Campus de São Carlos

PROPOSTA DE UMA NOVA ESTRATÉGIA DE
SENSORIAMENTO POR IMPEDÂNCIA
ELÉTRICA ADAPTADA À RECONSTRUÇÃO
TOMOGRÁFICA

TEODORA PINHEIRO FIGUEROA

Orientador: Prof. Dr. Paulo Seleglim Junior

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

Proposta de uma nova estratégia de
sensoriamento por Impedância Elétrica
adaptada à Reconstrução Tomográfica

Teodora Pinheiro Figueroa

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 20 / 09 / 00

Ass.: *Am*

*Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.*

Orientador: PROF. DR. Paulo Seleglim Júnior

USP - São Carlos

2000

DEDALUS - Acervo - EESC

31100016774

Class.	TEEC-225C
Cutt.	2205
Tombo	T0215/00

st 1121367

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

F475p Figueroa, Teodora Pinheiro
Proposta de uma nova estratégia de sensorimento por impedância elétrica adaptada à reconstrução tomográfica / Teodora Pinheiro Figueroa. -- São Carlos, 2000.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2000.
Área: Engenharia Mecânica.
Orientador: Prof. Dr. Paulo Seleglim Júnior.

1. Sensibilidade. 2. Estratégia de sensoriamento.
3. Tomografia. I. Título.

*À minha mãe por ser
a razão de tudo em minha vida.*

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a DEUS por sempre estar presente em meu caminho. Ao meu orientador prof. Paulo Seleglim Jr. pela orientação, paciência e, por estar sempre disposto a ajudar nos momentos mais difíceis.

À minha mãe Marinalva, meu irmão Júnior e a minha avó Maria José pelo carinho e compreensão em todos os momentos.

Ao meu noivo Alessandro pela força e paciência e, também por ter me dado os primeiros passos com relação ao MATLAB.

Ao prof. Norberto Mangiavacchi pelo incentivo e, por estar sempre disposto a me atender nas horas difíceis.

Ao Sadao pela ajuda nas dúvidas com relação ao PC*TEX, o qual mostrou ser uma pessoa que sente prazer em ajudar o próximo.

À Luciane Grossi pelo companheirismo e força durante o curso Mecânica dos Fluidos Computacional realizado na Matemática.

À profa. Miriam Percia Mendes pela amizade e espírito de otimismo que sempre está presente em seu rosto.

À Beth e Ana Paula pela força e amizade.

Ao Evandro pela ajuda nos desenhos técnicos.

À Kelen, Fabiana, Gisleine, Luciana, Ana Lúcia e Vanessa pelo incentivo e amizade.

Aos amigos: Luciano, Rodrigo, Adriano, Panamá, Mariano, Volnei, Geraldo, Neilor, Klauss, Cláudio, Rosenda, Toddy.

Aos amigos do laboratório: Fernando Camargo, Fernando Schiavon, Luben, João Paulo, Márcio, Luchesi, Roberto PrataVieira, Roberto Lourenço, Hélio, Felipe, Torres.

À CAPES pelo apoio financeiro concedido durante o desenvolvimento deste trabalho.

Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	ix
Lista de Símbolos	x
Resumo	xi
Abstract	xii
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Breve Histórico sobre Técnicas Tomográficas	3
2.2 O método tomográfico	5
2.3 O método direto	7
3 Justificativa	9
4 Objetivos	11
5 Metodologia	12
5.1 Método de Diferenças Finitas	12
5.2 Solução de Sistemas Lineares pelo Método dos Gradientes Conjugados	15
5.2.1 Método da Descida Íngreme	17
5.2.2 Método dos Gradientes Conjugados	19

5.3	MATLAB	21
6	Resultados	22
7	Conclusão	93
A	Gráficos	95
	Referências Bibliográficas	106
	Obras Consultadas	109

Lista de Figuras

5.1	Exemplo de uma malha	13
5.2	Gráfico e curvas de níveis de uma função quadrática	16
5.3	Interpretação geométrica da convergência no método da descida íngreme	19
6.1	Estratégia tradicional de excitação/medição (com eletrodos vizi- nhos aterrados), posicionamento de regiões com permissividade diferente da permissividade do meio homogêneo.	22
6.2	Malha de discretização	23
6.3	Deslocamentos da partícula na semi-diagonal principal superior	29
6.4	Gráfico referente a função $\phi(x, y)$ em Ω_1 e aproximação dos potenciais	30
6.5	Gráfico das Capacitâncias	30
6.6	Gráfico referente a função $\phi(x, y)$ em Ω_1 e aproximação dos potenciais	31
6.7	Gráfico das Capacitâncias	31
6.8	Gráfico das capacitâncias	32
6.9	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	32
6.10	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	33
6.11	Gráfico das capacitâncias	33
6.12	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	34
6.13	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	34
6.14	Gráfico da sensibilidade	35
6.15	Deslocamentos da partícula na semi-diagonal principal inferior	36
6.16	Gráfico das capacitâncias	37
6.17	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	37

6.18 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	38
6.19 Gráfico das capacitâncias	38
6.20 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	39
6.21 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	39
6.22 Gráfico da sensibilidade	40
6.23 Deslocamentos da partícula na semi-diagonal secundária superior	41
6.24 Gráfico das capacitâncias	42
6.25 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	42
6.26 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	43
6.27 Gráfico das capacitâncias	43
6.28 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	44
6.29 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	44
6.30 Gráfico da sensibilidade	45
6.31 Deslocamentos da partícula na semi-diagonal secundária inferior .	46
6.32 Gráfico das capacitâncias	47
6.33 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	47
6.34 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	48
6.35 Gráfico das capacitâncias	48
6.36 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	49
6.37 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	49
6.38 Gráfico da sensibilidade	50
6.39 Deslocamentos das partículas na diagonal principal	51
6.40 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	52
6.41 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	52
6.42 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	53
6.43 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	53
6.44 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	54
6.45 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	54
6.46 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	55
6.47 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	55
6.48 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	56

6.49 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	56
6.50 Gráfico da sensibilidade	57
6.51 Deslocamentos das partículas na diagonal secundária	58
6.52 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	59
6.53 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	59
6.54 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	60
6.55 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	60
6.56 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	61
6.57 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	61
6.58 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	62
6.59 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	62
6.60 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	63
6.61 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	63
6.62 Gráfico da sensibilidade	64
6.63 Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior	65
6.64 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	66
6.65 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	66
6.66 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	67
6.67 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	67
6.68 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	68
6.69 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	68
6.70 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	69
6.71 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	69
6.72 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	70
6.73 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	70
6.74 Gráfico da sensibilidade	71
6.75 Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior	72
6.76 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	73
6.77 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	73
6.78 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	74
6.79 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	74

6.80 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	75
6.81 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	75
6.82 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	76
6.83 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	76
6.84 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	77
6.85 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	77
6.86 Gráfico da sensibilidade	78
6.87 Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior	79
6.88 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	80
6.89 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	80
6.90 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	81
6.91 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	81
6.92 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	82
6.93 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	82
6.94 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	83
6.95 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	83
6.96 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	84
6.97 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	84
6.98 Gráfico da sensibilidade	85
6.99 Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior	86
6.100 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	87
6.101 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	87
6.102 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	88
6.103 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	88
6.104 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	89
6.105 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	89
6.106 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	90
6.107 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	90
6.108 Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	91

6.109	Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias	91
6.110	Gráfico da sensibilidade	92
A.1	Gráfico gradiente do potencial-condição de fronteira Dirac	95
A.2	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.3)	96
A.3	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.3)	96
A.4	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.15)	97
A.5	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal secundária superior-condição de fron- teira Triângulo (ver figura 6.23)	98
A.6	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal secundária inferior-condição de fron- teira Triângulo (ver figura 6.31)	99
A.7	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal principal-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.39)	100
A.8	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal principal-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.39)	100
A.9	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal secundária-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.51)	101
A.10	Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal secundária-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.51)	101

A.11 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.63)	102
A.12 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.63)	102
A.13 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.75)	103
A.14 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.75)	103
A.15 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.87)	104
A.16 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.87)	104
A.17 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.99)	105
A.18 Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.99)	105

