

JOAQUIM EDUARDO MOTA

**CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO DE ESTRUTURAS MULTI-PISO
RETICULADAS EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs

São Carlos
2009

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

M917c Mota, Joaquim Eduardo
Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso
reticuladas em concreto pré-moldado / Joaquim Eduardo
Mota ; orientador Mounir Khalil El Debs. -- São Carlos,
2009.

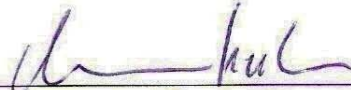
Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação e Área de
Concentração em Engenharia de Estruturas) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2009.

1. Concreto pré-moldado. 2. Ligações semi-rígidas.
3. Estruturas multi-piso. 4. Análise não-linear.
5. Seqüência construtiva. 6. Efeitos dependentes do
tempo. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro JOAQUIM EDUARDO MOTA.


Tese defendida e julgada em 21/10/2009 perante a Comissão Julgadora:



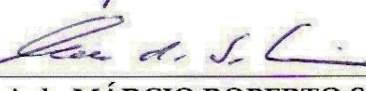
Prof. Titular **MOUNIR KHALIL EL DEBS (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



Prof. Dr. **RICARDO LEOPOLDO E SILVA FRANÇA**
(Escola Politécnica/USP) APROVADO



Prof. Associado **MAXIMILIANO MALITE**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO



Prof. Associado **MÁRCIO ROBERTO SILVA CORRÊA**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP) APROVADO

participou por video conferência

Prof. Dr. **DANIEL DOMINGUES LORIGGIO**
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC) APROVADO



Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)



Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

201

DEDICATÓRIA

À minha adorável família, fonte renovável de energia, Magnólia, Lígia, Hugo e Bárbara.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Mounir Khalil El Debs por ter concordado em ser o orientador deste trabalho e por tê-lo conduzido com o zelo e a competência que lhe são peculiares.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos pelos valiosos ensinamentos que me foram transmitidos durante o curso de pós-graduação.

Aos engenheiros Hugo Alcântara Mota, Eduardo Sabóia de Carvalho e José Valdir de Medeiros Campêlo, de quem recebi, desde a graduação, constantes e inestimáveis lições sobre a boa prática da engenharia estrutural.

Aos meus pais Hugo e Madalena pelos exemplos de vida e pelo incentivo e irrestrito apoio sempre encontrados.

À minha querida irmã Maria Eugênia e ao Oscar que de várias formas nos ajudaram nas nossas ausências de Fortaleza, e também por trazerem mais alegria à família com a Maria Clara e o Oscarzinho.

Ao casal amigo Alex e Silvana pelo grande apoio e pela convivência agradabilíssima nas nossas temporadas em São Carlos.

Ao amigo e conterrâneo Augusto Albuquerque com quem nas horas de descontração em São Carlos conversava animadamente sobre a nossa Terra do Sol.

Aos primos de São Paulo, Eveline, Pedro, Edina e Pepe, que tão bem nos acolheram inúmeras vezes.

Às funcionárias Rosi Aparecida e Nadir Minatel do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, pela atenção e pela eficiência nos serviços prestados.

À Capes e à Universidade Federal do Ceará pelo suporte financeiro concedido.

RESUMO

MOTA, J.E. **Contribuição ao projeto de estruturas multi-piso reticuladas em concreto pré-moldado**. 2009. 246 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Estruturas em concreto pré-moldado vêm sendo utilizadas com frequência em sistemas reticulados do tipo multi-piso, destinados às mais variadas atividades como: estabelecimentos comerciais, estacionamentos, escolas, hospitais e etc. A utilização de ligações viga-pilar do tipo semi-rígida constitui uma alternativa interessante para o enrijecimento e para a garantia da estabilidade global deste tipo de estrutura. Atualmente, a rigidez e a resistência destas ligações têm sido determinadas por ensaios de modelos em escala real. Estes ensaios, além de apresentarem um custo elevado, têm aplicação restrita à ligação examinada o que torna esta metodologia limitada e não adequada à prática de elaboração de projeto. Apresenta-se, neste trabalho, um modelo mecânico para determinação numérica da relação força-deslocamento de uma ligação viga-pilar semi-rígida a partir da contribuição da rigidez individual de cada componente de transferência de força utilizado na vinculação. A formulação do equilíbrio do modelo é implementada em planilha eletrônica constituindo-se numa ferramenta de cálculo para o projetista, permitindo o estudo, de forma rápida e amigável, da influência do posicionamento e da rigidez individual de cada componente de transferência de força na rigidez e na resistência da ligação. Este modelo mecânico foi utilizado para o cálculo da rigidez à rotação para momento fletor positivo de uma ligação viga-pilar ensaiada em laboratório. Os valores para a rigidez da ligação obtidos em ensaio e pelo modelo mecânico ficaram muito próximos. Da formulação do equilíbrio do modelo mecânico pode-se extrair ainda uma matriz de rigidez que é utilizada na representação da ligação semi-rígida no modelo de barra da estrutura. Um programa computacional foi desenvolvido para a análise de pórticos planos com ligação viga-pilar semi-rígida considerando ainda as não linearidades físicas e geométricas do modelo de cálculo. O programa foi validado pela comparação de resultados de exemplos também processados no programa ANSYS. A não-linearidade geométrica é considerada pelo método modal, não incremental-iterativo, e que obtém a parcela não-linear da resposta estrutural pela combinação dos seus modos de flambagem. A não-linearidade física do concreto é considerada pelo método da rigidez secante no qual a rigidez de cada barra da estrutura é reduzida na análise conforme suas armaduras e o nível de sua solicitação. Para o cálculo da rigidez secante dos pilares desenvolveu-se um programa que permite a consideração de armaduras ativas e passivas na seção. A análise de alguns exemplos revelou que a protensão dos pilares é também uma alternativa interessante para o enrijecimento da estrutura. Além de exemplos práticos, outros temas pertinentes ao projeto deste tipo de estrutura como: estabilidade na fase construtiva, esforços finais após a montagem, efeitos dependentes do tempo, assimetria de rigidez e plastificação das ligações, são também abordados no trabalho.

Palavras-chaves: Concreto pré-moldado. Ligações semi-rígidas. Estruturas multi-piso. Análise não-linear. Processo de Montagem. Efeitos dependentes do tempo.

ABSTRACT

MOTA, J.E. **Contribution to the design of precast concrete multi-storey structures**. 2009. 246 f. Thesis (PhD Thesis) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Precast concrete multi-storey structures have been more frequently used to construct commercial buildings, parking, schools and hospitals. The use of semi-rigid beam-to-column connections is a good strategy to guarantee the global stability of this type of structure. Actually the rigidity and the strength of this type of connection are obtained in an experimental program using full scale prototypes. This procedure is not only expensive but limited and not adequate for design since the results are only valid for the examined connection. This research presents a mechanical model used to determine numerically the force-displacement relationship of a beam-to-column semi-rigid connection. The procedure uses the contribution of any individual force transfer component active in the connection. The equilibrium equation of the model is implemented in an electronic- worksheet where the designer can rapidly and friendly study the influence of the position and the individual rigidity of each force transfer component in the global rigidity and strength of the connection. For validation, this procedure was used to calculate the flexural rigidity for positive bending moment of a beam-to-column semi-rigid connection that was tested in laboratory. The numerical values of the connection rigidity obtained by test and by the mechanical model are very close. The matrix used in the formulation of the mechanical model equilibrium can also be used to represent the semi-rigid connection in the finite element model of the structure. A computational program was developed for plane frame analysis including semi-rigid beam-to-column connections and both physical and geometric nonlinearities. The program was tested by comparing the results of some examples that are also analysed in the ANSYS program. The geometric nonlinearity is considered by a modal method where the nonlinear response of the structure is obtained by a combination of its buckling modes. The physical nonlinearity of the concrete is considered by the secant rigidity method. In this method the rigidities of all concrete bars in the structure are reduced by coefficients that depend of the reinforcement in the cross section and the level of the efforts. A special computational program was developed to calculate the secant rigidity for a concrete cross section with reinforcing bar and prestressing steel. The analysis of some examples shows that the use of prestressing steel in collums is also an interesting alternative to sttifen the structure. Beyond of some practical examples, others themes related to the design of this type of structure like: stability in the erection process, efforts in the end of the erection process, time-dependent effects, non symmetrical and plastic behavior of the connections, are also treated in this work.

Keywords: Precast concrete. Semi-rigid connection. Multi-storey buildings. Nonlinear analysis. Erection process. Time-dependent effects.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Estrutura tipo esqueleto	26
Figura 1.2	Estrutura com parede portante.	26
Figura 1.3	Estrutura em esqueleto com 7 pavimentos e com emenda de pilar	27
Figura 1.4	Comportamento do pórtico com ligação articulada.	28
Figura 1.5	Pórtico articulado ligado a uma parede de contraventamento.	28
Figura 1.6	Figura 1.6 – Ligação viga-pilar rígida e semi-rígida, EL DEBS (2000).	29
Figura 1.7	Relação momento-rotação de ligação semi-rígida, EL DEBS (2000)	30
Figura 1.8	Representação de uma ligação semi-rígida	35
Figura 1.9	Relação Momento x Rotação de ligação semi-rígida.	36
Figura 1.10	Conceituação de rigidez secante para ELS e ELU.	38
Figura 1.11	Curvas de interação adimensional, OLIVEIRA (2004).	39
Figura 1.12	Diagramas de momento fletor para $t=0$ e $t=\infty$	40
Figura 2.1	Modelo mecânico para ligações mistas, proposto no Eurocode 4 (1996).	47
Figura 2.2	Ligações estudadas por FERREIRA (1999).	49
Figura 2.3	Ligação típica de galpão. MIOTTO (2002).	50
Figura 2.4	Ligação típica de estrutura multi-piso reticulada. MIOTTO (2002).	50
Figura 2.5	Modelo com continuidade. MIOTTO (2002).	51
Figura 2.6	Curva momento x rotação de ensaio. MIOTTO (2002).	52
Figura 2.7	Ligação com chumbador inclinado. BALDISSERA (2006).	52
Figura 2.8	Classificação de ligações semi-rígidas. FERREIRA (2002).	55
Figura 2.9	Modelo mecânico proposto.	56
Figura 2.10	Ilustração de comportamentos extremos de uma ligação a momento fletor em função de sua rigidez.	57
Figura 2.11	Cinemática dos deslocamentos de corpo rígido.	60
Figura 2.12	Caso em que o Centro de Rotação (CR) não coincide com a origem.	62
Figura 2.13	Modelo Mecânico representativo da ligação.	63
Figura 2.14	Representação da ligação no modelo de barras da estrutura.	69
Figura 2.15	Barra fictícia j-k de representação da ligação.	69

Figura 2.16	Exemplo de curva (força transferida x deslocamento) de um componente de ligação.	72
Figura 2.17	Transferência de força de tração através de barra inserida. Distribuição das tensões normais e de aderência. FIB (2007).	74
Figura 2.18	Chumbador ancorado nas duas extremidades. Situação limite com a formação de rótulas plásticas.	76
Figura 2.19	Esquema da ligação ensaiada por BALDISSERA (2006).	79
Figura 2.20	Detalhe do chumbadores inclinados.	80
Figura 2.21	Modelo pronto para ensaio.	80
Figura 2.22	Modelo Mecânico da ligação ensaiada por BALDISSERA	81
Figura 2.23	Planilha de cálculo da rigidez dos componentes.	82
Figura 2.24	Transmissão de compressão por contato concreto-concreto.	83
Figura 2.25	Seção fictícia de concreto.	84
Figura 2.26	Planilha de informações do modelo mecânico para a ligação ensaiada.	86
Figura 2.27	Curva momento x rotação de ensaio. BALDISSERA (2006)	86
Figura 2.28	Ligação com almofada de elastômero e chumbador.	88
Figura 2.29	Pórtico plano para análise com ligação semi-rígida.	89
Figura 2.30	Planilha de informações do modelo mecânico da ligação.	90
Figura 2.31	Diagrama de momento fletor no primeiro pilar, colocado na horizontal.	91
Figura 2.32	Gráfico da relação rigidez x força transmitida, em escala logarítmica.	92
Figura 3.1	Modelo de pórtico plano para análise não-linear geométrica	95
Figura 3.2	Referencial Lagrangeano.	96
Figura 3.3	Rotação de elemento reticulado.	102
Figura 3.4	Elemento de pórtico plano.	103
Figura 3.5	Seção transversal típica da barra	107
Figura 3.6	Problema não-linear com solução por método iterativo.	110
Figura 3.7	Flambagem e comportamento pré-crítico moderadamente não linear.	112
Figura 3.8	Pórtico plano analisado.	118
Figura 3.9	Deslocamento horizontal no topo x grau de engastamento.	120
Figura 3.10	Erro com relação análise do ANSYS	121
Figura 4.1	Equilíbrio interno na seção.	125
Figura 4.2	Relação Tensão x Deformação no Concreto.	126

Figura 4.3	Diagrama com patamar de escoamento para armadura passiva: CA-50.	127
Figura 4.4	Diagrama bi-linear para armadura ativa: CP190-RB.	127
Figura 4.5	Equilíbrio interno da seção com armaduras ativas e passivas.	128
Figura 4.6	Deformação para Estado Limite Último - NBR6118:2003	129
Figura 4.7	Fluxograma para implementação computacional.	130
Figura 4.8	Relação Força Normal x Momento Fletor x Curvatura e Rigidez Secante	131
Figura 4.9	Efeitos Locais e Globais de 2ª Ordem.	132
Figura 4.10	Obtenção da Rigidez Secante conforme a NBR 6118:2003	134
Figura 4.11	Ábaco de Dimensionamento e de Rigidez Secante, OLIVEIRA (2002)	136
Figura 4.12	Seção transversal do pilar – Distribuição de armadura.	143
Figura 4.13	Gráfico Comparativo – Fator de Redução de Rigidez.	144
Figura 4.14	Esquema de carregamento e seção transversal	147
Figura 4.15	Seção Transversal com armadura ativa.	150
Figura 4.16	Evolução da rigidez à flexão de vigas de concreto armado. OLIVEIRA (2000)	153
Figura 4.17	Seções transversais das vigas de concreto armado e de concreto protendido.	154
Figura 4.18	Diagrama de momento fletor típico da viga de pórtico.	155
Figura 4.19	Proposta de CRESPO (2002) para rigidez secante de vigas.	156
Figura 4.20	Relação (N_d) x Fator de redução de rigidez.	159
Figura 4.21	Relação (N_d) x Momento último.	159
Figura 5.1	Modelo para verificação da estabilidade na fase construtiva.	163
Figura 5.2	Modelos referentes às fases 1 e 2 de montagem.	164
Figura 5.3	Modelos referentes às fases 3 e 4 de montagem.	165
Figura 5.4	Variação do coeficiente de fluência.	168
Figura 5.5	Viga com continuidade desde a execução.	170
Figura 5.6	Viga com continuidade estabelecida no tempo t_0 .	171
Figura 5.7	Diagramas de momento fletor nas vigas pré-moldadas.	175
Figura 5.8	Modelo para análise da estrutura no tempo $t > t_0$.	176
Figura 5.9	Pórtico plano analisado, dimensões em (cm).	179
Figura 5.10	Diagramas de momento fletor da viga do 1º pavimento.	182
Figura 5.11	Ação da protensão de cabo parabólico na viga.	182
Figura 6.1	Esquema do pórtico do modelo 1.	184
Figura 6.2	Relação momento x rotação e a viabilidade da ligação.	186
Figura 6.3	Relação momento x rotação.	189

Figura 6.4	Grau de engastamento x rigidez relativa.	190
Figura 6.5	Momento positivo x rigidez relativa.	191
Figura 6.6	Flecha no meio do vão x rigidez relativa.	191
Figura 6.7	Esquema do pórtico do modelo 2.	192
Figura 6.8	Relação $\beta \times k$.	194
Figura- 6.9	Relação $\lambda \times k$.	194
Figura 6.10	Relação $\left(\frac{e_2}{e_{2,máx}} \right) \times k$	196
Figura 6.11	Pórtico para análise da estabilidade.	198
Figura 6.12	Coeficiente γ_z , caso 1: ($K_{lig} = 30 \text{ MNxm / rad}$).	199
Figura 6.13	Coeficiente de segurança à flambagem, caso ($K_{lig} = 30 \text{ MNxm / rad}$)	199
Figura 6.14	Coeficiente γ_z , caso 2:($K_{lig} = 5 \text{ MNxm / rad}$).	200
Figura 6.15	Coeficiente de segurança à flambagem. ($K_{lig} = 5 \text{ MNxm / rad}$)	201
Figura 6.16	Planta da estrutura analisada.	202
Figura 6.17	Pórtico interno analisado.	203
Figura 6.18	Rigidez característica e rigidez de cálculo de ligação	205
Figura 6.19	Gráficos do estudo de viabilidade da ligação	206
Figura 6.20	Curva $N_d \times \alpha$ do pilar	208
Figura 6.21	Curva $N_d \times M_d$ do pilar	208
Figura 6.22	Numeração nodal do pórtico.	209
Figura 6.23	Relatório da não-linearidade física e da ligação na 1ª iteração. (CA)	210
Figura 6.24	Relatório da não-linearidade física e da ligação na 1ª iteração. (CA)	212
Figura 6.25	Diagrama de momento fletor, vigas do 2º pavimento.(CA)	213
Figura 6.26	Diagrama de momento fletor, vigas do 5º pavimento.(CA)	213
Figura A.1	Modelo de discretização do pórtico plano	232
Figura A.2	Modelo da ligação plastificada.	234
Figura A.3	Fluxograma geral de análise do programa PLSR.	235
Figura A.4	Fluxograma do programa RIGSEC.	240

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Valores médios de rigidez à flexão das ligações.	53
Tabela 2.2	Rigidez da ligação para momento positivo.	87
Tabela 2.2	Resultados da análise do pórtico.	91
Tabela 3.1	Variação na rigidez da ligação.	118
Tabela 3.2	Deslocamentos horizontais no topo.	119
Tabela 3.3	Parâmetros de controle do grau de não linearidade.	120
Tabela 3.4	Aceitabilidade da análise modal.	122
Tabela 4.1	Valores de α e κ para $f_{ck}=40$ MPa – Seção Retangular	137
Tabela 4.2	Valores de v_{max} para $f_{ck}=40$ MPa.	137
Tabela 4.3	Valores de α para as várias formulações de norma. Caso 1	148
Tabela 4.4	Valores de α ao longo do pilar. – Caso 1	148
Tabela 4.5	Resultados das análises de 1ª e 2ª ordem. – Caso 1	148
Tabela 4.6	Momentos de cálculo e resistentes ao longo do pilar. – Caso 1	149
Tabela 4.7	Valores de α para várias formulações de norma. – Caso 2	150
Tabela 4.8	Valores de α ao longo do pilar. – Caso 2	151
Tabela 4.9	Resultados das análises de 1ª e 2ª ordem. – Caso 2	151
Tabela 4.10	Momentos de cálculo e resistentes ao longo do pilar. – Caso 2	152
Tabela 4.11	Resultados do RIGSEC para os casos 1 e 2	154
Tabela 4.12	Valores de α para uma primeira análise dos esforços.	158
Tabela 5.1	Valores de $\chi(t, t_0)$ segundo BAZANT (1972)	170
Tabela 5.2	Valores dos parâmetros “a” e “b”.	173
Tabela 5.3	Coeficientes de flambagem.	180
Tabela 5.4	Momentos fletores na viga do 1º pavimento.	181
Tabela 6.1	Deslocamento horizontal no topo.	204
Tabela 6.2	Momento fletor máximo na base.	204
Tabela AN.1	Valores de s em função do tipo de cimento.	243
Tabela AN.2	Valores de φ_{1c} .	243
Tabela AN.3	Valores de α .	245

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas.
ACI	American Concrete Institute.
ANSYS	Sistema computacional para análise de estruturas pelo método dos elementos finitos, desenvolvido por ANSYS, Inc.
CEB	Comite Euro-International du Beton
COST	Control of the Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections
DMF	Diagrama de Momento Fletor
FIB	Federation Internationale du Beton
NMC	Relação Esforço Normal, Momento e Curvatura
PCA	Portland Cement Association
PCI	Precast/Prestressed Concrete Institute
PLSR	Programa para análise de pórtico plano com ligação viga-pilar do tipo semi-rígida.
PRESSS	PREcast Seismic Structural Systems.
RIGSEC	Programa para determinação de rigidez secante de seções retangulares de concreto armado e protendido.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	25
1.2 OBJETIVOS	32
1.3 JUSTIFICATIVA	33
1.4 METODOLOGIA	34
1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	41

2. MODELO MECÂNICO PARA REPRESENTAÇÃO DE LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA.

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	43
2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	43
2.3 CARACTERÍSTICAS DO MODELO MECÂNICO PROPOSTO	56
2.4 EQUILÍBRIO DO MODELO MECÂNICO	59
2.5 REPRESENTAÇÃO DA LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA VIGA-PILAR NO MODELO DE BARRA - PÓRTICO PLANO.	68
2.6 CARACTERIZAÇÃO DOS MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA	71
2.6.1 Transferência de Força de Tração – Barra Inserida	74
2.6.2 Transferência de Força de Cisalhamento por Chumbador – Efeito de Pino.	75
2.7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MODELO MECÂNICO	78
2.7.1 Ligação viga-pilar analisada experimentalmente.	79
2.7.2 Ligação viga-pilar simples com almofada de elastômero e chumbador.	88

3. CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	93
3.2 FORMULAÇÃO LAGRANGEANA	95
3.3 FORMULAÇÃO LAGRANGEANA DE PEQUENAS ROTAÇÕES	100
3.4 MATRIZES DE RIGIDEZ SECANTE E TANGENTE DE PÓRTICO PLANO	103

3.5 CARGA CRÍTICA E MODOS DE FLAMBAGEM	111
3.6 ANÁLISE NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA PELO MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL.	114
3.7 APLICAÇÃO NUMÉRICA	116
4. CONSIDERAÇÃO DA NÃO- LINEARIDADE FÍSICA	
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	123
4.2 RELAÇÃO FORÇA NORMAL-MOMENTO FLETOR-CURVATURA	125
4.3 RIGIDEZ SECANTE	130
4.4 FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 6118:2003	133
4.5 EXPRESSÕES APROXIMADAS PARA O VALOR DA RIGIDEZ SECANTE	139
4.5.1 Conforme o ACI-318 – 2003 Processo da Amplificação dos Momentos	139
4.5.2. Conforme o PCI – Precast / Prestressed Concrete Institute	141
4.5.3 Conforme a FIB	142
4.5.4 Conforme a ABNT NBR 9062:1985	142
4.5.5 Comparação de Valores	143
4.5.6 Rigidez Secante Aproximada da ABNT NBR 6118:2003	145
4.6 ANÁLISE DE PILAR ISOLADO DE CONCRETO ARMADO E DE CONCRETO PROTENDIDO.	146
4.7 RIGIDEZ SECANTE DE VIGAS	152
4.8 ROTEIRO PARA A CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA NA ANÁLISE DE PÓRTICOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO	157
5. ANÁLISE DA SEQÜÊNCIA CONSTRUTIVA E DOS EFEITOS DO DEPENDENTES DO TEMPO	
5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	161
5.2 CONSIDERAÇÃO DA FASE DE MONTAGEM	161
5.2.1 Verificação da Estabilidade das Fases de Montagem	162
5.2.2 Esforços e Deslocamentos Finais após a Montagem	163
5.3 EFEITO DO TEMPO NOS ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS	166

5.3.1	Conceitos Básicos da Fluência do Concreto	167
5.3.2	Procedimento Proposto	170
6. ANÁLISE DE EXEMPLOS E RECOMENDAÇÕES		
6.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	183
6.2	AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DA LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA	184
6.2.1	Viabilidade da Ligação Semi-Rígida e a Melhoria no Desempenho da Viga	184
6.2.2	Redução da Esbeltez de Pilar de Galpão.	192
6.2.3	Viabilização de mais Pavimentos nas Edificações Multi-Piso	197
6.3	EXEMPLO – PÓRTICO COM PILAR EM CONCRETO ARMADO E EM CONCRETO PROTENDIDO	202
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES		
7.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	215
7.2	CONCLUSÕES	218
7.3	SUGESTÕES PARA O PROSSEGUIMENTO DA PESQUISA	222
REFERÊNCIAS		225
APÊNDICE		231
ANEXO		241

INTRODUÇÃO

1 Capítulo

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de estruturas de concreto pré-moldado constitui uma alternativa importante e atraente dentro dos conceitos de racionalização e de industrialização da construção civil. A economia de escala, a redução do tempo de obra, o aumento da produtividade, a otimização das seções dos elementos estruturais, a eliminação do cimbramento e a limpeza do canteiro, são algumas das vantagens já bem conhecidas.

No início, preferencialmente direcionada para obras industriais como galpões e depósitos, as estruturas de concreto pré-moldado vêm também nos últimos anos sendo utilizadas com mais frequência em sistemas do tipo multi-piso, destinados às mais variadas atividades como: estabelecimentos comerciais, estacionamentos, escolas, hospitais e etc.

As edificações multi-piso pré-moldadas podem ser concebidas em duas alternativas de sistema estrutural: como uma estrutura reticulada tipo esqueleto, constituída por elementos de vigas e pilares interligados ou como uma estrutura de painéis portantes. (Figuras 1.1 e 1.2)

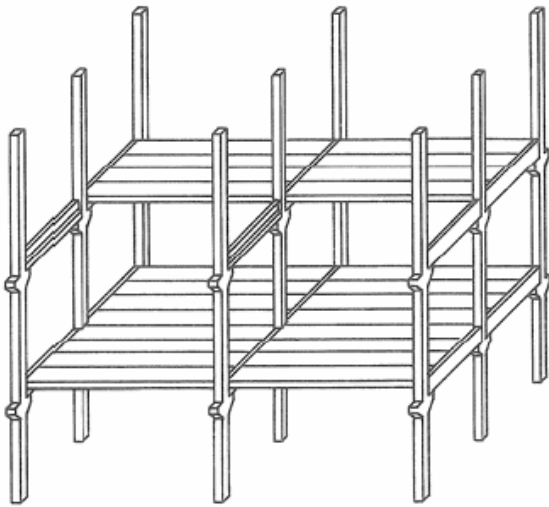


Figura 1.1 - Estrutura tipo esqueleto.

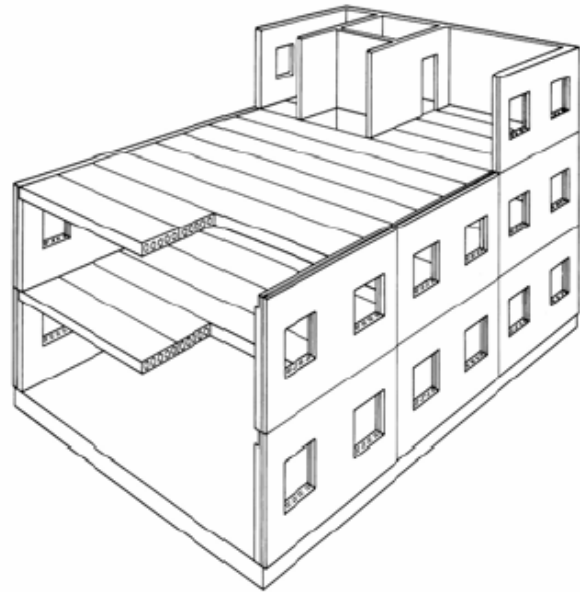


Figura 1.2 – Estrutura com parede portante.

O objeto de estudo desta pesquisa é o modelo de estrutura multi-piso reticulada por ser esta atualmente a concepção mais usual no Brasil.

Neste sistema construtivo, os pilares, por questão de transporte, são produzidos com comprimento de até 20m, o que corresponde ao máximo de 4 a 5 pavimentos. Entretanto, mais pavimentos podem ser acrescentados superpondo-se segmentos de pilares como é o caso da estrutura da figura 1.3 que apresenta sete pavimentos e uma altura total de 30m.

Tornar este tipo de estrutura viável economicamente e competitiva, exige freqüentemente, do seu projetista, a utilização de procedimentos de análise mais refinados do que aqueles tradicionalmente empregados para as estruturas moldadas no lugar.

Isto ocorre, porque tanto na análise da estabilidade global do sistema, como também na verificação de seus deslocamentos em serviço, o emprego de uma

simples análise linear pode não ser suficiente em virtude da presença de significativos efeitos de 2ª ordem.

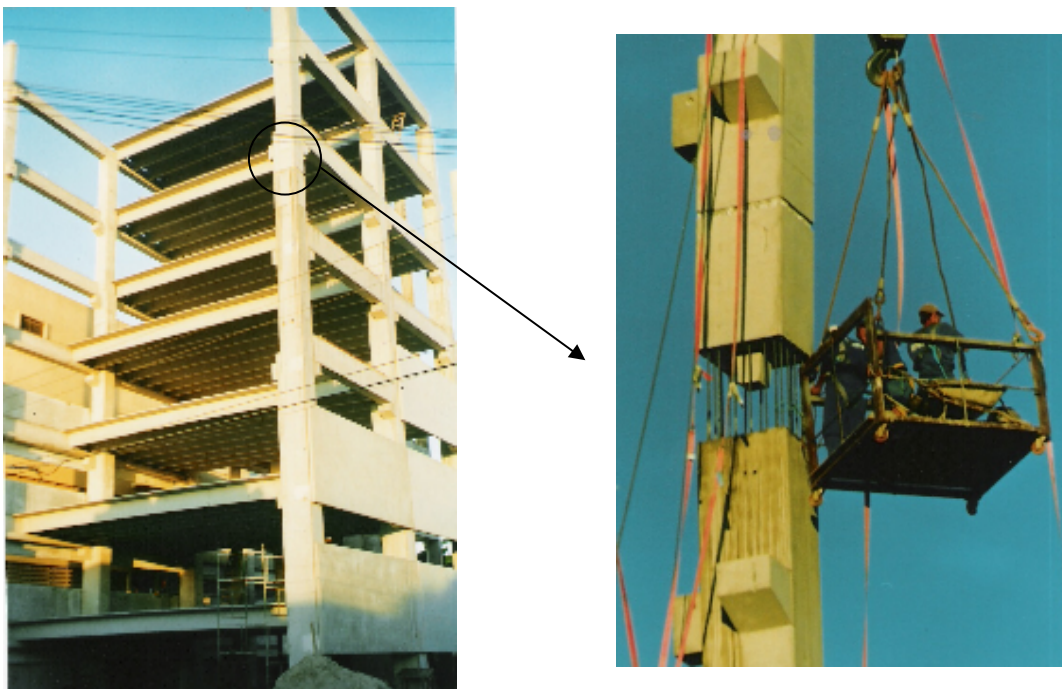


Figura 1.3 – Estrutura em esqueleto com 7 pavimentos e com emenda de pilar.

Inicialmente, deve-se reconhecer que o tipo de ligação viga-pilar e a forma de sua consideração no modelo de cálculo desempenham um papel fundamental no comportamento destas estruturas.

A ligação viga-pilar do tipo articulada tem sido a preferida na prática devido ao seu baixo custo e à sua simplicidade, o que garante um tempo mínimo de montagem. Entretanto, com as ligações articuladas, os pilares trabalham como elementos em balanço, apresentando momentos fletores elevados nas suas bases, e crescentes na medida em que se aumenta o número de pavimentos e as ações horizontais. (Figura 1.4)

Normalmente, quando a altura total da edificação ultrapassa 12m, a garantia da sua estabilidade, considerando ligações articuladas, leva a pilares com dimensões e armaduras tais que inviabilizam estas estruturas, seja do ponto de vista

econômico seja do ponto de vista arquitetônico. Nestas condições a estrutura precisa ser enrijecida de forma a diminuir a sua deslocabilidade horizontal.

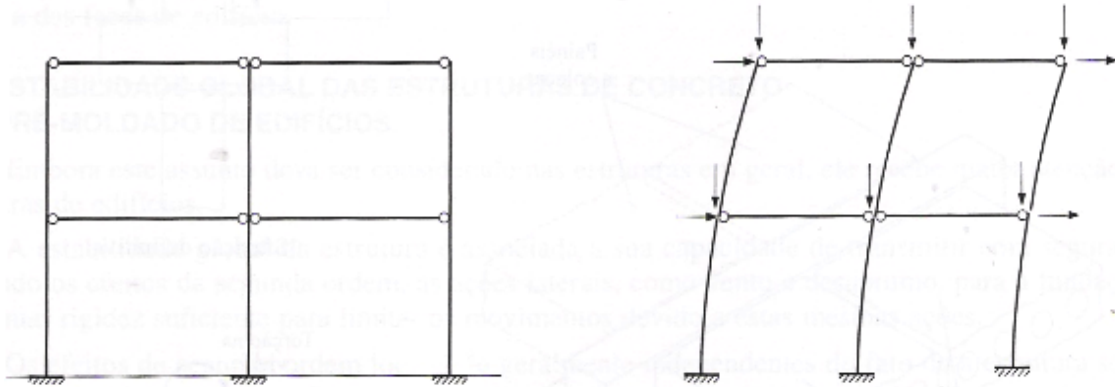


Figura 1.4 – Comportamento do pórtico com ligação articulada.

O aumento da rigidez da estrutura para ações horizontais pode ser conseguido, por exemplo, pela sua ligação com paredes ou com núcleos rígidos. Estes elementos, chamados de estruturas de contraventamento, podem ser moldados no lugar ou também constituídos pela superposição de painéis pré-moldados. (Figura 1.5)

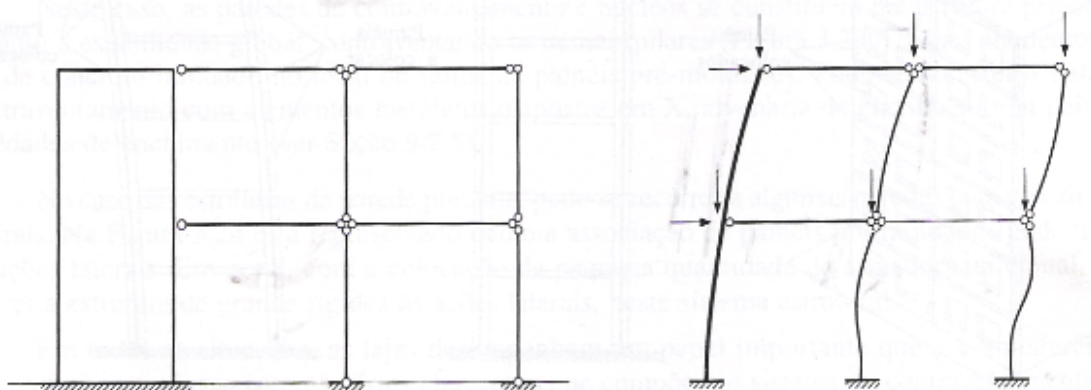


Figura 1.5 – Pórtico articulado ligado a uma parede de contraventamento.

Particularmente, nesta pesquisa, há o interesse de se examinar a eficiência de uma outra solução para o enrijecimento da estrutura, que é a da consideração de ligações viga-pilar não articuladas, ou seja, com certa capacidade de transmitir

momentos fletores. Obviamente as duas soluções, elementos de contraventamento e ligações não articuladas podem atuar solidariamente.

A ligação ideal seria a perfeitamente rígida, que é a que garantiria ao sistema um comportamento equivalente ao de uma estrutura de concreto moldado no lugar. Entretanto, a ligação rígida, pela sua dificuldade de execução, pode resultar em custos elevados e ainda num aumento de tempo de obra, reduzindo assim as vantagens da pré-moldagem.

Numa posição intermediária, o projetista pode optar por um tipo de ligação de execução mais simples, mas que confira um certo grau de engastamento da viga no pilar. Esta ligação é denominada na literatura de semi-rígida, no sentido de que ela está entre a ligação perfeitamente rígida que impede totalmente a rotação relativa entre viga e pilar; e a articulação que permite a livre rotação da viga. A figura 1.6 ilustra bem este conceito. A ligação semi-rígida fica então caracterizada pela presença de uma rotação relativa viga-pilar quando a mesma é solicitada à flexão. Na prática, quando esta rotação é “pequena”, para os momentos de serviço, a ligação pode ser considerada como rígida no modelo de projeto. Se ao contrário, as rotações são “grandes” para pequenos momentos, então a ligação deve ser considerada como articulada.

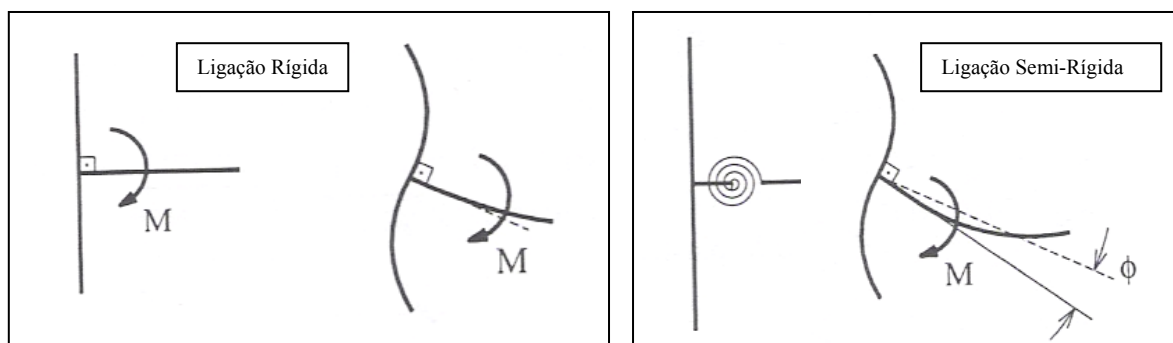


Figura 1.6 – Ligação viga-pilar rígida e semi-rígida, EL DEBS (2000).

O problema que surge, entretanto, é o da determinação da relação momento x rotação ($M \times \phi$) para uma dada ligação viga-pilar.

A figura 1.7 apresenta uma curva (momento x rotação) típica com os valores iniciais de rigidez K_m e de deformabilidade D_m .

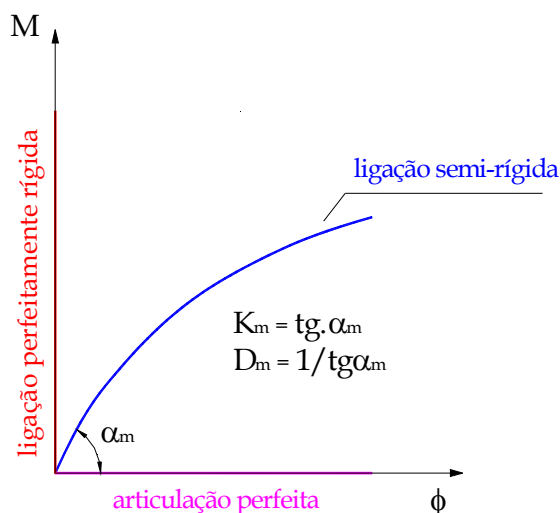


Figura 1.7 – Relação momento-rotação de ligação semi-rígida, EL DEBS (2000)

No estágio atual, estes diagramas momento-rotação têm sido obtidos basicamente através de ensaios em escala real da ligação o que importa num custo elevado, dificultando assim a sua utilização prática. O meio técnico tem, portanto, carência de um procedimento analítico genérico que possa obter valores confiáveis de rigidez para estas ligações possibilitando a sua aplicação de forma mais segura e rotineira na elaboração de projetos.

Uma vez ultrapassada a questão da caracterização e da representação da ligação semi-rígida no modelo de cálculo, a análise da estabilidade global das

estruturas multi-piso de concreto pré-moldado, apresenta ainda algumas particularidades importantes que devem ser enfrentadas pelo projetista.

Seja para verificação da dispensa da consideração dos efeitos de 2ª ordem, ou no seu cálculo propriamente dito, por meio de uma análise não-linear geométrica; a não-linearidade física do concreto armado, principalmente do elemento pilar, deve estar bem representada no modelo de cálculo. É importante aqui observar que o texto da norma ABNT NBR 9062:2005 (2005) estabelece a obrigatoriedade da consideração dos efeitos de 2ª ordem na análise de estruturas reticuladas com ligação semi-rígida.

Outro problema a ser examinado é que como a efetivação das ligações viga-pilar ocorre ao longo das etapas de montagem da estrutura, se tem então, pelo menos, dois sistemas estruturais distintos: um primeiro com ligações articuladas onde atua parte da carga permanente e um segundo com ligações semi-rígidas onde atuam a carga permanente suplementar e a sobrecarga. Nestas condições, ainda entram em ação fenômenos reológicos no concreto fazendo com que os esforços finais, no tempo infinito, não correspondam mais aos obtidos pela simples superposição dos esforços de cada sistema.

Finalmente, não se pode esquecer uma característica do projeto de estruturas pré-moldadas, que é a necessidade de se verificar a sua estabilidade nas diversas fases transitórias de montagem. Cada fase pode admitir condições de carregamento e vinculações distintas e o projetista deve estar atento para identificar as situações críticas que governam o seu dimensionamento.

Constata-se assim, um considerável grau de dificuldade vivenciado pelos projetistas na tarefa de garantir segurança, bom desempenho e custo competitivo para estas estruturas.

O certo é que atualmente o projetista deste tipo de estrutura sente-se, de certa forma, desamparado, tanto em termos de critérios de projeto como também de ferramentas computacionais.

Há, portanto, a clara necessidade de se estabelecer para estas estruturas, critérios práticos e metodologias simplificadas de análise, voltadas para o projeto, que incorporem a ligação semi-rígida, as não-linearidades presentes, os efeitos do tempo, e que, naturalmente, guardem boa adesão aos resultados de análises mais refinadas e de ensaios.

