

Capítulo 3

Teoria sobre a dinâmica veicular relativa ao *ride* e métricas para sua avaliação

3.1 Introdução

A teoria de vibrações mecânicas será utilizada nesse capítulo para o estudo da influência da dinâmica do veículo no *ride*. Serão utilizados modelos matemáticos com complexidade crescente para representação desde os modos de vibrar com movimento predominante de massa suspensa, até os modos de vibrar que apresentam flexibilidade do chassi. O processo de desenvolvimento dos modelos será semelhante ao processo de desenvolvimento da teoria observado no decorrer do século XX.

Além da descrição desses modos de vibrar, outro objetivo desse capítulo é preencher as lacunas existentes sobre as descrições de alguns fenômenos da dinâmica do veículo que influenciam no *ride*, conforme observado nas conclusões do capítulo 2.

Nesse capítulo também estão apresentadas as principais contribuições desse trabalho, referentes a novas métricas propostas para avaliações na área de *ride* de veículos.

3.2 Massa suspensa

A roda foi o invento que possibilitou a criação de veículos terrestres. Através do uso de rodas em um eixo foi possível impor movimento a uma massa dentro dos limites de esforços possíveis para o homem e/ou para os animais.

No entanto, por muitos anos, os eixos, nos quais as rodas eram articuladas, eram fixados direto à estrutura do veículo (charretes, carroças...). A necessidade de isolamento da estrutura, das excitações geradas pela pista, motivou a inclusão de molas entre essa estrutura e os eixos do veículo.

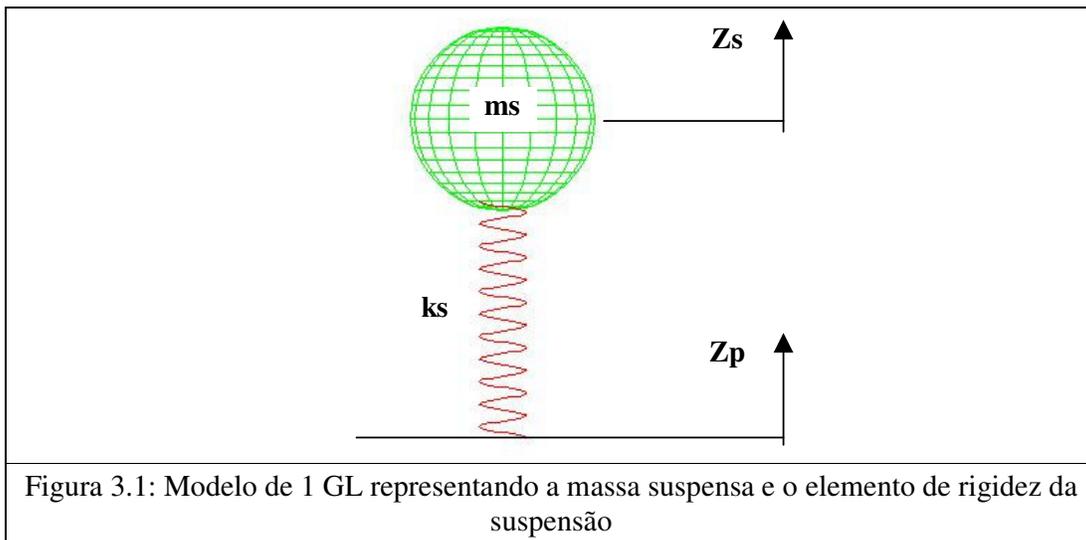
As primeiras carruagens a utilizar molas apresentaram seus corpos literalmente suspensos por feixes de molas. Ou seja, as molas eram conectadas do teto do corpo da carruagem até outra estrutura que seguia até os eixos. Em função desta forma de

construção, passou-se a utilizar o nome "suspensão" para o sistema que conecta o corpo principal do veículo com as rodas e eixos. E, toda a massa sustentada ou suportada pelas molas é atualmente conhecida como massa suspensa do veículo.

A partir da inclusão da molas, os veículos (carruagens na época) passaram a apresentar um modo de vibrar com movimento predominante vertical da massa suspensa, como corpo rígido, oscilando sobre as molas da suspensão. Esse modo de vibrar é até hoje conhecido como modo de vibrar de massa suspensa.

3.2.1 Função da mola no ride

O modelo da Figura 3.1 representa a característica básica de uma suspensão, que é a filtragem de parte dos impactos gerados pela passagem das rodas pelo perfil da pista, reduzindo as amplitudes de vibração da massa suspensa (outras importantes funções da suspensão, como a manutenção do contato entre pneumático e pavimento, serão discutidas posteriormente).



Esse efeito básico de redução dos impactos sobre a massa suspensa, obtido através da inclusão da mola, pode ser observado durante a passagem por excitações transientes de curta duração, representando ressaltos e emendas na pista ou buracos, ou seja, obstáculos típicos das ruas e avenidas da maioria das cidades do Brasil. Na Figura 3.2 o deslocamento brusco da pista (Z_p em azul) não é transformado diretamente em deslocamento de mesma severidade na massa suspensa (Z_s em vermelho). Ocorre sim,

uma compressão brusca da mola ($Z_p - Z_s$ em preto), armazenando energia. No entanto, nem toda essa energia é passada para a massa suspensa.

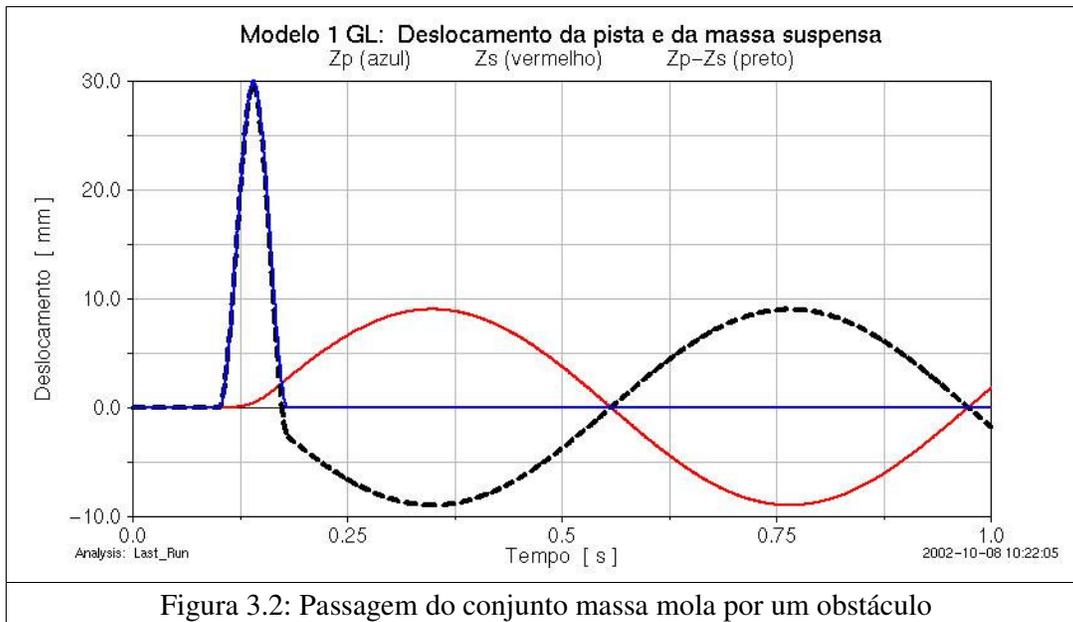


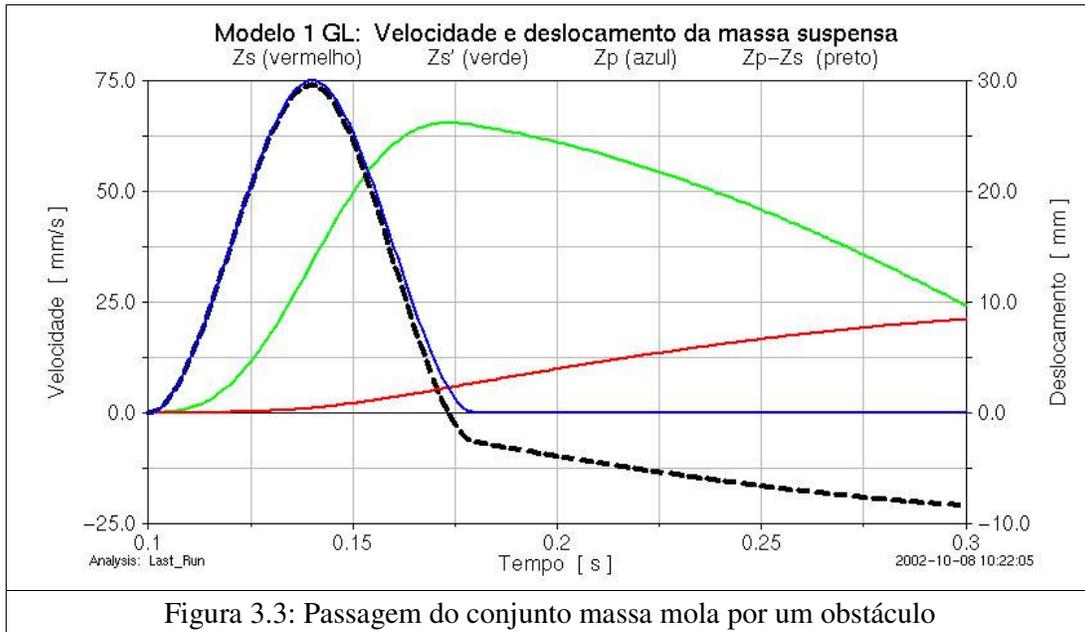
Figura 3.2: Passagem do conjunto massa mola por um obstáculo

A descrição e a representação gráfica do obstáculo utilizado como excitação do modelo estão apresentadas no Apêndice A2. Nesse sistema foi considerada uma massa m_s de 900 kg e um valor de rigidez k_s de forma a proporcionar uma frequência natural ω_n igual a 1.2 Hz.

Durante a passagem pelo obstáculo, a mola comprimida passa a acelerar a massa suspensa para cima, a qual inicia seu deslocamento adquirindo energia cinética. Pouco antes do término do obstáculo (vide Figura 3.3 no instante 0.173 s), a mola retorna ao seu comprimento original, mas a massa já adquiriu certa quantidade de energia cinética (Z_s) e potencial (Z_s). Essa energia será responsável pela continuação da oscilação da massa. No entanto seu valor é muito menor do que a energia que chegou a ser absorvida pela mola (vide Figura 3.4).

Quanto menor for a rigidez da mola desse sistema de 1 GL, menores serão as amplitudes de oscilação da massa suspensa após a passagem por uma excitação severa, considerando fixo o valor da massa m_s . A velocidade de conversão da energia elástica da mola em energia cinética da massa depende da frequência natural do sistema. No sistema com menor frequência natural (1.2 Hz) da Figura 3.5 a massa adquire menor quantidade de energia cinética do que no sistema com maior frequência natural (1.4 Hz), no mesmo intervalo de tempo. A deformação da mola durante o obstáculo é

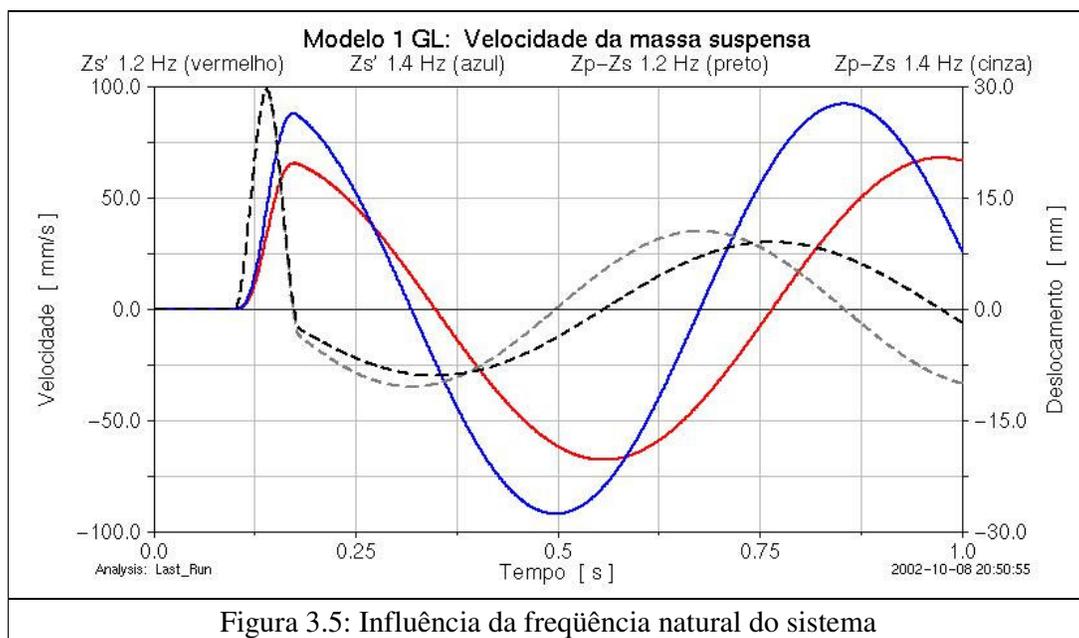
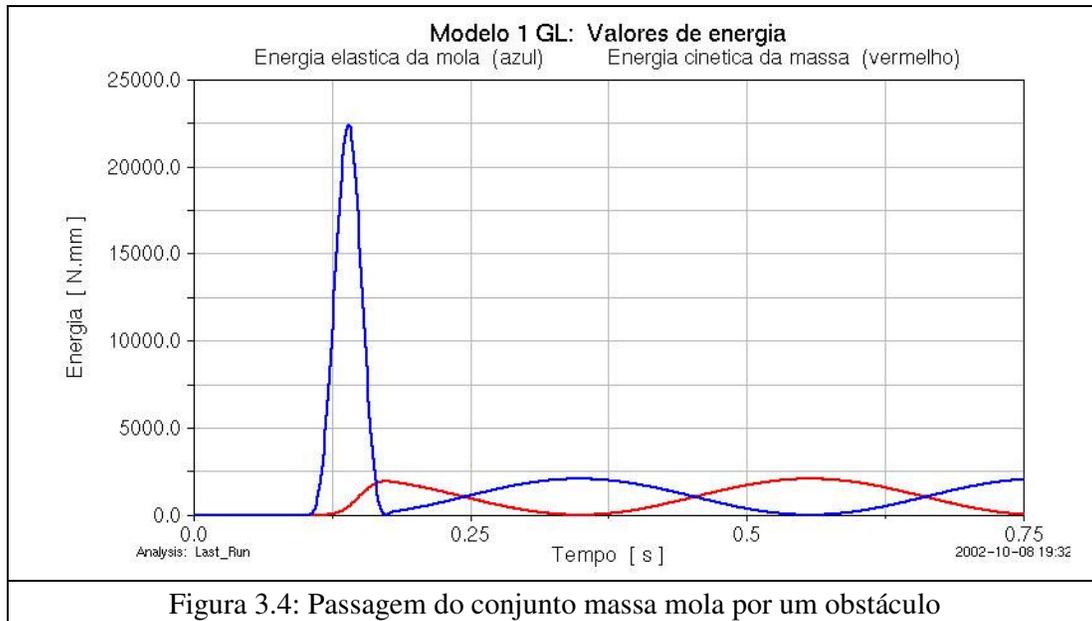
aproximadamente a mesma para os dois casos, pois a duração da excitação é aproximadamente 10 vezes menor do que o período de oscilação do sistema. Desta forma a força gerada no sistema de 1.4 Hz será maior, pois este possui uma mola com maior rigidez, explicando o porque do surgimento de acelerações maiores, conforme Figura 3.6.



É importante ressaltar que essa característica depende da frequência natural desse sistema de 1 GL e não somente da rigidez da mola. Se a rigidez da mola e o valor da massa forem reduzidos na mesma proporção, os valores dos esforços na mola serão reduzidos, mas não ocorrerão alterações nas amplitudes de oscilação de resposta da massa suspensa.

Essa propriedade é importante ao considerarmos a relação entre os esforços atuantes na mola da suspensão do veículo e os valores de aceleração resultantes na massa suspensa, para o veículo nas condições vazio e carregado, sem alterar a rigidez da mola. Para um obstáculo com duração bem menor do que o período natural de oscilação do sistema, a compressão da mola será tão brusca quanto o obstáculo e muito semelhante para as condições vazio e carregado, pois praticamente não dá tempo para a massa suspensa se movimentar. Portanto os esforços na mola, durante o obstáculo, são os mesmos para as condições vazio e carregado (vide Figura 3.7). No entanto, os valores de aceleração da massa suspensa serão maiores para a condição vazio em função da menor massa suspensa e conseqüente maior frequência natural (vide Figura 3.8).

Por esse motivo, a maioria dos agregados fixos ao chassi dos veículos, como bateria, estepe, filtros e até o próprio trem de força, sofrem maiores acelerações quando o veículo opera na condição vazio. Ou seja, na condição vazio os níveis de tensões nos suportes desses agregados são geralmente mais elevados do que na condição do veículo carregado. Portanto, para esses componentes, a condição vazio pode ser a mais crítica para as avaliações de durabilidade.



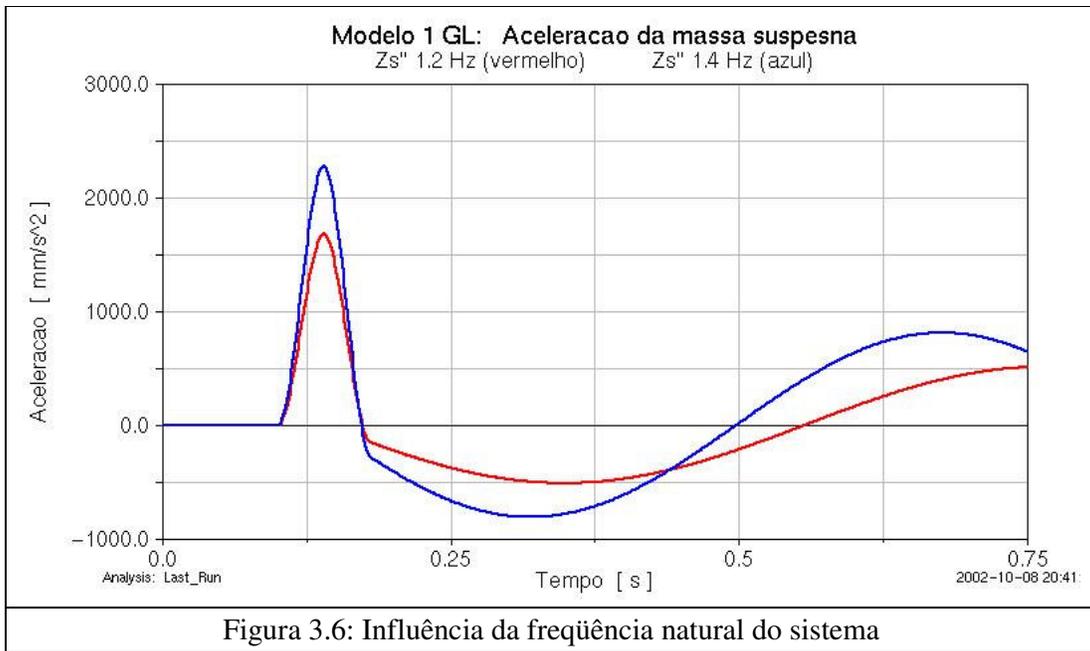


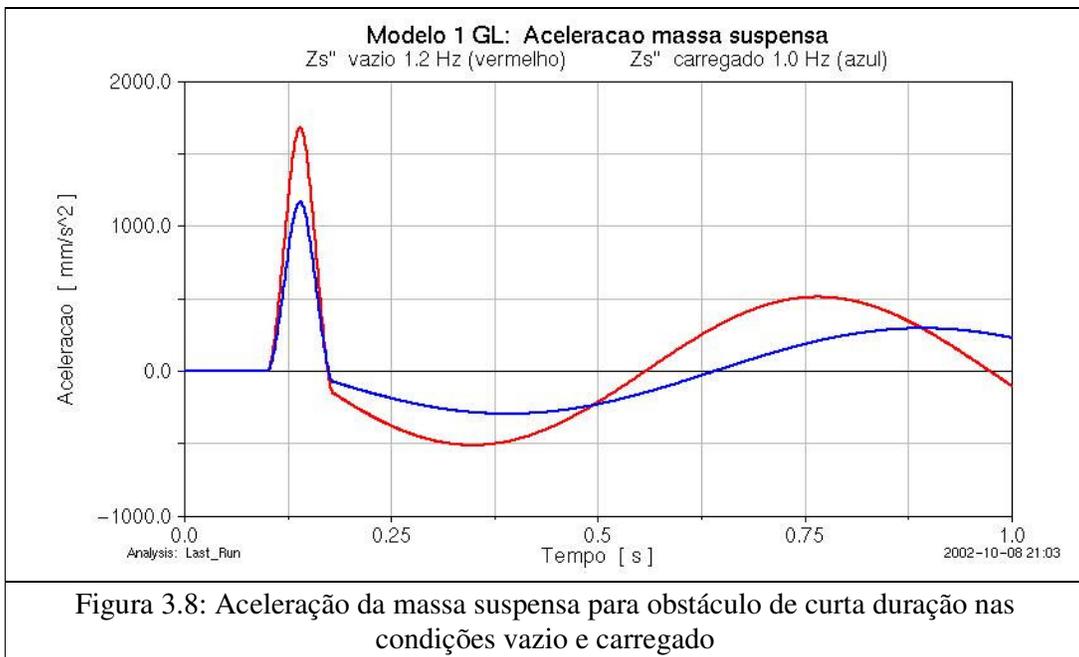
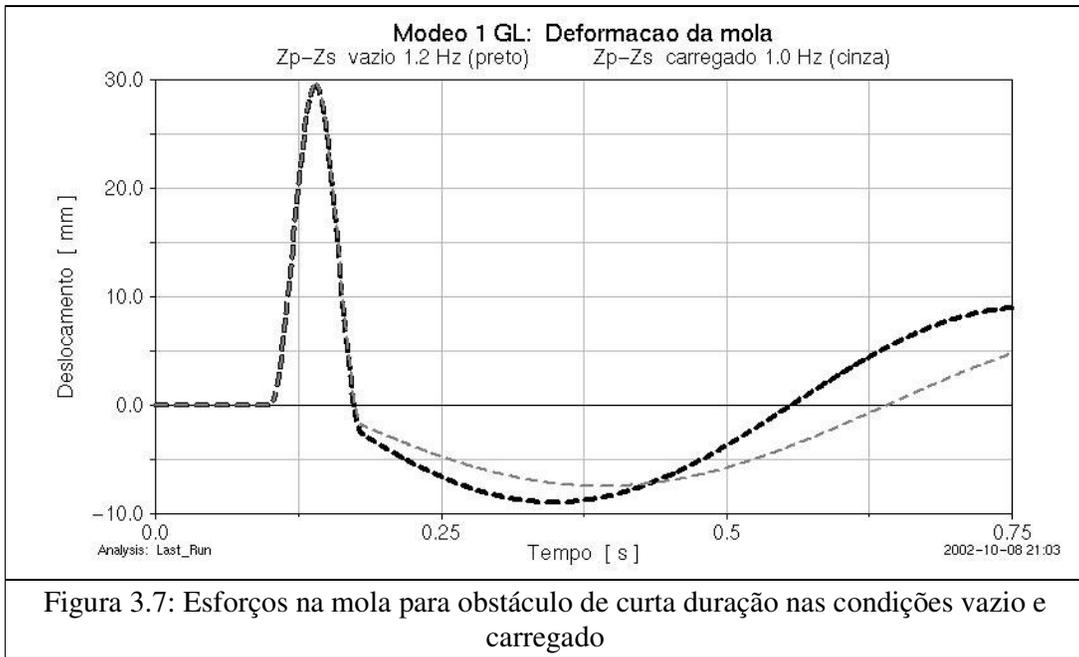
Figura 3.6: Influência da frequência natural do sistema

No entanto, existem outros fatores que contribuem para elevação dos esforços nos elementos da suspensão primária e nas regiões do chassi próximas de suas conexões, quando o veículo está na condição carregado. Esses fatores são as características não lineares dos elementos da suspensão, como rigidez progressiva das molas e batentes de fim de curso entre eixo e massa suspensa. Esse último ocorre com maior frequência quando o veículo está carregado. Em função dessas características, a condição de durabilidade mais crítica para elementos próximos dessas regiões pode ser a de veículo carregado.

Essa função de isolamento propiciada pela mola, descrita até o momento, aplica-se para obstáculos com duração inferior ao período de oscilação natural desse sistema de 1 GL. Na Figura 3.9, estão apresentados os valores de deslocamento da pista e de deslocamento da massa suspensa para um obstáculo de duração próxima ao período do sistema. Observa-se que, nesse caso, a amplitude de oscilação da massa suspensa é maior do que a amplitude da excitação.

Com base nesses resultados é natural que surja a pergunta: "A mola realmente contribui para o isolamento da vibração transmitida à massa suspensa?". A resposta é "Sim" e pode ser mais bem explicada com base nos resultados de velocidade e aceleração da pista e da massa suspensa ao passar pelos dois obstáculos de durações diferentes, utilizados até o momento. Na Figura 3.10 observa-se o isolamento obtido entre velocidade da pista e velocidade da massa suspensa para um obstáculo de longa e para

um de curta duração, nas letras **a** e **b**, respectivamente. Verifica-se que, para obstáculos de curta duração é fundamental a utilização de um elemento mola para redução dos impactos transmitidos ao motorista. Essa constatação é mais significativa ao se plotar os resultados de aceleração, ficando até difícil de visualizar a resposta de aceleração da massa suspensa em função das elevadas amplitudes impostas pelo sinal do perfil de pista.



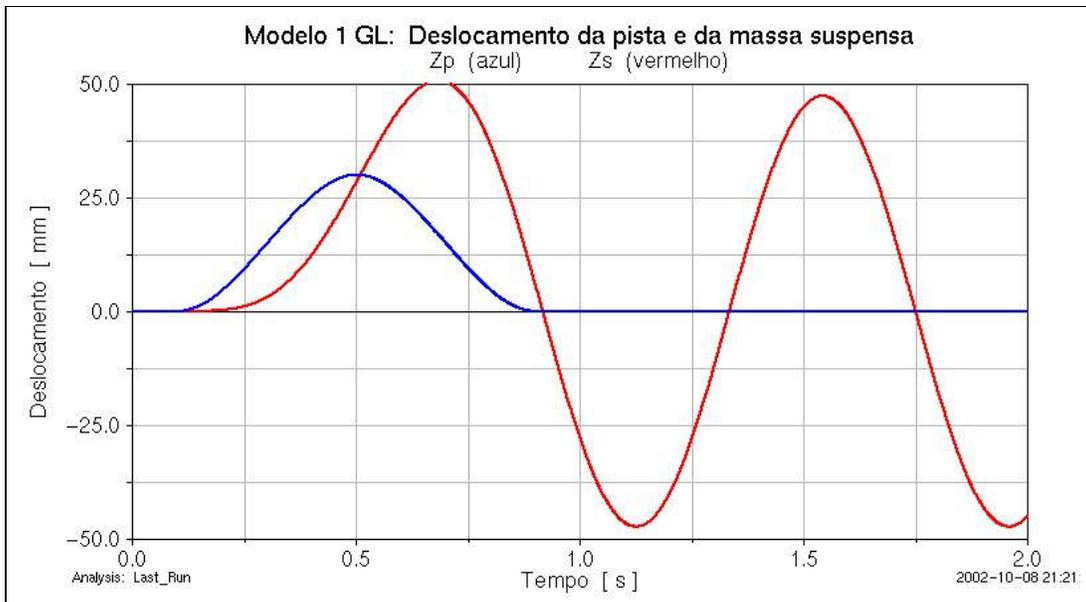
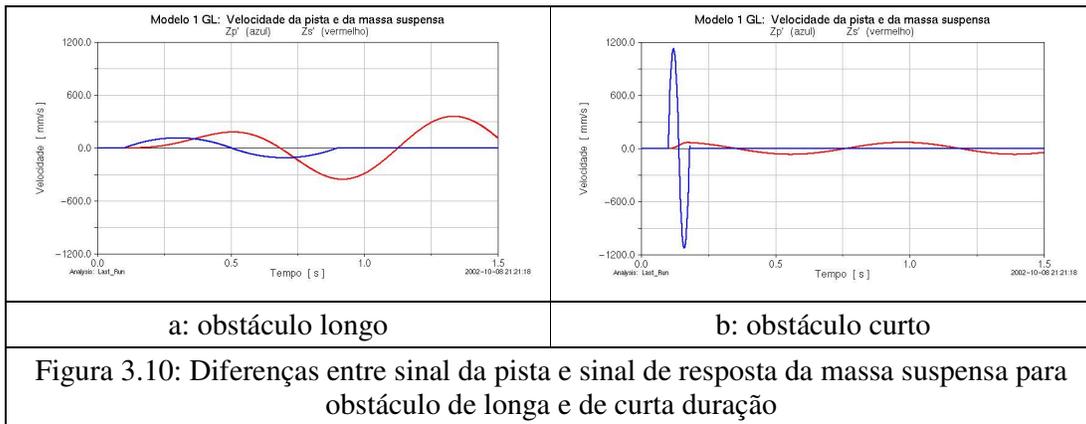


Figura 3.9: Deslocamento vertical da massa suspensa para um obstáculo de duração próxima ao período natural do sistema

A inclusão da mola gera um sistema de 1 GL que proporciona melhor isolamento para excitações com duração menor do que o período natural de oscilação do sistema. E essa é justamente a função desejada, pois as amplitudes de aceleração impostas pelos obstáculos curtos e por trechos irregulares seriam insuportáveis para o motorista sem a presença da mola.



a: obstáculo longo

b: obstáculo curto

Figura 3.10: Diferenças entre sinal da pista e sinal de resposta da massa suspensa para obstáculo de longa e de curta duração

Conforme observado nas Figuras 3.5, 3.6, 3.8, quanto menor a frequência natural desse sistema de 1 GL melhor o isolamento da massa suspensa para excitações com duração inferior ao período de oscilação da massa suspensa. Observando-se os resultados das figuras anteriores resta saber como eliminar a oscilação que persiste após a passagem pelos obstáculos (vide próximo item).

3.2.2 Função do amortecedor no ride

A inclusão da mola possibilitou isolamento durante a passagem por trechos irregulares e por obstáculos de curta duração. No entanto, esse sistema de 1 GL, após a excitação, permanece oscilando por não existir um elemento que dissipe a energia do sistema. Esse comportamento seria prejudicial ao motorista após pequeno período de utilização do veículo.

As amplitudes da oscilação resultante na massa suspensa, na condição de regime, são maiores para obstáculos com duração próxima ao período natural de oscilação do sistema, conforme Figura 3.11. As durações consideradas para os obstáculos curto e longo foram de 0.08 e 0.8 s, respectivamente. As representações gráficas desses obstáculos estão apresentadas no Apêndice A2.

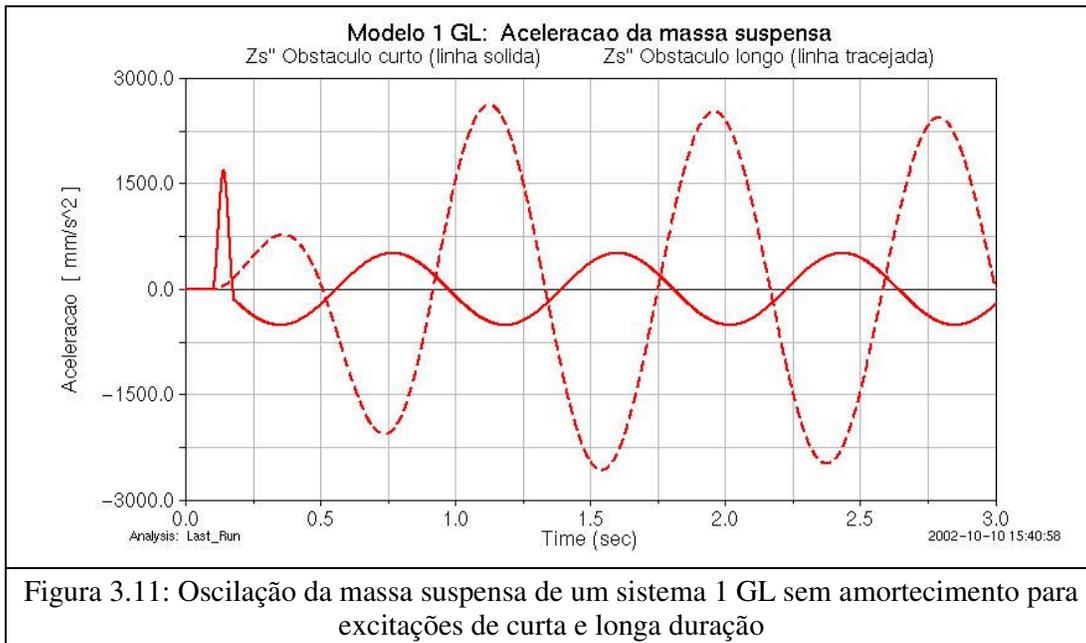


Figura 3.11: Oscilação da massa suspensa de um sistema 1 GL sem amortecimento para excitações de curta e longa duração

A função do amortecedor é dissipar a energia cinética da massa, reduzindo essas amplitudes de oscilação após a passagem pelo obstáculo.

Além dos amortecedores, ocorre também dissipação de energia através de vários elementos da suspensão do veículo, como por exemplo: amortecimento das buchas, escorregamento entre pneu e pavimento, atrito entre os componentes... Esses efeitos, sem a presença de amortecedores, proporcionam, normalmente, fatores de amortecimento entre 5 e 15 % para os modos de vibrar de massa suspensa (vide resultados de medições no item 4.5). No entanto, a quantidade de energia dissipada por

esses efeitos secundários não é suficiente para gerar o conforto desejado aos ocupantes do veículo (maiores explicações no item 4.6). Basta tirar os amortecedores dos veículos atuais para constatar isso, além de outros prejuízos que irão ocorrer.

Na Figura 3.12 observa-se a diferença na resposta da massa suspensa, para passagem sobre o obstáculo longo, ao incluir um elemento amortecedor que proporciona fator de amortecimento de 30 % para esse sistema. A dissipação de energia proporcionada pelo amortecedor praticamente elimina as oscilações da massa suspensa após a passagem pelo obstáculo (vide curva azul). Resultados experimentais estão apresentados no item 4.6. O modelo utilizado para essa avaliação está apresentado na Figura 3.13.

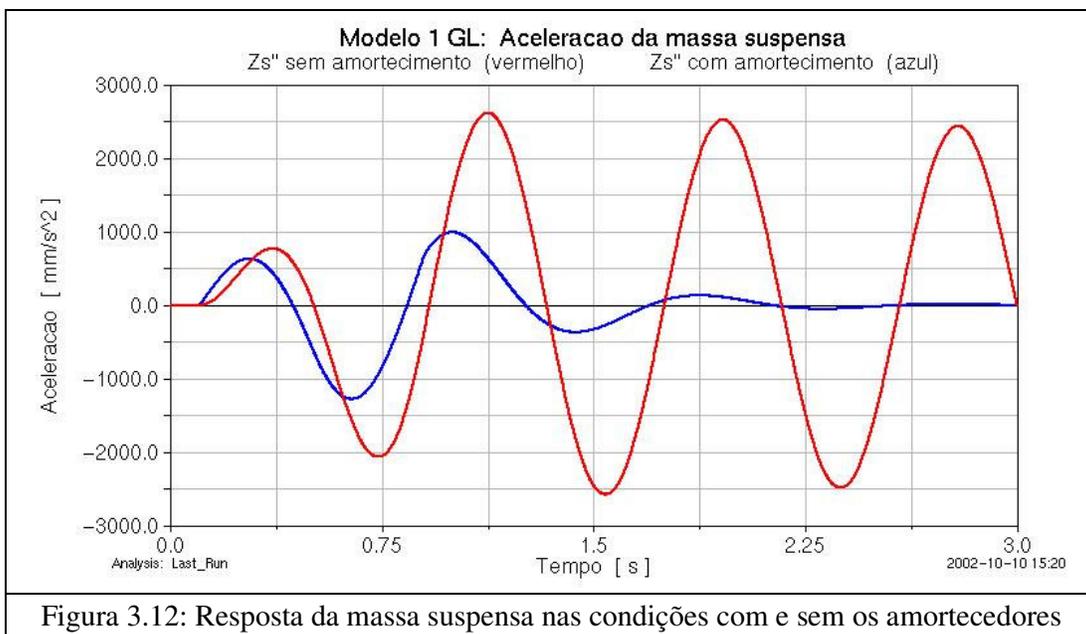


Figura 3.12: Resposta da massa suspensa nas condições com e sem os amortecedores

Como compromisso, o amortecedor gera esforços elevados durante a passagem por obstáculos curtos (bruscos), resultando em picos de aceleração na massa suspensa. Na Figura 3.14 estão apresentadas as variações na força da mola com e sem a inclusão do amortecedor, em azul e vermelho, respectivamente. Os valores de força no amortecedor, apresentados em verde, são significativamente maiores do que os esforços na mola. Como resultado, obtem-se também valores maiores de aceleração na massa suspensa no primeiro pico, com a utilização de um amortecedor, conforme observado na Figura 3.15.

Na Figura 3.16 estão apresentados os valores de velocidade relativa entre as extremidades do amortecedor, em vermelho e azul, respectivamente para os obstáculos longo e curto.

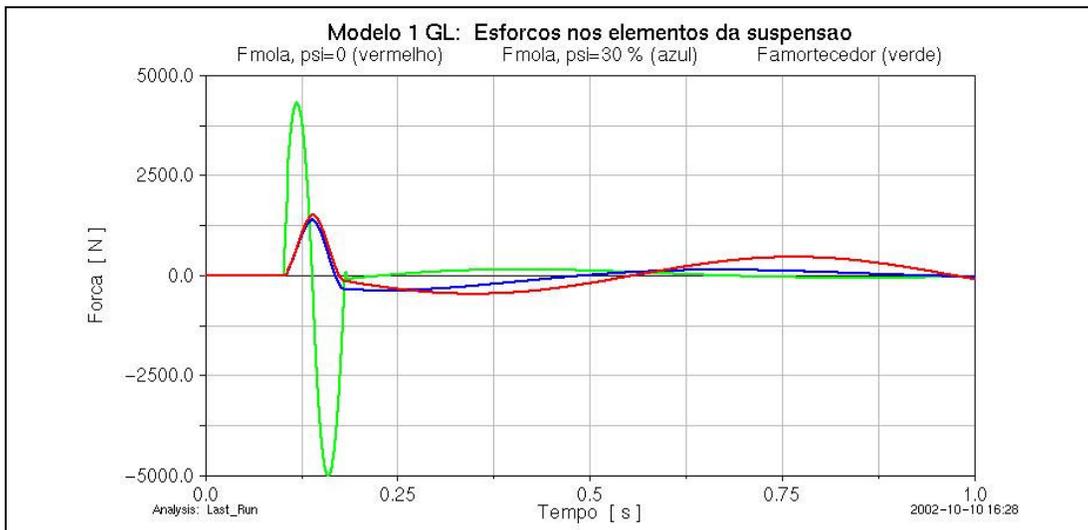
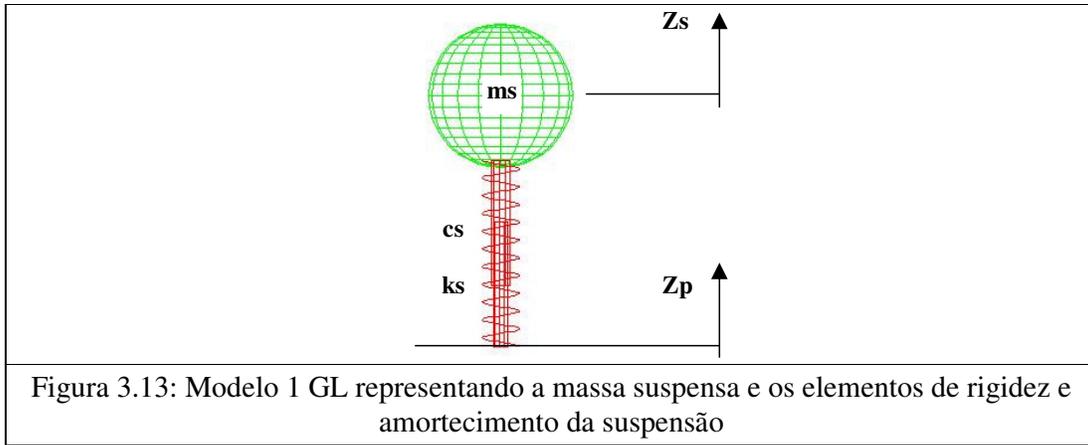


Figura 3.14: Comparativo entre os esforços na mola e no amortecedor durante uma excitação transiente de curta duração

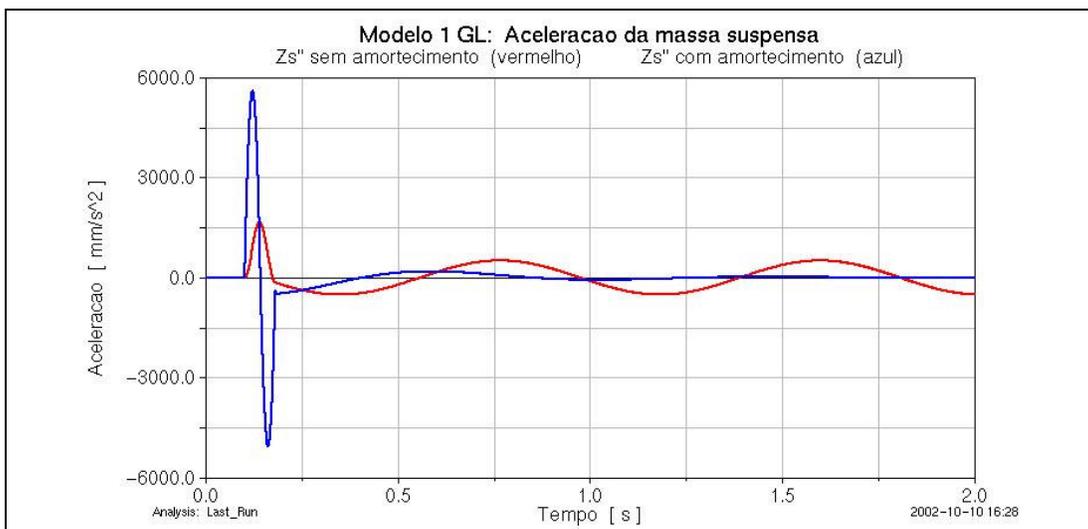


Figura 3.15: Comparativo entre a resposta de aceleração vertical da massa suspensa nas condições com e sem o amortecedor, durante uma excitação transiente de curta duração

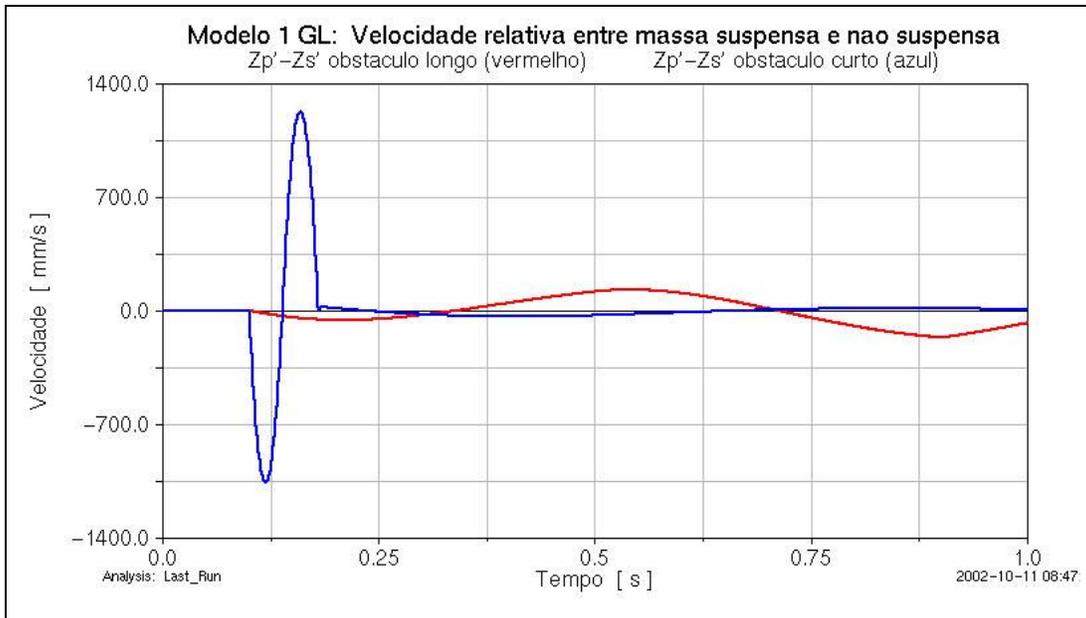


Figura 3.16: Valores de velocidade relativa entre as extremidades do amortecedor para obstáculos de curta e de longa duração

Visando proporcionar maior amortecimento para as oscilações de baixa frequência (na frequência natural da massa suspensa) e sem comprometer a transmissão de esforços elevados para altas velocidades (durante a passagem por obstáculos curtos), utilizam-se curvas não lineares nos amortecedores. Essas curvas possuem coeficientes elevados para baixas velocidades e coeficientes menores para altas velocidades, conforme apresentado na Tabela 3.1 e na Figura 3.17.

