



**Campus de São Carlos**

**ESTUDO DOS ERROS CÍCLICOS NAS  
MÁQUINAS DE MEDIR A TRES  
COORDENADAS**

**MÁRCIA KIMIE NAKAZATO**

Prof. Dr. Benedito Di Giacomo

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**



**ESCOLA DE ENGENHARIA  
DE SÃO CARLOS**

DEDALUS - Acervo - EESC



31100044267

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MÁRCIA KIMIE NAKAZATO

# ESTUDO DOS ERROS CÍCLICOS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 10.12.103.

Ass.: *Leandro Corrali*

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.

**ORIENTADOR: PROF. DR. BENEDITO DI GIACOMO**



SÃO CARLOS

2003

Class.	TESE - EESC
Cutt.	3852
Tombo	T037/04
Sysno	1357683

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação  
do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

N163e Nakazato, Márcia kimie  
Estudo dos erros cíclicos nas máquinas de medir a  
três coordenadas / Márcia Kimie Nakazato. -- São  
Carlos, 2003.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de  
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2003.

Área : Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Benedito Di Giacomo.

1. Erros cíclicos. 2. Máquinas de medir a três  
coordenadas. 3. Franjas de Moiré. I. Título.

**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidata: Licenciado **MARCIA KIMIE NAKAZATO**

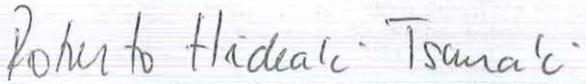
Dissertação defendida e julgada em 06-11-2003 perante a Comissão Julgadora:

  
Prof. Dr. **BENEDITO DI GIACOMO (Orientador)**,  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

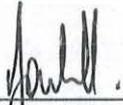
APROVADA

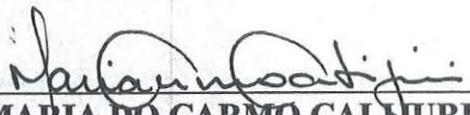
  
Prof. Dr. **MARIO FRANCISCO MUCHERONI**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovada

  
Prof. Dr. **ROBERTO HIDEAKI TSUNAKI**  
(Universidade de Mogi das Cruzes/UMC)

Aprovada

  
Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica

  
Profa. Assoc. **MARIA DO CARMO CALHURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedico este trabalho aos meus pais e a todos que sempre me apoiaram em todas as circunstâncias.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Benedito Di Giacomo pela orientação, discussão e apoio durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Mário Francisco Mucheroni pelos valiosos comentários e discussões.

Ao Prof. Dr. Roberto Hideaki Tsunaki pelas ricas sugestões, discussões e apoio.

Ao Prof. Dr. Luís Carlos Casteletti e sua equipe, do Departamento de Engenharia de Materiais, pela cooperação em uma etapa deste trabalho.

Ao Dr. Paulo Henrique Pereira pela sua atenção e preciosa colaboração com o envio de materiais bibliográficos.

Aos colegas de Pós-Graduação Alessandra, Alessandro, Andréa, Alexandre, Cláudio, Denise, Eraldo, Fabrício, Marcela, Mateus, Renata, Rita, Rosenda e Vagner pelo apoio manifestado.

Ao técnico Luiz Carlos Neves pela construção dos dispositivos para a parte experimental e pelos auxílios prestados.

Aos técnicos da oficina do LAMAFE Adão S. Bolsan, José C. Botelho e José Risardi pela atenção e auxílio prestados.

Ao CNPq pelo apoio financeiro concedido durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos funcionários da Secretaria de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mecânica; aos funcionários das bibliotecas Central, ICMC e IFSC; a todos os funcionários do Laboratório de Metrologia.

Um agradecimento especial a Elizabeth M.A. Alexandre (Beth).

As minhas amigas Bianca e Camila pela alegria, paz, força e incentivo. Aos meus pais pela colaboração e apoio incondicional em todos os momentos.

A todos aqueles que, por esquecimento ou ausência, deixaram de ser citados.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>iv</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>ix</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>xi</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2. AS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS E OS ERROS CÍCLICOS DOS SISTEMAS DE POSICIONAMENTO...</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b> A evolução das Máquinas de Medir a Três Coordenadas.....	6
<b>2.2</b> Erros nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas.....	8
<b>2.2.1</b> Erros Geométricos.....	8
<b>2.2.2</b> Erros de Abbè.....	10
<b>2.2.3</b> Outros erros.....	11
<b>2.3</b> Calibração de Máquinas de Medir a Três Coordenadas.....	12
<b>2.3.1</b> Calibração Indireta.....	13
<b>2.3.2</b> Calibração Direta.....	14
<b>2.4</b> Erros Cíclicos.....	15
<b>2.4.1</b> Sistemas de posicionamento e monitoramento utilizados nas MM3Cs e máquinas ferramentas.....	15
<b>2.4.2</b> Erros cíclicos gerais.....	20
<b>2.4.3</b> Grades de Difração.....	22
<b>2.4.4</b> Máquinas de riscar grades de difração.....	24
<b>2.4.5</b> Fabricação de Grades.....	26
<b>2.4.5.1</b> Fotolitografia.....	28
<b>2.4.6</b> Escalas Lineares.....	30
<b>2.4.7</b> Franjas de Moiré.....	31
<b>2.4.7.1</b> Modulação da intensidade de franjas de Moiré .....	34
<b>2.4.7.2</b> Aproximação Geométrica para análise das franjas de Moiré .....	35

2.4.7.3	Detecção de franja fotoelétrica.....	38
2.4.8	Inspeção de grades .....	41
<b>3.</b>	<b>ASPECTOS TEÓRICOS FUNDAMENTAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DE ERROS CÍCLICOS .....</b>	<b>43</b>
3.1	Considerações teóricas sobre o comportamento dos erros..	46
3.2	Análise de Fourier .....	48
3.2.1	Série de Fourier.....	50
3.2.2	Transformada de Fourier.....	54
3.2.3	Transformada de Fourier Discreta (DFT).....	56
3.2.4	“Aliasing” .....	57
3.2.5	“Fast Fourier Transform” (FFT).....	60
3.2.5.1	O algoritmo FFT .....	62
3.3	Método de Aproximação por Mínimos Quadrados .....	66
3.3.1	Regressão Linear .....	66
3.3.2	Análise Harmônica .....	68
<b>4.</b>	<b>MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DOS ERROS CÍCLICOS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS .....</b>	<b>70</b>
4.1	Medição convencional do espaçamento entre linhas .....	71
4.2	Sistema proposto para o levantamento dos erros cíclicos ..	72
4.2.1	Levantamento dos erros cíclicos de baixa freqüência.	73
4.2.2	Levantamento dos erros cíclicos de alta freqüência ..	74
4.3	Método para Análise dos Erros Cíclicos .....	75
4.3.1	Análise dos erros cíclicos de baixa freqüência .....	75
4.3.2	Análise dos erros cíclicos de alta freqüência .....	76
<b>5.</b>	<b>DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA PARA A DETERMINAÇÃO DOS ERROS CÍCLICOS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS .....</b>	<b>77</b>
5.1	Características da Máquina de Medir a Três Coordenadas utilizada .....	77

5.2	Medição do espaçamento entre linhas por método convencional .....	82
5.3	Sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos....	84
5.3.1	Levantamento dos erros cíclicos de baixa freqüência.	87
5.3.2	Levantamento dos erros cíclicos de alta freqüência...	90
5.4	Método de Análise .....	95
5.4.1	Análise dos erros cíclicos de baixa freqüência .....	95
5.4.2	Análise dos erros cíclicos de alta freqüência .....	98
<b>6.</b>	<b>TESTES EXPERIMENTAIS, RESULTADOS E DISCUSSÕES ..</b>	<b>102</b>
6.1	Resultados da medição do espaçamento entre linhas .....	102
6.2	Resultados da medição dos erros cíclicos na MM3C .....	104
6.2.1	Erros cíclicos de baixa freqüência .....	104
6.2.2	Erros cíclicos de alta freqüência .....	127
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>134</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>138</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR .....</b>	<b>146</b>
	<b>APÊNDICE 1 – TABELA REFERENTE A MEDIÇÃO CONVENCIONAL .....</b>	<b>148</b>
	<b>APÊNDICE 2 – RESULTADOS COMPLEMENTARES DOS ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA .....</b>	<b>149</b>
	<b>APÊNDICE 3 – TABELA DE AMPLITUDES FREQUENCIAIS .....</b>	<b>153</b>
	<b>APÊNDICE 4 – PROGRAMAS COMPUTACIONAIS .....</b>	<b>156</b>
	<b>APÊNDICE 5 – INFLUÊNCIA CÍCLICA NO ERRO DE POSIÇÃO ...</b>	<b>160</b>
	<b>APÊNDICE 6 – EFEITO MOIRÉ .....</b>	<b>163</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1	- MM3C tipo Ponte Móvel .....	7
FIGURA 2.2	- Erros geométricos associados ao movimento na direção Y da MM3C (CARDOZA, 1995) .....	9
FIGURA 2.3	- Volume de trabalho da MM3C (CARDOZA, 1995) ....	10
FIGURA 2.4	- Sistema de medição de deslocamento por meio de escalas ópticas (KUNZMANN et al, 1993) .....	16
FIGURA 2.5	- Método de varredura fotoelétrica por transmissão (HEINDENHAIN, 2002) .....	17
FIGURA 2.6	- Método de varredura fotoelétrica por reflexão (HEINDENHAIN, 2002) .....	18
FIGURA 2.7	- Máquina construída por Michelson e reconstruída por George Harrison (lado esquerdo da foto) no M.I.T. (MOORE, 1970) .....	25
FIGURA 2.8	- Etapas da Fotolitografia (DE FOREST, 1975) .....	29
FIGURA 2.9	- Tipos de alinhamento da máscara utilizados em fotolitografia .....	30
FIGURA 2.10	- Franjas de Vernier e Franjas angulares .....	33
FIGURA 2.11	- Geometria das franjas de Moiré (THOMAS, 1974) ...	35
FIGURA 2.12	- Triângulo I .....	36
FIGURA 2.13	- Triângulo II .....	36
FIGURA 2.14	- Triângulo III .....	37
FIGURA 2.15	- Triângulo IV .....	37
FIGURA 2.16	- Triângulo V .....	38
FIGURA 2.17	- Detecção de franja fotoelétrica (LUXMORE e SHEPHERD, 1983) .....	39
FIGURA 2.18	- Par de sinais de quadratura (LUXMORE e SHEPHERD, 1983) .....	40
FIGURA 3.1	- Amostragem discreta de um sinal analógico (NEWLAND, 1993) .....	44

FIGURA 3.2	- Separação da luz branca em seu espectro de cores (FIGLIOLA e BEASLEY, 1995) .....	46
FIGURA 3.3	- Erro cíclico, erro progressivo e histerese (BUTTERWORTH, 1986) .....	47
FIGURA 3.4	- Sinal no domínio do espaço e no domínio da frequência (ITEC, 1984; JOAQUIM e SARTORI, 1990) .....	49
FIGURA 3.5	- Efeito da taxa amostral sobre a frequência do sinal	57
FIGURA 3.6	- Diagrama dobrável para frequências "alias" (FIGLIOLA e BEASLEY, 1995 .....	58
FIGURA 3.7	- Efeito do tamanho do passo sobre os erros observados (HEMINGRAY et al, 1971) .....	59
FIGURA 3.8	- Passos lógicos durante a operação do algoritmo FFT em uma seqüência $\{y_r\}$ de quatro termos (NEWLAND, 1993) .....	65
FIGURA 5.1	- MM3C e alguns dos seus componentes .....	80
FIGURA 5.2	- Esquema do sistema de medição das escalas da MM3C (BROWN & SHARP) .....	80
FIGURA 5.3	- Foto da escala móvel da MM3C .....	81
FIGURA 5.4	- Foto da escala móvel mostrando a graduação responsável pela direção do movimento .....	82
FIGURA 5.5	- Foto de uma parte da escala móvel e esquema do passo .....	82
FIGURA 5.6	- Foto do microscópio utilizado para a medição do passo .....	83
FIGURA 5.7	- Princípio interferométrico para medir deslocamento linear (HEWLETT PACKARD, 1988) .....	85
FIGURA 5.8	- MM3C e sistema interferométrico utilizado no levantamento dos erros cíclicos .....	86
FIGURA 5.9	- Ópticas e dispositivos utilizados no levantamento dos erros cíclicos .....	86

FIGURA 5.10	- Representação do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de baixa freqüência	88
FIGURA 5.11	- Montagem do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de alta freqüência ..	90
FIGURA 5.12	- Tambor micrométrico acoplado ao dispositivo divisor de deslocamento .....	91
FIGURA 5.13	- Montagem do sistema divisor de deslocamento	92
FIGURA 5.14	- Esquema da relação entre os braços da haste do dispositivo divisor de deslocamento .....	93
FIGURA 5.15	- Representação do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de alta freqüência ..	94
FIGURA 5.16	- Esquema da disposição das colunas do arquivo de dados de baixa freqüência .....	96
FIGURA 5.17	- Fluxograma do algoritmo Baixa Freqüência .....	97
FIGURA 5.18	- Disposição da janela e dos arquivos do teste de alta freqüência .....	99
FIGURA 5.19	- Fluxograma do algoritmo Alta Freqüência .....	100
<hr/>		
FIGURA 6.1	- Gráfico resultante da medição dos espaçamentos entre as linhas da escala móvel. ....	103
FIGURA 6.2	- Mudança na espessura das linhas da escala móvel..	103
FIGURA 6.3	- Gráfico $E_i$ versus $E_{i+1}$ .....	104
FIGURA 6.4	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb1 com progressivo .....	105
FIGURA 6.5	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb1 com progressivo com progressivo .....	105
FIGURA 6.6	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta do teste Tb1 com progressivo .....	106
FIGURA 6.7	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb1 sem progressivo .....	107
FIGURA 6.8	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb1 sem progressivo .....	108

FIGURA 6.9	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb1 sem progressivo .....	110
FIGURA 6.10	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb2 sem progressivo .....	111
FIGURA 6.11	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb2 com progressivo .....	112
FIGURA 6.12	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb2 sem progressivo .....	112
FIGURA 6.13	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb3 com progressivo .....	113
FIGURA 6.14	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb3 sem progressivo .....	115
FIGURA 6.15	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb4 com progressivo .....	116
FIGURA 6.16	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb4 com progressivo .....	117
FIGURA 6.17	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb4 sem progressivo .....	117
FIGURA 6.18	- Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb4 sem progressivo .....	118
FIGURA 6.19	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb5 com progressivo .....	119
FIGURA 6.20	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb5 sem progressivo .....	119
FIGURA 6.21	- Gráfico Posição versus Erro referente ao trajeto de ida Tb5 sem progressivo .....	120
FIGURA 6.22	- Teste Q1 .....	122
FIGURA 6.23	- Teste Q2 .....	123
FIGURA 6.24	- Teste Q3 .....	123
FIGURA 6.25	- Teste Q4 .....	124
FIGURA 6.26	- Teste Q5 .....	124
FIGURA 6.27	- Detalhes do gráfico Posição versus Erro referente ao teste Q5 .....	122

FIGURA 6.28	- Teste Q6 .....	125
FIGURA 6.29	- Detalhes do gráfico Posição versus Erro referente ao teste Q6 .....	126
FIGURA 6.30	- Gráfico Laser versus Erro referente ao teste de Alta Freqüência .....	128
FIGURA 6.31	- Aproximação de Fourier referente ao teste de Alta Freqüência .....	129
FIGURA 6.32	- Gráfico de resíduos da aproximação de Fourier .....	129
FIGURA 6.33	- Gráfico Máquina versus Laser .....	130
FIGURA 6.34	- Curva de Calibração do teste de Alta Freqüência ....	130
FIGURA 6.35	- Gráfico Máquina versus Erro .....	131
FIGURA 6.36	- Curva de erro do teste de Alta Freqüência .....	131
FIGURA 6.37	- Aproximação de Fourier para o erro médio .....	132
FIGURA 6.38	- Gráfico de resíduos da aproximação de Fourier para o erro médio .....	133
FIGURA A2.1	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb6 com progressivo .....	149
FIGURA A2.2	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb6 sem progressivo .....	150
FIGURA A2.3	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb2 sem progressivo .....	151
FIGURA A2.4	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb3 sem progressivo .....	152
FIGURA A2.5	- Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb5 sem progressivo .....	152
FIGURA A5.1	- Montagem experimental para a medição do erro de posição do eixo Y .....	160
FIGURA A5.2	- Erro de Posição do eixo Y sem estratégia .....	161
FIGURA A5.3	- Erro de Posição do eixo Y com estratégia .....	162
FIGURA A5.4	- Desvio padrão sem estratégia e com estratégia .....	162
FIGURA A6.1	- Franjas de Moiré .....	163

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1	- Principais descobertas de métodos eficientes para cálculo da DFT (Heideman et al, 1984) .....	62
TABELA 5.1	- Informações técnicas sobre a MM3C (CARDOZA, 1995) .....	78
TABELA 5.2	- Testes de baixa freqüência .....	89
TABELA 5.3	- Testes de 4mm .....	89
TABELA 5.4	- Dados técnicos do tambor micrométrico .....	91
TABELA 5.5	- Freqüência Nyquist do passo incremental .....	98
TABELA 6.1	- Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.8 .....	109
TABELA 6.2	- Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.11 .....	113
TABELA 6.3	- Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.14 .....	115
TABELA 6.4	- Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.18 .....	118
TABELA 6.5	- Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.20 .....	120
TABELA 6.6	- Amplitudes de algumas freqüências observadas nos testes Tb1, Tb2, Tb3, Tb4 e Tb5 .....	121
TABELA 6.7	- Amplitudes das freqüências 250 e 6000 ciclos/m, dos testes de 4mm .....	126

TABELA A1.1 - Medição convencional entre as linhas da escala móvel .....	148
TABELA A2.1 - Frequências observadas na Figura A2.2 .....	150
TABELA A3.1 - Amplitudes das frequências observadas nos testes Tb1, Tb2, Tb3, Tb4 e Tb5 .....	153
TABELA A3.2 - Amplitudes das frequências observadas nos testes Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 e Q6 .....	155

## RESUMO

NAKAZATO, M.K. (2003). *Estudo dos Erros Cíclicos nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. 163p. Dissertação (Mestrado)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

Os erros cíclicos nas escalas das Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs) exercem influência significativa nos resultados das medições efetuadas em comprimentos pequenos. Um dos fatores que contribuem para a ocorrência dos erros cíclicos é a acuracidade limitada dos métodos utilizados na fabricação de escalas. As MM3Cs utilizam escalas desenhadas e fabricadas por métodos fotográficos ou riscadas em máquinas tipo “step and repeat”. Ambos os métodos produzem um erro sistemático entre traços sucessivos. Desta forma, a medida que o número de traços aumenta as parcelas do erro sistemático somam-se e quando atingem um determinado valor este erro é compensado. Esta correção é feita a cada distância cujo valor corresponde ao de um período cíclico de baixa frequência e o processo repete-se até que toda a escala seja riscada. Outro fator que contribui para a existência dos erros cíclicos origina-se da resolução exigida pela MM3C, que é sempre bastante alta e ultrapassa as capacidades existentes atualmente para fabricação de escalas. O que se faz para lidar com o problema da resolução é subdividir eletronicamente o espaço entre traços consecutivos da escala. Esta divisão eletrônica está associada a um sinal seno gerado pelas franjas de Moiré. A digitalização e subdivisão deste sinal geram erros periódicos, também conhecidos como erros cíclicos de alta frequência. Embora diversos erros das MM3Cs tenham sido largamente estudados, ainda hoje, não foi realizada uma observação sistemática para que se tenha a exata medida da influência dos erros cíclicos, na medição a três coordenadas. Para suprir essa necessidade e contribuir na busca de novos métodos de avaliação, este trabalho apresenta os procedimentos de medição dos erros cíclicos de baixa e de alta frequência, bem como a aplicação de Análise de Fourier aos conjuntos de dados obtidos. A medição da distância entre as linhas consecutivas da régua móvel da MM3C também foi realizada e os resultados comprovaram a existência dos erros de fabricação, a ocorrência de compensação periódica e também sugeriram os erros de subdivisão eletrônica. Além disso, no levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência foi confirmada a existência de um período cíclico de quatro milímetros.

Palavras chaves: erros cíclicos; Máquinas de Medir a Três Coordenadas; franjas de Moiré.

**ABSTRACT**

NAKAZATO, M.K. (2003). *Estudo dos Erros Cíclicos nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. 163p. Dissertação (Mestrado)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

Cyclic errors in scales of Coordinate Measuring Machines (CMMs) have a significant influence in measuring results on a very small displacement hindering most of the measuring tasks. One of the factors that contribute to the appearance of the cyclic errors is the limited accuracy of the used manufacturing methods of the scales. CMMs use scales drawn and manufactured by photographic methods or marked in step and repeat machines. In both methods the distances between succeeding lines are prone to systematic errors and therefore, with the increasing of the number of lines systematic errors are added up. Error compensation is provided when the amount of errors reaches a predetermined value. The error correction made at predetermined lengths defines a period what one can call the low frequency cyclic error. This process must be repeated all along the scale. Another factor that contributes to the existence of cyclic errors originates from high resolution required by CMM that goes beyond the existent manufacturing capacities of scales. This problem is somewhat solved by means of an electronic signals splitting up. The electronic sign obtained as two consecutive lines on the scale is probed can be associated to a sine signal what is generated by Moiré type fringes. Digital conversion and electronic division of these signals also generate periodic errors and can be called high frequency cyclic error. Although several types of errors in CMMs have been largely studied, there is a lack regarding the cyclic errors. A huge need for a systematic study and observation of these errors is needed to permit an exact measure of its influence on coordinate measurements. To cope with the urgent need and to contribute in the search for new evaluation methods of the cyclic errors, this work presents a measuring procedure of low and high frequency cyclic errors and the application of Fourier Analysis to the testing data. Measurements of distances between consecutive lines of the scale were also obtained and the results have shown the existent manufacturing errors and suggested frequencies and period of errors of electronic division. A cyclic period of four millimeters was confirmed in the low frequency tests.

Keywords: cyclic errors; Coordinate Measuring Machines; Moiré fringes

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

A indústria moderna para manter-se competitiva nos dias de hoje necessita estar a todo tempo aberta a novas idéias e sempre disposta a romper as fronteiras da tecnologia.

No caso das indústrias do setor metal mecânico a metrologia dimensional desempenha um papel de grande importância na garantia da qualidade dos produtos manufaturados. Além disto, a qualidade é uma função direta do controle e inspeção associados ao processo de manufatura. Foram essas demandas associadas às exigências dos novos sistemas de manufatura que produziram o cenário favorável à introdução das Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3Cs).

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas são hoje um dos mais importantes instrumentos empregados na inspeção industrial e no controle de processos de manufatura. As máquinas de medir revolucionaram a metrologia dimensional.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas são sistemas complexos de medição, que possuem a capacidade de medir coordenadas, em um dado volume de trabalho delimitado por suas características físicas e geométricas. Elas são compostas na maioria das vezes por guias e mancais aerostáticos, além de escalas optoeletrônicas que simulam os eixos de um sistema de coordenadas cartesianas. A determinação dos pontos da superfície de uma peça a ser inspecionada é feita através de

sondas de medição. Estas máquinas incorporam também programas computacionais responsáveis pelo cálculo das características geométricas e dimensionais das peças medidas.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas são instrumentos de metrologia mecânica que provêm a maior parte dos requisitos de inspeção demandados pela indústria manufatureira moderna. Embora possua um projeto mecânico muito simples, quando combinada com escalas de alta resolução podem oferecer medições de grande precisão, grande volume de inspeção e universalidade. Sem dúvida o advento das Máquinas de Medir a Três Coordenadas propiciou um grande avanço na metrologia dimensional.

Como todo instrumento de medição, as máquinas de medir estão sujeitas a influências que modificam a posição relativa entre a peça e a sonda de medição provocando uma diferença entre as coordenadas verdadeira e medida. Esta diferença é chamada de erro.

As tecnologias de projeto e de fabricação das Máquinas de Medir a Três Coordenadas evoluíram muito desde a sua criação, há cerca de cinquenta anos atrás. Porém, é impossível fabricar equipamentos livres de erros geométricos, térmicos, dinâmicos e principalmente aqueles relacionados diretamente às escalas. Para garantir a acuracidade e repetibilidade das medições realizadas é necessário o conhecimento de tais erros, especialmente os erros cíclicos.

A melhora da acuracidade pode ser obtida através de duas formas. Uma delas é através da modificação dos elementos físicos da máquina, que em geral resulta em custos elevados. A outra forma é a aplicação de programas computacionais para compensar os erros existentes. Esta é a técnica mais factível para minimizar os erros e manter precisão nas medições a custos convenientes.

Para que os erros sejam compensados é necessário que se conheça previamente o comportamento e o valor deles.

O levantamento dos erros de qualquer equipamento é feito através de procedimentos de calibração. É importante que, o procedimento de calibração simule fielmente as condições normais de trabalho deste

equipamento. Entretanto, devido à complexidade das MM3Cs, ainda não existem procedimentos internacionalmente aceitos, por usuários e fabricantes, para avaliar o desempenho metrológico desses equipamentos.

O conhecimento dos erros cíclicos é muito importante porque freqüentemente a componente cíclica tem um efeito maior na parcela do erro sistemático e por isso acaba interferindo na qualidade dos resultados obtidos na medição da peça e também do erro de posição. Deste modo, uma estratégia de coleta de dados que minimize o efeito cíclico torna-se necessária.

Diante de todos esses fatos e apesar dos erros das MM3Cs terem sido largamente estudados, ainda hoje, a medição dos erros cíclicos não recebeu um tratamento científico adequado, isto é, uma observação de forma sistemática para que se tenha a exata medida da sua influência na medição a três coordenadas.

Para suprir essas necessidades e contribuir na busca de novos métodos de avaliação das MM3Cs, é objetivo deste trabalho o desenvolvimento e a aplicação de uma metodologia que seja capaz de avaliar os erros cíclicos nas MM3Cs atualmente existentes.

Para que se pudesse chegar a tal metodologia foi necessário o desenvolvimento de testes específicos e aplicação de Análise de Fourier para o estudo dos erros cíclicos de baixa e alta freqüência. A determinação dos erros cíclicos foi realizada através de metodologias e procedimentos atuais de calibração.

As etapas necessárias, para que o objetivo proposto fosse alcançado, estão descritas nos próximos capítulos. Uma breve descrição destes capítulos está apresentada na seqüência.

Um amplo conjunto de informações bibliográficas sobre os erros das MM3Cs, métodos de calibração das máquinas e erros cíclicos está apresentado no capítulo 2.

Todos os aspectos teóricos fundamentais para o desenvolvimento do sistema de avaliação de erros cíclicos estão descritos no capítulo 3.

No capítulo 4 está apresentada a proposta do trabalho para a determinação dos erros cíclicos nas Máquinas de Medir a Três Coordenadas.

Em seguida, no capítulo 5, estão descritos detalhadamente o procedimento e o sistema de calibração utilizado nos experimentos, além do desenvolvimento da Análise de Fourier empregada.

A apresentação e discussão dos resultados experimentais estão presentes no capítulo 6.

As conclusões relativas ao trabalho e sugestões para trabalhos futuros estão relatadas no capítulo 7.

## **CAPÍTULO 2**

### **AS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS E OS ERROS CÍCLICOS DOS SISTEMAS DE POSICIONAMENTO**

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas são provavelmente um dos instrumentos metrológicos mais versáteis utilizados na indústria moderna (NI, 1995). Elas apresentam simplicidade de operação, flexibilidade, acuracidade e permitem a medição de estruturas complexas com extrema rapidez e precisão, assim como, o controle simultâneo de diversas características metrológicas de uma peça (KUNZMANN e WÄLDELE, 1988).

Os últimos anos foram marcados por uma enorme evolução tecnológica nas áreas de projeto e de fabricação. Entretanto, as máquinas e os instrumentos de medição não têm precisão absoluta e apresentam erros.

Os erros encontrados nas MM3Cs são de muitos tipos e resultam da interação entre diversos fatores. Di Giacomo (1986) afirma que para avaliar o desempenho das MM3Cs considera-se muito importante o conhecimento destes erros assim como seus fatores de influência.

Segundo Kunzmann et al (1995) há duas estratégias para aumentar a acuracidade das MM3Cs. Uma delas relaciona-se com

modificações nos elementos físicos da máquina, tais como aumento da precisão na fabricação e melhoramentos do projeto, a fim de evitar erros. Enquanto a outra se resume em minimizar os erros através de programas computacionais.

Através de programas de compensação, é possível manter a acuracidade dentro de níveis bastante razoáveis a custo conveniente. Para o procedimento de compensação é preciso obter informações sobre os erros da máquina, e o levantamento desses erros pode ser feito através de uma calibração adequada.

Os procedimentos de calibração são classificados em dois tipos distintos que são a calibração direta e a calibração indireta.

Assim, este capítulo apresenta algumas considerações sobre as Máquinas de Medir a Três Coordenadas bem como os erros e fatores de influência relacionados às suas medições. Além disso, também estão apresentados métodos de calibração e uma ampla revisão bibliográfica sobre os erros cíclicos.

## **2.1 A EVOLUÇÃO DAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

A norma americana ASME (1997) classifica as máquinas de medir em 11 tipos. Porém, de acordo com Ni e Wäldele (1995) os tipos mais importantes e comuns disponíveis no mercado são Ponte Móvel, Ponte Fixa, "Cantilever", Braço Horizontal e Pórtico. A máquina de medir tipo Ponte Móvel, Figura 2.1, apresenta-se como a configuração mais utilizada no meio industrial (NI e WÄLDELE, 1995).

Nos anos 50, a automação de máquinas ferramentas criou a necessidade de meios de medição mais rápidos e flexíveis. Na Escócia, em 1954, este requerimento fez com que a Ferranti desenvolvesse a primeira Máquina de Medir a Coordenadas. O elemento chave que possibilitou o desenvolvimento da Máquina de Medir a Coordenadas (MMC) foi a disponibilidade de elementos de precisão e sistema de medição digital compatíveis. A régua utilizava sistema óptico por franjas de Moiré, que era

ideal devido a sua precisão e baixo custo de fabricação (BOSCH, 1995). Dessa forma, em 1959, a Ferranti introduziu a primeira MMC comercial. Esta máquina criou um amplo mercado no mundo industrial e conduziu o desenvolvimento de máquinas similares com capacidades maiores além de acuracidade e resolução melhores.

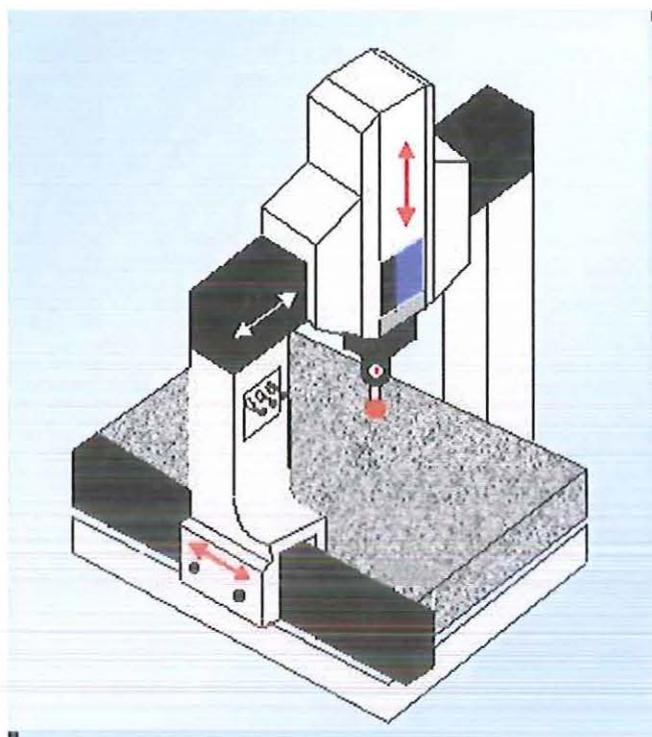


FIGURA 2.1 – MM3C tipo ponte móvel

Em 1960, George Knopf, que havia comparecido à Mostra Internacional de Máquinas Ferramentas em Paris, como funcionário da “Bendix Corporation”, obteve direitos exclusivos para vender as MMCs da Ferranti no mercado norte-americano. Embora o desempenho das máquinas fosse bom, mudanças precisavam ser feitas. A competição acionava o mercado e entregas mais rápidas eram exigidas. Com isto em mente, a Sheffield, adquirida pela “Bendix” em 1956, obteve licença da Ferranti para produzir MMCs e buscar melhoramentos (BOSCH, 1995).

Na Itália, Franco Sartorio, Luigi Lazzaroni e Giorgio Minucciani fundaram a “Digital Eletronic Automation” (DEA) em 1962. Após vários anos de crescimento, em 1994, a DEA tornou-se parte da “Brown & Sharpe Corporation” (BOSCH, 1995). Atualmente, denomina-se DEA

Brown & Sharpe e pertence ao grupo Hexagon Metrology (METALWORKING PRODUCTION, 2003).

O desenvolvimento de MMCs no Japão foi iniciado pela Mitutoyo em 1968. Em 1980, a Mitutoyo introduziu no mercado sua primeira MMC controlada diretamente por computador (BOSCH, 1995).

Em 1985, a Carl Zeiss da Alemanha e a Sheffield tornaram-se as primeiras fabricantes a produzirem MMCs com correção de erro por software (BOSCH, 1995).

Diante dessa evolução histórica nota-se que o desenvolvimento da MMC sempre gera muitas oportunidades de negócios e a competição resultante promove a continuidade do progresso tecnológico das MM3Cs.

## **2.2 ERROS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

Um sistema de medição por coordenadas abrange quatro elementos básicos: a peça, o operador, o instrumento e o ambiente (NI, 1995). Em Máquinas de Medir a Três Coordenadas e instrumentos de precisão os fatores relacionados a esses elementos interagem e interferem na acuracidade total (SCHELLEKENS et al, 1998). Além disso, ocasionam erros nas medições.

Assim, alguns dos tipos de erros mais citados pela literatura da ciência da medição estão brevemente descritos a seguir.

### **2.2.1 ERROS GEOMÉTRICOS**

Os erros geométricos surgem devido à interação entre os componentes da máquina de medir. Estes componentes apresentam imperfeições geométricas, decorrentes dos processos de fabricação e montagem, que provocam movimentos indesejáveis durante a movimentação dos carros. Eles constituem a maior fonte de inacuracidade nas MM3Cs e por este motivo presta-se a eles uma atenção especial.

Di Giacomo (1986) afirma que o estudo dos erros geométricos é feito considerando as guias e os carros da MM3C como sendo corpos rígidos. A posição de um corpo rígido no espaço é definida através de seus seis graus de liberdade, ou seja, dos deslocamentos nos três eixos ortogonais e dos movimentos angulares em torno destes eixos.

Deste modo, uma MM3C apresenta 18 erros geométricos decorrentes dos 18 graus de liberdade associados aos seus eixos. Hocken (1980) denomina esses erros de paramétricos porque estão associados às componentes individuais e podem ser parametrizados na posição.

Segundo a ASME (1997), durante o movimento de um carro da máquina em uma determinada direção preferencial pode-se observar que a leitura na escala do eixo não indica o valor exato do deslocamento. Neste caso o erro cometido é denominado erro de posição propriamente dito ou erro de escala. Tal erro pode ser determinado pela diferença entre o valor lido e o verdadeiro.

A Figura 2.2 ilustra as translações e rotações que ocorrem durante o movimento do carro na direção preferencial Y.

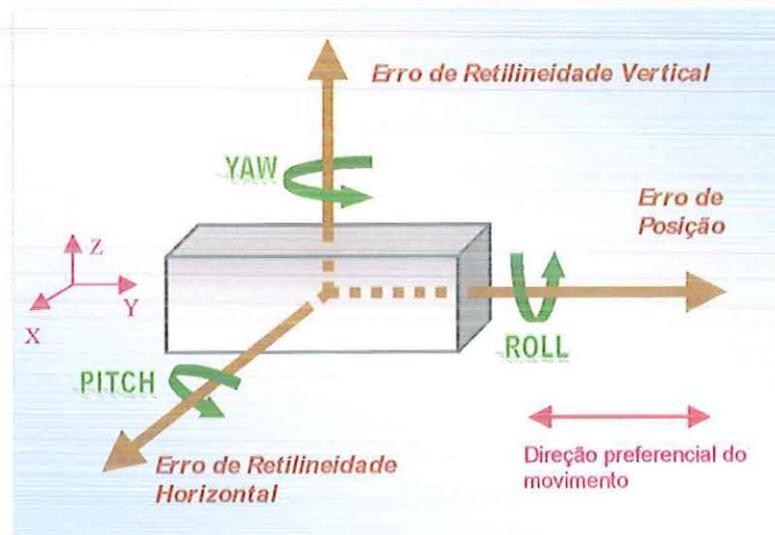


FIGURA 2.2 – Erros geométricos associados ao movimento na direção Y da MM3C (CARDOZA, 1995)

Nas direções dos eixos não preferenciais, o carro da máquina experimenta movimentos de translação não desejados que são chamados

erros de retilidade. O carro da máquina também realiza movimentos rotacionais indesejáveis denominados “Roll”, “Pitch” e “Yaw”.

Além disso, estão presentes ainda erros de ortogonalidade entre eixos. Para Hocken (1980), estes erros são classificados como não paramétricos porque estão associados a duas componentes. Portanto, tem-se um total de 21 erros geométricos no volume de trabalho da MM3C que combinados resultam no erro volumétrico.

A Figura 2.3 apresenta o volume de trabalho da MM3C.

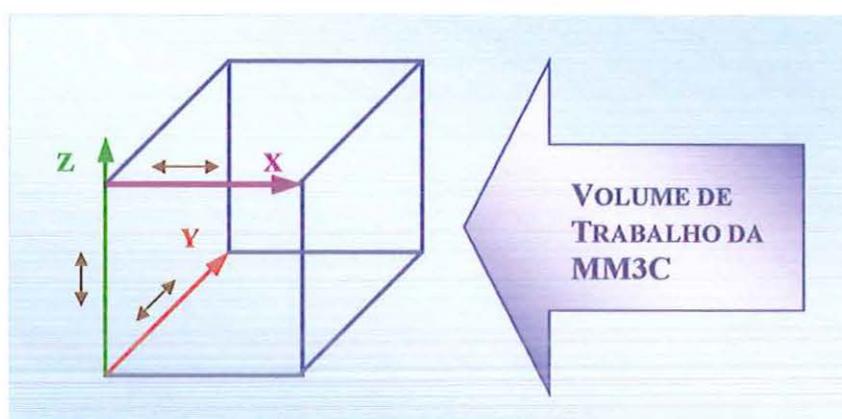


FIGURA 2.3.- Volume de trabalho da MM3C (CARDOZA, 1995)

### 2.2.2 ERROS DE ABBÈ

O Princípio de Abbè foi publicado pela primeira vez em 1890, e diz que a linha de referência de um sistema de medição deve ser coincidente com a linha de medição da peça (BRYAN, 1979).

Bryan (1979) também formulou uma generalização do Princípio de Abbè. De acordo com o autor, se a colinearidade não for possível, as guias transferirão aos pontos de medição deslocamentos devido a possíveis movimentos angulares. E a eliminação desses deslocamentos deve ser realizada através de duas ações distintas. A primeira se faz pelo levantamento de erros e correção de leituras. A segunda pode ser realizada através da utilização de guias sem movimento angular, eliminando assim a causa dos deslocamentos. Como, atualmente, é impossível o projeto de guias livres de movimento angular dois sistemas de medição em paralelo podem ser utilizados.

### 2.2.3 OUTROS ERROS

A configuração geométrica das MM3Cs permite que os eixos se desloquem uns sobre os outros. E a variação de esforços devido ao peso próprio provoca deformações, que segundo Hocken (1980) são bastante significativas.

As especificações com relação ao limite máximo de peso e posição da peça, que podem ser colocados sobre o desempenho da MM3C, devem ser rigorosamente obedecidas para evitar grandes deformações elásticas na estrutura da máquina (PIRATELLI FILHO, 1997).

As sondas são responsáveis pela definição dos pontos a serem medidos sobre a peça (NI, 1995). De acordo com Harvie (1986) a acuracidade e repetibilidade do sistema completo são influenciadas por alterações indesejáveis nas coordenadas dos pontos de medição decorrentes de problemas eletrônicos, deformações elásticas e variações de forças devido a direções de contato da sonda.

As Máquinas de Medir a Três Coordenadas possuem fontes de calor internas e externas. As fontes internas são: memória térmica, ar comprimido para alimentação da máquina, motores e sistemas eletrônicos que produzem os movimentos dos carros, atrito nas guias e mancais. As fontes externas são representadas pelo sistema de iluminação, climatização, pessoas e outras máquinas. Quando a temperatura ambiente é alterada acontecem variações na grandeza e comportamento dos erros geométricos. Estas variações são denominadas erros termicamente induzidos ou térmicos (BRYAN, 1990).

A fundação, base de isolamento ou suporte sobre o qual a máquina se encontra pode experimentar movimentos induzidos como resultado de forças externas que se transmitem pelo solo (CARDOZA, 1995). De acordo com a ASME (1997), caso estes movimentos se transmitam à máquina a exatidão e a repetibilidade da medição ficarão comprometidas uma vez que um movimento relativo entre a sonda, os eixos da MM3C e a peça vão ocorrer. Além disso, se a amplitude de vibração da máquina exceder a certos limites, danos severos à própria máquina poderão ocorrer.

Os programas computacionais das MM3Cs têm a função de obter e armazenar os valores das coordenadas dos pontos das superfícies das peças, calcular os parâmetros da geometria e apresentá-los em uma tela (PIRATELLI FILHO, 1997). Entretanto, esses programas estão sujeitos a erros de truncamento e arredondamento. Além disso, resultados diferentes são obtidos com a aplicação de métodos de aproximação como Mínimos Quadrados e Chebyshev, utilizados para coletar pontos e ajustá-los a uma curva que melhor represente o perfil da peça.

Outros fatores que afetam o desempenho das MM3Cs e podem ocasionar erros são a umidade, a energia elétrica e o ar comprimido (ASME, 1997).

A umidade relativa do ar deve ser mantida e controlada em níveis baixos, principalmente em função dos componentes eletrônicos das MM3Cs.

A energia elétrica que alimenta a MM3C deve ser fornecida de forma contínua e uniforme, sendo que os níveis de tensão e de frequência, bem como os níveis de ruído provenientes da rede elétrica, devem ser controlados. O aterramento deve ser feito para aliviar sobrecargas no sistema (ASME, 1997).

Os mancais aerostáticos necessitam de um suprimento contínuo de ar comprimido a pressão constante. Este ar comprimido deve apresentar uma baixa quantidade de partículas sólidas e de óleo, além de uma temperatura constante e próxima daquela do laboratório, de modo a evitar desgaste dos mancais ou induzir gradientes térmicos na máquina (ASME, 1997).

## **2.3 CALIBRAÇÃO DE MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

Grande parte dos erros nas medições em uma MM3C são sistemáticos e, portanto, podem ser compensados. Porém, antes é necessário caracterizá-los através dos métodos de calibração.

A norma ASME (1997) define a calibração como sendo a determinação da diferença entre o valor indicado por um instrumento de medição e o valor nominal ou verdadeiro. A calibração deve ser válida para todas as condições de operação sob as quais pode ser utilizado o instrumento calibrado.

Muitas pesquisas têm sido desenvolvidas com o objetivo de definir os métodos mais apropriados para a calibração das máquinas de medir, mas segundo Trapet e Wäldele (1991) não existe ainda um método universalmente aceito pelos fabricantes e usuários.

Burdekin e Voutsadopoulos (1982) dividem os métodos de avaliação de erros em três grupos: método dos artefatos padrões, método do volume dividido e método de sintetização de erros. A partir destes métodos duas linhas de pesquisa podem ser definidas. A primeira, chamada de calibração indireta, abrange o método dos artefatos padrões. A segunda linha, denominada calibração direta, agrupa os métodos do volume dividido e o de sintetização.

Uma descrição destas linhas de pesquisa é apresentada neste item.

### **2.3.1 CALIBRAÇÃO INDIRETA**

A calibração indireta tem como característica principal a avaliação dos erros da máquina utilizando-se peças padrões pré-qualificadas e normalizadas. Este procedimento é o mais indicado para inspeção periódica e deve ser feito pelo usuário, pois consome um tempo relativamente pequeno para sua realização além de apresentar custos menores que os envolvidos na calibração direta (KNAPP et al, 1991).

No decorrer dos anos muitos artefatos padrões têm sido desenvolvidos. Dentre eles o padrão barra de esferas, o padrão placa de esferas, o padrão volumétrico tetraédrico, o círculo padrão, o padrão de círculos, o padrão passo a passo e o padrão barra de furos. Todos os artefatos citados têm sido estudados por muitos pesquisadores, com o objetivo de se obter um novo padrão, que reúna as principais vantagens dos já existentes (DI GIACOMO et al, 2001).

Porém, de maneira geral a calibração indireta não oferece detalhes dos erros e permite somente que se tenha uma idéia global da acuracidade da máquina (DI GIACOMO et al, 2001).

### **2.3.2 CALIBRAÇÃO DIRETA**

O tempo consumido pela calibração direta é bastante grande e seus custos são consideráveis (BURDEKIN et al, 1984). Entretanto, o procedimento de calibração possibilita a avaliação detalhada dos erros individuais em cada eixo preferencial da máquina (PIRATELLI FILHO, 1997).

Os métodos de calibração direta podem ser classificados em dois grupos: o método do volume dividido e o método de sintetização (DI GIACOMO, 1986).

O método do Volume Dividido consiste na medição de erros de posição de uma máquina, ao longo de linhas retas paralelas às direções preferenciais, formando uma rede por todo o volume de trabalho (BURDEKIN et al, 1984). As distâncias reais entre os pontos sucessivos são medidas usando um comprimento padrão como referência, por exemplo, o interferômetro laser (CARDOZA, 1995).

No método de Sintetização ou Paramétrico, a estrutura da máquina é representada através de um modelo matemático baseado nos princípios da análise do corpo rígido. Este modelo combina e propaga todos os efeitos dos erros individuais até qualquer ponto coordenado pertencente ao volume de trabalho. Cada erro paramétrico é medido de maneira individual, utilizando-se instrumentos convencionais, tais como, réguas, esquadros, níveis, relógios comparadores, etc. (WECK, 1984; ESTLER, 1985; NI e WU, 1983). O erro volumétrico pode ser calculado por meio de equações obtidas a partir de técnicas como análise geométrica (LOVE e SCARR, 1973; DI GIACOMO, 1986), análise vetorial (HOCKEN et al, 1977; RESCHETOV e PORTMAN, 1988; ZHANG e FU, 2000), análise estatística (GUYE, 1978; POOLE, 1983; PIRATELLI FILHO, 1997; VALDÉS ARENCIBIA, 1999) e transformação homogênea (DONMEZ et al, 1988; CARDOZA, 1995; VIEIRA SATO, 1998; BARAKAT et al, 2000).

De forma geral, pode-se dizer que o método de calibração direta possui grande poder de diagnóstico, permitindo a identificação das fontes de erros e das imperfeições geométricas da máquina. Além disso, os dados resultantes da calibração são confiáveis e apropriados para uma correção de erros através de programas computacionais, permitindo a redução dos mesmos e a melhora do projeto das máquinas (DI GIACOMO et al, 2001).

## **2.4 ERROS CÍCLICOS**

Para que atitudes sejam tomadas no sentido de estudar os erros cíclicos nas MM3Cs, existe a necessidade de um conhecimento prévio sobre vários assuntos relacionados às escalas de medição.

Desta forma, neste item estão apresentados os sistemas de posicionamento e monitoramento utilizados em MM3Cs e máquinas ferramentas bem como uma revisão bibliográfica sobre erros cíclicos. Além disso, também estão descritos tópicos como grades de difração, escalas lineares, franjas de Moiré e histórico referente às máquinas de riscar escalas.

### **2.4.1. SISTEMAS DE POSICIONAMENTO E MONITORAMENTO UTILIZADOS NAS MM3Cs E MÁQUINAS FERRAMENTAS**

Os erros cíclicos afetam a acuracidade do posicionamento de máquinas e por isso é imprescindível uma breve apresentação, neste trabalho, dos principais sistemas de posicionamento e monitoramento utilizados nas máquinas.

O parafuso de avanço acoplado a um tambor micrométrico é um dos mais simples e mais conhecidos elementos de transmissão de potência e posicionamento. O seu sucesso se deve à facilidade de fabricação (SLOCUM, 1992).

Os “encoders” rotativos acoplados na extremidade de parafusos de avanço são sistemas de posicionamento e monitoramento freqüentemente encontrados. Consistem de escalas circulares com linhas radiais, capazes

de dividir o passo em muitas partes e propiciar ao sistema grande resolução. Uma importante característica das graduações circulares é a sua estrutura fechada (HEIDENHAIN, 2002).

A régua de aço, também chamada escala mecânica, é o mais simples instrumento de medição de posição usado na inspeção industrial. Pode ser definida como uma lâmina de aço que contém graduações de linhas gravadas em intervalos de centímetros e milímetros, ou de acordo com o sistema inglês em polegadas e suas frações. De modo geral, uma escala de qualidade deve apresentar bom acabamento, bordas retas e bem definidas, e faces polidas. Além disso, os traços da escala devem ser bem definidos, uniformes, equivalentes e finos (CASILLAS, 1967). A escala mecânica incorpora uma técnica básica de medição, isto é, a comparação de um comprimento desconhecido com um previamente calibrado. Um dos fatores que afeta a sua acuracidade é a habilidade do usuário em ver e ler a graduação (MICHELON, 1950). Assim, a leitura destas escalas está sujeita a erros de paralaxe (SCARR, 1967).

Dentre as escalas eletrônicas, também conhecidas como “encoders”, as escalas ópticas são as mais requeridas (DOEBELIN, 1990). Elas podem ser configuradas para medir rotação ou movimento linear. Os “encoders” ópticos são extremamente sensíveis a sujeira, pó e contaminação de fluido e, portanto devem ser cuidadosamente lacrados ou usados em ambiente limpo.

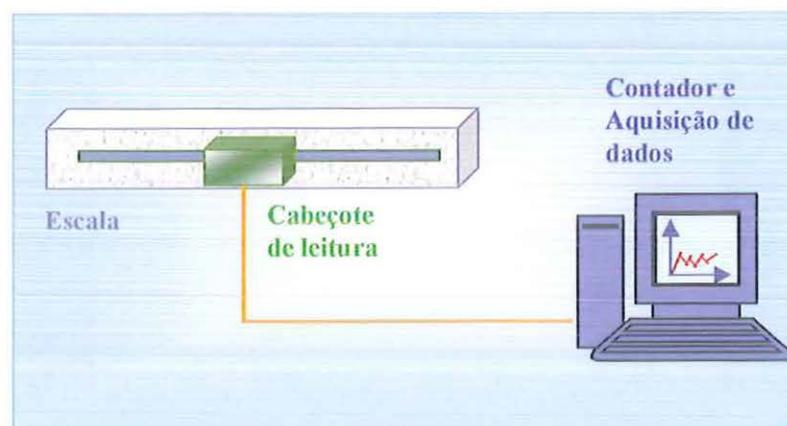


FIGURA 2.4 – Sistema de medição de deslocamento por meio de escalas ópticas (KUNZMANN et al, 1993)

Atualmente, as escalas ópticas são sistemas de medição de deslocamento compostos de uma escala fixa com grade óptica, um cabeçote de leitura optoeletrônico além de eletrônica para aquisição e contagem de pulsos, Figura 2.4. A medida de interesse é obtida do movimento relativo entre a escala fixa e o cabeçote de leitura (KUNZMANN et al, 1993).

Em contraste com os antigos métodos de leitura visual das graduações dos dispositivos de medição, os “encoders” são varridos fotoeletricamente. Os métodos de varredura fotoelétrica utilizados pelas escalas ópticas são: método de transmissão e método de reflexão.

