

**AVALIAÇÃO DA RIGIDEZ ROTACIONAL EM ESTRUTURAS PLANAS DE
MADEIRA CONCEBIDAS POR ELEMENTOS UNIDIMENSIONAIS COM DOIS
PARAFUSOS POR NÓ**

Eng.º André Luis Christoforo

Dissertação de Mestrado apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, como parte dos
requisitos para a obtenção do título de mestre
em Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Francisco Antônio Rocco Lahr

São Carlos
2003

Dedico o presente trabalho em memórias
ao meu querido pai.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, pois sem a sua intervenção na minha vida este trabalho certamente não seria realizado.

Aos meus doces e queridos familiares, minha mãe Marlene Lúcia Politi Christoforo, as minhas irmãs Yeda Christoforo Petrassi, Luciana Maria Christoforo e Maria Do Carmo Christoforo, ao meu cunhado Orlando Petrassi Junior e aos meus dois sobrinhos Diego Christoforo Petrassi e Túlio Christoforo Petrassi, pessoas que me dão forças para batalhar e para viver, pessoas que estão sempre do meu lado, almas iluminadas pelo qual eu cinto extremo orgulho e admiração, e que tenho o grande privilégio de tê-las em minha vida.

A família de minha mãe, pessoas fantásticas, responsáveis por parte da minha educação e formação como pessoa, e que estarão sempre vivas em meu coração.

Aos amigos que fiz ao longo desta jornada de estudos, tive e tenho o prazer e o privilégio de trabalhar junto a pessoas tão nobres, que contribuíram de certa forma no desenvolvimento do meu trabalho e que me apoiaram em momentos difíceis. Não poderia deixar de citar o nome de meu grande amigo e “irmão” Giuliano Aparecido Romanholo, Oscar Bayardo e Arthur Dias Mesquita, amigos estes que sempre estiveram ao meu lado, seus esforços para a recuperação da minha saúde não serão jamais esquecidos.

Ao meu querido professor Francisco Antônio Rocco Larh, pelos grandes esforços a mim prestados, pela paciência, pela atenção e pela amizade que construímos.

A todos os funcionários do departamento, ao querido pessoal da secretaria e da biblioteca, pois sem os vossos esforços, este trabalho certamente não seria realizado.

Ao CNPQ, pela bolsa de estudos a mim concedida.

Sumário

Lista de figuras.....	i
Lista de tabelas.....	iv
Lista de gráficos.....	v
Lista de símbolos.....	vi
Listas de siglas e abreviaturas.....	ix
Resumo.....	xi
<i>Abstract</i>.....	xii
1.Introdução.....	01
1.1. Preliminares.....	01
1.2. Madeira (aspectos gerais).....	04
1.3. Objetivos.....	04
1.4. materiais e métodos.....	05
1.5. Apresentação do trabalho.....	07
1.6. justificativas.....	09
2. Revisão bibliográfica.....	10
2.1 Introdução ao estudo das ligações semi-rígidas.....	10
2.2 Estudo das ligações semi-rígidas na última década.....	12
3. Determinação da matriz de semi-rigidez rotacional.....	18
3.1 Método da flexibilidade.....	18
3.2 Modificação das forças de engastamento.....	19
3.3 Modificação da matriz de rigidez do elemento.....	30
3.3.1 Matriz de rigidez considerando-se apenas o efeito rotacional.....	30
4. Análise do comportamento semi-rígido para um modelo simples.....	39
4.1 Comentários gerais.....	39
4.2 Construção dos gráficos.....	41

4.2.1	Construção dos gráficos momento fletor x rigidez.....	42
4.2.2	Construção dos gráficos deslocamento transversal x rigidez.....	43
4.2.3	Construção dos gráficos rotação x rigidez.....	44
5.	Avaliação da rigidez através da ligação parafusada.....	46
5.1	Comentários gerais.....	46
5.2	Determinação do momento resistente.....	47
5.3	Disposição construtiva.....	48
6.	Avaliação dos momentos da estrutura.....	49
6.1	Comentários gerais.....	49
6.2	Alteração da rigidez nas extremidades das barras.....	49
7.0.	Aspectos computacionais.....	51
7.1.	Preliminares.....	51
7.2.	Método dos deslocamentos.....	51
7.3.	Fluxograma.....	53
7.4.	Matriz de transformação de coordenadas.....	55
7.5.	Sistema de coordenadas globais.....	56
7.6.	Sistema de coordenadas locais.....	57
7.7.	Arquivo de entrada e saída de dados.....	57
7.7.1.	Arquivo de entrada de dados.....	59
7.7.1.1.	Arquivo de entrada de dados para uma estrutura do tipo Howe.....	59
7.7.1.2.	Arquivo de saída de dados para uma estrutura do tipo Howe.....	62
8.	Exemplos de aplicação.....	69
8.1.	Comentários gerais.....	69
8.2.	Exemplos.....	70
8.2.1.	Estrutura Howe.....	70
8.2.2.	Meia estrutura Howe em balanço.....	77
8.2.3.	Estrutura Pratt.....	79
8.2.4.	Estrutura Bowstring.....	82
8.2.5.	Estrutura Fink.....	84
8.2.5.1.	Obtendo-se um pré-dimensionamento das barras.....	85

8.2.5.2. Sem a obtenção do dimensionamento das barras.....	86
9. Comentários finais e conclusões.....	88
9.1. Comentários gerais.....	88
10. Bibliografia consultada.....	91
11. Referências bibliográficas.....	95
ANEXO: Listagem do programa (P.S-R).....	100

Lista de figuras

Figura 3.1.a Elemento com ambas extremidades rotuladas.....	19
Figura 3.1.b Elemento com ambas extremidades engastadas.....	19
Figura 3.1.c Elemento com uma extremidade engastada e outra semi rígida.....	19
Figura 3.2. Elemento com uma extremidade semi-rígida e a outra extremidade rígida: determinação das forças de engastamento perfeito.....	21
Figura 3.3. Relação deslocamento – rotação.....	22
Figura 3.4. Elemento com ambas as extremidades semi-rígidas: Determinação da matriz de rigidez.....	29
Figura 3.5. Elemento com dois graus de liberdade.....	37
Figura 4.1. Barra bi-engastada nas extremidades.....	39
Figura 5.0. Arranjos típicos de ligações parafusadas.....	46
Figura 5.1. Esforços envolvidos em uma ligação parafusada.....	47
Figura 5.2. Espaçamento mínimo entre parafusos.....	48
Figura 7.1. Fluxograma simplificado do programa.....	54
Figura 7.2. Sistema de transformação de coordenadas.....	55
Figura 7.3. Matriz de transformação de coordenadas.....	56
Figura 7.4. Sistema de coordenadas globais para um nó típico.....	56
Figura 7.5. Sistema de coordenadas locais para um elemento de barra de pórtico.....	57
Figura 7.6. Estrutura do tipo meia Howe.....	59
Figura 8.1.a Estrutura Howe, L=10.80 m.....	71
Figura 8.1.b Estrutura Howe, L=21.60 m.....	72
Figura 8.1.c Estrutura Howe, L=32.40 m.....	75

Figura 8.2 Meia estrutura howe em balanço, $L=14.40$ m.....	77
Figura 8.3. Estrutura Pratt, $L=8.40$ m.....	79
Figura 8.4. Estrutura Bowstring, $L=25.20$ m.....	82
Figura 8.5.a Estrutura Fink, $L=10.80$ m.....	84
Figura 8.5.b Pré-dimensionamento das barras.....	85
Figura 9.1. Caminho preferencial da redistribuição dos momentos solicitantes.....	90

Lista de tabelas

Tabela 5.1- Materiais usados nos parafusos.....	49
Tabela 8.1.a Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=10.80 m...	71
Tabela 8.2.a Valor do deslocamento no meio do vão.....	72
Tabela 8.2.b Valor do deslocamento no meio do vão, L=21.60 m.....	73
Tabela 8.1.c Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=32.40 m...	75
Tabela 8.2.c Valor do deslocamento no meio do vão, L=32.40 m.....	77
Tabela 8.3. Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=14.40 m.....	78
Tabela 8.4. Valor do deslocamento na extremidade do vão, L=10.80 m.....	79
Tabela 8.5. Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=8.40 m.....	80
Tabela 8.6. Valor do deslocamento no meio do vão, L=8.40 m.....	81
Tabela 8.7. Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L= 25.20m.....	82
Tabela 8.8. Valor do deslocamento no meio do vão, L=25.20 m.....	84
Tabela 8.9. Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=10.80 m.....	86
Tabela 8.10. Valor do deslocamento no meio do vão, L=10.80 m.....	87

Lista de gráficos

Gráfico 4.1.a - Relação momento fletor x rigidez.....	42
Gráfico 4.1.b - Relação momento fletor x rigidez.....	43
Gráfico 4.2.a. - Relação deslocamento transversal x rigidez.....	43
Gráfico 4.2.b - Relação deslocamento transversal x rigidez.....	44
Gráfico 4.3.a - Relação rotação x rigidez.....	45
Gráfico 4.3.b - Relação rotação x rigidez.....	45

Lista de símbolos

θ - Unidade de rotação na extremidade do elemento

Φ - Coeficiente de resistência

$[F_{jj}]$ - Matriz de flexibilidade

$[K'_M]$ - Matriz de rigidez considerando apenas o efeito rotacional

$[S_{jj}]$ - Matriz de rigidez modificada

$[S_M^0]$ - Matriz de rigidez para pórticos planos

$[S'_M]$ - Matriz de rigidez sem a consideração do efeito axial

$[T]$ - Matriz de transformação

A - Área da seção transversal

A_p - Área bruta do parafuso

C - Constante utilizada no cálculo da matriz de rigidez modificada

d - Deslocamento sofrido pela viga após o carregamento

$[K]$ - Matriz de rigidez da estrutura

$\{U\}$ - Vetor de deslocamentos nodais da estrutura

$\{F\}$ - Vetor de forças nodais externas

F - Unidade de força

Lista de siglas e abreviaturas

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

ANSYS - Structural Nonlinearities: User's Guide for Revision Houston

ASTM - American Society for Testing and Materials

Eurocode 3 (EC3) - European Committee for Standardization

FEP - Forças de Engastamento Perfeito

ISO - International Organization of Standardization

MEF - Método dos Elementos Finitos

MOE - Modulus of Elasticity

MRE - Matriz de Rigidez do Elemento

MTP - Modelo de Três Parâmetros

NBR - Norma Brasileira Registrada

TPI - Truss Plate Institute

UK - United Kindon

P.S-R - Programa de Pórtico Semi-Rígido

RESUMO

CHRISTOFORO, A.L. Avaliação da rigidez rotacional em estruturas planas de madeira concebidas por elementos unidimensionais com dois parafusos por nó São Carlos, 2003. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho, é desenvolvido um programa através do método dos deslocamentos, em que o mesmo leva em consideração a influência do efeito da semi-rigidez rotacional nas ligações formadas por dois parafusos sobre o comportamento mecânico da estrutura. Esta configuração de parafusos é devidamente escolhida em função de sua corrente aplicação em estruturas de madeira, principalmente em estruturas auxiliares ou de cobertura. Vários exemplos de estruturas típicas de cobertura são executados considerando-se as três formas que o presente programa analisa, evidenciando-se a importância do comportamento semi-rígido sobre as ligações.

Palavras-chave: método dos deslocamentos – estruturas de madeira.

Abstract

CHRISTOFORO, A.L. Evaluation of the rigidity rotational in plane structures of wood become pregnant by one-dimensional elements with two screws by node. São Carlos, 2003. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

In this work, a program is developed through the method of the displacements, in that the same get the worst of the influence of the effect of semi-rigidity rotational in the connections formed by two screws about the mechanical behavior of the structure. This configuration of screws is chosen properly in function of your current application in wood structures, mainly in auxiliary structures or of covering. Several examples of typical structures of covering are executed being considered the three analysis forms in that the present program executes, being evidenced the importance of the semi-rigid behavior about the connections.

Key word: method of the displacements–wood structures.

Capítulo 1

Introdução

1.1. Preliminares

Com a corrente evolução do conhecimento científico, a engenharia civil, assim como todas as outras ciências, tem mostrado grande evolução nas suas descobertas.

O grande propósito das ciências tecnológicas é a de utilizar os princípios providos das ciências naturais como a matemática, a física, a química entre outras, visando um maior conhecimento sobre um determinado fenômeno, para que se possa equacioná-lo de forma correta e precisa, buscando maior eficiência e segurança nos seus resultados, desenvolvendo métodos e (ou) soluções para a melhoria das condições de vida do ser humano no planeta.

A engenharia civil tem como responsabilidade, além de outras, o estudo das edificações como proposta de solução para os problemas do crescimento da população mundial em função do tempo.

A mecânica e a termodinâmica são os ramos da física que são frequentemente empregados na engenharia civil no caso do estudo em particular do comportamento mecânico das estruturas. A junção destes dois ramos associados e a aplicação de certas condições de contorno ou restrições adotadas em função do comportamento físico-mecânico dos materiais empregados na engenharia, deu o surgimento à mecânica dos sólidos.

As estruturas são formadas por elementos estruturais unidos por ligações, os elementos estruturais são responsáveis pela absorção das ações externas à estrutura assim como ao seu peso próprio. O equilíbrio estrutural ocor-

re de tal forma que o trabalho mecânico das ações externas (força) seja igual ao trabalho mecânico das ações internas (esforços solicitantes).

As ligações são os elementos responsáveis pela redistribuição dos esforços entre os elementos. Na engenharia, foram elaborados alguns modelos teóricos ideais de cálculo para as ligações, com algumas hipóteses simplificadoras de cálculo, como a que considera que os esforços solicitantes são transmitidos integralmente entre os elementos, evidenciando-se o comportamento teoricamente indeformável. As ligações são conhecidas como perfeitamente rotuladas e engastadas. As rótulas são ligações que não transmitem momento ou flexão aos elementos estruturais, elas transmitem apenas esforços normais e axiais no plano do elemento. O engastamento perfeito, além de transmitir esforços axiais e normais, transmite também os esforços oriundos de flexão no plano do elemento.

Com o advento da análise experimental, o engenheiro descobriu que não só os materiais empregados na construção da ligação eram responsáveis pela sua rigidez, em virtude desta variar de acordo com a disposição dos mesmos.

O estudo da deformabilidade das ligações no desempenho da estrutura foi analisada primeiramente nos Estados Unidos da América por RATHBUN (1936).

Esse autor chegou à conclusão de que as ligações apresentavam um comportamento “semi-rígido”, ou seja, o valor absoluto da rigidez nas ligações estava dentro de um intervalo compreendido entre os modelos ideais de cálculo, entre a rótula e o engaste perfeito. A partir daí, houve a necessidade de um estudo particular do comportamento das ligações, determinando seus efeitos sobre a estrutura quando desconsiderada. O termo “ligações semi-rígidas” foi inicialmente utilizado em meados da década de 30 em estruturas metálicas, sendo incorporado às estruturas de madeira do fim do século XX. Este termo está relacionado, a princípio com a rigidez à flexão ou da flexibilidade da ligação.

O estudo do comportamento estrutural em pórticos concebidos de nós semi-rígidos pode ser encontrado com grande facilidade na literatura técnica.

Em MONFORTON & WU (1963), encontram-se as modificações matemáticas na matriz de rigidez e dos respectivos esforços de bloqueio dos elementos da estrutura, levando-se em consideração, as deformabilidades das ligações.

A deformabilidade das ligações entre os elementos estruturais de madeira são geralmente determinadas por meio de resultados experimentais, e muito raramente são elaborados modelos analíticos que representem o comportamento da resistência e da rigidez da ligação.

Os resultados baseados apenas em procedimentos puramente experimentais são na maioria das vezes muito caros e, além disso, existe limitação na aplicação dos resultados, por serem aplicados a ligações com as mesmas dimensões e detalhamento.

Uma outra forma da determinação qualitativa e quantitativa na rigidez da ligação é desenvolver uma modelagem analítica que consiga retratar o comportamento da mesma, entretanto, como ligação revela uma certa complexidade na questão do seu comportamento, é necessário que se faça juntamente com a modelagem uma análise experimental para a validação desta modelagem teórica.

Uma outra alternativa para a determinação da deformabilidade das ligações é por meio de procedimentos numéricos. Esses surgiram e ganharam amplitude de uso a partir do advento dos computadores, quando então, vários métodos numéricos surgiram na tentativa da resolução de problemas estruturais que anteriormente eram calculados de forma analítica. A análise numérica do comportamento semi-rígido das ligações começou com WEAVER & GERE (1986) com o método da flexibilidade. A partir deste método, foi possível determinar os coeficientes de semi-rigidez rotacional e de translação na matriz de rigidez de um elemento de barra de pórtico. Esse artigo foi o grande responsá-

vel pela construção do algoritmo numérico do programa construído e que consta do presente trabalho.

1.2. Madeira (aspectos gerais)

Atualmente as estruturas de madeira têm sido amplamente empregadas na construção civil, em edificações residenciais, comerciais, industriais, pontes etc.

Além de a madeira ser utilizada como elemento estrutural, ela também é empregada na construção de fôrmas para estruturas de concreto por seu baixo custo e facilidade que a mesma apresenta na questão da montagem das fôrmas e também é muito utilizada como suporte (escora) para estruturas metálicas, de concreto e de madeira.

A utilização da madeira como elemento estrutural ocorre por causa de certas propriedades da mesma como: material abundante, renovável, durabilidade média de 50 anos aproximadamente para madeiras com tratamento adequado (processo de secagem e técnicas de utilização), resistência ao fogo (não apresenta distorção quando esta fica submetida a altas temperaturas, revelando-se aí uma certa vantagem da madeira com relação ao aço) e resistência química (apresenta boa resistência química quando tratada corretamente. Embora a madeira seja um material que apresenta notáveis características físicas e mecânicas, o seu emprego como elemento estrutural só não é maior em nosso país em virtude da falta de conhecimento de suas propriedades, e também, por causa do crescimento desordenado das serrarias que produzem os elementos estruturais, não fazendo uso de documentos normativos para a padronização e controle de qualidade dos elementos de madeira fabricados.

1.3. Objetivos

Os objetivos gerais a serem alcançados no presente trabalho são:

a) inclusão do comportamento das ligações semi-rígidas na matriz de rigidez do elemento de estruturas planas, modificando-as pela introdução de coeficientes que considerem apenas a rigidez rotacional das ligações;

b) elaborar um programa computacional P.S-R (Pórtico Semi-Rígido), onde o mesmo considere essa matriz de rigidez modificada, com o respectivo coeficiente para a rigidez rotacional.

c) desenvolver um modelo para retratar a resistência de cálculo de ligações executadas com dois parafusos.

d) efetuar a implementação dessa resistência das ligações semi-rígidas no programa computacional, elaborado nas etapas anteriores, utilizando-se o processo iterativo, onde, ao final de cada iteração, efetua-se uma correção da rigidez das ligações nos valores obtidos em função da resposta da última etapa;

e) analisar o comportamento do deslocamento, da rotação e do momento em função da rigidez da estrutura.

f) efetuar vários exemplos com estruturas de diferentes configurações e diferentes vãos, com a finalidade de se comparar os resultados obtidos por meio da análise estrutural com e sem o efeito semi-rígido, verificando-se a validade do estudo deste tipo de ligação

1.4. Materiais e métodos

O desenvolvimento dos coeficientes de semi-rigidez à rotação serão determinados usando o método da flexibilidade proposto por WEAVER & GERE (1986), ao serem encontrados tais coeficientes de flexibilidade para os referidos graus de liberdade de rotação nas extremidades do elemento, estes serão transformados em coeficientes de semi-rigidez pelo processo de inversão da matriz de flexibilidade. Esta matriz terá dimensão 4X4 em função das incidências cinemáticas entre as coordenadas de rotação e translação normal ao plano do elemento, em que uma influência ou reflete no comportamento da outra, e, serão lançados à matriz de rigidez do elemento de pórtico plano de dimensão 6X6, as duas coordenadas axiais restantes, terão seus coeficientes de rigidez

determinados pelo método dos deslocamentos Cada nó do elemento é composto por três graus de liberdade, sendo dois de translação e um de rotação.

A matriz de rigidez modificada do elemento de barra de pórtico plano, assim como as ações nodais equivalentes provenientes do carregamento linearmente distribuído, considerado no presente trabalho, foram desenvolvidas através do método da flexibilidade.

As ligações, assim como os elementos, seguem o comportamento elástico linear (regime de proporcionalidade entre causa e efeito).

O método dos deslocamentos foi o procedimento matemático utilizado na construção do código do programa desenvolvido no presente trabalho.

Os coeficientes de semi-rigidez rotacional (em módulo) foram determinados no presente programa P.S-R (Pórtico Semi-Rígido), em função do software comercial SAP2000, sendo que a determinação destes coeficientes encontra-se no quarto capítulo deste trabalho.

Portanto, tendo-se os coeficientes extremos determinados, que serão auxiliares vitais para a determinação da rigidez equivalente, a semi-rigidez será determinada como sendo um valor intermediário entre estes dois coeficientes.

As ligações entre os elementos estruturais são concebidos por dois parafusos (quantidade mínima de parafusos estipuladas por documentos normativos), onde as resistências dos mesmos seguem também o comportamento elástico linear, em função do critério de resistência a tração do material (tabela 5.1). Os dois parafusos localizados nas extremidades de cada elemento geram um binário em função do seu espaçamento, criando assim um momento resistente que, pelas características do material, seguem também o comportamento elástico linear.

Quando o momento solicitante é maior que o resistente da ligação, esta passa a não mais resistir a esforços de flexão, o esforço excedente a este nó é propagado aos seus vizinhos pelos elementos estruturais, estes esforços excedentes serão redistribuídos de forma que a estrutura encontre uma nova configuração de equilíbrio. Nesta situação, a rigidez da ligação passa a não ser mais

a inicialmente computada, agora é necessário determinar a rigidez equivalente ou a rigidez atualizada. Este é, portanto, o intuito do presente trabalho, e a correção da rigidez será realizada através de um algoritmo numérico iterativo implementado no programa.

Esta situação evidencia que todos os nós da estrutura possuem capacidade no máximo igual ao valor limite de resistência do momento, determinado pela resistência dos parafusos assim como a sua configuração ou a sua disposição geométrica.

É importante lembrar que o estudo do presente trabalho restringe-se apenas à análise do comportamento da ligação, ou seja, quais são as suas influências sobre o comportamento mecânico da estrutura. Para um determinado caso em que a estrutura tenha todas as suas ligações afetadas, este pode ser caracterizado como um critério de ruína estrutural, a partir daí, as ligações não trabalham mais em regime elástico linear.

1.5. Apresentação do trabalho

No capítulo 2, é apresentado o conteúdo bibliográfico em forma de revisão, coletado e utilizado como fonte enriquecedora de conhecimentos responsáveis pela elaboração do presente trabalho.

No capítulo 3, é apresentado o conteúdo teórico responsável pela determinação da matriz de semi-rigidez rotacional de um elemento de barra de pórtico e, também, dos valores das ações nodais equivalentes, providas de um carregamento linearmente distribuído ao longo deste elemento, determinado com o objetivo de se ilustrar o método da flexibilidade utilizado na elaboração do presente trabalho.

No capítulo 4, é apresentada a validade dos dados do arquivo de saída elaborado no programa, em função da determinação dos coeficientes de semi-rigidez rotacional que foram ajustados com o auxílio do software SAP2000. Um exemplo literal é apresentado neste capítulo e dele, foram extraídos os gráficos que confrontam a rigidez da ligação com esforços de flexão, deslocamentos

transversais ao ponto de aplicação da ação e rotações nas extremidades do elemento, validando o comportamento semi-rígido adotado no programa, em função do comportamento não linear entre as grandezas citadas acima, que foram comparadas com os resultados do trabalho de WEAVER & GERE (1986).

No capítulo 5, é apresentado o estudo que leva em consideração a rigidez em função da disposição dos parafusos na ligação, este estudo é analítico, este modelo matemático é o responsável pela determinação da resistência da ligação.

No capítulo 6, é apresentado a forma como o programa corrige os esforços nas ligações que perderam rigidez, esta perda de rigidez se dá quando o momento resistente da ligação é menor que o solicitante (processo iterativo), os esforços são absorvidos pela ligação de forma que ela assume, a priori, o comportamento de engaste perfeito (modelos ideais de cálculo) e, a partir daí, com o valor dos esforços solicitantes de flexão na ligação, o programa P.S-R faz as comparações entre ações e reações e as corrige iterativamente se necessário.

No capítulo 7, são apresentados os métodos e os procedimentos numéricos para a construção do programa P.S-R, assim como a sua apresentação através do arquivo de entrada e saída de dados do programa efetuado para um exemplo de uma estrutura plana do tipo meia Howe em balanço.

No capítulo 8, foram executados, através do presente programa, vários exemplos de estruturas usuais, objetivando-se a influência do comportamento semi-rígido das ligações sobre as estruturas.

No capítulo 9, encontra-se as conclusões retiradas a respeito dos exemplos efetuados no capítulo anterior, portanto, neste capítulo, encontram-se as conclusões finais do presente trabalho.

Em seguida, no capítulo 10, encontra-se a relação da bibliografia consultada para a elaboração deste trabalho.

Em seguida, no capítulo 11, encontra-se a relação de materiais bibliográficos que não foram consultados ao longo da elaboração deste trabalho, fica

como sugestão para os pesquisadores interessadas em desenvolver seus trabalhos baseados nesta linha de pesquisa.

1.6. Justificativas

Alguns programas comerciais tais como SAP, ANSYS entre outros, realizam a análise do comportamento de ligações semi-rígidas pela inclusão de coeficientes que fazem variar a rigidez das ligações dentro de um intervalo próximo de zero (porém diferente) a um, fornecendo os dados relativos a esforços e deslocamentos no seu arquivo de saída de dados, perante a utilização deste tipo de análise (comportamento semi-rígido das ligações).

O programa P.S-R busca uma rigidez equivalente de acordo com o carregamento adotado para uma estrutura com um tipo particular de ligação, a concebida de dois parafusos por nó de elemento. Caso os esforços excedam a resistência da ligação, esta terá a sua rigidez corrigida numericamente, e esta rigidez atualizada é exibida no arquivo de saída de dados do presente programa, além do fornecimento dos dados de esforços e de deslocamentos nodais dos elementos da estrutura.