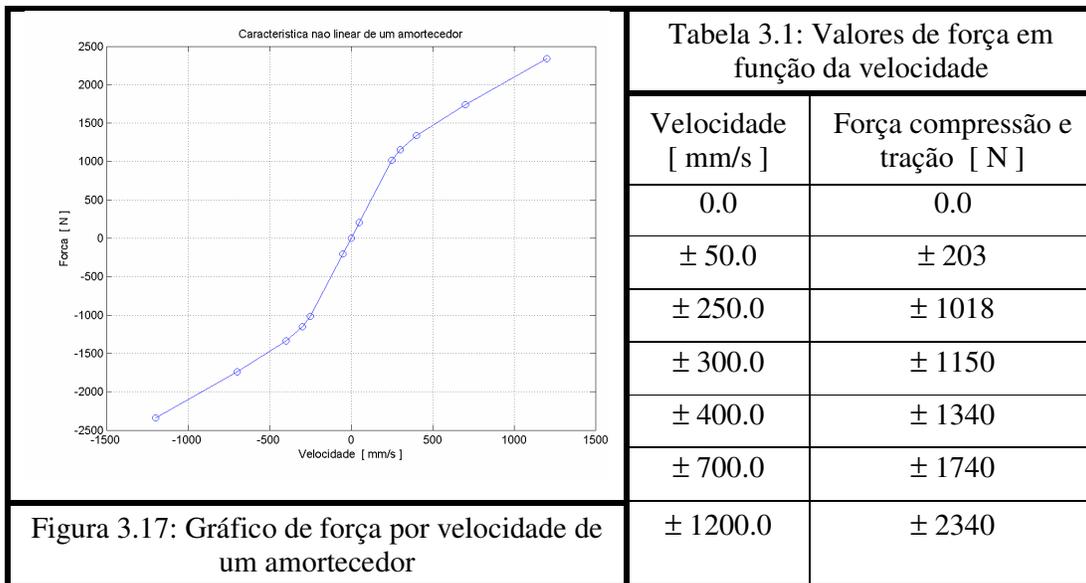
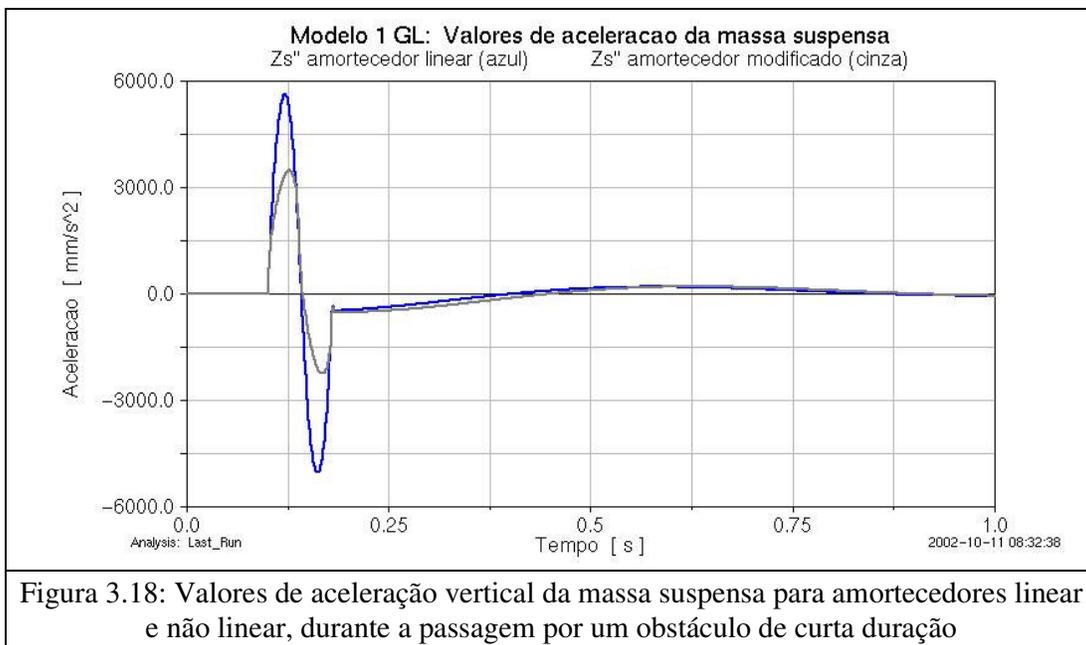


Figura 3.17: Gráfico de força por velocidade de um amortecedor

A região linear desta curva apresenta, para baixas velocidades entre -300 e 300 mm/s, o mesmo coeficiente de amortecimento do amortecedor linear utilizado anteriormente. Desta forma consegue-se manter a mesma dissipação de energia para as oscilações de massa suspensa ao passar por excitações de longa duração e ao mesmo tempo são evitados esforços elevados na passagem por obstáculos severos.

Na Figura 3.18 estão apresentados os valores de aceleração da massa suspensa para o amortecedor linear e para o amortecedor não linear apresentado na Tabela 3.1, em azul e cinza, respectivamente, ao passar pelo obstáculo curto. Observa-se significativa redução nos valores de aceleração com o amortecedor não linear, em função da redução nos valores de força gerados pelo amortecedor.



Na Figura 3.19 estão apresentados esses resultados na passagem pelo obstáculo longo. Nesse caso verifica-se que não ocorreu prejuízo na dissipação de energia da massa suspensa pois os valores de velocidade no amortecedor permaneceram entre -300 e 300 mm/s. Esse mesmo conceito é aplicado aos amortecedores atuais dos carros e caminhões.

É comum encontrar, em literatura, a expressão "*shock absorbers*" se referindo aos amortecedores. No entanto, conforme observado nos itens 3.2.1 e 3.2.2, a função do amortecedor é dissipar energia do sistema enquanto que a mola armazena energia elástica durante os obstáculos impedindo que grandes quantidades de energia sejam impostas à massa suspensa.

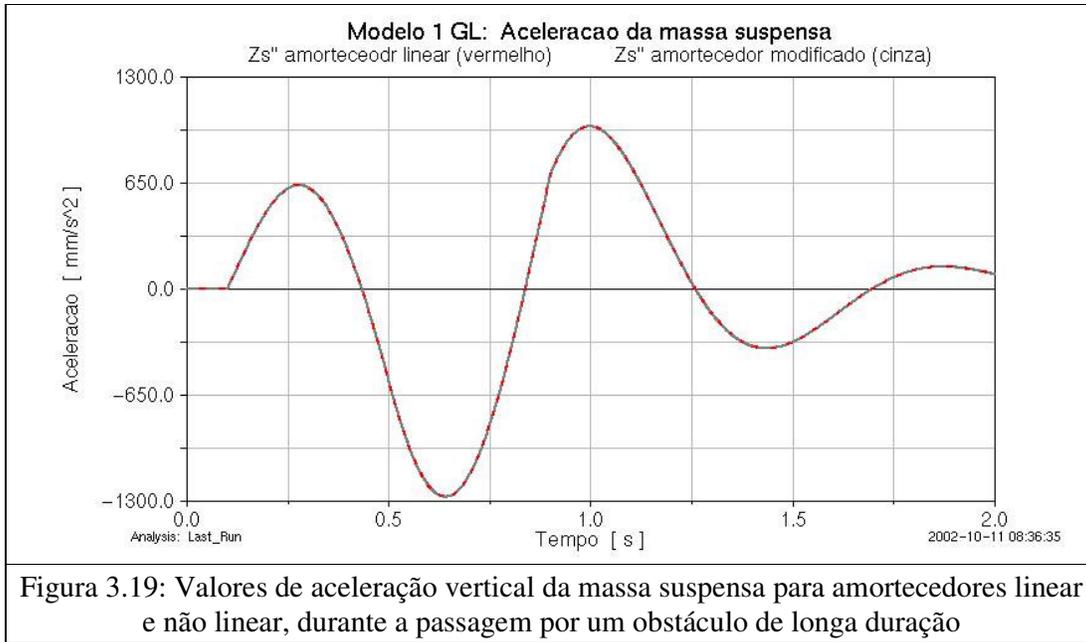


Figura 3.19: Valores de aceleração vertical da massa suspensa para amortecedores linear e não linear, durante a passagem por um obstáculo de longa duração

3.2.3 Resposta na frequência

A função de transferência para o modelo da Figura 3.13, considerando entrada AZ_p e saída AZ_s , é dada por:

$$\frac{AZ_s}{AZ_p}(S) = \frac{cs \cdot S + ks}{ms \cdot S^2 + cs \cdot S + ks} \quad (3.1)$$

A magnitude de $AZ_s/AZ_p(S)$ é a métrica atualmente utilizada para as avaliações básicas da influência das características dinâmicas do veículo no nível de conforto. Essa métrica é apresentada em praticamente toda literatura, relativa ao *ride* de veículos, utilizada nos dias de hoje.

No entanto, as normas atuais utilizadas para quantificação do nível de conforto utilizam procedimentos de cálculo baseados na PSD de aceleração imposta ao ser humano para determinar sua tolerância de exposição a tal ambiente de vibrações.

Portanto, para o modelo em questão pode-se utilizar a PSD de aceleração da massa suspensa para uma avaliação qualitativa do nível de conforto. Essa PSD pode ser obtida da seguinte forma:

$$PSDZ\ddot{s} = \left| \frac{AZ_s}{AZ_p}(S) \right|^2 \times PSDZ\ddot{p} \quad (3.2)$$

P. CHENCHANNA (Índia) observou, durante a caracterização de perfis de pista, que a PSD de velocidade das pistas é aproximadamente constante na frequência e pode ser representada por um ruído branco. Em função disso, uma das propostas desse trabalho é sugerir a utilização do quadrado da magnitude da função de transferência $AZ_s / AZ_p(S)$ como métrica para avaliação da influência da dinâmica vertical do veículo no conforto, pois a PSD de aceleração da massa suspensa pode ser obtida por:

$$PSDZ\ddot{s} = \left| \frac{AZ_s}{VZ_p} (S) \right|^2 \times PSDZ\dot{p} \quad (3.3)$$

Sendo $PSDZ\dot{p}$ aproximadamente constante na frequência, o formato da $PSDZ\ddot{s}$ se aproxima de $|AZ_s / VZ_p(S)|^2$. E, por esse motivo, essa nova métrica proposta fornece uma noção qualitativa apropriada sobre a influência da dinâmica do veículo no *ride*.

Serão apresentados alguns exemplos nesse trabalho que mostram diferenças significativas entre $|AZ_s / VZ_p(S)|^2$ e $|AZ_s / AZ_p(S)|$, para comprovar que essa última, apesar de amplamente difundida, não é a métrica mais adequada para a avaliação em questão (vide item 3.3.2).

Seguindo esse raciocínio, na maioria das avaliações feitas nesse trabalho, serão utilizados os valores quadráticos da Função de Transferência considerando a grandeza de saída de interesse e a velocidade da pista como entrada.

Na Figura 3.20 estão apresentados os valores quadráticos de $AZ_s / VZ_p(S)$ para o modelo da Figura 3.13. Analisando-se essa figura, verifica-se a influência da frequência natural do modo de vibrar de massa suspensa no *ride*. As curvas em verde, azul e vermelho referem-se respectivamente a frequências naturais de 1.0, 1.2 e 1.4 Hz. A alteração no valor da frequência foi obtida com alteração na rigidez da mola, sem alterar o valor da massa. O coeficiente de amortecimento foi alterado de forma a manter o fator de amortecimento constante para os 3 casos, igual a 35 %. Conclui-se que, a elevação da frequência natural resulta em aumento nos valores da PSD não só próximos à frequência natural como também para valores de frequência acima desta.

Visando verificar a influência do fator de amortecimento, tem-se na Figura 3.21 o quadrado da magnitude função de transferência em questão, para fatores de

amortecimento de 25, 35 e 50 %, respectivamente em verde, azul e vermelho, para uma frequência natural de 1.2 Hz.

Observa-se que fatores de amortecimento mais elevados reduzem as amplitudes ao redor da frequência natural, no entanto comprometem significativamente a resposta para valores mais elevados de frequência. Na Figura 3.22 estão apresentados os mesmos resultados para fatores de amortecimento de 35, 70, 100 e 120 %, respectivamente em azul, cyan, magenta e vermelho. Para fatores acima de 70 % não se observa mais o pico próximo à frequência natural, no entanto a resposta para altas frequências é severamente afetada.

Na Figura 3.23 estão apresentados os resultados obtidos com as características da região traseira do veículo utilizado para as medições apresentadas no item 4.6.1. As diferenças entre os resultados obtidos para as configurações com e sem os amortecedores, fatores de amortecimento de 55 e 8 %, respectivamente, podem ser observadas ao se comparar a Figura 3.23 com as PSDs apresentadas nas Figuras 4.14 e 4.15.

Esse resultado, conforme descrito no item 4.6.1 esclarece a necessidade do elemento amortecedor visando a dissipação da quantidade adequada de energia e evitando dessa forma oscilações persistentes da massa suspensa.

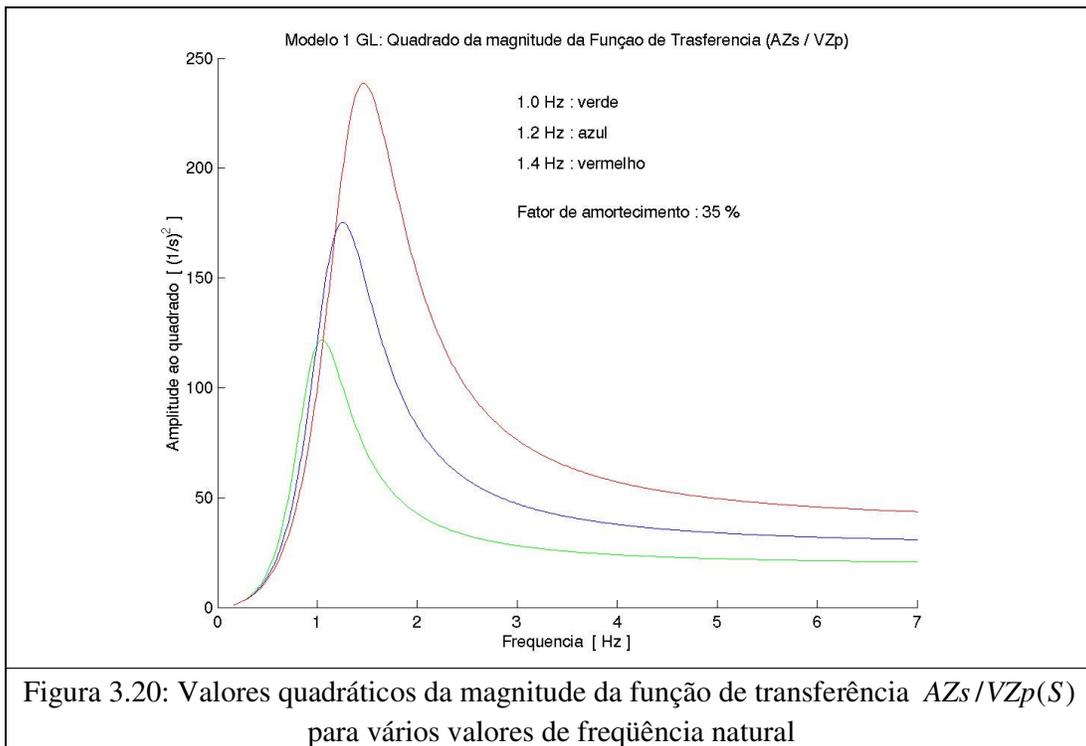


Figura 3.20: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZ_s / VZ_p(S)$ para vários valores de frequência natural

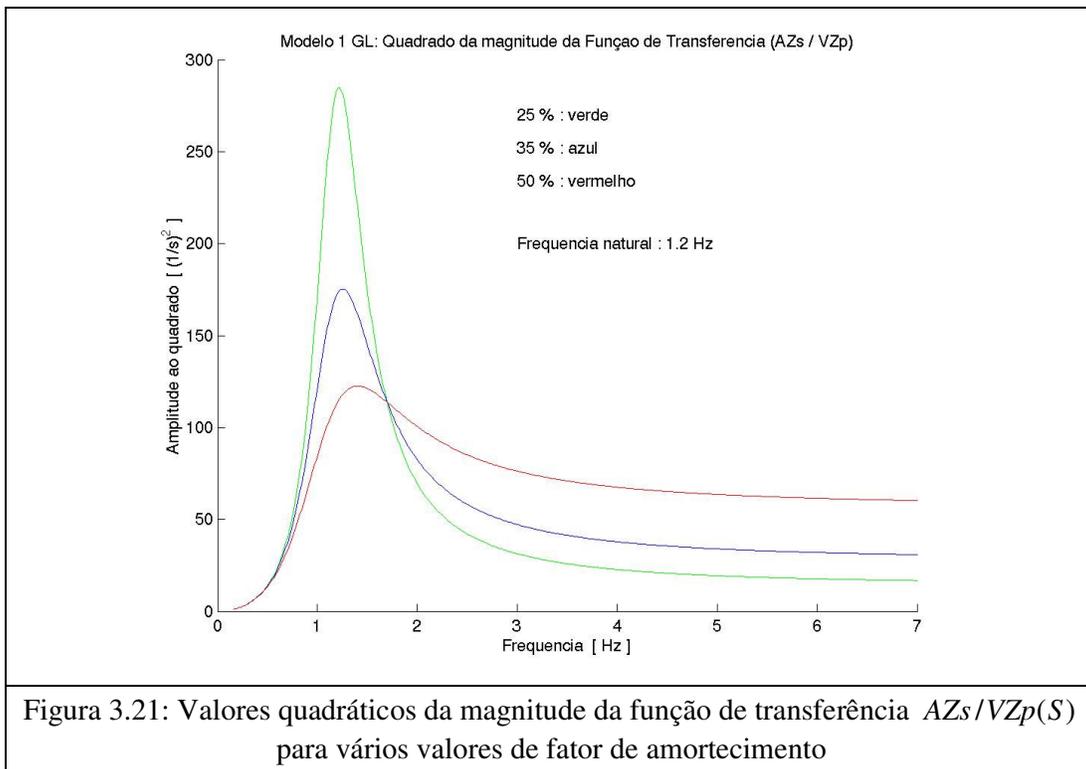


Figura 3.21: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZ_s/VZ_p(S)$ para vários valores de fator de amortecimento

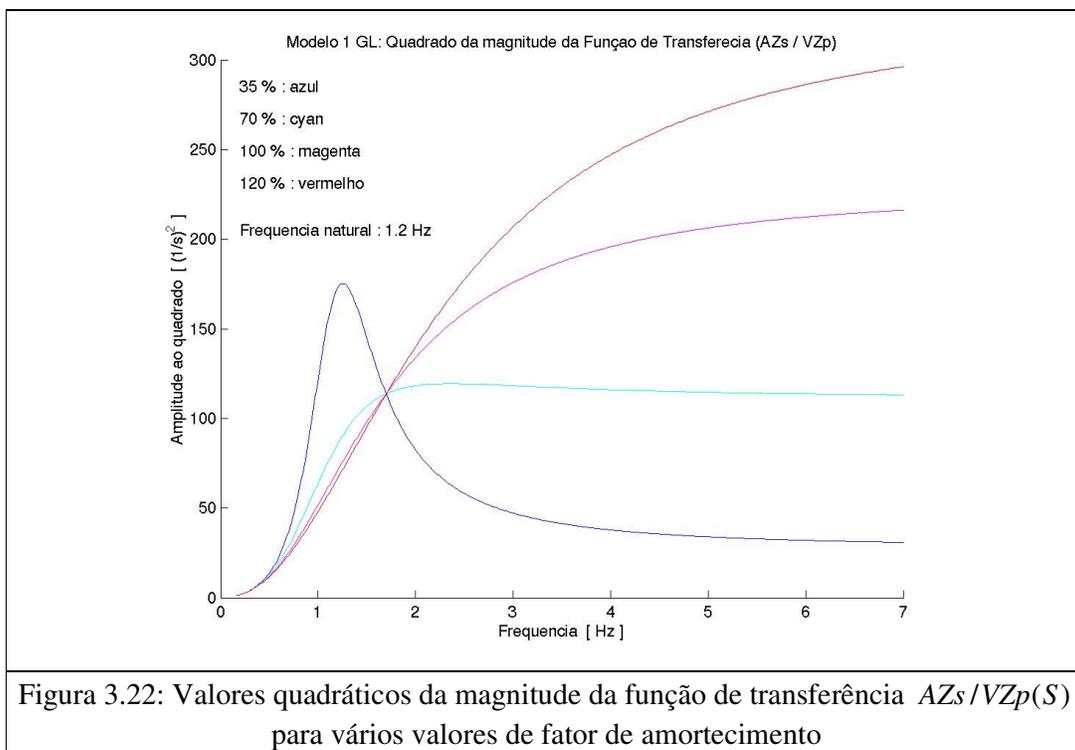
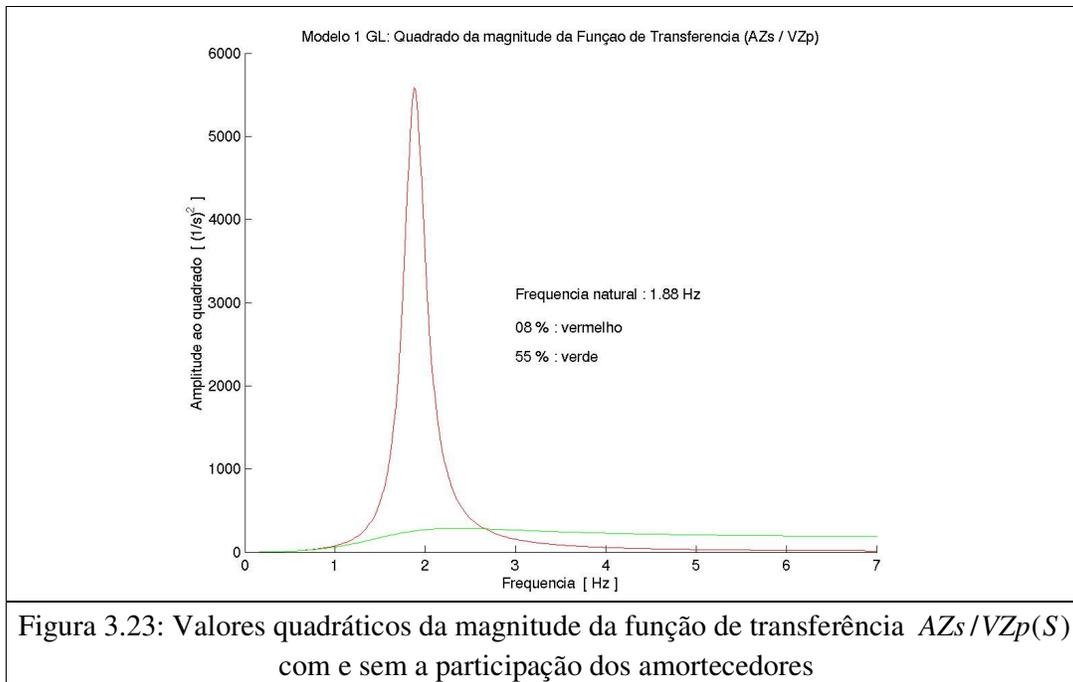


Figura 3.22: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZ_s/VZ_p(S)$ para vários valores de fator de amortecimento



3.3 Massa não suspensa

Os feixes de molas contribuíram para o conforto do motorista reduzindo também as excitações impostas sobre as mercadorias transportadas. No entanto, as rodas, na maioria confeccionadas em madeira, em conjunto com os feixes de molas, não geravam isolamento suficiente para as excitações transientes em pavimentos irregulares ou em obstáculos mais severos. Os impactos sobre o motorista, principalmente através do sistema de direção eram elevados e a quebra das rodas era um fato comum.

O acréscimo de um volume de borracha ao redor dessas rodas (pneu sólido) resultou em melhorias no conforto e contribuiu para a vida das rodas. No entanto com esse tipo de pneu ainda surgiam elevados impactos durante a passagem por pistas irregulares, principalmente no caso de bicicletas. Conforme descrito por CAMPBELL, eram impactos semelhantes aos de uma britadeira. Com a invenção do pneumático (ar no interior do pneu) obteve-se o isolamento desejado para esse tipo de excitação. No entanto, não foi a melhoria do *ride* que motivou essa invenção.

No início dos anos 10, LITCHFIELD explicava, durante uma palestra, que bicicletas com pneus sólidos eram adequadas para pistas de boa qualidade, mas em pistas irregulares o ciclista precisava reduzir a velocidade para suportar os impactos. J. B. DUNLOP estava na platéia e foi chamado para falar sobre seu invento.

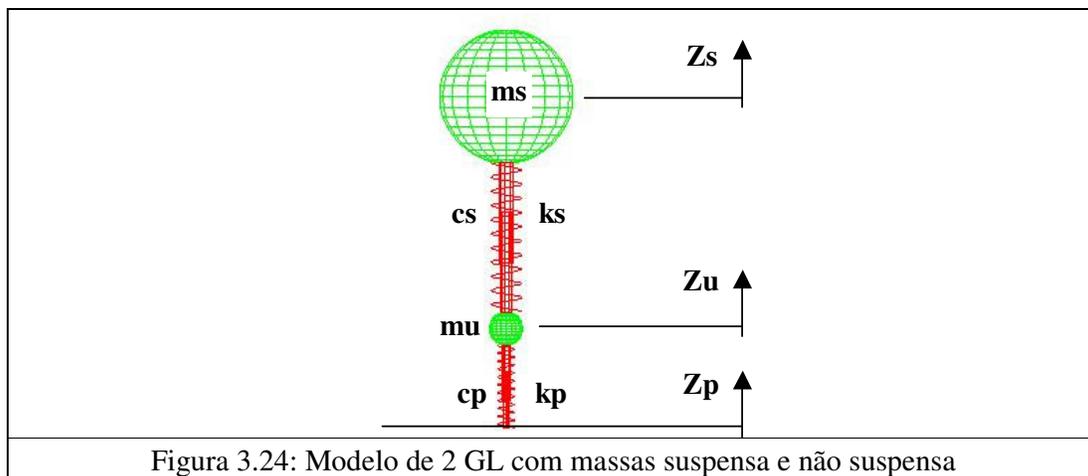
DUNLOP explicou que a busca por redução no esforço para pedalar foi a motivação para a criação do pneumático. Ao colocar pneumáticos na bicicleta de seu filho, em 1888, DUNLOP visava reduzir o quanto o pneu afundavam em solo macio. O objetivo de redução de esforço foi alcançado e ao mesmo tempo obteve-se redução de impactos sobre o ciclista em pavimentos irregulares. DUNLOP também esclareceu que quando criança ele observou um homem em Edinburg criar o pneumático e utilizá-lo em carruagens. Pela descrição de DUNLOP, isso ocorreu na mesma época em que R. W. THOMSON, em 1845, patenteou um pneumático e realizou medições que comprovaram a redução no esforço de tração.

Nesse trabalho será dada maior ênfase no benefício trazido pelo pneumático (daqui pra frente tratado apenas como pneu) para o *ride* dos veículos.

3.3.1 Função do pneu no ride

Ao incluir o elemento elástico do pneu, pode-se utilizar o modelo da Figura 3.24 para representar os fenômenos básicos de uma suspensão relacionados ao *ride* na direção vertical. Apesar de simples, esse modelo possibilita a verificação da influência das características dos elementos da suspensão (mola, pneu, amortecedor e massas) em alguns comportamentos fundamentais da dinâmica vertical do veículo.

As principais avaliações qualitativas possíveis de serem feitas com esse modelo referem-se a conforto, segurança, espaço de trabalho e durabilidade (tendência de redução ou aumento dos esforços aplicados às massa suspensa e não suspensa). As seguintes grandezas podem ser utilizadas para essas avaliações:



$Z\ddot{s}$ para conforto: As normas de conforto atuais se baseiam nos valores de aceleração resultantes na interface do ser humano com o meio ao qual está exposto para quantificar a tolerância do ser humano quando exposto às vibrações causadas por esse meio.

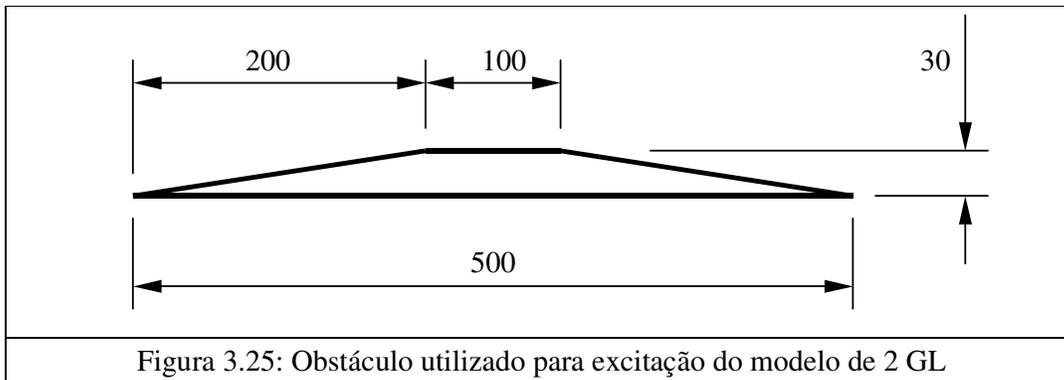
$k_p \cdot (Z_u - Z_p)$ para segurança: As forças necessárias para o controle adequado do veículo são geradas no plano tangencial ao contato entre pneu e pavimento. Forças longitudinais atuam no controle do veículo na aceleração e frenagem e as forças laterais são necessárias para garantir estabilidade e para obtenção do controle direcional desejado. A magnitude da força resultante nesse plano depende diretamente da força normal de contato. Portanto, quanto maior a variação da força de contato, menor a capacidade de controle do veículo (vide maiores informações no item 3.3.7).

$Z_s - Z_u$ para verificação do espaço necessário para o trabalho adequado da suspensão.

$k_s \cdot (Z_u - Z_s)$ e $c_s \cdot (\dot{Z}_u - \dot{Z}_s)$ para uma avaliação qualitativa dos esforços atuantes nos suportes de molas e amortecedores.

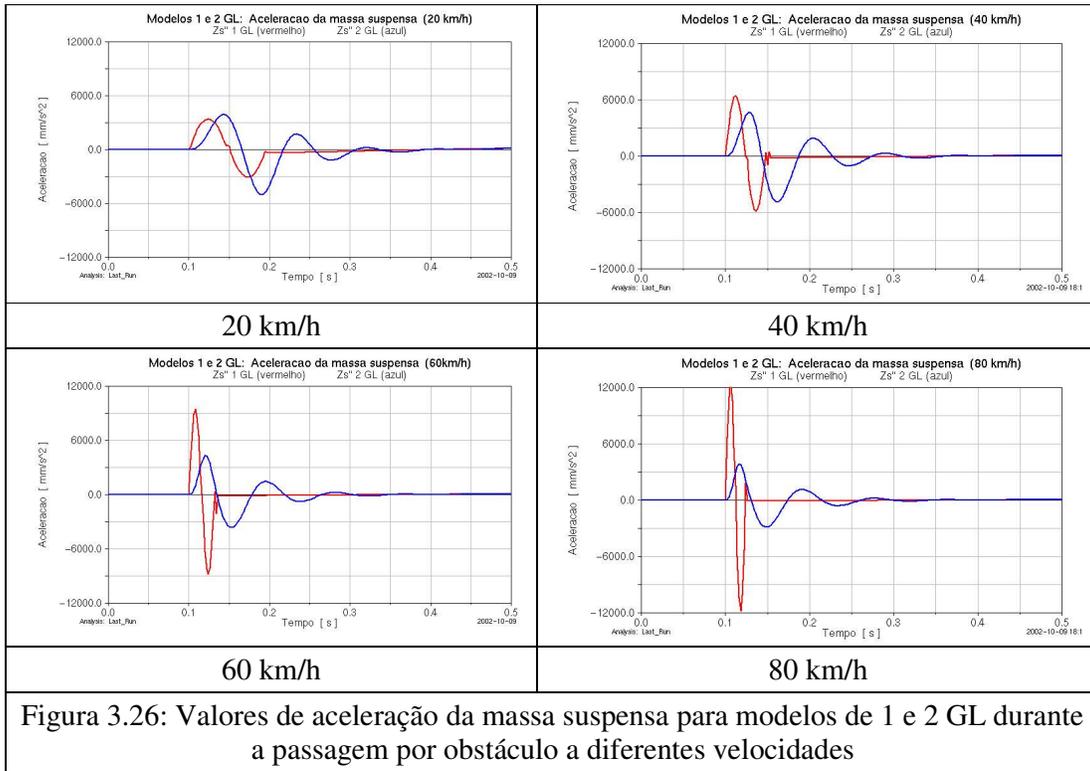
Visando avaliar a influência básica do pneu no *ride*, o modelo da Figura 3.24 foi submetido ao obstáculo da Figura 3.25, nas velocidades de 20, 40, 60 e 80 km/h.

Os valores de aceleração resultantes na massa suspensa estão apresentados em vermelho para o modelo de 1 GL e em azul para o modelo de 2 GL com pneu, nos gráficos da Figura 3.26 (todos na mesma escala).



Verifica-se que, ao passar por velocidades mais altas sobre o obstáculo da Figura 3.25 os valores de aceleração impostos à massa suspensa seriam significativamente elevados se não existisse o pneu. Para o obstáculo e os valores de velocidade considerados nessa avaliação, ocorre maior excitação do modo de massa não suspensa, *hop* (vide item 3.3.3). Esse tipo de excitação é constantemente encontrada nos trechos urbanos de

circulação de veículos. Elas referem-se a emendas, buracos e outras pequenas irregularidades no asfalto, que seriam muito incômodas sem a presença do pneu.



3.3.2 Resposta na frequência

A função de transferência para esse modelo de 2 GL, considerando entrada VZp e saída AZs , é dada por:

$$\frac{AZs}{VZp}(s) = \frac{cp \cdot cs \cdot S^3 + (cp \cdot ks + cs \cdot kp) \cdot S^2 + kp \cdot ks \cdot S}{mu \cdot ms \cdot S^4 + (mu \cdot cs + ms \cdot cp + ms \cdot cs) \cdot S^3 + (mu \cdot ks + cp \cdot cs + ms \cdot kp + ms \cdot ks) \cdot S^2 + (cp \cdot ks + cs \cdot kp) \cdot S + kp \cdot ks} \quad (3.4)$$

Na Figura 3.27 estão apresentados os valores quadráticos de $|AZs/VZp(S)|$, para frequências naturais de 1.0, 1.2 e 1.4 Hz ($\xi = 0,35$) para o modo de vibrar com movimento predominante de massa suspensa. Verifica-se o surgimento de um segundo pico na resposta de aceleração da massa suspensa em aproximadamente 10 Hz, referente ao modo de vibrar com movimento predominante de massa não suspensa. Ao comparar essas curvas para diferentes frequências naturais, a diferença mais significativa entre as amplitudes de resposta ocorre ao redor da frequência natural do modo de vibrar de massa suspensa até a frequência do modo de vibrar de massa não suspensa.

Encontra-se usualmente em literatura as curvas de magnitude da função de transferência ($AZ_s / AZ_p(S)$) para avaliar a influência dos parâmetros da suspensão. Essas curvas estão apresentadas na Figura 3.28, com a mesma descrição de cores da Figura 3.27. Observa-se que, desta forma, não é possível obter uma real idéia qualitativa da influência da frequência natural do modo de vibrar de massa suspensa no conforto e nem da importância do modo de vibrar com movimento predominante do eixo na resposta da massa suspensa.

No item 4.10 estão apresentadas figuras que contém PSDs de aceleração vertical em diversos pontos do chassi para a passagem por alguns trechos de pista. Nessas figuras é possível verificar amplitudes significativas em toda faixa entre as frequências dos modos vibrar de massa suspensa e não suspensa, comprovando que a métrica proposta nesse trabalho é mais adequada para avaliações de *ride*.

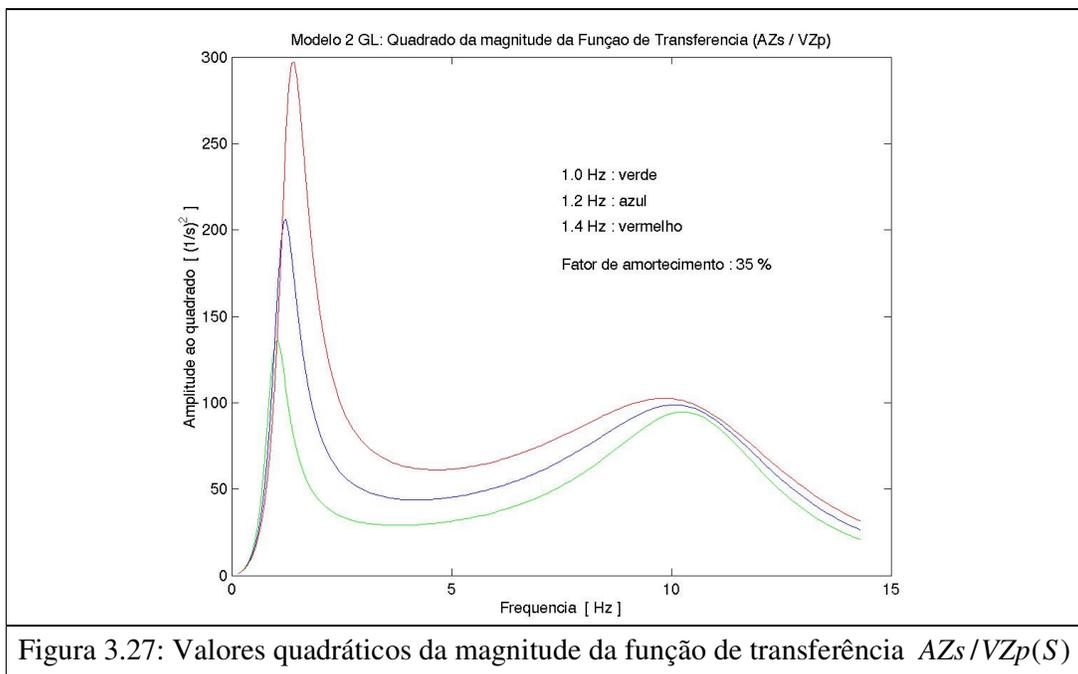
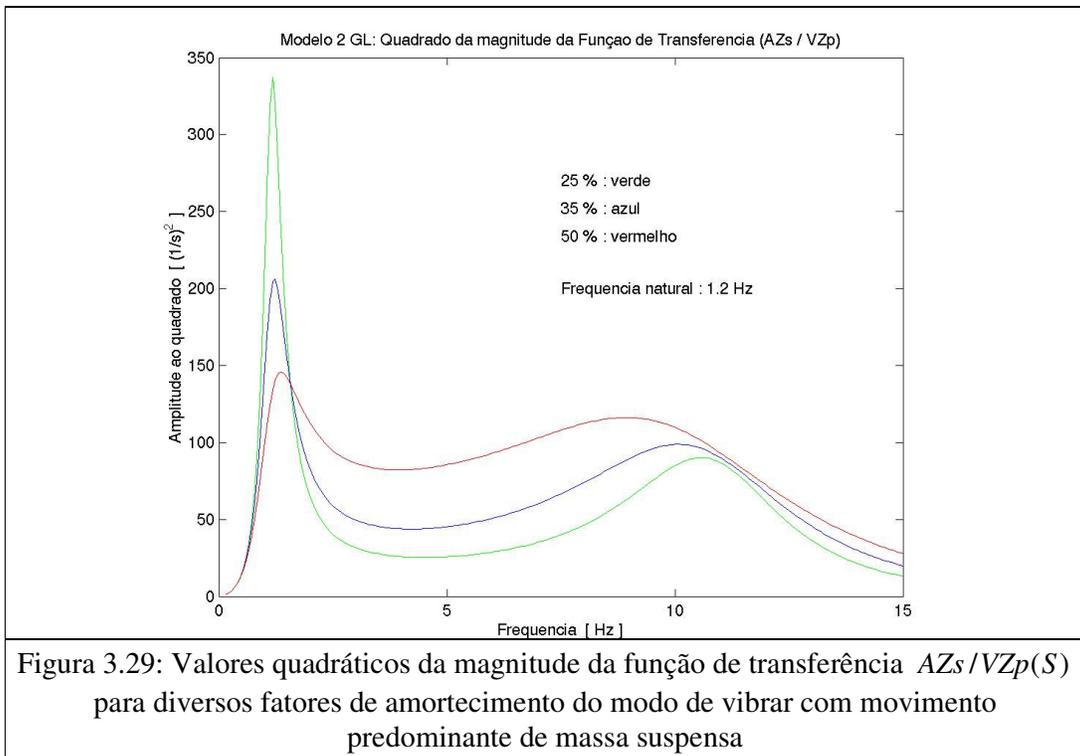
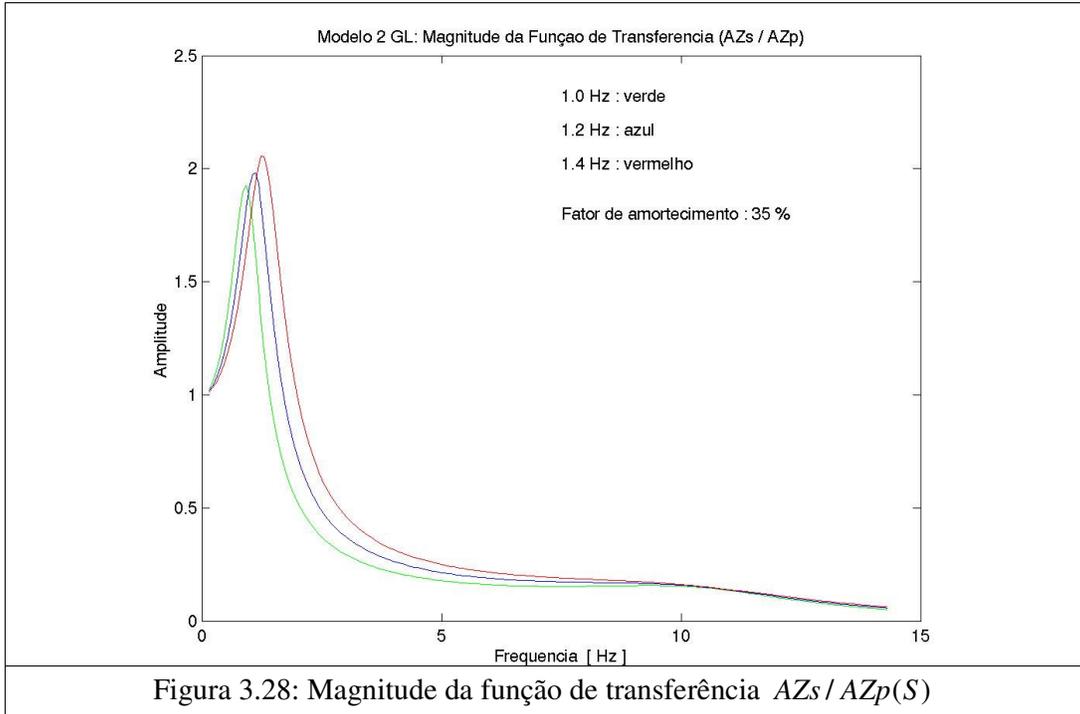


Figura 3.27: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZ_s / VZ_p(S)$

Na Figura 3.29 estão apresentados os resultados para frequência de 1.2 Hz com fatores de amortecimento de 25, 35 e 50 % para o modo de massa suspensa. O aumento do amortecimento reduz as amplitudes ao redor da frequência do modo de vibrar de massa suspensa, mas compromete toda faixa até a frequência do modo de vibrar de massa não suspensa. O aumento do amortecimento eleva principalmente as amplitudes na região central entre os valores de frequência dos dois modos de vibrar, como pode ser visto

também na Figura 3.30, na qual estão apresentados os resultados para fatores de amortecimento de 35, 70, 100 e 120 %.