Na seqüência faz-se uma apresentação mais específica dos objetivos da pesquisa e das suas principais justificativas. Conclui-se com a exposição da metodologia proposta e com a distribuição dos assuntos nos capítulos.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa é fornecer critérios e apresentar procedimentos de análise que permitam ao projetista de estruturas de concreto pré-moldado, verificar, de forma prática e confiável, sistemas do tipo multi-piso reticulado.

Mais especificamente, pretende-se:

- a) Propor uma sistematização para a determinação analítica da curva (momento x rotação) de projeto para ligações semi-rígidas e apresentar uma técnica para a sua representação no modelo de cálculo.

- b) Apresentar métodos numéricos que sejam adequados para a análise computacional de estruturas reticuladas com ligações semi-rígidas e com não-linearidade geométrica.
- c) Propor um procedimento para o cálculo da rigidez secante de vigas e pilares para fins de consideração simplificada da não-linearidade física do concreto armado na análise de estado limite último do modelo de cálculo.
- d) Propor um modelo de projeto para consideração dos efeitos reológicos do concreto na modificação dos esforços na estrutura ao longo do tempo.
- e) Avaliar as vantagens e os limites de eficiência da alternativa de utilização de ligações semi-rígidas na estabilização na fase construtiva e final das estruturas multi-piso reticuladas

1.3 JUSTIFICATIVA

O tema é de grande interesse da indústria de pré-moldados na medida em que a disponibilização de critérios de projeto pode contribuir para uma ampliação do campo de aplicação das estruturas multi-piso pré-moldadas tornando-as mais competitivas economicamente.

A pesquisa prossegue com a seqüência de trabalhos já desenvolvidos nesta área de concreto pré-moldado dentro do Departamento de Engenharia de Estruturas

da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP). Trata-se de uma seqüência de pesquisas sobre a tipologia e a deformabilidade das ligações, principalmente viga-pilar, nas estruturas pré-moldadas. Este trabalho deve contribuir para sistematizar algumas das informações e conclusões destas pesquisas e de algumas outras atualmente em andamento de forma a viabilizar a sua utilização na elaboração de projeto.

Julga-se ainda que o trabalho possa dar também alguma contribuição na elaboração de textos normativos referentes a critérios de projeto e análise de estruturas de concreto pré-moldado.

1.4 METODOLOGIA

a) Representação de Ligação Semi-Rígida.

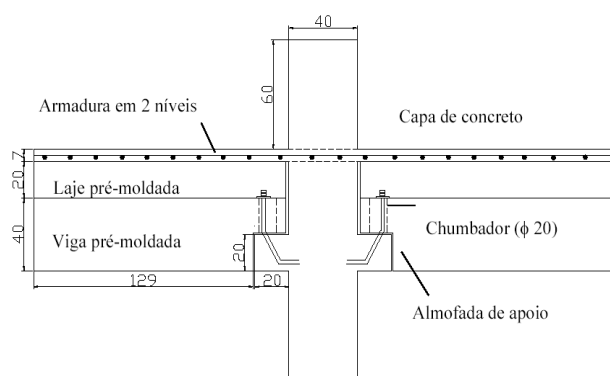
Em linha com a filosofia exposta no texto da “Federation Internationale du Béton” FIB (2007), apresenta-se, neste trabalho, uma proposta de automatização do método dos componentes utilizado na determinação da deformabilidade das ligações viga-pilar. Este método parte da contribuição individual de cada componente da ligação (chumbador, almofada, armadura integrativa, etc.) montando-se então as equações de equilíbrio e de compatibilidade. É possível assim se estabelecer de forma analítica a relação momento x rotação da ligação. Esta relação deve ser naturalmente ajustada à luz dos resultados observados nos ensaios da própria ligação e de cada componente individualmente.

A título de ilustração, na figura 1.8a, tem-se o caso de uma ligação viga-pilar já ensaiada no Laboratório de Estruturas da EESC (LE-EESC) por BALDISSERA (2006). Na figura 1.8b tem-se a representação desta ligação pelo método dos

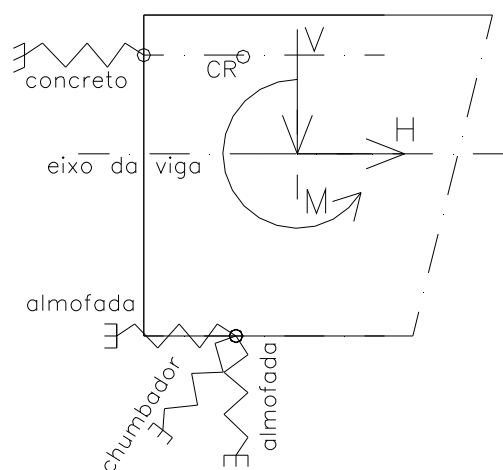
componentes, quando a mesma é solicitada por um momento fletor positivo. Trata-se de um modelo mecânico constituído por uma chapa rígida, no seu plano, representando a extremidade da viga que se vincula ao pilar por molas cuja rigidez é determinada pelo comportamento do componente da ligação que cada uma representa. Estaticamente, trata-se de um problema com três graus de liberdade, os três movimentos de corpo rígido da chapa no seu plano, que admite uma solução matricial simples.

Este modelo mecânico pode ser ampliado, conforme a necessidade, para uma representação tri-dimensional (6 graus de liberdade) ou ainda incorporar não-linearidades presentes nas molas que representam os componentes.

É importante também neste estudo estabelecer a capacidade da ligação definindo um momento de plastificação caracterizando a situação de estado limite último.



a) Modelo Real Físico



CR= Centro de Rotação

b) Modelo Mecânico

Figura 1.8 – Representação de uma ligação semi-rígida

Outro aspecto a ser tratado nesta pesquisa é o da representação da ligação semi-rígida no modelo estrutural de projeto. Neste sentido, apresenta-se uma formulação matricial e iterativa para a consideração de ligação semi-rígida com relação momento-rotação do tipo bi-linear não simétrica, ou seja, com um comportamento elasto-plástico perfeito. (Figura 1.9)

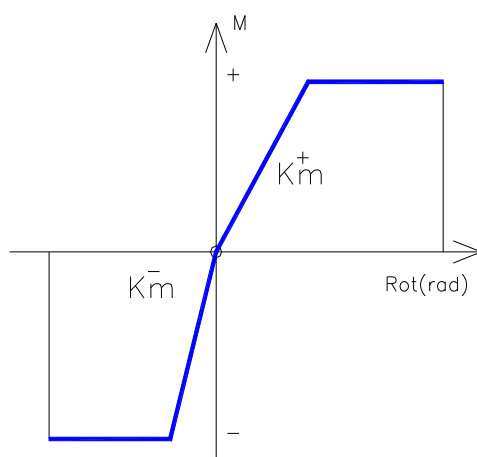


Figura 1.9 - Relação Momento x Rotação de ligação semi-rígida.

b) Consideração da Não-Linearidade Geométrica

Nesta pesquisa é apresentado e avaliado um procedimento não incremental-iterativo para a análise não-linear geométrica de estruturas reticuladas.

Este procedimento, já discutido por LIMA (1979) e MEDEIROS (1985), é indicado para acessar a resposta não-linear geométrica de estruturas com comportamento pré-crítico moderadamente não-linear. De acordo com VENÂNCIO e SOUZA (1984), este comportamento pré-crítico moderadamente não-linear está associado aos casos de pequenas rotações dos elementos, hipótese esta, normalmente cumprida pelas estruturas reticuladas de concreto pré-moldado.

O procedimento determina a resposta não-linear pela combinação de alguns modos de flambagem da estrutura. Denominado de análise não-linear modal, este procedimento apresenta ainda como atrativo a apropriação, por parte do analista, das cargas críticas da estrutura, valores que podem servir como balizadores com relação à grandeza dos efeitos de 2ª ordem.

Os resultados obtidos são comparados com outros procedimentos simplificados e com uma análise não-linear geométrica completa efetuada pelo programa de elementos finitos ANSYS.

Embora de utilização genérica no método dos elementos finitos, a análise não-linear modal é aplicada, neste trabalho, exclusivamente ao modelo de pórtico plano.

c) Consideração da Não-Linearidade Física

Para a consideração da não-linearidade física, a idéia básica deste trabalho é a de utilizar o conceito de rigidez secante para as análises de estado limite último. Na figura 1.10 tem-se a representação gráfica do conceito de rigidez secante para Estado Limite de Serviço (ELS) e Estado Limite Último (ELU) a partir da relação força normal – momento fletor – curvatura de uma seção de armadura conhecida.

Diversos textos normativos apresentam expressões analíticas, em função de vários parâmetros, para a obtenção de forma simplificada da rigidez secante para elementos de concreto armado. De uma forma geral, a rigidez secante é estabelecida como uma redução da rigidez bruta por meio da expressão:

$$EI_{\text{sec}} = \alpha \times E_c I.$$

No Brasil, conforme EL DEBS (2000), na análise de estabilidade global de estruturas reticuladas têm-se adotado para os pilares, $\alpha = 0,4$ no caso de ligações

articuladas e $\alpha = 0,7$ ou $0,8$ no caso de ligações rígidas. É natural se esperar que α assumira algum valor intermediário no caso da ligação semi-rígida.

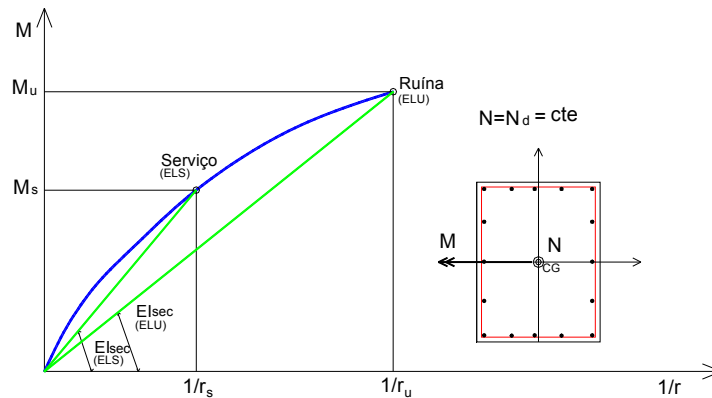


Figura 1.10 – Conceituação de rigidez secante para ELS e ELU.

Propõem-se neste trabalho uma expressão para α em termos do grau de engastamento da ligação semi-rígida.

Também, nesta pesquisa, são exploradas as interessantes curvas de interação adimensional momento fletor x força normal x rigidez secante, apresentadas por OLIVEIRA (2004) baseando-se na formulação da ABNT NBR 6118:2003 (2003). Estas curvas, que podem ser visualizadas no exemplo da figura 1.11, são de grande valia para projetistas; na medida em que permitem, ao mesmo tempo, determinar as armaduras de uma seção para um nível de solicitação de flexão composta e obter o valor da rigidez secante da seção no ELU.

Finalmente, dentro deste tema da não-linearidade física, uma contribuição que se julga importante é a do estudo das vantagens da utilização de protensão centrada nos pilares pré-moldados visando o aumento da rigidez secante e, portanto, da estabilidade global da estrutura.

Esta estratégia tem sido usada e investigada há algum tempo nos Estados Unidos, mas ainda não tem sido explorada no Brasil.

CURVAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS Momento-Normal-Rigidez Secante

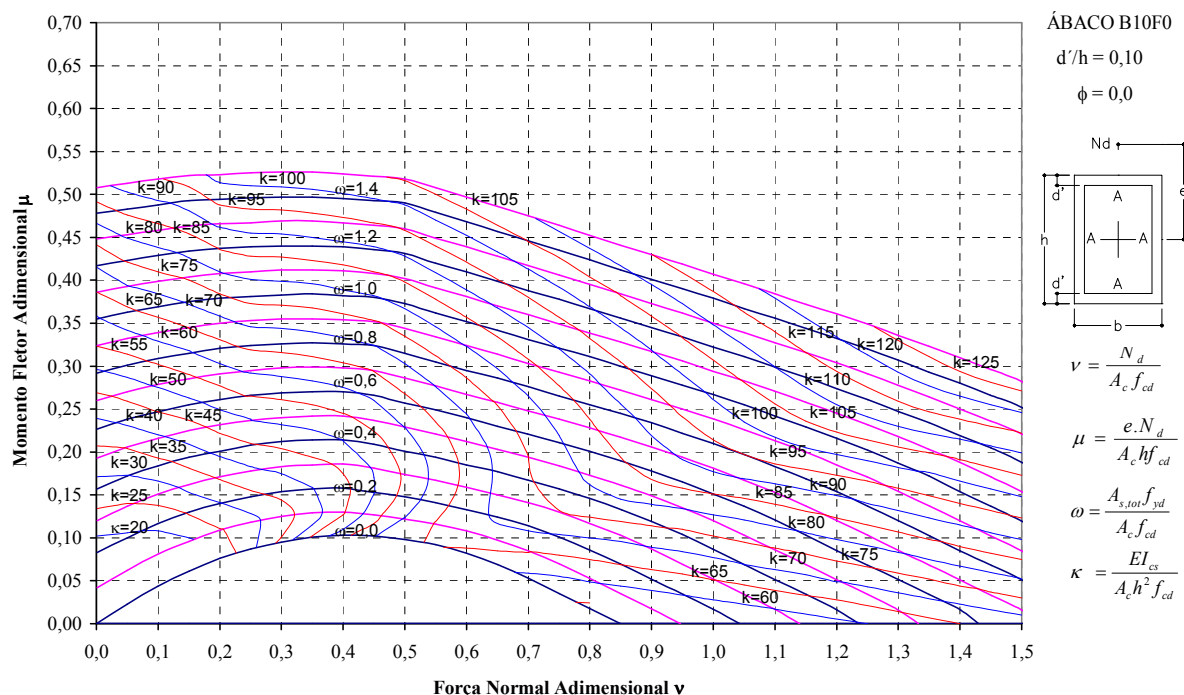


Figura 1.11 – Curvas de interação adimensional, OLIVEIRA (2004).

c) Efeitos Dependentes do Tempo

Devido à seqüência construtiva, uma parte da carga permanente de uma estrutura pré-moldada atua antes das ligações viga-pilar, rígida ou semi-rígida, serem efetivadas.

Portanto no tempo $t=0$, as vigas estão bi-apoiadas e apresentam um comportamento de elemento isostático. Uma vez efetivada a ligação, num tempo ($t = t_0$), os diagramas de esforços do elemento isostático migrarão parcialmente ao longo do tempo, devido à ação da fluência no concreto, para diagramas de esforços de elemento hiperestático. A figura 1.12 apresenta, por exemplo, a evolução do diagrama de momento fletor na viga.

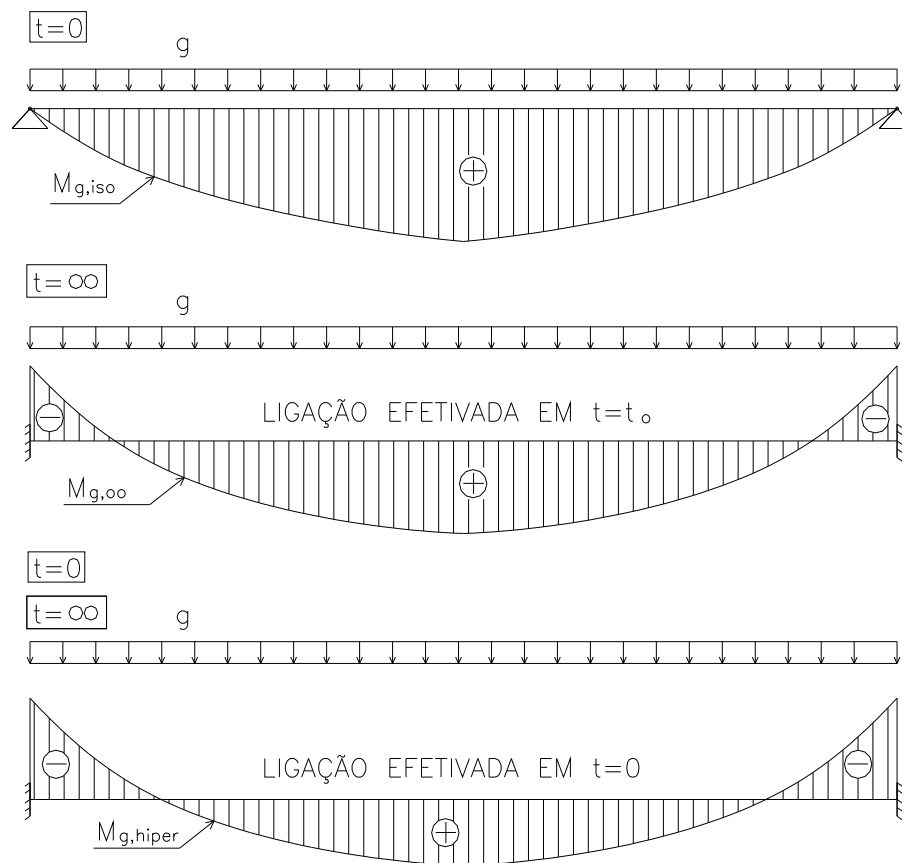


Figura 1.12 – Diagramas de momento fletor para $t=0$ e $t= \infty$.

Na parte superior da figura 1.12 tem-se o diagrama de momento fletor isostático ($M_{g,iso}$) da fase bi-apoia da viga. Na parte central tem-se o diagrama de momento fletor no tempo infinito ($M_{g,\infty}$) considerando que a ligação é efetivada num tempo ($t = t_0$). O diagrama de momento fletor inferior, ($M_{g,hiper}$), corresponde à situação teórica na qual se supõe que a ligação é efetivada no tempo $t = 0$, ou seja, no mesmo instante de atuação da carga g .

O diagrama de momento fletor ($M_{g,\infty}$) está numa posição intermediária entre os diagramas ($M_{g,iso}$) e ($M_{g,hiper}$), sendo obtido por:

$$M_{g,\infty} = a \times M_{g,hiper} + b \times M_{g,iso} ; a + b = 1$$

Os coeficientes a e b são determinados em função dos parâmetros de fluência e relaxação do concreto.

d) Verificação de Fase Transitória de Montagem

A análise das estruturas multi-piso pré-moldadas deve contemplar a verificação das etapas intermediárias de montagem de forma a prevenir instabilidade ou riscos desnecessários na fase construtiva.

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para representar, na análise estrutural, a seqüência de montagem e de efetivação das ligações.

1.5 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Além desta introdução, este trabalho é constituído por mais 6 capítulos, numerados de 2 a 7, um apêndice e um anexo.

No capítulo 2 se desenvolve o tema do modelo mecânico para representação de ligação semi-rígida incluindo a técnica para a consideração da ligação no modelo de barra da estrutura.

O capítulo 3 trata dos procedimentos numéricos para a consideração da não-linearidade geométrica no modelo estrutural.

O capítulo 4 aborda o problema da consideração da não-linearidade física do concreto no modelo de cálculo.

No capítulo 5 descreve-se como podem ser consideradas na análise do modelo estrutural a seqüência construtiva e os efeitos dependentes do tempo.

O capítulo 6 é dedicado à análise de exemplos numéricos onde se procura avaliar a eficiência de uma ligação semi-rígida na melhoria do desempenho de uma estrutura e de suas condições de estabilidade global.

O capítulo 7 é reservado para as considerações finais e conclusões.

O apêndice apresenta detalhes da implementação computacional dos programas desenvolvidos e o anexo trás a formulação para a avaliação da fluência do concreto de acordo com a ABNT NBR 6118:2003 (2003).

Constata-se que devido à natureza deste trabalho houve a necessidade do desenvolvimento de vários assuntos distintos, embora todos estejam relacionados com os objetivos da pesquisa. Assim sendo, optou-se por apresentar a revisão bibliográfica de cada assunto dentro do seu respectivo capítulo e não em um único capítulo como é a prática mais usual.

MODELO MECÂNICO PARA REPRESENTAÇÃO DE LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA

2 Capítulo

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica sobre o estudo da deformabilidade das ligações nas estruturas de concreto pré-moldado no âmbito nacional e internacional.

Na seqüência, apresenta-se uma formulação numérica geral para a determinação da rigidez de ligações viga-pilar do tipo semi-rígida utilizando-se um modelo mecânico estabelecido pelo método dos componentes. Outro aspecto abordado é a questão da representação da ligação no modelo de barra utilizado no cálculo dos esforços da estrutura. Por fim, alguns exemplos de aplicação do modelo mecânico são apresentados.

2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A questão da deformabilidade das ligações tem sido estudada já há bastante tempo, desde o início do século XX, no âmbito da pesquisa e do projeto de estruturas metálicas e mistas.

No caso das estruturas de concreto pré-moldado, pelo que se tem conhecimento, os primeiros estudos experimentais sobre ligações entre elementos

ocorrem somente na primeira metade da década de 60 com a realização de um programa abrangente de ensaios e que teve expressiva divulgação, desenvolvido pela Portland Cement Association (PCA). Os resultados destes ensaios estão registrados em uma série de artigos no “Journal of the Prestressed Concrete Institute” sob o título de “Connections in Precast Concrete Structures”.¹

Nos anos 70, verifica-se um crescimento do interesse pelo tema. ORDOÑEZ et al. (1974) reconhecem a importância crucial e estratégica do estudo das ligações para o desenvolvimento da construção em concreto pré-moldado e afirmam que somente resolvendo-se as dificuldades do projeto e da execução das ligações é que o sistema construtivo à base de componentes pré-moldados poderia superar os métodos construtivos convencionais.

Na seqüência histórica, em 1986, o Precast Concrete Institute (PCI) realizou um amplo programa de pesquisa intitulado “Moment resistant connections and simple connections”, onde foram ensaiados vários tipos de ligações viga-pilar.

O objetivo destes estudos foi o de avaliar a resistência, ductilidade e a rigidez destas ligações. Em DOLAN et al. (1987) pode ser encontrado um breve resumo sobre os resultados obtidos.

Pode-se dizer que até o final dos anos 80 os estudos se concentraram praticamente nas ligações ditas clássicas, bem conhecidas do meio técnico, não sendo disponível ainda uma filosofia geral para elaboração de projeto de uma ligação.

Diante deste quadro, CHEOK e LEW (1991) comentam que pela falta de dados sobre a rigidez das ligações viga-pilar as estruturas pré-moldadas tendem a ser presumidas como menos dúcteis e estáveis que as estruturas monolíticas.

1. [(vol. 7,nº 4,1962), (vol. 8,nº 6,1963), (vol. 9,nº 3,1964), (vol. 10,nº 1,1965), (vol. 11,nº 6,1966), (vol. 12,nº 2,1967)].

Na década de 90 ocorre uma maior mobilização dos pesquisadores com a criação dos programas PRESSS e COST C1.

O PRESSS (PREcast Seismic Structural Systems) é um programa conjunto dos EUA e do Japão. Esse programa iniciou-se em 1990 e os seus objetivos foram: a) desenvolver recomendações de projeto para construções com concreto pré-moldado em diferentes zonas sísmicas e b) desenvolver novos materiais, conceitos e tecnologias para construções pré-moldadas em diferentes zonas sísmicas (NIGEL PRIESTLEY, 1991). A parte do projeto desenvolvida nos EUA reúne uma série de grupos de pesquisa de universidades americanas e tem o apoio da indústria por meio do PCI (Prestressed/Precast Concrete Institute). Foram completadas a fase I, que reuniu os projetos de caráter de definição de critérios e de diretrizes básicas, e a fase II, onde foram realizados projetos relacionados com o comportamento e ensaios de ligações. A fase III foi reservada para a realização de ensaios de estruturas de edifícios, NIGEL PRIESTLEY (1996). Já foi finalizado o ensaio de um edifício de cinco andares, na escala de 60%, NIGEL PRIESTLEY et al., (1999). Os principais trabalhos de pesquisa incluídos no PRESSS estão publicados no PCI Journal e nos congressos promovidos pelo PCI (Prestressed/Precast Concrete Institute) .

O COST C1 é um programa da comunidade europeia, denominado “Control of the Semi-Rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections” e foi desenvolvido entre 1991 e 1998, com o objetivo de fomentar a formação de grupos de pesquisas na área de ligações semi-rígidas. Um dos sete grupos formados dedicou-se ao estudo das ligações em estruturas de concreto armado e protendido. Alguns dos trabalhos deste grupo foram direcionados para prever melhor o comportamento das ligações e das estruturas. Sobre a deformabilidade das ligações, cabe registrar alguns dos trabalhos desenvolvidos na Universidade de

Nottingham na Inglaterra, ELLIOTT (1992) e ELLIOTT (1998), na Universidade Tecnológica de Tampere da Finlândia, LINDBERG (1992) e KERONEN e HIETALA (1998) e no “Centre d’Etudes et de Recherches de l’Industrie du Béton” (CERIB) da França CHEFDEBIEN e DALDARE (1994) e CHEFDEBIEN (1998).

Nestas pesquisas, paralelamente ao programa experimental, modelagens matemáticas são também utilizadas para a avaliação da deformabilidade das ligações. A modelagem matemática mais geral utiliza o método dos elementos finitos simulando o comportamento não linear e tridimensional das ligações incluindo a ação de chumbadores, problemas de contato e escorregamento. Este procedimento tem sido utilizado quase que exclusivamente no ambiente acadêmico como apoio numérico aos programas de ensaios. Outra alternativa consiste na representação da ligação através de modelos mecânicos baseados na associação de seus elementos componentes. Nos trabalhos do COST-C1 apud MIOTTO (2002), a determinação da deformabilidade de uma ligação usando um modelo mecânico recebe a denominação de Método dos Componentes (“Component Method”) e sua aplicação consiste nos seguintes passos:

- a) Identificação dos componentes ativos da ligação.
- b) Determinação da deformabilidade e da resistência de cada componente individual.
- c) Associação dos componentes para a representação do comportamento da ligação como um todo.

A determinação da deformabilidade e da resistência de cada componente pode ser feita através de ensaios ou pela utilização do método dos elementos finitos.

A associação dos componentes pode ser estabelecida utilizando um modelo mecânico em que cada componente é representado por uma mola. Cada mola

poderá ter uma relação força-deslocamento linear ou não linear dependendo do comportamento do componente e dos objetivos da análise.

Para ilustração, na figura 2.1 é apresentado um modelo mecânico para avaliar a rigidez elástica de ligações mistas, sugerido pelo Eurocode 4, conforme MIOTTO (2002).

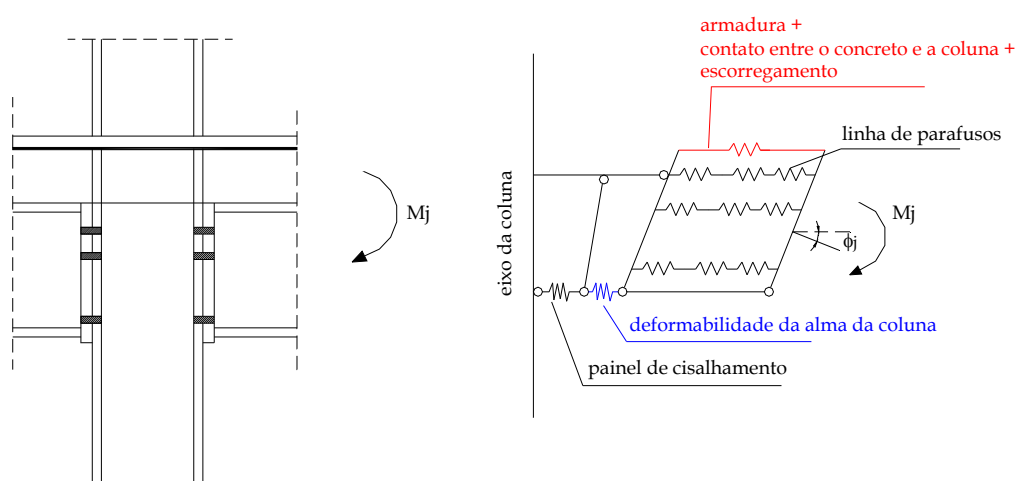


Figura 2.1 - Modelo mecânico para ligações mistas, proposto no Eurocode 4 (1996), apud MIOTTO (2002).

Já no início do século XXI, merecem registro dois trabalhos ELLIOTT (2003a) e ELLIOT (2003b), onde se discute o projeto de estruturas de concreto pré-moldado com ligações viga-pilar do tipo semi-rígidas.

Mais recentemente, em 2007, é publicado o documento FIB (2007): “Guide to good practice – Structural Connection for Precast Concrete Buildings”, produzido pelo grupo 6.2-“Connections”, pertencente à comissão C6-“Prefabrication” da FIB. O texto, coordenado pelo professor B. Engström, pretende de uma forma geral, estabelecer bases teóricas para que um engenheiro, na sua prática diária, possa, a

partir do conhecimento dos mecanismos de transferência de forças presentes em uma ligação, determinar a sua rigidez e a sua capacidade.

No Brasil, podem-se destacar as pesquisas, sobre ligações de elementos pré-moldados de concreto, desenvolvidas no âmbito do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

Segue um breve resumo das principais pesquisas que estão relacionadas com este trabalho.

BALLARIN (1993) inicia a pesquisa fazendo um estudo sobre o estado da arte, estabelecendo um sistema de classificação conforme a tipologia da ligação e apresenta metodologias teóricas de cálculo e resultados experimentais disponíveis na literatura. Discutiu também os principais requisitos de desempenho das ligações em termos de resistência, comportamento em serviço, aspectos construtivos e estéticos. O trabalho lançou, assim, as bases para o desenvolvimento de um programa de pesquisa de longo prazo sobre o tema.

FERREIRA (1993) apresentou um procedimento para análise matricial de pórticos planos considerando a deformabilidade das ligações viga-pilar. Para a determinação das deformabilidades em ligações típicas de estruturas de concreto pré-moldado, apresentou uma metodologia que leva em conta os mecanismos básicos de deformação dos elementos que compõem as ligações.

SOARES (1998) fez um estudo numérico com o emprego do método dos elementos finitos, e um estudo experimental numa ligação típica viga-pilar de galpão com consolo e chumbador.

FERREIRA (1999) fez um estudo teórico-experimental de dois tipos de ligação viga-pilar. A primeira com almofada de elastômero e chumbador e a segunda, resistente à flexão com a utilização de chapas soldadas, ver figura 2.2.

Foram então comparados os resultados dos ensaios físicos em termos de deformabilidade e de resistência destas ligações com os valores obtidos nos modelos analíticos baseados no método dos componentes básicos de deformação.

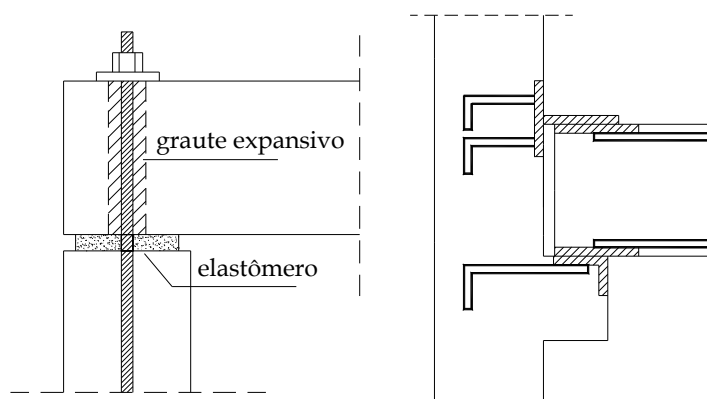


Figura 2.2 – Ligações estudadas por FERREIRA (1999)

BARBOZA (2002) desenvolveu um trabalho teórico-experimental sobre o comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão. O objetivo do trabalho foi o de caracterizar a deformabilidade e a resistência da junta em vista de um melhor aproveitamento da capacidade resistente do sistema pré-moldado.

MIOTTO (2002) realizou ensaios em mais dois tipos de ligação, com o objetivo de comparar a curva (momento x rotação) extraída do ensaio com valores obtidos em modelações numéricas e analíticas. A primeira ligação é muito utilizada em galpões constituídos por pórticos para telhados com duas águas, figura 2.3. Já a segunda é bastante utilizada nos edifícios de múltiplos pavimentos, figuras 2.4 e 2.5.

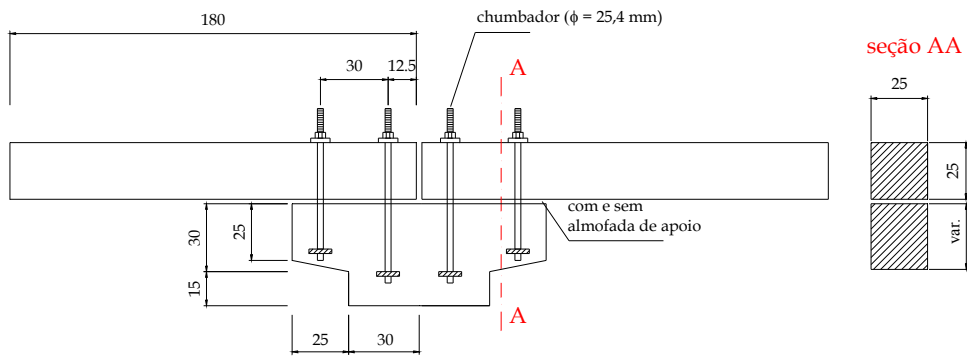


Figura 2.3 – Ligação típica de galpão. MIOTTO (2002)

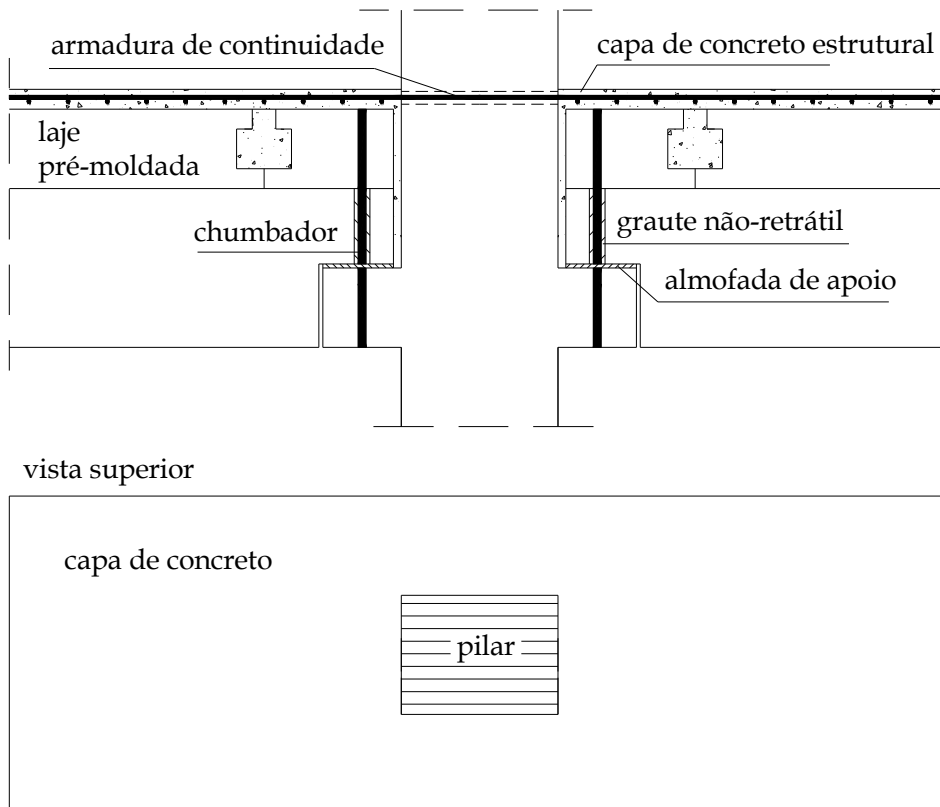


Figura 2.4 – Ligação típica de estrutura multi-piso reticulada. MIOTTO (2002)

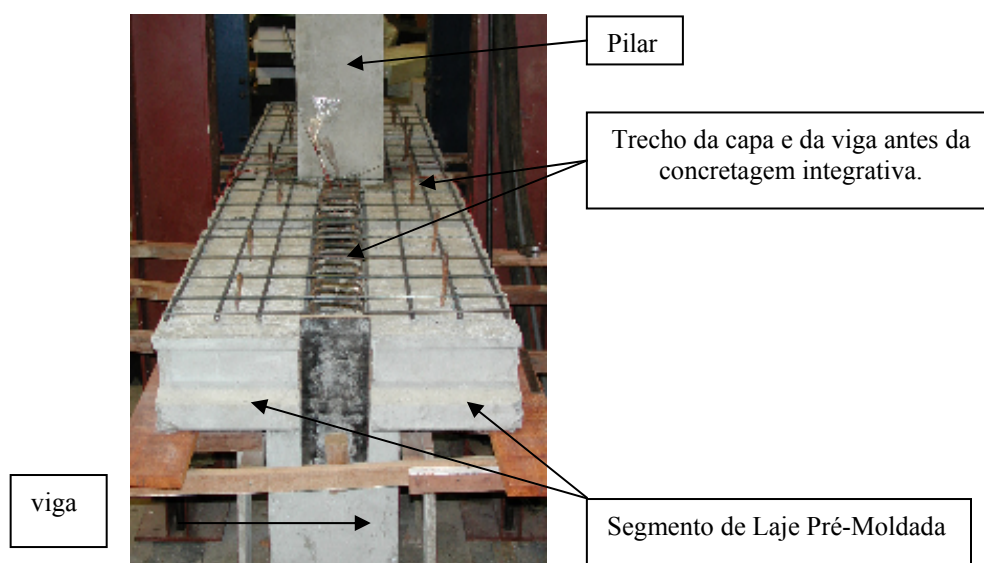


Figura 2.5 – Modelo com continuidade. MIOTTO (2002)

A segunda ligação foi ensaiada para dois modelos, um com continuidade entre as capas das lajes adjacentes, representando uma situação de pilar intermediário, modelo 2.1 representado nas figuras 2.4 e 2.5. Um outro modelo 2.2, sem esta continuidade, representando a situação de pilar de extremidade.

Na figura 2.6 têm-se as curvas (momento-rotação) para os dois modelos de ligação ensaiados.

MIOTTO (2002) mostrou, por meio da análise de um exemplo numérico, que a consideração, da semi-rigidez desta última ligação estudada, leva a uma redução significativa dos momentos nas bases dos pilares mais solicitados comparados com a situação de ligação articulada.

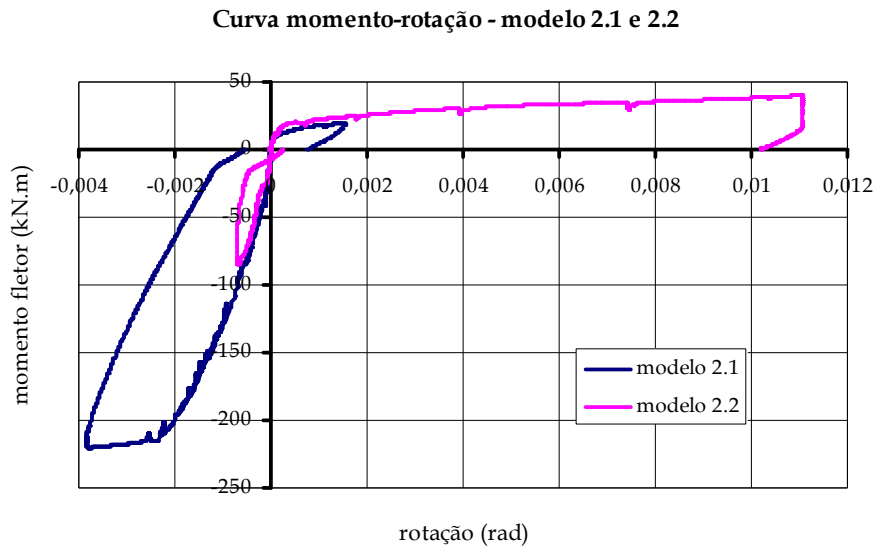


Figura 2.6 – Curva momento x rotação de ensaio. MIOTTO (2002)

Mais recentemente, BALDISSERA (2006) desenvolveu um trabalho experimental, que consistiu no ensaio de uma variante da ligação estudada por MIOTTO (2002). O modelo ensaiado está representado esquematicamente na figura 2.7.

A variante consistiu na colocação de dois chumbadores com trecho inclinado dentro do consolo com o objetivo de aumentar a rigidez e a capacidade da ligação com relação a momento fletor positivo.

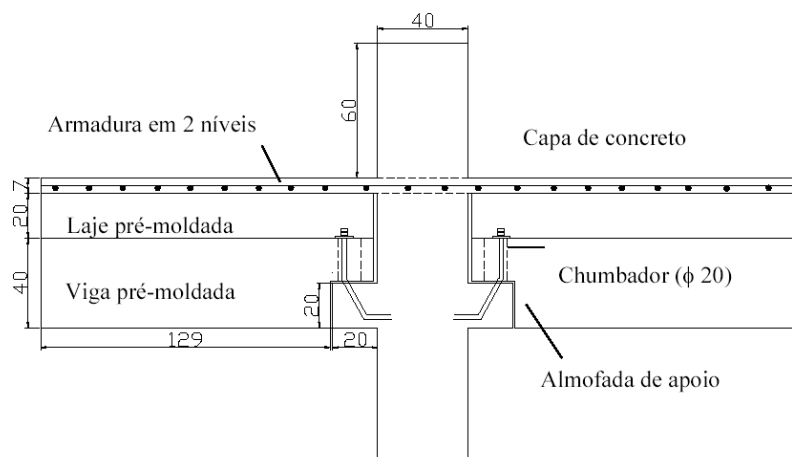


Figura 2.7 – Ligação com chumbador inclinado. BALDISSERA (2006)

A tabela 2.1 apresenta os valores médios das rigidezes encontradas nos ensaios de MIOTTO e BALDISSERA. Vale observar que MIOTTO utilizou um chumbador vertical com diâmetro de 25mm e BALDISSERA dois chumbadores inclinados de 45° com diâmetro de 20mm. Verifica-se que a nova posição do chumbador contribuiu para um aumento da rigidez da ligação com relação a momento positivo.

