	404,619

Cálculo do ângulo entre as hastes:

Haste // eixo	$a = -1,631672E-03$	$\alpha (//X) = -1,631670E-03$
X:	$b = 2,116519E+05$	
Haste // eixo	$a = 4,353891E+02$	$\alpha (//Y) = 1,568500E+00$
Y:	$b = -2,183816E+07$	

Ângulo entre as hastes: $1,570131E+00$ rad

Erro de Ortogonalidade do Esquadro	118	segundos
Desvio Padrão	6	segundos

Os gráficos 6.39 e 6.40 mostram as posições dos centros das esferas para a posição direta e a posição reversa.

Gráfico 6.39 Centros das esferas para posição 1.

Gráfico 6.40 Centros das esferas para posição 2.

6.3 AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO COM OUTROS PROCEDIMENTOS CONHECIDOS

A utilização do esquadro mecânico de esferas, como artefato, mostrou-se ainda mais satisfatório a partir da análise dos primeiros resultados obtidos. A possibilidade de unir os termos ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ e $\varepsilon_y(x)_i$ da equação (5.7) e os termos $\varepsilon_x(x)_i$ e $\varepsilon_x(y)_j$ na equação (5.13) tornaram-se mais evidentes e factíveis.

O modelo foi aprimorado, diminuindo ainda mais o número de termos das equações para as componentes Ey e Ex do erro volumétrico como desenvolvido no capítulo 5.

Através de comparações dos gráficos 6.2 e 6.4 com os gráficos 6.6 e 6.7, respectivamente, verifica-se que o acréscimo dos erros $\varepsilon_y(x)_i$ aos valores apresentados no gráfico 6.2 para o plano ZY com x igual a zero e o acréscimo dos erros ${}^b\varepsilon_y(y)_j$ aos valores apresentados no gráfico 6.4 para o plano ZX com y igual a zero, não modificam nem a forma das curvas nem os valores dos erros apresentados nos gráficos 6.2 e 6.4. O mesmo ocorre para o acréscimo dos deslocamentos $\varepsilon_y(z)_k$ aos valores apresentados no gráfico 6.12 para o plano XY com z igual a zero e o acréscimo dos deslocamentos ${}^a\varepsilon_y(y)_j$ aos valores apresentados no gráfico 6.13 para o plano ZX com y igual a zero obtendo-se, respectivamente, os gráficos 6.14 e 6.15. Assim sendo, tais evidências possibilitaram o aprimoramento do modelo como dito inicialmente.

Para efeito de comparação do procedimento de calibração com o esquadro de esferas proposto neste trabalho, foram escolhidos o procedimento com a barra de furos e alguns procedimentos de calibração mais comuns na literatura: a calibração paramétrica e a do volume dividido.

➤ COMPARANDO COM A BARRA DE FUROS

No procedimento com a barra de furos desenvolvido por ZIRONDI (2002), foi utilizado, também, um esquadro mecânico de precisão para

levantamento dos erros com direção perpendicular à direção de movimento. Já o esquadro de esferas permite o levantamento tanto dos erros paralelos à direção de movimento como dos erros perpendiculares à direção de movimento. Assim sendo, a instrumentação do procedimento proposto é mais simples, uma vez que não é necessário um esquadro mecânico de precisão, simplificação desejada e sugerida como trabalho futuro no estudo citado com a barra de furos.

Na calibração com a barra de furos foram utilizadas seis posições para a barra e nove posições para o esquadro, além do que duas barras de tamanhos diferentes. Aqui se utilizou somente um esquadro de esferas em apenas cinco posições. Isso reduz o tempo gasto no levantamento de dados e, conseqüentemente, o custo com relação à calibração com a barra de furos, além do que a equação reduzida de sintetização de erros, para o cálculo de E_x , E_y e E_z , é um pouco menor, possuindo um termo a menos tanto para E_x como para E_y .

➤ COMPARANDO COM O MÉTODO DE SINTETIZAÇÃO DE ERROS

O método de sintetização ou método paramétrico se apresenta como o mais completo método de calibração para avaliação de erros. No procedimento de calibração direta, utilizando-se o método de sintetização de erros, cada componente do erro volumétrico é medido individualmente com um padrão adequado. O método de sintetização possui a versatilidade de possibilitar o uso das curvas de erros obtidas através das calibrações para compensação dos erros sistemáticos.

Entretanto, ao se aplicar o método de sintetização, provavelmente, superestima-se a incerteza da MM3C, devido à propagação das incertezas associadas a cada termo das equações de sintetização que possuem grande número de termos. Além disso, o tempo de calibração é maior e a instrumentação a ser utilizada é de custo mais elevado, menos acessível, quando comparado com o procedimento de calibração com o esquadro de esferas.

No caso da equação de E_y e E_x , as equações de sintetização utilizando o método de sintetização de erros possuem nove termos cada e

a de Ez seis termos, além do que dependendo do erro a ser medido uma instrumentação diferente é utilizada. As equações do modelo reduzido do procedimento proposto possuem 4,3 e 3 termos para estimar Ey, Ex e Ez, respectivamente, diminuindo a propagação das incertezas.

