

ANA LÚCIA LIBARDI

**Vibração em estruturas acopladas sujeitas a excitações em altas
frequências**

<p>Serviço de Pós-Graduação EESC/USP</p> <p>EXEMPLAR REVISADO</p> <p>Data de entrada no Serviço.....30/11/05.....</p> <p>Ass.:.....<i>lesar</i>.....</p>

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutora em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Assoc. Paulo Sergio Varoto

São Carlos
2005



DEDALUS - Acervo - EESC



31100053649

Class.	TESE - EESC
Cott.	L30246
Tombo	T308/05
Syno	1488960

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

L694v Libardi, Ana Lúcia
Vibração em estruturas acopladas sujeitas a excitações
em altas frequências / Ana Lúcia Libardi. -- São Carlos,
2005.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 2005.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Tit. Paulo Sergio Varoto.

1. Altas frequências. 2. Análise estatística
energética (SEA). 3. Método de injeção de potência (PIM).
4. Fator de perda por dissipação interna . 5. Fator de
perda por acoplamento. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

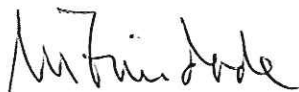
Candidata: Bacharel ANA LUCIA LIBARDI

Tese defendida e julgada em 28-09-2005 perante a Comissão Julgadora:



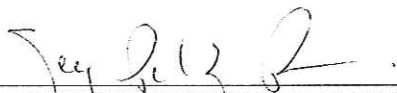
Prof. Associado **PAULO SÉRGIO VAROTO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA



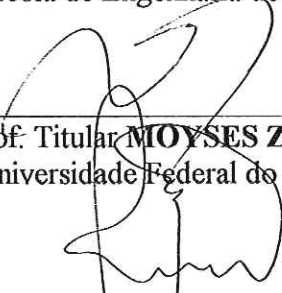
Prof. Dr. **MARCELO AREIAS TRINDADE**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA



Prof. Titular **SERGIO PERSIVAL BARONCINI PROENÇA**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA



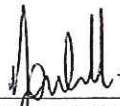
Prof. Titular **MOYSES ZINDELUK**
(Universidade Federal do Rio de Janeiro/UFRJ)

APROVADA

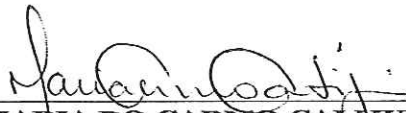


Prof. Dr. **ROGÉRIO PIRK**
(Centro Técnico Aeroespacial/CTA)

APROVADA



Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica



Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALMURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

2005

Dedicatória

Aos meus queridos pais, com Amor, Admiração e Gratidão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela saúde física e mental e por ter colocado em meu caminho pessoas que auxiliaram em muito para a minha formação.

Meu agradecimento especial ao Prof. Paulo Varoto pela orientação, pelo incentivo e pelo total apoio dispensado durante a elaboração desse trabalho.

Agradeço a minha família, simplesmente por tudo que fizeram ao longo de minha vida, obrigada.

Agradeço ao Carlos pela atenção, paciência, conselhos e pelo carinho.

Aos colegas de laboratório pelo companheirismo e em especial ao Leopoldo, Demian e Vinicius pelas contribuições em muitas etapas desse trabalho.

Meus sinceros agradecimentos aos funcionários do Laboratório de Dinâmica, Cristina, José Francisco (Xina), Diego, Sergio e Maria, por todo o apoio, pela amizade.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

E a todos que acreditam, torcem e contribuem para o meu crescimento.

RESUMO

LIBARDI, A. L. **Vibração em estruturas acopladas sujeitas a excitações em altas frequências**. 2005. 181 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos 2005.

Este trabalho baseia-se no estudo e aplicação da Análise Estatística de Energia (SEA). Tal técnica é amplamente empregada nos estudos de vibrações em altas frequências, dominadas por altas densidades modais e oferecendo toda a solução para o modelo em termos de parâmetros estatísticos. Aplica-se SEA tanto a modelos teóricos e numéricos quanto a modelos experimentais. Qualquer uma das duas abordagens descrita anteriormente tem como objetivo a obtenção dos parâmetros SEA, conhecidos por fator de perda por dissipação interna, fator de perda por acoplamento e densidade modal. Para o estudo e aplicação experimental da técnica SEA utiliza-se o Método de Injeção de Potência, sendo este aplicado a estruturas acopladas do tipo viga, numa configuração em T e estruturas acopladas do tipo placa que formam uma caixa. O estudo numérico e analítico também faz parte deste trabalho, tendo como base o desenvolvimento de uma formulação para vigas relativamente espessas, mostrando a influência geométrica na transmissão da vibração entre subsistemas. Comparações também são feitas entre os resultados obtidos experimentalmente na caixa e na viga T com os obtidos analiticamente e computacionalmente e em ambos os casos estes apresentaram uma boa correlação. Por fim, uma estrutura composta por uma cavidade acústica é estudada e um aparato

para injeção de potência é construído com base no estudo em altas frequências.

Palavras-chave: altas frequências, Análise Estatística Energética (SEA), Método de Injeção de Potência (PIM), fator de perda por dissipação interna e fator de perda por acoplamento.

ABSTRACT

LIBARDI, A. L. **Coupled Structures Vibrations subject a high frequencies excitation.** 2005. 181 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos 2005.

This work is based in the study and application of the Statistical Energy Analysis (SEA), which is applied to high frequencies vibrations characterized by high modal densities and the solution, is given in statistical terms. This analysis is used in numerical, analytical and experimental models and the principal objective is the estimative of the SEA parameters, known by damping loss factors, coupling loss factors and modal densities. The experimental model is based on the Power Injection Method (PIM), and this was applied in coupled structures, like beam type, that was coupled in a T-beam configuration and the other type of coupling was studied in a box type structure. An analytical model was developed in this thesis, it was based on the Timoshenko beam formulation and the possible geometrical effects were studied. The results obtained as experimentally as numerically or analytically were compared and showed a good agreement. Finally, an acoustic cavity was studied and a new display was constructed to inject power in the cavity and a high frequency study was performed.

Keywords: high frequencies, Statistical Energy Analysis (SEA), Power Injection Method (PIM), damping loss factor and coupling loss factor.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS	i
LISTA DE ABREVIACÕES	iii
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE FIGURAS	iv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Considerações Iniciais	1
1.2 Revisão Bibliográfica	4
1.3 Objetivos	16
1.3.1 Objetivos Gerais	16
1.3.2 Objetivos Específicos	16
1.4 Organização da Tese	17
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA ANÁLISE	20
ESTATÍSTICA DE ENERGIA	
2.1 Introdução	20
2.2 Estudo aplicado a subsistemas acoplados	21
2.2.1 Sistema com um grau de liberdade	21
2.2.2 Energia trocada entre dois subsistemas com vários GDL	29
3. O SIGNIFICADO DOS PARÂMETROS DA ANÁLISE	37
ESTATÍSTICA POR ENERGIA	
3.1 Introdução	37
3.2 Fator de Perda por Dissipação	37
3.2.1 Procedimentos Experimentais	38
3.2.1.1 Método da Taxa de Decaimento	39
3.2.1.2 Método da Meia Potência	40
3.2.1.3 Método do Balanço de Potência	41
3.2.2 Valores de Amortecimento Empíricos	41
3.2.3 Radiação Acústica	43

3.2.4 Métodos Numéricos para o cálculo do fator de amortecimento	44
3.3 Fator de Perda por Acoplamento	45
3.3.1 Subsistemas conectados via ponto	45
3.3.2 Subsistemas conectados ao longo de uma linha	47
3.3.3 Subsistemas conectados via uma área	51
3.3.4 Acoplamento entre subsistemas estruturais e acústicos	52
3.3.5 Procedimentos Experimentais	53
3.3.6 Procedimentos Numéricos	55
3.4 Densidade Modal	55
3.4.1 Método Analítico para a obtenção da Densidade Modal	56
3.4.1.1 Sistemas Unidimensionais	56
3.4.1.2 Sistemas Bidimensionais	58
3.4.1.3 Sistemas Tridimensionais	59
3.4.2 Método Numérico para a obtenção da Densidade Modal	60
3.4.3 Método Experimental para a obtenção da Densidade Modal	60
4. IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS SEA	63
4.1 Introdução	63
4.2 Método de Injeção de Potência	64
4.2.1 Método de Injeção de Potência Clássico	65
4.2.2 Solução para a matriz de energia mal condicionada proposta pelo Método de Injeção de Potência Clássico	68
4.2.3 Método de inversão da energia normalizada	69
4.3 Aplicação do Método de Injeção de Potência para o cálculo de Energia e Potência	71
4.3.1 Medição de Energia	71
4.3.2 Medição de Potência Injetada	73
4.3.2.1 Técnica dos dois microfones para medição de Impedância Acústica	76
4.4 Análise de Sensibilidade dos parâmetros da SEA	78

5. ESTUDO ANALÍTICO APLICANDO SEA EM	80
ESTRUTURAS ACOPLADAS DO TIPO VIGA	
5.1 Introdução	80
5.2 Teoria de Euler-Bernoulli	82
5.2.1 Coeficiente de Transmissão	86
5.2.2 Resultados referentes aos coeficientes de transmissão	90
utilizando a Teoria de Euler-Bernoulli	
5.3 Teoria de Viga de Timoshenko	95
5.3.1 Resultados referentes aos coeficientes de transmissão	99
utilizando a Teoria de Timoshenko	
5.4 Conclusões	101
6. ASPECTOS EXPERIMENTAIS DO PIM APLICADO A	103
ESTRUTURAS ACOPLADAS DO TIPO VIGA	
6.1 Introdução	103
6.2 Equacionamento do PIM aplicado a viga T	104
6.3 Configuração Experimental	107
6.4 Resultados Experimentais	108
6.5 Comparação entre os resultados analíticos e experimentais	122
6.6 Conclusões	126
7. ESTUDO ANALÍTICO APLICANDO SEA EM UMA	128
ESTRUTURA DO TIPO CAIXA	
7.1 Introdução	128
7.2 Estrutura em estudo	129
7.3 Acoplamento entre subsistemas estruturais	130
7.3.1 Resultados Analíticos considerando o acoplamento	133
estrutural	
7.4 Acoplamento entre subsistemas estruturais e acústicos	136
7.4.1 Resultados Analíticos considerando o acoplamento	138
estrutura-acústico	
7.5 Conclusões	140
8. ASPECTOS EXPERIMENTAIS DO PIM APLICADO A	142
UMA ESTRUTURA DO TIPO CAIXA	

8.1 Introdução	142
8.2 Configurações Experimentais	143
8.3 Resultados Experimentais	146
8.3.1 Efeitos do erro de medição da energia e potência de sobre os parâmetros da SEA	155
8.4 Comparação entre os resultados experimentais e computacionais	157
8.5 Desenvolvimento de um aparato experimental para a medição da potência injetada na cavidade acústica	159
8.5.1 Tubo de Impedância e a Técnica dos Dois Microfones	161
8.6 Conclusões	166
9. CONCLUSÕES FINAIS	168
9.1 Contribuições	171
9.2 Sugestões para Pesquisas Futuras	172
10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	173

LISTA DE SÍMBOLOS

Romanos

m	Massa
c	Amortecimento
k	Rigidez de mola
f_{ext}	Força externa
N	Número de modos
Δf	Intervalo de frequência
g_{12}	Parâmetro que expressa o acoplamento entre ressonadores
P_{ij}	Fluxo de Energia entre dois subsistemas i e j
E_i	Energia total do subsistema i
N_i	Número de modos do subsistema i
n_i	Densidade Modal do subsistema i
$P_{i,diss}$	Potência Dissipada do subsistema i
P_i	Potência total do subsistema i
E_{ij}^c	Parte da Energia do subsistema i vinda do subsistema j
DR	Taxa de Decaimento
f	Frequência central da banda
T_R	Tempo de Reverberação
$H(f)$	Função de Resposta em Frequência
M	Massa do Subsistema
$\langle v^2 \rangle$	Velocidade Média quadrática da vibração
$\langle p^2 \rangle$	Pressão Média quadrática
V	Volume do subsistema
c	Velocidade da onda sonora no meio em estudo
P_{rad}	Potência Sonora Radiada
A	Área da Superfície
$c_{g,i}$	Velocidade de grupo da onda correspondente
L_i	Comprimento do Subsistema i
P_{inc}	Potência Incidente
P_{ref}	Potência Refletida
P_{trans}	Potência Transmitida
Z_i	Impedância do subsistema i
R_i	Parte real da impedância do subsistema i
r	Amplitude do coeficiente de reflexão
k_i	Número de onda

R_{rad}	Resistência a radiação
P	Perímetro
A_p	Área do painel
h	Espessura da placa
c_l	Velocidade da onda longitudinal no sólido
c_ϕ	Velocidade de fase da onda de flexão
c_b	Velocidade de flexão
E	Módulo de Elasticidade
E_{ij}	Energia média do subsistema i quando o subsistema j é excitado
E_{ij}^n	Energia normalizada do subsistema i quando o subsistema j é excitado
$[E^n]$	Matriz das energias normalizadas
$S_{i,aa}$	Auto-espectro da aceleração
S_{af}	Espectro cruzado da aceleração pela força
H_{12}	FRF entre dois sinais
l	Distância do primeiro microfone até onde se medirá a impedância
I	Intensidade Acústica
S_{ff}	Auto-espectro da força
F_y	Força cortante
M_z	Momento fletor
I	Momento de Inércia da seção transversal
B_z	Rigidez a flexão
$\dot{u}_{y,inc}$	Amplitude da velocidade transversal
I_p	Momento polar de inércia
c_t	Velocidade torsional
G	Módulo de cisalhamento
N	Número de pontos de medidas
$\langle I^2 \rangle$	Força média quadrática
G_m	Condutância mecânica
s_η	Desvio padrão do valor médio
d	Diâmetro interno do tubo
$T_{1/2}$	Tempo necessário para que a amplitude da resposta caia pela metade

Gregos

ω_0	Frequência natural angular
η_{ij}	Fator de Perda por Acoplamento entre subsistemas i e j

ω	Frequência angular central da banda escolhida
η_{ii}	Fator de Perda por Dissipação Interna
$[\eta^0]$	Matriz de Perda Total
ρ	Densidade do meio
σ	Taxa de Radiação
ρ_0	Densidade do Ar
ρ_s	Densidade do Material
η_{rad}	Fator de Perda por Radiação
τ_{ij}	Coefficiente de Transmissão
δf_i	Espaçamento médio na frequência
θ	Direção da onda incidente
κ	Raio de Giração
μ	Coefficiente de Poisson
Δr	Distância entre os microfones
κ_y	Fator de correção de cisalhamento (<i>plano x-y</i>)
λ_B	Comprimento da onda em flexão
β_{ii}	Fator modal de dissipação do subsistema <i>i</i>
$\bar{\eta}$	Valor médio dos parâmetros da SEA

LISTA DE ABREVIACÕES

SEA	Análise Estatística de Energia (Statistical Energy Analysis)
DLF	Fator de Perda por Amortecimento ou Dissipação Interna (D amping L oss F actor)
CLF	Fator de Perda por Acoplamento (C oupling L oss F actor)
FRF	Função de Resposta em Frequência
PIM	Método de Injeção de Potência (P ower I njection M ethod)

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1	Amortecimento de materiais relevantes	
TABELA 5.1	Valores dos parâmetros representativos viga T (SIU)	

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: Sistema com um grau de liberdade	p.21
FIGURA 2.2: Sistema acoplado de dois osciladores	p.26
FIGURA 2.3: Interação dos modos de dois subsistemas com vários GDLs	p.29
FIGURA 2.4: Balanço de energia de um modelo de dois subsistemas	p.34
FIGURA 3.1: Propagação de energia para o cálculo de coeficiente de acoplamento	p.46
FIGURA 3.2: Duas placas acopladas ao longo de uma linha	p.48
FIGURA 4.1: Método de Injeção de Potência	p.65
FIGURA 4.2: Modelo SEA de três subsistemas	p.66
FIGURA 4.3: Medida da Potência de Entrada utilizando um excitador eletromagnético	p.73
FIGURA 4.4: Aparato utilizado para excitar a cavidade e obter a potência acústica	p.75
FIGURA 5.1: Direções das variáveis em um elemento de viga considerando flexão	p.83
FIGURA 5.2: Viga T em estudo	p.84
FIGURA 5.3: Onda incidente de flexão fora do plano e ondas transmitidas de flexão e longitudinais	p.92
FIGURA 5.4: Onda incidente de torção e transmissão em flexão	p.92
FIGURA 5.5: Comparação entre os coeficientes de transmissão obtidos analiticamente e pelo programa FreeSEA	p.93
FIGURA 5.6: Flexão incidente no plano, com transmissão em flexão no plano e longitudinalmente	p.94
FIGURA 5.7: Onda incidente longitudinal, com transmissão em flexão no plano	p.94
FIGURA 5.8: Comparação entre ondas incidentes fora do plano e transmissão, utilizando a teoria de Euler-Bernoulli e Timoshenko	p.99
FIGURA 5.9: Comparação entre ondas incidentes no plano e transmissão, utilizando a teoria de Euler-Bernoulli e Timoshenko	p.100

FIGURA 6.1: Viga T de alumínio em estudo	p.105
FIGURA 6.2: Auto espectro da força controlado	p.109
FIGURA 6.3: Suporte flexível utilizado para suspensão da viga	p.109
FIGURA 6.4: Aparato experimental	p.110
FIGURA 6.5: FRF de ponto da viga T	p.111
FIGURA 6.6: Fatores de perda por dissipação interna referente aos três subsistemas	p.113
FIGURA 6.7: Fator de perda por acoplamento η_{12}	p.114
FIGURA 6.8: Fator de perda por acoplamento η_{21}	p.115
FIGURA 6.9: Fator de perda por acoplamento η_{13}	p.116
FIGURA 6.10: Comparação entre η_{12} obtidos pelas Equações (6.6) e (6.15)	p.117
FIGURA 6.11: Comparação entre η_{33} obtidos pelas Equações (6.6) e (6.16)	p.118
FIGURA 6.12: Comparação entre as potências de entrada obtidas experimentalmente e analiticamente nos subsistemas 1, 2 e 3	p.120
FIGURA 6.13: Efeito da potência de entrada nos DLF, $\eta_{11}, \eta_{22}, \eta_{33}$ obtidos pela Eq. (6.6) e os demais pela Eq. (6.16), para estas utilizando a potência injetada dada Eq.(6.17)	p.121
FIGURA 6.14: Efeito da potência de entrada nos CLF, $\eta_{23}, \eta_{12}, \eta_{31}$ obtidos pela Eq. (6.6) e os demais pela Eq. (6.15), para estas utilizando a potência injetada dada Eq.(6.17)	p.122
FIGURA 6.15: Comparação entre os CLF obtidos analiticamente e experimentalmente	p.123
FIGURA 6.16: Comparação entre o CLF η_{12} obtido analiticamente e experimentalmente	p.124
FIGURA 6.17: Comparação entre o CLF η_{23} obtido analiticamente e experimentalmente	p.125
FIGURA 7.1: Estrutura em estudo	p.129
FIGURA 7.2: Comparação entre os CLF η_{12} obtido analiticamente Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA	p.133
FIGURA 7.3: Comparação entre os fatores de perda η_{12} e η_{21} obtidos analiticamente	p.134
FIGURA 7.4: Comparação entre os CLF η_{52} obtido analiticamente Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA	p.135
FIGURA 7.5: Comparação entre os CLF η_{43} obtido analiticamente Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA	p.136
FIGURA 7.6: Comparação entre os CLF η_{12} obtido analiticamente Eqs. (7.3), (7.5) e (7.7) e pelo programa	p.136

FreeSEA	
FIGURA 7.7: Comparação entre os CLF η_{17} obtido analiticamente e pelo programa FreeSEA	p.139
FIGURA 7.8: Comparação entre os CLF η_{17} obtido analiticamente e pelo programa FreeSEA	p.140
FIGURA 8.1: Estrutura em estudo	p.143
FIGURA 8.2: Posicionador do excitador eletromagnético	p.144
FIGURA 8.3: Suspensão da estrutura em estudo	p.145
FIGURA 8.4: Conexão shaker/estrutura	p.145
FIGURA 8.5: FRF de ponto medida no subsistema 1	p.146
FIGURA 8.6: Fatores de perda por dissipação interna	p.147
FIGURA 8.7: Fatores de perda por acoplamento entre os subsistemas 1 e 2	p.148
FIGURA 8.8: Fator de perda por acoplamento η_{12} e a sua variação em torno do valor médio	p.149
FIGURA 8.9: Fator de perda por acoplamento η_{25} obtidos via PIM clássico e PIM alternativo	p.150
FIGURA 8.10: Fator de perda por dissipação obtidos a partir de 8 pontos de medição por subsistema	p.150
FIGURA 8.11: Fator de perda por acoplamento obtidos a partir de 8 pontos de medição por subsistema	p.152
FIGURA 8.12: Fator de perda por acoplamento η_{25} obtidos via PIM clássico e PIM alternativo	p.153
FIGURA 8.13: Convergência do fator de perda por acoplamento η_{12} em relação ao número de pontos de medições	p.153
FIGURA 8.14: Parâmetros da SEA (a) fator de perda por acoplamento η_{52} e (b) fator de perda por amortecimento η_{44}	p.154
FIGURA 8.15: Efeito da energia no cálculo dos fatores de perda por dissipação interna	p.155
FIGURA 8.16: Efeito da energia no cálculo dos fatores de perda por acoplamento	p.156
FIGURA 8.17: Efeito da potência no cálculo dos fatores de perda por acoplamento	p.157
FIGURA 8.18: Variação do fator de perda por acoplamento η_{15} de acordo com flexibilidade rotacional das placas 1 e 5.	p.158
FIGURA 8.19: Variação do fator de perda por acoplamento η_{52} de acordo com flexibilidade rotacional das placas 5 e 2.	p.159
FIGURA 8.20: Aparato experimental para obtenção da potência sonora	p.160
FIGURA 8.21: Potência Sonora injetada na cavidade utilizando o aparato tubo-corneta-driver	p.163
FIGURA 8.22: Fator de perda por amortecimento da cavidade calculada a partir da intensidade sonora Eq. (8.6)	p.164
FIGURA 8.23: Tempo de decaimento medido na cavidade	p.165
FIGURA 8.24: Comparação entre os fatores de perda por amortecimento a partir do PIM e do decaimento livre	p.166



INTRODUÇÃO

1.1- Considerações Iniciais

Tradicionalmente a análise da vibração estrutural se concentra mais em baixas frequências, principalmente pelo fato de que nestas frequências se concentram as maiores amplitudes de deslocamento dinâmico da estrutura, o que invariavelmente provoca os maiores níveis de tensão e deformação. Entretanto, a exigência de estruturas cada vez mais leves e rígidas tem chamado a atenção para problemas de vibração em altas frequências, pois aí freqüentemente se encontram problemas de ruído e fadiga, que podem comprometer o funcionamento e a integridade estrutural do sistema em estudo.

Ferramentas para a predição de vibrações em médias e altas frequências são necessárias para o controle de ruído e níveis de vibração excessivos, sendo este controle bastante efetivo quando se conhece o caminho de transmissão de vibração na estrutura. Os ruídos carregados pelas estruturas, referidos como '*structure-borne noise*' normalmente acontecem em altas frequências, o que torna a análise dinâmica de estruturas em altas frequências um assunto importante a ser investigado. A predição da resposta dinâmica em altas frequências não é algo simples, necessitando-se utilizar um método conhecido por Análise Estatística de Energia (SEA), LYON E DEJONG (1995).

A técnica SEA (*Statistical Energy Analysis*) traduzida como Análise Estatística de Energia foi criada no início de 1960, com o objetivo de enfatizar certos aspectos desse novo campo de estudo. O termo *análise* mostra que a SEA é mais um sistema de estudo ou

aproximação do que uma técnica particular, já a designação *estatística* refere-se ao fato de que as variáveis e os parâmetros SEA são obtidos a partir de uma população estatística, enquanto que o termo *energia* serve para enfatizar que esta constitui a principal variável de interesse, servindo de base para obtenção de variáveis como pressão, velocidade e tensão, LYON E DEJONG (1995).

A Análise Estatística de Energia é um dos principais métodos para análise de qualidade vibro-acústica em bandas de alta frequência. Esse método de análise é expresso através das energias armazenadas, dissipadas e transmitidas entre elementos discretos da estrutura, chamados de subsistemas. A potência de entrada em um subsistema constitui a excitação do modelo.

A premissa básica desse tipo de análise é de que a energia vibracional comporta-se da mesma maneira que a energia térmica, ou seja, a energia vibracional “flui” de um lugar de “maior temperatura” para um de “menor temperatura”, em uma taxa proporcional ao gradiente de temperatura. O parâmetro de condutividade térmica é designado pela SEA como Fator de Perda por Acoplamento. Por sua vez, a capacidade térmica de um subsistema é expressa pela Densidade Modal (número de modos/Hz). E a convecção determinada pelo Fator de Perda por Amortecimento, DE LANGHE (1996).

Como foi visto anteriormente, sabe-se que uma estrutura é subdividida em subsistemas no método SEA e a cada subsistema é associado um modo ou um conjunto de modos similares que são igualmente excitados. A energia associada a cada subsistema é obtida resolvendo-se um sistema linear composto pelas equações que representam o balanço de energia entre os subsistemas. Porém, por se tratar de um método estatístico, os resultados obtidos representam apenas valores médios, não sendo obtidas informações sobre a variação espacial dentro de cada subsistema.

A análise estatística de energia permite a obtenção da resposta dinâmica de sistemas em altas frequências, quando não é mais viável um estudo baseado em elementos finitos, pois em altas frequências o comprimento de onda é pequeno em relação a dimensão da estrutura analisada, o que torna o modelo FEM (Finite Element Method) grande para ser resolvido, ou seja, com grande número de graus de liberdade.

O grande problema em se analisar uma estrutura em altas frequências está relacionado às variações dos parâmetros estruturais, como por exemplo, propriedades do material, áreas da seção transversal e comprimento da estrutura. Tais variações ocorrem devido a diversos fatores, dentre os quais pode-se destacar, o tempo de uso, mudanças de temperatura, condições de uso e variabilidade na fase de produção. Essas variações modificam as matrizes de massa, rigidez e amortecimento, alterando significativamente a análise dinâmica em altas frequências.

Por não se tratar de um método determinístico existem vantagens e desvantagens provenientes da natureza estatística do método SEA. A principal vantagem do método está na redução do número de graus de liberdade de um modelo se comparado a um modelo determinístico, como por exemplo, o método de elementos finitos. A maior desvantagem da aproximação SEA é que respostas obtidas estão sempre sujeitas a incertezas, devido à própria natureza estatística do método.

A técnica da análise estatística de energia vem sendo amplamente aplicada com o intuito de resolver problemas estruturais e acústicos nas mais diversas áreas de interesses e diante dessa demanda pesquisadores vêm desenvolvendo e estudando diferentes tipos de acoplamentos e subestruturas.

A seguir será apresentada uma revisão de literatura sobre a técnica SEA.

1.2 – Revisão Bibliográfica

Os trabalhos pioneiros em SEA foram desenvolvidos por um grupo de cientistas (Lyon, Maidanik, Smith, Heckl, Noiseaux) que se reuniram em 1961 para discutirem problemas relacionados às vibrações e ruídos de veículos espaciais.

Em 1962, Lyon e Maidanik publicaram o primeiro trabalho em SEA, considerando um fluxo de potência médio entre dois osciladores harmônicos excitados por uma força aleatória e descobriram que o fluxo de potência é proporcional à diferença da energia cinética entre os dois osciladores. Logo após, eles estudaram dois sistemas multimodos acoplados e introduziu-se a idéia de que o acoplamento entre os subsistemas deve ser fraco, ou seja, as forças de interação entre os subsistemas têm que ser menores do que as forças internas (forças dissipativas) de cada um deles, LYON E MAIDANIK (1962).

Vários estudos foram desenvolvidos até 1975 com o objetivo de facilitar o entendimento da teoria da SEA, mostrando as suas bases e limitações. Dentre os trabalhos destacou-se o de LYON E EICHLER (1964), sendo este o primeiro a tratar da transmissão de vibração entre sistemas estruturais, mostrando a interação entre estruturas do tipo placa (alta densidade modal) e viga (baixa densidade modal).

Trabalhos subseqüentes ao citado no parágrafo anterior foram realizados com o objetivo de estudar diferentes tipos de transmissão. LYON E SCHARTON (1965) enfocaram o acoplamento entre 3 estruturas, em uma junção do tipo placa-viga-placa.

LYON (1967) elaborou um trabalho que descrevia os cálculos da potência injetada e a resposta de sistemas estruturais e acústicos. A aproximação foi essencialmente estatística, realizando um estudo baseado na variância de parâmetros como: a potência de entrada por

pontos de força e a resposta medida em pontos próximos e distantes da excitação.

Em 1975, Richard Lyon publicou o primeiro livro que tratou das bases teóricas da SEA e sua aplicação, LYON (1975).

A teoria da SEA se aplicou perfeitamente a esses tipos de sistemas mais simples, compostos por vigas e placas. O maior problema dentro da SEA seria a obtenção das densidades modais dos subsistemas e os fatores de perda por acoplamento (CLF) para diferentes tipos de junções e interações. Por exemplo, o estudo da radiação sonora de placas reforçadas foi avaliado por MAIDANIK (1962) e um estudo similar de radiação sonora de cilindros foi tratado por MANNING E MAIDANIK (1964).

A densidade modal de espaços acústicos vem sendo estudada por um período de tempo relativamente longo. Com o grande desenvolvimento da SEA, estudiosos se sentiram motivados a pesquisarem neste campo e entre os trabalhos de destaques podem ser citados os de HECKL (1962a) e SZECHENYI (1971), que se dedicaram ao estudo da densidade modal de cilindros.

WILKINSON (1968) aplicou o estudo desenvolvido por Heckl e Szechenyi a painéis curvos sanduichados. De um modo geral, a predição da densidade modal não é complicada como o cálculo dos fatores de perda por acoplamento (CLF).

Já a obtenção dos parâmetros da SEA relacionados ao fator de perda por dissipação tem se aperfeiçoado pouco nas últimas décadas. Há mais estudos no campo experimental e empírico, mas trabalhos de destaque servem de base para tal estudo, como o de HECKL (1962b), MAIDANIK (1966) e MEAD (2002).

SMITH JR. (1979) verificou que o acoplamento é fraco se a razão do CLF (*Coupling Loss Factor*) pelo DLF (*Damping Loss*

Factor) de cada oscilador for menor do que a unidade. Na condição de acoplamento fraco, o fluxo de energia entre dois osciladores é dado pela diferença das energias destes osciladores, quando desacoplados. Do ponto de vista ondulatório essa condição é dada por altos coeficientes de reflexão.

Durante as décadas de 70 e 80, intensificaram-se os estudos e as pesquisas sobre SEA, tendo como resultado uma maior aceitação da mesma. Vários trabalhos foram desenvolvidos na tentativa de alcançar uma metodologia simples e eficaz para obter os fatores de perda por acoplamento (CLF). A maioria desses utiliza duas abordagens: a numérica e a experimental, nas quais o método de injeção de potência (PIM) é utilizado.

A análise estatística de energia experimental baseia-se no método de injeção de potência (PIM). Tal método começou a ser utilizado no início da década de 80 e continua sendo aprimorado até os dias atuais, garantindo a obtenção dos parâmetros do modelo SEA de maneira simples e direta.

BIES E HAMID (1980) conduziram medidas experimentais *in situ*, com o objetivo de identificar os fatores de perdas internos e os fatores de perdas por acoplamento entre duas placas unidas através de uma junção. Foram mostrados os resultados obtidos experimentalmente com as duas placas acopladas no local de ensaio e com as mesmas desacopladas e ambos apresentaram uma boa concordância. Os parâmetros da SEA foram obtidos através da injeção de potência em diferentes posições, nos diferentes subsistemas.

As potências injetadas em componentes estruturais são obtidas através de espectros cruzados da força pela aceleração ou a partir de FRFs (Função de Resposta em Frequência) de ponto. Para a medição da potência acústica em uma cavidade, necessita-se medir a intensidade sonora na mesma e a partir desta, estima-se a potência de

entrada, de acordo com o procedimento descrito por CHUNG E BLASER (1980a).

Uma maneira alternativa para se estimar a potência de entrada acústica utiliza a técnica de dois microfones, num dispositivo semelhante ao tubo de impedância, SEYBART (2004). Primeiramente se utiliza a pressão acústica medida pelos microfones para se obter a impedância acústica e a partir desta se calcular a intensidade sonora, CHUNG E BLASER (1980b).

Toda a teoria acústica e vibro-acústica aplicada a SEA tem as suas fundamentações desenvolvidas por FAHY (1995) e MORSE (1948).

Por se tratar de um assunto relativamente novo, vários estudos foram desenvolvidos e continuam sendo com o objetivo de melhorar o entendimento da SEA. Um trabalho importante e de destaque para o entendimento dos limites da validade da SEA foi proposto por WOODHOUSE (1981), que desconsiderou a formulação matemática proposta por Lyon e Maidanik para sistemas acoplados e propôs uma aproximação geral para o estudo do fluxo de potência entre sistemas mecânicos, utilizando a técnica proposta por Lord Rayleigh.

SUN et al. (1985) desenvolveram um procedimento baseado na teoria SEA para calcular os fatores de perda totais de estruturas complexas. Tal método foi utilizado para prever os fatores de perda totais de uma caixa construída em aço. Os resultados obtidos experimentalmente, através do PIM, foram comparados aos analíticos, apresentando uma boa concordância entre os resultados. A condição de acoplamento forte e fraco entre subsistemas foi explorada neste trabalho.

KEANE E PRICE (1987) e LANGLEY (1989) colaboraram para o desenvolvimento da base teórica da SEA, formulando hipóteses

importantes no que se refere a independência estatística das forças que agem em cada subsistema e a condição de acoplamento fraco entre subsistemas acoplados.

O estudo de sistemas acoplados pode ser feito através de uma aproximação modal ou a partir de uma aproximação por ondas. O equacionamento da SEA por meio de uma aproximação por ondas foi proposta por MAIDANIK E DICKEY (1990).

Vários trabalhos que utilizam a formulação por ondas, para a obtenção da transmissibilidade ou do coeficiente de transmissão, vêm contribuindo para o desenvolvimento e aplicação da SEA. E a partir desses coeficientes se obtém o fator de perda por acoplamento, parâmetro este que surgiu com a teoria SEA, CREMER et al. (1972), HORNER et al (1991).

MOORE (1990) estudou um modelo de transmissão de vibração entre vigas, baseado na Teoria de Euler-Bernoulli. Tais vigas foram conectadas de tal maneira que se formavam quatro ângulos retos e estudou-se a transmissão de ondas de flexão, de torção e de ondas longitudinais. O trabalho representou uma extensão do proposto por SABLICK (1982), que tratou a transmissão de vibração entre duas vigas unidas formando um ângulo reto.

A transmissão de ondas elásticas nas junções de placas e vigas foi estudada por LANGLEY E HERON (1990). Neste estudo, eles consideraram o efeito da deformação por cisalhamento, da inércia de rotação e da distorção da seção transversal, WEAVER et al. (1990).

LANGLEY E BARDELL (1998) estudaram a transmissão de ondas entre duas placas acopladas. Eles fizeram uma revisão bibliográfica das principais formas de análise de estruturas aeroespaciais, e verificaram a eficácia de métodos determinísticos,

como o de elementos finitos, para médias frequências e a aplicação do método estatístico, para o estudo em altas frequências.

LANGLEY E SHORTER (2003) calcularam os coeficientes de transmissão de ondas elásticas e os fatores de perda por acoplamento entre diferentes componentes estruturais, acoplados por um ponto.

Na década de 90 foi publicado o segundo livro em SEA, escrito por LYON E DEJONG (1995). Este, além de mostrar todo o desenvolvimento teórico da SEA ao longo de quase 30 anos, abordou ainda, a sua aplicação teórica e experimental de maneira bem mais abrangente.

A determinação dos fatores de perda por dissipação interna e a perda por acoplamento, de uma estrutura complexa, foi o objetivo do trabalho proposto por CUSCHIERI E SUN (1994a). O método baseou-se nas medidas experimentais do fator de perda total e da razão das energias medidas entre os subsistemas que compõe a estrutura completa. O método da razão de energias determina os fatores de acoplamento para subsistemas acoplados diretamente, assim como para os subsistemas acoplados indiretamente.

Em um trabalho posterior, os mesmos autores desenvolveram expressões teóricas para o cálculo de CLFs entre subsistemas acoplados indiretamente. Verificaram ainda, que este tipo de acoplamento existe em situações de acoplamento forte entre subsistemas adjacentes, ou quando as subestruturas são pequenas se comparadas ao comprimento de onda de vibração, CUSCHIERI E SUN (1994b).

Por se tratar de um método estatístico, a estimativa dos CLFs através da aplicação do PIM em baixas frequências está sujeita a incertezas. STEEL E CRAIK (1994) desenvolveram um estudo para obtenção dos CLFs em análises em baixas frequências. O estudo

baseou-se no cálculo de tais fatores a partir de funções de mobilidade do sistema receptor. Os autores também utilizaram o método de elementos finitos, visto que, a banda de frequência de análise permitia o uso do MEF (Método de Elementos Finitos).

A revisão de métodos tradicionais de modelagem de vibração, baseados em aproximações modais e a introdução do uso de uma técnica alternativa, conhecida por Análise Estatística de Energia, foram estudados por SHORTER (1995). Ele mostrou os benefícios desta técnica, buscando o que há de melhor nas técnicas SEA e MEF. Ele as combinou e as aplicou em um estudo em médias frequências, já que tais frequências englobam modos que não são previstos só pelo uso do MEF, SHORTER (1998).

O método de injeção de potência (PIM) foi discorrido de forma bem didática por DE LANGHE (1996), mostrando a metodologia empregada na técnica e as limitações inerentes ao método. Já HERMANS et al. (1996) estudaram de maneira detalhada as diferentes etapas do PIM, explorando o uso das funções de resposta em frequência (FRFs), uma vez que usando essas funções não é necessário preocupar-se com o tipo de excitação utilizada.

Uma revisão dos conceitos e hipóteses fundamentais da SEA foi recapitulada por BURROUGHS et al. (1997). Eles discutiram assuntos referentes à equipartição de energia entre modos de um subsistema e a condição de acoplamento fraco e forte entre subsistemas.

A aplicação da SEA tem sido estudada por alguns pesquisadores, na análise do fluxo de energia em estruturas e sistemas vibro-acústicos. CHOI et al. (1997a) utilizaram a SEA para prever as vibrações em médias frequências entre duas subestruturas acopladas por uma mola, sendo que as subestruturas continham certos parâmetros de incerteza.

Para a obtenção destes parâmetros, aplicaram a clássica aproximação por Análise Estatística de Energia, utilizando um método numérico e um analítico. O método analítico é denominado pela sigla inglesa **PSEM** (**Parameter based Statistical Energy Method**), que por sua vez considera informações modais individuais, CHOI et al. (1997b).

As interações estrutura-estrutura continuaram a serem exploradas, mesmo 20 anos após as primeiras publicações referentes a este assunto. CUSCHIERI (1995) utilizou a aproximação por **MPF** (**Mobility Power Flow**) para obter a resposta e o fluxo de potência em vigas acopladas em uma configuração em T, sendo esta excitada fora e em seu plano, com a excitação sendo aplicada na sua extremidade livre.

A continuação do estudo em uma viga T se deu com CUSCHIERI et al. (1996), que utilizaram a SEA para obtenção de resultados que pudessem ser comparados com os resultados analíticos obtidos pelo método MPF. A estrutura foi dividida em três subestruturas, sendo que em cada subestrutura se têm ondas longitudinais no plano da estrutura e ondas de flexão fora do plano. Cada uma destas ondas é representada por um subsistema. Considerou-se que essas ondas não se acoplam dentro de um mesmo subsistema, a partir dessa foram obtidos os CLFs referentes a cada onda.

CIMERMAN E BURTON (1997) consideraram uma estrutura do tipo viga em T e fizeram um estudo por Análise Estatística de Energia, com o objetivo de se comparar com resultados já publicados. Eles utilizaram uma versão recente do AutoSEA[®], que inclui subsistemas com multi-ondas e o acoplamento de multiportas entre todos os tipos de ondas na junção T. Os resultados indicaram que a formulação multiportas forneceu uma estimativa com maior precisão da taxa de potência média em cada viga do que a formulação com duas portas.

Também se observou que os resultados são muito sensíveis aos valores de amortecimento.

Um método para medidas simultâneas da intensidade de ondas longitudinal e de flexão em vigas foi desenvolvido por SZWERC E HAMBRIC (1996a), eles fizeram testes experimentais em três tipos de vigas: uma viga simples, uma viga T contínua e uma viga T parafusada. Com a viga simples eles validaram a técnica de medida, a viga T parafusada serviu para mostrar que o fluxo de potência é reduzido através das junções parafusadas se comparado à viga T contínua, SZWERC E HAMBRIC (1996b).

Para a aplicação do método descrito anteriormente, os pesquisadores Szwerc e Hambric se basearam no trabalho de LINJAMA E LAHTI (1992). Estes propuseram uma aproximação por resposta em frequência, aplicando esta aproximação à medida da intensidade da onda de flexão, utilizando dois ou quatro acelerômetros. O procedimento usa uma técnica de resposta em frequência seqüencial. Foi mostrada que a aproximação utilizando resposta em frequência funcionou bem para se obter a potência total.

A aplicação da SEA em veículos foi mostrada por STEEL (1996). O estudo foi feito considerando a transmissão de vibração estrutural em um veículo completo. A transmissão sonora em junções deste também foi investigada e medida, como uma forma de simplificação do modelo considerou-se o veículo modelado por placas planas conectadas e os resultados medidos e previstos apresentaram uma boa concordância.

A SEA permite a obtenção de parâmetros estruturais derivados da teoria e testes experimentais, o que significa que existem duas aproximações distintas para a SEA, a analítica e a experimental. CIMERMAM et al. (1997) utilizaram o estudo analítico e experimental do SEA para construir um modelo, conhecido por híbrido. Uma

validação do modelo foi confirmada através dos resultados obtidos em estudos automobilísticos.

O fator de perda por acoplamento é um parâmetro que surgiu com a teoria da SEA e são várias as maneiras para obtê-lo, seja através de uma abordagem por modos ou por ondas. MING (1998) propôs um novo método para a obtenção de tais parâmetros, baseado na técnica da intensidade estrutural. Os resultados obtidos (CLFs) são aproximados e o erro proveniente da aplicação do método está relacionado com a razão do fator de sobreposição modal efetivo do subsistema receptor com os dos subsistemas que estão acoplados. Caso o fator de sobreposição modal do subsistema de recepção for maior do que os fatores de sobreposição dos subsistemas acoplados, o erro passa a ser pequeno, podendo ser desconsiderado.

Na literatura alguns trabalhos relataram a existência de parâmetros da SEA negativos, quando estes foram obtidos via PIM, o que é considerado inconsistente. SHENG et al. (1998) mostraram que os valores negativos dos fatores de perda estão relacionados aos acoplamentos não-conservativos dos subsistemas. Na tentativa de solucionar este problema, eles sugeriram novos modelos de SEA para este tipo de acoplamento, que levam em conta as perdas de energias nos elementos de acoplamento.

GUYADER (1999) considerou os métodos baseados em análise de energia bastante interessantes. Em geral eles são robustos, reduzindo as informações necessárias para os cálculos e podem ser aplicados no estudo de estruturas em altas e médias frequências. Esses métodos derivam-se basicamente de uma relação linear entre potência e energia.

Ao longo dessas últimas duas décadas nota-se que a metodologia empregada na aplicação do PIM vem se aperfeiçoando. Pesquisas constantes e discussões acerca do PIM não foram deixadas de lado,

nota-se que publicações recentes ainda podem ser vistas a respeito deste método, mostrando ser um assunto aberto a discussões, FINNVEDEN (1999).

MOENS (2001) propôs algumas modificações ao MEF clássico, fazendo com que este possa ser aplicado em altas frequências. Tal método ficou conhecido por Método de Elementos Finitos baseado em Energia.

BALDANZINI E PIERINI (2002) estudaram o efeito de carregamento de massa de transdutores sobre os parâmetros da SEA, uma vez que a aplicação do PIM consiste em se obter respostas em diversas localidades da estrutura, o que em muitas vezes acaba carregando de massa o sistema.

BLOSS E RAO (2002) estudaram o método de injeção de potência (PIM), utilizando para tal um excitador eletromagnético e um laser vibrômetro, os quais permitiram uma maior rapidez e exatidão nas medidas dos fatores de perda de vidros laminados e temperados de veículos. Já YAMAZAKI et al. (2003) aplicaram PIM em um motor veicular e estudaram maneiras de subdividir o motor em subsistemas, de tal forma que mantivessem a condição de acoplamento fraco.

A estatística da SEA tem sido explorada nos últimos anos por DE LANGHE E SAS (1996), PARK et al. (2005) e LANGLEY E COTONI (2004). Os últimos propuseram um método para prever a variância dos níveis de energia em estruturas mais complexas dentro do contexto da SEA. A análise estatística aplicada a sistemas com baixa densidade modal foi tratada por HOPKINS (2002).

Como pôde ser visto, o método de injeção de potência (PIM) vem sendo aplicado nas mais diversas situações, seja em estruturas simples, como em estruturas complexas, do tipo veicular e aeronáuticas. Tal método tem servido de base para o estudo

experimental da SEA e sua credibilidade é tanta que serve de referência para assegurar a eficiência de novos métodos que estão surgindo, como a do método do coeficiente de potência, sugerido por FAHY (1998) e verificado por MING (2005).

Um novo modelo SEA, conhecido por “quasi-SEA”, foi criado por MACE (2005). Este modelo envolve fatores de perda por acoplamento (CLFs) tanto diretos, quanto indiretos. E os valores destes dependem do fator de sobreposição modal, explora-se ainda a condição para a qual os CLFs são zero.

Além de a teoria SEA ser aplicada a sistemas mecânicos, esta é amplamente aplicada em construções civis, com o objetivo de redução de ruído e transmissão de vibração. As mais recentes contribuições nessa área apresentam-se a seguir: CRAIK E SMITH (2000a), CRAIK E SMITH (2000b), CRAIK (2001) e CRAIK (2003).

A potencial área de interesse em SEA tem crescido de forma significativa nos últimos anos. Com o surgimento de estruturas mais complexas, necessita-se estender a faixa de aplicabilidade SEA. A aplicação desta em subsistemas com baixa densidade modal como foi mostrado por HOPKINS (2002), trata-se de um avanço, já que a mesma foi proposta inicialmente para o tratamento de sistemas com alta densidade modal.

A escolha de subsistemas não pode ser feita de maneira aleatória e esse fato gera polêmica até os dias atuais. FAHY (2004) verificou a veracidade das críticas levantadas por estudiosos, com relação à subdivisão da cavidade acústica (subsistema) em vários subsistemas e concluiu que, para uma banda de frequência limitada a subdivisão é justificada, pois verifica-se que a condição de acoplamento fraco continua válida.

Com o surgimento de novos materiais e estruturas, o estudo de novos acoplamentos se faz necessário, tanto que programas comerciais que utilizam a SEA, como por exemplo, o AutoSEA[®] vem se aprimorando neste sentido. A estatística da SEA é ainda pouco explorada, mas pesquisas vêm sendo desenvolvidas neste campo da SEA, e isso pode ser verificado na última versão do programa AutoSEA[®], que traz um pacote só de análise estatística.

Como pôde ser verificado ao longo dessa revisão de literatura, ainda há muito que se fazer em SEA. As próprias hipóteses da SEA vêm sofrendo modificações para se adaptarem as necessidades crescentes do mercado.

Na próxima seção serão vistos os objetivos gerais e específicos do presente trabalho.

1.3 – Objetivos

1.3.1 – Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivos gerais:

- O estudo das respostas dinâmicas de estruturas acopladas em médias e altas frequências, utilizando para tal a análise estatística de energia (SEA).
- Obtenção dos parâmetros SEA, conhecidos como fatores de perda por dissipação interna e fatores de perda por acoplamento. Tais fatores serão obtidos via experimento, utilizando a técnica

PIM e teoricamente, numericamente, utilizando programas desenvolvidos no ambiente Matlab®.