No método de transmissão uma fonte de luz, lentes condensadoras e um retículo compõem a unidade de varredura, ou cabeçote de leitura, que percorre todo o comprimento da escala. O feixe, gerado pela fonte de luz e ajustado por lentes condensadoras, é projetado através da grade do retículo sobre a escala. As fotocélulas situadas atrás da escala produzem dois sinais senoidais que correspondem às mudanças em intensidade de luz, causadas por interações entre a grade da escala e a grade do retículo, devido ao movimento da máquina. O esquema deste método está apresentado na Figura 2.5.

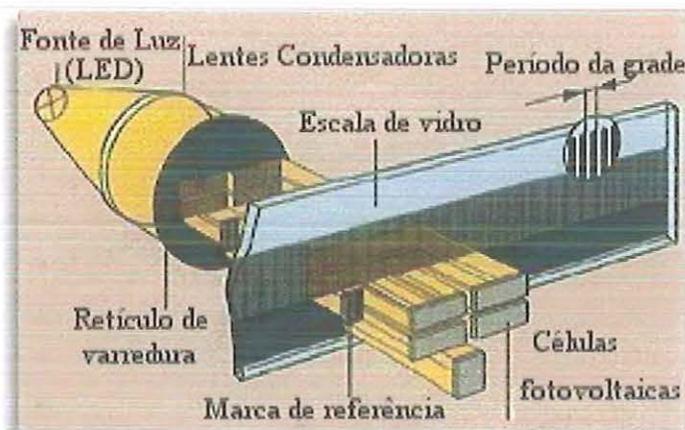


FIGURA 2.5 – Método de varredura fotoelétrica por transmissão (HEINDENHAIN, 2002)

No método de reflexão uma fonte de luz, uma lente condensadora para condicionar o feixe de luz, um retículo de varredura com as grades e fotocélulas compõem o cabeçote de leitura, que percorre todo o comprimento da escala. O feixe condicionado pela lente colimadora passa

através do retículo de varredura, que ao se movimentar em relação a escala produz intensidade de luz alternante. A luz é refletida e encontra as fotocélulas que convertem energia luminosa em elétrica, produzindo os sinais senoidais. Este método está esquematizado na Figura 2.6.

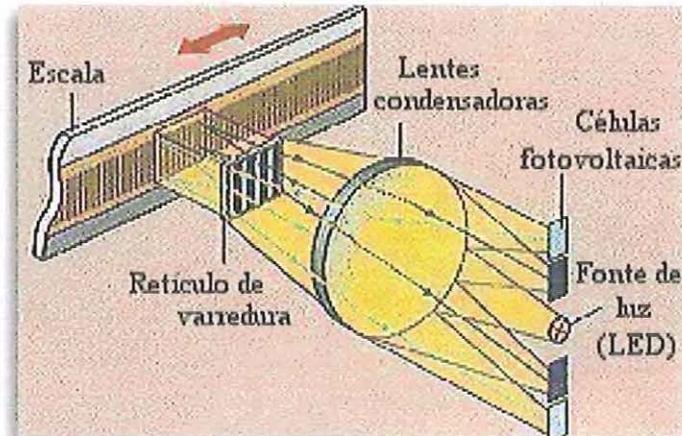


FIGURA 2.6 – Método de varredura fotoelétrica por reflexão (HEIDENHAIN, 2002)

A forma de leitura desses dois métodos pode ser digital ou analógica. Existe dois tipos de “encoder”: o relativo e o absoluto.

O “encoder” relativo apresenta-se dividido em setores opacos e opticamente transparentes alternados. Uma máscara entre a fonte de luz e a escala permite que janelas de luz sejam coincidentes ou não simultaneamente. A luz de um LED (“light-emitting diode”) sobre um lado da escala é colimada. Depois que a luz passa através da escala e da máscara, ela é focada por uma lente sobre um fotodiodo. Durante o movimento da escala, um fotodiodo sobre o outro lado da escala detecta pulsos de luz passando através das fendas transparentes na escala e na máscara. A saída do fotodiodo é eletronicamente condicionada para produzir uma onda quadrada que indica a posição. Às vezes, um segundo diodo fora de fase em relação ao primeiro é usado para cancelar ruído. A maioria dos “encoders” incrementais tem uma janela, fonte de luz, e detectores cuja saída é 90° de fase deslocada com respeito à primeira saída. Este tipo é chamado “encoder” de quadratura. A informação da posição é obtida pela contagem de incrementos individuais, passos de medição, do mesmo ponto de origem. Assim, a falta de energia no sistema

ou o simples desligamento do equipamento causa a perda total dos dados de posição (MICHLETTI, 1979; DOEBELIN, 1990).

Uma característica importante do “encoder” absoluto é que ele produz um número codificado digitalmente, indicativo da posição (NORTON, 1989). Desta forma, esse tipo de “encoder” não perde a posição real se a máquina for desligada (MICHLETTI, 1979). Em um dos lados da régua há uma fonte de luz que usa refletor parabólico para produzir um plano de luz. No outro lado da régua há um conjunto de fotodiodos dispostos convenientemente. Os setores são arranjados de forma que uma palavra digital seja formada a cada uma das seções opacas e transparentes (SLOCUM, 1992). Entretanto, uma leitura feita no momento da transição pode resultar em um valor completamente errado. Para solucionar este problema é utilizado o Código “Gray”, que na comutação de um número para outro somente altera um “bit” (DOEBELIN, 1990).

Outro método de transdução também utilizado é o de interferência. Neste caso inclui-se o interferômetro laser (NI e WÄLDELE, 1995). A principal vantagem é que franjas de interferência podem ser produzidas em grandes distâncias com esta técnica, detectadas e contadas automaticamente usando fotocélulas convenientes e contadores bidirecionais (SCARR, 1967).

A diferença principal entre as escalas ópticas lineares e os sistemas por interferometria laser está no princípio de medição. As escalas lineares usam como referência grades ópticas enquanto que os interferômetros laser estão baseados na frequência e no comprimento de onda da luz no meio (KUNZMANN et al, 1993).

A acuracidade da grade, temperatura, e coeficiente de expansão térmica do material da escala são os principais fatores que influenciam na acuracidade das escalas ópticas. O principal fator de influência sobre o interferômetro laser é o índice de refração do ar (KUNZMANN et al, 1993). Portanto, os sistemas de interferometria a laser fornecem alta acuracidade, entretanto, o custo ainda é alto e por isso os fabricantes têm dado preferência as escalas lineares (SLOCUM, 1992; HEIDENHAIN, 2002).

## 2.4.2 ERROS CÍCLICOS GERAIS

Os erros presentes em uma MM3C podem ser classificados quanto ao comportamento como sistemáticos e aleatórios. Os erros sistemáticos são aqueles que se reproduzem tanto em grandeza quanto em sinal, quando as condições de ensaios são mantidas constantes. Eles são compostos basicamente por erros cíclicos, erros progressivos e histerese. Hemingray et al(1971) e Di Giacomo (1986) definem o erro cíclico como sendo qualquer componente de erro que se repete pelo menos uma vez ao longo de um eixo da máquina.

ASME (1997) denomina o erro cíclico de erro periódico e o especifica como sendo um erro presente no deslocamento linear de uma máquina que é cíclico sobre um determinado intervalo. Normalmente este é coincidente com as periodicidades naturais das escalas da máquina.

Os erros cíclicos presentes nas escalas das máquinas de medir, diferentemente dos erros geométricos e termicamente induzidos, exercem influência significativa nos resultados das medições efetuadas em pequenos comprimentos. O conhecimento do comportamento desses erros é muito importante porque muitas vezes a parcela cíclica do erro tem uma grande influência sobre as componentes do erro volumétrico e, portanto, deve ser avaliada cuidadosamente (DI GIACOMO, 1986). Porém, poucos estudos têm sido publicados com o objetivo de conhecer as características, grandezas e fontes dos erros cíclicos, para assim poder minimizar seus efeitos.

Se analisados os trabalhos publicados sobre erros cíclicos nota-se que estes têm sido mais direcionados aos erros de passo nos fusos de avanço das máquinas ferramentas.

O projeto e a fabricação dos parafusos utilizados nos mecanismos de avanço das máquinas ferramentas são fatores importantes na definição da acuracidade das máquinas (BUTTERWORTH, 1984). No caso onde “encoders” rotacionais são utilizados em conjunto com os fusos de movimento, o erro periódico é usualmente sincronizado ao passo do parafuso (ASME, 1997).

De acordo com Yamamoto e Otsuka (1970) os parafusos de avanço usados em máquinas ferramentas precisam ser retificados para que a sua exatidão de passo seja permanente. Segundo eles, uma das causas de erro de passo nos fusos retificados é o erro de passo presente no parafuso de avanço da retificadora. Entretanto, este erro pode ser compensado.

Ioshimoto (1979) apresentou uma comparação entre o erro de passo e a tolerância de posição através de um padrão multi-furos ao longo de uma linha reta. De acordo com o autor, um deles pode ser tomado como referência, e o desvio da posição relativa de outros filetes é chamado erro de posição. A conclusão do autor é superficial e diz que existe uma estreita correlação entre o erro de posição e o erro cíclico quando se trabalha com o padrão multi-furos. Além disso, estes erros não estão bem correlacionados quando se trata de erros de passo em engrenagem.

Com base no fato de que os parafusos de avanço atuam como escalas padrões nas máquinas ferramentas, Otsuka et al (1981) utilizaram Análise de Fourier para avaliarem o erro de alimentação da mesa na retífica de filetes e o erro de avanço no parafuso de avanço retificado. Em seguida, projetaram e construíram um dispositivo de compensação de erro de passo para uma retífica de filetes. Obtiveram um parafuso de avanço de 100mm com 1,5  $\mu\text{m}$  de erro acumulativo de passo e 2,5 $\mu\text{m}$  de avanço irregular. Concluíram que este parafuso apresentou alta acuracidade de passo.

Butterworth e Burdekin (1987) propuseram um método para medição "on-the-fly" do deslocamento axial do torno e do carro de uma retificadora de roscas durante a usinagem de parafusos. Eles utilizaram um polígono de precisão acoplado ao eixo, laser e fotodetector para sincronizar a rotação do eixo com o deslocamento do carro. As componentes de erro consideradas foram as referentes ao erro progressivo de passo e erro cíclico. Eles concluíram que o polígono de 12 lados foi suficiente para avaliar os erros periódicos e sugeriram o uso de um polígono de 36 lados se uma análise mais detalhada da forma de onda periódica é requerida.

Segundo Tlusty e Koenigsberger (1970), o erro periódico tem sido estabelecido por uma medição separada em pequenos passos sobre distâncias curtas.

Burdekin e Voutsadopoulos (1982) afirmam que os erros cíclicos encontram-se evidentes mesmo nos mais modernos transdutores de medição de comprimento. Eles sugerem que o erro cíclico receba tratamento individual com emprego de programas computacionais e procedimentos experimentais separados, sem a combinação com outros erros sistemáticos.

Portanto, o estudo dos erros cíclicos nas MM3Cs representa um tema de grande atualidade devido à pouca disponibilidade de trabalhos nesta área e nenhuma sugestão quanto ao tratamento para compensação.

### **2.4.3 GRADES DE DIFRAÇÃO**

Uma grade é constituída de uma seqüência repetitiva de linhas claras e escuras. O conjunto de uma linha clara e uma linha escura adjacente compõe um ciclo. Deste modo, o sinal de saída produzido pode ser uma onda seno, no caso analógico, ou uma onda quadrada, no caso digital.

Difração é o fenômeno de desvio que permite às ondas atingirem regiões situadas atrás de um obstáculo, desde que este tenha dimensão comparável ao comprimento de onda. Devido ao comprimento das ondas luminosas ser muito pequeno, a difração da luz ocorre somente quando as dimensões do obstáculo são pequenas.

O fenômeno da difração foi descrito por Grimaldi, em 1665. A explanação intuitiva foi realizada por Fresnel, em 1818, e Kirchhoff fez a formulação matemática, em 1882 (THOMAS, 1974).

Para a separação da luz em diferentes comprimentos de onda, com alta resolução, o componente óptico mais freqüentemente utilizado é a grade de difração.

Nenhuma ferramenta contribuiu mais para o progresso da física moderna do que a grade de difração, especialmente em sua forma de

reflexão (MOORE, 1970). As grades são aplicadas a uma grande variedade de tarefas científicas e industriais tais como metrologia (franjas de Moiré), radioastronomia (grades de microondas) e formato de imagem óptica (“Fresnel lenses”). Dependendo do objetivo pretendido, as grades ópticas podem ser de tipos diferentes, tais como côncava ou plana, e podem ser usadas também na transmissão ou reflexão (MOORE, 1970).

Por algum período de tempo foi falsamente assumido que a resolução de uma grade poderia ser aumentada somente pelo aumento do número de riscas. Porém, os espectroscopistas perceberam que a largura riscada da grade é o fator mais crítico na resolução (MOORE, 1970).

Se os passos da grade móvel e da grade fixa tornam-se muito finos, então a luz difratará quando passar por essas grades. As diferentes ordens de luz difratada terão variações de fase entre elas. As franjas resultantes podem ser focadas sobre fotodiodos que produzem ondas de saída quadradas ou senoidais. Este fenômeno pode ser usado no projeto de “encoders” rotacionais e lineares. O custo para produzir estas grades é substancialmente maior, mas a resolução do “encoder” será aumentada de uma a duas ordens de grandeza (SLOCUM, 1992).

Wong e Koenigsberger (1963) desenvolveram um trabalho sobre os efeitos de alguns erros de alinhamento na acuracidade de um sistema de medição por grade de difração. De acordo com os autores, os erros de alinhamento afetam a fase e a amplitude dos sinais do cabeçote de medição e, portanto, o desempenho do contador eletrônico. Na maioria das aplicações, o deslocamento relativo entre um par de grades de difração é medido pela contagem do número de franjas de Moiré. Na disposição ideal, as duas grades são montadas com inclinação relativamente pequena, e com uma folga constante entre elas. Como na prática, a retilineidade e a ortogonalidade das guias das máquinas ferramentas e outros aparelhos de medição não são perfeitas, um desvio das posições relativas ideais das grades pode ocorrer e resultar em uma fonte de erros de medição. Os efeitos dos erros de alinhamento da grade foram investigados com um par de grades de difração prismática. Os autores concluíram que se o carro da máquina percorrer em velocidade máxima, a translação e a rotação dele

contribuirão para a falha do contador. Além disso, foi também concluído que a formação do par de pulsos durante a variação do sinal causa um erro de  $\pm 1$  dígito se o carro da máquina parar dentro de um valor referente a um dos períodos de erro de posição do pulso.

#### **2.4.4 MÁQUINAS DE RISCAR GRADES DE DIFRAÇÃO**

O astrônomo americano David Rittenhouse notou, em 1786, os efeitos de difração quando a luz de uma lâmpada distante foi vista através de um lenço de seda. Em 1821, Joseph von Fraunhofer produziu grades de difração riscadas de ouro, por meio de filme depositado sobre o vidro. Uma grade assim riscada era de 0,5 polegada (12,7mm) de largura com 4000 ranhuras. Até 1870, uma grade, que superasse o prisma em potência de resolução, não havia sido feita. O objetivo tem sempre sido produzir grades maiores. Quanto mais longa a grade, contudo, mais complexa e exata deve ser a máquina de riscar e o ambiente no qual ela opera. Os antigos físicos e técnicos não tinham disponíveis as tecnologias necessárias para construir grades longas precisas, mas cientistas de todo o mundo contribuíram para o avanço da arte de riscagem. Na Inglaterra, uma máquina de riscar foi construída por Lord Blythswood em 1880. Por décadas, tentativas para riscar grades mais largas foram mal sucedidas. Após 1882, quando a primeira das três máquinas de riscar foi construída na Universidade Johns Hopkins, pelo físico Henry A. Rowland, era alta a qualidade das grades de até 6 polegadas (152,4mm). O sucesso de Rowland foi na melhora do projeto mecânico de parafusos de avanço através do polimento. Após a morte de Rowland, em 1901, suas máquinas foram reconstruídas e melhoradas por John A. Anderson da Johns Hopkins (MOORE, 1970).

Uma máquina de riscar foi construída por Albert A. Michelson na Universidade de Chicago, no início de 1900. Um carro com rolamentos esféricos foi empregado para reduzir o atrito. Michelson também delineou a idéia de controle interferométrico para as máquinas de riscar.

Uma grande contribuição para o desenvolvimento das grades de difração e projeto de máquina de riscar foi feita por John Strong da Universidade Johns Hopkins, em 1950. Ele solucionou o problema de linhas espectrais “spurious”, causadas pelo erro periódico atribuído ao parafuso de avanço. Outra importante contribuição de Strong foi a introdução do processo de vaporização de uma fina camada de alumínio sobre o substrato a ser riscado, no processo de fabricação das grades.

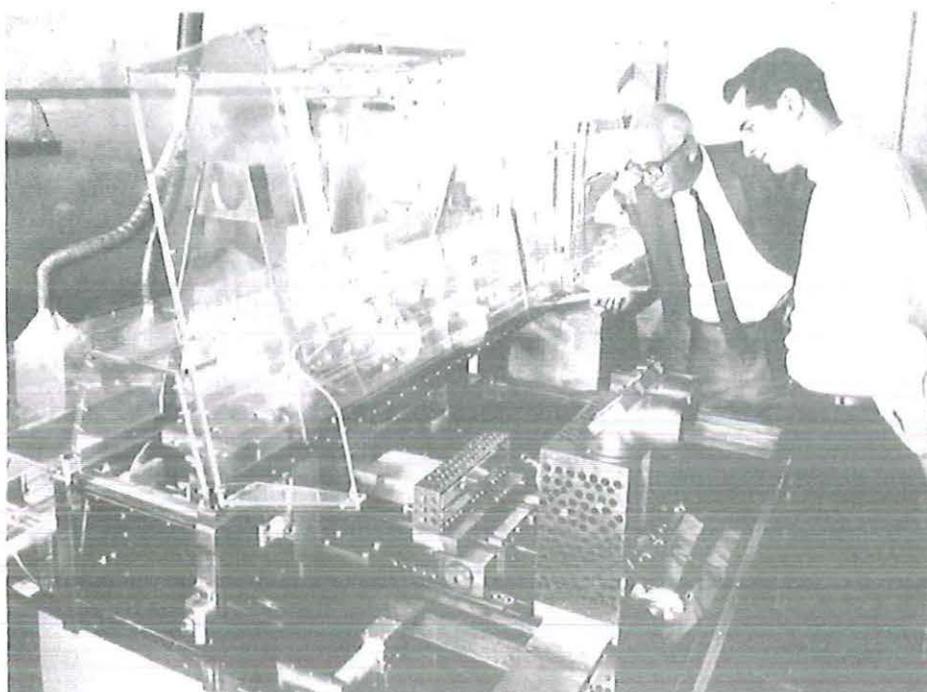


FIGURA 2.7 - Máquina construída por Michelson e reconstruída por George Harrison (lado esquerdo da foto) no M.I.T. (MOORE, 1970)

Em 1948, a primeira máquina de Michelson foi enviada ao Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.), onde foi reconstruída pelo espectroscopista George R. Harrison, Figura 2.7. O método introduzido por Harrison revolucionou a arte de controlar máquinas de riscar. Ele usou um interferômetro tipo Michelson e um isótopo de mercúrio ( $Hg\ 198$ ) como uma fonte de luz para medir o deslocamento do carro. Através de realimentação, a máquina foi controlada de modo contínuo. Este “Commensurator”, como foi chamado, propiciou melhoria na fabricação das grades. Harrison reconheceu que variações na pressão atmosférica

poderiam alterar o comprimento de onda e assim, ele compensou esta variável natural em seu projeto.

Ao manter a estabilidade da onda de luz e a coerência ao longo dos caminhos ópticos, a interferometria laser tornou possível a utilização de feixes luminosos de grandes comprimentos como escala, para o controle de deslocamento da máquina.

George W. Stroke fez contribuições significantes para a máquina de riscar enquanto esteve no M.I.T., foi um antigo discípulo e mais tarde um forte defensor do controle interferométrico.

De acordo com Moore (1970), a máquina de riscar contribuiu de modo substancial para a medição de grandes extensões, de modo que Ingalls sumarizou: “Se a espectrografia é a ferramenta mais potente do homem, a grade de difração é sua maior realização em precisão mecânica”.

#### **2.4.5 FABRICAÇÃO DE GRADES**

Como muitos elementos ópticos, as grades têm uma característica tridimensional, porém a máquina de riscar controla somente duas dimensões. De acordo com o critério de Rayleigh para resolução, os distúrbios do comprimento de onda não devem exceder  $\frac{1}{4}$  do comprimento de onda da luz com a qual uma grade será utilizada. Deste modo, os espaços entre as riscas devem ser desenhados com uma acuracidade equivalente. Para a gravação de grades pequenas e médias este fato não apresenta problemas consideráveis, mas em grades maiores do que 30 cm é muito difícil manter  $\frac{1}{4}$  de onda sem movimentos angulares (THOMAS, 1974).

A riscagem é feita em uma régua de vidro, ou outro material, com filmes finos de metal na superfície depositados a vácuo. O alumínio é mais utilizado porque combina excelente aderência com boa habilidade para formação de riscas “lisas”. Para gerar passos mais finos utiliza-se o ouro.

A máquina de riscar gera dois movimentos ortogonais, um relativamente rápido na direção da risca e o segundo lento na direção da indexação. As guias que suportam o carro do diamante devem ser

absolutamente retilíneas e capazes de reproduzir o plano de movimento. O mecanismo recíproco do carro sobre suas guias não deve introduzir forças laterais ou outros distúrbios. A maioria das máquinas de riscar utiliza um parafuso de precisão no sistema de indexação.

As máquinas de riscar podem ser classificadas de acordo com as seguintes condições: se elas indexam durante o retorno do traço ou se conferem movimento contínuo ao carro. Além disso, o parafuso situado em mancais axiais e radiais de alta precisão incorpora um mecanismo de correção por “cam” para compensar erros cíclicos de longo período. Para medição dos erros utiliza-se interferometria laser (THOMAS, 1974).

Um método de cópia fotográfica que permitia correção de erros no processo foi desenvolvido no “National Physical Laboratory” (NPL) e melhorado mais adiante em 1960. Conhecido como “NPL Method III”, este método fornecia grades de alta acuracidade em vidro. Essas grades foram amplamente utilizadas em máquinas de medir por coordenadas e em pequenas máquinas ferramentas.

As grades metrológicas foram primeiramente aplicadas em máquinas ferramentas controladas numericamente pela Ferranti em 1954. Um grupo do “Staveley Research” desenvolveu um método eletrônico de subdivisão de passo que capacitou as estruturas de linhas grosseiras a serem utilizadas. Esse método foi aplicado a máquinas ferramentas grandes com comprimentos acima de 10m.

As montagens de seções múltiplas de vidro fizeram surgir problemas na instalação e para resolvê-los, um método de gravar uma escala sobre comprimentos longos de fita flexível de aço inoxidável foi desenvolvido pela “Technicolor Ltd”, em colaboração com o NPL. Na mesma época, a Ferranti desenvolveu grades de aço inoxidável sobre uma base rígida impressa por padrões gerados pelo processo “NPL Method III”.

Os “encoders” com varredura óptica incorporam padrões de medição feitos de estruturas periódicas conhecidas como graduações. Essas graduações podem ser aplicadas a um substrato de vidro ou aço, por meio de processos fotolitográficos. O texto seguinte descreve brevemente a fotolitografia.

#### 2.4.5.1 FOTOLITOGRAFIA

Litografia é uma técnica utilizada para gravar padrões em materiais. A palavra litografia originou-se do grego “lithos” (pedra) e “grapho” (escrever).

O método foi publicado pelo alemão Aloys Senefelder, em 1818. Tudo começou quando ele, após a morte de seu pai, decidiu ganhar a vida escrevendo peças de teatro, mas devido ao alto custo para imprimir seus trabalhos se propôs a inventar um outro meio de impressão. Em 1796, a mãe de Senefelder precisava escrever uma lista de lavanderia. Como ele não tinha nenhum papel, escreveu a lista em uma pedra, com tinta gordurosa. Ao molhar a superfície granulosa da pedra, percebeu que somente a parte não escrita segurava a água. Assim, após algumas observações ele passou a fazer a gravação com solução ácida. As pesquisas continuaram e depois de sua morte, em 1834, passou a ser o meio dominante de impressão. O processo se tornou muito popular de modo que muitos dos grandes pintores fizeram litografias, incluindo Goya e Daumier, no início do século XIX, além de Picasso e Braque, no século XX (LIENHARD, 1997; THE COLUMBIA ENCYCLOPEDIA, 2001).

As primeiras litografias foram desenhadas em pedras calcárias, encontradas somente em duas pedreiras na Bavária (Solenhofen). Atualmente, embora o princípio seja o mesmo, em vez de pedra utiliza-se chapas metálicas, materiais plásticos ou outro devidamente preparado (LIENHARD, 1997).

Há vários tipos de litografia como a óptica ou fotolitografia, a litografia por raios X, feixe eletrônico e feixe iônico.

O processo de fotolitografia inicia-se com o depósito de uma fina camada de óxido sobre o substrato. Em seguida, sobre esta camada é aplicada uma cobertura de filme fotossensível. Este material é originalmente solúvel em um solvente orgânico, mas quando exposto à luz ultravioleta (SPRINGBORN, 1967; DE FOREST, 1975; DILL, 1975) passa a ser insolúvel. O filme deste tipo é denominado negativo. Um filme positivo tem as propriedades opostas, originalmente insolúvel mas solúvel após a exposição (DE FOREST, 1975; DILL, 1975).

As etapas da fotolitografia estão apresentadas na Figura 2.8.

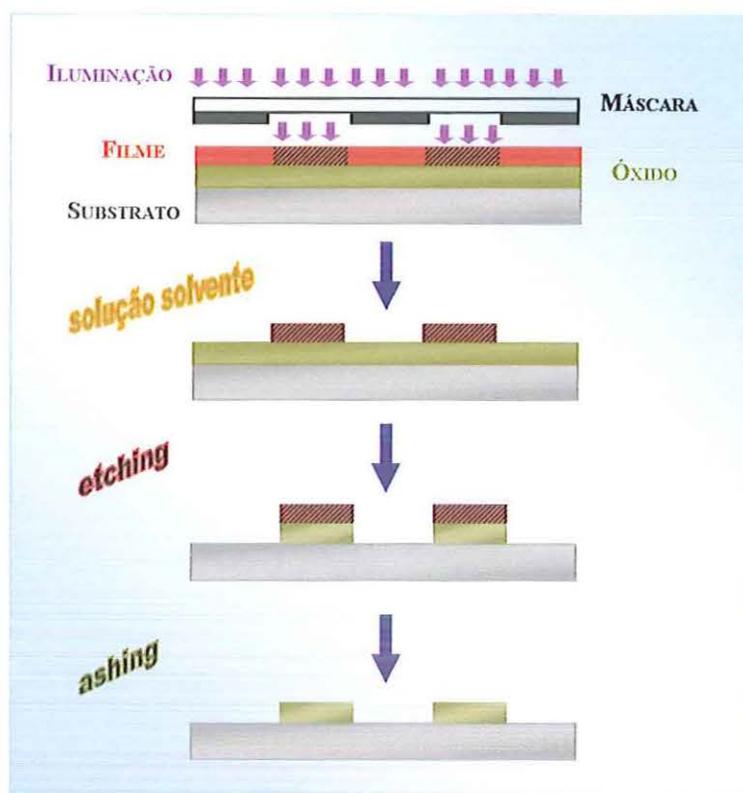


FIGURA 2.8 – Etapas da fotolitografia com filme negativo (DE FOREST, 1975)

A máscara é uma placa com áreas opacas e áreas transparentes, que em conjunto desenhavam o contorno a ser gravado no substrato por meio de processos físico-químicos específicos. Quando a luz ultravioleta é aplicada sobre o filme, as zonas expostas à esta luz, situadas debaixo das áreas transparentes, passam a ser insolúveis. Posteriormente, a revelação em uma solução solvente elimina as áreas que não foram expostas. O substrato é submetido a uma baixa temperatura para endurecer o filme restante. O resto do material, óxido, é seletivamente removido (“etching”) das áreas que não estão cobertas pelo filme. Um plasma de alta temperatura é utilizado para remover o filme restante sem danificar as camadas do dispositivo. Esta etapa é conhecida como “ashing”. Deste modo, o substrato obtido apresenta posições isolantes, cobertas de óxido, e condutoras, sem óxido (DILL, 1975).

O ataque seletivo às regiões abertas no filme pode ser úmido ou seco. No processo úmido são usadas soluções, que atacam a camada

desejada sem afetar o filme, o substrato ou as demais camadas presentes. No processo seco, o ataque é feito por íons gerados em uma câmara de plasma. Plasma é um gás parcialmente ou totalmente ionizado, com densidade de elétrons e volume suficientes para estabelecer um campo elétrico interno bastante forte criando um sistema de partículas auto-organizado.

Um dos passos mais importantes no processo de fotolitografia é o alinhamento da máscara. Nesta etapa a máscara fica alinhada entre uma fonte de luz e o conjunto composto pelas camadas de filme fotossensível, óxido e substrato. Os métodos de exposição que podem ser utilizados no alinhamento são os de contato, de proximidade e de projeção.

No método de contato a máscara é colocada diretamente sobre o filme fotossensível, propiciando excelente resolução mas maior desgaste da máscara. No método de proximidade a máscara fica a uma pequena distância do filme fotossensível, apresentando quase nenhum desgaste da máscara mas limitações de resolução devido aos efeitos de difração. O método de projeção, também conhecido como sistema “step-and-repeat”, produz excelente resolução e é o mais utilizado em processos industriais.

Estes métodos estão esquematizados na Figura 2.9.

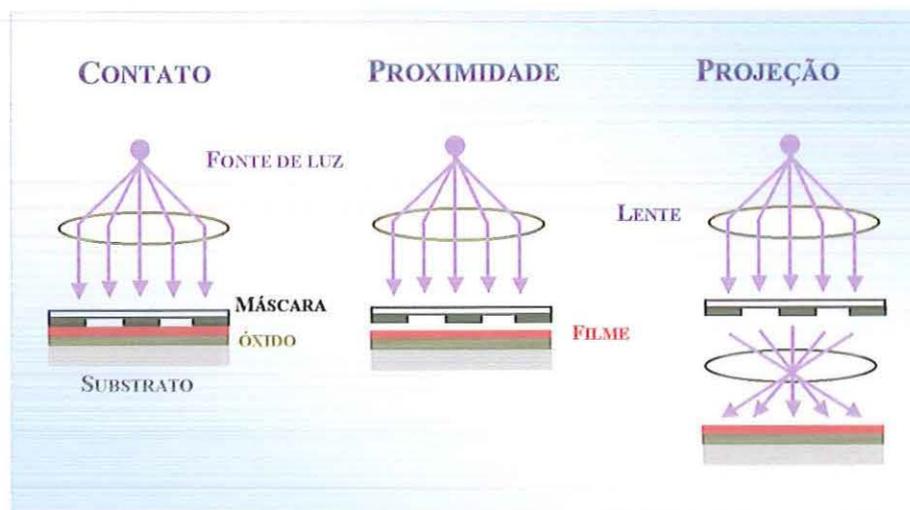


FIGURA 2.9 – Tipos de alinhamento utilizados em litografia

#### 2.4.6 ESCALAS LINEARES

As escalas lineares são construídas usando a mesma lógica optoeletrônica dos “encoders” incrementais. O alinhamento da escala, da

fonte de luz e dos fotodiodos é muito crítico porque a maioria da interpolação eletrônica assume que a intensidade da luz é constante.

“Encoders” lineares de difração podem facilmente atingir alta resolução após interpolação . Eles custam duas a três vezes mais do que o “encoder” linear convencional e aproximadamente 50% a 30% do preço de um sistema interferométrico laser.

De acordo com a Mitutoyo (2002), há uma relação íntima entre o desenvolvimento das escalas lineares e a melhoria da máquina-ferramenta. Assim, a preocupação dos fabricantes se concentra no desenvolvimento de equipamentos de fabricação de escalas lineares bem como escalas padrões cada vez mais precisas e com resolução mais alta.

A acuracidade da medição linear é determinada principalmente pela qualidade da graduação, qualidade da varredura e qualidade da eletrônica de processamento do sinal.

Segundo a Heidenhain (2002), a tendência atual é impulsionar a acuracidade através da eletrônica, ao invés da rigidez mecânica, precisão de fabricação e montagem. O “encoder” óptico é a escolha mais prática, pois cumpre exigências de resolução e precisão submicrométricas. Os fabricantes de “encoder” aumentam a resolução através de um conjunto de circuitos conhecido como eletrônica de interpolação. Há um limite para a resolução disponível de “encoders” ópticos. Basicamente, este limite é determinado pela menor distância prática na qual duas graduações consecutivas da escala podem ser subdivididas. Porém, a distorção dos sinais de saída do “encoder” proporciona erros de interpolação que resultam em erros cíclicos de alta frequência.

#### **2.4.7 FRANJAS DE MOIRÉ**

A palavra "Moiré", provavelmente, originou-se da indústria têxtil pois é o nome francês de um tecido de seda que exhibe faixas de padrões claros e escuros (THOMAS, 1974; DALLY e RILEY, 1991; WHITEHOUSE, 1994).

O dicionário apresenta dois significados para a palavra francesa “Moiré”, cuja pronúncia é “muarrê”:

1. Espécie de tafetá achamalotado, ou seja, tecido em que a posição do fio produz um efeito ondeado; 2. Efeito óptico indesejável produzido pela superposição de retículas. (FERREIRA, 1986, p.1149).

O efeito Moiré é produzido pela superposição de duas estruturas ou distribuições periódicas de intensidade, condicionadas a certas circunstâncias (THOMAS, 1974; WHITEHOUSE, 1994; FIGLIOLA e BEASLEY, 1995).

O fenômeno foi investigado primeiramente por Lord Rayleigh em 1874. Righi, em 1887, foi o primeiro a apontar seu possível uso para medição. Mas, somente no século XX começou a ser usado na prática (LUXMORE e SHEPHERD, 1983). Sua principal aplicação tem sido no controle do posicionamento de mecanismos em máquinas ferramentas, máquinas de medir por coordenadas e análise experimental de tensão (THOMAS, 1974).

De acordo com Dally e Riley (1991), a interpretação geométrica do efeito Moiré foi publicada primeiro por Tollenaar em 1945. Um método de análise, no qual são usadas franjas de Moiré para medir deslocamentos, foi apresentado por Weller e Shepard em 1948. Dantu, em 1954, seguiu a mesma linha de pesquisa e introduziu a interpretação de franja de Moiré como componentes de deslocamentos para problemas de elasticidade plana. Depois Morse et al (1960) apresentaram uma análise completa da geometria de franjas de Moiré em análise de tensão. Sciammarella e Durelli (1961) estenderam esta aproximação na região de grandes tensões. Franjas de Moiré também foram usadas por Theocaris (1964) para medir deslocamentos fora do plano e por Ligtnberg, em 1954, para medir inclinações e distribuições de momento em lajes planas.

O efeito Moiré pode ser obtido por meio de dois tipos de superposição de padrões de grades. Um dos tipos, conhecido como franjas de “Vernier”, é caracterizado por grades paralelas com pequena diferença

no passo. O outro tipo, denominado franjas angulares, consiste de grades inclinadas com passos idênticos.

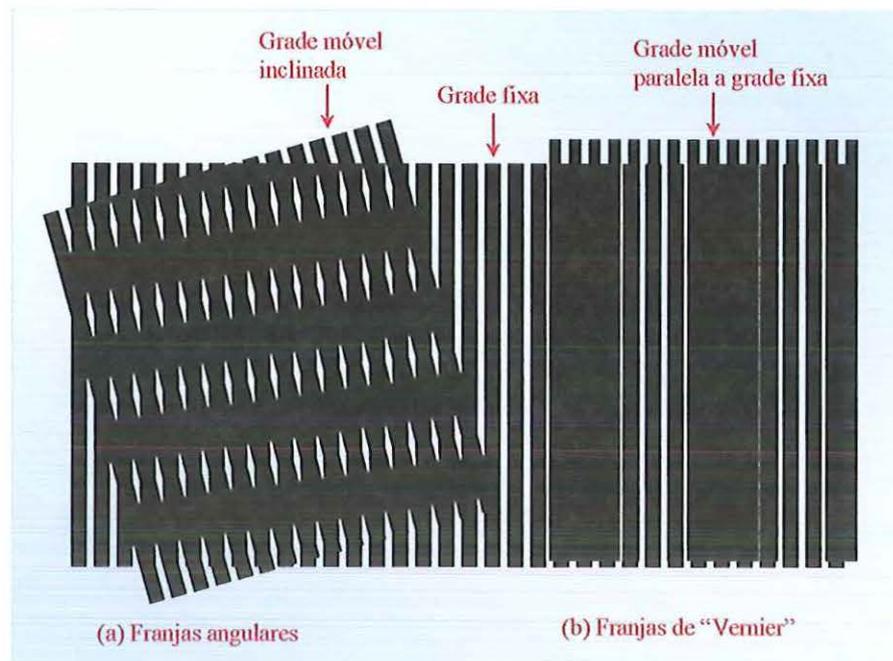


FIGURA 2.10 – Franjas de “Vernier” e franjas angulares

No caso de franjas angulares o movimento perpendicular em relação às linhas da grade por um passo, ou seja, uma linha e um espaço, movimentava verticalmente a franja por um espaço de franja. Para medições de deslocamento o efeito Moiré é sensível somente a mudanças perpendiculares às linhas de grade. O mesmo ocorre com as franjas de “Vernier” (LUXMORE e SHEPHERD, 1983).

As franjas de Moiré são utilizadas para medir comprimento pois a informação sobre a variável requerida não é afetada por efeitos externos. Considerando que uma franja de Moiré passa cada vez que o carro se move por um intervalo de grade, a distância percorrida (múltiplo de um intervalo de grade) pode ser lida em um contador. A informação da franja de Moiré é apresentada de forma conveniente para o processamento digital. A acuracidade é prejudicada, até certo ponto, pelos resíduos dos erros das grades e pela flexão, deformação, ou expansão térmica do material de apoio.

### 2.4.7.1 MODULAÇÃO DA INTENSIDADE DE FRANJAS DE MOIRÉ

A luz transmitida por uma grade grosseira pode ser representada por um coeficiente de transmissão,  $t_1(x)$ , definido como

$$t_1(x) = \frac{\text{Intensidade de luz que sai } I_0}{\text{Intensidade de luz que entra } I_i} \quad (2.1)$$

em que  $x$  é medido perpendicularmente às linhas de grade.

Para a propagação retilínea de luz, e com iluminação uniforme, esta função será uma onda retangular, que pode ser representada por uma série de Fourier infinita.

Para grades idênticas alinhadas a intensidade transmitida é uniforme sobre a área da grade. Qualquer deslocamento entre as duas grades produzirá um sinal de intensidade contendo uma frequência fundamental espacial de  $1/p$ , onde  $p$  é o passo da grade, mais os harmônicos sucessivos de amplitudes reduzidas. A intensidade transmitida é representada por

$$I(x) = I_0 + I_1 \cos \frac{2\pi}{p}(x - x^I) + I_2 \cos \frac{4\pi}{p}(x - x^{II}) + I_3 \cos \frac{6\pi}{p}(x - x^{III}) + \dots \quad (2.2)$$

tal que  $x^I$ ,  $x^{II}$ ,  $x^{III}$ , etc, indicam as posições de várias intensidades máximas para cada harmônico, que deveria normalmente ser a mesma, e  $(x - x^I)$  corresponde ao deslocamento entre duas grades.

Na maioria das aplicações práticas de franjas de Moiré, a distribuição de intensidade considera importante somente o termo fundamental, que equivale opticamente a um sistema de interferência com dois feixes de luz.

O requisito para a aproximação é que as grades tenham estrutura de linha fundamental dominante. Isto pode ser feito pelo uso de grades com estrutura de amplitude senoidal ou através da modificação do sistema óptico, formador de franjas.

Uma considerável redução dos harmônicos pode ser obtida pela projeção de uma grade, com lente de abertura limitada. A seleção da abertura correta permitirá que somente o harmônico fundamental seja transmitido.

Nas aplicações de medição de deslocamento as franjas são formadas de grades separadas por uma folga e iluminadas com luz imperfeitamente colimada, que reduz a amplitude das componentes harmônicas consideravelmente enquanto produzem somente uma ligeira redução no contraste da componente fundamental.

O alto contraste da franja garante que o efeito na acuracidade de medição seja reduzido a um nível aceitável.

#### 2.4.7.2 APROXIMAÇÃO GEOMÉTRICA PARA ANÁLISE DAS FRANJAS DE MOIRÉ

A análise das relações geométricas entre as franjas de Moiré e o par de grades que as produzem, possibilita uma compreensão mais detalhada das potencialidades da técnica Moiré em relação à medição de deslocamento. Na Figura 2.11 é apresentado um esquema da geometria envolvida na formação das franjas de Moiré.

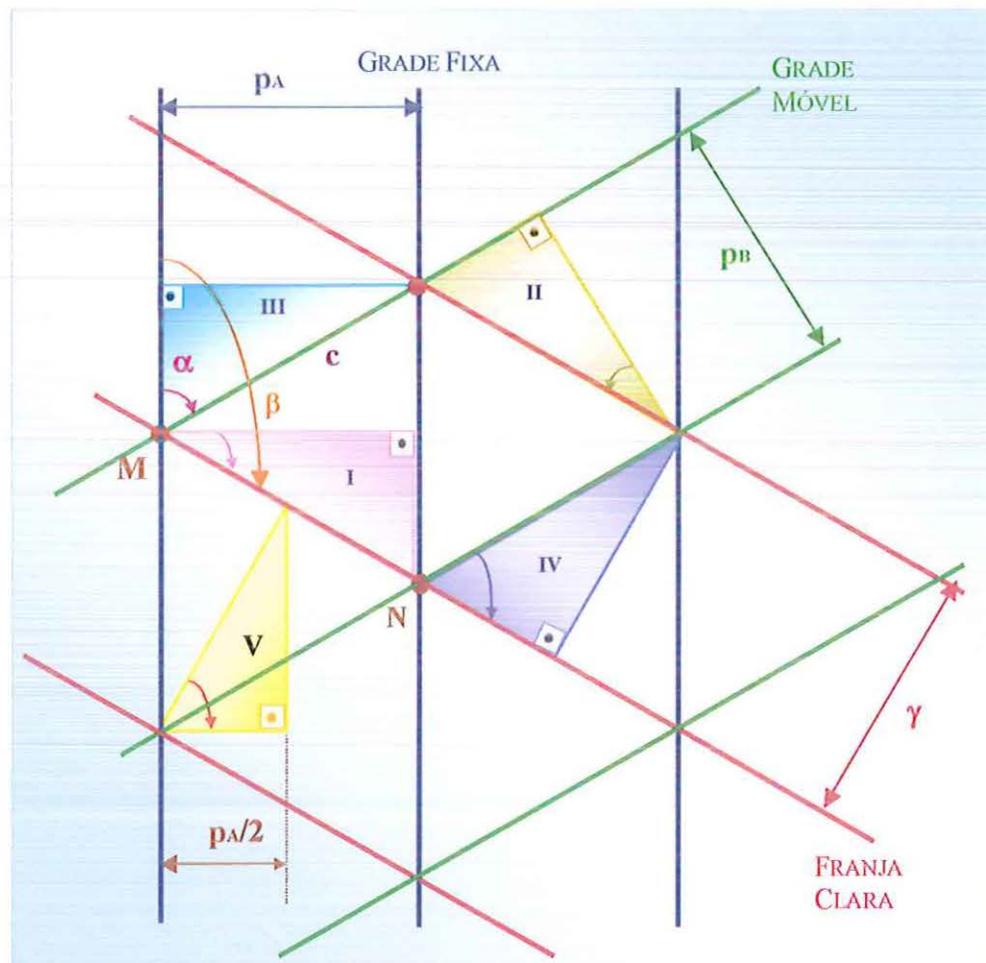


FIGURA 2.11 – Geometria das franjas de Moiré (THOMAS, 1974)

Os parâmetros utilizados na Figura 2.11 são:

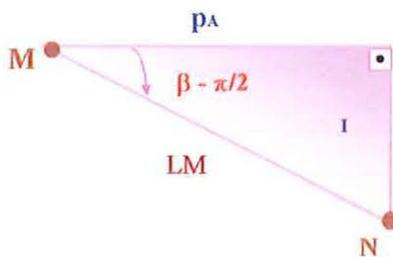
$p_A$ : passo da grade fixa;

$p_B$ : passo da grade móvel;

$\gamma$ : passo da franja de Moiré;

$\alpha$ : ângulo entre a grade fixa e a grade móvel;

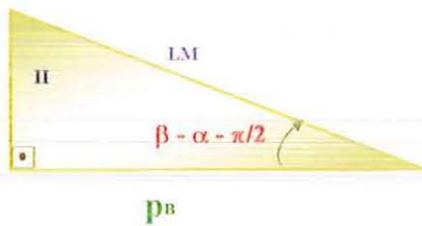
$\beta$ : ângulo entre a grade fixa e a franja de Moiré.



Do triângulo I da Figura 2.12 é obtida a relação

$$\overline{LM} = \frac{p_A}{\cos(\beta - \pi/2)} = \frac{p_A}{\text{sen } \beta} \quad (2.3)$$

FIGURA 2.12 – Triângulo I



Outra relação para o segmento  $\overline{LM}$  também pode ser obtida do triângulo II da Figura 2.13.

$$\overline{LM} = \frac{p_B}{\cos(\beta - \alpha - \pi/2)} = \frac{p_B}{\text{sen}(\beta - \alpha)} \quad (2.4)$$

FIGURA 2.13 – Triângulo II

Através das fórmulas (2.3) e (2.4), a relação entre  $p_B$  e  $p_A$ , ou seja,

$$p_B = p_A \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta} \quad (2.5)$$

pode ser verificada.

Por identidade trigonométrica elementar, a equação (2.5) pode ser escrita como

$$p_B \text{sen } \beta = p_A (\text{sen } \beta \cos \alpha - \text{sen } \alpha \cos \beta) \quad (2.6)$$

e assim,

$$\text{tg } \beta = \frac{p_A \text{sen } \alpha}{p_A \cos \alpha - p_B} \quad (2.7)$$

Esta fórmula expressa o ângulo  $\beta$  da franja como uma função direta dos passos de duas grades responsáveis pelas franjas.

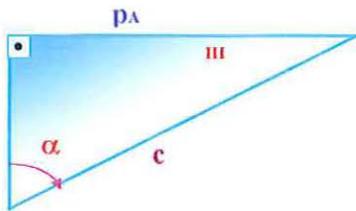


FIGURA 2.14 – Triângulo III

Por meio do triângulo III, Figura 2.14,

$$c = \frac{p_A}{\text{sen } \alpha} \quad (2.8)$$

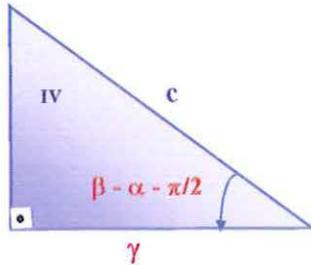


FIGURA 2.15 – Triângulo IV

No triângulo IV, Figura 2.15, a fórmula (2.9) de  $\gamma$  pode ser deduzida, de forma que

$$\gamma = c \cos(\beta - \alpha - \pi/2) \quad (2.9)$$

Substituindo (2.8) em (2.9),

$$\gamma = \frac{p_A \text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha} \stackrel{(2.5)}{=} \frac{p_B \text{sen } \beta}{\text{sen } \alpha} \quad (2.10)$$

A fórmula para o seno de  $\beta$  pode ser obtida utilizando (2.7), e assim

$$\text{sen } \beta = \frac{p_A \text{sen}(\alpha)}{\left[ p_A^2 \text{sen}^2 \alpha + (p_A \cos \alpha - p_B)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.11)$$

Logo, a fórmula para  $\gamma$  pode ser escrita como

$$\gamma = \frac{p_A p_B}{\left[ p_A^2 \text{sen}^2 \alpha + (p_A \cos \alpha - p_B)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.12)$$

No caso de franjas angulares, a fórmula (2.12) de  $\gamma$  se transforma em

$$\gamma = \frac{p}{2 \text{sen } \alpha/2} \quad (2.13)$$

Para se chegar à fórmula (2.13), a igualdade  $p_A = p_B = p$  foi utilizada e substituída na fórmula (2.12), ou seja,

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{p^2}{\left[ p^2 \sin^2 \alpha + (p \cos \alpha - p)^2 \right]^{1/2}} = \frac{p^2}{\left[ p^2 \sin^2 \alpha + (p(\cos \alpha - 1))^2 \right]^{1/2}} \\
 &= \frac{p^2}{\left[ p^2 \sin^2 \alpha + p^2 (\cos \alpha - 1)^2 \right]^{1/2}} = \frac{p^2}{p \left[ \sin^2 \alpha + (\cos \alpha - 1)^2 \right]^{1/2}} \\
 &= \frac{p^2}{p \left[ 1 - \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha + 1 \right]^{1/2}} = \frac{p^2}{p \left[ 2(1 - \cos \alpha) \right]^{1/2}} \\
 &= \frac{p^2}{p \left[ 2(2 \sin^2 \alpha / 2) \right]^{1/2}} = \frac{p}{2 \sin \alpha / 2}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

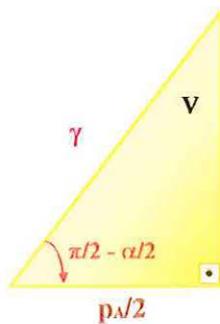


FIGURA 2.16 – Triângulo V

Pode-se também chegar a fórmula (2.13), através do triângulo V, Figura 2.16. A dificuldade, neste caso, consiste na dedução dos parâmetros deste triângulo.

O passo das franjas de “Vernier” também pode ser deduzido a partir da expressão (2.12), considerando  $\alpha=0$ . Assim,

$$\gamma_{\text{Vernier}} = \frac{P_A P_B}{P_A - P_B} \tag{2.15}$$

A relação  $\Lambda$  entre as larguras da linha clara e da linha escura pode ser verificada pela fórmula

$$\Lambda = \frac{p_c}{p} \tag{2.16}$$

em que  $p_c$  é a largura da linha clara e  $p$ , o passo, ou seja, a distância entre o início de uma linha escura e o fim de uma linha clara adjacente (FIGLIOLA e BEASLEY, 1995).

### 2.4.7.3 DETECÇÃO DE FRANJA FOTOELÉTRICA

As franjas de Moiré são formadas por duas grades ópticas, uma fixa e outra móvel e ligeiramente inclinada em relação a fixa. O movimento dessas grades produz franjas de Moiré. Ao dispor uma fonte de luz e uma célula fotoelétrica, a quantidade de movimento pode ser medida ao contar

eletronicamente o número de franjas que passam pela célula fotoelétrica. A intensidade de luz que aparece sobre a fotocélula varia periodicamente durante o movimento. Ao transformar essas variações de intensidade de luz em pulsos de tensão elétrica e transmitir esses a um aparelho de contagem eletrônico, o movimento do carro da máquina pode ser medido (WONG e KOENIGSBERGER, 1963; KOENIGSBERGER, 1964).