Sendo assim, o usuário não precisa atribuir certos coeficientes para as ligações no arquivo de entrada de dados do programa, basta apenas escolher os materiais (tipo de aço), bem como o seu espaçamento. Este espaçamento é estipulado pela NBR 8800:1986; maiores detalhes sobre as ligações, encontram-se no capítulo 5 deste trabalho.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

2.1. Introdução ao estudo das ligações semi-rígidas

De acordo com RIBEIRO (1997) o estudo das ligações teve início na Inglaterra no início do século XIX, com WILSON & MOORE, onde foram ensaiadas ligações rebitadas do tipo viga-coluna, com a finalidade de analisar o seu comportamento considerando a relação momento-rotação.

Um trabalho de suma importância foi o de JOHNSTON & MOUNT (1942), que analisaram pórticos com ligações semi-rígidas.

Posteriormente, SHOROCHNIKOFF (1950) verificou a influência das forças por ação do vento em ligações semi-rígidas para o mesmo tipo de estrutura.

LOTHERS (1951) propôs equações para representar a restrição elástica de ligações semi-rígidas.

FRYE & MORRIS (1975) utilizaram processos iterativos para obter o comportamento das ligações. KRISHNAMURTHY ET al. (1979) aplicaram o método dos elementos finitos (MEF) na obtenção de curvas de momento-rotação para ligações com chapa de aço. JONES ET al. (1980) verificaram a influência das ligações semi-rígidas em colunas de aço. SIMITSES & VLAHINOS (1982), também estudaram a estabilidade de pórticos planos com ligações semi-rígidas.

As características estruturais das ligações semi-rígidas foram obtidas a partir de ensaios em escala real. MARAGHECHI & ITANI (1984) verificaram que as rigidezes axial e rotacional das ligações têm influência apreciável nas solicitações das/ barras, enquanto que a rigidez ao cisalhamento tem seu efeito desprezível. De acordo com Santos (1998), em 1986, BIJLAARD analisou a influ-

ência das ligações semi-rígidas no comportamento global da estrutura. WEAVER & GERE (1986) obtiveram os momentos de engastamento perfeito e a matriz de rigidez do elemento, por modificação de casos idealizados.

STATON ET al. (1986) E DOLAN (1987), estudaram o comportamento de ligações do tipo viga-pilar com chapa soldada resistentes à flexão, as chapas eram soldadas nas bordas superior e inferior da viga.

Outro modo de incluir o comportamento de ligações semi-rígidas na análise de estruturas é modificar as propriedades de rigidez dos elementos individuais, tendo a ligação semi-rígida em uma ou em as ambas extremidades, conforme FU & SECKIN (1988) e SASAKI ET al (1988). Isto significa modificar as forças de engastamento e a matriz de rigidez do elemento. LAU (1987) determinou valores de resistência e de rigidez para ligações a partir de ensaios em laboratório e utilizou estes valores em um programa de computação para análise estrutural. POGUI & ZANDONINI (1987), analisaram os pórticos planos usando o MEF (método dos elementos finitos).

GESUALDO (1987), estudou a contribuição das deformações das ligações na rigidez da estrutura por meio de um ensaio de um modelo de viga treliçada de madeira (**Aspidosperma polyneuron**), com dez metros de comprimento, em duas maneiras diferentes: interligadas por anéis de aço e interligadas por cavilhas partidas de madeira (*Eucalyptus citriodora*), com força abaixo do limite de proporcionalidade. O estudo teórico restringiu-se na implementação numérica de um algoritmo em um programa para estruturas planas que contabilizasse a deformação pela não linearidade geométrica para um nó concebido por n parafusos. Foram contabilizados os efeitos de mola rotacional e axial, desprezando-se o efeito da mola com rigidez transversal ao elemento por causa da pequena influência que esta gera na ligação, quando comparada com as duas outras anteriormente citadas. A comparação dos resultados teóricos com os resultados experimentais mostrou-se aceitável, confirmando, portanto, a importância da contribuição das deformações das ligações na rigidez da estrutura.

2.2. Estudos das ligações semi-rígidas na última década

Como se pode observar, a preocupação em se ter uma resposta mais real da estrutura já era prioridade de alguns autores.

GRUPTA (1990) realizou ensaios de tração em diversas ligações para determinar a sua resistência e sua rigidez. No ano seguinte, COLSON (1991) apresentou um procedimento teórico para a obtenção da curva momento-rotação em ligações viga-coluna.

BARAVAT& CHEN (1991) apresentaram a avaliação dos procedimentos e dos modelos propostos por outros autores comparados com o procedimento de simplificação para a análise de pórticos flexíveis, não contraventados. Foi discutida a facilidade desses procedimentos, bem como exemplos numéricos. Também foi demonstrada a implementação da análise e projeto de pórticos flexíveis em computadores pessoais.

A análise estrutural de treliças de madeira ligadas por placas de metal, utilizando nós semi-rígidos, foi desenvolvida pelo método matricial por GRUPTA ET al (1992). A MRE (matriz de rigidez do elemento) e as forças na extremidade um elemento, com uma ou ambas extremidades semi-rígidas, foram obtidas como modificações de casos idealizados. No caso de ligações elásticas iguais nas duas extremidades do elemento, também pode ser utilizado este método de análise. Quando uma das extremidades for semi-rígida, a outra extremidade pode ser especificada como rotulada, engastada ou semi-rígida. A treliça foi analisada por três diferentes suposições de vinculação: rotulada, engastada e semi-rígida. O comportamento da treliça, baseado no deslocamento, varia enormemente dependendo da suposição das vinculações. Por incorporar o comportamento semi-rígido dos nós, uma maior precisão no valor das forças nos elementos pode ser obtida, possibilitando uma previsão do comportamento da treliça mais próxima do real.

LIEW ET al. (1993) introduziram, em um primeiro trabalho, um método para modelar a ligação através das curvas momento-rotação, as quais foram

essenciais para proporcionar a análise estrutural de pórticos planos semi-rígidos. Foram apresentados procedimentos para o cálculo dos principais parâmetros usados para descrever as curvas de momento-rotação de várias ligações. Podem ser identificados auxílios em projetos, através dos valores desses parâmetros que afetam o comportamento da relação momento-rotação da ligação. Foram apresentados dois esquemas nos quais as ligações podem ser classificadas em função da resistência, da rigidez e da capacidade de rotação, tendo suas aplicações em projetos discutidas posteriormente.

O interesse do estudo feito por RILEY ET al. (1993) foi sobre a análise de treliça incluindo a semi-rigidez nos nós das mesmas. Os resultados dessa simulação são comparados com resultados de análises feitas com as seguintes suposições de ligações nos nós da treliça: 1- ligação rotulada; 2- ligação engastada; 3- a especificação do “Truss Plate Institute (TPI)” para análise de treliça; 4- ligação semi-rígida simulada pela modificação das forças de engastamento perfeito (FEP) e dos elementos da matriz de rigidez.

BAHAARI & SHERBOURNE (1994) utilizaram uma metodologia, baseada na modelagem por meio de elementos finitos, para desenvolver analiticamente a relação momento-rotação para uma ligação de aço parafusada com chapa de topo. No programa ANSYS, foi proposto um modelo geral de elementos finitos de grande capacidade para análise bi-dimensional equivalente (2D). A chapa de topo, as flanges das vigas e colunas, a alma e o tipo de parafuso na região de tração foram representados como elementos planos de tensão com largura igual à suas espessuras medidas perpendicularmente sobre a altura do perfil, elementos de interface foram usados como modelo de contorno entre a flange da coluna e a chapa de topo que pode manter ou quebrar o contato. Baseado nos delineamentos e nas deformações da tensão de um modelo 2D, foi discutida a contribuição do comportamento da alma da viga, das quais dois tipos de deformações na chapa de topo puderam ser identificados. A metodologia foi demonstrada para uma ligação com chapa de topo estendida e os resul-

tados são comparados com dados experimentais para verificar a praticabilidade do modelo e a associação da análise por computadores.

KIM e CHEN (1996) apresentaram três procedimentos práticos para a análise avançada para o projeto de pórticos planos em madeira semi-rígido. Foi discutido o comportamento não linear de ligações de viga-coluna e foi introduzida uma modelagem prática dessas ligações. Os métodos propostos podem traduzir precisamente os efeitos combinados não lineares das ligações, da geometria e do material sobre o comportamento e resistência dos pórticos semi-rígidos.

Um procedimento analítico foi proposto por SHI ET al. (1996) para estabelecer características não lineares da relação momento-rotação para ligações parafusadas com chapa de topo em estruturas de aço, com nós flexíveis. A mesa da coluna e a chapa de topo da extremidade com cada linha de parafuso na zona tracionada foram consideradas como uma montagem em T. Baseado na teoria de viga e no limite de escoamento, foi determinada a relação elastoplástica entre força-deformação para cada montagem em T. O modelo analítico proposto foi comparado com alguns resultados experimentais de ligações de chapa de extremidade estendida e foram demonstradas a praticabilidade e validade do modelo proposto.

FAELLA ET al. (1997) investigaram as relações entre alguns parâmetros apresentados no comportamento rotacional das ligações com chapas de extremidade estendida e, por um amplo número de análises numéricas, foram mostradas as dependências sobre o detalhe geométrico das ligações.

GOTO & MIYASHITA (1998) introduziram um novo sistema de classificação para ligações de viga-coluna em termos do limite entre as ligações rígidas e as ligações semi-rígidas. Alguns arranjos típicos de pórticos de múltiplos andares foram escolhidos considerando a disposição e o traçado de detalhes do elemento dos sistemas estruturais na classificação. Neste modelo, as curvas da ligação para os seus respectivos tipos podem ser determinadas pela rigidez inicial e pela capacidade de momento último. O limite entre as ligações rígidas e

semi-rígidas foi estabelecido nos termos desses dois parâmetros, por levar em conta o comportamento elastoplástico das estruturas a um estado limite de serviço, junto com o estado de limite último. Além do mais, a capacidade rotacional exigida, foi calculada para as ligações classificadas como rígidas. A validade do sistema de classificação proposto foi examinada pela análise do comportamento global de pórticos semi-rígidos. Como resultado, foi confirmado que o novo critério de classificação prevê um maior limite rotacional comparado com os sistemas de classificações existentes. Um novo sistema de classificação para ligações viga-coluna foi proposto

CHISTOFER & BJORHVDE (1999) estudaram o projeto de pórticos semi-rígidos, onde analisaram as características do comportamento de ligações não lineares, incluindo substancialmente as diferenças das características de carga e descarga. Foram mostradas representações do momento-rotação para as ligações, tais como o modelo dos três parâmetros (MTP) e a facilidade para o cálculo da rigidez exigida para análise de pórtico. As características das ligações são descritas nos termos da rigidez de ligações linearizadas que são calculadas com base nas cargas esperadas das ligações. Isto permite o uso da análise de primeira ordem para determinar a estabilidade estrutural, durabilidade e efeitos da carga no elemento. O método para projeto detalhado neste estudo inclui a seleção coerente das ligações e o tamanho dos elementos.

FERREIRA (1999) desenvolveu uma metodologia analítica para o cálculo de deformabilidades de ligações típicas de concreto pré-moldado, levando-se em conta os mecanismos básicos de deformação na ligação. Foram estudadas duas ligações típicas viga-pilar de concreto pré-moldado e posteriormente foram desenvolvidas as formulações analíticas que representavam o comportamento de ambas; a primeira ligação é formada com o auxílio de uma almofada de elastômero e chumbador (cálculo analítico da deformabilidade ao cisalhamento da ligação) e a segunda ligação é tida como resistente à flexão formada com o auxílio de chapas soldadas (cálculo analítico da deformabilidade à flexão da ligação). Para os protótipos com almofada de elastômero e chumbador, foram em

média, 23 % superiores aos valores obtidos com relação aos dados experimentais, e a resistência ao cisalhamento atingiu valores entre 96 e 100 % com relação aos obtidos experimentalmente. A ligação com chapa soldada apresentou uma rigidez da ordem de 83 % da rigidez monolítica e o valor calculado da rigidez à flexão secante foi de 5 % superior à rigidez apresentada pela ligação. Em função dos dados experimentais obtidos, chegou-se à conclusão de que a análise analítica das ligações desses tipos, na questão das medidas das suas deformabilidades, representaram o problema de forma coerente e concisa em função da pequena margem de erros entre os resultados analíticos e experimentais obtidos.

LI & MATIVO (2000) apresentaram um método simplificado para uma estimativa da máxima carga para pórtico semi-rígido em madeira. O método simplificado proposto está na forma de uma relação de regressão linear múltipla entre a carga máxima e variados parâmetros (propriedades dos pórticos e das seções), obtidos por análises numéricas de várias estruturas usando um programa de computador modificado. Exemplos ilustraram a precisão de tal programa de computador modificado.

ZHAO ET AL (2000) introduziram o conceito e aplicação do sistema nodal Oktalok. O método de projeto proposto foi baseado na suposição que os nós são presos na extremidade e a rigidez rotacional é zero. Contudo, a capacidade estimada do pórtico pode aumentar significativamente, dependendo da rigidez rotacional dos nós. Os testes de rigidez e as simulações do elemento finito foram usados para determinar a rigidez rotacional dos nós Oktalok. Os testes de flambagem de coluna e análises de elemento finito não linear foram realizados para determinar a capacidade das colunas em condições últimas, utilizando ligações semi-rígidas. Uma simples fórmula para o fator efetivo de comprimento de flambagem da coluna foi baseada nas investigações teóricas e experimentais descritas acima.

IVANYI (2000) fez uma investigação experimental em pórticos em escala real com o propósito de determinar o efeito da flexibilidade em ligações de viga-

coluna e na base da coluna. Explica como as complexidades surgem, de natureza tridimensional, nos testes que foram tratados. Foram fornecidos e discutidos os resultados e os métodos de um estudo comparativo baseado na análise plástica de segunda ordem e análises não lineares.

Em estruturas de pórticos, os nós são localizados em pontos de intersecção entre vigas e colunas. As vantagens do conceito de nó semi-rígido são bem conhecidas. Muitos estudos experimentais foram conduzidos ao comportamento de nós semi-rígidos. A contribuição descrita por KATTNER & CRISINEL (2000) esboça uma possibilidade para simular o comportamento de nós semi-rígidos, usando o método dos elementos finitos. Foi introduzido um modelo de nó bidimensional baseado no atual conhecimento do estado da arte para que possa ser analisado utilizando-se os programas de elementos finitos existentes. Comparações entre simulação e resultados de testes mostraram uma boa concordância.

Capítulo 3

Determinação da matriz de semi-rigidez rotacional

3.1. Método da flexibilidade

É um método utilizado para o cálculo de estruturas hiperestáticas. O método da flexibilidade consiste basicamente em transformar a estrutura inicialmente hiperestática em uma isostática, retirando-se criteriosamente as incógnitas hiperestáticas do problema (reações, esforços e (ou) tensões) calculando-se neste primeiro passo a estrutura como sendo isostática e com o seu carregamento real, determinando os deslocamentos dos pontos onde foram retiradas estas incógnitas (redundantes hiperestáticas). O próximo passo é aplicar separadamente uma ação de intensidade unitária no elemento já transformado em isostático, de acordo com a referida incógnita hiperestática. O método da flexibilidade admite como sendo válida em sua formulação o princípio da superposição de efeitos. Este teorema possibilita somar os efeitos provocados por cada uma das incógnitas hiperestáticas separadamente, e logo após os efeitos são somados. Cada incógnita formará uma equação, o que resultará num sistema linear de equações algébricas, onde a ordem deste sistema ficará em função do número de incógnitas hiperestáticas do problema em questão.

O método da flexibilidade será utilizado na determinação da matriz de rigidez do elemento de barra de pórtico, assim como os seus respectivos coeficientes de semi-rigidez rotacional. O método será convenientemente ilustrado neste capítulo, no próximo item, na determinação das forças nodais equivalentes provenientes do carregamento linearmente distribuído ao longo do elemento de barra de pórtico, carregamento este computado no código do programa desenvolvido no presente trabalho.

3.2. Modificação das forças de engastamento

Um elemento estrutural plano pode ter as seguintes configurações de vinculação em suas extremidade de acordo com a figura 3.1 dada logo abaixo:

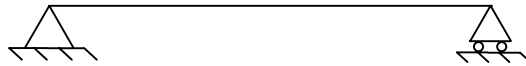


Figura 3.1.a: Elemento com ambas extremidades rotuladas;

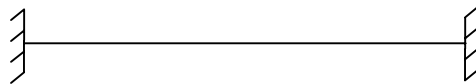


Figura 3.1.b: Elemento com ambas extremidades engastadas;

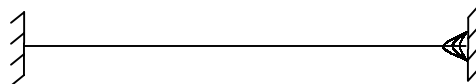


Figura 3.1.c: Elemento com uma extremidade engastada e outra semi-rígida.

O desenvolvimento da matriz de flexibilidade do elemento, considerando os dois primeiros casos (figuras: 3.1a e 3.1.b), são apresentados em WEAVER e GERE (1986). Para o último caso (figura 3.1.c), o desenvolvimento da matriz de flexibilidade será apresentada a seguir.

A figura 3.1.c mostra um elemento prismático unidimensional com dois graus de liberdade por nó (translação normal ao elemento e rotação), com uma ligação semi-rígida na extremidade “i” e uma ligação rígida na extremidade “j”.

Os efeito provocados pelas componentes ou coordenadas axiais do elemento serão desprezados em função da sua baixa magnitude com relação a intensidade das ações provocadas pelas demais coordenadas nodais

Sendo (S_R) a rigidez rotacional (mola que contabiliza o efeito semi-rígido à rotação da ligação), esta fica determinada através da equação 1 dada abaixo:

$$S_{R=M/\theta} \tag{1}$$

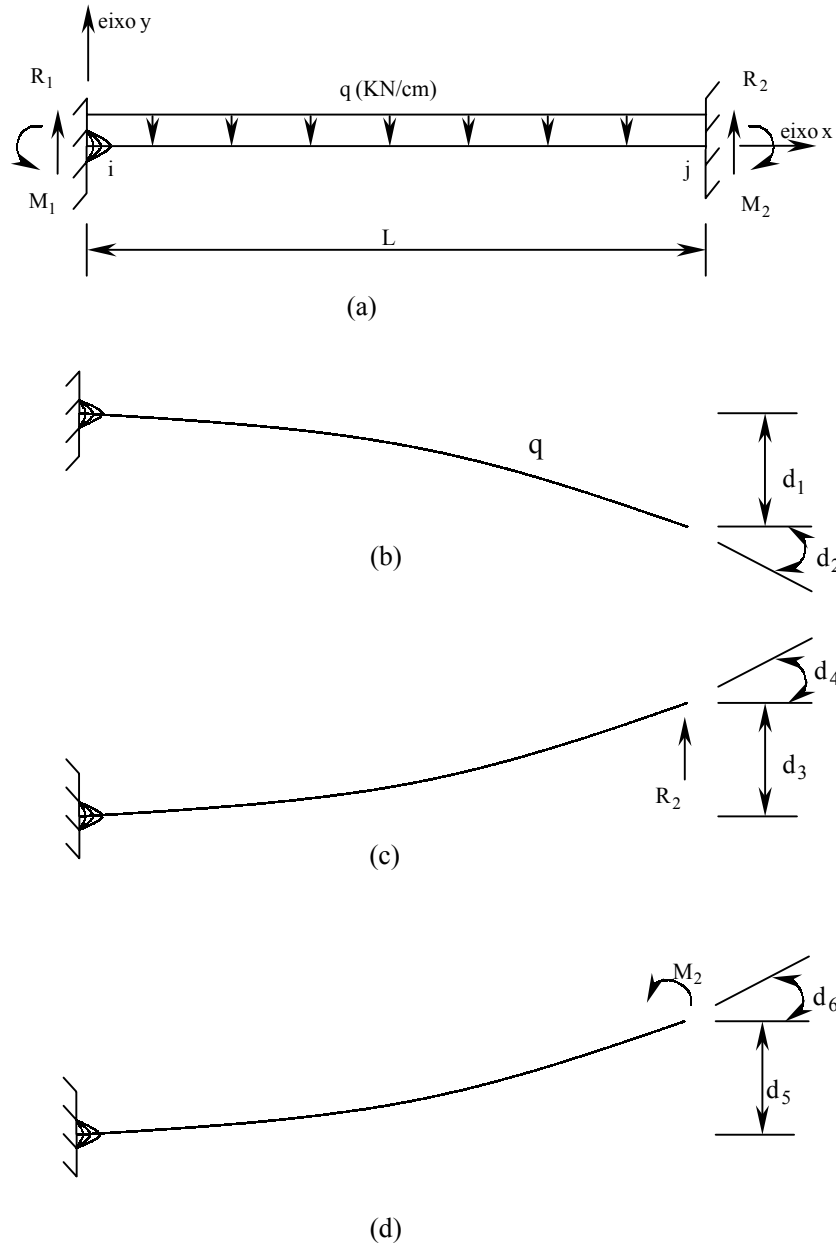


Figura 3.2: Elemento com uma extremidade semi-rígida e a outra extremidade rígida: determinação das forças de engastamento perfeito.

A rigidez rotacional é definida como o momento por unidade de rotação relativa na ligação. O comprimento do elemento é (L), o momento de inércia é (I) e o modulo de elasticidade longitudinal é (E). A obtenção da matriz de flexibilidade foi efetuada através da compatibilidade utilizada por WEAVER & GERE (1986).

Para o elemento da figura 3.2.a, a extremidade “j” é assumida livre, de forma que as reações (R_2) e (M_2), são iguais a zero. O equilíbrio do elemento, com os deslocamentos na extremidade “j” são apresentados na figura 3.2.b. Os deslocamentos verticais e a rotação na extremidade “j” são determinados como no desenvolvimento abaixo:

O deslocamento vertical na extremidade “j”, d_1 , é composto de duas partes:

1) Deslocamento na extremidade “j” relativo à carga q :

$$d_1^q = \frac{-qL^4}{8EI} \quad (1a)$$

2) Deslocamento na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” (efeito semi-rígido):

a) Momento na extremidade “i” relativo à carga q :

$$M_i^q = \frac{-qL^2}{2} \quad (2)$$

b) Rotação na extremidade “i” relativo à carga q :

$$M_i^q = S_R \theta_i^q \Rightarrow \frac{-qL^2}{2} = S_R \theta_i^q \quad (3.a)$$

$$\theta_i^q = \frac{-qL^2}{2S_R} \quad (3.b)$$

c) Deslocamento da extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por q :

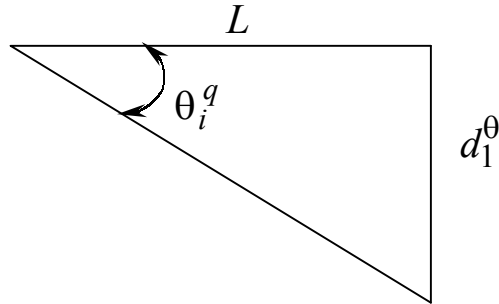


Figura 3.3: Relação deslocamento - rotação.

Como o ângulo é muito pequeno, então, $tg\theta_i^q \cong \theta_i^q$; portanto, tem-se:

$$d_1^\theta = \theta_i^q L \Rightarrow d_1^\theta = \left(\frac{-qL^2}{2S_R} \right) L \quad (4)$$

Deslocamento vertical total na extremidade “j” é $d_1 = d_1^q + d_1^\theta$, portanto:

$$d_1 = \left(\frac{-qL^4}{8EI} \right) - \left(\frac{qL^3}{2S_R} \right) \quad (5)$$

A rotação na extremidade “j”, d_2 , também será composta de duas partes:

1) Rotação da extremidade “j” relativa à carga q (sem efeito semi-rígido):

$$\theta_2^q = \frac{-qL^3}{6EI} \quad (6)$$

2) Rotação na extremidade “j” relativa à rotação na extremidade “i” causada pela carga q :

$$\theta_2^i = \frac{-qL^2}{2S_R} \quad (7)$$

Rotação total na extremidade “j” é $d_2 = \theta_2^q + \theta_2^i$, portanto:

$$d_2 = -\left(\frac{qL^3}{6EI}\right) - \left(\frac{qL^2}{2S_R}\right) \quad (8)$$

Tendo em vista a condição inicial de engastamento na extremidade “j” e para manter a compatibilidade dos deslocamentos, aplica-se uma força R_2 na extremidade “j” como mostrado na figura 3.2.c.

O deslocamento vertical e a rotação na extremidade “j” relativo a força R_2 são determinados como segue.

O deslocamento vertical na extremidade “j”, d_3 , consiste em duas partes:

1) Deslocamento da extremidade “j” relativo à R_2 :

$$d_3^{R_2} = \frac{R_2 L^3}{3EI} \quad (9)$$

2) Deslocamento da extremidade “j” relativo a rotação na extremidade “i” causado por R_2 :

a) Momento na extremidade “i” causado por R_2 :

$$M_i^{R_2} = R_2 L \quad (10)$$

b) Rotação na extremidade “i” causada por R_2 :

$$M_i^{R_2} = S_R \theta_i^{R_2} \Rightarrow R_2 L = S_R \theta_i^{R_2} \quad (11.a)$$

$$\theta_i^{R_2} = \frac{R_2 L}{S_R} \quad (11.b)$$

c) Deslocamento na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i”:

$$d_3^\theta = \theta_i^{R_2} L \Rightarrow d_3^\theta = R_2 \left(\frac{L}{S_R}\right) L \quad (12)$$

Deslocamento vertical total na extremidade “j” é $d_3 = d_3^{R_2} + d_3^\theta$; portanto:

$$d_3 = \left(\frac{R_2 L^3}{3EI} \right) + \left(\frac{R_2 L^2}{S_R} \right) \quad (13)$$

A rotação na extremidade “j”, d_4 , também será composta de duas partes:

1) Rotação da extremidade “j” devido à R_2 :

$$\theta_4^{R_2} = \frac{R_2 L^2}{2EI} \quad (14)$$

2) Rotação na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por R_2 :

$$\theta_4^i = \frac{R_2 L}{S_R} \quad (15)$$

Rotação total na extremidade “j” é $d_4 = \theta_4^{R_2} + \theta_4^i$; portanto:

$$d_4 = \left(\frac{R_2 L^2}{2EI} \right) + \left(\frac{R_2 L}{S_R} \right) \quad (16)$$

Da mesma maneira que anteriormente, para manter a compatibilidade dos deslocamentos, aplica-se um momento M_2 na extremidade “j” como mostrado na figura 3.2.d.