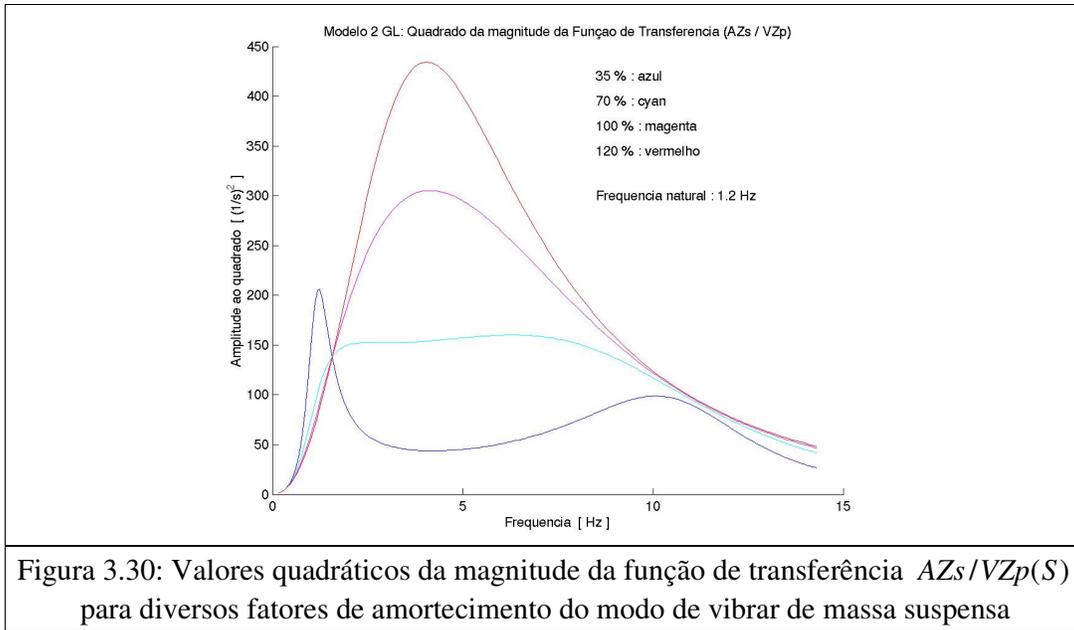


Figura 3.30: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZs/VZp(S)$ para diversos fatores de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa

3.3.3 Modos de vibrar

Para facilitar o entendimento das propriedades desse sistema de 2 GL, pode-se determinar os modos de vibrar, suas respectivas frequências e fatores de amortecimento através das equações de estado. A matriz de estado A desse sistema está apresentada na equação 3.5. Utilizando-se os parâmetros do Apêndice A4, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 3.2

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(kp + ks)/mu & ks/mu & -(cp + cs)/mu & cs/mu \\ ks/ms & -ks/ms & cs/ms & -cs/ms \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Tabela 3.2: Descrição dos modos de vibrar do modelo de 2 GL

Modo de vibrar	Componentes de cada grau de liberdade no modo	Ângulo de fase de cada grau de liberdade [°]	Frequência natural [Hz]	Frequência amortecida [Hz]	Fator de amortecimento
1°	Zs = 1.000	Afs = -108	1.173	1.113	0.315
	Zu = 0.078	Afu = -71			
2°	Zs = 0.076	Afs = 143	10.954	10.545	0.271
	Zu = 1.000	Afu = -105			

Os valores dos parâmetros utilizados proporcionam, para o modelo de 1 GL da Figura 3.13, uma frequência natural de 1.2 Hz e um fator de amortecimento de 0.35. Observa-se que, neste caso, a inclusão da massa não suspensa resultou em uma redução

do valor da frequência natural de 1.2 para 1.17 Hz e no fator de amortecimento de 0.35 para 0.31 para o modo com movimento predominante de massa suspensa. Essa redução é maior para valores menores de rigidez do pneu.

Se não existisse amortecimento nesse sistema, os movimentos dos 2 corpos estariam em fase para o 1º modo de vibrar e fora de fase para o 2º modo de vibrar. Os movimentos dos dois corpos são sempre em oposição de fase para o modo de vibrar com movimento predominante de massa não suspensa (2º modo).

O amortecimento não proporcional utilizado resulta em uma diferença de fase de 31º no 1º modo de vibrar, ou seja, a massa suspensa atinge o ponto de máximo pouco após o máximo da massa não suspensa. Para o 2º modo de vibrar o movimento predominante (massa não suspensa) atinge o ponto de máximo 112º antes do máximo da massa suspensa.

3.3.4 Influência do coeficiente de amortecimento, c_s

As Figuras de 3.31 até 3.36 auxiliam no entendimento do efeito do amortecimento na resposta de aceleração da massa suspensa. Alterou-se o valor do coeficiente de amortecimento c_s do modelo em questão, utilizando-se os mesmos parâmetros do item 3.3.3 (vide Apêndice A4).

Na Figura 3.31 estão apresentados os valores da frequência natural não amortecida (ω_n) e amortecida (ω_d) para o 1º modo de vibrar, em função do fator de amortecimento que seria obtido ao utilizar o mesmo coeficiente c_s para o modelo de 1 GL da Figura 3.13.

As componentes desse 1º modo de vibrar estão apresentadas na Figura 3.32. Esse modo de vibrar tem movimento predominante da massa suspensa, por isso o modo foi normalizado de forma a manter a componente $Z_s = 1.0$. Observa-se que ao elevar o fator de amortecimento, relativo ao modelo de 1 GL, ocorre aumento da parcela de movimento da massa não suspensa nesse modo (vide trecho inicial da curva azul).

Para fatores de amortecimento próximos de 1 (relativos ao modelo de 1 GL), obtém-se um modo superamortecido para o modo de vibrar de massa suspensa. Essa relação pode ser observada na Figura 3.33.

Continuando a elevação do coeficiente de amortecimento, surge uma nova forma de vibrar com amplitudes semelhantes de movimento para a massa suspensa e não

suspensa, conforme Figura 3.32. O fator de amortecimento desse novo modo de vibrar reduz com o aumento do valor de c_s , conforme Figura 3.33. Algumas literaturas referem-se a esse modo de vibrar como *bounce* de todo veículo sobre os pneus. Essa referência não é adequada, pois apesar das amplitudes serem semelhantes para massa suspensa e não suspensa, existe significativa diferença de fase entre os movimentos dessas massas no modo. O *bounce* do veículo sobre os pneus ocorre quando existe travamento da mola da suspensão (vide item 3.3.6).

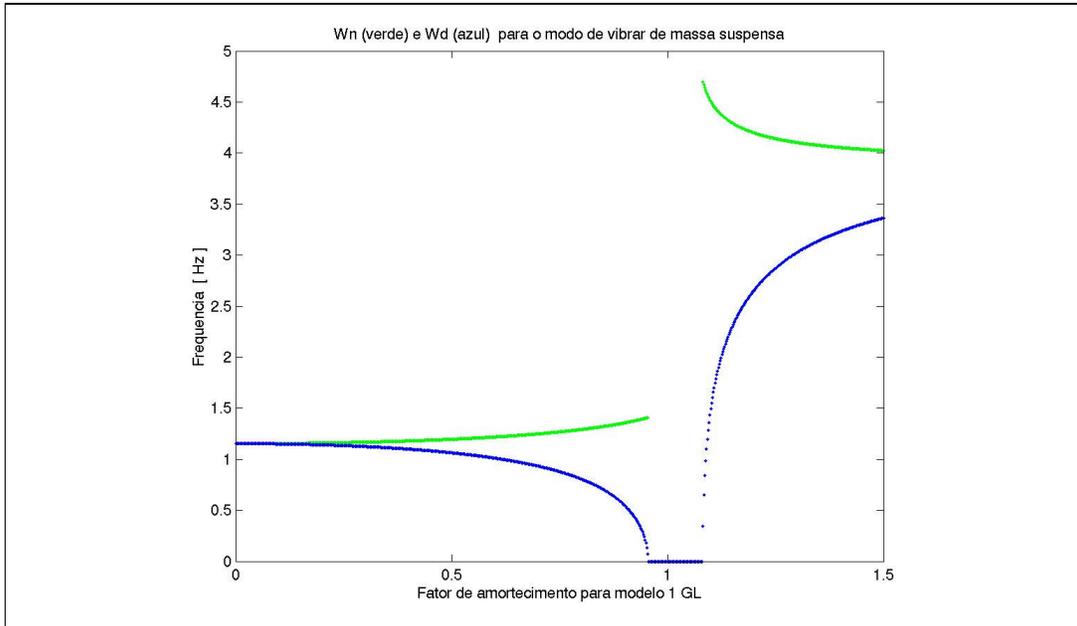
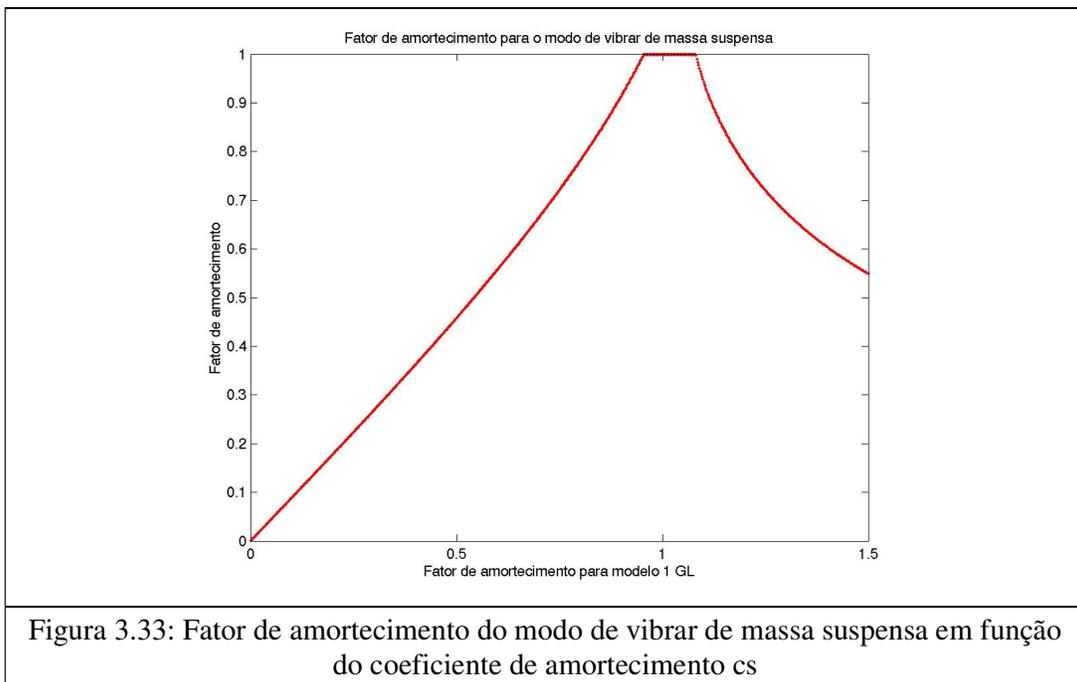
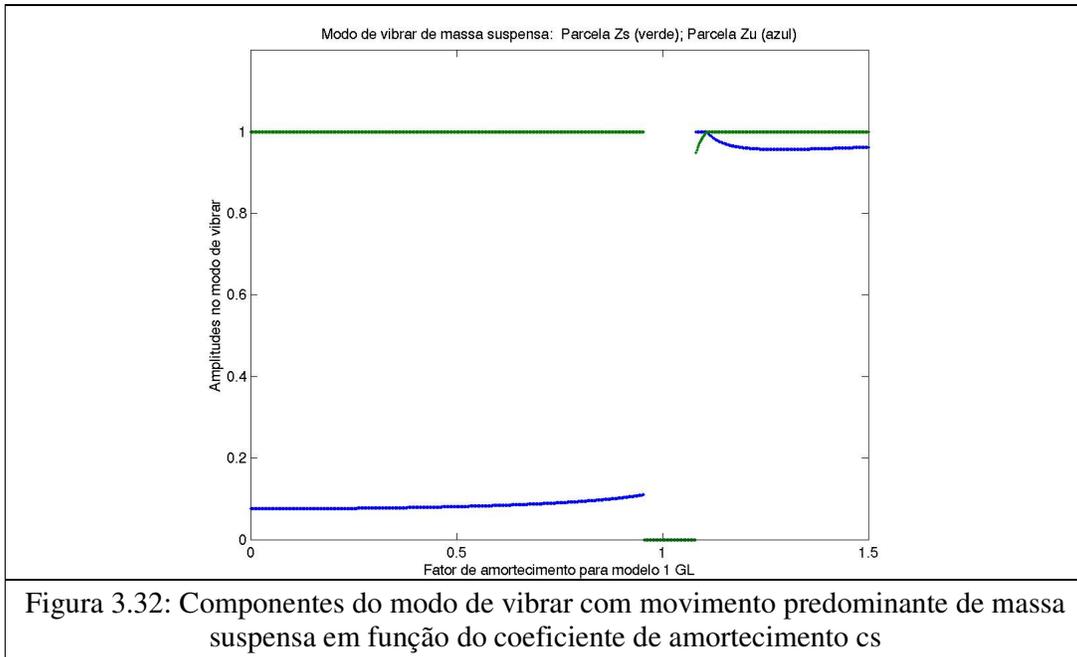


Figura 3.31: Valores de frequência do modo de vibrar com movimento predominante da massa suspensa em função do coeficiente de amortecimento c_s

Os resultados para o modo de vibrar com movimento predominante da massa não suspensa encontram-se nas Figuras 3.34, 3.35 e 3.36. A Figura 3.34 contém os valores de frequência natural não amortecida (ω_n) e amortecida (ω_d) para esse 2º modo de vibrar em função do fator de amortecimento que seria obtido ao utilizar o mesmo coeficiente c_s para o modelo de 1 GL da Figura 3.13. Na Figura 3.35, verifica-se o aumento da parcela de movimento da massa suspensa com o aumento do coeficiente de amortecimento, até o valor para o qual modo torna-se superamortecido. Os valores do fator de amortecimento desse modo de vibrar estão apresentados na Figura 3.36.

Considerando-se um perfil de pista que apresente amplitudes constantes em função da frequência em sua PSD de velocidade, pode-se então utilizar as amplitudes ao quadrado da função de transferência (AZ_s/VZ_p) para obter-se uma boa noção das características

da PSD de aceleração da massa suspensa $Z\ddot{s}$ e, a partir desta, calcular o valor RMS de $Z\ddot{s}$ ao variar o coeficiente de amortecimento c_s . Em casos reais, as amplitudes de saída dependerão da amplitude de entrada da PSD de velocidades do perfil de pista. Mas, por enquanto, foi considerada uma amplitude unitária para a PSD de velocidades da pista, pois isso já é o suficiente para possibilitar a verificação da influência dos elementos da suspensão do veículo na resposta $Z\ddot{s}$.



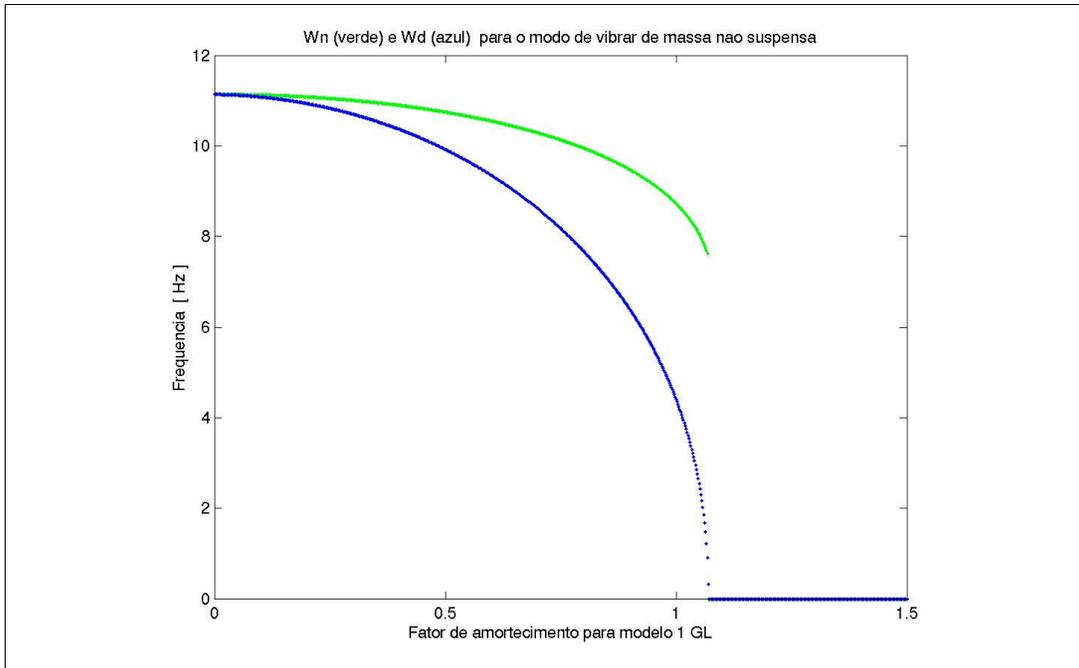


Figura 3.34: Valores de frequência do modo de vibrar com movimento predominante da massa não suspensa em função do coeficiente de amortecimento c_s

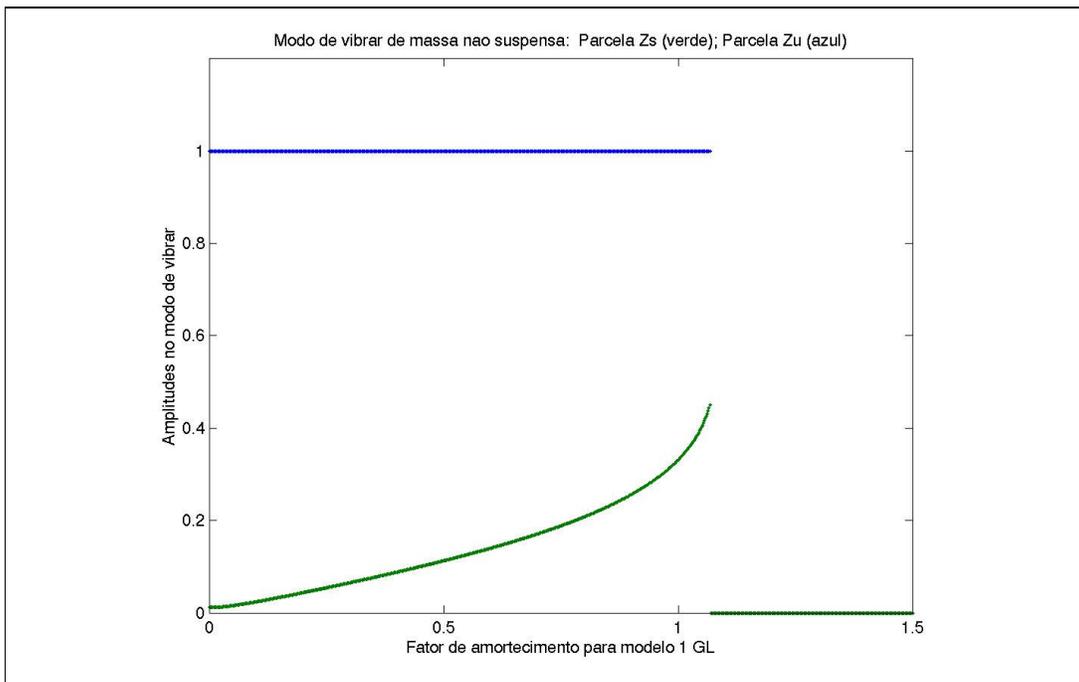


Figura 3.35: Componentes do modo de vibrar com movimento predominante de massa não suspensa em função do coeficiente de amortecimento c_s

Na Figura 3.37 estão apresentados os valores de magnitude ao quadrado da função de transferência em questão que possibilitaram o cálculo dos valores RMS de $Z\ddot{s}$, apresentados na mesma figura. O coeficiente de amortecimento c_s foi variado visando-

se identificar para qual valor de fator de amortecimento do modo de massa suspensa obtém-se os menores valores RMS de Z_s^i .

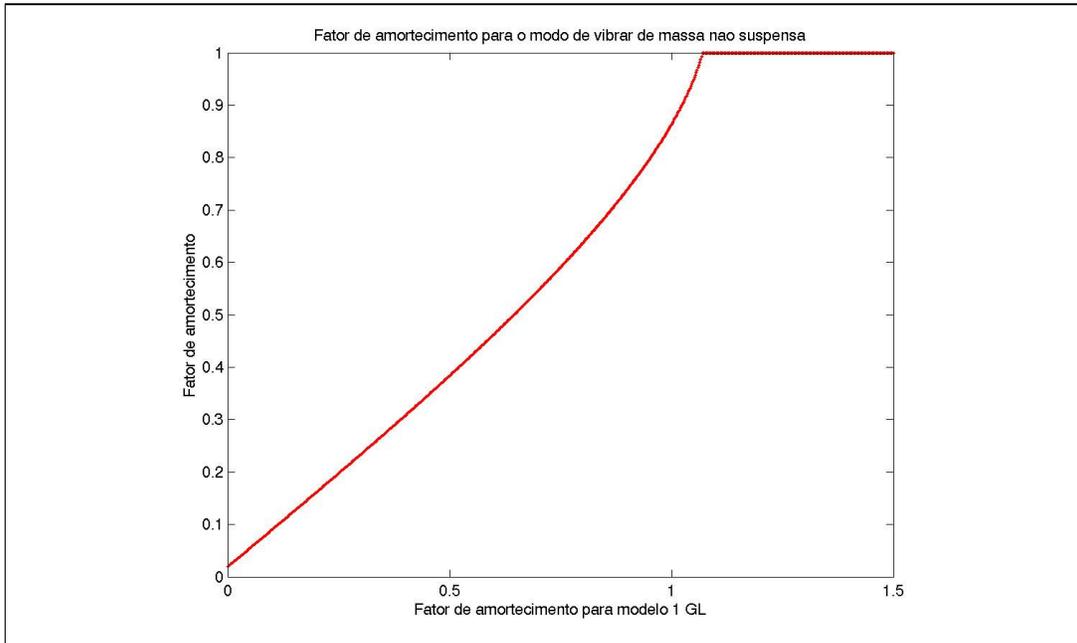


Figura 3.36: Fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa em função do coeficiente de amortecimento c_s

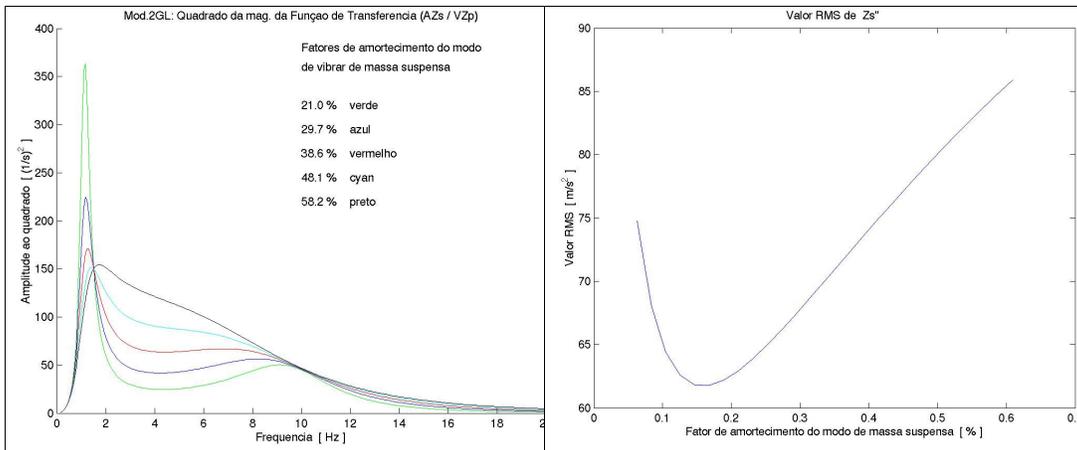


Figura 3.37: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $AZ_s / VZ_p(S)$ e valores RMS de Z_s^i

Os menores valores de RMS de Z_s^i foram obtidos para fatores de amortecimento entre 15 e 20%. O aumento do fator de amortecimento, acima dessa faixa, eleva as amplitudes de AZ_s na faixa de frequências entre as frequências naturais dos dois modos de vibrar, aumentando significativamente a área da PSD de Z_s^i e conseqüentemente o valor da média quadrada. Além disso, esse aumento de amplitude, obtido com o

aumento de c_s , ocorre justamente na faixa de frequências na qual o ser humano apresenta menor tolerância à vibrações na direção vertical, entre 4 e 8 Hz. A redução do fator de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa, contribui para a redução da amplitude de A_{Z_s} na faixa de frequências intermediárias, mas eleva as amplitudes para frequências próximas da frequência do modo de vibrar de massa suspensa. Nessa faixa de frequências (massa suspensa) o ser humano apresenta maior sensibilidade para oscilações na direção longitudinal e lateral. Os efeitos de *pitch* e *roll* da massa suspensa estão apresentados em outros itens.

Visando avaliar se outras características da suspensão influenciam no valor de amortecimento para o qual obtém-se os menores valores de RMS de Z_s , foram realizados cálculos variando-se o valor de c_s para vários valores de frequência natural da massa suspensa, ao alterar a rigidez da mola, k_s . Os resultados estão apresentados no lado esquerdo da Figura 3.38. Os valores de c_s estão na unidade **N.s/m** e os valores de frequência referem-se às frequências básicas do modo de vibrar de massa suspensa, pois os valores reais, tanto da amortecida quanto da natural, são ligeiramente alterados em função do coeficiente de amortecimento c_s . As principais conclusões extraídas dessa figura são o aumento das amplitudes RMS de Z_s com o aumento da frequência do modo de vibrar de massa suspensa e a verificação de qual valor de c_s proporciona o menor valor RMS de Z_s . Essa última informação está melhor apresentada na figura da direita, na qual verificam-se os valores de fator de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa que proporcionam os menores valores de RMS de Z_s , em função da frequência natural real do modo de massa suspensa.

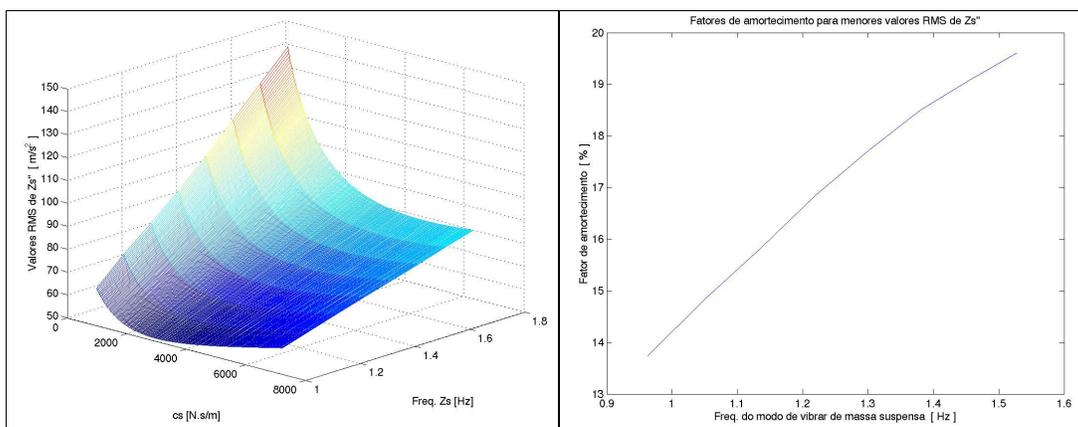


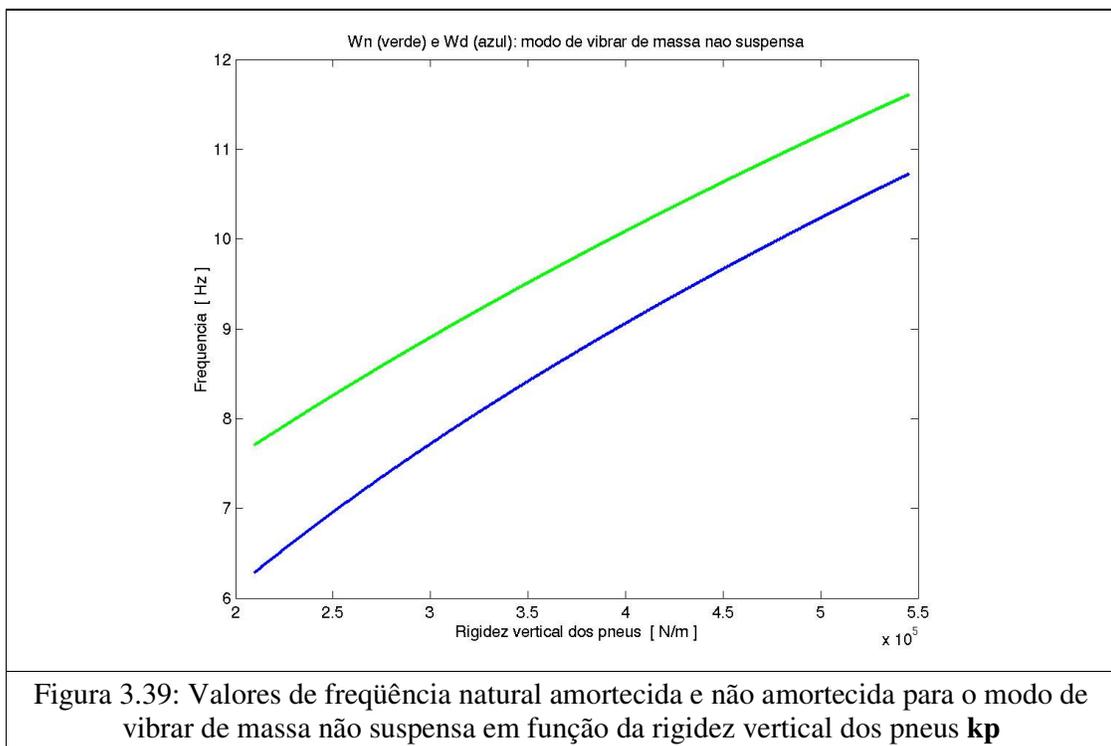
Figura 3.38: Valores RMS de Z_s em função do coeficiente de amortecimento c_s e do valor da frequência natural do modo de vibrar de massa suspensa

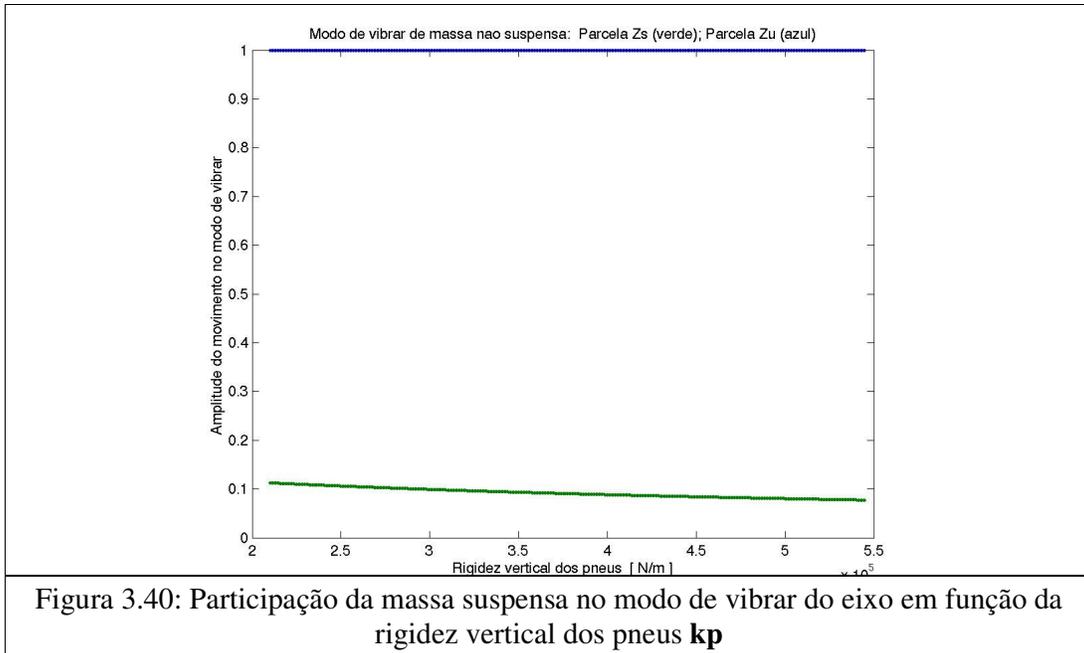
No item 3.3.7 é aplicado procedimento semelhante para verificar qual fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa proporciona menor variação do contato entre pneu e pavimento.

3.3.5 Influência da rigidez vertical do pneu, k_p

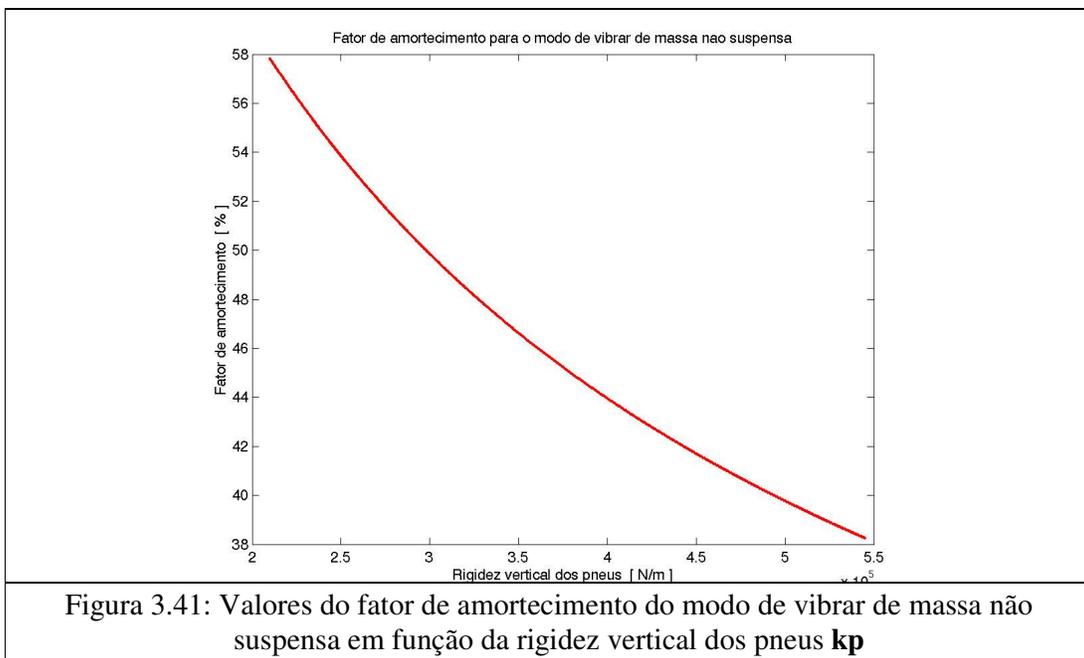
O valor de rigidez vertical do pneu, k_p , influencia significativamente nas características do modo de vibrar de massa não suspensa e ligeiramente nas do modo de vibrar de massa suspensa. Os exemplos apresentados nesse item auxiliam na obtenção de uma idéia qualitativa sobre essa influência. Os parâmetros utilizados nesse exemplo estão apresentados no Apêndice A4.

O pneu é o elemento elástico que mais influencia nas características do modo de vibrar com movimento predominante de massa não suspensa, visto que seu valor de rigidez vertical é, normalmente, de 5 a 10 vezes superior à rigidez da mola da suspensão. Desta forma, alterações na rigidez vertical do pneu alteram diretamente a frequência desse modo de vibrar, conforme apresentado na Figura 3.39. Por esse motivo, valores mais altos de rigidez dos pneus reduzem a participação da massa suspensa no modo de vibrar de massa não suspensa, conforme Figura 3.40.

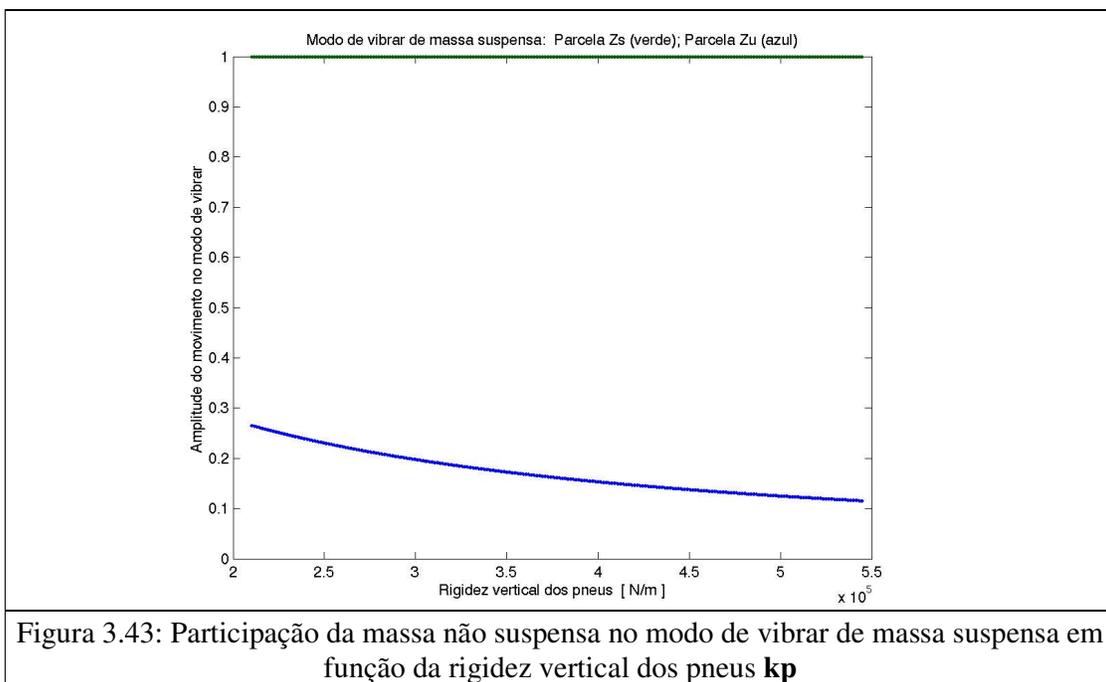
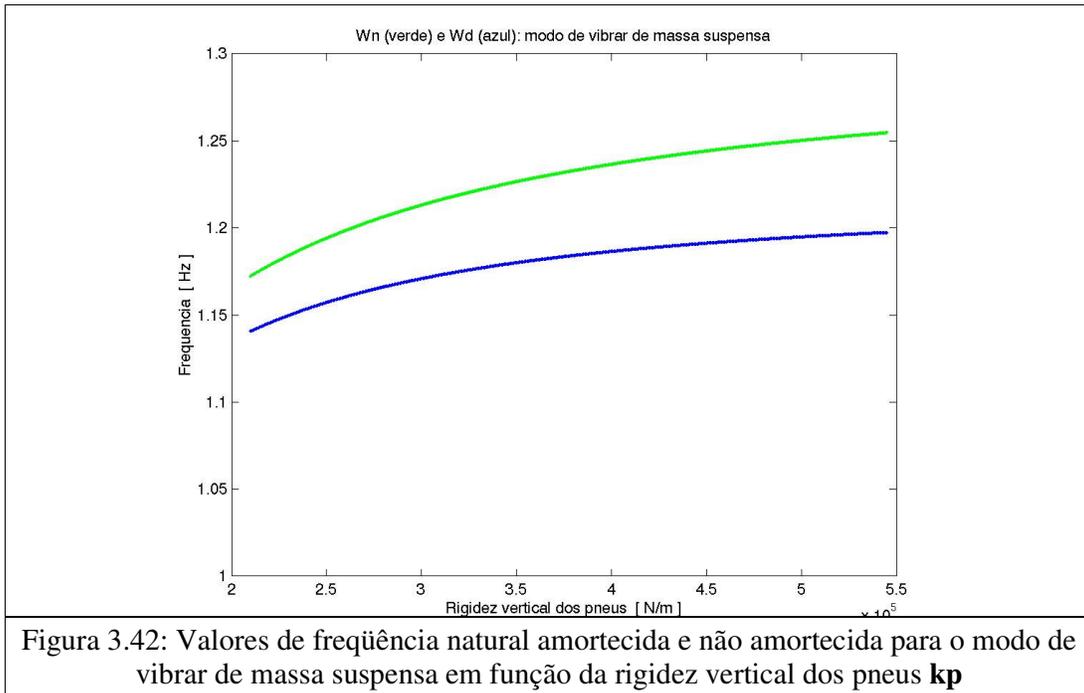




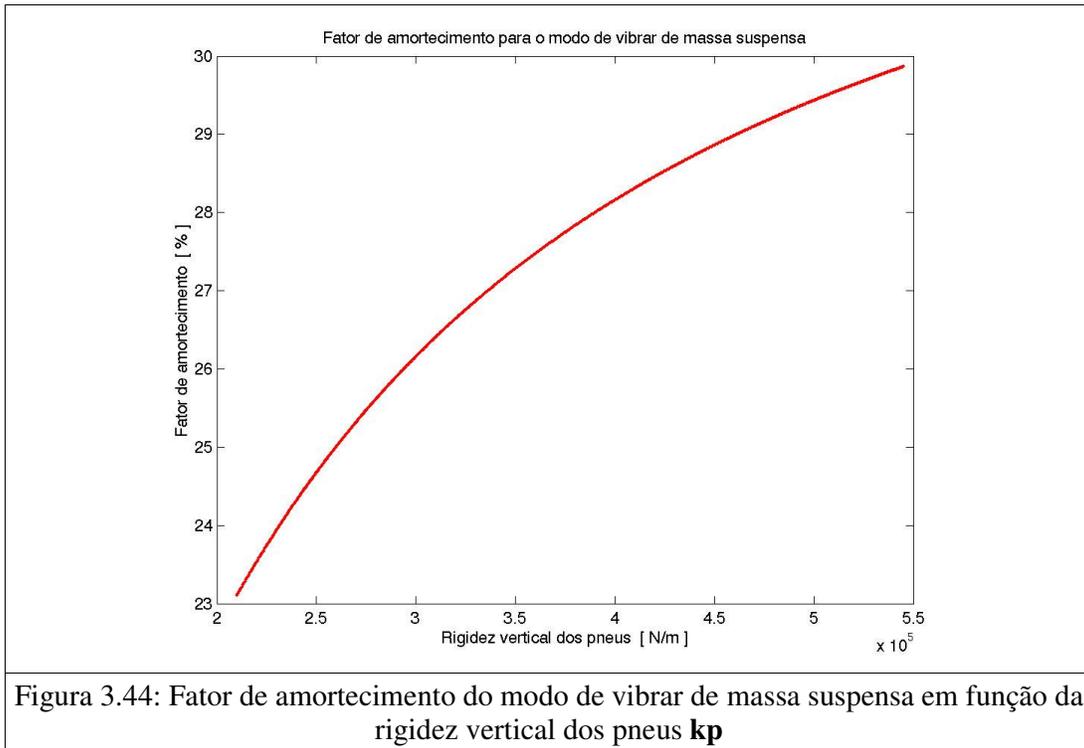
O amortecimento proporcionado pelos pneus na direção vertical é praticamente desprezível quando comparado com o amortecimento proporcionado pela suspensão primária. O amortecedor da suspensão primária é, portanto, o elemento que tem a maior influência no fator de amortecimento do modo de vibrar de eixo. Portanto, ao reduzir a rigidez dos pneus, sem alterar o coeficiente de amortecimento **cs** e sem alterar a massa **mu**, ocorre aumento no fator de amortecimento do modo de vibrar de eixo, conforme Figura 3.41.



O pneu atua em série com a mola da suspensão para gerar rigidez vertical para a massa suspensa. Desta forma, ao reduzir a rigidez vertical dos pneus, ocorre ligeira redução na frequência do modo de vibrar com movimento predominante de massa suspensa e aumento da participação do eixo nesse modo, conforme apresentado nas Figuras 3.42 e 3.43.



Os movimentos das duas massas são em fase para o modo de vibrar de massa suspensa e, por esse motivo, o aumento da participação da massa não suspensa nesse modo de vibrar obtido com a redução da rigidez vertical dos pneus resulta em uma redução do fator de amortecimento desse modo de vibrar, em função da redução do movimento relativo entre as extremidades do amortecedor, conforme apresentado na Figura 3.44.



A Tabela 3.3 apresenta um resumo da influência da rigidez vertical dos pneus nas características dos modos de vibrar de massa suspensa e não suspensa. Essa tabela apresenta os resultados obtidos com a redução no valor de rigidez do pneu.

