Campus de São Carlos

**SISTEMA DE RASTREAMENTO
TRIDIMENSIONAL A *LASER* COM CÁLCULO
DE POSICIONAMENTO ATRAVÉS DE
TRIANGULAÇÃO**

WERNER ARENS

Orientador: Prof. Assoc. Eduardo Morgado Belo

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

**SISTEMA DE RASTREAMENTO
TRIDIMENSIONAL A *LASER* COM CÁLCULO
DE POSICIONAMENTO ATRAVÉS DE
TRIANGULAÇÃO**

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP
EXEMPLAR REVISADO
Data de entrada no Serviço: 10.1.09.1.02
Ass.:
WERNER ARENS

DEDALUS - Acervo - EESC

31100037091

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo

São Carlos
2002

✓

Class.	TESE
Cutt.	0473
Tombo	T 023662
Sysno	126 7551

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

A681s Arens, Werner
 Sistema de rastreamento tridimensional a laser com
 cálculo de posicionamento através de triangulação /
 Werner Arens. -- São Carlos, 2002.

 Dissertação (Dissertação) -- Escola de Engenharia
 de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.
 Área: Engenharia Mecânica.
 Orientador: Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo.

1. Triangulação. 2. Estação de rastreamento laser.
3. Espelho retro-refletor. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **WERNER ARENS**

Dissertação defendida e julgada em 09-08-2002 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Assoc. **EDUARDO MORGADO BELO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovado

Prof. Dr. **BENEDITO DI GIACOMO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **AGENOR DE TOLEDO FLEURY**
(Instituto de Pesquisa Tecnológicas/São Paulo)

aprovado

Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Prof. Assoc. **MARIA DO CARMO CALJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*À minha Família,
Hans, Beth, Wal e Cin
pelo grande apoio e suporte*

Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	<i>Objetivos e Metas a Serem Alcançados.....</i>	<i>4</i>
2	Revisão de Literatura.....	6
3	Descrição Física e Funcional do Sistema de Rastreamento	12
3.1	<i>Retro-refletor</i>	<i>13</i>
3.2	<i>Estação de Rastreamento</i>	<i>14</i>
3.2.1	<i>Sensor de Quadrantes</i>	<i>15</i>
3.3	<i>Placa de Aquisição de Dados</i>	<i>20</i>
3.4	<i>Sistema de Rastreamento com Motores CC.....</i>	<i>20</i>
3.5	<i>Sistema de Rastreamento com Galvanômetros.....</i>	<i>22</i>
3.6	<i>Sistema de Controle</i>	<i>23</i>
3.6.1	<i>Cálculos dos Erros x e y Relativos ao Sensor de Quadrantes.....</i>	<i>24</i>
3.7	<i>Programa de Controle dos Motores CC.....</i>	<i>25</i>
3.8	<i>Programa de Controle dos Galvanômetros</i>	<i>28</i>
4	Modelagem da Triangulação	31
4.1	<i>Mudanças de Coordenadas</i>	<i>32</i>
4.1.1	<i>Transformação de Coordenadas Envolvendo Somente Rotação</i>	<i>33</i>
4.1.2	<i>Transformação de Coordenadas Envolvendo Somente Translação.....</i>	<i>35</i>
4.1.3	<i>Transformação Genérica de Coordenadas</i>	<i>35</i>
4.2	<i>A Equação da Reta no Cálculo Vetorial</i>	<i>37</i>
4.3	<i>Hipóteses Simplificadoras</i>	<i>38</i>
4.4	<i>Transformação de Coordenadas na Estação de Rastreamento</i>	<i>38</i>
4.5	<i>Equações de Triangulação.....</i>	<i>43</i>
4.5.1	<i>Reta do Laser Emergente</i>	<i>44</i>

4.5.2	<i>Feixe de Retorno.....</i>	<i>47</i>
4.5.3	<i>Equações da Estação de Rastreamento com Motores CC</i>	<i>51</i>
4.5.4	<i>Equações da Estação de Rastreamento com Galvanômetros.....</i>	<i>52</i>
4.6	<i>Cálculo do Posicionamento</i>	<i>54</i>
4.6.1	<i>Cálculo dos Parâmetros Iniciais.....</i>	<i>55</i>
4.6.2	<i>Localização Espacial do Centro do Retro-refletor.....</i>	<i>57</i>
4.7	<i>Curva Teórica do Retro-refletor.....</i>	<i>59</i>
5	<i>Resultados e Discussões</i>	<i>62</i>
5.1	<i>Experimento com os Motores de Corrente Contínua</i>	<i>64</i>
5.2	<i>Experimento com os Galvanômetros.....</i>	<i>65</i>
5.3	<i>Comentários</i>	<i>66</i>
5.4	<i>Precisão do Sistema Motor dos Espelhos.....</i>	<i>73</i>
5.4.1	<i>Off-set dos Motores CC.....</i>	<i>75</i>
5.4.2	<i>Utilização da Onda Quadrada.....</i>	<i>76</i>
5.4.3	<i>Sistema de Controle</i>	<i>78</i>
5.4.4	<i>Volume de Trabalho</i>	<i>78</i>
5.4.5	<i>Erros Associados aos Experimentos</i>	<i>79</i>
6	<i>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros</i>	<i>80</i>
	<i>Referências Bibliográficas</i>	<i>85</i>
	<i>Anexo A.....</i>	<i>87</i>
	<i>Anexo B.....</i>	<i>92</i>

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Esquema funcional de Estação de Rastreamento a <i>laser</i> (Vincze et al., 1994).....	7
Figura 2.2 – Determinação da orientação do retro-refletor (Vincze et al., 1994).	8
Figura 2.3 – Esquema do sistema de rastreamento (Zeng et al., 1999).....	10
Figura 2.4 – Esquema da estação de rastreamento montada por Heeren & Veldpaus (1992).	11
Figura 2.5 – Ilustração dos retro-refletores utilizados por Heeren & Veldpaus (1992), (a) vista superior; (b) vista em perspectiva.	11
Figura 3.1 – Diagrama de blocos do esquema funcional da estação.....	13
Figura 3.2 – (a) Esquema de funcionamento do retro-refletor, e (b) suas propriedades.....	14
Figura 3.3 – Esquema da estação de rastreamento.....	14
Figura 3.4 – Sensor de quadrantes.	16
Figura 3.5 – Circuito processador de sinais do sensor de quadrantes.	17
Figura 3.6 – Exemplo de diâmetro de feixe laser em relação ao sensor de quadrantes. (a) dimensão coerente, e (b) dimensões excessivamente pequena e grande, sobrepostas.....	19
Figura 3.7 – Esquema dos constituintes da estação de rastreamento, excetuando-se o retro-refletor.	20
Figura 3.8 – Projeto do circuito gerador de onda quadrada.	21
Figura 3.9 – Elemento do circuito somador de sinais.	21
Figura 3.10 – Esquema geral de funcionamento do sistema de rastreamento com a utilização de motores de corrente contínua.	22
Figura 3.11 – Esquema geral de funcionamento do sistema de rastreamento com a utilização de galvanômetros.	23
Figura 3.12 – Subprograma para cálculo do erro detectado pelo sensor de quadrantes.....	24

Figura 3.13 – Caminho percorrido pelo laser sobre o sensor de quadrantes quando, (a) espelho 1 muda de posição, (b) espelho 2 muda de posição.	26
Figura 3.14 – Gráfico de controle elaborado por Santoro.....	26
Figura 3.15 – Subprograma de controle responsável pelo rastreamento do retro- refletor.	27
Figura 3.16 – Parte do programa principal de rastreamento.	28
Figura 3.17 – Etapa principal do programa de controle na utilização dos galvanômetros.....	29
Figura 3.18 – Subprograma do posicionamento dos galvanômetros.	30
Figura 4.1 – Técnica da triangulação.	32
Figura 4.2 – (a) Projeção de um versor do sistema {B} nos eixos coordenados de {A}; (b) transformação de coordenadas de um dos componentes de um vetor qualquer.	34
Figura 4.3 – Sistemas de coordenadas transladados.	35
Figura 4.4 – Sistemas de coordenadas {A} e {B} genéricos e sistema auxiliar {aux}.....	35
Figura 4.5 – Diferença de transformação de coordenadas de um ponto <i>versus</i> direção.	37
Figura 4.6 – (a) posicionamento dos sistemas de coordenadas frente ao sistema principal {O}, (b) localização dos sistemas de coordenadas utilizados.....	39
Figura 4.7 – (a) sistema {O} deslocado para a origem do sistema {e1} e, (b) sistema {O} sobre {e2} para determinação das matrizes ${}^O_{e1}\mathbf{R}$ e ${}^O_{e2}\mathbf{R}$, respectivamente.	40
Figura 4.8 – Visão lateral do espelho 1; o versor x_{e1} – eixo de rotação – sai do plano do papel em direção ao leitor. O sistema {O} foi deslocado de sua origem para facilitar a compreensão.	40
Figura 4.9 – (a) sistema {O} deslocado para a origem do sistema {DF} e, (b) sistema {O} sobre {SQ} para determinação das matrizes ${}^O_{DF}\mathbf{R}$ e ${}^O_{SQ}\mathbf{R}$, respectivamente.	41
Figura 4.10 – Posicionamento do sensor de quadrantes frente ao sistema {SQ}.....	43

Figura 4.11 – Pontos de contato dos feixes <i>lasers</i> com e2, $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$, e projeção do centro do retro-refletor na direção dos feixes, $\vec{P}_{rr}$	56
Figura 4.12 – Ângulo livre do espelho 2 da estação de rastreamento.....	58
Figura 4.13 – Gráfico do posicionamento relativo entre as estações de rastreamento.....	59
Figura 4.14 – Dispositivo utilizado para assegurar o percurso circular na trajetória percorrida pelo retro-refletor.	60
Figura 4.15 – Sistema para movimentação do retro-refletor, (a) visão lateral; (b) visão frontal e trajetória percorrida.....	60
Figura 5.1 – Visão da parte interna da estação de rastreamento (à esquerda) e dos galvanômetros nela acoplados (à direita), nesta foto também está indicado o posicionamento do sistema de coordenadas principal.	63
Figura 5.2 – Posicionamento relativo das estações de rastreamento e localização inicial do retro-refletor.....	64
Figura 5.3 – Gráfico do deslocamento efetuado pelo retro-refletor.....	67
Figura 5.4 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano x-y. Foi plotado o ponto (0,0), origem do sistema de coordenadas principal de ER1.....	68
Figura 5.5 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano x-y..	70
Figura 5.6 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano y-z. Foi plotado o ponto (0,0), origem do sistema de coordenadas principal de ER1.....	70
Figura 5.7 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano y-z.	71
Figura 5.8 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano x-z.	72
Figura 5.9 – Defasagem angular do espelho 2 da segunda estação de rastreamento em relação ao valor teórico calculado.	73
Figura 5.10 – Relação entre o movimento angular α de um espelho e o correspondente deslocamento angular β do feixe <i>laser</i> . As retas verdes são perpendiculares ao espelho nas duas posições consideradas e δ é um ângulo utilizado apenas para referência.	74

Figura 5.11 – Erro de contagem dos *encoders*. No gráfico superior está o sinal enviado a um motor; no outro, a contagem do respectivo *encoder*. 78

Figura 5.12 – Representação do volume de trabalho. 79

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Valores dos ganhos utilizados 27

Tabela 5.1 – Análise do *off-set* e da voltagem de estagnação. 76

Lista de Abreviaturas e Siglas

CC – Corrente Contínua

CCD – Charge Couple Device

CNC – Computer Numerical Control

DF – Divisor de Feixes

DSP – Digital Signal Processor

e1 – espelho 1

e2 – espelho 2

ER1 – Estação de Rastreamento 1

ER2 – Estação de Rastreamento 2

PI – Controle Proporcional e Integral

PSD – Positive Sensitive Diode

SQ – Sensor de Quadrantes

Lista de Símbolos

${}^A_B\mathbf{R}$	Matriz que faz a transformação de coordenadas $\{B\} \rightarrow \{A\}$, envolvendo apenas a rotação entre esses sistemas.
${}^A_B\mathbf{T}$	Matriz homogênea que faz a transformação de coordenadas $\{B\} \rightarrow \{A\}$.
$\{O\}$	Sistema de coordenadas principal de cada estação de rastreamento.
$\{ER1\}$	Sistema de coordenadas principal da estação de rastreamento 1.
$\{ER2\}$	Sistema de coordenadas principal da estação de rastreamento 2.
$\{e1\}$	Sistema de coordenadas vinculado ao espelho 1.
$\{e2\}$	Sistema de coordenadas vinculado ao espelho 2.
$\{DF\}$	Sistema de coordenadas vinculado ao divisor de feixes.
$\{SQ\}$	Sistema de coordenadas vinculado ao sensor de quadrantes.
$\vec{de}_1$	Vetor posição da origem do sistema $\{e1\}$ em relação a $\{O\}$, mm.
$\vec{de}_2$	Vetor posição da origem do sistema $\{e2\}$ em relação a $\{O\}$, mm.
$d\vec{DF}$	Vetor posição da origem do sistema $\{DF\}$ em relação a $\{O\}$, mm
dx_{e1}	componente x $\{O\}$ da posição do sistema $\{e1\}$, mm.
dy_{e1}	componente y $\{O\}$ da posição do sistema $\{e1\}$, mm.
$dze1$	componente z $\{O\}$ da posição do sistema $\{e1\}$, mm.
dx_{e2}	componente x $\{O\}$ da posição do sistema $\{e2\}$, mm.
dy_{e2}	componente y $\{O\}$ da posição do sistema $\{e2\}$, mm.
$dze2$	componente z $\{O\}$ da posição do sistema $\{e2\}$, mm.
e	espessura dos espelhos, mm
eI_x	Distância x $\{e1\}$ entre a origem do sistema de coordenadas $\{e1\}$ e o ponto de contato do <i>laser</i> emitido com o espelho 1, mm.

eI_y	Distância y {e1} entre a origem do sistema de coordenadas {e1} e o ponto de contato do <i>laser</i> emitido com o espelho 1, mm.
$\vec{P}_1$	Ponto de contato do feixe <i>laser</i> emitido com o espelho 2 nas condições iniciais, mm.
$\vec{P}_2$	Ponto de contato do feixe <i>laser</i> de retorno com o espelho 2 nas condições iniciais, mm.
p_ctato_DF	ponto de contato do <i>laser</i> de retorno com o divisor de feixes, mm.
p_ctato_e1	ponto de contato do <i>laser</i> com o espelho 1, mm.
p_ctato_e2	ponto de contato do <i>laser</i> emitido com o espelho 2, mm.
$p_ctatoLR_e2$	ponto de contato do <i>laser</i> de retorno com o espelho 2, mm.
pos_cc	posição {ER1} de um ponto continuamente atingido pelo <i>laser</i> emitido de cada estação de rastreamento, mm.
pos_rr	posição {ER1} do retro-refletor, mm.
$\vec{P}_{rr}$	Projeção do centro do retro-refletor na direção do feixe emitido sobre o espelho 2, mm.
R	raio da trajetória percorrida pelo retro-refletor, mm.
r_reflex_e1	reta que descreve o feixe <i>laser</i> emitido entre os espelhos 1 e 2.
r_laser	reta que descreve o <i>laser</i> emitido pelas estações de rastreamento.
r_incid_DF	reta que descreve o <i>laser</i> de retorno antes de atingir o divisor de feixes.
$r_laserLR$	reta representante do <i>laser</i> de retorno.
r_rr	reta onde está localizado o centro do retro-refletor.
r_rrER1	Reta que localiza o centro do retro-refletor frente a estação de rastreamento 1.
r_rrER2	Reta que localiza o centro do retro-refletor frente a estação de rastreamento 2.
$\vec{SQ}$	Posição do centro do sensor de quadrantes frente ao sistema {SQ}, mm.

SQ_x	Distância x {SQ} entre a origem do sistema de coordenadas {SQ} e a centro do sensor de quadrantes, mm
SQ_y	Distância y {SQ} entre a origem do sistema de coordenadas {SQ} e a centro do sensor de quadrantes, mm.
$SQ_{x\,COM}$	Posição x {SQ} do centro do sensor de quadrantes, mm.
$SQ_{y\,COM}$	Posição y {SQ} do centro do sensor de quadrantes, mm.
$v_{\text{incid_DF}}$	direção do <i>laser</i> que irá incidir sobre o divisor de feixes.
$v_{\text{incid_e2}}$	direção de propagação do feixe <i>laser</i> antes de seu primeiro contato com o espelho 2.
v_{laser}	direção de propagação do feixe <i>laser</i> antes de seu primeiro contato com o espelho 1.
$v_{\text{reflex_DF}}$	direção do <i>laser</i> refletido pelo divisor de feixes.
$v_{\text{reflex_e1}}$	direção de propagação do feixe <i>laser</i> após de seu primeiro contato com o espelho 1.
$v_{\text{reflex_e2}}$	direção de propagação do feixe <i>laser</i> após de seu primeiro contato com o espelho 2.
β_1	Posição angular do espelho 1, rad.
β_2	Posição angular do espelho 2, rad.
Δz	Diferença entre as coordenadas z {O} da posição dos espelhos, mm.
ΔDF	Diferença entre as coordenadas x {O} da posição do espelho 1 e do divisor de feixes, mm.
ΔSQ	Diferença entre as coordenadas z {O} da posição do divisor de feixes e do sensor de quadrantes, mm.
θ_{DF}	Posição angular do divisor de feixes, rad.
σ	Desvio-padrão

Resumo

A medição de distâncias sempre foi uma das atividades mais básicas e importantes da engenharia. Existem diversas formas, métodos, equipamentos que são utilizados para se obter medidas com os mais variados graus de acurácia. Com o aumento da tecnologia, a determinação de distâncias em 3D tem-se tornado cada vez mais importante, favorecendo equipamentos de fácil manuseio e boa precisão. Em especial, a determinação da localização espacial vem ganhando ainda mais importância nas indústrias que estão começando a utilizar robôs não mais para o simples deslocamento de peças, mas para a execução de tarefas mais complexas, de controle mais sofisticado. O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um sistema a ser utilizado para a determinação de deslocamentos espaciais de um retro-refletor através de duas estações de rastreamento. Cada uma delas, composta basicamente por um sensor de quadrantes, um divisor de feixes e dois espelhos planos com eixos de rotação dispostos ortogonalmente entre si, emite um feixe *laser* contínuo direcionado ao retro-refletor. O feixe *laser* emitido por cada estação de rastreamento foi modelado como reta cuja equação é função essencialmente dos ângulos dos espelhos. Foram realizados dois experimentos visando a comparação entre os resultados obtidos com a utilização de motores de corrente contínua e de galvanômetros para movimentação dos espelhos. No primeiro, a posição angular dos espelhos é conhecida através de *encoders*, no segundo, ela é determinada através de sinais emitidos pela placa controladora do galvanômetro. Finalmente, com o conhecimento da posição relativa entre as duas estações de rastreamento e do direcionamento dos feixes *laser*, a posição do retro-refletor no espaço é calculada por triangulação.

Palavras chave: triangulação, estação de rastreamento *laser*, espelho retro-refletor

Abstract

The measurement of distances has always been one of the most basic and important activities of engineering. It can be achieved in several ways and by many methods, and there is a variety of equipment that may be used to obtain measurements with different levels of accuracy. With technological development, the measurement of distances in 3D has become more and more common, favoring equipment with ease of handling and high precision. Specially, spatial positioning has become even more important in industries that are beginning to use robots not just to move pieces, but to perform more complex tasks, utilizing more sophisticated control techniques. The present work deals with the development of a two tracking station system to be used in the spatial displacement measurement of a retroreflector. Each one, consisting basically of a quadrant detector, a beam splitter, and two flat mirrors that can be rotated in orthogonal directions, emits a continuous laser beam directed to the retroreflector. The laser beam emitted by each of the tracking stations is considered a straight line the equation of which depends primary on the exact mirror angles. Two experiments, one using DC motors and the other galvanometers to drive the mirrors, were executed in order to compare the results. In the first, the angles are known through the use of encoders, and in the second, they are determined by signals generated in the galvanometer controllers (drives). Finally, with the knowledge of the tracking station positions and laser beam directions, the retroreflector space position can be calculated using triangulation.

Keywords: triangulation, laser tracking station, retroreflector

1 Introdução

Segundo Mayer (1994), 1980 foi o ano de grande desenvolvimento da metrologia no espaço tridimensional, dando condições para o estudo da robótica e assuntos correlacionados. Vários instrumentos foram utilizados para testar protótipos e máquinas já existentes; também foram essenciais para a calibração e averiguação de modelos dinâmicos e cinemáticos, além de permitirem a validação de novos modelos para o desenho e controle de robôs.