Além das equações serem menores, o número de dados a serem levantados também é menor, sendo medido o erro de posicionamento dos centros das esferas para cinco posições do esquadro.

No modelo reduzido do procedimento proposto, os termos da equação possuem a mesma natureza e, portanto, tem-se uma facilidade nos cálculos das componentes do erro volumétrico, uma vez que os erros são apenas somados. A combinação dos erros levantados no método de sintetização exige que os erros angulares e os de ortogonalidade sejam multiplicados pelos braços de Abbè.

➤ COMPARANDO COM O MÉTODO DO VOLUME DIVIDIDO

O método do volume dividido tem como ponto positivo ser rigoroso e não necessita de hipóteses simplificadoras. O volume dividido reduz a propagação de incertezas da determinação das componentes Ex, Ey e Ez, levantando estes valores em todas as geratrizes dos planos XY, XZ e YZ.

Como ponto negativo, o método necessita de muito tempo para realizar os testes, o que o torna caro e mais sensível às incertezas, devido às mudanças de temperatura durante os ensaios, como apresentado no capítulo 2.

No Método do Volume Divido Parcial, os erros de posicionamento são medidos em 42 geratrizes, distribuídas nos planos XY, XZ e YZ, além de considerar as correções de ortogonalidade e retilineidade que são necessárias. A tentativa de reduzir o número de geratrizes como a apresentada por ORREGO (1999), requerem mais dados que o procedimento com o esquadro de esferas aqui apresentado.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi apresentado um novo procedimento de calibração indireta para MM3Cs através de um novo artefato, o esquadro mecânico de esferas.

A literatura sobre o assunto destaca a necessidade de procedimentos que permitam calibrar máquinas de medir de forma rápida, de baixo custo e eficientes.

O procedimento proposto permite calibrar a MM3C a partir de medições dos erros de posicionamento dos centros de esferas obtidos para cinco posições do esquadro mecânico de esferas. A calibração necessita de pouco tempo, o que reduz o custo desta atividade e é de fácil realização. A partir da calibração foram feitos os mapas de erros para as três componentes do erro volumétrico como também realizado o diagnóstico das fontes de erros.

O novo MRSE desenvolvido foi obtido de uma modificação em modelos já existentes adaptando-o para o procedimento com o esquadro de esferas. Para esta adaptação foi apresentada uma extensa discussão no capítulo 5 onde se procurou mostrar as geratrizes onde os erros ou grupos de erros deveriam ser medidos.

O procedimento proposto foi aplicado em uma Máquina de Medir, tipo ponte móvel, e envolveu a realização de ensaios planejados e executados utilizando o esquadro mecânico de esferas.

Em todas as etapas do ensaio, foram obtidas as superfícies de erros para os planos XY, XZ e YZ com a finalidade de obter diagnósticos das fontes de erros da máquina.

Um programa computacional em ambiente *DELPHI™* (MARQUES, 2003), foi utilizado na medição das várias características envolvidos no procedimento de calibração devido à facilidade para seu uso e manipulação de dados.

Uma etapa importante no uso do novo procedimento foi a calibração do próprio artefato, tanto a calibração do posicionamento dos centros das esferas como a calibração da ortogonalidade do esquadro. Envolveu o método da reversão, onde foram obtidos os erros de ortogonalidade do esquadro e os erros de retilineidade do posicionamento dos centros das esferas no plano do esquadro. Desta forma o posicionamento relativo entre as esferas do esquadro tornou-se conhecido.

A utilização do esquadro mecânico de esferas, calibrado com instrumento pertencente a cadeia de rastreabilidade, SIP, atende aos requisitos de rastreabilidade. Assim, os erros medidos e calculados são rastreáveis à unidade fundamental.

O novo artefato possibilitou as medições dos erros que tem sua direção igual à direção de movimentação assim como os erros onde sua direção é perpendicular à direção de movimentação. O procedimento desenvolvido mostrou-se confiável e eficiente, além do baixo custo para a sua implementação.

Da aplicação do novo procedimento de calibração indireta através de um esquadro mecânico de esferas foi possível chegar as seguintes conclusões:

- O modelo e o artefato utilizado reduzem sensivelmente os conjuntos de dados utilizados para a compensação dos erros da máquina. Para cada posição do esquadro na calibração da máquina um

agrupamento de erros individuais é medido o que diminuiu o número de montagens experimentais necessárias e levantados em comparação a outros modelos, tais como, volume dividido total ou parcial e técnica paramétrica. Isso reduz o tempo de levantamento de dados em 90% e conseqüentemente reduz o custo da calibração;