Lista de Tabelas

6.1	Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal principal superior	29
6.2	Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal principal inferior	36
6.3	Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal secundária superior	41
6.4	Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal secundária inferior	46
6.5	Tabela referente ao movimento das partículas na diagonal principal	51
6.6	Tabela referente ao movimento das partículas na diagonal secundária	58
6.7	Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior	65
6.8	Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior	72
6.9	Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior	79
6.10	Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior	86

Lista de Símbolos

$CA(s)$	valor de capacitância
$CA(s_0)$	valor de capacitância quando a partícula está na posição central do domínio
s	coordenada de contorno
$d\mu$	vetor na direção normal
E	sensibilidade nos valores de capacitâncias
x	deslocamento da partícula na diagonal

Símbolos Gregos

ϕ	função potencial
ϵ	distribuição de permissividade do fluido
Ω_1	descreve a fronteira do domínio

Operadores

$\nabla \cdot$	Divergente
∇	Gradiente

Resumo

Figuerola, T. P. (2000). Proposta de uma nova estratégia de sensoriamento por Impedância Elétrica adaptada à Reconstrução Tomográfica. 124p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho diz respeito ao desenvolvimento de uma nova estratégia de sensoriamento adaptada ao imageamento de escoamento bifásico por tomografia de impedância elétrica. Sua motivação básica vem do fato que a maioria dos algoritmos de reconstrução numérica foram desenvolvidos para campos de sensoriamntomdo tipo "duro", isto é, eles têm a hipótese subjacente de que o campo de sensoriamento é bidimensional e paralelo. Quando usam campos de sensoriamnto do tipo "mole", tais como em tomografia capacitiva elétrica de escoamentos bifásicos, estas condições são marginalmente satisfeitas, a menos na situação de um menor contraste entre as propriedades elétricas do escoamento bifásico, para o qual a natureza mal condicionada do problema será de qualquer modo muito mais crítica. O desenvolvimento de um método menos restritivo pode ser alcançado pelo refinamento da qualidade da imagem produzida por uma sonda de imagem direta, por meio da minimização de um convenientemente definido erro funcional refletindo as diferenças entre valores experimentais e numéricos calculados na fronteira do volume de sensibilidade. De qualquer modo, é requerido que estes valores de fronteira sejam suficientemente sensíveis às mudanças na distribuição das propriedades elétricas do escoamento. Este trabalho apresenta a análise da sensibilidade de diferentes estratégias de excitação e sua aplicabilidade no algoritmo de reconstrução tomográfica descrito acima. Dois perfis de excitação clássica são comparados a fim de propor um no qual observa-se a sensibilidade dos resultados do perfil medido na fronteira às mudanças nas posições das inclusões no volume de sensibilidade. Os resultados confirmam que a estratégia clássica é prejudicada devido a falta de sensibilidade e que novas possibilidades devem ser desenvolvidas baseadas na otimização do perfil de excitação ou sob técnicas multi-sensitivas.

Palavras-chave: sensibilidade, estratégia de sensoriamento, tomografia.

Abstract

Figueroa, T. P. (2000). Proposal of a new Electrical Impedance sensing strategy adapted to Tomography Reconstruction. 124p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work concerns the development of a new sensing strategy adapted to two-phase flow imaging by electrical impedance tomography. Its basic motivation comes from the fact that most of the numerical reconstruction algorithms were developed for hard sensing fields, i.e. they have the underlying assumptions that the sensing field is two-dimensional and parallel. When using soft sensing fields, such as in electrical capacitance tomography of two-phase flows, these conditions are barely satisfied, unless in the situation of a poor contrast between the electrical properties of the flowing phases, for which the ill-conditioned nature of the problem will be much more critical anyway. The development of a less restrictive method can be achieved by refining the qualitative images produced by a direct imaging probe, by means of the minimization of a conveniently defined error functional reflecting the difference between experimental and numerical values calculated at the boundary of the sensing volume. However, in order to do this, it is required that these boundary values be sufficiently sensitive to changes in the distribution of the electrical properties of the flow. This work presents a sensitivity analysis of different excitation strategies and their applicability in a tomographic reconstruction algorithm such as described above. Two classical excitation profiles are compared to a proposed one in what regards the sensitivity of the resulting measured profile at the boundary to changes in the positions of inclusions in the sensing volume. The results confirm that classical strategies suffer from a major lack of sensitivity and that new ones must be developed possibly based optimization of the excitation profiles or on multi-sensing techniques.

Keywords: sensitivity, strategy of sensing, tomography.

Capítulo 1

Introdução

O crescente interesse das indústrias em garantir qualidade de seus produtos por meio da otimização dos processos de produção, tem levado à pesquisa de técnicas de visualização de escoamentos multifásicos. Assim sendo, e no que se refere aos processos envolvendo fluidos multifásicos, há um interesse em conhecer mais sobre os regimes de escoamentos para uma análise direta de suas características internas, buscando desta forma segurança e durabilidade de equipamentos e instalações.

A problemática tecnológica associada às aplicações envolvendo escoamentos multifásicos está fundamentalmente ligada à existência de regimes ou padrões característicos de escoamento. Por exemplo, as duas fases de uma mistura bifásica gás-líquido podem escoar horizontalmente de forma dispersa (regimes a bolhas ou a gotas pulverizadas) ou segregada (regimes anular e estratificado). Em um leito fluidizado, o escoamento gasoso através do sólido particulado pode ser de tal maneira que a fluidização seja homogênea, borbulhante ou caótica com a formação de grandes vazios sem forma e movimento coerentes. Estes regimes, por sua vez, são determinantes no comportamento de parâmetros macroscópicos tais como perdas de pressão, trocas térmicas etc., podendo variar de maneira brutal de uma configuração de escoamento para outra. Do ponto de vista das aplicações industriais, a segurança e longevidade de equipamentos e instalações somente podem ser asseguradas quando estes operam segundo os regimes de escoamento para os quais foram dimensionados. Isso implica não apenas na capacidade de

antecipá-los durante a fase de projeto, mas também, durante a fase de operação, de diagnosticar em tempo real sob qual configuração o fluido está escoando, assim como as possíveis transições entre elas. Isso torna possível retroagir no processo de forma a assegurar um funcionamento otimizado.

Esta proposta de trabalho se insere no contexto de um Projeto de Pesquisas em curso no Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), dedicado ao desenvolvimento de instrumentação e técnicas de monitorização apropriadas às aplicações envolvendo transporte e manipulação de fluidos multifásicos. Dentro deste projeto global, o presente trabalho tem aplicação na implementação de uma nova técnica de reconstrução tomográfica adaptada ao método de visualização direta de escoamentos bifásicos, proposto originalmente por SELEGHIM & HERVIEU (1998). O objetivo desta aplicação consiste em determinar estratégias otimizadas de sensoriamento. Para isso, foram realizados testes a fim de quantificar a sensibilidade dentro do volume de medida, através da simulação numérica do problema direto de sensoriamento capacitivo, utilizando-se diferentes perfis de tensão de excitação periférica ao eletrodo e, considerando-se modificações na distribuição da fase não permeável contida no interior do volume medido.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Breve Histórico sobre Técnicas Tomográficas

A técnica de imageamento tomográfico foi primeiramente usada para diagnosticar desordens no pulmão, na década de 30. Desde então a técnica médica tem avançado para obter uma melhor resolução da imagem. Em tomografia moderna assistida por computador, scanners são usados rotineiramente para investigar funções fisiológicas humanas e também tem sido usados em laboratório de engenharia para um número de aplicações em processos. Na área médica o sensoramento tomográfico é baseado no uso de radiações eletromagnéticas de alta energia como raios X e Y. O uso de tais métodos de radiação em aplicações industriais é indesejável devido ao problema da segurança e alto custo (DICKIN et al., 1992).

Entre as técnicas mais seguras destacam-se ultrassom e métodos de impedância elétrica (resistência, capacitância e indutância). Alguns desses métodos têm sido aplicados em ciência médica e, um estudo sobre seu progresso na engenharia será brevemente relatado a seguir.