1.3.2 – Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- Desenvolvimento de uma formulação em termos de impedâncias de força e momento para vigas relativamente espessas e a sua aplicação na obtenção da transmissibilidade de vibração em altas frequências. Esta transmissibilidade será utilizada para a estimativa do fator de perda por acoplamento.
- Aplicação da SEA a um sistema caracterizado pela baixa densidade modal e seus efeitos sobre os valores médios dos parâmetros SEA. Tal sistema consistiu de três vigas acopladas em uma configuração em T.
- Aplicação da SEA a uma estrutura do tipo caixa, composta por placas de alumínio acopladas. Tal estrutura apresenta certa complexidade e isso se reflete nas respostas caracterizadas pelas altas densidades modais.
- Estudo da influência do número de pontos de medições sobre os parâmetros da SEA e comparação dos fatores de perda por acoplamento obtidos através de experimento com os obtidos numericamente.
- Desenvolvimento de um dispositivo para medições da potência de entrada acústica em altas frequências e comparações dos fatores de perda por dissipação interna obtidos pelo PIM e pelo tempo de decaimento livre.

A organização da tese será mostrada a seguir.

1.4– Organização da Tese

O primeiro capítulo é uma introdução ao assunto, apresentando uma revisão bibliográfica abrangente e os objetivos gerais e específicos do trabalho. Vale ressaltar que no decorrer do trabalho uma breve revisão bibliográfica é feita no início de cada capítulo.

O segundo capítulo mostra os aspectos teóricos do método da Análise Estatística de Energia (SEA). Um estudo da energia de vibração em osciladores modais de um grau e de vários graus de liberdade é apresentado. Este estudo constitui a base da formulação SEA.

Já no terceiro capítulo são apresentados os parâmetros do modelo SEA, e como estes podem ser obtidos, seja analiticamente, numericamente ou experimentalmente.

O quarto capítulo mostra a formulação do método de injeção de potência (PIM), que é a base da SEA experimental, mostrando as suas vantagens e desvantagens.

No quinto capítulo é feito um estudo analítico e numérico em estruturas acopladas por um ponto, no caso, três vigas unidas em uma configuração em T. Sendo estudada a transmissão de vibração entre as vigas, através do coeficiente de transmissão. Este coeficiente, por sua vez, é estimado a partir das teorias de viga de Euler-Bernoulli e Timoshenko. Através da teoria de vigas finas de Euler-Bernoulli estimam-se os coeficientes de transmissão analiticamente e estes são comparados com os obtidos pelo programa FreeSEA. Em seguida, faz-se a inclusão dos termos decorrentes da teoria de viga relativamente

espessa de Timoshenko na formulação obtida anteriormente e estuda-se a influência de tais termos no coeficiente de transmissão entre as vigas.

O sexto capítulo mostra os resultados experimentais obtidos a partir da aplicação do PIM para vigas acopladas na configuração T e os resultados são comparados com aqueles obtidos no capítulo anterior.

Já no sétimo capítulo estuda-se a transmissão de vibração entre estruturas do tipo placa, que são unidas de tal maneira a se formar uma caixa, sendo estudada a obtenção do coeficiente de transmissão de vibração (fator de perda por acoplamento) entre subsistemas estruturais e subsistemas estruturais e acústicos. Tais resultados são comparados com os obtidos numericamente através do programa FreeSEA.

No oitavo capítulo é feito um estudo experimental na estrutura tipo caixa descrita no capítulo anterior. Aplica-se o PIM com o objetivo de se estimar os parâmetros do modelo da SEA. E por fim, comparam-se resultados obtidos numericamente e experimentalmente. O desenvolvimento de um aparato experimental para injeção de potência na cavidade acústica é dos objetivos desse capítulo.

O nono capítulo apresenta as conclusões finais, decorrentes dos estudos desenvolvidos ao longo deste trabalho.

No próximo capítulo, capítulo 2, serão vistos os fundamentos teóricos da SEA.



FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA

Este capítulo destina-se a um estudo dos fundamentos teóricos da Análise Estatística de Energia.

2.1 – Introdução

Nos últimos anos houve um crescente interesse pelo método de Análise Estatística de Energia, principalmente devido a sua grande aplicabilidade nas mais diversas áreas de engenharia. Uma das principais razões para o uso crescente da SEA tem a ver com a limitação dos métodos determinísticos como o MEF, que é inviável para altas frequências.

Devido às características estatísticas do método, ele é considerado adequado à análise de estruturas complexas, com excitações aleatórias de banda larga de frequência. Estruturas aeroespaciais grandes apresentam carregamentos em bandas largas de alta frequência e a aplicação da SEA se faz necessária na previsão de fadiga estrutural e geração de ruído.

Uma característica marcante da análise dos modos de alta ordem é a incerteza dos parâmetros modais. As frequências naturais e os modos de vibrar nestas frequências mostram grande sensibilidade a pequenas variações de geometria, construção e propriedades do material. Em adição, métodos numéricos utilizados para obter os modos de vibrar e frequências são conhecidos por serem particularmente ineficazes para modos de alta ordem, mesmo para

sistemas idealizados. Perante essas incertezas, um modelo estatístico dos parâmetros modais parece ser natural e apropriado.

Devido ao modelo relativamente pequeno da SEA, ele oferece a facilidade de se analisar e estudar um sistema mecânico nos primeiros estágios de um projeto.

2.2 – Estudo aplicado a Subsistemas Acoplados

Esta seção dedica-se ao estudo da troca de energia entre sistemas vibratórios acoplados. O objetivo é revelar como certas características vibratórias de osciladores acoplados podem ser obtidas do ponto de vista energético. Primeiramente, será feito o estudo de energia de vibração em um oscilador com um grau de liberdade, conforme Figura 2.1.

2.2.1 – Sistema com um grau de liberdade

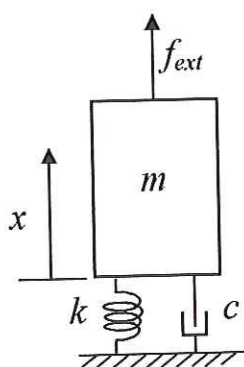


FIGURA 2.1: Sistema com um grau de liberdade

Para efeito de simplificação, será feito um estudo energético em um oscilador, mas em seguida a formulação será estendida a dois

osciladores. A equação de movimento para o sistema mostrado na Figura 2.1 é dada por:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = f_{ext} \quad (2.1)$$

dividindo todos os membros pela massa m tem-se:

$$\ddot{x} + \omega_0 \eta \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{f_{ext}}{m} \quad (2.2)$$

onde a frequência natural angular não amortecida é dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

sendo o fator de perda por amortecimento representado por:

$$\eta = \frac{c}{\omega_0 m} \quad (2.4)$$

Para um sistema não amortecido vibrando livremente, tem-se a Equação (2.2) escrita da seguinte maneira:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.5)$$

equação essa que tem a solução dada por:

$$x = A \cos(\omega_0 t) + B \operatorname{sen}(\omega_0 t) \quad (2.6)$$

que por sua vez é igual a:

$$x = C \operatorname{sen}(\omega_0 t + \phi) \quad (2.7)$$

onde as amplitudes A , B (ou C e a fase ϕ) são números reais arbitrários e são determinados a partir de valores conhecidos de deslocamento x e de velocidade \dot{x} .

A Energia Cinética do sistema é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (2.8)$$

substituindo-se a solução (2.7) em (2.8) tem-se

$$E_c = \frac{1}{2} m C^2 \omega_0^2 \cos^2 (\omega_0 t + \phi) \quad (2.9)$$

A Energia Potencial Elástica é dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \quad (2.10)$$

e substituindo-se a solução (2.7) em (2.10) obtém-se

$$E_p = \frac{1}{2} k C^2 \text{sen}^2 (\omega_0 t + \phi) \quad (2.11)$$

O valor médio da soma dessas duas energias é dada como:

$$E = \frac{1}{T} \int_0^T (E_c + E_p) dt \quad (2.12)$$

substituindo-se as Equações (2.9) e (2.11) na Equação (2.12) obtém-se

$$E = \frac{1}{4} m C^2 \omega_0^2 + \frac{1}{4} k C^2 \quad (2.13)$$

e tendo em vista a Equação (2.3), a Equação (2.13) passa a ser reescrita da seguinte maneira

$$E = \frac{1}{2} k C^2 \quad (2.14)$$

que é independente do tempo e depende somente da amplitude de vibração. Por se tratar de um sistema de vibração sem amortecimento, a energia total de vibração não variará no tempo.

Tem-se ainda que a média temporal das energias cinética e potencial é igual a metade da energia total de vibração, o que demonstra ser um resultado bastante importante do ponto de vista da análise estatística de energia, uma vez que se pode obter a energia total de um sistema a partir da energia cinética, LYON E DEJONG (1995).

Na presença do amortecimento, as energias cinética e potencial podem ser calculadas da mesma maneira que a do sistema não amortecido.

Quando o amortecimento está presente, então $\eta \neq 0$ e a equação de movimento é dada por:

$$\ddot{x} + \omega_0 \eta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (2.15)$$

Assumindo que a forma da solução é:

$$x \approx e^{\alpha t} \quad (2.16)$$

obté-m-se que α é dada por

$$\alpha = -\frac{1}{2}\omega_0 \eta \pm j \omega_d \quad (2.17)$$

onde ω_d , frequência angular amortecida, é dada por:

$$\omega_d \equiv \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4} \quad (2.18)$$

Desta forma, a solução é expressa da seguinte forma:

$$x(t) = C e^{-\frac{1}{2}\omega_0 \eta t} \text{sen}(\omega_d t + \phi) \quad (2.19)$$

neste caso, as oscilações livres ocorrem na frequência em radianos ω_d e a amplitude das oscilações decresce exponencialmente com o tempo.

Se o fator de perda η é 0.3 ou menor, então ω_d é aproximadamente igual a ω_0 e o período das oscilações amortecidas é essencialmente o mesmo das oscilações não-amortecidas.

A energia potencial de vibração nesse caso é dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} k C^2 e^{-\omega_0 \eta t} \text{sen}^2 (\omega_d t + \phi) \quad (2.20)$$

Já a energia cinética assume a forma:

$$E_c = \frac{1}{2} C^2 m \omega_0^2 e^{-\omega_0 \eta t} \left[-\frac{\omega_d}{\omega_0} \cos (\omega_d t + \phi) + \frac{1}{2} \eta \text{sen} (\omega_d t + \phi) \right]^2 \quad (2.21)$$

Estas expressões podem ser escritas de forma simplificada se uma média é calculada sobre um ciclo de oscilações, desconsiderando a variação de amplitude nesse período devido a um multiplicador exponencial. Com esta hipótese, a energia cinética é igual a energia potencial. Sendo assim, a energia total pode ser considerada como o dobro da energia cinética ou da potencial, conforme a expressão abaixo:

$$\langle E_p \rangle_{\sim} \approx \frac{1}{4} k C^2 e^{-\omega_0 \eta t} = \langle E_c \rangle_{\sim} = \frac{1}{2} \langle E \rangle_{\sim} \quad (2.22)$$

Em uma vibração amortecida livre, para a qual $\eta \leq 0.3$ se tem praticamente as mesmas relações entre as energias total, cinética e potencial obtidas para uma vibração não amortecida. Tanto para vibrações amortecidas como não amortecidas tem-se

$$\langle \ddot{x}^2 \rangle_{\sim} \cong \omega_0^2 \langle \dot{x}^2 \rangle_{\sim} \quad (2.23)$$

o que significa que para uma excitação do tipo senoidal ou aleatória se tem a mesma relação entre as médias quadráticas temporais do deslocamento, da velocidade e da aceleração, proporcionando uma

certa facilidade para se transformar de uma certa variável de resposta para outra, sem se importar com o tipo de excitação, LYON E DEJONG (1995).

Sistemas acoplados mais complexos podem ser desenvolvidos através do sistema simples de oscilador linear apresentado anteriormente. A seguir será estudado o fluxo de energia entre dois osciladores acoplados por uma mola, Figura 2.2.

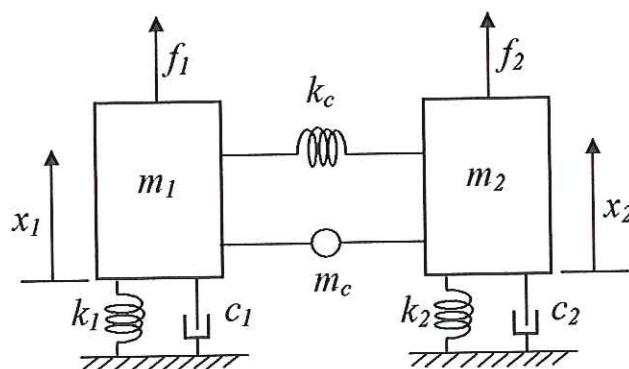


FIGURA 2.2: Sistema Acoplado de dois osciladores

Todo o desenvolvimento teórico para um oscilador simples é aplicado a sistemas acoplados, sendo que a energia cinética e energia potencial do sistema representado na Figura 2.2 podem ser escritas da seguinte maneira, respectivamente:

$$E_c = \frac{1}{2}m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m_c (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 \quad (2.24)$$

$$E_p = \frac{1}{2}k_1 x_1^2 + \frac{1}{2}k_2 x_2^2 + \frac{1}{2}k_c (x_1 - x_2)^2 \quad (2.25)$$

As equações de movimento podem ser escritas utilizando o princípio de Lagrange, LYON E DEJONG (1995). Neste caso, considerando que as forças f_1 e f_2 são independentes, do tipo ruído branco e que são independentes do vetor de velocidades, tem-se a seguinte equação de movimento para cada oscilador i :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial E_p}{\partial x_i} = f_i \quad (2.26)$$

Substituindo-se as Equações (2.24) e (2.25) na Equação (2.26) e levando-se em conta as forças $c_i \dot{x}_i$ obtém-se:

$$f_1 = \left(m_1 + \frac{1}{4} m_c \right) \ddot{x}_1 + \frac{1}{4} m_c \ddot{x}_2 + c_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_c) x_1 - k_c x_2 \quad (2.27)$$

$$f_2 = \left(m_2 + \frac{1}{4} m_c \right) \ddot{x}_2 + \frac{1}{4} m_c \ddot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 + (k_2 + k_c) x_2 - k_c x_1 \quad (2.28)$$

As Equações (2.27) e (2.28) representam o movimento do sistema acoplado, mostrando que o movimento em um sistema resulta em força no outro. Os dois sistemas acoplados podem ser matematicamente desacoplados considerando deslocamentos, velocidades ou acelerações do sistema 2 nulas ou atribuindo valores nulos aos parâmetros de acoplamento m_c e k_c .

A potência injetada no sistema pela força f_1 é dada a seguir, esta é calculada como a média no tempo utilizando a Equação (2.27), LYON E DEJONG (1995):

$$\langle f_1 \dot{x}_1 \rangle_t = \left(m_1 + \frac{1}{4} m_c \right) \langle \ddot{x}_1 \dot{x}_1 \rangle_t + \frac{1}{4} m_c \langle \ddot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t + c_1 \langle \dot{x}_1 \dot{x}_1 \rangle_t + (k_1 + k_c) \langle x_1 \dot{x}_1 \rangle_t - k_c \langle x_2 \dot{x}_1 \rangle_t \quad (2.29)$$

a potência injetada pela força f_2 é dada por:

$$\langle f_2 \dot{x}_2 \rangle_t = \left(m_2 + \frac{1}{4} m_c \right) \langle \ddot{x}_2 \dot{x}_2 \rangle_t + \frac{1}{4} m_c \langle \ddot{x}_1 \dot{x}_2 \rangle_t + c_2 \langle \dot{x}_2 \dot{x}_2 \rangle_t + (k_2 + k_c) \langle x_2 \dot{x}_2 \rangle_t - k_c \langle x_1 \dot{x}_2 \rangle_t \quad (2.30)$$

Para um processo estacionário $\langle \dot{x}_i^2 / dt \rangle_t = \langle dx_i^2 / dt \rangle_t = 0$, fazendo com que o primeiro e quarto termos à direita das Equações (2.29) e

(2.30) passem a ser nulos, observa-se que o subscrito i refere-se aos osciladores 1 e 2. O termo $c_i \langle \dot{x}_i^2 \rangle_t$ representa a potência dissipada pelo elemento amortecedor c_i .

As Equações (2.29) e (2.30) podem ser usadas para escrever uma forma de calcular o fluxo de potência do sistema 1 para o sistema 2, LYON E DEJONG (1995):

$$\langle P_{12} \rangle_t = -k_c \langle x_2 \dot{x}_1 \rangle_t + \frac{1}{4} m_c \langle \ddot{x}_2 \dot{x}_1 \rangle_t \quad (2.31)$$

O próximo passo é avaliar a Equação (2.31) em termos da densidade espectral e dos parâmetros do sistema. Todo o equacionamento do qual deriva-se a formulação empregada nesta seção foi desenvolvida pelos autores anteriormente mencionados, que mostram que o fluxo de energia temporal médio é proporcional à diferença entre a média temporal de energia total dos sistemas 1 e 2.

Considerando as energias médias E_1 e E_2 , respectivas ao oscilador 1 e 2, tem-se que a média temporal do fluxo de potência entre os dois osciladores será dado por:

$$\langle P_{12} \rangle_t = g_{12} \cdot (E_1 - E_2) \quad (2.32)$$

onde g_{12} representa um parâmetro que depende das propriedades do sistema em questão, LYON E DEJONG (1995):

$$g_{12} = \frac{\kappa^2 (\beta_1 + \beta_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\beta_1 + \beta_2) \cdot (\beta_1 \omega_2^2 + \beta_2 \omega_1^2)} \quad (2.33)$$

com:

$$\omega_{1,2}^2 = (k_{1,2} + k_c) / m_{1,2} \quad (2.34)$$

$$\beta_{1,2} = \eta_{1,2} \omega_{1,2} \quad (2.35)$$

$$\eta_{1,2} = c_{1,2} / m_{1,2} \quad (2.36)$$

$$\kappa = k_c / \sqrt{m_1 \cdot m_2} \quad (2.37)$$

A Equação (2.33) é bastante útil porque permite calcular o fluxo de energia médio entre os subsistemas através das energias dos subsistemas. Nota-se que g_{12} é positiva definida e o fluxo de potência é do sistema com maior energia para um sistema com menor energia, sendo ela uma função dos parâmetros de acoplamento e dos fatores de amortecimento dos dois sistemas. Nota-se que g_{12} é simétrica, ou seja, $g_{12} = g_{21}$, sendo o fluxo de potência recíproco.

2.2.2 – Energia trocada entre dois sistemas com vários graus de liberdade

Esta seção será uma extensão da primeira, já que os sistemas estudados em Engenharia são mais complexos do que dois osciladores lineares acoplados. Considerando dois subsistemas com vários graus de liberdade conectados por meio de um acoplamento não dissipativo, conforme esquema da Figura 2.3. e então assumindo uma excitação do tipo ruído branco e supondo que dentro de uma faixa de frequência de i subsistemas existem N_i modos, Figura 2.3.

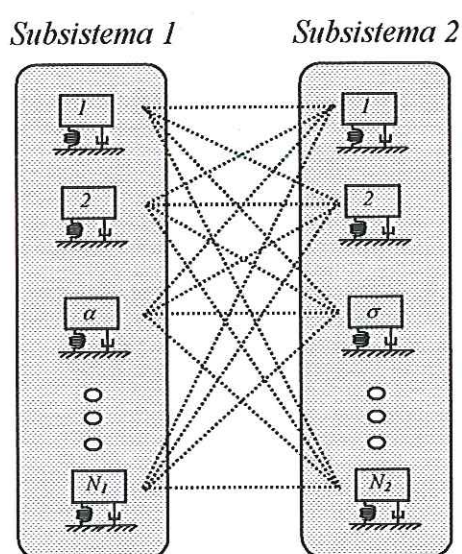


FIGURA 2.3: Interação dos modos de dois subsistemas com vários GDLs

Como complementação são feitas as seguintes hipóteses:

- Os modos de vibrar são igualmente distribuídos em um intervalo de frequência representado por Δf .
- Todos os modos do subsistema são igualmente energéticos e as suas respostas modais são incoerentes, os modos de um dado subsistema são ortogonais e as entradas são independentes.
- Valores de amortecimento dos modos de um subsistema são assumidos aproximadamente iguais. Isto não é essencial, mas tende a simplificar a formulação.

Essas hipóteses são consideradas importantes na formulação da SEA e considerando que as energias modais dentro de cada subsistema individual são iguais, pode-se escrever que:

$$E_{1,1} = E_{2,1} = \dots = E_{N_1,1} = \frac{E_1}{N_1} \quad (2.38)$$

$$E_{1,2} = E_{2,2} = \dots = E_{N_2,2} = \frac{E_2}{N_2} \quad (2.39)$$

note que $E_{i,j}$ são energias modais (energia/modo) do modo j no subsistema i e N_i é o número de modos no subsistema i .

Os modos dos sistemas globais são representados pela combinação linear dos modos individuais dos subsistemas, sendo que cada modo do primeiro subsistema está acoplado a todos os modos relevantes do outro subsistema. O fluxo total de potência é a soma dos fluxos referentes aos modos individuais e é obtido como se fossem pares de osciladores isolados. Se um acoplamento significativo é assumido e ocorre em uma banda de frequência limitada Δf , então o fluxo de energia total pode ser encontrado pela média dos valores de g sobre Δf e através das energias modais dos subsistemas.

Considerando o fluxo de potência entre o modo α do subsistema 1 e o modo σ do subsistema 2 obtém-se que:

$$P_{\alpha\sigma} = \langle g_{\alpha\sigma} \rangle_{\omega_\alpha, \omega_\sigma} \left(\frac{E_1}{N_1} - \frac{E_2}{N_2} \right) \quad (2.40)$$

onde o coeficiente de acoplamento $\langle g_{\alpha\sigma} \rangle_{\omega_\alpha, \omega_\sigma}$ é uma média com respeito as frequências ω_α e ω_σ e os termos E_i/N_i se referem as energias modais.

O fluxo de potência total dos N_1 modos do subsistema 1 para o modo σ do subsistema 2 é:

$$P_{1\sigma} = \langle g_{\alpha\sigma} \rangle_{\omega_\alpha, \omega_\sigma} N_1 \left(\frac{E_1}{N_1} - \frac{E_2}{N_2} \right) \quad (2.41)$$

Dessa maneira o fluxo de potência total do subsistema 1 para o subsistema 2 é calculado via a soma de todos os modos N_2 , resultando na seguinte expressão:

$$P_{12} = \langle g_{\alpha\sigma} \rangle_{\omega_\alpha, \omega_\sigma} N_1 N_2 \left(\frac{E_1}{N_1} - \frac{E_2}{N_2} \right) \quad (2.42)$$

O fluxo de potência P_{12} é proporcional à diferença em energias modais, e não à diferença em energias totais, Equação (2.42). Substituindo N_i pela fator de perda por acoplamento η_{ij} obtém-se:

$$\eta_{12} = \frac{\langle g_{\alpha\sigma} \rangle N_2}{\omega} \quad (2.43)$$

Devido a simetria de $\langle g_{\alpha\sigma} \rangle$ pode-se escrever a seguinte relação:

$$N_1 \eta_{12} = N_2 \eta_{21} \quad (2.44)$$

Substituindo-se as Equações (2.43) e (2.44) na Equação (2.42) obtém-se:

$$P_{12} = \omega (\eta_{12} E_1 - \eta_{21} E_2) \quad (2.45)$$

A Equação (2.44) pode ser reescrita em termos da densidade modal n_i , uma vez que:

$$N_i = n_i \Delta f \quad (2.46)$$

e se obtém a seguinte relação:

$$n_1 \eta_{12} = n_2 \eta_{21} \quad (2.47)$$

A relação expressa pela Equação (2.47) é conhecida por relação de reciprocidade e originou-se do fato de que a troca de potência entre dois subsistemas depende da diferença entre as energias modais dos dois subsistemas.

Um exemplo físico da equação básica SEA (2.45) é dado a seguir.

Considere um modelo de dois subsistemas, no qual um subsistema é excitado por forças externas e o outro é excitado através do acoplamento com o primeiro, representando um problema comumente encontrado. O balanço de potência é dado por:

$$P_1 = \omega \eta_{11} E_1 + \omega \eta_{12} E_1 - \omega \eta_{21} E_2 \quad (2.48)$$

$$0 = \omega \eta_{22} E_2 + \omega \eta_{21} E_2 - \omega \eta_{12} E_1 \quad (2.49)$$

A partir da Equação (2.49) se tem que a taxa de energia entre dois subsistemas é:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\eta_{12}}{\eta_{22} + \eta_{21}} \quad (2.50)$$

A Equação (2.50) mostra que:

- se $\eta_{22} \ll \eta_{21}$ a taxa de energia converge para $\frac{\eta_{12}}{\eta_{21}}$ ou $\frac{n_2}{n_1}$, isto é, a razão entre as densidades modais dos subsistemas. Um outro resultado prático é que a aplicação do amortecimento adicional não será efetiva, a menos que η_2 seja da mesma ordem de magnitude de η_{21} .
- a condição para a qual $E_1 n_2 = E_2 n_1$, refere-se a uma equipartição de energia.
- a energia modal do subsistema 2 nunca excede a energia modal do subsistema excitado, desde de que o fator de perda de acoplamento seja positivo.
- para $\eta_{21} \ll \eta_{22}$ o nível de energia do segundo subsistema é inversamente proporcional ao amortecimento e diretamente proporcional ao fator de acoplamento η_{12} . Então, em alguns casos para os quais um pequeno valor de E_2 deve ser armazenado, aumentar o amortecimento do segundo subsistema pode não ser muito efetivo e diminuir o fator de acoplamento η_{12} pode ser a solução.

Em situações práticas é comum se deparar com subsistemas caracterizados por vários graus de liberdade, nos quais em cada caso, o subsistema pode ser fisicamente acoplado a mais de um sistema adjacente. Cada subsistema pode ser modelado como uma série de modos, constituindo os locais de energia armazenada. Por exemplo, no caso de vigas, os modos de flexão em uma banda de frequência podem ser considerados como um subsistema e os modos longitudinais como um outro subsistema. O comportamento das ondas longitudinais e flexionais deve ser considerado separadamente, devido ao ponto de

vista energético das diferenças relativas às impedâncias características e às densidades modais.

A energia média trocada entre dois subsistemas i e j é dada por:

$$P_{ij} = \omega (\eta_{ij} E_i - \eta_{ji} E_j) \quad (2.51)$$

A energia média dissipada do subsistema i é dada por:

$$P_{i,diss} = \omega \eta_{ii} E_i \quad (2.52)$$

onde η_{ii} representa o fator de perda por amortecimento do subsistema i .

As equações globais SEA de um subsistema podem ser obtidas através dos balanços de energia individuais de cada subsistema, Figura 2.4.

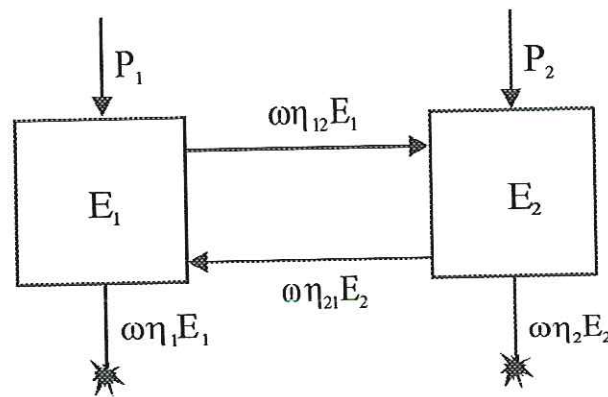


FIGURA 2.4: Balanço de energia de um modelo de dois subsistemas

Matematicamente a equação de balanço de potência de um subsistema i é dada por:

$$P_i = P_{i,diss} + \sum_{j \neq i}^n P_{i \rightarrow j} - \sum_{j \neq i}^n P_{j \rightarrow i} \quad (2.53)$$

Substituindo as equações básicas SEA (2.51) e (2.52) referentes aos respectivos fluxos de potência na Equação (2.53) se tem que:

$$P_i = \omega \eta_{ii} E_i + \sum_{j \neq i}^n \omega (\eta_{ij} E_i - \eta_{ji} E_j) \quad (2.54)$$

O conjunto de Equações (2.54) e (2.47) pode eventualmente ser escrito de uma maneira que explique que a energia trocada é proporcional a diferença da energia modal.

Podem-se escrever as equações de balanço de potência em uma forma matricial, com n equações lineares.

$$\omega \begin{bmatrix} \left(\eta_{11} + \sum_{i \neq 1}^n \eta_{1i} \right) \cdot n_1 & -\eta_{12} \cdot n_1 & \cdots & -\eta_{1n} \cdot n_1 \\ -\eta_{21} \cdot n_2 & \left(\eta_{22} + \sum_{i \neq 2}^n \eta_{2i} \right) \cdot n_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{m1} \cdot n_n & \cdots & \cdots & \left(\eta_{nn} + \sum_{i \neq n}^n \eta_{ni} \right) \cdot n_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} E_1/n_1 \\ E_2/n_2 \\ \vdots \\ E_n/n_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (2.55)$$

A matriz do lado esquerdo da Equação (2.55) é simétrica devido a relação de reciprocidade. A equação do balanço de potência global SEA é escrita ainda da seguinte forma:

$$\{P\} = \omega \cdot [\eta^0] \cdot \{E\} \quad (2.56)$$

A relação entre a energia de um subsistema e a potência de entrada injetada é utilizada para se obter os parâmetros da SEA. Tais parâmetros são baseados em medidas da dissipação da energia vibratória, no número de modos ressonantes em uma faixa de frequência e no acoplamento entre as energias contidas nos subsistemas.

A matriz $[\eta^0]$ representa a matriz total dos parâmetros da SEA, conhecidos por: fator de perda por amortecimento (DLF) e fator de perda por acoplamento (CLF).

Os parâmetros do modelo SEA podem ser obtidos das formas mais variadas, sejam elas analíticas, experimentais ou numéricas. Por ser a obtenção de tais parâmetros o objetivo deste trabalho, o próximo capítulo se destinará a um estudo abrangente dos mesmos.



O SIGNIFICADO DOS PARÂMETROS DA ANÁLISE ESTATÍSTICA DE ENERGIA

Este capítulo destina-se a um estudo abrangente dos parâmetros SEA.

3.1 – Introdução

O enfoque central deste capítulo é destinado aos parâmetros SEA, podendo estes ser obtido analiticamente, numericamente e experimentalmente. Tais parâmetros governam a potência de entrada em cada subsistema, bem como a energia dissipada, armazenada e a energia transferida entre os subsistemas.

A energia dissipada está relacionada ao parâmetro de dissipação. A densidade modal não é um conceito que se originou com a SEA, mas não é muito usada na dinâmica estrutural convencional. O fator de perda por acoplamento é um parâmetro unicamente estudado na SEA, embora esteja relacionado com parâmetros já conhecidos, como transmissibilidade e impedância, LYON (1975).

3.2 – Fator de Perda por Dissipação

A dissipação da energia de um dado subsistema é medida pelo parâmetro η_i , conhecido por fator de perda por amortecimento ou dissipação.

O fator de perda por amortecimento η_{ii} do subsistema i é definido como a razão entre a energia dissipada (dimensão de potência) e a energia total do subsistema, sendo ω a frequência central da banda escolhida:

$$\eta_{ii} = \frac{P_{i, diss}}{\omega \cdot E_i} \quad (3.1)$$

O amortecimento pode ser alterado através de modificações locais ou distribuídas nos componentes estruturais. Para o amortecimento distribuído, diferentes materiais com diferentes amortecimentos estruturais são acoplados na estrutura em estudo, modificando assim o seu amortecimento. Já para o amortecimento local conexões utilizando soldas, parafusos são as principais fontes de amortecimento em muitas aplicações práticas, LYON (1975), MEAD (2002).

Nas próximas subseções serão mostrados alguns métodos experimentais, analíticos e empíricos para a obtenção do fator de perda por amortecimento.

3.2.1 – Procedimentos Experimentais

Os métodos experimentais mais comuns para se determinar o fator de perda por amortecimento de um subsistema são conhecidos por: Método da Taxa de Decaimento, Método da Meia Potência e Método do Balanço de Potência. A Equação (3.1) pode ser usada para se obter o amortecimento a partir de medidas de potência de entrada e dos níveis de resposta dos subsistemas, considerando a potência dissipada igual a potência de entrada, LYON E DEJONG (1995).

3.2.1.1 – Método da Taxa de Decaimento

O método da taxa de decaimento, utilizado para medir amortecimento, é baseado na resposta transiente de um modo com amortecimento linear. Esse método pode ser usado para medir amortecimento de um único modo ou de um conjunto de modos dentro de uma faixa de frequência, medindo dessa maneira um amortecimento médio. Primeiramente excita-se a estrutura em estudo e logo após se desliga a fonte de excitação. A energia E de um dado modo e sua frequência natural f decairão no tempo a uma taxa proporcional a $e^{-2\pi f\eta t}$. Desde que a energia é proporcional ao quadrado da amplitude da resposta C , a amplitude da resposta decairá a uma taxa $C \sim e^{-\pi f\eta t}$. Em tempos sucessivos t_1 e t_2 , a amplitude do decaimento será:

$$20\log_{10}(C_1/C_2) = 27.3 f\eta(t_2 - t_1) \quad (3.2)$$

Definindo a taxa de decaimento DR como a inclinação do decaimento em dB/s, o fator de perda por amortecimento do subsistema i é dado por:

$$\eta_{ii} = \frac{DR}{27.3 f} \quad (3.3)$$

O valor de DR é encontrado mais facilmente quando o gráfico do sinal de resposta é dado pelo log-rms da amplitude versus o tempo em escala linear.

Em ambientes acústicos o tempo de reverberação T_R é definido como: o tempo necessário para que a pressão sonora decaia 60 dB. Neste caso o amortecimento é dado por:

$$\eta_{ii} = \frac{2.2}{fT_R} \quad (3.4)$$

Para a medida de amortecimento de um único modo deve-se ter certeza de que as respostas provenientes dos demais modos de outros subsistemas são desprezíveis.

O amortecimento médio de um grupo de modos que ressonam em uma banda de frequência pode ser medido, desde que todos os modos possuam amortecimentos aproximadamente iguais. Com o objetivo de se obter um valor médio para o amortecimento, as medições têm que ser repetidas para diferentes pontos de medição e excitação.

3.2.1.2 – Método da Meia Potência

Este método se aplica à determinação do amortecimento de um único modo. A magnitude da FRF de ponto, $H(f)$, com um único modo e amortecimento linear, é dada por:

$$|H(f)|^2 = \frac{(\eta_{ii} f f_n)^2 H_{\max}^2}{(f^2 - f_n^2)^2 + (\eta_{ii} f f_n)^2} \quad (3.5)$$

onde f_n é a frequência de ressonância referente ao modo. Para $\eta_{ii} < 0.3$, pontos 3 dB abaixo do pico ocorrem em $f \approx f_n \pm \eta_{ii} f_n / 2$, de tal forma que o amortecimento é encontrado por:

$$\eta_{ii} = \frac{\Delta f}{f_n} \quad (3.6)$$

onde η_{ii} deve ser obtido a partir de vários pontos de excitação e resposta, para assim se reduzir erros experimentais.

Para subsistemas com baixo amortecimento o pico de ressonância é bem estreito, o que dificulta a solução. E para subsistemas com modos próximos, com espaçamento modal de

$\Delta f < 3\eta f$, o método das meias potências não pode ser usado, devido a sobreposição modal.

3.2.1.3 – Método do Balanço de Potência

O método do balanço de potência para medir amortecimento é baseado na seguinte equação:

$$\eta_{ii} = \frac{P_i}{2\pi f E_{tot}} \quad (3.7)$$

na qual, $E_{tot} = M\langle v^2 \rangle$ para subsistemas estruturais, M é a massa do subsistema e $\langle v^2 \rangle$ é a velocidade média quadrática da vibração, já para cavidades acústicas $E_{tot} = V\langle p^2 \rangle / \rho c^2$, onde V é o volume do subsistema, ρ é a densidade do meio, c é a velocidade da onda acústica e $\langle p^2 \rangle$ é a pressão média quadrática.

A potência de entrada no subsistema é medida através de uma cabeça de impedância ou de um medidor de intensidade acústica. A energia tem que ser medida em toda a extensão do subsistema, para então se obter o seu valor médio.

3.2.2 – Valores de Amortecimento Empíricos

A tabela 3.1 apresenta valores de amortecimento para alguns materiais comumente usados.

TABELA 3.1 – Amortecimento de materiais relevantes

Material	Fator de Perda (η)
Alumínio	0.0001
Aço	0.0001-0.0006
Cobre	0.002
Ferro fundido	0.001
PVC	0.3
Vidro	0.001
Tijolo, concreto	0.015
Gesso	0.005
Areia	0.02-0.2

Devido à complexidade que está envolvida no mecanismo de amortecimento em metais, é difícil se fazer um estudo mais apurado levando-se em conta todos os tipos de amortecimento e suas influências.

O amortecimento do material pode ser desconsiderado se comparado com o amortecimento gerado por junções ou adição de material que apresente um amortecimento diferente, DE LANGHE (1996).

Polímeros elastoméricos, como borracha e neoprene, funcionam como bons isoladores de vibração, uma vez que apresentam um alto fator de perda, ou seja, um grande amortecimento.

3.2.3 – Radiação Acústica

Uma maneira clássica para se calcular os fatores de perda por radiação acústica é feita por meio da eficiência de radiação. Por sua vez, esta taxa é definida como sendo a potência sonora radiada de um lado da estrutura dividida pela potência sonora radiada por um pistão, com mesma área superficial e vibrando com o mesmo valor RMS da velocidade medida em diferentes pontos da estrutura.

A potência sonora radiada é igual a:

$$P_{rad} = \sigma \rho_0 A c \langle v^2 \rangle \quad (3.8)$$

onde σ é a eficiência de radiação, ρ_0 é a densidade do ar, A é a área da superfície, c é a velocidade do som e $\langle v^2 \rangle$ é a velocidade média quadrática medida em diferentes pontos da estrutura.

Em termos da energia a Equação (3.8) é reescrita como:

$$P_{rad} = \frac{\sigma \rho_0 c}{\rho_s} E \quad (3.9)$$

onde ρ_s é a densidade do material.

Além disso, a potência sonora radiada de acordo com a teoria é, LYON (1975):

$$P_{rad} = \omega \eta_{rad} E \quad (3.10)$$

Combinando as Equações (3.9) e (3.10) tem-se que:

$$\eta_{rad} = \frac{\rho_0 c \sigma}{\omega \rho_s} \quad (3.11)$$

Analisando a Equação (3.11) nota-se que a medida que ω aumenta, a taxa de radiação se aproxima de 1 a uma razão mais rápida

do que ω e considerando que a densidade do material seja menor, o fator de perda por radiação acústica pode predominar sobre outros fatores de perda. Para altas frequências, a taxa de radiação torna-se 1 e a frequência continua aumentando, de tal forma que o fator de perda passa a decrescer.

3.2.4 – Métodos Numéricos para o cálculo do fator de amortecimento

Em alguns casos é possível se determinar os níveis de amortecimento em elementos estruturais, utilizando para tal, a análise por Elementos Finitos. A energia acumulada na estrutura, devida à deformação no compósito, é obtida através da modelagem do material amortecedor com elementos sólidos.

Uma vez feito o modelo do material composto, o problema é resolvido considerando-se os modos obtidos pela análise por elementos finitos sem amortecimento, para então se obter a energia.

O fator de perda por amortecimento do material composto é obtido através da seguinte equação:

$$\eta \approx \frac{\eta_d E_d + \eta_s E_s}{E_d + E_s} \quad (3.12)$$

onde os sub-escritos d e s correspondem ao material utilizado para aumentar o amortecimento e à estrutura, respectivamente.

3.3 – Fator de Perda por Acoplamento

O fator de perda por acoplamento é um parâmetro unicamente utilizado em SEA. Ele caracteriza o comportamento dinâmico entre dois subsistemas acoplados, sendo eles estruturais ou acústicos. Essas junções, utilizadas para acoplar os subsistemas, podem ser do tipo ponto, de linha e de área. O fator de perda por acoplamento é um parâmetro que **mede a taxa de energia que flui de um subsistema para outro, via acoplamento.**

3.3.1 – Subsistemas conectados via ponto

O fator de perda por acoplamento é um parâmetro unicamente encontrado em SEA e está relacionado a um coeficiente, conhecido por coeficiente de transmissão. Existem duas abordagens utilizadas para avaliar este coeficiente, a modal e a aproximação via propagação de ondas. Ambas estão relacionadas entre si, de tal maneira que o modo possa ser representado como sobreposição de ondas e estas possam ser representadas como uma soma de modos.

A abordagem através de propagação de ondas, aplicada em dois subsistemas conectados via ponto, será vista a seguir. Sendo que os resultados serão usados para obter formulações de fator de perda por acoplamento para outros tipos de conexão.

Considerando um sistema unidimensional de duas vigas conectadas, veja Figura 3.1:

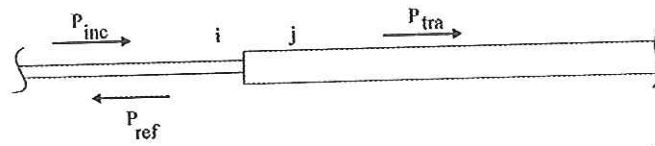


FIGURA 3.1: Propagação de energia para o cálculo de coeficiente de acoplamento

Na figura acima a energia reverberante no subsistema i é representada por E_i , a velocidade de grupo da onda correspondente é $c_{g,i}$, sendo esta definida como a velocidade com que os pacotes de ondas (dispersivas) movimentam-se no espaço. O comprimento do subsistema i é dado por L_i . Supondo que, o fluxo de potência no subsistema i é dado por P_{inc} para ondas incidentes e P_{ref} para ondas refletidas, e que estas ondas são incoerentes, pode-se definir segundo a hipótese da SEA, que o fluxo de potência do subsistema i para o subsistema j é dada por, LYON E DEJONG (1995):

$$P_{i \rightarrow j} = \omega \eta_{ij} E_i \quad (3.13)$$

A potência transmitida para o subsistema j relacionada ao coeficiente de transmissão, τ_{ij} , é dada por:

$$P_{tra} = \tau_{ij} P_{inc} \quad (3.14)$$

O coeficiente de transmissão τ_{ij} , para subsistemas conectados via ponto, é calculado da seguinte maneira:

$$\tau_{ij} = \frac{4R_i R_j}{|Z_i + Z_j|^2} \quad (3.15)$$

onde R_i é a parte real da impedância Z_i do subsistema i .

A potência refletida é dada por:

$$P_{ref} = |r|^2 P_{inc} \quad (3.16)$$

onde r é a amplitude do coeficiente de reflexão. Considerando que a potência não está sendo dissipada na interface dos dois sistemas (acoplamento conservativo).

A amplitude do coeficiente de reflexão é definida por:

$$|r|^2 = 1 - \tau_{ij}. \quad (3.17)$$

A energia do subsistema i é representada por:

$$E_i = \frac{1}{2\delta f_i} (P_{inc} + P_{ref}) \quad (3.18)$$

onde o espaçamento médio na frequência é dado por $\delta f_i = c_{g,i} / 2L_i$.

O fator de acoplamento será obtido igualando-se as Equações (3.13) e (3.14):

$$\eta_{ij} = \frac{\tau_{ij} P_{inc}}{\omega E_i} \quad (3.19)$$

E substituindo a Equação (3.18) na Equação (3.19) obtém-se:

$$\eta_{ij} = \frac{\delta f_i}{\pi f} \frac{\tau_{ij}}{2 - \tau_{ij}} \quad (3.20)$$

3.3.2 – Subsistemas conectados ao longo de uma linha

Esse tipo de acoplamento pode ser verificado em sistemas compostos por placas. A análise via propagação de ondas para sistemas bidimensionais, sendo estes conectados por linha de comprimento L_j é ilustrada na Figura 3.2:

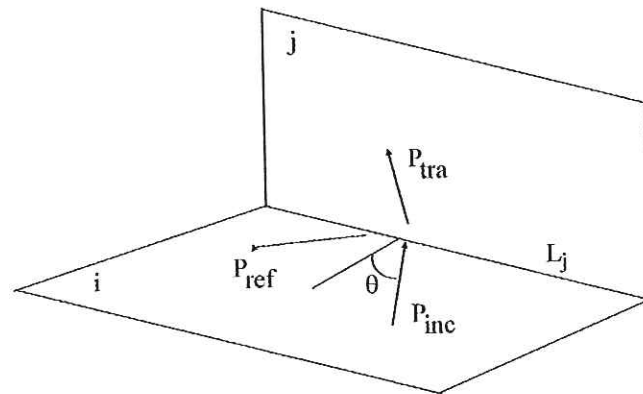


FIGURA 3.2: Duas placas acopladas ao longo de uma linha

O fluxo de energia na fronteira das duas placas pode ser estimado fazendo as seguintes considerações:

- A resposta dinâmica de cada placa pode ser representada por uma combinação de ondas planas de flexão.
- As ondas de flexão não são correlacionadas, de tal maneira que a energia total é igual à soma linear das energias em cada onda.
- A energia em uma onda é a mesma em todas direções.

Fazendo uma analogia com a seção anterior, o fator de perda por acoplamento é dado por:

$$\eta_{ij}(\theta) = \frac{\delta f_i}{\pi f} \frac{k_i L_j \cos(\theta)}{2} \frac{\tau_{12}(\theta)}{2 - \tau_{12}(\theta)} \quad (3.21)$$

onde $\delta f_i = c_{g,i} / (k_i A_i)$ é o espaçamento médio entre ressonâncias para subsistemas bidimensionais com área superficial A_i , k_i é o número de onda e $c_{g,i}$ é a velocidade de grupo.

A densidade modal pode ser calculada através da seguinte equação, dada por LANGLEY E BARDELL (1998) e que considera as ondas de flexão em placas,

$$n = \frac{\omega A}{2\pi c c_g} \quad (3.22)$$

onde c é velocidade de fase das ondas de flexão (velocidade com que as cristas de uma onda individual deslocam-se no espaço), c_g é a velocidade de grupo e a área da placa é designada por A . A densidade de energia considerando uma onda incidente de flexão com a direção θ e $\theta+d\theta$ na placa i é dada por:

$$E = \frac{E_i}{2\pi A_i} d\theta \quad (3.23)$$

enquanto que a média no tempo do fluxo de energia na direção θ é :

$$\langle E \rangle_t = c_{gi} \frac{E_i}{2\pi A_i} d\theta \quad (3.24)$$

A potência transmitida por estas ondas para a fronteira da placa j é então dada por:

$$\langle P \rangle_t = \frac{E_i}{2\pi A_i} L c_{gi} \cos(\theta) d\theta \quad (3.25)$$

A potência transmitida para a placa j pode ser calculada através do coeficiente de transmissão $\tau_{ij}(\theta)$ da fronteira, multiplicado pela potência incidente. Sendo assim, a potência total transmitida para a placa j será descrita da seguinte forma:

$$P_{i \rightarrow j} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{E_i}{2\pi A_i} L c_{gi} \tau_{ij}(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (3.26)$$

resolvendo-se a Equação (3.26) obtém-se:

$$P_{i \rightarrow j} = \omega \left(\frac{\langle \tau_{ij} \rangle c_{gi} L}{\omega \pi A_i} \right) E_i \quad (3.27)$$

onde $\langle \tau_{ij} \rangle$ é definido por:

$$\langle \tau_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tau_{ij}(\theta) \cos(\theta) d\theta. \quad (3.28)$$

A potência transmitida entre as placas será dada pela seguinte equação:

$$P_{ij} = P_{i \rightarrow j} - P_{j \rightarrow i} \quad (3.29)$$

e substituindo-se a Equação (3.27) na Equação (3.29) obtém-se:

$$P_{ij} = \omega \left(\frac{\langle \tau_{ij} \rangle c_{gi} L}{\omega \pi A_i} \right) E_i - \omega \left(\frac{\langle \tau_{ji} \rangle c_{gj} L}{\omega \pi A_j} \right) E_j \quad (3.30)$$

Utilizando a Equação (3.22) e verificando que o coeficiente de transmissão satisfaz a relação de reciprocidade $c_j \langle \tau_{ji} \rangle = c_i \langle \tau_{ij} \rangle$, a Equação (3.30) passa a ser reescrita da seguinte forma:

$$P_{ij} = \omega \eta_{ij} n_i \left(\frac{E_i}{n_i} - \frac{E_2}{n_2} \right) \quad (3.31)$$

E o fator de perda por acoplamento está relacionado ao coeficiente de transmissão da seguinte maneira:

$$\eta_{ij} = \frac{\langle \tau_{ij} \rangle c_{gi} L}{\omega \pi A_i} \quad (3.32)$$

O acoplamento entre subsistemas bidimensionais através de linhas de conexão pode ser estendido, com o objetivo de se incluir

vários subsistemas em uma mesma junção. Dessa maneira, o coeficiente de transmissão deve incluir a soma de todas as linhas de impedância ou admitâncias para subsistemas acústicos presentes na junção, LYON E DEJONG (1995). Vários tipos de estudos utilizando junções estruturais podem analisados para o cálculo do fator de perda por acoplamento, LYON E DEJONG (1995), LANGLEY E HERON (1990).