Tabela 2.1 – Valores médios de rigidez à flexão das ligações.

Modelo com Continuidade	MIOTTO	BALDISSERA
Momento Negativo	83 MNxm/rad	82 MNxm/rad
Momento Positivo	17 MNxm/rad	28 MNxm/rad

Embora seja indiscutível a vantagem da incorporação da ligação semi-rígida, fica evidente, que a grande dificuldade para a sua consideração prática reside na determinação de uma curva momento x rotação ($M \times \phi$) para utilização em projeto.

Estas ligações são constituídas por vários mecanismos de transferência de esforços acoplados como cisalhamento de chumbadores, juntas comprimidas, tirantes (armaduras integrativas ou chapas soldadas) etc.

A região da ligação apresenta, assim, uma certa complexidade de comportamento devida à concentração de tensões, ao surgimento de forças de atrito, e outros fatores; de sorte que o seu estudo exige, como se viu pelas pesquisas citadas, de uma modelação numérica refinada com elementos finitos em 3D e com a simulação da interação aço concreto. Estes modelos numéricos precisam ser ainda calibrados por ensaios de modelos físicos em escala real.

Esta sistemática de caracterização de uma ligação, embora seja imprescindível, é bastante onerosa e ainda apresenta o inconveniente de fornecer resultados válidos apenas para a ligação examinada. É, portanto, extremamente

importante, inferir destes resultados, modelos analíticos ou mecânicos simples que possam representar o comportamento da ligação em termos de sua deformabilidade e de sua capacidade. Um modelo analítico ou mecânico simples permitiria ao projetista obter uma relação ($M \times \phi$) para uma ligação semelhante à ensaiada, mas com a possibilidade de variação de dimensões ou de características físicas dos elementos componentes. Seria possível então projetar uma ligação com uma rigidez conforme a necessidade de estabilização da estrutura.

A eficiência de uma ligação semi-rígida no enrijecimento da estrutura não está associada apenas ao valor absoluto de sua rigidez, mas sim ao valor de sua rigidez relativa comparada com a da própria viga e a do pilar que ela vincula.

FERREIRA et al. (2002) propõem um sistema de classificação das ligações semi-rígidas.

Define-se inicialmente o fator de rigidez γ que relaciona a rigidez à rotação da ligação (K_ϕ) com a rigidez à flexão da viga (EI/L) através da expressão:

$$\gamma = \left[1 + \frac{3EI}{K_\phi L} \right]^{-1} = \left[1 + \frac{3}{k} \right]^{-1} = \frac{k}{k+3} \quad (2.1)$$

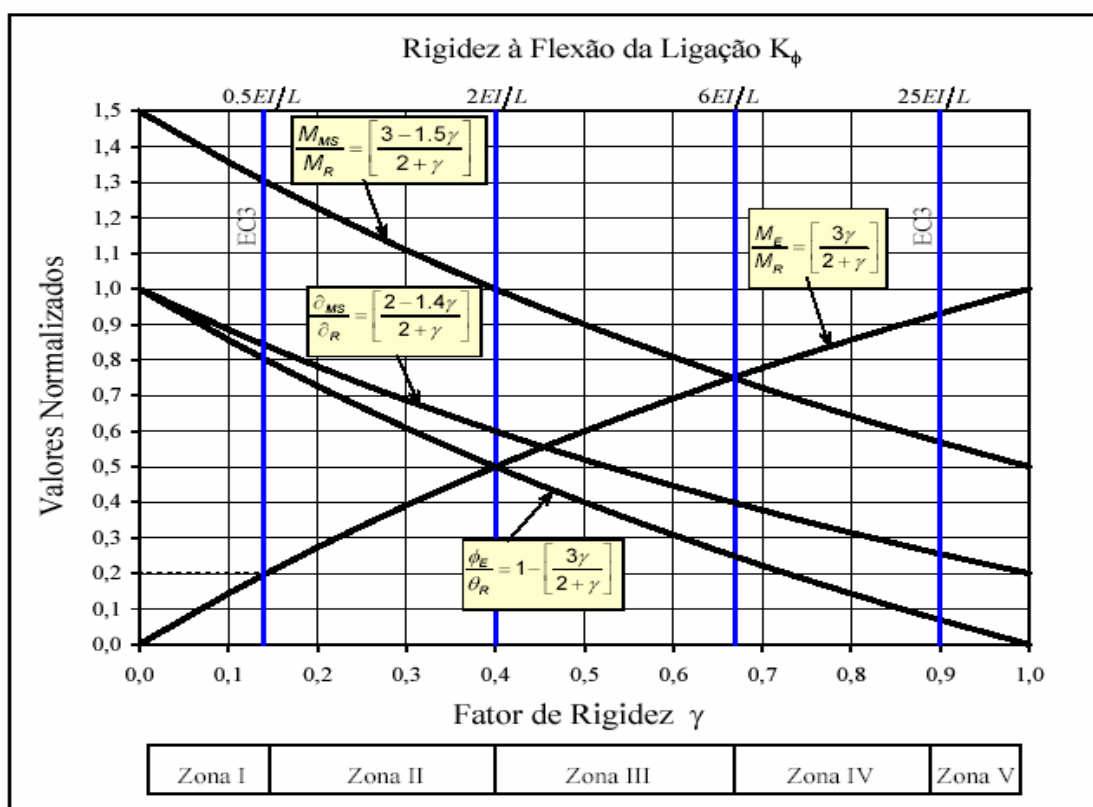
onde

$k = \frac{K_\phi}{(EI/L)}$, é aqui definida como a rigidez relativa da ligação.

O fator γ varia conforme se tenha uma situação de articulação ($\gamma = 0$) até o caso da ligação perfeitamente rígida ($\gamma = 1$)

No texto atual da norma ABNT NBR 9062:2005 (2005) o parâmetro γ é denominado de fator de restrição.

Na figura 2.8 tem-se um gráfico relacionando vários parâmetros de comportamento da viga com o fator γ .



M_E	Momento na extremidade da viga devido à ligação semi-rígida.
M_R	Momento de engastamento perfeito.
M_{MS}	Momento no meio do vão da viga devido à ligação semi-rígida.
ϕ_E	Rotação efetiva na extremidade da viga devido à ligação semi-rígida.
ϕ_R	Rotação livre na extremidade de uma viga bi-apoiada.
δ_R	Flecha no meio do vão para uma viga bi-apoiada.
δ_{MS}	Flecha efetiva no meio do vão da viga devido à ligação semi-rígida.

REGIÃO	LIMITES
Zona I – ligação articulada	$0 \leq \gamma < 0,14$
Zona II – ligação semi-rígida com baixa resistência à flexão	$0,14 < \gamma < 0,40$
Zona III – ligação semi-rígida com média resistência à flexão	$0,40 < \gamma < 0,67$
Zona IV – ligação semi-rígida com alta resistência à flexão	$0,67 < \gamma < 0,89$
Zona V – ligação rígida	$0,89 < \gamma \leq 1$

Figura 2.8 – Classificação de ligações semi-rígidas. FERREIRA et al. (2002)

Ainda no gráfico estão identificadas as 5 regiões sugeridas para a classificação das ligações semi-rígidas. $[0 \leq \gamma \leq 1]$.

Deve-se comentar que esta classificação foi desenvolvida basicamente para avaliar a influência de ligações semi-rígidas no comportamento de vigas submetidas à ação de forças verticais. Outros parâmetros precisam ser levados em conta para determinar a eficiência de uma ligação na estabilização global de uma estrutura submetida à ação simultânea de forças horizontais e verticais.

2.3 CARACTERÍSTICAS DO MODELO MECÂNICO PROPOSTO

O modelo mecânico proposto para representação de uma ligação viga-pilar, do tipo semi-rígida, é o de uma chapa vinculada por molas, figura 2.9. A chapa representa a extremidade da viga e as molas representam os mecanismos de transferência de força da viga para o pilar. A hipótese que se faz é a da rigidez infinita da chapa no seu plano o que garante que haverá apenas movimento de corpo rígido do modelo.

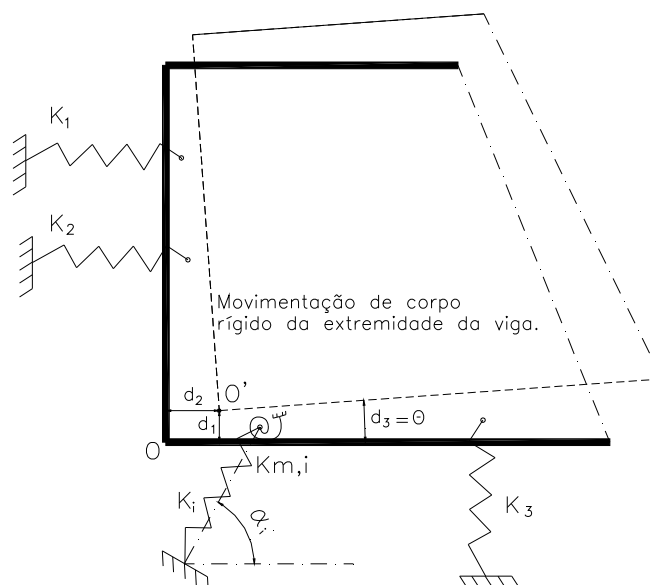


Figura 2.9 – Modelo mecânico proposto.

Na realidade, o cumprimento da hipótese de movimento de corpo rígido da extremidade da viga depende da relação entre a rigidez à flexão da ligação e a rigidez à flexão dos elementos interligados.

A figura 2.10 apresenta duas situações extremas. No caso 1 tem-se uma ligação com rigidez à flexão bem menor do que a rigidez à flexão dos elementos interligados. Nestas condições ocorre predominantemente um movimento de corpo rígido da viga e a rotação ϕ se concentra na seção da interface. Já no caso 2, ligação com rigidez à flexão maior do que a rigidez à flexão dos elementos interligados, ocorre deformação por flexão da seção e a rotação dependerá agora da distribuição da curvatura na região da ligação.

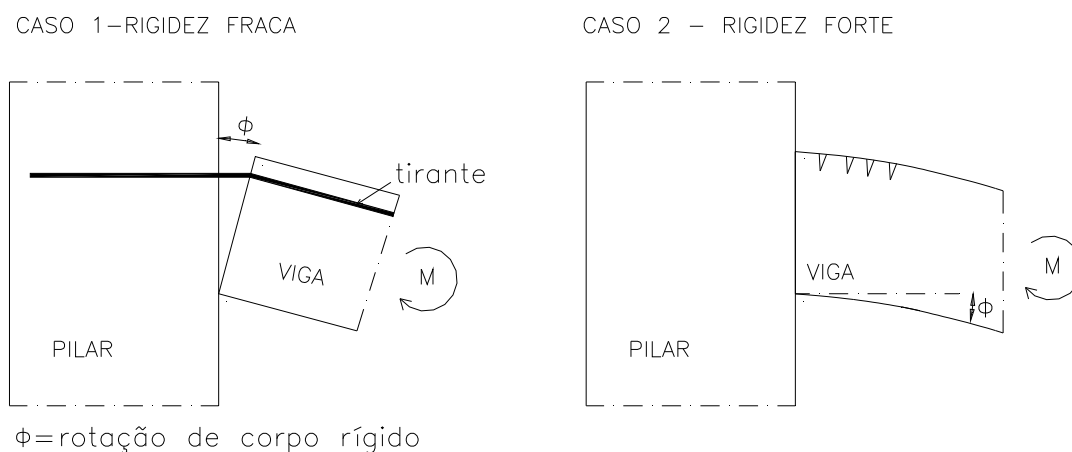


Figura 2.10 – Ilustração de comportamentos extremos de uma ligação a momento fletor em função de sua rigidez.

Pode-se, então, afirmar que este modelo mecânico da chapa rígida seria mais indicado teoricamente para representar situações de ligações com rigidez à flexão de fraca a moderada, zona II e zona III, da classificação proposta em FERREIRA et al. (2002). Julga-se, porém, que a definição da extensão do campo de aplicação do

modelo mecânico na representação de ligações só pode ser feita pela comparação com resultados experimentais.

FERREIRA (1993) apresenta a técnica de caracterização da rigidez de uma ligação semi-rígida através da contribuição de cada mecanismo de transferência de força utilizando o método dos componentes. A incorporação da hipótese do movimento de corpo rígido cria uma relação de dependência geométrica entre os deslocamentos de todos os pontos na região da extremidade da viga e, portanto, dos pontos onde atuam os componentes. Esta condição é que permite uniformizar a formulação das equações de equilíbrio do modelo independentemente do posicionamento e da rigidez dos componentes. Passa-se a ter um tratamento genérico para aplicação do método dos componentes dispensando-se assim a dedução de expressões analíticas particulares para descrever o comportamento de cada ligação analisada.

Deve-se ainda observar que o modelo tem condições de representar um comportamento semi-rígido nos três graus de liberdade do plano da chapa, a duas translações e a rotação.

Outro aspecto importante associado à utilização do modelo mecânico na representação de uma ligação semi-rígida é que, em muitos casos, particularmente na ligação viga-pilar, mecanismos distintos de transferência de força são mobilizados quando a ligação é solicitada por momentos positivos ou negativos. Nestas situações deve-se então trabalhar com dois modelos mecânicos, um para momento positivo e outro para momento negativo.

2.4 EQUILÍBRIO DO MODELO MECÂNICO

O estabelecimento da equação de equilíbrio do modelo mecânico representativo da ligação viga-pilar semi-rígida segue um desenvolvimento análogo ao encontrado em outros problemas da engenharia estrutural que consideram o mesmo modelo da chapa rígida apoiada em molas. É o caso, por exemplo, do cálculo elástico de estaqueamentos planos, SCHIEL, F. (1957), e ainda do cálculo da distribuição das ações de vento entre painéis de contraventamento, STAMATO, M.C. (1966).

A hipótese fundamental é a da rigidez infinita da chapa no seu plano o que garante que sob ação de carregamento o modelo apresenta apenas deslocamentos de corpo rígido. No caso plano têm-se duas translações e uma rotação, portanto três graus de liberdade.

Na figura 2.11 apresenta-se uma chapa que é submetida aos seguintes deslocamentos de corpo rígido:

d_1 : deslocamento horizontal na direção do eixo x.

d_2 : deslocamento vertical na direção do eixo y.

d_3 : deslocamento angular, rotação em torno do ponto O'.

Outra hipótese básica da formulação é a de que a rotação d_3 é suficientemente pequena a ponto de se poder considerar:

$$\begin{aligned} \text{sen}(d_3) &\cong d_3 \\ \text{cos}(d_3) &\cong 1 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Esta hipótese é perfeitamente compatível com as situações examinadas na prática quando as rotações atingem no máximo valores da ordem de 0,1rad.

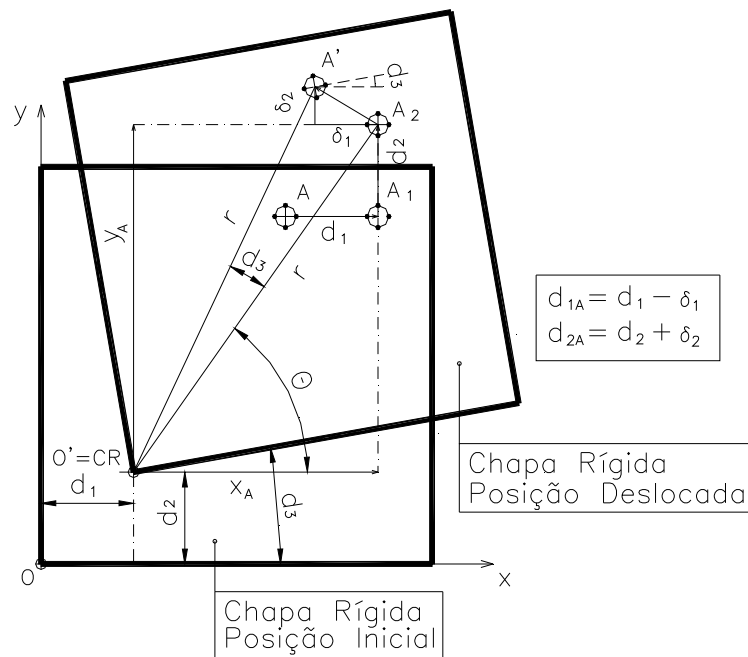


Figura 2.11 – Cinemática dos deslocamentos de corpo rígido.

Ainda na figura 2.11, pode-se acompanhar a trajetória do deslocamento sofrido por um ponto A de coordenadas (x_A, y_A) sobre a chapa. Decompondo o movimento, tem-se que devido ao deslocamento d_1 o ponto assume a posição A_1 ; em seguida, devido ao deslocamento d_2 o ponto assume a posição A_2 e finalmente devido à rotação d_3 o ponto vai para posição A' .

Pode-se então inferir o seguinte:

a) Os deslocamentos horizontais e verticais são diferentes em cada ponto sobre a chapa devido à rotação d_3 . Particularmente, o ponto O' , centro da rotação, apresenta deslocamentos horizontal e vertical iguais respectivamente a d_1 e d_2 que são os deslocamentos de corpo rígido global da chapa. Uma rotação no sentido anti-horário diminui o deslocamento horizontal e aumenta o deslocamento vertical dos demais pontos sobre a chapa.

Observando a geometria da figura 2.11 e considerando a hipótese de pequenas rotações, pode-se escrever:

$$d_{1A} = d_1 - \delta_1 \text{ (deslocamento horizontal final do ponto A)}$$

$$\delta_1 = r(\cos(\theta) - \cos(\theta + d_3)) = r[\cos(\theta) - \cos(\theta)\cos(d_3) + \text{sen}(\theta)\text{sen}(d_3)] \quad (2.3)$$

$$\delta_1 = r\text{sen}(\theta)d_3 = y_A d_3$$

$$d_{1A} = d_1 - y_A d_3$$

De maneira análoga o deslocamento final na direção vertical será dado por:

$$d_{2A} = d_2 + \delta_2 = d_2 + x_A d_3 \quad (2.4)$$

b) A ordem da seqüência do movimento não interfere na posição final do ponto A, pode-se iniciar o movimento pela rotação e depois aplicar as translações. Em outras palavras, a posição final de um ponto é obtida pela superposição dos três movimentos independente da ordem em que são aplicados.

c) Verifica-se também que todos os pontos sobre a chapa, independente de sua posição, sofrerão uma mesma rotação d_3 em torno de um eixo perpendicular ao plano da chapa e passante pelo ponto.

d) Uma constatação importante é a de que os deslocamentos de um ponto qualquer sobre a chapa podem também ser referenciados ao deslocamento de qualquer outro ponto arbitrário, tomado como origem, não tendo que ser necessariamente o centro de rotação.

Na figura 2.12 temos o caso em que o centro de rotação, CR, não coincide mais com a origem.

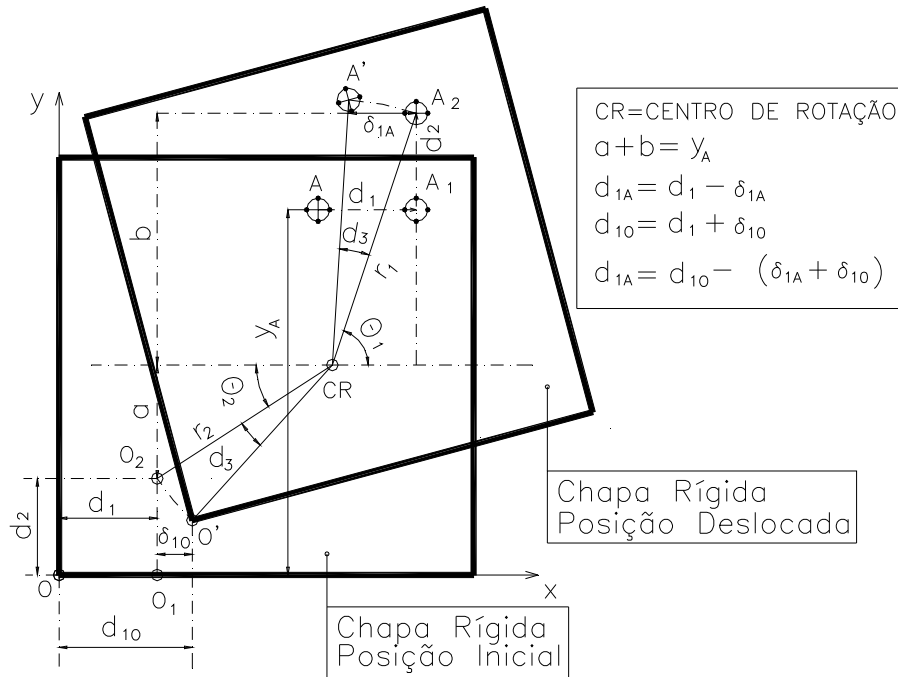


Figura 2.12 – Caso em que o Centro de Rotação (CR) não coincide com a origem.

Observando a geometria da figura 2.12 e de acordo com as equações (2.3), pode-se escrever:

$$d_{1A} = d_1 - \delta_{1A}; (\text{deslocamento horizontal final do ponto A}) \quad (2.4)$$

$$d_{10} = d_1 + \delta_{10}; (\text{deslocamento horizontal final do ponto O}) \quad (2.5)$$

Daí tem-se que:

$$d_{1A} = d_{10} - (\delta_{1A} + \delta_{10}) \quad (2.6)$$

onde o deslocamento horizontal do ponto A está agora relacionado ao deslocamento horizontal do ponto O.

Desenvolvendo-se os termos de (2.6) chega-se a:

$$\delta_{1A} = r_1(\cos(\theta_1) - \cos(\theta_1 + d_3)) = r_1 \text{sen}(\theta_1) d_3 = a \times d_3$$

$$\delta_{10} = r_2(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_2 + d_3)) = r_2 \text{sen}(\theta_2) d_3 = b \times d_3$$

$$(\delta_{1A} + \delta_{10}) = (a + b) \times d_3 = y_A d_3 \quad (2.7)$$

E finalmente tem-se que:

$$d_{1A} = d_{1O} - y_A d_3 \tag{2.8}$$

De forma análoga chega-se a:

$$d_{2A} = d_{2O} + x_A d_3 \tag{2.9}$$

As equações (2.8) e (2.9) generalizam as equações (2.3) e (2.4) demonstrando sua validade mesmo quando a origem não coincide com o centro de rotação.

Seja então, agora, o modelo da figura 2.13 em que se escolheu arbitrariamente uma origem, o ponto O, e um sistema de coordenadas cartesianas nas direções 1 e 2.

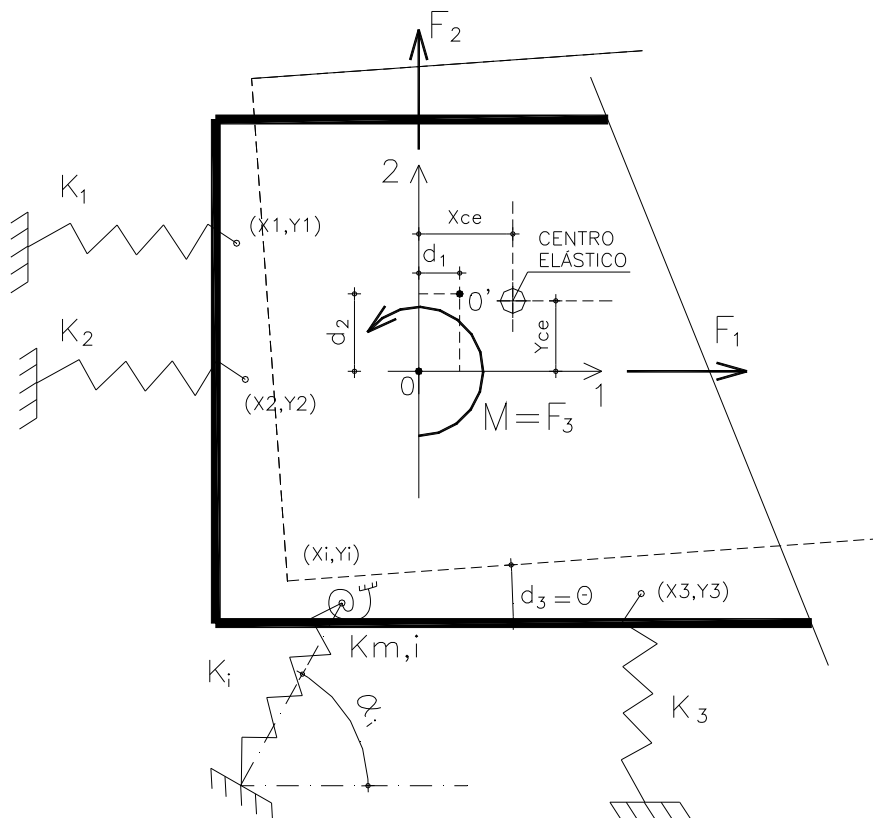


Figura 2.13- Modelo Mecânico representativo da ligação.

Molas de rigidez k_i podem estar vinculadas ao modelo em qualquer ponto (x_i, y_i) e podem também ter qualquer direção α_i . Admitem-se também molas com rigidez à rotação k_{mi} .

Submetida à ação de um carregamento $\{F_1 \ F_2 \ F_3\}$, o ponto O sofre um deslocamento de corpo rígido $\{d_1 \ d_2 \ d_3\}$.

Conforme as equações (2.8) e (2.9), o movimento de corpo rígido geram deslocamentos nos pontos extremos das molas com valores fornecidos pela equação (2.10):

$$\begin{aligned} d_{i,1} &= d_1 - y_i d_3 \\ d_{i,2} &= d_2 + x_i d_3 \\ d_{i,3} &= d_3 \end{aligned} \quad (2.10)$$

O deslocamento na direção α_i de cada mola pode então ser determinado por:

$$\begin{aligned} d_i &= d_{i,1} \cos(\alpha_i) + d_{i,2} \text{sen}(\alpha_i) \\ d_i &= (d_1 - y_i d_3) \cos(\alpha_i) + (d_2 + x_i d_3) \text{sen}(\alpha_i) \\ d_i &= d_1 \cos(\alpha_i) + d_2 \text{sen}(\alpha_i) + d_3 [x_i \text{sen}(\alpha_i) - y_i \cos(\alpha_i)] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Fazendo-se então

$$\begin{aligned} t_{i,1} &= \cos(\alpha_i) \\ t_{i,2} &= \text{sen}(\alpha_i) \\ t_{i,3} &= [x_i \text{sen}(\alpha_i) - y_i \cos(\alpha_i)] \end{aligned} \quad (2.12)$$

Tem-se que

$$d_i = d_1 t_{i,1} + d_2 t_{i,2} + d_3 t_{i,3} \quad (2.13)$$

A força que cada mola aplica na chapa será, portanto:

$$\begin{aligned} F_i &= k_i d_i = k_i (d_1 t_{i,1} + d_2 t_{i,2} + d_3 t_{i,3}) \\ M_i &= k_{im} d_3 \text{ (molas de rotação)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

As componentes desta forças nas direções 1 e 2 e o momento produzido na origem serão:

$$\begin{aligned}
 F_{i,1} &= k_i (d_1 t_{i,1}^2 + d_2 t_{i,1} t_{i,2} + d_3 t_{i,1} t_{i,3}) \\
 F_{i,2} &= k_i (d_1 t_{i,1} t_{i,2} + d_2 t_{i,2}^2 + d_3 t_{i,2} t_{i,3}) \\
 F_{i,3} &= k_i (d_1 t_{i,1} t_{i,3} + d_2 t_{i,2} t_{i,3} + d_3 t_{i,3}^2) + k_{im} d_3
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Da condição de equilíbrio estático, a soma das componentes de forças e momentos de todas as molas no ponto O, que é a origem, deve ser igual às forças externas:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \sum F_{i,1} = \sum [k_i (d_1 t_{i,1}^2 + d_2 t_{i,1} t_{i,2} + d_3 t_{i,1} t_{i,3})] \\
 F_2 &= \sum F_{i,2} = \sum [k_i (d_1 t_{i,1} t_{i,2} + d_2 t_{i,2}^2 + d_3 t_{i,2} t_{i,3})] \\
 F_3 &= \sum F_{i,3} = \sum [k_i (d_1 t_{i,1} t_{i,3} + d_2 t_{i,2} t_{i,3} + d_3 t_{i,3}^2) + k_{im} d_3]
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

As equações de equilíbrio (2.16) podem ser representadas matricialmente por:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}$$

$$[S]\{d\} = \{F\}
 \tag{2.17}$$

$[S]$ = matriz de rigidez
 $\{d\}$ = vetor de deslocamentos
 $\{F\}$ = vetor de forças externas

Os termos da matriz de rigidez do sistema são conhecidos e podem ser expressos por:

$$\begin{aligned}
 S_{p,q} &= S_{q,p} = \sum (k_i t_{i,p} t_{i,q}) \\
 S_{3,3} &= \sum (k_i t_{i,3} t_{i,3} + k_{i,m})
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

Uma vez resolvido o sistema de equações lineares (2.17) as forças em cada mola, ou seja, em cada componente da ligação pode ser obtida pelas equações (2.14).

Um ponto que pode ser útil na compreensão e na avaliação do comportamento da ligação é o chamado centro elástico (CE). Este ponto goza das seguintes propriedades:

a) Forças externas que passam pelo (CE) produzem apenas translação no modelo e momentos aplicados no (CE) produzem apenas rotações. Em outras palavras, se a origem coincidir com o CE então as translações se desacoplam da rotação o que acarreta: $S_{13} = S_{23} = S_{31} = S_{32} = 0$.

b) Molas que têm sua linha de ação passante pelo (CE) não contribuem com a rigidez da ligação ao momento.

A determinação das coordenadas do (CE) decorre das suas propriedades sendo dadas pelas equações (2.19) e (2.20).

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_2 \\ F_2 x_{ce} \end{Bmatrix} \Rightarrow x_{ce} = \frac{S_{11}S_{32} - S_{12}S_{31}}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \\ -F_1 y_{ce} \end{Bmatrix} \Rightarrow y_{ce} = \frac{S_{32}S_{21} - S_{31}S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}} \quad (2.20)$$

A aferição da qualidade do modelo mecânico na representação da ligação pode ser feita pela comparação entre o valor de rigidez à flexão K_ϕ obtido numa análise experimental e o valor de K_ϕ extraído do modelo mecânico.

Para a extração do valor de K_ϕ do modelo mecânico pode-se escolher entre as duas seguintes alternativas:

a) Resolve-se o sistema apresentado em (2.21) onde se considera apenas como carga externa, atuando no modelo, um momento M arbitrário. O valor de K_ϕ é obtido pela divisão de M pela rotação d_3 encontrada.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{Bmatrix} \Rightarrow K_\phi = \frac{M}{d_3} \quad (2.21)$$

b) Determina-se a matriz de flexibilidade $[C]$ que é a inversa da matriz de rigidez $[S]$, equação (2.22). O termo C_{33} da matriz de flexibilidade é a deformabilidade D_ϕ da ligação, ou seja, é a rotação para um momento unitário, ver equação (2.23). O valor de K_ϕ , como se sabe, é por definição o inverso da deformabilidade, equação (2.24).

$$[S]^{-1} = [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_{33} = d_3 = D_\phi \quad (2.23)$$

$$K_\phi = \frac{1}{D_\phi} = \frac{1}{C_{33}} \quad (2.24)$$

Cabe aqui observar que a rigidez à flexão K_ϕ obtida pelo modelo mecânico independe do referencial adotado, pois seu valor é consequência apenas da rigidez dos componentes e de sua posição relativa.

2.5 REPRESENTAÇÃO DA LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA VIGA-PILAR NO MODELO DE BARRA – PÓRTICO PLANO

A representação de uma ligação semi-rígida viga-pilar no modelo de barra da estrutura pode ser feita utilizando as informações do modelo mecânico por meio do seguinte roteiro que está esquematizado na figura 2.14.

Adotar a origem O do modelo mecânico sobre o eixo longitudinal da viga, nó $j=k$. Este ponto deve também estar sobre o alinhamento da reação vertical da viga de forma a permitir a representação do comprimento teórico ou de cálculo da viga no modelo.

Utilizar uma barra rígida $i-j$ para representar a excentricidade da ligação com relação ao eixo do pilar. A rigidez deve ser suficiente para garantir que a barra $i-j$ sofra apenas deslocamentos de corpo rígido.

Utilizar uma barra fictícia $j-k$, de comprimento nulo, para representar a ligação. Esta barra terá sua matriz de rigidez local construída a partir dos termos da matriz de rigidez $[S]$ do modelo mecânico, conforme a figura 2.15 e as equações (2.25).

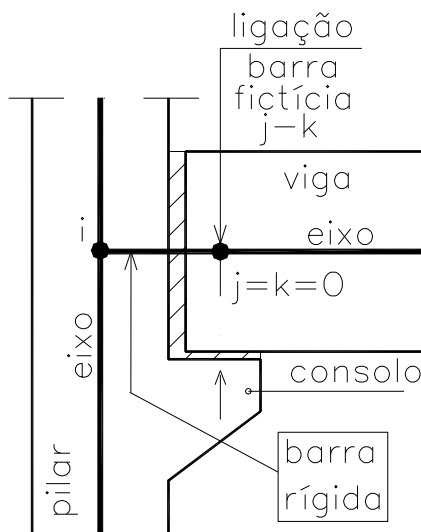


Figura 2.14 – Representação da ligação no modelo de barras da estrutura.

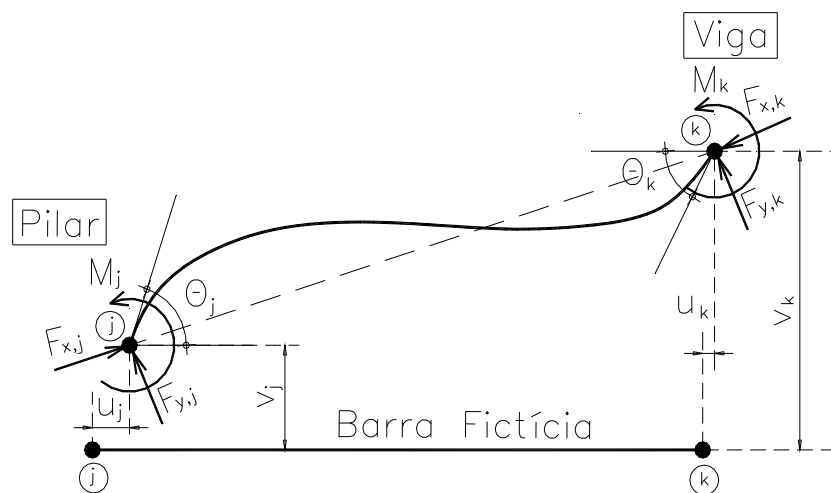


Figura 2.15- Barra fictícia j-k de representação da ligação.

$$\begin{bmatrix} [S] & [-S] \\ [-S] & [S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_p\} \\ \{d_v\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_p\} \\ \{F_v\} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & -S_{21} & -S_{22} & -S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & -S_{31} & -S_{32} & -S_{33} \\ -S_{11} & -S_{12} & -S_{13} & S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ -S_{21} & -S_{22} & -S_{23} & S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ -S_{31} & -S_{32} & -S_{33} & S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ \theta_j \\ u_k \\ v_k \\ \theta_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x,j} \\ F_{y,j} \\ M_j \\ F_{x,k} \\ F_{y,k} \\ M_k \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

onde

$\{d_p\}$ = deslocamentos do nó j, lado do pilar.

$\{d_v\}$ = deslocamentos do nó k, lado da viga.

$\{F_p\}$ = ações no nó j, lado do pilar.

$\{F_v\}$ = ações no nó k, lado da viga.

A relação matricial (2.25) cumpre exatamente as seguintes condições que traduzem o comportamento da ligação semi-rígida:

- As ações no pilar (nó j) são iguais, porém de sentido contrário às ações na viga (nó k).
- Os valores das ações são proporcionais ao deslocamento relativo entre viga e pilar.

Na verdade o procedimento acima independe da utilização do modelo mecânico. Se a rigidez à flexão K_ϕ da ligação foi determinada, por exemplo, num estudo experimental, a matriz de rigidez da barra fictícia pode ser:

$$\begin{bmatrix} K_\infty & 0 & 0 & -K_\infty & 0 & 0 \\ 0 & K_\infty & 0 & 0 & -K_\infty & 0 \\ 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 & -K_\phi \\ -K_\infty & 0 & 0 & K_\infty & 0 & 0 \\ 0 & -K_\infty & 0 & 0 & K_\infty & 0 \\ 0 & 0 & -K_\phi & 0 & 0 & K_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ \theta_j \\ u_k \\ v_k \\ \theta_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{x,j} \\ F_{y,j} \\ M_j \\ F_{x,k} \\ F_{y,k} \\ M_k \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

O termo K_∞ é um valor muito elevado de forma a reproduzir a condição de ligação rígida com relação aos deslocamentos de translação. Já os termos nulos significam desacoplamento entre as translações entre si e entre elas e a rotação, o

que , como viu na seção 2.4 , só ocorre se o ponto nodal da ligação coincidir com o seu centro elástico.

Na análise matricial de estruturas esta representação da ligação semi-rígida através da barra fictícia é bastante simples e de fácil implementação computacional.

Do ponto de vista estático, quando se utiliza o modelo mecânico para obtenção da matriz de rigidez da barra que representa a ligação, faz-se uma redução drástica do número de graus de liberdade quando se compara com o que seria necessário para representar, no modelo de barra, cada mecanismo de transferência de força individualmente. Trata-se de uma condensação estática, viável pela hipótese da chapa rígida, sendo similar ao procedimento adotado na análise tridimensional de edifícios de andares múltiplos onde a hipótese das lajes funcionando como diafragma rígido impõe que os deslocamentos horizontais de todos os nós da laje sejam dependentes do deslocamento de corpo rígido do pavimento, (SORIANO, 2005).

2.6 CARACTERIZAÇÃO DOS MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE FORÇA

Um dos principais fatores para o bom desempenho do modelo mecânico na representação da ligação é sem dúvida uma boa caracterização do comportamento dos seus mecanismos de transferência de força.

Os mecanismos de transferência de força podem ser classificados conforme o tipo de ação que eles são capazes de transferir. As ações básicas são: força cortante, força de tração, força de compressão que combinadas podem transferir momentos fletores e torçores. A determinação da curva (ação transferida x deslocamento) é feita por análise experimental, ver exemplo na figura 2.16, sendo

posteriormente os resultados transformados em expressões que definem analiticamente os limites de plastificação e de ruína do componente.

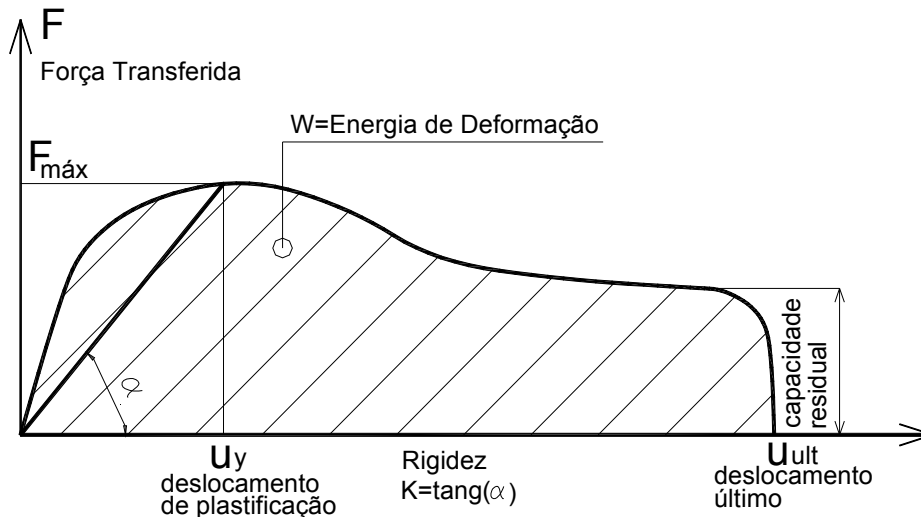


Figura 2.16 – Exemplo de curva (força transferida x deslocamento) de um componente de ligação.

A rigidez da mola que irá representar o componente no modelo mecânico, para análise de estado limite último (ELU), é normalmente obtida pela divisão da força máxima transferida pelo seu deslocamento correspondente, equação (2.27).

$$K = \frac{F_{máx}}{u_y} \quad (2.27)$$

Nesta etapa de análise do comportamento de cada componente da ligação, é importante, avaliar a sua ductilidade que é a habilidade de desenvolver grandes deslocamentos plásticos sem substancial redução na força máxima resistida. Esta ductilidade pode ser medida pela diferença entre os deslocamentos últimos e de plastificação. A comparação da ductilidade entre mecanismos de transferência pode ser feita pelo parâmetro da energia de deformação relativa definido em FIB (2007) por:

$$\xi = \frac{W}{F_{máx} u_{ult}} \quad (2.28)$$

onde

W = energia interna de deformação, área sobre a curva força transferida x deslocamento.

Este parâmetro varia de 0 a 1, quanto maior o valor mais dúctil é o componente.

É muito importante que a ligação como um todo tenha um comportamento dúctil. Nos casos de ações excepcionais na estrutura ou ainda numa situação de incêndio, a ductilidade tolera um certo deslocamento plástico mantendo a capacidade resistente da ligação contribuindo assim favoravelmente para a redistribuição de esforços. Componentes com comportamento frágil devem ser super-dimensionados de forma a garantir que a plastificação dos componentes dúcteis ocorra antes da sua ruptura brusca.

O estudo dos mecanismos de transferência de força das ligações de estruturas de concreto pré-moldado tem sido nos últimos anos objeto de especial interesse da comissão da pré-fabricação da FIB. Os principais objetivos destes estudos são: melhorar o detalhamento das ligações, dar suporte técnico aos engenheiros para o projeto de ligações específicas nos casos em que as soluções padronizadas não se enquadram e estimular o desenvolvimento de novas soluções. Entende a comissão da FIB que o conhecimento mais profundo do comportamento dos mecanismos de transferência de força e da sua participação na ligação habilita o projetista para um trabalho mais criativo na concepção e no cálculo da capacidade de uma ligação.