Na Figura 3.45 estão apresentados valores RMS de $Z_{\dot{s}}$ ao variar o valor de **cs** para vários valores de frequência natural da massa suspensa. A diferença entre esses resultados com os da Figura 3.38 é que nesse caso (Figura 3.45) o valor da rigidez vertical dos pneus foi reduzido, de forma a manter a frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa em aproximadamente 8.0 Hz.

Verifica-se que a redução no valor de rigidez vertical dos pneus, contribui para uma redução nos valores RMS de $Z_{\dot{s}}$ (comparação com a Figura 3.38), contribuindo portanto para o conforto do veículo. No entanto, existem outras considerações a serem feitas com relação a redução do valor de frequência do modo de vibrar de massa não

suspensa (vide item 3.3.7.3). Observa-se também que os valores de fator de amortecimento que proporcionam menores valores RMS de Z_s^* , em função da frequência, estão na mesma faixa do que no exemplo anterior. A redução observada no final da curva deve-se a alterações significativas no modo de vibrar de massa suspensa a partir desses valores de rigidez k_s , ocorrendo participação significativa de movimento do eixo nesse modo de vibrar, aproximadamente 30 %.

Tabela 3.3: Resumo da influência da redução da rigidez vertical do pneu nos modos de vibrar de massa suspensa e não suspensa

Características dos modos	Influência da redução da rigidez vertical dos pneus
Frequência natural do modo de vibrar de massa suspensa	Diminui
Frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa	Diminui
Participação da massa não suspensa no modo de vibrar de massa suspensa	Aumenta
Participação da massa suspensa no modo de vibrar de massa não suspensa	Aumenta
Fator de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa	Diminui
Fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa	Aumenta

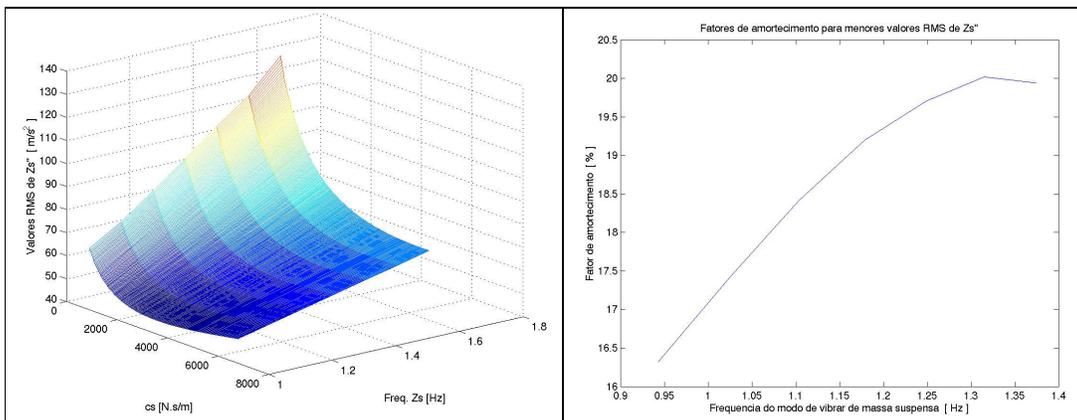


Figura 3.45: Valores RMS de Z_s^* em função do coeficiente de amortecimento c_s

A influência da rigidez dos pneus na aceleração imposta sobre a massa suspensa pode também ser observada através da resposta no tempo para excitações transientes. Foi considerada uma excitação de 0.08 s de duração, conforme descrição no Apêndice A2.

Na Figura 3.46 estão apresentados os valores de resposta de aceleração da massa suspensa. O aumento da rigidez vertical dos pneus resulta em um aumento da aceleração da massa suspensa. Esse resultado contribui para a consolidação da métrica aceleração para avaliação de conforto, pois pneus de maior rigidez vertical são taxados como pneus que deterioram a característica de “impacto” do veículo. A avaliação subjetiva de “impacto” está, na indústria automobilística, relacionada com o nível de isolamento observado pelo avaliador (motorista) durante a passagem por obstáculos de curta duração.

A diferença nos valores de aceleração da massa suspensa em função da rigidez do pneu torna-se mais significativa para obstáculos de menor duração. Na Figura 3.47 estão apresentados os resultados obtidos durante a passagem por um obstáculo com metade do comprimento.

Para obstáculos mais longos, mas de mesma altura, ocorre redução da influência da rigidez vertical do pneu nos valores de aceleração da massa suspensa. Por obstáculos mais longos entenda-se aqueles cuja duração é maior do que o período natural de oscilação do modo de vibrar de massa não suspensa, ou seja, acima de 0.1 s nesses casos. Além disso, os valores de magnitude de aceleração da massa suspensa também são menores para tais obstáculos.

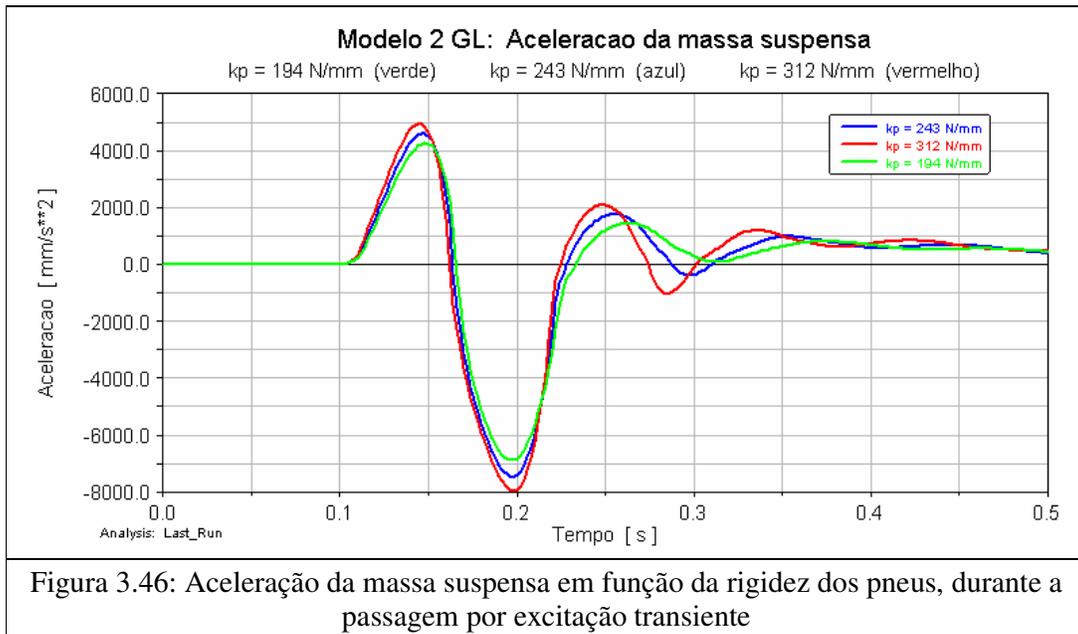
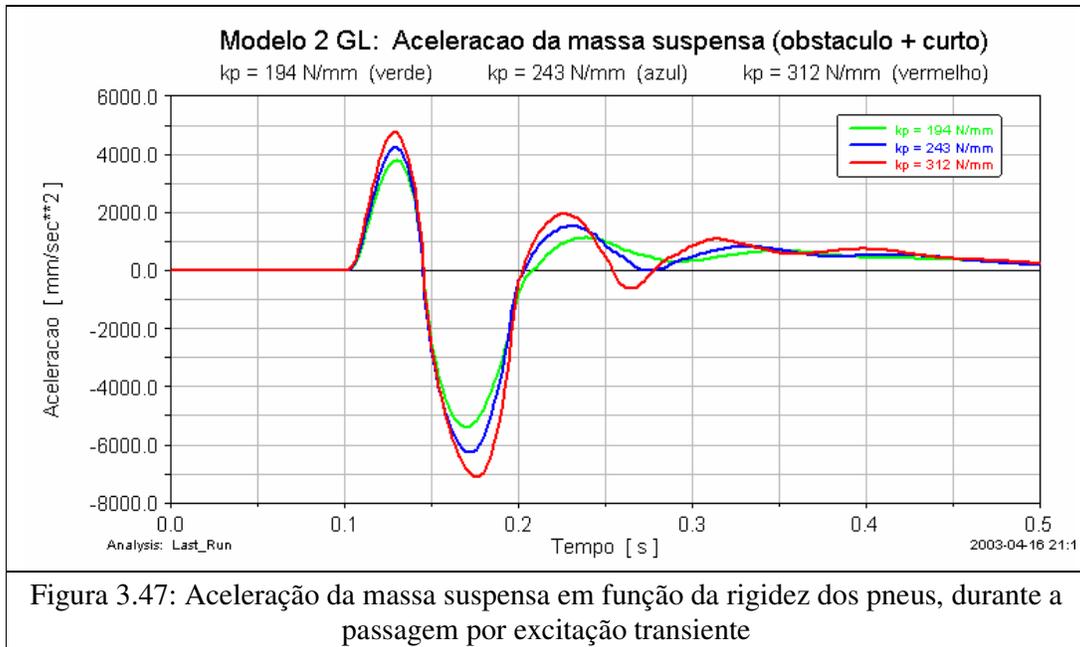


Figura 3.46: Aceleração da massa suspensa em função da rigidez dos pneus, durante a passagem por excitação transiente



3.3.6 Feixes de molas

O feixe de molas é um dos elementos de sustentação mais antigos utilizados nas suspensões de veículos. Seu sucesso histórico e sua persistente utilização no presente, principalmente em veículos comerciais, deve-se principalmente à sua praticidade e baixo custo. Além de proporcionarem a flexibilidade necessária na direção vertical, os feixes de molas atuam também como o elemento restritor da movimentação relativa entre eixo e chassi nas demais direções. No início do século XX, o atrito entre as lâminas do feixe era considerado como uma vantagem desse elemento na suspensão, por propiciar dissipação de energia, controlando as amplitudes de movimento da massa suspensa.

No entanto, algumas características dos feixes impõem limites ao nível de conforto possível de ser alcançado em um veículo. Ao trafegar com o veículo por pistas de boa qualidade, a excitação pode não ser suficiente para vencer o atrito entre as lâminas, evitando, desta forma, o escorregamento entre elas e gerando um valor de rigidez efetiva significativamente superior ao valor nominal. Os trabalhos de HAMANO, YAMAMOTO e NUMAZAKI mencionam valores de rigidez efetiva 4 vezes superiores aos valores nominais. Nessas condições surge um modo de vibrar de todo o veículo oscilando sobre os pneus, sem movimento relativo entre as rodas e a estrutura (chassi) do veículo. Segundo OLLEY, essa forma de vibração era conhecida como “*boulevard*

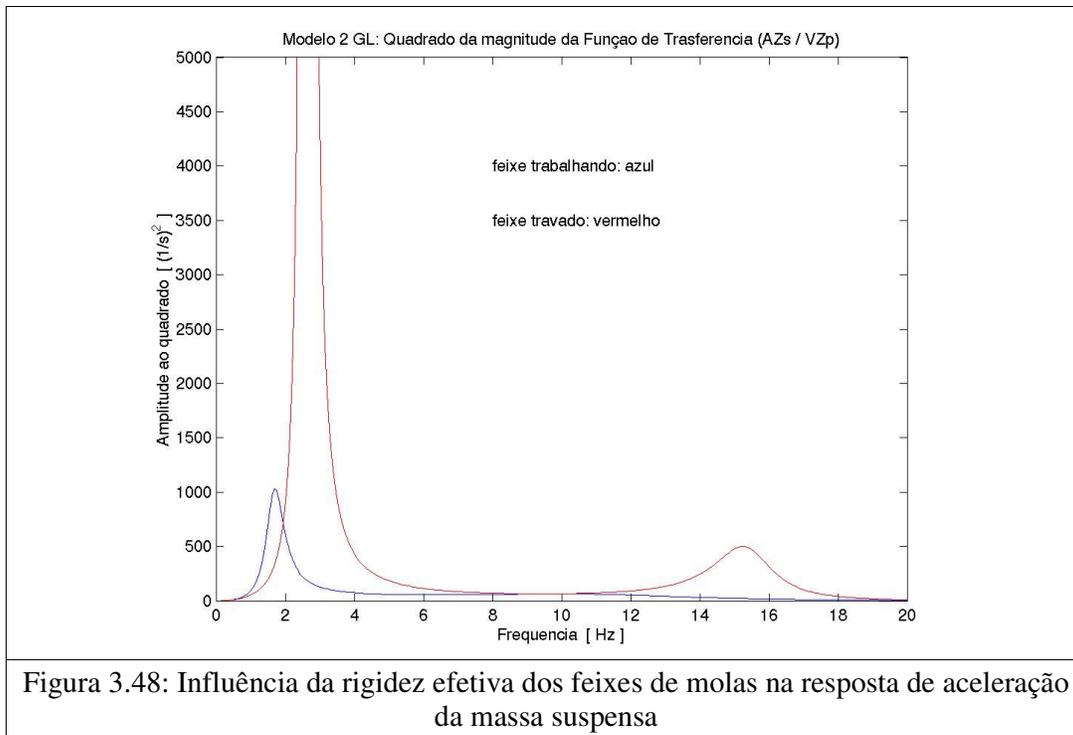
jerk”. Esse fenômeno deteriora significativamente o nível de conforto do veículo em função dos motivos apresentados abaixo:

- 1) Sendo o pneu o principal elemento elástico da suspensão nessa condição, a frequência desse modo de vibrar é maior do que a dos modos de vibrar de massa suspensa com o trabalho adequado da suspensão, pois o valor de rigidez vertical dos pneus é, em geral, significativamente superior ao das molas da suspensão.
- 2) Nessa condição de travamento, não ocorre dissipação de energia nem entre as lâminas do feixe e nem através dos amortecedores, por não existir movimento relativo significativo entre as massas suspensa e não suspensa. Desta forma, o fator de amortecimento desse modo de vibrar é baixo em função do baixo valor de coeficiente de amortecimento dos pneus.

Conforme apresentados nos itens 3.2.3 e 3.3.2, os 2 efeitos listados acima elevam as amplitudes de aceleração da massa suspensa do veículo (nesse caso entenda-se massas suspensa e não suspensa em conjunto).

Na Figura 3.48 estão apresentados os valores quadráticos da magnitude da função de transferência AZ_s/VZ_p para feixes de molas trabalhando adequadamente (em azul) e para feixes travados (em vermelho). Na condição de travamento do feixe observa-se elevação das frequências dos modos de vibrar e aumento significativo das amplitudes de AZ_s .

As amplitudes observadas em campo, durante travamento dos feixes, são elevadas, mas não tanto quanto apresentado na Figura 3.48. Durante a passagem por pista de boa qualidade, o modo de vibrar do veículo sobre os pneus é excitando, elevando as amplitudes de oscilação do veículo. No entanto, para maiores amplitudes de oscilação maiores os esforços sobre os feixes de mola. Para uma determinada amplitude de oscilação o atrito entre as lâminas é vencido, reduzindo a frequência natural da massa suspensa e diminuindo as amplitudes de oscilação (vide exemplo com resultados experimentais no item 4.9).



3.3.7 Contato pneu pavimento

As forças tangenciais no contato pneu solo são necessárias para o controle do veículo. As forças laterais proporcionam o controle direcional e a estabilidade necessária. As forças longitudinais geram aceleração e desaceleração do veículo.

A magnitude máxima da força tangencial depende da força normal nos pneus e do coeficiente de atrito entre pneu e solo. Por esse motivo, é importante que a variação da força normal nos pneus seja a menor possível, visando garantir o controle necessário do veículo. A variação da força normal está, portanto, diretamente relacionada à segurança. Um veículo no qual ocorre grande variação da força normal, inclusive perda de contato, perde a capacidade de frenagem e de controle direcional.

3.3.7.1 Definição da métrica mais adequada e influência da rigidez vertical dos pneus

O modelo de 2 GL da Figura 3.24 pode ser utilizado para obtenção de uma idéia qualitativa de alguns parâmetros que influenciam na variação da força normal. Nesse caso o valor da força normal é dado por $k_p \cdot (Z_u - Z_p)$. Considerando-se k_p como uma constante para esse modelo simplificado, a diferença $(Z_u - Z_p)$ pode ser usada para avaliação da variação na força de contato.

Na literatura, várias métricas são utilizadas para esta avaliação, tais como, magnitude da função de transferência $((DZ_u - DZ_p)/DZ_p)$, magnitude de (DZ_u/DZ_p) e valores RMS de $(Z_u - Z_p)$. As figuras abaixo exemplificam algumas dessas métricas para um sistema com fatores de amortecimento de aproximadamente 30 % para os modos de vibrar de massa suspensa e não suspensa.

Na Figura 3.49 estão apresentados os valores de magnitude da função de transferência $((DZ_u - DZ_p)/DZ_p)$. As maiores amplitudes ocorrem para frequências próximas à frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa. Elevando-se o valor da frequência de excitação, os valores da magnitude da função de transferência tendem à unidade, pois a amplitude de movimento do eixo tende a zero, conforme observado na Figura 3.50, na qual estão apresentados os valores da magnitude de (DZ_u/DZ_p) . Para frequências de excitação inferiores à frequência natural de massa não suspensa, os valores da magnitude de DZ_u/DZ_p tendem à unidade, com exceção da região próxima à frequência de massa suspensa, em função da parcela de movimento do eixo no modo de vibrar de massa suspensa.

Com os parâmetros utilizados nesse modelo, as frequências naturais amortecida e não amortecida do modo de vibrar de massa não suspensa são 10.7 e 11.1 Hz, respectivamente. Para o modo de vibrar de massa suspensa tem-se os valores de 1.12 e 1.17 Hz.

As funções de transferência utilizadas para gerar as Figuras 3.49 e 3.50 são úteis para o entendimento da resposta da massa não suspensa principalmente para frequências de excitação iguais e acima de sua frequência natural. No entanto, sabe-se que os perfis de pista apresentam amplitudes mais elevadas para grandes comprimentos de onda. Desta forma, as amplitudes da excitação DZ_p serão maiores na faixa da frequência natural da massa suspensa do que da massa não suspensa. Na Figura 3.51 estão apresentados os valores de magnitude da função de transferência $((DZ_u - DZ_p)/VZ_p)$. Com essa métrica é possível ter-se uma melhor idéia da contribuição dos dois modos de vibrar no contato pneu solo $(DZ_u - DZ_p)$, pois as amplitudes de velocidade dos perfis de pista são aproximadamente constantes na frequência.

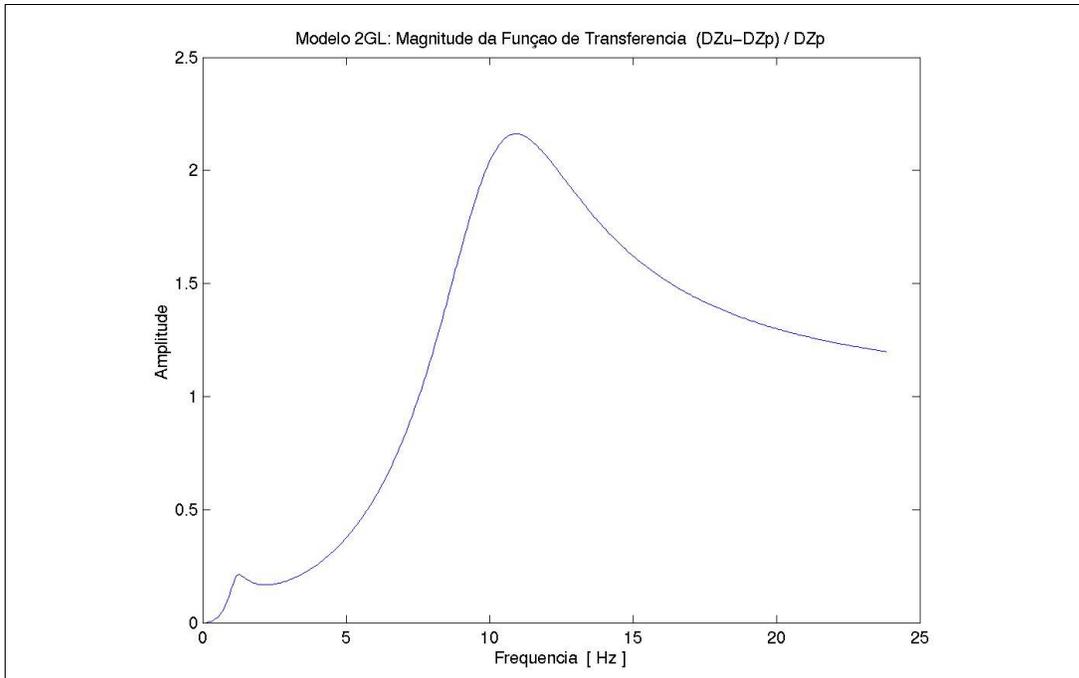


Figura 3.49: Valores de magnitude da função de transferência $(DZ_u - DZ_p) / DZ_p$

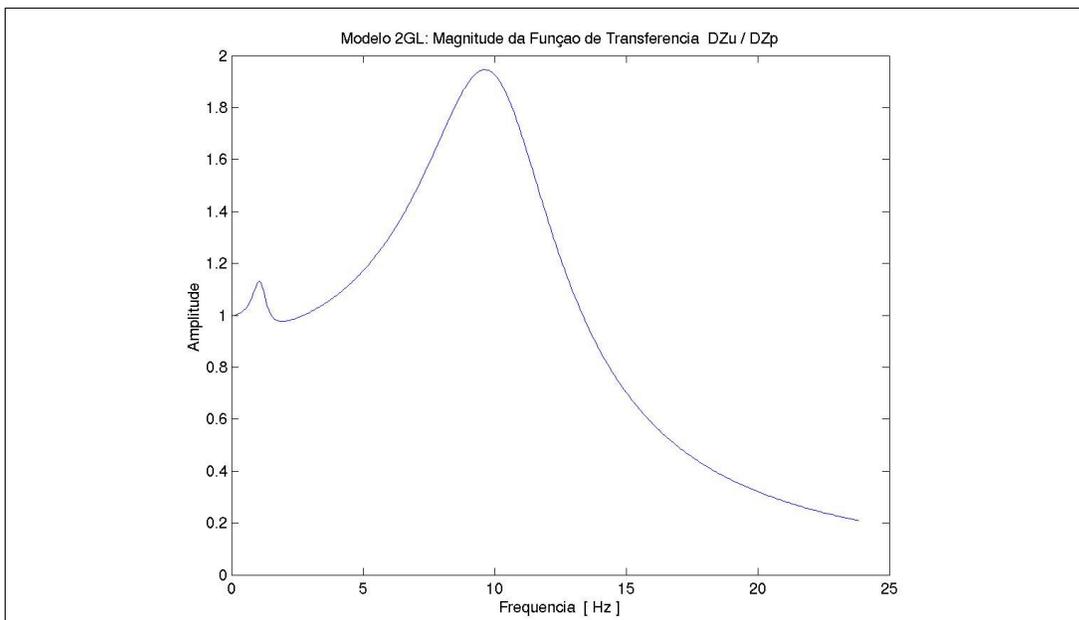
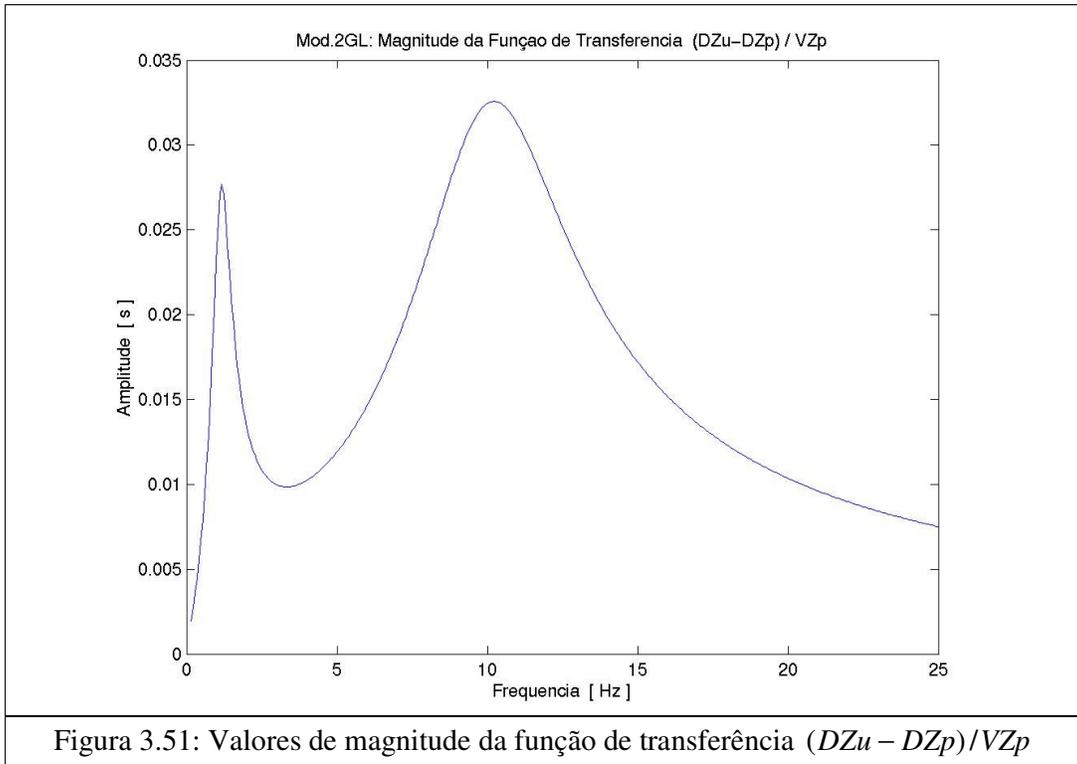


Figura 3.50: Valores de magnitude da função de transferência (DZ_u / DZ_p)

Verifica-se que a variação do contato também é significativa para frequências próximas à frequência natural da massa suspensa, podendo ser de ordem de grandeza semelhante do que na faixa de frequências próximas à frequência natural da massa não suspensa. A variação da força de contato que ocorre junto ao modo de vibrar de massa suspensa

deve-se à existência de movimento do eixo nesse modo de vibrar (maiores explicações na seqüência).



Muitos trabalhos usam os valores RMS de $(Z_u - Z_p)$ como métrica de avaliação do contato pneu pavimento. Para obtenção desse valor RMS pode-se utilizar a raiz quadrada da área sob o gráfico do quadrado da magnitude da função de transferência $((DZ_u - DZ_p)/VZ_p)$, assumindo-se que a PSD de velocidade do perfil de pista pode ser representada por um ruído branco.

Na Figura 3.52 estão apresentados os valores quadráticos da magnitude da função de transferência $((DZ_u - DZ_p)/VZ_p)$ para os mesmos parâmetros de modelo. Os valores de amplitude na faixa de frequência de massa não suspensa são superiores aos de massa suspensa. Além disso, para o cálculo do valor RMS, a área sob o gráfico na faixa de frequência de massa não suspensa é mais significativa.

Verifica-se também que a rigidez do pneu tem influência significativa na variação do contato na faixa de frequência da massa suspensa, conforme Figura 3.53. A redução na rigidez vertical do pneu produz aumento da variação de $(DZ_u - DZ_p)$ para frequências abaixo da frequência do modo de vibrar de massa não suspensa. O aumento mais

significativo é observado para frequências próximas à frequência natural de massa suspensa. Isso se deve ao fato da amplitude do movimento de eixo aumentar no modo de vibrar de massa suspensa à medida que a rigidez do pneu é reduzida, conforme apresentado na Tabela 3.4.

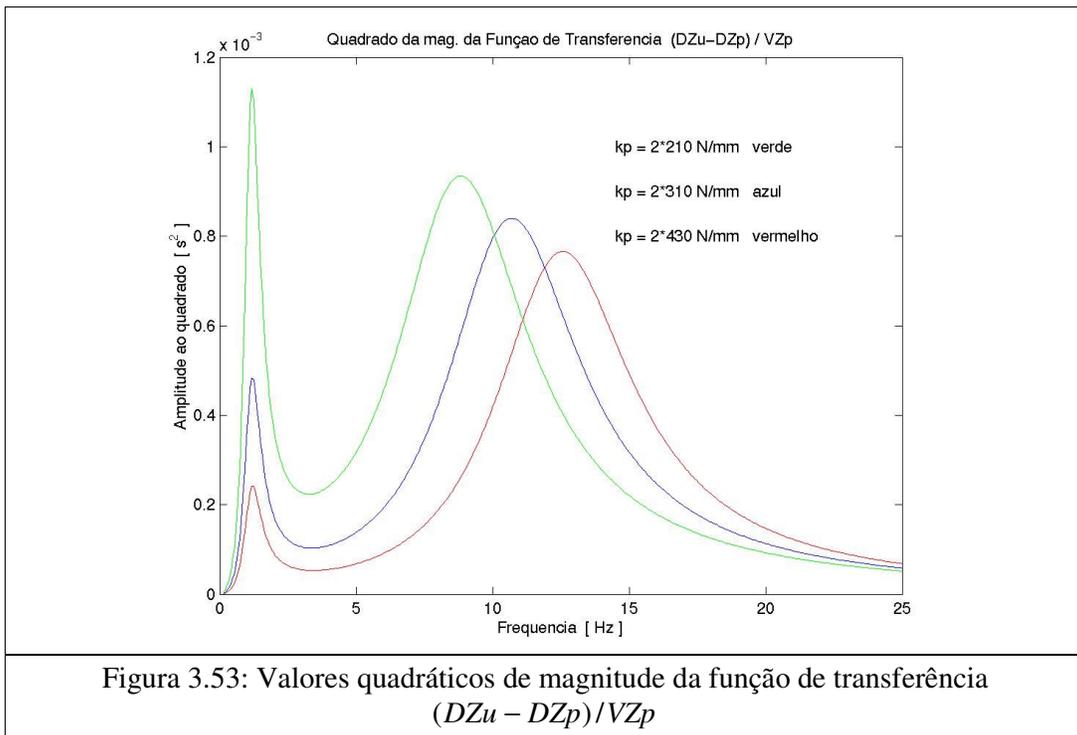
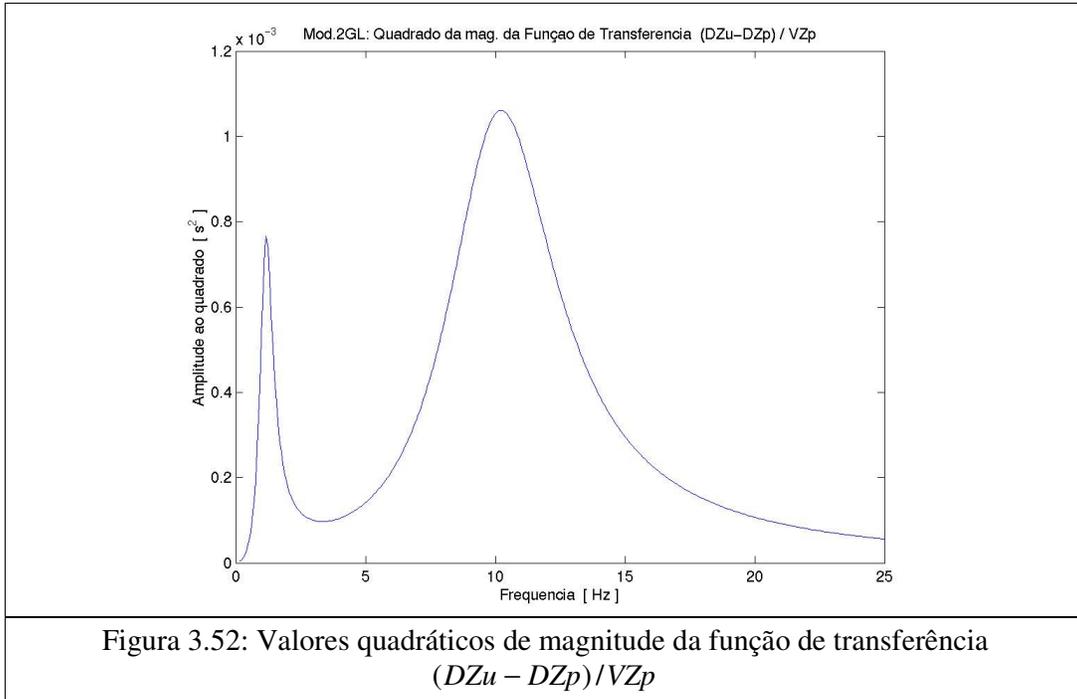


Tabela 3.4: Propriedades do modo de vibrar de massa suspensa

	$k_p = 2 \times 210 \text{ N/mm}$	$k_p = 2 \times 310 \text{ N/mm}$	$k_p = 2 \times 430 \text{ N/mm}$
Z_u/Z_s	0.12	0.08	0.06
$\omega_d \text{ [Hz]}$	1.11	1.11	1.12
$\xi \text{ [\%]}$	30	31	32

No entanto, ainda é preciso multiplicar $(Z_u - Z_p)$ por k_p para ter a noção real da variação da força de contato. Na Figura 3.54 estão apresentados os valores quadráticos da magnitude da função de transferência $(k_p \cdot (DZ_u - DZ_p)/VZ_p)$. Observa-se que esses resultados são significativamente diferentes dos apresentados na Figura 3.53. Partindo-se do fato de que a garantia de segurança em situações de frenagem, aceleração e manobras depende da força de contato entre pneumático e pavimento, pode-se dizer de que a métrica $(Z_u - Z_p)$, apesar de utilizada atualmente, não é adequada para avaliação de segurança. Através dos resultados com a métrica $k_p \cdot (Z_u - Z_p)$ verifica-se que a elevação da rigidez vertical dos pneus deteriora a condição de contato, principalmente na faixa de frequências do modo de vibrar de massa não suspensa e acima. A maior variação da força de contato para valores elevados de rigidez do pneu deve-se principalmente à redução do fator de amortecimento do modo de vibrar de eixo, vide Tabela 3.5.

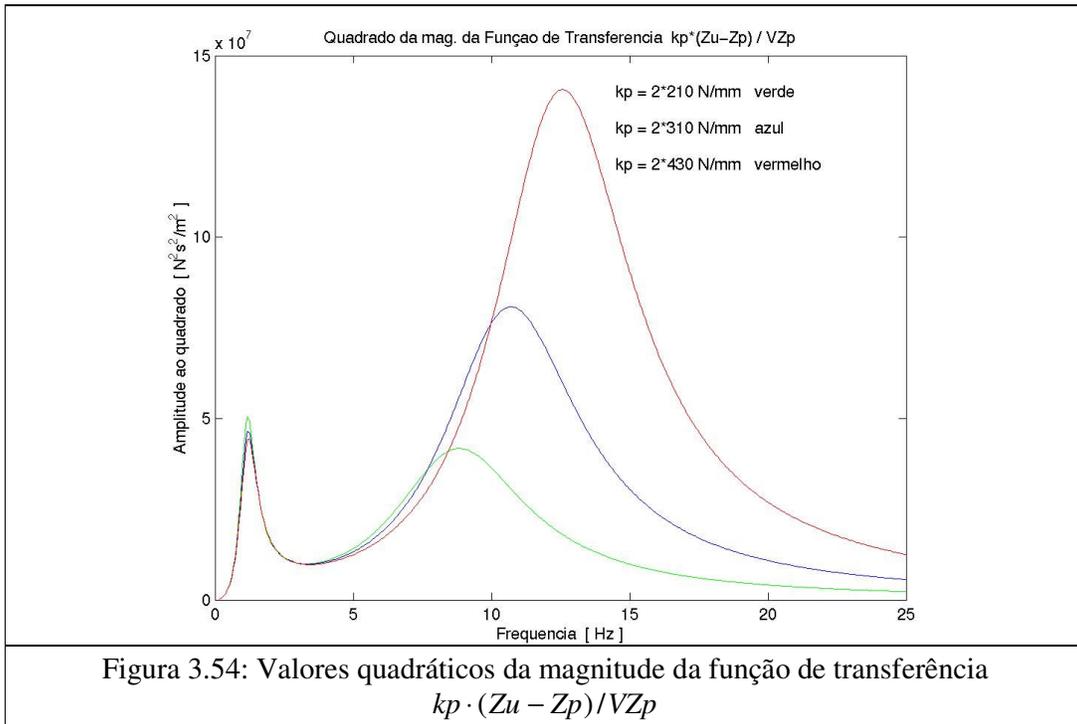


Tabela 3.5: Propriedades do modo de vibrar de massa não suspensa

	$k_p = 2 \times 210 \text{ N/mm}$	$k_p = 2 \times 310 \text{ N/mm}$	$k_p = 2 \times 430 \text{ N/mm}$
Z_s/Z_u	0.09	0.08	0.07
$\omega_d \text{ [Hz]}$	8.5	10.4	12.3
$\xi \text{ [\%]}$	33	27	24

Interpretação semelhante pode ser feita a partir dos resultados de resposta no tempo desse sistema de 2 GL quando submetido a uma excitação transiente representando, por exemplo, uma emenda de pista. A excitação considerada está apresentada no Apêndice A2 e apresenta uma duração de 0.08 s.

Na Figura 3.55 estão apresentados os resultados de deformação vertical no pneu ($Z_p - Z_u$). Alterando-se a rigidez do pneu ocorre um deslocamento das curvas para cima ou para baixo em função da maior ou menor deformação necessária do pneu na condição estática, mas o formato das curvas fica praticamente inalterado.

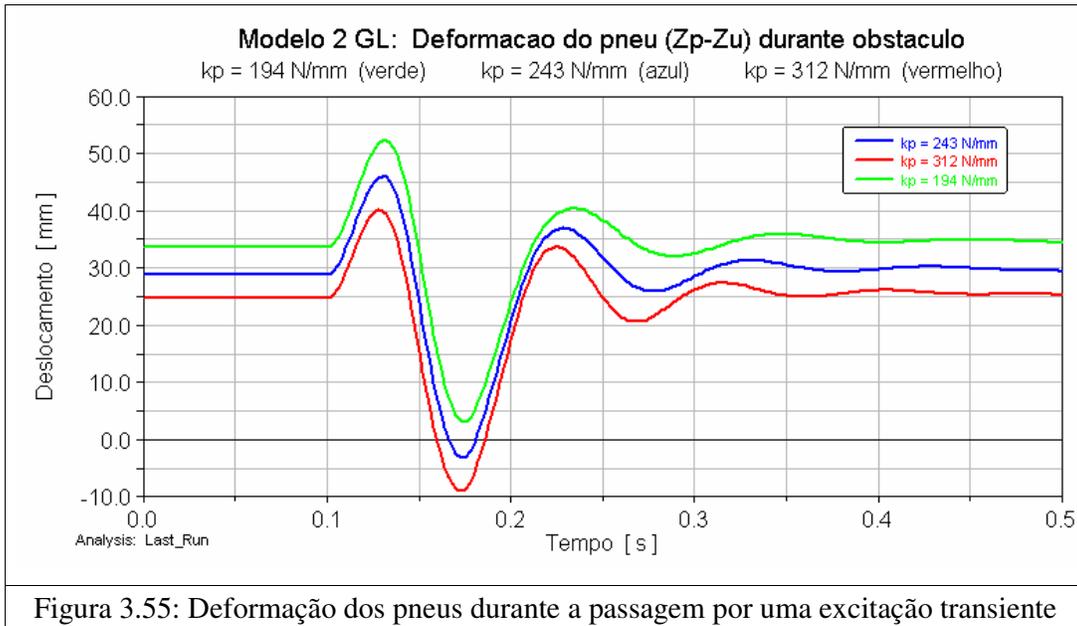
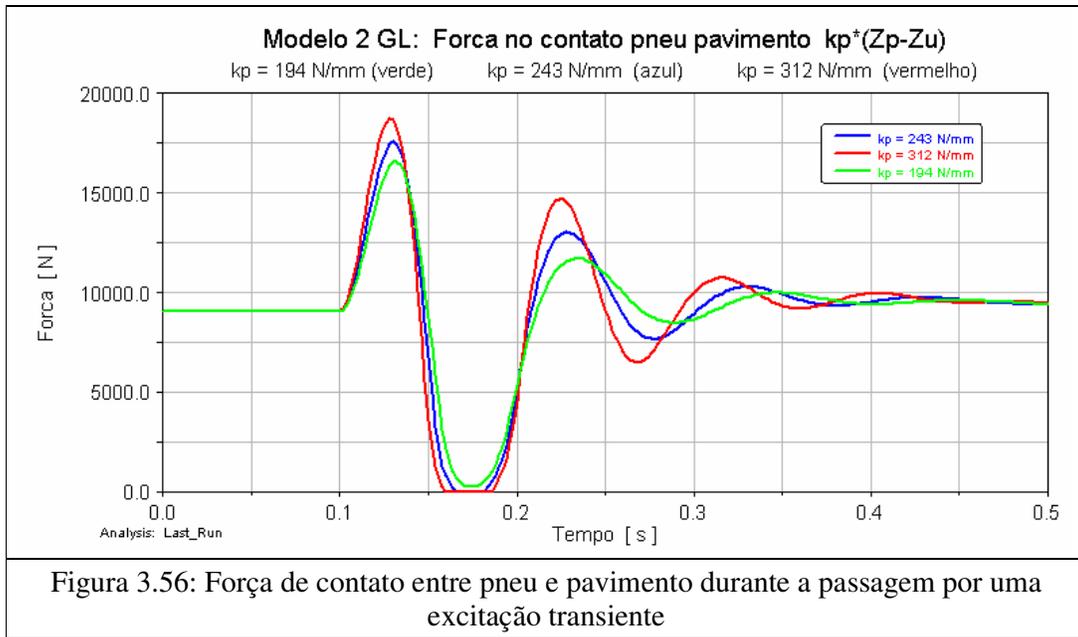


Figura 3.55: Deformação dos pneus durante a passagem por uma excitação transiente

No entanto, é praticamente um consenso, entre os profissionais que realizam avaliações subjetivas dos veículos, que pneus com elevada rigidez fazem o eixo “pular” ou “quicar” muito durante a passagem por trechos irregulares. Esse fato também é observado ao aumentar a pressão dos pneus, como teste, para valores acima dos definidos pelas montadoras (cuidado: atentar para a pressão máxima que os pneus

suportam). Portanto, a métrica $(Z_u - Z_p)$ não é adequada para a avaliação de segurança em questão. Os resultados de força vertical no pneu, $k_p \cdot (Z_u - Z_p)$, estão apresentados na Figura 3.56. Observa-se que essa métrica representa mais adequadamente o efeito de redução no contato com o aumento da rigidez vertical do pneu. Com a menor rigidez ($k_p = 194$ N/mm em verde) o modelo apresentou menor oscilação da força de contato e não ocorreu perda total de contato entre 0.15 e 0.20 s.



A influência da rigidez dos pneus na aceleração imposta sobre a massa suspensa, durante a passagem por um obstáculo com essas características, está apresentada na Figura 3.46 do item 3.3.5.

3.3.7.2 Influência do coeficiente de amortecimento, c_s

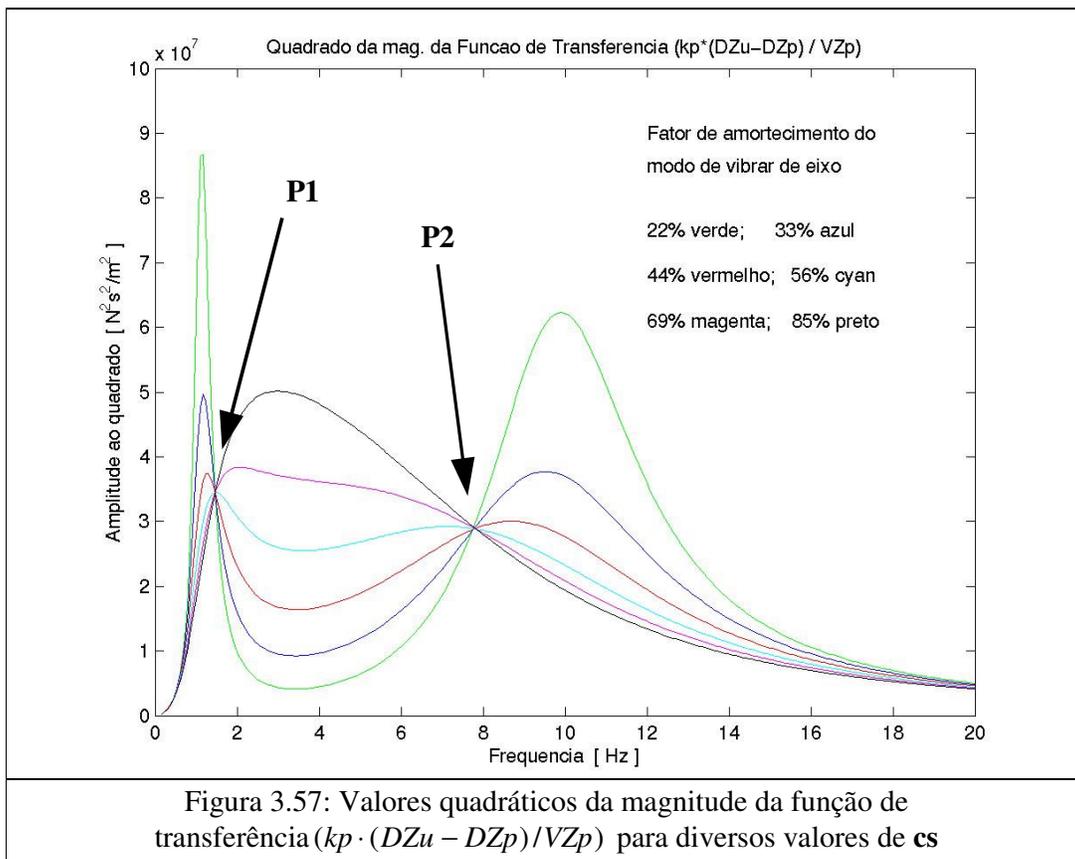
O coeficiente de amortecimento c_s afeta significativamente a condição de contato entre pneu e solo. Na Figura 3.57 estão apresentados os resultados do quadrado da magnitude da função de transferência $(k_p \cdot (DZ_u - DZ_p) / VZ_p)$ para diversos valores de c_s , mantendo-se os demais parâmetros constantes. Os valores do fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa referentes a cada curva estão descritos na própria figura.