A automatização está cada vez mais presente nos processos de fabricação das mais variadas indústrias. Isso se deve às vantagens econômicas a ela associadas, além da inovação tecnológica que pode oferecer (Lau & Hocken, 1984). A utilização de robôs no processo

produtivo vem crescendo rapidamente, realizando não somente tarefas relacionadas ao mero deslocamento de peças, mas também a funções cada vez mais sofisticadas. Entretanto, tais funções requerem robôs mais complexos e específicos. Por exemplo, atualmente é possível a execução de trabalhos envolvendo soldagem, tarefa esta que requer controle bastante preciso da velocidade de deslocamento do braço mecânico, característica desnecessária àqueles robôs meramente “transportadores” de anos atrás. A especificação técnica para a aquisição de robôs mais sofisticados também precisa de detalhes antes desconsiderados. Entretanto, não são todas as indústrias fabricantes de robôs que estão analisando de forma mais criteriosa os produtos que fabricam, e além disso, são muitas as empresas que desejam comprar um robô para a execução de determinada tarefa, mas não sabem como especificá-lo.

Estas dificuldades precisam então ser superadas e soluções estão sendo pesquisadas. Uma das soluções é a apresentada neste trabalho.

O progresso da robótica também ocasionou um aumento da necessidade de novos meios para analisar os robôs e os processos a que estão sendo submetidos. As análises antes feitas sobre o desempenho dos robôs resumiam-se a testes estáticos, e em especial, a sua capacidade de repetição (“repetibilidade”), pois suas operações estavam restritas a tarefas simples realizadas em alguns pontos de sua área de trabalho. Assim, um braço mecânico pode se mover rapidamente quando se desloca para um outro ponto, freando apenas quando estiver próximo dele, ou seja, a trajetória percorrida não tem tanta importância no que se refere aos pontos de partida e chegada. Entretanto, com a atual ampliação dos serviços executados por robôs, tornou-se necessária a realização de testes cinemáticos, cruciais para o estudo de capacitação de robôs que executam serviços como os de corte a laser, manuseamento e montagem de peças de alta precisão além de tarefas de medição (Decker et al., 1992). Também ficou evidente a necessidade de padronização dos termos técnicos utilizados para a caracterização dessas máquinas, dificuldade resolvida em 1989, com o lançamento da ISO 9283, onde estão definidos termos como “acurácia”, além da descrição de como os robôs devem ser testados estática e cinematicamente.

A análise cinemática também deve facilitar o processo de programação conhecido como aprendizagem “off-line”, que é definida como a programação de robôs sem a necessidade de sua existência (Carvalho et al., 1998). Neste sistema de aprendizagem, segundo Campos & Rosário (1993), “as trajetórias podem ser especificadas em termos de coordenadas cartesianas e angulares, através de um *software* de visualização gráfica e matemático (CAD), no qual é implementado o modelo geométrico do sistema (robô e ambiente de atuação)”. Esse processo de programação ainda é pouco utilizado, pois, além

dos erros inerentes à modelagem matemática da área de trabalho dos robôs, estes ainda são demasiadamente imprecisos (Vincze et al., 1994). No entanto, esse método apresenta ainda muitas vantagens, das quais Carvalho et al. (1998) destacaram algumas:

- O desenvolvimento de uma nova programação pode ser realizado sem a interrupção do robô,
- O programador pode ficar afastado de um possível ambiente perigoso no qual o robô opera,
- A possibilidade de otimização é maior para a área de trabalho e para tarefas a serem realizadas pelo robô. Outras vantagens estão destacadas em Carvalho et al. (1984).

A aplicação de métodos dinâmicos tem-se tornado cada vez mais necessária, em especial vem-se desenvolvendo métodos onde a interferência no funcionamento do robô seja mínima. Sistemas de medição sem contato estão sendo pesquisados, e os que vêm alcançando bons resultados são aqueles que se utilizam de feixes *laser* para a execução de medidas. O reflexo da luz é analisado, podendo resultar na determinação da posição e/ou orientação do objeto em questão. Em muitos casos um retro-refletor é acoplado ao braço do robô, refletindo o feixe de volta às estações de medida. Esse dispositivo tem peso muito inferior à capacidade de carga da grande maioria dos robôs, interferindo pouquíssimo em sua movimentação.

Zeng et al.(1999) mencionam que o dispositivo para medição de deslocamentos mais comumente encontrado no comércio é o de triangulação a laser, por ser simples e robusto.

A medição sem contato tem a grande vantagem de não interferir com o funcionamento das máquinas. Muitas vezes, e é o que ocorre com este trabalho, necessita do acoplamento de um retro-refletor ao equipamento de onde se deseja recolher dados. Felizmente, na grande maioria dos casos, o seu peso irrisório frente à capacidade de carga da máquina não interfere em seu funcionamento.

Assim como os sistemas que utilizam *laser*, existem outros métodos, mas todos possuem ao menos uma desvantagem sob algum aspecto. Prenninger et al. (1993) mencionaram alguns deles, entre os quais:

- os sistemas mecânicos utilizando réguas têm risco inerente de causar dano material;

- o sistema com um único feixe laser pode apenas medir ao longo de uma faixa estreita desse feixe e requer o acoplamento de um sensor pesado no braço mecânico;
- há também o sistema que utiliza seis servo-sensores de aceleração, mas sua acurácia não é satisfatória.

Segundo Zhuang & Roth, (1995), o sistema de rastreamento a *laser* está sendo (e num futuro próximo deverá ser ainda mais) muito importante para a calibração de máquinas, especificamente as de atuadores e de ferramentas CNC (Computer Numerical Control). A determinação do posicionamento tridimensional dinâmico para calibração de robôs deverá também tornar-se cada vez mais necessária no Brasil. Pesquisas nessa direção deverão continuar tendo aplicabilidade, se não agora, num futuro bastante próximo. Entretanto, em especial neste caso, a redução de custos para a execução de calibração e testes em atuadores deverá ser essencial para a consagração de um dos métodos já existentes.

Já nessa direção, Abackerli, (1992), orientado pelo Prof. Dr. Benedito Di Giácomo, apresentou, na Escola de Engenharia de São Carlos, o projeto e a construção de um sistema de rastreamento interferométrico tridimensional, destinado à medição de posições espaciais do atuador de robôs industriais. O projeto foi desenvolvido a partir de um sistema laser interferométrico da Hewlett-Packard (HP-5528a), empregado como uma fonte de luz colimada para medição dos deslocamentos radiais em um sistema esférico de coordenadas. O feixe laser foi direcionado sobre um alvo móvel no espaço tridimensional, através de um sistema automático de dois graus de liberdade que sustenta o espelho de rastreamento.

1.1 Objetivos e Metas a Serem Alcançados

Também orientado do Prof. Dr. Eduardo Morgado Belo, Fernando Garcia Santoro defendeu na Escola de Engenharia de São Carlos em 1999, uma tese de doutorado intitulada “Estudo de Estratégias de Controle para uma Estação de Rastreamento a Laser”. Santoro projetou e construiu uma estação de rastreamento a *laser* diferente da desenvolvida por Abackerli e implementou diversos sistemas de controle para estudo. Ao final de sua tese, sugeriu como trabalho futuro, a construção de uma segunda estação de rastreamento que, operando simultaneamente com a primeira, poderia fornecer dados para o cálculo de posição espacial de um alvo retro-refletor.

A utilização de uma única estação de rastreamento permite somente a identificação de uma reta, o próprio *laser* emitido pela estação de rastreamento, que encontra o retro-refletor em um ponto específico. Assim, se ele for deslocado na direção do feixe, o sistema

de controle nada detectará, ou seja, não é possível o cálculo do posicionamento do retro-refletor na reta. Para que se possa então determinar sua posição tridimensional, é necessário um outro dispositivo capaz de localizá-lo na reta em questão.

Os objetivos deste trabalho são portanto:

- remontar o sistema de rastreamento elaborado por Santoro,
- construir e introduzir no sistema uma segunda estação de rastreamento,
- elaborar um sistema de medição por triangulação baseado nos dados coletados pelas estações de rastreamento para localizar um alvo, o retro-refletor, dentro de um espaço tridimensional.
- Analisar o emprego nas estações de rastreamento de motores de corrente contínua ao invés de galvanômetros, mais caros e comumente empregados comercialmente nesses equipamentos.

2 Revisão de Literatura

Santoro (1999) desenvolveu a estação de rastreamento a ser utilizada neste trabalho. Em sua tese encontra-se uma revisão de literatura referente a sistemas “scanners” e sua utilização em sistemas de rastreamento a *laser*. Diferentemente, aqui serão revistas as estações de rastreamento que estão sendo desenvolvidas pela comunidade científica, suas vantagens e os problemas encontrados pelos pesquisadores.

Um grupo de pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena vem desenvolvendo uma estação de rastreamento, publicando diversos artigos sobre o assunto, sob o nome de cada membro do grupo ao longo da evolução do projeto. A mais recente publicação está descrita a seguir.

Vincze et al. (1994) desenvolveram uma estação de rastreamento a *laser* para medir a posição e orientação de um atuador. Seu sistema está baseado na utilização de um único feixe *laser* continuamente dirigido ao centro de um retro-refletor – dispositivo composto por três espelhos planos montados na forma de canto de cubo, e cujas superfícies refletivas podem ser visualizadas de seu interior – acoplado ao dispositivo mecânico cuja posição está sendo medida. O direcionamento do feixe *laser* é controlado através de um espelho plano, denominado “espelho de controle”, acoplado a uma junta *cardan*, que permite sua rotação sobre eixos horizontal e vertical. Sua rotação é efetuada através de dois motores contendo *encoders* angulares que enviam dados ao sistema de controle para o cálculo do posicionamento do espelho de controle (veja Figura 2.1).

O reflexo do feixe *laser* sobre o retro-refletor é paralelo ao incidente, e, particularmente, coincide com ele quando o feixe incidente atinge seu centro (ponto comum aos três espelhos). O feixe *laser* refletido atinge novamente o espelho de controle, e posteriormente é desviado por um divisor de feixes e atinge um diodo sensor de posição (position sensitive diode – PSD) que fornece à unidade de controle dados sobre o erro que está ocorrendo para se atingir o centro do retro-refletor. O espelho é então movido para minimizar este erro, e conseqüentemente, o feixe *laser* acompanha continuamente qualquer mudança no posicionamento do atuador.

Figura 2.1 - Esquema funcional de Estação de Rastreamento a *laser* (Vincze et al., 1994).

O interferômetro de HeNe envia à unidade de controle dados que permitem o cálculo da variação de distância entre o retro-refletor e o espelho de controle. Como a posição angular deste último é conhecida através de *encoders* acoplados aos motores que o movimentam, a posição tridimensional do retro-refletor pode ser determinada.

A orientação do retro-refletor, e conseqüentemente a do atuador onde ele está acoplado, é calculada através do processamento da imagem captada pela célula CCD (Charge Couple Device). Linhas pretas são pintadas entre as fronteiras dos espelhos componentes do retro-refletor (veja Figura 2.2) e são captadas pela câmera CCD formando uma imagem que pode ser analisada para o cálculo de seu direcionamento.

Figura 2.2 - Determinação da orientação do retro-refletor (Vincze et al., 1994).

O controlador é composto por um processador de sinais digitais (Digital Signal Processor – DSP) da *Motorola*, modelo DSP96002, capaz de realizar 50 milhões de operações aritméticas de ponto flutuante por segundo. Esse sistema realiza simultaneamente os cálculos de controle e aqueles necessários para a determinação da localização espacial do retro-refletor. Ou seja, fornece a posição e orientação tridimensional do atuador em escala de tempo real.

Neste artigo, Vincze et al. informam que a acurácia desse sistema de rastreamento é de 0,2 mm, mas, segundo os autores, deve ser capaz de atingir 50 μm . O controlador utilizado foi um proporcional integral, PI, capaz de controlar o sistema onde o atuador não ultrapasse a velocidade da ordem de 6m/s, e aceleração de 25 m/s^2 .

Este projeto é bastante completo, capaz de calcular a posição e orientação do retro-refletor. Entretanto, seu custo é elevado devido principalmente à utilização de um interferômetro.

Num outro artigo publicado pelo grupo, Gander et al. (1994) enfocaram a resolução de dois tipos de problemas comuns envolvendo sistemas de controle:

- o feixe *laser* não atinge o retro-refletor ou não consegue segui-lo devido à baixa velocidade do sistema de controle; e,

- calcular e determinar em tempo real a posição e orientação do robô durante o funcionamento do sistema de rastreamento.

Em seu trabalho, a elevada velocidade de processamento aritmético necessária para a execução dos cálculos é conseguida através de um processador de sinais digitais de ponto-flutuante (DSP), além de otimização das rotinas de cálculo. Comparativamente, este trabalho também fornece condições para a realização do cálculo do posicionamento do retro-refletor simultaneamente à execução do controle. Entretanto, devido aos objetivos estipulados, sua utilização será sugerida como trabalho futuro.

Para a otimização da velocidade de processamento do controle, Gander et al. (1994) incorporaram ao sistema o Algoritmo Preditor de Newton. Com a utilização desse algoritmo, o sistema procura minimizar o erro através da previsão da localização do retro-refletor, utilizando a atual localização, velocidade e aceleração do atuador. A principal dificuldade em sua introdução é a sensibilidade ao ruído, que pôde ser minimizada através da introdução de um filtro passa-baixa.

Ao sistema de controle também foi adicionado um outro algoritmo, o Algoritmo Preditor de Controle, que procura otimizar as informações relativas ao posicionamento futuro do robô, ou seja, visa a minimização do erro de rastreamento.

Zeng et al. (1999) também fizeram um experimento para a medição da posição de um objeto em movimento. Seu sistema detecta deslocamentos dentro de um pequeno volume de controle. O sistema consiste num emissor de *laser* HeNe, (observe Figura 2.3) que juntamente com um divisor de feixes e um espelho plano produz dois feixes que se propagam paralelamente um ao outro. Eles atingem outro espelho plano, M_2 , que através de um motor de passo, pode girar em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura. Os feixes refletidos por M_2 atingem, produzindo uma pequena mancha de luz, o objeto cujo deslocamento está sendo medido. Um *chopper* localizado antes de M_2 faz com que os feixes propaguem-se paralela e alternadamente numa frequência de 1kHz. Parte da luz refletida de maneira difusa pelo objeto é captada por um sensor de detecção de posição de efeito lateral. Este sensor está então captando alternadamente duas manchas de luz provenientes do objeto em questão.

Figura 2.3 - Esquema do sistema de rastreamento (Zeng et al., 1999).

Quando um dos feixes *laser* deixa de atingir o objeto, o microcomputador envia um sinal ao servo motor para movimentar o espelho de um ângulo α_1 ou α_2 , dependendo do sentido de rotação.

Esse sistema foi construído para a medição de pequenos deslocamentos, na ordem de poucos centímetros e com resolução de 0,2 mm. O interessante do sistema é a presença de um único emissor de feixe *laser*, que é duplicado com a utilização de divisor de feixes e um espelho plano, dispositivos mais baratos que um segundo emissor. Também é interessante notar a inexistência de retro-refletor, causando um volume de trabalho bastante reduzido, podendo somente ser utilizado em condições específicas.

Heeren & Veldpaus (1992) desenvolveram um sistema de rastreamento similar ao que será utilizado neste trabalho (veja Figura 2.4), mas podendo apenas localizar um ponto bidimensional. Os dois espelhos podem girar em torno de eixos perpendiculares à figura. A posição do ponto R está sendo calculada por este sistema.

Figura 2.4 - Esquema da estação de rastreamento montada por Heeren & Veldpaus (1992).

Para permitir o cálculo do posicionamento do ponto R, foi montado sobre um espelho plano (veja Figura 2.5b), dois prismas cobertos com uma camada metálica que lhes concede propriedades reflexivas. Esta construção permite que R seja comum aos dois retro-refletores (veja Figura 2.5a). Entretanto, os autores ressaltam que nessa montagem é necessário evitar que o feixe *laser* atinja a borda de cada um dos componentes.

Figura 2.5 - Ilustração dos retro-refletores utilizados por Heeren & Veldpaus (1992), (a) vista superior; (b) vista em perspectiva.

Neste trabalho é interessante notar a construção de um retro-refletor duplo, permitindo assim um posicionamento mais amplo entre os sistemas de rastreamento envolvidos. Conseqüentemente, ocorre um aumento na precisão dos dados coletados. De acordo com os autores, a resolução alcançada pelo sistema foi de 0,05 mm, com um custo inferior a US\$3.000.

3 Descrição Física e Funcional do Sistema de Rastreamento

Neste capítulo serão apresentados os componentes do sistema de rastreamento utilizado neste trabalho, assim como seu modo de funcionamento. Os catálogos e manuais dos diversos componentes podem ser encontrados nos anexos A e B.

O sistema de rastreamento é composto essencialmente por duas fontes *laser* cujos feixes são continuamente direccionados para um retro-refletor através de duas estações – uma para cada feixe – controladas por um microcomputador. Este último se comunica com o sistema através de uma placa de aquisição de dados. A Figura 3.1 contém um diagrama de

blocos que descreve de maneira simplificada o modo de funcionamento do sistema de rastreamento.

Figura 3.1 - Diagrama de blocos do esquema funcional da estação.

O *laser* empregado é de Hélio-Neônio (HeNe), é produzido por um gerador da *Melles Griot* que possui as seguintes características técnicas

- Potência típica: 1,5 mW
- Polarizado linearmente
- Divergência de 1,6 mrad
- Diâmetro do feixe($1/e^2$): 0,5 mm
- Estabilizado na frequência de 473,61254 THz (632,991 nm) – vermelho

Esse *laser* passa por um expensor de feixes, também fabricado pela *Melles Griot*, com capacidade para expandir um feixe incidente de 2,5 a 10 vezes. Nos experimentos realizados foi regulado para deixar o feixe com 5 mm de diâmetro que assim entra na estação de rastreamento onde é direcionado para o retro-refletor. O sistema de controle é efetuado por um microcomputador Pentium III de 700MHz e 256MBytes de RAM através de dados fornecidos por sensores presentes nas estações, onde também estão localizados os motores utilizados para o direcionamento do *laser*.

Os componentes da estação de rastreamento são insensíveis à polarização do feixe *laser*, deste modo, não houver qualquer preocupação com a determinação do plano de polarização (horizontal/vertical) após a montagem do sistema de rastreamento.

3.1 Retro-refletor

O retro-refletor é um conjunto de três espelhos planos montados na forma de canto de cubo, ou seja, três espelhos em posições ortogonais entre si (Figura 3.2a). O feixe

refletido sempre é paralelo ao incidente, independentemente do ângulo de incidência. Além disso, seu centro, o ponto comum aos três espelhos, está sempre localizado no ponto mediano entre o feixe incidente e o refletido (situação exemplificada na Figura 3.2b onde para facilitar a compreensão foi esquematizado um retro-refletor bidimensional). Pode-se perceber que o direcionamento do feixe refletido não se altera para qualquer orientação do retro-refletor, desde que seu centro seja deslocado somente na direção de propagação dos feixes. Outra consequência importante dessa propriedade é que no caso do feixe incidente estar atingindo o centro do retro-refletor, seu reflexo será coincidente com o raio incidente.

Figura 3.2 – (a) Esquema de funcionamento do retro-refletor, e (b) suas propriedades.

3.2 Estação de Rastreamento

Para o cálculo da posição tridimensional do retro-refletor foi utilizado um conjunto constituído por duas estações de rastreamento, cada uma composta por um divisor de feixes, um detector de quadrantes e dois espelhos planos com eixos de rotação dispostos ortogonalmente entre si, movidos através de motores de corrente contínua (CC). As estações estão desenhadas na Figura 3.3. Visando a comparação de resultados, foi também construído um segundo conjunto de estações de rastreamento que utilizam galvanômetros ao invés dos motores CC. Algumas pequenas adaptações na estação de rastreamento foram necessárias para o acoplamento dos galvanômetros.

Figura 3.3 - Esquema da estação de rastreamento.

O *laser* que entra na estação de rastreamento tem 5 mm de diâmetro e é proveniente do expensor de feixes. No interior da estação, faz contato com um divisor de feixes 50/50, onde 50% da luz incidente sofre refração, enquanto a outra metade é refletida. Nos experimentos realizados, a parte refletida não foi utilizada. Em seguida, o feixe refratado incide sobre um espelho – o doravante denominado “espelho 1” – onde é refletido para o segundo espelho – o “espelho 2”, localizado logo acima do primeiro. No primeiro experimento realizado, a posição angular de cada espelho foi controlada através de motores de corrente contínua 1624-012-S, fabricados pela *Minimotor S/A*. Neles foram acoplados redutores, sem folga (“zero backlash”), de 141:1, e um *encoder* incremental HEDS-5540 da *Agilent Technologies* de 1024 contagens por volta. A placa de comando desses motores aceita como sinal de entrada uma voltagem que pode variar entre -10 e 10 V e está associada à sua velocidade de rotação. No anexo A estão dispostas as características técnicas do motor CC, dos *encoder*, e do redutor.

Para o segundo experimento, cada motor CC foi substituído por um galvanômetro M3, da *GSI Lumonics*, com um placa controladora *MiniSAX*, que os posiciona de acordo com uma voltagem de entrada, que deve estar contida no intervalo de -3 a 3 V. Os galvanômetros foram adquiridos com espelhos próprios e suas placas controladoras estavam todas já calibradas. Elas também indicam a posição atual do galvanômetro através de um sinal de -3 a 3 V.