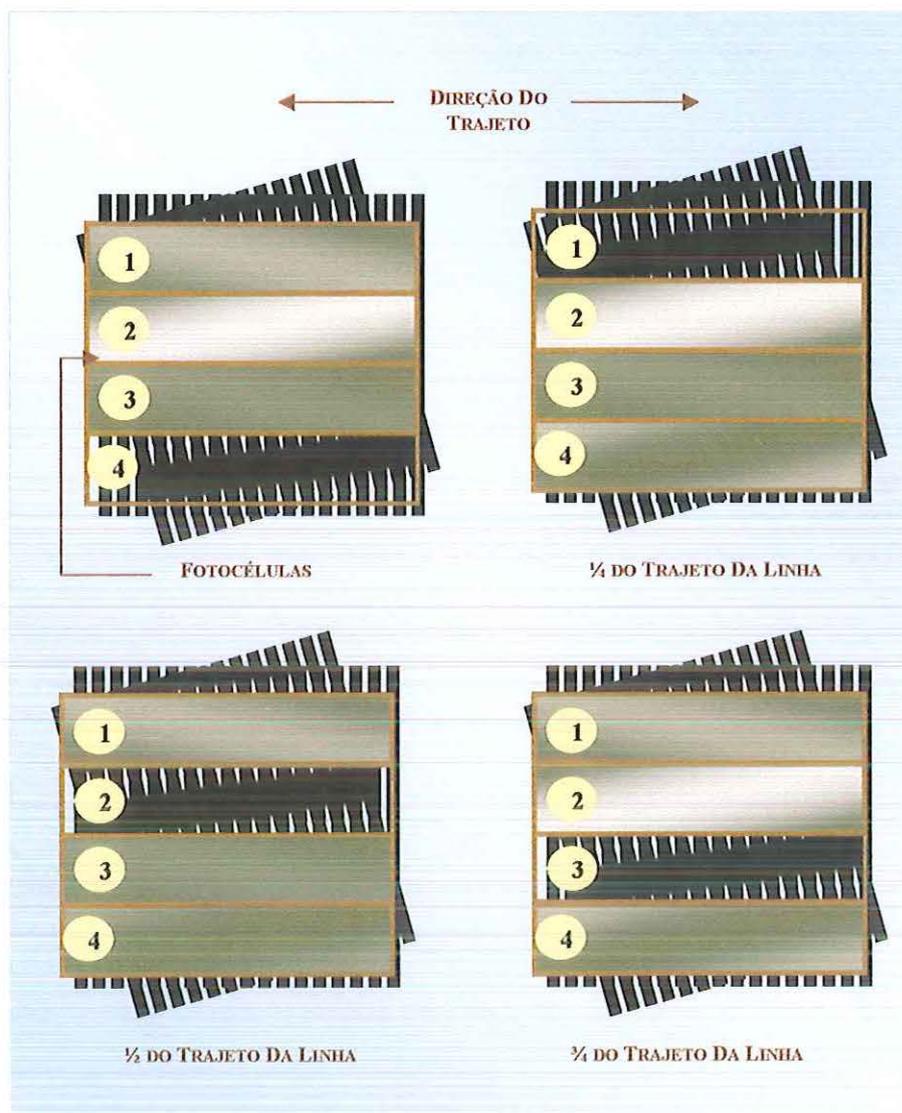


FIGURA 2.17 - Detecção de franja fotoelétrica (LUXMORE e SHEPHERD, 1983)

Uma única fotocélula indica a extensão do movimento mas não a direção. Um mínimo de duas fotocélulas, com espaço entre elas de  $\frac{1}{4}$  do passo da franja, produzem como saídas ondas em quadratura. Essas fotocélulas detectam o comportamento da fase elétrica do sinal e em

seguida, um conjunto apropriado de circuitos interpreta esta informação para determinar a direção do movimento. Na prática, normalmente, quatro fotocélulas são usadas, Figura 2.17. Esses quatro fotodetectores obtêm sinais de quatro áreas da franja espaçadas em intervalos de  $\frac{1}{4}$  do passo. Os sinais das áreas 1 e 3 bem como 2 e 4 são combinados por passos do amplificador, resultando em um par de sinais de quadratura, Figura 2.18.

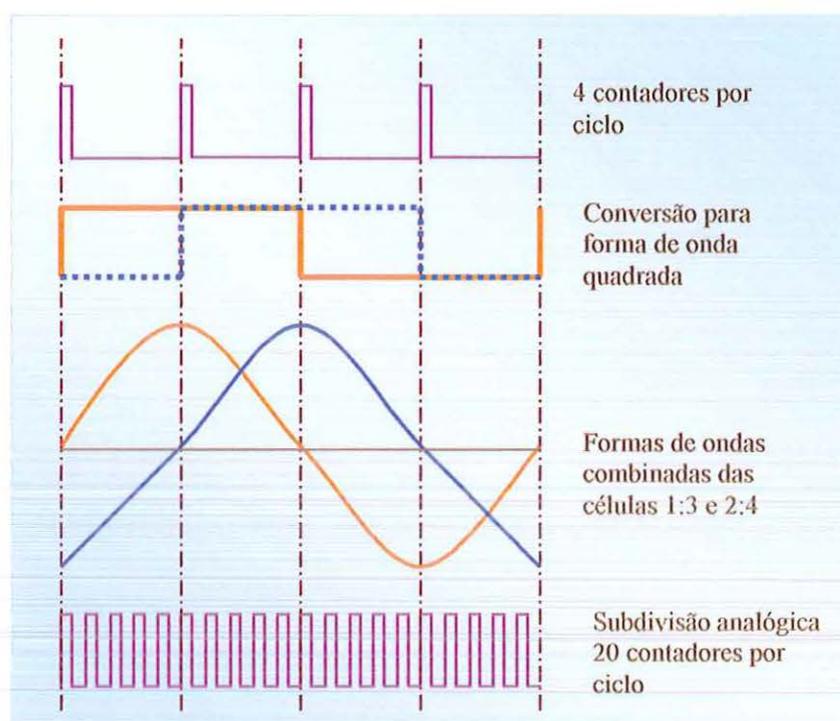


FIGURA 2.18 – Par de sinais de quadratura (LUXMORE e SHEPHERD, 1983)

A parte eletrônica do sistema recebe os sinais amplificados das fotocélulas e os converte em pulsos bidirecionais de contagem. Esses pulsos são adicionados ou subtraídos em um contador “multstage” e exibidos em modo digital nos mostradores.

Os transdutores mais simples fornecem, como saída, duas ondas quadradas em nível “transistor transistor logic” (TTL), ou seja, na faixa de 0 a 5V. Esses sinais estão na frequência do passo da grade e dão origem aos dígitos na razão de quatro por passo da grade.

Para subdivisões mais finas, os transdutores fornecem como saída sinais com forma de dente de serra. Esses sinais são interfaceados como um par de sinais simétricos em relação a zero e usualmente 10 a 20V em

amplitude. A largura de faixa freqüencial é menor e isto, junto com a filtragem de sinal na interface, produz melhoras consideráveis na distinção entre sinal e ruído.

#### **2.4.8 INSPEÇÃO DE GRADES**

O objetivo da inspeção de grades é medir desvios da perfeição teórica. O procedimento de inspeção pode envolver também o exame do desvio de uma forma de onda perfeita, ou a montagem de um sistema espectrométrico incluindo frestas e ópticas de colimação.

A presença de erros periódicos do tipo zig-zag superposto ao padrão da franja e o erro progressivo nos sulcos produz uma variação no espaço entre as franjas (THOMAS, 1974).

Erros internos de um sistema de franjas de Moiré estão associados ao desempenho das grades ou a combinação de fontes detectoras e circuitos eletrônicos. Erros externos normalmente surgem porque o valor dado pela saída da medição é influenciado por variáveis não desejadas e não é uma função única da variável requerida (THOMAS, 1974).

As franjas de Moiré, se produzidas por um par de grades perfeitas, medem o deslocamento puro. Além disso, as franjas de Moiré não sofrem desvios devido as condições padrão do ar porque os dois caminhos comparados são curtos e a separação lateral delas é minúscula. Porém, o controle termostático do ambiente é importante por causa de erros de expansão das grades. Os efeitos de vibração são minimizados se dispersões relativamente baixas forem empregadas. Com respeito a erros na própria grade, o efeito deles dependerá grandemente da aplicação. Falsas linhas espectrais localizadas muito perto da linha original, são sem importância em muitas aplicações mas pode ser uma real desvantagem quando encontradas em grades de alta-resolução pretendidas para o estudo de perfis de linhas espectrais. Elas originam-se de pequenos deslocamentos de uma família de sulcos (THOMAS, 1974).

Quando as grades são usadas em sistemas de medição de franjas de Moiré a preocupação se concentra no efeito de erros residuais. Os

efeitos deles são uniformizados consideravelmente porque a grade da escala é analisada por meio de uma grade indexada que possui milhares de linhas e não somente uma única fenda de varredura (THOMAS, 1974).

Provavelmente nenhum outro objeto feito pelo homem demanda perfeição e, ao mesmo tempo, tem suas deficiências tão facilmente reveladas como uma grade (THOMAS, 1974). Assim, uma grade de alta qualidade deve possuir uma série de riscas perfeitamente retilíneas e com uma uniformidade de espaçamento, de modo que o erro progressivo e o erro cíclico sejam muito pequenos.

Nas escalas da MM3C estão presentes estes erros e, portanto, devem ser estudados e avaliados.

No capítulo 3 está apresentada uma classificação dos erros quanto ao comportamento e os fundamentos teóricos para o sistema de avaliação dos erros cíclicos.

# **CAPÍTULO 3**

## **ASPECTOS TEÓRICOS FUNDAMENTAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE AVALIAÇÃO DE ERROS CÍCLICOS**

Um sistema de medição transforma uma quantidade de entrada em uma quantidade de saída, que pode ser observada ou registrada. O objetivo de qualquer sistema de medição é prover uma indicação exata do valor de entrada, ou seja, a quantidade medida. Contudo, nenhum sistema real mede exatamente o valor de uma variável específica de entrada. A qualidade da informação que resulta de uma medição depende da própria seleção do sistema de medição, e interpretação própria dos resultados obtidos.

O termo sinal, no presente contexto, é usado para descrever uma variável física como função do tempo ou espaço, que interage com uma saída do sistema de medição. O perfil e a forma de um sinal são freqüentemente referidos como forma de onda.

Os sinais podem ser classificados como analógico ou digital. O sinal analógico é descrito continuamente no tempo ou espaço. O sinal digital existe em valores discretos no tempo ou espaço e, deste modo, são particularmente úteis no desenvolvimento da aquisição e processamento de dados por meio de um computador digital.

A grandeza de um sinal discreto é determinada por um processo conhecido como quantização, que assume um único número para representar uma faixa de grandezas de um sinal contínuo. Assim, um sinal digital fornece uma grandeza quantizada em tempos ou espaços discretos.

A amostragem de um sinal analógico na forma digital pode ser realizada por um conversor analógico/digital (A/D). Neste caso, a voltagem do sinal analógico é convertida em uma representação de sistema binário. A resolução limitada do número binário, que corresponde a uma faixa de voltagens, cria os níveis e faixas de quantização.

Um sinal analógico,  $y(x)$ , dependente do tempo ou espaço, pode ser representado por um conjunto discreto de  $N+1$  números pela conversão

$$y(x) \rightarrow \{y(n\delta_x)\}; n=0,1,\dots,N \quad (3.1)$$

Na Figura 3.1 o sinal analógico foi substituído por  $\{y(n\delta_x)\}$ , o qual representa  $N+1$  valores de um sinal no tempo ou espaço discreto para  $y(x)$ .

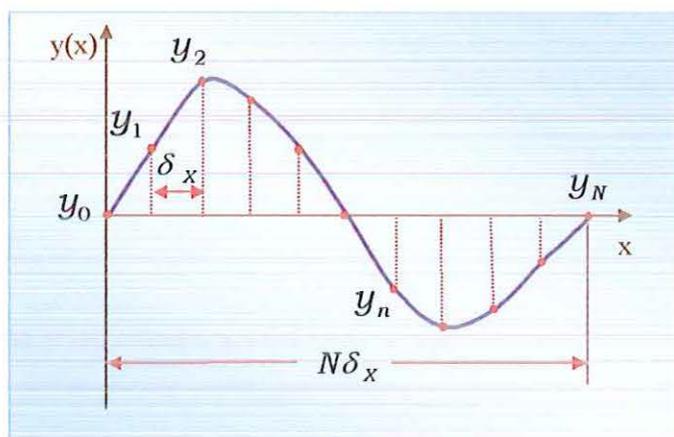


FIGURA 3.1 – Amostragem discreta de um sinal analógico (NEWLAND, 1993)

Desta forma, a aquisição de um sinal resulta em um conjunto finito de dados. Interpretações e conclusões sobre este conjunto de dados podem ser obtidas por meio da investigação estatística. A proposta da investigação estatística é generalizar, a partir de informações contidas em um número limitado de valores, informações sobre uma grandeza em todo o domínio de trabalho (BOX et al, 1978). Os dados experimentais são extraídos de observações de um fenômeno. Este conjunto de observações é

denominado População. Cada elemento da população recebe o nome de Variável. Geralmente, estuda-se apenas uma quantidade limitada de observações, isto é, uma Amostra. Para que uma Amostra seja representativa da População, ela deve ser escolhida aleatoriamente. Isto possibilita que as conclusões obtidas a partir da análise da Amostra sejam generalizadas para a População através de parâmetros característicos de distribuição.

O parâmetro mais comum da tendência central de um conjunto de dados ou Amostra é a média aritmética (DIXON e MASSEY, 1969). Para um sinal no tempo ou espaço discreto, a média,  $\bar{y}$ , pode ser estimada por

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (3.2)$$

onde cada  $y_i$  é um número discreto no conjunto de dados de  $\{y(n\delta_x)\}$  e  $N$  o número de observações.

Os dados numéricos encontram-se dispersos em torno de seu valor médio e, como medida dessa dispersão, são utilizados diferentes parâmetros estatísticos, dentre eles o desvio padrão. O desvio padrão é considerado como sendo o melhor indicador da dispersão dos dados, pois oferece informação sobre como os valores individuais se agrupam com relação à tendência central. Assim, o desvio padrão é representado pela equação (3.3):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N-1}} \quad (3.3)$$

Na equação (3.3) do desvio padrão, o valor  $N-1$  corresponde ao número de graus de liberdade.

Geralmente, também são requeridas informações sobre quais freqüências estão presentes no sinal medido, e uma ferramenta matemática bastante utilizada, neste caso, é a Análise de Fourier.

Uma excelente analogia física para Análise de Fourier é fornecida pela separação da luz branca através de um prisma. Como pode ser visto na Figura 3.2, a luz branca contém muitos comprimentos de onda, ou seja, as várias cores presentes podem ser separadas em um espectro de

cores individuais quando passam através do prisma. Cada cor corresponde a uma frequência ou comprimento de onda particular, enquanto que a intensidade está relacionada à amplitude da variação (MOORE, 1970). Assim, a Análise de Fourier reduz sinais bastante complexos em uma combinação de formas de ondas mais simples.

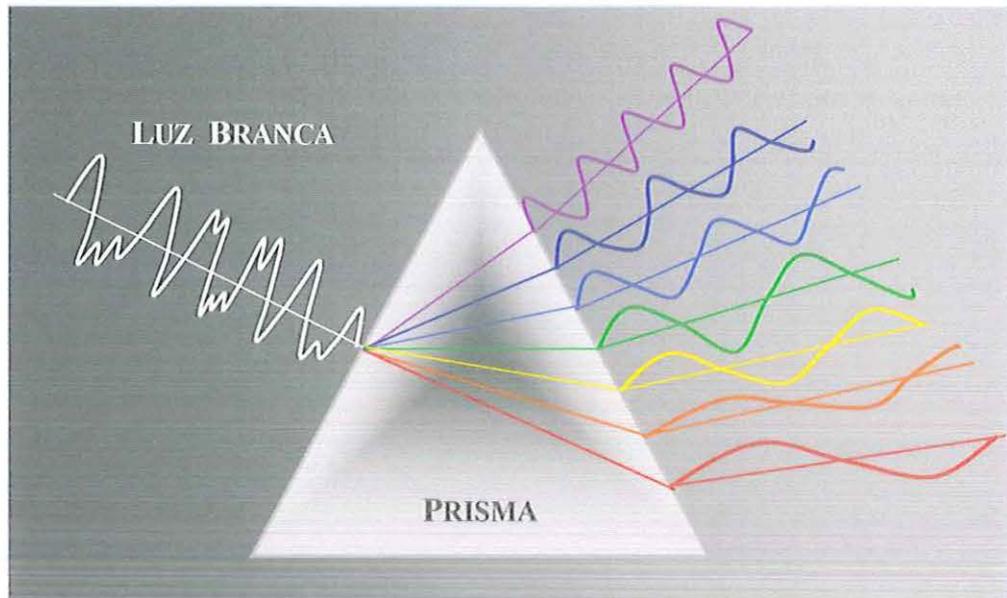


FIGURA 3.2 – Separação da luz branca em seu espectro de cores (FIGLIOLA e BEASLEY, 1995)

Neste capítulo estão apresentados os fundamentos teóricos empregados na análise dos dados experimentais. Na primeira parte estão descritas algumas considerações sobre o comportamento dos erros em uma medição. Os aspectos teóricos sobre Análise de Fourier, como séries de Fourier, DFT, “aliasing” e FFT, estão apresentados na segunda parte. Na terceira parte está descrito brevemente o método de aproximação por Mínimos Quadrados.

### **3.1 CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE O COMPORTAMENTO DOS ERROS**

A consideração e determinação das fontes de erros, sempre que possível, é importante. De acordo com o comportamento, os erros podem ser classificados em aleatórios e sistemáticos.

Os erros aleatórios resultam de influências externas e internas, não controladas, que provocam o aparecimento de erros não repetitivos. Os métodos estatísticos estão essencialmente relacionados com o estudo de variações em observações numéricas (BUCKLAND, 1958). Usualmente, a análise dos erros aleatórios revela uma distribuição normal ou Gaussiana e, portanto, eles podem ser analisados estatisticamente (SLOCUM, 1992).

Os erros sistemáticos são aqueles que se reproduzem tanto em grandeza quanto em sinal, quando as condições de ensaios são mantidas constantes (HOLMAN, 1984; ASME, 1997). Os erros sistemáticos podem ser divididos em erro cíclico, erro progressivo e histerese (HEMINGRAY et al, 1971; DI GIACOMO, 1986). Na Figura 3.3 está apresentado um esquema contendo os erros sistemáticos.

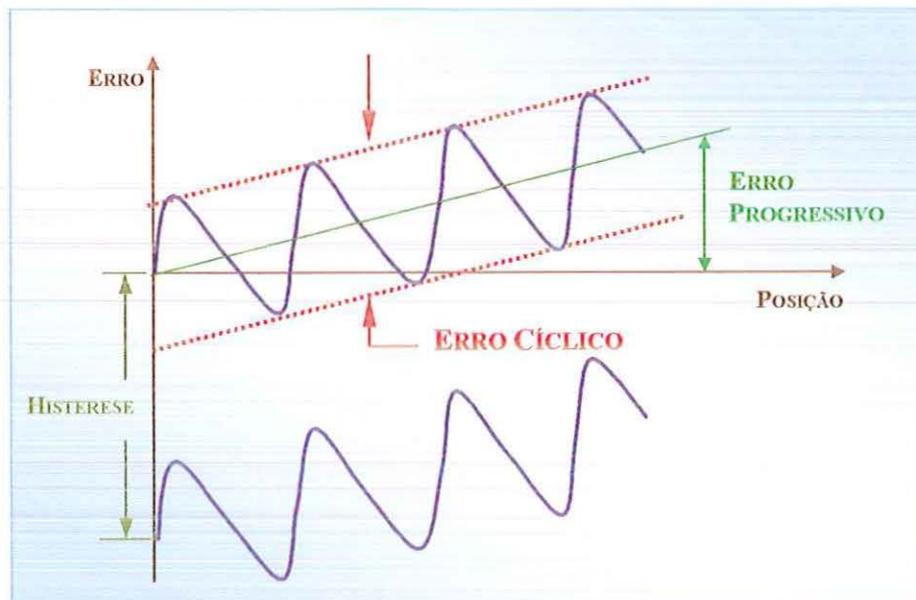


FIGURA 3.3 – Erro cíclico, erro progressivo e histerese (BUTTERWORTH, 1986)

O erro cíclico é qualquer componente que se repete em pelo menos uma vez ao longo do eixo de uma máquina (HEMINGRAY et al, 1971; DI GIACOMO, 1986). O erro progressivo é um erro não cíclico, que pode ser crescente ou decrescente. A histerese é definida como sendo o valor da diferença entre o erro médio nos dois sentidos de aproximação, ida e volta (HEMINGRAY et al, 1971; DI GIACOMO, 1986).

Todas as fontes conhecidas de erros sistemáticos devem ser determinadas, e se o seu total algébrico for significativo em relação a tolerância de fabricação, deve ser considerado na medição (SCARR, 1967).

### **3.2 ANÁLISE DE FOURIER**

A matemática teve um grande impulso nas atividades após a invenção do cálculo por Newton (1642-1727) e Leibnitz (1646-1716). Como conseqüência, muitos tópicos da física matemática, como problemas de vibração de cordas e colunas de ar associados à teoria musical, atraíram os grandes cientistas da época.

Por volta de 1800 o cientista francês Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) foi o primeiro a fazer uma investigação considerável sobre o estudo da equação que descreve a condução de calor. Para resolver analiticamente esta equação, ele utilizou o método de separação de variáveis cuja característica principal é a substituição da equação diferencial parcial (EDP) por um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs). A solução desejada da EDP é então representada por uma soma, usualmente uma série infinita, envolvendo as soluções do conjunto de EDOs. Como resposta Fourier obteve uma série infinita de funções seno e co-seno e isto despertou o seu interesse para generalizar este resultado a uma função essencialmente arbitrária.

Ele apresentou artigos básicos sobre o assunto à Academia de Ciências de Paris em 1807 e 1811. Entretanto, estes artigos foram criticados, principalmente pelo matemático Lagrange, por falta de rigor e, portanto, não foram publicados. De acordo com Riemann, quando Fourier apresentou seu primeiro artigo, afirmando que uma função completamente arbitrária poderia ser representada por uma combinação linear de senos e co-senos, Lagrange ficou tão surpreso que negou tal possibilidade.

Fourier continuou a desenvolver suas idéias e em 1822 publicou o livro *Théorie Analytique de la Chaleur*, considerado um dos clássicos da Matemática Aplicada. Neste livro Fourier explicitou os coeficientes e escreveu as séries de senos e co-senos de várias funções. Ele afirmou que

qualquer função podia ser expressa pela série que atualmente leva seu nome.

Dirichlet foi um dos primeiros a reconhecer que nem toda função pode ser representada por sua série de Fourier, e produziu os primeiros critérios para a validade dessa representação, em 1829 e 1837. Enquanto isso, a Análise, linha de pesquisa da Matemática Pura, ganhava uma fundamentação mais rigorosa com os trabalhos de Cauchy, Bolzano e outros. Isso propiciou as contribuições de Riemann à teoria das séries de Fourier. Riemann se propôs a achar condições necessárias e suficientes para que uma função pudesse ser representada por sua série de Fourier. Como essas questões se ligam à integração de funções, o Cálculo Integral teve de ser posto em base firme.

Assim, os resultados de Fourier inspiraram uma grande quantidade de pesquisas sobre a convergência de sua série. Atualmente, a Análise de Fourier não se aplica apenas a condução de calor mas se estende as ciências em geral, principalmente nas áreas envolvidas com Matemática, Engenharia, Computação, Música, Ondulatória, Sinais Digitais e Processamento de Imagens.

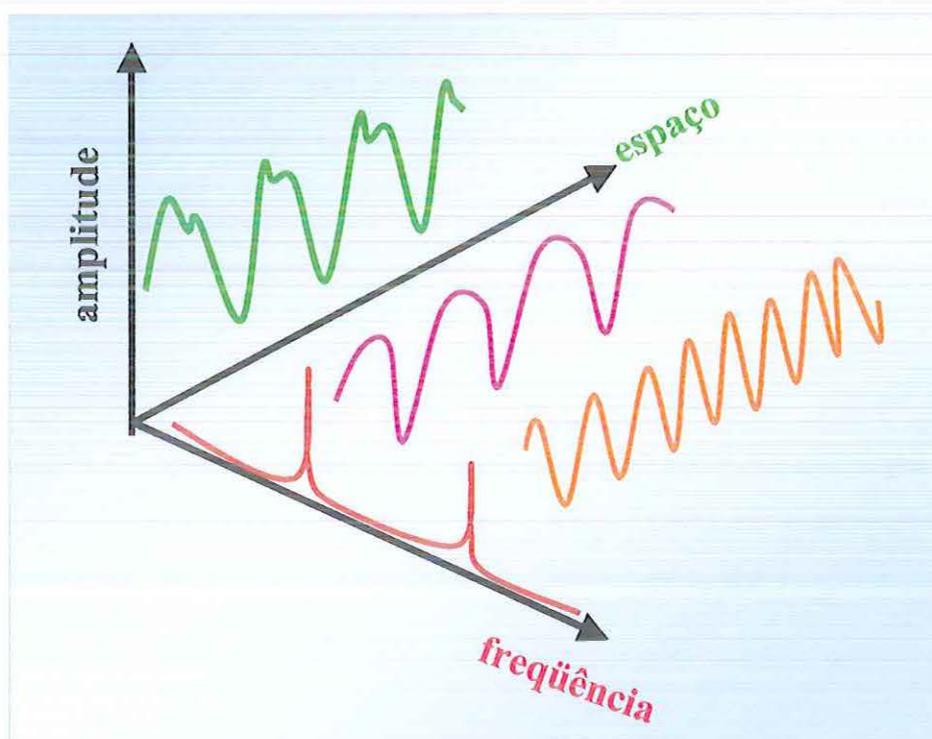


FIGURA 3.4 – Sinal no domínio do espaço e no domínio da frequência (ITEC, 1984; JOAQUIM e SARTORI, 1990).

Como já citado, um sinal é uma grandeza física variável no tempo ou no espaço que contém algum tipo de informação, geralmente sobre o estado ou comportamento de um sistema físico. No caso da periodicidade ou padrão cíclico nos dados, um sinal pode ser completamente descrito no domínio do tempo ou espaço. Muitas vezes, entretanto, é conveniente que a análise do sinal seja feita no domínio da frequência. Isto ocorre quando uma função espacial é composta de várias componentes de frequência. Assim, enquanto o sinal existe fisicamente no domínio do espaço pode-se afirmar que ele consiste dessas componentes no domínio da frequência, Figura 3.4. A análise dos sinais no domínio da frequência é feita por meio da Análise de Fourier.

Neste trabalho o sinal é uma grandeza física variável no espaço e por isso, de agora em diante será usado somente este termo.

### 3.2.1 SÉRIE DE FOURIER

#### ► CONJUNTO ORTOGONAL DE FUNÇÕES

O conceito de um conjunto ortogonal de funções é uma generalização do conceito de um conjunto ortogonal de vetores. Qualquer função  $h(x)$  pode ser interpretada como um vetor, se for considerado que os seus valores são as componentes deste vetor (CHURCHILL, 1963).

A norma de  $h(x)$  não tem uma interpretação de comprimento como no caso de vetores, mas sim de raiz quadrada da área sob o gráfico de  $h(x)$  no intervalo  $a < x < b$ . Ela é definida pela fórmula

$$\|h(x)\| = \left\{ \int_a^b [h(x)]^2 dx \right\}^{1/2} \quad (3.4)$$

O produto interno entre duas funções  $h_1(x)$  e  $h_2(x)$  em um intervalo  $a < x < b$  é dado por

$$\langle h_1, h_2 \rangle = \int_a^b h_1(x)h_2(x)dx \quad (3.5)$$

Um conjunto de funções  $\{h_i(x)\}$ ,  $i=0,1,2,\dots$  é ortogonal em um intervalo  $a < x < b$  se

$$\langle h_i, h_j \rangle = 0 \quad \text{para } i \neq j \quad (3.6)$$

Um conjunto  $\{\varphi_n(x)\}$ ,  $n=1,2,3,\dots$ , onde  $\varphi_n(x) = \frac{h_n(x)}{\|h_n(x)\|}$  é ortonormal no intervalo  $a < x < b$  se

$$\langle \varphi_i, \varphi_j \rangle = \int_a^b \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.7)$$

Uma função  $h$  é seccionalmente contínua em  $a \leq x \leq b$  se existe uma partição  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  tal que  $h$  seja contínua em cada subintervalo  $x_i < x < x_{i+1}$ ,  $i=1,2,\dots,n-1$  e existam os limites  $h(x_i + 0) = \lim_{x \rightarrow x_i^+} h(x)$  e  $h(x_i - 0) = \lim_{x \rightarrow x_i^-} h(x)$ .

O agregado de todas essas funções forma um Espaço Funcional de Funções Seccionalmente Contínuas.

Um conjunto ortonormal  $\{\varphi_n(x)\}$ ,  $n=1,2,3,\dots$ , é denominado completo no Espaço Funcional considerado, se não existir função neste Espaço com norma positiva que seja ortogonal à cada uma das funções  $\varphi_n(x)$ . Neste caso,  $\{\varphi_n(x)\}$  é uma base do Espaço Funcional.

Assim, dado um conjunto ortonormal  $\{\varphi_n(x)\}$ ,  $n=1,2,\dots$ , em um intervalo  $a < x < b$ , pode ser possível representar qualquer função  $h$  neste intervalo como uma combinação linear das funções  $\varphi_n(x)$ , ou seja,

$$h(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n(x) \quad (3.8)$$

Supondo que a série infinita convirja para  $h(x)$  e que ela seja integrável, pode-se obter os coeficientes  $c_n$  em função do produto interno através da multiplicação da equação (3.8) por  $\varphi_m(x)$ :

$$\int_a^b h(x) \varphi_m(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \int_a^b \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx \quad (3.9)$$

Como  $\{\varphi_n(x)\}$ ,  $n=1,2,\dots$ , é ortonormal em  $a < x < b$ , a equação (3.9) resulta em:

$$c_n = \int_a^b h(x) \varphi_n(x) dx ; n=1,2,3,\dots \quad (3.10)$$

Os coeficientes  $c_n$  são chamados de coeficientes de Fourier para  $h$  correspondentes ao conjunto ortonormal  $\{\varphi_n(x)\}$ .

A série dada pela representação (3.8) com os coeficientes (3.10) é denominada Série de Fourier Generalizada correspondente a  $h$ .

### ► FUNÇÕES PERIÓDICAS

Uma função  $y: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  tem período  $T$ , ou é  $T$ -periódica, se existe um número positivo  $T \in \mathfrak{R}$  (conjunto dos números reais) tal que para todo  $x \in \mathfrak{R}$ ,  $y(x + T) = y(x)$ . O menor número real positivo com esta característica é chamado período fundamental de  $y$ , ou simplesmente período de  $y(x)$ .

### ► POLINÔMIOS E SÉRIES TRIGONOMÉTRICAS

Um Polinômio Trigonométrico de ordem  $n$  é uma função  $S_n = S_n(x)$  de período  $2\pi$  da forma:

$$S_n(x) = C + \sum_{k=1}^n [A_k \cos(kx) + B_k \operatorname{sen}(kx)] \quad (3.11)$$

Uma Série Trigonométrica é uma representação  $S = S(x)$  em série de funções trigonométricas da forma:

$$S(x) = C + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(kx) + B_k \operatorname{sen}(kx)] \quad (3.12)$$

### ► DEFINIÇÃO DE SÉRIES DE FOURIER E COEFICIENTES DE FOURIER

Seja  $y(x)$  definida no intervalo  $(-L, L)$ , periódica de período  $T = 2L$  e frequência  $f = 1/2L$ . Considerando  $\{\varphi_n(x)\} = \{1, \operatorname{sen} 2\pi nfx, \cos 2\pi nfx; n = 1, 2, \dots\}$ , na equação generalizada, a Série de Fourier de  $y(x)$  pode ser escrita como:

$$y(x) \sim A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos 2\pi nfx + B_n \operatorname{sen} 2\pi nfx) \quad (3.13)$$

onde os coeficientes de Fourier  $A_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  são:

$$A_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L y(x) dx \quad (3.14)$$

$$A_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L y(x) \cos 2\pi nfx dx ; n = 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

$$B_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L y(x) \operatorname{sen} 2\pi nfx dx ; n = 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

O termo constante  $A_0$  é o valor médio do sinal periódico  $y(x)$ .

Na série para  $y(x)$ , expressão (3.13), quando  $n=1$  os termos correspondentes na série de Fourier são chamados fundamentais, e tem a freqüência mais baixa na série. A freqüência fundamental para esta série de Fourier é  $f = \frac{1}{T}$ . As freqüências correspondentes a  $n=2, 3, 4, \dots$  são conhecidas como harmônicos.

O símbolo “~” foi utilizado na expressão (3.13) pois nem sempre a série de Fourier converge para  $y(x)$ .

#### ► CONDIÇÕES DE DIRICHLET

Dirichlet estudou o problema da convergência da série (3.13) e formulou as seguintes condições:

- (i)  $y(x)$  é definida, exceto possivelmente em um número finito de pontos de  $(-L, L)$ ;
- (ii)  $y(x)$  é periódica de período  $2L$ ;
- (iii)  $y(x)$  e sua derivada de primeira ordem  $y'(x)$  são seccionalmente contínuas em  $(-L, L)$ .

Assim, se  $y(x)$  satisfaz as Condições de Dirichlet então a série (3.13) com os coeficientes dados pelas fórmulas (3.14), (3.15) e (3.16) converge para:

- a)  $y(x_0)$ , se  $x_0$  é ponto de continuidade;
- b)  $\frac{y(x_0 + 0)}{2} + \frac{y(x_0 - 0)}{2}$ , se  $x_0$  é ponto de descontinuidade.

#### ► AS FUNÇÕES ÍMPARES E PARES

Uma função  $y(x)$  é par se é simétrica em relação a origem, ou seja,  $y(-x)=y(x)$  para todo  $x$ . Uma função  $y(x)$  é ímpar se, para todo  $x$ ,  $y(-x)=-y(x)$ . Uma função particular ou forma de onda pode ser par, ímpar, ou nem par nem ímpar.

Se  $y(x)$  é par, sua série de Fourier conterà somente termos co-seno:

$$y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos 2\pi nfx \quad (3.17)$$

Se  $y(x)$  é ímpar, sua série de Fourier contém somente termos seno

$$y(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \operatorname{sen} 2\pi nfx \quad (3.18)$$

Funções que não são par nem ímpar resultam em uma série de Fourier que contém termos seno e co-seno.

### ► FORMA COMPLEXA DA SÉRIE DE FOURIER

A fórmula complexa da série de Fourier de uma função periódica real  $y$  pode ser obtida por meio da fórmula de Euler,

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \operatorname{sen}\theta \quad (3.19)$$

em que  $i = \sqrt{-1}$ .

Deste modo, a fórmula (3.13) pode ser reescrita como

$$y(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\pi x/L} \quad (3.20)$$

onde o coeficiente de Fourier complexo é dado por

$$C_n = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L y(x) e^{-in\pi x/L} dx \quad (3.21)$$

para  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Existem três relações que fazem conexão entre os coeficientes de Fourier reais e os complexos:

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{2} A_0 \\ C_n &= \frac{1}{2} (A_n - iB_n), \quad n \geq 1 \\ C_{-n} &= \frac{1}{2} (A_n + iB_n), \quad n \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

### 3.2.2 TRANSFORMADA DE FOURIER

A série de Fourier constitui um poderoso instrumento na abordagem de vários problemas que envolvem funções periódicas. Entretanto, como vários problemas práticos não envolvem funções periódicas, o método de análise de Fourier utilizado, neste caso, é a transformada de Fourier.

Um procedimento tradicional para a obtenção da transformada de Fourier considera uma função  $y(x)$  não periódica como uma função

periódica  $y_T(x)$  com o período  $T$  tendendo ao infinito, ou seja,  $y(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} y_T(x)$  (JOAQUIM e SARTORI, 1990).

Considerando  $f_0 = \frac{1}{T}$  nas expressões (3.20) e (3.21), a série de Fourier de  $y_T$  e seus coeficientes podem ser escritos como

$$y_T(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i2\pi n f_0 x} \quad (3.23)$$

e

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y_T(x) e^{-i2\pi n f_0 x} dx \quad (3.24)$$

Fazendo  $Y(nf_0) = TC_n$ , a expressão (3.23) pode ser reescrita como

$$y_T(x) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y(nf_0) e^{i2\pi n f_0 x} \quad (3.25)$$

Assim,

$$y(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} Y(nf_0) e^{i2\pi n f_0 x} \quad (3.26)$$

Como a separação entre os harmônicos corresponde ao inverso do período, isto é,  $\Delta f = \frac{1}{T}$ , então

$$y(x) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y(nf_0) e^{i2\pi n f_0 x} \Delta f \quad (3.27)$$

A medida que o período se aproxima do infinito,  $f$  tende a zero e pode ser substituído por  $df$ . Deste modo, a equação (3.27) se transforma em um somatório de áreas infinitesimais, definindo

$$y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(f) e^{i2\pi f x} df \quad (3.28)$$

Os coeficientes  $Y(nf_0) = TC_n$  da série de Fourier se transformam em uma função contínua,  $Y(f)$ , no domínio da frequência:

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(x) e^{-i2\pi f x} dx \quad (3.29)$$

Esta função representa o espectro de frequências de  $y(x)$ .

As equações (3.29) e (3.28) são conhecidas como par de transformadas de Fourier. Elas permitem a transformação analítica de uma função no domínio do espaço para o da frequência e vice-versa.  $Y(f)$  é

denominada transformada de Fourier de  $y(x)$ , e  $y(x)$  é chamada transformada de Fourier inversa de  $Y(f)$ .

A existência da transformada de Fourier de uma função  $y(x)$  depende das seguintes condições: a função  $y(x)$  deve conter um número finito de máximos e mínimos no intervalo  $-\infty < x < \infty$ ; se  $y(x)$  apresenta descontinuidades, estas deverão ser em número finito no intervalo  $-\infty < x < \infty$ ; a função  $y(x)$  deve ser absolutamente integrável, ou seja,  $\int_{-\infty}^{\infty} |y(x)| dx < \infty$ .

A transformada de Fourier é um número complexo que tem uma magnitude e uma fase. A magnitude de  $Y(f)$  é dada por

$$|Y(f)| = \sqrt{\text{Re}(Y(f))^2 + \text{Im}(Y(f))^2} \quad (3.30)$$

e a fase por

$$\phi(f) = \text{tg}^{-1} \frac{\text{Im}(Y(f))}{\text{Re}(Y(f))} \quad (3.31)$$

### 3.2.3 TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (DFT)

Na prática, quando  $y(x)$  é medido e registrado o seu armazenamento é feito na forma de uma seqüência de incremento discreto. Assim, para seqüências de duração finita, com  $N$  valores, é possível desenvolver uma representação de Fourier alternativa referida como transformada de Fourier discreta (DFT).

A DFT é dada por

$$Y(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} y(r\delta_x) e^{-i2\pi kr/N} ; k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (3.32)$$

onde  $f_k = k\delta_f$  e  $\delta_f = \frac{1}{N\delta_x}$ .

$\delta_f$  é a resolução da freqüência da DFT com cada  $Y(f_k)$  espaçado em incrementos freqüenciais de  $\delta_f$ .

Assim, usando este método, um sinal de forma funcional desconhecida, medido discretamente, pode ser reconstruído como uma série de Fourier usando técnicas de transformada de Fourier.

### 3.2.4 “ALIASING”

As informações do sinal analógico, em relação a amplitude e frequência, podem ser representadas por uma seqüência de espaço discreto. Uma boa representação depende do:

- Conteúdo de frequência do sinal analógico medido.
- Tamanho do incremento amostral,  $\delta_x$ , ou a taxa amostral correspondente,  $f_s = 1/\delta_x$ .
- Período total de amostra da medição.

Na Figura 3.5, um sinal de frequência  $f$  é amostrado em taxas crescentes.

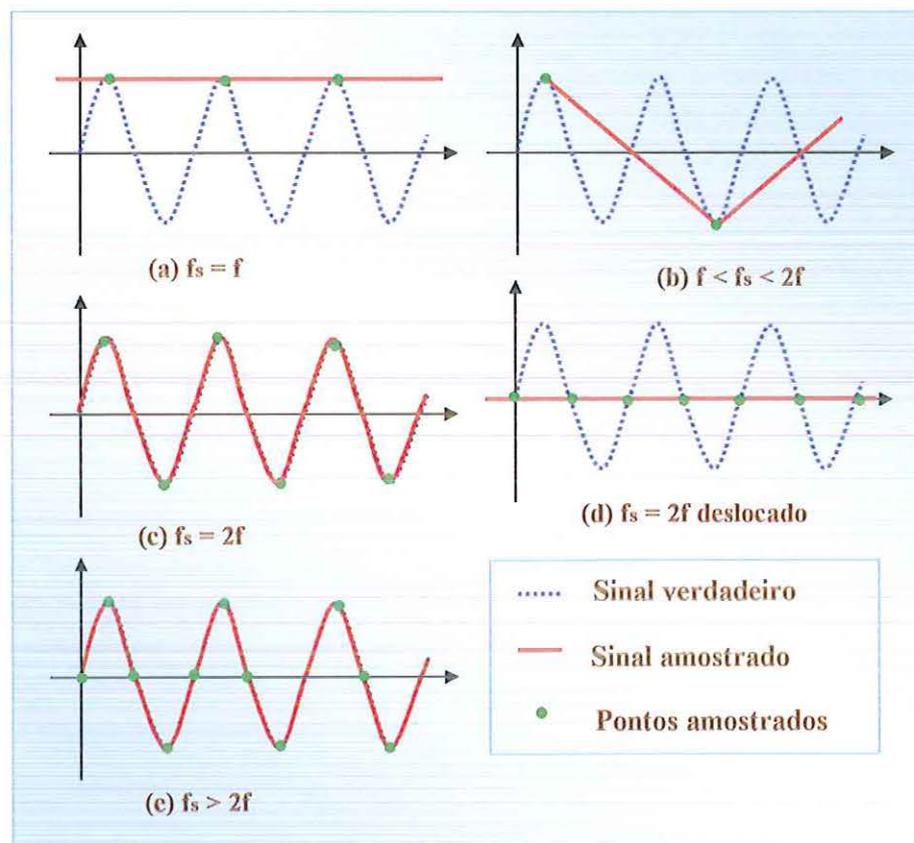


FIGURA 3.5 – Efeito da taxa amostral sobre a frequência do sinal

Em (a), a forma de onda foi amostrada em uma frequência de  $f_s = f$  e o sinal amostral discreto aparenta ser constante, de modo que nenhuma frequência é vista. Em (b), a forma de onda foi amostrada entre  $f$  e  $2f$ , e parece ter uma frequência mais baixa. Em (c), a forma de onda é

amostrada com  $f_s = 2f$ , e o sinal amostrado parece ser uma onda de frequência correta. Se a amostra inicia um quarto de ciclo depois, nesta mesma taxa, então o sinal novamente parece ser constante, como em (d). Somente quando a taxa amostral é aumentada acima de  $2f$ , como em (e), a frequência correta do sinal com a amostra discreta é obtida.

O teorema de amostragem afirma que para reconstruir o conteúdo da frequência de um sinal medido, a taxa amostral,  $f_s$ , deve ser maior que duas vezes a mais alta frequência,  $f_m$ , contida no sinal medido, ou seja,

$$f_s > 2f_m \quad (3.33)$$

ou em termos de incremento de espaço,

$$\delta_x < \frac{1}{2f_m} \quad (3.34)$$

As equações (3.33) e (3.34) fornecem, respectivamente, um critério de taxa de amostragem mínima ou incremento de espaço máximo para converter dados de uma forma contínua em uma discreta. Se este critério for satisfeito, as frequências, que serão definidas pela DFT da série discreta resultante, fornecerão uma representação das frequências do sinal original. Por outro lado, quando um sinal é obtido em uma taxa amostral menor do que  $2f_m$ , o conteúdo da frequência mais alta do sinal analógico apresenta a falsa identidade de uma frequência mais baixa, resultando em uma interpretação equivocada do conteúdo frequencial. Esta frequência é denominada "alias". Assim, o fenômeno "aliasing" distorce o espectro do sinal original e destrói a relação biunívoca entre as representações no domínio do espaço e no domínio da frequência.

$f_s/2$  é denominada frequência Nyquist, ou seja,

$$f_{Nyq} = \frac{f_s}{2} = \frac{1}{2\delta_x} \quad (3.35)$$

Deste modo, as frequências acima de  $f_{Nyq}$  apresentam-se superpostas no sinal como frequências mais baixas.

De acordo com Figliola e Beasley (1995), uma frequência "alias",  $f_a$ , pode ser avaliada com o auxílio do diagrama da Figura 3.6 no qual o eixo da frequência original está dobrado sobre ele próprio no ponto de  $f_{Nyq}$  e seus harmônicos,  $mf_{Nyq}$ , onde  $m=1,2,\dots$

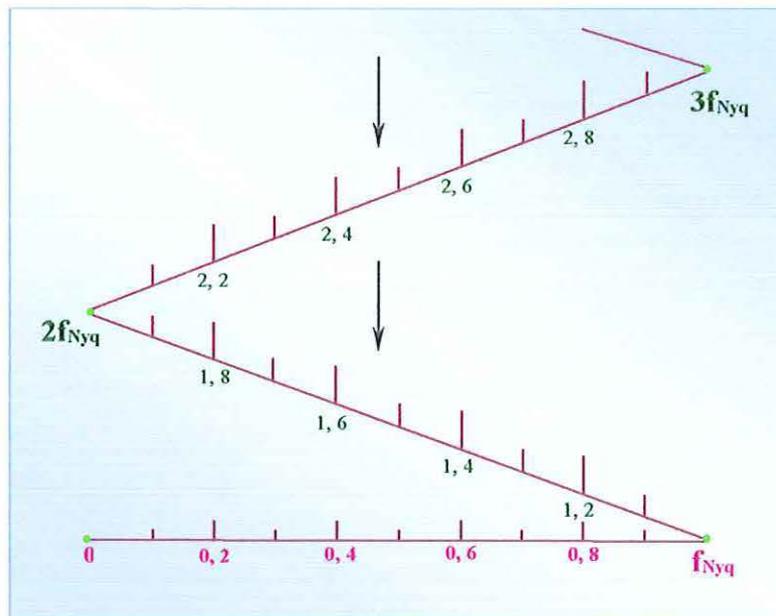


FIGURA 3.6 – Diagrama para frequências “alias” (FIGLIOLA e BEASLEY, 1995)

Para evitar o fenômeno “aliasing” na amostragem de um sinal desconhecido recomenda-se filtrar a série de espaçamento, antes da análise, com a intenção de remover todas as componentes frequenciais maiores do que  $1/2\delta_x$ .

Hemingray et al (1971) em seus comentários sobre avaliação de erros sistemáticos ilustraram o fenômeno “aliasing” através da Figura 3.7.

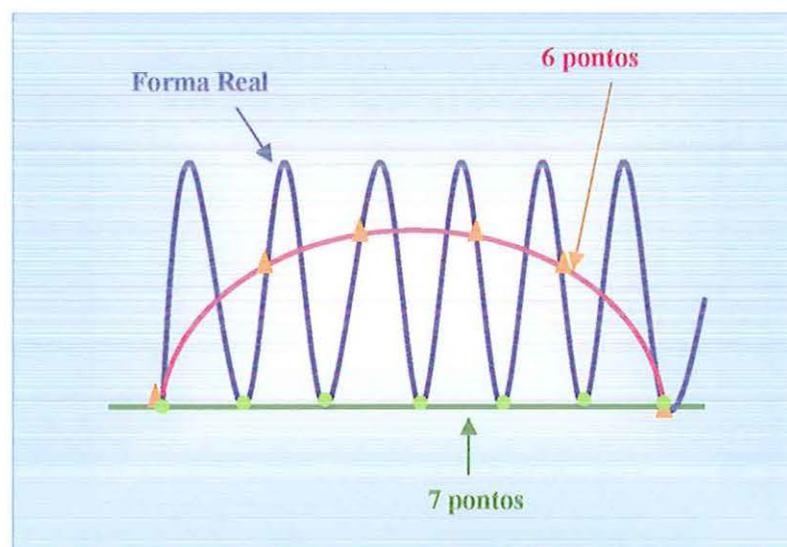


FIGURA 3.7 – Efeito do tamanho do passo sobre os erros observados (HEMINGRAY et al, 1971)

Neste caso, se os pontos em verde igualmente espaçados fossem escolhidos nenhum erro se revelaria e a escolha de pontos alaranjados apontaria o erro sistemático, entretanto não na frequência correta.

Segundo Hemingray et al (1971), a acuracidade apresenta-se mais crítica sobre distâncias curtas. Logo, torna-se muito difícil perceber o erro cíclico se um conjunto de pontos puramente aleatório for escolhido. Deste modo, esses autores recomendam que o passo de medição seja um fator do período de algum erro cíclico suspeito.

### **3.2.5 “FAST FOURIER TRANSFORM” (FFT)**

A DFT é uma ferramenta importante em muitas aplicações de espaço discreto. Porém, um cálculo direto da equação (3.37) requer  $N^2$  operações e o termo “operação”, neste caso, significa uma multiplicação complexa seguida de uma adição complexa. Por isso, existe uma classe particular de algoritmos eficientes para o seu cálculo, que coletivamente são denominados “Fast Fourier Transform” (FFT).

A história de Análise Numérica publicada por Goldstine (1977) atribui a Carl Friedrich Gauss, o eminente matemático alemão, a autoria de um algoritmo similar ao da FFT. A exposição de Gauss descrevendo o algoritmo não foi publicada enquanto ele esteve vivo, aparecendo somente em seus trabalhos coletados em 1866. O suposto ano da composição desses escritos é 1805, e isto traz indícios de que os algoritmos para avaliar os coeficientes da série de Fourier foram desenvolvidos no início do século XIX. Se este ano é exato, ele antecede o trabalho de Fourier em 1807 sobre Análise Harmônica. Uma segunda referência ao algoritmo de Gauss foi encontrada em um artigo na “Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften” escrito por Burkhardt em 1904 (HEIDEMAN et al, 1984).

A análise de uma série trigonométrica retorna pelo menos aos trabalhos de Leonard Euler (1707-1783) em 1748, 1789 e 1793. Ele ocupou-se com série infinita somente de co-senos e não se preocupou com questões de convergência. O renome de Euler em sua época significou que seus trabalhos foram lidos por seus contemporâneos, particularmente os matemáticos franceses Clairaut, d’Alembert e Lagrange. Aléxis Claude

Clairaut (1713-1765) publicou em 1754 o que atualmente acredita ser a fórmula mais antiga para a DFT, mas foi restrita somente a uma série infinita de co-senos. Joseph Louis Lagrange (1736-1813) publicou a DFT como fórmula para série de senos em 1762. Daniel Bernoulli (1700-1782) expressou a forma de uma corda vibrante como uma série de termos co-seno com argumentos de tempo e distância em 1753, e isto implicou que uma função arbitrária poderia ser representada por uma soma infinita de co-senos. Clairaut e Lagrange estiveram envolvidos com mecânica orbital e o problema de determinar os detalhes de uma órbita de um conjunto finito de observações. Conseqüentemente, seus dados eram periódicos e eles usaram uma aproximação por interpolação para determinar a órbita. Em 1955, Dunnington pesquisou os registros da biblioteca da Universidade de Göttingen e descobriu que Gauss emprestou os trabalhos de Euler e Lagrange durante o período de 1795 a 1798 (HEIDEMAN et al, 1984).

Gauss estendeu o trabalho sobre interpolação trigonométrica para funções periódicas, não necessariamente pares ou ímpares. Isto foi feito considerando o problema de determinar as posições amostrais da órbita de certos asteróides. Ele desenvolveu seu algoritmo ao usar  $N_1$  amostras igualmente espaçadas sobre um período do sinal. Este conjunto de  $N_1$  amostras é um subconjunto de  $N$  amostras, onde  $N = N_1 N_2$ .

Entre 1805 e 1965, pode ser observado pela Tabela 3.1 que vários tipos de algoritmos FFT foram elaborados e aplicados. Mas, de acordo com Heideman et al (1984) nenhum deles, exceto o de Cooley e Tukey (1965), foi tão geral ou bem formulado como o trabalho de Gauss.

O trabalho publicado por Cooley e Tukey em 1965 mostrou que a DFT, previamente pensada para requerer  $N^2$  operações aritméticas, poderia ser calculada pelo novo algoritmo FFT usando somente  $N \log N$  operações e considerando  $N$  um número composto, ou seja, que tem mais de dois divisores (COOLEY et al, 1967; HEIDEMAN et al, 1984). Este algoritmo teve um efeito revolucionário sobre os métodos de processamento digital, e continua sendo um método de calcular transformadas de Fourier amplamente usado.