Nos últimos anos, o desenvolvimento de técnicas de visualização de escoamentos multifásicos tem se revelado uma alternativa extremamente interessante para a otimização de processos e equipamentos. A razão pode ser atribuída a diversos fatores, dentre eles a necessidade de satisfazer normas de qualidade mais es-

tritas, otimização de custos e do uso de insumos energéticos, redução de poluição, melhoria das condições de segurança, etc. Também se deve ao conhecimento adquirido em aplicações das ciências médicas, e ao exemplo do extraordinário avanço que o emprego de técnicas de visualização (tomografia) proporcionou ao diagnóstico clínico.

Na metade da década de 80, trabalhos baseados em sistemas de processos tomográficos começaram a ser difundidos.

O Instituto de Ciência e Tecnologia da Inglaterra, Universidade de Manchester (UMIST), foi o primeiro a desenvolver e a testar um projeto sobre tomografia capacitiva elétrica para imagens de escoamento multifásico em vasos de óleo e transporte pneumático. Ao mesmo tempo um grupo do Centro de Tecnologia e Energia em Morgantown (USA) estava projetando um sistema de tomografia capacitiva para medir a distribuição do vazio em leito fluidizado gasoso. Com estas iniciativas, ambos os grupos demonstraram por volta dos anos 90, não somente a viabilidade da técnica tomográfica, mas também seu grande potencial em processos industriais (BECK & WILLIAMS, 1996).

A aplicação desta técnica em problemas e processos industriais baseia-se em princípios mais variados incluindo ultrassonoros (HOYLE, 1996), elétricos (GISSER et al., 1990) e ópticos (WEDBERG & STAMNES, 1996).

Especificamente no contexto das aplicações envolvendo escoamentos multifásicos, os princípios de sensoriamento baseados em medidas elétricas (resistivos, capacitivos ou de impedância) destacam-se das outras alternativas em razão de seu baixo custo e fiabilidade. Nesta linha pode-se citar o desenvolvimento de uma sonda de medidas vetoriais de impedância elétrica utilizada com grande sucesso na visualização de escoamentos horizontais ar-água (SELEGHIM, 1996; SELEGHIM & HERVIEU, 1997), além do trabalho de DYAKOWSKI (1996), onde se pode encontrar uma extensa revisão sobre o assunto.

2.2 O método tomográfico

Para obter uma representação geométrica instantânea do padrão de escoamento de um fluido multifásico, a abordagem mais comum consiste em instalar um certo número de sensores ao redor do tubo ou vaso onde está confinado o escoamento. Isto é feito de tal forma que os sinais assim obtidos dependam fortemente da constituição do fluido em seus volumes de sensibilidade. Em outras palavras, a maioria das técnicas de imagem exploram medidas de diferenças ou contrastes em alguma propriedade física do fluido multifásico. Subseqüentemente um computador pode ser usado para reconstruir a imagem através destes sinais, usando uma técnica de inversão tomográfica.

Dependendo do princípio físico do sistema de sensoramento, os sinais medidos contém informações relacionadas a uma área bem delimitada do volume de sensibilidade. Exemplos disso, são os métodos de transmissão/emissão como as técnicas nucleônicas (atenuação de raios X e γ , e emissão de fótons ou positrons), assim como alguns métodos acústicos e ópticos. Existem diversos algoritmos de reconstrução adaptados a este tipo de problema como, por exemplo, a inversão de Fourier, retroprojeção convolutiva e métodos de reconstrução algébrica (HERMAN, 1980; NATTERER, 1986).

É importante relatar que em técnicas de sensoramento difrativo ou elétrico, os sinais obtidos resultam de regiões indeterminadas do volume de sensibilidade. No caso do sensoramento elétrico, as linhas de fluxo elétrico tendem a propagar-se e, são relacionadas à permissividade do fluido (ϵ) no interior do volume medido. Isto é diferente de outras técnicas tomográficas, tais como tomografia computadorizada por raio X, onde as linhas fonte passam diretamente através do objeto a ser imaginado. Devido a esta razão denomina-se o campo elétrico de "soft-field", o qual é inerentemente não linear. Por causa desta característica a resolução da imagem em sistema de tomografia capacitiva torna-se mais pobre em comparação com técnicas de raio X. Dessa forma, o algoritmo de reconstrução utilizado em imagens médicas não deve ser diretamente usado para tomografia capacitiva, o qual requer técnicas de reconstrução mais refinadas (XIE et al., 1992).

Problemas relacionados ao emprego de técnicas elétricas de sensoriamento frequentemente são tratados por diversos tipos de métodos retroprojetivos (HUANG et al., 1989; XIE et al., 1989a; XIE et al., 1989b) ou também por intermédio de algoritmos de otimização (ISAKEN & NORDTVEDT, 1992), perturbação (KIM & WOO, 1987; YORKEY et al., 1987) ou mesmo o método de Newton-Raphson modificado (YORKEY et al., 1986; ABDULLAH et al., 1992).

Em geral construir uma imagem a partir de sinais periféricos com auxílio de técnicas tomográficas envolve resolver um problema inverso. Por exemplo, para um sistema de tomografia capacitiva, o problema inverso consiste em determinar a distribuição de permissividade dos componentes a partir das medidas de capacitâncias.

Problemas inversos são característicos de um grande número de problemas matematicamente mal condicionados das ciências físicas, médicas e outras. Esse mal condicionamento intrínseco pode, sob certas circunstâncias, afetar a qualidade das imagens. No concernente à visualização tomográfica de escoamentos multifásicos, erros experimentais em associação a erros numéricos de truncamento e arredondamento podem ser amplificados e corromper fortemente os resultados. Por exemplo, considerando a resolução espacial obtida em diversos princípios de sensoriamento, sabe-se que técnicas de transmissão/emissão são capazes de localizar um objeto com erro de 1% relativamente ao diâmetro da seção do volume de sensibilidade, enquanto resoluções típicas associadas à técnicas acústicas e elétricas correspondem a 3 e 10% respectivamente (BECK & WILLIAMS, 1996).

Sistemas de visualização baseados em sensoriamento elétrico são, entre outras vantagens, simples, robustos e rápidos. Isto justifica o grande interesse atual em se desenvolver sensores desta natureza para processos que envolvam escoamentos multifásicos.

Apesar do potencial, esta técnica apresenta algumas limitações. Estas limitações referem-se ao campo ser "soft-field". Segundo KÜHN et al. (1996), o algoritmo de reconstrução teoricamente pode ser tratado como um algoritmo iterativo, que resolve o problema direto em cada iteração e minimiza as diferenças entre as capacitâncias medidas e os valores simulados através da solução direta.

Porém isto funciona na teoria. Na prática este procedimento não converge para a solução correta referente a algum conjunto de dados de capacitâncias.

Em adição, as técnicas numéricas de reconstrução de imagens em geral assumem o campo elétrico como sendo estático, desprezando o efeito "soft-field". Em razão disso, os resultados podem exibir valores ligeiramente acima ou abaixo dos valores máximos e mínimos, como por exemplo frações de vazio acima de 100% ou negativas (XIE et al., 1992).

2.3 O método direto

Uma alternativa interessante à reconstrução tomográfica é a chamada técnica da visualização direta. Nesta, uma imagem qualitativa do escoamento é obtida dos sinais fornecidos pelos sensores plotados diretamente em um sistema de representação adequado, sem necessidade de solução do problema inverso. As vantagens de um sistema assim são evidentes, especialmente no contexto industrial onde dispositivos de monitoramento robustos e confiáveis são necessários para o controle de equipamentos envolvendo fluidos multifásicos.

SELEGHIM & HERVIEU (1998a) apresentaram uma sonda de imagem direta para escoamento bifásico. A configuração do eletrodo é adaptada no sentido de que uma representação da imagem da distribuição da fase dentro do volume sensoriado pode ser obtida simplesmente plotando o sinal correspondente para medidas condutivas periféricas em função do tempo e da estrutura geométrica do volume particionado, sem reconstrução numérica dos dados experimentais.