- o novo modelo possibilitou um melhor algoritmo para os cálculos dos erros oferecendo um menor resultado do erro. O uso de equações reduzidas de sintetização de erros possibilitou diminuir a propagação de incerteza no cálculo dos erros uma vez que para uma MM3C, tipo ponte móvel, as equações de sintetização sem redução de E_x e E_y possuem 9 termos cada e a de E_z , seis, já as equações de E_y , E_x e E_z , do MRSE, possuem respectivamente 4, 3 e 3 termos, como cada termo possui uma incerteza associada e seus coeficientes de sensibilidade são constantes, um número menor de termos diminui a propagação da incerteza no cálculo do erro da MM3C;
- mesmo utilizando um modelo com número reduzido de termos, MRSE, através de simples comparações, foi possível diagnosticar as fontes de erros o que torna o modelo bastante interessante aos fabricantes de MM3Cs;
- o procedimento proposto pode ser aplicado a outras configurações de MM3Cs, guardadas as devidas diferenças de estruturas que alteram as componentes de erros e, conseqüentemente, os grupos de erros formados .
- Fazendo uso do método da reversão foi possível calibrar o erro de ortogonalidade e o erro de retilidade do esquadro de esferas;
- os resultados das medições dos diâmetros das esferas na SIP apresentaram repetibilidade abaixo de $0,1\mu\text{m}$, este resultado é de

grande importância para o procedimento de calibração da máquina de medir.

- Durante as medições das distâncias entre os centros das esferas, vários pontos, ao longo da superfície externa de cada esfera, foram levantados. Se cada ponto sofre diferentes influências dos erros cíclicos e o diâmetro das esferas permite que mais de um ciclo ocorra, o cálculo do centro utilizando todos esses pontos minimiza o efeito desse erro;
- a influência da rugosidade superficial da parede externa das esferas, nas medições, pode ser eliminada escolhendo-se corretamente o diâmetro do apalpador. Da mesma forma, as influências dos erros de forma das esferas são minimizadas quando um número conveniente de pontos é tomado.
- Devido a facilidade de fabricação e calibração do artefato o seu custo é menor que outros artefatos, diminuindo ainda mais o custo da calibração. Estima-se em torno de 40% o custo da calibração utilizando o esquadro mecânico de esferas quando comparado a placa de esferas.
- O artefato é fácil de ser manuseado e posicionado quando comparados com padrões tridimensionais, como as placas de esferas e de furos devido ao seu tamanho e peso reduzidos em comparação a estes últimos.
- A calibração pode ser feita facilmente pelo próprio usuário sem a necessidade de recorrer a outros equipamentos, como: níveis eletrônicos, lasers e óticas sofisticadas que exigem um treinamento mais avançado metrologia.

Durante o desenvolvimento deste trabalho e a partir das observações e conclusões, diferentes propostas para trabalhos futuros surgiram. São elas:

- A aplicação da metodologia apresentada para diferentes estruturas de MM3Cs.
- Desenvolvimento de um sistema de compensação de erros para a máquina de medir a três coordenadas que utilize o procedimento de calibração apresentado.
- Verificação da influência da temperatura na aplicação do procedimento de calibração.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

ABACKERLI, A. J. (1992). *Sistema de rastreamento interferométrico para calibração volumétrica de robôs industriais* 209p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos.

ANSI/ASME B 89.4.1(1997). *Methods For Performance Evaluation Of Coordinate Measuring Machines*. The American Society Of Mechanical Engineers.

ARENCIBIA, R.V. (2003). *Modelo de Sintetização de Erros Termicamente Induzidos em Máquinas de Medir a Três Coordenadas* 191p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos.

BELFORTE, G.; BONA, B.; CANUTO, E.; DONATI, F.; FERRARIS, F.; GORINI, I.; MOREI, S.; PEISINO, M.; SAROTI, S. (1987). *Coordinate Measuring Machines and Machine Tools Selfcalibration and Error Correction*. Annals of the CIRP, v.36, p.359-364.

BOSCH, J. A. (1995). *Evolution of Measurement*. Coordinate Measuring Machines and Systems, editor Bosch, J. A., pub. Marcel Dekker, cap.1, p. 18.

BROWN & SHARP (1988). *Coordinate Measuring Systems, user's manual*. North Kingstown, U.S.A.

BRYAN, J. B. (1967). *International status of thermal error research*. Annals of the CIRP, Paris, v.16,p.203-215.

BRYAN, J.B. (1979). *The Abbè principle revisited and updated interpretation*. Precision Engineering v.1, n.1, p.129-132.

BRYAN, J.B. (1982). A Simple Method for Testing Measuring Machines and Machines Tools. Part 2: Construction details. Precision Engineering. Abril.

BRYAN, J. B. (1990). International status of thermal error research. Annals of the CIRP, Paris, v39, n.2, p645-656.

BS 6808 (1989). *Coordinate Measuring Machines. Parte III Code of Prattice*. British Standards Intitution.

BURDEKIN, M. S.; VOUTSADOPOULOS, C. (1981). *Computer Aided Calibration of the Geometric Errors of Multi-axis Coordinate Measuring Machines*. Proc. Instn. Mech. Engrs, v. 195, p. 231 – 239.

BURDEKIN, M. AND VOUTSADOPOULOS,C. (1982). *Computer aided volumetric calibration of coordinate measuring machines*. NELEX82, Department of Mechanical Engineering - UMIST, September, pp.1-11.

