UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

FERNANDO DE FARIA VECCHIO LINS

Contribuição à avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em
concreto pré-moldado

São Carlos

2013

FERNANDO DE FARIA VECCHIO LINS

Contribuição à avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte integrante dos requisitos à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Titular Dr. Mounir Khalil El Debs

Versão corrigida

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

São Carlos

2013

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

L759c Lins, Fernando de Faria Vecchio
Contribuição à avaliação da estabilidade global e
pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto
pré-moldado / Fernando de Faria Vecchio Lins;
orientador Mounir Khalil El Debs. São Carlos, 2013.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Pórticos planos em concreto pré-moldado. 2.
Estabilidade global. 3. Pré-dimensionamento. 4.
Processos analíticos. 5. Programas computacionais. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FERNANDO DE FARIA VECCHIO LINS**.

Título da dissertação: "Contribuição à avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado".

Data da defesa: 01/07/2013

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Mounir Khalil El Debs (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Prof. Dr. **Ricardo Carrazedo**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Marcelo de Araújo Ferreira**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

APROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas):

Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

A Deus.

Aos meus pais Fernando Lins, Ana Lúcia Vecchio, ao meu irmão Luiz Claudio Lins e à minha namorada Julia Wolfgang.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, que iluminou meu caminho e me amparou nos momentos em que mais precisei. Tornando possível a realização de um sonho, que é a obtenção do título de mestre.

Aos meus pais, que tanto amo, Fernando Lins e Ana Lúcia Vecchio, por todo o esforço, suporte, incentivo e principalmente pelo amor dedicado a mim durante essa importante experiência da minha vida.

Ao meu melhor amigo, meu irmão Luiz Claudio Lins, por ser essa pessoa especial, que tanto deu suporte a mim e aos meus pais durante o período no qual estive fora de casa.

A minha querida namorada e companheira Julia Wolfgang, sempre tão compreensiva e carinhosa, me proporcionando surpresas valiosas e inesquecíveis.

Aos meus avós Neusa Lins, José Rebouças Lins, Arlete Vecchio e Luiz Carlos Vecchio, tão importantes na minha formação acadêmica e pessoal.

Ao professor Mounir Khalil El Debs, pelo privilégio de ter sido seu orientado e pelo excelente tema proposto. Gostaria de agradecer ainda a sua compreensão e confiança durante o desenvolvimento do trabalho.

Ao amigo Matheus Silva. A esse amigo reservo trechos da música Canção da América de Milton Nascimento: “amigo é coisa para se guardar, debaixo de sete chaves, dentro do coração” e pode ter certeza que “qualquer dia, amigo, eu volto a te encontrar...”

Aos amigos Hugo Oliveira e Daniel Bonfim, pelo companheirismo e auxílio durante as etapas de programação do trabalho.

Aos amigos e companheiros do departamento, em especial a Arthur Álax, Carlos Moreira, Carolina Quintero, Daniel Pereira, Danilo Oliveira, Danilo Prado, David Amorim, Diogo Oliveira, Elias Testoni, Ellen Bellucio, Emerson Acácio, Geovanne Viana, Gustavo Gidrão, Hidélbrando Diógenes, Jesus Garcia, João Marinho, Ketson Roberto, Lucas Juliani, Nichollas Nunes, Rafael Niño, Ricardo Sampaio e Thiago Juliani, pelo convívio, auxílios prestados e momentos de descontração.

Aos professores do departamento de estrutura, em especial aos professores José Samuel Giongo e Professor Rodrigo Ribeiro Paccola pela amizade e auxílios prestados.

Aos funcionários do departamento Dani, Nadir, Rosi, Sylvia, Tati e Toninho, sempre tão acolhedores e prestativos.

Ao Mário Botelho pela amizade e amistosas conversas sobre futebol.

A CAPES, pelo suporte financeiro.

“Instruir-te-ei, e ensinar-te-ei o caminho que
deves seguir; guiar-te-ei com meus olhos.”

Salmo 32:8

RESUMO

LINS, F. F. V. **Contribuição à avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado.** 2013. 203f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver processos analíticos e programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global. Em relação à avaliação da estabilidade global, são propostas duas expressões. A primeira está relacionada à expressão do limite do parâmetro de estabilidade α aplicada a pórticos planos em concreto pré-moldado. A segunda expressão tem o objetivo determinar o deslocamento horizontal de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado de um pavimento. A expressão do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α é deduzida a partir dos valores obtidos da relação entre o deslocamento horizontal médio e de topo de 1320 pórticos. A expressão é função do fator de restrição da ligação, contemplando, dessa forma, os efeitos causados pela semirrígidez das ligações no comportamento da estabilidade global desse sistema estrutural. A equação de determinação do deslocamento horizontal de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado de um pavimento é deduzida com base no método dos deslocamentos. Em relação ao pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado, são propostos processos analíticos para o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de um pavimento com ligação semirrígida e de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas e articuladas. Os processos analíticos são constituídos pela expressão da rigidez equivalente de estabilidade de pórticos, desenvolvida através das equações do parâmetro de estabilidade α e do seu limite alternativo. O trabalho ainda apresenta o Programa de Avaliação da Estabilidade Global e Pré-dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Pré-moldado, denominado PRE-MOLDIM. O programa é constituído por quatro módulos. O primeiro módulo realiza a avaliação da estabilidade global e verificação da deslocabilidade lateral de pórticos planos em concreto pré-moldado. O segundo módulo tem o objetivo de definir as dimensões mínimas dos pilares em função da garantia da estabilidade global e do deslocamento lateral admissível. O terceiro módulo define o valor da rigidez das ligações necessário para que sejam atendidos os quesitos de estabilidade global e deslocamento lateral admissível. O quarto módulo realiza o dimensionamento da armadura de continuidade de uma típica ligação viga-pilar em concreto pré-moldado. O dimensionamento da armadura de continuidade é realizado em função da

garantia da estabilidade global e do deslocamento lateral admissível de pórticos planos em concreto pré-moldado. A aplicação dos processos analíticos e programas computacionais em exemplos comprovaram, de forma satisfatória, o desempenho de suas funções. Os valores obtidos pela expressão alternativa do limite do parâmetro de estabilidade α são compatíveis com o limite do coeficiente γ_z . Os valores do deslocamento de topo de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas, obtidos pelo processo analítico, são próximos dos valores obtidos pela simulação numérica. Os pilares pré-dimensionados pelos processos analíticos conseguem garantir de forma satisfatória estabilidade global dos pórticos planos em concreto pré-moldado.

Paravras-chave: Pórticos planos em concreto pré-moldado. Estabilidade global. Pré-dimensionamento. Processos analíticos. Programas computacionais.

ABSTRACT

LINS, F. F. V. **Contribution to the assessment of global stability and preliminary design of precast concrete frames.** 2013. 203f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

The present work aims to develop analytical processes and computer programs for the evaluation of global stability and preliminary design of plane frames in precast concrete based on ensuring global stability. Regarding the evaluation of global stability, two analytical expressions are proposed. The first is related to the expression of the limit of the stability parameter α applied to plane frames in precast concrete. The second expression has the objective to determine the horizontal displacement of the top of plane frames in precast concrete for a floor. The expression of the alternative stability limit of the parameter α is deduced from the values obtained from the relationship between the average and the top horizontal displacement of 1320 frames. The expression is a function of the limiting factor of the connection, thus contemplating the effects caused by the semi-rigidity of the connection on the global stability behavior of this structural system. The equation for determining the horizontal displacement of the top of plane frames in precast concrete pavement is obtained based on the displacement method. Regarding the preliminary design of plane frames in precast concrete, analytical procedures are proposed for the preliminary design of column of an one store frame with semi-rigid connection and a multiple store frames with rigid and articulated connections. The analytical processes are constituted by the expression of equivalent stiffness of frame stability, developed through the equations of the stability parameter α and its alternative limit. The work also presents the Program of Global Stability Evaluation and Preliminary Design of Plane Frames in Precast Concrete, called PRE-MOLDIM. The program consists of four modules. The first module performs the evaluation of global stability and verification of lateral plane frames displaceability in precast concrete. The second module aims to set minimum dimensions for the pillars due to guarantee the global stability and check the allowable lateral displacement. The third module defines the value of the connections stiffness so the matter of global stability and allowable lateral displacement are satisfied. The fourth module performs the design of continuity armor of a typical beam-column connection in precast concrete. The design armour continuity is made on the basis of ensuring the global stability and lateral displacement allowable plane frames in precast concrete. The application of analytical processes and computer programs in examples

proved satisfactorily, the performance of its functions. The values obtained by the alternative expression of the limit of stability parameter α are compatible with the limit of the coefficient γ_z . The offset values top venting a pavement with semi-rigid connections, obtained by the analytical process, are close to the values obtained by numerical simulation. The preliminary designed pillars by analytical processes can ensure a satisfactory global stability of the plane frames in precast concrete.

Keywords: Plane frames in precast concrete. Global stability. Preliminary design. Analytical processes. Computer programs.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Considerações iniciais	19
1.2	Objetivos	22
1.3	Justificativa.....	22
1.4	Metodologia.....	23
1.5	Estrutura do trabalho	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	25
2.1	Estabilidade das estruturas	25
2.1.1	Classificação do problema de instabilidade de estruturas	25
2.1.2	Considerações sobre a estabilidade global de estruturas de concreto.....	27
2.1.3	Parâmetros para avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto.....	32
2.1.3.1	<i>Parâmetro de instabilidade α</i>	32
2.1.3.2	<i>Coefficiente γ_z</i>	44
2.1.3.3	<i>Correlação entre o parâmetro de estabilidade α e o coeficiente γ_z</i>	50
2.1.3.4	<i>Relação entre o deslocamento horizontal máximo e altura da edificação</i>	51
2.2	Não-linearidade física.....	52
2.2.1	Consideração da não-linearidade física segundo a relação M-N-1/r	54
2.2.2	Consideração simplificada da não-linearidade física.....	57
2.3	Não-linearidade geométrica	59
2.3.1	Consideração da não-linearidade geométrica pelo método simplificado do γ_z	59
2.3.2	Consideração da não-linearidade geométrica pelo método carga lateral fictícia.....	60
2.4	Ação do vento em edificações.....	62
2.4.1	Pressão dinâmica	62
2.4.2	Velocidade característica do vento	62
2.4.2.1	<i>Velocidade básica do vento</i>	63
2.4.2.2	<i>Fator topográfico</i>	63
2.4.2.3	<i>Fator relacionado à rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno</i>	65
2.4.2.4	<i>Fator estatístico</i>	67
2.4.3	Coefficiente de arrasto	68
2.4.4	Força de arrasto.....	69
2.5	Ligações entre elementos em concreto pré-moldado	69

2.5.1	Aspectos de projeto	70
2.5.2	Ligações com comportamento semirrígido	76
2.5.3	Processo analítico de determinação da rigidez a flexão da ligação viga-pilar	81
2.5.3.1	<i>Expressão para a determinação da rigidez ao momento fletor negativo</i>	<i>83</i>
2.5.3.2	<i>Expressão para a determinação da rigidez ao momento fletor positivo</i>	<i>88</i>
2.6	Processo simplificado de determinação dos deslocamentos de primeira ordem de pórticos planos como ligações semirrígidas	92
3	LIMITE DO PARÂMETRO DE ESTABILIDADE ALFA APLICADO A PORTICOS PLANOS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO	95
3.1	Considerações iniciais.....	95
3.2	Relação entre os parâmetros de estabilidade α e γ_z	97
3.3	Propriedades da linha elástica de pórticos planos em concreto pré-moldado.....	102
3.4	Limite alternativo para o parâmetro de estabilidade α	119
3.4.1	Aferição do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α	120
3.4.2	Exemplos de aplicação do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α	123
3.4.2.1	<i>Dados do exemplo.....</i>	<i>124</i>
3.4.2.2	<i>Determinação do parâmetro de estabilidade α</i>	<i>126</i>
3.4.2.3	<i>Determinação do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α.....</i>	<i>128</i>
3.5	Síntese do capítulo	129
4	PROCESSOS ANALÍTICOS	131
4.1	Considerações sobre o módulo-base.....	131
4.2	Processo analítico para a determinação do deslocamento horizontal de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais	132
4.2.1	Deslocamento lateral de módulos-base com ligações rígidas	132
4.2.2	Deslocamento lateral de módulos-base com ligações semirrígidas	136
4.2.3	Deslocamento lateral de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais	138
4.2.4	Aferição do processo analítico de determinação do deslocamento lateral de pórticos em concreto pré-moldado de um pavimento	141
4.2.5	Exemplo de aplicação do processo analítico de determinação do deslocamento lateral de pórticos em concreto pré-moldado de um pavimento	143
4.2.5.1	<i>Dados do exemplo.....</i>	<i>143</i>
4.2.5.2	<i>Determinação do deslocamento horizontal de topo do pórtico com um pavimento</i>	<i>144</i>
4.3	Rigidez equivalente de estabilidade.....	144

4.4	Processo analítico para o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado	146
4.4.1	Pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas	146
4.4.2	Pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas	149
4.4.3	Pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.....	151
4.4.4	Aferição dos processos analíticos	153
4.4.5	Exemplo de aplicação do processo analítico	154
4.4.5.1	<i>Pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas.....</i>	<i>154</i>
4.4.5.2	<i>Pórtico de múltiplos pavimentos com ligações rígidas.....</i>	<i>155</i>
4.4.5.3	<i>Pórtico de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.....</i>	<i>157</i>
4.5	Síntese do capítulo.....	158
5	PROGRAMA COMPUTACIONAL	161
5.1	Aspectos gerais do programa	161
5.2	Aspectos computacionais do programa	163
5.3	Gerenciador e interface principal do programa	166
5.4	Entrada de dados do programa	167
5.4.1	Geometria do pórtico	168
5.4.2	Geometria dos pilares	169
5.4.3	Geometria das vigas.....	170
5.4.4	Propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais	172
5.4.5	Propriedade das ligações.....	173
5.4.6	Ações verticais.....	179
5.4.7	Ações horizontais.....	179
5.4.8	Critério do programa.....	184
5.5	Saída de dados do programa.....	185
5.5.1	Resumo	186
5.5.2	Detalhes	186
5.5.3	Resultados de projeto.....	187
5.5.4	Resultados de execução	190
5.6	Exemplos de aplicação do programa.....	191
5.6.1	Módulo de avaliação da estabilidade global de pórticos planos em concreto pré-moldado	192
5.6.2	Módulos de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado	192

5.6.3	Módulo de pré-dimensionamento da rigidez das ligações de pórticos planos em concreto pré-moldado.....	193
5.6.4	Módulos de dimensionamento de uma ligação típica de pórticos em concreto pré-moldado.....	194
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....	195
	REFERÊNCIAS	199

1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem a finalidade de apresentar a temática da pesquisa. São expostas as considerações iniciais com o intuito de promover uma contextualização do tema em estudo. Ainda são apresentados os objetivos do trabalho, justificativa do tema, metodologia da pesquisa e estrutura do trabalho.

1.1 Considerações iniciais

Os projetos de estruturas em concreto pré-moldado são baseados em certos princípios que estão relacionados à racionalização e industrialização da construção civil. Dentre os princípios expostos por El Debs (2000) estão: a minimização do número de elementos e ligações. Tais princípios ajudam a explicar a trajetória histórica da aplicação do sistema estrutural, no qual, inicialmente, estava voltado preferencialmente a edificações térreas. Os galpões ou edifícios industriais se adequam a esses princípios. As pequenas alturas e grandes dimensões em planta favorecem a padronização dos tipos de elementos e a utilização de grandes vãos entre pilares, contribuindo para a minimização do número de ligações.

Nos últimos anos, o sistema estrutural em concreto pré-moldado vem sendo aplicado com mais frequência em edificações de múltiplos pavimentos destinadas às mais variadas finalidades, como: estabelecimentos comerciais, estacionamentos, hospitais e entre outros.

As edificações multi-piso em concreto pré-moldado, usualmente, apresentam duas alternativas quanto ao sistema estrutural empregado: sistema estrutural formado elementos estruturais reticulados [Figura 1.1 (a)] ou por paredes portantes [Figura 1.1 (b)].

Figura 1.1 – Sistemas estruturais de edificação multi-piso em concreto pré-moldado [Acker (2002)].

Com a aplicação do sistema estrutural em concreto pré-moldado em edifícios de múltiplos pavimentos, a preocupação com a estabilidade global da estrutura passa a apresentar maior relevância. A estabilidade global pode ser interpretada como a capacidade que uma determinada estrutura tem de transmitir ações de primeira e segunda ordem, que tendem a provocar o tombamento da estrutura, para as fundações, mediante características de rigidez da mesma.

As estruturas concebidas em concreto moldado no local têm seus elementos estruturais executados de forma conjunta, criando, dessa forma, uma plena solidarização entre os mesmos. A solidarização entre lajes, vigas e pilares faz como que a estrutura passe a se comportar como um pórtico tridimensional, constituindo um esquema estático com um nível elevado de redundâncias estáticas. As estruturas em concreto pré-moldado, devido o seu processo de produção, normalmente são concebidas a partir de sistemas estruturais simples. Portanto, a garantia da estabilidade global desse tipo de estrutura fica atrelada à rigidez de poucos elementos estruturais.

El Debs (2000) relaciona três soluções usuais de contraventamento aplicado às estruturas em concreto pré-moldado. O primeiro sistema de contraventamento é formado por pilares engastados nas fundações e vigas articuladas. Segundo Acker (2002), essa solução é classificada como não contraventada, e tem a estabilidade garantida exclusivamente pela rigidez à flexão dos pilares da estrutura. Mota (2009) afirma que essa solução passa a ser inviável, do ponto de vista econômico e arquitetônico, para edificações com altura acima de 12 m. Para garantir a estabilidade global de estruturas acima desse gabarito, seriam necessários pilares com dimensões elevadas, desqualificando essa solução de contraventamento para edificações multi-piso. O segundo sistema estrutural de contraventamento é formado pela associação de painéis ou paredes estruturais pré-moldas. Esse sistema tem sua rigidez fundamentada tanto na flexão das paredes como na mobilização do cisalhamento entre as juntas das mesmas. Os pórticos planos representam a terceira solução de contraventamento. A estabilidade dessa solução é regida pela capacidade de transferências dos esforços de flexão e cisalhamento entre pilares e vigas.

No Brasil, o sistema estrutural reticulado é a solução mais empregada em estruturas de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto pré-moldado. Normalmente, o contraventamento desse tipo de estrutura é realizado por pórticos planos, que tem sua rigidez governada pela rigidez à flexão dos pilares e ligações. Portanto, as dimensões dos pilares e a rigidez das ligações necessárias para que ocorra a garantia da estabilidade global podem ser encaradas como incógnitas iniciais de projeto.

As estruturas em concreto pré-moldado, por estarem baseadas em princípios relacionados à industrialização e racionalização, apresentam peculiaridades relacionadas à padronização de seus elementos componentes, contribuindo para a formação de estruturas regulares. A regularidade das estruturas também é refletida nas subestruturas de contraventamento por pórticos planos. Os pórticos planos em concreto pré-moldado podem ser interpretados como o agrupamento de unidades constituintes, ou seja, quadros planos, referenciados no presente trabalho como módulos-base, conforme está ilustrado na Figura 1.2.

Figura 1.2 – Representação do módulo-base em um pórtico plano em concreto pré-moldado.

Segundo ABNT NBR 9062 (2006), a avaliação da estabilidade global das estruturas em concreto pré-moldado deve ser realizada a partir dos parâmetros de estabilidade global dispostos na ABNT NBR 6118 (2003). Os parâmetros α e γ_z apresentam expressões relativamente simples. Apesar da simplicidade de suas formulações, ambos os parâmetros necessitam de um dado que, dependendo da complexidade da estrutura, normalmente é obtido através da análise estrutural. O deslocamento lateral de primeira ordem da estrutura é imprescindível para a determinação tanto da rigidez equivalente da estrutura quanto da somatória dos momentos de segunda ordem, ambos necessários para a determinação dos parâmetros de estabilidade α e γ_z , respectivamente.

O parâmetro de estabilidade α , de forma isolada, não consegue avaliar a estabilidade global das estruturas, devendo ser comparados a valores limites de referência. Franco (1985) desenvolveu limites para o parâmetro aplicado a estruturas contraventadas por três tipos de subestruturas. Dentre as subestruturas consideradas pelo autor, está o pórtico plano. Os pórticos utilizados na dedução desse limite apresentam características de estruturas de concreto moldada no local, ou seja, com ligações viga-pilar com comportamento rígido.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver processos analíticos e programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global.

Como objetivos específicos têm-se:

- a) desenvolver uma expressão alternativa para o limite do parâmetro de estabilidade α aplicada a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações viga-pilar semirrígidas;
- b) desenvolver expressões para a determinação do deslocamento horizontal de topo de módulos-base e pórticos planos de um pavimento em concreto pré-moldado;
- c) desenvolver uma expressão para a determinação da rigidez equivalente de pórticos planos em concreto pré-moldado necessária para que ocorra a garantia da estabilidade global;
- d) desenvolver processos analíticos para a realização do pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de um pavimento com ligação semirrígida e de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas e articuladas com base na garantia da estabilidade global;
- e) desenvolver programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pilares e rigidez das ligações de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global.

1.3 Justificativa

A avaliação da estabilidade global dos pórticos planos em concreto pré-moldado pelo parâmetro de estabilidade α é realizada com base em seu limite disposto na ABNT NBR 6118 (2003). Esse limite foi desenvolvido por Franco (1985) para pórticos com características próximas de estruturas moldadas no local. Portanto, a aplicação do parâmetro de estabilidade α a pórticos em concreto pré-moldado passa pela determinação de um novo limite que leve em consideração as peculiaridades desse sistema estrutural.

A garantia da estabilidade global é um quesito exigido em projetos de estruturas. Nas estruturas em concreto pré-moldado contraventadas por pórticos planos, esse quesito fica sobre a responsabilidade, principalmente, da rigidez à flexão dos pilares e ligações. Portanto,

surge a necessidade de ferramentas que possibilitem o pré-dimensionamento de pilares e rigidez de ligações de modo que a garantia da estabilidade desse sistema estrutural seja atendida.

O trabalho promove uma continuação à linha de pesquisa referente à estabilidade global, dentro dos estudos relacionando às estruturas de concreto pré-moldado, desenvolvidas no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP).

1.4 Metodologia

Primeiramente, foi realizado um levantamento bibliográfico baseados em livros, artigos, dissertações, teses, textos técnicos e normativos relacionado aos seguintes assuntos: estabilidade de estruturas, não-linearidade física, não-linearidade geométrica, ação do vento em edificações, ligações entre elementos em concreto pré-moldado e processo simplificado de consideração da semirrigidez das ligações viga-pilar em pórticos planos.

A segunda etapa do trabalho foi iniciada a partir da dedução da expressão do limite do parâmetro de estabilidade α aplicada a qualquer tipo de estrutura. A expressão deduzida está em função de um coeficiente k que leva em consideração o comportamento da linha elástica das estruturas. Em seguida, foi desenvolvida uma expressão para o coeficiente k aplicada a pórticos planos em concreto pré-moldado. A dedução dessa expressão foi realizada com base nos valores do coeficiente k obtidos a partir da análise de 1320 pórticos. A dedução da expressão do coeficiente k possibilitou a determinação de uma expressão alternativa para limite do parâmetro de estabilidade α aplicado a pórticos planos em concreto pré-moldado.

Na terceira etapa, foi deduzida uma expressão para a determinação do deslocamento horizontal de topo de módulos-dase. A dedução da expressão foi realizada com base na aplicação do método dos deslocamentos. Posteriormente, a expressão foi extrapolada para os casos de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais a partir da aplicação de um coeficiente de ponderação. Em seguida, foi deduzida, com base na expressão alternativa do limite do parâmetro de estabilidade α , a formulação da rigidez equivalente de estabilidade de pórticos planos em concreto pré-moldado. As duas expressões desenvolvidas nessa etapa foram utilizadas no desenvolvimento de processos analíticos para o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global.

Na quarta etapa, foram desenvolvidos programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pilares e rigidez das ligações de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global. Os programas computacionais, implementados em linguagem VISUAL BASIC, realizam análises lineares estáticas de pórticos planos através da utilização do Método dos Elementos Finitos.

1.5 Estrutura do trabalho

No primeiro capítulo são apresentados os temas pertinentes à estabilidade global de pórticos planos em concreto pré-moldado como: influência dos pilares e das ligações na rigidez de pórticos planos, importância dos deslocamentos horizontais de primeira ordem na determinação dos parâmetros de estabilidade α e γ_z e a importância do limite do parâmetro de estabilidade α na avaliação da estabilidade global. O capítulo ainda traz os objetivos, justificativa e metodologia empregada no desenvolvimento do trabalho.

No segundo capítulo é apresentada a revisão bibliográfica do trabalho sobre os temas: estabilidade de estruturas, não-linearidade física, não-linearidade geométrica, ação do vento em edificações, ligações entre elementos em concreto pré-moldado e processo simplificado de determinação dos deslocamentos de primeira ordem de pórticos planos com ligações semirrígidas.

No terceiro capítulo é realizada a dedução de uma expressão alternativa para o limite do parâmetro de estabilidade α aplicado a pórticos planos em concreto pré-moldado.

No quarto capítulo são apresentadas as características do módulo-base. O capítulo ainda traz a dedução de três processos analíticos. O primeiro processo analítico realiza a determinação do deslocamento horizontal de topo de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais. O segundo processo analítico tem a finalidade de determinar a rigidez equivalente de pórticos, necessário para que ocorra a garantia da estabilidade global. O terceiro processo analítico é responsável em pré-dimensionar os pilares de pórticos em função da garantia da estabilidade global.

No quinto capítulo são apresentadas as considerações sobre o Programa de Avaliação da Estabilidade Global e Pré-dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Pré-moldado, denominado PRÉ-MOLDIM.

No sexto capítulo são apresentadas as considerações finais do trabalho e as sugestões de temas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo tem como principal objetivo realizar um levantamento e exposição de temas relacionados ao trabalho. Dentre os assuntos abordados estão estabilidade de estruturas, não-linearidade física, não-linearidade geométrica, ação do vento em edificações, ligações entre elementos em concreto pré-moldado e processo simplificado de determinação dos deslocamentos de primeira ordem de pórticos planos com ligações semirrígidas.

2.1 Estabilidade das estruturas

Os temas relacionados à estabilidade de estruturas contemplam conceitos e teorias de cunho essencial para a plena compreensão dos itens subsequentes. Temas esses como: classificação dos problemas de instabilidade de estruturas, considerações sobre a estabilidade global de estruturas de concreto e parâmetro para a avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto.

2.1.1 Classificação do problema de instabilidade de estruturas

Serão relacionadas às problemáticas referentes à instabilidade de estruturas que são ocasionadas por solicitações de compressão, que podem estar disposta de forma centrada ou excêntrica. A avaliação e classificação da instabilidade estrutural também será realizada levando em consideração o comportamento do material, que poderá estar configurado em regime linear elástico e não-linear inelástico.

A definição e classificação dos tipos de problemas de instabilidade de estrutura são apresentadas mediante um exemplo simplificado, no qual contempla a combinação dos casos particulares de solicitação e característica dos materiais.

Segundo Franco (1985), a instabilidade das estruturas pode ocorrer de três formas, e estão diretamente relacionadas aos tipos de equilíbrio que a mesma pode estar sujeita. A instabilidade das estruturas pode ocorrer devido a problemas de bifurcação do equilíbrio, problemas de segunda ordem e problemas de ponto limite.

A bifurcação do equilíbrio ocorre quando um elemento esbelto, submetido a solicitações compressão centrada, passa a poder assumir, para um determinado nível de solicitação, duas configurações de equilíbrio, sendo um estável e outra instável.

Para poder exemplificar a problemática da instabilidade com bifurcação do equilíbrio, é idealizada, conforme a Figura 2.1 (a), uma barra, reta, esbelta, sem imperfeições geométricas e constituídas por um material elástico-linear. Como condição de contorno, a barra apresenta uma das extremidades livre e a outra engastada.

Quando a barra em questão é submetida a uma crescente força axial, passa a existir um instante em que a barra poderá assumir duas possíveis configurações de equilíbrio, sendo uma primeira instável e uma segunda estável, como pode ser observado na Figura 2.1 (b). A força limite na qual provoca essa bifurcação do equilíbrio é denominada força crítica. A barra, em sua configuração reta, se mantém em equilíbrio estável até a força axial, a ela aplicada, atingir a força crítica.

Figura 2.1 – Modelo e exemplo de problema de instabilidade por bifurcação do equilíbrio.

A configuração reta da barra, após ser atingida a força crítica, passa a representar um equilíbrio instável, pois qualquer perturbação tende a afastá-la de sua forma reta indeformável. Portanto, passa a existir uma nova configuração de equilíbrio estável, porém assumindo uma forma curva.

Quando o material constituinte da barra apresentar um comportamento não-linear, o equilíbrio da mesma sofre alterações em relação ao caso anterior. Para a força inferior a crítica, a barra apresenta duas configurações de equilíbrio, uma estável com a barra reta e outra instável com a barra curva. Quando a carga crítica é atingida ou superada, passa a existir apenas uma configuração de equilíbrio instável, estando a barra em sua forma reta.

O problema de segunda ordem ocorre quando um elemento esbelto, submetido à solicitação de compressão excêntrica, passa a adquirir uma forma fletida, equilibrada e estável.

A ilustração do problema de segunda ordem é realizada tomando como base o mesmo exemplo apresentando para realização da explicação do problema de instabilidade com bifurcação de equilíbrio. Porém, a força aplicada deixa de estar centrada no topo da barra, passando a apresentar uma excentricidade inicial. A exemplificação do problema de instabilidade como efeito de segunda ordem pode ser observado através da Figura 2.2(a).

Quando a barra do exemplo é constituída de material elástico-linear, para cada aumento da força excêntrica, a barra passa a assumir uma nova configuração curva equilibrada. A força por sua vez tende a atingir de forma assintótica o mesmo valor crítico apresentado no problema de bifurcação do equilíbrio, como pode ser observado na Figura 2.2(b).

Figura 2.2 – Modelo e exemplo do problema de segunda ordem.

O problema de segunda ordem aparece também nos casos em quem a barra apresenta pouca esbelteza e é constituída por material não-linear.

O terceiro problema de instabilidade é denominado de ponto limite, e pode ser interpretado como um caso particular do problema de instabilidade com efeito de segunda ordem. Portanto, o problema de instabilidade com ponto limite ocorre quando um elemento esbelto, constituído por um material não-linear, submetido à solicitação de compressão excêntrica, passa a adquirir, em um determinado nível de solicitação, uma forma fletida instável.

2.1.2 Considerações sobre a estabilidade global de estruturas de concreto

A problemática da escassez do espaço físico destinado às construções tem-se tornando cada vez mais frequente no cenário dos centros urbanos. As construções passam a

estarem limitadas as dimensões reduzidas dos terrenos. As pequenas taxas de ocupação das áreas destinadas à construção passam a ser compensadas pelos crescentes índices de aproveitamento, contribuindo dessa forma para a verticalização das edificações.

A evolução de todos os ramos que tangem a temática referente ao concreto estrutural como: melhor caracterização e evolução das propriedades dos materiais componentes e melhorias dos procedimentos de avaliação do desempenho mecânico, descritos em Mehta e Monteiro (2008), são alguns dos motivos que foram coniventes para a otimização da utilização desse material com finalidade estrutural. Com o aumento do desempenho mecânico do concreto, as seções dos elementos estruturais passaram a sofrerem reduções, resultando no aumento da esbeltez das estruturas.

O aumento do número de edifícios altos e esbeltos é acompanhado pelo desenvolvimento técnico e científico, através teorias e procedimentos que buscam promover a previsão do comportamento estático das estruturas e de seus elementos componentes. Os problemas de instabilidade das estruturas passam a apresentar relevância, assumindo condição de estado limite último, pois quando atingido, pode vir a provocar danos à estrutura, variando de severas patologias ao colapso da mesma.

A estabilidade global da estrutura deve ser um quesito a ser verificado ao iniciar a elaboração do projeto de qualquer tipo de edificação. À medida que a edificação passa a apresentar a dimensão vertical preponderante sobre as demais dimensões em planta, os problemas de instabilidade passam a ser mais representativos.

Segundo Carmo (1995), para os edifícios usuais de concreto, formados por estruturas reticuladas, deve ser analisado o problema de instabilidade de Divergente Estática, que por sua vez contempla os problemas de instabilidade de ponto limite e bifurcação do equilíbrio.

Os problemas da instabilidade das estruturas estão intimamente ligados a aspectos relacionando as imperfeições geométricas, ações verticais, ações horizontais e rigidez das mesmas. A combinação dos quatro fatores faz com que a estrutura se manifeste através da modificação de sua configuração geométrica inicial, dessa forma, a estrutura passa a assumir, mesmo que deformada, uma nova configuração de equilíbrio estável. A deformação da estrutura acompanha o aparecimento dos deslocamentos horizontais, aspecto esse que pode ser representativo na etapa de análise estrutural, sendo determinantes para a determinação dos esforços finais da estrutura.

Os deslocamentos horizontais da estrutura, inicialmente ocasionadas pela atuação das ações horizontais, imperfeições geométricas ou combinação de ambas, promove uma modificação na posição de aplicação das ações de origem gravitacionais, dessa forma,

ocasiona o aparecimento de novos efeitos adicionais à estrutura, sendo eles, esforços e deslocamentos. Portanto, os esforços e deslocamentos decorrentes da análise da estrutura ainda com sua configuração indeformada recebe a denominação de efeitos de primeira ordem. Os efeitos adicionais decorrentes da configuração indeformada da estrutura passam a ser classificados como efeitos de segunda ordem.

O vento e a excentricidade inicial provocada pelas imperfeições geométricas são efeitos de primeira ordem responsáveis por promover o desencadeamento dos efeitos de segunda ordem. Informações e detalhes sobre as imperfeições geométricas são apresentadas por Carmo (1995), na qual afirma que são problemas construtivos inevitáveis, independentemente do local em que a estrutura venha a ser construída. A autora ainda expõe a necessidade de incorporar as excentricidades aos modelos de análise de estruturas ditas sensíveis as imperfeições, na qual o valor do carregamento crítico depende das excentricidades. A ABNT NBR 6118 (2003) traz, em seu item 11.3.3.4, informações e formas de considerar as imperfeições geométricas. A ABNT NBR 6118 (2003) faz alusão em seu item 11.4.1.2 à obrigatoriedade da consideração da ação do vento para todas as edificações constituídas por estruturas de concreto, podendo ser considerada através de regras simplificadas preconizada na norma Forças Devidas ao Vento em Edificações, ABNT NBR 6123 (1988). A ABNT NBR 6118 (2003), em seu item 11.3.3.4.1, indica que não há a necessidade de considerar a superposição dos efeitos causados pelo desaprumo e pela ação do vento. Portanto, deve ser escolhido aquele que causa efeitos mais desfavoráveis à estrutura.

O efeito de segunda ordem pode ser classificado conforme o local de influencia, dessa forma, a ABNT NBR 6118 (2003) relaciona basicamente três classificações para os efeitos de segunda ordem, sendo eles: global, local e localizado. Os tipos de efeitos de segunda ordem serão ilustrados com base no modelo estrutural genérico apresentado na Figura 2.3 (a). Quando os nós de uma estrutura sofrem deslocamentos horizontais devido aos efeitos causados pela aplicação de ações verticais e horizontais, o efeito de segunda ordem é classificado como global [Figura 2.3 (b)]. A não retilineidade entre os dois pontos de extremidades de um elemento estrutural, solicitado a compressão ou flexão composta, faz com que surjam efeitos de segunda ordem que afetam, em princípio, apenas o próprio elemento, sendo intitulados de efeitos de segunda ordem local [Figura 2.3 (c)]. Por último, o efeito de segunda ordem localizado ocorre em regiões específicas de elementos estruturais, submetidos à compressão ou flexão composta [Figura 2.3 (d)]. Esse efeito que ocorre com mais regularidade em pilares paredes, na qual apresentam regiões em que a não retilineidade entre pontos ocorre de forma mais intensificada.

Figura 2.3 – Tipos de efeitos de segunda ordem [Carvalho e Pinheiro (2009), ABNT NBR 6118: 2003 adaptado].

A análise de segunda ordem incorpora em sua formulação equações de equilíbrio que levam em consideração a posição deformada da estrutura. Portanto, mesmo sendo realizada por programas computacionais, a análise de segunda ordem normalmente demanda mais tempo para ser realizada em comparação com a análise de primeira ordem,

Zagottis (1980) e Santos (1987) expõe através de exemplos a importância da consideração da análise de segunda ordem em determinados arranjos estruturais. Para exemplificar a relevância da consideração dos efeitos de segunda ordem na análise de determinados elementos estruturais, Zagottis (1980) e Santos (1987) expõem o problema de uma barra, reta, esbelta, sem imperfeições geométricas, constituídas por um material elástico-linear e tendo como condição de contorno uma das extremidades livre e a outra engastada [Figura 2.1].

Quando a barra está em sua configuração indeformada, a tensão de uma determinada seção é obtida através de esforço de compressão. Para a barra em sua configuração deformada, a tensão da mesma seção é obtida através de esforços de flexão composta, dessa forma, para pequenos acréscimos do carregamento, excedendo o carregamento crítico, faz com que a tensão máxima aumente consideravelmente, podendo ocasionar a ruptura da barra.

Toda estrutura quando submetida a ações verticais e horizontais está sujeita a deslocamentos laterais e por consequência a esforços de segunda ordem, na qual variam de intensidade em função da rigidez da estrutura. Para efeito de análise de estruturas, adota-se o critério de imobilidade, no qual permite desconsiderar os efeitos globais de segunda ordem caso os mesmos não excedam em 10% os esforços de primeira ordem.

Portanto, quando os efeitos de segunda ordem, de uma determinada estrutura, se mostrem inferiores a 10% a estrutura é classificada como estruturas de Nós Fixos. Nos casos em que a relação entre os efeitos de segunda e primeira ordem excedem os 10% a estrutura passa a ser classificada como estruturas de Nós Móveis.

A ABNT NBR 6118 (2003), em seus itens 15.6 e 15.7, faz uma abordagem sobre a análise de estruturas de Nós Fixos e Nós Móveis. Para as estruturas classificadas como Nós Fixos, as mesmas passam a estar sujeitas a apenas efeitos de primeira ordem. Efeitos que são aplicados à estrutura através dos nós de interseção entre os elementos reticulados componentes. Segundo a ABNT NBR 6118 (2003), os elementos comprimidos, vinculados em suas extremidades a outros elementos concorrentes, podem ser analisados isoladamente. A não consideração dos efeitos de segunda ordem global em estruturas de Nós Fixos não exige a necessidade da consideração dos efeitos de segunda ordem local e localizado.

A análise das estruturas de nós móveis é realizada levando em consideração tanto os efeitos de segunda ordem global, local e localizada quanto a não-linearidade física e geométrica.

A sensibilidade estrutural aos efeitos de segunda ordem está diretamente relacionada à capacidade da mesma de resistir às ações horizontais, ou seja, está relacionada com a rigidez lateral da estrutura. Franco e Vasconcelos (1991) comentam da dificuldade da realização da análise da estabilidade global considerando a rigidez de toda a estrutura. Dessa forma, são idealizadas dentro de um sistema estrutural subestruturas simplificadas com rigidez suficiente para resistir e transferir para as fundações as ações horizontais. Esse tipo de estrutura é tratada tanto pela ABNT NBR 6118 (2003) quanto pela CEB-FIP (1990) como subestruturas de contraventamento. As subestruturas que, por simplicidade, resistem apenas às ações verticais são referenciadas como contraventadas.