Dessa forma o tema de mestrado proposto está associado ao desenvolvimento de uma nova técnica de reconstrução tomográfica adaptada ao método de visualização direta de escoamentos bifásicos proposto por SELEGHIM & HERVIEU (1998). Este método permite obter uma imagem inicial significativamente próxima da imagem real e em consequência, técnicas de reconstrução menos restritivas quanto ao campo de sensoriamento podem ser implementadas.

Dentro desta nova técnica de reconstrução um fator importante é determinar uma estratégia otimizada de sensoriamento de tal forma que possa quantificar

a sensibilidade nos valores de capacitâncias referentes às perturbações que possam ocorrer no interior do volume medido, fato que pode ser comprovado nos resultados obtidos durante o desenvolvimento deste trabalho.

Também é importante ressaltar a preocupação com relação a qualidade da imagem a ser visualizada, ou seja, o fator erro com relação à imagem padrão.

SEAGAR et al. (1987) investigou as limitações teóricas à sensibilidade de solução de sistemas tomográficos resistivos e, seus resultados foram importantes para evolução de sistemas capacitivos. Mas seu trabalho considerou principalmente as limitações teóricas na solução de processos envolvendo o problema direto. Os efeitos do algoritmo de reconstrução e estrutura do sensor sob a reconstrução da imagem não foram considerados.

Os erros da imagem referentes a um sistema de tomografia capacitiva são difíceis de estimar, sendo gerados principalmente durante a resolução do problema inverso executado sob um número limitado de medidas.

HUANG & XIE (1995) descrevem alguns critérios para quantificar a qualidade da imagem em um sistema de reconstrução: erro espacial e de permissividade, razão do sinal de barulho. Define também resolução do sinal de entrada de um sistema tomográfico capacitivo como sendo a menor alteração na fração do componente que pode ser identificada na reconstrução da imagem. Assim tem-se: resolução do sinal espacial e resolução de permissividade.

Capítulo 3

Justificativa

A motivação fundamental deste trabalho reside no fato dos principais métodos de reconstrução tomográfica terem sido desenvolvidos para estratégias de sensoriamento baseadas em campos duros (raios X e γ , e emissão de fótons ou positrons), e não para campos moles como no caso do sensoriamento por impedância elétrica. Mais precisamente, a aplicação de tais métodos numéricos a dados provenientes de medidas de impedância elétrica tem como hipóteses subjacentes o confinamento e o paralelismo do campo de sensoriamento. Esta hipótese é tanto melhor satisfeita quanto menor for o contraste entre as propriedades elétricas (permissividade e condutividade) das fases constituintes do escoamento. Por outro lado, quanto menor for o contraste, menor é a distinção entre as fases e o problema numérico torna-se extremamente mal condicionado. Nestas condições, não é surpreendente o aparecimento de artefatos, como frações de vazio negativas ou maiores que 1 no caso de escoamentos bifásicos.

Uma alternativa a ser explorada no sentido de corrigir este tipo de problema foi viabilizada com o desenvolvimento do chamado método de visualização direta (SELEGHIM & HERVIEU, 1998). Este método permite uma imagem inicial significativamente próxima da imagem real e, em consequência, métodos de reconstrução menos restritivos quanto ao campo de sensoriamento podem ser empregados. A compatibilização de técnicas de visualização direta com métodos numéricos não restritivos e estratégias de sensoriamento otimizadas pode contribuir em muito para o desenvolvimento de dispositivos de visualização robustos

e confiáveis apropriados para aplicações industriais.

Nesta linha, o presente trabalho focaliza-se no problema de maximizar a sensibilidade da distribuição perimetral de capacitâncias (ou corrente no caso de se tratar de um meio condutivo) pela manipulação do perfil de tensões elétricas aplicadas ao contorno. Isto porque, publicações recentes têm apontado a falta de sensibilidade intrínseca das estratégias tradicionais de sensoriameto (LEMONNIER & PEYTRAUD, 1998) relativamente a modificações na distribuição interna das propriedades físicas ligadas à propagação do campo eletromagnético no fluido multifásico.

Capítulo 4

Objetivos

O presente trabalho tem como objetivos:

- Estudar a relação entre a estratégia de excitação/ medição e distinguibilidade em relação a obstáculos no volume de medida.

Para tanto, foram realizados os seguintes trabalhos:

- Primeiramente implementou-se o modelo numérico do problema direto de sensoriamento capacitivo utilizando-se a estratégia de excitação tipo "Dirac" ao eletrodo, considerando-se modificações na distribuição da fase não permeável contida no interior do volume medido.
- Em uma segunda etapa, após a análise dos resultados obtidos no primeiro item, executou-se simulações numéricas com o objetivo de investigar a sensibilidade do perfil perimetral de uma grandeza elétrica mensurável para uma dada estratégia de excitação diferente da clássica e uma distribuição conhecida de obstáculos no volume medido.

Capítulo 5

Metodologia

5.1 Método de Diferenças Finitas

A essência dos métodos numéricos está na discretização do contínuo. É esta discretização que torna "finito" o problema e, portanto viabiliza sua "solução" através dos computadores. Nesse sentido é fundamental o conceito de malha.

Seja D um domínio onde uma dada equação diferencial parcial esteja definida, e $D_{hk} \subset D$ o seguinte conjunto:

$$D_{hk} = \{(x_i, y_j) = (x_1 + (i-1)h, y_1 + (j-1)k), \quad i = 1, 2, \dots, IM, \quad j = 1, 2, \dots, JM\}$$

onde:

IM = número total de pontos na direção x ;

JM = número total de pontos na direção y .

A esse conjunto D_{hk} definido acima chamamos **malha**, onde:

- (x_1, y_1) é um ponto convenientemente definido de D ;
- h e k são, respectivamente, o espaçamento entre dois pontos consecutivos do eixo x e y na malha.

Figura 5.1: Exemplo de uma malha

A idéia geral do método de diferenças finitas é a discretização das derivadas que aparecem na equação diferencial, ou seja, consiste na aproximação das derivadas em cada ponto da malha.

A ferramenta matemática básica na definição de aproximações para as derivadas é a série de Taylor. O mérito na série de Taylor é o de nos dizer como várias informações sobre a função, no ponto x , podem ser usadas na avaliação desta função numa vizinhança de x , isto é, no ponto $x + h$. Por exemplo, se assumirmos que a função $y(x)$ têm derivadas, até a ordem $n + 1$ em x podemos expandi-la na série:

$$y(x + h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2!}y''(x) + \cdots + \frac{h^n}{n!}y^{(n)}(x) + \frac{h^{n+1}}{(n+1)!}y^{(n+1)}(\xi) \quad (5.1)$$

onde $x < \xi < x + h$

O último termo da expressão acima representa o erro da aproximação de $y(x + h)$ pelo polinômio de grau n . Tomando-se $n = 1$ em 5.1 tem-se a diferença

progressiva e seu erro:

$$y'(x) = \frac{y(x+h) - y(x)}{h} - \frac{h}{2}y''(\xi) \quad (5.2)$$

De modo semelhante, tomando $-h$ em 5.1 ainda com $n = 1$ obtém-se a diferença regressiva e seu erro:

$$y'(x) = \frac{y(x) - y(x-h)}{h} - \frac{h}{2}y''(\xi) \quad (5.3)$$

Tomando-se $n = 2$ em 5.1 com h e $-h$, respectivamente, temos:

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2!}y''(x) + \frac{h^3}{3!}y'''(\xi_1) \quad (5.4)$$

$$y(x-h) = y(x) - hy'(x) + \frac{h^2}{2!}y''(x) - \frac{h^3}{3!}y'''(\xi_2) \quad (5.5)$$

Subtraindo a última expressão da penúltima obtém-se a diferença centrada e seu erro:

$$y'(x) = \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h} - \frac{h^2}{3!}y'''(\xi) \quad (5.6)$$

Segundo as mesmas idéias pode-se estabelecer uma expressão para o cálculo aproximado da segunda derivada; tomando-se $n = 3$ em 5.1 com h e $-h$, respectivamente, tem-se:

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2!}y''(x) + \frac{h^3}{3!}y'''(x) + \frac{h^4}{4!}y^{IV}(\xi_1) \quad (5.7)$$

$$y(x-h) = y(x) - hy'(x) + \frac{h^2}{2!}y''(x) - \frac{h^3}{3!}y'''(x) + \frac{h^4}{4!}y^{IV}(\xi_2) \quad (5.8)$$

Somando-se estas duas últimas expressões e explicitando-se $y''(x)$, tem-se:

$$y''(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} - \frac{h^2}{12}y^{IV}(\xi) \quad (5.9)$$

para algum ξ no intervalo $(x-h, x+h)$.

