Campus de São Carlos

**ANÁLISE NUMÉRICA DO CARREGAMENTO DE
UMA HÉLICE EM UM MODELO
AERODINÂMICO**

JOÃO HENRIQUE PIOLA BRANDT

Orientador: Prof. Dr. Michael George Maunsell

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 22/05/00

Ass.:

ANÁLISE NUMÉRICA DO CARREGAMENTO DE UMA HÉLICE EM UM MODELO AERODINÂMICO

João Henrique Piola Brandt

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Michael George Maunsell

São Carlos

2000

Class.	TESE
Cuti.	0965
Tombo	0090/00

3084067

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

Brandt, João Henrique Piola
B821a Análise numérica do carregamento de uma hélice em um
modelo aerodinâmico / João Henrique Piola Brandt. -- São
Carlos, 2000.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São
Carlos-Universidade de São Paulo, 2000.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Michael George Maunsell.

1. Hélices. 2. Métodos dos painéis. 3. Aerodinâmica.
4. Aeronáutica. 5. Mecânica dos fluídos. I. Título.

Aos meus pais e irmãos,
minha base fundamental para a vida.

Ao Henrique de Jesus Quintino de Oliveira e Maria Cecília Piola Brandt, sem os quais este trabalho não haveria começado.

Ao Professor Michael George Maunsell, pela orientação, boa vontade e paciência demonstrada durante a elaboração deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela bolsa de estudos concedida.

À banca de exame de qualificação, Fernando M. Catalano, Flávio D. Marques e Michael G. Maunsell, pelo direcionamento proposto ao trabalho.

Aos colegas do Laboratório de Aeronaves - LAE, André L. Martins, Carlos De Marqui Jr., Dawson T. Izola, Hilton C. de M. Mello, Jaqueline B. do Nascimento, José A. G. Croce, Juan C. H. Gutiérrez, Rogério F. de F. Coimbra, Rogério Possi Jr., pelo companheirismo e incentivo demonstrado por todos estes anos.

Aos funcionários do Centro de Informática de São Carlos - CISC e ao Centro de Processamento de Dados - CPD da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC, pela ajuda efetiva prestada neste trabalho.

A Ana Paula e Beth, da Secretaria da Pós-graduação do Departamento de Engenharia Mecânica - SEM da EESC/USP, pela valiosa ajuda prestada a todos os alunos da pós-graduação do departamento.

Aos funcionários Helenita, Carlinhos, Otávio e Osnan do Laboratório de Aeronaves - LAE e a todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica - SEM da EESC/USP pelo companheirismo demonstrado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
RESUMO	xix
<i>ABSTRACT</i>	xx
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DA LITERATURA	4
2.1. Introdução	4
2.2. Origens e desenvolvimento dos métodos dos painéis	4
2.2.1. Histórico das origens dos métodos de painéis	7
2.3. A hélice - carregamento e interações.....	8
3. TEORIA	19
3.1. Introdução	19
3.2. Fundamentos teóricos.....	19
3.2.1. O métodos de painéis	19
3.2.2. A inserção da hélice	35
3.2.2.1. O carregamento constante de Koning	35
3.2.2.2. O carregamento genérico simplificado	39
3.2.3. O carregamento elíptico	43
3.3. Aspectos teóricos finais	47
4. RESULTADOS	54
4.1 Introdução	54
4.2 Perfil interno à esteira da hélice	56
4.2.1 Posição 1	56
4.2.2 Posição 2	59

4.2.3 Posição 3	63
4.2.4 Posição 4	66
4.3 Perfil externo à esteira da hélice	69
4.3.1 Posição 1	69
4.3.2 Posição 2	72
4.3.3 Posição 3	75
4.3.4 Posição 4	78
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	82
6. CONCLUSÃO	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR	90

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01-	Representação de um corpo em um escoamento potencial	22
FIGURA 02-	Elemento quadrilateral de superfície, com distribuição de dipólos μ constante e sua equivalência a um anel de vórtice.(Katz & Plotkin, 1991)	30
FIGURA 03-	Discretização do carregamento genérico de uma hélice para se obter o “inflow factor” axial a_s em cada estação a que foi dividido.....	40
FIGURA 04-	Discretização do carregamento genérico de uma hélice para se obter o valor do “inflow factor” radial a_R em toda a sua extensão.....	41
FIGURA 05-	Carregamento elíptico de uma hélice, elaborado por Conway, para ser adaptado ao método utilizado.....	44
FIGURA 06-	Posição das seções de asa em estudo em relação à hélice e sua influência.....	55
FIGURA 07-	Posição da hélice nº 1 em relação à corda média da seção da asa e envergadura da aeronave.....	56
FIGURA 08-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 0 graus.....	57
FIGURA 09-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 2 graus.....	57
FIGURA 10-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 4 graus.....	58
FIGURA 11-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 6 graus.....	58
FIGURA 12-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 8 graus.....	59
FIGURA 13-	Posição da hélice nº 2 em relação à corda média da seção da asa e envergadura da aeronave.....	59
FIGURA 14-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 0 graus.....	60

FIGURA 15-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 2 graus.....	61
FIGURA 16-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 4 graus.....	61
FIGURA 17-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 6 graus.....	62
FIGURA 18-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 8 graus.....	62
FIGURA 19-	Posição da hélice nº 3 em relação à corda média da seção da asa e envergadura da aeronave.....	63
FIGURA 20-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 0 graus.....	63
FIGURA 21-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 2 graus.....	64
FIGURA 22-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 4 graus.....	64
FIGURA 23-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 6 graus.....	65
FIGURA 24-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 8 graus.....	65
FIGURA 25-	Posição da hélice nº 4 em relação à corda média da seção da asa e envergadura da aeronave.....	66
FIGURA 26-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 0 graus.....	67
FIGURA 27-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 2 graus.....	67
FIGURA 28-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 4 graus.....	68
FIGURA 29-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 6 graus.....	68
FIGURA 30-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 8 graus.....	69
FIGURA 31-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 0 graus.....	70
FIGURA 32-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº	

	1 no ângulo de ataque de 2 graus.....	70
FIGURA 33-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 4 graus.....	71
FIGURA 34-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 6 graus.....	71
FIGURA 35-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 8 graus.....	72
FIGURA 36-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 0 graus.....	73
FIGURA 37-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 2 graus.....	73
FIGURA 38-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 4 graus.....	74
FIGURA 39-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 6 graus.....	74
FIGURA 40-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 8 graus.....	75
FIGURA 41-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 0 graus.....	76
FIGURA 42-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 2 graus.....	76
FIGURA 43-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 4 graus.....	77
FIGURA 44-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 6 graus.....	77
FIGURA 45-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 8 graus.....	78
FIGURA 46-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 0 graus.....	79
FIGURA 47-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 2 graus.....	79
FIGURA 48-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 4 graus.....	80
FIGURA 49-	Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 6 graus.....	80

FIGURA 50- Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 8 graus..... 81

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- Valores de velocidade da aeronave, número de Mach, rotação, razão de avanço
 e coeficiente de empuxo da hélice referentes ao voo de cruzeiro e a
 decolagem..... 54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BAe – British Aerospace.

BEM – Boundary Element Method.

CISC – Centro de Informática de São Carlos.

FORTTRAN - Formula translator.

MBB – Messerschmidt Bölkow & Blohm.

NASA - National Aeronautics & Space Administration.

PAN AIR - High-order panel method da McDonald Douglas Inc.

SPARV - Source Panel And Ring Vortex da Brithish Aerospace.

UHB – Ultra-High-Bypass.

VSAERO - Vortice System Method da Analytical Methods, Inc.

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- função escalar contínua sobre o domínio Ω .
$[A]$	- matriz dos coeficientes de influência.
a	- velocidade do som (m/s).
A	- ‘fator do fluxo de entrada’ (“inflow factor”).
a_R	- ‘fator do fluxo de entrada radial’ (“inflow factor” axial).
a_S	- ‘fator do fluxo de entrada axial’ (“inflow factor” radial).
a_{ij}	- coeficiente de influência.
B	- vetor da velocidade do fluxo livre normal aos painéis.
B	- função escalar contínua sobre o domínio Ω .
b_{ij}	- coeficiente de influência.
C	- curva fechada.
C	- corda local.
C_{Di}	- coeficiente de arrasto induzido, $= D_i / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} \right)$.
C_L	- coeficiente de sustentação, $= L / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} \right)$.
C_M	- coeficiente de momento, $= M / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_{ref} C_{ref} \right)$.
C_P	- coeficiente de pressão, $= (p - p_\infty) / \left(\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \right)$.
$C_{p,M}$	- coeficiente de pressão no sistema da transformação em M.
C_r	- corda na raiz da asa.
C_T	- coeficiente de empuxo da hélice, $= T / \rho \cdot N^2 \cdot D^4$.
C_{T_R}	- coeficiente de empuxo médio na estação da hélice.

C_{T_s}	- coeficiente de empuxo médio total da hélice.
C_t	- corda na ponta da asa.
D	- diâmetro da hélice (m).
D	- componente da força de arrasto (N).
D_i	- componente do arrasto induzido (N).
D	- índice indicando dipólo.
E	- coeficiente de eficiência de Oswald.
f	- índice indicando fonte.
g	- aceleração da gravidade, $= 9,81 \text{ m/s}^2$.
I_r	- fator de integração radial da distribuição do carregamento da hélice.
i, j	- índices.
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	- vetores unitários dos eixos coordenados.
J	- razão de avanço, $= V_\infty / N \cdot D$.
J_0	- função de Bessel de primeira classe de ordem $n(n=0)$.
J_1	- função de Bessel de primeira classe de ordem $n(n=1)$.
J_v	- função de Bessel de primeira classe de ordem $n(n=v)$.
k	- índice.
l	- índice.
M	- número de Mach, $= U_\infty / a$.
M_∞	- número de Mach do fluxo livre.
N	- rotações por segundo (rps).
N	- número equações lineares totais ou o número do sistema linear.
ND	- número de painéis com distribuição de dipólos.
N_d	- número de painéis com distribuição de dipólos.
NF	- número de painéis com distribuição de fontes.
N_f	- número de painéis com distribuição de fontes.
$\hat{n}, n$	- versor normal à superfície.
P	- ponto qualquer fixo no espaço do domínio Ω .
P	- pressão estática local (N / m^2).
p_∞	- pressão no fluxo livre.
$\vec{q}, q$	- campo vetorial.
Q	- ponto centrado no elemento de volume $d\Omega$.
R	- raio da hélice (m).

$R_1(x)$	- raio relativo da expansão do disco da hélice com a posição x .
R^3	- espaço tridimensional.
R_a	- raio do disco atuador.
Re	- número de Reynolds, $= U_\infty C_{ref} / \nu$.
R	- distância, posição ou raio(m).
r_p	- raio do centro do disco atuador ao ponto P (m).
r_r	- raio para cálculo da velocidade induzida pela hélice (m).
r''	- raio de integração.
S	- área superficial referente ao corpo em estudo.
S_d	- área da superfície de dipólos ou área superficial do painel d.
S_f	- área da superfície de fontes ou área superficial do painel f.
S_I	- superfície de integração do elemento do corpo.
S_p	- área da superfície do disco da hélice.
S_Ω	- superfície do domínio tridimensional, $= \{S \cup S_\infty\}$.
S_∞	- superfície longe do corpo.
S	- superfície de integração.
T	- variável de controle que assume valores predeterminados.
T	- empuxo da hélice.
T	- maior dimensão linear do painel.
$\hat{t}$	- versor tangente à esteira e perpendicular à velocidade local do escoamento.
U_d	- velocidade de perturbação axial constante.
U_∞	- velocidade do escoamento livre(m/s).
$\vec{U}_\infty$	- vetor velocidade do escoamento livre.
u	- velocidade para um fluido em regime compressível.
u_M	- velocidade de perturbação em x , no sistema da transformação em M .
u, v, w	- componentes cartesianas da velocidade de perturbação.
$u. m.$	- unidade de medida.
V	- velocidade (m/s).
$\vec{V}_i$	- vetor velocidade resultante no elemento i .
V_N	- componente de velocidade normal à superfície.
$\vec{V}_{PP}$	- velocidade induzida pela hélice.
$\vec{V}_{PPI}$	- velocidade induzida pela hélice dentro da esteira da hélice.
$\vec{V}_{PPO}$	- velocidade induzida pela hélice fora da esteira da hélice.

V_r	- velocidade radial induzida pela hélice.
V_x	- velocidade axial induzida pela hélice.
$V_x(r, 0)$	- velocidade induzida pela hélice no plano do disco atuador(carreg. elíptico).
V_{x0}	- ‘velocidade de convecção dos anéis de vórtices’ (“inflow velocity”).
V_x, V_y, V_z	- componentes cartesianas do vetor velocidade.
V_∞	- velocidade do escoamento livre(m/s) = U_∞ .
v_t	- velocidade tangencial induzida pela hélice ou velocidade de giro.
X	- matriz ou vetor das incógnitas.
X, Y, Z	- eixos coordenados cartesianos.
x	- coordenada axial.
x, y, z	- coordenadas cartesianas.
x_M, y_M, z_M	- coordenadas cartesianas transposta para o sistema M.
Z	- altura referente ao sistema de coordenadas.
Φ	- potencial (de velocidade) de um escoamento, = $\phi + \Phi_\infty$.
Φ_{ld}	- potencial devido ao painel de dipólos.
Φ_{lf}	- potencial devido ao painel de fontes.
Φ_∞	- potencial do escoamento livre.
Γ	- intensidade de circulação (m^2 / s^2).
Ω	- domínio tridimensional de um campo.
α	- ângulo de ataque com relação a X (graus).
ϕ	- potencial (de velocidade) de perturbação.
ϕ_D	- singularidade potencial denominada dipólo.
ϕ_F	- singularidade potencial denominada fonte.
γ	- singularidade potencial denominada vórtice.
$\vec{\gamma}$	- vetor vorticidade.
$\vec{\gamma}_W$	- vetor vorticidade da esteira.
μ	- intensidade local da distribuição de dipólos.
μ_d	- intensidade constante de dipólos sobre o painel d.
μ_p	- contribuição do ponto sobre a superfície de integração S_l .
μ_w	- intensidade constante de dipólos sobre os painéis da esteira.
ν	- viscosidade cinemática do fluido(m^2 / s).
π	- $\pi = 2,14159....$
ρ	- densidade do fluido (Kg / m^3).

σ	- intensidade local da distribuição de fontes.
σ_f	- intensidade constante de fontes sobre o painel f.
$\xi(0)$	- intensidade de vorticidade, $= \vec{\gamma} $.
∇	- operador nabla.
∂	- operador diferencial.
∞	- índice referente ao escoamento livre ou distante ao corpo.

RESUMO

BRANDT, J.H.P. (2000). *Análise numérica do carregamento de uma hélice em um modelo aerodinâmico*. São Carlos, 2000. 90p. Dissertação(Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Devido a crescente necessidade da indústria aeronáutica de lançar novos modelos ou fazer melhorias em seus projetos, e a utilização mais freqüente da informática como ferramenta de trabalho nos departamentos de projetos e na integração com a produção, tem-se realizada a modificação dos softwares existentes com o intuito de atualizá-los ou torná-los mais abrangentes nos estudos de casos aeronáuticos, quando possível e viável, auxiliando com isto a diminuição de custos e a maximização da fase projeto/produção. Com esta finalidade, fez-se uma melhoria em um programa de métodos de painéis preexistente, utilizado para se fazer uma análise inicial de um projeto aeronáutico na indústria e, no caso de centros de ensinos e universidades, para a demonstração e aprendizagem de ferramentas de projetos, onde o carregamento axial da hélice foi acrescido de novos modelos. Para isso utilizou-se tanto carregamentos teóricos ou hipotéticos, através de curvas matemáticas conhecidas ou curvas polinomiais quaisquer, quanto carregamentos reais, obtidos de experimentações de diferentes hélices em testes de bancadas. Especificamente utilizou-se um modelo aeronáutico composto por um conjunto asa/fuselagem, com a hélice na posição "pusher", onde é mostrada a influência dos vários modelos de carregamento da hélice sobre o carregamento no perfil da asa.