Na seqüência se apresenta, de forma resumida, as expressões para o cálculo da rigidez de alguns componentes básicos de ligação.

2.6.1 TRANSFERÊNCIA DE FORÇA DE TRAÇÃO – BARRA INSERIDA

A transferência de força de tração em barras inseridas no concreto se dá pelo desenvolvimento de tensões de aderência τ_b na interface aço-concreto.

Na figura 2.16 apresenta-se a distribuição típica das tensões normal e de aderência ao longo da barra inserida. A linha tracejada representa a distribuição após uma ruptura localizada próxima à face externa.

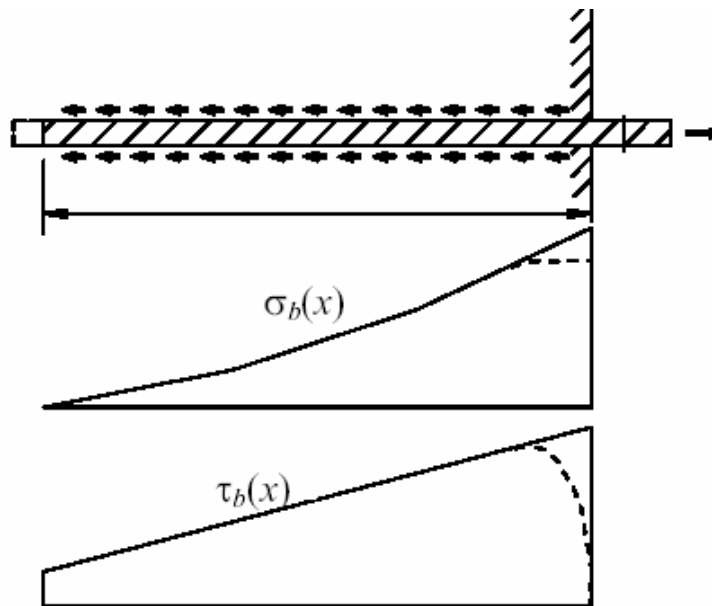


Figura 2.17 – Transferência de força de tração através de barra inserida. Distribuição das tensões normais e de aderência. FIB (2007).

O valor do deslocamento da ponta da barra para a tensão de escoamento da armadura é definida em FIB (2007) pela expressão:

$$u_y = \left[0,288 \left(\frac{\phi (f_{yk})^2}{\tau_{\max} E_s} \right)^{0,714} + \frac{f_{yk}}{E_s} 2\phi \right] (mm) \quad (2.29)$$

onde

$\phi(mm)$ = diâmetro da barra inserida.

$f_{yk}(Pa)$ = tensão de escoamento do aço.

$\tau_{max}(Pa)$ = máxima tensão de aderência.

$E_s(Pa) = 200 \times 10^9$

A tensão máxima de aderência depende da resistência do concreto e das condições de aderência da barra, expressão (2.30).

$$\tau_{max}(MPa) = k\sqrt{f_{ck}} \quad ; \text{ tensão máxima de aderência.} \quad (2.30)$$

$f_{ck}(MPa)$ = resistência característica do concreto.

$k = 2,5$; situação de boa aderência.

$k = 1,25$; outras situações.

A rigidez deste mecanismo de transferência de força será, portanto:

$$K = \frac{f_{yk} A_s}{u_y} \quad (2.31)$$

$f_{yk}(MPa)$ = tensão de escoamento do aço.

$A_s(m^2)$ = área de armadura.

$u_y(mm)$ = deslocamento da ponta da barra.

2.6.2 TRANSFERÊNCIA DE FORÇA DE CISALHAMENTO POR CHUMBADOR – EFEITO DE PINO

Chumbadores são barras transversais ligando dois elementos pré-moldados. As superfícies dos elementos podem estar diretamente em contato ou podem ter um afastamento onde se intercala uma almofada de elastômero ou de graute. Examina-

se aqui o caso do chumbador ancorado das duas extremidades e com uma almofada entre os dois elementos, figura 2.18.

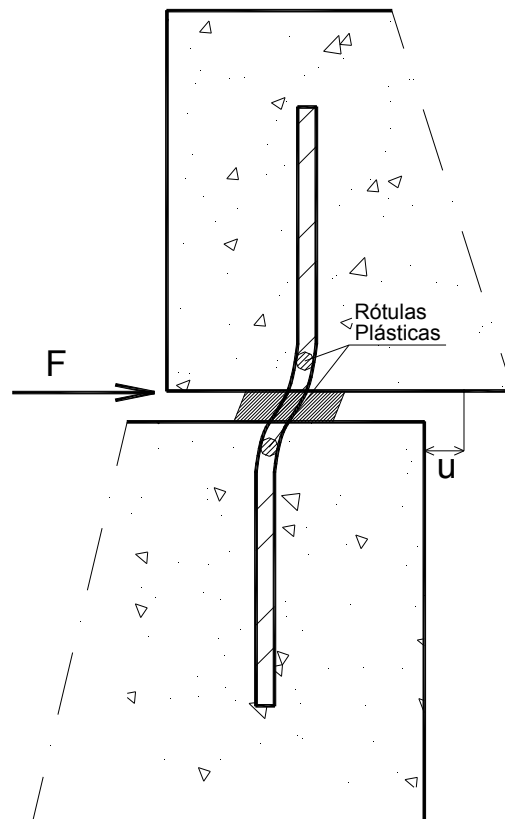


Figura 2.18 – Chumbador ancorado nas duas extremidades. Situação limite com a formação de rótulas plásticas.

A capacidade de transmissão de força cisalhante pelo chumbador (efeito de pino) se esgota pela formação das duas rótulas plásticas indicadas na figura 2.18.

De acordo com FIB (2007) o deslocamento relativo horizontal entre as superfícies interligadas pelo chumbador, pode ser estimado, na ocasião da formação das rótulas, por:

$$u_y = 0,1\phi \quad (2.32)$$

$\phi(mm)$ = diâmetro do chumbador.

A força máxima cisalhante transmitida na plastificação é dada por:

$$F_p = c_r c_e \phi^2 \sqrt{f_{yk} \cdot f_{ck}} \quad (2.33)$$

onde

$\phi(m)$ = diâmetro da barra inserida.

$f_{yk}(Pa)$ = tensão de escoamento do aço.

$f_{ck}(Pa)$ = tensão característica do concreto

$$c_r = \sqrt{2}; \text{ para o caso de haver restrição total ao movimento.} \quad (2.34)$$

$$c_r = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}; \text{ para o caso de restrição parcial.} \quad (2.35)$$

$$c_e = \sqrt{1 + \varepsilon^2} - \varepsilon \quad (2.36)$$

$$\varepsilon = \frac{3e}{\phi} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \quad (2.37)$$

e = metade da altura da almofada intercalada entre os dois elementos.

A rigidez da mola a ser utilizada no modelo mecânico para representar o chumbador será então:

$$K = \frac{F_p}{u_y} = \frac{c_r c_e \phi^2 \sqrt{f_{yk} \cdot f_{ck}}}{0,1\phi} \left(\frac{N}{mm} \right) \quad (2.38)$$

Para movimentação na direção vertical e no sentido de levantamento o chumbador atua agora como barra inserida transferindo força de tração.

Na movimentação horizontal a almofada de elastômero sofre distorção transferindo também alguma força cisalhante. A rigidez da almofada de elastômero para transferência de força cisalhante pode ser dada por:

$$K_n = \frac{GA_n}{h_b} \quad (2.39)$$

onde

G = módulo de elasticidade transversal do elastômero=1MPa

$A_n(m^2)$ = área da superfície de apoio da almofada.

$h_b(m)$ = altura efetiva de borracha da almofada.

Os dois componentes, chumbador e almofada de elastômero, atuam como molas em paralelo.

2.7 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MODELO MECÂNICO

Nesta seção são apresentados dois exemplos de aplicação do modelo mecânico na representação de ligações semi-rígidas. Para facilitar o cálculo da matriz de rigidez do modelo, uma planilha Excel foi desenvolvida. Informa-se a posição, a direção e o valor da rigidez de cada componente atuante na ligação e a planilha calcula a matriz de rigidez [S], a matriz de flexibilidade [C], a rigidez à flexão K_ϕ e a posição do centro elástico do sistema. Na planilha é possível também fornecer as ações externas {F} e obter os deslocamentos {d} da origem e as forças atuantes em cada componente da ligação.

2.7.1 LIGAÇÃO VIGA-PILAR ANALISADA EXPERIMENTALMENTE

Como exemplo de aplicação do modelo mecânico na representação da ligação semi-rígida, foi examinado o caso da ligação viga-pilar ensaiada por BALDISSERA (2006), figuras 2.19, 2.20 e 2.21

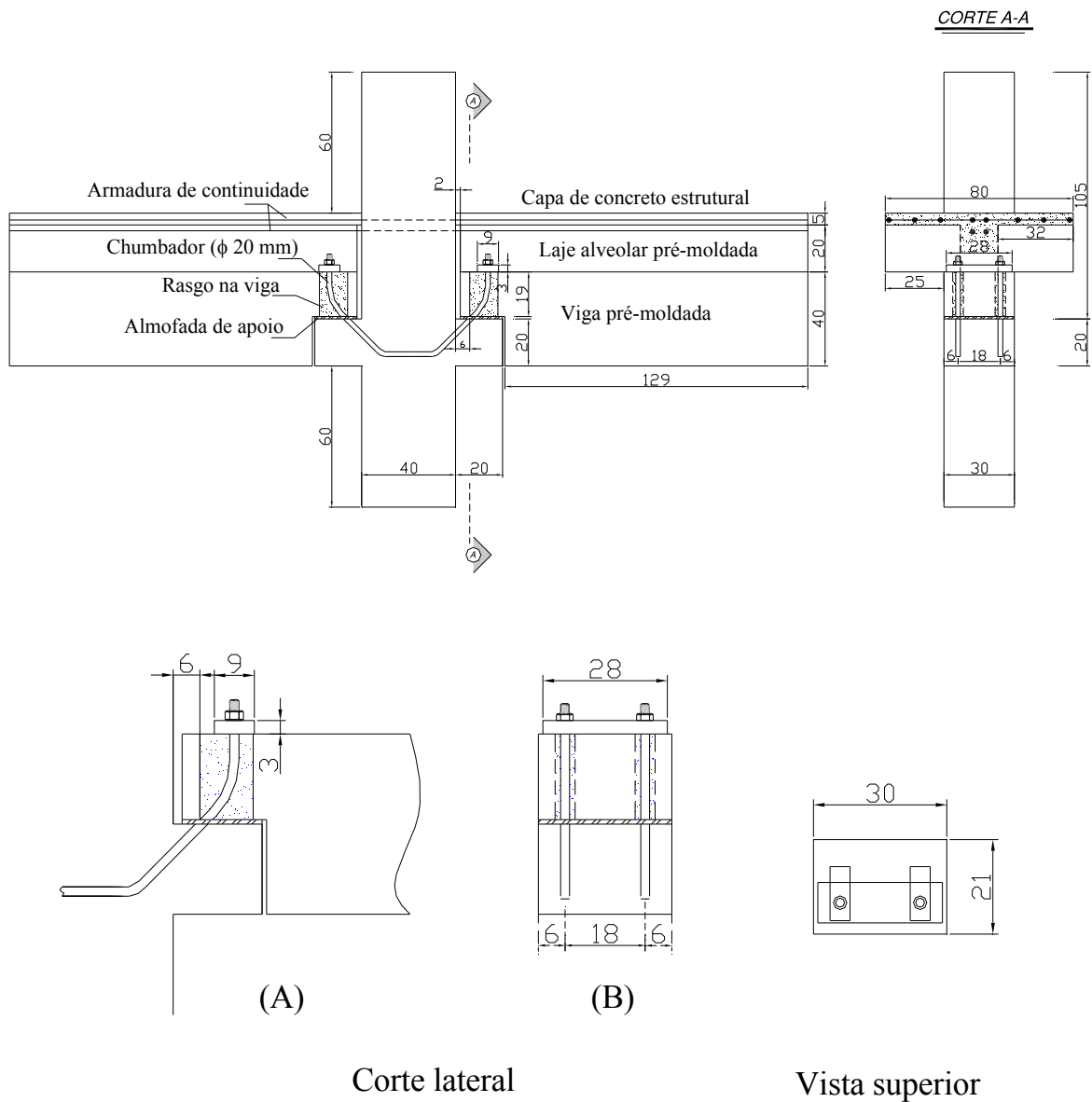


Figura 2.19 – Esquema da ligação ensaiada por BALDISSERA (2006).



Figura 2.20 - Detalhe do chumbadores inclinados.



Figura 2.21 - Modelo pronto para ensaio.

Um dos objetivos do ensaio foi a determinação da rigidez da ligação com relação a momento fletor positivo, justamente para avaliar a contribuição da posição inclinada de 45° do chumbador.

Para referência do modelo mecânico adotou-se um eixo vertical “y” passante pelo ponto de contato do chumbador com a viga que se situa a 6 cm na horizontal da interface viga-pilar. Neste eixo vertical “y” adotou-se um ponto O, para origem, a 20 cm da face inferior do dente da viga, figura 2.22.

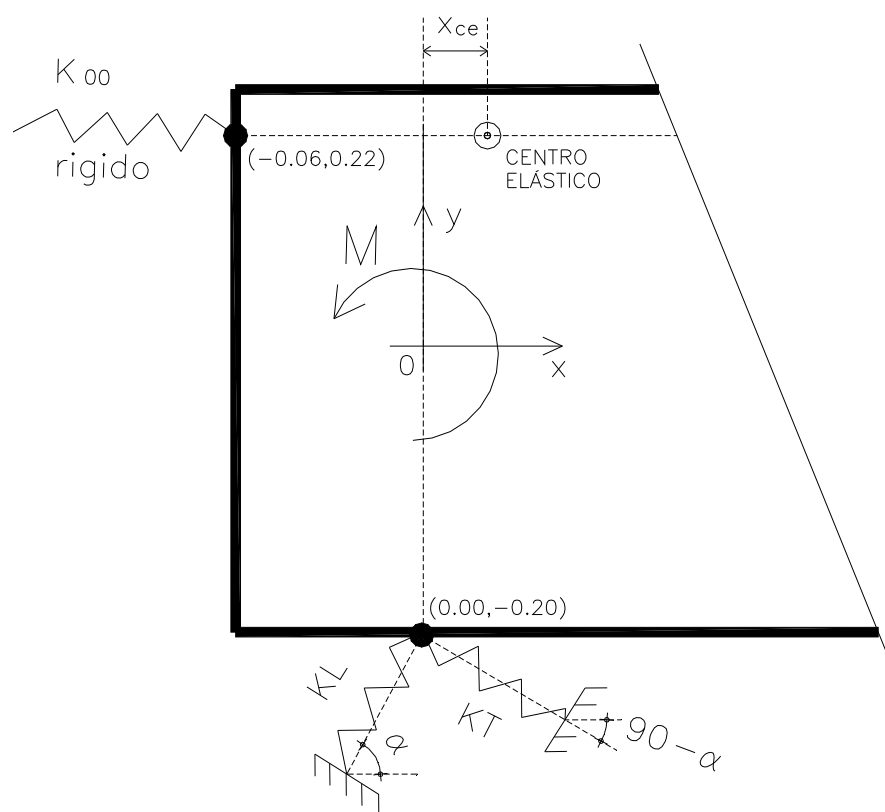


Figura 2.22 – Modelo Mecânico da ligação ensaiada por BALDISSERA (2006)

Os componentes preponderantes da ligação, no caso de momento positivo, são o chumbador e o contato da face superior da viga com a face do pilar.

O componente chumbador, duas barras de 20 mm, apresenta uma rigidez transversal que seria o efeito de pino e outra longitudinal como barra inserida.

Na figura 2.23 temos o cálculo em planilha da rigidez longitudinal e transversal do chumbador conforme as expressões apresentadas nas seções 2.6.1 e 2.6.2. Nesta análise foram utilizados valores nominais para as resistências do aço e do concreto. Reconhece-se que para uma melhor comparação de resultados teóricos e experimentais deveriam ser utilizados os valores médios de resistência dos materiais.

BARRA INSERIDA			CHUMBADOR		
$\phi =$	20,0	mm	$\phi =$	20,0	mm
$A_s =$	3,14	cm ²	$c_r =$	1,41	
$f_{yk} =$	500	MPa	$c_e =$	0,79	
$f_{ck} =$	50	MPa	$f_{ck} =$	50	MPa
			$f_{yk} =$	500	MPa
			$e =$	5	mm
$u_y =$	0,451	mm	$F_p =$	70500	N
$K =$	347,75	MN/m	$u_k =$	2,0	mm
			$K =$	35,3	MN/m

Figura 2.23 – Planilha de cálculo da rigidez dos componentes.

Considerando-se que são duas barras tem-se então:

$$K_{long} = 2 \times 347,75 = 695,50 \text{ MN/m}$$

$$K_{transv} = 2 \times 35,3 = 70,60 \text{ MN/m}$$

O componente chumbador será representado por duas molas uma a 45° correspondente à rigidez longitudinal de barra inserida e outra a -45° correspondente à rigidez transversal associada ao efeito de pino.

Resta agora a representação do componente de transferência de força de compressão que se dá por contato da parte superior da viga com a face do pilar. Este componente da ligação pode ter uma caracterização semelhante à desenvolvida para a barra inserida e o chumbador na seção 2.6. Entretanto, como a sua rigidez é normalmente muito elevada se comparada com a rigidez dos outros componentes, a sua representação no modelo mecânico pode ser feita pela

consideração de uma mola de rigidez infinita disposta na direção perpendicular à linha de contato. Para a determinação de um valor de rigidez adequado deve-se ir incrementando a rigidez até que o centro elástico do sistema (CE) esteja sobre a linha de ação da mola do componente. Na figura 2.24 tem-se uma situação de transferência de compressão contato concreto com concreto numa ligação solicitada à flexão. Neste caso é preciso determinar a posição da mola com relação ao topo da viga. Esta posição, na verdade é o centro de gravidade do digrama de tensões na superfície de contato, centro este que varia conforme o nível de solicitação. Esta posição poderia ser determinada a partir dos resultados experimentais ou através de uma modelação numérica mais refinada da ligação. Sugere-se, para se ter uma primeira aproximação do valor da profundidade x , ponto de tensão nula, adotar-se o seguinte procedimento.

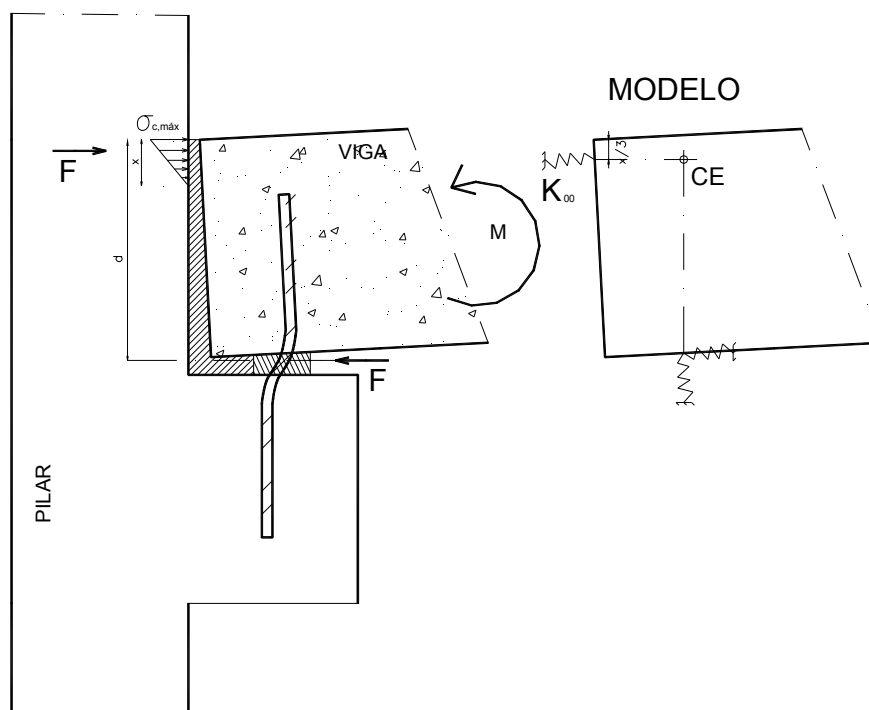


Figura 2.24 – Transmissão de compressão por contato concreto-concreto.

Determina-se o valor de F_{pl} que leva a plastificação da ligação. No caso da figura 2.24, F_{pl} seria o valor de plastificação do chumbador. Com este valor se calcula uma área fictícia de aço CA50 que escoaria quando submetida à força F_{pl} . Esta área fictícia é dada então por:

$$A_{s, fic} = \frac{F_{pl}}{f_{yk}} \quad (2.40)$$

Imagina-se agora que se tem uma seção retangular de concreto com largura igual à largura b_w da superfície de contato e com uma armadura $A_{s, fic}$ disposta a uma distância d do topo da seção, figura 2.25.

Para esta seção fictícia calcula-se a posição da linha neutra no estágio II da seção que é dada por:

$$x = \frac{nA_{s, fic}}{b_w} \left(\sqrt{1 + \frac{2b_w d}{nA_{s, fic}}} - 1 \right) (cm) \quad (2.41)$$

$$n = \frac{E_s}{E_c}; \text{ fator de homogeneização.}$$

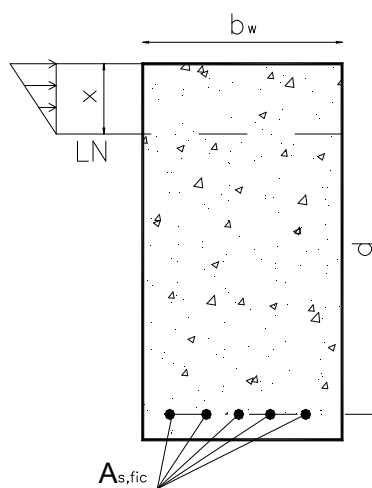


Figura 2.25 – Seção fictícia de concreto.

No caso particular da ligação ensaiada, com chumbador inclinado, o cálculo da área fictícia deve considerar a projeção horizontal do efeito de pino e de barra inserida. Tem-se então:

$$A_{s, fic} = \frac{(2 \times 70,5 + 2 \times 3,14 \times 50) \cos(45^\circ)}{50} = 6,44 \text{ cm}^2 \quad (2.42)$$

Daí, utilizando-se a equação 2.41, obtém-se para a posição da linha neutra o valor de x igual a 10,3 cm. A posição da mola poderia ficar então a partir de 3 cm da face superior da viga. Adotamos então uma posição a 3 cm do topo, portanto, com coordenadas no referencial do modelo: (-0.06 , 0.22), ver figura 2.22.

Na figura 2.26 tem-se a planilha com os valores característicos do modelo mecânico: a posição do centro elástico, a matriz de rigidez, a matriz de flexibilidade e a rigidez à flexão.

A análise experimental obteve uma rigidez média, para momento positivo, de 28,4 MNxm/rad a partir da curva carga x rotação do último ciclo de carga do ensaio. Em outro processo de avaliação da rigidez os dados de deslocamentos lidos no ensaio foram impostos a um modelo numérico que simula o ensaio e neste caso a rigidez média encontrada foi de 22,8 MNxm/rad.

A rigidez à flexão para momento positivo obtida pelo modelo mecânico foi de 22,6 MNxm/rad. Constata-se que o modelo mecânico foi capaz de fornecer uma boa aproximação da rigidez da ligação para momento positivo.

Ainda na planilha da figura 2.26, pode-se ver que aplicando um momento de 84 KNxm no modelo, a força transversal no chumbador atinge o valor de 141 KN que corresponde teoricamente à sua plastificação. Observando a curva carga x rotação do ensaio, figura 2.27, verifica-se que o fim do comportamento linear da ligação está próximo a este valor de momento.

1. MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA LIGAÇÃO

COMPONENTE	MOLA	X	Y	α	KL	KT
		m	m	grau	kN/m	kN/m
B. INSERIDA	1	0,0000	-0,2000	45,00	6,955E+05	0,00
CHUMBADOR	2	0,0000	-0,2000	-45,00	7,060E+04	0,00
CONCRETO	3	-0,0600	0,2200	0,00	1,00E+10	0,00

COORDENADAS DO CENTRO ELÁSTICO		
Xce=	0,3426	m
Yce=	0,2200	m

RIGIDEZ À ROTAÇÃO		
K_{ϕ} =	22,61	MNxm/rad

MATRIZ DE RIGIDEZ		
1,000E+10	3,125E+05	-2,200E+09
3,125E+05	3,831E+05	6,249E+04
-2,200E+09	6,249E+04	4,840E+08

AÇÕES	
0,00	kN
0,00	kN
84,00	kNxm

MATRIZ DE FLEXIBILIDADE		
2,140E-06	-3,333E-06	9,729E-06
-3,333E-06	7,801E-06	-1,515E-05
9,729E-06	-1,515E-05	4,422E-05

DESLOCAMENTOS	
8,172E-04	m
-1,273E-03	m
3,715E-03	rad

2. ESFORÇOS NOS COMPONENTES

COMPONENTE	MOLA	FORÇA	MOMENTO
		kN	kN
B. INSERIDA	1	141,42	0,00E+00
CHUMBADOR	2	141,42	0,00E+00
CONCRETO	3	-200,00	0,00E+00

Figura 2.26 – Planilha de informações do modelo mecânico para a ligação ensaiada.

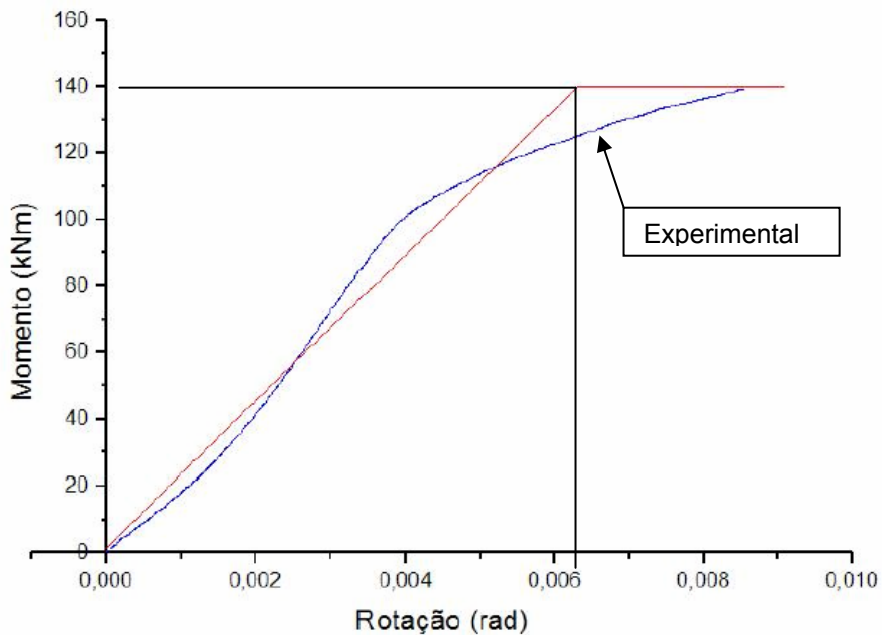


Figura 2.27 – Curva momento x rotação de ensaio. BALDISSERA (2006)

Aproveitando este modelo mecânico, foram examinados os casos de chumbadores com inclinação variando de 90° (vertical) até 30°. Os valores das rigidezes da ligação e da posição do centro elástico estão apresentados na tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Rigidez da ligação para momento positivo

Inclinação do Chumbador	Xce(m)	RIGIDEZ – K_{ϕ}
90° (vertical)	0,000	12,45 MN/rad
75°	0,100	13,25 MN/rad
60°	0,210	16,06 MN/rad
45° (BALDISSERA)	0,343	22,61 MN/rad
30°	0,500	38,19 MN/rad

Observando as coordenadas Xce do centro elástico, na tabela 2.2, verifica-se que quando o chumbador está na vertical, caso da figura 2.24, tem-se Xce=0, o que significa que a mola vertical que representa o componente de barra inserida tem sua linha de ação passante pelo centro elástico e, portanto, não tem contribuição na transferência de momento fletor positivo. Isto explica o fato de que, com o chumbador na vertical, a ligação apresenta a menor rigidez para momento fletor positivo.

Inclinando o chumbador, a linha de ação da mola que representa a barra inserida deixa de passar pelo centro elástico indicando a sua participação na rigidez para momento fletor positivo. Este fato é evidenciado, na tabela 2.2, pelo aumento da rigidez K_{ϕ} à medida que cresce a inclinação do chumbador.

Deve-se observar que na geração dos resultados da tabela 2.2 operou-se no modelo mecânico apenas alterando os ângulos das molas dos componentes, barra inserida e chumbador, mantendo-os perpendiculares e com os mesmos valores de

rigidez. Estes valores de rigidez dos componentes, apresentados na seção 2.6, foram obtidos em estudo teórico-experimental para chumbadores verticais.

Atualmente estudos experimentais estão sendo desenvolvidos para avaliar a rigidez de chumbadores inclinados, estes resultados poderão ser incorporados como aperfeiçoamento para o cálculo da rigidez da ligação através do modelo mecânico.

2.7.2 LIGAÇÃO VIGA-PILAR SIMPLES COM ALMOFADA DE ELASTÔMERO E CHUMBADOR

Analisa-se nesta seção um caso bem comum na prática, que é o de uma viga apoiando-se no topo de um pilar sobre almofada de elastômero com chumbador, figura 2.28.

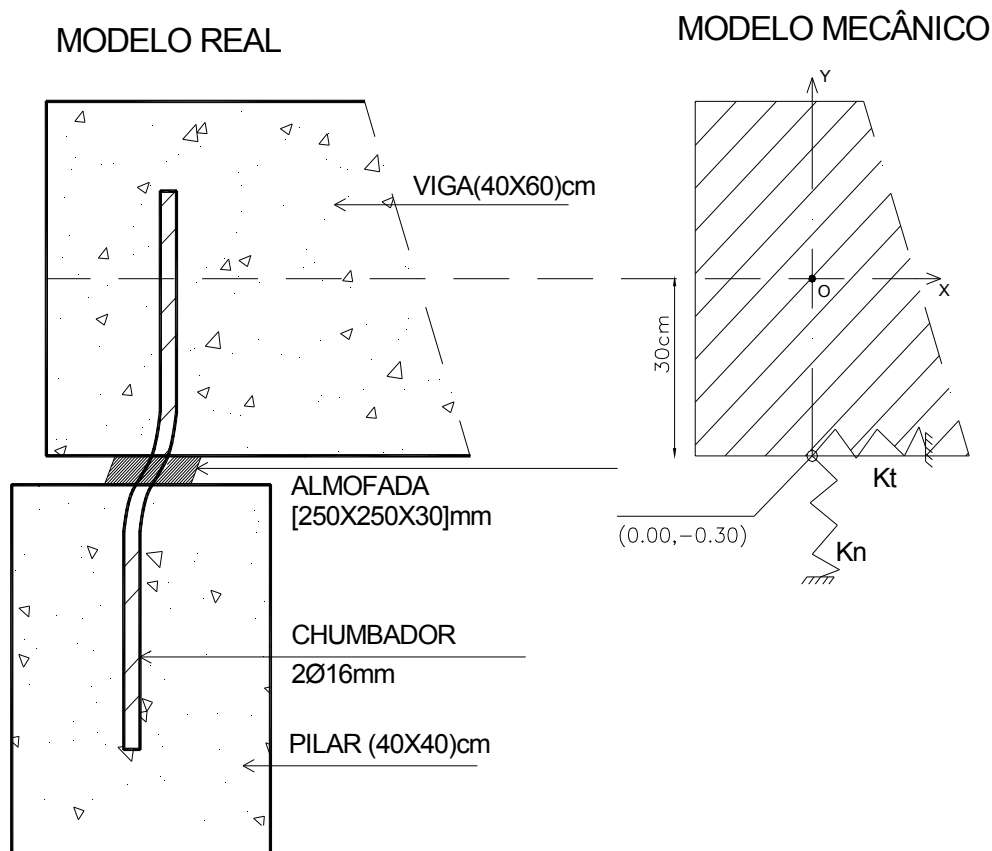


Figura 2.28 – Ligação com almofada de elastômero e chumbador.

O modelo mecânico que representa esta ligação, ver também figura 2.28, contempla uma mola muito rígida na direção vertical e uma mola horizontal de rigidez igual à do chumbador funcionando como pino associado com a almofada de elastômero. Trata-se, portanto, de uma ligação rotulada ou livre para momento fletor e semi-rígida para força horizontal.

A transmissão da força horizontal se dá de forma excêntrica em relação ao eixo da viga. Uma força horizontal F transmitida à viga pela distorção do chumbador, deve produzir no eixo da viga um momento fletor dado por $M= 0,3 \times F$. A finalidade deste exemplo foi verificar se a matriz de rigidez gerada pelo modelo mecânico e utilizada para representar a ligação no modelo de barra da estrutura conseguiria captar este efeito da ligação excêntrica.

Analisou-se então o pórtico plano da figura 2.29 constituído por duas vigas (40cmx60cm) apoiadas em três pilares (40cmx40cm). As ligações semi-rígidas foram incorporadas ao modelo pela técnica da barra fictícia apresentada na seção 2.5.

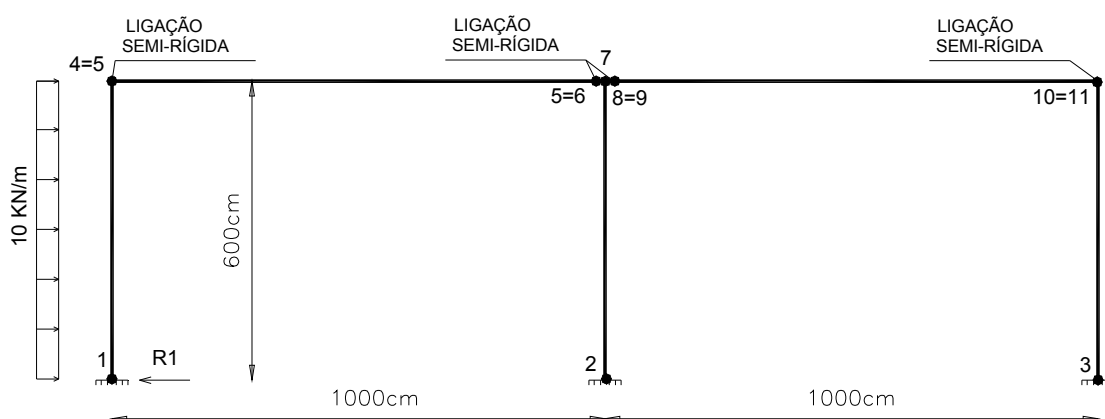


Figura 2.29 – Pórtico plano para análise com ligação semi-rígida.

A rigidez do chumbador como pino, calculada pela expressão (2.33) é 32 MN/m. A rigidez da almofada à distorção é 20,8 MN/m. A rigidez da mola horizontal no modelo mecânico será, portanto: $32+20,8=52,8$ MN/m.

Na figura 2.30 tem-se a planilha com a matriz de rigidez do modelo mecânico.

1. MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA LIGAÇÃO

COMPONENTE	MOLA	X	Y	α	KL	KT
		m	m	grau	KN/m	KN/rad
CHUMBADOR	1	0,0000	-0,3000	0,00	5,280E+04	0,00
VERTICAL	2	0,0000	-0,3000	90,00	1,000E+10	0,00
ROTAÇÃO	3	0,0000	-0,300	0,00	0,00E+00	0,10

COORDENADAS DO CENTRO ELÁSTICO		
Xce=	0,0000	m
Yce=	-0,3000	m

RIGIDEZ À ROTAÇÃO		
K_{ϕ} =	0,00	Mnxm/rad

MATRIZ DE RIGIDEZ		
5,280E+04	6,126E-07	1,584E+04
6,126E-07	1,000E+10	1,838E-07
1,584E+04	1,838E-07	4,752E+03

AÇÕES	
0,0000	KN
0,0000	KN
0,0000	KNxm

MATRIZ DE FLEXIBILIDADE		
9,000E-01	-1,160E-21	-3,000E+00
-1,160E-21	1,000E-10	0,000E+00
-3,000E+00	0,000E+00	1,000E+01

DESLOCAMENTOS	
0,000E+00	m
0,000E+00	m
0,000E+00	rad

Figura 2.30 – Planilha de informações do modelo mecânico da ligação.

Deve-se observar que se introduziu uma mola de rotação de rigidez muito pequena apenas para que o modelo não fique hipostático.

A partir da matriz de rigidez do modelo monta-se a matriz de rigidez da barra fictícia da ligação que é dada por:

$$\begin{bmatrix} 5,28 \times 10^4 & 0 & 1,58 \times 10^4 & -5,28 \times 10^4 & 0 & -1,58 \times 10^4 \\ 0 & 10^{10} & 0 & 0 & -10^{10} & 0 \\ 1,58 \times 10^4 & 0 & 4,75 \times 10^3 & -1,58 \times 10^4 & 0 & -4,75 \times 10^3 \\ -5,28 \times 10^4 & 0 & -1,58 \times 10^4 & 5,28 \times 10^4 & 0 & 1,58 \times 10^4 \\ 0 & -10^{10} & 0 & 0 & 10^{10} & 0 \\ -1,58 \times 10^4 & 0 & -4,75 \times 10^3 & 1,58 \times 10^4 & 0 & 4,75 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

A análise do pórtico considerando a ligação semi-rígida indicou uma transmissão de uma força horizontal $F = 15,74$ kN. A viga ficou solicitada com um momento fletor constante de valor igual $4,72$ kxm que vem a ser exatamente o

produto da força F pela excentricidade de 30 cm. Verifica-se então que o modelo foi capaz de representar corretamente a ligação excêntrica.

Na figura 2.31 temos o diagrama de momento ao longo do primeiro pilar. O pilar efetivamente termina a 30 cm abaixo do eixo da viga exatamente no ponto de momento nulo do diagrama.

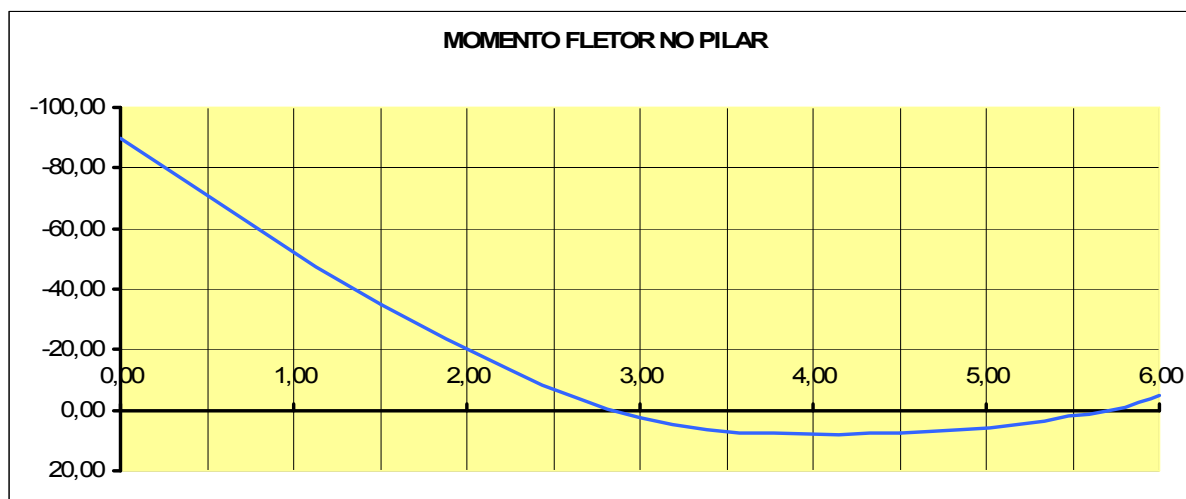


Figura 2.31 – Diagrama de momento fletor no primeiro pilar, colocado na horizontal.

Aproveitando o exemplo, o mesmo pórtico foi analisado variando-se a rigidez do chumbador de 1 kN/m até 1.000.000 kN/m. Na tabela 2.3 pode-se ver os resultados do valor da força transmitida e do deslocamento horizontal do topo do pilar.

Tabela 2.3 – Resultados da análise do pórtico.

Rigidez (kN/m)	Força Transmitida (kN)	Deslocamento no topo do pilar (mm)
1	0	25
10	0	25
100	1	24
1000	6	18,7
10000	14	10,8
100000	16	8,7
1000000	16,1	8,4

Na figura 2.32 tem-se o gráfico, em escala logarítmica, da relação rigidez x força transmitida.

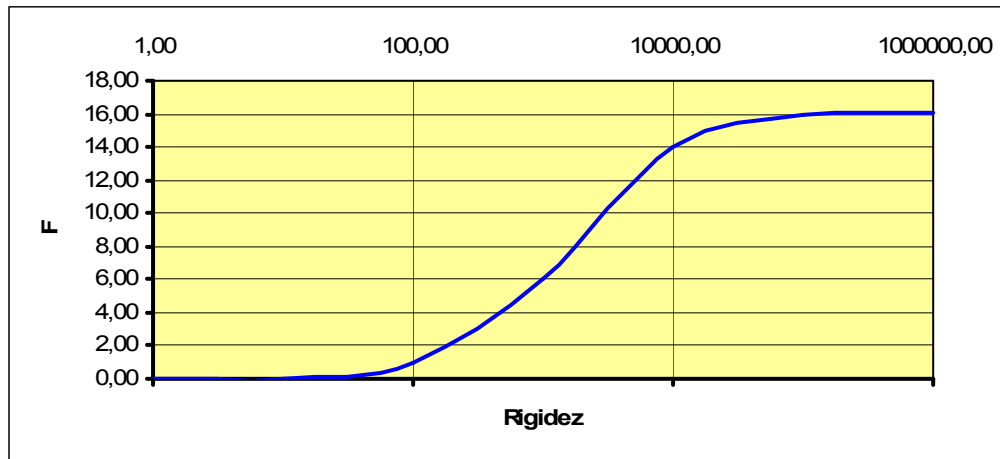


Figura 2.32 – Gráfico da relação rigidez x força transmitida, em escala logarítmica.