No método de diferenças finitas as derivadas presentes na equação diferencial são substituídas por aproximações descritas acima; embora estas sejam as discretizações usuais neste método, podem ser usados outros tipos de aproximações associadas a malhas irregulares, direções diferentes, etc. Assim, para cada ponto da malha x_i , no interior do intervalo onde a equação diferencial está definida, tem-se:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x_i) \simeq \frac{y_{i+1} - y_i}{h} \quad \frac{\partial y}{\partial x}(x_i) \simeq \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \quad \frac{\partial y}{\partial x}(x_i) \simeq \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} \quad (5.10)$$

isto é, uma das fórmulas progressiva, regressiva ou centrada, respectivamente, e

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \simeq \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \quad (5.11)$$

5.2 Solução de Sistemas Lineares pelo Método dos Gradientes Conjugados

Este método iterativo é muito utilizado para solução de sistemas lineares esparsos simétricos e definidos positivos.

Sua dedução baseia-se na minimização da função:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T A x - x^T b + c \quad (5.12)$$

onde:

b - vetor de n componentes;

A - matriz $n \times n$ simétrica e definida positiva;

$f(x)$ - superfície parabolóide.

Gráfico e curvas de níveis de uma função $f(x)$ no caso em que $n=2$:

Figura 5.2: Gráfico e curvas de níveis de uma função quadrática

Sendo assim minimizar $f(x)$ significa calcular o ponto x onde $f'(x) = 0$.

Exemplo:

Tomando-se $n=2$ tem-se:

$$f(x) = 1/2 \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = 1/2 \begin{bmatrix} ax + by & bx + ay \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 x + b_2 y \end{bmatrix}$$

$$f(x) = 1/2 \begin{bmatrix} ax^2 + bxy + bxy + ay^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 x + b_2 y \end{bmatrix}$$

$$f(x) = 1/2 \begin{bmatrix} ax^2 + 2bxy + ay^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 x + b_2 y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\nabla f(x) &= \begin{bmatrix} ax + by - b_1 \\ bx + ay - b_2 \end{bmatrix} \\ \nabla f(x) &= \begin{bmatrix} ax + by \\ bx + ay \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \\ \nabla f(x) &= \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \\ \nabla f(x) &= Ax - b\end{aligned}$$

Logo $\nabla f(x) = 0$, quando $Ax = b$.

A solução de $Ax = b$ é o ponto crítico da função $f(x)$. Se A é simétrica definida positiva, então esta solução é um mínimo de $f(x)$.

Dessa forma minimizar a função $f(x)$ e resolver o sistema linear $Ax = b$ são problemas equivalentes.

5.2.1 Método da Descida Íngreme

Este método é uma estratégia simples para minimizar $f(x)$ pois é baseado no fato de que para qualquer x_p dado, a direção em que a função $f(x_p)$ decresce mais rápido é na direção oposta ao gradiente $\nabla f(x_p)$, isto é, na direção $-\nabla f(x_p) = b - Ax_p$.

Definindo-se:

$$e_p(x) = x_p - x$$

$$r_p = b - Ax_p \text{ como o residual de } x_p$$

Temos que:

$$r_p = -Ae_p(x)$$

E, portanto $r_p = -\nabla f(x_p)$, onde r_p é a direção para solução x .

Falta determinar quanto deve-se caminhar (α) nesta direção (r_p) para encontrar o menor valor da função, ou seja, deseja-se determinar α de modo que a função $f(x_p + \alpha r_p)$ seja mínima na direção r_p .

$$f(x_p + \alpha r_p) = \frac{1}{2}(x_p + \alpha r_p)^T A(x_p + \alpha r_p) - (x_p + \alpha r_p)^T b$$

Como já foi visto, para minimizar $f(x_p + \alpha r_p)$ basta calcular o ponto onde $\nabla f(x_p + \alpha r_p) = 0$.

Diferenciando-se essa expressão em relação a α e, igualando a zero para encontrar os pontos críticos, obtém-se o valor de α :

$$\alpha_{\text{critico}} = \frac{r_p^T r_p}{r_p^T A r_p}$$

Uma vez obtido a direção (r_p) e o quanto deve-se caminhar (α), basta repetir esses passos para várias iterações, obtendo-se o algoritmo que minimiza a função f , ou equivalentemente resolve o sistema linear $Ax = b$.

Algoritmo:

- $k = 0, x_0 = b, r_0 = b - Ax_0$
- Enquanto $r_k \neq 0$
- $k = k + 1$
- $\alpha_k = r_k^T r_{k-1} / r_{k-1}^T A r_{k-1}$
- $x_k = x_{k-1} + \alpha_k r_{k-1}$
- $r_k = b - Ax_k$
- Fim Enquanto

Segue o Teorema que assegura a convergência global e a velocidade de convergência do algoritmo LUENBERGER (1984):

TEOREMA 5.1 : Se A é definida positiva então o algoritmo produz uma sequência x_k satisfazendo:

$$\phi(x_k) + \frac{1}{2}b^T A^{-1}b \leq (1 - \frac{\lambda_n(A)}{\lambda_1(A)})(\phi(x_{k-1}) + \frac{1}{2}b^T A^{-1}b) \quad (5.13)$$

onde $\lambda_i(A)$ são os autovalores de A ordenado em ordem decrescente.

Interpretação geométrica do Teorema 5.1: O fato dos autovalores de A serem bastante separados, implica que o eixo maior da elipse é muito maior do que o eixo menor e, assim o método faz um "zig-zag" ao longo do vale tornando a convergência muito demorada.

Figura 5.3: Interpretação geométrica da convergência no método da descida íngreme

5.2.2 Método dos Gradientes Conjugados

Observa-se de 5.3 que se a razão $\lambda_n(A)/\lambda_1(A)$ for pequena, a taxa de convergência desse algoritmo é muito lenta, visto que as curvas de níveis da função $f(x)$ são elipsóides muito alongados e, para encontrar o mínimo, o qual está localizado no fundo de uma concavidade parabólica com paredes laterais muito íngremes e, com fundo relativamente plano, o método de descida íngreme oscila e, dessa forma o processo de convergência para esse mínimo é lento. Uma solução para esse problema está na escolha de uma direção de descida diferente daquela da

direção oposta do gradiente. Isso é o que faz o Método dos Gradientes Conjugados. A direção p_k é escolhida de tal forma que esta seja conjugada com as direções anteriores $p_0, p_1, \dots, p_{k-1}$. A dedução do Método dos Gradientes Conjugados pode ser encontrada em GOLUB & VAN LOAN (1989).

Algoritmo do Método dos Gradientes Conjugados:

- $k = 0, x_0 = b, r_0 = b - Ax_0$
- Enquanto $r_k \neq 0$
- $k = k + 1$
- Se $k = 1$
- $p_1 = r_0$
- Senão
- $\beta_k = r_{k-1}^T r_{k-1} / r_{k-2}^T r_{k-2}$
- $p_k = r_{k-1} + \beta_k p_{k-1}$
- Fim Se
- $\alpha_k = r_{k-1}^T r_{k-1} / p_k^T A p_k$
- $x_k = x_{k-1} + \alpha_k p_k$
- $r_k = r_{k-1} - \alpha_k A p_k$
- Fim Enquanto

Com relação a convergência desse método temos o seguinte resultado LUENBERGER (1984):

TEOREMA 5.2 : *Seja A simétrica e definida positiva, então o algoritmo dos gradientes conjugados produz uma sequência de vetores $x_0, x_1, \dots$ com a propriedade:*

$$\|x - x_k\|_A \leq 2\|x - x_0\|_A \left(\frac{\sqrt{k} - 1}{\sqrt{k} + 1}\right)^k \quad (5.14)$$

5.3 MATLAB

O MATLAB (www.MathWorks.com) é um software que possui uma linguagem de programação para processamento numérico computacional e visualização gráfica. É de fácil uso, visto que os problemas e suas soluções são expressos apenas como escritos matematicamente.