Palavras-chave: hélices; métodos de painéis; aerodinâmica; aeronáutica; mecânica dos fluidos.

ABSTRACT

BRANDT, J.H.P. (2000). *Numerical analysis of the propeller loading in an aerodynamic model*. São Carlos, 2000. 90p. Dissertação(Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Due to the increasing necessity of the aeronautical industry to launch new models or to make improvements in their projects, and the utilization more frequently of the computational programs as tools of work in the projects department and integration with production, has realised modifications have been made to in the existent softwares with the intuition of updating or to get close to the real situations in the study of aeronautical cases, when this is possible and viable, helping in the minimization of costs and the maximization of the project/production phase. With this aim, made improvements were made in a pre-existent panel method, created for the initial analysis of an aeronautical project in the industry and, in the case of educational centers and the university, for the demonstration and the teaching of the use design tool, in which the axial loading on the propellers was increased, creating new models. For this as theoretical or hypothetical loading was used, through the use of known mathematical or polynomial curves, and real loading, obtained in experiments with different propellers static tests. Specifically an aeronautical model composed of a wing/fuselage, within a twin pusher propeller configuration, in which the influence of the several models of propeller loading on the wing section loading is shown.

Keywords: propellers; panel methods; aerodynamics; aeronautics; fluid mechanics.

1. INTRODUÇÃO

O problema do cálculo do campo de velocidades induzido por uma hélice é de grande interesse tecnológico tanto da indústria aeronáutica quanto da indústria naval. Por este motivo tem-se desenvolvido vários trabalhos nessa área, que vão desde os estudos teóricos chegando aos estudos numéricos e experimentais.

Dentre os métodos numéricos, tem-se tanto os que tratam da hélice isoladamente quanto os que tratam da hélice em conjunto com outros corpos. Para que a segunda situação ocorra, tem-se que ser realizado o estudo numérico desses corpos dentro de um escoamento.

Far-se-á uso de um método numérico para simular os efeitos do escoamento sobre os corpos e a interação da hélice sobre esse escoamento e sobre o corpo em estudo.

Este trabalho refere-se a um destes métodos numéricos, que parte da aproximação do escoamento potencial incompressível, e é posto por alguns pesquisadores na classe dos Boundary Element Methods (BEM), tendo levado o nome de método da equação integral (“integral-equation method”) e também método das singularidades (“singularity method”), como descrito por Kinnas & Hsin (1994) e principalmente por Körner & Hirschel (1977).

Métodos de painéis forma um subconjunto destes métodos e são hoje utilizados como ferramenta comum pelas indústrias aeronáuticas do mundo inteiro. Eles são largamente usados para a predição das forças locais e globais sobre as asas e fuselagem ou ainda sobre a configuração inteira de aeronaves ou sobre corpos de geometria qualquer, imersos em escoamentos ditos ideais, ou seja, invíscidos e incompressíveis. Podem ser aplicados aos veículos terrestres e marinhos, como também na aerodinâmica em geral, nos problemas de fluxos em turbomáquinas nos casos onde os efeitos viscosos são de menor importância e em estudos biológicos do voo dos animais.

Tende-se a considerar os métodos de painéis uma técnica ultrapassada pelo fato de se tratar [basicamente] de escoamentos potenciais, mas são utilizados até os dias de hoje, nas mais variadas aplicações.

Mesmo com o surgimento de métodos mais avançados, os quais aceitam outros tipos de escoamentos ou contenham hipóteses mais abrangentes, alguns dos quais utilizam-se dos métodos de painéis como base aonde é sobrepostas considerações adicionais, mesmo assim o baixo custo, a flexibilidade e a exatidão dos métodos de painéis, juntamente com o seu uso nos vários tipos de hardwares (“grandes” (mainframes), mini e microcomputadores), torna estes métodos a escolha mais adequada para muitas aplicações aeronáuticas em escoamentos subsônicos e subcríticos (sem ondas de choque).

Todos os fatores acima mencionados mostram a importância e a atualidade dos métodos de painéis, o que justifica o seu estudo, melhoria e utilização.

Tem-se como objetivo neste trabalho elaborar e acrescentar ao programa de método de painéis original, que já contém uma simulação de hélice com carregamento constante, outras formas de carregamentos das hélices, tanto teóricas quanto reais.

Pretende-se com isso melhorar a abrangência do método de painéis denominado BAE, acrônimo de BAe (British Aerospace), derivado do programa MBB (Messerschmidt Bölkow & Blohm) panel method, fazendo com que se possa simular de forma mais realista a influência do carregamento de uma hélice sobre o corpo, e com isso possa ser feito um estudo comparativo entre os carregamentos e também se possa verificar o melhor desempenho do corpo com um determinado carregamento, eliminando perdas de rendimento já no projeto ou modificando o projeto original para uma situação de melhor desempenho.

Dividiu-se este trabalho da seguinte forma: No capítulo 2 será apresentada uma pequena revisão da literatura, inicialmente dos métodos de painéis, complementando o pouco que falta, e posteriormente da hélice, podendo ela estar simplificada ou não por um disco atuador, e seus carregamentos e interações com os outros elementos do corpo aerodinâmico. O capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos dos métodos de painéis e sobre a hélice e seu carregamento. No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos para um modelo aeronáutico exemplo com as formas de carregamentos da hélice elaboradas para este

trabalho. O capítulo 5 apresenta uma breve discussão dos resultados obtidos. Finalmente, tem-se o capítulo 6 com as conclusões deste trabalho.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Introdução

Far-se-á neste capítulo uma pequena relação dos trabalhos de revisão bibliográfica sobre os métodos de painéis, sendo que esta parte não é o objetivo principal da revisão da literatura, mas que por estar sendo utilizado um método de painéis, e por ser o trabalho a modificação do carregamento da hélice dentro do mesmo, faz-se necessária uma pequena explanação bibliográfica sobre estes métodos e a sua aplicação. Após isto irá ser feita uma relação dos trabalhos que tratam especificamente do carregamento da hélice e da interação da hélice com os outros elementos de uma aeronave, principalmente a composição asa/fuselagem, por meio de estudos numéricos. O estudo principal será feito sobre a interação da hélice na posição “pusher” com relação à asa (perfil de carregamento do coeficiente de pressão, C_p , sobre o aerofólio da seção em estudo).

2.2. Origens e desenvolvimento dos métodos de painéis

Nesta seção apresenta-se o processo de desenvolvimento dos métodos de painéis de uma forma simplificada, desde o seu surgimento, que seja teórico, até os dias de hoje, com base nos trabalhos apresentados em suas respectivas épocas, contando-se também com a análise de outros trabalhos de revisão bibliográfica elaborados anteriormente.

Foram Körner & Hirschel(1977), de todos os trabalhos pesquisados, os primeiros a apresentarem o agrupamento dos métodos de painéis até então existentes em tipos correlatos, conforme foram apresentados no Euromech Colloquium, onde se encontraram os maiores pesquisadores da área, com seus respectivos trabalhos. Mas como não se tem notícia que a maioria dos trabalhos apresentados foram publicados e como nem mesmo os anais do

Colloquium iriam ser publicados, pode-se dizer então que Kraus(1978) seja um dos primeiros autores a estabelecer um agrupamento dos tipos de métodos de painéis até o momento existentes e esclarecer de maneira concisa e relativamente completa as suas características. Posteriormente vários trabalhos apresentaram revisões desse tipo, dentre as quais pode-se incluir as realizadas por Hess(1985, 1990).

Katz & Plotkin(1991) fizeram uma revisão histórica resumida, onde foi-se colocados os trabalhos de desenvolvimento de métodos de painéis numa sequência cronológica e dividida em três gerações de desenvolvimento. Demonstra a formulação matemática e apresenta no final uma relação de métodos numéricos referentes aos capítulos do livro.

Verdério(1993) realizou uma boa compilação da revisão da literatura a qual teve acesso na época em que elaborou o seu trabalho, pois ainda não havia o acesso a bancos de dados completos, nacionais e/ou internacionais, com possibilidades de se conseguir até trabalhos (“papers”) completos via computador/rede (internet).

Sua revisão bibliográfica dividiu-se em três partes:

A primeira tratou do campo de velocidades da hélice, que será comentada posteriormente, na parte referente à hélice na atual dissertação.

A segunda tratou exclusivamente sobre os métodos de painéis, com o seu fundamento matemático, com o modo de discretização por superfícies de singularidades (fontes, dipólos e vórtices), as condições de fronteiras (Neumann e Dirichlet), e o modo de discretização, formulação e idealização das superfícies geométricas e das esteiras.

A terceira tratou da interação da asa com a esteira da hélice, mostrando as hipóteses e considerações referentes ao modelo físico, uma formulação para a interação da asa e esteira da hélice com o uso de problemas exemplos, o método numérico e a solução dos modelos matemáticos desenvolvidos.

Apesar de ter ficado muito preso aos artigos pesquisados, uma vez que seu trabalho mostra-se mais teórico, conseguiu demonstrar bons resultados na comparação do método numérico utilizado e os métodos teóricos e experimentais de outros pesquisadores.

E para encerrar, Martins(1997) foi o que melhor sintetizou a parte que trata dos métodos de painéis, elaborando uma ampla e completa revisão bibliográfica, ordenada e bem escrita. Pode-se dizer que esta dissertação passa a servir como uma obra de referência em língua portuguesa, no momento, com relação aos métodos de painéis.

Na parte referente à revisão bibliográfica realizou um apanhado detalhado sobre os métodos de painéis, começando pelos fundamentos do escoamento potencial, pelas características gerais dos métodos de painéis e a sua aplicação em configurações aeronáuticas.

Descreveu as origens e evolução dos métodos de painéis, fazendo referência a diversos trabalhos realizados após o surgimento do computador. Nesta parte tem-se a divisão dos métodos em gerações, desde a parte inicial de formulação dos métodos até as que demonstram a complexidade dos métodos e a expansão da utilização dos mesmos.

Apresenta os aspectos particulares aos métodos de painéis, tanto com relação às condições de contorno, que são as condições de Neumann e de Dirichlet, quanto ao meio de formulação do método, que ele dividiu por categorias, as quais são: fontes superficiais, dipólos sob condição de Dirichlet e dipólos sob condição de Neumann. Mostra as pesquisas para se sofisticar a discretização geométrica e de singularidades, comenta a condição de Kutta e a modelagem por esteiras de vorticidade, onde geralmente são aplicados nas situações em que ocorre sustentação ou circulação.

Implementou também um método de painéis, validando-o segundo técnicas elaboradas e utilizadas por outros pesquisadores, tanto para circulação nula através de formas geométricas como esfera, elipsóide com três eixos de dimensões distintas, elipsóide de revolução e um conjunto ogiva-cilindro, quanto para os casos em que a circulação não era nula, por meio de asas tipo RAE modelo wing A, asa em duplo delta, asas anulares. Valida-o também quanto às forças sobre asas trapezoidais, enflechadas e delta, bem como a variação das forças com o refinamento da discretização e com o ângulo de ataque. Finalizando, elabora uma discussão dos resultados de validação para os casos acima expostos por meio de testes.

Encerra o seu trabalho com um estudo de aplicação, que foi a modificação de uma aeronave leve anfíbia, isto é, que pode descer em uma lâmina d'água e também em uma pista normal de aterrissagem.

Completando a parte da revisão bibliográfica sobre os métodos de painéis, tornando até este momento a mais completa devido aos autores precedentes, precisa-se resgatar a história dos pioneiros nas pesquisas sobre estes métodos, mostrando que a base matemática e numérica já estava formada quando surgiram as ferramentas necessárias para a sua utilização, o que não foi relatado em nenhuma das revisões anteriores dos autores acima citados. Dividir-se-á este resgate histórico em quatro partes como será mostrado mais adiante.

Para tanto far-se-á a apresentação da divisão realizada no Euromech Colloquium number 75 e relatada por Körner & Hirschel(1977). Esta divisão foi feita seguindo a programação do Colloquium que foi realizado em quatro dias, sendo portanto dividido em quatro sessões de diferentes tamanhos que foram “Métodos de Painéis Superficiais de Primeira Ordem”, “Métodos de Painéis Superficiais de Ordem Superior”, “Métodos de Painéis de Superfície Mediana e Métodos de Malhas” e “Métodos de Painéis de Campo”, como será visto a seguir.

2.2.1. Histórico das origens dos métodos de painéis

Baseando-se em Körner & Hirschel(1977), a idéia de se fazer uma distribuição de singularidades em uma superfície foi usada primeiramente por Lotz em seu artigo de 1931 e posteriormente por Vandrey em seu artigo de 1937, mas estes métodos não obtiveram sucesso, pois o cálculo era por demais trabalhoso ao ser feito à mão e os computadores digitais não estavam disponíveis na época, neste caso ter-se-ia um método de painéis superficiais de primeira ordem ou ordem reduzida com o uso de fontes como singularidade.

Caso tivessem usado uma distribuição de dipólos ou de vórtices o problema estaria bem conduzido se o fluxo interno fosse considerado ser nulo, sendo que esta condição já tinha sido aplicada por Prager em seu trabalho de 1928 e por Martensen em seu trabalho de 1959, neste caso estar-se-ia em um método de ordem superior ou ordem elevada.

Tem-se também o caso em que a distribuição de singularidades é localizada na corda ou na superfície mediana da asa e como uma primeira aproximação, as condições de contorno também são satisfeitas pela superfície mediana. A discretização mais freqüentemente usada é a técnica de malha de vórtices. Uma aproximação inicial tinha sido descrita por Falkner em seu trabalho de 1943, mas o primeiro método largamente utilizado foi desenvolvido por Rubbert em seu trabalho de 1962.

Finalmente tem-se também um nova categoria de métodos que foram chamados de métodos de campo onde estes métodos tratam com equações de fluxo não lineares e a rede de painéis cobre inteiramente o campo do fluxo. Seguindo uma idéia do trabalho de Oswatitsch de 1950, um fluxo não linear plano, que seja governado por uma equação de Poisson, pode ser tratado como um fluxo incompressível no qual é sobreposto um fluxo criado por fontes de compressibilidade, resultando em um campo de fluxo cujo comprimento é equivalente ao termo do lado direito da equação de Poisson.

Entretanto parece que esta última categoria não foi adiante, seja por ter pouco em comum com os métodos anteriores, seja talvez por sua complexidade, principalmente para casos tridimensionais.

2.3. A hélice - carregamento e interações

Em princípio, o estudo da hélice deu-se isoladamente, com os cálculos das velocidades e dos efeitos de campo sobre um espaço, uma vez que ainda estava acoplada ao estudo conjunto(modelagem matemática) com o eletromagnetismo(o estudo das hélices deveu-se a uma derivação do estudo que se fazia para simular as forças de campos elétricas e/ou magnéticas). Somente após alguns trabalhos é que se começou a fazer a introdução do cálculo da velocidade devido ao carregamento da hélice em métodos numéricos que tinham por objetivo realizar uma simulação do carregamento aerodinâmico da hélice e seus efeitos sobre corpos.

Dentre os trabalhos iniciais mais recentes sobre o modo de carregamento da hélice, tratada isoladamente, pode-se relatar o de Greenberg & Powers(1970), como sendo os pesquisadores que retornaram o estudo da hélice na década de setenta, baseando-se nos

estudos da teoria não clássica da hélice e nos modelos matemáticos sofisticados, nos testes de performance e nos estudos de visualização de fluxo.

Seu modelo estava baseado no caso da hélice com número de pás infinito em contraste com os estudos antecessores na década anterior. Portanto retornava-se o estudo do disco atuador, que veio a se firmar como o mais simples e preciso numericamente, principalmente com relação às informações tanto qualitativas quanto quantitativas do campo de fluxo, particularmente quanto ao fluxo externo à esteira da hélice.