O deslocamento vertical e a rotação na extremidade “j” devido ao M_2 são determinados como segue.

O deslocamento vertical na extremidade “j”, d_5 , consiste em duas partes:

1) Deslocamento da extremidade “j” relativo ao M_2 :

$$d_5^{M_2} = \frac{M_2 L^2}{2EI} \quad (17)$$

2) Deslocamento da extremidade “j” relativo a rotação na extremidade “i” causado por M_2 :

a) Momento na extremidade “i” devido ao M_2 :

$$M_i^{M_2} = M_2 \quad (18)$$

b) Rotação na extremidade “i” relativo ao M_2 :

$$M_i^{M_2} = S_R \theta_i^{M_2} \Rightarrow \theta_i^{M_2} = \frac{M_2}{S_R} \quad (19)$$

c) Deslocamento na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por M_2 :

$$d_5^\theta = \frac{M_2 L}{S_R} \quad (20)$$

Deslocamento vertical total na extremidade “j” é $d_5 = d_5^{M_2} + d_5^\theta$, portanto:

$$d_5 = \left(\frac{M_2 L^2}{2EI} \right) + \left(\frac{M_2 L}{S_R} \right) \quad (21)$$

A rotação na extremidade “j”, d_6 , também será composta de duas partes:

1) Rotação na extremidade “j” relativa ao M_2 :

$$\theta_6^{M_2} = \frac{M_2 L}{EI} \quad (22)$$

2) Rotação na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por M_2 :

$$\theta_6^\theta = \frac{M_2}{S_R} \quad (23)$$

Rotação total na extremidade “j” é $d_6 = \theta_6^{M_2} + \theta_6^\theta$; portanto:

$$d_6 = \left(\frac{M_2 L}{EI} \right) + \left(\frac{M_2}{S_R} \right) \quad (24)$$

Usando a relação de compatibilidade:

$$\frac{-qL^4}{8EI} - \frac{qL^3}{2S_R} = \frac{R_2 L^3}{3EI} + \frac{R_2 L^2}{S_R} + \frac{M_2 L^2}{2EI} + \frac{M_2 L}{S_R} \quad (25)$$

e

$$\frac{-qL^3}{6EI} - \frac{qL^2}{2S_R} = \frac{R_2 L^2}{2EI} + \frac{R_2 L}{S_R} + \frac{M_2 L}{EI} + \frac{M_2}{S_R} \quad (26)$$

Para facilitar as expressões, pode-se escrever que, $e_R = EI / LS_R$ e $e_i = 1 + ie_R$; $i = 1, 2, 3..$. Estes coeficientes encontram-se no trabalho de WEAVER E GER (1986).

Resolvendo a equação (25) e a equação (26) para R_2 e M_2 tem-se:

$$R_2 = \frac{qLe_5}{2e_4} \quad (27a)$$

$$M_2 = \frac{-qL^2 e_6}{12e_4} \quad (27b)$$

As equações do equilíbrio estático podem ser usadas para determinar R_1 e M_1 :

$$R_1 + R_2 = qL \quad (28)$$

Substituindo a equação (27) na equação (28) e resolvendo para R_1 , tem-se:

$$R_1 = \frac{qLe_3}{2e_4} \quad (29)$$

Efetando-se um somatório dos momentos na extremidade “j” da figura 3.2.a chega-se:

$$R_1 L - M_1 + M_2 - \left(\frac{qL^2}{2} \right) = 0 \quad (30)$$

Resolvendo a equação (30) e evidenciando M_1 , tem-se:

$$M_1 = \frac{qL^2}{12e_4} \quad (31)$$

Então,

$$R_1 = \frac{qLe_3}{2e_4}$$

$$R_2 = \frac{qLe_5}{2e_4} \quad (32)$$

$$M_1 = \frac{qL^2}{12e_4}$$

$$M_2 = \frac{-qL^2 e_6}{12e_4} \quad (33)$$

Desta maneira, pode-se verificar as relações previamente obtidas, considerando os seguintes limites.

- Se a extremidade "i" é rígida, então $S_R \rightarrow \infty$, logo $e_R \rightarrow 0$, assim ambas as extremidades são engastadas:

Calculando-se os valores de R_1 , R_2 , M_1 e M_2 com a consideração de $e_R \rightarrow 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} R_1 = R_2 &= \frac{qL}{2} \\ M_1 = -M_2 &= \frac{qL^2}{12} \end{aligned} \quad (34)$$

- Se a extremidade "i" é rotulada, então $S_R \rightarrow 0$, logo $e_R \rightarrow \infty$, assim a extremidade "i" é rotulada e a extremidade "j" é engastada.

Calculando-se os valores de R_1 , R_2 , M_1 e M_2 com a consideração de $e_R \rightarrow \infty$, tem-se:

$$R_1 = \frac{3qL}{8}$$

$$M_1 = 0 \quad (35)$$

$$R_2 = \frac{5qL}{8}$$

$$M_2 = \frac{-qL^2}{8} \quad (36)$$

3.3. Modificação da matriz de rigidez do elemento

A obtenção da matriz de rigidez do elemento, com ambas as extremidades semi-rígidas, será apresentada a seguir. A figura 3.3.a mostra um elemento com ligação semi-rígida, em ambas as extremidades.

Será considerado (S_{Ri}) como sendo a rigidez rotacional da extremidade "i" da ligação. Da mesma maneira, (S_{Rj}) será a rigidez rotacional da extremidade "j" da ligação.

O comprimento do elemento é (L), a área da seção transversal é (A), o momento de inércia em relação ao eixo 3 é (I) e o módulo de elasticidade é (E).

A matriz de rigidez do elemento é determinada no sistema de coordenada local do elemento (1-2-3). Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento são obtidos a partir da matriz de flexibilidade, utilizando-se a compatibilidade de WEAVER & GERE (1986).

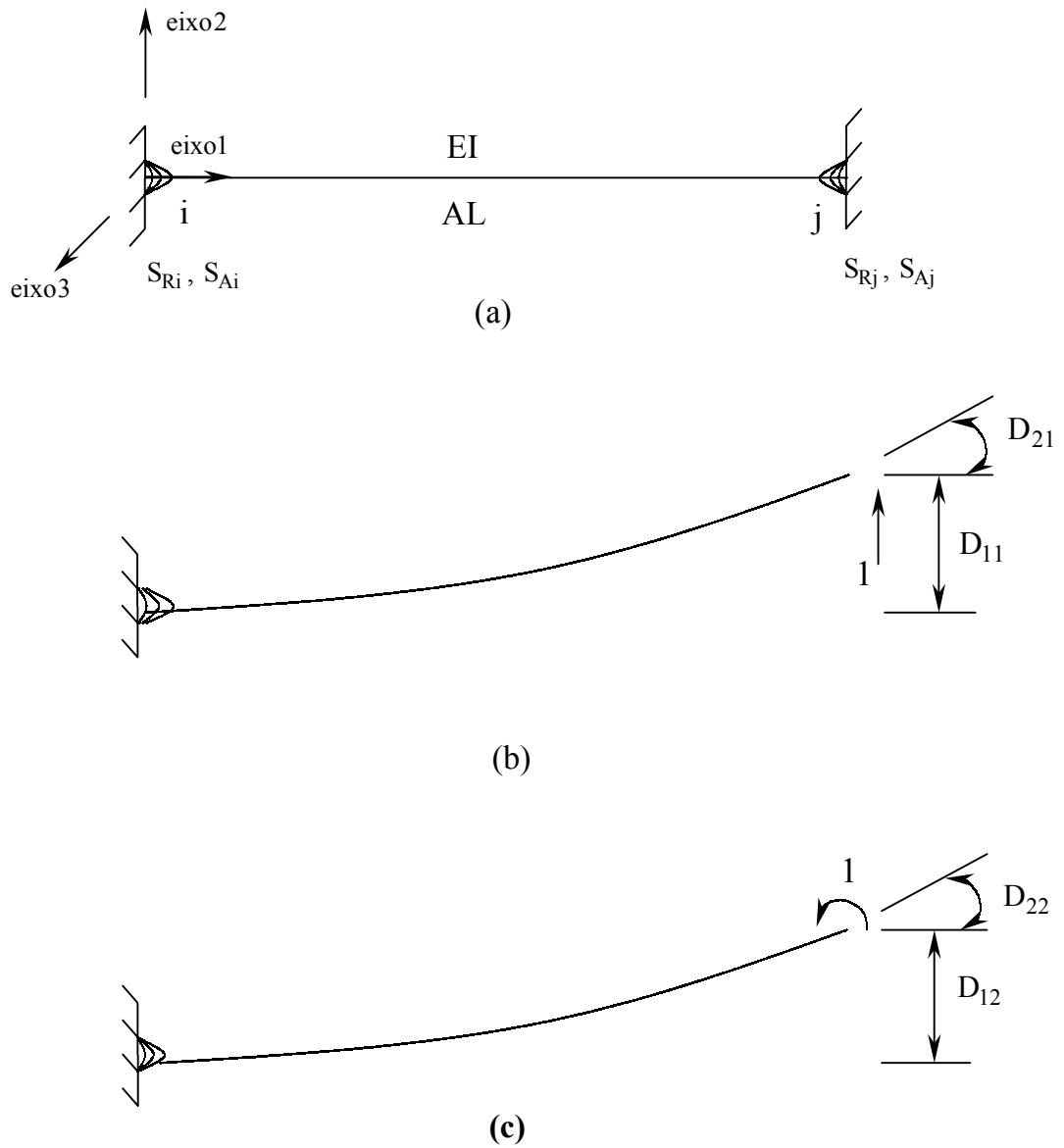


Figura 3.4: Elemento com ambas as extremidades semi-rígidas: Determinação da matriz de rigidez

3.3.1 Matriz de rigidez considerando-se apenas o efeito rotacional

Para obter os coeficientes de flexibilidade da extremidade “j”, o elemento é engastado elasticamente na extremidade “i” e livre na extremidade “j” como mostrado nas figuras 3.4.b e 3.4.c.

Uma força unitária é aplicada na direção 2 e na extremidade “j” como mostrado na figura 3.4.b. Os coeficientes de flexibilidade, (D_{11}) e (D_{21}) , na extremidade “j” são obtidos como segue.

O deslocamento vertical na extremidade “j” (D_{11}) devido à força unitária é chamado de (F_u) e será composto de duas partes:

1) Deslocamento na extremidade “j” relativo à força unitária F_u :

$$D_{11}^{F_u} = \frac{L^3}{3EI} \quad (37)$$

2) Deslocamento da extremidade “j” relativo a rotação na extremidade “i” causado por F_u :

a) Momento na extremidade “i” relativo à F_u :

$$M_i^{F_u} = F_u L \Rightarrow M_i^{F_u} = L \quad (38)$$

b) Rotação na extremidade “i” relativo à F_u :

$$M_i^{F_u} = S_{Ri} \theta_i^{F_u} \Rightarrow \theta_i^{F_u} = \frac{M_i^{F_u}}{S_{Ri}} \quad (39.a)$$

$$\theta_i^{F_u} = \frac{L}{S_{Ri}} \quad (39.b)$$

c) Deslocamento da extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por F_u :

$$D_{11}^\theta = \theta_i^{F_u} L \Rightarrow D_{11}^\theta = \left(\frac{L}{S_{Ri}} \right) L \quad (40)$$

Deslocamento vertical total na extremidade “j” é $D_{11} = D_{11}^{F_u} + D_{11}^{\theta}$; portanto:

$$D_{11} = \frac{L^3}{3EI} + \frac{L^2}{S_{Ri}} \quad (41)$$

A rotação na extremidade “j” relativa à força unitária F_u é chamada de D_{21} e será composta de duas partes:

1) Rotação na extremidade “j” relativo à F_u :

$$\theta_{21}^{F_u} = \frac{L^2}{2EI} \quad (42)$$

2) Rotação na extremidade “j” relativa à rotação na extremidade “i” causada por F_u :

$$\theta_{21}^{\theta} = \frac{L}{S_{Ri}} \quad (43)$$

Rotação total na extremidade “j” é $D_{21} = \theta_{21}^{F_u} + \theta_{21}^{\theta}$, portanto:

$$D_{21} = \frac{L^2}{2EI} + \frac{L}{S_{Ri}} \quad (44)$$

Aplicando-se, agora, um momento unitário na direção do eixo 3 na extremidade “j” como mostrado em figura 3.4.c, os coeficientes de flexibilidade, D_{12} e D_{22} , na extremidade “j” são obtidos como segue.

O deslocamento vertical na extremidade “j” relativo ao momento unitário M_u é chamado de D_{12} e será composto de duas partes:

1) Deslocamento na extremidade “j” relativo ao M_u :

$$D_{12}^{M_u} = \frac{L^2}{2EI} \quad (45)$$

2) Deslocamento da extremidade “j” relativo a rotação na extremidade “i” causado por M_u :

a) Momento na extremidade “i” relativo à M_u :

$$M_i^{M_u} = 1 \quad (46)$$

$$\theta_i^{M_u} = \frac{I}{S_{Ri}} \quad (47)$$

c) Deslocamento na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causado por M_u :

$$D_{12}^\theta = \left(\frac{1}{S_{Ri}} \right) L \quad (48)$$

Deslocamento vertical total na extremidade “j” é $D_{12} = D_{12}^{M_u} + D_{12}^\theta$; portanto:

$$D_{12} = \left(\frac{L^2}{2EI} \right) + \left(\frac{L}{S_{Ri}} \right) \quad (49)$$

A rotação na extremidade “j” relativo ao momento unitário M_u é chamado de D_{22} e será composta de duas partes:

1) Rotação na extremidade “j” relativo à M_u :

$$\theta_{22}^{M_u} = \frac{L}{EI} \quad (50)$$

2) Rotação na extremidade “j” relativo à rotação na extremidade “i” causada por M_u :

$$\theta_{22}^{\theta_i} = \frac{1}{S_{Ri}} \quad (51)$$

3) Rotação na extremidade “j” relativo à própria rotação da mesma extremidade causada por M_u :

$$\theta_{22}^{\theta_j} = \frac{1}{S_{Rj}} \quad (52)$$

Rotação total na extremidade “j” é $D_{22} = \theta_{22}^{M_u} + \theta_{22}^{\theta_i} + \theta_{22}^{\theta_j}$; portanto:

$$D_{22} = \left(\frac{L}{EI} \right) + \left(\frac{1}{S_{Ri}} \right) + \left(\frac{1}{S_{Rj}} \right) \quad (53)$$

Para facilitar as expressões das equações e, posteriormente, as matrizes, foram introduzidos os parâmetros adimensionais conforme a seguir:

$$e_{Ri} = \frac{EI}{LS_{Ri}}; \quad (54.a)$$

$$e_{Rj} = \frac{EI}{LS_{Rj}}; \quad (54.b)$$

$$e_{Rij} = 1 + e_{Ri} + e_{Rj}; \quad (54.c)$$

$$e_{Ri1} = 1 + e_{Ri}; \quad (55.a)$$

$$e_{Rj1} = 1 + e_{Rj}; \quad (55.b)$$

$$e_{Ri2} = 1 + 2e_{Ri}; \quad (55.c)$$

$$e_{Rj2} = 1 + 2e_{Rj}; \quad (55.d)$$

$$e_{Ri3} = 1 + 3e_{Ri}; \quad (55.e)$$

$$e_{Rj3} = 1 + 3e_{Rj}. \quad (55.f)$$

Substituindo-se as equações (54) e (55) nas equações (41), (44), (49) e (53), e após algumas simplificações, os coeficientes de flexibilidade ficam da seguinte forma:

$$D_{11} = \frac{L^3 e_{Ri3}}{3EI}; \quad (56.a)$$

$$D_{12} = \frac{L^2 e_{Ri2}}{2EI}; \quad (56.b)$$

$$D_{21} = \frac{L^2 e_{Ri2}}{2EI}; \quad (56.c)$$

$$D_{22} = \frac{Le_{Rij}}{EI}. \quad (56.d)$$

A matriz de flexibilidade $[F_{jj}]$ para a extremidade "j" será da seguinte forma:

$$[F_{jj}] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$[F_{jj}] = \frac{L}{6EI} \begin{bmatrix} 2L^2 e_{Ri3} & 3Le_{Ri2} \\ 3Le_{Ri2} & 6e_{Rij} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Invertendo a matriz $[F_{jj}]$ da equação (58), obtém-se a matriz de rigidez modificada $[S_{jj}]$, para a extremidade "j":

$$[S_{jj}] = C \begin{bmatrix} 6e_{Rij} & -3Le_{Ri2} \\ -3Le_{Ri2} & 2L^2 e_{Ri3} \end{bmatrix} \quad (59.a)$$

onde,

$$C = \frac{2EI}{L^3 [4e_{Rij} + 3(4e_{Ri} e_{Rj} - 1)]} \quad (59.b)$$

A matriz de rigidez completa $[S'_M]$, sem considerar a rigidez axial, é obtida por WEAVER e GERE (1986):

$$[S'_M] = \begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ij} \\ S_{ji} & S_{jj} \end{bmatrix} \quad (60)$$

onde: $[S_{ii}]$, $[S_{ij}]$, $[S_{ji}]$ e $[S_{jj}]$ são todas sub-matrizes de $[S'_M]$. Os coeficientes em $[S_{jj}]$ são definidos como as ações de restrição na extremidade “j” do elemento devido aos deslocamentos unitários na mesma extremidade. Os coeficientes em $[S_{ij}]$ são ações de restrição na extremidade “i” relativo ao deslocamento unitário na extremidade “j” e eles estão em equilíbrio com os termos em $[S_{jj}]$. Os coeficientes em $[S_{ji}]$ consistem em ações de restrição na extremidade “j” devido aos deslocamentos unitários na extremidade “i”. Os coeficientes em $[S_{ii}]$, são ações de restrição na extremidade “i” devido ao deslocamento unitário na extremidade “i” e eles estão em equilíbrio com os termos em $[S_{ji}]$.

A matriz de rigidez modificada $[S_{jj}]$ foi determinada e é apresentada pela equação (59.a). As outras três sub-matrizes de $[S'_M]$ podem ser determinadas pela transformação de eixos. Estaticamente equivalente, as forças na extremidade “i”, podem ser obtidas através da matriz de transformação $[T]$, onde:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Nessas condições a sub-matriz $[S_{ij}]$ pode ser determinada a partir da relação $[S_{ij}] = -[T][S_{jj}]$. Assim, tem-se:

$$[S_{ij}] = C \begin{bmatrix} -6e_{Rij} & 3Le_{Ri2} \\ -3Le_{Ri2} & L^2 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Como a matriz de rigidez $[S'_M]$ é simétrica à sub-matriz $[S_{ji}]$, a mesma deve ser igual à transposta de $[S_{ij}]$. Assim, transpondo $[S_{ji}] = [S_{ij}]^T$, tem-se:

$$[S_{ji}] = C \begin{bmatrix} -6e_{Rij} & -3Le_{Ri2} \\ 3Le_{Ri2} & L^2 \end{bmatrix} \quad (63)$$

A sub-matriz restante $[S_{ii}]$ pode ser determinada a partir de $[S_{ji}]$ usando a relação $[S_{ii}] = -[T] [S_{ji}]$. Isto dá:

$$[S_{ii}] = C \begin{bmatrix} 6e_{Rij} & 3Le_{Ri2} \\ 3Le_{Ri2} & 2L^2e_{Rj3} \end{bmatrix} \quad (64)$$

Desta forma, todas as sub-matrizes de $[S'_M]$ da equação (60) foram determinadas. Assim, a matriz de rigidez modificada de um elemento, sem a inclusão da rigidez axial, é apresentada como:

$$[S'_M] = C \begin{bmatrix} 6e_{Rij} & 3Le_{Ri2} & -6e_{Rij} & 3Le_{Ri2} \\ 3Le_{Rj2} & 2L^2e_{Rj3} & -3Le_{Rj2} & L^2 \\ -6e_{Rij} & -3Le_{Rj2} & 6e_{Rij} & -3Le_{Ri2} \\ 3Le_{Ri2} & L^2 & -3Le_{Ri2} & 2L^2e_{Ri3} \end{bmatrix} \quad (65)$$

Através do princípio da superposição de efeitos, as coordenadas axiais ao elemento de pórtico (figura 3.5.), desconsiderando-se sobre estas o efeito semi-rígido, serão determinadas através do método dos deslocamentos (coeficientes de rigidez) e posteriormente, estes coeficientes serão alocados na matriz de rigidez do elemento modificada. A teoria referente ao método dos deslocamentos encontra-se no capítulo 7 do presente trabalho.

Para o elemento com dois graus de liberdade, observe a figura 3.5.

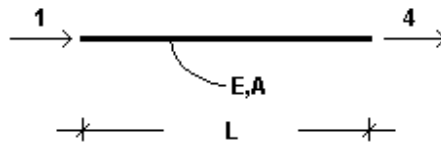


Figura 3.5. : Elemento com dois graus de liberdade

Aplicando-se um deslocamento unitário na coordenada “1” e mantendo-se nulo o deslocamento na coordenada “4”, chega-se aos seguintes coeficientes de rigidez:

$$K_{11} = \frac{EA}{L} \text{ e } K_{14} = \frac{-EA}{L} \quad (66)$$

Aplicando-se um deslocamento unitário na coordenada “4”, e mantendo-se nulo o deslocamento na coordenada “1”, chega-se aos seguintes coeficientes de rigidez:

$$K_{41} = \frac{-EA}{L} \text{ e } K_{44} = \frac{EA}{L} \quad (67)$$

A matriz de rigidez para um elemento de barra de pórtico será representada pela matriz $[S_M^0]$ da equação (68), com os termos da matriz $[S'_M]$ da equação (65), juntamente com os coeficientes de rigidez axial provenientes das equações (66) e (67), dispostos corretamente em função da ordem seqüencial dos graus de liberdade atribuídos ao elemento.

$$[S_M^0] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 6C_{e_{Rij}} & 3CL_{e_{Rj2}} & 0 & -6C_{e_{Rij}} & 3CL_{e_{Ri2}} \\ 0 & 3CL_{e_{Rj2}} & 2CL^2_{e_{Rj3}} & 0 & -3CL_{e_{Rj2}} & CL^2 \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -6C_{e_{Rij}} & -3CL_{e_{Rj2}} & 0 & 6C_{e_{Rij}} & -3CL_{e_{Ri2}} \\ 0 & 3CL_{e_{Ri2}} & CL^2 & 0 & -3CL_{e_{Ri2}} & 2CL^2_{e_{Ri3}} \end{bmatrix} \quad (68)$$

A matriz $[S_M]$ da equação (69) mostra a matriz de rigidez para um elemento de pórtico plano, que foi obtida através da substituição dos coeficientes de semi-rigidez por números muito grandes, próximos de $10^9 EI / L$. O valor numérico do coeficiente de rigidez determinado para a simulação da ligação como sendo esta perfeitamente rígida, encontra-se no capítulo seguinte.

$$[S_M] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (69)$$

Capítulo 4

Análise do comportamento semi-rígido para um modelo simples

4.1. Comentários gerais

Para analisar o comportamento da ligação semi-rígida, foi considerada uma barra engastada nas duas extremidades e a ela, foi aplicada uma força concentrada de intensidade (F) no seu centro, como mostrada na figura 4.1.

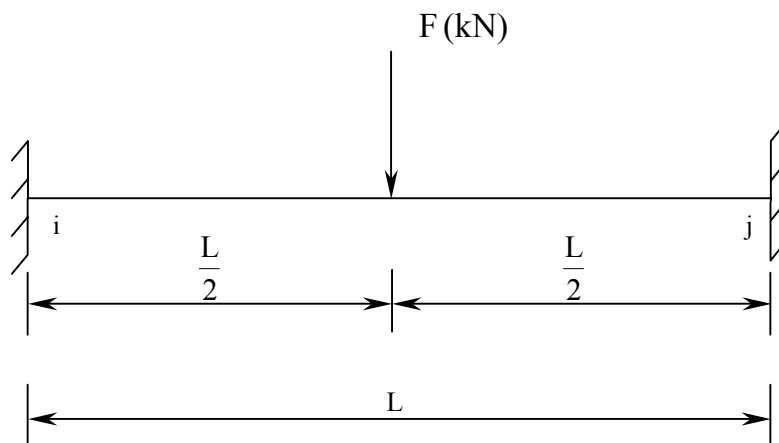


Figura 4.1: Barra bi-engastada nas extremidades.

Para a estrutura acima, foram atribuídos:

$F = -100KN$, $A = 10cm^2$, $I = 83,83cm^4$, $E = 20500KN/cm^2$ e $L = 200cm$

onde: E = módulo de elasticidade longitudinal ou módulo de Young

A = área da seção transversal

I = momento de inércia

L = comprimento do elemento estrutural

Foram feitas várias tentativas para a determinação dos coeficientes de rigidez rotacional para o programa P.S-R, e ficou caracterizado que para um coeficiente de semi-rigidez igual a $10^9 EI / L$, os resultados de deslocamentos transversais no ponto de aplicação da força e rotações relativas nas extremidades de um elemento de viga bi-engasta com carga concentrada aplicada no meio do vão do elemento, convergiu com os resultados fornecidos pelo software SAP 2000, e que, aumentando-se o valor deste coeficiente, os resultados relativos entre os deslocamentos permaneceram constantes.

Para se determinar o coeficiente de rigidez que representa a estrutura como sendo a do tipo rotulada, foram feitos os mesmos tipos de testes (variação da rigidez), porém, a estrutura analisada no software SAP2000 foi a do tipo bi-apoiada (articulada). O valor do coeficiente de semi-rigidez encontrado para este caso foi de $10^{-9} EI / L$.