TABELA 3.1 – Principais descobertas de métodos eficientes para cálculo da DFT (Heideman et al, 1984)

Pesquisador	Data	Comprimentos das seqüências	Número de valores da DFT	Aplicação
C.F. Gauss	1805	qualquer inteiro composto	todos	Interpolação de órbitas de corpos celestiais
F. Carlini	1828	12	—	Análise harmônica de pressão barométrica
A. Smith	1846	4, 8, 16, 32	5 ou 9	Desvios de correção em bússolas nos navios
J.D. Everett	1860	12	5	Modelagem dos desvios de temperatura ambiente
C. Runge	1903	$2^n k$	todos	Análise harmônica de funções
K. Stumpff	1939	$2^n k, 3^n k$	todos	Análise harmônica de funções
Danielson e Lanczos	1942	$2^n$	todos	Difração de raios-X em cristais
L.H. Thomas	1948	qualquer inteiro com fatores primos	todos	Análise harmônica de funções
I. J. Good	1958	qualquer inteiro com fatores primos	todos	Análise harmônica de funções
Cooley e Tukey	1965	qualquer inteiro composto	todos	Análise harmônica de funções

Gauss escreveu seus trabalhos em neolatim com notação muito diferente das atuais e utilizou funções trigonométricas reais em vez de exponenciais complexas. Em 1977, Goldstine apresentou uma tradução inglesa das partes do artigo de Gauss para algoritmos de interpolação trigonométrica. Neste trabalho, ele sugeriu a conexão entre Gauss e a FFT, mas não foi amplamente anunciado por se tratar de um livro com enfoque histórico. Em decorrência de todos esses fatos, a equivalência do algoritmo de Gauss e a FFT de Cooley e Tukey não se apresentou tão óbvia.

Assim, quase cem anos se passaram entre a publicação do algoritmo de Gauss e a redescoberta desta aproximação por Cooley e Tukey.

### 3.2.5.1 O ALGORITMO FFT

A DFT de uma seqüência finita  $\{y_r\}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ , é uma nova seqüência finita  $\{Y_k\}$  definida como

$$Y_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} y_r e^{-i(2\pi kr/N)} \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (3.36)$$

Os algoritmos FFT são baseados no princípio fundamental de decompor o cálculo da DFT de uma seqüência de comprimento N em sucessivas DFTs menores (OPPENHEIM e SHAFER, 1989). A maneira pela qual este princípio é implementado conduz a uma variedade de algoritmos diferentes, todos com vantagens particulares e melhoramentos comparáveis em velocidade computacional.

Para a compreensão da idéia básica do algoritmo FFT, este texto apresenta brevemente o caso em que N é uma potência de 2.

Suponha que  $\{y_r\}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots, N-1$  é uma seqüência onde N é um número par e que ela é dividida em duas seqüências mais curtas  $\{s_r\}$  e  $\{z_r\}$  onde

$$\begin{aligned} s_r &= y_{2r} \\ r &= 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1) \\ z_r &= y_{2r+1} \end{aligned} \quad (3.37)$$

As DFTs dessas duas seqüências menores  $S_k$  e  $Z_k$  são

$$\begin{aligned} S_k &= \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} s_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{(N/2)}\right)} \\ Z_k &= \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{(N/2)}\right)} \end{aligned} \quad k = 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1) \quad (3.38)$$

A separação dos termos pares e ímpares na seqüência  $\{y_r\}$  produz

$$\begin{aligned} Y_k &= \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} y_r e^{-i(2\pi kr/N)} \\ &= \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=0}^{N/2-1} y_{2r} e^{-i\left(\frac{2\pi(2r)k}{N}\right)} + \sum_{r=0}^{N/2-1} y_{2r+1} e^{-i\left(\frac{2\pi(2r+1)k}{N}\right)} \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Pode ser visto pela comparação com (3.37) que

$$Y_k = \frac{1}{2} \{S_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\} \quad (3.40)$$

para  $k = 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1)$ . Então, a DFT da seqüência original pode ser obtida diretamente da DFT das duas seqüências e pela fórmula (3.40).

Se o número original de amostras  $N$  na seqüência  $\{y_r\}$  é uma potência de 2, então as seqüências metades  $\{s_r\}$  e  $\{z_r\}$  podem elas próprias serem particionadas em seqüências quartas, e assim por diante, até eventualmente as últimas subseqüências terem somente um termo cada.

A fórmula (3.40) somente se aplica para valores de  $k$  entre 0 e  $(N/2)-1$ , ou seja, para metade dos coeficientes da série  $\{Y_k\}$ . Como é necessário  $Y_k$  para  $k$  que corre todo o caminho de 0 a  $(N-1)$ , há um meio adicional na fórmula para  $N/2 \leq k \leq (N-1)$ , que tira proveito do fato de  $S_k$  e  $Z_k$  serem periódicos em  $k$  e se repetirem com período  $N/2$  tal que

$$S_{k-N/2} = S_k \quad e \quad Z_{k-N/2} = Z_k \quad (3.41)$$

A formula computacional para calcular os valores de  $X_k$ ,  $Y_k$  e  $Z_k$  é

$$Y_k = \frac{1}{2} \{S_k + e^{-i(2\pi k/N)} Z_k\} \quad ; \quad k = 0, 1, \dots, (N/2 - 1) \quad (3.42)$$

$$Y_k = \frac{1}{2} \{S_{k-N/2} + e^{-i(2\pi k/N)} Z_{k-N/2}\} \quad ; \quad k = N/2, (N/2 + 1), \dots, (N - 1)$$

Se somente é requerido  $k$  de 0 a  $N/2$ , então uma fórmula equivalente alternativa, usando  $W = e^{-i(2\pi/N)}$ , pode ser obtida

$$Y_k = \frac{1}{2} \{S_k + W^k Z_k\} \quad k = 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1) \quad (3.43)$$

$$Y_{k+N/2} = \frac{1}{2} \{S_k - W^k Z_k\}$$

A Figura 3.8 apresenta o esquema dos passos lógicos durante a operação do algoritmo FFT sobre uma seqüência  $\{y_r\}$  de quatro termos. Esta seqüência pode ser particionada em duas subseqüências  $\{s_r\}$  e  $\{z_r\}$ . Cada uma dessas subseqüências é particionada em outras duas subseqüências. Nesta etapa, cada seqüência contém um único elemento. A DFT de uma seqüência de um único termo é igual ao próprio termo, ou seja, utilizando a fórmula (3.36) com  $N=1$ ,  $r=0$  e  $k=0$ ,

$$Y_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} y_r e^{-i(2\pi kr/N)} = y_0 \quad (3.44)$$

Assim,  $\{T_k\} = y_0$ ,  $\{U_k\} = y_2$ ,  $\{V_k\} = y_1$  e  $\{W_k\} = y_3$ . Por meio da equação (3.43),  $\{T_k\}$  e  $\{U_k\}$  podem ser combinados para se obter  $\{S_k\}$ . De modo análogo, obtém-se  $\{Z_k\}$ .

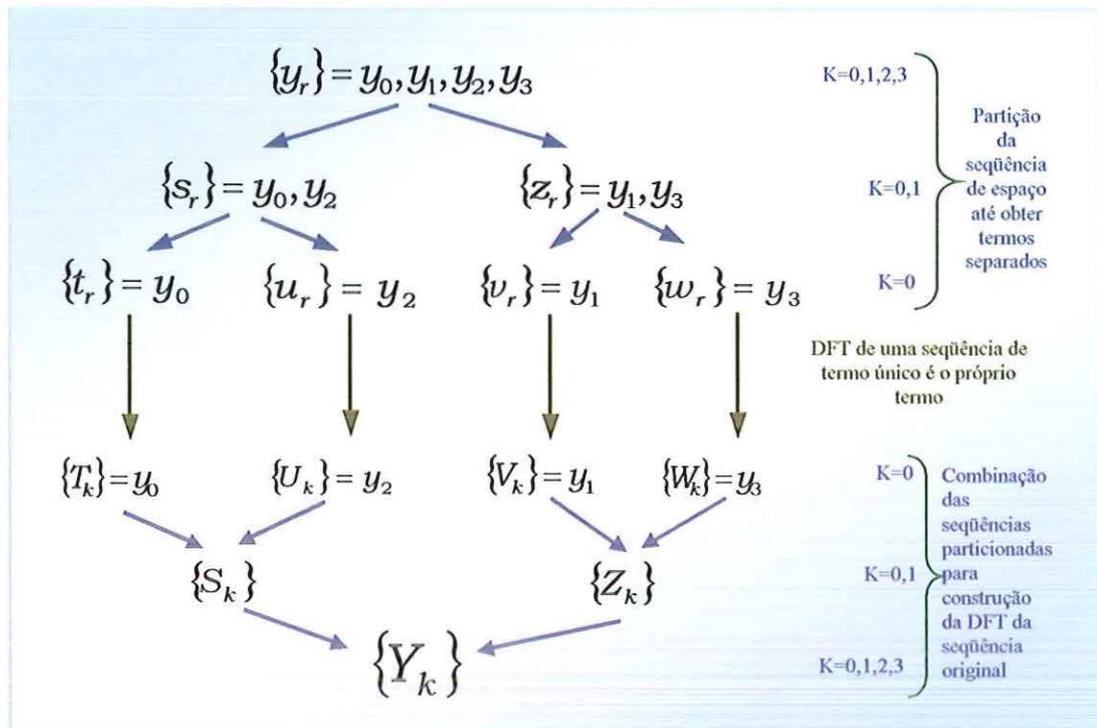


FIGURA 3.8 - Passos lógicos durante a operação do algoritmo FFT em uma seqüência  $\{y_r\}$  de quatro termos (NEWLAND, 1993)

Como neste caso  $N/2=1$  e  $W=-1$ , a equação (3.43) resulta em

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{2} \{y_0 + y_2\} & Z_0 &= \frac{1}{2} \{y_1 + y_3\} \\ S_1 &= \frac{1}{2} \{y_0 - y_2\} & Z_1 &= \frac{1}{2} \{y_1 - y_3\} \end{aligned} \quad e \quad (3.45)$$

Para a segunda aplicação da equação (3.43),  $N/2=2$  e  $W=-i$  de modo que

$$\begin{aligned} Y_0 &= \frac{i}{4} \{y_0 + y_2 + y_1 + y_3\} \\ Y_1 &= \frac{1}{4} \{y_0 - y_2 - i(y_1 - y_3)\} \\ Y_2 &= \frac{1}{4} \{y_0 + y_2 - (y_1 - y_3)\} \\ Y_3 &= \frac{1}{4} \{y_0 - y_2 + i(y_1 - y_3)\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Este resultado é obtido substituindo os valores de  $\{y_r\}$  na equação (3.36).

### 3.3 MÉTODO DE APROXIMAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Uma das ferramentas mais úteis do analista numérico bem como do experimentalista é o Método dos Mínimos Quadrados. Lagrange foi quem primeiro publicou este método em 1805. Porém, Gauss teve a mesma idéia muitos anos antes e foi o primeiro a conectar a teoria de probabilidade ao Método dos Mínimos Quadrados, em sua "Theoria Motus" (GOLDSTINE, 1977).

Em geral, durante a realização de medidas experimentais obtém-se um conjunto de pontos discretos  $(x_i, y(x_i))$ ,  $i=1,2,\dots,N$ , que refletem as relações físicas entre as grandezas  $x$  e  $y(x)$ .

Os valores obtidos nos experimentos estão afetados por erros e, portanto, a função, pela qual deseja-se aproximar o fenômeno medido, não necessita fornecer exatamente os valores medidos. Basta achar, entre os diversos elementos de uma família de funções, a melhor aproximação (HUMES et al, 1984).

A aproximação de um conjunto de pontos  $(x_i, y(x_i))$  por uma função  $g(x)$  de uma família  $G$  introduz um erro,  $r$ , denominado de resíduo. Assim,  $r(x) = y(x) - g(x)$ .

Uma "boa" aproximação pode ser obtida com o critério que exige a minimização da soma dos quadrados dos erros, isto é, minimizar  $\sum r^2(x)$ . O método para aproximar um conjunto de pontos  $(x_i, y(x_i))$  por uma função  $g(x)$  pertencente a uma família  $G$  utilizando esse critério é denominado Método dos Mínimos Quadrados.

Um fator importante na escolha da família  $G$  de funções de aproximação é o comportamento dos dados obtidos com a medição.

#### 3.3.1 REGRESSÃO LINEAR

O objetivo da regressão linear é aproximar o conjunto de pontos  $(x_i, y(x_i))$  por uma função  $g$  da família  $a+bx$ , pelo método dos Mínimos Quadrados. O resíduo em cada ponto  $(x_i, y_i) = (x_i, y(x_i))$  é dado por:

$$r(x_i) = r_i = y_i - g(x_i) \quad (3.47)$$

Para determinar  $a$  e  $b$  de tal forma que os resíduos  $r_i$  sejam os menores possíveis ( $r_i \rightarrow 0$ ), basta escolhê-los de maneira que a equação (3.48) seja mínima.

$$M(a, b) = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (3.48)$$

Uma condição necessária para mínimo relativo de (3.48) é fazer com que as derivadas parciais de  $M(a, b)$  com relação a  $a$  e  $b$  sejam nulas, ou seja,

$$\frac{\partial M(a, b)}{\partial a} = 0 \quad e \quad \frac{\partial M(a, b)}{\partial b} = 0 \quad (3.49)$$

Desta forma, obtêm-se o conjunto de equações

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n 1 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i \end{cases} \quad (3.50)$$

que em notação matricial pode ser escrito como

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n 1 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Considerando  $x$ ,  $y$  e  $1$  como vetores em  $\mathfrak{R}^n$ , ou seja,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  e  $1 = (1, 1, \dots, 1)$ , os somatórios indicados em (3.51) podem ser escritos como produtos escalares em  $\mathfrak{R}^n$ :

$$\sum_{i=1}^n 1 = \langle 1, 1 \rangle; \quad \sum_{i=1}^n x_i = \langle 1, x \rangle; \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = \langle x, x \rangle; \quad \sum_{i=1}^n y_i = \langle 1, y \rangle; \quad \sum_{i=1}^n y_i x_i = \langle x, y \rangle \quad (3.52)$$

Portanto, o sistema (3.52) pode ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} \langle 1, 1 \rangle & \langle 1, x \rangle \\ \langle 1, x \rangle & \langle x, x \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle 1, y \rangle \\ \langle x, y \rangle \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

cuja solução é dada por:

$$a = \frac{\langle 1, y \rangle \langle x, x \rangle - \langle 1, x \rangle \langle x, y \rangle}{\langle 1, 1 \rangle \langle x, x \rangle - \langle 1, x \rangle^2} \quad (3.54)$$

$$b = \frac{\langle 1, 1 \rangle \langle x, y \rangle - \langle 1, y \rangle \langle 1, x \rangle}{\langle 1, 1 \rangle \langle x, x \rangle - \langle 1, x \rangle^2} \quad (3.55)$$

### 3.3.2 ANÁLISE HARMÔNICA

Quando o conjunto de dados a ser aproximado apresenta comportamento periódico, é conveniente utilizar como aproximação um elemento de uma família de funções também periódicas, com o mesmo período do fenômeno que se quer aproximar.

Uma classe particular é representada pelas funções:

$$1, \cos x, \cos 2x, \dots, \cos(N-1)x, \cos Nx, \sin x, \sin 2x, \dots, \sin(N-1)x, \sin Nx \quad (3.56)$$

Para qualquer função  $h(x)$  dada na fórmula (3.56),  $h(x) = h(x + 2\pi)$ .

O objetivo é aproximar uma função  $y$ , periódica de período  $2\pi$ , por uma função  $g$  da família  $G$ , tal que

$$g(x) = A_0 + \sum_{k=1}^m (A_k \cos kx + B_k \sin kx) \quad (3.57)$$

pelo Método dos Mínimos Quadrados.

As funções da fórmula (3.56) são ortogonais em relação ao produto escalar

$$\langle y, g \rangle = \sum_{j=1}^{2N} y(x_j) g(x_j) \quad (3.58)$$

sobre o conjunto de pontos

$$x_j = \frac{\pi}{N} j ; \quad j=1, 2, \dots, 2N \quad (3.59)$$

Desta forma, ao dispor de uma função  $y$  periódica, porém dada por meio de uma tabela com  $2N$  pontos equidistantes, pode-se aproximá-la por uma função

$$g(x) = A_0 + \sum_{k=1}^m \left( A_k \cos k \frac{\pi}{N} j + B_k \sin k \frac{\pi}{N} j \right) \quad (3.60)$$

com  $m < N$ .

Se  $m = N$ , o termo  $b_N \sin \pi j$  não será calculado, pois  $\sin \pi j = 0$ .

Fazendo com que as abscissas de  $y(x)$  coincidam com os pontos  $x_j = \frac{\pi}{N} j$  e usando o Método dos Mínimos Quadrados, devido à ortogonalidade das funções dadas em (3.56), os coeficientes da função  $g(x)$  são dados por:

$$\begin{aligned}
A_0 &= \frac{\langle y, 1 \rangle}{\langle 1, 1 \rangle} = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^{2N} f(x_j) \\
A_k &= \frac{\langle y, \cos kx \rangle}{\langle \cos kx, \cos kx \rangle} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{2N} y(x_j) \cos \left[ k \frac{\pi}{N} j \right] \quad 1 \leq k < N \\
B_k &= \frac{\langle y, \text{sen } kx \rangle}{\langle \text{sen } kx, \text{sen } kx \rangle} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{2N} y(x_j) \text{sen} \left[ k \frac{\pi}{N} j \right] \quad 1 \leq k < N \\
A_N &= \frac{\langle y, \cos Nx \rangle}{\langle \cos Nx, \cos Nx \rangle} = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^{2N} y(x_j) \cos[\pi j]
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Esta aproximação recebe o nome de Análise Harmônica, Aproximação Trigonométrica ou Aproximação de Fourier (SCARBOROUGH, 1958; HUMES et al, 1984).

# **CAPÍTULO 4**

## **MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DOS ERROS CÍCLICOS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

A acuracidade do sistema de medição de uma MM3C depende principalmente da qualidade da régua e da graduação. Esta, por sua vez, depende da acuracidade e largura de suas linhas, qualidade das arestas, densidade e tamanho das imperfeições além da homogeneidade das características ópticas como grau de reflexão, transmissão e absorção.

Os sinais emitidos por um sistema de medição incremental não são perfeitos. Logo, quando estes sinais são interpolados alguns erros ocorrem, ou seja, o sinal tem período ligeiramente diferente do projetado. Como consequência, esses erros acabam sendo responsáveis pela inacuracidade de medição, ocasionando erros cíclicos de baixa frequência e alta frequência na MM3C.

Durante a medição dos erros de posição a intenção é avaliar somente as componentes progressivas e as componentes aleatórias dos erros. Mas muitas vezes, a componente cíclica do erro volumétrico exerce grande influência no erro sistemático e uma forma de minimizar a interferência cíclica durante a medição torna-se necessária. Porém, essas estratégias de minimização aparentemente restringem-se aos fabricantes e

por isso não são publicadas. Na calibração, geralmente, os erros de posição são coletados em pontos espaçados 25mm uns dos outros. Uma estratégia que pode ser utilizada para a minimização é a tomada de leituras também na vizinhança destes pontos. Para estabelecer o tamanho dessa largura de vizinhança o período do erro cíclico deve ser levado em consideração. O valor do erro de posição em um ponto é determinado, neste caso, como sendo a média aritmética dos valores coletados neste ponto e em sua vizinhança. A grande vantagem deste procedimento é a diminuição do desvio padrão dos resultados em aproximadamente 65%, o que favorece a utilização de sistemas de compensação mais efetivos.

Os erros cíclicos de baixa freqüência e alta freqüência não são encontrados facilmente e por isso testes separados devem ser feitos a fim de ter sua exata medida e avaliar sua influência.

Diante deste problema é que se propõe um método para o levantamento e análise destes erros em uma Máquina de Medir a Três Coordenadas.

Para o entendimento geral, do desenvolvimento deste método, este item está dividido em três partes. Na primeira parte descreve-se um procedimento convencional para a medição do espaçamento entre as linhas de uma escala. A segunda parte sumariza como os dados dos dois tipos de erros cíclicos foram levantados. E a última trata da aplicação das ferramentas matemáticas utilizadas na análise dos erros de baixa freqüência e alta freqüência.

#### **4.1 MEDIÇÃO CONVENCIONAL DO ESPAÇAMENTO ENTRE LINHAS**

A medição do erro cíclico de baixa freqüência através do interferômetro laser pode ser tomada como padrão. Contudo, um outro método experimental para observação destes erros também foi utilizado.

Conhecida a resolução da máquina pode-se calcular aproximadamente a distância entre linhas consecutivas das réguas de uma máquina. A distância esperada entre essas linhas no caso estudado é

de aproximadamente  $16\mu\text{m}$ . Uma medição convencional do espaçamento entre as linhas foi realizada em um microscópio específico para este procedimento e tal valor não se apresentou constante, como já era esperado.

Uma tabela com três colunas contendo o valor padrão esperado, os valores obtidos após a medição e a diferença entre esses dois valores foi construída. Em seguida, com valores referentes aos erros obtidos e variação incremental de  $16\mu\text{m}$ , foi feito um gráfico para a avaliação da correlação existente entre os erros das grades da escala e os de contagem das franjas de Moiré.

A descrição completa do sistema utilizado e a discussão detalhada sobre os valores observados estão apresentadas nos capítulos 5 e 6.

Os gráficos foram propostos para que se pudesse verificar possíveis modificações físicas das linhas da escala tais como compensação periódica dos seus erros pelo fabricante durante os processos de fabricação e presença do erro de subdivisão eletrônica. No final desta etapa, o gráfico  $Erro_i$  versus  $Erro_{i+1}$  foi proposto para observar a possível correlação entre os valores dos erros anterior e posterior.

## **4.2 SISTEMA PROPOSTO PARA O LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS**

Os erros cíclicos, diferentemente dos erros geométricos e os termicamente induzidos, exercem influência significativa nos resultados das medições efetuadas em comprimentos pequenos. Um dos fatores que contribuem para a ocorrência dos erros cíclicos é a acuracidade limitada dos métodos utilizados na fabricação de escalas. As MM3Cs utilizam escalas desenhadas e fabricadas por métodos fotográficos ou riscadas em máquinas tipo “step and repeat”. Ambos os métodos produzem erros sistemáticos entre traços sucessivos. Desta forma, a medida que o número de traços aumenta, as parcelas do erro sistemático somam-se e quando atingem um determinado valor este erro é compensado. Esta correção é feita a cada distância cujo valor corresponde ao de um período cíclico de

baixa frequência e o processo repete-se até que toda a escala seja totalmente riscada.

Outro fator que contribui para a existência dos erros cíclicos origina-se da resolução exigida pela MM3C, que é sempre bastante alta e ultrapassa as capacidades existentes atualmente para fabricação de escalas. O que se faz para lidar com o problema da resolução é subdividir eletronicamente o espaço entre traços consecutivos da escala. Esta divisão eletrônica está associada a um sinal seno gerado pela observação das franjas de Moiré. A digitalização e subdivisão deste sinal geram erros periódicos, também conhecidos como erros cíclicos de alta frequência.

Como pode ser observado nas máquinas de medir estão presentes dois tipos de erros cíclicos. O primeiro tipo, decorrente do processo de fabricação, é denominado erro cíclico de baixa frequência. O outro tipo, ocasionado pela subdivisão eletrônica é chamado de erro cíclico de alta frequência.

Na seqüência estão sumarizados os sistemas utilizados para o levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência e de alta frequência.

#### **4.2.1 LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA**

O levantamento das características e das grandezas dos erros cíclicos de baixa frequência da MM3C foi feito através do método de calibração direta, utilizando-se o sistema interferométrico laser para medição de deslocamentos lineares. O programa computacional da HP foi utilizado para gerenciamento do sistema, manipulação dos dados e apresentação dos resultados.

As medidas foram feitas "on-the-fly", ou seja, pelo método de medição em que a máquina não pára e as leituras são executadas quando as posições programadas, com passos igualmente espaçados, são atingidas.

A digitalização dos sinais dos "encoders" das escalas em sinais AquadB foi realizada pela CPU da máquina. Para o isolamento elétrico do sinal referente à régua Y foi utilizada uma caixa divisora de sinais dos

“encoders”. Ao microcomputador foi conectada uma placa da HP, contendo entradas para os sinais do canhão laser e sinais AquadB dos “encoders” das escalas. Desta forma, os sinais do canhão laser e da régua Y puderam ser lidos e contados através desta placa e repassados ao computador.

Para cada teste de medição foi possível obter um arquivo de dados contendo valores de posição e seus respectivos valores de erro. Assim, posteriormente, esses arquivos de dados foram utilizados na construção de gráficos Posição versus Erro.

#### **4.2.2 LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS DE ALTA FREQUÊNCIA**

No levantamento dos erros cíclicos de alta frequência a montagem do experimento foi modificada e adaptada devido às limitações do “hardware” do sistema de medição laser. O passo de medição recomendado pelo manual do laser (HEWLETT PACKARD, 1993) é de duzentas vezes a resolução da máquina de medir, que é de  $2\mu\text{m}$ . Nos testes realizados, anteriormente, constatou-se que passos de até  $16\mu\text{m}$  foram aceitos na medição “on-the-fly”. Entretanto, passos menores do que o valor da resolução são requeridos para a obtenção dos períodos procurados. Por isso, o método de medição utilizado foi o passo a passo.

A estrutura utilizada para que passos menores pudessem ser executados é composta de um tambor micrométrico acoplado a um dispositivo divisor de deslocamento preso ao carro Y da MM3C. Ao microcomputador foram conectadas duas placas de aquisição, uma encarregada de receber os sinais da régua e a outra os sinais do laser. Um sistema de gatilhamento externo por meio de controle remoto bem como programas computacionais (do laser e da máquina) para o gerenciamento do sistema, manipulação dos dados e apresentação dos resultados também foram utilizados.

Para cada teste de medição obteve-se dois arquivos, um contendo a leitura do laser e o outro a leitura da máquina. O valor do erro foi obtido da diferença entre as leituras da máquina e do laser. Em seguida, foram construídos gráficos Laser versus Erro.

## **4.3 MÉTODO PARA ANÁLISE DOS ERROS CÍCLICOS**

Em primeiro lugar, para se afirmar a existência de um tipo de erro é preciso que um estudo do comportamento dele seja feito. No caso dos erros cíclicos é preciso comprovar que há a repetição destes através da observação de períodos predominantes no processo.

O método mais conhecido, no meio científico, para a avaliação da presença de freqüências predominantes em um determinado sinal é a Análise de Fourier. Dependendo do tipo de erro cíclico procurado, pode ser aplicado o algoritmo “Fast Fourier Transform” (FFT) diretamente aos dados coletados ou ser feita uma Aproximação de Fourier que contenha as freqüências presentes no fenômeno medido.

### **4.3.1 ANÁLISE DOS ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQÜÊNCIA**

Para a análise dos erros cíclicos de baixa freqüência, primeiramente, foi construído um conjunto de gráficos com os valores referentes à posição e ao erro. Desse modo, a visualização gráfica dos dados experimentais possibilitou a observação de comportamento periódico.

Posteriormente, a análise foi feita no domínio da freqüência com o objetivo de verificar exatamente quais freqüências estavam presentes neste erro medido. Para a construção dos gráficos espectrais, os valores de amplitudes foram calculados por meio do algoritmo FFT aplicado diretamente aos dados referentes ao erro, obtidos na medição. A unidade ciclos/espaco foi utilizada na apresentação das freqüências, de modo que dependendo do caso o espaco pode ser dado em metro, milímetro ou micrometro.

O critério utilizado para a verificação dos períodos cíclicos baseou-se na observação das freqüências com maior amplitude no gráfico espectral, na presença dos respectivos períodos dessas freqüências no gráfico Posição versus Erro e na definição de erro cíclico, apresentada no

Capítulo 3. Assim, os períodos que satisfizeram este critério foram considerados cíclicos.

#### **4.3.2 ANÁLISE DOS ERROS CÍCLICOS DE ALTA FREQUÊNCIA**

Para a análise dos erros cíclicos de alta frequência, o domínio espacial utilizado na construção dos gráficos foi o conjunto das posições em que o laser coletou os erros. Deste modo, essas posições não se apresentaram igualmente espaçadas e, por isso, o algoritmo FFT não foi usado. Porém, notou-se a presença de comportamento periódico nos gráficos e, assim, uma aproximação por série de Fourier, pelo Método dos Mínimos Quadrados, foi feita. Com base na interpretação gráfica foram adquiridas informações sobre as componentes frequenciais presentes no fenômeno medido. Além disso, com os dados referentes a leitura laser foi possível calcular os coeficientes de Fourier da série de aproximação pretendida. Em seguida, o gráfico de resíduos de cada aproximação foi construído para que o melhor ajuste fosse selecionado. Por último, o critério utilizado na determinação do período cíclico baseou-se na definição de erro cíclico.

No capítulo 5, estão descritos detalhadamente o procedimento e o sistema de calibração utilizados nos experimentos, além do desenvolvimento da Análise de Fourier empregada. Os resultados e as discussões estão no capítulo 6.

# **CAPÍTULO 5**

## **DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA PARA A DETERMINAÇÃO DOS ERROS CÍCLICOS NAS MÁQUINAS DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS**

O método proposto para a determinação dos erros cíclicos nas MM3Cs está detalhado neste capítulo. Para uma melhor compreensão do seu desenvolvimento e da sua aplicação, o conteúdo está distribuído em quatro partes: características da MM3C utilizada, método convencional de medição do espaçamento entre linhas, sistema para o levantamento dos erros cíclicos e método para análise de erros.

### **5.1 CARACTERÍSTICAS DA MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS UTILIZADA**

Todos os experimentos necessários para o levantamento dos erros cíclicos foram conduzidos em uma MM3C do tipo Ponte Móvel, fabricada pela Brown & Sharpe Mfg. Co., modelo Micro Validator que se encontra no Laboratório de Máquinas Ferramentas da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) – USP.

As informações técnicas da MM3C estão apresentadas na Tabela 5.1.

TABELA 5.1 – Informações técnicas sobre a MM3C (CARDOZA, 1995)

<b>MÁQUINA DE MEDIR A TRÊS COORDENADAS</b>			
Fabricante/ país: Brown & Sharpe/ E. U. A.			
Tipo Ponte Móvel			
Número de série: 098066			
Ano de fabricação: 1988			
Proprietário: LAMAFE – Depto. Eng. Mecânica – EESC – USP			
<b>Desempenho a 20 ± 1 C ( 68 ± 2 F)</b>			
Erro volumétrico (B89)			± 0,015 mm
Erro linear (B89)			± 0,003 mm
Repetibilidade (B89)			± 0,002 mm
Resolução			0,002 mm
Faixa do mostrador			± 0000,000
<b>Dimensões</b>			
	Faixa de operação	Capacidade de trabalho	Dimensões totais
X	356 mm	457 mm	Comprimento 743 mm
Y	406 mm	610 mm	Largura 730 mm
Z	305 mm	381 mm	Altura 1340 mm
<b>Pesos</b>			
Somente a máquina:			149 kg
Sistema completo			168 kg
Embalada			220 kg
Peso máximo da peça medida			68 kg
<b>Níveis operacionais exigidos</b>			
Faixa de temperatura de operação			10 a 40°C
Pressão mínima de ar			480 kPa
Consumo de ar			357 m <sup>3</sup> /h
Conjunto regulador de pressão			380 kPa
Tensão de alimentação		110/120 V AC, 50/60 Hz	
Potência consumida			60 Watts
Monitor			25 Watts

A estrutura da MM3C é feita de alumínio fundido e apresenta a forma de uma ponte que se movimenta em relação a um desempenho de

granito montado sobre três esferas e suportes em V. Toda a estrutura é suportada por quatro isoladores – niveladores.

Esta estrutura serve de suporte e permite o movimento de uma sonda em três eixos, teoricamente, ortogonais X, Y e Z que apresentam cursos de operação de aproximadamente 457 x 610 x 381 mm. Assim, esta MM3C é caracterizada como sendo de pequenas dimensões e de peso moderado em relação às demais existentes.

Os carros dos eixos X, Y e Z movem-se relativamente às guias, feitas de alumínio leve, sobre mancais do tipo aerostático, os quais necessitam de suprimento de ar comprimido seco e limpo para criarem um colchão de ar e sustentarem a parte móvel da estrutura. A guia Y, montada na base e posicionada no lado esquerdo da máquina, fornece um meio de guiar a ponte sobre uma linha reta e precisa ao longo do eixo Y. No lado direito da máquina está localizada a guia menor Y, que suporta a coluna direita da ponte. A guia X forma a porção superior da ponte. O carro XZ, feito de alumínio fundido, move-se sobre a guia X para medições do eixo X e é paralelo a frente da máquina. Este carro contém dezessete injetores de ar, dos quais nove são responsáveis pela direção X e oito suportam a coluna Z. A guia Z apresenta-se como uma coluna que pode ser ajustada e balanceada para realizar movimentos verticais no carro XZ e executar medições no eixo Z. Além disso, na parte inferior desta coluna encontra-se um fixador de sonda.

Nesta máquina, a medição de uma peça requer o seu posicionamento e fixação sobre o desempenho de granito por meio de dispositivos e parafusos. A determinação das características geométricas da peça é feita através de um programa computacional, onde podem ser selecionados as rotinas de inspeção com o toque de uma caneta óptica no monitor de vídeo. O gatilhamento do sinal para a aquisição dos pontos sobre a superfície da peça a ser medida é feito por uma sonda da marca Renishaw do tipo “touch-trigger”. Toda vez que o apalpador toca a superfície de uma peça, a sonda emite um sinal elétrico para o sistema de processamento de dados. Neste instante, as posições nos eixos X, Y e Z são determinadas e enviadas ao sistema de processamento. A unidade de

processamento de dados é composta de um microcomputador e um monitor de vídeo.

Na Figura 5.1 está apresentada a MM3C e alguns dos seus componentes.

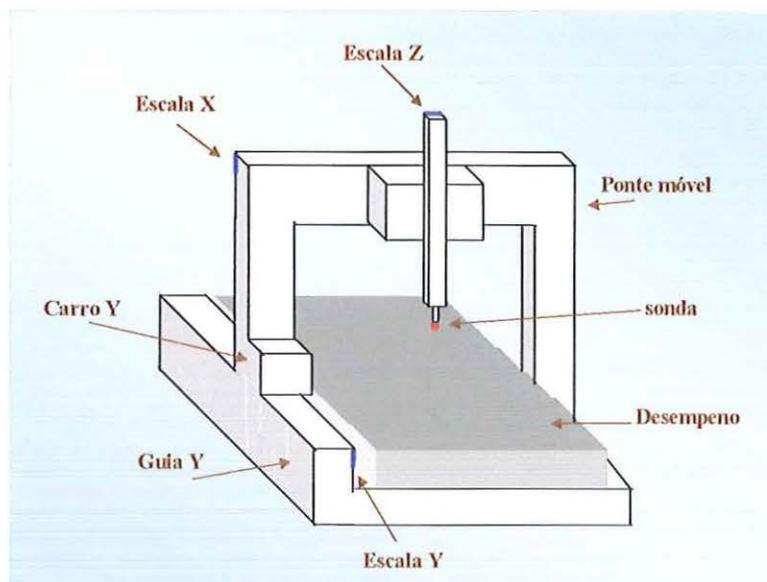


FIGURA 5.1 – MM3C e alguns dos seus componentes

O sistema de medição consiste de escalas ópticas de vidro compostas de traços “igualmente” espaçados entre si. Estas escalas utilizam o princípio das Franjas de Moiré. Assim, o sistema optoeletrônico de cada eixo da máquina é formado de emissor de luz, retículo, escala linear e receptor. O esquema deste sistema está apresentado na Figura 5.2.

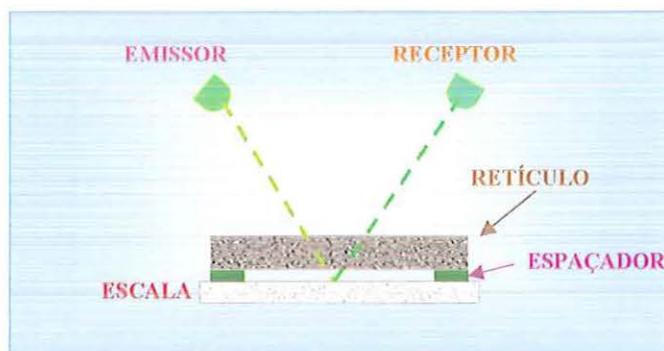


FIGURA 5.2 – Esquema do sistema de medição das escalas da MM3C (BROWN & SHARP, 1988)

Os traços da escala são constituídos de material altamente reflexivo, havendo também espaços não reflexivos. De acordo com o

princípio da luz refletida, a divisão da escala no ponto de leitura é refletida do mesmo ângulo com a normal pela luz do emissor. A luz refletida encontra o receptor que converte energia luminosa em elétrica.

O retículo apresenta divisões nos mesmos intervalos da escala e também é feito de vidro óptico com traços opacos e divisões transparentes.

Em termos mais simples, cada eixo da máquina é composto de uma parte fixa e outra móvel. Assim, a escala localizada na guia denomina-se escala fixa. Por sua vez, o retículo, levemente inclinado em relação à escala fixa e situado na parte móvel, é referenciado como escala móvel. Cabe ressaltar que neste tipo de máquina as escalas estão invertidas para o eixo Z.

Na Figura 5.3 está apresentada uma foto da escala móvel da MM3C, sendo que as linhas localizam-se na parte retangular indicada.

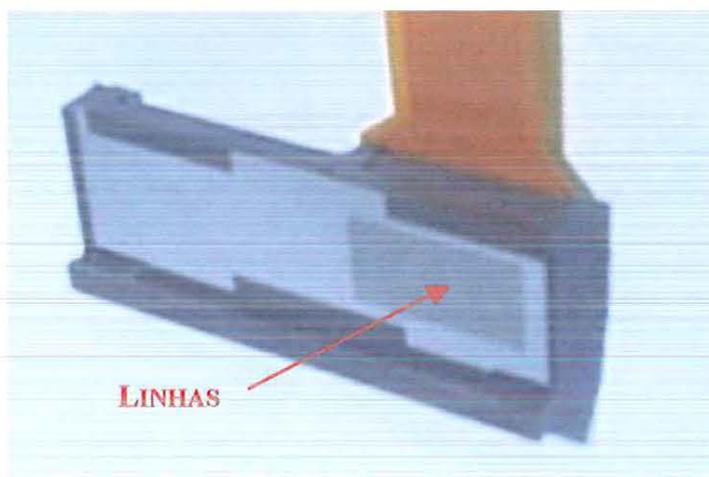


FIGURA 5.3 – Foto da escala móvel da MM3C

O movimento relativo entre a escala fixa e a escala móvel pode ser medido ao contar eletronicamente o número de franjas que passa pelo receptor, também conhecido como fotocélula. A variação de intensidade de luz na fotocélula resulta em sinais periódicos. Esses sinais analógicos são convertidos em sinais digitais e enviados à unidade de processamento, para a obtenção da distância percorrida ao longo da escala.

A escala móvel possui também, quatro conjuntos de linhas com comprimentos físicos “idênticos”, que pode ser observado na Figura 5.4. Essa graduação tem seu próprio emissor de luz e fotocélula. Seu sinal de saída é defasado a  $90^\circ$  da primeira graduação, sendo que o sinal retorna

ou segue o outro sinal dependendo da direção do movimento. Esses sinais são eletronicamente observados para identificação da direção de movimento.

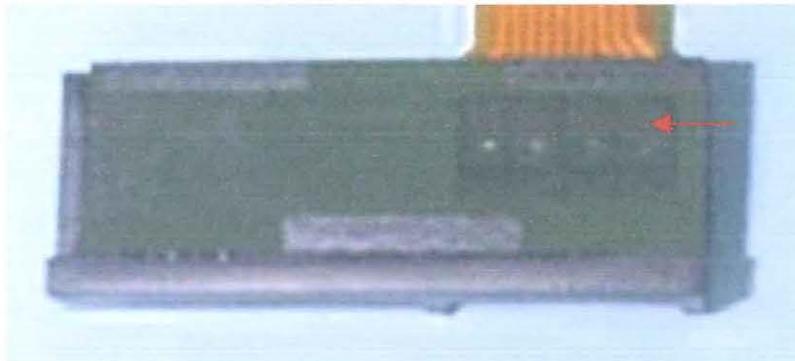


FIGURA 5.4 – Foto da escala móvel mostrando a graduação responsável pela direção do movimento

## 5.2 MEDIÇÃO DO ESPAÇAMENTO ENTRE LINHAS POR MÉTODO CONVENCIONAL

As escalas lineares da MM3C são constituídas de uma seqüência repetitiva de linhas claras e escuras. Um par formado por uma linha clara e uma linha escura adjacente compõe um ciclo e denomina-se passo. Durante o movimento da escala móvel, as franjas de Moiré movimentam-se verticalmente para cima no trajeto de ida e para baixo no sentido de volta. Este movimento vertical por um passo, uma franja clara e uma escura, equivalem ao deslocamento de um passo da escala fixa. Na Figura 5.5 está apresentada a foto de uma parte da escala móvel e um esquema do passo.

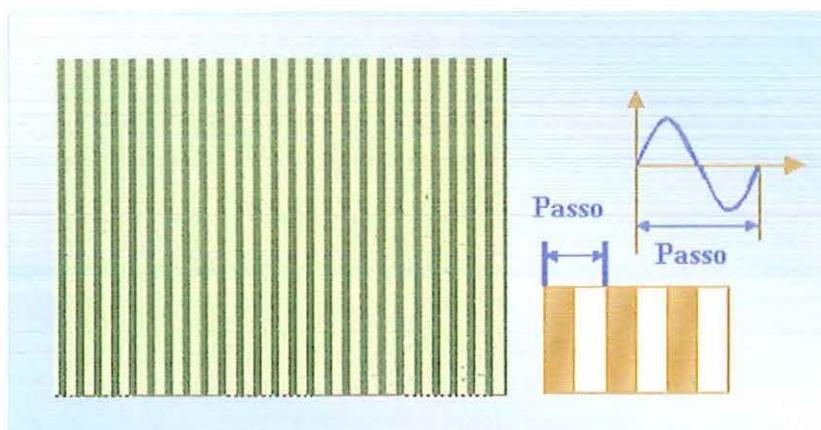


FIGURA 5.5- Foto de uma parte da escala móvel e esquema do passo

Já se sabe que a escala da Figura 5.5 apresenta resolução de  $2\mu\text{m}$  e 4 fotocélulas. Deste modo, uma divisão eletrônica por 8 pode ser considerada “boa”. Assim, provavelmente o valor esperado para o passo da escala deve ser  $16\mu\text{m}$  ( $2 \cdot 8 = 16$ ).

Com base nestas observações, a verificação dos valores do passo da escala foi executada em aproximadamente 10mm da escala móvel da MM3C. As medições foram feitas sobre a mesa de deslocamento de um microscópio digital BUEHLER, modelo MICROMET – série 2100, que apresenta percurso de tambor igual a 25mm, escala com resolução de  $0,1\mu\text{m}$  e objetiva com aumento de 400 vezes. Uma foto deste microscópio está apresentada na Figura 5.6.



FIGURA 5.6 - Foto do microscópio utilizado para a medição do passo

A régua permaneceu sobre a mesa do microscópio de modo que a cada passo deslocado, o valor percorrido foi anotado. Para facilitar a medição, foram deslocados dez passos a cada verificação do valor, ou seja, deslocou-se  $160\mu\text{m}$  e não  $16\mu\text{m}$ . A medição apresentou valores diferentes, que variaram em torno do valor de  $160\mu\text{m}$ . Assim, foi construída uma

tabela com três colunas contendo o valor padrão esperado, os valores obtidos após a medição e a diferença entre esses dois valores. Em seguida, com valores referentes ao erro obtido e variação incremental de  $160\mu\text{m}$  foi feito o gráfico para posterior análise dos resultados.

### **5.3 SISTEMA UTILIZADO PARA O LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS**

Os critérios utilizados na escolha dos instrumentos que satisfazem as necessidades do presente trabalho foram baseados nas especificações técnicas dos instrumentos, na Máquina de Medir a Três Coordenadas em questão e nas informações de trabalhos já publicados.

O instrumento de medição deve possuir resolução de 5 a 10 vezes menor que a do instrumento a ser medido, além de atender as faixas de operação deste instrumento bem como acuracidade e repetibilidade iguais ou maiores que a do sistema a ser verificado. Assim, o interferômetro laser é o instrumento que melhor se adapta aos critérios necessários para a calibração direta dos erros cíclicos. A sua faixa de operação é de  $100\text{m}$  e sua resolução é de  $0,010\mu\text{m}$ .

O instrumento utilizado nos experimentos deste trabalho foi o Interferômetro Laser linear da Hawlett Packard modelo HP5528A.

O sistema de medição interferométrico laser é composto por uma unidade laser, um conjunto de ópticas para medição de deslocamento linear e uma unidade de processamento eletrônico. O canhão laser que emite o feixe de luz e monitora o feixe de retorno contendo as informações sobre o deslocamento, fica montado sobre um tripé cuja função é servir de base para a unidade além de propiciar a realização dos procedimentos de nivelamento e alinhamento. A unidade de processamento eletrônico é responsável pelo fornecimento de energia ao canhão laser, pela manipulação das informações sobre o deslocamento, pelo controle do mostrador e pelo interfaceamento do sistema de medição com outros periféricos e equipamentos. O conjunto óptico por sua vez é composto pelo interferômetro e espelhos refletores.

Na Figura 5.7 pode-se observar o esquema de montagem do interferômetro laser para a medição de deslocamento linear. Esta montagem foi usada na medição dos erros cíclicos. O canhão emite um feixe de luz com duas freqüências  $f_1$  e  $f_2$ , separadas ligeiramente. Quando os raios do feixe atingem o interferômetro fixo, as freqüências  $f_1$  e  $f_2$  são separadas. O sinal da freqüência  $f_2$  é refletido de volta a unidade laser, enquanto o sinal de freqüência  $f_1$  caminha até o espelho móvel onde é refletido, passando novamente pelo interferômetro e retornando a unidade laser. No interferômetro os dois feixes de retorno são recombinados e captados por uma fotocélula na unidade laser. As variações da diferença entre as freqüências  $f_1$  e  $f_2$  são interpretadas como deslocamentos relativos entre o interferômetro e o refletor, a partir de cálculos baseados no comprimento de onda utilizado.

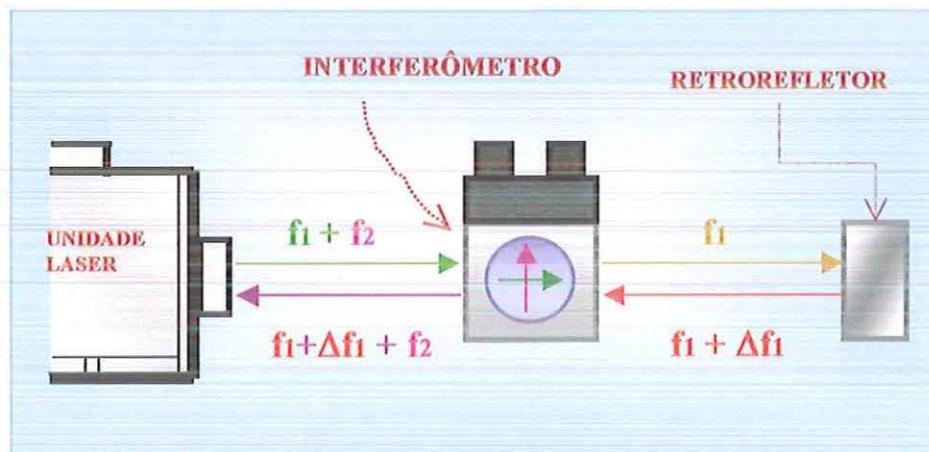


FIGURA 5.7 – Princípio interferométrico para medir deslocamento linear (HEWLETT PACKARD, 1988)

O erro de posicionamento é então calculado pela equação

$$\text{erro} = \left( \begin{array}{c} \text{valor indicado} \\ \text{pela máquina} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{valor indicado} \\ \text{pelo laser} \end{array} \right) \quad (5.1)$$

As condições ambientais nas quais foram realizados os ensaios permaneceram constantes dentro dos seguintes limites:

Temperatura no trilho dos eixos =  $20 \pm 2^\circ\text{C}$

Umidade Relativa =  $45 \pm 5\%$

Pressão Atmosférica =  $693 \pm 3 \text{ mm Hg}$

Tempo de Equilíbrio do Conjunto = 12 horas

Alinhamento do Feixe Laser = 99% da potência do feixe

O banco de ensaios composto de sistema de medição da MM3C, sistema interferométrico e microcomputador permaneceu isolado em uma sala, como pode ser observado na Figura 5.8.



FIGURA 5.8 – MM3C e sistema interferométrico utilizado no levantamento dos erros cíclicos

Para a minimização da influência dos braços de Abbè, o sistema interferométrico foi alinhado com o eixo de medição avaliado e colocado próximo a escala do eixo.

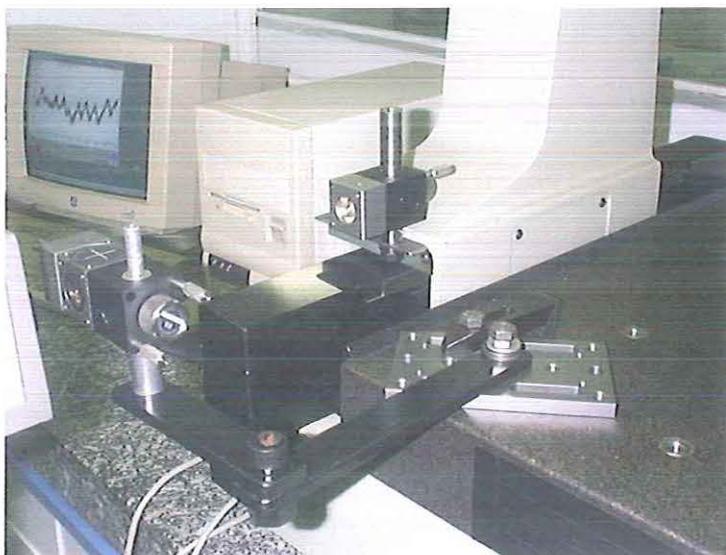


FIGURA 5.9 – Ópticas e dispositivos utilizados no levantamento dos erros cíclicos

No levantamento dos dois tipos de erros cíclicos foi utilizado um dispositivo preso a uma das extremidades do carro Y da máquina com a função de fixar a haste que suporta o retrorefletor. O interferômetro linear foi acoplado a uma haste apoiada por um suporte preso ao desempenho através de um grampo, como mostrado na Figura 5.9.

O programa do laser oferece três opções de gatilhamento: “record button”, “auto” e “encoder”.

A opção de gatilhamento “record button” permite registrar uma medição manualmente, por meio de uma unidade de controle remoto. Além disso, a janela do “target” é considerada.

A opção de gatilhamento “auto” possibilita que o sistema faça a medição automaticamente quando a máquina entra na faixa do “target”. Esta opção é recomendada para medições baseadas no tempo. Para medições lineares, o sistema usa a posição do “encoder”, se este for capacitado. Caso contrário, o sistema usa a posição laser. De acordo com o manual do laser, para a obtenção de bons resultados várias medições devem ser feitas.

Na opção de gatilhamento “encoder”, a lista de “targets” deve ser espaçada de maneira uniforme, pois uma medição é efetuada a cada  $n$ -ésimo pulso do “encoder” da máquina. Assim, a restrição para a escolha desta opção reside na resolução do “encoder” da máquina.

### **5.3.1 LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA**

No levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência os pulsos do encoder da máquina serviram como posição referência capacitando a execução de medidas “on-the-fly”, ou seja, efetuou-se a medição automaticamente quando a posição programada foi atingida.

O sistema utilizado no levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência está representado na Figura 5.10. O funcionamento deste sistema tem início quando os sinais analógicos das réguas X, Y, Z da MM3C entram na CPU da máquina onde são transformados em sinais

digitais e depois passam pela saída AquadB. Em seguida, eles entram na caixa de sinais dos “encoders” pela entrada da régua.