Posicionando os espelhos de maneira controlada, o *laser* que deixa a estação de rastreamento atinge o retro-refletor e retorna à estação, atingindo novamente os espelhos 2 e 1, respectivamente, além do divisor de feixes, que reflete-o para o sensor de quadrantes. O *laser* de retorno refratado pelo divisor de feixes não é utilizado. O sensor de quadrantes envia um sinal que será utilizado pelo sistema de controle para re-posicionar, se necessário, os espelhos 1 e 2.

3.2.1 Sensor de Quadrantes

O sensor de quadrantes é composto por quatro quadrantes A, B, C e D sensíveis à luz, que geram corrente elétrica conforme a energia luminosa que neles incide. Os sensores utilizados foram fabricados pela *Duma Optronics*, e possuem uma faixa não-sensível de 10 μm entre cada quadrante. Seu desenho pode ser observado através da Figura 3.4. A voltagem de cada quadrante pode ser utilizada para o cálculo do posicionamento *xy* do centro do feixe *laser* que incide sobre ele.

Figura 3.4 – Sensor de quadrantes.

O sinal de corrente fornecido pelo sensor de quadrantes é bastante baixo, na ordem de alguns μA , e foi convertido em voltagem para ser lido e processado pelo microcomputador através da placa de aquisição de dados. Com esse intuito, foi projetado um circuito eletrônico regulável que transforma a corrente fornecida pelos quadrantes em voltagem. Esse circuito será doravante denominado de “Circuito Processador de Sinais SQ”. O projeto deste circuito está representado pela Figura 3.5.

Cabe ressaltar que quando os sensores foram adquiridos, cada sensor de quadrantes foi fornecido juntamente a um circuito para leitura e processamento de seus sinais. Esse circuito deve ser acoplado a uma conexão ISA de um microcomputador e seus dados podem ser observados pelo usuário através de um programa também fornecido pelo fabricante do sensor. Entretanto, tal circuito mostrou possuir baixa taxa de aquisição, cerca de 15Hz, frequência considerada aquém da necessária para a síntese do sistema de controle dos motores. Por esse motivo este circuito não foi utilizado e houve a necessidade de desenvolver o “Circuito Processador de Sinais SQ” mencionado acima.

Figura 3.5 – Circuito processador de sinais do sensor de quadrantes.

Cada quadrante gera um sinal que varia de acordo com a quantidade de luz nele incidente. Por exemplo, assumindo que o feixe laser esteja incidindo sobre o sensor de quadrantes conforme desenho da Figura 3.6, a voltagem gerada pelo quadrante B, v_B , será maior que aquelas geradas pelos demais quadrantes, pois neste caso o quadrante B é aquele que apresenta maior incidência luminosa. As tensões correspondentes às coordenadas cartesianas xy referentes ao centro do feixe laser podem ser calculadas através das seguintes expressões.

$$t_x = \frac{(v_A + v_B) - (v_C + v_D)}{v_A + v_B + v_C + v_D} \quad (3.1)$$

$$t_y = \frac{(v_A + v_C) - (v_B + v_D)}{v_A + v_B + v_C + v_D} \quad (3.2)$$

Os adimensionais t_x e t_y representam a posição do centro do feixe laser em relação ao diâmetro do sensor de quadrantes.

Pode-se notar que os numeradores dessas expressões representam um diferencial de tensão entre os hemisférios envolvidos. Os denominadores, idênticos, são utilizados com o intuito de se reduzir as perturbações aleatórias que ocorrem no meio através da soma dos sinais de cada quadrante, v_A , v_B , v_C e v_D . Entretanto, pode-se prontamente verificar nas expressões (3.1) e (3.2) a necessidade dos quatro quadrantes estarem sempre sob incidência do feixe *laser*. Supondo por exemplo que o feixe *laser* esteja atingindo somente os quadrantes A e B, apenas as voltagens geradas por eles não serão nulas, e as expressões (3.1) e (3.2) passam a valer:

$$t_x = \frac{(v_A + v_B)}{v_A + v_B} = 1 \quad (3.3)$$

$$t_y = \frac{(v_A) - (v_B)}{v_A + v_B} \quad (3.4)$$

Pode-se observar que a equação (3.3) é sempre unitária, invariável, e não mais representa o posicionamento do centro do feixe *laser*, embora a equação (3.4) continue sendo válida, desde que a totalidade do feixe não deixe de atingir o sensor.

Esta restrição exige cuidados com o diâmetro do feixe *laser* a ser utilizado. Quando muito pequeno, pode facilmente deixar de iluminar todos os quatro quadrantes, ocasionando a emissão de sinais falsos para o sistema de controle. No outro extremo, a utilização de feixes com elevados diâmetros também é prejudicial ao funcionamento do sistema, pois

neste caso, parte do feixe *laser* poderia deixar de atingir o sensor de quadrantes. A Figura 3.6a exemplifica a utilização de um feixe *laser* com diâmetro coerente ao tamanho do sensor de quadrantes, enquanto na Figura 3.6b estão exemplificados dois feixes com tamanhos inapropriados.

Figura 3.6 – Exemplo de diâmetro de feixe laser em relação ao sensor de quadrantes. (a) dimensão coerente, e (b) dimensões excessivamente pequena e grande, sobrepostas.

O diâmetro sensível à luz do sensor de quadrantes é de 8 mm, e assim, assumiu-se como adequado a utilização de um feixe *laser* com 5 mm de diâmetro, obtido através do expensor de feixes.

Existe a possibilidade de se alimentar ou não o sensor de quadrantes com 12 V. Quando alimentado, seu tempo de resposta melhora, mas sua precisão é prejudicada. Testes efetuados mostraram que o tempo de resposta sem a utilização de alimentação foram suficientemente rápidos. Deste modo, visando a obtenção de dados precisos, os sensores não foram submetidos a qualquer alimentação.

O circuito processador de sinais SQ foi regulado para fornecer à placa de aquisição de dados voltagens próximas do intervalo -10 a 10 V relativas à incidência de luz em cada quadrante. Desta forma, quando não há qualquer incidência de luz, o processador de sinais fornece -9,8 V de cada quadrante, e +9,8 V quando o *laser* atinge-o exclusivamente.

Finalizando, o sistema de controle, a partir dos sinais de erro fornecidos pelos sensores de quadrantes, aciona os motores CC ou os galvanômetros de modo a mover seus respectivos espelhos para uma posição que faça o feixe *laser* de retorno atingir o centro do sensor de quadrantes. Acompanhe-se a Figura 3.7.

Figura 3.7 – Esquema dos constituintes da estação de rastreamento, excetuando-se o retro-refletor.

3.3 Placa de Aquisição de Dados

A placa utilizada para a coleta e envio de dados foi a *Flexmotion 6c* da *National Instruments* que foi acoplada a um conector PCI do microcomputador. Foram utilizadas apenas suas portas de entrada e saída de sinais analógicos, além de seus canais para leitura de *encoders* (AQUADB). As conexões com a *Flexmotion 6c* foram feitas através de uma interface UMI-Flex6, também da *National Instruments*. Para simplificar a escrita e a compreensão deste texto, a interface não será mais mencionada, embora toda conexão com a *Flexmotion* aconteça através dela.

As 8 entradas analógicas de 16 bits dessa placa devem estar sempre contidas no intervalo de -10 a 10 V. Analogamente, fornece 6 saídas analógicas de 12 bits que podem variar dentro também deste intervalo.

3.4 Sistema de Rastreamento com Motores CC

Os motores CC apresentaram um “*offset*” de acionamento de aproximadamente $1,7$ V, ou seja, eles só se movimentam quando submetidos a voltagens superiores a $1,7$ V. Entretanto, tal voltagem se mostrou excessivamente elevada, tornando o sistema de controle instável. Visando redução no atrito estático do motor, este foi continuamente submetido a um sinal oscilante para permanecer vibrando. O sinal utilizado foi uma onda quadrada de amplitude $3,6$ V_{pp}, média nula e frequência 333 Hz, suficientemente elevada para manter o motor praticamente parado, mas com seu atrito reduzido. Desta forma, o “*offset*” de

acionamento dos motores foi reduzido para 0,8 V, em média. O projeto de circuito gerador de onda quadrada pode ser visualizado através da Figura 3.8.

Figura 3.8 – Projeto do circuito gerador de onda quadrada.

Um circuito somador conforme projeto apresentado na Figura 3.9 foi montado para adicionar ao sinal a ser enviado a cada motor, V_{CONT} , a onda quadrada, V_{QUAD} .

Figura 3.9 – Elemento do circuito somador de sinais.

Com a utilização desses circuitos, o esquema geral dos componentes utilizados para o sistema de rastreamento está descrito conforme indicado pela Figura 3.10.

Figura 3.10 - Esquema geral de funcionamento do sistema de rastreamento com a utilização de motores de corrente contínua.

Entretanto, tais circuitos não foram necessários na utilização dos galvanômetros, tornando sua montagem mais simples, e que é descrita a seguir.

3.5 Sistema de Rastreamento com Galvanômetros

Cada galvanômetro é acionado através de sinais de voltagem enviados a seus circuitos controladores. Diferentemente dos motores CC, os galvanômetros assumem uma determinada posição angular a uma voltagem fornecida, e não uma velocidade angular. Os circuitos controladores dos galvanômetros fornecem os sinais relacionados à posição que eles possuem naquele momento. Também são mais sensíveis que os motores CC, e por isto, não houve necessidade de se utilizar o gerador de onda quadrada para redução do atrito seco.

Todos os quatro circuitos controladores possuem um sistema de controle para efetuar adequadamente mudanças no posicionamento de seu respectivos galvanômetros em função da posição solicitada pelo usuário, sinal este que deve sempre estar entre -3 e 3 V. Cada circuito controlador fornece duas voltagens, cujo diferencial (que também está sempre contido no intervalo de -3 a 3 V) indica a posição atual de seu galvanômetro.

Entretanto, como as oito portas de entrada da placa de aquisição de dados já estavam sendo utilizadas para a leitura dos sinais dos dois sensores de quadrantes, um multiplexador foi necessário para fazer o intercâmbio desses sinais.

Embora a frequência de controle se reduzisse, no mínimo, pela metade com utilização do multiplexador CD4053, essa foi a solução mais simples encontrada. Outra alternativa seria a construção de um circuito para realizar o cálculo das equações (3.1) e

(3.2), deixando dessa forma quatro entradas analógicas disponíveis na placa de aquisição. Contudo, o projeto desse circuito e compra de seus componentes iria requerer um tempo não disponível.

O sistema de rastreamento utilizando galvanômetros está esquematizado na Figura 3.11.

Figura 3.11 - Esquema geral de funcionamento do sistema de rastreamento com a utilização de galvanômetros.

3.6 Sistema de Controle

O *software* utilizado para a coleta de dados e execução do controle foi o LabView®, versão 5.1.1, utilizando a versão 5.0.1 dos *drivers* da placa *Flexmotion* e o programa MAX – *Measurement and Automation Explorer* v2.0.3.6 para sua configuração.

São três as principais etapas do processo de controle:

- 1) Determinação dos erros x e y resultantes no sensor de quadrantes a partir das voltagens fornecidas pelo circuito processador de sinais SQ.
- 2) Controle propriamente dito
- 3) Coleta e armazenamento dos dados relativos à posição dos motores CC e dos galvanômetros.

Os itens 1) e 3) são idênticos tanto para os sistemas que se utilizam de motores CC como de galvanômetros e serão descritos a seguir.

3.6.1 Cálculos dos Erros x e y Relativos ao Sensor de Quadrantes

Conforme descrito no sub-capítulo 3.2.1, o circuito processador de sinais fornece à placa de aquisição de dados voltagens relativas à energia luminosa absorvida por cada um dos quadrantes do sensor, que devem ser convertidos nos erros x e y – distância do centro do feixe *laser* ao centro do sensor.

Este subprograma, apresentado na Figura 3.12, tem início com a leitura dos quatro sinais recebidos pela placa de aquisição de dados. A leitura das voltagens (-10 a 10 V) e conversão para sinal digital é executada no processamento dos ícones localizados à esquerda da figura (*A/D Read*), fornecendo números correspondentes variando de -2048 a 2047 (12 *bits*). A todos eles é somado 2048 para assegurar que os números associados a cada quadrante nunca sejam negativos. Os valores apresentados pelas equações (3.1) e (3.2) são calculados e multiplicados por 2,5 para serem convertidos para milímetros e dispostos nas variáveis “Erro x ” e “Erro y ”, à direita da figura. O ícone localizado acima à direita da figura representa esse sub-programa, e será utilizado em outros programas a serem descritos adiante.

Figura 3.12 – Subprograma para cálculo do erro detectado pelo sensor de quadrantes.

Os ícones “Board ID” e “channel1” representam simplesmente o endereço eletrônico da placa de aquisição de dados; são constantes e considera-se que não necessitam de explicações mais detalhadas.

Tanto para a utilização dos motores CC como para os galvanômetros, os dados coletados relativos ao seu posicionamento foram armazenados com a criação de um arquivo tipo texto. O processamento desses dados foi efetuado posteriormente à execução do controle, através de programas elaborados com o *MatLab R12* e *Mathematica 4.1*.

3.7 Programa de Controle dos Motores CC

O sistema de controle foi elaborado por Santoro (1999), que, utilizando-se de lógica difusa e redes neurais artificiais, desenvolveu o seguinte algoritmo de controle:

$$\begin{aligned}
 u(er, der) = & 1,3 * \tanh(9 * er + 35 * der) + 2 * \tanh(er + 163 * der) - \\
 & 190,13 * \tanh(-76,4 * er - 139 * der + 0,05) + \\
 & 0,1 * \tanh(2032 * er - 1585 * der + 189) - \\
 & 188,6 * \tanh(76,9 * er + 140 * der - 0,05)
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

onde

- er é o erro x ou y detectado pelo sensor de quadrantes, calculado no subprograma da Figura 3.12, e ainda multiplicado por um ganho denominado de “ganho de entrada”.
- der é a derivada temporal de er , dividida por um ganho denominado de “amortecimento”
- u é o sinal de saída do controle; é utilizado para a movimentação dos motores depois de multiplicado por um “ganho de saída”.

Assim,

$$er = (\text{Ganho de entrada}) * \text{erro } x \text{ ou } y$$

$$der = (\text{Variação do erro } x \text{ ou } y) / \text{amortecimento}$$

$$u * (\text{Ganho de saída}) \text{ é o valor utilizado para a movimentação de cada motor.}$$

Deve-se ressaltar que esta é a função de controle utilizada para a movimentação de todos os espelhos e que só depende de um único valor de er e de sua derivada der , ou seja, cada espelho está associado a apenas uma das coordenadas de erro, x ou y , do sensor de quadrantes. Essa independência só pode ser alcançada com o devido ajuste de posicionamento do sensor.

Para tal ajuste, o espelho 1 foi submetido a uma oscilação contínua de pequena amplitude e baixa frequência enquanto os erros x e y eram observados em um gráfico. O sensor foi então girado até que somente erros exclusivos à coordenada x sofressem variação, conforme mostrado na Figura 3.13a. Para a verificação deste procedimento de alinhamento, também o espelho 2 foi submetido a uma oscilação, enquanto o espelho 1 foi mantido imóvel e conforme o esperado, apenas alteração no erro y foi observada (Figura 3.13b).

Figura 3.13 – Caminho percorrido pelo laser sobre o sensor de quadrantes quando, (a) espelho 1 muda de posição, (b) espelho 2 muda de posição.

Em seu trabalho, Santoro projetou um sistema de controle para trabalhar com a variável de controle er contida no intervalo $[-0,2 \ 0,2]$ (mm), e der em $[-0,02 \ 0,02]$ (mm/s), conforme indica o gráfico da função (3.5), mostrado na Figura 3.14. Tal sistema de controle é válido somente quando o retro-refletor está a aproximadamente 600 mm de distância em relação à estação de rastreamento. O gráfico de controle deve ser modificado quando ocorre significativa alteração nessa distância. Nesta dissertação o retro-refletor percorre uma trajetória que se mantém a cerca de 800 mm de distância em relação a uma das estações de rastreamento. O sistema de controle foi então adaptado com o emprego de três ganhos: um para cada uma das duas entradas, er e der , e um para a saída u .

Figura 3.14 – Gráfico de controle elaborado por Santoro.

O subprograma apresentado pela Figura 3.15 é o sistema de controle utilizado para a movimentação dos dois espelhos de uma única estação de rastreamento. Repare que são utilizados três ganhos no controle de cada espelho, por exemplo, “Ganho x” (o ganho de

entrada), “amort x” (ganho de amortecimento) e “Ganho de saída x”. As variáveis “erro x” e “erro y” foram determinadas pelo subprograma apresentado na secção 3.6.1.

Figura 3.15 – Subprograma de controle responsável pelo rastreamento do retro-refletor.

Os valores atribuídos aos ganhos foram determinados experimentalmente, e estão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores dos ganhos utilizados

	Ganho entrada	Amortecimento	Ganho saída
ER1 – espelho 1	0,12	150	0,16
ER1 – espelho 2	0,11	140	0,17
ER2 – espelho 1	0,11	130	0,24
ER2 – espelho 2	0,11	150	0,20

Os dois subprogramas apresentados nas Figuras 3.12 e 3.15 são acionados na execução do programa principal de rastreamento conforme mostra a Figura 3.16. Os subprogramas são representados como ícones, e cada um deles está associado a uma das estações de rastreamento. Os ícones onde se lê “D/A Load” representam o sinal a ser enviado a cada um dos quatro motores envolvidos.

Figura 3.16 – Parte do programa principal de rastreamento.

O último ícone de maior importância desse programa é aquele localizado na parte inferior e esquerda da Figura 3.16, responsável pelo tempo de processamento da rotina de repetição. Na utilização deste programa verificou-se que o menor intervalo de tempo possível para a execução da rotina de repetição – o controle e aquisição dos *encoders* – foi de 5 ms, gerando assim uma frequência de controle de 200 Hz.

3.8 Programa de Controle dos Galvanômetros

Os galvanômetros recebem como entrada uma voltagem referente a posição angular que devem assumir, conforme explicado no item 3.5. Seu controle é efetuado através de um programa desenvolvido em *Labview*, onde estão definidas as equações que determinam a variação de posicionamento em função dos erros detectados pelos sensores de quadrantes. A equação do controle proporcional mencionado é então:

$$\Delta \text{posição} = \text{ganho} * \text{erro } x \text{ ou } y \quad (3.6)$$

onde

erro x ou y é o erro detectado pelo sensor de quadrantes

ganho é uma constante de proporcionalidade, determinada experimentalmente.

Repetidas vezes o retro-refletor foi deslocado (em distâncias que permaneciam no intervalo de 700 a 900 mm da respectiva estação de rastreamento) para testar o sistema de controle dos galvanômetros. A cada vez era utilizado um ganho diferente, e assim verificou-se que o sistema de controle apresentava-se bastante estável com ganhos de algumas

unidades. O valor 5 foi então adotado como sendo o ganho de ambas estações de rastreamento, tanto para o espelho 1 como para o espelho 2.

Na utilização de galvanômetros foi necessária a leitura de 16 sinais, 8 devido aos quatro quadrantes de cada um dos sensores, e mais 8 relacionados ao diferencial de voltagem de cada um dos quatro galvanômetros. Entretanto, a *Flexmotion* só possui 8 entradas analógicas, e assim, optou-se pela utilização de um circuito com multiplexador de dois canais. Este circuito com 16 entradas e oito saídas ligadas à *Flexmotion*, alterna a leitura dos dados fornecidos pelas estações de rastreamento. Seu acionamento foi feito através do programa de controle, cuja principal etapa se encontra na Figura 3.17.

Figura 3.17 – Etapa principal do programa de controle na utilização dos galvanômetros.

Os erros detectados pelo sensor de quadrantes, representado pelo ícone na parte superior e à esquerda da figura acima e descrito em 3.6.1, são multiplicados pelos ganhos gerando os sinais a serem em seguida enviados aos respectivos galvanômetros.

O subprograma representado pelo ícone localizado à esquerda da figura acima executa a tomada de dados do posicionamento dos galvanômetros, e está apresentado na Figura 3.18. Nele é feita a diferença de voltagem entre as portas que recebem os sinais diferenciais do galvanômetro.

Figura 3.18 – Subprograma do posicionamento dos galvanômetros.

4 Modelagem da Triangulação

Neste capítulo será descrito o modelo matemático utilizado para o cálculo do posicionamento espacial do retro-refletor através da técnica de triangulação. Os principais conceitos envolvidos nesta modelagem são provenientes da geometria analítica, e em especial, do tratamento vetorial de retas e mudanças de coordenadas.

A partir do conhecimento das retas que identificam a direção dos feixes *laser* emitidos pelas duas estações de rastreamento, e da posição relativa entre essas últimas, fica completamente determinado o triângulo formado pelas estações de rastreamento 1 e 2 e pelo retro-refletor (Figura 4.1) e, conseqüentemente, a posição do terceiro vértice, o retro-refletor, pode ser calculada.

Figura 4.1 – Técnica da triangulação.