3.3.3 – Subsistemas conectados através de superfície

Nesta seção será apresentado um método para se calcular o fator de perda por acoplamento (CLF) entre subsistemas conectados através de uma superfície (área). Em ambientes acústicos, a resposta é medida pela pressão média quadrática em uma banda $\langle p^2 \rangle$, sendo que a potência incidente sobre a parede de área A_p é dada por:

$$P_{inc} = \frac{\langle p_i^2 \rangle A_p}{4 \rho c} \quad (3.33)$$

onde ρ é a densidade do ar e c é a velocidade do som.

A potência transmitida está relacionada com o CLF desde que o fluxo não retorne do subsistema receptor para o subsistema fonte, hipótese esta feita na maioria dos estudos de transmissão acústica, tal potência será dada por:

$$P_{trans} = \omega \eta_{ij} E_i \quad (3.34)$$

e substituindo-se E_i pela energia correspondente obtém-se:

$$P_{trans} = \omega \eta_{ij} \frac{\langle p_i^2 \rangle V_i}{\rho c^2} \quad (3.35)$$

A transmissibilidade é dada pela razão entre a potência transmitida e a potência incidente, conforme pode ser visto por:

$$\tau = \frac{P_{trans}}{P_{inc}} \quad (3.36)$$

sendo o coeficiente de transmissão τ dado por:

$$\tau = 4\rho c P_{trans} \langle p_i^2 \rangle A_p \quad (3.37)$$

Comparando as Equações (3.35) e (3.37), chega-se ao seguinte equacionamento:

$$\eta_{ij} = \frac{\tau c A_p}{4\omega V_i} \quad (3.38)$$

3.3.4 – Acoplamento entre subsistemas estruturais e acústicos

O fator de perda por acoplamento entre uma estrutura e uma cavidade acústica é representado pela média da resistência de radiação de uma estrutura interagindo com um espaço infinito. Dessa maneira o CLF entre a estrutura e a cavidade acústica é dado por:

$$\eta_{sa} = \frac{R_{rad}}{\omega M_s} \quad (3.39)$$

onde M_s é a massa da estrutura e R_{rad} é a resistência de radiação.

- Radiação de painéis finitos

A resistência de radiação de um lado de um painel plano de área A_p e perímetro P é dado por, MAIDANIK G.(1962),

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{rad} = \rho A_p c \left\{ \frac{\lambda_c P}{\pi A_p} \frac{2}{\pi} (\sin)^{-1} \left(\frac{f}{f_c} \right)^{1/2} \right\} \beta \quad f < f_c \\ = \rho A_p c \left\{ 1 - \frac{f_c}{f} \right\}^{-1/2} \quad f > f_c \end{array} \right. \quad (3.40)$$

onde λ_c é o comprimento de onda do som na frequência crítica, a variável β está relacionada a fixação das bordas. Se as bordas estiverem simplesmente apoiadas $\beta=1$; se estiverem engastadas $\beta=2$ e pode ser ainda que $\beta=\sqrt{2}$, para condições de montagem mais realísticas. Já a frequência crítica f_c para placas planas, uniformes e homogêneas é dada por:

$$f_c = \frac{c^2}{1.8hc_l} \quad (3.41)$$

onde c é a velocidade do som no fluido que circunda o painel, h é a espessura da placa e c_l é a velocidade da onda longitudinal no sólido.

Além da resistência de radiação de painéis, têm-se a resistência de radiação de cilindros e a radiação de painéis quando acrescido a estes um suporte, LYON (1975).

A seguir serão vistos procedimentos experimentais e numéricos para a obtenção dos fatores de perda por acoplamento.

3.3.5 - Procedimentos Experimentais

Segundo LYON E DEJONG (1995), a melhor maneira para se obter os fatores de perda por acoplamento (CLF) consiste na aplicação de uma excitação aleatória em um dos subsistemas. Este será denominado subsistema fonte, enquanto que os demais serão os subsistemas receptores, que precisam ser mais amortecidos que o

subsistema fonte, pois assim as suas energias modais serão menores do que a do subsistema fonte.

Os fatores de perda por dissipação interna (DLFs) dos subsistemas receptores precisam ser medidos. Considerando dois subsistemas acoplados e equacionando a potência transmitida através da junção em relação à potência dissipada no subsistema receptor, tem-se que:

$$\eta_{12} = \frac{\eta_2 E_2}{E_1 - \frac{\delta f_2}{\delta f_1} E_2} \quad (3.42)$$

onde E_1 e E_2 são as energias totais dos subsistemas.

As energias totais são obtidas através de medições em vários pontos de respostas, de acordo com:

$$E = M \langle v^2 \rangle \quad (3.43)$$

para subsistemas estruturais.

$$E = V \langle p^2 \rangle / \rho c^2 \quad (3.44)$$

para subsistemas acústicos.

Uma maneira alternativa para se medir os CLF é através do Método da Taxa de Decaimento, método similar ao usado para se obter o fator de perda por amortecimento. A inclinação inicial é proporcional ao fator de perda efetivo do conjunto para o subsistema, caso exista somente um sistema receptor e a sua energia modal for insignificante se comparada com a do subsistema fonte. A taxa de decaimento medida será $\eta_1 + \eta_{12}$. Tal método não pode separar fatores de acoplamento para subsistemas múltiplos, acoplados em uma mesma junção.

3.3.6 - Procedimentos Numéricos

Métodos numéricos ou analíticos são utilizados para se estimar os fatores de perda por acoplamento. Um experimento numérico seguindo o procedimento descrito na seção anterior pode ser utilizado, com o objetivo de se estimar os fatores de perda por acoplamento.

Obtendo-se funções de resposta em frequência (FRFs), através de um modelo analítico ou numérico, os níveis de energia médios dos subsistemas serão calculados a partir dessas, para então se estimar os fatores de perda por acoplamento (CLF).

Uma outra aproximação é se utilizar um modelo de elementos finitos, com uma malha refinada o suficiente para regiões de altas frequências. Este procedimento consiste em se obter os valores de energia para diferentes subsistemas e a partir daí se estimar os fatores de perda por acoplamento, o inconveniente deste é a sua instabilidade quando se têm muitos subsistemas envolvidos.

3.4 – Densidade Modal

Segundo LYON E DEJONG (1995), a densidade modal de um subsistema é um fator importante dentro da teoria da Análise Estatística de Energia, pois ela representa o número de modos ressonantes dentro de uma faixa de frequência capaz de receber e armazenar energia.

Dentre os parâmetros SEA este é o mais fácil para se determinar em regiões com baixa densidade modal, sendo a análise experimental bem apropriada para a obtenção do número de modos ressonantes do subsistema. Já em regiões com alta densidade modal, a análise experimental não é eficiente, devido o grande número de modos que se sobrepõem, dificultando assim a estimativa por meio experimental.

A seguir serão vistos procedimentos analíticos, experimentais e numéricos para a obtenção de tal parâmetro.

3.4.1 – Método Analítico para a obtenção da densidade modal

O método analítico é a forma mais utilizada para a determinação do número de modos e consiste em realizar o cálculo através de formulações matemáticas bastante simples. Tal método aplica-se a sistemas de geometria mais simples, ditos bem comportados, os quais possuem densidades modais que podem ser calculadas em termos de parâmetros relativamente simples, como por exemplo, as suas dimensões globais e a velocidade média das ondas nestes sistemas.

3.4.1.1 – Sistemas Unidimensionais

Uma viga apesar de ser uma estrutura simples, apresenta uma dinâmica bastante complexa, apresentando modos de flexão, de torção e longitudinal.

Felizmente, as propriedades aditivas da densidade modal simplificam a predição de tal termo. Primeiramente calcula-se o fator em estudo para cada tipo de modo, para depois somá-lo na tentativa de se obter movimentos combinados, caso essa consideração seja importante.

A densidade modal $n(\omega)$ é encontrada diferenciando-se o número de modos com respeito a frequência expressa em radianos, da seguinte forma:

$$n(\omega) = \frac{dN}{d\omega} \quad (3.45)$$

$$n(\omega) = \frac{L}{\pi c_g} \quad (3.46)$$

onde L é o comprimento do subsistema unidimensional e c_g é a velocidade de grupo.

E o espaçamento em frequência médio entre as ressonâncias é dado por:

$$\delta f = \frac{1}{2\pi n(\omega)} \quad (3.47)$$

e substituindo-se Equação (3.46) na Equação (3.47) obtém-se:

$$\delta f = \frac{c_g}{2L} \quad (3.48)$$

A Equação (3.48) pode ser aplicada em sistemas unidimensionais considerando diferentes tipos de ondas, tais como longitudinais, torsionais e de flexão, necessitando-se somente da velocidade de grupo correspondente a cada tipo de onda, LYON E DEJONG (1995).

Para as ondas de flexão em uma viga tem-se as seguintes considerações: $c_g = 2c_\phi = 2c_b = 2(2\pi f \kappa c_l)^{1/2}$. Sendo assim, a Equação (3.40) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\delta f_b = \frac{c_b}{L} \quad (3.49)$$

onde c_ϕ é a velocidade de fase da onda de flexão, c_b é velocidade de flexão, c_l é a velocidade longitudinal e κ é o raio de giração.

3.4.1.2 – Sistemas Bidimensionais

Os modos de vibrar de um sistema bidimensional são fortemente dependentes da geometria do sistema, bem como às condições de contorno impostas ao sistema.

Considerando uma placa isotrópica em flexão, tem-se que o espaçamento médio entre as ressonâncias será dado por:

$$\delta f_b = \frac{2\kappa c_l}{A} \quad (3.50)$$

onde κ é o raio de giração ($\kappa = h/\sqrt{12}$), para placas com espessura constante h e a velocidade da onda longitudinal dada por $c_l \equiv [E/\rho(1-\mu^2)]^{1/2}$.

A velocidade de grupo e as demais velocidades estão relacionadas da seguinte maneira por:

$$c_g = 2c_\phi = 2c_b \equiv 2(2\pi f \kappa c_l)^{1/2} \quad (3.51)$$

A Equação (3.50) também pode ser aplicada a placas ortotrópicas, salvo algumas modificações.

O desenvolvimento teórico para o cálculo da densidade modal já está bem fundamentado e encontra-se descrito de forma bem detalhada em livros, LYON E DEJONG (1995) e LYON (1975).

Considerando um espaço de área A , composto por paredes finas e rígidas, a densidade modal será dada por:

$$n(\omega) = \frac{A\omega}{2\pi c^2} \quad (3.52)$$

onde c é velocidade de propagação do som no ar. Considerando o efeito de bordas, a Equação (3.52) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$n(\omega) = \frac{A\omega}{2\pi c^2} + \frac{P}{2\pi c} \quad (3.53)$$

3.4.1.3 – Sistemas Tridimensionais

Para o caso de espaços tridimensionais o mesmo procedimento descrito nas duas últimas subseções pode ser utilizado, resultando na seguinte equação:

$$n(\omega) = \frac{\omega^2 V}{2\pi^2 c_\phi^2 c_g} \quad (3.54)$$

onde V é o volume do subsistema.

Na Equação (3.54) pode ser incorporado o efeito das bordas, considerando que o fluido se encontre em um sistema composto por paredes rígidas e com $c_g = c_\phi = c$, a Equação (3.54) resultaria em:

$$n(\omega) = \frac{\omega^2 V}{2\pi^2 c^3} + \frac{A\omega}{8\pi^2 c^2} + \frac{P}{16\pi c} \quad (3.55)$$

onde A é a área da superfície que circunda a cavidade e P é o perímetro.

As fórmulas descritas anteriormente são bem representativas para subsistemas acústicos.

3.4.2 – Método Numérico para a obtenção da densidade modal

O método numérico normalmente é aplicado nos casos onde o sistema possui uma alta complexidade geométrica. Tal método utiliza uma discretização aproximada do subsistema em massas equivalentes e elementos de mola, para assim se determinar os autovalores, ou seja, as frequências de ressonância do sistema.

Em modelos de Elementos Finitos deve-se tomar o cuidado de selecionar um número mínimo de 6 elementos para cada comprimento de onda, com o objetivo de garantir uma boa exatidão dos resultados.

3.4.3 – Método Experimental para a obtenção da densidade modal

Quanto ao método experimental existem duas alternativas utilizadas para a determinação do número de modos. A primeira delas utiliza a Função de Resposta em Frequência (FRF) do sistema para identificar e, por consequência, contar o número de modos.

Primeiramente excita-se o subsistema num ponto onde seja presumida a existência de uma alta amplitude de vibração, supondo que se encontre o maior número de modos possível. A precisão desta alternativa depende do espaçamento entre os modos, pois pode ocorrer que alguns modos não sejam visualizados, devido à sobreposição entre eles. Para melhorá-la, realizam-se várias medições, em pontos diversos, com o objetivo de verificar a ocorrência de outros modos que por ventura não tenham surgido nas medições anteriores.

Este procedimento não proporciona bons resultados, pelo fato de que muitos modos, apesar de presentes no subsistema, podem não contribuir de forma significativa para a absorção e troca de energia com modos de outros subsistemas.

Quando a separação em frequência entre os modos de um sistema não é grande o suficiente, de forma que facilite a sua contagem, faz-se uso de uma segunda alternativa. Esta se baseia na determinação do valor médio da função de resposta em frequência pontual. Normalmente realizam-se várias medições na parte interna do subsistema em consideração (distante dos contornos) e o valor final é dado pela média espacial no subsistema.

Para um componente estrutural, a condutância média da entrada (parte real da mobilidade) é dada por:

$$\bar{G} = \frac{1}{4M \delta f} \quad (3.56)$$

e para um espaço acústico, a resistência de entrada média (parte real da impedância) é dada por:

$$\bar{R} = \frac{\rho c^2}{4V \delta f} \quad (3.57)$$

A confiabilidade deste método está ligada à exatidão com as quais as respostas foram medidas.

Como pôde ser visto, a densidade modal não é um parâmetro unicamente utilizado na SEA diferentemente dos fatores de perda por acoplamento (CLF), que é um fator intrinsecamente ligado a SEA.

Neste capítulo foram mostrados e discutidos diferentes modos de obtenção de tais parâmetros, sendo eles, analíticos, numéricos e experimentais. Os dois primeiros já estão um tanto consolidado, mas o último tem recebido uma atenção especial e muito ainda tem sido feito e estudado, na tentativa de se obter os parâmetros SEA com um certo grau de confiabilidade.

No capítulo seguinte será visto e discutido um método conhecido por Método de Injeção de Potência, cuja sigla em inglês

(PIM) é bastante utilizada neste meio. Tal método pode ser utilizado tanto como um procedimento experimental como numérico (experimento numérico).

4

IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS SEA

Este capítulo estuda a obtenção experimental dos parâmetros SEA através da aplicação do Método de Injeção de Potência, designado pela sigla inglesa **PIM** (Power Injection Method).

4.1 – Introdução

Para estruturas mais complexas, os fatores de perda por acoplamento, os fatores de perda por amortecimento e as densidades modais não podem ser obtidos através de procedimentos computacionais, pois estes não oferecem um resultado realístico. Já o procedimento analítico não se aplica a subsistemas complexos unidos através de conexões com certo grau de complexidade.

LYON (1975) sugeriu que o uso das respostas medidas nos subsistemas na forma original em que se encontram é uma maneira de obter os parâmetros SEA. Tais respostas são medidas em vários pontos do subsistema através de várias potências de entrada aplicada a este. O grande problema levantado por Lyon está relacionado à inversão da matriz de energia, que em alguns casos gera fatores de perda por acoplamento negativos, o que viola a hipótese SEA de acoplamento fraco, WOODHOUSE (1981). Vários pesquisadores têm fornecido alternativas, visando a solução desse problema, e a principal delas, refere-se ao fato de se obter os parâmetros SEA sem a necessidade de inversão da matriz de energia, CIMERMAN et al. (1997), DE LANGHE (1996).

BIES AND HAMID (1980) conduziram experimentos com o objetivo de se obter os fatores de perda internos e os fatores de perda por acoplamento entre duas placas. Uma boa correlação foi obtida entre os fatores de perda por acoplamento obtidos experimentalmente e os previstos por teoria.

Já HERMANS et al. (1996) estudaram de maneira detalhada as diferentes etapas do Método de Injeção de Potência. O artigo ainda explorou os benefícios existentes na aplicação da técnica utilizando as Funções de Resposta em Frequência (FRFs), já que para a obtenção dos parâmetros SEA através das FRFs não é necessário preocupar-se com o tipo de excitação utilizada, diferente de quando se utiliza os auto espectros e os espectros cruzados.

Como pôde ser visto anteriormente, o Método de Injeção de Potência, ou simplesmente PIM, permite a obtenção dos parâmetros SEA vistos no capítulo anterior. Uma vantagem do mesmo refere-se ao fato de que as medições podem ser efetuadas no próprio ambiente de ensaio, o que é bastante vantajoso quando se trabalha com estruturas complexas e de grande porte.

4.2 - Método de Injeção de Potência

O Método de Injeção de Potência é baseado na injeção seqüencial da potência vibracional ou acústica em cada subsistema do modelo SEA. A resposta é então medida em vários pontos de cada subsistema, conforme Figura 4.1. Todas as respostas medidas são transformadas em energias de vibração.

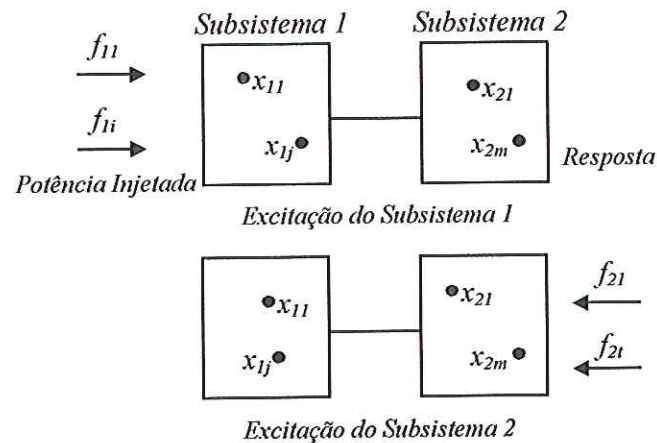


FIGURA 4.1: Método de Injeção de Potência

Matematicamente, a técnica PIM corresponde a identificação da matriz de transformação que atua no vetor de energia $\{E\}$ para produzir o vetor de potência injetada $\{P\}$, conforme Equação (2.56), LYON E DEJONG (1995).

4.2.1 – Método de Injeção de Potência Clássico

O principal avanço na SEA experimental foi proposto por BIES E HAMID (1980). Eles usaram a equação de balanço de potência de uma forma inversa, criando assim, o Método de Injeção de Potência (PIM).

Basicamente, a identificação experimental dos fatores de perda para n subsistemas é dada pela inversão da matriz $n^2 \times n^2$ de energias medidas no estado estacionário (independente do tempo). Para ilustrar tal método considere o modelo SEA composto por 3 subsistemas, Figura 4.2.

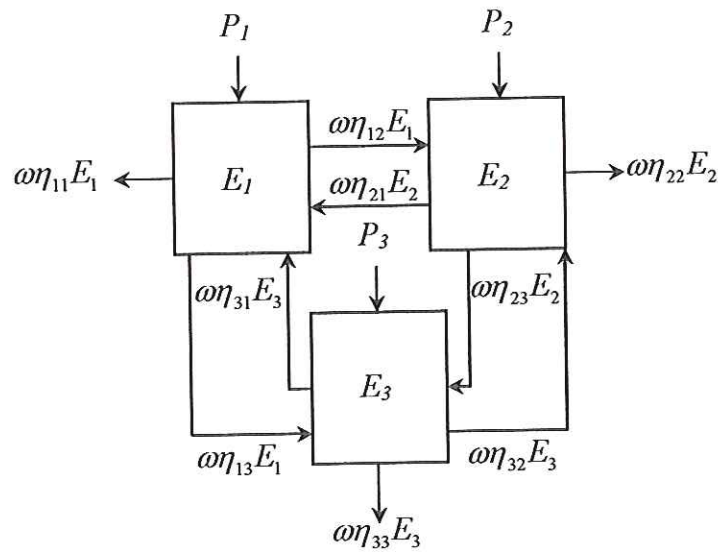


FIGURA 4.2: Modelo SEA de três subsistemas

Com a injeção de potência no subsistema 1, obtém-se que:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \\ E_{31} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

com E_{ij} sendo a energia de vibração (com média no tempo e no espaço) do subsistema i quando o subsistema j é excitado, P_j é a potência de entrada média no subsistema j e ω é a frequência central da banda em estudo.

A matriz de acoplamento $[\eta^0]$ é dada por:

$$[\eta^0] = \begin{bmatrix} (\eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{13}) & -\eta_{21} & -\eta_{31} \\ -\eta_{12} & (\eta_{22} + \eta_{21} + \eta_{23}) & -\eta_{32} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & (\eta_{33} + \eta_{31} + \eta_{32}) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Similarmente, se a potência é injetada no subsistema 2, a equação matricial (4.1) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ P_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{12} \\ E_{22} \\ E_{32} \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

E injetando-se potência no subsistema 3 obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{13} \\ E_{23} \\ E_{33} \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

As n equações de balanço de potência são combinadas em uma matriz $n^2 \times n^2$ da seguinte forma:

$$\omega \begin{bmatrix} E_{11} & E_{11} & E_{11} & -E_{21} & 0 & 0 & -E_{31} & 0 & 0 \\ 0 & -E_{11} & 0 & E_{21} & E_{21} & E_{21} & 0 & -E_{31} & 0 \\ 0 & 0 & -E_{11} & 0 & 0 & -E_{21} & E_{31} & E_{31} & E_{31} \\ E_{12} & E_{12} & E_{12} & -E_{22} & 0 & 0 & -E_{32} & 0 & 0 \\ 0 & -E_{12} & 0 & E_{22} & E_{22} & E_{22} & 0 & -E_{32} & 0 \\ 0 & 0 & -E_{12} & 0 & 0 & -E_{22} & E_{32} & E_{32} & E_{32} \\ E_{13} & E_{13} & E_{13} & -E_{23} & 0 & 0 & -E_{33} & 0 & 0 \\ 0 & -E_{13} & 0 & E_{23} & E_{23} & E_{23} & 0 & -E_{33} & 0 \\ 0 & 0 & -E_{13} & 0 & 0 & -E_{23} & E_{33} & E_{33} & E_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{12} \\ \eta_{13} \\ \eta_{21} \\ \eta_{22} \\ \eta_{23} \\ \eta_{31} \\ \eta_{32} \\ \eta_{33} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_3 \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

A Equação (4.5) é resolvida invertendo-se a matriz de energias e multiplicando-a pelo vetor de potências injetadas se obtém os fatores de perda por dissipação interna e de acoplamento.

Como pode se ver, o sistema matricial torna-se grande e isso resulta em um custo computacional maior. Para um sistema com n subsistemas, a matriz de energia apresentará a dimensão de $n^2 \times n^2$.

Além disso, a matriz de energia não é simétrica e exibe a tendência de ser mal condicionada, devido aos grandes valores numéricos fora da diagonal principal da matriz de energia. Este mal condicionamento está relacionado à singularidade da mesma.

Sabe-se que o número de condição de uma matriz é um indicativo do grau de singularidade e implica na exatidão dos resultados obtidos através do cálculo da inversa. Ele pode ser calculado como sendo a razão entre o maior e o menor valor singular. Quando os valores dos números de condição se aproximam de 1 é um indicativo de que a matriz é bem condicionada.

4.2.2 – Solução para a matriz de energia mal condicionada proposta pelo Método de Injeção de Potência Clássico

Na tentativa de superar as dificuldades computacionais, associadas à inversão da matriz de energia vista na subseção anterior, CIMERMAN et al. (1997) mostraram que recombinação dos componentes da matriz dada pela Equação (4.5), os fatores de perda por acoplamento podem ser separados dos fatores de perda por amortecimento.

Ao invés de ter n^2 equações, o sistema é reduzido a n conjuntos de $(n-1) \times (n-1)$ equações matriciais para os fatores de perda por acoplamento (CLF) e uma única matriz $n \times n$ para os fatores de perda por amortecimento (DLF). Dessa maneira, a Equação (4.5) passa a ser reescrita em termos dos fatores de perda por acoplamento para os três subsistemas da Figura 4.2:

$$\begin{Bmatrix} \eta_{21} \\ \eta_{31} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{cc} \left(\frac{E_{22}}{E_{12}} - \frac{E_{21}}{E_{11}} \right) & \left(\frac{E_{32}}{E_{12}} - \frac{E_{31}}{E_{11}} \right) \\ \left(\frac{E_{23}}{E_{13}} - \frac{E_{21}}{E_{11}} \right) & \left(\frac{E_{33}}{E_{13}} - \frac{E_{31}}{E_{11}} \right) \end{array} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{P_1}{\omega E_{11}} \\ \frac{P_1}{\omega E_{11}} \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\begin{Bmatrix} \eta_{12} \\ \eta_{32} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{cc} \left(\frac{E_{11}}{E_{21}} - \frac{E_{12}}{E_{22}} \right) & \left(\frac{E_{31}}{E_{21}} - \frac{E_{32}}{E_{22}} \right) \\ \left(\frac{E_{13}}{E_{23}} - \frac{E_{12}}{E_{22}} \right) & \left(\frac{E_{33}}{E_{23}} - \frac{E_{32}}{E_{22}} \right) \end{array} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{P_2}{\omega E_{22}} \\ \frac{P_2}{\omega E_{22}} \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \eta_{13} \\ \eta_{23} \end{Bmatrix} = \left[\begin{pmatrix} \frac{E_{11}}{E_{31}} - \frac{E_{13}}{E_{33}} & \frac{E_{21}}{E_{31}} - \frac{E_{23}}{E_{33}} \\ \frac{E_{12}}{E_{32}} - \frac{E_{13}}{E_{33}} & \frac{E_{22}}{E_{32}} - \frac{E_{23}}{E_{33}} \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{P_3}{\omega E_{33}} \\ \frac{P_3}{\omega E_{33}} \end{Bmatrix} \quad (4.8)$$

Os fatores de perda por amortecimento são dados por:

$$\begin{Bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{22} \\ \eta_{33} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} & E_{31} \\ E_{12} & E_{22} & E_{32} \\ E_{13} & E_{23} & E_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{P_1}{\omega} \\ \frac{P_2}{\omega} \\ \frac{P_3}{\omega} \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

Observando as Equações (4.6) à (4.9) nota-se que as matrizes são mais bem condicionadas. Isso se deve ao fato de que, neste caso, os valores numéricos da diagonal principal desta matriz são maiores do que os valores fora da diagonal.

4.2.3 – Método de inversão da energia normalizada

Sugerido por DE LANGHE (1996), o método de normalização da energia é a maneira mais atual e simples de combinar equações individuais de balanço de potência.

Considerando o mesmo sistema da Figura 4.2 e adotando-se o mesmo procedimento de injeção de potência mostrado na subseção 4.2.1, tem-se o seguinte equacionamento:

$$\omega[\eta^0] \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Normalizando ambos os lados da Equação (4.10) pela potência injetada obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11}^n & E_{12}^n & E_{13}^n \\ E_{21}^n & E_{22}^n & E_{23}^n \\ E_{31}^n & E_{32}^n & E_{33}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

onde E_{ij}^n representa a energia normalizada, que é adimensional, e sendo dada por DE LANGHE (1996):

$$E_{ij}^n = \frac{\omega \cdot E_{ij}}{P_j} \quad (4.12)$$

Dessa forma, a matriz de perda total $[\eta^0]$ pode ser obtida pela inversão da matriz das energias normalizadas $[E^n]$:

$$\begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}^n & E_{12}^n & E_{13}^n \\ E_{21}^n & E_{22}^n & E_{23}^n \\ E_{31}^n & E_{32}^n & E_{33}^n \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.13)$$

Obtêm-se os fatores SEA de acoplamento e os fatores de perda interna, rearranjando os termos da matriz $[\eta^0]$:

$$\begin{bmatrix} E_{11}^n & E_{12}^n & E_{13}^n \\ E_{21}^n & E_{22}^n & E_{23}^n \\ E_{31}^n & E_{32}^n & E_{33}^n \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (\eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{13}) & -\eta_{21} & -\eta_{31} \\ -\eta_{12} & (\eta_{22} + \eta_{21} + \eta_{23}) & -\eta_{32} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & (\eta_{33} + \eta_{31} + \eta_{32}) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Para um modelo composto por vários subsistemas a matriz de perda total é dada pela equação que se segue:

$$[\eta^0] = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \eta_{ik} & -\eta_{21} & \cdots & -\eta_{m1} \\ -\eta_{12} & \sum_{k=1}^n \eta_{2k} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1n} & \cdots & \cdots & \sum_{k=1}^n \eta_{nk} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

e os fatores de acoplamento SEA e de perdas internas são dados por:

$$\begin{cases} \eta_{ij} = -\eta_{ji}^0 & i \neq j \\ \eta_{ii} = \sum_{k=1}^n \eta_{ki}^0 \end{cases} \quad (4.16)$$

A obtenção dos parâmetros SEA está atrelada ao cálculo da energia e potência injetada. A obtenção destas não é direta, já que para obtê-las necessita-se de medições de FRFs ou auto-espectros, espectros cruzados. A obtenção da energia e da potência será objeto de estudo na próxima seção.

4.3– Aplicação do Método de Injeção de Potência para o cálculo da energia e potência

4.3.1 – Medição de Energia

Como é mais fácil a utilização de acelerômetros para se medir energias cinéticas, então se convencionou que a energia vibracional de um subsistema seria dada exclusivamente em termos da energia cinética. Sendo assim, a energia vibracional total de um sistema é calculada como sendo duas vezes a energia cinética, MOENS (2001).

A energia média de um dado subsistema em estudo é dada por:

$$E \cong \frac{M}{N} \cdot \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^N \int_0^T v_i^2(t) dt \quad (4.17)$$

onde M é a massa total do subsistema, N número de pontos de medição e $v_i(t)$ é a velocidade no ponto de medição.

Usando-se notação espectral, a Equação (4.17) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$E \cong \frac{M}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} S_{i,vv}(\omega) d\omega \quad (4.18)$$

onde $S_{i,vv}$ representa a densidade espectral do tipo “one-sided” da velocidade no ponto i .

Como se utilizam acelerômetros para se medir a resposta, a velocidade será transformada em aceleração fazendo-se a seguinte transformação:

$$E \cong M \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} S_{i,aa}(\omega) d\omega \quad (4.19)$$

onde $S_{i,aa}(\omega)$ representa a densidade espectral da aceleração do acelerômetro na posição i . Em termos de banda de frequência a Equação (4.19) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$E \cong M \cdot \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \sum_{i=1}^N \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{i,aa}(\omega) d\omega \quad (4.20)$$

As medições de energia acústica são feitas a partir de microfones localizados na cavidade acústica. Tal energia em banda de frequência será dada por:

$$E \cong \frac{1}{N} \frac{V}{\rho c^2} \sum_{i=1}^N \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{i,pp}(\omega) d\omega \quad (4.21)$$

onde $S_{i,pp}(\omega)$ representa a densidade espectral da pressão do microfone na posição i , V é o volume da cavidade, ρ é a densidade do ar e c é velocidade do som no ar.

Uma maneira alternativa para o cálculo da energia e potência é sugerida por HERMANS et al. (1996) e baseia-se na função de resposta em frequência (FRF). Considerando que $S_{i,aa}(\omega)$ é dividido por $S_{ff}(\omega)$ uma energia equivalente é calculada, energia essa que não é

igual a do nível de energia real, mas melhor representa um nível de energia equivalente.

$$E_{eq} \cong M \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{S_{i,aa}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} d\omega \quad (4.22)$$

A Equação (4.22) pode ser escrita em termos de FRFs:

$$E_{eq} \cong M \cdot \frac{1}{\omega^2} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H_{af}(\omega)|^2 d\omega \quad (4.23)$$

onde $H_{af}(\omega)$ representa a FRF de aceleração de transferência.

4.3.2 – Medição de Potência Injetada

O método de injeção de potência considera a medição da potência de entrada em cada subsistema, podendo esse subsistema ser excitado preferencialmente com um excitador eletromagnético.

A medição da potência de entrada devido a um ponto de excitação é esquematizada na Figura 4.3.

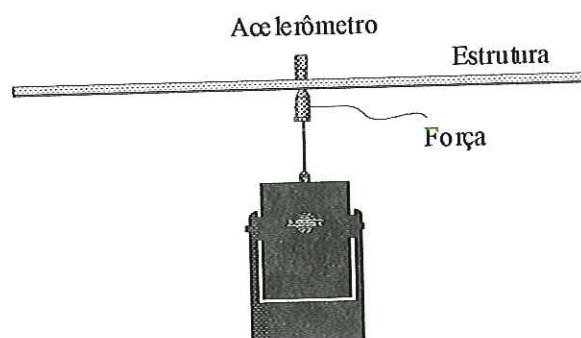


FIGURA 4.3: Medição da Potência de Entrada utilizando um excitador eletromagnético

A potência de entrada média no tempo é dada pelo produto da força medida no ponto de excitação pela velocidade no ponto de excitação. A potência média no tempo é dada por:

$$P_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot v(t) dt \quad (4.24)$$

Em termos espectrais

$$P_m = \text{Re} \left[\int_0^\omega S_{vf}(\omega) d\omega \right] \quad (4.25)$$

onde $S_{vf}(\omega)$ é o espectro cruzado da força pela velocidade no ponto de excitação. No caso de medidas utilizando acelerômetros obtém-se a seguinte equação:

$$P_m = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Im} \left[\int_0^\omega S_{af}(\omega) d\omega \right] \quad (4.26)$$

ou em uma banda de frequência por:

$$P_m = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Im} \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{af}(\omega) d\omega \right] \quad (4.27)$$

Dividindo o espectro cruzado entre a força e aceleração $S_{af}(\omega)$, medido no ponto de excitação, por $S_{ff}(\omega)$ obtém-se a potência de entrada equivalente, que é expressa por:

$$P_{eq} = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Im} \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{S_{a_2f}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \cdot d\omega \right] \quad (4.28)$$

ou transformando para notação de FRFs tem-se

$$P_{eq} = \frac{1}{\omega} \cdot \text{Im} \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} H_{a_2f}(\omega) \cdot d\omega \right] \quad (4.29)$$

Da mesma forma que a energia é equivalente, essa potência de entrada não será igual à potência obtida em termos da potência média no tempo.

Para ser aplicado o PIM é necessário que todos os subsistemas sejam excitados, com o objetivo de se estimar a potência injetada correspondente. O problema de medir a potência injetada (entrada) em subsistemas acústicos não é um procedimento simples e não há muitos estudos nessa área. Portanto, para se medir a potência injetada na cavidade acústica será construído um aparato experimental, o qual fornecerá uma maneira alternativa para se estimar a potência.

O aparato que será construído consistirá de um tubo rígido para evitar que haja a transmissão de ruído de dentro do tubo para fora. O padrão ISO 10534-2 recomenda que a espessura da parede do tubo seja no mínimo 5% do diâmetro do mesmo. O material não é especificado, mas é preferível que seja de latão, uma vez que o latão é mais denso e mais amortecido que o alumínio.

O tubo deve ser suficientemente longo para conseguir planificar a onda sonora. Portanto, é recomendado que o comprimento do tubo seja de 10 a 15 vezes o diâmetro do mesmo.

Na região situada no centro do tubo serão embutidos dois microfones, sendo ambos de $\frac{1}{2}$ polegada ou $\frac{1}{4}$ de polegada, que não precisam ter fases casadas. A distância entre os microfones está relacionada com a frequência máxima analisada. De certa forma, a distância entre os microfones deve ser menor que a metade do comprimento de onda, como pode ser visto a seguir, Figura 4.4;

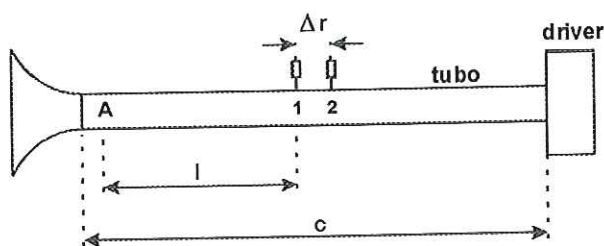


FIGURA 4.4: Aparato utilizado para excitar a cavidade e obter a potência acústica

$$\Delta r \leq \frac{c}{2f_{\text{máx}}} \quad (4.30)$$

Uma corneta pode ser colocada na extremidade do tubo, pois reduzirá a ocorrência de reflexões no final do tubo.

4.3.2.1 – Técnica dos dois microfones para medida da Impedância Acústica

Uma forma alternativa para se medir a intensidade sonora foi dada por CHUNG E BLASER (1980a e b), que mostraram que para se medir a potência de entrada acústica utiliza-se a técnica de dois microfones e um dispositivo semelhante ao tubo de impedância, SEYBART (2004). Tal técnica baseia-se nas medições de pressões acústicas medidas pelos microfones, para então se estimar a impedância acústica e a partir desta se calcular a intensidade sonora. E finalmente calcula-se a potência acústica.

Define-se a impedância acústica como a razão complexa entre a pressão acústica P_A e a velocidade da partícula V_A na superfície de um material. Esta é expressa por um número complexo, pois normalmente existe diferença de fase entre a pressão acústica e a velocidade da partícula. Dessa forma a impedância acústica em um ponto A do tubo é dada por:

$$Z = \frac{P_A}{V_A} = \rho c j \frac{H_{12} \text{sen}(kl) - \text{sen}(k(l - \Delta r))}{\text{cos}(k(l - \Delta r)) - H_{12} \text{cos}(kl)} \quad (4.31)$$

onde $H_{12} = P_1/P_2$ é a FRF entre as pressões dos dois microfones, k é o número da onda e l é a distância do primeiro microfone até o ponto onde está sendo calculada a impedância.

Sem perda de generalidade assume-se que l seja igual a zero. Neste caso a razão entre a velocidade da partícula e pressão do primeiro microfone torna-se:

$$Z_1 = \frac{P_1}{V_1} = \rho c j \frac{\text{sen}(k\Delta r)}{-\cos(k\Delta r) - H_{12}} \quad (4.32)$$

A intensidade acústica é calculada pela seguinte equação:

$$I = \frac{1}{2} \text{Re}(V_1 P_1^*) \quad (4.33)$$

onde V_1 é a velocidade da partícula e P_1^* é o conjugado da pressão acústica.

Em termos da impedância calculada pela Equação (4.32) e do auto-espectro da pressão do primeiro microfone tem-se que:

$$I = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{1}{Z_1} S_{p_1 p_1}(\omega) \right) \quad (4.34)$$

Calculada a intensidade acústica, a potência acústica será dada por:

$$P = I A \quad (4.35)$$

onde A é a área da seção transversal do tubo.

Mais detalhes desta técnica serão explorados no capítulo 8 desta tese.

4.4 – Análise de Sensibilidade dos parâmetros SEA

Quando se quer controlar o comportamento dinâmico de uma dada estrutura, é necessário saber onde e quanto se precisa modificar a estrutura, com o objetivo de prever os níveis de vibração acurados. Utilizando PIM obtêm-se resultados de distribuição de energia dos diferentes subsistemas, podendo estes ser utilizados para a identificação de fontes de potência. A análise de sensibilidade no PIM é facilmente realizada devido ao pequeno número de parâmetros envolvidos.

Uma vez obtida a energia referente a cada subsistema, a análise de sensibilidade da energia no subsistema i a uma modificação do parâmetro η_{jk} pode ser obtida através da seguinte equação, DE LANGHE (1996):

$$\mu_{i,jk} = \frac{\partial E_i}{\partial \eta_{jk}} \quad (4.36)$$

onde η_{jk} é o fator de perda por dissipação se $j=k$ ou por acoplamento se $j \neq k$. Sabendo-se que para um sistema dinâmico formado por n subsistemas, tem-se:

$$E_i = \frac{1}{\omega} \sum_{m=1}^n E_{im}^n P_m \quad (4.37)$$

onde o sobrescrito n da variável de energia refere-se ao fato de que ela é normalizada, conforme Equação (4.12).

Pode-se escrever que para o caso de fator de perda por dissipação, $j=k$,

$$\mu_{i,jj} = \frac{\partial E_i}{\partial \eta_{jj}} \quad (4.38)$$

ou seja,

$$\mu_{i,jj} = -E_{ij}^n E_j \quad (4.39)$$

e para o caso de fator de perda por acoplamento, $j \neq k$,

$$\mu_{i,jk} = (E_{ik}^n - E_{ij}^n) E_j \quad (4.40)$$

Verifica-se nas equações descritas anteriormente, que o parâmetro de sensibilidade com respeito ao fator de perda por acoplamento e o fator de perda por dissipação é proporcional ao nível de energia no subsistema j .

A sensibilidade dos parâmetros SEA a variações de energia e potência será vista nos capítulos 6 e 8 desta tese.

Os aspectos gerais do método de injeção de potência foram vistos neste capítulo. A aplicação do método de inversão da energia normalizada será vista nos capítulos posteriores e discussões acerca do PIM serão feitas na tentativa de mostrar as suas vantagens e desvantagens.

5

ESTUDO ANALÍTICO APLICANDO SEA EM ESTRUTURAS ACOPLADAS DO TIPO VIGA

Este capítulo é destinado ao estudo analítico da SEA aplicada a estruturas acopladas do tipo viga, considerando que estas sejam semi-infinitas. Coeficientes de transmissão referentes a diferentes ondas incidentes e transmitidas são obtidos, com o objetivo de se estimar os fatores de perda por acoplamento (CLF).

5.1 – Introdução

O acoplamento entre três vigas, unidas na forma de uma junção em T, é o enfoque deste capítulo. Este estudo analítico é complementar ao experimental que será mostrado no capítulo seguinte.

Para um estudo analítico é necessário que se considere todas as possíveis formas de relação entre as ondas incidentes e transmitidas em uma estrutura, levando-se em conta que, estruturas do tipo viga deformam em flexão (nos dois planos), torção e longitudinalmente.

Como parâmetro de simplificações, restrições são impostas na geometria da junção, caracterizando o comportamento dinâmico de vigas individualmente, descrevendo balanços de força e momento na junção.

A análise de transmissão de ondas elásticas entre vigas semi-infinitas conectadas a partir de um ponto tem sido estudada nos últimos anos por CREMER E HECKL (1972), SABLİK (1982), MOORE (1990) e mais recentemente por LANGLEY E SHORTER (2003).

O coeficiente de transmissão entre vigas é obtido através da razão entre a potência transmitida e a potência incidente. Somente propagação em uma dimensão é considerada em cada viga.

Parte do desenvolvimento teórico deste capítulo é baseada no estudo feito por MOORE (1990). Para o cálculo dos coeficientes de transmissão considere:

- a junção como sendo rígida, sem nenhum deslocamento em rotação e translação, ou seja, a onda incidente na junção é refletida. Caso bloqueado.
- que os deslocamentos na junção sejam liberados, ocorrendo transmissão da onda de uma viga para a outra.

A deformação em flexão envolve o acoplamento entre forças transversais e rotacionais. Por essa razão, têm-se impedâncias que são relacionadas a força e momento. Já as deformações torsionais e longitudinais são caracterizadas simplesmente por força e velocidade.

Neste trabalho utilizam-se três vigas de alumínio, unidas numa configuração em T, considerando que as três se encontram num mesmo plano. Para diferentes tipos de ondas incidentes e transmitidas serão obtidos diferentes coeficientes de transmissão. Primeiramente o estudo referente as vigas será baseado na formulação de viga de Euler-Bernoulli. Em seguida tal formulação será expandida, considerando o efeito da deformação por cisalhamento e a inércia de rotação, utilizando-se para tal a teoria de Timoshenko. A consideração de tais efeitos é importante, pois em frequências muito altas, estes podem influenciar de forma considerável o coeficiente de transmissão.

Vários trabalhos vêm sendo desenvolvidos, considerando vigas acopladas em diferentes configurações. Entretanto, referente a configuração em T, podem-se destacar alguns trabalhos. SZWERC E HAMBRIC (1996) desenvolveram um método para medições

simultâneas de ondas longitudinais e de flexão em vigas. CUSHIERI et al. (1996) desenvolveram um modelo analítico para viga T em SEA.

A Teoria de Euler-Bernoulli será revisada de uma maneira breve, pois a partir das forças e momentos obtêm-se os momentos e forças, ditos bloqueados. Assim como as impedâncias relativas a cada movimento e por fim, estimam-se os coeficientes de transmissão (eficiência de transmissão).

5.2 – Teoria de Euler-Bernoulli

O movimento referente a flexão de uma viga fina, no plano $x-y$, é discutido nesta seção. A teoria de vigas de Euler-Bernoulli é utilizada por programas comerciais, como o AutoSEA[®] e o FreeSEA[®].

A teoria de vigas finas é válida somente se o comprimento de onda for grande, quando comparado as dimensões da seção transversal da viga, ignorando os efeitos de inércia de rotação e deformação por cisalhamento, CREMER et al. (1972).

A teoria de Euler-Bernoulli assume a presença de momento fletor e força cortante, mas desconsidera as deformações devido ao cisalhamento, segundo WEAVER et al. (1990) e MOENS (2001), conforme mostra o diagrama de forças da Figura 5.1.

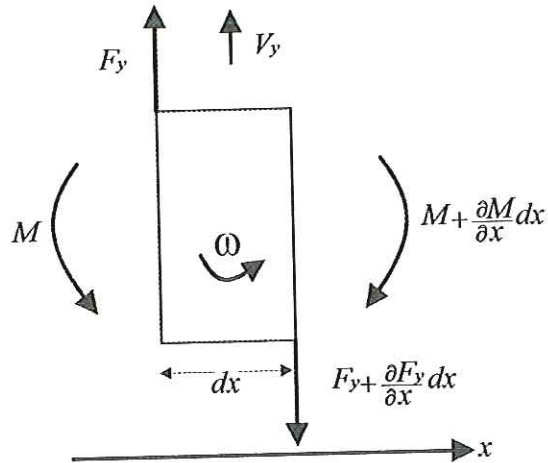


FIGURA 5.1: Direções das variáveis em um elemento de viga considerando flexão

A expressão que relaciona a força cortante F_y e o momento fletor M_z , em um elemento de viga de comprimento dx , pode ser escrita da seguinte maneira:

$$M_z - \left(M_z + \frac{\partial M_z}{\partial x} dx \right) - F_y dx = 0 \quad (5.1)$$

e resulta na seguinte expressão para a Figura 5.1:

$$F_y = - \frac{\partial M_z}{\partial x} \quad (5.2)$$

Através da aplicação da Lei de Newton a um elemento de viga, uma relação entre a força cortante e a velocidade transversal é obtida:

$$F_y - \left(F_y + \frac{\partial F_y}{\partial x} dx \right) = \rho A dx \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (5.3)$$

que se reduz a

$$- \frac{\partial F_y}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} \quad (5.4)$$

onde A é área da seção transversal da viga e ρ a densidade.

O momento fletor M_z e a força de cisalhamento F_y estão relacionadas ao deslocamento transversal u_y , através da seguinte relação:

$$M_z = B_z \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \quad (5.5)$$

onde B_z é rigidez à flexão e é dada por:

$$B_z = EI \quad (5.6)$$

onde E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção transversal.

