Ricardo de Mello Scaliante

**PONTES EM VIGAS E TABULEIROS EM PAINÉIS DE MADEIRA LAMINADA COLADA
(MLC)**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Área de concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Carlito Calil Junior

São Carlos

2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S282p Scaliante, Ricardo de Mello
Pontes em Vigas e Tabuleiros em Painéis de Madeira
Laminada Colada (MLC) / Ricardo de Mello Scaliante;
orientador Carlito Calil Junior. São Carlos, 2014.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Madeira Laminada Colada. 2. Ponte de Madeira. 3.
Pontes Rodoviárias. 4. Viga de Enrijecimento. 5.
Madeira de Reflorestamento. 6. Placa Ortotrópica. I.
Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **RICARDO DE MELLO SCALIANTE**.

Título da dissertação: "Pontes em vigas e tabuleiros em painéis de madeira laminada colada (MLC)".

Data da defesa: 31/03/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Carlito Calil Junior (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APPROVADO

Prof. Dr. **Andrés Batista Cheung**
(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS)

APPROVADO

Prof. Dr. **Adriano Wagner Ballarin**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP-Botucatu)

APPROVADO

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Profa. Associada **Ana Lucia Homce de Cresce El Debs**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Agradeço a Deus e ao Divino Espírito Santo pelos meus dons, à minha namorada Grazielle pela compreensão e total apoio, e aos meus pais, José Carlos e Maria Tereza, por sempre me incentivarem nos estudos.

AGRADECIMENTOS

A todos que auxiliaram direta ou indiretamente na realização desse trabalho:

a meus pais por todo esforço e incentivo aos estudos desde sempre;

a Deus que me guia, protege e dá sabedoria todos os dias da minha vida, ao Divino Espírito Santo pelos meus dons e à Virgem Maria, Mãe de Deus, São José, São João Bosco, Beato João Paulo II e todos os santos, por intercederem sempre por mim nos momentos bons e, principalmente, nas dificuldades;

à minha namorada Grazielle pelo apoio, paciência, companhia, dedicação e compreensão em todo o meu tempo dedicado neste trabalho;

ao Prof. Dr. Carlito Calil Junior pela amizade e orientação deste trabalho, além de seu auxílio e total apoio durante todo o decorrer do mestrado;

ao Prof. Dr. Andrés Batista Cheung, da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, pela amizade e por me incentivar a cursar o Mestrado em Engenharia de Estruturas, com todo seu conhecimento, humildade e a quem me espelho profissionalmente;

à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pela minha excelente formação;

ao meu amigo Engenheiro Industrial Madeireiro Diego Henrique de Almeida pelo auxílio nos experimentos, amizade e parceria nos diversos artigos escritos;

a todos os funcionários do LaMEM: Bragatto, Roberto, Aparecido, Jaime, Arnaldo, Tânia, Silvio e Samuel, aos Professores Dr. Francisco Antonio Rocco Lahr e Dr. Antonio Alves Dias, e a todos amigos e colegas pesquisadores do LaMEM.

ao LaMEM, ao Departamento de Engenharia de Estruturas e à EESC por todo apoio às pesquisas e ao CNPq pelo apoio financeiro fundamental para o desenvolvimento da pesquisa;

à Empresa Catalana Artefatos de Madeira Ltda. (CAM) de Catalão-GO, pelo fornecimento das peças e adesivo estrutural;

ao Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) pelo apoio e compreensão na defesa desta dissertação, pelos conhecimentos que vem proporcionando a mim no exercício de minha profissão e meu cargo, em especial ao Engenheiro Civil Milton Rocha Marinho, Supervisor da Unidade Local de Três Lagoas-MS, SR-MS/DNIT.

“Uma educação eficaz apoia-se inteiramente na razão, na religião e na bondade”.

São João Bosco

RESUMO

SCALIANTE, R. M. (2014). *Pontes em vigas e tabuleiros em painéis de madeira laminada colada (MLC)*. São Carlos, 2014. 106p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O Brasil, um país de dimensões continentais e inúmeros rios em seu território, tem uma enorme carência de pontes para pequenos e médios vãos. Atualmente, a elevada produção de madeira de reflorestamento traz à engenharia uma opção de material renovável e ecologicamente correto para se utilizar em prol do ser humano nas obras de infraestrutura, mais especificamente na construção de pontes, uma vez que a madeira possui ótimo desempenho quando sujeita a cargas de curta duração. A utilização de Madeira Laminada Colada (MLC) permite a fabricação de peças de grandes dimensões, com excelente estabilidade, e com elevado controle de qualidade, proporcionando segurança e confiabilidade à estrutura. Este trabalho tem como objetivo o estudo teórico de pontes em vigas de MLC e tabuleiros em painéis de MLC utilizando procedimentos desenvolvidos por pesquisadores internacionalmente renomados e adequando estes procedimentos para as normas e condições brasileiras. Apresentam-se neste trabalho tabelas para pré-dimensionamento deste tipo de ponte para vãos de 8m a 20m para TB-30 e TB-45. Além disso, analisam-se numérica e experimentalmente os ganhos de rigidez e redução de deslocamentos relativos proporcionados pela utilização de vigas de enrijecimento, bem como a influência da seção destas vigas e a quantidade de parafusos utilizados para interligar ao tabuleiro. Por fim, apresentam-se algumas disposições construtivas não estruturais fundamentais para o bom funcionamento deste tipo de estrutura.

Palavras-chave: madeira laminada colada, ponte de madeira, pontes rodoviárias, viga de enrijecimento, madeira de reflorestamento, placa ortotrópica.

ABSTRACT

SCALIANTE, R. M. (2014). *Glulam stringers bridges with glulam panels deck*. São Carlos, 2014. 106p. Master's Dissertation – Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo.

Brazil, a continental size country and with many rivers in its territory, has a huge necessity for short and medium spans bridges. Nowadays, the high production of reforestation wood allows to engineering an option of renewable material and ecologically correct to be used in favor to humans in infrastructure works, most specifically in bridges construction, once timber has a great performance in quick loads. The use of Glued-Laminated Timber (Glulam) enable the manufacture of large sizes members, with excellent stability, and a high control of quality in its production, providing a safety and reliability structure. This work aim the theoretical study of glulam stringers bridge and glulam panels deck using procedures developed by international researchers and adapting those procedures for Brazilian conditions and normalizations. Pre-design tables are presented in this work for 8m to 20m spans for TB-30 and TB-45. In addition to, analyses numerical and experimentally the gain of stiffness and the reduction of relative displacements between panels provided by the use of stiffener beams, besides the influence of those beams section size and number of bolts used for deck interconnection. Finally, it is presented some not structural constructive arrangements essential for good performance of this kind of structure.

Keywords: glulam, timber bridges, road bridges, stiffener beams, reforestation wood, orthotropic plate

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ponte em vigas longarinas de MLC. Fonte: http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1010-full.html , acessado dia 05/10/2012	2
Figura 2 – Ponte em vigas roliças simples. Fonte: (Calil et al., 2006)	7
Figura 3 – Ponte em vigas roliças compostas.....	8
Figura 4 – Ponte Barragem. Fonte: (Calil et al., 2006)	8
Figura 5 – Detalha da montagem da viga (a), e espaçamentos mínimos (b) e tipos de emendas utilizadas(c). Fonte: (a) Zangiácomo (2003); e (c) Macêdo e Calil Jr. (1999).....	10
Figura 6 – Configuração do carregamento nas vigas longarinas.....	12
Figura 7 – Vigas longarinas e contraventamentos do tipo (a) diafragma e (b) treliçado.	13
Figura 8 – Detalhes do aparelho de apoio entre a Viga de MLC e Apoio de Concreto	14
Figura 9 - Configuração do carregamento no tabuleiro	14
Figura 10 - Trincas no revestimento asfáltico oriundas do deslocamento relativo entre painéis.	15
Figura 11 - Painéis adjacentes interconectados por pinos de aço. Fonte: Ritter (1990).....	15
Figura 12 – Montagem dos painéis interconectados por pinos de aço. Fonte: Eriksson et al. (2003)	16
Figura 13 - Tabuleiro em painéis transversais interconectados por vigas de enrijecimento.	17
Figura 14 – Configurações analisadas para ensaios dos painéis por LaCross et al. (2000). Fonte: LaCross et al.(2000).....	18
Figura 15 – Configurações analisadas para ensaios de Witmer et al. (2002). Fonte: Witmer et al.(2002)	19
Figura 16 – Fissuras no pavimento sobre o tabuleiro em pontes, devido ao deslocamento relativo entre os painéis transversais de MLC. Fonte: Eriksson et al. (2003)	20
Figura 17 - (a) Configuração da viga de enrijecimento e (b) a ausência de trincas devido ao deslocamento relativo dos painéis. Fonte: Eriksson et al. (2003)	20
Figura 18 - Ligação da viga de enrijecimento (a) por presilha “ <i>bracket</i> ”, (b) parafuso passante e (c) por placa de aço. Fonte: Ritter (1990)	21

Figura 19 - Esquema para determinação do vão livre do tabuleiro na análise teórica	24
Figura 20 – Situação em que o carregamento da 2ª roda do eixo é favorável ao vão analisado solicitado pela 1ª roda (a); e situação onde o carregamento da 2ª roda do eixo é desfavorável (b)..	24
Figura 21 – (a) Trens-tipos e (b) disposição das cargas móveis, segundo a ABNT NBR 7188:1988. Fonte: Calil et al. (2006)	25
Figura 22 - Determinação da largura efetiva de roda.....	26
Figura 23 - Configuração do tabuleiro como uma viga biapoiada.	26
Figura 24 – Posicionamento da roda do trem-tipo sobre o painel do tabuleiro para (a) maior momento fletor e (b) maior força cortante.	29
Figura 25 – Determinação da faixa de influência de cada viga longitudinal.....	32
Figura 26 – Seção da viga em “T” composta pela viga longitudinal com o tabuleiro.....	33
Figura 27 – Posicionamento do trem-tipo sobre a faixa de influência da viga para (a) maior momento fletor e (b) maior força cortante.	34
Figura 28 – Esquematização das considerações da análise das tensões atuantes na seção estudada.....	36
Figura 29 – Esquematização da viga e seu apoio.....	38
Figura 30 – Funções típicas para alguns tipos de carregamento. Fonte: (Cheung, 2003)	40
Figura 31 – Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas. Fonte: (Cheung, 2003).	41
Figura 32 – Esquematização do ensaio de flexão estática das peças estruturais. Fonte: Calil (2012).....	43
Figura 33 – Esquematização do ensaio de vibração transversal das peças estruturais.....	44
Figura 34 – Sistema massa-mola e viga vibrando transversalmente. Fonte: Calil (2012).	44
Figura 35 – Esquema para cálculo do módulo de rigidez das vigas de MLC. Dimensões em centímetros.	46
Figura 36 – Preparação das peças para colagem.	47
Figura 37 – Preparação do adesivo estrutural.	47

Figura 38 – Colagem e montagem das vigas de MLC.	48
Figura 39 – Prensagem das vigas de MLC.....	48
Figura 40 – Análise experimental das vigas de MLC.	48
Figura 41 – Paineis de MLC.	49
Figura 42 – Esquematisação das propriedades do painel. Fonte: Okimoto (1997).....	50
Figura 43 – Ensaio de flexão longitudinal do painel.....	50
Figura 44 – Ensaio de flexão transversal do painel.....	51
Figura 45 – Posicionamento dos relógios comparadores no ensaio de flexão longitudinal do painel.	51
Figura 46 – Posicionamento dos relógios comparadores no ensaio de flexão transversal do painel.	52
Figura 47 – Tabuleiro de ponte de MLC formado por 2 painéis de 1,00m x 2,30m	54
Figura 48 – Placa metálica para simular aplicação de carga de roda.	54
Figura 49 – Sistema de aquisição de dados.....	55
Figura 50 – Transdutores de deslocamento sob o tabuleiro.	55
Figura 51 – Células de carga interligadas aos parafusos.....	55
Figura 52 – Posições dos transdutores de deslocamentos no tabuleiro.....	56
Figura 53 – Posições de aplicação das cargas no tabuleiro.	57
Figura 54 – Aplicação da carga na borda do painel 02.	58
Figura 55 – Espaçamento entre parafusos.....	58
Figura 56 – Instrumentação sobre tabuleiro com viga de enrijecimento de 2 lamelas.....	59
Figura 57 – Parafusos interligando a viga de enrijecimento e o tabuleiro.	59
Figura 58 – Instrumentação sobre tabuleiro com viga de enrijecimento de 4 lamelas.....	60
Figura 59 – Espaçamentos entre os 12 parafusos.....	61
Figura 60 – Utilização de borracha elastomérica sob a placa metálica para melhor aplicação da carga no tabuleiro.....	61
Figura 61 – Detalhe dos parafusos que interligam o tabuleiro à viga de enrijecimento.....	62

Figura 62 – Interface do programa ATM.	63
Figura 63 – Inserção de dados no ATM para análise do painel.	63
Figura 64 – Identificação da intensidade, localização e área da carga aplicada.....	64
Figura 65 – Determinação das propriedades do painel 01 utilizando o módulo “Otimização”.	64
Figura 66 – Inserção de dados no ATM para análise do tabuleiro.....	65
Figura 67 – Posicionamento da carga de roda no tabuleiro	65
Figura 68 – Determinação das propriedades do tabuleiro utilizando o módulo “Otimização”.....	66
Figura 69 – Classificação visual das peças.	69
Figura 70 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da flexão estática e a densidade das peças ($E_{\text{flexão}} \times \rho_{\text{ap}}$).....	72
Figura 71 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da vibração transversal e a densidade das peças ($E_{\text{vibração}} \times \rho_{\text{ap}}$).....	72
Figura 72 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da vibração transversal e flexão estática ($E_{\text{vibração}} \times E_{\text{flexão}}$).....	73
Figura 73 – Determinação dos módulos de Elasticidade conforme distribuição normal	74
Figura 74 – Esquematização dos ensaios para determinação dos módulos de elasticidade dos painéis	76
Figura 75 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 01.....	90
Figura 76 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 02.....	91
Figura 77 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 04.....	91

Figura 78 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 05.....	92
Figura 79 – Comparação dos deslocamentos relativos máximos para carga de 19kN aplicada na posição 02.....	92
Figura 80 – Seção transversal da Ponte em MLC	95
Figura 81 – Vista Lateral da Ponte em MLC	95
Figura 82 – Planta da Ponte em MLC analisada, detalhando revestimento, painéis, vigas longarinas, vigas de enrijecimento e defensas.....	96
Figura 83 – Detalhe da interconexão entre painéis pelas vigas de enrijecimento com parafusos.....	96
Figura 84 – Detalhe da ligação dos painéis nas vigas longarinas.....	97
Figura 85 – Detalhamento da ligação das vigas longarinas nos apoios através de cantoneira metálica, parafusos, placa de base de aço e borracha elastomérica.....	97
Figura 86 – Detalhe das defensas da ponte e solidarização dos elementos com o tabuleiro e viga longarina da ponte.	98
Figura 87 – Detalhe das defensas da ponte e solidarização dos elementos com o tabuleiro e viga longarina da ponte – vistas laterais.	98
Figura 88 – Detalhe do contraventamento das vigas longarinas com uso de peças metálicas.	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características dos trens-tipos brasileiros. Fonte: Calil et al. (2006).....	24
Tabela 2 – Cargas móveis nas pontes. Fonte: Calil et al. (2006).	25
Tabela 3 - Propriedades mecânicas da viga equivalente.	27
Tabela 4 – Valores dos fatores de combinação (ψ_0) e de redução (ψ_1 e ψ_2) para as ações variáveis. Fonte: ABNT NBR 8681 (2003).	30
Tabela 5 – Coeficientes de fluência. Fonte: PR.ABNT NBR 7190 (2011).....	31
Tabela 6 – Identificação das lamelas para produção das vigas de MLC.....	45
Tabela 7 – Identificação das lamelas para produção dos painéis.	49
Tabela 8 – Coordenadas dos transdutores de deslocamentos no tabuleiro.....	56
Tabela 9 – Coordenadas do centro da aplicação das cargas no tabuleiro.....	57
Tabela 10 – Classificação das peças de <i>Pinus oocarpa</i>	67
Tabela 11 – Módulos de elasticidade das peças em GPa.	70
Tabela 12 – Módulos de elasticidade característicos das peças pela distribuição de Gauss.	73
Tabela 13 – Módulos de elasticidade característicos das peças segundo ABNT NBR 7190:1997, em GPa.	75
Tabela 14 – Módulos de rigidez teóricos e experimentais das vigas de enrijecimento.....	75
Tabela 15 – Módulos de elasticidade longitudinal teórico-experimentais do Painel 01, em GPa.....	77
Tabela 16 – Módulos de elasticidade longitudinal numérico-experimentais do Painel 02, em GPa.....	77
Tabela 17 – Módulos de elasticidade transversal numérico-experimentais do Painel 01, em GPa...78	
Tabela 18 – Módulos de elasticidade transversal numérico-experimentais do Painel 02, em GPa...78	
Tabela 19 – Módulos de torção dos painéis, determinados teoricamente.	79
Tabela 20 – Módulos de elasticidade numérico-experimentais do Painel 01, em GPa.....	80
Tabela 21 – Módulos de rigidez numérico-experimentais do Painel 02 em GPa.....	80
Tabela 22 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa sem viga de enrijecimento.....	82

Tabela 23 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 2 Lamelas, $EI=71,3776 \text{ kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.	82
Tabela 24 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 3 Lamelas e $EI= 295,7142\text{kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.....	83
Tabela 25 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 4 Lamelas e $EI= 520,6677 \text{ kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.....	84
Tabela 26 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 2 Lamelas e $EI=71,3776 \text{ kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.....	84
Tabela 27 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 3 Lamelas e $EI= 295,7142\text{kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.....	85
Tabela 28 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 4 Lamelas e $EI= 520,6677 \text{ kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.....	86
Tabela 29 – Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 8 parafusos.	87
Tabela 30 – Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 12 parafusos.	87
Tabela 31 – Diferenças percentuais das rigidezes apresentadas pelos tabuleiros interligados vigas de enrijecimento de 8 parafusos e 12 parafusos.....	88
Tabela 32 – Porcentagens máximas das forças atuantes nos parafusos das vigas de enrijecimento interligadas por 8 parafusos.....	88
Tabela 33 – Porcentagens máximas das forças atuantes nos parafusos das vigas de enrijecimento interligadas por 12 parafusos.....	89
Tabela 34 – Deslocamentos relativos (em centímetros) entre painéis para configuração sem viga de enrijecimento.	90
Tabela 35 – Tabela de pré-dimensionamento de pontes em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC para TB-30.	94

Tabela 36 – Tabela de pré-dimensionamento de pontes em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC para TB-45.....	94
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AASHTO - American Association of Highway and Transportation Officials

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

AITC - American Institute of Timber Construction

ATM – Software “Análise de Tabuleiros de Madeira”

CAM - Catalana Artefatos de Madeira Ltda.

CCA - Arseniato de Cobre Cromatado

CCB - Boro de Cobre Cromatado

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

DNIT – Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes

EESC – Escola de Engenharia de São Carlos

ELS – Estado Limite de Serviço

ELU – Estado Limite de Utilização

EUA – Estados Unidos da América

FPL – Forest Products Laboratory

Glulam – Glued-Laminated Timber

LaMEM – Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira

MLC – Madeira Laminada Colada

NBR – Norma Brasileira Registrada

USDA – United States Department of Agriculture

USP – Universidade de São Paulo

LISTA DE SIMBOLOS

$2H$ – rigidez efetiva à torção

a_i – distância do centróide da área de cada elemento que compõe a seção transversal até a linha neutra $y-y$

A_i – área de cada elemento da seção transversal

A_t – área efetiva do tabuleiro

b_a – largura do apoio da viga

b_t – largura do tabuleio

b_v – largura de uma viga longarina

d – diâmetro do parafuso

d_{fr} – distância de frenagem

DT – transdutores de deslocamento

D_x – módulo rigidez de placa na direção “ x ”

D_{xy} – módulo rigidez de placa à torção no plano “ xy ”

D_y – módulo rigidez de placa na direção “ y ”

E_c – energia cinética do veículo

E_{c0k} – módulo de elasticidade característico da madeira na direção paralela às fibras

$E_{flexão}$ – módulo de elasticidade da madeira determinado pelo ensaio de flexão estática

E_i – módulo de elasticidade de cada elemento da seção transversal

$E_{I_{ef}}$ – rigidez efetiva da seção composta analisada

$E_{vibração}$ – módulo de elasticidade da madeira determinado pelo ensaio vibração transversal

$E_{x\text{ médio}}$ – módulo de elasticidade médio da madeira na direção “ x ”

$E_{y\text{ médio}}$ – módulo de elasticidade médio da madeira na direção “ y ”

$f_{c0,d}$ – resistência de cálculo da madeira à compressão paralela às fibras

$f_{c90,d}$ – resistência de cálculo da madeira à compressão normal às fibras

F_d – valor de cálculo do esforço

$F_{d,ser}$ – valor de cálculo do esforço para o estado limite de serviço

F_{fr} – força de frenagem

$F_{Gi,k}$ – valor característico dos esforços permanentes

$F_{Q,k}$ – valor característico dos esforços acidentais.

$f_{v0,d}$ – resistência de cálculo da madeira ao cisalhamento paralelo às fibras

g – aceleração da gravidade

G_{LT} – módulo de torção do painel

$G_{xy \text{ médio}}$ – módulo de torção médio da madeira no plano “xy”

h' – altura do centro de gravidade da seção da viga “T”

h_{rev} – altura do revestimento

h_t – altura do tabuleiro

h_v – altura da viga

I_t – inércia efetiva em relação ao eixo y-y

k_{mod} – coeficiente de modificação

K_{ser} – módulo de deslizamento da ligação para o ELS

K_u – módulo de deslizamento da ligação para o ELU

L = vão da ponte em viga

L_v – vão efetivo da viga.

m – massa do veículo

M_d – momento fletor máximo de cálculo na seção considerada

M_d – momento fletor máximo de cálculo atuante na seção

Q_{roda} – carga de roda do veículo

s – distância entre as faces internas de duas vigas longarinas adjacentes

S1 – classe estrutural número 1

S2 – classe estrutural número 2

S3 – classe estrutural número 3

SE – classe estrutural especial

s_{ef} – espaçamento efetivo entre os pregos na interface dos elementos

s_i – espaçamento dos pregos na interface dos elementos

$s_{m\acute{a}x}$ – espaçamento mínimo entre os pregos na interface dos elementos

$s_{m\acute{i}n}$ – espaçamento máximo entre os pregos na interface dos elementos

t – largura efetiva da roda atuante sobre o tabuleiro

u_0 – contraflechas

u_c – flecha devido à fluência

u_{ef} – flecha máxima efetiva

u_G – flechas oriundas das ações permanentes

u_{ime} – flecha imediata

u_Q – flechas oriundas das ações acidentais

v – velocidade do veículo

V_d – força cisalhante máxima e cálculo da seção considerada

W_t – módulo de resistência elástico efetivo em relação ao eixo y-y

α – fator para cálculo do coeficiente de impacto

γ_{Qi} – coeficiente de ponderação para as ações acidentais

γ_{Gi} – coeficiente de ponderação para as ações permanentes

ν_x – coeficiente de Poisson na direção “x”

ν_y – coeficiente de Poisson na direção “y”

ρ_{ap} – densidade aparente da madeira

ρ_k – densidade aparente característica da madeira

σ_1 – tensão normal no centroide da área do painel do tabuleiro

σ_2 – tensão normal no centroide da área da viga

$\sigma_{c,90}$ – tensão de cálculo de compressão normal às fibras

$\sigma_{crit,1}$ – tensão normal crítica nas fibras da borda superior do painel do tabuleiro

$\sigma_{crit,2}$ – tensão normal crítica nas fibras da borda inferior da viga

$\sigma_{m,1}$ – tensão normal nas fibras da borda superior do painel do tabuleiro devido ao momento fletor

$\sigma_{m,2}$ – tensão normal nas fibras da borda inferior da viga devido ao momento fletor

σ_{Md} – tensão normal máxima de cálculo devido à flexão nas fibras mais afastadas em relação ao eixo y-y

τ_{2max} = tensão de cisalhamento máxima

τ_{atrito} – trabalho realizado pelo atrito entre o pneu e o pavimento

τ_{Vd} – tensão cisalhante máxima de cálculo na linha neutra da seção fletida

ϕ – coeficiente de impacto

Φ – coeficiente de fluência

ψ_0 – fator de combinação

ψ_2 – fator de combinação.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	JUSTIFICATIVA.....	2
1.2	OBJETIVOS	3
2.	PONTES DE MADEIRA.....	4
2.1	Manuais de projeto e construção de pontes de madeira	5
2.1.1	Timber Bridges: Design, Construction, Inspection and Maintenance – FPL.....	5
2.1.2	Manual de projeto e construção de pontes de madeira – LaMEM.....	5
2.2	Pontes em Vigas	6
2.2.1	Pontes em vigas simples de peças roliças.....	7
2.2.2	Pontes em vigas com peças roliças compostas	7
2.2.3	Pontes em vigas de peças serradas simples ou compostas	8
2.2.4	Ponte em vigas de MLC.....	9
2.3	A Madeira Laminada Colada	9
2.4	O Sistema Estrutural de Ponte em Vigas de MLC	11
2.4.1	O Sistema das Vigas Longarinas.....	11
2.4.2	O Sistema do Tabuleiro em Painéis Transversais	14
2.4.3	O Sistema das Vigas de Enrijecimento entre os Painéis	17
3.	CRITÉRIOS TEÓRICOS DE DIMENSIONAMENTO DE PONTES EM VIGAS DE MLC E TABULEIROS EM PAINÉIS DE MLC.....	23
3.1	Análise Teórica do tabuleiro em painéis de MLC.....	23
3.2	Análise Teórica das Vigas Longarinas de MLC	31
4.	APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA UTILIZADA PELO SOFTWARE “ATM – ANÁLISE DE TABULEIROS DE MADEIRA” PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO TABULEIRO	40
5.	MATERIAIS E MÉTODOS.....	42
5.1	Classificação das Peças com Dimensões Estruturais	42
5.1.1	Classificação Visual	42
5.1.2	Classificação por Flexão Estática (MOE)	43
5.1.3	Classificação por Vibração Transversal.....	44
5.2	Montagem e Caracterização das Vigas de Enrijecimento em MLC.....	45
5.3	Montagem dos Painéis em MLC.....	49
5.4	Caracterização dos Painéis em MLC.....	49
5.4.1	Determinação dos módulos de elasticidade e de torção dos painéis utilizando análise teórica e experimental.....	49
5.5	Montagem do Tabuleiro de MLC.....	53
5.6	Ensaio dos Painéis do Tabuleiro Interconectados por Vigas de Enrijecimento.....	55

5.6.1	Análise experimental do tabuleiro	55
5.7	Análise numérica.....	62
5.7.1	Determinação das propriedades individuais dos painéis utilizando software ATM	62
5.7.2	Determinação das propriedades do tabuleiro utilizando software ATM.....	64
6.	RESULTADOS E ANÁLISES	67
6.1	Classificação das Peças	67
6.1.1	Classificação visual das peças de comprimento 2300mm e largura 120mm; e propriedades geométricas	67
6.1.2	Determinação dos módulos de elasticidade das peças pelo método da flexão estática e da vibração transversal.....	69
6.1.3	Comparação dos resultados.....	72
6.2	Análise das vigas de enrijecimento de MLC.....	75
6.2.1	Determinação dos módulos de rigidez das vigas através de procedimento teórico	75
6.3	Análise dos painéis de MLC	76
6.3.1	Determinação das propriedades dos painéis através de procedimentos teórico-experimentais.....	76
6.3.2	Determinação das propriedades dos painéis através de procedimentos numérico-experimentais.....	79
6.3.3	Comparação dos resultados.....	80
6.4	Análise do tabuleiro de MLC	81
6.4.1	Determinação dos módulos de elasticidade do tabuleiro como placa.....	81
6.4.2	Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 8 e 12 parafusos.	86
6.5	Análise das forças atuantes nos parafusos.....	88
6.6	Deslocamentos relativos máximos entre painéis.....	89
6.7	Tabela de Pré-dimensionamento de Pontes em vigas de MLC para as cargas móveis em pontes rodoviárias brasileiras	93
6.8	Disposições Construtivas das Pontes em Vigas de MLC	95
7.	CONCLUSÕES	100
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
9.	ANEXO	107
10.	APÊNDICES.....	121

1. INTRODUÇÃO

O Brasil possui uma grande rede hidrográfica espalhada por todo seu território, havendo enorme necessidade de construção de pontes de pequenos e médios vãos para transpor esses rios, de modo a proporcionar interligação de localidades. Hellmeister (1983) relata que as construções de pontes vicinais, além de acelerarem a evolução econômica pretendida na região, tendem a conduzir os seus habitantes ao aperfeiçoamento humano, pois possibilitam maior facilidade de acesso, além de troca de mercadoria, maior difusão dos recursos educacionais, culturais, artísticos, políticos e religiosos, influenciando diretamente na qualidade de vida da população. É importante citar também que o melhoramento das condições de transporte, como a construção de novas pontes, reduzem seus custos, encurtando distâncias e também possibilitam o desenvolvimento industrial da região gerando empregos diretos e indiretos.

A madeira provavelmente foi o primeiro material utilizado pelos humanos na construção de pontes, entretanto, no Brasil, o processo construtivo acabou por se estagnar no tempo, já que a grande maioria das pontes de madeira construídas não foi projetada por profissionais capacitados e nem construídas por técnicos qualificados, sem utilização madeira tratada e muito menos recebendo a manutenção necessária, resultando, desta forma, em estruturas de elevado custo, inseguras, de baixa durabilidade e propícias a ruína, que acabaram por infamar a madeira como material estrutural para uso em pontes. Segundo Calil et al.(2006), pesquisas realizadas pelo LaMEM em algumas prefeituras do estado de São Paulo mostram que de cerca de mil pontes e passarelas de madeira construídas, 30% precisavam ser refeitas ou reformadas.

Além de possuir propriedades como altas resistências à tração e à compressão, baixo peso próprio e excelente absorção de impacto, que são características ideais para utilização em pontes, a utilização de madeira de reflorestamento para construção de pontes é uma opção sustentável, natural, renovável e que durante seu desenvolvimento também produz oxigênio para a atmosfera, sendo assim um material ecologicamente correto ao contrário do aço e do cimento, materiais estruturais provenientes de fontes não renováveis, que necessitam de grandes quantidades de energia em sua produção e emitem enorme quantidade de gases danosos ao meio ambiente.

A utilização da Madeira Laminada Colada (MLC) nos projetos de pontes de madeira é muito comum nos países da Europa e América do Norte, porém, no Brasil, pouco se conhece a respeito de pontes construídas com esse material. Tem-se informação de apenas uma ponte com vigas em MLC no Brasil, construída no Campus II da USP em São Carlos-SP projetada por Góes, Calil Junior e Dias (2008), entretanto trata-se de uma ponte com tabuleiro multicelular protendido transversalmente, apenas com as vigas em MLC.

A Madeira Laminada Colada é um material moderno e produzido em indústrias com elevado controle de qualidade, classificação visual e mecânica de peças de madeira, onde se podem produzir peças de diversas dimensões, retas ou curvas, colando peças serradas de madeira de

espessura máxima de 5 cm (lamelas) com adesivos estruturais resistentes à água e a intempéries. Essas peças de MLC apresentam resistências superiores quando comparadas às peças serradas, pois a rigorosa classificação individual de todas as peças, permite a melhor utilização da madeira, além da possibilidade da produção de peças estruturais grandes, com maiores inércias e comprimentos.