A divisão da estrutura em subestruturas de contraventamento e contraventada promove uma simplificação à análise da estabilidade da global, já que a mesma passa a ser garantida por modelos estruturais mais simples, variando desde pórticos planos a pilares paredes engastados nas fundações. Núcleos rígidos formados pela caixa de escada, poços de elevador ou combinação de ambos também se apresentam como soluções estruturais que atende os quesitos de simplicidade, para a avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto.

Franco (1985) confronta simplicidade de análise e eficiência econômica. Segundo o autor, as estruturas de contraventamento deveriam englobar o maior número possível elementos, de modo a dividir de forma otimizada as ações horizontais entre os elementos estruturais, contribuindo dessa forma, para o aumento da eficiência e economia global da estrutura.

Franco e Vasconcelos (1991) e Vasconcelos *et al* (1997) expõe que a facilidade proporcionada pela análise computacional da estabilidade global de estruturas torna

desnecessário a separação do sistema estrutural em subestruturas de contraventamento e contraventado. Os autores, em ambas as referências, afirmam que todos os elementos contribuem para a garantia da estabilidade global da estrutura, e que a parcela de contribuição de cada elemento é proporcional a sua rigidez.

2.1.3 Parâmetros para avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto

A análise de segunda ordem de uma determinada estrutura é um processo que normalmente apresenta um grau de complexidade maior em relação à análise de primeira ordem. Nem todos os casos se faz necessário à realização de uma análise de segunda ordem. As estruturas que apresentam rigidez suficiente para garantir a validade da teoria de pequenos deslocamentos possuem efeitos de segunda ordem desprezíveis, podendo, portanto ser desconsiderados. Torna-se necessário uma maneira simples de avaliação prévia da deslocabilidade lateral dos nós das estruturas. Método que indique a necessidade ou não da realização de uma análise de segunda ordem.

Para promover a classificação da estrutura quanto à magnitude dos deslocamentos horizontais de seus nós, de modo a conseguir prever a ordem de grandeza dos esforços de globais de segunda ordem, foram idealizados dois parâmetros de estabilidade, que estão relacionados na ABNT NBR 6118 (2003). Os parâmetros de estabilidade global α e γ_z estabelecidos nos itens 15.5.2 e 15.5.3, respectivamente, trazem além de suas formulações, limites pelo qual devem ser respeitados. O limite de ambos os parâmetros obedece ao critério de imobilidade, definido como sendo uma relação de 10% entre os momentos globais de primeira e segunda ordem.

2.1.3.1 Parâmetro de instabilidade α

O Parâmetro de instabilidade α foi idealizado por Beck e König (1967), passando a ser referenciado em normas nacionais como: ABNT NBR 9062 (2001) e ABNT NBR 6118 (2003). Parâmetro esse que fornece indicativos da estabilidade da estrutura com base na rigidez a flexão equivalente da mesma.

Com o intuito de promover um embasamento teórico sobre o equacionamento do parâmetro de instabilidade α , é abordado, de forma introdutória, considerações sobre a equação diferencial da linha elástica simplificada [Equação (2.1)] de uma determinada barra esbelta de comprimento L , sem excentricidade inicial, submetida a solicitações de compressão

P (Figura 2.4). A barra em estudo é constituída de material elástico-linear e apresenta rigidez constante (EI).

Para ilustrar o exemplo pelo qual é deduzida a equação diferencial de flambagem da barra reta, são adotadas duas coordenadas ortogonais, configurando um plano, no qual o eixo das abscissas (x) está sobreposto e orientado de acordo com o centro de gravidade da barra em sua configuração indeformada. O eixo das ordenadas (y), orientado de forma perpendicular ao eixo das abscissas, flagra os deslocamentos dos pontos constituintes do centroide da barra, em sua configuração deformada.

Figura 2.4 –Exemplo modelo para a determinação da equação diferencial da linha elástica [Hibbeler (2004)].

A equação diferencial da linha elástica faz alusão ao equilíbrio entre momentos externos (solicitantes) e internos (resistentes) e está representada através da Equação (2.1)

$$\frac{dy^2}{dx^2} + \frac{P}{EI} \cdot \frac{dy}{dx} = 0 \quad (2.1)$$

O coeficiente da derivada de primeira ordem, apresentada na Equação (2.1), agrega informações sobre a característica geométrica da barra e do carregamento concentrado. Segundo Vasconcelos (1997), o mesmo coeficiente pode ser interpretado como sendo um número N proporcional à raiz quadrada da relação entre a carga axial centrada e seu valor crítico, como apresentado na Equação (2.2).

$$\frac{P}{EI} = N \cdot \sqrt{\frac{P}{P_{\text{cri}}}} \quad (2.2)$$

O coeficiente de proporcionalidade N pode ser interpretado como sendo a relação entre a constante π e o comprimento efetivo (L_e).

Quando a variável da abscissa passa a ser adimensional, conforme apresentado na Equação (2.3), o primeiro e segundo termo da Equação (2.1) podem ser deduzidos conforme apresentado na Equação (2.4) e Equação (2.5).

$$\xi = \frac{x}{L} \therefore x = \xi \cdot L \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} = \frac{d^2y}{dx^2} \cdot L^2 \quad (2.4)$$

$$\frac{dy}{d\xi} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{d\xi} = \frac{dy}{dx} \cdot L \quad (2.5)$$

Substituindo as Equações (2.4) e (2.5) na Equação (2.1) e a simplificando, acaba resultando na Equação (2.6).

$$y''(\xi) + \frac{P \cdot L^2}{EI} \cdot y(\xi) = 0 \therefore y''(\xi) + \alpha^2 \cdot y(\xi) = 0 \quad (2.6)$$

O coeficiente do segundo termo da Equação (2.6), que detém as informações do material, da geometria e do carregamento, pode ser interpretado como um coeficiente adimensional de flambagem da barra, representado pela letra grega α , como pode ser observado na Equação (2.7).

$$\alpha^2 = \frac{P \cdot L^2}{EI} \therefore \alpha = L \cdot \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (2.7)$$

Quando o carregamento P , da Figura 2.4, passa a assumir o seu valor crítico (P_{cri}) o coeficiente α , da Equação (2.6), passa a corresponder os autovalores da equação diferencial.

Dessa forma, a força de perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio pode ser obtida mediante a determinação dos autovalores da equação diferencial do problema. A carga crítica, representada através da Equação (2.8), pode receber a denominação de carga de Euler, matemático que, em 1757, solucionou o problema da carga crítica de flambagem.

$$P_{cri} = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot EI}{L_e^2} \quad (2.8)$$

A variável n representada na Equação (2.8) corresponde justamente às infinitas soluções conferida ao problema, mediante a determinação dos autovalores da equação diferencial. Para cada valor inteiro assumido pela variável n são obtidos distintos casos de instabilidade da barra, correspondendo diretamente o número de deflexões máximas do sistema, como pode ser observado na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Configuração de instabilidade para distintos casos de n .

A alteração apenas do valor de n na Equação (2.8) também implica na modificação da intensidade do carregamento crítico, dessa forma, para qualquer número inteiro atribuído a n o carregamento crítico passa a assumir valores correspondentes ao quadrado do próprio n . Para efeitos práticos, o caso de instabilidade que se torna representativo é justamente aquele

que ocorre primeiro, ou seja, com menor intensidade dentre os carregamentos críticos (P_{cri}). Caso representado pela Figura 2.5 (a).

A variável L_e representa o comprimento efetivo da barra, grandeza que relaciona a distancia entre os pontos de momentos nulos da mesma. O comprimento efetivo sofre influência direta das condições de vinculo das duas extremidades da barra, fazendo com que o aumento da restrição dos graus de liberdade resulte em diferentes valores do coeficiente α .

Segundo Vasconcelos (1997), o coeficiente α , para o menor valor crítico de carregamento, passa a assumir a denominação de Coeficiente de Instabilidade, indicando dessa forma o ponto de bifurcação na condição de equilíbrio. O coeficiente α passa por uma reformulação e assume uma nova configuração, conforme apresentado na Equação (2.9).

$$\alpha_{cri}^2 = \frac{P_{cri} \cdot L^2}{EI} \therefore \alpha_{cri} = L \cdot \sqrt{\frac{P_{cri}}{EI}} \quad (2.9)$$

Com o intuito de ampliar a aplicação do parâmetro de instabilidade α para estruturas com vários pavimentos, Beck e Köning (1967) buscaram, através de um edificio modelo, promover as adaptações necessárias à Equação (2.9), que flagrava a limite de estabilidade de uma barra com comportamento ideal.

Vasconcelos (1997) traz uma exposição detalhada sobre as simplificações teóricas adotadas por Beck e Köning (1967) para a dedução da formulação do parâmetro α

O artifício adotado para promover a adaptação do parâmetro de estabilidade α para edificações foi realizado tomando como base um edificio com características particulares. O edificio modelo tem como premissa admitir certa regularidade dimensional, devendo estar igualmente espaçados os diversos pavimentos componentes. O artifício proporciona a realização da adaptação do equacionamento sem haja à necessidade da utilização de recursos computacionais. O método de simplificação consiste em converter as distancias finitas entre pavimentos sucessivos em medidas infinitesimais dx , enquanto que a diferença de deslocamento entre pavimentos consecutivos em medidas infinitesimais dy . O referencial cartesiano é similar ao adotado na dedução do equacionamento diferencial de flambagem da barra reta.

Houve também simplificações envolvendo a classificação dos elementos estruturais quanto à capacidade resistente as ações horizontais. O artifício foi adotado em prol da representação do comportamento da edificação com base em uma única equação diferencial. Os pilares que apresentam rigidez transversal suficiente para garantir a estabilidade da

estrutura perante a atuação das ações laterais são agrupados, constituindo um pilar único com rigidez equivalente. Os pilares menos rígidos as ações transversais tem a função de resistir apenas às ações de origem gravitacional, tendo a sua estabilidade garantida por meio de tirantes que os ligam ao pilar equivalente. A relação dos tipos de ações resistidas pelos pilares se enquadra na classificação da estrutura em contraventada e de contraventamento.

O mecanismo, presente nos pavimentos, responsáveis pela compatibilização dos deslocamentos horizontais dos pilares sejam eles de contraventamento ou não, é denominado Força de Confinamento. As forças de confinamento podem ser interpretadas como tirantes, que se manifestam através dos elementos estruturais constituinte do sistema de pavimento, como vigas e lajes.

Apesar dos pilares contravetados não contribuírem para a garantia da estabilidade global da estrutura, eles influenciam de forma direta no comportamento estrutural através das forças de confinamento, que agravam a solicitação dos pilares de contraventamento. Segundo Vasconcelos (1997), quando a resultante dos carregamentos verticais dos pilares contraventados e de contraventamento atingem o carregamento crítico, o pilar com rigidez equivalente alcança o ponto de bifurcação de equilíbrio, fazendo com que as forças de confinamento tendam para o infinito.

A avaliação da estabilidade global da estrutura do edifício modelo realizada por Beck e König (1967) resultou na determinação de uma equação diferencial [Equação (2.10)]. A equação diferencial está em função da variável que representam a ordenada (y) e a abscissa adimensional (ξ).

$$y''''(\xi) + \alpha^2 \cdot [y'(\xi) \cdot \xi] = \frac{w \cdot L^4}{EI_{eq}} \quad (2.10)$$

O coeficiente α passa a representar um coeficiente adimensional de flambagem do pilar com rigidez equivalente, responsável pelo contraventamento da estrutura. Diferentemente do parâmetro α idealizado para barra, o coeficiente α da Equação (2.10), referente ao pilar equivalente de contraventamento, contempla um carregamento distribuído ao longo do seu eixo (Q), que por sua vez é constituído pela resultante dos carregamentos verticais dos pavimentos [Equação (2.11)]. O carregamento distribuído é composto por parcelas provenientes das subestruturas contraventadas (v) e de contraventamento (p), fazendo com que o coeficiente α passe a estar configurado conforme a Equação (2.12).

$$\alpha_{cri}^2 = \frac{Q \cdot L^2}{EI_{eq}} \quad (2.11)$$

$$Q = (p + v) \cdot L \quad (2.12)$$

A substituição da equação do carregamento distribuído [Equação (2.11)] na equação do coeficiente α [Equação (2.11)] resulta na Equação (2.13).

$$\alpha_{cri}^2 = \frac{(p + v) \cdot L^3}{(EI)_{eq}} \quad (2.13)$$

Quando a somatória dos carregamentos distribuídos das subestruturas contraventadas e de contraventamento atinge o valor crítico, a estrutura tem seu equilíbrio comprometido em âmbito global. A ação vertical total passa a ser caracterizada como carregamento de perda de estabilidade [Equação (2.14)].

$$\alpha_{cri}^2 = \frac{(p + v)_{cri} \cdot L^3}{(EI)_{eq}} \quad (2.14)$$

A ABNT NBR 6118 (2003) traz em seu item 15.5.2 a formulação do parâmetro de estabilidade α [Equação (2.15)], tendo como incógnita a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou do subsolo (H_{tot}), o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir cálculo de H_{tot}), com seu valor característico (N_k) e o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada ($E_{cs}I_c$).

$$\alpha_{cri} = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs}I_c}} \quad (2.15)$$

A norma brasileira ainda determina que para os casos de estruturas constituídas por pórticos, treliças, mistas, ou por pilares com rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerada uma rigidez equivalente da estrutura correspondente a de um pilar em balanço de seção constante. O pilar equivalente é um artifício utilizado para determinar a rigidez à flexão

de uma determinada estrutura. A rigidez equivalente pode ser determinada através da compatibilização entre os deslocamentos do topo da estrutura e de um pilar equivalente em balanço, como pode está apresentado nas figuras Figura 2.26 (a) e (b).

Figura 2.6 – Ilustração da rigidez a flexão equivalente da estrutura de uma edificação.

A determinação da rigidez equivalente da estrutura independe da magnitude da força horizontal aplicada, já que os deslocamentos da estrutura são proporcionais às ações horizontais aplicadas, porém o deslocamento sofre influência do arranjo físico do carregamento. A conversão dos deslocamentos do topo da estrutura em rigidez equivalente pode ser determinada com base na Equação (2.16) e na Equação (2.17). A Primeira equação corresponde a um carregamento uniformemente distribuído ao longo da altura da edificação, enquanto que a segunda corresponde a uma carga concentrada aplicada no topo da mesma.

$$(EI)_{eq} = \frac{W_k \cdot H_{tot}^4}{8 \cdot a_k} \quad (2.16)$$

$$(EI)_{eq} = \frac{P_k \cdot H_{tot}^3}{3 \cdot a_k} \quad (2.17)$$

O limite do parâmetro de estabilidade α está relacionado ao número de pavimentos do edifício. Inicialmente, Beck e König (1667) estabeleceram um número de pavimentos mínimo que justificasse a conversão do discreto em contínuo. Dessa forma, o valor limite do parâmetro α passou a ser adotado como sendo igual a 2,80.

Vasconcelos (1997) apresenta uma expressão [Equação (2.18)] para a determinação do limite do parâmetro de estabilidade α , tendo como variável o número de pavimentos de uma edificação. O tipo de edificação para qual a expressão foi idealizada é similar à analisada

por Beck e König (1967). Com o auxílio de um programa computacional de análise estrutural Vasconcelos discretizou a estrutura modelo. Dessa forma, a equação diferencial do problema deu lugar a um sistema de equações lineares, tendo como variáveis as forças de confinamento. O número de equações lineares obtidas com a discretização da edificação é proporcional ao seu número de pavimentos. Os valores das forças de confinamento, obtidas através da resolução dos sistemas de equações, são adicionadas as ações horizontais para a realização da análise dos efeitos de primeira e segunda ordem da estrutura.

$$\alpha_{\text{cri}} = 2,8 - 1,1 \cdot e^{-0,22 \cdot n} \quad (2.18)$$

Ao promover o confronto entre os valores limites do parâmetro α estipulado por Beck e König e obtidos pela expressão desenvolvida por Vasconcelos, percebe-se que os resultados da Equação (2.18) convergem para o valor limite de 2,80 em edifícios com mais de 20 pavimentos (Figura 2.7).

Figura 2.7 – Comparação entre os limites do parâmetro α para diferentes números de pavimentos.

O limite de 2,80, estipulado Beck e König, não se mostrava coerente para a avaliação prática da estabilidade global de um edifício, já que negligenciava a capacidade resistente dos elementos estruturas frente aos acréscimos das solicitações decorrentes da configuração deformada da estrutura. Foi estabelecido um critério de imobilidade global para estruturas, regido pela Equação (2.19), que se baseia na relação entre os momentos de primeira e segunda ordem. Com a incorporação do critério de imobilidade, o parâmetro α passou a apresentar como valor limite 0,3, 0,4, 0,5 e 0,6 para os casos de edifícios com um, dois, três e superiores a três pavimentos respectivamente.

$$M_2 \leq 0,10 \cdot M_1 \quad (2.19)$$

A transformação da subestrutura de contraventamento em uma barra engastada com rigidez equivalente acaba não representando de forma satisfatória a configuração deformada da estrutura real frente à aplicação de ações horizontais. Franco (1985) afirma que os efeitos de segunda ordem dependem da forma da linha elástica da edificação. A forma da linha elástica de uma determinada edificação acaba sofrendo influência direta do tipo de subestrutura de contraventamento empregada.

Franco (1985) ampliou a aplicação do parâmetro α a edificações com distintas soluções de contraventamento através da indicação de novos limites para o parâmetro. Os valores limites podem ser calculados através da Equação (2.20).

$$\alpha_{\text{cri}} = \sqrt{\frac{0,20}{1,10 \cdot k}} \quad (2.20)$$

A variável k representa a relação entre o deslocamento horizontal médio (a) e do topo da estrutura (a_c), conforme apresentada na Equação (2.21).

$$k = \frac{a_c}{a_n} \quad (2.21)$$

Portanto, Franco (1985) analisou a linha elástica de três soluções de contraventamento usuais aplicadas a estruturas de concreto. A partir da análise das deformações das subestruturas de contraventamento formadas por pilares paredes, pórticos e associação de pilar parede e pórtico pode-se determinar tanto a variável k como o limite do parâmetro α .

O comportamento dos deslocamentos horizontais de uma estrutura contraventada por pilar parede coincide com um polinômio de quarto grau, conforme apresentado na Figura 2.8. O deslocamento médio acaba correspondendo a 40% dos deslocamentos do topo da estrutura (a_k). Com a variável k valendo 0,40, o limite do parâmetro α assume o valor aproximado de 0,70.

Figura 2.8 – Comportamento de uma estrutura contraventada por pilar parede [Franco (1985) adaptado].

O formato da linha elástica das estruturas contraventadas por pórtico se aproxima de uma parábola do segundo grau, conforme apresentado na Figura 2.9. O deslocamento médio da estrutura corresponde a 67% do deslocamento de topo. O variável k assume o valor de 0,670 e faz com que o limite do parâmetro α corresponda ao valor aproximado de 0,50.

Figura 2.9 – Comportamento de uma estrutura contraventada por pórtico [Franco (1985) adaptado].

A linha elástica das estruturas contraventadas pela associação de pilar parede e pórtico plano assume uma configuração senoidal, podendo ser aproximada, de forma simplificada, através de uma reta média, conforme apresentado na Figura 2.10. O deslocamento médio da estrutura corresponde à metade do deslocamento de topo. Com a variável k valendo 0,50, o limite do parâmetro α assume o valor aproximado de 0,60.

Figura 2.10 – Comportamento de uma estrutura contraventada pela associação de pilar parede e pórtico [Franco (1985) adaptado].

Araújo (2010) realizou um estudo com o intuito de verificar a validade dos limites do parâmetro α proposto por Franco (1985). O estudo foi realizado com base em uma análise computacional rigorosa de cada uma das soluções de contraventamento. Além da avaliação dos limites do parâmetro α determinados por Franco (1985), a pesquisa resultou na criação de equações, em função do número de pavimentos da edificação, para a previsão do limite do parâmetro α para cada tipo de subestrutura de contraventamento analisada. Os limites do parâmetro α , indicado por Franco (1985) para estruturas contraventadas por pilar parede se mostrou contra a segurança. Para as estruturas contraventadas por pórtico e pela associação de pilar parede e pórtico os resultados se mostraram compatíveis, estando a favor da segurança para alguns casos particulares de número de pavimentos.

A ABNT NBR 6118 (2003) adota, para edificações acima de três pavimentos, as indicações feitas por Franco (1995) para o limite do parâmetro de instabilidade α . O limite do parâmetro α para edificações menores do que quatro pavimentos é regido pela Equação (2.22). O equacionamento está em função do número de andares acima da fundação ou de nível pouco deslocável do subsolo (n).

$$\alpha_{\text{lim}} = 0,2 + 0,1 \cdot n \quad (2.22)$$

2.1.3.2 Coeficiente γ_z

O coeficiente γ_z tem como intuito facilitar o processo de classificação da estrutura quando a deslocabilidade de seus nós. A sua boa precisão na previsão dos esforços de segunda ordem, faz com que a classificação da estrutura em nós fixos e móveis seja realizada sem a necessidade da realização de uma análise rigorosa de segunda ordem.

A expressão foi idealizada por Franco e Vasconcelos (1991) e desde 2003 é relacionada, juntamente com o parâmetro α , na norma ABNT NBR 6118 (2003), como parâmetro de avaliação da estabilidade global de estruturas de concreto.

A determinação da expressão do γ_z parte de uma análise linear da estrutura que, por sua vez, está submetida a ações horizontais e verticais. As ações horizontais são responsáveis por desencadear todo o processo de solicitação da estrutura. Além originar os momentos de primeira ordem, as ações horizontais provocam os primeiros deslocamentos horizontais da estrutura. Os deslocamentos de primeira ordem faz com que as ações verticais desencadeiem sucessivos incrementos de momentos adicionais à base da estrutura. A intensidade dos momentos incrementais de segunda ordem tende a diminuir, tornando-se praticamente nulo para estruturas estáveis.

A dedução do coeficiente γ_z pode partir, de forma semelhante ao parâmetro α , através do comportamento de uma barra em balanço submetida a ações verticais e horizontais. Em um primeiro instante, são avaliados os efeitos decorrentes as ações de primeira ordem. As deformações de primeira ordem acabam alterando a posição de aplicação do carregamento vertical, desencadeando sucessivos efeitos de segunda ordem, até que seja atingido o novo estado de equilíbrio.

Para exemplificar a dedução do coeficiente γ_z , é considerada uma barra esbelta em balanço de comprimento L , constituída de material elástico-linear, submetida, em sua extremidade livre, a duas ações concentradas, sendo uma vertical (P) e outra horizontal (H) (Figura 2.11).

Figura 2.11 – Deformação de primeira e segunda ordem de uma barra [Carvalho e Pinheiro (2009) adaptado].

Inicialmente, a ação horizontal provoca um momento concentrado junto o apoio [Equação (2.23)]. Por ter sido originado com a estrutura ainda indeformada, o momento gerado é classificado como um esforço de primeira ordem (M_1).

$$M_1 = H \cdot L \quad (2.23)$$

O momento de primeira ordem provoca uma deformação adicional ao sistema (a_1), que é acompanhado pelo surgimento de um momento incremental (ΔM) na base da estrutura, decorrente do posicionamento excêntrico da ação vertical. Por ter sido determinado com a barra em seu estado deformado o momento adicional é classificado como esforço de segunda ordem [Equação (2.24)].

$$\Delta M_1 = P \cdot a_1 \quad (2.24)$$

O processo se repete até o instante em que a barra consiga atingir um estado deformado equilibrado. A sucessão de deslocamentos do sistema vai diminuindo progressivamente. O somatório de todos os momentos incrementais, formados junto ao apoio da barra, pode ser interpretado como momento total de segunda ordem, [Equação (2.25)]

$$M_2 = M_1 + \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_n \quad (2.25)$$

A divisão da Equação (2.25) pelo momento de primeira ordem resulta na Equação(2.26).

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{M_1}{M_1} + \frac{\Delta M_1}{M_1} + \frac{\Delta M_2}{M_1} + \dots + \frac{\Delta M_n}{\Delta M_1} \quad (2.26)$$

A razão entre momentos incrementais sucessivos de segunda ordem se comportam como uma progressão geométrica decrescente de razão menor do que a unidade [Equação (2.27)].

$$r = \frac{\Delta M_1}{M_1} = \frac{\Delta M_2}{\Delta M_1} = \dots = \frac{\Delta M_n}{\Delta M_{n-1}} < 1 \quad (2.27)$$

Quando colocada em função da razão entre os momentos incrementais sucessivos, a Equação (2.27) passa a ser representada pela Equação (2.28).

$$\frac{\Delta M_1 \cdot r^{n-1}}{M_1} = r^n \quad (2.28)$$

A Equação (2.26) passa a poder ser expressa em função da razão existente entre os momentos [Equação (2.28)], resultando na Equação (2.29).

$$M_2 = (1 + r + r^2 + \dots + r^n) \cdot M_1 \quad (2.29)$$

A somatória das razões das interações da Equação (2.29) pode ser interpretada como um somatório dos termos de uma progressão geométrica. Artificio matemático esse que, quando adaptado para o estudo dos efeitos de segunda ordem de uma estrutura, assume uma configuração conforme apresentado na Equação (2.30). Tendo o momento de primeira ordem correspondendo ao primeiro termo da soma, e a razão entre os momentos incrementais como razão da progressão geométrica.

$$M_2 = \frac{M_1}{(1-r)} \quad (2.30)$$

Ao dividir a Equação (2.30) pelo momento de primeira ordem, obtêm-se a Equação (2.31).

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{(1-r)} \therefore M_2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}\right)} \cdot M_1 \quad (2.31)$$

O termo que pondera o momento de primeira ordem na Equação (2.31), de modo a prever a magnitude dos momentos de segunda ordem, recebe a denominação de coeficiente γ_z [Equação (2.32)]. Esse coeficiente pode ser interpretado como indicativo do nível de deslocabilidade da estrutura de uma edificação.

$$\gamma_z = \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}\right)} \quad (2.32)$$

A determinação do coeficiente γ_z é baseada em sucessivas análises lineares. Sua formulação leva em consideração apenas a primeira análise linear, que corresponde à razão entre o momento de primeira ordem e o primeiro momento incremental de segunda ordem.

A ABNT NBR 6118 (2003) expressa o coeficiente γ_z [Equação (2.33)] em função do momento de tombamento ($M_{1,tot,d}$), representado pela soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura, e pela primeira variação do momento de segunda ordem ($\Delta M_{tot,d}$), correspondente à soma dos produtos de todas as forças vertical atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (2.33)$$

Nos casos mais gerais, a ação do vento é considerada, na combinação de estado limite último, como ação variável secundária, conferindo a mesma, a aplicação de um coeficiente adicional, que leva em consideração a probabilidade de simultaneidade de aplicação das ações (ψ_0). O coeficiente de ponderação adicional provoca a minoração ação do vento e consequentemente dos deslocamentos de primeira ordem resultantes (δ_{hi}), conforme é apresentado na Equação (2.34).

$$\delta_{hi} = \psi_0 \cdot \gamma_f \cdot \delta_{hki} \quad (2.34)$$

A consideração das combinações ultima das ações, tendo a ação do vento como ação variável secundária, faz com que o coeficiente γ_z passe a ser expresso conforme a Equação (2.35).

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_f \cdot P_{gi} + \gamma_f \cdot P_{qi}) \cdot \delta_{hki}}{\sum_{i=1}^n (H_{vi} \cdot h_i)}} \quad (2.35)$$

Para os casos em que a combinação ultima admitir a ação horizontal como principal, o coeficiente γ_z assume uma nova configuração, conforme apresenta a Equação (2.36)

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_f \cdot P_{gi} + \psi_0 \cdot \gamma_f \cdot P_{qi}) \cdot \delta_{hki}}{\sum_{i=1}^n (H_{vi} \cdot h_i)}} \quad (2.36)$$

Kimura (2007) faz referência às considerações normativas sobre a formulação de segurança. Segundo o autor, o artifício tem como objetivo proporcionar de maneira opcional a minoração do coeficiente γ_z . A consideração da formulação de segurança pode ser realizada através da aplicação posterior da parcela de γ_f referente às aproximações de projeto (γ_{f3}). Mesmo com a aplicação posterior do coeficiente γ_{f3} como majorador das ações, a resposta dos deslocamentos permanece inferior aos casos em que ele considerado no início da análise. A consideração da formulação de segurança faz com que a expressão do coeficiente γ_z passe a ser expressa conforme a Equação (2.37).

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{l,tot,d}} \cdot \frac{1}{\gamma_{f3}}} \quad (2.37)$$

A ABNT NBR 6118 (2003) indica que a determinação do coeficiente γ_z deve ser realizada levando em consideração a não-linearidade física de forma aproximada.

Franco (1995) indica a utilização do coeficiente γ_z , como parâmetro de avaliação da estabilidade global, a edifícios regulares e razoavelmente regulares. A regularidade citada pelo autor está relacionada a certos aspectos como: ações verticais, ações horizontais e arranjo estrutural.

Os resultados do coeficiente γ_z indicam de forma direta a magnitude dos esforços de segunda ordem. Os valores calculados normalmente se mostram superiores à unidade. Os números que vem após a vírgula, ou seja, a parte decimal do valor corresponde, em porcentagem, a intensidade dos esforços de segunda ordem em relação aos de primeira. Valores que apresentam a parte decimal muito elevada indicam estruturas instáveis. Valores inferiores a 1,00 ou mesmo negativos, são incoerentes, não apresentando um sentido físico.

Segundo ABNT NBR 6118 (2003), o critério de imobilidade é atendido para valores de γ_z superiores a 1,00 e inferiores a 1,10. Caso o valor limite venha ser excedido, a estrutura passa a ser classificada como de nós móveis.

O limite do coeficiente γ_z foi estudado e avaliado por vários autores. Inicialmente, Franco e Vasconcelos (1991), no texto que introduziu o coeficiente, estabelece o limite de 1,20. Carmo (1995), ao analisar trinta edifícios usuais de concreto, conclui que o limite do parâmetro pode ser estendido para valores superiores a 1,20, chegando até 1,30, ou seja, para relações entre momentos de primeira e segunda ordem correspondentes a 30%. Pinto (1997) indica que o limite de 1,20 se mostra contra a segurança nas regiões intermediárias da estrutura, onde as ações horizontais apresentam maior intensidade. Portanto o autor afirma que o limite estabelecido pelos criadores do parâmetro deve ser respeitado, evitando a adoção de limites superiores a 1,20. Lima (2001) concluiu, durante seus estudos sobre influência da punção na estabilidade global de estruturas, que os valores limites de 1,20 apresentam mais coerência em relação ao valor de 1,30.

A ABNT NBR 6118 (2003) especifica que a validade do coeficiente γ_z é garantida para valores inferiores de 1,3. Além desse valor, os efeitos de segunda ordem tomam proporções exageradas, comprometendo tanto a estabilidade da estrutura quanto a capacidade portante dos elementos estruturais componentes.

A recomendação normativa ainda limita a aplicação do coeficiente γ_z a estruturas reticuladas superiores a três pavimentos. Segundo Moncayo (2011), um dos motivos que justifica essa limitação está relacionado às incertezas quanto o comportamento da não-linear da estrutura, para os casos de edificações inferiores a quatro pavimentos. Outro fator, também

relacionado por Moncayo (2011), que justifica a limitação da utilização do parâmetro para esses casos, está relacionado à falta de regularidade entre pavimentos das edificações de menor porte.

Wonder e Campos (2005) realizaram um estudo sobre a influência que os parâmetros de estabilidade global sofrem frente a situações específicas de projeto. Foram analisados os efeitos provocados pelas cargas verticais, à deformação axial nos pilares, a presença de vigas de transição na estrutura e a avaliação dos deslocamentos rotacionais do edifício. Segundo o autor, as ações verticais atuantes na estrutura é o fator que mais influência os resultados do parâmetro de estabilidade global. A assimetria da edificação pode resultar, para uma mesma direção, em diferentes valores dos parâmetros de estabilidade. Verificou-se que a deformação ao longo da altura de um pilar, decorrente do seu próprio encurtamento ou devido ao aumento das deflexões das vigas de transição, não interferem de forma significativa nos resultados dos parâmetros de estabilidade. Em relação à influência dos deslocamentos rotacionais, foi constatado que a não consideração da rigidez a torção dos elementos componentes dos pórticos não traz prejuízos à análise da estabilidade da estrutura.

2.1.3.3 *Correlação entre o parâmetro de estabilidade α e o coeficiente γ_z*

Carmo (1995) apresenta uma expressão para promover a correlação entre os parâmetros de estabilidade α e γ_z . A equação de correlação proposta pela autora foi desenvolvida de forma empírica a partir da determinação dos dois parâmetros de estabilidade para 30 edifícios de concreto. Os edifícios utilizados no estudo apresentam características regulares e correntes. Portanto, a expressão é representada por um polinômio do terceiro grau completo conforme indicado na Equação (2.38).

$$\gamma_z = 0,90 + 0,52 \cdot \alpha - 0,62 \cdot \alpha^2 + 0,46 \cdot \alpha^3 \quad (2.38)$$

Correia e Ramalho (1995) *apud* Vasconcelos (1997) simplificaram a correlação desenvolvida por Carmo (1995) para um polinômio do segundo grau completo [Equação (2.39)] com precisão satisfatória para aplicações práticas.

$$\gamma_z = 1,10 - 0,33 \cdot \alpha + 0,50 \cdot \alpha^2 \quad (2.39)$$

Outra expressão de correlação entre os dois parâmetros de estabilidade global foi proposta por Graziano (1997) apud Vasconcelos (1995). Além dos dois parâmetros, a expressão tem como variável o coeficiente de ponderação das ações atuantes na estrutura (γ_f), conforme pode ser observado na Equação (2.40).

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \gamma_f \cdot \alpha^2} \quad (2.40)$$

2.1.3.4 *Relação entre o deslocamento horizontal máximo e altura da edificação*

A relação entre o deslocamento horizontal máximo e a altura do edifício, denominada relação flecha-altura por Carmo (1995), se configura com valores práticos para a verificação do Estado Limite de Deformação Excessiva (ELS-DEF). A relação entre as duas grandezas pode ser determinada de forma global ou fracionada por pavimento.

Os deslocamentos laterais excessivos das edificações ocasionam efeitos indesejáveis relacionados a aspectos construtivos, estruturais e psicológicos. Com o intuito de minimizar a ocorrência desses efeitos, os textos normativos apresentam propostas de limites aceitáveis na qual a estrutura pode deslocar.

A ABNT NBR 6118 (2003) em seu item 13.3 classifica em quatro grupos os tipos de efeitos indesejáveis sendo eles:

- a) aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- b) efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotada.

Os grupos relacionados pela norma abrangem todos os casos de deformações excessivas. Apenas os grupos relacionados aos efeitos em elementos não estruturais e aos efeitos em elementos estruturais apresentam relevância em relação aos de deslocamento lateral da estrutura. Portanto, os limites estabelecidos pela ABNT NBR 6118 (2003) para

esses deslocamentos estão reunidos na Tabela 2.1, estando eles em função da altura total da edificação (H) e da altura entre pavimentos (H_i).

Tabela 2.1 – Limite dos deslocamentos horizontais máximos de edifícios [adaptado ABNT NBR 6118 (2003)]

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ($\Psi_1=0,30$)	$H/1700$ ou $H_i/850$ entre pavimentos
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.			

A ABNT NBR 9062 (2006) estabelece no item 5.4.3.3 os limites para os deslocamentos horizontais globais de estruturas em concreto pré-moldado submetidas à combinação frequente das ações, sem encunhamento de outros elementos, conforme está disposto na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Limite de deslocamentos horizontais globais [adaptado ABNT NBR 9062 (2006)]

Caso	Tipo de edificação	Deslocamentos horizontais globais máximos (Combinação frequente)
A	Edifício térreo	$H/600^{(1)}$
B	Edifício com um pavimento	$H/600$ ou $H_i/750^{(2)}$
C	Edifício com múltiplos pavimentos	$H/1200$ ou $H_i/750^{(2)}$ ou $H_2/600^{(3)}$
Onde: (1) H corresponde a altura do edifício; (2) H_i corresponde ao desnível entre dois pisos consecutivos; (3) H_2 corresponde ao desnível entre o último piso e face inferior da laje da cobertura.		

2.2 Não-linearidade física

A não-linearidade física pode ser interpretada como sendo um comportamento desproporcional entre tensão e deformação, decorrentes das propriedades intrínsecas do material. A desproporcionalidade entre tensão e deformação do concreto armado ocorre devido às características de seus materiais constituintes. Tanto o concreto quanto o aço da

armadura apresentam comportamento não-linear. Além do concreto apresentar um comportamento tipicamente não-linear, ele ainda é agravado pelos efeitos da fissuração e fluência. O aço componente da armadura, embora apresente um comportamento mais regular em relação ao do concreto, é afetado pelo efeito do escoamento.

O diagrama tensão-deformação de materiais lineares pode ser representado a partir de uma reta, dessa forma, a relação existente entre as medidas de tensão e suas medidas correspondentes de deformação passam a ser constante. A constante de proporcionalidade é denominada de módulo de elasticidade longitudinal. O diagrama de tensão-deformação de materiais não-lineares podem ser representados por diversos tipos de funções, cuja relação entre as medidas de tensão e deformação não configurem uma constante de proporcionalidade. Exemplos típicos de diagramas tensão-deformação lineares e não-lineares estão representados na Figura 2.12 (a) e Figura 2.12 (b) respectivamente.

Figura 2.12 – Diagramas tensão-deformação linear e não-linear.

O comportamento não-linear dos materiais influencia diretamente na rigidez dos elementos estruturais, aspecto esse fundamental para o comportamento estático tanto dos próprios elementos como da estrutura como um todo. A diminuição desproporcional da rigidez dos elementos componentes da estrutura faz com que os deslocamentos de primeira ordem sejam majorados, contribuindo consequentemente para o acréscimo dos efeitos de segunda ordem.

Existem várias formas de levar em consideração o comportamento não-linear do material, que vão desde processos simplificados até processos mais refinados, na qual levam em consideração as relações constitutivas dos materiais. Podem ser citados dois processos

simplificados utilizados no desenvolvimento de projetos estruturais. O primeiro, apresentado na ABNT NBR 6118 (2003), consiste em considerar uma rigidez secante dos elementos estruturais, em quanto que o segundo, se baseia na construção do diagrama momento-normal-curvatura das seções de um determinado elemento estrutural.

2.2.1 Consideração da não-linearidade física segundo a relação M-N-1/r

A consideração da não-linearidade física pode ser determinada a através da relação que envolve momento fletor, esforço normal e curvatura de uma determinada seção de um elemento estrutural de concreto. A aplicação da relação momento-normal-curvatura (M-N-1/r), permite obter valores com certa precisos da rigidez a flexão dos elementos estruturais.

A curvatura pode ser definida como sendo a variação de um ângulo em relação a um determinado comprimento. A curvatura também pode ser interpretada como o inverso do raio definido por um segmento curvo (1/r), que por sua vez passa poder ser referenciado por raio de curvatura.