Através das Equações (5.2), (5.4), (5.5), chega-se à equação da onda referente a flexão, considerando as vigas semi-infinitas, cuja solução é dada a seguir:

$$u_y(x,t) = (u_{y,inc} e^{-ik_b x} + u_{y,r}^p e^{ik_b x} + u_{y,r}^d e^{-k_b x}) e^{-i\omega t} \quad (5.7)$$

onde k_b é o número de onda referente a flexão. A onda incidente é descrita pelo primeiro termo da Equação (5.7). Ela se propaga para a esquerda na viga 1, em direção a junção, conforme Figura 5.2. Os termos referentes às ondas refletidas que se propagam e decaem exponencialmente à direita da viga, são dados por $u_{y,r}^p$ e $u_{y,r}^d$, respectivamente.

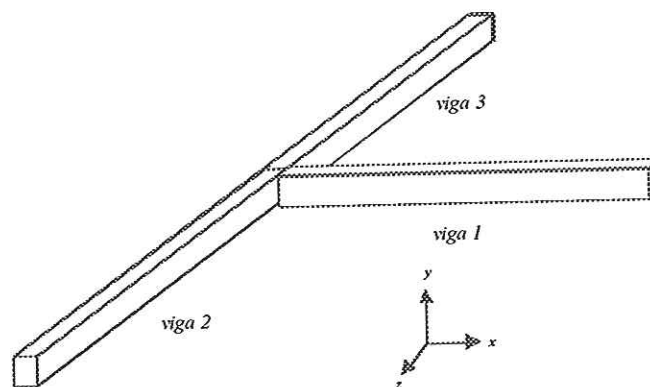


FIGURA 5.2: Viga T em estudo

Na junção, onde $x=0$, o deslocamento total e a rotação angular são assumidos nulos, resultando em duas equações que relacionam as amplitudes das ondas refletidas em termos da amplitude da onda incidente. A hipótese de que as junções são rígidas, geram forças e momentos, ditos bloqueados e estes são obtidos através das Equações (5.2), (5.5) e (5.6), MOORE (1990):

$$F_y^{bl} = [2B_z k_b^3 (1-i) / \omega] \dot{u}_{y,inc} = C_f^{bl} \dot{u}_{y,inc} \quad (5.8)$$

$$M_z^{bl} = [2B_z k_b^2 (1-i) / \omega] \dot{u}_{y,inc} = C_m^{bl} \dot{u}_{y,inc} \quad (5.9)$$

onde $\dot{u}_{y,inc}$ representa a amplitude da velocidade transversal.

Considerando a flexão no plano $x-z$, a força e o momento bloqueado são dados por:

$$F_z^{bl} = [2B_y k_b^3 (1-i) / \omega] \dot{u}_{z,inc} = C_f^{bl} \dot{u}_{z,inc} \quad (5.10)$$

$$M_y^{bl} = [2B_y k_b^2 (-1+i) / \omega] \dot{u}_{z,inc} = C_m^{bl} \dot{u}_{z,inc} \quad (5.11)$$

Os movimentos longitudinais e torsionais só envolvem ondas propagantes, dessa forma a força e momento bloqueado são respectivamente dados por:

$$F_x^{bl} = [2\rho A c_l] \dot{u}_{x,inc} = C_l^{bl} \dot{u}_{x,inc} \quad (5.12)$$

$$M_x^{bl} = [2\rho I_p c_t] \dot{\theta}_{x,inc} = C_t^{bl} \dot{\theta}_{x,inc} \quad (5.13)$$

onde ρ é a densidade em massa, A é área da seção transversal da viga, c_l é a velocidade de propagação da onda longitudinal, I_p é o momento polar de inércia e c_t a velocidade da onda para movimento torcional.

Uma vez obtidas as forças e momentos bloqueados, para diferentes ondas incidentes, o próximo passo é o cálculo das impedâncias para diferentes tipos de movimentos, para finalmente se

calcular o coeficiente de transmissão, que permitem a obtenção dos fatores de perda por acoplamento, conforme mostrado na seção 3.3.

5.2.1 – Coeficientes de transmissão

A solução completa para transmissão de vibração entre vigas acopladas envolve a superposição dos casos bloqueados e dos casos transmitidos. O primeiro caso, define as forças e momentos que atuam na junção devido a uma onda incidente e o outro, representa a dinâmica da junção, incluindo o efeito de acoplamento entre as vigas em termos de uma matriz de impedância.

Em geral, existem seis graus de liberdade referente aos deslocamentos em uma junção entre vigas, LYON E DEJONG (1995). A matriz de impedância, que *a priori* era uma matriz de ordem 6x6, é decomposta em duas matrizes simétricas de ordem 3. Uma é referente a flexão fora do plano, que inclui a flexão sobre um eixo que se encontra no mesmo plano da viga e a deformação torcional. Enquanto a outra se refere a flexão no plano, que inclui a flexão sobre um eixo perpendicular ao plano da viga e a deformação longitudinal.

A matriz de impedância para movimentos dentro do plano é dada por:

$$\begin{Bmatrix} M_y \\ F_x \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_{My} & Z_{Fx,\theta_y} & Z_{Fz,\theta_y} \\ Z_{Fx,\theta_y} & Z_{Fx} & 0 \\ Z_{Fz,\theta_y} & 0 & Z_{Fz} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_y \\ \dot{u}_x \\ \dot{u}_z \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

onde os termos fora da diagonal principal são dados em termos de impedâncias individuais das vigas da seguinte maneira:

$$Z_{Fz,\theta_y} = Z_{f,\theta}^{ip}(1) \quad (5.15)$$

$$Z_{Fx,\theta_y} = Z_{f,\theta}^{ip}(3) - Z_{f,\theta}^{ip}(2) \quad (5.16)$$

onde os números entre parênteses representam as vigas 1, 2 e 3. Esses termos são iguais a zero, considerando que a junção é simétrica e as vigas são iguais.

Os termos da diagonal principal são dados por:

$$Z_{F_x} = Z_l(1) + Z_f^{ip}(2) + Z_f^{ip}(3) \quad (5.17)$$

$$Z_{F_z} = Z_l(2) + Z_l(3) + Z_f^{ip}(1) \quad (5.18)$$

$$Z_{M_y} = Z_m^{ip}(2) + Z_m^{ip}(3) + Z_m^{ip}(1) \quad (5.19)$$

A matriz de impedância que relaciona os deslocamentos fora do plano tem a seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} M_z \\ M_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_{Mz} & 0 & Z_{F_y, \theta_z} \\ 0 & Z_{Mx} & Z_{F_y, \theta_x} \\ Z_{F_y, \theta_z} & Z_{F_y, \theta_x} & Z_{F_y} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_z \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

onde os termos de impedância fora da diagonal principal são dados por:

$$Z_{F_y, \theta_z} = -Z_{f, \theta}^{op}(1) \quad (5.21)$$

$$Z_{F_y, \theta_x} = Z_{f, \theta}^{op}(2) - Z_{f, \theta}^{op}(3) \quad (5.22)$$

e os termos da diagonal principal:

$$Z_{Mz} = Z_m^{op}(1) + Z_l(2) + Z_l(3) \quad (5.23)$$

$$Z_{Mx} = Z_m^{op}(2) + Z_m^{op}(3) + Z_l(1) \quad (5.24)$$

$$Z_{F_y} = Z_f^{op}(1) + Z_f^{op}(2) + Z_f^{op}(3) \quad (5.25)$$

As impedâncias de entrada para movimentos torsionais e longitudinais são dadas por CREMER et al. (1972), LYON E DEJONG (1995):

$$Z_t = \rho I_p c_t \quad (5.26)$$

para torção, e:

$$Z_l = \rho A c_l \quad (5.27)$$

para movimentos longitudinais.

O movimento de flexão é mais complicado, requerendo a superposição de ondas de decaimento em campo próximo e ondas propagantes, para a obtenção da impedância de entrada na viga. Flexão é caracterizada por forças de translação, rotação e pares de velocidade, onde a rotação e a translação estão acopladas.

$$Z_f = (Bk_b^3 / \omega)(1-i) \quad (5.28)$$

O momento de impedância é dado por:

$$Z_m = (Bk_b / \omega)(1+i) \quad (5.29)$$

e o termo de acoplamento entre translação e rotação é dado por:

$$Z_{f,\theta} = (Bk_b^2 / \omega) \quad (5.30)$$

Invertendo a matriz de impedância da Equação (5.20) e considerando uma onda de flexão incidente envolvendo deslocamentos fora do plano, tem-se que os deslocamentos das junções em termos da amplitude da onda incidente serão dados por:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_z \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{u}_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Z_{Mz} & 0 & Z_{Fy,\theta z} \\ 0 & Z_{Mx} & Z_{Fy,\theta x} \\ Z_{Fy,\theta z} & Z_{Fy,\theta x} & Z_{Fy} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} C_m^{bl} \dot{u}_{y,inc} \\ C_t^{bl} \dot{\theta}_{x,inc} \\ C_f^{bl} \dot{u}_{y,inc} \end{Bmatrix} \quad (5.31)$$

mas considerando que os termos de impedância fora da diagonal principal é igual a zero para vigas simétricas, no caso para $Z_{Fy,\theta z}$.

Tem-se que:

$$\dot{\theta}_z = \left(\frac{C_m^{bl} Z_{Fy}}{Z_{Mz} Z_{Fy} - Z_{Fy,\theta z}} + \frac{C_f^{bl} (-Z_{Fy,\theta z})}{Z_{Mz} Z_{Fy} - Z_{Fy,\theta z}} \right) \dot{i}_{y,inc} \quad (5.32)$$

$$\dot{\theta}_x = \left(\frac{C_t^{bl}}{Z_{Mx}} \right) \dot{\theta}_{x,inc} \quad (5.33)$$

$$\dot{i}_y = \left(\frac{C_m^{bl} (-Z_{Fy,\theta z})}{Z_{Mz} Z_{Fy} - Z_{Fy,\theta z}} + \frac{C_f^{bl} Z_{Mz}}{Z_{Mz} Z_{Fy} - Z_{Fy,\theta z}} \right) \dot{i}_{y,inc} \quad (5.34)$$

A potência mecânica transmitida para uma viga é determinada a partir de deslocamentos na junção, de acordo com o seguinte equacionamento para movimentos longitudinais:

$$P_{trans,t} = \frac{1}{2} Z_t |\dot{i}_x|^2 \quad (5.35)$$

e para transmissão de ondas de torção, tem-se que:

$$P_{trans,t} = \frac{1}{2} Z_t |\dot{\theta}_x|^2 \quad (5.36)$$

Os movimentos de flexão requerem uma expressão mais complexa, levando em conta o acoplamento entre movimentos de rotação, translação e a fase relativa entre esses movimentos, conforme equação a seguir:

$$P_{trans,b} = \frac{1}{2} \left[\text{Re}(Z_f) |\dot{i}_y|^2 + \text{Re}(Z_m) |\dot{\theta}_z|^2 \right] + \frac{1}{2} Z_{f,\theta} (\dot{\theta}_z \dot{i}_y^* + \dot{\theta}_z^* \dot{i}_y) \quad (5.37)$$

onde o símbolo, *, é o complexo conjugado.

Os coeficientes de transmissão são obtidos da razão da potência transmitida de uma viga para outra e da potência incidente na junção.

Para incidência de uma onda de flexão, somente a onda propagante está presente, e a potência incidente é obtida através da relação entre $\dot{\theta}_z$ e \dot{u}_y . As expressões das potências incidentes para movimentos torsionais e longitudinais são iguais aos da potência transmitida, com a substituição da apropriada amplitude de velocidade.

5.2.2 – Resultados referentes aos coeficientes de transmissão utilizando a teoria de Euler-Bernoulli

Na tabela a seguir têm-se os valores dos parâmetros representativos da viga T.

TABELA 5.1: Valores dos parâmetros representativos viga T (SIU).

<i>Material</i>	<i>Alumínio</i>
altura viga	0.05 m
largura	0.02 m
área seção transversal	0.001 m ²
momentos de inércia de área	
I _x	2.08x10 ⁻⁷ m ⁴
I _y	3.33x10 ⁻⁸ m ⁴
rigidez torcional	1.14x10 ⁻⁷ m ⁴
Comprimento viga	
viga 1	0.45 m
viga 2	0.55 m
viga 3	0.35 m

Considere que uma onda que gere flexão no plano x - y incida na viga 1 da Figura 5.2. Esta onda incidente transmite ondas de flexão e ondas torsionais para as vigas 2 e 3. A simetria da junção é um fator que simplifica os cálculos e as obtenções dos coeficientes de transmissão.

A seguir são mostrados os coeficientes de transmissão, obtidos para diferentes ondas incidentes e transmitidas, dados pelo seguinte equacionamento:

$$\tau = \frac{P_{trans}}{P_{inc}} \quad (5.38)$$

onde P_{trans} é a potência transmitida de uma viga para outra através do acoplamento, enquanto que P_{inc} é a potência incidente.

Através da Equação (5.38) obtêm-se diferentes coeficientes de transmissão, para diferentes ondas incidentes e transmitidas.

Observa-se na Figura 5.3 que as ondas de flexão fora do plano são fortemente transmitidas, através da junção, para vigas que se encontram na mesma linha (180°), como por exemplo, as vigas 2 e 3 da Figura (5.2). O acoplamento em linha possui uma eficiência de transmissão (coeficiente de transmissão) de 0.8, já a transmissão entre vigas acopladas a 90° é bem menor.

Considerando a onda de flexão incidente e a transmissão em torção, pode-se dizer que, a eficiência de transmissão aumenta a medida que a frequência aumenta, Figura 5.3.

A onda incidente por torção é refletida na junção, apresentando uma eficiência de reflexão próxima a 1. A transmissão em flexão para as vigas (1 e 2 ou 1 e 3), que estão a 90° , aumentam em altas frequências, conforme pode ser visto na Figura 5.4.

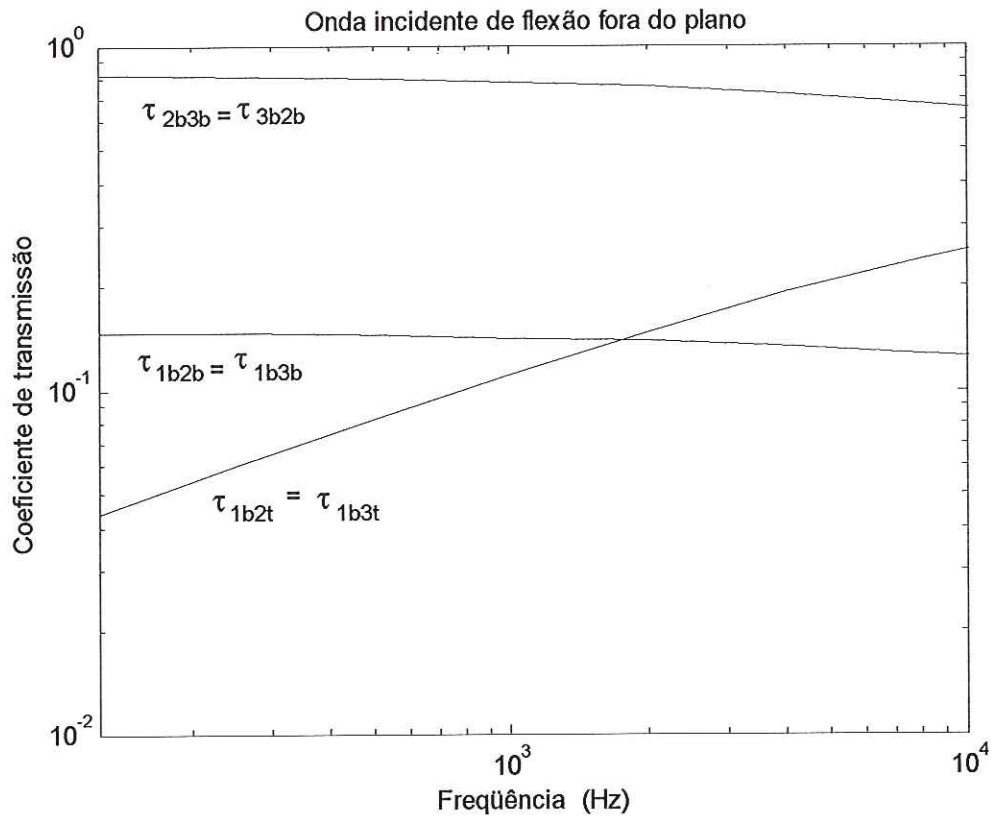


FIGURA 5.3: Onda incidente de flexão fora do plano e ondas transmitidas de flexão e longitudinais

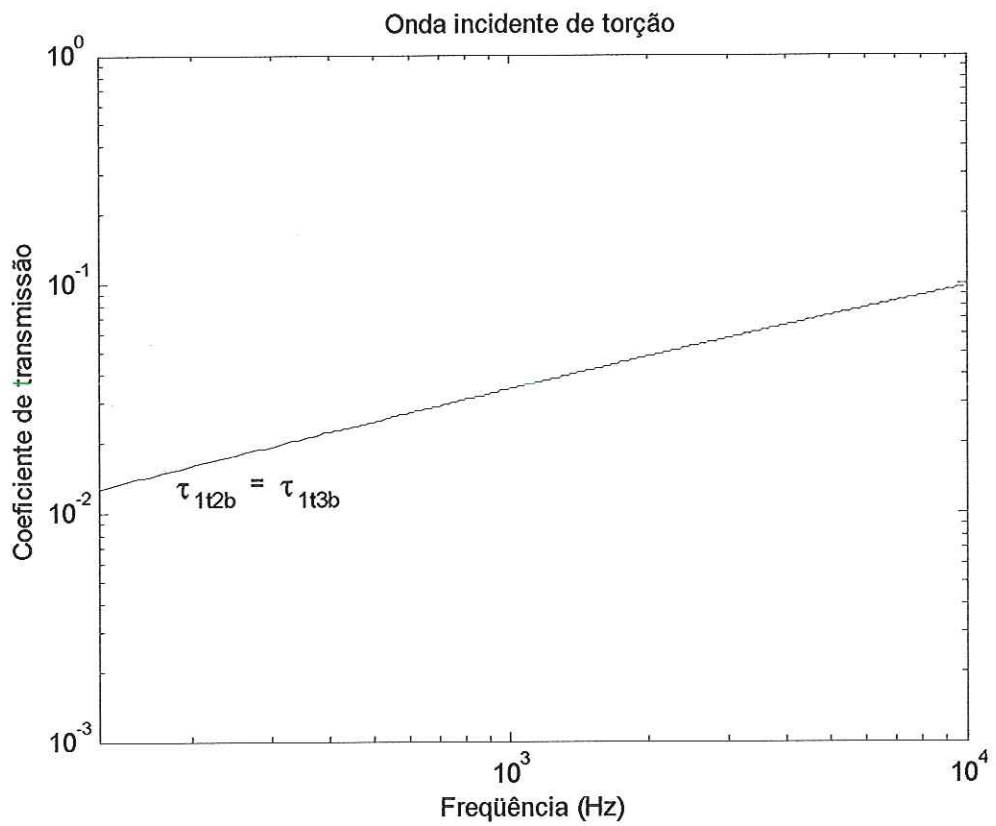


FIGURA 5.4: Onda incidente de torção e transmissão em flexão

A Figura 5.5 mostra os resultados obtidos pelo programa FreeSEA e analiticamente, ambos analisados em bandas de uma oitava. Pode-se notar que, os coeficientes de transmissão estão bem próximos, demonstrando que o desenvolvimento analítico se encontra bem fundamentado.

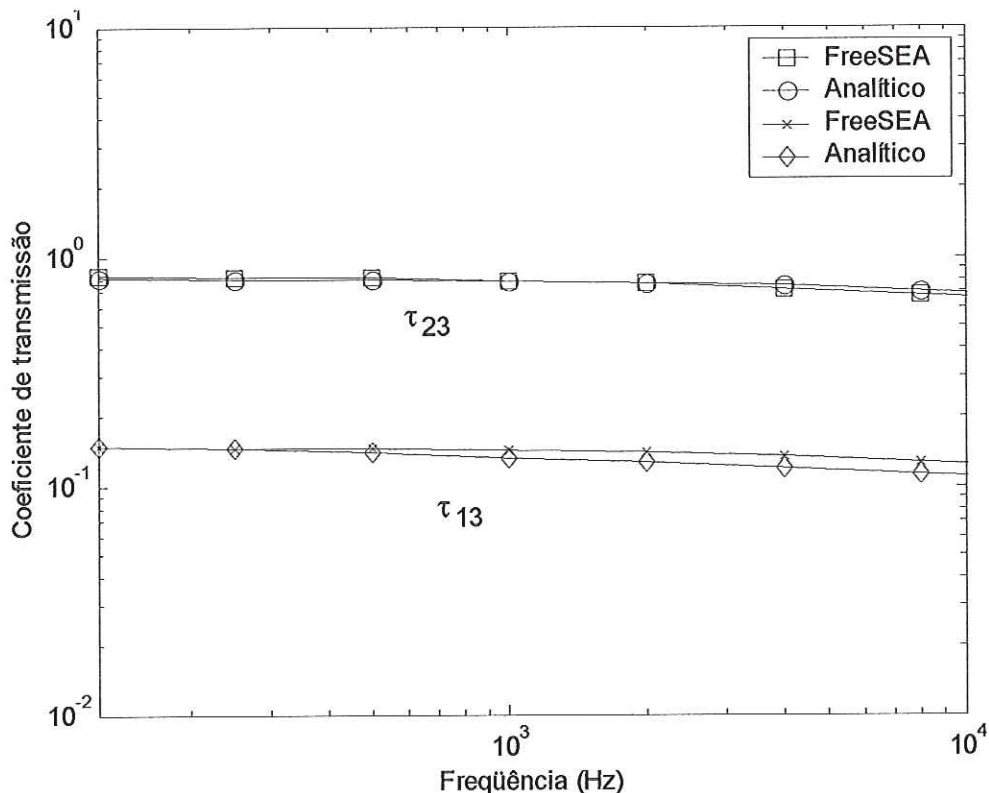


FIGURA 5.5: Comparação entre os coeficientes de transmissão obtidos analiticamente e pelo programa FreeSEA

Na Figura 5.6 percebe-se que, para flexão incidente no plano, a energia transmitida em flexão é aproximadamente igual nos casos das vigas se encontrarem a 90° (vigas e 1 e 2 ou 1 e 3) e em linha (vigas 2 e 30). A transmissão em ondas longitudinais ocorre mais em altas frequências e mesmo assim é inferior a transmissão em flexão.

A Figura 5.7 mostra que, o coeficiente de transmissão de uma onda incidente longitudinal em onda de flexão é maior do que se a incidência fosse em flexão, conforme foi visto na Figura 5.6. Na literatura pode ser visto que o movimento longitudinal é fortemente transmitido em vigas que se encontram em linha (180°), de acordo com CREMER E HECKL (1972).

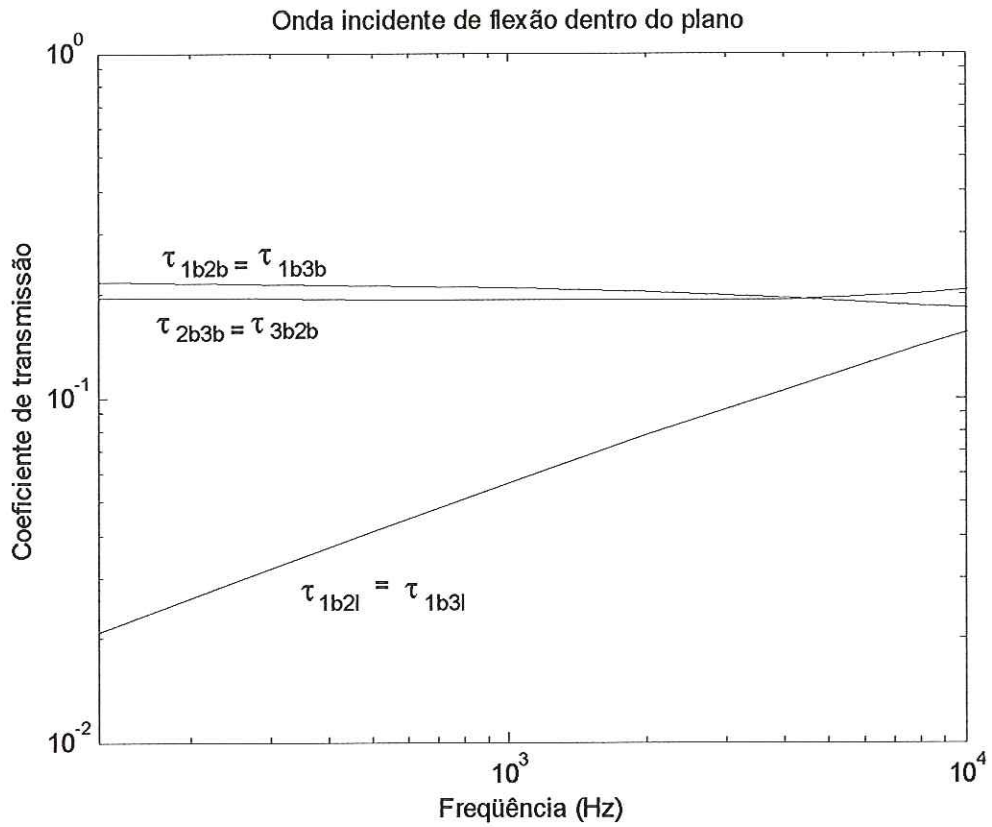


FIGURA 5.6: Flexão incidente no plano, com transmissão em flexão no plano e longitudinalmente

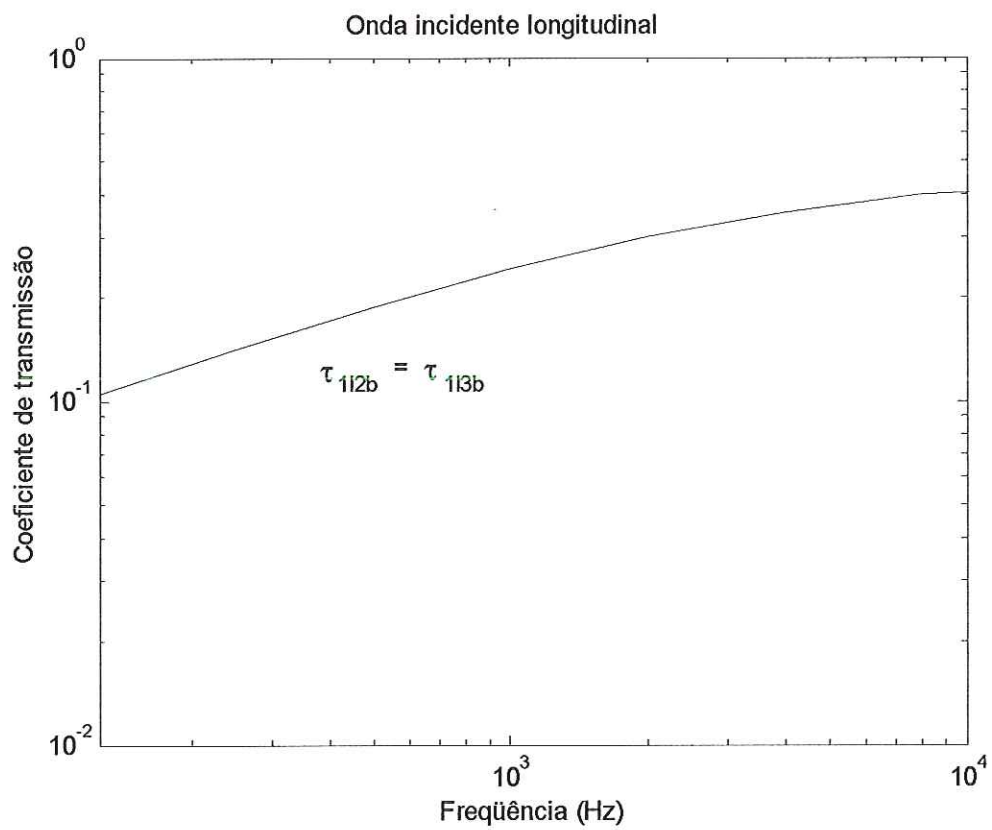


FIGURA 5.7: Onda incidente longitudinal, com transmissão em flexão no plano

O fator de perda por acoplamento (CLF) está relacionado com o coeficiente de transmissão através da seguinte relação:

$$\eta_{12} = \frac{c_{g1} \tau_{12}}{\omega L_1 2} \quad (5.39)$$

onde c_{g1} é a velocidade de grupo do subsistema 1, L_1 é o comprimento do subsistema 1 e τ_{12} é o coeficiente de transmissão entre os subsistemas 1 e 2.

Nesta seção foram vistos os resultados para diferentes coeficientes de transmissão, considerando a teoria de vigas finas de Euler-Bernoulli. Na próxima seção a teoria de Timoshenko será aplicada, para a obtenção dos coeficientes de transmissão referentes a ondas de flexão.

5.3 – Teoria de Viga de Timoshenko

Quando a dimensão da seção transversal de uma viga é pequena, se comparada ao seu comprimento, a teoria de Euler-Bernoulli pode ser empregada sem maiores problemas. Caso contrário, correções a essa teoria têm de ser feitas, levando em conta os efeitos da dimensão da seção transversal.

Ressalta-se que todo o equacionamento que será desenvolvido ao longo desta seção foi exclusivamente deduzido nesta tese.

Uma equação diferencial mais abrangente é obtida considerando-se o efeito da inércia de rotação e o cisalhamento. A inclinação da curva de deflexão não depende somente da rotação da seção transversal da viga, mas também, da deformação por cisalhamento.

Considerando a flexão no plano x - y , a equação referente a força considerando a Teoria de Viga de Timoshenko passa a ser reescrita como:

$$F_y = \kappa_y GA \left(-\theta_z + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad (5.40)$$

onde κ_y é o fator de correção de cisalhamento (plano x - y), que depende das propriedades da seção transversal, sendo que para uma seção retangular o valor é de $5/6$, G é o Módulo de Cisalhamento e A é a área da seção transversal.

O momento fletor é dado por:

$$M_z = EI_z \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \quad (5.41)$$

e considerando:

$$\rho A \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \quad (5.42)$$

$$\rho I_z \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} = F_y + \frac{\partial M_z}{\partial x} \quad (5.43)$$

Conjuntos de equações semelhantes podem ser obtidos considerando-se força de flexão no plano x - z da viga de Timoshenko:

$$F_z = \kappa_z GA \left(\theta_y + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (5.44)$$

e para o momento fletor

$$M_y = EI_y \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \quad (5.45)$$

$$\rho A \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \quad (5.46)$$

$$\rho I_y \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} = -F_z + \frac{\partial M_y}{\partial x} \quad (5.47)$$

Simplificando as Equações (5.44) e (5.47) se chega ao mesmo resultado dado pela teoria para viga de Euler-Bernoulli, para tal considera-se as inércias de rotação (ρI_y e ρI_z) como sendo iguais a zero e a rigidez ao cisalhamento ($\kappa_z GA$ e $\kappa_y GA$) como tendendo ao infinito.

Os termos a , b , c e d foram utilizados com o intuito de simplificar as equações e considerando a flexão no plano x - y e x - z , respectivamente, tem-se que:

$$a = -ik_b + \frac{ik_b^3 EI}{AG\kappa_y} - \frac{ik_b EI\rho\omega^2}{AG^2\kappa_y^2} - \frac{I\rho\omega^2 k_b i}{AG\kappa_y} \quad (5.48)$$

$$b = k_b + \frac{k_b^3 EI}{AG\kappa_y} + \frac{k_b EI\rho\omega^2}{AG^2\kappa_y^2} + \frac{I\rho\omega^2 k_b}{AG\kappa_y} \quad (5.49)$$

$$c = -ik_b - \frac{ik_b^3 EI}{AG\kappa_z} - \frac{ik_b EI\rho\omega^2}{AG^2\kappa_z^2} + \frac{I\rho\omega^2 k_b i}{AG\kappa_z} \quad (5.50)$$

$$d = k_b - \frac{k_b^3 EI}{AG\kappa_z} + \frac{k_b EI\rho\omega^2}{AG^2\kappa_z^2} - \frac{I\rho\omega^2 k_b}{AG\kappa_z} \quad (5.51)$$

E substituindo as Equações (5.48) e (5.49) na Equação (5.41) tem-se que o momento fletor, no plano x - y , é dado por:

$$M_z = \left(\frac{EI\rho\omega^2}{\kappa_y G} - EI k_b^2 + \frac{EI\rho\omega^2 (a+b)}{\kappa_y G (a-b)} - EI k_b^2 \frac{(a+b)}{(a-b)} - 2EI\rho\omega^2 \frac{a}{\kappa_y G (a-b)} - 2EI k_b^2 \frac{a}{(a-b)} \right) e^{-i\omega t} u_{y,inc} \quad (5.52)$$

e a força cortante, dada pela Equação (5.40) é escrita da seguinte forma:

$$F_y = \left(\left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_y G} \right) - EI k_b^3 i + \rho I i k_b \omega^2 \right) + \frac{(a+b)}{(a-b)} \left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_y G} - EI k_b^3 i + \rho I i k_b \omega^2 \right) + \frac{2a}{(a-b)} \left(\frac{-EI \rho \omega^2 k_b}{\kappa_y G} - EI k_b^3 - \rho I k_b \omega^2 \right) e^{-i\omega t} u_{y,inc} \quad (5.53)$$

Para o plano x-z tem-se o seguinte equacionamento através da Equação (5.45):

$$M_y = \left(-\frac{EI \rho \omega^2}{\kappa_z G} - EI k_b^2 - \frac{EI \rho \omega^2 (c+d)}{\kappa_z G (c-d)} - EI k_b^2 \frac{(c+d)}{(c-d)} + 2EI \rho \omega^2 \frac{c}{\kappa_z G (c-d)} - 2EI k_b^2 \frac{c}{(c-d)} \right) e^{-i\omega t} u_{z,inc} \quad (5.54)$$

e a força cortante através da Equação (5.44):

$$F_z = \left(\left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_z G} \right) - EI k_b^3 i - \rho I i k_b \omega^2 \right) + \frac{(c+d)}{(c-d)} \left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_z G} + EI k_b^3 i + \rho I i k_b \omega^2 \right) - \frac{2c}{(c-d)} \left(\frac{EI \rho \omega^2 k_b}{\kappa_z G} + EI k_b^3 - \rho I k_b \omega^2 \right) e^{-i\omega t} u_{z,inc} \quad (5.55)$$

Aplica-se o mesmo procedimento descrito anteriormente para a teoria de Euler, para finalmente se obter o coeficiente de transmissão. As impedâncias relativas a força e momento são derivadas a partir das Equações (5.52) à (5.55). As impedâncias relativas a força e momento no plano x-z são dadas, respectivamente por:

$$Z_f = \frac{1}{-i\omega} \left(\left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_z G} \right) - EI k_b^3 i - \rho I i k_b \omega^2 \right) + \frac{(c+d)}{(c-d)} \left(\frac{EI \rho \omega^2 i k_b}{\kappa_z G} + EI k_b^3 i + \rho I i k_b \omega^2 \right) - \frac{2c}{(c-d)} \left(\frac{EI \rho \omega^2 k_b}{\kappa_z G} + EI k_b^3 - \rho I k_b \omega^2 \right) \quad (5.56)$$

$$Z_m = \frac{1}{-k_b} \left(-\frac{EI\rho\omega^2}{\kappa_z G} - EI k_b^2 - \frac{EI\rho\omega^2}{\kappa_z G} \frac{(c+d)}{(c-d)} - EI k_b^2 \frac{(c+d)}{(c-d)} + 2EI\rho\omega^2 \frac{c}{\kappa_z G(c-d)} - 2EI k_b^2 \frac{c}{(c-d)} \right) \quad (5.57)$$

A seguir serão mostrados os resultados obtidos aplicando-se o equacionamento desenvolvido nesta seção.

5.3.1 – Resultados referentes aos coeficientes de transmissão utilizando a teoria de Timoshenko

Como foi visto anteriormente, a inclusão dos termos relacionados a deformação por cisalhamento e a inércia de rotação na formulação de vigas finas conduziu à formulação de Timoshenko, cujos resultados relacionados aos coeficientes de transmissão são vistos a seguir, Figura 5.8.

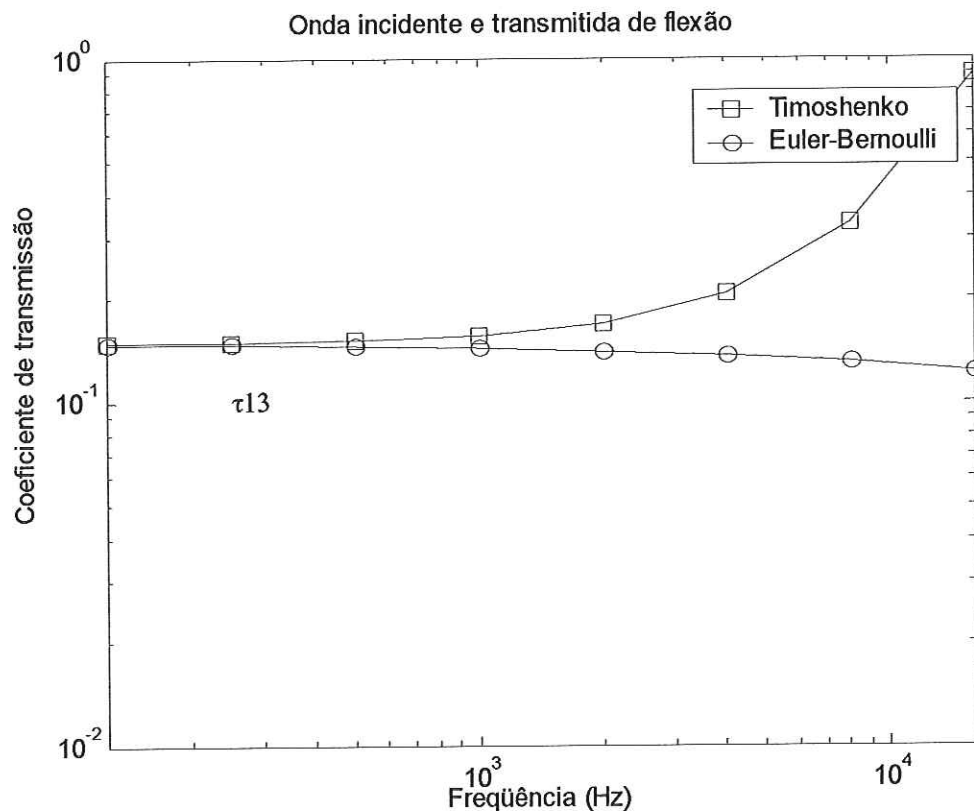


FIGURA 5.8: Comparação entre ondas incidentes fora do plano e transmissão, utilizando a teoria de Euler-Bernoulli e Timoshenko

Na Figura 5.8 percebem-se os efeitos dos termos empregados na formulação por Timoshenko, sendo eles, a deformação por cisalhamento e a inércia de rotação. Tais efeitos tornam-se mais significativos a medida que a frequência aumenta. Abaixo de 1000 Hz a inclusão desses termos torna-se desnecessária, pois o seu efeito sobre o coeficiente de transmissão é insignificante.

De acordo com a Figura 5.9, considerando uma onda de flexão incidente no plano, o efeito do cisalhamento e da inércia de rotação também se tornam significativos com o aumento da frequência, mas vale ressaltar que tal transmissão ocorreu de uma maneira mais branda do que no caso anterior.

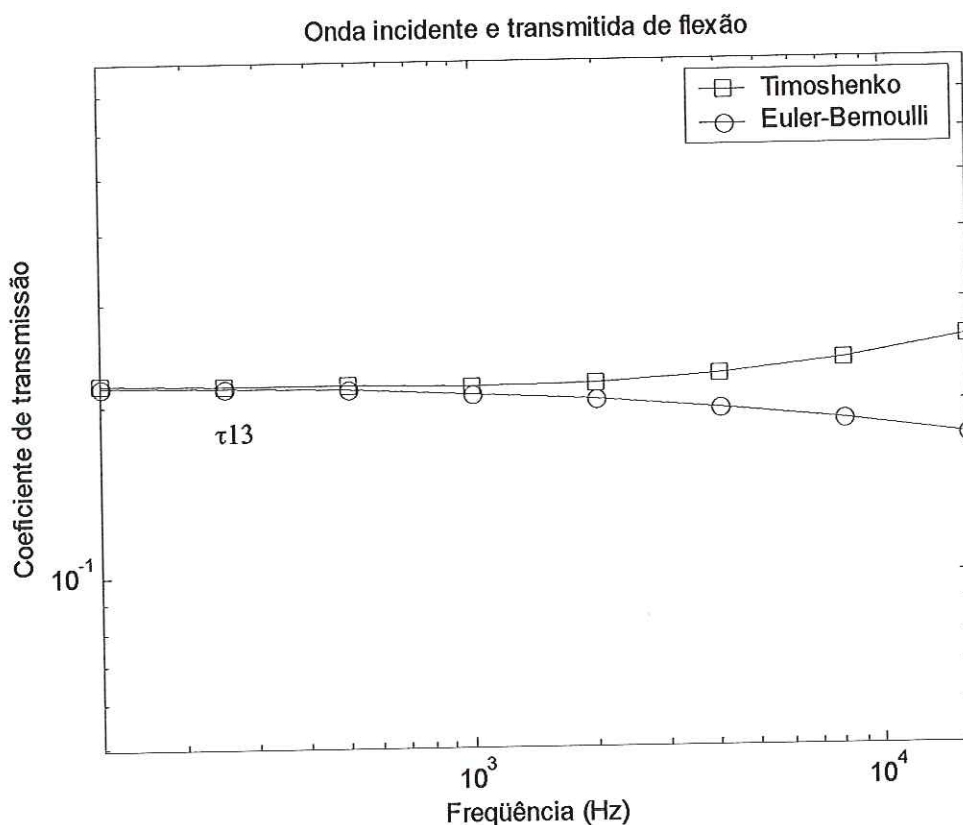


FIGURA 5.9: Comparação entre ondas incidentes no plano e transmissão, utilizando a teoria de Euler-Bernoulli e Timoshenko

Segundo CREMER et al. (1972), o efeito da deformação por cisalhamento e o momento de inércia de rotação fazem mais de 10% de



diferença nos resultados somente se, o comprimento de onda for menor que:

$$\lambda_B = 6h \quad (5.58)$$

onde h , para o caso de flexão no plano, é dado pela espessura da viga. Portanto, se:

$$\lambda_B > 6h \quad (5.59)$$

o efeito da deformação por cisalhamento e a inércia de rotação podem ser desconsiderados.

5.4 – Conclusões

Este capítulo apresentou os resultados analíticos correspondentes aos coeficientes de transmissão. Como pôde ser visto, estes apresentam uma relação direta com os parâmetros SEA, conhecidos por Fatores de Perda por Acoplamento, conforme Equação (5.39).

Além da formulação da teoria de vigas finas (Euler-Bernoulli), também foi estudada a inclusão dos termos decorrentes da formulação de Timoshenko. Obtendo-se ainda, a impedância mecânica referente a força e momento, considerando uma viga relativamente espessa.

Uma vez obtidas as impedâncias para a viga relativamente espessa, estimaram-se os coeficientes de transmissão. Ressalta-se que as impedâncias calculadas para a viga relativamente espessa de Timoshenko apresentaram uma boa concordância com a apresentada por CREMER et al. (1972).

Comparando os resultados obtidos utilizando ambas as formulações, concluiu-se que, se o estudo estiver dentro de uma faixa de frequência, na qual o comprimento de onda obedece a regra dada pela Equação (5.59), a teoria de Euler-Bernoulli pode ser utilizada, sem que ocorra distorção dos resultados.

No próximo capítulo será feito o estudo experimental em uma viga T construída em alumínio. Aplica-se a técnica PIM para a obtenção dos parâmetros SEA. E posteriormente, os resultados obtidos experimentalmente serão comparados aos analíticos obtidos neste capítulo.



ASPECTOS EXPERIMENTAIS DO PIM APLICADO A ESTRUTURAS ACOPLADAS DO TIPO VIGA

Este capítulo mostra os resultados experimentais, obtidos a partir da aplicação do método de injeção de potência (PIM) em vigas acopladas numa configuração em T. Tal método baseia-se na inversão da matriz de energia normalizada.

6.1 – Introdução

Como foi visto anteriormente, o método de injeção de potência (PIM) é uma técnica bastante útil para a obtenção dos parâmetros SEA, conhecidos por fator de perda por dissipação interna e o fator de perda por acoplamento.

Um aspecto positivo dessa técnica é que ela permite que os parâmetros sejam obtidos através de medições *in situ*, sem a necessidade do desacoplamento da estrutura, o que facilita bastante em se tratando de estruturas complexas.

Neste trabalho aplica-se a técnica PIM em uma estrutura composta por três vigas acopladas em uma configuração T, as quais são unidas por parafusos. Apesar de constituir uma estrutura simples, tem-se o efeito da junção, o que possibilita identificar o caminho da energia no interior do subsistema e a maneira como está sendo transmitida.

A aplicação da SEA em estruturas compostas por vigas vem sendo estudada por alguns pesquisadores há algum tempo, dentre eles podemos destacar: SZWERC E HAMBRIC (1996 a e b) que

desenvolveram um método para medições simultâneas de intensidade das ondas de flexão e longitudinais em vigas, mostrando que as descontinuidades nas estruturas ajudam na troca de potência (energia) entre essas duas ondas. CUSCHIERI et al. (1996) desenvolveram um modelo SEA composto por 6 subsistemas (3 subsistemas referentes às ondas de flexão e 3 subsistemas referentes às ondas longitudinais) e por fim, compararam os resultados com outros já publicados.

A configuração experimental e o procedimento de medidas serão mostrados na próxima seção.

6.2 – Equacionamento do PIM aplicado à viga T

A técnica de injeção de potência é baseada nas medições das potências injetadas nos subsistemas através de uma excitação aleatória. A primeira decisão a se tomar, é no que se diz respeito à escolha dos subsistemas. Essa escolha não é fácil e depende muito da experiência de quem está conduzindo o estudo. Sabe-se, que um sistema é dividido em subestruturas e que cada subestrutura é dividida em subsistemas, os quais consistem de uma coleção de modos ressonantes similares dentro de uma estrutura.

No caso deste trabalho o sistema, composto por 3 vigas de alumínio (A, B e C), conforme Figura 6.1, é dividido em três subestruturas e em cada subestrutura é considerada a existência de um subsistema, referente aos modos de flexão. Para a aplicação do PIM em cada subsistema, primeiramente injeta-se potência. Em seguida, estimam-se as energias, as potências de entrada e posteriormente, obtêm-se os parâmetros de perda por dissipação (DLF) e os de perda por acoplamento (CLF).

A configuração da viga T e suas características são apresentadas na figura a seguir, Figura 6.1.

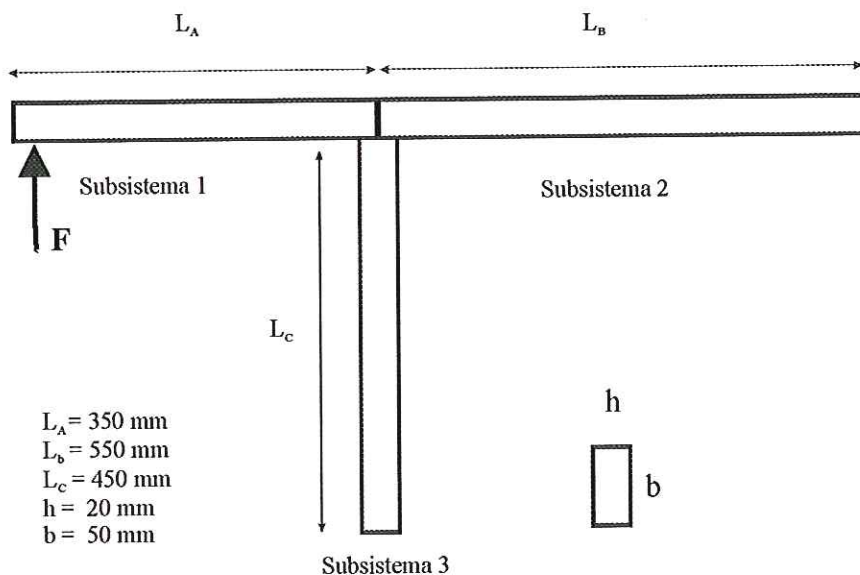


FIGURA 6.1: Viga T de alumínio em estudo

Primeiramente, injeta-se potência no subsistema 1 e as energias referentes a essa excitação são medidas no subsistema 1 e nos demais, obtendo-se o seguinte equacionamento:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{11} \\ E_{21} \\ E_{31} \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

onde E_{ij} é a energia média do subsistema i , quando o subsistema j é excitado, P_j é a potência injetada e ω é centro da banda de frequência utilizada.