MATLAB é abreviação de *Matrix Laboratory*. Sua primeira versão foi escrita na Universidade do Novo México e Stanford no final da década de 70 e, era destinada a cursos de teoria matricial, álgebra linear e análise numérica. Foi desenvolvido a partir dos pacotes de sub-rotinas LINPACK e EISPACK, de manipulação matricial, implementados originalmente em FORTRAN.

É um sistema cujo elemento de dados básico é uma matriz, que não requer dimensionamento, e as operações aritméticas são realizadas sem que haja necessidade de programar sub-rotinas para esse fim. Isso permite otimização na implementação de métodos numéricos, tendo como consequência, a redução dos códigos dos programas, o que não acontece quando se utiliza, por exemplo, FORTRAN ou C.

Um programa feito no MATLAB é uma sequência de comandos que, quando executado, são interpretados linha após linha. Não há compilação.

Além disso, o MATLAB possui uma série de toolboxes, ou seja, uma coleção especializada de arquivos de extensão ".m" para trabalhar em classes particulares de problemas, como: a "toolbox" de sinais e sistemas, otimização, controle robusto, spline e a da matemática simbólica utilizada no trabalho.

Capítulo 6

Resultados

Resolveu-se numericamente o problema direto de sensoriamento capacitivo (FIGURA 6.1), o qual consiste em determinar os valores de capacitâncias dada a distribuição de permissividade do fluido (ϵ) e, impondo-se valores de potenciais (ϕ) aos eletrodos.

Figura 6.1: Estratégia tradicional de excitação/medição (com eletrodos vizinhos aterrados), posicionamento de regiões com permissividade diferente da permissividade do meio homogêneo.

A equação diferencial parcial que modela este problema é a equação de Poisson com condições de fronteira de Dirichlet:

Adotando-se:

$$\epsilon_1 = 1 \quad (\text{permissividade do ar})$$

$$\epsilon_2 = 78 \quad (\text{permissividade da água})$$

$$i = 1, \dots, IM = 31$$

$$j = 1, \dots, JM = 31$$

Para resolver este problema, discretizou-se a equação 6.1, utilizando-a na forma conservativa:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right) \left(\epsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)\right) = \frac{\partial}{\partial x} \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (6.3)$$

Tomando-se:

$$a = \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$b = \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Obteve-se:

$$\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} = 0 \quad (6.4)$$

Discretizou-se a equação 6.4, utilizando-se Diferença Centrada de primeira ordem:

$$\frac{\partial a}{\partial x} = \frac{a_{i+1/2,j} - a_{i-1/2,j}}{dx}$$

$$\frac{\partial b}{\partial y} = \frac{b_{i,j+1/2} - b_{i,j-1/2}}{dy}$$

E em seguida discretizou-se o termo a no ponto $(i + \frac{1}{2}, j)$ e $(i - \frac{1}{2}, j)$, obtendo-se:

$$a_{i+1/2,j} = \epsilon_{i+1/2,j} \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{dx} \right)$$

$$a_{i-1/2,j} = \epsilon_{i-1/2,j} \left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{dx} \right)$$

Assim tem-se que:

$$\frac{\partial a}{\partial x} = \frac{a_{i+1/2,j} - a_{i-1/2,j}}{dx} = \frac{\epsilon_{i+1/2,j} \left(\frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{dx} \right) - \epsilon_{i-1/2,j} \left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}}{dx} \right)}{dx}$$

Procedeu-se da mesma forma para o termo b :

$$\frac{\partial b}{\partial y} = \frac{b_{i,j+1/2} - b_{i,j-1/2}}{dy} = \frac{\epsilon_{i,j+1/2} \left(\frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{dy} \right) - \epsilon_{i,j-1/2} \left(\frac{\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}}{dy} \right)}{dy}$$

Fez-se as seguintes aproximações:

$$\epsilon_{i+1/2,j} = \frac{\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i+1,j}}{2}$$

$$\epsilon_{i-1/2,j} = \frac{\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i-1,j}}{2}$$

$$\epsilon_{i,j-1/2} = \frac{\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i,j-1}}{2}$$

$$\epsilon_{i,j+1/2} = \frac{\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i,j+1}}{2}$$

Simplificando-se a discretização da equação 5.1, segue:

$$\alpha_1\phi_{i-1,j} + \alpha_2\phi_{i,j} + \alpha_3\phi_{i+1,j} + \alpha_4\phi_{i,j-1} + \alpha_5\phi_{i,j+1} = f_{i,j} = 0 \quad (6.5)$$

adotando-se:

$$. \quad p = 1/2dx$$

$$. \quad q = 1/2dy$$

$$. \quad r = 1/dx$$

$$. \quad s = 1/dy$$

onde:

$$. \quad \alpha_1 = pr(\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i-1,j})$$

$$. \quad \alpha_2 = -pr(\epsilon_{i-1,j} + 2\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i+1,j}) - qs(\epsilon_{i,j-1} + 2\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i,j+1})$$

$$. \quad \alpha_3 = pr(\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i+1,j})$$

$$. \quad \alpha_4 = qs(\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i,j-1})$$

$$. \quad \alpha_5 = qs(\epsilon_{i,j} + \epsilon_{i,j+1})$$

Aplicou-se a equação 6.5 em cada ponto interior da malha, gerando-se um sistema linear de $(IM - 2) \times (IM - 2)$ equações, com o mesmo número de incógnitas (onde IM = número de pontos na direção x e y da malha, figura 6.2).

No caso em questão, adotou-se a enumeração dos pontos interiores da malha (figura 6.2), da direita para a esquerda e, de baixo para cima, obtendo-se a seguinte seqüência de equações para a construção do sistema:

$$\bullet \quad i = 2 \quad e \quad j = 2 \Rightarrow \alpha_5\phi_{i,j} + \alpha_1\phi_{i+1,j} + \alpha_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j} - \alpha_1\phi_{i-1,j} - \alpha_3\phi_{i,j-1}$$

$$\bullet \quad 3 \leq i \leq IM - 2 \quad e \quad j = 2 \Rightarrow \alpha_1\phi_{i-1,j} + \alpha_5\phi_{i,j} + \alpha_1\phi_{i+1,j} + \alpha_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j} - \alpha_3\phi_{i,j-1}$$

$$\bullet \quad i = IM - 1 \quad e \quad j = 2 \Rightarrow \alpha_1\phi_{i-1,j} + \alpha_5\phi_{i,j} + \alpha_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j} - \alpha_1\phi_{i+1,j} - \alpha_3\phi_{i,j-1}$$

- $i = 2$ e $3 \leq j \leq JM - 2 \Rightarrow a_5\phi_{i,j} + a_1\phi_{i+1,j} + a_3\phi_{i,j-1} + a_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j} - a_1\phi_{i-1,j}$
- $i = 2$ e $j = JM - 1 \Rightarrow a_5\phi_{i,j} + a_1\phi_{i+1,j} + a_3\phi_{i,j-1} = f_{i,j} - a_1\phi_{i-1,j} - a_3\phi_{i,j+1}$
- $3 \leq i \leq IM - 2$ e $j = JM - 1 \Rightarrow a_1\phi_{i-1,j} + a_5\phi_{i,j} + a_1\phi_{i+1,j} + a_3\phi_{i,j-1} = f_{i,j} - a_3\phi_{i,j+1}$
- $i = IM - 1$ e $3 \leq j \leq JM - 2 \Rightarrow a_1\phi_{i-1,j} + a_5\phi_{i,j} + a_3\phi_{i,j-1} + a_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j} - a_1\phi_{i+1,j}$
- $i = IM - 1$ e $j = JM - 1 \Rightarrow a_1\phi_{i-1,j} + a_5\phi_{i,j} + a_3\phi_{i,j-1} = f_{i,j} - a_1\phi_{i+1,j} - a_3\phi_{i,j+1}$
- $3 \leq i \leq IM - 2$ e $3 \leq j \leq JM - 2 \Rightarrow a_1\phi_{i-1,j} + a_5\phi_{i,j} + a_1\phi_{i+1,j} + a_3\phi_{i,j-1} + a_3\phi_{i,j+1} = f_{i,j}$

Segue abaixo um exemplo de como será o sistema em notação matricial.