- BURDEKIN, M.; DI GIACOMO, B.; XIJING, Z. (1984). *Calibration Software and Application to Co-ordinate Measuring Machine*. Department of Mechanical Engineering – UMIST, Manchester p.01-07.
- BURY, J. (1976). *The Direct Measurement of Volumetric Error of 3 Dimensional Co-ordinate Machine*. Nelex 76: Metrology Conference, p.1-11 J.
- CARDOZA, J.A.S. (1995) *Máquinas Virtuais de Medir a Três Coordenadas*. 209p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos-USP São Carlos.
- CASKEY, G.; HARI, Y.; HOCKEN, R.; PALANVEU, D.; RAJA, J.; WILSON, R.; CHEN, K. AND YANG, J. (1991). *Sampling Techniques for Coordinate Measuring Machines*. Proc. Of the NSF Conference.
- CHENSONG DONG; CHUCK ZHANG; BEN WANG; GUOXIONG ZHANG (2002). *Prediction and Compensation of Dynamic Errors for Coordinate Measuring Machines*. Journal of Manufacturing Science and Engineering, v. 124, p. 509-514, aug.
- CIPM (1980): *COMITÉ INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES*. Recomendação INC-1
- DENAVIT, J.; HARTENBERG, R.S. (1955). *A Kinematic Notation for Lower-pair Mechanisms based on Matrices*. Journal of Applied Mechanics, p.215-221, Jun.
- DIETRICH, C. F. (1973). *Uncertainty Calibration & Probability. The Statistics of Scientific and Industrial Measurement*. Published by ADAM HILGER LONDON..

- DI GIACOMO, B. (1986) *Computer Aided Calibration and Hybrid Compensation of Geometric Errors in Coordinate Measuring Machine*. Tese. University of Manchester Institute of Science and Technology.
- DI GIACOMO, B. (1999). *Rastreabilidade das Medições a Três Coordenadas*. Relatório Científico – Processo nº 1997/05517-7/, 89p.
- DI GIACOMO, B.; ORREGO, R.M.M.; SATO, D.P.V. (1997). *An Exploratory Study About the Second Order Errors in Mathematical Models of Coordinate Measuring Machines*. Metrocal. Abril .
- DOEBELIN, E. O. (1990). *Measurement Systems – Application and Design*. McGraw-Hill Kogakusha, Ltda.
- DONMEZ, M.A; BLOMQUIST, D. S.; HOCKEN, R. J.; LIU, C. R.; BARASH, M. M. (1986). *A General Methodology for Machine Tool Accuracy Enhancement by Error Compensation*. Precision Engineering v. 8. p.187-196.
- DONMEZ, M. A.; LIU, C. R.; BARASH, M. M. (1988). *A generalized mathematical model for machine tool errors*. Modeling, Sensing and Control of Manufacturing Process, ASME-PED, v. 23.
- ESTLER, W.T. (1985) *Calibration and use of optical straightedges in the metrology of precision machines*. Optical Engineering, v.24, n.3, p.372-379, May/Jun.
- EVANS, C.; HOCKEN, R.; ESTLER, W. T. (1996). *Self Calibration: Reversal, redundancy, error separation and absolute testing*. Annals of the CIRP, v.45/2.

- GUYE, J.J. (1978). *Metrological inspection of machining centers, jig boring machines and measuring machines through a statistical approach*. Société Genovice d'Instruments de Physique, Geneva, p.141-5.
- HARVIE, A. (1986). *Factors affecting component measurement on Coordinate Measuring Machines*. Precision Engineering, v.8, n.1, p.13-18.
- HEIDENHAIN (2000). *High tech sensors bring new precision to machining*. Disponível em: <http://www.heidenhain.com/phaise2/linms.html>. Acesso em 16 out. 2002.
- HEMINGRAY, C.P., COWLEY, A. AND BURDEKIN, M. (1971). *Positioning accuracy of numerically controlled machine tools*. Proceedings of the International Machine Tool Design and Research Conference, London, pp.319-324.
- HOCKEN, R.J. (1980). *Technology of Machine Tools, vol.5: Machine Tools Accuracy*. Lawrence Livermore Laboratory, report n.UCRL – 52960-5, 1-85.
- HOCKEN, R.; SIMPSON, A.; BORCHART, B.; LAZAR, J.; REEVE, C. AND STEIN, P; submitted by YOUNG, R. (1997). *Three Dimensional Metrology*. CIRP Annals, Vol.26. p. 403-408.
- INMETRO (1999). *Guia para Expressão das Incertezas de Medição*. Janeiro.
- JOHNSON, R. P.; YANG, Q. P. AND BUTLER, C. (1998). *Dynamic Error Characteristics of Touch Trigger Probes Fitted to Coordinate Measuring Machines*. IEEE Trans. Instrum. Meas., 47(5), p. 1168 – 1172, oct.

