Campus de São Carlos

**ESTUDO DA ESTABILIDADE DIRECIONAL DE
UM VEÍCULO COMERCIAL DE DOIS EIXOS EM
SITUAÇÃO DE REGIME PERMANENTE**

ANDRÉ LUÍS FRANCIOSO FERREIRA

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Canale

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 12.1.02.03.

Ass.: *Amatillo*

**ESTUDO DA ESTABILIDADE DIRECIONAL DE UM
VEÍCULO COMERCIAL DE 2 EIXOS EM SITUAÇÃO
DE REGIME PERMANENTE**

ENG. ANDRÉ LUÍS FRANCIOSO FERREIRA

DEDALUS - Acervo - EESC

31100043025

**DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ESCOLA DE
ENGENHARIA DE SÃO CARLOS DA UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

ORIENTADOR: PROF. DR. ANTÔNIO CARLOS CANALE

SÃO CARLOS 2002

Class. TESE
 Ctt. 0011
 Tombo T 067/03
 Sysno 13/0958

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
 da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

F383e Ferreira, André Luís Francioso
 Estudo da estabilidade direcional de um veículo
 comercial de 2 eixos em situação de regime
 permanente / André Luís Francioso Ferreira. -- São
 Carlos, 2002.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
 São Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.

Área: Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Carlos Canale.

1. Estabilidade. 2. Dinâmica lateral.
3. Comportamento direcional. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANDRÉ LUÍS FRANCIOSO FERREIRA**

Dissertação defendida e julgada em 16-12-2002 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **ANTONIO CARLOS CANALE (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovado

Prof. Assoc. **EDUARDO MORGADO BELO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovado

Engenheiro **JOSÉ AUGUSTO PAGAN CAMPOS**
(Especialista – DaimlerChrysler do Brasil)

APROVADO

Prof. Associado **ARTHUR JOSÉ VIEIRA PORTO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica

Profª. Assoc. **MARIA DO CARMO CALIJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

À toda sociedade de engenharia automobilística.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Antonio Carlos Canale, por ter me dado as diretrizes de pesquisa e elaboração do presente trabalho.

À montadora de caminhões DaimlerChrysler do Brasil, pela motivação e incontestável apoio durante o desenvolvimento deste labor.

Aos meus pais e a Deus, pelo amor, confiança e força que sempre têm me dado.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xii
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
1. OBJETIVO DO TRABALHO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	2
2.1. INTRODUÇÃO	2
2.2. PNEUS	2
2.3. SUSPENSÃO	12
2.4. CONCEITUAÇÃO DA ESTABILIDADE DIRECIONAL DE UM VEÍCULO	21
3. METODOLOGIA DE TRABALHO	36
3.1. CONFIGURAÇÃO DO VEÍCULO EXEMPLO	37
3.2. MEDIÇÃO DO VEÍCULO EXEMPLO	39
3.3. PROCEDIMENTO MATEMÁTICO DESENVOLVIDO	41
3.3.1. RIGIDEZ AO ROLAMENTO DAS SUSPENSÕES DIANTEIRA E TRASEIRA . .	43
3.3.2. MOMENTO DE ROLAMENTO NOS EIXOS	43
3.3.3. TRANSFERÊNCIA DINÂMICA DE CARGA NAS RODAS	45

3.3.4. FORÇA VERTICAL DE CADA RODA DOS EIXOS	45
3.3.5. DEFLEXÃO VERTICAL DOS PNEUS	45
3.3.6. CORNERING STIFFNESS DE CADA PNEU	46
3.3.7. CORNERING STIFFNESS DOS EIXOS	46
3.3.8. FORÇA LATERAL DOS EIXOS	47
3.4. DEFINIÇÃO DA ESTABILIDADE DIRECIONAL DO VEÍCULO	48
3.4.1. GRADIENTE DE ESTERÇAMENTO DO VEÍCULO (K)	48
3.4.2. MARGEM ESTÁTICA DO VEÍCULO (e/L)	48
3.5. MENSURAÇÃO DO COMPORTAMENTO DIRECIONAL DO VEÍCULO . .	49
3.5.1. ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO DO VEÍCULO (δ)	49
3.5.2. ÂNGULO DE DERIVA OU ESCORREGAMENTO DO VEÍCULO (β)	49
3.5.3. VELOCIDADE ANGULAR DO VEÍCULO (ω_z)	50
3.5.4. GANHO DA VELOCIDADE ANGULAR DO VEÍCULO (ω_z / δ)	50
3.5.5. ÂNGULO DE ROLAMENTO DO VEÍCULO (ϕ)	51
4. RESULTADOS	52
4.1. RESULTADOS TEÓRICOS E DISCUSSÕES	53
4.1.1. CORNERING STIFFNESS DOS EIXOS	52
4.1.2. FORÇA LATERAL DOS EIXOS	55
4.1.3. ÂNGULO DE ESTERÇAMENTO DO VEÍCULO (δ)	56
4.1.4. VELOCIDADE ANGULAR DO VEÍCULO (ω_z)	58
4.1.5. GANHO DA VELOCIDADE ANGULAR DO VEÍCULO (ω_z / δ)	59
4.1.6. ÂNGULO DE DERIVA DO VEÍCULO (β)	60
4.1.7. GRADIENTE DE ESTERÇAMENTO (K) E MARGEM ESTÁTICA (e/L) . . .	61

4.1.8. ÂNGULO DE ROLAMENTO DO VEÍCULO (ϕ)	63
4.2. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS PRÁTICOS E TEÓRICOS . .	64
5. CONCLUSÕES	71
BIBLIOGRAFIA	76

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 01	- Força lateral em função do ângulo de escorregamento na banda de rodagem do pneu	05
FIGURA 02	- Deformação da banda de rodagem do pneu na presença das forças lateral e trativa	10
FIGURA 03	- Suspensão pneumática traseira de um ônibus	12
FIGURA 04	- Suspensão dianteira independente tipo Mcpherson de um veículo de passeio	13
FIGURA 05	- Suspensão traseira de eixo trator tipo rígido com mola parabólica	13
FIGURA 06	- Rolamento da estrutura veicular na presença de aceleração lateral	15
FIGURA 07	- Determinação da <i>altura do centro de rolamento</i> de uma suspensão através de análise cinemática de um roda . .	16
FIGURA 08	- Determinação <i>do centro de rolamento (R)</i> de uma suspensão independente tipo <i>Double Wishbone</i>	16
FIGURA 09	- Determinação <i>do centro de rolamento (R)</i> de uma suspensão de eixo rígido com <i>barras tensoras</i>	17
FIGURA 10	- Determinação <i>do centro de rolamento (R)</i> de uma suspensão traseira de eixo rígido com feixe de molas . .	17
FIGURA 11	- Modelo de barra estabilizadora	18
FIGURA 12	- <i>Geometria de Ackerman</i> (ângulos de esterçamento) de um veículo	21

FIGURA 13	- <i>Geometria de Ackerman</i> de um veículo com erro de direção.	22
FIGURA 14	- Esterçamento quase estático de um veículo representado através de um modelo de bicicleta	24
FIGURA 15	- Curva realizada por um veículo de dois eixos representado por um modelo de bicicleta	25
FIGURA 16	- Variação do ângulo de esterçamento em veículos <i>Understeer</i> , <i>Oversteer</i> e <i>Neutral Steer</i>	31
FIGURA 17	- <i>Yaw velocity gain</i> de veículos <i>Understeer</i> , <i>Oversteer</i> e <i>Neutral Steer</i>	32
FIGURA 18	- Veículo comercial de 2 eixos estudado	37
FIGURA 19	- Instrumento de medição da <i>velocidade angular</i> ω_z do veículo	39
FIGURA 20	- Instrumento de medição do <i>ângulo de esterçamento</i> δ no volante do veículo	40
FIGURA 21	- Instrumento de medição do <i>ângulo de deriva</i> β do veículo	40
FIGURA 22	- Caracterização do movimento curvilíneo de um veículo de 2 eixos	41
FIGURA 23	- Variação calculada do <i>Cornering Stiffness</i> nos eixos dianteiro e traseiro do veículo exemplo	53
FIGURA 24	- Variação calculada da força lateral nos eixos do veículo exemplo	55
FIGURA 25	- Variação calculada do ângulo de esterçamento do veículo exemplo	56
FIGURA 26	- Variação calculada da velocidade angular (ω_z) do veículo exemplo em <i>situação de regime permanente</i>	58
FIGURA 27	- <i>Yaw Velocity Gain</i> (ω_z/δ) calculado para veículo em estudo em <i>situação de regime</i>	59

FIGURA 28	- Variação calculada do ângulo de deriva (β) do veículo em estudo	60
FIGURA 29	- Variação calculada do gradiente de esterçamento (K) do veículo estudado	61
FIGURA 30	- Variação calculada da margem estática (e/L) do veículo estudado	62
FIGURA 31	- Variação calculada do ângulo de rolamento (ϕ) do veículo em estudo	63
FIGURA 32	- Comparação prática e teórica da <i>velocidade angular</i> do veículo numa curva de 47,5 m de raio a 20 km/h	64
FIGURA 33	- Comparação prática e teórica da <i>velocidade angular</i> do veículo numa curva de 47,5 m de raio a 30 km/h	65
FIGURA 34	- Comparação prática e teórica da <i>velocidade angular</i> do veículo numa curva de 47,5 m de raio a 40 km/h	66
FIGURA 35	- Comparação prática e teórica do ângulo de deriva do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 20 km/h	67
FIGURA 36	- Comparação prática e teórica do ângulo de deriva do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 30 km/h	68
FIGURA 37	- Comparação prática e teórica do ângulo de deriva do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 40 km/h	69
FIGURA 38	- Ângulos de esterçamento do veículo exemplo em curva de 47,5 m à 20, 30 e 40 km/h (medido e calculado)	70
FIGURA 39	- Gradiente de esterçamento (K) calculado para o veículo em condição de vazio numa curva de raio 47,5 m	73
FIGURA 40	- Ângulo de esterçamento calculado para o veículo em condição de vazio numa curva de raio 47,5 m	73
FIGURA 41	- Ângulo de deriva calculado para o veículo em condição de vazio numa curva de raio 47,5 m	74

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 - Gradientes de esterçamento dos pneus, sistema de direção e suspensão.	28
TABELA 02 - Parâmetros de entrada utilizados pela planilha desenvolvida.	38

LISTA DE SÍMBOLOS

A_f	- centro de guinada da suspensão dianteira
A_r	- centro de guinada da suspensão traseira
α	- ângulo de escorregamento na banda de rodagem
α_{fd}	- ângulo de escorregamento do pneu dianteiro direito
α_{fe}	- ângulo de escorregamento do pneu dianteiro esquerdo
α_r	- ângulo de escorregamento dos pneus traseiros
b	- espaçamento lateral entre molas
β	- ângulo de escorregamento ou deriva do veículo
c	- distância do centro de gravidade do veículo ao seu eixo dianteiro
C_c	- constante característica do pneu
C_α	- Cornering Stiffness do pneu
$C_{\alpha f}$	- Cornering Stiffness do eixo dianteiro
$C_{\alpha r}$	- Cornering Stiffness do eixo traseiro
$C_{\gamma f}$	- rigidez ao camber da suspensão dianteira
$C_{\gamma r}$	- rigidez ao camber da suspensão traseira
d	- distância do centro de gravidade do veículo ao seu eixo traseiro
D	- diâmetro do pneu
∂	- deformação vertical do pneu sob carga