Observa-se que valores baixos de fator de amortecimento para o modo de vibrar de massa não suspensa comprometem a condição de contato ao redor da frequência desse

modo de vibrar e também em uma região estreita na frequência de massa suspensa. O aumento do fator de amortecimento aumenta a variação da força normal na faixa de frequências intermediária entre os dois modos de vibrar.

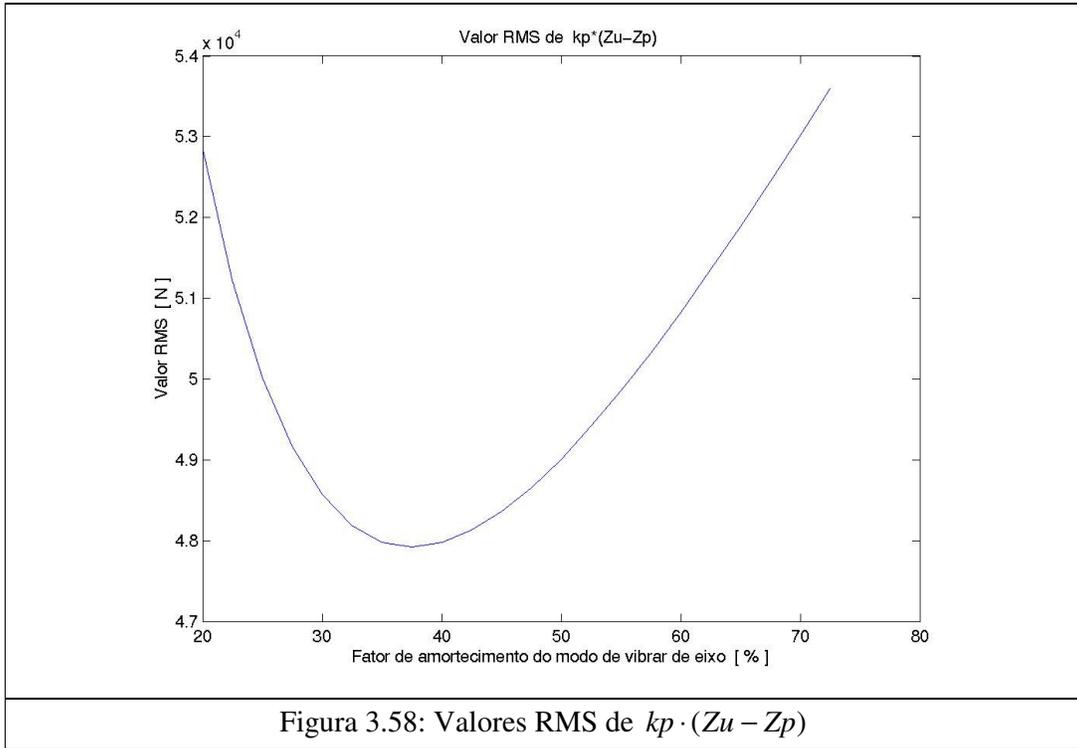
Verifica-se também que, para dois valores de frequência, não ocorrem alterações da amplitude de resposta com a variação do coeficiente de amortecimento cs . Esses dois pontos estão apresentados no gráfico como **P1** e **P2**.

Calculando-se o valor RMS de $kp \cdot (Zu - Zp)$ para toda faixa de frequências, consegue-se verificar qual o fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa propicia menor variação na força normal. Esses resultados estão apresentados na Figura 3.58.



Os menores valores RMS foram obtidos para fatores de amortecimento de aproximadamente 40 % para o modo de vibrar de massa não suspensa. No entanto, entre as situações de uso do veículo, duas podem ser consideradas críticas com relação à necessidade de manter a condição de contato entre pneu e pavimento. Essas situações são a realização de curvas e a frenagem em pavimento irregular. Em ambas, as

variações de força normal ocorrem principalmente pela excitação do modo de vibrar de massa não suspensa e por esse motivo, uma métrica mais adequada para essa avaliação pode ser o valor RMS de $kp \cdot (Z_u - Z_p)$ calculado apenas para frequências mais elevadas (frequências próximas à frequência do modo de vibrar de massa não suspensa).



A Figura 3.59 apresenta esse cálculo para frequências acima de 5.0 Hz. Observa-se que nesse caso, os menores valores de RMS ocorrem para fatores de amortecimento acima de 60 % para o modo de vibrar de massa não suspensa.

O modelo de 2 GL utilizado para essas avaliações serve para dar uma idéia qualitativa da influência das características dos elementos da suspensão e, a partir disso, sugerir novas métricas para as avaliações em questão. No entanto, existem outros fenômenos do veículo, que influenciam nessas avaliações, mas requerem modelos mais elaborados para serem representados. Como exemplo, pode-se citar o próprio movimento de *tramp* (*roll*) de uma suspensão de eixo rígido. Esse modo de vibrar também é facilmente excitado em pistas irregulares e, portanto, seu fator de amortecimento deve ser considerado em conjunto com o do modo de vibrar com movimento predominante vertical do eixo para as avaliações de variação na força de contato.

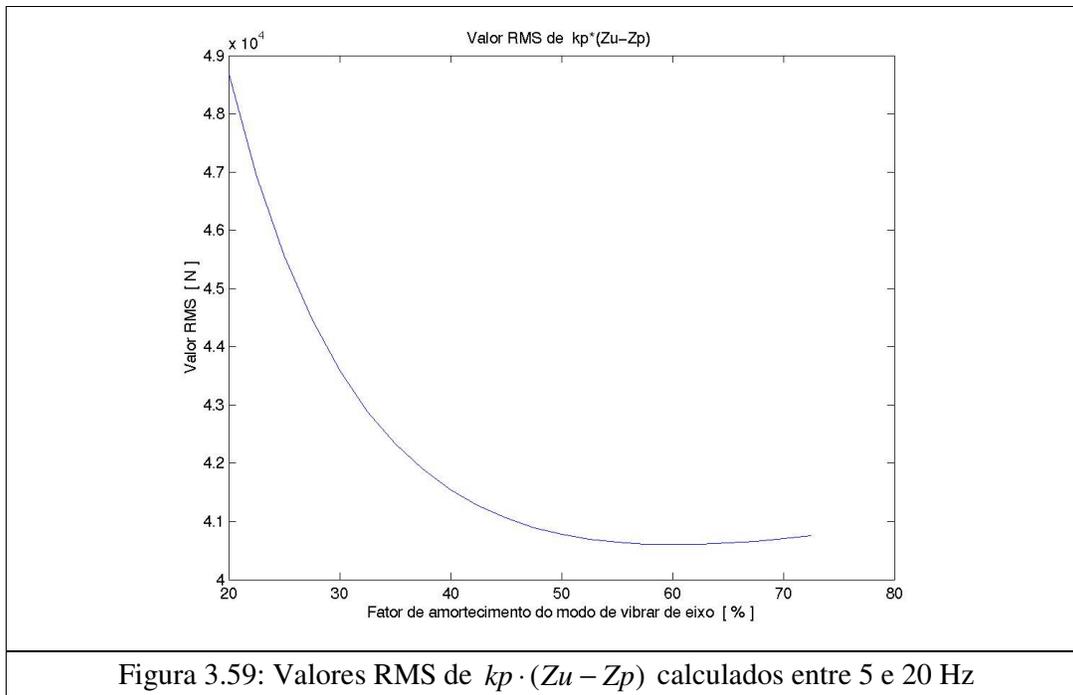


Figura 3.59: Valores RMS de $kp \cdot (Z_u - Z_p)$ calculados entre 5 e 20 Hz

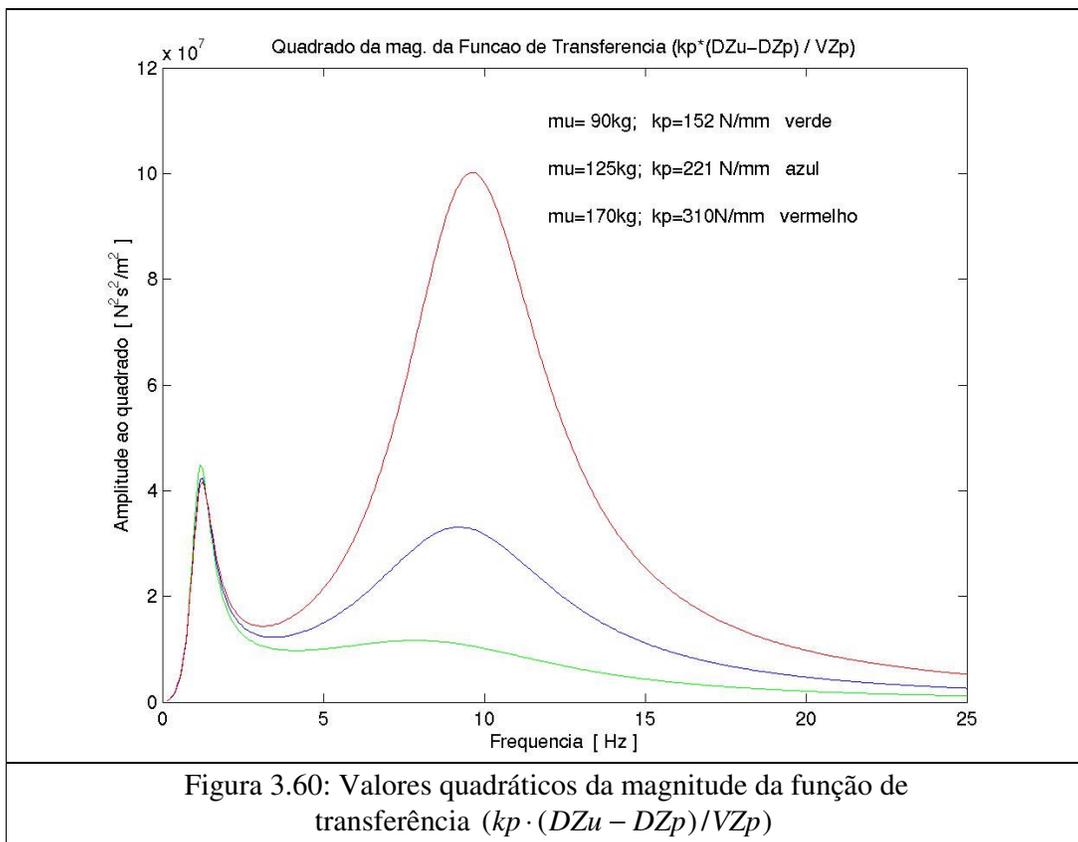
3.3.7.3 Influência do valor da massa não suspensa

O valor da massa não suspensa também pode influenciar significativamente o contato entre pneu e solo. Valores mais elevados de massa não suspensa fazem, em geral, ser necessário uma elevação também na rigidez vertical do pneu. A não alteração na rigidez do pneu, nesses casos, gera redução na frequência de massa não suspensa podendo comprometer o nível de conforto por dois motivos:

- 1) A frequência natural do modo de massa não suspensa fica mais próxima da faixa de frequências para a qual o ser humano apresenta menor tolerância a vibrações na direção vertical, de 4 a 8 Hz. E, conforme observado nos itens anteriores, o modo de vibrar de massa não suspensa contribui significativamente na resposta da PSD de aceleração da massa suspensa.
- 2) A frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa fica mais próxima da faixa de frequências utilizada para os modos de vibrar com movimento predominante vertical do conjunto motor e câmbio. A existência de movimento significativo desses dois sistemas, motor e eixo, no mesmo modo de vibrar, traz como resultado amplitudes elevadas de vibração também para o chassi nessa faixa de frequência (vide item 6.1). Elevar a frequência do modo de vibrar com movimento vertical do motor, nesse caso, não é uma boa

alternativa, pois isso compromete o isolamento das vibrações, resultantes do funcionamento do motor, para o chassi do veículo.

Na Figura 3.60 estão apresentados resultados da magnitude ao quadrado da função de transferência $(k_p \cdot (DZ_u - DZ_p) / VZ_p)$, considerando-se alterações no valor da massa não suspensa **ms** e também da rigidez vertical do pneu **kp**, para não alterar a frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa. Na Tabela 3.6 estão apresentadas as características dos modos de vibrar resultantes com essas alterações que explicam os resultados da figura. O aumento da variação na força de contato que ocorre com os valores mais elevados de massa não suspensa e de rigidez vertical do pneu, deve-se ao fato do fator de amortecimento do modo de vibrar de massa não suspensa ter reduzido para 28 % nessa condição, pois o coeficiente de amortecimento **cs** foi mantido constante.



Portanto, geralmente, alterações nos valores de massa não suspensa e rigidez vertical dos pneus fazem com que seja também necessária uma alteração no coeficiente de amortecimento da suspensão, para que, conforme descrito no item 3.3.7.2, atinja-se um fator de amortecimento adequado para o modo de vibrar de massa não suspensa, de

forma a garantir o contato entre pneu e pavimento. No entanto, isso não é o suficiente para garantir níveis semelhantes de variação na força de contato.

Na Figura 3.61 estão apresentados os resultados semelhantes aos da Figura 3.60, alterando-se, no entanto, o coeficiente c_s de forma a manter o fator de amortecimento do modo de vibrar de eixo constante em 39 %.

Verifica-se que tal procedimento reduz a variação da força de contato, quando comparado com a figura anterior, mas não é suficiente para garantir o mesmo nível para todas as configurações. Para melhor explicar esse efeito é útil apresentar novamente os gráficos das Figura 3.57 e 3.58 considerando agora um aumento da massa não suspensa de 115 kg (figuras anteriores) para 170 kg na Figura 3.62.

Tabela 3.6: Propriedades dos modos de vibrar

Modo de vibrar de massa não suspensa			
	$\mu = 90 \text{ kg}$ $k_p = 152 \text{ N/mm}$	$\mu = 125 \text{ kg}$ $k_p = 221 \text{ N/mm}$	$\mu = 170 \text{ kg}$ $k_p = 310 \text{ N/mm}$
Z_s/Z_u	0.10	0.10	0.10
ω_n [Hz]	9.6	9.7	9.9
ω_d [Hz]	8.1	9.0	9.4
ξ [%]	54	38	28
Modo de vibrar de massa suspensa			
Z_u/Z_s	0.16	0.11	0.08
ω_n [Hz]	1.15	1.17	1.18
ω_d [Hz]	1.09	1.10	1.10
ξ [%]	32	35	36

Ao comparar as Figuras 3.57 e 3.62, verifica-se que a elevação do valor de massa não suspensa, em conjunto com a rigidez vertical do pneu para propiciar a mesma frequência natural para o modo de vibrar de massa não suspensa, resultou também na elevação das amplitudes de $k_p \cdot (DZ_u - DZ_p)$, mesmo mantendo-se os mesmos valores de fator de amortecimento para o modo de vibrar de massa não suspensa.

Para a massa μ de 170 kg, o fator de amortecimento que propicia o menor valor RMS de $k_p \cdot (Z_u - Z_p)$ também é de aproximadamente 40 %, no entanto, os valores RMS

obtidos com esse novo valor de **mu** são aproximadamente 50 % maiores do que com a massa **mu** de 115 Kg.

Os resultados apresentados acima também podem ser representados através da resposta desse modelo de 2 GL no tempo para uma excitação transiente, vide Figura 3.63, semelhante ao realizado no item 3.3.7.1.

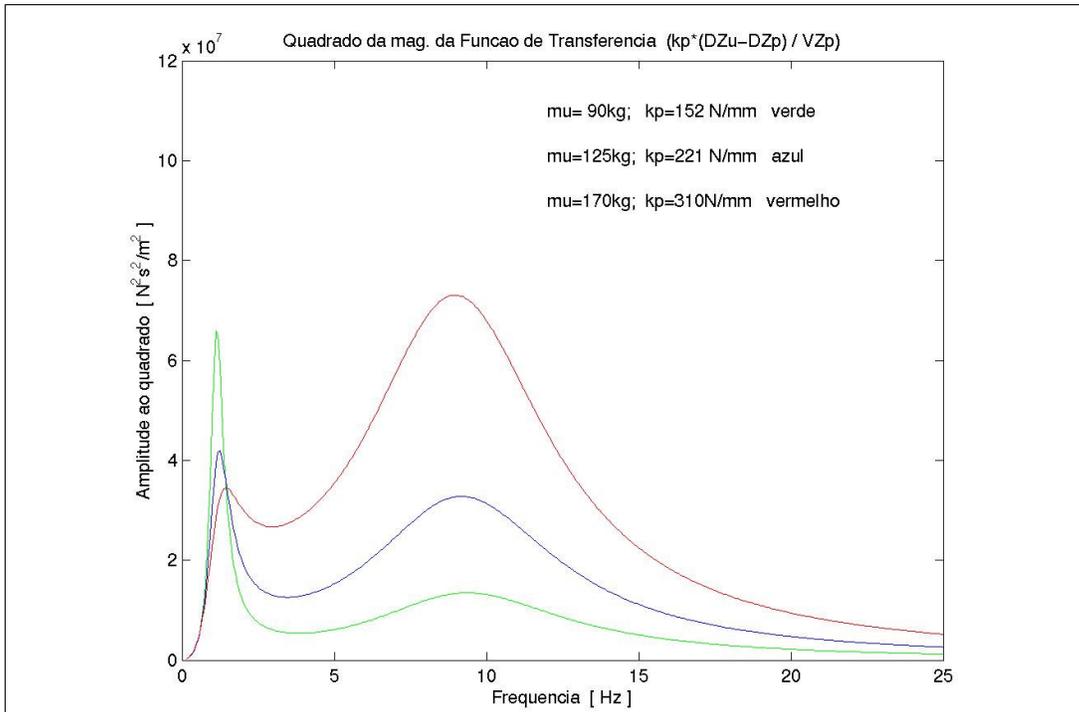


Figura 3.61: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $(kp \cdot (DZu - DZp) / VZp)$

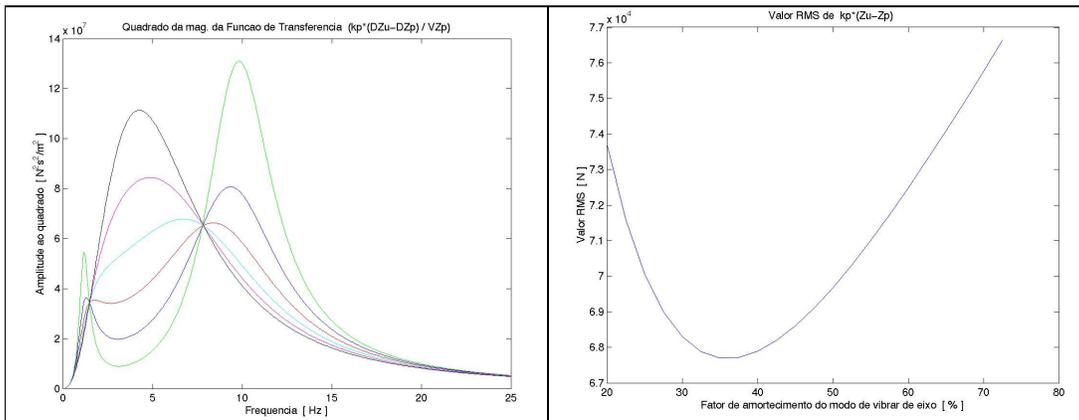


Figura 3.62: Valores quadráticos da magnitude da função de transferência $(kp \cdot (DZu - DZp) / VZp)$ e valores RMS de $kp \cdot (Zu - Zp)$ para diversos valores de **cs**

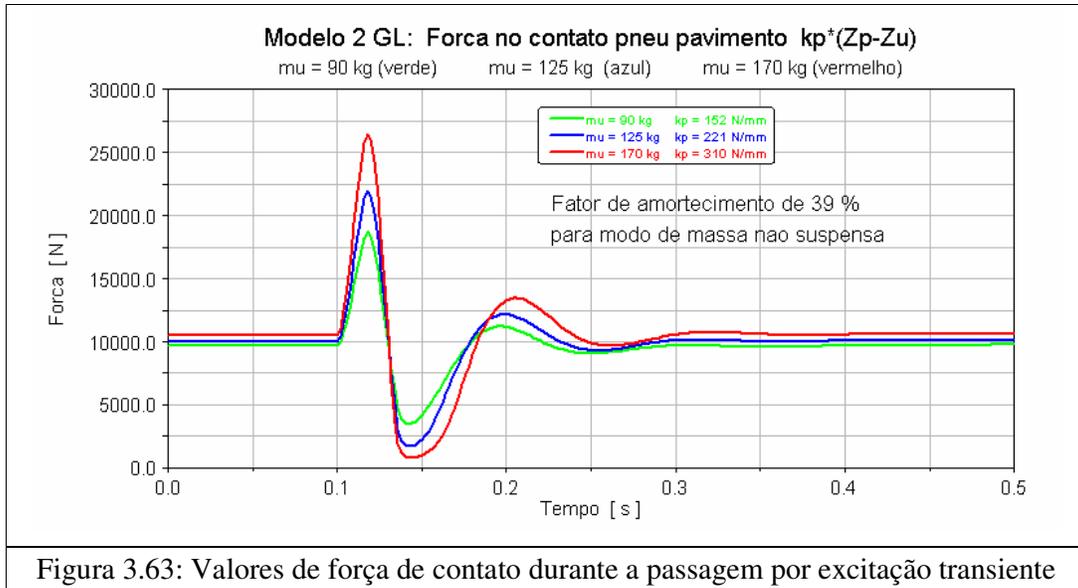


Figura 3.63: Valores de força de contato durante a passagem por excitação transiente

3.3.8 Desbalanceamento dos conjuntos de rodas e pneus

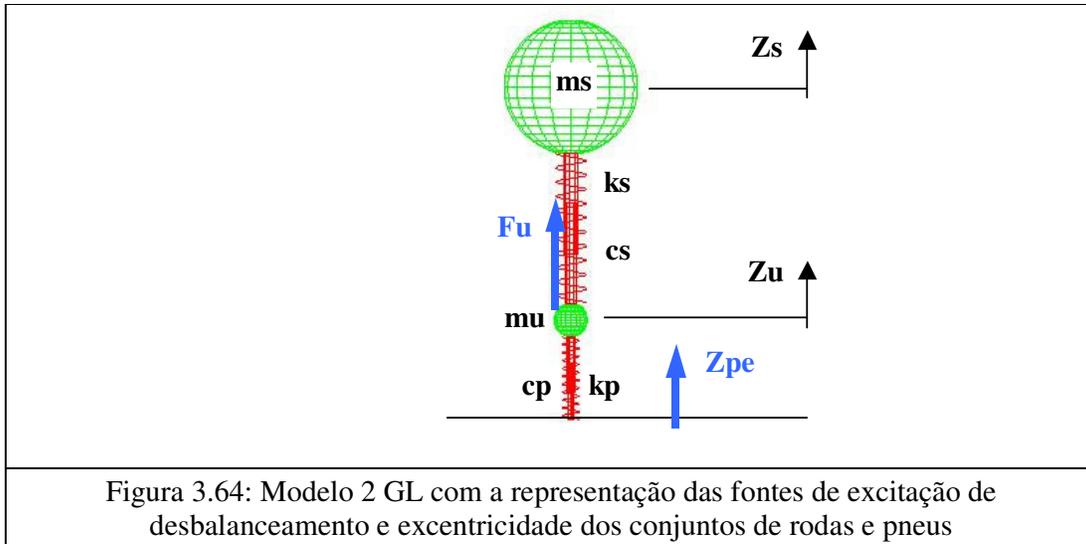
Além da pista existem outras fontes de excitação no veículo que podem ser impostas no modelo de 2 GL para realização de avaliações qualitativas. Na Figura 3.64 estão representadas as excitações de desbalanceamento (**Fu**) e de excentricidade (**Zpe**) dos conjuntos de rodas e pneus.

Encontra-se na literatura a função de transferência $AZ_s / Fu(S)$ para representar os efeitos de uma força senoidal **Fu** sobre a aceleração da massa suspensa. Desta forma obtém-se a função de transferência apresentada abaixo, cujos valores de magnitude estão apresentados na Figura 3.65, para três diferentes valores de coeficiente de amortecimento **cs**.

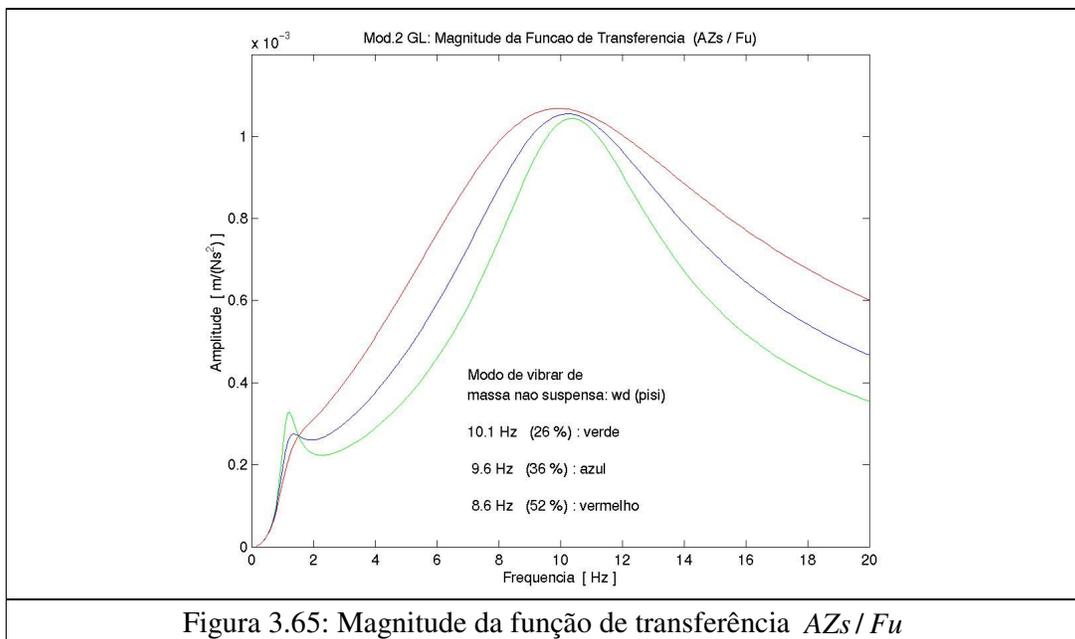
$$\frac{AZ_s}{Fu}(S) = \frac{cs \cdot S^3 + ks \cdot S^2}{\mu \cdot ms \cdot S^4 + (\mu \cdot cs + ms \cdot cp + ms \cdot cs) \cdot S^3 + (\mu \cdot ks + cp \cdot cs + ms \cdot kp + ms \cdot ks) \cdot S^2 + (cp \cdot ks + cs \cdot kp) \cdot S + kp \cdot ks} \quad (3.6)$$

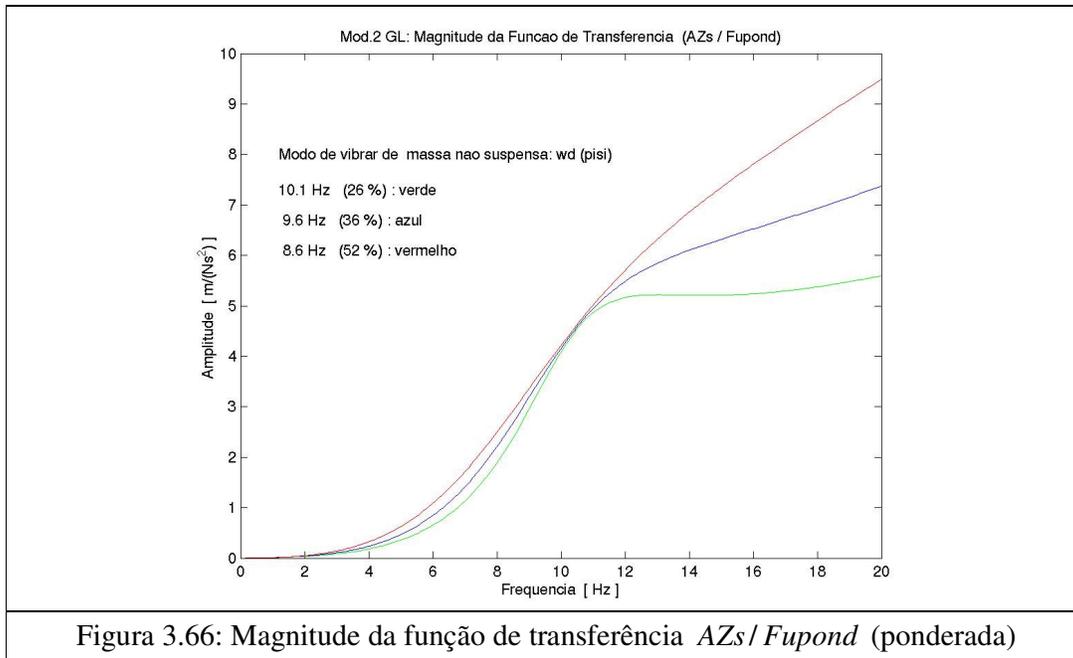
No entanto, a força de desbalanceamento **Fu** pode ser representada por uma função senoidal do tipo $Fu = m_p \cdot \omega^2 \cdot r_b \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$. Com o aumento da velocidade angular das rodas, ω , ocorre também aumento da amplitude da força. Desta forma, para as avaliações em questão, pode-se utilizar as amplitudes da função de transferência $AZ_s / Fu_{pond}(S)$ ponderando-se a amplitude de entrada **Fu** por ω^2 . Os valores de amplitude dessa função de transferência estão apresentados na Figura 3.66.

Observa-se aumento significativo nas amplitudes de resposta para frequências acima da frequência do modo de vibrar de massa não suspensa em função do aumento da amplitude da força de entrada para essa região.



Aparentemente, os resultados apresentados na Figura 3.65, sem a ponderação da amplitude de F_u por ω^2 , parecem ser mais representativos da resposta do veículo, pois, ao varrer lentamente a velocidade de um veículo, as maiores amplitudes de vibração são geralmente notadas na faixa de velocidades na qual a frequência angular de rotação das rodas está próximas da frequência natural do modo de vibrar de massa não suspensa, decrescendo para velocidades mais elevadas.



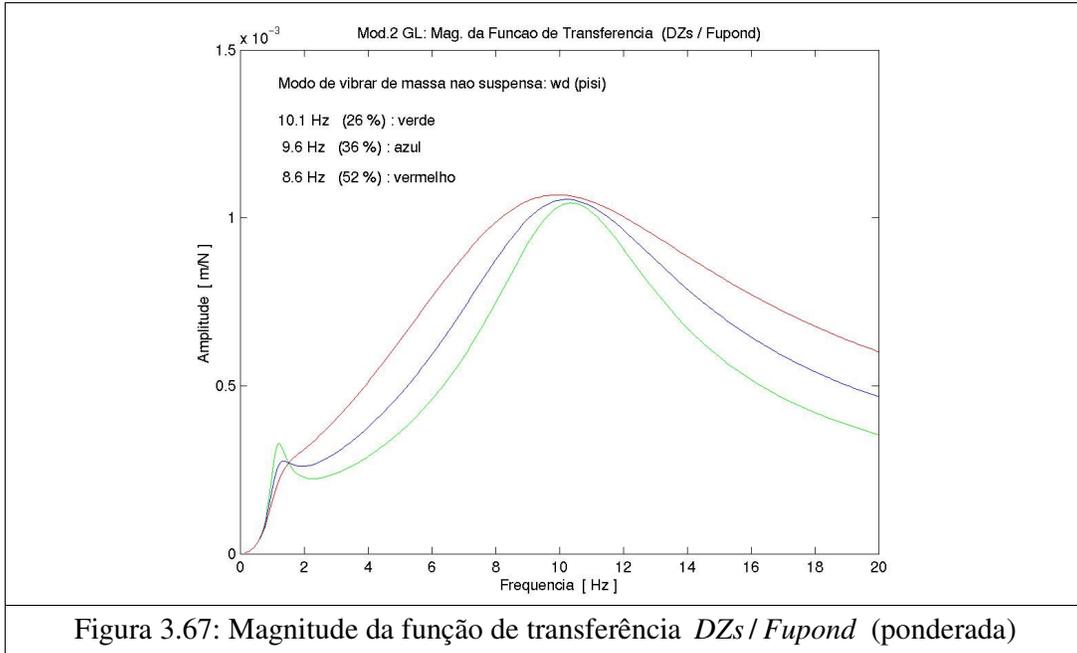


No entanto, existem outros aspectos a serem considerados nessa avaliação. A percepção de aumento da amplitude de vibração quando na situação acima, frequência de massa não suspensa, ocorre principalmente através do volante da direção e do assoalho. O ser humano fica exposto à vibração através das superfícies de suas mãos e pés, pois a suspensão proporcionada pelo banco praticamente isola o restante do corpo do motorista. Essa situação é significativamente diferente das condições de teste utilizadas para elaboração das principais normas de conforto utilizadas na indústria automobilística. Na maioria desses testes (normas de conforto) os indivíduos foram submetidos a ambientes de vibração na posição sentados, verificando-se dessa forma uma boa correlação entre a grandeza aceleração e a tolerância subjetiva de exposição do motorista a esse ambiente.

Se tomarmos, por exemplo, a métrica deslocamento da massa suspensa como saída da função de transferência ao invés da aceleração, tem-se como resultado os valores de magnitude apresentados na Figura 3.67. Esses resultados representam melhor a sensação obtida subjetivamente no veículo, com as maiores amplitudes ocorrendo próximo à frequência do modo de vibrar de massa não suspensa.

Verifica-se em todos os resultados apresentados nesse item, independente da métrica utilizada, que o coeficiente de amortecimento ζ afeta de forma negativa a resposta de vibração da massa suspensa em função da excitação de desbalanceamento na massa não

suspensa. Quanto maior o coeficiente de amortecimento, maiores as amplitudes de resposta em toda faixa ao redor da frequência de massa não suspensa.



As características do modo de vibrar com movimento predominante da massa não suspensa estão apresentadas na Tabela 3.7, para os três valores de coeficiente de amortecimento utilizados acima. Além do aumento do fator de amortecimento do modo de vibrar, observa-se também aumento da participação do movimento da massa suspensa, com o aumento do coeficiente de amortecimento.

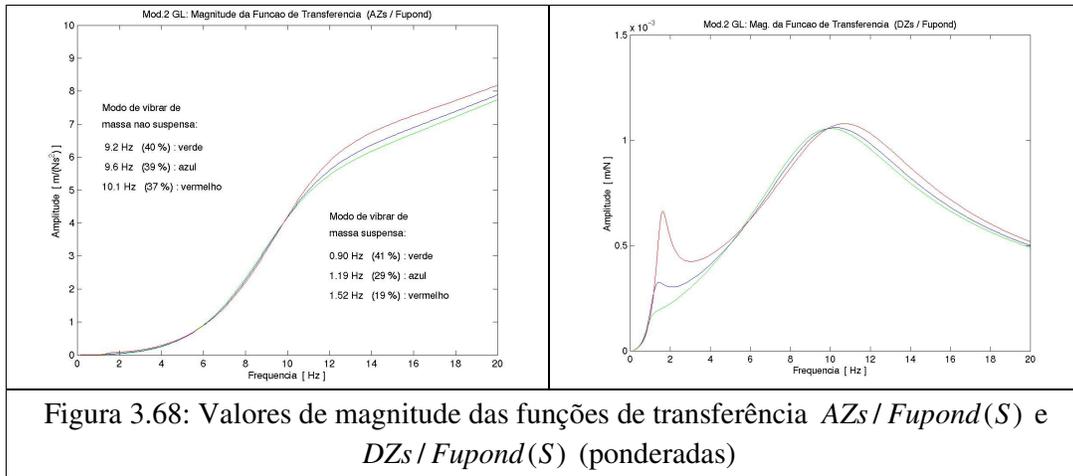
Tabela 3.7: Propriedades do modo de vibrar de massa não suspensa

	cs = 1.7 N.s/mm (verde)	cs = 2.4 N.s/mm (azul)	cs = 3.4 N.s/mm (vermelho)
Zs/Zu	0.06	0.08	0.12
ω_d [Hz]	10.1	9.6	8.6
ξ [%]	26	36	52

Visando avaliar o efeito da rigidez da mola, estão apresentadas na Figura 3.68 as amplitudes das funções de transferência $AZs / Fupond(S)$ e $DZs / Fupond(S)$, considerando-se a ponderação de Fu por ω^2 . Os valores de rigidez ks utilizados para a mola da suspensão, proporcionam os modos de vibrar descritos na própria figura.

O fator de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa reduziu com a elevação da rigidez da mola, pois o coeficiente de amortecimento foi mantido constante visando

avaliar o efeito da rigidez da mola isoladamente. Verifica-se ser pequena a influência da rigidez da mola na resposta da massa suspensa de aceleração e de deslocamento, considerando a força de desbalanceamento como entrada, para frequências próximas e acima da frequência do modo de vibrar de massa não suspensa.

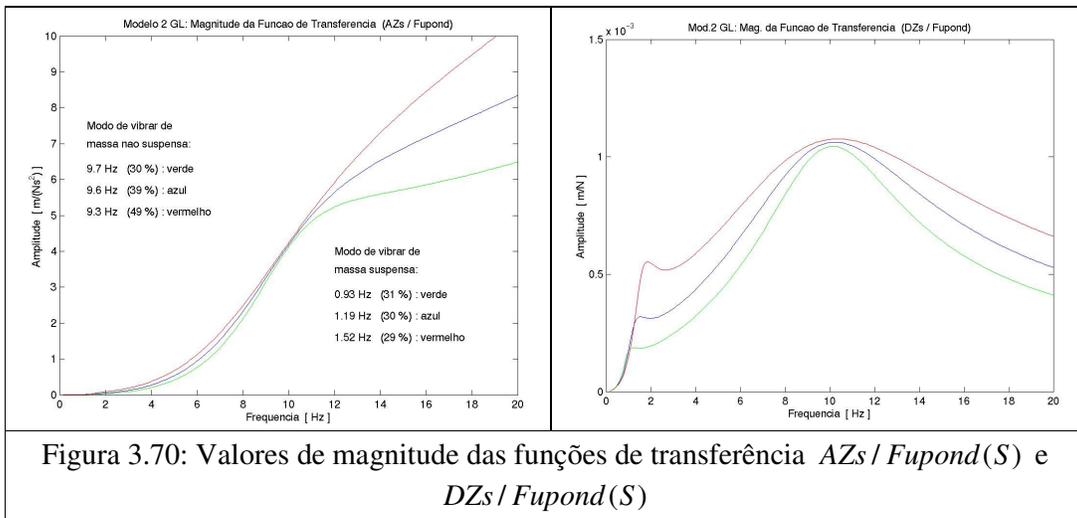
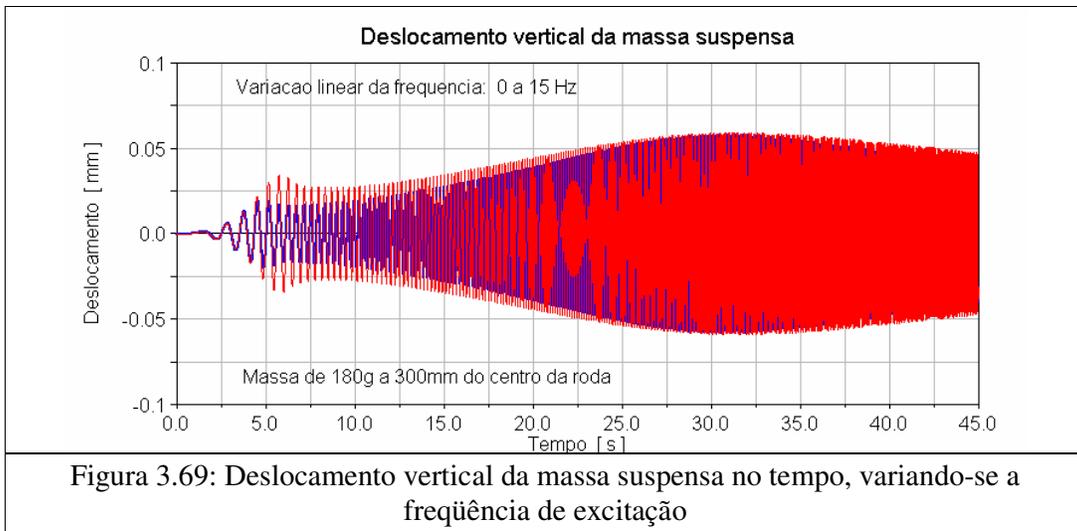


Próximo à frequência de massa suspensa, ocorre aumento significativo da resposta de deslocamento com o aumento da rigidez da mola. No entanto, essa amplitude de deslocamento é praticamente imperceptível para o ser humano nessa faixa de frequência (aproximadamente 1.5 Hz).

Na Figura 3.69 estão apresentados os valores de deslocamento vertical da massa suspensa, ao variar a frequência de rotação do conjunto roda mais pneu de 0 a 15 Hz em 45 s. Foi considerada uma massa desbalanceada de 180 g a 300 mm do centro da roda. As respostas em azul e vermelho foram obtidas com os mesmos parâmetros de veículo utilizados para gerar as curvas em azul e vermelho das figuras anteriores. As amplitudes de deslocamento da ordem de 0.05 mm equivalem a valores muito baixos de aceleração para frequências próximas à frequência de massa suspensa do veículo. Mesmo próximo à faixa de frequência de massa não suspensa, as amplitudes de vibração são pequenas para excitar a região das vísceras do ser humano. No entanto, esses valores de amplitude são suficientes para serem sensíveis ao nosso tato.

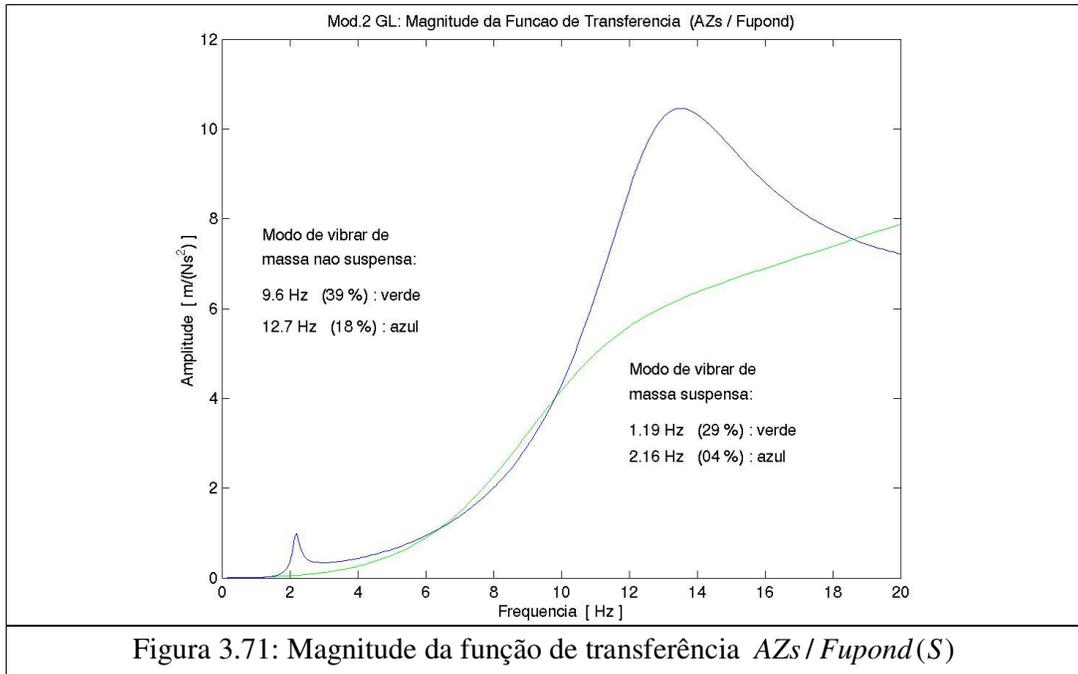
Além das alterações de rigidez ks , Ao alterar o coeficiente de amortecimento cs , visando manter aproximadamente constante o fator de amortecimento do modo de vibrar de massa suspensa, verificam-se alterações significativas nos valores de amplitude das funções de transferência, conforme Figura 3.70.