O carregamento não era linear e concentrou-se os esforços para o caso de uma distribuição não uniforme de circulação com a aproximação por um modelo de distribuição constante de circulação por estações, isto é, dividiu-se a hélice em partes. Com isto conseguiu-se melhorar a parte física do problema e obter um significativo aperfeiçoamento na análise numérica.

O trabalho de Greenberg & Powers(1970) é tão significativo que apareceu mais tarde nos trabalhos de Verdério(1993) e Conway(1995) que serão analisados posteriormente.

Já no início desta década, Dang(1990) mostra em seu trabalho um método, que mesmo não se podendo dizer que seja inteiramente potencial, vale ressaltá-lo, pois é uma técnica aplicada em muitos métodos de painéis potenciais.

Por meio de uma modelagem analítica/computacional para descrever a predição dos efeitos de interação hélice/aeronave, Dang modela a hélice como um disco atuador e ao mesmo tempo divide o fluxo em duas regiões potenciais com diferentes condições de estagnação, separadas por uma camada de vórtices localizada no disco atuador e outra camada de vórtices localizada na esteira da hélice.

Inicialmente mostra-se o porque de se estudar a eficiência da configuração de montagem hélice/aeronave. Pois se o modelo ultra-high-bypass (UHB) é mais eficiente que os modelos de propulsão de aeronaves atualmente em serviço, isto pode não ser verdadeiro com uma montagem errada na configuração hélice/aeronave. Mostra também porque fez a divisão do fluxo em duas regiões potenciais com diferentes condições de estagnação, indicando estudos precedentes de outros autores.

Discute a modelagem da hélice por um disco atuador em um fluxo potencial e de multienergia, demonstra a teoria utilizada por ele tanto na discretização do fluxo em cada região potencial como também dentro da esteira da hélice e na linha de divisão entre cada região, pois cada célula desta região estará sendo influenciada por ambas as condições de cada uma das regiões adjacentes, tendo portanto que se encontrar uma condição de valor médio para esta célula.

Finalmente apresenta os resultados em relação a diversas situações e compara com os resultados de outros métodos de cálculos (numéricos) e com dados experimentais.

Cooper et al.(1992) apresenta o estudo de uma hélice sobre uma asa, onde se foi realizado um estudo numérico e experimental. O objetivo era melhorar a compreensão da interação entre a hélice e a asa.

O método numérico e os experimentos mostraram que houve um aumento na sustentação e uma redução no arrasto para algumas das várias posições em que foi posta hélice sobre a asa, sendo que o máximo aumento do coeficiente de sustentação ocorreu com a hélice situada na posição acima do bordo de fuga da asa e a máxima redução do coeficiente de arrasto foi obtida com a hélice entre 40% e 60% da corda, dependendo do ângulo de ataque (incidência da asa).

Os resultados obtidos influenciaram a colocação de mais uma posição da hélice para estudo no presente trabalho que é a posição acima do bordo de fuga da asa, pois esta posição ainda não havia sido analisada pelo método dos painéis com carregamento constante.

O método de painéis utilizado foi o programa SPARV (Source Panel And Ring Vortex) da British Aerospace. Mesmo com o programa SPARV que foi utilizado apresentar um modelo de hélice para ser realizado o cálculo da interação com a aeronave, Cooper et. al. utilizaram-se da aproximação por uma nacele com controle frontal para a determinação do fluxo de massa que estava envolvido no fenômeno.

Catalano & Stollery(1993) fazem um estudo teórico e experimental para investigar os efeitos de uma hélice pusher com alto empuxo nas características aerodinâmicas de uma asa bidimensional de grande alongamento.

O grande mérito deste trabalho deve-se ao fato de se ter inserido o cálculo da viscosidade no método computacional bidimensional e compará-lo com os resultados obtidos experimentalmente.

Um programa viscoso do tipo semi-inverso, ao qual um cálculo invíscido direto é acoplado a um cálculo inverso da camada limite, é utilizado para a parte do fluxo interna à camada limite. Para simplificar os cálculos, o fluxo invíscido externo à camada limite é assumido ser incompressível e irrotacional, sendo que ele pode descrito pela solução da equação de Laplace, que é obtida por meio de um método de superfícies de singularidades.

O programa no geral ainda inclui as velocidades do fluxo de entrada e foi desenvolvido para estimar os efeitos da hélice na asa.

Mostrou-se que a sucção do fluxo de entrada da hélice afeta uma larga parte da asa e é claramente dependente da posição relativa asa/hélice. Notou-se também que há um aumento na sustentação e no arrasto de fricção, mas há uma diminuição no arrasto de pressão devido ao retardamento da separação turbulenta.

Por sua vez, Catalano & Maunsell(1997) fazem uma análise numérica e experimental para investigar o efeito mútuo entre uma hélice pusher e uma combinação asa/fuselagem. A parte experimental é composta de dois modelos diferentes: um meio modelo que era formado por fuselagem, asa e hélice pusher e outro modelo como sendo uma asa bidimensional com hélice à jusante.

A análise numérica consiste da aplicação da teoria clássica da hélice para o método dos painéis tridimensional com a predição dos efeitos de uma hélice pusher em uma combinação asa/fuselagem e um método dos painéis bidimensional que inclui o cálculo da camada limite.

Quanto ao método dos painéis bidimensional utilizado, é o mesmo método relatado no trabalho que Catalano & Stollery(1993) apresentaram e que já foi discutido acima.

Concluiu-se que houve um acréscimo da sustentação, do arrasto de pressão, do momento de arfagem e um retardamento da separação turbulenta. Os efeitos da hélice foram mais intensos na parte traseira da asa, mas também pode ser estendido para a parte dianteira

da asa pela mudança do ângulo do fluxo ascendente (upwash). Verificou-se também que para posições da hélice acima da asa (do nível da corda do perfil da asa) conseguiu-se melhores resultados.

Deve-se a este trabalho o fato de se ter realizado esta dissertação, pois foi uma das propostas de trabalhos futuros que induziu a modificação do presente programa computacional de métodos de painéis tridimensional quanto ao carregamento da hélice, podendo-se com isso ter uma melhor simulação de um carregamento mais real da hélice ou o estudo de carregamentos teóricos da hélice.

Já Conway(1995) é o pesquisador que na atualidade mais se dedica ao estudo teórico-analítico e numérico da hélice isoladamente, no que se refere ao seu carregamento, tanto para casos lineares quanto para casos não lineares, que é o objeto de estudo tratado em seu segundo trabalho, Conway(1998).

Ambos os trabalhos são extensos e de grande abrangência quanto ao carregamento da hélice. Sendo exposto um bom embasamento teórico para que se entenda o que foi feito e demonstra didaticamente a elaboração das modificações com relação à teoria clássica dos seus trabalhos.

Para o trabalho que Conway(1995) realizou para uma solução analítica de um disco atuador com uma distribuição de carregamento radial variável, faz-se referência a diversos autores que elaboraram teorias e realizaram modelos matemáticos para a solução do problema de se calcular o campo de velocidade induzido por uma hélice.

Dentre os autores citados na introdução tem-se o trabalho de Strash et al.(1990), que realizaram um código computacional para o programa VSAERO da Analytical Methods Incorporation (AMI), considerado um método típico em que se utilizam os efeitos de compressibilidade por meio de correções do tipo de Göthert-Prandtl-Glauert, ou quando utilizado em aplicações hidronáuticas simplesmente se negligencia os efeitos de compressibilidade, devido ao fato das velocidades do fluxo serem sempre muito pequenas com relação à alta velocidade do som na água (1531 m/s).

Cita também o trabalho de Clark & Valarezo(1990), que resolve o problema da interação hélice/aeronave usando um método de painéis para o fluxo da hélice isoladamente,

em um sistema de coordenada fixado na pá da hélice, para se obter a perturbação média no tempo sobre o fluxo livre, encontrado no cálculo adicional de um painel no sistema de coordenadas fixado no veículo, sendo que isto já foi comentado na análise do trabalho elaborado por Dang(1990) como um modo rotineiro, mas trabalhoso e que não pode ser utilizado para elaboração inicial de um projeto, pois se necessita do conhecimento prévio do formato da hélice e suas partes (pá, torção das pás, eixo, carregamento da hélice, etc.).

Portanto uma solução analítica para um carregamento radial pode ser incorporada a um método integral combinando todas as vantagens dos métodos expostos pelos autores citados, alinhado a uma enorme simplicidade, explicando ser esta a intenção do seu artigo ao apresentar uma solução derivada do método de análise clássica.

Relata que Hough & Ordway(1965) deram a solução analítica para o campo de velocidade induzido por um disco atuador com distribuição de carregamento radial linearizado, como construíram, por superposição, a solução para a distribuição de carregamento radial qualquer como integrais da solução do carregamento constante. Entretanto, considera estas integrais suficientemente complexas para que se possa utilizá-las em um processo de integração numérica.

Apresenta um modelo teórico de um método baseado na construção dos campos potenciais e de velocidades induzidas por um anel de vórtices como integrais sobre os valores admissíveis das constantes que fazem a separação das auto-soluções da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas. As soluções dos anéis de vórtices são então combinadas para dar as soluções, para o disco atuador com carregamentos constante e qualquer, como integrais duplas e triplas respectivamente das auto-soluções. As integrações axiais podem ser realizadas imediatamente e a solução para o disco com carregamento constante é então completada pela integração sobre os valores das constantes que fazem a separação.

Para a presente dissertação, esta sendo utilizado o equacionamento analítico efetuado para a distribuição de carregamento radial elíptico da hélice na elaboração de uma parte da modificação do programa computacional de métodos de painéis.

Aqui vale ressaltar que a influência de Greenberg & Powers(1970) é no modo de apresentação dos resultados, com gráficos mostrando o acréscimo de velocidade devido ao disco atuador ao longo dos eixos axial e radial do disco atuador e das linhas de corrente de

perturbação do campo de fluxo, o que também foi feito no trabalho elaborado por Hough & Ordway(1965).

Com relação ao trabalho que Conway(1998) realizou para a solução exata de um disco atuador com forte carregamento não uniforme e com contração da esteira, tem-se um pequeno resgate das origens dos estudos da hélice por meio da citação dos trabalhos que Rankine elaborou em 1865 e do trabalho de Froude publicado em 1889.

Após relatar o seu trabalho anterior, Conway(1995), o autor esclarece o propósito do artigo, que é o de estender o estudo do método anterior para um disco atuador não linear generalizado, sujeito a uma importante restrição que é a da densidade do vórtice permanecer limitada na esteira.

Soluções semi-analíticas são apresentadas para o disco atuador não linearizado e um procedimento de solução iterativa aplicável a todas as distribuições de carregamento com gradiente radial colado é demonstrado. Entretanto soluções completas foram obtidas para o disco linearizado em termos das integrais elípticas, as soluções não lineares são essencialmente integrais unidimensionais de forma similar as integrais elípticas, que são avaliadas numericamente por meio de rotinas prontas em FORTRAN (Formula translator).

Apresenta as equações que governam o disco atuador não linearizado, mostra o caso de uma hélice contra-rotativa com a influência da vorticidade azimutal da esteira, sendo que é encontrada por meio dos vórtices esféricos de Hill e pela família de vórtices estáveis explorada por Fraenkel e por Norbury.

Qin et al.(1998) utiliza-se de um método de painéis para os cálculos numéricos de seu estudo de uma hélice interagindo com uma asa, sendo que é uma modelagem de hélice na posição tratora (tractor), isto é, na posição de tração em relação à asa.

O interessante deste trabalho é o uso do processo de cálculo da interação hélice/asa por meio do estudo em separado dos painéis da asa sem a hélice, dos vórtices da esteira da hélice sem a asa e depois acoplá-los para se ter o vetor resultante final, como mencionado e realizado por Dang(1990) em seu trabalho.

Para começar, Qin et al.(1998) modela a hélice repartindo-a em painéis por meio de um método de malha de vórtices (vortex lattice method) que utiliza a teoria da linha sustentadora (lifting line theory) para quando a razão de alongamento da pá da hélice é superior a 6 (seis). Para quando se tem uma razão de alongamento da pá da hélice inferior a 6 (seis) a teoria da superfície sustentadora é a adotada sem se utilizar o método de malha de vórtices.

Inicialmente é feito o cálculo do fluxo devido à esteira da hélice isoladamente. Faz-se em seguida o cálculo das forças aerodinâmicas da aeronave sem a hélice, para na seqüência ser feito o cálculo da interferência entre a esteira da hélice e do fluxo ao redor da aeronave. Esta interação entre esteira da hélice e a aeronave é feita dentro do sistema de coordenadas da hélice.

Já para a interferência da aeronave na esteira da hélice é feita dentro do sistema de coordenadas da aeronave. Demonstra um diagrama de fluxo que é seguido para se realizar este cálculo. Segundo os autores, precisou-se de cinco iterações para se conseguir a convergência da solução.

Finalizando, tem-se os resultados onde são mostradas tanto as saídas do programa que trata de cada uma das partes, isto é, para a hélice, a asa, etc. isoladamente, quanto às saídas finais para o conjunto hélice/aeronave para dois exemplos numéricos.

Não se tem somente hélices na posição “pusher”, que é, aliás, a posição menos utilizada até o momento para aeronaves de pequeno porte. Como exemplo de hélice na posição mais comum, que é a posição tratora (“tractor”), tem-se o trabalho de Fratello et al.(1991), que faz uma investigação por meio de uma análise numérica e experimental da interação entre uma hélice e uma asa fixa.

Deve-se este estudo devido ao advento das hélices de alto desempenho (alta eficiência) como alternativa propulsiva para os aviões no futuro. Portanto torna-se necessário saber a natureza da esteira e sua interferência com os componentes da aeronave sob várias condições de operação.

A investigação experimental é conduzida em uma configuração hélice/asa com nacele, sob a ação de baixas velocidades. Testes da performance da hélice, da nacele e da

asa, na influência recíproca de cada elemento na configuração em geral dentro de um túnel de vento. A influência dos vórtices da esteira da hélice na aerodinâmica da asa bem como as modificações induzidas, pela presença da asa, nos coeficientes de torque e empuxo da hélice são medidos e discutidos.

A análise computacional é baseada em um método de linha sustentadora para a modelagem das pás da hélice e uma análise de esteira livre para a hélice associada com um método de painéis para a asa. O cálculo da eficiência é checado por comparação com a distribuição de pressão medida na asa.

E como anteriormente mencionado na parte referente aos métodos de painéis, Verdério(1993) realizou, no que tange ao estudo do campo de velocidades da hélice, um trabalho que representa a modelagem da interação de uma hélice tratora (tractor) sobre uma aeronave, onde se tem a modelagem matemática para esta configuração.

Demonstra a utilização do sistema de vórtices para simular a hélice, tanto a sua velocidade axial quanto a sua velocidade angular. Descreve o campo de velocidade resultante devido às componentes geradas pelo sistema de vórtices e comenta duas condições de operação da hélice. Analisa o campo de velocidades de um jato, devido às semelhanças que há na formulação da teoria das hélices e dos jatos, e tece considerações sobre o modelo utilizado.

Para finalizar, podemos apenas citar os trabalhos de Chen & Williams(1991) que mostra a aplicação de um método de painéis para o estudo de hélices contra-rotativas em um fluxo incompressível e irrotacional.

Para isso desenvolveu um método de panelamento de superfícies por meio de fontes e dipólos sob o domínio do tempo, podendo assim analisar carregamentos instáveis atuantes sobre as hélices. Descreve um esquema para o tratamento do problema da interação da esteira das pás e demonstra alguns resultados para hélices únicas rotativas para comparação com as teorias alternativas e experimentais.

Finalizam o seu trabalho apresentando resultados para carregamentos quase estáveis e altamente instáveis para sistemas contra-rotativos.