∂a_y	- variação da aceleração lateral aplicada ao veículo
$\partial \gamma_f$	- variação do camber no eixo dianteiro
$\partial \gamma_r$	- variação do camber no eixo traseiro
$\partial \phi$	- variação do ângulo de rolamento do veículo
∂p_f	- transferência de carga na suspensão dianteira
∂p_r	- transferência de carga na suspensão traseira
δ	- ângulo de esterçamento do veículo em regime permanente
δ_A	- ângulo de Ackerman do veículo
δ_d	- ângulo de esterçamento na roda direita do eixo dianteiro
δ_e	- ângulo de esterçamento na roda esquerda do eixo dianteiro
δ_i	- ângulo de esterçamento na roda dianteira interna à curva
δ_o	- ângulo de esterçamento na roda dianteira externa à curva
e/L	- margem estática do veículo
ε_f	- inclinação longitudinal da suspensão dianteira
ε_r	- inclinação longitudinal da suspensão traseira
F_a	- força de tração agindo na banda de rodagem do pneu
F_f	- força lateral gerada por todos os pneus do eixo dianteiro
F_r	- força lateral gerada por todos os pneus do eixo traseiro
F_x	- força de frenagem ou tração possível de ser transferida pelo pneu ao pavimento numa dada situação
$F_{x\ max}$	- máxima força de frenagem ou tração possível de ser transferida pelo pneu ao pavimento
F_y	- força lateral gerada pelo pneu
ϕ	- ângulo de rolamento do veículo

g	- aceleração da gravidade
h_f	- centro de rolamento da suspensão do eixo dianteiro
h_r	- centro de rolamento da suspensão do eixo traseiro
h_l	- distância entre o centro de gravidade e o eixo de rolamento do veículo
K	- gradiente de esterçamento do veículo
K_ϕ	- rigidez ao rolamento do eixo
$K_{\phi barra}$	- rigidez torcional da barra estabilizadora
$K_{\phi f}$	- rigidez ao rolamento do eixo dianteiro
$K_{\phi r}$	- rigidez ao rolamento do eixo traseiro
K_s	- rigidez vertical da mola
K_{ss}	- rigidez torcional do sistema de direção
L	- distância entre eixos do veículo
l_i	- raio de giração de guinada do veículo
M_ϕ	- momento de rolamento
$M_{\phi f}$	- momento de rolamento no eixo dianteiro
$M_{\phi r}$	- momento de rolamento no eixo traseiro
M_v	- massa total do veículo
N	- carga vertical sobre o pneu
N_{extf}	- carga vertical sobre a roda dianteira externa à curva
N_{extr}	- carga vertical sobre a roda traseira externa à curva
N_{intf}	- carga vertical sobre a roda dianteira interna à curva
N_{intr}	- carga vertical sobre a roda traseira interna à curva
p	- pressão de enchimento do pneu

r	- raio do pneu
R	- raio da curva
r_x	- deflexão longitudinal do ponto de contato pneu-solo pela ação das forças longitudinais que agem na banda de rodagem
r_y	- deflexão lateral do ponto de contato pneu-solo pela ação das forças laterais que agem na banda de rodagem
ρ	- constante característica da suspensão
$S_{x,a}$	- escorregamento porcentual pneu-solo durante aceleração
$S_{x,b}$	- escorregamento porcentual pneu-solo durante frenagem
t	- bitola do veículo
μ	- coeficiente de atrito pneu-solo disponível e $< \mu_o$
μ_o	- máximo coeficiente de aderência pneu-solo
V	- velocidade de deslocamento do veículo
ν	- ângulo de câster do eixo dianteiro
V_w	- velocidade de rotação do conjunto roda-pneu
w	- largura da banda de rodagem do pneu
W	- peso bruto do veículo
W_f	- carga vertical sobre o eixo dianteiro
W_r	- carga vertical sobre o eixo traseiro
ω_z	- velocidade angular do veículo

RESUMO

O trabalho apresentado nesta dissertação consiste do estudo do *comportamento direcional* de um veículo comercial de 2 eixos, classificando-o quanto a sua *estabilidade* (*Oversteer*, *Understeer* ou *Neutral Steer*) e predizendo em que condições sua instabilidade torna-se crítica. Para esta finalidade, o veículo foi modelado desenvolvendo uma trajetória curvilínea de raio constante em situação de *regime permanente* e uma rotina de cálculos representa sua *dinâmica lateral*. O recurso computacional utilizado (*software Excel*) foi propositadamente escolhido tendo como premissa ser o mais simples possível, para que os custos e tempo envolvidos fossem mínimos. Foram realizadas algumas medições com o veículo em questão e, levando-se em conta todas as simplificações implementadas, os resultados práticos e teóricos demonstraram correlação satisfatória. Desta maneira, então, pode-se dizer que o instrumento desenvolvido neste trabalho pode ser aplicado como um recurso valioso durante a fase inicial de conceituação da *suspensão* de um veículo de 2 eixos, principalmente tratando-se de uma avaliação comparativa com veículos semelhantes já testados.

Palavras chave: *comportamento direcional*, *estabilidade*, *dinâmica lateral*, *suspensão*.

ABSTRACT

The work presented consists of a 2 axles light truck *directional behavior* evaluation, where computational resources applied are very simple and easy hand (*software Excel*). *Steady state cornering* concept was used to get its *stability* classification (*Oversteer, Understeer or Neutral Steer*) and show in which moment its behavior becomes unstable. Experimental measurements took place and the practical (measured) and theoretical (came from the developed model) results showed themselves satisfactory, considering all the simplifications. Thus, this procedure might be useful during a two axle light truck *suspension* development, ultimately if is adopted to compare with another one already known. Costs and time are saved in this way.

Key words: *directional behavior, stability, steady state cornering, suspension.*

1. OBJETIVO DO TRABALHO

O intuito primordial deste trabalho, motivado pelo interesse da montadora de caminhões *DaimlerChrysler do Brasil Ltda*, foi *elaborar um procedimento de cálculos* que auxiliasse a *conceituação inicial de um sistema de suspensão* no que diz respeito ao *comportamento direcional do veículo*, devendo o mesmo ser *rápido, barato e de simples manipulação*. Desta maneira, poder-se-ia dar início aos testes com protótipos mais “maduros” e menos susceptíveis a alterações posteriores.

Neste contexto, criou-se uma rotina matemática em *software Excel* que fosse capaz tanto de classificar o veículo com relação à sua *estabilidade (Oversteer, Understeer ou Neutral Steer)*, quanto predizer em que momento seu comportamento passa a ser instável. Medições em veículo foram realizadas e os resultados práticos e teóricos confrontados. Embora a validação quantitativa do procedimento adotado seja importante, o principal interesse deste trabalho é qualitativo, voltado à comparação de novos veículos com semelhantes já testados e aprovados, uma vez que o modelo generalista de pneu adotado e as simplificações matemáticas realizadas por si só limitam sua acuracidade.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Introdução

A *estabilidade de um veículo* é um quesito de suma importância a ser considerado durante seu desenvolvimento, principalmente para a conceituação de sua *suspensão*.

Nos capítulos seguintes, além dos conhecimentos essenciais sobre a *dinâmica lateral da suspensão* e dos *pneus* (quesitos imprescindíveis à análise do comportamento direcional do veículo), demonstra-se ainda o procedimento de cálculos e o processo de validação utilizados.

2.2. Pneus

Os pneus determinam as faces de contato entre o veículo e o pavimento; são os responsáveis pela geração dos movimentos de aceleração e frenagem advindos dos sistemas *motor-transmissão* e de *freios* respectivamente. Os pneus têm ainda a tarefa de gerar *forças laterais* na presença de *aceleração lateral*, dando *dirigibilidade* e *estabilidade* ao veículo.

Formado por uma mistura polimérica vulcanizada em uma emaranhada estrutura metálica, o *pneu* é considerado um *composto anisotrópico*⁽¹⁾.

A *temperatura*, a *força vertical*, a *pressão de enchimento*, o *material da banda de rodagem* e a *velocidade de rotação* são alguns dos fatores mais influentes no comportamento dinâmico do pneumático.

A força de *frenagem* ou *tração* transmitida pelo pneu é dada por:

$$F_{x\text{ máx}} = \mu_o . N \quad (1)$$

ou

$$F_x = \mu . N$$

Força de *frenagem* ou *tração* transmitida pelo pneu.

onde:

$F_{x\text{ máx}}$ = Máxima força de frenagem ou tração possível de ser transferida pelo pneu ao pavimento;

F_x = Força de frenagem ou tração possível de ser transferida pelo pneu ao pavimento numa dada situação;

μ_o = Máximo coeficiente de aderência pneu-solo;

μ = Coeficiente de atrito pneu-solo disponível na dada situação e $< \mu_o$;

N = Carga vertical sobre o pneu.

⁽¹⁾ Composto anisotrópico é aquele que apresenta diferentes propriedades mecânicas nas 3 direções espaciais (x,y,z).

Os coeficientes de aderência μ_o e μ são variáveis com alguns fatores, dentre eles *velocidade de deslocamento* do veículo, *ângulos formados entre o pneu e o solo*, *carga vertical aplicada* e *tipos de solo e pneu*. Portanto, para cada condição haverá uma situação diferente de aderência e desempenho.

No caso da *força trativa* (ou de *frenagem*) gerada pelo sistema *motor-transmissão* (ou de *freios*) ser maior que a dada pela relação acima (equação 1) haverá *escorregamento* entre a *banda de rodagem do pneu* e o *pavimento*.

Conforme REIMPELL & STOLL (1996), este *escorregamento* é dado pelas seguintes relações:

$$S_{x,b} = \frac{V - v_w}{v_w} \cdot 100 \quad [\%] \quad (2)$$

Escorregamento percentual entre o pneu e o solo durante a frenagem.

$$S_{x,a} = \frac{v_w - V}{v_w} \cdot 100 \quad [\%] \quad (3)$$

Escorregamento percentual entre o pneu e o solo durante a aceleração.

sendo:

V = Velocidade de deslocamento do veículo;

v_w = Velocidade tangencial de rotação do conjunto roda-pneu.

Ainda segundo REIMPELL & STOLL, a máxima força longitudinal (frenagem ou tração) possível de ser transferida pelo pneu é alcançada com um *escorregamento* da banda de rodagem de 10 a 30%. Por sua vez, este comportamento varia com o *tipo e condições do pavimento (atrito disponível)*.

A geração de *força lateral* pelo *pneu* ocorre de forma semelhante. Na presença de uma *perturbação lateral* ou *comando de direção*, ocorre *deformação da banda de rodagem do pneu*, surgindo um ângulo chamado *ângulo de escorregamento*. Estas grandezas podem ser visualizadas conforme a figura abaixo.