Quando se injeta potência no subsistema 2, a Equação (6.1) passa a ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ P_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{12} \\ E_{22} \\ E_{32} \end{Bmatrix} \quad (6.2)$$

e excitando o subsistema 3:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_3 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_{13} \\ E_{23} \\ E_{33} \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

A seguir é feita a normalização da energia de entrada, da seguinte forma:

$$E_{ij}^n = \frac{\omega E_{ij}}{P_j} \quad (6.4)$$

Substituindo a Equação (6.4), nas Equações (6.1), (6.2) e (6.3), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11}^n & E_{12}^n & E_{13}^n \\ E_{21}^n & E_{22}^n & E_{23}^n \\ E_{31}^n & E_{32}^n & E_{33}^n \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

A matriz dos fatores de perdas totais é obtida invertendo-se a matriz de energia normalizada.

$$\begin{bmatrix} \eta_{11}^0 & \eta_{12}^0 & \eta_{13}^0 \\ \eta_{21}^0 & \eta_{22}^0 & \eta_{23}^0 \\ \eta_{31}^0 & \eta_{32}^0 & \eta_{33}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11}^n & E_{12}^n & E_{13}^n \\ E_{21}^n & E_{22}^n & E_{23}^n \\ E_{31}^n & E_{32}^n & E_{33}^n \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.6)$$

Os fatores de perda por dissipação interna e os fatores de perda por acoplamento são obtidos da seguinte maneira:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_{11} = \eta_{11}^0 + \eta_{21}^0 + \eta_{31}^0 \\ \eta_{22} = \eta_{22}^0 + \eta_{12}^0 + \eta_{32}^0 \\ \eta_{33} = \eta_{33}^0 + \eta_{13}^0 + \eta_{23}^0 \\ \eta_{21} = -\eta_{12}^0 \\ \eta_{31} = -\eta_{13}^0 \\ \eta_{12} = -\eta_{21}^0 \\ \eta_{32} = -\eta_{23}^0 \\ \eta_{13} = -\eta_{31}^0 \\ \eta_{23} = -\eta_{32}^0 \end{array} \right. \quad (6.7)$$

O PIM consiste em injetar potência em vários pontos dos subsistemas e também se medir a energia em outros pontos. Isso se deve ao fato da energia não ser igualmente distribuída ao longo de um subsistema, e na prática é sugerido que se use 3 pontos de excitação por subsistema e 5 pontos para medições de resposta.

As energias e potências injetadas em cada subsistema são obtidas através das Equações (4.20) e (4.27), respectivamente.

Há duas formas para se obter a média dos valores de energia e potência e são dadas a seguir:

$$E_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N E_{ij,k}}{N} \quad (6.8)$$

$$P_j = \frac{\sum_{k=1}^N P_{j,k}}{N} \quad (6.9)$$

onde N é o número pontos de medição. Em termos da energia normalizada o valor médio é dado por:

$$E_{ij}^n = \frac{\sum_{k=1}^N E_{ij,k}^n}{N} \quad (6.10)$$

Na próxima seção serão discutidos alguns procedimentos experimentais relevantes.

6.3 – Configuração Experimental

A força de excitação é aplicada na direção que está indicada na Figura 6.1. Esta excitação faz com que a viga sofra uma flexão no

plano dela, já que as três vigas se encontram no mesmo plano $x-z$, de acordo com o estudo desenvolvido no capítulo 5. O excitador eletromagnético utilizado é o modelo 4809 da Bruel & Kjaer, a excitação é do tipo aleatória, abrangendo uma faixa de frequências de 0-5000 Hz.

Na saída do excitador é colocado um elemento de conexão entre ele e a estrutura (*stinger* de aço). Este, por sua vez, apresenta a sua primeira frequência natural a aproximadamente 11000 Hz. Nota-se então, que o efeito da conexão não influenciará nas respostas obtidas. A *stinger* é conectada a estrutura através de um transdutor de força piezoelétrico da Kistler modelo 912, com sensibilidade a carga de 13.3 pC/N.

Saber a primeira frequência natural do elemento de conexão do excitador e estrutura é um fator importante quando se utiliza a excitação via um excitador eletromagnético, pois se a frequência natural da conexão estiver dentro da faixa de frequência estudada, esta afetará os resultados referentes a essa banda.

A Figura 6.2 mostra o auto-espectro da força, controlado durante o ensaio realizado para a obtenção dos auto-espectros da aceleração e os espectros cruzados da força e aceleração, através destes serão calculadas as potências injetadas e energias, conforme visto na seção 4.3.

O ensaio é feito controlando-se o auto-espectro da força, através do programa Data Physics Signal Star no sistema de aquisição Agilent E1432A. Os sinais de aceleração são medidos por acelerômetros piezoelétricos da PCB U353B16, com sensibilidades de 9.43 mV/g e 9.37 mV/g. O analisador espectral utilizado foi o TEKTRONIX 2630 de quatro canais. A viga T foi suspensa utilizando borrachas flexíveis, simulando uma condição livre-livre, Figura 6.3.

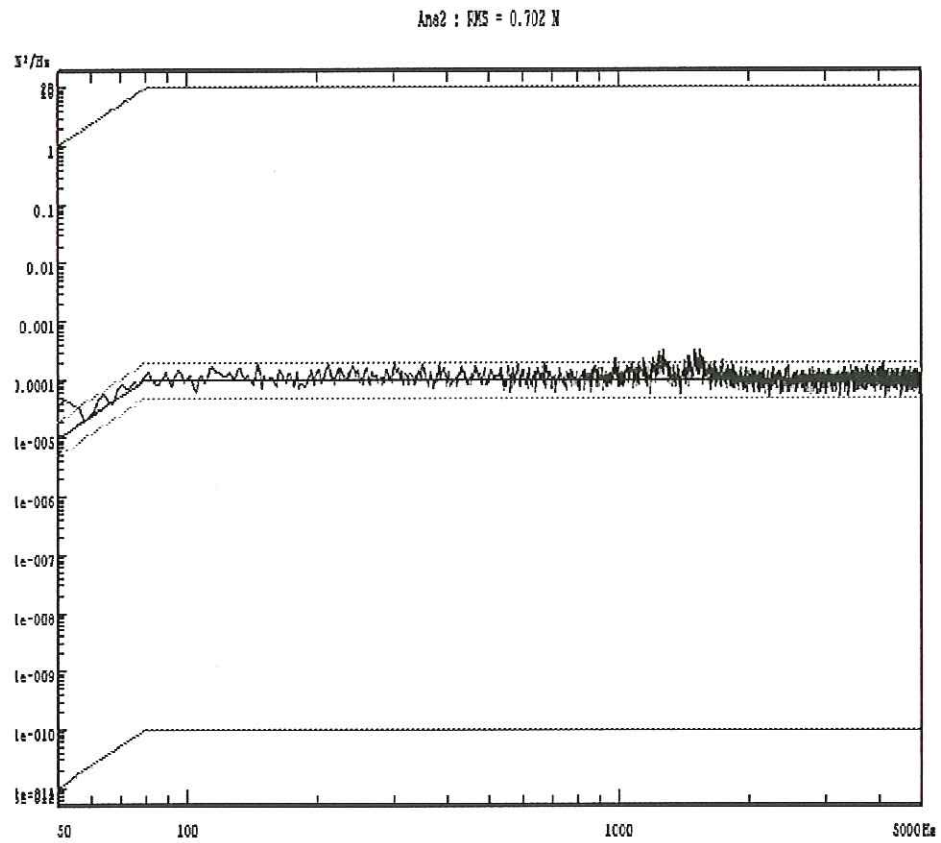


FIGURA 6.2: Auto-espectro da força controlado

A Figura 6.3 mostra a forma de suspensão da viga T.

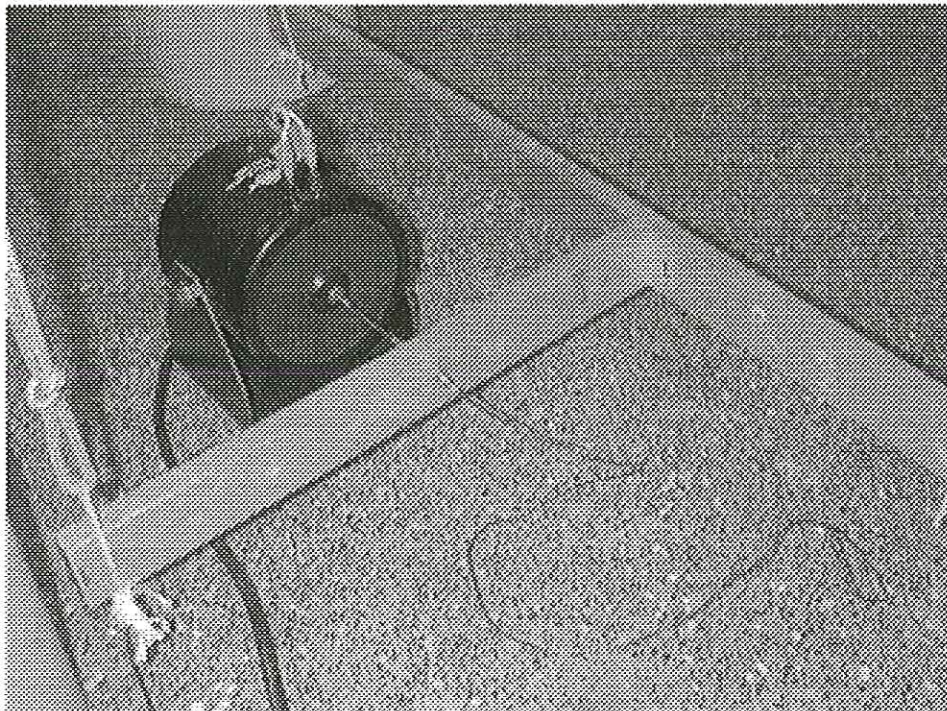


FIGURA 6.3: Suporte flexível utilizado para suspensão da viga

A Figura 6.4 mostra o aparato experimental utilizado para se obter os auto-espectros e os espectros cruzados. O controle é feito da seguinte maneira: em uma primeira etapa, um sinal aleatório é enviado ao sistema, que consiste do amplificador de carga, excitador de vibração e a estrutura. Os dados de sinais de resposta são coletados para que o controlador possa então estimar Função Transferência do sistema. Baseado nesta Função de Transferência e na estratégia de controle adotada, o controlador gera um novo sinal, que é enviado para o amplificador de carga.

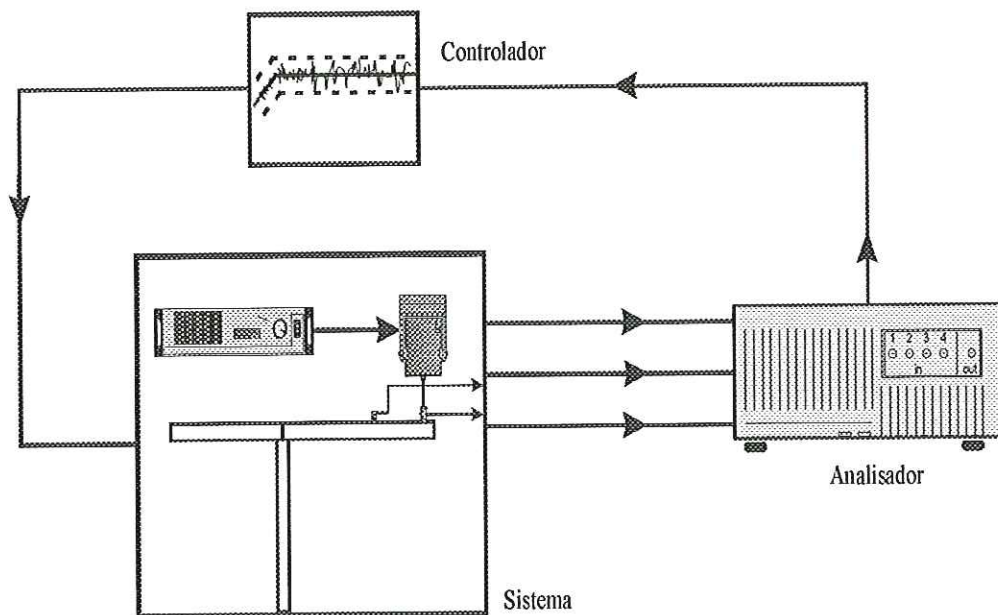


FIGURA 6.4: Aparato experimental

A Figura 6.5 mostra uma típica FRF de ponto da viga T numa faixa de frequência de 0-5 kHz, medida no subsistema 3, com a força sendo aplicada no mesmo ponto de medição da resposta. Como pode ser notado, com o aumento da frequência aumenta-se o número de modos, indicando um aumento da densidade modal para altos valores de frequência de excitação.

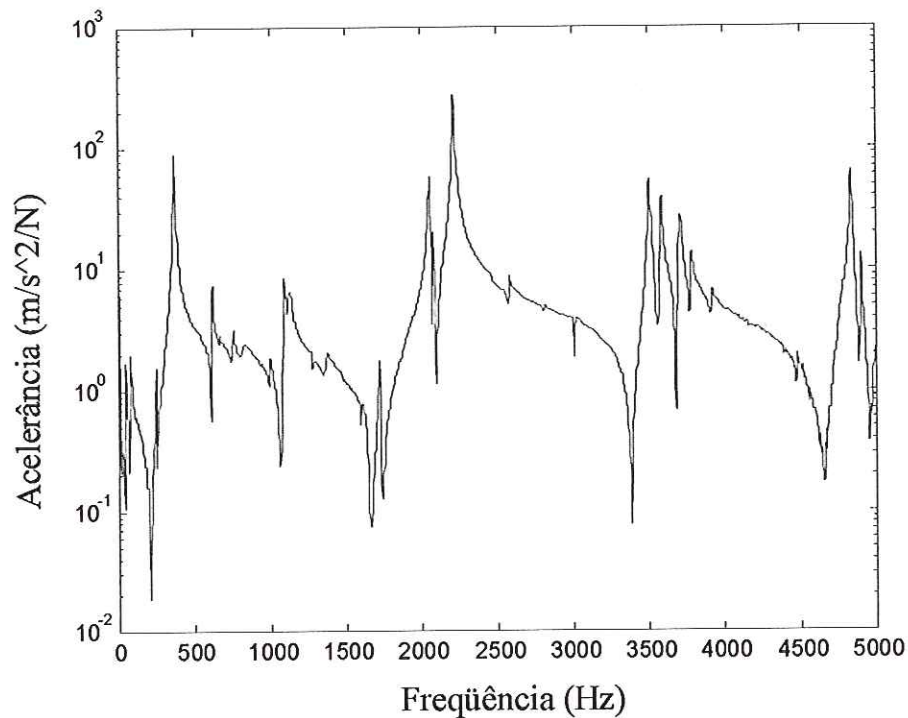


FIGURA 6.5: FRF medida no subsistema 3 da viga T

É bastante difícil se definir o que é baixa, média e alta frequência, ou melhor, onde começa e termina cada uma delas. O que se sabe, é que nas baixas frequências, os picos de respostas são bem definidos. Já nas médias, estes perdem um pouco da definição e se sobrepõem e nas altas, eles são indefinidos e o fenômeno de sobreposição modal é bem evidente. Nas altas frequências tem-se uma alta densidade modal, o que acaba propiciando o uso da SEA.

A densidade modal está relacionada com a geometria da estrutura em estudo, ou seja, sistemas simples não apresentam alta densidade modal, como é caso de uma viga. O fator modal de dissipação é dado por:

$$\beta_{ii} = f \eta_{ii} / \bar{\delta f}_i \quad (6.11)$$

que está relacionado ao espaçamento modal médio na frequência, $\bar{\delta f}_i$, do subsistema i e ao fator de perda por dissipação interna η_{ii} . Esse

espaçamento modal médio na frequência (em hertz) está relacionado com a densidade modal $n_i(\omega)$ da seguinte maneira:

$$\bar{\delta f}_i = \frac{1}{2\pi n_i(\omega)} \quad (6.12)$$

O fator de sobreposição modal é dado por:

$$MO = \frac{\pi \beta_{ii}}{2} \quad (6.13)$$

Quando o fator de sobreposição modal (*Modal Overlap factor*) é menor do que 0.1, como é o caso do presente estudo, os fatores de perda por acoplamento estão relacionados de uma maneira complexa e para obtenção dos mesmos é necessário o uso de um fator de correção modal, dado por LYON E DEJONG (1995):

$$\beta_{corr} = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{2\pi(\beta_{i,rede})}\right)^8\right)^{1/4}} \quad (6.14)$$

onde $\beta_{i,rede}$ é um fator modal, que está relacionado ao fator de perda por dissipação interna da rede de subsistemas ou ao fator de perda por acoplamento.

Segundo LYON E DEJONG (1995), valores aproximados para os CLFs são obtidos subsistindo-se primeiramente os DLFs na Equação (6.14) e em seguida o termo de correção β_{corr} é incluído na equação utilizada para se estimar os CLFs.

A seguir serão apresentados os resultados experimentais e discussões a respeito destes.

6.4 – Resultados Experimentais

Utilizando o procedimento de medição descrito nas seções 6.2 e 6.3 obtêm-se os valores de energia e de potência injetada para os diferentes subsistemas, para então, a partir de inversão da matriz de energia normalizada, Equação (6.6), se obter os parâmetros SEA. A média na frequência foi feita utilizando bandas de uma oitava, pois devido ao fato da viga T não apresentar uma alta densidade modal, o que é inerente a estruturas do tipo viga, é necessário aumentar as bandas de frequência de análise, já que bandas mais estreitas são indicadas para sistemas que tenham muitos modos, LIBARDI E VAROTO (2004).

Os resultados experimentais para os fatores de perda por dissipação podem ser vistos na Figura 6.6.

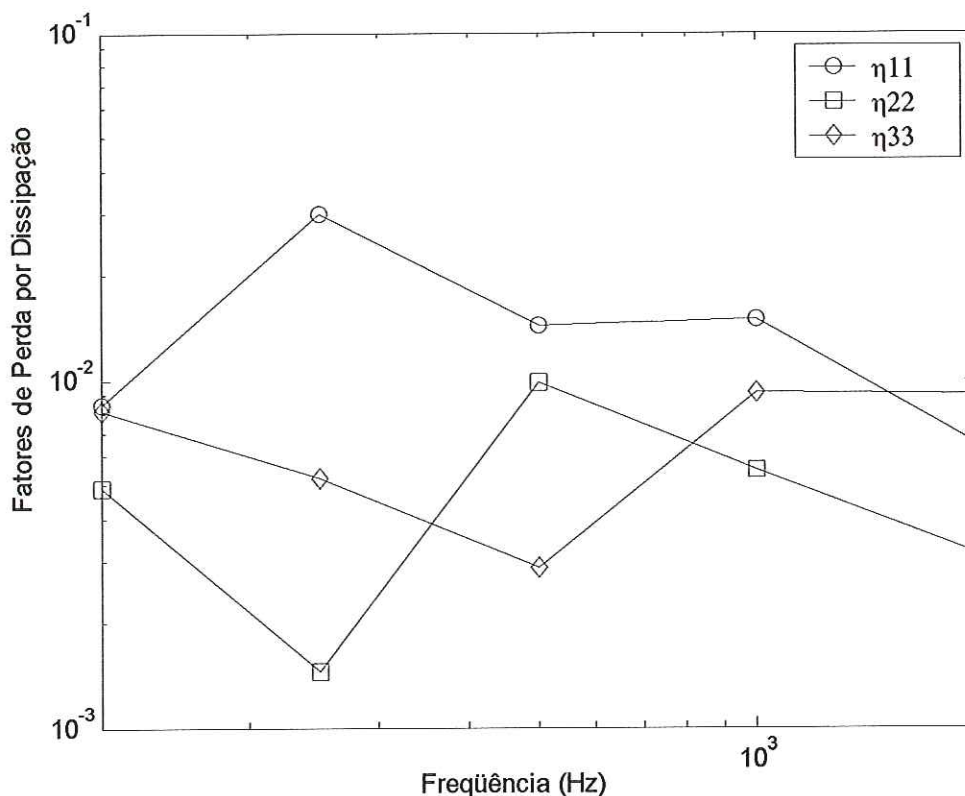


FIGURA 6.6: Fatores de perda por dissipação interna referente aos três subsistemas

O fator de perda por dissipação interna (DLF) é obtido através do amortecimento estrutural. A perda devida ao amortecimento do material com o qual é construída a estrutura é menor, se comparada à perda devido ao uso de parafusos, rebites, comuns em estruturas fabricadas, sendo que estes constituem uma fonte de aumento de amortecimento.

Na Figura 6.6 são vistos os resultados para os DLFs dos subsistemas 1, 2 e 3. Observa-se que os fatores de perda apresentam algumas variações em torno do valor 0.01, mas em baixas frequências essa variação é mais pronunciada. Isso ocorre devido a baixa densidade modal, aumentando a variância do fator para essa região.

O fator de perda por acoplamento (CLF) é a medida da razão com a qual a energia flui de um subsistema para outro, através do acoplamento. A energia flui de um subsistema mais energético para um menos. A Figura 6.7 mostra o CLF η_{12} entre os subsistemas 1 e 2.

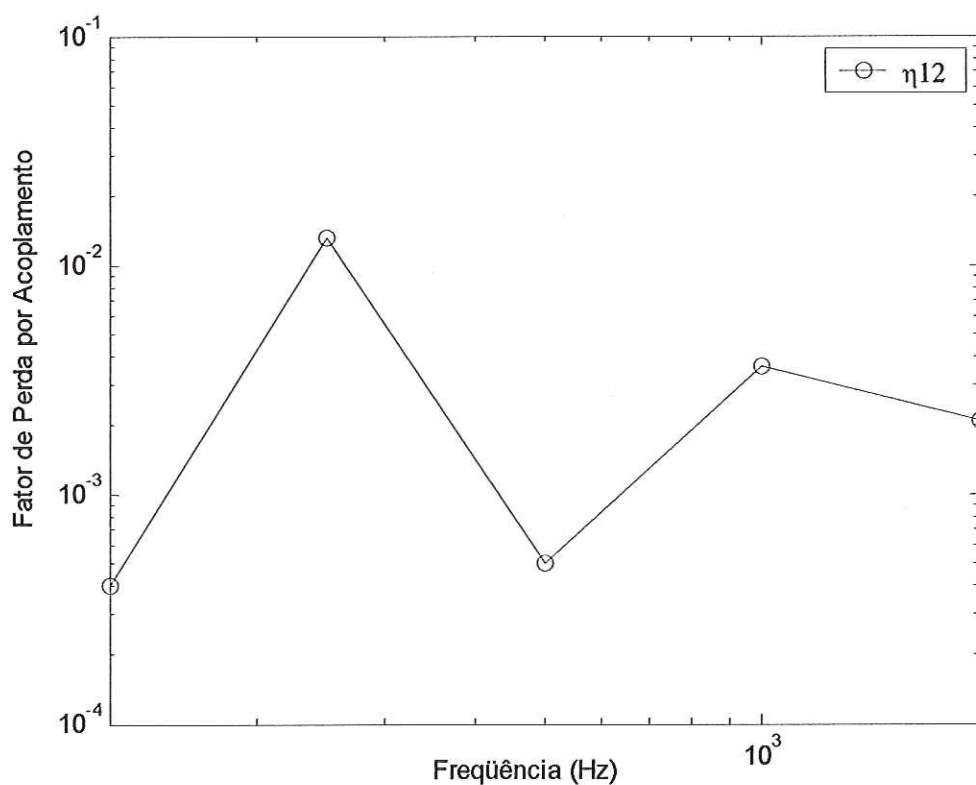


FIGURA 6.7: Fator de perda por acoplamento η_{12}

Comparando a Figura 6.8 com a Figura 6.7, constata-se que, o fator de perda η_{21} é menor que o fator η_{12} , como é de se esperar já que a densidade modal do subsistema 2 é maior que o do subsistema 1. Tal afirmação pode ser feita levando-se em conta a relação de reciprocidade vista no capítulo 2.

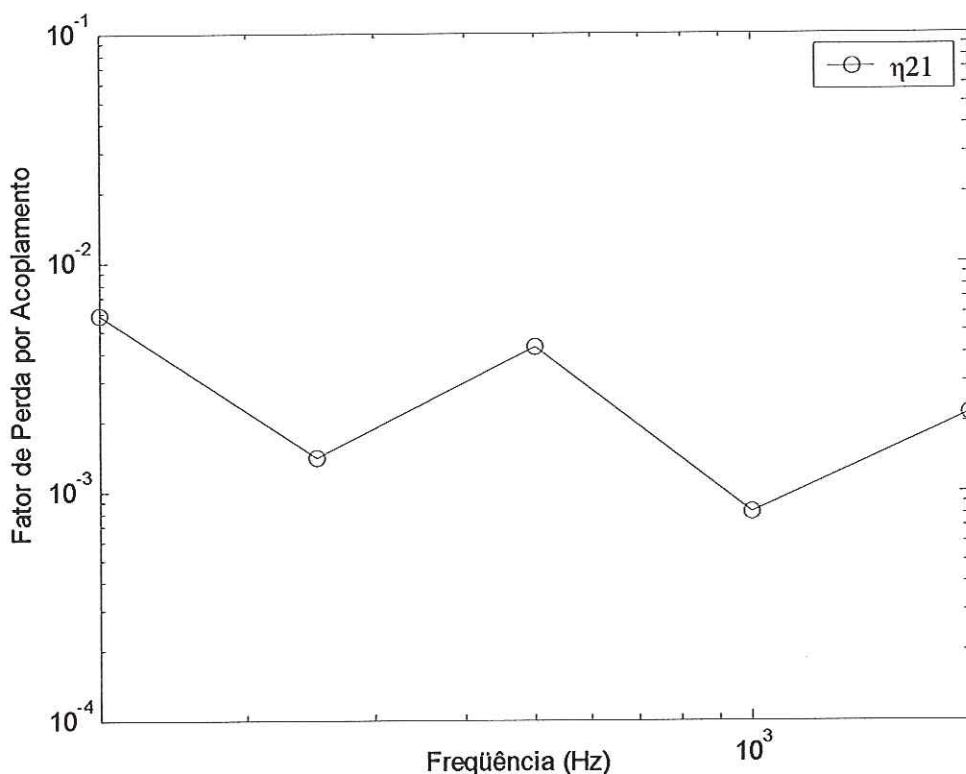


FIGURA 6.8: Fator de perda por acoplamento η_{21}

Nas Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 pode-se perceber que os fatores de perdas por acoplamento são da ordem de dez vezes menores do que os DLFs, vistos na Figura 6.6. Isso demonstra a hipótese de acoplamento fraco, proposta pela SEA, mostrando que os subsistemas perdem mais energia através de amortecimento interno do que através de transmissão de energia.

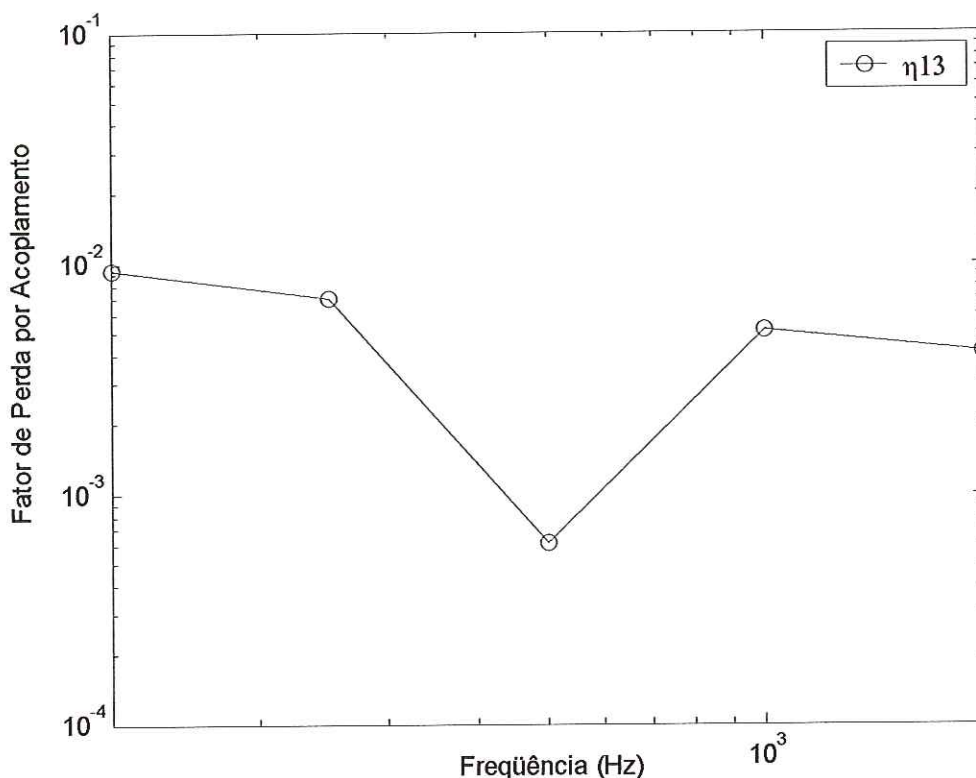


FIGURA 6.9: Fator de perda por acoplamento η_{13}

Os fatores de perda por amortecimento e os fatores de perda por acoplamentos, vistos anteriormente, foram estimados a partir da inversão da matriz de energias normalizadas, Equação (6.6). Para a obtenção de tal matriz foi necessária a injeção potência em todos os subsistemas, o que acabou gerando um número de dados muito grande.

Uma forma alternativa da técnica PIM pode ser aplicada, que consiste em se medir as potências injetadas e as respectivas respostas, em subsistemas de interesse. Esta solução alternativa não esbarra no problema de mal condicionamento de matriz, a qual acaba gerando CLFs negativos, DE LANGHE (1996). Para a utilização do PIM alternativo é importante que se tenha a condição de acoplamento fraco. Com relação aos CLFs e DLFs alternativos têm-se respectivamente:

$$\eta_{jk} \cong \frac{E_{kj}^n}{E_{ij}^n E_{kk}^n} \quad (6.15)$$

$$\eta_{ij} \cong \frac{1}{E_{ij}^n} \quad (6.16)$$

onde η_{jk} é o fator de perda por acoplamento do subsistema j e k , e η_{jj} é o fator de perda por dissipação interna referente ao subsistema j .

Os resultados a seguir mostram uma indicação de que as Equações (6.16) e (6.17) constituem uma boa aproximação para se obter os parâmetros SEA, sem necessidade da inversão da matriz de energia normalizada.

Na Figura 6.10 observa-se que independente do cálculo do CLF η_{12} utilizado, este não sofreu alterações, o que mostra a funcionalidade do PIM alternativo, já que para se obter η_{12} é necessário se estimar somente a energia e a potência referentes aos subsistemas 1 e 2.

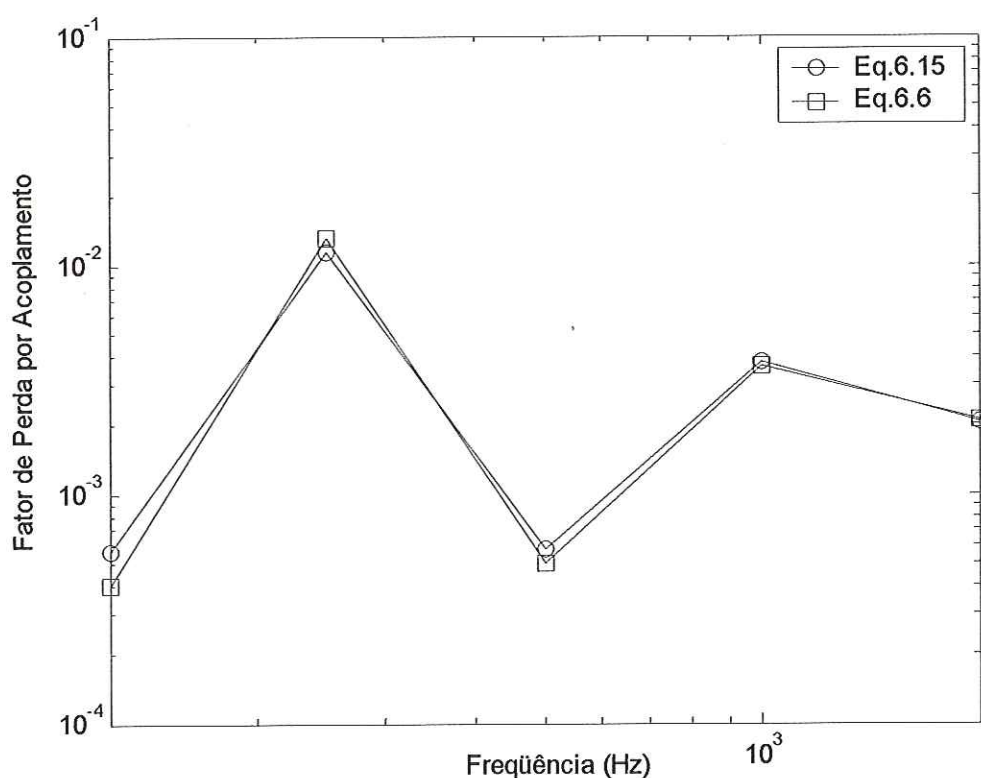


FIGURA 6.10: Comparação entre η_{12} obtidos pelas Equações (6.6) e (6.15)

A Figura 6.11 mostra os DLF η_{33} , obtidos via inversão da matriz de energia e via PIM alternativo.

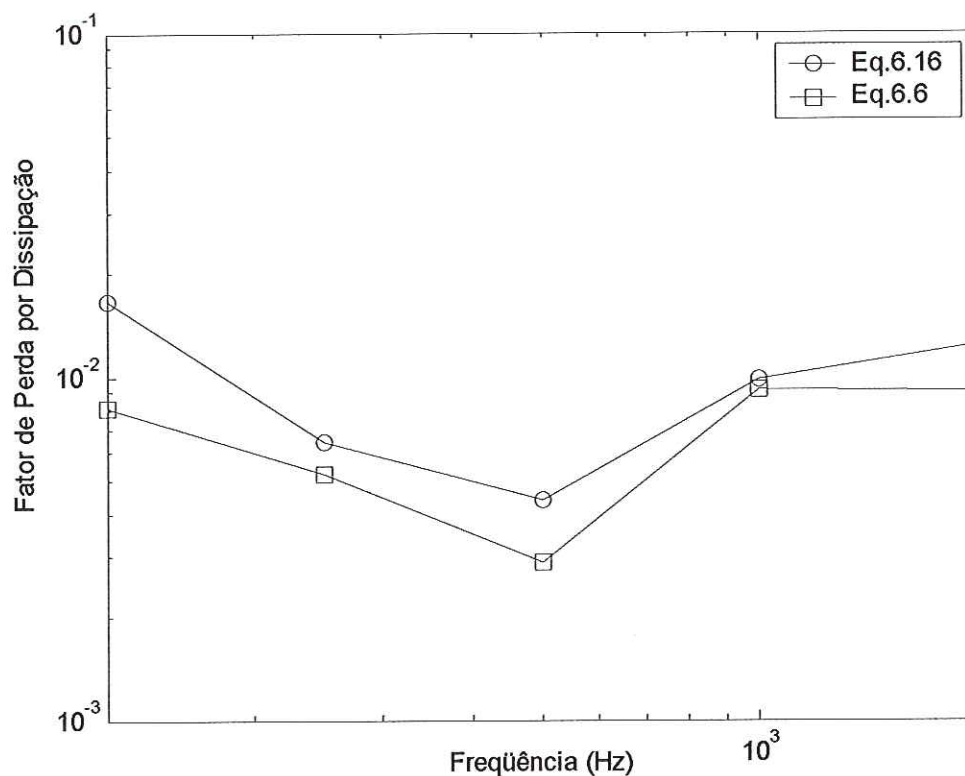


FIGURA 6.11: Comparação entre η_{33} obtidos pelas Equações (6.6) e (6.16)

Analisando as Figuras 6.10 e 6.11 percebeu-se que a correlação, entre os resultados via o PIM alternativo e o PIM original, foi melhor na Figura 6.10 do que na Figura 6.11, mas em se tratando de dados estatísticos e da própria natureza estatística do método, conclui-se que, os resultados para ambas aplicações foram satisfatórios.

A seguir serão vistos os erros introduzidos nos parâmetros SEA, oriundos de erros na estimativa da potência de entrada. Na Figura (6.12) tem-se a comparação entre os resultados das potências de entrada obtidas experimentalmente e os estimados por uma expressão analítica, expressão esta mostrada a seguir, LYON & DEJONG (1995).

$$P_{in} = \langle I^2 \rangle G_{in} \quad (6.17)$$

onde $\langle I^2 \rangle$ é a força média quadrática em uma banda de frequência e G_m é a condutância mecânica, dada por:

$$G_m = \frac{1}{4M \delta f} \quad (6.18)$$

onde δf é o espaçamento médio entre modos e M é a massa do subsistema.

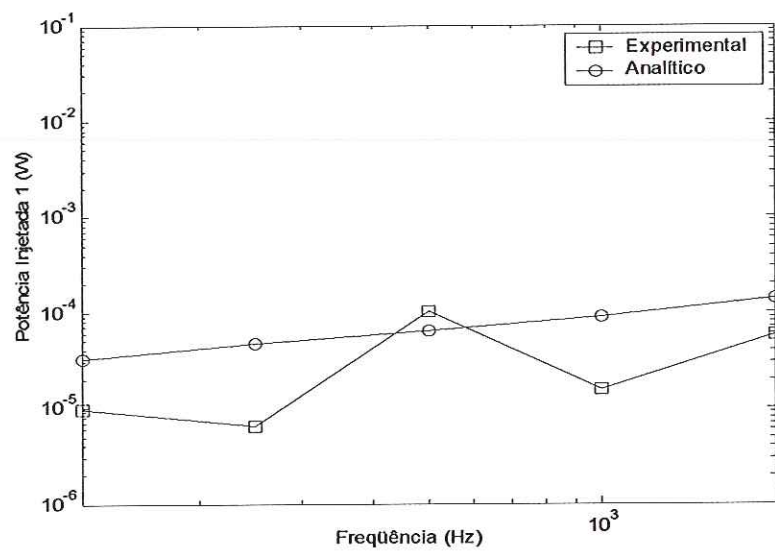
A Equação (6.17) pode ser utilizada somente se a amplitude espectral da força for constante. A seguir, tem-se a comparação entre as potências de entrada obtidas experimentalmente e analiticamente.

Na Figura 6.12 são comparadas as potências injetadas, calculadas através da injeção de potência e a partir da Equação (6.17).

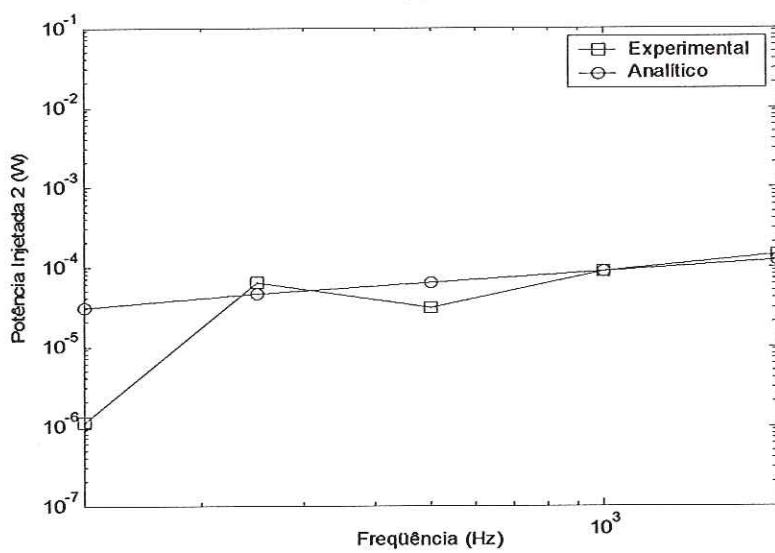
A estimativa da potência de entrada (injetada) não é uma tarefa simples de se obter na técnica PIM, devido à diferença de fase existente entre os sinais de aceleração e força. Esta diferença pode introduzir erros na estimativa da potência de entrada, que por sua vez afetarão os parâmetros SEA.

Nota-se nas Figuras 6.12a, 6.12b e 6.12c que as diferenças existentes entre as potências obtidas experimentalmente e analiticamente são mais pronunciadas nas regiões de baixa frequência, tendendo a diminuir em regiões de frequências mais altas.

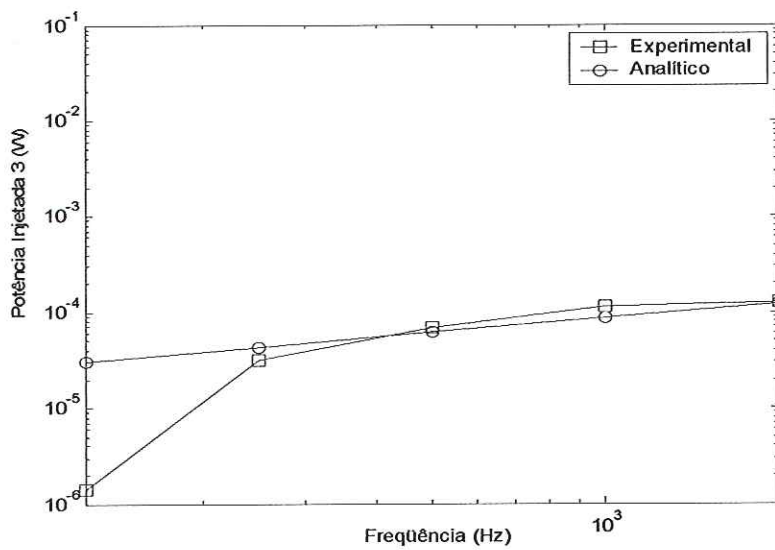
A Figura 6.12a mostra a discordância obtida entre o resultado analítico e experimental. Esta, por sua vez, afetará os parâmetros SEA.



(a)



(b)



(c)

FIGURA 6.12: Comparação entre as potências de entrada obtidas experimentalmente e analiticamente nos subsistemas 1, 2 e 3

A seguir será visto, o estudo da sensibilidade dos parâmetros SEA a um erro de cálculo da potência de entrada.

A Figura 6.13 mostra o efeito do erro da potência de entrada do subsistema 1 sobre os fatores de perda por dissipação (DLF) dos subsistemas 1, 2 e 3. Realizando um estudo de sensibilidade, nota-se que, todos os DLFs são afetados pela estimativa errada da potência injetada no subsistema 1. Já se fosse um erro no cálculo da energia do subsistema 1, somente o DLF referente ao subsistema 1 seria afetado.

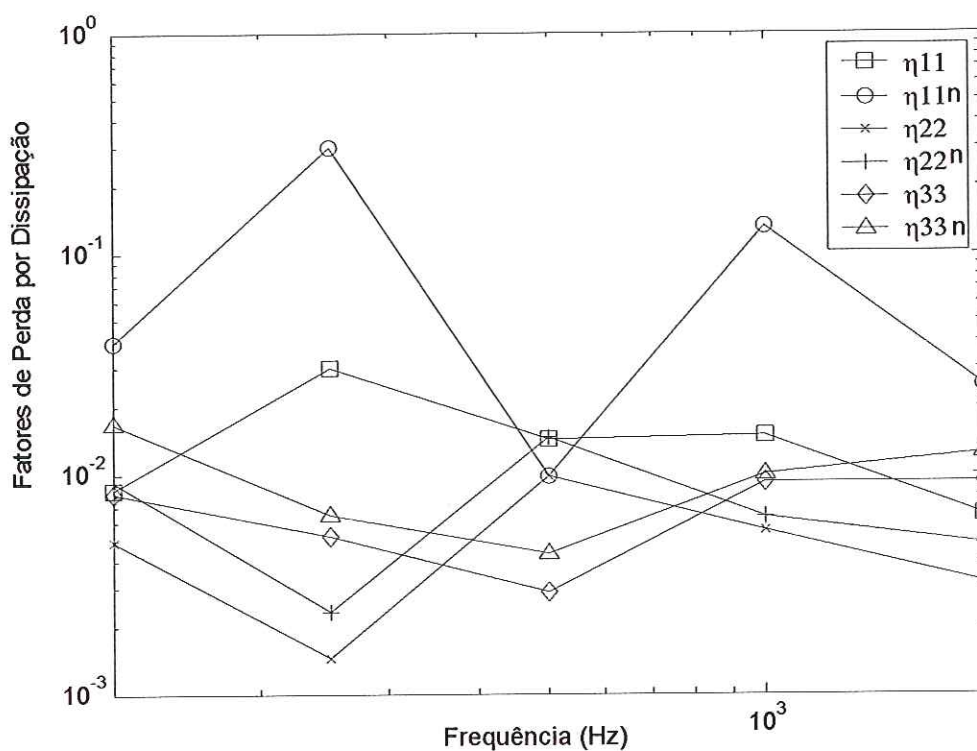


FIGURA 6.13: Efeito da potência de entrada nos DLF, $\eta_{11}, \eta_{22}, \eta_{33}$ obtidos pela Eq. (6.6) e os demais pela Eq. (6.16), para estas utilizando a potência injetada dada Eq.(6.17)

Com relação aos CLFs, verifica-se que, η_{21} e η_{31} são afetados pelo erro introduzido pela potência de entrada no subsistema 1. Enquanto que os fatores η_{12} e η_{13} são afetados só por erros no cálculo de energia, Figura 6.14.

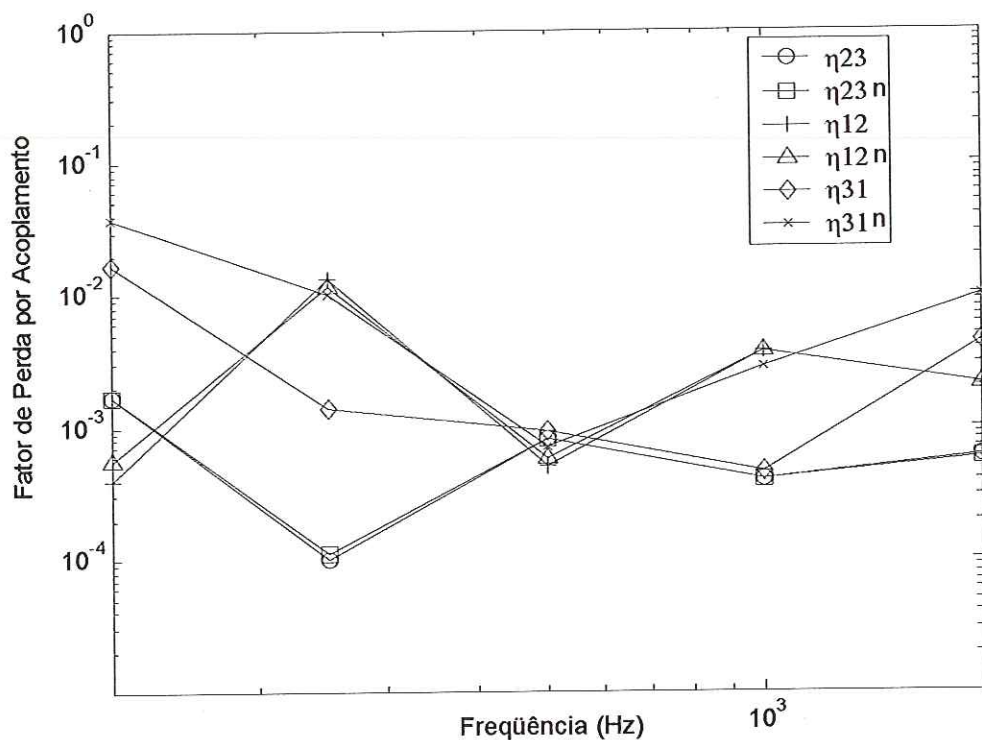


FIGURA 6.14: Efeito da potência de entrada nos CLF, $\eta_{23}, \eta_{12}, \eta_{31}$ obtidos pela Eq. (6.6) e os demais pela Eq. (6.15), para estas utilizando a potência injetada dada Eq.(6.17)

Um outro aspecto importante foi abordado neste trabalho, sendo ele referente à energia média trocada entre os três subsistemas. Para tal estudo foi utilizada a Equação (2.51) e verificou-se que dos três subsistemas estudados, o mais energético foi o subsistema 2, enquanto que o subsistema 1 foi o menos energético, ou seja, o subsistema 2 transmitiu energia para os subsistemas 1 e 3, já o subsistema 1 não transmitiu energia, só recebeu dos subsistemas 2 e 3.