O sistema em vigas longarinas é o tipo mais usual e simples de pontes de madeira, e ao se utilizar vigas em MLC, podem-se produzir peças capazes de vencer grandes vãos e, mais facilmente, atenderem aos critérios de dimensionamento do Estado Limite Último (ELU) e do Estado Limite de Serviço (ELS). Além disso, podem-se produzir peças curvas com contraflechas. Sobre as vigas podem ser apoiados painéis transversais (à direção do tráfego) em MLC que formarão o tabuleiro da ponte. Esses painéis devem receber o carregamento dos veículos, resistir a esse esforço, e apresentar pequenos deslocamentos e giros relativos entre eles. Para dar continuidade ao tabuleiro, nas junções são utilizadas vigas de enrijecimento com parafusos passantes para interconexão entre os painéis e que também proporcionarão um ganho de rigidez ao tabuleiro, diminuindo, assim, deslocamentos verticais excessivos que são danosos aos revestimentos superficiais da ponte e também reduzindo vibrações excessivas na passagem de veículos.

Figura 1 – Ponte em vigas longarinas de MLC. Fonte:

<http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1010-full.html>, acessado dia 05/10/2012

1.1 JUSTIFICATIVA

As pontes são estruturas fundamentais para o desenvolvimento de uma região. Somente no estado de São Paulo, com cerca de 220.000 km de estradas vicinais, estimando-se a necessidade de 110.000 pontes de madeira. A economia de um município ou região é influenciada pela facilidade de transporte, como escoamento da produção, e a transposição de obstáculos, como

os rios, em qualquer época do ano, é essencial para encurtar caminhos reduzir os custos de transporte. Além disso, o transporte de pessoas, medicamentos e, conseqüentemente, a qualidade de vida da população são outros fatores que são diretamente influenciados pela presença de uma ponte.

Ao contrário da maioria das pontes de madeira construídas no Brasil, que são totalmente artesanais construídas sem projetos ou mão-de-obra qualificada, causando insegurança, degradação e pequena vida útil à estrutura, as pontes em MLC além de detalhadamente projetadas de acordo com as normatizações técnicas, são compostas por elementos industrializados tratados com preservantes e elevado controle de qualidade, proporcionando, desta forma, uma estrutura segura, durável e, de baixo custo quando comparada a outros materiais estruturais, sendo largamente utilizadas na América do Norte e Europa há mais de 60 anos.

1.2 OBJETIVOS

Os principais objetivos do trabalho proposto são:

- i- realizar uma análise teórica dos procedimentos de dimensionamento dos elementos da superestrutura da ponte (vigas e tabuleiro) a partir da revisão bibliográfica de pesquisadores internacionais aplicando os princípios e condições de dimensionamento das normas brasileiras;
- ii- analisar experimentalmente os deslocamentos impostos por determinadas cargas em várias posições do tabuleiro composto por dois painéis de MLC, utilizando vigas de enrijecimento em diferentes dimensões;
- iii- determinar, com auxílio numérico do programa “Análise de Tabuleiros de Madeira – ATM”, os módulos de elasticidade da placa ortotrópica e, conseqüentemente, os ganhos de rigidez proporcionados pela utilização das vigas na interconexão entre painéis, além de verificar a eficiência na redução de deslocamentos relativos entre painéis adjacentes do tabuleiro.
- iv- obter subsídios para o projeto e dimensionamento de pontes em vigas e tabuleiro de MLC, através da elaboração tabelas de pré-dimensionamento das vigas e dos tabuleiros, em função de suas dimensões, das cargas móveis (TB-30 e TB-45).

2. PONTES DE MADEIRA

No Brasil, a construção da grande maioria das pontes de madeira ao longo da história foi realizada com procedimentos artesanais, sem conhecimento científico e, muito menos, acompanhamento técnico. De acordo com Pigozzo (2004), essa falta de conhecimento tecnológico resultou em estruturas de vida útil reduzida e segurança duvidosa, assim como Hellmeister (1983) já mencionava que as pontes de madeira no Brasil daquela época, utilizadas em estradas vicinais para travessia de riachos, eram construídas por carpinteiros, sem nenhum cálculo estrutural, utilizando 2 ou 4 vigas de madeira maciça de seção quadrada, sendo talvez ainda mais precárias do que as estradas nas quais se encontravam. Aquelas pontes dificilmente resistiam às grandes chuvas, pois, sendo simplesmente apoiadas, flutuavam nas enchentes e eram arrastadas com facilidade.

Cheung (2003) cita que essa conduta ajudou a criar um preconceito brasileiro no uso de madeira na construção de pontes, tanto por parte do usuário quanto pelos agentes financeiros, sendo este um dos principais empecilhos para o emprego deste material na construção de novas pontes.

Apesar desta visão precipitada por parte dos leigos, segundo Duwadi e Ritter (1997), a madeira é um material apropriado para construção de pontes por diversos motivos, entre eles capacidade da madeira de suportar grandes carregamentos de curta duração. Além disso, é um material leve e de fácil manipulação, que pode ser utilizado em qualquer tipo de clima sem afetar esse material.

Calil Junior, Lahr e Dias (2003) citam que o crescimento e a extração de árvores, bem como o desdobro, envolvem baixo consumo de energia, não provocando maiores danos ao meio ambiente, sendo, portanto, a madeira, um material ecologicamente correto, ao contrário de outros materiais comumente utilizados para construção de pontes como o aço e o concreto armado, que são produzidos por processos altamente poluentes, antecidos por agressões ambientais consideráveis para a obtenção de matéria-prima de fontes não-renováveis e elevado consumo de energia. Utilizando madeira proveniente de florestas plantadas, além de não se produzir resíduos poluentes ao meio ambiente, tem-se a utilização de energia solar para produção do material madeira, sequestro de gás carbônico e produção de gás oxigênio liberado para a atmosfera.

Por fim, Hellmeister (1983) e Pigozzo (2004) mencionam o baixo custo, fácil construção e boa durabilidade das pontes de madeira quando utilizados procedimentos técnicos e tratamento adequado com preservantes das peças da estrutura de madeira. Segundo Tuomi (1976), um tabuleiro de uma ponte de madeira com sua superfície devidamente impermeabilizada e tratada garante uma vida útil de 50 anos ou mais.

2.1 Manuais de projeto e construção de pontes de madeira

2.1.1 Timber Bridges: Design, Construction, Inspection and Maintenance – FPL

Em 1990, o Departamento de Agricultura e Serviços Florestais dos Estados Unidos da América (United States Department of Agriculture Forest Service) elaborou um importante material bibliográfico a respeito das pontes de madeira desenvolvidas naquele país. Com uma abordagem bastante prática, Ritter (1990) apresenta no Capítulo 1 a história da utilização da madeira como material estrutural de pontes, e no Capítulo 2, os tipos de superestruturas de pontes de madeira mais utilizadas nos EUA, como as pontes em vigas, as pontes em tabuleiros longitudinais, as pontes treliçadas, as pontes em arcos, as pontes em tabuleiros laminados pregados, laminados colados, laminados protendidos, as pontes em tabuleiro misto de madeira e aço; e também considerações referentes à subestrutura das pontes de madeira. Já no Capítulo 3, dá-se ênfase nas propriedades físicas e mecânicas da madeira, apresentando também as propriedades da MLC. No Capítulo 4, apresentam-se informações relativas à preservação e proteção das pontes de madeira, como os tipos de preservantes da madeira, os tipos de tratamento, a especificação de madeiras tratadas para utilização em pontes de madeira e o controle de qualidade. O Capítulo 5 relata as concepções básicas para o projeto das pontes de madeira em geral; e no Capítulo 6, os carregamentos e forças em pontes de madeira baseadas nos documentos normativos estadunidenses. Nos Capítulos 7, 8 e 9, o autor apresenta os procedimentos de cálculo para as superestruturas das pontes em vigas (MLC e serradas), tabuleiros longitudinais e tabuleiros protendidos transversalmente, respectivamente.

As defensas em madeira de pontes são muito utilizadas nos EUA devido à excelente propriedade da madeira em absorver o impacto. Desta forma, no Capítulo 10, o autor apresenta disposições construtivas e recomendações de projeto para defensas de madeira em tabuleiros de madeira.

No Capítulo 11, encontram-se recomendações a respeito dos revestimentos superficiais para os tabuleiros de madeira. No Capítulo 12, importantes sugestões são apresentadas em relação à fabricação e construção das pontes de madeira, como transporte, manuseio, armazenamento, pontes pré-fabricadas e tratamentos em campo.

Os temas sobre inspeção em pontes de madeira; manutenção e reabilitação; e casos históricos são apresentados nos Capítulos 13, 14 e 15, respectivamente.

Portanto, trata-se de um material completo apresentando as características das estruturas de madeira construídas nos EUA e suas recomendações de dimensionamento baseadas nos documentos normativos daquele país.

2.1.2 Manual de projeto e construção de pontes de madeira – LaMEM

Em 2006, com base no Programa Emergencial das Pontes de Madeira para o Estado de São Paulo, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, sob

coordenação do Professor Dr. Carlito Calil Junior, elaborou-se o Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira, com recomendações para projeto, dimensionamento e disposições construtivas de pontes tecnológicas de madeira com diversos sistemas estruturais e construtivos em vigas e em placas, sendo apresentados exemplos de projetos com diversos vãos, classes de resistência de madeira e classes de veículos-tipo de acordo com as Normas Brasileiras vigentes.

Este manual apresenta, nos Capítulos 1 e 2, informações relativas às madeiras de reflorestamento mais utilizadas atualmente no Brasil e suas propriedades físicas e mecânicas, bem como os valores representativos destas propriedades de acordo com a ABNT NBR 7190:1997.

No Capítulo 3, em conformidade com os documentos normativos vigentes no Brasil, apresentam-se as ações usuais em pontes de madeira, como cargas permanentes, cargas acidentais verticais, impacto vertical, vento, força centrífuga, além das combinações e ações consideradas no dimensionamento da estrutura.

No Capítulo 4, de forma geral, são apresentados os sistemas estruturais e construtivos das pontes de madeira, como pontes em viga, pontes em arco, pontes em pórticos e pontes em placas. Informações sobre os tabuleiros das pontes de madeira encontram-se no Capítulo 5.

O Capítulo 6 deste manual é de extrema importância, pois diz respeito às fundações para pontes de madeira, que em grande maioria dos casos, são os pontos críticos de ruínas das pontes de madeira uma vez que não são analisadas e dimensionadas corretamente.

Os Capítulos 7 e 8 enfocam na classificação estrutural e durabilidade da madeira, além de procedimentos para reabilitação dos elementos estruturais de madeira.

O Capítulo 9 deste manual apresenta as diretrizes para o projeto de pontes de madeira com base nas Normas Brasileiras, para pontes em vigas simples de peças roliças, pontes em placa mista madeira-concreto, pontes em placa protendida transversalmente e ponte em placa multicelular protendida transversalmente. No Capítulo 10, por fim, encontram-se os exemplos de projetos de pontes desenvolvidos pelo LaMEM.

2.2 Pontes em Vigas

De acordo com Ritter (1990), as pontes de madeira são basicamente divididas em dois componentes básicos: a superestrutura e a subestrutura. Entende-se como superestrutura os elementos da ponte que recebem diretamente as ações provenientes do tráfego de veículos e pedestres, como o tabuleiro, as defensas e as vigas, e os distribuem para as subestruturas, compostas pelos apoios e fundações que transmitem os esforços para o solo.

A ponte em vigas é um sistema estrutural mais simples e comum utilizado nas pontes de madeira em geral. Sua superestrutura é composta basicamente pelas defensas, pelo tabuleiro e pelas vigas longarinas. Neste tipo de ponte tem-se o tabuleiro apoiado sobre uma série de vigas longarinas, as quais podem ser, de acordo com Calil et al. (2006), dos tipos: simples de peças roliça, com peças roliças compostas, de peças serradas simples ou compostas ou de MLC.

2.2.1 Pontes em vigas simples de peças roliças

Trata-se do tipo mais simples de ponte em vigas, segundo Ritter (1990), utilizando as peças roliças alternadamente juntando suas extremidades e amarrando-as com cabos de aço (Figura 2). Pode-se também acrescentar uma viga transversal no meio do vão para auxiliar na distribuição do carregamento. Esse tipo de ponte é limitado pela disponibilidade dos diâmetros e comprimentos das peças roliças, sendo usualmente utilizada para vãos de 6 a 18 metros.

Segundo Calil et al. (2006), apesar das peças roliças apresentam o alburno, o qual tem menor durabilidade natural, quando tratadas sobre pressão com preservantes adquirem a durabilidade necessária. Os tabuleiros são geralmente construídos por peças roliças ou serradas posicionadas transversalmente à direção do tráfego sobre as quais se pregam pranchas que servem como rodeiro e guia de roda indicando o local passagem dos veículos. É muito comum para esse tipo de ponte a colocação de pedras e solo sobre o tabuleiro para diminuir as vibrações oriundas do tráfego, podendo ocasionar a deterioração do mesmo pelo acúmulo de umidade, o que não é recomendado.

De acordo com Ritter (1990), esse tipo de ponte tem seu tempo de serviço variando de 10 a 20 anos dependendo do tipo de madeira utilizada e das condições do local de uso.

Figura 2 – Ponte em vigas roliças simples. Fonte: (Calil et al., 2006)

2.2.2 Pontes em vigas com peças roliças compostas

Esse tipo de ponte foi desenvolvido para aprimorar o tipo anterior, a fim de se construir peças com uma maior inércia através da associação de duas ou mais peças roliças (Figura 3). Essa associação, proposta por Hellmeister (1983), é realizada por parafusos passantes transversais em conjunto com anéis metálicos capazes de transmitir tensões cisalhantes. Segundo Calil et al. (2006), deve-se tomar um cuidado especial quanto a durabilidade destas peças compostas tendo em vista que os furos e entalhes são vias naturais de penetração de umidade na

região central das peças roliças, podendo ocorrer deterioração das mesmas. Além disso, estas ligações estão localizadas em regiões de baixa resistência natural da madeira, o alburno.

Figura 3 – Ponte em vigas roliças compostas.

2.2.3 Pontes em vigas de peças serradas simples ou compostas

As pontes de peças serradas simples são limitadas pelo comprimento das peças serradas disponíveis comercialmente, sendo, portanto, recomendadas para pequenos vãos. Segundo Calil et al. (2006), para grandes comprimentos, utilizam-se as chamadas pontes barragens com uma série de pilares intermediários, dispostos próximos uns aos outros, sobre os quais as vigas de peças serradas são apoiadas (Figura 4).

Figura 4 – Ponte Barragem. Fonte: (Calil et al., 2006)

Ritter (1990) cita que uma ponte em vigas de peças serradas simples é econômica, fácil de construir e adequado para estradas vicinais, desde que não seja necessário vencer grandes vãos. Complementa ainda que caso as peças sejam devidamente tratadas com preservantes, tem-se uma vida útil desta ponte de aproximadamente 40 anos.

As pontes de peças serradas compostas são análogas às de peças serradas simples, uma vez que se associam peças serradas com o intuito de aumentar a rigidez dos elementos e, consequentemente, possibilitar a transposição de maiores vãos.

2.2.4 Ponte em vigas de MLC

Este tipo de ponte é construído por uma série de vigas longarinas posicionadas paralelamente à direção do tráfego, as quais são fabricadas com lamelas, previamente selecionadas e classificadas, de espessura até 5cm, coladas pelas suas faces largas, umas às outras, utilizando adesivo estrutural resistente à água, a fim de se obter vigas de seções transversais de diversas dimensões e comprimentos, curvas ou retas, limitando-se ao transporte e dimensões das prensas. Trata-se de um processo industrializado com rigoroso controle de qualidade, proporcionando estruturas mais seguras e confiáveis.

Segundo Ritter (1990), este tipo de ponte requer menor quantidade de vigas e são capazes de vencer vãos maiores quando comparada às pontes em vigas de uma única peça de madeira maciça (serrada). As vigas de MLC conseguem vencer facilmente vãos de 6 a 30 metros, mas já sendo utilizadas para vãos de até 42 metros.

Este tipo de ponte, também segundo Ritter (1990), vem sendo utilizado nos Estados Unidos da América desde meados de 1940, e a partir desta época se tornou o tipo mais comum utilizado para pontes de madeira tanto para vãos simples como para múltiplos vãos. Quando apropriadamente projetadas e fabricadas, podem atingir uma vida útil de 50 anos ou mais.

2.3 A Madeira Laminada Colada

Segundo Miotto (2009), a construção de um auditório em Basel na Suíça, em 1893, é frequentemente citada como a primeira utilização da MLC, entretanto, limitava-se a utilização em ambientes protegidos da umidade. Porém, após a Segunda Guerra Mundial, passou-se a utilizar a MLC em pontes e passarelas, pois foram desenvolvidos adesivos resistentes à água.

A MLC é um produto engenheirado, que vem sendo utilizado nos Estados Unidos da América para uso interno desde 1935 e em meados de 1940 para uso externo, de acordo com Duwadi e Ritter (1997), e utilizando, em sua grande maioria, madeiras de espécies coníferas.

Peças de MLC consistem em lamelas de até 5cm de espessura, coladas umas sobre as outras, em suas faces largas, com adesivos estruturais resistentes à água. Essas lamelas devem ser classificadas visual e mecanicamente, a fim de eliminar os defeitos das lamelas e também possibilitar o posicionamento das melhores lamelas nas regiões de maiores tensões na peça. É necessário frisar também a importância da aplicação de uma pressão de prensagem durante determinado período de tempo, especificados pelas normas técnicas como AITC H190 (2007) e

também pela Proposta de Revisão da ABNT NBR 7190 de novembro de 2011. Além disso, a cura do adesivo deve ser realizada de acordo com as recomendações do fabricante.

Cada lamela pode conter emendas longitudinais e transversais utilizadas para obter maiores comprimentos e larguras (Aprilanti, 2010), como as emendas de topo (*butt joints*), emendas biseladas (*scarf joints*) e emendas dentadas (*finger joints*) (Macêdo e Calil Junior, 1999). O espaçamento mínimo para as emendas longitudinais em uma mesma lamela deve ser de 80cm na região de maior esforço normal à seção da peça, correspondente ao quarto da altura da mesma, e mínimo de 50cm caso a emenda se localize na região central da seção da peça. Quanto às emendas das lamelas adjacentes, a distância mínima respeitada deve ser de 20cm, segundo PR.ABNT NBR 7190 (2011) (Figura 5).

Figura 5 – Detalha da montagem da viga (a), e espaçamentos mínimos (b) e tipos de emendas utilizadas(c). Fonte: (a) Zangiácomo (2003); e (c) Macêdo e Calil Jr. (1999).

Quanto ao tratamento com preservantes das peças, Calil Neto (2011) cita que a preservação de madeiras consiste da impregnação das mesmas com substâncias tóxicas aos organismos xilófagos, a fim de que estes não possam mais utilizar a madeira como alimento para sua sobrevivência e multiplicação. A madeira é um material biológico, vulnerável aos danos causados por fungos e insetos. Entretanto, para iniciar a deterioração da madeira, quatro elementos fundamentais devem estar presentes: alimento (madeira), oxigênio, umidade e temperatura favorável, sendo o alimento o principal elemento (Duwadi e Ritter, 1997). Calil Neto (2011) também apresenta os dois principais preservantes utilizados em MLC no Brasil: o Arseniato de Cobre Cromatado (CCA) e o Boro de Cobre Cromatado (CCB).

Ritter (1990) e a norma Chilena (NCh2148.cR, 2010) sugerem o tratamento das peças de MLC após a colagem e cura do adesivo, utilizando uma autoclave, com o preenchimento dos vazios das células da madeira com preservantes através da aplicação de elevadas pressões. Para situações onde as dimensões das peças são incompatíveis com a autoclave, sugere-se a utilização de lamelas tratadas na fabricação das mesmas, desde que seja controlada sua umidade na montagem e a compatibilidade do adesivo com o preservante (Calil Neto, 2011).

Portanto, as peças de MLC devem ser fabricadas em indústrias especializadas, prezando pelo rigoroso controle de qualidade, desde a origem e secagem da madeira, classificação visual e mecânica das lamelas, controle da aplicação do adesivo estrutural, montagem, prensagem e secagem dos elementos estruturais, tratamento com preservantes sob pressão, transporte e controle tecnológico.

Entre as vantagens de estruturas em MLC, em relação à madeira serrada, destacam-se:

- A possibilidade de fabricação de peças com variadas de formas, dimensões e comprimentos;
- Redução de rachaduras provenientes de secagem inicial de lamelas;
- Disposição adequada das lamelas de melhor qualidade nas regiões de maior solicitação das peças;
- Produzir elementos estruturais com ausência de defeitos, como nós.

2.4 O Sistema Estrutural de Ponte em Vigas de MLC

2.4.1 O Sistema das Vigas Longarinas

De acordo com Ritter (1990) o sistema em vigas longarinas em MLC consiste em uma série de vigas posicionadas longitudinalmente, paralelas à direção de tráfego, que dão suporte a uma série de painéis transversais que formam o tabuleiro da ponte. É um sistema estrutural capaz

de vencer facilmente vãos de 6m a 30m de comprimento, podendo ser utilizados para estradas de pista simples, pista dupla ou até mesmo em rodovias de tráfego pesado e intenso.

Do ponto de vista econômico, é interessante trabalhar com peças de dimensões e comprimentos padronizados e sistemas modulares, a fim de reduzir os custos de produção em larga escala.

Sendo os principais componentes que recebem todo o carregamento proveniente do tabuleiro, as vigas devem ser suficientemente resistentes e também atender aos limites de serviço com relação ao deslocamento vertical máximo. O sistema de vigas é composto basicamente por três componentes: as vigas longarinas, os contraventamentos (evitando a instabilidade lateral) e os aparelhos de apoio.

2.4.1.1 Vigas

São peças estruturais produzidas com as lamelas de espessura máxima 5cm posicionadas horizontalmente coladas pelas faces largas, recebendo as ações do tabuleiro perpendicularmente a essas faces largas. Desta forma, após a classificação visual e mecânica das lamelas, aquelas que possuírem maior valor de módulo de elasticidade devem ser posicionadas nas regiões de maiores tensões normais das vigas de MLC (Figura 6), enquanto as de menores módulos, posicionadas na região central da seção.

São elementos produzidos em várias dimensões a fim de proporcionar uma maior estabilidade dimensional quando comparada às peças serradas, além da possibilidade de serem produzidas com contraflechas diminuindo os deslocamentos verticais produzidos pelas cargas permanentes e acidentais. As vigas são dimensionadas segundo os critérios do Estado Limite Último para os principais esforços: o momento fletor e o cisalhamento longitudinal. Devem atender também aos limites de deslocamentos verticais impostos pelo Estado Limite de Serviço. Segundo Ritter (1990), recomenda-se um espaçamento máximo de 1,95m entre as vigas longarinas para tabuleiro em painéis transversais, variando conforme a classe de carregamento.

Figura 6 – Configuração do carregamento nas vigas longarinas

2.4.1.2 Contraventamentos

São elementos colocados perpendicularmente às vigas longarinas que proporcionam uma estabilidade lateral e rigidez às mesmas, mantendo o espaçamento constante entre elas durante a construção da ponte e também durante o seu funcionamento. Além disso, são elementos que auxiliam em uma melhor distribuição das ações provenientes de cargas acidentais laterais como vento e impactos nas defensas. Eles podem ser do tipo treliça ou diafragma.

Ritter (1990) recomenda a utilização de um espaçamento máximo de 6m entre os contraventamentos. Entretanto, a Norma Brasileira de Projeto de Estruturas de Madeira (ABNT NBR 7190:1997) traz condições e processos de cálculo específicos a fim de se verificar a estabilidade lateral das vigas e, conseqüentemente, determinar o espaçamento ideal de seus contraventamentos (Figura 7).

Figura 7 – Vigas longarinas e contraventamentos do tipo (a) diafragma e (b) treliçado.

Fonte: (a) <http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1007-full.html>, acessado dia 05/10/2012; (b)

FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION (2006).

2.4.1.3 Aparelhos de apoio

São elementos que darão suporte às vigas e transmitirão seus esforços verticais, longitudinais e transversais aos pilares ou às fundações (subestrutura). Podem ser do tipo fixo ou móvel. Para interligar as vigas a esses apoios, utilizam-se cantoneiras e placa de aço, parafusos e uma borracha de elastômero usualmente conhecida como NEOPRENE que permite pequenas rotações e movimentos horizontais da viga sobre o apoio além de proporcionar um melhor contato entre as superfícies (Figura 8).

Figura 8 – Detalhes do aparelho de apoio entre a Viga de MLC e Apoio de Concreto

Fonte: FOREST PRODUCTS LABORATORY (SD)

2.4.2 O Sistema do Tabuleiro em Painéis Transversais

Os tabuleiros em MLC são construídos por painéis laminados verticalmente. Esses painéis são posicionados transversalmente às vigas longarinas, e o carregamento age paralelamente às faces largas das lamelas coladas (Figura9).

h_t = altura do tabuleiro
 b_t = largura do tabuleiro

Figura 9 - Configuração do carregamento no tabuleiro

Segundo Ritter (1990), os tabuleiros de MLC são mais resistentes e rígidos quando comparados aos tabuleiros de madeira laminada pregada, devido à homogeneidade da ligação da cola entre as lamelas, distribuindo melhor os esforços entre elas.

Os painéis são peças de MLC pré-fabricadas e se corretamente tratados com preservantes, podem proporcionar, segundo Ritter (1990), uma vida útil de 50 anos ou mais.

A construção do tabuleiro com painéis pode ser executada de duas formas: com painéis isolados ou com painéis interconectados.

A utilização de painéis isolados se dá pela simples colocação dos mesmos sobre as vigas longarinas sem nenhuma ligação entre painéis adjacentes. É um procedimento mais

econômico e rápido, entretanto, sujeito a problemas sérios, como excesso de deslocamentos verticais relativos e, conseqüentemente, pouco recomendado para pontes de grande fluxo de veículos onde haja revestimento asfáltico, devido ao aparecimento de trincas, conforme mostra a Figura 10. Esse tipo de estrutura pode ser analisado simplificadaamente como uma viga isolada bi-apoiada, de largura igual à largura efetiva de roda e altura do painel, com o carregamento atuando sobre a mesma.

Figura 10 - Trincas no revestimento asfáltico oriundas do deslocamento relativo entre painéis.

Fonte: Eriksson et al. (2003)

Ritter (1990) recomenda a utilização de painéis interconectados por pinos de aço com o objetivo interligar os painéis adjacentes e reduzir os deslocamentos e giros relativos entre eles (Figura 11). Entretanto, este sistema aparentemente simples e eficiente de interligação entre painéis por pinos de aço pode apresentar problemas, como a necessidade de ajustes dos furos durante a montagem (Figura 12) e até mesmo o aparecimento de fissuras transversais na madeira do tabuleiro por concentração de esforços.

Figura 11 - Painéis adjacentes interconectados por pinos de aço. Fonte: Ritter (1990)

Figura 12 – Montagem dos painéis interconectados por pinos de aço. Fonte: Eriksson et al. (2003)

Hosteng (2010) mostra a eficiência das ligações por pinos de aço quando comparadas com outras sete opções adjacentes de interconexões entre painéis de uma ponte em vigas longarinas e tabuleiro transversal de MLC (1 camada de OSB -Chapa de Partículas Orientadas- sobre os painéis adjacentes; 2 camadas de OSB sendo uma na face superior e outra na face inferior dos painéis adjacentes; fita adesiva; cantoneiras “*brackets*”; chapas metálicas no meio da altura dos painéis com e sem parafusos prisioneiros; e 1 camada de OSB com cantoneiras “*brackets*”). Preocupado com o desempenho inaceitável das pontes de madeira com revestimentos asfálticos observou que os deslocamentos relativos entre painéis eram as principais causas de degradação das superfícies asfálticas. Através de testes laboratoriais de uma ponte em escala real, observou que a interconexão entre painéis por meio dos pinos de aço reduziu significativamente o deslocamento relativo entre os painéis e se mostrou uma das mais eficientes.

Tendo em vista principalmente a dificuldade da montagem dos painéis com os pinos metálicos, iniciaram-se pesquisas para interconectarem os painéis de uma maneira mais simples, de fácil montagem e que combatesse o deslocamento e giros relativos entre os painéis. Pesquisadores como Wipf, Klaiber e Funke (1990), LaCross et al. (2000) e Witmer et al. (2002) apresentaram soluções utilizando vigas de enrijecimento paralelas às vigas longarinas para interconectar os painéis.

Segundo a AASHTO (2010), considerando a interconexão entre painéis transversais à direção do tráfego, o sistema de pinos de aço se mostrou eficiente na prevenção de deslocamentos relativos entre painéis. Entretanto, na prática, problemas com o alinhamento dos furos e a necessidade de modificações em campo reduzem sua eficiência. Portanto, a utilização de vigas de enrijecimento, paralelas à direção do tráfego, no centro do vão entre as vigas longarinas tem provado ser um sistema prático e eficiente que reduz o deslocamento relativo entre painéis transversais.

A utilização de painéis interconectados por vigas de enrijecimento proporcionam uma melhor transferência dos esforços entre os painéis adjacentes, reduzindo o deslocamento e o giro relativo entre eles, e também aumentam significativamente a rigidez do tabuleiro reduzindo o deslocamento vertical e a tensão máxima atuante nos mesmos. Esta solução é adequada para pontes com grande fluxo de veículos e àquelas onde se utilizará revestimento asfáltico (Figura 13).

Figura 13 - Tabuleiro em painéis transversais interconectados por vigas de enrijecimento.

Fonte: <http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1019-full.html>, acessado dia 05/10/2012.

2.4.3 O Sistema das Vigas de Enrijecimento entre os Painéis

Segundo LaCross et al.(2000), a utilização de vigas de enrijecimento em painéis transversais de MLC com parafusos passantes na ligação com o tabuleiro de madeira a fim de transmitir forças cisalhantes e momentos fletores, apresentaram melhores desempenhos para cargas cíclicas quando comparados aos painéis interligados por pinos de aço, anteriormente utilizados para interconexões entre painéis. O estudo comparou o comportamento de ligações entre painéis de 2083mm x 1219mm, e espessura 130mm, com pinos de aço de diâmetro 31,8mm e comprimento 432mm (Figura 14a), e com um par de vigas de enrijecimento de largura 127mm, de comprimento e altura variáveis, espaçadas entre si em 508mm (Figura 14b).

Figura 14 – Configurações analisadas para ensaios dos painéis por LaCross et al. (2000). Fonte: LaCross et al.(2000)

O desempenho do sistema foi avaliado objetivando uma análise cíclica de carregamentos com 1.000.000 de repetições. LaCross et al. (2000) enfatiza a importância da manutenção da rigidez do conjunto a fim de se evitar o deslocamento relativo entre os painéis. Em seus estudos, concluiu-se que após o ciclo de carregamento, as interconexões entre painéis com utilização de pinos metálicos sofreram uma degradação de rigidez nestas ligações de aproximadamente 20%, enquanto as interconexões realizadas pelas vigas de enrijecimento apresentaram valores nulos em alguns ensaios, e valor máximo de perda de rigidez de 14% na menor viga de enrijecimento ensaiada.