Figura 1: Força lateral em função do ângulo de escorregamento na banda de rodagem do pneu.

A relação matemática existente entre a *força lateral* produzida pelo *pneu* e o *ângulo de escorregamento* presente em sua banda de rodagem é dada por:

$$F_y = C_\alpha \cdot \alpha \quad (4)$$

[GILLESPIE (1992)]

onde:

F_y = Força lateral gerada pelo pneumático;

C_α = Rigidez torcional (*Cornering Stiffness*) do pneu;

α = Ângulo de escorregamento na banda de rodagem.

Conforme REIMPELL & STOLL, quanto maior a força lateral a ser gerada pelo pneumático, maior deve ser o ângulo de escorregamento lateral na banda de rodagem.

A *rigidez torcional do pneu (Cornering Stiffness)* é uma propriedade mecânica particular deste componente, determinada pela borracha da banda de rodagem e sua forma e rigidez estruturais. Sua magnitude depende de uma série de fatores, dentre eles *pressão de enchimento, altura percentual com relação à banda de rodagem, carga vertical aplicada, diâmetro interno etc.*

A tentativa de representar matematicamente o comportamento dinâmico de um pneu incentivou a criação de uma infinidade de modelos matemáticos, sendo a maior parte deles complexo e de difícil manipulação.

No que diz respeito ao *comportamento direcional*, ou seja, geração de forças laterais, muitos trabalhos foram elaborados, considerando-se a maioria das variáveis de influência. Aplicados no estudo da dinâmica veicular, pode-se citar alguns trabalhos relevantes, dos quais *GOLAND & JINDRA (1961)*; *BAKKER et al (1987, 1989)* e *GIM & NIKRAVESH (1990)*. A proposta de *GOLAND & JINDRA* se destaca das demais por ser a mais generalista, não dependendo de dados específicos do pneu a ser analisado.

Com este propósito, de acordo com *GOLAND & JINDRA*, primeiramente deve ser calculada a deflexão vertical do pneumático (∂), normalizada pelo seu diâmetro (D), conforme a equação seguinte.

$$\frac{\partial}{D} = 0,42 \cdot \left(\frac{D}{w}\right)^{1/2} \cdot \frac{N}{p \cdot D^2} \quad (5)$$

[GOLAND & JINDRA]

Sendo as demais variáveis utilizadas na equação acima dadas por:

w = Largura da banda de rodagem do pneu;

N = Carga vertical sobre cada pneu;

p = Pressão interna do pneu;

D = Diâmetro do pneu;

∂ = Deflexão vertical do pneu.

A seguir, ainda segundo *GOLAND & JINDRA*, calcula-se o *Cornering Stiffness* do pneu conforme a equação abaixo.

$$\begin{aligned}
 C_{\alpha} &= p.w^2.C_c \left[1,7 \cdot \frac{\partial}{D} - 12,7 \cdot \left(\frac{\partial}{D} \right)^2 \right] \text{ para } \frac{\partial}{D} \leq 0,088 \\
 &= p.w^2.C_c \left(0,095 - 0,49 \cdot \frac{\partial}{D} \right) \text{ para } \frac{\partial}{D} \geq 0,088
 \end{aligned} \tag{6}$$

sendo:

C_c = Constante característica de cada modelo de pneu utilizada para aproximar a "nuvem de pontos" do *Cornering Stiffness* (encontrados nas diferentes condições de calibragem, carga vertical e ângulos de escorregamento) à uma reta.

O último passo é, então, determinar o ângulo de escorregamento na banda de rodagem de cada pneu, sendo dado segundo *GOLAND & JINDRA*, num veículo com dois eixos, como:

$$\alpha_{fd} = \delta_d - \beta - \frac{C.\omega_z}{V} \quad \text{Ângulo de escorregamento no pneu direito do eixo dianteiro.} \tag{7}$$

$$\alpha_{fe} = \delta_e - \beta - \frac{C.\omega_z}{V} \quad \text{Ângulo de escorregamento no pneu esquerdo do eixo dianteiro.} \tag{8}$$

$$\alpha_r = \beta - \frac{d.\omega_z}{V} \quad \text{Ângulo de escorregamento nos pneus do eixo traseiro.} \tag{9}$$

onde:

δ_d = Ângulo de esterçamento na roda direita do eixo dianteiro;

δ_e = Ângulo de esterçamento na roda esquerda do eixo dianteiro;

β = Ângulo de escorregamento ou deriva do veículo na condição de regime permanente (fig. 21);

ω_z = Velocidade angular do veículo na condição de regime permanente (fig. 21);

c = Distância do centro de gravidade do veículo ao eixo dianteiro;

d = Distância do centro de gravidade do veículo ao eixo traseiro;

V = Velocidade de deslocamento do veículo.

Tendo-se o *Cornering Stiffness* de cada *pneu* e determinado o *ângulo de escorregamento* em sua banda de rodagem, a *força lateral* gerada é dada conforme a *equação 4*.

A *força lateral* em cada eixo é obtida através do somatório das *forças laterais dos pneus dos mesmos* e é o fator determinante na avaliação da *estabilidade* do veículo, uma vez que a *perda de controle* ocorre somente quando todos os *pneus de um dos eixos* perde a aderência.

Conforme GILLESPIE (1992), na presença de *força trativa* os *pneus* diminuem sua capacidade de gerar *força lateral*, sendo este fato mais perceptivo em *pneus diagonais* que em *radiais*.

Segundo REIMPELL & STOLL, na presença das forças lateral e longitudinal ocorre uma deformação na banda de rodagem do pneu. Isto gera um deslocamento do ponto de ação destas forças com relação aos eixos de simetria do pneu, produzindo um torque esterçante nas rodas (figura 2 a seguir). O sentido de ação deste momento tende normalmente a alinhar as rodas (chamado comumente de torque auto-alinhante do pneu) e altera o ângulo de escorregamento significativamente.

Figura 2: Deformação da banda de rodagem do pneu na presença das forças lateral e trativa.

O torque (momento) auto-alinhante na roda por este comportamento do pneu é dado pela seguinte equação:

$$M_t = F_y \cdot r_x + F_x \cdot r_y \quad (10)$$

[REIMPELL & STOLL]

REIMPELL & STOLL, afirmam ainda que a grandeza r_x demonstrada na figura 2 anterior, denominada *caster tire*, é responsável pela geração do *torque auto-alinhante* na roda pela ação da *força lateral* no *pneu* e depende do *ângulo de escorregamento* e da *carga vertical* sobre o mesmo.

A grandeza r_y ilustrada na figura 2 anterior é responsável pela geração do *torque alinhante* na roda pela ação da força longitudinal (*frenagem, trativa e resistência ao rolamento*). Segundo *GILLESPIE*, este *mecanismo* é mais acentuado no caso de pneus diagonais.

2.3. Suspensão

A suspensão é um sistema estrutural que tem por finalidade promover um adequado isolamento das excitações impostas ao veículo, mantendo-o numa condição confortável, segura e estável.

Pode-se dividir o sistema de suspensão em três classes: *metálicas*, *pneumáticas* e *mistas*, sendo as mesmas de eixo *rígido* (com uma viga de eixo interligando as rodas) ou *independente* (onde as rodas são independentes). Dentro desta divisão existe uma infinidade de configurações de suspensão, sendo alguns tipos básicos ilustrados a seguir.

Figura 3: Suspensão pneumática traseira de um ônibus [REIMPELL & STOLL (1996)].

Figura 4: Suspensão dianteira independente tipo McPherson de um veículo de passeio [REIMPELL. & STOLL (1996)].

Figura 5: Suspensão traseira de eixo trator tipo rígido com mola parabólica.

Conforme *FITCH (1994)*, uma suspensão ideal deve possuir os seguintes quesitos:

- Capacidade de suportar cargas;
- Transmitir os esforços de frenagem e aceleração ao chassi;
- Correta movimentação dos eixos para todas as condições de carga;
- Bom comportamento vibracional para o veículo nas várias condições de carregamento;
- Possibilitar que o sistema de direção promova um esterçamento seguro sem gerar desgaste excessivo aos pneus;
- Manter o correto alinhamento dos eixos;
- Ter baixo peso;
- Fácil manutenção.

Na presença de *aceleração lateral*, como em curvas ou manobras com mudança de direção, a *suspensão*, juntamente com os *pneus*, deve gerar as *forças* necessárias para manter o veículo equilibrado.

A *figura 6* a seguir demonstra esquematicamente o rolamento da massa suspensa de um veículo sobre as suspensões dianteira e traseira do mesmo. As forças laterais e verticais presentes nos pneus por este mecanismo são também ilustradas.

Figura 6: Rolamento da estrutura veicular na presença de aceleração lateral.

Segundo REIMPELL & STOLL, o *centro de rolamento* de uma suspensão (pontos R_r e R_f da figura 6 acima) é o ponto onde uma força lateral aplicada não gera *rolamento* à massa suspensa. Sua posição depende da *geometria* da suspensão e varia de acordo com sua *cinemática de movimento*.

Uma forma prática de encontrar a *altura do centro instantâneo de rolamento de uma suspensão* (h_R , h_F da figura 6 anterior) é realizando-se a *cinemática* do movimento de uma de suas rodas. Na figura 7 a seguir, o *deslocamento lateral da roda* (Δ_b) está representado no eixo das abcissas e seu *deslocamento vertical* (Δ_s) no eixo das ordenadas. Sendo assim, a *altura do centro momentâneo de rolamento de uma suspensão* numa dada posição Δ_b e Δ_s da roda será dada pela intersecção da reta perpendicular à curva no ponto (Δ_b, Δ_s) em questão com uma perpendicular ao eixo das abcissas no ponto $\Delta_b = t/2$.

Figura 7: Determinação da altura do centro de rolamento de uma suspensão através de análise cinemática de um roda [REIMPELL & STOLL (1996)].

Existem também métodos para se determinar o centro de rolamento de uma suspensão durante a elaboração de seu projeto, através do posicionamento de seus elementos funcionais. Sendo assim, o tipo da suspensão em análise será determinante. As figuras 8, 9 e 10 a seguir mostram alguns exemplos de análise cinemática de suspensões.

Figura 8: Determinação do centro de rolamento (R) de uma suspensão independente tipo Double Wishbone [REIMPELL & STOLL (1996)].

Figura 9: Determinação do centro de rolamento (R) de uma suspensão de eixo rígido com barras tensoras [GILLESPIE (1992)].

Figura 10: Determinação do centro de rolamento (R) de uma suspensão traseira de eixo rígido com feixe de molas [GILLESPIE (1992)].

A conexão dos *centros de rolamento* das suspensões dos eixos dianteiro e traseiro origina uma linha imaginária chamada *eixo de rolamento do veículo* (vide figura 6). Como existe uma certa distância entre este eixo e o *centro de gravidade do veículo*, um *momento de rolamento* ocorre na presença de aceleração lateral, gerando um *ângulo de rolamento* ou *inclinação lateral* de toda a estrutura veicular. A *transferência de carga* proveniente do *rolamento* da massa suspensa altera as forças *verticais* sobre cada *pneu* e influencia na sua capacidade de gerar *força lateral*.