Os coeficientes de semi-rigidez determinados são independentes das ações externas ou dos carregamentos, e que, por sua vez, podem ser empregados à qualquer configuração de estrutura do tipo aporticada para a análise do comportamento de suas ligações; basta tomar uma estrutura qualquer como referência mantendo-se todos os parâmetros físicos e geométricos, variando-se apenas o comprimento dos elementos e analisar, portanto, qual é a influência do comprimento dos elementos sobre a ligação.

Variou-se somente a rigidez rotacional (S_R), mantendo a rigidez axial constante em toda a simulação.

Obteve-se, assim, a relação Momento x Rigidez para as extremidades da barra, apresentada no gráfico 4.1.

Aproveitando-se a variação da rigidez rotacional (S_R), obteve-se também os deslocamentos no ponto central da viga, e a relação (Deslocamento x Rigidez) está apresentado no gráfico 4.2. Na ligação semi-rígida, a viga tem rotações nos nós "i" e "j" cujos valores variam em função da rigidez (S_R) adotadas para os mesmos, conforme o gráfico 4.3.

Pode-se verificar, com os resultados das três relações, que a rigidez se comporta exponencialmente, sempre convergindo para as situações esperadas, que é a de engastamento perfeito ou rótula (modelos ideais de cálculo).

As curvas analisadas neste capítulo foram determinadas em escala logarítmica ou escala natural, objetivando-se o seu comportamento não linear. Para o trecho em que a curva assume um comportamento aproximadamente linear, este será desprezado em função da sua pequena faixa de variação da rigidez, apenas por questões de apresentação dos resultados.

4.2. Construção dos gráficos

Aqui serão apresentados os gráficos que relacionam as grandezas: momento fletor, deslocamento transversal ou normal ao elemento e deslocamento rotacional (no plano do elemento), ambos confrontados com o parâmetro de semi-rigidez. O objetivo desta análise é a de mostrar e validar o comportamento não linear entre as grandezas.

Em função da estrutura representada pela figura 4.1, os gráficos foram construídos. A apresentação dos gráficos será realizada da seguinte maneira:

a) em função dos dados físicos e geométricos atribuídos à estrutura da figura 4.1; as respectivas grandezas serão confrontadas de forma a se validar o estudo do comportamento não linear entre as mesmas, porém, com as referidas cotas determinadas para este exemplo.

b) com a finalidade de se demonstrar de maneira geral a validade do comportamento não linear obtido considerando-se o efeito semi-rígido das ligações, será apresentado logo após a exposição do gráfico, com cotas numéricas reais, um gráfico com cotas analíticas. Encontra-se no texto, ao fim da exposição dos gráficos, uma breve discussão sobre o comportamento das grandezas envolvidas confrontadas.

4.2.1. Gráfico momento fletor x rigidez

A relação entre as grandezas momento fletor e rigidez é apresentada através da figura 4.1.a, em função do carregamento e dos parâmetros físicos e geométricos atribuídos ao exemplo da figura 4.1.

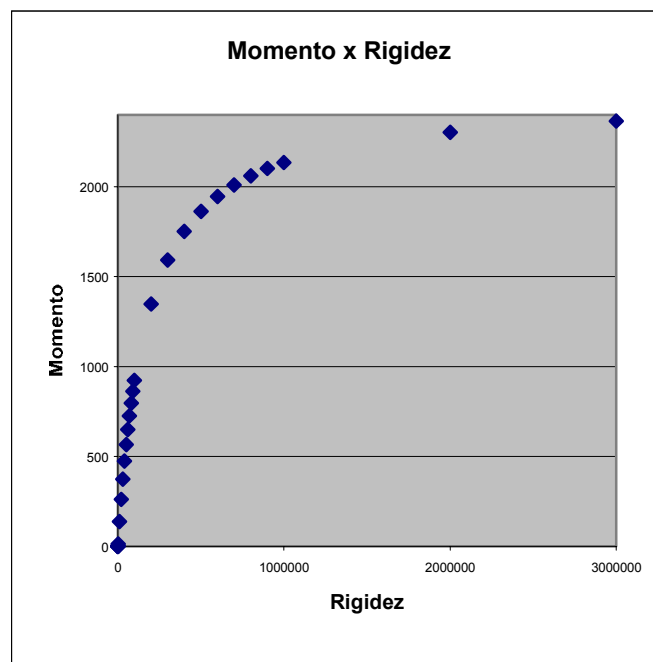


Gráfico 4.1.a: Relação momento fletor x rigidez

No gráfico 4.1.b, $M_{eng} = \frac{FL}{\delta}$ é o momento de engastamento perfeito de uma viga bi-engastada com força aplicada no ponto central. Para valores de rigidez menores do que S_{eng} (rigidez de engastamento perfeito), o momento comporta-se conforme a curva do mesmo gráfico. Caso a rigidez se aproxime de zero, o momento também converge para o mesmo valor.

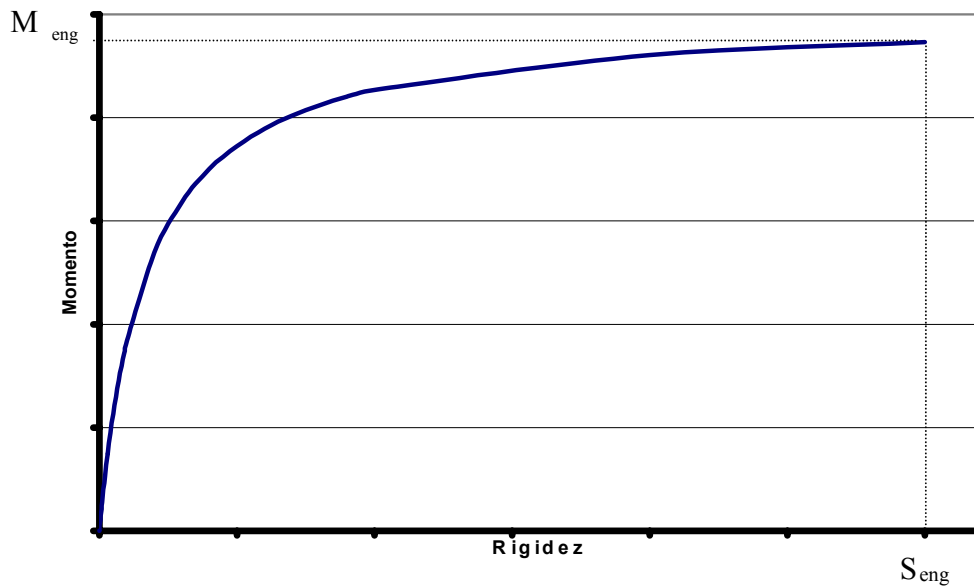


Gráfico 4.1.b: Relação momento fletor x rigidez.

4.2.2. Gráfico deslocamento transversal x rigidez

A relação entre as grandezas deslocamento transversal e rigidez é apresentada através da figura 4.2.a, em função do carregamento e dos parâmetros físicos e geométricos atribuídos ao exemplo da figura 4.1.

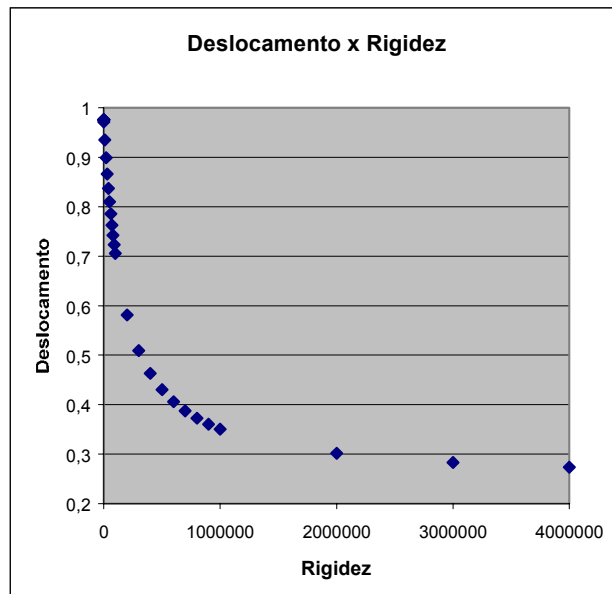


Gráfico 4.2.a: Relação deslocamento transversal x rigidez.

O gráfico 4.2.b, mostra que, para $S_2 \rightarrow \infty$, o deslocamento é $d = \frac{FL^3}{192EI}$, ou seja, a viga é engastada. Para $S_1 \rightarrow 0$, deslocamento é $d = \frac{FL^3}{42EI}$, ou seja, a viga é bi-apoiada, ficando, assim, a curva exponencial para o comportamento semi-rígido.

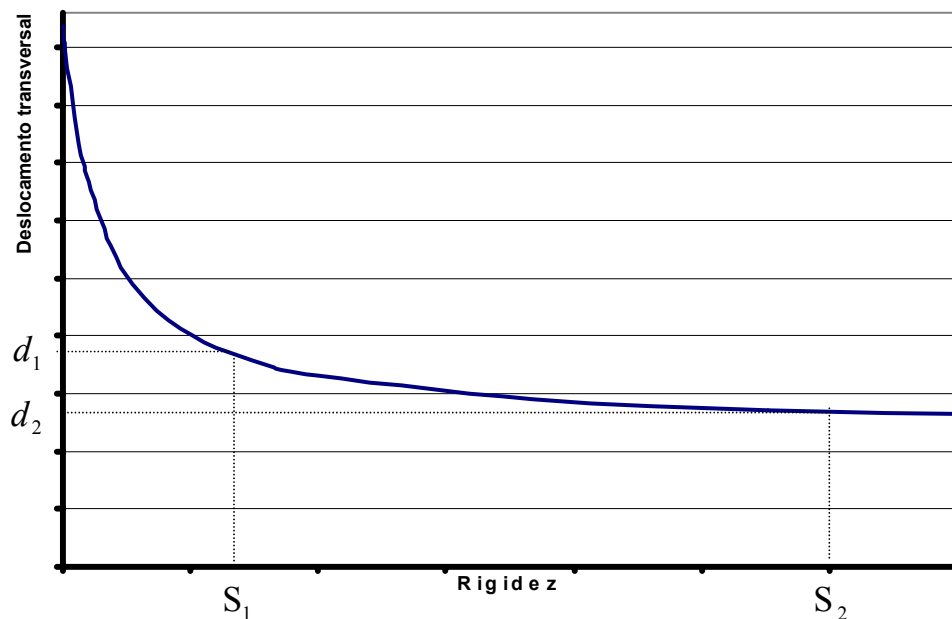


Gráfico 4.2.b: Relação deslocamento transversal x rigidez.

4.2.3. Gráfico rotação x rigidez

A relação entre as grandezas deslocamento transversal e rigidez é apresentada através da figura 4.3.a, em função do carregamento e dos parâmetros físicos e geométricos atribuídos ao exemplo da figura 4.1.

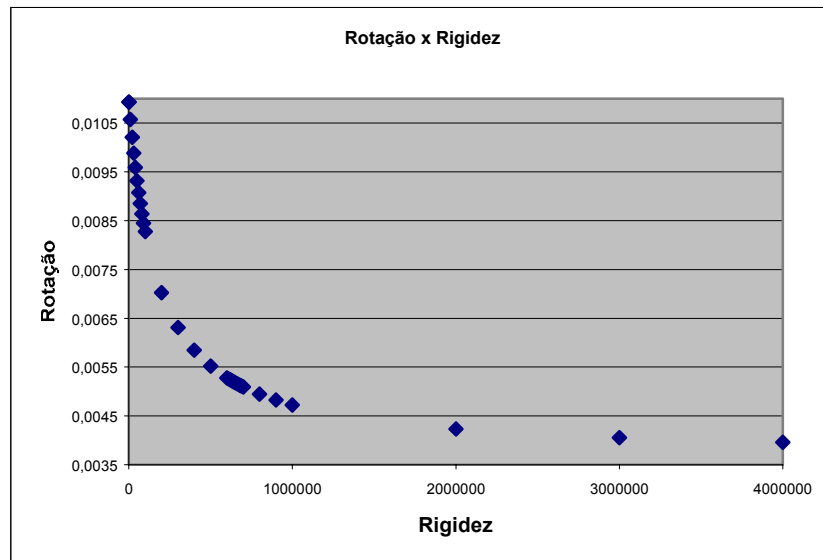


Gráfico 4.3.a: Relação rotação x rigidez

O gráfico 4.3 b mostra que para $S_4 \rightarrow \infty$ a rotação é $\theta = 0$, ou seja, a viga é engastada. Para $S_3 \rightarrow 0$, a rotação é $\theta = \frac{FL^2}{16EI}$, ou seja, a viga é bi-apoiada. Neste caso, para valores da rigidez entre zero e S_4 , o comportamento é semi-rígido.

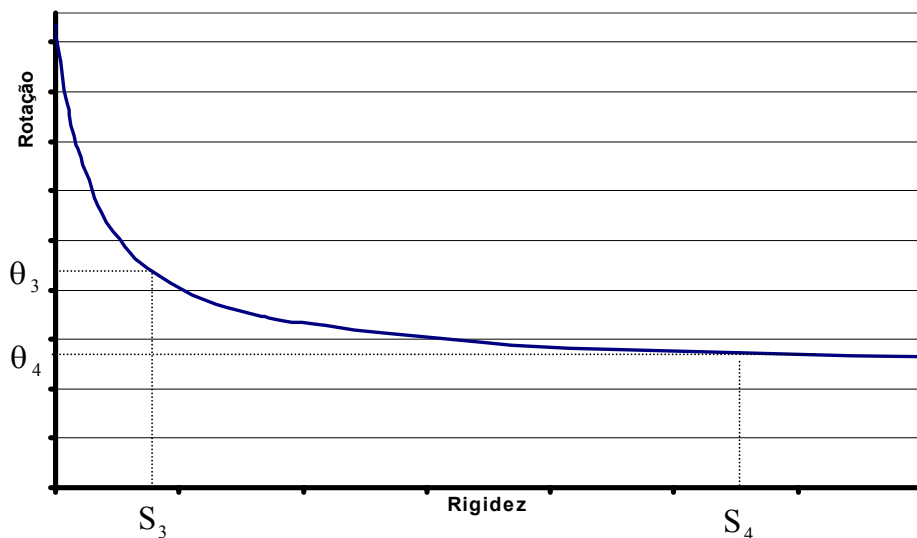


Gráfico 4.3.b: Relação rotação x rigidez.

Capítulo 5

Avaliação da rigidez da ligação parafusada

5.1. Comentários gerais

No presente trabalho, são estudadas as ligações formadas com dois parafusos por nó de elemento, como mostra a figura 5.1. Em função de alguns critérios de segurança para a garantia da integridade do comportamento da ligação, a NBR 8800:1986 determina certos limites para as ligações do tipo parafusada, levando-se em consideração os materiais e a disposição dos mesmos empregados na elaboração da ligação.

O afastamento dos parafusos determina um momento resistente na extremidade da barra igual a $M_R = F_R * e_p$, normalmente desprezado na análise estrutural. Com a conveniente entrada de dados no programa, o mesmo irá verificar o quanto este momento influenciará no comportamento da respectiva ligação em estudo. A figura 5.0 mostra um arranjo típico de ligação encontrada tanto em estruturas metálicas quanto em estruturas de madeira.

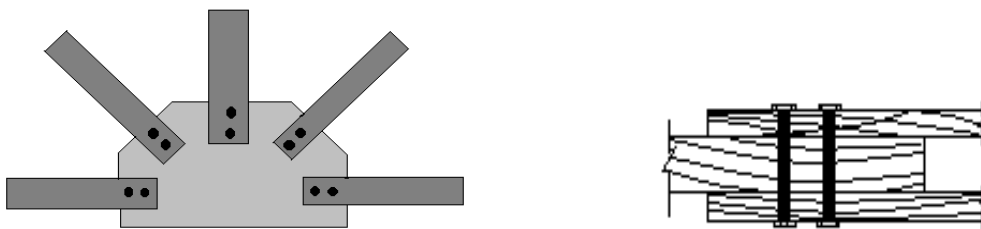


Figura 5.0.: Arranjos típicos de ligações parafusadas

5.2. Determinação do momento resistente

O valor da força resistente da ligação parafusada será determinado a partir das ações em equilíbrio das ações dadas pela figura 5.1, onde:

e_p é o espaçamento entre parafusos;

F_R é a força resistente dos parafusos;

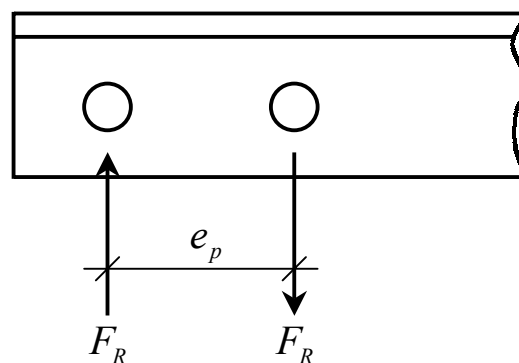


Figura 5.1: Esforços envolvidos em uma ligação parafusada

A força resistente ao corte do parafuso é igual a: $F_R = \Phi * R_{NV}$

onde: $\Phi = 0,65$ para parafusos ASTM A325 e ASTM A490

$\Phi = 0,60$ para parafusos ASTM A307 e ISO 898

e

$$R_{NV} = 0,42A_p * f_u$$

Na expressão acima A_p é a área bruta, baseada no diâmetro nominal “ ϕ ” do parafuso.

f_u é a resistência à tração do material do parafuso.

A resistência à tração do material do parafuso depende das especificações do mesmo. A tabela 5.1 apresenta os valores de f_u usualmente aplicáveis em estruturas.

Tabela 5.1: Tipo de aços utilizados na fabricação dos parafusos.

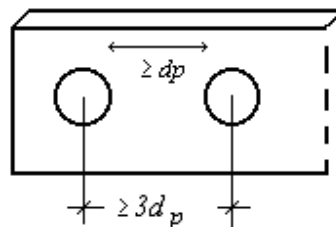
* d_p é o diâmetro do parafuso.

ESPECIFICAÇÃO	RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (MPa)	DIÂMETRO (mm)
ASTM A307	415	100
ASTM A325	825	$12,7 < d_p < 25,4$ *
	725	$25,4 \leq d_p < 38,1$ *
ASTM A490	1035	$12,7 \leq d_p < 38,1$ *

5.3. Disposição Construtiva

A distância mínima entre os centros dos furos não pode ser inferior à $3d_p$, valor estipulado pela NBR 8800:1986.

Além desse requisito, a distância entre as bordas de dois furos consecutivos não pode ser inferior a d_p , conforme a figura 5.2.

**Figura 5.2:** Espaçamento mínimo entre furos

Observação: Não está sendo considerado o efeito do esmagamento da chapa.

Capítulo 6

Avaliação dos momentos na estrutura

6.1. Comentários gerais

O programa P.S-R (Pórtico Semi-Rígido), desenvolvido no presente trabalho, faz o estudo do comportamento das ligações formadas com dois parafusos por nó de elemento. A correção da rigidez das ligações fica por conta de um processo iterativo. Esta correção se faz apenas quando o momento resistente da ligação passa a ser inferior ao momento solicitante aplicado à mesma. Para a determinação a priori dos esforços na estrutura, as ligações são consideradas como perfeitamente engastadas (modelos ideais); para a determinação dos esforços reais provenientes das forças externas aplicadas à correção das estruturas, e logo após a esta consideração inicial, os esforços de flexão atuantes na ligação são comparados em módulo com a resistência que a mesma oferece.

6.2. Alteração da rigidez nas extremidades da barras

O valor do momento resistente é uma função direta do espaçamento e do diâmetro dos parafusos e constante ao longo do processo de análise, ou seja, seu valor será o mesmo para todos os nós. Deve-se atentar para o dimensionamento mínimo de parafusos previsto por norma, para que a confiabilidade dos resultados não seja prejudicada.

Após calcular o momento solicitante e o momento resistente, o programa compara os dois valores:

- Se $M_S > M_R$, então:

recalcula-se toda estrutura, até que os momentos solicitantes em todas as ligações sejam iguais ou inferiores ao momento resistente: $M_S = M_R$

- Se $M_S < M_R$, então:

o valor do momento continua sendo M_S .

O programa abaixa a rigidez da ligação fazendo com que o momento solicitante seja igual ao resistente, e assim, uma nova rigidez deverá ser computada nos cálculos. O programa fará iterações de tal forma em que o resíduo de momento excedente propague para os nós vizinhos através dos elementos estruturais; desta forma, a estrutura buscará uma nova forma ou configuração de equilíbrio.

Capítulo 7

Aspectos computacionais

7.1. Preliminares

O intuito do presente capítulo é o de apresentar as particularidades do presente programa (análise do comportamento semi-rígido das ligações parafusadas), assim como o funcionamento do seu arquivo de entrada e saída de dados, e discursar sobre as teorias envolvidas na elaboração do algoritmo numérico.

O programa P.S-R foi desenvolvido em linguagem FORTRAN (Power Station), desenvolvido para calcular estruturas planas formadas por elementos unidimensionais considerando-se três modelos de ligação, que serão apresentados juntamente com os seus respectivos arquivos de entrada e saída de dados, no decorrer deste capítulo.

O algoritmo do presente programa foi desenvolvido em função do método dos deslocamentos, poderosa ferramenta numérica utilizada na elaboração de programas de análise do comportamento estrutural. Este método será discutido com maiores detalhes também neste capítulo.

7.2. Método dos deslocamentos

O método dos deslocamentos tem grande aplicação na resolução de estruturas lineares e representa importante ferramenta na elaboração de programas computacionais.

Contrário ao método da flexibilidade, o sistema de equações é determinado aplicando-se agora um deslocamento unitário ao invés de uma ação ou força unitária, as incógnitas no problema são os deslocamentos nas juntas dos

elementos da estrutura, e não mais as reações e tensões redundantes, como eram calculadas no método da flexibilidade.

O sistema de coordenadas globais deve ser fixado de forma a determinar cinematicamente a estrutura, ou seja, representar todas as possibilidades de movimento nas juntas ou nós entre os elementos da estrutura. Em princípio, haverá coordenadas onde houver cargas aplicadas, deslocamentos nodais impostos, deslocamentos incógnitos e reação de apoio a calcular.

Considera-se a estrutura resolvida quando são conhecidos os esforços nas extremidades de todos os elementos, os deslocamentos dos nós e as reações nos apoios, para um carregamento qualquer imposto através de cargas aplicadas aos nós e ao longo dos elementos.

A aplicação do método dos deslocamentos é realizada da seguinte forma:

- a) o sistema de coordenadas globais deve ser definido de forma que este, determine cinematicamente a estrutura, e para o qual seja possível determinar uma matriz de rigidez (as coordenadas devem ser independentes das ações e dos deslocamentos).
- b) os elementos e suas coordenadas locais devem ser definidos de forma a determinar suas matrizes de rigidez de modo que o vetor de forças nodais equivalentes locais seja igual ao produto da matriz de rigidez do elemento local pelo vetor de deslocamentos nodais.
- c) construir as matrizes de incidência cinemática dos elementos de forma que o vetor dos deslocamentos nodais seja determinado em função do produto entre a matriz de incidência cinemática pelo vetor de deslocamentos em coordenadas globais.
- d) calcular a matriz de rigidez da estrutura a partir das matrizes de rigidez dos elementos em coordenadas locais, onde estas matrizes locais são transformadas em globais do elemento e em seguida são convenientemente localizadas de forma a construir a matriz de rigidez da estrutura.

- e) havendo cargas ao longo dos elementos, estas deverão ser transformadas em ações nodais equivalentes através do método da flexibilidade, por exemplo, como foi demonstrado de forma conveniente no capítulo 3 do presente trabalho.
- f) impor as condições de contorno (vínculos rígidos segundo as direções das coordenadas globais) no sistema onde o produto da matriz de rigidez da estrutura pelo vetor de deslocamentos nodais globais da mesma devem ser iguais ao vetor de forças nodais da estrutura. Isto é feito, anulando-se linhas e colunas da matriz de rigidez da estrutura, exceto o termo que será feito igual a um e anulando-se, também, as respectivas linhas do vetor de forças nodais globais da estrutura.
- g) calcular os deslocamentos nodais da estrutura através da resolução do sistema formado já com as suas condições de contorno como citadas no item “c”.

A partir dos deslocamentos nodais da estrutura, determina-se os esforços solicitantes nos elementos, assim como as suas tensões e deformações.

