

# ESTUDO E APERFEIÇOAMENTO DE TÉCNICAS EXPERIMENTAIS PARA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA EM BAIXAS FREQUÊNCIAS

Whisner Fraga Mamede

Tese apresentada à Escola de  
Engenharia de São Carlos, da  
Universidade de São Paulo, como parte  
dos requisitos para obtenção do título  
de Doutor em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Paulo Sérgio Varoto

Serviço de Pós-graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 04.08.103

Ass:.....

DEDALUS - Acervo - EESC



31100044143

São Carlos

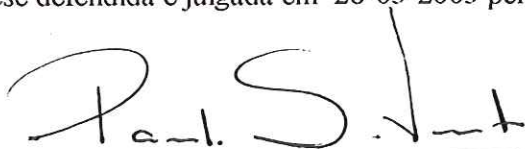
2003



**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro **WHISNER FRAGA MAMEDE**

Tese defendida e julgada em 28-05-2003 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Assoc. **PAULO SÉRGIO VAROTO (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado



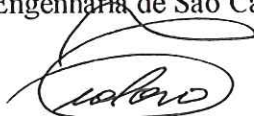
Prof. Dr. **CARLOS HENRIQUE DAROS**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado



Prof. Dr. **ÁLVARO COSTA NETO**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Dr. **ELIAS BITENCOURT TEODORO**  
(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

Aprovado

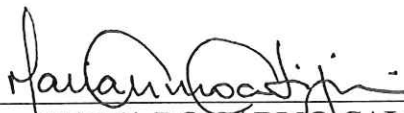


Prof. Liv. Doc. **RENATO PAVANELLO**  
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado



Prof. Titular **BENEDITO DE MORAES PURQUERIO**  
Decano respondendo pelo Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica



Profa. Assoc. **MARIA DO CARMO CALIJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Dr. Paulo Sergio Varoto, por me conceder a possibilidade de desenvolver este trabalho.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq), pela bolsa de estudo concedida.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelos equipamentos concedidos.

Muito obrigado ao Leopoldo Pisanelli, pela ajuda constante na execução dos ensaios experimentais e pela ajuda na confecção dos desenhos desta tese.

Agradeço também ao Demian Gomes da Silva, pelas sugestões relativas à parte experimental deste trabalho e pela amizade.

Aos amigos do laboratório de Dinâmica.

Aos colegas e amigos de pós-graduação, pelo companheirismo.

Meus sinceros agradecimentos aos funcionários do Laboratório de Dinâmica, José Francisco (Xina) e a Cristina Pessa, por todo o apoio e amizade.

## RESUMO

MAMEDE, W. F. (2003). *Estudo e aperfeiçoamento de técnicas experimentais para análise modal vibroacústica em baixas frequências*. São Carlos, 2003. 149 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

A interação entre as ondas vibratórias geradas pela resposta estrutural de uma placa e os modos acústicos de uma cavidade, que é uma das principais fontes de ruído no interior de cabines de automóveis, é estudada empregando técnicas computacionais e experimentais. Para investigar este fenômeno foi construído um protótipo que consiste de uma cavidade feita de acrílico que simula o interior de um veículo. O teto deste modelo pode ser substituído por uma placa de alumínio flexível, para que se possa gerar efeitos de acoplamento entre o campo acústico e a resposta estrutural. Inicialmente, foi feito um estudo analítico do modelo, empregando-se técnicas de elementos finitos com o objetivo de extrair as frequências naturais e modos vibroacústicos em uma faixa de frequência abaixo de 300 Hz, em dois casos diferentes: com e sem a presença de assentos dentro da cavidade. Depois disso, o modelo foi submetido a vários testes experimentais, para se obterem as funções de resposta em frequência, as frequências naturais vibroacústicas e os modos acústicos e estruturais, usando excitação acústica e estrutural e empregando métodos padrões de análise modal. Para fins de comparação, as FRF's vibroacústicas foram obtidas de duas maneiras diferentes: com excitação estrutural e resposta acústica e com excitação acústica e resposta estrutural. As frequências naturais e os modos vibroacústicos foram medidos usando excitação acústica e estrutural. Neste caso, é



mostrada a importância do controle da força excitadora. Alguns parâmetros experimentais foram variados, tais como posicionamento das excitações acústica e estrutural e o tipo de suspensão. Finalmente, é apresentada uma compilação das diferentes técnicas para a extração dos parâmetros modais vibroacústicos, propondo novas metodologias para a medição dos modos acústicos e estruturais em frequências abaixo de 70 Hz, controlando a força excitadora e utilizando métodos de ajuste de curvas. É mostrado que o uso de excitação acústica e estrutural merece alguns cuidados, visto que a aplicação dos métodos traz restrições de acordo com a faixa de frequência e a escolha da melhor forma de extração dos modos vibroacústicos depende da frequência estudada.

Palavras-chave: vibroacústica, análise modal, interação fluido-estrutura, cavidade.

## ABSTRACT

MAMEDE, W. F. (2003). *Estudo e aperfeiçoamento de técnicas experimentais para análise modal vibroacústica em baixas frequências*. São Carlos, 2003. 149 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

The interaction between the vibration waves generated by the structural response of a plate and the acoustic modes of a cavity, which is one of the main noise sources in automobile passenger cabin, is addressed employing both computational and experimental techniques. In order to investigate this phenomenon a prototype which consists of a cavity made of acrylic that resembles a vehicle interior was built. The roof of this model can be replaced by a flexible aluminum plate in order to generate coupling effects between the acoustic field and the structural response. Initially an analytical study was performed on the model employing finite element techniques with the aim of extracting the vibroacoustic natural frequencies and mode shapes in a frequency range below 300 Hz in two different cases: with and without the presence of seats inside the cavity. After that, the model was submitted to several experimental tests in order to obtain the frequency response functions, vibroacoustic natural frequencies and mode shapes, using acoustic and structural excitation and employing standard modal testing methods. For comparison purposes, the vibroacoustic FRF's were obtained in two different manners: with the structural excitation and acoustic response and with acoustic excitation and structural response. The vibroacoustic natural frequencies and mode shapes were measured employing both acoustic and structural excitation. In this case, it is shown the importance of the control of the ex-

citing force. Some experimental parameters were varied, such as positioning of the acoustic and structural sources and the suspension type. Finally, a compilation of different techniques for the vibroacoustic modal parameters extraction is presented, proposing new methodologies for the acoustic and structural modes measurements in frequencies below 70 Hz, using force control and curve fitting methods. It is shown that both acoustic and structural excitations have restrictions concerning the frequency range and the choice of the better method for the extraction of the vibroacoustic mode shapes and natural frequencies depends on it.

**Keywords:** vibroacoustic, modal analysis, fluid-structure interaction, cavity.

# SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS .....	i
LISTA DE TABELAS .....	v
LISTA DE FIGURAS .....	vi
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 MOTIVAÇÃO .....	6
1.2 OBJETIVOS .....	6
1.2.1 OBJETIVOS GERAIS.....	6
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	7
2 HISTÓRICO DA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA.....	9
3 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DE UM PROBLEMA VIBROACÚSTICO.....	21
3.1 FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA DOS FLUIDOS - EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	21
3.2 DERIVAÇÃO DAS MATRIZES ACÚSTICAS.....	26
3.3 ABSORÇÃO DE ONDAS DE PRESSÃO ACÚSTICA .....	28
3.4 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA.....	29
3.5 ESTUDO DA SIMETRIA E RECIPROCIDADE DAS MATRIZES DISCRETIZADAS.....	31
3.5.1 FORMULAÇÃO TEÓRICA .....	32
3.5.2 RECIPROCIDADE VIBROACÚSTICA.....	34
3.5.3 IMPLICAÇÕES DA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA TEÓRICA.....	35
3.5.4 IMPLICAÇÕES PARA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA EXPERIMENTAL.....	39
3.6 FORMULAÇÕES SIMÉTRICAS .....	40
3.6.1 A FORMULAÇÃO POR PRESSÃO .....	40
3.6.2 UMA FORMULAÇÃO POTENCIAL SIMÉTRICA.....	42
3.6.3 OBSERVAÇÕES .....	42
4 MODELO DE INTERAÇÃO MODAL.....	44
4.1 INTRODUÇÃO .....	44
4.2 FORMULAÇÃO DO MODELO .....	44
4.2.1 RESPOSTA DESACOPLADA.....	45
4.2.1.1 RESPOSTA ACÚSTICA DE UMA CAVIDADE COM PAREDES RÍGIDAS.....	45
4.2.1.2 RESPOSTA ESTRUTURAL IN-VACUO:.....	48
4.2.2 RESPOSTA ACOPLADA.....	50



4.2.2.1 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ESTRUTURA – ACÚSTICA INTERIOR, $Z_a$ .....	53
4.2.2.2. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ACÚSTICA INTERIOR PARA ESTRUTURA, $Z_b$ .....	54
4.2.2.3. SOLUÇÃO DO SISTEMA ACOPLADO DE EQUAÇÕES.....	55
4.2.2.4. EXPRESSÃO GERAL PARA RESPOSTA ACOPLADA .....	58
5 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS.....	59
6 ASPECTOS EXPERIMENTAIS.....	63
6.1 DESCRIÇÃO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL ACÚSTICA DO PROTÓTIPO .....	64
6.2 DESCRIÇÃO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL VIBROACÚSTICA DO PROTÓTIPO .....	68
7 RESULTADOS.....	74
7.1 RESULTADOS OBTIDOS POR MEIO DA SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS .....	74
7.1.1 MODOS ACÚSTICOS.....	74
7.1.2 MODOS VIBROACÚSTICOS .....	77
7.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	88
6.2.1 MODOS ACÚSTICOS DO PROTÓTIPO .....	88
7.2.2 MODOS VIBROACÚSTICOS DO PROTÓTIPO .....	90
8 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	117
9 CONCLUSÕES .....	122
10 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	128
11 TRABALHOS RELACIONADOS À TESE, PUBLICADOS ATÉ A DEFESA.....	129
12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	130
ANEXO 1 .....	147
ANEXO 2 .....	149
ANEXO 3 .....	153
ANEXO 4 .....	156
ANEXO 5 .....	161

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Romanos:

$A_r$  - matriz residual

$B$  - matriz simétrica de amortecimento da estrutura

$B_{l,i}$  - coeficiente de acoplamento adimensional entre o  $l$ -ésimo modo acústico e o  $i$ -ésimo modo estrutural

$c_0$  - velocidade do som no ar

$C$  - matriz simétrica de amortecimento para o fluido

$f$  - frequência de oscilação da pressão sonora

$f_c$  - força pontual de resistência, normal à superfície da estrutura vibrante

$f_{c,i}$  -  $i$ -ésima força localizada na posição  $\vec{x}_{c,i}$  na estrutura

$G_a(\vec{r}_c|\vec{r})$  - função de Green do espaço acústico

$H(s)$  - função de transferência do sistema

$H$  - matriz de “rigidez” do fluido

$k$  - número da onda do som na cavidade

$k_b$  - módulo volumétrico adiabático

$k_l$  -  $l$ -ésimo autovalor da cavidade

$m(\vec{x})$  - densidade superficial da estrutura

$n_a$  - número de modos acústicos

$n_s$  - número de modos estruturais

$M_i$  - massa modal

$N$  - função de forma para a pressão

$N'$  - função de forma para os deslocamentos

$p$  - pressão sonora

$p_l$  - amplitude complexa do  $l$ -ésimo modo de pressão acústica

$q_c$  - velocidade do volume de um monopólo

$q_{c,i}$  - velocidade do volume da  $i$ -ésima fonte acústica localizada na posição  $\vec{r}_{c,i}$  no espaço acústico

$\dot{q}_i$  - aceleração do volume de fluido

$Q$  - velocidade do volume generalizada

$\vec{r}$  - ponto qualquer no interior da cavidade acústica

$S$  - superfície na qual ocorre a interação fluido-estrutura

$t$  - tempo

$u_f$  - deslocamento da partícula de fluido

$U$  - vetor deslocamento da estrutura na interface fluido-estrutura

$v_i$  - amplitude complexa do  $i$ -ésimo modo estrutural

$v(\vec{x})$  - velocidade em qualquer ponto  $\vec{x}$  na estrutura

$V$  - volume da cavidade acústica

$\vec{x}$  - ponto qualquer da estrutura vibrante

$w$  - deslocamento normal das paredes da cavidade fechada

$Z_l$  - impedância acústica de entrada de uma cavidade de paredes rígidas do  $l$ -ésimo modo da cavidade

$Z_i$  - impedância estrutural de entrada *in vacuo* do  $i$ -ésimo modo

$Z_a$  - matriz de função de transferência estrutural para radiação modal acústica

interna

$Z_b$  - função acústica para radiação estrutural modal interna

### **Gregos**

$\delta_e$  - deslocamento estrutural

$\lambda_r$  - raízes da equação característica

$\xi$  - amortecimento estrutural

$\rho$  - densidade do fluido

$\rho_0$  - densidade média do fluido

$\varphi$  - potencial de velocidade

$\psi_e$  - autovetor da esquerda

$\psi_d$  - autovetor da direita

$\tau$  - intervalo infinitesimal de tempo

$\omega$  - frequência natural do sistema

$\Sigma_a^{(e)}$  - área da interface acoplada entre os elementos fluido e estrutural

$\Sigma_b^{(e)}$  - área da superfície do elemento estrutural suportando a força  $f$

$\Phi$  - matriz modal acústica de uma cavidade de paredes rígidas

$\Psi$  - matriz modal estrutural *in vacuo* de uma fronteira elástica não-amortecida



## LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 – Frequências naturais encontradas para a cavidade, a chapa de alumínio e o sistema vibroacústico .....	115
Tabela 7.2 – Comparação entre valores obtidos experimentalmente para dois tipos de excitação; estrutural e acústica e valores da simulação em elementos finitos.....	116

## LISTA DE FIGURAS

Figura 4. 1 – Estrutura aleatória vibrando e emitindo onda sonora para a cavidade contígua .....	45
Figura 5. 1 – Malha do protótipo para o cálculo dos modos acústicos .....	60
Figura 5. 2 – Detalhe da malha da Figura 5.1, com destaque para o branco no interior da cavidade.....	62
Figura 6. 1 – Esquema da bancada experimental para a medição dos modos acústicos .....	65
Figura 6. 2 – Esquema da malha de medição da pressão acústica no interior da cavidade .....	66
Figura 6. 3 – Montagem da bancada experimental para a medição dos modos acústicos .....	67
Figura 6. 4 – Esquema da bancada experimental para a medição dos modos vibroacústicos.....	69
Figura 6. 5 – Esquema da bancada experimental para a medição das FRFs vibroacústicas e dos modos vibroacústicos.....	71
Figura 6. 6 – Detalhe da montagem do excitador na estrutura .....	72
Figura 6. 7 – Detalhe do posicionamento do acelerômetro .....	72
Figura 6. 8 – Detalhe do posicionamento do alto-falante .....	73
Figura 6. 9 – Montagem experimental, com detalhe para a suspensão.....	73
Figura 7.1 – Primeiro modo acústico (138 Hz) .....	74
Figura 7.2 – Segundo modo acústico (213 Hz) .....	75
Figura 7.3 – Terceiro modo acústico (254 Hz).....	75

Figura 7.4 – Quarto modo acústico (264 Hz).....	76
Figura 7.5 – Quinto modo acústico (324 Hz).....	76
Figura 7.6 – Primeiro modo vibroacústico (18 Hz).....	77
Figura 7.7 – Segundo modo vibroacústico (32 Hz).....	77
Figura 7.8 – Terceiro modo vibroacústico (43 Hz) .....	78
Figura 7.9 – Quarto modo vibroacústico (54,9 Hz).....	78
Figura 7.10 – Quinto modo vibroacústico (54,9 Hz).....	79
Figura 7.11 – Sexto modo vibroacústico (76 Hz).....	79
Figura 7.12 – Sétimo modo vibroacústico (79 Hz).....	80
Figura 7.13 – Oitavo modo vibroacústico (86,4 Hz) .....	80
Figura 7.14 – Nono modo vibroacústico (90,4 Hz) .....	81
Figura 7.15 – Décimo modo vibroacústico (93 Hz) .....	81
Figura 7.16 – Décimo-primeiro modo vibroacústico (104 Hz).....	82
Figura 7.17 – Décimo-segundo modo vibroacústico (109 Hz) .....	82
Figura 7.18 – Décimo-terceiro modo vibroacústico (127 Hz) .....	83
Figura 7.19 – Décimo-quarto modo vibroacústico (128 Hz) .....	83
Figura 7.21 – Décimo-sexto modo vibroacústico (136 Hz).....	84
Figura 7.22 – Décimo-sétimo modo vibroacústico (146 Hz).....	85
Figura 7.23 – Décimo-oitavo modo vibroacústico (154 Hz).....	85
Figura 7.24 – Décimo-nono modo vibroacústico (159 Hz).....	86
Figura 7.25 – Vigésimo modo vibroacústico (175 Hz).....	86
Figura 7.27 – Vigésimo-segundo modo vibroacústico (178 Hz).....	87
Figura 7.27 – Primeiro modo acústico experimental (138 Hz) .....	89
Figura 7.28 – Segundo modo acústico experimental (210 Hz) .....	90

Figura 7.29 – Segundo modo vibroacústico experimental (32 Hz) .....	91
Figura 7.30 – Décimo modo vibroacústico experimental (96 Hz) .....	91
Figura 7.31 – Alto-falante selado locado no meio do protótipo, frequência de 70 Hz.....	92
Figura 7.32 – Alto-falante selado locado no canto do protótipo, frequência de 70 Hz.....	92
Figura 7.33 – Excitação com excitador eletrodinâmico e alto-falante simultaneamente. Alto-falante posicionado no meio do protótipo, frequência natural de 70 Hz.....	93
Figura 7.34 – Frequência natural de 70 Hz, o alto-falante não está selado.....	93
Figura 7.35 – Frequência natural de 153 Hz, alto-falante selado no meio do protótipo .....	94
Figura 7.36 – Frequência natural de 159 Hz, alto-falante selado no meio do protótipo .....	94
Figura 7.37 – Frequência natural de 159 Hz, o alto-falante não está selado, excitando a frequência de 79 Hz.....	95
Figura 7.38 – Frequência natural de 52 Hz, modo vibroacústico, escala em dB .....	96
Figura 7.39 – Frequência natural de 52 Hz, excitador no canto do protótipo, pressão em dB, planos de medição B e E.....	96
Figura 7.40 – Frequência natural de 153 Hz, excitador no meio de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico .....	97
Figura 7.41 – Frequência natural de 153 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico .....	97



Figura 7.42 – Frequência natural de 268 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico .....	98
Figura 7.43 – Frequência natural de 268 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico, utilizando-se método de ajuste de curva .....	99
Figura 7.44 – Ajuste de curva utilizando o método do círculo para a frequência de 268 Hz, utilizando-se excitação estrutural .....	100
Figura 7.45 – Resultado da simulação em elementos finitos da frequência natural de 269,7 Hz, ilustrando um corte no meio do protótipo .....	100
Figura 7.46 – Frequência natural de 268 Hz, utilizando-se um alto-falante como excitação, escala em dB, modo vibroacústico, aplicando-se o método de ajuste de curva .....	101
Figura 7.47 – Ajuste de curva aplicando o método do círculo para a frequência de 268 Hz, utilizando-se o alto falante como excitador .....	102
Figura 7.48 – Resposta do sistema, medida por meio do microfone, em Pascal.....	103
Figura 7.49 – Frequência natural de 55 Hz, sistema com modificação estrutural, acréscimo de bancos, escala em dB, modo vibroacústico.....	104
Figura 7.51 – Diagrama em blocos da montagem experimental do controle em malha fechada .....	107
Figura 7.53 – Espectro da força controlada e as faixas de tolerância .....	108
Figura 7.54 – Frequência natural de 22 Hz, obtida com o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico .....	108
Figura 7.55 – Frequência natural de 35 Hz, obtida com o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico .....	109

Figura 7.56 – Frequência natural de 22 Hz, obtida sem o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico .....	109
Figura 7. 57 – Frequência natural de 35 Hz, obtida sem o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico .....	110
Figura 7.58 – Excitação de outras frequências naturais do sistema. Frequência sintonizada em 159 Hz, excitando também as frequências de 30 Hz e 37 Hz, ponto G04.....	111
Figura 7.59 – Frequência sintonizada de 159 Hz, excitação via alto-falante, excitando também as frequências de 30 Hz, 37 Hz e 55 Hz, ponto F02. ....	111
Figura 7.60 – Força controlada – tempos de permanência da excitação aleatória diferentes – 1 segundo, azul e 40 segundos, vermelho. ....	112
Figura 7.61 – FRFs vibroacústicas (Pressão/Força) para dois tipos de suspensão, em vermelho, o sistema feito de câmara-de-ar e em azul o novo sistema feito de borrachas flexíveis. ....	113
Figura A.1 – Projeto do conjunto do protótipo em acrílico.....	149
Figura A.2 – Detalhe das portas laterais .....	150
Figura A.3 – Detalhe da parte traseira do protótipo.....	150
Figura A.4 – Detalhe do teto de acrílico .....	151
Figura A.5 – Detalhe do piso de acrílico do protótipo.....	151
Figura A.6 – Detalhe dos pés do protótipo.....	152
Figura A.7 – Detalhe da sala onde será construída a câmara semi-anecóica e detalhes das wedges.....	153

Figura A.8 – Espaço a ser ocupado pela câmara semi-aneecóica, dentro do laboratório de dinâmica .....	154
Figura A.9 – Detalhe do posicionamento das wedges dentro da câmara.....	154
Figura A.10 – Vista tridimensional da disposição das wedges nos cantos da câmara.....	155
Figura A.11 – Gráfico de Nyquist da receptância, mostrando a aproximação pelo método do círculo para um grau de liberdade.....	157
Figura A.12– Gráfico de resposta em frequência do alto-falante ALW 12, fornecido pelo fabricante .....	161
Figura A.13– Gráfico de resposta em frequência do microfone pré-polarizado G.R.A.E. Type 40Ae, de sensibilidade 60,63 mV/Pa .....	162
Figura A.14– Gráfico de resposta em frequência do microfone pré-polarizado G.R.A.E. Type 40AE, de sensibilidade 49,49 mV/Pa.....	162

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil iniciou-se há alguns anos o estudo vibroacústico de estruturas, principalmente veículos. A partir daí, percebeu-se a necessidade de divisão do problema em três faixas de frequência, baixas, médias e altas, uma vez que cada faixa apresenta as suas peculiaridades teóricas e experimentais, necessitando, portanto, de ferramentas distintas para serem abordadas. Por baixas frequências entendem-se aquelas abaixo de 300 Hz. Como resultado das características geométricas de diferentes automóveis, combinadas com a complexidade dos caminhos de propagação, a modelagem e análise de problemas de ruído interno são divididas em diferentes faixas de frequência: Em cada faixa, diferentes procedimentos analíticos, numéricos e experimentais são empregados de acordo com a vibração típica, comprimentos de onda acústicos e o comportamento vibratório da estrutura. As indústrias começam a adotar métodos para redução de níveis de ruído, utilizando técnicas de controle ativo e passivo, por exigências do mercado quanto a produtos mais silenciosos. Tais técnicas utilizam conceitos oriundos do estudo modal vibroacústico. Essa exigência por menores níveis de ruído tende a aumentar e a necessidade de sistemas mais silenciosos já é uma realidade. Desta forma, este trabalho tem como objetivo o estudo de um problema que a indústria enfrenta, que é a identificação modal de sistemas vibroacústicos em baixas frequências, podendo,



desta forma, contribuir para a posterior melhoria das técnicas de controle ativo e passivo de ruído em interiores.

A interação entre um fluido e uma estrutura qualquer vem merecendo cada dia mais a atenção de estudiosos da área de vibração e acústica, devido a um tipo específico de interação entre uma estrutura e ondas sonoras, de fundamental importância nas áreas automobilística e aeronáutica. Muita atenção tem sido dada em artigos publicados recentemente ao estudo teórico do problema, existindo uma vasta formulação que modela o comportamento vibroacústico, incluindo a interação fluido-estrutura, de sistemas do tipo cavidade. Hoje, programas comerciais de elementos finitos e elementos de contorno de finalidade geral podem ser usados para a resolução de problemas vibroacústicos de geometrias complexas. Entre esses programas, podemos citar o Ansys® e o Nastran®, sendo que a simulação do protótipo veicular utilizado neste trabalho foi realizada no programa Ansys. Há também outros que utilizam a teoria de Análise Estatística de Energia (SEA), dentre os quais podemos citar o Auto-SEA®. Para a medição de grandezas acústicas e posterior tratamento, é utilizado o Sysnoise®, um programa disponível comercialmente. Um outro problema comum é a obtenção experimental das frequências naturais de uma placa muito fina, sendo necessária a excitação acústica para o cálculo dos parâmetros modais experimentais desse tipo de sistema.

Um dos maiores problemas tratados pela vibroacústica diz respeito ao aparecimento de frequências adicionais no sistema, que podem causar desconforto acústico aos passageiros de um veículo. Estas frequências surgem devido a presença de placas elásticas que interagem com o meio fluídico presente no interior da cavidade, no caso de automóveis, o ar, fazendo com que essas estruturas acoplem

com alguma frequência natural acústica da cavidade. Hoje em dia, as chapas que constituem a estrutura de um veículo são muito finas e há a constante exigência por níveis internos de ruído mais baixos, fazendo com que o estudo vibroacústico assuma grande importância na identificação e controle de níveis de ruído. Técnicas de controle ativo e passivo de ruído e vibração podem ser classificadas como corretivas, enquanto técnicas preditivas tais como Método dos Elementos de Contorno e Método dos Elementos Finitos (MEF) e Análise Estatística de Energia (SEA – Statistical Energy Analysis) são mais comumente empregadas na fase de projeto.

Baixas frequências são caracterizadas por modos naturais de ordem inferior mais esparsos, que são mais insensíveis a variações nos detalhes do modelo. Como resultado, podemos usar modelos determinísticos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF) ou Método dos Elementos de Contorno, para lidar com problemas de ruído nessa faixa de frequência. Por outro lado, quando os modos naturais são de ordem superior, a resposta é fortemente dependente dos detalhes do modelo e pequenas variações de projeto podem causar variações significantes na resposta predita. Daí, modelos probabilísticos, tais como Análise Estatística de Energia (SEA), serem mais relevantes para o tratamento analítico da resposta do sistema nessa faixa de frequência, que é designada como “alta”, ou seja, acima de 1000 Hz. Nesta região, há uma densidade modal muito maior do que nas demais, sendo necessária a utilização de ferramentas estatísticas para a obtenção dos modos vibroacústicos. A região de transição é chamada de faixa de média frequência de acordo com Bonilha (1999). Nesta faixa de frequências, é comum a utilização de modelos híbridos, na tentativa de cobrir todas as faixas de frequências utilizando uma única ferramenta de predição. Nestes modelos, o MEF pode ser usado para se

obterem os modos acústicos espaciais e o SEA pode ser utilizado para estimar os níveis de vibração dos componentes estruturais. Depois, se utilizam técnicas de acoplamento modal para a representação do sistema vibroacústico total.

Existem dois modos de obtenção das Funções Resposta em Freqüência, essenciais na análise modal vibroacústica. Um deles utiliza um excitador eletrodinâmico (força como entrada) e resposta acústica no interior da cavidade (pressão sonora como saída). O segundo método utiliza a velocidade do volume de fluido como entrada e a aceleração estrutural como saída, medida usando-se acelerômetros. Este trabalho visa o estudo dos tipos de excitação e as variáveis que influenciam na obtenção das Funções de Resposta em Freqüência.

Uma FRF que utiliza a velocidade do volume de fluido como entrada e a aceleração como saída pode ser obtida utilizando-se como excitador um alto-falante. Porém, para baixas freqüências, existem alguns inconvenientes, tais como:

- calibração da fonte acústica, necessitando para tanto, de uma câmara semi-anecóica, com baixa freqüência de corte;
- dimensões do alto-falante e da caixa acústica consideráveis com relação ao tamanho das cavidades, influenciando na obtenção dos parâmetros modais vibroacústicos em seu interior.

Uma câmara semi-anecóica, que simula um campo livre, é importante para a condução de ensaios em que se exija a ausência de ondas reverberantes que possam influenciar na medição de pressão sonora e na calibração da fonte acústica. Parte dos ensaios realizados nesta tese são feitos medição de pressão acústica no interior do automóvel, onde não existe influência do ruído externo e as ondas podem reverberar. Para obtenção das Funções Resposta em Freqüência, é utilizado um excitador



eletrodinâmico e resposta acústica no interior da cavidade, sendo desnecessária a utilização de uma câmara semi-anecóica. Entretanto, para a obtenção das Funções Resposta em Frequência cuja entrada é a velocidade de deslocamento do fluido e a saída é a aceleração estrutural, há a necessidade de uma câmara semi-anecóica para a calibração do alto-falante.

Os modos vibroacústicos experimentais escolhidos para medição neste trabalho levam em conta apenas a complexidade de obtenção prática desses modos. Não é objetivo da tese a obtenção de todos os modos vibroacústicos na faixa de trabalho, de 0 a 300 Hz, mas sim a definição de uma metodologia de obtenção precisa dos modos nesta faixa de frequências.

Há uma confusão de termos na literatura sobre a interação fluido-estrutura e uma pergunta raramente é respondida: qual a diferença entre interação fluido-estrutura e vibroacústica? Talvez possa ser óbvia a distinção entre as duas ciências, mas ainda é útil um esclarecimento sobre os termos. A interação entre o fluido e a estrutura ocorre na interface entre um sistema flexível e um fluido ou entre um fluido e uma estrutura qualquer. Numa análise vibroacústica pode estar presente esta interação fluido-estrutura, mas não é obrigatório. Uma análise vibroacústica leva em conta uma excitação acústica e uma resposta estrutural ou uma excitação estrutural e uma resposta acústica e tem esse nome justamente por trabalhar com dois campos das ciências dinâmicas: acústica e vibração. É comum atribuir o termo vibroacústico quando se refere a interação entre sistemas flexíveis e fluidos com densidade menor, como é o caso do ar. Se o fluido tem densidade elevada, utiliza-se o termo interação fluido-estrutura.



## **1.1 MOTIVAÇÃO**

No Brasil iniciou-se há poucos anos o estudo vibroacústico de estruturas, principalmente veículos, e a pesquisa tem sido feita em todas as faixas de frequências (baixas, médias e altas). As indústrias começam a adotar métodos para redução de nível de ruído, utilizando técnicas de controle ativo e passivo, porque hoje existe a necessidade de veículos cada vez mais silenciosos. A pesquisa de sistemas vibroacústicos em baixas frequências representa um importante campo dentro da análise modal e é fundamental a caracterização dos parâmetros modais para posterior aplicação em outras áreas da dinâmica, como controle de ruído, por exemplo.

A complexidade do problema, tanto em termos da fonte excitadora quanto da obtenção do campo de pressão acústica em baixas frequências faz da análise modal vibroacústica um campo fecundo para novas descobertas.

Outro fator que nos levou a iniciar a pesquisa na área de análise vibroacústica em sistemas do tipo cavidade foi o interesse de se iniciar a pesquisa em acústica na Escola de Engenharia de São Carlos, para que no futuro novos pesquisadores e alunos se interessem pela área e ela venha a se consolidar como uma nova linha de pesquisa no laboratório de Dinâmica. Optou-se por dividir em objetivos gerais e objetivos específicos.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 OBJETIVOS GERAIS**

Este trabalho tem como objetivos gerais:

- Estudo modal vibroacústico de cavidades complexas na faixa de baixas frequências, utilizando-se técnicas experimentais e computacionais, representadas pelo método de elementos finitos;
- Propor procedimentos experimentais para a determinação precisa dos parâmetros modais vibroacústicos.

### **1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Os objetivos específicos são:

- Validação do modelo em elementos finitos por meio de comparações entre os resultados experimentais e obtidos no Ansys;
- Influência do tamanho e posicionamento da fonte acústica na determinação dos modos vibroacústicos;
- Modificação estrutural da cavidade, com acréscimo de subestruturas e materiais absorventes, para estudo de sua influência nos modos vibroacústicos;
- Extração dos parâmetros modais vibroacústicos, tais como frequências naturais, FRFs, modos acústicos e estruturais, utilizando excitação acústica e estrutural;
- Estudo detalhado do modelo em elementos finitos, ressaltando as condições de contorno na fronteira, que consistem no engaste de nós, na definição das forças aplicadas e na definição da interação fluido-estrutura, a quantidade de nós, o tipo dos elementos, características dos elementos utilizados na confecção do modelo e da malha;

- Análise comparativa de diversas técnicas de excitação para o problema vibroacústico, dentre elas a excitação acústica via alto-falante e a excitação estrutural utilizando-se sinais do tipo senoidal, chirp e aleatório.

## 2 HISTÓRICO DA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA

Neste tópico serão apresentados os avanços na pesquisa da área de análise modal acústica e vibroacústica, bem como das teorias estudadas para a formulação de problemas de interação entre o fluido e a estrutura usando-se ferramentas como elementos finitos e elementos de contorno e por fim os estudos experimentais sobre o tema.

O objetivo é mostrar que há muitos anos o tema vem preocupando a indústria automobilística no mundo e a cada dia surgem novas técnicas para estudar o assunto. As pesquisas na área automobilística se concentram na faixa de baixas e médias frequências, enquanto que na área aeronáutica o principal problema está nas médias e altas frequências. (Floch, 2000; Stavrinidis et al, 2001).

Pretende-se também ressaltar a evolução do assunto no decorrer do tempo, o crescimento da importância da análise computacional utilizando-se técnicas de prototipagem e simulação, com o advento de computadores mais potentes e mais recentemente o início das análises experimentais.

Lyon (1963) pesquisou a redução de ruído em uma cavidade pequena com uma parede flexível, assumindo que a frequência crítica da parede flexível está abaixo da frequência de ressonância da cavidade. A redução de ruído é calculada para frequências muito baixas, nas quais a parede flexível e o volume da cavidade são controladas pela rigidez, para frequências nas quais a parede é ressonante e o volume da cavidade é grande, e para frequências nas quais a parede e o espaço acústico têm comportamento ressonante. O artigo trata apenas da formulação



analítica e é o primeiro trabalho que se tem registro sobre cavidade com parede flexível.

Gladwell (1966) foi pioneiro no estudo da interação fluido-estrutura, mas seus estudos iniciais privilegiam apenas a formulação analítica. Utilizando a formulação variacional, que tem sua base no princípio de Hamilton para um sistema dinâmico conservativo, o autor leva em conta o fator de amortecimento do sistema estrutural. Após a obtenção das Equações de movimento de uma placa e as Equações de movimento da onda, aplica-se o Lagrangiano para os elementos acústicos e estruturais.

Gladwell & Zimmermann (1966) propõem pela primeira vez uma formulação variacional para o problema do acoplamento entre o ar e uma membrana e entre o ar e uma placa. Mostra que existem duas formas possíveis de formulação, uma envolvendo apenas deslocamentos e outra envolvendo forças somente, chegando a solução de problemas acoplados acústico-estruturais.

Gladwell & Mason (1971) ampliam o artigo de Gladwell (1966) mostrando agora como a formulação variacional para problemas acusto-estruturais amortecidos pode ser usada em conjunto com o método de elementos finitos para placas em flexão. Estuda o caso de uma placa retangular simplesmente suportada sujeita a uma excitação sonora com incidência normal.

Craggs (1972) propôs o uso de elementos hexaédricos para a determinação da malha de elementos finitos de um modelo representando uma cabine veicular, demonstrando a obtenção de algumas frequências naturais que não foram encontradas experimentalmente ou com o uso de um modelo via diferenças finitas.

Guy & Bhattacharya (1973) estudam o problema da ressonância combinada entre os modos do painel e acústicos de uma cavidade com uma parede fina e elástica. Para a confirmação da formulação teórica, os autores fazem ensaios experimentais utilizando um alto-falante como fonte acústica e obtendo as frequências coincidentes.

Wolde et al (1975) verificam experimentalmente a reciprocidade em um sistema, para a obtenção das funções de transferência que descrevem a transmissão do som de um ponto na estrutura para um ponto no meio acústico. Há a necessidade de se conhecer a fonte acústica, tendo sido utilizado no artigo um monopólo. Por monopólo entende-se uma fonte que irradia som de maneira semelhante em todas as direções. O exemplo mais simples de um monopólo é uma esfera cujo raio expande e contrai senoidalmente. Um alto-falante enclausurado em baixas frequências age como um monopólo.

Petyt et al. (1976) apresentaram uma pesquisa mais voltada para o estudo de uma cabine veicular, tendo como diferença principal para os trabalhos anteriores em cavidades acústicas o fato da geometria se aproximar mais da de uma cabine de automóvel. Propuseram um modelo de elementos finitos para o cálculo dos modos acústicos na faixa de médias frequências (600 a 2000 Hz). Foi construído um protótipo de acrílico para a verificação dos resultados obtidos via programa de elementos finitos, sem dar detalhes, entretanto, da excitação sonora.

Dowell (1977) iniciou o estudo de cavidades com uma parede flexível ou absorvedora, como ele mesmo nomeou. Neste artigo ele faz a formulação da interação entre um campo de pressão interna e uma parede flexível em uma cavidade acústica. Ainda em 1977, Wolf fez um estudo para otimizar a resolução de um

problema vibroacústico utilizando a técnica de síntese modal, que permitia selecionar apenas a faixa de frequências de interesse, selecionando-se também apenas uma parte dos modos estruturais e acústicos.

Richards & Jha (1979) estudam um modo de reduzir modelos tridimensionais de cabines de automóveis para modelos bidimensionais, a fim de diminuir o tempo computacional. As propriedades geométricas e materiais não variam. Um protótipo de acrílico foi construído para verificação experimental dos resultados obtidos com o modelo de elementos finitos proposto. Neste artigo não foi feito o estudo do comportamento vibroacústico do sistema, considerando-se apenas os modos acústicos.

Everstine (1981) aponta os problemas encontrados na formulação vibroacústica usando-se como variável de entrada a pressão. O principal é a obtenção de matrizes não-simétricas e propõe uma forma alternativa, alterando as variáveis, para a obtenção de matrizes simétricas.

Nefske, Wolf & Howell (1982) pesquisaram uma modelagem por elementos finitos para a análise vibroacústica de uma cavidade fechada. Para verificação do modelo teórico foram feitos ensaios experimentais em uma cabine veicular na faixa de baixa frequência (20 Hz – 200 Hz). Fazem a análise modal acústica da cabine com e sem assentos e depois aplicam o modelo de elementos finitos a uma cabine de caminhão, para determinar os modos acústicos. Os pontos de medição de interesse são aqueles na altura do ouvido do motorista e dos passageiros. Estudaram também a influência da vibração do painel do automóvel nos modos acústicos e por fim, para aplicação em redução do ruído interior e comprovação do modelo, fizeram testes de campo.



Sestieri et al. (1984) estudaram o acoplamento vibroacústico em uma cavidade com geometria mais complexa. Por geometria complexa entende-se a utilização de barreiras acústicas no interior da cavidade. Os autores compararam os resultados obtidos por meio da formulação proposta com resultados experimentais.

Kanarachos & Antoniadis (1988) propuseram dois novos princípios variacionais para problemas de interação fluido-estrutura, com o uso de três variáveis: deslocamentos estruturais, acelerações e pressão do fluido.

Jie & Bies (1988) estudaram experimentalmente o comportamento vibroacústico de uma câmara reverberante, levando em conta o coeficiente de absorção das paredes da sala. A conclusão principal do artigo é que o acoplamento entre os modos acústicos e os modos estruturais das paredes do recinto afeta o tempo de reverberação na câmara em baixas frequências. Os autores discutem também a aplicação da Fórmula de Sabine, que pode ser usada somente quando se tem campo sonoro difuso.

Sandberg (1988) propõe uma formulação simétrica das matrizes de elementos finitos para um sistema vibroacústico. O fluido é descrito usando-se a pressão e o potencial de deslocamento. A derivação da formulação por elementos finitos é baseada na solução fraca da conservação de massa e momento linear e no método de Galerkin. São apresentadas comparações entre resultados numéricos e analíticos.

Norris & Rebinsky (1993) estudam também a reciprocidade em sistemas vibroacústicos, mas ao contrário de Woldi et al. (1975) não fazem a verificação experimental. A Equação neste artigo é derivada para um ponto no meio fluido e outro no sólido, envolvendo variáveis escalares no fluido e vetoriais no sólido.



Bokil & Shirahatti (1994) apresentam uma formulação alternativa à formulação vibroacústica tradicional, obtida por intermédio da velocidade, obtendo matrizes simétricas e autovalores reais. A teoria é aplicada em uma placa flexível engastada em uma cavidade.

Bessac, Gagliardini & Guyader (1996) apresentam uma teoria optativa para o estudo de sistemas vibratórios na faixa média de frequência e que funciona bem para baixas frequências. O artigo mostra os inconvenientes da aplicação da análise modal e formulação por elementos finitos. Ambas as aproximações tornam-se inconvenientes à medida que a frequência aumenta. Isso porque o número de informações a serem tratadas é muito grande, gerando redundâncias. Sobre a Análise Estatística de Energia, um método baseado na análise física do acoplamento, assume-se que o acoplamento é uma consequência da transferência modo a modo e é estatisticamente justificada quando certas condições são satisfeitas, tal como alta sobreposição modal dos subsistemas e acoplamento fraco. Isso acontece na faixa de altas frequências, que é o campo de estudo do SEA.

Hong & Kim (1996) propuseram um novo procedimento para a solução dos casos mais gerais de problemas vibroacústicos, utilizando um sistema unidimensional como modelo. A resposta do sistema vibroacústico foi obtida utilizando-se o método da expansão modal, usando os modos naturais dos subsistemas. A equação governante é obtida de força matricial com matrizes não-simétricas. No modelo proposto por Hong & Kim, considera-se a presença de material absorvente.

Van der Linden & Varet (1996) estudaram a influência do painel e outros componentes geradores de ruído em um automóvel no nível de pressão total no

interior da cabine, utilizando medições de pressão sonora e velocidade do volume de fluido. Foram feitos testes experimentais em baixa frequência com o veículo em operação normal.

Gautier (1998) estuda a influência das vibrações da parede de um instrumento musical de sopro, do tipo clarinete, na qualidade sonora. O clarinete é composto de estrutura do tipo casca. A radiação sonora devida às vibrações das paredes tem duas origens, a primeira corresponde à radiação direta da casca no meio fluídico e a segunda é criada pela radiação interna da casca, que depois é radiada para fora do tubo. Três tipos de acoplamento vibroacústico estão envolvidos na situação: estrutura e fluido interno, estrutura e fluido externo, e acoplamento acústico intermodal devido à radiação sonora no lado aberto do tubo.

Kim & Lee (1998) apresentaram uma nova teoria baseada em coeficientes de acoplamento modal para o estudo do comportamento vibroacústico de uma cabine de automóvel de passageiros. Propuseram um método prático para a redução de ruído, utilizando um protótipo feito de acrílico para a obtenção dos modos acústicos e vibroacústicos, excitando o sistema com um excitador eletrodinâmico e medindo a resposta com microfones.

Sas & Augustinovicz (1998) mostram em seu artigo que é possível aplicar as equações da análise modal estrutural na análise modal acústica e dão exemplos de experimentos em cavidades da obtenção dos parâmetros modais.