Por sua vez Chen(1995) apresenta em seu trabalho um método de painéis de base potencial para a análise de hélices hidrodinamicamente instáveis, tendo por finalidade prever a performance de uma hélice sujeita a um fluxo de entrada espacial não uniforme.

Para satisfazer a condição de Kutta no bordo de fuga da pá da hélice, uma condição de pressão não linear, juntamente com a condição linear de Kutta, foram implementados em cada passo por uma interação, o qual acentua a precisão da distribuição de pressão sobre a superfície da pá.

Apresentou-se alguns dos resultados computacionais obtidos com o método elaborado, os quais foram bastante satisfatórios com relação as hipóteses assumidas.

Pyo & Kinnas(1997) utiliza-se em seu trabalho de um método de painéis de ordem superior que foi acrescido de um algoritmo para a predição das esteiras de vórtices tridimensionais das hélices.

O método de painéis combina painéis de geometrias hiperbolóides com uma distribuição de dipólos biquadrática sendo usado para as regiões envolventes do modelo acurado. Para as distribuições de circulação radial dadas, a predição das formas das esteiras demonstram-se ser convergentes e consistentes com as formas preditas por outros métodos de cálculos. Para que pudesse ser feita a previsão das esteiras de vórtices, um aramado adaptado ao fluxo é desenvolvido previamente e o algoritmo da esteira tridimensional envolvente são combinados para estimar a interação da esteira com o carregamento da hélice. A geometria completa da esteira é determinada pelo método sem a necessidade de qualquer informação experimental da forma da esteira.

A predição das forças e a trajetória do vórtice da ponta das hélices são mostradas para que se possa comparar com as medições feitas nos experimentos.

Chiocchia & Pignataro(1995) demonstra as formas de influência das hélices na performance da asa, principalmente o arrasto induzido.

Faz-se uso do conceito da linha sustentadora sob a admissão de um fluido invíscido e incompressível em movimento quase estável na análise da interação aerodinâmica entre uma asa e um par de hélices na configuração tratora. Isto resulta que o incremento da sustentação

e a possível redução do arrasto dependem fortemente da direção de rotação da pá e da distância da hélice em relação à asa, e resulta também de dois efeitos principais: a indução direta da hélice na asa e a modificação da distribuição de sustentação ao longo da envergadura. Uma contribuição adicional não linear afeta o arrasto, mas tem a sua influência negligenciada somente na sustentação.

O modelo descrito permite avaliar separadamente todos estes efeitos e ajuda na compreensão da influência destes na modificação global da performance da asa.

Veldhuis(1995) formula e discute um método de cálculo aproximado e rápido para se achar a distribuição ótima de sustentação de uma configuração asa/hélice.

Alguns estudos numéricos, executado em conjunto com um programa computacional contendo o método codificado, revelam os benefícios substanciais que podem ser obtidos pela adaptação da geometria da asa e de sua torção para gerar uma distribuição ótima de sustentação. Os exemplos de cálculo mostram que a distribuição de sustentação para o mínimo arrasto induzido difere significativamente com relação à distribuição devido ao carregamento elíptico (que é suposta ainda ser, teoricamente, a distribuição de carregamento resultante no menor arrasto induzido).

O ângulo de ataque da hélice tem uma influência dominante na performance da asa. Montando a hélice em um ângulo negativo (inclinada para baixo) com referência a asa, obtém-se uma redução drástica do arrasto induzido por sobre toda a asa. A eficiência da asa demonstra ser altamente dependente da posição da hélice com relação à semi-envergadura. Para se produzir uma distribuição de sustentação realista o efeito do arrasto de perfil é incorporado ao modelo.

Verificações experimentais da presente teoria usando dados obtidos de um modelo asa/hélice em túnel de vento prova a validade do método para os propósitos de um projeto preliminar.

3. TEORIA

3.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é o de demonstrar a teoria envolvida no estudo numérico da interação entre a hélice e um modelo asa/fuselagem. Conforme se comentou nos capítulos anteriores, este trabalho baseia-se no uso de uma hélice na posição “pusher”, onde se efetua a variação do carregamento axial da hélice para que se possa verificar a sua influência sobre o carregamento de C_p no perfil da asa, em algumas estações, perante várias posições da hélice em relação à configuração asa/fuselagem.

3.2. Fundamentos teóricos

3.2.1 O métodos de painéis

Apresenta-se a seguir o equacionamento formulado por Martins(1997) para um método de painéis genérico, de uma forma simplificada e adaptada ao método utilizado neste trabalho, para uma melhor compreensão das modificações que serão realizadas e do estudo a que se propõe este trabalho. Tendo-se portanto o início da formulação teórica sobre o método, que logo será seguida pelas outras formulações que envolvem o trabalho(hélice, cálculo das forças, etc.).

O ponto de partida para um estudo teórico e o equacionamento de um fenômeno é a formulação das hipóteses em que se estará trabalhando com esse fenômeno. Portanto pode-se iniciar a formulação teórica dos métodos de painéis da seguinte forma:

Segundo o que foi apresentado, por exemplo, por Morino (1985) e por Katz & Plotkin (1991), o que define um escoamento potencial pode ser estabelecido a partir das seguintes hipóteses:

- i) O fluido é invíscido, isto é, não possui viscosidade, sendo considerado portanto um fluido ideal.
- ii) O escoamento é subcrítico, isto é, não apresenta ondas de choque que possa representar descontinuidades em pressão e velocidade; apesar do escoamento potencial poder conter ondas de choque.
- iii) O escoamento é inicialmente irrotacional, isto é, $\xi(0) = 0$.

Considerar-se também as seguintes hipóteses adicionais, mas necessárias ao tratamento teórico deste trabalho:

- iv) O escoamento é permanente e invariante com o tempo.
- v) O escoamento é incompressível, isto é, $M = 0$ (para alguns fluidos pode-se considerar $M \cong 0$).

O Teorema de Kelvin demonstra que a vorticidade num escoamento é constante com o tempo, isto é, $\partial\xi/\partial t = 0$; implicando, se consideradas as hipóteses restritivas acima, que o campo de velocidades do escoamento seria irrotacional em qualquer instante de tempo considerado, isto é, $\xi(t) = 0$.

Agora, aplicando o operador rotacional ($\nabla \times$), o gradiente de um campo escalar s é sempre irrotacional, isto é, $\nabla \times (\nabla s) = 0$. Considerando-se o inverso, um campo vetorial irrotacional pode ser representado pelo gradiente de um campo escalar. Assim sendo, o campo de velocidades de um escoamento que satisfaça as hipóteses (i), (ii) e (iii) acima pode ser representado pelo gradiente de uma função escalar Φ , que é denominada potencial de velocidade. Então o campo de velocidades pode ser expresso por:

$$\vec{V} = \nabla \Phi \quad (1)$$

Ou em coordenadas cartesianas para o caso tridimensional, ou seja, no espaço R^3 , pode-se escrever:

$$\vec{V} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{k} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (1a)$$

A equação da conservação de massa para o escoamento de um fluido newtoniano, isto é, um fluido no qual a tensão de cisalhamento seja diretamente proporcional à taxa de deformação, pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \vec{V}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right] = 0 \quad (2)$$

Aplicando a hipótese (v), pode-se reescrever a eq. (2) como:

$$\nabla \bullet \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Substituindo-se a eq. (1) na eq. (3), pode-se representar a conservação de massa em termos do potencial Φ como se segue:

$$\nabla \bullet (\nabla \Phi) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4a)$$

ou

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (4b)$$

A eq. (4b) é conhecida como equação de Laplace, sendo que a solução desta equação diferencial linear permite que se obtenha Φ e conseqüentemente o vetor velocidade em qualquer ponto do escoamento.

Agora considerando o teorema da unicidade apresentado por Hunt (1978) onde o potencial Φ seja definido em um domínio tridimensional Ω , pode-se garantir que o potencial Φ sobre o domínio Ω será único se satisfazer uma das seguintes condições de contorno:

a) os valores de Φ sejam definidos em toda a superfície S_Ω , que é conhecida como a condição de contorno de Dirichlet.

b) os valores de $\nabla\Phi \cdot \hat{n}$ sejam definidos em toda a superfície S_Ω , que é conhecida como a condição de contorno de Neumann, onde $\hat{n}$ é o versor normal à superfície do corpo, apontando em direção ao domínio do escoamento.

Nota-se que para a condição de contorno de Neumann pode-se ter duas ou mais soluções da eq. (4b) diferentes apenas por uma constante, o que não prejudica a obtenção do campo de velocidades $\nabla\Phi$.

Portanto, se uma solução for obtida para Φ na eq. (4b) e ao mesmo tempo satisfazer a condição (a) ou (b), essa solução será única.

Considerando S_Ω como a superfície total do domínio Ω , ou seja, S_Ω englobaria tanto a superfície S dos corpos envoltos pelo escoamento de interesse como uma superfície S_∞ a uma certa distância do corpo, de modo que S_Ω seria a união das superfícies do corpo e a superfície longe do corpo, $S_\Omega = \{S \cup S_\infty\}$, envolvendo assim todo o escoamento, ver FIGURA 1. Caso se tenha um escoamento não limitado, S_∞ é uma superfície qualquer a uma distância infinita desse corpo no escoamento.

FIGURA 1 - Representação de um corpo em um escoamento potencial.

Na superfície S dos corpos envoltos pelo escoamento, tem-se como condição de contorno que a componente da velocidade na direção normal a S seja uma distribuição conhecida que será denominada de V_N . Conforme a condição de Neumann, pode-se expressar a condição de contorno da seguinte forma:

$$\vec{V} \cdot \hat{n} = \nabla \Phi \cdot \hat{n} = V_N \quad (5)$$

De maneira geral, os corpos nos escoamentos possuem superfícies sólidas e impermeáveis, implicando que a velocidade normal à mesma seja nula ($V_N = 0$) em todos os seus pontos, o que é definido como a condição de não penetração do escoamento. Mas pode-se também ter uma permeabilidade na superfície S , como uma entrada de ar do sistema de propulsão de uma aeronave ou o sistema de refrigeração de um automóvel, o que seria o caso de impor uma distribuição não nula ($V_N \neq 0$).

Estando-se em uma situação de escoamento limitado e a superfície S_∞ sendo uma fronteira real e sólida, vale a aplicação da mesma condição da eq. (5). Caso se esteja em uma situação de escoamento não limitado então a superfície S_∞ estará infinitamente distante ou poderá até mesmo não existir, então para definir-se a condição de contorno, utiliza-se a linearidade da eq. (4) e aplica-se uma combinação linear de duas soluções para a solução da equação, expressando o potencial do escoamento como a soma de dois potenciais distintos:

- O potencial de perturbação, ϕ , devido à presença do(s) corpo(s) envolvido(s) no escoamento.
- O potencial do escoamento livre, Φ_∞ , que independe dessa presença.

Pode-se escrever o potencial de um escoamento, Φ , como:

$$\Phi = \phi + \Phi_\infty \quad (6)$$

Por meio de medições experimentais, tem-se que a velocidade induzida num ponto determinado do domínio pela presença do corpo diminui à medida que este ponto se distancia do corpo, tendendo a zero quando esta distância tende ao infinito. Levando-se em consideração a eq. (6), pode-se expressar a condição de contorno sobre a superfície do domínio S_∞ quando esta a uma distância infinita, pela seguinte equação:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\nabla \Phi) = \vec{0} \quad (7)$$

Onde se tem que r é a distância entre o ponto considerado da superfície do domínio e qualquer ponto da superfície do(s) corpo(s).

Para a obtenção do potencial de velocidade Φ para um escoamento ao redor de corpos limitados por superfícies sólidas, precisa-se resolver a eq. (4a) sob à condição de contorno expressa pela eq. (5) e levada em conta a eq. (7).

Tendo-se então obtido o potencial Φ , através da eq. (1) pode-se obter o campo de velocidades do escoamento. O campo de pressões correspondente ao respectivo campo de velocidades pode ser calculado pela eq. (1) sob às condições do escoamento potencial permanente, dando-se assim a Equação de Bernoulli:

$$\nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V^2 + gZ \right) = \vec{0} \quad (8)$$

Com a ajuda do tratado sobre fundamentos da teoria potencial feito por Kellogg(1929), aonde ele apresenta um processo em que relaciona o valor do potencial num ponto genérico no espaço àqueles de Φ e $\nabla \Phi$ sobre a superfície do(s) corpo(s) envolvido(s) pelo escoamento.

Do Teorema da Divergência pode-se estabelecer a identidade que envolve um campo vetorial $\mathbf{q}$, definido em um domínio tridimensional Ω delimitado por uma superfície S_Ω , como:

$$\iiint_{\Omega} (\nabla \cdot \vec{q}) d\Omega = \iint_{S_\Omega} -(\vec{q} \cdot \hat{n}) dS_\Omega \quad (9)$$

Onde $\hat{n}$ é o versor normal à superfície S_Ω , que neste caso esta apontando para o lado interno do domínio Ω .

Conforme Hunt(1978) e/ou Kellogg(1929), substituindo o valor de $\vec{q}$ por $\vec{G} = A \nabla B - B \nabla A$ na eq. (9) acima, obtém-se o teorema da segunda identidade de Green, onde A e B são funções escalares contínuas definidas sobre o domínio Ω . Portanto:

$$\iiint_{\Omega} (A \nabla^2 B - B \nabla^2 A) d\Omega = \iint_{S_{\Omega}} (A \nabla B - B \nabla A) \bullet \hat{n} dS_{\Omega} \quad (10)$$

Supondo-se agora que a função A assuma arbitrariamente o valor Φ , isto é, $A = \Phi$, onde Φ é o potencial de velocidade sobre Ω e assume-se a hipótese de que esse potencial seja uma solução da Equação de Laplace no domínio Ω , ou seja, $\nabla^2 \Phi = 0$.

Dado um ponto P fixo no espaço e um ponto $Q \in \Omega$ e centrado no elemento de volume $d\Omega$ da eq. (10) e portanto variável na integração. Supondo r a distância entre P e Q, assumindo $B = (1/r)$ e substituindo A e B na eq. (10), tem-se:

$$\iiint_{\Omega} \Phi \nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) d\Omega = \iint_{S_{\Omega}} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \bullet \hat{n} dS_{\Omega} \quad (11)$$

As integrais da eq. (11) devem ser executadas excluindo-se o ponto P do domínio de integração Ω , pois se $P \rightarrow Q$, $(1/r) \rightarrow \infty$, o que resultaria em uma descontinuidade. Com isto considera-se simplifcadamente os seguintes casos estudados por Hunt(1978):

I - P exterior ao domínio Ω ($P \notin \Omega$). Como P e Q nunca serão coincidentes tem-se sem exceção que $\nabla^2(1/r) = 0$, fazendo com que o lado esquerdo da eq. (11) se anule, resultando em:

$$0 = \iint_{S_{\Omega}} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \bullet \hat{n} dS_{\Omega} \quad (12)$$

Agora supondo dois casos conjuntamente, que podem ser tratados ao mesmo tempo, pois o que diferencia um caso do outro é o fato do ponto P estar sobre a superfície S_{Ω} em um e interno ao corpo no outro.

II - P interior ao domínio Ω ($P \in \Omega$) e/ou sobre a superfície S_Ω , o que pode ocasionar a coincidência de P e Q em um ponto do domínio de integração. Portanto tem-se que excluir o ponto P na integração da eq. (11) tanto para o domínio Ω quanto para a superfície S_Ω para não haver a descontinuidade, dando que $\nabla^2(1/r) = 0$ e resultando em:

$$4\pi T\Phi(P) = \iint_{S_\Omega} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \bullet \hat{n} dS_\Omega \quad (13)$$

onde:

$\Phi(P)$ valor do potencial no ponto P.

T variável de controle que assume os seguintes valores:

$\rightarrow T = 1.0$ se $P \notin S_\Omega$

$\rightarrow T = 0.5$ se $P \in S_\Omega$.