Witmer et al.(2002), estudaram o comportamento das vigas de enrijecimento, de comprimento 889mm e largura 130mm, para seis vãos do tabuleiro (762mm a 3.658mm) (Figura 15a), determinando a altura necessária destas vigas bem como a quantidade (uma ou mais vigas) necessária para suportar o momento fletor gerado pelo carregamento de 89kN de uma roda, respeitando o módulo de rigidez (EI) mínimo de 230kN.m² e módulo de rigidez (EI) máximo de 460kN.m², recomendados pela AASHTO (2010). Os autores analisam as vigas de enrijecimentos como vigas invertidas (Figura 15b) determinando os esforços axiais teóricos atuantes nos parafusos passantes do tipo “francês”, utilizados para fixar as vigas de enrijecimento aos painéis, considerando a configuração de 4 e 8 parafusos (Figuras 15c e 15d), com base nos critérios estabelecidos pelas normas americanas : *Allowable stress design* (ASD) e *Load and Resistance Factor Design* (LRFD).

Figura 15 – Configurações analisadas para ensaios de Witmer et al. (2002). Fonte: Witmer et al.(2002)

Por fim, apresentam que esses critérios teóricos de dimensionamento dos parafusos nas vigas de enrijecimento são conservadores quando comparados a resultados experimentais e, conseqüentemente, a favor da segurança, considerando o critério de tensão máxima admissível e também o critério de ações e resistências de cálculo propostas pela AASHTO (2010).

Segundo Eriksson et al. (2003), para pontes de madeira com sistema estrutural contendo painéis transversais de MLC (perpendiculares à direção do tráfego), os carregamentos provenientes da movimentação das rodas sobre os painéis proporcionam movimentos rápidos e repetitivos na interface entre esses painéis. Quando este carregamento produz um deslocamento relativo maior que 1,27mm, o revestimento asfáltico tende a trincar. Para deslocamentos superiores a 2,54mm inicia-se um processo de desagregação do material asfáltico, aumentando o impacto à estrutura da ponte e permitindo o aumento da umidade da madeira do tabuleiro em função a infiltração de água (Figura 16).

Figura 16 – Fissuras no pavimento sobre o tabuleiro em pontes, devido ao deslocamento relativo entre os painéis transversais de MLC. Fonte: Eriksson et al. (2003)

Desta forma, a grande vantagem na utilização de vigas de enrijecimento é o ganho de rigidez que as mesmas proporcionarão ao tabuleiro, além de sua função principal que é transmitir os esforços de cisalhamento e momento fletor, e deslocamentos entre os painéis, propiciando continuidade ao sistema do tabuleiro. Este ganho de rigidez reduz o aparecimento de trincas no revestimento asfáltico sobre o tabuleiro, evitando a infiltração de água e, conseqüentemente, a deterioração da madeira do tabuleiro.

Eriksson et al. (2003) também apresenta a estrutura da ponte Lighthouse Bridge sobre o Upper Salt Creek ao norte da Olympic Peninsula em Clallam County, WA, EUA, construída em 1994, com 31 metros de comprimento e aproximadamente 10,5 metros de largura, com duas faixas de tráfego, onde foram utilizadas, por todo seu comprimento, vigas de enrijecimento entre as vigas longarinas de MLC. Com pavimento asfáltico sobre o tabuleiro, após vistoria em Outubro de 1999, não se constatou nenhuma trinca no pavimento, mostrando a eficiência deste sistema, conforme se pode observar na Figura 17:

Figura 17 - (a) Configuração da viga de enrijecimento e (b) a ausência de trincas devido ao deslocamento relativo dos painéis. Fonte: Eriksson et al. (2003)

O tipo de conexão entre o tabuleiro e a viga de enrijecimento depende das características de seus materiais. A ligação por parafusos passantes é utilizada para vigas de enrijecimento de MLC e de aço. Ritter (1990) também cita a utilização de ligações do tipo presilhas (“*brackets*”) ou placas de aço para vigas de enrijecimento de MLC (Figura 18).

Figura 18 - Ligação da viga de enrijecimento (a) por presilha “*bracket*”, (b) parafuso passante e (c) por placa de aço. Fonte: Ritter (1990)

A utilização de parafusos passantes na ligação tabuleiro-viga de enrijecimento mostrou-se um método eficaz e econômico para solidarização entre os elementos devido à facilidade da obtenção deste tipo de parafuso. Esta ligação proporciona uma distribuição mais favorável de esforços nos painéis, além de reduzir a concentração de tensões localizadas nas regiões de conexão entre a viga de enrijecimento e o painel (Ritter, 1990).

Para facilitar e agilizar a montagem das vigas de enrijecimento, é necessário a padronização da execução dos pré-furos, além de realizá-los antes do tratamento da peça, proporcionando uma estrutura mais econômica e durável.

Witmer et al. (2002) recomenda a utilização de parafusos franceses ao invés de parafusos sextavados, uma vez que aqueles não danificam a camada impermeável entre a superfície do tabuleiro e a superfície do revestimento asfáltico.

Além da utilização da viga de enrijecimento para interconexão entre os painéis do tabuleiro, Correia et al. (2013) apresentam o uso de materiais geossintéticos em pontes de madeira,

como a geogrelha, que proporcionam a redução da propagação de trincas reflexivas no revestimento geradas pela deformação do tabuleiro, além de melhorar a aderência entre o tabuleiro de madeira e o material asfáltico, e estabelecendo uma camada impermeável, evitando a variação de umidade e favorecendo na vida útil do tabuleiro. Correia et al. (2013) também apresentam a eficiência da utilização de geogrelhas na interface entre o tabuleiro de madeira e o aterro de transição da ponte.

3. CRITÉRIOS TEÓRICOS DE DIMENSIONAMENTO DE PONTES EM VIGAS DE MLC E TABULEIROS EM PAINÉIS DE MLC

A utilização de MLC como opção de material para construção de estruturas de pontes no Brasil fica sujeita a pesquisas e estudos relacionados ao emprego deste material em condições compatíveis com a realidade brasileira. São de conhecimento vários manuais e tabelas de pré-dimensionamento de pontes de MLC para países da Europa e da América do Norte. Entretanto, as condições consideradas nessas regiões do mundo são incompatíveis com o Brasil, seja pelo tipo de madeira utilizada, seja pelos carregamentos oriundos do tráfego, neve e outros, que diferem com os padrões brasileiros.

Desta forma, procura-se apresentar critérios de dimensionamento e verificação dos elementos estruturais de pontes de MLC para o território brasileiro, respeitando as normatizações técnicas deste país e, simultaneamente, utilizando procedimentos teóricos considerados pelos pesquisadores estrangeiros.

3.1 Análise Teórica do tabuleiro em painéis de MLC

Para a análise teórica do tabuleiro, consideram-se as recomendações de Ritter (1990), a fim de se obter um resultado simplificado e conservador das tensões e deslocamentos gerados pela carga de uma roda isolada de trem-tipo, posicionada nas regiões com o intuito de se obter os maiores momentos fletores e forças cortantes nesta estrutura, e pelos carregamentos permanentes como pesos próprios do tabuleiro e do revestimento asfáltico. Segundo Ritter (1990), o painel do tabuleiro deve ser considerado analogamente a uma viga isolada simplesmente apoiada sobre as vigas longarinas, quando analisado teoricamente. Para o vão livre teórico, recomenda-se adotar a distância entre as faces internas de duas vigas longarinas adjacentes (s) acrescidas da metade da largura de uma viga longarina (b_v), conforme Figura 19. Entretanto, em se tratando de um tabuleiro contínuo, é necessário analisar também a influência da segunda roda eixo do Veículo-tipo no vão solicitado pela primeira roda. Para espaçamento entre vigas relativamente pequenos, o carregamento provocado pela segunda roda pode ocasionar em um acréscimo do momento fletor quando a mesma não estiver posicionada em um vão adjacente ao solicitado pela primeira roda (Figura 20). Portanto, recomenda-se previamente a análise da linha de influência provocada por uma segunda roda eixo do Veículo-tipo no vão analisado, e somente assim, utilizar os procedimentos simplificados.

Figura 19 - Esquema para determinação do vão livre do tabuleiro na análise teórica

Figura 20 – Situação em que o carregamento da 2ª roda do eixo é favorável ao vão analisado solicitado pela 1ª roda (a); e situação onde o carregamento da 2ª roda do eixo é desfavorável (b).

Quanto às cargas de roda e de multidão, serão consideradas os trens-tipos brasileiros TB-30 e TB-45, de acordo com a ABNT NBR 7188:1988. As características destes trens-tipos são apresentadas nas Tabelas 1 e 2, e esquematizadas na Figura 21:

Tabela 1 - Características dos trens-tipos brasileiros. Fonte: Calil et al. (2006).

	Unidade	TB-45	TB-30	TB-12
Quantidade de eixos	Eixo	3	3	2
Peso Total do Veículo	kN	450	300	120
Peso de cada roda dianteira	kN	75	50	20
Peso de cada roda traseira	kN	75	50	40
Peso de cada roda intermediária	kN	75	50	-
Largura de contato “ b_1 ” de cada roda dianteira	m	0,50	0,40	0,20
Largura de contato “ b_3 ” de cada roda traseira	m	0,50	0,40	0,30
Largura de contato “ b_2 ” de cada roda intermediária	m	0,50	0,40	-
Comprimento de contato “ b_l ” de cada roda	m	0,20	0,20	0,20
Distância entre eixos	m	1,50	1,50	3,00
Distância entre os centros de roda de cada eixo	m	2,00	2,00	2,00

Tabela 2 – Cargas móveis nas pontes. Fonte: Calil et al. (2006).

Trem-tipo	Peso total (kN)	Carga uniformemente distribuída		
		p (kN/m ²)	p' (kN/m ²)	OBS:
TB-45	450	5	3	Carga (p) em toda a pista
TB-30	300	5	3	Carga (p') nos passeios
TB-12	120	4	3

Figura 21 – (a) Trens-tipos e (b) disposição das cargas móveis, segundo a ABNT NBR 7188:1988.

Fonte: Calil et al. (2006)

Para a determinação da largura efetiva dos carregamentos da roda atuante sobre o tabuleiro, considera-se, segundo Ritter (1990), a seguinte configuração, na Figura 22:

Figura 22 - Determinação da largura efetiva de roda

A largura efetiva da roda atuante sobre o tabuleiro (t) é determinada por:

$$t = \sqrt{t_1 \times t_2} \quad (1)$$

Onde:

$$t_1 = b_1 + 2 \cdot (h_t + h_{rev}) \quad (2)$$

$$t_2 = b_2 + 2 \cdot (h_t + h_{rev}) \quad (3)$$

Segundo Ritter (1990), o painel do tabuleiro, analisado como uma viga de altura igual à espessura do tabuleiro e largura igual à largura efetiva da roda (t) (Figura 23), deve ser dimensionado para resistir à tração na flexão, segundo a Equação 4. Para tabuleiros contínuos, apoiados sobre mais de 2 vigas longarinas, o momento fletor máximo de cálculo pode ser reduzido em 20%, conforme Equação 5, desde que seja configurada a situação demonstrada anteriormente na Figura 20a.

Figura 23 - Configuração do tabuleiro como uma viga biapoiada.

Tabela 3 - Propriedades mecânicas da viga equivalente.

t – largura efetiva da roda	t
h_t - altura do painel do tabuleiro	h_t
A_t – área efetiva do tabuleiro	$t \times h_t$
I_t – Inércia efetiva em relação ao eixo y-y	$\frac{t \times h_t^3}{12}$
W_t – Módulo de resistência elástico efetivo em relação ao eixo y-y	$\frac{t \times h_t^2}{6}$

$$\sigma_{Md} = \frac{M_d}{W_t} \leq f_{c0,d} \quad (4)$$

$$\sigma_{Md} = \frac{0,80 \times M_d}{W_t} \leq f_{c0,d} \quad (5)$$

Onde:

σ_{Md} : é a tensão normal máxima de cálculo devido à flexão nas fibras mais afastadas em relação ao eixo y-y;

M_d : é o momento fletor máximo de cálculo atuante na seção;

$f_{c0,d}$: é a resistência de cálculo da madeira à compressão paralela às fibras.

Quanto às tensões de cisalhamento, segundo Ritter (1990), não são normalmente os esforços críticos atuantes nos painéis do tabuleiro. Entretanto, devem ser verificados para a seção o painel do tabuleiro deve sim ser quantificado para esta tensão atuante, segundo a Equação 6.

$$\tau_{Vd} = \frac{3}{2} \times \frac{V_d}{A_t} \leq f_{v0,d} \quad (6)$$

Onde:

τ_{Vd} : é a tensão cisalhante máxima de cálculo na linha neutra da seção fletida;

V_d : é o esforço cisalhante máximo de cálculo na seção em estudo;

$f_{v0,d}$: é a resistência de cálculo da madeira ao cisalhamento paralelo às fibras.

Como carregamentos permanentes atuantes no painel do tabuleiro, devem ser considerados o peso próprio do tabuleiro de madeira, o peso próprio do revestimento asfáltico e ligações metálicas. Quanto aos carregamentos acidentais, consideram-se a força de frenagem e as ações provenientes da carga móvel (trens-tipos) segundo a ABNT NBR 7188 (1988). Para estas últimas deverão ser levados em conta o coeficiente de impacto e os coeficientes de ponderação.

O coeficiente de impacto (φ) é determinado pela Equação 7 (ABNT NBR 7190: 1997).

$$\varphi = 1 + \frac{\alpha}{40 + L} \quad (7)$$

Sendo:

L = vão da ponte em viga, em metros;

$\alpha = 12$ (para ponte rodoviária com revestimento de concreto ou asfalto).

Os esforços tangenciais de frenagem tendem a deslocar os materiais da superfície do revestimento asfáltico, sendo transmitidos à interface do mesmo com o tabuleiro de madeira da ponte. Nos manuais de pontes de madeira se tem poucas informações na quantificação deste esforço gerado pela frenagem dos veículos. Entretanto, no Manual de Técnicas de Pavimentação – Volume 2, Senço (2001), apresenta que a força de frenagem está relacionada à capacidade do pavimento absorver a energia cinética do veículo através do trabalho realizado pelo atrito entre o pavimento e o pneu. Desta forma, a força de frenagem pode ser definida nas Equações 8 a 11.

$$E_c = \frac{m.v^2}{2} = \frac{Q_{roda}.v^2}{2.g} \quad (8)$$

$$\tau_{atrito} = F_{fr}.d_{fr} \quad (9)$$

$$E_c = \tau_{atrito} \quad (10)$$

$$F_{fr} = \frac{Q_{roda}.v^2}{d_{fr}.(2.g)} \quad (11)$$

Sendo:

E_c = Energia cinética do veículo, em J;

m = massa do veículo, em kg;

v = velocidade do veículo, em m/s;

Q_{roda} = carga de roda do veículo, em N;

g = aceleração da gravidade, em m/s²;

τ_{atrito} = trabalho realizado pelo atrito entre o pneu e o pavimento, em J;

F_{fr} = força de frenagem, em N;

d_{fr} = distância de frenagem, em m;

Para as verificações de resistência de cálculo do painel do tabuleiro, será utilizada a ABNT NBR 7190 (1997), considerando o tipo de madeira a ser utilizada, sua classe de resistência, levando em conta os coeficientes de modificação (k_{mod}) de acordo com a classe de carregamento predominante sobre a estrutura, as classes de umidade e a classificação ou não das peças de

madeira. Estas verificações devem atender ao Estado Limite Último (ELU) e ao Estado Limite de Serviço (ELS), estabelecidos por este documento normativo.

Para o ELU, devem ser consideradas as combinações normais últimas, segundo a ABNT NBR 7190 (1997), obtendo-se os esforços de cálculo. A carga de roda deve ser posicionada a fim de se obter o maior momento fletor (Figura 24a) e maior força de cisalhamento (Figura 24b) na estrutura do painel do tabuleiro.

Figura 24 – Posicionamento da roda do trem-tipo sobre o painel do tabuleiro para (a) maior momento fletor e (b) maior força cortante.

É necessário frisar que devido à maior resistência da madeira para cargas de curta duração, na verificação do ELU, os acréscimos de solicitação devidos ao impacto vertical devem ser multiplicados por 0,75, conforme recomendações da ABNT NBR 7190 (1997), apresentadas na Equação 12, as combinações últimas normais:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q (F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k}) \quad (12)$$

Sendo:

F_d : o valor de cálculo último do esforço

γ_{Gi} : coeficiente de ponderação para as ações permanentes

$F_{Gi,k}$: valor característico dos esforços permanentes

γ_{Qi} : coeficiente de ponderação para as ações acidentais

$F_{Q,k}$: valor característico dos esforços acidentais.

ψ_0 : fator de combinação (Tabela 4).

Tabela 4 – Valores dos fatores de combinação (ψ_0) e de redução (ψ_1 e ψ_2) para as ações variáveis.
Fonte: ABNT NBR 8681 (2003).

Ações	ψ_0	ψ_1	$\psi_2^{3), 4)}$
Cargas acidentais de edifícios			
Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos pro longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ¹⁾	0,5	0,4	0,3
Locais em que há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos pro longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,7	0,6	0,4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento			
Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura			
Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos			
Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
Pontes ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
Vigas de rolamento de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5
¹⁾ Edificações residenciais, de acesso restrito			
²⁾ Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público			
³⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para ψ_2 o valor zero.			
⁴⁾ Para combinações excepcionais onde a ação principal for o fogo, o fator de redução ψ_2 pode ser reduzido, multiplicando-o por 0,7.			

Para o ELS, interessam-se os deslocamentos verticais apresentados pelo tabuleiro, segundo a ABNT NBR 7190 (1997), para combinações de longa duração (Equação 13).

$$F_{d, ser} = \sum_{i=1}^m F_{Gi, k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj, k} \quad (13)$$

Onde:

$F_{d, ser}$: o valor de cálculo de serviço do esforço

ψ_2 : fator de redução.

Os limites de deslocamentos máximos estabelecidos pela ABNT NBR 7190 (1997) e PR.ABNT NBR 7190 (2011) são 1/200 do vão da estrutura e 1/300 do vão da estrutura, respectivamente. A solução mais conservadora da PR.ABNT NBR 7190 (2011) será considerada nesta verificação, sendo que a flecha máxima efetiva (u_{ef}) é definida pela soma das flechas: imediata (u_{ime}) e devida à fluência (u_c), sendo essas obtidas a partir das flechas oriundas das ações permanentes (u_G) e das ações acidentais (u_Q), ponderadas pelo coeficiente de fluência (ϕ) apresentado na Tabela 5, e pelos valores do fator de redução (ψ_2) apresentados pela ABNT NBR 8681 (2003) (Tabela 4).

$$u_{ef} = u_{ime} + u_c \quad (14)$$

$$u_{ime} = u_G + \psi_2 \times u_Q \quad (15)$$

$$u_c = u_{ime} \times \phi \quad (16)$$

Tabela 5 – Coeficientes de fluência. Fonte: PR.ABNT NBR 7190 (2011).

Classes de carregamento	Classes de umidade	
	(1) e (2)	(3) e (4)
Permanente ou de longa duração	0,8	2,0
Média duração	0,3	1,0
Curta duração	0,1	0,5

Utilizando o software matemático Mathcad 14.0, é possível determinar o espaçamento máximo entre as vigas longarinas e, conseqüentemente, o vão máximo do painel do tabuleiro em função das limitações do ELU e ELS, considerando os trens-tipos brasileiros TB-30 e TB-45.

3.2 Análise Teórica das Vigas Longarinas de MLC

Tendo em vista a análise teórica dos painéis do tabuleiro da ponte, para o dimensionamento teórico das vigas devem ser determinadas as faixas de influência, considerando o espaçamento destes elementos, sendo considerados todos os carregamentos permanentes, como peso próprio das vigas, peso próprio do tabuleiro, peso próprio do revestimento asfáltico, das defensas e guarda-rodas e das conexões metálicas. A partir disto devem-se determinar os esforços oriundos destes carregamentos para cada faixa de influência de cada viga. Quanto aos carregamentos acidentais, como os dos trens-tipo, também devem ser posicionados para determinar

o caso mais desfavorável onde se obtenham os maiores esforços na estrutura. Cada faixa de influência é determinada pela distância entre os eixos longitudinais das vigas longarinas adjacentes, conforme Figura 25:

Figura 25 – Determinação da faixa de influência de cada viga longarina.

É necessário atentar que a utilização da largura da faixa de influência pela simples distância entre eixos das vigas longarinas deve ser considerada como um procedimento simplificado, de forma que para grandes espaçamentos, a influência da mesa da Viga “T” será muito inferior a esta distância. Portanto, para uma análise mais rigorosa, é necessário o estudo aprofundado do efeito “Shear Lag” determinando de maneira mais precisa a largura de influência para cada viga longarina, conforme trabalhos de Lamas (1982) e Góes (2005).

Cada viga longarina, portanto, trabalha como uma Viga “T” formada em conjunto com o tabuleiro (Figura 25). Entretanto, a ligação proporcionada entre estes elementos através de parafusos sextavados não é perfeita. Ocorre um deslizamento da ligação que pode ser determinada através de procedimentos encontrados no EUROCODE 5 (2004) e também na proposta de revisão da PR.ABNT NBR 7190 (2011). Assim, pode-se calcular a rigidez efetiva da seção em estudo, apresentada na Figura 26.

Figura 26 – Seção da viga em “T” composta pela viga longitudinal com o tabuleiro.

A análise teórica da viga “T” como peça composta solidarizada se dá pela determinação das tensões normais máximas, devido à flexão, nas fibras mais solicitadas, e também as tensões cisalhantes máximas longitudinais para o ELU, de acordo com a PR.ABNT NBR 7190 (2011). Quanto ao ELS, devem ser verificados os deslocamentos máximos, sendo inferiores aos estabelecidos pela ABNT NBR 7190 (1997) e PR.ABNT NBR 7190 (2011).

O posicionamento do trem-tipo sobre a faixa de influencia deve ser tal que se obtenham os maiores momentos fletores (Figura 27a) e as maiores forças cortantes (Figura 27b) na viga longitudinal de MLC analisada. De maneira análoga à análise teórica do tabuleiro, é importante verificar a influência do conjunto das demais rodas do veículo-tipo na viga analisada, uma vez que para pequenos espaçamentos de vigas, pode ocorrer um acréscimo de esforços em função desta influência.

Figura 27 – Posicionamento do trem-tipo sobre a faixa de influência da viga para (a) maior momento fletor e (b) maior força cortante.

Para determinação dos esforços de cálculo, consideram-se as combinações normais últimas no ELU e as combinações de longa duração para o ELS, já apresentadas nas equações 12 e 13, respectivamente.

Obtidos os valores de cálculo dos esforços, a viga deve ser verificada quanto às tensões normais máximas nas fibras mais solicitadas e as tensões cisalhantes máximas na linha neutra da seção. Para a viga de seção “T” composta, de acordo com as recomendações da PR.ABNT NBR 7190 (2011), o módulo de deslizamento da ligação para o ELS, K_{ser} , em N/mm, pode ser calculado de acordo com a Equação 17, sendo ρ_k a densidade aparente inferior característica da madeira em kg/m³ e “d” o diâmetro do parafuso, em mm. O módulo de deslizamento (K_u) para o ELU é dado pela Equação 18.

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1,5} \cdot d}{20} \quad (17)$$

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \quad (18)$$

Para este tipo de ligação tem-se uma redução da inércia do conjunto, podendo ser calculada a rigidez efetiva da seção pela Equação 22, onde:

E_i = módulo de elasticidade de cada elemento da seção transversal;

A_i = área de cada elemento da seção transversal;

a_i = distância do centróide da área de cada elemento que compõe a seção transversal até a linha neutra y-y.

s_i = espaçamento dos pregos na interface dos elementos;

K_u = módulo de deslizamento da ligação dos elementos;

L_v = vão efetivo da viga.

$$\gamma_2 = 1 \quad (19)$$

$$\gamma_1 = \left[1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot L_v^2} \right]^{-1} \quad (20)$$

O espaçamento dos parafusos (Equação 21) pode ser uniforme ou variar conforme a força de cisalhamento, entre um valor mínimo $s_{\min}$ e $s_{\max}$, sendo $s_{\max} \leq 4 \cdot s_{\min}$. Nesse último caso um valor efetivo de espaçamento pode ser usado, dado por:

$$s_{ef} = 0,75 \cdot s_{\min} + 0,25 \cdot s_{\max} \quad (21)$$

$$EI_{ef} = (E_1 \times I_1 + \gamma_1 \times E_1 \times A_1 \times a_1^2) + (E_2 \times I_2 + \gamma_2 \times E_2 \times A_2 \times a_2^2) \quad (22)$$

As tensões normais atuantes na seção da viga (Figura 28) são determinadas pelas equações 23, 24, 25, 26, 27 e 28.

Figura 28 – Esquemática das considerações da análise das tensões atuantes na seção estudada.

$$\sigma_1 = \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_d}{(EI_{ef})} \quad (23)$$

$$\sigma_{m,1} = 0,5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_d}{(EI_{ef})} \quad (24)$$

$$\sigma_{crit,1} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \quad (25)$$

$$\sigma_2 = \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_d}{(EI_{ef})} \quad (26)$$

$$\sigma_{m,2} = 0,5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_d}{(EI_{ef})} \quad (27)$$

$$\sigma_{crit,2} = \sigma_2 + \sigma_{m,2} \quad (28)$$

Sendo:

M_d = momento fletor máximo de cálculo na seção considerada;

σ_1 = tensão normal no centroide da área do painel do tabuleiro;

σ_2 = tensão normal no centroide da área da viga;

$\sigma_{m,1}$ = tensão normal nas fibras da borda superior do painel do tabuleiro devido ao momento fletor;

$\sigma_{m,2}$ = tensão normal nas fibras da borda inferior da viga devido ao momento fletor;

$\sigma_{crit,1}$ = tensão normal crítica nas fibras da borda superior do painel do tabuleiro;

$\sigma_{crit,2}$ = tensão normal crítica nas fibras da borda inferior da viga;

Já a tensão de cisalhamento máxima se localiza na linha neutra da seção e é dada pela Equação 29:

$$\tau_{2, \text{máx}} = 0,5 \times E_2 \times h'^2 \times \frac{V_d}{(EI_{\text{ef}})} \quad (29)$$

Sendo :

V_d = a força cisalhante máxima e cálculo da seção considerada;

h' = altura do centro de gravidade da seção da viga “T” = $(\frac{h_2}{2} + a_2)$;

Para satisfazer as condições de verificação do ELU, deve-se ter:

$$\sigma_{\text{crit},1} \leq f_{c0,d} \quad (30)$$

$$\sigma_{\text{crit},2} \leq f_{c0,d} \quad (31)$$

$$\tau_{2, \text{máx}} \leq f_{v0,d} \quad (32)$$

Por fim, a força máxima de cisalhamento em um conector (parafuso) (F_1), que liga painel do tabuleiro à viga longitudinal, pode ser determinado em função da força cortante atuante na região onde se encontra a ligação (V_d). Esta força máxima deve ser inferior à resistência máxima suportada pelo conector, calculada através dos critérios de dimensionamento de ligações da ABNT NBR 7190 (1997) e PR.ABNT NBR 7190 (2011) .

$$F_1 = \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_d}{(EI)_{\text{ef}}} \quad (33)$$

Quanto aos deslocamentos verticais, deverão ser avaliados no ELS, de acordo com os esforços de cálculo para este Estado Limite. Uma grande vantagem das vigas de MLC é o fato das mesmas poderem ser fabricadas com contraflechas. Ritter (1990) sugere a utilização de contraflechas nas vigas com 1,5 a 2 vezes o valor das flechas provenientes das ações permanentes para vigas de até 15m de comprimento e 1,5 a 2 vezes o valor das flechas provenientes das ações permanentes acrescidas de metade da flecha das ações acidentais para vigas com comprimento superior a 15m. Segundo a PR.ABNT NBR 7190(2011), as flechas devidas às ações permanentes podem ser parcialmente compensadas por contraflechas (u_0) na construção. Neste caso, na verificação da segurança, as flechas devidas às ações permanentes podem ser reduzidas de u_0 , mas não se considerando reduções superiores a $2/3 u_G$.

O valor do deslocamento vertical máximo permitido pela ABNT NBR 7190(1997) é de $L/200$, sendo “L” o vão da viga longitudinal. Entretanto, será considerado o valor de $L/300$,

conforme a PR.ABNT NBR 7190 (2011), e utilizando as equações 14, 15 e 16 para o cálculo do deslocamento máximo efetivo (u_{ef}).

Outro fator importante a ser considerado no dimensionamento das vigas longarinas são os aparelhos de apoio das mesmas (Figura 29). Segundo Ritter (1990), estas vigas devem ser apoiadas sobre uma camada de borracha elastomérica, comercialmente conhecida como NEOPRENE. As vigas também devem ser fixadas nos apoios, com o uso de cantoneiras metálicas e parafusos, de forma a propiciar as condições de cálculo, como apoios fixos ou móveis, avaliando-se à compressão normal às fibras na região do apoio.

Figura 29 – Esquematização da viga e seu apoio.

A verificação da tensão de compressão normal às fibras deve satisfazer a seguinte condição:

$$\sigma_{c,90} = \frac{V_d}{b_a \times b_v} \leq f_{c90,d} \quad (34)$$

Sendo:

$\sigma_{c,90}$: a tensão de cálculo de compressão normal às fibras

V_d : força de cisalhamento de cálculo máximo no apoio

b_a : largura do apoio da viga

b_v : largura da viga.

$f_{c90,d}$: resistência de cálculo da madeira à compressão normal às fibras.

A verificação da instabilidade lateral das vigas longarinas deve ser considerada de acordo com a ABNT NBR 7190:1997.

Ritter (1990) recomenda a utilização de elementos de contraventamento pelo menos a cada 6m.

De acordo com a PR.ABNT NBR 7190 (2011), as vigas sujeitas à flexão simples reta devem ter sua estabilidade lateral verificada por teoria cuja validade tenha sido comprovada experimentalmente. Dispensa-se essa verificação da segurança em relação ao estado limite último de instabilidade lateral quando forem satisfeitas as seguintes condições:

- a) os apoios de extremidade da viga impedem a rotação de suas seções extremas em torno do eixo longitudinal da peça;
- b) existe um conjunto de elementos de travamento ao longo do comprimento L da viga, afastados entre si de uma distância não maior que L_1 , que também impedem a rotação dessas seções transversais em torno do eixo longitudinal da peça;
- c) para as vigas de seção transversal retangular, de largura b e altura h medida no plano de atuação do carregamento que satisfaça a Equação 35.

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{c0,ef}}{\beta_M f_{c0,d}} \quad (35)$$

Sendo β_M definido pela Equação 36, onde $\beta_e=1,2$ e $\gamma_f=1,4$.

$$\beta_M = \frac{4}{\pi} \frac{\beta_E}{\gamma_f} \frac{\left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{\left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}} \quad (36)$$

Caso a condição “c” não seja atendida, a norma ainda dispensa a verificação da segurança em relação ao estado limite último de instabilidade lateral, caso a Equação 37 seja válida.

$$\sigma_{c1,d} \leq \frac{E_{c0,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right) \beta_M} \quad (37)$$

Também será utilizado o software Mathcad 14.0 para o auxílio do cálculo teórico das vigas longarinas da ponte de MLC, com o intuito de elaborar uma tabela de pré-dimensionamento.