- JONES, S. D. AND ULSOY, A. G. (1995 a). *An optimization strategy for maximizing coordinate measuring machine productivity. Part 1: quantifying the effects of operating speed on measurement quality.* Journal of Engineering for Industry – Transactions of the ASME, v.117, p. 601 – 618.
- KIM, K. J. and KIM, K. (1996). *“A new measuring strategy for sculptured surfaces using offset surfaces”.* Journal of Manufacturing Science and Engineering – Transactions of the ASME, v. 118, p. 646 – 651.
- KNAPP, W.; TSCHUDI, U. AND BUCHER, A. (1991). *Comparison of Different Artefacts for Interim Coordinate-measuring Machine Checking: a report from the swiss standards committee.* Journal of the American Society for Precision Engineering, 13(4), outubro.
- KRUTH, J. P. (1994). *Self calibration method and software error correction for three dimensional coordinate measuring machine using artefact measurement.* Measurement, v. 14, p. 157-167.
- KUNZMANN, H.. et al. (1994). *Já há como rastrear as medições com máquinas de coordenadas ”.* Máquinas e Metais, Agosto, p. 74-85.
- KUNZMANN, H.; PFEIFER, T.; FLÜGGE, J. (1993). *Scales vs Laser Interferometers Performance and Comparison of Two Measuring Systems.* Annals of the CIRP v. 42/2.
- KUNZMANN, H. WÄLDELE, F. (1983). *On testing coordinate measuring machines (CMM) with kinematic reference standards (KRS).* Annals of the CIRP, 32(1), p. 465-468.1983.
- KUNZMANN, H. & WÄLDELE, F. (1988). *Performance of CMMs.* Annals of the CIRP, v. 39/2, p. 633 – 640.

- KUNZMANN, H. WÄLDELE, F., NI, J. (1995). *Accuracy Enhancement*. In: Bosch, J. A. *Coordinate measuring Machines and Systems*. New York. Marcel Dekker, Inc.
- LIM, C. K. e BURDEKIN (2002). *Rapid volumetric calibration of coordinate measuring machines using a hole bar artefact*. Proc. Instn Mech. Engrs, vol216 partB: J Engineering Manufacture, p. 1083-1093.
- LIM, S.; NAM, K. C. AND CHUNG, M. S. (1998). *A two-dimensional test body for calibration of coordinate measuring machines*. Precision Engineering, vol 10, p. 153-156.
- LINK, W. (1997) *Metrologia Mecânica. Expressão da Incerteza de Medição*. PROGRAMA RH METROLOGIA.
- LIRA, F.A. (2001). *Metrologia na indústria*. Editora Érica, São Paulo. 248p.
- LOVE, W.J. & SCARR, A.J. (1973). *The determination of the volumetric accuracy of multi axis machines*. Proceedings of 14th. MTDR Conference p.307-315.
- MARQUES, A. (1999). *A correlação entre os erros de retilidade e angulares nas máquinas de medir a três coordenadas* 131p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlo-USP, São Carlos.
- MARQUES, A. (2003). *Uma Interface Eletrônica e Computacional para Medições a Três Coordenadas* 150p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlo-USP, São Carlos.
- MITUTOYO (2002). Ursunpmya Operations Mitutoyo Museum. Disponível em: <http://www.mitutoyo.co.jp/eng/culture/history/2f/rinya.html>. Acesso em 26 jun. 2002.

- MU, Y., H.; NGOI, B., K. (1999). *Dynamic Error Compesation of Coordinate Measuring Machines for High-Speed Measurement*. The International Advanced Manufacturing Technology, 15, p. 810-814.
- NAWARA, L.; KOWALSKI, M. (1984). *The Investigations on Selected Dynamical Phenomena in the Heads of Multi-Coordinate Measuring Devices*. Annals of the CIRP, v. 33/1.
- NI, J. (1995). *Accessory Elements*. In: Bosch, J.A. *Coordinate Measuring Machines and Systems*, p.85-102, New York, Marcel Dekker, Inc.
- NI, J.; WÄLDELE, F. (1995). *Coordinate Measuring Machine* in: BOSCH, J.A. *Coordinate Measuring Machines and systems*. p.39-74. New York, Marcel Dekker, Inc.
- NI, J.; WU, S.M. (1993). *An on-line measurement technique for machine volumetric error compensation*. Journal of Engineering for Industry, v.115, p.85-92, Feb.
- ORREGO, R.M.M.(1999). *Método de Calibração Direta para Máquinas de Medir a Três Coordenadas* 175p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlo-USP, São Carlos.
- PAHK, H. J. E KIM, J. (1993). *Development of computer integrated system for erro diagnosis of a CMM using calibrated mechanical artefacts*. International Jounal of Machines Tools & Manufacture, v. 33, n. 6, p. 773-790.
- PEREIRA, P. H. (2001). *Characterization and Compensation of Dynamic Errors of a Scanning Coordinate Measuring Machine*. Ph.D. Thesis, University of Noth Carolina at Charlotte.