6.5 – Comparação entre os resultados experimentais e analíticos

Os coeficientes de transmissão utilizando a formulação de Euler-Bernoulli e Timoshenko foram obtidos no capítulo anterior e a partir destes serão estimados os CLFs relativos a viga T. Como o sistema estudado neste capítulo consiste de três vigas acopladas via

ponto, os fatores de perda por acoplamento são dados pela equação seguinte:

$$\eta_{ij} = \frac{c_{gi}}{\omega L_i} \beta_{corr} \frac{\tau_{ij}}{2} \quad (6.19)$$

onde c_{gi} é a velocidade de grupo do subsistema i , L_i é o comprimento do subsistema i , τ_{ij} é o coeficiente de transmissão entre os subsistemas i e j e β_{corr} é o fator de correção modal.

Mas, em se tratando de um subsistema com baixa densidade modal, deve-se incluir os efeitos do acoplamento entre as três vigas, conforme dado pela Equação (6.14), utilizando para o cálculo do fator de correção modal os DLFs obtidos experimentalmente.

Nesta seção serão feitas as comparações entre os parâmetros SEA analíticos, calculados através dos coeficientes de transmissibilidade obtidos nas seções (5.3) e (5.4), com os CLFs obtidos experimentalmente, Figura 6.15.

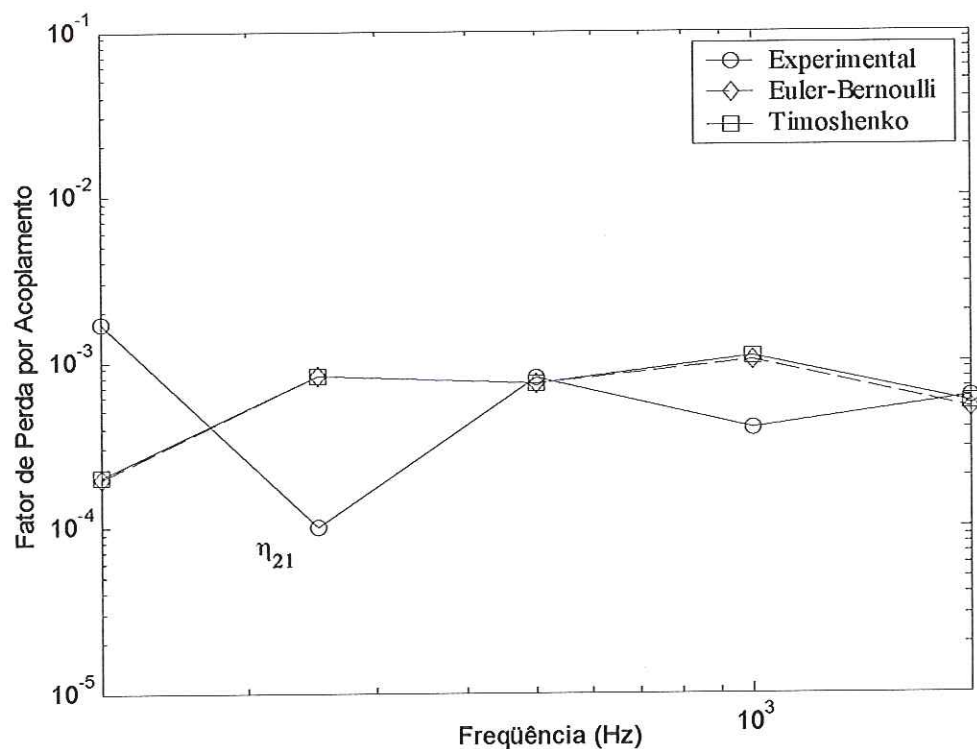


FIGURA 6.15: Comparação entre os CLF obtidos analiticamente e experimentalmente

No capítulo anterior os coeficientes de transmissão obtidos até 2000 Hz não apresentaram diferenças significativas, quando obtidos a partir das teorias de viga de Euler-Bernoulli e de Timoshenko.

Devido à relação intrínseca entre a transmissibilidade e os fatores de perda por acoplamento, já era de ser esperar que os CLFs também tivessem um comportamento independente da formulação utilizada, para a banda de frequência de até 2000 Hz.

O fato de o sistema ser composto por vigas, faz com que a baixa densidade modal seja uma característica marcante deste. E isto implica que os parâmetros SEA sofram uma maior variância nas regiões de baixas frequências, conforme pode ser visto nas Figuras (6.16) e (6.17).

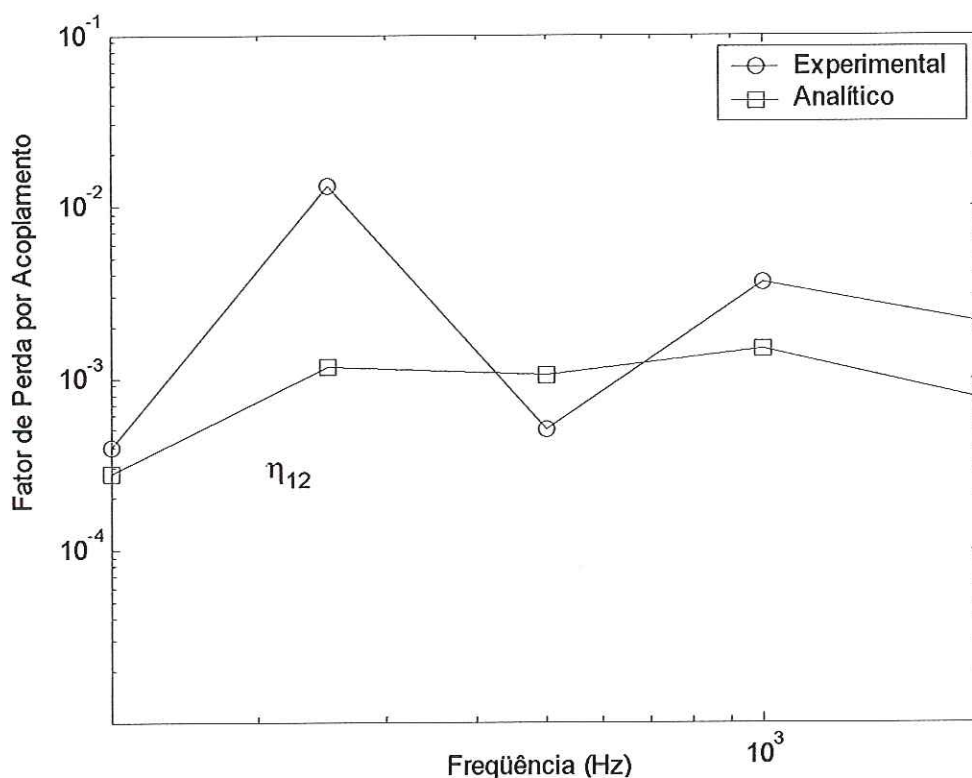


FIGURA 6.16: Comparação entre o CLF η_{12} obtido analiticamente e experimentalmente

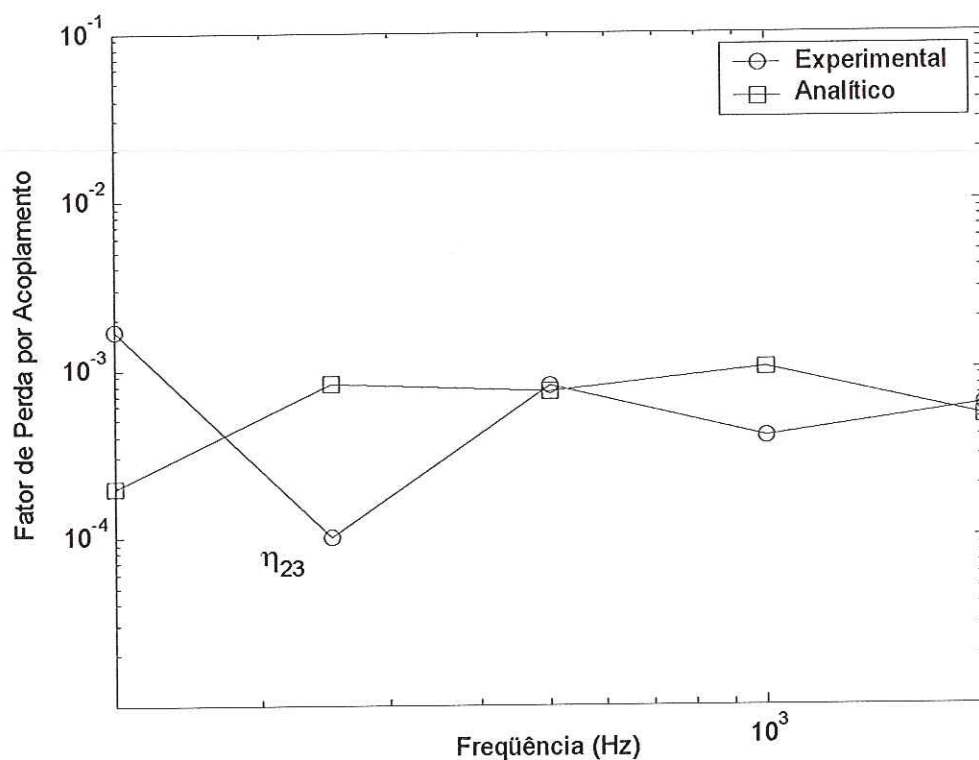


FIGURA 6.17: Comparação entre o CLF η_{23} obtido analiticamente e experimentalmente

Existem vantagens e desvantagens provenientes da natureza estatística do método SEA. A principal vantagem do método está na redução do número de graus de liberdade de um modelo se comparado a um modelo determinístico. A viga T pôde ser modelada como 3 subsistemas, referentes a flexão, o que facilitou, em muito, a obtenção dos parâmetros do modelo (DLF e CLF).

A maior desvantagem da aproximação SEA é que as respostas obtidas estão sempre sujeitas a incertezas, devido à própria natureza estatística do método.

Na aplicação do PIM se obtém um grande conjunto de dados e é de se esperar que existam variações dentre esses dados, principalmente em baixas frequências, que são caracterizadas por uma densidade modal pequena, implicando em grandes variâncias para essas regiões.

No próximo capítulo será feito um estudo teórico da SEA aplicada a uma estrutura do tipo caixa.

6.6 – Conclusões

O método de injeção de potência é um método experimental poderoso e um tanto trabalhoso. Neste trabalho ele foi aplicado a três subsistemas e apresentou bons resultados, concordando com a hipótese SEA de que os fatores de perda por amortecimento interno têm que ser maiores do que os fatores de perda por acoplamento, configurando assim um sistema fracamente acoplado.

Como foi visto, foi feito um estudo do quanto um erro na potência de entrada no subsistema 1 influenciaria nos resultados, e percebeu-se a relação intrínseca existente entre a potência de entrada e os parâmetros SEA.

Não foram encontrados problemas no que se refere a matrizes mal condicionadas, pois uma matriz de energia normalizada mal condicionada quando invertida acarretaria em valores negativos de DLF e CLF.

Para a banda de frequência utilizada neste experimento o efeito do cisalhamento transversal da inércia de rotação mostrou-se insignificante, pois se verificou que a variação do comprimento de onda para flexão se encontra no limite estabelecido por estudiosos no assunto. Concluindo-se que se a banda de frequência se estendesse a uma frequência maior, tais efeitos teriam que ser incluídos, para a obtenção de resultados mais realísticos.

Outro fator relevante se deve ao fato da baixa sobreposição modal. Isso faz com que os fatores de perda por acoplamento, entre as vigas 1, 2 e 3, estejam relacionados de uma maneira complexa, necessitando a introdução de um fator de correção para a obtenção de tais parâmetros.

Estudos continuam sendo desenvolvidos no tocante a estimativa da potência de entrada experimentalmente, visto a sua importância na obtenção dos parâmetros SEA.

A utilização mais freqüente do método SEA aplica-se as indústrias aeroespacial, naval e na construção civil. Com o passar dos anos, a aplicação de tal método tem crescido cada vez mais, e como consequência, têm-se estudado diferentes tipos de estruturas, compostas por diferentes materiais e seus possíveis acoplamentos.

7

ESTUDO ANALÍTICO APLICANDO SEA EM UMA ESTRUTURA DO TIPO CAIXA

Nos dois capítulos precedentes foram estudadas diferentes maneiras de obtenção dos parâmetros SEA em estruturas do tipo viga. Neste capítulo os parâmetros SEA de acoplamento serão obtidos analiticamente em uma estrutura do tipo caixa.

7.1 – Introdução

A estrutura em estudo neste capítulo é composta por placas, que são acopladas via linha. Cada placa compreendendo um subsistema, formando ao todo seis subsistemas estruturais. Já a cavidade formada pela união dessas placas forma um outro subsistema.

Vários trabalhos estudam o acoplamento entre placas. Entre eles, pode-se destacar o trabalho de BIES E HAMID (1980), que realizaram medições experimentais com o objetivo de identificar os fatores de perda internos e os fatores de acoplamento, mostrando que os resultados obtidos experimentalmente e com as duas placas desacopladas foram bastante próximos.

SUN E RICHARDS (1985) desenvolveram uma formulação para calcular os fatores de perda totais aplicado a estruturas complexas. A estrutura estudada por eles foi uma caixa formada por placas de aço, foi realizado um estudo analítico e experimental e obtido uma boa concordância entre os resultados.

O acoplamento entre estruturas e espaços acústicos é expresso em termos da resistência a radiação média de uma estrutura com um espaço infinito, estudos relacionados a este estudo foram

desenvolvidos por LYON (1975), MAIDANIK (1962) e MANNING E MAIDANIK (1964).

7.2 – Estrutura em estudo

A estrutura do tipo caixa estudada neste capítulo é um modelo construído no Laboratório de Dinâmica, que possui cinco paredes constituídas por placas de alumínio, com espessura de 1 mm e uma sexta parede é de acrílico, com 10 mm de espessura. Esta última foi escolhida para auxiliar na visualização do posicionamento do microfone, que se encontrará no interior da cavidade. Essas placas são acopladas de tal maneira a formar uma cavidade acústica. Ao todo se têm seis subsistemas estruturais e um subsistema acústico, sendo que nos subsistemas estruturais são consideradas somente energias provenientes de ondas de flexão. A figura descritiva desse sistema estudado é vista a seguir, Figura 7.1.

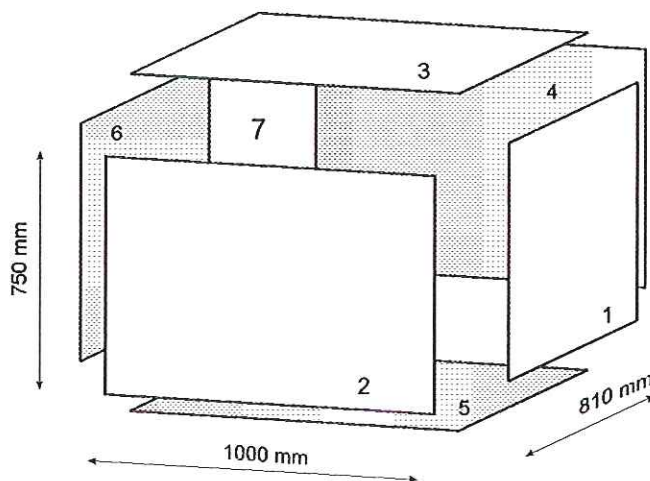


FIGURA 7.1: Estrutura em estudo

Para os estudos analíticos, primeiramente, é considerado que todos os seis subsistemas estruturais são compostos por placas de alumínio e em seguida, substitui-se uma das placas de alumínio por

uma de acrílico, com o objetivo de se aproximar do modelo real construído.

Uma vez obtidos os fatores de perda por acoplamento (CLF) entre os subsistemas, tais resultados são comparados com os obtidos pelo programa FreeSEA, desenvolvido por SARRADJ (2000).

Para a obtenção dos dados pelo FreeSEA dividi-se o sistema em subsistemas. Neste caso são subsistemas constituídos por placas e destas necessita-se conhecer a sua área superficial, perímetro e espessura. O material utilizado na composição das mesmas deve ser especificado através do seu Módulo de Elasticidade, coeficiente de Poisson e densidade. Com relação a cavidade acústica, deve-se especificar também o tipo de fluido que se encontra no subsistema acústico.

Depois de feitas todas as especificações, escolhe-se o tipo de banda de frequência de análise. Para este estudo foi escolhida a banda de 1/3 de oitava. O próximo passo é acoplar esses subsistemas. Os estruturais são acoplados através de linhas e ainda os subsistemas estruturais são acoplados via área com o único subsistema acústico. O padrão de acoplamento utilizado no FreeSEA é de que as placas estejam acopladas rigidamente.

O acoplamento via linha, entre subsistemas estruturais e o acoplamento via área, entre subsistema estrutural e acústico, serão discutidos nas próximas seções.

7.3 – Acoplamento entre subsistemas estruturais

O número de possíveis subsistemas a serem conectados (placas, cilindros, cones, vigas, etc) e o tipo de variedade de conexões (parafusos, rebites, soldas, etc) resultam em uma grande variedade de

conexões estruturais. Como o sistema a ser estudado consiste de várias placas acopladas, é bastante pertinente, neste momento, se estudar o acoplamento entre placas.

As densidades modais $n(f)$, das placas consideradas nesta investigação, são calculadas através do seguinte equacionamento:

$$n(f) = \frac{\sqrt{3}A}{hc_{long}} \quad (7.1)$$

onde A é a área da superfície da placa, h é a espessura da placa e c_{long} é a velocidade da onda longitudinal na placa e é dada por:

$$c_{long} = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}} \quad (7.2)$$

onde E é o Módulo de Elasticidade do material, ρ é a densidade do material e μ é o coeficiente de Poisson.

Os fatores de perda por acoplamento são calculados a partir da seguinte fórmula, LYON & EICHLER (1964):

$$\eta_{12} = \frac{2}{\pi} \frac{L}{k_1 A_1} \tau_{12} \quad (7.3)$$

onde L é o comprimento da junção, A_1 é a área da placa 1 e k_1 é o número de onda em flexão para a placa 1. O número de onda em flexão é dado por:

$$k_1 = \left(\frac{\omega \sqrt{12}}{hc_{long}} \right)^{1/2} \quad (7.4)$$

O coeficiente de transmissão é calculado usando uma fórmula aproximada, BIES & HAMID (1980):

$$\tau_{12} = \left(\frac{2.754X}{1+3.24X} \right) \tau_{12}(0) \quad (7.5)$$

e

$$X = \frac{h_1}{h_2} \quad (7.6)$$

onde X é a razão entre as espessuras das placas 1 e 2.

Na Equação (7.5) o coeficiente de transmissão τ_{12} , para uma incidência aleatória da energia vibracional, é escrito em termos do coeficiente de transmissão considerando uma incidência normal $\tau_{12}(0)$. Para placas finas, o termo $\tau_{12}(0)$, é calculado da seguinte maneira, CREMER et al. (1972):

$$\tau_{12}(0) = 2[\psi^{1/2} + \psi^{-1/2}]^{-2} \quad (7.7)$$

onde

$$\psi = \frac{\rho_1 c_{long,1}^{3/2} h_1^{5/2}}{\rho_2 c_{long,2}^{3/2} h_2^{5/2}} \quad (7.8)$$

ρ_1 é a densidade do material da placa 1 e ρ_2 é densidade do material da placa 2.

Considerando que as placas estudadas são do mesmo material, a Equação (7.8) é simplificada e a Equação (7.7) passa a ser reescrita da seguinte maneira:

$$\tau_{12}(0) = 2[X^{5/4} + X^{-5/4}]^{-2} \quad (7.9)$$

Substituindo o fator $\tau_{12}(0)$ na Equação (7.3) se obtém os CLF para as diferentes placas do sistema. Alguns resultados serão vistos a seguir.

7.3.1 – Resultados analíticos considerando acoplamento estrutural

Considerando o acoplamento via linha entre dois subsistemas estruturais e utilizando o equacionamento mostrado na seção (7.3) obtêm-se os seguintes resultados referentes aos fatores de perda por acoplamento (CLFs). Ressalta-se que todos os subsistemas são considerados de alumínio e que a banda utilizada é a de 1/3 de oitava.

Analisando a Figura 7.2 observa-se uma boa concordância entre os resultados analíticos e os obtidos pelo FreeSEA para o fator de perda por acoplamento η_{12} . Percebe-se ainda, que a perda de energia via acoplamento diminui a medida que a frequência aumenta. Os subsistemas 1 e 2 são unidos através de um acoplamento via linha, que neste caso mede 0.75 m, conforme visto na Figura 7.1. Destaca-se ainda, que as duas placas possuem espessuras iguais e são do mesmo material.

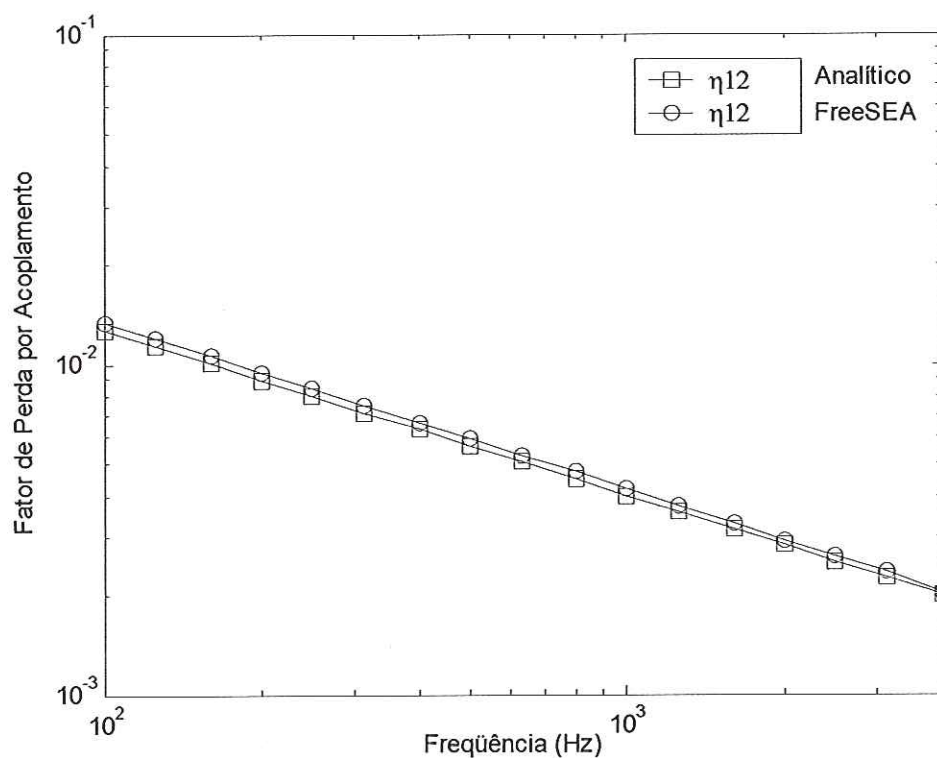


FIGURA 7.2: Comparação entre os CLF η_{12} obtido analiticamente Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA

A Figura 7.3 mostra que o fator de perda η_{21} é menor que η_{12} . Isso ocorre, porque a densidade modal do subsistema 2 é maior que a do subsistema 1, visto que o subsistema 2 é maior do que o subsistema 1.

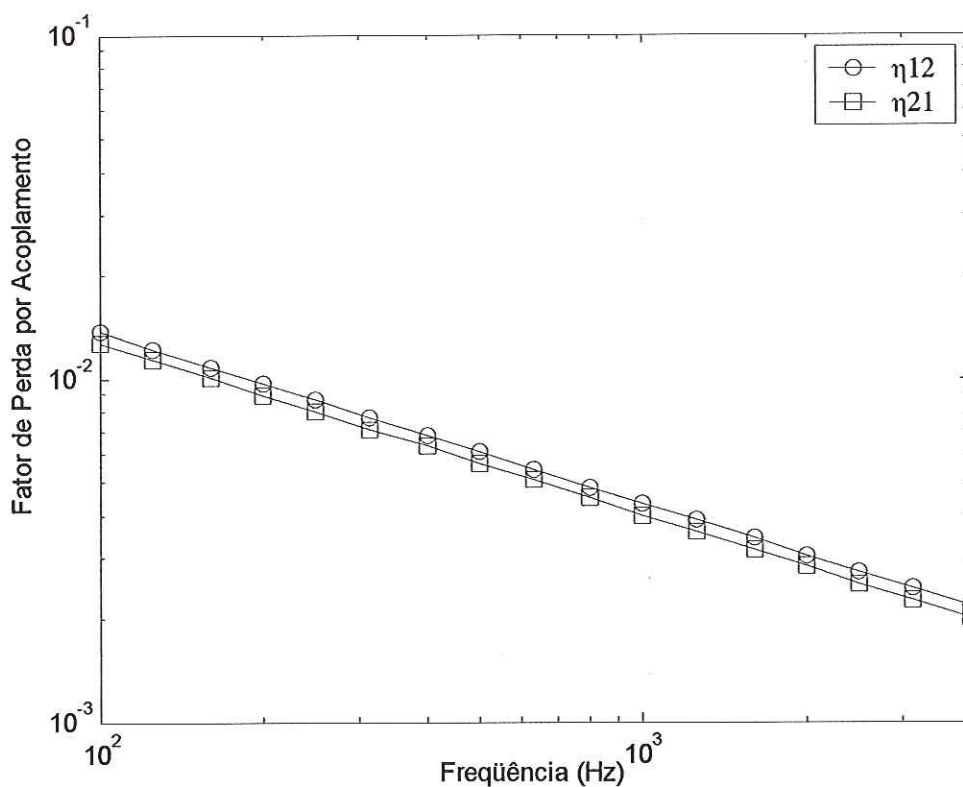


FIGURA 7.3: Comparação entre os fatores de perda η_{12} e η_{21} obtidos analiticamente

A Figura 7.4 mostra a comparação entre o fator de perda por acoplamento η_{s2} obtidos analiticamente e através do programa FreeSEA. Observa-se que os resultados apresentam uma boa concordância, e que a transmissão é menor a medida que se aumenta a frequência.

A mesma observação também pode ser feita com relação a Figura 7.5, na qual se compara os CLFs η_{43} , sendo estes referentes ao acoplamento entre os subsistemas 4 e 3, que podem ser vistos na Figura 7.1.

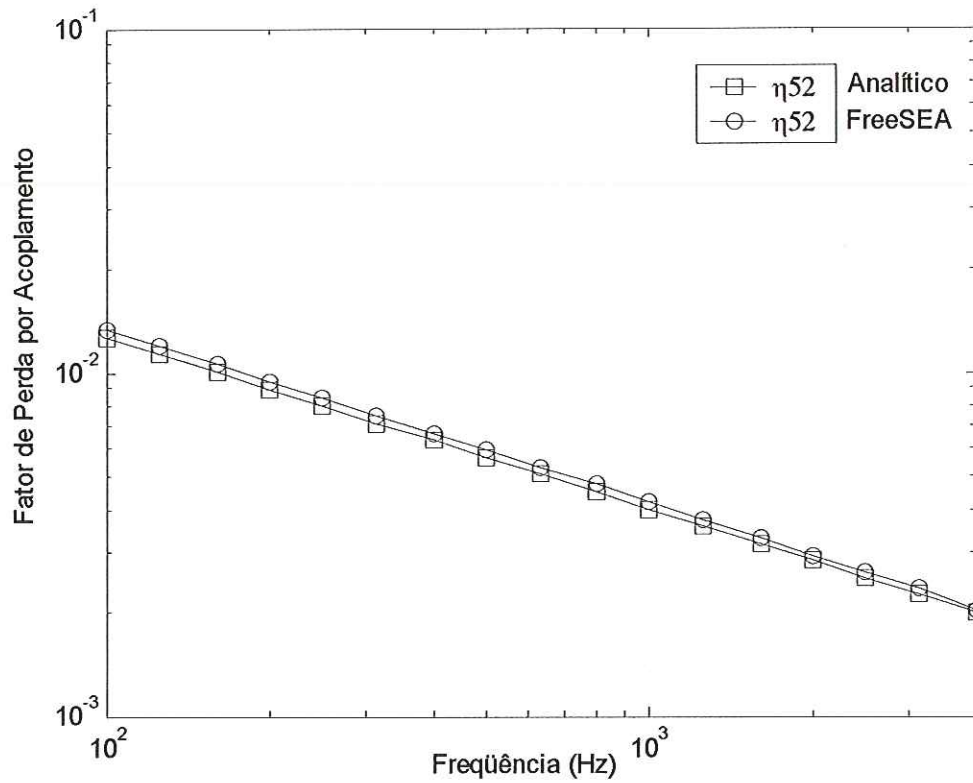


FIGURA 7.4: Comparação entre os CLF η_{52} obtido analiticamente através das Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA

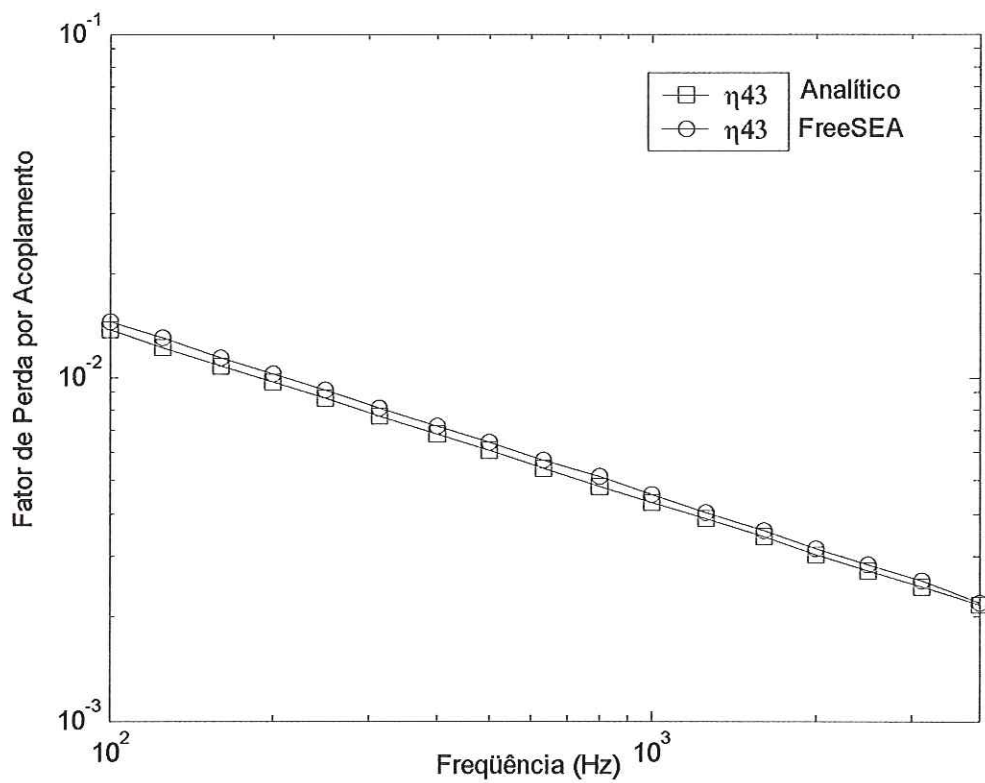


FIGURA 7.5: Comparação entre os CLF η_{43} obtido analiticamente através das Eqs. (7.3), (7.5) e (7.9) e pelo programa FreeSEA

Na Figura 7.6 estuda-se o acoplamento entre duas placas de espessuras e materiais diferentes. A placa referente ao subsistema 1 é de acrílico, com espessura de 10 mm e a de alumínio, com espessura de 1mm, refere-se ao subsistema 2. Verifica-se, que os CLFs são menores do que os observados nas Figuras 7.2, 7.4 e 7.5, ou seja, o subsistema 1 transmite menos vibração ao subsistema 2, visto que, o amortecimento estrutural do acrílico é maior que o do alumínio. Observa-se, neste caso, que o DLF é a maior fonte de perda para o subsistema 1.

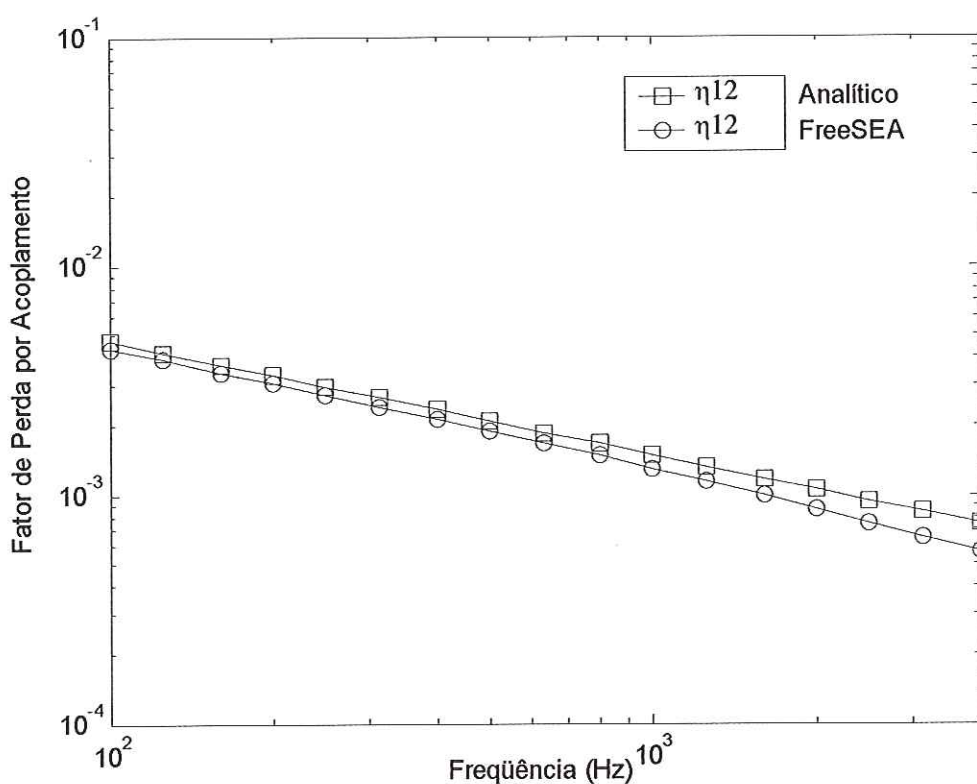


FIGURA 7.6: Comparação entre os CLF η_{12} obtido analiticamente através das Eqs. (7.3), (7.5) e (7.7) e pelo programa FreeSEA

7.4 – Acoplamento entre subsistemas estruturais e acústicos

O fator de perda por acoplamento (CLF) entre uma estrutura e um campo sonoro é expresso em termos da resistência a radiação da estrutura que interage com um espaço infinito.

Dessa maneira o CLF entre a estrutura e a cavidade acústica η_{sa} é dado por:

$$\eta_{sa} = \frac{R_{rad}}{\omega M_s} \quad (7.10)$$

onde M_s é a massa da estrutura e R_{rad} é a resistência a radiação, sendo que esta tem sido calculada para diferentes sistemas estruturais, LYON (1975).

A resistência a radiação de um painel finito e plano é dada pela seguinte equação, LYON (1975), MAIDANIK (1962):

$$R_{rad} = A_p \rho c \begin{cases} (\lambda_a \lambda_p / A_p) g_1(f/f_c) + (P \lambda_p / A_p) g_2(f/f_c) & f < f_c \\ \left((l/\lambda_p)^{1/2} + (h/\lambda_p)^{1/2} \right) & f = f_c \\ (1 - f/f_c)^{-1/2} & f > f_c \end{cases} \quad (7.11)$$

onde os termos $g_1(f/f_c)$ e $g_2(f/f_c)$ são dados por:

$$g_1(f/f_c) = \begin{cases} (4/\pi^4)(1 - 2\alpha^2)/\alpha(1 - \alpha^2)^{1/2} & f < \frac{1}{2}f_c \\ 0 & f > \frac{1}{2}f_c \end{cases} \quad (7.12)$$

e

$$g_2(f/f_c) = (2\pi)^{-2} \left\{ (1 - \alpha^2) \ln \left(\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right) + 2\alpha \right\} / (1 - \alpha^2)^{3/2} \quad (7.13)$$

onde α é dada por:

$$\alpha = (f/f_c)^{1/2} \quad (7.14)$$

o perímetro P :

$$P = 2(l + h) \quad (7.15)$$

onde A_p é a área do painel plano, P é o seu perímetro, λ_c é o comprimento de onda sonora na frequência crítica, l e h são as dimensões da placa na direção x e y , respectivamente. Já ρ , c são a

densidade do ar e a velocidade do som no ar, respectivamente. A frequência crítica, f_c , é dada por:

$$f_c = \frac{c^2}{1.8hc_{long}} \quad (7.16)$$

onde h é a espessura da placa, c_{long} é a velocidade da onda longitudinal no sólido.

A frequência crítica está relacionada com a frequência de coincidência. Esta condição ocorre quando o comprimento da onda acústica no meio, projetada na estrutura, é igual ao comprimento da onda de flexão livre dessa estrutura. Afirma-se que, para um dado ângulo de incidência ϕ , há uma única frequência de coincidência e vice-versa. Entretanto, há uma menor frequência limitante para o fenômeno de coincidência, conhecida como frequência crítica.

A relação entre a frequência crítica e de coincidência é dada pela seguinte equação:

$$\omega_{co} = \frac{\omega_c}{\text{sen}^2 \phi} \quad (7.17)$$

Considerando as placas planas, homogêneas e uniformes, a frequência crítica é dada pela Equação (7.16).

A eficiência de radiação é dada por:

$$\sigma_{rad} = \frac{R_{rad}}{\rho c A_p} \quad (7.18)$$

A perda por radiação acústica de uma estrutura torna-se um fator de perda por acoplamento quando a estrutura se acopla ao volume acústico.

7.4.1 – Resultados analíticos considerando acoplamento estrutural-acústico

A seguir serão vistos resultados referentes ao estudo do acoplamento de duas placas com a cavidade acústica, cujo volume é de

0.6075 m^3 . A primeira placa tem espessura 10 mm e a outra 1 mm de espessura.

Na Figura 7.7 observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos analiticamente e numericamente para o acoplamento estrutural-acústico.

O fator de perda por acoplamento η_{17} é obtido através da Equação (7.10), considerando o subsistema 1 como sendo de alumínio. Utiliza-se para o cálculo de R_{rad} a condição de que $f < f_c$, já que a frequência crítica é de 12192 Hz e o valor máximo em bandas de 1/3 de oitava é de 4000 Hz. Percebe-se que, a frequência crítica para a placa de alumínio está muito acima da faixa de frequência estudada.

Verificou-se, ainda na Figura 7.7, que o CLF η_{17} foi menor se comparado aos obtidos na seção anterior, ou seja, a transmissão de energia entre subsistemas estruturais foi menor.

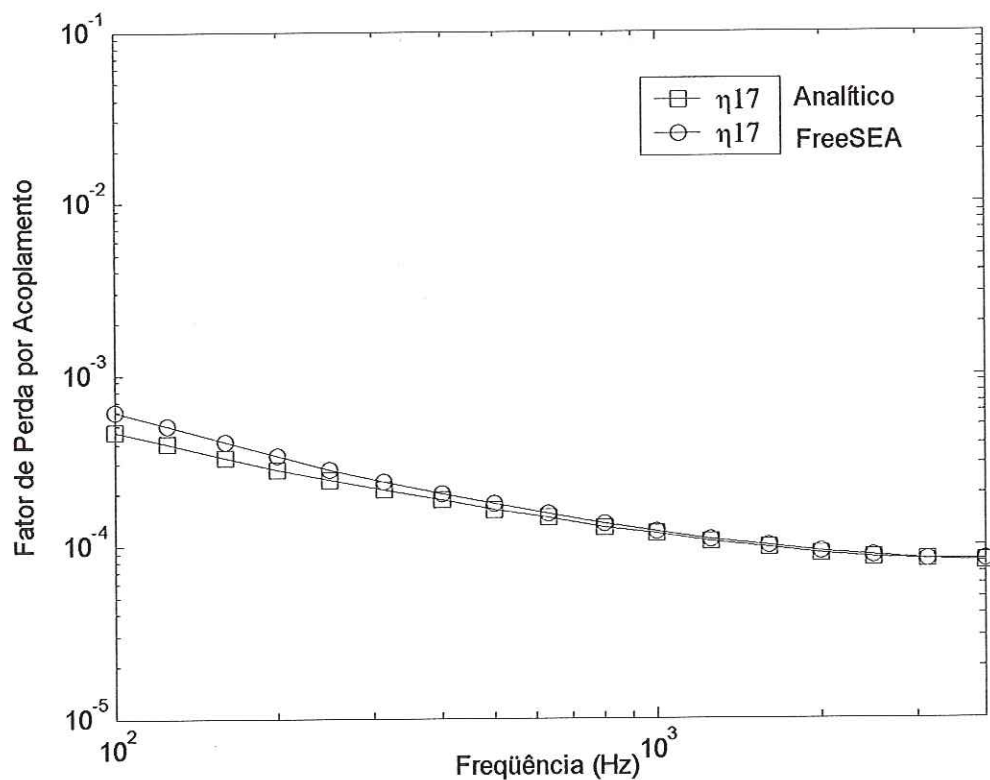


FIGURA 7.7: Comparação entre os CLF η_{17} obtido analiticamente e pelo programa FreeSEA

O subsistema 1, da Figura 7.8, refere-se a mesma placa de acrílico da seção anterior, apresentando uma frequência crítica menor que a de alumínio e em torno de 4300 Hz. Nota-se, que em torno de 2000 Hz o fator de perda por acoplamento η_{17} começa a aumentar e chega no seu ponto máximo de perda em torno da frequência crítica (4300 Hz), neste caso a transmissão é máxima e a perda de transmissão é mínima.

Observa-se ainda, na Figura 7.8, a boa concordância entre os CLFs obtidos analiticamente e numericamente.

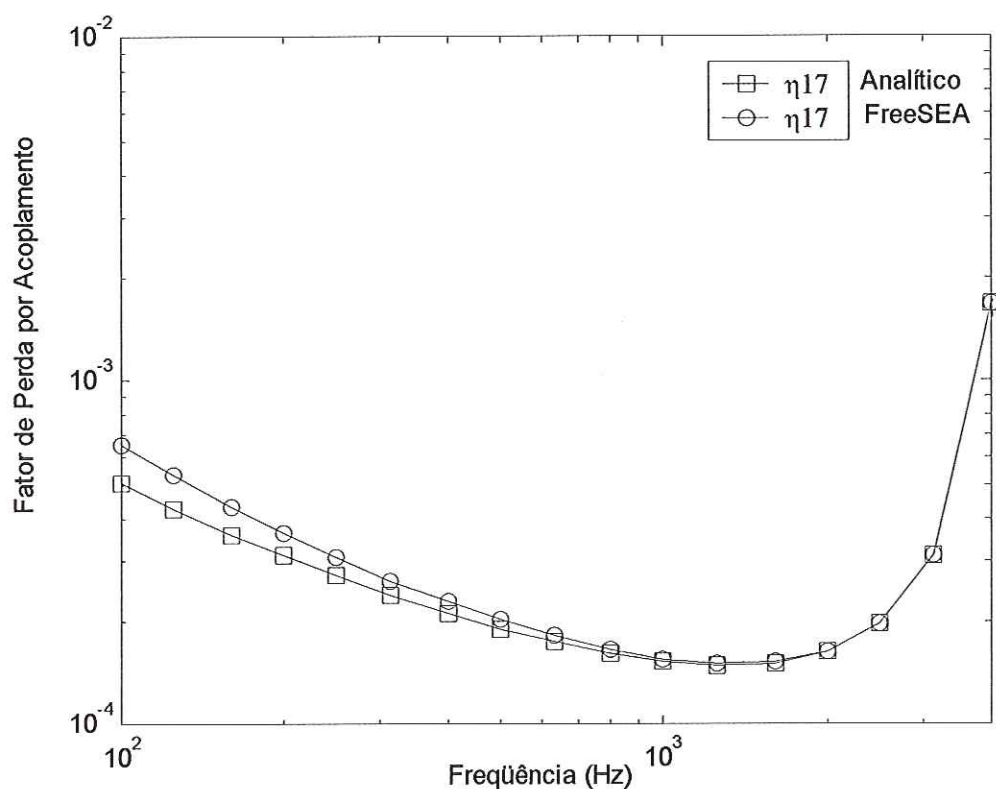


FIGURA 7.8: Comparação entre os CLF η_{17} obtido analiticamente e pelo programa FreeSEA

7.5 – Conclusões

Os resultados apresentaram uma boa concordância entre si, seja no estudo referente ao acoplamento placa-placa, como no acoplamento placa-cavidade.

Com relação ao acoplamento entre placas pôde-se verificar que placas de dimensões e materiais diferentes, como por exemplo, a de acrílico e de alumínio, apresentou CLFs menores do que se duas fossem do mesmo material e espessura.

Já no estudo do acoplamento entre placas e a cavidade acústica (área de conexão), pôde ser notada a relação inversa entre a frequência crítica e espessura da placa, mostrando que, em regiões próximas da frequência crítica a transmissão é máxima e conseqüentemente, a perda de transmissão é mínima.



ASPECTOS EXPERIMENTAIS DO PIM APLICADO A UMA ESTRUTURA DO TIPO CAIXA

Este capítulo destina-se a um estudo experimental da SEA através do PIM. Para tal estudo utilizam-se estruturas do tipo placa que são acopladas de tal maneira a se formar uma caixa.

8.1 – Introdução

Vários trabalhos podem ser vistos com respeito à aplicação do Método de Injeção de Potência (PIM). O PIM vem sendo utilizado desde a década de 80. É um método relativamente novo e muito ainda há de ser feito no sentido de melhorá-lo.

MING (2005) demonstrou a importância e a confiabilidade do PIM em um trabalho recente, onde foi feito um estudo experimental da SEA aplicado a duas placas acopladas. Em seguida, os resultados foram comparados via PIM e pelo método do coeficiente da potência, sendo este último proposto por FAHY (1998).

A aplicação do método de injeção de potência é um tanto trabalhosa, pois consiste na obtenção de vários auto-espectros, espectros cruzados, ou ainda, FRFs de ponto e de transferência, que posteriormente serão transformados em potências injetadas e energias.

A partir da inversão da matriz de energias normalizadas chega-se aos parâmetros da SEA, obtendo-se muitas vezes parâmetros negativos, o que é uma incoerência. No decorrer deste estudo experimental problemas deste tipo foram encontrados, mas como estes não são novidades no meio, estudiosos em SEA desenvolveram maneiras para solucioná-los, tais soluções serão vistas ao longo deste capítulo.

8.2 – Configuração Experimental

Todo o procedimento para a identificação experimental dos parâmetros da SEA foi explicado de maneira abrangente nos capítulos 4 e 6.

A estrutura em estudo é apresentada na Figura 8.1. Ela consiste de 5 subsistemas estruturais, considerando somente flexão. Cada um destes é composto de placas de alumínio com espessura de 1 mm, todas as placas foram fixadas em cantoneiras em L. A placa 1 foi parafusada na cantoneira e as demais foram rebitadas, com rebites colocados a cada 10 mm.