4. APRESENTAÇÃO DA METODOLOGIA UTILIZADA PELO SOFTWARE “ATM – ANÁLISE DE TABULEIROS DE MADEIRA” PARA DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO TABULEIRO

A determinação das propriedades do tabuleiro de madeira através da utilização do programa “ATM” é realizada pelo módulo “Otimização”, contido dentro deste programa. De forma resumida, procura-se apresentar a seguir a metodologia numérica utilizada para determinação das propriedades dos painéis de MLC e do tabuleiro de MLC enrijecido com as vigas de enrijecimento.

O programa ATM, desenvolvido no LaMEM, apresenta as soluções baseadas em séries de Levy-Nadai, que foram desenvolvidas por Cusens e Pama (1975) para um caso especial de placa bi-apoiada com rigidez na borda livre.

A solução, utilizando séries de Levy-Nadai, foi retirada da dissertação de mestrado apresentada em 2003, na EESC/USP “**Tabuleiro ortótropo treliçado protendido transversalmente para aplicação em pontes de madeira**” (Cheung, 2003). Desta forma, todo procedimento encontra-se no Anexo I deste trabalho.

Em resumo, pode-se apresentar que, para este caso estudado, as placas são consideradas simplesmente bi-apoiadas, sendo válidas as expressões sugeridas na Figura 30 onde representam os carregamentos em forma de séries de Fourier senoidal, onde “P” é o carregamento aplicado; “L” o vão; e “c” a distância de aplicação do carregamento em relação a uma origem.

Figura 30 – Funções típicas para alguns tipos de carregamento. Fonte: (Cheung, 2003)

Segundo Cheung (2003), a solução de Levy-Nadai é definida pela Equação 38, de forma que resolvendo a equação e substituindo a função para carregamentos concentrados têm-se a Equação 39:

$$p(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cdot \sin \alpha_n \cdot x \quad (38)$$

$$w = \frac{P \cdot L^3}{\pi^4 \cdot D_x \cdot b} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \cdot \sin \alpha_n \cdot c \cdot \sin \alpha_n \cdot x \cdot K1 \quad (39)$$

Onde $P=2uq$ é o carregamento total.

Na realidade, os veículos possuem uma área de contato nas duas direções e as distribuições de cargas vão depender das características dos pneus. Porém, para o projeto, pode-se representar a roda por uma equivalente (Figura 31). Desta forma, Cusens e Pama (1975) demonstram a solução para este tipo de problema (Cheung, 2003).

Figura 31 – Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas. Fonte: (Cheung, 2003).

Segundo Cheung (2003), a utilização destes métodos obtidos por Cusens e Pama (1975) são de fácil implementação e muito bem utilizados para análise numérica de placa ortótropa.

5. MATERIAIS E MÉTODOS

5.1 Classificação das Peças com Dimensões Estruturais

Este trabalho foi realizado no Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, utilizando madeiras, tratadas com CCA sob pressão em autoclave, provenientes de florestas plantadas da espécie *Pinus oocarpa*, fornecidas pela Empresa Catalana Artefatos de Madeira Ltda.

A madeira laminada colada é um material de elevado controle de qualidade, e para a fabricação dos painéis e vigas de enrijecimento de MLC, foi necessária a realização da classificação de todas as peças utilizadas, a fim de reduzir e até mesmo eliminar a presença de defeitos nas peças estruturais. Para isso, foram conduzidos três tipos de ensaios de classificação das peças em dimensões estruturais: classificação visual, classificação por flexão estática e classificação por vibração transversal.

A determinação do módulo de elasticidade dos painéis é feita através da média dos módulos de elasticidade das peças constituintes do mesmo. Entretanto, conforme já apresentado, a fabricação de vigas de enrijecimento sujeitas a momentos fletores, deve ser realizada com o posicionamento das melhores peças, com maiores módulos de elasticidade, nas extremidades superior e inferior da seção da viga sujeitas às maiores tensões normais.

Apresentam-se a seguir, de forma sucinta, os métodos utilizados na classificação das 76 peças utilizadas neste trabalho.

5.1.1 Classificação Visual

Segundo Calil Junior (2012), este método fixa os requisitos que devem ser cumpridos para a classificação visual da madeira serrada destinada a uso estrutural na construção civil, incluindo as madeiras de coníferas e de folhosas (dicotiledôneas) nativas e reflorestadas. Este método se aplica às peças de madeira com seção transversal cujas medidas não ultrapassem os limites de 50 mm para a menor dimensão e 300 mm para a maior dimensão. No caso de peças comprimidas, a menor dimensão não deverá ultrapassar 150 mm.

A classificação visual consiste na inspeção visual das faces, lados (bordas laterais) e das extremidades de cada peça. Deve-se examinar todo o comprimento das peças e avaliar a localização e a natureza dos nós e outros defeitos presentes na superfície das mesmas (Calil Junior, 2012).

Os critérios utilizados para classificação seguiram as recomendações do PR.ABNT NBR 7190 (2011), sendo definidos quatro níveis estruturais das peças de acordo com a presença de defeitos.

- Classe Estrutural Especial (SE)
- Classe Estrutural Nº 1 (S1)
- Classe Estrutural Nº 2 (S2)
- Classe Estrutural Nº 3 (S3)

Uma classe visual é descrita pelo nível de qualidade visual, levando em conta a inclinação das fibras em relação ao eixo longitudinal da peça; a presença de nós, seu posicionamento e dimensões; desvios na forma geométrica inicial da peça de madeira, como encurvamento, encanoamento, arqueamento e torcimento.

5.1.2 Classificação por Flexão Estática (MOE)

Neste método, aplica-se uma força conhecida sobre a peça flexionando a mesma em relação ao seu eixo de menor inércia (Figura 32). Segundo Cheung (2003), com o objetivo de reduzir a influência do esforço cortante no deslocamento vertical e, com isso, determinar de forma mais precisa o MOE das lamelas é recomendado uma relação vão livre/altura maior ou igual a 20.

Figura 32 – Esquematização do ensaio de flexão estática das peças estruturais. Fonte: Calil (2012).

A determinação do valor do módulo de elasticidade, para a situação de uma carga concentrada (P) no centro do vão (Figura 28) e deslocamento vertical (δ), é obtido pela Equação 40:

$$E = \frac{P \times L^3}{48 \times I \times \delta} \quad (40)$$

Onde:

E= módulo de elasticidade longitudinal da peça;

L= vão entre apoios da peça;

I= inércia da seção da peça fletida;

Para cada peça ensaiada, foram aplicadas 5 carregamentos concentrados de intensidade 88,25 N; 176,50 N; 264,75 N; 353,00 N e 441,25 N, em um vão livre de 200cm, a fim de determinar o módulo de elasticidade médio de cada peça.

5.1.3 Classificação por Vibração Transversal

Utilizando o equipamento de Vibração Transversal “Metriguard E-computer modelo 340”, número de série 100332 (Figura 33), determinaram-se os módulos de elasticidade das 76 peças de *Pinus oocarpa*.

Figura 33 – Esquematização do ensaio de vibração transversal das peças estruturais.

Para ilustrar o método da vibração transversal, segundo pode-se fazer uma analogia ao comportamento da vibração de uma massa apoiada sobre uma mola, conforme mostra a Figura 34.

Figura 34 – Sistema massa-mola e viga vibrando transversalmente. Fonte: Calil (2012).

Na Figura 34, a massa M é suportada por uma mola de rigidez K , o amortecimento é denotado por ξ . Após soluções matemáticas envolvendo a vibração da massa M , Calil (2012) apresenta a expressão do MOE para uma viga simplesmente apoiada nas extremidades (Equação 41).

$$MOE = \frac{f_r^2 \cdot m \cdot L^3}{2,46 \cdot I \cdot g} \quad (41)$$

Sendo:

f_r = frequência de ressonância (Hz)

m = peso da viga (Kg)

L = vão da peça (m)

I = momento de inércia da seção transversal (cm^4)

g = aceleração da gravidade ($9,8 \text{ m/s}^2$)

5.2 Montagem e Caracterização das Vigas de Enrijecimento em MLC

Com a determinação das propriedades mecânicas e caracterização das peças de madeira, foram confeccionadas 7 vigas de enrijecimento, sendo 5 delas produzidas com 3 lamelas, uma com 2 lamelas e outra com 4 lamelas.

Optou-se por escolher as 21 melhores peças, levando em conta os módulos de elasticidade determinados através dos métodos da vibração transversal e flexão estática, para que fossem posicionadas nas regiões sujeitas às maiores tensões normais, bem como a classificação visual das peças, a fim de se utilizar peças sem grandes defeitos. A Tabela 6 apresenta o posicionamento das lamelas para cada confecção de viga.

Tabela 6 – Identificação das lamelas para produção das vigas de MLC.

Viga de enrijecimento	VE-1	VE-2	VE-3	VE-4	VE-5	VE-6	VE-7
n° de lamelas	3	3	3	3	3	4	2
Peça n°.							
lamela superior	48	29	4	20	41	55	36
↓	10	69	67	54	57	19	66
	45	71	53	40	33	72	
lamela inferior						42	

Com o posicionamento das lamelas é possível determinar o módulo de rigidez teórico (EI) de cada viga, seguindo as formulações apresentadas abaixo e esquematizadas na Figura 35:

$$EI_{3\text{Lamelas}} = E_s \times (I_s + A_s \times a_s^2) + E_m \times I_m + E_i \times (I_i + A_i \times a_i^2) \quad (42)$$

$$EI_{2\text{Lamelas}} = E_s \times (I_s + A_s \times a_s^2) + E_i \times (I_i + A_i \times a_i^2) \quad (43)$$

$$EI_{4\text{Lamelas}} = E_s \times (I_s + A_s \times a_s^2) + E_{sm} \times (I_{sm} + A_{sm} \times a_{sm}^2) + E_{im} \times (I_{im} + A_{im} \times a_{im}^2) + E_i \times (I_i + A_i \times a_i^2) \quad (44)$$

Onde:

$EI_{3\text{Lamelas}}$ = módulo de rigidez da viga com três lamelas;

$EI_{2\text{Lamelas}}$ = módulo de rigidez da viga com duas lamelas;

$EI_{4\text{Lamelas}}$ = módulo de rigidez da viga com quatro lamelas;

E_s = módulo de elasticidade da lamela superior;

E_i = módulo de elasticidade da lamela inferior;

E_{sm} = módulo de elasticidade da lamela média superior;

E_{im} = módulo de elasticidade da lamela média inferior;

I_s = inércia da lamela superior;

I_i = inércia da lamela inferior;

I_{sm} = inércia da lamela média superior;

I_{im} = inércia da lamela média inferior;

A_s = área da lamela superior;

A_i = área da lamela inferior;

A_{sm} = área da lamela média superior;

A_{im} = área da lamela média inferior;

a_s = distância do centróide da área da lamela superior até a linha neutra y-y da viga;

a_i = distância do centróide da área da lamela inferior até a linha neutra y-y da viga;

a_{sm} = distância do centróide da área da lamela média superior até a linha neutra y-y da

viga;

a_{im} = distância do centróide da área da lamela média inferior até a linha neutra y-y da

viga;

Figura 35 – Esquema para cálculo do módulo de rigidez das vigas de MLC. Dimensões em centímetros.

A colagem das lamelas para a fabricação das vigas de MLC foi realizada no LaMEM seguindo as especificações técnicas do fabricante da cola. As peças a serem utilizadas nas vigas foram aplainadas a fim de tornar a superfície de contato entre as lamelas mais uniforme, além de abrir os poros da madeira para penetração do adesivo (Figura 36). O aplainamento e colagem foram realizados no mesmo dia.

Figura 36 – Preparação das peças para colagem.

Após o aplainamento, iniciou-se a preparação do adesivo estrutural utilizado para colagem das lamelas. Neste trabalho utilizou-se o adesivo estrutural de resina à base de resorcinol-formol, de secagem à temperatura ambiente e indicada para colagem à prova d'água de madeiras CASCOPHEN RS-216-M. Para seu preparo foi utilizado também o Preparado Endurecedor FM-60-M na proporção em peso de 100 partes de CASCOPHEN RS-216-M para 20 partes do Endurecedor FM-60-M (Figura 37). O espalhamento se deu manualmente através de pincéis (Figura 38), com uma gramatura de 300g/m² para cada linha de cola, respeitando o tempo de colagem de 45 minutos, conforme recomendações do fabricante. Imediatamente após a montagem das vigas, executou-se a prensagem das mesmas por um período de 24 horas, aplicando pressão de 1MPa (Figura 39).

Figura 37 – Preparação do adesivo estrutural.

Figura 38 – Colagem e montagem das vigas de MLC.

Figura 39 – Prensagem das vigas de MLC.

Respeitado o período de cura do adesivo (7 dias), foi determinado o módulo de elasticidade das vigas de enrijecimento de MLC por meio de ensaio à flexão estática das vigas de MLC (Figura 40), de modo análogo à caracterização das peças de madeira (Figura 32 e Equação 40), considerando um vão livre de 200cm, aplicando carregamento concentrado no meio do vão e obtendo as leituras do deslocamento vertical (flecha) da seção analisada.

Figura 40 – Análise experimental das vigas de MLC.

5.3 Montagem dos Painéis em MLC

Com a determinação das propriedades mecânicas e caracterização das peças de madeira, foram utilizadas um total de 23 lamelas para confecção de cada painel de MLC, de dimensões 1,00m x 2,30m cada, com o total de 46 lamelas para os dois painéis.

Todas estas lamelas foram também aplainadas e passaram por todos os procedimentos apresentados no item 5.2 referente à montagem das vigas de enrijecimento de MLC. Diferentemente das vigas, cada painel foi feito separadamente em função das limitações da prensa, que permite uma altura máxima de 1,20m (Figura 41). Desta forma, cada painel foi montado com as seguintes peças (Tabela 7):

Tabela 7 – Identificação das lamelas para produção dos painéis.

Peças n° - Pannel 01				Peças n° - Pannel 02			
12	59	74	39	24	50	17	3
70	1	60	6	58	23	26	75
32	9	64	25	68	65	51	34
14	35	76	28	2	44	46	52
16	63	8	22	30	47	49	61
38	27	21		43	18	56

Figura 41 – Pannel de MLC.

5.4 Caracterização dos Painéis em MLC

5.4.1 Determinação dos módulos de elasticidade e de torção dos painéis utilizando análise teórica e experimental.

Após o período de cura do adesivo em cada painel (7dias), realizaram-se os ensaios de determinação das propriedades mecânicas (Módulos de elasticidade longitudinal e transversal) de cada painel (Figuras 42, 43 e 44).

Figura 42 – Esquematização das propriedades do painel. Fonte: Okimoto (1997).

Figura 43 – Ensaio de flexão longitudinal do painel.

Figura 44 – Ensaio de flexão transversal do painel.

Para determinação do módulo de elasticidade longitudinal do painel foi utilizado um perfil metálico a fim de distribuir uniformemente a carga aplicada pelo cilindro hidráulico, no meio do vão do painel. Além disso, os deslocamentos verticais foram mensurados com uso de três relógios comparadores analógicos, posicionados na face inferior conforme Figura 45. Analogamente, determinou-se o módulo de elasticidade transversal do painel, esquematizado na Figura 46.

Figura 45 – Posicionamento dos relógios comparadores no ensaio de flexão longitudinal do painel.

Figura 46 – Posicionamento dos relógios comparadores no ensaio de flexão transversal do painel.

Através dos valores da carga aplicada pelo cilindro hidráulico, considerando-a uniformemente distribuída pelo perfil ao painel é satisfatória a análise do painel como sendo uma viga bi-apoiada com uma carga concentrada no centro do vão, sendo válidas as condições apresentadas na Figura 32 e Equação 40.

Outra propriedade muito importante dos painéis é o Módulo de Elasticidade de Torção (G_{LT}) do painel. Segundo as diversas bibliografias, a determinação deste parâmetro se dá por meio de ensaios de placas quadradas, conforme apresentado por Okimoto (1997). Entretanto, os painéis são placas retangulares onde uma de suas dimensões é o dobro de outra. De acordo com Troitsky (1987), os módulos de rigidez de placa nos tabuleiros (D_x , D_y e D_{xy}) podem ser determinadas pelas Equações 45, 46 e 47:

$$D_x = \frac{E_x \cdot t^3}{12(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} \quad (45)$$

$$D_y = \frac{E_y \cdot t^3}{12(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} \quad (46)$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} \cdot t^3}{12} \quad (47)$$

Em função das baixas cargas aplicadas e pequenas tensões atuantes nas placas neste ensaio, adotou-se a parcela $(1 - \nu_x \cdot \nu_y) \cong 1$. Desta forma, tem-se:

$$D_x = \frac{E_x \cdot t^3}{12} \quad (48)$$

$$D_y = \frac{E_y.t^3}{12} \quad (49)$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy}.t^3}{12} \quad (50)$$

Com os valores obtidos através dos ensaios é possível a determinação de D_x e D_y , uma vez que a espessura “ t ” é conhecida.

Para placas ortotrópicas, Troitsky (1987) define a Equação 51 como “rigidez efetiva à torção”. Levando em conta os coeficientes de Poisson como 0,30 (Segundinho, 2005), é possível determinar a propriedade “ $2H$ ”.

$$2H = D_x.v_x + D_y.v_y + 4D_{xy} \quad (51)$$

Também segundo Troitsky (1987), o valor teórico de “ H ”, sendo uma parcela das propriedades de rigidez nas duas direções, pode ser determinado por:

$$H = \sqrt{D_x.D_y} \quad (52)$$

Entretanto, para sua validade é necessária que sejam satisfeitas as seguintes condições (hipóteses de Kirchhoff), caracterizando-se, portanto, como uma placa de Kirchhoff, onde toda linha reta e perpendicular à superfície antes do carregamento permanecerá reta e perpendicular à superfície deformada após o carregamento:

- a) A espessura da placa de ser constante;
- b) As deformações devem ser puramente elásticas;
- c) Os deslocamentos da placa devem ser relativamente pequenos.

Retornando o valor de “ H ” para a Equação 51, pode-se determinar o parâmetro D_{xy} . Consequentemente, aplicando este valor na Equação 50, obtém-se:

$$G_{xy} = \frac{12.D_{xy}}{t^3} \quad (53)$$

5.5 Montagem do Tabuleiro de MLC

Determinadas as propriedades dos painéis, iniciou-se a montagem do tabuleiro de MLC a ser analisado. Para isso, foram posicionados os painéis lado a lado, apoiados sobre perfis metálicos espaçados 200cm (Figura 47). Utilizou-se o pórtico metálico do LaMEM, com possibilidade de movimento da posição do cilindro hidráulico, munido de um anel dinamométrico de constante 330,89 N por divisão. Além disso, foi utilizada uma célula de carga para aquisição de

dados da força aplicada pelo cilindro hidráulico. Com o intuito de simular a largura de contato de uma roda, aplicaram-se as cargas sobre uma placa metálica de dimensões 20cm x 35cm x 2,5cm (Figura 48). Para aquisição de dados dos deslocamentos do tabuleiro em função do carregamento aplicado, foram utilizados 16 transdutores (Figura 49), posicionados em 16 pontos do tabuleiro (Figura 50), interligados ao sistema de aquisição de dados. Para análise do tabuleiro com a utilização de vigas de enrijecimento, também foram utilizadas 8 e 12 células de cargas nos parafusos para as duas configurações utilizadas (Figura 51). Estas células objetivam a determinação da maior força de tração ou compressão atuante nas ligações entre as vigas de enrijecimento e o tabuleiro, de acordo com a intensidade da carga e sua posição de aplicação.

Figura 47 – Tabuleiro de ponte de MLC formado por 2 painéis de 1,00m x 2,30m .

Figura 48 – Placa metálica para simular aplicação de carga de roda.

Figura 49 – Sistema de aquisição de dados.

Figura 50 – Transdutores de deslocamento sob o tabuleiro.

Figura 51 – Células de carga interligadas aos parafusos.

5.6 Ensaios dos Painéis do Tabuleiro Interconectados por Vigas de Enrijecimento

5.6.1 Análise experimental do tabuleiro

Após a montagem e preparação do tabuleiro, foram posicionados os transdutores em 16 pontos do tabuleiro conforme Figura 52 e Tabela 8. A distribuição destes transdutores se fez

necessária para a determinação dos deslocamentos apresentados pelo tabuleiro quando submetido às cargas nos diversos pontos onde foram aplicadas. Para cada configuração do tabuleiro foram aplicados carregamentos até a ordem de 20kN, em 5 posições diferentes (Figura 53), realizando 2 ensaios para cada posição. O valor do carregamento e dos deslocamentos foram capturados a cada segundo pelo sistema de aquisição de dados.

O objetivo de se determinar os deslocamentos em diversos pontos do tabuleiro é a determinação das rigidezes e módulos de elasticidade do mesmo através do auxílio de procedimentos numéricos com o software ATM. Além disso, pretende-se comprovar através dos dados coletados a eficiência do sistema de vigas de enrijecimento na interconexão de painéis quanto à redução de deslocamento relativo entre eles.

Figura 52 – Posições dos transdutores de deslocamentos no tabuleiro.

Tabela 8 – Coordenadas dos transdutores de deslocamentos no tabuleiro.

Coordenadas dos transdutores	X	Y	Coordenadas dos transdutores	X	Y
DT01	50	80	DT09	100	-2
DT02	50	30	DT10	100	-32
DT03	50	-30	DT11	100	-68
DT04	50	-80	DT12	100	-98
DT05	100	98	DT13	150	80
DT06	100	68	DT14	150	30
DT07	100	32	DT15	150	-30
DT08	100	2	DT16	150	-80

Figura 53 – Posições de aplicação das cargas no tabuleiro.

Tabela 9 – Coordenadas do centro da aplicação das cargas no tabuleiro.

	X	Y
Posição 01	100	50
Posição 02	100	10
Posição 03	100	0
Posição 04	100	-10
Posição 05	100	-50

5.6.1.1 Análise do tabuleiro sem viga de enrijecimento

Neste caso os dois painéis, posicionados sobre os apoios, atuam de forma independente quanto às cargas aplicadas nas 5 diferentes posições. Esta análise é importante uma vez que é possível a determinação das propriedades individuais de cada painel, bem como os deslocamentos relativos entre painéis. Desta forma, foram aplicadas as cargas nas posições 01 e 02 para o Painel 02 (Figura 54); e posições 04 e 05 para o Painel 01. Consequentemente, os transdutores de deslocamentos DT 01, DT02, DT05, DT06, DT07, DT08, DT13 e DT14 foram analisados separadamente para determinação das propriedades do Painel 02; e os demais para o Painel 01. Além disso, para a carga atuante sobre a face adjacente entre os painéis, é possível considerar o comportamento do tabuleiro como uma placa e, assim, determinar as propriedades do mesmo quando não existe a interconexão entre painéis por viga de enrijecimento.

Figura 54 – Aplicação da carga na borda do painel 02.

5.6.1.2 Análise do tabuleiro de MLC com viga de enrijecimento e 8 parafusos.

A interconexão entre painéis com uma viga de enrijecimento de 2 lamelas foi realizada com a ligação da mesma com o tabuleiro através de 8 parafusos do tipo francês de diâmetro 14mm interligados a células de carga, conforme esquematização das Figuras 55 a 58.

Figura 55 – Espaçamento entre parafusos.

Figura 56 – Instrumentação sobre tabuleiro com viga de enrijecimento de 2 lamelas.

Analogamente à interconexão entre painéis com viga de enrijecimento de 2 lamelas, realizou-se a interconexão entre painéis com viga de 3 e 4 lamelas, utilizando da mesma configuração de 8 parafusos apresentada anteriormente. Para a viga de enrijecimento com 3 lamelas, escolheu-se aquela que apresentou melhores módulos de rigidez (EI).

Figura 57 – Parafusos interligando a viga de enrijecimento e o tabuleiro.

Figura 58 – Instrumentação sobre tabuleiro com viga de enrijecimento de 4 lamelas.

5.6.1.3 Análise do tabuleiro com viga de enrijecimento com 12 parafusos.

A fim de analisar a influência do número de parafusos na rigidez do tabuleiro, executou-se a interconexão entre painéis com as vigas de enrijecimento, de 2, 3 e 4 lamelas, através de 12 parafusos do tipo francês de diâmetro 14mm interligados a células de carga, conforme esquematização das Figuras 59, 60 e 61.

Figura 59 – Espaçamentos entre os 12 parafusos.

Figura 60 – Utilização de borracha elástica sob a placa metálica para melhor aplicação da carga no tabuleiro.

Figura 61 – Detalhe dos parafusos que interligam o tabuleiro à viga de enrijecimento.

5.7 Análise numérica

5.7.1 Determinação das propriedades individuais dos painéis utilizando software ATM

Com a utilização do software ATM – Análise de Tabuleiros de Madeira elaborado no LaMEM (Figura 62), é possível em seu módulo “Otimização” determinar as propriedades de uma placa de espessura equivalente de 20cm através da inserção correta no programa de uma carga aplicada em determinado ponto da placa e os vários deslocamentos produzidos por esta carga.

Para a análise isolada dos painéis, tem-se como vão da placa de 200cm, largura de 100cm e espessura equivalente de 20cm (Figura 63). Foram aplicados carregamentos de até 20kN nas posições apresentadas na Figura 50 e Tabela 9 (Figura 64). Através do Módulo “Otimização” (Figura 65), determinaram-se as propriedades individuais dos painéis para uma espessura equivalente de 20cm. Utilizando as Equações 48, 49 e 50 é possível converter a rigidez do painel de 20cm de espessura para o real de 11cm de espessura.

Figura 62 – Interface do programa ATM.

Figura 63 – Inserção de dados no ATM para análise do painel.

Figura 64 – Identificação da intensidade, localização e área da carga aplicada.

Figura 65 – Determinação das propriedades do painel 01 utilizando o módulo “Otimização”.

5.7.2 Determinação das propriedades do tabuleiro utilizando software ATM

Analogamente ao procedimento descrito acima no item 5.7.1, para a análise das propriedades do tabuleiro, sem e com viga de enrijecimento, utilizou-se como vão da placa de 200cm, largura de 200cm e espessura equivalente de 20cm (Figura 66). Foram aplicados, também, carregamentos de até 20kN nas posições mencionadas na Figura 53 e Tabela 9. Através do Módulo

“Otimização” (Figura 67), determinaram-se as propriedades do tabuleiro de acordo com sua montagem, para uma espessura equivalente de placa de 20cm (Figura 68). Também neste caso, com as Equações 48, 49 e 50 foi possível a conversão da rigidez e, consequentemente, do módulo de elasticidade do tabuleiro da placa equivalente de espessura 20cm para uma placa real de 11cm de espessura.

The screenshot shows the 'Dados' (Data) and 'Cargas' (Loads) sections of the ATM software interface. The 'Dados' section includes input fields for dimensions and material properties: L (200 cm), b (200 cm), h (20 cm), Et (200 kN/cm²), Et (20 kN/cm²), Glt (10 kN/cm²), Gj (0 kN.cm²), and Et (0 kN.cm²). The 'Cargas' section includes a load number (n: 1), a 'Mudar' (Change) button, a 'Tipo' (Type) dropdown, and a 'Malha' (Mesh) section with nx (16) and ny (16) values, and a 'Pontos' (Points) checkbox.

Figura 66 – Inserção de dados no ATM para análise do tabuleiro.

Figura 67 – Posicionamento da carga de roda no tabuleiro

Otimização

Experimental 1

Pontos: 16

Pontos	X (cm)	Y (cm)	w (cm)
13	150	80	0.18926
14	150	30	0.13616
15	150	-30	0.069953
16	150	-80	-0.033664

Resultados

Ex: 111.7225341796 El borda: 0

Ey: 57.05091857910

Gxy: 4.168041229248 0.065218806266

nr: 5

☒ Cargas e Desl 2

☐ Utilizar cargas 2

Ver função objetivo

Ex: Edit8

Ey: Edit9

Gxy: Edit10

Min: 2

Seg: 4

Calcular

Fechar

Figura 68 – Determinação das propriedades do tabuleiro utilizando o módulo “Otimização”.

6. RESULTADOS E ANÁLISES

6.1 Classificação das Peças

6.1.1 Classificação visual das peças de comprimento 2300mm e largura 120mm; e propriedades geométricas

Para a classificação visual das peças, foram considerados a presença de nós, fendas, desvios de formas geométricas e inclinação das fibras em relação ao eixo longitudinal das peças. Foram determinadas as espessuras das peças, peso e também a densidade aparente (Tabela 10). As mesmas foram organizadas em classes estruturais, sendo as peças de melhores classificações utilizadas na fabricação das vigas de enrijecimento.

Tabela 10 – Classificação das peças de *Pinus oocarpa*.

Peça	Espessura (mm)	Peso (g)	Volume (cm ³)	ρ_{ap} (g/cm ³)	Classificação Estrutural
1	51,27	7700	14458,14	0,53257	SE
2	49,48	7850	13953,36	0,56259	S3
3	50,70	7050	14297,40	0,49310	SE
4	50,19	9200	14153,58	0,65001	SE
5	50,88	8500	14348,16	0,59241	S3
6	50,08	8000	14122,56	0,56647	SE
7	48,72	7900	13739,04	0,57500	S3
8	50,61	6950	14272,02	0,48697	S3
9	49,00	7900	13818,00	0,57172	S3
10	50,25	8650	14170,50	0,61042	SE
11	51,48	6850	14517,36	0,47185	S3
12	50,48	9500	14235,36	0,66735	SE
13	50,80	7500	14325,60	0,52354	S3
14	50,73	8700	14305,86	0,60814	SE
15	50,88	6600	14348,16	0,45999	S3
16	50,66	7300	14286,12	0,51099	S3
17	51,70	7350	14579,40	0,50414	S3
18	49,97	7850	14091,54	0,55707	SE
19	50,31	7650	14187,42	0,53921	S3
20	50,28	8300	14178,96	0,58537	SE
21	50,89	6600	14350,98	0,45990	SE
22	49,72	7800	14021,04	0,55631	S3
23	50,05	7000	14114,10	0,49596	SE
24	51,46	8000	14511,72	0,55128	S3
25	50,98	7300	14376,36	0,50778	S3
26	51,27	7650	14458,14	0,52911	S3

(continuação)

27	49,10	7750	13846,20	0,55972	S3
28	50,70	7550	14297,40	0,52807	S3
29	49,66	8450	14004,12	0,60339	S3
30	50,34	7650	14195,88	0,53889	SE
31	49,21	8650	13877,22	0,62332	S2
32	50,99	7950	14379,18	0,55288	S3
33	49,11	8850	13849,02	0,63903	SE
34	50,47	6800	14232,54	0,47778	S3
35	48,56	7900	13693,92	0,57690	SE
36	49,53	7900	13967,46	0,56560	S3
37	52,60	7850	14833,20	0,52922	S3
38	51,05	9950	14396,10	0,69116	SE
39	51,24	7350	14449,68	0,50866	SE
40	52,46	9350	14793,72	0,63202	S3
41	50,85	8750	14339,70	0,61019	SE
42	50,82	7700	14331,24	0,53729	SE
43	49,42	7800	13936,44	0,55968	S1
44	51,90	6800	14635,80	0,46461	S3
45	49,25	8450	13888,50	0,60842	S3
46	50,15	7000	14142,30	0,49497	S3
47	50,81	7450	14328,42	0,51995	SE
48	50,62	8250	14274,84	0,57794	S3
49	50,43	6400	14221,26	0,45003	S3
50	50,62	7950	14274,84	0,55692	S3
51	50,34	7450	14195,88	0,52480	S3
52	50,76	6700	14314,32	0,46806	SE
53	50,30	8550	14184,60	0,60277	S3
54	50,28	8100	14178,96	0,57127	S3
55	50,70	7400	14297,40	0,51758	S3
56	51,31	7700	14469,42	0,53216	S3
57	51,06	7300	14398,92	0,50698	S2
58	50,82	7550	14331,24	0,52682	S3
59	49,05	7750	13832,10	0,56029	SE
60	50,77	7450	14317,14	0,52036	S3
61	50,19	7950	14153,58	0,56170	S3
62	49,93	7250	14080,26	0,51491	S3
63	49,25	7200	13888,50	0,51841	SE
64	50,31	7650	14187,42	0,53921	S3
65	49,90	7700	14071,80	0,54719	S3
66	49,31	8000	13905,42	0,57532	S2
67	50,24	7450	14167,68	0,52584	S1
68	50,32	9200	14190,24	0,64833	SE
69	51,00	7600	14382,00	0,52844	SE

(continuação)

70	50,42	8350	14218,44	0,58727	S1
71	49,75	8800	14029,50	0,62725	SE
72	50,34	8600	14195,88	0,60581	S2
73	49,28	7400	13896,96	0,53249	S3
74	50,54	8700	14252,28	0,61043	S3
75	51,34	7650	14477,88	0,52839	SE
76	51,00	7550	14382,00	0,52496	S3
Média				0,55	
Desvio Padrão				0,05172	
Coeficiente de Variação				9,39%	

Conforme observado na Figura 69, 57% das peças analisadas foram classificadas como Classe Estrutural S3. O motivo dessa elevada porcentagem é a presença de nós encontrados na espécie *Pinus oocarpa*, assim a quantidade e também as dimensões dos nós influenciaram na classificação como “S3”. Na superfície de algumas peças observou-se a presença de bolsas de resina que, depois de aplainadas, foram eliminadas. De do ponto de vista geométrico, as peças encontravam-se sem grandes irregularidades.