A definição de curvatura pode ser aplicada as seções de elementos estruturais de concreto. Para que isso seja possível, é necessário que seja levada em consideração as hipóteses básicas de compatibilidade e equilíbrio da seção, como: a permanência das seções planas após as deformações e a compatibilização das deformações entre o concreto e aço, garantidas pela consideração de uma perfeita aderência entre os dois materiais componentes.

Portanto, a curvatura da seção dos elementos de concreto, submetidos a esforços de flexão, passa a poder ser representada em função da altura útil da seção do elemento estrutural (d) e da deformação tanto do concreto (ϵ_c) quanto do aço (ϵ_s), conforme apresentado na Equação (2.41).

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_s}{d} \quad (2.41)$$

A curvatura de uma determina seção passa a poder ser associado com o momento resistente da mesma. Portanto, a relação entre a curvatura e o momento fletor corresponde à rigidez a flexão da seção (EI). Dessa forma, a não-linearidade física passa a poder ser expressa em função do esforço de flexão resistente da seção.

A determinação da curvatura da seção para valores crescentes de momento fletor permite que a relação entre as duas grandezas passe a ser representada de forma gráfica,

através da construção do diagrama $M-1/r$. O comportamento do diagrama é influenciado de forma direta pelos estádios do concreto. O aspecto típico de um diagrama $M-1/r$, para cada um dos estádios do concreto, está representado na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Exemplo de um diagrama momento-curvatura [Kimura (2007) adaptado].

O estágio I é caracterizado pela integridade física do concreto, ou seja, ausência de fissuração. Nessa fase, a tensão resistente de tração no concreto não foi ultrapassada pela tensão solicitante. A distribuição de tensão na seção ainda se comporta de forma linear. O diagrama momento-curvatura se mantém linear com rigidez constante até que seja atingido o momento de fissuração (M_r).

O estágio II inicia-se após o momento de fissuração do concreto ter sido atingido. Nessa fase, as tensões de tração resistentes do concreto são superadas pelas tensões solicitantes, ocasionando o aparecimento das primeiras fissuras no concreto. Os esforços de tração são resistidos apenas pelo aço, enquanto que a tensão de compressão do concreto continua tendo um comportamento linear. O estágio II corresponde ao trecho mais longo do diagrama $M-1/r$, que passa a apresentar um comportamento não-linear. O ponto final do estágio II é caracterizado pelo início da plastificação do concreto comprimido. No estágio III, o concreto está bastante fissurado e segundo a ABNT NBR 6118 (2003), considera-se que a distribuição de tensões no concreto comporta-se segundo o diagrama parábola-retângulo. Nessa etapa, a rigidez a flexão da seção é inferior em relação à dos estádios anteriores, já que a curvatura sofre grande aumento para pequenos acréscimos de momento. O término do estágio III é caracterizado pelo momento último da seção (M_u).

Quando, além dos esforços de flexão, a seção do elemento estrutural passa a ser solicitada por esforços de compressão, a rigidez a flexão da seção passa a poder ser

determinado através da relação momento-normal-curvatura. Essa relação proporciona a determinação da rigidez de elementos submetidos a esforços de flexão composta, como os pilares. De uma forma geral, a curvatura das seções desses elementos passa a estar em função apenas da deformação de compressão do concreto e de sua altura (h), conforme a Equação (2.42).

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon'_c}{d} \quad (2.42)$$

A construção do diagrama M-N-1/r só pode ser realizada após a definição das características geométricas da seção, da posição das armaduras e das propriedades tanto do concreto quanto do aço.

A ABNT NBR 6118 (2003) apresenta em seu item 15.3.1 as considerações que devem ser relevadas durante o processo de determinação da rigidez secante $[(EI)_{sec}]$ de uma seção com base no diagrama M-N-1/r. Para a construção do diagrama, com base na Figura 2.14, definem-se inicialmente o momento resistente de cálculo da seção (M_{Rd}), a partir da resistência a compressão de cálculo do concreto, que por sua vez está ponderado por um valor que leva em consideração a perda de resistência do concreto quando submetido a cargas de longa duração ($0,85.f_{cd}$). O segundo passo consiste em construir o diagrama M-N-1/r com base na resistência a compressão de cálculo do concreto majorada por 1,10 e solicitação de compressão de cálculo ponderada pela formulação de segurança sugerida pela norma (N_d/γ_{f3}). O passo seguinte consiste em determinar o ponto do diagrama correspondente ao momento resistente de cálculo da seção dividido pela formulação de segurança (M_{Rd}/γ_{f3}). Portanto, a reta AB que liga a origem do diagrama a esse ponto é definida pela rigidez secante da seção $[(EI)_{sec}]$.

Figura 2.14 – Diagrama M-1/r [ABNT NBR 6118 (2003)].

Santos (1987) faz a exposição de vários processos para a construção do diagrama momento-curvatura, dentre eles estão: um processo semi-analítico desenvolvido pelo próprio autor, procedimento numérico apresentado pelo CEB e tabelas momentos-curvatura apresentado pelo Boletim 123 do CEB. Paula (1988) apresenta uma rotina para a construção do diagrama M-N-1/r, que por sua vez foi utilizada para consideração na não-linearidade física em estudos relacionados à estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado desenvolvidas por Marin (2009).

2.2.2 Consideração simplificada da não-linearidade física

O processo de determinação da relação M-N-1/r, sem o auxílio de computador, se torna inviável. Uma das formas de simplificar a análise ocorre através da linearização do problema, que pode ser realizada através da consideração de uma rigidez secante. Portanto, são aplicados ponderadores, que tem como finalidade promover uma redução da rigidez a flexão dos elementos estruturais, de modo a simular a variação de rigidez dos mesmos, estimando de forma aproximada os efeitos da não-linearidade física.

Existem vários métodos de como considerar da não linearidade física de forma simplificada. Segundo a ABNT NBR 9062 (2006), a consideração da não-linearidade física de forma simplificada para estruturas em concreto pré-moldado pode ser realizada segundo as recomendações da ABNT NBR 6118 (2003). A norma de Projeto de Estruturas de Concreto estabelece em seu item 15.7.3, os ponderadores da rigidez a flexão secante $[(EI)_{sec}]$ dos elementos estruturais, que por sua vez são formados pelo produto entre o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto (E_{ci}) e o momento de inércia da seção bruta de concreto (I_c). A metodologia exposta pela ABNT NBR 6118 (2003) é válida apenas para estruturas reticuladas como no mínimo quanto pavimentos. A consideração da não-linearidade física para cada um dos elementos estruturais está representada com base na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Ponderadores da rigidez secante dos elementos estruturais segundo a ABNT NBR 6118 (2003)

Elemento estrutural	$(EI)_{sec}$
Lajes	$0,30.E_{ci}.I_c$
Vigas com armaduras assimétricas	$0,40.E_{ci}.I_c$
Vigas com armaduras simétricas	$0,50.E_{ci}.I_c$
Pilares	$0,80.E_{ci}.I_c$

Para as situações em que o γ_z for menor do que 1,30 e para os casos em que a contraventamento da estrutura for garantido exclusivamente pela combinação de pilares e vigas, constituindo pórticos, a ABNT NBR 6118 (2003) permite que da rigidez secante tanto dos pilares quanto das vigas seja ponderada por um coeficiente único correspondente a 0,70.

Araújo (2010) descreve uma maneira de como unificar os coeficientes de ponderação da rigidez das vigas e pilares de estruturas reticuladas. O procedimento consiste em determinar o deslocamento lateral de topo de uma determinada estrutura submetida a uma ação horizontal, tendo a rigidez das vigas e pilares ponderados pelos seus respectivos coeficientes. O passo seguinte consiste em igualar o deslocamento lateral de topo, determinado inicialmente, tendo a rigidez das vigas e pilares, agora, ponderados pelo mesmo coeficiente. O processo pode ser observado através da Figura 2.15, sendo o coeficiente de ponderação representado pela letra grega β .

Figura 2.15 – Unificação dos coeficiente redutor de rigidez de vigas e piles.

Marin (2009) apresenta coeficientes redutores de rigidez para estruturas reticuladas em concreto pré-moldado. Os coeficientes foram determinados com base na construção da relação M-N-1/r dos elementos constituintes de pórticos planos usuais em concreto pré-moldado. O comportamento do coeficiente proposto (β) é determinado com base em um polinômio do terceiro grau [Equação (2.43)], estando em função da força normal adimensional dos pilares (v) e da relação entre a rigidez da armadura empregada ($E_s I_s$) e a rigidez do concreto (EI). Segundo Marin (2009), os resultados dos coeficientes de redução da rigidez obtidos através da equação proposta divergem dos valores apresentados pela ABNT NBR 6118 (2003).

$$\beta = 1,05 \cdot (2,188 \cdot v^3 - 2,471 \cdot v^2 + 1,288 \cdot v) + \frac{E_s I_s}{EI} \quad (2.43)$$

2.3 Não-linearidade geométrica

A não-linearidade geométrica pode ser interpretada como sendo um comportamento desproporcional entre ações e deformações de um determinado elemento estrutural ou estrutura, decorrente da modificação da configuração geométrica inicial. Esse efeito é mais significativo em estrutura ou elemento estrutural que apresentam grandes deslocamentos ou deformações.

Os efeitos de segunda ordem apresenta uma contribuição considerável para a manifestação e ampliação da não-linearidade geométrica. A interação entre os deslocamentos horizontais de primeira ordem, decorrente de ações horizontais, e forças verticais faz com que a estrutura se distancie gradativamente de sua posição inicial indeformada, até que a mesma consiga adquirir uma configuração equilibrada deformada. O distanciamento da configuração inicial influencia na excentricidade das ações verticais, ocasionando consequentemente um acréscimo das solicitações nos elementos que compõe a estrutura.

De forma análoga a não-linearidade física, a não-linearidade geométrica pode ser determinada através de vários processos. Dentre eles estão o método simplificado do γ_z e processo da carga lateral fictícia.

2.3.1 Consideração da não-linearidade geométrica pelo método simplificado do γ_z

A ABNT NBR 6118 (2003) em seu item 15.7.2 apresenta um maneira simplificada de considerar a não linearidade geométrica. Desenvolvido por Franco e Vasconcelos (1991), o processo consiste em avaliar os esforços finais, a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95 \cdot \gamma_z$. O processo é válido apenas para os casos em que o coeficiente γ_z for inferior a 1,3.

Carmo (1995) apresenta um roteiro de como utilizar esse processo na análise das estruturas de concreto de edifícios. Portanto:

- a) realiza-se uma análise de primeira ordem da estrutura para as ações horizontais em valores de cálculo e rigidez dos elementos reduzidas, levando em consideração a não-linearidade física de forma aproximada, conforme apresentado na seção 2.2.2;

- b) determinam-se os deslocamentos horizontais da estrutura bem como os seus esforços de primeira ordem;
- c) determina-se o parâmetro de estabilidade global γ_z conforme a Equação (2.33);
- d) classifica-se a estrutura em de nós fixos ou móveis. Para as estruturas de nós fixos, prossegue-se o detalha da estrutura, acrescentando-se aos esforços determinados na análise de primeira ordem decorrentes das ações horizontais. Para as estruturas de nós móveis, prossegue-se da mesma forma, porém, os esforços de primeira ordem devidos às ações horizontais são ponderados por γ_z , sempre que o mesmo estiver compreendido entre os valores de 1,10 e 1,30.

2.3.2 Consideração da não-linearidade geométrica pelo método carga lateral fictícia

O método da carga lateral fictícia pode ser interpretado como sendo um processo simplificado e iterativo de obtenção dos esforços de primeira e segunda ordem. O método P- Δ como é também referenciado, onde P representa o carregamento vertical e Δ representa o deslocamento horizontal, é um processo simplificado de consideração da não-linearidade geométrica.

O método desenvolve-se a partir de uma análise linear, na qual são aplicadas forças horizontais fictícias a estrutura com o intuito de simular os efeitos globais de segunda ordem.

O processo inicia-se com a aplicação das ações horizontais ainda com a estrutura em sua posição indeformada. Os deslocamentos de primeira ordem tornam excêntricas as ações vertais, que passa a gerar momentos no nível dos pavimentos da estrutura. Os momentos podem ser interpretados como binários entre esforços cortantes fictícios (V'_i), que por sua vez está em função do carregamento vertical do pavimento (P_i), da distância entre o pavimento considerado e o pavimento imediatamente superior (h_i), o deslocamento do pavimento considerado (Δ_i) e o deslocamento do pavimento imediatamente superior (Δ_{i+1}), conforme Equação (2.44).

$$V'_i = \frac{\sum P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (2.44)$$

A subtração entre os esforços cortantes fictícios do pavimento considerado (V_i) e do pavimento imediatamente inferior (V'_{i-1}) determina a carga lateral fictícia do pavimento considerado (H'_i). Portanto, a carga lateral fictícia de cada pavimento pode ser determinada através da Equação (2.45).

$$H'_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (2.45)$$

O processo de aplicação do método da carga lateral fictícia em estruturas de edifícios de concreto pode ser ilustrado através da Figura 2.16.

Figura 2.16 – Aplicação do método da carga lateral fictícia em estruturas de edifícios
[Gaiotti e Smith (1989) adaptado].

O método da carga lateral fictícia é aplicado de forma iterativa até que a estrutura adquira uma configuração deformada equilibrada. Portanto, para cada carga horizontal fictícia adicional, a estrutura tende a se deformar, aumentando dessa forma, as excentricidades das ações verticais que passam iniciar novamente o processo iterativo. Para cada interação os deslocamentos da estrutura vão diminuindo progressivamente, assim o processo se repete até que o deslocamento máximo da ultima interação coincida como uma diferença pré-estabelecida entre duas interações consecutivas.

Franco (1985) indica que a estrutura no qual o método da carga lateral fictícia está sendo aplicada deve levar em consideração a não-linearidade do material, através da correção da rigidez dos elementos com base na relação momento-curvatura. Porém, com o intuito de diminuir os trabalhos de determinação da rigidez dos elementos, o autor sugere a utilização de métodos simplificados de ponderação direta da rigidez dos elementos estruturais.

2.4 Ação do vento em edificações

O vento é um fenômeno natural que se apresenta com uma das mais relevantes ações horizontais aplicadas em edificações. Segundo a ABNT NBR 6118 (2003) a ação do vento deve ser sempre considerada na análise estrutural. A ABNT NBR 6123 (1988) estabelece as condições exigíveis na consideração das forças estáticas e dinâmicas do vento, para efeito da análise de edificações.

A presente seção tem como objetivo apresentar o processo simplificado para a consideração da ação do vento em edificações de múltiplos pavimentos, disposto na norma ABNT NBR 6123 (1988).

2.4.1 Pressão dinâmica

A incidência do vento nas faces externas das edificações ocasiona a aparição de uma pressão denominada de Pressão Dinâmica do Vento (q), expressa em N/m^2 . Orientada perpendicularmente as fachadas da edificação a pressão dinâmica do vento está em função da velocidade característica do vento (V_k) conforme apresentado na Equação (2.47).

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (2.46)$$

2.4.2 Velocidade característica do vento

A velocidade característica do vento é a grandeza utilizada para a previsão das ações atuante nas edificações. Portanto, a velocidade característica do vento pode ser determinada através da Equação, que esta em função da velocidade básica do vento (V_o), fator topográfico (S_1), fator que depende das dimensões e da altura da edificação (S_2) e de um fator estatístico (S_3).

$$V_k = V_o \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (2.47)$$

2.4.2.1 Velocidade básica do vento

A Velocidade Básica do Vento (V_o) é uma propriedade típica de cada região. Dessa forma, a ABNT NBR 6123 (1988) apresenta de forma gráfica as isopletas da velocidade básica do vento no Brasil (Figura 2.17)

Figura 2.17 – Isopleta de velocidade básica na unidade de m/s [ABNT NBR 6123 (1988)].

Segundo a ABNT NBR 6123 (1988), a velocidade básica do vento representa máxima velocidade média medida sobre 3 segundo, que pode ser excedida em média uma vez em 50 anos, a 10 metros sobre o nível do terreno em lugar aberto e plano.

2.4.2.2 Fator topográfico

O fator topográfico (S_1) leva em consideração as características do relevo em que a edificação está situada. São basicamente três casos, terrenos planos ou fracamente acidentados, taludes e morros e vales profundos.

O terreno plano é tomado como referência para os demais casos, dessa forma, o valor do coeficiente para esses casos é igual a 1,00.

Para os taludes (Figura 2.18) e morros (Figura 2.19) o coeficiente varia em função da localização da edificação no relevo. A ABNT NBR 6123 (1988) relaciona três pontos de referência, sendo o ponto A localizado na base do morro ou talude, o ponto B inserido no topo do morro ou talude e o ponto C inserido em um plano distante do topo do talude correspondente a quatro vezes a altura do mesmo.

Figura 2.18 – Fator topográfico para taludes [ABNT NBR 6123 (1988) adaptado].

Figura 2.19 – Fator topográfico para morros [ABNT NBR 6123 (1988) adaptado].

Além dos pontos de referência, a figura ainda contempla a altura medida a partir da superfície do terreno ao ponto considerado (z), a diferença de nível entre a base e topo do talude ou morro (d) e a inclinação média do talude ou encosta do morro (θ).

No ponto A do morro e nos pontos A e C dos taludes o fator topográfico assume o valor de 1,00. No ponto B dos morros e talude a fator topográfico depende da inclinação média, conforme pode ser observado nas Equações (2.48), (2.49) e (2.50)

$$S_1(z) = 1,0 \text{ para } \theta \leq 3^\circ \quad (2.48)$$

$$S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot \text{tg}(\theta - 3^\circ) \geq 1 \text{ para } 6^\circ \leq \theta \leq 17^\circ \quad (2.49)$$

$$S_1(z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{z}{d}\right) \cdot 0,31 \geq 1 \text{ para } \theta \geq 45^\circ \quad (2.50)$$

Para os intervalos entre 3° e 6° e 17° e 45° o fator topográfico deve ser determinado através de interpolação linear.

Para os casos em que a edificação estiver situada em vales profundos, protegido da ação do vento o fator topográfico assume o valor de 0,9.

2.4.2.3 Fator relacionado à rugosidade do terreno, dimensões da edificação e altura sobre o terreno

Segundo a ABNT NBR 6123 (1988), o fator S_2 considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação ou parte da edificação em consideração.

Ainda segundo a norma, a velocidade do vento aumenta com a altura acima do terreno. Este aumento depende da rugosidade do terreno e do intervalo de tempo considerado na determinação da velocidade. Este intervalo de tempo está relacionado com as dimensões da edificação, pois edificações pequenas e elementos de edificações são mais afetados por rajadas de curta

A rugosidade do terreno é classificada em cinco categorias, sendo elas:

- a) categoria I: superfícies lisas de grandes dimensões, com mais de 5 km de extensão, medida na direção e sentido do vento incidente.
- b) categoria II: Terrenos abertos em nível ou aproximadamente em nível, com poucos obstáculos isolados, tais como árvores e edificações baixas, tendo a cota média do topo dos obstáculos inferior ou igual a 1,0 metro;
- c) categoria III: Terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como sebes e muros, poucos quebra-ventos de árvores, edificações baixas e esparsas tendo a cota média do topo dos obstáculos igual a 3,0 metros;
- d) categoria IV: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada, tendo a cota média do topo dos obstáculos igual a 10 metros;
- e) categoria V: Terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados, tendo a cota média do topo dos obstáculos igual ou superior a 25 metros.

O valor médio da velocidade do vento pode ser calculado sobre qualquer intervalo de tempo. Segundo a ABNT NBR 6123 (1988), o intervalo mais curto das medidas usuais (3 segundos) corresponde a rajadas cujas dimensões envolvem obstáculos de até 20 metros na direção do vento médio. Portanto quanto maior o intervalo de tempo usado no cálculo da velocidade média, tanto maior a distância abrangida pela rajada. Dessa forma, para efeitos de normatização, foram idealizadas três classes de edificações correspondentes às velocidades médias do vento de 3, 5 e 10 segundos, sendo elas:

- a) classe A: toda edificação na qual a maior dimensão horizontal ou vertical não exceda 20 m;
- b) classe B: toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m;
- c) classe C: toda edificação ou parte de edificação para a qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal exceda 50 m.

A altura sobre o terreno se apresenta como a terceira variável que influencia o fator S_2 . Dessa forma, o fator S_2 pode ser determinado através da Equação (2.51), que por sua vez está em função da altura acima do terreno (z), fator de rajada correspondente à categoria II (F_r), parâmetro metrológico (b) e um coeficiente relacionado a variação do fator S_2 (p).

$$S_2 = b \cdot F_r \cdot \left(\frac{z}{10} \right)^p \quad (2.51)$$

Os coeficientes apresentados anteriormente estão dispostos na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Parâmetros metrológicos [ABNT NBR 6123 (1988)]

Categoria	Z_g (m)	Parâmetro	Classes		
			A	B	C
I	250	b	1,10	1,11	1,12
		p	0,06	0,065	0,07
II	300	b	1,00	1,00	1,00
		F_r	1,00	0,98	0,95
		p	0,085	0,09	0,10
III	350	b	0,94	0,94	0,93
		p	0,10	0,105	0,115
IV	420	b	0,86	0,85	0,84
		p	0,12	0,125	0,135
V	500	b	0,74	0,73	0,71
		p	0,15	0,16	0,175

2.4.2.4 Fator estatístico

O fator estatístico (S_3) leva em consideração o grau de segurança requerido durante a vida útil da edificação. Dessa forma, a norma ABNT NBR 6123 (1988) relaciona na Tabela 2.5 cinco grupos de edificações e seus respectivos valores mínimos do fator estatístico.

Tabela 2.5 – Valores mínimos do fator estatístico S_3 [ABNT NBR 6123 (1988)]

Grupo	Descrição	S_3
1	Edificações cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após 1 uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de 1,10 bombeiros e de forças de segurança, centrais de comunicação, etc.)	1,10
2	Edificações para hotéis e residências. Edificações para 1,00 comércio e indústria com alto fator de ocupação	1,00
3	Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais, etc.)	0,95
4	Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação, etc.)	0,88
5	Edificações temporárias. Estruturas dos grupos 1 a 3 durante a construção	0,83

2.4.3 Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto é uma fator adimensional que pondera pressão dinâmica do vento para levar em consideração a influência das dimensões da edificação na determinação da força de arrasto. O coeficiente de arrasto está em função da relação entre a altura (h) e largura da edificação (l_1) e da relação entre largura e profundidade (l_2) da edificação. As relações entre as dimensões da edificação são necessárias para determinação do coeficiente de arrasto com base nos gráficos da Figura 2.20, para ventos de alta turbulência e da Figura 2.21, para ventos de baixa turbulência. Segundo a ABNT NBR 6123 (1988), a edificação pode estar localizada em zona de vento de alta turbulência, quando sua altura não exceder duas vezes a altura média das edificações vizinhas na, direção e sentido do vento incidente, a uma distância mínima de:

- 500 metros para edifícios até 40 metros de altura;
- 1000 metros para edifícios até 55 metros de altura;
- 2000 metros para edifícios até 70 metros de altura;
- 3000 metros para edifícios até 80 metros de altura.

Figura 2.20 – Coeficiente de arrasto para edificações submetidas a ventos de alta turbulência
[ABNT NBR 6123 (1988)].

Figura 2.21 – Coeficiente de arrasto para edificações submetidas a ventos de baixa turbulência
[ABNT NBR 6123 (1988)].

2.4.4 Força de arrasto

A força de arrasto (F_a) se configura como uma ação horizontal concentrada atuante de forma perpendicular a superfície da edificação. A força de arrastos está representada pela Equação (2.52), estando em função do coeficiente de arrasto (C_a), da pressão dinâmica do vento e da área frontal efetiva (A_e).

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (2.52)$$

2.5 Ligações entre elementos em concreto pré-moldado

A presente seção reúne informações relacionadas tanto a aspectos de projetos quanto o comportamento semirrígido das ligações entre elementos em concreto pré-moldado. Ainda é apresentado um procedimento analítico, desenvolvido por El Debs *et al* (2010), para a determinação da rigidez ao momento fletor positivo e negativo de uma ligação viga-pilar típica de edifícios de múltiplos pavimentos em concreto pré-moldado.

2.5.1 Aspectos de projeto

O fato do concreto pré-moldado ser um sistema estrutural em que os elementos são fabricados fora de seus locais de utilização, faz com que passe a existir uma etapa em que os elementos constituintes são combinados, constituindo a estrutura definitiva. A etapa em que os elementos são combinados é denominada montagem, e a combinação entre os elementos recebe o nome de ligação.

As ligações tem como papel promover a união reacional entre os elementos pré-moldados de modo a compor um sistema estrutural apto a resistir todos os tipos de ações. Na maioria dos casos, as ligações apresentam uma grande importância em todas as etapas do sistema construtivo. A forte influência das ligações nas etapas de projeto, produção, montagem e comportamento definitivo da estrutura, são um dos principais problemas que o sistema em concreto pré-moldado enfrenta. As ligações passam a ser um fator determinante, para que os princípios próprios do sistema estrutural em concreto pré-moldado como racionalização e agilidade de execução consigam ser atendidos.

Quando elementos pré-moldados são unidos por intermédio da ligação passa a existir uma transferência de esforços entre os mesmos. Segundo El Debs (2000), as ligações podem ser classificadas quanto ao esforço principal transmitido em:

- a) ligações solicitadas por compressão;
- b) ligações solicitadas por tração;
- c) ligações solicitadas por cisalhamento;
- d) ligações solicitadas por momento fletor;
- e) ligações solicitadas por momento de torção.

Além de promover a transmissão de esforços entre os elementos estruturais às ligações também podem apresentar outras finalidades como: conectar elementos à estrutura de apoio, garantir o comportamento global pretendido para os subsistemas pré-moldados e transferir forças do seu ponto de aplicação para um subsistema de estabilização.

MC-CEB/90 (1991) apresenta alguns princípios gerais relacionados ao projeto de ligações, podendo ser citado:

- a) as ligações devem assegurar a rigidez e a estabilidade global da estrutura;
- b) devem ser levadas em conta as tolerâncias de fabricação e montagem;
- c) a análise das ligações se estende às extremidades dos elementos que nelas concorrem;

- d) devem ser previstas acomodações da ligação, até que a mesma atinja sua capacidade.

A tolerância de fabricação e montagem apresentam importâncias significativas em determinados aspectos relacionados às etapas de projeto e execução, podendo ser citado: a previsão de variação de esforços na ligação e nos elementos, a aceitação visual do produto e a aceitabilidade condicionada a valores prescritos em textos normativos.

Os projetos de ligação, quando necessário, devem levar em consideração alguns aspectos pertinentes como: à resistência ao fogo e ao sismo, prevenção ao colapso progressivo, manutenção, facilidade montagem, ductilidade e durabilidade.

A ductilidade das ligações permite que, durante a fase de ruína, haja uma redistribuição de esforços na estrutura. A durabilidade está relacionada ao tempo na qual uma ligação consegue desempenhar suas funções de forma plena. Normalmente, a durabilidade das ligações está limitada as condições de integridade dos seus elementos componentes, formados por matérias diferentes do concreto.

A ABNT NBR 9062 (2006) apresenta algumas recomendações relacionadas ao comportamento das ligações que devem ser atendidas durante a etapa de análise tanto dos elementos estruturais quanto da estrutura definitiva. A análise dos elementos componentes da estrutura em concreto pré-moldada deve partir da definição do comportamento efetivo das ligações, sob o ponto de vista dos graus de liberdade existentes. A capacidade das estruturas pré-moldadas deve ser governada pelo esgotamento da capacidade da resistência dos elementos estruturais, e não pelo esgotamento da capacidade da resistência das ligações. Na análise da estabilidade, deve ser levada em conta a influência desfavorável do comportamento efetivo das ligações.

Segundo El Debs (2000), as ligações entre elementos pré-moldados podem ser divididas em dois grandes grupos, sendo eles: ligações de elementos tipo folhas e ligações de elementos tipo barra. O grupo corresponde às ligações entre elementos tipo folhas, relacionam os casos de ligações entre elementos de lajes e paredes. O grupo correspondente às ligações entre elementos de barras relacionam basicamente os casos de ligações entre vigas e pilares.

Os edifícios de múltiplos pavimentos reticulados em concreto pré-moldado normalmente apresentam ligações representadas pelos dois grupos. Na maioria dos casos, as ligações tipo folhas são aplicadas na composição do sistema estrutural dos pavimentos, através das ligações entre elementos de lajes. As ligações entre paredes e entre paredes e lajes também podem ocorrer nos casos em que o contraventamento desse tipo de estrutura for constituído através de núcleos formados por painéis de concreto pré-moldado. As ligações

entre elementos tipo folhas permitem a transmissão de esforços de flexão, normais e cortantes. As ligações entre elementos reticulados são formadas basicamente pela combinação entre vigas e pilares. Esse tipo de ligação promove a composição do sistema portante dos edifícios multi-piso. Normalmente, os edifícios de múltiplos pavimentos em concreto pré-moldado são contraventados por pórticos, realçando, dessa forma, a importância da ligação viga-pilar. As ligações entre vigas e pilares, de forma similar as ligações entre os elementos tipo folhas, são capazes de transmitir esforços cortantes, normais e de flexão. A capacidade de transmissão de esforços de flexão entre os elementos de viga e pilar se apresenta como um dos principais fatores responsáveis pela garantia do comportamento estático de edifícios reticulados de múltiplos pavimentos em concreto pré-moldado.

Elliott (1996) enfatiza a aplicação do sistema pré-moldado reticulado em estrutura de múltiplos pavimentos. O autor aborda alguns temas relevantes a esse tipo de aplicação como: sistemas de pavimentos em concreto pré-moldado, elementos compostos, ligações e estabilidade global.

As ligações viga-pilar podem ser classificadas quanto ao tipo de vinculação, ou seja, quanto ao nível de restrição à rotação relativa entre os seus elementos componentes em:

- a) ligações articuladas;
- b) ligação rígida;
- c) ligação semirrígida.

As ligações rígidas não permitem a rotação relativa entre os elementos estruturais concorrentes, fazendo com que seja transmitido de forma íntegra os esforços de flexão. As ligações articuladas permitem o giro relativo entre os elementos estruturais constituintes, não transmitindo, dessa forma, o momento fletor entre os elementos. As ligações semirrígidas desempenham um comportamento intermediário aos dois casos anteriores, restringindo a rotação e transmitindo momentos fletores de forma parcial.

O bom comportamento estático das estruturas reticuladas em concreto pré-moldado está intimamente ligado ao nível de rigidez à flexão das ligações viga-pilar. Dessa forma, a rigidez das ligações se configura como um dos fatores que mais influenciam na estabilidade global dessas estruturas. Porém, o aumento da rigidez das ligações também é acompanhado pelo aumento dos trabalhos e dos recursos necessários para execução dessas ligações, podendo comprometer as vantagens relacionadas ao sistema estrutural em concreto pré-moldado.

Existem vários tipos de elementos pré-moldados, cada qual com características peculiares quanto à forma e esforço resistente, que podem ser combinados de diversas formas

através das ligações, que por sua vez apresentam características específicas quanto a questões relacionadas às fases de projeto, execução e comportamento final. As diferentes soluções conferidas às ligações recebem a denominação de tipologias.

As tipologias das ligações são diferenciadas a partir dos recursos utilizados para promover junção entre os elementos em concreto pré-moldado. El Debs (2000) relaciona alguns desses recursos, podendo ser citado:

- a) armadura saliente e concreto moldado no local;
- b) conformação por encaixes recortes e chaves;
- c) cabos de protensão;
- d) conectores metálicos, soldas e parafusos;
- e) apoios de elastômero;
- f) dispositivos metálicos;
- g) argamassa e concreto de granulometria fina.

O projeto de ligações não se limita apenas a uma questão de escolha do dispositivo de ligação apropriado, mas engloba considerações relacionadas à ligação como um todo, incluindo os tipos juntas, os materiais para preenchimento de nichos e juntas, detalhamento das superfícies das interfaces e detalhamento das zonas nas extremidades dos elementos pré-moldados, em regiões próximas às ligações. Estas zonas, nas extremidades dos elementos, são responsáveis por promover a transferência das forças dos dispositivos de ligação para dentro dos elementos, devendo ser previsto verificações e dimensionamentos específicos para essas regiões. A escolha da tipologia da ligação adotada em projeto também deve levar em consideração a viabilidade executiva da mesma, pois nem sempre os recursos e serviços necessários para sua aplicação estão disponíveis nos locais de fabricação e execução.

As tipologias das ligações viga-pilar podem ser classificadas quanto à capacidade de transferência dos esforços de flexão entre os elementos. As tipologias de ligações articuladas são compostas por componentes que tem como função garantir a sua estabilidade lateral. Segundo El Debs (2000), os componentes que são normalmente utilizados para atender essa finalidade são os chumbadores e chapas metálicas soldadas (Figura 2.22). Ainda segundo o autor, as tipologias de ligações que são capazes de transmitir esforços de flexão entre os elementos são formadas por certos componentes, podendo ser citados: conectores metálicos e solda (Figura 2.23), emendas das armaduras da viga e do pilar (Figura 2.24) e cabos de protensão (Figura 2.25).

Figura 2.22 – Ligações viga-pilar articuladas [El Debs (2000)].

Figura 2.23 – Ligação viga-pilar rígidas por meio de solda [El Debs (2000)].

Figura 2.24 – Ligações viga-pilar rígidas com emenda da armadura e concreto moldado no local [El Debs (2000)]

Figura 2.25 – Ligações viga-pilar rígidas com cabos de protensão [El Debs (2000)]

Ferreira (1999) realizou um estudo teórico-experimental de duas tipologias de ligações típicas em concreto pré-moldado. A primeira com comportamento articulado, formada por almofada de elastômero e chumbador, enquanto que a segunda, resistente aos esforços de flexão, constituída por chapa solda nas armaduras positivas e negativas das vigas. O estudo concluiu que os procedimentos analíticos, desenvolvidos durante a pesquisa, estima com boa previsão o comportamento das duas tipologias avaliadas.

Existem várias tipologias de ligações viga-pilar semirrígidas em concreto pré-moldado. Dentre as ligações existentes, pode ser citada a ligação com seção composta e armaduras passantes através dos pilares centrais, na qual foi estudada por Miotto (2002). Uma variação dessa tipologia foi estudada por Baldissera (2006). A tipologia estudada por conta com chumbadores inclinados conforme está apresentado na Figura 2.26.

Figura 2.26 – Ligação viga-pilar semirrígida com armadura de continuidade e chumbadores inclinados [Baldissera (2006)]

2.5.2 Ligações com comportamento semirrígido

A análise de estruturas de concreto pré-moldado, realizadas nas fases de projeto, normalmente idealizam condições ideais, em que as ligações se comportam de modo a permitir ou restringir por completo a rotação relativa entre os elementos constituintes. Tanto o engaste como a articulação são comportamentos que dificilmente são garantidas de forma plena nas ligações. De uma forma geral, sempre quando solicitadas, as ligações sofrem deformações, que podem se aproximar em maior ou menor grau das idealizações iniciais adotadas. As ligações são responsáveis pela transmissão de esforços entre os elementos e consequentemente pela distribuição do mesmo na estrutura. Portanto a diferença entre o comportamento da ligação em situação real e de projeto pode ocasionar sérios problemas relacionados à capacidade portante dos elementos estruturais bem como a estabilidade global da estrutura. As ligações que restringem de forma parcial as rotações entre os elementos que a concorrem recebem a denominação de ligações semirrígidas.

As estruturas multi-piso em concreto pré-moldado, contraventada por pórticos planos, normalmente são projetadas considerando a semirrígidez das ligações viga-pilar. Para esse caso, a transferência do momento fletor entre vigas e pilares, por intermédio das ligações, tem fundamental importância para ganho de rigidez global da estrutura, sem que seja necessário dispor de grandes dimensões dos pilares. Teoricamente, as ligações rígidas são mais indicadas para proporcionar um ganho de rigidez da estrutura de contraventamento, porém esse tipo de ligação normalmente não se comporta de forma plena, permitindo certa rotação relativa entre os elementos constituinte, que dependendo da tipologia da ligação, pode ocorrer em maior ou menor grau. As ligações rígidas também exigem maiores trabalhos de execução em relação às ligações articuladas e semirrígidas, podendo comprometer as vantagens executivas do sistema construtivo.

A relação entre o deslocamento relativo dos elementos constituintes de uma ligação e o esforço causador do deslocamento é classificada como deformabilidade. Correspondendo ao inverso da rigidez, a deslocabilidade é um parâmetro também pode ser referenciado por flexibilidade. De uma forma geral, a deformabilidade ou flexibilidade pode ser interpretada como sendo o deslocamento causado por uma solicitação unitária aplicada na mesma direção do deslocamento.

A deformabilidade de uma ligação está intimamente relacionada ao tipo de esforço a que a mesma está solicitada. No projeto de ligações viga-pilar, a flexibilidade de maior

interesse está relacionada ao esforço de flexão. O esforço de flexão ocasiona o aparecimento de uma rotação relativa entre os elementos de viga e pilar.

Ferreira *et al* (2002) propõe uma maneira de classificar a rigidez da ligação a partir de um fator, que define a rigidez relativa de cada ligação da extremidade do elemento conectado. O fator de restrição (α_R), apresentado pela ABNT NBR 9062 (2006), também pode ser interpretado como sendo a relação da rotação da extremidade do elemento (θ_1) em relação à rotação combinada do elemento e da ligação devido ao momento de extremidade (θ_2). O fator de restrição está em função da rigidez secante da viga $[(EI)_{sec}]$, da distância efetiva entre os apoios (L_{ef}) e da rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar (R_{sec}), conforme está apresentado na Equação (2.53).

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{R_{sec} \cdot L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \quad (2.53)$$

A rigidez das ligações passa a ser classificada por zonas. São relacionadas cinco zonas, cada qual correspondente a um nível diferente de restrição, classificando, dessa forma as ligações em: articulada, semirrígidas com baixa restrição, semirrígidas com média restrição, semirrígidas com alta restrição e perfeitamente rígida. O fator de restrição, utilizado como parâmetro para a classificação da rigidez das ligações, apresenta resultados inferiores à unidade. Dessa forma, os valores correspondentes a 0,00 e 1,00, representam os casos articulado (zona I) e perfeitamente rígido (zona V) respectivamente. A classificação da rigidez das ligações pode ser observada através da Tabela 2.6.

Tabela 2.6 –Classificação da rigidez das ligações [Ferreira *et al* (2002)]

Zonas	α_R	Classificação das ligações
I	$0,00 \leq \alpha_R \leq 0,14$	Articulada
II	$0,14 \leq \alpha_R \leq 0,4$	Semirrígidas com baixa restrição
III	$0,40 \leq \alpha_R \leq 0,67$	Semirrígidas com média restrição
IV	$0,67 \leq \alpha_R \leq 0,86$	Semirrígidas com alta restrição
V	$0,86 \leq \alpha_R \leq 1,00$	Perfeitamente rígida

A ABNT NBR 9062 (2006) adota essa classificação em recomendações relacionadas à estabilidade de estruturas em concreto pré-molodado contraventadas por pórtico e pilares engatados nas fundações. A norma ainda estabelece um limite de rigidez aos momentos fletores de ligações semirrígidas, conforme apresentado na Equação (2.54).

$$\frac{0,50 \cdot (EI)_{\text{sec}}}{L_{\text{ef}}} \leq \alpha_R \leq \frac{20 \cdot (EI)_{\text{sec}}}{L_{\text{ef}}} \quad (2.54)$$

Tanto a classificação proposta por Ferreira *et al* (2002) quanto o limite estabelecido pela ABNT NBR 9062 (2006) são adequados para a avaliação das ligações submetidas a ações de origem gravitacionais, já que para as ações horizontais, pequenos acréscimo de rigidez das ligações influencia de forma significativa na rigidez da estrutura e por consequência nos deslocamentos laterais.