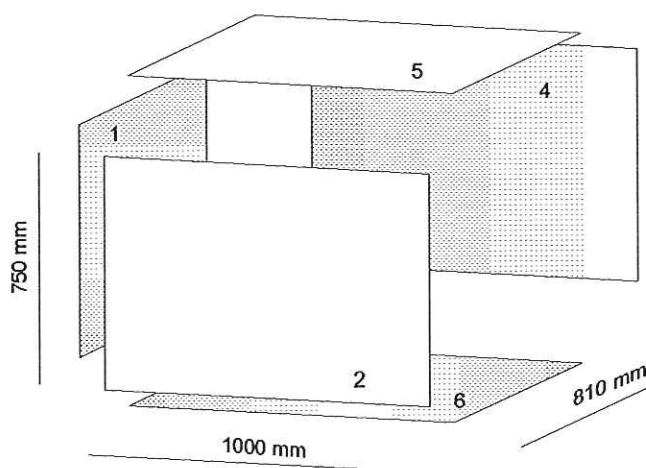


FIGURA 8.1: Estrutura em estudo

Para a aplicação do PIM é necessário que todos os subsistemas sejam excitados, e para facilitar a aplicação do método foi construído um posicionador no Laboratório de Dinâmica (EESC-USP), Figura 8.2. Tal aparato possibilitou que todas as faces da caixa fossem excitadas.

Ressalta-se ainda, que o ajuste vertical do excitador é algo bastante complicado, mas com a utilização deste posicionador, tal ajuste pôde ser feito de maneira precisa e segura.

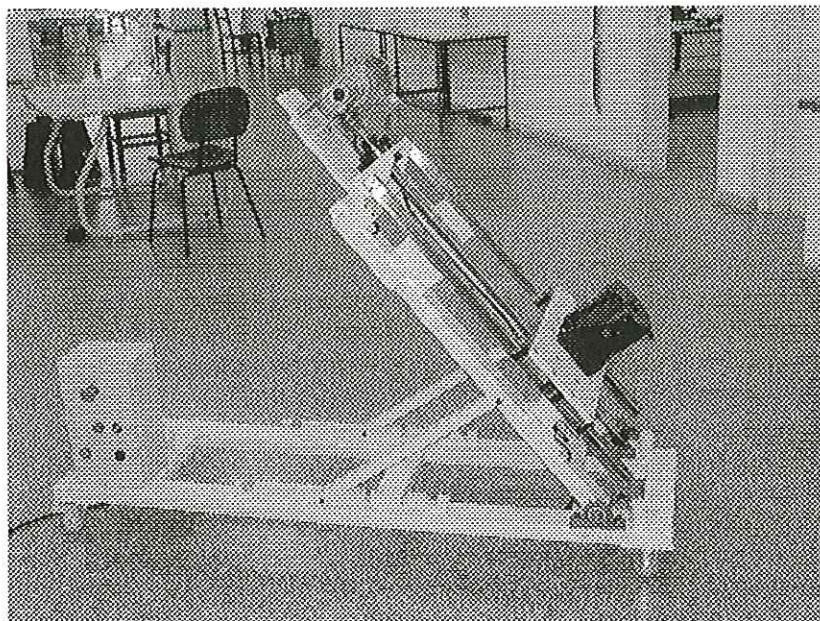


FIGURA 8.2: Posicionador do excitador eletromagnético

O excitador eletromagnético utilizado é o modelo 4809 da Bruel & Kjaer. A excitação é do tipo aleatória, abrangendo uma banda de frequência de 0-5000 Hz, com 6401 linhas espectrais e Δf de 0.78125 Hz. Na saída do excitador é colocado um elemento de conexão entre ele e a estrutura (*stinger* de aço), este por sua vez apresenta a sua primeira frequência natural a aproximadamente 11000 Hz. Nota-se aí que o efeito da conexão não influenciará nas respostas obtidas.

A *stinger* é conectada à estrutura através de uma cabeça de impedância da B&K 8001, com sensibilidade a carga de 34.3 pC/g. Os sinais de aceleração são medidos por acelerômetros piezelétricos da PCB U353B16, com sensibilidades de 9.43 mV/g e 9.37 mV/g e o sistema de aquisição utilizado foi o VXI Agilent de 16 canais e foram medidas as FRFs através do MTS IDEAS 10.

A caixa foi suspensa utilizando borrachas flexíveis, simulando uma condição livre-livre, com a primeira frequência de corpo rígido em torno de 8 Hz, conforme pode ser visto na Figura 8.3. A fixação do excitador eletromagnético (*shaker*) e a estrutura pode ser vista na Figura 8.4.

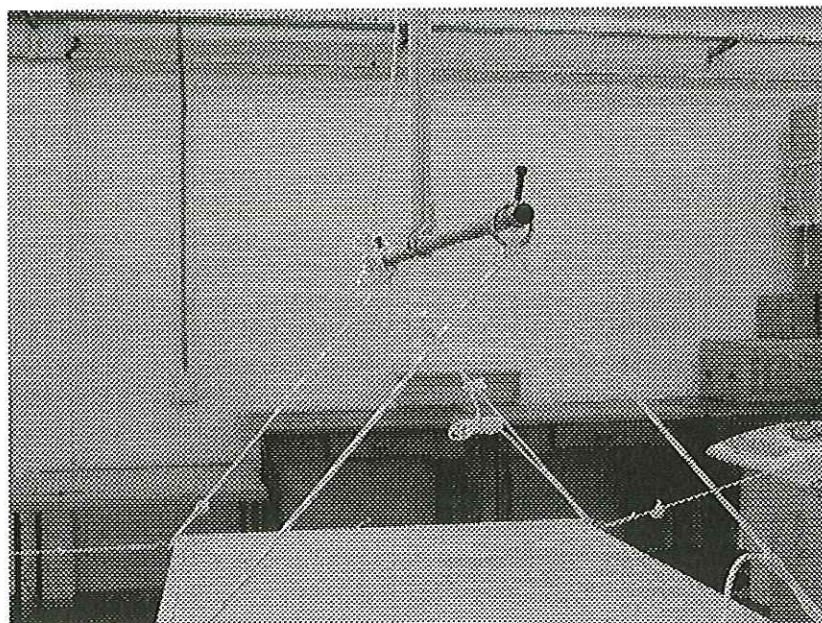


FIGURA 8.3: Suspensão da estrutura em estudo

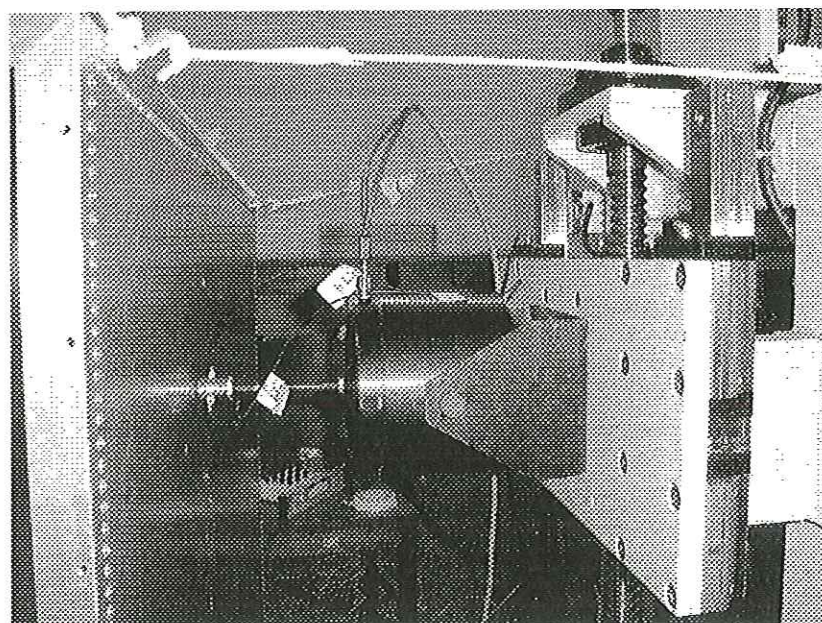


FIGURA 8.4: Conexão excitador/estrutura

Na próxima seção serão vistos os resultados obtidos via PIM. Como foi mostrado no capítulo 4, as energias e as potências de entrada podem ser obtidas através de auto espectros da aceleração e espectros cruzados da aceleração e força, ou ainda, a partir de funções de resposta em frequência (FRFs).

A estimativa baseada em FRFs foi a escolhida neste capítulo, pois oferece a facilidade de se obter as potências injetadas sem se preocupar com a variação da força ao longo do ensaio, não tendo a

necessidade de se manter o espectro de força plano na banda de frequência em estudo.

Como um primeiro ensaio, cada um dos subsistemas foram excitados em 4 pontos diferentes e as respostas foram medidas em outros 4 pontos (4 pontos de excitação e 4 pontos de respostas por subsistema). Posteriormente, foi feito um segundo ensaio, no qual os pontos de excitação e respostas por subsistemas foram duplicados. Os resultados correspondentes a esses ensaios serão vistos na próxima seção.

8.3 – Resultados Experimentais

Os resultados referentes ao primeiro ensaio serão mostrados e discutidos a seguir, LIBARDI & VAROTO (2005). Uma típica FRF de ponto é vista na Figura 8.5.

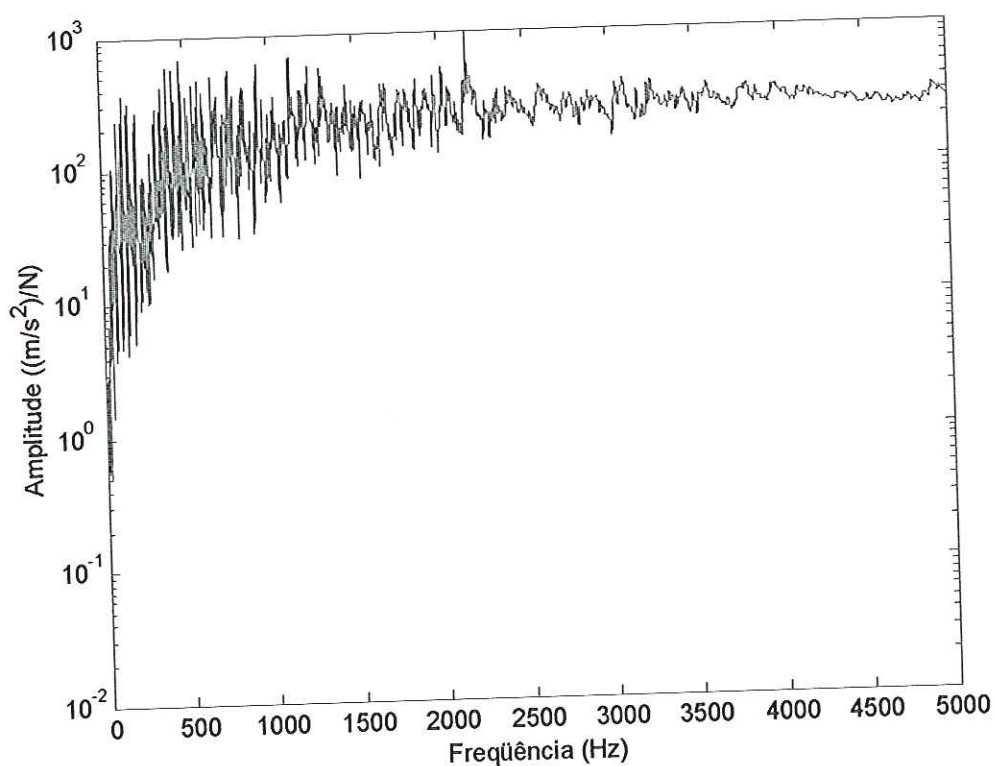


FIGURA 8.5: FRF de ponto medida no subsistema 1

A Figura 8.5 mostra uma FRF de ponto medida no subsistema 1, da Figura 8.1. A estrutura em estudo é complexa, apresentando uma

alta densidade modal. Acima de 2000 Hz, nota-se, a sobreposição dos modos, o que torna viável a aplicação da SEA.

Os fatores de perda por dissipação interna podem ser vistos na Figura 8.6. Tais parâmetros estão associados à potência dissipada, apresentando uma variação maior na região de baixa frequência, onde a densidade modal é mais baixa. Observa-se, que na frequência de 2000 Hz os fatores correspondentes aos subsistemas 1 e 6 apresentam seus valores médios com uma variação maior do que as dos demais.

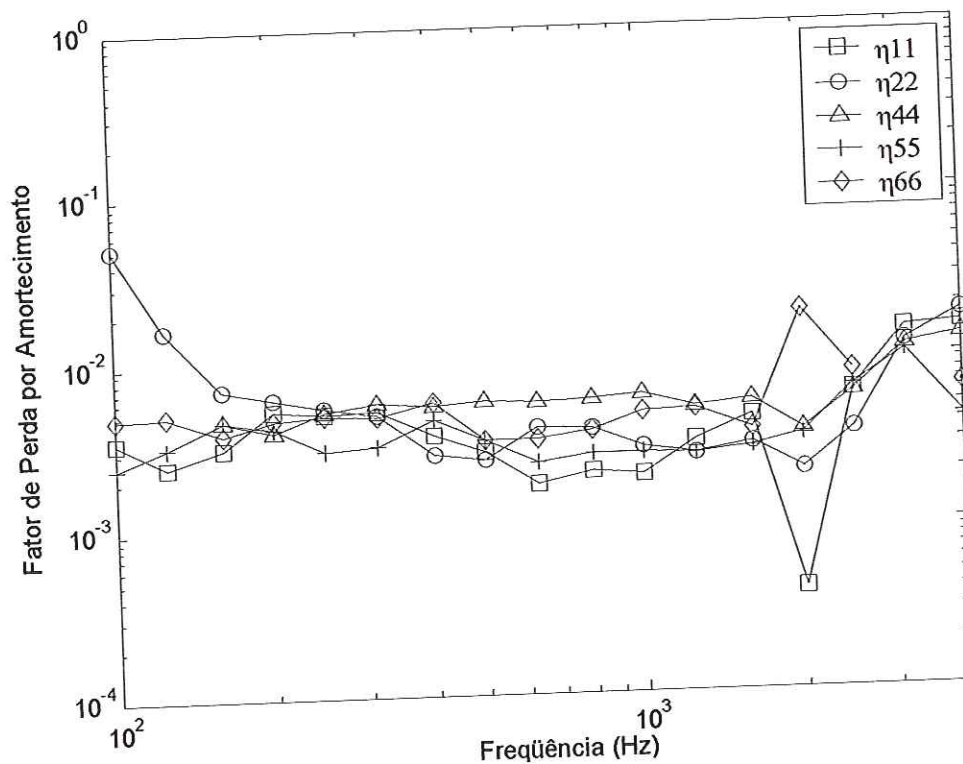


FIGURA 8.6: Fatores de perda por dissipação interna

Os fatores de perda por acoplamento entre os subsistemas 1 e 2 são vistos na Figura 8.7. Nota-se, que para a maior parte das bandas de frequência, o fator de perda devido ao acoplamento de 1 e 2, η_{12} , é maior do que o fator de perda pelo acoplamento entre os subsistemas 2 e 1, η_{21} .

Tal fato pode ser afirmado, já que a densidade modal do subsistema 1 é menor do que a do subsistema 2 e podendo ser verificado através da equação de reciprocidade vista no capítulo 2.

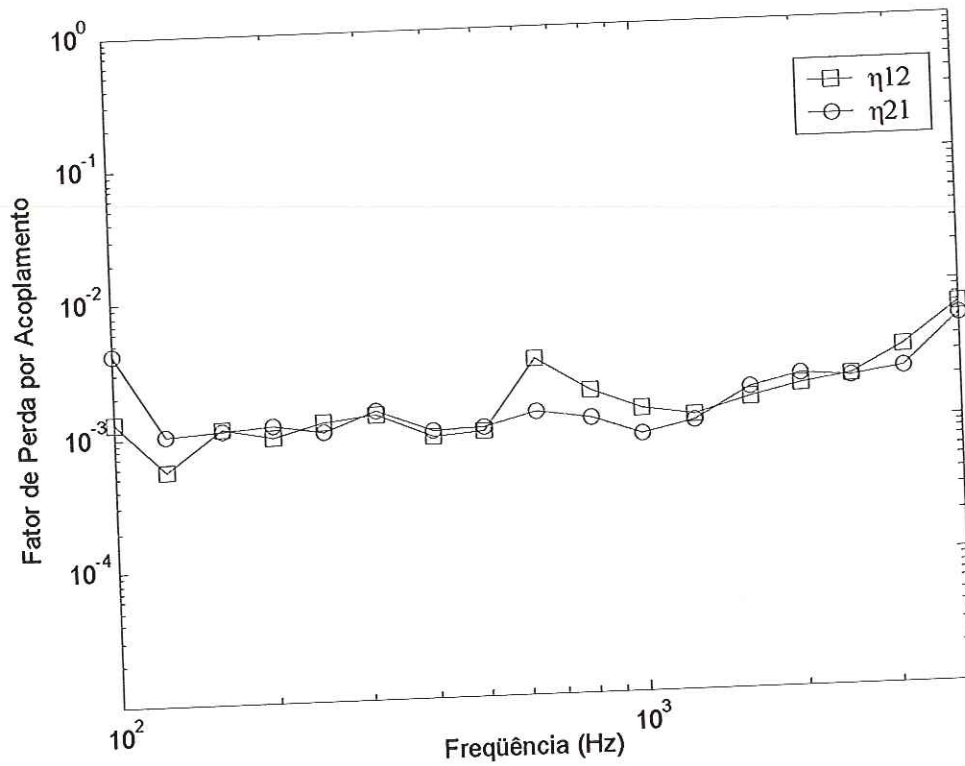


FIGURA 8.7: Fatores de perda por acoplamento entre os subsistemas 1 e 2

Por se tratar de um método estatístico, os valores apresentados na SEA são valores médios representativos a conjuntos de dados e o grau ao qual os dados tendem a dispersar-se em torno de um valor médio chama-se variação, sendo a mais comum dela o desvio padrão.

Na Figura 8.8 pode ser vista a variação do fator de perda por acoplamento η_{12} , correspondente a seguinte distribuição:

$$[\bar{\eta} + s_{\eta} \quad \bar{\eta} - s_{\eta}] \quad (8.1)$$

onde $\bar{\eta}$ é o fator de perda médio e s_{η} é o desvio padrão correspondente.

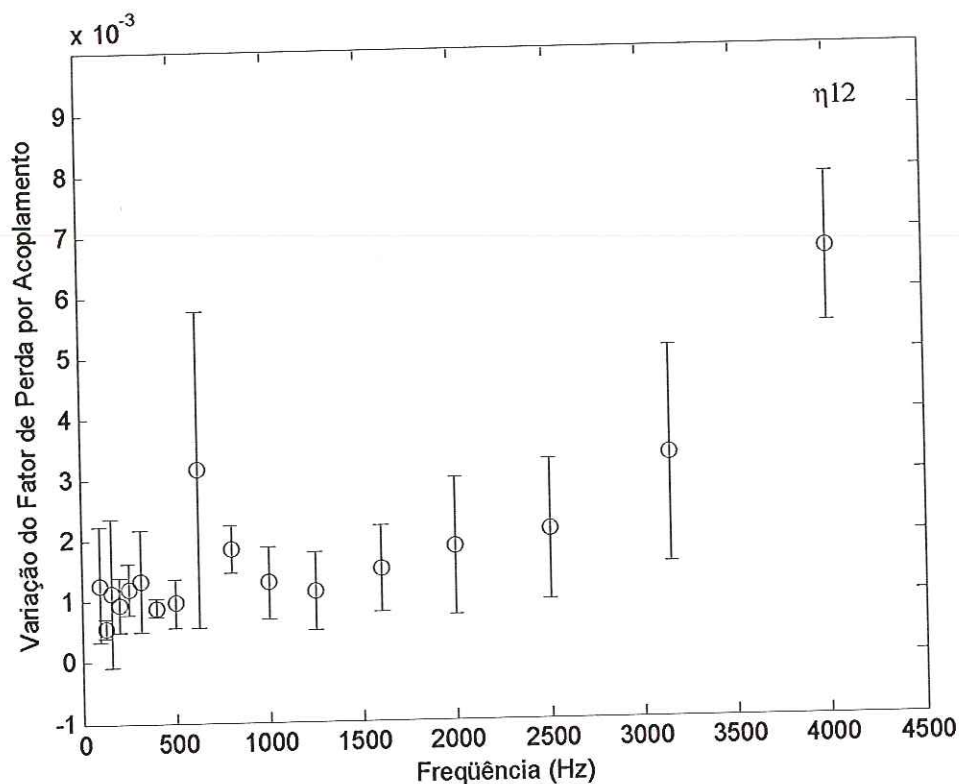


FIGURA 8.8: Fator de perda por acoplamento η_{12} e a sua variação em torno do valor médio

Ainda com respeito a Figura 8.8, percebe-se que em certas bandas de frequência a variação é maior do que em outras, isso se deve ao fato de que o conjunto de dados obtidos e analisados para essa banda apresentam um grande desvio padrão.

Como os parâmetros da SEA são obtidos invertendo-se a matriz de energias normalizadas, não é raro se encontrar alguns parâmetros negativos para algumas bandas de frequência. Isso está relacionado ao condicionamento da matriz e mesmo apresentando valores negativos, os parâmetros da SEA podem ser analisados estatisticamente, já que a variação dos parâmetros pode levá-los a apresentar valores maiores do que zero para essas bandas.

Como já foi discutido no capítulo 6, existe uma maneira alternativa de se estimar os parâmetros da SEA, uma maneira direta e bem mais simplificada do que a maneira clássica de aplicação do PIM. Com o intuito de relembrar o leitor, as equações serão revistas:

$$\eta_{jk} \cong \frac{E_{kj}^n}{E_{jj}^n E_{kk}^n} \quad (8.2)$$

$$\eta_{jj} \cong \frac{1}{E_{jj}^n} \quad (8.3)$$

Analisando as Equações (8.2) e (8.3) percebe-se que além de evitar o problema de parâmetros negativos, estas permitem de uma maneira rápida a obtenção dos parâmetros da SEA, este equacionamento foi proposto por Lalor.

Na Figura 8.9 é mostrado o fator de perda η_{25} , obtido através da inversão da matriz de energia normalizada e o obtido a partir da Equação (8.2). Nota-se a tendência a uma super estimativa do parâmetro η_{25} , quando utilizado o PIM alternativo, mas esta estimativa se encontra dentro do intervalo de variação previsto.

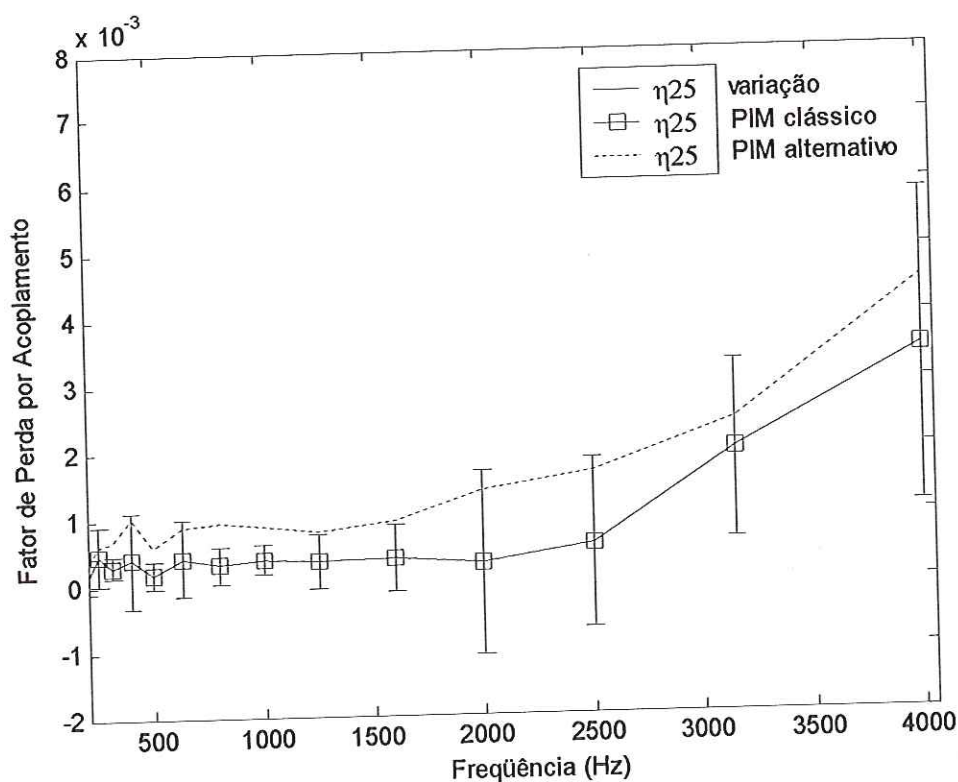


FIGURA 8.9: Fator de perda por acoplamento η_{25} obtidos via PIM clássico e PIM alternativo

A seguir serão mostrados os resultados referentes ao segundo ensaio. Para a execução de tal foram escolhidos 8 pontos de excitação e resposta por subsistema.

Comparando as Figuras 8.6 e 8.10 percebe-se que a última não apresenta tantas variações ao longo das diferentes bandas de frequência, apresentando uma convergência para os valores dos parâmetros da SEA. A região de baixa frequência apresenta uma variação maior entre os DLF dos diferentes subsistemas. Isso acontece, porque a densidade modal é menor nessa região.

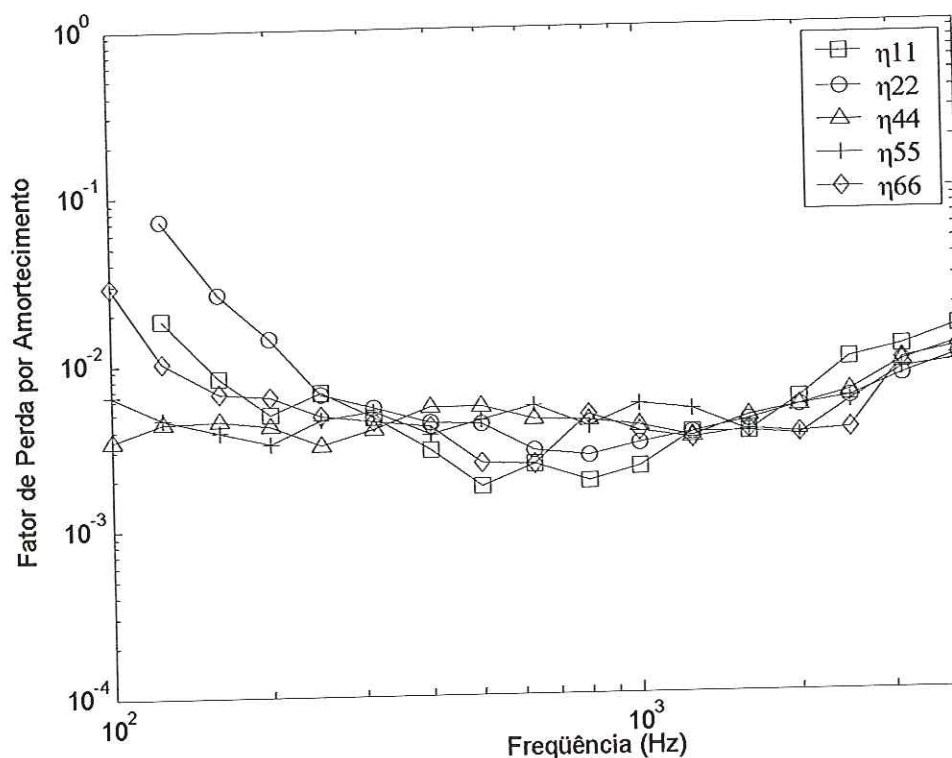


FIGURA 8.10: Fator de perda por dissipação obtidos a partir de 8 pontos de medição por subsistema

A Figura 8.11 mostra o fator de perda por acoplamento η_{64} , entre os subsistemas 6 e 4, subsistemas estes acoplados diretamente e o fator de perda por acoplamento η_{62} , relativo aos subsistemas 6 e 2, também acoplados diretamente. Observa-se através destes fatores, que a simetria geométrica, vista na Figura 8.1, também se reflete nos CLFs, uma vez que os valores médios de η_{64} e η_{62} estão bem próximos uns dos outros.

Já com relação ao fator de perda por acoplamento η_{65} , relativo aos subsistemas 6 e 5, que não estão acoplados diretamente, verifica-se que o fator de perda por acoplamento diminui a medida que a frequência aumenta, mas mesmo assim ele existe e é diferente de zero e a consideração de tal parâmetro como sendo zero resultaria em uma avaliação errônea dos fatores da SEA, Figura (8.11).

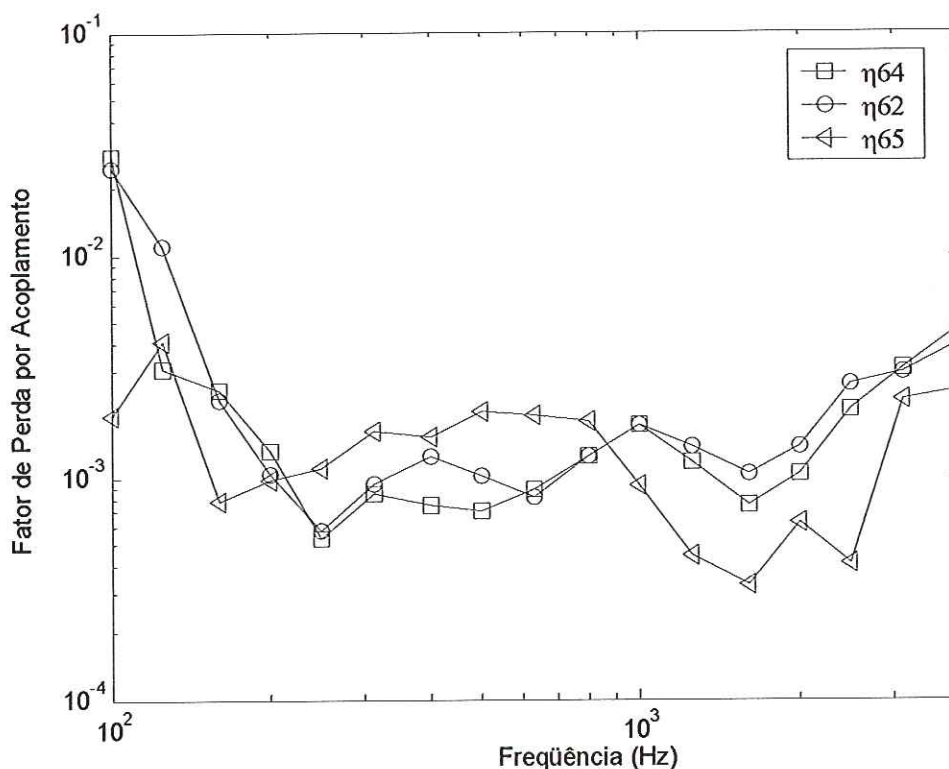


FIGURA 8.11: Fator de perda por acoplamento obtidos a partir de 8 pontos de medição por subsistema

A Figura 8.12 é a mesma mostrada na Figura 8.9, com exceção aos números de pontos de medição. Um fato importante que se nota analisando as duas figuras é que tanto o valor médio quanto o desvio padrão diminuem a medida que se aumenta os pontos de medição, mostrando a convergência dos valores dos parâmetros η_{25} .

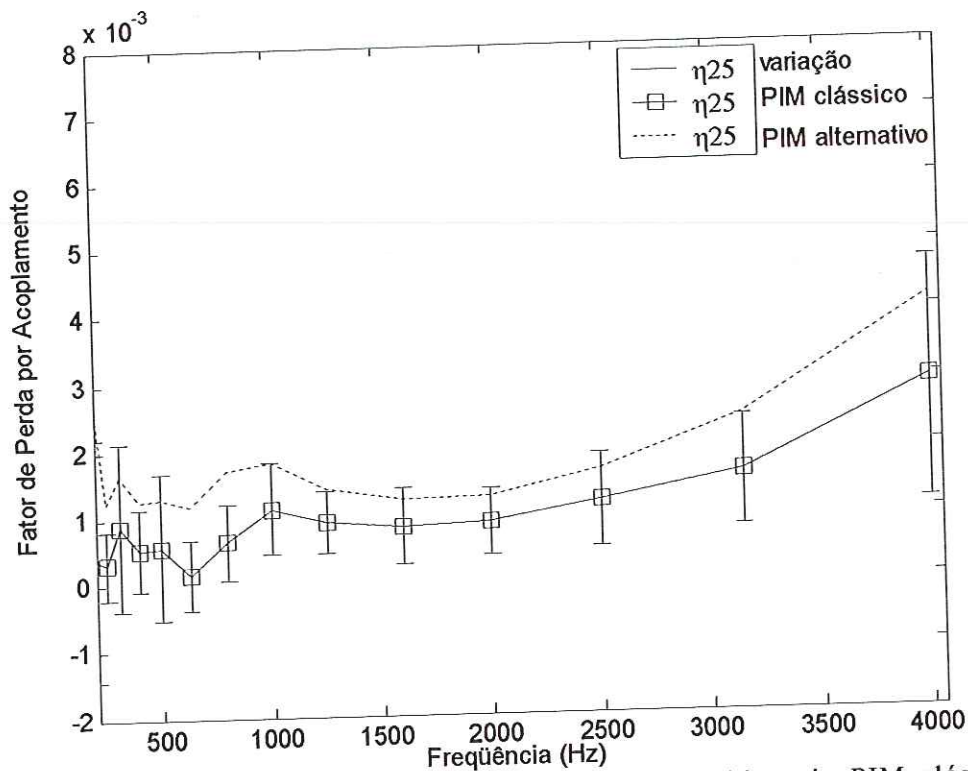


FIGURA 8.12: Fator de perda por acoplamento η_{25} obtidos via PIM clássico e alternativo

A convergência do fator de perda por acoplamento η_{12} pode ser vista na Figura 8.13. Percebe-se que a convergência de η_{12} já ocorre com 6 pontos de medidas de excitação e resposta, para a maioria das bandas de frequência.

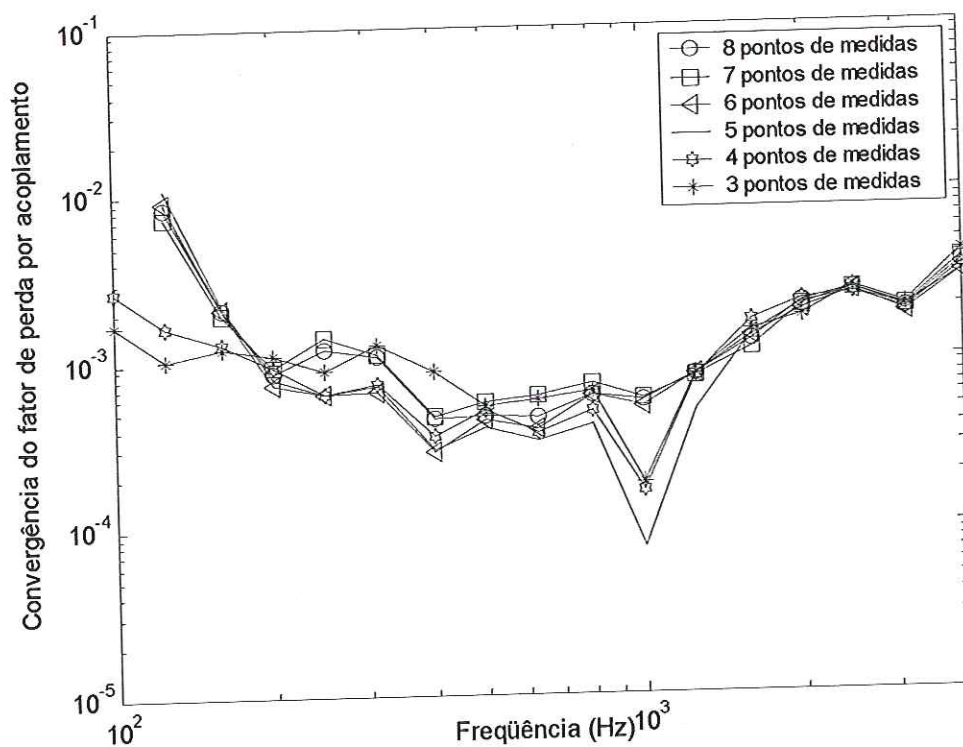
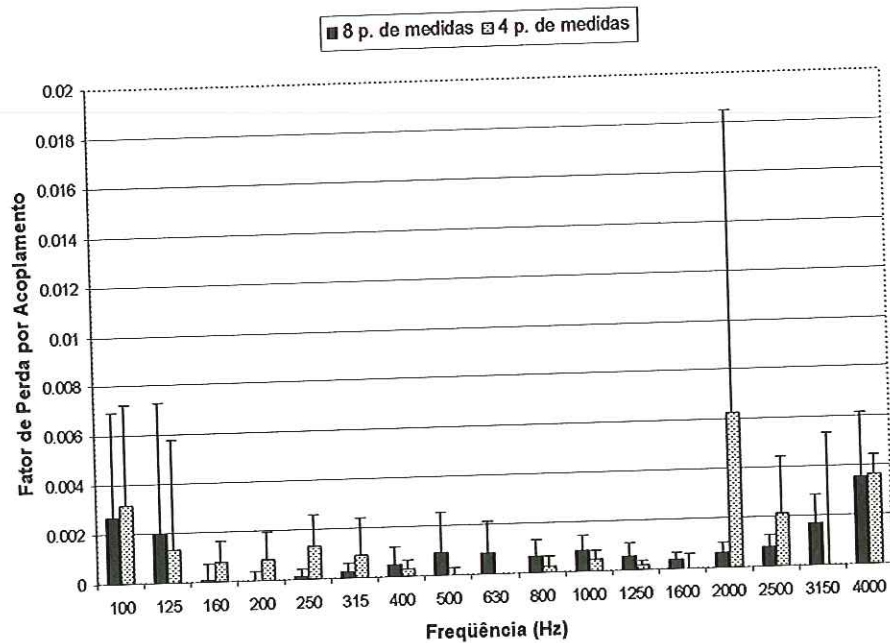
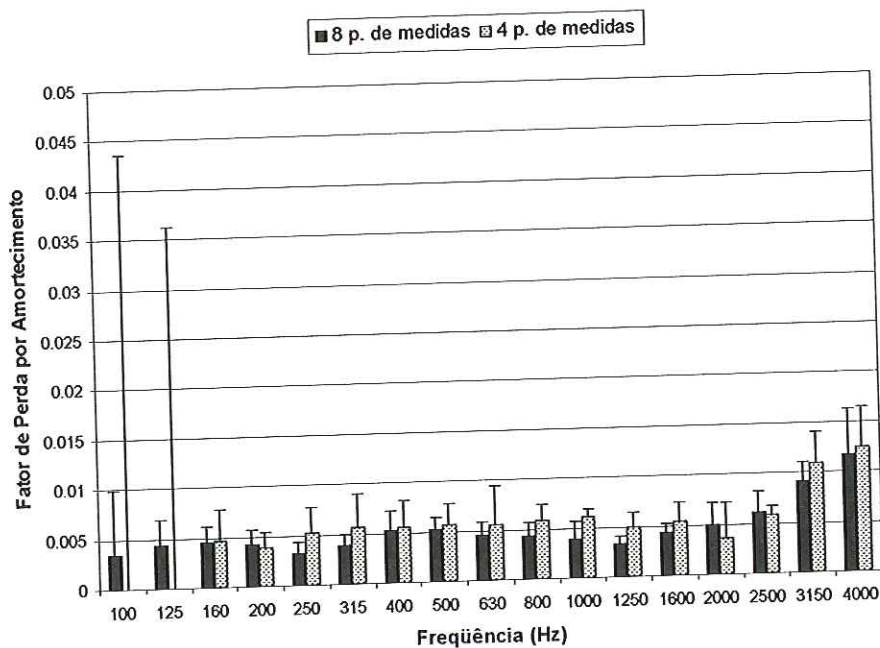


FIGURA 8.13: Convergência do fator de perda por acoplamento η_{12} em relação ao número de pontos de medições

Na Figura 8.14 são comparados os resultados obtidos a partir de 4 e 8 pontos de medição.



(a)



(b)

FIGURA 8.14: Parâmetros da SEA (a) fator de perda por acoplamento η_{52} e (b) fator de perda por amortecimento η_{44}

Analisando a Figura 8.14a percebeu-se que, os desvios padrões do fator η_{52} foram menores para aqueles estimados a partir de 8 pontos de medição. Com relação aos valores médios, notou-se que, o parâmetro η_{44} não sofreu mudanças significativas relativas ao número

de pontos de medição, Figura 8.14b. Já η_{52} apresentou algumas alterações entre os seus valores médios, no que se refere ao número de pontos de medição. Tais variações foram mais acentuadas para as bandas em baixas frequências e na frequência central de 2000 Hz, conforme pôde ser visto na Figura 8.14a.

8.3.1 – Efeitos do erro de medição de energia e potência sobre os parâmetros da SEA

Supõe-se agora que a energia e a potência medidas para o subsistema i estejam erradas por um fator fictício β . O que será visto a seguir é quanto, qualitativamente, essa energia e a potência estará alterando os parâmetros da SEA.

Considerando que esse fator de erro é inserido na energia medida no subsistema 1, tem-se o seguinte resultado, Figura (8.15).

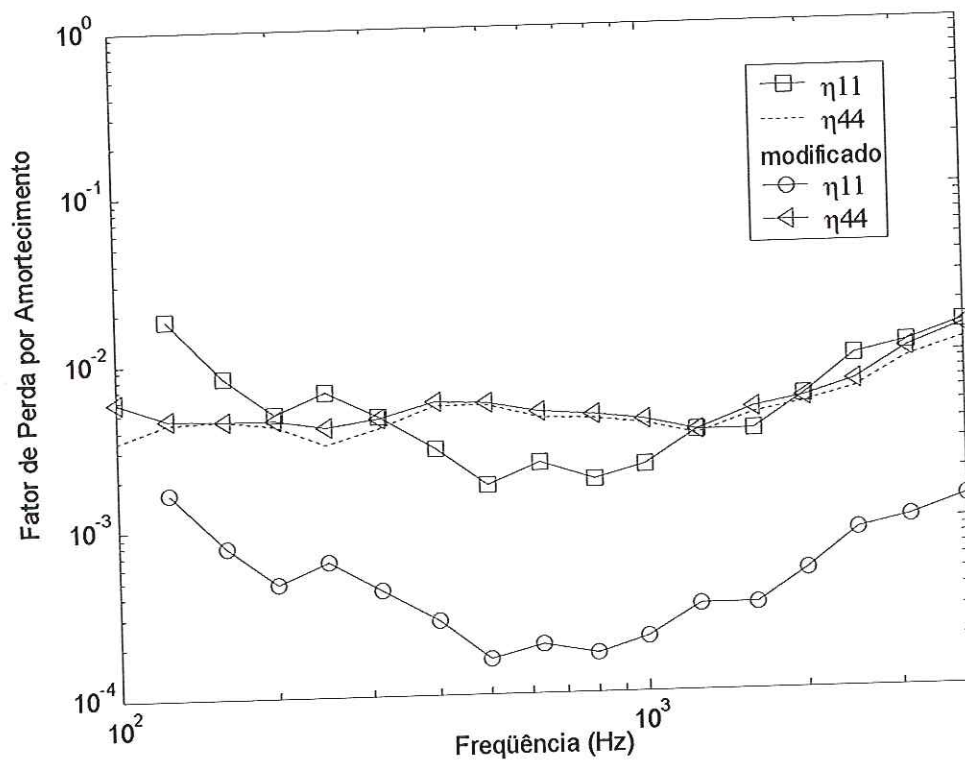


FIGURA 8.15: Efeito da energia no cálculo dos fatores de perda por dissipação interna

O efeito do erro na medição da energia do subsistema 1 se mostra mais relevante no parâmetro da SEA η_{11} , do que no parâmetro

η_{44} e apesar de não ser visto na Figura 8.15, o mesmo se conclui com os DLFs referentes aos outros subsistemas 2, 5 e 6, Figura 8.15.

Já com relação aos parâmetros de perda por acoplamento, o efeito do erro na medição da energia do subsistema 1 se mostra mais relevante no parâmetro da SEA η_{12} , η_{15} , etc. Os parâmetros η_{45} , η_{41} , não sofrem influência de tal erro, Figura 8.16.

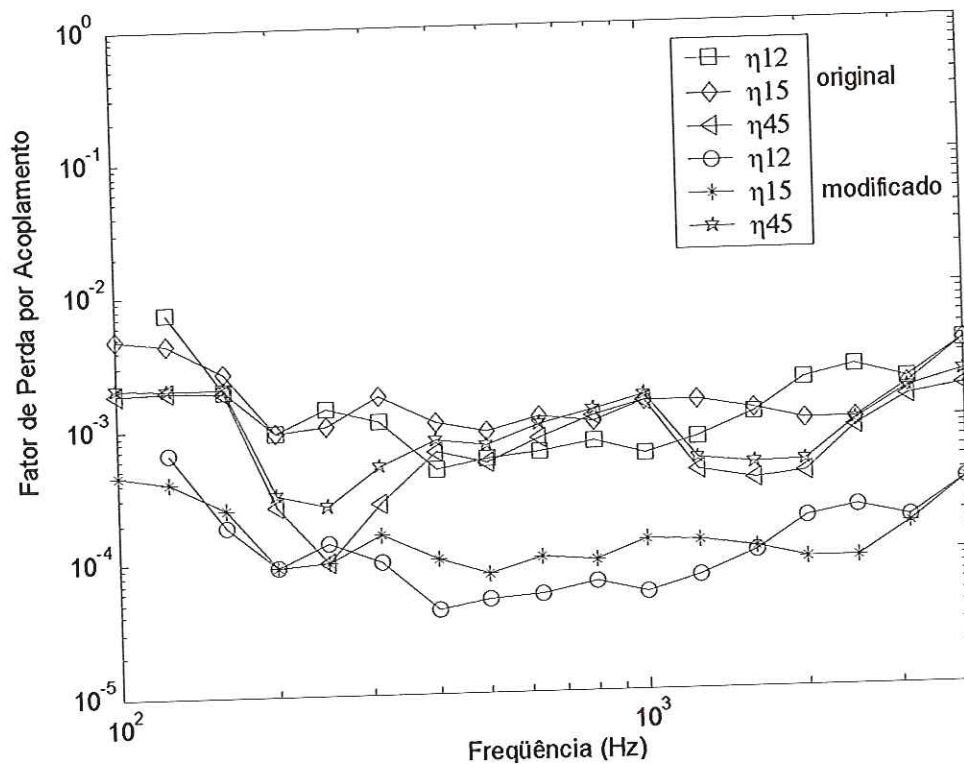


FIGURA 8.16: Efeito da energia no cálculo dos fatores de perda por acoplamento

Na Figura 8.17 observa-se que a influência do erro na medição da potência do subsistema 1, diferentemente da energia, afeta todos os fatores de perda por amortecimento.

Ressalta-se ainda, que tais erros afetam os fatores de perda por acoplamento η_{41} , η_{51} e η_{21} , enquanto que os fatores η_{14} , η_{45} , η_{15} e etc não são afetados, Figura 8.17.

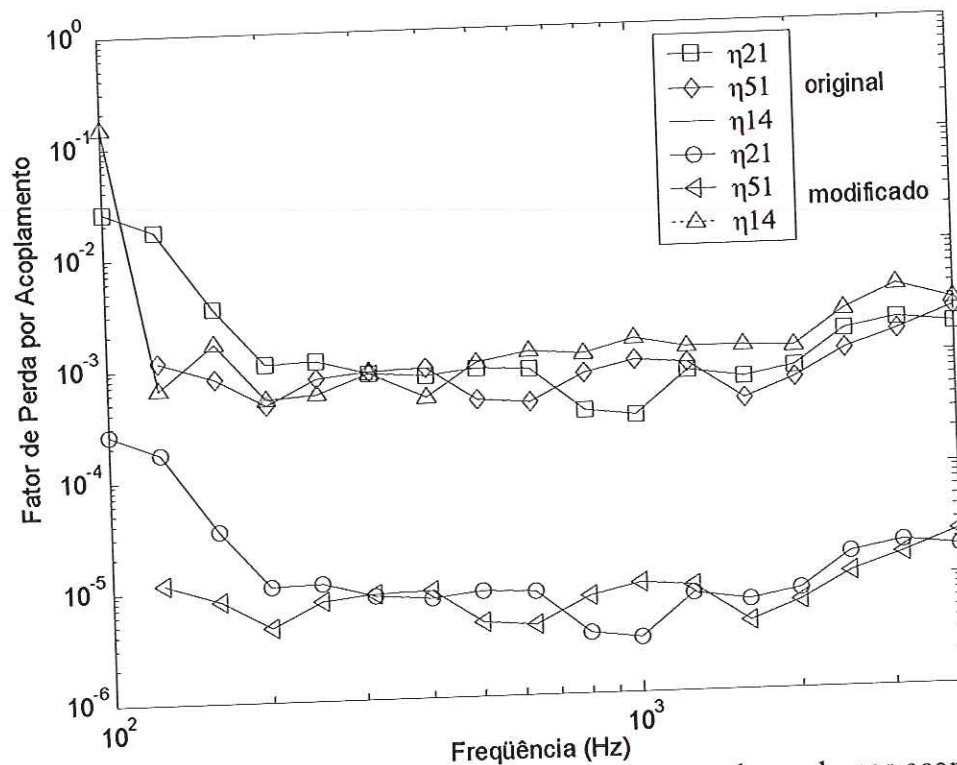


FIGURA 8.17: Efeito da potência no cálculo dos fatores de perda por acoplamento

Em resumo tem-se que, se o erro for proveniente da energia medida em i , somente o DLF η_{ii} será afetado e os CLFs afetados serão os η_{ij} . Enquanto que se o erro for referente a potência medida em i , todos os DLFs serão afetados. Já com relação aos CLFs, somente os η_{ji} sofrerão influência de tal erro.