Figura 69 – Classificação visual das peças.

6.1.2 Determinação dos módulos de elasticidade das peças pelo método da flexão estática e da vibração transversal

A determinação dos módulos de elasticidade de cada peça foi realizada através de dois procedimentos distintos: Método da Flexão Estática e Método da Vibração Transversal. Na Tabela 11 apresentam-se os valores determinados através desses métodos para cada peça, determinando também os valores médios, desvios-padrão e coeficientes de variação para cada método. A

diferença média dos módulos de elasticidade das peças entre os valores obtidos foi de 5,53% superior para os módulos determinados pelo método da flexão estática.

Tabela 11 – Módulos de elasticidade das peças em GPa.

	Vibração Transversal	Flexão Estática
PEÇA	E (GPa)	E (GPa)
1	11,37	14,48
2	14,02	15,05
3	10,86	11,98
4	17,71	19,68
5	7,60	7,80
6	11,25	11,81
7	8,24	8,91
8	10,89	12,45
9	13,97	13,85
10	15,80	15,90
11	10,07	9,90
12	14,72	15,86
13	13,72	14,79
14	14,99	15,09
15	8,31	8,40
16	14,60	14,98
17	12,24	13,15
18	12,55	13,22
19	17,26	17,16
20	16,76	18,31
21	12,58	12,25
22	10,09	10,28
23	15,48	14,26
24	14,42	15,45
25	10,57	11,52
26	13,88	13,07
27	12,45	13,30
28	11,01	10,98
29	18,82	19,82
30	14,38	14,85
31	8,99	8,81
32	13,99	15,18
33	18,44	18,07
34	9,09	8,90
35	14,58	13,63
36	16,50	17,24

(continuação)		
37	14,66	16,20
38	9,63	9,82
39	11,55	12,02
40	18,71	19,06
41	14,97	17,55
42	17,02	17,50
43	14,27	14,58
44	12,06	13,49
45	15,21	22,10
46	12,58	12,53
47	12,58	13,31
48	19,12	20,65
49	12,09	12,34
50	14,14	14,52
51	12,26	12,63
52	10,52	10,55
53	21,19	19,71
54	16,73	16,53
55	16,85	17,33
56	9,80	12,22
57	15,71	16,95
58	13,58	15,19
59	12,65	14,55
60	10,58	13,07
61	10,00	10,10
62	9,06	9,97
63	12,54	13,48
64	13,26	12,83
65	12,65	13,66
66	15,27	17,26
67	9,46	9,60
68	14,31	15,16
69	12,85	16,13
70	13,91	15,21
71	16,99	19,84
72	15,41	17,13
73	9,67	11,03
74	13,28	13,22
75	10,51	11,67
76	10,21	12,55
MÉDIA	13,29	14,13
Desvio Padrão	2,92	3,16
Coefficiente de Variação	21,99%	22,39%

6.1.3 Comparação dos resultados

Com o objetivo de verificar a correlação entre os módulos de elasticidade (E) e a densidade aparente (ρ_{ap}) das peças, elaborou-se os gráficos da Figura 70 e 71, através dos dados apresentados nas Tabelas 10 e 11. Nessas figuras é possível verificar uma distribuição do tipo “cone” com elevada dispersão de valores e coeficiente R^2 muito distante do valor 1. Desta forma, para essas peças de *Pinus oocarpa* a determinação do Módulo de Elasticidade a partir da densidade aparente não se concretiza em um procedimento preciso.

Figura 70 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da flexão estática e a densidade das peças ($E_{flexão} \times \rho_{ap}$).

Figura 71 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da vibração transversal e a densidade das peças ($E_{vibração} \times \rho_{ap}$).

Analisando os valores dos módulos de elasticidade de cada peça, determinados pelos dois métodos citados, observa-se uma boa correlação, conforme observado na Figura 72, com o fator $R^2 = 0,8585$.

Figura 72 – Correlação entre os módulos de elasticidade determinados pelo método da vibração transversal e flexão estática ($E_{\text{vibração}} \times E_{\text{flexão}}$).

Tendo em vista esta variabilidade das espécies de madeira, optou-se por apresentar a determinação do valor característico dos módulos de elasticidade correspondente à frequência inferior à 5% da área abaixo da curva da distribuição de Gauss (Tabela 12 e Figura 73).

Tabela 12 – Módulos de elasticidade característicos das peças pela distribuição de Gauss.

	$E_{\text{mín}}$	$E_{\text{máx}}$	$E_{\text{médio}}$	Desvio Padrão	E_{c0k}
$E_{\text{flexão}} \text{ (GPa)}$	7,79	22,10	14,13	3,16	8,92
$E_{\text{vibração}} \text{ (GPa)}$	7,60	21,19	13,29	2,92	8,48

Figura 73 – Determinação dos módulos de Elasticidade conforme distribuição normal

De acordo com a PR.ABNT NBR 7190 (2011), a determinação dos valores característicos das propriedades das madeiras é feito através da Equação 54, de forma que os valores das propriedades determinados experimentalmente devem ser colocados em ordem crescente ($x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$). Deve-se desprezar o valor mais alto se o número dos elementos analisados for ímpar. O valor característico, então, é determinado pelo menor valor entre x_{wk} , x_1 e $0,7x_m$ (valor médio).

$$x_{wk} = \left(2 \times \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\frac{n}{2}-1}}{\frac{n}{2}-1} - x_{\frac{n}{2}} \right) \times 1,1 \quad (54)$$

Desta forma, os valores característicos obtidos através da Equação 54, para os dois procedimentos de caracterização do módulo de elasticidade das peças são apresentados na Tabela 13. Em ambos os procedimentos, o valor característico do módulo de elasticidade foi considerado o menor valor de todas as peças ensaiadas. Assim, os valores determinados pelo procedimento estabelecido pela norma brasileira apresentaram-se 12,63% e 10,40% inferiores para flexão estática e vibração transversal, respectivamente, quando comparados aos valores característicos pelo da curva de Gauss. Portanto, a adoção de valores inferiores de módulos de elasticidade pela normatização brasileira considera as peças menos rígidas e, a favor da segurança das estruturas.

Tabela 13 – Módulos de elasticidade característicos das peças segundo ABNT NBR 7190:1997, em GPa.

Método experimental	n	n/2	x_{kw}	x_l	$0,7x_m$	E_{c0k}
Flexão estática	76	38	10,35	7,79	9,89	7,79
Vibração transversal	76	38	9,28	7,60	9,30	7,60

6.2 Análise das vigas de enrijecimento de MLC

6.2.1 Determinação dos módulos de rigidez das vigas através de procedimento teórico

De acordo com as Equações 42, 43 e 44, e os valores dos módulos de elasticidade determinados pelo método da flexão estática bem como as dimensões geométricas das peças apresentadas nas Tabelas 11 e 10, respectivamente, determinam-se, analiticamente, os valores dos módulos de rigidez das vigas de enrijecimento (Tabela 14). Já a determinação dos módulos de rigidez experimentais das vigas realizada conforme procedimentos mencionados no item 5.1.2, pelo método da flexão estática aplicando carregamentos concentrados no meio do vão (Figura 32) e determinando o módulo de elasticidade da peça de acordo com a Equação 40 e, assim, obtendo-se o módulo de rigidez (Tabela 14).

Tabela 14 – Módulos de rigidez teóricos e experimentais das vigas de enrijecimento.

Viga de enrijecimento	VE-1	VE-2	VE-3	VE-4	VE-5	VE-6	VE-7
Nº de lamelas	3	3	3	3	3	4	2
E.I (kN.m ²) - teórico	335,046	311,937	306,046	269,515	281,558	652,674	80,960
E.I (kN.m ²) - experimental	250,388	271,830	295,714	255,296	243,039	520,668	71,376
Diferença percentual	25,27%	12,86%	3,38%	5,28%	13,68%	20,23%	11,84%

Os valores dos módulos de rigidez experimentais apresentaram-se em média 13,22% inferiores aos valores teóricos. Essa diferença encontrada deve-se ao fato da análise teórica ter sido estabelecida uma espessura fixa de 4 cm por lamela, com o intuito da determinação teórica da linha neutra das seções e cálculos dos módulos de rigidez (EI) dessas vigas de enrijecimento de MLC. Como pode ser observado nas Equações 42, 43 e 44, qualquer imprecisão nas alturas das lamelas influencia diretamente nos valores teóricos dos módulos de rigidez (EI) calculados analiticamente.

Entretanto, qualquer suspeita de escorregamento entre as lamelas para a viga de MLC solicitada à flexão deve ser descartada, uma vez que a ligação entre as lamelas é bastante eficiente em função do controle de qualidade do adesivo estrutural e da interação adesivo-madeira.

De fato, o procedimento experimental é aquele que mais se aproxima das condições reais de uso da viga, portanto, serão adotados deste ponto adiante os valores dos módulos de rigidez (EI) experimentais das vigas como os valores de referência.

6.3 Análise dos painéis de MLC

6.3.1 Determinação das propriedades dos painéis através de procedimentos teórico-experimentais

Os módulos de elasticidade longitudinal e transversal de cada painel (Tabelas 15 a 18) foram determinados através de métodos teórico-experimentais, aplicando carregamentos uniformes com cilindros hidráulicos, conforme Figura 74. Para cada painel foram realizados três ensaios, com leituras de três relógios comparadores de deslocamento vertical, já esquematizados nas Figuras 45 e 46.

Figura 74 – Esquematização dos ensaios para determinação dos módulos de elasticidade dos painéis

Tabela 15 – Módulos de elasticidade longitudinal teórico-experimentais do Painel 01, em GPa.

1° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,42	0,47	0,49	11,84	10,58	10,15
	6617,8	1,01	0,93	1,02	9,85	10,69	9,75
	9926,7	1,42	1,60	1,70	10,50	9,32	8,77
	13235,6	1,98	2,06	2,42	10,04	9,65	8,22
2° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,51	0,47	0,50	9,75	10,58	9,94
	6617,8	1,05	0,99	1,10	9,47	10,04	9,04
	9926,7	1,49	1,74	1,63	10,01	8,57	9,15
	13235,6	2,07	2,01	2,08	9,61	9,89	9,56
3° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,50	0,59	0,60	9,94	8,43	8,29
	6617,8	0,93	1,01	1,09	10,69	9,84	9,12
	9926,7	1,61	1,58	1,63	9,26	9,44	9,15
	13235,6	2,07	2,23	2,25	9,61	8,92	8,84
			EL_{médio} (GPa)		9,63		

Tabela 16 – Módulos de elasticidade longitudinal numérico-experimentais do Painel 02, em GPa.

1° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,62	0,59	0,59	8,02	8,43	8,43
	6617,8	1,13	1,04	1,23	8,80	9,56	8,08
	9926,7	1,98	1,68	1,76	7,53	8,88	8,47
	13235,6	2,33	2,48	2,87	8,53	8,02	6,93
2° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,68	0,63	0,67	7,31	7,89	7,42
	6617,8	1,18	1,14	1,22	8,42	8,72	8,15
	9926,7	1,88	1,59	1,65	7,93	9,38	9,04
	13235,6	2,29	2,39	2,67	8,68	8,32	7,45
3° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	EL1 (GPa)	EL2 (GPa)	EL3 (GPa)
	3308,9	0,48	0,59	0,51	10,36	8,43	9,75
	6617,8	1,19	1,09	1,22	8,35	9,12	8,15
	9926,7	2,08	1,61	1,98	7,17	9,26	7,53
	13235,6	2,31	2,78	2,88	8,61	7,15	6,90
			EL_{médio} (GPa)		8,31		

Tabela 17 – Módulos de elasticidade transversal numérico-experimentais do Painel 01, em GPa.

1° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,08	0,07	0,08	0,84	0,96	0,84
	1855,6	0,18	0,18	0,18	0,74	0,74	0,74
	2783,4	0,23	0,22	0,22	0,87	0,91	0,91
	3711,2	0,31	0,3	0,33	0,86	0,89	0,81
2° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,07	0,08	0,06	0,96	0,84	1,12
	1855,6	0,18	0,17	0,18	0,74	0,79	0,74
	2783,4	0,24	0,2	0,22	0,84	1,01	0,91
	3711,2	0,3	0,3	0,33	0,89	0,89	0,81
3° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,08	0,08	0,06	0,84	0,84	1,12
	1855,6	0,17	0,18	0,17	0,79	0,74	0,79
	2783,4	0,22	0,2	0,22	0,91	1,01	0,91
	3711,2	0,35	0,28	0,31	0,77	0,96	0,86
			ET_{médio} (GPa)		0,87		

Tabela 18 – Módulos de elasticidade transversal numérico-experimentais do Painel 02, em GPa.

1° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,11	0,09	0,11	0,61	0,74	0,61
	1855,6	0,21	0,19	0,22	0,64	0,71	0,61
	2783,4	0,28	0,22	0,26	0,72	0,91	0,77
	3711,2	0,37	0,33	0,37	0,72	0,81	0,72
2° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,08	0,12	0,08	0,84	0,56	0,84
	1855,6	0,19	0,18	0,17	0,71	0,74	0,79
	2783,4	0,23	0,25	0,24	0,87	0,80	0,84
	3711,2	0,35	0,35	0,33	0,77	0,77	0,81
3° ensaio	Carga (N)	Leitura 1 (mm)	Leitura 2 (mm)	Leitura 3 (mm)	ET ₁ (GPa)	ET ₂ (GPa)	ET ₃ (GPa)
	927,8	0,08	0,07	0,09	0,84	0,96	0,74
	1855,6	0,18	0,19	0,22	0,74	0,71	0,61
	2783,4	0,23	0,27	0,28	0,87	0,74	0,72
	3711,2	0,31	0,32	0,31	0,86	0,84	0,86
			ET_{médio} (GPa)		0,76		

Os módulos de torção dos painéis (Tabela 19) foram calculados analiticamente com base nos valores médios do módulo de elasticidade longitudinal e transversal apresentados nas Tabelas 15 a 18. Para isso, utilizou-se das Equações 48 a 53 para determinação desta propriedade dos painéis.

Tabela 19 – Módulos de torção dos painéis, determinados teoricamente.

Painel 01	$E_{L\text{médio}}$ (GPa)	$E_{T\text{médio}}$ (GPa)	D_L (kN.m)	D_T (kN.m)	H	D_T (kN.m)	G_{LT} (GPa)	$G_{LT\text{médio}}$ (GPa)
1º ensaio	9,95	0,85	1103	94	0,322	71	0,64	0,65
2º ensaio	9,64	0,88	1069	98	0,323	74	0,67	
3º ensaio	9,30	0,86	1031	95	0,314	72	0,65	
Painel 02	$E_{L\text{médio}}$ (GPa)	$E_{T\text{médio}}$ (GPa)	D_L (kN.m)	D_T (kN.m)	H	D_T (kN.m)	G_{LT} (GPa)	$G_{LT\text{médio}}$ (GPa)
1º ensaio	8,31	0,72	921	79	0,270	60	0,54	0,58
2º ensaio	8,23	0,78	913	86	0,281	65	0,59	
3º ensaio	8,40	0,79	932	88	0,286	67	0,60	

6.3.2 Determinação das propriedades dos painéis através de procedimentos numérico-experimentais

Os valores dos módulos de elasticidade experimentais determinados pelo método numérico-experimental com auxílio do software ATM, pelo módulo “Otimização”, são apresentados nas Tabelas 20 e 21 respeitando as posições de carregamento apresentados na Tabela 9 e Figura 53. Nessas tabelas são apresentados os valores das propriedades determinadas relacionados a 8 carregamentos aplicados nas respectivas posições apresentadas, sendo os valores médios relativos aos 16 valores determinados. É necessário frisar que levando em conta o sistema de eixos apresentados na Figura 53, tem-se a correspondência dos Módulos de Elasticidade dos painéis: $E_x = E_L$; $E_y = E_T$; e $G_{xy} = G_{LT}$.

Tabela 20 – Módulos de elasticidade numérico-experimentais do Painel 01, em GPa.

Posição 04			Posição 05		
E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
11,35	1,94	0,38	8,76	1,98	0,51
11,34	1,68	0,42	9,04	2,06	0,51
11,33	1,93	0,41	9,14	1,84	0,50
11,32	1,97	0,42	9,42	2,01	0,53
11,34	1,96	0,40	8,93	1,44	0,42
11,31	1,53	0,43	9,44	2,10	0,45
11,33	1,66	0,43	9,72	2,02	0,38
11,31	1,80	0,46	10,02	1,86	0,47
	E_x	E_y	G_{xy}		
Valores médios	10,32	1,86	0,45		
Desvio Padrão	1,08	0,19	0,05		
Coeficiente de Variação	10%	10%	11%		

Tabela 21 – Módulos de rigidez numérico-experimentais do Painel 02 em GPa.

Posição 02			Posição 01		
E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
8,35	1,67	0,56	6,68	1,20	0,32
8,92	1,57	0,51	6,89	1,16	0,36
9,47	2,05	0,49	7,18	1,24	0,35
9,83	1,61	0,47	7,40	1,14	0,32
9,38	1,43	0,38	7,44	1,04	0,26
9,73	1,48	0,43	7,84	1,24	0,32
10,14	1,75	0,45	8,08	1,36	0,44
10,16	1,75	0,49	8,32	1,39	0,35
	E_x	E_y	G_{xy}		
Valores médios	8,49	1,44	0,41		
Desvio Padrão	1,19	0,27	0,09		
Coeficiente de Variação	14%	19%	21%		

6.3.3 Comparação dos resultados

Os valores médios de E_x , E_y e G_{xy} determinados no Painel 01 pelo método numérico-experimental apresentaram as diferenças percentuais de 7,198%, 114,588% e -31,677%,

respectivamente, quando comparados aos valores médios determinados pelo outro método citado. Para o Painel 02, essas diferenças foram de 2,109%, 89,372% e -29,622%.

Para os valores relacionados a E_x (E_L), apresentou-se pequenas variações. Entretanto para E_y (E_T) e G_{xy} (G_{LT}) os valores encontrados pelo método numérico-experimental, com auxílio do software “ATM” foram muito superiores quando comparado com os valores determinados pelo método de flexão estática. A possível diferença acredita-se que ocorre em função do posicionamento do carregamento nos painéis estar em apenas uma direção transversal, em função das limitações do pórtico metálico utilizado nos ensaios. Para uma análise mais refinada, para determinação de E_y e G_{xy} dos painéis, o carregamento deveria ser realizado também em outras posições dos painéis, de forma que o software “ATM” pudesse convergir para um resultado mais próximo ao determinado pela flexão estática.

6.4 Análise do tabuleiro de MLC

Os valores dos módulos de elasticidade experimentais do tabuleiro, formado por 2 painéis de MLC, também foram determinados pelo método numérico-experimental com auxílio do software ATM, pelo módulo “Otimização”.

Nas Tabelas 22 a 28, determinaram-se os valores de E_x , E_y e G_{xy} apresentados pelo tabuleiro de MLC, para 4 diferentes carregamentos analisados em 2 ensaios, para as situações do tabuleiro sem a viga de enrijecimento (Tabela 22), e com as vigas de enrijecimento interconectando os painéis do tabuleiro para as respectivas configurações já apresentadas (Tabelas 23 a 28).

6.4.1 Determinação dos módulos de elasticidade do tabuleiro como placa

Na Tabela 22 apresentam-se os valores dos módulos de elasticidade determinados no tabuleiro para a situação sem interconexão por vigas de enrijecimento. Neste caso, foi considerada a aplicação do carregamento apenas na Posição 3, a fim de analisar o tabuleiro como placa. Enfatiza-se que para carregamentos nas posições 1, 2, 4 e 5, não se configura o tabuleiro como placa, e sim os painéis atuam independentes um do outro, e as propriedades já foram apresentadas no item 6.3.2.

Tabela 22 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa sem viga de enrijecimento.

	E_x (GPa)	E_y (GPa)	G_{xy} (GPa)
Carga 10kN -ens.1	8,39	0,22	0,13
Carga 13kN-ens.1	8,80	0,24	0,12
Carga 16kN- ens.1	8,93	0,27	0,12
Carga 19kN- ens.1	9,26	0,28	0,12
Carga 10kN -ens.2	8,78	0,34	0,12
Carga 13kN-ens.2	9,07	0,32	0,12
Carga 16kN- ens.2	9,03	0,34	0,13
Carga 19kN- ens.2	9,23	0,35	0,14
	E_x médio (GPa)	E_y médio (GPa)	G_{xy} médio (GPa)
Média	8,94	0,30	0,13
Desvio-padrão	0,28	0,05	0,01
Coefficiente de Variação	3%	16%	5%

Nas tabelas 23 a 28, os resultados apresentados correspondem às respectivas configurações do tabuleiro formado pela interconexão dos painéis proporcionada pelas vigas de enrijecimento. Desta forma, a análise do tabuleiro se configura como uma placa ortotrópica, e os valores dos módulos de elasticidade desta placa são determinados e apresentados, levando em conta os carregamentos nas 5 posições (Figura 53).

Tabela 23 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 2 Lamelas, $EI=71,3776 \text{ kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.

Posição 01				Posição 02			Posição 03		
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,72	3,43	0,25	6,29	0,73	0,23	6,42	0,74	0,25
13kN-ens.1	7,11	3,72	0,24	6,62	1,15	0,14	6,85	0,88	0,24
16kN- ens.1	7,54	3,69	0,28	6,81	1,15	0,18	6,96	0,91	0,25
19kN- ens.1	7,82	3,60	0,29	6,94	1,13	0,20	7,20	1,03	0,23
10kN -ens.2	6,86	3,78	0,35	6,15	1,10	0,13	7,05	0,96	0,24
13kN-ens.2	7,32	3,38	0,26	6,56	1,15	0,15	7,20	0,98	0,24
16kN- ens.2	7,68	3,41	0,24	6,77	1,15	0,19	7,48	1,07	0,25
19kN- ens.2	7,98	3,50	0,25	6,94	1,15	0,21	7,74	1,13	0,24
Posição 04				Posição 05					
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}			
10kN -ens.1	6,25	0,36	0,25	6,89	0,81	0,64			
13kN-ens.1	6,70	0,38	0,27	7,53	0,84	1,05			
16kN- ens.1	6,86	0,41	0,29	7,74	1,02	0,90			

(continuação)

19kN- ens.1	7,09	0,43	0,30	8,14	1,04	0,84
10kN -ens.2	6,37	0,36	0,27	7,30	0,76	0,78
13kN-ens.2	6,96	0,39	0,29	7,71	0,90	0,71
16kN- ens.2	7,24	0,39	0,31	8,21	1,02	0,73
19kN- ens.2	7,42	0,43	0,32	8,38	1,03	0,72

	E_x médio	E_y médio	G_{xy} médio
Média	6,59	0,78	0,53
Desv. Pad.	0,41	0,33	0,29
Coef. Var.	6%	42%	54%

Tabela 24 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 3 Lamelas e $EI = 295,7142 \text{ kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.

(GPa)	Posição 01			Posição 02			Posição 03		
	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,92	5,76	0,37	6,87	1,81	0,79	6,86	2,39	0,88
13kN-ens.1	8,70	5,08	0,36	6,92	4,73	0,46	6,86	2,32	1,10
16kN- ens.1	7,06	6,31	0,37	6,88	4,49	0,67	6,89	2,64	1,00
19kN- ens.1	7,44	3,98	0,36	6,86	4,00	0,81	7,16	2,56	1,11
10kN -ens.2	8,68	4,91	0,37	6,91	4,18	0,51	6,87	2,58	0,75
13kN-ens.2	6,89	5,61	0,37	6,86	5,30	0,53	6,95	2,81	0,78
16kN- ens.2	6,99	4,04	0,35	6,86	5,39	0,48	7,07	2,28	1,04
19kN- ens.2	7,12	5,22	0,36	6,88	4,78	0,69	7,30	3,29	0,81

(GPa)	Posição 04			Posição 05		
	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,87	0,88	1,23	8,48	1,77	0,36
13kN-ens.1	6,89	1,30	1,50	8,67	2,00	0,36
16kN- ens.1	6,87	1,08	1,36	8,90	2,04	0,35
19kN- ens.1	6,96	1,16	1,42	9,19	2,39	0,35
10kN -ens.2	7,07	1,16	1,43	7,99	2,37	0,77
13kN-ens.2	7,46	1,32	1,57	8,49	2,56	0,59
16kN- ens.2	7,49	2,06	1,02	8,81	2,71	0,65
19kN- ens.2	7,68	1,21	1,52	9,26	2,73	0,51

	E_x médio	E_y médio	G_{xy} médio
Média	6,73	2,63	0,43
Desv. Pad.	0,24	1,45	0,13
Coef. Var.	4%	55%	30%

Tabela 25 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 4 Lamelas e $EI=520,6677 \text{ kN.m}^2$, interligada por 8 parafusos.

Posição 01				Posição 02			Posição 03		
(kN/cm2)	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}
10kN -ens.1	9,15	5,92	0,55	9,14	4,86	0,67	9,16	1,49	1,39
13kN-ens.1	9,16	5,79	0,57	9,15	5,29	0,61	9,15	2,17	1,20
16kN- ens.1	9,17	6,50	0,47	9,14	5,17	0,63	9,15	1,19	1,57
19kN- ens.1	9,18	4,84	0,48	9,15	4,98	0,77	9,16	1,17	1,63
10kN -ens.2	9,15	7,40	0,53	9,15	5,04	0,80	9,16	1,06	1,56
13kN-ens.2	9,19	6,03	0,48	9,14	4,39	0,89	9,16	1,24	1,67
16kN- ens.2	9,23	6,26	0,48	9,15	5,82	0,58	9,16	1,17	1,60
19kN- ens.2	9,16	5,38	0,48	9,14	5,09	0,76	9,15	1,39	1,65
Posição 04				Posição 05					
(kN/cm2)	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}			
10kN -ens.1	9,15	0,87	1,41	9,20	3,69	0,49			
13kN-ens.1	9,16	0,84	1,38	9,14	3,00	0,52			
16kN- ens.1	9,19	1,02	1,53	9,21	3,02	0,51			
19kN- ens.1	9,16	1,06	1,56	9,31	3,34	0,58			
10kN -ens.2	9,16	1,20	1,66	9,14	3,48	0,58			
13kN-ens.2	9,19	1,38	1,78	9,14	3,54	0,63			
16kN- ens.2	9,22	1,27	1,71	9,14	3,53	0,59			
19kN- ens.2	9,23	1,61	1,93	9,17	3,80	0,62			
	E _x médio	E _y médio	G _{xy} médio						
Média	8,79	2,43	0,53						
Desv. Pad.	0,02	1,87	0,05						
Coef. Var.	0%	77%	10%						

Tabela 26 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 2 Lamelas e $EI=71,3776 \text{ kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.

Posição 01				Posição 02			Posição 03		
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,09	4,18	0,56	5,82	0,78	0,24	5,86	0,75	0,24
13kN-ens.1	6,44	3,54	0,48	6,23	1,01	0,23	6,47	0,93	0,25
16kN- ens.1	6,68	4,06	0,47	6,47	1,05	0,23	6,71	1,01	0,24
19kN- ens.1	6,98	3,55	0,43	6,74	1,18	0,23	6,89	1,10	0,23
10kN -ens.2	6,44	3,23	0,34	5,65	0,78	0,25	6,13	0,79	0,23
13kN-ens.2	6,87	2,88	0,30	6,15	0,96	0,25	6,53	0,95	0,25
16kN- ens.2	7,16	2,79	0,28	6,43	1,05	0,24	6,70	0,99	0,26
19kN- ens.2	7,43	2,92	0,27	6,68	1,17	0,23	7,00	1,10	0,24

(continuação)

Posição 04				Posição 05		
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,22	0,43	0,25	7,76	0,99	0,48
13kN-ens.1	6,76	0,57	0,24	8,29	1,14	0,43
16kN- ens.1	6,97	0,63	0,24	8,68	1,17	0,25
19kN- ens.1	7,25	0,68	0,24	9,02	1,28	0,23
10kN -ens.2	6,30	0,50	0,24	7,60	1,07	0,64
13kN-ens.2	6,80	0,54	0,25	8,19	1,32	0,53
16kN- ens.2	7,08	0,59	0,27	8,48	1,23	0,44
19kN- ens.2	7,33	0,65	0,27	9,10	1,34	0,24
	E_x médio	E_y médio	G_{xy} médio			
Média	6,29	0,81	0,40			
Desv. Pad.	0,44	0,23	0,13			
Coef. Var.	7%	28%	32%			

Tabela 27 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 3 Lamelas e $EI = 295,7142 \text{ kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.

Posição 01				Posição 02			Posição 03		
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}
10kN -ens.1	6,88	5,64	0,35	6,90	4,91	0,52	6,88	1,81	1,00
13kN-ens.1	6,86	5,19	0,38	6,88	5,58	0,49	7,12	3,52	0,98
16kN- ens.1	6,88	5,06	0,42	6,87	3,54	0,85	6,98	2,04	0,97
19kN- ens.1	6,93	4,23	0,35	6,89	5,53	0,57	6,92	2,61	0,98
10kN -ens.2	6,91	5,27	0,37	6,89	3,79	0,76	6,87	1,99	0,97
13kN-ens.2	6,93	5,20	0,35	6,88	5,99	0,41	6,89	2,75	0,73
16kN- ens.2	6,93	4,24	0,37	6,88	5,31	0,59	7,11	1,96	1,08
19kN- ens.2	6,86	4,28	0,38	6,91	5,49	0,66	7,16	3,05	0,89
Posição 04				Posição 05					
(GPa)	E_x	E_y	G_{xy}	E_x	E_y	G_{xy}			
10kN -ens.1	6,88	0,94	1,24	8,06	2,94	0,35			
13kN-ens.1	6,87	0,98	1,30	8,68	2,75	0,38			
16kN- ens.1	6,90	1,08	1,37	9,08	2,26	0,35			
19kN- ens.1	7,22	1,63	1,52	9,47	3,40	0,37			
10kN -ens.2	8,67	0,83	1,09	8,35	2,73	0,41			
13kN-ens.2	6,99	1,05	1,23	9,08	3,17	0,39			
16kN- ens.2	7,05	1,18	1,44	9,41	3,02	0,35			
19kN- ens.2	7,34	1,21	1,49	9,66	3,01	0,36			

(continuação)

	E_x médio	E_y médio	G_{xy} médio
Média	6,76	2,75	0,37
Desv. Pad.	0,37	1,76	0,02
Coef. Var.	5%	64%	6%

Tabela 28 – Módulos de elasticidade do tabuleiro como placa uma viga de enrijecimento de 4 Lamelas e $EI = 520,6677 \text{ kN.m}^2$, interligada por 12 parafusos.