Segundo El Debs (2000), um modelo estrutural pode incorporar a deformabilidade das ligações através de certos artifícios como: modelagem da região da ligação, a partir da introdução de elementos fictícios e incorporando a deformabilidade da ligação nos elementos adjacentes à ligação.

A modelagem da ligação consiste em empregar métodos numéricos para a avaliação da região da ligação. A introdução de elementos fictícios consiste em idealizar associações de barras fictícias a região da ligação. A inclusão da deformabilidade da ligação aos seus elementos constituintes consiste em modificar a rigidez dos elementos estruturais que compõem a ligação.

Segundo El Debs (2000), a deformabilidade de uma ligação pode ser determinada de duas formas: através de ensaios experimentais e por intermédio de uma avaliação analítica. Algumas ligações mais simples têm o seu comportamento determinado, com certa precisão, através de processos analíticos. Quando a ligação apresenta um grau de complexidade mais elevado, o processo de experimental se apresenta como solução mais adequada para a avaliação da deslocabilidade da ligação.

De uma forma geral, A ABNT NBR 9062 (2006) recomenda que, em situações onde o cálculo analítico aproximado não conduz a resultados teóricos satisfatórios, parte do procedimento de projeto pode ser executado baseando-se em verificações experimentais. Essa recomendação também se aplica aos casos em que se pretende avaliar o comportamento de ligações. A norma ainda apresenta alguns requisitos relacionados às condições de ensaios que

devem ser seguidos, para que os resultados obtidos como base nos processo experimental sejam representativos.

Ferreira (1993) apresenta uma metodologia para a determinação da deformabilidade de uma ligação. O processo consiste na avaliação de três fatores independentes, podendo ser citado:

- a) os esforços solicitantes a serem transmitidos;
- b) os mecanismos de vinculação adotados;
- c) os mecanismos básicos de deformação considerados.

Primeiramente são delineados os principais tipos de esforços solicitantes que a ligação deverá resistir. Após a definição do sistema de vinculação, são identificados os componentes das ligações que são responsáveis por ditar o nível de rigidez às solicitações consideradas. Os componentes da ligação responsáveis por essa finalidade são denominados mecanismos básicos de deformação. Esses mecanismos podendo ser interpretados como deformações específicas dos elementos que compõem a ligação. A ultima etapa do processo consiste em montar um sistema de forças, onde cada força passa a ser associada à deformação de um mecanismo. Portanto, a deformabilidade e a rigidez de uma ligação podem ser determinadas através da associação dos mecanismos básicos de deformação, que se mostraram relevantes ao comportamento resistente da mesma.

O comportamento de uma ligação viga-pilar em concreto pré-moldado pode ser determinado mediante a construção do diagrama momento-rotação. A construção do diagrama permite determinar o momento máximo que uma ligação pode resistir (M_u) e consequentemente a rotação relativa máxima entre os elementos concorrentes. As relações entre momentos (M_E) e rotações (θ_E) de uma determina ligação representam à rigidez a flexão da mesma. Na maioria dos casos, o comportamento da relação entre os fatores se revela desproporcional, ou seja, a rigidez da ligação apresenta um comportamento não-linear. Segundo a ABNT NBR 9062 (2006), a resposta não-linear das ligações pode ser representada através de uma análise linear mediante a consideração de uma rigidez secante (R_{sec}). Ainda segundo a norma, a rigidez secante pode ser representa, dentro do diagrama momento-rotação, por uma reta que liga a origem do diagrama ao ponto de momento de plastificação (M_y) da ligação, conforme apresentado na Figura 2.27.

Figura 2.27 – Relação momento-rotação da ligação viga-pilar [ABNT NBR 9062 (2006)].

Na literatura podem ser encontradas outras formas de promover a linearização do diagrama. Normalmente, esses processos consistem em tornar lineares os trechos que são representativos ao comportamento da ligação como: início de fissuração, plastificação e ruptura. Dessa forma, passam a existir diagramas como mais de um trecho linear, assim, diagramas como dois e três trechos lineares passam a serem denominados diagramas bilinear [Figura 2.28 (a)] e trilinear [Figura 2.28 (b)] respectivamente. O diagrama bilinear é relacionado em estudos realizados por El Debs *et al* (2010), em quanto que o diagrama trilinear é utilizado para caracterização do comportamento de uma ligação realizado por Miotto (2002).

Figura 2.28 – Tipos de relação momento-curvatura.

Quando as estruturas reticuladas são submetidas a ações horizontais as ligações passam a estarem submetidas a momentos fletores positivos e negativos, porém o comportamento da rigidez de uma ligação nem sempre se comporta da mesma forma para ambos os casos. A diferença entre a rigidez dos dois casos depende diretamente dos mecanismos básicos de deformação, que por sua vez são influenciados pela tipologia adotada para a ligação. A possibilidade de haver um comportamento diferente entre a rigidez da ligação para o momento fletor positivo e negativo faz com que passa a existir relações momento-rotação simétricas [Figura 2.29 (a)] e assimétricas [Figura 2.29 (b)].

Figura 2.29 –Simetria da relação momento-curvatura.

2.5.3 Processo analítico de determinação da rigidez a flexão da ligação viga-pilar

El Debs *et al* (2010) propõe uma formulação analítica para a previsão do comportamento da rigidez de um tipo de ligação com característica semirrígida, utilizada em edifícios de múltiplos pavimentos em concreto pré-moldado. A ligação entre a viga e o pilar em concreto pré-moldado é realizada através de um consolo de concreto. Na interface entre a viga e o consolo, uma almofada de argamassa é responsável pela transferência das reações da viga para o consolo. Na interface vertical entre a viga e o pilar, a transferência da reação da viga para o pilar é garantida a partir de uma camada constituída por graute. A união da viga ao consolo é promovida por um chumbador, que fixado ao consolo, passa através da altura do dente da viga por meio de um furo. A ligação ainda conta com armaduras dispostas na região superior da viga, que por sua vez podem estar ancoradas através de luvas, nos pilares de

extremidade, ou passantes no interior dos pilares centrais. A solidarização ente a armadura superior e a viga ocorrem através de uma camada de concreto moldado no local, complementando, desta forma, a seção resistente da viga. Outros detalhes podem ser observados com base na Figura 2.30.

Figura 2.30 – Ligação com comportamento semirrígido [Baldiçera (2006)]

O comportamento da rigidez da ligação tanto ao momento fletor positivo quanto ao momento fletor negativo podem ser representado com base no diagrama bilinear (Figura 2.31). O primeiro trecho linear corresponde à fase resistente da ligação, que se estende até que seja atingido o momento de plastificação da ligação, representando pelo segundo trecho linear.

Figura 2.31 – Relação momento-rotação bilinear [El Debs *et al* (2010)]

Os valores de rigidez da ligação obtidos pela formulação proposta por EL Debs et al (2010) foi confrontada com resultados experimentais realizadas por Miotto (2002). A comparação entre os resultados obtidos pelos processos analítico e experimental foi realizada a través da construção do diagrama momento-rotação. Observou-se que os momentos de plastificação teóricos apresentaram uma boa aproximação em relação aos obtidos pelo processo experimental. Os resultados da rigidez teórica da ligação tanto para o momento fletor positivo quanto para o negativo se apresentaram inferiores em relação aos resultados experimentais.

A diferença entre os resultados obtidos pelos processos teórico e experimental pode ser atribuída às incertezas relacionadas ao comportamento dos mecanismos básicos de deformação componentes da ligação.

2.5.3.1 Expressão para a determinação da rigidez ao momento fletor negativo

A idealização dos mecanismos básicos de deformação ao momento fletor negativo da ligação está representada através da Figura 2.32. Cada mecanismo da ligação passa a ser representado por meio de forças reativas. As forças reativas relacionadas à tração da armadura negativa (R_s), a compressão do graute (R_g) e a compressão da almofada de argamassa (R_{cu}) são responsáveis por promover a resistência da ligação aos esforços solicitantes de flexão (M) e cortante (V) transferidos pela viga. As duas forças reativas de compressão do sistema são resultantes de forças distribuídas em suas respectivas superfícies de atuação. A dimensão da região comprimida junto ao aparelho de apoio (x_{cu}) é regida pelas características de deformabilidade e resistência a compressão da almofada de argamassa, em quanto que a dimensão da região sob tensão de compressão na interface inferior da extremidade da viga junto ao pilar (y_{cn}) é influenciada pelas características de deformabilidade e resistência a compressão do graute (f_{cgd}). A altura do dente da viga (h_e) influencia diretamente no comprimento do braço de alavanca (z_n) existente entre a reação de compressão do graute e a reação de tração da armadura negativa, que por sua vez encontra-se a uma distância d_e' da superfície superior da viga. O comprimento do dente (l_e) limita o campo de atuação da reação de compressão da almofada, enquanto que a largura da viga (b_w) possibilita a determinação da força resultante de compressão do graute.

Figura 2.32 –Mecanismos resistentes ao momento fletor negativo [El Debs *et al* (2010)]

O processo de determinação do equacionamento tanto da resistência dos componentes como da ligação ao momento fletor negativo foi realizado tomando como referência um ponto no interior da viga. O ponto C que serve de referência para a realização do equilíbrio entre as forças verticais, horizontais e momentos, atuantes na extremidade da viga, está localizado no meio da altura do dente da viga ($h_e/2$) e na projeção da resultante da força reativa do aparelho de apoio. A distribuição de tensão de compressão tanto da almofada de argamassa como do graute foi considerada linear. No processo de determinação da rigidez da ligação ao momento negativo, o chumbador não é relacionado como componente resistente da mesma.

O momento resistente da ligação está em função do braço de alavanca entre as duas forças horizontais do sistema, que por sua vez depende da dimensão da região sob tensão de compressão na interface inferior da extremidade da viga junto ao pilar. O comprimento de atuação do graute pode ser determinado através do equilíbrio entre a força resultante de tração da armadura e a força resultante de compressão do graute [Equação (2.55)].

$$R_s = R_g \quad (2.55)$$

A resultante da força de tração na armadura de continuidade e a resultante da força de compressão na interface inferior da extremidade da viga junto ao pilar podem ser representadas através das Equações (2.56) e (2.57) respectivamente.

$$R_s = A_s \cdot f_{yd} \quad (2.56)$$

$$R_g = y_{cn} \cdot f_{cgd} \cdot b_w \quad (2.57)$$

As variáveis A_s e f_{yd} correspondem a área de armadura negativa e a sua resistência de escoamento de projeto respectivamente.

Ao substituir as Equações (3.11) e (3.12) na Equação (3.10) obtém-se a dimensão do graute que está sendo solicitada [Equação (2.58)].

$$y_{cn} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{f_{cgd} \cdot b_w} \quad (2.58)$$

O braço de alavanca da entre as duas forças horizontais do sistema pode ser determinado através da Equação (2.59).

$$z_n = h_e - d'_e - \frac{y_{cn}}{2} \quad (2.59)$$

Portanto o momento resistente da ligação pode ser determinado com base na Equação (2.60)

$$M_{yn} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z_n \quad (2.60)$$

El Debs (2010) afirma que a dimensão da região sob tensão de compressão na interface inferior da extremidade da viga junto ao pilar é influenciada pela rigidez argamassa utilizada na composição do aparelho de apoio. Quanto maior for a resistência da almofada de argamassa menor será a dimensão do campo de atuação das forças de compressão junto interface entre a viga e consolo. Tendo uma distribuição de tensão triangular na argamassa, a dimensão da resultante de compressão passa a ser expressa conforme a Equação (2.61).

$$x_{cu} = \frac{2 \cdot l_e}{3} \quad (2.61)$$

Segundo El Debs (2000), os mecanismos básicos de deformação, que são responsáveis pela idealização analítica do comportamento de uma ligação, são determinados através do comportamento deformável da ligação. Os mecanismos básicos de deformação da ligação em questão estão representados pela região submetida a tensões de tração junto à face superior da extremidade da viga, caracterizada pela rigidez da armadura (k_s), região submetida a tensões de compressão junto à face inferior da extremidade da viga, caracterizada pela rigidez do graute (k_g) e pela região submetida a tensões de compressão junto ao aparelho de apoio, caracterizada pela rigidez do aparelho de apoio (k_{cu}). Os detalhes dos mecanismos básicos de deformação da ligação estão apresentados na Figura 2.33.

Figura 2.33 – Mecanismos básicos de deformação da ligação ao momento fletor negativo [El Debs *et al* (2010)]

A rigidez da ligação ao mento negativo está em função tanto da rigidez da armadura quanto da rigidez do graute, que por sua vez dependem da distância da face inferior da extremidade da viga ao centro de rotação (y_{cr}). O centro de rotação da extremidade da viga (CR) coincide como ponto C.

A rigidez da armadura é determinada através da Equação (2.62).

$$k_s = \frac{\sigma_s \cdot A_s}{w_y} \quad (2.62)$$

As variáveis σ_s e w_y representam a tensão de tração da armadura negativa da ligação e abertura da suposta fissura junto à face superior da extremidade da viga respectivamente. O valor da suposta abertura de fissura pode ser estimado de acordo com a Equação (2.63), onde

o primeiro termo é indicado em CEB-FIP (1999), enquanto que o segundo termo é indicado por Engstrom (1992b).

$$w_y = 2 \cdot \left[\frac{(1 + \alpha_w) \cdot s_l^{\alpha_w} \cdot \phi \cdot \sigma_s^2}{8 \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{s,ef}) \cdot T_{max} \cdot E_s} \right]^{\frac{1}{1 + \alpha_w}} + \frac{4 \cdot \phi \cdot \sigma_s}{E_s} \quad (2.63)$$

As variáveis α_e , T_{max} e $\rho_{s,ef}$ estão representadas pelas Equações (2.64), (2.65) e (2.66) respectivamente.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,top}} \quad (2.64)$$

$$T_{max} = 2,5 \cdot \sqrt{f_{c,top}} \quad (2.65)$$

$$\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} \quad (2.66)$$

Tendo as variáveis $A_{c,ef}$, σ_s , ϕ e E_s representando a área da seção transversal da armadura de continuidade, tensão na armadura de continuidade, diâmetro da armadura de continuidade e o módulo de elasticidade do aço respectivamente. As variáveis $E_{c,top}$ e $f_{cd,top}$ representam o módulo de elasticidade e a resistência à compressão de projeto do concreto da capa respectivamente. Os parâmetros α_w e s_l podem ser considerados com valores correspondentes a 0,40 e 1,00 respectivamente.

A rigidez correspondente à região comprimida junto à face inferior da extremidade pode ser expressa conforme a Equação (2.67).

$$k_g = \frac{y_{cn} \cdot b_w}{D_{gi}} \quad (2.67)$$

Os valores de deformabilidade do graute (D_{gi}) podem ser encontrados em estudos realizados por Bljuger (1988) e Barboza (2002).

Portanto, tanto a distância da face inferior da extremidade da viga ao centro de rotação quanto à rigidez da ligação ao momento fletor negativo em relação ao ponto CR ($k_{\phi n}$) podem ser determinadas pelas Equações (2.68) e (2.69) respectivamente.

$$y_{cr} = \frac{k_s \cdot (h_e - d'_e) + k_g \cdot \left(\frac{y_{cn}}{2}\right)}{k_s + k_g} \quad (2.68)$$

$$k_{\phi n} = \left[k_s \cdot (h_e - y_{cr} - d'_e)^2 + k_g \cdot \left(y_{cr} - \frac{y_{cn}}{2}\right)^2 \right] \quad (2.69)$$

2.5.3.2 Expressão para a determinação da rigidez ao momento fletor positivo

A idealização dos mecanismos resistentes ao momento fletor positivo da ligação está representada através da Figura 2.34. Cada mecanismo resistente da ligação passa a ser representado por meio de forças reativas. As forças reativas relacionadas ao cisalhamento do chumbador (F_{sd}), a compressão do graute (R_c) e a tração do chumbador (F_{td}), são responsáveis por promover a resistência da ligação aos esforços solicitantes de flexão (M) e cortante (V) transferidos pela viga. A força reativa de compressão do graute é resultante de uma força distribuída atuante na superfície de interface entre a viga e o pilar. A dimensão da região sob tensão de compressão na interface superior da extremidade da viga junto ao pilar (y_{cp}) é influenciada pelas características de deformabilidade e resistência a compressão do graute ($f_{ccd,max}$). A altura do dente da viga (h_e) influencia diretamente no braço de alavanca (z_n) existente entre a reação de compressão do graute e a reação de cisalhamento do chumbador, que por sua vez tangencia a superfície inferior do dente da viga. A força resultante de cisalhamento do chumbador sobre influência direta do seu diâmetro (ϕ_d), da resistência ao escoamento do chumbador de projeto (f_{yd}) e de um coeficiente C que pode ser adotado igual a 1,245 conforme a indicação de Engstrom (1992a). A resultante de compressão do graute depende da dimensão da mesa colaborante da viga (b_f), bem como da resistência à compressão de projeto da capa de concreto moldada no local ($f_{cd,top}$).

Figura 2.34 – Mecanismos resistentes ao momento fletor positivo [El Debs *et al* (2010)]

O processo de determinação do equacionamento tanto da resistência dos componentes como da ligação ao momento fletor positivo, foi realizado tomando como referência um ponto no interior da viga. O ponto C que serve de referência para a realização do equilíbrio entre as forças verticais, horizontais e momentos, atuantes na extremidade da viga, está localizado no meio do comprimento do dente da viga ($l_e/2$), e na projeção da resultante da força reativa do graute. A distribuição de tensão de compressão do graute foi considerada linear. No processo de determinação da rigidez da ligação ao momento positivo, o aparelho de apoio não é relacionado como componente resistente da mesma.

O momento resistente da ligação está em função do braço de alavanca entre as duas forças horizontais do sistema, que por sua vez depende da dimensão da região sob tensão de compressão na interface superior da extremidade da viga junto ao pilar. O comprimento de atuação do graute pode ser determinado através do equilíbrio entre a força resultante de cisalhamento do chumbador e a força resultante de compressão do graute [Equação (2.70)].

$$R_c = F_{sd} \quad (2.70)$$

A resultante da força de cisalhamento no chumbador e a resultante da força de compressão na interface superior da extremidade da viga junto ao pilar podem ser representadas através das Equações (2.71) e (2.72) respectivamente.

$$F_{sd} = 2 \cdot c \cdot \phi_d^2 \cdot \sqrt{f_{yd} \cdot f_{ccd,max}} \quad (2.71)$$

$$R_c = y_{cp} \cdot b_f \cdot f_{cd,top} \quad (2.72)$$

Ao substituir as Equações (2.71) e (2.72) na Equação (2.70) obtém-se a dimensão do graute que está sendo solicitada [Equação (2.73)].

$$y_{cp} = \frac{2 \cdot c \cdot \phi_d^2 \cdot \sqrt{f_{yd} \cdot f_{ccd,max}}}{b_f \cdot f_{cd,top}} \quad (2.73)$$

O braço de alavanca da entre as duas forças horizontais do sistema pode ser determinado através da Equação (2.74).

$$z_p = h_e - \frac{y_{cp}}{2} \quad (2.74)$$

Portanto o momento positivo resistente da ligação pode ser determinado com base na Equação (2.75)

$$M_{yn} = F_{sd} \cdot z_p \quad (2.75)$$

Os mecanismos básicos de deformação da ligação em questão estão representados pela região submetida a tensões de compressão junto à face superior da extremidade da viga, caracterizada pela rigidez do concreto a compressão (k_c), pela região submetida a tensões de tração no chumbador, caracterizada pela rigidez a tração do chumbador (k_{td}), e pela região submetida a tensões de cisalhamento no chumbador, caracterizada pela rigidez ao cisalhamento do chumbador (k_{sd}). Os detalhes dos mecanismos básicos de deformação da ligação estão apresentados na Figura 2.35.

Figura 2.35 – Mecanismos básicos de deformação da ligação ao momento fletor positivo [El Debs *et al* (2010)]

Quando a rigidez do graute tende ao infinito o centro de rotação (CR) alinha-se com a região submetida à compressão do concreto, fazendo com que a rigidez da ligação ao momento fletor positivo passe a estar apenas em função da rigidez ao cisalhamento do chumbador, que por sua vez depende do seu deslocamento transversal quando submetido ao máximo esforço (a_{vy}) [Equação (2.76)]. Segundo MC-CEB/90 (1993), o deslocamento transversal do chumbador pode ser considerada igual a 10 % de δ_d .

$$k_{sd} = \frac{F_{sd}}{a_{vy}} \quad (2.76)$$

Portanto a rigidez da ligação ao momento fletor positivo pode ser determinado através da Equação (2.77).

$$k_{\phi p} = k_{sd} \cdot \left(h_e - \frac{y_{cp}}{2} \right)^2 \quad (2.77)$$

2.6 Processo simplificado de determinação dos deslocamentos de primeira ordem de pórticos planos como ligações semirrígidas

Jeremias (2007) apresenta resultados de estudos realizados no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos em prol do desenvolvimento de um processo simplificado de determinação dos deslocamentos horizontais de primeira ordem de pórticos planos com ligações viga-pilar semirrígidas. O processo é baseado em estudos realizados por Monforton e Wu (1963) e consiste em simular o comportamento de um pórtico plano com ligações viga-pilar semirrígida com base em um pórtico plano com ligações viga-pilar rígidas. A compatibilização do comportamento entre ambos os pórticos é realizada através da correção da rigidez das vigas do pórtico com ligações rígidas, de modo a simular o efeito causado pela semirrigidez das ligações. A rigidez da viga é corrigida através da aplicação de um ponderador em seu momento de inércia. O ponderador é determinado a partir dos fatores de restrição das ligações da viga [Equação (2.53)]. Portanto, o processo permite a determinação simplificada dos deslocamentos de primeira ordem causados pelas ações horizontais de pórticos planos típicos em concreto pré-moldado.

O procedimento é adequado para os casos usuais de projeto, no qual os carregamentos provenientes do peso próprio dos elementos estruturais como viga e lajes, juntamente com a capa de concreto, são aplicados nas etapas transitórias de montagem da estrutura, ou seja, quando as ligações entre as vigas e os pilares ainda não estão consolidadas. O método ainda exige que as ações acidentais sejam aplicadas a estrutura apenas quando as ligações estiverem consolidadas, de modo a possibilitar a obtenção dos momentos elásticos considerados no dimensionamento das ligações.

A Figura 2.36 apresenta de forma esquemática a compatibilidade de deslocamento lateral entre dois pórticos planos típicos de estrutura em concreto pré-moldado. A Figura 2.36 (a) apresenta um pórtico formado por ligações viga-pilar com comportamento semirrígido e rigidez a flexão integral das vigas (EI). O deslocamento do topo da estrutura (Δ) é similar ao deslocamento de topo do pórtico com ligações rígidas, conforme apresentado na Figura 2.36 (b). A compatibilidade entre os deslocamentos laterais de ambos os pórticos é realizada através da correção da rigidez da viga (EI_{cor}) do pórtico com ligação rígida. Esse processo facilita incorporar, em programas de análise de pórticos planos, a consideração do comportamento semirrígido das ligações.

Figura 2.36 – Equivalência entre os deslocamentos horizontais de pórticos com ligação semirrígida e rígida.

A ponderação da rigidez a flexão das vigas, com o intuito de simular o comportamento semir-rígido das ligações, é realizada através das Equações (2.78) e (2.79). A primeira expressão é indicada para os casos em que a rigidez da ligação ao momento fletor positivo é igual à rigidez ao momento fletor negativo. Quando a rigidez da ligação ao momento fletor positivo for diferente em relação à rigidez da ligação ao momento fletor negativo utiliza-se a segunda expressão.

$$\frac{I_{cor}}{I_c} = \frac{\alpha_R}{2 - \alpha_R} \quad (2.78)$$

$$\frac{I_{cor}}{I_c} = \frac{4 \cdot \alpha_{Ri} - 2 \cdot \alpha_{Rj} + \alpha_{Ri} \cdot \alpha_{Rj}}{4 - \alpha_{Ri} \cdot \alpha_{Rj}} \quad (2.79)$$

Existe uma segunda maneira de corrigir a rigidez da viga para os casos em que a rigidez das ligações ao momento fletor positivo e negativo apresentam comportamento diferentes. Para esse caso, o gráfico momento-rotação assume uma forma assimétrica. Portanto o processo consiste em tornar simétrico a gráfico momento-rotação de uma ligação com comportamento assimétrico a partir da consideração de uma rigidez equivalente.

Tornando a rigidez secante da ligação da Equação (2.53) a variável dependente da expressão determina-se a Equação (2.80).

$$R_{sec} = \left[\left(\frac{1}{\alpha_R} - 1 \right) \cdot \frac{L_{ef}}{3 \cdot (EI)_{sec}} \right]^{-1} \quad (2.80)$$

A rigidez equivalente da ligação ($R_{\text{sec,eq}}$) é obtida a partir da média entre a rigidez ao momento fletor positivo e negativo, conforme está apresentado na Equação (2.81).

$$R_{\text{sec,eq}} = \frac{(EI)_{\text{sec}} \cdot [(1,5 - 3 \cdot \alpha_{R,j}) \cdot \alpha_{R,i} + 1,5 \cdot \alpha_{R,j}]}{l_{\text{ef}} \cdot (\alpha_{R,i} - 1) \cdot (\alpha_{R,j} - 1)} \quad (2.81)$$

Substituindo a expressão da rigidez equivalente da ligação [Equação (2.81)] na Equação (2.53) determina-se a expressão do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,\text{eq}}$) [Equação (2.82)].

$$\alpha_{R,\text{eq}} = \frac{1,5 \cdot \alpha_{R,i} + 1,5 \cdot \alpha_{R,j} - 3 \cdot \alpha_{R,i} \cdot \alpha_{R,j}}{3 - 1,5 \cdot \alpha_{R,i} - 1,5 \cdot \alpha_{R,j}} \quad (2.82)$$

Substituído a expressão do fator de restrição equivalente na Equação (2.78) determina-se a expressão do ponderador da rigidez a flexão da viga para o casos de ligações com rigidez ao momento fletor positivo e negativo diferentes [Equação (2.83)].

$$\frac{I_{\text{cor}}}{I_c} = \frac{1,5 \cdot \alpha_{R,i} + 1,5 \cdot \alpha_{R,j} - 3 \cdot \alpha_{R,i} \cdot \alpha_{R,j}}{6 - 4,5 \cdot \alpha_{R,i} - 4,5 \cdot \alpha_{R,j} + 3 \cdot \alpha_{R,i} \cdot \alpha_{R,j}} \quad (2.83)$$

3 LIMITE DO PARÂMETRO DE ESTABILIDADE ALFA APLICADO A PORTICOS PLANOS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO

O presente capítulo tem como objetivo deduzir, aferir e exemplificar uma expressão alternativa para o limite do parâmetro de estabilidade α . O limite do parâmetro proposto permite avaliar a estabilidade global de edificações executadas em concreto pré-moldado e contraventadas por pórticos planos. O capítulo traz algumas considerações iniciais com o intuito de justificar a importância da criação de um limite para o parâmetro de estabilidade α adequado a estruturas em concreto pré-moldado contraventadas por pórticos planos. Ainda são abordados temas como a relação entre as expressões dos parâmetros de estabilidade α e γ_z , propriedades da linha elástica de pórticos planos em concreto pré-moldado e dedução do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α .

3.1 Considerações iniciais

Grande parte das referências bibliográficas relacionadas ao tema estabilidade global de edificações ressaltam as vantagens do parâmetro de estabilidade γ_z . A facilidade de interpretação de seu resultado, aliado a sua utilização como majorador dos esforços de primeira ordem para a obtenção dos esforços simplificados de segunda ordem, são fatores que o torna acessível e atraente para a avaliação da estabilidade global de estruturas no cotidiano dos escritórios de projeto.

O parâmetro de estabilidade α , por sua vez, não dispõe de tais características. Com a finalidade exclusiva de promover avaliação da estabilidade, o seu resultado não expressa de forma intuitiva a intensidade dos efeitos de segunda ordem. Processos simplificados para considerações dos efeitos de segunda ordem com base em seus resultados foram idealizados e, inclusive, adicionados às normas ABNT NBR 9062 (1985) e ABNT NBR 9062 (2001), sendo posteriormente retirada na versão do ano de 2006.

O parâmetro de estabilidade α também possui peculiaridades que o torna uma opção simples e eficiente para a avaliação da estabilidade global de edificações executadas em concreto moldado no local e em concreto pré-moldado. Por ter sido idealizado com base no problema de instabilidade por bifurcação do equilíbrio, o parâmetro de estabilidade α independente dos dados relacionados às ações horizontais. Esse aspecto torna a avaliação da estabilidade global da estrutura, recém concebida, mais ágil, já que a etapa referente à determinação das ações horizontais são realizadas posteriormente e apenas com o intuito de

obtenção dos esforços da estrutura. Outro aspecto importante está relacionado à influência direta que o parâmetro de estabilidade α tem com a rigidez equivalente global da estrutura.

O parâmetro de estabilidade α , como apresentado no capítulo 2, foi desenvolvido por Beck e König (1966) para pórticos com ligações viga-pilar articuladas, contraventados exclusivamente por pilares paredes, atuando de forma similar a vigas em balanço. Esse aspecto se aproxima das características de estruturas pré-moldadas. Franco (1985) extrapolou a utilização desse parâmetro para estruturas contraventadas por pilares paredes, pórticos e associação de pórticos e pilares paredes. A expansão da aplicação do parâmetro de estabilidade α a essas soluções de contraventamento ocorreu a partir da determinação de limites desse parâmetro que, por sua vez, foram incorporados na ABNT NBR 6118 (2003).

Os limites determinados por Franco (1985), para cada uma das subestruturas de contraventamento, levam em consideração a rigidez secante da estrutura (EI_{sec}) e as ações de cálculo (F_d), conforme apresentado nas Equações (3.1) e (3.2). A rigidez secante adotada é adequada a estruturas monolíticas, na qual a transmissão dos esforços entre os elementos ocorrem, teoricamente, de forma plena. Conforme apresentado por Marin (2009), a não-linearidade física é acentuada em estruturas em concreto pré-moldado devidos às características de rigidez das ligações.

$$(EI)_{sec} = 0,7 \cdot E_{ci} I_c \quad (3.1)$$

$$F_d = 1,4 \cdot F_k \quad (3.2)$$

Os limites normativos do parâmetro de estabilidade α são influenciados pela linha elástica das soluções de contraventamento da estrutura. A dedução desse limite para pórticos planos é realizada a partir da deformada de pórticos com ligações rígidas. Portanto, a estabilidade global de pórticos com ligações semirrígidas não é avaliada de forma adequada pelo limite do parâmetro de estabilidade α normativo.

O presente capítulo tem a finalidade de propor uma expressão para o limite do parâmetro de estabilidade α adequada aos pórticos planos em concreto pré-moldado. O limite proposto leva em consideração as peculiaridades desse sistema estrutural como: a geometria do pórtico, características dos elementos estruturais e comportamento das ligações.

3.2 Relação entre os parâmetros de estabilidade α e γ_z

Araújo (2010) apresenta uma maneira de relacionar os dois parâmetros de estabilidade normalizados. Tanto o parâmetro de estabilidade α quanto o coeficiente γ_z têm em comum o limite pelo qual deve ser atendido. O critério de mobilidade ou de pouca deslocabilidade de uma estrutura é mensurado através da relação entre os momentos de primeira e segunda ordem. Portanto, o valor limite para a relação é tomado como 10%, ou seja, caso os momentos de segunda ordem não superem os momentos de primeira ordem, nessa ordem de grandeza, a estrutura pode ser considerada estável.

Para que uma determinada estrutura seja considerada indeslocável, atendendo, dessa forma, o critério estabelecido, os parâmetros de estabilidade devem respeitar os seus respectivos limites, conforme apresentado nas Equações (3.3) e (3.4).

$$\alpha = \alpha_{\text{lim}} \quad (3.3)$$

$$\gamma_z = 1,10 \quad (3.4)$$

A dedução da relação entre os dois parâmetros de estabilidade é realizada com base no modelo de uma barra em balanço, na qual representa uma subestrutura de contraventamento. A barra de referência está solicitada por uma ação horizontal de cálculo uniformemente distribuída (W_d) ao longo sua altura (H). A barra é subdividida em seguimentos com o intuito de representar os pavimentos da estrutura. Nos pavimentos, forças verticais concentradas são aplicadas (P_{id}) representando a resultante das ações de cálculo provenientes da combinação das ações permanentes e acidentais. Os detalhes da subestrutura de contraventamento tomada como referência para a dedução da relação entre os parâmetros de estabilidade α e γ_z estão apresentados na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Modelo da subestrutura de contraventamento [Araújo (2010) adaptado]

Com base na Figura 3.1, pode-se determinar o momento de tombamento de primeira ordem da subestrutura de contraventamento (M_{1d}), conforme Equação (3.5).

$$M_{1d} = W_d \cdot \frac{H^2}{2} \quad (3.5)$$

Quando submetida à ação horizontal, a estrutura sofre deslocamentos laterais em cada um de seus pavimentos (a_i). Através do somatório do produto das cargas verticais de cada pavimento com seus respectivos deslocamentos laterais, obtém-se o momento de segunda ordem da estrutura (M_{2d}), conforme está representado na Equação (3.6).

$$M_{2d} = \sum_{i=1}^n P_{id} \cdot a_i \quad (3.6)$$

Ao admitir que as ações verticais se distribuam de forma uniforme ao longo da altura da edificação, pode-se idealizar uma resultante de todas essas ações (P_d). A resultante, por sua vez, está localizada em uma determinada altura da edificação (x) em relação à região de apoio, que corresponde ao local em que a média dos deslocamentos dos pavimentos (a_c) está posicionada (Figura 3.2).

Figura 3.2 – Simplificação do modelo de referência [Araújo (2010) adaptado]

A resultante das ações verticais e o deslocamento horizontal médio da estrutura estão expressos segundo as Equações (3.7) e (3.8), respectivamente. A variável n , em ambas as equações, representa o número de pavimentos da edificação.

$$P_d = n \cdot P_{id} \quad (3.7)$$

$$a_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad (3.8)$$

Com as considerações da resultante das ações verticais e dos deslocamentos médios da estrutura, o momento de segunda ordem, expresso pela Equação (3.6), passa a poder ser escrito conforme a Equação (3.9).

$$M_{2d} = P_d \cdot a_c \quad (3.9)$$

O deslocamento horizontal médio da estrutura pode ser escrito em termos do deslocamento lateral de topo da mesma (a_n), conforme Equação (3.10). Para que isso ocorra, é necessário que o deslocamento horizontal de topo seja ponderado por um coeficiente k . Esse coeficiente está relacionado à deformada da estrutura, apresentando valores distintos para cada solução de contraventamento.

$$a_c = k \cdot a_n \quad (3.10)$$

Portando, ao substituir a Equação (3.10) na Equação (3.9), o momento de segunda ordem passa a ser expresso em função do deslocamento horizontal de topo da estrutura, conforme Equação (3.11).

$$M_{2d} = k \cdot P_d \cdot a_n \quad (3.11)$$

Promovendo uma correlação entre os momentos de primeira e de segunda ordem, com base na formulação do parâmetro de estabilidade γ_z , obtêm-se a Equação (3.12).

$$M_{2d} = \frac{(\gamma_z - 1)}{\gamma_z} \cdot M_{1d} \quad (3.12)$$

A imposição do limite do parâmetro da estabilidade γ_z a Equação (3.12) faz com que a expressão passe a ser escrita segundo a Equação (3.13).

$$M_{2d} \leq \frac{0,10}{1,10} \cdot M_{1d} \quad (3.13)$$

O deslocamento horizontal de topo da barra da Figura 3.1 pode ser determinado pela Equação (3.14) que, por sua vez, está em função da rigidez secante mesma (EI).

$$a_n = \frac{W_d \cdot H^4}{8 \cdot EI} \quad (3.14)$$

A rigidez secante da barra é formada pelo produto entre o módulo de elasticidade secante do concreto componente (E_{sc}) e o momento de inércia da seção bruta de concreto (I_c) [Equação (3.15)]. A rigidez secante ainda é multiplicada por um coeficiente β com o intuito considerar não-linearidade física de forma aproximada.

$$EI = \beta \cdot E_{sc} \cdot I_c \quad (3.15)$$

Substituindo a formulação do deslocamento horizontal de topo da barra [Equação (3.14)] na formulação do momento de segunda ordem [Equação (3.11)], obtêm-se a Equação (3.16).

$$M_{2d} = k \cdot P_d \cdot \frac{W_d \cdot H^4}{8 \cdot \beta \cdot E_{sc} \cdot I_c} \quad (3.16)$$

Substituindo as formulações dos momentos de primeira [Equação (3.5)] e segunda ordem [Equação (3.16)] na Equação (3.13), obtém-se a Equação (3.17).

$$\frac{k \cdot P_d \cdot W_d \cdot H^4}{8 \cdot \beta \cdot E_{sc} \cdot I_c} \leq \frac{0,10 \cdot W_d \cdot H^2}{1,10 \cdot 2} \quad (3.17)$$

Para efeito de análise de estruturas em concreto pré-moldado no estágio limite último, as forças solicitantes características são majoradas pelo coeficiente γ_f , que assume o valor de 1,40. Portanto, simplificando a Equação (3.17), estando as ações com seus valores característicos, obtém-se a Equação (3.18).

$$H \cdot \sqrt{\frac{P_k}{E_{sc} \cdot I_c}} \leq \sqrt{0,26 \cdot \frac{\beta}{k}} \quad (3.18)$$

A primeira parcela da Equação (3.18) corresponde à formulação do parâmetro de estabilidade α [Equação (3.19)], enquanto que a segunda parcela representa a expressão do limite do mesmo parâmetro (α_{lim}) [Equação (3.20)].

$$\alpha = H \cdot \sqrt{\frac{P_k}{E_{sc} \cdot I_c}} \quad (3.19)$$

$$\alpha_{lim} = \sqrt{0,26 \cdot \frac{\beta}{k}} \quad (3.20)$$

Verifica-se que o limite do parâmetro de estabilidade α sofre influência da linha elástica da subestrutura de contraventamento, já que está em função do coeficiente k .

Para efeito de verificação da Equação (3.20), são aplicados os valores do coeficiente k determinados por Franco (1985), para subestruturas de contraventamento por pilares paredes, pórticos e associação de pilares paredes e pórticos. O valor do coeficiente, que considera a não-linearidade física de forma aproximada, é adotado igual a 0,70, concordando, dessa forma, com o valor utilizado por Franco (1985) na dedução dos limites do parâmetro que constam na ABNT NBR 6118 (2003). Os resultados dos valores limites do parâmetro de

estabilidade α calculados através da Equação (3.20) e determinados por Franco (1985) estão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores do limite do parâmetro de estabilidade α .