Além das *molass* e dos *amortecedores*, as *barras estabilizadoras* (figura a seguir) têm papel determinante na resistência ao rolamento do veículo. A dimensão e posicionamento das mesmas influenciam, portanto, na estabilidade do veículo em presença de aceleração lateral, podendo inclusive alterar a característica de seu comportamento direcional.

Figura 11: Modelo de barra estabilizadora [REIMPELL. & STOLL (1996)].

REIMPELL & STOLL, afirmam que os *amortecedores*, as *molas* e a *barra estabilizadora* devem ser fixos nos eixos o mais próximo possível das rodas, pois desta maneira aumenta-se a *rigidez ao rolamento* daquela suspensão. Conforme ADAMS (1993), isto promove uma menor *inclinação lateral* da estrutura conectada (*massa suspensa*), porém a transferência de peso naquele eixo se torna mais elevada.

DIXON (1996) afirma que em *caminhões* (e veículos longos em geral) o *ângulo de rolamento* presente nas suspensões dianteira e traseira são *distintos*, uma vez que o *chassi* apresenta uma grande *flexibilidade torcional*. As *barras estabilizadoras* neste caso têm sua ação mais limitada.

Segundo REIMPELL & STOLL, uma *suspensão dianteira* com *barra estabilizadora mais rígida* (com relação à traseira) promove um comportamento mais *estável* ao veículo. Os mesmos autores afirmam ainda que uma *barra estabilizadora* mais rija na *suspensão traseira* promove um comportamento mais *neutro* aos *veículos com tração dianteira* e torna mais *instável* aquele com *tração traseira*. Em contrapartida, conforme REIMPELL & STOLL, *barras estabilizadoras mais enrijecidas* tornam o veículo mais *áspero* (*desconfortável*) e a vida dos componentes ligados (*buchas em geral*) é *denegrida*.

Conforme FITCH, em *eixo traseiro rígido* deve-se inclinar os *feixes de molas* (ou *barras tensoras longitudinais*) com sua fixação dianteira mais baixa que a correspondente traseira (vide *figura 10*). Deste modo a ponta do eixo conectada à roda comprimida (lado externo da curva) move-se para frente e a outra extremidade move-se para trás, proporcionando maior estabilidade ao veículo. No caso de *eixo dianteiro rígido* aplica-se o oposto.

No caso de suspensões independentes, *REIMPELL & STOLL*, afirmam que, para uma *estabilidade* superior, os *braços transversais da suspensão traseira* devem ser projetados de modo que na *roda comprimida* seja gerado *ângulo de convergência positiva* e a correspondente *tracionada* obtenha *convergência negativa* (o *oposto* deve ser aplicado na *suspensão dianteira* para se obter o mesmo efeito).

Conforme *REIMPELL & STOLL*, colocar uma barra *Panhard* atrás do centro da roda, no caso de *eixo traseiro*, e à frente deste ponto, no caso de *eixo dianteiro*, tornam o veículo mais *estável*. Os mesmos autores afirmam ainda que o *eixo traseiro* deve ser configurado com *ângulo de cáster* negativo, sendo o *cáster off-set* da manga de eixo maior em módulo que o *cáster tire* (dimensão r_x da *figura 2*). O *ângulo de cáster* no *eixo dianteiro* deve ser positivo (para *auto-alinhamento*). Em caso de *cáster* positivo no *eixo traseiro*, este deve ser menor que o correspondente dianteiro.

Segundo *REIMPELL & STOLL*, deve-se configurar o *eixo traseiro* com um *ângulo positivo de inclinação do pino mestre*, para que a *roda comprimida* (externa à curva) obtenha mais rapidamente um *cáster negativo* com o rolamento da massa suspensa e a *estabilidade* do veículo seja superior.

Segundo *GILLESPIE*, o *centro de guinada do eixo dianteiro* deve estar à frente do centro da roda (no *eixo traseiro* deve ser o oposto). As *forças laterais* geradas pelos *pneus* promoverão neste caso um "*esterçamento*" favorável ao eixo, dando maior *estabilidade* ao veículo.

ADAMS afirma que um *eixo traseiro* com *centro de rolamento mais elevado* possibilita a utilização de *barras estabilizadoras* e *molas* com rigidez menores, diminuindo a *transferência de carga* neste eixo.

2.4. Conceituação da estabilidade direcional de um veículo

A *estabilidade direcional* de um veículo é um importante quesito para avaliar seu desempenho. Na presença de *aceleração lateral* ou *comando no volante de direção* o veículo sofre inclinação lateral (*rolamento*), conforme ilustrado na *figura 6* e faz-se necessário a geração de forças verticais e laterais (através da *suspensão e dos pneus*) para que o mesmo mantenha-se equilibrado e estável.

Conforme GILLESPIE, num esterçamento "quase estático" (velocidade de deslocamento baixa) não existe *ângulo de escorregamento nos pneus* e o ângulo de esterçamento nas rodas pode ser dado segundo a *Geometria de Ackerman* (figura logo abaixo).

Figura 12: Geometria de Ackerman (ângulos de esterçamento) de um veículo.

onde, segundo GILLESPIE:

$$\delta_o = \frac{L}{R + \frac{t}{2}} \quad (11)$$

Ângulo de esterçamento teórico na roda dianteira externa em radianos.

$$\delta_i = \frac{L}{R - \frac{t}{2}} \quad (12)$$

Ângulo de esterçamento teórico na roda dianteira interna em radianos.

Na prática, porém, o esterçamento ilustrado na figura 12 anterior é um pouco diferenciado, para limitar os ângulos máximos nas rodas esterçantes e evitar interferências entre componentes. Desta forma, um "erro de direção" (doravante *erro*) será gerado, conforme ilustrado na figura 13 abaixo.

Figura 13: Geometria de Ackerman de um veículo com erro de direção.

Sendo assim, o ângulo de esterçamento nas rodas esterçantes (eixo dianteiro) será dado, então, por:

$$\delta_o = \frac{(L - erro)}{R + \frac{t}{2}} \quad (13)$$

Ângulo de esterçamento na roda dianteira externa (em radianos) com erro de direção.

$$\delta_i = \frac{(L - erro)}{R - \frac{t}{2}} \quad (14)$$

Ângulo de esterçamento teórico na roda dianteira interna (em radianos) com erro de direção.

Conforme GILLESPIE, o ângulo de esterçamento médio nas rodas esterçantes numa "Geometria de Ackerman" perfeita (figura 12) é definido como Ângulo de Ackerman daquele eixo e dado por:

$$\delta_A = 57,3 \cdot \frac{L}{R} \quad (15)$$

[GILLESPIE]

Com a existência de um "erro de direção" (figura 13) o Ângulo de Ackerman será um pouco distinto e dado conforme a equação abaixo:

$$\delta_A = 57,3 \cdot \frac{(L - erro)}{R} \quad (16)$$

Embora num “esterçamento quase estático” praticamente não exista *ângulo de escorregamento nos pneus*, existe um *ângulo de escorregamento (ou de deriva) positivo no centro de gravidade do veículo* (ângulo β ilustrado na *figura 14* a seguir) e as rodas traseiras estão situadas mais internamente à curva que as correspondentes dianteiras.

Figura 14: Esterçamento quase estático de um veículo representado através de um modelo de bicicleta [GILLESPIE (1992)].

Com o *aumento da aceleração lateral* imposta ao veículo, os *pneus* traseiros passam a gerar *ângulo de escorregamento* (α_r *figura 15* abaixo) e um *esterçamento* nas rodas dianteiras faz-se necessário. Os *pneus* dianteiros obtêm desta forma um *ângulo de escorregamento* (ângulo α_f *figura 15* a seguir) suficiente para gerar as *forças laterais* necessárias ao equilíbrio do movimento. O *ângulo de deriva* do veículo (β) passa a variar em função do nível de *aceleração lateral* e das *características do veículo*.

Figura 15: Curva realizada por um veículo de dois eixos representado por um modelo de bicicleta [GILLESPIE (1992)].

Segundo DIXON, para garantir que o veículo esteja equilibrado, a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$d.C_{ar} \geq c.C_{af} \quad (17)$$

sendo:

c = distância do centro de gravidade do veículo ao eixo dianteiro;

d = distância do centro de gravidade do veículo ao eixo traseiro;

C_{af} = Somatório da *Rigidez Torcional* dos pneus dianteiros;

C_{ar} = Somatório da *Rigidez Torcional* dos pneus traseiros.

Para classificar o veículo com relação à sua *estabilidade*, a maneira mais comum é analisar seu *comportamento direcional em situação de regime permanente*, ou seja, quando a progressão do ângulo de *escorregamento do veículo* (β) é tida como linear. Uma grandeza denominada *Gradiente de Esterçamento (Understeer Gradient)* é utilizada neste intuito.

O ângulo de *esterçamento no eixo dianteiro* de um veículo varia com o nível de *aceleração lateral* e com a magnitude do *gradiente de esterçamento* da seguinte maneira:

$$\delta = 57,3 \cdot \frac{(L - erro)}{R} + K \cdot \frac{V^2}{R \cdot g} \quad (18)$$

[GILLESPIE]

onde:

δ = Ângulo de esterçamento do veículo em regime permanente;

L = Distância entre eixos do veículo;

erro = Erro de direção representado na figura 13;

V = Velocidade do veículo;

R = Raio da curva;

g = Aceleração da gravidade;

K = *Gradiente de Esterçamento*.

O ângulo de esterçamento no volante do veículo é uma relação entre o *ângulo de esterçamento no eixo dianteiro* dado pela equação 18 acima e a *geometria de transmissão da caixa de direção existente*.

Um veículo que para manter-se estável numa curva, tendo sua *aceleração lateral* elevada gradativamente, necessita de um *esterçamento progressivo*, é classificado como *Understeer*, ou *Sub-esterçante*. O veículo tende a perder aderência primeiramente nos *pneus dianteiros* e neste caso seu *Gradiente de Esterçamento (K)* é *positivo*. Se, na mesma situação descrita anteriormente, o veículo necessitar de um *esterçamento regressivo*, o mesmo será classificado *Oversteer*, ou *Sobre-esterçante*. Neste caso os *pneus traseiros* tendem a perder aderência anteriormente aos *dianteiros* e o *Gradiente de Esterçamento (K)* do veículo é *negativo* (veículos *Oversteer* são mais instáveis que os *Understeer*). No caso do veículo manter o mesmo ângulo de esterçamento no decorrer de seu movimento curvilíneo, será classificado como *Neutral Steer*, ou de *comportamento neutro*. As rodas traseiras tendem a perder aderência juntamente com as *dianteiras* e o *Gradiente de Esterçamento (K)* do veículo é *nulo*.

O gradiente de esterçamento do veículo (K) depende de uma série de fatores, tais quais *cinemática dos sistemas de suspensão e direção*, *torque alinhante e rigidez dos pneus*, dentre outros (vide tabela a seguir).