Verifica-se que há um trecho em que a rigidez pode ser desprezada, um segundo trecho em que a força transmitida é sensível à variação da rigidez e um terceiro trecho em que a força transmitida sofre pouca alteração com a rigidez, pois já está próxima do valor correspondente à da ligação rígida.

CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE GEOMÉTRICA

3

Capítulo

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A questão fundamental tratada na análise não linear geométrica é a da expressão da condição de equilíbrio da estrutura levando em conta a sua configuração deformada.

O estudo analítico geral deste problema, sem restrições impostas aos deslocamentos e às deformações é feito na mecânica do contínuo, por exemplo, em NOVOZHILOV (1953).

A análise estrutural não-linear geométrica via método dos elementos finitos está bem fundamentada, por exemplo, em STRICKLING et al. (1977) e BATHE (1982).

A formulação completa tradicional adota um referencial Lagrangeano e considera relações deformação-deslocamentos não-lineares obtendo-se assim expressões para as matrizes de rigidez secante e tangente que representam o equilíbrio do modelo na configuração deformada.

Como a equação de equilíbrio resulta não-linear, dependente dos deslocamentos, o problema é resolvido por métodos incrementais-iterativos como o de Newton-Raphson.

No caso das estruturas reticuladas tem-se basicamente uma estrutura apoiada submetida a um carregamento constituído por cargas verticais g , peso próprio e sobrecargas, e forças horizontais w devidas ao vento, ver figura 3.1.

Para a solução desta classe de problema a literatura registra vários procedimentos numéricos, denominados genericamente de $P-\Delta$, que resultam fundamentalmente de simplificações na dedução da matriz de rigidez tangente da estrutura, e da utilização de variantes do método iterativo de Newton-Raphson. WILSON (1987) apresenta, por exemplo, o chamado método dos dois passos. Em LOPES (2005) pode-se encontrar uma discussão sobre os diferentes métodos de análise $P-\Delta$ disponíveis em programas comerciais. Por outro lado, LIMA (1979), MEDEIROS (1985) e MOTA (1986) mostraram que este tipo de estrutura apresenta um comportamento pré-crítico moderadamente não linear e admite uma solução interessante não incremental-iterativa obtida pela combinação de alguns dos seus modos de flambagem. Esta alternativa de análise não-linear é tratada com mais ênfase neste trabalho principalmente por incluir a determinação da carga crítica da estrutura que se constitui num importante parâmetro balizador do grau de não linearidade do problema.

Merecem destaque as pesquisas mais recentes no âmbito da análise não linear geométrica de estruturas reticuladas que utilizam uma teoria exata (grandes deslocamentos) associada a uma formulação corrotacional como é o caso do trabalho apresentado por PINTO (2002).

Na seqüência deste capítulo apresenta-se um sumário da formulação Lagrangeana completa e da hipótese de pequenas rotações. Posteriormente o método dos elementos finitos é aplicado obtendo-se as matrizes de rigidez secante e tangente para o elemento de pórtico plano. Neste ponto estabelece-se a equação de equilíbrio não-linear para o caso de comportamento pré-crítico moderadamente não linear acompanhada de sua solução pelo método da superposição modal.

Por fim um exemplo numérico é apresentado para avaliar a eficácia e os limites do método modal.

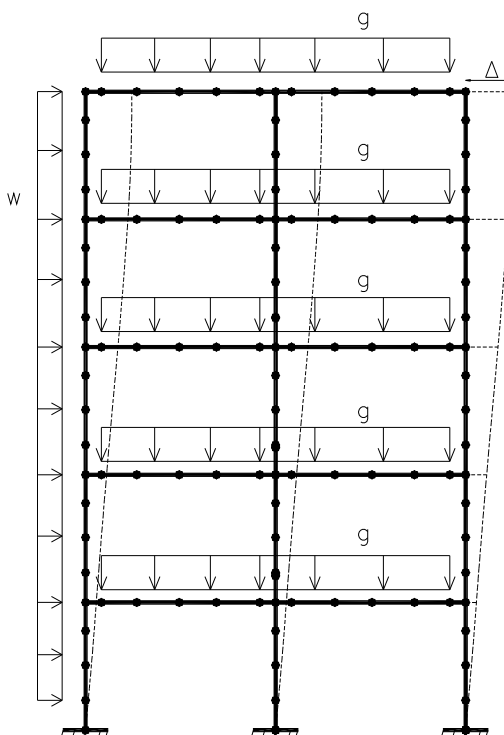


Figura 3.1 – Modelo de pórtico plano para análise não-linear geométrica.

3.2 FORMULAÇÃO LAGRANGEANA

Considere o movimento de um corpo genérico, definido no sistema cartesiano (x_1, x_2, x_3) de referência, como mostra a figura 3.2.

Todas as variáveis estáticas e cinemáticas são medidas em relação a este referencial que é mantido fixo.

Um ponto P genérico, no interior do corpo, tem na configuração inicial ($t = 0$) as coordenadas $({}^0x_1 \ {}^0x_2 \ {}^0x_3)$; para a configuração deformada ($t = \bar{t}$) as novas coordenadas são dadas por:

$$\bar{t}x_i = {}^0x_i + \bar{t}u_i \quad (3.1)$$

onde $\bar{t}u_i$ é o deslocamento de P na direção i.

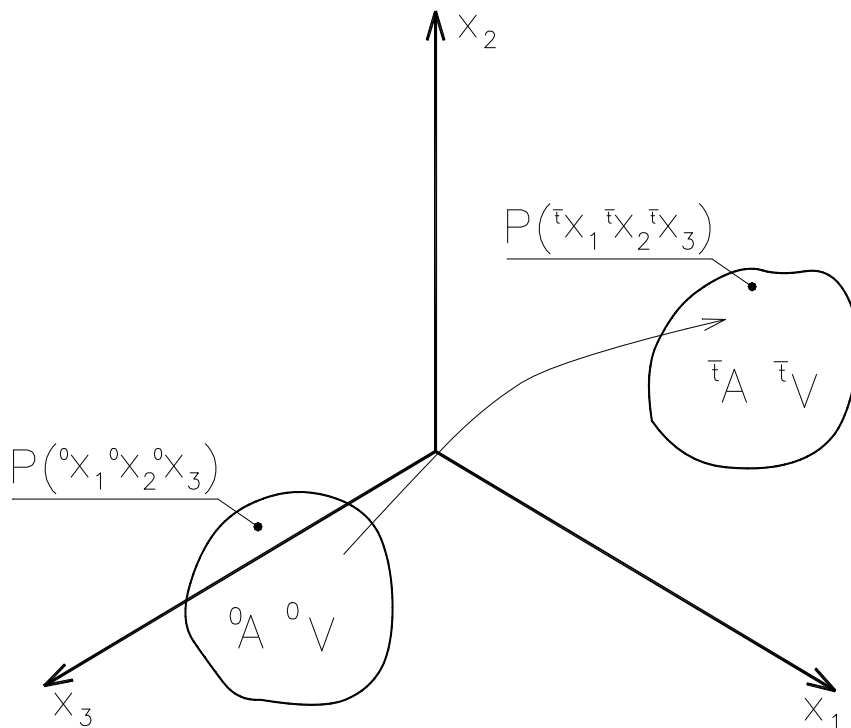


Figura 3.2 – Referencial Lagrangeano

O estudo do movimento é feito, portanto, acompanhando os deslocamentos de todas as partículas do corpo. Isto caracteriza a descrição Lagrangeana que se contrapõe à Euleriana onde o movimento é estudado em regiões fixas do contínuo denominadas volumes de controle.

A condição de equilíbrio do corpo para a configuração no tempo \bar{t} pode ser expressa pelo princípio dos trabalhos virtuais.

Seja δu_i uma variação virtual das componentes cartesianas do campo de deslocamento da configuração deformada. O trabalho virtual das forças internas é igual ao trabalho virtual das forças externas. Em notação tensorial temos:

$$\int_{\bar{V}} \bar{\tau}_{ij} \delta e_{ij} dV = \delta W \quad (3.2)$$

onde

$\bar{\tau}_{ij}$ - componentes cartesianas do tensor de tensões de Cauchy definidas na configuração deformada.

δe_{ij} - variação virtual das componentes cartesianas do tensor de deformações infinitesimais, que é dado pela expressão:

$$\delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \delta u_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial \bar{x}_i} \right] \quad (3.3)$$

δW - trabalho virtual das forças externas.

O trabalho virtual das forças externas é dado por:

$$\delta W = \int_{\bar{V}} \bar{f}_i^B \delta u_i dV + \int_{\bar{A}} \bar{f}_i^A \delta u_i dA \quad (3.4)$$

onde \bar{f}_i^B e \bar{f}_i^A são as forças de massa e de superfície que atuam no corpo.

A dificuldade fundamental na aplicação direta da equação (3.2) é que a configuração do corpo em \bar{t} é desconhecida. Esta é, aliás, a principal diferença se compararmos com a análise linear onde não se considera a mudança de configuração devido à hipótese de pequenos deslocamentos.

Outro problema é que as tensões de Cauchy são sempre orientadas pelo referencial fixo (x_1, x_2, x_3) , não acompanhando a partícula. Assim, para uma rotação rígida do corpo, as tensões de Cauchy se modificam sem que tenha havido deformação; cria-se, portanto, uma dificuldade para o estabelecimento de relações constitutivas.

A forma de contornar estes problemas, causados pela mudança de configuração, é transformar a equação (3.2) em outra equivalente onde a integral seja definida sobre o volume da configuração indeformada.

Dois novos tensores são então definidos. O 2º tensor de tensões de Piola-Kirchhoff e o tensor de deformações de Green-Lagrange.

O 2º tensor de Piola-Kirchhoff se relaciona com o de Cauchy pela expressão:

$${}^t\mathbf{S}_{ij} = \frac{{}^0\rho}{{}^t\rho} {}^t\mathbf{x}_{i,m} {}^t\tau_{mn} {}^0\mathbf{x}_{j,n} ; {}^0\mathbf{x}_{i,m} = \frac{\partial {}^0\mathbf{x}_i}{\partial {}^t\mathbf{x}_m} \quad (3.5)$$

onde $\frac{{}^0\rho}{{}^t\rho}$ representa a razão entre as densidades de massa da configuração

inicial e a da configuração deformada.

O tensor de Green-Lagrange é dado por:

$${}^t\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} ({}^0u_{i,j} + {}^0u_{j,i} + {}^0u_{k,i} {}^0u_{k,j}) \quad (3.6)$$

Para grandes deformações, estes tensores têm pouco significado físico. Pode-se demonstrar que eles não se modificam para movimentos rígidos do corpo. A propriedade mais importante destes vetores é que eles são energeticamente conjugados.

Isto significa que:

${}^t\mathbf{S}_{ij} \delta^{\bar{t}}\varepsilon_{ij}$ = trabalho virtual das forças internas na configuração deformada por unidade de volume indeformado. (3.7)

$\delta^{\bar{t}}\varepsilon_{ij}$ = variação virtual das componentes cartesianas do tensor de deformações de Green-Lagrange. (3.8)

Utilizando (3.7), tem-se que:

$$\int_{{}^0V} {}^{\bar{t}}\mathbf{S}_{ij} \delta\varepsilon_{ij} {}^0dV = \int_{{}^tV} {}^{\bar{t}}\tau_{ij} \delta\mathbf{e}_{ij} {}^{\bar{t}}dV = \delta W \quad (3.9)$$

Admitindo-se que as forças externas são independentes da deformação, o trabalho virtual por elas realizado pode também ser calculado na configuração indeformada.

$$\delta W = \int_{{}^0V} {}^{\bar{t}}\mathbf{f}_i^B \delta u_i {}^0dV + \int_{{}^0A} {}^{\bar{t}}\mathbf{f}_i^A \delta u_i {}^0dA \quad (3.10)$$

Para aplicação do método dos elementos finitos (MEF) é mais conveniente escrever a equação [3.10] em forma matricial como

$$\int_{{}^0V} \delta\{\varepsilon\}^T \{\mathbf{S}\} {}^0dV = \delta W \quad (3.11)$$

onde

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ 2\varepsilon_{12} \ 2\varepsilon_{13} \ 2\varepsilon_{23}] \quad (3.12)$$

$$\{S\}^T = [S_{11} \ S_{22} \ S_{33} \ S_{12} \ S_{13} \ S_{23}] \quad (3.13)$$

3.3 FORMULAÇÃO LAGRANGEANA DE PEQUENAS ROTAÇÕES

Na obtenção da equação (3.11) apenas foram utilizados o conceito de meio contínuo e a hipótese de equilíbrio. Nenhuma limitação é imposta aos deslocamentos e deformações. A equação (3.11) é, portanto geral, permitindo que se analise todo tipo de não-linearidade.

Estabelecem-se agora as hipóteses que definirão a classe de problemas que é tratada neste trabalho.

Admite-se em primeiro lugar, que os materiais da estrutura trabalham em regime elástico linear. Como será visto adiante, a não-linearidade física ou de material não será introduzida através de relações constitutivas especiais, mas por redução na rigidez supostamente elástica dos elementos. De qualquer forma, considera-se como válida a hipótese de pequenas deformações ($\varepsilon \ll 1$), da ordem de 10^{-3} no máximo.

Uma consequência importante é que nestas condições os tensores de Green-Lagrange e o 2º de Piola-Kirchhoff adquirem significado físico, sendo suas componentes identificadas com as deformações e tensões de uso na engenharia.

Utilizando então, como relação constitutiva, a lei de Hooke generalizada, tem-se:

$$\{S\} = [E]\{\varepsilon\} \tag{3.14}$$

onde

$$[E] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

sendo

E - Módulo de Elasticidade

ν - Coeficiente de Poisson

A hipótese de pequenas deformações não é, todavia, suficiente para linearizar as relações deformação-deslocamentos.

Observando a equação (3.6), a linearidade geométrica só se verifica quando todos os produtos dos gradientes dos deslocamentos puderem ser desprezados na presença deste, ou seja, quando

$${}^0_t u_{k,i} {}^0_t u_{k,j} \ll u_{i,j} \tag{3.16}$$

Demonstra-se na teoria da elasticidade não-linear, NOVOZHILOV (1953), que a condição (3.16), linearidade geométrica, é satisfeita quando o quadrado dos

deslocamentos angulares (rotações) são desprezíveis na presença das deformações (alongamentos relativos e distorções).

Designando por θ a rotação de um elemento reticulado plano, figura 3.3, identificamos então três situações:

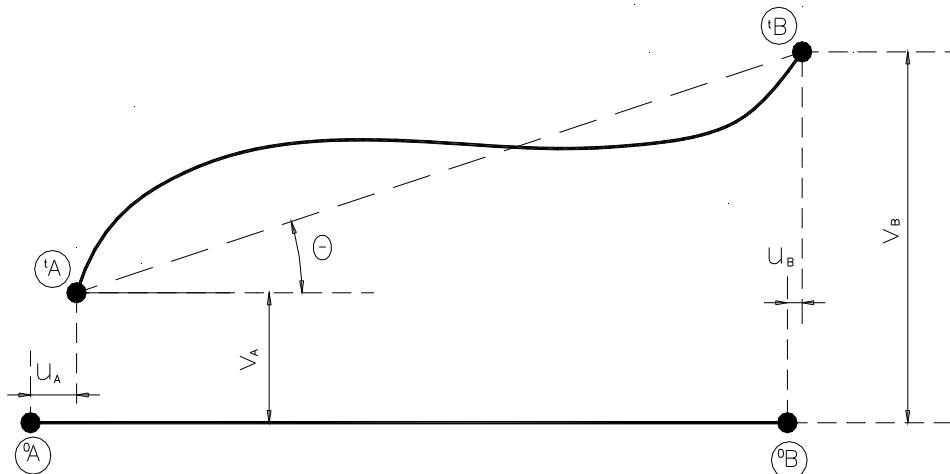


Figura 3.3 – Rotação de elemento reticulado.

- Rotações “muito pequenas”, θ é da ordem de ε . Neste caso θ^2 será desprezível em presença de ε , já que para pequenas deformações $\varepsilon \ll 1$ tem-se que $\varepsilon^2 \ll \varepsilon$ e o problema pode ser analisado pela teoria linear. Para que a condição de pequenas deformações não seja violada temos que $\theta \leq 0,001 \text{ rad}$. Nesta faixa podemos fazer $\theta \cong \text{sen}(\theta) \cong \text{tg}(\theta)$.
- Rotações “pequenas”, θ^2 é da ordem de ε . Os termos não-lineares na relação deformação-deslocamentos não podem mais ser desprezados. Devido à limitação nas deformações tem-se que $\theta^2 \leq 0,001 \text{ rad}$ o que leva a $\theta \leq 0,03 \text{ rad}$ ou $\theta \leq 2^\circ$. Ainda se pode fazer $\theta \cong \text{sen}(\theta) \cong \text{tg}(\theta)$, porém deve-se considerar $\cos(\theta) \cong 1 - \theta^2 / 2$. A solução da equação

(3.11), adotando esta hipótese, é chamada por VENÂNCIO (1984) de teoria simplificada de 2ª ordem ou formulação Lagrangeana de pequenas rotações.

- Rotações “grandes”, a ordem de grandeza de ε pode ser estimada por θ^4 . Para manter a hipótese de pequenas deformações teríamos $\theta^4 \leq 0,001 rad$ tem-se, agora que $\theta \leq 0,18 rad$ ou $\theta \leq 10^\circ$. Nestas condições a teoria completa de 2ª ordem deve ser utilizada já que grandes deslocamentos são verificados.

3.4 MATRIZES DE RIGIDEZ SECANTE E TANGENTE DE PÓRTICO PLANO

Utiliza-se agora o método dos elementos finitos para a discretização da equação (3.11). No caso do elemento de pórtico plano o campo de deslocamento ao longo de seu eixo é obtido pela interpolação dos deslocamentos dos seus pontos de extremidade ou pontos nodais i e j da figura 3.4.

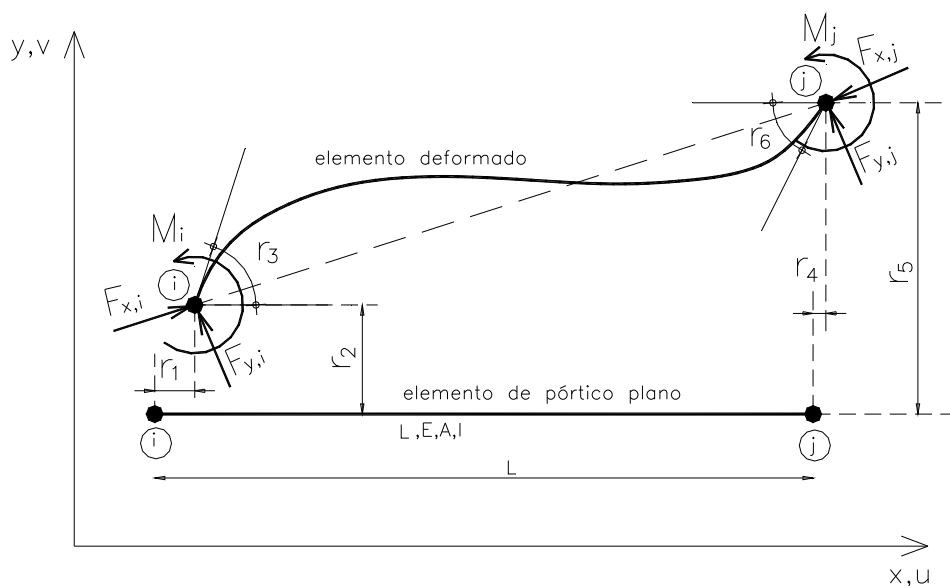


Figura 3.4 – Elemento de pórtico plano.

Matricialmente tem-se

$$\{u\} = [\phi]\{r\} \quad (3.17)$$

onde

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}, \text{ vetor dos deslocamentos no elemento} \quad (3.18)$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 1-h_1 & -yh_{2,x} & -yh_{3,x} & h_1 & -yh_{4,x} & -yh_{5,x} \\ 0 & h_2 & h_3 & 0 & h_4 & h_5 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

matriz das funções de interpolação, onde

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{x}{l} ; h_2 = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} ; h_3 = x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \\ h_4 &= \frac{3x^2}{l} - \frac{2x^3}{l^3} ; h_5 = \frac{x^3}{l^2} - \frac{x^2}{l} ; h_{i,x} = \frac{dh_i}{dx} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{Bmatrix}, \text{ vetor dos deslocamentos dos pontos nodais.} \quad (3.21)$$

A função de interpolação adotada para o deslocamento v , transversal ao eixo, é um polinômio do 3º grau correspondendo à expressão da elástica de viga submetida à flexão considerando a hipótese de seções planas da Resistência dos Materiais. Esta função, entretanto, é pobre para representar o comportamento não-linear geométrico da barra que passa a ter, agora, uma elástica de viga-pilar. Assim sendo, é necessária uma discretização mais densa da estrutura para se captar os

efeitos não-lineares ao longo dos eixos dos elementos. Na figura 3.1 pode-se ver que se considerou cada tramo de viga ou pilar dividido em quatro partes. Estas subdivisões também serão importantes na consideração da não-linearidade física.

Utilizando (3.17), o campo de deformação é dado por:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= [B_0]\{r\} + [B_1]\{r\} \\ \varepsilon &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 dx \end{aligned} \quad (3.22)$$

Onde u_0 é o deslocamento dos pontos sobre o eixo da barra ($y=0$). A matriz $[B_0]$ é função apenas de $[\phi]$ e representa a parte linear da relação deformação-deslocamento. A matriz $[B_1]$ é função de $[\phi]$ e de $\{r\}$ e fornece a parcela não linear da deformação.

Uma variação virtual no campo de deformação pode ser escrita como

$$\{\delta\varepsilon\} = [B_0]\{\delta r\} + [B_1(\{r\})]\{\delta r\} + [B_1(\{\delta r\})]\{r\} = ([B_0] + 2[B_1(\{r\})])\{\delta r\} \quad (3.23)$$

Fazendo agora as devidas substituições em (3.11) encontra-se a equação de equilíbrio:

$$\int_{o_V} ([B_0] + 2[B_1(\{r\})])^T [E] ([B_0] + 2[B_1(\{r\})]) \delta V = \{R\} \quad (3.24)$$

onde $\{R\}$ é o vetor das forças nodais cinematicamente equivalentes no sentido que elas realizam o mesmo trabalho que as forças de massa e de superfície para o campo de deslocamentos adotados.

A equação (3.24) é a relação não linear entre as forças e deslocamentos nodais do elemento reticulado.

Separando seus termos lineares e não lineares obtém-se, finalmente:

$$([K_e] + [K_g] + [K_l])\{r\} = [K_s]\{r\} = \{R\} \quad (3.25)$$

onde $[K_s]$ é a matriz de rigidez secante relacionando forças e deslocamentos levando em conta a configuração deformada.

As matrizes que compõe a matriz de rigidez secante são dadas por:

a) Matriz de Rigidez Elástica Linear

$$[K_e] = \int_{0V} [B_o]^T [E] [B_o] dV \quad (3.26)$$

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ & & & & & \frac{4}{L} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

simétrica

onde

E = módulo de elasticidade do material da barra.

A = área da seção transversal.

I = momento de inércia à flexão, relativo ao eixo z da seção transversal.

L = comprimento da barra.

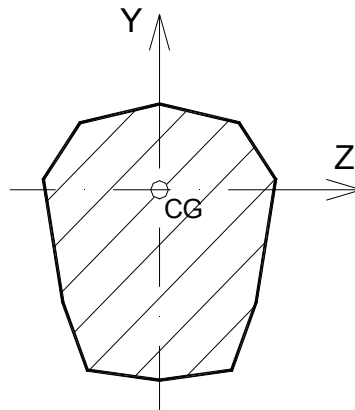


Figura 3.5 – Seção transversal típica da barra.

b) Matriz de Rigidez Geométrica

$$[K_g] = [K_g(\sigma_L)] + [K_g(\Delta\sigma)] \tag{3.28}$$

$$[K_g(\sigma_L)] = 2 \int_{o_V} [B_1]^T [E] [B_o] \, o dV \tag{3.29}$$

$$[K_g(\Delta\sigma)] = 2 \int_{o_V} [B_1]^T [E] [B_1] \, o dV \tag{3.30}$$

$$[K_g] = N[K_g^*] = N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{0}{6} & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} \\ & & \frac{2L}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & -\frac{L}{30} \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} \\ & & & & & \frac{2L}{15} \\ & & & & & & 15 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

simétrica

Onde N é a força normal na barra e $[K_g^*]$ é conhecida na literatura como matriz de rigidez geométrica intrínseca.

Esta dependência da força normal N , revela que o papel da matriz de rigidez geométrica na equação de equilíbrio na configuração deformada do elemento, é justamente o de levar em conta os momentos produzidos pelas excentricidades do eixo deformado com relação à força normal.

A força normal N pode ser dividida em duas parcelas conforme as equações (3.29) e (3.30) sendo uma linear (N_L) e outra não linear (N_{NL}).

A parcela dita linear resulta apenas dos deslocamentos horizontais dos pontos nodais i e j , e corresponde ao esforço normal que se obteria em uma análise linear:

$$N_L = EA(r_4 - r_1)/L.$$

$$\text{Já a parcela não linear é dada por: } N_{NL} = \frac{EA}{2L} \{r\}^T [K_g^*] \{r\}$$

A hipótese de comportamento pré-crítico moderadamente não-linear corresponde aos casos em que $N_{NL} \ll N_L$.

c) Matriz de Rigidez Não Linear

$$[K_I] = \int_{o_V} [B_o]^T [E][B_1] \, dV \quad (3.32)$$

ou, simplesmente,

$$[K_I] \{r\} = N_{NL} \{m\} \quad (3.33)$$

onde

$$\{m\} = \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Verifica-se que a matriz secante $[K_s]$ é dependente dos deslocamentos $\{r\}$ o que caracteriza a relação não linear força x deslocamento na barra.

Diferenciando a equação (3.25) em relação ao vetor deslocamento $\{r\}$ obtém-se:

$$\frac{\partial \{R\}}{\partial \{r\}} = [K_t] = [K_e] + [K_g] + [\Delta K_e] \tag{3.33}$$

onde

$$[\Delta K_e] = 4 \int_{0_V} [B_1]^T [E] [B_1] \circ dV + 2 \int_{0_V} [B_0]^T [E] [B_1] + [B_1]^T [E] [B_0] \circ dV \tag{3.34}$$

A matriz $[\Delta K_e]$ pode também ser expressa em termos de $[K_g^*]$ e $\{r\}$ conforme a equação (3.35).

$$[\Delta K_e] = \frac{EA}{L} ([K_g^*] \{r\} \{m\}^T + \{m\} \{r\}^T [K_g^*] + [K_g^*] \{r\} \{r\}^T [K_g^*]) \tag{3.35}$$

A matriz $[K_t]$ é a matriz de rigidez tangente e representa a taxa instantânea de variação das forças internas em relação a uma variação dos deslocamentos.

Com a combinação adequada das matrizes de todas as barras, se obtém as matrizes de rigidez secante $[K_s^E]$ e tangente $[K_t^E]$ da estrutura.

Na figura 3.6 tem-se uma interpretação geométrica para as matrizes secante e tangente e a ilustração do método iterativo de Newton-Raphson (MNR) para se achar uma solução da equação (3.25).

Deseja-se determinar, por exemplo, os deslocamentos para um nível de carga $\{R^*\}$. Como não se conhece a matriz de rigidez secante, pois ela depende da própria solução $\{r_{NL}\}$, a alternativa é utilizar-se de sucessivas matrizes de rigidez tangente e num processo iterativo convergir para a resposta não linear do problema.

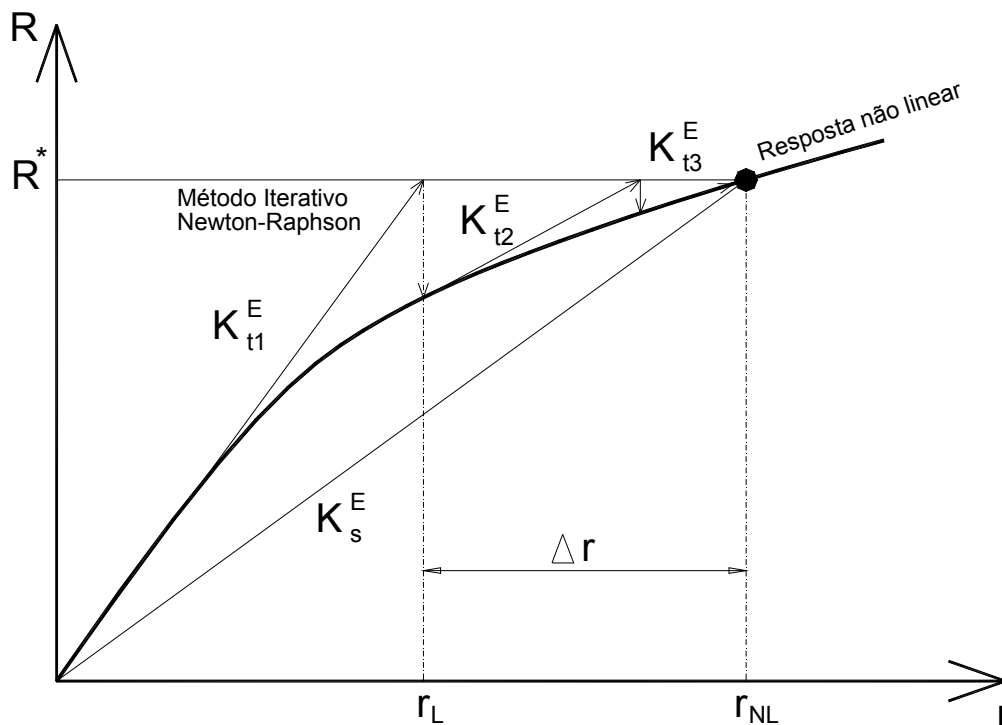


Figura 3.6 – Problema não-linear com solução por método iterativo.

Esta estratégia de solução do problema não linear é normalmente de rápida convergência principalmente se a matriz de rigidez tangente for atualizada em cada passo da iteração. Soluções iterativas com a utilização de matrizes de rigidez tangente truncadas, normalmente eliminando a parcela $[\Delta K_e]$, aparecem na

literatura técnica com o nome genérico de processo P- Δ . Outros caminhos ainda mais simplificados admitem que a convergência para a resposta, se dá através de uma progressão geométrica. Neste caso, determinada a razão R da progressão geométrica, pode-se acessar diretamente a resposta final pela equação:

$$\{r_{NL}\} = \frac{1}{1-R} \times \{r_L\} \quad (3.36)$$

O conhecido método γ_z da norma brasileira ABNT NBR 6118:2003 (2003), por exemplo, se baseia nesta hipótese e determina a razão R por:

$$R = \frac{\Delta M1}{M1} \quad (3.37)$$

onde

M1= Momento de tombamento, que é o produto da resultante da força horizontal pela sua distância à base do pórtico.

$\Delta M1$ = Primeira aproximação do momento de segunda ordem, dado pelo somatório do produto de todas as cargas verticais pelo seu deslocamento horizontal de 1ª ordem.

Neste trabalho, contudo, deu-se preferência a um procedimento não iterativo, que será desenvolvido nas próximas seções, obtendo-se a resposta do problema não-linear através dos modos de flambagem da estrutura.

3.5 CARGA CRÍTICA E MODOS DE FLAMBAGEM

A flambagem corresponde a uma situação teórica em que para um carregamento crescente, a estrutura apresenta uma resposta linear até um certo nível crítico de solicitação quando aparece um ponto de bifurcação na curva força-deslocamento. Este ponto de bifurcação significa que para este nível crítico de

carregamento existe a possibilidade de equilíbrio estável em uma outra configuração deformada, caracterizando, assim, uma situação de instabilidade.

Na figura 3.7 tem-se uma ilustração do problema para o caso simples de um pilar engastado na base e livre no topo. O aumento da carga vertical R_1 levaria teoricamente à flambagem do pilar quando fosse atingido o seu valor crítico $\lambda_1 R_1$.

Matricialmente esta situação é representada retendo-se apenas a matriz de rigidez geométrica na equação (3.25) o que resulta em

$$([K_e] + \lambda[K_g(\sigma_1)])\{\lambda r_1 + r_D\} = \lambda\{R_1\} \quad (3.38)$$

onde

λr_1 = resposta linear.

r_D = desvio da resposta linear.

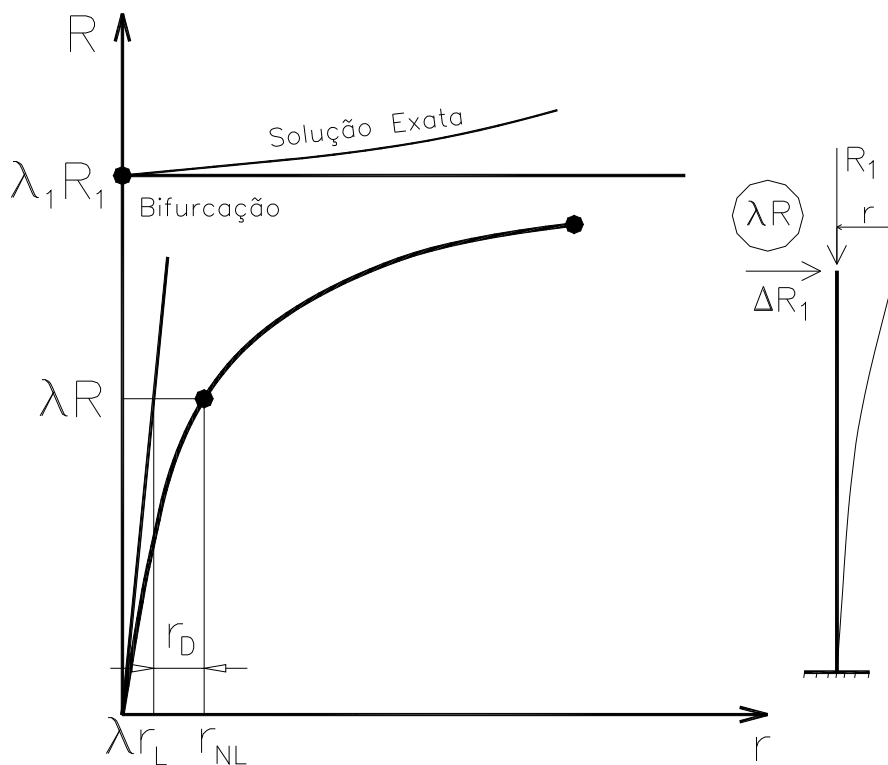


Figura 3.7 - Flambagem e comportamento pré-crítico moderadamente não linear.

Como por hipótese a solução linear é atendida $[K_e]\{\lambda r_1\} = \lambda\{R_1\}$ resulta então

$$([K_e] + \lambda[K_g(\sigma_1)])\{r_D\} = \{0\} \quad (3.39)$$

Trata-se de um sistema de equações homogêneo e, portanto, só admite solução diferente da trivial se o determinante da matriz for nulo. Os valores de λ que anulam o determinante são chamados de autovalores e definem os níveis críticos de carga do problema

$$[\lambda_1\{R\} \lambda_2\{R\} \lambda_3\{R\} \dots \lambda_n\{R\}] \quad (3.40)$$

Para cada autovalor ou carga crítica está associado um autovetor que define a configuração de equilíbrio alternativa da bifurcação. Os autovetores são, portanto, os modos de flambagem da estrutura

$$[X_1 \ X_2 \ X_3 \dots X_n] \quad (3.41)$$

Pode-se demonstrar que o conjunto dos modos de flambagem são vetores linearmente independentes formando assim uma base para o espaço vetorial R^n . Além disto, esta base, denominada de base modal, goza das seguintes propriedades:

$$[X]^T [K_e][X] = [I] = \text{matriz identidade} \quad (3.42)$$

$$[X]^T [K_g][X] = [-\Lambda]^{-1} \quad (3.43)$$

onde

$[-\Lambda]^{-1}$ é uma matriz diagonal cujos termos são $(-1/\lambda_i)$.

A equação (3.39) é denominada na literatura matemática de problema de autovalor e autovetor. BATHE (1982) apresenta vários procedimentos numéricos para a sua solução.

3.6 ANÁLISE NÃO-LINEAR GEOMÉTRICA PELO MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

O método da superposição modal pressupõe que o problema a ser resolvido esteja dentro da categoria de comportamento pré-crítico moderadamente não-linear e apresente uma resposta um pouco afastada do comportamento teórico da flambagem. Nestas condições a equação de equilíbrio secante (3.25) pode ser expressa apenas retendo a matriz de rigidez elástica linear e a matriz de rigidez geométrica que pode, nesta aproximação, ser calculada considerando apenas as tensões nas barras devidas à resposta linear. A equação de equilíbrio secante para um carregamento $\lambda\{R_1 + \Delta R\}$ fica resumida então a

$$([K_e] + \lambda[K_g(\sigma_L)])\{\lambda r_L + r_D\} = \lambda\{R_1 + \Delta R\} \quad (3.44)$$

onde $\lambda\{\Delta R\}$ representa um afastamento do carregamento que teoricamente levaria a estrutura a uma flambagem, figura 3.7.

Desenvolvendo a equação (3.44) lembrando que $[K_e]\{\lambda r_L\} = \lambda\{R_1 + \Delta R\}$ tem-se

$$[K_e]\{r_D\} + \lambda^2[K_g(\sigma_L)]\{\lambda r_L\} + \lambda[K_g(\sigma_L)]\{r_D\} = \{0\} \quad (3.45)$$

O segundo termo desta equação não pode mais ser anulado, pois o carregamento não cumpre mais a condição da flambagem devido à perturbação $\lambda\{\Delta R\}$.

Esta equação (3.45) admite uma solução interessante quando representada na base modal $[X]$.

Sejam então $\{\delta\}$ e $\{\beta\}$ respectivamente os vetores com as coordenadas da resposta linear e seu desvio na base modal

$$\begin{aligned} \{r_L\} &= [X]\{\delta\} \\ \{r_D\} &= [X]\{\beta\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Substituindo (3.46) em (3.45) e pré-multiplicando tudo pela base modal $[X]$ ocorre o desacoplamento das equações e o deslocamento da estrutura é dado por

$$\begin{aligned} \{r\} &= \lambda r_L + \sum_1^n \beta_i \{X_i\} \\ \text{com} & \\ \beta_i &= \frac{(\lambda / \lambda_i)}{(1 - \lambda / \lambda_i)} \lambda \delta_i \end{aligned} \quad (3.47)$$

Verifica-se por (3.47) que como os autovalores λ_i estão em ordem crescente só precisaremos dos p primeiros modos de flambagem se considerarmos que:

$$\frac{\lambda}{\lambda_i} \ll 1, \text{ para } i > p.$$

Para os problemas usuais, os autovalores λ_i estão suficientemente afastados para que na prática se tenha $p \ll n$, normalmente $p = 4$ já fornece uma boa solução.

Em outras palavras, não será preciso obter a resposta completa do problema de autovalor e autovetor com todas as cargas críticas e seus respectivos modos de flambagem. MEDEIROS (1985) mostrou que a seleção dos modos de flambagem

necessários para uma boa aproximação do valor do desvio da solução linear pode ser feita utilizando o algoritmo de Lanczos-Ritz que está apresentado no apêndice que trata da implementação computacional. O algoritmo de Lanczos-Ritz reduz a ordem do problema de autovalor e autovetor a ser resolvido para p , que é o número de modos de flambagem que se deseja incorporar na análise.

3.7 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Para se avaliar a eficácia da análise não-linear modal, examinou-se a estrutura apresentada na figura 3.8. Este pórtico foi analisado por FERREIRA et al. (2005) que obteve o deslocamento horizontal no topo da estrutura para as seguintes análises:

- Análise linear: (LINEAR).
- Análise não-linear pelo método do γ_z da ABNT NBR 6118:2003 : (NL- γ_z)

válida até o limite: $\gamma_z \leq 1,30$

- Análise não-linear geométrica feita pelo programa ANSYS: (NL-ANSYS)

Variou-se a rigidez à flexão da ligação desde um grau de engastamento de 5%, praticamente rotulado, até 100% , engastamento perfeito.

O grau de engastamento (G) é a relação entre o momento fletor na extremidade da viga considerando a ligação semi-rígida (M_E) e o momento fletor de engastamento perfeito (M_R).

Em termos da rigidez relativa (k), definida na equação 2.1, o grau de engastamento é determinado por:

$$G = \frac{M_E}{M_R} = \frac{3k}{3k + 6} \quad (3.48)$$

A combinação de ações considerada foi para verificação de estado limite último:

$$C : 1,35g_k + 1,4 \times (0,7q_k + w_k)$$

onde

g_k = carga permanente (peso próprio das vigas, das lajes e do capeamento), que foram aplicadas ao pórtico como carga concentrada nos nós para simular a etapa isostática quando as ligações não estavam efetivadas.

q_k = sobrecarga, considerada na combinação como ação variável secundária.

w_k = ação do vento, forças concentradas horizontais, considerada na combinação como ação variável principal.

O momento de inércia da viga para o cálculo do grau de engastamento e também para análise foi tomado igual a $I_{viga} = 2,42 \times 10^{-3} m^4 \cong 0,45 I_{bruto}$.