Subestrutura de contraventamento	k	α_{lim} (Calculado)	α_{lim} [Franco (1985)]
Pilar parede	0,40	0,67	0,70
Pórtico	0,67	0,52	0,50
Associação de pilar parede e pórtico	0,50	0,60	0,60

Verifica-se que os resultados do limite do parâmetro de estabilidade α calculados pela Equação (3.20) apresentam ordem de grandeza satisfatória e compatível com os valores determinados por Franco (1985) para cada uma das soluções de contraventamento.

3.3 Propriedades da linha elástica de pórticos planos em concreto pré-moldado

A relação entre o deslocamento horizontal médio e de topo de uma estrutura se caracteriza como a informação que descreve o comportamento da deformada da mesma, para efeito da formulação do limite do parâmetro de estabilidade α . Cada sistema estrutural apresenta peculiaridades estáticas que promovem a diferenciação da relação entre esses deslocamentos. A deformada de uma estrutura está relacionada a alguns aspectos, dentre eles estão: disposição dos elementos estruturais nas subestruturas de contraventamento, geometria dos elementos estruturais e propriedades mecânicas dos materiais componentes dos elementos estruturais.

Segundo Franco (1985), a linha elástica de uma estrutura contraventada exclusivamente por pórticos planos apresenta a configuração de uma parábola de segundo grau. Essa configuração é idealizada para pórticos planos com características específicas de estruturas de concreto moldadas no local. Comumente, esse tipo de estrutura é concebido dentro de certos padrões relacionados às dimensões dos elementos componentes e geometria do pórtico. Outro aspecto típico de estruturas moldadas no local está relacionado à eficiência de transmissão dos esforços entre os elementos de viga e pilar. Nesse tipo de estrutura, os esforços são distribuídos de maneira uniforme entre os elementos. Esse aspecto ocorre devido à eficiente solidarização dos mesmos nas regiões das ligações.

A linha elástica e, conseqüentemente, a relação entre o deslocamento horizontal médio e de topo se comportam de forma diferente, já que nem sempre seguem os mesmos padrões das estruturas em concreto moldado no local.

Portanto, a linha elástica de uma edificação contraventada por pórticos planos em concreto pré-moldado sofre influência de fatores como: a relação entre a rigidez das vigas e pilares componentes, a rigidez das ligações viga-pilar, o número de pavimentos da edificação e o número de pilares.

Quando submetido a ações horizontais, os pilares componentes de um pórtico apresentam um acréscimo de esforço normal. Essa intensificação do esforço normal nos pilares é acompanhada pelo aumento das deformações axiais dos mesmos, podendo, dessa forma, alterar o comportamento da linha elástica da estrutura. O número de pilares componentes do pórtico passa a ser um fator relevante no comportamento da linha elástica de pórticos planos, pois quanto maior for o número de pilares em um pórtico, menor é o esforço normal em cada um deles, reduzindo conseqüentemente o efeito das deformações axiais na linha elástica da estrutura.

Araújo (2010) realiza um estudo comparativo do comportamento do coeficiente k [Equação (3.10)] em relação a três pórticos com número de pilares diferentes. O autor selecionou pórticos com 3, 5 e 8 pilares espaçados a cada 4,0 metros. Nos pórticos modelo, a rigidez dos pilares corresponde ao dobro da rigidez da viga. Quando submetidos a uma ação horizontal uniformemente distribuída, os pórticos analisados têm o comportamento do coeficiente k expresso segundo o gráfico da Figura 3.3. O gráfico traz a evolução dos valores do coeficiente k dos pórticos com o aumento do número de pavimentos da edificação.

Figura 3.3 – Comportamento do coeficiente k para os pórticos com deformação axial dos pilares [Araújo (2010)]

Como pode ser observado na Figura 3.3, o valor do coeficiente k diminui com o aumento do número de pilares que compõem o pórtico. Verifica-se também que o comportamento do coeficiente k é sensível ao aumento do número de pavimentos da edificação e que o valor constante estipulado por Franco (1985) de 0,67 passa a ser conservador para pórticos com mais de quatro pavimentos, já que o limite do parâmetro de estabilidade α sofre uma diminuição conforme o valor do coeficiente k aumenta.

O valor determinado por Franco (1985) para a constante k é baseado em pórticos planos compostos por pilares com rigidez axial infinita. Ao considerar os pilares de um pórtico indeformável axialmente, a relação entre o deslocamento médio de topo passa a não ser mais influenciada pelo número de pilares, ficando o coeficiente k em função apenas das demais variáveis antes citadas. Dessa forma, o comportamento do coeficiente k estabiliza-se para edifícios superiores a quatro pavimentos, conforme pode ser observado no gráfico da Figura 3.4.

Figura 3.4 – Comportamento do coeficiente k para os pórticos sem deformação axial dos pilares [Araújo (2010)].

Araújo (2010) também realizou outra análise dos mesmos pórticos selecionados, porém considerando os pilares com rigidez axial infinita. Com base nos resultados desse estudo, o autor propôs uma expressão para o coeficiente k aplicado a pórticos planos, conforme está expresso na Equação (3.21).

$$k = \frac{0,61 \cdot n}{n - 0,39} \geq 0,67 \quad (3.21)$$

A Equação (3.21) também pode ser aplicada para a determinação da relação entre os deslocamentos laterais médios e de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado, desde que suas características estejam próximas do sistema estrutural em concreto moldado no local.

As estruturas em concreto pré-moldado, mais especificamente os pórticos constituídos por esse tipo de sistema estrutural, apresentam padrões e aspectos que se diferenciam das estruturas moldadas no local. O fato de conceber estruturas em concreto pré-moldado com características próximas das estruturas moldadas no local, acaba descaracterizando ou, até mesmo, eliminando as vantagens conferidas pela pré-moldagem.

Portanto, pretende-se desenvolver uma expressão para a previsão do comportamento da relação entre o deslocamento médio e de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado.

Para efeito de simplificação, a expressão proposta é deduzida considerando os pilares com rigidez infinita, seguindo, dessa forma, a mesma metodologia adotada por Franco (1985) e por Araújo (2010). A expressão deve incorporar os aspectos peculiares do sistema estrutural de pórticos planos em concreto pré-moldado que influenciam o coeficiente k .

A dedução da expressão do coeficiente k é realizada a partir da análise de pórticos planos com modulação vertical e horizontal de 4,0 e 7,5 metros, respectivamente. O número de módulos horizontais não interfere nos resultados da relação entre o deslocamento médio e de topo dessas estruturas, já que está sendo desconsiderada a deformabilidade axial dos pilares. Portanto, os pórticos tomados como modelo apresentam três módulos horizontais, ou seja, pórticos constituídos com uma linha de quatro pilares. Como o número de pavimentos é uma das variáveis do problema, são analisados pórticos com número de módulos verticais variando de 1 a 15.

A diferença entre a geometria das vigas e pilares componentes de pórticos planos em concreto pré-moldado, normalmente, é acentuada. A relação entre as dimensões dos elementos componentes influencia diretamente na configuração da deformada da estrutura, já que está relacionada com a rigidez da mesma.

No sistema estrutural em concreto pré-moldado, é corrente conceber estruturas tendo vigas e pilares com diferentes valores de resistências à compressão do concreto. A resistência à compressão do concreto, por sua vez, tem influência no módulo de elasticidade dos elementos estruturais e conseqüentemente na rigidez à flexão dos mesmos. A diferença tanto da geometria como da resistência à compressão do concreto entre as vigas e os pilares faz com que a relação de rigidez entre esses elementos estruturais sejam consideráveis e determinantes nos valores do coeficiente k . Para os estudos, são analisados pórticos com rigidez relativa entre pilares e vigas iguais a: 0,25, 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50, 1,75 e 2,00. As

rigidezes relativas selecionadas tem a finalidade tornar a dedução da expressão do coeficiente k o mais abrangente possível, contemplando pórticos usuais e não usuais.

A rigidez à flexão das ligações viga-pilar é um dos aspectos mais peculiares do sistema estrutural em concreto pré-moldado. O comportamento semirrígido das ligações é uma característica corrente em edifícios de múltiplos pavimentos concebidos a partir desse sistema estrutural. Uma das formas de promover a avaliação da semirrígidez das ligações é através do fator de restrição. Portanto, nos estudos, são considerados onze casos de comportamento das ligações correspondentes aos casos em que o fator de restrição vale: 0,00, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40, 0,50, 0,60, 0,70, 0,80, 0,90 e 1,00. Os casos extremos, em que o fator de restrição é igual a 0,00 e 1,00, correspondem aos casos articulados e rígido, respectivamente. As ligações dos pórticos utilizadas no estudo apresentam comportamento simétrico.

Portanto, o estudo da linha elástica de pórticos planos em concreto pré-moldado com base no coeficiente k ocorre para os 8 casos de rigidez relativa entre pilares e vigas. Para cada um desses casos, varia-se o número de pavimentos dos pórticos, dessa forma, são acrescentados mais 15 casos de análise. Em cada caso combinando de número de pavimentos e relação entre a rigidez dos elementos é considerado a variação da rigidez das ligações viga-pilar. Com mais 11 casos relacionados à variação da rigidez das ligações, a base de dados utilizada na dedução da expressão do coeficiente k passa a totalizar 1320 casos. A metodologia adotada para a formação da base de dados está ilustrada conforme o esquema apresentando pela Figura 3.5.

Figura 3.5 –Esquema da realização dos estudos da linha elástica de pórticos planos em concreto pré-moldado

As informações e os detalhes dos pórticos utilizados no estudo estão dispostos na Tabela 3.2 e na Figura 3.6, respectivamente.

Tabela 3.2 – Resumo das informações dos pórticos em estudo.

Descrição	Valores
Modulação horizontal (m)	7,5
Modulação vertical (m)	4
Número de módulos horizontais	3
Número de módulos verticais	1 a 15
Rigidez do pilar / rigidez da viga	0,25, 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50, 1,75 e 2,00
Fator de restrição	0,0, 0,10, 0,20, 0,30, 0,40, 0,50, 0,60, 0,70, 0,80, 0,90, e 1,00

Figura 3.6 – Detalhes dos pórticos utilizados no estudo.

Os resultados do coeficiente k para cada um dos casos propostos foram determinados através do módulo Deslocamentos Horizontais de Pórticos Planos em concreto Pré-moldado (DHPPM) do programa computacional PRE-MOLDIM, em sua versão Beta. A versão Beta do programa PRE-MOLDIM foi desenvolvida para auxiliar a análise linear de pórticos planos em concreto pré-moldado tendo o intuito de atender às peculiaridades da pesquisa. O módulo do programa DHPPM realiza a determinação dos deslocamentos laterais de pórticos planos com ligações semirrígidas submetidas a ações horizontais uniformemente distribuídas. No programa, são determinados os deslocamentos horizontais médios por pavimento, que são

utilizados para o cálculo dos deslocamentos laterais médios da estrutura, conforme está exemplificado na Figura 3.7.

Figura 3.7 – Consideração dos deslocamentos horizontais dos pórticos pelo módulo DHPPM do PRE-MOLDIM.

Para utilização do programa, é necessário a definição prévia da relação ente rigidez dos pilares e vigas bem como o numero de módulos verticais do pórtico. Os dados de saída são representados pelos valores do coeficiente k para cada um dos casos de semirrigidez das ligações.

Desenvolvido com base no método dos elementos finitos de barras, o programa utiliza elementos de pórticos com três graus de liberdade por nó, sendo um deslocamento axial, um deslocamento transversal e uma rotação. Como mencionado anteriormente, os elementos constituintes dos pilares não deformam axialmente. Esse efeito é incorporado ao programa através de um artifício, no qual atribui, ao pilar, uma área suficiente para que o mesmo seja considerado infinitamente rígido.

A semirrigidez é considerada de forma simplificada através da ponderação dos coeficientes de rigidez da flexão dos elementos de viga, conforme a teoria apresentada na seção 2.6.

Os resultados da relação entre o deslocamento médio e de topo dos pórticos analisados podem ser expresso de forma gráfica a partir de duas maneiras. A primeira delas tem como objetivo avaliar a evolução do coeficiente k com o aumento do número de pavimentos da edificação. Dessa forma, são desenvolvidas curvas de correlação entre as grandezas para cada valor de rigidez das ligações viga-pilar analisada. O segundo modo de avaliação está relacionado à evolução dos valores do coeficiente k em relação ao aumento da rigidez das ligações viga-pilar. Portanto, para cada número de pavimento dos pórticos são descritas curvas que indicam o comportamento das duas variáveis analisadas. Os gráficos que

representam as duas formas de apresentação dos resultados estão reunidos nas Figura 3.8 e Figura 3.9.

Figura 3.8 – Relação entre o coeficiente k e o número de pavimentos dos pórticos analisados.

Figura 3.9 – Relação entre o coeficiente k e a rigidez das ligações viga-pilar.

A relação entre o coeficiente k e o número de pavimentos dos pórticos apresentam um comportamento não-linear. A relação entre o deslocamento médio e de topo dos pórticos tendem a diminuir com o aumento do número de pavimentos da subestrutura de contraventamento. Para pórticos com 15 pavimentos, o coeficiente k apresenta valor médio de 0,68.

À medida que o pilar torna-se mais rígido em relação à viga, o deslocamento médio da estrutura tende a se aproximar do deslocamento de topo. Portanto, o aumento do valor da rigidez relativa entre os elementos estruturais é acompanhado pelo aumento do valor do coeficiente k . Verifica-se, conforme está ilustrado na Figura 3.8 (b), que quando a rigidez do

pilar corresponde ao dobro da rigidez da viga, o comportamento da linha elástica dos pórticos com ligações rígidas e semirrígidas, com fator de restrição até 0,20, são muito próximos. Como a deformada de pórticos planos com ligações articuladas não são influenciados pelas vigas, tendo elas apenas a função de transmitir as ações entre os pilares, o coeficiente k passa a não sofrer alteração com a variação da relação entre a rigidez do pilar e da viga, conforme pode ser observado no desenvolvimento da Figura 3.8.

O coeficiente k aumenta com o acréscimo de rigidez das ligações viga-pilar. Para os primeiros casos de enrijecimento das ligações há uma variação considerável do coeficiente k (Figura 3.9). A linha elástica de pórticos com número elevado de módulos verticais é mais influenciada pela variação de rigidez das ligações. Esse fato ocorre devido o maior número de ligações componentes da estrutura.

Com base nos gráficos da Figura 3.8 pode-se verificar que os valores do coeficiente k tende a estabilizar-se à medida que é aumentado o número de pavimentos da subestrutura de contraventamento. A Tabela 3.3 traz os resultados da relação entre o deslocamento médio e de topo para todos os casos de rigidez relativa entre pilar e viga e rigidez à flexão das ligações dos pórticos com 15 pavimentos.

Tabela 3.3 – Tendência dos valores do coeficiente k para pórtico com 15 pavimentos.

k_p/k_v	α_R										
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
2	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,65	0,64	0,61	0,43
1,75	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,65	0,64	0,61	0,43
1,5	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,64	0,62	0,43
1,25	0,68	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,67	0,66	0,65	0,63	0,43
1	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,66	0,65	0,63	0,43
0,75	0,69	0,69	0,68	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,66	0,64	0,43
0,5	0,69	0,69	0,69	0,69	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,65	0,43
0,25	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,69	0,68	0,68	0,68	0,67	0,43
Média	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,66	0,65	0,63	0,43

Verifica-se que o valor limite de 0,67 do coeficiente k , estipulado por Franco (1985) para pórticos concebidos em concreto moldado no local, ou seja, com ligações viga-pilar com comportamento rígido ($\alpha_R=1,00$), é válido também para pórticos com ligações semirrígidas com fator e restrição até 0,40. Para fatores de restrição com valores iguais a 0,30, 0,20 e 0,10 há uma pequena variação coeficiente k que não altera de forma significativa o comportamento da linha elástica dos pórticos. A relação entre o deslocamento médio e de topo de um pórtico

Como pode ser observado na Tabela 3.4, a variação da relação entre a rigidez dos pilares e vigas pouco alteram os valores do coeficiente k por pavimento. Essa pequena variação pode ser constatada a partir da informação proporcionada pelo coeficiente de variação, que expressa, em forma percentual, a relação entre o desvio padrão e a média. Verificou-se que os pórticos com pequeno número de módulos verticais apresentam uma maior variação do coeficiente k em relação aos pórticos com número elevados de pavimentos. Os pórticos como 2, 3 e 4 módulos verticais apresentam os maiores coeficientes de variação, correspondentes a 2,28%, 2,80% e 2,91%, respectivamente. Portanto, essas informações estatísticas respaldam a utilização da média do coeficiente k por pavimento para a dedução da parcela do coeficiente k relacionada ao número de pavimentos do pórtico.

O comportamento da média do coeficiente k em função da variação do número de pavimentos pode ser observado a partir do gráfico da Figura 3.10.

Figura 3.10 – Comportamento da média do coeficiente k em relação ao número de pavimentos.

A função gerada a partir da regressão do gráfico da Figura 3.10 corresponde à parcela do coeficiente k referente ao número de pavimentos [Equação (3.23)] A variável referente ao número de pavimentos dos pórticos é expressa por n_v , fazendo alusão ao número de módulos verticais componentes.

$$k_n = \frac{0,67 \cdot n_v}{n_v - 0,33} \quad (3.23)$$

A curva de regressão proposta apresenta resultado satisfatório, tendo como indicativo o valor do coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,999.

A parcela do coeficiente k referente à variação da rigidez das ligações dos pórticos pode ser considerada um coeficiente de ponderação da parcela do mesmo coeficiente relacionada ao número de pavimentos. A dedução dessa parcela também é realizada através dos dados provenientes da simulação numérica. São utilizados os dados não utilizados para a dedução da parcela de k referente ao número de pavimentos, ou seja, os valores do coeficiente k dos pórticos com ligações semirrígidas e articuladas.

Para efeitos de dedução da parcela do coeficiente k referente à rigidez das ligações, os valores do coeficiente k obtidos a partir dos pórticos com ligações semirrígidas e articuladas, passam a ser adimensionais em relação aos valores do coeficiente k dos pórticos com ligações rígidas. Para os pórticos com ligações rígidas, os valores da relação entre o deslocamento médio e de topo passa a ser igual à unidade. Para os demais casos de rigidez das ligações, os valores do coeficiente k são representados por uma fração do caso de referência.

Ao tornar adimensionais os valores do coeficiente k , verificou-se que os mesmos não têm seus valores alterados de forma significativa como a variação do número de módulos verticais. Portanto, com o intuito de simplificar o tratamento dos dados para realização da dedução da expressão proposta foi aplicada à média aos valores do coeficiente k para as 15 variações de pavimentos. A Tabela 3.5 traz os valores médios do coeficiente k entre pavimentos juntamente com os respectivos coeficientes de variação.

Tabela 3.5 – Valores médios do coeficiente k em relação ao número de pavimentos.

kp/kv		α_R										
		1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00
2,00	k	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	0,90	0,85	0,69
	C.V. (%)	0,00	0,72	0,85	0,87	1,44	1,42	1,99	2,73	3,01	3,65	9,33
1,75	k	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	0,91	0,86	0,69
	C.V. (%)	0,00	0,72	0,60	1,12	1,66	1,64	2,62	2,76	3,28	3,52	9,21
1,50	k	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,97	0,95	0,93	0,91	0,87	0,69
	C.V. (%)	0,00	0,70	0,71	0,83	1,11	1,67	1,82	2,60	2,83	3,78	8,94
1,25	k	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,96	0,94	0,92	0,87	0,68
	C.V. (%)	0,00	0,72	0,91	1,12	1,33	1,52	2,40	2,78	3,19	3,94	8,62
1,00	k	1,00	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,95	0,94	0,92	0,88	0,68
	C.V. (%)	0,00	0,69	0,81	1,10	1,31	1,65	2,08	2,34	3,02	3,75	8,31
0,75	k	1,00	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	0,89	0,68
	C.V. (%)	0,00	0,67	0,79	0,93	0,93	1,46	1,99	2,44	3,08	4,05	7,93
0,50	k	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,97	0,96	0,94	0,90	0,67
	C.V. (%)	0,00	0,58	0,71	0,86	1,05	1,32	1,76	1,90	2,79	3,78	7,66
0,25	k	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,93	0,66
	C.V. (%)	0,00	0,51	0,64	0,82	0,69	0,88	1,17	1,65	2,06	3,33	7,17

Verifica-se, com base nos valores dos coeficientes de variação, que as médias dos coeficientes k em relação ao número de pavimentos se apresentam de forma satisfatória para os casos de pórticos com ligações rígidas e semirrígidas. Os coeficientes de variação aumentam juntamente como o crescimento da relação entre a rigidez dos pilares e vigas. É constatado que o valor do coeficiente de variação sofre alteração para os diferentes valores do fator de restrição. À medida que as ligações vão se aproximando do comportamento articulado, o parâmetro estatístico tende a aumentar. Para os casos de ligações semirrígidas, o maior valor do coeficiente de variação corresponde a 4,05 %, caso esse representado pelo pórtico com relação entre a rigidez de pilar e viga de 0,75 e fator de restrição de 0,10.

Verificou-se também, através da Tabela 3.5, que os pórticos constituídos por ligações articuladas apresentam valores elevados de coeficiente de variação. Com coeficientes de variação compreendidos entre 7,17 % e 9,33 %, as médias dos coeficientes k desses casos não são adequadas para a dedução da expressão da parcela do coeficiente k referente à rigidez das ligações. Portanto, são propostas duas expressões para o coeficiente k . A primeira engloba os casos de pórticos com ligações viga-pilar rígidas e semirrígidas, enquanto que a segunda abrange apenas os casos de pórticos como ligações articuladas.

Para os casos de pórticos com ligações rígidas e semirrígidas, a parcela do coeficiente k relacionado à rigidez da ligação é deduzida a partir dos dados adimensionais apresentados na Tabela 3.5. Os valores adimensionais do coeficiente k , para uma determinada rigidez de ligação, mantém a mesma ordem de grandeza para cada uma dos casos da relação de rigidez entre pilares e vigas. Esse aspecto possibilita a obtenção de um valor médio para cada uma dos casos de rigidez de ligação, conforme está apresentado na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Valores médios do coeficiente k correspondente à relação de rigidez entre pilares e vigas.

Dados estatísticos	α_R									
	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10
Média	1,000	0,995	0,989	0,983	0,976	0,967	0,957	0,942	0,922	0,882
D.P.	0,000	0,007	0,008	0,010	0,013	0,016	0,021	0,025	0,031	0,040
C.V. (%)	0,00	0,66	0,85	1,04	1,301	1,66	2,20	2,69	3,40	4,52

A Tabela 3.6 traz também os valores globais do desvio padrão e coeficiente de variação dos dados amostrais adimensionais. Verifica-se que o comportamento dos coeficientes de variação em relação à variação fator de restrição mantém a mesma tendência apresentada na Tabela 3.5. O maior valor do coeficiente de variação está relacionado ao caso em que o fator de restrição é igual a 0,10, correspondendo a 4,52 %. Portanto, os baixos

valores dos coeficientes de variação possibilitam a utilização dos valores adimensionais médios do coeficiente k na dedução de k_{lig} . O comportamento dos valores médios adimensionais do coeficiente k em função da variação do fator de restrição está apresentado no gráfico da Figura 3.11.

Figura 3.11 – Valores médios adimensionais do coeficiente k em função da variação do fator de restrição.

A função gerada a partir da regressão do gráfico da Figura 3.11 corresponde à parcela do coeficiente k referente à rigidez das ligações [Equação (3.24)].

$$k_{lig} = \alpha_R^{0,0518} \quad (3.24)$$

A curva de regressão proposta apresenta resultado satisfatório, tendo como indicativo o valor do coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,994.

Portanto, ao substituir a expressão de k_n [Equação (3.23)] e k_{lig} [Equação (3.24)] na Equação (3.22) determina-se a expressão do coeficiente k para pórticos em concreto pré-moldado com ligações rígidas e semirrígidas, conforme está apresentado na Equação (3.25).

$$k = \frac{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_R^{0,0518}}{n_v - 0,33}, \text{ quando } (\alpha_R \neq 0) \quad (3.25)$$

O coeficiente k de pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas não são influenciados pela relação entre a rigidez dos pilares e vigas. Esse aspecto permite que a dedução da expressão do coeficiente k possa ser realizada a partir dos valores do coeficiente k , presentes na base de dados, para qualquer relação de rigidez entre os elementos estruturais. Dessa forma, o coeficiente k para o caso de pórticos em concreto pré-

moldado com ligações articuladas passa a ser influenciado apenas pelo número de módulos verticais, conforme está apresentado na Tabela 3.7.

Tabela 3.7 – Valores do coeficiente k dos pórticos com ligações articuladas.

n_v	k
15	0,43
14	0,44
13	0,44
12	0,44
11	0,45
10	0,45
9	0,46
8	0,46
7	0,47
6	0,49
5	0,50
4	0,53
3	0,58
2	0,67
1	1,00

O comportamento do coeficiente k em função do número de módulos verticais pode ser observado com base no gráfico da Figura 3.12.

Figura 3.12 – Comportamento do coeficiente k de pórticos articulados em relação ao número de pavimentos.

A função gerada a partir da regressão do gráfico da Figura 3.12 corresponde à expressão do coeficiente k para pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas [Equação (3.23)].

$$k = \frac{057 \cdot n_v}{n_v^{1,11} - 0,43}, \text{ quando } (\alpha_R = 0) \quad (3.26)$$

A curva de regressão proposta apresenta resultado satisfatório, tendo como indicativo o coeficiente de determinação (R^2) com valor igual a 0,997.

Os erros dos modelos analíticos (X_m) podem ser mensurados a partir da relação entre os valores do coeficiente k determinados através da simulação numérica (k_{num}) e pelas formulações desenvolvidas (k_{ana}) [Equação (3.27)].

$$X_m = \frac{k_{num}}{k_{ana}} \quad (3.27)$$

Para a expressão do coeficiente k relacionada aos pórticos com ligações rígidas e semirrígidas, foram determinadas as médias dos erros de modelo para cada uma das relações de rigidez entre pilares e vigas. Dessa forma, a base de dados passa a ser dividida em 8 grupos, cada qual com 150 modelos. As médias dos erros dos modelos bem como as informações estatísticas de cada um dos grupos estão reunidas nos gráficos da Figura 3.13.

De uma forma geral, o erro de modelo tende a aumentar à medida que as ligações dos pórticos se aproximam do comportamento articulado. Quando avaliado em função do número de módulos verticais, o erro de modelo tende a diminuir para pórtico com números reduzidos de pavimentos, porém são os pórticos com um módulo vertical que apresentam os maiores erros de modelo.

Para os casos em que a relação de rigidez entre pilares e vigas são menores ou iguais a 1, as médias dos erros de modelo apresentam valores superiores à unidade, conforme estão apresentados nas Figura 3.13 (a), (b), (c) e (d). Nos casos em que os valores da rigidez relativa entre os elementos estruturais são maiores que 1, as médias dos erros de modelo apresentam valores inferiores à unidade, conforme estão apresentados nas Figura 3.13 (e), (f), (g) e (h).

O maior coeficiente de variação corresponde a 3,25 %, estando relacionado ao caso em que a rigidez da pilar representa o dobro da rigidez da viga.

A média do erro de modelo e o coeficiente de variação, obtidos a partir de todos os modelos, apresentam valores iguais a 1,005 e 3,28%, respectivamente. Esses valores constata a acurácia da expressão do coeficiente k relacionada a pórticos com ligações rígidas e semirrígidas.

Figura 3.13 – Erro de modelo da expressão do coeficiente k para pórticos com ligações rígidas e semirrígidas.

A média do erro de modelo da expressão do coeficiente k relacionado aos pórticos com ligações articuladas foi determinada com base em 15 modelos. Cada modelo é representado por pórticos com diferentes números de pavimentos. A média dos erros de modelo, o desvio padrão e o coeficiente de variação estão reunidos no gráfico da Figura 3.14.

Figura 3.14 – Erro de modelo da expressão do coeficiente k para pórticos com ligações articuladas.

A média do erro de modelo e o coeficiente de variação, obtidos a partir dos 15 modelos, apresentam valores iguais a 0,990 e 1,37 %, respectivamente. Esses valores constata a acurácia da expressão do coeficiente k relacionada a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas.

3.4 Limite alternativo para o parâmetro de estabilidade α

São propostos dois limites para o parâmetro de estabilidade α . O primeiro está relacionado aos pórticos planos com ligações rígidas e semirrígidas, enquanto que o segundo se limita a avaliar a estabilidade global dos pórticos com ligações articuladas.

Ao substituir a expressão do coeficiente k relacionado aos pórticos com ligações rígidas e semirrígidas [Equação (3.25)] na Equação (3.20) obtém-se a primeira expressão do limite do parâmetro de estabilidade α , representada pela Equação (3.28).

$$\alpha_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,m}^{0,0518}}}, \text{ quando } (\alpha_R \neq 0) \quad (3.28)$$

O limite proposto está em função do número de módulos verticais componentes do pórtico (n_v), do fator de restrição médio ($\alpha_{R,m}$) e do coeficiente que pondera de forma conjunta à rigidez dos pilares e vigas (β).

A expressão do limite do parâmetro de estabilidade α aplicado aos pórticos com ligações articuladas [Equação (3.29)] é obtida através da substituição da Equação (3.26), relacionada ao coeficiente k , na Equação (3.20).

$$\alpha_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}{0,57 \cdot n_v}}, \text{ quando } (\alpha_R = 0) \quad (3.29)$$

Para os casos de pórticos com ligações articuladas, a expressão do coeficiente k está em função apenas do número de pavimentos e do coeficiente que pondera de forma conjunta à rigidez dos pilares e vigas.

3.4.1 Aferição do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α

A aferição das expressões do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α é realizada através da aplicação das mesmas em exemplos de pórticos planos com ligações rígidas, semirrígidas e articuladas. Os valores do limite do parâmetro de estabilidade α são avaliados a partir da comparação com os parâmetros de estabilidade α e γ_z . Os exemplos são derivados a partir de um pórtico de referência. As variáveis do pórtico de referência estão relacionadas à geometria do pórtico, à geometria e propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais, ao comportamento das ligações e às ações verticais e horizontais.

A geometria do pórtico de referência é definida a partir do número de módulos horizontais (n_h) e verticais (n_v), e do comprimento dos pilares (l_p) e vigas (l_v). A geometria dos elementos estruturais está definida pelas dimensões da base e altura das seções transversais dos pilares (b_p e h_p) e das vigas (b_v e h_v).

As propriedades mecânicas dos materiais dos elementos estruturais estão relacionadas à resistência característica a compressão do concreto dos pilares ($f_{ck,p}$) e das vigas ($f_{ck,v}$). A resistência à compressão dos elementos estruturais é utilizada para determinação do módulo de elasticidade tangente inicial do concreto (E_{ci}), a partir da Equação (3.30), que está presente na ABNT NBR 6118 (2003). Os ponderadores da rigidez dos pilares (β_p), das vigas (β_v) e dos pilares e vigas de forma conjunta (β) também fazem parte do grupo de variáveis relacionadas à propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais.

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (3.30)$$

A partir das características dos elementos estruturais, é determinada, para cada exemplo, a rigidez relativa entre pilares e vigas (k_p/k_v).

O comportamento das ligações é determinado a partir do fator de restrição relacionado ao momento fletor positivo ($\alpha_{R,p}$) e negativo ($\alpha_{R,n}$), que por sua vez são utilizados para a determinação do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$).

As ações verticais são representadas pelas cargas permanentes (F_{gk}) e variáveis (F_{qk}), que estão distribuídas sobre as vigas. Para a determinação do parâmetro de estabilidade γ_z , ambas as ações são ponderadas por 1,4.

A ação horizontal é representada por uma carga de 10 kN/m distribuída ao longo da altura dos pórticos. Na determinação do parâmetro de estabilidade γ_z , a carga horizontal é considerada na combinação última como ação secundária, estando ponderada pelos coeficientes 1,4 e 0,6.

Os detalhes do pórtico de referência e a característica dos pórticos tomados como exemplo estão reunidos na Figura 3.15 e Tabela 3.8, respectivamente.

Dentre os exemplos estão contemplados pórticos com características usuais e não usuais. Esse aspecto ajuda a avaliar a abrangência da aplicação do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α .

Figura 3.15 – Detalhes do pórtico de referência.

Tabela 3.8 – Configurações dos pórticos tomados como exemplo.

Nº	n _h	n _v	l _p (m)	l _v (m)	b _p (m)	h _p (m)	b _v (m)	h _v (m)	f _{ck,p} (MPa)	f _{ck,v} (MPa)	k _p /k _v	β _p	β _v	β	α _{R,p}	α _{R,n}	α _{R,eq}	F _{gk} (kN/m)	F _{qk} (kN/m)
1	10	1	6,0	10,0	0,50	0,50	0,50	1,00	40,0	40,0	0,21	0,60	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	25,0	25,0
2	4	2	5,0	10,0	0,60	0,60	0,50	1,00	40,0	40,0	0,52	0,60	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	15,0	15,0
3	6	3	4,0	9,0	0,60	0,60	0,45	0,90	35,0	35,0	0,89	0,60	0,40	0,60	0,00	0,00	0,00	20,0	15,0
4	3	4	3,0	9,0	0,70	0,70	0,45	0,90	35,0	35,0	2,20	0,60	0,40	0,47	0,10	0,30	0,21	30,0	30,0
5	5	5	6,0	8,5	0,70	0,70	0,40	0,80	40,0	40,0	1,66	0,60	0,40	0,46	0,60	0,80	0,73	30,0	15,0
6	7	6	5,0	8,5	0,60	0,60	0,40	0,80	35,0	35,0	1,08	0,60	0,40	0,45	0,30	0,50	0,42	30,0	10,0
7	3	7	3,0	8,0	0,50	0,50	0,40	0,80	30,0	30,0	0,81	0,60	0,40	0,46	0,50	0,50	0,50	20,0	20,0
8	5	8	3,0	8,0	0,50	0,50	0,40	0,80	30,0	30,0	0,81	0,60	0,40	0,48	0,80	0,80	0,80	40,0	10,0
9	4	9	4,0	7,5	0,80	0,80	0,30	0,70	40,0	40,0	7,46	0,60	0,40	0,44	0,60	0,60	0,60	40,0	35,0
10	3	10	3,0	7,5	0,80	0,80	0,30	0,70	35,0	35,0	9,95	0,60	0,40	0,44	0,30	0,90	0,83	40,0	10,0
11	6	11	4,0	7,0	0,70	0,70	0,30	0,70	40,0	40,0	4,08	0,60	0,40	0,44	0,70	0,80	0,76	30,0	30,0
12	8	12	3,0	7,0	0,90	0,90	0,30	0,70	40,0	40,0	14,88	0,60	0,40	0,44	0,40	0,60	0,52	50,0	20,0
13	5	13	4,0	6,5	1,00	1,00	0,30	0,60	40,0	40,0	25,08	0,80	0,40	0,45	0,87	0,80	0,80	20,0	10,0
14	4	14	3,0	6,5	0,80	0,80	0,30	0,60	40,0	40,0	13,70	0,80	0,40	0,45	0,90	0,90	0,90	25,0	25,0
15	2	15	4,0	6,0	0,80	0,80	0,30	0,60	40,0	40,0	9,48	0,80	0,40	0,45	1,00	1,00	1,00	40,0	10,0
16	7	16	3,0	6,0	0,50	1,00	0,30	0,60	40,0	40,0	15,43	0,80	0,40	0,44	1,00	1,00	1,00	30,0	30,0
17	6	17	3,0	6,0	0,50	0,80	0,30	0,60	40,0	40,0	7,90	0,80	0,40	0,45	1,00	1,00	1,00	40,0	15,0
18	3	18	3,0	5,0	0,60	1,00	0,20	0,50	35,0	35,0	40,00	0,70	0,70	0,70	1,00	1,00	1,00	25,0	25,0
19	5	19	3,0	5,0	0,50	1,00	0,20	0,50	30,0	30,0	33,33	0,70	0,70	0,70	1,00	1,00	1,00	30,0	30,0
20	4	20	3,0	4,0	0,60	1,00	0,20	0,50	40,0	40,0	32,00	0,70	0,70	0,70	1,00	1,00	1,00	40,0	10,0

Par cada exemplo, foram determinados os valores do α_{lim} e dos parâmetros de estabilidade α e γ_z , conforme está apresentado na Tabela 3.9.

Tabela 3.9 – Resultados da avaliação da estabilidade global dos pórticos tomados como exemplo.

Nº	γ_z	α	α_{lim}
1	1,07	0,34	0,40
2	1,06	0,37	0,49
3	1,13	0,58	0,52
4	1,04	0,30	0,43
5	1,05	0,31	0,41
6	1,11	0,44	0,42
7	1,08	0,34	0,42
8	1,06	0,34	0,43
9	1,17	0,55	0,41
10	1,07	0,35	0,42
11	1,16	0,51	0,41
12	1,15	0,53	0,41
13	1,06	0,36	0,42
14	1,07	0,36	0,41
15	1,11	0,42	0,41
16	1,09	0,41	0,41
17	1,11	0,44	0,41
18	1,09	0,52	0,52
19	1,14	0,53	0,52
20	1,06	0,43	0,52

O parâmetro de estabilidade γ_z foi utilizado para avaliar a eficiência dos resultados obtidos através das expressões do limite do parâmetro de estabilidade α . Os pórticos que foram considerados estáveis pelo coeficiente γ_z , apresentaram valores do parâmetro de estabilidade α inferiores ao α_{lim} . Nos exemplos em que o coeficiente γ_z apresentou valores acima de 1,10, os valores do coeficiente de estabilidade α se mostraram superiores em relação ao seu limite. Em todos os exemplos analisados, houve compatibilidade entre os resultados obtidos por ambos os parâmetros de estabilidade.

Os resultados dos três primeiros exemplos tiveram o objetivo de avaliar a validade da expressão do limite do parâmetro de estabilidade α para pórticos com ligações articuladas. Nos demais casos, foi avaliada a eficiência da expressão do mesmo parâmetro aplicado a pórticos com ligações rígidas e semirrígidas.

Verificou-se que as expressões propostas apresentaram resultados satisfatórios para todos os casos, e inclusive para os exemplos que apresentam características diferentes dos pórticos utilizados na dedução das expressões. Dos 20 exemplos analisados, apenas 6 deles apresentam valores de rigidez relativa entre pilares e vigas compreendidos dentro do intervalo de dedução das expressões. Os resultados também se mostraram satisfatórios para os pórticos com mais do que 15 pavimentos e para coeficientes de restrição médios com valores intermediários aos utilizados na dedução.

A expressão do limite do parâmetro de estabilidade α , destinada a avaliação da estabilidade global de pórticos com ligações rígidas e semirrígidas, também se mostrou adequada para a avaliação da estabilidade global de pórticos executados em concreto moldado no local, como pode ser observado nos resultados dos exemplos 18,19 e 20 presentes na Tabela 3.9.

3.4.2 Exemplos de aplicação do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α

A presente seção tem como objetivo expor a metodologia necessária para a utilização das expressões alternativas do parâmetro de estabilidade α na avaliação da estabilidade global de pórticos com ligações viga-pilar semirrígidas e articuladas. O procedimento de utilização das expressões é demonstrado a partir da aplicação das mesmas na avaliação da estabilidade global de uma estrutura típica em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos.