Para suspensões com elementos de elevada histerese, como por exemplo, em suspensões de caminhões com feixes de molas trapezoidais, a excitação de desbalanceamento na maioria das vezes não é suficiente para vencer o atrito interno entre as lâminas. Como resultado obtém-se uma rigidez efetiva maior do que a nominal, conforme explicado no item 3.3.6, além da redução do amortecimento pelo fato de não ocorrer deslocamento suficiente para os amortecedores trabalharem. Nesses casos ocorre aumento significativo das amplitudes de resposta da massa suspensa em função da excitação de desbalanceamento, conforme observado na Figura 3.71. A curva em azul refere-se a uma suspensão com mola trapezoidal na qual a excitação não foi suficiente para vencer o atrito interno.

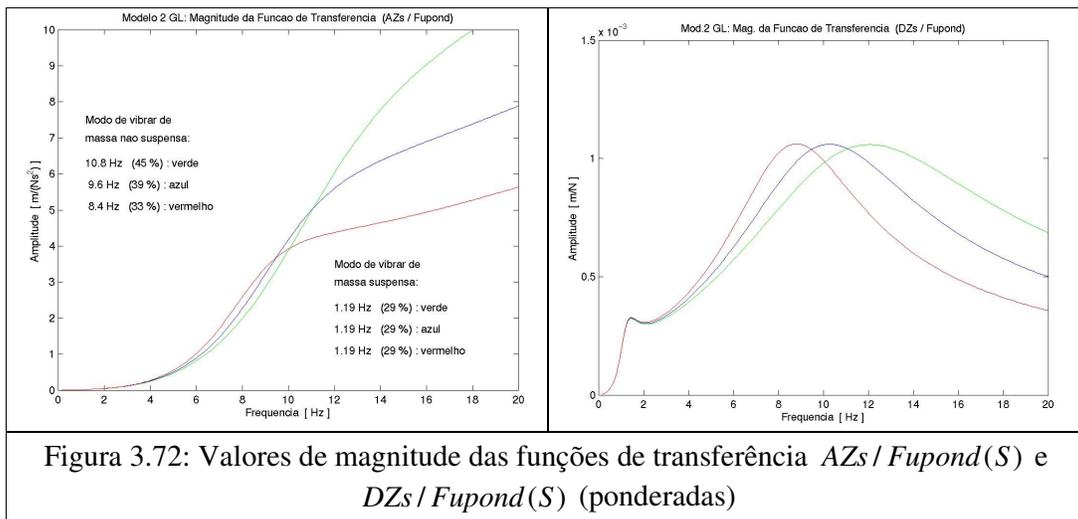


O aumento da massa não suspensa, sem alteração de outros parâmetros, gera redução da frequência e do fator de amortecimento de seu modo de vibrar, reduzindo, portanto as

amplitudes de resposta da massa suspensa para frequências acima da frequência do modo de vibrar de massa não suspensa. Os resultados estão apresentados na Figura 3.72.



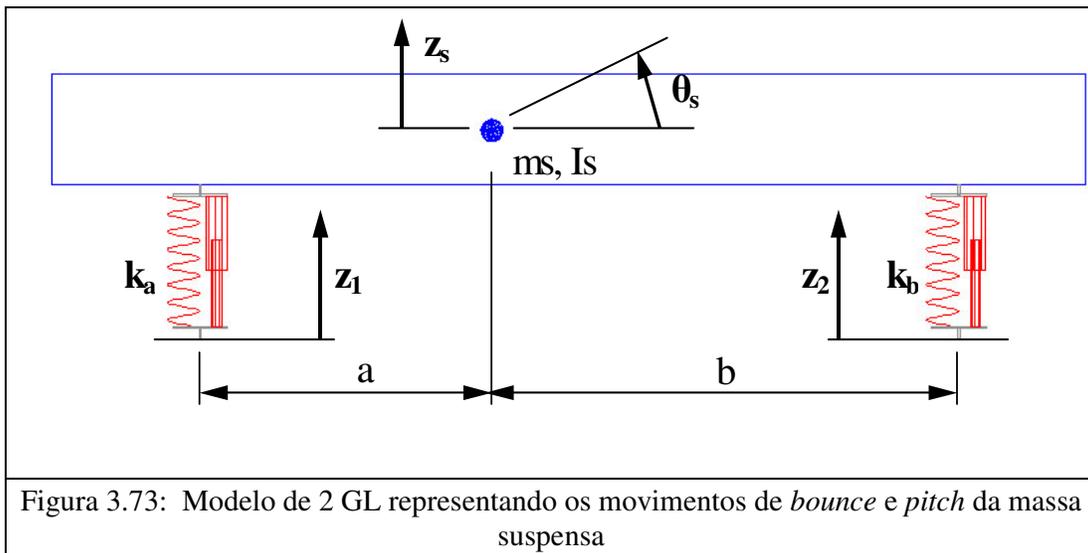
No entanto, o aumento da massa do eixo, pode trazer a necessidade de aumento no coeficiente de amortecimento c_s visando garantir o contato entre pneu e pavimento e, em alguns casos também a rigidez vertical dos pneus k_p para não reduzir muito a frequência do modo de vibrar de eixo, mesmo com certa deterioração no nível de conforto. Essa avaliação é feita no item 3.3.7.



3.4 Modos de bounce e pitch da massa suspensa

O modelo de 2 GL da Figura 3.24 é útil para entendimento das funções da suspensão de um automóvel e da influência dos parâmetros desta no comportamento da massa suspensa e não suspensa. No entanto, em função do conceito atual dos veículos, existem outras características que influenciam no comportamento vibracional da massa suspensa, gerando também componentes na direção longitudinal (componentes de vibração lateral serão apresentadas no item 3.6).

Em uma vista lateral do veículo, a massa suspensa total está sustentada pelos elementos elásticos das suspensões dianteira e traseira, sendo suas propriedades dinâmicas básicas representadas pelo modelo da Figura 3.73. Esse modelo possui 2 GL representando os movimentos vertical, Z_s (*bounce*), e rotação em torno do eixo y , θ_s (*pitch*), da massa suspensa. A combinação desses movimentos definirá as amplitudes de vibração vertical ao longo do eixo longitudinal do veículo e também as amplitudes de movimento longitudinal ao longo da altura z .



Essa representação é de fundamental importância, pois conforme descrito em 1958 por um comitê especial da SAE para avaliações de *ride*, a tolerância do ser humano à vibrações na direção longitudinal é menor do que na direção vertical, chegando a ser de 4 vezes inferior para algumas faixas de frequência.

Essa representação também é necessária para melhor quantificar os níveis de aceleração vertical na posição dos ocupantes do veículo, pois o modelo da Figura 3.24 não

representava a influência do movimento de *pitch* com entradas simultâneas nas regiões dianteira e traseira do veículo.

Ao desconsiderar o amortecimento do modelo da Figura 3.73, as equações de movimento estão apresentadas abaixo:

$$ka \cdot (Z1 - Zs + \theta_s \cdot a) + kb \cdot (Z2 - Zs - \theta_s \cdot b) = ms \cdot Z\ddot{s} \quad (3.7)$$

$$-ka \cdot a \cdot (Z1 - Zs + \theta_s \cdot a) + kb \cdot b \cdot (Z2 - Zs - \theta_s \cdot b) = Is \cdot \theta\ddot{s} \quad (3.8)$$

Considerando o sistema oscilando sem a as entradas da pista $Z1$ e $Z2$, obtém as seguintes equações:

$$ms \cdot Z\ddot{s} + (ka + kb) \cdot Zs - (ka \cdot a - kb \cdot b) \cdot \theta_s = 0 \quad (3.9)$$

$$Is \cdot \theta\ddot{s} + (ka \cdot a^2 + kb \cdot b^2) \cdot \theta_s - (ka \cdot a - kb \cdot b) \cdot Zs = 0 \quad (3.10)$$

Verifica-se que existe acoplamento entre as coordenadas Zs e θ_s . Para eliminar esse acoplamento é necessário que $ka \cdot a = kb \cdot b$. Nesse caso existiria um modo de vibrar com apenas movimento vertical (*bounce*) e outro com apenas movimento de *pitch* nas respectivas frequências:

$$\omega_b = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{(ka + kb)}{ms}} \quad (3.11)$$

$$\omega_p = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{(ka \cdot a^2 + kb \cdot b^2)}{Is}} \quad (3.12)$$

Para o caso geral obtém-se as seguintes matrizes de massa e rigidez:

$$M = \begin{vmatrix} ms & 0 \\ 0 & Is \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

$$K = \begin{vmatrix} (ka + kb) & -(ka \cdot a - kb \cdot b) \\ -(ka \cdot a - kb \cdot b) & (ka \cdot a^2 + kb \cdot b^2) \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Em função do acoplamento existente no sistema, cada modo de vibrar apresentará componentes de movimento vertical e de *pitch*. Para facilitar a comunicação na indústria automobilística, a seguinte definição foi criada para esses dois modos de vibrar:

Modo de vibrar de *bounce*: Modo de vibrar com movimento predominante na vertical (coordenada Z_s). Seu centro de oscilação encontra-se fora do entre eixos do veículo.

Modo de vibrar de *pitch*: Modo de vibrar cujo centro de oscilação está entre os eixos do veículo.

Apesar de ser um sistema de apenas 2GL existem vários aspectos importantes a serem considerados visando a definição das suspensões dianteira e traseira de forma a garantir o nível de conforto desejado aos ocupantes do veículo. Esses aspectos trazem complexidade a esse sistema, não sendo, portanto, incomum a ocorrência de desenvolvimento de veículos com uma combinação inadequada entre suspensões dianteira e traseira. Nesses casos as montadoras são forçadas a redefinir os parâmetros das suspensões em um estágio do projeto no qual as alterações de componentes são difíceis de serem implementadas.

Esse capítulo visa o esclarecimento dos aspectos a serem considerados para a definição das características básicas da suspensão que influenciam nos movimentos de *bounce* e *pitch* da massa suspensa.

3.4.1 Índice dinâmico (razão $k^2/(a \cdot b)$)

O valor da razão $k^2/(a \cdot b)$ diz muito sobre o que é preciso considerar na definição dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* e sobre os limites desse desenvolvimento.

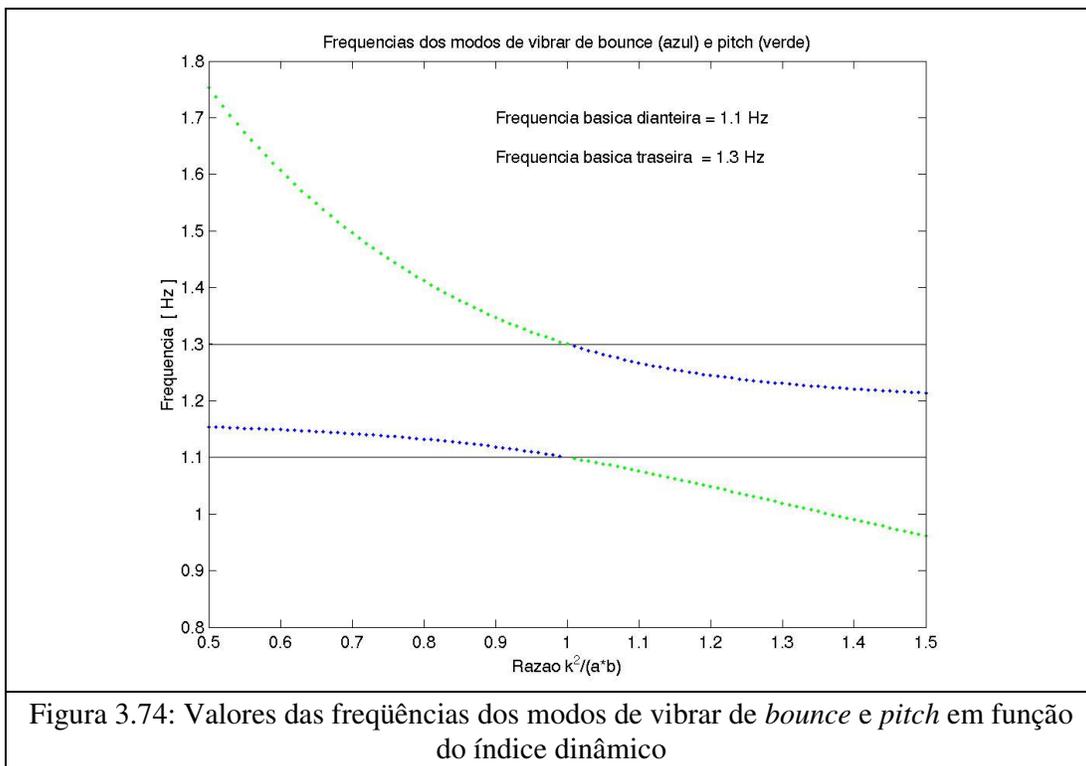
O parâmetro k é conhecido como raio de giração e pode ser obtido através da relação $I_s = k^2 \cdot m_s$.

CAMPBELL dizia, no início dos anos 80, que apesar da maioria dos automóveis da época possuírem o CG mais próximo do eixo dianteiro, a razão $k^2/(a \cdot b)$ era em geral próxima de um. No entanto, na maioria das vezes isso ocorria por acaso e não como resultado de um critério de desenvolvimento do veículo.

Para *pickups* e caminhões essa razão sofre grandes variações e a maioria das montadoras não conhece essa razão para seus veículos. Mesmo para veículos de passeio, essa razão não costuma ser calculada, mas nesses casos a influência dela é menor, conforme explicado posteriormente.

Atualmente, a maioria dos veículos de passeio possui esse valor ligeiramente inferior a um. No entanto, raro os casos em que se sabe qual a implicação desse fato. $k^2/(a \cdot b)$ menor que um significa que o modo de vibrar de *pitch* da massa suspensa possuirá frequência maior do que o modo de vibrar de *bounce*, independente dos valores de rigidez vertical de cada suspensão.

Para iniciar a avaliação da influência dessa razão utilizou-se como exemplo um veículo com frequência básica dianteira de 1.1 Hz e traseira de 1.3 Hz. O valor de **Is** foi alterado, mantendo-se **a** e **b** constantes, de forma a variar o valor da razão $k^2/(a \cdot b)$. Na Figura 3.74 estão apresentados os valores das frequências dos modos de vibrar de *bounce* (em azul) e *pitch* (em verde) em função dessa variação.



O termo frequência básica refere-se à frequência natural que seria obtida por um modelo massa mola de 1 GL ao utilizar-se a rigidez vertical da mola da suspensão e a massa suportada por essa mola na vertical, conforme a equação 3.10, sendo $ksusp$ a rigidez vertical da mola da suspensão e meq a massa sustentada pela mola da suspensão:

$$freq.básica = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{ksusp}{meq}} \quad (3.15)$$

Observa-se que, para $k^2/(a \cdot b) < 1$ a frequência do modo de vibrar de *pitch* é maior do que a frequência do de *bounce*. Para $k^2/(a \cdot b) > 1$ a frequência de *bounce* é maior do que a frequência de *pitch*.

Essa mudança abrupta em $k^2/(a \cdot b) = 1$ ocorre somente em função da definição dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch*, conforme observado na Figura 3.75. Para a razão igual a 0.5 o centro de oscilação do modo de vibrar de *bounce* está para trás do eixo traseiro a 6.3 m do CG e o centro de *pitch* está 0.25 m para frente do CG. Elevando-se o valor da razão $k^2/(a \cdot b)$ os centros dos dois modos de vibrar caminham para frente (Figura 3.75) e os valores das frequências naturais diminuem (Figura 3.74). A partir do valor unitário da razão $k^2/(a \cdot b)$, o modo de vibrar que tinha centro de oscilação para trás do eixo traseiro passa a ter seu centro de oscilação entre o eixo traseiro e o CG, passando a ser chamado de modo de vibrar de *pitch*, conforme a definição. Processo inverso ocorre com o outro modo de vibrar.

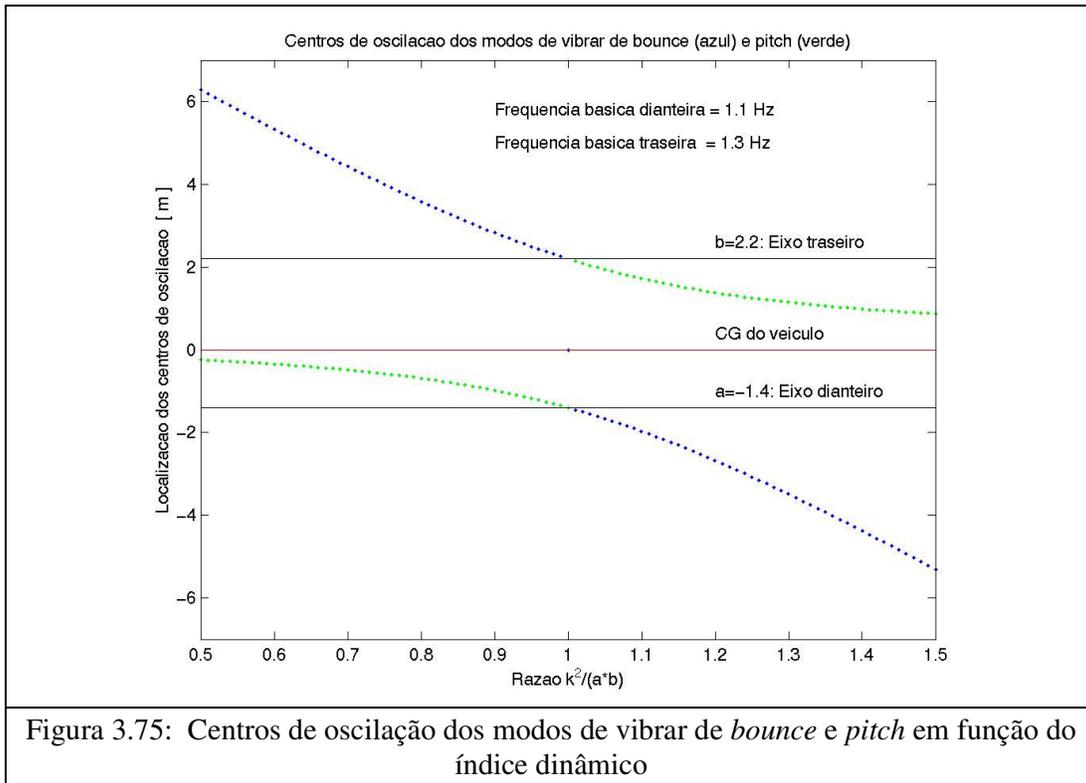
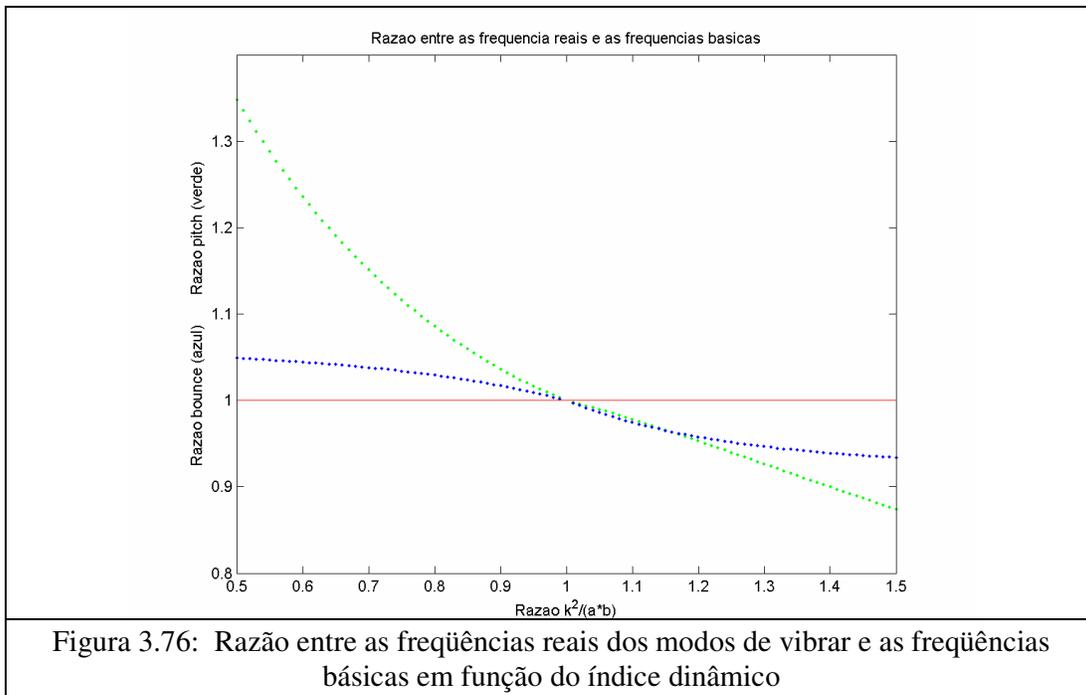


Figura 3.75: Centros de oscilação dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* em função do índice dinâmico

Para $k^2/(a \cdot b) = 1$, os centros de oscilação dos modos de vibrar encontram-se sobre os eixos dianteiro e traseiro. Nessa condição os valores das frequências dos modos de vibrar igualam-se aos valores de frequências básicas, ou seja, o modo de vibrar com

centro de oscilação sobre o eixo dianteiro tem sua frequência calculada pela rigidez da mola traseira e a massa sustentada por essa mola. E, o modo de vibrar com centro de oscilação sobre o eixo traseiro tem sua frequência calculada pela rigidez da mola dianteira e a massa sustentada por essa mola. Essa é a condição na qual é válido o cálculo das frequências naturais através das equações de frequências básicas, vide Figura 3.74. Teoricamente, nessa condição, uma excitação na região do eixo dianteiro não causa resposta vertical na região do eixo traseiro (vide Apêndice A3).

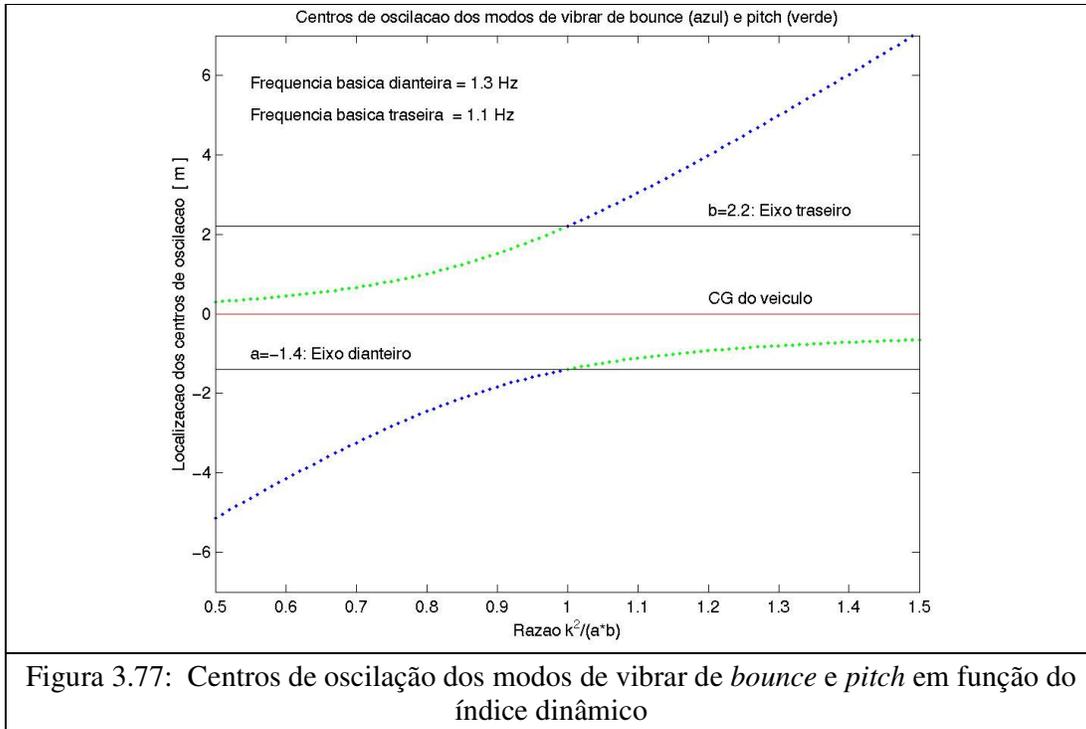
Na Figura 3.76 observa-se em verde a razão entre a frequência real do modo de vibrar de *pitch* e sua frequência básica. Para $k^2/(a \cdot b) < 1$, condição da maioria dos veículos atuais, quanto menor o valor de $k^2/(a \cdot b)$ maior a diferença entre essas frequências para o modo de vibrar de *pitch*. É importante que esse fato seja levado em conta no desenvolvimento do veículo, pois o nível de conforto do veículo pode ser pior do que o esperado ao se utilizar os valores de frequência básica como métrica.



Ao inverter os valores das frequências básicas entre a dianteira e a traseira, ocorre uma inversão na localização dos centros de oscilação, conforme pode ser observado ao comparar as Figuras 3.75 e 3.77.

A partir do momento no qual se tem a distribuição de massas do veículo e as localizações dos eixos estão definidas, estão definidos também os valores de **a**, **b** e **k**.

Com o cálculo do índice $k^2/(a \cdot b)$ sabe-se qual modo de vibrar (*bounce* ou *pitch*) terá a maior frequência e já se tem uma idéia de quanto que as frequências desses modos de vibrar estarão distantes das frequências básicas.



O próximo passo consiste na definição dos valores de rigidez vertical das suspensões dianteira e traseira. Esse cálculo definirá a localização dos centros de oscilação dos dois modos de vibrar e seus respectivos valores de frequência.

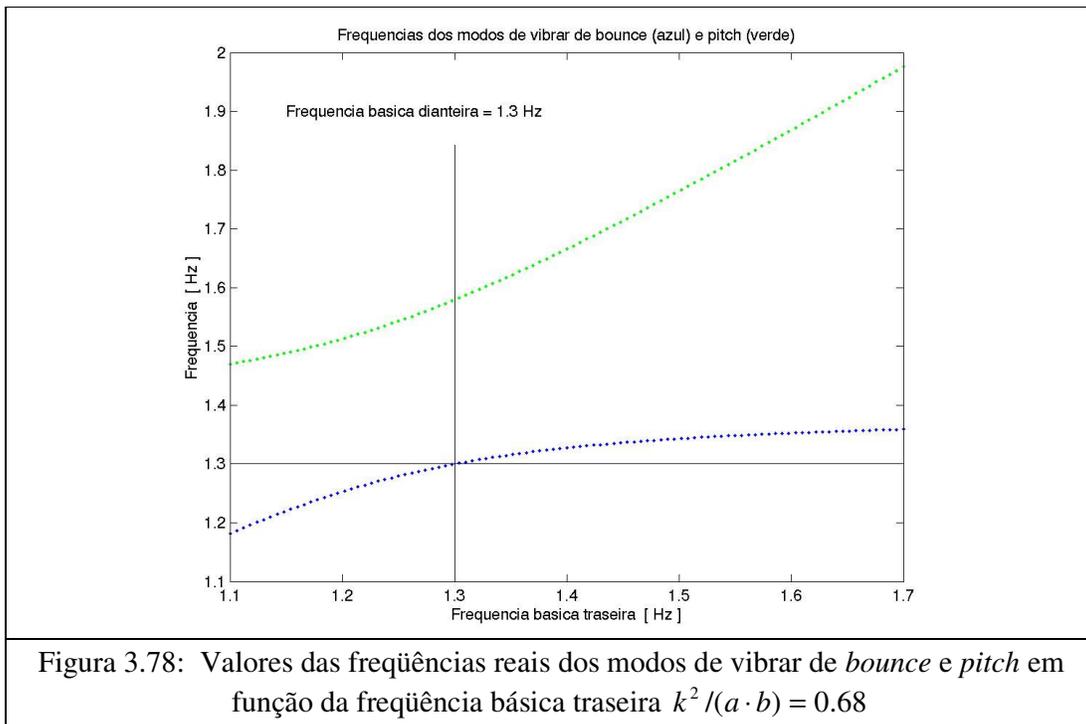
No item 3.4.3 está apresentada a avaliação da influência dos valores de rigidez vertical das regiões dianteira e traseira no conforto do veículo. No entanto, um dos critérios mundialmente utilizados pela maioria das montadoras de veículos é ter o centro de oscilação do modo de vibrar de *bounce* para trás do eixo traseiro e o centro do de *pitch* entre o eixo dianteiro e o CG. Essa prática foi iniciada por OLLEY no início da década de 30, conforme descrito no capítulo 2.

Outro critério associado a esse e também amplamente difundido é manter a frequência de *pitch* ligeiramente acima da frequência de *bounce*, mas evitando-se que essa diferença seja maior que 20 %.

Para que esses critérios sejam alcançados faz-se necessário que o índice $k^2/(a \cdot b)$ seja menor que um e que a frequência básica da dianteira seja menor do que a da traseira. No

entanto, verifica-se que, dependendo do valor do índice $k^2/(a \cdot b)$, a diferença inferior a 20 % entre as frequências de *pitch* e *bounce* pode não ser possível de ser obtida.

Considerando-se um veículo com índice dinâmico de **0.68** e frequência básica dianteira = 1.3 Hz (rigidez vertical dianteira fixa), obtém-se, conforme Figura 3.78, os valores das frequências de *bounce* e *pitch* ao variar a frequência básica traseira (rigidez vertical traseira). Esses valores são comuns para as *pickups* de cabina dupla atualmente vendidas no Brasil quando na condição sem carga e com motorista mais passageiro.

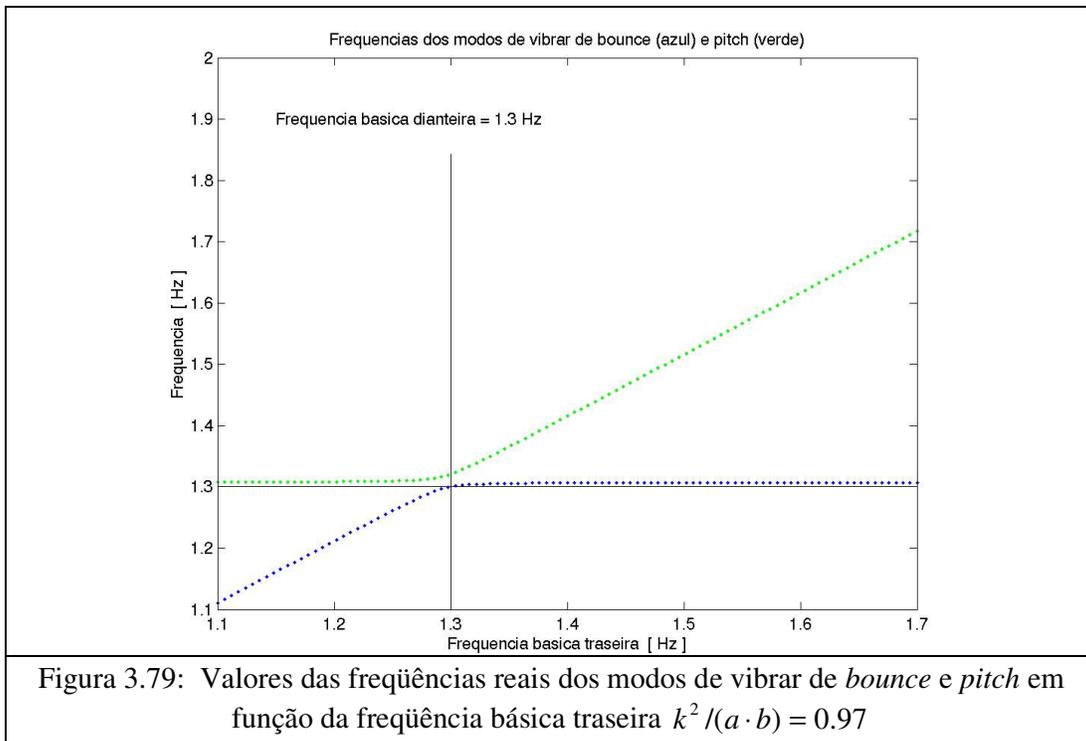


Verifica-se que os valores da frequência de *pitch* são significativamente maiores do que os valores da frequência básica traseira, principalmente para valores desta última acima de 1.3 Hz.

Essa diferença é menos acentuada para valores de índice dinâmico próximos da unidade, conforme observado na Figura 3.79, na qual estão apresentados resultados semelhantes aos da Figura 3.78, elevando-se o valor do momento de inércia de massa em torno do eixo y, I_s , de forma a proporcionar um índice dinâmico de **0.97**. Nesse caso o valor da frequência de *pitch* se aproxima da frequência básica traseira para valores de r maiores que a unidade e o valor da frequência de *bounce* se aproxima da frequência básica traseira para valores de r menores que a unidade (r = razão entre frequência básica traseira sobre frequência básica dianteira).

Para os parâmetros do veículo com valor baixo de índice dinâmico (**0.68**) não é possível obter uma configuração com valores de rigidez na traseira que gere uma diferença menor do que 20 % entre as frequências de *pitch* e *bounce*, conforme observado na Figura 3.80.

Os valores mais próximos de atender o critério da diferença entre frequência de *pitch* e *bounce* ocorrem quando a frequência básica traseira está entre 1.2 e 1.3 Hz, no entanto, nessa faixa, o centro de oscilação do modo de *bounce* já está para frente do eixo dianteiro e o centro do modo de *pitch* está entre o CG e o eixo traseiro, pois a frequência básica da dianteira passou a ser maior que da traseira, conforme observado na Figura 3.81.



Para valores extremamente elevados de rigidez vertical traseira quando comparada com a dianteira é natural que surja um modo de vibrar com centro de oscilação sobre a própria mola traseira e sua frequência dependa apenas da rigidez da mola dianteira (tendência da curva azul para direita nas Figuras 3.78 e 3.81). O valor de rigidez da mola traseira tem maior influência na frequência do outro modo de vibrar cujo centro de oscilação tende para a região da mola dianteira (tendência da curva verde para direita). Por esse motivo ocorre elevação acentuada da frequência do modo de vibrar de *pitch* nessa região, conforme Figura 3.78.

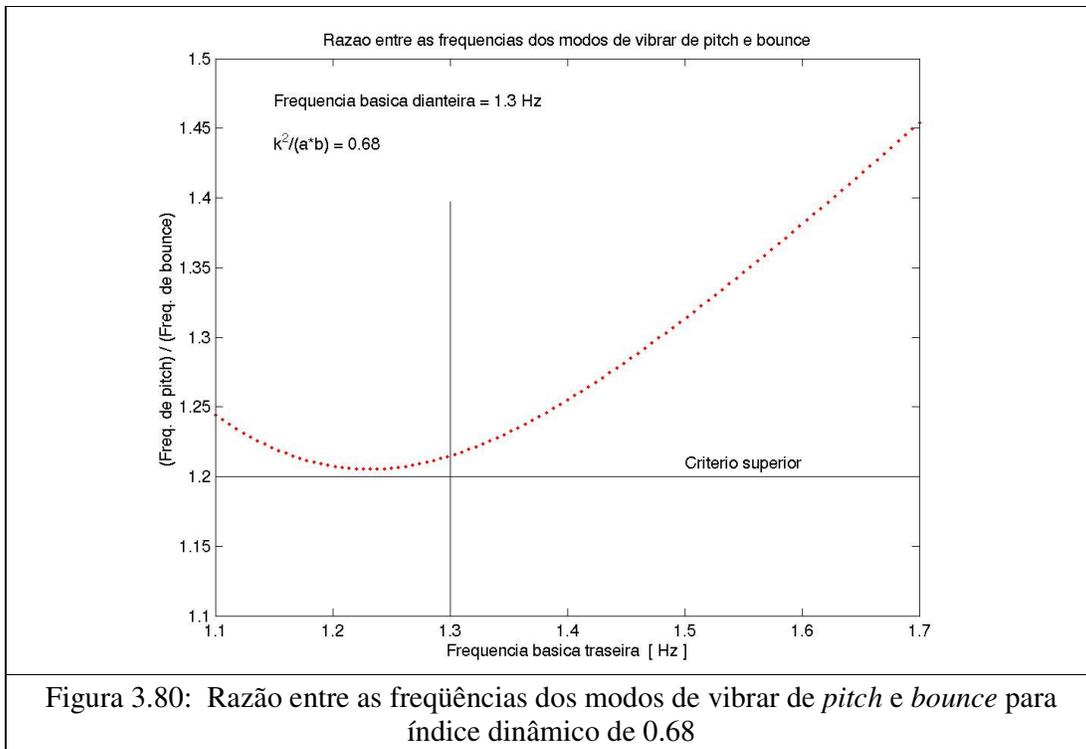


Figura 3.80: Razão entre as frequências dos modos de vibrar de *pitch* e *bounce* para índice dinâmico de 0.68

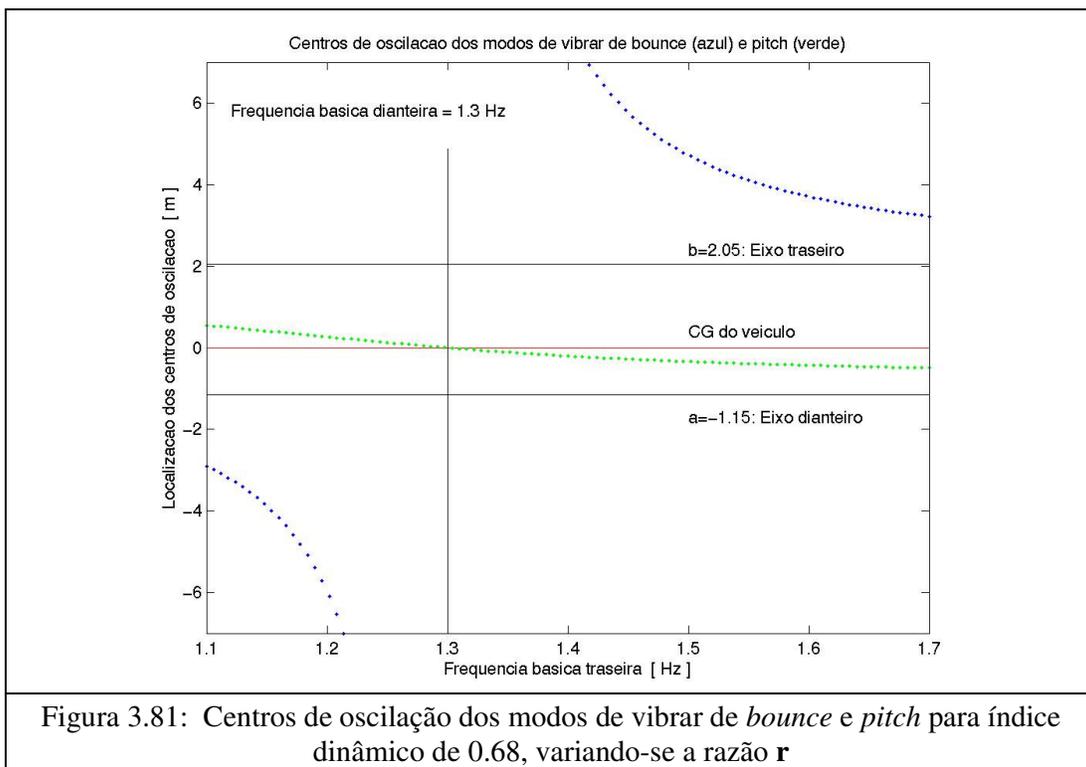


Figura 3.81: Centros de oscilação dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* para índice dinâmico de 0.68, variando-se a razão r

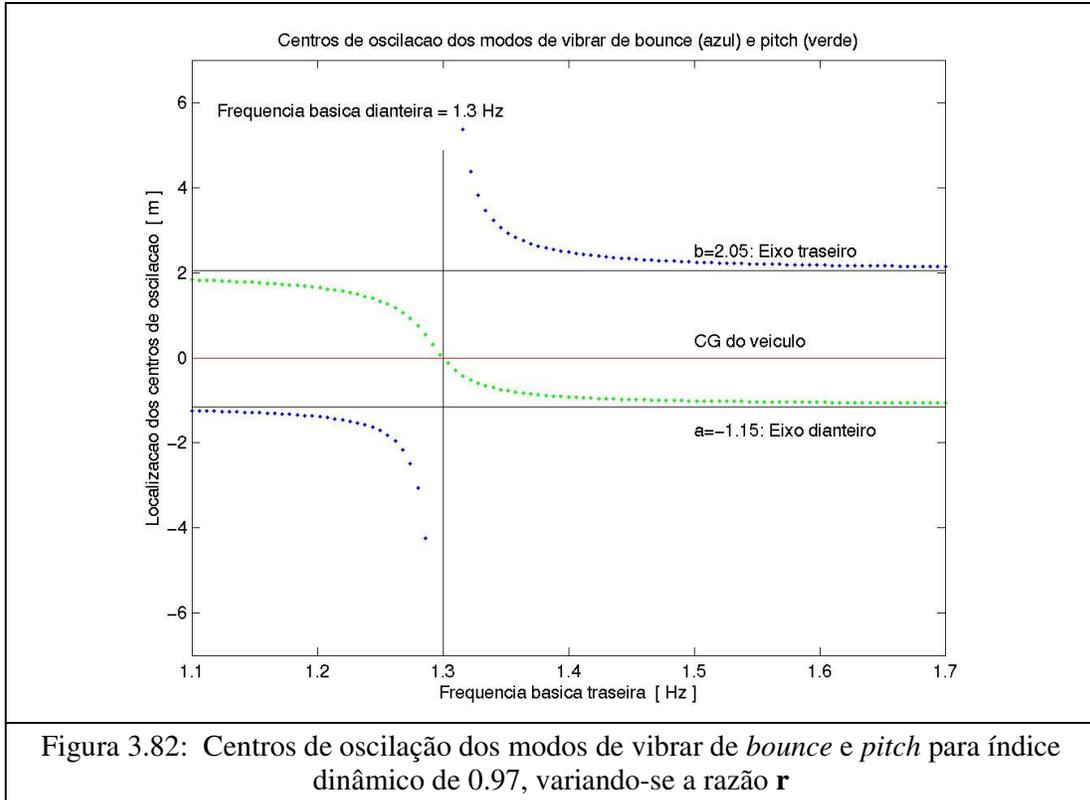
Com a redução gradativa da rigidez da mola traseira, o valor de $kb \cdot b$ se aproxima de $ka \cdot a$, o que contribui cada vez mais para o desacoplamento dos movimentos nos modos de vibrar. Para valores de frequência básica da dianteira igual à da traseira tem-

se que $ka \cdot a = kb \cdot b$ e, portanto, ocorre desacoplamento das coordenadas Z_s e θ_s nos modos de vibrar. Desta forma, o centro de oscilação do modo de *bounce* tende ao infinito e o centro de oscilação do modo de *pitch* fica sobre o CG.

Reduzindo ainda mais o valor de rigidez da mola traseira, o centro de oscilação de *bounce* passa para frente do eixo dianteiro tendendo inicialmente ao infinito e o centro de *pitch* passa pelo CG em direção ao eixo traseiro.

Com a continua redução da rigidez vertical na traseira, o centro de *bounce* se aproxima cada vez mais do eixo dianteiro, o que faz com que a rigidez da mola traseira tenha cada vez mais maior peso no valor da frequência do modo de *bounce*. Motivo pelo qual ocorre uma queda acentuada da frequência de *bounce* nessa região, vide Figura 3.78.

Os resultados de variação dos centros de oscilação para um valor de índice dinâmico próximo da unidade (0.97) estão apresentados na Figura 3.82. Verifica-se que, nesses casos, variações grandes na localização dos centros de oscilação, aproximando o centro de *pitch* do CG e afastando o centro de *bounce*, só ocorrem para valores próximos entre as frequências básicas dianteira e traseira.