O *laser* emitido pelas estações de rastreamento é representado por uma reta na forma vetorial, cuja equação é função dos ângulos dos espelhos. Esta equação será deduzida através da utilização de diversos sistemas de coordenadas correlacionados aos componentes das estações de rastreamento que fazem contato com o feixe *laser*.

Serão ainda apresentadas neste capítulo as hipóteses adotadas na utilização do modelo, assim como as soluções assumidas para superar os problemas construtivos porventura encontrados.

4.1 Mudanças de Coordenadas

Visando a simplificação do desenvolvimento das expressões matemáticas que descrevem a reta representante do feixe *laser*, serão considerados diversos sistemas de coordenadas para a descrição da posição e orientação dos componentes de cada uma das estações de rastreamento.

As coordenadas de um vetor qualquer em relação a um segundo sistema de coordenadas podem ser calculadas através de sua multiplicação por uma matriz denominada de “matriz de transformação homogênea” (Paul, 1989), cujos conceitos serão explicados nesta seção.

As transformações de coordenadas podem ser mais facilmente compreendidas quando efetuadas em duas etapas. Para a primeira, pode-se imaginar uma transformação de coordenadas envolvendo apenas rotação, e para a segunda, somente então ser considerada a translação existente entre os sistemas envolvidos.

Todos os sistemas de coordenadas deste trabalho são bases ortonormais positivas, ou seja, se $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ forem os versores dos eixos x, y e z, respectivamente, então $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$, onde o símbolo $\wedge$ representa o produto vetorial.

4.1.1 Transformação de Coordenadas Envolvendo Somente Rotação

Considere-se a existência de dois sistemas de coordenadas $\{A\}$ e $\{B\}$, que possuem a mesma origem. Seja o vetor ${}^A\vec{P}$ um vetor descrito com base no sistema de coordenadas de $\{A\}$, e ${}^B\vec{P}$ o mesmo vetor, mas descrito com as coordenadas de $\{B\}$.

Um vetor qualquer pode ser descrito como a soma de suas projeções ortogonais sobre cada um dos três eixos de uma base ortonormal. A projeção ortogonal de um vetor sobre outro é calculada através do produto escalar, representado por

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\theta) \quad (4.1)$$

onde $\vec{u} = [x_1, y_1, z_1]$, $\vec{v} = [x_2, y_2, z_2]$, e θ é o ângulo entre esses vetores.

Uma das principais propriedades do produto escalar (Boulos & Camargo, 1987) utilizadas neste trabalho é:

$$\vec{u} \cdot (\lambda \vec{v}) = (\lambda \vec{u}) \cdot \vec{v} = \lambda (\vec{u} \cdot \vec{v}) \quad (4.2)$$

Procurando entender o processo utilizado para o cálculo de mudanças de coordenadas, admita-se que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam vetores unitários, assim, a propriedade descrita pela expressão (4.2) deixa claro que a projeção ortogonal de um vetor $\lambda \vec{v}$ sobre $\vec{u}$ pode ser calculada através de $\lambda(\vec{u} \cdot \vec{v})$, ou seja, utilizando o parâmetro λ posteriormente à projeção. Esta expressão evidencia a possibilidade de se fazer o cálculo de mudanças de coordenadas para cada um dos versores do sistema $\{B\}$ para o sistema $\{A\}$ (veja Figura 4.2a), cujas dimensões são constantes, ao invés de se utilizar o vetor propriamente dito. A transformação de um vetor genérico é então obtida pela soma de cada uma das projeções de suas coordenadas $\{B\}$ sobre os eixos coordenados de $\{A\}$ (Figura 4.2b). Essa operação pode ser representada pela multiplicação de um vetor por uma matriz 3x3, composta pelas projeções ortogonais dos versores em questão, conforme descrito na equação (4.3)

$${}^A_B\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}^Ax_B & {}^Ay_B & {}^Az_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_B \cdot x_A & y_B \cdot x_A & z_B \cdot x_A \\ x_B \cdot y_A & y_B \cdot y_A & z_B \cdot y_A \\ x_B \cdot z_A & y_B \cdot z_A & z_B \cdot z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^Bx_A^T \\ {}^By_A^T \\ {}^Bz_A^T \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde Ax_B , Ay_B e Az_B são os versores do sistema de coordenadas $\{B\}$ descritos em relação aos de $\{A\}$. Analogamente, pode-se ainda escrever esta matriz através das componentes da base de coordenadas $\{A\}$, x_A , y_A , e z_A descritos em relação à $\{B\}$.

Figura 4.2 – (a) Projeção de um vetor do sistema {B} nos eixos coordenados de {A}; (b) transformação de coordenadas de um dos componentes de um vetor qualquer.

Desta forma,

$${}^A\vec{P} = {}^A\mathbf{R} {}^B\vec{P} \quad (4.4)$$

A simbologia adotada nas equações está de acordo com Craig (1989), permitindo que os índices como aqueles expressos na equação (4.4) sejam cancelados, facilitando a compreensão do processo.

Desenvolvendo-se esse produto chega-se à igualdade expressa pela equação (4.5), onde se observa que cada coordenada de {A} é formada pela soma das projeções de cada vetor de {B} naquela componente, devidamente multiplicadas pelo parâmetro correspondente.

$${}^A\vec{P} = \begin{bmatrix} {}^AP_x \\ {}^AP_y \\ {}^AP_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_B \cdot x_A {}^BP_x + y_B \cdot x_A {}^BP_y + z_B \cdot x_A {}^BP_z \\ x_B \cdot y_A {}^BP_x + y_B \cdot y_A {}^BP_y + z_B \cdot y_A {}^BP_z \\ x_B \cdot z_A {}^BP_x + y_B \cdot z_A {}^BP_y + z_B \cdot z_A {}^BP_z \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

A matriz relacionada à transformação inversa, ou seja, a que faz a transformação {A} → {B} pode ser facilmente calculada através da seguinte propriedade

$${}^A\mathbf{R} = {}^B\mathbf{R}^{-1} = {}^B\mathbf{R}^T \quad (4.6)$$

onde o sobrescrito “T” é a matriz transposta, e “-1”, a matriz inversa. As matrizes acima são denominadas de “R” pois estão meramente relacionadas à rotação dos sistemas de coordenadas.

4.1.2 Transformação de Coordenadas Envolvendo Somente Translação

Considerando-se agora que os sistemas {B} e {A} sejam compostos por eixos coordenados equipolentes e que a origem de {B} se encontra na extremidade do vetor ${}^A\vec{P}_{B\text{ORI}}$ (Figura 4.3), a transformação de coordenadas pode ser efetuada de forma simples, envolvendo apenas uma soma vetorial, conforme descrito pela equação (4.7).

Figura 4.3 – Sistemas de coordenadas transladados.

Na situação onde não há qualquer rotação envolvida entre os sistemas de coordenadas, é válida a expressão:

$${}^A\vec{P} = {}^A\vec{P}_{B\text{ORI}} + {}^B\vec{P} \quad (4.7)$$

Nota-se que nesta expressão estão contidos vetores relacionados aos diferentes sistemas de coordenadas, que podem ser somados devido à condição proposta, desde que possuam a mesma escala.

4.1.3 Transformação Genérica de Coordenadas

Qualquer mudança de coordenadas pode ser efetuada com a utilização das equações (4.4) e (4.7). O cálculo da transformação das coordenadas de um ponto conhecido no sistema {B} para o sistema {A}, transladado e rotacionado em relação a {B}, pode ser sempre efetuado com a utilização de um terceiro sistema auxiliar {aux}, cuja origem é coincidente com a de {B} e cujos eixos sejam equipolentes aos de {A} (Figura 4.4).

Figura 4.4 – Sistemas de coordenadas {A} e {B} genéricos e sistema auxiliar {aux}.

A mudança de coordenadas de um vetor qualquer ${}^B \vec{P}$ pode ser efetuada em duas etapas. Na primeira calcula-se ${}^{aux} \vec{P}$, e a seguir sua translação até {A}. Como o sistema auxiliar está apenas transladado em relação a {A}, tem-se

$${}^A \mathbf{R}_B = {}^{aux} \mathbf{R}_B \quad (4.8)$$

Essas duas transformações podem então ser convertidas numa única multiplicação matricial, a matriz de transformação homogênea $\mathbf{T}$:

$$\begin{bmatrix} {}^A \vec{P} \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A \mathbf{R}_B & \vdots & {}^A \vec{P}_{B ORI} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B \vec{P} \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A \mathbf{T}_B \begin{bmatrix} {}^B \vec{P} \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Essa metodologia para o cálculo de mudança de coordenadas é muito útil, pois apresenta propriedades que facilitam seu tratamento matemático a serem apresentadas a seguir.

Sejam os sistemas de coordenadas {A}, {B} e {C}, têm-se então as seguintes propriedades:

$${}^A \mathbf{T}_C = {}^A \mathbf{T}_B {}^B \mathbf{T}_C \quad (4.10)$$

$${}^B \mathbf{T}_A = {}^A \mathbf{T}_B^{-1} \quad (4.11)$$

Para simplificar as equações apresentadas, optou-se por omitir a introdução ou a exclusão de uma quarta linha unitária nos vetores que forem operar com a matriz $\mathbf{T}_{4 \times 4}$.

Considere a existência de dois sistemas de coordenadas $\{A\}$ e $\{B\}$, translados e rotacionados entre si, conforme indicado na Figura 4.5. Considere as coordenadas do ponto P e as do vetor $\vec{v}$ conhecidas em relação ao sistema $\{B\}$. A mudança de coordenadas do ponto P de $\{B\}$ para $\{A\}$ pode ser feita com a utilização da matriz T descrita acima. Entretanto, tal matriz não pode ser utilizada para a mudança de coordenadas do vetor $\vec{v}$, pois vetores são representados matematicamente por um trio de coordenadas que descreve o posicionamento de uma de suas extremidades; a outra está localizada na origem do referido sistema. Os vetores ${}^A\vec{v}$ e ${}^B\vec{v}$ são equipolentes, e não são afetados pela translação existente entre os sistemas de coordenadas envolvidos. Para a referida transformação, basta considerar a rotação entre os sistemas de coordenadas, ou seja, basta utilizar a matriz ${}^A_B\mathbf{R}$. Pontos podem ser considerados como vetores, desde que haja transformação de coordenadas envolvendo sistemas transladados.

Figura 4.5 – Diferença de transformação de coordenadas de um ponto *versus* direção.

Neste trabalho, pelo mesmo motivo relacionado aos vetores velocidade, os cálculos de mudança de coordenadas dos versores que indicam a direção de deslocamento do feixe *laser* serão realizados somente através da utilização das matrizes $\mathbf{R}$.

4.2 A Equação da Reta no Cálculo Vetorial

O posicionamento dos espelhos e a direção de propagação do feixe *laser* serão representados na forma vetorial. A simbologia utilizada está de acordo com Boulos (1987), que utiliza a seguinte expressão para a representação de retas:

$$r: A + \lambda \vec{v} \quad (4.12)$$

onde A é um ponto pertencente à reta,

$\vec{v}$ é um vetor que representa sua direção,

e λ é um número real.

Qualquer ponto pertencente à reta está associado a um determinado valor de λ .

4.3 Hipóteses Simplificadoras

Visando a simplificação do tratamento matemático, não foram consideradas as diferenças geométricas que sempre ocorrem na construção de quaisquer dispositivos. Assim, assumiu-se as hipóteses listadas a seguir:

- O feixe *laser* é perfeitamente cilíndrico, mesmo após contato com o retro-refletor, e pode ser representado pela reta que define seu eixo óptico. Sua descrição técnica encontra-se no início do capítulo 3.
- O feixe *laser* que passa pelo expensor de feixes rumo à estação de rastreamento propaga-se na direção ${}^O[-1 \ 0 \ 0]^T$, como está indicado no sistema de coordenadas da Figura 4.6
- Os espelhos utilizados, $\lambda/4$, serão considerados como perfeitamente planos.
- Em relação ao sistema de coordenadas $\{O\}$, o eixo de rotação do espelho 1 coincide com a direção do eixo y , e o do espelho 2 com o eixo x .
- O controle dos espelhos é instantâneo, ou seja, o *laser* sempre incide no centro do sensor de quadrantes.
- O sensor de quadrantes é perpendicular ao feixe nele incidente (erro não maior que 1°).

4.4 Transformação de Coordenadas na Estação de Rastreamento

Foram adotados cinco sistemas de coordenadas para cada uma das duas estações de rastreamento, $\{O\}$, $\{e1\}$, $\{e2\}$, $\{DF\}$ e $\{SQ\}$ (veja Figura 4.6b). O primeiro está associado à estação de rastreamento; $\{e1\}$, $\{e2\}$, estão relacionados aos espelhos 1 e 2, respectivamente. O divisor de feixes está associado ao sistema $\{DF\}$ assim como o sensor de quadrantes ao sistema $\{SQ\}$. O sistema $\{O\}$ situa-se em um dos vértices superiores da estação de rastreamento e seus eixos estão alinhados às suas arestas. Essa é a principal base de coordenadas, pois é através dela que são fornecidas as coordenadas do outro sistema $\{O\}$ pertencente à segunda estação de rastreamento, e, principalmente, os dados calculados relativos ao deslocamento do sensor de quadrantes têm como base esse sistema de coordenadas.

A origem do sistema $\{e1\}$ situa-se no eixo de rotação do espelho 1. Seu versor x_{e1} encontra-se paralelo ao plano do espelho, e sua direção coincide com seu eixo de rotação. O versor y_{e1} também se encontra paralelo ao plano do espelho, mas é perpendicular ao eixo de rotação, formando um ângulo β_1 com o eixo x de $\{O\}$ (veja Figura 4.7a). O versor z_{e1} é normal à superfície reflexiva do espelho e pode ser obtido através do produto vetorial $x_{e1} \wedge y_{e1}$. A Figura 4.8 mostra a visão lateral que se tem do espelho 1 e do sistema de coordenadas adotado, indicando a distância e entre a superfície reflexiva do espelho e seu eixo de rotação, x_{e1} .

Figura 4.6 – (a) posicionamento dos sistemas de coordenadas frente ao sistema principal $\{O\}$, (b) localização dos sistemas de coordenadas utilizados.

A origem do sistema $\{e2\}$ situa-se no eixo de rotação do espelho 2. O versor x_{e2} encontra-se paralelo ao plano do espelho e sua direção também coincide com seu eixo de rotação. Similarmente ao sistema $\{e1\}$, o versor y_{e2} é paralelo ao plano do espelho, mas é perpendicular ao eixo de rotação. O versor z_{e2} é normal à superfície reflexiva do espelho e pode ser obtido através do produto vetorial $x_{e2} \wedge y_{e2}$. O versor y_{e2} forma um ângulo β_2 com o eixo y (Figura 4.7b).

Figura 4.7 - (a) sistema $\{O\}$ deslocado para a origem do sistema $\{e1\}$ e, (b) sistema $\{O\}$ sobre $\{e2\}$ para determinação das matrizes ${}^O_{e1}\mathbf{R}$ e ${}^O_{e2}\mathbf{R}$, respectivamente.

Figura 4.8 – Visão lateral do espelho 1; o versor x_{e1} – eixo de rotação – sai do plano do papel em direção ao leitor. O sistema $\{O\}$ foi deslocado de sua origem para facilitar a compreensão.

Seja $\vec{de}_1 = [dx_{e1} \ dy_{e1} \ dz_{e1}]^T$ o vetor posição da origem do sistema $\{e1\}$ em relação a $\{O\}$ (Figura 4.6b). Através de $\vec{de}_1$ e ${}^O_{e1}\mathbf{R}$ – que pode ser facilmente obtido com o auxílio da Figura 4.7a – calcula-se a matriz homogênea ${}^O_{e1}\mathbf{T}$. Observa-se que β_1 é o ângulo entre os eixos y_{e1} e x , e é crescente quando o espelho gira no sentido horário.

$${}^O_{e1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & dx_{e1} \\ {}^O_{e1}\mathbf{R} & \vdots & dx_{e1} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \beta_1 & \sin \beta_1 & dx_{e1} \\ -1 & 0 & 0 & dy_{e1} \\ 0 & -\sin \beta_1 & \cos \beta_1 & dz_{e1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Analogamente, através da análise da Figura 4.7b, calcula-se a matriz de transformação de coordenadas relativas ao espelho 2 para o sistema de coordenadas geral $\{O\}$.

$${}^O_2\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx_2 \\ 0 & -\cos\beta_2 & -\sin\beta_2 & dy_2 \\ 0 & \sin\beta_2 & -\cos\beta_2 & dz_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde $[dx_2 \ dy_2 \ dz_2]$ são as coordenadas da origem do sistema $\{e_2\}$ em relação a $\{O\}$.

Através das propriedades representadas pelas equações (4.10) e (4.11) pode-se calcular a matriz de transformação ${}^{e_2}_{e_1}\mathbf{T}$

$${}^{e_2}_{e_1}\mathbf{T} = {}^{e_2}_0\mathbf{T} {}^0_{e_1}\mathbf{T} = {}^0_{e_2}\mathbf{T}^{-1} {}^0_{e_1}\mathbf{T} \quad (4.15)$$

Como os dois últimos termos da equação acima são conhecidos, pode-se então calcular

$${}^{e_2}_{e_1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \cos\beta_2 & \sin\beta_2 & dx_1 - dx_2 \\ \cos\beta_2 & -\sin\beta_1\sin\beta_2 & \cos\beta_1\sin\beta_2 & \cos\beta_2(dy_2 - dy_1) - \sin\beta_2(dz_2 - dz_1) \\ \sin\beta_2 & \sin\beta_1\cos\beta_2 & -\cos\beta_1\cos\beta_2 & \sin\beta_2(dy_2 - dy_1) + \cos\beta_2(dz_2 - dz_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Visando simplificar as equações a serem desenvolvidas, os sistemas de coordenadas relativos aos espelhos serão posicionados de forma a obedecer as seguintes igualdades:

$$dx_1 - dx_2 = 0 \quad (4.17)$$

$$dy_1 - dy_2 = 0 \quad (4.18)$$

Definindo a variável

$$\Delta z = dz_1 - dz_2 \quad (4.19)$$

pode-se re-escrever a equação (4.16), obtendo-se

$${}^{e_2}_{e_1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \cos\beta_2 & \sin\beta_2 & 0 \\ \cos\beta_2 & -\sin\beta_1\sin\beta_2 & \cos\beta_1\sin\beta_2 & -\sin\beta_2\Delta z \\ \sin\beta_2 & \sin\beta_1\cos\beta_2 & -\cos\beta_1\cos\beta_2 & \cos\beta_2\Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

A matriz para a transformação de coordenadas do sistema associado ao divisor de feixes {DF} para o sistema {O}, ${}^O_{DF}\mathbf{T}$, é calculada conhecendo-se a localização de sua origem e a matriz ${}^O_{DF}\mathbf{R}$. Esta última pode ser calculada através da Figura 4.9a. Considerando-se que as coordenadas da origem do sistema {DF} sejam $d\vec{DF} = {}^O[dDFx \ dDFy \ dDFz]$, pode-se determinar

$${}^O_{DF}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \cos\theta_{DF} & \sin\theta_{DF} & dDFx \\ -1 & 0 & 0 & dDFy \\ 0 & -\sin\theta_{DF} & \cos\theta_{DF} & dDFz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

As estações foram projetadas de modo que o divisor de feixes faça ângulo de 45° com o *laser*. Com o intuito de simplificar as equações a serem desenvolvidas, as coordenadas adotadas para a origem do sistema {DF} serão iguais às do sistema {el}, exceto quanto à coordenada x {O}, que será somada a um deslocamento ΔDF . Deste modo, a matriz ${}^O_{DF}\mathbf{T}$ pode ser re-escrita na forma

$${}^O_{DF}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & \cos 45^\circ & \sin 45^\circ & dx_{el} + \Delta DF \\ -1 & 0 & 0 & dy_{el} \\ 0 & -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ & dz_{el} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

A matriz de transformação homogênea do sistema {SQ} para o {O} é a mais simples de ser calculada, pois {SQ} é o sistema {O} transladado, conforme pode ser observado na Figura 4.9b.

Figura 4.9 – (a) sistema {O} deslocado para a origem do sistema {DF} e, (b) sistema {O} sobre {SQ} para determinação das matrizes ${}^O_{DF}\mathbf{R}$ e ${}^O_{SQ}\mathbf{R}$, respectivamente.

Desta forma sua matriz de transformação homogênea pode ser imediatamente calculada como sendo

$${}_{SQ}^O \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dSQ_x \\ 0 & 1 & 0 & dSQ_y \\ 0 & 0 & 1 & dSQ_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Similarmente à simplificação efetuada ao sistema {DF}, será considerado que o centro do sistema {SQ} é igual ao do sistema {DF}, só que transladado de ΔSQ na direção z {O}. Assim, sua matriz de transformação homogênea passa a ser

$${}_{SQ}^O \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dxel + \Delta DF \\ 0 & 1 & 0 & dyel \\ 0 & 0 & 1 & dzel + \Delta SQ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

É importante ressaltar que a origem do sistema {SQ} não coincide necessariamente com a origem do sensor de quadrantes. Devido a dificuldades relativas ao *laser* de retorno, a serem discutidas posteriormente neste capítulo, o centro do sensor de quadrantes será devidamente posicionado num ponto pertencente ao plano xy de {SQ}, mantendo-se os eixos correspondentes desses dois sistemas sempre paralelos entre si, conforme mostrado na Figura 4.10.