7.3. Fluxograma

O código computacional desenvolvido será exposto de maneira simples e objetiva através de um fluxograma estruturado como mostra a figura 7.1 logo abaixo:

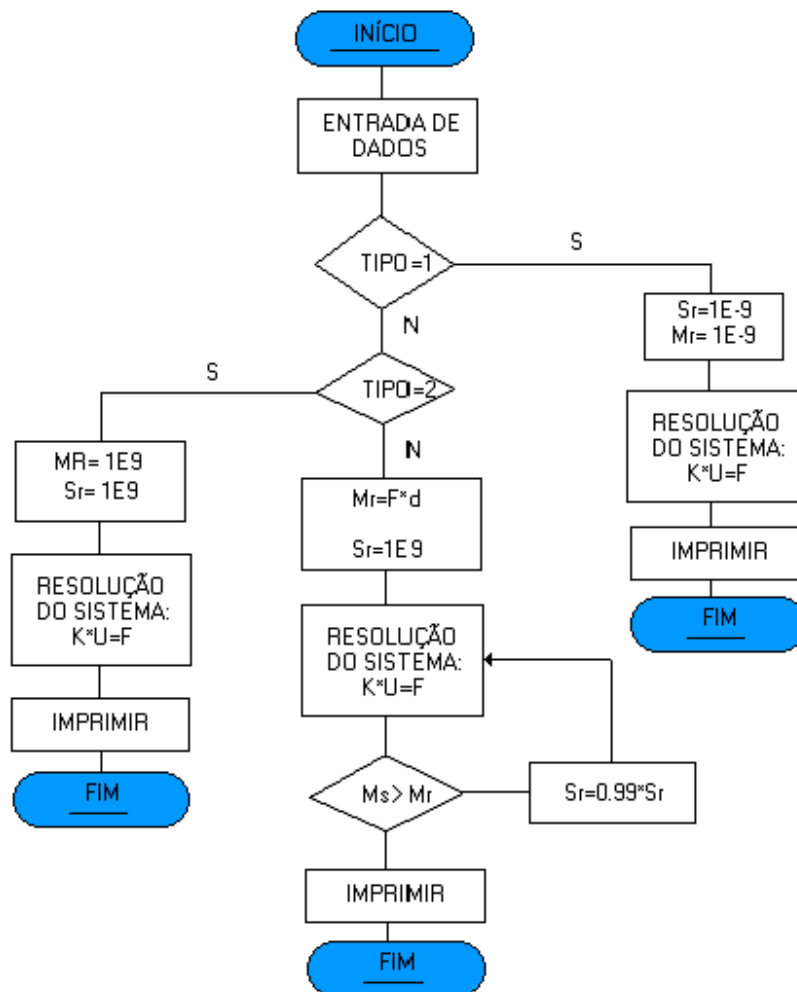


Figura 7.1: Fluxograma simplificado do programa

Uma importante observação a se relatar sobre o fluxograma é que, para o terceiro tipo de análise (ligação semi-rígida) o programa executará os cálculos assumindo a priori que a matriz de rigidez para os elementos da estrutura em análise seja a de pórtico plano, isto implica que os coeficientes de semi-rigidez que encontram-se acoplados na matriz de rigidez de cada elemento são de ordem relativamente grandes ($10^9 EI / L$), simulando e preservando a integridade da rigidez dos mesmos (nós perfeitamente rígidos). É necessário conhecer o valor inicial do momento fletor atuante nos nós dos elementos para que estes sejam-

corrigidos futuramente caso o momento atuante seja maior que o resistente (processo iterativo).

7.4. Matriz de transformação de coordenadas

O desenvolvimento da matriz de transformação de coordenadas será realizado partindo-se da figura 7.2 logo abaixo:

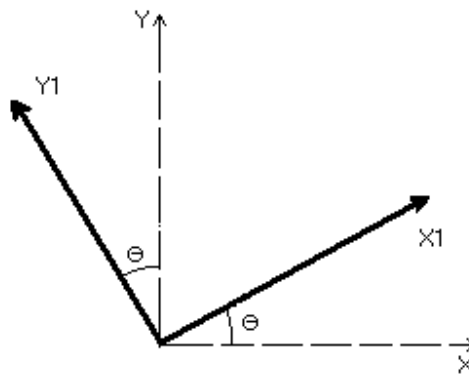


Figura 7.2: Sistema de transformação de coordenadas

Fazendo-se a transformação do sistema de coordenadas (x,y) para o sistema (x1,y1), e rearranjando-se o sistema de equações lineares em um sistema na forma de matriz, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} X1 \\ Y1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} \quad (68)$$

A transformação de coordenadas é apenas realizada para os graus de liberdade referidos à translação do elemento. As duas rotações no elemento não são transformáveis. Para que haja compatibilidade entre o produto das matrizes efetuadas no algoritmo, é necessário que loquemos os termos ou os coeficientes de transformação de coordenadas de forma conveniente em uma matriz quadrada de sexta ordem. Esta é a ordem da matriz de rigidez do elemento de barra de pórtico plano.

A matriz de transformação de coordenadas é dada pela figura (7.3) logo abaixo:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 7.3: Matriz de transformação de coordenadas

A matriz de transformação de coordenadas têm a função de transformar o sistema de coordenadas globais no sistema de coordenadas locais ou vice-versa, de acordo com as necessidades exigidas pelo algoritmo numérico.

7.5. Sistema de coordenadas globais

O sistema de coordenadas globais (da estrutura), adotados para o os cálculos em que o programa executa encontram-se na figura 7.4 logo abaixo:

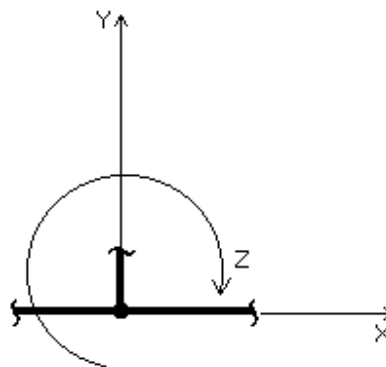


Figura 7.4: Sistema de coordenadas globais para um nó típico

O sistema de coordenadas globais é base para o cálculo dos deslocamentos nodais da estrutura, reações de apoio e também para a interpretação dos resultados gerais fornecidos pelo arquivo de saída de dados do programa.

7.6. Sistema de coordenadas locais

O sistema de coordenadas locais (do elemento) adotados para os cálculos no programa, encontram-se na figura 7.5 logo abaixo:

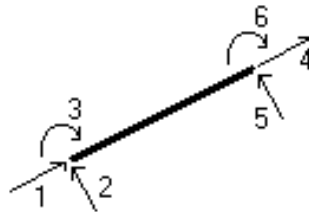


Figura 7.5 : Sistema de coordenadas locais para um elemento de barra de pórtico.

O sistema de coordenadas locais é responsável pela determinação dos esforços, tensões e deformações nos elementos da estrutura.

7.7. Arquivos de entrada e saída de dados

Encontra-se no arquivo de entrada de dados uma opção para o usuário em que o mesmo possa realizar os três tipos de análises simultaneamente.

Se o usuário optar pela análise do tipo "1", o programa executará os cálculos considerando-se a estrutura como sendo portadora de nós perfeitamente articuláveis.

Se o usuário optar pela análise do tipo "2", o programa executará os cálculos considerando-se a estrutura como sendo portadora de nós perfeitamente rígidos.

Caso o usuário optar pela análise do tipo "3", o programa executará os cálculos considerando-se a estrutura como sendo portadora de nós semi-rígidos, ou seja, agora, além das respostas para os deslocamentos, esforços e reações de apoio o arquivo de saída de dados, fornecerá o valor da rigidez já corrigida para cada um dos nós do elemento em questão, caso este onde momento solicitante é maior que o resistente, do contrário, o programa não fará iterações ($M_s < M_r$) e a estrutura, portanto, poderá ser calculada considerando-se os nós como sendo perfeitamente rígidos ou rotulados.

O programa traz uma certa facilidade ao usuário quando este procura fazer os três tipos de análises simultaneamente. Para a estrutura em questão, basta apenas atribuímos seus dados no arquivo de entrada uma única vez, troca-se apenas o item do arquivo de entrada que pede o tipo de análise pelo qual o usuário pretende realizar. Com isso, evitando-se a construção de três arquivos de entrada dados para cada uma das análises em que o programa executa, portanto, muda-se apenas o número que corresponde à forma da análise em questão.

No arquivo de entrada de dados, o usuário encontrará algumas solicitações do mesmo que irão além das informações sobre parâmetros de natureza física e geométrica dos elementos. Neste, também se constatará a existência de parâmetros que definam algumas particularidades do tipo da ligação adotada no programa (ligação formada com dois parafusos por nó de elemento), como o tipo de parafuso, o diâmetro do mesmo e o espaçamento entre eles, dados estes que são fundamentais para o cálculo do momento resistente da ligação. Por sua vez, esses dados são parâmetros de extrema importância para o terceiro tipo de análise. Vale ressaltar a importância de que o usuário deva buscar informações normativas para a construção ideal e adequada da ligação para a estrutura desejada. No presente trabalho, são colocados alguns tipos de dados e algumas referências importantes para a elaboração da ligação segundo informações normativas. Porém, o intuito do mesmo é o de fazer o estudo ou a análise do comportamento semi-rígido das ligações para a obtenção dos resultados em termos de deslocamentos e esforços mais próximos da realidade do comportamento estrutural.

O arquivo de saída de dados fornece o valor de: deslocamentos nodais nos elementos estruturais, esforços solicitantes (normal, cortante e momento fletor) e rigidez equivalente nos nós dos elementos, dados estes que são fundamentais para a identificação de qual nó de um determinado elemento esteja sendo solicitado além do seu limite.

Para a visualização real dos arquivos de entrada e de saída de dados do programa, será executado um exemplo de uma estrutura do tipo “meia Howe”, para uma maior compreensão da sua concepção ou formação estrutural.

Tendo este capítulo como um de seus objetivos principais a exibição dos arquivos de entrada e saída de dados, sua apresentação será concebida de forma a expor apenas o arquivo que realiza o terceiro tipo de análise (ligações semi-rígidas), devido este ser o verdadeiro intuito do presente trabalho.

7.7.1. Arquivo de entrada de dados

Para a estrutura do tipo “meia Howe”, dada pela figura 7.6 logo abaixo, serão determinados seus deslocamentos nodais, os esforços solicitantes, a rigidez final de cada nó por elemento e as reações de apoio da estrutura em função dos dados físicos e geométricos referentes à mesma, e que encontram-se no arquivo de entrada de dados do programa.

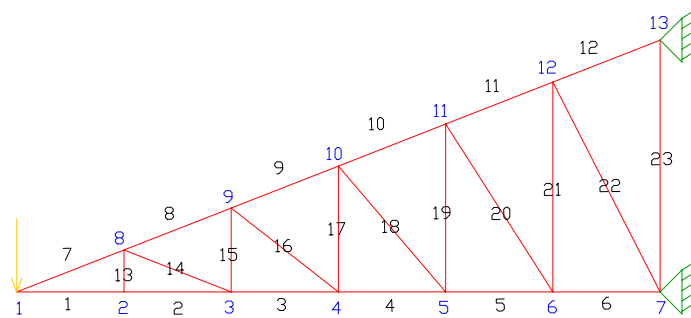


Figura 7.6: Estrutura do tipo “meia Howe”

7.7.1.1. Arquivo de entrada de dados para uma estrutura do tipo meia Howe

Escola de Engenharia de São Carlos

Universidade de São Paulo

Programa para o cálculo de pórticos planos com ligação semi-rígida

Desenvolvido por: André Luis Christoforo

Tipo de análise:

3

Obs: Tipo 1 -> Treliza (Não iterativo)

Tipo 2 -> Pórtico (Não Iterativo)

Tipo 3 -> Semi-Rígido (Iterativo)

Entre com o número de nós da estrutura (Nnos):

13

Entre com as coordenadas dos nós da estrutura:

Nó	Coordenada(X)	Coordenada(Y)
1	0	0
2	180	0
3	360	0
4	540	0
5	720	0
6	900	0
7	1080	0
8	180	70
9	360	140
10	540	210
11	720	280
12	900	350
13	1080	420

Entre com o número de elementos da estrutura (Nele):

23

Entre com a conectividade dos elementos e o tipo de material:

Elemento	Nó(inicial)	Nó(final)	Material
1	1	2	1
2	2	3	1
3	3	4	1
4	4	5	1
5	5	6	1

6	6	7	1
7	1	8	1
8	8	9	1
9	9	10	1
10	10	11	1
11	11	12	1
12	12	13	1
13	2	8	1
14	3	8	1
15	3	9	1
16	4	9	1
17	4	10	1
18	5	10	1
19	5	11	1
20	6	11	1
21	6	12	1
22	7	12	1
23	7	13	1

Entre com o número de materiais (Nmat):

1

Entre com os parâmetros que constituem cada material:

Material	Elasticidade(E)	Inércia(In)	Área(Ar)
1	205000	833.33	100

Entre com o número de nós carregados (Nnocar):

1

Entre com a posição, intensidade, direção e sentido para as cargas concentradas na estrutura:

Nó	Carga(Qx)	Carga(Qy)	Carga(Qz)
1	0	-900	0

Entre com o número de elementos carregados (nelecar):

0

Entre com a posição, intensidade, direção e sentido das cargas distribuídas nos elementos:

Elemento Carga

Entre com o número de nós restritos (Nnores):

2

Entre com a quantidade de graus de liberdade restritos por nó:

Obs: 0 = para graus de liberdade não restritos a movimentos

1 = para graus de liberdade restritos a movimentos

Nó	Direção(x)	Direção(y)	Direção (z)
7	1	1	1
13	1	1	1

Dados de ligação:

Obs: Para a análise do presente estudo foram considerados 4 tipos de parafusos:

- material numero 1: ASTM A307 <- diâmetro 10 cm
- material numero 2: ASTM A325 <- diâmetro 1.27cm < d 3.81 cm
- material numero 3: ASTM A490 <- diâmetro 1.27cm < d 3.81 cm
- material numero 4: ISO 898 <- diâmetro 3.6 cm

Material	Diâmetro do parafuso (cm)	Espaçamento entre parafusos (cm)
2	1.3	7

7.7.1.2. Arquivo de saída de dados para uma estrutura do tipo meia Howe

*****Deslocamentos*****

Nó	Desl(x)	Desl(y)	Giro(z)
1	1.21725	-6.99848	.01843
2	1.01457	-3.70917	.01211
3	.81209	-2.10436	.00781
4	.60921	-1.08254	.00482
5	.40621	-.44951	.00279
6	.20312	-.10807	.00132

7	.00000	.00000	.00000
8	.18844	-3.70912	.01152
9	-.18516	-2.10422	.00655
10	-.33176	-1.08241	.00411
11	-.32712	-.44926	.00224
12	-.20896	-.10790	.00074
13	.00000	.00000	.00000

*******Esforços*******

Barra 1	Nó(i) 1	Nó(j) 2
Normal	Cortante	Momento
2308.27894	-1.50579	-60.79381
-2308.27894	1.50579	-210.24836

Barra 2	Nó(i) 2	Nó(j) 3
Normal	Cortante	Momento
2306.00312	-.16640	177.94581
-2306.00312	16640	-207.89748

Barra 3	Nó(i) 3	Nó(j) 4
Normal	Cortante	Momento
2310.58530	.40360	210.20169
-2310.58530	-.40360	-137.55280

Barra 4	Nó(i) 4	Nó(j) 5
Normal	Cortante	Momento
2312.00717	.60689	210.26915
-2312.00717	-.60689	-101.02958

Barra 5	Nó(i) 5	Nó(j) 6
Normal	Cortante	Momento

2312.89515	.83027	209.65003
-2312.89515	-.83027	-60.20184

Barra 6	Nó(i) 6	Nó(j) 7
Normal	Cortante	Momento
2313.35341	.36807	158.11569
-2313.35341	-.36807	-91.86277

Barra 7	Nó(i) 1	Nó(j) 8
Normal	Cortante	Momento
-2476.98263	-.77373	60.79381
2476.98263	.77373	-210.22563

Barra 8	Nó(i) 8	Nó(j) 9
Normal	Cortante	Momento
-2478.41304	.00004	210.23452
2478.41304	-.00004	-210.22641

Barra 9	Nó(i) 9	Nó(j) 10
Normal	Cortante	Momento
-2480.80824	-.15371	173.97460
2480.80824	.15371	-203.66020

Barra 10	Nó(i) 10	Nó(j) 11
Normal	Cortante	Momento
-2481.71677	.52637	210.29656
2481.71677	-.52637	-108.63683

Barra 11	Nó(i) 11	Nó(j) 12
Normal	Cortante	Momento

-2482.24820	.36575	167.76049
2482.24820	-.36575	-97.12264

Barra 12	Nó(i) 12	Nó(j) 13
Normal	Cortante	Momento
-2482.30153	1.33571	194.72734
2482.30153	-1.33571	63.24025

Barra 13	Nó(i) 2	Nó(j) 8
Normal	Cortante	Momento
-1.33939	-2.27582	32.30255
1.33939	2.27582	-191.61028

Barra 14	Nó(i) 3	Nó(j) 8
Normal	Cortante	Momento
4.18389	-.02754	-196.91995
-4.18389	.02754	191.60139

Barra 15	Nó(i) 3	Nó(j) 9
Normal	Cortante	Momento
-2.11211	.69276	194.61574
2.11211	-.69276	-97.62995

Barra 16	Nó(i) 4	Nó(j) 9
Normal	Cortante	Momento
1.84704	.04218	-124.26370
-1.84704	-.04218	133.88176

Barra 17	Nó(i) 4	Nó(j) 10
Normal	Cortante	Momento

-1.30396	-.06198	51.54735
1.30396	.06198	-64.56391
Barra 18	Nó(i) 5	Nó(j) 10
Normal	Cortante	Momento
1.97308	-.16968	-104.85980
-1.97308	.16968	57.92755
Barra 19	Nó(i) 5	Nó(j) 11
Normal	Cortante	Momento
-1.83189	-.26726	-3.76065
1.83189	.26726	-71.07172
Barra 20	Nó(i) 6	Nó(j) 11
Normal	Cortante	Momento
1.63387	-.21303	-82.85710
-1.63387	.21303	11.94806
Barra 21	Nó(i) 6	Nó(j) 12
Normal	Cortante	Momento
-1.02737	-.24607	-15.05675
1.02737	.24607	-71.06785
Barra 22	Nó(i) 7	Nó(j) 12
Normal	Cortante	Momento
1.99642	-.29881	-91.06526
-1.99642	.29881	-26.53685
Barra 23	Nó(i) 7	Nó(j) 13
Normal	Cortante	Momento

.00000 .00000 .00000
 .00000 .00000 .00000

Número de iterações: 15404

Momento resistente: 209.256

*******Coefficiente de rigidez*******

Barra	Sr(i)	Sr(j)
1	1000000000.00000	38036.72941
2	80553.20042	3366862.23558
3	182056.14153	1000000000.00000
4	536916.20455	1000000000.00000
5	3904201.82928	1000000000.00000
6	1000000000.00000	1000000000.00000
7	1000000000.00000	39078.22542
8	111617.37729	296057.00145
9	575866.67097	1000000000.00000
10	3151722.25746	1000000000.00000
11	1000000000.00000	1000000000.00000
12	1000000000.00000	1000000000.00000
13	234261.48433	1000000000.00000
14	731138353.82169	126866.98069
15	8477631.74980	2260954.84020
16	1000000000.00000	1000000000.00000
17	1000000000.00000	1000000000.00000
18	1000000000.00000	1000000000.00000
19	1000000000.00000	1000000000.00000
20	1000000000.00000	1000000000.00000
21	1000000000.00000	1000000000.00000
22	1000000000.00000	1000000000.00000
23	1000000000.00000	1000000000.00000

*******Reações de apoio*******

Nó	Reacao(x)	Reacao(y)	Momento(z)
7	-2314.00074	1.54398	-182.92802
13	2314.00074	898.45602	63.24025

Capítulo 8

Exemplos de aplicação

8.1. Comentários gerais

Neste capítulo, serão efetuados alguns cálculos para determinadas estruturas considerando-se as três formas de análise para cada exemplo ou estrutura em questão. O objetivo, com relação aos exemplos rodados, será o de confrontar seus resultados de deslocamentos e esforços entre as três formas de análise que o programa efetua, e, portanto, verificar a importância da análise do comportamento semi-rígido das ligações.

Alguns exemplos de diferentes configurações geométricas e carregamentos foram analisados pelo programa P.S-R desenvolvido, e os seus resultados, tais como deslocamentos dos nós, reações e esforços nos elementos, foram comparados com o software de análise estrutural, SAP 2000.

A comparação foi realizada para se verificar inicialmente a integridade do programa desenvolvido. Nos diversos exemplos, procurou-se verificar os resultados para os casos onde todos os elementos foram considerados rotulados nas suas extremidades e, posteriormente, engastados.

Depois de comprovada a consistência do programa, tais exemplos foram processados novamente, a fim de analisar o comportamento da ligação semi-rígida dos elementos. Nas tabelas 8.1, 8.3.a, 8.5., 8.7 e 8.9, estão apresentados os valores dos momentos solicitantes nos elementos em cada estrutura e os mesmos organizados em três colunas, sendo uma para a configuração rotulada, outra para a semi-rígida e outra para a engastada.

Nas tabelas 8.2, 8.4, 8.6, 8.8 e 8.10, estão apresentados os valores dos deslocamentos máximos para cada situação.

No processo computacional, o próprio programa efetua automaticamente a busca do valor do coeficiente de rigidez para cada nó da estrutura, a fim de que o valor limite para o momento solicitante na extremidade do elemento, não seja superior ao momento resistente da ligação, nesse caso para ligações parafusadas.

As estruturas analisadas nos itens 8.2.1, 8.2.2, 8.2.3, 8.2.4 e 8.2.5 foram processadas admitindo-se uma certa rigidez nas barras, preocupando-se somente com o comportamento da ligação semi-rígida entre elas. Para a estrutura analisada no item 8.2.5, procurou-se obter uma análise, introduzindo-se a rigidez das ligações compatível com a resistência de cálculo, devido ao carregamento usual neste tipo de estrutura. Somente no exemplo 8.2.1, a estrutura foi analisada para três diferentes comprimentos de vãos, sendo 10,80 m, 21,60 m e 32,40 m, respectivamente, com o objetivo de se verificar e comparar a rigidez observada nos três casos.

8.2. Exemplos

Os exemplos apresentados a seguir são configurações de estruturas comumente utilizadas em construções industriais, comerciais e residenciais, sendo que algumas delas podem ser utilizadas na fabricação de pontes, etc.

8.2.1. Estrutura Howe

Conforme mencionado anteriormente, a análise dessa estrutura foi efetuada para três diferentes vãos, sendo sempre mantida as mesmas condições topológicas e geométricas da estrutura, bem como as ações nos seus respectivos nós, e também o mesmo tipo de material, tanto para os elementos da estrutura, como para a ligação.

As figuras 8.1.a, 8.1.b e 8.1.c mostram a geometria das estruturas Howe analisadas nos três casos. Os valores dos momentos solicitantes encontram-se nas tabelas 8.1.a, 8.1.b e 8.1.c. Os valores dos deslocamentos no meio do vão

para estas estruturas, com vãos diferentes, encontram-se nas tabelas 8.2.a, 8.2.b e 8.2.c .

Os valores adotados para as três estruturas Howe são iguais a:

- Força concentrada nos nós: 60,00 kN
- Área da seção transversal: 114,00 cm².
- Momento de inércia: 1728,00 cm⁴.
- Módulo de elasticidade: 20500 KN/cm².
- Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.
- Espaçamento entre parafusos: 7,00 cm.
- Especificação do parafuso: ASTM A307.

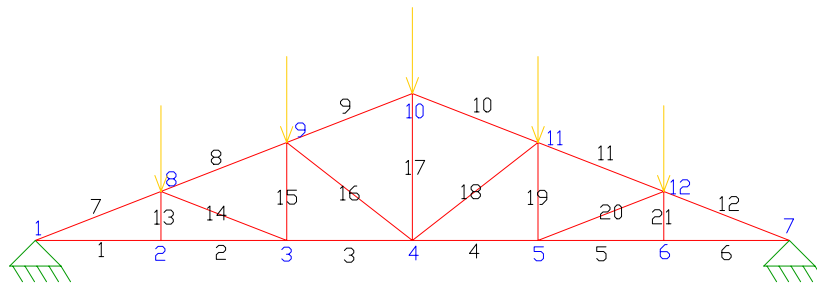


Figura 8.1.a: Estrutura Howe, L=10.80 m

Tabela 8.1.a: Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=10,80 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	14,11	92,75	20,12	225,95
2	2	3	0,00	0,00	-64,50	23,37	-90,70	14,13
3	3	4	0,00	0,00	-51,17	1,46	-47,01	3,52
4	5	4	0,00	0,00	51,17	-1,46	47,01	-3,52
5	6	5	0,00	0,00	64,50	-23,37	90,70	-14,13
6	7	6	0,00	0,00	-14,11	-92,75	-20,12	-225,95
7	1	8	0,00	0,00	-14,11	91,39	-20,12	191,66
8	8	9	0,00	0,00	-66,54	27,77	-78,07	22,90

9	9	10	0,00	0,00	-76,77	-52,67	-76,39	-52,49
10	11	10	0,00	0,00	76,77	52,67	76,39	52,49
11	12	11	0,00	0,00	66,54	-27,77	78,07	-22,90
12	7	12	0,00	0,00	14,11	-91,39	20,12	-191,66
13	2	8	0,00	0,00	-91,24	-1,40	-135,24	-80,26
14	3	8	0,00	0,00	45,94	-23,43	44,45	-33,32
15	3	9	0,00	0,00	-18,14	16,27	-11,56	20,44
16	4	9	0,00	0,00	53,14	32,72	53,29	33,05
17	4	10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
18	4	11	0,00	0,00	-53,14	-32,72	-53,29	-33,05
19	5	11	0,00	0,00	18,14	-16,27	11,56	-20,44
20	5	12	0,00	0,00	-45,94	23,43	-44,45	33,32
21	6	12	0,00	0,00	91,24	1,40	135,24	80,26

Tabela 8.2.a: Valor do deslocamento no meio do vão, L=10,80 m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
4	-0,1878	-0,1870	-0,1865