3.4.2.1 Dados do exemplo

A estrutura utilizada para demonstrar a utilização dos limites alternativos do parâmetro de estabilidade α está resenhada na Figura 3.16. A estrutura é contraventada por pórticos planos nas direções X e Y. Os pórticos responsáveis por garantir a estabilidade global da estrutura na direção X são constituídos por dois módulos verticais e três módulos horizontais. Os módulos verticais e horizontais apresentam modulação de 400 cm e 750 cm, respectivamente. Os pórticos de contraventamento da direção Y são constituídos por dois módulos verticais, com modulação de 400 cm, e quatro módulos horizontais, com modulação de 1000 cm. Os pórticos de contraventamento da direção X apresentam ligações com comportamentos semirrígidos, enquanto que os pórticos da direção Y são constituídos por ligações articuladas. A avaliação da estabilidade global da estrutura em ambas as direções é realizada com base nos pórticos internos, já que os mesmos estão submetidos às condições mais desfavoráveis de carregamento vertical.

Figura 3.16 – Estrutura em concreto pré-moldado utilizada como exemplo.

Todos os pilares constituintes da estrutura apresentam seção quadrada com dimensões iguais a 50 cm.

As vigas de ambos os pórticos apresentam seção parcial, tendo a seção das vigas pré-moldadas, com dimensões de 30 cm x 70 cm, associada a uma capa de concreto moldada no local com espessura de 5,0 cm. Os detalhes adicionais da seção das vigas estão reunidos na Figura 3.17.

Figura 3.17 – Geometria das vigas da estrutura nos eixos X e Y.

Por simplificação, os pilares, vigas e capa de concreto apresentam resistências à compressão característica do concreto igual a 40 MPa. A determinação dos valores do módulo de elasticidade dos elementos estruturais, para a obtenção da rigidez dos mesmos, é realizada a partir da aplicação da expressão normativa, apresentada pela Equação (3.30). Os ponderadores da rigidez das vigas (β_v) e pilares (β_p) de ambos os pórticos, para a consideração simplificada da não-linearidade física, apresentam valores de iguais a 0,60 e 0,40, respectivamente.

Os pórticos de contraventamento relacionados ao eixo X são constituídos por ligações com comportamento semirrígido assimétrico (Figura 3.18). Os valores das rigidezes das ligações são obtidos a partir dos valores adotados dos fatores de restrição. O valor do fator de restrição ao momento fletor positivo é igual a 0,10 correspondendo a uma rigidez igual a 22,06 MN.m/rad. Em relação ao momento fletor negativo, o fator de restrição apresenta valor igual a 0,30, correspondendo a uma rigidez igual a 85,09 MN.m/rad.

Figura 3.18 – Rigidez das ligações dos pórticos de contraventamento da direção X.

Os pórticos de contraventamento relacionados ao eixo Y são constituídos por ligações com comportamento articulado para ambos os casos de momento fletor.

A estrutura está solicitada por ações verticais permanentes e variável, distribuídas por unidade de área, conforme está apresentado na Tabela 3.10. As ações permanentes ainda são discriminadas quanto a sua origem, estando atreladas ao peso próprio das lajes, vigas, da capada de concreto e do revestimento.

Tabela 3.10 – Ações verticais da estrutura.

Permanente (kN/m ²)					Variável (kN/m ²)
Laje	Capa	Revestimento	Viga (x)	Viga (y)	
2,80	1,25	0,05	0,58	0,77	3,00

3.4.2.2 Determinação do parâmetro de estabilidade α

A expressão parâmetro de estabilidade α está em função da resultante das ações verticais que solicitam a subestrutura de contraventamento avaliada, da rigidez equivalente e altura total da subestrutura.

A resultante das ações verticais solicitantes dos pórticos é determinada a partir do produto entre o número de pavimentos, área de influência e somatórios das ações permanentes e variáveis. A determinação da resultante das ações verticais dos pórticos de contraventamento das direções X ($N_{k,x}$) e Y ($N_{k,y}$) estão apresentadas nas Equações (3.31) e (3.32), respectivamente.

$$N_{k,x} = 2 \cdot (10,0 \cdot 3 \cdot 7,5) \cdot (3 + 2,80 + 1,25 + 0,050 + 0,58) \therefore N_{k,x} = 3453,75 \text{ kN} \quad (3.31)$$

$$N_{k,y} = 2 \cdot (7,5 \cdot 4 \cdot 10,0) \cdot (3 + 2,80 + 1,25 + 0,050 + 0,77) \therefore N_{k,y} = 4719,60 \text{ kN} \quad (3.32)$$

Na expressão do parâmetro de estabilidade α , a rigidez da estrutura é considerada a partir de uma rigidez equivalente. A rigidez equivalente está relacionada à rigidez de uma barra em balanço com deslocamentos lateral de topo igual ao da estrutura, quando submetida à mesma ação horizontal. Portanto, o valor da rigidez equivalente da estrutura passa pela determinação dos deslocamentos horizontais de topo das subestruturas de contraventamento. O deslocamento lateral de topo dos pórticos de contraventamento das direções X ($U_{n,x}$) e Y ($U_{n,y}$), quando submetidos a uma força horizontal de 10 kN/m, estão apresentados nas Figura 3.19 e Figura 3.20, respectivamente.

Figura 3.19 – Deslocamento horizontal de topo do pórtico de contraventamento na direção X.

Figura 3.20 – Deslocamento horizontal de topo do pórtico de contraventamento na direção Y.

Substituindo os dados relacionados à ação horizontal, altura e deslocamento horizontal de topo dos pórticos de contraventamento na Equação (2.16) determina-se a rigidez equivalente dos mesmos na direção X $[(EI)_{eq,x}]$ e Y $[(EI)_{eq,y}]$, conforme está demonstrado nas Equações (3.33) e (3.34), respectivamente.

$$(EI)_{eq,x} = \frac{10,0 \cdot 8,0^4}{8 \cdot 1,487 \cdot 10^{-3}} \therefore (EI)_{eq,x} = 3443174,18 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad (3.33)$$

$$(EI)_{eq,y} = \frac{10,0 \cdot 8,0^4}{8 \cdot 6,014 \cdot 10^{-3}} \therefore (EI)_{eq,y} = 851346,86 \text{ kN} \cdot \text{m}^2 \quad (3.34)$$

Com base na rigidez equivalente, resultante das forças verticais e altura dos pórticos de contraventamento, pode-se determinar, a partir da Equação (2.15), o parâmetro de estabilidade α . Os valores do parâmetro de estabilidade dos pórticos de contraventamento das direções X (α_x) e Y (α_y) são determinados a partir das Equações (3.35) e (3.36), respectivamente.

$$\alpha_x = 8 \cdot \sqrt{\frac{3453,75}{3443174,18}} \therefore \alpha_x = 0,25 \quad (3.35)$$

$$\alpha_y = 8 \cdot \sqrt{\frac{4719,60}{851346,86}} \therefore \alpha_y = 0,60 \quad (3.36)$$

Verifica-se que os valores do parâmetro de estabilidade α não conseguem, de forma isolada, classificar a estabilidade global dos pórticos, devendo ser comparados a valores limites de referência.

3.4.2.3 Determinação do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α

Para a determinação dos limites do parâmetro de estabilidade α de ambos os pórticos é necessário à obtenção dos dados relacionados ao número de pavimentos, fator de restrição equivalente e ponderador comum da rigidez de pilares e vigas.

O fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$) pode ser determinado através da substituição dos fatores de restrição das ligações ao momentos fletores positivo e negativo na Equação (2.82), conforme está apresentado na Equação (3.37).

$$\alpha_{R,eq} = \frac{1,5 \cdot 0,10 + 1,5 \cdot 0,30 - 3 \cdot 0,10 \cdot 0,30}{3 - 1,5 \cdot 0,10 - 1,5 \cdot 0,30} \therefore \alpha_{R,eq} = 0,21 \quad (3.37)$$

O coeficiente que pondera de forma conjunta à rigidez dos pilares e vigas é determinado a partir da metodologia apresentada na seção 2.2.2. Os coeficientes de ponderação da rigidez dos pórticos que contraventam a estrutura nas direções X e Y apresentam valores iguais a 0,50 e 0,60 respectivamente.

Substituindo o fator de restrição equivalente das ligações, o número de pavimentos do pórtico e o coeficiente ponderação conjunta de rigidez das vigas e pilares na Equação (3.28) determina-se o limite do parâmetro de estabilidade α dos pórticos de contraventamento da direção X ($\alpha_{lim,x}$) [Equação(3.38)].

$$\alpha_{lim,x} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot 0,50 \cdot (2 - 0,33)}{0,67 \cdot 2 \cdot 0,21^{0,0518}}} \therefore \alpha_{lim,x} = 0,42 \quad (3.38)$$

O limite do parâmetro de estabilidade α , dos pórticos que contraventam a estrutura na direção Y ($\alpha_{lim,y}$), é determinado a partir a substituição dos dados referentes ao número de pavimentos e ponderador da rigidez dos elementos estruturais na Equação (3.29), conforme está demonstrado na Equação (3.39).

$$\alpha_{lim,y} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot 0,60 \cdot (2^{1,11} - 0,43)}{0,57 \cdot 2}} \therefore \alpha_{lim,y} = 0,49 \quad (3.39)$$

Verifica-se que os pórticos analisados na direção X, são capazes de garantir a estabilidade global da estrutura nessa direção, já que o parâmetro de estabilidade α_x apresenta valor inferior ao seu limite. Os pórticos que contraventam da estrutura na direção Y, não são capazes de assegura a garantia da estabilidade global nessa direção, pois o parâmetro de estabilidade α_y apresenta valor superior ao seu limite.

3.5 Síntese do capítulo

A presente seção tem a finalidade de reunir e sintetizar os resultados apresentados no capítulo. A Tabela 3.11 traz as formulações do limite do parâmetro de estabilidade α e da relação entre o deslocamento médio e de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações rígidas, semirrígidas e articuladas.

Tabela 3.11 – Síntese dos resultados obtidos no capítulo

Descrição	Formulação
Limite do parâmetro de estabilidade α :	$\alpha_{\text{lim}} = \sqrt{0,26 \cdot \frac{\beta}{k}}$
Coeficiente k relacionado a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações rígidas e semirrígidas:	$k = \frac{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,m}^{0,0518}}{n_v - 0,33}, \text{ para } (\alpha_R \neq 0)$
Coeficiente k relacionado a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas:	$k = \frac{0,57 \cdot n_v}{n_v^{1,11} - 0,43}, \text{ para } (\alpha_R = 0)$
Limite do parâmetro de estabilidade α relacionado a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações rígidas e semirrígidas:	$\alpha_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,m}^{0,0518}}}, \text{ para } (\alpha_R \neq 0)$
Limite do parâmetro de estabilidade α relacionado a pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas:	$\alpha_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,m}^{0,0518}}}, \text{ para } (\alpha_R \neq 0)$

Onde:

- k: relação entre o deslocamento horizontal médio e de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado;
- n_v : número de módulos verticais componentes do pórtico;
- α_{lim} : limite do parâmetro de estabilidade α ;
- $\alpha_{R,m}$: fator de restrição médio das ligações;
- β : coeficiente de ponderação conjunta da rigidez dos pilares e vigas componentes de pórticos planos.

4 PROCESSOS ANALÍTICOS

O presente capítulo tem a finalidade de definir e apresentar as características da unidade constituinte de pórticos planos em concreto pré-moldado denominada módulo-base. O capítulo ainda traz a dedução de três processos analíticos. O primeiro deles está relacionado à determinação do deslocamento horizontal de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais. O segundo processo analítico tem a finalidade de determinar a rigidez equivalente de pórticos necessária para garantir a estabilidade global. A última dedução relaciona-se ao processo analítico responsável em pré-dimensionar os pilares de pórticos em função da garantia da estabilidade global.

4.1 Considerações sobre o módulo-base

O módulo-base é um sistema estrutural típico de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado. Constituído por uma viga com rigidez EI_v , apoiada, em suas extremidades, sobre dois pilares engastados, ambos com rigidez EI_p . O módulo-base pode ser interpretado como uma unidade constituinte de pórticos planos. Os comprimentos da viga (l_v) e dos pilares (l_p) são responsáveis pela determinação da modulação horizontal e vertical dos pórticos planos. O módulo-base é constituído por duas ligações viga-pilar, cada qual pode assumir uma rigidez específica (K_i e K_j) com comportamento articulado, rígido ou semirrígido.

O módulo-base está sujeito a ações verticais e horizontais. As ações verticais contemplam as resultantes dos carregamentos relacionados ao peso próprio da viga, às reações das lajes, à capa de concreto moldada no local, ao revestimento e às ações acidentais. As ações verticais estão aplicadas em forma de carga distribuída ao longo do comprimento da viga (q_v). A ação horizontal é constituída basicamente pela ação do vento, estando aplicada de forma distribuída ao longo do comprimento do pilar (q_h) [Figura 4.1(a)] ou de forma concentrada (p_h) no nó de intercessão entre a viga e o pilar (p) [Figura 4.1(b)]. Detalhes do módulo-base estão apresentados na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Detalhes do módulo-base.

4.2 Processo analítico para a determinação do deslocamento horizontal de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais

São apresentadas as deduções das expressões do deslocamento horizontal de topo dos módulos-base com ligações rígidas e semirrígidas e de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais. Ainda é realizada a aferição e aplicação das expressões desenvolvidas.

4.2.1 Deslocamento lateral de módulos-base com ligações rígidas

As ligações viga-pilar de um módulo-base podem assumir o comportamento articulado, rígido e semirrígido. Para o módulo-base com ligações articuladas, a determinação do deslocamento lateral de topo é obtida a partir da aplicação da Equação (2.16), que faz correlação entre o deslocamento da estrutura e o deslocamento de uma barra em balanço com rigidez equivalente. Para esse caso, a determinação da rigidez equivalente da estrutura é realizada através da soma da rigidez dos dois pilares componentes.

Quando as ligações passam a apresentar certa rigidez, o deslocamento passa a não poder ser determinado pelo processo aplicado aos casos de módulos-base com ligações articuladas, já que a rigidez equivalente da estrutura não pode ser determinada apenas pela soma da rigidez dos pilares constituintes. A rigidez equivalente da estrutura começa a sofrer influência do comportamento de pórtico, agregando coeficientes de rigidez adicionais ao sistema.

O método dos deslocamentos se apresenta como uma alternativa eficiente para determinação dos deslocamentos de estruturas hiperestáticas, podendo, portanto, ser utilizada

para a determinação da equação do deslocamento lateral de topo do módulo-base com ligações rígidas frente à aplicação de uma ação horizontal [Figura 4.2 (a)]. No método, os deslocamentos são considerados as incógnitas primárias do problema, sendo determinadas a partir da resolução de um sistema de equações lineares de equilíbrio. Os deslocamentos recebem a denominação de graus de liberdade, enquanto que a quantidade de deslocamentos do sistema é referenciada por grau de indeterminação cinemática. O módulo-base apresenta seis graus de liberdade localizados nos vértices de interseção entre os pilares e a viga, conforme apresentado na Figura 4.2 (b).

Figura 4.2 – Detalhes e graus de liberdade do módulo-base.

Ao considerar os elementos estruturais com rigidez axial infinita, os graus de liberdade d_2 e d_5 tornam-se nulos, enquanto que os deslocamentos d_1 e d_4 são considerados iguais. Tais considerações permitem trabalhar com um número reduzido de graus de liberdade, conforme apresentado na Figura 4.3 (a). Com o intuito de organizar a dedução da equação do deslocamento lateral do módulo-base, é proposta uma renumeração dos graus de liberdade remanescentes, conforme apresentado na Figura 4.3 (b).

Figura 4.3 – Exposição e renumeração dos graus de liberdade remanescentes.

O método dos deslocamentos consiste em restringir os graus de liberdades da estrutura constituindo um sistema principal. Com os deslocamentos restringidos, são propostos casos de análise, denominados Estados. Os Estados são representados pela aplicação do carregamento (E_0) no sistema principal e pela manifestação dos deslocamentos analisados com valores unitários (E_1 , E_2 e E_3). Para o módulo-base, são propostos quatro estados referentes à aplicação do carregamento horizontal distribuído [Figura 4.4 (a)], manifestação da rotação d_1 [Figura 4.4 (b)], manifestação da rotação d_2 [Figura 4.4 (c)] e manifestação da translação horizontal d_3 [Figura 4.4 (d)].

Figura 4.4 – Estados de análise do sistema principal do módulo-base.

No estado E_0 , a aplicação da ação horizontal no sistema principal proporciona a determinação da força e momento relativo relacionado aos graus de liberdades d_1 e d_3 . Nos demais estados analisados, são identificados as forças e momentos relativos decorrentes da manifestação de cada um dos casos dos deslocamentos.

A Equação (4.1) descreve as equações de equilíbrio do módulo-base em função dos deslocamentos analisados.

$$\begin{cases} k_{11} \cdot d_1 + k_{12} \cdot d_2 + k_{13} \cdot d_3 = F_1 \\ k_{21} \cdot d_1 + k_{22} \cdot d_2 + k_{23} \cdot d_3 = F_2 \\ k_{31} \cdot d_1 + k_{32} \cdot d_2 + k_{33} \cdot d_3 = F_3 \end{cases} \quad (4.1)$$

O sistema de equações pode assumir a forma matricial, conforme está apresentado na Equação (4.2)

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Portanto, o vetor de forças, originado pelo produto entre a matriz de rigidez do módulo-base com comportamento monolítico (K_{mr}) e o vetor de deslocamento a ser determinado (d), é igual ao vetor de forças nodais externas (F) [Equação (4.3)].

$$\bar{K}_{mr} \cdot \bar{d} = \bar{F} \quad (4.3)$$

Colocando a Equação (4.3) em função do vetor de deslocamentos obtém-se a Equação (4.4).

$$\bar{d} = \bar{K}_{mr}^{-1} \cdot \bar{F} \quad (4.4)$$

Substituindo na Equação (4.4) os resultados dos coeficientes de rigidez (k_{ij}) e das forças externas (F_i) do módulo-base, obtém-se a Equação (4.5).

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{2 \cdot EI_v}{l_v} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{2 \cdot EI_v}{l_v} & \frac{4 \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{4 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{24 \cdot EI_p}{l_p^3} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{q_h \cdot l_p^2}{12} \\ 0 \\ \frac{q_h \cdot l_p}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

O produto entre a inversa da matriz de rigidez e o vetor de forças externas nodais promove a determinação da equação dos deslocamentos laterais de topo de um módulo-base com ligações rígidas (δ_{mr}), conforme apresentado na Equação (4.6).

$$\delta_{mr} = \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot (2 \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)}{16 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)} \quad (4.6)$$

O deslocamento lateral de topo de um módulo-base com ligações rígidas, submetido a uma ação horizontal concentrada, é determinado segundo a Equação (4.7).

$$\delta_{mr} = \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot (3 \cdot EI_v \cdot l_p + 2 \cdot EI_p \cdot l_v)}{12 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)} \quad (4.7)$$

4.2.2 Deslocamento lateral de módulos-base com ligações semirrígidas

Para que a formulação do deslocamento do módulo-base possa se adequar às características típicas de estruturas em concreto pré-moldado, há a necessidade de incorporar o efeito da variação de rigidez das ligações viga-pilar. A variação de rigidez das ligações é considerada no módulo-base de forma simplificada, conforme apresentado na seção 2.6. O método pode ser aplicado ao módulo-base com comportamento monolítico a partir da ponderação da rigidez da viga, simulando o efeito da semirrigidez das ligações. A rigidez da viga é ponderada com base na Equação (2.78), estando representada na Figura 4.5 pela letra grega η .

Figura 4.5 – Ponderação da rigidez da viga do módulo.

O ponderador passa a ser inserido na matriz de rigidez do módulo-base com comportamento monolítico, incidindo sobre os coeficientes de rigidez referentes à viga. A matriz de rigidez do módulo-base (K_m) está representada pela Equação (4.8).

$$\bar{K}_m = \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{2 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{2 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} & \frac{4 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{4 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{24 \cdot EI_p}{l_p^3} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Portanto, realizando o produto entre o inverso da matriz de rigidez e o vetor de forças nodais [Equação (4.9)], determina-se a Equação (4.10) referente ao deslocamento horizontal de topo do módulo-base (δ_m).

$$\begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{2 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{2 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} & \frac{4 \cdot \eta \cdot EI_v}{l_v} + \frac{4 \cdot EI_p}{l_p} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} \\ \frac{4 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{6 \cdot EI_p}{l_p^2} & \frac{24 \cdot EI_p}{l_p^3} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{q_h \cdot l_p^2}{12} \\ 0 \\ \frac{q_h \cdot l_p}{2} \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\delta_m = \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot (2 \cdot \eta \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)}{16 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot \eta \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)} \quad (4.10)$$

Substituindo a formulação de η [Equação(2.78)] na Equação (4.10), obtém-se a expressão do deslocamento de topo de um módulo-base em função do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$), conforme está apresentado na Equação (4.11).

$$\delta_m = \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 2 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}{16 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]} \quad (4.11)$$

O deslocamento lateral de topo de um módulo-base, submetido a uma ação horizontal concentrada, é determinado segundo a Equação (4.12).

$$\delta_m = \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot (3 \cdot \eta \cdot EI_v \cdot l_p + 2 \cdot EI_p \cdot l_v)}{12 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot \eta \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)} \quad (4.12)$$

Substituindo a formulação de η [Equação(2.78)] na Equação (4.12), obtém-se a expressão do deslocamento de topo de um módulo-base submetido a uma ação horizontal concentrada em função do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$), conforme está apresentado na Equação (4.13).

$$\delta_m = \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot [2 \cdot EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 3 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}{12 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]} \quad (4.13)$$

4.2.3 Deslocamento lateral de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais

A associação de módulos horizontais promove um enrijecimento dos pórticos, diminuindo os deslocamentos laterais dos mesmos. O deslocamento horizontal de topo de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais pode ser interpretado como uma fração do deslocamento lateral do seu módulo-base.

A extrapolação da expressão do deslocamento horizontal do módulo-base para pórticos com um pavimento (δ_1) passa pela determinação de um coeficiente de ponderação responsável por realizar esse ajuste (v_h), conforme apresentado na Equação (4.14).

$$\delta_1 = v_h \cdot \delta_m \quad (4.14)$$

O coeficiente de ponderação é deduzido a partir da determinação dos deslocamentos de topo de pórticos com número variado de módulos horizontais. Os valores dos deslocamentos de cada um dos pórticos analisados passam a apresentar valores adimensionais em relação ao deslocamento do seu módulo-base.

Os valores dos deslocamentos adimensionais são influenciados pelo número de módulos horizontais, pela rigidez relativa entre pilares e vigas e pela rigidez das ligações. Dentre os três aspectos apresentados, os dois primeiros exercem uma influência mais significativa em relação à rigidez das ligações. Portanto, a dedução do coeficiente v_h é realizada a partir de módulos-base com ligações rígidas.

Na dedução do coeficiente v_h , são considerados pórticos com rigidez relativa entre pilares e vigas com valores iguais a 0,25, 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50, 1,75 e 2,00. Para cada

um dos casos de rigidez relativa, são analisados pórticos com até 20 módulos horizontais associados.

Os valores dos deslocamentos adimensionais que compõem a base de dados e as informações estatísticas dos mesmos estão reunidos na Tabela 3.2. Os valores da média, desvio padrão (D.P.) e coeficiente de variação (C.V.) são obtidos para os pórticos com números iguais de módulos associados.

Verifica-se que os valores do desvio padrão diminuem conforme o aumento do número de módulos horizontais componentes dos pórticos. Os valores do coeficiente de variação apresentam comportamento contrário, aumentando juntamente com a associação dos módulos horizontais. Os valores do coeficiente de variação apresentam ordem de grandeza satisfatória para os casos analisados. Esse fato qualifica a utilização da média dos deslocamentos adimensionais para a dedução do coeficiente v_h .

Tabela 4.1 – Resumo das informações dos pórticos em estudo.

n_h	k_p/k_v								Média	D.P.	C.V. (%)
	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,25			
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,000	0,00
2	0,63	0,63	0,63	0,64	0,64	0,65	0,66	0,66	0,64	0,013	1,99
3	0,45	0,46	0,46	0,46	0,47	0,47	0,48	0,49	0,47	0,013	2,74
4	0,36	0,36	0,36	0,36	0,37	0,37	0,38	0,39	0,37	0,011	3,05
5	0,29	0,29	0,30	0,30	0,30	0,31	0,31	0,32	0,30	0,010	3,42
6	0,25	0,25	0,25	0,25	0,26	0,26	0,27	0,28	0,26	0,011	4,35
7	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,23	0,23	0,24	0,23	0,008	3,36
8	0,19	0,19	0,19	0,20	0,20	0,20	0,21	0,21	0,20	0,008	4,20
9	0,17	0,17	0,17	0,18	0,18	0,18	0,19	0,19	0,18	0,008	4,67
10	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,17	0,17	0,16	0,005	2,85
11	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15	0,15	0,15	0,16	0,15	0,007	4,79
12	0,13	0,13	0,13	0,13	0,14	0,14	0,14	0,15	0,14	0,007	5,46
13	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,13	0,13	0,14	0,13	0,007	5,89
14	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,12	0,12	0,13	0,12	0,007	6,02
15	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,12	0,12	0,11	0,005	4,11
16	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,11	0,11	0,11	0,10	0,005	4,99
17	0,09	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,11	0,10	0,006	6,49
18	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,10	0,09	0,005	5,00
19	0,08	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,09	0,005	5,94
20	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,08	0,005	6,18

O comportamento da média dos deslocamentos adimensionais em função do número de módulos horizontais pode ser observado a partir do gráfico da Figura 4.6.

Figura 4.6 – Comportamento da média do coeficiente v_h em relação a associação dos módulos horizontais.

A função gerada a partir da regressão do gráfico da Figura 4.6 corresponde à expressão do coeficiente v_h [Equação(4.15)].

$$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42} \quad (4.15)$$

A curva de regressão proposta apresenta resultado satisfatório, tendo como indicativo o coeficiente de determinação (R^2) com valor igual a 0,999.

O erro de modelo da expressão coeficiente v_m está representado através do gráfico da Figura 4.7.

Figura 4.7 – Erro de modelo da expressão do coeficiente v_m .

Verifica-se que o erro de modelo tende a apresentar valores acima da unidade para os casos em que a rigidez relativa entre os elementos estruturais apresentam valores iguais a 2,00, 1,75, 1,50, 1,25 e 1,00. Para os demais casos, os valores de erro de modelo apresentaram valores acima da unidade. A média de todos os erros de modelo apresenta valor igual a 0,994, constatando a acurácia da expressão do coeficiente v_h

Substituído as expressões do coeficiente v_h [Equação (4.15)] e do deslocamento lateral do módulo-base [Equação (4.11)] na Equação (4.14), determina-se a expressão do deslocamento horizontal de topo dos pórticos com um pavimento [Equação (4.16)].

$$\delta_1 = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42} \cdot \left\{ \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 2 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]}{16 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]} \right\} \quad (4.16)$$

Substituído as expressões do coeficiente v_h [Equação (4.15)] e do deslocamento lateral do módulo-base submetido a uma ação horizontal concentrada [Equação (4.13)] na Equação (4.14), determina-se a expressão do deslocamento horizontal de topo dos pórticos com um pavimento [Equação (4.17)].

$$\delta_1 = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42} \cdot \left\{ \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot [2 \cdot EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 3 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}{12 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]} \right\} \quad (4.17)$$

4.2.4 Aferição do processo analítico de determinação do deslocamento lateral de pórticos em concreto pré-moldado de um pavimento

A aferição do processo analítico é realizada através da aplicação do mesmo em exemplos de pórticos constituídos pela associação de módulos horizontais (Tabela 4.2). Os deslocamentos horizontais de topo dos exemplos são determinados através da aplicação do processo analítico (δ_{ana}) e pela simulação numérica dos mesmos (δ_{num}). Os resultados obtidos são confrontados para a obtenção do erro de modelo ($\delta_{h,num} / \delta_{h,ana}$). Os exemplos são constituídos a partir de variações de um pórtico de referência (Figura 4.8). O significado e as considerações das variáveis do pórtico de referência são similares ao apresentado na seção 3.4.2.1.

Figura 4.8 – Detalhes do pórticos de referência.

Tabela 4.2 – Configurações dos pórticos tomados como exemplo.

Nº	n_h	l_p (m)	l_v (m)	b_p (m)	h_p (m)	b_v (m)	h_v (m)	$f_{ck,p}$ (MPa)	$f_{ck,v}$ (MPa)	k_p/k_v	$\alpha_{R,p}$	$\alpha_{R,n}$	$\alpha_{R,eq}$	q_h (kN/m)	$\delta_{h,num}$ (m)	$\delta_{h,ana}$ (m)	$\delta_{h,num}/\delta_{h,ana}$
1	1	3,0	10,0	0,30	0,30	0,50	1,00	40,00	40,0	0,054	1,00	1,00	1,00	5,00	$3,60 \cdot 10^{-4}$	$3,63 \cdot 10^{-4}$	0,99
2	2	3,0	10,0	0,40	0,40	0,50	1,00	40,00	40,0	0,171	0,10	0,10	0,10	10,00	$2,30 \cdot 10^{-4}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	0,94
3	3	5,0	9,0	0,50	0,50	0,45	0,90	35,00	35,0	0,343	0,30	0,30	0,30	15,00	$7,60 \cdot 10^{-4}$	$7,91 \cdot 10^{-4}$	0,96
4	4	6,0	9,0	0,50	0,50	0,45	0,90	35,00	35,0	0,286	0,10	0,30	0,21	20,00	$1,72 \cdot 10^{-3}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	0,94
5	5	6,0	8,5	0,30	0,30	0,40	0,80	40,00	40,0	0,056	0,60	0,80	0,73	25,00	$9,54 \cdot 10^{-3}$	$8,91 \cdot 10^{-3}$	1,07
6	6	5,0	8,5	0,40	0,40	0,40	0,80	35,00	35,0	0,213	0,30	0,50	0,42	30,00	$1,76 \cdot 10^{-3}$	$1,78 \cdot 10^{-3}$	0,99
7	7	4,0	8,0	0,50	0,50	0,40	0,80	30,00	30,0	0,610	0,50	0,50	0,50	10,00	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$1,11 \cdot 10^{-4}$	0,95
8	8	3,0	8,0	0,50	0,50	0,40	0,80	30,00	30,0	0,814	0,80	0,80	0,80	20,00	$5,50 \cdot 10^{-5}$	$5,68 \cdot 10^{-5}$	0,97
9	9	3,0	7,5	0,30	0,30	0,30	0,70	40,00	40,0	0,197	0,60	0,60	0,60	30,00	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$4,36 \cdot 10^{-4}$	1,02
10	10	4,0	7,5	0,40	0,40	0,30	0,70	35,00	35,0	0,466	0,30	0,90	0,83	5,00	$7,40 \cdot 10^{-5}$	$7,38 \cdot 10^{-5}$	1,00
11	11	5,0	6,5	0,50	0,50	0,30	0,70	40,00	40,0	0,790	0,70	0,80	0,76	10,00	$6,50 \cdot 10^{-5}$	$6,15 \cdot 10^{-5}$	1,06
12	12	6,0	7,0	0,50	0,50	0,30	0,70	40,00	40,0	0,709	0,40	0,60	0,52	15,00	$4,23 \cdot 10^{-4}$	$4,55 \cdot 10^{-4}$	0,93
13	13	6,0	6,5	0,30	0,30	0,30	0,60	40,00	40,0	0,135	0,87	0,80	0,80	20,00	$3,29 \cdot 10^{-3}$	$3,07 \cdot 10^{-3}$	1,07
14	14	5,0	6,5	0,40	0,40	0,30	0,60	40,00	40,0	0,514	0,90	0,90	0,90	25,00	$6,10 \cdot 10^{-4}$	$6,10 \cdot 10^{-4}$	1,00
15	15	4,0	6,0	0,50	0,50	0,30	0,60	40,00	40,0	1,447	0,40	0,40	0,40	30,00	$1,80 \cdot 10^{-4}$	$1,92 \cdot 10^{-4}$	0,94
16	16	3,0	6,0	0,50	0,50	0,30	0,60	40,00	40,0	1,929	0,60	0,80	0,73	10,00	$1,50 \cdot 10^{-5}$	$1,65 \cdot 10^{-5}$	0,91
17	17	3,0	6,0	0,30	0,30	0,30	0,60	40,00	40,0	0,250	0,30	0,50	0,42	20,00	$1,73 \cdot 10^{-4}$	$1,77 \cdot 10^{-4}$	0,97
18	18	4,0	5,0	0,40	0,40	0,20	0,50	35,00	35,0	1,280	0,50	0,50	0,50	30,00	$3,43 \cdot 10^{-4}$	$3,77 \cdot 10^{-4}$	0,91
19	19	5,0	5,0	0,50	0,50	0,20	0,50	30,00	30,0	2,500	0,80	0,80	0,80	5,00	$6,60 \cdot 10^{-5}$	$6,41 \cdot 10^{-5}$	1,03
20	20	6,0	4,0	0,50	0,50	0,20	0,50	40,00	40,0	1,667	0,70	0,80	0,76	10,00	$2,04 \cdot 10^{-4}$	$2,01 \cdot 10^{-4}$	1,01

O deslocamento horizontal de topo dos exemplos obtidos através de simulação numérica é tomado como referência para a avaliação dos resultados determinados pelo processo analítico.

Verifica-se, através da relação entre os deslocamentos apresentados na Tabela 4.2, que o processo analítico proposto apresenta resultados satisfatórios para todos os casos analisados e, inclusive, para os exemplos que apresentam rigidez relativa entre os elementos estruturais diferentes do utilizado na dedução do processo analítico. Dentre os exemplos analisados, o maior erro de modelo está relacionado aos pórticos 16 e 18, com valor igual a 0,91. A média dos erros de modelo apresenta valor igual a 0,984, confirmando, portanto, a acurácia do processo analítico proposto.

4.2.5 Exemplo de aplicação do processo analítico de determinação do deslocamento lateral de pórticos em concreto pré-moldado de um pavimento

A presente seção tem como objetivo apresentar o procedimento necessário para a utilização do processo analítico de determinação do deslocamento lateral pórticos planos em concreto pré-moldado de um pavimento.

4.2.5.1 Dados do exemplo

O pórtico utilizado para demonstrar a aplicação do processo analítico é baseado no pórtico de contraventamento da direção X da estrutura apresentada na seção 3.4.2.1. São aproveitadas as características relacionadas à modulação do pórtico, número de módulos horizontais, geometria e propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais e as características das ligações.

Para a realização do exemplo, o pórtico de contraventamento de referência tem o número de módulos verticais alterados para um.

A ação horizontal (q_h) é representada por uma força de uniformemente distribuída ao longo do pilar com valor igual a 15 kN/m.

As variáveis do exemplo juntamente com seus respectivos valores estão reunidas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Resumo dos dados do exemplo.

Dados do problema	Valores
n_h	3
l_p	4,00 m
l_v	7,50 m
EI_p	$75,55 \cdot 10^3$ kN.m ²
EI_v	$1,10 \cdot 10^6$ kN.m ²
$R_{sec,p}$	$22,06 \cdot 10^3$ kN.m/rad
$R_{sec,n}$	$85,09 \cdot 10^3$ kN.m/rad
q_h	15,00 kN

Para a determinação do deslocamento horizontal do módulo-base constituinte do pórtico, é necessário definir o valor do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$), conforme está apresentado na Equação (3.37).

Substituindo os dados do problema na Equação (4.18), determina-se o valor do deslocamento horizontal de topo do módulo-base do pórtico (δ_m).

$$\delta_m = \frac{15 \cdot 4^4 \cdot [75,55 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot (0,68 - 2) - 2 \cdot 1,10 \cdot 10^6 \cdot 0,68 \cdot 4]}{16 \cdot 75,55 \cdot 10^3 \cdot [75,55 \cdot 10^3 \cdot 7,5 \cdot (0,68 - 2) - 6 \cdot 1,10 \cdot 10^6 \cdot 0,68 \cdot 4]} \quad (4.18)$$

$$\therefore \delta_m = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

4.2.5.2 Determinação do deslocamento horizontal de topo do pórtico com um pavimento

A determinação do deslocamento horizontal de topo do pórtico passa pelo cálculo do coeficiente v_h . Substituindo o valor do número de módulos horizontais componentes do pórtico na Equação (4.15) determina-se o valor do coeficiente v_h [Equação (4.19)].

$$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot 3 + 0,42} \therefore v_h = 0,47 \quad (4.19)$$

O deslocamento horizontal de topo do pórtico (δ_1) é determinado a partir do produto entre o coeficiente v_h e o deslocamento horizontal do seu módulo-base, conforme está apresentado na Equação (4.20).

$$\delta_1 = 0,47 \cdot 1,14 \cdot 10^{-3} \therefore \delta_1 = 5,37 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (4.20)$$

4.3 Rigidez equivalente de estabilidade

O cálculo do parâmetro de estabilidade α passa pela determinação da rigidez da estrutura, que pode ser realizada a partir de um pilar com rigidez equivalente. A presente seção tem como objetivo desenvolver expressões que possibilitem a determinação da rigidez equivalente necessária para que ocorra a garantia da estabilidade global de pórticos planos em concreto pré-moldado $[(EI)_{eq}]$.

Tornando a rigidez equivalente à variável dependente da Equação (3.17), determina-se a Equação (4.21).

$$(EI)_{eq} = \frac{k \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta} \quad (4.21)$$

Substituindo o coeficiente k da Equação (3.25) na Equação (4.21), determina-se a expressão da rigidez equivalente necessária para que ocorra a garantia da estabilidade global

de pórticos com ligações rígidas e semirrígidas [Equação (4.22)]. A expressão está em função do número de módulos verticais (n_v), do fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$), da resultante das ações verticais (P_k) com valor característico, da altura do pórtico (H) e do coeficiente que pondera de forma conjunta à rigidez dos pilares e vigas (β).

$$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518} \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} \neq 0) \quad (4.22)$$

A expressão da rigidez equivalente necessária para que ocorra a garantia da estabilidade global de pórticos com ligações articuladas [Equação (4.23)] é determinada a partir da substituição do coeficiente k da Equação (3.26) na Equação (4.21).

$$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot n_v \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} = 0) \quad (4.23)$$

Para pórticos regulares, a altura do pórtico pode ser interpretada como múltiplo da modulação vertical [Equação (4.24)].

$$H = n_v \cdot l_p \quad (4.24)$$

Considerando que todas as vigas do pórtico estejam submetidas às mesmas ações verticais (q_v), a resultante das ações verticais passa a poder ser escrita segundo a Equação (4.25).

$$P_k = q_v \cdot n_v \cdot n_h \cdot l_v \quad (4.25)$$

Ao substituir as expressões da altura do pórtico [Equação (4.24)] e da resultante das ações verticais [Equação (4.24)] nas Equações (4.22) e (4.23), determinam-se as Equações (4.26) e (4.27), respectivamente.

$$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2 \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518}}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} \neq 0) \quad (4.26)$$

$$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} = 0) \quad (4.27)$$

A Equação (4.26) representa a expressão da rigidez equivalente de pórticos com ligações rígidas e semirrígidas, enquanto que a Equação (4.27) está relacionada à formulação da rigidez equivalente de pórticos com ligações articuladas.