O momento de inércia do pilar foi tomado igual a 0,8 da sua inércia bruta:

$$I_{pilar} = 0,8 \times 0,50^4 / 12 = 4,16 \times 10^{-3} m^4.$$

A redução das inércias brutas foi para simular a não linearidade física.

Considerou-se ainda um vão teórico de 5,80m para a viga o que resulta numa excentricidade de 0,35 m para o eixo do pilar.

Na tabela 3.1 tem-se os valores de rigidez da ligação para os graus de engastamento considerados.

Para a análise modal desenvolveu-se um programa computacional PLSR (Pórtico com Ligação Semi-Rígida) cujos detalhes de implementação estão descritos no apêndice. A representação da ligação semi-rígida no modelo de pórtico seguiu a proposta apresentada na seção 2.5.

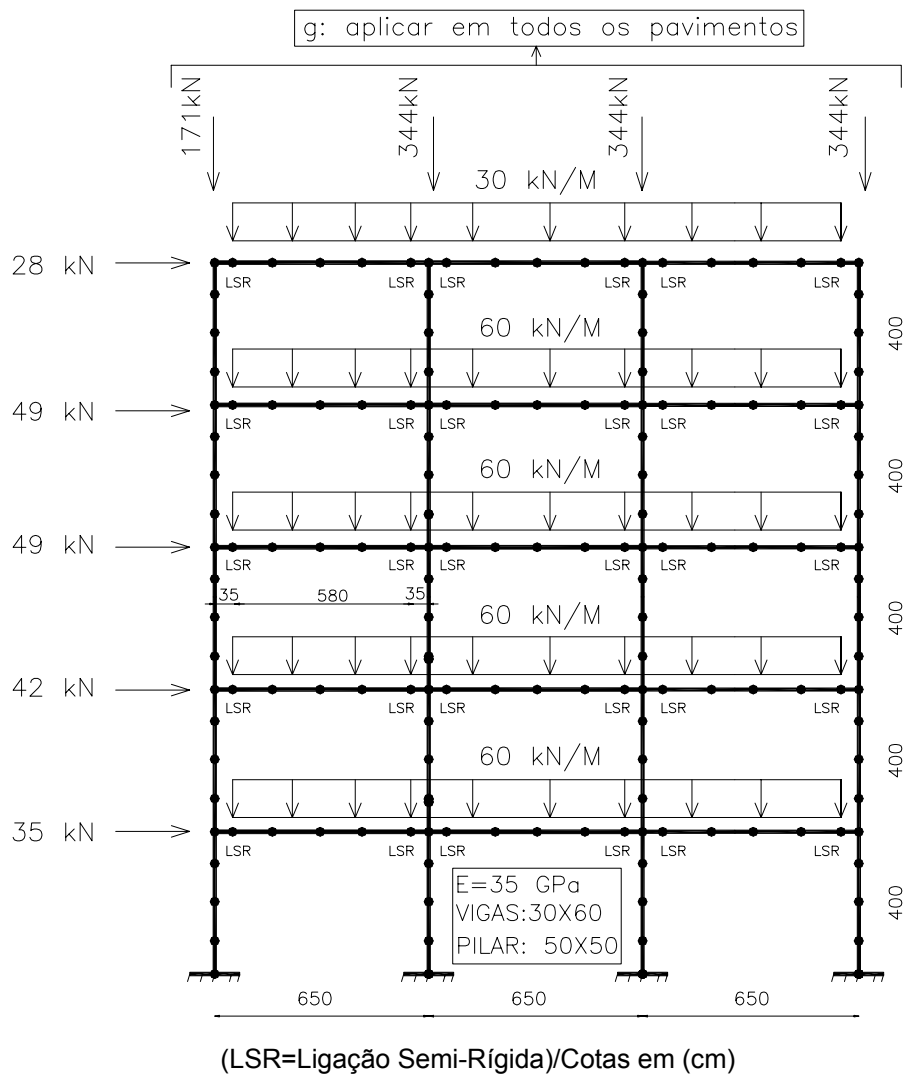


Figura 3.8 – Pórtico plano analisado.

Tabela 3.1 Variação na rigidez da ligação.

Grau de Engastamento (%)	K_{lig} (kN.m/rad)	Rigidez Relativa (k)	Fator de Restrição (γ)
5	1540	0,105	0,03
10	3246	0,222	0,07
20	7310	0,500	0,14
35	15730	1,077	0,26
50	29250	2,000	0,40
75	87650	6,000	0,67
90	263000	18,00	0,86
100	∞	∞	1,00

Na tabela 3.2 tem-se os resultados dos deslocamentos horizontais no topo para as análises efetuadas.

Tabela 3.2 – Deslocamentos horizontais no topo.

Grau de Engastamento (%)	LINEAR (cm)	NL- γ_z (cm)	NL-MODAL (cm)	NL-ANSYS (cm)
5	29,1	72,1	110,7	117,0
10	20,5	35,4	41,8	43,8
20	13,7	18,9	20,5	21,4
35	8,7	10,5	11,0	11,4
50	6,1	6,9	7,2	7,3
75	3,7	3,9	4,1	4,1
90	2,8	2,8	3,1	3,1
100	2,3	2,3	2,5	2,5

Na tabela 3.3 estão apresentados os valores de γ_z e o valor de (GNL), grau de não-linearidade, obtido pela razão entre a flecha da análise no ANSYS e a flecha da análise linear.

Colocou-se também na tabela 3.3 o chamado coeficiente de segurança à flambagem (CSF), obtido na análise modal. O fator (CSF) mede o afastamento da situação analisada com relação à flambagem teórica. Em outras palavras, se as ações atuantes na combinação considerada forem majoradas do fator (CSF) então a estrutura fica submetida ao seu carregamento crítico. O fator (CSF) é dado então por:

$$CSF = \frac{\lambda_1}{\lambda} \quad (3.49)$$

Observar que, devido à sua definição, ao contrário dos parâmetros (GNL) e γ_z , o fator (CSF) diminui à medida que a estrutura vai ficando mais flexível com a diminuição do grau de engastamento da ligação.

Tabela 3.3 – Parâmetros de controle do grau de não linearidade

Grau de Engastamento (%)	γ_z	GNL	CSF
5	2,61	4,02	1,42
10	1,82	2,14	2,03
20	1,46	1,56	3,18
35	1,27	1,31	4,86
50	1,19	1,20	6,64
75	1,11	1,12	10,2
90	1,08	1,11	12,9
100	1,07	1,09	15,1

Na figura 3.9 tem-se o gráfico dos deslocamentos horizontais conforme a variação do grau de engastamento.

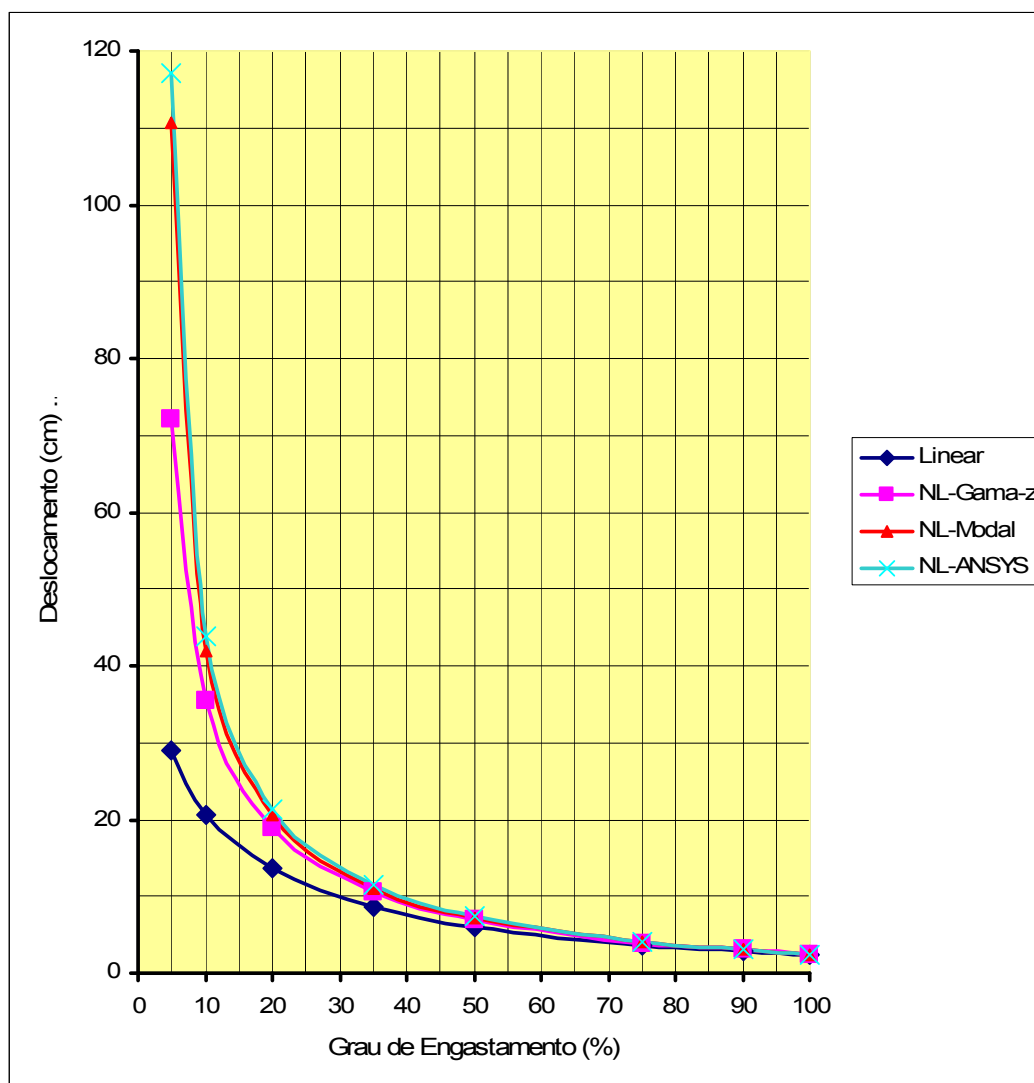


Figura 3.9 – Deslocamento horizontal no topo x grau de engastamento.

Verifica-se uma boa aderência dos valores obtidos pela análise modal e pelo ANSYS.

A análise modal está entre a solução dada pelo método do γ_z e a solução do ANSYS ficando sempre mais perto desta última.

Na figura 3.10 tem-se os erros percentuais em relação à análise do ANSYS para a variação do grau de engastamento.

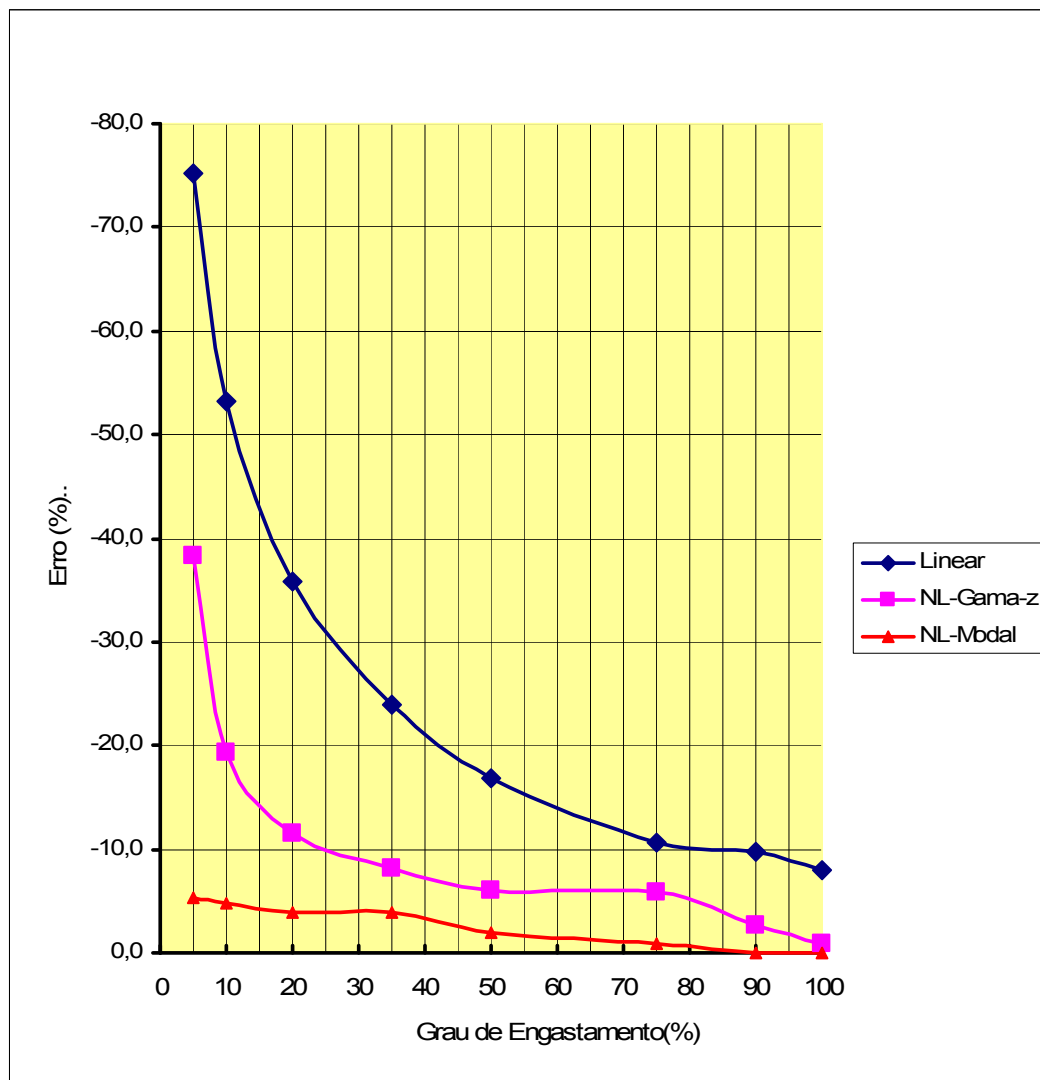


Figura 3.10 – Erro no deslocamento horizontal no topo com relação à análise do ANSYS

Constata-se que a análise modal foi mais robusta do que a análise pelo método do γ_z apresentando um erro máximo de 5,4%, mesmo para a situação mais flexível, grau de engastamento da ligação igual a 5% onde o grau de não-linearidade indica que o deslocamento não-linear é mais de quatro vezes o valor do deslocamento linear.

A análise deste caso e de outros em que se manteve a rigidez da ligação e variou-se o número de pavimentos, sugere que os resultados da análise modal sejam considerados aceitáveis para projeto até o limite do coeficiente de segurança à flambagem igual a 2.

Com base na discussão apresentada, recomenda-se adotar os seguintes critérios da tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Aceitabilidade da análise modal.

$CSF = \frac{\lambda_1}{\lambda}$	Situação da Análise
$CSF < 2$	Utilizar método iterativo
$2 < CSF < 4$	Análise modal com erro < 5%
$4 < CSF < 10$	Análise modal com excelentes resultados
$CSF > 10$	Análise não-linear dispensada

Por fim, deve-se fazer o comentário que o exemplo acima foi utilizado apenas para aferir a capacidade da análise não-linear geométrica pelo método modal. É possível que algumas das situações analisadas não correspondam a uma situação real de projeto em virtude de se ter mantido o mesmo fator de redução de inércia do pilar para todos os graus de engastamento considerados.

CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA

4

Capítulo

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A consideração da não-linearidade física do concreto na análise estrutural é um assunto discutido em inúmeras pesquisas internacionais e nacionais e formulações simplificadas são apresentadas em vários textos normativos como os do ACI, PCI, ABNT e FIB.

O método geral de análise de problemas com não-linearidade física estabelece inicialmente a relação não-linear força-deslocamento a partir das relações constitutivas dos materiais e emprega procedimentos numéricos incrementais iterativos na busca do equilíbrio da estrutura.

Como forma de escapar de procedimentos numéricos incrementais iterativos, o problema pode ser linearizado utilizando-se a rigidez secante das barras, vigas e pilares, no estado limite último obtida por expressões empíricas ou diretamente da relação força normal x momento fletor x curvatura.

No Brasil, cabe destacar o trabalho de FRANÇA (1991) onde foi desenvolvida a formulação, atualmente vigente na ABNT NBR 6118:2003 (2003), para o cálculo da rigidez secante de pilares para o estado limite último. Esta pesquisa prossegue e nos últimos anos alguns trabalhos foram publicados como o de OLIVEIRA (2004)

que apresenta vários exemplos práticos de aplicação do conceito de rigidez secante no cálculo de pilares esbeltos.

Ainda no âmbito da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), ALVIM (1997) apresenta estudos experimentais para obtenção de rigidez efetiva de vigas de concreto. PINTO (1997) discute os procedimentos simplificados para a consideração da não-linearidade física e geométrica na análise de edifícios de concreto armado. MENDES NETO (2000) monta um elemento finito para a análise de pórtico plano de concreto armado. CRESPO (2002) faz um estudo teórico sobre os valores de rigidez equivalente de vigas de concreto armado para análises não lineares. PINTO (2002) apresenta resultados de uma análise não-linear completa de pórticos de concreto armado com o objetivo de fixar fatores redutores de rigidez para simulação da não-linearidade física para análise em serviço e para análise em estado limite último.

No âmbito internacional AHMED et al. (2003), apresenta interessante trabalho para determinação numérica da relação força normal x momento fletor x curvatura de pilares esbeltos.

A proposta desta pesquisa é tratar a não-linearidade física, na análise estrutural, utilizando o conceito de rigidez secante conforme exposto na ABNT NBR 6118:2003 (2003).

Neste capítulo apresenta-se primeiramente a formulação e o procedimento numérico para a determinação da relação força normal x momento fletor x curvatura considerando inclusive a presença de armaduras ativas. Na seqüência, aborda-se o conceito de rigidez secante e faz-se a comparação entre expressões simplificadas de alguns textos normativos. Por fim descreve-se o procedimento sugerido para

consideração da não-linearidade física na análise de pórticos de concreto pré-moldado.

4.2 RELAÇÃO FORÇA NORMAL- MOMENTO FLETOR - CURVATURA

A consideração da não-linearidade física, nas estruturas de concreto, passa inicialmente, pela determinação da relação força normal - momento fletor - curvatura (NMC), das várias seções transversais dos seus elementos. Isto implica na necessidade de pré-fixação de uma armadura para estas seções, na implementação computacional das relações constitutivas dos materiais e dos critérios de ruína para o comportamento conjunto aço-concreto. O equilíbrio interno na seção deve ser estabelecido levando em conta a fissuração, a fluência e ainda o escoamento da armadura que são os fatores básicos da não-linearidade física do concreto armado.

Na figura 4.1 mostra-se o conjunto de forças internas mobilizadas, mantida a hipótese de seções planas, para uma dada curvatura φ da seção com encurtamento máximo do concreto igual a ε_1 . A rigidez para este nível de solicitação é dada por:

$$EI_{sec} = \frac{M}{\varphi}$$

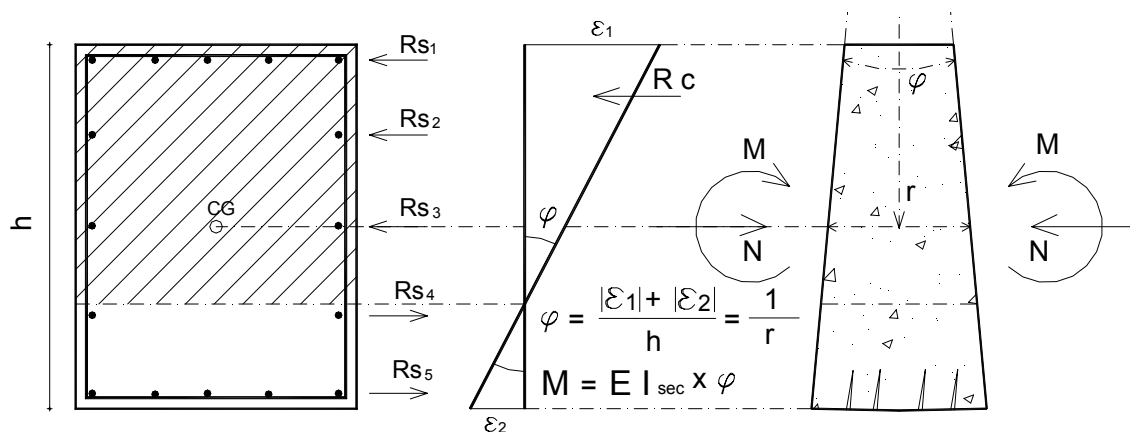


Figura 4.1 – Equilíbrio interno na seção.

A geração da curva NMC para uma dada seção é assunto já bem desenvolvido na literatura. Os passos básicos são os seguintes:

a) Estabelecimento da relação Tensão-Deformação do Concreto

Pode-se adotar o diagrama parábola retângulo da ABNT NBR6118:2003, como visto na figura 4.2.

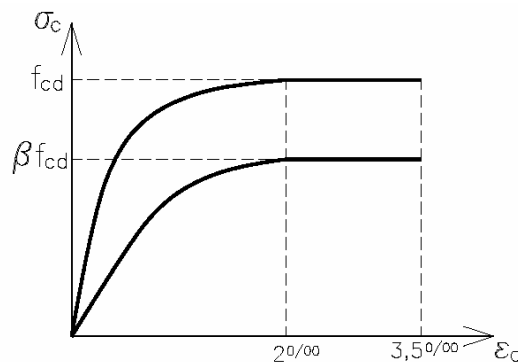


Figura 4.2 – Relação Tensão x Deformação no Concreto.

$$\sigma_c = \beta \times f_{cd} \times \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{2} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

O parâmetro β dependerá do tipo de análise que se deseja. Para determinação do momento último (M_u) toma-se $\beta = 0,85$ para levar em conta o efeito de ações de longa duração. Para a obtenção da rigidez secante a ABNT NBR 6118:2003 (2003) indica $\beta = 1,10$ porque, neste caso, se está examinando o elemento como um todo e não apenas a sua seção crítica.

b) Relação Tensão-Deformação dos Aços

Adotam-se os diagramas de cálculo das figuras 4.3 e 4.4.

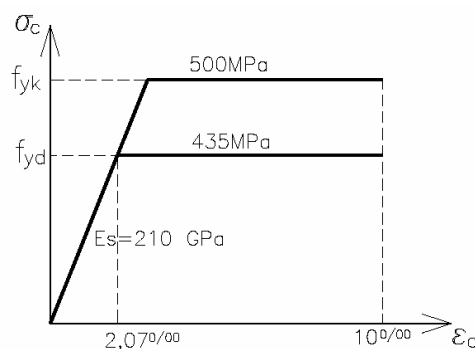


Figura 4.3 - Diagrama com patamar de escoamento para armadura passiva: CA-50.

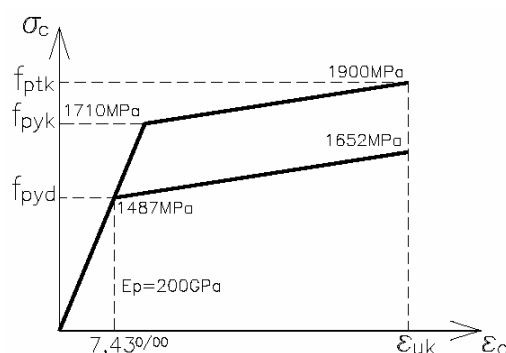


Figura 4.4 - Diagrama bi-linear para armadura ativa: CP190-RB.

No caso do aço de protensão deve-se fornecer o valor do pré-alongamento (ϵ_{pa}) que corresponde à diferença entre as deformações do aço e do concreto no instante do estabelecimento da aderência. Na pré-tração este valor corresponde ao próprio estiramento do aço na pista de protensão (ϵ_b), pois no estabelecimento da aderência tem-se uma deformação nula no concreto ($\epsilon_c = 0$). Já no caso da pós-tensão devem ser obtidos: o encurtamento do concreto (ϵ_{ci}), na fibra da armadura ativa, causado pela própria protensão e pelas cargas mobilizadas no ato protensão e o estiramento do aço (ϵ_{po}), na seção considerada, levando em conta as perdas imediatas de protensão, todos no instante da injeção da nata de cimento que estabelece a aderência.

Tem-se então, neste caso

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_{p0} - \varepsilon_c \tag{4.2}$$

Este valor (ε_{pa}) é normalmente da ordem de 6 a 7 mm/m para o aço CP-190.

Assim sendo, o alongamento final do aço de protensão será dado por:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{p1} + \varepsilon_{pa} \tag{4.3}$$

onde

(ε_{p1}) = alongamento suplementar do aço de protensão provocado pelas forças

externas.

c) Montagem das Equações de Equilíbrio Interno e Estabelecimento dos Critérios de Ruína

Conhecido o valor de uma curvatura φ e o encurtamento máximo do concreto ε_c é possível determinar os esforços internos (N e M) conforme o esquema da figura 4.5.

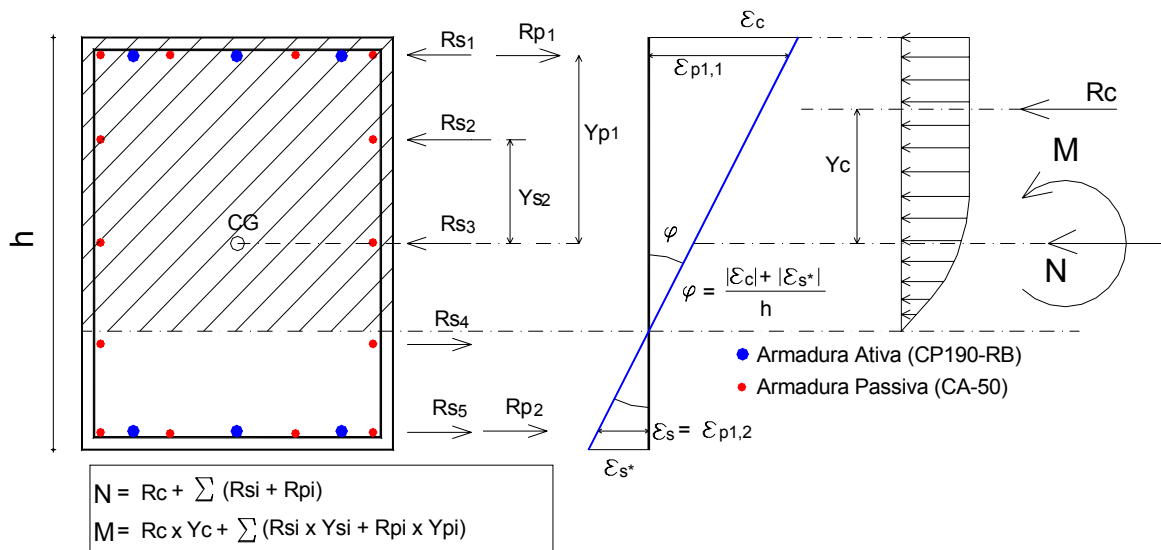


Figura 4.5 – Equilíbrio interno da seção com armaduras ativas e passivas.

As posições limites que caracterizam as situações de ruína estão representadas pelos pólos A, B e C do conhecido diagrama de deformação do ELU apresentado na figura 4.6.

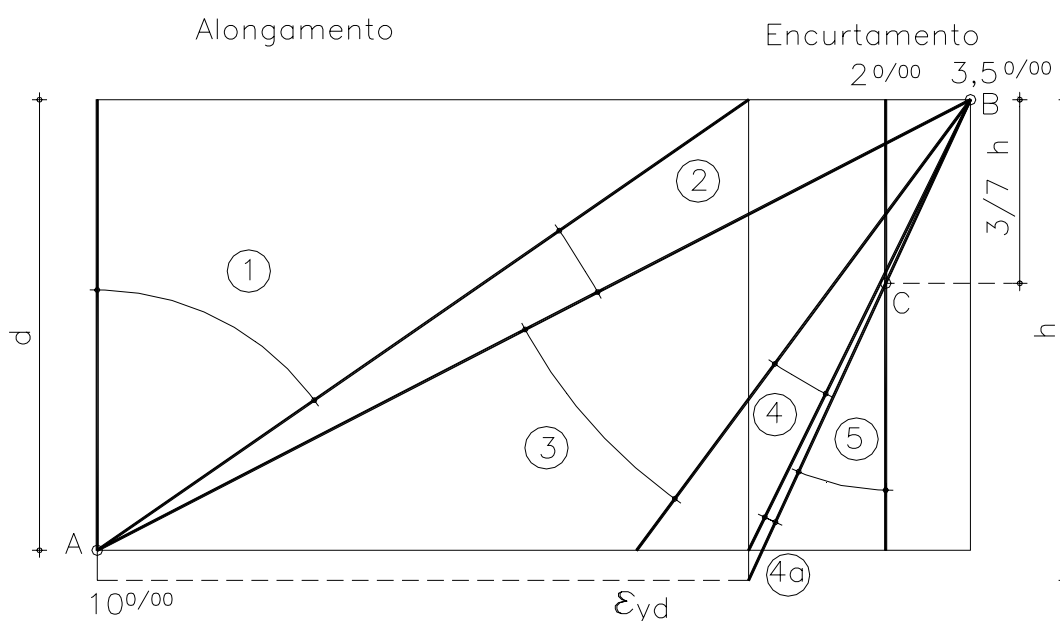


Figura 4.6 – Deformação para Estado Limite Último – ABNT NBR6118:2003

d) Implementação Computacional

A obtenção da curva NMC é feita por programa computacional gerando-se tabelas ou ábacos. Na figura 4.7 apresenta-se um diagrama de bloco para a implementação computacional do processo.

A tarefa mais árdua desta implementação é o cálculo dos esforços resistentes do concreto. Em SANTOS (1994) encontram-se expressões analíticas para determinação do valor da resultante de compressão no concreto e sua posição para algumas seções usuais.

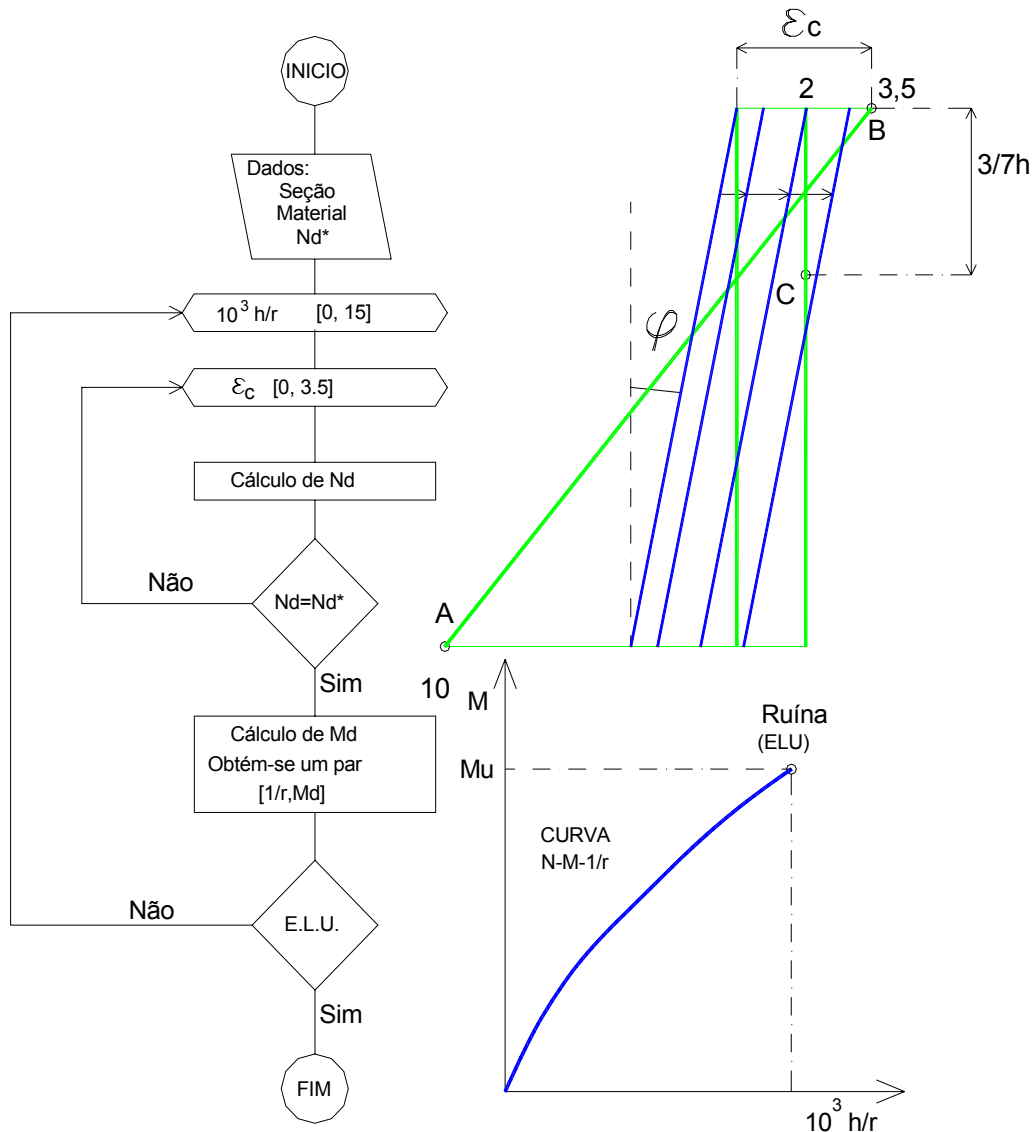


Figura 4.7 – Fluxograma para implementação computacional.

4.3 RIGIDEZ SECANTE

Na prática, tem-se procurado contornar o problema acima, adotando-se uma redução na rigidez bruta das seções como alternativa para simular a não-linearidade física do material. Procura-se, assim, estimar uma rigidez secante para o nível de solicitação que se pretende analisar. Pode-se ter então uma rigidez secante para um nível de solicitação de serviço, quando se deseja examinar estados limites de utilização, por exemplo, deslocamentos excessivos; ou ainda trabalhar com uma

rigidez secante para um nível de solicitação de ruína para as verificações de estado limite último, conforme ilustrado na figura 4.8.

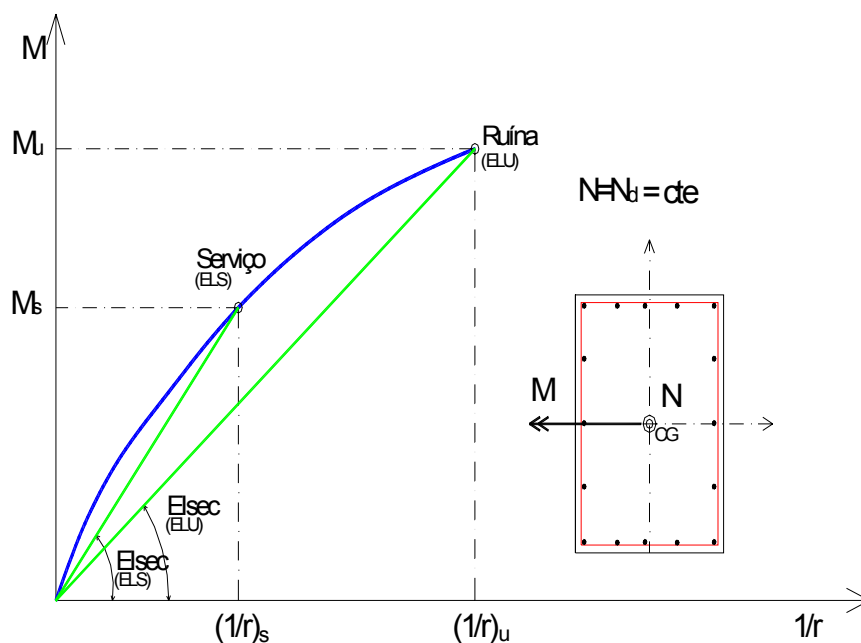


Figura 4.8 – Relação Força Normal x Momento Fletor x Curvatura e Rigidez Secante

Na literatura são encontrados inúmeros trabalhos discutindo que valores de rigidez reduzida devem ser adotados principalmente para as verificações de estado limite último

De uma forma geral, a redução se dá na rigidez à flexão dos elementos e pode ser expressa por:

$$EI_{sec} = \alpha \times E_c I \tag{4.4}$$

onde:

α = fator de redução da rigidez.

E_c = módulo de elasticidade do concreto, normalmente o tangente inicial.

I = momento de inércia à flexão da seção bruta de concreto.

Os modelos usuais de análise de estruturas apertadas esbeltas fazem primeiramente uma análise de 2ª ordem global da estrutura e depois partem para uma análise local em cada barra, considerada agora isolada e com comprimento efetivo l_e conforme suas vinculações, ver figura 4.9.

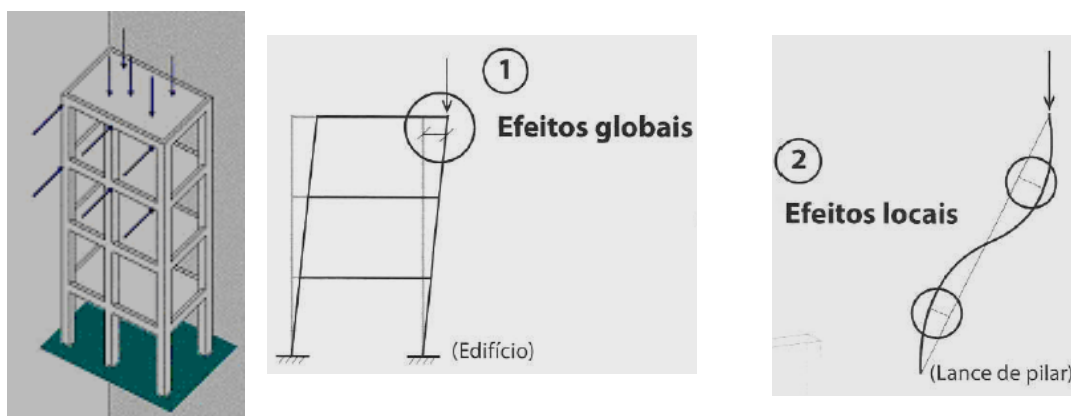


Figura 4.9 – Efeitos Locais e Globais de 2ª Ordem.

No exame dos efeitos de 2ª ordem locais em cada barra, podem ser usados métodos simplificados como é o caso do Processo de Amplificação dos Momentos (ACI, PCI) e o da Coluna Modelo (FIB, ABNT, etc). Nestes casos, tanto a não-linearidade física como a geométrica são consideradas de forma aproximada. Os métodos ditos gerais são os que tratam a não-linearidade geométrica de forma consistente e a não-linearidade física por meio das curvas NMC, conduzindo sempre a processos incrementais-iterativos. O conceito de rigidez secante pode ser utilizado tanto nos métodos simplificados como nos gerais.

4.4 FORMULAÇÃO DA ABNT NBR 6118:2003

Para análise de 2ª ordem global da estrutura a ABNT NBR 6118:2003 (2003) oferece valores de rigidez secante em função do tipo de elemento dados pelas seguintes expressões:

$$\text{Vigas: } EI_{\text{sec}} = 0,4E_c I \quad (4.5)$$

$$\text{Pilares: } EI_{\text{sec}} = 0,8E_c I \quad (4.6)$$

É importante frisar que como o grau de solicitação dos elementos varia conforme a sua posição na estrutura e a distribuição das ações, o valor da rigidez secante global deve refletir, portanto, uma média entre seus valores extremos ao longo de toda a estrutura.

A ABNT NBR 6118:2003 (2003), entretanto, deixa muito claro que estes valores são válidos para estruturas de no mínimo 4 andares, e de forma alguma podem ser utilizados para avaliar esforços locais de 2ª ordem. Outro aspecto importante a ser evidenciado é que estes fatores de redução de rigidez foram obtidos através de estudos paramétricos em estruturas reticuladas com ligações monolíticas, ver, por exemplo, o trabalho de PINTO (2002).

Para estruturas com ligações semi-rígidas valores mais realistas de rigidez secante devem ser obtidos ou então uma análise não-linear completa utilizando diretamente as relações (NMC) das seções deve ser efetuada.

Para uma análise não-linear, deve-se observar também que a norma de Ações e Segurança, a ABNT NBR 8681:2003 (2003), estabelece que as ações crescem até o valor máximo dado por:

$$F_{\text{máx}} = \frac{\gamma_f \times F_k}{\gamma_{f3}} \quad (4.7)$$

Uma solicitação obtida numa análise não-linear para o nível de ação máxima ($F_{m\acute{a}x}$), será designada por ($S_{m\acute{a}x}$) e o seu valor de cálculo para o dimensionamento será dado por:

$$S_d = \gamma_{f3} \times S_{m\acute{a}x} \quad (4.8)$$

A ABNT NBR 6118:2003 (2003) considera então $\gamma_{f3} = 1,1$ e define a rigidez secante pela inclinação de uma reta AB, onde A está na origem e B é o ponto correspondente à ordenada $M=M_{rd}/1,1$ sobre a curva NMC da seção considerada, conforme a figura 4.10.