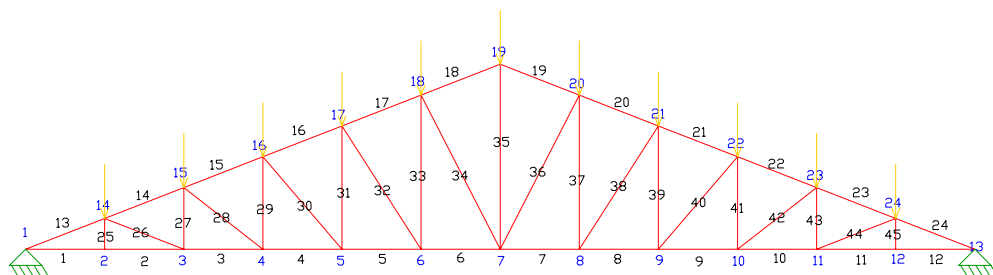


Figura 8.1.b: Estrutura Howe, L=21,60 m

Tabela 8.2.b: Valores dos momentos solicitantes nos elementos,

L=21,60 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"	Nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	32,53	90,26	44,70	521,12
2	2	3	0,00	0,00	-90,75	91,10	-165,59	77,12
3	3	4	0,00	0,00	-91,10	32,80	-107,45	28,27
4	4	5	0,00	0,00	-91,62	-0,77	-95,72	-0,20
5	5	6	0,00	0,00	-91,62	-27,25	-93,78	-17,79
6	6	7	0,00	0,00	-91,23	-91,82	-134,07	108,47
7	8	7	0,00	0,00	91,23	91,82	134,07	108,47
8	9	8	0,00	0,00	91,62	27,25	93,78	17,79
9	10	9	0,00	0,00	91,62	0,77	95,72	0,20
10	11	10	0,00	0,00	91,10	-32,80	107,45	-28,27
11	12	11	0,00	0,00	90,75	-91,10	165,59	-77,12
12	13	12	0,00	0,00	-32,53	-90,26	-44,70	-521,12
13	1	14	0,00	0,00	-32,53	90,80	-44,70	442,31
14	14	15	0,00	0,00	-90,25	91,18	-147,79	84,42
15	15	16	0,00	0,00	-87,68	32,91	-85,35	34,24
16	16	17	0,00	0,00	-91,38	-9,58	-95,78	-17,84
17	17	18	0,00	0,00	-91,39	-32,41	-77,52	28,47
18	18	19	0,00	0,00	-90,60	-90,19	-235,16	-277,47
19	20	19	0,00	0,00	90,60	90,19	235,16	277,47
20	21	20	0,00	0,00	91,39	32,41	77,52	-28,47
21	22	21	0,00	0,00	91,38	9,58	95,78	17,84
22	23	22	0,00	0,00	87,68	-32,91	85,35	-34,24
23	24	23	0,00	0,00	90,25	-91,18	147,79	-84,42
24	13	24	0,00	0,00	32,53	-90,80	44,70	-442,31
25	2	14	0,00	0,00	-91,51	90,09	-355,53	-237,02
26	3	14	0,00	0,00	91,01	-37,73	125,75	-57,49
27	3	15	0,00	0,00	-90,89	-28,61	-95,42	-27,87
28	4	15	0,00	0,00	89,88	25,11	94,47	28,80
29	4	16	0,00	0,00	-31,06	9,50	-27,03	11,65
30	5	16	0,00	0,00	80,53	48,96	82,68	49,88

31	5	17	0,00	0,00	11,87	37,15	11,29	32,67
32	6	17	0,00	0,00	80,60	63,82	85,80	62,69
33	6	18	0,00	0,00	37,88	90,21	66,06	102,57
34	7	18	0,00	0,00	64,30	90,79	83,35	104,11
35	7	19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
36	7	20	0,00	0,00	-64,30	-90,79	-83,35	-104,11
37	8	20	0,00	0,00	-37,88	-90,21	-66,06	-102,57
38	8	21	0,00	0,00	-80,60	-63,82	-85,80	-62,69
39	9	21	0,00	0,00	-11,87	-37,15	-11,29	-32,67
40	9	22	0,00	0,00	-80,53	-48,96	-82,68	-49,88
41	10	22	0,00	0,00	31,06	-9,50	27,03	-11,65
42	10	23	0,00	0,00	-89,88	-25,11	-94,47	-28,80
43	11	23	0,00	0,00	90,89	28,61	95,42	27,87
44	11	24	0,00	0,00	-91,01	37,73	-125,75	57,49
45	12	24	0,00	0,00	91,51	-90,09	355,53	237,02

Tabela 8.2.b: Valor do deslocamento no meio do vão, L=21,60 m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
7	-0,8047	-0,8033	-0,8006

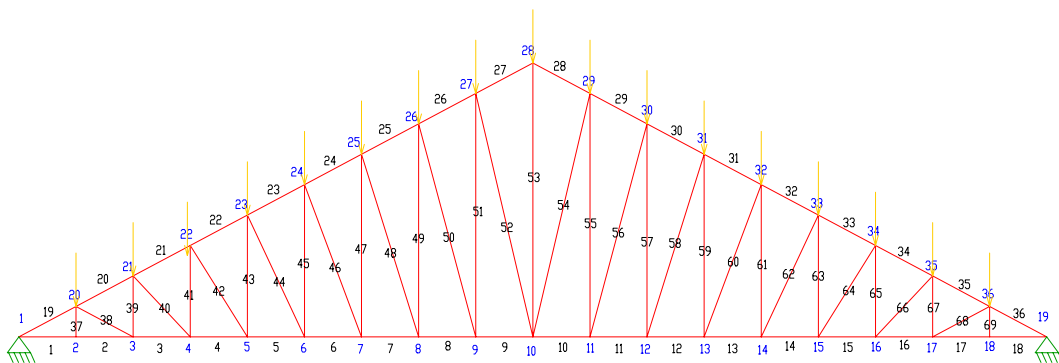


Figura 8.1.c: Estrutura Howe, L=32,40 m

Tabela 8.1.c: Valores dos momentos solicitantes nos elementos,

L=32,40 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	Nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	50,99	90,97	69,28	820,66
2	2	3	0,00	0,00	-90,89	90,15	-246,03	136,72
3	3	4	0,00	0,00	-90,15	86,31	-166,96	60,15
4	4	5	0,00	0,00	-91,15	31,24	-140,04	21,79
5	5	6	0,00	0,00	-90,81	-3,54	-131,06	-5,75
6	6	7	0,00	0,00	-91,47	-32,16	-135,92	-30,19
7	7	8	0,00	0,00	-90,70	-55,74	-148,98	-56,22
8	8	9	0,00	0,00	-90,93	-64,53	-150,81	-41,74
9	9	10	0,00	0,00	-90,90	-90,29	-264,31	-323,22
10	11	10	0,00	0,00	90,90	90,29	264,31	323,22
11	12	11	0,00	0,00	90,93	64,53	150,81	41,74
12	13	12	0,00	0,00	90,70	55,74	148,98	56,22
13	14	13	0,00	0,00	91,47	32,16	135,92	30,19
14	15	14	0,00	0,00	90,81	3,54	131,06	5,75
15	16	15	0,00	0,00	91,15	-31,24	140,04	-21,79
16	17	16	0,00	0,00	90,15	-86,31	166,96	-60,15
17	18	17	0,00	0,00	90,89	-90,15	246,03	-136,72
18	19	18	0,00	0,00	-50,99	-90,97	-69,28	-820,66
19	1	20	0,00	0,00	-50,99	91,16	-69,28	697,02
20	20	21	0,00	0,00	-90,39	91,25	-217,39	153,50
21	21	22	0,00	0,00	-90,60	81,04	-124,82	74,36
22	22	23	0,00	0,00	-91,24	19,52	-127,32	17,36
23	23	24	0,00	0,00	-91,15	-20,24	-131,97	-19,32
24	24	25	0,00	0,00	-90,75	-48,28	-139,72	-39,55
25	25	26	0,00	0,00	-90,42	-90,86	-167,66	-103,71
26	26	27	0,00	0,00	-91,63	-62,19	-114,70	82,54
27	27	28	0,00	0,00	-90,19	-90,16	-461,83	-648,84
28	29	28	0,00	0,00	90,19	89,86	461,83	648,84
29	30	29	0,00	0,00	91,63	62,19	114,70	-82,54
30	31	30	0,00	0,00	90,42	71,86	167,66	103,71

31	32	31	0,00	0,00	90,75	48,28	139,72	39,55
32	33	32	0,00	0,00	91,15	20,24	131,97	19,32
33	34	33	0,00	0,00	91,24	-19,52	127,32	-17,36
34	35	34	0,00	0,00	88,60	-81,04	124,82	-74,36
35	36	35	0,00	0,00	90,39	-91,25	217,39	-153,50
36	19	36	0,00	0,00	50,99	-91,16	69,28	-697,02
37	2	20	0,00	0,00	-90,08	90,51	-574,63	-392,68
38	3	20	0,00	0,00	91,33	-60,27	203,82	-86,93
39	3	21	0,00	0,00	-91,10	-14,40	-173,58	-63,03
40	4	21	0,00	0,00	90,85	11,75	145,76	34,35
41	4	22	0,00	0,00	-86,75	-23,93	-65,87	-3,64
42	5	22	0,00	0,00	90,80	34,14	114,70	56,60
43	5	23	0,00	0,00	-25,23	16,32	-5,43	36,99
44	6	23	0,00	0,00	90,87	55,30	109,68	77,61
45	6	24	0,00	0,00	12,15	42,13	31,99	63,65
46	7	24	0,00	0,00	90,96	90,87	115,59	95,39
47	7	25	0,00	0,00	39,89	63,79	63,58	90,72
48	8	25	0,00	0,00	90,89	90,91	128,08	116,48
49	8	26	0,00	0,00	62,78	81,59	78,95	93,35
50	9	26	0,00	0,00	90,93	90,90	149,17	125,06
51	9	27	0,00	0,00	90,51	90,68	156,87	202,44
52	10	27	0,00	0,00	90,72	90,70	115,43	176,84
53	10	28	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
54	10	29	0,00	0,00	-90,72	-90,70	-115,43	-176,84
55	11	29	0,00	0,00	-90,51	-90,68	-156,87	-202,44
56	11	30	0,00	0,00	-90,93	-90,90	-149,17	-125,06
57	12	30	0,00	0,00	-62,78	-90,59	-78,95	-93,35
58	12	31	0,00	0,00	-90,89	-90,91	-128,08	-116,48
59	13	31	0,00	0,00	-39,89	-63,79	-63,58	-90,72
60	13	32	0,00	0,00	-90,96	-68,87	-115,59	-95,39
61	14	32	0,00	0,00	-12,15	-42,13	-31,99	-63,65
62	14	33	0,00	0,00	-90,87	-55,30	-109,68	-77,61
63	15	33	0,00	0,00	25,23	-16,32	5,43	-36,99
64	15	34	0,00	0,00	-90,80	-34,14	-114,70	-56,60
65	16	34	0,00	0,00	86,75	23,93	65,87	3,64

66	16	35	0,00	0,00	-90,85	-11,75	-145,76	-34,35
67	17	35	0,00	0,00	91,10	14,40	173,58	63,03
68	17	36	0,00	0,00	-91,33	60,27	-203,82	86,93
69	18	37	0,00	0,00	90,08	-90,51	574,63	392,68

Tabela 8.2.c: Valor do deslocamento no meio do vão, L=32,40 m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
10	-1,8506	-1,8487	-1,8426

8.2.2. Meia estrutura Howe em balanço

A figura 8.2 mostra a geometria da estrutura Howe analisada nesse caso, sendo que a mesma possui um comprimento de 14,40 m. Os valores dos momentos solicitantes, bem como o deslocamento na extremidade do vão, estão apresentados nas tabelas 8.3 e 8.4, respectivamente.

Os valores adotados para o cálculo dessa estrutura são:

Força concentrada nos nós: 40,00 kN

Área da seção transversal: 100,00 cm².

Momento de inércia: 833,33 cm⁴.

Módulo de elasticidade: 20500 kN/cm².

Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.

Espaçamento entre parafusos: 7,00 cm.

Especificação do parafuso: ASTM A307.

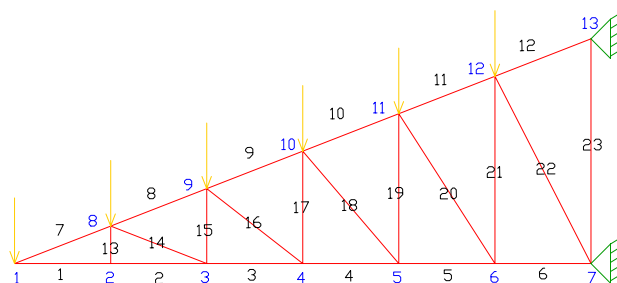


Figura 8.2: Meia estrutura Howe em balanço, L=14,40 m

Tabela 8.3: Valores dos momentos solicitantes nos elementos,

L=14,40 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	Nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	-2,96	-90,55	-8,15	-319,36
2	2	3	0,00	0,00	20,53	-90,23	-76,42	237,01
3	3	4	0,00	0,00	55,90	-90,85	29,64	-213,80
4	4	5	0,00	0,00	58,83	-90,23	49,17	-172,52
5	5	6	0,00	0,00	61,51	-90,32	42,21	-191,55
6	6	7	0,00	0,00	57,75	-91,08	70,08	-166,21
7	7	8	0,00	0,00	55,76	-90,57	22,80	201,25
8	8	9	0,00	0,00	51,96	-89,42	84,89	-136,78
9	1	10	0,00	0,00	2,96	-90,74	8,15	-294,12
10	10	11	0,00	0,00	19,82	-90,79	-62,92	-255,80
11	11	12	0,00	0,00	40,74	-90,50	-15,91	-221,01
12	12	13	0,00	0,00	81,34	-90,07	106,38	-134,97
13	13	14	0,00	0,00	51,37	-90,17	11,80	-216,12
14	14	15	0,00	0,00	85,94	90,98	124,22	-105,83
15	15	16	0,00	0,00	43,35	-90,05	3,70	-231,27
16	16	17	0,00	0,00	74,44	-91,20	95,92	-119,87
17	2	10	0,00	0,00	90,02	90,37	395,78	412,59
18	3	10	0,00	0,00	-90,96	7,54	-216,50	-55,54
19	3	11	0,00	0,00	90,62	90,04	355,61	271,72
20	3	12	0,00	0,00	62,66	-91,34	68,15	-140,52
21	4	12	0,00	0,00	90,02	90,81	164,61	167,84
22	5	12	0,00	0,00	-91,24	66,70	-105,81	87,30
23	5	13	0,00	0,00	90,45	90,70	151,86	123,17
24	5	14	0,00	0,00	65,51	-91,33	84,25	-98,22
25	6	14	0,00	0,00	90,57	90,85	121,47	100,14
26	7	14	0,00	0,00	-91,54	61,74	-64,58	89,98
27	7	15	0,00	0,00	90,33	90,62	118,25	102,13
28	7	16	0,00	0,00	62,53	-91,72	89,74	-63,13
29	8	16	0,00	0,00	90,61	26,09	116,36	91,28

30	9	16	0,00	0,00	-1,64	81,23	-3,85	107,19
31	9	17	0,00	0,00	91,06	91,20	140,64	119,87

Tabela 8.4: Valor do deslocamento na extremidade do vão, L=10,80m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
1	-7,7672	-7,7519	-7,7383

8.2.3. Estrutura Pratt

A figuras 8.3 mostra a geometria da estrutura Pratt, analisada nesse caso, sendo que a mesma possui um vão de 8,40 m. Os valores dos momentos solicitantes, bem como o deslocamento no meio do vão, estão apresentados nas tabelas 8.5 e 8.6, respectivamente.

Os valores adotados para o cálculo dessa estrutura são:

Força concentrada nos nós: 40,00 kN.

Área da seção transversal: 31,36 cm².

Momento de inércia: 81,95 cm⁴.

Módulo de elasticidade: 20500 kN/cm².

Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.

Espaçamento entre parafusos: 7,00 cm.

Especificação do parafuso: ASTM A307.

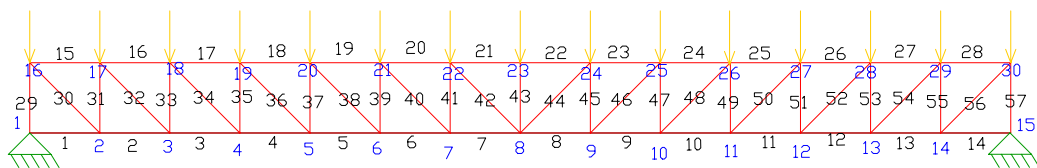


Figura 8.3.: Estrutura Pratt, L=8,40 m

Tabela 8.5: Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=8,40 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"	nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	91,08	66,44	184,85	142,08
2	2	3	0,00	0,00	60,80	79,12	102,24	127,47
3	3	4	0,00	0,00	38,57	84,89	70,33	125,25
4	4	5	0,00	0,00	10,50	87,13	33,15	117,05
5	5	6	0,00	0,00	-13,02	88,96	2,26	107,45
6	6	7	0,00	0,00	-32,29	87,00	-26,86	89,19
7	7	8	0,00	0,00	-45,72	90,90	-29,03	126,00
8	9	8	0,00	0,00	45,72	-90,90	29,03	-126,00
9	10	9	0,00	0,00	32,29	-87,00	26,86	-89,19
10	11	10	0,00	0,00	13,02	-88,96	-2,26	-107,45
11	12	11	0,00	0,00	-10,50	-87,13	-33,15	-117,05
12	13	12	0,00	0,00	-38,57	-84,89	-70,33	-125,25
13	14	13	0,00	0,00	-88,80	-88,12	-102,24	-127,47
14	15	14	0,00	0,00	-91,08	-88,44	-184,85	-142,08
15	16	17	0,00	0,00	90,94	88,40	175,87	138,87
16	17	18	0,00	0,00	88,48	83,05	105,85	132,08
17	18	19	0,00	0,00	47,61	91,36	79,26	137,71
18	19	20	0,00	0,00	30,43	91,14	51,12	137,00
19	20	21	0,00	0,00	15,90	90,85	26,47	133,93
20	21	22	0,00	0,00	3,00	92,13	0,70	115,89
21	22	23	0,00	0,00	-17,58	91,22	-10,24	132,71
22	24	23	0,00	0,00	17,58	-91,22	10,24	-132,71
23	25	24	0,00	0,00	-3,00	-92,13	-0,70	-115,89
24	26	25	0,00	0,00	-15,90	-90,85	-26,47	-133,93
25	27	26	0,00	0,00	-30,43	-91,14	-51,12	-137,00
26	28	27	0,00	0,00	-47,61	-91,36	-79,26	-137,71
27	29	28	0,00	0,00	-88,48	-83,05	-105,85	-132,08
28	29	30	0,00	0,00	-90,94	-69,40	-175,87	-138,87
29	1	16	0,00	0,00	-91,08	-90,73	-184,85	-185,74
30	2	16	0,00	0,00	-35,91	-0,20	-19,74	9,86

31	2	17	0,00	0,00	-91,33	-90,97	-224,38	-220,38
32	3	17	0,00	0,00	-26,96	-42,91	-8,77	-23,65
33	3	18	0,00	0,00	-90,72	-90,65	-189,03	-183,83
34	4	18	0,00	0,00	-4,23	-40,01	7,64	-27,51
35	4	19	0,00	0,00	-91,16	-88,97	-166,05	-157,34
36	5	19	0,00	0,00	16,67	-32,82	21,67	-31,49
37	5	20	0,00	0,00	-90,79	-88,77	-140,99	-130,30
38	6	20	0,00	0,00	34,53	-25,68	33,64	-33,17
39	6	21	0,00	0,00	-91,19	-88,81	-114,23	-101,28
40	7	21	0,00	0,00	46,44	-20,03	39,55	-33,35
41	7	22	0,00	0,00	-87,72	-68,91	-99,72	-87,64
42	8	22	0,00	0,00	89,57	-5,63	83,07	-18,00
43	8	23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
44	8	24	0,00	0,00	-89,57	5,63	-83,07	18,00
45	9	24	0,00	0,00	87,72	68,91	99,72	87,64
46	9	25	0,00	0,00	-46,44	20,03	-39,55	33,35
47	10	25	0,00	0,00	91,19	88,81	114,23	101,28
48	10	26	0,00	0,00	-34,53	25,68	-33,64	33,17
49	11	26	0,00	0,00	90,79	88,77	140,99	130,30
50	11	27	0,00	0,00	-16,67	32,82	-21,67	31,49
51	12	27	0,00	0,00	91,16	88,97	166,05	157,34
52	12	27	0,00	0,00	4,23	40,01	-7,64	27,51
53	13	28	0,00	0,00	90,72	90,65	189,03	183,83
54	13	29	0,00	0,00	26,96	42,91	8,77	23,65
55	14	29	0,00	0,00	91,33	90,97	224,38	220,38
56	14	30	0,00	0,00	35,91	0,20	19,74	-9,86
57	15	30	0,00	0,00	91,08	90,73	184,85	185,74

Tabela 8.6: Valor do deslocamento no meio do vão, $L=8,40$ m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
8	-2,9896	-2,9696	-2,9595

8.2.4. Estrutura Bowstring

A figura 8.4 mostra a geometria da estrutura Bowstring analisada nesse caso, sendo que a mesma possui um vão de 25,20 m. Os valores dos momentos solicitantes, bem como o deslocamento no meio do vão, estão apresentados nas tabelas 8.7 e 8.8, respectivamente.

Os valores adotados para o cálculo dessa estrutura são:

Força concentrada nos nós: 700,00 kN.

Área da seção transversal: 100,00 cm².

Momento de inércia: 833,33 cm⁴.

Módulo de elasticidade: 20500 kN/cm².

Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.

Espaçamento entre parafusos: 7,00 cm.

Especificação do parafuso: ASTM A307.

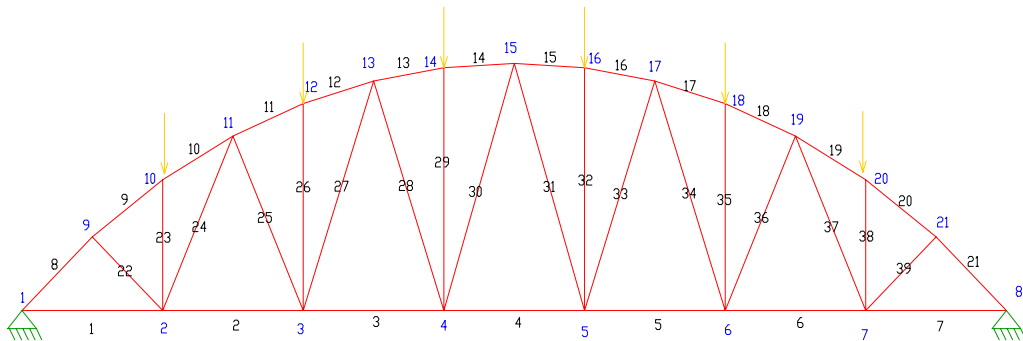


Figura 8.4: Estrutura Bowstring, L=25,20 m

Tabela 8.7: Valores dos momentos solicitantes nos elementos, L=25,20 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	nó "i"	Nó "j"	nó "i"	nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	90,76	90,77	100,91	391,79
2	2	3	0,00	0,00	-90,98	76,31	-259,10	-13,50
3	3	4	0,00	0,00	-65,80	62,01	-64,07	60,70

4	4	5	0,00	0,00	-59,34	59,34	-60,88	60,88
5	6	5	0,00	0,00	65,80	-62,01	64,07	-60,70
6	7	6	0,00	0,00	-90,98	-76,31	259,10	13,50
7	8	7	0,00	0,00	-90,76	-90,77	-100,91	-391,79
8	1	9	0,00	0,00	-90,76	91,30	-100,91	123,92
9	9	10	0,00	0,00	-90,75	90,91	-105,39	388,90
10	10	11	0,00	0,00	-89,83	-87,86	-563,38	-436,78
11	11	12	0,00	0,00	90,84	83,03	417,03	537,76
12	12	13	0,00	0,00	-91,42	-88,19	-595,45	-507,63
13	13	14	0,00	0,00	83,52	90,05	500,38	612,60
14	14	15	0,00	0,00	-90,98	-87,36	-626,27	-534,97
15	15	16	0,00	0,00	90,98	87,36	626,27	534,97
16	16	17	0,00	0,00	-90,52	-90,05	-500,38	-612,60
17	17	18	0,00	0,00	91,42	88,19	595,45	507,63
18	18	19	0,00	0,00	-58,84	-83,03	-417,03	-537,76
19	19	20	0,00	0,00	89,83	87,86	563,38	436,78
20	20	21	0,00	0,00	90,75	-90,91	105,39	-388,90
21	8	21	0,00	0,00	90,76	-91,30	100,91	-123,92
22	2	9	0,00	0,00	90,65	-0,55	204,58	-18,53
23	2	10	0,00	0,00	-22,98	90,91	-27,88	174,48
24	2	11	0,00	0,00	-90,45	-90,17	-309,39	-110,22
25	3	11	0,00	0,00	90,42	90,19	153,91	129,97
26	3	12	0,00	0,00	-1,25	8,38	25,09	57,68
27	3	13	0,00	0,00	-91,66	-40,21	-101,42	-41,26
28	4	13	0,00	0,00	78,45	44,87	78,55	48,51
29	4	14	0,00	0,00	-2,075	0,92	2,54	13,66
30	4	15	0,00	0,00	-79,04	-38,83	-80,91	-39,66
31	5	15	0,00	0,00	79,04	38,83	80,91	39,66
32	5	16	0,00	0,00	2,075	-0,92	-2,54	-13,66
33	5	17	0,00	0,00	-78,45	-44,87	-78,55	-48,51
34	6	17	0,00	0,00	91,66	40,21	101,42	41,26
35	6	18	0,00	0,00	1,25	-8,38	-25,09	-57,68
36	6	19	0,00	0,00	-90,42	-90,19	-153,91	-129,97
37	7	19	0,00	0,00	90,45	26,17	309,39	110,22
38	7	20	0,00	0,00	22,98	-90,91	27,88	-174,48

39	7	21	0,00	0,00	-90,65	0,55	-204,58	18,53
----	---	----	------	------	--------	------	---------	-------

Tabela 8.8: Valor do deslocamento no meio do vão, L=25,20 m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
4	-3,9643	-3,9637	-3,9627

8.2.5. Estrutura Fink

Esta estrutura é utilizada da mesma maneira que a estrutura Howe, ficando a escolha de uma delas a critério do projetista. A figura 8.5.a mostra a geometria e o carregamento da estrutura Fink, com um vão de 10,80 m, sendo que, excepcionalmente, para esta estrutura, foi aplicada uma força concentrada no centro da mesma.

Os valores dos momentos solicitantes, bem como o deslocamento no meio do vão, estão apresentados nas tabelas 8.9 e 8.10, respectivamente.