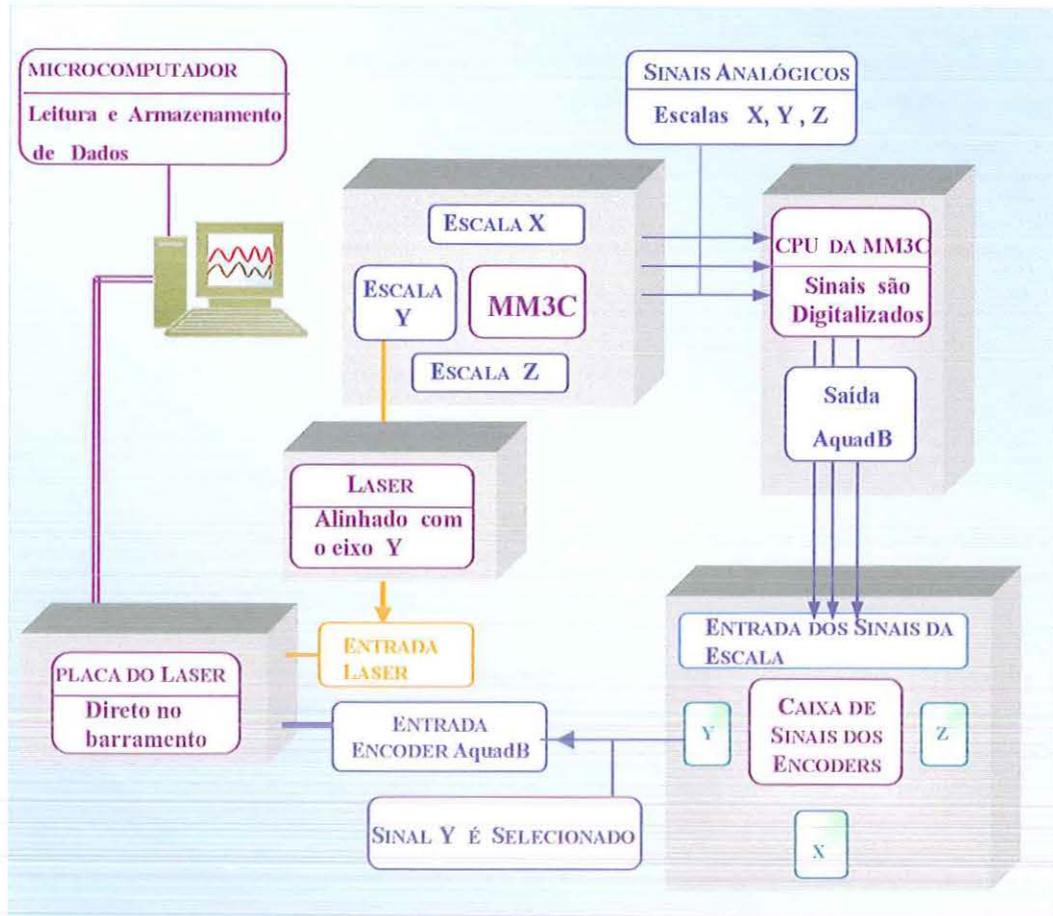


FIGURA 5.10 – Representação do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência

O sinal da régua de interesse, no caso Y, é selecionado eletronicamente e prossegue pela saída AquadB do “encoder” Y. Por meio da placa HP 10887 PC Calibrator Board, conectada ao microcomputador, este sinal é introduzido na CPU do laser. Nesta mesma placa também entra o sinal do canhão laser, que serve para medir os comprimentos. A função desta placa é o gatilhamento e congelamento dos sinais (AquadB e canhão laser) para que posteriormente o computador faça a leitura e armazenamento dos dados. As leituras da máquina e do laser são comparadas e a diferença entre elas é apresentada pelo programa HP 10747A, instalado no microcomputador. Os dados da calibração podem

ser transferidos para uma pasta de arquivos e analisados através de planilhas eletrônicas ou arquivos de texto.

Os testes executados nesta etapa estão dispostos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Testes de baixa frequência

<b>Teste</b>	<b>Comprimento [mm]</b>	<b>Passo Incremental [mm]</b>	<b>Modo</b>	<b>Número de pontos em 1 trajeto</b>	<b>Número total de pontos</b>
<b>Tb1</b>	20	0,064	bidirecional	314	3140
<b>Tb2</b>	20	0,048	bidirecional	418	4180
<b>Tb3</b>	20	0,032	bidirecional	626	6200
<b>Tb4</b>	20	0,024	unidirecional	834	4170
<b>Tb5</b>	20	0,016	bidirecional	1251	12510
<b>Tb6</b>	12,276	0,012	unidirecional	1024	10240

Os testes Tb1, Tb2, Tb3 e Tb5 foram feitos bidirecionalmente, ou seja, em cinco trajetos de ida e volta. Por sua vez, o modo unidirecional, com cinco trajetos em uma única direção, foi adotado nos testes Tb4 e Tb6.

Testes unidirecionais com um único trajeto também foram realizados. Nestas medições o comprimento total medido foi 4mm. Os testes referentes a 4mm de comprimento estão brevemente descritos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Testes de 4mm

<b>Teste</b>	<b>Comprimento [mm]</b>	<b>Passo incremental [mm]</b>	<b>Número de pontos</b>
<b>Q1</b>	4	0,064	64
<b>Q2</b>	4	0,048	85
<b>Q3</b>	4	0,032	125
<b>Q4</b>	4	0,024	168
<b>Q5</b>	4	0,016	251
<b>Q6</b>	4	0,012	335

### 5.3.2 LEVANTAMENTO DOS ERROS CÍCLICOS DE ALTA FREQUÊNCIA

No levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência, os passos utilizados foram maiores que a resolução da MM3C, ou seja,  $2\mu\text{m}$ . Por isso, a opção de gatilhamento “encoder” foi escolhida. No levantamento dos erros cíclicos de alta frequência passos menores do que  $2\mu\text{m}$  foram requeridos. Assim, o método de medição utilizado foi o passo a passo.

A montagem do experimento foi adaptada para que a opção de gatilhamento “record button” fosse usada.

Uma foto geral da montagem do sistema utilizado está apresentada na Figura 5.11.



FIGURA 5.11 – Montagem do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de alta frequência

Para a execução de passos menores foi utilizado um tambor micrométrico, modelo 164 série Digimatic Head fabricação pela Mitutoyo Corporation, acoplado a um dispositivo divisor de deslocamento preso ao carro Y da MM3C.

As especificações técnicas do tambor micrométrico estão apresentadas na Tabela 5.4.

TABELA 5.4 – Dados técnicos do tambor micrométrico

<b>Especificações do Tambor</b>	
Faixa	50 mm
Resolução	0.001 mm
Erro Instrumental	$\pm 0.003$ mm
Eixo	Tipo não rotacional
Diâmetro da haste	18 mm +0 -0.02
Mostrador	LCD 6 - dígito, - sinal
Funções	Saída digital Preset Mudança de direção Mudança Zero $\leftrightarrow$ Abs
Temperatura Operação Armazenamento	5 a 40°C -10 a 60°C
Bateria	2 elementos de óxido de prata
Vida da bateria	~ 1,8 anos com uso normal
Peso	0,5 kg

Para que o giro manual do tambor movimentasse o carro Y da máquina, foi construído um dispositivo com base retangular de 13,5mm por 9mm. Na Figura 5.12 observa-se que este dispositivo contém um encaixe para o acoplamento do tambor e uma haste pivotada.



FIGURA 5.12 – Tambor micrométrico acoplado ao dispositivo divisor de deslocamento

Esta haste possibilita movimentos para os lados direito e esquerdo. Uma das extremidades desta haste apresenta uma pequena esfera que faz conexão com o eixo do tambor. A faixa de deslocamento é limitada por uma mola presa a haste e ao acoplador. A outra extremidade da haste mantém contato com um dispositivo cilíndrico, preso ao carro Y da máquina.

Na montagem do dispositivo, apresentada na Figura 5.13, nota-se também a presença de uma mola ligando o dispositivo cilíndrico a um parafuso preso ao desempenho da máquina. Além disso, o dispositivo retangular está fixo ao desempenho por meio de um grampo apoiado a uma base triangular.



FIGURA 5.13 – Montagem do sistema divisor de deslocamento

Na Figura 5.14 está esquematizada a relação entre os braços da haste do dispositivo divisor de deslocamento. Quando o tambor movimenta 1 unidade significa que a máquina deslocou 0,1 unidade.

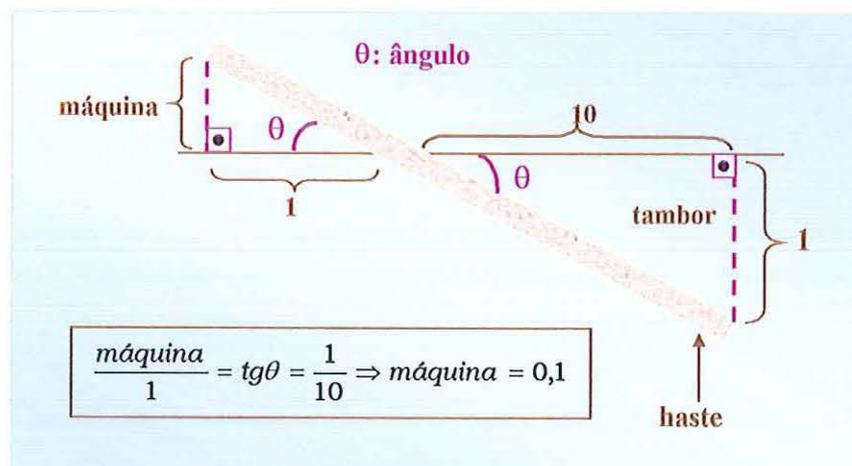


FIGURA 5.14 – Esquema da relação entre os braços da haste do dispositivo divisor de deslocamento

A Figura 5.15 mostra o esquema do sistema utilizado no levantamento dos erros cíclicos de alta frequência. Na CPU da máquina os sinais analógicos das réguas X, Y, Z da MM3C são transformados em sinais digitais. Em seguida, eles entram na caixa de sinais dos encoders onde o sinal da régua de interesse, no caso Y, é selecionado eletronicamente e enviado à placa de aquisição da MM3C, localizada no microcomputador do laser.

O sinal de acionamento do controle remoto chega a placa de aquisição da máquina por meio do sistema de gatilhamento externo composto de adaptador para interface, interface da sonda Renishaw e ajustador de largura de pulso. Antes que o sinal do controle remoto chegue a placa de aquisição do laser ele passa pelo adaptador de gatilho para controle remoto com a finalidade de acertar a largura de pulso. Por sua vez, o sinal do canhão laser também é introduzido nesta mesma placa.

O gerenciamento do sistema e a apresentação dos resultados foram executados por programas separados, sendo um deles responsável pelo conjunto de dados referentes à leitura da máquina e o outro relativo aos dados da medição laser. A leitura do laser foi feita pelo programa da HP e os dados fornecidos foram os referentes a diferença entre a posição ideal requerida e a posição real do laser durante a medição. A leitura da máquina foi realizada por um programa em Borland Delphi que fornece separadamente um arquivo de dados referentes a posição da máquina no

momento da aquisição da leitura do laser. Assim, no momento em que a posição laser requerida era atingida, o controle remoto era acionado para que se adquirisse as leituras do laser e da máquina, simultaneamente.

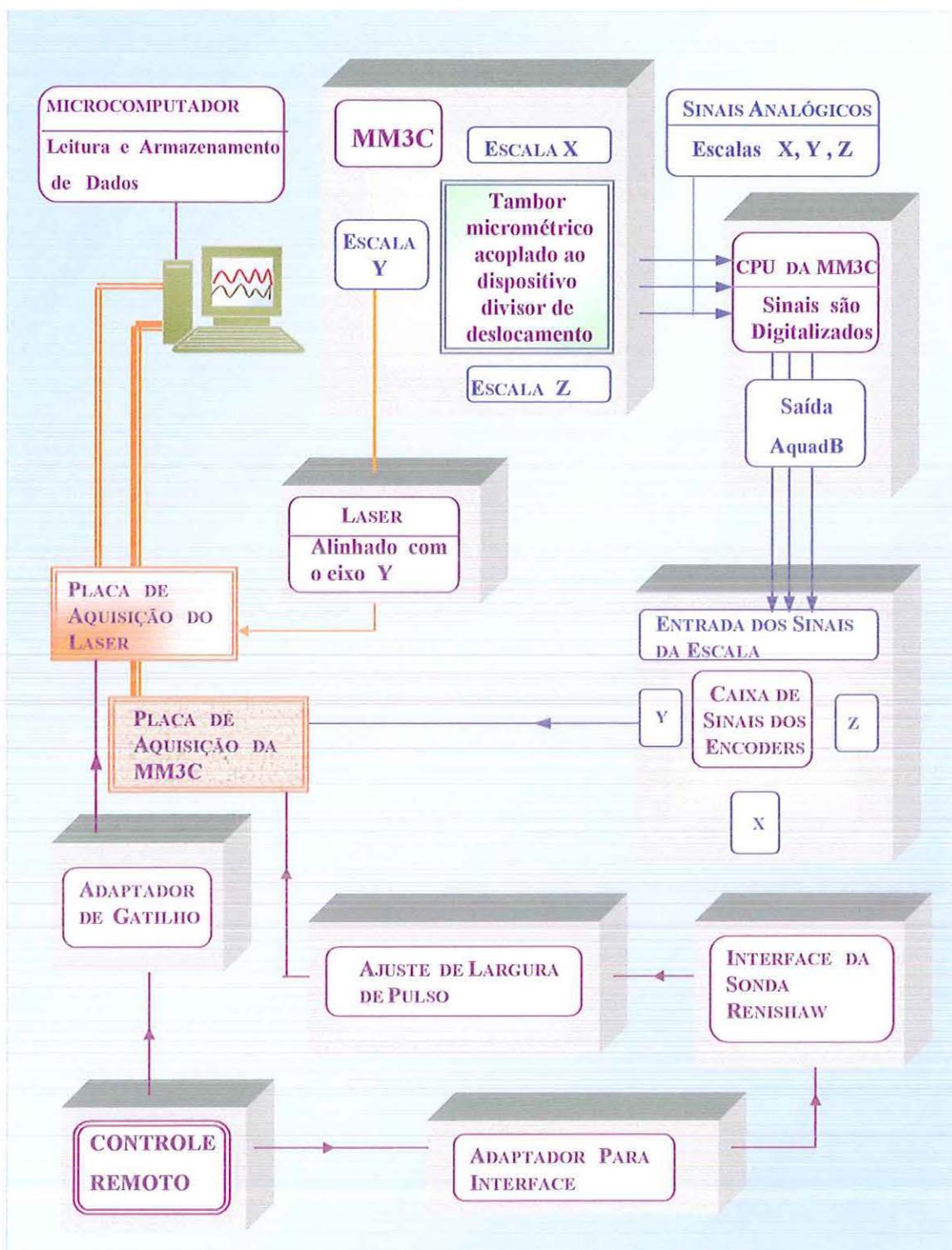


FIGURA 5.15 – Representação do sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de alta frequência

Para a aquisição do conjunto de dados referente ao teste do erro cíclico de alta frequência foram utilizadas janelas de “target” iguais a  $0,4\mu\text{m}$ , passo incremental de  $0,5\mu\text{m}$  e comprimento total de  $19,5\mu\text{m}$ . O trajeto de medição foi unidirecional e o número máximo de pontos obtidos foi 40.

## **5.4 MÉTODO DE ANÁLISE DOS ERROS CÍCLICOS**

O conjunto de dados, obtidos em um teste, revela o comportamento do fenômeno medido. Em muitos casos, o sinal de medição apresenta várias periodicidades.

Como abordado no Capítulo 3, um sinal amostrado pode apresentar frequências “alias”. Deste modo, a determinação das verdadeiras frequências que fazem parte do fenômeno medido, torna-se um problema a ser solucionado.

Várias técnicas têm sido desenvolvidas para que um computador calcule o espectro frequencial de um sinal. O primeiro passo em todos os casos é converter o sinal em um conjunto de números. Isto é feito ao amostrar o sinal em um intervalo regular.

Nos testes dos erros cíclicos de baixa frequência foram utilizados incrementos constantes e, por isso, o espectro de frequências foi obtido por meio da aplicação do algoritmo FFT diretamente aos dados.

Por outro lado, o teste do erro cíclico de alta frequência produziu dados com incrementos não regularmente espaçados, e assim, a FFT não pôde ser utilizada. Entretanto, foram observadas periodicidades no sinal medido e este foi aproximado por uma série de Fourier.

Na primeira parte deste item está descrita a análise empregada nos conjuntos de dados dos erros cíclicos de baixa frequência. A segunda parte apresenta a análise do conjunto de dados dos erros cíclicos de alta frequência.

### **5.4.1 ANÁLISE DOS ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA**

Em cada teste executado para o levantamento dos erros cíclicos de baixa frequência foi obtido um arquivo de dados com colunas dispostas de

modo semelhante ao esquema da Figura 5.16.

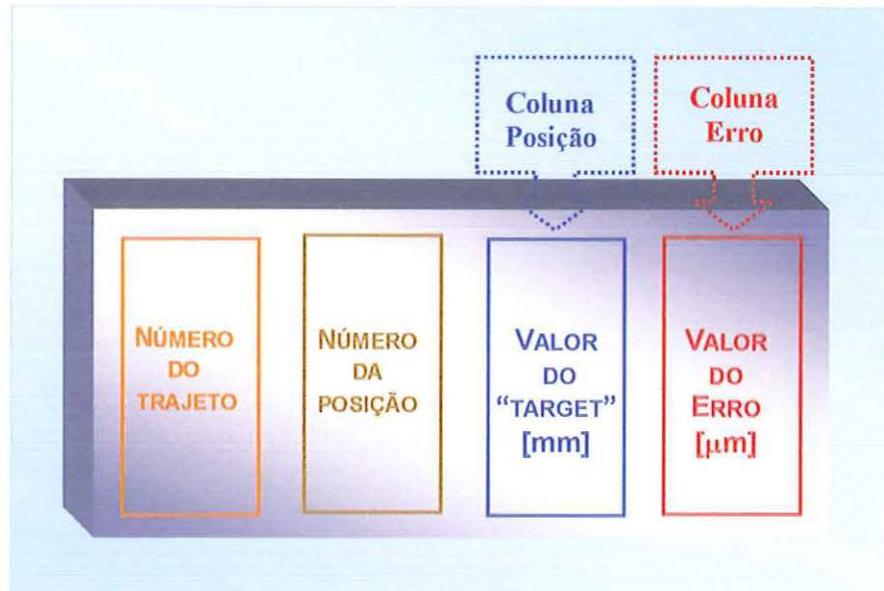


FIGURA 5.16 – Disposição das colunas do arquivo de dados do teste de baixa freqüência

Os valores dos “targets” foram dados em milímetros e os valores dos erros em micrometros.

A manipulação do arquivo de dados foi executada por meio do algoritmo Baixa Freqüência, cujo fluxograma está apresentado na Figura 5.17.

Inicialmente, este algoritmo armazena os dados da coluna Posição em um vetor e os dados da coluna Erro em outro vetor. Em seguida, o gráfico no domínio do espaço é construído com os valores do vetor Posição no eixo das abscissas e os valores do vetor Erro no eixo das ordenadas.

Para verificar exatamente quais freqüências estão presentes no fenômeno medido, são construídos gráficos espectrais, contendo valores de amplitudes e freqüências. O cálculo da transformada de Fourier discreta, referente aos valores do Erro, é feito através do algoritmo FFT.

Os valores absolutos dos números complexos obtidos do cálculo FFT na etapa anterior são calculados e denominados Amplitude. Assim, a amplitude freqüencial é um número puro.

A unidade utilizada no eixo da freqüência é o ciclos/metro. Os valores  $f_i$  do eixo freqüencial são construídos através do seguinte critério:

$$f_i = i * (1/L); \quad i = 1, 2, \dots, N_m \quad (5.2)$$

tal que

$$N_m = \begin{cases} \frac{N}{2} - 1 & \text{se } N \text{ par} \\ \frac{N-1}{2} & \text{se } N \text{ ímpar} \end{cases} \quad (5.3)$$

onde  $N$  é o número de pontos obtidos na medição e  $L$  é o comprimento medido.

Em seguida, o gráfico no domínio da frequência é construído.

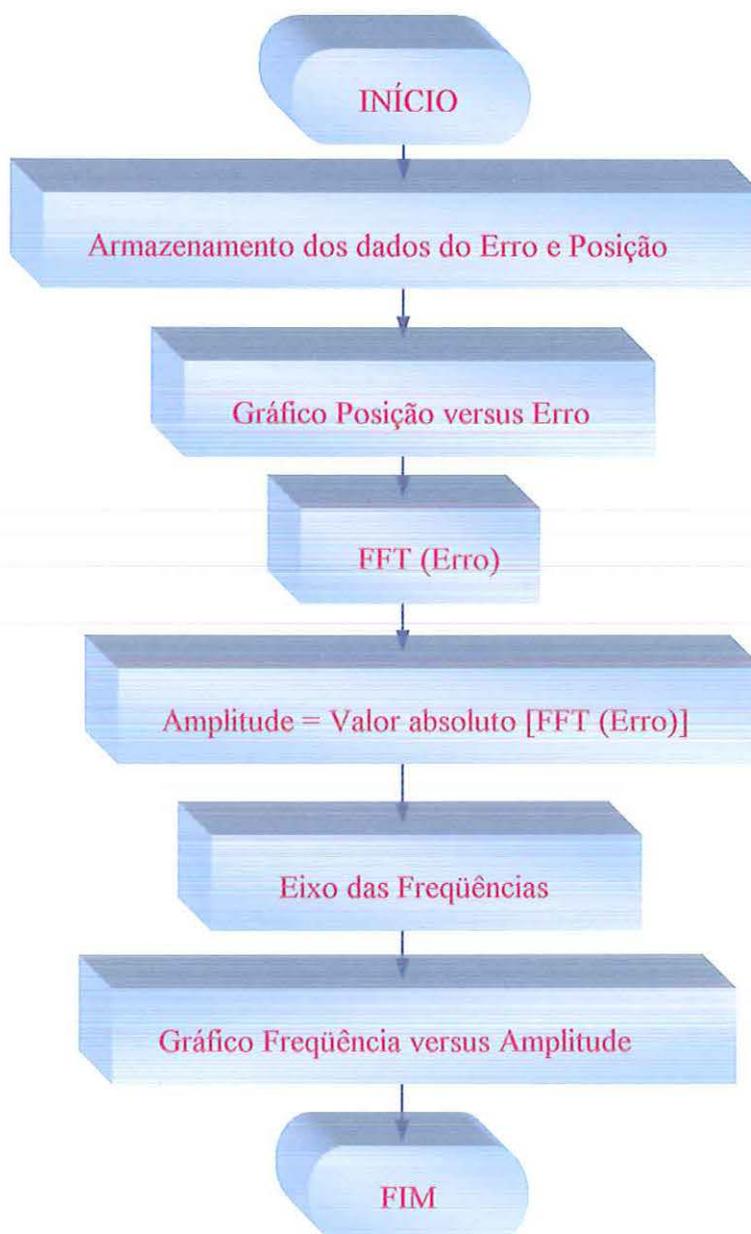


FIGURA 5.17 – Fluxograma do algoritmo Baixa Frequência

A análise de cada teste foi baseada na observação gráfica. As frequências com amplitudes mais significativas foram observadas no gráfico Frequência versus Amplitude. Em seguida, os seus respectivos períodos foram procurados no gráfico Posição versus Erro. O período foi considerado suspeito de ser cíclico quando a verificação gráfica confirmou a sua presença e repetição.

O mesmo procedimento foi utilizado em todos os testes descritos na Tabela 5.2.

O período foi classificado como cíclico quando todos os testes confirmaram a sua presença e repetição nos gráficos.

Conforme exposto no capítulo 3, as frequências acima da frequência Nyquist aparecem como “alias”. Por isso, na Tabela 5.5 está descrita a frequência Nyquist para cada passo incremental utilizado.

TABELA 5.5 - Frequência Nyquist do passo incremental

Passo incremental [mm]	0,064	0,048	0,032	0,024	0,016	0,012
Frequência Nyquist [ciclos/m]	7812,5	10416	15625	20833,3	31250	41666,6

#### 5.4.2 Análise dos Erros Cíclicos de Alta Frequência

Na opção de gatilhamento “Record button”, o sistema laser coleta a leitura de uma posição dentro da janela. Além disso, calcula o “erro L” pela fórmula

$$\text{erroL} = \text{target} - \text{Laser} \quad (5.4)$$

e armazena este valor no arquivo do Laser. Por sua vez, o arquivo da máquina contém a posição da máquina quando a leitura laser foi feita.

Na Figura 5.18 está apresentado o esquema da janela e dos arquivos dos erros cíclicos de alta frequência.

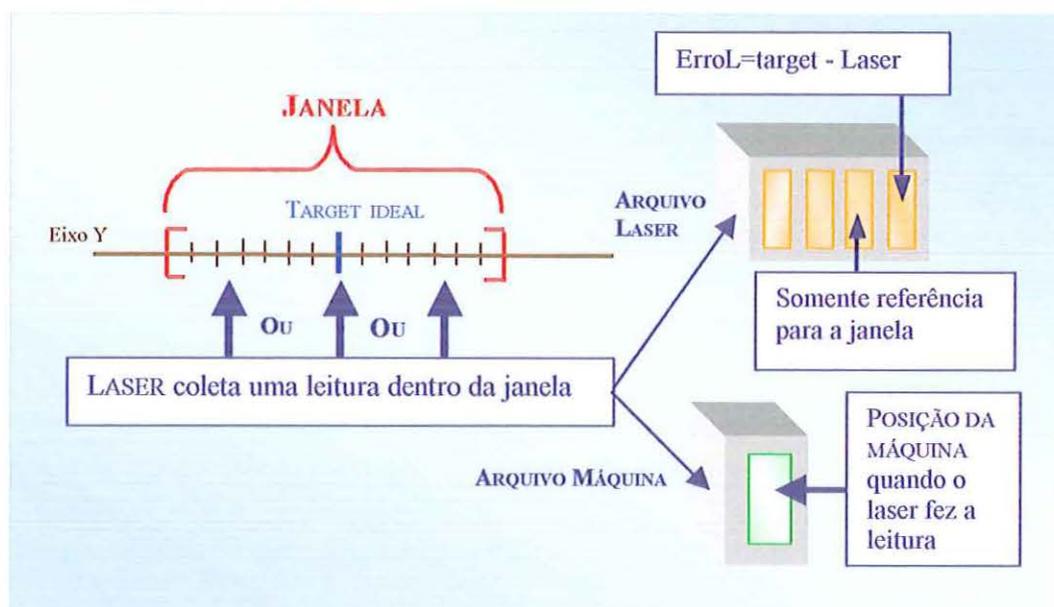


FIGURA 5.18 – Disposição da janela e dos arquivos do teste de alta frequência

O trabalho com os dois arquivos foi feito pelo algoritmo Alta Frequência, cujo fluxograma está apresentado na Figura 5.19.

Primeiramente, este algoritmo armazena os dados da coluna “target” em um vetor e os dados da coluna “erroL” em outro vetor. Em seguida, os dados da máquina são armazenados no vetor Máquina. Com base na fórmula (5.4), o valor do Laser é calculado pela equação

$$\text{Laser} = \text{target} - \text{erroL} \quad (5.5)$$

O valor do “Erro”, que verdadeiramente interessa neste trabalho, é calculado por meio da equação (5.1), ou seja, a diferença entre os valores da Máquina e do Laser.

O gráfico no domínio do espaço é construído com os valores do vetor Laser no eixo das abscissas e os valores do vetor Erro no eixo das ordenadas.

Os valores do vetor Laser não são igualmente espaçados, mas a forma de onda, do gráfico obtido na etapa anterior, contém periodicidades que devem ser analisadas.

O método Mínimos Quadrados é provavelmente a técnica de aproximação mais utilizada quando se trabalha com dados que são medidas, de grandezas físicas, obtidas experimentalmente. Esta técnica leva em consideração a existência de erros nos dados a serem

aproximados, e o critério de aproximação consiste em minimizar os resíduos.

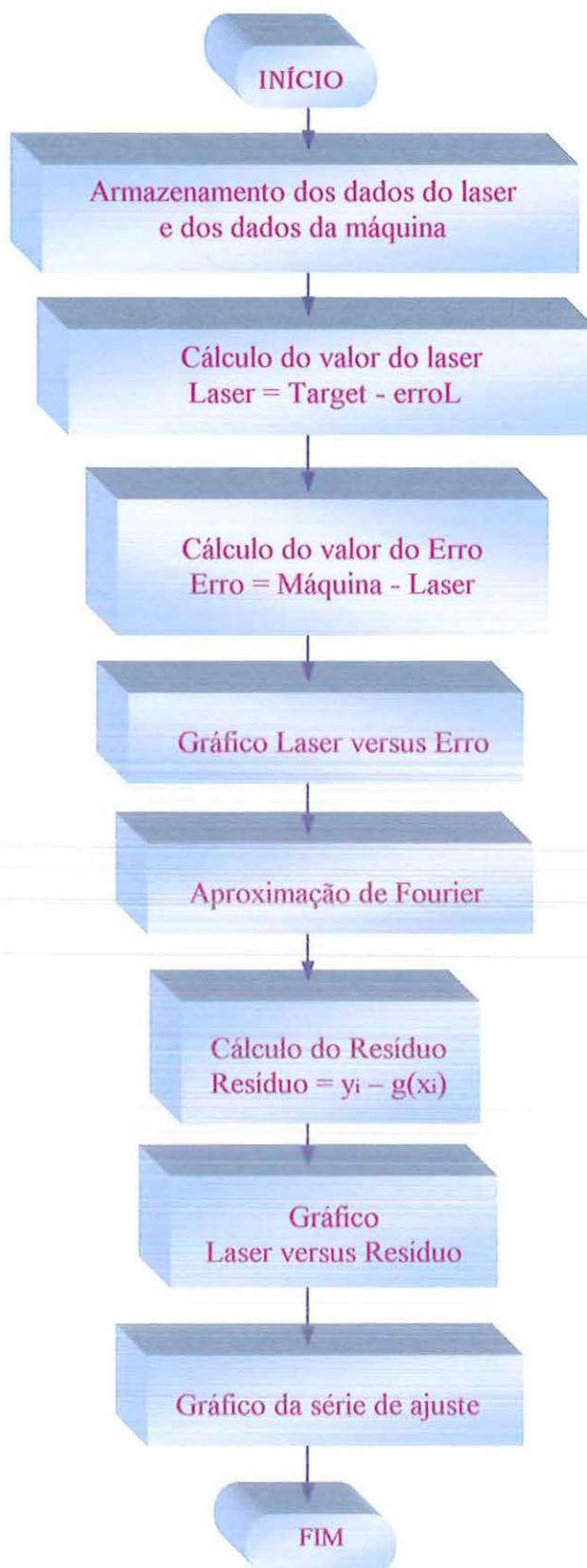


FIGURA 5.19 – Fluxograma do algoritmo Alta Freqüência



No caso de comportamentos periódicos é conveniente fazer uma Análise Harmônica. Assim, nesta etapa, o algoritmo Alta Freqüência executa uma aproximação por Mínimos Quadrados, utilizando uma série de Fourier como função de ajuste.

Por meio do gráfico Laser versus Erro observa-se quais freqüências estão presentes no sinal medido. Logo, as freqüências escolhidas para compor a série de Fourier são  $f_0, f_1, \dots, f_n$ . Com estas freqüências e os valores do Laser calcula-se os coeficientes de Fourier da série, ou seja,  $A_0, A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n$ .

Assim, a função de aproximação pode ser escrita como

$$y(x) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cos 2\pi kfx + B_k \sen 2\pi kfx) \dots \dots \dots (5.6)$$

Posteriormente, os resíduos são calculados e apresentados graficamente. Por último, o algoritmo Alta Freqüência constrói o gráfico da série de Fourier, obtida pelo método de aproximação.

O período foi classificado como cíclico quando todos os gráficos comprovaram a sua presença e repetição.

Os resultados obtidos com os procedimentos descritos neste texto estão apresentados detalhadamente no próximo capítulo.

# CAPÍTULO 6

## TESTES EXPERIMENTAIS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os testes experimentais e discussões dos resultados obtidos, após a aplicação da metodologia descrita no capítulo 5, estão apresentados neste capítulo. A primeira parte refere-se aos resultados da medição convencional do espaçamento entre linhas. A segunda parte apresenta os resultados da medição dos erros cíclicos na MM3C, que estão subdivididos em: erros cíclicos de baixa frequência e erros cíclicos de alta frequência.

### 6.1 RESULTADOS DA MEDIÇÃO DO ESPAÇAMENTO ENTRE LINHAS

A tabela contendo os valores padrões esperados, os valores obtidos na medição convencional da escala móvel da MM3C e a diferença entre eles, está apresentada no Apêndice 1.

O gráfico construído com os valores padrões e as diferenças, ou seja, os erros, descritos nesta tabela, está apresentado na Figura 6.1.

Por meio deste gráfico, foi possível verificar que a compensação do erro cíclico, decorrente do processo de fabricação das linhas da escala, ocorre realmente, a cada distância de aproximadamente 4mm, mas não

isenta a máquina de grandes erros dentro do período. Além disso, notou-se a presença de um erro progressivo originado dos resíduos de compensação.

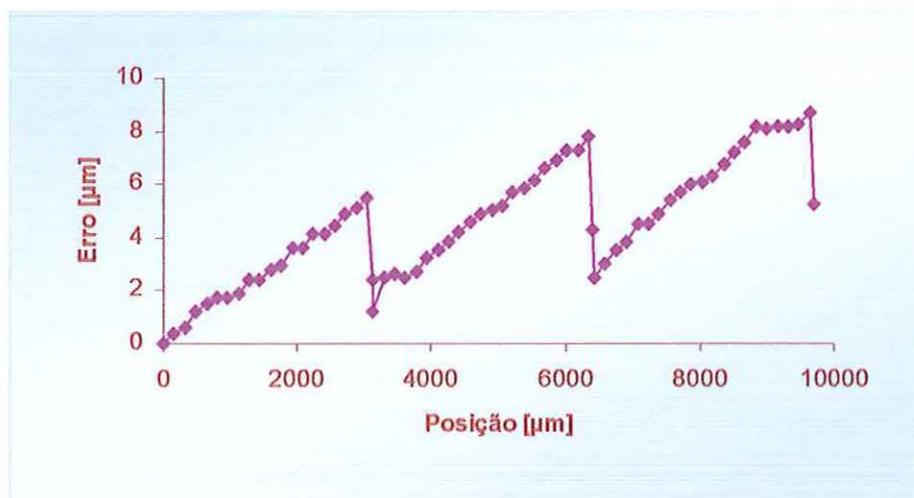


FIGURA 6.1 – Gráfico resultante da medição dos espaçamentos entre as linhas da escala móvel.

Várias partes da escala móvel da MM3C foram fotografadas e em algumas fotos, como a da Figura 6.2, observou-se que no momento da compensação as linhas escuras tornam-se mais grossas e as claras mais finas.

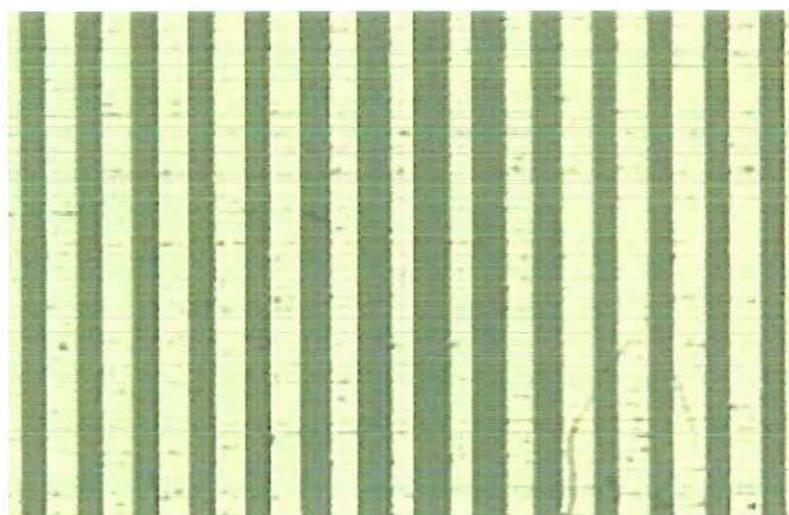


FIGURA 6.2 – Mudança na espessura das linhas da escala móvel

A dependência entre os valores do erro anterior ( $E_i$ ) e posterior ( $E_{i+1}$ ) está apresentada na Figura 6.3.

Observa-se que a correlação entre os valores  $E_i$  e  $E_{i+1}$  não é constante. Assim, os pontos dispersos revelam a existência de grandes erros na fabricação das linhas.

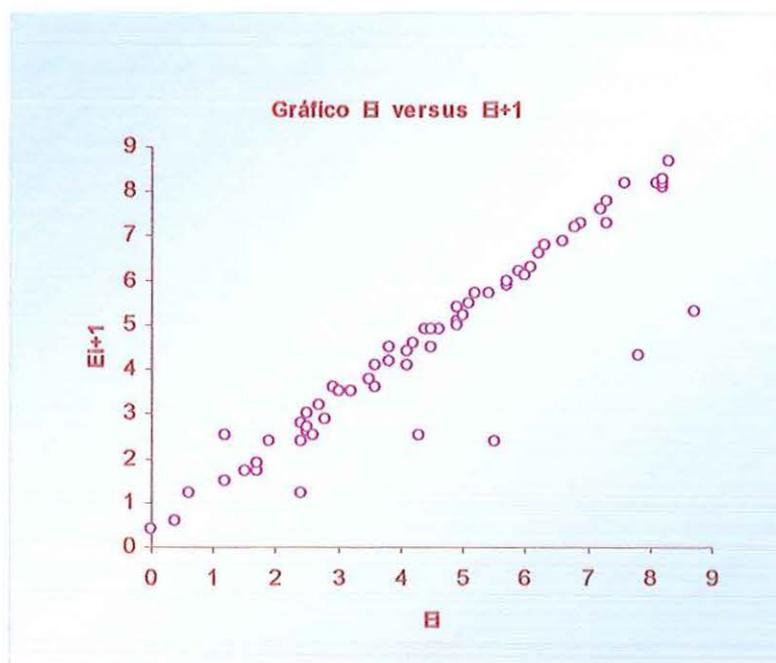


FIGURA 6.3 – Gráfico  $E_i$  versus  $E_{i+1}$

## 6.2 RESULTADOS DA MEDIÇÃO DOS ERROS CÍCLICOS NA MM3C

Na primeira parte deste item estão apresentados os resultados e discussões dos testes de baixa frequência referentes aos comprimentos 20mm e 4mm, com passos incrementais 0,064mm, 0,048mm, 0,032mm, 0,024mm, 0,016mm e 0,012mm. O texto utiliza a mesma notação das Tabelas 5.2 e 5.3, do capítulo 5. Na segunda parte estão descritos os resultados do teste de alta frequência com passo incremental 0,5 $\mu$ m.

### 6.2.1 ERROS CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA

#### .Teste Experimental de Baixa Frequência Tb1

O gráfico Posição versus Erro, correspondente ao teste Tb1, ou seja, comprimento 20mm e passo incremental 0,064mm, está apresentado na Figura 6.4.

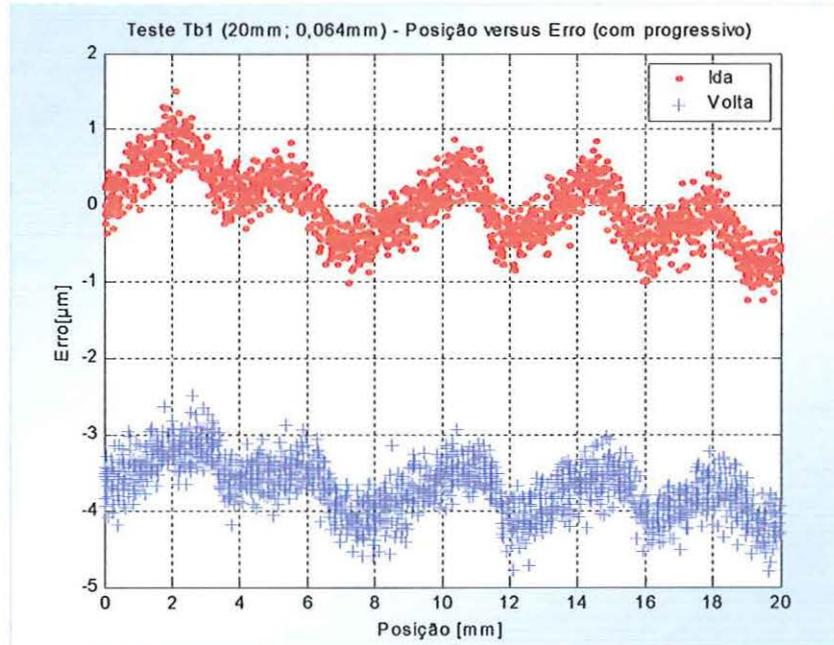


FIGURA 6.4 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb1 com progressivo

Através deste gráfico, Figura 6.4, foi observado um comportamento sistemático do erro, contendo períodos de aproximadamente 4mm e uma componente progressiva decrescente, bem como histerese de 3,5 $\mu$ m.

O gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida do teste Tb1 está apresentado na Figura 6.5.

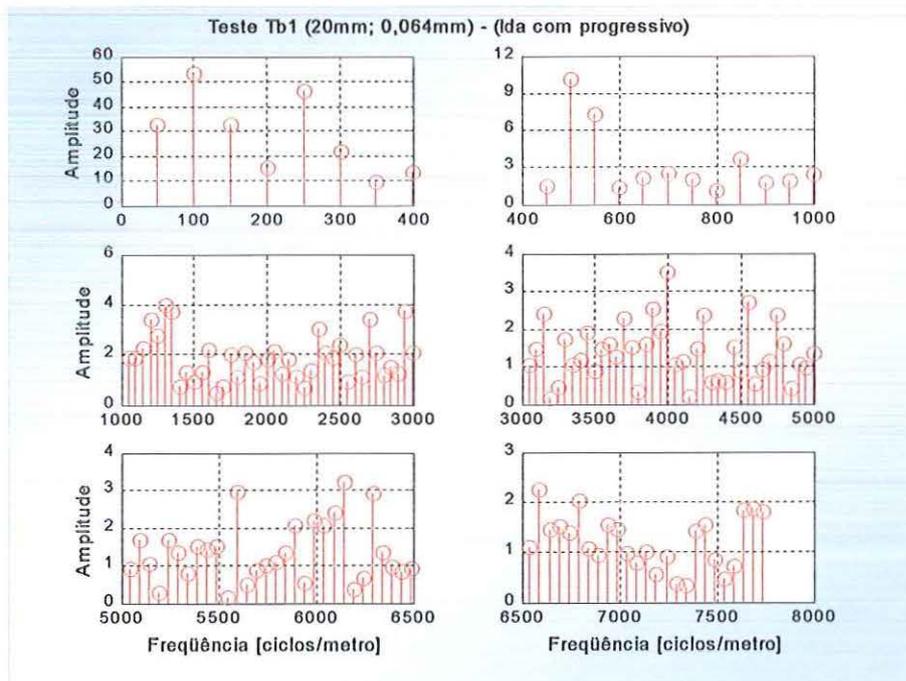


FIGURA 6.5 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao teste Tb1 com progressivo

A observação deste gráfico indicou que a frequência de 100 ciclos/m apresenta maior amplitude. Esta frequência corresponde ao período de 10mm, que não se mostra bem definido no gráfico Posição versus Erro, Figura 6.4. Deste modo, este período não pode ser considerado cíclico, e assim, suspeita-se de influência da componente progressiva. Além disso, para que este período seja determinado adequadamente é conveniente pelo menos dois períodos.

Por outro lado, a presença significativa da frequência 250 ciclos/m, neste gráfico espectral, confirma a existência do período de 4mm na forma de onda medida. Além disso, o comportamento repetitivo observado no gráfico Posição versus Erro, Figura 6.4, indica que este período de 4mm é cíclico e apresenta amplitude de aproximadamente  $1,8\mu\text{m}$ .

Observa-se também na Figura 6.5, que a faixa de 400 a 8000 ciclos/m apresenta amplitudes bastante pequenas em relação as da faixa de 0 a 400 ciclos/m.

O espectro de frequências do trajeto de volta está apresentado na Figura 6.6.

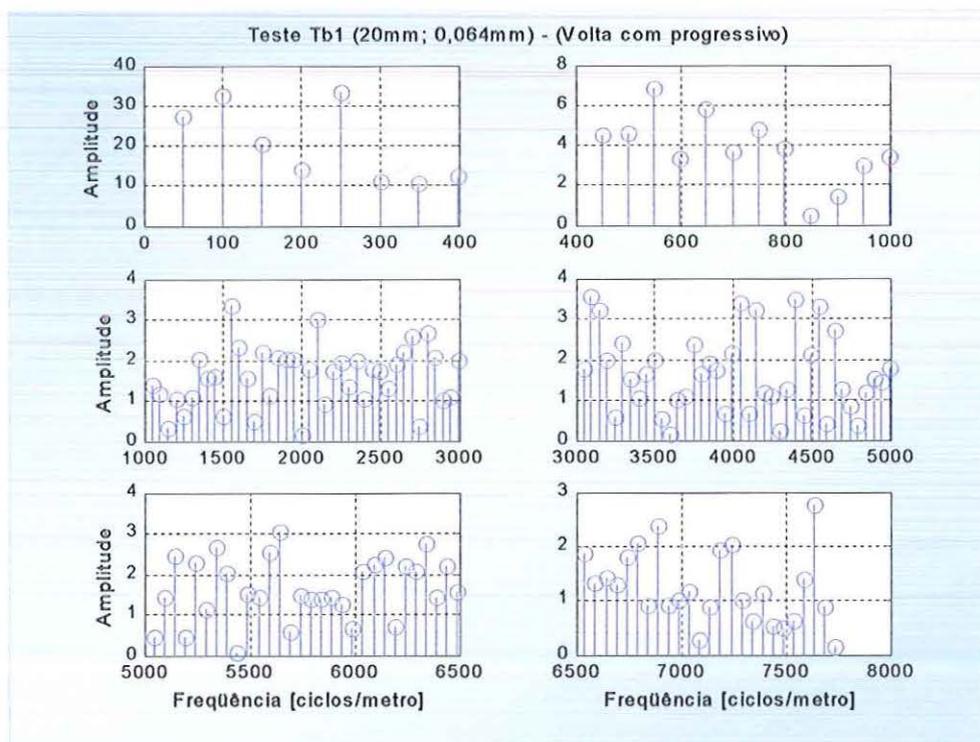


FIGURA 6.6 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de volta do teste Tb1 com progressivo

A maior amplitude exibida por este gráfico corresponde a frequência 250 ciclos/m. Em vista disso, no trajeto de volta também foi verificada a periodicidade cíclica de 4mm com amplitude de aproximadamente  $1,6\mu\text{m}$ . Embora a frequência 100 ciclos/m tenha apresentado amplitude menor do que a de 250 ciclos/m, essa diferença é muito pequena e indica a presença de alguma influência que dificulta a análise, como mencionado anteriormente.

Conforme exposto no capítulo 2, Burdekin e Voutsadopoulos (1982) sugerem que o erro cíclico seja avaliado separadamente, sem a combinação com outros erros sistemáticos. Em virtude desta sugestão, uma regressão linear foi aplicada ao conjunto de dados do teste Tb1 com a finalidade de retirar a componente progressiva da forma de onda.

Na Figura 6.7 está apresentado o gráfico Posição versus Erro sem a componente progressiva.

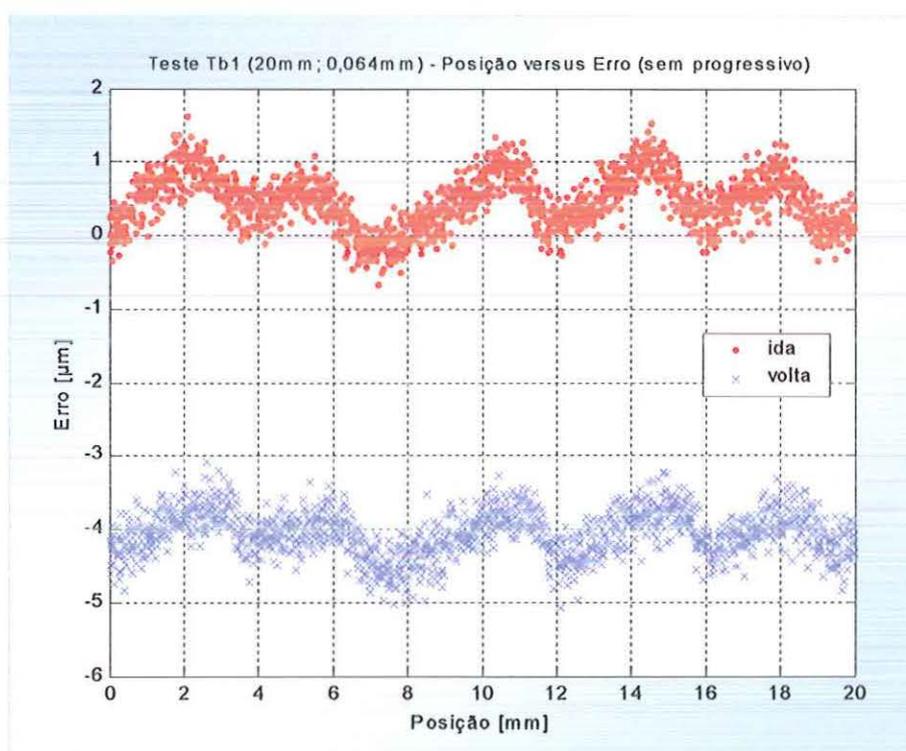


FIGURA 6.7 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb1 sem progressivo

A retirada da componente progressiva propiciou uma mudança considerável no gráfico espectral. Muitas frequências tiveram suas amplitudes diminuídas e outras aumentadas. A porcentagem desta

variação não se apresentou constante, sugerindo que a componente progressiva influencia cada frequência de modo diferente.

O gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida sem a componente progressiva está apresentado na Figura 6.8.

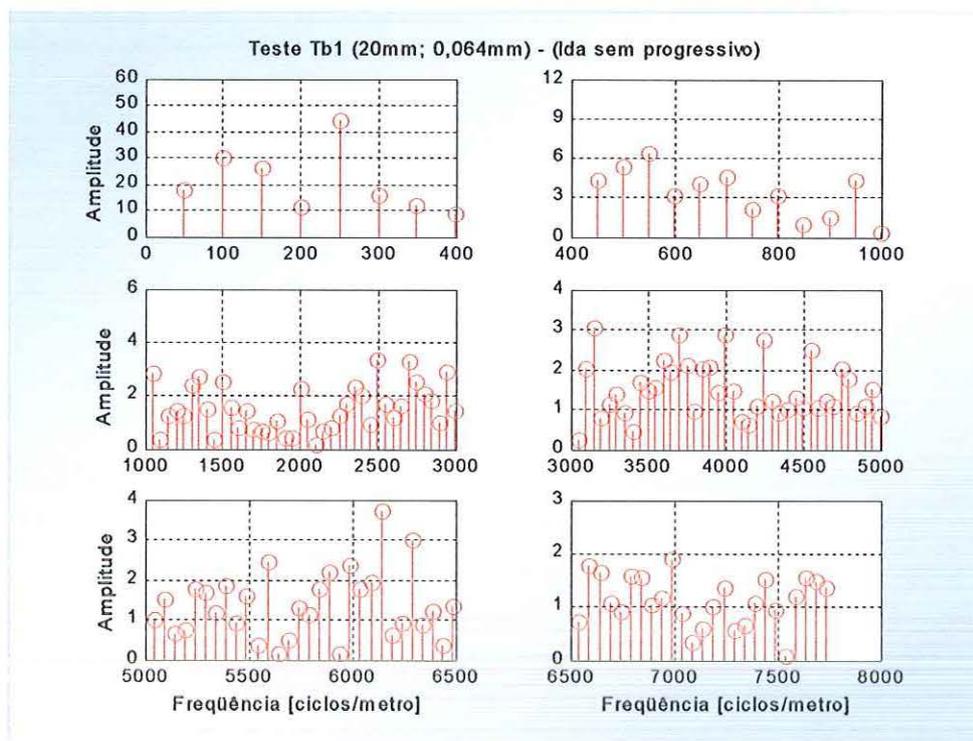


FIGURA 6.8 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb1 sem progressivo

Na análise anterior, a frequência 100 ciclos/m apresentou maior amplitude, em relação a todas as outras frequências. Porém, sem a componente progressiva, a amplitude desta frequência diminuiu 43,8%. Por outro lado, a frequência 250 ciclos/m teve sua amplitude aumentada em 3,4%. A análise feita, anteriormente, para esta frequência continua valendo. Além disso, o fato de ser a frequência com maior amplitude foi comprovado pelo gráfico espectral, Figura 6.8.