Figura 4.10 – Posicionamento do sensor de quadrantes frente ao sistema {SQ}.

4.5 Equações de Triangulação

Nesta secção serão desenvolvidas as expressões utilizadas para o cálculo do posicionamento do retro-refletor a partir dos dados coletados referentes aos ângulos dos espelhos de cada estação de rastreamento.

Nas equações a seguir os sobrescritos indicam o sistema de coordenadas ao qual o vetor faz referência; as funções precedidas por “v_” são versores – vetores de norma unitária,

“r_” são equações de retas, e “p_” são pontos. Conforme descrito na secção 4.2, nas equações das retas utilizadas sempre ocorrerá a presença do parâmetro real λ .

Esta secção está dividida em três partes. Na primeira é deduzida a equação que descreve o direcionamento do *laser* emergente em função dos ângulos dos espelhos e de um ponto de contato com o espelho 1; na segunda encontra-se tal equação quando é utilizado um ponto de contato pré-definido; e na terceira parte, é deduzida a equação que relaciona o feixe de retorno com o ponto atingido por ele no sensor de quadrantes.

4.5.1 Direção do Feixe Laser Emergente

A montagem do sistema de rastreamento e o posicionamento de seus componentes foi efetuada de modo a assegurar que o *laser* que entra na estação de rastreamento, atravessando o divisor de feixes, atinja o espelho 1 propagando-se na direção ${}^O[-1 \ 0 \ 0]$. O versor que representa esta direção de deslocamento é dado por

$${}^O v_{laser} = [-1 \ 0 \ 0]^T \quad (4.25)$$

Mudando-se as coordenadas desse versor para as do sistema $\{e1\}$, tem-se

$${}^{e1} v_{laser} = {}^{e1}_O R \ {}^O v_{laser} = {}^{e1}_O R \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = {}^O_{e1} R^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta_1 \\ -\sin \beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Observa-se que não foi utilizada a matriz de transformação de coordenadas ${}^O_{e1} T$ pois neste caso o objetivo não é encontrar as coordenadas do ponto a que ${}^O L$ se refere, mas sim a sua direção em relação a $\{e1\}$, conforme descrito ao final da secção 4.1.

Em relação ao sistema de coordenadas $\{e1\}$, o versor que representa o reflexo do feixe *laser* no espelho 1, v_{reflex_e1} , tem as mesmas componentes das do raio incidente, ${}^{e1} v_{laser}$, exceto por z_{e1} , versor normal ao espelho, que tem seu sinal invertido para indicar reflexão. O versor reflexo no espelho 1 é então

$${}^{e1} v_{reflex_e1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

A equação da reta representativa do feixe refletido pelo espelho 1 pode ser obtida através de um versor (que indica sua direção) e de um ponto de contato qualquer do *laser* com o referido espelho. Seja esse ponto dado por

$${}^{e1} p_{ctato_e1} = [e1_x \ e1_y \ e]^T \quad (4.28)$$

onde e é a distância do centro de rotação à superfície do espelho, conforme indicado na Figura 4.8, assegurando desta forma que o ponto de contato do *laser* com o espelho 1 ocorra em sua superfície.

A equação do reflexo do *laser* em $e1$, de acordo com a equação (4.12) é

$${}^{e1}r_reflex_e1 = {}^{e1}p_ctato_e1 + \lambda {}^{e1}v_reflex_e1 = \begin{bmatrix} e1_x \\ e1_y \\ e \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta_1 \\ \sin \beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

onde λ é um número real.

Convertendo-se esta equação para o sistema de coordenadas $\{e2\}$, tem-se

$${}^{e2}r_reflex_e1 = {}^{e2}T_{}^{e1}r_reflex_e1 = \begin{bmatrix} \cos \beta_1 e1_y + \sin \beta_1 e \\ \cos \beta_2 e1_x - \sin \beta_1 \sin \beta_2 e1_y + \cos \beta_1 \sin \beta_2 e + \sin \beta_2 \Delta z \\ \sin \beta_2 e1_x + \sin \beta_1 \cos \beta_2 e1_y - \cos \beta_1 \cos \beta_2 e - \cos \beta_2 \Delta z \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} -\cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin \beta_2 \\ -\sin 2\beta_1 \cos \beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

O ponto de contato dessa reta com o espelho 2 ocorre quando a componente z de seu sistema de coordenadas, z_{e1} , se iguala a e , e neste caso

$${}^{e2}r_reflex_e1(3) = \sin \beta_2 e1_x + \sin \beta_1 \cos \beta_2 e1_y - \cos \beta_1 \cos \beta_2 e - \cos \beta_2 \Delta z - \lambda \sin 2\beta_1 \cos \beta_2 = e \quad (4.31)$$

Isolando-se o termo λ da equação acima tem-se

$${}^{e2}\lambda_{ctato} = \frac{1}{\sin 2\beta_1} \left(\tan \beta_2 e1_x - \Delta z - \frac{e}{\cos \beta_2} \right) + \frac{e1_y}{2 \cos \beta_1} - \frac{e}{2 \sin \beta_1} \quad (4.32)$$

Substituindo-se a equação (4.32) na equação (4.30), obtém-se o ponto de contato do *laser* com o espelho 2.

$${}^{e2}p_ctato_e2 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta z - \tan \beta_2 e1_x}{\tan 2\beta_1} + \frac{e1_y}{2 \cos \beta_1} + \left(\frac{1}{2 \sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) e \\ \frac{e1_x}{\cos \beta_2} - \tan \beta_2 e \\ e \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

O versor que incide sobre o espelho 2 é aquele refletido pelo espelho 1 e fazendo-se a mudança de coordenadas $\{e1\} \rightarrow \{e2\}$ da equação (4.27) obtém-se:

$${}^{e2}v_incid_e2 = {}^{e2}R \ {}^{e1}v_reflex_e1 \begin{bmatrix} -\cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin \beta_2 \\ -\sin 2\beta_1 \cos \beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

O reflexo do feixe *laser* no espelho 2 é representado por um versor igual ao do feixe incidente, exceto quanto à componente z_{e2} , que por representar o reflexo, deve ter seu sinal invertido. Deste modo

$${}^{e2}v_reflex_e2 = \begin{bmatrix} -\cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin \beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos \beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Assim, a equação do *laser* emitido pela estação de rastreamento fica determinada pela seguinte expressão

$${}^{e2}r_laser = {}^{e2}p_ctato_e2 + \lambda \ {}^{e2}v_reflex_e2 \quad (4.36)$$

com seus termos definidos respectivamente pelas equações (4.33) e (4.35).

Essa equação pode ser transformada para o sistema de coordenadas principal {O} diretamente através de ${}^{e2}r_laser$, ou através da transformação individual dos termos que a compõem. Utilizando esse segundo método, obtém-se para o ponto de contato

$$\begin{aligned} {}^Op_ctato_e2 &= {}^{O2}T \ {}^{e2}p_ctato_e2 = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\Delta z - \tan \beta_2 \ e1_x}{\tan 2\beta_1} + \frac{e1_y}{2 \cos \beta_1} + \left(\frac{1}{2 \sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) e + dxe2 \\ dye2 - e1_x \\ dze2 + \tan \beta_2 e1_x - \frac{e}{\cos \beta_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.37)$$

e, para o segundo e último termo da equação (4.36), o versor da direção do feixe *laser*

$${}^Ov_reflex_e2 = {}^{O2}T \ {}^{e2}v_reflex_e2 = - \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Finalmente, a equação do *laser* emitido pela estação de rastreamento é conhecido através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
{}^O r_{laser} &= {}^O p_{ctato_e2} + \lambda {}^O v_{reflex_e2} = \\
&= {}^O p_{ctato_e2} - \lambda \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.39)
\end{aligned}$$

onde ${}^O p_{ctato_e2}$ é conhecido através da expressão (4.37).

O conjunto de constantes Δz , $e1_x$, $e1_y$, $dxe2$, $dye2$, $dze2$, e e presente nas equações desenvolvidas depende da utilização de motores CC ou dos galvanômetros, e será substituído posteriormente em secções específicas ao sistema utilizado.

4.5.2 Feixe de Retorno

Conforme mencionado na secção que descreve o retro-refletor, o posicionamento de seu centro pode ser calculado através das equações de reta que definem as trajetórias do *laser* emitido e do de retorno. Nesta secção serão desenvolvidas as equações associadas ao feixe de retorno.

O feixe refletido pelo retro-refletor é sempre paralelo ao incidente, característica que se mantém mesmo após incidirem sobre um espelho plano. Desta forma, esses feixes continuam sendo paralelos dentro das estações de rastreamento, até o ponto onde o feixe de retorno é refletido para o sensor de quadrantes. Como são paralelos, os versores utilizados para descrever a direção de propagação do *laser* emitido antes e após seu contato com ambos os espelhos coincidem com os do *laser* de retorno. Conseqüentemente, as equações calculadas até agora também são válidas para ambos os feixes.

O sentido de propagação não influencia na relação entre as variáveis das equações calculadas. Deste modo, com o intuito de aproveitar as equações já desenvolvidas, a relação entre o direcionamento do *laser* de retorno, dos ângulos dos espelhos 1 e 2, com o ponto do sensor de quadrantes atingido será desenvolvida a partir deste último.

Considera-se então que o sensor de quadrantes esteja emitindo um feixe *laser* na direção ${}^{SQ}[0 \ 0 \ 1]^T$, a partir de um ponto qualquer ${}^{SQ}[SQ_x \ SQ_y \ 0]^T$; a equação da reta que representa o feixe *laser* “emitido” pelo sensor de quadrantes em relação ao sistema $\{SQ\}$ será então:

$${}^{DF} r_{incid_DF} = {}^{O} T_{DF}^{-1} {}^{O} T_{SQ} \left(\begin{bmatrix} SQ_x \\ SQ_y \\ 0 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\begin{bmatrix} -SQ_y \sqrt{2} \\ SQ_x - \Delta SQ \\ SQ_x + \Delta SQ \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \quad (4.40)$$

O ponto de contato dessa reta com o plano do divisor de feixes pode ser calculado quando sua componente z_{DF} for nula. Neste caso

$${}^{DF}\lambda_{ctato} = -(SQ_x + \Delta SQ) \quad (4.41)$$

Substituindo-se a expressão (4.41) na equação (4.40) encontra-se o ponto de contato do feixe laser com o divisor de feixes

$${}^{DF}p_{ctato_DF} = \begin{bmatrix} -SQ_y \\ SQ_x\sqrt{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

O versor que indica a direção de propagação do feixe proveniente do sensor de quadrantes nas coordenadas de $\{DF\}$ pode ser prontamente extraído da expressão (4.40)

$${}^{DF}v_{incid_DF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Como o eixo de coordenadas z do sistema $\{DF\}$ é perpendicular ao plano de reflexão, o versor reflexo do *laser* no divisor de feixes é idêntico ao versor incidente, exceto sua coordenada z , que deve ter o sinal trocado, assim

$${}^{DF}v_{reflex_DF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Este versor, é representado em relação a $\{e1\}$ por

$${}^{e1}v_{reflex_DF} = {}^{e1}_{DF}\mathbf{R} \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = {}^{O}_{e1}\mathbf{R}^{-1} {}^{O}_{DF}\mathbf{R} \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos\beta_1 \\ -\sin\beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Como o ângulo do divisor de feixes é 45° com o eixo $x \{O\}$, e z_{SQ} tem a mesma direção de $z \{O\}$, o valor do versor encontrado na equação (4.45) é idêntico à direção de emissão do feixe *laser*, calculado na equação (4.26).

Para o cálculo da equação do *laser* refletido pelo sensor de quadrantes em relação ao sistema $\{e1\}$ ainda é preciso determinar ${}^{e1}p_{ctato_DF}$

$$\begin{aligned}
{}^{el}p_{-ctato_DF} &= {}^{el}T_{DF} {}^{DF}p_{-ctato_DF} = {}^O_{el}T^{-1} {}^O_{DF}T {}^{DF}p_{-ctato_DF} = \\
&= \begin{bmatrix} -SQ_y \\ (\sin \beta_1 + \cos \beta_1)SQ_x + \Delta DF \cos \beta_1 \\ (\sin \beta_1 - \cos \beta_1)SQ_x + \Delta DF \sin \beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.46)
\end{aligned}$$

Através das equações (4.45) e (4.46) é possível equacionar a reta que incide sobre o espelho 1

$${}^{el}r_{-incid_el} = \begin{bmatrix} -SQ_y \\ (\sin \beta_1 + \cos \beta_1)SQ_x + \Delta DF \cos \beta_1 \\ (\sin \beta_1 - \cos \beta_1)SQ_x + \Delta DF \sin \beta_1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \beta_1 \\ -\sin \beta_1 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

Similarmente ao cálculo efetuado para a determinação do ponto de contato do *laser* com o sensor de quadrantes, determina-se o ponto de contato com *el*

$${}^{el}\lambda_{ctato} = \Delta DF + SQ_x \left(1 - \frac{1}{\tan \beta_1} \right) - \frac{e}{\sin \beta_1} \quad (4.48)$$

Substituindo-se esse parâmetro na equação (4.47), obtém-se o ponto de contato do feixe proveniente do sensor de quadrantes com o espelho 1,

$${}^{el}p_{-ctato_el} = \begin{bmatrix} -SQ_y \\ \frac{SQ_x}{\sin \beta_1} + \frac{e}{\tan \beta_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Relacionando-se esta expressão com a equação (4.28) obtém-se

$${}^{el}p_{-ctato_el} = \begin{bmatrix} {}^{el}x \\ {}^{el}y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -SQ_y \\ \frac{SQ_x}{\sin \beta_1} + \frac{e}{\tan \beta_1} \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} {}^{el}x = -SQ_y \\ {}^{el}y = \frac{SQ_x}{\sin \beta_1} + \frac{e}{\tan \beta_1} \end{cases} \quad (4.50)$$

Substituindo-se as expressões para ${}^{el}x$ e ${}^{el}y$ da equação (4.50) na equação (4.39):

$${}^{e2}p_ctatoLR_e2 =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\Delta z + \tan \beta_2 SQ_y}{\tan 2\beta_1} + \frac{SQ_x}{\sin 2\beta_1} + \left(\frac{1}{\sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) e + dxe2 \\ dxe2 + SQ_y \\ dze2 - \tan \beta_2 SQ_y - \frac{e}{\cos \beta_2} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Finalmente, a reta que associa o feixe *laser* de retorno ao erro detectado pelo sensor de quadrantes é fornecida por

$$\begin{aligned} {}^0r_laserLR &= {}^0p_ctatoLR_e2 + \lambda {}^0v_reflex_e2 = \\ &= {}^0p_ctatoLR_e2 - \lambda \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.52)$$

O sistema de cálculo de posicionamento a ser descrito adiante utiliza equações em relação ao sistema de coordenadas $\{e2\}$, para em seguida transformá-los para o sistema $\{O\}$.

${}^{e2}p_ctatoLR_e2$ pode ser obtido diretamente através da substituição das igualdades descritas pela equação (4.50) na equação (4.33), resultando

$${}^{e2}p_ctatoLR_e2 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta z + \tan \beta_2 SQ_y}{\tan 2\beta_1} + \frac{SQ_x}{\sin 2\beta_1} + \left(\frac{1}{\sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) e \\ -\frac{SQ_y}{\cos \beta_2} - \tan \beta_2 e \\ e \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Como o centro do retro-refletor está localizado entre e equidistante às retas definidas pelas equações (4.39) e (4.52), pode-se agora equacionar a reta onde está contido, ou seja

$${}^0r_rr = \frac{{}^0p_ctato_e2 + {}^0p_ctatoLR_e2}{2} - \lambda \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

Para esta equação ficar totalmente definida, isto é, dependente exclusivamente das variáveis β_1 e β_2 , é necessário atribuir valores aos parâmetros SQ_x SQ_y , tarefa esta a ser realizada na secção 4.6.1.

Serão apresentadas a seguir as matrizes de transformação homogênea específicas para as estações de rastreamento que utilizam motores CC como os galvanômetros. Todas as dimensões apresentadas estão em milímetros.

4.5.3 Equações da Estação de Rastreamento com Motores CC

No 1º experimento realizado foram utilizados motores de corrente contínua para a movimentação dos espelhos. O posicionamento dos componentes da estação estão especificados conforme os parâmetros que se seguem (todas as dimensões estão em milímetros).

Origem de $\{e1\}$

$$[dxe1 \ dye1 \ dze1]^T = [30 \ -31 \ -48]^T \quad (4.55)$$

Origem de $\{e2\}$

$$[dxe2 \ dye2 \ dze2]^T = [30 \ -31 \ -20]^T \quad (4.56)$$

Note que $dxe2 = dxe1$ e $dye2 = dye1$, conforme expressões (4.17) e (4.18). Pela definição (4.19), tem-se

$$\Delta z = dze1 - dze2 = -28 \quad (4.57)$$

A origem do sistema $\{DF\}$ é a mesma de $\{e1\}$, mas deslocada de $\Delta DF = 30$ mm na direção x $\{O\}$. Similarmente, o sistema $\{SQ\}$ está transladado $\Delta SQ = -30$ mm na direção z $\{O\}$, em relação a $\{DF\}$.

$$\Delta DF = 30 \quad (4.58)$$

$$\Delta SQ = -30 \quad (4.59)$$

Na montagem efetuada, a superfície dos espelhos 1 e 2 encontram-se junto a origem de seus respectivos sistemas. Conseqüentemente

$$e = 0 \quad (4.60)$$

Em ambas as estações, o canhão *laser* foi posicionado de forma que seu feixe atingisse o ponto $[0 \ 0 \ 0]$ de $\{e1\}$, ou seja

$$\begin{cases} e1_x = 0 \\ e1_y = 0 \end{cases} \quad (4.61)$$

Substituindo esses parâmetros na equação (4.39), tem-se

$${}^{O_r}_{laser} = \begin{bmatrix} 30 - \frac{28}{\tan 2\beta_1} \\ -31 \\ -20 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Como os feixes emitido e de retorno são paralelos, o versor que indica o direcionamento de ambos é o mesmo, e pode ser identificado como o termo que multiplica λ na equação (4.61). A equação do *laser* de retorno é definida com sua direção e seu ponto de contato com o espelho 2, onde esse último é conhecido através da substituição dos parâmetros na equação (4.51), resultando em

$${}^{O_r}_{laserLR} = \begin{bmatrix} \frac{-28 + \tan \beta_2 SQ_y}{\tan 2\beta_1} + \frac{SQ_x}{\sin 2\beta_1} + 30 \\ SQ_y - 31 \\ -\tan \beta_2 SQ_y - 20 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \cos 2\beta_1 \\ \sin 2\beta_1 \sin 2\beta_2 \\ \sin 2\beta_1 \cos 2\beta_2 \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

4.5.4 Equações da Estação de Rastreamento com Galvanômetros

Devido a diferenças geométricas entre os motores CC e os galvanômetros e entre seus respectivos espelhos, as estações de rastreamento foram submetidas a pequenas alterações para a devida acomodação dos galvanômetros. Conseqüentemente, o posicionamento dos espelhos e de seus sistemas de coordenadas passaram a ser:

Origem de {e1}

$$[dxe1 \ dye1 \ dze1]^T = [30,5 \ -38 \ -48,15]^T \quad (4.64)$$

Origem de {e2}

$$[dxe2 \ dye2 \ dze2]^T = [30,5 \ -38 \ -18,5]^T \quad (4.65)$$

Note que $dxe2 = dxe1$ e $dye2 = dye1$, conforme expressões (4.17) e (4.18). Pela definição (4.19), tem-se

$$\Delta z = dze1 - dze2 = -29,65 \quad (4.66)$$

A origem do sistema {DF} é a mesma de {e1}, mas deslocada de $\Delta DF = 30$ mm na direção x {O}. Similarmente, o sistema {SQ} está transladado $\Delta SQ = -30$ mm na direção z {O}, em relação a {DF}.

$$\Delta DF = 30 \quad (4.67)$$

$$\Delta SQ = -30 \quad (4.68)$$

Os espelhos próprios dos galvanômetros possuem 3,4 mm de espessura. Logo, a distancia de sua superfície reflexiva ao centro de rotação é

$$e = 1,7 \quad (4.69)$$

Os pontos de contato iniciais do feixe com o espelho 1 foram ajustados procurando evitar que a parte refratada do *laser* de retorno atingisse a fonte *laser*, acarretando distúrbios em seu funcionamento caso ocorresse. Os pontos encontrados foram

$$ER1 \quad \begin{cases} el_x = -2 \\ el_y = 0 \end{cases} \quad (4.70)$$

$$ER2 \quad \begin{cases} el_x = 1 \\ el_y = -1 \end{cases} \quad (4.71)$$

O ponto de contato do *laser* emergente da estação de rastreamento 1 é conhecido através da substituição de seus parâmetros na equação (4.37), resultando em

$${}^o p_{_ctato_e2} = \begin{bmatrix} \frac{-29,65 + 2 \tan \beta_2}{\tan 2\beta_1} + \left(\frac{1}{2 \sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) 1,7 + 30,5 \\ -36 \\ -18,15 - 2 \tan \beta_2 - \frac{1,7}{\cos \beta_2} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

Similarmente, para a estação de rastreamento 2, obtém-se

$${}^o p_{_ctato_e2} = \begin{bmatrix} \frac{-29,65 - \tan \beta_2}{\tan 2\beta_1} - \frac{1}{2 \cos \beta_1} + \left(\frac{1}{2 \sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) 1,7 + 30,5 \\ -39 \\ -18,15 + \tan \beta_2 - \frac{1,7}{\cos \beta_2} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

E o ponto de contato do *laser* de retorno com o espelho 2 é dado por

$${}^0p_{ctatoLR_e2} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-29,65 + \tan \beta_2 SQ_y}{\tan 2\beta_1} + \frac{SQ_x}{\sin 2\beta_1} + \left(\frac{1}{\sin \beta_1} + \frac{1}{\tan 2\beta_1 \cos \beta_2} \right) 1,7 + 30,5 \\ SQ_y - 38 \\ -18,15 - \tan \beta_2 SQ_y - \frac{1,7}{\cos \beta_2} \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Deste modo, todas as equações das retas – expressões (4.39) e (4.52) – que representam o feixe *laser* são funções das variáveis β_1 e β_2 .