Kim, Lee & Sung (1999) estudaram experimentalmente e utilizando-se modelos de elementos finitos o comportamento vibroacústico de uma cabine veicular na faixa de baixas frequências. A modelagem teórica foi feita utilizando a teoria modal e coeficientes de acoplamento, continuando o trabalho de Kim & Lee (1998).

Coyette (1999) dá um passo além no estudo de problemas vibroacústicos baseados no método de elementos finitos, propondo um sistema estrutural feito de camadas de materiais elásticos e porosos, usados na indústria automobilística como absorvedores. Após propor a modelagem teórica o autor faz experimentos em uma placa para confirmação da eficácia do modelo proposto.

Langley, R. S. & Bremmer, P. (1999) utilizam alguns princípios da teoria Fuzzy, que é uma aproximação para formulação e resolução de sistemas complexos na qual o sistema é considerado como uma estrutura mestre à qual é conectada um conjunto de acessórios aleatórios, para desenvolver uma metodologia de análise híbrida determinística/SEA para um sistema geral acústico-estrutural.

Bonilha & Fahy (1999) propuseram um modelo híbrido para o estudo de problemas vibroacústicos. Híbrido no sentido de um modelo probabilístico-determinístico. Foi proposto um modelo probabilístico para a parede flexível, baseado nas características de correlação do campo vibratório e um modelo determinístico para a análise modal acústica.

Kim & Brennan (1999) propuseram uma formulação matricial para o estudo de problemas vibroacústicos utilizando aproximações por impedância e mobilidade, métodos comumente encontrados em análise puramente estrutural ou acústica. Ao acoplar os sistemas, os autores apresentam diagramas de força-velocidade e pressão-resistência da fonte. Uma cavidade retangular simples com uma parede flexível foi usada para a verificação experimental da formulação.

Lim (2000) estuda a contribuição de painéis automotivos para a pressão sonora no interior de cabines, modelando os níveis de pressão sonora por meio de uma formulação espectral que utiliza termos calculados teoricamente, como a



sensibilidade acústica, termos derivados de modelos de elementos finitos e espectros acústico-estruturais obtidos experimentalmente. Este trabalho apresenta também um novo método para cálculo de Função de Transferência, utilizando medições de pressão sonora em dois pontos distintos, um dentro da cavidade do alto-falante e outro em um ponto qualquer no interior da cabine, relacionando essas variáveis com a velocidade de volume do fluido para a fonte acústica.

Arruda (2000) faz a análise modal experimental e teórica de uma cavidade usando um atuador acústico calibrado como fonte de excitação. O atuador consiste de um alto-falante do tipo corneta com alta impedância e baixa potência ligado a um tubo que vai diretamente para a cavidade. Não é considerado o acoplamento vibroacústico, por esse motivo as paredes da cavidade são rígidas. A faixa de frequências da cavidade é média, sendo a primeira frequência natural acústica de aproximadamente 700 Hz, o que não requer câmara semi-anecóica nem aparatos experimentais mais complexos.

Gelman & Forpinich (2000) estudam uma forma de diagnosticar a trinca em sistemas rotativos estudando o comportamento vibroacústico do sistema não-linear, com aplicação em turbinas de aeronaves.

Létourneaux (2000) desenvolve um modelo teórico para descrever o comportamento vibroacústico na faixa de baixas frequências, de um vagão de trem de passageiros de alta velocidade.

Stavriniadis et al (2001) estudam o comportamento vibroacústico de um tipo de satélite, salientando que a cada dia se torna mais importante esse estudo porque esse tipo de estrutura está aumentando em tamanho e diminuindo em massa superficial. Para garantir a integridade superficial de um satélite, é importante cobrir



todas as possibilidades de carga geradas pelo comportamento vibroacústico, principalmente na faixa de baixas frequências, onde a estrutura com placas finas acopla-se com o meio acústico.

Buehrle et al. (2001) pesquisaram a resposta vibroacústica de um painel sanduíche, composto de uma placa flexível curva composta de estrutura do tipo favo de mel e fibras de carbono reforçado, como parte de um projeto feito para a NASA. O estudo se compõe de duas partes, uma experimental e outra utilizando elementos finitos e elementos de contorno.

Ding & Shen (2001) atacaram o problema da não-simetria das matrizes do problema de autovalor, propondo um novo modelo de elementos finitos simétrico. Estudaram o problema vibroacústico de uma cavidade de paredes finas e elásticas na faixa de baixas frequências para aplicação no controle de ruído em cabines de automóveis de passageiros, onde as densidades modais acústicas são relativamente baixas.

Wu & Chen (2002 (1)) utilizaram o teorema da reciprocidade em problemas vibroacústicos para estruturas multicavidades, apresentando uma nova teoria, *Covering-domain method*, que consiste em transformar cascas de formas arbitrárias em uma série de cascas esféricas. Os autores aplicam esta teoria no cálculo do espalhamento acústico de uma estrutura multicavidade com paredes elásticas.

Estudos recentes na área de determinação dos parâmetros vibroacústicos têm sido realizados no sentido de se obter uma forma mais eficiente de excitação. Uma solução para médias frequências foi apresentada recentemente utilizando-se dois microfones para determinação da aceleração do volume de fluido. Tal atuador acústico mostrou-se eficiente na medição de modos acima de 200 Hz, conforme

estudo realizado por Rossetto (2002), mas o problema para baixas frequências ainda continua.

Trompette & Guerich (2002) sugerem um novo tipo de suspensão do sistema para simular um comportamento livre-livre, chamada de junta acústica, que consiste de uma borracha flexível, de pequeno diâmetro, preenchida por água, para simular um sistema livre-livre. Os autores garantem esse comportamento apesar da superfície de contato ser consideravelmente grande.

El-Masri, Tournour & McCulloch (2002) propõem um tipo ideal de malha em elementos finitos e elementos de contorno, para diversos sistemas, levando-se em conta a quantidade de nós e o espaçamento entre eles, utilizando o programa comercial SYSNOISE®.

Sitter, Guillaume e Parlo (2002) utilizam conceitos da análise modal operacional aplicando-os à análise de um sistema vibro-acústico. A vantagem do método utilizado é que não há necessidade de se conhecer a excitação. No caso de uso de excitador acústico, tal técnica é bastante vantajosa, porque já se tem conhecimento da dificuldade de obtenção dos parâmetros acústicos de entrada. Os autores propõem também o emprego de um estimador de FRF baseado em conceitos estatísticos.

Foram apresentados os resumos dos trabalhos na área de análise modal vibroacústica, tanto teórica quanto experimental, que foram essenciais para o desenvolvimento desta tese e as contribuições de cada um. Os três capítulos seguintes deste trabalho têm como objetivo principal o de estabelecer uma base conceitual teórica fundamental para o entendimento dos aspectos experimentais envolvidos no problema vibroacústico. Inicialmente serão feitas considerações sobre

a questão da discretização do problema vibroacústico por meio do método dos elementos finitos. Em seguida serão enfocados aspectos teóricos da análise modal aplicados ao problema vibroacústico, e em seguida aspectos da interação modal vibroacústica.

### 3 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DE UM PROBLEMA VIBROACÚSTICO

Neste item é apresentada uma formulação por elementos finitos. Uma aproximação por elementos finitos foi escolhida para se obterem os modelos modais por duas razões: ele não sofre a restrição que o modelo analítico sofre, permitindo a modelagem de objetos de geometrias arbitrárias e também a variedade de programas comerciais de elementos finitos encontrados no mercado.

#### 3.1 FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA DOS FLUIDOS - EQUAÇÕES GOVERNANTES

Em problemas de interação fluido-estrutura, as equações estruturais dinâmicas devem ser consideradas em conjunto com as equações do momento do fluido, de Navier-Stokes, e a equação da continuidade do fluxo.

Usando a equação de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

$V_x, V_y$  e  $V_z$  são componentes do vetor velocidade nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

$\rho$  - densidade do fluido



$x, y, z$  – coordenadas cartesianas globais

$t$  – tempo

e as equações de Euler com efeitos de viscosidade e não adiabática:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_x)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_x)}{\partial z} = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + R_x + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) + T_x \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_y}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x V_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_y)}{\partial z} = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + R_y + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) + T_y \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_z}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x V_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y V_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + R_z + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu_e \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + T_z \end{aligned} \quad (3.4)$$

Simplificando as Equações (3.1) – (3.4), assumindo-se as seguintes suposições, segundo Kinsler:

- O fluido é compressível – densidade varia com variações de pressão;
- Não existe dissipação de energia devido a viscosidade;
- Não existe escoamento turbulento do fluido;
- A densidade média e a pressão são uniformes para todo o fluido.

$$\text{- Considerar } |(\{u\} \cdot \nabla)\{u\}| \ll \left| \frac{\partial \{u\}}{\partial t} \right|$$

Obtemos assim a Equação de Euler:

$$-\nabla p = \rho \left[ \frac{\partial \{u\}}{\partial t} + (\{u\} \cdot \nabla)\{u\} \right] \quad (3.5)$$

Para obtermos a Equação de Euler linear para fluido invíscido adiabático,

consideramos  $\rho \frac{\partial \{u\}}{\partial t} = -\nabla p$  e  $\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\partial \nabla \cdot (\rho \{u\})}{\partial t} = 0$

Assim, a equação acústica da onda é dada por:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0 \quad (3.6)$$

na qual,  $c = \sqrt{\frac{k_b}{\rho_0}}$  é a velocidade do som no fluido considerado,  $k_b$  é o

módulo volumétrico adiabático,  $\rho_0$  a densidade media do fluido,  $p$  a pressão acústica ( $p(x, y, z, t)$ ) e  $t$  o tempo.

O módulo volumétrico adiabático é dado por:

$$k_b = \rho_0 \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)$$

Uma vez que a dissipação foi desprezada, a Equação (3.5) é chamada de equação sem perda da onda para propagação do som em fluidos. A equação estrutural discretizada e a equação da onda têm de ser consideradas simultaneamente em problemas de interação fluido-estrutura. A equação da onda será discretizada e após a derivação da matriz de amortecimento para a dissipação na interface fluido-estrutura. A pressão do fluido agindo na estrutura na interface fluido-estrutura será considerada no final da seção para a determinação da matriz de rigidez de acoplamento.

Para uma pressão variando harmonicamente, isto é:

$$p = p e^{j\omega t} \quad (3.7)$$

na qual  $p$  é a amplitude da pressão,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  é a frequência de oscilação da pressão.

A equação (3.6) se reduz a:

$$\frac{\omega^2}{c^2} p + \nabla^2 p = 0 \quad (3.8)$$

chamada de Equação de Helmholtz.

Para a discretização da equação da onda, são introduzidos os seguintes operadores (gradiente e divergente):

$$\nabla \cdot ( ) = \{L\}^T = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

$$\nabla ( ) = \{L\}$$

A Equação da onda pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla \cdot \nabla p = 0 \quad (3.9)$$

Usando a notação matricial:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \{L\}^T (\{L\}p) = 0 \quad (3.10)$$

As matrizes elementais são obtidas discretizando a equação da onda usando o procedimento de Galerkin.

Multiplicando a Equação (3.10) por uma variação virtual na pressão ( $\delta p$ ) e integrando ao longo do volume e aplicando-se o teorema da divergência, que é dado por:

$$\int_S (\{u\} \cdot d\{S\}) = \int_{vol} \nabla \cdot \{u\} dV \quad (3.11)$$

E aplicando-se também a seguinte identidade, advinda do cálculo vetorial:

$$\nabla(\{u\}\nabla\{v\}) = \nabla\{u\} \cdot \nabla\{v\} + \{u\}\nabla \cdot \nabla\{v\} \quad (3.12)$$

Obtém-se a seguinte equação:

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta p \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{L\}^T \delta p) (\{L\}p) d(vol) = \int_S \{n\}^T \delta p (\{L\}p) d(S) \quad (3.13)$$

$\delta p$  - variação virtual na pressão  $\delta p(x, y, z, t)$

$S$  – superfície onde a derivada da pressão normal à superfície é aplicada (condição de contorno natural)

$\{n\}$  – normal à interface  $S$ .

No problema de interação fluido-estrutura, a superfície  $S$  é tratada como a interface. As suposições feitas com o intuito de simplificar as equações de Euler

(dadas pela relação:  $-\nabla p = \rho \left[ \frac{\partial \{v\}}{\partial t} + (\{v\} \cdot \nabla) \{v\} \right]$ ) conduzem às seguintes relações

entre o gradiente de pressão normal do fluido e a aceleração normal da estrutura na interface fluido-estrutura.

$$\{n\} \{ \nabla p \} = -\rho_0 \{n\} \cdot \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \quad (3.14)$$

$\{U\}$  - vetor deslocamento da estrutura na interface.

Matricialmente, (3.14) é dada por:

$$\{n\}^T (\{L\}p) = -\rho_0 \{n\}^T \left( \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \right) \quad (3.15)$$

Substituindo-se a Equação (3.15) em (3.10), reescreve-se (3.13):

$$\int_{vol} \frac{1}{c^2} \delta p \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d(vol) + \int_{vol} (\{L\}^T \delta p) (\{L\}p) d(vol) = - \int_S \delta p \{n\}^T \left( \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \right) d(S) \quad (3.16)$$



A equação (3.16) é a equação da onda, obtida utilizando-se o método de Galerkin.

### 3.2 DERIVAÇÃO DAS MATRIZES ACÚSTICAS

A Equação (3.15) contém a pressão do fluido e as componentes do deslocamento estrutural  $u$ ,  $v$  e  $w$  como variáveis dependentes para resolver. As funções de forma, aproximadoras de elementos finitos, para variação espacial da pressão e componentes do deslocamento são dadas por:

$$p = \{N\}^T \{p_e\} \quad (3.17)$$

$$U = \{N'\}^T \{U_e\} \quad (3.18)$$

$\{N\}$  é a função de forma para pressão acústica

$\{N'\}$  é a função de forma para os deslocamentos

$\{p_e\}$  é o vetor de pressão acústica nodal

$\{U_e\} = \{u_e\}, \{v_e\}, \{w_e\}$  são as componentes dos vetores de deslocamentos nodais.

Das Equações (3.17) e (3.18), a segunda derivada no tempo das variáveis e a variação virtual na pressão podem ser escritas como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \{N\}^T \{\ddot{p}_e\} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} = \{N'\}^T \{\ddot{U}_e\} \quad (3.20)$$

$$\delta P = \{N\}^T \{\delta P_e\} \quad (3.21)$$

Aplica-se o operador matricial  $\{L\}$  às funções de forma dos elementos  $\{N\}$  denotado por:

$$[B] = \{L\}\{N\}^T \quad (3.22)$$

Substituindo-se as Equações (3.17) – (3.22) na Equação (3.1), a formulação por elementos finitos da equação da onda é dada por:

$$\begin{aligned} \int_{vol} \frac{1}{c^2} \{\delta p_e\}^T \{N\} \{N\}^T d(vol) \{\ddot{p}_e\} + \int_{vol} \{\delta p_e\}^T [B]^T [B] d(vol) \{p_e\} \\ + \int_S \rho_0 \{\delta p_e\}^T \{N\} \{n\}^T \{N'\}^T d(S) \{\ddot{U}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$\{n\}$  é normal ao contorno do fluido.

Termos que não variam ao longo do elemento são removidos da integração.

$\{\delta p_e\}$  é uma variação virtual introduzida na pressão nodal e pode ser fatorado na Equação (3.23). Uma vez que  $\{\delta p_e\}$  é diferente de zero, a Equação (3.23) se torna:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \int_{vol} \{N\} \{N\}^T d(vol) \{\ddot{p}_e\} + \int_{vol} [B]^T [B] d(vol) \{p_e\} \\ + \rho_0 \int_S \{N\} \{n\}^T \{N'\}^T d(S) \{U\} = \{0\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

A Equação (3.24) pode ser escrita em notação matricial para obter-se a equação discretizada da onda:

$$[M_e^p] \{\ddot{p}_e\} + [K_e^p] \{p_e\} + \rho_0 [R_e]^T \{U\} = \{0\} \quad (3.25)$$

$[M_e^p] = \frac{1}{c^2} \int_{vol} \{N\} \{N\}^T d(vol)$  é a matriz de massa fluídica

$[K_e^p] = \int_{vol} [B]^T [B] d(vol)$  é a matriz de rigidez fluídica

$\rho_0 [R_e] = \rho_0 \int_S \{N\} \{n\}^T \{N'\}^T d(S)$  matriz de acoplamento (interface fluido-estrutura)

### 3.3 ABSORÇÃO DE ONDAS DE PRESSÃO ACÚSTICA

Se existe dissipação de energia devida ao amortecimento, presente na fronteira do fluido, deve-se adicionar um termo de dissipação na Equação (3.16):

$$\int_{vol} \delta p \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} d(vol) - \int_{vol} \delta p \{L\}^T (\{L\} p) d(vol) + \int_S \delta p \left( \frac{r}{\rho_0 c} \right) \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} d(S) = - \int_S \rho_0 \delta p \{n\}^T \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\} \right) d(S) \quad (3.26)$$

$r$  é a impedância característica do material na fronteira

Uma vez que se assume que a dissipação ocorre apenas na superfície da fronteira,  $S$ , o termo de dissipação na Equação (3.26) é integrado ao longo da superfície  $S$ :

$$D = \int_S \delta p \left( \frac{r}{\rho_0 c} \right) \frac{1}{c} \frac{\partial p}{\partial t} d(S) \quad (3.27)$$

$D$  é o termo de dissipação.

Usando a aproximação por elementos finitos para  $p$  dada pela Equação (3.17):

$$D = \int_S \{\delta p_e\}^T \{N\} \left( \frac{r}{\rho_0 c} \right) \frac{1}{c} \{N\}^T d(S) \left\{ \frac{\partial p_e}{\partial t} \right\} \quad (3.28)$$

$\beta = \frac{r}{\rho_0 c}$  é o coeficiente de absorção na fronteira.

$$\{\dot{p}_e\} = \left\{ \frac{\partial p_e}{\partial t} \right\} \quad (3.29)$$

$\frac{\beta}{c}$  e  $\{\delta p_e\}$  são constantes ao longo da superfície do elemento e podem ser

removidas da integração. A Equação (3.28) é reescrita como:

$$D = \{\delta p_e\}^T \frac{\beta}{c} \int_S \{N\} \{N\}^T d(S) \{\dot{p}_e\} \quad (3.30)$$

O termo de dissipação dado pela Equação (3.30) é adicionado à Equação (3.25) para somar à perda de energia na superfície absorvedora da fronteira:

$$[C_e^P] \{\dot{p}_e\} = \frac{\beta}{c} \int_S \{N\} \{N\}^T d(S) \{\dot{p}_e\} \quad (3.31)$$

$[C_e^P] = \frac{\beta}{c} \int_S \{N\} \{N\}^T d(S)$  é a matriz de amortecimento do fluido.

Finalmente, combinando as Equações (3.25) e (3.30), a equação discretizada da onda levando em conta as perdas na interface, é dada por:

$$[M_e^P] \{\ddot{p}_e\} + [C_e^P] \{\dot{p}_e\} + [K_e^P] \{p_e\} + \rho_0 [R_e]^T \{\ddot{u}_e\} = \{0\} \quad (3.32)$$

### 3.4 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA

Para descrever completamente o problema da interação entre o fluido e a estrutura, a pressão do fluido agindo na interface é adicionada à equação:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F^a\} \quad (3.33)$$

Então, a equação estrutural é reescrita como:



$$[M_e]\{\ddot{U}_e\} + [C_e]\{\dot{U}_e\} + [K_e]\{U_e\} = \{F_e\} + \{F_e^{pr}\} \quad (3.34)$$

O vetor de pressão do fluido  $\{F_e^{pr}\}$  na interface S é obtido integrando a pressão ao longo da área da superfície:

$$\{F_e^{pr}\} = \int_S \{N'\}^T p \{n\} d(s) \quad (3.35)$$

$N'$  são funções de forma empregadas para discretizar as componentes do deslocamento  $u$ ,  $v$  e  $w$  (obtidas do elemento estrutural).

$\{n\}$  - normal na fronteira do fluido.

A função aproximadora para uma dada pressão é:

$$p = \{N\}^T \{p_e\} \quad (3.36)$$

$\{N\}$  é a função de forma para pressão

$\{p_e\}$  é o vetor de pressão nodal

Substituindo a Equação (3.36) em (3.35), tem-se:

$$\{F_e^{pr}\} = \int_S \{N'\}^T \{N\} \{n\} d(S) \{p_e\} \quad (3.37)$$

Comparando a integral na Equação (3.36) com a definição matricial de  $\rho_0 [R_e]^T$  na Equação (3.25), torna-se claro que:

$$\{F_e^{pr}\} = [R_e] \{p_e\} \quad (3.38)$$

$$[R_e]^T = \int_S \{N'\}^T \{N\} \{n\} d(S) \quad (3.39)$$

Substituindo-se a Equação (3.39) na Equação (3.35) resulta na equação dinâmica elemental da estrutura:

$$[M_e]\{\ddot{U}_e\} + [C_e]\{\dot{U}_e\} + [K_e]\{U_e\} - [R_e]\{p_e\} = \{F_e\} \quad (3.40)$$

As Equações (3.32) e (3.40) descrevem as equações completas discretizadas por elementos finitos para o problema de interação fluido-estrutura e são escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} [M_e] & [0] \\ [M^f] & [M_e^p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}_e\} \\ \{\ddot{p}_e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_e] & [0] \\ [0] & [C_e^p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{U}_e\} \\ \{\dot{p}_e\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_e] & [K^f] \\ [0] & [K_e^p] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_e\} \\ \{p_e\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_e\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

$$[M^f] = \rho_0 [R_e]^T \quad (3.42)$$

$$[K^f] = -[R_e] \quad (3.43)$$

A Equação (3.32) é a que será resolvida para a obtenção das frequências naturais e dos modos de vibrar, tratando-se de um problema de autovalor e autovetor.

### 3.5 ESTUDO DA SIMETRIA E RECIPROCIDADE DAS MATRIZES DISCRETIZADAS

Em vez de usar técnicas de expansão modal, o tratamento é baseado em técnicas de discretização espacial, que são usuais em análise numérica de sistemas dinâmicos.

Este item mostra que utilizando medidas como força e aceleração do volume como excitação e pressão sonora e deslocamento da superfície, como variáveis de resposta, o resultado será uma equação matricial não-simétrica. Devido à natureza especial dessa não-simetria, os auto-valores da esquerda e da direita da matriz do sistema são diferentes, mas relacionados, e portanto os auto-valores da esquerda podem ser facilmente derivados (Wyckaert, 1996).

### 3.5.1 FORMULAÇÃO TEÓRICA

A equação (elementos finitos) de movimento do comportamento estrutural vibracional sob carregamento externo estrutural e carregamento acústico acoplado é:

$$[-\omega^2 M^S - i\omega C^S + K^S]\{x\} = \{f\} + \{l_p\} \quad (3.44)$$

$$\{l_p\} = \int_{S_b} p dS \quad (3.45)$$

A Equação (3.45) representa o carregamento de pressão acústica na estrutura sob superfícies de fronteira  $S_b$  na cavidade.

Por outro lado, considerando o problema acústico, a resposta acústica (pressão) na cavidade é causada pela excitação acústica, bem como por vibração estrutural nas fronteiras. Da formulação acústica indireta, a seguinte equação pode ser derivada para o fluido:

$$[-\omega^2 M^f - i\omega C^f + K^f]\{p\} = p\{\dot{q}\} + \omega^2 \{l_f\} \quad (3.46)$$

na qual  $\dot{q} = \ddot{U}$ .

$$\omega^2 \{l_f\} = \omega^2 \int_{S_b} \rho x_N dS \quad (3.47)$$

As matrizes  $M^f$ ,  $C^f$  e  $K^f$  descrevem a relação pressão – aceleração do volume no caso de uma parede rígida. Essas matrizes não refletem diretamente propriedades físicas do fluido, mas resultam de uma formulação indireta do problema acústico.

A Equação (3.47) representa o carregamento devido à vibração normal  $x_N$  na fronteira flexível  $S_b$  da cavidade.

Reescrevendo e combinando as Equações (3.44), (3.45), (3.46) e (3.47), tem-se como resultado a seguinte descrição do sistema vibroacústico acoplado:

$$\begin{bmatrix} K^S & -K^C \\ 0 & K^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} - i\omega \begin{bmatrix} C^S & 0 \\ 0 & C^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M^S & 0 \\ M^C & M^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ p\dot{q} \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

A Equação (3.48) é a (3.41) reescrita para o caso de excitação senoidal.

De (3.45) a (3.47), pode-se perceber intuitivamente que  $M^C$  e  $K^C$  estão relacionados. De acordo com Göransson, 1993, os elementos das matrizes  $K^C$  e  $M^C$  podem ser expressos como:

$$K_{ij}^C = \int_{S_b} \{n_i\} \{n\} n_j dS \quad (3.49)$$

$$M_{ij}^C = \int_{S_b} \rho n_i \{n_j\} \{n\} dS \quad (3.50)$$

onde  $\{n\}$  é o vetor normal à superfície e  $\{n_j\}$  é o vetor função interpolação na formulação por elementos finitos. Isso indica que ambas as matrizes são (em uma forma transposta) inter-relacionadas com um fator  $\rho$ , a densidade do fluido:

$$M^C = \rho K^{C'} \quad (3.51)$$

As Equações (3.48) representam um modelo de segunda ordem para o comportamento vibroacústico e podem ser usadas como uma base para deduções posteriores. Entretanto, está claro que o conjunto de equações é não-simétrico. Isso fica mais claro ao reescrever as Equações (3.48) em uma forma matricial mais compacta:

$$\begin{bmatrix} A^S & -K^C \\ -\omega^2 M^C & A^f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ p\dot{q} \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

Na qual:

$$A^S = K^S - i\omega C^S - \omega^2 M^S \quad (3.53)$$

$$A^f = K^f - i\omega C^f - \omega^2 M^f \quad (3.54)$$



que correspondem à interação fluido-estrutura. No lado direito da Equação (3.52), dois tipos de excitação, estrutural e acústica. A primeira pode ser conseguida usando-se um excitador eletrodinâmico e a segunda por intermédio de um alto-falante.

### 3.5.2 RECIPROCIDADE VIBROACÚSTICA

Reciprocidade em problemas estruturais, bem como em acústicos, é bem conhecida. No caso estrutural, a aceleração e força estão relacionadas, enquanto que no caso acústico, aceleração do volume e pressão. O princípio da reciprocidade acústica nos diz que, por exemplo, em um meio inalterável as locações de uma pequena fonte e um pequeno receptor são intercambiadas, o sinal recebido permanecerá o mesmo. Para problemas vibroacústicos, o princípio da reciprocidade também é válido e sua forma mais usual é expressa como:

$$\left. \frac{p_i}{f_j} \right|_{\dot{q}_i=0} = \left. \frac{-\ddot{x}_j}{\dot{q}_i} \right|_{f_j=0} \quad (3.55)$$

A razão entre a resposta acústica  $p_i$  em uma locação  $i$  em uma cavidade e uma força de excitação estrutural  $f_i$  num ponto  $j$  na estrutura (sem excitação por uma fonte acústica) é igual a razão entre a resposta aceleração medida num ponto e na direção da força aplicada  $j$  e a excitação acústica (expressa em aceleração do volume de um mono-pólo ideal)  $\dot{q}_i$  na locação da medição de pressão  $i$  (na ausência de excitação estrutural).

### 3.5.3 IMPLICAÇÕES DA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA TEÓRICA

Do conjunto de Equações (3.48), está claro que o problema acústico desacoplado e o problema vibracional desacoplado ( $K^c = M^c = 0$ ) podem ser descritos por um conjunto simétrico de equações de segunda ordem. O mesmo tipo de algoritmos de estimação de parâmetros modais e decomposição modal usados para problemas vibracionais desacoplados podem ser, portanto, utilizados para problemas acústicos desacoplados. Linearidade é sempre assumida, também requerendo modelos de amortecimento linear.

Para o problema vibracional desacoplado, características de transferência medidas ( $x/f$ ) (deslocamento sobre força) são equivalentes a características de transferência ( $p/\dot{q}$  – pressão acústica sobre aceleração do volume de fontes acústicas) para o problema acústico desacoplado.

Para o sistema acoplado, o conjunto de Equações de segunda ordem (3.52) pode ser reescrito como:

$$\begin{bmatrix} A^s & -K^c \\ -\omega^2 K^{c^t} & A^f / \rho \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} = B \begin{Bmatrix} x \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ \frac{p}{\rho} \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (3.56)$$

De acordo com a teoria geral de análise modal, a função de transferência  $H(s)$  pode ser escrita como:

$$H(s) = B(s)^{-1} \quad (3.57)$$

baseado no cálculo padrão matricial:

$$B(s)^{-1} = \frac{adj(B(s))}{|B(s)|} \quad (3.58)$$

$$adj(B(s)) = [\varepsilon_{ij} |B_{ij}|]^t \quad (3.59)$$

com  $|B_{ij}|$  o determinante de  $B(s)$  se linha  $i$  e coluna  $j$ ,  $\varepsilon_{ij} = 1$  se  $i+j=par$  e  $\varepsilon_{ij} = -1$  se  $i+j = ímpar$ .

Com  $\lambda_r$  as raízes da equação característica  $|B_{ij}|=0$ , e aplicando a teoria da expansão das frações parciais (3.57) pode ser reescrita como:

$$H(s) = \frac{adj(B(s))}{E \prod_{r=1}^N (s - \lambda_r)(s - \lambda_r^*)} = \sum_{r=1}^N \frac{A_r}{(s - \lambda_r)} + \frac{A_r}{(s - \lambda_r^*)} \quad (3.60)$$

$E$  é uma constante,  $N$  o número de modos na banda de frequência de interesse e  $A_r$  a matriz residual.

$$A_r = P_r \bullet adj(B(\lambda_r)) \quad (3.61)$$

$P_r$  é uma constante dependente do pólo.

Multiplicando-se ambos os lados por  $B(s)$ , tem-se:

$$adj(B(s)) \bullet B(s) = |B(s)|I \quad (3.62)$$

$$B(s) \bullet adj(B(s)) = |B(s)|I \quad (3.63)$$

Resolvendo (3.62) e (3.63) para  $\lambda_r$ ,  $\lambda_r$  é a raiz da equação característica, os autovalores da esquerda e da direita são proporcionais à matriz adjunta:

$$\{\psi_e\} B(\lambda_r) = adj(B(\lambda_r)) B(\lambda_r) = 0 \quad (3.64)$$

$$B(\lambda_r) \{\psi_r\} = B(\lambda_r) adj(B(\lambda_r)) = 0 \quad (3.65)$$

Considerando-se cada linha arbitrária da Equação (3.64) ou da Equação (3.65), cada linha da matriz adjunta é proporcional ao auto-vetor da esquerda  $\psi_e$  e cada coluna da matriz adjunta é proporcional ao auto-vetor da direita  $\psi_d$ . Note que

no caso de um sistema não-simétrico, os auto-valores da esquerda e direita são diferentes uns dos outros.

Para a não-simetria especial do sistema (Equação 3.57), pode ser provado que os auto-vetores da esquerda e da direita possuem uma relação especial entre si. Chamemos os auto-vetores da direita:

$$\begin{Bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{fd} \end{Bmatrix} \quad (3.66)$$

e os da esquerda:

$$\begin{Bmatrix} \psi_{se} \\ \psi_{fe} \end{Bmatrix} \quad (3.67)$$

$s$  – posições da resposta estrutural

$f$  – posições da resposta acústica

podem ser escritos como:

$$\begin{Bmatrix} \psi_{se} \\ \psi_{fe} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \psi_{sd} \\ \frac{1}{\lambda_d^2} \psi_{fd} \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

Baseado na simetria das sub-matrizes acústicas e estruturais,  $A_s$  e  $A_f$ , produz o problema de autovalor da direita com os correspondentes autovetores da direita.

As funções de transferência entre deslocamento estrutural  $x_i$  na locação  $i$  ou resposta de pressão acústica  $p_i$  na locação  $i$ , e excitação estrutural  $f_j$  na locação  $j$  podem ser escritas como uma função dos autovetores da direita e autovalores da matriz do sistema, baseado nas Equações 3.60, 3.61, 3.65, 3.66 e 3.67:

$$\frac{x_i}{f_j} = \sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{sdi} \psi_{sdj}}{(s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{sdi} \psi_{sdj})^*}{(s - \lambda_r^*)} \quad (3.69)$$



$$\frac{p_l}{f_j} = \sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{fll} \psi_{sdj}}{(s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{fll} \psi_{sdj})^*}{(s - \lambda_r^*)} \quad (3.70)$$

Com relação a aceleração do volume (excitação):

$$\frac{x_i}{\dot{q}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{sdi} \psi_{fdk}}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{sdi} \psi_{fdk})^*}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r^*)} \quad (3.71)$$

$$\frac{p_l}{\dot{q}_k} = \sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{fll} \psi_{fdk}}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{fll} \psi_{fdk})^*}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r^*)} \quad (3.72)$$

Os autovetores do sistema acoplado representam (mas para um fator global de escala) os modos vibroacústicos, os autovetores da esquerda representam (mas para um fator de escala por modo) os fatores de participação. Devido à relação especial entre autovetores da esquerda e da direita, os fatores de participação para excitação acústica e excitação estrutural são diferentes com um fator de escala que é igual ao quadrado do autovalor (e daí diferente de modo a modo).

É interessante notar que as Equações. 3.70 e 3.71 para  $l=k$  e  $j=i$  refletem a relação de reciprocidade vibroacústica. Isso requer:

$$\frac{p_k}{f_i} = - \frac{\ddot{x}_i}{\dot{q}_k} \quad (3.73)$$

ou

$$\sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{fdk} \psi_{sdi}}{(s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{fdk} \psi_{sdi})^*}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r^*)} = -s^2 \left( \sum_{r=1}^N \frac{P_d \psi_{sdi} \psi_{fdk}}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r)} + \frac{(P_d \psi_{sdi} \psi_{fdk})^*}{\lambda_r^2 (s - \lambda_r^*)} \right) \quad (3.74)$$

Pode-se notar que para modos individuais (considerando termos individuais na soma acima) a relação vibroacústica não se mantém (diferente de sistemas puramente estruturais ou acústicos). Por modo, o fator dependente da frequência

$(-\lambda_r^2 / s^2)$  está causando a não-reciprocidade. Entretanto, para a contribuição somada de todos os modos ativos em uma função resposta em frequência, a reciprocidade vibroacústica é cumprida. Isso ilustra a importância dos efeitos de truncamento quando sintetizando uma FRF de um número limitado de modos vibroacústicos.

### **3.5.4 IMPLICAÇÕES PARA ANÁLISE MODAL VIBROACÚSTICA EXPERIMENTAL**

Muitos dos algoritmos de estimação de parâmetros modais de múltipla entrada/ múltipla saída não requerem simetria. A não-simetria do conjunto de Equações (3.47) e daí as descrições modais 3.69 – 3.72 não colocam nenhum empecilho para a utilização das técnicas de estimação de parâmetros, para se obter frequências válidas e fatores de amortecimento.

Outra consideração ao aplicar-se o equacionamento apresentado nos itens anteriores, diz respeito às unidades ou níveis absolutos da FRF vibroacústica, devendo-se tomar cuidado com a manipulação dessas FRFs misturadas (acústica e estrutural).

Para aplicações práticas, excitação estrutural pode ser substituída por excitação acústica (ver Equações 3.69 – 3.72).

### 3.6 FORMULAÇÕES SIMÉTRICAS

Alguns autores atacaram o problema da simetria das matrizes de rigidez e massa para um sistema vibroacústico, exporemos aqui algumas soluções encontradas para a formulação simétrica do sistema.

Problemas dinâmicos envolvendo a interação entre uma estrutura elástica e um fluido acústico (para o qual a pressão satisfaz a equação escalar da onda) foram formulados por Everstine, 1981, com a ajuda de um modelo em elementos finitos usando pressão ou deslocamento da partícula de fluido como a variável desconhecida na região do fluido. O objetivo deste item é apontar que a principal desvantagem da formulação por pressão, o aparecimento de matrizes não-simétricas, pode ser resolvida reformulando-se a solução por pressão tal que o potencial de velocidade é usado em vez da pressão como variável principal na região do fluido. Para algumas situações, particularmente problemas de regime permanente envolvendo sistemas amortecidos e problemas dependentes do tempo, isso resulta em vantagens computacionais significativas.

#### 3.6.1 A FORMULAÇÃO POR PRESSÃO

Uma conhecida aproximação por elementos finitos para resolver problemas de interação fluido-estrutura, na qual a pressão é usada como variável desconhecida nodal na região do fluido, resulta em uma equação matricial da forma (similar à Equação 3.40):

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ -\rho[A]^T & [Q] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] & [0] \\ [0] & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [A] \\ [0] & [H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_1\} \\ \{f_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.75)$$

na qual  $\{u\}$  é o vetor de componentes do deslocamento na estrutura,  $\{p\}$  é o vetor de pressões do fluido nos nós da região do fluido,  $[M]$  é a matriz de massa estrutural,  $[K]$  é a matriz de rigidez estrutural,  $[Q]$  é a matriz de inércia do fluido,  $[H]$  é a matriz de “rigidez” do fluido,  $[A]$  é a matriz de área que converte as pressões do fluido nos pontos da interface em cargas estruturais,  $[B]$  é a matriz simétrica de amortecimento da estrutura,  $[C]$  é a matriz simétrica de amortecimento para o fluido (que surge, por exemplo, de uma condição de radiação) e  $\rho$  é a densidade de massa do fluido. Ambas as funções de força  $\{f_1\}$  e  $\{f_2\}$  do lado direito podem ser apresentadas em algumas situações. Por exemplo, no problema de autovalor,  $\{f_1\}$  e  $\{f_2\}$  variam. Se a excitação é aplicada diretamente na estrutura,  $\{f_1\}$  é diferente de zero e  $\{f_2\}$  varia. Se a excitação é aplicada diretamente em um fluido enclausurado,  $\{f_1\}$  varia e  $\{f_2\}$  é diferente de zero. Para regime permanente e problemas de espalhamento transiente envolvendo fluidos externos, a variável  $\{p\}$  geralmente representa apenas o componente de espalhamento da pressão total e  $\{f_1\}$  e  $\{f_2\}$  são proporcionais à pressão incidente em campo livre e incidente aceleração da partícula de fluido, respectivamente, na interface. Por espalhamento entenda-se a remoção de uma pequena parcela de energia da onda incidente de cada bolha e sua subsequente radiação em todas as direções.

A Equação (3.74), entretanto, não é simétrica. Partir-se-á agora para a formulação simétrica do problema.



### 3.6.2 UMA FORMULAÇÃO POTENCIAL SIMÉTRICA

Os coeficientes não-simétricos das matrizes na Equação (3.75) podem ser removidos reformulando-se o problema em termos de um novo vetor desconhecido  $\{q\}$  tal que:

$$\{p\} = \{\dot{q}\} \quad (3.76)$$

Se a segunda parte da Equação (3.75) for dividida por  $-\rho$  e integrada no tempo, e  $\{p\}$  for substituída por  $\{\dot{q}\}$ , obtém-se a forma simétrica:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & -\frac{[Q]}{\rho} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\ddot{q}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] & [A] \\ [A]^T & -\frac{[C]}{\rho} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -\frac{[H]}{\rho} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_1\} \\ -\frac{\{g_2\}}{\rho} \end{Bmatrix} \quad (3.77)$$

na qual:

$$\{g_2(t)\} = \int_0^t \{f_2(\tau)\} d\tau \quad (3.78)$$

A nova variável  $\{q\}$  é, exceto por uma constante multiplicativa, o potencial de velocidade  $\{\phi\}$  usado pelos dinamicistas, desde que:

$$\{p\} = -\rho\{\phi\} \quad (3.79)$$

### 3.6.3 OBSERVAÇÕES

Para problemas em que ambas as matrizes de amortecimento são iguais a zero ( $[B]$  e  $[C]$ ), a reformulação (3.78) pode não oferecer vantagens sobre a Equação (3.75). Por exemplo, para problemas de autovalor ( $\{f_1\} = \{f_2\} = \{0\}$ ), a reformulação converte um problema não-amortecido, não-simétrico em um que é amortecido e

simétrico. Ambos os problemas requerem uma rotina complexa para extração dos autovalores, mesmo se os autovalores são reais. Então não é surpreendente que para cálculos de autovalores de baixa frequência que o fluido é assumido frequentemente incompressível ( $[Q] = 0$ ) tal que o vetor de pressão no problema de autovalor não-amortecido surgindo da Equação (3.75) pode ser eliminado do sistema para conduzir a um problema mais simples de autovalor:

$$([M] + \rho[A][H]^{-1}[A]^T)\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (3.80)$$

Na Equação (3.80), definimos a matriz

$$[M_a] = \rho[A][H]^{-1}[A]^T \quad (3.81)$$

referida como a matriz de massa adicionada.

## 4 MODELO DE INTERAÇÃO MODAL

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste item será apresentada uma teoria de interação modal para a investigação de qualquer estrutura arbitrária de placa radiando som periodicamente em uma cavidade contígua. O modelo permite o uso de fontes acústicas (internas e externas) e fontes estruturais.

Existem muitas aproximações disponíveis para encontrar a resposta para um sistema vibroacústico, apresentaremos nesta tese as três formas mais utilizadas. Este item utiliza uma combinação de duas aproximações que foram usadas com sucesso no passado, Acoplamento Modal (*Modal Coupling Analysis*) e Análise por Elementos Finitos (*Finite Element Analysis*). Fahy, 1985 traz em seu livro um método que sumariza o problema, expressando o sistema vibroacústico em termos dos modos desacoplados do fluido e da estrutura.

### 4.2 FORMULAÇÃO DO MODELO

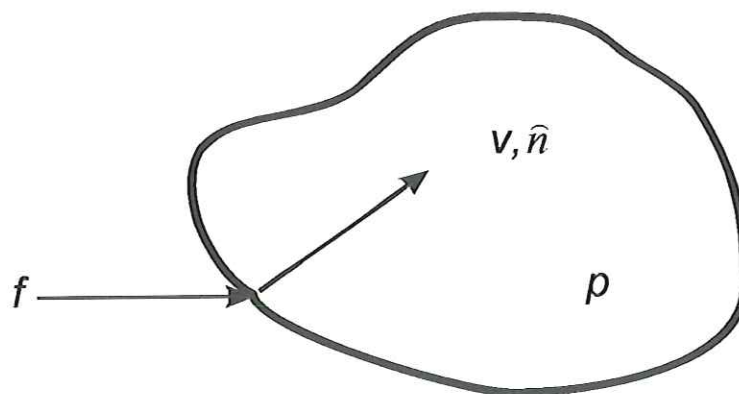
Os modelos analíticos da resposta do sistema são formulados utilizando a teoria de acoplamento modal, apresentada em Pope (1971) e Fahy (1985).

### 4.2.1 RESPOSTA DESACOPLADA

Na próxima seção, é apresentada uma derivação direta e concisa da pressão acústica de uma cavidade devida ao movimento da estrutura da fronteira. A pressão acústica é derivada em termos dos modos normais de uma cavidade com paredes rígidas. As equações de movimento da estrutura são apresentadas em função dos modos normais estruturais *in vacuo*. Finalmente, as equações completas de movimento do acoplamento fluido-estrutura são obtidas usando os fundamentos da teoria de acoplamento modal.