As frequências presentes no gráfico espectral, Figura 6.8, bem como a porcentagem de aumento ou redução em suas amplitudes, estão sintetizadas na Tabela 6.1. O aumento das amplitudes variou de 3,6% a 192,2% e a redução oscilou entre 3,2% e 46,9%. Observou-se também por meio desta tabela, que a quantidade de amplitudes reduzidas e aumentadas foi praticamente a mesma.

Graficamente, observou-se que a componente progressiva influencia bastante a amplitude da frequência 50 ciclos/m, representante do comprimento total medido. Assim sendo, a amplitude desta frequência diminuiu 45,4%.

TABELA 6.1 –Influência da componente progressiva nas amplitudes das frequências observadas na Figura 6.8

Faixa frequencial da Tb1 [ciclos/m]	Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial		Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	250	4	-	3,4	300	3,3333	-	28,2
	100	10	-	43,8	350	2,8571	24,6	-
	150	6,6667	-	20,1	200	5	-	26,6
	50	20	-	45,4	400	2,5	35,5	-
400 a 1000	550	1,8182	-	11,7	650	1,5385	90,2	-
	500	2	-	46,9	600	1,6667	126,1	-
	700	1,4286	85,1	-	800	1,2500	192,2	-
	950	1,0526	132,7	-	750	1,3333	8,3	-
1000 a 3000	2500	0,4000	41,3	-	1350	0,7407	-	28,6
	2700	0,3704	-	3,2	1500	0,6667	169,4	-
	2950	0,3390	-	21,2	2750	0,3636	19,8	-
	1050	0,9524	50,8	-	2000	0,5	24,6	-
3000 a 5000	3150	0,3175	27,5	-	4250	0,2353	17,0	-
	4000	0,25	-	18,6	4550	0,2198	-	7,8
	3700	0,2703	24,4	-	4750	0,2105	-	14,5
5000 a 8000	6150	0,1626	15,0	-	6000	0,1667	7,9	-
	6300	0,1587	3,6	-	7000	0,1429	32,2	-
	5600	0,1786	-	17,6	6600	0,1515	-	21,2

A faixa frequencial de 0 a 400 ciclos/m, da Figura 6.8, indicou que as frequências 300 ciclos/m e 200 ciclos/m também possuem amplitudes significativas. Entretanto, os períodos correspondentes a essas frequências, ou seja, 3,3mm e 5mm, foram observados uma única vez no gráfico Posição versus Erro e, assim, o mais provável é que eles sejam variações do período de 4mm.

Embora as frequências 150, 350 e 400 ciclos/m tenham apresentado amplitudes consideráveis na Figura 6.8, os seus respectivos períodos aparentemente não se encontram bem definidos no gráfico Posição versus Erro. Com base nesses indícios, suspeita-se de que estas frequências sejam “alias”.

Em cada faixa frequencial da Figura 6.8, foram observados intervalos que aparentemente sugerem “aliasing” e por isso devem ser investigados.

A faixa freqüencial de 400 a 1000 ciclos/m sugere períodos entre 1,8mm e 2mm, 1,05mm e 1,25mm, 1,33mm e 1,7mm. A faixa freqüencial de 1000 a 3000 ciclos/m propõe períodos entre 0,68mm e 0,95mm, 0,36mm e 0,5mm. A faixa freqüencial de 3000 a 5000 ciclos/m indica períodos entre 0,21mm e 0,25mm, 0,27mm e 0,32mm. A faixa freqüencial de 5000 a 8000 ciclos/m sugere períodos entre 0,143mm e 0,178mm, ou seja, próximos de 0,160mm, que é múltiplo de 16 $\mu$ m. Por sua vez, a freqüência que corresponde ao período de 16  $\mu$ m seguramente pertence ao espectro.

Da mesma forma como no trajeto de ida, a retirada da componente progressiva do trajeto de volta propiciou uma mudança considerável no gráfico espectral. O gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta, sem a componente progressiva do erro, está apresentado na Figura 6.9.

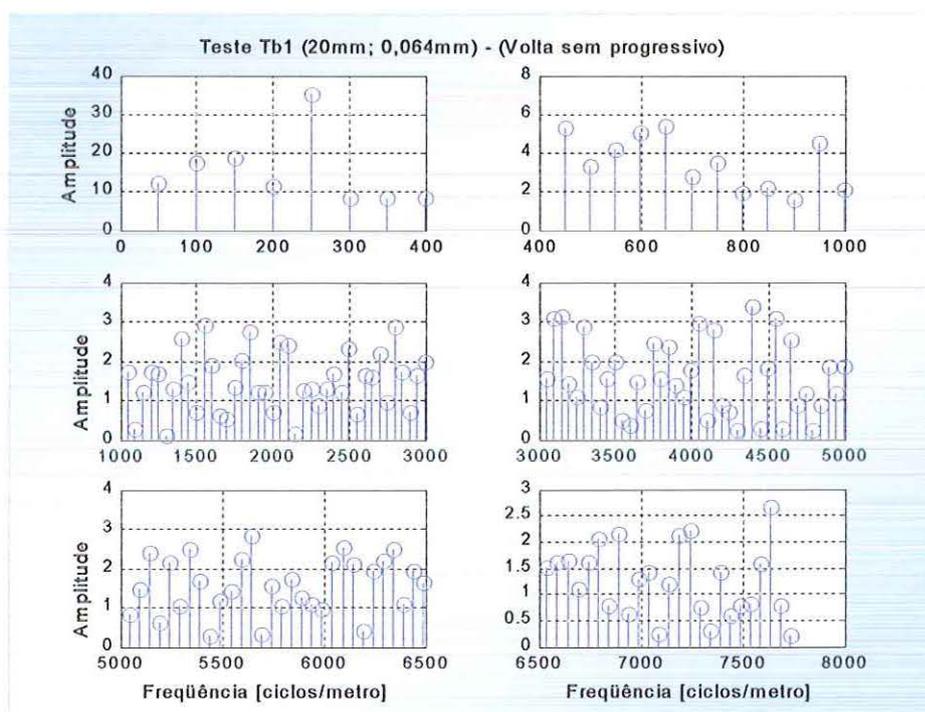


FIGURA 6.9 - Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb1 sem progressivo

Nota-se que as amplitudes freqüenciais do trajeto de volta são menores do que as do trajeto de ida. Esta característica concorda com o gráfico Posição versus Erro, no qual a amplitude do erro nesta região da escala é menor.

A frequência 250 ciclos/m tornou-se mais evidente, de modo que os comentários feitos anteriormente, em relação ao seu respectivo período, continuam valendo. As amplitudes das frequências 50 ciclos/m e 100 ciclos/m tiveram redução de 50% e 46% respectivamente.

Em relação as demais frequências observadas na Figura 6.9, as discussões são análogas àquelas do trajeto de ida.

### . Teste Experimental de Baixa Frequência Tb2

A presença da componente progressiva também foi verificada no teste Tb2, que corresponde ao comprimento 20mm e passo incremental 0,048mm.

O gráfico Posição versus Erro sem a componente progressiva está apresentado na Figura 6.10. Neste gráfico foram observados períodos de aproximadamente 4mm e histerese de 3,5 $\mu$ m.

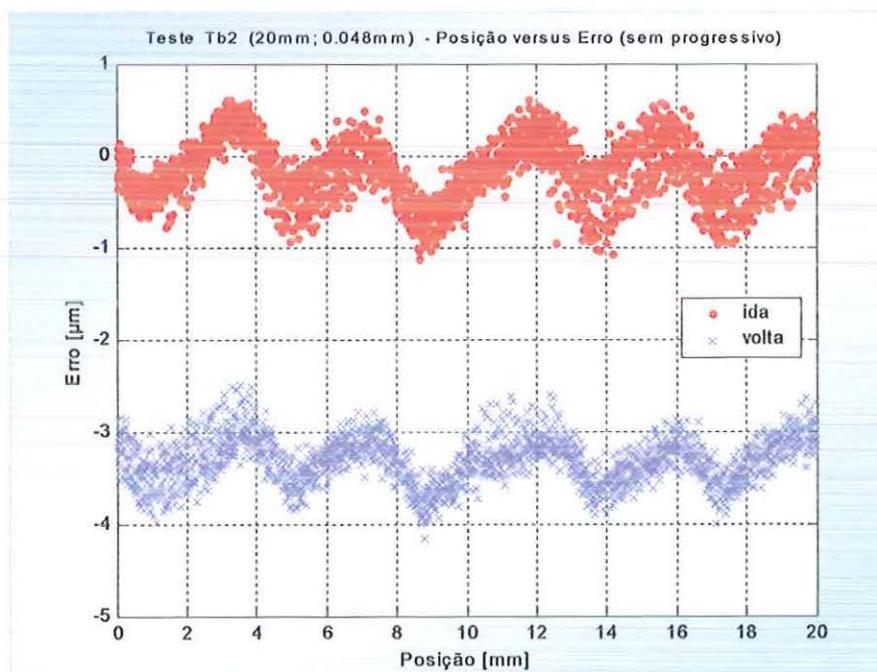


FIGURA 6.10 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb2 sem progressivo

Na Figura 6.11 está apresentado o gráfico Frequência versus Amplitude, correspondente ao trajeto de ida com a componente progressiva. Observa-se neste gráfico que as frequências 50 ciclos/m, 100 ciclos/m e 250 ciclos/m apresentam as maiores amplitudes.

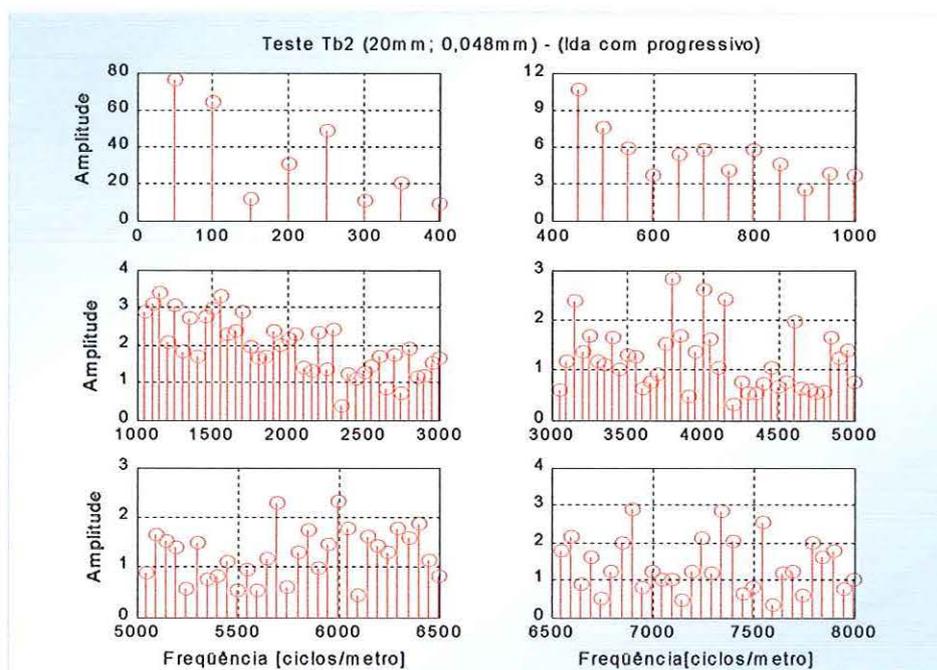


FIGURA 6.11 – Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb2 com progressivo

Entretanto, após a retirada do progressivo, Figura 6.12, as amplitudes das freqüências 50 ciclos/m e 100 ciclos/m diminuíram 86,6% e 54,9%, respectivamente. Por outro lado, a amplitude da freqüência 250 ciclos/m aumentou 20% e tornou-se a maior do gráfico espectral.

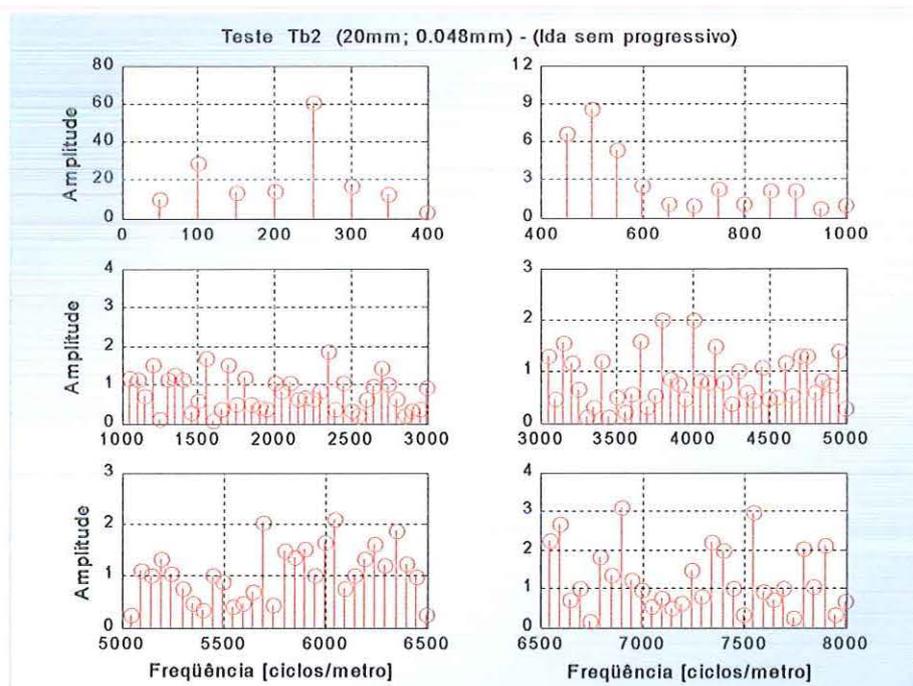


FIGURA 6.12 – Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb2 sem progressivo

A presença marcante da frequência 250 ciclos/m, na Figura 6.12, confirma a existência do período de 4mm na forma de onda medida. Além disso, o comportamento repetitivo observado no gráfico Posição versus Erro, Figura 6.10, comprova que este período de 4mm é cíclico e apresenta amplitude de aproximadamente 1,8 $\mu$ m.

Na Tabela 6.2 estão descritas as frequências observadas na Figura 6.12 e as porcentagens de aumento ou redução em suas amplitudes após a retirada da componente progressiva.

TABELA 6.2 – Influência da componente progressiva nas amplitudes das frequências observadas na Figura 6.11

Faixa frequencial ida Tb2 [ciclos/m]	Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial		Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	250	4	25,3	-	150	6,6667	12,7	-
	100	10	-	54,9	350	2,8571	-	38,7
	300	3,3333	50,7	-	50	20	-	86,6
	200	5	-	52,1	400	2,5	-	62,2
400 a 1000	500	2	14,5	-	750	1,3333	8,3	-
	450	2,2222	-	37,8	850	1,1774	-	53,5
	550	1,8182	-	11,7	900	1,112	-	16,7
	600	1,6667	-	29,1				
1000 a 3000	2350	0,4255	442,2	-	1200	0,8333	-	27,5
	1550	0,6452	-	49,9	2700	0,3704	-	16,9
	1700	0,5882	-	47,4				
3000 a 5000	3800	0,2632	-	29,6	3650	0,2740	108,8	-
	4000	0,25	-	23,5	3150	0,3175	-	35,3
5000 a 6500	6050	0,1653	17,7	-	6350	0,1575	18,1	-
	5700	0,1754	-	11,2	6250	0,16	25,3	-
6500 a 8000	6900	0,1449	6,9	-	7350	0,1361	-	21,8
	7550	0,1325	18,0	-	7400	0,1351	-	2,4
	6600	0,1515	24,7	-	6800	0,1471	50,8	-
	6550	0,1527	27,0	-				

Observa-se, nesta tabela, que a porcentagem de aumento das amplitudes variou entre 6,4% e 442,2% e a redução foi de 2,4% a 86,6%. Notou-se também um equilíbrio entre a quantidade de amplitudes reduzidas e aumentadas.

Em relação ao trajeto de volta, os resultados são análogos e por isso estão apresentados no Apêndice 2.

### . Teste Experimental de baixa frequência Tb3

Na Figura 6.13 está apresentado o gráfico Posição versus Erro sem progressivo, do teste Tb3, que corresponde ao comprimento 20mm e passo incremental 0,032mm.

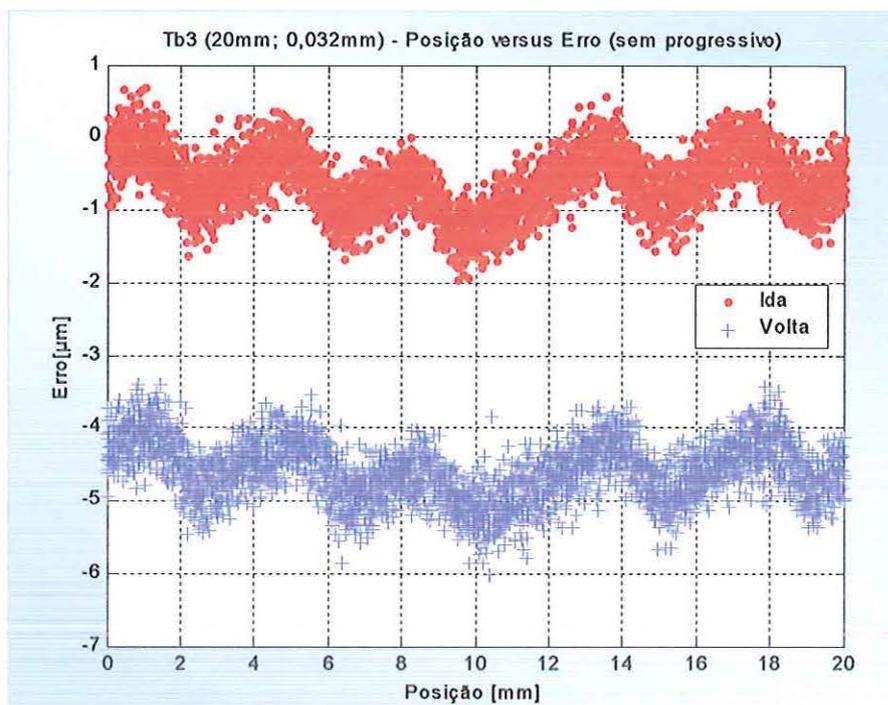


FIGURA 6.13 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb3 sem progressivo

Por meio da Figura 6.13 foi observado que o comportamento sistemático do erro contém períodos de aproximadamente 4mm e histerese de 3,8  $\mu\text{m}$ .

A retirada da componente progressiva praticamente não resultou em grandes mudanças.

Neste teste também foi confirmado o período cíclico de 4mm com amplitude de aproximadamente 2  $\mu\text{m}$ , nos dois trajetos. Também foram observadas as variações do período 4mm, ou seja, 3,3mm e 5mm, bem como a presença de frequências “alias” nas mesmas faixas dos testes anteriores. O gráfico espectral indica que a frequência 50 ciclos/m possui a segunda maior amplitude. Esta informação comprova a tendência de ondulação com período de 20mm, presente na Figura 6.13.

Na Figura 6.14 está apresentado o gráfico espectral, correspondente ao trajeto de ida Tb3 sem a componente progressiva.

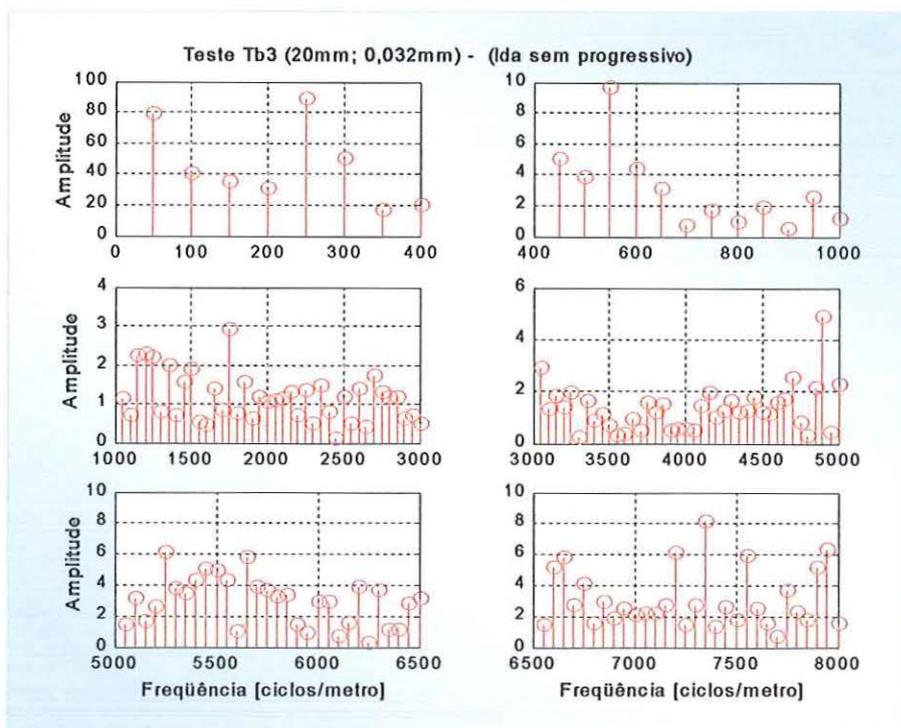


FIGURA 6.14 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb3 sem progressivo

As frequências observadas em cada faixa freqüencial da Figura 6.14 estão sintetizadas na Tabela 6.3. Esta tabela evidencia a pequena variação nas amplitudes das frequências após a retirada da componente progressiva.

TABELA 6.3 – Influência da componente progressiva nas amplitudes das frequências observadas na Figura 6.14

Faixa freqüencial ida Tb3 [ciclos/m]	Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial		Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	250	4	-	1,3	150	6,6667	2,9	-
	50	20	2,5	-	200	5	0,7	-
	300	3,3333	-	2,0	400	2,5	-	3,7
	100	10,0000	-	3,5	350	2,8571	4,5	-
400 a 1000	550	1,8182	6,1	-	650	1,5385	13,5	-
	450	2,2222	-	9,6	950	1,0526	3,5	-
	600	1,6667	-	7,0	850	1,1765	-	7,9
	500	2	15,1	-	750	1,3333	-	20,2
1000 a 3000	1750	0,5714	-	5,5	1250	0,8	10,5	-
	1200	0,8333	3,4	-	1350	0,7407	-	66,4
	1150	0,8696	-	10,9				
3000 a 5000	4900	0,2041	-	1,3	3050	0,3279	1,7	-
5000 a 6500	5250	0,1905	-	1,0	5450	0,1835	0,6	-
	5650	0,1770	-	0,7				
6500 a 8000	7350	0,1361	0,5	-	7550	0,1325	0,6	-
	7950	0,1258	-	0,2	6650	0,1504	-	0,4
	7200	0,1389	-	0,6				
	7350	0,1361	0,5	-	7550	0,1325	0,6	-

De acordo com a Tabela 6.3, o aumento nas amplitudes foi de 0,5% a 15,1% e a redução de 0,2% a 66,4%. Essas variações são bem menores do que as das tabelas anteriores. Deste modo, aparentemente a componente progressiva pequena não interfere na análise das frequências com maior amplitude. É preciso observar, entretanto, que neste contexto, não se tem um critério para classificação da componente progressiva como pequena. Assim, para uma análise mais confiável do erro cíclico recomenda-se a retirada do progressivo.

Em relação ao trajeto de volta, os resultados são similares e, por isso, estão apresentados no Apêndice 2.

#### **. Teste Experimental de Baixa Frequência Tb4**

Em relação a todos os testes experimentais, a presença mais notável da componente progressiva foi observada no teste Tb4, que corresponde ao comprimento 20mm e passo incremental 0,024mm. Esta característica está evidenciada no gráfico Posição versus Erro, Figura 6.15.

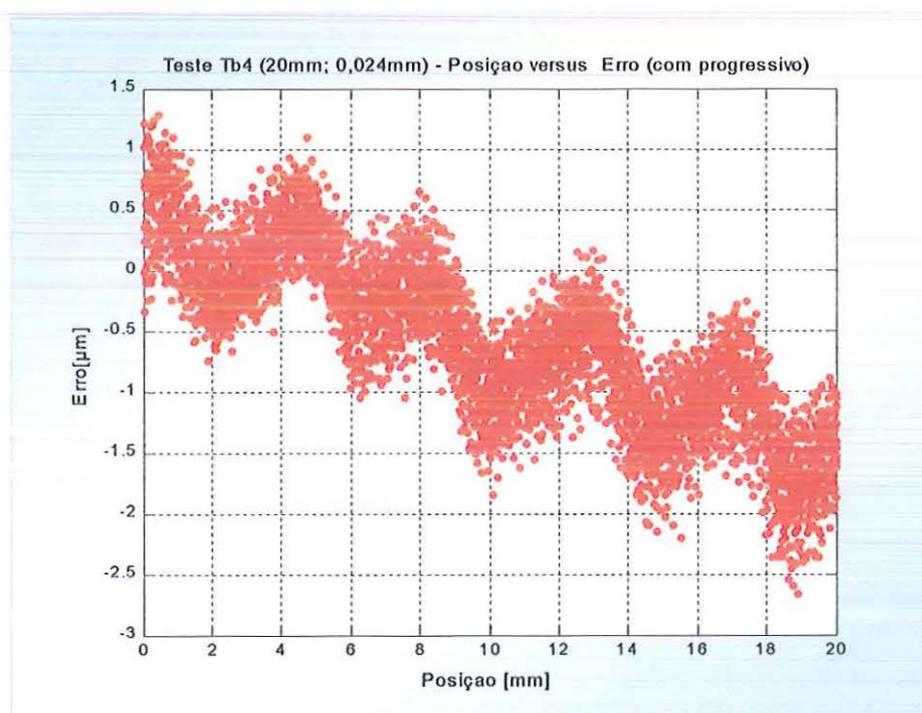


FIGURA 6.15 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb4 com progressivo

Observa-se por meio das Figuras 6.16 e 6.17, a influência marcante da componente progressiva na análise do erro cíclico.

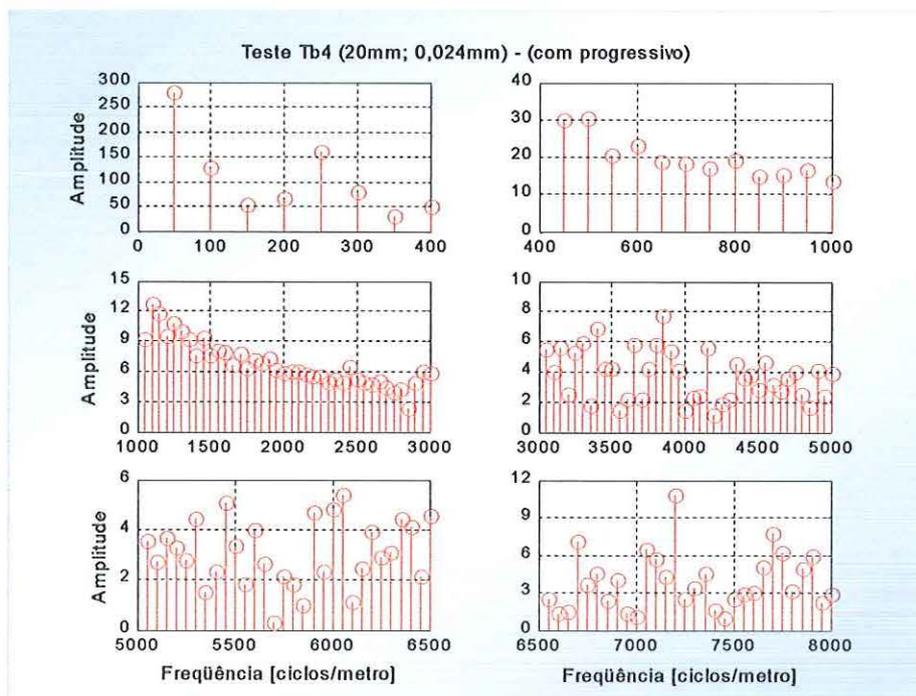


FIGURA 6.16 – Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao teste Tb4 com progressivo

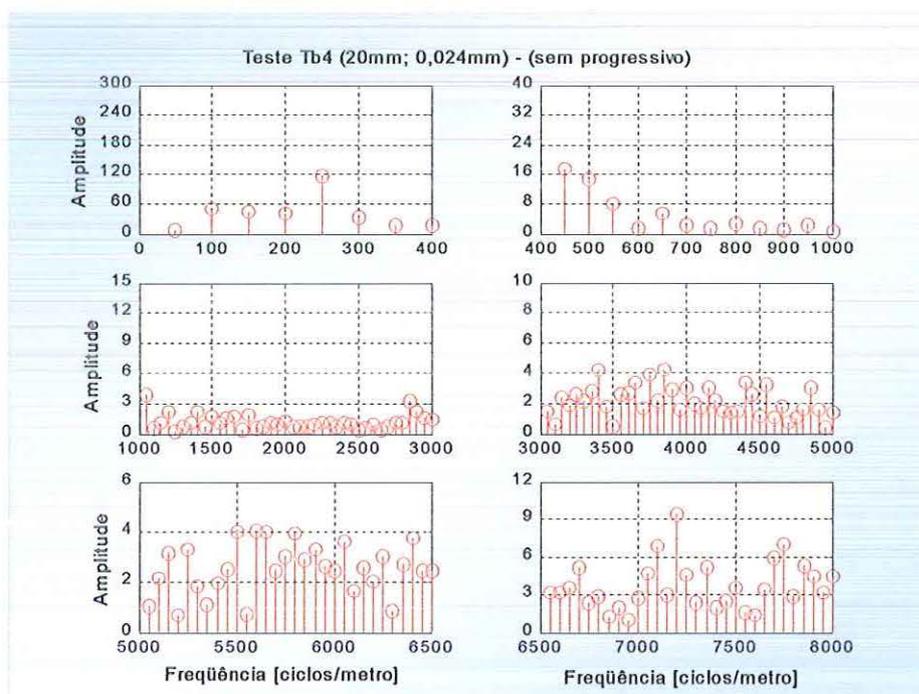


FIGURA 6.17 - Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb4 sem progressivo

Nota-se por meio desses gráficos espectrais que a maioria das amplitudes freqüenciais diminuiu e esta redução variou de 7% a 97,4%. O

aumento nas amplitudes foi de 2,5% a 116%. Detalhes dessa variação, em termos percentuais, estão descritos na Tabela 6.4.

TABELA 6.4 – Influência da componente progressiva nas amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.18

Faixa freqüencial ida Tb4 [ciclos/m]	Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial		Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	250	4	-	27,2	300	3,3333	-	56,9
	100	10	-	60,3	400	2,5	-	62,1
	150	6,6667	-	12,9	350	2,8571	-	47,6
	200	5	-	37,3	50	20	-	97,4
400 a 1000	450	2,2222	-	41,0	650	1,5385	-	71,6
	500	2	-	51,4	800	1,25	-	85,0
	550	1,8182	-	60,4				
1000 a 3000	1050	0,9524	-	57,8	1400	0,7143	-	71,6
	2850	0,3509	40,1	-	1200	0,8333	-	77,9
	2900	0,3448	-	55,1	1750	0,5714	-	72,0
3000 a 5000	3850	0,2597	-	45,2	3750	0,2667	-	7,0
	3400	0,2941	-	38,6				
5000 a 6500	5600	0,1786	2,5	-	5800	0,1724	116,1	-
	5500	0,1818	20,7	-	6400	0,1563	-	9,8
	5650	0,1770	50,5	-	6050	0,1653	-	32,6
6500 a 8000	7200	0,1389	-	13,2	7700	0,1299	-	22,5
	7750	0,1290	12,8	-	6700	0,1493	-	27,9
	7100	0,1408	18,9	-				

Assim, com base nas Figuras 6.17 e 6.18, neste teste também foi confirmado o período cíclico de 4mm com amplitude de 2  $\mu\text{m}$ .

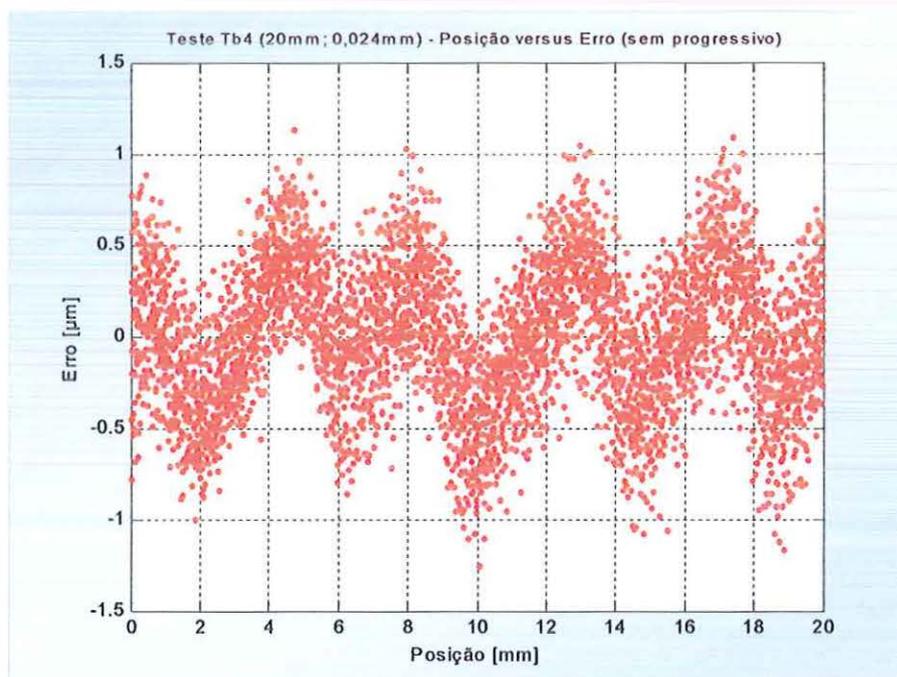


FIGURA 6.18 - Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb4 sem progressivo

### . Teste Experimental de Baixa Frequência Tb5

No teste Tb5, referente ao comprimento 20mm e passo incremental 0,016mm, os gráficos espectrais referentes ao trajeto de ida, Figuras 6.19 e 6.20, também revelam o efeito da componente progressiva, principalmente em relação as maiores amplitudes.

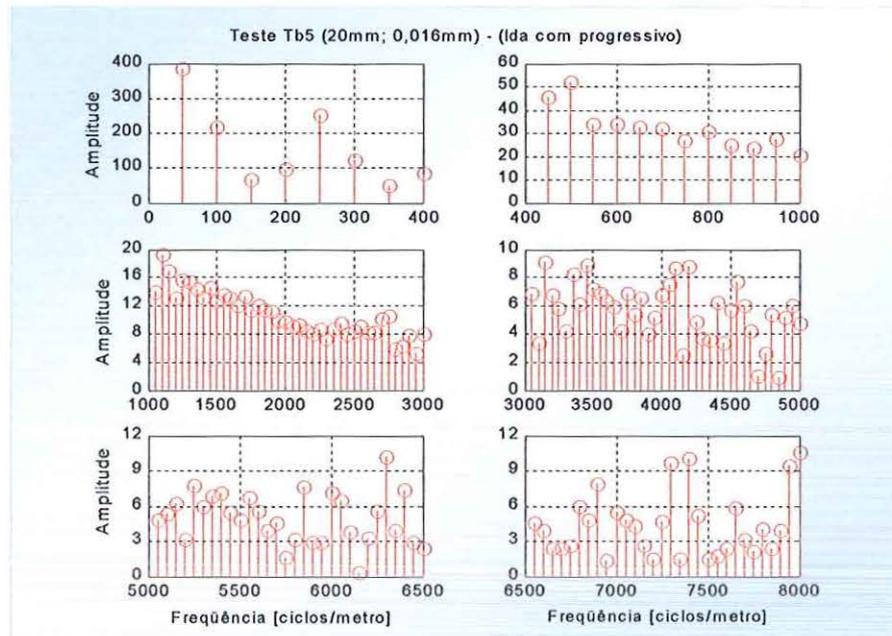


FIGURA 6.19 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb5 com progressivo

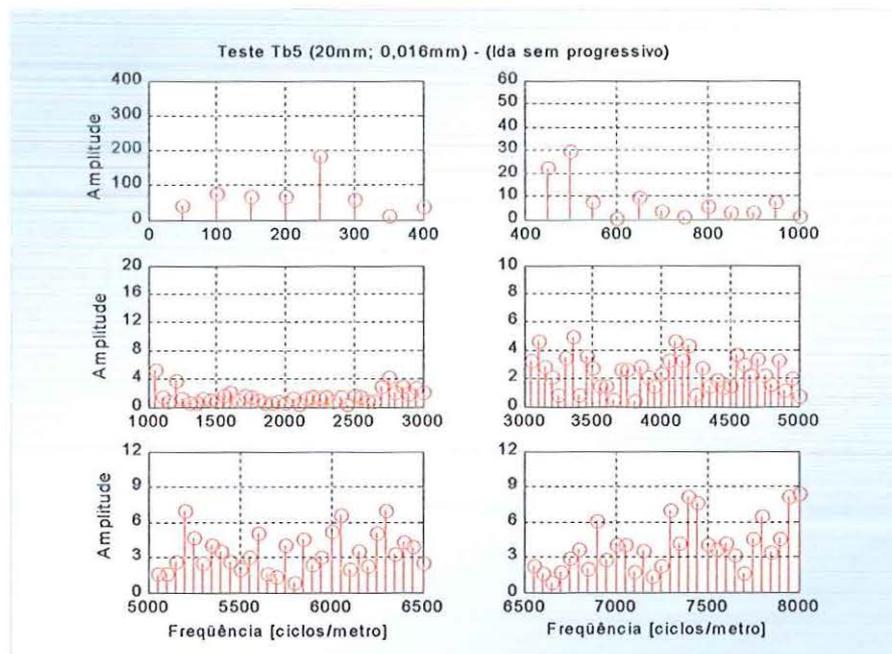


FIGURA 6.20 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de ida Tb5 sem progressivo

De acordo com a Tabela 6.5, a maioria das freqüências teve suas amplitudes reduzidas. Esta tendência também foi observada no teste Tb4 e, deste modo, os fatos indicam que componente progressiva grande implica em amplitude freqüencial grande. A porcentagem de aumento nas amplitudes variou entre 2,5% a 121,9% e a redução foi de 8,9% a 88,8%.

TABELA 6.5 – Influência da componente progressiva sobre as amplitudes das freqüências observadas na Figura 6.20

Faixa freqüencial ida Tb5 [ciclos/m]	Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial		Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Freqüencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	250	4	-	26,5	300	3,3333	-	53,8
	100	10	-	65,0	50	20	-	88,8
	150	6,6667	2,5	-	400	2,5	-	56,2
	200	5	-	33,0	350	2,8571	-	81,6
400 a 1000	500	2	-	44,0	550	1,8182	-	78,3
	450	2,2222	-	50,5	950	1,05	-	73,6
	650	1,5385	-	72,1	800	1,25	-	81,8
1000 a 3000	1050	0,9524	-	63,5	1200	0,8333	-	72,2
	2750	0,3636	-	61,5				
3000 a 5000	3350	0,2985	-	40,1	4100	0,2439	-	46,4
	3100	0,3226	38,9	-	3450	0,2899	-	60,1
5000 a 6500	6300	0,1587	-	31,0	6000	0,1667	-	27,6
	5200	0,1923	121,9	-	6250	0,16	-	8,9
	6050	0,1653	2,8	-	5850	0,1709	-	39,8
6500 a 8000	8000	0,1250	-	21,5	7450	0,1342	47,9	-
	7400	0,1351	-	19,2	7300	0,1370	-	28,8
	7950	0,1258	-	13,8	6900	0,1449	-	23,1

Na Figura 6.21 está apresentado o gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb5 sem a componente progressiva.

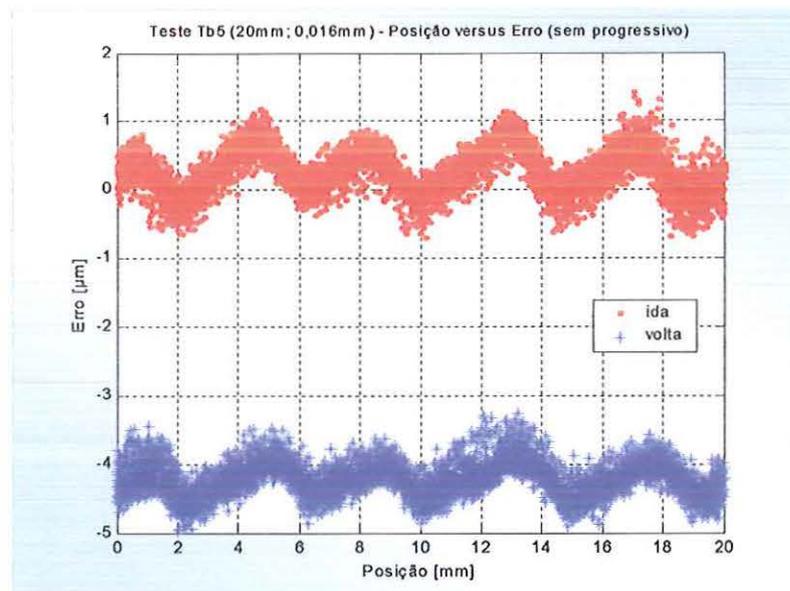


FIGURA 6.21 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb5 sem progressivo

Observa-se no gráfico Posição versus Erro, Figura 6.21, histerese de  $4\mu\text{m}$ . Analogamente aos testes anteriores, esta análise também confirmou, por meio dos gráficos das Figuras 6.20 e 6.21, a existência do período cíclico de  $4\text{mm}$  com amplitude de aproximadamente  $1,8\mu\text{m}$  no trajeto de ida.

Em relação ao trajeto de volta, os resultados são análogos e estão apresentados no Apêndice 2.

Após a análise individual, as amplitudes das freqüências observadas nos cinco testes foram comparadas por meio da Tabela 6.6.

Tabela 6.6 - Amplitudes de algumas freqüências observadas nos testes Tb1, Tb2, Tb3, Tb4 e Tb5

Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitudes das freqüências observadas nos testes				
		Tb1	Tb2	Tb3	Tb4	Tb5
50	20	17,9519	10,1839	78,6028	7,2158	42,9755
100	10	29,8868	29,0306	40,5672	51,0163	76,571
150	6,6667	26,1553	13,3409	35,0148	44,9886	67,6401
200	5	11,2063	14,5248	30,2081	41,9	65,3459
250	4	44,4397	61,0065	88,5445	116,2728	184,9069
300	3,3333	15,6712	16,4366	50,0865	33,65	56,4855
350	2,8571	11,6165	12,2585	17,0846	16,4281	9,4954
400	2,5	8,5053	3,4146	19,7445	19,1729	37,4629
4100	0,2439	0,7181	0,7777	1,4342	1,6057	4,6621
6050	0,1653	1,7755	2,0844	2,9063	3,6302	6,5662

O “aliasing” em relação a maioria das freqüências, foi confirmado pela tendência não linear em suas amplitudes. Por outro lado, observou-se que as amplitudes das freqüências 250 ciclos/m, 200 ciclos/m, 4100 ciclos/m e 6050 ciclos/m tiveram comportamento crescente conforme a redução do passo incremental. Assim, essa análise também comprova a existência do período de  $4\text{mm}$ . Além disso, demonstra que o período  $5\text{mm}$  é uma variação do período de  $4\text{mm}$ .

A Tabela 6 também reforça a suspeita da existência do período cíclico de aproximadamente  $16\mu\text{m}$ . Outra suspeita reside no período  $0,2439\text{mm}$  que, por enquanto, necessita de mais investigações a seu respeito.

No Apêndice 3 está apresentada a Tabela A3.1 contendo a comparação para todas as freqüências citadas nas discussões anteriores.

### .Testes Experimentais de 4mm

Embora a frequência 250 ciclos/m, representante do comprimento total medido, tenha apresentado amplitude grande em todos os testes de 4mm, optou-se pela sua retirada do gráfico espectral para que as amplitudes das demais frequências pudessem ser observadas de forma mais clara.

Os gráficos Posição versus Erro e Frequência versus Amplitude, do teste Q1, que corresponde ao passo incremental 0,064mm, estão apresentados na Figura 6.22.

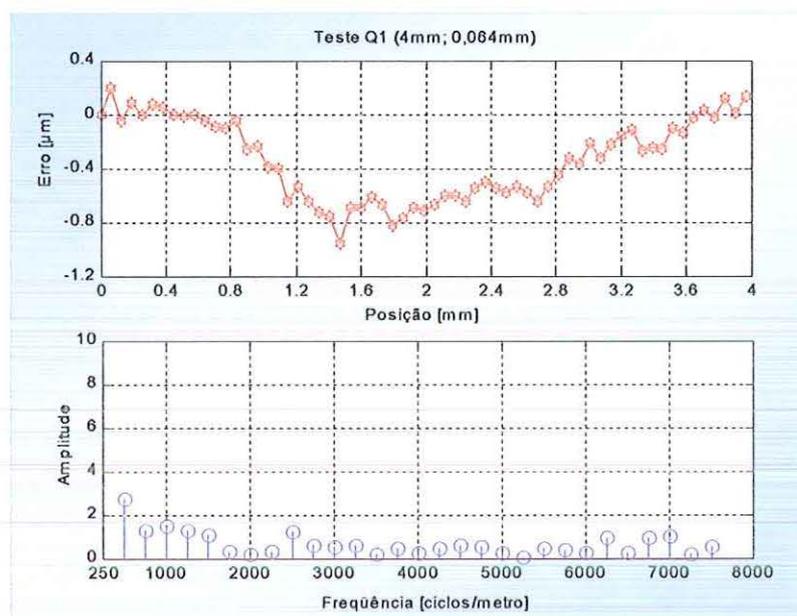


FIGURA 6.22 – Teste Q1

Neste teste, a frequência 500 ciclos/m apresentou amplitude maior, mas o seu respectivo período, ou seja, 2mm, não se encontra bem definido no gráfico Posição versus Erro. O mesmo pode ser relatado a respeito das frequências 1000, 750, 1250 e 2500 ciclos/m, referentes aos períodos 1mm, 1,33mm, 0,8mm e 0,4mm.

No teste Q2, referente ao passo incremental 0,048mm, amplitudes maiores foram observadas nas frequências 500, 7000, 8000, 3750, 7750 e 4000 ciclos/m. No gráfico Posição versus Erro, Figura 6.23, é possível observar alguns períodos entre 0,125mm e 0,1429mm, que correspondem a faixa frequencial de 7000 a 8000 ciclos/m.

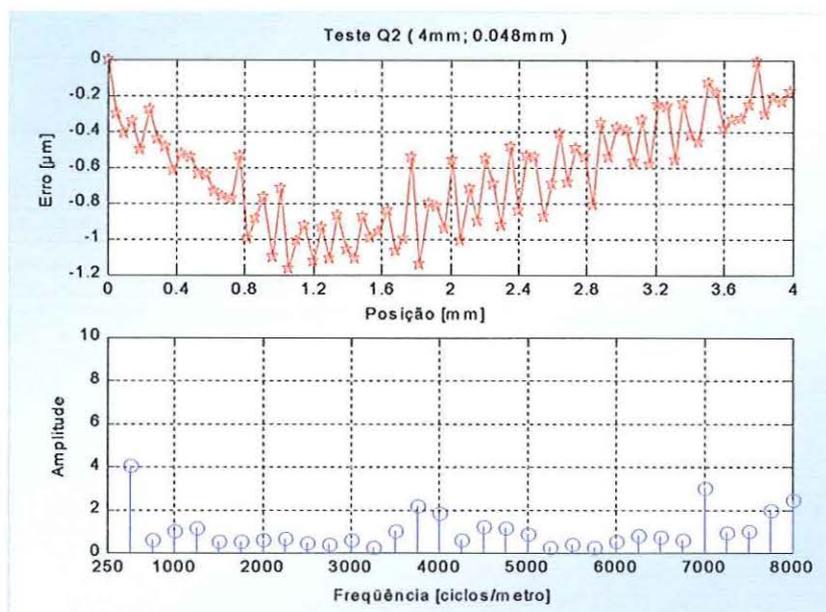


FIGURA 6.23 – Teste Q2

Na Figura 6.24, o gráfico Freqüência versus Amplitude do teste Q3, referente ao passo incremental 0,032mm, indica que as freqüências com amplitudes maiores são 7500, 8000, 7000, 7250, 500, 6250 e 5750 ciclos/m. Deste modo, este teste sugere a existência de períodos entre 0,125mm e 0,17mm.

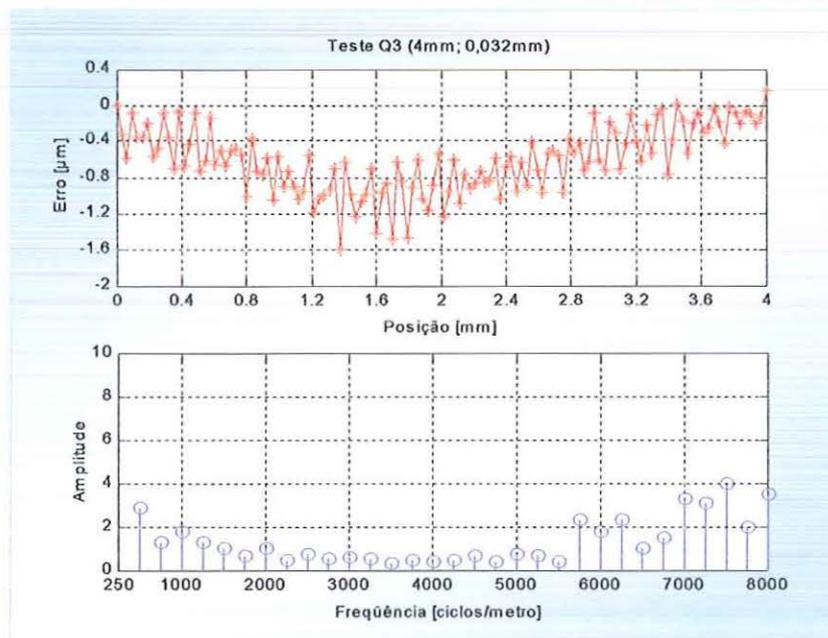


FIGURA 6.24 – Teste Q3

Os gráficos do teste Q4, que corresponde ao passo incremental 0,024mm, estão apresentados na Figura 6.25 e revelam a presença das

freqüências 500, 4250, 7750, 5250, 7250 e 4000 ciclos/m, ou seja, períodos entre 0,2353mm e 0,25mm, bem como 0,129mm e 0,1905mm.

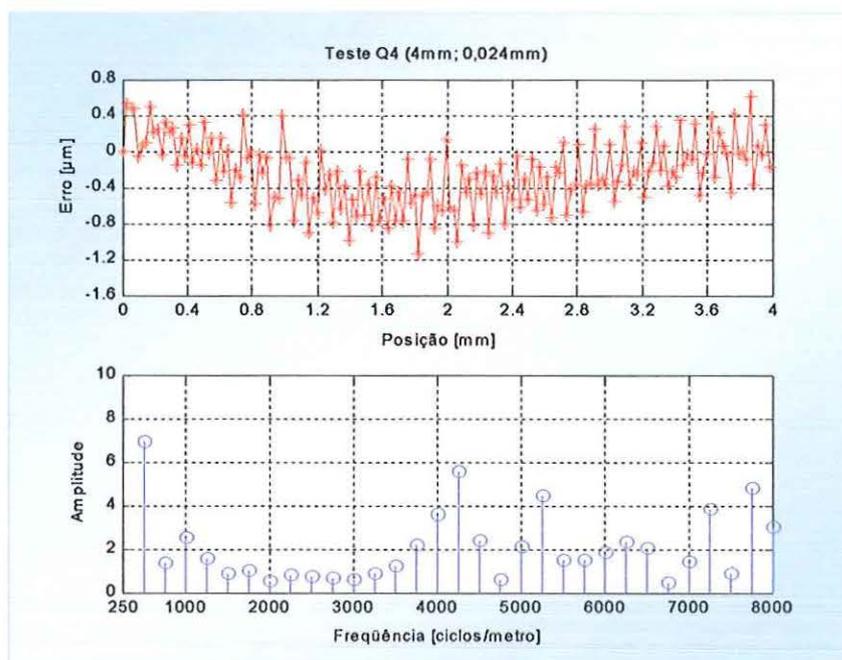


FIGURA 6.25 – Teste Q4

Em relação ao teste Q5, referente ao passo incremental 0,016mm, o gráfico espectral apresentado na Figura 6.26, indica amplitudes maiores para as freqüências 8000, 500, 6750, 4000, 750, 7750, 4500, 4250 e 5250 ciclos/m. Desta forma, este teste sugere a existência de períodos entre 0,125mm e 0,19mm, bem como 0,2353mm e 0,25mm.