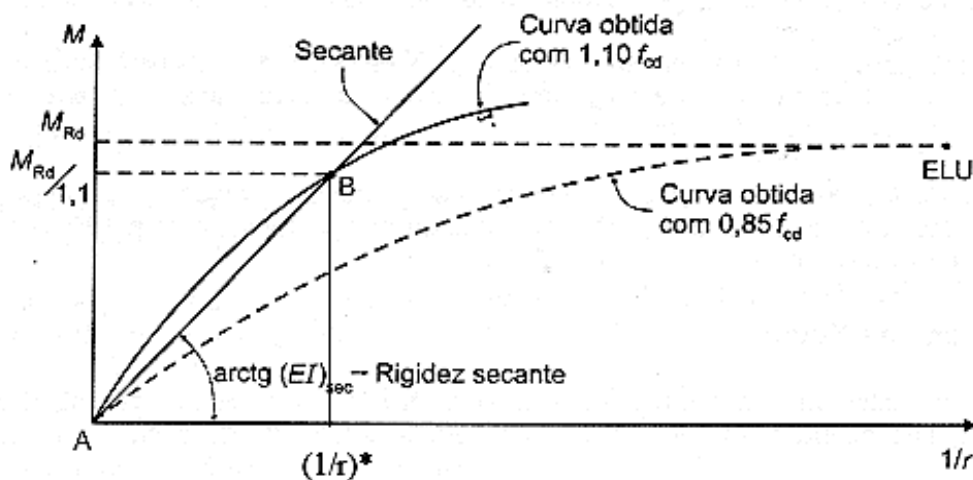


Figura 4.10 – Obtenção da Rigidez Secante conforme a NBR 6118:2003

A obtenção de EI_{sec} passa então primeiramente pela determinação do momento resistente M_{rd} , por meio da curva NMC com $\beta = 0,85$, e em seguida pela construção da curva NMC com $\beta = 1,10$ até encontrarmos o ponto B: $[(1/r)^*; (M_{rd}/1,1)]$. A rigidez secante será, portanto:

$$EI_{\text{sec}} = \frac{M_{rd} / 1,1}{(1/r)^*} \quad (4.9)$$

Desenvolveu-se então, neste trabalho, um programa computacional denominado RIGSEC que obtém a rigidez secante conforme a ABNT NBR 6118:2003 (2003) para seções retangulares com a presença de armaduras ativas e passivas.

A ABNT NBR 6118:2003 (2003) ainda define a chamada rigidez secante adimensional dada por:

$$\kappa = \frac{EI_{\text{sec}}}{(A_c h^2 f_{cd})} \quad (4.10)$$

O interesse na rigidez secante adimensional é que ela pode ser apresentada como um novo parâmetro nos conhecidos ábacos de interação força normal-momento fletor - armadura da seção.

Na figura 4.11, tem-se um ábaco $(\nu, \mu, \omega, \kappa)$ apresentado em OLIVEIRA (2004), para o caso de seção retangular com arranjo de armadura uniformemente distribuída.

A utilização do ábaco para consideração da não-linearidade física na análise de uma estrutura deve ser feita de forma iterativa. Pode-se começar adotando uma armadura para as seções e com o valor da força normal se obtém o par (ν, ω) o que permite calcular a rigidez secante pelo ábaco. A estrutura é então processada com a rigidez secante inicial e com a consideração da não-linearidade geométrica, se for o caso. Com os resultados da análise, faz-se a verificação se a seção resiste aos esforços solicitantes. Caso não resista, nova tentativa de armadura e de rigidez

secante deve ser examinada. O processo deve prosseguir até se chegar próximo da solução ideal que é aquela em que o momento extraído da análise é igual ao momento resistente da seção.

CURVAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS Momento-Normal-Rigidez Secante

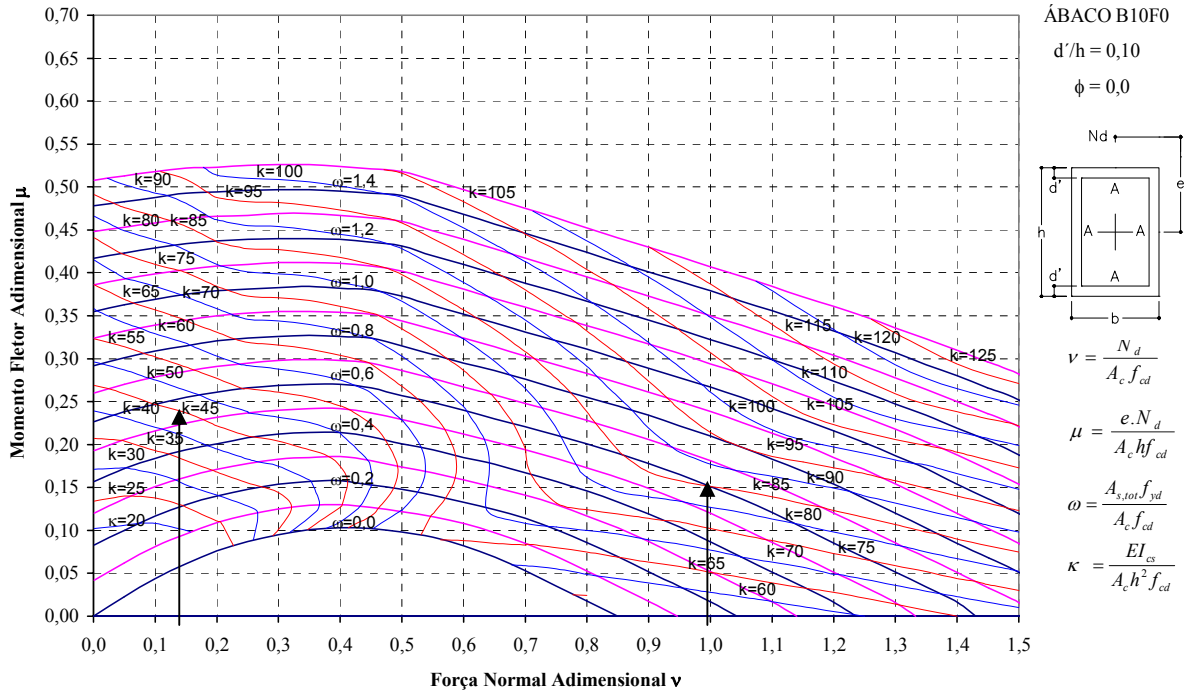


Figura 4.11 – Ábaco de Dimensionamento e de Rigidez Secante, OLIVEIRA (2004)

O ábaco permite também estabelecer algumas considerações importantes sobre a rigidez secante e os parâmetros que intervêm no seu valor.

Primeiramente podemos escrever uma expressão relacionando α e κ para seções retangulares:

$$\alpha = \frac{12\kappa\sqrt{f_{ck}}}{7840} \tag{4.11}$$

Esta expressão decorre de se tomar em (4.10): $E = 5.600\sqrt{f_{ck}}$; $I = \frac{A_c \times h^2}{12}$

Alguns valores de referência para $f_{ck}=40$ MPa estão na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Valores de α e κ para $f_{ck}=40$ MPa – Seção Retangular

κ	20	40	60	80
α	0,19	0,39	0,58	0,77

A força normal aplicada no pilar não poderá ser superior ao valor de $P_{0d,4\%}$ que é o valor da força centrada máxima no pilar considerando uma taxa máxima de armadura igual a 4%. Nestas condições pode-se escrever que:

$$P_{0d,4\%} = 0,85 f_{cd} A_c + \sigma_{s,2} A_s ; \text{com } \sigma_{s,2} = 420 \text{ MPa}$$

$$v < v_{m\acute{a}x} = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} = \left(0,85 + \frac{23,5}{f_{ck}} \right) ; \text{com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.12)$$

Considera-se também, por questões de instabilidade, que a força normal máxima no pilar não deve ultrapassar o valor $\frac{P_{crit}}{5} = 0,20 \frac{\pi^2 E_c I}{(l_e)^2}$. Esta limitação serve apenas para introduzir o parâmetro da esbeltez do pilar na avaliação da rigidez secante. Esta condição nos leva a:

$$v < v_{m\acute{a}x} = \frac{N_d}{A_c \times f_{cd}} \cong \frac{15460}{\lambda^2 \sqrt{f_{ck}}} ; \text{com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.13)$$

Na tabela 4.2 tem-se alguns valores de $v_{m\acute{a}x}$ para $f_{ck}=40$ MPa variando-se a esbeltez do pilar. Os valores atendem aos critérios de (4.12) e (4.13).

Tabela 4.2 – Valores de $v_{m\acute{a}x}$ para $f_{ck}=40$ MPa.

λ	40	60	90	120
$v_{m\acute{a}x}$	1,44	0,68	0,30	0,17

Outro parâmetro balizador é a taxa mecânica de armadura do pilar: $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$

Admitindo uma taxa de armadura com máximo de 4% tem-se também uma taxa mecânica máxima dada por $\omega_{m\acute{a}x} \cong \frac{25}{f_{ck}}$. Para $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ chega-se a $\omega_{m\acute{a}x} \cong 0,6$.

Estabelecidas as condições acima, examina-se agora, utilizando o ábaco, o caso de um pilar com $\lambda = 40$, portanto sem efeito de 2ª ordem local importante. Nesta situação, pode-se ir até $\nu = 1,44$. Tomando-se $\nu = 1$, por exemplo, tem-se no ábaco, para $\omega = 0,6$, um valor de $\kappa = 85$ que corresponde a $\alpha = 0,82$. Mesmo para uma taxa mecânica mais baixa, $\omega = 0,3$, tem-se $\kappa = 65$ e portanto $\alpha = 0,63$ através da expressão (4.11).

Se a mesma seção agora pertence a um pilar com $\lambda = 120$, portanto, com efeitos de 2ª ordem local importante, pode-se ir apenas até $\nu = 0,17$ pela equação (4.13). Para o caso: $(\nu = 0,15; \omega = 0,6)$ tem-se $\kappa = 47$ e, portanto $\alpha = 0,46$, sendo este, praticamente, o maior valor de α possível. Diminuindo-se a armadura: $(\nu = 0,15; \omega = 0,2)$, tem-se $\kappa = 25$ e $\alpha = 0,24$.

O ábaco permite, assim, visualizar o papel dos parâmetros $(f_{ck}, \nu, \omega, \lambda)$ na determinação da rigidez secante.

Para os pilares esbeltos, devido o risco da instabilidade, é necessário utilizar valores de ν mais baixos, o que acarreta a diminuição da sua rigidez secante.

No caso dos pórticos pré-moldados de concreto com ligação semi-rígida ocorre um problema análogo ao apresentado acima. Quando o grau de engastamento da ligação vai diminuindo a estrutura vai naturalmente ficando mais esbelta e o projetista se ver obrigado a aumentar a dimensão dos pilares de maneira a manter os esforços de segunda ordem em níveis aceitáveis. Como a carga vertical permanece praticamente a mesma na estrutura o aumento da seção do pilar

acarreta uma diminuição no valor de ν e conseqüentemente uma diminuição na sua rigidez secante. EL DEBS (2000) sugere usar $\alpha = 0,4$ para os pilares no caso da ligação articulada e $\alpha = 0,7$ para ligações rígidas. O problema, entretanto, está em aberto para situações intermediárias.

Para melhorar a situação de pilares de estruturas com ligações de baixo grau de engastamento, uma alternativa seria aumentar do esforço normal no pilar sem tornar mais crítica a sua estabilidade. Isto pode ser feito, por exemplo, de forma indireta por meio de uma protensão.

4.5 EXPRESSÕES APROXIMADAS PARA O VALOR DA RIGIDEZ SECANTE

Nesta seção apresentam-se algumas expressões aproximadas para o cálculo da rigidez secante encontradas em alguns textos normativos. Estas expressões são destinadas à verificação de estado limite último de barras isoladas. Portanto são indicadas para situação real de barra isolada ou para análise de efeitos locais de 2ª ordem em barras retiradas da estrutura após uma análise não linear global.

4.5.1 Conforme o ACI-318-2003 – Processo da Amplificação dos Momentos

O ACI-318-2003, que tem caráter normativo, no item (10.11.1) adota para uma análise de 2ª ordem, de uma estrutura esbelta, a rigidez secante de seus elementos dada pela equação (4.4) com $\alpha = 0,35$ para as vigas e $\alpha = 0,70$ para os pilares. No exame dos efeitos de 2ª ordem no eixo da coluna isolada, retirada da estrutura, o ACI adota então as seguintes expressões para a rigidez secante:

$$EI_{\text{sec}} = \frac{0.2E_c I_c + E_s I_{\text{se}}}{1 + \beta_d} \quad (4.14)$$

ou

$$EI_{\text{sec}} = \frac{0.4E_c I_c}{1 + \beta_d} \quad (4.15)$$

onde

E_s = módulo de elasticidade do aço das armaduras.

I_{se} = momento de inércia das armaduras da seção em relação ao CG da

seção de concreto = $\Sigma(A_{s,i} \times (y_i)^2)$

β_d = coeficiente para levar em conta as cargas de longa duração. É justamente a relação entre a carga axial permanente e a carga axial total da combinação considerada. Considera-se, neste trabalho, para fins de comparação com as outras formulações: $\beta_d = 0$.

Na verdade as expressões (4.14) e (4.15) surgem no item 10.12.3 do ACI e são utilizadas para a determinação da carga crítica da coluna dada por:

$$P_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{sec}}}{(l_e)^2} \quad (4.16)$$

Esta carga crítica é utilizada então para a obtenção de um fator de amplificação do momento de 1ª ordem dado por:

$$\delta = \frac{1}{1 - \frac{P}{P_{\text{crit}}}} \quad (4.17)$$

No ACI comenta-se ainda que a expressão (4.14) foi desenvolvida para situações de pequenas excentricidades e elevadas forças axiais quando os efeitos

da esbeltez são mais pronunciados. A equação (4.15) é uma simplificação menos precisa da equação (4.14).

4.5.2 Conforme o PCI – Precast / Prestressed Concrete Institute

De acordo com AHMED (2003), o comitê do PCI que trata de Pilares Protendidos (Committee on Prestressed Concrete Columns), concluiu que as equações (4.14) e (4.15) do ACI não deveriam ser aplicadas diretamente no caso de pilares com índice de esbeltez $\lambda > 100$, com protensão, ou ainda com $\rho = (A_s / A_c) > 1\%$; situações usuais em pilares pré-moldados.

O PCI recomenda então a utilização da equação:

$$EI_{\text{sec}} = \frac{E_c I / \psi}{1 + \beta_d} \quad (4.18)$$

onde

$$\psi = \theta \eta \geq 3.2 \quad (4.19)$$

$$\eta = 2.5 + 1.6 \frac{P_0}{P_d} \quad (4.20)$$

com a restrição: $6 \leq \eta \leq 70$

$$\theta = \frac{27}{\lambda} - 0.05 \quad (4.21)$$

sendo

P_d = carga axial de cálculo aplicada no pilar.

P_0 = carga máxima centrada resistida pelo pilar, calculada por:

$$P_0 = 0,85 \times f_{ck} \times A_c + A_{s,\text{tot}} \times \sigma_{s,0,2\%} \quad (4.22)$$

$$\lambda = \text{índice de esbeltez do pilar} = \frac{l_e}{i} = \frac{l_e}{\sqrt{\frac{I}{A_c}}}$$

4.5.3 Conforme a FIB

O Boletim 16 da FIB, FIB(1996), apresenta um método simplificado para exame de pilares esbeltos baseado no conceito de rigidez secante. A expressão adotada para a rigidez secante é a seguinte:

$$EI_{\text{sec}} = \alpha_\varphi \times \alpha_e \times E_c I + E_s I_s \quad (4.23)$$

onde

$$\alpha_\varphi = 1 - 0.8\varphi(1 - \lambda/200)\omega^{0.25} \quad (\text{considera a fluência do concreto})$$

φ = coeficiente de fluência.

$$\alpha_e = 0,08v_0(0,85f_{cd})^{0.6} e^{(\lambda/100-2\omega)} \quad (4.24)$$

com

$$v_0 = \frac{N_d}{A_c(0.85f_{cd})} \quad (4.25)$$

$$\omega = \frac{A_{s,\text{tot}} \times f_{yd}}{A_c \times f_{cd}} \quad (4.26)$$

4.5.4 Conforme a ABNT NBR 9062:1985

A norma brasileira ABNT NBR 9062:1985 (1985), apresenta também uma expressão simplificada para a rigidez secante em função da taxa geométrica de armadura ρ da seção:

$$\alpha = 0,20 + 15\rho \quad (4.27)$$

onde $\rho = \frac{A_s}{A_c}$.

É interessante observar que esta expressão de α corresponde à equação (4.14) do ACI quando se toma:

$$\frac{E_s}{E_c} = 15 \text{ e } \frac{I_s}{I} = \rho. \quad (4.28)$$

A versão atual da norma brasileira de pré-moldados a ABNT NBR 9062:2005 (2005) não prescreve nenhum valor de rigidez secante para consideração na análise estrutural. O assunto é remetido à ABNT NBR 6118:2003 (2003), exigindo-se, porém, que para os pórticos articulados ou com ligação semi-rígida a não-linearidade física seja considerada pelo menos pelo método da rigidez secante.

4.5.5 Comparação de Valores

Para fins de comparação entre as expressões simplificadas acima, examina-se os valores de α para um pilar com seção quadrada (70cmx70cm), $f_{ck}=40\text{MPa}$ e taxa de armadura $\rho = 2\%$ e com índices de esbeltez $\lambda = 40$ e $\lambda = 105$, figura 4.12.

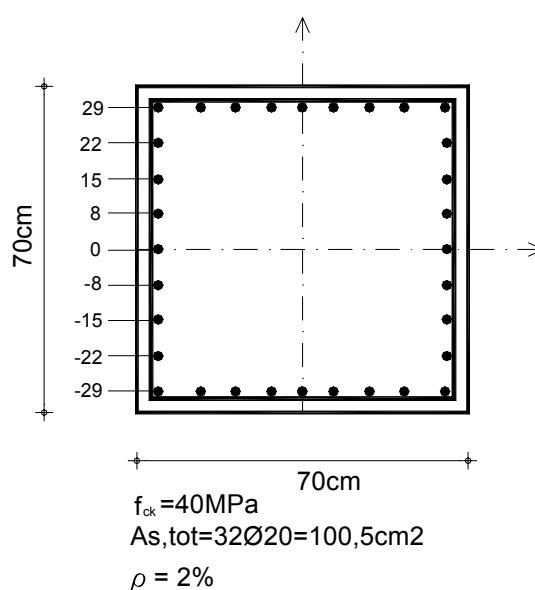
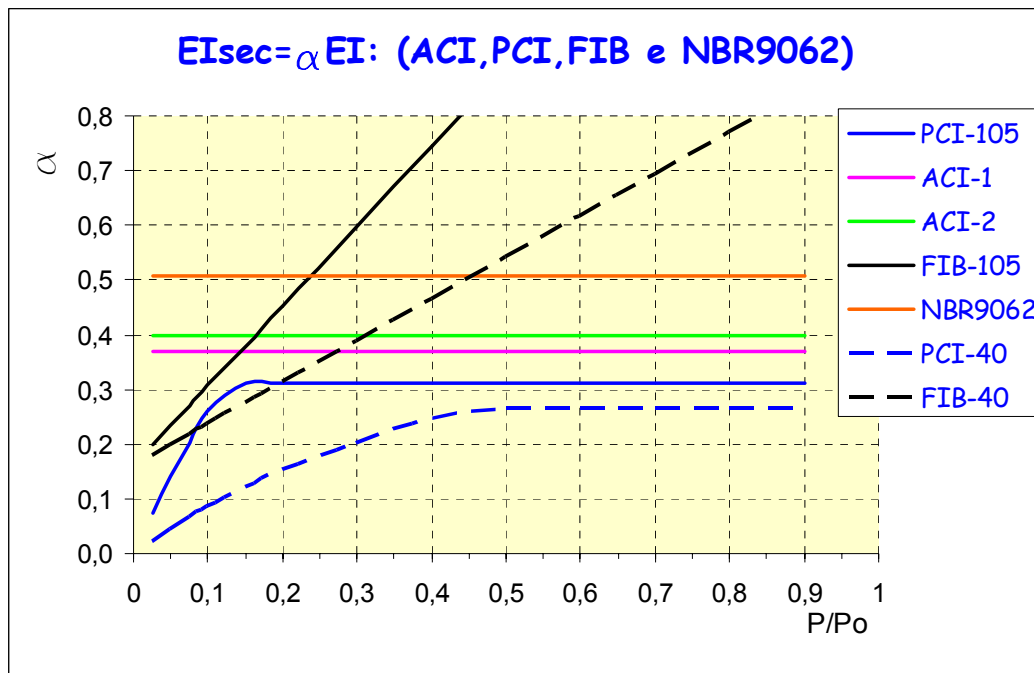


Figura 4.12 – Seção transversal do pilar – Distribuição de armadura.

Variou-se o nível da carga axial de $0,025P_0$ a $0,9P_0$.

Os resultados, com os valores de α obtidos pelas formulações apresentadas estão no gráfico da figura 4.13.



PCI-105	Formulação do PCI com $\lambda = 105$.
ACI-1	Primeira expressão do ACI, equação (4.14).
ACI-2	Segunda expressão do ACI, equação (4.15).
FIB-105	Formulação da FIB com $\lambda = 105$.
NBR9062	Expressão da NBR9062:1985
PCI-40	Formulação do PCI com $\lambda = 40$.
FIB-40	Formulação da FIB com $\lambda = 40$.

Figura 4.13 – Gráfico Comparativo – Fator de Redução de Rigidez.

Com relação aos resultados pode-se observar o seguinte:

a) As expressões do ACI e da NBR 9062 não são sensíveis ao aumento do esforço normal, mantendo assim valores de α em torno de 0,40. As expressões são

sensíveis ao aumento de armadura, porém indiferentes com relação à variação da esbeltez.

b) A expressão do PCI apresenta sensibilidade ao aumento de esforço normal porém limitada a um patamar em torno de $\alpha = 0,3$. A expressão tem sensibilidade com relação à esbeltez. Verifica-se, contudo, que os valores de rigidez para $\lambda = 40$ são menores que para $\lambda = 105$ em um mesmo nível de carga.

c) A expressão da FIB apresenta sensibilidade a todos os parâmetros de interesse: esforço normal, taxa de armadura e esbeltez. Não existe um patamar limitante podendo-se chegar inclusive a valores de α maior que 1.

AHMED (2003) compara curvas de interação (momento último x força normal) obtidas para pilares esbeltos utilizando a formulação do ACI e do PCI com curvas obtidas por análise não-linear completa via método dos elementos finitos e também com curvas experimentais. Constatou que as expressões do ACI e do PCI são conservadoras principalmente com o aumento da carga axial. Conclui também que elas são inadequadas para a análise de pilares protendidos.

4.5.6 Rigidez Secante Aproximada da ABNT NBR 6118:2003

A partir da análise dos ábacos de interação adimensionais FRANÇA (1991) sugeriu uma expressão aproximada para rigidez secante para o caso de seções retangulares em termos da força normal e do momento fletor reduzido:

$$K_{\text{sec}} = 32(v + 5\mu) \quad (4.29)$$

Reescrevendo (4.29) para se determinar o valor de α obtém-se:

$$\alpha = \frac{(\nu + 5\mu)\sqrt{f_{ck}}}{20,4} \quad (4.30)$$

A ABNT NBR 6118:2003 admite esta expressão para ao cálculo dos efeitos de 2ª ordem em pilares com esbeltez $\lambda < 90$ sem consideração de fluência. É o chamado processo do pilar padrão com rigidez secante aproximada.

A utilização de (4.29) para análise de 2ª ordem global ou local deve ser feita através de um processo iterativo combinado com um método que inclua a não-linearidade geométrica.

4.6 ANÁLISE DE PILAR ISOLADO DE CONCRETO ARMADO E DE CONCRETO PROTENDIDO

Nesta seção apresentam-se dois casos de verificação da estabilidade de pilar esbelto com a utilização do conceito de rigidez secante.

O primeiro caso corresponde ao pilar de concreto armado em balanço cujas características estão apresentadas na figura 4.14.

Trata-se de um pilar típico de estrutura pré-moldada para edifício tipo multi-piso, com ligação viga-pilar articulada e uma altura total de 18m. Considerou-se a carga vertical dos pavimentos e uma força horizontal de vento.

A não-linearidade geométrica foi levada em conta pelo método modal apresentado no capítulo 3. Numa primeira análise, com rigidez bruta total EI , determina-se a carga crítica, e por conseqüência, o comprimento efetivo de flambagem e o índice de esbeltez do pilar:

$$l_e = \sqrt{\pi^2 EI / P_{crit}} = 21,22m \Rightarrow \lambda = 105. \quad (4.31)$$

Para análise não linear, de acordo com a norma de Ações e Segurança – ABNT NBR 8681:2003, a ação máxima de análise será obtida pela majoração da

ação característica pelo fator: $\gamma_{f,NL} = \frac{\gamma_f}{\gamma_{f3}} = \frac{1,4}{1,1} \cong 1,27$

A força axial total de cálculo no trecho inicial 1-2 será:

$$N_d = 1,4 \times 5,5P = 1,4 \times 5,5 \times 500 = 3850\text{kN}; \quad N_{\text{máx}} = \frac{N_d}{1,1} = 3500\text{kN}$$

$$v = \frac{3500}{0,49 \times f_{cd}} = 0,25 \quad ; \quad \omega = \frac{100,5 \times 10^{-4} \times f_{yd}}{0,49 \times f_{cd}} = 0,31$$

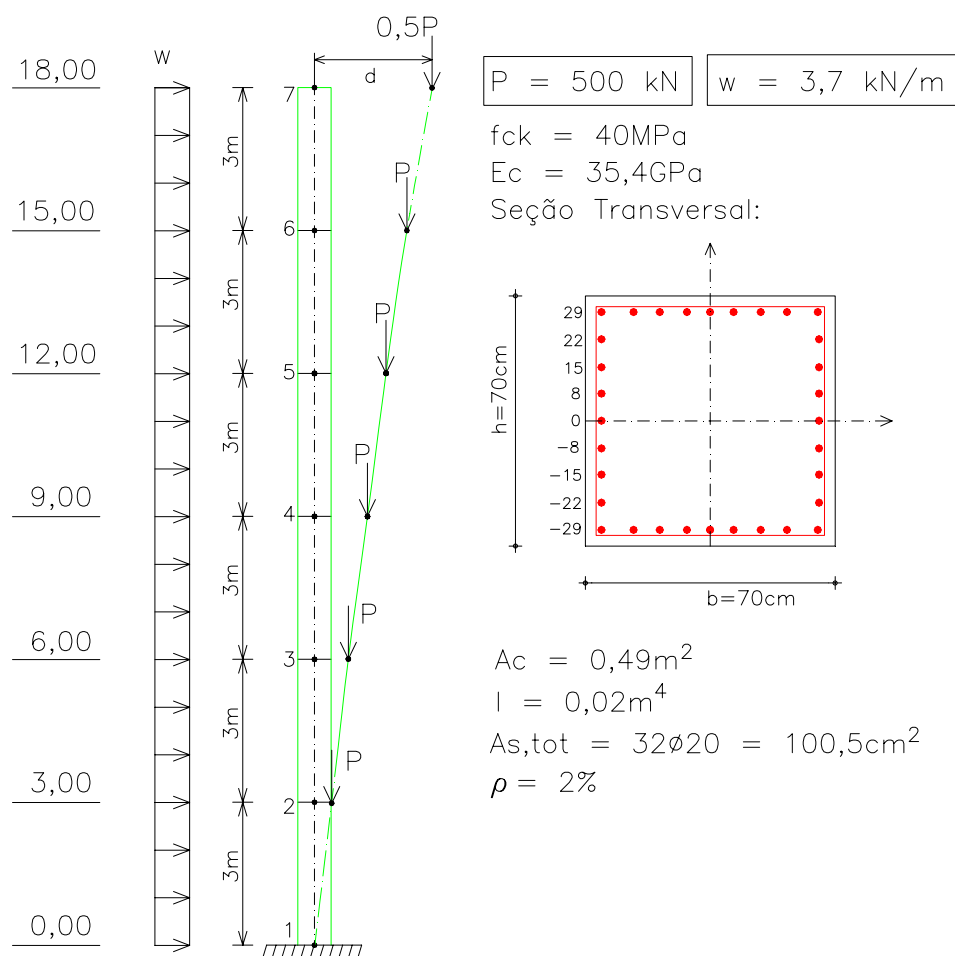


Figura 4.14 – Esquema de carregamento e seção transversal

Na tabela 4.3 estão apresentados os valores de α obtidos pelas expressões simplificadas de norma, e pelo ábaco.

Tabela 4.3 – Valores de α para as várias formulações de norma. Caso 1

Formulação	ACI	PCI	FIB	NBR9062	NBR6118	ÁBACO
α	0,37	0,31	0,41	0,51	0,40	0,39

No caso da formulação da ABNT NBR 6118:2003 foi utilizado o programa RIGSEC já citado.

Como a força normal varia ao longo do pilar é necessário o cálculo do fator α para todos os trechos, mesmo considerando que a armadura é mantida. Na tabela 4.4 estão apresentados os valores α obtidos pelo programa RIGSEC.

Tabela 4.4 – Valores de α ao longo do pilar. – Caso 1

Trechos	$N_{\text{máx}}$ (kN)	α
1-2	3500	0,40
2-3	2864	0,39
3-4	2227	0,34
4-5	1591	0,31
5-6	955	0,26
6-7	318	0,21

Fazendo-se então uma análise não-linear geométrica com $EI_{\text{sec}} = \alpha EI$ ao longo do pilar obtém-se os seguintes momentos fletores na base:

Tabela 4.5 – Resultados das análises de 1ª e 2ª ordem. – Caso 1

Análise	Momentos na Base (kNxm)
1ª Ordem	761,24
1ª +2ª Ordem	1624,20

Verificando o dimensionamento da seção da base, tem-se

$$N_d = 3850 \quad v = 0,28 \\ M_d = 1,1 \times 1624,20 = 1786,62 \quad \mu = 0,18 \Rightarrow \omega = 0,30 \rightarrow A_{s,tot} = 97,0 \text{cm}^2 \text{ (OK!)}$$

Pela expressão (4.30) da rigidez secante aproximada da ABNT NBR6118:2003, tem-se:

$$\alpha = \frac{(0,28 + 5 \times 0,18) \sqrt{40}}{20,4} = 0,37$$

Como a armadura existente é superior e com valor bem próximo do necessário considera-se que o dimensionamento está satisfatório.

A verificação das demais seções do pilar também revelou que a armadura existente é satisfatória. Na tabela 4.6 estão os valores dos momentos solicitantes de cálculo e resistentes em cada trecho.

Tabela 4.6 – Momentos de cálculo e resistentes ao longo do pilar. – Caso 1

Trechos	N_d (kN)	M_d (kNxm)	M_{Rrd} (kNxm)
1-2	3850	1790	1846
2-3	2864	1451	1788
3-4	2227	1041	1706
4-5	1591	634	1687
5-6	955	295	1487
6-7	318	75	1325

A partir do terceiro trecho o momento resistente já é bem maior que o momento de cálculo, indicando que uma redução de armadura seria possível. Também na situação $M_{rd} > M_d$ a rigidez secante real é maior que a rigidez secante calculada, ou seja, os resultados estão a favor da segurança.

Num segundo caso considerou-se o mesmo pilar, porém agora com uma armadura ativa conforme a figura 4.15.

Para representar a protensão nas formulações simplificadas consideramos um aumento da carga externa correspondente à força instalada de protensão tomada igual a:

$$\Delta N = 120 \times 1,4 \times 24 = 4302 \text{ kN}$$

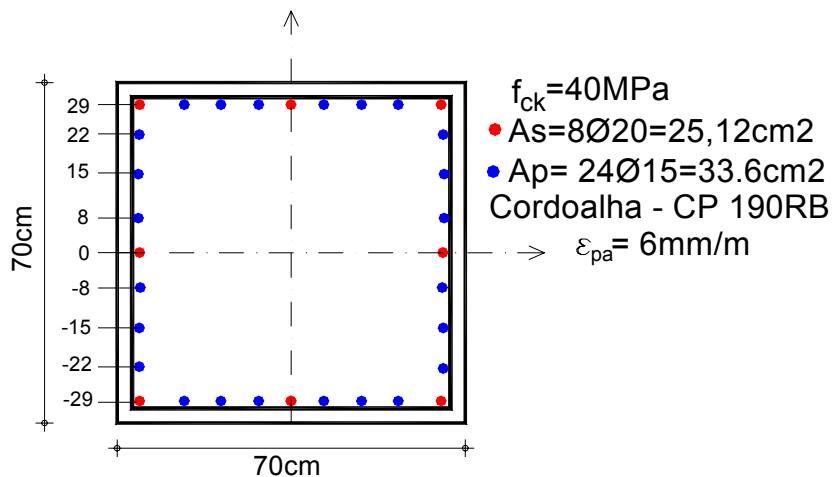


Figura 4.15 – Seção Transversal com armadura ativa.

Com este acréscimo de carga, encontram-se os novos valores de α que estão apresentados na tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Valores de α para várias formulações de norma. – Caso 2

Formulação	ACI	PCI	FIB	NBR9062	NBR6118	ÁBACO
α	0,30	0,31	0,78	0,38	0,59	0,62

O valor de α da ABNT NBR 6118:2003 foi obtido pelo programa RIGSEC que admite armaduras ativas e passivas. Neste caso a força normal, considerada como dado para o programa, foi igual à força real externa.

Ao longo do pilar tem-se então:

Tabela 4.8 – Valores de α ao longo do pilar. – Caso 2

Trechos	$N_{\text{máx}}$ (kN)	α
1-2	3500	0,59
2-3	2864	0,54
3-4	2227	0,51
4-5	1591	0,46
5-6	955	0,42
6-7	318	0,40

Uma análise não-linear geométrica com $EI_{\text{sec}} = \alpha EI$, fornece os seguintes momentos na base apresentados na tabela 4.6

Tabela 4.9 – Resultados das análises de 1ª e 2ª ordem. – Caso 2

Análise	Momentos na Base (kNxm)
1ª Ordem	761,24
1ª +2ª Ordem	1167,30

Verificando o dimensionamento da seção da base também pelo programa RIGSEC, tem-se:

$$N_d = 3850 \qquad N_u = 3850$$

$$M_d = 1,1 \times 1167,30 = 1284,03 \qquad M_{rd} = 1414 > M_d \text{ (OK!)}$$

A utilização de armadura ativa em peças comprimidas diminui o seu momento resistente porque estas armaduras ficam sempre alongadas. Por outro lado, ocorre um aumento da rigidez secante. No caso em estudo, o aumento foi de quase 50% passando de 0,40 para 0,59.

Com o aumento da rigidez o momento de 2ª ordem diminui fazendo cair o momento total o que acaba compensando a queda do momento resistente da seção.

Outras vantagens da utilização de armadura ativa em pilares são:

- a) A prevenção do aparecimento de fissuras nas fases de transporte e montagem.
- b) A redução dos deslocamentos horizontais em serviço.

A tabela 4.10 apresenta os demais momentos fletores nos trechos do pilar.

Tabela 4.10 – Momentos de cálculo e resistentes ao longo do pilar. – Caso 2

Trechos	N_d (kN)	M_d (kNm)	M_{rd} (kNm)
1-2	3850	1285	1414
2-3	2864	985	1477
3-4	2227	675	1517
4-5	1591	397	1536
5-6	955	180	1511
6-7	318	45	1464

4.7 RIGIDEZ SECANTE DE VIGAS

A rigidez secante de vigas para verificação de estado limite último pode ser determinada seguindo o mesmo procedimento utilizado para os pilares, apenas sem a consideração de esforço normal.

Na figura 4.16 pode-se ver a curva típica da relação momento fletor x curvatura para vigas de concreto armado. Existe uma primeira fase, com a seção não fissurada, denominada de estágio I, quando a rigidez K_i é igual à própria rigidez bruta da seção. Com o início da fissuração entra-se no chamado estágio II, onde se tem duas sub-fases, uma de formação de fissuras e outra após o estabelecimento da configuração definitiva de fissuras. Na sub-fase de formação de fissuras ainda existe

a colaboração do concreto entre fissuras na região tracionada e a rigidez tem um valor intermediário entre a rigidez no estágio I, K_I , e a rigidez do estágio II puro K_{II}^0 . Com as fissuras estabilizadas a rigidez será K_{II}^0 , prosseguindo até a fase de plastificação, estágio III, assumindo seu valor último K_{III} .

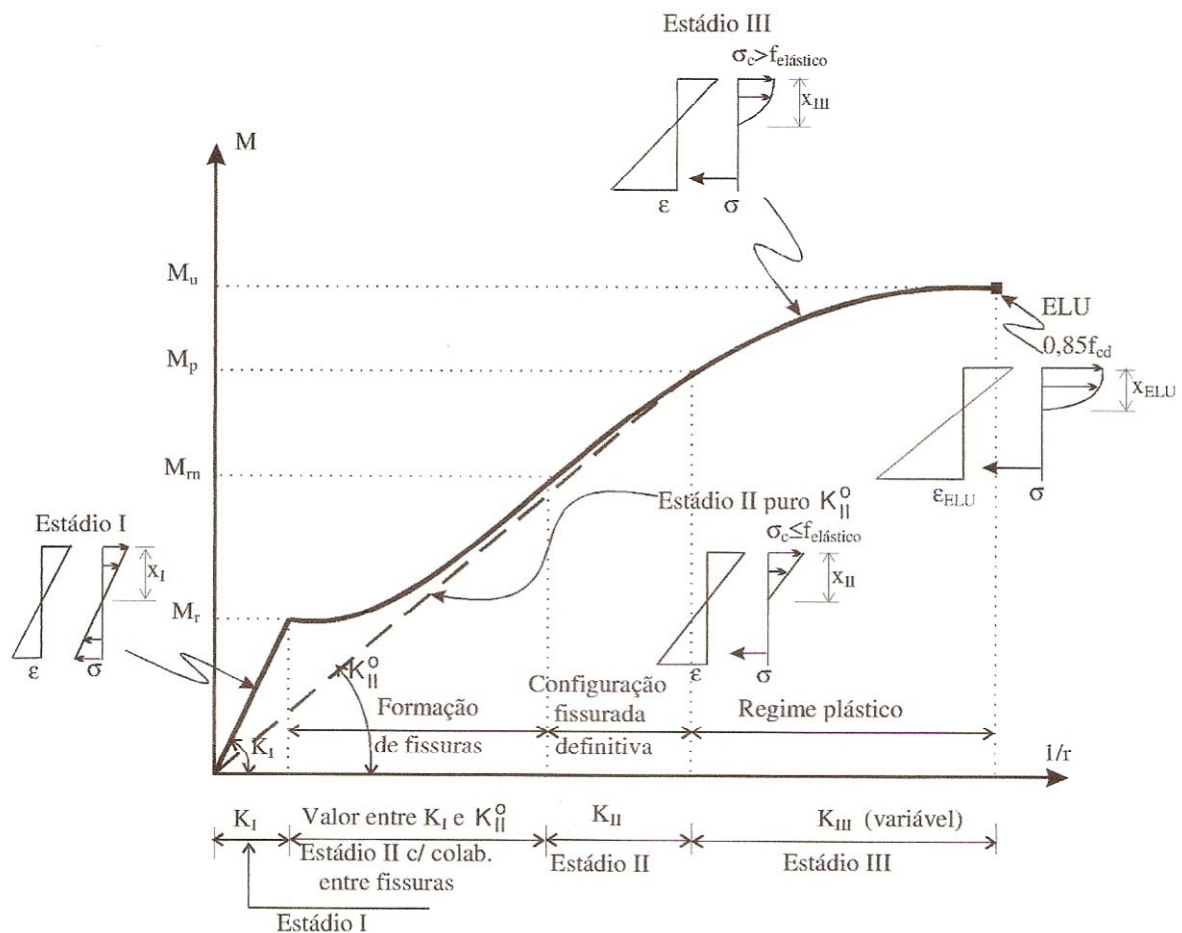


Figura 4.16 – Evolução da rigidez à flexão de vigas de concreto armado. OLIVEIRA (2000)

Complementando o trabalho de FRANÇA (1991), OLIVEIRA (2000) elaborou ábacos de rigidez secante adimensional de vigas de concreto armado e concluiu, após um estudo de várias seções transversais, que a rigidez no estágio II corresponde em média a 25% da rigidez no estágio I. A rigidez no estágio III corresponde, também em média, a 90% da rigidez no estágio II.

$$\begin{aligned}
 K_{II} &= 0,25K_I \\
 K_{III} &= 0,90K_{II} \Rightarrow \alpha \cong 0,225
 \end{aligned}
 \tag{4.31}$$

Para ilustração, através do programa RIGSEC, foi calculada a rigidez K_{III} para momento positivo de uma viga de seção retangular (30cmx50cm) e concreto com $f_{ck} = 40MPa$. Foram examinados os dois casos apresentados na figura 4.17. Um com armadura passiva e outro com armadura ativa fixada para que as duas seções tivessem o mesmo momento de ruína.

Os resultados obtidos no RIGSEC para os dois casos estão apresentados na tabela 4.11.

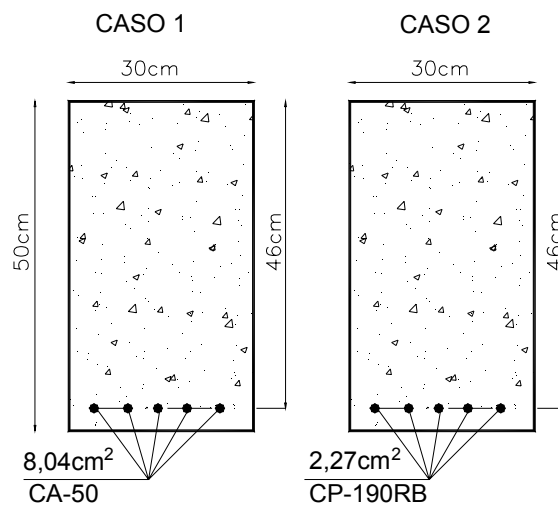


Figura 4.17 – Seções transversais das vigas de concreto armado e de concreto protendido.

Tabela 4.11 – Resultados do RIGSEC para os casos 1 e 2

Caso	Momento Último (kNxm)	Rigidez Secante Adimensional κ	α
1	151,3	22,13	0,21
2	151,3	42,80	0,41

Verifica-se que a expressão (4.31) é satisfeita para o caso 1, seção de concreto armado. Já para o caso 2, com a protensão, a seção tem rigidez secante quase o dobro da rigidez da seção de concreto armado.