3.4.2 Influência do entre eixos

O modelo plano de veículo de 2 GL da Figura 3.73 possibilitou a avaliação da influência das características de inércia e geométricas do veículo nos modos de vibrar de massa suspensa. A influência da rigidez das molas está descrita no item 3.4.3. Pode-se utilizar o modelo de 4 GL da Figura 3.83 para representar os movimentos de *bounce* e *pitch* do veículo, em conjunto com os movimentos verticais dos eixos.

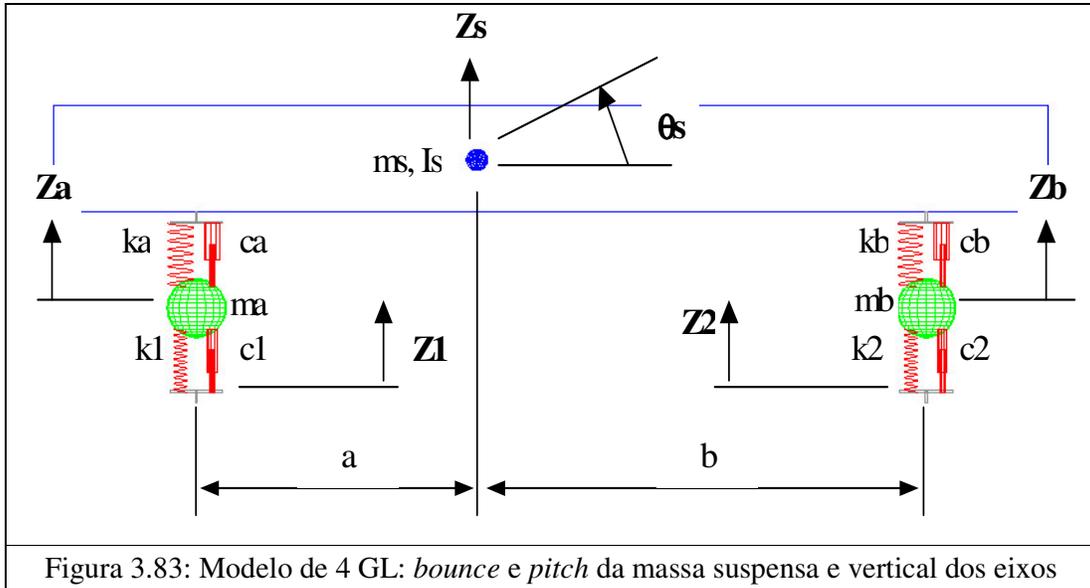


Figura 3.83: Modelo de 4 GL: *bounce* e *pitch* da massa suspensa e vertical dos eixos

As equações de movimento do sistema da Figura 3.83 estão apresentadas abaixo:

$$ka \cdot (Za - Zs + \theta_s \cdot a) + ca \cdot (\dot{Za} - \dot{Zs} + \dot{\theta}_s \cdot a) + kb \cdot (Zb - Zs - \theta_s \cdot b) + cb \cdot (\dot{Zb} - \dot{Zs} - \dot{\theta}_s \cdot b) = ms \cdot \ddot{Zs} \quad (3.16)$$

$$-ka \cdot (Za - Zs + \theta_s \cdot a) \cdot a - ca \cdot (\dot{Za} - \dot{Zs} + \dot{\theta}_s \cdot a) \cdot a + kb \cdot (Zb - Zs - \theta_s \cdot b) \cdot b + cb \cdot (\dot{Zb} - \dot{Zs} - \dot{\theta}_s \cdot b) \cdot b = Is \cdot \ddot{\theta}_s \quad (3.17)$$

$$k1 \cdot (Z1 - Za) + c1 \cdot (\dot{Z1} - \dot{Za}) + ka \cdot (Zs - \theta_s \cdot a - Za) + ca \cdot (\dot{Zs} - \dot{\theta}_s \cdot a - \dot{Za}) = ma \cdot \ddot{Za} \quad (3.18)$$

$$k2 \cdot (Z2 - Zb) + c2 \cdot (\dot{Z2} - \dot{Zb}) + kb \cdot (Zs + \theta_s \cdot b - Zb) + cb \cdot (\dot{Zs} + \dot{\theta}_s \cdot b - \dot{Zb}) = mb \cdot \ddot{Zb} \quad (3.19)$$

Através desse modelo busca-se o entendimento das características do veículo que influenciam nas respostas AZs e $A\theta_s$ considerando como entradas as excitações $VZ1$ e $VZ2$.

A maior dificuldade de avaliação, nesse caso, deve-se ao fato de existirem duas entradas simultâneas no sistema. No entanto, para o veículo trafegando em linha reta, as excitações impostas na dianteira e na traseira são idênticas, defasadas apenas por um

intervalo de tempo igual à distância entre eixos dividida pela velocidade do veículo. Essa particularidade permite a obtenção dos valores de amplitude de uma “função de transferência” para as saídas AZ_s e $A\theta_s$ considerando como entradas os sinais $VZ1$ e $VZ2$.

Essas entradas referentes ao perfil da pista podem ser encaradas como uma combinação de sinais harmônicos de várias frequências e diferentes amplitudes. Tomando-se, inicialmente o veículo trafegando a uma velocidade V_1 [m/s] sobre um único desses sinais de velocidade com amplitude A [mm/s] e frequência espacial Φ_a [ciclos/m], verifica-se, a partir da Figura 3.84, que as excitações nas regiões dianteira e traseira podem ser expressas por:

$$Z\dot{1}(t) = A \cdot \cos(\phi_a \cdot V_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \quad (3.20)$$

$$Z\dot{2}(t) = A \cdot \cos(\phi_a \cdot V_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t - \phi_a \cdot WB \cdot 2 \cdot \pi) \quad (3.21)$$

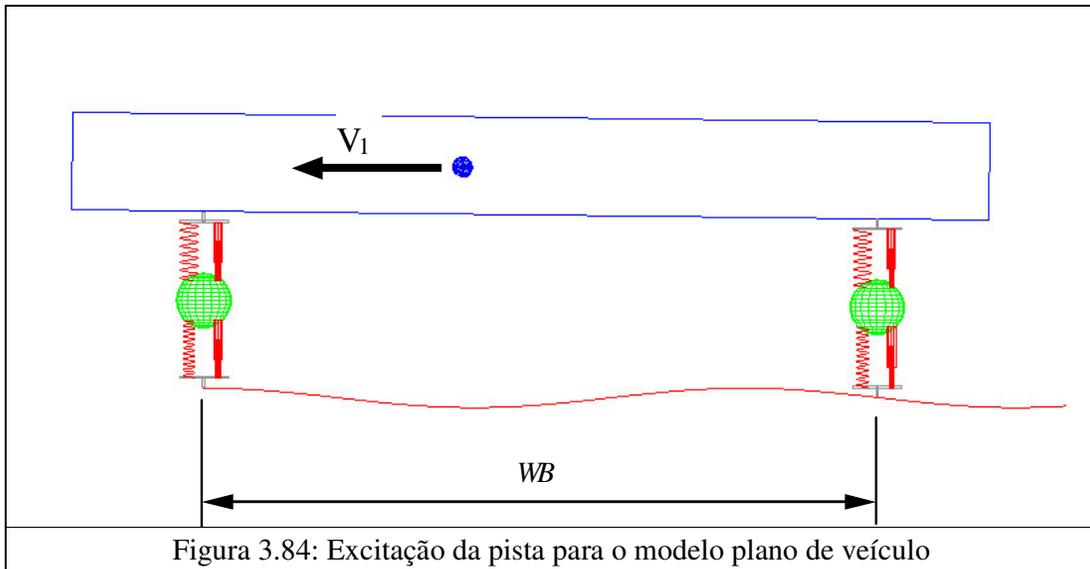


Figura 3.84: Excitação da pista para o modelo plano de veículo

Através da função de transferência $A\theta_s/VZ1$ obtém-se, para a frequência $\omega = \phi_a \cdot V_1 \cdot 2 \cdot \pi$ [rad/s], os valores de amplitude $A_1\theta_\omega$ e ângulo de fase $F_1\theta_\omega$ para a frequência ω . E, através da função de transferência $A\theta_s/VZ2$, obtém-se os valores $A_2\theta_\omega$ e ângulo de fase $F_2\theta_\omega$.

Pode-se então obter a resposta $\theta\dot{i}$, para a frequência ω , da seguinte forma:

$$\theta\dot{i}(\omega) = A_1\theta_\omega \cdot \cos(\omega \cdot t - F_1\theta_\omega) + A_2\theta_\omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi_a \cdot WB \cdot 2 \cdot \pi - F_2\theta_\omega) \quad (3.22)$$

Desta forma, o valor máximo de $\theta_s(\omega)$ será o valor da amplitude da “função de transferência” $A\theta_s/(VZ1eVZ2)$ na frequência ω .

Realizando esse procedimento para toda a faixa de frequência de interesse, obtém-se a “função de transferência” $A\theta_s/(VZ1eVZ2)$ para a velocidade V_1 . Os valores ao quadrado dessa FRF para um veículo com as características listadas no Apêndice A4, na velocidade de 20 m/s (72 km/h), estão apresentadas na Figura 3.85.

Verifica-se que para algumas faixas de frequência ocorrem reduções significativas nos valores de amplitude da resposta $A\theta_s$, regiões ao redor de 5.5, 11.0 e 16.5 Hz. Esses valores de frequência referem-se a comprimentos de onda que geram excitações aproximadamente em fase nos pneus dianteiro e traseiro, reduzindo dessa forma a resposta de *pitch* ($A\theta_s$) do veículo.

As excitações dianteira e traseira estarão em fase quando o termo da fase da equação for um múltiplo inteiro de $2 \cdot \pi$, ou seja, quando:

$$\phi_a \cdot WB \cdot 2 \cdot \pi = N \cdot 2 \cdot \pi, \text{ para } N = 1, 2, 3, 4, 5 \dots \quad (3.23)$$

Sendo $\omega = \phi_a \cdot V_1$, tem-se que, para frequências próximas a:

$$\omega = N \cdot V_1 / WB \quad [\text{Hz}], \quad (3.24)$$

os valores de amplitude da resposta $A\theta_s$ devem ser reduzidos. Com o valor de velocidade $V_1 = 20$ m/s e entre eixos $WB = 3.6$ m utilizados para gerar a Figura 3.85, obtém-se as frequências de redução de $A\theta_s$ apresentadas na Tabela 3.8.

Verifica-se na Figura 3.85 que nas proximidades dos valores de frequência apresentados na Tabela 3.8 ocorre redução da amplitude de resposta $A\theta_s$. Os valores de frequência apresentados na Tabela não são exatamente os mínimos da resposta $A\theta_s$ em função das fases nas funções de transferência $A\theta_s/VZ1$ e $A\theta_s/VZ2$.

Os valores de amplitude ao quadrado da função de transferência " $AZ_s/(VZ1eVZ2)$ " para a velocidade $V_1 = 20$ m/s estão apresentados na Figura 3.86.

Verifica-se que, os valores de redução de $A\theta_s$ correspondem aos valores de máximo de AZ_s no CG. Os valores de redução para AZ_s no CG ocorrem quando as excitações nas

regiões dianteira e traseira estão aproximadamente em oposição de fase, ou seja, quando:

$$\omega = (2 \cdot N - 1) \cdot (V_1 / (2 \cdot WB)) \quad [\text{Hz}] \quad (3.25)$$

Os valores para redução de AZ_s no CG estão apresentados na Tabela 3.9.

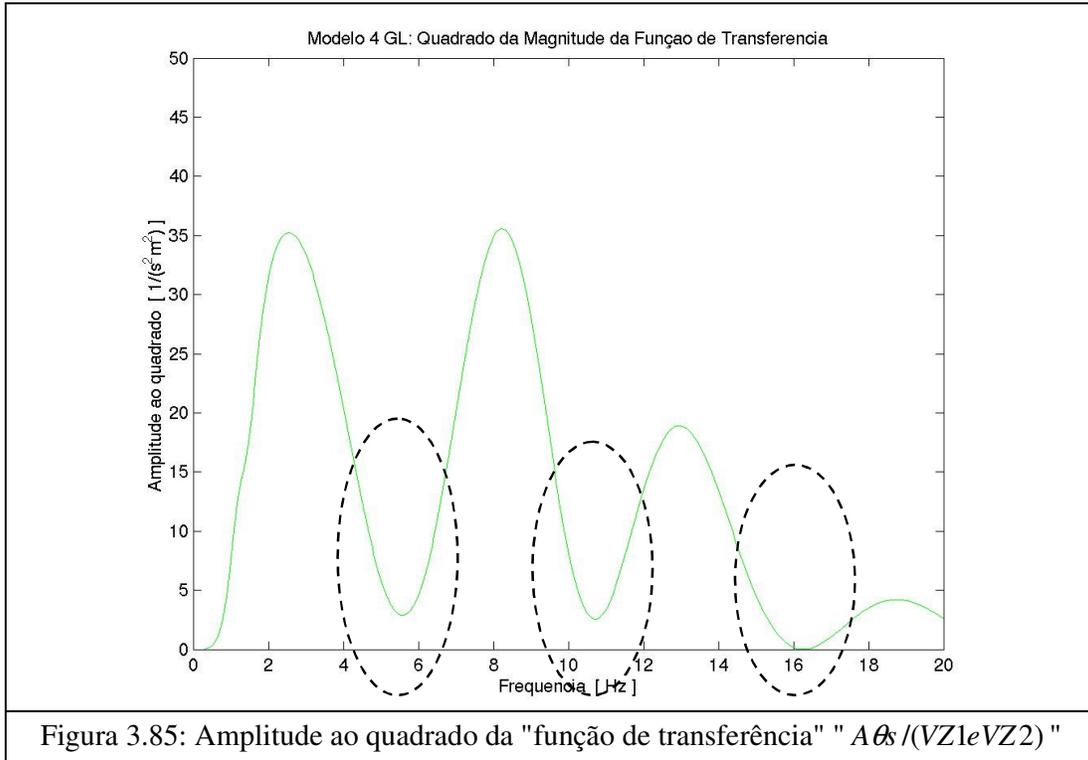


Tabela 3.8: Valores de frequências de redução de $A\theta_s$

Valor de N	1	2	3	4
Frequência [Hz]	5.55	11.1	16.7	22.2

Tabela 3.9: Valores de frequências de redução de AZ_s

Valor de N	1	2	3	4
Frequência [Hz]	2.78	8.33	13.9	19.4

Verifica-se na Figura 3.86 que, para valores de frequência próximos dos valores apresentados na Tabela 3.9, ocorre redução da resposta AZ_s pois nestas faixas de frequência as excitações na dianteira e traseira estão próximas da oposição de fase.

Os valores de amplitude ao quadrado da "função de transferência" " $AZ_s / (VZ1eVZ2)$ " para diversos valores de velocidade do veículo entre 10 e 25 m/s estão apresentados na Figura 3.87.

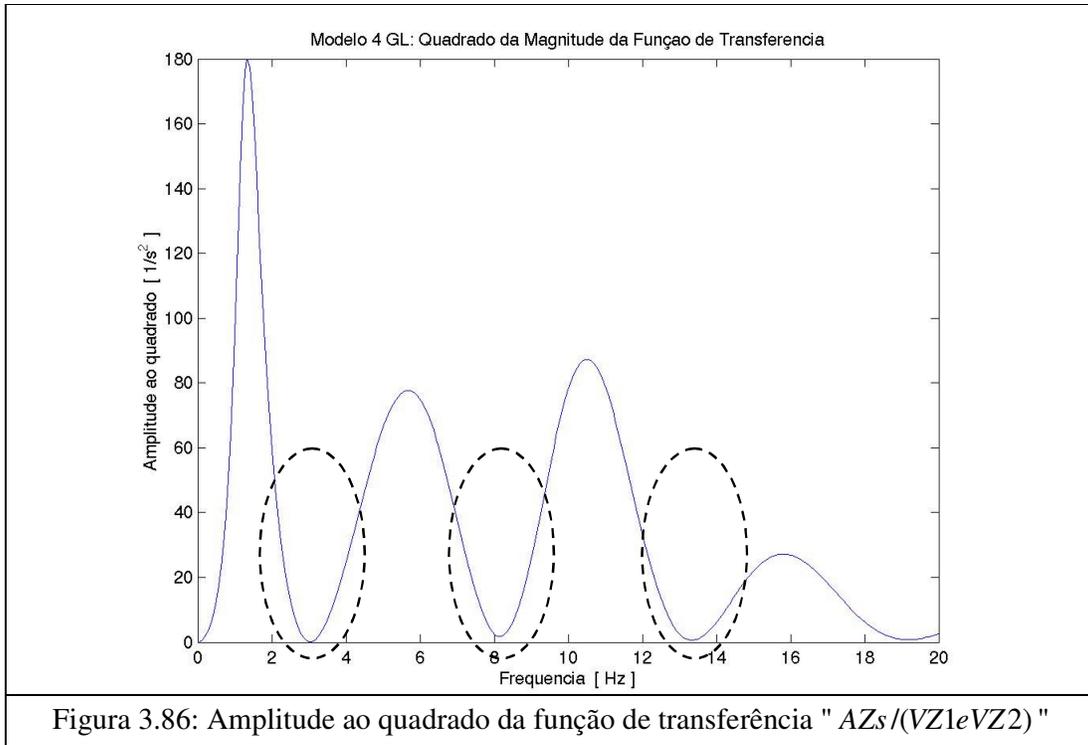


Figura 3.86: Amplitude ao quadrado da função de transferência " $AZ_s/(VZ_1eVZ_2)$ "

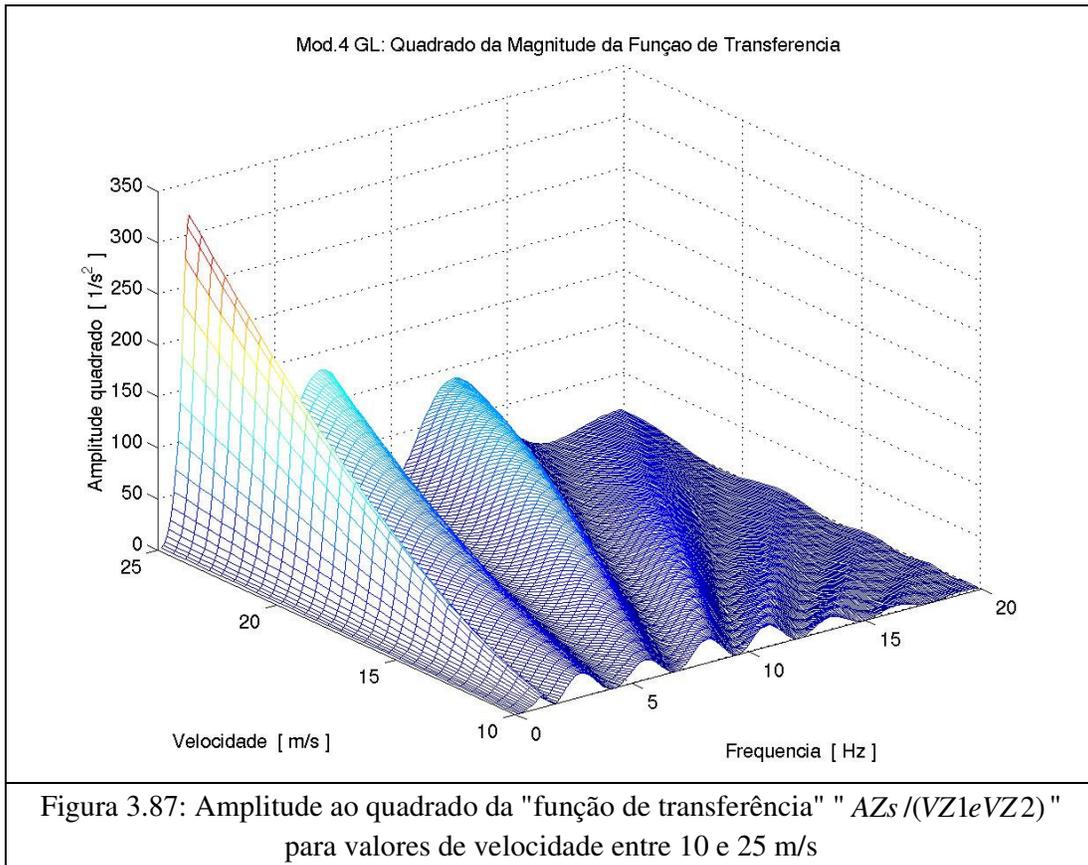


Figura 3.87: Amplitude ao quadrado da "função de transferência" " $AZ_s/(VZ_1eVZ_2)$ " para valores de velocidade entre 10 e 25 m/s

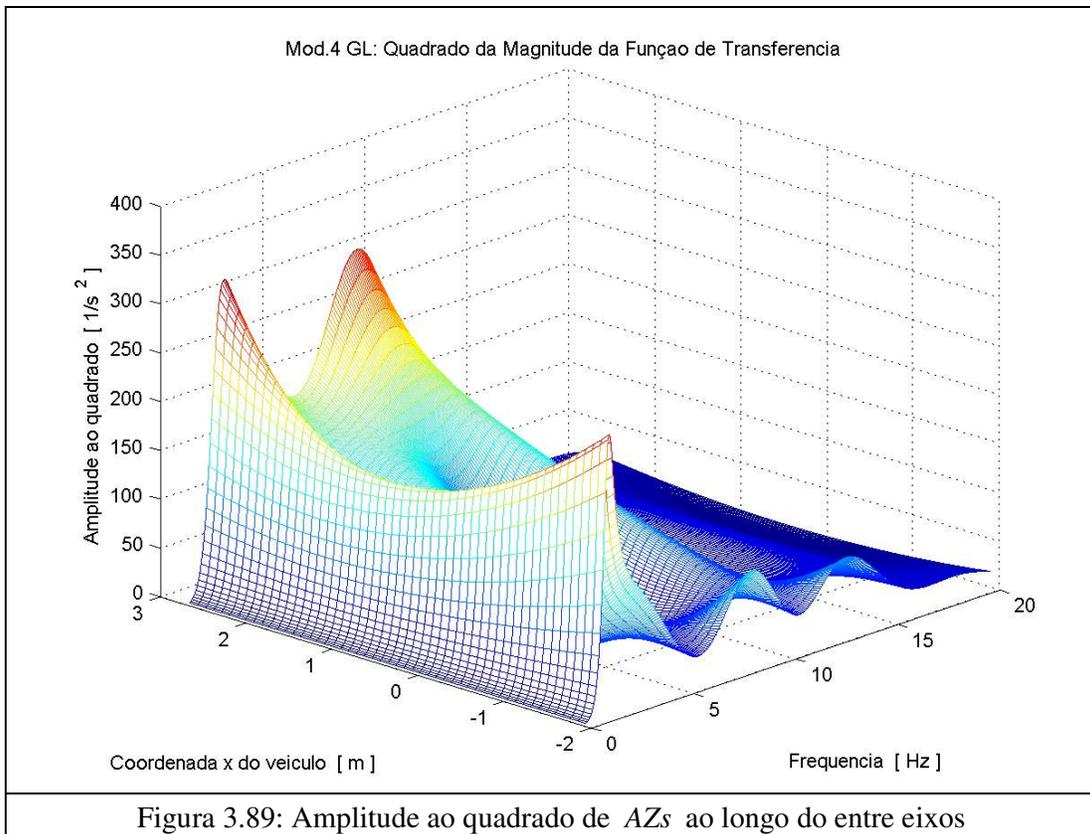
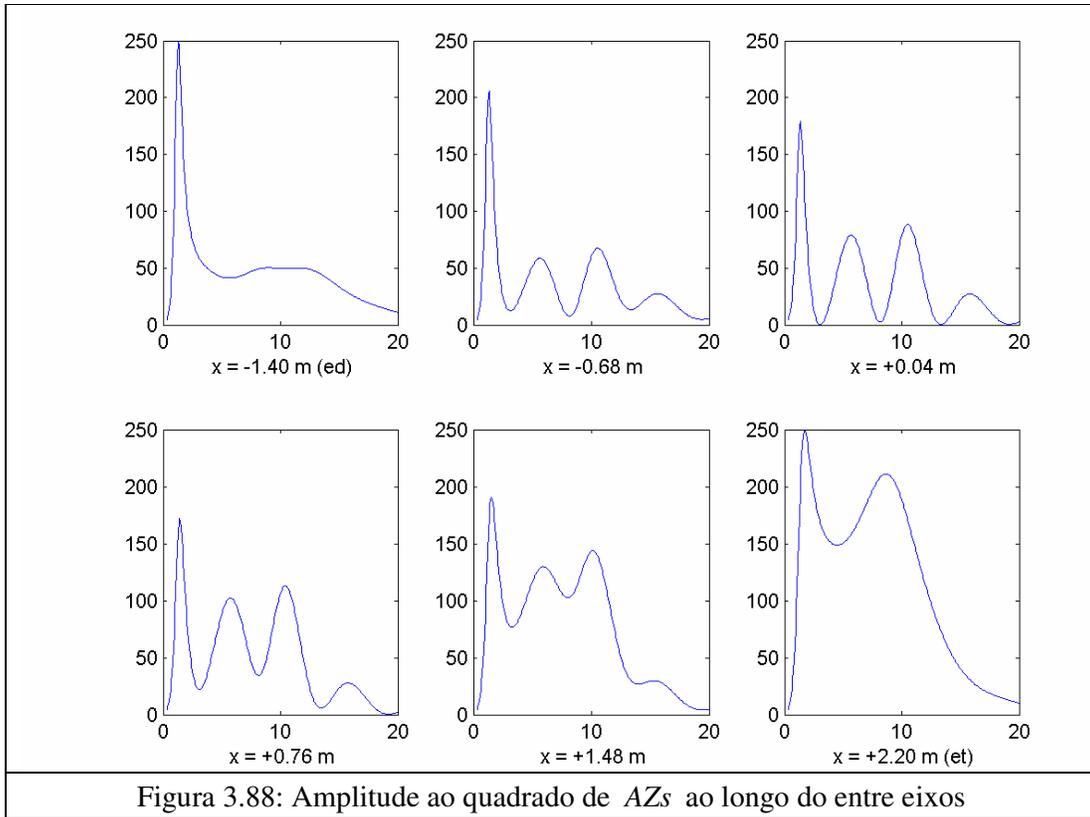
Em alguns casos, as avaliações de *ride* comparativas entre dois veículos feitas por grupos de revistas especializadas ou pelas próprias montadoras são realizadas em determinados trechos de pista, mantendo-se sempre a mesma velocidade para cada trecho. No entanto, com base nos resultados apresentados nesse item, verifica-se que as velocidades críticas para as oscilações de *bounce* e *pitch* variam de veículo para veículo, em função de suas características. Desta forma, um procedimento adequado de avaliação comparativa deve conter passagens a várias velocidades por cada trecho.

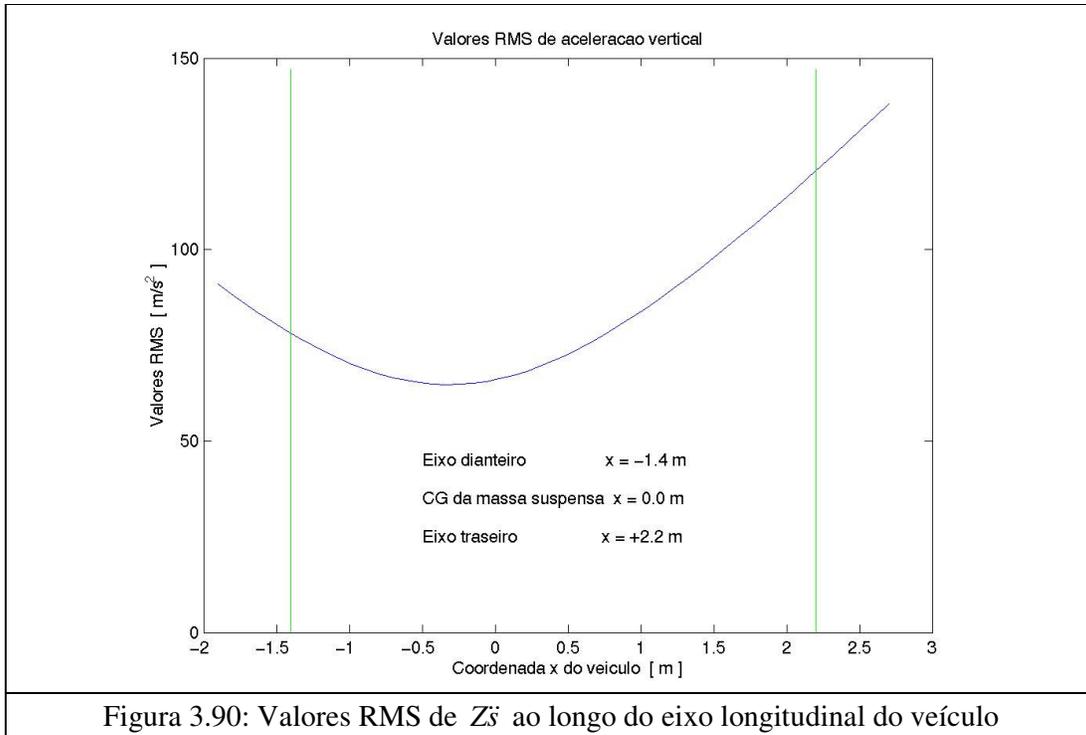
Para determinar a resposta vertical ao longo do eixo longitudinal do veículo é preciso combinar a resposta AZ_s com a resposta $A\theta_s$ multiplicada pela distância x do CG ao ponto de interesse.

Na Figura 3.88 estão apresentados os valores quadráticos da amplitude da função de transferência de aceleração vertical para diversas posições x ao longo do entre eixos do veículo, para uma velocidade $V_1 = 20$ m/s. O valor $x = -1.4$ m refere-se à coordenada do eixo dianteiro e o valor $x = +2.2$ m refere-se à coordenada do eixo traseiro. A coordenada $x = 0.0$ m refere-se ao CG da massa suspensa.

Na Figura 3.89 estão apresentados, em um gráfico de 3 eixos, os valores quadráticos da amplitude da função de transferência de aceleração vertical entre 0 e 20 Hz. As curvas de amplitude estão apresentadas em função da coordenada x ao longo do eixo longitudinal, iniciando-se 0.5 m à frente do eixo dianteiro e terminando à 0.5 m para trás do eixo traseiro.

Verifica-se que, aparentemente, para alguns valores da coordenada x próximos ao CG ($x = 0.0$ m), as amplitudes são mais baixas. Para comprovar isso se pode utilizar o fato que a PSD de velocidades da pista é um ruído branco e que, dessa forma, os valores quadráticos da amplitude de AZ_s/VZ_p apresentam o mesmo formato da PSD de aceleração de $Z\ddot{s}$. Pode-se, portanto calcular a média quadrada (**MS**) para cada coordenada x a partir da área sob a curva de amplitude em função da frequência para aquela coordenada. Os valores **RMS** para essa coordenada x serão obtidos a partir dos valores da MS. Na Figura 3.90 estão apresentados os valores **RMS** de aceleração da massa suspensa para vários valores da coordenada x ao longo do eixo longitudinal do veículo.





3.4.3 Relação entre frequências

Verifica-se que, realmente, os menores valores RMS de $Z_{\dot{z}}$ ocorrem para a região logo a frente do CG do veículo. Nos veículos de passeio atuais, essa região é próxima da região ocupada pelo motorista. Esses resultados foram obtidos para um veículo com razão entre frequências básicas igual a 1.15 (frequência básica dianteira = 1.3 Hz; frequência básica traseira = 1.5 Hz). A inversão nos valores de frequência altera esses resultados, como pode ser observado na Figura 3.91. As curvas em azul e vermelho referem-se, respectivamente, a veículos com razões r de 1.17 e 0.86 entre as frequências básicas traseira sobre dianteira, sendo que os valores básicos utilizados foram de 1.2 e 1.4 Hz.

Observa-se que, invertendo-se os valores das frequências básicas entre as regiões dianteira e traseira, ocorre alteração da região na qual obtém-se os menores valores RMS. Os resultados apresentados na Tabela 3.10 auxiliam na explicação dessa alteração. Os valores das frequências dos modos de *bounce* e *pitch* estão próximos dos valores básicos porque o índice dinâmico, $k^2 l(a \cdot b)$, desse veículo é próximo da unidade, 0.974.

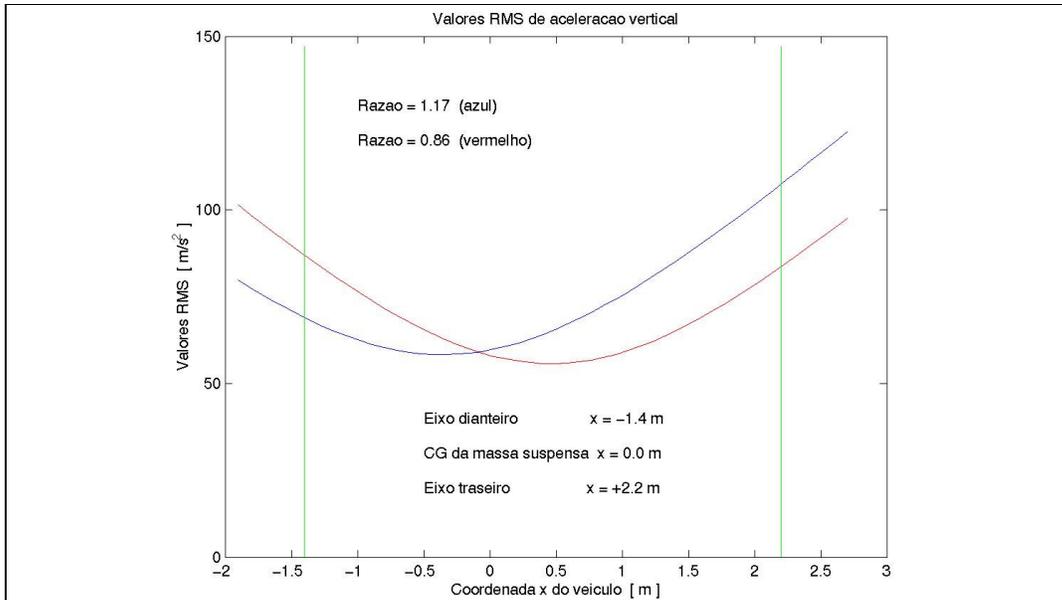


Figura 3.91: Valores RMS de $Z\ddot{s}$ ao longo do eixo longitudinal do veículo para diferentes razões de frequências básicas

Tabela 3.10: Descrição dos modos de vibrar de massa suspensa com a inversão dos valores de frequência básica entre dianteira e traseira

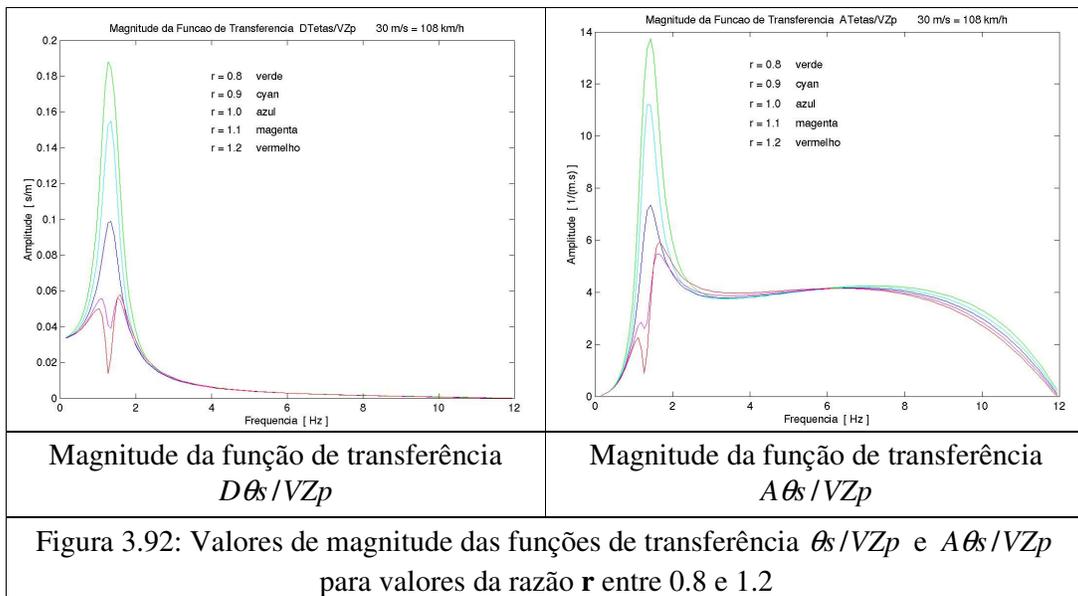
Razão entre frequências básicas	Frequência básica dianteira [Hz]	Frequência básica traseira [Hz]	Modo de vibrar de <i>bounce</i>		Modo de vibrar de <i>pitch</i>	
			Freq. [Hz]	Centro de oscilação [m]	Freq. [Hz]	Centro de oscilação [m]
r = 1.17 azul	1.2	1.4	1.21	2.36	1.41	-1.27
r = 0.86 vermelho	1.4	1.2	1.21	-1.51	1.41	1.99

O modo de vibrar de *pitch* contribui significativamente para os valores de aceleração vertical ao longo do veículo, pois seu valor de frequência é mais elevado do que o do modo de vibrar de *bounce*. Portanto, os valores de aceleração vertical serão mais elevados para posições distantes do centro de oscilação do modo de vibrar de *pitch*. Na configuração de veículo com razão 1.17, o centro de oscilação do modo de *pitch* está 1.27 m para frente do CG e, por esse motivo, a região logo a frente do CG apresenta menores valores RMS de aceleração (curva azul). Para a configuração com razão de 0.86, o centro de oscilação do modo de vibrar de *pitch* está a 1.99 m atrás do CG explicando o porque dos menores valores RMS ocorrerem para uma região para trás do CG. Os valores mínimos do RMS de $Z\ddot{s}$ não ocorrem exatamente sobre o centro de oscilação do modo de vibrar de *pitch* pois a resposta de aceleração vertical resultante do modo de vibrar de *bounce* também precisa ser levada em consideração.

A maioria dos veículos de passeio atuais possui razão r acima da unidade (curva em azul), reduzindo dessa forma os valores de aceleração vertical para localizações logo à frente do CG e deteriorando o conforto dos ocupantes do banco traseiro. Valores de razão abaixo da unidade podem ser uma boa opção para veículos nos quais o motorista fica mais recuado (jipes, por exemplo) ou quando se pretende dar prioridade aos ocupantes do banco traseiro.

Segue outro exemplo para avaliar a influência da razão entre frequências básicas traseira e dianteira nas respostas de aceleração vertical e *pitch* da massa suspensa. Com os parâmetros utilizados tem-se um índice dinâmico, $k^2/(a \cdot b) = 1$. Esse exemplo é apenas ilustrativo e seus parâmetros foram utilizados em 1993 por SHARP e PILBEAM, em um trabalho apresentado em uma conferência sobre *ride e handling* de veículos.

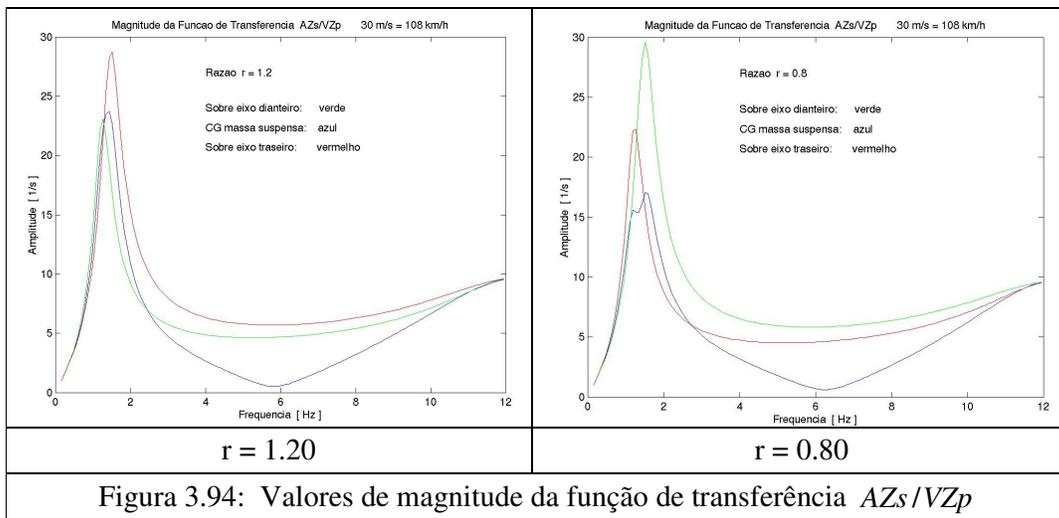
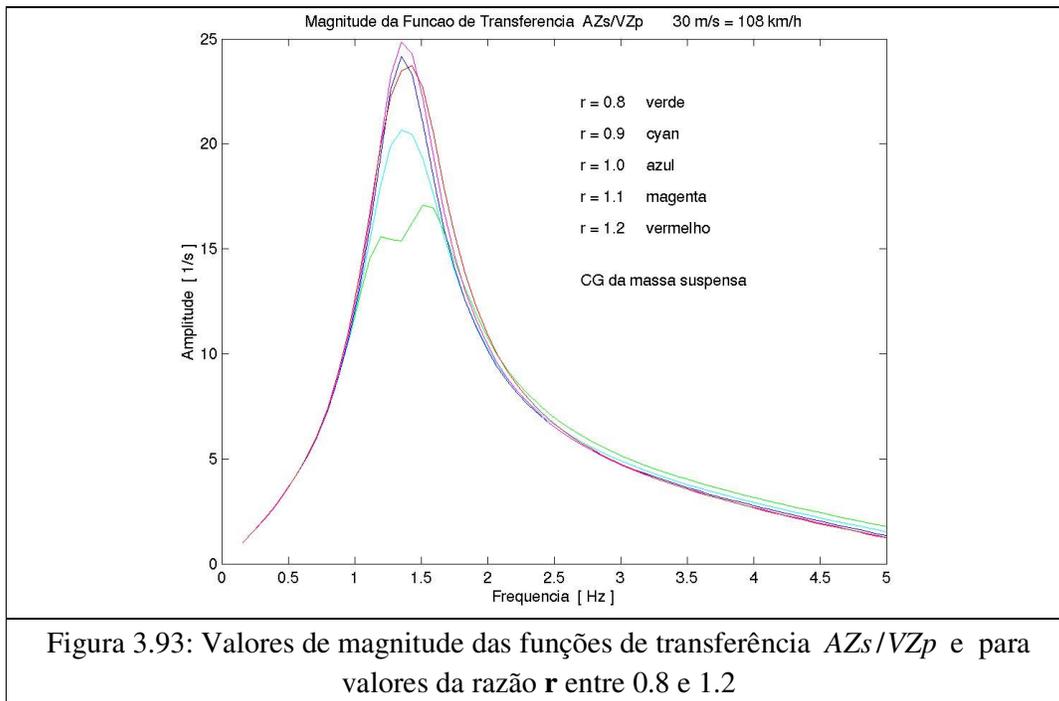
Para avaliar a influência da razão de frequências básicas na resposta de *pitch* do veículo pode-se utilizar os valores de magnitude das funções de transferência $D\theta_s/VZp$ e $A\theta_s/VZp$. A Figura 3.92 contém esses gráficos para valores da razão r entre 0.8 e 1.2 considerando-se uma velocidade de 30 m/s. Para a razão $r = 1$, os centros de oscilação dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* encontram-se no infinito e no CG do veículo, respectivamente. Observa-se que, para essa configuração de veículo, valores de r acima da unidade proporcionam redução da resposta de *pitch* do veículo.



Para a resposta de aceleração vertical no CG, os valores de magnitude de AZ_s/VZp estão apresentados na Figura 3.93. Verifica-se que, nesse caso, valores de r abaixo da

unidade proporcionam as menores respostas de AZ_s no CG. No entanto, conforme apresentado na figura anterior, esses valores deterioram a resposta de *pitch* do veículo.