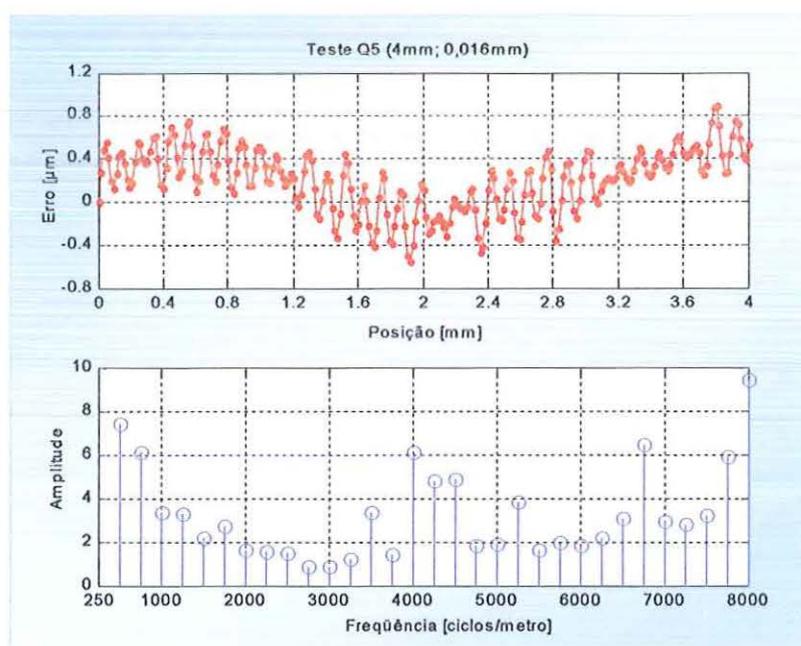


FIGURA 6.26 – Teste Q5

Detalhes do gráfico Posição versus Erro referente ao teste Q5 e a presença de comportamento sistemático dentro do comprimento de 4mm podem ser observados na Figura 6.27.

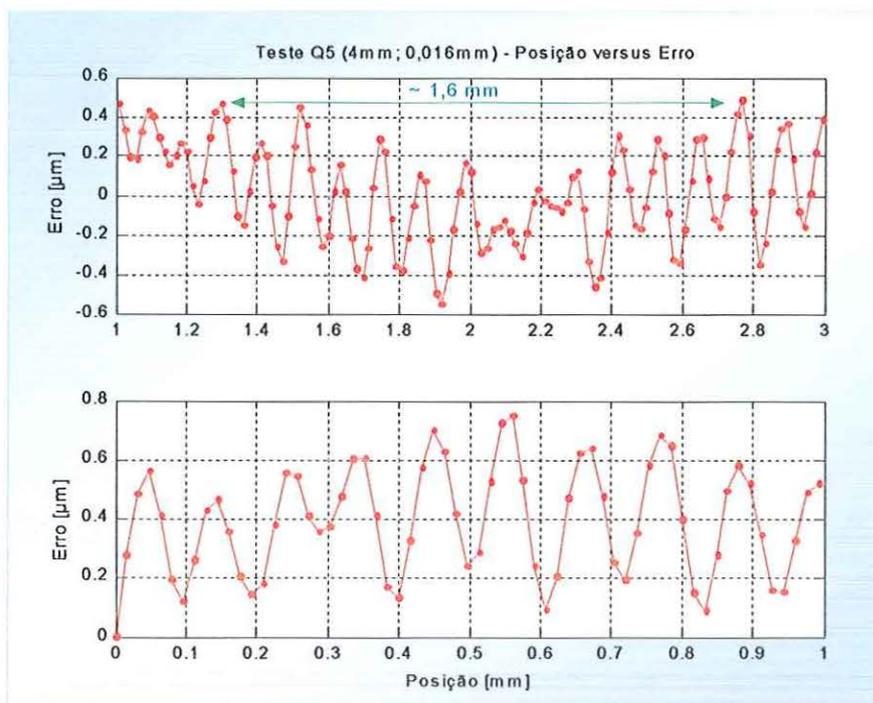


FIGURA 6.27 – Detalhes do gráfico Posição versus Erro referente ao teste Q5

A Figura 6.28 apresenta os gráficos referentes ao teste Q6, que corresponde ao passo incremental 0,012mm.

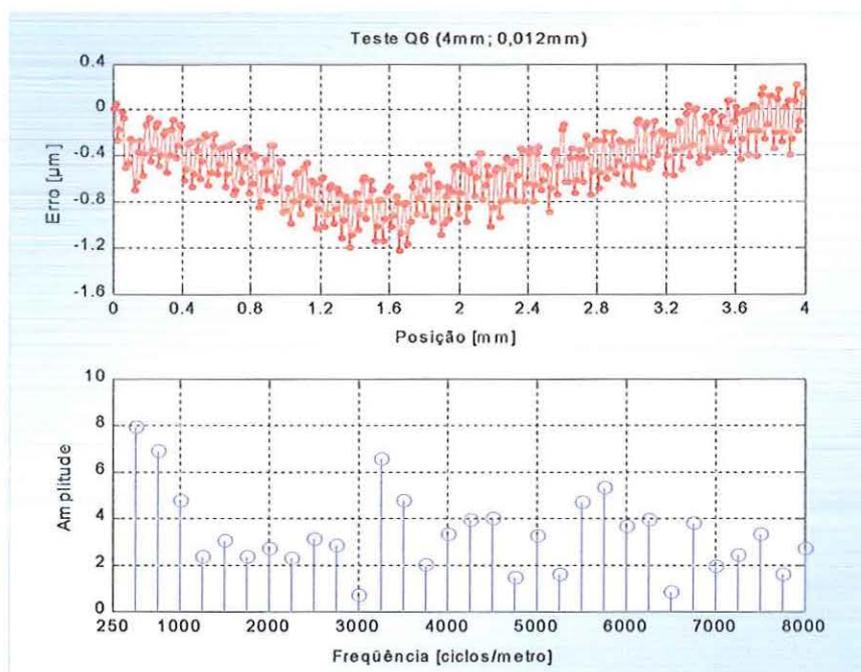


GRÁFICO 6.28 – Teste Q6

O gráfico Freqüência versus Amplitude, na Figura 6.28, mostra amplitudes maiores para as freqüências 500, 750, 3250, 5750 e 1000 ciclos/m. Observa-se também, indicação de períodos nas faixas de 0,2222mm a 0,2871mm e 0,148mm a 0,1818mm.

Na Figura 6.29 também está apresentada a tendência sistemática observada neste teste.

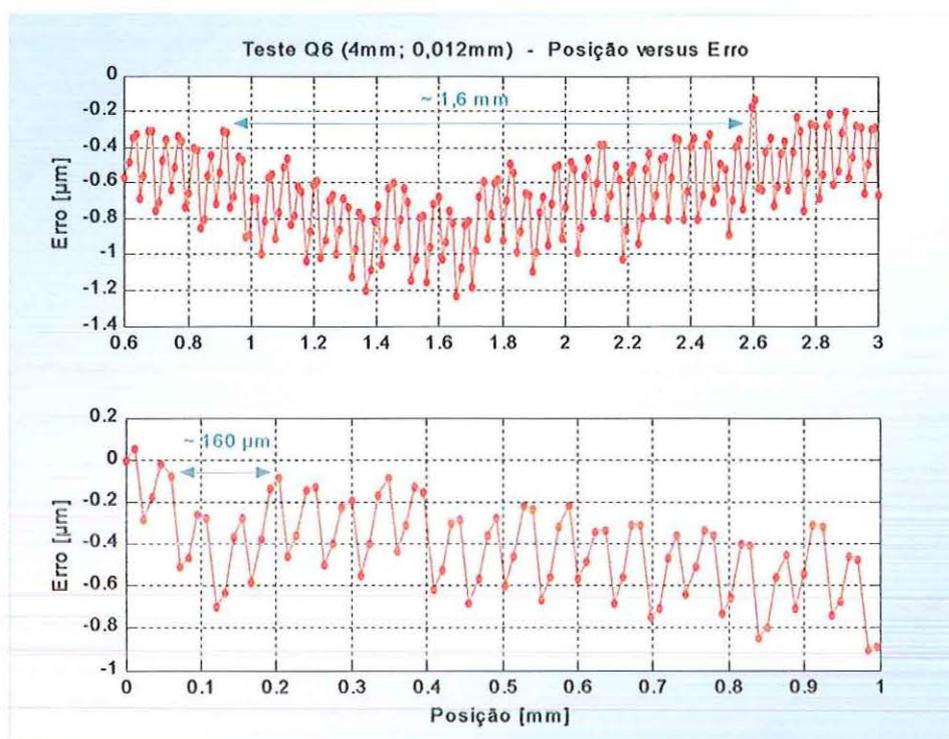


FIGURA 6.29 - Detalhes do gráfico Posição versus Erro referente ao teste Q6

As amplitudes das freqüências dos seis testes já descritos também foram comparadas e estão detalhadas na Tabela A3.2, apresentada no Apêndice 3. Esta tabela também comprovou a tendência crescente nas amplitudes das freqüências 250 ciclos/m e 6000 ciclos/m, ou seja, períodos de 4mm e 0,166mm. Esta comprovação está sintetizada na Tabela 6.7.

TABELA 6.7 - Amplitudes das freqüências 250 e 6000 ciclos/m, dos testes de 4mm

Freqüência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitudes das freqüências observadas nos testes					
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
250	4	13,0822	15,5879	25,7226	28,4001	38,0353	55,4332
6000	0,1667	0,2310	0,5190	1,7495	1,7978	1,8427	3,638

### 6.2.2 ERROS CÍCLICOS DE ALTA FREQUÊNCIA

No item 6.1, foi verificada a existência de erros de fabricação significativos nas linhas da escala. Os valores das distâncias entre as linhas variaram em torno de  $16\mu\text{m}$ . Como não se tem  $16\mu\text{m}$  exatos, a subdivisão eletrônica por 8 também não implica exatamente em  $2\mu\text{m}$  e por isso, apresenta erros. Por sua vez, os testes de baixa frequência sugeriram investigação em torno do período de aproximadamente  $160\mu\text{m}$ , ou seja, 10 vezes  $16\mu\text{m}$ . Além disso, neste caso, observou-se também que existe algum período, aparentemente cíclico, dentro de  $4\text{mm}$ .

Porém, a aquisição de dados para a determinação dos períodos presentes na forma de onda de  $4\text{mm}$  é bastante complexa, como já comentado.

Por se tratar de medição manual, por meio de tambor e controle remoto tipo “joy-stick”, o passo incremental submicrométrico é, em muitos casos, impraticável. A aquisição de uma quantidade de pontos adequada para análise fica limitada a sensibilidade do sistema de medição e a habilidade do operador. É imprescindível que o passo incremental seja girado na medida exata, pois caso contrário, a medição precisa ser refeita. Durante este trabalho, por exemplo, muitas medições foram iniciadas mas não concluídas. Deste modo, o levantamento dos erros cíclicos de alta frequência requer um tempo maior.

O passo incremental mínimo executado foi  $0,5\mu\text{m}$  e a quantidade máxima de pontos obtidos foi 40.

Na Figura 6.30 está apresentado o gráfico Laser versus Erro referente ao conjunto de dados obtido no teste de alta frequência.

Neste gráfico, observam-se períodos de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ , com amplitudes entre  $1,5\mu\text{m}$  e  $2\mu\text{m}$ . Nota-se também a tendência de períodos de  $16\mu\text{m}$  com amplitudes de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ . Há fortes indícios de que o período de  $16\mu\text{m}$  seja cíclico, pois coincide com a distância entre linhas.

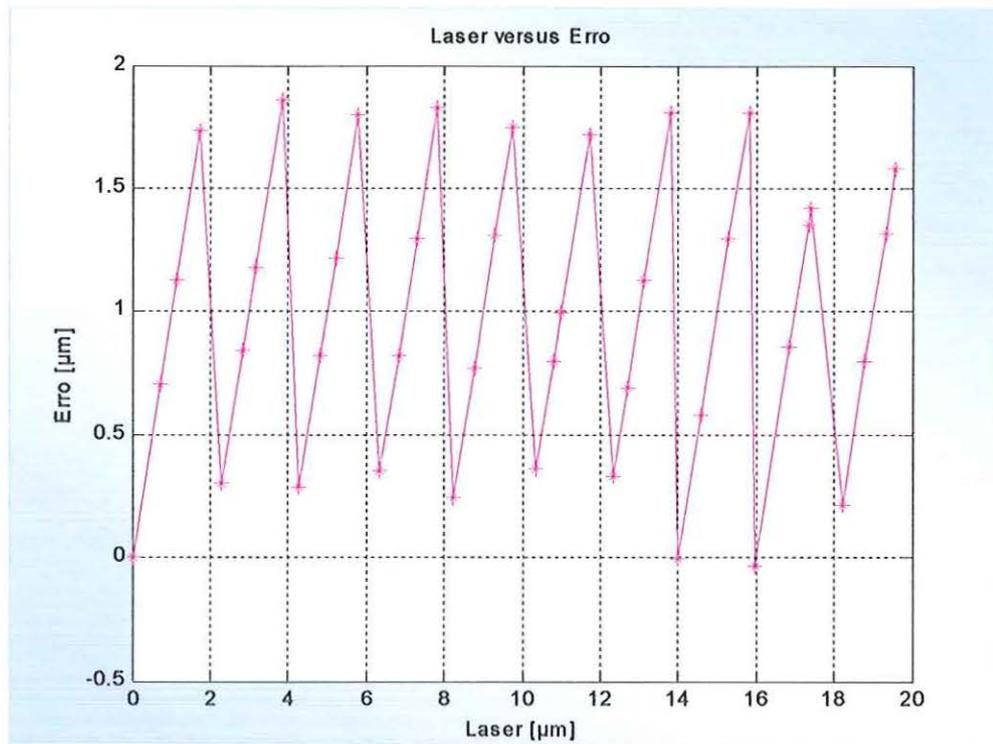


FIGURA 6.30 – Gráfico Laser versus Erro referente ao teste de Alta Frequência

Por meio do gráfico Laser versus Erro foi observado que aparentemente as frequências  $f_0 = 1/16$  e  $f_1 = 1/2$  estão presentes no sinal medido. Logo, as frequências escolhidas para compor a série de Fourier foram  $f_0 = 1/16$  e  $f_1 = 1/2$ .

Com estas frequências e os valores do Laser foram calculados os coeficientes de Fourier da série. Obteve-se os seguintes valores:  $A_0 = 0,9598$  ,  $A_1 = -0,1226$  ,  $A_2 = -0,0449$  ,  $B_1 = 0,0317$  ,  $B_2 = -0,6524$  .

Assim, a função de aproximação pôde ser escrita pela equação

$$g(x) = A_0 + A_1 \cos(2\pi fx) + B_1 \text{sen}(2\pi fx) + A_2 \cos(2\pi 8 fx) + B_2 (2\pi 8 fx) \quad (6.1)$$

ou seja,

$$g(x) = 0,9598 - 0,1226 \cos(\pi x / 8) + 0,0317 \text{sen}(\pi x / 8) - 0,0449 \cos(\pi / x) - 0,6524 \text{sen}(\pi / x) \quad (6.2)$$

Na equação 6.1,  $f = 1/16$  representa o harmônico fundamental e  $8f$  o oitavo harmônico.

Esta aproximação de Fourier está apresentada na Figura 6.31.

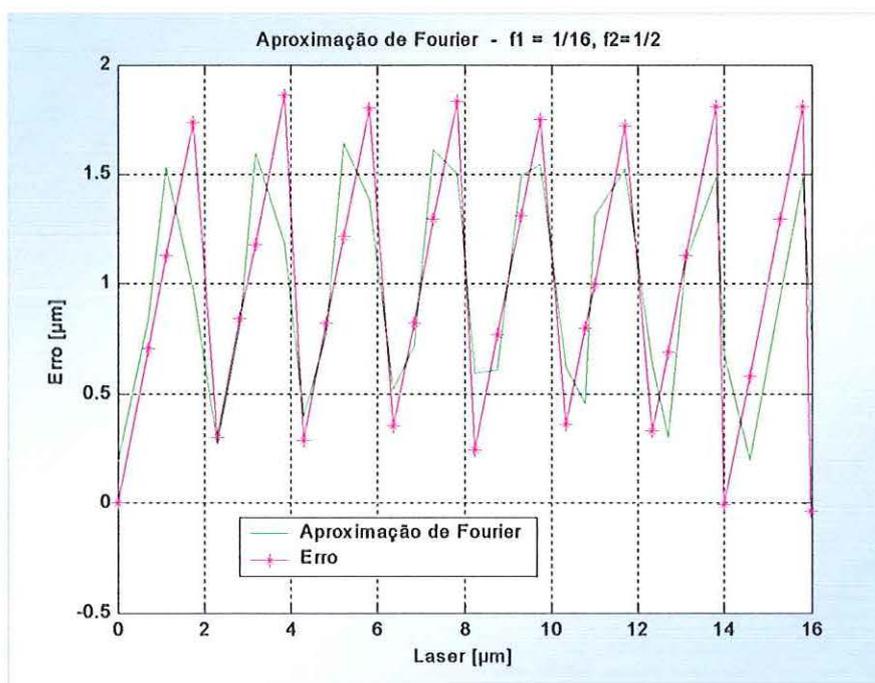


FIGURA 6.31 – Aproximação de Fourier referente ao Teste de Alta Freqüência

Observa-se na Figura 6.32, que os resíduos desta aproximação de Fourier apresentam-se distribuídos aleatoriamente em torno do eixo da abscissa, com ordenada oscilando entre  $-0,85\mu\text{m}$  e  $0,8\mu\text{m}$ .

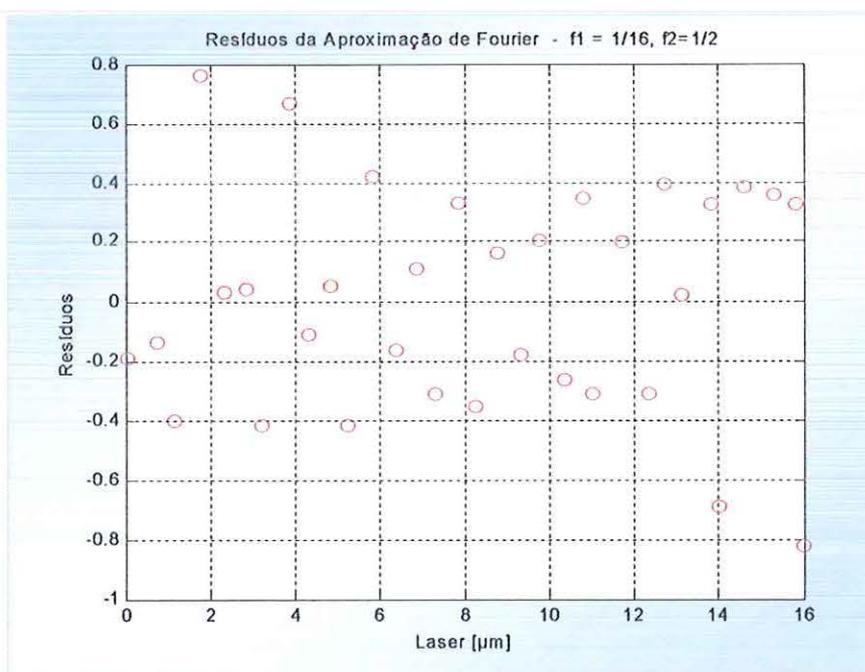


FIGURA 6.32 – Gráfico de resíduos da Aproximação de Fourier

A Figura 6.33 apresenta o gráfico Máquina versus Laser. Nota-se que o Laser coletou quatro medidas dentro dos intervalos de  $2\mu\text{m}$ .

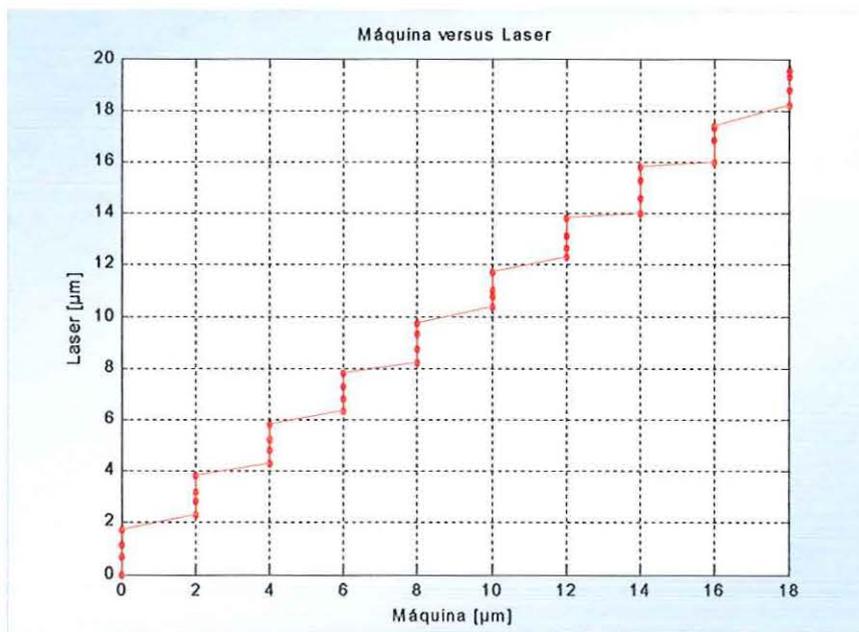


FIGURA 6.33 – Gráfico Máquina versus Laser

Deste modo, a média e o desvio padrão dos quatro valores a cada  $2\mu\text{m}$ , foram calculados. A curva de calibração obtida, Figura 6.34, apresenta tendência linear de crescimento e desvio padrão de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ .

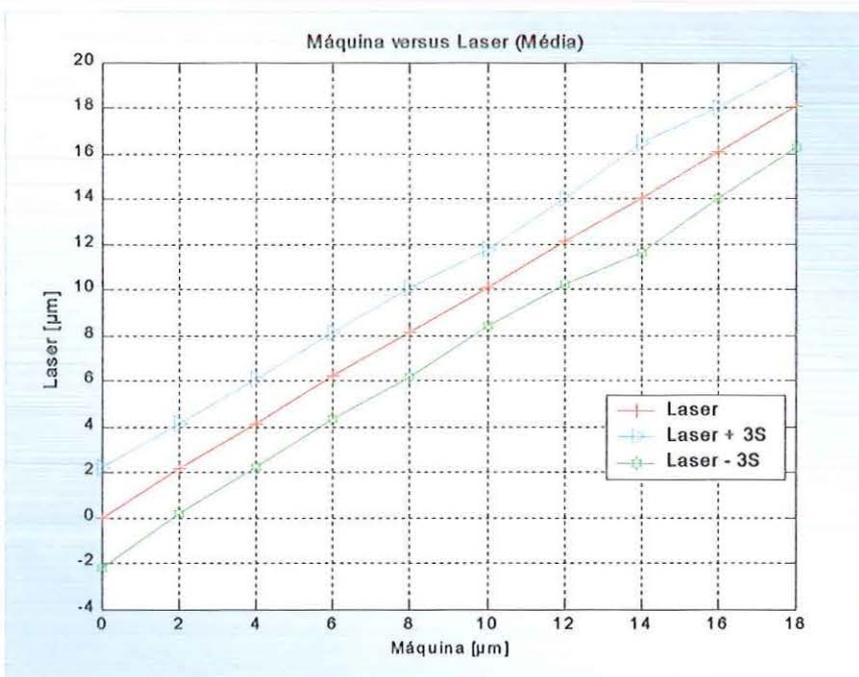


FIGURA 6.34 – Curva de calibração do teste de Alta Frequência

O gráfico Máquina versus Erro está apresentado na Figura 6.35.

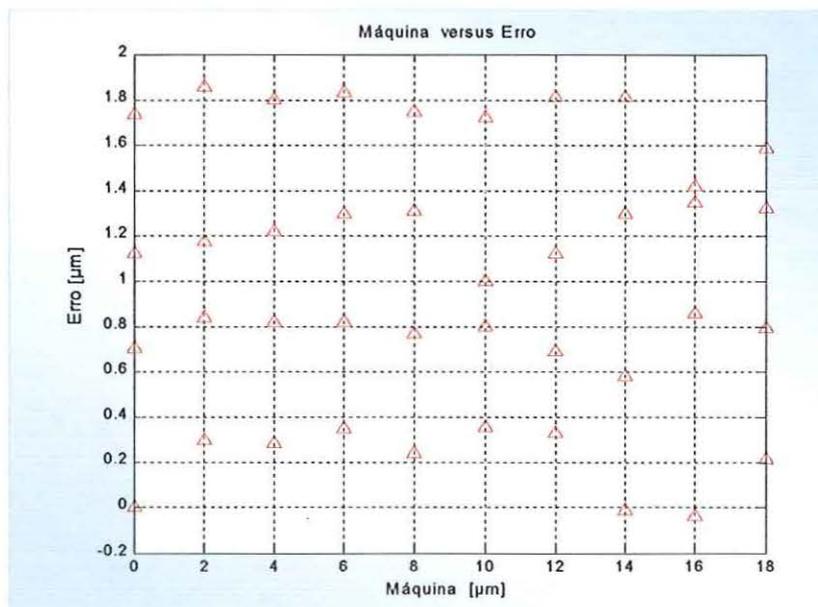


FIGURA 6.35 – Gráfico Máquina versus Erro

Este gráfico sugere investigação em relação ao período de  $2\mu\text{m}$ .

Para diagnosticar o que realmente acontece com o erro, calculou-se a média e o desvio padrão dos quatro valores do erro em cada ponto. De acordo com a curva de erro obtida, Figura 6.36, o erro devido a parte eletrônica é praticamente zero em média, mas o desvio padrão é de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ . Este desvio padrão grande é devido ao erro cíclico de alta frequência. Nota-se também a presença do período  $16\mu\text{m}$ .

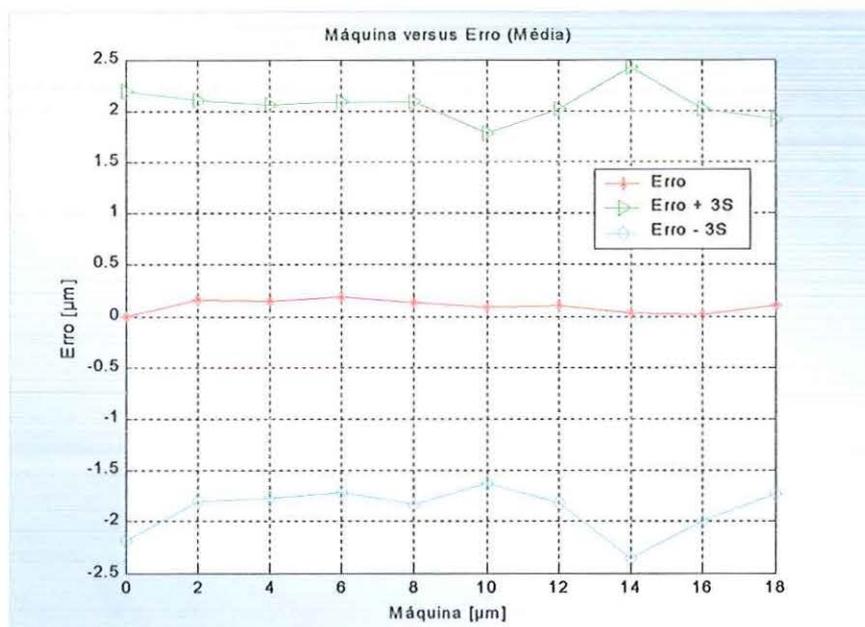


FIGURA 6.36 – Curva de erro do teste de Alta Frequência

O nível de confiança, neste caso, é de 99,7%. Assim, a probabilidade de um valor do erro estar contido no intervalo (Erro Médio - 3S, Erro Médio + 3S) é de 99,7%.

Por outro lado, o período de  $2\mu\text{m}$  não aparece nesta curva de erro e assim, aparentemente, não se trata de período cíclico. Uma verificação mais adequada deste período necessita de passos incrementais menores do que  $0,5\mu\text{m}$  pois a aquisição atual de quatro pontos é insuficiente.

Por enquanto a freqüência presente na forma de onda é  $f=1/16$  ciclos/ $\mu\text{m}$ . Desta forma, a aproximação de Fourier para o erro médio, Figura 6.37, foi feita apenas com esta freqüência. Obteve-se os coeficientes de Fourier  $A_0 = 0,0905$ ,  $A_1 = -0,0728$  e  $B_1 = 0,0243$ , e assim a função de aproximação pôde ser escrita como

$$g(x) = 0,0905 - 0,0728 \cos \frac{\pi}{8} x + 0,0243 \sin \frac{\pi}{8} x \quad (6.3)$$

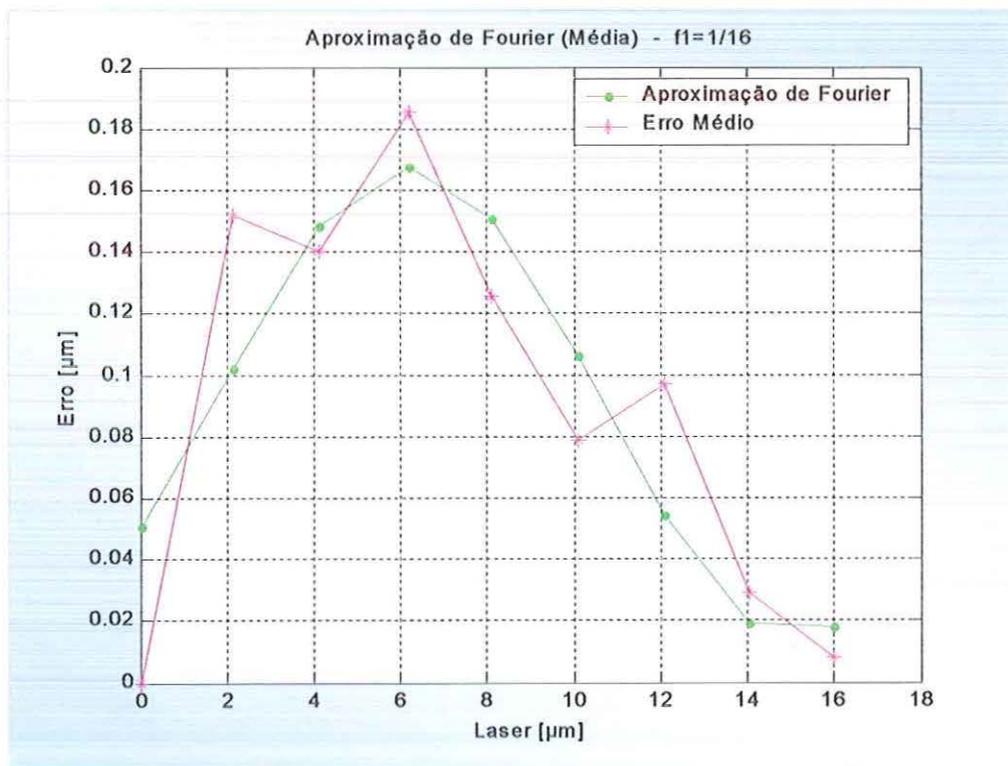


FIGURA 6.37 – Aproximação de Fourier para o erro médio

Os resíduos dessa Aproximação de Fourier, Figura 6.38, encontram-se distribuídos aleatoriamente em torno do eixo das abscissas e variam as ordenadas na faixa entre  $-0,05\mu\text{m}$  e  $0,05\mu\text{m}$ .

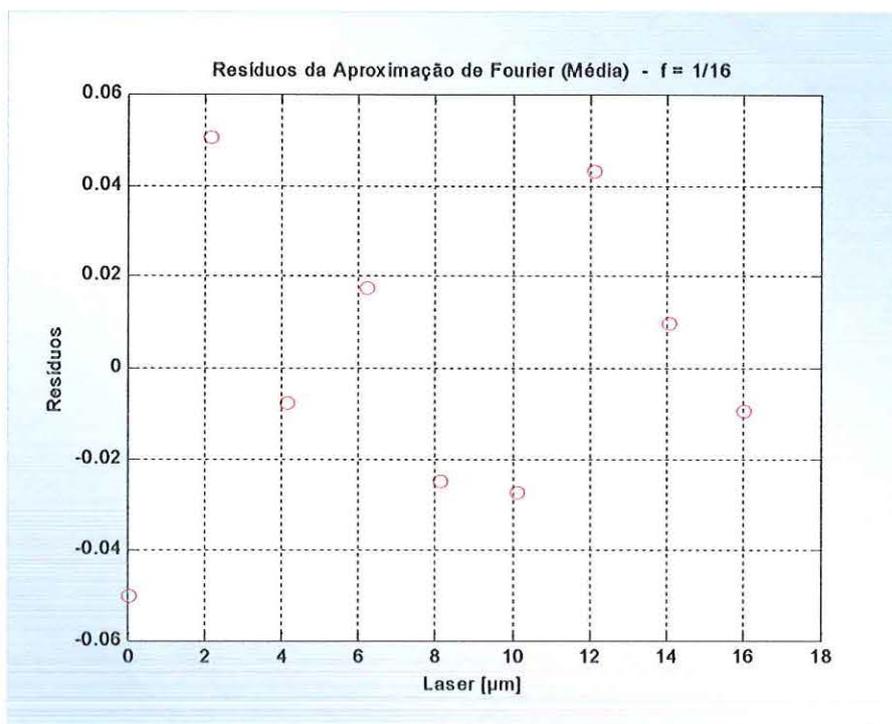


FIGURA 6.38 – Gráfico de resíduos da aproximação de Fourier para o erro médio

De modo geral, pode-se afirmar que a Análise de Fourier é simples, rápida e eficiente na verificação dos erros cíclicos de baixa frequência e alta frequência, e assim, recomenda-se o seu uso.

No próximo capítulo estão sintetizadas as principais conclusões obtidas neste trabalho.

# CAPÍTULO 7

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho apresentou o desenvolvimento e a aplicação de uma metodologia para o estudo dos erros cíclicos em uma Máquina de Medir a Três Coordenadas.

Para que o objetivo proposto fosse alcançado, os erros cíclicos de baixa freqüência e os erros cíclicos de alta freqüência foram coletados e analisados separadamente.

Os erros cíclicos de baixa freqüência foram obtidos de modo “on-the-fly” e analisados graficamente nos domínios do espaço e da freqüência. Para o cálculo da amplitude freqüencial foi utilizado o algoritmo FFT. A verificação dos períodos cíclicos baseou-se na observação das freqüências com maior amplitude no gráfico espectral, na presença dos respectivos períodos dessas freqüências no gráfico Posição versus Erro e na definição de erro cíclico.

Os erros cíclicos de alta freqüência foram levantados pelo método passo-a-passo. Para a análise, o domínio utilizado na construção dos gráficos foi o conjunto das posições em que o laser coletou os dados. Deste modo, essas posições não se apresentaram igualmente espaçadas e, por isso, foi feita uma aproximação por série de Fourier, pelo Método dos Mínimos Quadrados. A determinação do período cíclico baseou-se nas

componentes freqüenciais presentes no fenômeno medido e na definição de erro cíclico.

A medição da distância entre as linhas da escala por método convencional também foi feita, com a finalidade de verificar possíveis modificações físicas das linhas tais como compensação periódica dos erros pelo fabricante durante os processos de fabricação e presença do erro de subdivisão eletrônica.

Após a avaliação e discussão dos resultados as seguintes conclusões podem ser feitas:

- A literatura sobre o assunto, apresentada no capítulo 2, enfatizou a necessidade de uma avaliação mais detalhada dos erros cíclicos nas MM3Cs para que estratégias de minimização de erros possam ser elaboradas.
- O sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de baixa freqüência permite que as medições sejam feitas de modo simples. Necessita de pouco tempo de medição e assim reduz o custo desta atividade. O passo incremental mínimo obtido neste sistema foi 0,012mm.
- O sistema utilizado para o levantamento dos erros cíclicos de alta freqüência permite que as medições sejam feitas com algumas restrições e em tempo maior. A aquisição de uma quantidade de pontos adequada para análise limita-se a sensibilidade do sistema de medição e a habilidade do operador. Deste modo, muitas vezes o passo incremental submicrométrico torna-se impraticável. Neste trabalho, o passo incremental mínimo executado foi 0,5 $\mu$ m e a quantidade máxima de pontos 40.
- A distância entre as linhas da escala varia em torno de 16 $\mu$ m. Assim, a compensação do erro cíclico decorrente do processo de

fabricação das linhas da escala ocorre realmente, mas não isenta a máquina de grandes erros dentro do período.

- No momento da compensação dos erros de fabricação as linhas escuras tornam-se mais grossas e as claras mais finas.
  - A aquisição correta dos períodos cíclicos exige o uso de passos incrementais adequados, que possibilitam a visualização com clareza da forma de onda. Recomenda-se no mínimo oito pontos por período.
  - A presença de componente progressiva grande, na forma de onda, influencia, de modo diferente, o tamanho de cada amplitude freqüencial no gráfico espectral.
  - Quanto maior a componente progressiva, maior é a sua influência na análise da componente cíclica.
- 
- A medição no eixo Y da MM3C, utilizando passos incrementais de 0,064mm, 0,048mm, 0,032mm, 0,024mm, 0,016mm e 0,012mm, possibilitou a comprovação do período cíclico de 4mm com amplitude de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ .
  - A confirmação de que outras freqüências obtidas sejam realmente períodos cíclicos é possível somente com testes específicos direcionados aos seus levantamentos.
  - O teste de alta freqüência, referente ao passo incremental  $0,5\mu\text{m}$ , confirmou a existência do período cíclico de  $16\mu\text{m}$  com amplitude de aproximadamente  $2\mu\text{m}$ .
  - A análise por meio do gráfico espectral, gerado pelo algoritmo FFT, é bastante simples e rápida.

- A aproximação de Fourier apresenta uma expressão simples e com poucos termos. Neste caso, a dificuldade reside apenas na determinação de quais frequências estão presentes na forma de onda.
- A Análise de Fourier é simples, rápida e eficiente na verificação dos erros cíclicos de baixa frequência e alta frequência.

A partir destas observações e conclusões, algumas propostas de trabalhos futuros podem ser feitas e estão delineadas a seguir:

- Verificação dos erros cíclicos nos eixos X e Z da MM3C.
- Estudo da influência da velocidade, vibração e temperatura durante a medição dos erros cíclicos.
- Aplicação da metodologia a outros tipos de máquinas de medir.
- Desenvolvimento de um sistema de compensação de erros para a MM3C que minimize o efeito dos erros cíclicos nas medições.
- Construção de dispositivos para aumentar a precisão da montagem e reduzir o tempo de experimentação e medição dos erros cíclicos de alta frequência.
- Estudo mais detalhado da parte eletrônica do sistema de medição e sua relação com o erro cíclico presente nas escalas da MM3C.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (1997). *ASME B89.4.1/97: Methods for performance evaluation of Coordinate Measuring Machines*. New York. p.2-31.

BARAKAT, N.A.; ELBESTAWI, A.D.; SPENCE, A.D. (2000). Kinematic and geometric error compensation of a coordinate measuring machine. *International Journal of Machine Tools & Manufacturing*. v. 40, p.833-850.

BOSCH, J. A. (1995). *Coordinate Measuring Machines and Systems*. New York: Marcel Dekker. Cap.1, p.1-38.

BOX, G.E.P.; HUNTER, W.G.; HUNTER, J.S. (1978). *Statistics for experimenters: an introducing to design, data analysis, and model building*. New York: John Wiley & Sons. P.21-53.

BROWN & SHARPE (1988). *Manual do Usuário : sistema de medição por coordenadas*. Panambra. P.3-10.

BRYAN, J.B. (1979). The Abbè principle revisited and updated interpretation. *Precision Engineering*. v.1, n.1, p.129-132.

BRYAN, J.B. (1990). International Status of Thermal Error Research. *Annals of the CIRP*, v.39, n2, 645-656.

BUCKLAND, W.R. (1958). Statistical methods applied to engine testing. *IMECHE*, v.172, n.7, p.266-276.

BURDEKIN, M.; VOUTSADOPOULOS, C. (1982). Computer aided volumetric calibration of coordinate measuring machines. *NELEX82*, Department of Mechanical Engineering, UMIST, p.1-11, Sept.

BURDEKIN, M. S.; DI GIACOMO, B.; XIJING, Z. (1984). Calibration software and application to coordinate measuring machines. *Department of Mechanical Engineering, UMIST, Manchester*, 01-07.

BUTTERWORTH, A. (1984). *Computer aided accuracy assessment*. 150p. Master Degree - The Victoria University of Manchester, Manchester. 1984.

BUTTERWORTH, A.; BURDEKIN, M. (1987). A computer aided system for kinematic error calibration on lathes and thread grinding machines. *Department of Mechanical Engineering, UMIST, Manchester*, p.1-5.

CASILLAS, A. L. (1967). *Tecnologia da Medição*. 2ed. Editora Mestre Jou, p.44.

CARDOZA, J.A.S. (1995). *Máquinas Virtuais de Medir a Três Coordenadas*. 209p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1995.

CHURCHILL, R.V. (1963). Orthogonal sets of functions. In: \_\_\_\_\_. *Fourier Series and Boundary Value Problems*. New York: McGraw-Hill. 2.ed. p.49-74.

COOLEY, J.W.; LEWIS, W.; WELCH, P.D. (1967). Historical notes on the Fast Fourier Transform. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, v.AU-15, n.2, p.76-79, June.

COOLEY, J.W.; TUKEY, J.W. (1965). An algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation*, v.19, p.297-301, April.

DALLY, J.W.; RILEY, W.F. (1991). Moiré Methods. In: \_\_\_\_\_. *Experimental stress analysis*. 3. ed. McGraw-Hill. Cap.11, p.389-397.

DE FOREST, W.S. (1975). *Photoresist: materials and processes*. New York: Mc Graw Hill. p.1-17.

DI GIACOMO, B. (1986). *Computer aided calibration and hybrid compensation of geometric errors in coordinate measuring machines*. 418p. Tese (Doutorado) - The Victoria University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester. 1986.

DI GIACOMO, B.; VALDÉS ARENCIBIA, R.; VIEIRA SATO, D.P. (2001). Procedimentos de calibração de Máquinas de Medir e Máquinas Ferramentas. *Proceedings of COBEM 2001 - Manufacturing Process*, v.14, p.192-201.

DILL, F.H. (1975). OPTICAL lithography. *IEEE Transactions on Electron Devices*, v.22, n.7, p.440-444, July.

DIXON, W.J.; MASSEY, F.J. (1969). *Introduction to statistical analysis*. Tokyo: McGraw Hill Kogakusha. 3.ed. p.37-50.

DOEBELIN, E.O. (1990). *Measurements systems: application and design*. 4.ed. New York: McGraw-Hill (Mechanical Engineering Series).

DONMEZ, M. A.; LIU, C. R.; BARASH, M. M. (1988) A generalized mathematical model for machine tool errors. *Modeling, Sensing, and Control as Manufacturing Processes – 1986 ASME Winter Annual Meeting*, PED v.23/DSC.

ESTLER, W.T. (1985). Calibration and use of optical straightedges in the metrology of precision machines. *Optical Engineering*, v. 24, n 3, p.372-379, May/Jun.

FERREIRA, A. B. H. (1986). *Novo dicionário da Língua portuguesa*. 2.ed. Rio de Janeiro: Editora Nova fronteira. p.1149.

FIGLIOLA, R.S.; BEASLEY, D.E. (1995). *Theory and Design for mechanical measurements*. 2.ed. John Wiley & Sons.

GOLDSTINE, H.H. (1977). *A history of Numerical Analysis from the 16<sup>th</sup> through the 19<sup>th</sup> century*. New York: Springer Verlag. p.209-224.

GUYE, J.J. (1978). Metrological inspection of machining centers, jig boring machines and measuring machines through a statistical approach. *Société Genevoise d'Instruments de Physique*, Geneva, p.141-5.

HEIDEMAN, M.T.; JOHNSON, D.H.; BURRUS, R.S. (1984). Gauss and the history of the Fast Fourier Transform. *IEEE ASSP Magazine*, p.14-21, Oct.

HEIDENHAIN (2002). High tech sensors bring new precision to machining. Disponível em: <<http://www.heidenhain.com/phaise2/linms.html>>. Acesso em 16 out. 2002.

HEMINGRAY, C.P.; COWLEY, A.; BURDEKIN, M. (1971). Positioning accuracy of numerically controlled machine tools. *Proceedings of the International Machine Tool Design and Research Conference*. p.319-324

HEWLETT PACKARD (1988). *Laser Measurement System model 5528A: user's guide*. Santa Clara, California: Hewlett Packard Company.

HEWLETT PACKARD (1993). *HP 5529A Dynamic Calibrator getting started guide*. Santa Clara, California: Hewlett Packard Company. 1.ed.

HOCKEN, R. J. (1977). Three dimensional metrology. *Annals of the CIRP*. v.36, p. 403-408.

HOCKEN, R. J. (1980). Technology of machine tools. *Machine Tool Accuracy*, Lawrence Livermore Laboratory, report n.UCRL - 52960-5, p.1-85.

HOLMAN, J.P. (1984). Analysis of experimental data. In: \_\_\_\_\_. *Experimental methods for engineers*. Tokyo: Mc Graw Hill. 1.ed. Cap.3, p.46-49.

HUMES, A.F.P.C. et al (1984). *Noções de Cálculo Numérico*. São Paulo: McGraw Hill do Brasil. p. 93-127.

IOSHIMOTO, I. (1979). Pitch error presentation and positional tolerancing. *Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering*, v.13, n.1, p.41-42, Mar.

ITEC (1984). *Information Technology Electronics Computers: 31 weekly parts the home study course in electronics and computers*. London: G.E.J. Publishing. v.4, p.1144-1177.

JOAQUIM, M.; SARTORI, J.C. (1990). *Representação de sinais e sistemas*. EESC, São Carlos. (Apostila).

KNAPP, W., TSCHUDI, U.; BUCHER, A. (1991). Comparison of different artefacts for interim coordinate-measuring machine checking: a report from the Swiss standards committee. *Journal of the American Society for Precision Engineering*, v.13, n.4, p.278-91, Oct.

KOENIGSBERGER, F. (1964). *Design principles of metal-cutting machine tools*. New York: The Macmillan Company. p.195-200.

KUNZMANN et al (1993). "Scales vs. Laser Interferometers Performance and Comparison of Two Measuring Systems", *Annals of the CIRP*, v.44, n.2, p. 753-767.

KUNZMANN, H.; WÄLDELE, F. (1988). Performance of CMMs. *Annals of the CIRP*. v.39, n.2, p.633-640.

KUNZMANN, R.; NI, J.; WÄLDELE, F. (1995). Accuracy enhancement. In: BOSCH, J. A. *Coordinate Measuring Machines and Systems*. New York: Marcel Dekker. Cap.10, p.279-300.

LIENHARD, J. H. (1997). Senefelder and lithography. *Engines of our ingenuity*, Houston, n.791. Disponível em  
<<http://www.uh.edu/engines/epi791.html>>. Acesso em: 19 mar. 2003.

LOVE, W.J.; SCARR, A.J. (1973). The determination of the volumetric accuracy of multi axis machines. *Proceedings of 14<sup>th</sup> MTDR Conference*, p. 307-315.

LUXMORE, A.R.; SHEPHERD, A.T. (1983). Applications of the Moiré effect. In: LUXMORE, A.R. *Optical transducers and techniques in engineering measurement*. 1.ed. London: Applied Science Publishers. Cap.3, p.61-108.

METALWORKING PRODUCTION (2003). Brown & Sharpe UK puts focus on DEA name. *Metalworking Production Magazine*, 21 July. Disponível em:  
<<http://www.e4production.net/item.asp?id=49333&type=news>>. Acesso em: 19 ago. 2003.

MICHLETTI, G.F. (1979). Comandi e controlli delle machine utensili. In: \_\_\_\_\_. *Le Macchine utensili*. 2.ed. Torino: UTET. Cap.4, p.138-178.

MICHELON, L.C. (1950). *Industrial inspection methods*. New York: Harper & Brothers Publishers. p.36-44.

MITUTOYO (2002). Ursunpmya Operations Mitutoyo Museum. Disponível em:  
<<http://www.mitutoyo.co.jp/eng/culture/history/2f/rinya.html>>. Acesso em 26 jun. 2002.

MOORE, W. R. (1970). *Foundations of mechanical accuracy*. Connecticut : The Moore Special Tool Company. 1.ed.p.325-337.

MORSE, S.; DURELLY, A.J.; SCIAMMARELLA, C.A. (1960). Geometry of Moiré fringes in strain analysis. *Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE*, v.86, n.EM4, p.105-126.

NEWLAND, D.E. (1993). Fourier analysis. In: \_\_\_\_\_. *An introduction to random vibrations, spectral & wavelet analysis*. New York: Longman Scientific & Technical. 3. ed. Cap.4, p.36-39.

NI, J. (1995). Environmental control. In: BOSCH, J. A. *Coordinate Measuring Machines and Systems*. New York: Marcel Dekker. Cap.9, p.265.

NI, J.; WÄLDELE, F. (1995). Coordinate measuring machines. In: BOSCH, J.A. (1995). *Coordinate Measuring Machines and Systems*. New York: Marcel Dekker. Cap.2, p.39-74.

NI, J.; WU, S.M. (1983). An on-line measurement technique for machine volumetric error compensation. *Journal of Engineering for Industry*, v. 115, p. 85-92, Feb.

NORTON, H.N. (1989). Displacement transducers and motion sensors. In: \_\_\_\_\_. *Handbook of transducers*. New Jersey: Prentice Hall. Cap.5, p.86-123.

OPPENHEIM, A.V.; SHAFER, R.W. (1989). Computation of the discrete Fourier transform. In: \_\_\_\_\_. *Discrete-time signal processing*. New Jersey: Prentice Hall. 1.ed. Cap.9, p.581-643.

OTSUKA et al (1981). A study of threads grinding using an optical standard scale. *Bulletin of the JSME*, v.24, n.192, p.1086-1092.

PIRATELLI FILHO, A. (1997). *Método para avaliação do desempenho de Máquinas de Medir a Três Coordenadas através de Planejamento de Experimentos*. 225p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1997.

- POOLE, A.B. (1983). The calibration of coordinate measuring machines by statistical method. *Quality Assurance*, v.9, n.2, p. 47-50.
- RESHETOV, D.N., PORTMAN, V.T. (1988). Accuracy of Machine Tools. *The American Society Mechanical Engineering Press*. 2.ed.
- SCARBOROUGH, J.B.S. (1958). *Numerical Mathematical Analysis*. 4.ed. Baltimore: The Johns Hopkins Press. p.498-514.
- SCARR, A.J. (1967). Sources of Error. In: \_\_\_\_\_. *Metrology and Precision engineering*. London: McGraw-Hill. Cap.2, p.10-23.
- SCHELLEKENS, P. et al (1998). Design for precision: current status and trends. *Annals of the CIRP*, v. 47, n. 2, p.557-586.
- SCIAMMARELLA, C.A.; DURELLI, A.J. (1961). Moiré fringes as a means of analysing strains. *Journal of the Engineering Mechanics* : Proceedings of the ASCE, v.87, n.EM1, p.55-74.
- SLOCUM, A. (1992). Optical sensors systems. In: \_\_\_\_\_. *Precision machine design*. New Jersey: Prentice Hall. Cap.4, p.158-174.
- SPRINGBORN, R. K. (1967). Chemical material removal. In: \_\_\_\_\_. *Non-traditional machining processes*. Michigan: American Society of Tool and Manufacturing Engineers. 1.ed. Cap. 4, p.67-103.
- THE COLUMBIA ENCYCLOPEDIA (2001). Aloys Senefelder. *Columbia University Press*. Disponível em: <<http://www.battleby.com/65/se/Senefeld.html>>. Acesso em: 19 mar.2003.
- THEOCARIS, P.S. (1964). Moiré patterns of isopachics. *Journal of Scientific Instruments*, v.41, p.133-138.
- THOMAS, G.G. (1974). Diffraction grating and moiré fringes. In: \_\_\_\_\_. *Engineering Metrology*. 1. ed. London: Butterworths. Cap.4, p.163-205.
- TLUSTY, J.; KOENIGSBERGER, F. (1970). Specifications and tests of metal cutting machine tools. *Proceedings of the Conference Manchester*, Revell and George Limited. p.34-49.