4.6 Cálculo do Posicionamento

O feixe emitido pela estação de rastreamento tem sua direção determinada pela posição angular dos espelhos 1 e 2. Ele atinge o retro-refletor onde sofre três reflexões e retorna à estação de rastreamento por um caminho paralelo ao do *laser* emitido, atingindo o plano do sensor de quadrantes no ponto ${}^S Q[SQ_x \quad SQ_y \quad 0]$. Os sistemas de coordenadas utilizados foram posicionados de modo que o ponto ${}^S Q[0 \ 0 \ 0]$ seja atingido quando o *laser* de retorno é idêntico ao emitido. Entretanto, não se pode utilizar esta propriedade devido a problemas que serão discutidos a seguir.

O sistema de controle movimenta os espelhos de modo a manter o feixe de retorno continuamente sobre o ponto central do sensor de quadrantes. Por sua vez, o centro do retro-refletor, devido a uma de suas propriedades de reflexão já comentadas na secção 3.1, pertencerá sempre à reta situada entre e equidistante aos feixes *laser* emitido e de retorno. Como as equações das retas que representam esses dois feixes são conhecidas, equações (4.39) e (4.52), a reta que contém o centro do retro-refletor pode ser determinada.

É importante ressaltar que o sistema de controle pode ser calibrado de modo que o erro detectado pelo sensor de quadrantes seja nulo quando o centro do retro-refletor é atingido pelo feixe *laser*. Neste caso, os feixes emitidos e de retorno são coincidentes, e apenas a equação (4.39) seria necessária para a localização da reta que contém o centro do retro-refletor. Entretanto, quando esta configuração é posta em prática, uma parcela do *laser* retorna ao seu gerador, que por sua vez deixa de emití-lo com frequência e potência estabilizados, podendo inclusive vir a ser danificado. Este problema, bastante conhecido pelos pesquisadores que trabalham com *lasers*, pode ser evitado com a utilização de dispositivos ópticos, como por exemplo o *diodo óptico*, ou ainda, quando possível, pode ser evitado através do desalinhamento dos componentes do sistema, causando caminhos de

propagação diferentes do feixe emitido e o de retorno. Essa última foi a solução adotada, pois além de ser mais simples, não envolve a compra de qualquer novo equipamento. O sistema foi então ajustado de modo a garantir que o feixe *laser* de retorno não atingisse sua fonte geradora durante toda a trajetória percorrida pelo retro-refletor. Para isto, o sensor de quadrantes foi deslocado de modo que seu centro (o ponto de controle) passasse da posição $^{SQ}[0 \ 0 \ 0]$ para $^{SQ}[SQ_{x \ CON} \ SQ_{y \ CON} \ 0]$, a ser determinada experimentalmente. Evidentemente, este ajuste faz com que o *laser* emitido pela estação de rastreamento nunca atinja o centro do retro-refletor, e conseqüentemente, os *lasers* refletido e emitido sempre estarão se propagando em trajetória distintas.

4.6.1 Cálculo dos Parâmetros Iniciais

O retro-refletor foi mantido em sua posição inicial, $^{e2}pos_{rr} = [rr_x \ rr_y \ rr_z]$, e os espelhos foram movidos de forma a direcionar o feixe de retorno para um ponto qualquer do sensor de quadrantes. Ao acionamento do sistema de controle, os motores movem os espelhos 1 e 2 para a posição $\beta_1 \text{ INIC}$ e $\beta_2 \text{ INIC}$, respectivamente e o feixe de retorno atinge agora o centro do sensor de quadrantes nas coordenadas $^{SQ}[SQ_{x \ CON} \ SQ_{y \ CON} \ 0]$. Mede-se as coordenadas de um ponto qualquer, próximo ao retro-refletor para manter a precisão do sistema, que seja atingido pelo *laser*. Esse ponto será denominado de “ponto de controle inicial”, de coordenadas conhecidas, $^{o}pos_{cc} = [cc_x \ cc_y \ cc_z]$. Igualando estes valores à reta descrita pela equação (4.39), determina-se os valores $\beta_1 \text{ INIC}$ e $\beta_2 \text{ INIC}$. Resumidamente, nas condições iniciais tem-se

$$\beta_1 = \beta_1 \text{ INIC} \quad (4.75)$$

$$\beta_2 = \beta_2 \text{ INIC} \quad (4.76)$$

$$SQ_x = SQ_{x \ CON} \quad (4.77)$$

$$SQ_y = SQ_{y \ CON} \quad (4.78)$$

Seja $\vec{P}_1$ o ponto de contato do feixe *laser* emitido com o espelho 2 nas condições iniciais, e, similarmente, $\vec{P}_2$ o ponto de contato do *laser* de retorno, mostrados na Figura 4.11. Esses pontos podem ser calculados através da substituição das condições iniciais nas equações (4.37) e (4.51), expressões dos pontos $^{e2}p_{ctato_e2}$ e $^{e2}p_{ctatoLR_e2}$, respectivamente, resultando em

$$\vec{P}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta z - \tan \beta_{2INIC} e l_x}{\tan 2\beta_{1INIC}} + \frac{e l_y}{2 \cos \beta_{1INIC}} + \left(\frac{1}{2 \sin \beta_{1INIC}} + \frac{\cot 2\beta_{1INIC}}{\cos \beta_{2INIC}} \right) e \\ \frac{e l_x}{\cos \beta_{2INIC}} - \tan \beta_{2INIC} e \\ e \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

$$\vec{P}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta z + \tan \beta_{2INIC} S Q_{yCON}}{\tan 2\beta_{1INIC}} + \frac{S Q_{xCON}}{\sin 2\beta_{1INIC}} + \left(\frac{1}{\sin \beta_{1INIC}} + \frac{\cot 2\beta_{1INIC}}{\cos \beta_{2INIC}} \right) e \\ - \frac{S Q_y}{\cos \beta_2} - \tan \beta_2 e \\ e \end{bmatrix} \quad (4.80)$$

Figura 4.11 – Pontos de contato dos feixes *lasers* com e_2 , $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$, e projeção do centro do retro-refletor na direção dos feixes, $\vec{P}_{rr}$.

A projeção do centro do retro-refletor na direção do feixe emitido sobre o espelho 2, $\vec{P}_{rr}$, é calculada através do versor v_{reflex_e2} , da equação (4.35), resultando na expressão (4.81). Devido às propriedades do retro-refletor, $\vec{P}_{rr}$ está localizado no ponto médio dos pontos $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$.

$$\vec{P}_{rr} = \begin{bmatrix} r r_x + \frac{r r_z - e}{\tan 2\beta_{1INIC} \cos \beta_{2INIC}} \\ r r_y - (r r_z - e) \tan \beta_{2INIC} \\ e \end{bmatrix} \quad (4.81)$$

Tal relação é utilizada para o cálculo das constantes $S Q_{xCON}$ e $S Q_{yCON}$, através da expressão

$$\vec{P}_2 = 2\vec{P}_{rr} - \vec{P}_1 \quad (4.82)$$

Igualando as expressões (4.79) e (4.81), calcula-se os valores de $SQ_{x\text{CON}}$ e $SQ_{y\text{CON}}$. Assim as coordenadas do ponto de controle ficam conhecidas através das relações

$$SQ_{x\text{CON}} = 2 \sin 2\beta_{1\text{INIC}} rr_x - 3e \cos \beta_{1\text{INIC}} - e l_y \sin \beta_{1\text{INIC}} + \\ + 2(rr_y \sin \beta_{2\text{INIC}} + (rr_z - 2e) \cos \beta_{2\text{INIC}} - \Delta z) \cos 2\beta_{1\text{INIC}} \quad (4.83)$$

$$SQ_{y\text{CON}} = 2((rr_z - 2e) \tan \beta_{2\text{INIC}} - rr_y) \cos \beta_{2\text{INIC}} + e l_x \quad (4.84)$$

Com a respectiva substituição das constantes $SQ_{x\text{COM}}$ e $SQ_{y\text{COM}}$ nas variáveis SQ_x e SQ_y , da equação (4.51), ambas as equações (4.39) e (4.52) – equações do *laser* emitido e de retorno, respectivamente – tem somente como variáveis os ângulos dos espelhos β_1 e β_2 , a serem obtidos experimentalmente.

4.6.2 Localização Espacial do Centro do Retro-refletor

Cada estação de rastreamento posiciona seus espelhos na direção ao retro-refletor, mas isoladamente não há como calcular sua distância à referida estação de rastreamento, podendo apenas indicar a reta na qual o retro-refletor está localizado. O meio desenvolvido neste trabalho para a determinação da localização tridimensional do retro-refletor foi a utilização de duas estações de rastreamento, que em conjunto, fornecem os dados necessários. Como agora há dois sistemas de coordenadas principais $\{O\}$, um de cada estação de rastreamento, eles serão renomeados: o sistema $\{O\}$ de ER1 passará a ser chamado de $\{ER1\}$, e, analogamente, $\{ER2\}$ será o sistema principal da segunda estação de rastreamento. O posicionamento utilizado entre as duas estações de rastreamento nos dois experimentos realizados pode ser descrito através de uma transformação homogênea, descrita pela equação a seguir.

$${}^{ER1}_{ER2} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos 27^\circ & \sin 27^\circ & 0 & 316 \cos 27^\circ \\ -\sin 27^\circ & \cos 27^\circ & 0 & -316 \sin 27^\circ \\ 0 & 0 & 1 & 127 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

Para que se possa igualar as duas equações que localizam o centro do retro-refletor, equação (4.54), é necessário que elas estejam referenciadas em relação a um mesmo sistema de coordenadas. Seja então este sistema $\{ER1\}$:

$${}^{ER1}r_{rrER1} = {}^O r_{rr} \quad (4.86)$$

onde ${}^{ER1}r_{rrER1}$ é a reta do centro do retro-refletor encontrada pela primeira estação de rastreamento, com base no sistema de coordenadas de $\{ER1\}$, e analogamente

$${}^{ER2}r_{rrER2} = {}^O r_{rr} \quad (4.87)$$

e ${}^{ER2}r_{rrER2}$ é a reta fornecida pela estação de rastreamento 2, em relação a seu próprio sistema de coordenadas. Tomando esta reta em relação a $\{ER1\}$:

$${}^{ER1}r_{rrER2} = {}_{ER2}^{ER1}T \quad {}^{ER2}r_{rrER2} \quad (4.88)$$

As equações vetoriais até aqui expostas são compostas por três sub-equações, mas para a determinação espacial da posição do retro-refletor são necessários apenas o cálculo dos dois parâmetros λ , relacionados a cada estação de rastreamento nas equações (4.86) e (4.88). Isto ressalta cuidados que devem ser tomados com a modelagem matemática do sistema físico, pois qualquer erro que ocorra, por mínimo que seja, fará com que os referidos *lasers* fiquem reversos (Figura 4.12), e não haverá solução para o sistema de equações proposto. Entretanto, diversas medidas podem ser tomadas para contornar tal problema. A medida adotada neste trabalho foi a de considerar o ângulo do espelho 2 da estação de rastreamento 2 como variável. Deste modo são utilizadas três variáveis para três equações, fornecendo a solução requerida.

Figura 4.12 - Ângulo livre do espelho 2 da estação de rastreamento.

A solução somente não existirá em casos muito específicos de montagem, por exemplo quando ${}_{ER2}^{ER1}T(1,4)$ for muito pequeno frente aos demais parâmetros.

No experimentos envolvendo a utilização dos motores CC, o posicionamento relativo entre as duas estações de rastreamento está conforme indicado pela Figura 4.13. Esta figura mostra quatro gráficos, o primeiro é o gráfico tridimensional do posicionamento do retro-refletor e da segunda estação de rastreamento em relação ao sistema de coordenadas principal da primeira. Cada estação de rastreamento está representada por quatro pontos que localizam seus quatro vértices superiores. Um deles também representa a origem de seu sistema de coordenadas principal e pode ser identificado através da linha vermelha que o liga

à posição inicial do centro do retro-refletor, representado no gráfico através de uma cruz vermelha. Os demais gráficos dessa figura são projeções nos planos definidos pelos eixos desse sistema de coordenadas.

Figura 4.13 – Gráfico do posicionamento relativo entre as estações de rastreamento.

4.7 Curva Teórica do Retro-refletor

A trajetória percorrida pelo retro-refletor foi de $\frac{1}{4}$ de arco de círculo, feita com o auxílio do dispositivo mostrado na Figura 4.14. Seu movimento foi realizado manualmente através da manivela localizada na parte de traz desse dispositivo. Não houve qualquer preocupação com a velocidade de deslocamento empregada, exceto para o caso de não ultrapassar a máxima velocidade aceitável pelo sistema de controle. Desta forma, o tempo gasto para a conclusão de cada experimento foi diferente.

Figura 4.14 – Dispositivo utilizado para assegurar o percurso circular na trajetória percorrida pelo retro-refletor.

Para o cálculo da curva teórica percorrida pelo retro-refletor foi utilizado um sistema de coordenadas fixo $\{TEO\}$ cuja origem estava localizada ao centro da trajetória, conforme indicado na Figura 4.15a. O retro-refletor foi deslocado em arco de círculo da posição $[116 \ 0 \ 0]$ à posição $[0 \ 116 \ 0]$ conforme mostra a Figura 4.15b. A curva teórica foi gerada através do seguinte algoritmo.

$ptos_ct = 100;$	quantidade de pontos utilizados para a construção da curva.
$R = 116;$	raio da curva
$y = linspace(0, R, ptos_ct);$	cria um vetor y de $ptos_ct$ componentes eqüi-espçados cujo primeiro elemento é 0 e o último R .
$x = (R.^2 - y.^2).^(1/2);$	calcula os correspondentes valores de x .

Figura 4.15 – Sistema para movimentação do retro-refletor, (a) visão lateral; (b) visão frontal e trajetória percorrida.

Seja a posição inicial do retro-refletor dada por ${}^{ER1}pos_rr = [{}^{ER1}rr_x \ {}^{ER1}rr_y \ {}^{ER1}rr_z]$, a matriz de transformação de coordenadas ${}^{ER1}_{rr}\mathbf{T}$ é conhecida através da seguinte relação.

$${}^{ER1}_{rr}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & {}^{ER1}rr_x \\ 0 & 0 & -1 & {}^{ER1}rr_y \\ -1 & 0 & 0 & {}^{ER1}rr_z + 116 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

5 Resultados e Discussões

Foram realizados dois experimentos para análise dos sistemas de rastreamento. O primeiro, refere-se ao sistema que utiliza motores de corrente contínua para a movimentação dos espelhos e o segundo, ao sistema em que os motores de corrente contínua são substituídos por galvanômetros. Em ambos os experimentos foi efetuado o deslocamento do retro-refletor através de uma trajetória conhecida, tendo também sido mantida a posição relativa entre as estações de rastreamento para que os resultados pudessem ser devidamente comparados.

Os galvanômetros foram adquiridos em conjuntos completos (galvanômetro, espelho e placa controladora) e o ajuste de suas placas controladoras já veio devidamente

efetuado de fábrica. Por isso, seus parâmetros de controle não foram alterados, visando otimização do tempo de resposta e precisão.

Para cada experimento foi desenvolvido um programa em *LabView®* que realiza o cálculo de controle dos espelhos e a aquisição dos dados. Tais dados são o posicionamento angular de cada um dos motores CC e dos galvanômetros, conhecidos através da utilização de *encoders* (motores CC) e das placas controladoras dos galvanômetros. A partir destes dados, que são gravados, o cálculo do posicionamento do centro do retro-refletor, ou seja, sua trajetória, é feito posteriormente aos experimentos (*off line*) e é efetuado através de programas desenvolvidos em *Matlab®* e em *Mathematica®*.

A trajetória do centro do retro-refletor obtida experimentalmente pode ser então comparada com a teórica e tirar daí conclusões acerca da qualidade dos dados obtidos.

Na Figura 5.1 estão apresentadas duas fotos das estações de rastreamento que utilizam galvanômetros. As dimensões dessa estação de rastreamento são 120x130x75 mm (comp x alt x larg), as mesmas daquelas que utilizam motores CC.

Figura 5.1 – Visão da parte interna da estação de rastreamento (à esquerda) e dos galvanômetros nela acoplados (à direita), nesta foto também está indicado o posicionamento do sistema de coordenadas principal.

O posicionamento das estações de rastreamento e do retro-refletor em ambos os experimentos está exemplificado na Figura 5.2, e descrito no capítulo 4. Nos experimentos realizados o retro-refletor percorreu a trajetória de $\frac{1}{4}$ de circunferência com a utilização do dispositivo no qual está preso. As estações apresentadas nessa figura possuem seus eixos de coordenadas principais z paralelos entre si, localizando-se entretanto cada uma em alturas distintas. A medição de tal posicionamento foi efetuada com o a utilização de uma régua metálica de 1 m de comprimento e de um transferidor.

Figura 5.2 – Posicionamento relativo das estações de rastreamento e localização inicial do retro-refletor.

A calibração do sistema de rastreamento é necessária para o estabelecimento da relação entre os posicionamentos angulares físicos dos espelhos e os respectivos dados de contagem dos *encoders* (no caso de motores CC) ou os dados de saída das placas controladoras (no caso dos galvanômetros). Conhecendo-se a posição inicial do retro-refletor em relação às duas estações de rastreamento, pode-se, através das equações desenvolvidas no capítulo anterior, determinar o ângulo correspondente de cada um dos espelhos. Conseqüentemente, os dados coletados do sistema acionador durante a realização dos experimentos podem então ser transformados nos ângulos assumidos pelos espelhos.

5.1 Experimento com os Motores de Corrente Contínua

Na realização do primeiro experimento, o retro-refletor foi inicializado com as seguintes coordenadas.

$${}^{ER1}Pos_{rr} = \begin{bmatrix} 40 \\ -800 \\ -108 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Ao mesmo tempo, cada estação de rastreamento também foi acionada e regulada de modo que o feixe de raio *laser* refletido pelo retro-refletor atingisse o respectivo sensor de quadrantes. O programa de controle foi então acionado causando movimento dos espelhos de modo que tal feixe *laser* refletido passasse a atingir o centro do sensor de quadrantes. Nesta situação, um papel vegetal dotado de escala foi posicionado à frente do retro-refletor, sendo

assim atingido pelos *lasers* emitidos e permitindo a determinação dos “pontos de controle iniciais”, descritos na secção 4.6.1 e apresentados a seguir:

$${}^{ER1}Pos_{cc1} = \begin{bmatrix} 38 \\ -800 \\ -103 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$${}^{ER2}Pos_{cc2} = \begin{bmatrix} 30 \\ -800 \\ -98 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

5.2 Experimento com os Galvanômetros

Também como foi feito para o caso dos motores CC, o retro-refletor foi posicionado inicialmente com as seguintes coordenadas:

$$Pos_{rr} = \begin{bmatrix} 40 \\ -800 \\ -111 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Da mesma forma, os “pontos de controle iniciais” dos galvanômetros foram determinados como sendo:

$${}^{ER1}Pos_{cc1} = \begin{bmatrix} 44 \\ 0 \\ -98 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$${}^{ER2}Pos_{cc2} = \begin{bmatrix} 30 \\ -800 \\ -99 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

De acordo com o manual dos galvanômetros utilizados, suas placas controladoras fornecem uma voltagem de -3 a 3 V indicando a posição atual de seu galvanômetro, que deve estar contida no intervalo de -30° a 30°. A placa de aquisição de dados *Flexmotion* converte a voltagem que recebe de acordo com a seguinte relação.

$$[-10 \ 10] \text{ (V)} \rightarrow [-2048 \ 2047] \text{ (\#)} \quad (5.7)$$

onde o símbolo # representa o número adimensional gerado pelo conversor A/D da placa *Flexmotion*.