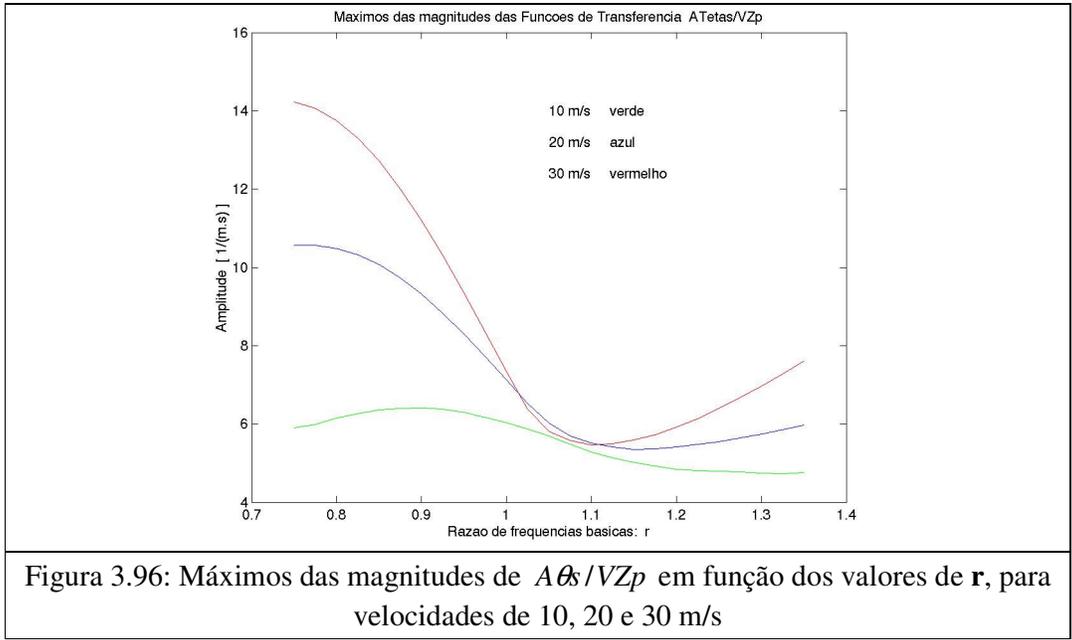
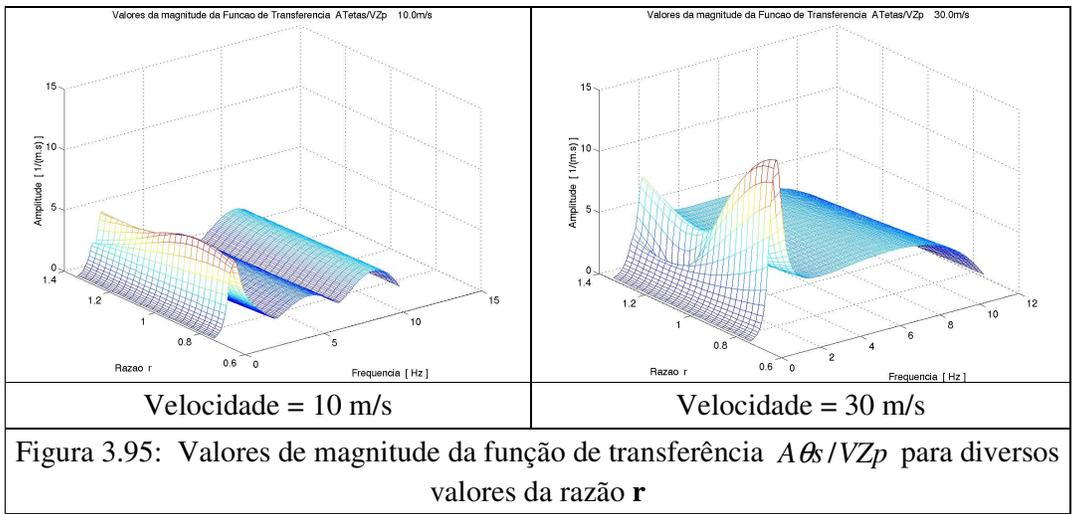
A Figura 3.94 apresenta as amplitudes de função de transferência AZ_s/VZ_p para 3 localizações ao longo da massa suspensa do veículo, considerando-se valores de r de 1.20 e 0.80.



Esses resultados, em conjunto com os resultados da Figura 3.91, mostram que valores de r acima da unidade deterioram o conforto vertical para região traseira do veículo e valores de r abaixo da unidade tendem a deteriorar a resposta vertical na região

dianteira. A redução das amplitudes no CG do veículo, ao redor de 6.0 Hz, deve-se ao efeito de filtro de entre eixos. O aumento das amplitudes da resposta de AZ_s próximo a 12 Hz coincide com a redução das amplitudes de $A\theta_s$, conforme apresentado na Figura 3.92.

A Figura 3.95 apresenta as magnitudes das funções de transferência de $A\theta_s/VZ_p$ para diversos valores de r entre 0.75 e 1.35 para as velocidades de 10 e 30 m/s. Observa-se que ocorre redução nos valores de máximo para valores de r logo acima da unidade. Os máximos dos valores de magnitude dessas funções de transferência em função do valor de r estão apresentados na Figura 3.96, para as velocidades de 10, 20 e 30 m/s.



Para as velocidades de 20 e 30 m/s ocorre redução significativa das amplitudes de $A\theta_s$ para valores de r próximos de 1.10. Ao observar a Figura 3.95, para a velocidade de 30 m/s, observa-se que essa redução ocorre em uma faixa estreita ao redor da frequência do modo de vibrar de massa suspensa. No entanto, para frequências acima de 2.0 Hz, as amplitudes de $A\theta_s$ praticamente não variam com o valor de r . Esse fato faz com que os valores RMS de θ_s em função de r não apresentem alterações tão significativas quanto aquelas apresentadas na Figura 3.96, vide Figura 3.97.

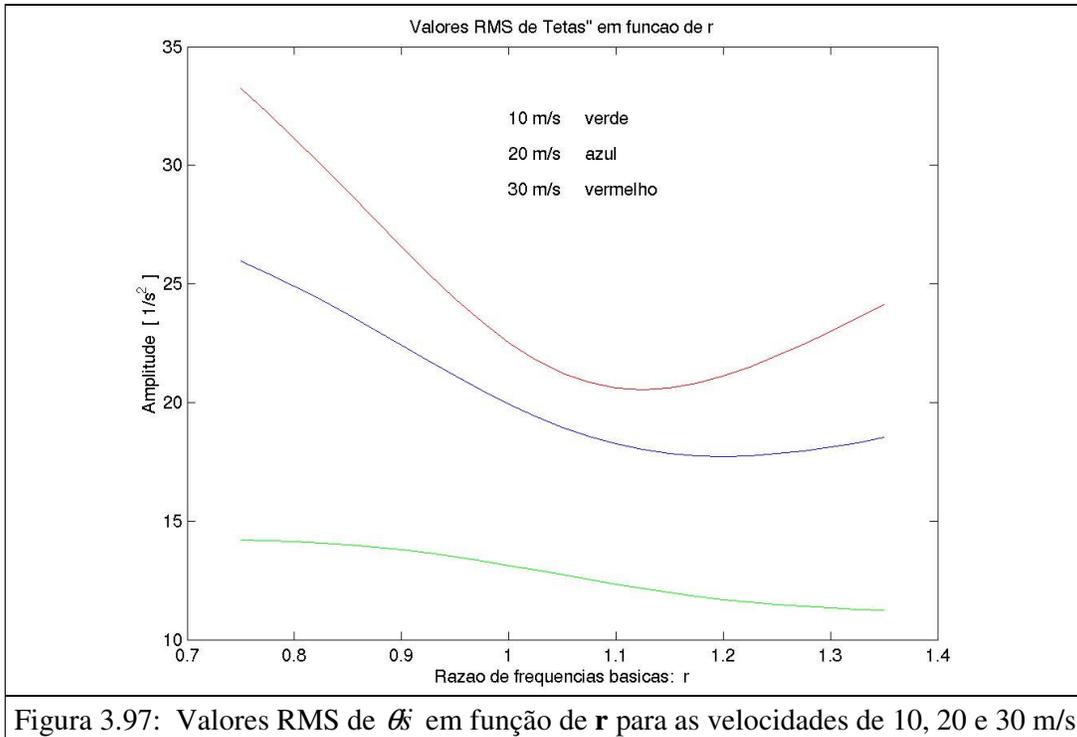


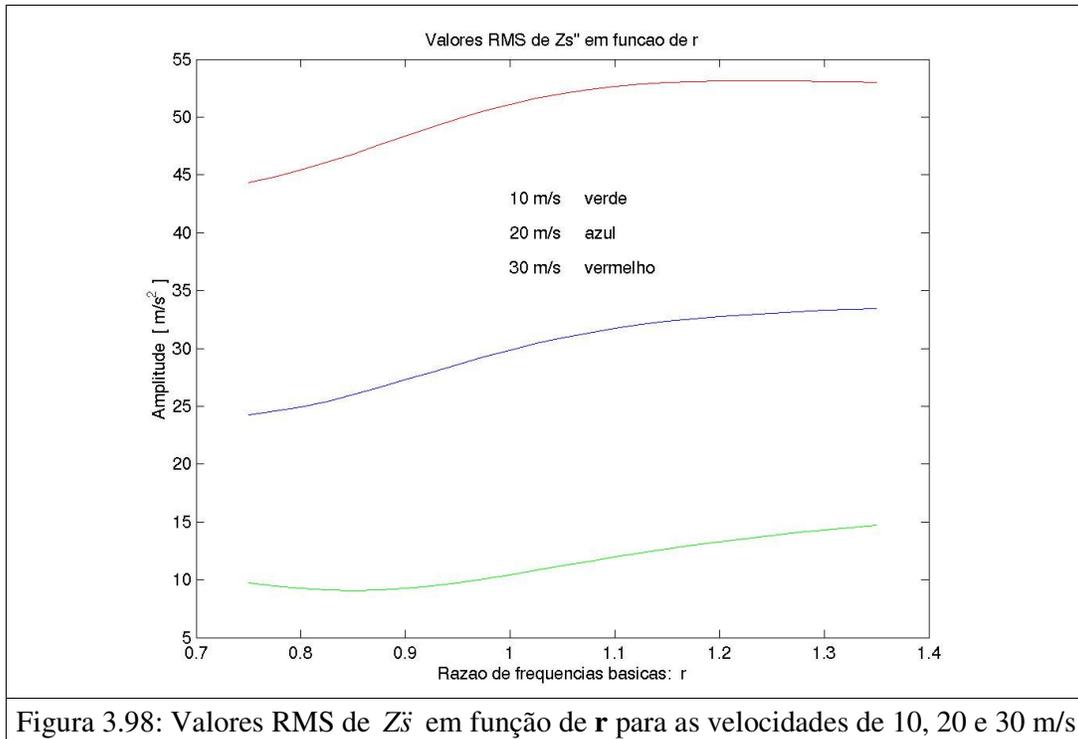
Figura 3.97: Valores RMS de θ_s em função de r para as velocidades de 10, 20 e 30 m/s

Esses resultados referem-se aos valores RMS de θ_s para faixa de frequências entre 0 e 5 Hz, calculados a partir dos valores quadráticos da magnitude de $A\theta_s/VZ_p$, considerando-se uma pista cuja PSD de velocidades seja constante na frequência. Verifica-se que os valores de r que proporcionam os mínimos RMS variam em função da velocidade.

Os valores RMS de Z_s no CG do veículo estão apresentados na Figura 3.98. Para a aceleração vertical os menores valores RMS ocorrem para valores de r menores que um.

Esses resultados acima estão de acordo com as recomendações feitas por OLLEY em seus trabalhos de 1934, 1937 e 1946, nos quais ele defende maior deflexão estática na região dianteira do que na traseira para reduzir as amplitudes de *pitch* e proporcionar

melhor conforto, visto que o movimento de *pitch* é o mais incômodo para o ser humano. OLLEY disse “*the most disagreeable ride motion of any car is pitching*” e “*it is generally agreed that for optimum ride the front end must be sprung more softly than the rear*”.



No entanto, trabalhos de ASPINALL, OLIVER e MITSCHKE mostram que o nível de desconforto está relacionado com as amplitudes de movimento longitudinal causadas pelo movimento do *pitch* do veículo e não pelo próprio movimento angular de *pitch*. Desta forma, veículos nos quais existe maior distância entre a altura dos ocupantes e a altura do centro de *pitch* necessitam de maior atenção para redução desse movimento angular.

3.5 Suspensão independente

Com base nos resultados anteriores, fica clara a importância de valores baixos de rigidez da mola para melhoria do conforto para o motorista. Desde o início do século XX, buscava-se reduzir esses valores de rigidez visando redução na frequência natural do modo de vibrar com movimento predominante vertical da massa suspensa. No entanto grandes reduções na rigidez vertical dos feixes de mola comprometiam outras características do veículo:

- 1- O rolamento em curvas (aceleração lateral) aumentava em função da redução na rigidez ao rolamento.
- 2- Rigidez baixa significa aumento do curso de trabalho da suspensão, o que resultava em variações excessivas na atitude das rodas e pneus nessas suspensões de eixo rígido, ao passar por um obstáculo de um único lado, além da necessidade de maior espaço livre para o trabalho da suspensão.

GEORGES BROULHIET defendia o uso de suspensões independentes, pois ela propiciava uma bitola efetiva maior para as molas, permitindo a redução no valor de rigidez sem comprometer o rolamento em curvas. Também mencionava a vantagem de redução do fenômeno de *shimmy*.

ANDRE DUBONNET explicou que suspensões com feixes de molas e eixos rígidos geravam muito *side thrust* (vide item 3.7.2), o que prejudicava a aderência e gerava excitações laterais na massa suspensa, por isso também defendia a suspensão independente. Outra vantagem mencionada por DUBONNET era a redução no valor da massa não suspensa possível com a suspensão independente.

OLLEY, na busca do “*flat ride*”, é forçado a reduzir a rigidez vertical na suspensão dianteira. A rigidez na região traseira não podia ser elevada para não elevar ainda mais a frequência do modo de vibrar com *pitch* da massa suspensa. A redução de rigidez necessária nas molas dianteiras, verificada por OLLEY, era da ordem de 2 a 3 vezes sobre os valores usuais da época. Essa redução só foi possível com a introdução de uma suspensão independente. Em uma suspensão com eixo rígido, essa redução resultaria em variações excessivas na atitude das rodas e pneus. OLLEY também menciona o aumento da rigidez ao rolamento obtido através da maior bitola efetiva das molas com uma suspensão independente.

3.6 Roll da massa suspensa

Projetos mais precisos do sistema de direção e da suspensão independente possibilitaram o uso de valores mais baixos de rigidez da mola, gerando melhorias no conforto sem comprometer a variação de atitude das rodas e pneus. No entanto, apesar do aumento da bitola efetiva das molas com a suspensão independente, o ângulo de rolamento em curvas continuou sendo um limitante para redução dos valores de rigidez.

Vale lembrar que, com eixos rígidos e feixes de molas por cima dos eixos, os centros de rolamento tinham altura mais próximas do CG do veículo, o que contribuía para redução do rolamento em curvas. A altura dos centros de rolamento diminuiu com a introdução das suspensões independentes.

A solução encontrada foi a utilização de barras estabilizadoras que elevaram a rigidez ao rolamento do veículo sem alterar os valores de frequência para os modos de vibrar com movimento predominante vertical da massa suspensa. No entanto, certo compromisso no conforto surgiu ao excitar o *roll* da massa suspensa, durante a passagem por obstáculos defasados. A elevação da rigidez ao rolamento e o abaixamento do centro de rolamento contribuíram para o aumento das amplitudes de aceleração lateral na altura da cabeça do motorista.

3.6.1 Barra estabilizadora

A barra estabilizadora foi criada com a finalidade de impor rigidez ao rolamento da massa suspensa sem elevar a frequência dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* desta. Ou seja, a proposta inicial da barra estabilizadora foi limitar o ângulo de rolamento do veículo em função da aceleração lateral sem prejudicar o conforto.

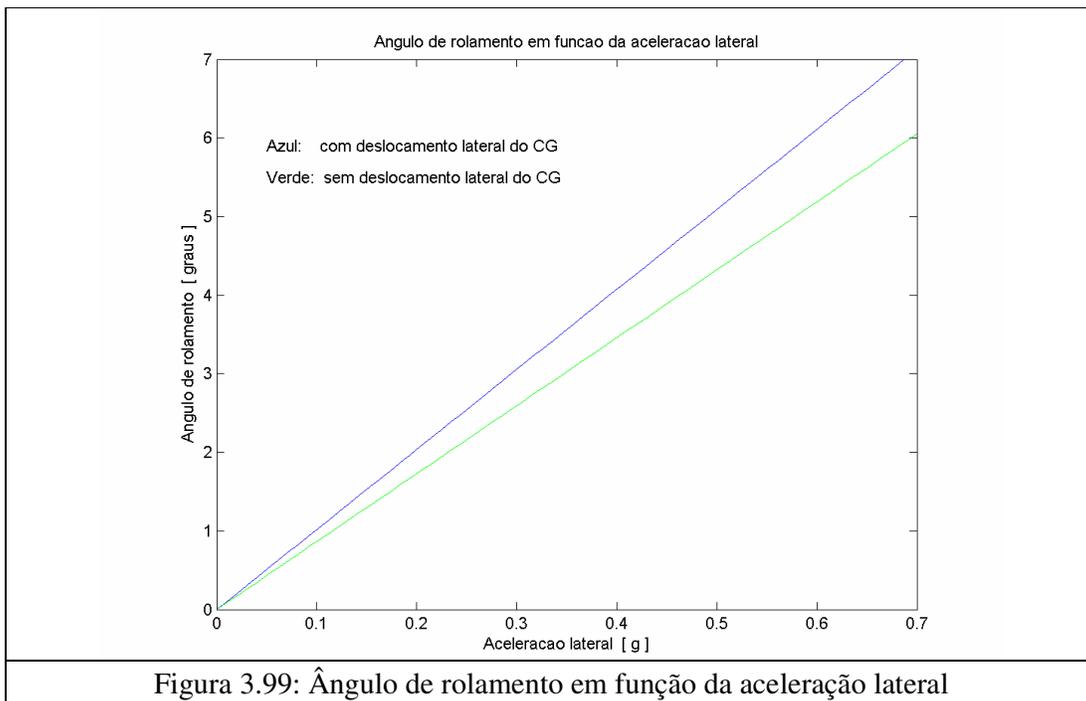
A redução do ângulo de rolamento foi obtida sem elevar a frequência do modo de vibrar de *bounce* da massa suspensa. Para uma suspensão que já gera as frequências de *bounce* e *pitch* necessárias para massa suspensa, é melhor ganhar rigidez de rolamento, caso necessário, através de uma barra estabilizadora do que através da elevação da rigidez vertical das molas da suspensão. Essa última opção prejudicaria diretamente o conforto por elevar as frequências dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch*.

3.6.2 Rigidez ao rolamento

Durante a realização de uma curva a massa não suspensa aplica uma força lateral na massa suspensa no sentido para dentro da curva. Essa resultante lateral ocorre na altura do centro de rolamento da suspensão. Como o centro de gravidade da massa suspensa é geralmente mais alto do que o centro de rolamento, essa massa tende a rolar em torno do centro de rolamento, sendo esse movimento resistido pela rigidez torcional proporcionada pelas molas e pela barra estabilizadora.

A movimentação lateral do CG da massa suspensa, durante a realização de curvas, contribui de forma negativa na "resistência" ao rolamento, por aumentar o ângulo de rolamento da massa suspensa. A influência da movimentação lateral do CG no ângulo de rolamento pode ser observada na Figura 3.99.

Normalmente, as molas da suspensão não conseguem proporcionar a rigidez ao rolamento desejada, sendo necessário o uso de uma barra estabilizadora. Critérios usuais aceitáveis para rolamento de um veículo em curvas podem variar de 2.5 a 5 graus para uma aceleração lateral de 0.5 g.



A Figura 3.100 apresenta os resultados de ângulo de rolamento da massa suspensa para uma aceleração lateral de 0.5 g variando-se a rigidez torcional da barra estabilizadora. Verifica-se que a rigidez ao rolamento pode ser alterada significativamente apenas com a alteração da barra estabilizadora, sem elevar as frequências dos modos de vibrar de *bounce* e *pitch* do veículo.

Pode-se também usar os valores RMS da aceleração lateral na altura da cabeça do motorista, ao considerar uma excitação vertical de velocidade em um único pneu, como métrica para verificação da influência da barra estabilizadora no conforto do veículo. Esses valores estão apresentados na Figura 3.101. Aparentemente, através da análise

dessa figura, pode-se chegar à conclusão de que mesmo grandes alterações na barra estabilizadora geram pequenas alterações no conforto do veículo.

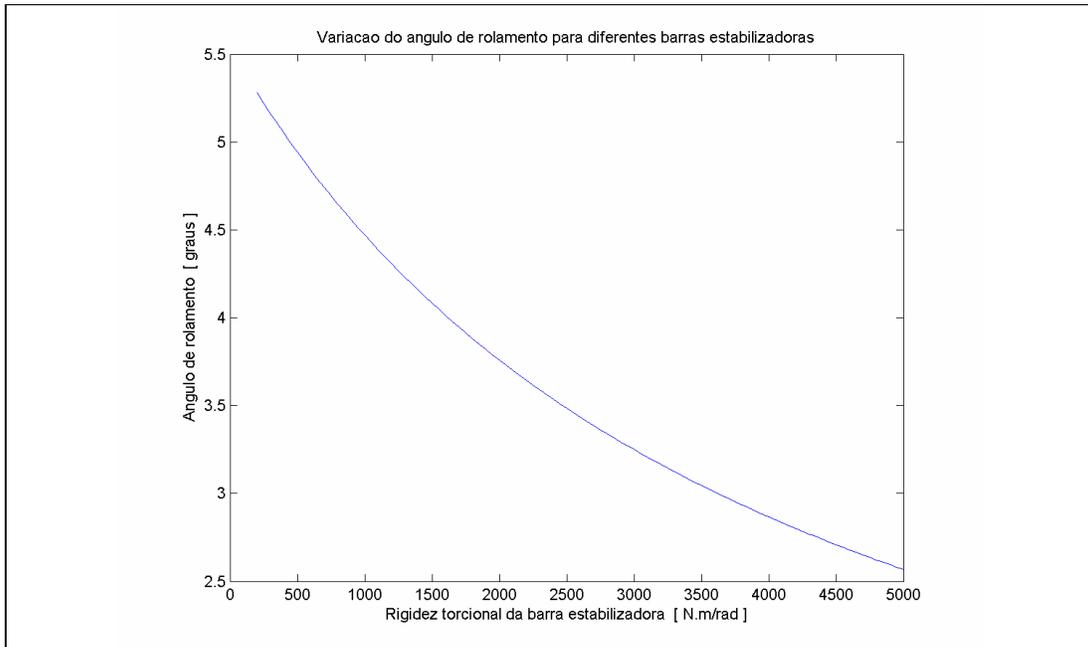


Figura 3.100: Variação do ângulo de rolamento em função do valor de rigidez da barra estabilizadora

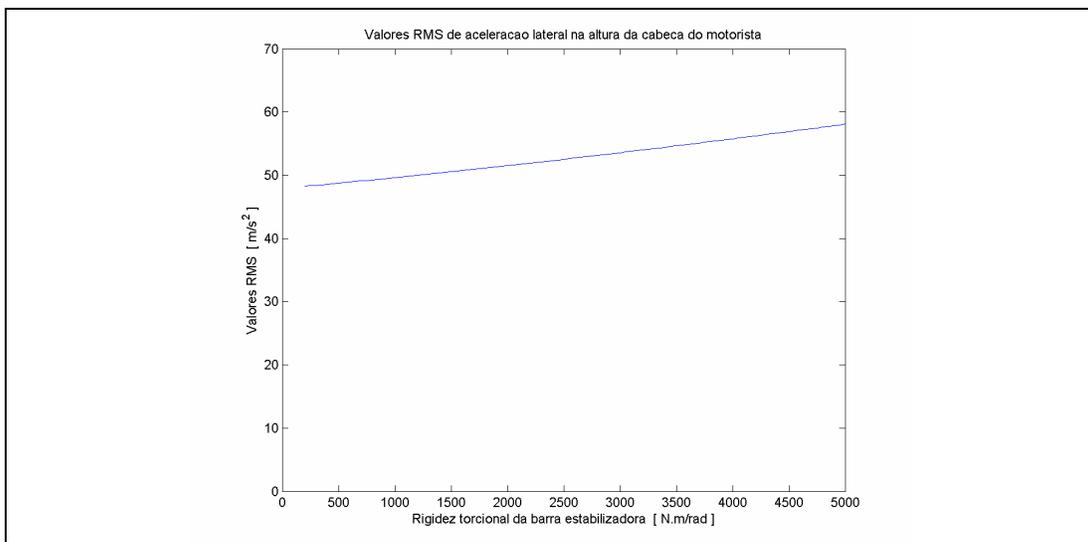


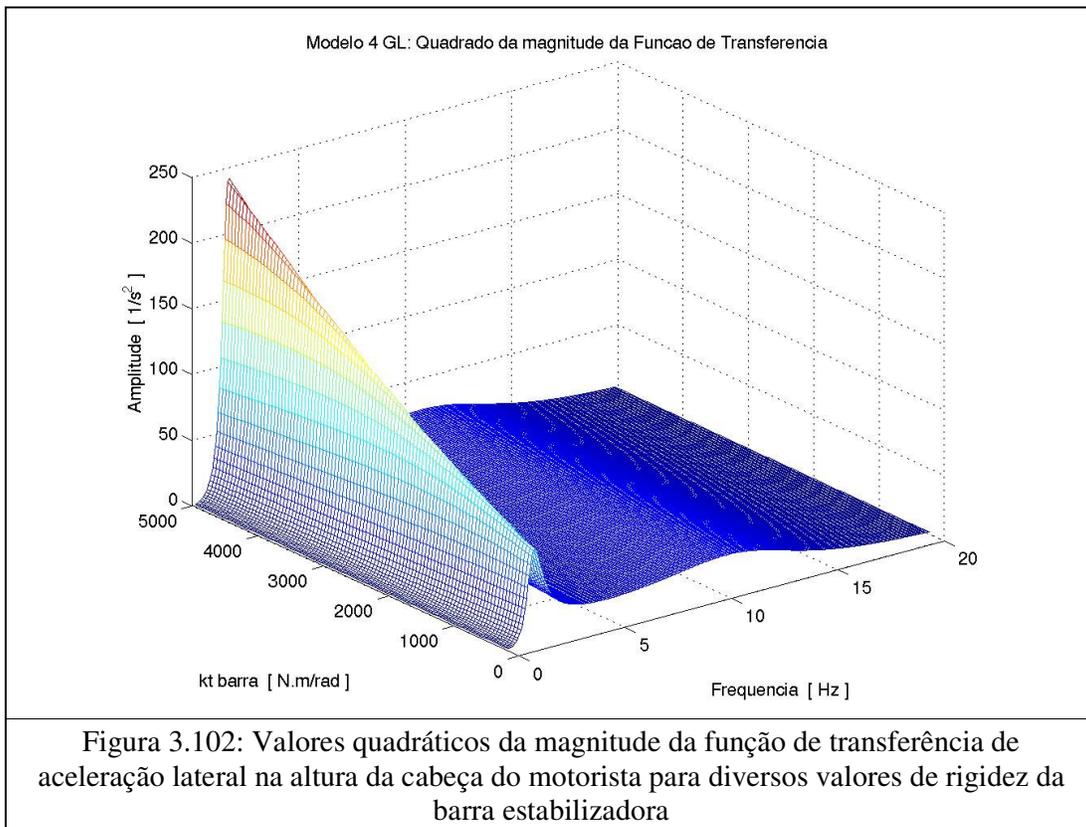
Figura 3.101: Valores RMS de aceleração lateral na altura da cabeça do motorista

Na Figura 3.102 estão apresentados os valores quadráticos da amplitude da função de transferência de aceleração lateral na altura da cabeça do motorista para os diversos valores de rigidez da barra estabilizadora. Verifica-se que as diferenças significativas na amplitude ocorrem ao redor da frequência natural do modo de vibrar de *roll* da massa

suspensa. Essa diferença não é suficiente para gerar alterações significativas na área desse gráfico e, portanto, o valor RMS de aceleração calculado para toda faixa de frequências não é uma métrica adequada para essa avaliação.

Uma métrica mais apropriada é o próprio valor RMS calculado apenas para uma faixa de frequências ao redor da frequência do modo de vibrar de *roll* da massa não suspensa, por exemplo, entre 0.5 e 4.0 Hz. Esses resultados estão apresentados na Figura 3.103. Desta forma, obtém-se um aumento de 55 % no valor RMS entre as barras de menor e maior rigidez, sendo que essa diferença ocorre justamente na faixa de frequências na qual o ser humano é mais sensível para vibrações na direção lateral.

Ao aumentar a rigidez torcional da barra estabilizadora ocorre elevação da frequência natural do modo de vibrar de *roll* da massa suspensa em conjunto com redução do seu fator de amortecimento, conforme observado na Figura 3.104. Esses fatos contribuem para o aumento da amplitude da PSD de aceleração angular de *roll* da massa suspensa e conseqüentemente da aceleração lateral na altura da cabeça do motorista.



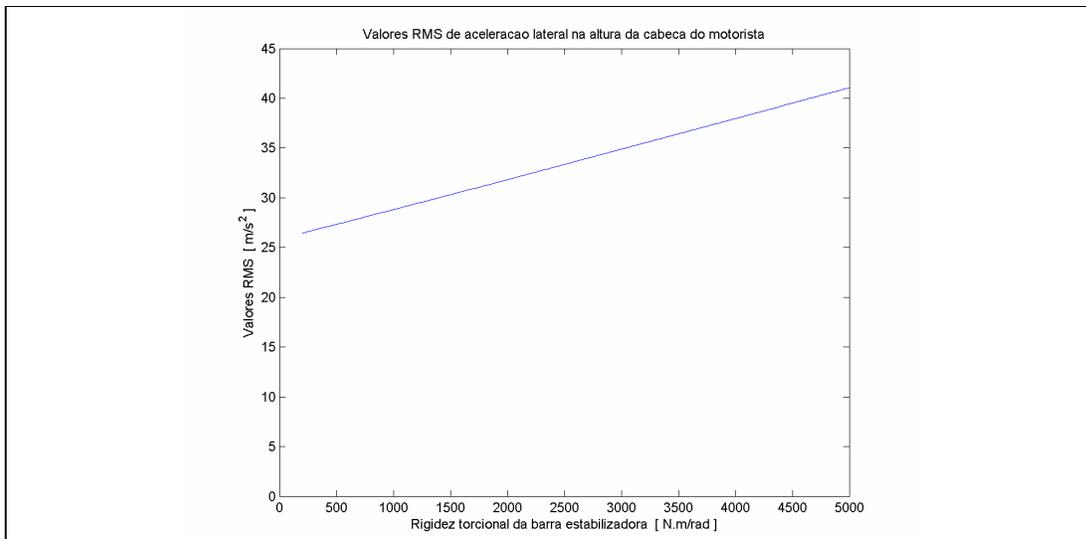


Figura 3.103: Valores RMS de aceleração lateral na altura da cabeça do motorista calculados entre 0.5 e 4.0 Hz

Avaliações subjetivas realizadas com um protótipo de veículo *pickup* no campo de provas da Ford Motor Company em Tatuí mostraram que alterações de rigidez das barras estabilizadoras influenciam significativamente no nível de "head toss" (aceleração lateral na altura da cabeça do motorista) apresentado pelo veículo. Maiores informações estão apresentadas nos itens 4.2 e 4.11 do capítulo 4.

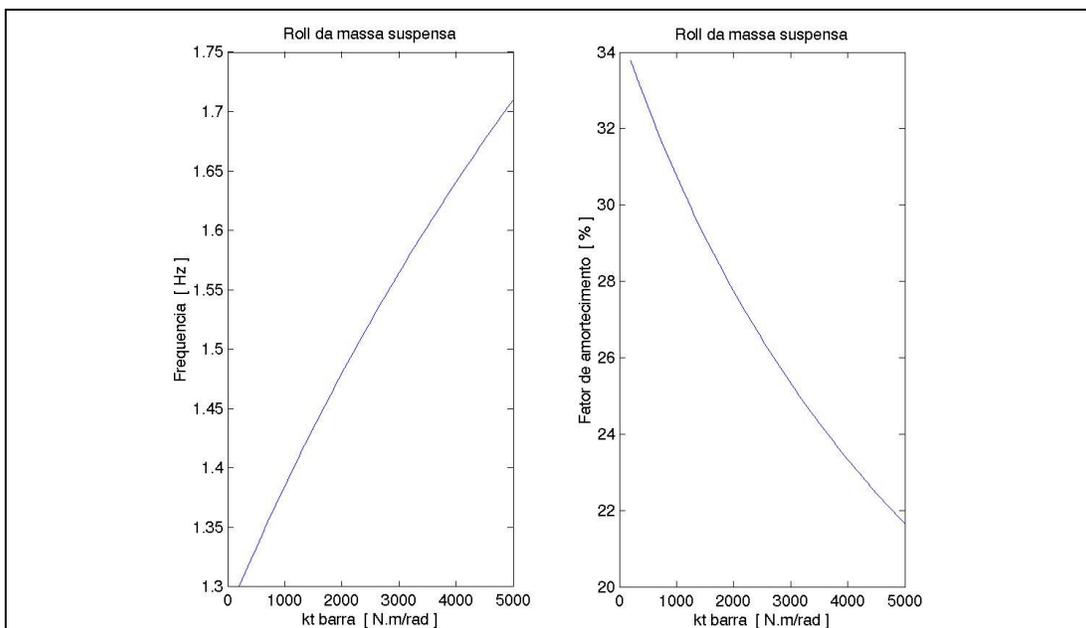


Figura 3.104: Frequência natural e fator de amortecimento do modo de vibrar de *roll* da massa suspensa em função da rigidez da barra estabilizadora

Outra métrica útil para avaliação da influência da barra estabilizadora no conforto do veículo são os próprios picos de amplitude de aceleração lateral obtidos como resposta à

excitações transientes. Exemplos de utilização dessa métrica encontram-se no item 4.11 do capítulo 4.

O nível do modelo utilizado nesse item para avaliação do fenômeno de *roll* da massa suspensa serve para avaliações qualitativas dos efeitos provocados por alterações de componentes da suspensão. No entanto, para representar com precisão a resposta de *roll* da massa suspensa é necessária uma modelagem mais detalhada em 3D incluindo outras características do veículo.

3.7 Roll da massa não suspensa (eixo rígido)

3.7.1 Modo de tramp

As suspensões de eixo rígido apresentam um modo de vibrar com movimento de rotação em torno do eixo longitudinal do veículo, ou seja, com movimento vertical fora de fase entre as rodas direita e esquerda.

Em função das características dessa suspensão, o modo de vibrar de *tramp* geralmente apresenta frequência natural maior do que a frequência do modo de vibrar com movimento predominante vertical do eixo (*wheel hop*). Os pneus posicionados nas extremidades do eixo proporcionam um valor elevado para a rigidez torcional em torno do eixo **X**, sendo esse o principal motivo pelo valor mais elevado da frequência quando comparado ao modo de vibrar de *wheel hop*. Na Tabela 3.11 estão apresentadas algumas características dos dois principais modos de vibrar de uma suspensão de eixo rígido de um veículo *pickup* da Ford Motor Company.

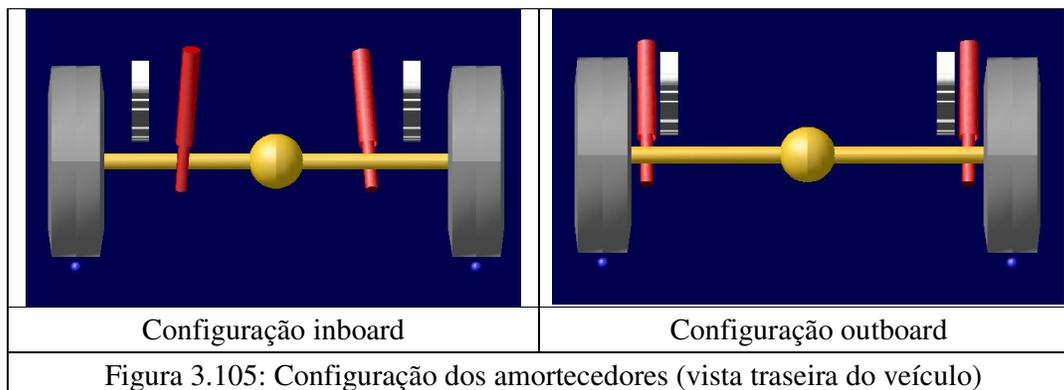
Tabela 3.11: Informações sobre os dois principais modos de vibrar da massa não suspensa.

Modo de wheel hop	Modo de tramp
Frequência natural não amortecida 8.5 Hz	Frequência natural não amortecida 10.7 Hz
Fator de amortecimento 33 %	Fator de amortecimento 16 %

Na tabela acima foram considerados amortecedores *inboard* (internos às longarinas do veículo). Com a construção *outboard* (externo às longarinas), o fator de amortecimento

do modo de *tramp* passa a ser 30 %, aumento de 88 % quando comparado com a configuração *inboard*. Essas configurações estão apresentadas na Figura 3.105.

A importância do comparativo entre os fatores de amortecimento dos modos de vibrar de *tramp* e *wheel hop* deve-se ao fato de entender qual deles pode contribuir de forma mais significativa na perda de contato entre pneumático e pavimento.



Como exemplo ilustrativo vale a descrição de um experimento realizado na *Ford Motor Company* com um veículo de suspensão traseira de eixo rígido com feixe de molas. Os pneus traseiros do veículo foram colocados sobre atuadores hidráulicos, sendo imposta uma excitação senoidal fora de fase entre os lados direito e esquerdo na frequência do modo de vibrar de *tramp* do eixo. Durante essa excitação a região traseira do veículo foi puxada lateralmente, verificando-se qual a força necessária para gerar movimento lateral na traseira do veículo. O teste foi realizado para as configurações *inboard* e *outboard* dos amortecedores traseiros. Os resultados estão apresentados na Tabela 3.12.

Tabela 3.12: Ensaio das configurações de amortecedores do eixo rígido.

Configuração dos amortecedores traseiros	Força necessária para gerar movimento lateral na região traseira do veículo
<i>Inboard</i>	130 N
<i>Outboard</i>	> 650 N

Esse resultado deixa clara a importância do fator de amortecimento para garantir a segurança necessária durante a realização de curvas em pavimentos irregulares.

3.7.2 Side thrust

Na suspensão de eixo rígido, a dependência dos movimentos entre os conjuntos de rodas e pneus direito e esquerdo podem gerar efeitos indesejados no conjunto. Ao passar um

dos lados por um obstáculo (H), ocorre variação lateral (D) da região de contato no lado oposto (vide Figura 3.106 para uma idéia qualitativa). Quanto maior a altura do centro de rolamento maior a amplitude dessa variação lateral. Essa variação gera excitações laterais influenciando no *ride* e no *handling* do veículo. Alguns trabalhos realizados no início do século XX, nomeavam essa excitação lateral como *side thrust*.

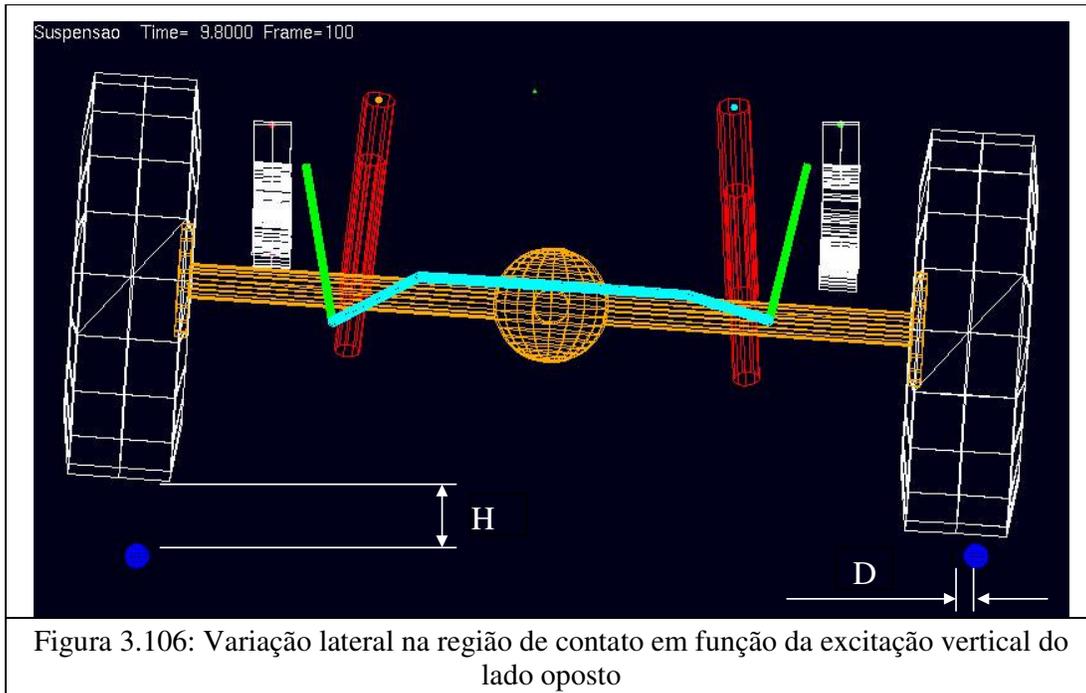


Figura 3.106: Variação lateral na região de contato em função da excitação vertical do lado oposto

Esse fenômeno é prejudicial ao comportamento do veículo com relação a *ride*, por gerar aceleração lateral na massa suspensa do veículo, durante a passagem da suspensão de eixo rígido por obstáculos na vertical. No entanto, a maior deterioração na dinâmica do veículo geralmente ocorre no *handling*, pois, para suspensão de eixo rígido na traseira, esse fenômeno é responsável pela geração da força lateral que produz o fenômeno de *skate* em linha reta. No item 4.14 estão apresentados alguns exemplos de medições desse fenômeno.

3.8 Flexibilidade do chassi

Os modos de vibrar que apresentam predominância de flexão vertical do chassi possuem, em geral, baixos valores de fator de amortecimento. Seguem abaixo algumas explicações para esse fato:

- A) Os modos de vibrar livre livre do chassi isolado possuem fatores de amortecimento de aproximadamente 1 %, pois a histerese do material é a principal fonte de dissipação de energia nesse caso.
- B) Os amortecedores da suspensão em geral não trabalham durante a resposta do modo de vibrar em questão, pois é comum, conforme observado no item 4.16 do capítulo 4, que o eixo acompanhe o movimento do chassi nesse modo, de tal forma que os deslocamentos relativos entre os dois sejam de amplitude insuficiente para gerar trabalho dos amortecedores. Mesmo nas situações nas quais os movimentos do chassi e dos eixos não estão em sintonia no modo de vibrar, as amplitudes de movimento são geralmente pequenas para gerar trabalho adequado dos amortecedores.
- C) Os elementos de força (elásticos) que mais trabalham nesses modos de vibrar são os coxins de cabina, os coxins de motor e os pneus, no entanto, esses elementos apresentam baixos coeficientes de amortecimento.
- D) Existem valores elevados de massa presente nesse modo de vibrar, como a cabina, o motor, o eixo e o próprio chassi.

Em função do baixo fator de amortecimento, pode ocorrer uma oscilação persistente de algum desses modos de vibrar após uma excitação singular. Esse fenômeno é conhecido como *aftershake* e está apresentado no item 4.16.

3.9 Conclusões

Seguem abaixo as principais conclusões do trabalho apresentado nesse capítulo:

- 1) A teoria de vibrações mecânicas é fundamental para o entendimento da influência da dinâmica do veículo no *ride*, possibilitando a representação matemática do sistema veículo.
- 2) Mesmo os modelos simplificados, com poucos graus de liberdade, oferecem um potencial extraordinário de aprendizado sobre a influência dos diversos parâmetros da suspensão de um veículo no *ride*.
- 3) A revisão bibliográfica, apresentada no capítulo 2, facilitou o processo de elaboração, no capítulo 3, de modelos matemáticos com complexidade crescente

para representação dos diversos modos de vibrar do veículo que influenciam o *ride*. Esse processo foi semelhante ao ocorrido durante o século XX no desenvolvimento da teoria sobre *ride* de veículos.

- 4) Conforme mencionado nas conclusões do capítulo 2, alguns fenômenos básicos, mas de fundamental importância, sobre a teoria de *ride* foram deixados de lado, existindo poucos trabalhos em literatura sobre esses assuntos. Portanto, uma das contribuições desse trabalho, apresentada no capítulo 3, é a descrição detalhada desses fenômenos, visando facilitar a continuidade de estudos nessa área. Como exemplos de alguns assuntos, pouco abordados na literatura, mas descritos com detalhes nesse trabalho, pode-se destacar o filtro de entre eixos e as restrições impostas por baixos valores de índice dinâmico.
- 5) O entendimento obtido com os modelos simplificados, em conjunto com o conteúdo das normas de conforto e com a experiência de profissionais da área de avaliação veicular, possibilitou o desenvolvimento de novas métricas para avaliação da influência do veículo no conforto. Essas novas métricas, quando comparadas com as métricas hoje amplamente difundidas, fornecem uma melhor noção qualitativa sobre a participação dos modos de vibrar do veículo na percepção final de conforto. Portanto, essa é outra contribuição desse trabalho.