Tabela 1: Gradientes de esterçamento dos pneus, sistema de direção e suspensão [GILLESPIE].

Gradiente de esterçamento (K)	Fonte geradora
$K_{pneus} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}}$	Cornering Stiffness dos pneus
$K_{camber} = \left(\frac{C_{\gamma f}}{C_{\alpha f}} \cdot \frac{\partial \gamma_f}{\partial \phi} - \frac{C_{\gamma r}}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{\partial \gamma_r}{\partial \phi} \right) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial a_y}$	Alteração do camber
$K_{rolam} = (\varepsilon_f - \varepsilon_r) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial a_y}$	Esterçamento advindo do rolamento da massa suspensa
$K_{eixo} = A_f \cdot W_f - A_r \cdot W_r$	Guinada dos eixos
$K_{pneus} = W \cdot \frac{r_x}{L} \cdot \frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{C_{\alpha f} \cdot C_{\alpha r}}$	Torque auto-alinhante dos pneus
$K_{carga} = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} \cdot \frac{2 \cdot \rho \cdot \partial p_f^2}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{2 \cdot \rho \cdot \partial p_r^2}{C_{\alpha r}}$	Transferência de carga
$K_{direção} = W_f \cdot \frac{r \cdot V + r_x}{K_{ss}}$	Torque auto-alinhante do sistema de direção

Conforme GILLESPIE, porém, para a análise do comportamento direcional do veículo em situação de regime permanente (Steady State Cornering) é bastante plausível considerar esta grandeza dependente apenas da variação da rigidez torcional dos pneus (Cornering Stiffness) em função da carga vertical sobre os mesmos (primeiro item da tabela anterior).

Por esta consideração, adotar-se-á daqui por diante o valor de K como sendo:

$$K = \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \quad (19)$$

[GILLESPIE]

sendo as variáveis discriminadas como:

W_f = Peso sobre o eixo dianteiro;

W_r = Peso sobre o eixo traseiro;

W = Peso total do veículo = $W_f + W_r$;

$C_{\alpha f}$ = Somatório da *Rigidez Torcional* dos pneus dianteiros;

$C_{\alpha r}$ = Somatório da *Rigidez Torcional* dos pneus traseiros.

$C_{\gamma f}$ = Rigidez ao camber da suspensão dianteira;

$C_{\gamma r}$ = Rigidez ao camber da suspensão traseira;

$\partial\gamma_f$ = Variação do camber no eixo dianteiro;

$\partial\gamma_r$ = Variação do camber no eixo traseiro;

$\partial\phi$ = Variação do ângulo de rolamento do veículo;

∂a_y = Variação da aceleração lateral;

$\mathcal{E}_f$ = Inclinação longitudinal da suspensão dianteira;

$\mathcal{E}_r$ = Inclinação longitudinal da suspensão traseira;

A_f = Distância do eixo dianteiro ao seu centro de guinada;

A_r = Distância do eixo traseiro ao seu centro de guinada;

r_x = Caster tire (demonstrada na figura 2 do capítulo 2);

L = Distância entre eixos;

ρ = Constante da suspensão;

∂p_f = Transferência de carga vertical no eixo dianteiro;

∂p_r = Transferência de carga vertical no eixo traseiro;

r = raio do pneu;

V = ângulo de câster;

K_{ss} = Rigidez torcional do sistema de direção.

Todos os mecanismos de geração do *gradiente de esterçamento* K demonstrados na *tabela 1* estão presentes em *situação de regime permanente* e, embora não sendo considerados no presente trabalho, contribuem para uma melhor estabilidade do veículo (comportamento *Understeer*).

Além dos *pneus*, da *suspensão* e do *sistema de direção*, o *sistema trativo* também gera um certo *gradiente de esterçamento* K , sendo geralmente negativo em veículos com tração traseira (tendência *Oversteer*) e positivo naqueles com tração dianteira (tendência *Understeer*).

A figura 16 a seguir exemplifica o comportamento de veículos *Understeer*, *Oversteer* e *Neutral Steer* demonstrando a variação do ângulo de esterçamento (equação 15) em função da velocidade do veículo.

Figura 16: Variação do ângulo de esterçamento em veículos *Understeer*, *Oversteer* e *Neutral Steer* [GILLESPIE (1992)].

Outra forma comum de caracterizar um veículo com relação ao seu comportamento direcional é através da análise de seu *ganho da velocidade angular* ω_z em função do ângulo de esterçamento δ (ou *Yaw Velocity Gain*). A equação que determina esta grandeza (equação 20) e a ilustração de seu comportamento em veículos *Understeer*, *Oversteer* e *Neutral Steer* (figura 17) estão demonstrados a seguir.

$$\frac{\omega_z}{\delta} = \frac{\frac{V}{L}}{1 + \frac{K.V^2}{57,3.L.g}} \quad \text{Yaw Velocity Gain} \quad (20)$$

[GILLESPIE]

sendo:

ω_z = Velocidade de guinada do veículo = V/R ;

δ = Ângulo de esterçamento no eixo dianteiro do veículo (graus);

L = Distância entre eixos do veículo (m);

V = Velocidade do veículo (m/s);

g = Aceleração da gravidade (m/s^2).

K = Gradiente de Esterçamento (graus/g de aceleração lateral);

Figura 17: Yaw velocity gain de veículos Understeer, Oversteer e Neutral Steer [GILLESPIE (1992)].

Além do *Gradiente de Esterçamento* (K), uma outra grandeza utilizada para avaliar a estabilidade direcional de um veículo é sua *Margem Estática* (e/L).

Conforme *DIXON*, a relação matemática que determina o valor da *Margem Estática* de um veículo é dada por:

$$\text{Margem Estática} = \frac{e}{L} = \frac{d \cdot C_{ar} - c \cdot C_{af}}{(C_{af} + C_{ar}) \cdot L} \quad (21) \quad [DIXON]$$

sendo:

e = Distância entre o centro de gravidade e o *ponto neutro do veículo* ⁽¹⁾;

c = Distância entre o centro de gravidade e o eixo dianteiro;

d = Distância entre o centro de gravidade e o eixo traseiro;

$L = c + d$ = Distância entre eixos;

C_{af} = Somatório da rigidez torcional dos pneus do eixo dianteiro;

C_{ar} = Somatório da rigidez torcional dos pneus do eixo traseiro.

⁽¹⁾ O ponto neutro de um veículo é aquele onde uma força lateral aplicada não gera momento de guinada.

Quando a *margem estática do veículo* (e/L) é *positiva*, significa que o mesmo tem um comportamento *sub-esterçante* (*Understeer*). No caso da *margem estática* ser *negativa*, o comportamento do veículo é *sobre-esterçante* (*Oversteer*).

Além de classificar o veículo com relação ao seu *comportamento direcional*, pode-se ainda, dentro do *regime permanente*, avaliar sua *estabilidade* na presença de *aceleração lateral* e predizer em que situação o veículo pode vir a apresentar uma condição *insegura*.

Quando os níveis de aceleração lateral são baixos (*até 0,3g*), os ângulos de *rolamento* (ϕ) e de *escorregamento lateral* (β) do veículo alteram-se quase linearmente e o *comportamento direcional* do veículo pode ser analisado em situação de *regime permanente* de forma bastante representativa. Segundo DIXON, nesta condição a *distribuição de peso nos eixos* e a *variação da rigidez torcional* (*Cornering Stiffness*) dos pneus são os fatores de maior influência. Este procedimento pode ser utilizado como uma importante ferramenta no desenvolvimento da suspensão de um veículo, uma vez que possibilita uma análise satisfatória de sua *estabilidade* em situações normais de utilização. Em situações adversas, onde ocorrem solicitações mais severas (*acelerações laterais elevadas*), pode-se, ao menos, obter uma *boa previsão* do *comportamento direcional* resultante e assim decidir pela configuração de suspensão mais satisfatória.

Apud DIXON, em acelerações laterais acima de 0,3g, se tornam preponderantes as *variações dinâmicas na rigidez e no amortecimento da suspensão* (*comportamento não linear*), bem como os *atritos*, a *elasticidade* dos componentes e os *mecanismos de esterçamento adicionais*.

Neste caso, conforme *DIXON*, pode haver um desbalanceamento das forças transmitidas pela suspensão ao veículo (*erros cinemáticos*), gerando forças residuais que atuam no *centro de rolamento da suspensão*. A estrutura veicular se eleva como um todo e a magnitude dos *ângulos de rolamento e deriva* passam a se alterar de forma *não linear*. Em *eixos rígidos*, ainda segundo *DIXON*, este comportamento tem menor relevância que no caso de *suspensões independentes*, pois naqueles as rodas sempre mantêm suas posições relativas e afetam-se reciprocamente.

O comportamento do *trem de força* e do *sistema de freios* tem certa influência no desempenho dinâmico dos *sistemas de direção e suspensão*, que, através de suas respectivas configurações geométricas, juntamente das características dos *pneus*, são os maiores responsáveis pela *estabilidade direcional* do veículo. Segundo *GILLESPIE*, todos estes sistemas têm sua parcela de participação na determinação do *gradiente global de esterçamento do veículo (K)*, conforme demonstrado anteriormente na *tabela 1* e, sendo assim, estão diretamente relacionados com o *grau de esterçamento* necessário ao veículo a fim de que o mesmo mantenha-se *estável* na presença de *aceleração lateral*.

Em *situação de regime permanente*, que é o alvo de estudo deste trabalho, pode-se perfeitamente adotar que o *gradiente de esterçamento K* depende basicamente da *transferência de peso nos eixos (suspensão)* e das *propriedades dinâmicas dos pneus* (primeiro item da *tabela 1*). Sendo assim, como já dito anteriormente, a *equação 19* regerá esta grandeza daqui por diante.

3. METODOLOGIA DE TRABALHO

Tendo por base a teoria sobre *dinâmica veicular* apresentada anteriormente (*capítulo 2*), desenvolveu-se, com o intuito de estudar o *comportamento direcional de um veículo exemplo de 2 eixos*, uma *planilha de cálculos* (com equações linearizadas) e à partir desta, através de gráficos característicos, pôde-se avaliar seu desempenho. O procedimento básico empregado foi simular o *comportamento direcional* do veículo numa curva de raio constante em *situação de regime permanente* (*Steady State Cornering*).

Em situação real, um veículo comercial *Mercedes Benz* de 2 eixos (ilustrado na *figura 18* a seguir) foi instrumentado e colocado a desenvolver uma *curva de raio constante em situação de regime permanente*. Os parâmetros de interesse para a análise do comportamento direcional de um veículo (ângulo de esterçamento δ , ângulo de deriva β e velocidade angular ω_z) foram, então, registrados e serão utilizados mais adiante para a validação do procedimento de cálculo desenvolvido neste trabalho.

3.1. Configuração do veículo exemplo

O veículo comercial utilizado para este estudo está ilustrado na figura abaixo e possui *suspensões dianteira e traseira* dotadas de *molas parabólicas*, *barras estabilizadoras* (conceitualmente semelhante ao ilustrado respectivamente nas *figuras 5 e 11* do *capítulo 2*) e amortecedores.