Posição 01				Posição 02			Posição 03		
(kN/cm2)	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}
10kN -ens.1	9,15	6,62	0,50	9,18	6,78	0,72	9,14	3,75	1,36
13kN-ens.1	9,24	6,92	0,48	9,17	4,36	1,14	9,14	4,01	1,45
16kN- ens.1	9,21	4,62	0,48	9,14	5,81	0,87	9,14	3,71	1,44
19kN- ens.1	9,16	5,50	0,52	9,14	5,06	1,05	9,19	3,52	1,46
10kN -ens.2	9,15	4,75	0,49	9,16	6,14	0,87	9,14	3,65	1,26
13kN-ens.2	9,18	7,29	0,55	9,16	5,08	1,23	9,14	3,13	1,67
16kN- ens.2	9,25	6,20	0,50	9,14	4,33	1,30	9,16	3,93	1,46
19kN- ens.2	9,15	5,27	0,47	9,18	7,23	0,68	9,14	3,60	1,61
Posição 04				Posição 05					
(kN/cm2)	E _x	E _y	G _{xy}	E _x	E _y	G _{xy}			
10kN -ens.1	9,15	1,61	1,92	9,26	5,89	0,48			
13kN-ens.1	9,15	1,83	2,05	10,17	3,45	0,48			
16kN- ens.1	9,16	1,55	1,88	10,28	4,97	0,49			
19kN- ens.1	9,15	1,93	2,10	10,56	4,38	0,46			
10kN -ens.2	9,14	1,97	1,65	10,31	5,17	0,50			
13kN-ens.2	9,14	1,92	1,77	10,70	4,62	0,51			
16kN- ens.2	9,23	2,18	1,96	10,64	4,36	0,50			
19kN- ens.2	9,16	2,31	1,83	10,96	4,74	0,52			
	E _x médio	E _y médio	G _{xy} médio						
Média	8,79	3,58	0,50						
Desv. Pad.	0,02	1,66	0,02						
Coef. Var.	0%	46%	4%						

6.4.2 Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 8 e 12 parafusos.

Um dos principais objetivos deste trabalho é demonstrar o ganho de rigidez que as vigas de enrijecimento proporcionam ao tabuleiro de MLC formado por painéis de MLC. Nas Tabelas 29 e 30 apresentam-se os ganhos dos módulos de rigidez obtidos pela placa analisada quando comparada a quantidade de parafusos empregados e o número de lamelas das vigas de enrijecimento.

Tabela 29 – Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 8 parafusos.

	Ganho de rigidezes			
	D_y (kN.cm)	D_{xy} (kN.cm)	D_y	D_{xy}
Sem viga	3294,4417	1394,4750	-	-
2 Lamelas	8685,7387	5908,7542	163,6%	323,7%
3 Lamelas	29162,8667	4755,3500	785,2%	241,0%
4 Lamelas	26953,8907	5918,5875	718,2%	324,4%

Tabela 30 – Ganhos de rigidezes dos tabuleiros interligados por vigas de enrijecimento com 12 parafusos.

	Ganho de rigidezes			
	D_y (kN.cm)	D_{xy} (kN.cm)	D_y	D_{xy}
Sem viga	3294,4417	1394,4750	-	-
2 Lamelas	8960,8693	4421,6558	172,0%	217,1%
3 Lamelas	30521,3520	4115,7292	826,4%	195,1%
4 Lamelas	39653,6179	5493,3250	1103,7%	293,9%

Na Tabela 29, utilizando 8 parafusos para conectar a viga de enrijecimento aos painéis, determinou-se um ganho da ordem de 785% para D_y na configuração da viga de 3 lamelas, e de 324% para D_{xy} na configuração de viga de 4 lamelas. Esperava-se que, para a configuração de 4 lamelas, o ganho de D_y fosse maior que o obtido pela de 3 lamelas. Entretanto, como já observado, pode haver uma imprecisão nos valores de D_y em função do posicionamento dos carregamentos não ser favorável a uma análise refinada desses valores. Mas se observa que a ordem de grandeza encontra-se próxima nas duas situações. O importante é comprovar que a utilização proporciona um ganho efetivo de rigidez na direção transversal às fibras dos painéis e também em relação à rigidez de torção.

Na Tabela 30, utilizando 12 parafusos para conectar a viga de enrijecimento aos painéis, determinou-se um ganho da ordem de 1103% para D_y e 293% para D_{xy} na configuração da viga de 4 lamelas.

A comparação entre os ganhos de rigidez proporcionados pelas vigas de enrijecimento em função da quantidade de parafusos empregados é demonstrada na Tabela 31. Como se pode observar, para configurações com 2 e 3 lamelas, o ganho de D_y foi pouco significativo, em função do aumento de 50% na quantidade de parafusos. Entretanto, para a configuração de 4 lamelas, o ganho foi representativo.

Observou-se uma redução do módulo de rigidez de torção da placa ao utilizar maior quantidade de parafusos. Entretanto, com o aumento da rigidez transversal, deveria ter ocorrido o

aumento da rigidez de torção da placa. A causa desta diminuição encontrada se deve, principalmente, a impossibilidade de carregamento do tabuleiro em outras posições a fim de analisar especificamente a torção no tabuleiro. Assim, o software “ATM” convergiu para um valor impreciso para essa propriedade.

Tabela 31 – Diferenças percentuais das rigidezes apresentadas pelos tabuleiros interligados vigas de enrijecimento de 8 parafusos e 12 parafusos.

						Diferença $\frac{(12_p - 8_p)}{8_p} \times 100\%$	
	D _y (kN.cm)	D _{xy} (kN.cm)		D _y (kN.cm)	D _{xy} (kN.cm)	D _y	D _{xy}
8 parafusos			12 parafusos				
2 Lamelas	8685,7387	5908,7542	2 Lamelas	8960,8693	4421,6558	3,17%	-25,17%
3 Lamelas	29162,8667	4755,3500	3 Lamelas	30521,3520	4115,7292	4,66%	-13,45%
4 Lamelas	26953,8907	5918,5875	4 Lamelas	39653,6179	5493,3250	47,12%	-7,19%

6.5 Análise das forças atuantes nos parafusos

Através do sistema de aquisição de dados foi possível a determinação das forças de tração e de compressão atuantes nos parafusos que interligavam as vigas de enrijecimento aos painéis do tabuleiro. Com as leituras das forças determinadas pelas células de carga, que para cada ensaio eram “zeradas” após ajustes nos parafusos, determinaram-se, em porcentagem da força aplicada pelo cilindro hidráulico no tabuleiro, as forças máximas atuantes nos parafusos citados acima, sendo apresentadas estas porcentagens nas Tabelas 32 e 33.

Tabela 32 – Porcentagens máximas das forças atuantes nos parafusos das vigas de enrijecimento interligadas por 8 parafusos.

Porcentagens máximas das forças distribuídas aos parafusos					
	Posição da carga de roda				
n° lamelas	01	02	03	04	05
2	6%	7%	5%	21%	9%
3	5%	9%	7%	20%	8%
4	8%	7%	8%	12%	10%

Tabela 33 – Porcentagens máximas das forças atuantes nos parafusos das vigas de enrijecimento interligadas por 12 parafusos.

Porcentagens máximas das forças distribuídas aos parafusos					
	Posição da carga de roda				
n° lamelas	01	02	03	04	05
2	4%	8%	7%	7%	4%
3	8%	7%	14%	12%	6%
4	9%	7%	4%	5%	8%

Tendo em vista problemas nas leituras de quatro células de cargas nas configurações de utilização de 12 parafusos, compara-se na Tabela 33 as reduções ou aumentos relativos das maiores forças atuantes nos parafusos estudados em comparação com as configurações de 8 parafusos.

Desta forma, a força máxima atuante nos parafusos estudados apresentou valores próximos à 10% da carga de roda aplicada, quando levadas em conta à tração e à compressão no parafuso.

6.6 Deslocamentos relativos máximos entre painéis

Um dos principais objetivos ao se utilizar a viga de enrijecimento para unir os painéis isolados é a redução do deslocamento relativo (δ_r) entre eles, reduzindo, assim, a possibilidade do aparecimento de trincas sobre revestimentos asfálticos que porventura sejam aplicados sobre os tabuleiros. A Tabela 34 apresenta os valores dos deslocamentos relativos para o tabuleiro quando se há a ausência de vigas de enrijecimento. Observa-se que, para esta situação, os deslocamentos relativos são maiores quando a carga de roda se encontra aplicada nas bordas dos painéis (Posição 04 e 02).

Tabela 34 – Deslocamentos relativos (em centímetros) entre painéis para configuração sem viga de enrijecimento.

Carga	Borda P1 - Posição 04	Borda P2 - Posição 02	Centro P1 - Posição 05	Centro P2 - - Posição 01
	DT09	DT08	DT09	DT08
10kN- ens.1	0,34045	0,3805	0,13351	0,17734
13kN- ens.1	0,43391	0,50103	0,17857	0,22555
16kN- ens.1	0,51068	0,57162	0,2036	0,26342
19kN- ens.1	0,5791	0,6491	0,2303	0,29269
10kN- ens.2	0,34045	0,39944	0,13184	0,17045
13kN- ens.2	0,43057	0,49414	0,17356	0,21522
16kN- ens.2	0,50901	0,55785	0,19692	0,25482
19kN- ens.2	0,56742	0,62844	0,22863	0,28925

Para as configurações onde se utiliza viga de enrijecimento para interconectar os painéis, observa-se que os deslocamentos relativos entre painéis são reduzidos a valores muito próximos de zero, conforme as Figuras 75 a 78. Nestas configurações, os maiores deslocamentos relativos entre painéis acontecem quando a carga de roda aplicado no tabuleiro é posicionada no centro dos painéis, Posição 05 e 01 (Figura 53). A interpretação da tabela se dá pela diferença entre as leituras dos transdutores de deslocamento DT08 e DT09 e, assim, determinando o deslocamento relativo entre os painéis.

Figura 75 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 01.

Figura 76 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 02.

Figura 77 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 04.

Figura 78 – Deslocamentos máximos relativos (em centímetros) entre painéis apresentados pelas configurações de vigas de enrijecimento analisadas para carga de 19kN aplicada na posição 05.

Para todas as configurações de vigas e situações analisadas, em nenhum momento o deslocamento relativo entre painéis atingiu sequer o valor de 0,1cm (1mm), comprovando a eficiência destes elementos na interconexão entre painéis reduzindo drasticamente o deslocamento relativo. Para a configuração do tabuleiro sem viga de enrijecimento, o valor do deslocamento relativo entre painéis para uma carga de 19kN atingiu o valor de 0,6491 cm (6,491mm), valor este que provocaria graves trincas no revestimento asfáltico sobre o tabuleiro da ponte.

A Figura 79 representa o deslocamento relativo entre painéis para carga na posição 02 sem interligação por vigas de enrijecimento e os deslocamentos relativos quase nulos proporcionados pela inserção da viga de enrijecimento.

Figura 79 – Comparação dos deslocamentos máximos relativos para carga de 19kN aplicada na posição 02.

6.7 Tabela de Pré-dimensionamento de Pontes em vigas de MLC para as cargas móveis em pontes rodoviárias brasileiras

Seguindo os procedimentos mencionados no item anterior, elaboraram-se duas tabelas de pré-dimensionamento de pontes em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC. Optou-se pela escolha de madeira conífera de classe de resistência C30, relacionada a peças classificadas de *Pinus oocarpa*, espécie bastante comum em áreas de reflorestamento e facilmente permeável aos preservantes em autoclave, proporcionando grande durabilidade à estrutura.

Quanto aos coeficientes de modificação utilizados foram consideradas classe de carregamento de longa duração ($k_{mod1}=0,70$), classe de umidade 3, considerando uma umidade relativa ambiente entre 75% e 85% ($k_{mod2}=0,80$), e por fim, a utilização de peças classificadas mecânica e visualmente, característica essencial na produção industrializada de elementos estruturais de MLC ($k_{mod3}=1,00$).

As pontes aqui apresentadas possuem espessura do tabuleiro de 11cm e largura de 8m, configurando uma ponte para duas linhas de tráfego, sendo apresentadas as tabelas para os veículos-tipo brasileiros TB-30 (Tabela 35) e TB-45 (Tabela 36).

Os cálculos e parâmetros considerados nas análises e dimensionamento dos elementos estruturais da ponte estão apresentados nos Apêndices.

Enfatiza-se que a durabilidade de uma estrutura de madeira utilizada em pontes está diretamente relacionada ao tipo de tratamento recebido pelos elementos estruturais, bem como a manutenção periódica dos mesmos. Para a estrutura pré-dimensionada foi adotado a utilização da madeira de *Pinus oocarpa*, recomendando o tratamento com preservante CCA (Arseniato de Cobre Cromatado) ou CCB (Boro de Cobre Cromatado) em autoclave. Nos Estados Unidos da América, há casos de pontes de MLC com mais de 50 anos de vida útil.

Tabela 35 – Tabela de pré-dimensionamento de pontes em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC para TB-30.

TB-30							
Madeira C30 (coníferas)							
		k_{mod1}	k_{mod2}	k_{mod3}	k_{mod}		
		0,70	0,80	1,00	0,56		
Valores das resistências de cálculo da madeira e módulo de elasticidade efetivo							
		f_{c0d}	f_{v0d}	f_{c90d}	E_{c0ef}		
		12 MPa	1,867 MPa	3 MPa	8120 MPa		
Comprimento da ponte (m)	Vão efetivo (m)	n° de vigas	Espaçamento entre vigas (m)	Altura da Viga (cm)	Largura da viga (cm)	Contra-flecha nas vigas (cm)	Contraventamento (CV) das vigas
8,0	7,5	6	1,33	85	20	6	1 CV no centro do vão
10,0	9,5	6	1,33	95	20	9	1 CV no centro do vão
12,0	11,5	6	1,33	105	20	12	1 CV no centro do vão
14,0	13,5	7	1,14	120	20	14	2CV distantes 5m dos apoios
16,0	15,5	7	1,14	135	20	15	3CV distantes 4m entre si
18,0	17,5	8	1,00	155	20	16	3CV distantes 4,5m entre si
20,0	19,5	8	1,00	165	20	18	4CV distantes 4m entre si

Tabela 36 – Tabela de pré-dimensionamento de pontes em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC para TB-45.

TB-45							
Madeira C30 (coníferas)							
		k_{mod1}	k_{mod2}	k_{mod3}	k_{mod}		
		0,70	0,80	1,00	0,56		
Valores das resistências de cálculo da madeira e módulo de elasticidade efetivo							
		f_{c0d}	f_{v0d}	f_{c90d}	E_{c0ef}		
		12 MPa	1,867 MPa	3 MPa	8120 MPa		
Comprimento da ponte (m)	Vão efetivo (m)	n° de vigas	Espaçamento entre vigas (m)	Altura da Viga (cm)	Largura da viga (cm)	Contra-flecha nas vigas (cm)	Contraventamento (CV) das vigas
8,0	7,5	6	1,33	100	20	6	1CV no centro do vão
10,0	9,5	6	1,33	110	20	9	1CV no centro do vão
12,0	11,5	7	1,14	125	20	12	1CV no centro do vão
14,0	13,5	7	1,14	135	20	15	2CV distantes 5m dos apoios
16,0	15,5	8	1,00	150	20	18	3CV distantes 4m entre si
18,0	17,5	8	1,00	165	20	20	3CV distantes 4,5m entre si
20,0	19,5	9	0,89	180	20	22	4CV distantes 4m entre si

6.8 Disposições Construtivas das Pontes em Vigas de MLC

Para a construção adequada de uma ponte em vigas de MLC e tabuleiro em painéis de MLC é necessário que diversos elementos construtivos sejam devidamente executados para que trabalhem em conjunto com o sistema estrutural da ponte, de forma que sua construção e utilização não cause danos e que também tenha um desempenho que proporcione benefícios à estrutura.

Neste item, procura-se apresentar alguns dispositivos construtivos que devem ser utilizados nas pontes de madeira, a fim de complementar a tabela de pré-dimensionamento apresentada anteriormente (Figuras 80 a 88). Os desenhos foram realizados com base nos trabalhos de Calil Junior (2006), FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION (2006), FOREST PRODUCTS LABORATORY (*Standard plans for glued laminated timber bridge superstructures*), Ritter (1990), THE AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION (1999), Wacker e Smith (2001).

Figura 80 – Seção transversal da Ponte em MLC

Figura 81 – Vista Lateral da Ponte em MLC

Figura 82 – Planta da Ponte em MLC analisada, detalhando revestimento, painéis, vigas longarinas, vigas de enrijecimento e defensas.

Figura 83 – Detalhe da interconexão entre painéis pelas vigas de enrijecimento com parafusos

Parafuso sextavado rosca soberba - Ø14mm
comprimento 25cm - espaçados 10cm -
paralelo ao eixo longitudinal da viga

Figura 84 – Detalhe da ligação dos painéis nas vigas longarinas

Preencher Junta com Material deformável
como selante elástico à base de
poliuretano, resistente à intempérie.

Figura 85 – Detalhamento da ligação das vigas longarinas nos apoios através de cantoneira metálica, parafusos, placa de base de aço e borracha elastomérica.

Figura 86 – Detalhe das defensas da ponte e solidarização dos elementos com o tabuleiro e viga longitudinal da ponte.

Figura 87 – Detalhe das defensas da ponte e solidarização dos elementos com o tabuleiro e viga longitudinal da ponte – vistas laterais.

(a)

(b)

Figura 88 – Detalhe do contraventamento das vigas longarinas com uso de peças metálicas.

7. CONCLUSÕES

As pontes em vigas longarinas de MLC são sistemas estruturais muito utilizados em países como Estados Unidos da América, Canadá, Chile, Itália, Suécia, Suíça, Alemanha, Noruega, entre vários outros. Entretanto, não existia ainda no Brasil uma pesquisa que objetivasse apresentar os procedimentos básicos de dimensionamento deste tipo de estrutura e muito menos parâmetros de pré-dimensionamento para iniciar o projeto levando em conta as normalizações brasileiras, uma vez que a madeira tem se mostrado um excelente material para utilização em estruturas de pontes.

A partir da análise teórica dos procedimentos de dimensionamento dos elementos da superestrutura da ponte (viga e tabuleiro), foi possível elaborar os princípios recomendados pela bibliografia internacional e adaptá-los à normatização brasileira, principalmente no que se refere às ações provenientes do tráfego, através dos veículos-tipo, e às estruturas de madeira.

Com o sistema de aquisição de dados e transdutores foi possível quantificar os deslocamentos impostos por diversas cargas aplicadas em posições pré-determinadas do tabuleiro, analisando a influência das vigas de enrijecimento. Verificou-se que a não utilização de vigas de enrijecimento provoca um elevado deslocamento relativo entre painéis que podem causar sérios danos ao revestimento asfáltico sobre o tabuleiro da ponte. Para todas as configurações de vigas de enrijecimento utilizadas, os deslocamentos relativos entre painéis foram reduzido a valores próximos de zero, da ordem de 0,5mm, sendo assim, a utilização da viga de enrijecimento totalmente eficiente para combater o aparecimento de fissuras e trincas no revestimento asfáltico sobre o tabuleiro;

Também com a utilização do software “ATM”, foi possível determinar os ganhos de rigidez proporcionados pela utilização das vigas de enrijecimento na interconexão entre painéis. Comprovando as observações realizadas por Witmer et al. (2002), a viga de enrijecimento com duas lamelas e módulo de rigidez (EI) 71,3776 kN.m² foi a que proporcionou menor módulo de rigidez transversal (D_x) e módulo de rigidez à torção (D_{xy}) para o tabuleiro ensaiado. A viga de enrijecimento com 4 lamelas e módulo de rigidez (EI) 520,6677 kN.m² não apresentou valores significativamente de ganhos de rigidez ao tabuleiro maiores que os proporcionados pela viga de enrijecimento de 3 lamelas. Portanto, comprova-se a recomendação de Witmer et al. (2002) para utilização de vigas de enrijecimento com módulos de rigidez (EI) entre 230 e 460 kN.m². Assim, esta viga de enrijecimento com 3 lamelas e seção 11cm X 13,5cm apresentou valores relevantes quanto ao ganho de rigidez transversal e de torção para o tabuleiro analisado, sendo recomendada para utilização na interconexão entre os painéis de MLC para formação do tabuleiro da ponte.

Os experimentos apontaram que os parafusos que interligam a viga de enrijecimento aos painéis devem ser ao menos resistentes às cargas da ordem de 10% a 20% da carga de roda atuante no tabuleiro. Quanto aos esforços cortantes atuantes, recomenda-se analisar conforme peças

compostas expostas no item 3.1. Entretanto, um estudo mais detalhado e aprofundado do tema é recomendado para melhores interpretações dos resultados.

Com adequação dos procedimentos de análise teórica de pontes de MLC das bibliografias estrangeiras para as normatizações brasileiras, e também com o estudo numérico-experimental para determinação da seção recomendada das vigas de enrijecimento para interconexão dos painéis, foi possível a elaboração de tabelas de pré-dimensionamento das vigas e dos tabuleiros em função dos vãos a serem vencidos e carregamentos atuantes na superestrutura.

Como recomendações de trabalhos futuros sugerem-se:

i- o estudo da influência dos contraventamentos das vigas longarinas e a análise da ponte como estrutura em grelha;

ii- determinação experimental da largura efetiva dos carregamentos de roda atuantes sobre o tabuleiro;

iii- estudo da utilização de parafusos autoatarraxantes em substituição dos parafusos passantes do tipo “francês” para interligar a viga de enrijecimento aos painéis;

iv- estudo do efeito “shear lag” para determinação da largura da faixa de influência das vigas longarinas da ponte, a fim de analisá-las como viga “T”;

v- o estudo das deflexões em MLC para pontes de madeira;

vi – análise numérica e experimental de ponte de MLC em escala real.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO. American Association of Highway and Transportation Officials. **AASHTO LRFD Bridge Design Specifications**. Fifth Edition, Washington, DC. 2010.

AITC H190. **Structural glued laminated timber**. American National Standard for Wood Product. 20 p. 2007.

AITC. **Glued Laminated Timber Bridges Systems – A manual to assist in the design of glued laminated timber bridges**. American Institute of Timber Construction, 43 p. 1999.

APRILANTI, M. D. **Influência de um corte na borda tracionada de uma viga maciça simulando uma emenda de topo na lâmina inferior de vigas laminadas coladas**. Piracicaba. 108 p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Cargas móveis em pontes rodoviárias e passarela de pedestres. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**: Projeto de estruturas de madeira. 107p. Rio de Janeiro, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190**: Projeto de estruturas de madeira – Proposta de Revisão, Novembro de 2011. 75p. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

CALIL JUNIOR, C.; LAHR, F. A R.; DIAS, A. A. **Dimensionamento de elementos estruturais de madeira**. Barueri: Manole, 2003.

CALIL JUNIOR, C. et al. **Manual de projeto e construção de pontes de madeira**. São Carlos: Suprema, 252p. 2006.

CALIL JUNIOR, C. **Notas de aula: métodos de ensaio para classificação e caracterização de peças estruturais de madeira**. EESC/USP, 2012.

CALIL NETO, C. **Madeira laminada colocada (MLC): controle de qualidade em combinações espécie – adesivo - tratamento preservativo.** 2011. 120 p. Dissertação (mestrado em Ciência e Engenharia de Materiais) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

CHEUNG, A. B. **Tabuleiro ortótropo treliçado protendido transversalmente para aplicação em pontes de madeira.** 2003. 167p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

CORREIA et al. Geosynthetics on Asphalt Wearing Surfaces for Timber Bridge Decks. **Electronic Journal of Geotechnical Engineering.** Volume 18, Bundle E, p. 809-822, 2013.

CUSENS, A. R.; PAMA, R. P. **Bridge Deck Analysis.** Inglaterra: John Wiley & Sons, Ltd., 278p. 1975.

DUWADI, S. R.; RITTER, M. A. Timber Bridges in the United States. **Public Road Magazine,** Volume 60, nº3, Federal Highway Administration, Winter, 1997.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 5: Design of timber structures. Part 1-1: General –Common rules and rules for buildings.** Bruxelas. 123 p. 2004.

ERIKSSON, M. O. WHEELER, H. KOSMALKSI, S. - Revised 2012. **Asphalt Paving of Treated Timber Bridge Decks.** 0371-2809-MTDC. USDA, Forest Service, Technology & Development Program. Missoula, MT, 2003.

FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. **Bridge Inspector's Reference Manual.** Publication No. HHWA NHI 03-002. October, 2002. Revised December, 2006. U.S. Department of Transportation, 2006.

FLORES, E.S.; RIOSECO, C.A.; MATAMAL, A.V. **Calibración del modelo de Hill modificado para el Pino Radiata cileno em conexiones de cizalle doble sometidas a compresión paralela.** In: II JORNADAS CHILENAS DE ESTRUCTURAS DE MADERA, Santiago, Chile, 12 a 15 de Novembro, 2007.

FOREST PRODUCTS LABORATORY. **Standard plans for glued laminated timber bridge superstructures.** Forest Products Laboratory, Madison, Wisconsin, 72p. Sem data.

GÓES, J. L. N. **Estudo de pontes de madeira com tabuleiro multicelular protendido.** 2005. 179p. Tese (Tese de doutorado em Engenharia Civil - Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

GÓES, J. L. N.; CALIL JUNIOR, C.; DIAS, A.A. Projeto e construção de uma ponte protendida com vigas de madeira laminada colada no campus II da USP de São Carlos. In: XI ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E ESTRUTURAS DE MADEIRA. **Anais do XI Encontro Brasileiro em Madeiras e Estruturas de Madeira**, Londrina, 14 a 16 de julho de 2008, 2008.

HELLMEISTER, J. C. Pontes de Eucalipto Citriodora. In: I ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRA E ESTRUTURAS DE MADEIRA. **Anais do I Encontro Brasileiro em Madeiras e Estruturas de Madeira**, Volume 5, 78p. São Carlos, 20 a 22 de julho de 1983, 1983.

HOSTENG, T. K. Design and construction of a glulam bridge with an improved transverse deck. **Structures Congress.** ASCE. 10 p. 2010.

LaCROSS, V.D. et al. Endurance of deck-to-deck connections in transverse hardwood glulam decks. **Journal of Bridge Engineering.** Volume 5, Issue 1, p. 84-89, February, 2000.

LAMAS, A. R. G. **O Problema do “Shear Lag” na Análise de Estruturas.** Apostila, Ministério da Habitação Obras Públicas e Transportes, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa. 115p. 1982.

LAMINATED CONCEPTS INC. Disponível em: <
<http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1007-full.html>>. Acesso em: 05 de outubro de 2012.

LAMINATED CONCEPTS INC. Disponível em: <
<http://www.lamcon.com/page2/files/page2-1019-full.html>>. Acesso em: 05 de outubro de 2012.

MACÊDO, A. N.; CALIL JUNIOR, C. Estudo de emendas dentadas em madeira laminada colada (MLC): avaliação de métodos de ensaio – NBR 7190/ 1997. **Caderno de Engenharia de Estruturas**, São Carlos - SP, n. 7, p.77-107. 1999.

MADERA LAMINADA ENCOLADA ESTRUCTURAL – REQUISITOS E INSPECCION, NCh2148.cR2012, Santiago, p.53. 2010.

MATHCAD. **Mathcad 14.0**. Parametric Technology Corporation. Needham, MA, USA.

MIOTTO, J. L. **Estruturas mistas de madeira-concreto: avaliação das vigas de madeira laminada colada reforçadas com fibras de vidro**. 2009. 325p. Tese (Tese de doutorado em Engenharia Civil - Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009.

MOLINA, J.C. **Análise do comportamento dinâmico da ligação formada por barras de aço coladas para tabuleiros mistos de madeira e concreto para pontes**. 2008. 240p. Tese (Tese de doutorado em Engenharia Civil - Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2008.

OKIMOTO, F.S. **Pontes protendidas de madeira: parâmetros de projeto**. 1997. 180p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

O'CONNOR, C. **Design of Bridge Superstructures**. Tradução: Maria de Lourdes Campos Campello. Revisor técnico: Pedro Paulo Barreto. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos; São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo. 2v. 1976.

PIGOZZO, J. C. **Estudos e aplicações de barras de aço coladas, como conectores em placas mistas de madeira e concreto para tabuleiros de pontes**. 2004. 386p. Tese (Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

RITTER M. A. **Timber Bridges: Design, Construction, Inspection, and Maintenance**. Washington, DC: United States Department of Agriculture Forest Service, 944p. 1990.

SAP2000, version 14.0, Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.

SEGUNDINHO, P. G. A. **Análise teórico-experimental de um tabuleiro misto madeira-concreto composto por vigas circulares**. 2005. 128p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP, Ilha Solteira, 2005.

SENÇO, W. **Manual de técnicas de pavimentação – Volume 2**. 1.ed. São Paulo: PINI, 671p. 2001.

THE AMERICAN INSTITUTE OF TIMBER CONSTRUCTION. **Glued Laminated Timber Bridge Systems : A Manual to Assist in the Design of Glued Laminated Timber Bridges**. Englewood, CO: The American Institute of Timber Construction, 43p. 1999.

TROITSKY, M. S. **Orthotropic Bridge – Theory and Design**. 2. ed. Ohio: The James F. Lincon Arc Welding Foundation, 1987.

TUOMI, R. L. **Erection procedure for glued-laminated timber bridge decks with dowel connectors**. Research paper FPL 263: United States Department of Agriculture Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, WIS, 1976.

WACKER, J. P.; SMITH, M. S. **Standard Plans for Timber Bridge Superstructure**. General Technical Report FPL-GTR 125: United States Department of Agriculture Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, WIS, 53p. 2001.

WIPF, T. J.; KLAIBER, F. W.; FUNKE, R. W. Longitudinal Glued Laminated Timber Bridge Modeling. **Journal of Structural Engineering**. 1990.116, p. 1121-1134. 1990.

WITMER, R.W. et al. Reinforcing Transverse Glulam Deck Panels with through-bolted glulam stiffener beams: theoretical analysis. **Journal of Bridge Engineering**. Volume 7, Issue 6, p. 367-371, November, 2002.

ZANGIÁCOMO, A. L. **Emprego de espécies tropicais alternativas na produção de elementos estruturais de madeira laminada colada**. 2003. 78p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

9. ANEXO

ANEXO I - SOLUÇÃO PARA PLACA ORTÓTropa BI-APOIADA

Este material apresentado foi retirado da Dissertação (mestrado) do Prof. Dr. Andrés Batista Cheung da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, apresentada em 2003, na EESC/USP “**Tabuleiro ortótropo treliçado protendido transversalmente para aplicação em pontes de madeira**” (Cheung, 2003), respeitando a numeração original das figuras e equações apresentadas a seguir.