#### 4.2.1.1 RESPOSTA ACÚSTICA DE UMA CAVIDADE COM PAREDES RÍGIDAS

Referindo-se à Figura 4.1, pode ser mostrado que na ausência de fontes no fluido, a pressão acústica,  $p$ , sujeita às condições de fronteira de paredes rígidas,  $\partial p / \partial \hat{n} = 0$ , satisfaz a equação homogênea da onda, como apresentou Fahy (1985).



**Figura 4.1 – Estrutura aleatória vibrando e emitindo onda sonora para a cavidade contígua**



$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.1)$$

na qual  $c_0$  é a velocidade do som no ar. A solução modal da Equação 4.1 em algum ponto da cavidade,  $\{r\}$  é dada por (Humi & Miller (1992)):

$$p(\{r\}) = \sum_{l=1}^{\infty} p_l \phi_l(\{r\}) \quad (4.2)$$

na qual  $p_l$  é a amplitude complexa do  $l$ -ésimo modo de pressão acústica definido pela função modal  $\phi_l$  e pela frequência natural  $\omega_l$ . Para um monopólo com velocidade de volume  $q_c$ , operando na cavidade, pode ser mostrado que a pressão sonora em qualquer ponto  $\{r\}$  na cavidade é (Pope, 1971):

$$p(\{r\}) = j\rho_0 \omega q_c G_a(\{r_c\}|\{r\}) \quad (4.3)$$

na qual  $\rho_0$  é a densidade do ar,  $\omega$  é a frequência de interesse e  $G_a(\{r_c\}|\{r\})$  é a função de Green do espaço acústico, dada por:

$$G_a(\{r_c\}|\{r\}) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\phi_l(\{r_c\})\phi_l(\{r\})}{\Lambda_l Z_l} \quad (4.4)$$

A função de Green para o espaço acústico é a solução da equação não-homogênea de Helmholtz e representa fisicamente a resposta no instante  $\tau$  de uma impulsão unitária transmitida no instante  $\tau$ . É conhecida também como função influência (Butkov, 1978).

Na Equação (4.4),  $\Lambda_l$  é o volume modal do  $l$ -ésimo modo da cavidade, definido como a integração em volume do quadrado da função de modos de vibrar:

$$\Lambda_l = \int_V \phi_l^2(\{r\}) dV(\{r\}) \quad (4.5)$$

na qual  $V$  é o volume da cavidade.  $Z_l$  é a impedância acústica de entrada de uma cavidade de paredes rígidas do  $l$ -ésimo modo da cavidade, dado por:

$$Z_l = (k_l^2 + j\eta_{al}k_lk - k^2) \quad (4.6)$$

na qual  $k$  é o número da onda do som na cavidade e  $k_l$  é o  $l$ -ésimo autovalor da cavidade,  $\eta_{al}$  é o fator de perda modal viscoso do  $l$ -ésimo modo acústico, que é igual ao dobro da razão de amortecimento crítica,  $\xi_{al}$  do  $l$ -ésimo modo da cavidade.

A pressão na cavidade da operação de  $L_a$  fontes acústicas é dada pela superposição linear da pressão devida à cada fonte dada pela Equação 4.3:

$$p(\{r\}) = \sum_{i=1}^{L_a} j\rho_0\omega q_{c,i} G_a(\{r_{c,i}\}|\{r\}) \quad (4.7)$$

na qual  $q_{c,i}$  é a velocidade do volume da  $i$ -ésima fonte acústica localizada na posição  $\{r_{c,i}\}$  no espaço acústico.

Na prática, a função de Green (Equação 4.4) não é calculada em todos os modos, mas sobre um subconjunto de modos, diga-se  $n_a$  modos acústicos. Para a análise numérica, a Equação 4.7 pode ser reescrita em forma matricial em termos das amplitudes das pressões modais,  $\{p\}$ , e a velocidade do volume generalizada,  $\{Q\}$ , i. e.,

$$p(\{r\}) = \{\varphi(\{r\})\}^T \{p\} = \{\varphi(\{r\})\}^T [j\rho_0\omega[\Lambda]]^{-1} \cdot [Z_l]^{-1} \{Q\} \quad (4.8)$$

na qual  $\{\varphi(\{r\})\}$  é o vetor coluna ( $n_a \times 1$ ) dos  $n_a$  modos acústicos calculados em  $\{r\}$ ,  $\{p\}$  é o vetor coluna ( $n_a \times 1$ ) das amplitudes das pressões modais,  $[\Lambda]$  é a matriz diagonal de volume ( $n_a \times n_a$ ), os elementos da diagonal desta matriz dados pela Equação 4.5,  $[Z_l]$  é a matriz diagonal ( $n_a \times n_a$ ) de impedância acústica de entrada

para cavidades com paredes rígidas, os elementos da diagonal desta matriz dados pela Equação 4.6 e  $\{Q\}$  é o vetor generalizado ( $n_a \times 1$ ) de velocidade do volume, o  $l$ -ésimo elemento do qual é dado por  $Q_l = \int_V q(\{r\})\phi_l(\{r\})dV$ .

O sinal  $\bullet$  na Equação 4.8 indica o produto interno elemento por elemento dos dois vetores (Matlab 6.0, 2000).

Para  $L$  fontes discretas, o vetor de velocidade generalizada do volume do sistema modal discreto é:

$$[Q] = [\Phi_L]\{q\}^T \quad (4.9)$$

na qual  $[\Phi_L]$  é a matriz ( $n_a \times L_a$ ) de funções acústicas de modo de vibrar calculada na localização da fonte  $L$  e  $\{q\}$  é o vetor linha ( $1 \times L_a$ ) de excitação de fontes acústicas.

#### 4.2.1.2 RESPOSTA ESTRUTURAL IN-VACUO:

Uma expressão para a velocidade estrutural em algum ponto da estrutura,  $\{x\}$ , pode ser derivada em termos de seus modos *in vacuo* dados por:

$$v(\{x\}) = \sum_{i=1}^{\infty} v_i \psi_i(\{x\}) \quad (4.10)$$

na qual  $v_i$  é a amplitude complexa do  $i$ -ésimo modo estrutural definido pela função de forma  $\psi_i$  e a frequência natural  $\omega_i$ .

Para uma força pontual de resistência,  $f_c$ , operando normal à estrutura, pode ser mostrado que a velocidade em qualquer ponto  $\{x\}$  na estrutura é dada por (Pope, 1971):

$$v(\{x\}) = j\omega f_c \delta(\{x\} - \{x_c\}) G_s(\{x_c\}) \{x\} \quad (4.11)$$

na qual  $G_s(\{x_c\}|\{x\})$  é a função de Green da estrutura dada por:

$$G_x(\{x_c\}|\{x\}) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\{x_c\})\psi_i(\{x\})}{M_i Z_i} \quad (4.12)$$

na qual  $M_i$  e  $Z_i$  são a massa modal e a impedância estrutural de entrada *in vacuo* do  $i$ -ésimo modo, respectivamente, dados por:

$$M_i = \int_S m(\{x\}) \psi_i^2(\{x\}) dA(\{x\}) \quad (4.13)$$

$$Z_i = (\omega_i^2 + j\eta_{si}\omega_i^2 - \omega^2) \quad (4.14)$$

nas quais  $m(\{x\})$  é a densidade superficial da estrutura e  $\eta_{si}$  é o fator de perda modal do  $i$ -ésimo modo estrutural.

A velocidade na estrutura  $L_x$  em que as forças estão aplicadas é dada pela superposição linear da velocidade devida a cada fonte definida pela Equação 4.11:

$$v(\{x\}) = \sum_{i=1}^{L_s} j\omega f_{c,i} \delta(\{x\} - \{x_{c,i}\}) G_s(\{x_{c,i}\}|\{x\}) \quad (4.15)$$

na qual  $f_{c,i}$  é a  $i$ -ésima força localizada na posição  $\{x_{c,i}\}$  na estrutura.

Como foi o caso com a função acústica de Green, a função estrutural de Green (Equação 4.4) é também truncada em um subconjunto de modos estruturais  $n_s$ . A Equação 4.16 pode ser reescrita na forma matricial em termos das amplitudes da velocidade modal,  $v$ , e a força modal generalizada,  $\{F\}$ , como:

$$\{v(\bar{x})\} = \{\psi(\{x\})\}^T [j\omega[M]^{-1} \cdot [Z]^{-1}\{F\}] \quad (4.16)$$

na qual  $\{\psi(\{x\})\}$  é o vetor coluna ( $n_s \times 1$ ) dos  $n_s$  modos estruturais calculados em  $\{x\}$ ,  $\{v\}$  é o vetor coluna ( $n_s \times 1$ ) das amplitudes das velocidades modais,  $[M]$  é a



matriz diagonal de massa modal  $(n_s \times n_s)$ , os elementos da diagonal dessa matriz dados pela Equação 4.14,  $[Z]$  é a matriz diagonal  $(n_s \times n_s)$  da impedância estrutural *in vacuo*, os elementos da diagonal da matriz são dados pela Equação 4.14 e  $\{F\}$  é o vetor coluna de forças generalizadas  $(n_s \times 1)$ , o *i-ésimo* elemento do qual é dado por  $F_i = \int_S f(\{x\})\psi_i(\{x\})dS$ .

Para  $L_s$  forças discretas, o vetor total da força generalizada do sistema modal discreto é,

$$\{F\} = [\Psi_i]\{f\}^T \quad (4.17)$$

na qual  $[\Psi_i]$  é a matriz  $(n_s \times L_s)$  das funções de forma estruturais calculadas para as locações  $L_s$  das forças e  $\{f\}$  é o vetor linha  $(1 \times L_s)$  das forças discretas complexas.

#### 4.2.2 RESPOSTA ACOPLADA

Tendo deduzido os modelos modais desacoplados, é necessário acoplá-los usando a teoria de acoplamento modal. A pressão do fluido na superfície da estrutura é o agente pelo qual o fluido influencia o movimento estrutural, e a velocidade normal da superfície da estrutura é o agente pelo qual a estrutura influencia o comportamento do fluido (Fahy, 1985).

A equação que governa o sistema vibroacústico é a equação não-homogênea da onda:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = q \quad (4.18)$$

na qual  $\Phi$  é a função potencial acústica e é relacionada com a pressão acústica e velocidade da partícula de fluido pela relação:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (4.19)$$

$$v = \nabla \Phi \quad (4.20)$$

Daí, se as fronteiras da cavidade são rígidas, então  $\partial \Phi / \partial \hat{n} = 0$ , na qual  $\hat{n}$  é a normal à superfície da fronteira. A condição de contorno sob uma estrutura flexível é determinada pela continuidade da normal da velocidade da partícula de ar e a velocidade normal da partícula na estrutura, isto é,  $\partial \Phi / \partial \hat{n} = \partial \omega / \partial t$ , na qual  $\omega$  é o deslocamento estrutural normal à superfície. Pode ser demonstrado que as Equações modais acopladas de movimento para a estrutura e a cavidade em termos de  $\omega$  e  $\Phi$  são dadas por (Fahy, 1985):

$$\ddot{w}_i + \omega_i^2 w_i = -\frac{\rho_0 S}{M_i} \sum_{l=1}^{\infty} \dot{\Phi}_l B_{l,i} + \frac{F_i}{M_i} \quad (4.21)$$

$$\ddot{\Phi}_l + \omega_l^2 \Phi_l = \frac{c_0^2 S}{\Lambda_l} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{w}_i B_{l,i} - \frac{c_0^2 Q_l}{\Lambda_l} \quad (4.22)$$

nas quais  $\Phi_l$  é o potencial do  $l$ -ésimo modo acústico,  $Q_l$  e  $\Lambda_l$  são a velocidade do volume generalizada e o volume modal do  $l$ -ésimo modo acústico,  $w_i$  é o deslocamento modal do  $i$ -ésimo modo estrutural (positivo normal saindo da estrutura),  $F_i$  e  $M_i$  são a força generalizada e a massa modal do  $i$ -ésimo modo

estrutural.  $B_{l,i}$  é o coeficiente de acoplamento adimensional entre o  $l$ -ésimo modo acústico e o  $i$ -ésimo modo estrutural, definido como (Pope, 1971):

$$B_{l,i} = \frac{1}{S} \int_S \phi_l(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) dA(\vec{r}) \quad (4.23)$$

É possível rearranjar as Equações (4.21) e (4.22) em termos das amplitudes modais da velocidade estrutural e pressão da cavidade. Resolvendo a Equação (4.22) para a frequência arbitrária  $\omega$  e usando a expressão  $\ddot{\Phi}_l = -\omega^2 \Phi_l$ , tem-se:

$$\Phi_l = \frac{c_0^2}{\Lambda_l(\omega_l^2 - \omega^2)} \left[ S \sum_{i=1} v_i B_{l,i} - Q_l \right] \quad (4.24)$$

Adicionando *ad hoc* termos de amortecimento para a cavidade,  $j\eta_{ap}\omega_p\omega$ , à Equação (4.24) e usando  $p = -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -j\rho_0\omega\Phi$  uma expressão para a pressão modal na cavidade resultando da estrutura e de fontes acústicas do interior, é dada por:

$$p_l = \frac{j\rho_0 c_0^2 \omega}{\Lambda_l(\omega_l^2 + j\eta_{al}\omega_l\omega - \omega^2)} \left[ -S \sum_{i=1} v_i B_{l,i} + Q_l \right] \quad (4.25)$$

e reescrevendo em termos do número da onda:

$$p_l = \frac{j\rho_0 \omega}{\Lambda_l(k_l^2 + j\eta_{al}k_l k - k^2)} \left[ -S \sum_{i=1} v_i B_{l,i} + Q_l \right] \quad (4.26)$$

Resolvendo Equação 4.21 para frequência arbitrária  $\omega$  e usando as expressões  $\ddot{w}_i = -\omega^2 w_i$  e  $\Phi_l = -p_l / \rho_0$ , tem-se:

$$w_i = \frac{1}{M_i(\omega_i^2 - \omega^2)} \left[ S \sum_{l=1} p_l B_{l,i} + F_i \right] \quad (4.27)$$

Adicionando os termos de amortecimento *ad hoc* para a estrutura,  $j\eta_{si}\omega_i^2$  à Equação 4.27 e usando  $v_i = \dot{w}_i = j\omega w_i$  uma expressão para a velocidade modal da estrutura resultando de ambos, acústica interior e forças estruturais, é dada por:

$$v_i = \frac{j\omega}{M_i(\omega_i^2 + j\eta_{si}\omega_i^2 - \omega^2)} \left[ S \sum_{l=1} p_l B_{l,i} + F_i \right] \quad (4.28)$$

#### 4.2.2.1 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ESTRUTURA – ACÚSTICA INTERIOR, $Z_a$

As amplitudes modais de pressão da cavidade como um resultado da vibração da estrutura podem ser obtidas da Equação 4.26:

$$\{p\} = [Z_a] \{v\} \quad (4.29)$$

na qual  $[Z_a]$  é a matriz  $(n_a \times n_s)$  de função de transferência estrutural para radiação modal acústica interna, os termos da qual são:

$$Z_a(l,i) = -\frac{j\rho_0 S \omega}{\Lambda_l(k_l^2 + j\eta_{al}k_l k - k^2)} B_{l,i} \quad (4.30)$$

Apesar de derivada independentemente por meio de uma formulação potencial, a Equação 4.30 é idêntica àquela dada por Snyder & Hansen (1994a), a



não ser o sinal da expressão. Daí, para uma normal positiva direcionada para dentro da cavidade,  $[Z_a]$  é dada por:

$$Z_a(l,i) = \frac{j\rho_0 S \omega}{\Lambda_l(k_l^2 + j\eta_{al}k_l k - k^2)} B_{l,i} \quad (4.31)$$

#### 4.2.2.2. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ACÚSTICA INTERIOR PARA ESTRUTURA, $Z_b$

Reescrevendo a Equação 4.28 na forma matricial, as amplitudes das velocidades modais da estrutura surgindo da pressão acústica são dadas por:

$$\{v\} = [Z_b] \{p\} \quad (4.32)$$

na qual  $[Z_b]$  é a função  $(n_s \times n_a)$  acústica para radiação estrutural modal interna, os termos da qual são:

$$Z_b(l,i) = \frac{jS\omega}{M_i Z_i} B_{l,i} \quad (4.33)$$

Para direção normal positiva  $Z_b$  é dada por:

$$Z_b(l,i) = -\frac{jS\omega}{M_i Z_i} B_{l,i} \quad (4.34)$$

Equacionado o sistema vibroacústico, o item 4.2.2.3 tratará de resolver o sistema de equações, considerando a resposta forçada, excitação acústica e excitação estrutural.

#### 4.2.2.3. SOLUÇÃO DO SISTEMA ACOPLADO DE EQUAÇÕES

Fontes acústicas – Considere a resposta forçada do sistema devido a fontes acústicas somente. A resposta da cavidade é dada pela Equação 4.26. A solução fechada para a resposta da cavidade com uma normal positiva, é obtida com a substituição da Equação 4.28 na Equação 4.26 para as amplitudes de velocidade e desprezando o termo de força,

$$p_r = \frac{j\rho_0\omega}{\Lambda_r(k_r^2 + j\eta_{ar}k_rk - k^2)} \left[ -S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{j\omega}{M_i Z_i} \left[ S \sum_{l=1}^{\infty} p_l B_{l,i} \right] B_{r,i} + Q_r \right] \quad (4.35)$$

Rearranjando os termos, tem-se:

$$\frac{-j\Lambda_r(k_r^2 + j\eta_{ar}k_rk - k^2)}{\rho_0\omega} p_r = j\omega S^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B_{l,i} B_{r,i}}{M_i Z_i} p_l + Q_r \quad (4.36)$$

Para uma normal positiva:

$$\frac{-j\Lambda_r(k_r^2 + j\eta_{ar}k_rk - k^2)}{\rho_0\omega} p_r = -j\omega S^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B_{l,i} B_{r,i}}{M_i Z_i} p_l + Q_r \quad (4.37)$$

Se a soma infinita ao longo de  $l$  e  $i$  é truncada em  $n_a$  modos acústicos e  $n_s$  modos estruturais, respectivamente, a resposta da cavidade ao número finito de fontes monopólo pode ser escrita matricialmente como:

$$\{p\} = [Z_q]^{-1} \{Q\} \quad (4.38)$$

na qual  $\{p\}$  é o vetor ( $n_a \times 1$ ) de participação de pressão acústica (cada elemento do qual representando a amplitude da pressão modal de um modo acústico particular),  $\{Q\}$  é o vetor total ( $n_a \times 1$ ) generalizado de velocidade do volume (cada elemento do qual representando a contribuição relativa das fontes acústicas em um modo particular) e  $[Z_q]$  é a matriz ( $n_a \times n_a$ ) de impedância acústica de entrada para uma normal positiva, os termos da qual são:

$$Z_q(u, u) = j\omega S^2 \sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_{u,i} B_{u,i}}{M_i Z_i} - \frac{j\Lambda_u (k_u^2 + j\eta_{au} k_u k - k^2)}{\rho_0 \omega}, \text{ termos da diagonal}$$

$$Z_q(u, v) = j\omega S^2 \sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_{u,i} B_{v,i}}{M_i Z_i}, \text{ termos fora da diagonal}$$

nas quais  $u$  e  $v$  referem-se aos  $u$ -ésimo e  $v$ -ésimo modos acústicos,  $Z_q(u, v)$  representa a resposta à pressão do modo  $v$  para uma resposta unitária do modo  $u$ . Note-se que a inversa do segundo termo para a expressão da diagonal é simplesmente a matriz de impedância da velocidade do volume para condições de parede rígida.

O termo  $j\omega S^2 \sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_{u,i} B_{v,i}}{M_i Z_i}$  é conhecido como o termo de acoplamento

girostático. Foi desprezado por Snyder & Hansen, 1994a.

Note que para alguns sistemas fracamente acoplados (acústica – estrutura) é possível desprezar a interação estrutural – acústica quando predizendo o campo de pressão sonora em uma cavidade sob operação de fontes acústicas apenas. Entretanto, nas ressonâncias estruturais, desprezando a interação em sistemas realísticos deve resultar em alguma discrepância entre os resultados teóricos e

experimentais (Fanzini & Dowell 1995, Fanzoni & Bliss, 1998) e sem o termo acústico-estrutural não existe a reciprocidade.

Fontes estruturais – Considere a resposta forçada do sistema devido a forças estruturais apenas. A resposta estrutural é dada pela Equação 4.28. A solução para a resposta estrutural é obtida substituindo a Equação 4.26 para amplitudes de pressão na Equação 4.28 e desprezar o termo de velocidade do volume:

$$v_r = \frac{j\omega}{M_r Z_r} \left[ -S \sum_{l=1}^{\infty} \frac{j\rho_0 \omega}{\Lambda_l (k_l^2 + j\eta_{al} k_l k - k^2)} \left[ S \sum_{i=1}^{\infty} v_i B_{l,i} \right] B_{l,r} + F_r \right] \quad (4.39)$$

Rearranjando:

$$\frac{-jM_r Z_r}{\omega} v_r = -j\omega \rho_0 S^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{B_{l,i} B_{l,r}}{\Lambda_l (k_l^2 + j\eta_{al} k_l k - k^2)} v_i + F_r \quad (4.40)$$

Se a soma infinita em  $l$  e  $i$  é truncada para  $n_a$  modos acústicos e  $n_s$  modos estruturais, a resposta da estrutura para um número finito de forças pode ser escrito na forma matricial:

$$\{v\} = [Z_r]^{-1} \{F\} \quad (4.41)$$

na qual  $\{v\}$  é o vetor ( $n_s \times 1$ ) dos fatores de participação da velocidade modal estrutural,  $\{F\}$  é a força total generalizada e  $[Z_r]$  é a matriz ( $n_s \times n_s$ ) de impedância modal estrutural, cujos termos são iguais a:

$$Z_l(u, u) = j\omega \rho_0 S^2 \sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_{l,u} B_{l,u}}{\Lambda_l (k_l^2 + j\eta_{al} k_l k - k^2)} - \frac{jM_u Z_u}{\omega}, \text{ termos da diagonal}$$

$$Z_l(u, v) = j\omega \rho_0 S^2 \sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_{l,u} B_{l,v}}{\Lambda_l (k_l^2 + j\eta_{al} k_l k - k^2)}, \text{ termos fora da diagonal.}$$



Na qual  $u$  e  $v$  referem-se ao  $u$ -ésimo e  $v$ -ésimo modos estruturais,  $Z_l(u, v)$  representa a resposta da estrutura no modo  $v$  a uma entrada unitária no modo  $u$ .

#### 4.2.2.4. EXPRESSÃO GERAL PARA RESPOSTA ACOPLADA

Usando as Equações (4.38), (4.29) e (4.41) as amplitudes da pressão modal originada da velocidade do volume de um monopólo e forças estruturais pontuais são dadas por:

$$\{p\} = [Z_q]^{-1} \{Q\} + [Z_a][Z_l]^{-1} \{F\} \quad (4.42)$$

A pressão em qualquer ponto pode ser obtida substituindo a Equação (4.42) na Equação (4.2).

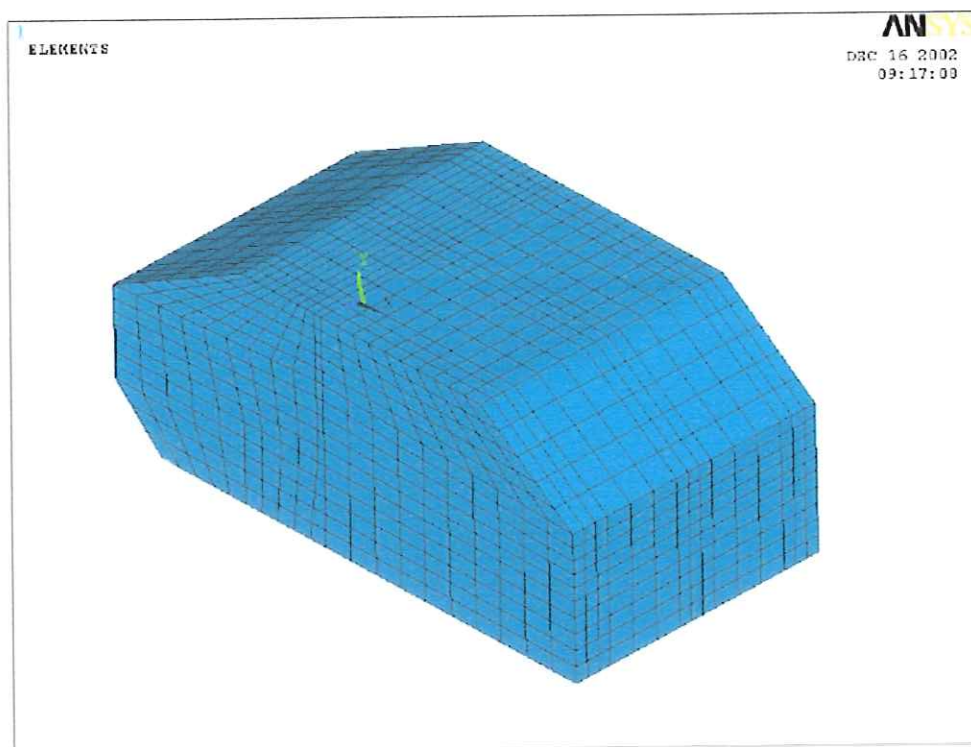
Usando as Equações (4.38), (4.32) e (4.41) as velocidades estruturais modais originárias da velocidade do volume de um monopólo e forças estruturais pontuais são dadas por:

$$\{v\} = [Z_b][Z_q]^{-1} \{Q\} + [Z_l]^{-1} \{F\} \quad (4.43)$$

A velocidade estrutural em qualquer ponto pode ser obtida substituindo a Equação (4.43) na Equação (4.11).

## 5 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Para a obtenção dos modos acústicos extraídos com o auxílio do programa de elementos finitos, consideraram-se rígidas todas as paredes do protótipo, tendo sido utilizado o elemento FLUID30, tridimensional, tetraédrico, que possui um total de 8 nós e 4 graus de liberdade por nó, incluindo a pressão sonora. Este elemento permite a interação com a estrutura, mas para este problema, esta opção está desativada, já que a estrutura é considerada rígida. O número de elementos do modelo é de 4500 e o mesmo possui 6546 nós. A malha apresentada na Figura 5.1 é a malha para o problema com modificação estrutural, ou seja, presença de bancos, que pode ser usada para todos os casos – puramente acústico, vibroacústico e vibroacústico com presença de bancos, bastando para isso modificar-se o tipo de material relacionado com os elementos. Não foram aplicadas cargas ao modelo, pois deseja-se a extração dos seus modos e frequências naturais. Foi selecionada a faixa de frequência de 0 a 300 Hz, considerada faixa de baixas frequências, e o tipo de método de extração modal foi o não-simétrico (Unsymmetric, no Ansys). A última etapa consiste no pós-processamento e lida apenas com a questão da visualização dos resultados, ficando a critério do programador a que melhor lhe convier. A Figura 5.1 mostra a malha para este caso.



**Figura 5.1 – Malha do protótipo para o cálculo dos modos acústicos**

Para a obtenção dos modos vibroacústicos, foram utilizados os elementos FLUID30 (que permite a interação com a estrutura) e SHELL63, para o teto de alumínio de 1 mm de espessura. O elemento SHELL63 possui 4 nós, 6 graus de liberdade por nó, incluindo os três rotacionais. A parte acústica foi feita em duas camadas, a do interior da cavidade, com a opção de interação com a estrutura desabilitada e uma camada adjacente à placa com a opção de interação habilitada, por questão de otimização do modelo em elementos finitos, para consumir um menor tempo computacional. A construção do modelo em elementos finitos do protótipo, para análise modal vibroacústica, consiste em três partes: o pré-processamento, que engloba a construção do modelo, definição dos elementos associados a cada volume e área, definição da geometria e propriedades mecânicas do material. Nesta primeira etapa, foram definidos três tipos de elementos: o FLUID30, sem interface fluido-



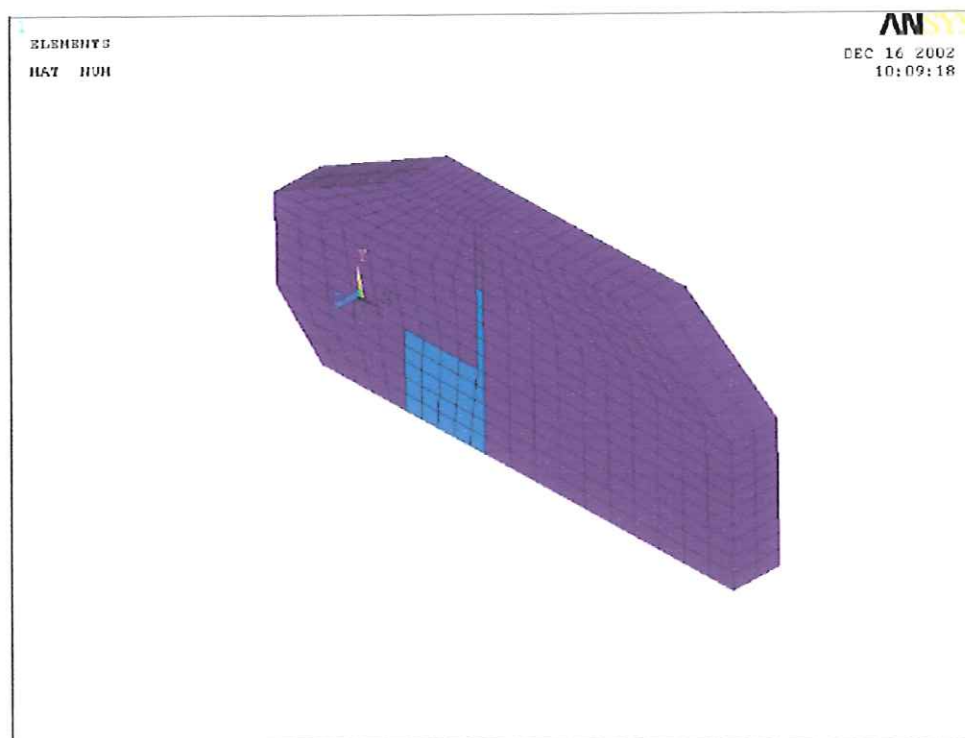
estrutura, que compõe toda a região interna do protótipo, o FLUID30 com interface fluido-estrutura, que compõe uma fatia do volume da cabine, que está em contato com o teto e o SHELL63, que é o elemento do teto. Após a criação dos volumes e conseqüentemente, da geometria do protótipo, é necessário construir a malha. No caso, a malha foi mapeada e o número de nós de elementos pré-definido. Após este passo, foram determinadas as condições de contorno para toda a cabine. Para os nós internos da cavidade, não existe qualquer tipo de deslocamento, a única variável agindo nestes nós é a pressão. Na chapa de alumínio, todos os nós da extremidade estão engastados, ou seja, os deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  são iguais a zero. Também nestes nós não são permitidas quaisquer rotações. Nos nós internos da chapa, são permitidos deslocamentos e rotações. Os nós que correspondem à interação do fluido com a estrutura, ou seja, os nós da chapa que estão em contato com o fluido, são selecionados e ali é aplicada a interação entre o fluido e a estrutura, usando-se o comando FSI do Ansys. Após esses passos, parte-se para a segunda etapa, que é a solução do problema. Foi escolhido o tipo de análise modal, com extração de 20 modos, na faixa de frequência de 0 a 200 Hz e o tipo de método de extração modal foi o não-simétrico (Unsymmetric, no Ansys). A terceira etapa consiste no pós-processamento e lida apenas com a questão da visualização dos resultados, ficando a critério do programador a que melhor lhe convier.

A malha utilizada para este caso é a mesma da Figura 5.1.

Para o problema vibroacústico com modificação estrutural – presença de bancos no interior da cavidade foi utilizada a mesma malha da Figura 5.1. A malha referente aos bancos recebe agora o elemento SOLID45, que tem 8 nós e 6 graus de



liberdade por nó. A Figura 5.2 mostra um corte da malha apresentada na Figura 5.1, na qual pode-se visualizar a presença do banco (em azul).



**Figura 5.2 – Detalhe da malha da Figura 5.1, com destaque para o banco no interior da cavidade.**

## 6 ASPECTOS EXPERIMENTAIS

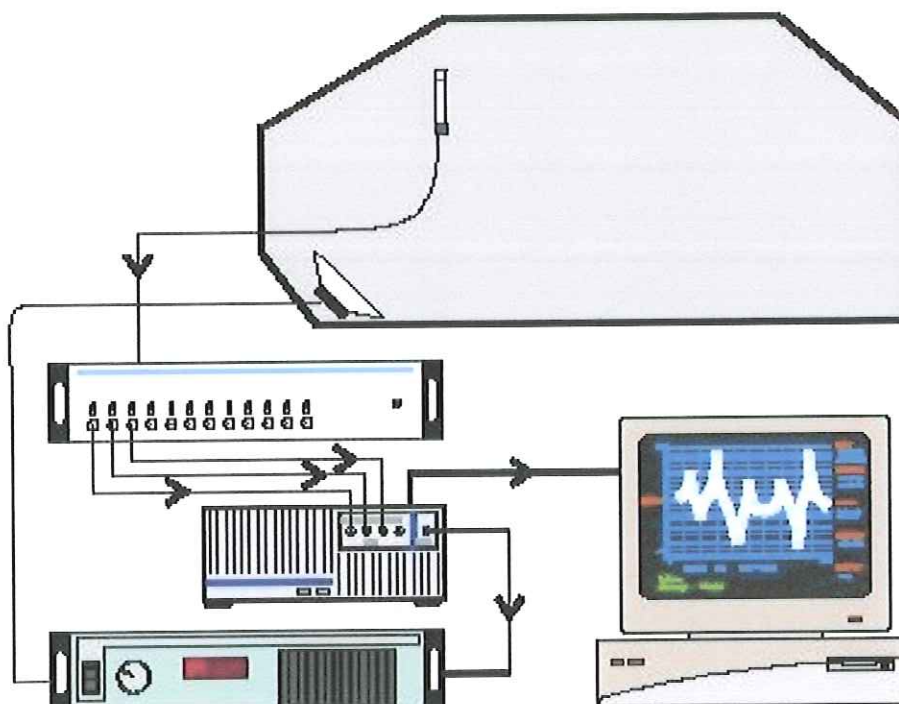
O experimento divide-se em duas partes fundamentais, a análise modal acústica, em que todas as paredes do protótipo são rígidas na faixa de frequência de interesse e os parâmetros extraídos são os modos acústicos no interior da cavidade. Pretende-se coletar medidas de FRFs acústicas, sendo necessário, para tanto, a confecção do sistema de aquisição da velocidade do volume de fluido. A segunda parte é a análise modal vibroacústica, que consiste em obter os parâmetros modais, frequências naturais e modos de vibrar da cavidade com um teto flexível, feito de chapa de alumínio de 1 mm de espessura. Nesta etapa foi estudada a possibilidade de obtenção dos modos da chapa utilizando-se excitação acústica, comparando-os com os resultados obtidos por meio da excitação mecânica, via excitador. Foram obtidas as FRFs vibroacústicas, pressão por força e os modos acústicos utilizando-se o excitador eletrodinâmico. Nesta etapa, foram estudados diversos fatores que influenciam na aquisição correta da distribuição de pressão no interior da cabine: a posição do excitador e conseqüente influência do fator de contribuição modal, excitação dupla, com excitador e alto-falante, simultaneamente, o tipo de suspensão utilizado para a simulação do sistema livre-livre e o controle da força, que é fundamental para a obtenção dos modos acústicos em frequências abaixo de 100 Hz.

## **6.1 DESCRIÇÃO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL ACÚSTICA DO PROTÓTIPO**

Nesta etapa do estudo experimental, foram medidos, usando-se um microfone pré-polarizado, os valores RMS das pressões sonoras no interior da cavidade, em 130 pontos diferentes, ao longo de uma seção transversal da cavidade. A excitação foi feita utilizando-se um alto-falante ARLEN, de 12 polegadas de diâmetro, não-selado. Os equipamentos utilizados para a aquisição dos valores de pressão sonora foram:

- Analisador de Sinais Tektronix 2630, 4 canais de entrada, com capacidade de aquisição de 25 a 1600 linhas espectrais e taxa de aquisição de 5 a 25 KHz, com filtro anti-aliasing;
- Alto-falante ARLEN ALW 12, com potência de 500 W e resposta em frequência a partir de 50 Hz (gráfico de resposta em frequência no Anexo 5);
- Microfones pré-polarizados G. R. A. S. 40 AE ½”, de sensibilidade 49 mV/Pa;
- Condicionador de sinais PCB, Series 481A, de 16 canais, com acuracidade de condicionamento do sinal de 12 bits e ganho fixo 5x ou 10x;
- Amplificador de potência MB Dynamics, modelo SL500VCF, utilizado para amplificar a potência enviada para o alto-falante.

A Figura 6.1 mostra um diagrama esquemático da bancada experimental para a aquisição dos modos acústicos da cavidade.



**Figura 6.1 – Esquema da bancada experimental para a medição dos modos acústicos**

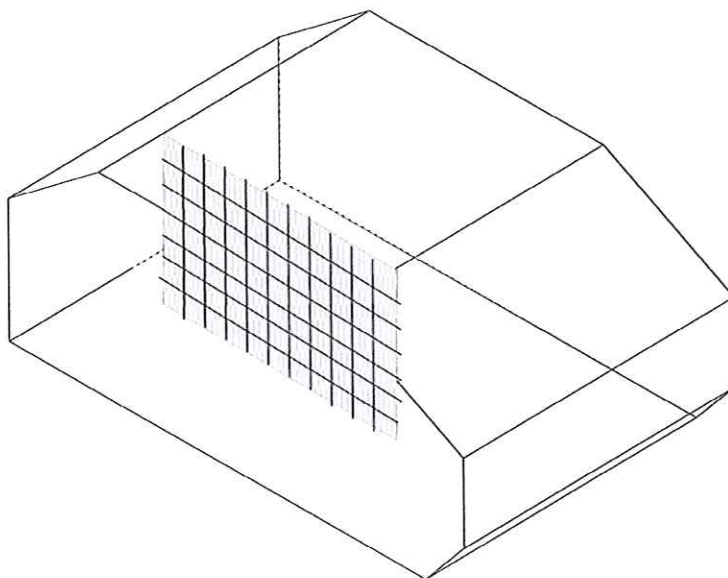
Considerando-se os resultados obtidos por intermédio do Ansys para o modelo em elementos finitos do protótipo, definiu-se a seguinte metodologia para obtenção dos modos acústicos da cabine (detalhes do projeto do protótipo da cabine podem ser encontrados no Anexo 3):

- Excitação senoidal na frequência desejada (cinco primeiros modos, que varrem até faixas de frequência inferiores a 300 Hz). O sinal senoidal é selecionado no computador e enviado para o amplificador de potência, que por sua vez manda o sinal para o alto-falante, excitando então o interior da cabine.

O protótipo neste caso é inteiramente de acrílico, de espessura de 10 mm, incluindo o teto, para que não exista interferência estrutural no campo de pressão



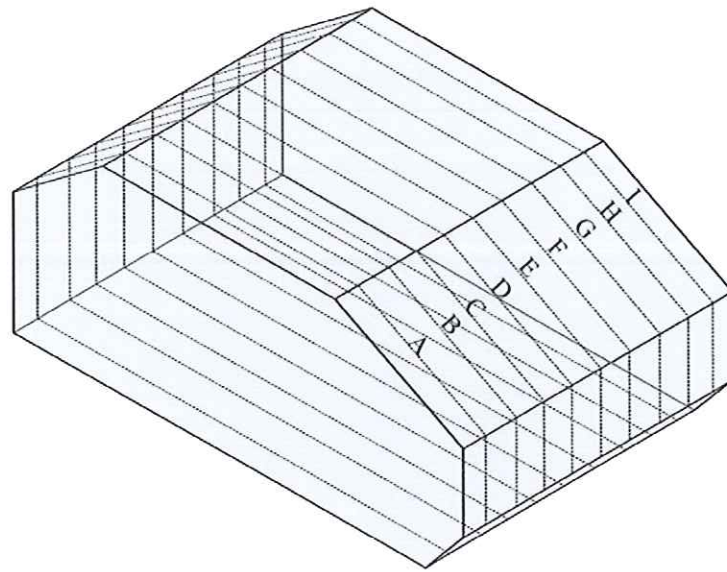
sonora. Foi feita uma malha ao longo do interior do protótipo, de modo que se levantassem 130 pontos por plano, num total de 9 planos, como pode ser visto na Figura 6.3.



**Figura 6.2 – Esquema da malha de medição da pressão acústica no interior da cavidade**

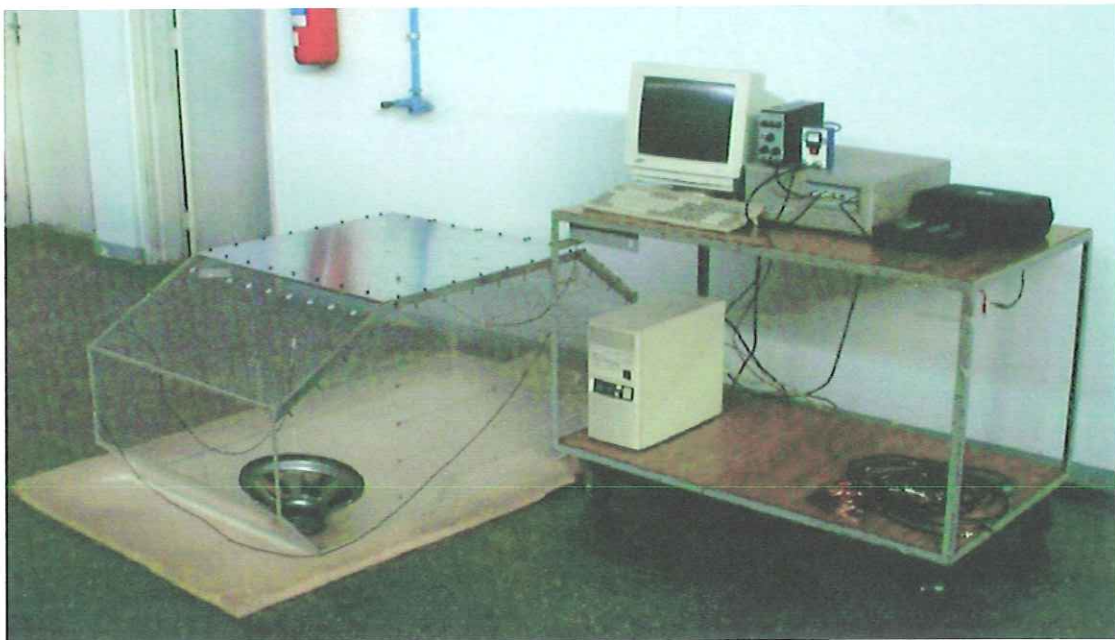
O microfone foi posicionado no interior da cavidade utilizando-se um sistema de fios de náilon. Os dados de pressão obtidos foram tratados com um programa feito no Matlab 6.0 e os gráficos foram construídos utilizando-se o mesmo programa. O microfone tem excelente diretividade para frequências abaixo de 500 Hz, o que permitiu uma flexibilidade maior quanto ao seu posicionamento no interior da cabine.

Para cada frequência de excitação, foram varridos os 130 pontos, para que se pudesse levantar o campo de pressão sonora no interior do veículo e portanto os chamados modos acústicos. As frequências de excitação foram determinadas por meio do modelo em elementos finitos.



**Figura 6.3 – Planos de medição da pressão sonora no interior da cavidade.**

A Figura 6.4 traz uma foto com a montagem da bancada experimental, para o caso da aquisição dos modos acústicos.