Figura 18: Veículo comercial de 2 eixos estudado.

O desempenho dos amortecedores e demais sistemas existentes no veículo (*motor, direção, quadro etc*) foram neste estudo *desconsiderados*, uma vez que em *situação de regime permanente* suas influências são secundárias.

Os *centros de rolamento* das *suspensões dianteira e traseira*, parâmetros imprescindíveis para o cálculo da transferência de carga em rolamento, foram determinados conforme ilustrado na *figura 10* do *capítulo 2*.

Com todas estas considerações, os dados necessários para a utilização do procedimento desenvolvido são, portanto, os principais *parâmetros de conceituação de um veículo comercial de 2 eixos*, como exemplifica a tabela a seguir.

Tabela 2: Parâmetros de entrada utilizados pela planilha desenvolvida.

Peso do veículo
Aceleração da gravidade
Massa do veículo
Bitola do eixo dianteiro
Bitola do eixo traseiro
Distância do c.g. ao eixo dianteiro
Distância do c.g. ao eixo traseiro
Altura do c.g. com relação ao solo
Rigidez de cada mola do eixo dianteiro
Rigidez de cada mola do eixo traseiro
Número de molas no eixo dianteiro
Número de molas no eixo traseiro
Pressão interna dos pneus dianteiros
Pressão interna dos pneus traseiros
Largura da banda rodagem dos pneus dianteiros
Largura da banda rodagem dos pneus traseiros
Ccf dos pneus do eixo dianteiro
Ccr dos pneus do eixo traseiro
Distância entre eixos
Velocidade final
Nº de pneus no eixo dianteiro
Nº de pneus no eixo traseiro
Raio da curva
Diâmetro dos pneus dianteiros
Diâmetro dos pneus traseiros
Distância lateral entre as molas do eixo dianteiro
Distância lateral entre as molas do eixo traseiro
Altura do centro de rolamento do eixo dianteiro
Altura do centro de rolamento do eixo traseiro
Rigidez da barra de torção dianteira
Rigidez da barra de torção traseira

* Os valores numéricos reais dos parâmetros acima não foram transcritos por confidencialidade comercial, a pedido da montadora DaimlerChrysler do Brasil que desenvolveu o veículo exemplo utilizado no teste de pista.

3.2. Medição do veículo exemplo

O veículo comercial *Mercedes Benz* demonstrado na *figura 18* foi instrumentado e colocado em *situação de regime permanente* a desenvolver uma curva de raio constante de $47,5\text{ m}$ na pista de testes da *Pirelli* em *Sumaré - SP*.

Foram executadas três passagens consecutivas com o veículo trafegando em velocidade constante de 20 , 30 e 40 Km/h respectivamente.

As variáveis de interesse para a análise de seu comportamento direcional (ângulo de esterçamento δ , ângulo de deriva β e velocidade angular ω_z) foram registradas e serão úteis para a validação da metodologia de cálculo desenvolvida neste trabalho com o intuito de estudar a estabilidade de um veículo de 2 eixos. As *figuras 19*, *20* e *21* a seguir ilustram a instrumentação do veículo para tal finalidade.

Posição:
10 mm à esquerda da linha de centro longitudinal do veículo e 2439 mm atrás da linha de centro do eixo dianteiro.

Figura 19: Instrumento de medição da velocidade angular ω_z do veículo

Figura 20: Instrumento de medição do ângulo de esterçamento δ no volante do veículo

Posição:
10 mm à direita da linha
de centro longitudinal do
veículo e 2439 mm atrás
da linha de centro do eixo
dianteiro.

Figura 21: Instrumento de medição do ângulo de deriva β do veículo

3.3. Procedimento matemático desenvolvido

As equações newtonianas linearizadas 22 e 23 a seguir representam o movimento do veículo na situação de *regime permanente* ilustrada abaixo e estão escritas no referencial fixo ao veículo em seu centro de gravidade.

Figura 22: Caracterização do movimento curvilíneo de um veículo de 2 eixos.

$$M_v \cdot V \cdot (\dot{\beta} + \omega_z) = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad \text{Somatório das forças laterais nos pneus} \quad (22)$$

$$M_v \cdot l_i^2 \cdot \dot{\omega}_z = c \cdot (F_1 + F_2) - (L - c) \cdot (F_3 + F_4) \quad \text{Somatório dos torques gerados pelas forças laterais nos pneus} \quad (23)$$

onde:

c = distância do centro de gravidade do veículo ao eixo dianteiro;

M_v = massa do veículo;

V = Velocidade tangencial do C.G. do veículo na situação em questão;

l_i = raio de giração de guinada do veículo;

β = ângulo de escorregamento do veículo na condição de regime permanente precedente à perturbação instantânea;

$\dot{\beta}$ = derivada temporal do ângulo de escorregamento do veículo na condição de regime permanente precedente à perturbação instantânea;

ω_z = velocidade angular do veículo na condição de regime permanente precedente à perturbação instantânea;

$\dot{\omega}_z$ = aceleração angular do veículo na condição de regime permanente precedente à perturbação instantânea;

$F_i, i = 1,2,3,4$ = Forças laterais geradas pelos pneus.

Para resolver as equações 22 e 23 anteriores e obter os resultados de interesse para avaliar a *estabilidade* do veículo em situação de *regime permanente*, foi utilizada a seguinte rotina de cálculo:

- (1) Rigidez ao rolamento das suspensões dianteira e traseira;
- (2) Momento de rolamento nos eixos;
- (3) Transferência dinâmica de carga nas rodas;
- (4) Carga vertical total sobre cada roda;
- (5) Deflexão dos pneus;
- (6) *Cornering Stiffness* nos pneus;
- (7) *Cornering Stiffness* nos eixos.

3.3.1. Rigidez ao rolamento das suspensões dianteira e traseira:

A rigidez ao rolamento de cada eixo (K_ϕ) é dada por uma relação entre rigidez torcional da barra estabilizadora (dependente de sua geometria, material, dimensões e posições de fixações) e a rigidez ao rolamento da suspensão, conforme demonstra a equação abaixo [GILLESPIE].

$$K_\phi = 0,5.K_s.b^2 + K_{\phi barra} \quad (24)$$

Sendo:

K_s = Rigidez vertical de cada mola (dianteira ou traseira);

$K_{\phi barra}$ = Rigidez torcional da barra estabilizadora (dependente do material e geometria da mesma);

b = Distância lateral entre as molas do eixo;

3.3.2. Momento de rolamento nos eixos [GILLESPIE]:

A partir do procedimento anterior, calcula-se, então, o *momento de rolamento em cada eixo*, conforme dado a seguir:

➤ *Momento de rolamento no eixo dianteiro*

$$M_{\phi f} = K_{\phi f} \cdot \frac{W.h_1.V^2/R.g}{K_{\phi f} + K_{\phi r} - W.h_1} + W_f.h_f.V^2/R.g \quad (25)$$

➤ *Momento de rolamento no eixo traseiro:*

$$M_{\phi r} = K_{\phi r} \cdot \frac{W \cdot h_1 \cdot V^2 / R \cdot g}{K_{\phi f} + K_{\phi r} - W \cdot h_1} + W_r \cdot h_r \cdot V^2 / R \cdot g \quad (26)$$

sendo:

W = Peso do veículo (N);

W_f = Peso sobre o eixo dianteiro;

W_r = Peso sobre o eixo traseiro;

h_f = Centro de rolamento eixo dianteiro;

h_r = Centro de rolamento eixo traseiro;

h_I = Distância do C.G ao eixo de rolamento do veículo;

$K_{\phi f}$ = Rigidez ao rolamento da suspensão dianteira;

$K_{\phi r}$ = Rigidez ao rolamento da suspensão traseira;

R = Raio da curva;

g = Aceleração da gravidade;

V = Velocidade do veículo;

3.3.3. Transferência dinâmica de carga nas rodas [GILLESPIE]:

A transferência de carga entre as rodas internas e externas de cada eixo quando o veículo executa uma curva é dada por:

$$\partial_{pf,r} = \frac{M_{\phi f,r}}{t} \quad (27)$$

3.3.4. Força vertical sobre cada roda dos eixos:

$$N_{ext f,r} = \frac{W_{f,r}}{2} + \partial_{pf,r} \quad (\text{Roda externa à curva}) \quad (28)$$

$$N_{int f,r} = \frac{W_{f,r}}{2} - \partial_{pf,r} \quad (\text{Roda interna à curva}) \quad (29)$$

3.3.5. Deflexão vertical dos pneus [GOLAND & JINDRA]:

A deflexão em cada pneu (∂), normalizada pelo seu diâmetro, é dada pela equação 5 do capítulo 2 e segue conforme abaixo:

$$\partial/D = 0,42 \cdot \left(\frac{D}{w}\right)^{1/2} \cdot \frac{N}{p \cdot D^2} \quad (5)$$

Sendo:

W = Largura do pneu;

N = Carga vertical sobre cada pneu;

p = Pressão interna do pneu;

D = Diâmetro do pneu;

∂ = Deflexão vertical do pneu.

3.3.6. Cornering Stiffness de cada pneu [GOLAND & JINDRA]:

$$\begin{aligned}
 C_{\alpha} &= p \cdot w^2 \cdot C_c \cdot \left[1,7 \cdot \frac{\partial}{D} - 12,7 \cdot \left(\frac{\partial}{D} \right)^2 \right] \text{ para } \frac{\partial}{D} \leq 0,088 \\
 &= p \cdot w^2 \cdot C_c \cdot \left(0,095 - 0,49 \cdot \frac{\partial}{D} \right) \text{ para } \frac{\partial}{D} \geq 0,088
 \end{aligned} \tag{6}$$

sendo:

C_c = Constante característica do pneumático.

3.3.7. Cornering Stiffness dos eixos:

$$C_{\alpha f} = \sum C_{\alpha} \text{ pneus dianteiros} \tag{30}$$

$$C_{\alpha r} = \sum C_{\alpha} \text{ pneus traseiros} \tag{31}$$

3.3.8. Força lateral dos eixos:

$$F_f = \sum [C_{\alpha \text{ pneus dianteiros}}] \cdot (\alpha_{fd} + \alpha_{fe}) / 2 \quad (32)$$

$$F_f = \sum [C_{\alpha \text{ pneus traseiros}}] \cdot \alpha_r \quad (33)$$

Sendo α_{fd} , α_{fe} , α_r dados pelas equações 7, 8 e 9 respectivamente.

Com todas estas grandezas previamente determinadas, o passo seguinte é obter os parâmetros e resultados que definem e avaliam a *estabilidade direcional* do veículo.

3.4. Definição da estabilidade direcional do veículo

Pelo capítulo 2 anterior, os parâmetros que definem a estabilidade direcional de um veículo são o *Gradiente de Understeer (K)* e a *Margem Estática (e/L)* do mesmo. Desta maneira, pode-se classificá-lo como *Understeer*, *Oversteer* ou *Neutral Steer*.