Exemplo:

Seja uma malha quadrada com número de pontos $i = 1, 2, \dots, 5$ e $j = 1, 2, \dots, 5$.

Sendo assim tem-se o seguinte sistema:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_5 & a_1 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_5 & a_1 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_5 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & a_5 & a_1 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & 0 & a_1 & a_5 & a_1 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & a_1 & a_5 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & a_5 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & a_1 & a_5 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & a_1 & a_5 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \phi_{2,2} \\ \phi_{3,2} \\ \phi_{4,2} \\ \phi_{2,3} \\ \phi_{3,3} \\ \phi_{4,3} \\ \phi_{2,4} \\ \phi_{3,4} \\ \phi_{4,4} \end{bmatrix}}_\phi = \underbrace{\begin{bmatrix} f_{2,2} - a_1\phi_{1,2} - a_3\phi_{2,1} \\ f_{3,2} - a_3\phi_{3,1} \\ f_{4,2} - a_1\phi_{5,2} - a_3\phi_{4,1} \\ f_{2,3} - a_1\phi_{1,3} \\ f_{3,3} \\ f_{4,3} - a_1\phi_{5,3} \\ f_{2,4} - a_1\phi_{1,4} - a_3\phi_{2,5} \\ f_{3,4} - a_3\phi_{3,5} \\ f_{4,4} - a_1\phi_{5,4} - a_3\phi_{4,5} \end{bmatrix}}_b$$

Logo, calculando-se a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5 de acordo com as informações dadas para uma malha específica, como número de pontos no eixo x e y , espaçamento entre dois pontos consecutivos, tanto na direção do eixo x , como no eixo y , a distribuição de permissividade dos componentes interiores ao domínio e, impondo as condições de fronteiras dadas, a solução do sistema $A\phi = b$ fornecerá aproximações da função incógnita $\phi(x, y)$ da Equação de Poisson, nos pontos da malha.

Uma observação importante com relação à matriz dos coeficientes é o fato de ser estritamente diagonal dominante, o que implica que A é inversível, logo o sistema linear possui uma única solução.

Devido a isso, para a resolução do sistema linear esparsa simétrico utilizou-se o método dos Gradientes Conjugados. A utilização desse método pode ser justificada pelas boas propriedades de convergência.

Logo, obtido as aproximações dos potenciais no interior da malha, sua sensibilidade em relação às alterações na distribuição de permissividade será quantificada através da distribuição de cargas no contorno, proporcional à projeção de $\nabla\phi$ sobre $d\mu$:

$$CA(s) = \nabla\phi(x, y).d\mu$$

onde:

$CA(s)$ =valor de capacitância

s = coordenada de contorno (ver figura 6.3)

$\phi(x, y)$ = aproximação dos potenciais

$d\mu$ = vetor na direção normal

Tabela 6.1: Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal principal superior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2 e POS 3
4	Triângulo	POS 2
5	Triângulo	POS 3
6	Dirac	POS 4 e POS 5
7	Triângulo	POS 4
8	Triângulo	POS 5

Resultados obtidos:

Figura 6.3: Deslocamentos da partícula na semi-diagonal principal superior

Teste 1:

Figura 6.4: Gráfico referente a função $\phi(x, y)$ em Ω_1 e aproximação dos potenciais no interior da malha

Aproximação dos valores de capacitâncias obtidos:

Figura 6.5: Gráfico das Capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.6: Gráfico referente a função $\phi(x, y)$ em Ω_1 e aproximação dos potenciais no interior da malha

Aproximação dos valores de capacitâncias obtidos:

Figura 6.7: Gráfico das Capacitâncias

Teste 3:

Aproximação dos valores de capacitâncias:

Figura 6.8: Gráfico das capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.9: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.10: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.11: Gráfico das capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.12: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.13: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Afim de quantificar a sensibilidade nos valores de capacitâncias referente aos deslocamentos da partícula no interior do domínio, resolveu-se plotar o seguinte gráfico:

$$E(x) = \sqrt{\int |CA(s_0) - CA(s)|^2 dx} \times x$$

onde:

x = deslocamento da partícula na diagonal (ver figura 6.3);

$CA(s_0)$ = valor de capacitância quando a partícula está na posição central do domínio;

$CA(s)$ = valor de capacitância quando a partícula está deslocada "x" da posição central.

Gráfico referente à figura 6.3 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.14: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.2: Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal principal inferior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 2 e POS 3
2	Triângulo	POS 2
3	Triângulo	POS 3
4	Dirac	POS 4 e POS 5
5	Triângulo	POS 4
6	Triângulo	POS 5

Figura 6.15: Deslocamentos da partícula na semi-diagonal principal inferior

Teste 1:

Figura 6.16: Gráfico das capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.17: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.18: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.19: Gráfico das capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.20: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.21: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.15 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.22: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.3: Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal secundária superior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 2 e POS 3
2	Triângulo	POS 2
3	Triângulo	POS 3
4	Dirac	POS 4 e POS 5
5	Triângulo	POS 4
6	Triângulo	POS 5

Figura 6.23: Deslocamentos da partícula na semi-diagonal secundária superior

Teste 1:

Figura 6.24: Gráfico das capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.25: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.26: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.27: Gráfico das capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.28: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.29: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.23 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.30: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.4: Tabela referente ao movimento da partícula na semi-diagonal secundária inferior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 2 e POS 3
2	Triângulo	POS 2
3	Triângulo	POS 3
4	Dirac	POS 4 e POS 5
5	Triângulo	POS 4
6	Triângulo	POS 5

Figura 6.31: Deslocamentos da partícula na semi-diagonal secundária inferior

Teste 1:

Figura 6.32: Gráfico das capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.33: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.34: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.35: Gráfico das capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.36: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.37: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.31 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.38: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.5: Tabela referente ao movimento das partículas na diagonal principal

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.39: Deslocamentos das partículas na diagonal principal

Teste 1:

Figura 6.40: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.41: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.42: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.43: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.44: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.45: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.46: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.47: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.48: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.49: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.39 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.50: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.6: Tabela referente ao movimento das partículas na diagonal secundária

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.51: Deslocamentos das partículas na diagonal secundária

Teste 1:

Figura 6.52: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.53: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.54: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.55: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.56: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.57: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.58: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.59: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.60: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.61: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.51 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.62: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.7: Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.63: Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior

Teste 1:

Figura 6.64: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.65: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.66: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.67: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.68: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.69: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.70: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.71: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.72: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.73: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.63 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.74: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.8: Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.75: Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior

Teste 1:

Figura 6.76: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.77: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.78: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.79: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.80: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.81: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.82: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.83: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.84: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.85: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.75 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.86: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.9: Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.87: Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior

Teste 1:

Figura 6.88: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.89: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.90: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.91: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.92: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.93: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.94: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.95: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.96: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.97: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.87 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.98: Gráfico da sensibilidade

Tabela 6.10: Tabela referente ao movimento do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior

Testes	condição de fronteira	posição
1	Dirac	POS 1
2	Triângulo	POS 1
3	Dirac	POS 2
4	Triângulo	POS 2
5	Dirac	POS 3
6	Triângulo	POS 3
7	Dirac	POS 4
8	Triângulo	POS 4
9	Dirac	POS 5
10	Triângulo	POS 5

Figura 6.99: Deslocamentos do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior

Teste 1:

Figura 6.100: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 2:

Figura 6.101: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 3:

Figura 6.102: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 4:

Figura 6.103: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 5:

Figura 6.104: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 6:

Figura 6.105: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 7:

Figura 6.106: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 8:

Figura 6.107: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 9:

Figura 6.108: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Teste 10:

Figura 6.109: Gráfico dos potenciais e valores de capacitâncias

Gráfico referente à figura 6.99 considerando-se como condição de fronteira a função Dirac e a função Triângulo respectivamente:

Figura 6.110: Gráfico da sensibilidade

Capítulo 7

Conclusão

A solução numérica do problema proposto apresentou resultados satisfatórios, fato que pode ser verificado através dos gráficos gerados e da análise física do problema.