**Figura 6.4 – Montagem da bancada experimental para a medição dos modos acústicos**

## **6.2 DESCRIÇÃO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL VIBROACÚSTICA DO PROTÓTIPO**

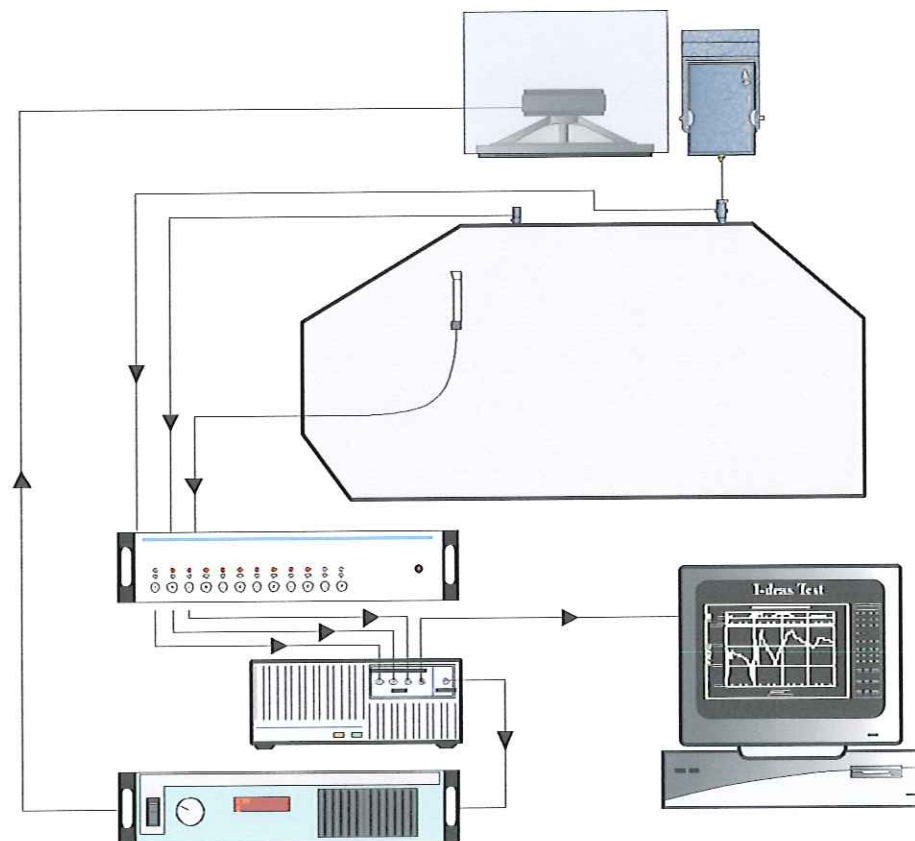
Nesta parte do ensaio experimental, foram medidos, usando-se um microfone pré-polarizado, os valores RMS das pressões sonoras no interior da cavidade, em 130 pontos diferentes, ao longo de uma seção transversal da cavidade e as acelerações da chapa de alumínio, medidas em 232 pontos diferentes, varrendo toda a sua área. A excitação foi feita utilizando-se um alto-falante ARLEN, de 12 polegadas de diâmetro, selado e não-selado e também por meio de um excitador eletrodinâmico MB Dynamics, cuja especificação é apresentada abaixo. Os equipamentos utilizados para a aquisição dos valores de pressão sonora foram:

- Analisador de Sinais Tektronix 2630, 4 canais de entrada, com capacidade de aquisição de 25 a 1600 linhas espectrais e taxa de aquisição de 5 a 25 KHz, com filtro anti-aliasing;
- Analisador de sinais Agilent VXI E1432, de 16 canais de entrada, taxa de amostragem máxima de 51,2 KSa/s, filtro anti-aliasing 10 Hz – 23 KHz;
- Alto-falante ARLEN ALW 12, com potência de 500 W e resposta em frequência a partir de 30 Hz;
- Microfone pré-polarizado G. R. A. S. 40 AE ½”, de sensibilidade igual a 49 mV/Pa;
- Condicionador de sinais PCB, Series 481A, de 16 canais, com acuracidade de condicionamento do sinal de 12 bits e ganho fixo 5x ou 10x;
- Amplificador de potência MB Dynamics, modelo SL500VCF, utilizado para amplificar a potência enviada para o alto-falante.
- Acelerômetro B&K 4374 (Sensibilidade de 1,06 pC/g e massa igual a 0,5 g);

- Transdutor de força Kistler 912;
- Condicionadores de sinais B&K 2626;
- Excitador eletrodinâmico MB Dynamics Modal 50A, faixa de trabalho de 5 Hz a 2 KHz, valores máximos de força iguais a 25 libras ou 50 libras.

Para a aquisição e tratamento dos sinais foi utilizado o programa IDEAS 8.

A Figura 6.5 ilustra a montagem da bancada experimental para o caso vibroacústico.



**Figura 6.5 – Esquema da bancada experimental para a medição dos modos vibroacústicos**



Para a obtenção das FRFs vibroacústicas, foi utilizado um excitador eletrodinâmico como excitação estrutural, tendo sido o teto do protótipo substituído por uma placa flexível de alumínio de 1 mm de espessura, de modo a criar uma interação entre o fluido e a estrutura nesta área relativa ao teto. O sinal de entrada (força, medida usando-se um transdutor de força posicionado na extremidade da stinger, no excitador) pelo sinal de saída (pressão acústica medida com um microfone). Foram medidos um total de 1024 pontos, na faixa de frequência de 0-200 Hz. O sinal enviado para o excitador foi o aleatório com média zero e a janela utilizada foi a Hanning.

Para a obtenção dos modos vibratórios da chapa foi utilizado o seguinte procedimento: a excitação foi feita usando-se do alto-falante, com sinal do tipo senoidal, em algumas frequências pré-estabelecidas, sem janela, e adquiridos os sinais de saída do acelerômetro em 232 pontos da placa de alumínio. O alto-falante foi posicionado numa extremidade da cabine e depois no meio dela, para verificar a influência do seu posicionamento na aquisição dos modos vibratórios da chapa. Nesta parte do experimento não foram utilizadas a excitação estrutural e resposta acústica para o cálculo da FRF.

Para a aquisição dos modos vibroacústicos, utilizou-se o excitador eletrodinâmico, adquirindo a força como grandeza de entrada e a pressão sonora, por meio de um microfone no interior da cabine, como variável de saída. O microfone foi posicionado em diversos pontos no interior da cavidade com o auxílio de fios de náilon que permitiam o posicionamento do microfone em qualquer ponto desejado, dentro da estrutura. Após o conhecimento das frequências naturais vibroacústicas do sistema, obtidas por meio das FRFs vibroacústicas, diversas frequências foram

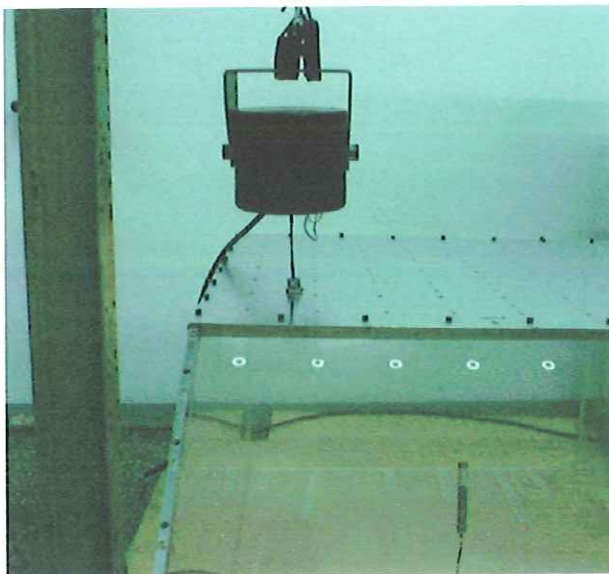
sintonizadas, sinais senoidais enviados ao excitador e adquirida a aceleração em 232 pontos ao longo da chapa e o valor RMS da pressão sonora ao longo de 139 pontos de um mesmo plano, no interior da cavidade.

A Figura 6.6 traz o esquema da montagem da bancada experimental para o caso da medição da FRF vibroacústica e dos modos vibroacústicos.



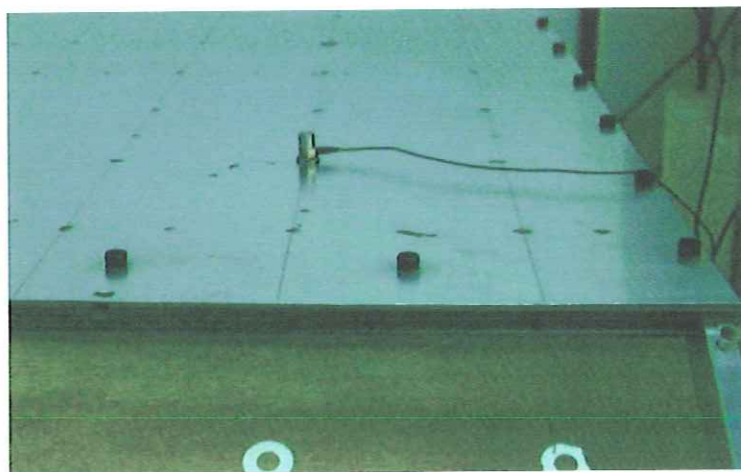
**Figura 6.6 – Esquema da bancada experimental para a medição das FRFs vibroacústicas e dos modos vibroacústicos**

A Figura 6.7 traz o detalhe do posicionamento do excitador, utilizado na medição das FRFs vibroacústicas.



**Figura 6.7 – Detalhe da montagem do excitador na estrutura**

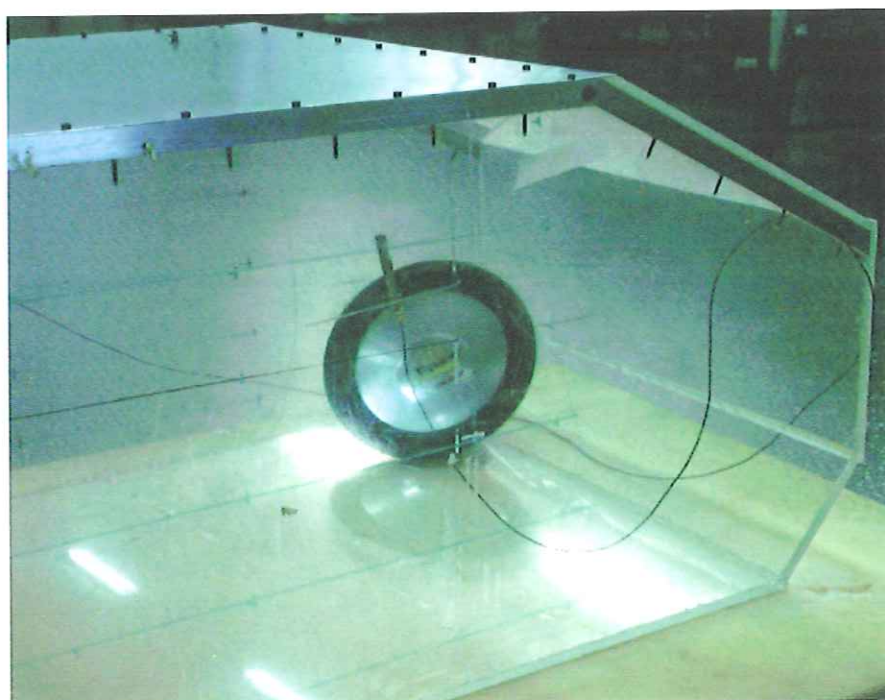
A Figura 6.8 mostra o detalhe do posicionamento do acelerômetro, utilizado para levantar os modos de vibrar da chapa de alumínio.



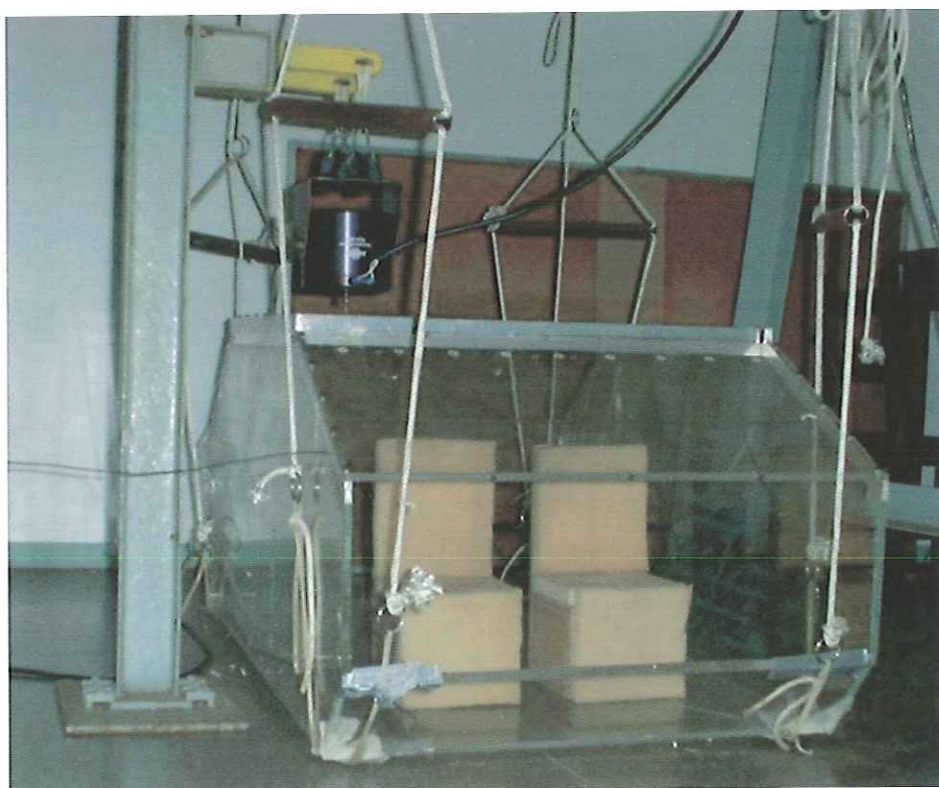
**Figura 6.8 – Detalhe do posicionamento do acelerômetro**

A Figura 6.9 mostra o detalhe do posicionamento do alto-falante para a determinação dos modos vibroacústicos.





**Figura 6.9 – Detalhe do posicionamento do alto-falante**



**Figura 6.10 – Montagem experimental, com detalhe para a suspensão**



## 7 RESULTADOS

### 7.1 RESULTADOS OBTIDOS POR MEIO DA SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

#### 7.1.1 MODOS ACÚSTICOS

Desta forma, escolhendo-se a análise modal e o método não-simétrico para extração dos parâmetros modais, na faixa de 0 a 500 Hz, obtivemos as seguintes frequências naturais, mostradas nas Figuras 7.1 a 7.5.

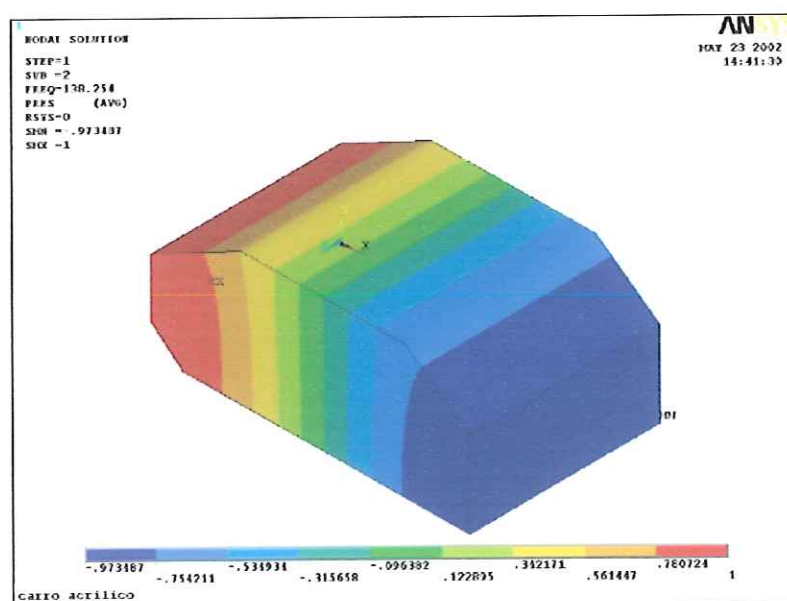


Figura 7.1 – Primeiro modo acústico (138 Hz)

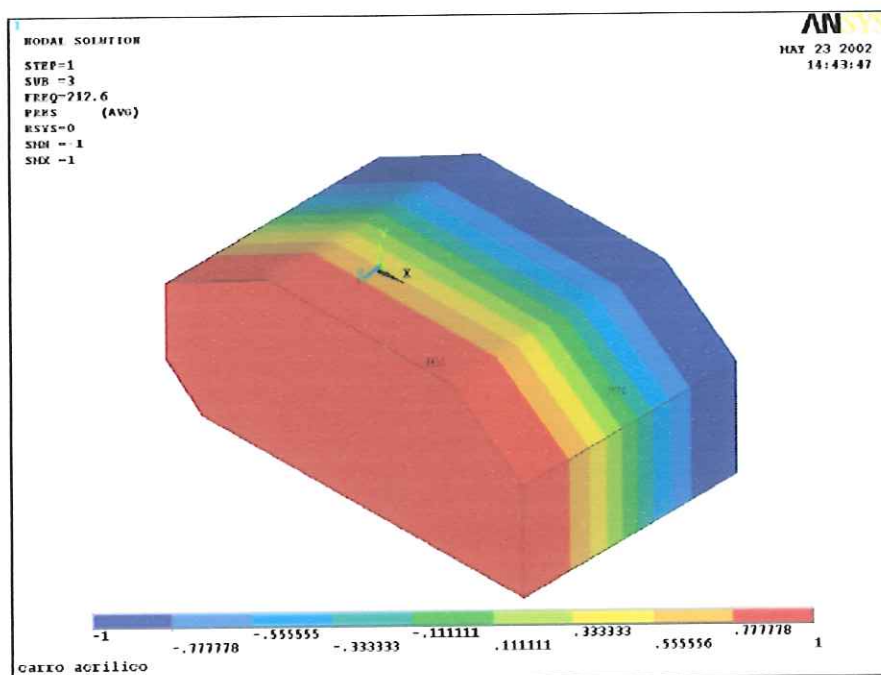


Figura 7.2 – Segundo modo acústico (213 Hz)

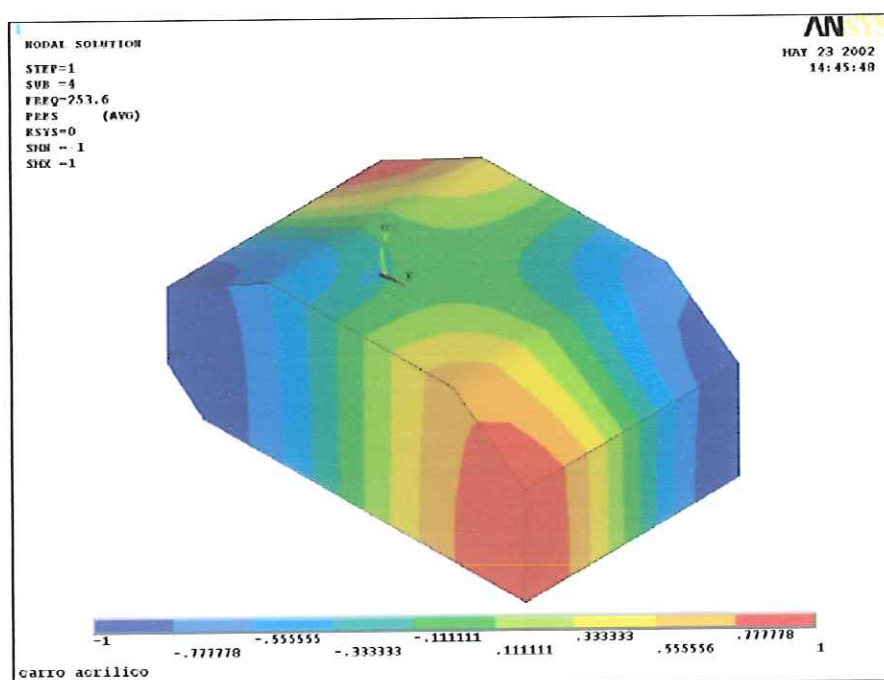


Figura 7.3 – Terceiro modo acústico (254 Hz)

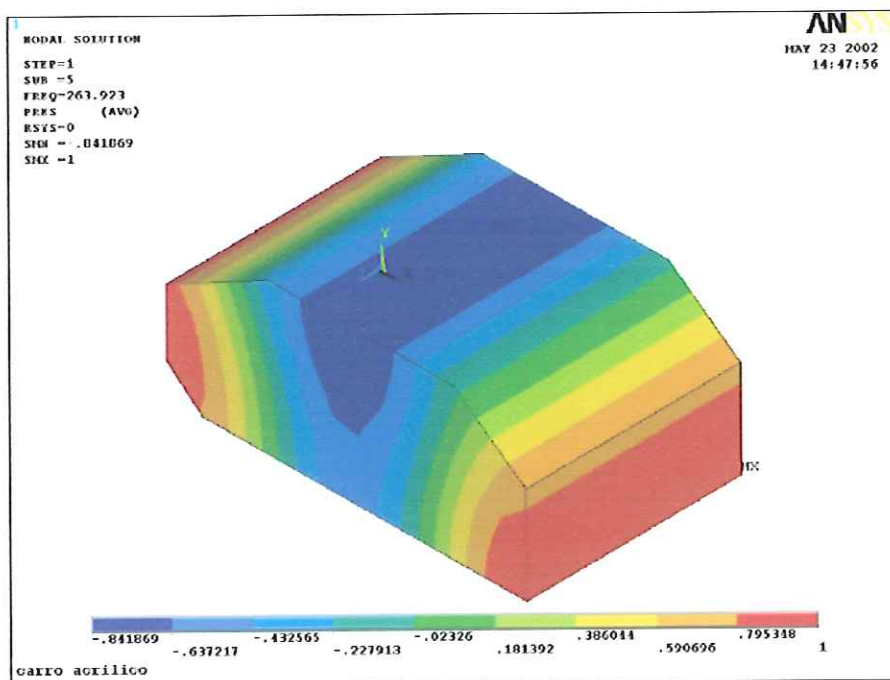


Figura 7.4 – Quarto modo acústico (264 Hz)

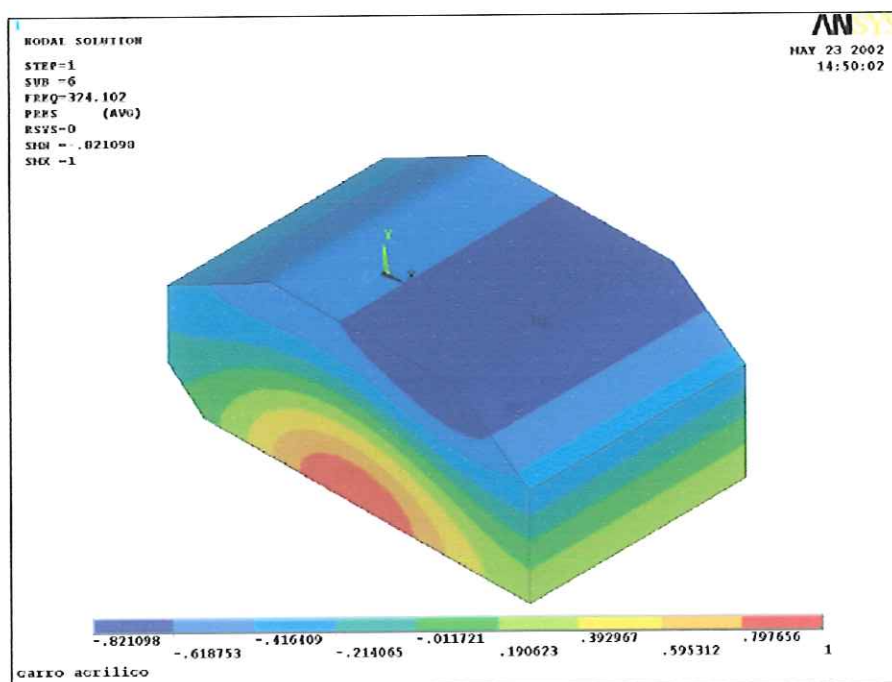


Figura 7.5 – Quinto modo acústico (324 Hz)

### 7.1.2 MODOS VIBROACÚSTICOS

As Figuras 7.6 a 7.27 ilustram os modos vibroacústicos obtidos por meio da simulação por elementos finitos.

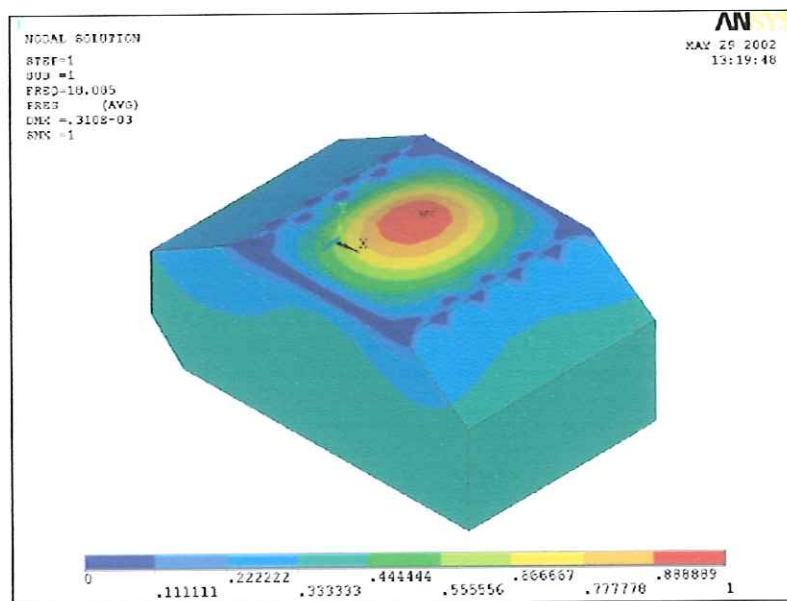


Figura 7.6 – Primeiro modo vibroacústico (18 Hz)

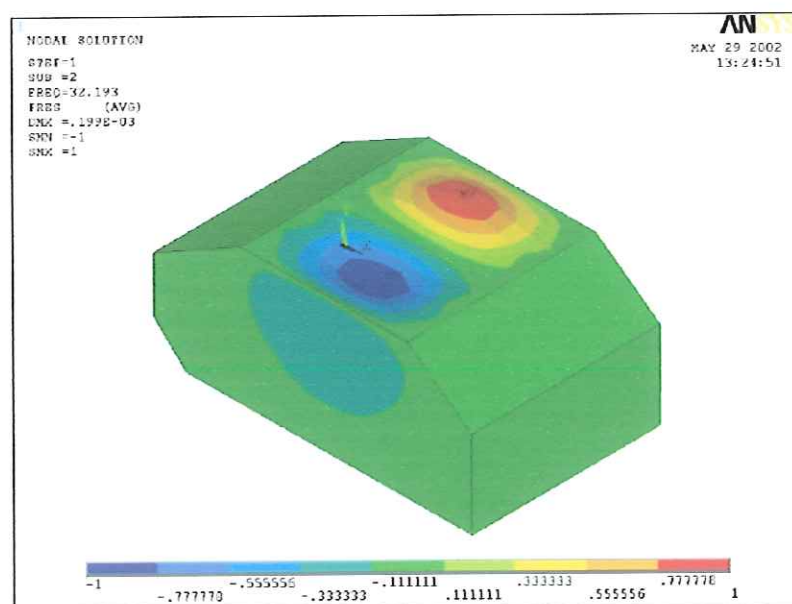


Figura 7.7 – Segundo modo vibroacústico (32 Hz)



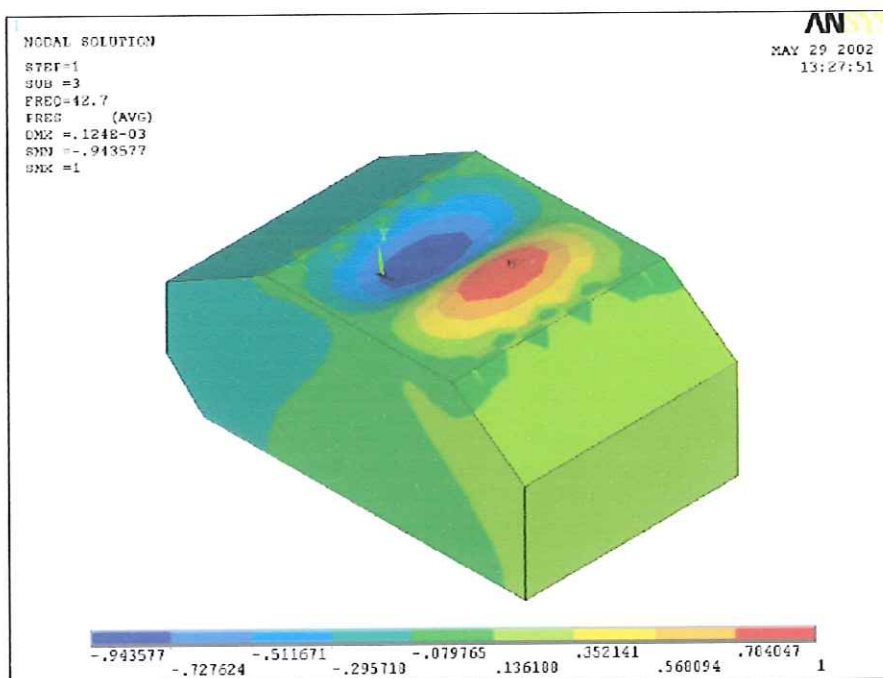


Figura 7.8 – Terceiro modo vibroacústico (43 Hz)

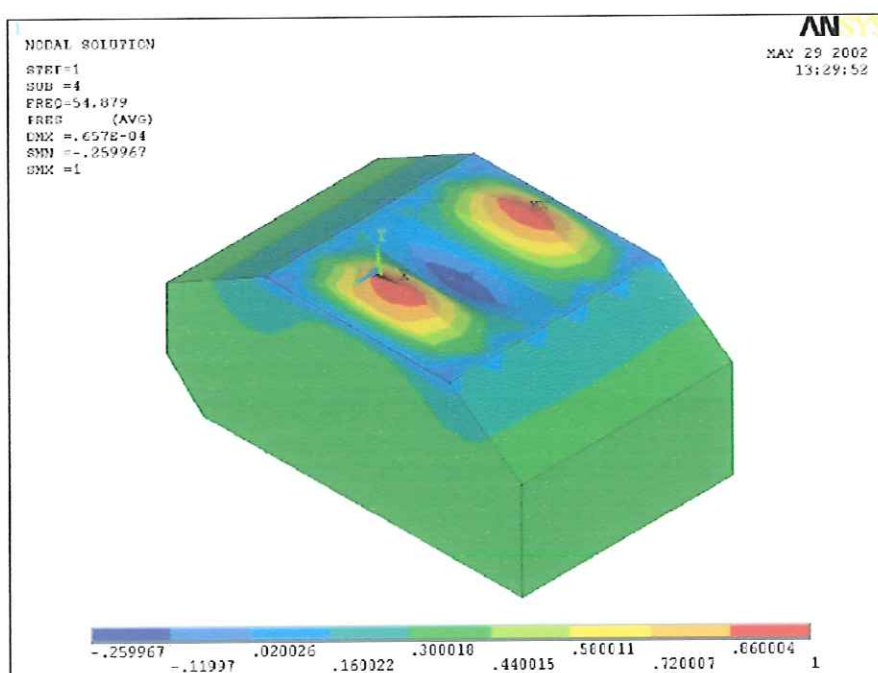


Figura 7.9 – Quarto modo vibroacústico (54,9 Hz)

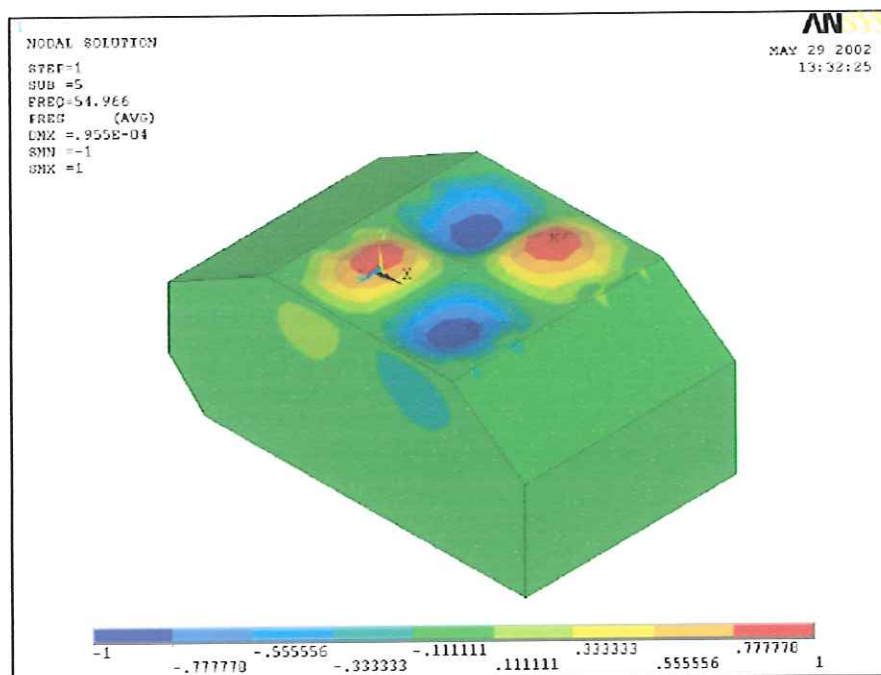


Figura 7.10 – Quinto modo vibroacústico (54,9 Hz)

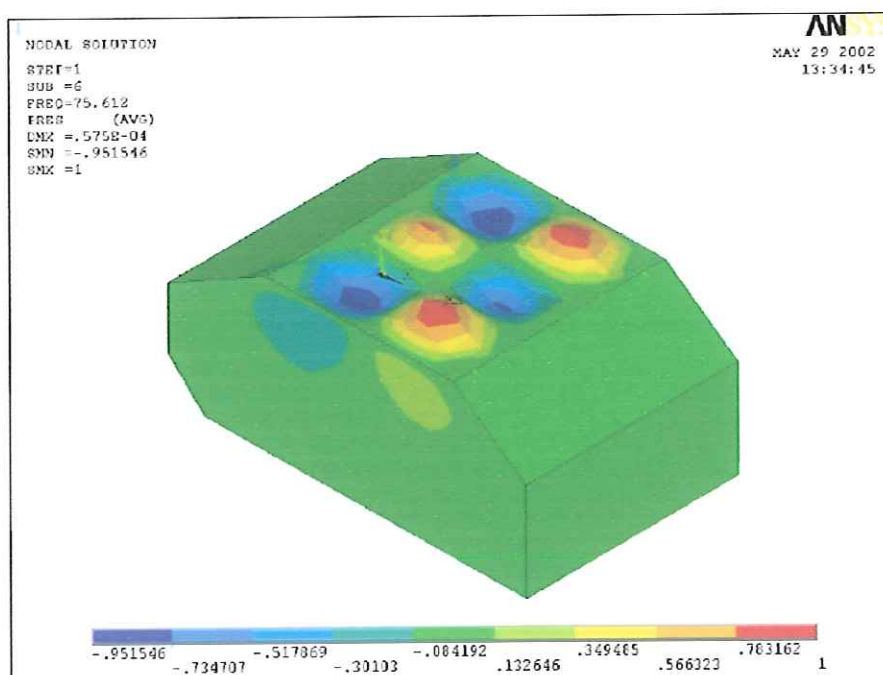


Figura 7.11 – Sexto modo vibroacústico (76 Hz)

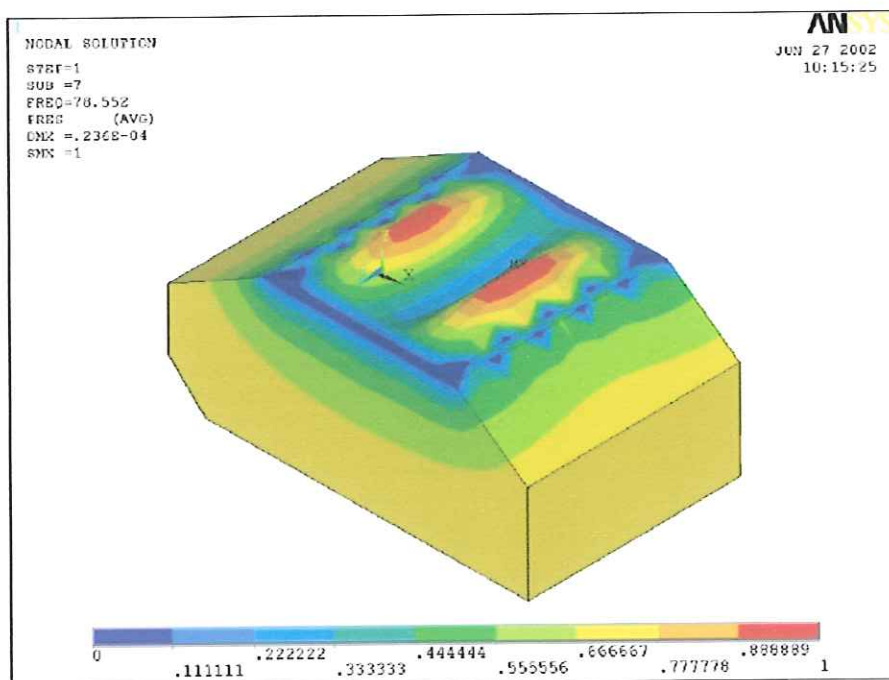


Figura 7.12 – Sétimo modo vibroacústico (79 Hz)

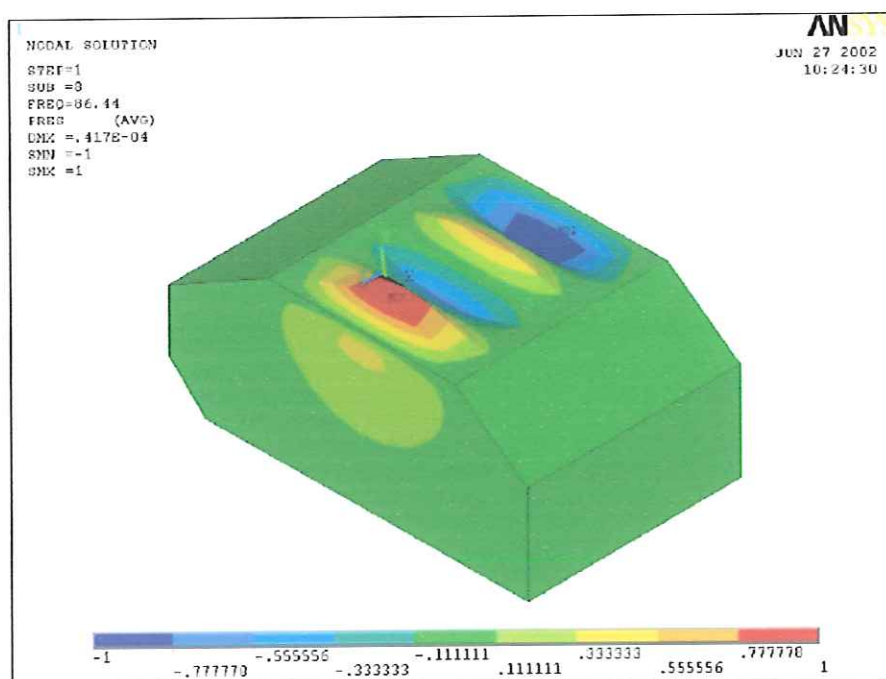


Figura 7.13 – Oitavo modo vibroacústico (86,4 Hz)

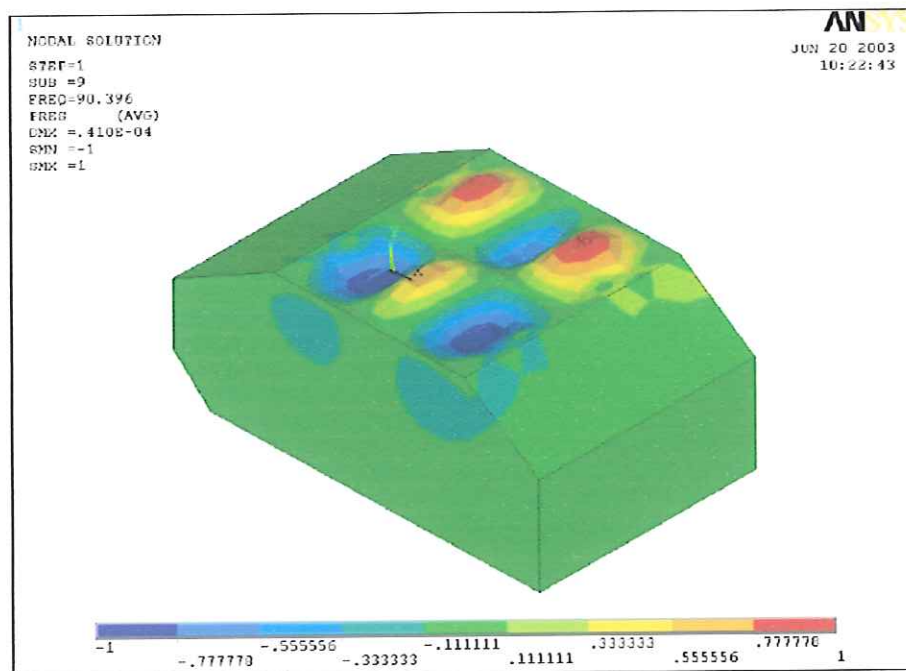


Figura 7.14 – Nono modo vibroacústico (90,4 Hz)

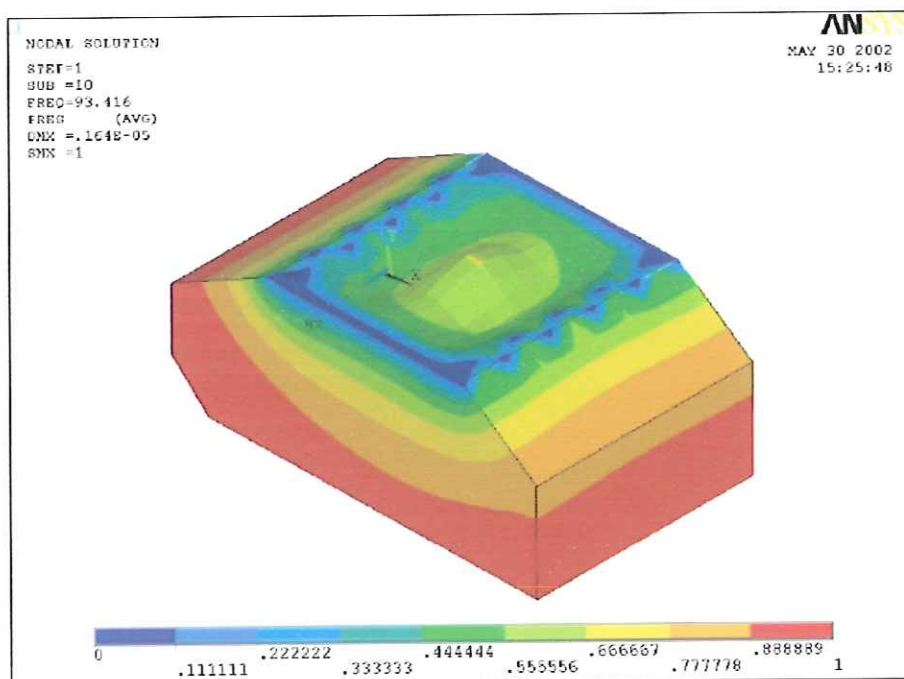


Figura 7.15 – Décimo modo vibroacústico (93 Hz)