- PHILLIPS, S. D. (1995). *Performance Evaluations*. Coordinate Measuring Machines and Systems, editor Bosch. J. A., pub. Marcel Dekker, cap.7.
- PIRATELLI FILHO, A. (1998). *Método para Avaliação do Desempenho de Máquinas de Medir a Três Coordenadas Através de Planejamento de Experimentos*. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos.
- POOLE, A.B. (1983). *The calibration of coordinate measuring machines by statistical method*. Quality Assurance, v.9, n.2, p.47-50.
- RESHETOV, D.N., PORTMAN, V.T. (1988). *Accuracy of Machine Tools*. ASME Press.
- SARTORI, S.; COLONNETTI, G. (1995). *Geometric error measurement and compensation of machines*. Keynote paper. Annals of the CIRP, v. 44 n.2, 1-11.
- SATO, D.P.V. (1998). *Uma Contribuição aos Modelos de Sintetização de Erros em Máquinas Ferramenta* 201p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos.
- SCARR, A. J. (1967). *Sources of Error*. In: *Metrology and Precision Engineering*. London: McGraw-Hill. Cap2, p.10-23.
- SCHELLEKENS, P.; ROSIELLE, N.; VERMEULEN, H.; VERMEULEN, M.; WETZELS, S. and PRIL, W. (1998). *Design for Precision: Current Status and Trends*. Annals of the CIRP 47/2, p. 557-586.
- SOONS, J.A. THEUWS, F.C. SCHELLEKENS, P.H. (1992). *Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology*. Precision Engineering v. 14, p.5-19.

TAGUCHI, G. (1987). *System of Experiments Design*. White Plains, NY, USA, UNIPUB / Kraus International Publications, 2v. 1189p.

TRAPET, E.; WÄLDELE, F. (1991). *Asseguramiento de la calidad para máquinas de medir por coordenadas*. PTB- Physikalish Technische Bundesanstalt. Seminario en el Centro Español de Metrologia, 17 al 21 de junho.

VDI/VDE 2617 (1986). *Accuracy of Coordinate Measuring Machines, Part 1: Characteristics and their checking*. Verein Deutscher Ingenieure/ Verband Deutscher Elektro-Techniker.

VUOLO, JOSÉ HENRIQUE (1996 2ª ed.). *Fundamentos da Teoria dos Erros*. Ed. Edgard Blücher Ltda. (511.43 V994f.2 – Bib. Central).

WECK, M. (1984). *Metrological Analysis and Performance Tests*. Handbook of Machine Tools, v. 4, Copyright Wiley Heyden Ltda. 1984.

WEEKERS, W. G.; SCHELLEKENS, P. H. J. (1995). Assessment of Dynamic Errors of CMMs for fast Probing. *Annals of the CIRP*, v.44/1.

WEEKERS, W. G.; SCHELLEKENS, P. H. J. (1997). *Compensation for dynamic errors of coordinate measuring machines*. *Measurement*, v. 20, n. 3, p. 197-209.

ZHANG, G.X.(1989). *A Study on the Abbè Principle and Abbè Error* *Annals of the CIRP*, v. 38. p. 525-528.

ZHANG, G..CHARLTON, B.B..HOCKEN, R. (1985). *Error Compensation of Coordinate Measuring Machines*. (Tianjim University - NBS Gaithersburg) - *Annals of CIRP*.

ZIEGERT, J.C. and MIZE, C.D. (1994). *The Laser ball bar: a new instrument for machine tool metrology*. Precision Engineering, v. 16 n.4. p 259-267.

ZIRONDI, R.B. (2002). *Modelo Reduzido de Sintetização de Erros para Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. 162p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos.

APÊNDICE A

TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

Este anexo trata da apresentação dos fundamentos de Transformações Homogêneas.

INTRODUÇÃO

O uso da cinemática do corpo rígido, com matrizes de transformação homogênea para modelar os erros, tem sido muito utilizada. Isto se deve à grande versatilidade desta técnica para modelar movimentos e os respectivos erros de máquinas.

A aplicação da técnica das transformações homogêneas (T.H.) nos problemas de cinemática teve seu início na Inglaterra, em 1875, com a publicação, segundo DENAVIT & HARTENBERG, 1955, do trabalho de F. Reuleaux. Neste trabalho foi apresentado, pela primeira vez, uma notação simbólica para descrever o comportamento de mecanismos. Apesar da proposta não permitir que a notação fosse utilizada para todas as geometrias existentes, considerando todas as possíveis variáveis de influência nos

movimentos analisados, serviu como base para o método introduzido por DENAVIT e HARTENBERG em 1955.

O trabalho de DENAVIT e HARTENBERG utiliza da cinemática do corpo rígido e define um sistema de coordenadas para cada elemento da máquina ferramenta, apresentando o que hoje é conhecido como teoria das transformações homogêneas.

O modelamento de erros, utilizando a referida técnica, fornece uma equação que sintetiza todos os erros dos diversos componentes da máquina em todas as direções de movimento. Desta forma, o valor e o comportamento do erro total da máquina avaliada podem ser determinados se os erros, que aparecem na equação de sintetização, forem medidos individualmente.

O estudo das relações cinemáticas entre componentes de um mecanismo utilizando transformações homogêneas, foi inicialmente realizado por DENAVIT e HARTENBERG em 1955. Muitos pesquisadores vieram a seguir e utilizaram essa técnica em máquinas de medir (BURDEKIM, 1981; DI GIACOMO et al., 1997), máquinas ferramentas (SATO, 1998; DOMEZ et al., 1988) e robôs (ABACKERLI, 1992).