8.4 – Comparação entre resultados experimentais e computacionais

O modelo computacional da caixa foi feito utilizando o programa FreeSEA desenvolvido por Ennes Sarradj. Todo o procedimento para a obtenção dos parâmetros de perda por acoplamento, utilizando tal programa, foi mostrado no capítulo anterior.

Tanto o modelo computacional como o experimental considerou a flexão em um plano. Os 5 subsistemas estruturais (placas) foram acoplados, primeiramente, considerando a junção rígida, mas na prática, a estrutura acoplada da Figura 8.1 não apresenta as suas

placas unidas rigidamente. As placas se encontram rebitadas em cantoneiras, a qual apresenta uma flexibilidade.

O modelo computacional estudou a união de placas, quando entre estas é incluída uma viga. Percebeu-se que a inclusão da viga dificultou a transmissão de vibração, o que fez com que o fator de perda por acoplamento diminuísse, aproximando-se do experimental, Figura 8.18.

A Figura 8.18 mostra a evolução do η_{15} , considerando-se desde a junção rígida (FreeSEA 0) até a mais flexível, que ficou em torno de 0.01.

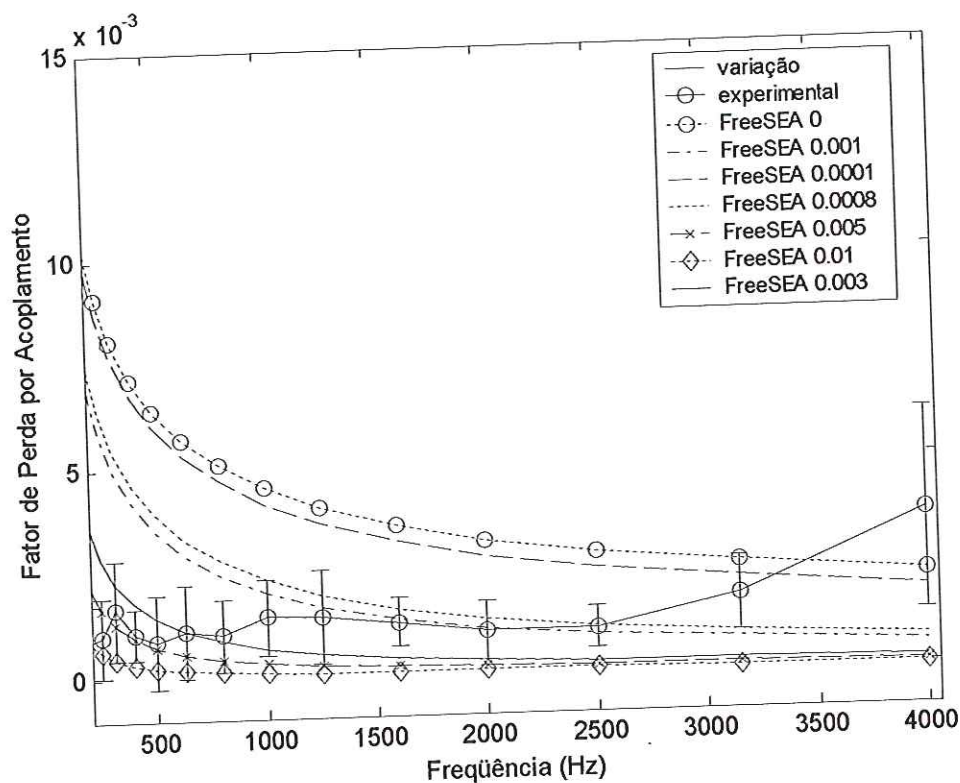


FIGURA 8.18: Variação do fator de perda por acoplamento η_{15} de acordo com flexibilidade rotacional das placas 1 e 5.

Considerando-se a flexibilidade rotacional, nota-se, que os valores numéricos para o η_{52} se aproximam do valor experimental até aproximadamente 2500 Hz, para uma flexibilidade rotacional em torno de 0.01, Figura 8.19.

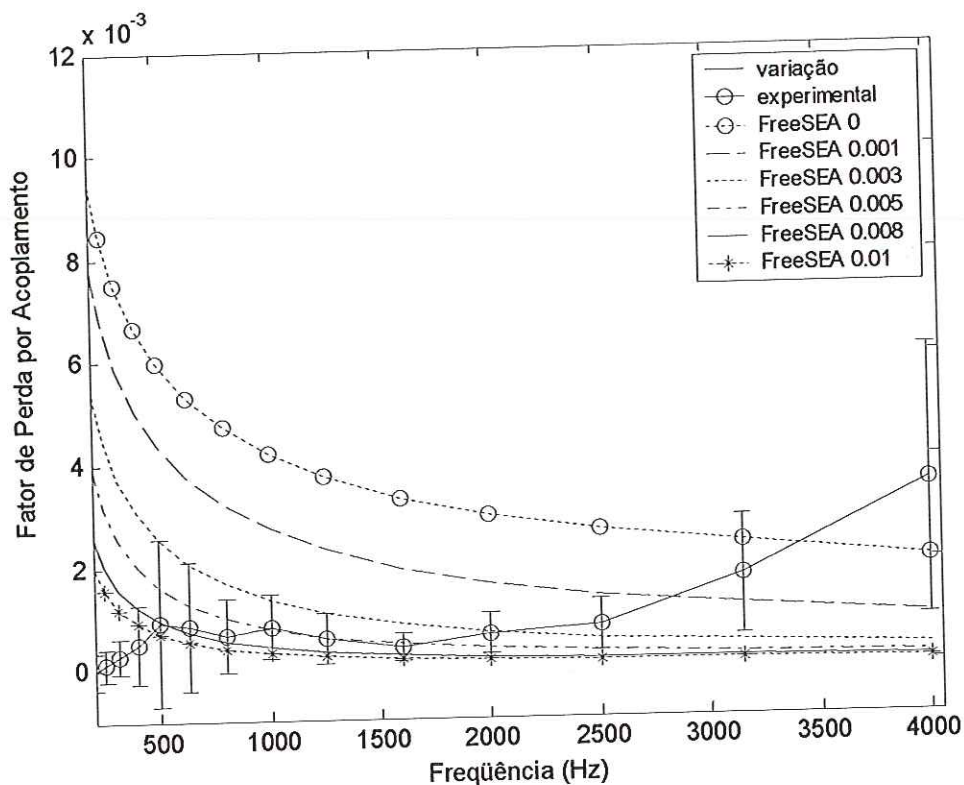


FIGURA 8.19: Variação do fator de perda por acoplamento η_{52} de acordo com flexibilidade rotacional das placas 5 e 2.

Em programas comerciais como o AutoSEA e o FreeSEA o padrão encontrado para acoplar subsistemas é de que eles sejam acoplados rigidamente.

Da necessidade de se comparar valores numéricos com experimentais se faz necessária a ajustagem do modelo, fazendo com que este se aproxime, o máximo possível, do modelo real. Mas, em se tratando de junções, esses ajustes se tornam bem complicados, o que leva a concluir que, apesar da complexidade do modelo experimental, os resultados foram bem satisfatórios.

8.5 – Desenvolvimento de um aparato experimental para medição da potência injetada na cavidade acústica

Nesta seção será feito um estudo da cavidade acústica criada pela união de 6 placas, sendo que 5 delas são de alumínio e uma de

acrílico. O acrílico foi escolhido, pois ele facilita a visualização do microfone que se encontra no interior da caixa, já que tal microfone terá a sua posição variada ao longo do ensaio e isto será feito com o auxílio de fios de náilon.

Para se medir o fator de perda por amortecimento da cavidade, através do PIM, é necessária a construção de um aparato que auxilie na estimativa da potência sonora.

O aparato é construído através de um tubo de 500 mm de comprimento, 25 mm de diâmetro interno e parede de 3mm de espessura e dois microfones de $\frac{1}{2}$ polegada cada um, proximamente separados por uma distância Δr . O material utilizado para a confecção do tubo foi o latão, já que ele é mais denso e mais amortecido que o alumínio, Figura 8.20.

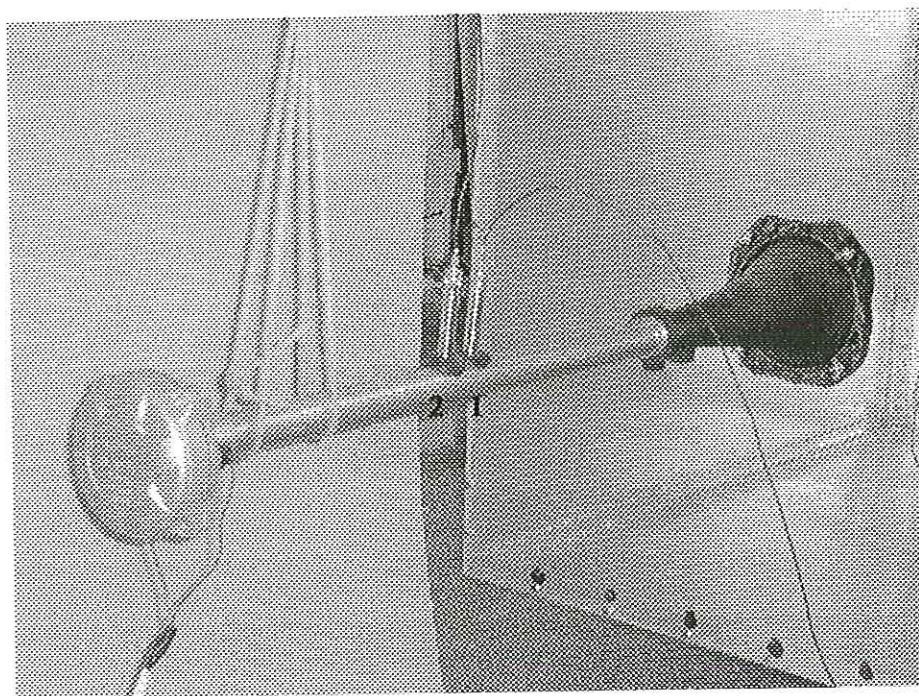


FIGURA 8.20: Aparato experimental para obtenção da potência sonora

A Figura 8.20 mostra o aparato, que foi construído para a obtenção da potência sonora. Ele consta de um driver modelo D-250X da Selenium, com resposta em frequência de 400 a 9000 Hz, de uma corneta exponencial Selenium HL 14-25 e os microfones são pré-polarizados G.R.A.S AE $\frac{1}{2}$, com sensibilidades de 60.53 mV/Pa, 49.49 mV/Pa e 55.33 mV/Pa.

Para a execução do ensaio foi utilizado o analisador de sinais Agilent VXI E1432, com 16 canais de entrada. O sinal de excitação utilizado foi aleatório, e a banda de frequência utilizada foi de 0 a 5000 Hz, com Δf de aproximadamente 0.78 Hz.

Para o desenvolvimento desse aparato experimental foram selecionados artigos, livros e notas de aula, sendo os mais relevantes citados a seguir.

O embasamento teórico da técnica dos dois microfones pôde ser visto nos trabalhos de CHUNG & BLASER (1980a e b), a medida da Intensidade Sonora é extensivamente tratada por FAHY (1995) e a construção do tubo de impedância é mostrada em notas de aula, por SEYBERT (2004). Portanto, a elaboração e a execução dessa etapa da pesquisa contou com o apanhado de vários trabalhos, que com certeza servirão de base para a execução de várias pesquisas dentro do laboratório.

8.5.1 – Tubo de Impedância e a Técnica dos dois microfones

A utilização do tubo faz com que a onda sonora se torne plana (unidimensional). A frequência da onda sonora é mantida abaixo da frequência de corte, para assegurar, que ondas planas estão sendo geradas no tubo, essa frequência de corte é dada por MORSE (1948):

$$f_c = \frac{c}{1.71d} \quad (8.4)$$

onde c é a velocidade do som no ar e d é o diâmetro interno do tubo.

Pode-se garantir que, se o tubo tem paredes rígidas como neste experimento, somente ondas planas são propagadas abaixo dessa frequência. A partir das características geométricas do tubo, mostrado na Figura 8.20, calcula-se a frequência de corte para este estudo, como sendo de 8000 Hz.

Conforme foi citado e descrito no capítulo 4, a técnica dos dois microfones para o cálculo da intensidade sonora é baseada na função transferência de dois microfones, sendo que estes estão localizados em duas posições diferentes do tubo e mantidos a uma distância $\Delta r = 0.0303$ m.

O microfone que se encontra perto da fonte sonora (*driver*) é o de referência e a função transferência é dada por $H_{12} = P_1/P_2$. Dessa maneira, a impedância acústica em um ponto genérico A do tubo será dada por:

$$Z = \frac{P_A}{V_A} = \rho c j \frac{H_{12} \operatorname{sen}(kl) - \operatorname{sen}(k(l - \Delta r))}{\cos(k(l - \Delta r)) - H_{12} \cos(kl)} \quad (8.5)$$

onde $H_{12} = P_1/P_2$ é a FRF entre as pressões dos dois microfones, k é o número de onda e l é a distância do primeiro microfone até o ponto onde está sendo calculada a impedância.

Em termos das FRFs dos dois microfones e do auto-espectro da pressão do primeiro microfone, tem-se que a intensidade sonora é dada por:

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{1}{Z} S_{p_1 p_1}(\omega) \right) \quad (8.6)$$

onde $S_{p_1 p_1}$ é o auto-espectro do primeiro microfone, que se encontra mais próximo da corneta.

Em termos espectrais, a intensidade é aproximada pela Equação (8.7), esta maneira alternativa de obtenção da intensidade sonora é conhecida por Método da Densidade Espectral Cruzada:

$$I = -\frac{1}{2} \operatorname{Im} \left(\frac{S_{p_1 p_2}}{2\pi f \Delta r} \right) \quad (8.7)$$

onde $S_{p_1 p_2}$ é espectro cruzado entre os sinais dos dois microfones.

O som não pode se propagar em todas as direções em um tubo. Dessa maneira, a intensidade sonora em um tubo não será reduzida pela distância e o problema se torna unidimensional. A potência sonora será dada por:

$$P = I A \quad (8.8)$$

onde I é a intensidade acústica e A é área da seção transversal do tubo.

A Figura (8.21) mostra a potência sonora injetada na cavidade, sendo que esta é calculada através das Equações (8.6) e (8.7).

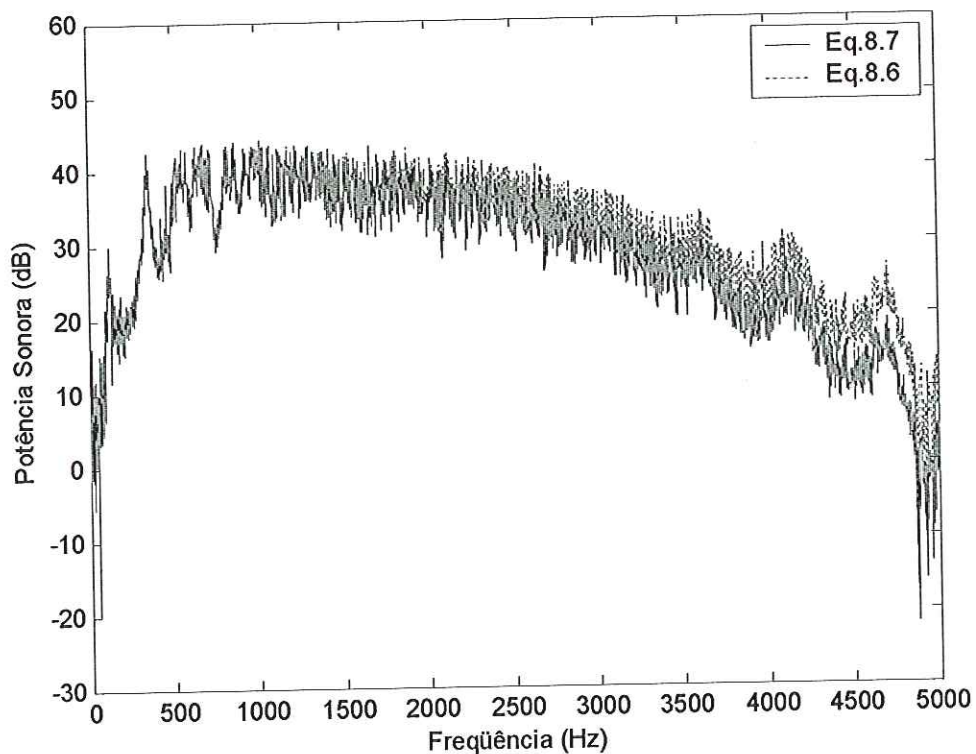


FIGURA 8.21: Potência Sonora injetada na cavidade utilizando o aparato tubo-corneta-driver

Calculada a potência injetada, o próximo passo é obter as energias no interior da cavidade. Tais energias foram calculadas, a partir de auto-espectros de pressão do microfone localizado na cavidade.

O microfone foi posicionado em 12 posições, para se obter uma boa amostragem de dados, para a aplicação da SEA. O cálculo da

energia acústica é dado pelo seguinte equacionamento, em termos das bandas de frequência:

$$E_{\omega_1\omega_2} \cong \frac{1}{N} \frac{V}{\rho c^2} \sum_{i=1}^N \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{i,pp}(\omega) d\omega \quad (8.9)$$

onde N é o número de pontos de medida, V volume da cavidade acústica, ρ é a densidade do ar, c é a velocidade do som no ar e $S_{i,pp}$ é o auto-espectro de pressão do microfone da cavidade medido na posição i .

Utilizando a Equação (8.3) estima-se o DLF da cavidade, uma vez que, a potência injetada na cavidade e sua respectiva energia já foram calculadas pelas Equações (8.8) e (8.9).

Na Figura 8.22, nota-se que, o amortecimento decai à medida que se aumenta a frequência. Para a obtenção desse fator de perda por amortecimento foi utilizada a Equação (8.7).

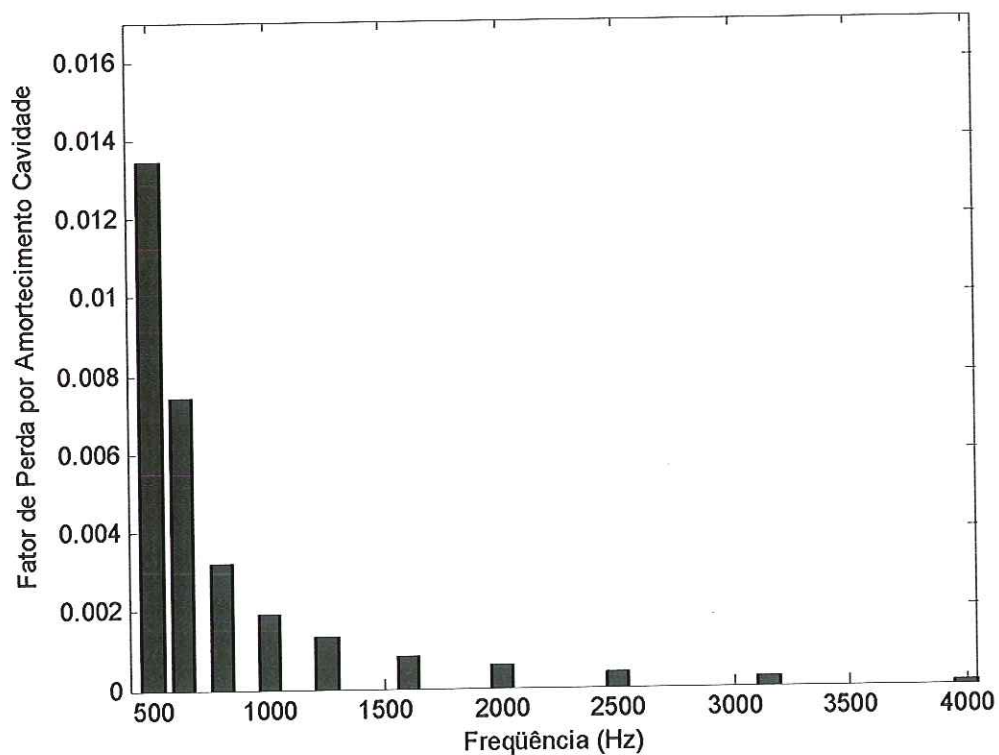


FIGURA 8.22: Fator de perda por amortecimento da cavidade calculada a partir da intensidade sonora Eq. (8.7)

Através do tempo de decaimento livre do sinal medido pelo microfone, no interior da cavidade acústica, estima-se o DLF da mesma.

Para a execução desse ensaio, a cavidade foi excitada acusticamente utilizando o aparato da Figura 8.20. Utilizou-se um sinal de excitação aleatório (*burst random*), na faixa de frequência de 0 a 500 Hz, com Δf de 0.625 Hz. O tempo de aquisição foi de 1.6 s, sendo que a 0.8 s a fonte era desligada, o decaimento do sinal da pressão no tempo é visto na Figura 8.23.

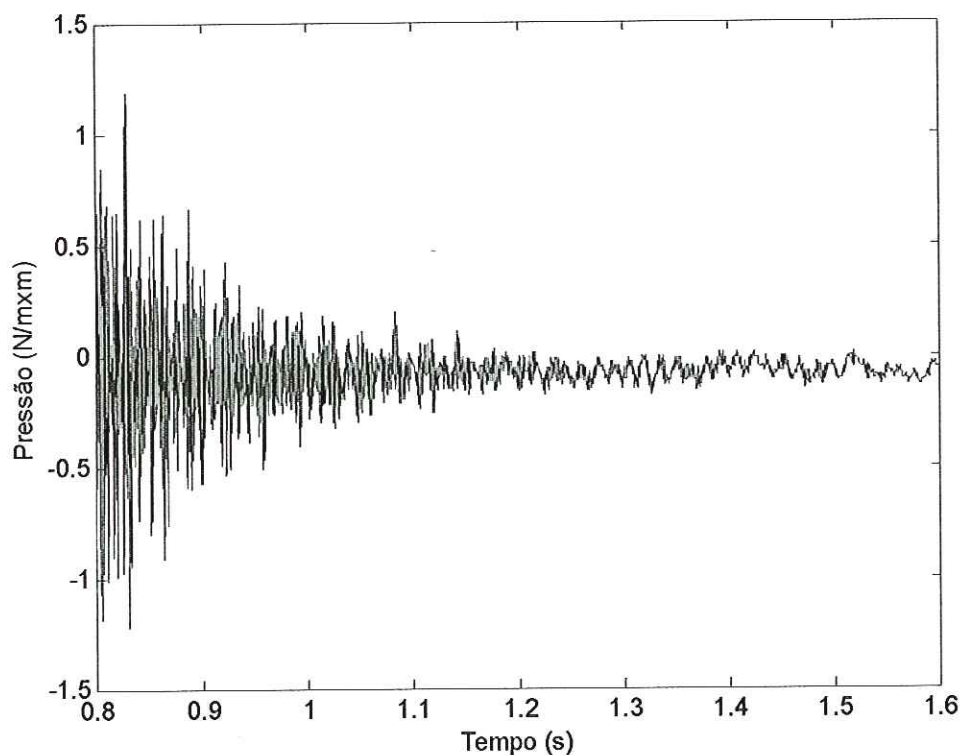


FIGURA 8.23: Tempo de decaimento medido na cavidade

Neste caso, o fator de perda por amortecimento é calculado através da seguinte equação, LYON E DEJONG (1995):

$$\eta = \frac{0.22}{f T_{1/2}} \quad (8.10)$$

onde $T_{1/2}$ é o tempo necessário para que a amplitude da resposta caia pela metade e f é frequência central da banda escolhida.

Uma maneira alternativa e que melhora a visualização do decaimento, da Figura 8.23, é transformar o eixo das ordenadas para logaritmo.

Para a obtenção do fator de perda por amortecimento por este método foram escolhidos 12 pontos aleatórios na cavidade, para então, serem medidos o decaimento livre.

A Figura 8.24 mostra a comparação entre os fatores de perda por amortecimento, obtidos a partir das Equações (8.6), (8.7) e (8.10).

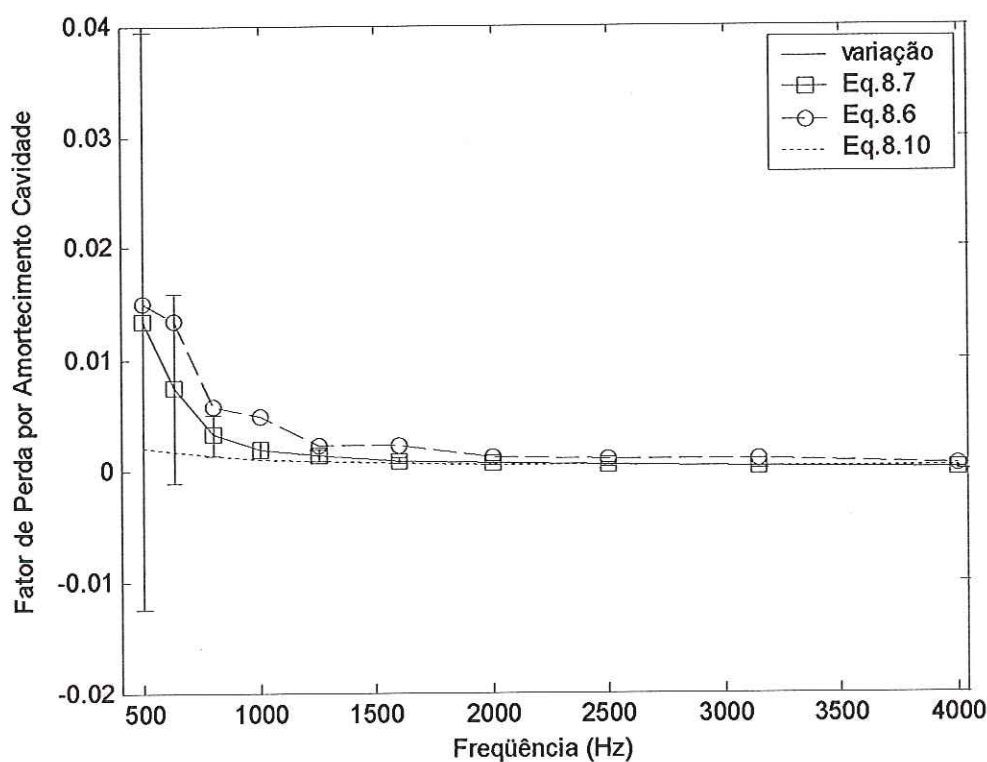


FIGURA 8.24: Comparação entre os fatores de perda por amortecimento a partir do PIM e do decaimento livre da resposta no tempo

Na Figura 8.24 são comparados os DLFs obtidos através do PIM e da taxa de decaimento. Observa-se, a boa correlação entre os dados, independente da forma de obtenção dos mesmos.

8.6 – Conclusões

Este capítulo mostrou os resultados obtidos através da aplicação PIM em uma estrutura acoplada do tipo caixa. Ao todo, foram

estudadas 5 faces da caixa, todas sendo de alumínio (placas 1mm). Verificou-se, a partir das FRFs, a alta densidade modal da estrutura, mais evidente nas altas frequências.

Verificaram-se, ainda, vários aspectos experimentais da SEA, no que diz respeito ao número de pontos de medida, a análise de sensibilidade e a variação dos parâmetros da SEA.

Os resultados obtidos mostraram estarem coerentes e de acordo com a teoria da análise estatística de energia, mostrando uma boa correlação entre os valores experimentais e numéricos.

A construção do aparato para a estimativa da potência injetada na cavidade em altas frequências é algo ainda pouco explorado na literatura. No entanto, os resultados obtidos via PIM e através do tempo de decaimento livre apresentaram uma boa correlação.



CONCLUSÕES FINAIS

Para se fazer a análise dinâmica em bandas de altas frequências, é necessário que se admita uma aproximação por energia estatística ao invés de métodos clássicos determinísticos.

Nesta tese pôde-se ver os aspectos gerais da Análise Estatística de Energia (SEA), um método que constitui a principal modelagem em alta frequência do momento.

A abordagem experimental da Análise Estatística por Energia é baseada no Método de Injeção de Potência (PIM), que consiste em medições de uma série de entradas e saídas. Invertendo-se a matriz de energia normalizada obtém-se os parâmetros do modelo: os fatores de perda por dissipação interna e os fatores de perda por acoplamento.

As potências injetadas e as energias medidas são obtidas através de dados de FRFs, a partir dos quais se obtém a energia e potência de entrada equivalente.

O PIM continua sendo um método que necessita de um certo aprimoramento. No início dos anos 80, ele começou a ser utilizado em sistemas bem simples, consistindo de dois subsistemas. No final da década de 80 aplicou-se PIM a estruturas mais complexas, como carros.

Verificou-se ainda um estudo bem abrangente do método PIM, mostrando os prós e contras do mesmo. Mostrando o problema relacionado à estimativa da potência de entrada e no que implica os erros desta, com relação aos parâmetros SEA.

No estudo experimental da viga T, pôde-se constatar o efeito da baixa densidade modal e seu efeito nos parâmetros SEA, fazendo com que esses sofram uma grande variância em regiões de baixa de frequência.

No estudo analítico da viga T constatou-se que, em altas frequências, os efeitos do cisalhamento e da inércia de rotação têm que ser considerados no modelo, pois tais parâmetros modificam os coeficientes de transmissão, alterando assim o fator de perda por acoplamento (CLF). Uma formulação foi desenvolvida nesta tese para a obtenção destes parâmetros. A partir desta estimaram-se os parâmetros SEA, utilizando para tal, impedâncias de força e momento obtidas pela teoria de vigas de Timoshenko.

Já no capítulo destinado ao estudo analítico da caixa foram utilizados dois tipos de acoplamento: o acoplamento entre duas placas e o acoplamento entre a placa e a cavidade acústica. O primeiro utilizou uma formulação aproximada e apresentou resultados próximos aos resultados numéricos obtidos pelo FreeSEA, verificou-se ainda o acoplamento entre placas de espessuras diferentes.

O segundo tipo de acoplamento constituiu um acoplamento através de uma área, pois acoplou uma das paredes da caixa e a cavidade acústica. Pôde-se perceber a relação inversa entre a frequência crítica e espessura da placa, notando-se que em regiões próximas da frequência crítica a transmissão é máxima e conseqüentemente a perda de transmissão é mínima.

No capítulo 8 foi estudada a SEA em estruturas acopladas do tipo placas que constituíram como modelo final uma caixa. O estudo feito nesta caixa foi experimental e numérico, e a partir do experimental verificou-se a convergência dos parâmetros da SEA e a sua relação com o número de pontos de medição. A questão com relação ao número de pontos de medição é sempre levantada e o que se

pôde concluir é que, em termos dos valores médios os parâmetros sofreram poucas alterações para algumas bandas de frequência. Enquanto, que para outras os efeitos foram maiores, já em termos dos desvios padrões (variações) percebeu-se que estes apresentaram uma tendência a diminuir a medida que se aumentava o número de amostras.

Também foi feito um estudo da análise de sensibilidade dos parâmetros da SEA mediante a erros de estimativa de energia e potência e verificou-se que a introdução de erros na estimativa da potência e energia alteraram parâmetros específicos do modelo.

Com relação a inclusão da flexibilidade rotacional nas junções, verificou-se que a mesma reduziu o fatores de perda por acoplamento do modelo numérico, fazendo com que estes se aproximassem dos valores obtidos experimentalmente.

A elaboração de um aparato para a medição da potência injetada em altas frequências foi um tanto inovador, pois apesar de se encontrar artigos relacionados a técnica de medição com dois microfones, são raras as publicações desta técnica aplicada a altas frequências.

A aplicação do PIM utilizando as potências injetadas, calculadas a partir da função transferência dos dois microfones e o da densidade espectral cruzada, apresentou resultados bons quando comparados àqueles obtidos a partir do tempo de decaimento livre da resposta.

9.1 – Contribuições

Os estudos analíticos, numéricos e experimentais neste trabalho resultaram nas seguintes contribuições:

- desenvolvimento de um equacionamento em termos de impedâncias relativas a força e momento para o estudo da transmissibilidade entre estruturas acopladas do tipo viga. Para tal, empregou-se a formulação de Timoshenko e a partir desta os coeficientes de transmissão para ondas de flexão foram estimados e comparados com aqueles obtidos via a formulação de Euler-Bernoulli, sendo esta amplamente empregada em programas comerciais que utilizam a SEA
- a obtenção dos parâmetros SEA analiticamente e comparações com os obtidos experimentalmente
- desenvolvimento de programas em Matlab que possibilitaram comparar todos os resultados deste trabalho com os obtidos numericamente via FreeSEA
- aplicação do PIM a diferentes tipos de subsistemas, sendo estes caracterizados pela baixa densidade modal (vigas) ou altas densidades modais (placas e cavidades acústicas). Verificando o efeito da densidade modal na obtenção dos parâmetros SEA
- em todo o trabalho experimental foram analisadas as sensibilidades dos parâmetros SEA a erros oriundos da medida de energia ou da potência injetada e ainda foi verificada a influência do número de pontos de medição na estatística do PIM.

- o desenvolvimento de um aparato para injetar potência, em altas frequências, na cavidade acústica também é fator de contribuição deste trabalho, já que a medição de potência injetada não é algo trivial e tal aparato facilitou a obtenção da mesma.

9.2- Sugestões para Pesquisas Futuras

Como sugestões de novos trabalhos que podem ser feitos, baseados nesta tese, citam-se:

- a aplicação do método de injeção de potência (PIM) em uma estrutura composta por subsistemas estruturais e acústico (cavidade) conjuntamente
- o uso de vários acelerômetros em cada um dos subsistemas e a verificação do efeito do carregamento de massa sobre os parâmetros da SEA, para posteriormente se comparar com dados medidos com laser que é maneira de medição sem contato
- a troca das placas que são parafusadas, por outras de diferentes materiais e espessuras, para um estudo a respeito da transmissibilidade de vibração
- ao invés de se aplicar a SEA a uma caixa retangular, aplicá-la a uma estrutura cilíndrica, de tal maneira que possa ser feita uma analogia com uma fuselagem de uma aeronave e assim fazer um estudo a respeito da transmissão da energia e controle de ruído na cavidade.

- BALDANZINI N; PIERINI, M. (2002). *An assessment of transducer mass loading effects on the parameters of an Experimental Statistical Energy Analysis (SEA) model*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 16 (5), September, p.885-903.
- BIES, D. A.; HAMID, S.(1980). *In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method*. Journal of Sound and Vibration, 70 (2), p. 187-204.
- BLOSS, B.; RAO, M. D. (2002). *Measurement of Damping in Structures by the Power Input Method*. Experimental Techniques, 26 (3), p. 30-33.
- BURROUGHS, C. B.; FISCHER, R, W.; KERN, F. R. (1997). *An introduction to statistical energy analysis*. J. Acoust. Soc. Am., 101(4), April, p. 1779-1789.
- CHOI, S.; PIERRE, C.; CASTANIER, M. P.(1997a). *Statistical Energy Methods for mid-frequency vibration transmission Analysis*. Proceedings of the 1997 SAE Noise and Vibration Conference and Exposition, Traverse City, MI, USA.
- CHOI, S.; CASTANIER, M. P.; PIERRE, C.(1997b). *A Parameter based Statistical Energy Method for mid-frequency Vibration Transmission Analysis*. Proceedings of the 1997 SAE Noise and Vibration Conference and Exposition, Traverse City, MI, USA.
- CHUNG, J. Y; BLASER, D. A.(1980a). *Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties I: Theory*. J. Acoust. Soc. Am. 68(3), September, p. 907-913.

- CHUNG, J. Y; BLASER, D. A.(1980b). *Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties II: Experiment*. J. Acoust. Soc. Am. 68(3), September, p. 914-921.
- CIMERMAN, B.; BURTON, T. E.(1997). *An improved formulation for the SEA modeling of beams: Application to a T-beam*. Proceedings of NoiseCon 97, p. 233-237, June.
- CIMERMAN, B.; BHARJ, T.; BORELLO, G.(1997). *Overview of the Experimental Approach to Statistical Energy Analysis*. Proceedings of Internoise, 1997.
- CRAIK, R. J. M; SMITH R. S. (2000a). *Sound transmission through double leaf lightweight partitions part I: airborne sound*. Applied Acoustics, 61(2), October, p. 223-245.
- CRAIK, R. J. M; SMITH R. S. (2000b). *Sound transmission through lightweight parallel plates. Part II: structure-borne sound*. Applied Acoustics, 61(2), October, p. 247-269.
- CRAIK, R. J. M. (2001). *The contribution of long flanking paths to sound transmission in buildings*. Applied Acoustics, 62(1), January, p. 29-46.
- CRAIK, R. J. M. (2003). *Non-resonant sound transmission through double walls using statistical energy analysis*. Applied Acoustics, 64(3), March, p. 325-341.
- CREMER L., HECKL M. AND UNGAR E. E.(1972). *Structure – Borne Sound*. Springer-Verlag, Berlin.
- CUSCHIERI, J. M.(1995). *In plane and out-of-plane structural intensity components for a T-shaped beam*. Proceedings of Internoise 95, Newport Beach, CA, USA, July.

- CUSCHIERI, J. M.; CASTAGNET, S.; ERMOUTIA, E.; LEFEVRE, T. A.; WILCOX, T. E.(1996). *Sea modeling of the T-beam*. Proceedings of NoiseCon 96, September, p. 467-472.
- CUSCHIERI, J. M.; SUN, J. C.(1994a). *Use of statistical energy analysis for rotating machinery, part I: Determination of dissipation and coupling loss factors using energy ratios*. Journal of Sound and Vibration, 170(2), p. 181-190.
- CUSCHIERI, J. M.; SUN, J. C.(1994b). *Use of statistical energy analysis for rotating machinery, part II: Coupling Loss Factors between indirectly coupled substructures*. Journal of Sound and Vibration, 170(2), p. 191-201.
- DE LANGHE, K.(1996). *High Frequency Vibrations: Contributions to Experimental and Computational SEA parameter identification techniques*. Tese (Doutorado). Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- DE LANGHE, K.; SAS, P. (1996). *Statistical analysis of the power injection method*. J. Acoust. Soc. Am., 100(1), July 1996, p. 294-303.
- EWINS, D. J; Inman D. J. (2001). *Structural dynamics @2000: current status and future directions*. p. 87-111. Research Studies Press.
- FAHY F. (1995). *Sound Intensity*. E&FN SPON London.
- FAHY, F. (1998). *An alternative to the SEA Coupling Loss Factor: Rationale and Method for Experimental Determination*. Journal of Sound and Vibration, 214(2), p.261-267.
- FAHY, F. (2004). *A note on the subdivision of a volume of air in a vehicle enclosure into SEA subsystems*. Journal of Sound and Vibration, 271, p. 1170-1174.

- FINNVEDEN, S. (1999). *A symmetric formulation for experimental statistical energy analysis*. Journal of Sound and Vibration, 223(1), p.161-169.
- GUYADER, J. L.(1999). *State of the Art of Energy Methods used for Vibro Acoustic Prediction*. Sixth International Congress on Sound and Vibration, Copenhagen, Denmark, p. 59-83.
- HECKL, M. (1962a). *Vibrations of Point Driven Cylindrical Shells*. J. Acoust. Soc. Am., 34, p. 1553-1557.
- HECKL, M. (1962b). *Measurement of Absorption Coefficients on Plates*. J. Acoust. Soc. Am, 34, p. 803-808.
- HERMANS, L; WYCKAERT, K.; DE LANGHE, K.(1996). *The process to Experimentally Identify the Statistical Energy Analysis Parameters of Industrial Structures: Step by Step*. Proceedings of ISMA 21, Noise and Vibration Engineering.
- HOPKINS, C. (2002). *SEA of coupled plate systems with low modal density and low modal overlap*. Journal of Sound and Vibration, 251(2), p. 193-214.
- HORNER J. L.; WHITE, R. G. (1991). *Prediction of Vibrational Power Transmission through Bends and joints in Beam-like structures*. Journal of Sound and Vibration, 147(1), p.87-103.
- ISO 10534-2. *Acoustics- Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes – Part 2: Transfer function method*.
- KEANE, A. J.; PRICE, W. G.(1987). *Statistical Energy Analysis of strongly coupled systems*. Journal of Sound and Vibration, 117(2), p. 363-386.

- LANGLEY, R. S.(1989). *A general derivation of the Statistical Energy Analysis equations for coupled dynamic systems*. Journal of Sound and Vibration, 153(3), p. 499-508.
- LANGLEY, R. S; BARDELL, N. S.(1998). *A review of current analysis capabilities applicable to the high frequency vibration prediction of aerospace structures*. The Aeronautical Journal, May, p. 287-297.
- LANGLEY, R. S; COTONI, V. (2004). *Response Variance Prediction in Statistical Energy Analysis of built-up systems*. J. Acoust. Soc. Am., 115(2), February 2004, p. 706-718.
- LANGLEY, R. S.; HERON, K. H.(1990). *Elastic wave transmission through plate/beam junctions*. Journal of Sound and Vibration, 143(2), p. 241-253.
- LANGLEY, R. S.; SHORTER, P. J.(2003). *The wave transmission coefficients and coupling loss factors of point connected structures*. J. Acoust. Soc. Am., 113(4), p. 1947-1964.
- LIBARDI, A. L. AND VAROTO, P. S.(2004). *Experimental Determination of Loss Factors on Coupled Structures Using The Power Injection Method*. IMAC XXII.
- LIBARDI, A. L. AND VAROTO, P. S.(2005). *Determination of the internal loss factors and coupling loss factors of a box type structure using the Power Injection Method*. Proceedings of Internoise 2005.
- LINJAMA, J.; LAHTI, T.(1992). *Estimation of bending wave intensity in beams using the Frequency Response Technique*. Journal of Sound and Vibration, 153(1), p. 21-36.

- LYON, R. H.(1967). *Statistical Analysis of Power Injection and Response in Structures and Rooms*. J. Acoust. Soc. Am., 45(3), p. 545-565.
- LYON, R. H.(1975). *Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Practice*. The MIT Press.
- LYON, R. H.; DEJONG, R. G.(1995). *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*. Butterworth-Heinemann.
- LYON, R. H.; EICHLER, E.(1964). *Random vibration of connected structures*. Journal of the Acoustical Society of America, 36, p. 1344-1354.
- LYON, R. H.; MAIDANIK, G.(1962). *Power flow between linearly coupled oscillators*. Journal of the Acoustic Society of America, 34(5), p. 623-639.
- LYON, R. H.; SCHARTON, T. D. (1965). *Vibrational Energy Transmission in Three Element Structure*. J. Acoust. Soc. Am., 38, p. 253-261.
- MACE, B. R. (2005). *Statistical Energy Analysis: coupling loss factors, indirect coupling and system modes*. Journal of Sound and Vibration, 279, p. 141-170.
- MAIDANIK, G.(1962). *Response of Ribbed panels to reverberant acoustic fields*. J. Acoust. Soc. Am. 34(6), p. 809-826.
- MAIDANIK, G.(1966). *Energy Dissipation Associate with gas pumping in structural joints*. J. Acoust. Soc. Am., 40, p. 1064-1072.
- MANNING, J. E; MAIDANIK, G. (1964). *Radiation properties of cylindrical shells*. J. Acoust. Soc. Am. 36, p. 1691-1698.

- MAIDANIK, G; DICKEY, J.(1990). *Wave derivation of the energetics of driven coupled one-dimensional dynamic systems*. Journal of Sound and Vibration, 139(1).
- MEAD, D. J.(2002). *Structural damping and damped vibrations*. Applied Mech. Review, vol. 55, n° 6, November.
- MING, R. (1998). *The measurement of coupling loss factors using the structural intensity technique*. J. Acoust. Soc. Am., 103(1), January, p. 401-407.
- MING, R. (2005). *An experimental comparison of the SEA power injection method and the power coefficient method*. Journal of Sound and Vibration, 282, p. 1009-1023.
- MOENS I. (2001). *On the use and the validity of the energy finite element method for high frequency vibrations*. Tese (Doutorado). Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- MOORE, J. A.(1990). *Vibration transmission through frame or beam junction*. J. Acoust. Soc. Am., 88(6), p. 2766-2776.
- MORSE, P. (1948). *Vibration and Sound*. McGraw-Hill.
- PARK, W. S.; THOMPSON, D. J.; FERGUSON, N. S.(2005). *Variability of the Coupling Loss Factor between two coupled plates*. Journal of Sound and Vibration, 279, p. 557-579.
- SABLICK M. (1982). *Coupling Loss Factor at a beam L-joint revisited*. Journal of Acoustical Society of America 72, 1285-1288.
- SARRADJ E. (2000). *Statistical Energy Analysis Freeware*. Disponível em:<<http://www.freesea.de>>.
- SEYBERT A. (2004). *Notes on Absorption and Impedance Measurements*. Notas de aula. University of Kentucky.

- SHENG, M. P.; WANG, M. Q.; SUN, J. C. (1998). *Effective internal loss factors and coupling loss factors for non-conservatively coupled systems*. Journal of Sound and Vibration, 209(4), p. 685-694.
- SHORTER, P. J.(1995). *The Combination of Statistical Energy Analysis and finite element analysis in the modelling of high frequency vibration*. Proceedings of the New Zealand Postgraduate Conference.
- SHORTER, P. J.(1998). *Combining Finite Elements and Statistical Energy Analysis*. Tese (Doutorado), University of Auckland.
- STEEL, J. A. (1996). *The prediction of structural vibration transmission through a motor vehicle using Statistical Energy Analysis*. Journal of Sound and Vibration, 193(3), p. 691-703.
- STEEL, J. A.; CRAIK, R. J. M. (1994). *Statistical Energy Analysis of structure –borne sound transmission by Finite Element Methods*. Journal of Sound and Vibration, 178(4), p. 553-561.
- SUN, J. C.; RICHARDS, E. J.(1985). *Prediction of total loss factors of structures, I: Theory and Experiments*. Journal of Sound and Vibration, 103(1), p. 109-117.
- SZCHENYI, E. (1971). *Modal Densities and Radiation Efficiencies of Unstiffened Cylinders using Statistical Methods*. Journal of Sound and Vibration, 19, p. 65-81.
- SZWERC, R. P.; HAMBRIC, S. A.(1996a). *The calculation and measurement of flexural and longitudinal structural power flow on a Tee shaped beam*. Carderock Division, Naval Surface Warfare Center, Technical Report, February, 1996.

- SZWERC, R. P.; HAMBRIC, S. A.(1996b). *The measurement of intensity of longitudinal and flexural waves in intersecting beams.* Proceedings of NoiseCon96, p. 473-478, September.
- WEAVER, W. JR., TIMOSHENKO S. P. AND YOUNG, D. H.(1990). *Vibration problems in Engineering.* John Wiley & Sons.
- WILKINSON, J. P. D. (1968). *Modal Densities of certain shallow structural elements.* J. Acoust. Soc. Am, 43, 245-251.
- WOODHOUSE, J.(1981). *An introduction to Statistical Energy Analysis of Structural Vibration.* Applied Acoustics, 14(1981), p. 455-469.
- YAMAZAKI, T; KONDO, M.; ASAHARA, Y. (2003). *Applicability of Experimental Statistical Energy Analysis to engine structure.* JSAE Review, 24, p. 263-267.