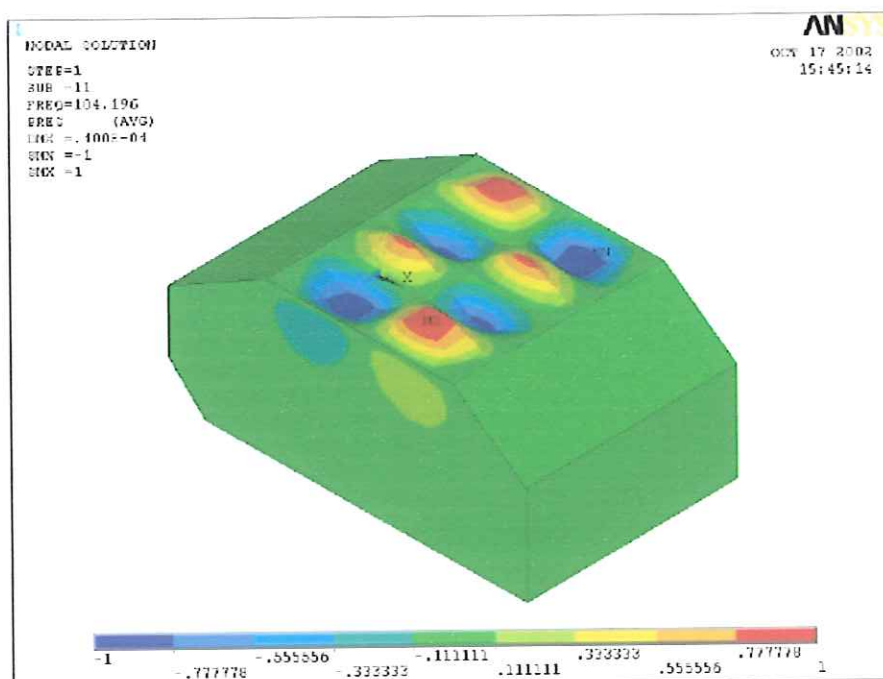


Figura 7.16 – Décimo-primeiro modo vibroacústico (104 Hz)

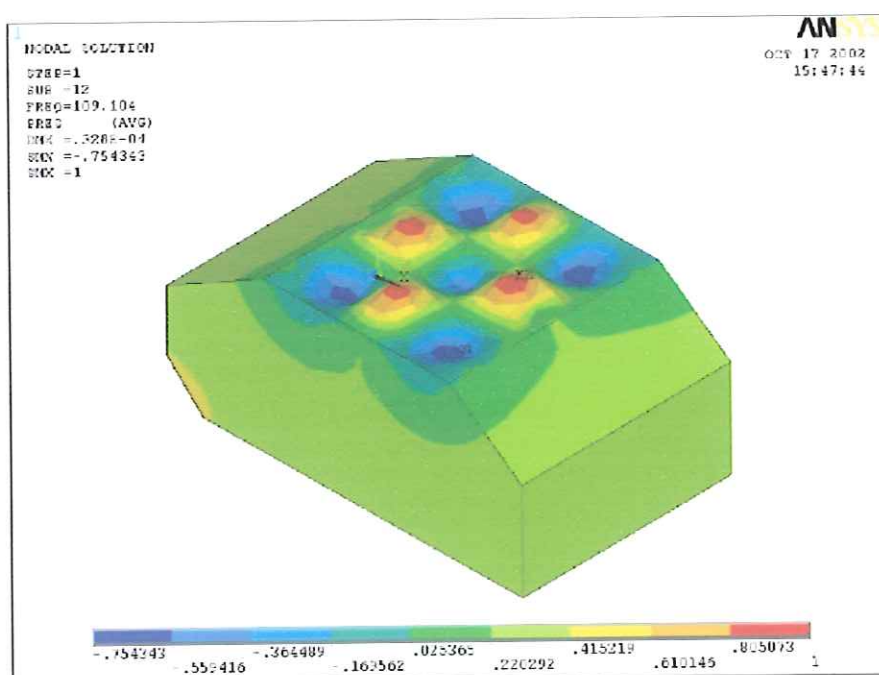


Figura 7.17 – Décimo-segundo modo vibroacústico (109 Hz)

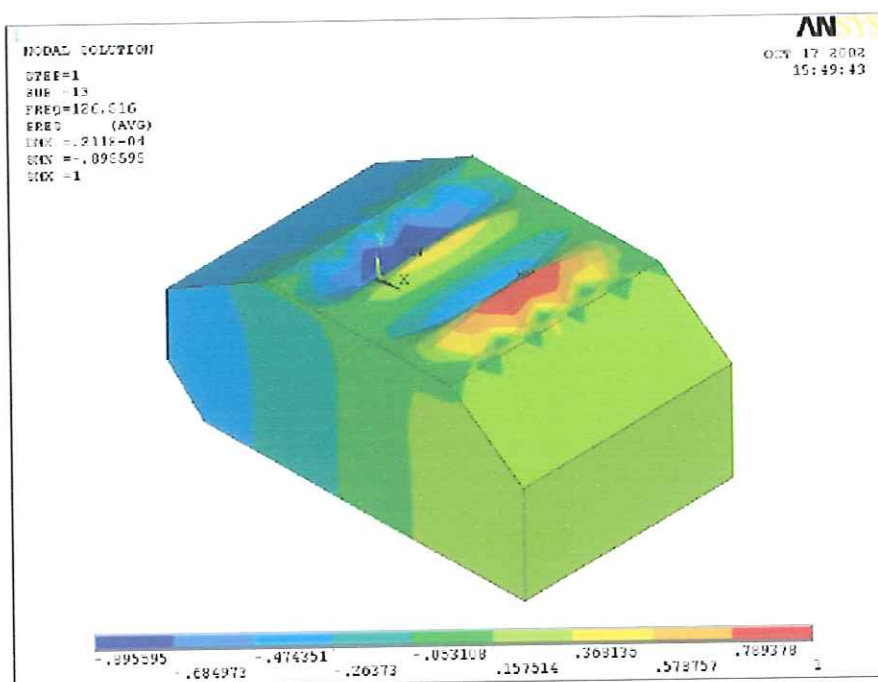


Figura 7.18 – Décimo-terceiro modo vibroacústico (127 Hz)

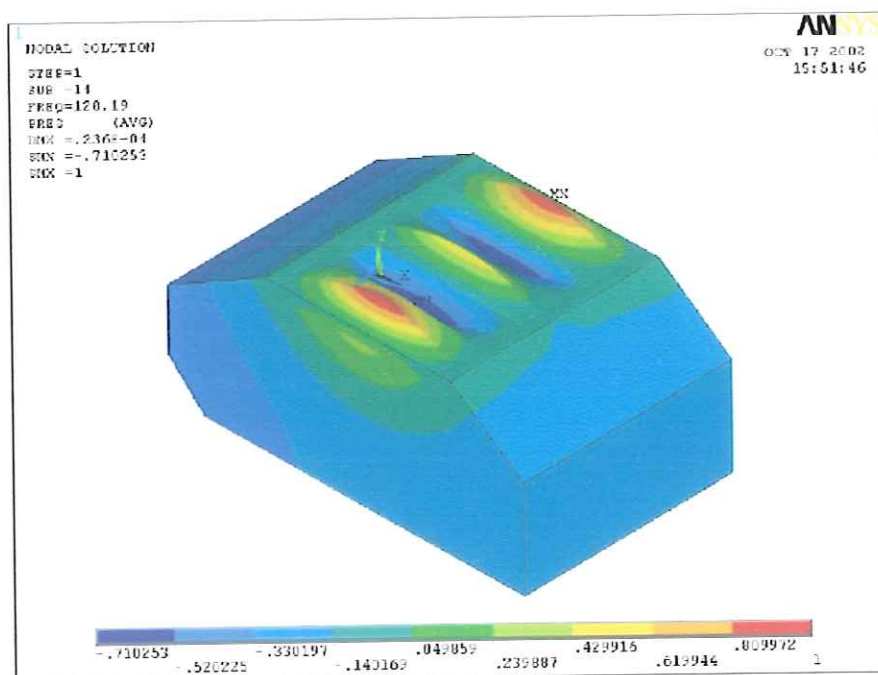


Figura 7.19 – Décimo-quarto modo vibroacústico (128 Hz)

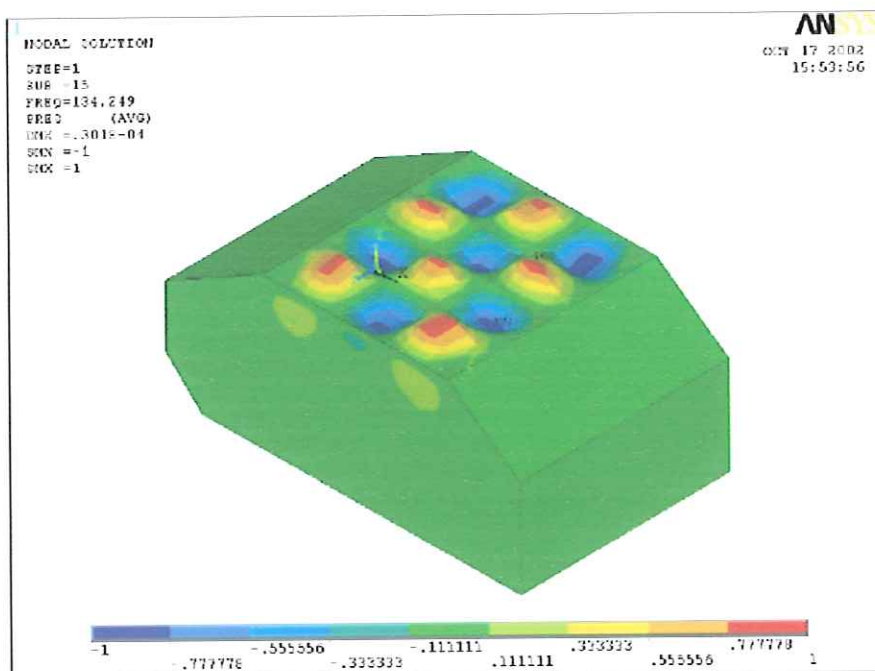


Figura 7.20 – Décimo-quinto modo vibroacústico (134 Hz)

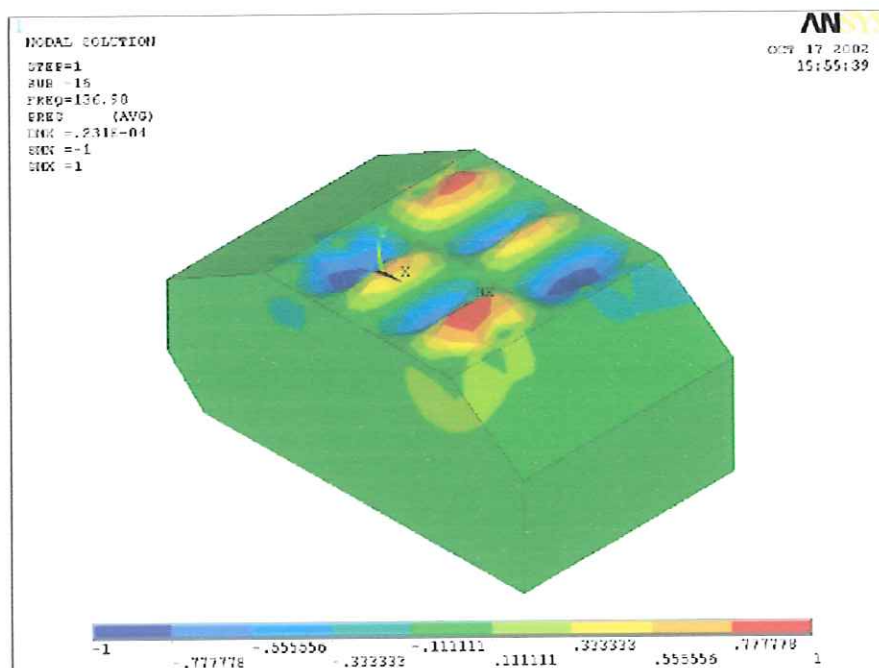


Figura 7.201 – Décimo-sexto modo vibroacústico (136 Hz)

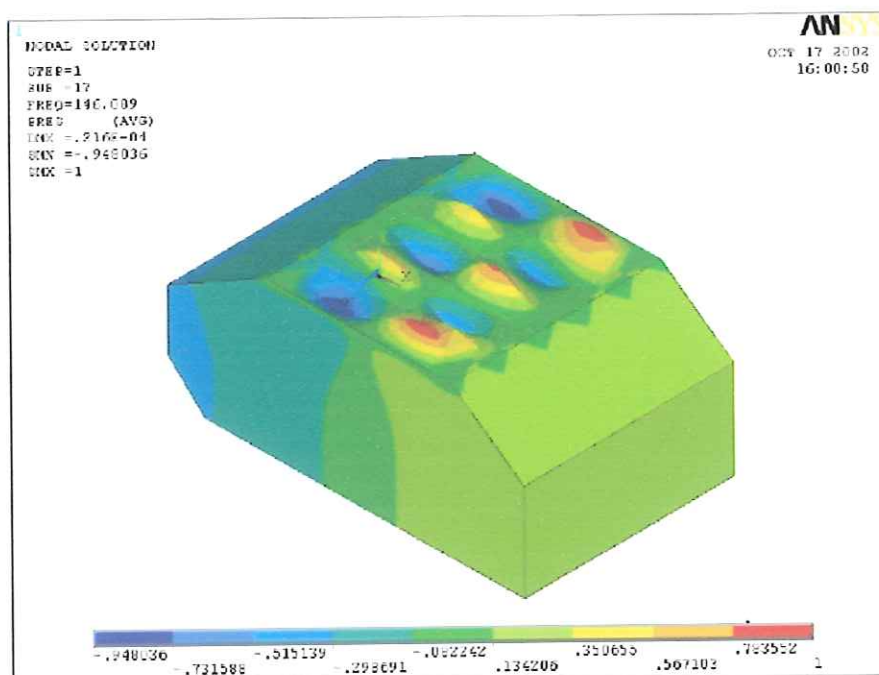


Figura 7.212 – Décimo-sétimo modo vibroacústico (146 Hz)

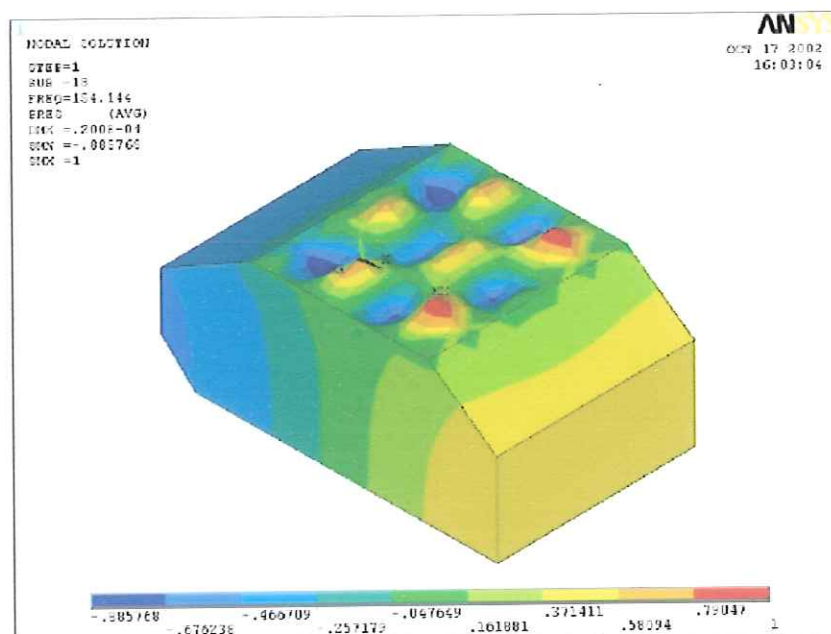


Figura 7.223 – Décimo-oitavo modo vibroacústico (154 Hz)



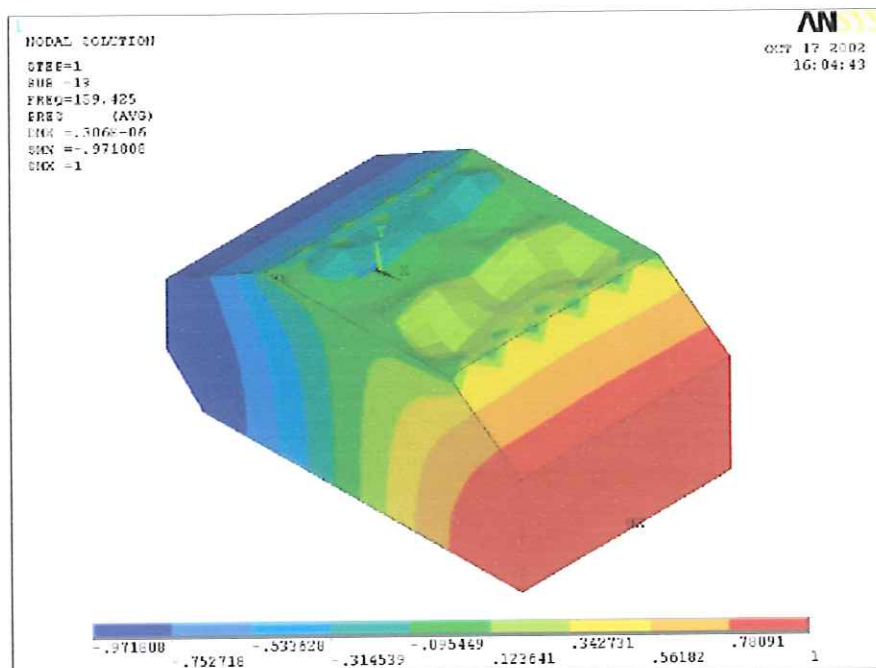


Figura 7.234 – Décimo-nono modo vibroacústico (159 Hz)

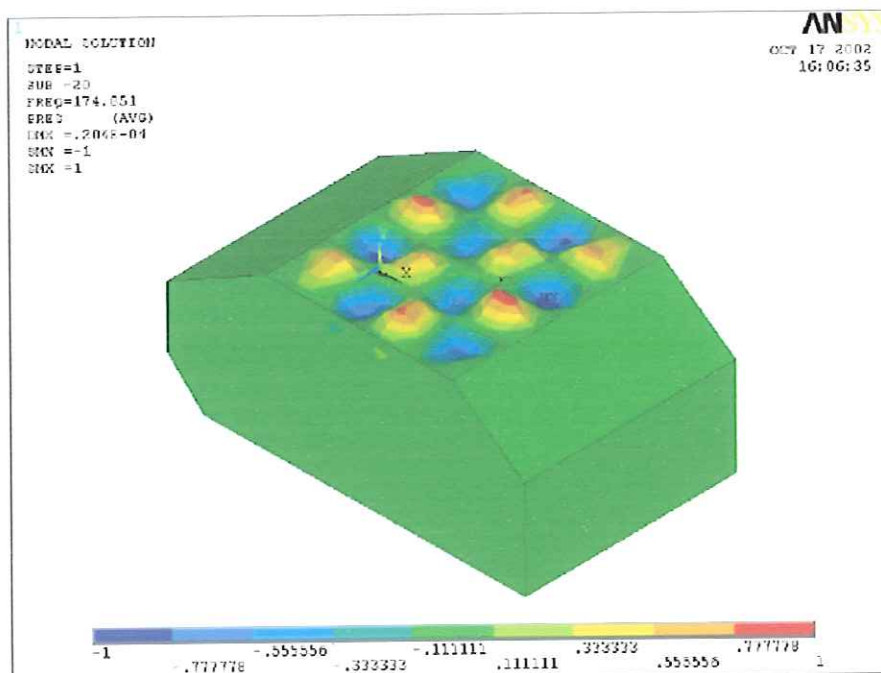
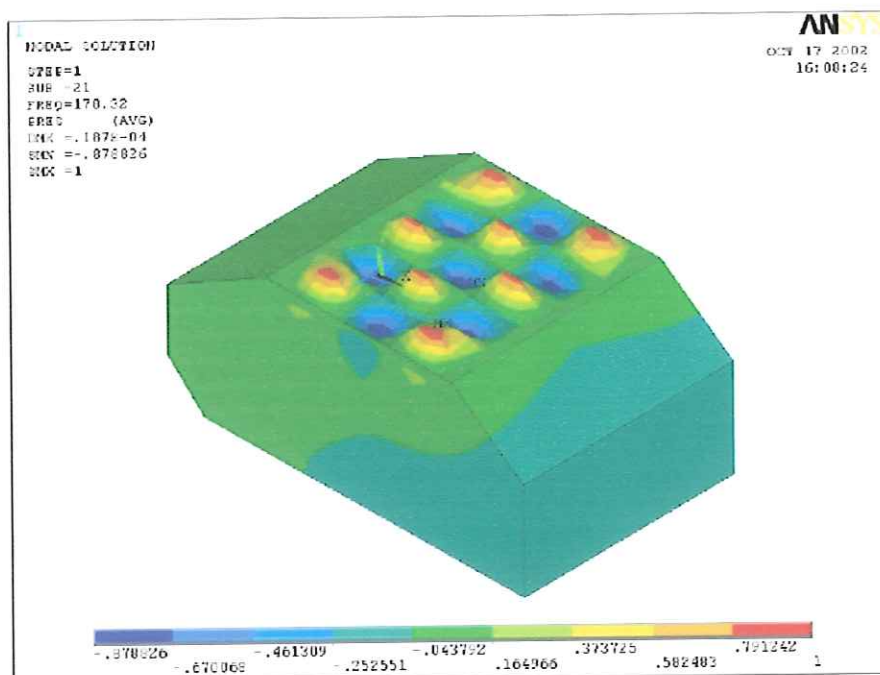
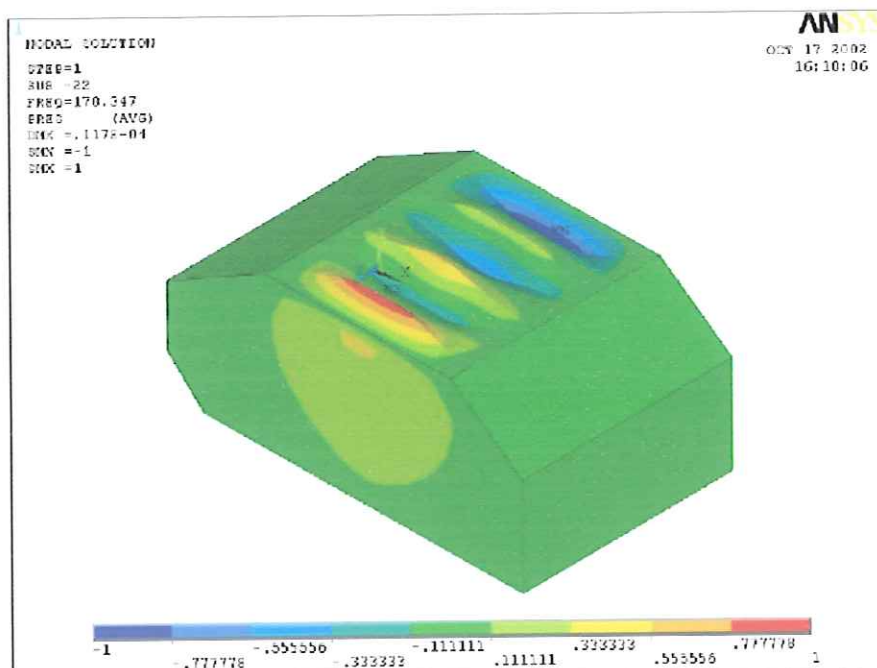


Figura 7.245 – Vigésimo modo vibroacústico (175 Hz)



**Figura 7.26 – Vigésimo-primeiro modo vibroacústico (178 Hz)**



**Figura 7.257 – Vigésimo-segundo modo vibroacústico (178 Hz)**

Usando-se os resultado obtidos por meio do programa de elementos finitos, obtivemos as vinte e quatro primeiras frequências naturais da placa de alumínio

engastada, apresentadas na Tabela 7.1, juntamente com os valores das frequências naturais vibro-acústicas e acústicas, para comparação.

## **7.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS**

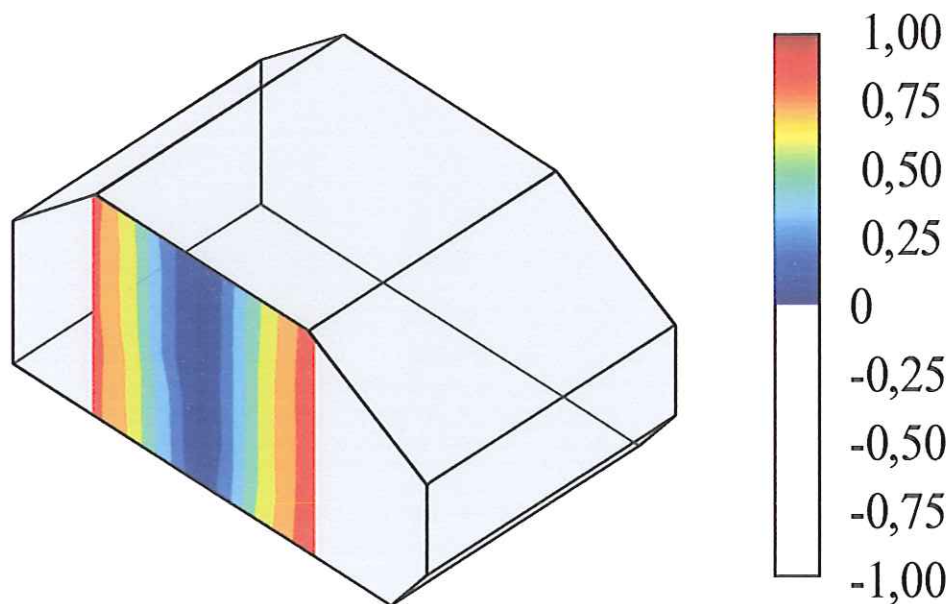
Os resultados experimentais serão apresentados em dois tópicos, o primeiro traz os modos acústicos, obtidos por meio da excitação acústica, com a cavidade de paredes rígidas, e os modos vibroacústicos, obtidos coma cavidade com uma parede flexível e utilizando um excitador eletrodinâmico.

### **6.2.1 MODOS ACÚSTICOS DO PROTÓTIPO**

Os modos acústicos aqui apresentados foram medidos em um único plano, mesmo o protótipo tendo sido dividido em nove planos paralelos. Caso se queira obter a distribuição tridimensional da pressão, deve-se medir a pressão sonora em todos os planos.

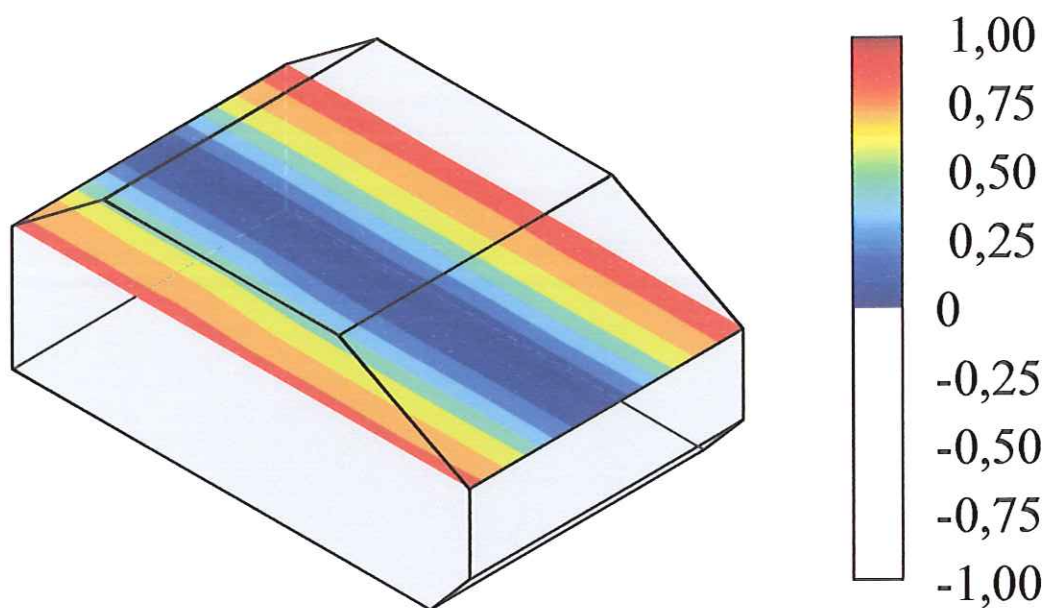
Para a obtenção dos modos acústicos ilustrados nas Figuras 7.28 e 7.29 foi seguido o seguinte procedimento: sintonizou-se a frequência natural (primeiramente obtida no modelo em elementos finitos) no analisador espectral, por meio de um sinal senoidal enviado para o amplificador de carga do excitador eletrodinâmico, conectado ao alto-falante, e foi medida a resposta acústica com um microfone em 130 pontos ao longo do plano mostrado nas duas figuras, de modo a se obter uma mlha de pressão precisa o bastante para a visualização correta do modo. O sistema para posicionamento do microfone consiste de fios de náilon de diâmetro tal que essa

variável não influenciasse nas medições. Foram coletados os valores RMS da pressão, medidos no tempo e a amplitude da pressão sonora em ambas as figuras foi normalizada em 1, conforme mostram os gráficos localizados ao lado do modelo do protótipo, para fins de comparação com os resultados obtidos por intermédio do modelo obtido no programa de elementos finitos. O teto do protótipo, no caso da obtenção desses modos acústicos, é rígido e foi feito de acrílico, para que não ocorra interação entre o fluído e alguma estrutura flexível. As frequências naturais de corpo rígido para este caso são pequenas o bastante para que não interfiram nos valores obtidos para as frequências naturais do sistema. O protótipo da cabine foi projetado de tal forma que o teto fosse intercambiável, para que a mesma cavidade fosse utilizada para a obtenção dos modos em ambos os casos, puramente acústico e vibroacústico.



**Figura 7.28 – Primeiro modo acústico experimental (138 Hz)**

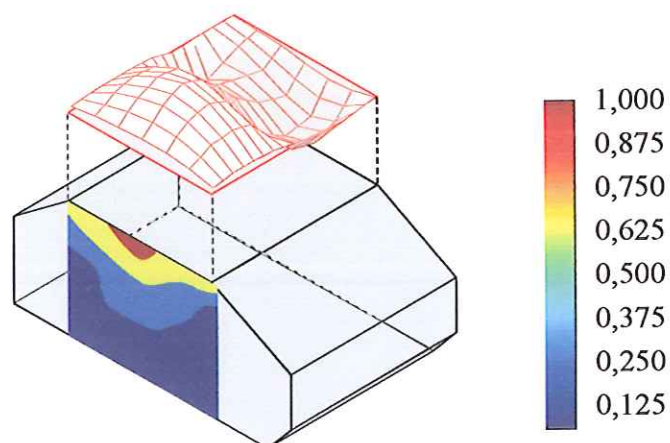




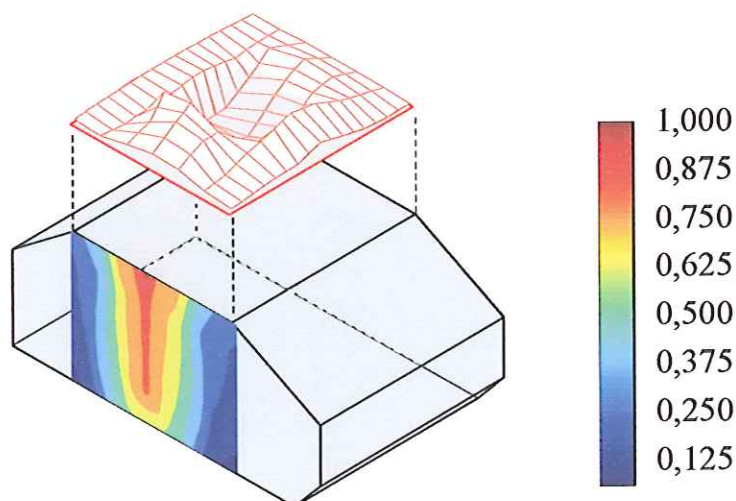
**Figura 7.29 – Segundo modo acústico experimental (210 Hz)**

### **7.2.2 MODOS VIBROACÚSTICOS DO PROTÓTIPO**

Neste item são apresentados os resultados experimentais obtidos ao se medir a pressão sonora em diversos pontos no interior da cavidade, bem como da aceleração na chapa. Para a medição dos modos estruturais, foram sintonizadas algumas frequências e obtido o valor RMS da aceleração em cada um dos 232 pontos da chapa, bem como a informação de fase entre o sinal enviado para o amplificador de carga do alto-falante e a aceleração medida. Os gráficos apresentados nas Figuras 7.30 e 7.31 têm a pressão sonora normalizada, variando de 0 a 1. Nestes mesmos gráficos, a quantidade de pontos de medição da aceleração é menor, num total de 130. Os demais apresentam resultados da pressão sonora em dB e malha para levantamento do modo da chapa mais refinada, com 232 pontos.



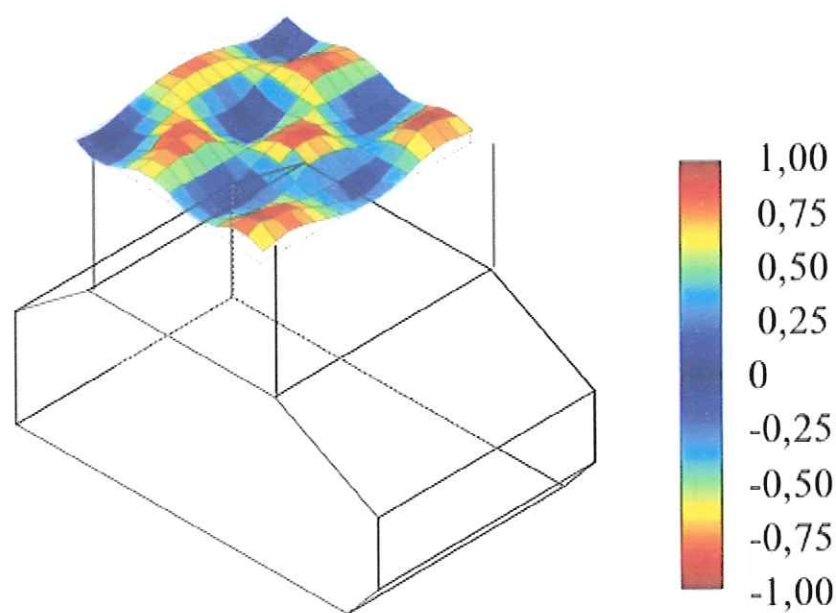
**Figura 7.30 – Segundo modo vibroacústico experimental (32 Hz)**



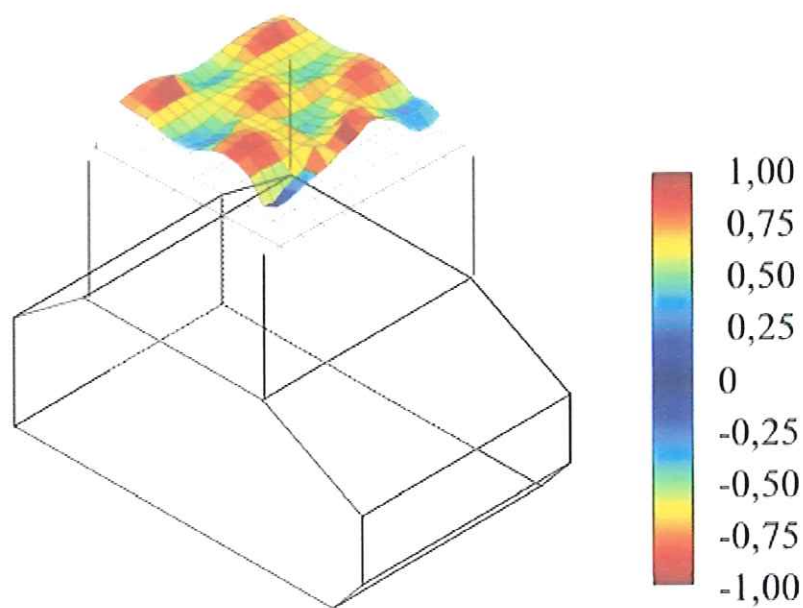
**Figura 7.31 – Décimo modo vibroacústico experimental (96 Hz)**

Para a obtenção dos modos vibroacústicos apresentados nas Figuras 7.29 e 7.30, foi utilizado o seguinte procedimento: o sistema foi excitado utilizando-se um alto-falante, que não estava selado e que foi inserido no meio do protótipo, sintonizado nas frequências naturais de 32 Hz e 96 Hz, respectivamente. Com um acelerômetro, foi medida a resposta estrutural da placa de alumínio (valor RMS da aceleração), em 85 pontos diferentes e com um microfone a resposta acústica, em 130 pontos distintos. Os gráficos foram obtidos utilizando o programa Matlab.

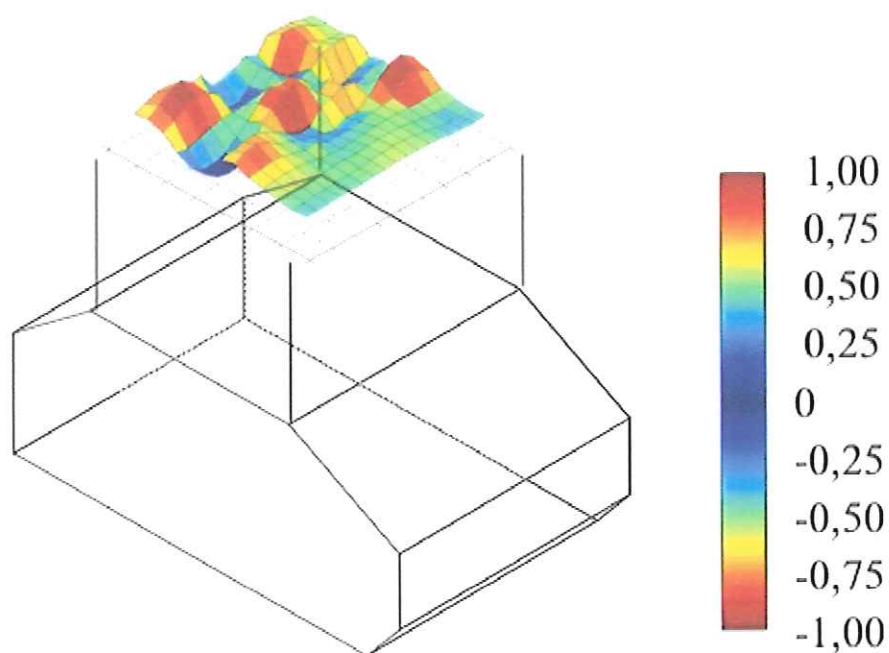
As Figuras 7.32 a 7.38 apresentam resultados obtidos para os modos estruturais da chapa utilizando-se excitação acústica por meio de um alto-falante de 12" de diâmetro e excitação a partir de 35 Hz.