Tendo, portanto, o valor do potencial $\Phi(P)$ em ponto arbitrário P pertencente ao domínio Ω em função dos valores de Φ e $\nabla\Phi$ na superfície S_Ω . O que, pelo teorema da unicidade, uma solução de Φ e/ou $\nabla\Phi$ na superfície garante que o potencial será único sobre o domínio Ω .

Para simplificar o procedimento considera-se somente um corpo dentro do escoamento, com um potencial Φ_i interno a este corpo, o que não prejudica a análise pois a região de interesse é a do escoamento externo ao corpo. Com isto tem-se duas situações relacionadas com a localização do ponto P e a superfície do corpo:

1ª - Ponto P fora do corpo. Portanto o ponto P está interno a Ω e conseqüentemente externo a Ω_i . Reescrevendo a eq. (12) para Φ_i , sendo que neste caso tem-se que inverter o sinal devido ao sentido contrário do versor normal $\hat{n}$, resultando em:

$$0 = - \iint_{S_\Omega} \left(\Phi_i \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi_i \right) \bullet \hat{n} dS_\Omega \quad (14)$$

Pegando a eq. (13) para $T = 1.0$ correspondente a um ponto fora de S_Ω e somando-se membro a membro com a eq. (14), obtêm-se:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_{S_\Omega} \left[\left(\Phi - \Phi_i \right) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) \left(\nabla \Phi - \nabla \Phi_i \right) \bullet \hat{n} \right] dS_\Omega \quad (15)$$

Como para escoamentos não limitados ou para o caso de S_∞ estar a uma distância infinita do corpo, tem-se a parcela da eq. (15) relacionada com S_∞ correspondente àquela do escoamento livre da influencia do corpo como visto na eq. (6) (Φ_∞), podendo com isso reescrever a eq. (15) com a integração sobre a superfície do corpo S , como mostrado por Katz & Plotkin(1991) e por Hunt(1978), dando:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_S \left[\left(\Phi - \Phi_i \right) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) \left(\nabla \Phi - \nabla \Phi_i \right) \bullet \hat{n} \right] dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (16)$$

2ª - Ponto P no corpo. Tem-se portanto dois casos a analisar, os quais são:

* Ponto P na superfície externa do corpo onde se tem o valor de $T = 0.5$ que ao ser inserido na eq. (13) resultará:

$$2\pi\Phi(P) = 4\pi\Phi(P) - 2\pi\Phi(P) = \iint_{S_\Omega - P} \left(\Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi \right) \bullet \hat{n} dS_\Omega \quad (17)$$

** Ponto P na superfície interna do corpo onde se tem o valor de $T = 0.5$ que ao ser posto na eq. (13) e ser levado em consideração a inversão do sinal devido ao sentido do versor normal, resultará:

$$2\pi\Phi_i(P) = - \iint_{S_\Omega - P} \left(\Phi_i \nabla \left(\frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{r} \right) \nabla \Phi_i \right) \bullet \hat{n} dS_\Omega \quad (18)$$

Somando-se as eq. (17) e (18), membro a membro, e considerando-se a questão do potencial do escoamento livre analisado anteriormente, tem-se a expressão:

$$4\pi\Phi(P) = \iint_{S-P} \left[\left(\Phi - \Phi_i \right) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} - \left(\frac{1}{r} \right) \left(\nabla \Phi - \nabla \Phi_i \right) \bullet \hat{n} \right] dS + 2\pi(\Phi(P) - \Phi_i(P)) + 4\pi\Phi_\infty \quad (19)$$

Todas as integrações feitas nas equações acima são consideradas excluindo-se o ponto P da superfície em questão, devido à singularidade da integral nesse ponto.

Como apresentado por Katz & Plotkin(1991), as eq. (16) e (19) expressam o potencial no ponto P como função do que é denominado como salto de valor das intensidades escalares Φ e $(\nabla\Phi \bullet \mathbf{n})$ através da superfície S do corpo, dado um potencial interno Φ_i , cujas intensidades desses saltos são expressas como:

$$\mu = \Phi - \Phi_i \quad (20a)$$

e

$$\sigma = (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \bullet \hat{\mathbf{n}} \quad (20b)$$

Pode-se com o uso das eq. (20a) e (20b) expressar as eq. (16) e (19), sintetizando-as em uma única forma como se segue:

$$\Phi(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_I} \left[-\sigma \left(\frac{1}{r} \right) + \mu \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{\mathbf{n}} \right] dS + \mu_P + \Phi_\infty \quad (21)$$

Onde:

S_I é a superfície de integração, que assumirá os seguintes valores:

$S_I = S$, caso P não pertença à superfície de integração;

$S_I = S - P$, caso P pertença à superfície de integração, que será excluído da mesma.

μ_P é a contribuição do ponto sobre a superfície, que assumirá os seguintes valores:

$\mu_P = 0$, caso P não pertença à superfície de integração;

$\mu_P = [\Phi(P) - \Phi_i(P)]/2 = \mu(P)/2$, caso P pertença à superfície de integração.

S é a área superficial do corpo no escoamento.

r é a distância do ponto P a um ponto centrado no elemento dS

Escrevendo-se as duas parcelas do integrando da eq. (21) como:

$$\phi_F = -\sigma \frac{1}{4\pi r} ; \quad (22a)$$

$$\phi_D = \mu \frac{1}{4\pi} \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} = \mu \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right). \quad (22b)$$

Observa-se que as duas parcelas são singulares quando $r \rightarrow 0$, o que levou os estudiosos a chamá-las de singularidades potenciais, onde a singularidade ϕ_F passou a ser chamada de fonte e a singularidade ϕ_D passou a ser chamada de dipólo. Percebe-se também que ϕ_F e ϕ_D são soluções da equação de Laplace [eq. (4)] e que ambas estão associadas aos pontos da superfície sobre a qual são integradas, sendo por isso chamadas de soluções pontuais. Tem-se também que a eq. (21) exprime através da somatória de ϕ_F e ϕ_D uma solução da eq. (4) por meio de uma combinação linear de soluções, sendo conhecido por teorema da superposição de soluções aplicável a uma equação diferencial linear.

Além das singularidades acima se tem também uma terceira singularidade que pode ser derivada da solução de dipólos, a qual os estudiosos passaram a chamá-la de vórtice. Karamcheti(1962) foi quem mais se destacou no detalhamento do estudo desta singularidade, onde se provou que toda distribuição superficial de dipólos tem um campo de velocidades equivalente ao de uma distribuição de vórtices, mas inferior em uma ordem.

Pode-se representar o vetor vorticidade que induz um campo equivalente ao de uma distribuição contínua de dipólos sobre uma superfície por:

$$\vec{\gamma} = \nabla \mu \times \hat{n} \quad (22c)$$

Para uma superfície que não seja fechada, a velocidade induzida pelas bordas dessa superfície é idêntica à um filamento de vórtice, com essa forma de borda e com intensidade local $\Gamma = \mu$.

Conforme apresentado por Katz & Plotkin(1991), tem-se um exemplo que muito interessa que é o de uma distribuição constante de dipólos sobre um elemento de superfície ΔS , delimitado pela curva fechada C . A eq. (22c) induz apenas a velocidade de um filamento de vórtice com a forma da curva fechada C , e intensidade de circulação $\Gamma = \mu$. O fluxo de vorticidade nesse filamento é orientado segundo a regra da mão direita com relação ao versor

normal $\hat{n}$ assumido sobre o elemento de superfície ΔS , mostrada na FIGURA. 2 abaixo para um elemento de superfície quadrilateral.

FIGURA 2 - Elemento quadrilateral de superfície, com distribuição de dipólos μ constante e sua equivalência a um anel de vórtice. (Katz & Plotkin, 1991).

Segundo o que foi mencionado por Hess(1985), uma das principais características que mostra a eq. (21) é o fato de as incógnitas σ e μ serem associadas apenas à superfície do corpo, e portanto qualquer método de solução para esses valores deverá atuar também somente sobre essa superfície, não sendo necessário resolver o valor do potencial Φ sobre todo o campo do escoamento, representando uma redução em uma dimensão no domínio de solução e tendo-se com isso a possibilidade de se reduzir o trabalho computacional consideravelmente.

As soluções baseadas em combinações lineares de fontes, dipólos e vórtices constituem a base de grande parte dos métodos utilizados na aerodinâmica potencial clássica. Durand(1934) e Thwaites(1960) reuniram em seus estudos uma grande quantidade de métodos em que aparecem estas formas de representação das diferentes maneiras de combinação de ϕ_F , ϕ_D e γ sobre pontos ou de integrá-las ao longo de linhas ou superfícies.

Assume-se as seguintes características para continuar a análise dos fundamentos teóricos dos métodos de painéis:

- a) A superfície dos corpos são aproximados por elementos de forma quadrilateral plana, ou painéis, cujos vértices são pontos pertencentes à superfície do corpo.
- b) As singularidades são distribuídas com intensidade σ ou μ constantes sobre a superfície de cada painel.

Aplicando a condição de contorno de Neumann, pode-se inserir o potencial dado pela eq. (21) para um ponto sobre a superfície diretamente na eq. (5) como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
 \vec{V} \bullet \hat{n} &= \nabla \Phi(P) \bullet \hat{n} = V_N \Rightarrow \\
 \Rightarrow \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} -\sigma \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} &+ \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} + \\
 &+ \frac{[\nabla \Phi(P) - \nabla \Phi_i(P)] \bullet \hat{n}}{2} + (\nabla \Phi_\infty \bullet \hat{n}) = V_N \Rightarrow \\
 \Rightarrow \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} -\sigma \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} &+ \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S-P} \mu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} + \frac{\sigma(P)}{2} + (\nabla \Phi_\infty \bullet \hat{n}) = V_N \quad (23)
 \end{aligned}$$

Assumindo que o(s) corpo(s) é(são) impermeável(is) ao escoamento, portanto $V_N = 0$. Faz-se agora a discretização das integrais de superfície da eq. (23) considerando as características (a) e (b) acima apresentadas e a condição de contorno assumida, tem-se a seguinte equação:

$$\sum_{\substack{f=1 \\ f \neq k}}^{N_f-1} \sigma_f \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_f} -\left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} + \sum_{d=1}^{N_d} \mu_d \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_d} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n} + \frac{\sigma_k(P)}{2} + (\nabla \Phi_\infty \bullet \hat{n}) = 0 \quad (24)$$

Onde:

- f índice dos painéis com distribuição de fontes.
 d índice dos painéis com distribuição de dipólos.
 k índice do painel que contém o ponto P .
 N_f número de painéis com distribuição de fontes.
 N_d número de painéis com distribuição de dipólos.
 σ_f intensidade constante de fontes sobre o painel f .
 μ_d intensidade constante de dipólos sobre o painel d .
 S_f área superficial do painel f .
 S_d área superficial do painel d .
 r distância entre o ponto P e um ponto centrado no elemento dS .

Pode-se notar que as integrais sobre toda a superfície foram aproximadas por duas somatórias, onde cada parcela corresponde a um painel com integração em sua superfície. A somatória em f corresponde aos painéis de fontes σ e a somatória em d corresponde aos painéis de dipólos μ . Como se considera que as intensidades σ e μ são constantes, esses valores não são integrados, o que faz com que as integrais só dependam da geometria de cada painel e da distância r . Como se conhece a geometria de cada painel, pois é de escolha do pesquisador a forma que melhor lhe convier, tem-se que a distribuição de singularidades passa a ser controlada somente por um parâmetro em cada painel que é a intensidade das constantes σ_f e/ou μ_d . Pode-se escrever a eq. (24) na seguinte forma generalizada:

$$\sum_{f=1}^{N_f} \sigma_f (\nabla \Phi_{1f} \bullet \hat{n}) + \sum_{d=1}^{N_d} \mu_d (\nabla \Phi_{1d} \bullet \hat{n}) = -(\nabla \Phi_{\infty} \bullet \hat{n}) \quad (25)$$

Onde:

se $f \neq k$, temos:
$$\nabla \Phi_{1f} \bullet \hat{n} = \nabla \left[-\frac{1}{4\pi} \iint_{S_f} \frac{1}{r} dS \right] \bullet \hat{n};$$

ou se $f = k$, temos:
$$\nabla \Phi_{1f} \bullet \hat{n} = \frac{1}{2};$$

e para d , temos:
$$\nabla \Phi_{1d} \bullet \hat{n} = \nabla \left[\frac{1}{4\pi} \iint_{S_d} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r} \right) dS \right] \bullet \hat{n};$$

$$NF = Nf ;$$

$$ND = Nd ;$$

As integrais Φ_{lf} e Φ_{ld} (para o caso se $f \neq k$) são os potenciais devido a cada painel de fontes e/ou dipólos, para quando as intensidades de σ e μ forem unitárias, isto é como uma simplificação dos cálculos, pois depois você pode substituir pelos valores reais. Seus gradientes $\nabla\Phi_{lf}$ e $\nabla\Phi_{ld}$ são as respectivas velocidades induzidas. Para o caso em que $f = k$, onde se tem que o ponto P encontra-se no mesmo painel em que é feito o cálculo, a componente normal da velocidade induzida de $(\nabla\Phi_{lf})$ assume o valor $1/2$, derivado da eq. (21) para o caso de um ponto fora do corpo cuja distância r tende a zero. Portanto querendo que a superfície seja impermeável ao escoamento no ponto P, a componente normal da velocidade induzida pelos painéis nesse ponto deve anular a componente do escoamento livre $\nabla\Phi_{\infty}$.

Para satisfazer a eq. (25) no cálculo dos valores de σ_f e μ_d , que exprime a condição de não penetração do escoamento de forma discretizada, escolhe-se pontos na superfície cuja posição é selecionada como sendo o centróide dos quatro cantos de cada painel, e ele é denominado como ponto de controle do painel. O versor normal à superfície $\hat{n}$ é aproximado pelo versor na direção do produto vetorial entre os vetores diagonais do painel.

Estabelecendo que, embora cada painel possa ter distribuições tanto de fontes(σ) como de dipólos (μ), somente uma delas participa da solução, sendo que a outra singularidade assume um valor arbitrário ou seja linearmente dependente da primeira. Isto implicará que haverá painéis de fontes ou de dipólos com valores independentes, resultando na seguinte igualdade:

$$NF + ND = N \quad (26)$$

Com isto, considerada a superfície completa do corpo, tem-se N equações lineares com a forma da eq. (25), sendo uma para cada ponto de controle e cada uma escrita em termos das N intensidades das singularidades σ_f e μ_d . Tem-se portanto um sistema linear de N equações expresso por:

$$\sum_{j=1}^{NF} \sigma_j a_{ij} + \sum_{j=NF+1}^N \mu_j b_{ij} = -(\vec{U}_{\infty} \bullet \hat{n}_i) \quad (27)$$

Onde:

$$i, j = 1, 2, \dots, N;$$

$a_{ij} = (\nabla \Phi_{lf(i,j)} \bullet \hat{n})$ é a velocidade normal induzida pelo painel de fontes j sobre o ponto de controle i para $\sigma = 1.0$;

$b_{ij} = (\nabla \Phi_{ld(i,j)} \bullet \hat{n})$ é a velocidade normal induzida pelo painel de dipólos j sobre o ponto de controle i para $\mu = 1.0$;

$$\vec{U}_\infty = \nabla \Phi_\infty \quad \text{velocidade do escoamento livre.}$$

Que escrito em forma matricial, tem-se:

$$[A]X=B \quad (28)$$

Onde:

$$X = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \dots & \sigma_{NF} & \mu_{NF+1} & \mu_{NF+2} & \dots & \mu_N \end{bmatrix}^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1(NF)} & b_{1(NF+1)} & b_{1(NF+2)} & \dots & b_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(NF)} & b_{2(NF+1)} & b_{2(NF+2)} & \dots & b_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{N(NF)} & b_{N(NF+1)} & b_{N(NF+2)} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix}$$

$$B = -[(\vec{U}_\infty \bullet \hat{n}_1) \quad (\vec{U}_\infty \bullet \hat{n}_2) \quad \dots \quad (\vec{U}_\infty \bullet \hat{n}_N)]^T$$

Os coeficientes a_{ij} e b_{ij} são geralmente denominados de coeficientes de influência. Uma vez que estes coeficientes sejam calculados pode-se resolver o sistema linear por algoritmos adequados, fornecendo os valores das intensidades de fontes e dipólos σ_i e μ_i . Como as velocidades sobre cada ponto de controle i serão tangenciais à superfície, pode-se calculá-las por:

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^{NF} \sigma_j \nabla \Phi_{lf(i,j)} + \sum_{j=NF+1}^N \mu_d \nabla \Phi_{ld(i,j)} + \vec{U}_\infty \quad (29)$$

Tem-se aqui uma pausa na descrição do funcionamento teórico de um método de painéis para ser feita a formulação de como é o cálculo da influência de uma hélice e sua inserção em um método de painéis.