Uma transformação homogênea no espaço R^3 é uma matriz 4×4 e pode representar translações e rotações. Dado um ponto (Q) no espaço R^3 , o ponto pode ser representado por um vetor $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ com relação a um sistema de coordenadas cartesianas, onde $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ são os vetores unitários dos eixos X, Y e Z respectivamente. A representação em coordenadas homogêneas deste ponto (Q) é dada por um vetor com (n+1) coordenadas, onde (n+1)-ésima coordenada é chamada de fator de escala.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdot \\ q_n \\ q_{n+1} \end{bmatrix}, Q \in \mathbb{R}^n \quad (A.1)$$

O ponto "Q" então pode ser representado em coordenadas homogêneas pelo vetor dado na equação (3.1) onde $a = \frac{q_1}{w}$, $b = \frac{q_2}{w}$, $c = \frac{q_3}{w}$ e w sendo o fator de escala.

$$\tilde{u} = (q_1, q_2, q_3, w)^T \quad (\text{A.2})$$

Observe que se w for igual a 1, os valores em coordenadas homogêneas do vetor são exatamente iguais aos valores em coordenadas cartesianas. Caso w se aproxime de zero, tem-se que as coordenadas a , b , c tendem a ∞ (infinito). Vetores cujo fator escala tendem a ∞ são usados para representar direções ou ângulos. Estes vetores tem um papel importante quando se quer representar movimentos rotacionais nas matrizes de transformação homogênea (SATO, 1998).

Segundo RESHETOV & PORTMAN, 1988, a representação tridimensional através de vetores de quarta ordem pode ser dividida em duas classes distintas dependendo de sua natureza geométrica (física). A primeira classe esta relacionada com os vetores que representam um ponto no espaço e portanto, sua quarta coordenada homogênea é não nula. Enquanto que a segunda classe contém os vetores que representam direções ou ângulos e, portanto, seu fator de escala é nulo.

As matrizes de transformações homogêneas em um espaço tridimensional são constituídas por matrizes 4×4 que representam a posição e orientação de um corpo rígido no espaço com relação a um sistema fixo de coordenada.

Dessa forma as matrizes de transformação homogênea conseguem explicar matricialmente os deslocamentos relativos sofridos pelos sistemas de coordenadas colocados em cada componente de uma MM3C.

Os vetores o_1 , o_2 , o_3 , e p em (3.3) representam respectivamente as direções e posições de um dado sistema de coordenadas com relação a outro, isto é, expressam as rotações e translações dos sistemas de coordenadas.

$$T = \begin{bmatrix} o_{1x} & o_{2x} & o_{3x} & p_x \\ o_{1y} & o_{2y} & o_{3y} & p_y \\ o_{1z} & o_{2z} & o_{3z} & p_z \\ o_{1s} & o_{2s} & o_{3s} & p_s \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

♦ MATRIZES DE TRANSLAÇÃO

Após, colocados os sistemas de coordenadas de referência e intermediários nos devidos componentes de uma MM3C é possível representar através de matrizes de T.H as translações dos sistemas intermediários em relação ao sistema de coordenadas de referência. Há três tipos de matrizes de transformação homogênea que podem expressar as translações dos sistemas de coordenadas.

Quando um sistema de coordenadas está vinculado a um componente móvel de uma MM3C que movimenta-se ao longo de um determinado eixo preferencial, ele experimenta uma translação em relação a um sistema de coordenada anterior.

Este deslocamento é considerado *sem erros* e é representado pela matriz $[T_{\text{mov}}]$, que representa a leitura da escala da máquina referente a uma direção preferencial X, Y ou Z.

A matriz de translação fica da seguinte forma:

$$[T_{\text{mov}}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A.4)$$

A distância existente entre dois sistemas de coordenadas colocados em partes não móveis da máquina são denominadas de translações puras. Estas translações puras, conhecidas por braços de Abbé, podem ser representadas nas matrizes de transformação homogênea por $[T_{\text{fixa}}]$, onde x , y e z representam o valor da distância entre sistemas de coordenadas em suas direções preferenciais.

$$[T_{\text{fixa}}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

As translações dos sistemas de coordenadas, vinculadas a um componente móvel, que ocorre na direção que não seja a preferencial (definida pela guia por onde translada o carro) pode ser representada pela matriz de T.H que representa as translações infinitesimais. Esta matriz pode ser vista abaixo, reconhecida por $[T_{\text{pr}}]$.

Translações infinitesimais representam os erros de posição e retilidade, e "k" na matriz $[T_{\text{pr}}]$, representa a direção preferencial de movimento.

A seguir, a matriz que representa as translações infinitesimais.

$$T_{\text{pr}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta x(k) \\ 0 & 1 & 0 & \delta y(k) \\ 0 & 0 & 1 & \delta z(k) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

♦ MATRIZ DE ROTAÇÃO

As matrizes de transformação homogênea que definem as rotações do sistema de coordenada vinculado a um componente mecânico (previamente definido) de uma MM3C, podem ser construídas se analisarmos cada rotação

do sistema de coordenadas em torno de um determinado eixo, tomado como referência.

ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO "X"

Considere um sistema de coordenadas (X_1, Y_1, Z_1) , que experimenta uma rotação α em torno do eixo "X", Figura 3.1.

Figura A.1 Rotação " α " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "X".