TRAPET, E.; WÄLDELE, F. (1991). Asseguramiento de la calidad para máquinas de medir por coordenadas. PTB - Physikalisch Technische Bundesanstalt. *Seminario en el Centro Español de Metrologia*, 17 al 21 de junio.

VALDÉS ARENCIBIA, R. (1999). *Equacionamento das componentes do erro volumétrico em Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. 182p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1999.

VALDÉS ARENCIBIA, R. (2003). *Sintetização de erros termicamente induzidos em Máquinas de Medir a Três Coordenadas*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

VIEIRA SATO, D.P. (1998). *Uma contribuição ao modelo de sintetização de erros em máquinas ferramentas*. 198p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1998.

WECK, M. (1984). *Handbook of machine tools: metrological analysis and performance tests*. London, John Wiley & Sons, v.4. p.21-41.

WHITEHOUSE, D.J. (1994). *Handbook of Surface Metrology*. London, Institute of Physics Publishing. p. 481-486.

WONG, G.S.; KOENIGSBERGER, F. (1963). The effects of some alignment errors on accuracy of a diffraction grating measuring system. *Journal of Machine Tool Design Research*, v.3, p.139-158.

YAMAMOTO, A.; OTSUKA, J. (1970). A study on precision thread grinding with numerically controlled compensation. *Bulletin of the JSME*, v.13, n.57, p.447-453.

YOSHIMOTO, I. (1979). Pitch error presentation and positional tolerancing. *Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering*, v.13, n.1, p.41-42, Mar.

ZHANG, G. H.; FU, J. Y. (2000). A method for optical CMM calibration using a grid plate. *Annals of the CIRP*, v.49, p.399-402.

**BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

BOAS, L.M. (1983). *Mathematical methods in the physical sciences*. New York: John Wiley & Sons. p.297-329.

BOYCE, W.E.; DIPRIMA, R.C. (1979). Equações diferenciais parciais e séries de Fourier. In: \_\_\_\_\_. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois. 3.ed. Cap.10, p.419-444.

CHURCHILL, R. V. (1963). Fourier series. In: \_\_\_\_\_. *Fourier series and boundary value problems*. New York: McGraw Hill. 2.ed. Cap.4, p.77-83.

COLCLOUGH, A.R. (1987). Two theories of experimental error. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v.92, n.3, p.167-185.

FIGUEIREDO, D.G. (1977). Séries de Fourier. In: \_\_\_\_\_. *Análise de Fourier e equações diferenciais parciais*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada/CNPq. Cap.2, p.12-40.

HEIDENHAIN (2002). Linear Encoder. Disponível em:  
<<http://www.heidenhain.com/phaise2/linms.html>>. Acesso em 16 out. 2002.

HEIDENHAIN (2002). Machine tool inspection. Disponível em:  
<<http://www.heidenhain.com/phaise2/INSPECTN.HTM>>. Acesso em 16 out. 2002.

HOCKEN, R. et al (1977). Three Dimensional Metrology. *Annals of the CIRP*, v.36, n.2, p.403-408.

MONTGOMERY, D.C. (1991). *Design and analysis of experiments*. New York: John Wiley & Sons. 3.ed.

OPPENHEIM, A.V.; JOHNSON, D.H. (1972). Discrete representation of signals. *Proceedings of the IEEE*, v.60, n.6, p.681-691.

OPPENHEIM, A.V.; SHAFER, R.W. (1989). The Discrete Fourier Transform. In: \_\_\_\_\_. *Discrete-time signal processing*. New Jersey: Prentice Hall. 1.ed. Cap.8, p.514-561.

ROSSI, M. (1970). *Máquinas operatrizes modernas: comandos oleodinâmicos, métodos de usinagem, utensílios, tempos de produção*. Rio de Janeiro: Livro Ibero Americano. v.1.

SPIEGEL, M.R. (1976). Séries de Fourier e aplicações. In: \_\_\_\_\_. *Análise de Fourier*. São Paulo: McGraw Hill. Cap.2, p.28-34. (Coleção Shaum).

THEOCARIS, P.S. (1964). Isopachic patterns by the Moiré method. *Experimental Mechanics*, v.4, n.6, p.153-159.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola de engenharia de São Carlos. Serviço de biblioteca (2002). *Diretrizes para elaboração de dissertações e teses na EESC-USP*. 2.ed. São Carlos.

VERKHOTUROV, B.Ya.; TATIS, B.A. (1982). Separation of periodic errors using a difference method of harmonic analysis. *Soviet Engineering Research*, v.2, n.6, p.266-277.

ZHANG, G.X.(1989). A study on the Abbè Principle and Abbè Error. *Annals of the CIRP*, v. 38, n.1, p.525-528.

ZHANG, G.; WANG, C.H.; LI, Z. (1994). Improving the accuracy of angle measurement system with optical grating. *Annals of the CIRP*, v.43, n.1, p.457-460.

## APÊNDICE 1 – TABELA REFERENTE A MEDIÇÃO CONVENCIONAL

Os resultados obtidos na medição convencional entre linhas da escala móvel estão sintetizados na Tabela A1.1. Esta tabela contém os valores padrões esperados, os valores obtidos na medição convencional da escala móvel da MM3C e a diferença entre eles.

Tabela A1.1 – Medição convencional entre as linhas da escala móvel

Ordem	Valor Padrão Esperado	Valor obtido	Diferença	Ordem	Valor Padrão Esperado	Valor obtido	Diferença
1	0	0	0	34	5056	5061,2	5,2
2	160	160,4	0,4	35	5216	5221,7	5,7
3	320	320,6	0,6	36	5376	5381,9	5,9
4	480	481,2	1,2	37	5536	5542,2	6,2
5	640	641,5	1,5	38	5696	5702,6	6,6
6	800	801,7	1,7	39	5856	5862,9	6,9
7	960	961,7	1,7	40	6016	6023,3	7,3
8	1120	1121,9	1,9	41	6176	6183,3	7,3
9	1280	1282,4	2,4	42	6336	6343,8	7,8
10	1440	1442,4	2,4	43	6408	6412,3	4,3
11	1600	1602,8	2,8	44	6432	6434,5	2,5
12	1760	1762,9	2,9	45	6592	6595	3
13	1920	1923,6	3,6	46	6752	6755,5	3,5
14	2080	2083,6	3,6	47	6912	6915,8	3,8
15	2240	2244,1	4,1	48	7072	7076,5	4,5
16	2400	2404,1	4,1	49	7232	7236,5	4,5
17	2560	2564,4	4,4	50	7392	7396,9	4,9
18	2720	2724,9	4,9	51	7552	7557,4	5,4
19	2880	2885,1	5,1	52	7712	7717,7	5,7
20	3040	3045,5	5,5	53	7872	7878	6
21	3112	3114,4	2,4	54	8032	8038,1	6,1
22	3136	3137,2	1,2	55	8192	8198,3	6,3
23	3296	3298,5	2,5	56	8352	8358,8	6,8
24	3456	3458,6	2,6	57	8512	8519,2	7,2
25	3616	3618,5	2,5	58	8672	8679,6	7,6
26	3776	3778,7	2,7	59	8832	8840,2	8,2
27	3936	3939,2	3,2	60	8992	9000,1	8,1
28	4096	4099,5	3,5	61	9152	9160,2	8,2
29	4256	4259,8	3,8	62	9312	9320,2	8,2
30	4416	4420,2	4,2	63	9472	9480,3	8,3
31	4576	4580,6	4,6	64	9632	9640,7	8,7
32	4736	4740,9	4,9	65	9704	9709,3	5,3
33	4896	4901	5				

## APÊNDICE 2 – RESULTADOS

### COMPLEMENTARES DOS ERROS

### CÍCLICOS DE BAIXA FREQUÊNCIA

#### A 2.1 RESULTADOS DO TESTE EXPERIMENTAL DE BAIXA FREQUÊNCIA Tb6

No teste Tb6, que corresponde ao comprimento 12,276mm e passo incremental de 0,012mm, também foi comprovada a presença do período cíclico de 4mm com amplitude de aproximadamente 2  $\mu\text{m}$ . A Figura A2.1 apresenta o gráfico Posição versus Erro com componente progressiva bastante pequena, que quando retirada não alterou muito os resultados.

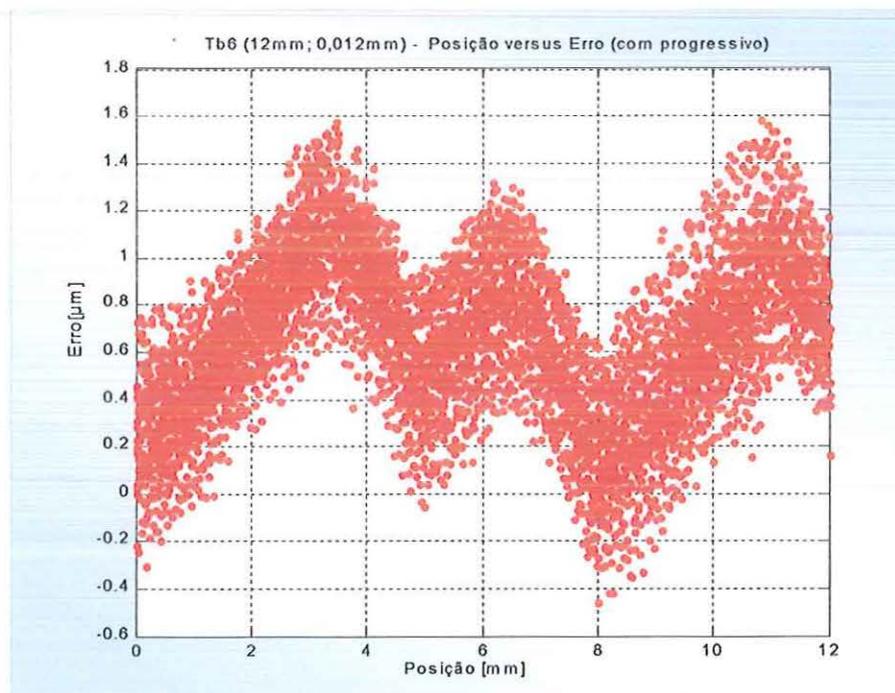


FIGURA A2.1 – Gráfico Posição versus Erro referente ao teste Tb6 com progressivo

O gráfico Frequência versus Amplitude referente ao teste Tb6 está apresentado na Figura A2.2.

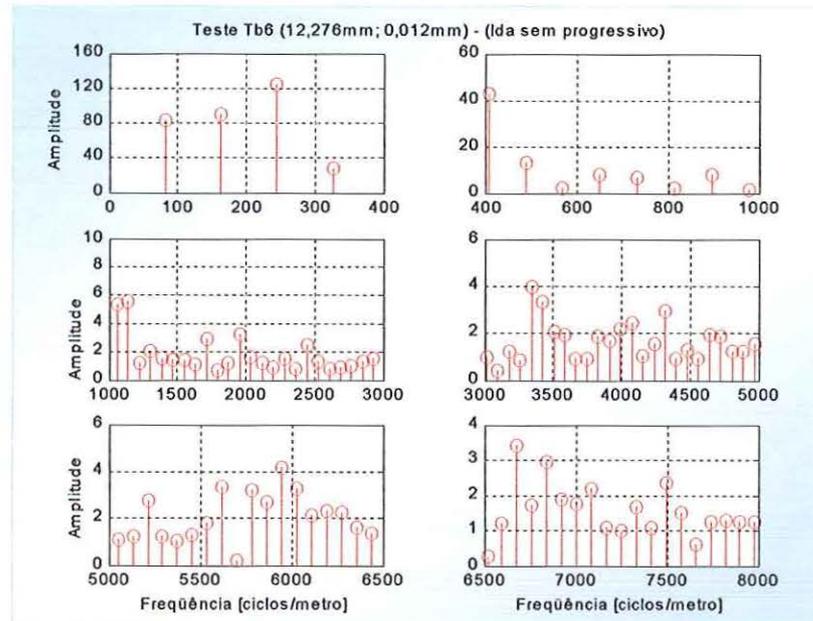


FIGURA A2.2 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao teste Tb6 sem progressivo

De acordo com a Tabela A2.1, a porcentagem de influência da componente progressiva sobre as frequências, apresentou variação bastante pequena. A redução variou entre 0,7% e 9,8%. O aumento ficou entre 1,9% e 9,2%.

TABELA A2.1– Frequências observadas na Figura A2.2

Faixa Frequencial ida Tb6 [ciclos/m]	FREQUÊNCIA [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial		FREQUÊNCIA [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitude Frequencial	
			Aumento [%]	Redução [%]			Aumento [%]	Redução [%]
0 a 400	244	4,0920	-	1,5	81	12,2760	9,2	-
	163	6,1380	-	3,6	326	3,0690	3,8	-
400 a 1000	407	2,4552	-	2,0	896	1,1160	-	7,2
	489	2,0460	-	4,6	652	1,5345	-	7,0
1000 a 3000	1140	0,8769	-	8,2	1711	0,5846	-	9,8
	1059	0,9443	-	8,6	2444	0,4092	-	7,1
	1955	0,5115	-	7,0				
3000 a 5000	3340	0,2994	-	4,1	4073	0,2455	-	4,0
	3421	0,2923	1,9	-	3992	0,2505	-	2,8
	4317	0,2316	2,4	-	3503	0,2855	7,4	-
5000 a 6500	5947	0,1682	-	1,2	5213	0,1918	-	3,6
	5621	0,1779	-	1,9	5865	0,1705	2,8	-
	6028	0,1659	-	2,6	6191	0,1615	-	1,2
	5784	0,1729	-	1,5	6272	0,1594	-	3,4
6500 a 8000	6680	0,1497	-	1,8	7494	0,1334	-	0,7
	6843	0,1461	-	2,6	7087	0,1411	3,2	-

Observa-se que a faixa de 5000 a 6500 ciclos/m também indicou períodos de 0,15mm a 0,19mm, como nos outros testes já descritos.

## A 2.2 Gráficos espectrais referentes ao trajeto de volta

A análise no domínio da frequência dos testes Tb2, Tb3 e Tb4, em relação ao trajeto de volta sem a componente progressiva, também confirmou que a frequência com maior amplitude é a de 250 ciclos/m. Em relação as demais frequências observadas nos gráficos espectrais destes testes, Figuras A2.3, A2.4 e A2.5, as discussões são análogas àquelas do trajeto de ida apresentadas no capítulo 6.

O gráfico Frequência versus Amplitude, correspondente ao trajeto de volta do teste Tb3 sem a componente progressiva, está apresentado na Figura A2.3.

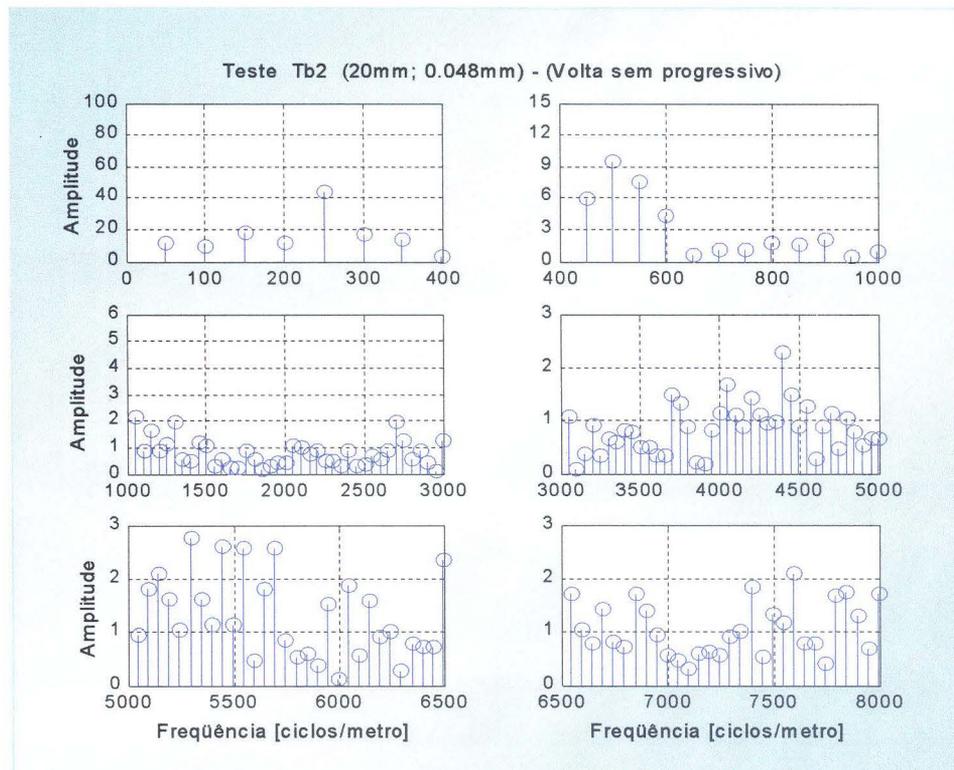


FIGURA A2.3 – Gráfico Frequência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb2 sem progressivo

Na Figura A2.4 está apresentado o gráfico espectral correspondente ao trajeto de volta Tb3 sem progressivo.

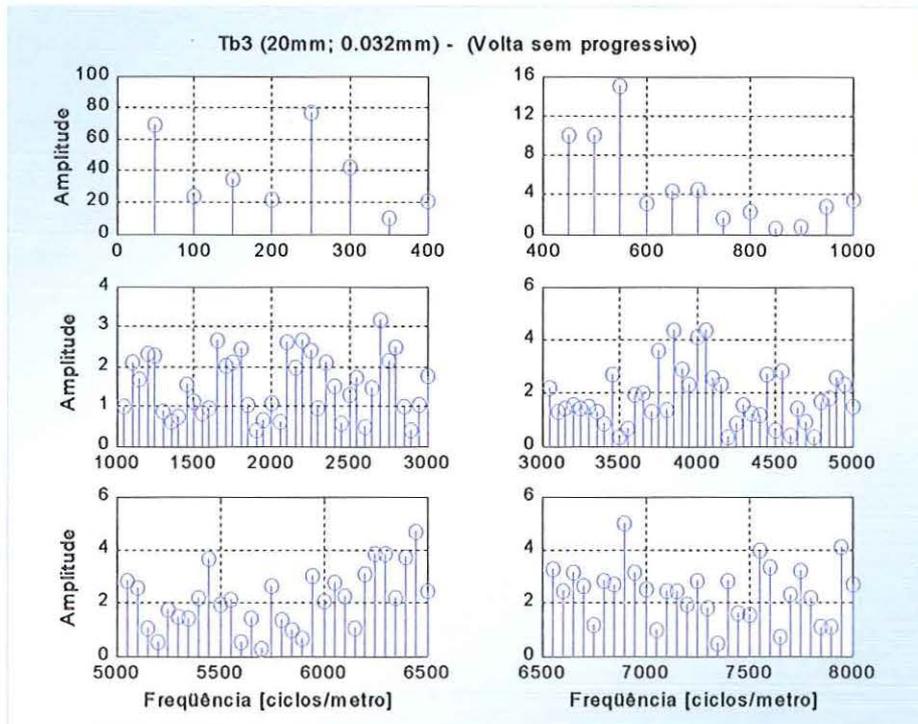


FIGURA A2.4– Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb3 sem progressivo

Na Figura A2.5 está apresentado o gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb5 sem a componente progressiva.

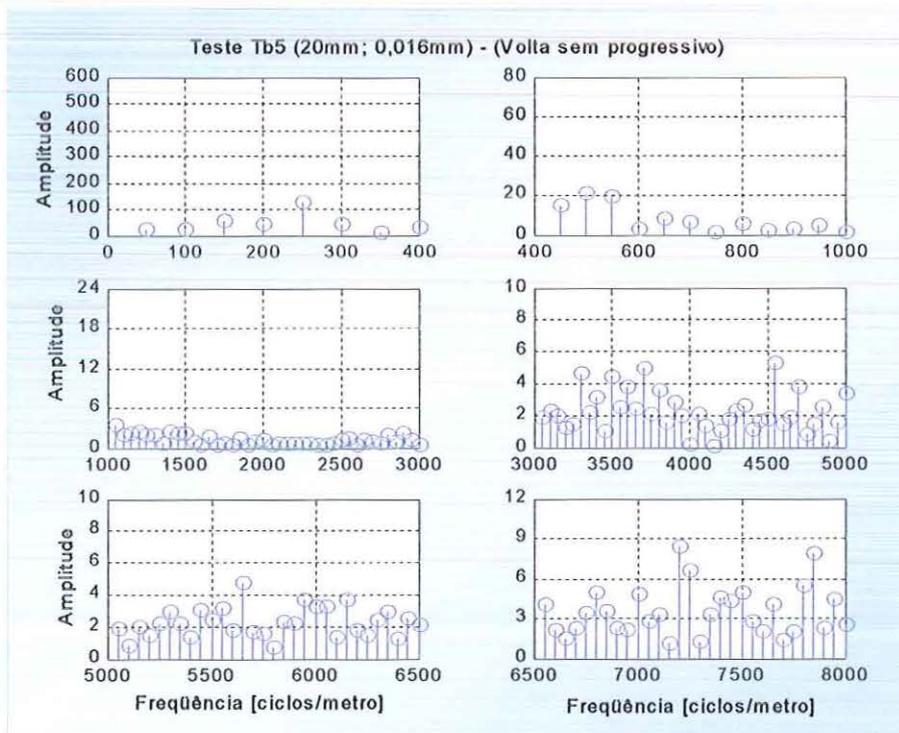


FIGURA A2.5 – Gráfico Freqüência versus Amplitude referente ao trajeto de volta Tb5 sem progressivo

## APÊNDICE 3 – TABELA DE AMPLITUDES FREQUÊNCIAS

A comparação entre as amplitudes das frequências dos testes Tb1, Tb2, Tb3, Tb4 e Tb5, citadas nas tabelas do capítulo 6, está apresentada a seguir.

TABELA A3.1 – Amplitudes das frequências observadas nos testes Tb1, Tb2, Tb3, Tb4 e Tb5

Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitudes das frequências observadas nos testes				
		Tb1	Tb2	Tb3	Tb4	Tb5
50	20	17,9519	10,1839	78,6028	7,2158	42,9755
100	10	29,8868	29,0306	40,5672	51,0163	76,571
150	6,6667	26,1553	13,3409	35,0148	44,9886	67,6401
200	5	11,2063	14,5248	30,2081	41,9	65,3459
250	4	44,4397	61,0065	88,5445	116,2728	184,9069
300	3,3333	15,6712	16,4366	50,0865	33,65	56,4855
350	2,8571	11,6165	12,2585	17,0846	16,4281	9,4954
400	2,5	8,5053	3,4146	19,7445	19,1729	37,4629
500	2,0000	5,3593	8,5785	3,8045	14,7754	29,1883
550	1,8182	6,4355	5,3531	9,6477	8,0111	7,3009
600	1,6667	3,1715	2,567	4,3305	3,3145	0,3823
650	1,5385	4,0704	1,061	3,0873	5,2738	9,0422
700	1,4286	4,628	0,9613	0,7179	4,7071	3,7395
750	1,3333	2,1576	2,2627	1,636	3,4729	1,2669
800	1,2500	3,1416	1,1014	0,8788	2,9049	5,5376
850	1,1765	0,9645	2,1321	1,9123	2,919	2,7968
900	1,1111	1,4521	2,0871	0,4717	4,7334	2,6958
950	1,0526	4,3774	0,693	2,5236	2,8695	7,1977
1050	0,9524	2,8537	1,178	1,1274	3,8819	5,1132
1150	0,8696	1,2136	0,7063	2,2243	1,0886	0,8008
1200	0,8333	1,4637	1,4911	2,2913	2,0888	3,6328
1250	0,8	1,2197	0,0954	2,2037	0,2062	1,1807
1350	0,7407	2,6827	1,2516	0,7407	3,451	0,4584
1400	0,7143	1,5217	1,1101	0,6968	2,1592	1,1037
1500	0,6667	2,5414	0,5915	1,8766	2,9686	0,8492
1550	0,6452	1,5869	1,6597	0,5319	1,0377	1,5937
1700	0,5882	0,7143	1,5047	0,8293	0,4064	1,6773

Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitudes das frequências observadas nos testes				
		Tb1	Tb2	Tb3	Tb4	Tb5
1750	0,5714	0,6509	0,4774	2,9153	1,7806	1,3114
2000	0,5	2,2951	1,0624	1,0343	1,1395	0,6346
2350	0,4255	2,3336	1,8624	1,4496	0,6797	0,6936
2500	0,4	3,3726	0,3218	1,1746	0,3757	1,5022
2700	0,3704	3,2918	1,4212	1,7253	0,7199	2,9775
3050	0,3279	0,2243	1,289	2,9266	1,4048	3,2795
3100	0,3226	2,0004	0,4757	1,2979	0,587	4,6051
3150	0,3175	3,046	1,5354	0,3175	2,3621	2,8286
3350	0,2985	0,9176	0,3067	1,653	2,8142	4,9655
3400	0,2941	1,0206	1,2013	0,8828	4,1806	0,8074
3450	0,2899	1,6606	0,1043	1,11	1,7524	3,5449
3650	0,2740	1,9437	1,5834	0,9363	3,3628	0,4936
3700	0,2703	2,8584	0,3119	0,487	1,609	2,6052
3750	0,2667	2,115	0,5161	1,5389	3,9259	2,5634
3800	0,2632	0,9486	1,994	1,1504	2,2005	0,3567
3850	0,2597	2,033	0,8448	1,5175	4,2246	2,7923
4000	0,2500	2,8703	1,9841	0,5563	3,0362	2,3254
4100	0,2439	0,7181	0,7777	1,4342	1,6057	4,6621
4250	0,2353	2,7581	0,3658	1,2254	1,4458	0,843
4550	0,2198	2,4923	0,4882	1,1089	3,1956	3,6217
4750	0,2105	2,0292	1,2776	0,8159	1,0155	2,2276
4900	0,2041	0,9218	0,7302	4,8555	1,595	1,0939
5200	0,1923	1,6082	1,3213	2,6587	0,649	6,9617
5250	0,1905	1,758	1,0505	6,1419	3,2584	4,658
5450	0,1835	0,8955	1,0086	5,0801	2,5173	2,6051
5500	0,1818	1,6082	0,8935	4,9847	4,0144	1,9499
5600	0,1786	2,4332	0,4772	1,0572	4,082	5,0181
5650	0,1770	0,1315	0,6876	5,7837	3,9701	1,5322
5700	0,1754	0,469	2,0266	3,928	2,4794	1,2842
5800	0,1724	1,1169	1,4947	3,2506	3,9231	0,8319
5850	0,1709	1,7704	1,3435	3,3867	2,9114	4,5764
6000	0,1667	2,3815	1,6412	2,9108	2,4706	5,1622
6050	0,1653	1,7755	2,0844	2,9063	3,6302	6,5662
6150	0,1626	3,7155	0,9921	1,5344	2,5639	3,4671
6250	0,1600	0,8997	1,6097	0,313	3,0306	5,0718
6300	0,1575	2,9977	1,1845	3,6875	0,8785	7,0206
6350	0,1563	0,8577	1,8522	1,1502	2,7343	3,2547
6400	0,1527	1,2309	1,2159	1,106	3,7158	4,2896
6550	0,1515	0,7033	2,2223	1,3905	3,0822	2,1904
6600	0,1504	1,7834	2,6566	5,1478	3,0852	1,5674
6650	0,1493	1,6537	0,7218	5,839	3,4604	0,8205
6700	0,1471	1,0835	0,9983	2,6666	5,1443	1,7336
6800	0,1449	1,5645	1,8097	1,5304	2,9239	3,6519
6900	0,1429	1,0322	3,0643	1,875	2,029	6,0033
7000	0,1408	1,9032	0,9455	2,0293	2,7317	3,9872
7100	0,1389	0,3441	0,7382	2,1718	6,774	1,7233
7200	0,1370	1,0192	0,608	6,137	9,361	1,3435
7300	0,1361	0,5489	0,7776	2,6886	2,3056	6,9086
7350	0,1351	0,6407	2,2099	8,1001	5,1844	4,1942
7400	0,1342	1,0736	1,987	1,3669	2,0322	8,1164
7450	0,1325	1,5268	0,9975	2,6168	2,5284	7,6366
7550	0,1299	0,0907	2,9743	5,8878	1,5603	3,6112
7700	0,1290	1,497	1,011	0,6572	5,9792	1,6543
7750	0,1282	1,3583	0,2387	3,6998	7,0071	4,5194
7800	0,1266		2,0248	2,331	2,8512	6,4176
7900	0,1258		2,1196	5,1969	4,4658	4,4727
7950	0,1250		0,3354	6,3285	3,128	8,0733
8000	0,1242		0,6782	1,5804	4,4068	8,3135

Na Tabela A3.2 está descrita a comparação entre as amplitudes das frequências dos testes Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 e Q6, citadas nas tabelas do capítulo 6.

TABELA A3.2 - Amplitudes das frequências observadas nos testes Q1, Q2, Q3, Q4, Q5 e Q6

Frequência [ciclos/m]	Período [mm]	Amplitudes das frequências observadas nos testes					
		Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
250	4	13,0822	15,5879	25,7226	28,4001	38,0353	55,4332
500	2	2,6927	4,0645	2,8764	6,9597	7,3825	7,8662
750	1,3333	1,2875	0,6196	1,3029	1,3532	6,0946	6,8415
1000	1	1,4521	0,9990	1,7707	2,4971	3,3277	4,75
1250	0,8	1,2629	1,1324	1,2765	1,5378	3,2629	2,3019
1500	0,6667	1,0582	0,5115	1,0273	0,8331	2,1651	2,9669
1750	0,5714	0,3126	0,5141	0,6406	0,9712	2,7458	2,2878
2000	0,5	0,1453	0,6138	1,0166	0,5435	1,6059	2,6625
2250	0,4444	0,3310	0,6774	0,4677	0,7924	1,5241	2,2346
2500	0,4	1,1891	0,4642	0,6958	0,7313	1,4622	3,0695
2750	0,3636	0,5652	0,3993	0,4860	0,6598	0,8929	2,7758
3000	0,3333	0,5065	0,5683	0,6182	0,5615	0,8711	0,647
3250	0,3077	0,5924	0,2597	0,4865	0,8862	1,1932	6,4904
3500	0,2857	0,1881	1,0036	0,3386	1,2325	3,3501	4,75
3750	0,2667	0,4774	2,1386	0,4284	2,1635	1,4214	1,9756
4000	0,25	0,2223	1,8560	0,3582	3,5385	6,1371	3,2666
4250	0,2353	0,4438	0,5937	0,4726	5,5399	4,7713	3,8771
4500	0,2222	0,5720	1,2331	0,6705	2,3813	4,8807	3,9389
4750	0,2105	0,5413	1,1564	0,3734	0,5922	1,8466	1,4109
5000	0,2	0,2548	0,8607	0,7200	2,1338	1,9133	3,1869
5250	0,1905	0,0315	0,2633	0,6892	4,4813	3,7946	1,5706
5500	0,1818	0,4259	0,3755	0,3785	1,5074	1,5905	4,6471
5750	0,1739	0,3724	0,2669	2,3105	1,4536	1,9406	5,2966
6000	0,1667	0,2310	0,5190	1,7495	1,7978	1,8427	3,638
6250	0,16	0,9561	0,7898	2,3325	2,3349	2,1907	3,8704
6500	0,1538	0,2374	0,7037	1,0218	2,0513	3,0830	0,771
6750	0,1481	0,9082	0,6004	1,4821	0,4743	6,4444	3,7807
7000	0,1429	0,9985	2,9750	3,2472	1,4398	2,9636	1,8684
7250	0,1379	0,1470	0,9613	3,0364	3,7988	2,7893	2,3794
7500	0,1333	0,4999	0,9965	3,9509	0,8931	3,2011	3,308
7750	0,129		1,9907	1,9443	4,766	5,8838	1,5579
8000	0,125		2,4498	3,4659	3,0186	9,4315	2,6453

## APÊNDICE 4 – PROGRAMAS

### COMPUTACIONAIS

Os algoritmos propostos durante este trabalho foram programados em ambiente MatLab®, versão 6.0, processados em um microcomputador Pentium II 400MHz com 64 Mb RAM, sob o sistema operacional Windows®98.

A seguir estão apresentados os programas computacionais utilizados para construção dos gráficos.

#### A4.1 PROGRAMA BAIXA FREQUÊNCIA SEM PROGRESSIVO

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%PROGRAMA BAIXA FREQUÊNCIA Tb1
%% (Sem Progressivo)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear
load Tb1.txt;
whos;

x=Tb1(:,3); % armazena coluna Posição
y=Tb1(:,4); % armazena coluna Erro

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Separação Ida e Volta
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Ida1
Np=314;
y1=Tb1(1:Np,4);%Ida1
x1=Tb1(1:Np,3);

j=1; % Armazenamento Ida1
for i=1:Np
    yid(j)=y1(i);
    xid(j)=x1(i);
    j=j+1;
end;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Volta1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N1=Np+1;
Np1=2*Np;
y2=Tb1(N1:Np1,4);%Volta1
x2=Tb1(N1:Np1,3);

k=1; % Armazenamento Volta1
for i=1:Np
    yvol(k)=y2(i);
    xvola(k)=x2(i);
    k=k+1;
end;

% Ida2
N2=(Np1)+1;
Np2=3*Np;
y3=Tb1(N2:Np2,4);
x3=Tb1(N2:Np2,3);

for i=1:Np
    yid(j)=y3(i);
    xid(j)=x3(i);
    j=j+1;
end;

```

```

%% Voltas
N3=(Np2)+1;
Np3=4*Np;
y4=Tb1(N3:Np3,4);
x4=Tb1(N3:Np3,3);

for i=1:Np
    yvol(k)=y4(i);
    xvol(k)=x4(i);
    k=k+1;
end;

%% Ida3
N4=(Np3)+1;
Np4=5*Np;
y5=Tb1(N4:Np4,4);
x5=Tb1(N4:Np4,3);

for i=1:Np
    yid(j)=y5(i);
    xid(j)=x5(i);
    j=j+1;
end;

%% Volta3
N5=(Np4)+1;
Np5=6*Np;
y6=Tb1(N5:Np5,4);
x6=Tb1(N5:Np5,3);

for i=1:Np
    yvol(k)=y6(i);
    xvol(k)=x6(i);
    k=k+1;
end;

%% Ida4
N6=(Np5)+1;
Np6=7*Np;
y7=Tb1(N6:Np6,4);
x7=Tb1(N6:Np6,3);

for i=1:Np
    yid(j)=y7(i);
    xid(j)=x7(i);
    j=j+1;
end;

%% Volta4
N7=(Np6)+1;
Np7=8*Np;
y8=Tb1(N7:Np7,4);
x8=Tb1(N7:Np7,3);

for i=1:Np
    yvol(k)=y8(i);
    xvol(k)=x8(i);
    k=k+1;
end;

```

```

%% Ida5
N8=(Np7)+1;
Np8=9*Np;
y9=Tb1(N8:Np8,4);
x9=Tb1(N8:Np8,3);

for i=1:Np
    yid(j)=y9(i);
    xid(j)=x9(i);
    j=j+1;
end;

%% Volta5
N9=(Np8)+1;
Np9=10*Np;
y10=Tb1(N9:Np9,4);
x10=Tb1(N9:Np9,3);

for i=1:Np
    yvol(k)=y10(i);
    xvol(k)=x10(i);
    k=k+1;
end;

%% Média em cada ponto
Média em cada ponto
for i=1:Np
    Yidaa(i)=(y1(i)+y3(i)+y5(i)+y7(i)+y9(i))/5;
    Yvoltaa(i)=(y2(i)+y4(i)+y6(i)+y8(i)+y10(i))/5;
end
zeroo=Yidaa(1);
for i=1:Np
    Yida(i)=Yidaa(i)-zeroo;
    Yvolta(i)=Yvoltaa(i)-zeroo;
end

%% Retirada do Progressivo
%% Ida
IDENT=ones(Np,1);
S1=sum(IDENT);
P2=IDENT.*xp;
S2=sum(P2);
P3=IDENT.*Yida;
S3=sum(P3);
P4=xp.*xp;
S4=sum(P4);
P5=Yida.*Yida;
S5=sum(P5);
P6=xp.*Yida;
S6=sum(P6);
a1=[S1*S4]-[(S2)^2];
a2=[S3*S4]-[S2*S6];
a=a2/a1;
b1=[S1*S6]-[S3*S2];
b=b1/a1;
for i=1:Np
    gg(i)=a+b.*xp(i);
end
for i=1:Np
    hh(i)=Yida(i)-gg(i);
end
origem=hh(1);
for i=1:Np
    hhl(i)=hh(i)-origem;
end

```

```

%%%%Volta %%%
IDENTv=ones(Np,1);
S1v=sum(IDENTv);
P2v=IDENTv.*xp;
S2v=sum(P2v);
P3v=IDENTv.*Yvolta;
S3v=sum(P3v);
P4v=xp.*xp;
S4v=sum(P4v);
P5v=Yvolta.*Yvolta;
S5v=sum(P5v);
P6v=xp.*Yvolta;
S6v=sum(P6v);
a1v=[S1v*S4v]-[(S2v)^2];
a2v=[S3v*S4v]-[S2v*S6v];
av=a2v/a1v;
b1v=[S1v*S6v]-[S3v*S2v];
bv=b1v/a1v;
for i=1:Np
    ggvi=av+bv*xi;
end
reta=av;
for i=1:Np
    hhvi=Yvolta(i)-ggvi;
    hhhvi=hhvi+av;
end
for i=1:Np
    hhV(i)=hhhvi-origem;
end

%%%%Posição versus Erro (sem progressivo)%%
plot(xpos,hhl,'r','xposV,hhV,'bx');
xlabel('Posição [mm]');
ylabel('Erro [µm]');
title('Tb1 (20,016mm;0,064mm) - Posição versus Erro ');
legend('ida','volta');
grid on;

%%%% eixo frequência
CTm=0.020032; %%comprimento total cm metros
Rm=1/CTm; %% incremento
Kkm=((Np/2)-1);
Lm=Kkm*Rm;
p1=0:Rm:Lm; %% eixo frequência
pm1=p1(1:Kkm);

%%%% eixo amplitude
zi=fft(hhl);
zv=fft(hhV);
absolutoi=abs(zi);
absolutov=abs(zv);
absolutoi1=absolutoi(1:Kkm);
absolutov1=absolutov(1:Kkm);
    
```

```

%%%% GRÁFICO FREQUÊNCIA versus AMPLITUDE%%
%% IDA %%%
subplot(3,2,1)
stem(pm1(2:9),absolutoi(2:9),'r-')
title('Tb1 (20,032mm; 0,064mm) - FFT (Ida) ')
title('Teste Tb1 (20,016mm; 0,064mm) - (Ida)')
ylabel('Amplitude')
grid on
subplot(3,2,2)
stem(pm1(8:21),absolutoi(8:21),'r-')
grid on
subplot(3,2,3)
stem(pm1(22:61),absolutoi(22:61),'r-')
ylabel('Amplitude')
grid on
subplot(3,2,4)
stem(pm1(62:101),absolutoi(62:101),'r-')
grid on
subplot(3,2,5)
stem(pm1(102:131),absolutoi(102:131),'r-')
ylabel('Amplitude')
xlabel('Frequência [ciclos/metro]')
grid on
subplot(3,2,6)
stem(pm1(132:156),absolutoi(132:156),'r-')
xlabel('Frequência [ciclos/metro]')
grid on;

%%%% VOLTA%%
subplot(3,2,1)
stem(pm1(2:9),absolutov(2:9),'b-')
title('Tb1 (20,032mm; 0,064mm) - FFT (Volta) ')
title('Teste Tb1 (20,016mm; 0,064mm) - (Volta)')
ylabel('Amplitude')
grid on
subplot(3,2,2)
stem(pm1(8:21),absolutov(8:21),'b-')
grid on
subplot(3,2,3)
stem(pm1(22:61),absolutov(22:61),'b-')
ylabel('Amplitude')
grid on
subplot(3,2,4)
stem(pm1(62:101),absolutov(62:101),'b-')
grid on
subplot(3,2,5)
stem(pm1(102:131),absolutov(102:131),'b-')
ylabel('Amplitude')
xlabel('Frequência [ciclos/metro]')
grid on
subplot(3,2,6)
stem(pm1(132:156),absolutov(132:156),'b-')
xlabel('Frequência [ciclos/metro]')
grid on;
    
```

## A4.2 PROGRAMA ALTA FREQUÊNCIA

```

%%PROGRAMA ALTA FREQUENCIA
%%PROGRAMA ALTA FREQUENCIA
clear
load MLaser.txt;
load MMAquina.txt;

target=MLaser(:,3);
Errol=MLaser(:,4);
Maquina=MMAquina;

Laser=target-Errol;
Erro=Maquina-Laser;

%%Gráfico Laser versus Erro
plot(Laser,Erro,'m-');
xlabel('Laser [µm]');
ylabel('Erro [µm]');
title('Teste Alta Frequência');
grid on;

%%Aproximação de Fourier
L=Laser(1:33);
E=Erro(1:33);
M=Maquina(1:33);

N=33;
for k=1:N
    x(k)=(2*pi*k)/N;
end

%Matriz Vmat
v(1)=1;
v(2)=8;
M=2;
for i=1:M
    for j=1:33
        Vmat(i,j)=(v(i)*x(j));
    end
end

%coeficiente a0
aux1=0;
for k=1:N
    aux1=Erro(k)+aux1;
end
a0=(1/N)*aux1;

%%coeficientes a1, a2
aux2=0;
aux3=0;
aux4=0;
SOMA=0;
for j=1:M
    for k=1:N
        aux2=Vmat(j,k);
        aux3=E(k);
        aux4=(aux3)*cos(aux2);
        SOMA=SOMA +aux4;
        aux2=0;
        aux3=0;
        aux4=0;
    end
    a(j)=(2/N)*SOMA;
    SOMA=0;
end

```

```

%%coeficientes b1, b2
aux5=0;
aux6=0;
aux7=0;
SOMAT=0;
for j=1:M
    for k=1:N
        aux5=Vmat(j,k);
        aux6=E(k);
        aux7=(aux6)*sin(aux5);
        SOMAT=SOMAT + aux7;
        aux5=0;
        aux6=0;
        aux7=0;
    end;
    b(j)=(2/N)*SOMAT;
    SOMAT=0;
end;

%%Substituição
for i=1:N
    somi=a0;
    for j=1:M
        somi=somi + (a(j)*cos(Vmat(j,i)))+(b(j)*sin(Vmat(j,i)));
    end;
    g(i)=somi;
end;

%Resíduos
for i=1:33
    residuo(i)=E(i)-g(i);
end

%%Gráfico da aproximação
plot(L,g,'g-',L,E,'m*-');
xlabel('Laser [µm]');
ylabel('Erro [µm]');
title('Aproximação de Fourier - f1 = 1/16, f2=1/2 ');
legend('Aproximação de Fourier','Erro');
grid on;

%Gráfico dos resíduos
plot(L,residuo,'bo');
xlabel('Laser [µm]');
ylabel('Resíduos [µm]');
grid on;

```

## APÊNDICE 5 – INFLUÊNCIA CÍCLICA NO ERRO DE POSIÇÃO

Na calibração, geralmente, os erros de posição são coletados em pontos espaçados 25mm um do outro. Uma estratégia utilizada para minimizar o efeito cíclico é a tomada de leituras também na vizinhança destes pontos. Para estabelecer o tamanho dessa largura de vizinhança o período do erro cíclico deve ser levado em consideração.

O valor do erro de posição em um ponto é determinado, neste caso, como sendo a média aritmética dos valores coletados neste ponto e em sua vizinhança. Assim, o erro de posição do eixo Y foi medido sem a estratégia e em seguida, com a estratégia.

### A5.1 MONTAGEM PARA MEDIÇÃO DO ERRO DE POSIÇÃO



FIGURA A5.1 – Montagem experimental para a medição do erro de posição do eixo Y

Na Figura A5.1 está apresentada uma fotografia da montagem experimental para a medição do erro de posição do eixo Y. Esta montagem é composta de uma base fixa ao desempenho contendo uma haste que suporta o interferômetro. O refletor fica preso no lugar da sonda, para que possa se movimentar ao longo de uma linha reta paralela ao eixo Y. Os valores das coordenadas X e Z devem permanecer constantes.

## A5.2 RESULTADOS DA MEDIÇÃO DO ERRO DE POSIÇÃO

Após a medição do erro cíclico de baixa freqüência, o professor Benedito Di Giacomo propôs a Valdés Arencibia (2003) que executasse a medição do erro de posição sem a estratégia e com a estratégia. Deste modo, os resultados apresentados neste item foram confirmados por Valdés Arencibia (2003) em suas medições de erros térmicos.

Na Figura A5.2 está apresentado o gráfico Posição versus Erro sem a estratégia. Neste gráfico, o erro apresentou comportamento crescente e grande variação no intervalo  $\pm 3S$ .

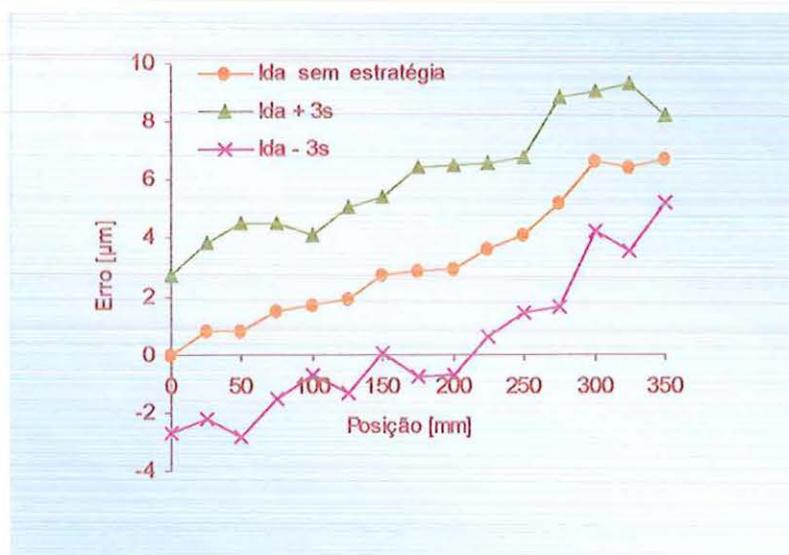


FIGURA A5.2 – Erro de Posição do eixo Y sem estratégia

O gráfico Posição versus Erro com estratégia está apresentado na Figura A5.3. Observou-se, nesta Figura, que o erro apresenta tendência crescente, permanecendo quase constante ao longo do eixo Y. Além disso, o intervalo  $\pm 3S$  diminuiu bastante, em relação à medição anterior.

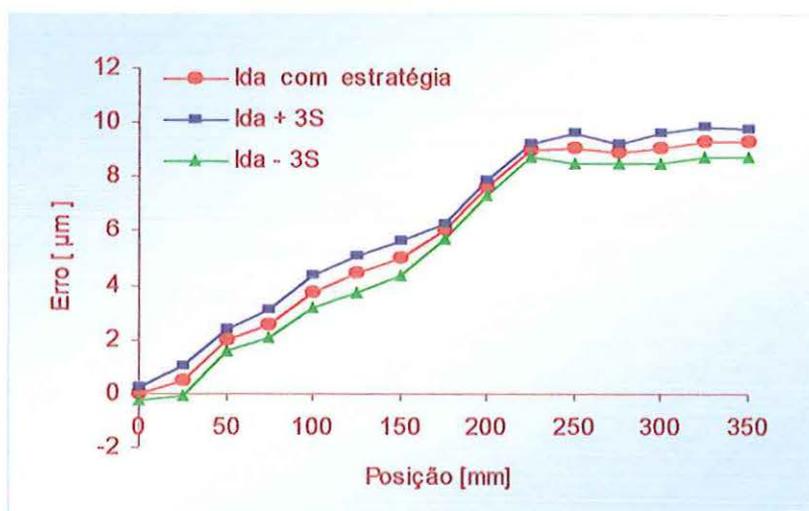


FIGURA A5.3 – Erro de Posição do eixo Y com estratégia

De acordo com a Figura A5.4, foi observado que a grande vantagem da estratégia para minimizar o efeito cíclico na medição do erro de posição é a diminuição do desvio padrão dos resultados em aproximadamente 65%.

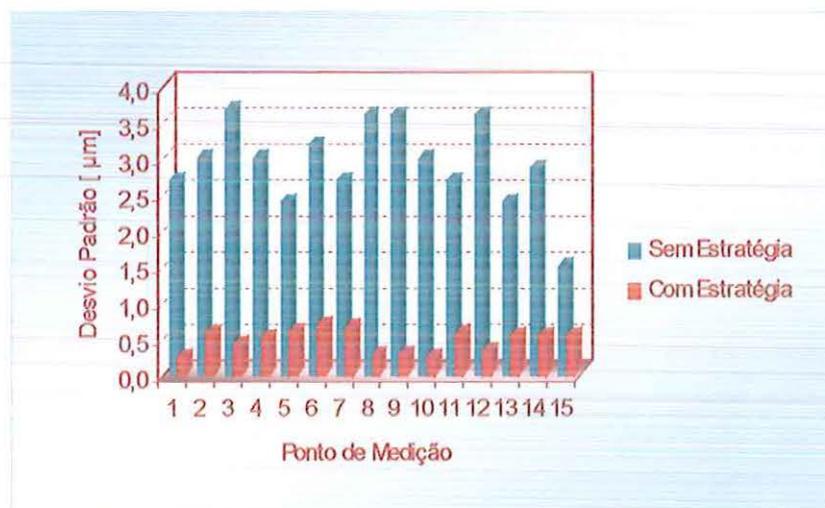


FIGURA A5.4 – Desvio padrão sem estratégia e com estratégia

Portanto, estratégias semelhantes podem ser aplicadas durante o processo de medição de peças, minimizando assim o efeito dos erros cíclicos.

## APÊNDICE 6 – EFEITO MOIRÉ

O efeito Moiré produzido pelo movimento da escala móvel em relação a escala fixa pode ser observado na Figura A6.1.

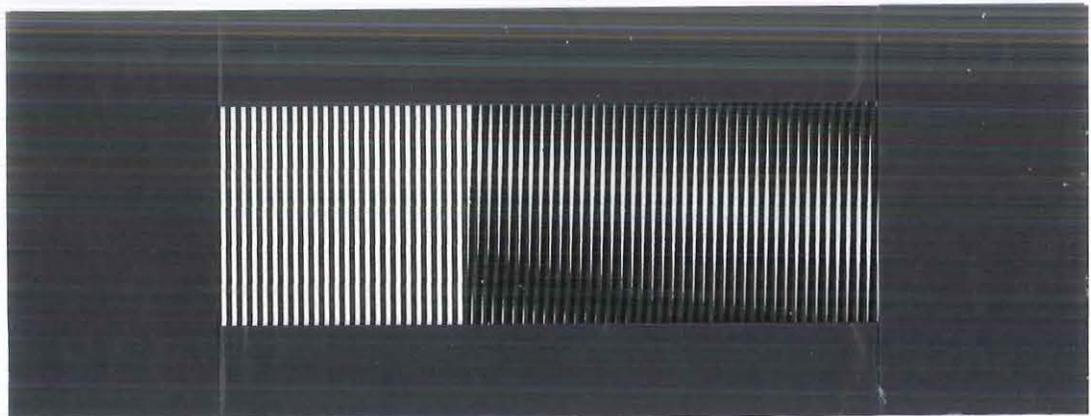


FIGURA A6.1 – Franjas de Moiré