A conversão do número para o ângulo atual do galvanômetro pode ser feita multiplicando-o pela constante g .

$$g = \frac{30^\circ 10V \pi}{3V 2048 \# 180^\circ} = \frac{5 \pi}{18432} \text{ rad/\#} \quad (5.8)$$

Entretanto, testes realizados com os galvanômetros mostraram que a posição real e a calculada através de g eram diferentes. Assim, experimentos envolvendo o direcionamento do feixe *laser* emitido para pontos próximos às posições inicial e final do retro-refletor foram realizados de modo a se estimar um valor coerente de g para cada galvanômetro.

$$g1 = 0,6662 \text{ g} \quad (5.9)$$

$$g2 = 0,6250 \text{ g} \quad (5.10)$$

$$g3 = 0,6151 \text{ g} \quad (5.11)$$

$$g4 = 0,5846 \text{ g} \quad (5.12)$$

onde $g1$ está relacionado ao galvanômetro do espelho 1 da primeira estação de rastreamento; $g2$ ao espelho 2; $g3$ ao espelho 1 da segunda estação de rastreamento e $g4$ ao seu espelho 2.

5.3 Dados Processados

Conforme já mencionado, os dados coletados nos experimentos (tanto no caso dos motores CC como no caso dos galvanômetros) foram processados em programas desenvolvidos em *Matlab®* e *Mathematica®*. Os programas calculam o posicionamento tridimensional do centro do retro-refletor e a defasagem angular do espelho 2 da segunda estação de rastreamento, ou seja, a diferença entre o ângulo calculado e o obtido experimentalmente.

Embora tenha-se procurado posicionar de maneira idêntica as estações e o retro-refletor em ambos os experimentos, ocorreu uma discrepância de 3 mm na direção z da posição inicial do retro-refletor. Como tal variação é pequena em relação à posição que ocupa frente à estação de rastreamento 1 (800 mm) e só ocorre em uma das coordenadas, foi adicionado 3 mm (z) a cada ponto da trajetória calculada do sistema com galvanômetros. Dessa forma, as trajetórias calculadas nos dois experimentos podem ser apresentadas e comparadas num mesmo gráfico.

Cada experimento foi realizado uma única vez, e as trajetórias calculadas e a defasagem de ângulo estão apresentadas nos gráficos que se seguem. Em todos os gráficos que descrevem trajetórias estão representados os pontos obtidos com a realização dos dois experimentos, além da trajetória teórica esperada. A seta presente nesses gráficos descreve o sentido de propagação do retro-refletor. Na Figura 5.3 está mostrado o gráfico 3D das trajetórias experimentais e da teórica, enquanto os demais são projeções (2D) nos principais

planos do sistema de coordenadas {ER1}. Um dos vértices da estação de rastreamento 1 está localizado nas coordenadas (0, 0, 0), ponto que é mostrado em alguns gráficos para ajuste de escala.

Foram coletados cerca de 2000 pontos no experimento envolvendo os motores CC, e aproximadamente 1000 no experimento dos galvanômetros. Para o processamento dos dados, ou seja, a determinação da trajetória descrita pelo centro do retro-refletor, foram utilizados 200 pontos de cada experimento.

Observando-se a Figura 5.3 pode-se perceber a coerência existente entre as trajetórias calculadas (na verdade, sucessão de pontos) e a trajetória teórica.

Figura 5.3 – Gráfico do deslocamento efetuado pelo retro-refletor.

Nas figuras a seguir estão mostradas as projeções do gráfico da Figura 5.3 nos planos de coordenadas x - y (Figura 5.4 e Figura 5.5), y - z (Figura 5.6 e Figura 5.7) e x - z (Figura 5.8).

A Figura 5.4 e Figura 5.5 representam os mesmos pontos em escalas distintas. Observando a primeira, em escala que permite a representação do ponto (0, 0), pode-se notar que as curvas experimentais afastam-se da teórica. A calibração do sistema de rastreamento faz com que os dados obtidos no início de cada experimento sejam

obrigatoriamente idênticos à trajetória teórica. Mantendo a calibração efetuada, as trajetórias calculadas teriam seus pontos iniciais coincidentes com a teórica mesmo que o retro-refletor fosse colocado numa posição bastante distinta daquela descrita pela equação (5.1).

Figura 5.4 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano x-y. Foi plotado o ponto (0,0), origem do sistema de coordenadas principal de ER1.

A projeção dos pontos está detalhada na Figura 5.5 através da utilização de uma escala apropriada. Para os pontos de cada um dos experimentos foi feita a regressão linear, gerando as duas retas mostradas nesse mesmo gráfico. Seja a equação da reta:

$$q_o = m q_i + b \quad (5.13)$$

onde q_i é a variável de entrada, neste caso o valor da coordenada x

q_o é a variável de saída, neste caso o valor da coordenada y

m (o coeficiente angular da reta) e b são constantes.

A regressão linear resulta em

$$\text{Reta magenta, motores CC: } y = 0,0859 x - 804,0091 \quad (5.14)$$

$$\text{Reta azul, galvanômetros: } y = 0,1353 x - 810,8652 \quad (5.15)$$

Verifica-se prontamente o maior desvio-padrão (σ) associado à trajetória descrita pela utilização de galvanômetros. Tal desvio foi calculado e está mostrado nas relações

(5.16) e (5.17). Nota-se no início da trajetória azul a existência de três raias de dados, provavelmente devido aos erros gerados na leitura do posicionamento dos galvanômetros.

$$\text{Motor CC: } \sigma_y = 1,3187 \text{ mm} \quad (5.16)$$

$$\text{Galvanômetro: } \sigma_y = 2,0064 \text{ mm} \quad (5.17)$$

A partir da regressão linear, equações (5.14) e (5.15), pode-se calcular o ângulo entre as retas experimentais e a teórica:

$$\text{Motores CC: } \arctan(0,0959) = 4,9^\circ \quad (5.18)$$

$$\text{Galvanômetros: } \arctan(0,1353) = 7,7^\circ \quad (5.19)$$

Um dos motivos para tão elevada discrepância entre essas retas pode-se dever à falta de meios para o posicionamento preciso das estações de rastreamento e o dispositivo que movimenta o retro-refletor.

Pode-se notar uma variação no cálculo de posicionamento na coordenada y de cerca de 10 mm para o experimento com os motores CC e de 25 mm para o experimento com os galvanômetros. Percentualmente tais erros fornecem:

$$\text{Motores CC: } \frac{10}{800} = 1,25\% \quad (5.20)$$

$$\text{Galvanômetros: } \frac{25}{800} = 3,13\% \quad (5.21)$$

Observando agora, o gráfico apresentado na Figura 5.6 (projeção da trajetória no plano y - z) pode-se notar que o comportamento dos seus dados é similar ao dos do gráfico da Figura 5.4. Por consequência a análise correspondente também será análoga e é apresentada a seguir, observando-se a Figura 5.7.

Figura 5.5 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano x-y.

Figura 5.6 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano y-z. Foi plotado o ponto (0,0), origem do sistema de coordenadas principal de ER1.

Portanto, com os pontos da Figura 5.7 também foram feitas duas regressões lineares, resultando nas expressões (5.22) e (5.23).

$$\text{Reta magenta, motores CC: } y = 0,1022 z - 787,3741 \quad (5.22)$$

$$\text{Reta azul, galvanômetros: } y = 0,1527 z - 786,3410 \quad (5.23)$$

Através do coeficiente angular de tais retas pode-se determinar seu ângulo com a reta teórica:

$$\text{Motores CC: } \arctan(0,1022) = 5,8^\circ \quad (5.24)$$

$$\text{Galvanômetros: } \arctan(0,1527) = 8,7^\circ \quad (5.25)$$

Assim como na projeção x - y , os pontos da trajetória calculada com a utilização de galvanômetros apresentam maior dispersão que aqueles obtidos com o experimento com motores CC conforme pode ser concluído a partir das equações (5.26) e (5.27).

Figura 5.7 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano y-z.

$$\text{Motor CC: } \sigma_y = 0,7813 \text{ mm} \quad (5.26)$$

$$\text{Galvanômetro: } \sigma_y = 2,7174 \text{ mm} \quad (5.27)$$

A Figura 5.8 representa o gráfico da projeção dos pontos experimentais no plano x - z . A curva teórica representa exatamente $\frac{1}{4}$ de circunferência. Nota-se que nesta projeção os pontos obtidos do experimento com galvanômetros se aproximaram melhor da curva teórica que aqueles do experimento com motores CC. Conforme mencionado no início deste capítulo, o retro-refletor foi movido manualmente através de um dispositivo que o fazia

descrever uma trajetória circular. Entretanto, como o movimento foi controlado manualmente, existe um erro considerável para o estabelecimento dos pontos experimentais associados ao ponto final da trajetória percorrida. Os últimos pontos magenta (dos motores CC) da Figura 5.8 estão mais distantes do final da curva teórica em comparação aos últimos pontos azuis (dos galvanômetros), o que não significa necessariamente que os pontos magenta, nessa projeção, possuem maiores erros quanto à coordenada z .

Figura 5.8 – Projeção das trajetórias experimental e teórica sobre o plano y - z .

Conforme descrito no capítulo anterior, embora seja conhecido, o ângulo do espelho 2 da segunda estação de rastreamento foi considerado como variável, e portanto pode agora ser comparado com seu valor real assumido. Tal discrepância é mostrado no gráfico da Figura 5.9 a seguir. Verifica-se que, embora o erro angular do motor CC ($-0,4^\circ$) aumente de maneira mais significativa que o do galvanômetro ($0,3^\circ$), há uma maior variação no erro angular do galvanômetro no decorrer do experimento. Isto se deve ao elevado erro de leitura do posicionamento dos galvanômetros, conforme já foi mencionado anteriormente.

Também pode-se notar um aumento progressivo do erro, no caso dos motores CC, que provavelmente se deve ao acúmulo de falsas contagens dos *encoders*.

Figura 5.9 – Defasagem angular do espelho 2 da segunda estação de rastreamento em relação ao valor teórico calculado, utilizando-se motores CC.

5.4 Precisão do Sistema Acionador dos Espelhos

Nos experimentos realizados, o alvo do sistema de rastreamento foi deslocado, mantendo sua distância às estações em aproximadamente 800 mm. Visando a determinação da acurácia necessária aos dispositivos que movimentam os espelhos, pode-se imaginar um feixe *laser* atingindo o centro de rotação de um espelho plano que sofre rotação de α e indagar qual o deslocamento angular β sofrido pelo *laser*? A resposta pode ser encontrada através da Figura 5.10. A relação matemática correspondente encontra-se na expressão (5.28).

Figura 5.10 – Relação entre o movimento angular α de um espelho e o correspondente deslocamento angular β do feixe *laser*. As retas verdes são perpendiculares ao espelho nas duas posições consideradas e δ é um ângulo utilizado apenas para referência.

$$\beta = (\delta + \alpha) - (\delta - \alpha) = 2\alpha \quad (5.28)$$

Considerando agora que o espelho acompanhe o deslocamento de 1 mm de um objeto distante a 800 mm, tem-se

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\arctan(1/800)}{2} \cong 0,036^\circ \quad (5.29)$$

a rotação a ser efetuada pelo espelho.

A determinação do posicionamento dos motores CC foi efetuada através da utilização de *encoders* acoplados aos eixos dos motores CC. Cada um desses motores move seu espelho através de uma redução. Os *encoders* realizam 1024 contagens por volta completa (360°). Como também está sendo utilizada uma redução 141:1, a relação entre o ângulo percorrido pelo espelho acoplado à saída do redutor e a contagem do *encoder* é expressa por $2 \cdot 1024 \cdot 141 = 288768$ contagens a cada volta completa do espelho. Isto significa que, quando o espelho sofre a rotação de 1° , o *encoder* realiza aproximadamente 800 contagens, ou:

$$\frac{360^\circ}{288768} = 0,0012^\circ/\text{contagem} \quad (5.30)$$

o que é cerca de 29 vezes mais preciso que a situação proposta pela expressão (5.29).

A precisão do galvanômetro está associada à voltagem detectada pela placa de aquisição de dados *Flexmotion 6c*. Tomando como referência a precisão de posicionamento do galvanômetro 1, relacionada à constante gI , na expressão (5.9), tem-se:

$$\frac{g1.180^\circ}{\pi} = 0,0325 \text{ }^\circ/\# \quad (5.31)$$

valor bastante próximo daquele expresso por (5.29).

Como mencionado no início deste capítulo, as posições angulares dos galvanômetros são controladas através de programas de controle desenvolvidos em *LabView®* analogamente aos usados para os motores CC. Para análise do comportamento do sistema baseado em galvanômetros, foi elaborado um programa teste. Através deste programa teste pode-se analisar o sinal de posição angular atual dos galvanômetros, gerado pelas suas placas de controle, comparativamente ao sinal de comando de posicionamento previamente enviado a estas mesmas placas de controle. Mais detalhadamente, um sinal de posição, constante, gerado através de um programa desenvolvido em *LabView®*, sofreu uma conversão D/A e foi enviado às placas controladoras de cada um dos galvanômetros através da placa de aquisição de dados *Flexmotion 6c*. Cada uma das placas controladoras por sua vez gera um sinal relativo à posição atual assumida pelo galvanômetro que controla. Esse sinal retorna à placa de aquisição, que faz a conversão A/D, disponibilizando o valor gerado para o *LabView®*. Utilizando as expressões 5.8 (convertida agora para graus) e 5.9 verificou-se que o sinal recebido tem uma variação de aproximadamente $\pm 0,1^\circ$, embora o respectivo galvanômetro estivesse recebendo um sinal de comando para manter-se parado. Apesar do sistema galvanométrico ser mais impreciso, seu controle se mostrou bem mais estável que aquele utilizado com os motores CC. Isto deve-se a algumas dificuldades encontradas com a utilização de motores CC, descritas a seguir.

5.4.1 Off-set dos Motores CC

O deslocamento do retro-refletor foi efetuado manualmente, em velocidade compatível ao sistema de controle empregado. Durante as experiências as estações de rastreamento foram mantidas sem sua cápsula de proteção, conforme foto da Figura 5.1, e foram feitas durante a noite, procurando evitar a interferência da luz ambiente sobre os sensores de quadrantes. Ao mover o retro-refletor, o *laser* de retorno deixa de atingir o centro do sensor de quadrantes, que gera um sinal de erro utilizado pelo sistema de controle para alterar a posição angular dos espelhos de modo que o feixe de retorno volte a atingir o centro do sensor. Como o interior da estação pôde ser observado, a velocidade de deslocamento do retro-refletor foi controlada manualmente de modo a assegurar que o feixe de retorno se mantivesse sobre o sensor. Nas estações com motores CC, observou-se instabilidade do sistema de controle, pois muitas vezes os motores não se moviam embora o *laser* de retorno estivesse atingindo um ponto distante de alguns milímetros do centro do

sensor. Ocasionalmente, essa distância era suficientemente elevada fazendo com que o sensor deixasse de ser atingido e como consequência perdia-se o controle do sistema.

Essa instabilidade se deve ao *off-set* de acionamento dos motores CC; baixas voltagens geradas por pequenos erros detectados pelos sensores não são suficientes para deslocar os respectivos motores, embora o *off-set* já tenha sido diminuído com o emprego constante de uma onda quadrada somada ao nível CC para reduzir seu atrito seco.

Diferentemente dos motores CC, os galvanômetros propiciaram estações de rastreamento cujo *laser* de retorno se deslocava bem menos em relação ao centro do sensor de quadrantes, mesmo quando o retro-refletor era deslocado em velocidades superiores às aquelas utilizadas no sistema de rastreamento com motores CC.

5.4.2 Utilização da Onda Quadrada

A onda quadrada a ser continuamente enviada aos motores CC foi gerada através de um circuito eletrônico, projetado de forma a permitir o ajuste da frequência e da amplitude. Foram ensaiadas diversas frequências com amplitude pico a pico fixa em 2,2 V. A voltagem fornecida do motor foi sendo aumentada até que entrasse em movimento (50 contagens do *encoder* em ao menos 1,2 segundos), voltagem esta denominada de *off-set*. Similarmente, a partir do motor em movimento, sua voltagem sofreu decréscimos até que o motor parasse, a voltagem de “estagnação”. Os dados coletados estão dispostos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Análise do *off-set* e da voltagem de estagnação.

Frequência (Hz)	Off-set (V)	Estagnação (V)
0	1,30	1,10
200	0,21	0,15
300	0,27	0,18
400	0,21	0,18
600	0,40	0,34
800	0,49	0,43
1000	0,49	0,55
1200	0,73	0,61

Entretanto, tais dados serviram basicamente como referência, devido a sua grande variação dependendo do motor CC especificamente testado, ou até mesmo, quanto a sua posição angular. Pode-se, contudo, perceber que a voltagem de *off-set* é crescente com a

frequência. Baixas frequências causam maiores deslocamentos nos espelhos tendo em vista sua resposta em frequência.

O canhão *laser*, o expensor de feixes e a estação de rastreamento foram todos instalados sobre uma placa de madeira sustentada através de um tripé de altura regulável. Analisando o erro detectado pelo sensor de quadrantes, observou-se que certas frequências de onda quadrada causavam ressonância na estrutura de sustentação do sistema, inviabilizando seu uso, podendo-se concluir que há necessidade de melhorar a estrutura do ponto de vista de seu comportamento dinâmico. Optou-se, entretanto por não mexer na estrutura e sim utilizar uma frequência diferente.

Os testes realizados para o estudo do comportamento dos motores frente a alterações na amplitude da onda quadrada indicaram sua baixa sensibilidade quanto a esse parâmetro.

Constatou-se que a utilização de onda quadrada com 330 Hz não causava a ressonância mencionada acima, ocasionando entretanto uma forte queda na voltagem de *offset* e era suficientemente elevada para não causar deslocamentos angulares sensíveis nos espelhos.

Mesmo assim houve algumas dificuldades na utilização do sistema:

- Ocasionalmente, os motores se moviam sem voltagem de comando, apenas com o sinal da onda quadrada, podendo-se afirmar que é necessário melhorar o sistema gerador da onda em termos de nível CC zero.
- Contagem errada dos *encoders* (Figura 5.11). Ocasionalmente, embora os motores se mantivessem parados, houve alteração em sua contagem. Aparentemente, também ocorreu erro de contagem até mesmo sem a utilização da onda quadrada, embora em menor intensidade, erro este que pode ser ocasionado pelo conversor D/A.

Figura 5.11 – Erro de contagem dos *encoders*. No gráfico superior está o sinal enviado a um motor; no outro, a contagem do respectivo *encoder*.

5.4.3 Sistema de Controle

Devido às instabilidades encontradas na utilização do sistema de rastreadores com motores CC, foram elaborados sistemas de controle baseados em equações de estado, com retro-alimentação de estados e de saída. Entretanto, esses sistemas de controle não apresentaram melhor rendimento, e optou-se pela execução do projeto com a utilização do controle elaborado por Santoro (1999).

5.4.4 Volume de Trabalho

Conforme explicado no capítulo anterior, o posicionamento do sensor de quadrantes teve de ser ajustado para evitar que uma parcela do feixe retornasse à fonte *laser*, causando assim variação em sua potência, podendo inclusive vir a danificá-la. Esse acontecimento pode ser evitado enquanto o feixe *laser* de retorno se mantivesse a pelo menos 1 centímetro do *laser* emitido. Entretanto, tal ajuste não pode ser facilmente realizado pois os espelhos utilizados junto aos motores CC tinham diâmetros não superiores a 3 centímetros. Conseqüentemente, como os pontos de contato do feixe com os espelhos dependem da posição angular desses últimos, a trajetória a ser efetuada pelo retro-refletor teve de ser mantida em um espaço restrito – o “Volume de trabalho” na Figura 5.12, pois em volumes mais amplos os feixes deixavam de atingir um dos espelhos.

Dificuldade semelhante também aconteceu com os espelhos dos galvanômetros, que embora tivessem dimensões consideravelmente maiores que os dos motores CC, os

feixes emitido e de retorno tiveram de ser mantidos relativamente próximos entre si devido ao pequeno tamanho do retro-refletor, ocasionando novamente em um espaço de trabalho reduzido.

Figura 5.12 – Representação do volume de trabalho.

5.4.5 Erros Associados aos Experimentos

Embora o cálculo do posicionamento tridimensional do retro-refletor tenha sido satisfatório no intuito de comparação entre motores CC e galvanômetros, poderia ainda ter seu erro reduzido com melhoria do algoritmo computacional e outros fatores tais como:

- A direção de propagação do *laser* ao deixar o expensor de feixes poderia ser verificada experimentalmente, ao invés de ser admitida como hipótese a direção ${}^0[-1 \ 0 \ 0]$.
- O Controle não é instantâneo, mas os dados relativos aos erros detectados pelos sensores de quadrantes podem ser armazenados e utilizados nas equações de reta que localizam o centro do retro-refletor melhorando a real determinação de sua trajetória.