3.4.1. Gradiente de esterçamento do veículo (K):

Pela teoria descrita no item 2.4 do capítulo anterior, o *Gradiente de Understeer (K)* é um parâmetro de classificação da estabilidade de um veículo e pode ser calculado conforme a equação 19.

3.4.2. Margem estática do veículo (e/L):

Conforme DIXON, a relação matemática que determina o valor da *Margem Estática* de um veículo é dada pela equação 21 do capítulo anterior e também pode ser utilizada como uma grandeza de classificação de sua estabilidade.

3.5. Mensuração do comportamento direcional do veículo

Dentre as grandezas que mensuram o comportamento direcional do veículo, estão aquelas que são *variáveis de controle* e outras que representam a *resposta* do veículo.

3.5.1. Ângulo de esterçamento do veículo (δ):

O ângulo de esterçamento é uma *grandeza de controle* do veículo na presença de *aceleração lateral*. Conforme GILLESPIE, em *situação de regime permanente* sua magnitude pode ser calculada conforme a equação 18 do capítulo 2.

3.5.2. Ângulo de deriva ou escorregamento do veículo (β):

O ângulo de deriva do veículo, gerado pela presença de *aceleração lateral* e demonstrado na *figura 14* do capítulo 2 anterior, pode ser adotado como um parâmetro de resposta do veículo.

A equação que determina esta grandeza em *situação de regime permanente* (equação 31 a seguir) está conforme aquela descrita por JINDRA (1963), sendo ainda acrescido um *fator de erro* que é inerente ao projeto de um sistema de direção.

$$\beta = \frac{(d - \text{erro})}{R} - \left(\frac{W_r}{C_{\alpha r}} \cdot \frac{V^2}{g \cdot R} \right) \quad (34)$$

Sendo:

d = Distância do c.g. ao eixo traseiro do veículo

R = Raio da curva;

W_r = Peso sobre o eixo traseiro;

C_{ar} = Somatório da rigidez torcional dos pneus do eixo traseiro.

g = Aceleração da gravidade;

V = Velocidade do veículo;

$erro$ = Erro de direção representado na figura 13.

3.5.3. Velocidade angular do veículo (ω_z):

A velocidade angular ω_z , que também é um parâmetro de resposta do veículo, pode ser aproximada, em situação de regime permanente, conforme GILLESPIE, por:

$$\omega_z = 57,3 \cdot \frac{V}{R} \quad (35)$$

3.5.4. Ganho da velocidade angular do veículo (ω_z / δ):

Conforme GILLESPIE, em situação de regime permanente, esta grandeza, também conhecida como *Yaw Velocity Gain*, é calculada segundo a equação 20 do capítulo 2.

3.5.5. Ângulo de rolamento do veículo (ϕ) [GILLESPIE]:

$$\phi = \left(\frac{W \cdot h_1}{k_{\phi f} + k_{\phi r} - W \cdot h_1} \right) \cdot \frac{V^2}{R \cdot g} \quad (36)$$

Sendo:

W = Peso do veículo (N);

h_1 = Distância do C.G ao eixo de rolamento do veículo;

$K_{\phi f}$ = Rigidez ao rolamento da suspensão dianteira;

$K_{\phi r}$ = Rigidez ao rolamento da suspensão traseira;

R = Raio da curva;

g = Aceleração da gravidade;

V = Velocidade do veículo;

Para melhor interpretar o comportamento direcional do veículo, outros gráficos também foram traçados e serão demonstrados, bem como discutidos, nos capítulos posteriores.

4. RESULTADOS

Tendo por base a teoria apresentada na revisão de literatura (*capítulo 2*) e metodologia de trabalho adotada (*capítulo 3*), desenvolveu-se, como explanado anteriormente, um procedimento de cálculo simples e rápido, via *planilha Excel*, para avaliar-se a *estabilidade direcional de um veículo comercial de 2 eixos*. A condição para tanto, foi simulá-lo numa *curva de raio constante em situação de regime permanente*, onde pode-se assumir que seu comportamento é praticamente *linear*.

O veículo comercial *Mercedes Benz* de 2 eixos utilizado para este estudo (*figura 18 capítulo 3*) em situação de plena carga (peso bruto de 9 toneladas) foi instrumentado e colocado numa pista de testes a fim de serem obtidos os parâmetros de interesse.

Os resultados *teóricos* (advindos do procedimento matemático desenvolvido) e *práticos* (adquiridos na medição) foram, então, confrontados, conforme demonstrar-se-á ao longo deste capítulo.

Além desta correlação, necessária para validar o procedimento adotado, houve ainda a *avaliação e classificação da estabilidade direcional do veículo comercial de 2 eixos* utilizado neste estudo, elucidados juntamente à apresentação dos resultados teóricos procedentes.

4.1. Resultados teóricos e discussões:

4.1.1. Cornering Stiffness dos eixos:

Para chegarmos ao *Cornering Stiffness* de cada eixo, esta grandeza deve primeiramente ser calculada para cada pneu do veículo, conforme a equação 6 do capítulo 2. Feito isto, basta efetuar-se a soma aritmética para obter o *Cornering Stiffness* disponível em cada eixo (equações 30 e 31 do capítulo 3).

Para o veículo de estudo em questão, o *Cornering Stiffness* de cada eixo comporta-se conforme a figura 23 abaixo.

Figura 23: Variação calculada do *Cornering Stiffness* nos eixos dianteiro e traseiro do veículo exemplo.

Na faixa de 0 a 50 km/h o *Cornering Stiffness* de ambos os eixos é praticamente constante, sendo o do eixo traseiro maior que o dianteiro pelo fato daquele ter o dobro de pneus deste.

Com o aumento da velocidade, a descendente da curva do *Cornering Stiffness* do eixo traseiro é mais acentuada que a do eixo dianteiro, sendo que por volta de 100 Km/h ocorre a inversão desta relação, ou seja, o eixo dianteiro passa a ter um *Cornering Stiffness* maior que o correspondente traseiro.

Por volta de 105 Km/h o eixo traseiro tem seu *Cornering Stiffness* igual a zero, o que gera, segundo a equação 1 do capítulo 2, a perda de aderência do mesmo. Este fato ocorre no eixo dianteiro por volta dos 111 km/h, embora não faça mais sentido tal análise, uma vez que o veículo está fora de controle no momento em que o eixo traseiro perde sua aderência.

4.1.2. Força lateral dos eixos:

Para confirmar o fenômeno descrito no item 4.1.1 anterior, o comportamento da *força lateral* disponível em cada eixo (equação 1 do capítulo 2) foi também levantado, conforme ilustra-se na figura 24 a seguir.

Figura 24: Variação calculada da força lateral nos eixos do veículo exemplo.

A força lateral do eixo traseiro é maior que a correspondente do eixo dianteiro durante quase todas as faixas de velocidade, quando então por volta dos 105 Km/h vai à zero (*Cornering Stiffness* nulo, como mostra a figura 23). Isto gera a perda de aderência do mesmo e o descontrole do veículo como um todo.

4.1.3. Ângulo de esterçamento do veículo (δ):

Para manter-se na curva, o veículo necessita de um *ângulo de esterçamento* que o controle, grandeza esta dada pela *equação 18* do capítulo 2.

A variação do ângulo de esterçamento do veículo em estudo está representado na *figura 25* abaixo.

Figura 25: Variação calculada do ângulo de esterçamento do veículo exemplo.

A *figura 16* do capítulo 2 demonstra como caracteriza-se um veículo pela variação do ângulo de esterçamento do mesmo em presença de aceleração lateral (*Understeer*, *Oversteer* ou *Neutral Steer*). Por este critério, nota-se que, segundo a *figura 25* anterior, o veículo comercial de 2 eixos em estudo apresenta um comportamento *levemente sub-esterçante* (*Understeer*) até por volta dos 25 Km/h (ângulo de esterçamento suavemente crescente).

Isto justifica-se pelo fato de que até esta faixa de velocidade a magnitude do *Gradiente de Esterçamento* (K) também é crescente e positiva (vide *equação 19* do capítulo 2 e *figura 29* adiante). A partir de então o gradiente de esterçamento passa a decrescer e, desta forma, o ângulo de esterçamento começa a decair. Por volta dos 33 Km/h o *Gradiente de Esterçamento* passa a ser negativo (*figura 29*) e o veículo passa a ter um comportamento *Oversteer*.

A *figura 25* anterior demonstra ainda que o *ângulo de esterçamento* torna-se *nulo* por volta de 76 Km/h (*Velocidade Crítica*). A partir disto, o *ângulo de esterçamento necessário para manter o veículo na curva* passa a ser *negativo*, gerando ao veículo uma condição mais *instável*, porém ainda *controlável*.

Por volta dos 105 Km/h o *ângulo de esterçamento necessário* tende a $-\infty$, pois é justamente nesta velocidade que o eixo traseiro perde toda sua aderência, conforme demonstrado na *figura 24*. Neste instante o veículo passa a ter *instabilidade acentuada*, sendo praticamente *incontrolável*.

4.1.4. Velocidade angular (ω_z) do veículo:

A velocidade angular (ω_z) do veículo está demonstrada na *figura 22* do *capítulo 3* e seu equacionamento, em *situação de regime permanente*, pode ser adotado conforme a *equação 35* do mesmo capítulo.

A *figura 26* a seguir ilustra o comportamento linear desta grandeza, no veículo em questão, segundo as aproximações passíveis de serem aplicadas em *regime permanente*.

Figura 26: Variação calculada da velocidade angular (ω_z) do veículo exemplo em situação de regime permanente.

Como esperado pelas considerações adotadas, a velocidade angular do veículo tende a aumentar linearmente com a elevação de sua velocidade de deslocamento, devido às maiores acelerações laterais presentes.

4.1.5. Ganho da velocidade angular do veículo (ω_z / δ):

Também conhecida como *Yaw Velocity Gain*, esta grandeza demonstra a relação entre a *velocidade angular do veículo* (ω_z) e o ângulo de esterçamento imposto (δ).

A *figura 27* a seguir demonstra como o veículo em estudo se comporta neste aspecto.

Figura 27: Yaw Velocity Gain (ω_z/δ) calculado para veículo em estudo em situação de regime permanente.

No capítulo 2 (*figura 17*) foi apresentado como pode-se classificar um veículo com relação ao *ganho de sua velocidade angular em função do ângulo de esterçamento aplicado*.

A figura 27 anterior corrobora o que foi dito para o ângulo de esterçamento no item 4.1.3, ou seja, até por volta dos 25 Km/h o comportamento do veículo é *levemente Understeer* (parábola descendente) e, a partir de então, passa a ser *Oversteer* (parábola ascendente), tendendo a $+\infty$ por volta dos 76 Km/h (velocidade crítica do veículo, onde o ângulo de esterçamento torna-se nulo).

4.1.6. Ângulo de deriva do veículo (β):

O ângulo de deriva do veículo, ilustrado na figura 15 do capítulo 2, demonstra a atitude do veículo perante acelerações laterais. A formulação que define esta grandeza em *situação de regime permanente* encontra-se na equação 34 do capítulo 3.