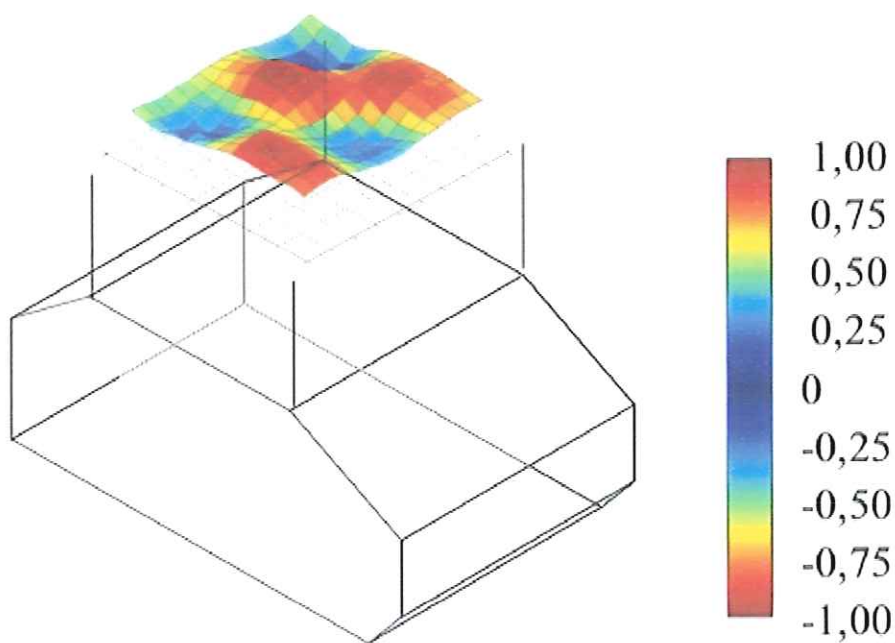
**Figura 7.32 – Alto-falante selado locado no meio do protótipo, frequência de 70 Hz**



**Figura 7.33 – Alto-falante selado locado no canto do protótipo, frequência de 70 Hz**

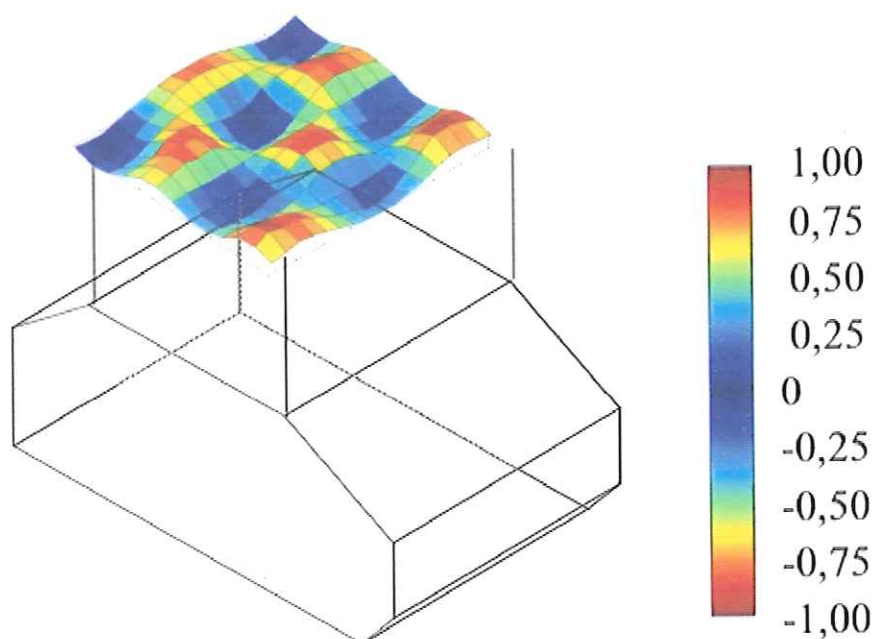


**Figura 7.34 – Excitação com excitador eletrodinâmico e alto-falante simultaneamente. Alto-falante posicionado no meio do protótipo, frequência natural de 70 Hz**

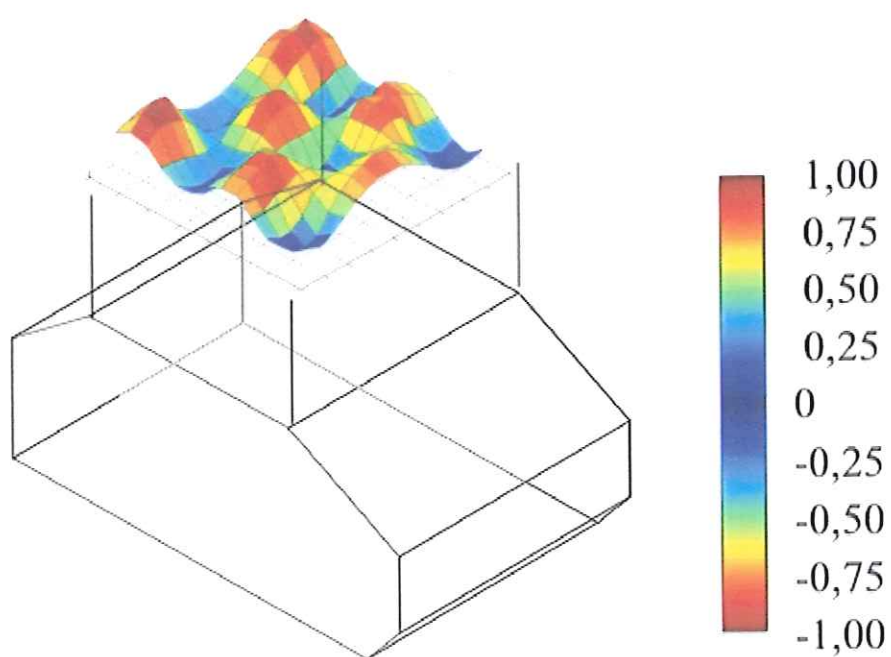


**Figura 7.35 – Frequência natural de 70 Hz, o alto-falante não está selado**

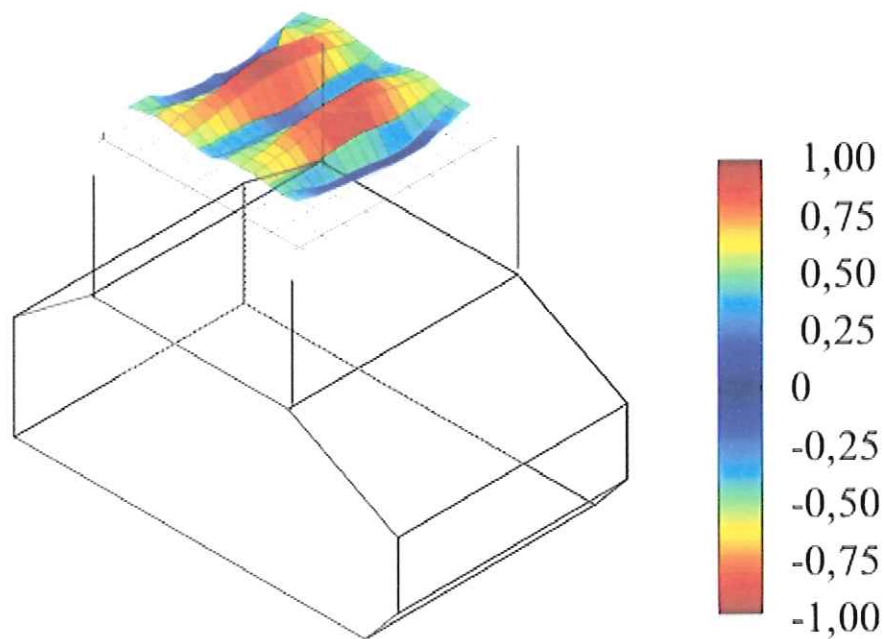




**Figura 7.36 – Frequência natural de 153 Hz, alto-falante selado no meio do protótipo**



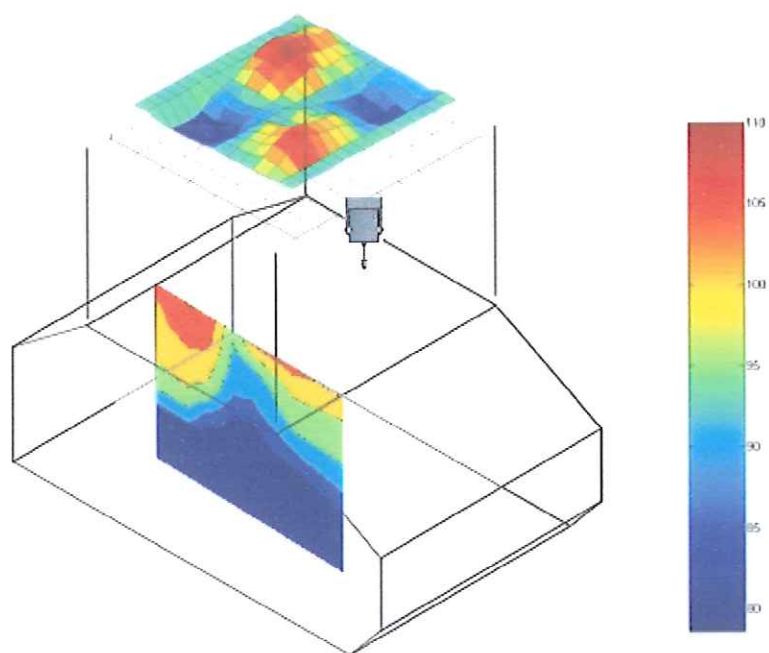
**Figura 7.37 – Frequência natural de 159 Hz, alto-falante selado no meio do protótipo**



**Figura 7.38 – Frequência natural de 159 Hz, o alto-falante não está selado, excitando a frequência de 79 Hz**

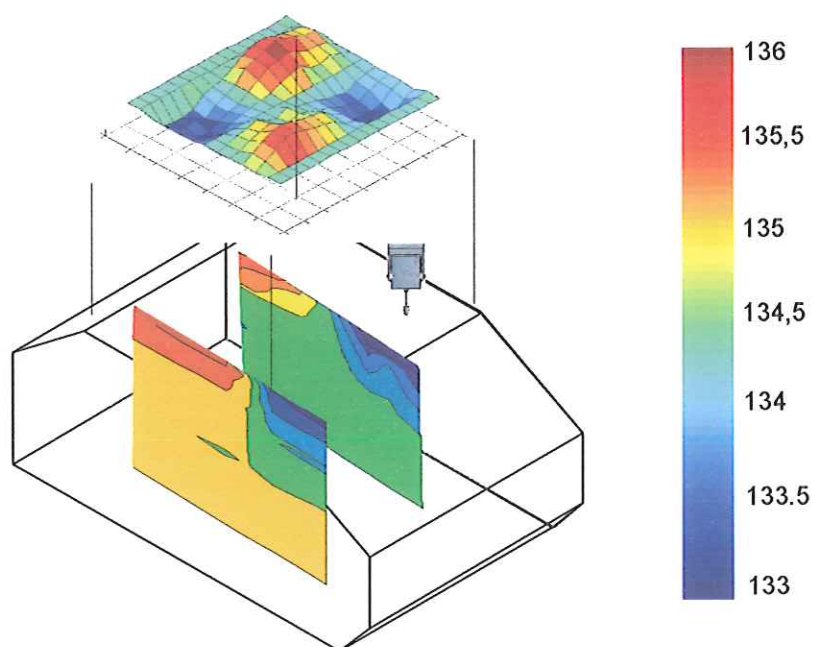
As Figuras 7.32 a 7.38 foram obtidas utilizando-se o seguinte procedimento: foram sintonizadas as frequências naturais do sistema e medida a resposta estrutural em 252 pontos diferentes. A chapa foi mapeada com essa quantidade de pontos.

As Figuras 7.39 a 7.42 trazem modos vibroacústicos do protótipo da cabine veicular, sem modificações estruturais. A Figura 7.39 foi obtida utilizando-se excitação via excitador e resposta tanto estrutural, com o uso de um acelerômetro, quanto acústica (valor RMS da pressão acústica medida no tempo), utilizando-se um microfone (pressão de referência de  $20 \mu Pa$ ). O excitador foi posicionado em um canto da placa e as medições feitas ao longo do plano 2 do protótipo, num total de 429 pontos.

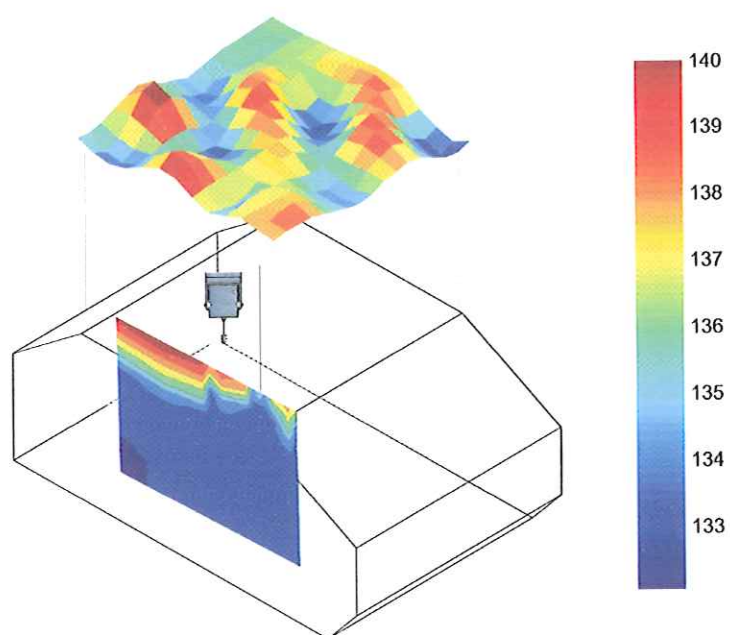


**Figura 7.39 – Frequência natural de 52 Hz, modo vibroacústico, escala em dB**

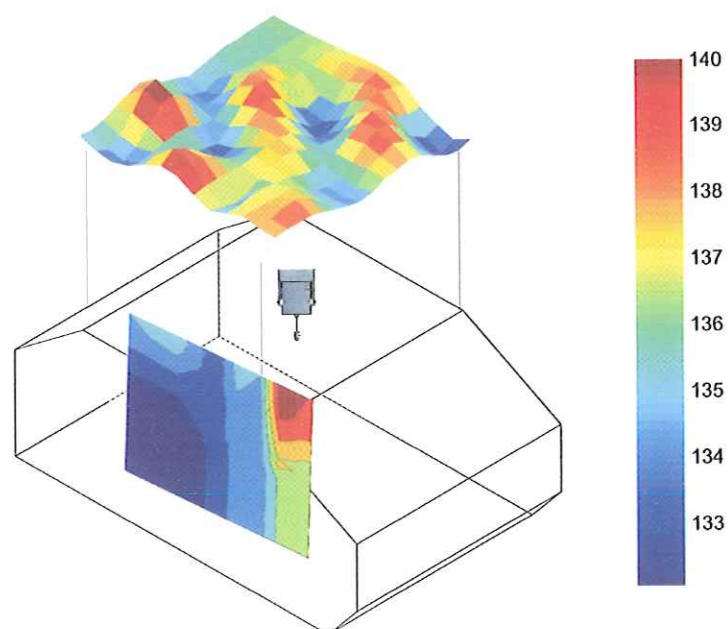
A Figura 7.40 apresenta dois planos de medição do campo de pressão acústica, para mostrar a simetria do modo acústico do sistema.



**Figura 7.40 – Frequência natural de 52 Hz, excitador no canto do protótipo, pressão em dB, planos de medição B e E**



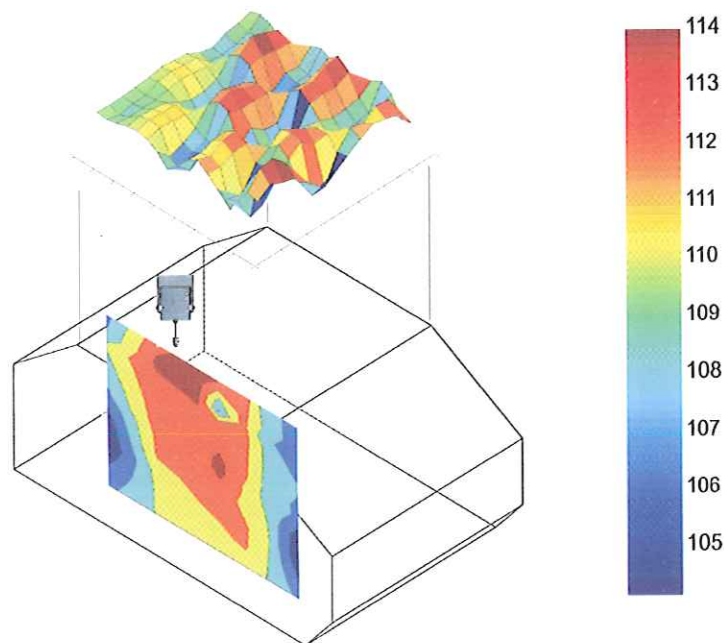
**Figura 7.41 – Frequência natural de 153 Hz, excitador no meio de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico**



**Figura 7.42 – Frequência natural de 153 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico**

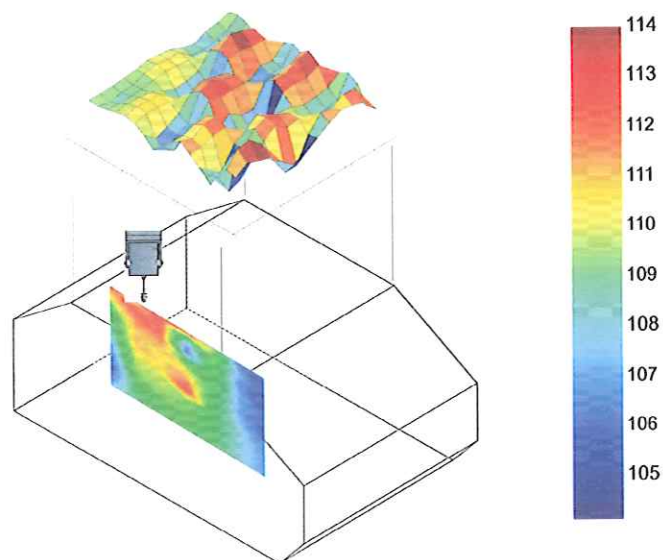


A Figura 7.43 foi obtida por meio das FRFs do sistema. A pressão acústica foi medida em 77 pontos diferentes no interior da cavidade e a aceleração na chapa de alumínio no teto foi medida em 232 pontos diferentes. Utilizando-se a parte imaginária das FRFs, obtivemos os modos acústicos, cuja forma se aproxima muito bem da obtida por intermédio do modelo em elementos finitos. É importante observar que este modo vibroacústico é dominado pela parte acústica, como se pode observar na Figura 7.43. Tal resultado não foi obtido no modelo em elementos finitos, que não representa de forma adequada os modos. As maiores amplitudes de pressão sonora ficaram um pouco deslocadas para a esquerda, nas proximidades da localização do excitador, o que mostra mais uma vez a importância do fator de contribuição modal. A seguir serão apresentados também os resultados obtidos para a mesma frequência utilizando-se de métodos de ajuste de curvas, muito utilizados na análise modal tradicional.



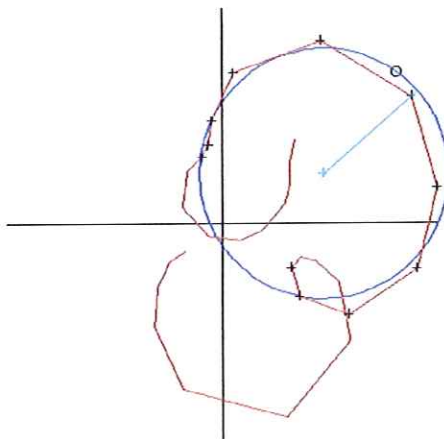
**Figura 7.43 – Frequência natural de 268 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico**

A Figura 7.44 traz resultados obtidos para a mesma frequência de 268 Hz, utilizando-se o ajuste de curva pelo método do círculo (detalhado no Anexo 4), pacote de cálculo que integra o programa I-DEAS®. A pressão acústica foi medida em 77 posições diferentes e a aceleração foi medida em 232 pontos distintos no teto de alumínio, obtendo a configuração apresentada na Figura 7.44. Neste caso, o problema da contribuição modal é mais explícito que no caso anterior, ficando nítido que a pressão acústica se deslocou para a esquerda, onde está o excitador. Em ambos os casos, a cavidade foi ensaiada sem modificações estruturais e sem o controle da força, que, como será mostrado adiante, é necessário apenas para frequências abaixo de 100 Hz. Os valores da pressão são um pouco menores do que os obtidos anteriormente e tal fato se deve à utilização de outro sistema de aquisição e geração de sinal para o excitador, o VXI, não sendo possível relacionar os valores de tensão enviados por este analisador espectral com os valores do analisador utilizado anteriormente, o Tektronix.



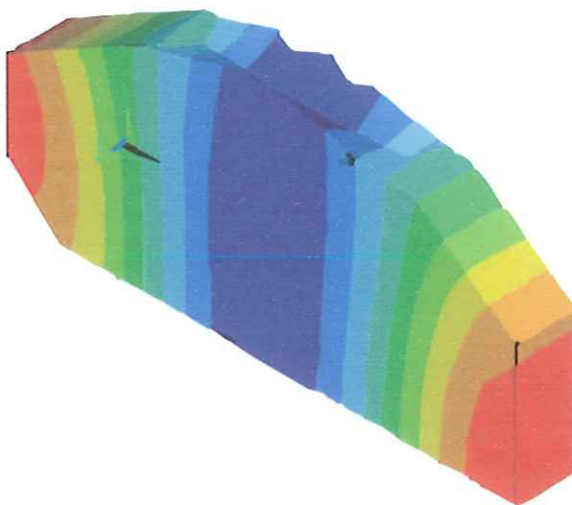
**Figura 7.44 – Frequência natural de 268 Hz, excitador no canto de uma extremidade da placa, escala em dB, modo vibroacústico, utilizando-se método de ajuste de curva**

A Figura 7.45 mostra o ajuste de curva usando-se o método do círculo, obtido para o sistema excitado por meio de um excitador eletrodinâmico.



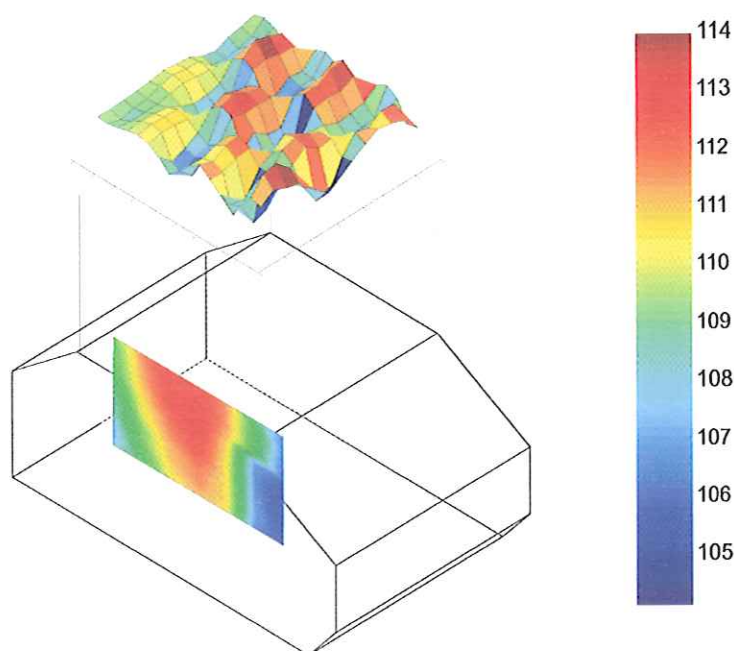
**Figura 7.45 – Ajuste de curva utilizando o método do círculo para a frequência de 268 Hz, utilizando-se excitação estrutural**

A Figura 7.46 traz o resultado da simulação feita em elementos finitos para a frequência natural de 269,7 Hz, correspondente à frequência experimental de 268 Hz, para comparação entre os resultados.



**Figura 7.46 – Resultado da simulação em elementos finitos da frequência natural de 269,7 Hz, ilustrando um corte no meio do protótipo**

Foi realizado um novo experimento, utilizando-se um alto-falante, suspenso a 10 cm de distância do teto e paralelo a este, no lado externo do protótipo, de modo que o som incidisse diretamente sobre a chapa e essa irradiasse o som para dentro da cavidade. O resultado obtido pode ser visto na Figura 7.47.

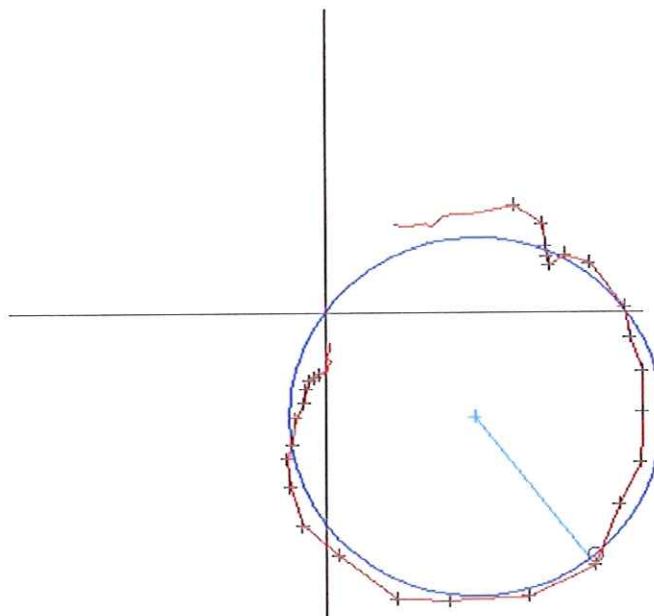


**Figura 7.47 – Frequência natural de 268 Hz, utilizando-se um alto-falante como excitação, escala em dB, modo vibroacústico, aplicando-se o método de ajuste de curva**

A Figura 7.48 ilustra o ajuste de curva conseguido por meio do método do círculo, obtido para o sistema excitado por um alto-falante posicionado externamente ao protótipo. Comparando-se as Figuras 7.44 e 7.47, pode-se perceber que o ajuste realizado para o caso da excitação utilizando-se o alto-falante foi mais bem sucedido, mostrando que o contato do excitador eletrodinâmico com a estrutura prejudica sensivelmente os resultados obtidos. A Figura 7.47 mostra que os resultados obtidos



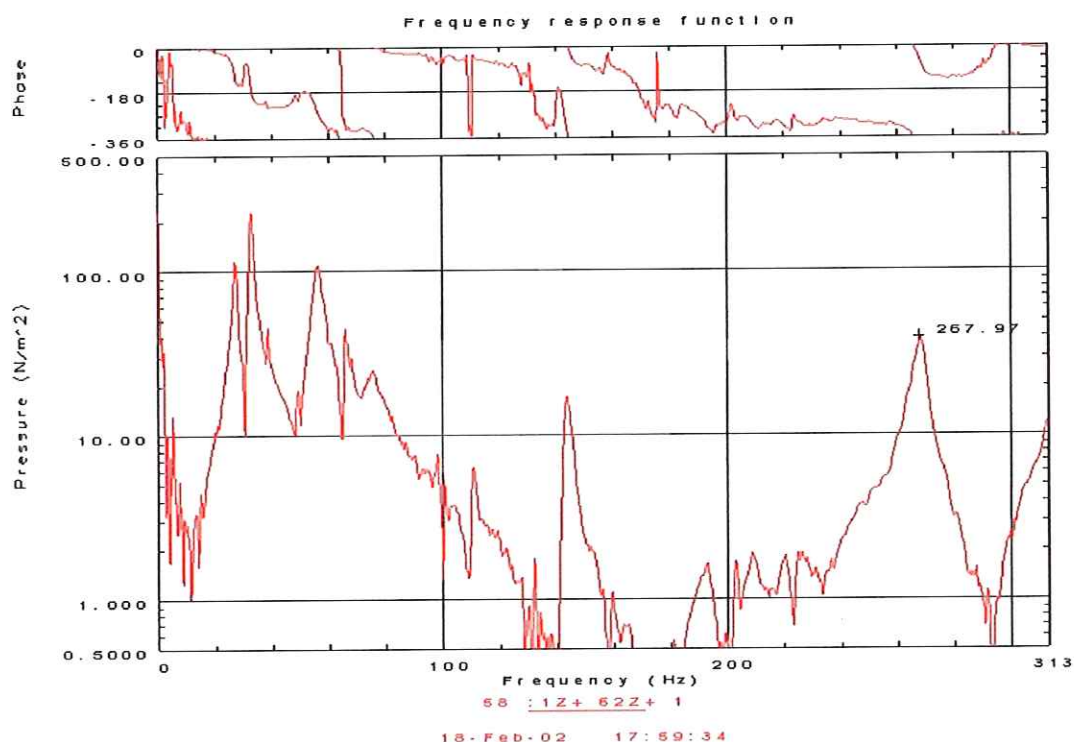
experimentalmente estão de acordo com os obtidos por meio da simulação via elementos finitos.



**Figura 7.48 – Ajuste de curva aplicando o método do círculo para a frequência de 268 Hz, utilizando-se o alto falante como excitador**

Apesar dos modos terem sido melhor determinados quando utilizada a excitação via alto-falante, este método traz um grande inconveniente: o alto-falante excita menos frequências do que o excitador eletrodinâmico, conforme pode ser observado na Figura 7.49. Como a frequência de 268 Hz é uma frequência dominante no sistema, ela aparece também na FRF obtida com a excitação via alto-falante. Para a obtenção das FRFs para o cálculo dos modos vibroacústicos, foi utilizada excitação aleatória, na faixa de 0 a 312 Hz, com janela Hanning, 2048 pontos de amostragem e uma média de 30 sinais. Foram coletadas as respostas de pressão acústica em 77 pontos distintos no interior da cavidade.

O sinal foi enviado ao alto-falante da mesma forma que foi feita para o excitador eletrodinâmico, mas foi necessária a utilização de uma potência para amplificar o sinal gerado pelo analisador espectral.

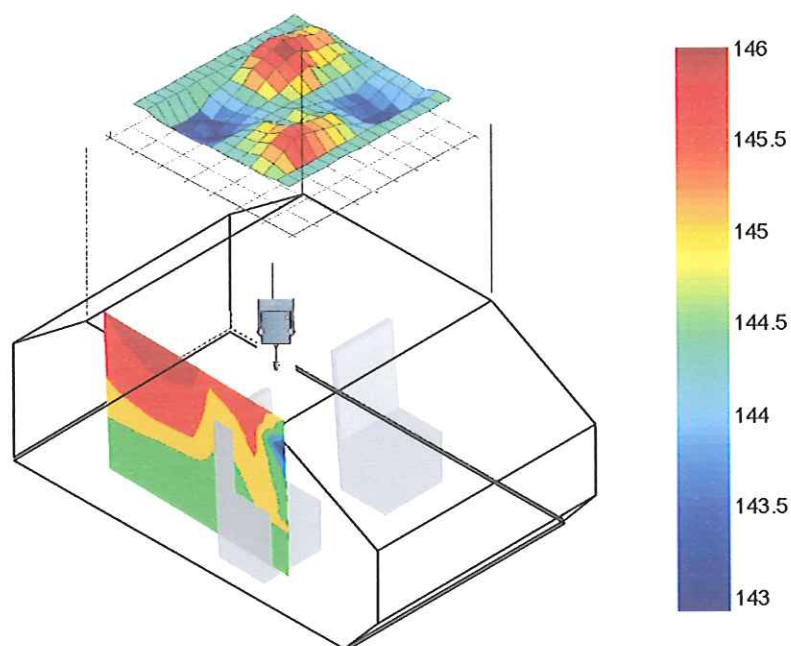


**Figura 7.49 – Resposta do sistema, medida por meio do microfone, em Pascal**

Pode-se observar, na Figura 7.49, o desaparecimento de vários picos, se compararmos esses resultados com aqueles obtidos ao utilizar-se a excitação via excitador eletrodinâmico.

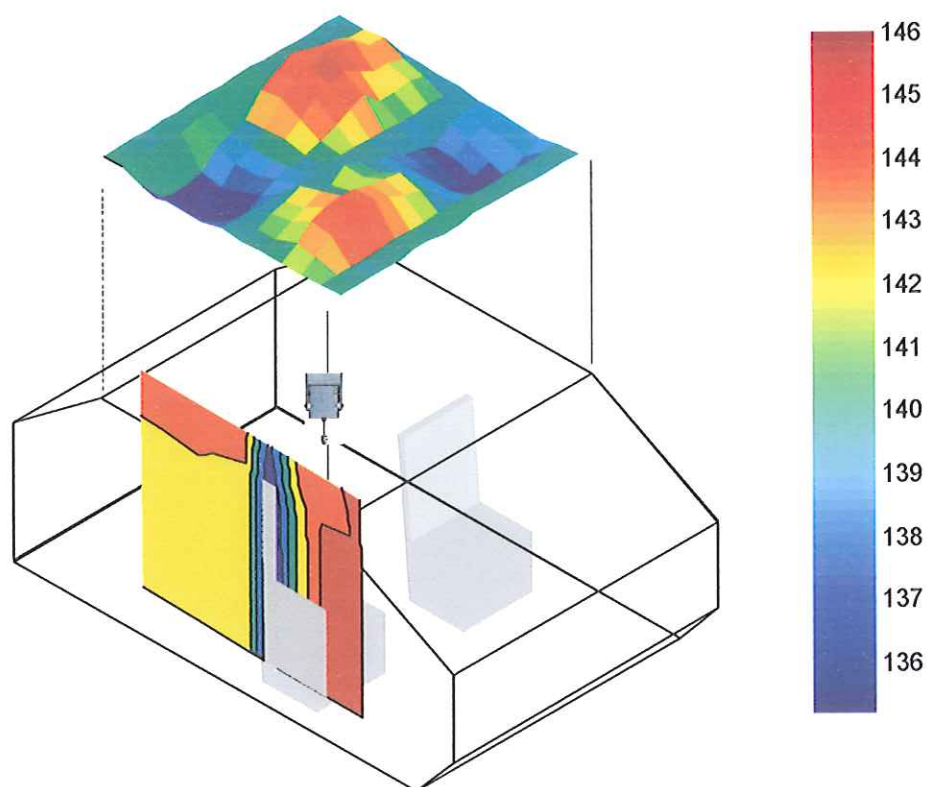
É importante observar também na Figura 7.49 que a frequência de 22 Hz, de difícil obtenção quando utilizado o excitador eletrodinâmico, foi encontrada quando usada a excitação acústica por meio do alto-falante.

A Figura 7.50 mostra o modo vibroacústico para o sistema com dois bancos. O método de obtenção dos modos foi o mesmo.



**Figura 7.50 – Frequência natural de 55 Hz, sistema com modificação estrutural, acréscimo de bancos, escala em dB, modo vibroacústico**

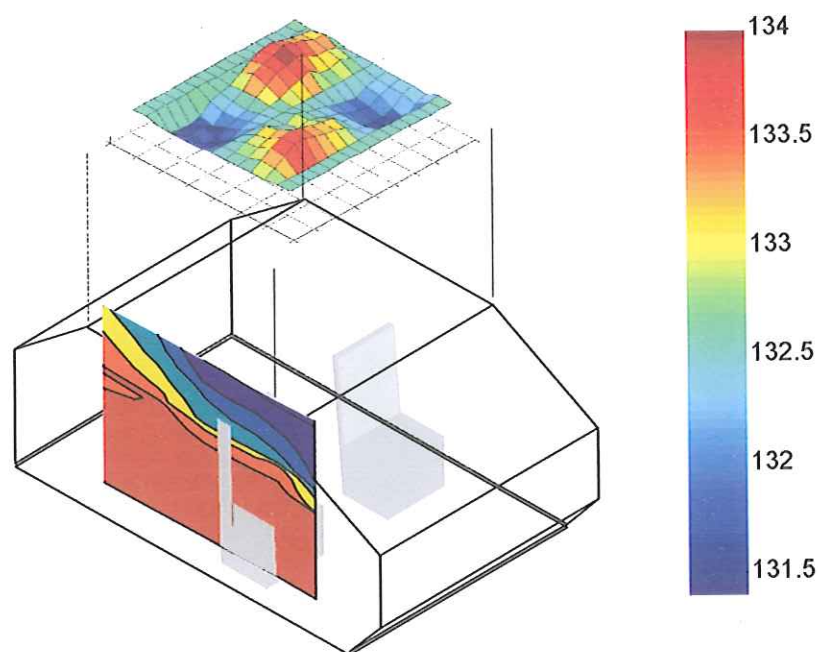
A Figura 7.51 mostra o resultado obtido para o caso da presença dos dois bancos no interior da cabine, ambos os bancos revestidos com espuma de coeficiente de absorção sonora de 0,1 em 125 Hz, obtido utilizando o método da onda estacionária. O coeficiente de absorção sonora, como se sabe, é dependente da frequência e da espessura da espuma e é definido como a razão entre a energia acústica absorvida pela superfície e a energia acústica incidente na superfície quando o campo de pressão sonora incidente é perfeitamente difuso (Irwin, 1979). A espuma utilizada para o revestimento dos bancos no interior da cabine do protótipo tem espessura igual a 30 mm.



**Figura 7.51 – Frequência natural de 55 Hz, sistema com modificação estrutural, acréscimo de bancos forrados com espuma, escala em dB, modo vibroacústico**

A Figura 7.52 traz o resultado do modo vibroacústico para a frequência natural de 55 Hz do protótipo, tendo sido acrescentados ao mesmo um teto de espuma, mantendo-se o banco forrado com a mesma espuma, do caso da Figura 7.51. Não há queda significativa nos níveis de pressão sonora, como pode ser visto comparando-se as duas figuras, mas há um desvio significativo dos picos de pressão para longe do ouvido do motorista/passageiro, o que é um resultado importante. A excitação foi feita através do excitador eletrodinâmico, posicionado em um canto da chapa, como no caso de modificação estrutural da Figura 7.51 e não foi feito o controle da força, o que pode explicar as pequenas variações dos níveis de pressão sonora de um resultado para outro.





**Figura 7.52 – Frequência natural de 55 Hz, sistema com modificação estrutural, acréscimo de bancos e teto forrados com espuma, escala em dB, modo vibroacústico**

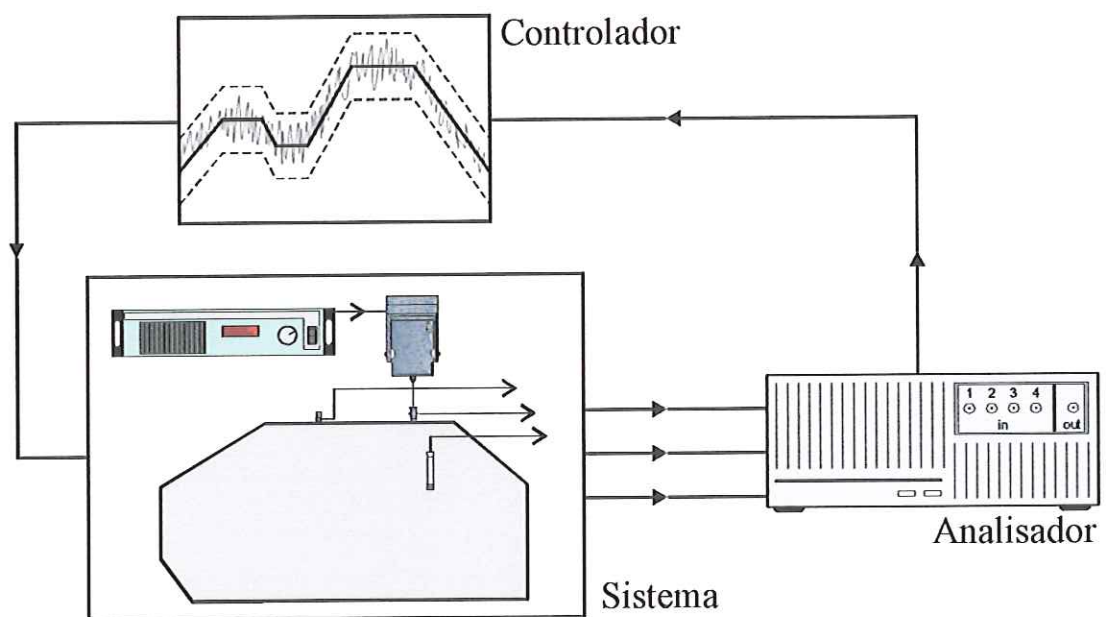
As Figuras 7.55 e 7.56 apresentam resultados obtidos com o controle da força. Tal controle foi de malha fechada e realizado nos componentes senoidais das frequências apresentadas, com uma variação de 30% na amplitude da força. O programa I-DEAS só permite que seja feito o controle senoidal variando-se a frequência. Desta forma, por exemplo, o modo relativo à frequência de 22 Hz foi obtido variando-se a frequência de 21 Hz a 23 Hz, de 0.5 Hz em 0.5 Hz e os resultados apresentados correspondem ao valor RMS dessas frequências.

O controle é feito em malha fechada, utilizando-se o programa computacional SignalStar®, da Data Physics, em conjunto com um analisador espectral Agilent VXI, de 16 canais, que se comunica com o computador por meio de uma placa Fire Wire E8408.

O controle é feito da seguinte maneira: em uma primeira etapa, um ruído branco é enviado ao sistema, que consiste do Amplificador de carga, excitador de

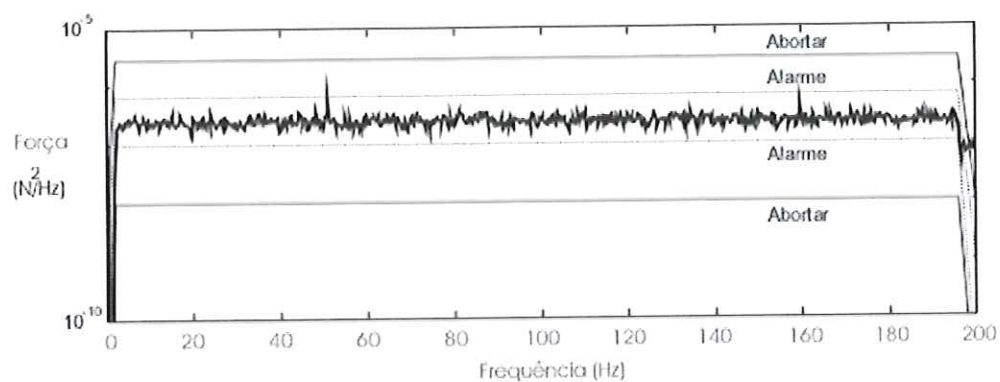
vibração e a estrutura propriamente dita. Coletam-se os sinais de resposta para que o controlador possa então, de posse desses sinais, estimar a Função de Transferência do sistema. Baseado nesta Função de Transferência e na estratégia de controle adotada, o controlador gera um novo sinal, que é enviado para o amplificador de carga. A estratégia de controle consiste em definir as margens de tolerância para o sinal, inferior e superior. Por uma questão de segurança, também é definido um limite, acima do qual o teste é imediatamente interrompido.

A Figura 7.53 traz um esquema do controle em malha fechada.



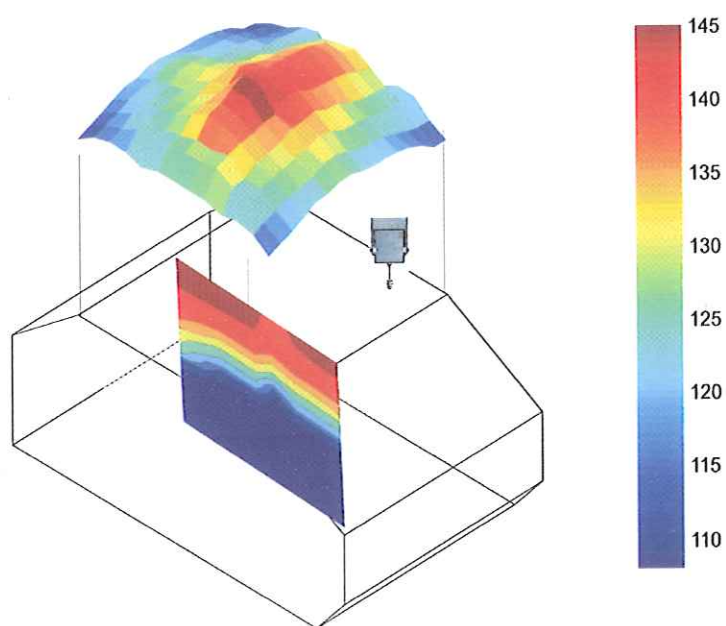
**Figura 7.53 – Diagrama em blocos da montagem experimental do controle em malha fechada**

A Figura 7.54 mostra esquematicamente o espectro da força controlada e as faixas de tolerância utilizadas no experimento.

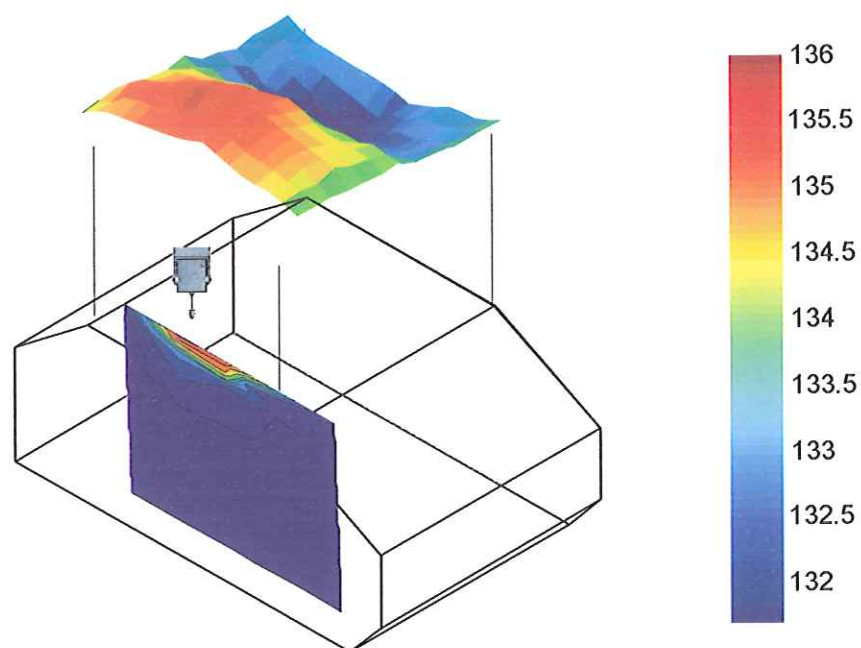


**Figura 7.54 – Espectro da força controlada e as faixas de tolerância**

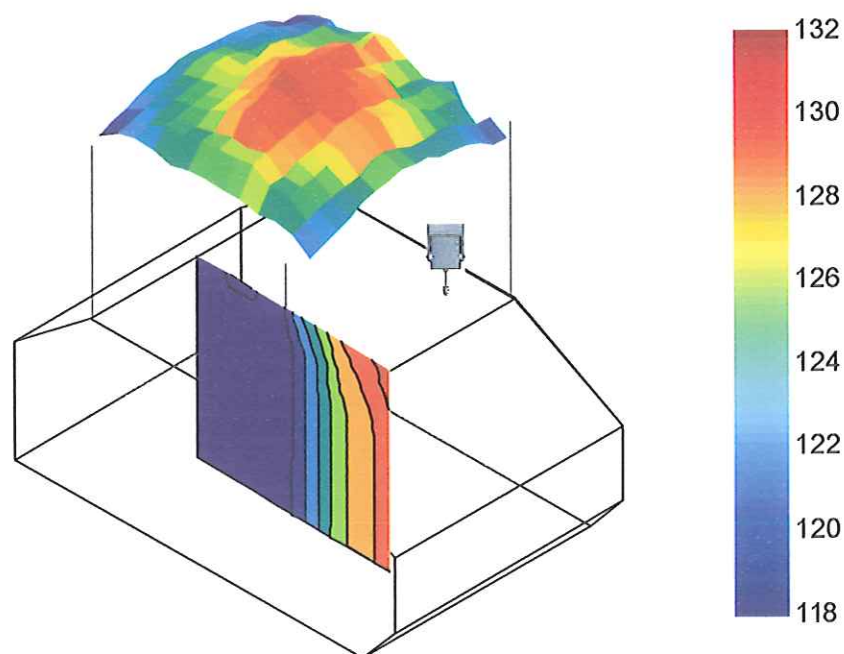
A Figura 7.55 foi obtida com a força controlada, pode-se notar que há algumas imperfeições no modo obtido, mas corresponde ao modo esperado.