3.2.2. A inserção da hélice

3.2.2.1 O carregamento constante de Koning

Para o caso específico do programa utilizado neste trabalho, tem-se o acréscimo de velocidade proporcionado pela hélice, elaborado por Maunsell(1987), que esta baseado no método desenvolvido por Koning, ou seja, como um disco atuador fixo. O disco atuador é colocado na posição da hélice e alinhado ao seu eixo central com o tamanho do diâmetro da mesma, com as seguintes suposições feitas por Koning:

- a) O disco atuador exerce somente uma força normal às suas faces e a força de torque não é considerada.
- b) O cruzamento do fluxo com qualquer parte da esteira da hélice é assumido ser uniforme e com velocidade paralela ao eixo da mesma.
- c) A diferença no raio da esteira da hélice ao longo da mesma é pequeno comparado com o raio externo do disco atuador.

As expressões obtidas por Koning para as componentes das velocidades dentro e fora da esteira da hélice, sendo que a velocidade de giro é considerada nula ($v_t = 0$), são:

$$v_x = a U_\infty \left(1 + x / \sqrt{R^2 + x^2} \right) \quad (30)$$

para a parte interna da esteira da hélice, e pela continuidade a componente radial da velocidade é:

$$v_r = - \frac{a U_\infty}{2} \frac{R^2 r}{(R^2 + r^2)^{3/2}} \quad (31)$$

Mas como a componente radial da velocidade na camada interna da esteira é igual à da camada externa, a expressão para v_r acima é também seu valor para o exterior da esteira. Koning demonstra que o fluxo externo à esteira é devido à um sorvedouro de intensidade $2\pi R^2 a U_\infty$ na origem e tendo como velocidade potencial:

$$\phi = \frac{a U_\infty R^2}{2\sqrt{x^2 + r^2}} \quad (32)$$

Com as componentes de velocidades como se segue:

$$v_x = -(1/2)a U_\infty R^2 \frac{x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \quad (33a)$$

e

$$v_r = -(1/2)a U_\infty R^2 \frac{r}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \quad (33b)$$

Colocando-se então em coordenadas cartesianas em x, y, z com origem no centro do disco atuador, onde x é a coordenada axial e os eixos y e z estão no plano do disco atuador.

Para o lado interno da esteira à jusante e à vazante do disco atuador, onde $(y^2 + z^2) < R_1(x)$, tem-se:

$$v_x = a U_\infty \left(1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) \quad (34a)$$

$$v_y = -(1/2)a U_\infty \frac{R^2 y}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (34b)$$

$$v_z = -(1/2)a U_\infty \frac{R^2 z}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (34c)$$

Para o lado externo da esteira à jusante e à vazante do disco atuador, onde $(y^2 + z^2) > R_1(x)$, tem-se:

$$v_x = -(1/2)a U_\infty \frac{R^2 x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (35a)$$

$$v_y = -(1/2)a U_\infty \frac{R^2 y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (35b)$$

$$v_z = -(1/2)a U_\infty \frac{R^2 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (35c)$$

Onde $R_1(x)$ é dado por:

$$R_1(x) = R \sqrt{\frac{1+a}{1+a(1+x/\sqrt{R^2+x^2})}} \quad (36)$$

e o ‘fator do fluxo de entrada’ (“inflow factor”) para a hélice é dado por:

$$a = (1/2) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{8 \cdot C_T}{\pi \cdot J^2}} \right) \quad (37)$$

Onde:

J = razão de avanço, dado por: $J = \frac{V_\infty}{N \cdot D}$

V_∞ = velocidade do fluxo livre;

N = rotações por segundo(rps);

D = diâmetro da hélice;

C_T = coeficiente de empuxo, dado por: $C_T = \frac{T}{\rho \cdot N^2 \cdot D^4}$

T = empuxo da hélice;
 ρ = densidade do fluido;

Fazendo-se o mesmo procedimento que foi feito para o caso sem hélice e adotando duas importantes simplificações, as quais são:

- a - que a forma da esteira continua circular em toda a sua extensão.
- b - que o eixo da esteira é reto e na direção do eixo da hélice

Portanto é assumido que a esteira da hélice não é distorcida pela presença do fluxo da asa-fuselagem. A teoria de Koning fornece duas equações básicas para as velocidades axial e radial do fluxo, sendo que a velocidade na direção x (axial) e a velocidade radial, devido a um disco de hélice de área S e ao “inflow factor” a , no ponto P serão:

$$v_x = a U_\infty \left(1 + \frac{x}{r_R} \right) \quad (38a)$$

$$v_r = -(1/2)a U_\infty \frac{S_P \sqrt{y^2 + z^2}}{\pi r_R^3} \quad (38b)$$

Onde:

R = raio da hélice

$$r_R = \sqrt{R^2 + x^2}$$

Então a velocidade induzida em P pela hélice, quando P esta dentro da esteira, será:

$$\vec{V}_{PPI} = \vec{v}_x + \vec{v}_r \quad (39)$$

Onde o sufixo PPI indica a velocidade induzida em P dentro da esteira.

Já para um ponto P situado externamente à esteira pode-se tratar de maneira similar, sendo que a expressão geral para a velocidade induzida pela hélice em um ponto P fora da esteira pode ser escrita como:

$$\vec{V}_{PPO} = -(1/2)a U_{\infty} \frac{S_P}{\pi r_P^3} \vec{r} \quad (40)$$

Onde:

$$r_P = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

o sufixo PPO indica a velocidade induzida em P fora da esteira.

3.2.2.2. O carregamento genérico simplificado

De um modo simplificado, pode-se utilizar a elaboração de Maunsell(1987) para acrescentar a influência da velocidade induzida por uma hélice, por meio das curvas de distribuição de carregamento real ou hipotético proporcionadas pelas mesma.

Para o caso em questão, utiliza-se a curva do coeficiente de empuxo de uma hélice em relação ao seu raio para calcular, por meio de uma análise numérica, a influência de um modelo real de carregamento no escoamento axial induzido pela hélice, através do “inflow factor”.

Faz-se uso da discretização da curva do coeficiente de empuxo em estações, obtendo-se assim um valor para o coeficiente em cada uma das estações a que foi dividido o raio da hélice. O raio da hélice foi dividido em estações de mesmo tamanho para facilitar o trabalho.

Portanto, com a discretização da curva do coeficiente de empuxo, pode-se introduzir estes valores no método de painéis através do “inflow factor”.

Tem-se assim o “inflow factor” axial a_s , obtido do valor médio da curva do coeficiente de empuxo na estação em que se situa, conforme mostrado na FIGURA 3 abaixo para a discretização de um carregamento genérico.

FIGURA 3 - Discretização do carregamento genérico de uma hélice para se obter o “inflow factor” axial a_s em cada estação a que foi dividido.

O “inflow factor” axial a_s induzirá a componente de velocidade axial do escoamento devido a hélice, V_x , para um ponto dentro da esteira.

Tem-se também o “inflow factor” radial a_R , obtido do valor médio da curva do coeficiente de empuxo em sua totalidade, como pode ser visto na FIGURA 4 abaixo, que induzirá as outras componentes de velocidades no escoamento devido a hélice, V_y e V_z , dentro da esteira da hélice e a todas as componentes de velocidades induzida pela hélice no escoamento para um ponto fora da esteira da mesma.

FIGURA 4 - Discretização do carregamento genérico de uma hélice para se obter o valor do “inflow factor” radial a_R em toda a sua extensão.

A existência do “inflow factor” radial a_R é para se manter a continuidade matemática entre as estações em que foi dividida a hélice e entre os escoamentos dentro e fora da esteira da hélice, sem o menor prejuízo no cálculo do vetor velocidade.

Abaixo tem-se o equacionamento para o cálculo de a_S e a_R .

$$a_S = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{8.C_{T_S}}{\pi.J^2}} \right) \quad (41a)$$

$$a_R = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{8.C_{T_R}}{\pi.J^2}} \right) \quad (41b)$$

Onde:

C_{T_S} é o coeficiente de empuxo médio da estação;

C_{T_R} é o coeficiente de empuxo médio total da hélice;

Para o caso em que se tem escoamento interno à esteira da hélice, tem-se a seguinte relação das componentes da velocidade induzida, em coordenadas cartesianas:

$$v_X = a_S \cdot V \left(1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) \quad (42a)$$

$$v_Y = -(1/2) \cdot a_R \cdot V \frac{R^2 \cdot y}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (42b)$$

$$v_Z = -(1/2) \cdot a_R \cdot V \frac{R^2 \cdot z}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (42c)$$

Agora, para o caso em que se tem um escoamento externo à esteira da hélice, tem-se a seguinte relação das componentes da velocidade induzida, em coordenadas cartesianas:

$$v_X = -(1/2) \cdot a_R \cdot V \frac{R^2 \cdot x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (43a)$$

$$v_Y = -(1/2) \cdot a_R \cdot V \frac{R^2 \cdot y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (43b)$$

$$v_Z = -(1/2) \cdot a_R \cdot V \frac{R^2 \cdot z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (43c)$$

Fazendo-se a somatória das componentes da velocidade induzida pela hélice, como demonstrado pelas eq. (38) a (40), temos o vetor da velocidade total que a hélice induz no ponto P em estudo.

Com respeito a eq. (28), a única mudança que se tem ao incluirmos a hélice, para ambos os casos de carregamentos, será no vetor B, que se tornará:

$$B = - \left[\left(\vec{U}_\infty + \vec{V}_{PP} \right) \bullet \hat{n}_1 \quad \left(\vec{U}_\infty + \vec{V}_{PP} \right) \bullet \hat{n}_2 \quad \dots \quad \left(\vec{U}_\infty + \vec{V}_{PP} \right) \bullet \hat{n}_N \right]^T \quad (44)$$

E semelhante à eq. (29), com o acréscimo da hélice, temos:

$$\vec{V}_i = \sum_{j=1}^{NF} \sigma_j \nabla \Phi_{lf(i,j)} + \sum_{j=NF+1}^N \mu_d \nabla \Phi_{ld(i,j)} + (\vec{U}_\infty + \vec{V}_{PP}) \quad (45)$$

Onde:

$$\vec{V}_{PP} = \vec{V}_{PPI} \text{ para } P \text{ dentro da esteira.}$$

$$\vec{V}_{PP} = \vec{V}_{PPO} \text{ para } P \text{ fora da esteira.}$$

Tendo-se agora as velocidades locais, pode-se calcular as pressões através da equação de Bernoulli [eq. (8)], onde geralmente estas pressões locais p são expressas em termos da diferença com a pressão do escoamento livre p_∞ , por meio do coeficiente adimensional de pressão C_p descrito pela seguinte fórmula:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\|\vec{V}_i - \vec{U}_\infty\|}{U_\infty} \right)^2 \quad (46)$$

Tem-se a seguir o estudo do caso de um carregamento teórico específico de uma hélice, que é o carregamento elíptico.

3.2.3. O carregamento elíptico

Semelhantemente ao carregamento uniforme de Koning elaborado por Maunsell(1987) e ao carregamento radial genérico e simplificado acrescentado, como exposto acima, pode-se fazer a solução para um carregamento elíptico, como pode ser visto na FIGURA 5 abaixo, que fora elaborado por Conway(1995) a partir do cálculo do carregamento elíptico de uma asa, e adaptado ao método já existente em estudo.

FIGURA 5 - Carregamento elíptico de uma hélice, elaborado por Conway, para ser adaptado ao método utilizado.

Este carregamento é um caso de estudo especial cuja solução pode ser iniciada em termos de funções elementares, e onde a velocidade do fluxo de entrada é dada por:

$$V_x(r,0) = \frac{V_{x0}}{R_a} (R_a^2 - r^2)^{1/2} \quad (47)$$

Portanto as integrações radiais das velocidades axial e radial que se tem a seguir:

$$V_r(r,x) = - \int_0^{R_a} \int_0^\infty V_x(r'',0) e^{-s|x|} s r'' J_0(s r'') J_1(s r) \partial s \partial r'' \quad (48a)$$

e

$$V_x(r,x) = 2V_x(r,0) - \int_0^{R_a} \int_0^\infty V_x(r'',0) e^{-s|x|} s r'' J_0(s r'') J_0(s r) \partial s \partial r'' \quad (48b)$$

São equivalentes a:

$$I_r = V_{x0} R_a^2 \int_0^1 (1-t^2)^{1/2} t J_0(s R_a t) \partial t \quad (49)$$

Onde pode-se fazer a integração da equação acima usando a expressão que segue abaixo:

$$\int_0^1 x^{\nu+1} (1-x^2)^\mu J_\nu(bx) dx = 2^\mu \Gamma(\mu+1) b^{-(\mu+1)} J_{\nu+\mu+1}(b) \quad (50)$$

Fornecendo a seguinte expressão:

$$I_r = V_{x0} \left(\frac{\pi R_a}{2S^3} \right)^{1/2} J_{3/2}(SR_a) \quad (51)$$

A função de Bessel na eq. (51) pode ser expressa em termos de funções elementares, mostradas em Gradshteyn & Ryzhik (1980) e/ou Spiegel (1992), resultando na seguinte expressão:

$$I_r = \frac{-V_{x0}}{SR_a} \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\sin(SR_a)}{S} \right) \quad (52)$$

Substituindo-se a eq. (52) acima nas eq. (48a) e (48b), integrando-as por partes e usando as integrais padrões de Bessel, mostradas em Gradshteyn & Ryzhik (1980) e/ou Spiegel (1992) e/ou Prudnikov et al. (1992), tem-se como resultados as seguintes expressões para as velocidades radial e axial, a jusante e a montante do plano do disco atuador com carregamento elíptico:

$$V_r = \frac{V_{x0}|x|}{2r} \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \right) - \frac{V_{x0} \cdot r}{2R_a} \arcsin \left\{ \frac{2R_a}{\left(x^2 + (R_a + r)^2 \right)^{1/2} + \left(x^2 + (R_a - r)^2 \right)^{1/2}} \right\} \quad (53)$$

$$V_x(r,x) = 2V_x(r,0) + V_{x0} \left(-\alpha + \frac{x}{R_a} \arcsin \left\{ \frac{2R_a}{\left(x^2 + (R_a + r)^2 \right)^{1/2} + \left(x^2 + (R_a - r)^2 \right)^{1/2}} \right\} \right) \quad (54)$$

Para $(x \geq 0)$

$$V_x(r, x) = V_{x0} \left(\alpha + \frac{x}{R_a} \arcsin \left\{ \frac{2R_a}{\left(x^2 + (R_a + r)^2 \right)^{1/2} + \left(x^2 + (R_a - r)^2 \right)^{1/2}} \right\} \right) \quad (55)$$

Para ($x < 0$)

$$V_x(r, 0) = \frac{V_{x0}}{R_a} (R_a^2 - r^2)^{1/2} \quad (56)$$

Nas equações acima, α é um parâmetro adimensional dado por:

$$\alpha = \left(\frac{\left(\left(R_a^2 - r^2 - x^2 \right)^2 + 4R_a^2 x^2 \right)^{1/2} + R_a^2 - r^2 - x^2}{2R_a^2} \right)^{1/2} \quad (57)$$

Caso se queira calcular somente o campo de velocidade radial no plano do disco atuador, temos as equações simplificadas que seguem abaixo, tanto para a parcela interna à esteira da hélice, quanto à externa da mesma.

$$V_r(r, 0) = - \frac{V_{x0} \pi \cdot r}{4R_a} \quad (58)$$

Para ($r \leq R_a$)

$$V_r(r, 0) = \frac{V_{x0}}{2} \left\{ \left(1 - \frac{R_a^2}{r^2} \right)^{1/2} - \frac{r}{R_a} \arcsin \left(\frac{R_a}{r} \right) \right\} \quad (59)$$

Para ($r > R_a$)

Onde, em todas as equações acima, tem-se os seguintes parâmetros em comum:

V_{x0} é a velocidade de convecção dos anéis de vórtices.