Pode-se observar que aplicando-se a excitação tipo "Dirac" aos eletrodos, os resultados obtidos não apresentaram quase nenhuma alteração, o que demonstra a perda de sensibilidade. Apenas no deslocamento das partículas da POS 4 para a POS 5 (ver figura 6.39 e figura 6.63), notou-se uma considerável alteração nos valores de CA, fato este que pode ser justificado devido a proximidade da partícula na parede do domínio, onde está aplicado o potencial máximo. Neste caso, conclui-se que seria impossível a reconstrução da imagem, visto que os resultados obtidos não revelam sensibilidade à obstáculos no meio.

Nos testes realizados utilizando-se a excitação tipo Triângulo, observou-se uma sensibilidade maior com relação aos valores de capacitâncias. O que pode ser justificado pelo fato de os eletrodos vizinhos estarem tanto quanto possível a potenciais elétricos próximos, variando de um valor máximo ao ponto de aplicação até um valor mínimo no ponto da diagonal oposta à ele.

Através da análise dos resultados com relação ao tipo de excitação testado no problema, concluiu-se que a estratégia de excitação tipo Triângulo aos eletrodos é satisfatória, ocorrendo um fluxo maior de corrente no domínio, sendo que dessa forma há uma sensibilidade maior da grandeza elétrica em questão. Abre-se com isso, a perspectiva de se desenvolver métodos de reconstrução menos restri-

tivos, especificamente adaptadas ao sensoriamento por campos elétricos (moles).

O software utilizado, o MATLAB, para implementação do problema ofereceu muitos recursos, apresentando funções prontas direcionadas ao cálculo numérico e, a propriedade de gerar gráficos, durante a execução do programa, possibilitando a análise dos resultados.

Apêndice A

Gráficos

Figura A.1: Gráfico gradiente do potencial-condição de fronteira Dirac

Figura A.2: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.3)

Figura A.3: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.3)

Figura A.4: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.15)

Figura A.5: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal secundária superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.23)

POS 2

POS 3

POS 4

POS 5

Figura A.6: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação da partícula na semi-diagonal secundária inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.31)

Figura A.7: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal principal-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.39)

Figura A.8: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal principal-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.39)

Figura A.9: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal secundária-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.51)

Figura A.10: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação das partículas na diagonal secundária-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.51)

Figura A.11: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.63)

Figura A.12: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.63)

Figura A.13: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.75)

Figura A.14: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal principal inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.75)

Figura A.15: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.87)

Figura A.16: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária superior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.87)

Figura A.17: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.99)

Figura A.18: Gráfico do gradiente do potencial referente a movimentação do paralelepípedo na semi-diagonal secundária inferior-condição de fronteira Triângulo (ver figura 6.99)

Referências Bibliográficas

- Abdullah, M. Z., Quick, S. V. and Dickin, F. J. (1992), Quantitative algorithm and computer architecture for real-time image reconstruction in process tomography. *Proc. of the 1st Meeting on European Concerted Action on Process Tomography*, Manchester, Ed. M.S. Beck, p.179-192, 26-29 March.
- Beck, M. S.; Williams, R. A. (1996). Process tomography: a European innovation and its applications. *Measurement Science & Technology*, v.7, p.215-224, march.
- Dickin, F. J. et al (1992). Tomographic imaging of industrial process equipment: techniques and applications. *IEE Proceedings*, v.139, n^o.1, february.
- Dyakowski, T. (1996) Process tomography applied to multi-phase flow measurement. *Measurement Science & Technology*, v.7, p.343-353, march.
- Gisser, D. G., Isaacson, D. & Newell, J., 1990. Electric current computed tomography and eigenvalues. *SIAM J. Appl. Math.* v.50, n^o.6, p.1623-1634.
- Golub, G. H.; Van Loan, C. F. (1989). *Matrix computations*. Second edition, John Hopkins, cap.10, p.516-526.
- Herman, G. T. (1980), *Image Reconstruction from Projections-The Fundamentals of Computerised Tomography*, Academic Press, New York.
- Hoyle B. S. (1996). Process tomography using ultrasonic sensors. *Measure-*

- ment Science & Technology*, v.7, n^o.3, p.272-280.
- Huang, M. S. et al (1989). Tomographic imaging of two-component flow using capacitance sensors. *Journal Physics E: Scientific Instruments*, 22, p.173-177.
- Isaksen Ø. and Nordtvedt J. E. (1992), A new reconstruction algorithm for use with capacitance-based process tomography. *Modeling Identification Control*, v. 19, p.9-21.
- Kim, Y. and Woo, H. W. (1987), A prototype system and reconstruction algorithms for electrical impedance technique in medical body imaging. *Clin. Physiol. Measurements*, v.8 (Supl. A), p.63-70.
- Kühn, F. T. et al (1996), Analysis of chaos in fluidization using electrical capacitance tomography. *Measurement Science & Technology*, v.7, n^o.3, p.361-368.
- Lemonnier H., Peytraud J. F. (1998), Is 2D impedance tomography a reliable technique for two-phase flow nuclear. *Engineering and Design*, v.184, p.253-268.
- Luenberger, D. G. (1984) *Linear and nonlinear programming*, Second edition, Addison Wesley, cap.8, p.248-252.
- Natterer, F. (1986) *The Mathematics of Computerised Tomography*, Wiley, Chichester.
- Seagar, A. D. et al.(1987), Theoretical limits to sensitivity and resolution in impedance imaging. *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, v.8, Supl.A, p.13-31.
- Seleghim Jr., P. & Hervieu, E. (1996), Direct imaging of horizontal gas-liquid flows submitted to the international Journal on Multiphase Flow.
- Seleghim Jr., P. & Hervieu, E. (1997), Direct imaging of two-phase flows by means of conductivity measurements. *Measurement Science & Technology*

submetido para publicação.

- Seleghim Jr., P. & Hervieu, E. (1998), Direct imaging of horizontal gas-liquid flows. *Measurement Science & Technology*, v.9, n^o.8, p.1492-1500.
- Xie C. G. et al (1989a), Mass-flow measurements of solids using electrodynamic and capacitance transducers. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, v.22, p712-719.
- Xie, C. G.; Plaskowski, A. (1989b) 8-electrode capacitance system for two-component flow identification, Part 2: Flow regime identification. *IEE Proceedings*, v. 136, Pt.A, n^o.4, p.184-190, july.
- Xie, C. G. et al (1992), Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and primary sensors. *IEE Proc. G*, v.139, p.89-98.
- Yorkey, T. J., Webster, J. G. and Tompkins, W. J. (1987), An improved perturbation technique for electrical impedance imaging with some criticisms. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-34, p.898-901.
- Yorkey, T. J., Webster, J. G. and Tompkins, W. J. (1986), An optimal impedance tomographic reconstruction algorithm. *Proc. Ann. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol.Soc.*, v.8, p.339-342
- Wedberg T. C. & Stamnes J. J. (1996). Recent results in optical diffraction microtomography. *Measurement Science & Technology*, v.7, n³, p.414-418.

Obras Consultadas

- The Mathworks Inc. (1997). *MATLAB: versão do estudante - Guia do Usuário*, Makron Books.
- The Mathworks Inc. (1992). *MATLAB: reference guide*, The Mathworks Inc.
- Kreyszig, E. (1988). *Advanced engineering mathematics*, Sixth edition, John Wiley & Sons, cap.11, p.666-668
- Figueiredo, D. G. (1977). *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*. Rio de Janeiro, IMPA, p.93-96