As expressões que representam as novas direções do sistema de coordenadas em função do sistema de coordenadas anterior são dadas por.

$$\begin{aligned}\vec{i} &= \vec{I} + 0\vec{J} + 0\vec{K} \\ \vec{j} &= 0\vec{I} + \cos\alpha\vec{J} + \sin\alpha\vec{K} \\ \vec{k} &= 0\vec{I} - \sin\alpha\vec{J} + \cos\alpha\vec{K}\end{aligned}$$

Logo a matriz de transformação homogênea que define a rotação do sistema de coordenadas em torno do eixo "X" é dada por (3.7):

$$\text{Rot}(X, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO "Y"

Rotacionando o sistema em torno do eixo "Y", Figura 3.2, e procedendo de forma análoga, obtém-se as equações das novas direções do sistema X_1 , Y_1 e Z_1 .

Figura A.2 Rotação " β " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "Y".

As expressões para a rotação do sistema em torno do eixo "Y" são.

$$\vec{i} = \cos \beta \vec{I} + 0 \vec{J} - \sin \beta \vec{K}$$

$$\vec{j} = 0 \vec{I} + \vec{J} + 0 \vec{K}$$

$$\vec{k} = -\sin \beta \vec{I} + 0 \vec{J} + \cos \beta \vec{K}$$

Representando as equações em matriz transformação tem-se:

$$\text{Rot (Y, } \beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO "Z"

Considere agora que o sistema $X_1Y_1Z_1$ tenha sofrido uma rotação γ em torno do eixo "Z", Figura 3.3.

Figura A.3 Rotação " γ " do sistema (X_1, Y_1, Z_1) em torno do eixo "Z".

As expressões que representam a rotação em torno do eixo "Z" estão escritas nas equações abaixo:

$$\vec{i} = \cos\delta\vec{I} + \text{sen}\delta\vec{J} + 0\vec{K}$$

$$\vec{j} = -\text{sen}\delta\vec{I} + \cos\delta\vec{J} + 0\vec{K}$$

$$\vec{k} = 0\vec{I} + 0\vec{J} + \vec{K}$$

e a matriz transformação de rotação em torno do eixo "Z" é

$$\text{Rot}(Z, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\text{sen}\gamma & 0 & 0 \\ \text{sen}\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

MATRIZ DE ROTAÇÃO INFINITESIMAL

A matriz de Transformação Homogênea que representa todas as rotações infinitesimais durante o movimento de um carro ao longo de uma guia, é dada através da expressão (3.10).

$$M_{rot} = \text{"Roll"} * \text{"Pitch"} * \text{"Yaw"} \quad (A.10)$$

Com o resultado desse produto tem-se agrupado em uma única matriz de transformação todas as rotações (erros angulares) que desenvolve um "carro" da MM3C durante uma translação. Para elementos móveis com um grau de liberdade em translação, pode-se assumir que estas rotações envolvidas pela matriz de transformação são muito pequenas, com valores muito próximos de zero. Dessa forma é possível utilizar a aproximação descrita em (3.11):

$$\sin\theta \approx \theta \quad \text{e} \quad \cos\theta \approx 1 \quad (A.11)$$

Utilizando (3.11) e desconsiderando eventuais termos de segunda ordem, que são produtos de dois ou mais valores infinitesimais (DI GIACOMO *et al.*, 1997) obtém-se a matriz de T.H (3.12) que descreve as rotações infinitesimais, ou seja:

$$M_{rot} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(i) & \varepsilon_y(i) & 0 \\ \varepsilon_z(i) & 1 & -\varepsilon_x(i) & 0 \\ -\varepsilon_y(i) & \varepsilon_x(i) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

♦ **MATRIZ DE ORTOGONALIDADE**

São inevitáveis os desvios de ortogonalidade que ocorre entre os três eixos de uma MM3C. Esses desvios podem ser expressos em matrizes de T.H para ortogonalidade representada por (3.13).

$$\text{Orto}(x,y,z) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zo} & -\varepsilon_{yo} & 0 \\ \varepsilon_{zo} & 1 & -\varepsilon_{xo} & 0 \\ \varepsilon_{yo} & \varepsilon_{xo} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

♦ **MATRIZ ERRO**

Todas as matrizes de transformação descritas acima podem ser agrupadas em uma única matriz, designada por M_{erro} a qual é composta pela combinação de matrizes de orientação e um vetor de posição:

$$M_{\text{erro}} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(i) & \varepsilon_y(i) & \delta x(i) \\ \varepsilon_z(i) & 1 & -\varepsilon_x(i) & \delta y(i) \\ -\varepsilon_y(i) & \varepsilon_x(i) & 1 & \delta z(i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

onde (i) representa o eixo de movimento em questão.

Através da manipulação adequada e conveniente dessas matrizes de transformação, o modelo matemático que prevê o erro volumétrico de uma MM3C pode ser elaborado. Para tanto, primeiramente, deve-se escolher um sistema de referência colocado numa parte não móvel da máquina para o modelamento. Além desse sistema, sistemas intermediários entre o sistema de referência e a ponta da sonda, devem ser colocados em pontos estratégicos da máquina para que todos os movimentos e erros das partes móveis da máquina sejam descritos.