4.4 Processo analítico para o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado

São desenvolvidos três processos analíticos para o pré-dimensionamento dos pilares componentes de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global. O primeiro processo analítico é aplicado a pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas. O segundo processo analítico possibilita o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas. O último processo analítico é aplicado a pórticos de múltiplos pavimentos constituídos por ligações articuladas.

Cada processo analítico desenvolvido é avaliado e aplicado em um exemplo com o intuito de expor a metodologia necessária para sua utilização.

4.4.1 Pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas

No instante em que os efeitos de segunda ordem do pórtico correspondem a 10% dos efeitos de primeira ordem, o deslocamento horizontal do pórtico passa a ser considerado o deslocamento limite de estabilidade. O processo analítico consiste em determinar o deslocamento horizontal de topo de um módulo-base a partir do deslocamento limite de estabilidade de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas. O valor do deslocamento horizontal de topo do módulo-base passa a ser um dado de entrada do problema, sendo utilizado para a determinação da rigidez dos pilares.

O deslocamento limite de estabilidade do pórtico (δ_1) é determinado pela Equação (3.14), com base na rigidez equivalente de estabilidade $[(EI)_{eq}]$ [Equação (4.26)], sendo convertido em deslocamento horizontal de topo do módulo-base (δ_m) a partir do coeficiente v_h [Equação (4.28)].

$$\delta_m = \frac{\delta_1}{v_h} \quad (4.28)$$

Ao tornar a rigidez dos pilares a variável dependente da Equação (4.11), a mesma passa a ser representada por uma equação do segundo grau, conforme está apresentado na Equação (4.29).

$$EI_p = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad (4.29)$$

As expressões das variáveis A, B e C estão representadas pelas Equações (4.30), (4.31) e (4.32), respectivamente.

$$A = 16 \cdot \delta_m \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) \quad (4.30)$$

$$B = -96 \cdot \delta_m \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p \cdot EI_v - q_h \cdot l_v \cdot l_p^4 \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) \quad (4.31)$$

$$C = 2 \cdot q_h \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p^5 \cdot EI_v \quad (4.32)$$

O pré-dimensionamento dos pilares passa pela determinação do seu momento de inércia (I_p), conforme está apresentado na Equação (4.33).

$$I_p = \frac{EI_p}{E_p} \quad (4.33)$$

Os pilares podem ser pré-dimensionados a partir de seções quadradas [Equação (4.34)] ou retangulares [Equação (4.35)]. A variável h_p representa a altura do pilar, enquanto que b_p está relacionado largura do mesmo.

$$h_p = (12 \cdot I_p)^{1/4} \quad (4.34)$$

$$h_p = \left(\frac{12 \cdot I_p}{b_p} \right)^{1/3} \quad (4.35)$$

O fluxograma da Figura 4.9 expõe a metodologia do processo analítico e numera suas etapas.

Figura 4.9 – Fluxograma do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de um pavimento com ligações rígidas e semirrígidas.

A Tabela 4.4 traz as formulações que estão associadas a cada uma das etapas do processo analítico.

Tabela 4.4 – Etapas e formulações do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares dos pórticos de um pavimento com ligações rígidas e semirrígidas.

Etapa	Formulação
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot q_v \cdot n_h \cdot l_v \cdot I_p^2 \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518}}{0,26 \cdot \beta \cdot (1 - 0,33)}$
2	$\delta_l = \frac{I_p}{8 \cdot (EI)_{eq}}$
3	$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42}$ $\delta_m = \frac{\delta_l}{v_h}$
4	$A = 16 \cdot \delta_m \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2)$ $B = -96 \cdot \delta_m \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p \cdot EI_v - l_v \cdot l_p^4 \cdot (\alpha_{R,eq} - 2)$ $C = 2 \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p^5 \cdot EI_v$ $EI_p = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$
5	$I_p = \frac{EI_p}{E_p}$
6	$h_p = (12 \cdot I_p)^{1/4}$
7	$h_p = \left(\frac{12 \cdot I_p}{b_p} \right)^{1/3}$

4.4.2 Pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas

O processo analítico responsável em pré-dimensionar os pilares de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas apresenta duas etapas adicionais em relação ao processo analítico apresentado na seção anterior. Nesse processo analítico, o deslocamento limite de estabilidade é convertido em deslocamento horizontal de topo de um pórtico com um pavimento e com mesmo número de módulos horizontais (δ_l).

Primeiramente, o deslocamento limite de estabilidade, representado deslocamento horizontal de topo do pórtico (δ_p), é convertido em deslocamento médio da estrutura (δ_{med}) através do coeficiente k , conforme está apresentado na Equação (4.36).

$$\delta_{med} = \delta_p \cdot \left(\frac{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518}}{n_v \cdot 0,33} \right) \quad (4.36)$$

A determinação do deslocamento horizontal de topo do pórtico de um pavimento (δ_1) é realizada a partir da divisão do deslocamento médio do pórtico pelo número de módulos verticais (n_v) [Equação (4.37)].

$$\delta_1 = \frac{\delta_{med}}{n_v} \quad (4.37)$$

O fluxograma e as formulações do processo analítico estão apresentados na Figura 4.10 e na Tabela 4.5, respectivamente.

Figura 4.10 – Fluxograma do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de múltiplos pavimento com ligações rígidas.

Tabela 4.5 – Etapas e formulações do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares dos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas.

Etapa	Formulação
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}$
2	$\delta_p = \frac{n_v \cdot l_p}{8 \cdot (EI)_{eq}}$
3	$\delta_{med} = \delta_p \cdot \left(\frac{0,67 \cdot n_v}{n_v \cdot 0,33} \right)$
4	$\delta_l = \frac{\delta_{med}}{n_v}$
5	$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42}$ $\delta_m = \frac{\delta_l}{v_h}$
6	$A = -16 \cdot \delta_m \cdot l_v$ $B = -96 \cdot \delta_m \cdot l_p \cdot EI_v + n_v \cdot l_v \cdot l_p^4$ $C = 2 \cdot l_p^5 \cdot EI_v \cdot n_v$ $EI_p = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$
7	$I_p = \frac{EI_p}{E_p}$
8	$h_p = (12 \cdot I_p)^{1/4}$
9	$h_p = \left(\frac{12 \cdot I_p}{b_p} \right)^{1/3}$

4.4.3 Pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas

Para os pórticos planos com ligações articuladas, o contraventamento da estrutura é realizado exclusivamente pelos seus pilares constituintes. Portanto, o processo analítico para pré-dimensionar os pilares desse tipo de estrutura consiste em dividir a rigidez equivalente de estabilidade entre os pilares constituinte do pórtico, conforme está apresentado na Equação (4.38).

$$EI_p = \frac{(EI)_{eq}}{n_h + 1} \quad (4.38)$$

As etapas do processo analítico relacionadas à determinação do momento de inércia e das dimensões dos pilares seguem a mesma metodologia do processo analítico apresentado na seção 4.4.1.

O fluxograma e as formulações do processo analítico estão apresentados na Figura 4.11e na Tabela 4.6, respectivamente.

Figura 4.11 – Fluxograma do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.

Tabela 4.6 – Etapas e formulações do processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares dos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.

Etapa	Formulação
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}$
2	$EI_p = \frac{(EI)_{eq}}{n_h + 1}$
3	$I_p = \frac{EI_p}{E_p}$
4	$h_p = (12 \cdot I_p)^{1/4}$
5	$h_p = \left(\frac{12 \cdot I_p}{b_p} \right)^{1/3}$

4.4.4 Aferição dos processos analíticos

A aferição dos processos analíticos é realizada a partir da aplicação dos mesmos em exemplos. O processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas é aplicado nos seis primeiros exemplos. Os exemplos compreendidos no intervalo de 7 a 13 são responsáveis por avaliar o processo analítico relacionado aos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas. Os sete últimos exemplos são utilizados para aferir o processo analítico de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas. Os exemplos são obtidos a partir da variação de um pórtico de referência, que está ilustrado na Figura (3.15). O significado e as considerações das variáveis do pórtico de referência são similares ao apresentado na seção 3.4.2.1.

Os pórticos são pré-dimensionados com seção quadrada, tendo a dimensão h_p como resultado do processo analítico. A avaliação do processo analítico é realizada através da determinação do parâmetro de estabilidade γ_z dos pórticos que tiveram seus pilares pré-dimensionados. Os resultados e as configurações dos pórticos de cada um dos exemplos estão reunidos na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Configuração dos pórticos tomados como exemplo.

Nº	n_h	n_v	l_p (m)	l_v (m)	b_v (m)	h_v (m)	$f_{ck,p}$ (MPa)	$f_{ck,v}$ (MPa)	β	$\alpha_{R,p}$	$\alpha_{r,n}$	$\alpha_{R,eq}$	q_v (kN/m)	h_p (m)	γ_z
1	10	1	6,0	10,0	0,50	1,00	40,0	40,0	0,60	0,10	0,30	0,21	50,0	0,33	1,11
2	4	1	5,0	10,0	0,50	1,00	40,0	40,0	0,60	0,60	0,80	0,73	30,0	0,25	1,11
3	6	1	4,0	9,0	0,45	0,90	35,0	35,0	0,60	0,30	0,50	0,42	35,0	0,24	1,10
4	3	1	3,0	9,0	0,45	0,90	35,0	35,0	0,60	0,40	0,60	0,52	60,0	0,23	1,10
5	5	1	6,0	8,5	0,40	0,80	40,0	40,0	0,60	0,10	0,50	0,36	45,0	0,30	1,11
6	7	1	5,0	8,5	0,40	0,80	35,0	35,0	0,60	0,20	0,40	0,31	40,0	0,30	1,08
7	3	3	3,0	8,0	0,40	0,80	30,0	30,0	0,70	1,00	1,00	1,00	40,0	0,26	1,10
8	5	6	3,0	8,0	0,40	0,80	30,0	30,0	0,70	1,00	1,00	1,00	50,0	0,34	1,11
9	4	9	4,0	7,5	0,30	0,70	40,0	40,0	0,70	1,00	1,00	1,00	75,0	0,60	1,08
10	3	12	3,0	7,5	0,30	0,70	35,0	35,0	0,70	1,00	1,00	1,00	40,0	0,39	1,11
11	6	15	4,0	7,0	0,30	0,70	40,0	40,0	0,70	1,00	1,00	1,00	60,0	0,45	1,11
12	8	18	3,0	7,0	0,30	0,70	40,0	40,0	0,70	1,00	1,00	1,00	50,0	0,44	1,11
13	5	20	3,0	5,0	0,30	0,60	40,0	40,0	0,70	1,00	1,00	1,00	30,0	0,35	1,10
14	4	3	3,0	6,5	0,30	0,60	40,0	40,0	0,60	0,00	0,00	0,00	50,0	0,54	1,10
15	2	6	4,0	6,0	0,30	0,60	40,0	40,0	0,60	0,00	0,00	0,00	50,0	0,93	1,10
16	7	9	3,0	6,0	0,30	0,60	40,0	40,0	0,60	0,00	0,00	0,00	60,0	1,20	1,10
17	6	12	3,0	7,0	0,30	0,70	35,0	35,0	0,60	0,00	0,00	0,00	55,0	1,55	1,09
18	3	15	3,0	5,0	0,20	0,50	35,0	35,0	0,60	0,00	0,00	0,00	50,0	1,55	1,10
19	5	18	3,0	5,0	0,20	0,50	30,0	30,0	0,60	0,00	0,00	0,00	60,0	1,93	1,10
20	4	20	3,0	4,0	0,20	0,50	40,0	40,0	0,60	0,00	0,00	0,00	50,0	1,80	1,10

De uma maneira geral, os processos analíticos apresentaram resultados satisfatórios, já o parâmetro de estabilidade γ_z apresentou valores próximos a 1,10 para cada um dos exemplos analisados. Os resultados do coeficiente γ_z dos pórticos analisados variaram de 1,08 a 1,11.

4.4.5 Exemplo de aplicação do processo analítico

A presente seção tem como objetivo expor a metodologia necessária para a utilização dos processos analíticos desenvolvidos para realizar o pré-dimensionamento dos pilares de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas e pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas e articuladas.

Os dados do exemplo utilizados para apresentar a aplicação do processo analítico relacionado aos pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas e do processo analítico relacionado aos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas são baseados no pórtico de contraventamento da direção X da estrutura apresentada na seção 3.4.2.1. Para exemplificar a aplicação do processo analítico referente aos pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas, o pórtico de contraventamento é modificado, passando a apresentar apenas um pavimento. Em relação à exemplificação do processo analítico relacionado aos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas, o pórtico tomado como exemplo também é modificado. A modificação está relacionada às ligações, que passam a apresentar comportamento rígido.

Os dados do exemplo utilizados para apresentar a aplicação do processo analítico relacionado aos pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas são baseados no pórtico de contraventamento da direção Y da estrutura apresentada na seção 3.4.2.1.

Para os pórticos constituídos por ligações com comportamento articulado e semirrígido, o coeficiente de ponderação da rigidez conjunta dos pilares e vigas apresenta valor igual a 0,6. Para pórticos com ligações rígidas, o ponderador apresenta valor igual a 0,7.

O valor da ação horizontal não interfere nos resultados dos processos analíticos, sendo considerada, nos exemplos, a partir de uma força unitária uniformemente distribuída (1kN/m) ao longo do comprimento do pilar.

4.4.5.1 Pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas

O processo analítico necessita das informações do pórtico relacionadas ao número de módulos horizontais (n_h), comprimento dos pilares (l_p) e vigas (l_v), módulo de elasticidade dos pilares (E_v), rigidez das vigas (EI_v), coeficiente que pondera de forma conjunta a rigidez dos pilares e vigas (β), fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$) e ação vertical (q_v).

Os dados de entrada e a resolução do processo analítico estão apresentados nas Tabela 4.8 e Tabela 4.9, respectivamente.

Tabela 4.8 – Resumo dos dados do exemplo de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas.

Dados do problema	Valores
n_h	3
l_p	4,00 m
l_v	7,50 m
E_p	$35,41 \cdot 10^3$ MPa
EI_v	$1,10 \cdot 10^6$ kN.m ²
β	0,60
$\alpha_{R,eq}$	0,21
q_v	76,80 kN/m

Tabela 4.9 – Aplicação do processo analítico de pré-dimensionamento de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas.

Etapa	Resolução
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot 76,80 \cdot 3 \cdot 7,50 \cdot 4,00^2 \cdot 0,21^{0,0518}}{0,26 \cdot 0,60 \cdot (1 - 0,33)} \therefore (EI)_{eq} = 163,46 \cdot 10^3 \text{ kN.m}^2$
2	$\delta_1 = \frac{4,00}{8 \cdot 163,46 \cdot 10^3} \therefore \delta_1 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
3	$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot 3 + 0,42} \therefore v_h = 0,47$ $\delta_m = \frac{0,196 \cdot 10^{-3}}{0,47} \therefore \delta_m = 0,417 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
4	$A = 16 \cdot 0,417 \cdot 10^{-3} \cdot 7,50 \cdot (0,21 - 2) \therefore A = -0,09$ $B = -96 \cdot 0,417 \cdot 10^{-3} \cdot 0,21 \cdot 4,00 \cdot 1,10 \cdot 10^6 - 7,50 \cdot 4,00^4 \cdot (0,21 - 2) \therefore B = -33,54 \cdot 10^3$ $C = 2 \cdot 0,21 \cdot 4,00^5 \cdot 1,10 \cdot 10^6 \therefore C = 473,08 \cdot 10^6$ $EI_p = \frac{33,54 \cdot 10^3 - \sqrt{(-33,54 \cdot 10^3)^2 + 4 \cdot 0,09 \cdot 473,08 \cdot 10^6}}{-2 \cdot 0,09} \therefore EI_p = 13,60 \cdot 10^3 \text{ kN.m}^2$
5	$I_p = \frac{13,60 \cdot 10^3}{35,41 \cdot 10^6} \therefore I_p = 0,384 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
6	$h_p = (12 \cdot 0,384 \cdot 10^{-3})^{1/4} \therefore h_p = 0,26 \text{ m}$

Portanto, os pilares necessitam de uma seção com dimensões mínimas de 26 cm x 26 cm para que o pórtico possa ser considerado estável.

4.4.5.2 Pórtico de múltiplos pavimentos com ligações rígidas

O processo analítico necessita das informações do pórtico relacionadas ao número de módulos horizontais (n_h) e verticais (n_v), comprimento dos pilares (l_p) e vigas (l_v), módulo de elasticidade dos pilares (E_v), rigidez das vigas (EI_v), coeficiente que pondera de forma conjunta a rigidez dos pilares e vigas (β), fator de restrição equivalente ($\alpha_{R,eq}$) e ação vertical (q_v).

Os dados de entrada e a resolução do processo analítico estão apresentados nas Tabela 4.10 e Tabela 4.11, respectivamente.

Tabela 4.10 – Resumo dos dados do exemplo de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas.

Dados do problema	Valores
n_h	3
n_v	2
l_p	4,00 m
l_v	7,50 m
E_p	$35,41 \cdot 10^3$ MPa
EI_v	$1,10 \cdot 10^6$ kN.m ²
β	0,70
q_v	76,80 kN/m

Tabela 4.11 – Aplicação do processo analítico de pré-dimensionamento de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas.

Etapa	Resolução
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot 76,80 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 7,50 \cdot 4,00^2}{0,26 \cdot 0,70 \cdot (2 - 0,33)} \therefore (EI)_{eq} = 975,14 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
2	$\delta_p = \frac{2 \cdot 4,00}{8 \cdot 975,14 \cdot 10^3} \therefore \delta_p = 0,525 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
3	$\delta_{med} = 0,525 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{0,67 \cdot 2}{2 \cdot 0,33} \right) \therefore \delta_{med} = 0,421 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
4	$\delta_1 = \frac{0,421 \cdot 10^{-3}}{2} \therefore \delta_1 = 0,211 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
5	$v_h = \frac{1}{0,57 \cdot 3 + 0,42} \therefore v_h = 0,47$ $\delta_m = \frac{0,211 \cdot 10^{-3}}{0,47} \therefore \delta_m = 0,449 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
6	$A = -16 \cdot 0,449 \cdot 10^{-3} \cdot 7,50 \therefore A = -0,05$ $B = -96 \cdot 0,449 \cdot 10^{-3} \cdot 4,00 \cdot 1,10 \cdot 10^6 + 2 \cdot 7,50 \cdot 4,00^4 \therefore B = -18,56 \cdot 10^3$ $C = 2 \cdot 4,00^5 \cdot 1,10 \cdot 10^6 \cdot 2 \therefore C = 4,50 \cdot 10^9$ $EI_p = \frac{0,05 - \sqrt{(-18,56 \cdot 10^3)^2 + 4 \cdot 0,05 \cdot 4,50 \cdot 10^9}}{-2 \cdot 0,05} \therefore EI_p = 24,09 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
7	$I_p = \frac{24,09 \cdot 10^3}{35,41 \cdot 10^6} \therefore I_p = 0,680 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
8	$h_p = (12 \cdot 0,680 \cdot 10^{-3})^{1/4} \therefore h_p = 0,30 \text{ m}$

Portanto, os pilares necessitam de uma seção com dimensões mínimas de 30 cm x 30 cm para que o pórtico possa ser considerado estável.

4.4.5.3 Pórtico de múltiplos pavimentos com ligações articuladas

O processo analítico necessita das informações do pórtico relacionadas ao número de módulos horizontais (n_h) e verticais (n_v), comprimento dos pilares (l_p) e vigas (l_v), módulo de elasticidade dos pilares (E_p), coeficiente que pondera de forma conjunta a rigidez dos pilares e vigas (β) e ação vertical (q_v).

Os dados de entrada e a resolução do processo analítico estão apresentados nas Tabela 4.12 e Tabela 4.13, respectivamente.

Tabela 4.12 – Resumo dos dados do exemplo de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.

Dados do problema	Valores
n_h	4
n_v	2
l_p	4,00 m
l_v	10,00 m
E_p	$35,41 \cdot 10^3$ MPa
β	0,60
q_v	59,02 kN/m

Tabela 4.13 – Aplicação do processo analítico de pré-dimensionamento de pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas.

Etapa	Resolução
1	$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot 59,02 \cdot 4 \cdot 2^2 \cdot 10,00 \cdot 4,00^2}{0,26 \cdot 0,60 \cdot (2^{1,11} - 0,43)} \therefore (EI)_{eq} = 1,27 \cdot 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
2	$EI_p = \frac{1,27 \cdot 10^6}{4 + 1} \therefore EI_p = 255,51 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
3	$I_p = \frac{255,51 \cdot 10^3}{35,41 \cdot 10^6} \therefore I_p = 7,21 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
4	$h_p = (12 \cdot 7,21 \cdot 10^{-3})^{1/4} \therefore h_p = 0,54 \text{ m}$

Portanto, os pilares necessitam de uma seção com dimensões mínimas de 54 cm x 54 cm para que o pórtico possa ser considerado estável.

4.5 Síntese do capítulo

A presente seção tem a finalidade de reunir e sintetizar os resultados apresentados no capítulo. A Tabela 4.14 traz as formulações do deslocamento horizontal de topo do módulo-base e do pórticos com um pavimento. Também estão relacionadas às expressões da rigidez equivalente de estabilidade.

Tabela 4.14 – Síntese dos resultados obtidos no capítulo

Descrição	Formulação
Deslocamento horizontal de topo de módulos-base com ligações rígidas, submetidos a uma ação horizontal distribuída:	$\delta_{mr} = \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot (l_v \cdot EI_p + 2 \cdot l_p \cdot EI_v)}{16 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot l_p \cdot EI_v + l_v \cdot EI_p)}$
Deslocamento horizontal de topo de módulos-base com ligações rígidas, submetidos a uma ação horizontal concentrada:	$\delta_{mr} = \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot (3 \cdot EI_v \cdot l_p + 2 \cdot EI_p \cdot l_v)}{12 \cdot EI_p \cdot (6 \cdot EI_v \cdot l_p + EI_p \cdot l_v)}$
Deslocamento horizontal de topo de módulos-base com ligações semirrígidas, submetidos a uma ação horizontal distribuída:	$\delta_m = \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 2 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]}{16 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]}$
Deslocamento horizontal de topo de módulos-base com ligações semirrígidas, submetidos a uma ação horizontal concentrada:	$\delta_m = \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot [2 \cdot EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 3 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}{12 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}$
Deslocamento horizontal de topo de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas, submetidos a uma ação horizontal distribuída:	$\delta_1 = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42} \cdot \left\{ \frac{q_h \cdot l_p^4 \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 2 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]}{16 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot \alpha_{R,eq} \cdot l_p]} \right\}$
Deslocamento horizontal de topo de pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas, submetidos a uma ação horizontal concentrada:	$\delta_1 = \frac{1}{0,57 \cdot n_h + 0,42} \cdot \left\{ \frac{p_h \cdot l_p^3 \cdot [2 \cdot EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 3 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]}{12 \cdot EI_p \cdot [EI_p \cdot l_v \cdot (\alpha_{R,eq} - 2) - 6 \cdot EI_v \cdot l_p \cdot \alpha_{R,eq}]} \right\}$
Rigidez equivalente de estabilidade:	$(EI)_{eq} = \frac{k \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta}$
Rigidez equivalente de estabilidade de pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações rígidas e semirrígidas:	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot n_v \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518} \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} \neq 0)$
Rigidez equivalente de estabilidade de pórticos planos em concreto pré-moldado com ligações articuladas:	$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot n_v \cdot P_k \cdot H^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} = 0)$
Rigidez equivalente de estabilidade de pórticos planos em concreto pré-moldado regulares com ligações rígidas e semirrígidas:	$(EI)_{eq} = \frac{0,67 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2 \cdot \alpha_{R,eq}^{0,0518}}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v - 0,33)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} \neq 0)$
Rigidez equivalente de estabilidade de pórticos planos em concreto pré-moldado regulares com ligações articuladas:	$(EI)_{eq} = \frac{0,57 \cdot q_v \cdot n_h \cdot n_v^4 \cdot l_v \cdot l_p^2}{0,26 \cdot \beta \cdot (n_v^{1,11} - 0,43)}, \text{ para } (\alpha_{R,eq} = 0)$

Onde:

- EI_p : rigidez flexão dos pilares;
- EI_v : rigidez flexão das vigas;
- $(EI)_{eq}$: rigidez equivalente de estabilidade;
- H : altura total da estrutura;
- k : relação entre o deslocamento horizontal médio e de topo;
- l_p : comprimento dos pilares (modulação vertical do pórtico);
- l_v : comprimento das vigas (modulação vertical do pórtico);
- n_h : número de módulos horizontais componentes do pórtico;
- n_v : número de módulos verticais componentes do pórtico;
- p_h : ação horizontal concentrada com valor característico;
- P_k : Resultante das ações verticais do pórtico com valor característico;
- q_h : ação horizontal distribuída ao longo do pilar com valor característico;
- q_v : ação horizontal distribuída ao longo da viga com valor característico;
- $\alpha_{R,eq}$: fator de restrição equivalente das ligações;

O capítulo ainda apresenta os processos analíticos para o pré-dimensionamento dos pilares componentes de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global. Os processos analíticos relacionados aos pórticos de um pavimento com ligações semirrígidas, pórticos de múltiplos pavimentos com ligações rígidas e pórticos de múltiplos pavimentos com ligações articuladas estão apresentados nas Tabela 4.4, Tabela 4.5 e Tabela 4.6, respectivamente.

5 PROGRAMA COMPUTACIONAL

O presente capítulo tem como objetivo apresentar as considerações sobre o Programa de Avaliação da Estabilidade Global e Pré-dimensionamento de Pórticos Planos em Concreto Pré-moldado, denominado PRÉ-MOLDIM.

O programa é constituído por quatro módulos, sendo eles: Módulo de Avaliação da Estabilidade Global de Pórticos Planos em Concreto Pré-Moldado (AV-EST), Módulo de Pré-dimensionamento dos Pilares de Pórticos Planos em Concreto Pré-moldado (PRÉ-PIL), Módulo de Pré-dimensionamento da Rigidez das Ligações de Pórticos Planos em Concreto Pré-moldado (PRÉ-LIG) e Módulo de Dimensionamento de uma Ligação Típica em Concreto Pré-moldado (DIM-LIG).

O módulo AV-EST realiza a avaliação da estabilidade global e verificação da deslocabilidade lateral de pórticos planos em concreto pré-moldado. O módulo PRÉ-PIL tem o objetivo de definir as dimensões mínimas dos pilares componentes de pórticos planos em concreto pré-moldado em função da garantia da estabilidade global e do deslocamento lateral admissível. O módulo PRÉ-LIG define o valor da rigidez das ligações de pórticos planos em concreto pré-moldado necessário para que sejam atendidos os quesitos de estabilidade global e deslocamento lateral admissível. O módulo DIM-LIG realiza o dimensionamento da armadura de continuidade da tipologia de ligação apresentada na seção 2.5.3. O dimensionamento da armadura de continuidade é realizado em função da garantia da estabilidade global e do deslocamento lateral admissível de pórticos planos em concreto pré-moldado.

No capítulo, são abordados os temas relacionados aos aspectos gerais e computacionais do programa. Ainda, são apresentadas informações sobre a interface do gerenciador do programa e da entrada e saída de dados de cada um dos seus módulos. Após a apresentação do programa, são expostos exemplos de aplicação de cada um dos módulos componentes do programa.

5.1 Aspectos gerais do programa

Os pórticos considerados no programa computacional são constituídos pela associação de módulos horizontais e verticais. A regularidade dos pórticos é refletida na padronização dos espaçamentos entre os pilares e entre as vigas, configurando a modulação horizontal e vertical, respectivamente. A regularidade também se faz presente na geometria e

propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais componentes. Portanto, há uma padronização da rigidez à flexão dos pilares (k_p) e rigidez à flexão das vigas (k_v).

O programa considera pórticos engastados nas fundações submetidos a ações horizontais e verticais. A ação vertical é composta pelas ações permanentes (F_g) e variáveis (F_q), que estão distribuídas uniformemente sobre as vigas. As ações verticais são utilizadas para a determinação do coeficiente γ_z , que segundo o ABNT NBR 6118 (2007), devem ser consideradas através de uma combinação última. Para a verificação do estado limite último de instabilidade, a ação variável vertical é considerada como principal.

A ação horizontal foi utilizada para a determinação do deslocamento de primeira ordem da estrutura e do momento de tombamento necessário para o cálculo do coeficiente γ_z . A ação horizontal é representada pela ação do vento (F_v), conforme as especificações da ABNT NBR 6123 (1988), sendo aplicadas sob a forma de carga concentrada nos nós externos de interseção entre os pavimentos. Na verificação do estado limite último de instabilidade, a ação do vento é considerada na combinação última normal como ação variável secundária. Na verificação do estado limite de deformação, a ação do vento é considerada na combinação frequente como ação variável principal.

Os detalhes e as informações adicionais sobre o pórtico de referência considerado no programa computacional estão reunidos na Figura 5.1.

Figura 5.1 – Detalhes do pórtico de referência considerados no programa computacional.

As ligações consideradas nos programas apresentam comportamento rígido, semirrígido e articulado. A semirrigidez das ligações pode assumir o comportamento simétrico e assimétrico.

O coeficiente γ_z é tomado como referência para a avaliação da estabilidade global e para o pré-dimensionamento dos pilares e da rigidez das ligações em relação ao estado limite último. Para o estado limite de serviço, a avaliação da deslocabilidade e pré-dimensionamento tem como referência o deslocamento horizontal de topo do pórtico, que é expresso em valores relativos, através da relação entre a altura do pórtico e o deslocamento horizontal de topo. Os limites podem ser atribuídos segundo recomendações normativas ou de forma personalizada. O pré-dimensionamento tanto dos pilares quanto da rigidez das ligações é realizado para o caso último e de serviço, sendo considerado o resultado que atender à garantia de ambos os casos.

No módulo DIM-LIG, o dimensionamento da armadura de continuidade da ligação é realizado a partir do processo analítico apresentado na seção 2.5.3.1.

5.2 Aspectos computacionais do programa

O programa computacional, implementado em linguagem VISUAL BASIC, realiza análises lineares estáticas de pórticos planos através da utilização do Método dos Elementos Finitos. Cada trecho dos elementos estruturais é representado numericamente por um elemento finito de pórtico plano contendo três graus de liberdade por nó, sendo dois de translação e um de rotação (Figura 5.2).

Figura 5.2 – Esquema da discretização dos pórticos em elementos finitos.

Os códigos dos módulos do programa são constituídos por seis seções, sendo elas: declaração das variáveis, sub-rotinas de pré-processamento, sub-rotinas de processamento,

sub-rotinas de pós-processamento, execução do módulo e sub-rotinas relacionadas à interface dos módulos.

Na seção referente ao pré-processamento dos módulos, é realizada a geração da malha de elementos finitos, o cadastramento dos dados geométricos do pórtico, o cadastramento das propriedades geométrica e mecânica dos materiais dos elementos estruturais, a determinação do ponderador da rigidez das vigas para consideração simplificada da semirrigidez das ligações, a determinação das ações verticais e horizontais e a realização das combinações das ações dos estados limite último e de serviço.

A seção referente ao processamento dos módulos foi baseada no código computacional apresentado por Paiva (2012). Essa seção é constituída por sub-rotinas responsáveis pela montagem da matriz de rigidez local e global dos pórticos planos, pela montagem do vetor de forças locais e globais, e pela determinação dos deslocamentos horizontais de primeira ordem dos pórticos para as combinações última e de serviço. Essa seção ainda é responsável pela avaliação da estabilidade global dos pórticos a partir da determinação do coeficiente γ_z . No módulo DIM-LIG, a seção relacionada ao processamento é responsável em dimensionar a armadura de continuidade da tipologia de ligação considerada.

A seção relacionada ao pós-processamento é responsável em expor os resultados do processamento dos módulos. Os resultados são organizados em três estruturas visuais dos módulos, denominadas resumo, detalhes e resultados.

O módulo AV-EST realiza a análise linear de pórticos submetidos a dois casos de ações horizontais. No primeiro caso, as ações horizontais fazem parte da combinação de serviço, sendo utilizadas para a determinação do deslocamento lateral de topo do pórtico. Esse deslocamento é utilizado para avaliação da deslocabilidade do pórtico. No segundo caso, as ações horizontais fazem parte da combinação última, sendo utilizadas para a determinação dos deslocamentos laterais do pórtico. Os deslocamentos laterais dos pórticos são utilizados para a determinação dos seus momentos de segunda ordem, necessários para a determinação do coeficiente γ_z .

O módulo PRÉ-PIL realiza análise iterativa de pórticos para os estados limites último e de serviço. Para o estado limite último, a geometria dos pilares do pórtico é alterada progressivamente até que o critério de estabilidade seja satisfeito. No estado limite de serviço, o mesmo processo se repete até que o critério de deslocamento lateral do pórtico seja atendido. Após o pré-dimensionamento da seção dos pilares pelos dois processos, é selecionada aquela que atenda ambos os casos.

O módulo PRÉ-LIG realiza o pré-dimensionamento da rigidez das ligações para os estados limites último e de serviço. Para cada dos estados limites, o módulo realiza uma análise iterativa de pórticos, alterando progressivamente a rigidez das ligações. Para o estado limite último, o processo iterativo é realizado até que o critério de estabilidade seja satisfeito, quanto que no estado limite de serviço, o processo iterativo é realizado até que o critério de deslocabilidade lateral do pórtico seja atendido. Após o pré-dimensionamento da rigidez das ligações para os estados limites último e de serviço, é selecionada aquela que atenda ambos os casos.

Antes de iniciar o processo iterativo de pré-dimensionamento da rigidez das ligações, são realizadas, para os estados limites último e de serviço, duas verificações iniciais. A primeira verificação tem o objetivo avaliar se o pórtico com ligações articuladas é capaz de satisfazer os critérios de estabilidade e deslocabilidade. Se essa verificação for satisfeita [Figura 5.3 (a) e Figura 5.4 (a)], as ligações são pré-dimensionadas com comportamento articulado. A segunda verificação tem o objetivo avaliar se o pórtico com ligações rígidas não é capaz de satisfazer os critérios de estabilidade e deslocabilidade. Caso a verificação seja satisfeita [Figura 5.3 (b) e Figura 5.4 (b)], há a necessidade de redimensionar os elementos estruturais do pórtico. Casos as duas verificações não sejam satisfeitas [Figura 5.3 (c) e Figura 5.4 (c)], inicia-se o processo iterativo para pré-dimensionar a rigidez das ligações.

Figura 5.3 – Verificação inicial do processamento do módulo PRÉ-LIG em relação ao estado limite último.

Figura 5.4 – Verificação inicial do processamento do módulo PRÉ-LIG em relação ao estado limite de serviço.

No módulo DIM-LIG, a rigidez das ligações ao momento fletor positivo é determinada segundo o processo analítico apresentado na seção 2.5.3.2, enquanto que a rigidez da ligação ao momento fletor negativo é determinado a partir do processo iterativo. O valor da rigidez da ligação, definida através do processo iterativo, é utilizado como informação de referência para o dimensionamento da armadura de continuidade da ligação através do processo analítico apresentado na seção 2.5.3.1. O dimensionamento da armadura de continuidade é realizado através de um processo iterativo. O valor da área de armadura é alterado progressivamente e utilizada pelo processo analítico para a determinação da rigidez da tipologia de ligação analisada. O processo se repete até que a rigidez da ligação, calculada pelo processo analítico a partir da área da armadura de continuidade, seja igual ou superior à rigidez de ligação necessária para garantir que o quesito de estabilidade ou de deslocabilidade lateral do pórtico seja satisfeito.

A semirrigidez das ligações é considerada no programa através da ponderação do coeficiente de rigidez à flexão das vigas com base na teoria apresentada em na seção 2.6.

A não-linearidade física é considerada no programa de forma simplificada através de dois coeficientes de ponderação da rigidez à flexão dos pilares e vigas, conforme a teoria apresentada na seção 2.2.2. Os coeficientes de ponderação incidem na matriz de rigidez dos elementos estruturais multiplicando seus coeficientes de rigidez à flexão.

5.3 Gerenciador e interface principal do programa

O Gerenciador do programa tem a finalidade de reunir os módulos componentes do programa (Figura 5.5). Nele constam os botões de acesso aos módulos AV-EST (1), PRÉ-PIL (2), PRÉ-LIG (3) e DIM-LIG (4). O Gerenciador ainda conta com estruturas responsáveis em apresentar o título (5) e as informações (6) dos módulos.

Figura 5.5 – Gerenciador do programa.

As interfaces principais dos módulos do programa são iguais. Na interface estão relacionadas nove estruturas principais (Figura 5.6), sendo elas: botões relacionados aos dados de entrada (1), espaço destinado à entrada de dados (2), local reservado à apresentação do resumo do processamento (3), espaço destinado à apresentação das informações dos dados de entrada (4), botão para execução do processamento dos módulos (5), local reservado para a exposição dos detalhes do pórtico pré-dimensionado (6), espaço destinado à apresentação dos resultados (7), botão para retornar ao Gerenciador do programa (8) e botão para realizar a finalização do programa (9).

Figura 5.6 – Interface principal dos módulos do programa.

5.4 Entrada de dados do programa

A entrada de dados de cada um dos módulos do programa está organizada a partir de nove estruturas (Figura 5.7). As estruturas reúnem as informações sobre a geometria do pórtico (1), geometria dos pilares (2), geometria das vigas (3), propriedade mecânica dos materiais componentes dos elementos estruturais (4), características das ligações (5), ações verticais (6) e ações horizontais (7). A oitava estrutura (8) tem o objetivo de reunir os critérios pertinentes aos módulos do programa.

Figura 5.7 – Organização da entrada de dados dos módulos do programa.

5.4.1 Geometria do pórtico

A interface da entrada de dados dos módulos do programa relacionada à geometria do pórtico está apresentada na Figura 5.8. A interface reúne as informações sobre a modulação do módulo-base (1) e o número de módulos componentes do pórtico (2). São definidas a modulação horizontal (L_h) e vertical (L_v) e a quantidade de módulos horizontais (n_h) e verticais (n_v) associados.

Figura 5.8 – Interface dos módulos do programa relacionada as propriedades geométricas do pórtico.

As informações da geometria do pórtico são utilizadas na definição das coordenadas dos nós da estrutura e da conectividade entre as barras, que são necessárias para geração da malha de elementos finitos da estrutura. O comprimento da viga, representada pela modulação horizontal do pórtico, é utilizado para a determinação das rigidezes das ligações segundo a Equação (2.80) e fator de restrição das ligações segundo Equação (2.53). A combinação das informações sobre a modulação vertical do pórtico e o número de módulos verticais é utilizada para a determinação dos momentos de primeira ordem no cálculo do γ_z e para a determinação do deslocamento lateral limite do pórtico.

5.4.2 Geometria dos pilares

Nos módulos AV-EST, PRÉ-LIG e DIM-LIG, a geometria dos pilares podem ser definidas a partir de seções quadrada ou retangular (1) e seção qualquer (2), conforme apresentado na Figura 5.9.

Figura 5.9 – Tipos de seções dos pilares presentes nos módulos AV-EST, PRÉ-LIG e DIM-LIG.

Nos pilares de seção quadrada ou retangulares deve ser definida a dimensão da altura (h) e largura (b) do pilar conforme está apresentada na Figura 5.10 (a).

Nos pilares de seção qualquer, são exigidas as informações relacionadas à área (A_p) e o momento de inércia (I_p) dos pilares [Figura 5.10 (b)].