Para estudar o comportamento do tabuleiro houve a necessidade de investigar a solução de placa ortótropa. Neste capítulo é apresentada a solução baseada em séries de Levy-Nadai que foram desenvolvidas por Cusens e Pama (1975) para um caso especial de placa biapoiada com rigidez na borda livre.

ANISOTROPIA

A anisotropia implica no conhecimento da lei constitutiva que rege o material e, conseqüentemente na determinação do tensor constitutivo e dos elementos participantes deste tensor. Sabe-se que a madeira é classificada como um material anisotrópico, assim tem-se que conhecer melhor estas propriedades envolvidas na existência de eixos de simetria elástica.

O estado de tensões em um ponto de um corpo, representado pelo cubo elementar na Figura 23, é descrito pelas componentes do tensor de segunda ordem das tensões σ_{ij} , cujas componentes podem ser expressas pela matriz:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Sendo que, os índices i e j de cada componente de tensão σ_{ij} , correspondem respectivamente a direção de atuação e o plano onde a componente está atuando. Portanto, cada coluna dessa matriz representa o estado de tensões em uma face do cubo elementar, Figura 23.

FIGURA 23- Estado de tensões em um ponto.

Já o estado de deformações em um ponto é descrito pelas componentes do tensor de segunda ordem das deformações ϵ_{ij} , cujas componentes podem ser expressas pela matriz:

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dependendo da hipótese a ser feita sobre a característica constitutiva do material, pode-se estabelecer as equações, que neste caso é assumida linear, pois o material é considerado elástico linear. O tensor das tensões e o tensor das deformações, expresso por:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad \text{onde } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (5)$$

Ou pela forma inversa:

$$\epsilon_{ij} = D_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \quad \text{onde } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (6)$$

Os coeficientes C_{ijkl} e D_{ijkl} são denominados de coeficientes de rigidez e coeficientes de deformabilidade, respectivamente.

O estudo da deformabilidade de um material anisotrópico depende do conhecimento de $3^4 = 81$ ($i = j = k = l = 1, 2, 3$) coeficientes de deformabilidade, os quais nem todos são diferentes entre si. Contudo, dois fatores podem ser considerados a fim de se reduzir tais constantes em estudo:

1 - Simetria do tensor das tensões σ_{ij} demonstrado pelo equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal, temos 54 constantes. Pela simetria do tensor das deformações ϵ_{ij} , temos 36.

2 - Devido a hipótese do material ser elástico linear, implica na simetria da matriz D_{ijkl} . Sendo que o número de constantes se reduz a 21, dos quais 18 são independentes entre si.

Assim pode-se representar matricialmente as constantes de deformabilidade.

$$D_{mn} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ & & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ & & & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ & & & & D_{55} & D_{56} \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Simétrica} \quad (7)$$

MATERIAL ORTÓTROPO

Um material elástico é definido como aquele que possui mutuamente três planos de simetria elástica, e pode-se provar que existe simetria entre constantes utilizando a simetria entre os três planos.

Fazendo a simetria elástica em um plano, obtêm-se:

FIGURA 24- Rotação de eixos para verificação de simetria do tensor.

As equações constitutivas definidas para os eixos 1,2 e 3 e 1',2' e 3' são dadas pela eq.

(8).

$$\sigma_{ij} = D_{mn} \cdot \epsilon_{ki} \quad (8)$$

Aplicando as equações constitutivas para as direções 1 e 1', obtêm-se:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= D_{11}\varepsilon_1 + D_{12}\varepsilon_2 + D_{13}\varepsilon_3 + D_{14}\varepsilon_{12} + D_{15}\varepsilon_{13} + D_{16}\varepsilon_{23} \\ \sigma_{1'} &= D_{11}\varepsilon_{1'} + D_{12}\varepsilon_{2'} + D_{13}\varepsilon_{3'} + D_{14}\varepsilon_{1'2'} + D_{15}\varepsilon_{1'3'} + D_{16}\varepsilon_{2'3'}\end{aligned}\quad (9)$$

Subtraindo a equação, tem-se:

$$\begin{aligned}D_{15} &= -D_{15} = 0 \\ D_{16} &= -D_{16} = 0\end{aligned}\quad (10)$$

Aplicando para as demais componentes de deformação e aplicando para os três planos de simetria, resulta em:

$$D_{14} = D_{24} = D_{25} = D_{26} = D_{34} = D_{35} = D_{36} = D_{45} = D_{46} = D_{56} = 0 \quad (11)$$

Assim reescrevemos a matriz dos coeficientes de deformabilidade de um material ortótropo em 9 constantes.

$$D_{qr} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & & & \\ & D_{22} & D_{23} & & & \\ & & D_{33} & & & \\ & & & D_{44} & & \\ & \text{Simétrica} & & & D_{55} & \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Reescrevendo em termos usualmente utilizados na engenharia, E, G e ν_{ij} , cujos índices i e j representam, o efeito obtido e a causa atuante. Tem-se a matriz dos coeficientes de deformabilidade como sendo:

$$D_{\sigma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & & & \\ & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{21}}{E_3} & & & \\ & & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{23}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{31}} \end{bmatrix}$$

Simétrica

(13)

Devido à simetria da matriz de deformabilidade pode-se obter mais três relações:

$$\frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1}$$
(14)

$$\frac{\nu_{13}}{E_3} = \frac{\nu_{31}}{E_1}$$
(15)

$$\frac{\nu_{23}}{E_3} = \frac{\nu_{32}}{E_2}$$
(16)

Assim quando um corpo é tracionado, sofre um aumento de volume, por isso sua deformação volumétrica ε_v , definida como $\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 > 0$. Assumindo um corpo em um estado uniaxial de tensões e que o esforço esteja aplicado no eixo 1, as componentes de deformação nas direções 1, 2 e 3 são dadas por:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1} \sigma_1$$
(17)

$$\varepsilon_2 = \frac{-\nu_{21}}{E_1} \sigma_1$$
(18)

$$\varepsilon_3 = \frac{-\nu_{31}}{E_1} \sigma_1$$
(19)

Obtêm-se substituindo na inequação, as expressões ,tem-se:

$$\nu_{21} + \nu_{31} < 1$$
(20)

Aplicando o estado uniaxial de tensões para as demais direções obtêm-se mais duas relações:

$$\nu_{12} + \nu_{32} < 1$$
(21)

$$v_{13} + v_{23} < 1$$

(22)

TABULEIROS ORTÓTROPICOS

Retirando-se um elemento infinitesimal de uma placa ortotrópica com carregamento distribuído p atuando na superfície da placa como é mostrado na Figura 25, são assumidas todas as hipóteses simplificadoras.

FIGURA 25- Elemento infinitesimal da placa.

Analisando as tensões internas do elemento isolado, pode-se observar na Figura 26 que o problema consiste em determinar as tensões internas.

FIGURA 26- Distribuições de tensões internas.

As resultantes podem ser obtidas integrando os campos de tensões sendo expressas em unidade de comprimento e é dada pelas expressões:

$$M_x = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz \quad (23)$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz \quad (24)$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \quad (25)$$

$$Q_x = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xz} \cdot dz \quad (26)$$

$$Q_y = \int_{-t/2}^{+t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz \quad (27)$$

Pela condição de equilíbrio:

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = p(x, y) \quad (30)$$

Porém é preciso analisar as condições de deslocamento da placa e utilizar condições simplificadoras do item 4.3.1. Partindo da relação do alongamento unitário e deformação expressa pela teoria da elasticidade e assumindo que o seno pode ser confundido com o próprio ângulo no caso de pequenos deslocamentos e substituindo nas relações das eqs. (31) obtêm-se as eqs. (33):

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} u &= -z \operatorname{sen} \varphi_x \approx -z \varphi_x \approx -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= -z \operatorname{sen} \varphi_y \approx -z \varphi_y \approx -z \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (33)$$

Expressando a lei de Hooke ($\sigma = E \cdot \varepsilon$) generalizada em forma de tensões temos:

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} (\varepsilon_x + \nu_y \varepsilon_y) \quad (34)$$

$$\sigma_y = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} (\varepsilon_y + \nu_x \varepsilon_x) \quad (35)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (36)$$

A eq. (53) expressa a lei de Hooke para a distorção provocada pelo corte puro que é proporcional ao esforço de cisalhamento transversal nas direções x e y. Substituindo as eqs. (33) nas eqs. (34), (35) e (36) obtêm-se:

$$\sigma_x = -\frac{E_x \cdot z}{1 - \nu_x \nu_y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (37)$$

$$\sigma_y = -\frac{E_y \cdot z}{1 - \nu_x \nu_y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (38)$$

$$\tau_{xy} = -2G_{xy} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (39)$$

Assumindo pequenos deslocamentos w, desprezando o efeito da cortante e da compressão perpendicular ao plano σ_z produzida pelo carregamento, o deslocamento é independente de z. Introduzindo as eqs. (37), (38) e (39) nas eqs. (23), (24) e (25) têm-se:

$$M_x = -\frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (40)$$

$$M_y = -\frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (41)$$

$$M_{xy} = -\frac{G_{xy} t^3}{6} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (42)$$

Obtendo as constantes de rigidez à flexão da placa:

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (43)$$

$$D_y = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (44)$$

$$D_{xy} = \frac{G_{xy} t^3}{12} \quad (45)$$

Substituindo as eqs. (40),(41) e (42) na eq. (30) obtêm-se a equação diferencial de placa ortótropa deduzida por Huber e é conhecido pelo meio técnico como “Equação de Huber”. Sendo definido como $2H = D_x v_y + D_y v_x + 4D_{xy}$ como “rigidez efetiva à torção”.

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (46)$$

Substituindo as eqs. (40),(41) e (42) nas eqs. (28) e (29) determinam-se as expressões de forças cortantes.

$$Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (47)$$

$$Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (48)$$

A variação do campo de tensões que atua no plano da placa é uma relação linear com a altura de acordo com as expressões:

$$\sigma_x = \frac{M_x \cdot z}{I_p} \quad (49)$$

$$\sigma_y = \frac{M_y \cdot z}{I_p} \quad (50)$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_{xy} \cdot z}{I_p} \quad (51)$$

Onde $I_p = \frac{t^3}{12}$ é denotado como momento de inércia da placa por unidade de comprimento.

TROITSKY (1987) representa a rigidez torsional efetiva “H” como sendo uma parcela das propriedades de rigidez nas duas direções e que é válida somente se for satisfeita as seguintes condições:

- 1 – A espessura da placa é constante;
- 2 – As deformações são puramente elásticas;
- 3 – Os deslocamentos da placa são relativamente pequenos.

$$H = \sqrt{D_x D_r} \quad (52)$$

Porém como na prática isto não é uma realidade e os valores de H podem ser reduzidos por um coeficiente chamado “coeficiente de rigidez torsional”.

$$H = \phi \sqrt{D_x D_r} \quad (53)$$

SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE HUBER

A solução da equação diferencial parcial de Huber pode ser dividida na superposição de duas soluções:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_r \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (54)$$

$$w = w_h + w_p \quad (55)$$

Onde w_h representa a solução da equação diferencial homogênea e w_p representa a solução da equação diferencial não homogênea.

Para resolver pode-se utilizar os métodos numéricos conhecidos e será escolhida a solução por séries encontrada em CUSENS & PAMA (1975).

A equação tem diferentes soluções dependendo das relações entre as propriedades de rigidez (D_x, D_y e H) e as condições de contorno. Para avaliar a influência das propriedades de rigidez no comportamento da placa, deve ser considerado o problema de flexão para placa de largura infinita como dois lados simplesmente apoiados.

Como o caso a ser estudado é de placas simplesmente apoiadas, têm-se algumas das expressões sugeridas na Tabela 9 para a representação dos carregamentos em forma de série de Fourier senoidal.

TABELA 9- Função típicas para alguns tipos carregamento.

$H_n = \frac{2P}{L} \text{sen} \left(\frac{n\pi c}{L} \right)$
$H_n = \frac{4P}{L} \text{sen}^2 \left(\frac{n\pi}{2} \right)$
$H_n = \frac{4P}{n\pi} \text{sen} \left(\frac{n\pi c}{L} \right) \text{sen} \left(\frac{n\pi u}{L} \right)$

Lembrando da solução de Levy-Nadai:

$$p(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \text{sen} \alpha_n x \quad (56)$$

Resolvendo a equação e substituindo a função para carregamentos concentrados obtêm-se:

$$w = \frac{PL^3}{\pi^4 D_x b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \text{sen} \alpha_n c \text{sen} \alpha_n x K_1 \quad (57)$$

Onde $P=2.u.q$ é o carregamento total.

Na realidade os veículos possuem uma área de contato nas duas direções e as distribuições de cargas vão depender das características dos pneus. Porém para o projeto pode-se representar a roda por uma equivalente contando nas normas vigentes. Desta forma CUSENS&PAMA (1975) demonstraram a solução para esse tipo de problema.

FIGURA 27- Tabuleiro com carregamentos distribuídos em pequenas áreas.

O deslocamento pode ser obtido pela integração da eq. (74) em função da pequena área.

$$p = \frac{P}{2u \cdot 2v} \quad (58)$$

$$w = \frac{PL^4}{uv\pi^5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \operatorname{sen} \alpha_n c \operatorname{sen} \alpha_n u \operatorname{sen} \alpha_n x K_1^* \quad (59)$$

$$K_1^* = \frac{1}{2b} \int_{Y1-Y}^{Y1+Y} K_1 dy \quad (60)$$

Os esforços solicitantes podem ser obtidos substituindo a função deslocamento:

$$M_x = \frac{PL^3}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \operatorname{sen} \alpha_n u \operatorname{sen} \alpha_n c \operatorname{sen} \alpha_n x \left(K_1^* - \frac{D_1}{D_x} K_2^* \right) \quad (61)$$

$$M_Y = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \alpha_n u \sin \alpha_n c \sin \alpha_n x \left(\frac{D_I}{D_X} K_2^* + \frac{D_2}{D_X} K_1^* \right) \quad (62)$$

$$M_{XY} = \frac{PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \alpha_n u \sin \alpha_n c \cos \alpha_n x \left(\frac{D_{XY}}{D_Y} K_3^* \right) \quad (63)$$

$$M_{IX} = \frac{-PL^2}{uv\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \alpha_n u \sin \alpha_n c \cos \alpha_n x \left(\frac{D_{IX}}{D_Y} K_3^* \right) \quad (64)$$

$$Q_X = \frac{PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \alpha_n u \sin \alpha_n c \cos \alpha_n x \left(K_1^* - \frac{D_1 + D_{XY}}{D_X} K_2^* \right) \quad (65)$$

$$Q_Y = \frac{-PL}{uv\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \alpha_n u \sin \alpha_n c \cos \alpha_n x \left(K_4^* - \frac{D_2 + D_{XY}}{D_Y} K_3^* \right) \quad (66)$$

Os coeficientes K_1^*, K_2^*, K_3^* e K_4^* são expressos conforme a geometria do carregamento, e foram deduzidos por CUSENS & PAMA (1975) para todos os casos de tabuleiros ortótropos.

10. APÊNDICES

APÊNDICE I – DIMENSIONAMENTO DO TABULEIRO PARA TB-30

1 - Geometria da Ponte

Comprimento da ponte

$$L_{\text{total}} := 8 \text{ m}$$

Comprimento do apoio

$$c_{\text{apoio}} := 50 \text{ cm}$$

Vão efetivo da ponte

$$L_{\text{vão}} := L_{\text{total}} - c_{\text{apoio}} = 7.5 \text{ m}$$

$$B_{\text{total}} := 8 \text{ m} \quad (\text{Largura do tabuleiro da ponte})$$

(Espaçamento entre vigas)

$$n_{\text{vigas}} := 7 \quad (\text{Número de vigas})$$

$$e_{\text{vigas}} := \frac{B_{\text{total}}}{(n_{\text{vigas}} - 1)} = 133.333 \cdot \text{cm}$$

2 - Propriedades da madeira

Pinus oocarpa

(Madeira do grupo das Coníferas)

C30 (Calil, 2006) - Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira

$$f_{c0k} := 30 \text{ MPa}$$

$$f_{v0k} := 6 \text{ MPa}$$

$$E_{c0m} := 14500 \text{ MPa}$$

$$k_{\text{mod } 1} := 0.70$$

Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração

$$k_{\text{mod } 2} := 0.80$$

Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%

$$k_{\text{mod } 3} := 1.00$$

Madeira classificada - madeira de primeira categoria

$$k_{\text{mod}} := k_{\text{mod } 1} \cdot k_{\text{mod } 2} \cdot k_{\text{mod } 3} = 0.56$$

$$f_{c0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{v0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{\text{mod}} \cdot E_{c0m} = 8120 \cdot \text{MPa}$$

$$\rho_{\text{ap}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$$Q_{\text{roda}} := 50 \text{ kN}$$

(Carga concentrada de cada roda)

$$l_{\text{roda}} := 20 \text{ cm}$$

(Comprimento de contato de cada roda)

$$b_{\text{roda}} := 40 \text{ cm}$$

(Largura de contato de cada roda)

4 - Dimensionamento do tabuleiro como painéis isolados

$$b_v := 15 \text{ cm} \quad (\text{Largura das vigas longarinas de MLC})$$

Considerando uma carga de roda sobre o Painel

$$e_{\text{maxvigas}} := 160 \text{ cm}$$

$$L_{\text{tab}} := e_{\text{maxvigas}} - \frac{b_v}{2} = 1.525 \text{ m} \quad (\text{Vão teórico entre vigas})$$

Propriedades Geométricas dos painéis do tabuleiro

$$h_{\text{tab}} := 12 \text{ cm} \quad b_{\text{roda}} = 40 \cdot \text{cm} \quad l_{\text{roda}} = 20 \cdot \text{cm} \quad h_{\text{rev}} := 5 \text{ cm}$$

(altura do revestimento asfáltico)

(Largura efetiva dos painéis)

$$t_1 := b_{\text{roda}} + 2(h_{\text{tab}} + h_{\text{rev}}) = 74 \cdot \text{cm}$$

$$t_2 := l_{\text{roda}} + 2(h_{\text{tab}} + h_{\text{rev}}) = 54 \cdot \text{cm}$$

$$t := \left(\frac{1}{t_1 \cdot t_2} \right)^2 = 63.214 \text{ cm} \quad (\text{Largura equivalente do tabuleiro})$$

$$I_{\text{tab}} := t \cdot \frac{h_{\text{tab}}^3}{12} = 9.103 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_{\text{tab}} := t \cdot \frac{h_{\text{tab}}^2}{6} = 1.517 \times 10^3 \cdot \text{cm}^3$$

Ações atuantes sobre os painéis do tabuleiro

Carregamentos permanentes

$$g_1 := \rho_{\text{ap}} \cdot h_{\text{tab}} = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso Próprio do Tabuleiro})$$

$$g_2 := \left(24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \cdot (h_{\text{rev}}) = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso Próprio do Revestimento asfáltico de espessura média 5cm})$$

$$g_3 := 10\% \cdot g_1 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso das Ligações Metálicas})$$

$$g_{\text{total}} := g_1 + g_2 + g_3 = 1.86 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Carregamentos acidentais

$$Q_{\text{roda}} = 50 \cdot \text{kN}$$

1ª hipótese - Carga de roda no centro do vão do tabuleiro

$$q_{\text{roda}} := \frac{Q_{\text{roda}}}{t} = 79.096 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{\text{multidão}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

2ª hipótese - Carga de multidão sobre o vão do tabuleiro

Coeficientes de Impacto Vertical

$$\alpha := 12 \quad (\text{Ponte rodoviária com revestimento de concreto ou asfalto})$$

$$\varphi := 1 + \frac{\alpha}{40 + \left(\frac{L_{\text{vão}}}{\text{m}} \right)} = 1.253$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{\text{gmáx}} := (g_{\text{total}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}^2}{8} = 0.342 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{\text{gmáx}} := (g_{\text{total}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}}{2} = 0.897 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1} := 15.2386 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1} := 39.97 \text{ kN}$$

$$M_{q2} := (q_{\text{multidão}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}^2}{8} = 0.919 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2} := (q_{\text{multidão}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}}{2} = 2.41 \cdot \text{kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1} := 1.4 \cdot (M_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot M_{q1}) = 20.521 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2} := 1.4 \cdot (M_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot M_{q2}) = 1.687 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_d := M_{d1} = 20.521 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1} := 1.4(V_{g\text{máx}}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1}) = 53.826 \text{ kN}$$

$$V_{d2} := 1.4(V_{g\text{máx}}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2}) = 4.425 \text{ kN}$$

$$V_d := V_{d1} = 53.826 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$$\psi_2 := 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d,\text{util}} := M_{g\text{máx}} + \psi_2 \cdot M_{d1} = 4.446 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d,\text{util}} := V_{g\text{máx}} + \psi_2 \cdot V_{d1} = 11.662 \cdot \text{kN}$$

Cálculo das flechas no tabuleiro

$$f_g := \frac{5 \cdot (g_{\text{total}} \cdot t) \cdot L_{\text{tab}}^4}{384 \cdot I_{\text{tab}} \cdot E_{c0\text{ef}}} = 0.112 \cdot \text{mm}$$

$$f_{q1} := 6.217 \text{ mm}$$

Verificação das resistências dos painéis- ELU

$$\sigma_{c,\text{painel}} := 0.80 \frac{M_d}{W_{\text{tab}}} = 10.821 \cdot \text{MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{\text{painel}} := \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot t \cdot h_{\text{tab}}} = 1.064 \cdot \text{MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

APÊNDICE II – DIMENSIONAMENTO DO TABULEIRO PARA TB-45

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 8\text{m}$	$c_{apoio} := 50\text{cm}$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 7.5\text{m}$
$B_{total} := 8\text{m}$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 7$	(Número de vigas)	
	$e_{vigas} := 1.33\text{m}$	(Espaçamento entre vigas)

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500 \text{ MPa}$
$k_{mod\ 1} := 0.70$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$k_{mod\ 2} := 0.80$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$k_{mod\ 3} := 1.00$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$k_{mod} := k_{mod\ 1} \cdot k_{mod\ 2} \cdot k_{mod\ 3} = 0.56$		

$$f_{c0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot \text{MPa} \quad f_{v0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{mod} \cdot E_{c0m} = 8120 \cdot \text{MPa}$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$Q_{roda} := 75\text{kN}$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{roda} := 20\text{cm}$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{roda} := 50\text{cm}$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Dimensionamento do tabuleiro como painéis isolados

$$b_v := 15\text{cm} \quad (\text{Largura das vigas longarinas de MLC})$$

Considerando uma carga de roda sobre o Painei

$$L_{\text{tab}} := e_{\text{vigas}} - \frac{b_v}{2} = 1.255\text{m} \quad (\text{Vão teórico entre vigas})$$

Propriedades Geométricas dos painéis do tabuleiro

$$h_{\text{tab}} := 12\text{cm} \quad b_{\text{roda}} = 50\text{cm} \quad l_{\text{roda}} = 20\text{cm} \quad h_{\text{rev}} := 5\text{cm}$$

(Largura efetiva dos painéis) (altura do revestimento asfáltico)

$$t_1 := b_{\text{roda}} + 2(h_{\text{tab}} + h_{\text{rev}}) = 84\text{cm}$$

$$t_2 := l_{\text{roda}} + 2(h_{\text{tab}} + h_{\text{rev}}) = 54\text{cm}$$

$$t := \frac{1}{(t_1 \cdot t_2)^2} = 67.35\text{cm} \quad (\text{Largura equivalente do tabuleiro})$$

$$I_{\text{tab}} := t \cdot \frac{h_{\text{tab}}^3}{12} = 9.698 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_{\text{tab}} := t \cdot \frac{h_{\text{tab}}^2}{6} = 1.616 \times 10^3 \cdot \text{cm}^3$$

Ações atuantes sobre os painéis do tabuleiro

Carregamentos permanentes

$$g_1 := \rho_{\text{ap}} \cdot h_{\text{tab}} = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso Próprio do Tabuleiro})$$

$$g_2 := \left(24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \cdot (h_{\text{rev}}) = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso Próprio do Revestimento asfáltico de espessura média 5cm})$$

$$g_3 := 10\% \cdot g_1 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso das Ligações Metálicas})$$

$$g_{\text{total}} := g_1 + g_2 + g_3 = 1.86 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Carregamentos acidentais

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN} \quad \text{1ª hipótese - Carga de roda no centro do vão do tabuleiro}$$

$$q_{\text{roda}} := \frac{Q_{\text{roda}}}{t} = 111.359 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{\text{multidão}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad \text{2ª hipótese - Carga de multidão sobre o vão do tabuleiro}$$

Coeficientes de Impacto Vertical

$\alpha := 12$ (Ponte rodoviária com revestimento de concreto ou asfalto)

$$\varphi := 1 + \frac{\alpha}{40 + \left(\frac{L_{\text{vão}}}{\text{m}} \right)} = 1.253$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{\text{gmáx}} := (g_{\text{total}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}^2}{8} = 0.247 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{\text{gmáx}} := (g_{\text{total}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}}{2} = 0.786 \cdot \text{kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1} := 17.2189 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1} := 54.8757 \text{ kN}$$

$$M_{q2} := (q_{\text{multidão}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}^2}{8} = 0.663 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2} := (q_{\text{multidão}} \cdot t) \cdot \frac{L_{\text{tab}}}{2} = 2.113 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1} := 1.4 \cdot (M_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot M_{q1}) = 22.993 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2} := 1.4 \cdot (M_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot M_{q2}) = 1.217 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_d := M_{d1} = 22.993 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1} := 1.4 \cdot (V_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot V_{q1}) = 73.276 \text{ kN}$$

$$V_{d2} := 1.4 \cdot (V_{\text{gmáx}}) + 1.4 \cdot (\varphi \cdot 0.75 \cdot V_{q2}) = 3.88 \text{ kN}$$

$$V_d := V_{d1} = 73.276 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$\psi_2 := 0.2$ *Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias*

$$M_{d,util} := M_{gm\acute{a}x} + \psi_2 \cdot M_{d1} = 4.845 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d,util} := V_{gm\acute{a}x} + \psi_2 \cdot V_{d1} = 15.441 \text{ kN}$$

Cálculo das flechas no tabuleiro

$$f_g := \frac{5 \cdot (g_{total} \cdot t) \cdot L_{tab}^4}{384 I_{tab} \cdot E_{c0ef}} = 0.051 \text{ mm}$$

$$f_{q1} := 4.454 \text{ mm}$$

Verificação das resistências dos painéis- ELU

$$\sigma_{c,painel} := 0.80 \frac{M_d}{W_{tab}} = 11.38 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{painel} := \frac{3 \cdot V_d}{2 \cdot t \cdot h_{tab}} = 1.36 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

APÊNDICE III – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB

30 – VÃO LIVRE DE 8 METROS.

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 8\text{ m}$	$c_{apoio} := 50\text{ cm}$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 7.5\text{ m}$
$B_{total} := 8\text{ m}$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 6$	(Número de vigas)	
		(Espaçamento entre vigas)
		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{(n_{vigas})} = 133.333 \cdot \text{cm}$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30\text{ MPa} \quad f_{v0k} := 6\text{ MPa} \quad E_{c0m} := 14500\text{ MPa}$$

$$k_{mod\ 1} := 0.70 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$k_{mod\ 2} := 0.80 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$k_{mod\ 3} := 1.00 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$k_{mod} := k_{mod\ 1} \cdot k_{mod\ 2} \cdot k_{mod\ 3} = 0.56$$

$$f_{c0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot \text{MPa} \quad f_{v0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{mod} \cdot E_{c0m} = 8120 \cdot \text{MPa}$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$Q_{roda} := 50\text{ kN}$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{roda} := 20\text{ cm}$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{roda} := 40\text{ cm}$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 133.333 \cdot \text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \cdot \text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5 \cdot \text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960 \cdot \text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_2 := 85 \cdot \text{cm} \quad b_2 := 20 \cdot \text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 1023541.667 \cdot \text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 1700 \cdot \text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \cdot \text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.167$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 7.381 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 41.119 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 134308.589 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 0.85 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.085 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.415 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 50 \text{ kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 6.667 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 24.012 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 12.806 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 208.125 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1viga} := 106.15 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 46.875 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 25 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 307.356 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 95.269 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 307.356 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 157.545 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 50.81 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 157.545 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 85.483 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 44.315 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.274 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.115 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 2.389 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.371 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 7.897 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 9.269 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.185 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 11.951 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{\text{apoio}} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{\text{dviga}} = 157.545 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{\text{dviga}}}{c_{\text{apoio}} \cdot b_2} = 1.575 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{\text{max}} := 106 \text{ mm} \quad \frac{L_{\text{vão}}}{300} = 25 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

nova norma

$$\phi := 2.0 \quad \text{Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração}$$

$$u_{\text{ime}} := f_g + \psi_2 \cdot f_{\text{max}} = 21.312 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{\text{max}}) = 42.624 \text{ mm}$$

$$u_{\text{ef}} := u_{\text{ime}} + u_c = 63.936 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4 \quad \gamma_f := 1.4 \quad \frac{h_2}{b_2} = 4.25$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 16.108$$

$$\frac{L_{\text{vão}}}{b_2} = 37.5 \quad < \quad \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 42.008 \quad \text{OK !!!!}$$

APÊNDICE IV – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB

30 – VÃO LIVRE DE 10 METROS.

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 10 \text{ m}$	$c_{apoio} := 50 \text{ cm}$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 9.5 \text{ m}$
$B_{total} := 8 \text{ m}$ (Largura do tabuleiro da ponte)		(Espaçamento entre vigas)
$n_{vigas} := 6$ (Número de vigas)		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{(n_{vigas})} = 133.333 \text{ cm}$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30 \text{ MPa} \quad f_{v0k} := 6 \text{ MPa} \quad E_{c0m} := 14500 \text{ MPa}$$

$$k_{mod \ 1} := 0.70 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$k_{mod \ 2} := 0.80 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$k_{mod \ 3} := 1.00 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$k_{mod} := k_{mod \ 1} \cdot k_{mod \ 2} \cdot k_{mod \ 3} = 0.56$$

$$f_{c0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \text{ MPa} \quad f_{v0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \text{ MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{mod} \cdot E_{c0m} = 8120 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$$Q_{roda} := 50 \text{ kN} \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20 \text{ cm} \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 40 \text{ cm} \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 133.333 \cdot \text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \cdot \text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5 \cdot \text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960 \text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830 \text{cm}^2$$

$$h_2 := 95 \cdot \text{cm} \quad b_2 := 20 \cdot \text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 1428958.333 \text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 1900 \text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \cdot \text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.243$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 10.148 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 44.207 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 194518.929 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 0.95 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.095 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.525 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 50 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 6.667 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 39.766 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 16.744 \cdot \text{kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 291.458 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1viga} := 99.631 \cdot \text{kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 75.208 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 31.667 \cdot \text{kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4 \cdot (M_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot M_{q1viga}) = 435.893 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4 \cdot (M_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot M_{q2viga}) = 153.786 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 435.893 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4 \cdot (V_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot V_{q1viga}) = 153.414 \cdot \text{kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4 \cdot (V_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot V_{q2viga}) = 64.752 \cdot \text{kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 153.414 \cdot \text{kN}$$

Combinações de longa duração

$\psi_2 = 0.2$ *Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias*

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 126.945 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 47.427 \cdot \text{kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.054 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 2.904 \cdot \text{MPa} < f_{c0d} = 12 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.782 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 8.34 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 10.122 \cdot \text{MPa} < f_{c0d} = 12 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2\max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.027 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 11.916 \cdot \text{kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \cdot \text{cm} \quad b_2 = 20 \cdot \text{cm} \quad V_{dviga} = 153.414 \cdot \text{kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 1.534 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 \cdot f_{c0d} = 3 \cdot \text{MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{\max} := 158 \text{ mm} \quad \frac{L_{v\tilde{a}o}}{300} = 31.667 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \cdot \text{mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

PROPOSTA DE REVISÃO NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 31.712 \cdot \text{mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 63.424 \cdot \text{mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 95.136 \cdot \text{mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4 \quad \gamma_f := 1.4 \quad \frac{h_2}{b_2} = 4.75$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 17.84$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 47.5 \quad > \quad \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 37.929 \quad \frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 7.586 \text{m}$$

UTILIZAR CONTRAVENTAMENTO NAS VIGAS NO CENTRO DO VÃO !!!!