**Figura 7.55 – Frequência natural de 22 Hz, obtida com o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico**

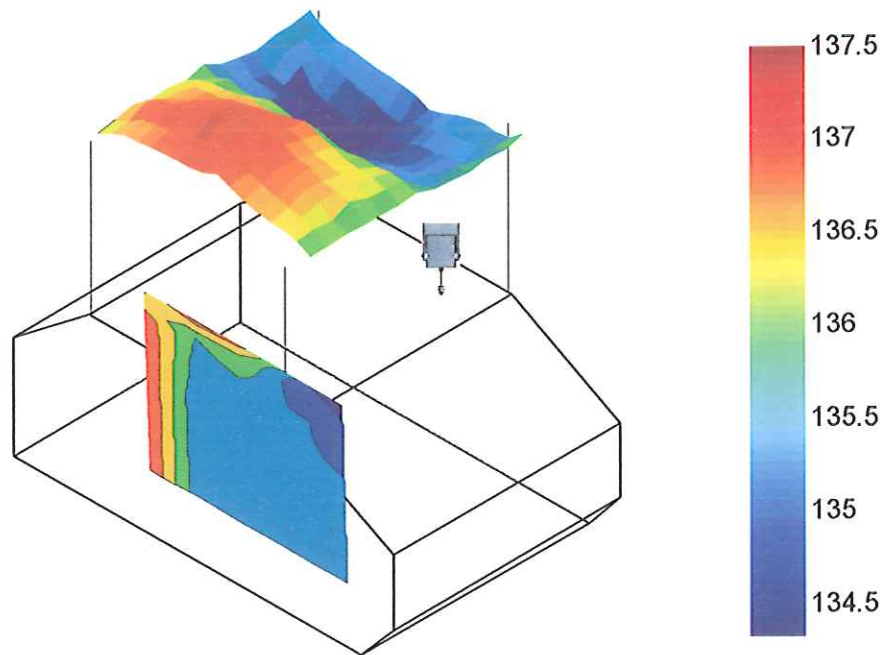


**Figura 7.56 – Frequência natural de 35 Hz, obtida com o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico**



**Figura 7.57 – Frequência natural de 22 Hz, obtida sem o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico**

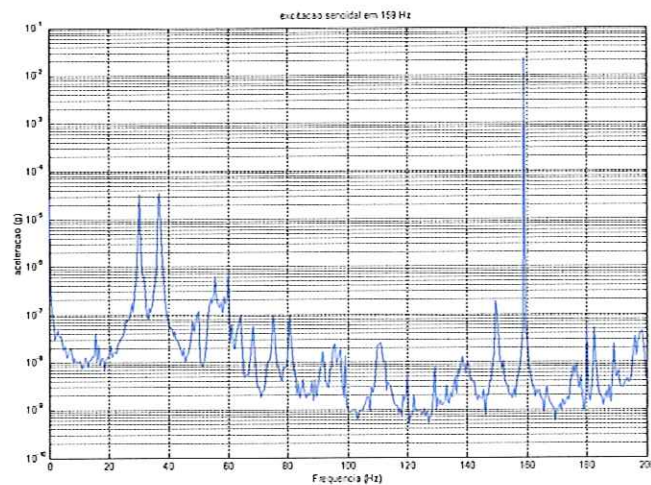




**Figura 7.58 – Frequência natural de 35 Hz, obtida sem o controle da força de excitação, escala em dB, modo vibroacústico**

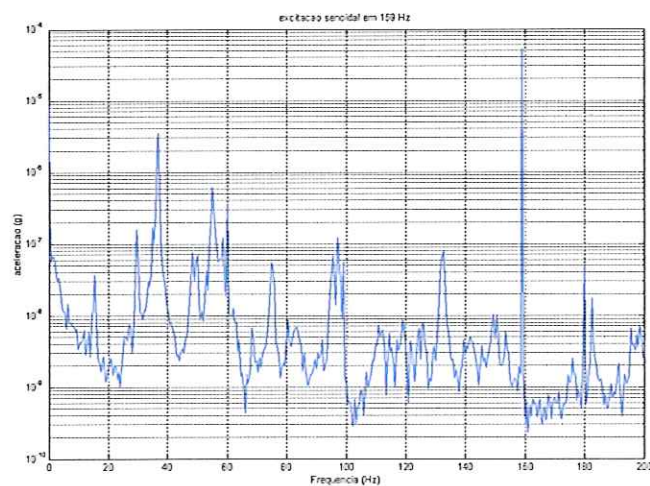
As Figuras 7.57 e 7.58 apresentam resultados para a força não-controlada. O que podemos concluir a partir das duas Figuras é que a obtenção do modo acústico começa a independer do controle da força à medida que o valor da frequência começa a aumentar.

As Figuras 7.59 e 7.60 ilustram o problema da excitação de outros modos, mesmo quando sintonizado em uma única frequência. Tal fato não impossibilitou a obtenção dos modos, visto que o valor RMS da frequência sintonizada era maior do que o valor das demais frequências.



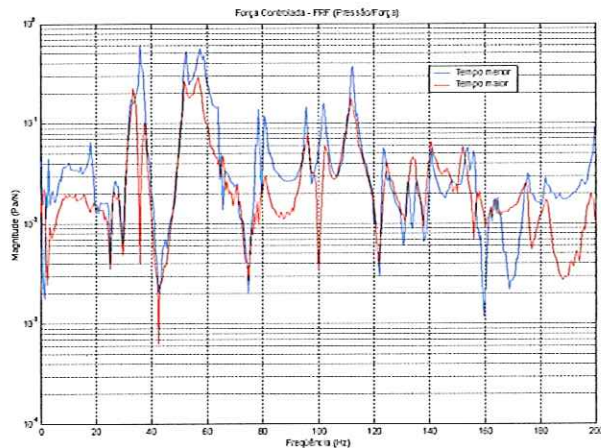
**Figura 7.59 – Excitação de outras frequências naturais do sistema. Frequência sintonizada em 159 Hz, excitando também as frequências de 30 Hz e 37 Hz, ponto G04.**

A Figura 7.60 ilustra o problema da excitação acústica, excitando outras frequências diferentes daquelas sintonizadas. O principal motivo é o espalhamento acústico.



**Figura 7.60 – Frequência sintonizada de 159 Hz, excitação via alto-falante, excitando também as frequências de 30 Hz, 37 Hz e 55 Hz, ponto F02.**

Nota-se que uma frequência de difícil obtenção, a de 22 Hz surge quando a força é controlada.

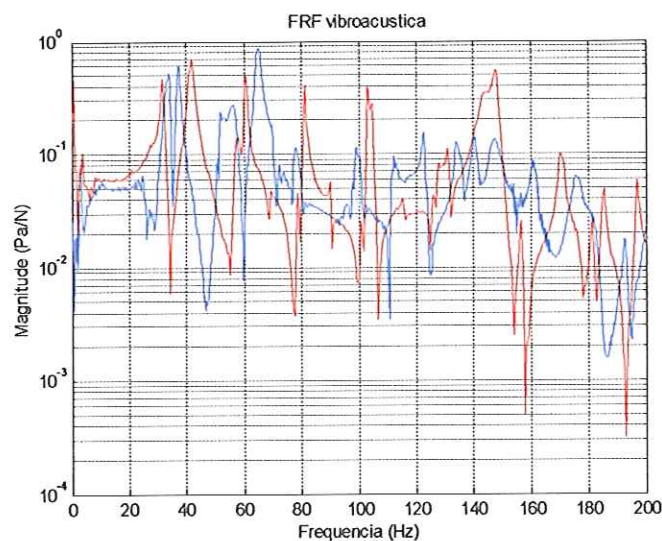


**Figura 7.61 – Força controlada – tempos de permanência da excitação aleatória diferentes – 1 segundo, azul e 40 segundos, vermelho.**

Durante a pesquisa do melhor sistema de suspensão do modelo, de modo a simular um sistema livre-livre, foram testados alguns sistemas. O primeiro era feito de câmaras-de-ar cheias colocadas debaixo do protótipo, mas tal sistema mostrou-se ineficiente porque à medida que se variava a quantidade de ar dentro da câmara, as frequências naturais “caminhavam” ao longo do eixo “x”, conforme pode ser visto pela Figura 7.62. Mesmo com um controle da quantidade de ar inserido na câmara, ela esvaziava com a massa do protótipo e com o tempo de ensaio, fazendo com que as frequências “caminhassem” ao longo do eixo  $x$  durante o experimento. A Figura 7.62 traz resultados de FRF vibroacústica para o caso de sistema de suspensão com câmara-de-ar e para o novo tipo de suspensão, feito de borrachas flexíveis inseridas nas quatro pontas do protótipo, de modo que a cabine fique suspensa por essas quatro extremidades e a área de contato da cavidade com essas borrachas seja a menor possível. Pode-se perceber observando-se esta figura que a FRF muda



completamente com o tipo de suspensão, o que era esperado, pois a suspensão feita com câmara-de-ar não simula um sistema livre-livre, porque a área de contato com a câmara é muito grande, a superfície de contato está criando uma outra condição de contorno, que modificará as frequências naturais obtidas. Do ponto de vista prático era preferível a utilização das câmaras-de-ar, para que não se corresse o perigo de danificar o protótipo quando suspenso. Durante o ensaio para a obtenção dos dois diferentes tipos de FRF, não foi feito qualquer controle da força, pois seria mais um parâmetro a influenciar na resposta. Não foi possível a obtenção de modos acústicos satisfatórios com o sistema de suspensão feito de câmara-de-ar e, portanto, tais resultados não são apresentados neste trabalho.



**Figura 7.62 – FRFs vibroacústicas (Pressão/Força) para dois tipos de suspensão, em vermelho, o sistema feito de câmara-de-ar e em azul o novo sistema feito de borrachas flexíveis.**

Por fim, faz-se um resumo das frequências naturais obtidas experimentalmente, acústicas, estruturais e do sistema vibroacústico, em que há a interação entre o fluido e a chapa de alumínio, no teto, apresentados na Tabela 7.1.



Os resultados apresentados na Tabela 7.1 foram obtidos utilizando-se excitação estrutural e os valores obtidos experimentalmente se aproximam bem daqueles encontrados via simulação por elementos finitos. Pode-se perceber que algumas frequências obtidas experimentalmente não foram localizadas no modelo em elementos finitos. A Tabela 7.2 traz resultados que permitam comparar valores obtidos experimentalmente para dois tipos de excitação: acústica e estrutural. Os modos acústicos foram melhor obtidos utilizando excitação acústica, como pode ser visto na Figura 7.46, do que aqueles encontrados quando se utilizou excitação estrutural – Figura 7.44. Ao observar-se a Tabela 7.2, percebe-se que o número de frequências naturais encontradas nas FRFs ao utilizar-se excitação acústica, é bem menor do que aquele obtido ao usar-se a excitação estrutural. Na frequência de 268 Hz, para se obter os modos usando tanto excitação acústica quanto estrutural, ocorre uma forte interação entre a vibração da placa e o fluido no interior da cavidade, era de se esperar, portanto, que tal frequência se mostrasse em ambos os casos.

Na Tabela 7.1, como não era objetivo deste trabalho a obtenção experimental de todos os modos vibroacústicos, algumas frequências naturais experimentais e simuladas vibroacústicas podem não estar combinadas adequadamente. Portanto, nos casos em que tal verificação não foi feita experimentalmente, eventualmente alguma frequência natural vibroacústica experimental não esteja localizada na linha que corresponda ao seu equivalente simulado por meio de elementos finitos. O critério para o posicionamento dos valores em suas linhas obedeceu, exceto nos casos de verificação experimental, aos valores das magnitudes, de acordo com a proximidade entre eles, critério que traz possibilidade de falha, mas que é o mais adequado no caso.

Frequências naturais experimentais (vibroacústico) (Hz)	Frequências naturais Elementos Finitos (EF) (vibroacústico) (Hz)	Frequências naturais placa de alumínio engastada obtidas por simulação EF (Hz)	Frequências naturais acústicas do sistema rígido obtidas por EF (Hz)	Frequências naturais acústicas do sistema com bancos - EF (Hz)
22,0	18,1	17,1		17,5
35,0	32,2	31,5		36,2
37,6	42,7	38,0		37,3
50,3		51,2		
52,5	54,9	54,5		54,1
56,5	55,0			
65,9				64,9
71,9		70,1		67,8
73,4	75,6	73,1		
77,7	78,6			
80,7		82,5		81,4
	86,4	85,8		83,8
96,3	93,4	103,5		103,9
99,9	104,2	103,5		109,1
112,5	109,2	112,9		110,3
123,8	126,5	124,9		118,8
	128,2	125,1		124,2
136,4	134,2	132,8		
141,4	136,9	142,0	138,3	146,9
147,2	146,1	145,2		148,7
				149,3
156,1	154,2			152,3
163,6	159,4	166,3		161,5
		170,5		165,8
		172,3		
176,7	174,9	173,6		176,2
	178,3	178,0		
	178,4			
	183,8	188,7		183,3
193,1	192,9			194,3
	194,9	197,7		199,7
	207,8	210,2		209,9
219,3	215,1	216,3	212,6	
	224,8	225,4		222,1
230,3		227,6		224,4
235,6	234,8	230,2		228,5
				233,4
	239,6	241,7		239,2
	243,1	243,5		
	248,9			
252,9	255,3	254,9	254,6	251,3
260,1	261,2	260,9	263,9	260,6
		261,0		261,7
267,9	269,7	270,2		265,5
277,1				276,7
				279,2
				283,0
282,1	284,4	287,9		287,9
289,2	293,3	291,0		294,6

**Tabela 7.1 – Frequências naturais encontradas para a cavidade, a chapa de alumínio e o sistema vibroacústico**

Frequências naturais experimentais. Excitação estrutural (Hz)	Frequências naturais experimentais. Excitação acústica (Hz)	Frequências naturais teóricas. Elementos Finitos (Hz)
22,0	28,1	18,1
35,0	32,8	32,2
37,6	38,7	42,7
50,3		
52,5		54,9
56,5	56,3	55,0
65,9	65,2	
71,9		
73,4	75,8	75,6
77,7		78,6
80,7		
		86,4
96,3		93,4
99,9		104,2
112,5	110,5	109,2
123,8		126,5
		128,2
136,4		134,2
141,4		136,9
147,2	143,8	146,1
156,1		154,2
163,6		159,4
176,7		174,9
	178,9	178,3
		178,4
		183,8
193,1		192,9
		194,9
	202,7	207,8
219,3	220,3	215,1
	225,8	224,8
230,3		
235,6		234,8
		239,6
		243,1
	250,0	248,9
252,9		255,3
260,1		261,2
267,9	268,2	269,7
277,1		
282,1		284,4
289,2		293,3

**Tabela 7.2 – Comparação entre valores obtidos experimentalmente para dois tipos de excitação; estrutural e acústica e valores da simulação em elementos finitos**

## 8 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O protótipo da cabine, antes de ter sido construído, foi simulado utilizando elementos finitos, para determinação das frequências naturais. O ajuste do modelo foi feito, de modo a se obter as frequências naturais na faixa desejada, e só então foi construído o protótipo, o que garantiu que os resultados obtidos experimentalmente fossem bons.

Como era de se esperar, as frequências naturais da chapa de alumínio influenciaram os valores das frequências naturais do sistema vibroacústico, considerando-se o acoplamento do fluido com a estrutura. Com a introdução da chapa de alumínio substituindo o teto de acrílico, o modelo que antes era puramente acústico modificou-se e os modos da chapa passaram a influenciar fortemente o comportamento dinâmico do sistema.

A frequência natural de 96 Hz surge no modelo vibroacústico graças à frequência de 100 Hz, da chapa de alumínio engastada, conforme se pode ver na Figura 7.14. Na Figura 7.15, é nítido que existe uma correlação entre o sinal da força e da pressão acústica.

Considerando-se a segunda frequência natural do sistema vibroacústico, de 32 Hz, que não existe na chapa (que possui as frequências de 31,5 Hz e 38,0 Hz) nem no sistema puramente acústico (que inicia com a primeira frequência natural de 138



Hz), chegamos à conclusão de que essa frequência é fruto do acoplamento entre o sistema acústico e a estrutura vibrante (chapa de alumínio), sendo característica, portanto, do sistema vibroacústico em estudo.

A frequência natural de 96 Hz, a décima vibroacústica tem níveis de pressão sonora à altura do ouvido do motorista e passageiros consideráveis, conforme se pode notar observando-se a Figura 7.14 ou a Figura 7.30.

Na Figura 7.29, a distribuição de pressão acústica experimental ficou com uma resolução baixa com relação ao modelo em elementos finitos, isso porque a malha utilizada para posicionamento do microfone, não foi suficientemente refinada.

A frequência natural vibroacústica de 159 Hz, apresentada na Figura 7.23 é uma combinação do modo acústico de 138 Hz com a frequência da chapa de 145 Hz, que mostra como ocorre a interação entre o fluido e a estrutura no sistema em questão.

Foram estudados alguns assuntos interessantes, primeiramente no que diz respeito à excitação acústica. Foi estudado o caso do alto-falante selado e não-selado, para verificação das faixas de frequências em que seria possível a utilização do alto-falante não-selado. A caixa acústica que envolve o alto-falante é grande o bastante para que interfira em qualquer medição de pressão sonora no interior do protótipo, de modo que era desejável trabalhar com o alto-falante fora da caixa. Contudo, percebeu-se ser possível a utilização do alto-falante não-selado somente para frequências abaixo de 100 Hz, com resultado satisfatório, conforme ilustra a Figura 7.31. Entretanto, tal condição não serve para a frequência de 159 Hz, conforme ilustra a Figura 7.37. Quando sintonizou-se a frequência natural de 159 Hz, o sistema respondeu na frequência de 79 Hz. Isso se deve a dois fatores: a falta de potência no

alto-falante e ao fato de se ter, na condição de um alto-falante não-selado, um bipolo, desta forma sendo possível que a falta de controle entre as fases das ondas tenha provocado sua anulação em alguns pontos.

Como se pode perceber observando-se as Figuras 7.32 e 7.35, não faz muita diferença o posicionamento do alto-falante, como vem sendo defendido pela literatura. O alto-falante funciona bem tanto no meio quanto em um dos cantos da cavidade, os resultados obtidos são bastante semelhantes.

Para o caso da FRF vibroacústica, utilizando o excitador como excitação, a posição do excitador tem influência no resultado final. Desta forma, devido à contribuição modal e à sensibilidade do microfone, os resultados podem ser diferentes quando se excita o sistema numa extremidade da chapa e em seu meio, como se pode perceber nas Figuras 7.40 e 7.41. A distribuição de pressão sonora da Figura 7.43 foi obtida colocando-se o excitador no meio da chapa, em uma de suas extremidades, como é mostrado. Já a distribuição de pressão da Figura 7.41 foi obtida com o excitador em um canto da chapa, como pode ser visualizado. No caso da Figura 7.41, a pressão sonora é maior no lado em que está localizado o excitador, que é onde há uma maior contribuição modal. Para tentar fugir desse problema, o melhor a fazer foi centrar o excitador, desta forma obtendo-se melhores resultados.

Na Figura 7.39, foram medidos dois planos ao longo do protótipo e isso ilustra a simetria do sistema vibroacústico, que era esperada.

Na Figura 7.54, pode-se perceber, para o caso de excitação acústica via alto-falante, que outros modos diferentes daquele sintonizado são excitados. Isso se deve a dois fatores: à não-linearidade do sistema vibroacústico e ao problema do

espalhamento acústico. Na Figura 7.55, podemos perceber que o problema é ainda mais grave, mas em ambos os casos, não houve interferência nos resultados obtidos.

Modos acústicos em frequências abaixo de 50 Hz num sistema vibroacústico são difíceis de serem obtidos. Dois problemas contribuíram para a obtenção dos resultados ruins nas frequências abaixo de 50 Hz, o primeiro foi o fato de trabalhar-se apenas com um microfone e o segundo foi a grande variação da força de excitação nessa faixa. Se se fosse optar pela excitação acústica, seriam enfrentados também alguns problemas, que impossibilitariam a medição: os alto-falantes comerciais iniciam sua faixa de excitação em frequências acima de 30 Hz, mesmo assim esses dispositivos de excitação possuem um diâmetro muito grande e requerem uma caixa selada com volume excessivo, o que inviabiliza sua utilização. No caso de excitação estrutural via excitador, é preciso manter um controle da força, visto que a sua maior variação está justamente na faixa de baixas frequências. Atuando-se no controle dessa força de excitação, tornou-se possível a obtenção da primeira frequência natural de 22 Hz, conforme é mostrado na Figura 7.50.

A Figura 7.58, que apresenta resultados de Funções de Resposta em Frequência com a força controlada, mostra a importância desse controle. Para dois tempos diferentes de resposta, obtiveram-se frequências naturais diferentes e para o primeiro caso, com tempo menor, percebe-se o aparecimento da frequência de 22 Hz, mas ao mesmo tempo algumas outras desapareceram.

Para o caso de excitação usando-se o alto-falante, a frequência de 268 Hz foi obtida de forma mais precisa do que utilizando-se um excitador eletrodinâmico. Eliminou-se também, por não haver contato da excitação com o sistema, a influência do fator de contribuição modal. A frequência de 22 Hz, de difícil obtenção usando-se

a excitação via excitador eletrodinâmico, sendo necessário um controle da força, pôde ser encontrada quando utilizando-se o alto-falante.

A frequência de 268 Hz do sistema vibroacústico tem o modo acústico como preponderante, entretanto ele influencia pouco o modo estrutural. Nos casos anteriores, o modo estrutural, que predominava no sistema vibroacústico, influenciava decisivamente o modo acústico.



## 9 CONCLUSÕES

A principal dificuldade na análise modal experimental vibroacústica em baixas frequências, importante para o estudo do comportamento dinâmico de cabines veiculares, é a forma de excitação. Se por um lado a excitação acústica encontra limitações no que diz respeito ao tamanho da fonte, potência, volume de fluido deslocado, obtenção da velocidade de deslocamento do volume de fluido, resposta em frequência, a excitação estrutural também apresenta dificuldades, sendo as principais o fator de contribuição modal, a amplitude da força de excitação, a variação na amplitude da força e a necessidade de um controle eficiente e a obtenção da condição livre-livre.

A análise modal e conseqüente determinação dos parâmetros modais vibroacústicos, como frequências naturais e modos de vibrar, é de grande importância para a qualificação do sistema estudado. Os resultados obtidos podem ser usados para a definição de estratégias de controle dos níveis de ruído no interior de cavidades, bem como para o controle da vibração. Foram apresentadas metodologias para a medição correta dos parâmetros modais e ressaltou-se a influência de diversos fatores que podem prejudicar os resultados finais dessas medidas, tais como posicionamento da excitação, controle da força e modificação estrutural.

A excitação acústica utilizando alto-falante não-selado para obtenção dos modos de vibrar da chapa funciona bem para frequências abaixo de 100 Hz, acima desse valor, ela perde sua eficácia e existe a possibilidade de obtenção de modos estruturais distintos daqueles que se pretendem medir. Acima da frequência de 100 Hz, é necessária a utilização de caixa acústica selada, como foi mostrado nos resultados obtidos. Entretanto, há um inconveniente, que é o volume dessa caixa selada, muito grande em relação ao volume total do interior do protótipo e das cavidades em geral, inviabilizando a aquisição simultânea dos modos acústicos da cabine, quando a fonte está no interior do protótipo. Como foi mostrado, os modos acústicos podem ser obtidos com a fonte acústica exterior ao protótipo. Um problema detectado na excitação acústica via alto-falante para obtenção dos modos de vibrar da chapa foi a excitação de outras frequências naturais distintas daquela sintonizada, isso se devendo ao fato de que a pressão sonora é uma carga distribuída, podendo ocorrer espalhamento acústico ou a mesma se comportar como um bipolo em vez de monopólo.

Foi mostrada a importância de se fazer um controle da força para obtenção dos modos acústicos em frequências abaixo de 50 Hz, visto que nesta faixa de frequência, a variação da força é muito maior do que em frequências mais elevadas. Os modos correspondentes às frequências abaixo de 50 Hz foram melhor obtidos graças ao controle da força, estratégia apresentada neste trabalho e que é pouco utilizada na análise modal experimental. Como o teto é feito de uma chapa de espessura muito pequena, a estrutura comporta-se como uma membrana, podendo ocorrer interação entre o excitador eletrodinâmico e a estrutura, fazendo com que a força varie de maneira significativa na faixa de frequências estudada.

O controle da força merece algumas observações, de modo a ser bem utilizado. Para a determinação da FRF vibroacústica, o tempo de permanência da excitação é muito importante. Como a chapa é muito flexível e a variação da força é considerável, é necessário um tempo maior para a estabilização da força. No caso do controle senoidal, foi mantido o tempo maior para a medição dos valores de pressão sonora e tal estratégia se mostrou eficiente. Sem o controle da força, alguns modos foram obtidos erroneamente, sua forma não corresponde ao esperado. Com o controle da força foi possível a obtenção desses modos.

Outro estudo que mereceu atenção foi o do sistema de suspensão que melhor representasse um sistema livre-livre. Ao contrário do que era esperado, o protótipo não se comportou como um sistema rígido, a estrutura possuindo, portanto, algumas frequências naturais que influenciavam no resultado final. Em alguns casos, quando utilizada a suspensão feita de câmara-de-ar para a obtenção dos modos vibroacústicos, era impossível a obtenção correta das pressões sonoras, cujas magnitudes variavam muito de um ponto para outro. Outro problema enfrentado foi a utilização de apenas um microfone para a medição dos 130 pontos de pressão sonora. Teve-se de tomar o máximo cuidado para que as condições de suspensão não variassem muito, tal fato poderia ocorrer se a cavidade balançasse muito. Se isso ocorresse, a força excitadora poderia se modificar conseqüentemente modificando a pressão sonora medida.

Mostrou-se que a utilização de alto-falantes para obtenção dos modos acústicos em frequências abaixo de 50 Hz não é muito adequada, sugere-se a utilização do excitador eletrodinâmico para a excitação estrutural. Entretanto, a



obtenção dos modos estruturais da chapa pode ser feita utilizando excitação acústica, os resultados alcançados foram bastante satisfatórios.

Os modos acústicos obtidos no protótipo são simétricos, conforme foi mostrado no trabalho, não sendo necessária, portanto, a aquisição dos valores de pressão sonora em todo o volume da cavidade. Devido ao fator de contribuição modal, é claro que os valores RMS da pressão de um lado e outro da cavidade serão diferentes, mas a forma do modo é a mesma.

Algumas frequências naturais adicionais foram obtidas experimentalmente, conforme foi apresentado, e algumas frequências naturais obtidas com o modelo de elementos finitos não foram encontradas experimentalmente. Entretanto, a quantidade de frequências naturais adicionais encontradas experimentalmente é bem maior, comprovando que uma análise modal experimental é essencial para uma qualificação mais completa do sistema.

Percebeu-se que num sistema vibroacústico, a estrutura flexível vai dominar a maior parte dos modos em baixas frequências. O sistema acústico influencia nas frequências naturais da chapa, mas a influência da chapa nos modos acústicos do sistema é muito maior. Entretanto, essa interação, entre a estrutura flexível e o sistema acústico, vai resultar na criação de um novo sistema, chamado vibroacústico, que não é o sistema puramente estrutural e tampouco o sistema puramente acústico, conforme foi mostrado por meio de tabelas e gráficos com as frequências naturais dos três tipos de sistema.

Outro fator importante na aquisição dos modos acústicos é o fator de contribuição modal, que depende do posicionamento da excitação. Nem sempre o ponto de maior amplitude de deslocamento da chapa em determinada frequência é o



melhor. Os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos com a excitação em posições tais que o efeito da contribuição modal fosse minimizado.

A amplitude da excitação e do ganho do excitador eletrodinâmico não tem muita influência até um valor limite, acima do qual a vibração da chapa será grande demais, gerando outras fontes de ruído que influenciam na obtenção da pressão sonora. Aumentando-se o ganho no excitado eletrodinâmico, vai ocorrer um aumento nos valores de pressão sonora, mas o modo acústico continua o mesmo.

Para todos os modos vibroacústicos mostrados, foram mantidas as mesmas condições experimentais. No caso dos resultados apresentados para o protótipo com bancos de madeira em seu interior, podem-se fazer algumas observações interessantes. A primeira delas é que o banco vai direcionar a pressão sonora na direção do ouvido do passageiro e do motorista, onde estarão os picos de pressão sonora. A utilização de espuma absorvente nos bancos mostrou-se eficiente. Como o coeficiente de absorção sonora da maior partes dos materiais é baixo em frequências baixas, os níveis de pressão sonora não modificaram significativamente, mas a forma do modo mudou bastante. A espuma redirecionou o pico de pressão para outras posições, mais afastadas do ouvido do motorista e do passageiro. A influência do material absorvente na diminuição dos níveis de ruído é bem maior para frequências acima de 100 Hz, visto que o comprimento de onda diminui, aumentando a eficácia do absorvedor.

Há alguns locais de medição de pressão sonora que são de difícil acesso, que correspondem principalmente àqueles perto do piso da cavidade. Há o próprio comprimento do microfone, que, para ser mantido perpendicular à superfície do piso, teve de ser levado em conta. Também o próprio cabo do microfone, resultando em

perda de resolução nas áreas próximas ao piso, mas que não têm grande importância na análise final, visto que os pontos de medição próximos ao teto é que são mais importantes para a configuração final do modo.

## 10 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de novos trabalhos que podem ser feitos, baseados nesta tese, citam-se:

- Estudo do amortecimento proporcional no caso de ajuste de curva para análise modal vibroacústica;
- Extração do amortecimento desacoplado, tanto para o sistema estrutural quanto para o sistema acústico;
- Prosseguir o estudo, aplicando-se o controle ativo de vibração e ruído no protótipo, através da utilização de alto-falantes e de atuadores;
- Pesquisar o caso da múltipla excitação, usando simultaneamente alto-falantes e excitadores eletrodinâmicos, com controle de ângulo fase.

## **11 TRABALHOS RELACIONADOS À TESE, PUBLICADOS ATÉ A DEFESA**

MAMEDE, W. F., VAROTO, P. S. (2003). *Vibroacoustic modal testing of automobile interior including structural modifications*. Proceedings of the IMAC-XXI (International Modal Analysis Conference), Orlando, Florida, USA.

MAMEDE, W. F.; VAROTO, P. S.; OLIVEIRA, L. P. R. (2002). *Vibroacoustic modal testing of a vehicle cabin*. Proceedings of the ISMA 2002 (International Conference on Noise and Vibration Engineering), Leuven, Belgium.

MAMEDE, W. F.; VAROTO, P. S.; OLIVEIRA, L. P. R. (2002). *On the identification of acoustic modal and response mode for reactive filters*. Proceedings of the II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM 2002, João Pessoa, Brasil.



## 12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEMANG, R. J. (1999). *Vibrations: analytical and experimental modal analysis*.

Department of Mechanical, Industrial and Nuclear Engineering, University of Cincinnati, Ohio.

AMINI, S., HARRIS, P. J., WILTON, D. T. (1992). *Lecture notes in engineering: coupled boundary and finite element methods for the solution of the dynamic fluid-structure interaction problem*. Springer-verlag, Berlin, Germany.

ANSYS User's Manual, 2000, ANSYS revision 6.0.

BESSAC, F.; GAGLIARDINI, L.; GUYADER, J. -L. (1996). *Coupling eigenvalues and eigenvectors: a tool for investigating the vibroacoustic behavior of coupled vibrating systems*. Journal of sound and vibration, v. 195, n. 5, p. 881 – 899.

BICKFORD, W. B. (1990). *A first course in the finite element method*. Boston, MA, IRWIN.

BOKIL, V. B., SHIRAHATTI, U. S. (1994). *A technique for the modal analysis of sound-structure interaction problems*. Journal of sound and vibration, v. 173, n. 1, p. 23-41.

BONILHA, M. W., FAHY, F. J. (1999). *A hybrid model for vibroacoustic studies*. ACUSTICA, v. 85, p. 312 – 324.

BUTKOV, E. (1978). *Física Matemática*. , Rio de Janeiro, Guanabara Dois.

BUEHRLE, R. D.; ROBINSON, J. H.; GROSVELD, F. W. (2001). *Vibroacoustic model validation for a curved honeycomb composite panel*. AIAA, n. 1587, p. 1 – 9.

BYRNE, K. P. (1985). *The use of acoustic pressure measurements to determine the particle motions associated with the low order acoustic modes in enclosures*. J. Acoust. Soc. Am., v. 77, n. 2, p. 739-746.

CAMPBELL, B., ABRISHAMAN, M., STOKES, W. (1992). *Structural-acoustic analysis for the prediction of vehicle body acoustic sensitivities*. SAE paper number 931327.

CAZZOLATO, B. H. (1999). *Sensing systems for active control of sound transmission into cavities*. PhD thesis, Department of mechanical engineering, University of Adelaide, South Australia, 436 p.

- CHOI, K. K., SHIM, I., WANG, S. (1997). *Design sensitivity analysis of structure-induced noise and vibration*. Journal of vibration and acoustics, v. 119, p. 173 – 179.
- COYETTE, J. P. (1999). *The use of finite-element and boundary-element models for predicting the vibro-acoustic behavior of layered structures*. Advances in engineering software, v. 30, p. 133 – 139.
- CRAGGS, A. (1971). *The transient response of a coupled plate-acoustic system using plate and acoustic finite elements*. Journal of sound and vibration, v. 15, n. 4, p. 509 – 528.
- CRAGGS, A. (1972). *The use of simple three-dimensional acoustic finite elements for determining the natural modes and frequencies of complex shaped enclosures*. Journal of sound and vibration, v. 23, n. 3, p. 331 – 339.
- CRAGGS, A. (1973). *An acoustic finite element approach for studying boundary flexibility and sound transmission between irregular enclosures*. Journal of sound and vibration, v. 30, n. 3, p. 343-357.
- CRIGHTON, D. G. (1989). *The 1988 Rayleigh medal lecture: fluid loading – the interaction between sound and vibration*. Journal of sound and vibration, v. 133, n. 1, p. 1-27.

- DING, W. P.; Chen, H. L. A. (2001). *A symmetrical finite element model for structure-acoustic coupling analysis of an elastic, thin-walled cavity*. Journal of sound and vibration, v. 243, n. 3, p. 547 – 559.
- DOWELL, E. H., VOSS, H. M. (1963). *The effect of a cavity on panel vibration*. Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 1, n. 2, p. 476-477.
- DOWELL, E. H., GORMAN, G. F., SMITH, D. A. (1977). *Acoustoelasticity: general theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment*. Journal of sound and vibration, v. 52, n. 4, p. 519-542.
- EASWARAN, V., GUPTA, V. H., MUNJAL, M. L. (1993). *Relationship between the impedance matrix and the transfer matrix with specific reference to symmetrical, reciprocal and conservative systems*. Journal of sound and vibration, v. 161, n. 3, p. 515-525.
- EL-MASRI, N., TOURNOUR, M., McCULLOCH, C. (2002). *Meshing procedures for vibro-acoustic models*. Proc. ISMA2002, Leuven, Belgium, Sep. 16-18, 2002, pp. 2151-2157.



- EVERSTINE, G. C. (1981). *A symmetric potential formulation for fluid-structure interaction*. Journal of sound and vibration, v. 79, n. 1, p. 157-160.
- EWINS, D. J. (1984). *Modal testing: theory and practice*. Lethwork, England, Research Studies Press Ltd.
- FAHY, F. (1985). *Sound and structural vibration: radiation, transmission, and response*. London, Academic Press.
- FLOCH, C.; BARDOT, A.; POLACK, J., -D.; BOHINEUST, X. (2000). *Vibroacoustic simulation using geometrical acoustics in the medium frequency range inside a car cavity*. Proceedings of the 29<sup>th</sup> International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (Inter-noise), Nice, France.
- GAUTIER, F.; TAHANI, N. (1998). *Vibroacoustic behavior of a simplified musical wind instrument*. Journal of sound and vibration, v. 213, n. 1, p. 107 – 125.
- GELMAN, L.; GORPINICH, S. (2000). *Non-linear vibroacoustical free oscillation method for crack detection and evaluation*. Mechanical systems and signal processing, v. 143, n. 3, p. 343 – 351.
- GLADWELL, G. M. L.; ZIMMERMANN, G. (1966). *On energy and complementary energy formulations of acoustic and structural vibration problems*. Journal of sound and vibration, v. 3, n. 3, p. 233 – 241.

- GLADWELL, G. M. L.; MASON, V. (1971). *Variational finite element calculation of the acoustic response of a rectangular panel*. Journal of sound and vibration, v. 14, n. 1, p. 115 – 135.
- GLADWELL, G. M. L. (1966). *A variational formulation of damped acousto-structural vibration problems*. Journal of sound and vibration, v. 4, n.2, p. 172 – 186.
- GÖRANSSON, P. (1993). *Acoustic finite elements*. Advanced techniques in applied and numerical acoustics, edited by P. Sas (K. U. Leuven), Part VIII.
- GUPTA, V. H., (1995). *On independence of reciprocity, symmetry and conservativeness of one-dimensional linear systems*. Journal of sound and vibration, v. 179, n. 3, p. 547-552.
- GUY, R. W.; BHATTACHARYA, M. C. (1973). *The transmission of sound through a cavity-backed finite plate*. Journal of sound and vibration, v. 27, n. 2, p. 207 – 223.
- HAMZAOU, N, BOISSON, C., LESUEUR, C. (1998). *Vibro-acoustic analysis and identification of defects in rotating machinery, part II: experimental study*. Journal of sound and vibration, v. 216, n. 4, p. 571-583.

HARRIS, C. M. (1991). *Handbook of acoustical measurements and noise control*. Third Edition, New York, McGraw-Hill.

HONG, K. L., KIM, J. (1995). *Analysis of free vibration of structural-acoustic coupled systems, part I: development and verification of the procedure*. Journal of sound and vibration, v. 188, n. 4, p. 561-575.

HONG, K. L., KIM, J. (1995). *Analysis of free vibration of structural-acoustic coupled systems, part II: two and three-dimensional examples*. Journal of sound and vibration, v. 188, n. 4, p. 77-600.

HONG, K. L.; KIM, J. (1996). *New analysis method for general acoustic-structural coupled systems*. Journal of sound and vibration, v. 192, n. 2, p. 465 – 480.

I-DEAS User's Manual, 2000, Structural Dynamics Research Corporation.

IRWIN, J. D., GRAF, E. R. (1979). *Industrial noise and vibration control*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., U. S. A.

JEAN, P. (1999). *Coupling integral and geometrical representations for vibro-acoustical problems*. Journal of sound and vibration, v. 224, n. 3, p. 475-487.

- JIE, P; BIES, D. A. (1988). *An experimental investigation into the interaction between a sound field and its boundaries*. J. Acoust. Soc. Am., v. 83, n. 4, p. 1436 – 1444.
- JUNGER, M. C. (1997). *Acoustic fluid-elastic structure interactions: basic concepts*. Computers & Structures, v. 65, n.3, p. 287-293.
- JUNGER, M. C., FEIT, D. (1986). *Sound, structures, and their interaction*. 2<sup>nd</sup> Edition, Massachusetts, The MIT Press.
- KAGAWA, Y., YAMABUCHI, T., MORI, A. (1977). *Finite element simulation of an axisymmetric acoustic transmission system with a sound absorbing wall*. Journal of sound and vibration, v. 53, n. 3, p. 357-374.
- KANARACHOS, A.; ANTONIADIS, I. (1988). *Symmetric variational principles and modal methods in fluid-structure interaction problems*. Journal of sound and vibration, v. 121, n. 1, p. 77 – 104.
- KANG, S. W., LEE, J. M., KIM, S. H. (2000). *Structural-acoustic coupling analysis of the vehicle passenger compartment with the roof, air-gap, and trim boundary*. Journal of Vibration and Acoustics, v. 122, p. 196-202.



- KIM, S. M.; BRENNAN, M. J. (1999). *A compact matrix formulation using the impedance and mobility approach for the analysis of structural-acoustic systems*. Journal of sound and vibration, v. 223, n. 1, p. 97 – 113.
- KIM, S. H., LEE, J. M. (1998). *A practical method for noise reduction in a vehicle passenger compartment*. Journal of vibration and acoustics, v. 120, p. 199-205.
- KINSLER, L. E., FREY, A. R., COPPENS, A. B., SANDERS, J. B. (1982). *Fundamentals of acoustics*, New York, John Wiley & Sons.
- KIRKUP, S. M., JONES, M. A. (1996). *Computational methods for the acoustic modal analysis of an enclosed fluid with application to a loudspeaker cabinet*. Applied Acoustics, v. 48, n. 4, p. 275-279.
- KRONAST, M., HILDEBRANDT, M. (2000). *A high speed boom investigation of a mid-size car using experimental vibro-acoustic modal analysis*. Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference (IMAC), v. 1, p. 40-45.
- KRONAST, M., HILDEBRANDT, M. (2000). *Vibro-acoustic modal analysis of automobile body cavity noise*. Sound and vibration.
- KUNG, C-H., SINGH, R. (1985). *Experimental modal analysis technique for three-dimensional acoustic cavities*. J. Acoust. Soc. Am., v. 77, n. 2, p. 731-738.

- KWON, Y. W., HYOCHOONG, B. (1997). *The finite element method using Matlab*, Florida, CRC Press.
- LAFLEUR, F., THOMAS, M., LAVILLE, F. (2000). *Modal analysis of structures using acoustical excitation*. Proceedings of the 29<sup>th</sup> International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (ISMA), Nice, France.
- LANGLEY, R. S.; BREMMER, P. (1999). *A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems*. J. Acoust. Soc. Am., v. 105, n. 3, p. 1657 – 1671.
- LE BOT, A. (1998). *A vibroacoustic model for high frequency analysis*. Journal of sound and vibration, v. 211, n. 4, p. 537554.
- LÉOST, O., WILLIAMS, R., RONNAN, D. (1999). *Audio simulation of an in-car entertainment system*. SAE paper number 1999-01-1786.
- LÉTOURNEAUX, F.; GUERRAND, S. (2000). *Low-frequency acoustic transmission of high speed trains: simplified vibroacoustic model*. Journal of sound and vibration, v. 231, n. 3, p. 847 – 851.
- LIM, C. T. (2000). *Automotive panel noise contribution modeling based on finite element and measured structural-acoustic spectra*. Applied acoustics, 60, p. 505 – 519.