Figura 5.10 – Interface dos módulos AV-EST, PRÉ-LIG e DIM-LIG relacionada às propriedades geométricas dos pilares.

As dimensões da seção dos pilares quadrados ou retangulares são utilizadas, nos módulos do programa, para a determinação da área e momento de inércia dos mesmos. As propriedades geométricas dos pilares são utilizadas para a determinação dos coeficientes de rigidez axial e de flexão dos mesmos.

No módulo PRÉ-PIL, os pilares podem ser pré-dimensionados com seção quadrada ou retangular (1), conforme está apresentado na Figura 5.11. Para a seção retangular, deve ser definida a largura da seção dos pilares (b), enquanto que a altura da seção do mesmo é determinada pelo processamento do módulo.

Figura 5.11 – Interface do módulo PRÉ-PIL relacionada as propriedades geométricas dos pilares.

5.4.3 Geometria das vigas

Nos módulos AV-EST, PRÉ-PIL e PRÉ-LIG, a geometria das vigas podem ser definidas a partir de seções retangular (1), seção I (2), seção T (3), seção T invertido (4), seção L (5) e seção qualquer (6), conforme apresentado na Figura 5.12.

Figura 5.12 – Tipos de seções das vigas presentes nos módulos AV-EST, PRÉ-PIL e PRÉ-LIG.

No módulo DIM-LIG, a geometria das vigas pode ser definida a partir da seção retangular (1), seção I (2), seção T (3) conforme apresentado na Figura 5.13.

Figura 5.13 – Tipos de seções das vigas presentes no módulo DIM-LIG.

A interface da entrada de dados da geometria das vigas com seção retangular, seção I, seção T, seção T invertido e seção L estão representadas pela Figura 5.14 (a). Para esses casos, devem ser definidas as dimensões da seção transversal da viga (1) e da capa de concreto moldada no local (2).

A interface da entrada de dados da geometria das vigas com seção qualquer está apresentada na Figura 5.14 (b). Para esse tipo de seção, deve ser definida a área (A_v) e o momento de inércia (I_v) da viga.

Figura 5.14 – Interface dos módulos do programa relacionada as propriedades geométricas das vigas.

As dimensões da seção das vigas são utilizadas, nos módulos do programa, para a determinação da área e momento de inércia dos mesmos. As propriedades geométricas das vigas são utilizadas para a determinação da rigidez axial e de flexão que compõem suas matrizes de rigidez. O momento de inércia da viga ainda é utilizado na determinação da rigidez e do fator de restrição das ligações.

Nó módulo DIM-LIG, a largura da capa de concreto (b_f) é utilizada na determinação da dimensão da região sob tensão de compressão na interface superior da extremidade da viga junto ao pilar (y_{cp}) e da área de concreto que envolve a armadura de continuidade ($A_{c,ef}$).

5.4.4 Propriedade mecânica dos materiais dos elementos estruturais

Nos módulos do programa, as propriedades mecânicas dos materiais dos pilares e vigas componentes do pórtico podem ser definidas através do processo normativo (1) ou de forma personalizada (2), conforme está apresentado na Figura 5.15.

Figura 5.15 – Maneira de considerar a propriedade mecânica dos elementos nos módulos dos programa.

As interfaces da entrada de dados relacionadas às propriedades mecânicas dos materiais pelo processo normativo e de forma personalizada estão apresentadas nas Figura 5.16 (a) e 5.16 (b), respectivamente. Em ambos os processos, são definidas as propriedades mecânica dos materiais dos pilares (1) e vigas (2) separadamente. Na interface do processo normativo, deve ser informado a resistência característica a compressão do concreto dos pilares ($f_{ck,p}$) e das vigas ($f_{ck,v}$) e seus respectivos ponderadores de rigidez (β_p e β_v). O valor da resistência dos elementos estruturais é utilizado na determinação dos seus módulos de elasticidades através da expressão normativa apresentada na Equação (3.30). Na interface da Figura 5.16 (b), o valor do módulos de elasticidade dos pilares (E_p) e vigas (E_v) devem ser informados de forma direta.

Figura 5.16 – Interface dos módulos do programa relacionado a propriedade mecânica dos materiais.

O módulo de elasticidade dos elementos estruturais é utilizado na determinação dos seus coeficientes de rigidez à flexão. Os coeficiente β_p e β_v tem a função de ponderar os coeficientes de rigidez à flexão dos pilares e vigas com o intuito de considerar o efeito da não-linearidade física de forma simplificada. O módulo de elasticidade das vigas e o ponderador da rigidez das vigas são utilizados para a determinação da rigidez e fator de restrição das ligações.

5.4.5 Propriedade das ligações

Nos módulos AV-EST e PRÉ-PIL, as propriedades das ligações podem ser determinadas de duas maneiras, através do fator de restrição (1) ou através da definição da rigidez à flexão das ligações (2), conforme está apresentado na Figura 5.17.

Figura 5.17 – Maneira de considerar a rigidez das ligações nos módulos AV-EST e PRÉ-PIL.

Na primeira maneira, as propriedades das ligações são definidas a partir do fator de restrição das ligações relacionadas ao momento fletor positivo ($\alpha_{R,p}$) e negativo ($\alpha_{R,n}$). Na segunda maneira, a consideração da propriedade das ligações é baseada na definição da rigidez das ligações ao momento fletor positivo ($R_{sec,p}$) e negativo ($R_{sec,v}$).

Figura 5.18 – Interfaces dos módulos AV-EST e PRÉ-PIL relacionadas a propriedades das ligações.

Os fatores de restrição podem assumir valores entre 1 e 0. Os limites superior e inferior correspondem aos casos de ligações com comportamento rígido e articulado, respectivamente.

A rigidez das ligações ao momento fletor positivo e negativo são utilizadas para a determinação dos seus respectivos fatores de restrição. O fator de restrição permite calcular o ponderador da rigidez das vigas do pórtico, simulando a semirrigidez das ligações de forma simplificada através da Equação (2.83).

No módulo PRÉ-LIG, o pré-dimensionamento da rigidez das ligações pode ser realizado para ligações com comportamento simétrico ou assimétrico (1), conforme está apresentando na Figura 5.19. Para os casos de pré-dimensionamento das ligações com comportamento assimétrico, há a necessidade de definir o comportamento das ligações para um dos casos de momentos fletor (2). A característica da ligação é definida pelo fator de restrição para o momento fletor selecionado. O comportamento da ligação para o outro momento fletor é determinado a partir do processamento do módulo, que é expresso em termos de rigidez à flexão da ligação.

Figura 5.19 – Interface do módulo PRÉ-LIG relacionada a propriedades das ligações.

No módulo DIM-LIG, devem ser definidas as características da tipologia de ligação relacionadas à geometria da extremidade da viga (1), propriedade do material de preenchimento da junta entre a superfície do pilar e da extremidade da viga (2), propriedades da capa de concreto moldado no local (3), propriedades do chumbador (4) e propriedades da armadura de continuidade (4), conforme está apresentado na Figura 5.20. Ainda devem ser definidos certos critérios relacionados ao processo analíticos de determinação da rigidez da tipologia de ligação (5).

Figura 5.20 – Dados da tipologia da ligação adotada no módulo DIM-LIG.

A interface da entrada de dados relacionada à geometria da extremidade da viga está representada na Figura 5.8. Nela constam as dimensões da altura (h_e), largura (b_w) e cobrimento (d'_e) da extremidade da viga.

Figura 5.21 – Interface do módulo PRÉ-LIG relacionada a geometria da extremidade da viga.

As dimensões da altura e do cobrimento da extremidade da viga são utilizadas pelo processo analítico de determinação da rigidez da ligação para o cálculo da distância da face inferior da extremidade da viga ao centro de rotação (y_{cr}) [Equação (2.68)]. A dimensão do cobrimento se faz presente na expressão de determinação da rigidez da ligação ao momento fletor negativo ($k_{\phi n}$) [Equação (2.69)]. A dimensão da largura da extremidade da viga é utilizada para a determinação do valor da rigidez correspondente à região comprimida junto à face inferior da extremidade da viga (k_g) [Equação (2.67)] e da dimensão da região sob tensão de compressão na interface inferior da extremidade da viga junto ao pilar (y_{cn}) [Equação (2.58)].

Na interface da entrada de dados relacionada à propriedade do material de preenchimento da junta entre a superfície do pilar e da extremidade da viga (Figura 5.22), estão relacionadas à tensão de compressão característica (f_{cg}) e a deformabilidade (D_{gi}) do material de preenchimento.

Figura 5.22 – Interface do módulo DIM-LIG relacionada ao material de preenchimento.

A tensão de compressão característica é utilizada na determinação da força de projeto responsável pela formação de rótulas plásticas nos chumbadores (F_{sd}) [Equação (2.71)]. A deformabilidade do material de preenchimento está presente na expressão da rigidez correspondente à região comprimida junto à face inferior da extremidade da viga (k_g) [Equação (2.67)].

Na interface da entrada de dados relacionada à propriedade da capa de concreto moldada no local (Figura 5.23), deve ser definida resistência à compressão característica do concreto da capa ($f_{ck,top}$).

Figura 5.23 – Interface do módulo DIM-LIG relacionada a capa de concreto moldada no local.

A resistência à compressão característica do concreto da capa é utilizada na determinação da dimensão da suposta fissura junto à face superior da extremidade da viga (w_y) [Equação (2.63)], no cálculo e na dimensão da região sob tensão de compressão da interface superior da extremidade da viga junto ao pilar (y_{cp}) [Equação (2.73)].

Na interface da entrada de dados relacionada à propriedade do chumbador da ligação (Figura 5.24) deve ser definido o diâmetro do chumbador (ϕ_d), quantidade de chumbadores (N°), tipo de aço do chumbador (Aço) e a resistência à compressão característica do material de preenchimento do chumbador (f_{ch}).

Figura 5.24 – Interface do módulo DIM-LIG relacionada às propriedades do chumbador.

No processo analítico de determinação da rigidez da ligação ao momento fletor positivo, há a necessidade de definir o diâmetro do chumbador. Quando existe mais de um chumbador, a área do chumbador selecionada é multiplicada pela quantidade de chumbadores, sendo convertida posteriormente em um único chumbador de área equivalente. Essa área equivalente define o diâmetro do chumbador utilizado como dado de entrada do processo analítico. O tipo de aço do chumbador define a resistência ao escoamento do mesmo (f_{yd}).

O diâmetro, resistência ao escoamento e resistência à compressão característica do material de preenchimento do chumbador são utilizados na determinação da força de projeto responsável pela formação de rótulas plásticas nos chumbadores (F_{sd}) [Equação (2.71)].

Na interface da entrada de dados relacionada à propriedade da armadura de continuidade da ligação (Figura 5.25) deve ser definido o tipo de aço (Aço) e o diâmetro (ϕ) da armadura de continuidade.

O diâmetro da armadura de continuidade é utilizado para determinar a área da armadura de continuidade (A_s) e da dimensão da suposta fissura junto à face superior da extremidade da viga (w_y) [Equação (2.63)].

Os diâmetros da armadura do chumbador e da armadura de continuidade, relacionados no módulo DIM-LIG, estão em conformidade com os diâmetros listados pela ABNT NBR 7480 (2007).

Figura 5.25 – Interface do módulo DIM-LIG relacionada às propriedades da armadura de continuidade.

Os critérios das ligações podem ser definidos através de recomendações normativas [Figura 5.26 (a)] ou de forma personalizada [Figura 5.26 (b)]. Os critérios normativos são definidos para os casos de estruturas constituídas por concreto pré-moldado (1) e concreto pré-fabricado (2). Para ambos os casos, estão relacionados os coeficientes de ponderação das resistências do concreto (γ_c) e do aço (γ_s) segundo as prescrições da ABNT NBR 6118 (2007). A interface ainda apresenta, para cada uma dos sistemas estruturais, o coeficiente de ajustamento (γ_n), que tem a função de ponderar os coeficientes de minoração da resistência do concreto e do aço, conforme está especificado no item 7.3.1.1 da ABNT NBR 9062 (2006).

Figura 5.26 – Interface do módulo DIM-LIG relacionada aos critérios das ligações.

Na opção Personalizado, devem ser definidos apenas os ponderadores da resistência do concreto e do aço.

5.4.6 Ações verticais

A interface da entrada de dados dos módulos do programa relacionada às ações verticais está apresentada na Figura 5.27. Nela são definidas as ações verticais permanentes (F_{gk}) e variáveis (F_{qk}), distribuídas sobre as vigas com seus valores característicos. Todas as ações permanentes como: peso de revestimento, peso da capa de concreto moldado no local, peso próprio da viga e reações das lajes devem ser definidas.

Figura 5.27 – Interface dos módulos do programa relacionados as ações verticais.

As ações verticais são utilizadas para a determinação do momento de segunda ordem da estrutura, que é necessário para a avaliação da estabilidade global da estrutura a partir do coeficiente γ_z .

5.4.7 Ações horizontais

As ações horizontais consideradas nos módulos dos programas são representadas pela ação do vento segundo as prescrições da ABNT NBR 6123 (1988). Nos módulos devem ser definidos os dados relacionados à velocidade básica do vento (1), fator topográfico (2), fator que considera a influência da rugosidade do terreno, das dimensões da edificação em estudo e de sua altura sobre o terreno (3), fator baseado em conceitos probabilísticos (4), coeficiente de arrasto (5) e área de influência da edificação (6) (Figura 5.28).

Figura 5.28 – Interface dos módulos do programa relacionada a velocidade básica do vento.

O valor da velocidade básica do vento é definido a partir da interface dos módulos do programa apresentada na Figura 5.29. Ao clicar sobre a isopleta, a mesma é destacada (Figura 5.30) auxiliando na definição do valor da velocidade básica do vento.

Figura 5.29 – Interface dos módulos do programa relacionada a velocidade básica do vento.

Figura 5.30 – Gráfico das isopletas da velocidade básica do vento no Brasil.

A velocidade básica do vento é utilizada para a determinação da velocidade característica do vento (V_k) a partir da Equação (2.47).

Na interface da entrada de dados relacionada ao fator topográfico (Figura 5.31), deve ser definido o tipo de terreno que a edificação está situada (1). Estão relacionadas três opções de terrenos, sendo eles: Taludes e Morros, Planos e Vales. Para os Taludes e Morros, devem ser definidas, de forma adicional, as informações sobre a inclinação média do talude ou encosta do morro (θ) e sobre a diferença de nível entre a base e o topo do talude ou morro (d).

Figura 5.31 – Interface dos módulos do programa relacionada ao fator S_1 .

O fator topográfico é utilizado na determinação da velocidade característica do vento.

A interface da entrada de dados relacionada ao Fator S_2 traz as categorias I, II, III, IV e V dos terrenos, conforme está apresentado na Figura 5.32.

Figura 5.32 – Interface dos módulos do programa relacionada ao Fator S_2 .

A classe da edificação, apresentada na seção 2.4.2.3, é definida diretamente pelos módulos do programa com base nos dados de geometria do pórtico. A categoria do terreno e a classe da edificação são utilizadas como dados de entrada da Tabela 2.4 para a definição dos valores das variáveis F_r , b e p . As variáveis são utilizadas para a determinação do valor do Fator S_2 .

A interface da entrada de dados relacionada ao fator S_3 (Figura 5.33) traz os cinco grupos de edificações apresentados na Tabela 2.5. Para cada grupo de edificação é definido um valor diferente do Fator S_3 . O Fator S_3 é utilizado na determinação da velocidade característica do vento.

Figura 5.33 – Interface dos módulos do programa relacionada ao Fator S_3 .

O valor do Coeficiente de Arrasto é definido a partir da interface dos módulos do programa apresentada na Figura 5.34.

Figura 5.34 – Interface dos módulos do programa relacionada ao Coeficiente de Arrasto.

Ao clicar sobre os gráficos do Coeficiente de Arrasto, os mesmos são destacados [Figura 5.35 (a) e (b)] auxiliando na definição do seu valor. Esse valor é utilizado na determinação da força de arrasto do vento (F_a) Equação (2.52).

(a)

(b)

Figura 5.35 – Gráficos do Coeficiente de Arrasto.

O valor da largura da área de influência (L) é definido a partir da interface dos módulos do programa apresentada na Figura 5.36. A área de influência é utilizada na determinação da força de arrasto do vento (F_a).

Figura 5.36 – Interface dos módulos do programa relacionada à área de influência.

5.4.8 Critério do programa

Em cada um dos módulos, os critérios do programa estão discriminados em critérios de projeto e critérios(1) de execução (2), conforme está apresentado na Figura 5.37.

Figura 5.37 – Tipos de critério do programa.

Os critérios de projeto podem ser definidos a partir de prescrições normativas ou de forma personalizada, conforme está apresentado nas Figura 5.38 (a) e (b). Ambos os casos são compostos por cinco estruturas, que estão relacionadas aos ponderadores das ações (1), limite do parâmetro de estabilidade γ_z (2), limite do deslocamento lateral de topo do pórtico (3), comprimento do consolo (4) e área limite da seção do pilar (5). A quinta estrutura está presente apenas no módulo PRÉ-PIL.

(a)

(b)

Figura 5.38 – Critérios de projetos dos módulos do programa.

Na primeira estrutura, estão relacionados os ponderadores das ações verticais permanentes (γ_g) e variáveis (γ_f). Ainda são relacionados coeficientes adicionais com a função de ponderar às ações horizontais para os casos último (ψ_0) e de serviço (ψ_1).

Na segunda estrutura da interface, é definido o limite do coeficiente γ_z ($\gamma_{z,lim}$). Esse limite é utilizado tanto para avaliar a estabilidade global como para pré-dimensionar pilares e ligações em relação ao estado limite último.

Na terceira estrutura, é definido o limite do deslocamento lateral de topo dos pórticos (δ_{max}/H). Esse limite é utilizado tanto para avaliar a deslocabilidade do pórtico como para pré-dimensionar pilares e ligações em relação ao estado limite de serviço.

O comprimento do consolo é utilizado na determinação do comprimento efetivo da viga (L_{ef}) para o cálculo da rigidez [Equação (2.80)] e do fator de restrição das ligações [Equação (2.53)].

A área limite da seção do pilar delimita a área mínima de pré-dimensionamento do mesmo.

Nos critérios de execução, são relacionados o peso específico do concreto (γ_c) e o comprimento de produção dos pilares ($L_{p,max}$), conforme está apresentado na Figura 5.39. O primeiro é utilizado para determinar o peso dos elementos estruturais. O segundo tem o objetivo de definir a quantidade de pilares com comprimentos diferentes que são utilizados na execução do pórtico.

Figura 5.39 – Critérios executivos dos módulos do programa.

5.5 Saída de dados do programa

A saída de dados dos módulos do programa é realizada a partir de três estruturas denominadas resumo (3), detalhes (6) e resultados (7), conforme está apresentado na Figura 5.6. Os resultados podem ser divididos em resultados de projeto e de execução do pórtico.

5.5.1 Resumo

No Resumo, são expostas todas as informações relevantes do processamento dos módulos do programa a respeito do pórtico, conforme está apresentado na Figura 5.40. São relacionadas as informações sobre a geometria do pórtico (1), rigidez dos elementos estruturais (2), rigidez das ligações (3), estabilidade global (4) e deslocamento do pórtico (5).

RESUMO

GEOMETRIA DO PÓRTICO:

Altura(H) = 24,00 m

Comprimento(L) = 15,00 m

H/L = 1,60

1

RIGIDEZ DOS ELEMENTOS:

$A_p = 0,1218 \text{ m}^2$

$I_p = 0,001236 \text{ m}^4$

$k_p = 10946,58 \text{ kN.m}$

$k_v = 67490,03 \text{ kN.m}$

$k_p/k_v = 0,16$

2

RIGIDEZ DAS LIGAÇÕES:

$R_{sec,p} = 320815,30 \text{ kN.m/rad}$

$\alpha_{R,p} = 0,60$

$R_{sec,n} = 142584,58 \text{ kN.m/rad}$

$\alpha_{R,n} = 0,40$

3

ESTABILIDADE GLOBAL:

$M_{1,tot,d} = 2153,80 \text{ kN.m}$

$\Delta M_{tot,d} = 195,60 \text{ kN.m}$

$\gamma_z = 1,10$

$\gamma_{z,lim} = 1,10$

4

DESLOCAMENTO:

$\delta_{elu} = 0,036639 \text{ m}$

$(\delta_{elu}/H) = 1/655$

$\delta_{els} = 0,020129 \text{ m}$

$(\delta_{els}/H) = 1/1192$

$(\delta_{els}/H)_{lim} = 1/1200$

5

Figura 5.40 – Interface do resumo do processamento dos módulos do programa.

5.5.2 Detalhes

A estrutura Detalhes tem o objetivo de expor as informações sobre o pórtico analisado, conforme está apresentado na Figura 5.41.

Figura 5.41 – Interface dos detalhes do pórtico.

São relacionadas nove informações sobre o pórtico, sendo elas: número de módulos horizontais (1), número de módulos verticais (2), modulação horizontal (3), modulação vertical (4), rigidez das vigas (5), rigidez dos pilares (6), rigidez das ligações (7), ação horizontal (8) e ação vertical (9).

5.5.3 Resultados de projeto

O módulo AV-EST tem como resultado o valor do coeficiente γ_z (1), o status de estabilidade do pórtico (2), o valor do deslocamento horizontal de topo do pórtico (3) e status da deslocabilidade do pórtico (4), conforme está apresentado na Figura 5.42.

Figura 5.42 – Resultado do processamento do módulo AV-EST.

A interface do módulo PRÉ-PIL (Figura 5.43) traz como resultado o tipo de seção na qual o pilar foi pré-dimensionado (1), o valor das dimensões do pilar (2) e o estado limite pelo qual os pilares foram pré-dimensionados (3).

Figura 5.43 – Resultado do processamento do módulo PRÉ-PIL.

O módulo PRÉ-PIL realiza o pré-dimensionamento dos pilares a partir de três tipos de seções, sendo elas: seção quadrada [Figura 5.44 (a)], seção retangular, com a dimensão da altura do pilar superior a sua largura [Figura 5.44 (b)], e seção retangular, com a dimensão da largura do pilar superior a sua altura [Figura 5.44 (c)].

Figura 5.44 – Tipos de seções na qual os pilares podem ser pré-dimensionados no módulo PRÉ-PIL.

A interface do módulo PRÉ-LIG (Figura 5.45) traz como resultado o comportamento do gráfico momento-rotação das ligações pré-dimensionadas (1), o valor da rigidez das ligações (2), o valor do fator de restrição das ligações (3) e o estado limite pelo qual as ligações foram pré-dimensionadas (4).

Figura 5.45 – Resultado do processamento do módulo PRÉ-LIG.

No módulo PRÉ-LIG, o pré-dimensionamento das ligações pode ocorrer segundo os gráficos momento-rotação apresentados na Figura 5.46.

Figura 5.46 – Tipos de gráficos momento-rotação na qual as ligações podem ser pré-dimensionadas no módulo PRÉ-LIG.

O módulo DIM-LIG tem como resultado o valor da área da armadura de continuidade (1), valor da área da armadura do chumbador (2) e o estado limite pelo qual as ligações foram pré-dimensionadas (3), conforme está apresentado na Figura 5.47.

Figura 5.47 – Resultado do processamento do módulo DIM-LIG.

No módulo DIM-LIG, as ligações podem ser dimensionadas com [Figura 5.48 (a)] ou sem armadura de continuidade [Figura 5.48 (b)].

Figura 5.48 – Tipos de resultados do módulo DIM-LIG.

5.5.4 Resultados de execução

Os resultados de execução têm o objetivo apresentar informações pertinentes às etapas de produção dos elementos estruturais e montagem dos pórticos.

Nos resultados de execução são relacionados os tipos de elementos estruturais que compõe o pórtico (1). Para cada elemento estrutural é relacionado o respectivo volume de concreto (2) e peso (3), conforme está apresentado na Figura 5.49. Também são apresentados os valores do volume de concreto e peso total do pórtico analisado.

O valor do volume de concreto tem a finalidade de fornecer ao projetista uma estimativa do quantitativo necessário à produção tanto dos elementos estruturais, quanto da estrutura como um todo. O valor do peso dos elementos estruturais pode ser utilizado para o dimensionamento dos dispositivos de içamento e para escolha dos equipamentos utilizados na fase de montagem da estrutura.

RESULTADOS		
Projeto		Executivo
1		2
3		
Elemento	Volume (m³)	Peso (kN)
Viga	2,63	65,63
Pilar 1	0,45	11,20
Pilar 2	0,26	6,40
Total	43,02	1075,50

Figura 5.49 – Resultados executivos dos pórticos dos módulos do programa.

5.6 Exemplos de aplicação do programa

A presente seção tem como objetivo expor a aplicação de cada uma dos módulos do programa PRÉ-MOLDIM.

Os dados dos exemplos utilizados para apresentar a aplicação dos módulos do programa são baseados no pórtico de contraventamento da direção X da estrutura apresentada na seção 3.4.2.1.

As ações verticais estão baseadas nos dados da Tabela 3.10. Portanto, as vigas do pórtico tomado como exemplo estão submetidas a ações permanente e variável com valores iguais a de 46,8 kN/m e 30,0 kN/m, respectivamente.

Os dados utilizados nos exemplos para a determinação da ação do vento estão reunidos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Dados relacionados a ação horizontal.

Dados do vento	Valores
V_o (m/s)	45,0
Terreno	Plano
Categoria	IV
Grupo	2
Coefficiente de arrasto	1,24
L (m)	10,0

Os critérios de projeto e de execução utilizados em cada um dos módulos do programa estão reunidos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Critérios do programa.

Critérios	Valores
γ_g	1,40
γ_q	1,40
ψ_0	0,60
ψ_1	0,30
$\gamma_{z,lim}$	1,10
δ_{max}/H	H/600
$A_{p,lim} (m^2)$	360
$L_{con} (cm)$	30,0
γ_c	1,40
$L_{p,max} (cm)$	5,00

5.6.1 Módulo de avaliação da estabilidade global de pórticos planos em concreto pré-moldado

Os resultados de projeto e execução do módulo AV-EST estão apresentados nas Figura 5.50 (a) e Figura 5.50 (b), respectivamente. O pórtico é classificado como estável e pouco deslocável.

Figura 5.50 – Resultado do processamento do módulo DIM-LIG.

5.6.2 Módulos de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado

Os resultados de projeto e execução do módulo PRÉ-PIL estão apresentados nas Figura 5.51 (a) e Figura 5.51 (b), respectivamente. Os pilares do pórtico foram pré-dimensionados a partir de uma seção quadrada com 35 cm de lado.

Figura 5.51 – Resultado do processamento do módulo DIM-LIG.

5.6.3 Módulo de pré-dimensionamento da rigidez das ligações de pórticos planos em concreto pré-moldado

Os resultados de projeto e execução do módulo PRÉ-LIG estão apresentados nas Figura 5.52 (a) e Figura 5.52 (b), respectivamente. A rigidez das ligações foram pré-dimensionadas a partir de um comportamento simétrico com rigidez igual a 3771 kN e α_R igual a 0,02.

Figura 5.52 – Resultado do processamento do módulo DIM-LIG.

5.6.4 Módulos de dimensionamento de uma ligação típica de pórticos em concreto pré-moldado

Os dados da ligação do módulo DIM-LIG estão apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Dados das ligações do módulos DIM-LIG.

Dados da ligação	Valores
h_e (cm)	35,0
b_w (cm)	30,0
d'_e (cm)	4,50
f_{cg} (MPa)	20,0
D_{gi} (m/MPa)	10^{-5}
$f_{c,top}$ (MPa)	20,0
ϕ_d (mm)	20,0
Nº	1
Aço (chumbador)	CA-25
f_{ch} (MPa)	35,0
Aço (continuidade)	CA-50
ϕ (mm)	16,0
γ_c	1,40
γ_s	1,15
γ_n	1,00

Os resultados de projeto e execução do módulo DIM-LIG estão apresentados nas Figura 5.53 (a) e Figura 5.53 (b), respectivamente. A armadura de continuidade da ligação foi dimensionada com uma seção de aço igual a $1,02 \text{ cm}^2$, sendo utilizada apenas uma barra de 16 mm. O chumbador selecionado apresenta diâmetro de 20,0 mm e área de ação igual a 3,14.

Figura 5.53 – Resultado do processamento do módulo DIM-LIG.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

O presente capítulo tem o objetivo de apresentar as considerações finais e conclusões do trabalho, juntamente com as sugestões de temas para trabalhos futuros.

Este trabalho teve como objetivo principal desenvolver processos analíticos e programas computacionais para avaliação da estabilidade global e pré-dimensionamento de pórticos planos em concreto pré-moldado com base na garantia da estabilidade global.

As considerações finais e conclusões do trabalho estão relacionadas a seguir:

- a) a expressão do coeficiente k relacionada aos pórticos com ligações rígidas e semirrígidas é composta por duas parcelas, conforme está apresentada na Equação (3.22). A parcela que leva em consideração o número de pavimentos do pórtico apresentou um coeficiente de determinação (R^2) igual a 0,999. A segunda parcela, que está relacionada à rigidez das ligações, apresentou um R^2 igual a 0,994. O valor do coeficiente de determinação de ambas as parcelas comprovam a compatibilidade entre as curvas de regressão e os dados utilizados na dedução. A média do erro de modelo da expressão do coeficiente k apresentou valor igual a 1,005, constatando, dessa forma, a acurácia da expressão;
- b) a expressão do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α aplicada a pórticos em concreto pré-moldado com ligações rígidas e semirrígidas foi utilizada na avaliação da estabilidade global de 17 exemplos de pórtico. Em todos os exemplos analisados foram obtidos resultados satisfatórios. Nos exemplos em que o coeficiente γ_z apresentou valores inferiores a 1,10 os valores do parâmetro de estabilidade α também se mostraram inferiores ao α_{lim} . Nos exemplos em que o coeficiente γ_z apresentou valores superiores ao seu limite os valores do parâmetro de estabilidade α também se mostraram superiores ao α_{lim} ;
- c) a expressão do coeficiente k relacionada aos pórticos com ligações articuladas apresentou R^2 igual a 0,997. O valor do coeficiente de determinação comprova a compatibilidade entre a curva de regressão e os dados utilizados na dedução. A média do erro de modelo da expressão do coeficiente k apresentou valor igual a 0,990, constatando, dessa forma, a acurácia da expressão;
- d) a expressão do limite alternativo do parâmetro de estabilidade α aplicada a pórticos em concreto pré-moldado com ligações articuladas foi utilizada na avaliação da estabilidade global de 3 exemplos de pórtico. Nos exemplos em que o coeficiente γ_z apresentou valores inferiores a 1,10 os valores do parâmetro de

estabilidade α também se mostraram inferiores ao α_{lim} . Nos exemplos em que o coeficiente γ_z apresentou valores superiores ao seu limite os valores do parâmetro de estabilidade α também se mostraram superiores ao α_{lim} ;

- e) a expressão de determinação do deslocamento horizontal de topo de módulos-bese foi deduzida com êxito. A dedução foi realizada com base no método dos deslocamentos;
- f) a expressão de determinação do deslocamento horizontal de topo de pórticos em concreto pré-moldado de um pavimento foi aplicada em 20 exemplos. Os resultados da expressão foram comparados com os mesmos deslocamentos obtidos através de simulações numéricas com o intuito de determinar o erro de modelo. Dentre os exemplos analisados, o maior erro de modelo apresentou valor igual a 0,910. A média dos erros de modelo apresentou valor igual a 0,984, confirmando, portanto, a acurácia do processo analítico proposto;
- g) a dedução da expressão para a determinação da rigidez equivalente de pórticos planos em concreto pré-moldado necessária para que ocorra a garantia da estabilidade global foi realizada com êxito. A dedução foi realizada com base nas expressões do parâmetro de estabilidade α e de seu limite alternativo;
- h) os processos analíticos de pré-dimensionamento dos pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado foram aplicados em 20 exemplos. A avaliação dos processos analíticos é realizada através da determinação do parâmetro de estabilidade γ_z dos pórticos que tiveram seus pilares pré-dimensionados. Os processos analíticos apresentaram resultados satisfatórios, já o parâmetro de estabilidade γ_z apresentou valores próximos a 1,10 para cada um dos exemplos analisados. Os resultados do coeficiente γ_z dos pórticos analisados variaram de 1,08 a 1,11;
- i) os módulos AV-EST, PRÉ-PIL, PRÉ-LIG, DIM-LIG do programa PRÉ-MOLDIM foram desenvolvidos com êxito, atendendo, portanto, suas respectivas funções.

As sugestões de temas para trabalhos futuros estão relacionadas a seguir:

- a) desenvolver uma expressão alternativa do limite do parâmetro de estabilidade α aplicada a estruturas de contraventamento formadas pela associação de pórticos planos e paredes em concreto pré-moldado;
- b) desenvolver processos analíticos para a determinação do deslocamento horizontal de topo de pórticos planos em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos;

- c) desenvolver um processo analítico para a realização dos pré-dimensionamento de pilares de pórticos planos em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos com ligações semirrígidas;
- d) estender os módulos do programa para PRÉ-MOLDIM a pórticos irregulares, ou seja, pórticos constituídos por várias modulações horizontais e verticais.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1985). **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro.

_____. (1988). **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro.

_____. (2001). **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro.

_____. (2003). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro.

_____. (2006). **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro.

_____. (2007). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro.

_____. (2007). **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – Especificação. Rio de Janeiro.

ACKER, A.V. (2002). **Manual de sistemas pré-fabricados de concreto**. Tradução de Marcelo de Araújo Ferreira. ABCIC.

ARAÚJO, M.A. (2010) **Avaliação do parâmetro de instabilidade para os edifícios altos**. em: TEORIA E PRÁTICA NA ENGENHARIA CIVIL, 15.,2010, Rio Grande. P.41-53.

BALDISSERA, A. (2006). **Estudo experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado resistente a momento fletor**. 148f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

BARBOZA, A. S. R. (2002). **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. 154f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

BECK, H; KÖNIG, G (1967). **Haltefräfte im Skelettbau**; Revista Beton-und Stahlbetonbau – Jan-Fev 1967; Tradução para o português do Prof. Augusto Carlos de Vasconcelos em publicação do Instituto de Engenharia.

BLJUGER, F. E. (1988). **Design of precast concrete structures**. Chichester, Ellis Horwood/New York, John Wiley. 279p.

CARMO, R. M. S. (1995). **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 112p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

CARVALHO, R.C; PINHEIRO, L.M. (2009). **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Volume 2. São Paulo. PINI.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1991). **CEB-FIP MODEL CODE 1990. Bulletin d’information, n.203-205**. (MC-CEB/90).

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON (1993). **CEB-FIP MODEL CODE 1990: design code**. London: Telford.

CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO M. A. (1995). **Modelos numéricos para análise estrutural de edifícios**, in Seminário sobre Não Linearidade Física e Geométrica de Estruturas de Concreto, in Workshop IBRACON “A Estrutura de concreto do futuro”, São Paulo, 1995.

EL DEBS, M. K. (2000). **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos, Editora da EESC-USP.

EL DEBS, M. K.; MIOTTO, A. M.; EL DEBS, A. L. H. C. (2010). **Analysis of a semi-rigid connection for precast concrete**. Buildings & Structures.

ELLIOTT, K.S. (1996). **Multi-Storey Precast Concrete Framed Structures**. Oxford: Cambridge: Blackwell Science.

ENGSTROM, B. (1992a). **Combined effects of dowel action and friction in bolted connections**. In: Workshop on semi-rigid behavior of civil engineering structural connections, 1., 1992, Strasbourg. Proceedings Strasbourg, p.77-98.

ENGSTROM, B. (1992b). **Anchorage of ribbed bars in the post yield stage**. In: Workshop on semi-rigid behavior of civil engineering structural connections, 1., 1992, Strasbourg. Proceedings Strasbourg, p.65-76.

FÉDÉRATION INTERNACIONALE DU BETON (1999). **Structural concrete: textbook on behaviour on design and performance update of the CEB/FIP model code 1990**. Bulletin FIB. Lausanne, v.1-3.

FERREIRA, M. A. (1993). **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. 166p. – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

FERREIRA, M. A. (1999). **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. 231f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. (2002) **Modelo teórico para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44, 2002, Belo Horizonte. Anais. São Paulo: IBRACON.

FRANCO, M. (1985). **Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado**. em: COLETÂNEA DE TRABALHO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.

FRANCO, M. (1995). **Instabilidade local e global dos edifícios altos de concreto armado**. em: COLETÂNEA DE TRABALHO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A. C. (1991). **Avaliação prática dos efeitos de 2º ordem em edifícios altos**. em: COLETÂNEA DE TRABALHO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.

GAJOTTI, R.; SMITH, B. (1989). **P-Delta Analysis of Building Structures**. J. Struct. Eng., 115(4), 755–770. TECHNICAL PAPERS.

GRAZIANO, F (1997?). **Estudo comparativo entre os coeficientes α e γ_z** .

HIBBELER, R. C. (2004). **Resistência dos materiais**. São Paulo: Prentice Hall.

JEREMIAS, A. C. (2007). **Análise da estabilidade de estruturas pré-moldadas de concreto: influência das ligações semi-rígidas**. 218f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

KIMURA, A. E. (2007). **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. Editora Pini, São Paulo.

LIMA, J. S. (2001). **Verificações da punção e da estabilidade global de edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 225p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MARIM, M. C. (2009). **Contribuição à análise da estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado de múltiplos pavimentos**. 213f. Dissertação. (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. (1994). **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**, 1 ed., São Paulo, Ed. Pini.

MIOTTO, A. M. (2002). **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado com ênfase ao estudo da deformação ao momento fletor**. 263f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

MONCAYO, M.C. (2011). **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado** 221f. Dissertação. (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

MONFORTON, G. R., WU T.S. (1963). **Matrix analysis of semi-rigidly connected frames**. *Journal of the structural division*, (ASCE). v.89, Dec., p.13-42.

MOTA, J. C. (2009). **Contribuição ao projeto de estruturas de multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. 246f. Tese. (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

PAIVA, J. B. (2012). **Introdução ao método dos elementos finitos**. São Carlos, SP: Editora da EESC-USP, 2012. (Notas de Aula).

PAULA, J. A. (1988). **Algoritmos para o estudo de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexão normal composta**. 201f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988.

PINTO, R. S. (1997). **Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto Armado**. 128f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SANTOS, L. M. (1987) **Estado limite ultimo de instabilidade**, cap M. São Paulo, EP-USP.

VASCONCELOS, A. C. (1997). **Origem dos parâmetros de estabilidade α e γ_z** . em: COLETÂNEA DE TRABALHO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.

VASCONCELOS, A. C.; LEOPOLDO, R.; FRANÇA, S. (1997). **Um método simplificado e muito preciso para avaliação dos momentos de segunda ordem de edifícios altos usuais**. em: COLETÂNEA DE TRABALHO SOBRE ESTABILIDADE GLOBAL E LOCAL DAS ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS. São Paulo, Instituto de Engenharia.

WORDELL, F.; CAMPOS, A. (2005). **Estudo dos parâmetros para avaliação da estabilidade global da estrutura de edifícios**, conforme a NBR 6118/2003. In CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 47, 2005, Recife. Anais. Pernambuco: IBRACON.

ZAGOTTIS, D. (1980) **Introdução à teoria das estruturas: estabilidade e instabilidade do equilíbrio das estruturas**, cap 10. São Paulo, EPUSP.