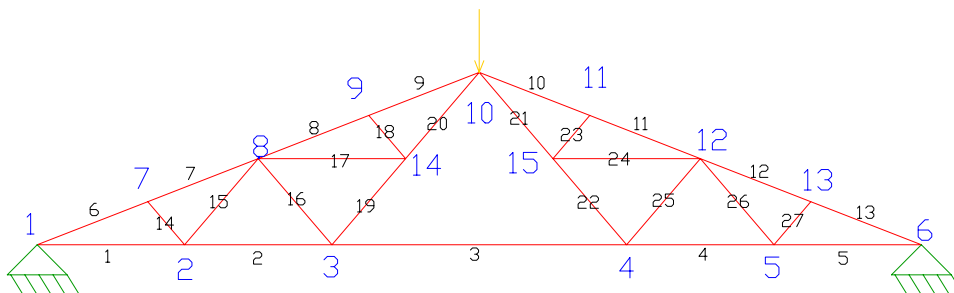


Figura 8.5.a: Estrutura Fink, L=10,80 m

Para a estrutura Fink, mostrada na figura 8.5.a, foi efetuada uma análise mais completa do seu comportamento estrutural, isto é, em uma primeira avaliação, admitiu-se a rigidez das barras para verificar somente o comportamento da ligação semi-rígida. Em uma segunda avaliação, procurou-se obter qual o valor do carregamento onde aconteceriam as primeiras iterações, isto é, quando o momento solicitante, em qualquer ligação, atingisse o momento resistente da ligação parafusada. Posteriormente, numa terceira avaliação, admitiu-se um valor de carga superior às anteriores para que houvesse as devidas iterações e, conseqüentemente, as distribuições dos momentos. Os valores das cargas para as

três situações descritas anteriormente foram de 15, 300, 700 kN, respectivamente.

8.2.5.1. Obtendo-se um pré-dimensionamento das barras

Os valores adotados para o cálculo dessa estrutura são:

Força concentrada nos nós: 15,00 kN.

Área da seção transversal: 2,25 cm².

Momento de inércia: 0,4219 cm⁴.

Módulo de elasticidade: 20500 kN/cm².

Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.

Espaçamento entre parafusos: 5,00 cm.

Especificação do parafuso: ISO 898.

O pré-dimensionamento das barras da estrutura foi realizado no Software SAP 2000, conforme a figura 8.5.b dada abaixo. O único carregamento concentrado mencionado anteriormente, de 15 kN, está aplicado no nó 10.

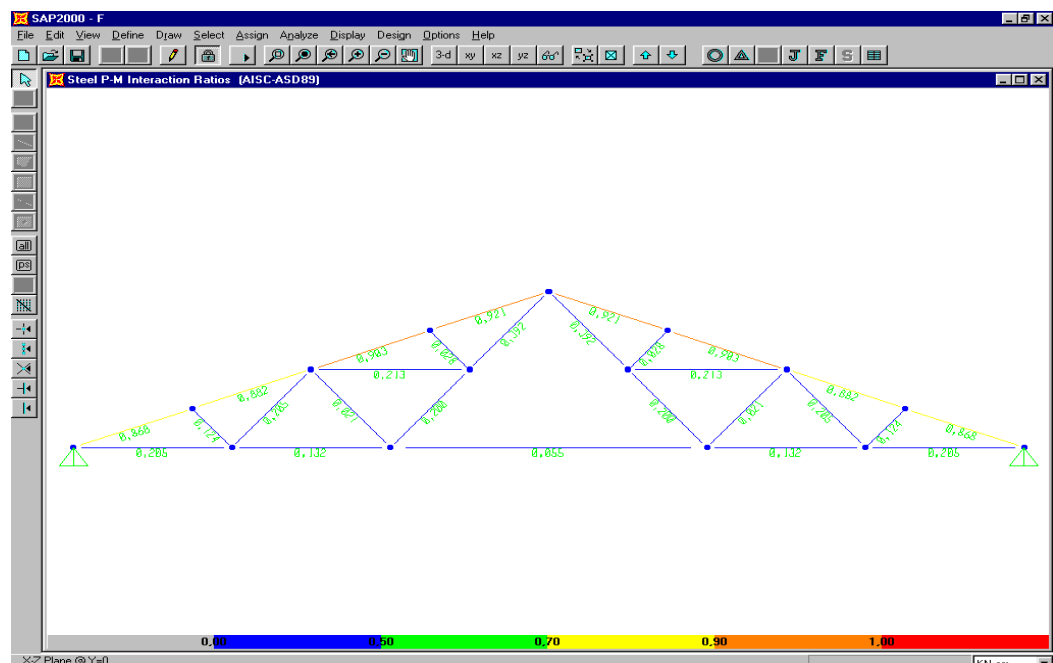


Figura 8.5.b: Pré-dimensionamento das Barras

O Software SAP 2000 faz uma relação percentual das forças atuantes na estrutura e os seus valores limites para que as condições normativas sejam satisfeitas, sendo o valor 1, o coeficiente de solicitação máxima.

No caso da estrutura Fink, mostrada na figura 8.5.b, pode-se verificar que o banzo superior está próximo de atingir o limite de resistência para os elementos da estrutura.

Observou-se que, após o processamento da estrutura, não se verificou nenhuma iteração, pois o valor do momento resistente foi bem superior aos valores dos momentos solicitantes nas barras.

8.2.5.2. Sem a obtenção do dimensionamento das barras

Para se obter o processo de redistribuição entre os momentos que atuam na estrutura em função da ligação semi-rígida, admitiu-se um valor para a rigidez das barras na estrutura e aplicou-se também um valor de carga compatível para iniciar-se esse processo iterativo.

Os valores adotados para o cálculo dessa estrutura são:

Força concentrada nos nós: 700,00 kN.

Área da seção transversal: 2,25 cm².

Momento de inércia: 0,4219 cm⁴.

Módulo de elasticidade: 20500 kN/cm².

Diâmetro do parafuso: 1,27 cm.

Espaçamento entre parafusos: 5,00 cm.

Especificação do parafuso: ISO 898.

Tabela 8.9: Valores dos momentos solicitantes nos elementos,

L=10,80 m

barra	Nó(i)	Nó(j)	Rotulada		Semi-Rígida		Rígida	
			nó "i"	nó "j"	Nó "i"	nó "j"	nó "i"	Nó "j"
1	1	2	0,00	0,00	-1,95	62,55	-1,09	81,14
2	2	3	0,00	0,00	-52,95	-19,25	-55,11	-23,05
3	3	4	0,00	0,00	-19,52	19,52	-19,77	19,77

4	5	4	0,00	0,00	52,95	19,25	55,11	23,05
5	6	5	0,00	0,00	1,95	-62,55	1,09	-81,14
6	1	7	0,00	0,00	1,95	62,15	1,09	82,24
7	7	8	0,00	0,00	-61,96	-21,17	-91,06	-35,93
8	8	9	0,00	0,00	35,42	61,80	55,74	108,62
9	9	10	0,00	0,00	-61,90	-62,04	-113,73	-111,71
10	11	10	0,00	0,00	61,90	62,04	113,73	111,71
11	12	11	0,00	0,00	-35,42	-61,80	-55,74	-108,62
12	13	12	0,00	0,00	61,96	21,17	91,06	35,93
13	6	13	0,00	0,00	-1,95	-62,15	-1,09	-82,24
14	2	7	0,00	0,00	51,98	-0,19	52,91	8,91
15	2	8	0,00	0,00	-61,57	-34,31	-78,95	-43,26
16	3	8	0,00	0,00	7,24	-1,14	1,60	-4,42
17	8	14	0,00	0,00	21,21	61,30	27,88	67,89
18	9	14	0,00	0,00	-1,90	-45,10	5,11	-1,48
19	3	14	0,00	0,00	31,54	61,96	41,23	87,27
20	10	14	0,00	0,00	-61,24	-62,16	-148,26	-153,68
21	10	15	0,00	0,00	61,24	62,16	148,26	153,68
22	4	15	0,00	0,00	-31,54	-61,96	-41,23	-87,27
23	11	15	0,00	0,00	1,90	45,10	-5,11	1,48
24	12	15	0,00	0,00	-21,21	-61,30	-27,88	-67,89
25	4	12	0,00	0,00	-7,24	1,14	-1,60	4,42
26	5	12	0,00	0,00	61,57	34,31	78,95	43,26
27	5	13	0,00	0,00	-51,98	0,19	-52,91	-8,91

Tabela 8.10: Valor do deslocamento no meio do vão, $L=10,80$ m

Nó	Rotulada	Semi-Rígida	Engastada
3	-3,3467	-3,2350	-3,1580

Capítulo 9

Comentários finais e conclusões

9.1. Comentários gerais

No item 8.2.5, a máxima carga para que a estrutura Fink verifique o dimensionamento para as barras, foi de 15 kN; neste caso, não houve iteração.

Isso acontece devido ao fato de que o momento resistente é muito superior ao momento solicitante, aproximadamente vinte vezes. Isto implica que quando uma ligação estiver sendo solicitada além da sua resistência, a barra ou o elemento estrutural componente da mesma certamente já terá perdido a sua função estrutural, em função dessas diferenças de resistência entre elemento estrutural e ligação.

Portanto, a conclusão primordial a que se pode chegar da análise do comportamento das ligações semi-rígidas, é que a mesma só tem uma influência significativa para estruturas de grande porte, pois a variação do momento para estruturas de pequenos vãos, como por exemplo as estruturas de coberturas utilizadas no capítulo 8, não terão grande significado em termos de dimensionamento e de custo. Porém, em termos percentuais, dependendo da configuração da estrutura, pode-se chegar a uma variação de até 40% ou mais, do momento aplicado nos extremos de certos elementos.

Como foi dito no capítulo 8, a estrutura Howe do item 8.2.1 foi processada com três distâncias entre apoios com o propósito de se relacionar a rigidez global da estrutura e a redistribuição dos esforços nos elementos. A primeira estrutura Howe é a menor, com 10,80 m, portanto, a mais rígida; a última estrutura Howe é a maior, com 32,40 m, portanto, a menos rígida, ficando assim a segunda estrutura Howe com 21,60 m, com uma rigidez global intermediária.

Para a estrutura Howe com 10,80 m de vão, não houve uma redistribuição significativa, sendo que apenas as ligações próximas aos apoios sofreram iterações, transferindo os momentos às ligações vizinhas.

Aumentando-se o vão da estrutura para 21,60 m e mantendo-se as mesmas características topológicas e geométricas, nota-se que as iterações afetam um número maior de ligações do que aquelas observadas na estrutura Howe, com um vão de 10,80 m. Assim, para a estrutura Howe com um vão de 32,40 m, já se observa uma quantidade significativa de ligações alteradas quanto

ao momento fletor; logo, a rigidez global da estrutura está diretamente ligada à redistribuição dos esforços na estrutura.

Como análise, foi utilizado o terceiro exemplo do item 8.2.1 para exemplificar o comportamento da redistribuição de uma estrutura, no qual se verificou que a mesma se dá dos nós mais próximos do apoio para o centro da estrutura e do centro da estrutura para os apoios, figura 9.1. Também foi observado que é possível se fazer uma previsão das prováveis ligações que terão seus coeficientes alterados, através da análise do comportamento dos esforços nas barras, pois as barras mais solicitadas serão as primeiras a terem os coeficientes de rigidez dos dois extremos alterados.

Para exemplificar tal conclusão, foi utilizada a estrutura Pratt do item 8.2.3, na qual a mesma foi processada no software SAP 2000 e o gráfico dos esforços solicitantes apresentado em várias cores como mostrado na figura 8.3.b. Ao processar a mesma estrutura no programa desenvolvido no presente trabalho, observa-se que as ligações alteradas pertencem àquelas que estão em vermelho, figura 8.3.b.

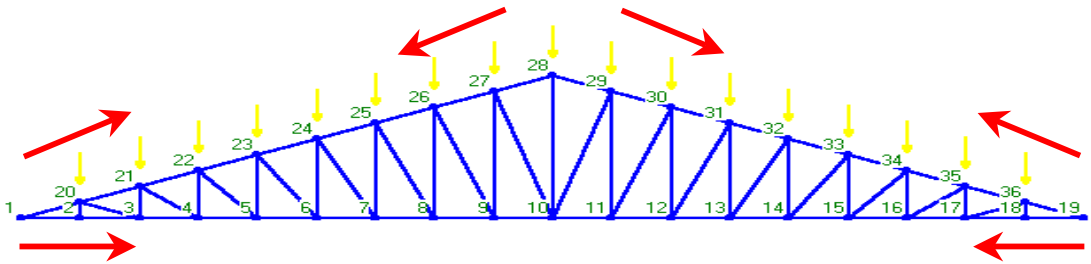


Figura 9.1: Caminho preferencial da redistribuição dos momentos solicitantes

Em todas as estruturas analisadas, não se verificou variações significativas dos deslocamentos dos nós, nas forças cortantes e nas forças normais, nem em termos porcentuais.

Capítulo 10

Bibliografía consultada

ATAMAZ SIBAI, W., FREY, F. New semi-rigid joint elements for non-linear analysis of flexibly connected frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 25, n. 3, p. 185-99, 1993.

AZIZINAMINI, A., BRADBURN, J. H., RADZIMINSKI, J. B. Initial stiffness of semi-rigid steel beam-to-column connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 8, p. 71-90, 1987.

BATHE, K. J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 1037 p.

CARNAHAN, B., LUTHER, H. A., WILKES, J. O. **Applied numerical-methods**. New York: J. Wiley, 1960. 604 p.

CUNNINGHAM, R. Some aspects of semi-rigid connections in structural steelwork. **The Structural Engineer**, v. 68, n. 5, p. 85-92, 1990.

GERSTLE, K. H. Effect of connections on frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 10. p. 241-67, 1988.

GOMES, F. C. T., NEVES, L. F. C. Influence of semi-rigid connections on the behavior of frames. Classification of connections. INTERNATIONAL

COLLOQUIUM ON STRUCTURAL STABILITY, 5, 1996, Rio de Janeiro. **Proceeding** Rio de Janeiro: COPPE, p. 121-30, 1996.

IVANYI, M. Full-scale tests of steel frames with semi-rigid connections. **Engineering Structures**, v. 22, n. 2, p. 168-79, 2000.

JONES, S. W., KIRBY, P. A., NETHERCOT, D. A. The analysis of frames with semi-rigid connections - A state-of-the-art-report. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 3, n. 2, p. 2-13, 1983.

KATTNER, M., CHEN, W. F. finite element modeling of semi-rigid composite joints. **Computers & Structures**, v. 78, n. 1-3, p. 341-53, 2000.

LUI E., CHEN W. F. Behavior of braced and unbraced semi-rigid frames. **International Journal of Solids and Structure**, v. 24, n. 9, p. 893-913, 1988.

MANN, A. P.; MORRIS, L. J. Limit design of extended end-plate connections. **Journal of Structural Division**, v. 105, n. 3, p. 511-28, 1979.

NETHERCOT, D. A. Stability connections: their interaction as it affects the behavior and design of steel frames. INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STRUCTURAL STABILITY, 5, 1996, Rio de Janeiro. **Proceedings** Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1996. p. 95-108.

RODRIGUES, F. C., SALDANHA, A. C., PFEIL, M. S. Non linear analysis of steel plane frames with semi-rigid connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 46, n. 1-3, Paper n. 145, 1998.

SAVASSI, W. **Introdução ao método dos elementos finitos**: em análise linear de estruturas. São Carlos: EESC-USP, 1996. 260 p.

SHI, Y. J., CHAN, S. L., WONG, Y. L. **Proceedings of the Engineering Foundation Conference**, 1997. p. 849-57.

STARK, J. W. B., BIJLAARD, F. S. K. Structural properties of connections in steel frames. In: BJORHOVDE, R., BROZZETTI, J., COLSON, A. (Eds). **Connections in Steel Structures**. London: Elsevier, 1988. p. 186-94.

TAGUTI, Y. **Sobre a não-linearidade geométrica em treliças, pórticos e placas**. São Paulo, 1987. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

TAN, S. H., SOH, A. K., ONG, L. S. Subassemblage with semi-rigid joint. **Computers & Structures**, v. 57, n. 2, p. 357-60, 1995.

GESUALDO, F.A.R. Deformação das estruturas de madeira. **Dissertação (Doutorado)**. São Carlos, EESC-USP. 1987.

FERREIRA, M. A. Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré moldado. **Dissertação (Doutorado)**. São Carlos, EESC-USP. 1999.

WONG, M. B., TIN-LOI, F. Geometrically non-linear analysis of elastic framed structures. **Computers & Structures**, v. 34, n. 4, p. 663-40. 1990.

WU, F. H., CHEN, W. F. A design model for semi-rigid connections. **Engineering Structures**, v. 12, n. 2, p. 88-97, 1990.

IVANYI, M. Full-scale tests of steel frames with semi-rigid connections. **Engineering Structures**, v. 22, n. 2, p. 168-79, 2000.

KATTNER, M., CHEN, W. F. finite element modeling of semi-rigid composite joints. **Computers & Structures**, v. 78, n. 1-3, p. 341-53, 2000.

BJORHOVDE, R., COLSON, A., BROZZETTI, J. Classification system for beam to-column connections. **Journal of the Structure Division**, v. 116, n. ST11, p. 3059-76, 1990.

LAU, S. M., KIRBY, P. A., DAVISON, J. B. Semi-rigid design of partially restrained columns in non-sway steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 50, n. 3, p. 305-28, 1999.

Capítulo 11

Referências bibliográficas

ABDALLA, K. M., CHEN, W. F. Expanded database of semi-rigid steel connections. **Computers & Structures**, v. 56, n. 4, p. 553-64, 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto e execução de estruturas de aço em edifícios**: NBR 8800. Rio de Janeiro, 1996.

BAHAARI, M. R., SHERBOURNE, A. N. Computer modeling of an extended end-plate bolted connection. **Computer & Structures**, v. 52, n. 5, p. 879-93, 1994.

BJORHOVDE, R., COLSON, A., BROZZETTI, J. Classification system for beam to-column connections. **Journal of the Structure Division**, v. 116, n. ST11, p. 3059-76, 1990.

CARVALHO, L. C. V., ANDRADE, S. A. L., VELLASCO, P. C. G. S. Experimental analysis of bolted semi-rigid steel connections. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 46, n.1/3, p. 238-40, 1998.

CHEN, W. F., GOTO, Y., LIEW J. Y. **Stability design of semi-rigid frames**. New York: J. Wiley, 1996. 468 p.

CHEN, W. F., KISHI, N. Semi-rigid steel beam-to-column connections: data base and modeling. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 1, p. 105-19, 1989.

DESTEFANO, M., DELUCA, A., ASTANEHASL, A. Modeling of cyclic moment-rotation response of double-angle connections. **Journal of Structural Engineering-ASCE**, v. 120, n. 1, p. 212-29, 1994.

DHILLON, B. S., O'MALLEY, J. W. Interactive design of semi-rigid steel frames. **Journal of Structural Engineering-ASCE**, v. 125, n. 5, p. 556-6, 1999.

FAELLA, C., PILUSO, V., RIZZANO, G. A new method to design extended end plate connection and semi-rigid braced frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 41, n. 1, p. 61-91, 1997.

FAKURY, R. H., MONTEIRO, R. C., MAIA, E. V., QUEIROZ, G. Análise de estruturas de aço com ligações semi-rígidas. CONGRESSO IBERO LATINO-AMERICANO DE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, 18, 1997, Brasília. **Anais...** Brasília: UNB, 1997. v. 1, p. 31-8.

FRYE, M. J., MORRIS, G. A. Analysis of flexibly connected frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 2, n.3, p. 280-91, 1975.

FU, H. C., SECKIN, M. Rigidity evaluation of wooden warren truss connections. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 1988, s.l.: R. Y. Itani, 1988. v. 2, p. 121-30.

GOTO, Y., MIYASHITA, S. Validity of classification systems of semi-rigid connections. **Engineering Structures**, v. 17, n. 8, p. 544-53, 1995.

GOTO, Y., MIYASHITA, S. Classification system for rigid and semi-rigid connections. **Journal of Structural Engineering-ASCE**, v. 124, n. 7, p. 750-7, 1998.

GOTO, Y., SUZUKI, S., CHEN, W. F. Stability behavior of semi-rigid sway frames. **Engineering Structures**, v. 15, n. 3, p. 209-19, 1993.

GRUPTA, R., GEBREMEDHIN, K. G., COOKE, J. R. Analysis of metal plate connected wood trusses with semi-rigid joints. **American Society of Agricultural Engineers**, v. 35, n. 3, p. 1011-8, 1992.

JOHNSTON, B. G.; MOUNT, E. H. Analysis of building frames with semi-rigid connections. **Translations, ASCE**, v. 107, p. 993-1019, 1942.

KIM, S. E., CHEN, W. F. Practical advanced analysis for semi-rigid frame design. **Engineering Journal**, v. 33, n. 4, p. 129-41, 1996

KING, W. S. The limit loads of steel semi-rigid frames analyzed with different methods. **Computers & Structures**, v. 51, n. 5, p. 475-87, 1994.

KISHI, N., HASAN, R., CHEN, W. F., GOTO, Y. Study of steel connection classification. **Engineering Structures**, v. 19, n. 9, p. 772-9, 1997.

KRISHNAMURTHY, N., HUANG, H. T., JEFFREY, P. K. Analytical M- θ curves for end-plate connections. **Journal of Structural Division**, n. 105, ST1 p. 133-45, 1979.

LAU, S. M., KIRBY, P. A., DAVISON, J. B. Semi-rigid design of partially restrained columns in non-sway steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 50, n. 3, p. 305-28, 1999.

LI, G. Q., MATIVO, J. Approximate estimation of the maximum load of semi-rigid steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 54, n. 2, p. 213-25, 2000.

LIGHTFOOT, E., BARKER, A. R. The analysis of steel frames with elastic beam-column connections. In: CONGRESS SYMPOSIUM ON THE DESIGN OF BUILDING, 1961, Hong Kong. **Congress...** Hong Kong: Hong Kong University Press, 1961. p. 205-17.

LOTHERS, J. E. Elastic restrain equations for semi-rigid connections. **Translations, ASCE**, v. 116, p. 480-94. 1951.

MARAGHECHI, K., ITANI, R. Y. Influence of truss plate connectors on the analysis of light frame structures. **Wood Fiber Science**, v. 16, n. 3, p. 306-22, 1984.

MONFORTON, G. R., WU, T. S. Matrix Analysis of semi-rigid connected frames. **Journal of the Structural Division**, v. 87, n. ST6, p. 13-42. 1963.

NETHERCOT, D. A., LI, T. Q., AHMED, B. Unified classification system for beam-column connection. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 45, n. 1, p. 39-65, 1998.

RATHBUN, J. C. Elastic proprieties of riveted connections. **Translations, ASCE**, v. 101, p. 524-63, 1936.

RIBEIRO, L. F. L. **Comportamento estrutural de ligações viga-coluna com chapa de topo**: análise teórica experimental. São Carlos: EESC, 1997. (Relatório final apresentado à FAPESP).

RILEY, G., GEBREMEDHIN, K. G., COOKE, J. R. Semi-rigid analysis of metal plate-connection wood trusses using fictitious members. **Transactions of the ASAE**, v. 36, n. 3, p. 887-94. 1993.

SANTOS, L. B. **Influência da rigidez das ligações em estruturas de aço**. São Carlos, 1998. 171 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SASAKI, Y. S., MIURA, S., TAKEMURA, T. Non linear analysis of semi-rigid jointed metal plate wood truss. **Journal of the Japanese Wood Research Society**, v. 34, n. 2, p. 120-5, 1988.

SHI, Y. J., CHAN, S. L., WONG, Y. L. Modeling for moment-rotation characteristics for end-plate connections. **Journal of Structural Engineering-ASCE**, v. 122, n. 11, p. 1300-6, 1996.

SHOROCHNIKOFF, B. Wind stresses in semi-rigid connections of steel framework. **Transactions, ASCE**, v. 115, p. 382-95, 1950.

TINLOI, F., VIMONSATIT, V. Nonlinear analysis of semi-rigid frames: A parametric complementarity approach. **Engineering Structures**, v. 18, n. 2, p. 115-24, 1996.

WEAVER, W. W., GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. New York: Van Nostrand Reinhold Companu, 1986. 492 p.

ZHAO, X. L., LIM, P., JOSEPH, P., PI, Y. L. Member capacity of columns with semi-rigid end conditions in Oktalok space frames. **Structural Engineering and Mechanics**, v. 10, n. 1, p. 27-36, 2000.