A figura 28 abaixo demonstra a variação desta grandeza no veículo de estudo a partir do procedimento de simulação desenvolvido.

Figura 28: Variação calculada do ângulo de deriva (β) do veículo em estudo.

Como pode ser observado, o *ângulo de deriva* (β) do veículo utilizado na simulação varia de forma quase linear até aproximadamente 50 Km/h, onde o nível de aceleração lateral presente esta por volta de 0,4 g. Por volta de 105 km/h seu valor tende a $-\infty$, justamente quando o eixo traseiro perde sua aderência, pois seu *Cornering Stiffness* torna-se nulo, conforme ilustrado na *figura 23*.

4.1.7. Gradiente de esterçamento (K) e Margem Estática (e/L):

Para finalizar a classificação do veículo em estudo, justificando tudo o que foi dito até o momento, faz-se necessário avaliar o comportamento destas duas grandezas. As formulações que as regem são representadas respectivamente pelas equações 19 e 21 do capítulo 2.

O comportamento dinâmico do veículo estudado com relação a estas duas variáveis seguem logo abaixo.

Figura 29: Variação calculada do gradiente de esterçamento (K) do veículo estudado.

Figura 30: Variação calculada da margem estática (e/L) do veículo estudado.

Ambas as grandezas representadas pelas figuras 29 e 30 são levemente crescentes e positivas até por volta dos 25 Km/h, caracterizando o comportamento do veículo como *levemente Understeer* até este ponto. Acima desta velocidade, tanto o *Gradiente de Esterçamento*, quanto a *Margem Estática* decaem, tornando-se negativos por volta dos 33 Km/h. Neste ponto o veículo passa a ter um comportamento *Oversteer* e por volta dos 105 Km/h ambas as variáveis tendem a $-\infty$, velocidade onde o *Cornering Stiffness* do eixo traseiro é nulo (vide figura 23).

É importante ressaltar que todos os mecanismos descritos na *tabela 1* do *capítulo 2* influenciam de forma benéfica a estabilidade direcional do veículo e tendem a aumentar positivamente os valores do *Gradiente de Esterçamento* e da *Margem Estática*. Portanto, os valores práticos destas variáveis tendem a ser um tanto quanto maiores, proporcionando ao veículo um comportamento ainda mais *Understeer*.

4.1.8. Ângulo de rolamento do veículo (ϕ):

O ângulo de rolamento (ϕ) também é um importante parâmetro para avaliar a estabilidade lateral de um veículo, principalmente em veículos comerciais, onde o centro de gravidade está numa posição bastante elevada com relação ao solo.

O comportamento desta variável no veículo comercial simulado está representado na *figura 31* abaixo.

Figura 31: Variação calculada do ângulo de rolamento (ϕ) do veículo em estudo.

O comportamento linear desta grandeza é característico das aproximações realizadas no estudo da *estabilidade direcional* de um veículo em situação de regime permanente.

Na realidade esta variável é imensamente dependente das flexibilidades da suspensão e principalmente do quadro do veículo, sendo, portanto, difícil calculá-la de forma muito precisa.

4.2. Comparação entre os resultados práticos e teóricos:

As variáveis medidas e utilizadas para comparação com os valores teóricos obtidos a partir do modelo desenvolvido foram o *ângulo de esterçamento* δ , *ângulo de deriva* β e a *velocidade angular* ω_z do veículo.

As figuras seguintes demonstram a comparação destas variáveis (medidas e simuladas) com o veículo trafegando numa curva de raio 47,5 m em velocidades de 20, 30 e 40 km/h.

Figura 32: Comparação (medição e simulação) da *velocidade angular* (ω_z) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 20 km/h.

Figura 33: Comparação (medição e simulação) da velocidade angular (ω_z) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 30 km/h.

Figura 34: Comparação (medição e simulação) da velocidade angular (ω_z) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 40 km/h.

Figura 35: Comparação (medição e simulação) do ângulo de deriva (β) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 20 km/h.

Figura 36: Comparação (medição e simulação) do ângulo de deriva (β) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 30 km/h.

Figura 37: Comparação (medição e simulação) do ângulo de guinada (β) do veículo exemplo numa curva de 47,5 m de raio a 40 km/h.

Figura 38: Ângulos de esterçamento do veículo exemplo em curva de 47,5 m à 20, 30 e 40 km/h (comparação entre os valores medidos e o calculado).

5. CONCLUSÕES:

As figuras 32, 33 e 34 demonstraram a correlação *prática e teórica* existente entre a *velocidade angular ω_z* do veículo exemplo executando uma curva com *raio constante de 47,5 m* respectivamente nas velocidades de 20, 30 e 40 Km/h. Constata-se, portanto, que ao que se refere a esta variável, o modelo simplificado de cálculo adotado no procedimento desenvolvido é bastante preciso.

A outra variável que mensura a atitude direcional do veículo, seu *ângulo de deriva ou escorregamento lateral (β)*, também foi abordada da mesma maneira, conforme ilustrado nas *figuras 35, 36 e 37*. Através da correlação *prática e teórica* demonstrada nestas ilustrações nota-se que a acuracidade é bastante satisfatória, em vista de que a magnitude dos ângulos medidos é consideravelmente pequena.

A variável de controle do veículo, o *ângulo de esterçamento δ* , foi correlacionada de acordo com a *figura 38*. Pela medição desta variável, pôde-se constatar que o veículo na prática tem um comportamento levemente *Understeer* de 0 a 30 Km/h (ângulo de esterçamento crescente) e, de 30 a 40 Km/h, permanece neutro (mesmo ângulo de esterçamento). Na simulação matemática (*figura 25*), a faixa em que o veículo é *Understeer* encontra-se de 0 à 25 Km/h. Após isto, o veículo passa a ter seu ângulo de esterçamento parcialmente reduzido até os 33 Km/h, uma vez que o *Gradiente de Esterçamento K* ainda é positivo, porém menor que o existente entre 0 e 25 Km/h). Aos 33 Km/h o *Gradiente de Esterçamento K* passa a

ser negativo e o veículo torna-se, então, *Oversteer*. Além disto, a magnitude dos *ângulos de esterçamento* prático e teórico comparados na *figura 38* são um tanto quanto diferentes. Estas pequenas diferenças são explicáveis pelo fato de *não terem sido considerados todos os mecanismos de auto-alinhamento (geometria de direção e pneus) e demais fontes geradoras de gradiente de esterçamento K contidas na tabela 1*. Porém, acima dos 40 Km/h, a simulação é fiel à realidade (comportamento *Oversteer* do veículo), fato este comprovado durante avaliações funcionais em pista. Sendo assim, considera-se também que o ângulo de esterçamento simulado é bastante próximo do encontrado em situação real e que o comportamento direcional do veículo na prática conseguiu ser simulado pelo procedimento matemático desenvolvido.

Conclui-se, então, que a metodologia de cálculo desenvolvida pode simular qualitativamente o comportamento direcional de um veículo de 2 eixos, estando apto, portanto, a ser utilizado como uma ferramenta simples e rápida durante a fase de conceituação de um novo veículo, principalmente na comparação deste com um outro existente e já homologado.

A planilha desenvolvida pode ainda ser utilizada para a análise qualitativa de um veículo com mais de 2 eixos (caminhões e ônibus) com suspensão metálica, desde que seja encontrado previamente seu *eixo de rolamento*.

Esta sistemática de cálculo pode ser utilizada ainda para prever o comportamento do veículo de forma precisa em qualquer situação de carga ou mediante alterações na configuração original de sua suspensão, sem a necessidade de serem realizados testes práticos para esta análise. Como um exemplo disto, as figuras posteriores demonstram como seria o comportamento direcional do veículo estudado em condição de vazio.

Figura 39: Gradiente de esterçamento (K) (calculado pelo procedimento desenvolvido) do veículo em estudo em condição de vazio simulando-o numa curva de raio 47,5 m.

Figura 40: Ângulo de esterçamento do veículo em estudo vazio (calculado pelo procedimento desenvolvido) simulando-o numa curva de raio 47,5 m.

Figura 41: Ângulo de deriva do veículo em estudo vazio (calculado pelo procedimento desenvolvido) simulando-o numa curva de raio 47,5 m.

Comparando-se as figuras 29 e 39, as quais mensuram a variação do *gradiente de esterçamento* K do veículo estudado carregado e vazio respectivamente, pode-se observar que no caso em que o veículo está sem carga seu comportamento é *Understeer* em todas as faixas de velocidade, uma vez que seu gradiente de esterçamento (K) cresce exponencialmente tendendo a $+\infty$ por volta dos 128 Km/h. Já no caso do veículo carregado, nota-se que o *gradiente de esterçamento* K tem seu valor suavemente crescente até os 25 Km/h, decai até por volta dos 33 Km/h e passa a ser negativo à partir de então.

De forma análoga, pode-se observar nas figuras 25 e 40 a variação do *ângulo de esterçamento* δ no veículo carregado e vazio respectivamente, valendo as mesmas constatações do *gradiente de esterçamento* K explanadas no parágrafo anterior.

Avaliando-se finalmente a estabilidade do veículo nas situações carregado e vazio, a variação do ângulo de deriva β em ambas as condições de carga (*figuras 28 e 41* respectivamente) demonstra que o veículo vazio tem estabilidade superior ao carregado, uma vez que o ângulo β em questão tende a $-\infty$ numa velocidade superior naquele (*128 km/h e 105 km/h* respectivamente).

Portanto, conclui-se que o trabalho desenvolvido pode ser utilizado como uma ferramenta útil para a análise do comportamento direcional de um veículo comercial de 2 eixos (com suspensão metálica), tanto comparando-o com veículos semelhantes já existentes quanto para prever seu comportamento em diferentes situações de carga e modificações na suspensão.

BIBLIOGRAFIA

Adams, H. *Chassis Engineering*. Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1993.

Bakker, E.; Nyborg, L.; Pacejka, H.B. (1987). Tyre modeling for use in vehicle dynamics studies.

In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, USA, 1987. Anais.

Detroit, USA, SAE, Paper 870421.

Bakker, E.; Lidner, L.; Pacejka, H.B. (1989). A new tyre model with an application in vehicle dynamics studies.

In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, USA, 1989. Anais.

Detroit, USA, SAE, Paper 890087.

Dixon, J.C. *Tires, Suspension and Handling*. 2.ed. Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1996, p.181-429.

Fitch, W.F. *Motor Truck Engineering Handbook*. 4.ed. Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1994, p.225-238.

Gillespie, T.D. *Fundamental of Vehicle Dynamics*. Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1992, p.125-305.

Gim, G.; Nikraves, P. E. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamics simulations – part I. *International Journal of Vehicle Design*, v.11, n.6, 1990.

Goland, M.; Jindra, F. (1961). Car handling characteristics. *Automobile Engineer*, v.51, n.8, p.296-302, agosto.

Jindra, F. (1963). Tractor and semi-trailer handling. *Automobile Engineer*, v.53, n.11, p.438-446, outubro.

Reimpell, J.; Stoll, H. *The Automotive Chassis: Engineering Principles*. Warrendale, Society of Automotive Engineers, 1996.