R_a é o raio do disco atuador

Quanto a velocidade de convecção dos anéis de vórtices, V_{x0} , pode ser aproximada pela velocidade de perturbação axial U_d , que será constante e pode ser assumida, para a maioria dos casos, a velocidade do fluxo livre, U_∞ , segundo a derivação feita por Koning(1935).

Para o caso específico deste programa, esta velocidade de convecção dos anéis de vórtices, bem como a velocidade de perturbação axial, é adimensionalizada.

3.3. Aspectos teóricos finais.

Retornando-se ao estudo de um método de painéis genérico, faz-se aqui o cálculo das forças que atuam sobre o modelo aerodinâmico em questão e mostra-se as adaptações do método para casos não potenciais, em princípio, mas que podem ser simplificados para tal. Demonstra-se também o equacionamento para a condição de Dirichlet.

Querendo-se calcular quais são as forças resultantes sobre o corpo, pode-se fazer a integração numérica dessas forças sobre as superfícies ou avaliar as velocidades induzidas pelo corpo nas faces de um volume de controle que o envolve. Mostrar-se-á mais adiante outras formas de cálculo de forças.

Ter-se-á que fazer agora uma ressalva, pois o cálculo das forças aerodinâmicas não tem sentido sem a existência da camada limite. Prandtl foi o primeiro a publicar o conceito de camada limite aplicável a muitos escoamentos em fronteiras sólidas. Segundo a definição apresentada por Fox & McDonald(1985), a taxa de deformação do fluido associado à camada limite corresponde a uma tensão tangencial aplicada à superfície, que resulta em uma força de arrasto, no sentido do escoamento livre, aplicada sobre o corpo. Young(1989) apresenta os principais conceitos envolvidos no processo de formação e desenvolvimento da camada limite e influência sobre a força de arrasto. Já o gradiente de velocidades característico da camada limite introduz vorticidade no escoamento, tornando possível a existência de circulação não nula ao redor dos corpos envolvidos. Em corpos que tenha geometrias que propiciem sustentação, essa vorticidade pode induzir a condição de Kutta, segundo Hess(1975), o que leva o escoamento não separado a fluir continuamente a partir do bordo

de fuga do aerofólio, melhorando a circulação do escoamento ao redor dos corpos. Conforme explicado por Katz & Plotkin(1991), pela lei de Kutta-Joukowski a circulação provoca uma taxa de variação de quantidade de movimento na direção transversal ao escoamento livre, que reflete em uma força resultante aplicada sobre o corpo nesta direção, denominada de sustentação. Considerando que as forças sofridas por um corpo serão causadas pelos efeitos da viscosidade do fluido e da vorticidade do campo de velocidades a ela associada ($\xi \neq 0$). Mas isto vai contra as hipóteses adotadas, o que faz com que não se possa considerar os efeitos da viscosidade. Portanto, não se pode fazer uma modelagem sobre as condições do escoamento potencial. Mas como descreve Hunt(1978), para superfícies sustentadoras, tais como aerofólios, que a vorticidade gerada pela camada limite destas é emitida pelo bordo de fuga, por meio de uma esteira, que se estende infinitamente. Pela condição de Kutta, a esteira deixa a superfície com uma velocidade contínua e não infinita, não contornando o bordo de fuga. Para $Re \rightarrow \infty$ (ou $\nu \rightarrow 0$), as camadas limite seriam de espessura infinitesimal, o mesmo ocorrendo com a esteira de vorticidade emitida. Então pode-se modelar a esteira como uma região que não faz parte do domínio do escoamento potencial, tem espessura δ infinitesimal e é uma superfície de escoamento, sendo tangente à velocidade local em todos os seus pontos. A velocidade normal à esteira é nula, mas existe diferença de potencial entre as duas superfícies da esteira, podendo por isso ser modelada como uma superfície de dipólos, orientados na direção normal à mesma. Como a esteira deve ser livre de forças, pela lei de Kutta-Joukowski, a vorticidade perpendicular à direção local do escoamento deve ser nula, ou seja:

$$\vec{\gamma}_w \bullet \hat{t} = (\nabla \mu_w \times \hat{n}) \bullet \hat{t} = 0 \quad (60)$$

Onde:

μ_w - é a intensidade de distribuição de dipólos da esteira e

$\hat{t}$ - é o versor tangente à esteira e perpendicular à velocidade local do escoamento.

Como visto, foi-se mais utilizado a condição de contorno de Neumann, mas pode-se utilizar a condição de contorno de Dirichlet considerando a hipótese feita no estudo de Maskew(1982), onde é levado em consideração a especificação do potencial interior Φ_i , denominada por Hunt(1978) como condição de Dirichlet na superfície interna.

Pode-se reescrever a eq. (19) para o potencial Φ_i interno ao corpo, para um ponto na superfície, onde a parcela de μ_P aparece com sinal negativo devido à inversão de domínio, resultando em:

$$4\pi\Phi_i(P) = \iint_{S-P} (\Phi - \Phi_i) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} dS - 2\pi(\Phi(P) - \Phi_i(P)) \\ - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_i) \bullet \hat{n} dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (61)$$

Pode-se definir diferentes valores para este potencial interno, resultando em diferentes equações integrais em Φ . Supondo ser o valor de $\Phi_i = 0$ dentro do domínio Ω_i , substituindo na eq. (61) tem-se:

$$0 = \iint_{S-P} \Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} dS - 2\pi\Phi(P) - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) \nabla\Phi \bullet \hat{n} dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (62)$$

Aplicando a condição de Neumann para a velocidade normal e levando-se em consideração os valores da componente normal de $\nabla\Phi$, com os quais pode-se avaliar a segunda integral, tem-se:

$$2\pi\Phi(P) = \iint_{S-P} \Phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) V_N dS + 4\pi\Phi_\infty \quad (63)$$

Que é uma equação integral em função dos valores de Φ sobre a superfície do corpo, definindo-se uma condição de Dirichlet.

Pode-se supor também que Φ_i assuma um valor não constante, assim pode-se adotar $\Phi_i = \Phi_\infty$ na eq. (61), o que resulta:

$$0 = \iint_{S-P} (\Phi - \Phi_\infty) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \bullet \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) (\nabla\Phi - \nabla\Phi_\infty) \bullet \hat{n} dS - 2\pi(\Phi(P) - \Phi_\infty) \quad (64)$$

Aplicando-se a condição da eq. (5) na segunda integral e substituindo-se o valor do potencial de perturbação expresso pela eq. (6) na equação acima, tem-se:

$$2\pi\phi(P) = \iint_{S-P} \phi \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) (V_N - \nabla \Phi_\infty) \cdot \hat{n} dS \quad (65)$$

Como pode-se notar, obteve-se uma equação integral, desta vez em função do potencial de perturbação ϕ sobre a superfície do corpo, mas exatamente igual a equação proposta por Morino & Kuo(1974) para o caso de escoamentos permanentes. Caso sejam comparadas as integrais da eq. (65) com as parcelas do integrando da eq. (21), pode-se verificar que é a mesma forma adotada por Maskew(1982), ou seja, a eq. (65) pode ser escrita na forma de uma combinação de singularidades, que também foi adotada na implementação do método VSAERO da Analytical Methods Inc.(1997), como se segue:

$$2\pi\mu(P) = \iint_{S-P} \mu \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \hat{n} dS - \iint_S \left(\frac{1}{r} \right) \sigma dS, \quad \sigma = V_N - \nabla \Phi_\infty \cdot \hat{n} \quad (66)$$

Pode-se exprimir o problema como a obtenção de uma distribuição incógnita de dipólos μ , submetida a uma distribuição fixa de fontes. Para o caso de superfícies impermeáveis, ou seja $V_N = 0$, tem-se que $\sigma = -\nabla \Phi_\infty \cdot \hat{n}$.

Fazendo-se agora a discretização numérica das integrais nas eq. (63), (65) ou (66) para facilitar o cálculo e o uso em computadores, tem-se os seguintes exemplos de trabalhos apresentados pelos pesquisadores: Morino & Kuo(1974) apresentou em seu trabalho uma discretização para os métodos que utilizam a eq. (65), Katz & Plotkin(1991) mostra outra discretização para o caso de ser utilizada a eq. (66) e para um método mais complexo, ou mais geral, tem-se o caso do método PAN AIR, onde Tinoco & Rubbert(1985) mostra várias opções para o uso das formas de Dirichlet acima apresentadas além da condição de Neumann explícita e uma condição especial onde ambas as formas podem ser utilizadas simultaneamente.

Segundo o que foi feito por Landau & Lifshitz(1959), pode-se calcular qualquer força resultante sobre uma superfície sustentadora, pela avaliação do fluxo de quantidade de movimento do fluido que passa através das faces de um volume de controle que envolve esta

superfície sustentadora isolada, a qual esta emitindo uma esteira de vorticidade, em um escoamento uniforme. Este método é conhecido como método clássico para o cálculo do arrasto induzido.

Assim fazendo-se a avaliação da quantidade de movimento do volume de controle e considerando as hipóteses feitas para o método clássico da linha sustentadora que foi idealizado por Prandtl e implementado por Munk onde uma superfície sustentadora de grande alongamento pode ser representada por um segmento de vórtice linear ao longo da envergadura, associado a uma esteira semi-infinita de vorticidade, na direção do escoamento livre U_∞ , onde considera-se também que esse volume é infinitamente grande, pode-se expressar o arrasto induzido por uma integral ao longo de uma curva C , dada pela interseção da esteira com o plano infinitamente à jusante, ou plano de Trefftz como:

$$D_i = \frac{\rho}{2} \int_C \Gamma V_n dl \quad (67)$$

Onde:

Γ - intensidade local de vorticidade na esteira que equivale a: $\Gamma = d\mu_w/dl$.

V_n - componente de velocidade normal a esteira.

Assim pode-se expressar o arrasto induzido por meio de seu coeficiente adimensional na sua forma clássica:

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi A e} \quad (68)$$

Segundo Jobc(1985), a função parabólica da eq. (68) é válida para muitos casos práticos, mesmo para configurações complexas, o que defini a predominância desta forma de função para a relação entre arrasto e sustentação. O maior problema é a determinação do valor do coeficiente de Oswald, e , para geometrias complexas ou aeronaves completas (inteiras).

Alguns métodos podem também apresentarem efeitos de compressibilidade, o que lhes confere um aumento no número de casos que podem ser analisados com um método de painéis básico, por meio da utilização de correções de compressibilidade linearizadas em

escoamentos que aceitem a hipótese de pequenas perturbações de velocidade. Tem-se assim uma das mais conhecidas correções que é a de Prandtl-Glauert, que foi bem descrita por Landau & Lifshitz(1959) e por Schlichting & Truckenbrodt(1979). Assim, levando-se em conta as equações de movimento para um fluido compressível, sob a hipótese de pequenas perturbações, em um escoamento livre uniforme orientado na direção x , podemos escrever a equação da continuidade da seguinte forma:

$$(1 - M^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (69)$$

Sendo que a eq. (69) é conhecida como equação de Prandtl-Glauert. Especificamente no programa aqui utilizado tem-se esta relação de compressibilidade.

Considerando-se uma transformação de coordenadas para um sistema M , a qual é regida pela seguinte forma:

$$x_M = \frac{x}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}; y_M = y; z_M = z \quad (70)$$

Representando a eq. (69) no sistema de coordenadas M acima representado, tem-se como resultado a equação de Laplace para o potencial nesse sistema como se segue:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_M^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y_M^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z_M^2} = 0 \quad (71)$$

O que demonstra que o problema de escoamentos para fluidos em regime compressível dado pela eq. (69) pode ser solucionado por um método de painéis, onde por hipótese temos um escoamento para fluido incompressível, quando resolve-se a equação de Laplace na forma da eq. (71), fazendo-se a modificação da geometria dos corpos por meio da transformação M . Com isto, Katz & Plotkin(1991) provam que, sob a hipótese de pequenas perturbações, tem-se as seguintes relações válidas:

$$u = \frac{u_M}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (72a)$$

e

$$C_p = -2 \frac{u}{U_\infty} = \frac{C_{p,M}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (72b)$$

Onde:

u_M - velocidade de perturbação em x , no sistema da transformação em M .

$C_{p,M}$ - coeficiente de pressão no sistema da transformação em M .

Podendo-se com isso ser feito o estudo de casos mais amplos que os somente potenciais.

4. RESULTADOS

4.1 Introdução

Apresenta-se neste capítulo os resultados obtidos com a execução do programa computacional original e das modificações efetuadas. Os dados serão apresentados para diferentes posições da hélice em relação ao eixo coordenado z, referente a posição da corda média da asa no modelo asa/fuselagem. Como mencionado anteriormente, a hélice estará na posição “pusher”, sendo duas hélices simétricas ao eixo coordenado x da aeronave, a qual estará em diferentes ângulos de ataque. A TABELA 01 abaixo fornece as características de vôo da aeronave tanto para vôo de cruzeiro quanto para a decolagem.

TABELA 01 – Valores de velocidade da aeronave, número de Mach, rotação, razão de avanço e coeficiente de empuxo da hélice referentes ao vôo de cruzeiro e a decolagem.

	Velocidade V_{∞} (m/s)	nº de Mach	Rotação N (rpm)	Razão de avanço J	Coeficiente de empuxo C_T
Cruzeiro	89.4	0.263	2200	1.25	0.052
Decolagem	26.8	0.079	2700	0.31	0.150

A seguir tem-se os resultados obtidos com a execução dos programas para as diferentes posições da hélice e os diferentes ângulos de ataque. Para todos os ângulos utilizou-se as características da decolagem, pois as características do vôo de cruzeiro não foram perceptíveis com a execução dos programas.

Nos gráficos apresentados denomina-se os dados proveniente do programa original como Maunsell, que é a aplicação da teoria de Koning(1935) adaptada ao programa de métodos de painéis. Os dados proveniente da discretização da hélice utilizada no programa original como Modificado, por meio da discretização do carregamento real obtido em testes das hélices que foram utilizadas para se conseguir as características apresentadas na Tabela 01 acima. Finalmente os dados provenientes da formulação de carregamento elíptico como Conway, adaptado ao programa por meio dos estudos teóricos feitos por Conway(1995), sendo portanto um carregamento teórico.

A escolha das seções da asa utilizadas no estudo está visualizada na FIGURA 06 abaixo, onde denomina-se perfil interno à esteira da hélice a seção que esta sendo influenciada diretamente pelo vetor velocidade $\vec{V}_x$, por ser o vetor de maior atuação para maioria das hipóteses de carregamento utilizadas.

FIGURA 06 – Posição das seções de asa em estudo em relação à hélice e sua influência.

Para todas as figuras referentes ao posicionamento da hélice temos as seguintes características gerais:

- comprimento do avião: 305,00 u. m. (unidades de medida).
- semi-envergadura ($b/2$): 87,56 u. m.