APÊNDICE V – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB

30 – VÃO LIVRE DE 12 METROS.

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 12m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 11.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	(Espaçamento entre vigas)
$n_{vigas} := 6$	(Número de vigas)	$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{(n_{vigas})} = 133.333cm$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30MPa \quad f_{v0k} := 6MPa \quad E_{c0m} := 14500MPa$$

$$kmod_1 := 0.7 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$kmod_2 := 0.8 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$kmod_3 := 1.0 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$$

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$$Q_{roda} := 50kN \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20cm \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 40cm \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 133.333\text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5\text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830\text{cm}^2$$

$$h_2 := 105\text{cm} \quad b_2 := 20\text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 1929375\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2100\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.32$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 12.755 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 45.745 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 285681.088 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.05 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.105 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.635 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 50 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 6.667 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 60.091 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 20.901 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 381.45 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 109.89 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 110.208 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 38.333 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 577.986 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 226.81 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 577.986 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 171.544 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 78.89 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 171.544 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 175.688 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 55.21 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 2.405 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.986 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 3.39 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 2.095 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 8.625 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 10.72 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.038 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 13.06 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 171.544 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 1.715 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 21 \text{ lmm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 38.333 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

Proposta de Revisão- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 42.312 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 84.624 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 126.936 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 5.25$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 19.576$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 57.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 34.566$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 6.913 \text{ m}$$

UTILIZAR CONTRAVENTAMENTO NAS VIGAS NO CENTRO DO VÃO !!!!

APÊNDICE VI – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB

30 – VÃO LIVRE DE 14 METROS.

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 14\text{m}$	$c_{apoio} := 50\text{cm}$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 13.5\text{ m}$
$B_{total} := 8\text{m}$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 7$	(Número de vigas)	
		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{n_{vigas}} = 114.286\text{ cm}$
		(Espaçamento entre vigas)

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$
$kmod_1 := 0.7$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$kmod_2 := 0.8$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$kmod_3 := 1.0$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$		
$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot \text{MPa}$	$f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot \text{MPa}$	
$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120 \cdot \text{MPa}$		
$\rho_{ap} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$		

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN		
$Q_{roda} := 75\text{kN}$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>	
$l_{roda} := 20\text{cm}$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>	
$b_{roda} := 50\text{cm}$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>	

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 114.286\text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 106.786\text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 15377.143\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1281.429\text{cm}^2$$

$$h_2 := 135\text{cm} \quad b_2 := 20\text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 4100625\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2700\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.481$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 13.655 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 59.845 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 554260.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.35 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.135 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.611 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5.714 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 82.257 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 24.372 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 687.05 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1viga} := 163.09 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 130.179 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 38.571 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 998.373 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 282.506 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 998.373 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 243.782 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 83.705 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 243.782 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 281.931 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 73.129 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 4.208 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.878 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 5.086 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.997 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.873 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.87 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.176 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 13.168 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 243.782 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.438 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 263 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 45 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.027 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 52.627 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 105.254 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 157.881 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 6.75$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 24.796$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 67.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 27.289$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 5.458 \text{ m}$$

UTILIZAR 2 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES 5 METROS DOS APOIOS (EXTREMIDADES)

APÊNDICE VII – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB

30 – VÃO LIVRE DE 16 METROS.

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 16m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 15.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 7$	(Número de vigas)	
	(Espaçamento entre vigas)	
	$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{(n_{vigas})} = 114.286cm$	

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30MPa \quad f_{v0k} := 6MPa \quad E_{c0m} := 14500MPa$$

$$kmod_1 := 0.7 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$kmod_2 := 0.8 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$kmod_3 := 1.0 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$$

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$$Q_{roda} := 50kN \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20cm \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 40cm \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 114.286\text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5\text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830\text{cm}^2$$

$$h_2 := 135\text{cm} \quad b_2 := 20\text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 4100625\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2700\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{v\tilde{a}o}^2} \right)^{-1} = 0.461$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 17.493 \cdot \text{cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 56.007 \cdot \text{cm}$$

$$EI_{ef} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 616642.442 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{ap} \cdot A_2 = 1.35 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.135 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{viga} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.611 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{roda} = 50 \cdot \text{kN}$$

$$q_{distribuida} := q_{multidão} \cdot \text{faixa}_v = 5.714 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 108.434 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 27.983 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 570.71 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 121.78 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 171.607 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 44.286 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 880.621 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 370.955 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 880.621 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 194.702 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 95.73 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 194.702 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 284.559 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 66.923 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 2.993 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.696 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 3.689 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 2.029 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 7.827 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 9.856 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 0.926 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 12.109 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 194.702 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 1.947 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 260 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 51.667 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma - NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 52.112 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 104.224 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 156.336 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 6.75$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 24.796$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 77.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 27.289$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 5.458 \text{ m}$$

UTILIZAR 3 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4 METROS.

APÊNDICE VIII – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – **TB 30 – VÃO LIVRE DE 18 METROS.**

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 18m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 17.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 8$	(Número de vigas)	
		(Espaçamento entre vigas)
		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{(n_{vigas})} = 100\text{ cm}$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$
$kmod_1 := 0.7$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$kmod_2 := 0.8$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$kmod_3 := 1.0$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$		

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 \cdot MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 \cdot MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120 \cdot MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$Q_{roda} := 50kN$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{roda} := 20cm$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{roda} := 40cm$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 100 \text{ cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \text{ cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5 \text{ cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960 \text{ cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 155 \text{ cm} \quad b_2 := 20 \text{ cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 6206458.333 \text{ cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 3100 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{ mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.521$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 19.653 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 63.847 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 918817.57 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.55 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.155 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.565 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 50 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 136.473 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 31.194 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 663.906 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 124.207 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 191.406 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 43.75 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 1.034 \times 10^3 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 433.981 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 1.034 \times 10^3 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 201.306 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 99.196 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 201.306 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$\psi_2 = 0.2$ *Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias*

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 343.202 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 71.455 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 3.041 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.548 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 3.589 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.795 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 7.079 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 8.875 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right) \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 0.84 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 10.838 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 201.306 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.013 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 269 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 58.333 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma – NBR 7190 :2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 53.912 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 107.824 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 161.736 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4 \quad \gamma_f := 1.4 \quad \frac{h_2}{b_2} = 7.75$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 28.283$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 87.5 \quad > \quad \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 23.925 \quad \frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 4.785 \text{ m}$$

UTILIZAR 3 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4,50 METROS.

APÊNDICE IX – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 30 – VÃO LIVRE DE 20 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{\text{total}} := 20\text{m}$	$c_{\text{apoio}} := 50\text{cm}$	$L_{\text{vão}} := L_{\text{total}} - c_{\text{apoio}} = 19.5\text{m}$
$B_{\text{total}} := 8\text{m}$	(Largura do tabuleiro da ponte)	(Espaçamento entre vigas)
$n_{\text{vigas}} := 8$	(Número de vigas)	$e_{\text{vigas}} := \frac{B_{\text{total}}}{(n_{\text{vigas}})} = 100\text{cm}$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$
$k_{\text{mod}1} := 0.7$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$k_{\text{mod}2} := 0.8$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$k_{\text{mod}3} := 1.0$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$k_{\text{mod}} := k_{\text{mod}1} \cdot k_{\text{mod}2} \cdot k_{\text{mod}3} = 0.56$		

$$f_{c0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12\text{MPa} \quad f_{v0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867\text{MPa}$$

$$E_{c0\text{ef}} := k_{\text{mod}} \cdot E_{c0m} = 8120\text{MPa}$$

$$\rho_{\text{ap}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 30 - Carga total - 300 kN

$Q_{\text{roda}} := 50\text{kN}$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{\text{roda}} := 20\text{cm}$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{\text{roda}} := 40\text{cm}$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Análise teórica das Vigas

(Faixa de influência de cada viga)

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 100 \text{ cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \text{ cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 152.5 \text{ cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 21960 \text{ cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1830 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 165 \text{ cm} \quad b_2 := 20 \text{ cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 7486875 \text{ cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 3300 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{ mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.575$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 21.396 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 67.104 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 1117109.807 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.165 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.675 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 50 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 174.677 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 35.831 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 770.156 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 130.213 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 237.656 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 48.75 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 1.216 \times 10^3 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 544.415 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 1.216 \times 10^3 \cdot \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 214.462 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 111.675 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 214.462 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 417.938 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 78.724 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 3.411 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.53 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 3.942 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.892 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 7.294 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 9.185 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 0.841 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 11.007 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 214.462 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.145 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 303 \text{ mm} \quad \frac{L_{v\tilde{a}o}}{300} = 65 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.112 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 60.712 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 121.424 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 182.136 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 8.25$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 30.027$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 97.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 22.535$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraentamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 4.507 \text{ m}$$

UTILIZAR 4 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4 METROS.

APÊNDICE X – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 8 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 8m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 7.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 6$	(Número de vigas)	$e_{vigas} := 1.33m$ (Espaçamento entre vigas)

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$
$kmod_1 := 0.7$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$kmod_2 := 0.8$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$kmod_3 := 1.0$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$		
$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12\text{MPa}$	$f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867\text{MPa}$	

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$Q_{roda} := 75kN$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{roda} := 20cm$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{roda} := 50cm$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 133 \text{ cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \text{ cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 125.5 \text{ cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 18072 \text{ cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1506 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 100 \text{ cm} \quad b_2 := 20 \text{ cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 1666666.667 \text{ cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2000 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{ mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.196$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 7.189 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 48.811 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 202182.85 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.574 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 6.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 25.128 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 13.402 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 311.24 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 120.33 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 46.758 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 24.938 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 444.549 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 96.678 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 444.549 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 177.032 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 51.562 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 177.032 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 114.038 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 48.808 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.705 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.071 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 2.776 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.284 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 8.927 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 10.21 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.163 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 10.223 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 177.032 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 1.77 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 105 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 25 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.051 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 21.051 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 42.103 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 63.154 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 5$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 18.708$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 37.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 36.17$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 7.234 \text{ m}$$

UTILIZAR CONTRAVENTAMENTO NAS VIGAS NO CENTRO DO VÃO !!!!

APÊNDICE XI – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 10 METROS

1 - Geometria da Ponte

Comprimento da ponte

$$L_{\text{total}} := 10\text{m}$$

Comprimento do apoio

$$c_{\text{apoio}} := 50\text{cm}$$

Vão efetivo da ponte

$$L_{\text{vão}} := L_{\text{total}} - c_{\text{apoio}} = 9.5\text{m}$$

$$B_{\text{total}} := 8\text{m} \quad (\text{Largura do tabuleiro da ponte})$$

$$n_{\text{vigas}} := 6 \quad (\text{Número de vigas}) \quad e_{\text{vigas}} := 1.33\text{m} \quad (\text{Espaçamento entre vigas})$$

2 - Propriedades da madeira

Pinus oocarpa **(Madeira do grupo das Coníferas)**

C30 (Calil,2006) - Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira

$$f_{c0k} := 30\text{MPa}$$

$$f_{v0k} := 6\text{MPa}$$

$$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$$

$$k_{\text{mod}1} := 0.7 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$k_{\text{mod}2} := 0.8 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$k_{\text{mod}3} := 1.0 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$k_{\text{mod}} := k_{\text{mod}1} \cdot k_{\text{mod}2} \cdot k_{\text{mod}3} = 0.56$$

$$f_{c0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12\text{MPa}$$

$$f_{v0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867\text{MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{\text{mod}} \cdot E_{c0m} = 8120\text{MPa}$$

$$\rho_{\text{ap}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$$Q_{\text{roda}} := 75\text{kN} \quad (\text{Carga concentrada de cada roda})$$

$$l_{\text{roda}} := 20\text{cm} \quad (\text{Comprimento de contato de cada roda})$$

$$b_{\text{roda}} := 50\text{cm} \quad (\text{Largura de contato de cada roda})$$

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 133 \text{ cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \text{ cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 125.5 \text{ cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 18072 \text{ cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1506 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 110 \text{ cm} \quad b_2 := 20 \text{ cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 2218333.333 \text{ cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2200 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{ mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.281$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 9.831 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 51.169 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 288720.58 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.11 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.684 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 6.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 41.558 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 17.498 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 432.05 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 139.94 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 75.02 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 31.587 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 621.82 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 156.048 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 621.82 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 207.057 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 65.705 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 207.057 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 165.922 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 58.909 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 2.511 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.049 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 3.561 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.719 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.618 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.338 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.224 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 12.594 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 207.057 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.071 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 162 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 31.667 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.051 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 32.451 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 64.903 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 97.354 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 5.5$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 20.445$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 47.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 33.097$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 6.619 \text{ m}$$

UTILIZAR CONTRAVENTAMENTO NAS VIGAS NO CENTRO DO VÃO !!!!

APÊNDICE XII – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 12 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 12m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 11.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 7$	(Número de vigas)	
		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{n_{vigas}} = 114.286cm$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30MPa \quad f_{v0k} := 6MPa \quad E_{c0m} := 14500MPa$$

$$kmod_1 := 0.7 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$kmod_2 := 0.8 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$kmod_3 := 1.0 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$$

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$$Q_{roda} := 75kN \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20cm \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 50cm \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 114.286\text{-cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{-cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 106.786\text{cm} \quad E_1 := E_{c0\text{ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 15377.143\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1281.429\text{cm}^2$$

$$h_2 := 125\text{cm} \quad b_2 := 20\text{cm} \quad E_2 := E_{c0\text{ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 3255208.333\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2500\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.402$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 11.7 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 56.8 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 428269.86 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.125 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.501 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5.714 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 57.871 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 20.129 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 555.98 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 151.52 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 94.464 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 32.857 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 800.826 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 203.319 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 800.826 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 224.349 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 70.72 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 224.349 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 218.036 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 64.999 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 3.466 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.911 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 4.377 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.777 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.49 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.266 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.171 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 12.442 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 224.349 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.243 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 202 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 38.333 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.027 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 40.427 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 80.854 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 121.281 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 6.25$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 23.055$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 57.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 29.35$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 5.87 \text{ m}$$

UTILIZAR CONTRAVENTAMENTO NAS VIGAS NO CENTRO DO VÃO !!!!

APÊNDICE XIII – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 14 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 14m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 13.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{vigas} := 7$	(Número de vigas)	
		$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{n_{vigas}} = 114.286cm$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$f_{c0k} := 30\text{MPa}$	$f_{v0k} := 6\text{MPa}$	$E_{c0m} := 14500\text{MPa}$
$kmod_1 := 0.7$	<i>Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração</i>	
$kmod_2 := 0.8$	<i>Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75%</i>	
$kmod_3 := 1.0$	<i>Madeira classificada - madeira de primeira categoria</i>	
$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$		

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12 MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867 MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120 MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$Q_{roda} := 75kN$	<i>(Carga concentrada de cada roda)</i>
$l_{roda} := 20cm$	<i>(Comprimento de contato de cada roda)</i>
$b_{roda} := 50cm$	<i>(Largura de contato de cada roda)</i>

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 114.286\text{cm}$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 106.786\text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 15377.143\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1281.429\text{cm}^2$$

$$h_2 := 135\text{cm} \quad b_2 := 20\text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 4100625\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 2700\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.481$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 13.655 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 59.845 \text{ cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 554260.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.35 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longarina})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.135 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.611 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5.714 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 82.257 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 24.372 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 687.05 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 163.09 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 130.179 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 38.571 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 998.373 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 282.506 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 998.373 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 243.782 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 83.705 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 243.782 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 281.931 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 73.129 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 4.208 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.878 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 5.086 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.997 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.873 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.87 \text{ MPa} < f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.176 \text{ MPa} < f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 13.168 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 243.782 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.438 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 263 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 45 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.027 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma – NBR7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 52.627 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 105.254 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 157.881 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 6.75$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 24.796$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 67.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 27.289$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 5.458 \text{ m}$$

UTILIZAR 2 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES 5 METROS DOS APOIOS (EXTREMIDADES).

APÊNDICE XIV – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 16 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 16m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 15.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	(Espaçamento entre vigas)
$n_{vigas} := 8$	(Número de vigas)	$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{n_{vigas}} = 100cm$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30MPa \quad f_{v0k} := 6MPa \quad E_{c0m} := 14500MPa$$

$$kmod_1 := 0.70 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$kmod_2 := 0.80 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$kmod_3 := 1.00 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$$

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$$Q_{roda} := 75kN \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20cm \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 50cm \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 100 \text{ cm} \quad (\text{Faixa de influência de cada viga})$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \text{ cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 92.5 \text{ cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 13320 \text{ cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1110 \text{ cm}^2$$

$$h_2 := 150 \text{ cm} \quad b_2 := 20 \text{ cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \text{ MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 5625000 \text{ cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 3000 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \text{ mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \text{ cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{vão}^2} \right)^{-1} = 0.585$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 14.411 \text{ cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 67.291 \text{ cm}$$

$$EI_{ef} := \left(E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 \right) + \left(E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2 \right) = 728337.03 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{ap} \cdot A_2 = 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{viga} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.51 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{roda} = 75 \text{ kN}$$

$$q_{distribuida} := q_{multidão} \cdot \text{faixa}_v = 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 105.41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 27.203 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 815.78 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 169.63 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 150.156 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 38.75 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 1.189 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 339.327 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 1.189 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 254.715 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 87.568 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 254.715 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 343.279 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 78.145 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 5.068 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.781 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 5.849 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.875 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.759 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.634 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.114 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 12.048 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 254.715 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.547 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 303 \text{ mm} \quad \frac{L_{vão}}{300} = 51.667 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.015 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 60.615 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 121.23 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 181.845 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 7.5$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 27.411$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 77.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 24.686$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 4.937 \text{ m}$$

UTILIZAR 3 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4 METROS.

APÊNDICE XV – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 18 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{total} := 18m$	$c_{apoio} := 50cm$	$L_{vão} := L_{total} - c_{apoio} = 17.5m$
$B_{total} := 8m$	(Largura do tabuleiro da ponte)	(Espaçamento entre vigas)
$n_{vigas} := 8$	(Número de vigas)	$e_{vigas} := \frac{B_{total}}{n_{vigas}} = 100cm$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30MPa \quad f_{v0k} := 6MPa \quad E_{c0m} := 14500MPa$$

$$kmod_1 := 0.70 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$kmod_2 := 0.80 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$kmod_3 := 1.00 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$kmod := kmod_1 \cdot kmod_2 \cdot kmod_3 = 0.56$$

$$f_{c0d} := kmod \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12MPa \quad f_{v0d} := kmod \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867MPa$$

$$E_{c0ef} := kmod \cdot E_{c0m} = 8120MPa$$

$$\rho_{ap} := 5 \frac{kN}{m^3}$$

3 - Propriedades do Veículos-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$$Q_{roda} := 75kN \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{roda} := 20cm \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{roda} := 50cm \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 100 \cdot \text{cm} \quad (\text{Faixa de influência de cada viga})$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12 \cdot \text{cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 92.5 \cdot \text{cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 13320 \cdot \text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 1110 \cdot \text{cm}^2$$

$$h_2 := 165 \cdot \text{cm} \quad b_2 := 20 \cdot \text{cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120 \cdot \text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 7486875 \cdot \text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 3300 \cdot \text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14 \cdot \text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10 \cdot \text{cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.642$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 15.725 \cdot \text{cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 72.775 \cdot \text{cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := (E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + (E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2) = 981917.703 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.165 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.675 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 140.684 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 32.156 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 954.53 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q1viga} := 176.264 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 191.406 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 43.75 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q1viga}) = 1.408 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4(M_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 M_{q2viga}) = 439.877 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 1.408 \times 10^3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q1viga}) = 268.721 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4(V_{gviga}) + 1.4(\phi \cdot 0.75 V_{q2viga}) = 100.543 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 268.721 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 422.36 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 85.9 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 5.445 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.699 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 6.143 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.831 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.608 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.44 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.072 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 11.531 \text{ kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \text{ cm} \quad b_2 = 20 \text{ cm} \quad V_{dviga} = 268.721 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.687 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 f_{c0d} = 3 \text{ MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{max} := 340 \text{ mm} \quad \frac{L_{v\tilde{a}o}}{300} = 58.333 \text{ mm}$$

$$f_g = 0.015 \text{ mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 68.015 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 136.03 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 204.045 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 8.25$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 30.027$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 87.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 22.535$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 4.507 \text{ m}$$

UTILIZAR 3 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4,50 METROS.

APÊNDICE XVI – DIMENSIONAMENTO DAS VIGAS DA PONTE – TB 45 – VÃO LIVRE DE 20 METROS

1 - Geometria da Ponte

<i>Comprimento da ponte</i>	<i>Comprimento do apoio</i>	<i>Vão efetivo da ponte</i>
$L_{\text{total}} := 20\text{m}$	$c_{\text{apoio}} := 50\text{cm}$	$L_{\text{vão}} := L_{\text{total}} - c_{\text{apoio}} = 19.5\text{m}$
$B_{\text{total}} := 8\text{m}$	(Largura do tabuleiro da ponte)	
$n_{\text{vigas}} := 9$	(Número de vigas)	
		$e_{\text{vigas}} := \frac{B_{\text{total}}}{n_{\text{vigas}}} = 88.889\text{cm}$

2 - Propriedades da madeira

<i>Pinus oocarpa</i>	<i>(Madeira do grupo das Coníferas)</i>	C30 (Calil,2006) - <i>Manual de Projeto e Construção de Pontes de Madeira</i>
-----------------------------	--	---

$$f_{c0k} := 30\text{MPa} \quad f_{v0k} := 6\text{MPa} \quad E_{c0m} := 14500\text{MPa}$$

$$k_{\text{mod } 1} := 0.70 \quad \text{Madeira Laminada Colada - Carregamento de Longa Duração}$$

$$k_{\text{mod } 2} := 0.80 \quad \text{Possibilidade de Umidade Relativa do Ar > 75\%}$$

$$k_{\text{mod } 3} := 1.00 \quad \text{Madeira classificada - madeira de primeira categoria}$$

$$k_{\text{mod}} := k_{\text{mod } 1} \cdot k_{\text{mod } 2} \cdot k_{\text{mod } 3} = 0.56$$

$$f_{c0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{c0k}}{1.4} = 12\text{MPa} \quad f_{v0d} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v0k}}{1.8} = 1.867\text{MPa}$$

$$E_{c0ef} := k_{\text{mod}} \cdot E_{c0m} = 8120\text{MPa}$$

$$\rho_{\text{ap}} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

3 - Propriedades do Veículo-Tipo

TB - 45 - Carga total - 450 kN

$$Q_{\text{roda}} := 75\text{kN} \quad \text{(Carga concentrada de cada roda)}$$

$$l_{\text{roda}} := 20\text{cm} \quad \text{(Comprimento de contato de cada roda)}$$

$$b_{\text{roda}} := 50\text{cm} \quad \text{(Largura de contato de cada roda)}$$

4 - Análise teórica das Vigas

$$\text{faixa}_v := e_{\text{vigas}} = 88.889\text{-cm} \quad (\text{Faixa de influência de cada viga})$$

Propriedades geométricas e mecânicas das vigas de seção "T"

Viga trabalhando com seção "T"

Determinação da rigidez efetiva da seção

$$h_1 := h_{\text{tab}} = 12\text{-cm} \quad b_1 := L_{\text{tab}} = 81.389\text{-cm} \quad E_1 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_1 := b_1 \cdot \frac{h_1^3}{12} = 11720\text{cm}^4$$

$$A_1 := h_1 \cdot b_1 = 976.667\text{cm}^2$$

$$h_2 := 180\text{-cm} \quad b_2 := 20\text{-cm} \quad E_2 := E_{\text{c0ef}} = 8120\text{MPa} \quad I_2 := b_2 \cdot \frac{h_2^3}{12} = 9720000\text{cm}^4$$

$$A_2 := h_2 \cdot b_2 = 3600\text{cm}^2$$

$$\rho_{\text{ap}} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \quad (\text{densidade aparente da madeira})$$

$$d := 14\text{mm} \quad (\text{diâmetro do parafuso})$$

$$K_{\text{ser}} := 7826.238 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad K_u := \frac{2 \cdot K_{\text{ser}}}{3} = 5217.492 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$s_1 := 10\text{-cm} \quad (\text{espaçamento dos parafusos})$$

$$\gamma_2 := 1 \quad \gamma_1 := \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1^2}{K_u \cdot L_{\text{vão}}^2} \right)^{-1} = 0.717$$

$$a_2 := \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2 \cdot (\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2)} = 15.635 \cdot \text{cm}$$

$$a_1 := \left(\frac{h_1 + h_2}{2} \right) - a_2 = 80.365 \cdot \text{cm}$$

$$EI_{\text{ef}} := (E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + (E_2 \cdot I_2 + \gamma_2 \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2) = 1228965.793 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Ações atuantes sobre as vigas

Carregamentos permanentes

$$g_1 = 0.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do tabuleiro})$$

$$g_2 = 1.2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio do revestimento asfáltico})$$

$$g_3 = 0.06 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (\text{Peso próprio dos parafusos metálicos do tabuleiro})$$

$$g_4 := \rho_{\text{ap}} \cdot A_2 = 1.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (\text{Peso próprio da viga longitudinal})$$

$$g_5 := 10\% \cdot g_4 = 0.18 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{\text{viga}} := (g_1 \cdot \text{faixa}_v) + (g_2 \cdot \text{faixa}_v) + (g_3 \cdot \text{faixa}_v) + g_4 + g_5 = 3.633 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Carregamentos acidentais

Apenas 1 roda por eixo sobre a faixa de influência da viga

$$Q_{\text{roda}} = 75 \cdot \text{kN}$$

$$q_{\text{distribuida}} := q_{\text{multidão}} \cdot \text{faixa}_v = 4.444 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Ações devido aos carregamentos permanentes

$$M_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}^2}{8} = 172.697 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{gviga} := \frac{g_{viga} \cdot L_{vão}}{2} = 35.425 \text{ kN}$$

Ações devido aos carregamentos acidentais

$$M_{q1viga} := 1085.625 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q1viga} := 180.46 \text{ kN}$$

$$M_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}^2}{8} = 211.25 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{q2viga} := q_{distribuida} \cdot \frac{L_{vão}}{2} = 43.333 \text{ kN}$$

Combinações últimas normais

$$M_{d1viga} := 1.4 \cdot (M_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot M_{q1viga}) = 1.612 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{d2viga} := 1.4 \cdot (M_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot M_{q2viga}) = 508.323 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{dviga} := M_{d1viga} = 1.612 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d1viga} := 1.4 \cdot (V_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot V_{q1viga}) = 277.294 \text{ kN}$$

$$V_{d2viga} := 1.4 \cdot (V_{gviga}) + 1.4 \cdot (\phi \cdot 0.75 \cdot V_{q2viga}) = 104.271 \text{ kN}$$

$$V_{dviga} := V_{d1viga} = 277.294 \text{ kN}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$$\psi_2 = 0.2 \quad \text{Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias}$$

$$M_{d.util.viga} := M_{gviga} + \psi_2 \cdot M_{d1viga} = 495.013 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{d.util.viga} := V_{gviga} + \psi_2 \cdot V_{d1viga} = 90.884 \text{ kN}$$

Determinação das Tensões Normais atuantes na seção da viga

$$\sigma_1 := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 6.136 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{m1} := 0.5 \cdot E_1 \cdot h_1 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 0.639 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{c1} := \sigma_1 + \sigma_{m1} = 6.775 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\sigma_2 := \gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 1.665 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{m2} := 0.5 \cdot E_2 \cdot h_2 \cdot \frac{M_{dviga}}{EI_{ef}} = 9.583 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{t2} := \sigma_2 + \sigma_{m2} = 11.248 \text{ MPa} \quad < \quad f_{c0d} = 12 \cdot \text{MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$\tau_{2\max} := 0.5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{h_2}{2} + a_2 \right)^2 \cdot \frac{V_{dviga}}{b_2 \cdot EI_{ef}} = 1.022 \text{ MPa} \quad < \quad f_{v0d} = 1.8667 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!}$$

$$F_{conector} := \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot \frac{V_{dviga}}{EI_{ef}} = 10.312 \cdot \text{kN}$$

Tensão normal às fibras nos apoios

$$c_{apoio} = 50 \cdot \text{cm} \quad b_2 = 20 \cdot \text{cm} \quad V_{dviga} = 277.294 \text{ kN}$$

$$\sigma_{c90} := \frac{V_{dviga}}{c_{apoio} \cdot b_2} = 2.773 \text{ MPa} \quad \text{OK !!!!} \quad f_{c90d} := 0.25 \cdot f_{c0d} = 3 \cdot \text{MPa}$$

DESLOCAMENTO MÁXIMO NA VIGA - CENTRO DO VÃO

$$f_{\max} := 380 \text{ mm} \quad \frac{L_{\text{vão}}}{300} = 65 \cdot \text{mm}$$

$$f_g = 9.089 \times 10^{-3} \cdot \text{mm}$$

Combinações de longa duração - Estado Limite de Serviço

$\psi_2 = 0.2$ Fator de combinação e de utilização - NBR 7190- Pontes rodoviárias

nova norma- NBR 7190:2011

$\phi := 2.0$ Coeficiente de fluência - Classe de umidade (3) e (4) - Carregam. Longa duração

$$u_{ime} := f_g + \psi_2 \cdot f_{max} = 76.009 \text{ mm}$$

$$u_c := \phi \cdot (f_g + \psi_2 \cdot f_{max}) = 152.018 \text{ mm}$$

$$u_{ef} := u_{ime} + u_c = 228.027 \text{ mm}$$

ESTABILIDADE LATERAL de Vigas de Seção Retangular

$$\beta_E := 4$$

$$\gamma_f := 1.4$$

$$\frac{h_2}{b_2} = 9$$

$$\beta_M := \frac{1 \cdot \beta_E \left(\frac{h_2}{b_2} \right)^{1.5}}{0.26 \pi \cdot \gamma_f \cdot \left(-0.63 + \frac{h_2}{b_2} \right)^{0.5}} = 32.644$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} = 97.5 > \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 20.728$$

$$\frac{L_{vão}}{b_2} < \frac{E_{c0ef}}{\beta_M \cdot f_{c0d}}$$

NÃO VERIFICA !!!!

$$L_{\text{contraventamento}} := \frac{E_{c0ef} \cdot b_2}{\beta_M \cdot f_{c0d}} = 4.146 \text{ m}$$

UTILIZAR 4 CONTRAVENTAMENTOS NAS VIGAS DISTANTES ENTRE SI 4 METROS.