LYON, R. H. (1963). *Noise reduction of rectangular enclosures with one flexible wall*. J. Acoust. Soc. Am., v. 35, n. 11, p. 1791 – 1797.

MAIA, N. M. M. et al (1997). *Experimental modal analysis*. Taunton, England, Research Studies Press Ltd, John Wiley & Sons Inc.

MATLAB User's Manual, 2002, version 6.0.

MISSAOUI, J.; CHENG, L. (2000). *Vibroacoustic analysis of a finite cylindrical shell with internal floor partition*. Journal of sound and vibration, v. 226, n. 1, p. 101 – 123.

MORAND, H. J.-P., OHAYON, R. (1995). *Fluid structure interaction*, Masson, Paris, John Wiley & Sons.

NAKANISHI, S.; SAKAGAMI, K.; DAIDO, M.; MORIMOTO, M. (1999). *Effect of an air-back cavity on the sound field by a vibrating plate*. Applied acoustics, v. 56, p. 241 – 256.

NARAYANAN, S., SHANBHAG, R. L. (1981). *Acoustoelasticity of a damped sandwich panel backed by a cavity*. Journal of sound and vibration, v. 78, n. 4, p. 453-473.

NEFSKE, D. J., WOLF, J. A., HOWELL, L. J. (1982). *Structural-acoustic finite element analysis of the automobile passenger compartment: a review of current practice*. Journal of sound and vibration, v. 80, n.2, p. 247-266.

NIETER, J. J., SINGH, R. (1982). *Acoustic modal analysis experiment*. J. Acoust. Soc. Am., v. 72, n. 2, p. 319-326.

NORRIS, A. N.; REBINSKY, D. A. (1993). *Acoustic reciprocity for fluid-structure problems*. J. Acoust. Soc. Am., v. 94, n. 3, p. 1714 – 1715.

PAN, J., BIES, D. A. (1990). *The effect of fluid-structural coupling on sound waves in an enclosure – theoretical part*. J. Acoust. Soc. Am., v. 87, n. 2, p. 691-707.

PAN, J. ELLIOTT, S. J., BAEK, K. -H. (1999). *Analysis of low frequency acoustic response in a damped rectangular enclosure*. Journal of sound and vibration, v. 223, n. 4, p. 543-566.

PETYT, M.; LEA, J.; KOOPMANN, G. H. (1976). *A finite element method for determining the acoustic modes of irregular shaped cavities*. Journal of sound and vibration, v. 45, n. 4, p. 495 – 502.

POPE, L. D. (1970). *On the transmission of sound through finite closed shells: statistical energy analysis, modal coupling, and non resonant transmission*. J. Acoust. Soc. Am., v. 50, n. 3, p. 1004 – 1018.



- PRETLOVE, A. J. (1966). *Forced vibrations of a rectangular panel backed by a closed rectangular cavity*. Journal of sound and vibration, v.3, n. 3, p. 252 – 261.
- RASMUSSEN, G. (1989). *Intensity – Its measurements and uses*. Sound and vibration, v. 23, n. 3, p. 12-21.
- RAYLEIGH, J. W. S. (1945). *The theory of sound*. New York, Dover Publications, Inc.
- RICHARDS, T. L.; JHA, S. K. (1979). *A simplified finite element method for studying acoustic characteristics inside a car cavity*. Journal of sound and vibration, v. 63, n. 1, p. 61 – 71.
- ROSSETTO, G. D., ARRUDA, J. R. F., HUALLPA, B. N. (2000). *Experimental modal analysis using a calibrated acoustic actuator*. Proceedings of the 25<sup>th</sup> International Conference on Noise & Vibration Engineering (ISMA), Leuven, Belgium.
- ROSETTO, G. D. (2001). *Contribuição à teoria e prática da análise modal acústica experimental*. Dissertação de mestrado, Campinas, Unicamp.

ROSSETTO, G., ARRUDA, J., HUALLPA, B. (2002). *The Development of a Calibrated Acoustic Actuator Base don the Tow-microphone Technique*, Proc. ISMA2002, Leuven, Belgium, Sep. 16-18, 2002, pp. 2049-2058.

SANDBERG, G.; GÖRANSSON, P. (1988). *A symmetric finite element formulation for acoustic fluid-structure interaction analysis*. Journal of sound and vibration, v. 123, n. 3, p. 507 – 515.

SAS, P.; AUGUSZTINOVICZ, F. (1998). *Acoustic modal analysis*. Proceedings of Modal Analysis & Testing, Portugal, p. 605 – 623.

SESTIERI, A.; VESCOVO, D. Del; LUCIBELLO, P. (1984). *Structural-acoustic coupling in complex shaped cavities*. Journal of sound and vibration, v. 96, n. 2, p. 219 – 233.

SILVA, J. M. M.; MAIA, N. M. M. (1998). *Acoustic Modal Analysis*. Modal Analysis & Testing, Sesimbra, Portugal, p. 605 – 623.

SITTER, G. de; GUILLAUME, P.; PARLOO, E. (2002). *Maximum likelihood identification of vibro-acoustic modes using output-only measurements*. Proceedings of the 26<sup>th</sup> International Conference on Noise & Vibration Engineering (ISMA), Leuven, Belgium.

STAVRINIDIS, C.; WITTING, M.; KLEIN, M. (2001). *Advancements in vibroacoustic evaluation of satellite structures*. Acta Astronautica, v. 48, n. 4, p. 203 – 210.

SUNG, S. H., NEFSKE, D. J. (1984). *A coupled structural-acoustic finite element model for vehicle interior noise analysis*. Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability in design, v. 106, p. 314-318.

SUI, F. S., ICHCHOU, M. N., JEZEQUEL, L. (2002). *Prediction of vibroacoustics energy using a discretized transient local energy approach and comparison with TSEA*. Journal of sound and vibration, v. 251, n. 1, p. 163-180.

TROMPETTE, N., GUERICH, M. (2002). *An experimental validation of vibroacoustic prediction by the use of simplified methods*. Proc. ISMA2002, Leuven, Belgium, Sep. 16-18, 2002, pp. 2165-2170.

UNRUH, J. F., DOBOSZ, S. A. (1988). *Fuselage Structural-acoustic modeling for structure-borne interior noise transmission*. Journal of vibration, acoustics, stress, and reliability design, v. 110, p. 226-233.

VAN DER LINDEN, P. J. G., VARET, Ph. (1996). *Experimental determination of low frequency noise contributions of interior vehicle body panels in normal operation*. SAE paper number 960194.

- VERHEIJ, J. W. (1994). *A comment on the relationship between reciprocal and symmetrical systems*. Journal of sound and vibration, v. 170, n. 4, p. 567-570.
- WOLDE, T. T.; VERHEIJ, J. W.; STEENHOEK, H. F. (1975). *Reciprocity method for the measurement of mechano-acoustical transfer functions*. Journal of sound and vibration, v. 42, n. 1, p. 49 – 55.
- WOLF JR., J. A. (1977). *Modal synthesis for combined structural-acoustic systems*. AIAA Journal, v. 15, p. 743-745.
- WU, J. H., CHEN, H. L. (2002). *A method to predict acoustic radiation from an enclosed multicavity structure*. Journal of sound and vibration, v. 249, n. 3, p. 417-427.
- WU, J. H., CHEN, H. L. (2002). *Structure-modified influence on the interior sound field and acoustic shape sensitivity analysis*. Journal of sound and vibration, v. 251, n. 5, p. 905-918.
- WYCKAERT, K., AUGUSZTINOVICZ, F., SAS, P. (1996). *Vibro-acoustical modal analysis: reciprocity, model symmetry, and model validity*. J. Acoust. Soc. Am., v. 100, n. 5, p. 3172-3181.



ZIENKIEWICZ, O. C., BETTESS, P. (1978). *Fluid-structure dynamic interaction and wave forces. An introduction to numerical treatment*. International journal for numerical methods in engineering, v. 13, p. 1-16.

## ANEXO 1

### AUTOVETORES DA ESQUERDA E DA DIREITA

Seja o problema de autovalor:

$$\omega^2 \hat{v} = E \hat{v} \quad (A1)$$

na qual  $E = m^{-1}k \equiv D^{-1}$

Ou, representado da seguinte maneira:

$$E \phi_n = \phi_n \lambda_n \quad (A2)$$

Se transpusermos a matriz  $E$ :

$$E^T \phi_{Ln} = \phi_{Ln} \lambda_n \quad (A3)$$

$\phi_{Ln}$  é chamado autovetor esquerdo de  $E$

$\phi_n$  é chamado autovetor direito de  $E$

Ou na forma alternativa:

$$\phi_{Ln}^T E = \lambda_n \phi_{Ln}^T \quad (A4)$$

Para provar a propriedade de ortogonalidade, multiplicamos a Equação acima por

$\phi_m$ :

$$\phi_{Ln}^T E \phi_m = \lambda_n \phi_{Ln}^T \phi_m \quad (A5)$$

Pode-se notar que para obtermos os autovalores a partir da Equação singular, utilizando-se o seu determinante, que os autovalores da matriz transposta são os mesmos da matriz original. Entretanto, os autovetores da matriz transposta de uma matriz não-simétrica como  $E$  são diferentes dos da original.

Algumas propriedades dessas matrizes:

$$\Phi_L^T \Phi = I \quad (A6)$$

$I$  é a matriz identidade.

A transposta dos autovetores da esquerda é igual à inversa dos autovetores da direita:

$$\Phi_L^T = \Phi^{-1} \quad (A7)$$

## ANEXO 2

### PROJETO DO PROTÓTIPO DA CABINE DE ACRÍLICO

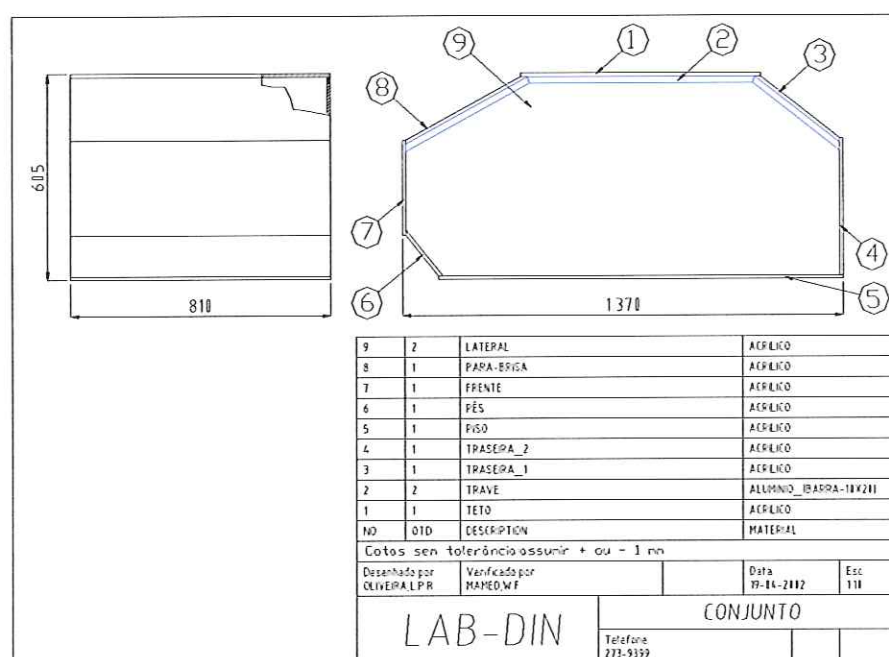
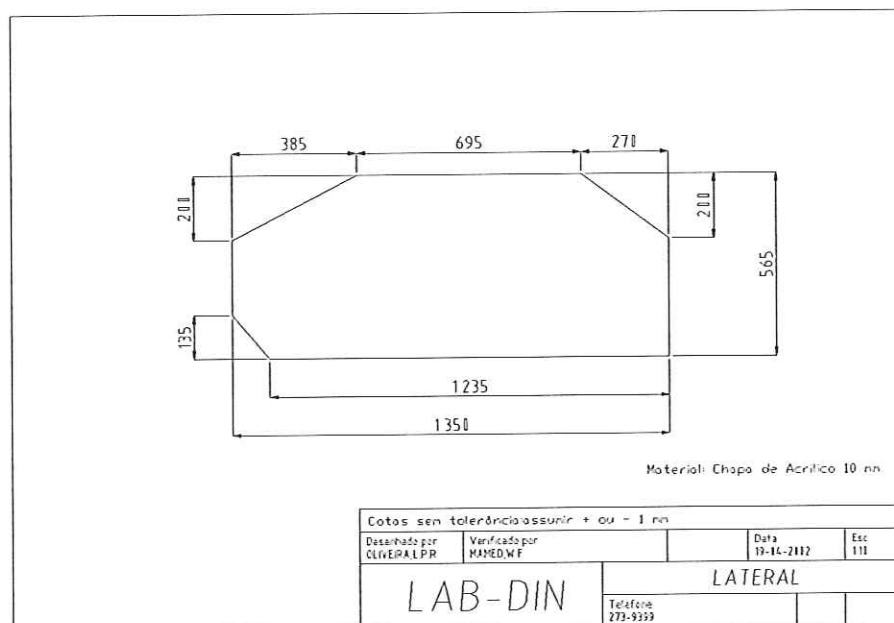
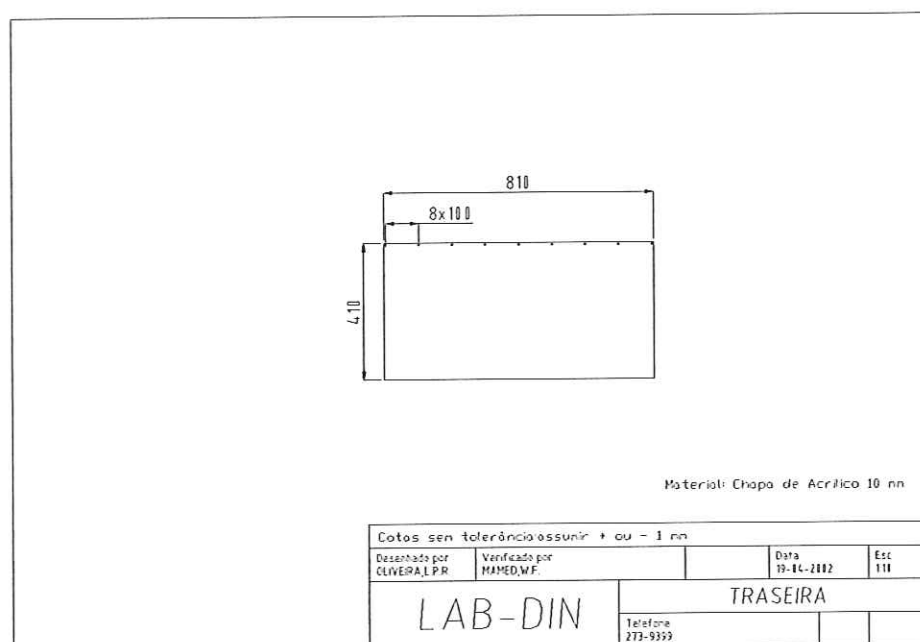


Figura A.1 – Projeto do conjunto do protótipo em acrílico





**Figura A.2 – Detalhe das portas laterais**



**Figura A.3 – Detalhe da parte traseira do protótipo**

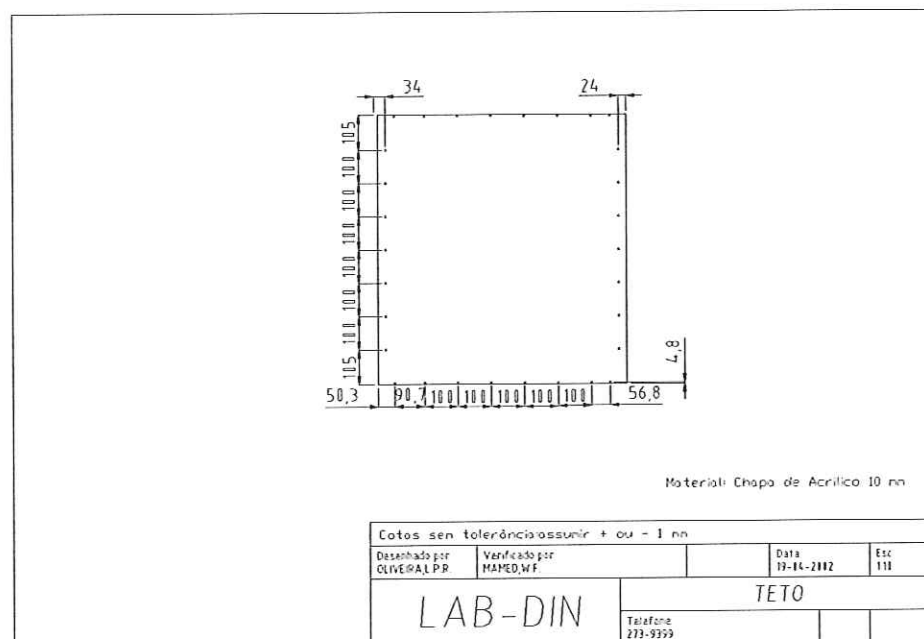


Figura A.4 – Detalhe do teto de acrílico

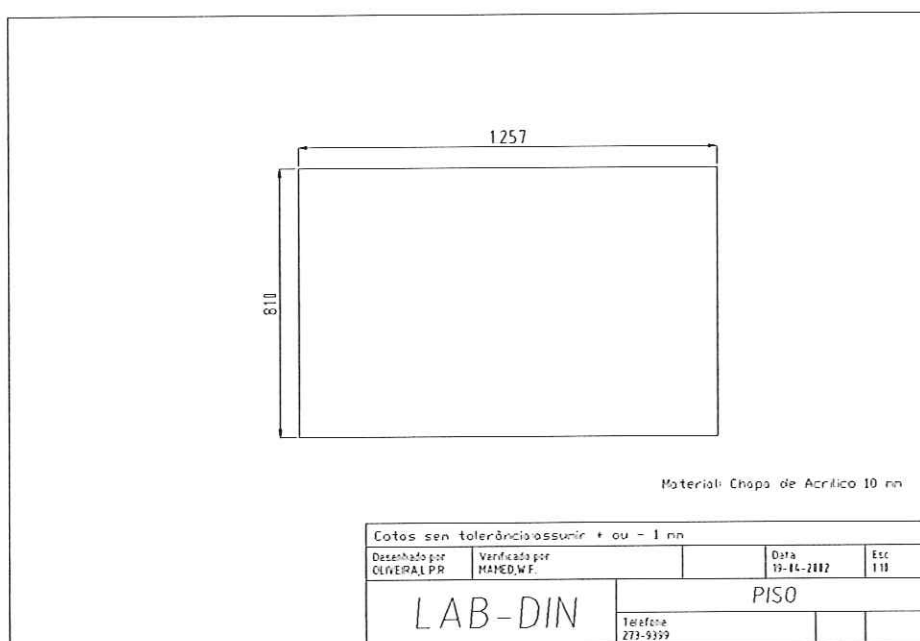


Figura A.5 – Detalhe do piso de acrílico do protótipo

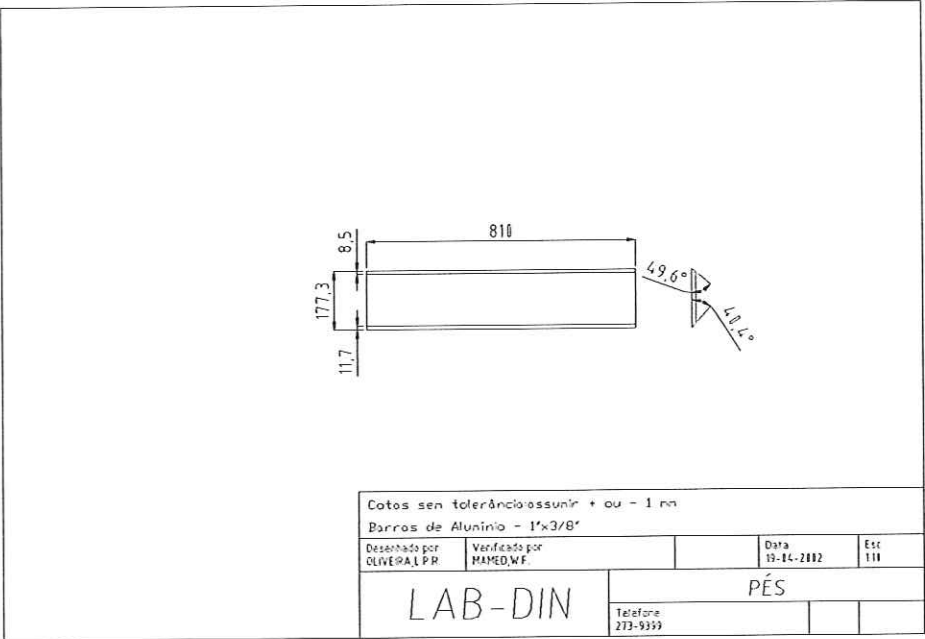
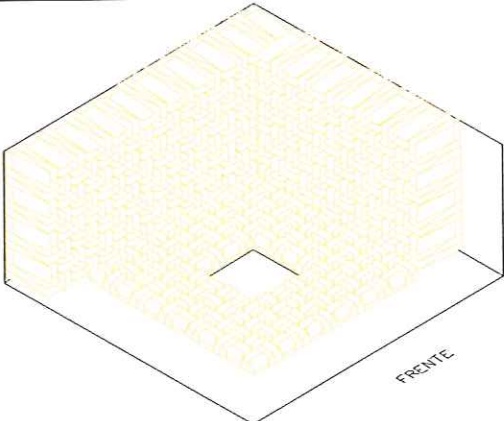




Figura A.6 – Detalhe dos pés do protótipo

## ANEXO 3

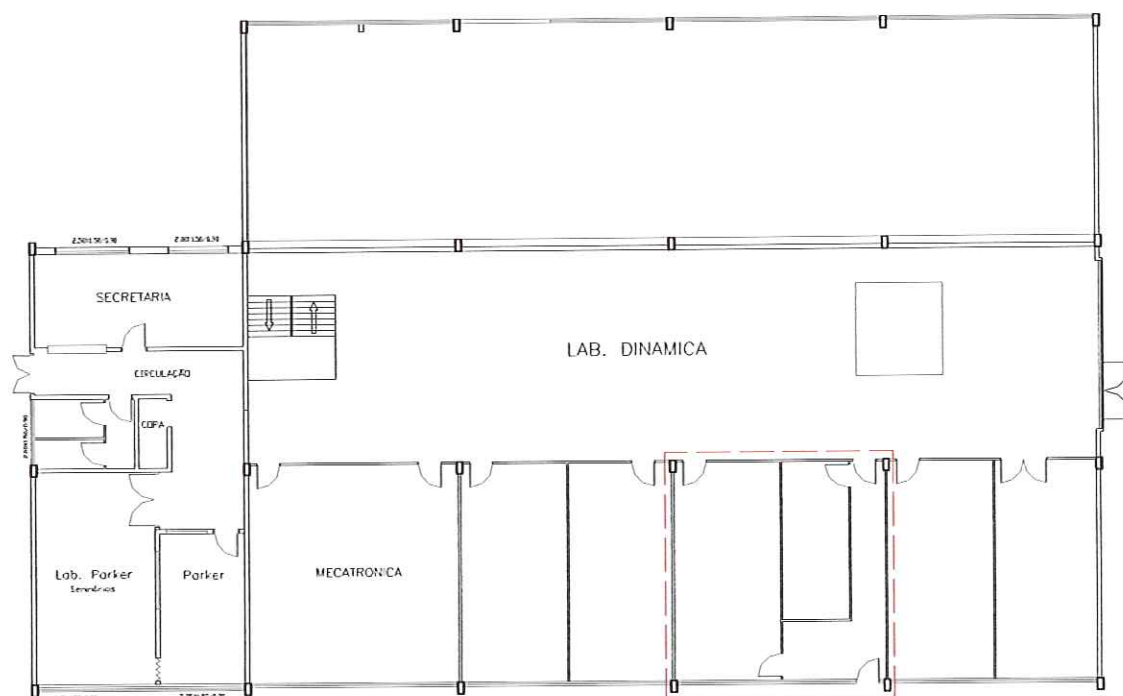
### PROJETO DA CÂMARA SEMI-ANECÓICA

A câmara semi-anecóica, projetada para ser construída no laboratório de dinâmica, com o objetivo de evitar reverberação em frequências abaixo de 100 Hz, tem as seguintes características:

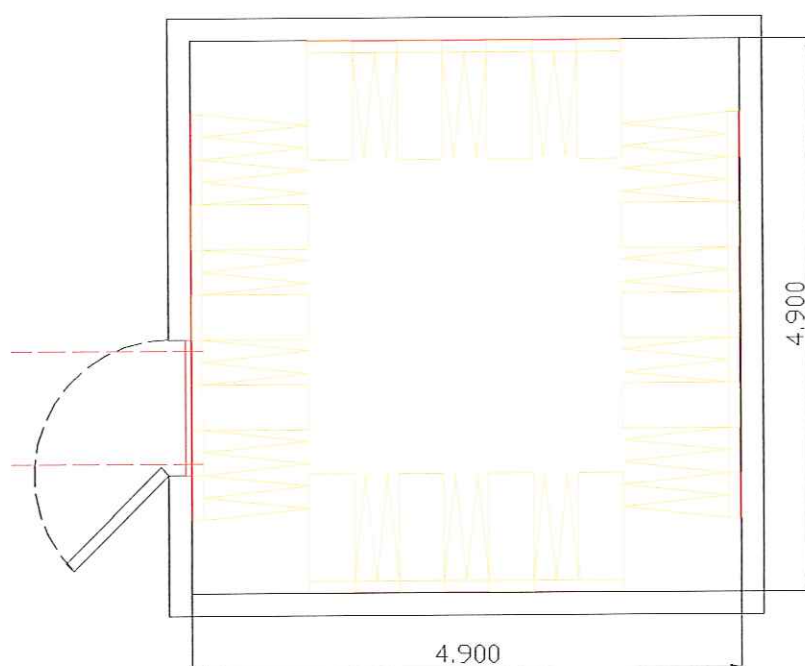
		<p>Câmara, espaço total: 7,3 x 7,2 x 3,3 [m]</p> <p>espaço útil: 4,9 x 4,8 x 2,6 [m]</p> <p>Weges (quantidade)</p> <p>Laterais = 960 Teto = 288 Piso = 256</p>	
	<p>Pirâmide (lateral): 0,2 x 0,4 x 1,2 [m]</p> <p>cada 0,056 m<sup>3</sup></p> <p>total 53,73 m<sup>3</sup></p>		<p>Pirâmide (lateral): 0,2 x 0,4 x 0,35 [m]</p> <p>cada 0,018 m<sup>3</sup></p> <p>total 5,2 m<sup>3</sup> 4,6 m<sup>3</sup> + 9,8 m<sup>3</sup></p>

**Figura A.7 – Detalhe da sala onde será construída a câmara semi-anecóica e detalhes das wedges**

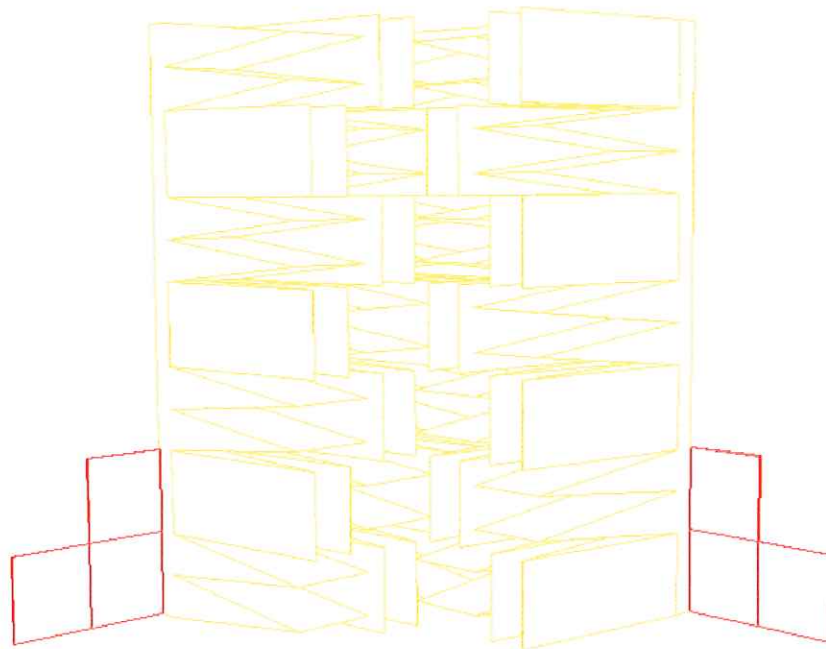




**Figura A.8 – Espaço a ser ocupado pela câmara semi-aneecóica, dentro do laboratório de dinâmica**



**Figura A.9 – Detalhe do posicionamento das wedges dentro da câmara**



**Figura A.10 – Vista tridimensional da disposição das wedges nos cantos da câmara**

## ANEXO 4

### MÉTODO DO AJUSTE DO CÍRCULO

É um método de um grau de liberdade, do tipo SISO (Entrada única e saída única).

A receptância de um sistema de N graus de liberdade com amortecimento esterético é dada pela seguinte expressão:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r C_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} \quad (\text{A8})$$

na qual  $\eta_r$  e  ${}_r C_{jk}$  são, respectivamente, a razão de amortecimento esterético e a constante modal complexa associada com cada modo  $r$ , dada por:

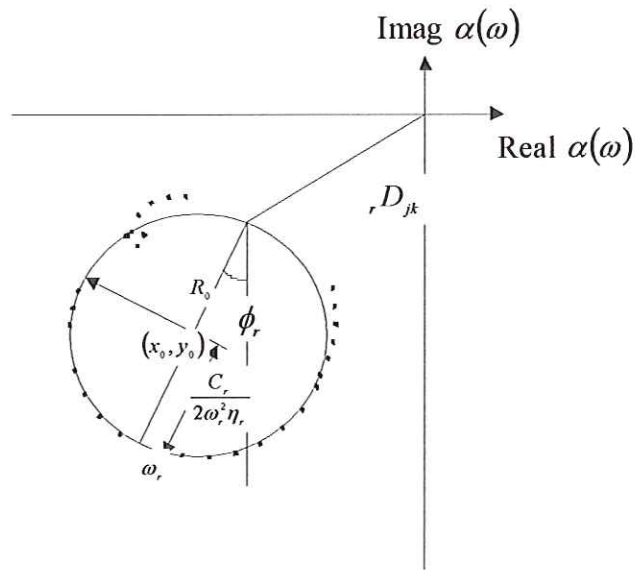
$${}_r C_{jk} = (C_r e^{i\phi_r}) \quad (\text{A9})$$

Na prática, há uma faixa de frequência para a qual os dados experimentais são coletados. A contribuição dos termos situados fora da faixa experimental de frequência para a resposta total deve ser levado em conta por meio de resíduos. O método do ajuste de curva assume que a contribuição dos modos fora da faixa para o modo particular sob estudo é constante e pode ser aproximado por:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{{}_r C_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2} + {}_r D_{jk} \quad (\text{A10})$$

na qual  ${}_rD_{jk}$  é uma constante complexa associada com o modo  $r$ .

Na equação (A10) pode-se perceber que a multiplicação pela constante  ${}_rC_{jk}$  significa um aumento ou redução do raio do círculo, bem como uma certa rotação.  ${}_rD_{jk}$  representa uma simples translação. Como, de fato, está se representando (A8) em um gráfico de Nyquist, a curva completa não será exatamente um círculo em torno de cada frequência natural, mas a aproximação diz que a curva terá seções de arcos quase-circulares em torno dessas frequências, como está ilustrado na Figura (A11):



**Figura A.11 – Gráfico de Nyquist da receptância, mostrando a aproximação pelo método do círculo para um grau de liberdade**

A derivação dos parâmetros modais associados com o modo  $r$  é feita por meio do ajuste de um círculo da curva de resposta em frequência próxima à frequência natural  $\omega_r$ . O primeiro objetivo é usualmente alcançado pelo uso da técnica dos mínimos-quadrados. Assume-se que os pontos de dados estão no plano de Argand representado pelas coordenadas  $x_j, y_j$ . Procura-se um círculo que melhor se ajuste a esses dados, isto é, para que o erro  $e_1$  seja minimizado:

$$e_1 = \sum_{j=1}^L \left[ R_0 - \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2} \right]^2 \quad (A11)$$



Entretanto, tal definição de erro não conduz a um cálculo explícito de  $x_0$ ,  $y_0$  e  $R_0$ . Como consequência, um procedimento iterativo é necessário baseado numa estimativa inicial dos valores dos parâmetros prévios, o que pode consumir bastante tempo computacional. Este problema pode ser resolvido definindo-se uma nova função de erro e seleccionando-se o círculo que se ajusta melhor aos  $L$  pontos de dados como sendo aquele para o qual

$$e_2 = \sum_{j=1}^L \left\{ R_0^2 - \left[ (x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 \right] \right\}^2 \quad (\text{A12})$$

é minimizado. Rearranjando (A12), tem-se:

$$e_2 = \sum_{j=1}^L \left[ c - (x_j^2 + ax_j + by_j + y_j^2) \right]^2 \quad (\text{A13})$$

$$\text{na qual } a = -2x_0, \quad b = -2y_0 \quad \text{e} \quad c = R_0^2 - x_0^2 - y_0^2 \quad (\text{A14})$$

A minimização de  $e_2$  em relação ao novo conjunto de parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  leva a:

$$\begin{bmatrix} \sum x_j^2 & \sum x_j y_j & -\sum x_j \\ \sum x_j y_j & \sum y_j^2 & -\sum y_j \\ -\sum x_j & -\sum y_j & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\sum x_j^3 + \sum x_j y_j^2) \\ -(\sum y_j^3 + \sum y_j x_j^2) \\ \sum x_j^2 + \sum y_j^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A15})$$

na qual o somatório se estende aos  $L$  pontos considerados para o ajuste. Esta expressão permite um cálculo explícito  $a$ ,  $b$  e  $c$ , e daí de  $x_0$ ,  $y_0$  e  $R_0$ , através das relações (A14). Então, um processo iterativo foi substituído por um cálculo rápido e direto.

A localização e a determinação da frequência natural são usualmente baseados na técnica de espaçamento na frequência. Para um dado modo, o ângulo de fase  $\theta_r$ , associado com a resposta dinâmica é dado por:

$$\theta_r = \tan^{-1} \left\{ \frac{\eta_r}{1 - (\omega/\omega_r)^2} \right\} \quad (A16)$$

Sabe-se que  $\frac{d(\omega^2)}{d\theta_r}$  é mínimo para  $\omega = \omega_r$ , isto é:

$$\frac{d}{d\omega} \left[ \frac{d(\omega^2)}{d\theta_r} \right] = 0 \quad (A17)$$

Uma localização acurada da freqüência natural e determinação deste valor pode ser alcançado por meio da Equação de Newton das diferenças divididas:

$$\begin{aligned} f(v) = & f(v_0) + (v - v_0)f(v_0, v_1) + (v - v_0)(v - v_1)f(v_0, v_1, v_2) + \dots \\ & + (v - v_0)(v - v_1) \dots (v - v_L)f(v_0, v_1, \dots, v_L) \end{aligned} \quad (A18)$$

na qual

$$f(v_0, v_1, \dots, v_L) = \frac{f(v_0, v_1, \dots, v_{L-1}) - f(v_1, v_2, \dots, v_L)}{v_0 - v_L} \quad (A19)$$

Neste caso  $v$  representa o quadrado da freqüência e  $f(v)$  o ângulo de fase  $\gamma$  ou  $\theta$ . Levando em consideração quatro pontos conhecidos, dois imediatamente antes da freqüência natural e dois após, e desprezando o termo de erro residual, a Equação (A18) se reduz a:

$$\begin{aligned} \theta = & \theta_0 + (\omega^2 - \omega_0^2)(\theta_0, \theta_1) + (\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_1^2)(\theta_0, \theta_1, \theta_2) \\ & + (\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)(\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \end{aligned} \quad (A20)$$

na qual  $(\theta_0, \theta_1) = \frac{\theta_0 - \theta_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2}$

$$(\theta_0, \theta_1, \theta_2) = \frac{(\theta_0, \theta_1) - (\theta_1, \theta_2)}{\omega_0^2 - \omega_2^2}$$

$$(\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{(\theta_0, \theta_1, \theta_2) - (\theta_1, \theta_2, \theta_3)}{\omega_0^2 - \omega_3^2}$$

Como o mínimo de  $\frac{d(\omega^2)}{d\theta}$  corresponde ao máximo de  $\frac{d\theta}{d(\omega^2)}$ , a frequência natural é obtida diferenciando-se duas vezes a Equação (A20) e igualando-a a zero, o que dá:

$$\omega_r^2 = \frac{1}{3} \left( \omega_0^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 - \frac{(\theta_0, \theta_1, \theta_2)}{(\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3)} \right) \quad (\text{A21})$$

O fator de amortecimento pode ser estimado a partir da seguinte equação:

$$\eta_r = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{\omega_r^2} \frac{1}{\tan(\Delta\theta_a) + \tan(\Delta\theta_b)} \quad (\text{A22})$$

Uma vez que  $\omega_r$  e  $\eta_r$  são conhecidas, a derivação do módulo  $C_r$  e do ângulo de fase  $\phi_r$  da constante modal pode ser feita através de um cálculo direto. De fato, de acordo com (A8), o diâmetro do círculo pode ser dado por:

$$\text{Diâmetro} = \frac{C_r}{\omega_r^2 \eta_r} \quad (\text{A23})$$

O ângulo de fase é dado por:

$$\phi_r = \tan^{-1} \left( \frac{x_0 - x_D}{y_0 - y_D} \right) \quad (\text{A24})$$

na qual  $x_D$  e  $y_D$  são as coordenadas do deslocamento da origem.

## ANEXO 5

### GRÁFICOS DE RESPOSTA DO ALTO-FALANTE E DOS MICROFONES

**ALW 12** caixa dutada de 40 litros com duto de 4" x 20 cm ——— **Aluminium**  
caixa selada de 30 litros ——— **technology**

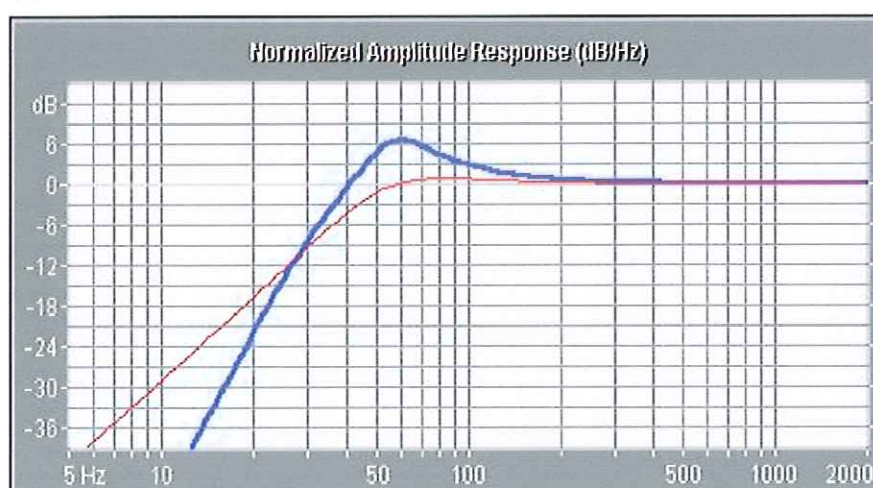
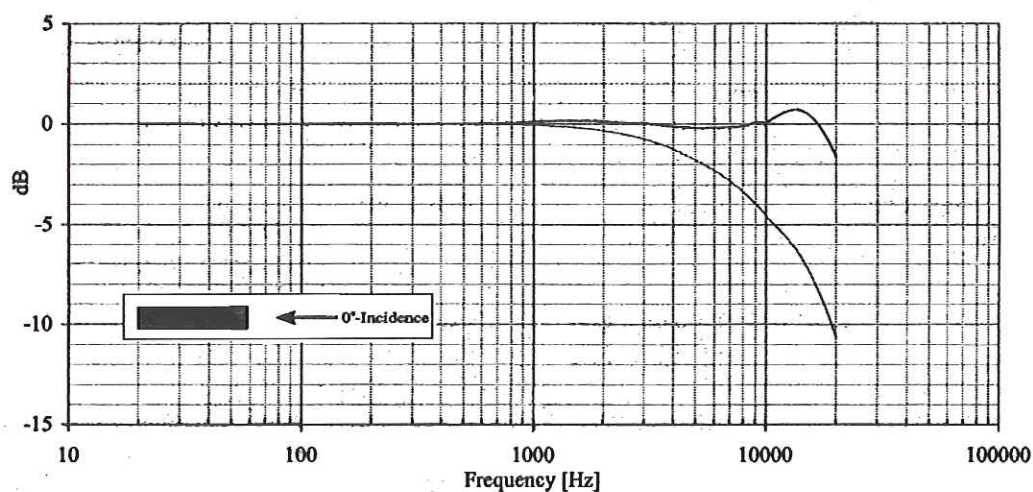
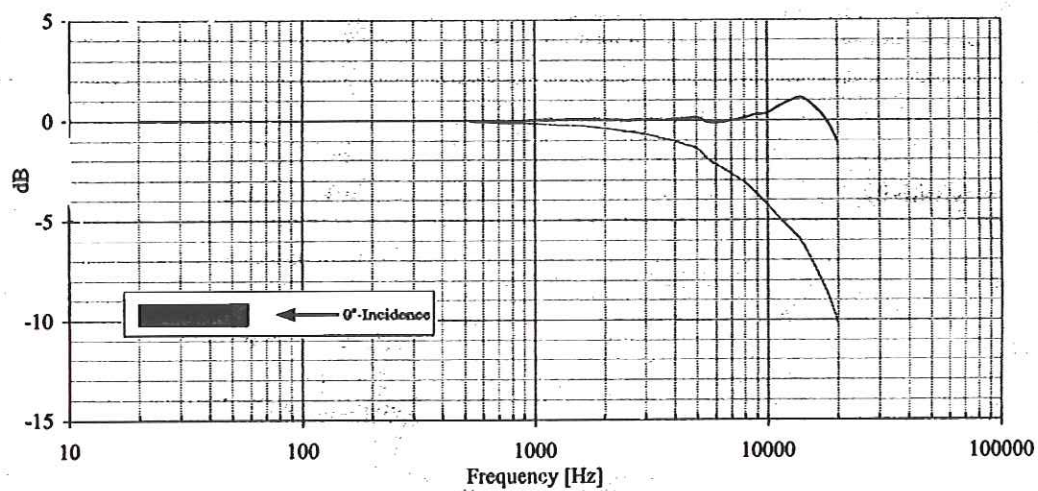


Figura A.12– Gráfico de resposta em frequência do alto-falante ALW 12, fornecido pelo fabricante





**Figura A.13– Gráfico de resposta em frequência do microfone pré-polarizado G.R.A.E. Type 40Ae, de sensibilidade 60,63 mV/Pa**



**Figura A.14– Gráfico de resposta em frequência do microfone pré-polarizado G.R.A.E. Type 40AE, de sensibilidade 49,49 mV/Pa**