- corda média (c): 60,00 u. m.
- raio da hélice (R_p): 25,00 u. m.
- dimensão do 2º painel (no eixo coordenado y): $36,83 \leq y \leq 49,53$ u. m.
- dimensão do 5º painel (no eixo coordenado y): $67,31 \leq y \leq 72,11$ u. m.

4.2 Perfil interno à esteira da hélice

4.2.1 Posição 1

A FIGURA 07 abaixo mostra a posição da hélice perante a semi-envergadura da aeronave.

FIGURA 07 - Posição da hélice nº 1 em relação à corda média da seção da asa e semi-envergadura da aeronave.

- valor de $\delta = 0,00$ u. m. (no sentido do eixo coordenado z).

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada acima. O perfil utilizado foi o que se encontra na seção à frente do centro da hélice, portanto dentro do espaço de abrangência do fluxo induzido diretamente pela hélice, mostrado simplificada na figura acima.

FIGURA 08 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 09 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 10 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 11 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 12 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.2.2 Posição 2

A FIGURA 13 abaixo mostra a posição da hélice perante a semi-envergadura da aeronave.

FIGURA 13 - Posição da hélice nº 2 em relação à corda média da seção da asa e semi-envergadura da aeronave.

- valor de $\delta = 10,90$ u. m. (no sentido do eixo coordenado z).

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada acima. O perfil utilizado foi o que se encontra na seção à frente do centro da hélice, portanto dentro do espaço de abrangência do fluxo induzido diretamente pela hélice, mostrado simplificadaamente na figura acima.

FIGURA 14 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 15 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 16 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 17 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 18 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.2.3 Posição 3

A FIGURA 19 abaixo mostra a posição da hélice perante a semi-envergadura da aeronave.

FIGURA 19 - Posição da hélice nº 3 em relação à corda média da seção da asa e semi-envergadura da aeronave.

- valor de $\delta = -10,90$ u. m. (no sentido do eixo coordenado z).

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada acima. O perfil utilizado foi o que se encontra na seção à frente do centro da hélice, portanto dentro do espaço de abrangência do fluxo induzido diretamente pela hélice, mostrado simplificado na figura acima.

FIGURA 20 - Gráfico de $-C_p \times \%$ da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 21 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 22 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 23 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 24 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.2.4 Posição 4

A FIGURA 25 abaixo mostra a posição da hélice perante a semi-envergadura da aeronave.

FIGURA 25 – Posição da hélice nº 4 em relação à corda média da seção da asa e semi-envergadura da aeronave.

- valor de $\delta = 25,00$ u. m. (no sentido do eixo coordenado z).

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada acima. O perfil utilizado foi o que se encontra na seção à frente do centro da hélice, portanto dentro do espaço de abrangência do fluxo induzido diretamente pela hélice, mostrado simplificada na figura acima.

FIGURA 26 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 27 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 28 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 29 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 30 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.3 Perfil externo à esteira da hélice

4.3.1 Posição 1

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada na Figura 06, onde o perfil utilizado encontra-se fora do espaço de abrangência do fluxo induzido pela hélice diretamente, aproximadamente entre a metade da semi-envergadura e a ponta da asa. Sendo que nesta posição ele recebe a influência indireta da hélice somada à influência do fluxo livre.

FIGURA 31 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 32 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 33 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 34 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 35 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 1 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.3.2 Posição 2

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada na Figura 12, onde o perfil utilizado encontra-se fora do espaço de abrangência do fluxo induzido pela hélice diretamente, aproximadamente entre a metade da semi-envergadura e a ponta da asa. Sendo que nesta posição ele recebe a influência indireta da hélice somada à influência do fluxo livre.

FIGURA 36 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 37 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 38 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 39 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 40 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 2 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.3.3 Posição 3

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada na Figura 18, onde o perfil utilizado encontra-se fora do espaço de abrangência do fluxo induzido pela hélice diretamente, aproximadamente entre a metade da semi-envergadura e a ponta da asa. Sendo que nesta posição ele recebe a influência indireta da hélice somada à influência do fluxo livre.

FIGURA 41 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 42 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 43 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 44 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 45 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 3 no ângulo de ataque de 8 graus.

4.3.4 Posição 4

Tem-se a seguir os gráficos obtidos dos resultados da execução dos programas para os diferentes ângulos de ataque na posição indicada na Figura 24, onde o perfil utilizado encontra-se fora do espaço de abrangência do fluxo induzido pela hélice diretamente, aproximadamente entre a metade da semi-envergadura e a ponta da asa. Sendo que nesta posição ele recebe a influência indireta da hélice somada à influência do fluxo livre.

FIGURA 46 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 0 graus.

FIGURA 47 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 2 graus.

FIGURA 48 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 4 graus.

FIGURA 49 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 6 graus.

FIGURA 50 - Gráfico de $-C_p$ x % da corda média da seção da asa para a posição da hélice nº 4 no ângulo de ataque de 8 graus.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Inicialmente valer ressaltar que para a condição de voo de cruzeiro não há nenhuma modificação em relação ao programa Maunsell, ao programa Modificado e à situação em que o modelo está sem a ação da hélice, sendo as curvas apresentadas coincidentes entre si, tanto para todas as posições da hélice aqui utilizadas como também para todos os ângulos de ataque estudados e para a localização, tanto internamente quanto externamente à esteira da hélice, do perfil da asa aqui analisada. Isto se deve principalmente ao coeficiente de empuxo (C_T) e a razão de avanço (J), fazendo com que a velocidade induzida pela hélice seja desprezível em relação à velocidade do fluxo livre, não se notando portanto a ação da hélice neste caso.

Outra análise que pode ser feita de um modo generalizado é sobre a curva do coeficiente de pressão (C_p) sobre o perfil advinda do programa Conway. Onde o carregamento sobre o perfil, mostrado por meio do coeficiente de pressão no extradorso e no intradorso do mesmo, segue a tendência dos outros carregamento, mas apresenta uma diminuição do seu valor, principalmente na parte dianteira do aerofólio, contradizendo até o caso sem a atuação da hélice. Isto se deve ao fato do valor do vetor velocidade devido à hélice tornar-se contrário ao vetor velocidade do fluxo livre, diminuindo assim o valor do vetor resultante, pois após análise dos resultados descobriu-se que com o valor de um diâmetro à frente da posição da hélice, o vetor da velocidade induzida pela hélice muda de sentido, devido as eqs. (53), (54) e (55) ao serem aplicadas ao programa computacional, uma vez que elas são oriundas de uma análise teórica de hélice isolada. Portanto um dos trabalhos futuros seria a realização de uma adequação dessas equações para o caso de todo o campo de atuação do programa.

Com relação à posição da hélice, conclui-se que as melhores posições para se configurar seriam as de número 1(um), 2(dois) e 4(quatro). Sendo que os valores do

programa Modificado mostraram-se mais apurados que o do programa Maunsell, devido a discretização realizada.

6. CONCLUSÃO

Pode-se concluir que a inclusão da posição da hélice nº 4 é viável, mostrando-se melhor em alguns ângulos de ataque que as outras posições analisadas que já existiam no programa original.

A inclusão do carregamento elíptico da hélice mostra-se necessária, para que se tenha um carregamento teórico em comparação com os carregamentos experimentais que podem ser inseridos por meio do programa Modificado, com a ressalva que ele necessita ser adaptado para todo o campo de atuação do programa. Mesmo assim é uma maneira de se demonstrar uma forma de carregamento teórico, sem ser a formulação empírica de Korning, como exemplo durante uma aula teórica ou como exemplo teórico durante uma aula prática de aerodinâmica das hélices.

Ainda como sugestão de trabalhos futuros, pode-se incluir outras formas de carregamentos tanto teóricos quanto reais, levando-se em consideração o efeito da esteira da asa no carregamento da hélice, juntamente com novas posições da hélice.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Analytical Methods Inc. (1997). AMI Home Page. <http://www.am-inc.com> .(Set.).
- Butter, D.J. (1977). *Improvements to the basic MBB panel method*. Manchester, Hawker Siddeley Aviation Ltd., Report HSA-MAE-R-FDM-0006.
- Catalano, F.M.; Stollery, J.L. (1993). *The effect of a high thrust pusher propeller on the flow over a straight wing*. AIAA Paper n. 93-3436-CP. p. 309-319.
- Catalano, F.M.; Maunsell, M.G. (1997). *Numerical and experimental analysis of the effect of a pusher propeller on a wing and body*. In: 35th AEROSPACE SCIENCES MEETING & EXHIBIT. AIAA Paper n. 97-0038. Reno, NV.
- Chen, J. (1995). Unsteady propeller surface pressure prediction with a potential based panel method. *Journal of Hydrodynamics*, v. 7, n. 4, p. 35-41, Dec.
- Chen, S. H.; Williams, M. H. (1991). Panel method for counter-rotating propfans. *Journal of Propulsion and Power*, v. 7, n. 4, p. 593-601, Jul.-Aug.
- Chiocchia, G.; Pignataro, S. (1995). On the induced drag reduction due to propeller-wing interaction. *Aeronautical Journal*, v. 99, n. 988, p. 328-336, Oct.
- Conway, J.T. (1995). Analytical solutions for the actuator disk with variable radial distribution of load. *Journal of Fluid Mechanic*, v. 297, p. 327-355.
- Conway, J.T. (1998). Exact actuator disk solutions for non-uniform heavy loading and slipstream contraction. *Journal of Fluid Mechanic*, v. 365, p. 235-267.

- Cooper, R.K.; McCann, W.J.; Chapleo, A.Q. (1992). *Over wing propeller aerodynamics*. ICAS-92-3.2.2.
- Dang, T.Q. (1990). Calculations of propeller/airframe interference effects using the potencial/multienergy flow method. *AIAA Journal*, v. 28, n. 5, p. 771-777.
- Durand, W.F. (1934). *Aerodynamic theory*. California, USA, Stanford University.
- Fox, R.W.; McDonald, A.T. (1995). *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. Trad. por Alexandre Matos de Souza Melo. 4. ed. Rio de Janeiro, Guanabara Koogan.
- Gradshteyn, I.S.; Ryzhik, I.M. (1980). *Tables of integrals, series and products*. London, Academic Press.
- Hess, J.L. (1975). Review of integral-equation techniques for solving potential-flow problems with emphasis on the surface-source method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, n. 5, p. 145-196.
- Hess, J.L. (1985). Review of the historical development of surface source methods. In: Morino, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Berlin, Springer-Verlag, 1985. Cap. 2, p.21-37. (Computational Mechanics Publications).
- Hess, J.L. (1990). Linear potential schemes. In: Henne, P. A., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap. 2, p. 21-37. (Progress in Astronautics and Aeronautics).
- Hunt, B.; Semple, W.G. (1978). *The panel method for subsonic aerodynamic flows*: a survey of mathematical formulations and numerical models and an outline of the new British Aerospace scheme. Belgium, Von Kármán Institute for Fluid Dynamics. (Lectures Series 1978-4).
- Jobe, C.E. (1985). Prediction and verification of aerodynamic drag. In: Covert, E. E., ed. *Applied computational aerodynamics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc. Cap. 3-4, p. 121-206.(Progress in Astronautics and Aeronautics).

- Karamcheti, K. (1966). *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. New York, John Wiley & Sons.
- Katz, J.; Plotkin, A. (1991). *Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods*. New York, McGraw-Hill. (Aeronautical and aerospace engineering series).
- Kellog, O.D. (1929). *Foundations of potencial theory*. New York, Ungar.
- Kinnas, S.A.; Hsin, C.Y. (1994). The local error of a low-order boundary element method at the trailing edge of a hydrofoil and its effect on the global solution. *Computers Fluids*, v. 23, n.1, p. 63-75.
- Koning, C. (1935). Influence of the propeller on other parts of the airplane structure. In: Durand, W.F. *Aerodynamic theory*. California, USA, California Institut of Tecnology. 1943, v. 4, p. 361-430.
- Körner, H.; Hirschel, E.H. (1977). The calculation of flow fields by panel methods: a report on Euromech 75. *Journals of Fluid Mechanic*, v. 79, part 1, p. 181-189.
- Kraus, W. (1978). Panel methods in aerodynamics. In: Wirz, H. J., ed. *Numerical methods in fluid dynamics*. Cap. 1, p. 237-297. New York, McGraw-Hill.
- Laundau, L.; Lifshitz, E. (1959). *Fluid Mechanics*. London, Pergamon Press. (Couse of Theoretical Physics, 6).
- Martins, A.L. (1997). *Estudo de revisão, implementação e aplicação de métodos de painéis em aerodinâmica*. São Carlos. 224p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Maskew, B. (1982). Prediction of subsonic aerodynamic characteristics: a case for low-order panel methods. *Journal of Aircraft*, v. 19, n. 2, p. 157-163.

- Maunsell, M.G. (1987) *A study of propeller-wing-body interference with special reference to a low speed pusher propeller configuration*. Southampton. 284p. Thesis (Ph. D.). University of Southampton.
- Morino, L.; Kuo, C.C. (1974). Subsonic potential aerodynamics for complex configurations: a general theory. *AIAA Journal*, v. 12, n. 2, p. 191-197.
- Morino, L. (1985). Foundations of potential flows. In: Morino, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Cap. 1, p. 3-17. Berlin, Springer-Verlag. (Computational Mechanics Publications).
- Prudnikov, A.P.; Brychkov, Y.A.; Marichev, O.I. (1992). *Integrals and series, vol. 4: direct Laplace transforms*. New York, Gordon & Breach.
- Pyo, S.; Kinnas, S. A. (1997). Propeller wake sheet roll-up modeling in three dimensions. *Journal of Ship Research*, v. 41, n. 2, p. 81-92, Jun.
- Spiegel, M.R. (1992). *Manual de fórmulas, métodos e tabelas de matemática*. Trad. por Roberto Chioccarello; revisão e ampliação José Maria Lemes da Silva. São Paulo, Makron Books do Brasil Ltda. e McGraw-Hill Ltda. (Coleção Schaum).
- Schlichting, H.; Truckenbrodt, E. (1979). *Aerodynamics of the airplane*. New York, McGraw-Hill.
- Tinoco, E.N.; Rubbert, P.E. (1985). Panel methods: PAN AIR. In: Morino, L., ed. *Computational methods in potential aerodynamics*. Cap. 3, p. 39-92. Berlin, Springer-Verlag. (Computational Mechanics Publications).
- Thwaites, B. (1960). *Incompressible aerodynamics: an account of the theory and observation of the steady flow of incompressible fluid past airfoils, wings and other bodies*. New York, Dover.
- Veldhuis, L. L. M. (1995). Optimization of tractor propeller wing configurations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G - Journal of Aerospace Engineering*, v. 209, n. 3, p. 215-266.

Verdério, L.A. (1993). *Análise da interação entre asa e esteira da hélice por meio do método dos painéis*. São Carlos. 230p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Young, A.D. (1989). *Boundary layers*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics. (AIAA Education Series).

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Akai, T.J. (1994). *Applied numerical methods for engineers*. New York, John Wiley & Sons, Inc.

Anderson, J.D., Jr. (1991). *Fundamentals of aerodynamics*. 2. ed. New York, McGraw-Hill.

Faires, J.D.; Burden, R.L. (1993). *Numerical methods*. Boston, Massachusetts, PWS Publishing Company.

Hehl, M.E. (1986). *Linguagem de programação estruturada: FORTRAN 77*. São Paulo, McGraw-Hill.

Moran, J. (1984). *An introduction to theoretical and computational aerodynamics*. New York, John Wiley.

Press, W.H.; Teukolski, S.A.; Vetterling, W.T. & Flannery, B.P. (1992). *Numerical recipes in FORTRAN*. Cambridge University Press.

Yakowitz, S.; Szidarovszky, F. (1989). *An introduction to numerical computations*. 2. ed. New York, Macmillan Publishing Company.