Anexo:
Listagem do programa (P.S-R)

```

Real*8 x[allocatable](:), y[allocatable](:)
Real*8 mat[allocatable](:), EI[allocatable](:)
Real*8 In[allocatable](:), Ar[allocatable](:), qc[allocatable](:)
use msimsl
! Declaração das variáveis.
Character*100 info, ent, sai
Integer a, i, Nnos, Nele, Nmat, Nnocar, j, Nelecar, Nnores
Integer k, jj, iteragir, nite, cnt, tima, analise
integer dedo[allocatable](:), dedoi[allocatable](:)
Real*8 Lx, Ly, q, Mnoi, Mnoj, Mrs, Fres
Real*8 vinc[allocatable](:), R[allocatable](:)
Real*8 se[allocatable](:), co[allocatable](:), L[allocatable](:)
Real*8 MTT(6,6), Kel(6,6), MT(6,6), Keg(6,6), aux1(6,6)
Real*8 KE[allocatable](:,:), Fdg[allocatable](:), Feq[allocatable](:)
Real*8 Ug[allocatable](:), Finto[allocatable](:), Ueg(6), Uel(6)
Real*8 Fintel(6), Finteg(6), Finteli[allocatable](:), Sri[allocatable](:)
Real*8 Srj[allocatable](:)
Real*8 eri, erj, erij, eri1, erj1, eri2, erj2, eri3, erj3, C
Real*8 dia, esp, raio, fi, fu, Ap, Rnv
Integer nof[allocatable](:), noi[allocatable](:)

```

! Apresentação do programa

```

write(*,*)' *****'
write(*,*)' **          UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - USP          **'
write(*,*)' **          Escola de Engenharia de São Carlos – SET          **'
write(*,*)' **          Programa P.S-R (ligação semi-rígida)          **'
write(*,*)' **          Desenvolvido por: Andre Luis Christoforo          **'
write(*,*)' *****'
write(*,*)''

```

```
write(*,*)"
```

! Leitura do arquivo de entrada e saída.

```
write(*,*)
```

```
7 format(4x,'Entre com o nome do arquivo de entrada: ',\)
```

```
write(*,7)
```

```
Read(*,*)ent
```

```
write(*,*)
```

```
write(*,*)
```

```
8 format(4x,'Entre com o nome do arquivo de saída: ',\)
```

```
write(*,8)
```

```
Read(*,*)sai
```

```
write(*,*)
```

```
Open(1,file=ent)
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

! Leitura do tipo de análise

```
Read(1,*)analise
```

! Leitura das coordenadas dos nós

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)Nnos
```

```
Read(1,*)info
```

```
Read(1,*)info
```

```
Allocate(x(Nnos))
```

```
Allocate(y(Nnos))
  do i=1, Nnos
Read(1,*) i, x(i), y(i)
  enddo
```

! Leitura da conectividade dos elementos

```
Read(1,*)info
Read(1,*)Nele
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Allocate(noi(Nele))
Allocate(nof(Nele))
Allocate(mat(Nele))
Allocate(Sri(Nele))
Allocate(Srj(Nele))
  do i=1, Nele
Read(1,*)i, noi(i), nof(i), mat(i)
  enddo
```

! Leitura das propriedades do material

```
Read(1,*)info
Read(1,*)Nmat
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Allocate(EI(Nmat))
Allocate(ln(Nmat))
Allocate(Ar(Nmat))
  do i=1,Nmat
Read(1,*)j, EI(j), ln(j), Ar(j)
  enddo
```

! Cálculo do comprimento dos elementos da estrutura.

```
Allocate(se(Nele))
```

```

Allocate(co(Nele))
Allocate(L(Nele))
    do i=1, Nele
j=noi(i)
k=nof(i)
Lx=x(k)-x(j)
Ly=y(k)-y(j)
L(i)=sqrt(abs(Lx*Lx+Ly*Ly))
se(i)=Ly/L(i)
co(i)=Lx/L(i)
    enddo

```

! Leitura das cargas concentradas

```

Read(1,*)info
Read(1,*)Nnocar
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Allocate(qc(3*Nnos))
qc=0
    do i=1, Nnocar
Read(1,*)j, qc(3*j-2), qc(3*j-1), qc(3*j)
    enddo

```

! Leitura das cargas distribuídas

```

Read(1,*)info
Read(1,*)Nelecar
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Allocate(Fdg(3*Nnos))
Fdg=0
Allocate(dedo(nele))
Allocate(dedoi(nele))

```

```

dedo=0
    do i=1,Nelecar
Read(1,*)a, q
dedo(a)=1
j=noi(a)
k=nof(a)
Fdg(3*j-2)=Fdg(3*j-2) + ((q*L(a))/2)*se(a)
Fdg(3*j-1)=Fdg(3*j-1) + ((q*L(a))/2)*co(a)
Fdg(3*j)= Fdg(3*j) + (q*L(a)**2)/12
Fdg(3*k-2)=Fdg(3*k-2) + ((q*L(a))/2)*se(a)
Fdg(3*k-1)=Fdg(3*k-1) + ((q*L(a))/2)*co(a)
Fdg(3*k)= Fdg(3*k) - (q*L(a)**2)/12
    enddo

```

! Determinação do vetor de forças equivalentes nodais

```

Allocate(Feq(3*Nnos))
Feq=Fdg+qc

```

! Leitura das vinculações

```

Read(1,*)info
Read(1,*)Nnores
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
allocate(vinc(3*nnos))
vinc=0
    do i=1, Nnores
Read(1,*)j, vinc(3*j-2), vinc(3*j-1), vinc(3*j)
    enddo

```

! Leitura das propriedades da ligação

```

Read(1,*)info

```

```
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)info
Read(1,*)tima, dia, esp
Close (1)
```

! Atribuição dos coeficientes de rigidez

```
if (analise.eq.1) then
    do i=1, Nele
        Sri(i)=1E-9
        Srj(i)=1E-9
        Mres=1E30
    enddo
endif
if (analise.eq.2) then
    do i=1, Nele
        Sri(i)=1E9
        Srj(i)=1E9
        Mres=1E30
    enddo
endif
if (analise.eq.3) then
    do i=1, Nele
        Sri(i)=1E9
        Srj(i)=1E9
    enddo
endif
```


! Determinação da matriz de semi-rigidez do elemento em coordenadas

globais:

![MT]= matriz de transformação de coordenadas

![MTT]= matriz de transformação transposta de coordenadas

![Keg]= matriz de rigidez do elemento em coordenadas globais

![Kel]= matriz de rigidez do elemento em coordenadas locais

![Keg]=[MTT]*[Kel]*[MT]

Allocate(KE(3*Nnos,3*Nnos))

Allocate(Ug(3*Nnos))

Allocate(Finto(3*Nnos))

Allocate(Finteli(6*Nele))

Allocate(R(3*Nnos))

! Cálculo do momento resistente da ligação

if (analise.eq.3) then

raio=dia/2

Ap=3.1415*raio*raio

if ((tima.eq.2).or.(tima.eq.4)) then

fi=.65

else

fi=.6

endif

if (tima.eq.1) then

fu=41.5

endif

if (tima.eq.2) then

if ((1.27.LT.dia).and.(dia.LT.2.54)) then

fu=82.5

else

fu=72.5

endif

```

endif
if (tima.eq.3) then
fu=103.5
endif
if (tima.eq.4) then
fu=39
endif
Rnv=0.42*Ap*fu
Fres=fi*Rnv
Mres=Fres*esp
endif

```

! O programa começa com "iteragir=1" para forçar o primeiro cálculo dos momentos)

```

iteragir=1
nite=0
! *****
do while (iteragir > 0) ! Começa o processo iterativo
! *****
KE=0
do i=1, Nele
j=noi(i)
k=nof(i)
m=mat(i)
eri=(EI(m)*ln(m))/(L(i)*Sri(i))
erj=(EI(m)*ln(m))/(L(i)*Srj(i))
erij=1+eri+erj
eri1=1+eri
erj1=1+erj
eri2=1+2*eri
erj2=1+2*erj

```

$$eri3=1+3*eri$$

$$erj3=1+3*erj$$

$$C=(2*El(m)*ln(m))/(L(i)*L(i)*L(i)*(4*erij+3*(4*eri*erj-1)))$$

$$MTT(1,1)=co(i)$$

$$MTT(1,2)=-se(i)$$

$$MTT(1,3)=0$$

$$MTT(1,4)=0$$

$$MTT(1,5)=0$$

$$MTT(1,6)=0$$

$$MTT(2,1)=se(i)$$

$$MTT(2,2)=co(i)$$

$$MTT(2,3)=0$$

$$MTT(2,4)=0$$

$$MTT(2,5)=0$$

$$MTT(2,6)=0$$

$$MTT(3,1)=0$$

$$MTT(3,2)=0$$

$$MTT(3,3)=1$$

$$MTT(3,4)=0$$

$$MTT(3,5)=0$$

$$MTT(3,6)=0$$

$$MTT(4,1)=0$$

$$MTT(4,2)=0$$

$$MTT(4,3)=0$$

$$MTT(4,4)=co(i)$$

$$MTT(4,5)=-se(i)$$

$$MTT(4,6)=0$$

$$MTT(5,1)=0$$

$$MTT(5,2)=0$$

$$MTT(5,3)=0$$

$MTT(5,4)=se(i)$
 $MTT(5,5)=co(i)$
 $MTT(5,6)=0$
 $MTT(6,1)=0$
 $MTT(6,2)=0$
 $MTT(6,3)=0$
 $MTT(6,4)=0$
 $MTT(6,5)=0$
 $MTT(6,6)=1$
 $kel(1,1)=(EI(m)*Ar(m))/l(i)$
 $kel(1,2)=0$
 $kel(1,3)=0$
 $kel(1,4)=-(EI(m)*Ar(m))/l(i)$
 $kel(1,5)=0$
 $kel(1,6)=0$
 $kel(2,1)=0$
 $kel(2,2)=6*C*erij$
 $kel(2,3)=3*C*L(i)*erj2$
 $kel(2,4)=0$
 $kel(2,5)=-6*C*erij$
 $kel(2,6)=3*C*L(i)*eri2$
 $kel(3,1)=0$
 $kel(3,2)=3*C*L(i)*erj2$
 $kel(3,3)=2*C*L(i)*L(i)*erj3$
 $kel(3,4)=0$
 $kel(3,5)=-3*C*L(i)*erj2$
 $kel(3,6)=C*L(i)*L(i)$
 $kel(4,1)=-(EI(m)*Ar(m))/l(i)$
 $kel(4,2)=0$
 $kel(4,3)=0$

$$\text{kel}(4,4)=(E\ell(m)*Ar(m))/l(i)$$

$$\text{kel}(4,5)=0$$

$$\text{kel}(4,6)=0$$

$$\text{kel}(5,1)=0$$

$$\text{kel}(5,2)=-6*C*erij$$

$$\text{kel}(5,3)=-3*C*L(i)*erj2$$

$$\text{kel}(5,4)=0$$

$$\text{kel}(5,5)=6*C*erij$$

$$\text{kel}(5,6)=-3*C*L(i)*eri2$$

$$\text{kel}(6,1)=0$$

$$\text{kel}(6,2)=3*C*L(i)*eri2$$

$$\text{kel}(6,3)=C*L(i)*L(i)$$

$$\text{kel}(6,4)=0$$

$$\text{kel}(6,5)=-3*C*L(i)*eri2$$

$$\text{kel}(6,6)=2*C*L(i)*L(i)*eri3$$

$$\text{MT}(1,1)=\text{co}(i)$$

$$\text{MT}(1,2)=\text{se}(i)$$

$$\text{MT}(1,3)=0$$

$$\text{MT}(1,4)=0$$

$$\text{MT}(1,5)=0$$

$$\text{MT}(1,6)=0$$

$$\text{MT}(2,1)=-\text{se}(i)$$

$$\text{MT}(2,2)=\text{co}(i)$$

$$\text{MT}(2,3)=0$$

$$\text{MT}(2,4)=0$$

$$\text{MT}(2,5)=0$$

$$\text{MT}(2,6)=0$$

$$\text{MT}(3,1)=0$$

$$\text{MT}(3,2)=0$$

$$\text{MT}(3,3)=1$$

$$MT(3,4)=0$$

$$MT(3,5)=0$$

$$MT(3,6)=0$$

$$MT(4,1)=0$$

$$MT(4,2)=0$$

$$MT(4,3)=0$$

$$MT(4,4)=co(i)$$

$$MT(4,5)=se(i)$$

$$MT(4,6)=0$$

$$MT(5,1)=0$$

$$MT(5,2)=0$$

$$MT(5,3)=0$$

$$MT(5,4)=-se(i)$$

$$MT(5,5)=co(i)$$

$$MT(5,6)=0$$

$$MT(6,1)=0$$

$$MT(6,2)=0$$

$$MT(6,3)=0$$

$$MT(6,4)=0$$

$$MT(6,5)=0$$

$$MT(6,6)=1$$

$$aux1=matmul(MTT,Kel)$$

$$Keg=matmul(aux1,MT)$$

! Determinação da matriz de rigidez da estrutura.

$$KE(3*j-2,3*j-2)=KE(3*j-2,3*j-2)+Keg(1,1)$$

$$KE(3*j-2,3*j-1)=KE(3*j-2,3*j-1)+Keg(1,2)$$

$$KE(3*j-2,3*j)=KE(3*j-2,3*j)+Keg(1,3)$$

$$KE(3*j-2,3*k-2)=KE(3*j-2,3*k-2)+Keg(1,4)$$

$$KE(3*j-2,3*k-1)=KE(3*j-2,3*k-1)+Keg(1,5)$$

$$KE(3*j-2,3*k)=KE(3*j-2,3*k)+Keg(1,6)$$

$$\begin{aligned}
KE(3^*j-1,3^*j-2) &= KE(3^*j-1,3^*j-2) + Keg(2,1) \\
KE(3^*j-1,3^*j-1) &= KE(3^*j-1,3^*j-1) + Keg(2,2) \\
KE(3^*j-1,3^*j) &= KE(3^*j-1,3^*j) + Keg(2,3) \\
KE(3^*j-1,3^*k-2) &= KE(3^*j-1,3^*k-2) + Keg(2,4) \\
KE(3^*j-1,3^*k-1) &= KE(3^*j-1,3^*k-1) + Keg(2,5) \\
KE(3^*j-1,3^*k) &= KE(3^*j-1,3^*k) + Keg(2,6) \\
KE(3^*j,3^*j-2) &= KE(3^*j,3^*j-2) + Keg(3,1) \\
KE(3^*j,3^*j-1) &= KE(3^*j,3^*j-1) + Keg(3,2) \\
KE(3^*j,3^*j) &= KE(3^*j,3^*j) + Keg(3,3) \\
KE(3^*j,3^*k-2) &= KE(3^*j,3^*k-2) + Keg(3,4) \\
KE(3^*j,3^*k-1) &= KE(3^*j,3^*k-1) + Keg(3,5) \\
KE(3^*j,3^*k) &= KE(3^*j,3^*k) + Keg(3,6) \\
KE(3^*k-2,3^*j-2) &= KE(3^*k-2,3^*j-2) + Keg(4,1) \\
KE(3^*k-2,3^*j-1) &= KE(3^*k-2,3^*j-1) + Keg(4,2) \\
KE(3^*k-2,3^*j) &= KE(3^*k-2,3^*j) + Keg(4,3) \\
KE(3^*k-2,3^*k-2) &= KE(3^*k-2,3^*k-2) + Keg(4,4) \\
KE(3^*k-2,3^*k-1) &= KE(3^*k-2,3^*k-1) + Keg(4,5) \\
KE(3^*k-2,3^*k) &= KE(3^*k-2,3^*k) + Keg(4,6) \\
KE(3^*k-1,3^*j-2) &= KE(3^*k-1,3^*j-2) + Keg(5,1) \\
KE(3^*k-1,3^*j-1) &= KE(3^*k-1,3^*j-1) + Keg(5,2) \\
KE(3^*k-1,3^*j) &= KE(3^*k-1,3^*j) + Keg(5,3) \\
KE(3^*k-1,3^*k-2) &= KE(3^*k-1,3^*k-2) + Keg(5,4) \\
KE(3^*k-1,3^*k-1) &= KE(3^*k-1,3^*k-1) + Keg(5,5) \\
KE(3^*k-1,3^*k) &= KE(3^*k-1,3^*k) + Keg(5,6) \\
KE(3^*k,3^*j-2) &= KE(3^*k,3^*j-2) + Keg(6,1) \\
KE(3^*k,3^*j-1) &= KE(3^*k,3^*j-1) + Keg(6,2) \\
KE(3^*k,3^*j) &= KE(3^*k,3^*j) + Keg(6,3) \\
KE(3^*k,3^*k-2) &= KE(3^*k,3^*k-2) + Keg(6,4) \\
KE(3^*k,3^*k-1) &= KE(3^*k,3^*k-1) + Keg(6,5) \\
KE(3^*k,3^*k) &= KE(3^*k,3^*k) + Keg(6,6)
\end{aligned}$$

enddo

! Aplicação das condições de contorno para o sistema $[KE] \cdot \{Ug\} = \{Feq\}$.

do i=1,3*Nnos

if(vinc(i).eq.1)then

do j=1,3*Nnos

KE(i,j)=0

KE(j,i)=0

enddo

KE(i,i)=1

Feq(i)=0

endif

enddo

! Determinação dos deslocamentos $\{Ug\}$.

Call DLSLRG(3*Nnos,KE,3*Nnos,Feq,1,Ug)

! Determinação das forças internas.

Finto=0

jj=1

do i=1, Nele

j=noi(i)

k=nof(i)

m=mat(i)

MTT(1,1)=co(i)

MTT(1,2)=-se(i)

MTT(1,3)=0

MTT(1,4)=0

MTT(1,5)=0

MTT(1,6)=0

MTT(2,1)=se(i)

MTT(2,2)=co(i)

$$\text{MTT}(2,3)=0$$

$$\text{MTT}(2,4)=0$$

$$\text{MTT}(2,5)=0$$

$$\text{MTT}(2,6)=0$$

$$\text{MTT}(3,1)=0$$

$$\text{MTT}(3,2)=0$$

$$\text{MTT}(3,3)=1$$

$$\text{MTT}(3,4)=0$$

$$\text{MTT}(3,5)=0$$

$$\text{MTT}(3,6)=0$$

$$\text{MTT}(4,1)=0$$

$$\text{MTT}(4,2)=0$$

$$\text{MTT}(4,3)=0$$

$$\text{MTT}(4,4)=\text{co}(i)$$

$$\text{MTT}(4,5)=-\text{se}(i)$$

$$\text{MTT}(4,6)=0$$

$$\text{MTT}(5,1)=0$$

$$\text{MTT}(5,2)=0$$

$$\text{MTT}(5,3)=0$$

$$\text{MTT}(5,4)=\text{se}(i)$$

$$\text{MTT}(5,5)=\text{co}(i)$$

$$\text{MTT}(5,6)=0$$

$$\text{MTT}(6,1)=0$$

$$\text{MTT}(6,2)=0$$

$$\text{MTT}(6,3)=0$$

$$\text{MTT}(6,4)=0$$

$$\text{MTT}(6,5)=0$$

$$\text{MTT}(6,6)=1$$

$$\text{eri}=(\text{El}(m)*\text{ln}(m))/(\text{L}(i)*\text{Sri}(i))$$

$$\text{erj}=(\text{El}(m)*\text{ln}(m))/(\text{L}(i)*\text{Srj}(i))$$

$$er_{ij}=1+er_i+er_j$$

$$er_{i1}=1+er_i$$

$$er_{j1}=1+er_j$$

$$er_{i2}=1+2*er_i$$

$$er_{j2}=1+2*er_j$$

$$er_{i3}=1+3*er_i$$

$$er_{j3}=1+3*er_j$$

$$C=(2*El(m)*ln(m))/(L(i)*L(i)*L(i)*(4*er_{ij}+3*(4*er_i*er_j-1)))$$

$$kel(1,1)=(El(m)*Ar(m))/l(i)$$

$$kel(1,2)=0$$

$$kel(1,3)=0$$

$$kel(1,4)=-((El(m)*Ar(m))/l(i))$$

$$kel(1,5)=0$$

$$kel(1,6)=0$$

$$kel(2,1)=0$$

$$kel(2,2)=6*C*er_{ij}$$

$$kel(2,3)=3*C*L(i)*er_{j2}$$

$$kel(2,4)=0$$

$$kel(2,5)=-6*C*er_{ij}$$

$$kel(2,6)=3*C*L(i)*er_{i2}$$

$$kel(3,1)=0$$

$$kel(3,2)=3*C*L(i)*er_{j2}$$

$$kel(3,3)=2*C*L(i)*L(i)*er_{j3}$$

$$kel(3,4)=0$$

$$kel(3,5)=-3*C*L(i)*er_{j2}$$

$$kel(3,6)=C*L(i)*L(i)$$

$$kel(4,1)=-((El(m)*Ar(m))/l(i))$$

$$kel(4,2)=0$$

$$kel(4,3)=0$$

$$kel(4,4)=(El(m)*Ar(m))/l(i)$$

kel(4,5)=0
kel(4,6)=0
kel(5,1)=0
kel(5,2)=-6*C*erij
kel(5,3)=-3*C*L(i)*erj2
kel(5,4)=0
kel(5,5)=6*C*erij
kel(5,6)=-3*C*L(i)*eri2
kel(6,1)=0
kel(6,2)=3*C*L(i)*eri2
kel(6,3)=C*L(i)*L(i)
kel(6,4)=0
kel(6,5)=-3*C*L(i)*eri2
kel(6,6)=2*C*L(i)*L(i)*eri3
MT(1,1)=co(i)
MT(1,2)=se(i)
MT(1,3)=0
MT(1,4)=0
MT(1,5)=0
MT(1,6)=0
MT(2,1)=-se(i)
MT(2,2)=co(i)
MT(2,3)=0
MT(2,4)=0
MT(2,5)=0
MT(2,6)=0
MT(3,1)=0
MT(3,2)=0
MT(3,3)=1
MT(3,4)=0

MT(3,5)=0
MT(3,6)=0
MT(4,1)=0
MT(4,2)=0
MT(4,3)=0
MT(4,4)=co(i)
MT(4,5)=se(i)
MT(4,6)=0
MT(5,1)=0
MT(5,2)=0
MT(5,3)=0
MT(5,4)=-se(i)
MT(5,5)=co(i)
MT(5,6)=0
MT(6,1)=0
MT(6,2)=0
MT(6,3)=0
MT(6,4)=0
MT(6,5)=0
MT(6,6)=1
Ueg(1)=Ug(3*j-2)
Ueg(2)=Ug(3*j-1)
Ueg(3)=Ug(3*j)
Ueg(4)=Ug(3*k-2)
Ueg(5)=Ug(3*k-1)
Ueg(6)=Ug(3*k)
Uel=matmul(MT,Ueg)
Fintel=matmul(Kel,Uel)

! Armazenamento do vetor dos esforços dos elementos locais apenas para a impressão

```

Finteli(jj)= Fintel(1)
Finteli(jj+1)=Fintel(2)
Finteli(jj+2)=Fintel(3)
Finteli(jj+3)=Fintel(4)
Finteli(jj+4)=Fintel(5)
Finteli(jj+5)=Fintel(6)
jj=jj+6
Finteg=matmul(MTT,Fintel)

```

! Desconta-se as cargas distribuídas dos elementos carregados

```

    If (dedo(i).eq.1) then
Finteg(1)=Finteg(1) - ((q*L(i))/2)*se(i)
Finteg(2)=Finteg(2) - ((q*L(i))/2)*co(i)
Finteg(3)=Finteg(3) - (q*L(i)**2)/12
Finteg(4)=Finteg(4) - ((q*L(i))/2)*se(i)
Finteg(5)=Finteg(5) - ((q*L(i))/2)*co(i)
Finteg(6)=Finteg(6) + (q*L(i)**2)/12
    endif

Finto(3*j-2)=Finto(3*j-2) + Finteg(1)
Finto(3*j-1)=Finto(3*j-1) + Finteg(2)
Finto(3*j)= Finto(3*j) + Finteg(3)
Finto(3*k-2)=Finto(3*k-2) + Finteg(4)
Finto(3*k-1)=Finto(3*k-1) + Finteg(5)
Finto(3*k)= Finto(3*k) + Finteg(6)
enddo

```

! Cálculo das reações de apoio

```

R=Finto-Feq
! Mres= momento resistente
! Mnoi= momento no no "i"
! Mnoj= momento no no "j"
jj=1

```

```

do i=1, Nele
Mnoi=abs(Finteli(jj+2))
Mnoj=abs(Finteli(jj+5))
jj=jj+6
if(((Mnoi>Mres).and.(((Mnoi-Mres)/Mres)>0.005)).or.((Mnoj>Mres).a
nd.(((Mnoj-Mres)/Mres)>0.005))) then
dedoi(i)=1
else
dedoi(i)=0
endif
enddo
cnt=0
do i=1, Nele
if (dedoi(i).ne.0) then
cnt=1
endif
enddo
if (cnt.eq.1) then
iteragir=1
else
iteragir=0
endif
jj=1
do i=1, Nele
Mnoi=abs(Finteli(jj+2))
Mnoj=abs(Finteli(jj+5))
jj=jj+6
if ((Mnoi>Mres).and.(((Mnoi-Mres)/Mres)>0.005)) then
Sri(i)=Sri(i)*0.999
endif

```

```

        if ((Mnoj>Mres).and.(((Mnoj-Mres)/Mres)>0.005)) then
Srj(i)=Srj(i)*0.999
        endif
    enddo
    if (nite.ne.0) then
Write(*,*)'Iteracao numero: ', nite
        endif
nite=nite+1
    ! *****
    enddo ! Fim do processo iterativo
    ! *****
Write(*,*)
Write(*,*)
Write(*,*)'***** Cálculo concluído *****'
Write(*,*)
Write(*,*)
Open(2,file=sai)

```

! Deslocamentos

```

Write(2,*) '*****Deslocamentos*****'
Write(2,*)
Write(2,*) ' Nó          Desl(x)          Desl(y)          Giro(z)'
100  format(i4,8x,F12.5,8x,F12.5,8x,F12.5)
        do i=1, Nnos
write(2,100)i, ug(3*i-2), ug(3*i-1), ug(3*i)
        enddo
Write(2,*)
Write(2,*)

```

! Esforços nas barras

```

Write(2,*) '*****Força*****'
Write(2,*)

```

```

101  format(F12.5,8x,F12.5,8x,F12.5)
111  format(5HBarra,i4,8x,5HNó(i),i4,8x,5HNó(j),i4)
      jj=1
          do i=1, Nele
Write(2,111)i, noi(i), nof(i)
Write(2,*)' Normal      Cortante      Momento'
write(2,101)Finteli(jj),Finteli(jj+1),Finteli(jj+2)
write(2,101)Finteli(jj+3),Finteli(jj+4),Finteli(jj+5)
Write(2,*)
      jj=jj+6
          enddo
Write(2,*)
Write(2,*)

```

! Momento Resistente

```

          If (analise.eq.3) then
Write(2,*)' Número de iteração: ', nite
Write(2,*)
Write(2,*)
Write(2,*)'Momento resistente: ', Mrs
Write(2,*)
Write(2,*)
          endif

```

! Coeficiente de rigidez

```

Write(2,*) '*****Coeficiente de rigidez*****'
Write(2,*)
Write(2,*)'Barra      Sr(i)      Sr(j)'
102  format(i4,8x,F20.5,8x,F20.5)
          do i=1, Nele
write(2,102)i, Sri(i), Srj(i)
          enddo

```



```
Write(2,*)
```

```
Write(2,*)
```

! Reação de apoio

```
Write(2,*) '*****Reação de apoio*****'
```

```
Write(2,*)
```

```
Write(2,*)'Nó      Reacao(x)      Reacao(y)      Momento(z)'
```

```
do i=1, Nnos
```

```
if (vinc(3*i-2).EQ.1.or.vinc(3*i-1).EQ.1.or.vinc(3*i).EQ.1) then
```

```
write(2,100)i, R(3*i-2), R(3*i-1), R(3*i)
```

```
endif
```

```
enddo
```

```
close(2)
```

```
end
```