6 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

A determinação da localização espacial de um ponto e obtenção de sua trajetória percorrida tem sido cada vez mais importante para as indústrias que utilizam robôs não mais para o simples deslocamento de peças, mas para a execução de tarefas com maior velocidade, precisão adequada, mais complexas e de controle mais sofisticado. Assim, neste trabalho, foi utilizado um sistema de medição constituído por duas estações de rastreamento a *laser* que permitem o cálculo do posicionamento espacial do centro de um retro-refletor através de triangulação. Cada estação possui dois espelhos e um sensor de quadrantes que fornece dados a um sistema de controle responsável pela movimentação de tais espelhos. Dessa forma, o sistema de controle mantém um feixe *laser* continuamente direcionado a um alvo, o retro-refletor. A triangulação por sua vez é calculada essencialmente através dos ângulos dos espelhos presentes nas estações de rastreamento, além é claro, do conhecimento da posição relativa entre elas. Os sistemas de controle das estações não fazem qualquer troca

de informação entre si, são, portanto, independentes. A triangulação só pode ser efetuada quando o sistema de controle de cada uma das estações de rastreamento está funcionando satisfatoriamente.

Devido ao modo de funcionamento das estações de rastreamento, o sistema de controle exige elevada precisão do sistema de acionamento dos espelhos, conforme descrito na secção 5.4. Caso o alvo de desloque de 1 mm, mantendo sua distância constante a 800 mm da estação, é necessário o ajuste de poucos centésimos de grau na posição angular dos espelhos. Caso o sistema acionador de cada espelho possa posicioná-lo em 1 centésimo de grau, o alvo só seria rastreado com precisão quando estivesse a menos de 3 m da referida estação. Por outro lado, para a execução dos cálculos de triangulação, são necessários dados referentes à posição angular dos espelhos com boa precisão o que significa que é necessário o uso de dispositivos de medição angular precisos. Nos experimentos realizados, o primeiro, na qual o sistema de acionamento foi efetuado por motores de corrente contínua, observou-se boa precisão na coleta dos ângulos dos espelhos, mas o sistema de controle não teve um comportamento muito adequado, devido principalmente ao elevado *off-set* de acionamento dos motores. De forma contrária, o segundo experimento, com o sistema de acionamento constituído por galvanômetros, mostrou precisão adequada de funcionamento do sistema de controle, mas, a triangulação não pode ser satisfatoriamente efetuada devido à imprecisão dos dados relacionados à posição angular dos espelhos.

A triangulação não apenas requer precisão nos dados relacionados aos ângulos assumidos pelos espelhos como também exige precisão no posicionamento relativo entre as estações de rastreamento. O erro associado a este tipo de imprecisão depende fortemente da posição relativa entre as estações e o retro-refletor. Quanto menor o ângulo entre os feixes *laser* de cada uma das estações (feixes quase próximos do paralelismo) maior será o erro de triangulação causado por imprecisão no posicionamento delas. O procedimento de calibração, utilizado para relacionar ângulo no sistema de coordenadas utilizado com os valores recebidos (dos *encoders*, por exemplo), também requer precisão na determinação da posição inicial do retro-refletor. Entretanto, a utilização de uma régua metálica de 1 m e de um transferidor, ferramentas utilizadas neste trabalho para medição da posição relativa entre as estações e o retro-refletor, geram erros de alguns milímetros nas posições medidas. Os gráficos gerados no capítulo anterior comparam os pontos obtidos por triangulação com a trajetória teórica do retro-refletor. Cabe ressaltar que tal trajetória também possui um erro considerável, pois a orientação do dispositivo responsável pela movimentação do retro-refletor foi medida através da mesma régua e do mesmo transferidor. Embora a realização dos experimentos não tenha visado a obtenção de pontos que representassem precisamente a

localização espacial do centro do retro-refletor, nota-se através da figura 5.3, que as trajetórias obtidas são bastante coerentes com a teórica, evidenciando assim o funcionamento dos cálculos de triangulação.

Caso o sistema de rastreamento tenha que ser usado diversas vezes, por exemplo, para a verificação da trajetória percorrida pelo atuador de diversos robôs presos ao solo, é necessário o sucessivo deslocamento de ambas estações de rastreamento. Neste caso, a posição relativa entre elas teria de ser medida toda vez que fossem deslocadas. Entretanto, os parâmetros presentes nas equações de triangulação precisam ser calculados apenas uma única vez. Os parâmetros $SQ_{x\ CON}$ e $SQ_{y\ CON}$ estão associados à posição do sensor de quadrantes no interior da estação de rastreamento, que é fixa. O feixe *laser* gerado passa pelo expensor de feixes atingindo o espelho 1 nas coordenadas $^{el}(e1_x, e1_y)$. Como cada fonte *laser*, expensor de feixes e estação de rastreamento estão todos presos a uma placa de madeira (vide Figura 5.2), os parâmetros $e1_x$ e $e1_y$ também não se alteram. Por último, Δz representa a distância vertical existente entre os espelhos 1 e 2 $\{O\}$ e, diferentemente dos demais parâmetros, não pode ser alterado mesmo que o usuário assim o deseje.

A utilização de papel vegetal com escala, mencionado no capítulo anterior, é um meio prático de medição dos “pontos de controle iniciais”, porém é impreciso. Tais pontos são necessários para o cálculo dos valores dos parâmetros $SQ_{x\ CON}$ e $SQ_{y\ CON}$, e conforme mencionado no parágrafo acima, esses valores não se alteram a menos que o usuário modifique a posição do sensor de quadrantes. Desta forma, a determinação dos “pontos de controle iniciais” pode ser efetuada uma única vez. Assim como os parâmetros, a calibração, descrita no início deste capítulo, também precisa ser efetuada uma única vez.

Entretanto, todos os parâmetros mencionados anteriormente precisam ser determinados precisamente, pois têm grande influência no resultado do cálculo de triangulação. Erros na geometria da estação de rastreamento, por exemplo se o eixo de rotação do espelho 1 não coincidissem exatamente com a direção do eixo de coordenadas y de $\{O\}$, exigiriam a remodelagem de todo o sistema de rastreamento.

Para a obtenção de bons resultados é então necessário não somente a utilização de sistemas precisos de acionamento e de medição de ângulos (espelhos), mas também de meios que propiciem a obtenção das coordenadas de todos os elementos presentes no sistema de rastreamento. A utilização contínua do sistema de rastreamento, onde é necessário sucessivos ajustes no posicionamento das estações, requer somente meios adequados para a medição da posição relativa entre as estações.

Finalmente como sugestões para trabalhos futuros pode-se listar:

- Conforme já mencionado, incorporar às equações de triangulação o erro detectado pelo sensor de quadrantes.
- Com os dados fornecidos por cada estação de rastreamento é possível a determinação da equação de uma reta associada àquela estação, onde está localizado o centro do retro-refletor. Como os dados são experimentais, é extremamente provável que as duas retas descritas pelas estações de rastreamento sejam reversas, ou seja, que não possuam ponto em comum. O ângulo do espelho 2 da segunda estação de rastreamento foi então considerado como variável e assim assegura-se que a equação de ambas as retas tenha solução única (é fisicamente impossível possuírem todos os seus pontos em comum). Contudo, sugere-se a aplicação de um outro método, onde se considere que o centro do retro-refletor esteja localizado num ponto equidistante a ambas retas e que essa distância seja mínima.
- Os dados relativos ao posicionamento dos ângulos dos espelhos do sistema de acionamento composto de galvanômetros podem ser melhorados. Para isto é necessário o projeto de um circuito que amplie o intervalo de voltagem fornecida pelas placas controladoras dos galvanômetros de $[-3 \ 3]\text{V}$ para $[-10 \ 10]\text{V}$, intervalo máximo aceito pela placa de aquisição *Flexmotion*. Desta forma, haveria maior aproveitamento dos dados coletados devido ao aumento da faixa de transformação A/D.
- O sistema de rastreamento poderá ser ainda mais útil quando o cálculo da posição do retro-refletor for efetuado simultaneamente a seu deslocamento. Embora a placa de aquisição de dados *Flexmotion 6C* possa também processar dados, executa apenas operações simples como soma, subtração, multiplicação e divisão. Para que ela execute as equações desenvolvidas é necessária a simplificação de todas as operações trigonométricas presentes. Outra vantagem na utilização do processador da *Flexmotion 6C* seria sua independência do micro-computador, deixando o sistema de controle mais rápido e preciso.
- Embora a redução 141:1 juntamente ao *encoder* de cada um dos motores CC tenha fornecido dados precisos sobre a posição angular dos espelhos, tamanha redução deve ter ocasionado um aumento no *off-set* de acionamento. Sugere-se então o emprego de uma outra redução, não tão drástica, de modo que o torque necessário para vencer o atrito característico de redutores sem folga (“*zero backlash*”) seja menor e, por conseguinte, também menor *off-set* de acionamento. Desta forma

também o sistema de acionamento e a triangulação poderiam funcionar de maneira mais satisfatória.

- O sistema de controle de cada estação de rastreamento foi desenvolvido e ajustado para atuar com distâncias constantes entre o retro-refletor e a referida estação. Entretanto, como os sistemas de rastreamento devem funcionar adequadamente mesmo que haja significativa mudança no valor desta distância, uma proposta por exemplo é o desenvolvimento de controlador com ganho variável.

Referências Bibliográficas

- Abackerli, Á. J. (1992). *Sistema de rastreamento interferométrico para calibração volumétrica de robôs industriais*. São Carlos. 315p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Boulos, P.; Camargo, I. (1987). *Geometria Analítica – Um Tratamento Vetorial*. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil.
- Campos, R.; Rosário, J. M. (1993). Calibração e identificação de parâmetros de um robô industrial. *Anais do XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM*. Brasília. p385-388. dec.
- Carvalho, G. C.; Siqueira, M. L.; Absi-Alfaro, S. C.(1998). Off-line programming of flexible welding manufacturing cells. *Journal of Materials Processing Technology*, v.78, p24-28, jun.
- Decker, S.; Gander, H.; Vincze, M.; Prenninger J. P. (1992). Dynamic measurement of position and orientation of robots. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v.41, n.6, p897-901, dez.
- Duma Optronics Ltd. (1997). *Optical beam position and power measurement system: user manual*. Revisão 2. Israel.
- Gander, H.; Vincze, M.; Prenninger, J.P. (1994). Application of a floating point digital signal processor to the control of a laser tracking system. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v.2, n.4, p290-298, dec.
- Mayer, J. R. R.; Parker, G. A. (1994). A portable instrument for 3-D dynamic robot measurements using triangulation and laser tracking. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. v.10, n.4, p504-516, aug.
- Lau K.; Hocken, R. J. (1984). A survey of current robot metrology methods. *Annals of the CIRP*, v.33, n.2, p.485-488.
- Paul, R. P. (1989). *Robot Manipulators: Mathematics, programming and control – The computer control of robotics manipulators*. Cambridge, The MIT Press. (629.8 P324r e.2).

- Prenninger, J. P.; Vincze, M.; Gander, H. (1993). Contactless position and orientation measurement of robot end-effectors. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, v.1, p.180-185.
- Santoro, F. G. (1999). *Estudo de estratégias de controle para uma estação de rastreamento a laser*. São Carlos. 219p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Vincze, M.; Prenninger, J. P.; Gander, H. (1994). A laser tracking system to measure position and orientation of robot end effectors under motion. *The International Journal of Robotics Research*, v.13, n.4, p305-314, aug.
- Zeng, L.; Yuan, F.; Song, D.; Zhang, R. (1999). A two-beam laser triangulation for measuring the position of a moving object. *Optics and Lasers in Engineering*, v.31, n.6, p445-453.
- Zhuang, H.; Roth, Z. S. (1995). Modeling gimbal axis misalignments and mirror center offset in a single-beam laser tracking measurement system. *The International Journal of Robotics Research*, v.14, n.3, p.211-224, jun.

3 Anexo A

Neste anexo encontram-se diversos informativos contendo a descrição física e técnica do motor 1624-012-S, de sua placa de controle, e de seu *encoder*.

DC-Micromotors

Precious Metal Commutation

1,6 Watt

For combination with:
Gearheads: 16A, 16/3, 16/5, 16/7, 16/8
Encoders: 20/218, 03B
DC-Motor-Tacho Combinations: 1841 ... 5

Series 1624 ... S

	1624 T	003 S	006 S	009 S	012 S	018 S	024 S	
1 Nominal voltage	U_N	3	6	9	12	18	24	Volt
2 Terminal resistance	R	1,6	8,6	14,5	24,0	42,0	75,0	Ω
3 Output power	$P_{2,m,20}$	1,36	1,00	1,34	1,44	1,87	1,85	W
4 Efficiency	$\eta_{m,20}$	78	74	75	75	77	76	%
5 No-load speed	n_0	12 000	10 600	11 500	13 000	13 800	14 400	rpm
6 No-load current (with shaft ϕ 1,5 mm)	I_0	0,030	0,016	0,012	0,010	0,007	0,005	A
7 Stall torque	M_{st}	4,33	3,60	4,46	4,23	5,16	4,91	mNm
8 Friction torque	M_f	0,07	0,03	0,09	0,09	0,09	0,09	mNm
9 Speed constant	k_s	4 070	1 810	1 300	1 110	779	611	rpm/V
10 Back-EMF constant	k_b	0,246	0,553	0,767	0,905	1,280	1,640	mV/rpm
11 Torque constant	k_{ts}	2,35	5,28	7,33	8,64	12,30	15,60	mNm/A
12 Current constant	k_i	0,426	0,189	0,136	0,116	0,082	0,064	A/mNm
13 Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	2 770	2 940	2 580	3 070	2 670	2 930	rpm/mNm
14 Rotor inductance	L	85	200	400	750	1 200	3 000	μH
15 Mechanical time constant	τ_m	19	16	19	19	19	24	ms
16 Rotor inertia	J	0,65	0,52	0,70	0,59	0,68	0,78	gcm ²
17 Angular acceleration	α_{max}	66	69	63	72	76	63	10^3 rad/s^2
18 Thermal resistance	R_{th1} / R_{th2}	8 / 39						K/W
19 Thermal time constant	τ_{th1} / τ_{th2}	4 / 335						s
20 Operating temperature range:								
- motor		- 30 ... + 55 (optional - 55 ... + 125)						°C
- rotor, max. permissible		+ 125						°C
21 Shaft bearings:		sintered bronze sleeves	ball bearings	ball bearings	ball bearings, preloaded			
22 Shaft load max.:		(standard)	(optional)	(optional)	(optional)			
- with shaft diameter		1,5	1,5	1,5	1,5			mm
- radial at 3000 rpm (9 mm from bearing)		1,2	5	5	5			N
- axial at 3000 rpm		0,2	0,5	0,5	0,5			N
- axial at standstill		20	10	10	10			N
23 Shaft play:								
- radial	$\leq$	0,03	0,015	0,015	0,015			mm
- axial	$\leq$	0,2	0,2	0,2	0,2			mm
24 Housing material		steel, zinc galvanized and passivated						
25 Weight		21						g
26 Direction of rotation		21						
		clockwise, viewed from the front face						
Recommended values								
27 Speed up to	n_{max}	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	10 000	rpm
28 Torque up to	$M_{2,max}$	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	mNm
29 Current up to (thermal limits)	$I_{2,max}$	0,980	0,420	0,320	0,250	0,190	0,140	A

Copyright © 1998
by Minimotor SA

Pos.	Description	Beschreibung	Description	Descrizione	Descripción
1	Housing	Gehäuse	Boîtier	Carcassa	Caja
2	Screw	Schraube	Vis cylindrique	Vite	Tornillo
3	End plate	Endplatine	Platine finale	Piastrina finale	Platillio final
4	Intermediate plate	Zwischenplatine	Platine intermédiaire	Piastrina intermedia	Platillo intermedio
5	Gearwheel	Zwischentrieb	Roue dentée	Ruota dentata	Rueda dentada
6	Space sleeve	Distanzhülse	Entretoise	Bussola distanziale	Lata distancial
7	Dowel pin	Stift	Goupille	Spillo	Alifer
8	Output shaft	Abtriebswelle	Arbre de sortie	Albero d'uscita	Eje de salida
9	Front cover	Deckel	Couvercle	Coperchio	Tapa
10	Spacer	Zwischenring	Entretoise	Distanziale	Distancial
11	Ball bearing	Kugellager	Roulement à billes	Cuscinetto a sfere	Cojinete de bola
12	Spring washer	Federscheibe	Rondelle ondulée	Rondella elastica	Arandella elastica
13	Washer	Scheibe	Rondelle plate	Rondella	Arandela
14	Circlip	Sicherungsscheibe	Collier d'épaulement	Anello di sicurezza	anillos de seguridad

Copyright © 1998
by Minimotor SA

Pos.	Description	Beschreibung	Description	Descrizione	Descripción
1	End cap	Abdeckplatte	Capot	Coperchietto	Tapa posterior
2	Brush cover	Bürstendeckel	Couvercle balais	Coperchio spazzole	Soporte de escobillas
3	Brushes	Bürsten	Balais	Spazzole	Escobillas
4	Housing	Gehäuse	Boîtier	Carcassa	Caja
5	Coil	Spule	Bobine	Bobina	Rotor
6	Shaft	Welle	Arbre	Albero	Eje
7	Washer	Scheibe	Rondelle	Rondella	Arandela
8	Magnet	Magnet	Aimant	Magnete	Imán
9	Sleeve bearing	Sinterlager	Palier fritté	Bronzina sinterizzata	Cojinete de bronce
10	Washer	Scheibe	Rondelle	Rondella	Arandela
11	Retaining ring	Fixierhülse	Bague de tenue	Anello di fermo	Anillo de fijación
12	Terminals	Anschluss	Contacts	Terminali	Terminales
13	Commutator	Kollektor	Collecteur	Commutatore	Conmutador
14	Commutator disc	Kollektorteller	Assiette du collecteur	Disco commutatore	Disco conmutador

Linear Controller

4-Quadrant

For combination with:
DC-Motors
with maximum 3,5 A starting current

Series LC 3002				
	LC 3002 A			
	Minimum	Typical	Maximum	Units
Nominal power ¹⁾	–	20	40 ²⁾	W
Power supply voltage:				
– DC supply	12	–	32	V DC
– AC supply	10	–	22	V AC
Motor supply voltage	–	–	26	V DC
Output current, continuous	–	2	–	A
Tachogenerator voltage	–	–	50	V
Command voltage	–	± 10	–	V
Fault output (open collector)	24 V DC – 20 mA max. via a potential free contact			
Enable input				
External command voltage U _g	0 ... 10			V
Temperature range:				
– operation	0	–	+ 70 ³⁾	°C
– storage	–20	–	+ 80	°C
Weight	–	300	–	g

¹⁾ Maximum power which can be dissipated by the Servo Amplifier ²⁾ Derating at higher temperature to be taken in consideration
³⁾ With additional heat sink

General description

The Linear 4-quadrant Servo Amplifier LC 3002 is designed for use with highly dynamic brush commutated DC-Motors, which feature ironless rotors (System Faulhaber®). The LC 3002 does not generate electromagnetic radiation and does not require motor inductors.

The LC 3002 can be operated in various operating modes:

- in velocity mode (Motor-Tacho feedback)
- in velocity mode (R-Compensation)
- in current control (Torque) mode
- it can also be operated as voltage drive.

The voltage loss in the Servo Amplifier is 6-7 Volt. Therefore, the maximum possible motor supply voltage is always 6 Volt less than the power supply voltage of the amplifier.

Option:
Connector with the crimp-to-wire

MicroMo® OPTICAL ENCODERS

Optical Encoder Series HEDS(L)-5500 2-Channel HEDS(L)-5540 3-Channel

- Two Channel (quadrature) output
- Optional Index Channel and Line Driver
- Available with Resolutions from 96 to 1024 CPR
- Available with all motors 22 mm dia. through 38 mm

Specifications at 25°C (77°F)	HEDS 5500	HEDS 5540 ⁽¹⁾	HEDM 5500
Lines per revolution, N ⁽²⁾	96 to 512	96 to 512	1000 to 1024
No. of channels	2	2 plus index ⁽³⁾	2
Supply voltage, typical, Vcc (Volts)	5	5	5
Supply current, typical at 5VDC, Icc (mA)	17	57	57
Pulse width, P (°e)	180 ±45	180 ±45	180 ±45
Phase shift, ϕ (°e)	90 ±20	90 ±20	90 ±20
Logic state width, S (°e)	90 ±45	90 ±45	90 ±45
Cycle, C (°e)	360 ±5.5	360 ±5.5	360 ±5.5
Signal rise/fall time, typical (μ s)	20/05	18/04	18/04
Max. Signal Frequency, f (kHz) ⁽⁴⁾	100	100	100
Operating temperature range (°C)	-40 to 100	-40 to 100	-40 to 70
Index pulse width, P ₀ (°e)		90 ±35	
Code wheel inertia (oz-in-sec ²)		8.5 x 10 ⁻⁶ All Types	

Resolutions up to 512 CPR available with line driver, complementary outputs, and index channel, specify HEDL5540. The built-in line driver features 20 mA drive current and 5V supply to provide excellent noise immunity and the ability to drive the signal long distances.

Optional interfacing connector with 300mm (11.81 in) long flying leads available; specify HEDS8902 for HEDS5500 and HEDM5500, HEDS8903 for HEDS5540.