A protensão na viga pré-moldada é normalmente do tipo pré-tração com cordoalhas retas próximas ao fundo da viga. Como se ver, esta disposição é benéfica aumentando a rigidez secante para momentos positivos, porém é preciso ficar atento, pois ela será prejudicial na região da ligação onde ocorrerão momentos negativos.

A viga como elemento do pórtico apresentará um diagrama de momento fletor típico devido à carga vertical, como apresentado na figura 4.18, ao qual ainda se superporá o diagrama linear produzido pela ação horizontal do vento.

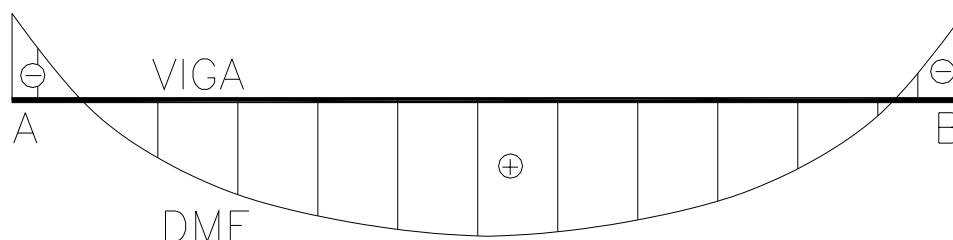


Figura 4.18 – Diagrama de momento fletor típico da viga de pórtico.

Os momentos nas extremidades dependerão do grau de engastamento da ligação. Quanto maior for o grau de engastamento maior será a colaboração da viga na estabilidade do pórtico. No caso da ligação articulada a viga terá muito pouca participação, ficando com o pilar, que trabalhará como peça em balanço na vertical, toda a responsabilidade pela estabilidade.

Devido à inversão de sinal no diagrama de momento fletor, OLIVEIRA (2000) sugere tomar para rigidez secante da viga a média entre as rigidezes para momento positivo e para momento negativo.

Já CRESPO (2002) faz um estudo diferente, impondo uma compatibilidade de energia de deformação entre a viga fissurada e uma viga equivalente não fissurada, e determina uma rigidez efetiva em função da taxa de armadura no meio do vão, conforme apresentado na figura 4.19.

Convém observar que estes estudos foram desenvolvidos para análise de pórticos com ligação rígida viga-pilar.

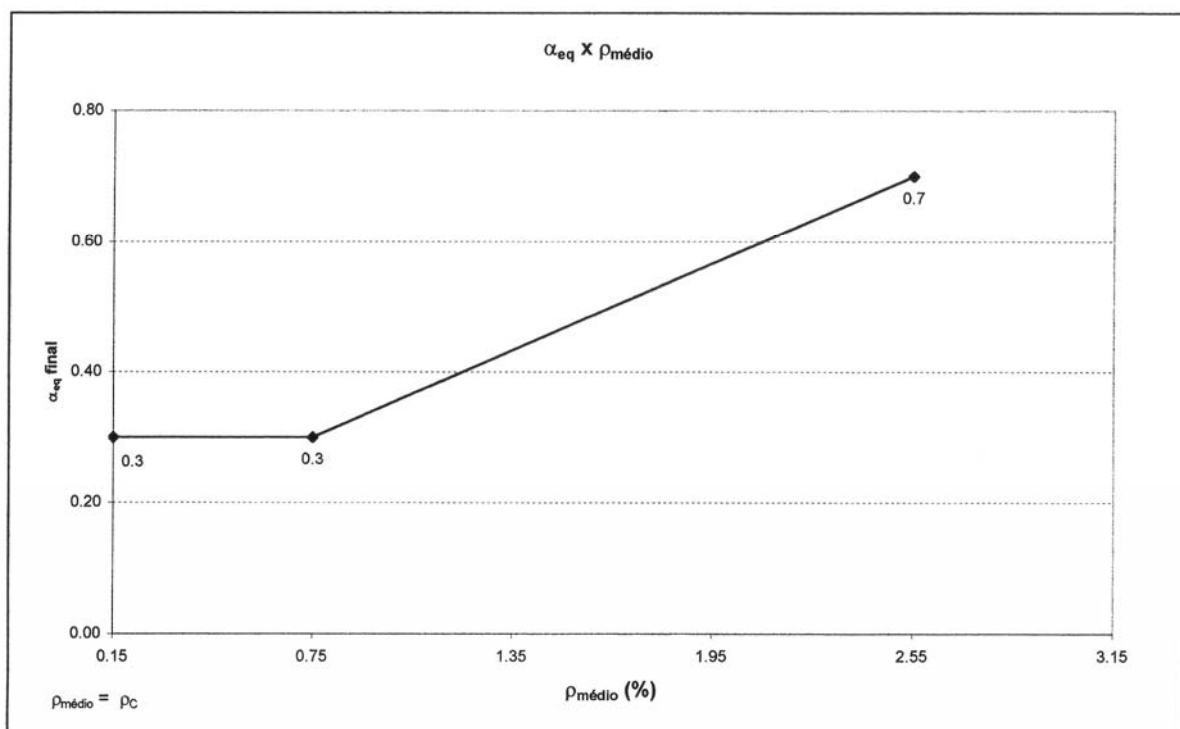


Figura 4.19 – Proposta de CRESPO (2002) para rigidez secante de vigas.

Sugere-se então o seguinte procedimento para a adoção de um valor de rigidez secante para as vigas na análise não linear de pórticos de concreto pré-moldados:

a) Vigas de Concreto Armado:

- Adotar $\alpha = 0,40$ constante como prevê a ABNT NBR 6118:2003.

ou

- Utilizar o gráfico de CRESPO (2002) da figura 4.20 que corresponde a:

$$\rho_{\text{médio}} \leq 0,75 \Rightarrow \alpha = 0,30$$

$$0,75 \leq \rho_{\text{médio}} \leq 2,55 \Rightarrow \alpha = \frac{0,4}{1,8}(\rho_{\text{médio}} - 0,75) + 0,3$$

$\rho_{\text{médio}} (\%) =$ taxa de armadura de flexão no meio do vão.

b) Vigas de Concreto Protendido:

- Adotar α obtido pelo programa RIGSEC para momento positivo se a ligação for articulada.
- Adotar a média dos α obtidos pelo programa RIGSEC para momento positivo e negativo se a ligação for semi-rígida ou rígida.

4.8 ROTEIRO PARA CONSIDERAÇÃO DA NÃO-LINEARIDADE FÍSICA NA ANÁLISE DE PÓRTICOS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO

A seguir tem-se um roteiro para consideração da não-linearidade física utilizando o conceito de rigidez secante na análise de pórticos de concreto pré-moldado. Deve-se dispor de um programa que possibilite a utilização de ligação semi-rígida e faça uma análise não-linear geométrica.

Passo 1:

Fazer uma primeira análise da estrutura considerando os seguintes fatores de redução de rigidez para os elementos:

Vigas: $\alpha = 0,40$

Pilares: Conforme a tabela 4.12

Tabela 4.12 – Valores de α para uma primeira análise dos esforços.

G	α
G < 20%	0,40
20% < G < 90%	$\frac{0,40}{70}(G - 20) + 0,40$
G > 90%	0,80

G = Grau de engastamento da ligação semi-rígida (%).

O grau de engastamento, definido no capítulo 3, é dado por:

$$G = \frac{M_E}{M_R} = \frac{3k}{3k + 6}$$

onde

$$k = \frac{K_\phi}{(EI/L)} \text{ é a rigidez relativa da ligação.}$$

Passo 2:

- Examinam-se os resultados da análise anterior e identifica-se o valor máximo e mínimo de esforço normal nos pilares.
- Adotam-se tantas seções de pilares e suas armaduras quantas o projetista julgar conveniente. Normalmente na indústria de pré-moldados se dispõe de seções e arranjos de armaduras padronizados.
- Divide-se então o intervalo do esforço normal em pelo menos dez partes e calculam-se para estes pontos os valores dos momentos últimos (M_{rd}) e o fator de redução de rigidez α para as seções escolhidas. Constroem-se os gráficos ($N_d \times M_{rd}$) e ($N_d \times \alpha$) para o intervalo de (N_d) selecionado. Os gráficos podem ser gerados automaticamente combinando-se programas tipo o

RIGSEC com planilhas. Na figura 4.20 e 4.21 tem-se os gráficos para seção de pilar da figura 4.15 para o intervalo de (N_d) [1000 kN a 7000 kN].

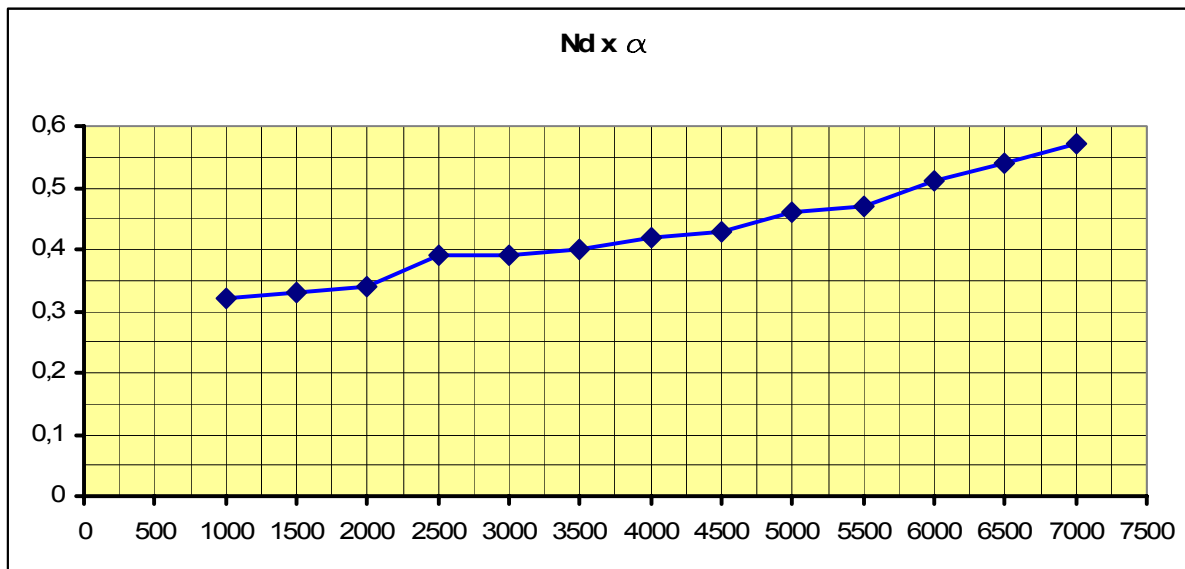


Figura 4.20– Relação (N_d) x Fator de redução de rigidez.

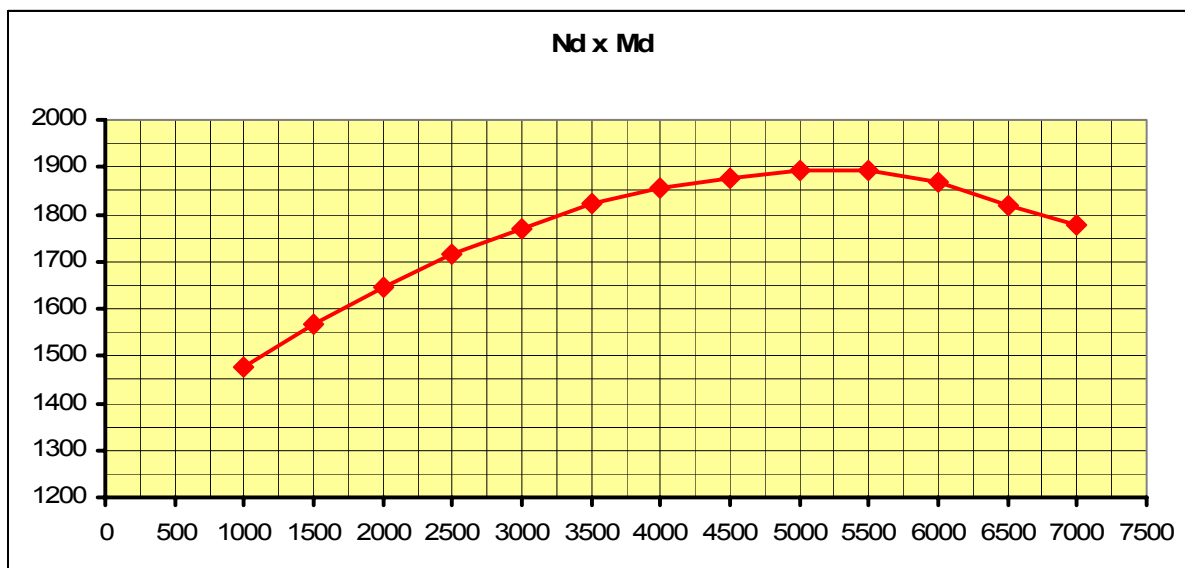


Figura 4.21 – Relação (N_d) x Momento último.

Passo 3:

Re-processar a estrutura mantendo $\alpha = 0,40$ para vigas e um valor de α adequado para cada segmento de pilar de acordo com o seu valor de (N_d) e as características da sua seção.

Passo 4:

Examinam-se os esforços normais nos pilares e se houver necessidade de ajustar novos valores de α deve-se voltar ao passo 3. Se os valores de α adotados estiverem adequados deve-se então agora examinar se os momentos últimos não foram ultrapassados. Se os momentos são menores que os momentos últimos então a estrutura é segura para a combinação de ações analisada. Caso contrário, novas seções ou novos arranjos de armaduras devem ser tentados retornando-se ao passo 2.

O ciclo entre os passos 3 e 4, ajuste dos α e a verificação da ruína, podem ser automatizados dentro do programa de análise não-linear geométrica desde que se forneçam, como dados, os pontos dos gráficos $(N_d \times M_{rd})$ e $(N_d \times \alpha)$ das seções selecionadas. O programa interpolaria resultados intermediários.

Detalhes desta implementação computacional estão apresentados no apêndice e um exemplo numérico com a aplicação deste roteiro é discutido no capítulo 6.

ANÁLISE DA SEQUÊNCIA CONSTRUTIVA E DOS EFEITOS DEPENDENTES DO TEMPO

5 Capítulo

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo serão discutidos dois pontos importantes dentro da análise de estruturas pré-moldadas. O primeiro é a consideração do processo de montagem da estrutura, passando pela verificação da estabilidade das fases transitórias até a determinação dos esforços ao final do processo construtivo. O segundo ponto é a avaliação do efeito do tempo nos esforços e deslocamentos da estrutura. Os dois temas, de certa forma, estão relacionados uma vez que os esforços e deslocamentos que sofrem alteração com o tempo são os gerados pelas ações de natureza permanente aplicadas na estrutura ao longo do processo construtivo.

5.2 CONSIDERAÇÃO DA FASE DE MONTAGEM

No projeto de estruturas de concreto pré-moldado a análise do comportamento da estrutura nas fases transitórias até a finalização da montagem é fundamental para se garantir a viabilidade e a segurança do processo construtivo. Nesta seção são apresentados procedimentos para verificação da estabilidade de

uma fase de montagem e para a determinação dos esforços e deslocamentos na estrutura após a conclusão da montagem.

5.2.1 Verificação da Estabilidade das Etapas de Montagem

Para a verificação de uma fase qualquer de montagem desenvolveu-se o programa que é uma adaptação do programa PLSR em que o usuário ao definir a estrutura informa quantos pavimentos abaixo do topo ainda estão com vigas articuladas. O programa faz então uma análise não-linear geométrica da estrutura para as ações consideradas nesta fase construtiva. Como há ligações articuladas e semi-rígidas nesta fase, adotou-se para esta análise $\alpha = 0,40$ para representar a não-linearidade física. A figura 5.1 apresenta uma situação de montagem em que dois últimos pavimentos ainda estão com vigas articuladas e os pavimentos inferiores já estão com as ligações efetivadas.

Nos pavimentos ainda com vigas articuladas aplica-se nas vigas a carga (g_o) atuante na fase de montagem. Nos pavimentos com a ligação já efetivada aplica-se nos nós dos pilares uma carga concentrada $P_o = \frac{g_o L}{2}$ para representar a ação da carga (g_o) que atuou na fase isostática da viga.

Esta análise da estabilidade das etapas de montagem permite ao projetista definir quantos pavimentos, com ligação articulada, poderão ser montados acima do último pavimento com ligação já efetivada. Esta informação é importante para o planejamento da montagem.

ELLIOTT (2003) recomenda que no máximo dois pavimentos sejam montados com ligação articulada acima do pavimento já com ligações efetivadas. Isto dá tempo para a maturação do concreto moldado no lugar nos andares inferiores. ELLIOTT

(2003) comenta ainda que "teoricamente sete ou oito pavimentos podem ser montados sobre o último pavimento já estabilizado, entretanto há clara evidência que este procedimento não é racional além de não deixar espaço para erros".

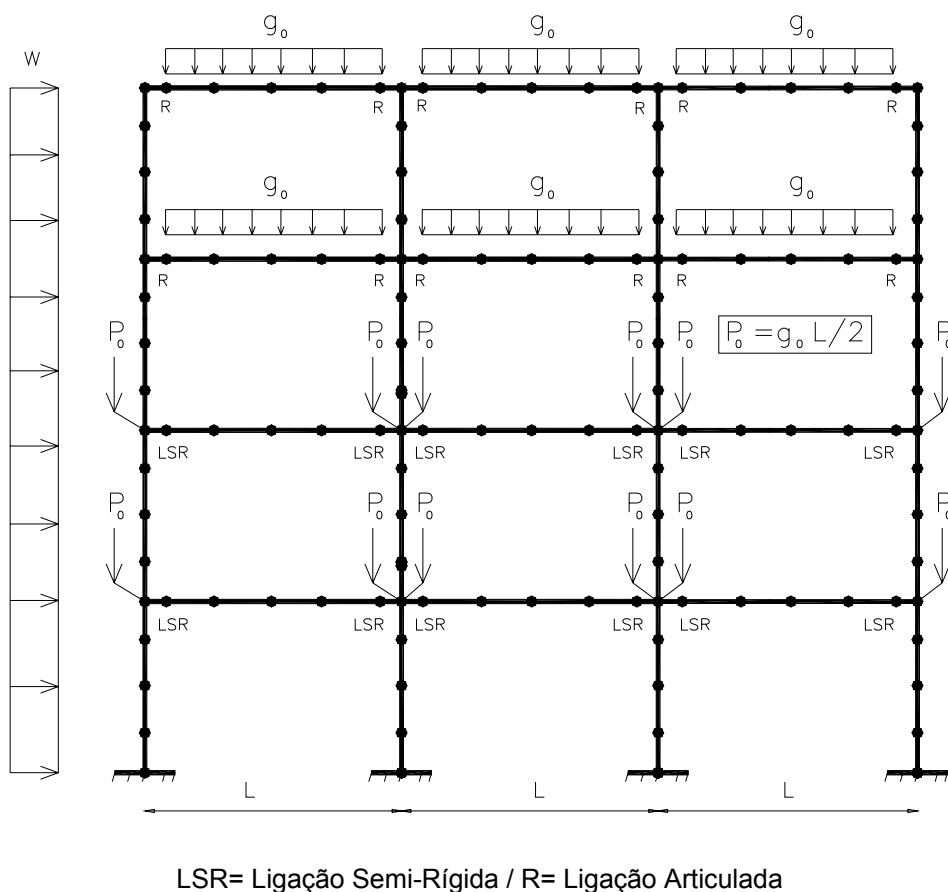


Figura 5.1 – Modelo para verificação da estabilidade na fase construtiva.

5.2.2 Esforços e Deslocamentos Finais após a Montagem

Como durante as fases de montagem as ações permanentes, essencialmente as cargas provenientes do peso da estrutura, atuam em tempos distintos e em configurações diferentes da estrutura, os esforços e deslocamentos finais de montagem não podem ser obtidos pela análise destas ações atuando na estrutura pronta.

Para simulação numérica da seqüência construtiva foi desenvolvido um programa que analisa cada fase construtiva, na medida em que os pavimentos vão

sendo montados. Para cada etapa de montagem, o programa, através de uma análise linear, determina os esforços e os deslocamentos em todas as barras e nós existentes na estrutura nesta fase construtiva, considerando somente as cargas do último pavimento montado. O programa considera como articulado apenas o último pavimento montado, os demais são considerados com ligação já efetivada. Os resultados de cada fase são armazenados em arquivo. Os deslocamentos e esforços finais de montagem são obtidos então pela soma dos deslocamentos e esforços de cada fase. As figuras 5.2 e 5.3 ilustram o procedimento para uma estrutura com 4 pavimentos.

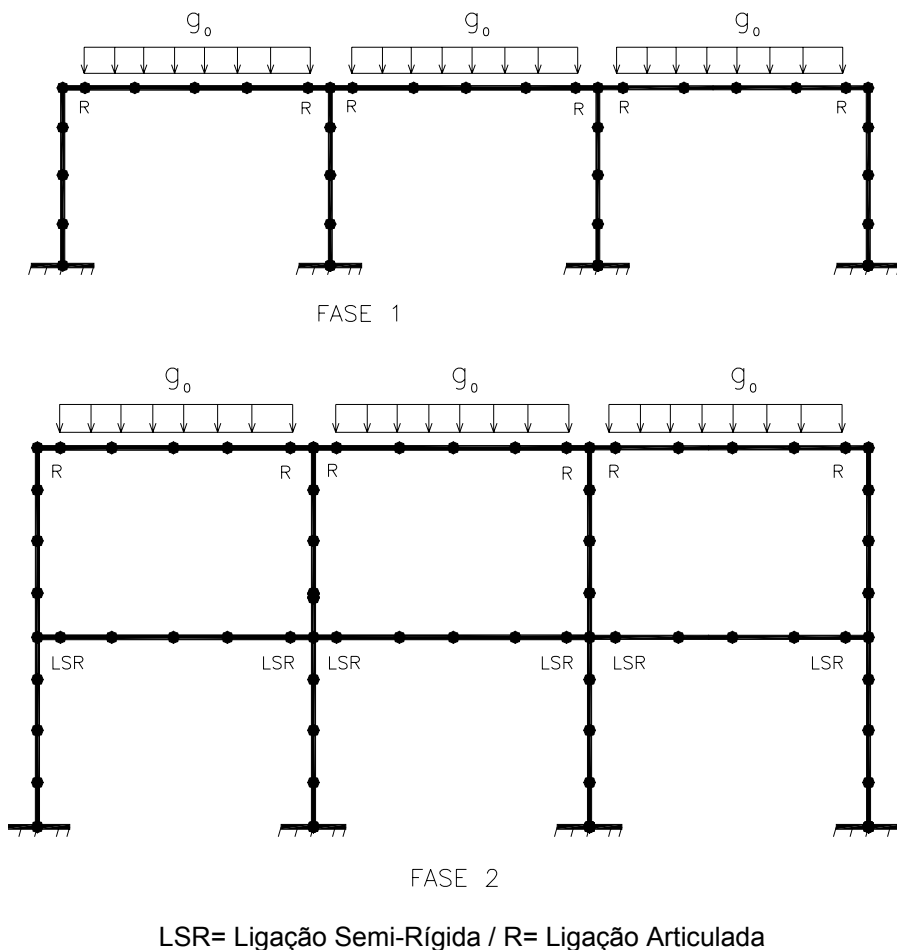
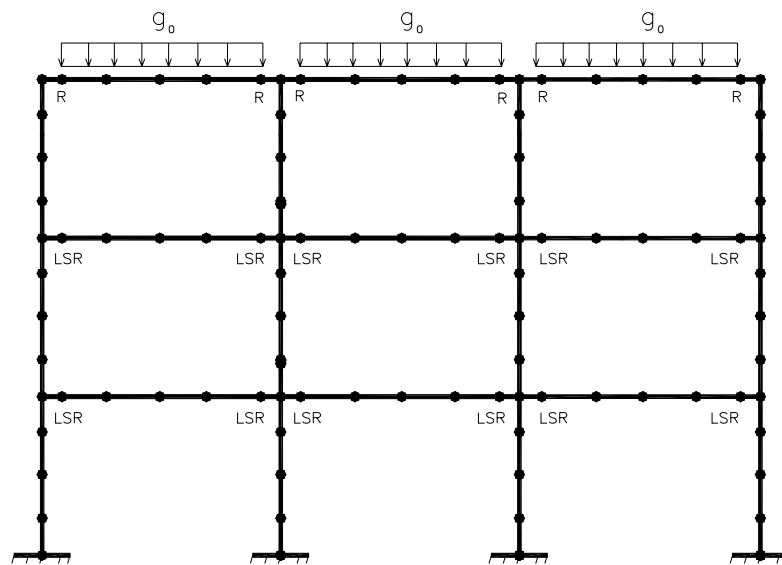
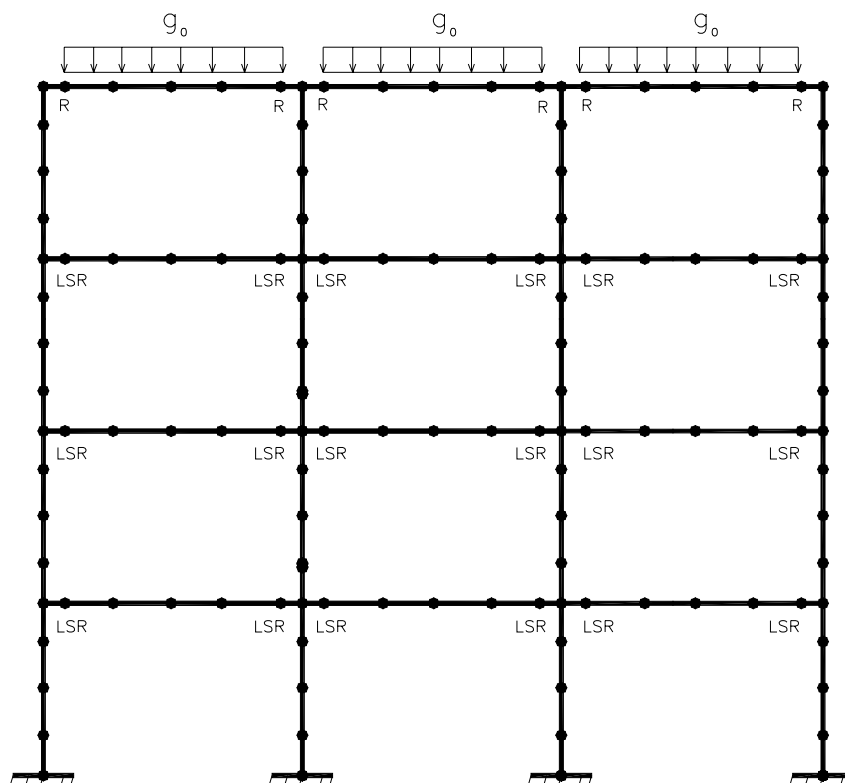


Figura 5.2 – Modelos referentes às fases 1 e 2 de montagem.



FASE 3



FASE 4

LSR= Ligação Semi-Rígida / R= Ligação Articulada

Figura 5.3 – Modelos referentes às fases 3 e 4 de montagem.

A carga (g_o) representa toda ação permanente que atua na viga antes da efetivação da ligação: o seu peso próprio, a reação de peso próprio das lajes que se apóiam na viga, o peso de uma concretagem posterior feita no lugar e outras cargas porventura atuantes nesta fase construtiva.

Designando por $S_{1,i}$ os esforços obtidos pela análise da fase i de montagem, os esforços finais S_1 , após a conclusão das n fases de montagem, são obtidos pela expressão:

$$S_1 = \sum_1^n S_{1,i} \quad (5.1)$$

5.3 EFEITO DO TEMPO NOS ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS

Com a efetivação das ligações viga-pilar no pórtico pré-moldado, as vigas consideradas bi-apoiadas na fase de montagem passam a ter agora uma restrição à rotação nas suas extremidades. Esta restrição associada ao fenômeno da fluência do concreto faz com que os esforços produzidos pela carga de montagem (g_o) na fase bi-apoiada e isostática da viga, migrem ao longo do tempo para uma nova distribuição compatível com a situação final de engastamento parcial e hiperestática da viga.

Nesta seção são apresentados de forma resumida os conceitos básicos da fluência do concreto e um procedimento simplificado para determinação da evolução dos diagramas de esforços ao longo do tempo.

5.3.1 Conceitos Básicos da Fluência do Concreto

Aplicando-se no concreto, no tempo t_0 uma tensão normal constante $\sigma_c(t_0)$, a deformação total no tempo $t > t_0$, supondo não haver restrições ao deslocamento, é dada por:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) \quad (5.2)$$

onde

$$\varepsilon_c(t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} : \text{ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento, com}$$

o módulo de deformação do concreto $E_c(t_0)$ calculado no tempo t_0 .

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} : \text{ é a deformação por fluência no intervalo de tempo}$$

$t - t_0$, $E_{c,28}$ é o módulo de deformação do concreto calculado aos 28 dias de maturidade e $\varphi(t, t_0)$ é o chamado coeficiente de fluência que depende de vários parâmetros.

Reescrevendo a equação (5.2) chega-se a:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \quad (5.3)$$

A maior dificuldade na utilização da equação (5.3) é a correta quantificação do coeficiente de fluência. A literatura sobre o assunto registra várias formulações baseadas em compilações de resultados experimentais. CAMARA (2006) afirma que a norma Eurocode 2 desenvolveu sua formulação assegurando uma variação máxima de 20% em comparação com resultados de laboratório. Entretanto, como se sabe, variações bem maiores são encontradas quando medidas de campo são consideradas. Em SANTOS et al (2005) encontra-se uma comparação entre

resultados de ensaios de fluência no Brasil e as formulações do CEB, do ACI e da norma brasileira ABNT NBR 6118:2003 (2003).

A formulação da ABNT NBR 6118:2003 para o cálculo do coeficiente $\varphi(t, t_0)$ está apresentada como anexo deste trabalho. Um gráfico da variação do coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ pode ser visualizado na figura 5.4 numa escala logarítmica. Para construção do gráfico utilizou-se a formulação da ABNT NBR 6118:2003 aplicada aos seguintes dados:

- viga de seção retangular (50cm x 60cm)
- $t_0 = 30$ dias.
- Umidade relativa do ar: 75%
- Cimento CII, concreto com slump 12.

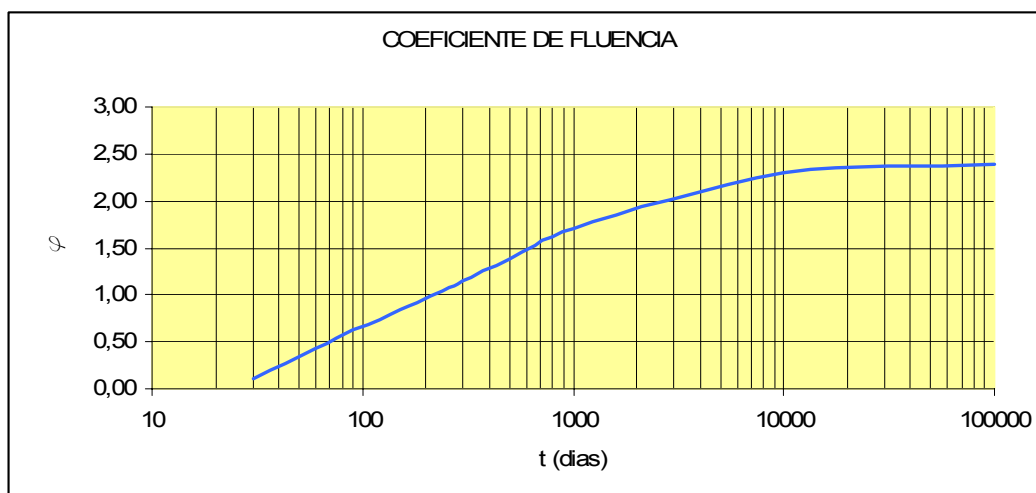


Figura 5.4 – Variação do coeficiente de fluência.

Na formulação da ABNT NBR 6118:2003 o tempo é medido em termos da maturidade do concreto chamada de idade fictícia e que depende da temperatura média ao longo do período de avaliação da fluência. A equação 5.3 pressupõe uma temperatura constante de 20°C .

O mais importante, é que o gráfico de evolução do coeficiente $\varphi(t, t_0)$ mostra que o fenômeno da fluência tende a uma estabilização com o tempo. No caso analisado tem-se, por exemplo: $\varphi(t_\infty, t_0) = \varphi_\infty = 2,40$.

A equação 5.3 é válida para a situação de tensão constante ao longo do intervalo (t, t_0) . Se houver uma variação de tensão $\Delta\sigma_c(t, t_0)$ no intervalo, a expressão da deformação no concreto passa a ser agora:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} + \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_{c,aj}} \quad (5.4)$$

onde

$$E_{c,aj} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)} : \text{é o módulo de deformação ajustado do concreto.}$$

A equação 5.4 é válida para incrementos ou decrementos de tensão ao longo do intervalo.

NEVILLE (1970) chega à expressão (5.4) a partir do estudo da relaxação no concreto. A relaxação é a diminuição da tensão no concreto com o tempo mantendo-se a deformação constante. Neste caso há um decaimento da tensão, ou seja, $\Delta\sigma_c(t, t_0) < 0$, e a equação 5.4 representa uma redução do efeito da fluência devida à relaxação do concreto.

O coeficiente $\chi(t, t_0)$ foi denominado por TROST (1967) apud COLLINS (1987) de coeficiente de relaxação. No Brasil alguns autores utilizam o termo coeficiente de envelhecimento.

O coeficiente $\chi(t, t_0)$ é sempre de valor positivo e menor que 1. Segundo COLLINS (1987), na maioria das aplicações, o valor de $\chi(t, t_0)$ pode ser tomado igual a 0,80. Na tabela 5.1 apresentam-se alguns valores do coeficiente $\chi(t, t_0)$ obtidos por BAZANT (1972) apud COLLINS (1987).

Tabela 5.1 – Valores de $\chi(t, t_0)$ segundo BAZANT (1972)

$t - t_0$	$\varphi(t_\infty, t_0)$	t_0		
		10	100	1000
10	1,5	0,720	0,826	0,825
	2,5	0,774	0,842	0,837
	3,5	0,806	0,856	0,848
100	1,5	0,739	0,919	0,932
	2,5	0,804	0,935	0,943
	3,5	0,839	0,946	0,951
1000	1,5	0,732	0,943	0,981
	2,5	0,795	0,956	0,985
	3,5	0,830	0,964	0,987
10000	1,5	0,717	0,934	0,983
	2,5	0,781	0,949	0,986
	3,5	0,818	0,958	0,989

5.3.2 Procedimento Proposto

Para a consideração do efeito do tempo na modificação dos diagramas de esforços da estrutura adotou-se o modelo simplificado proposto por NEVILLE (1970).

Seja então a viga contínua de dois vãos apresentada na figura 5.5.

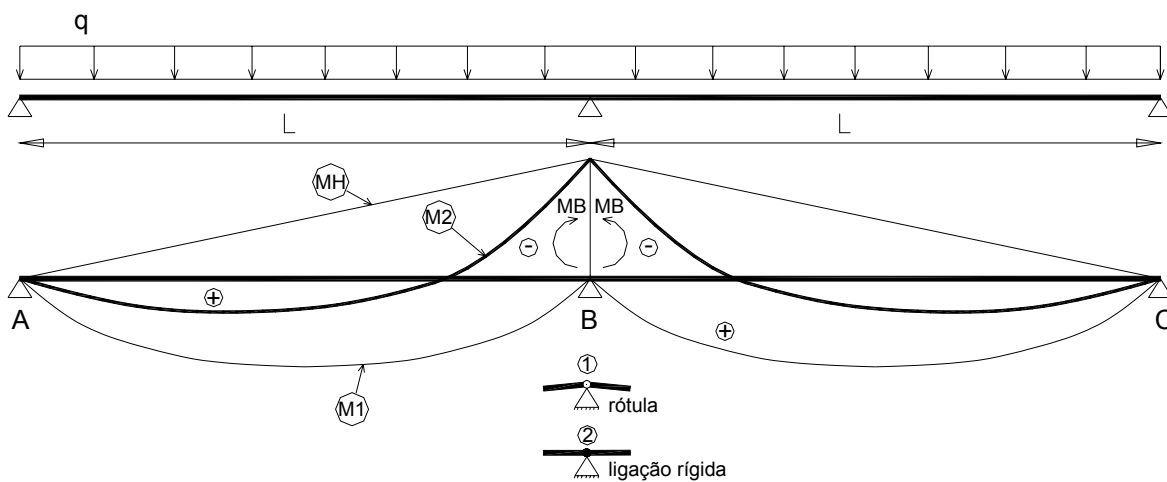


Figura 5.5 – Viga com continuidade desde a execução.

Para a determinação dos esforços utilizando o método das forças considera-se uma articulação no apoio central e se adota como incógnita hiperestática do problema o momento fletor M_B sobre o apoio.

O momento hiperestático M_B é aquele que compatibiliza as rotações à esquerda e à direita no apoio central articulado. Os momentos fletores finais da viga contínua $M_2(x)$ são obtidos pela superposição dos momentos fletores produzidos pela carga q e pelo momento hiperestático M_B na estrutura rotulada. O primeiro corresponde ao chamado momento fletor isostático $M_1(x)$ e o segundo é o momento fletor hiperestático $M_H(x) = \frac{M_B}{L} x$. Tem-se, de acordo com a figura 5.5:

$$M_2(x) = M_1(x) + M_H(x) = M_1(x) + \frac{M_B}{L} x \tag{5.5}$$

No problema analisado por NEVILLE (1970) a continuidade da viga é estabelecida posteriormente, num tempo t_0 após a execução. É justamente o caso do sistema construtivo com vigas pré-moldadas em que a continuidade é efetivada após a montagem, ver figura 5.6.

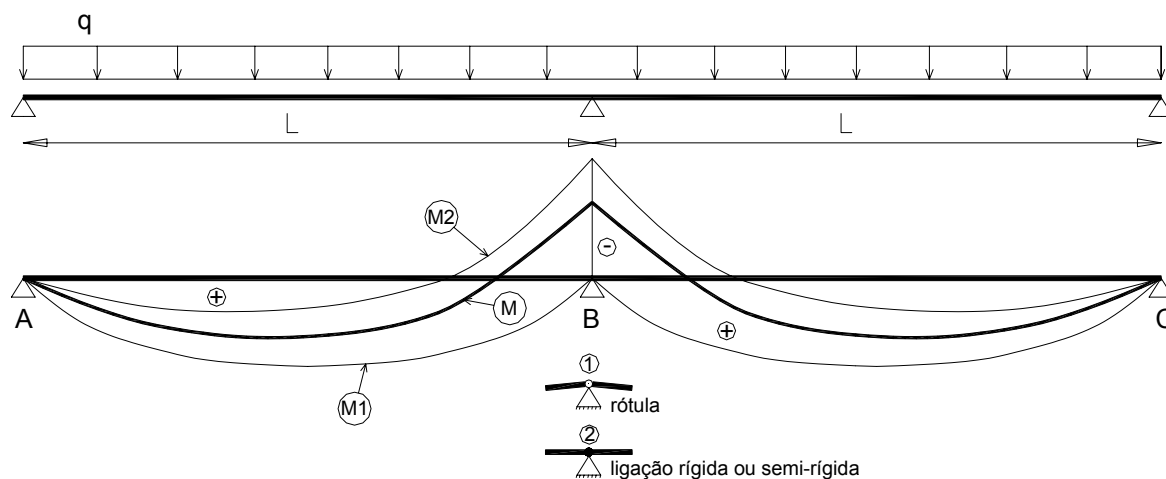


Figura 5.6 – Viga com continuidade estabelecida no tempo t_0 .

Inicialmente tem-se uma rótula no apoio central, de forma que para uma carga uniforme q , aplicada nesta fase, cada tramo da viga trabalha como bi-apoiado apresentando um diagrama de momento fletor isostático $M_1(x)$ e uma elástica que é constituída pelas flechas imediatas acrescidas das flechas diferidas que evoluem livremente com o tempo devido à fluência do concreto. Num certo tempo t_0 a continuidade no apoio central é estabelecida criando assim uma restrição à rotação neste ponto. A partir do tempo t_0 , a deformação da viga por fluência continua ocorrendo, mas agora sem total liberdade uma vez que a ligação impôs uma restrição à rotação no apoio central. Como conseqüência da restrição e da ação continuada da fluência passa a surgir no apoio central um momento fletor hiperestático crescente, mas que tende a um valor limite decorrido o tempo necessário para estabilizar a fluência.

NEVILLE (1970) demonstra que o valor do momento hiperestático no apoio central num tempo $t > t_0$ pode ser obtido por:

$$M_B(t, t_0) = \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)} M_{B,2} = b(t, t_0) M_{B,2} \quad (5.6)$$

onde $M_{B,2}$ é o momento hiperestático no apoio central caso a continuidade existisse desde a execução da viga. Particularmente, no caso da figura 5.6 o digrama de momento $M_2(x)$ é o diagrama de momento da viga considerada contínua desde o início e $M_{B,2} = -\frac{qL^2}{8}$.

desde o início e $M_{B,2} = -\frac{qL^2}{8}$.

Para a situação em que a ligação é efetivada posteriormente, num tempo t_0 , o diagrama hiperestático passa a ter então a seguinte expressão:

$$M_H(x, t, t_0) = b(t, t_0) \left(\frac{M_{B,2}}{L} x \right) = b(t, t_0) M_H(x) \quad (5.7)$$

Conseqüentemente o diagrama de momento na viga para um tempo $t > t_0$ é expresso por:

$$M(x) = M_1(x) + b(t, t_0)M_H(x) \tag{5.8}$$

Porém da equação (5.5) pode-se escrever que:

$$b(t, t_0)M_H(x) = b(t, t_0)M_2(x) - b(t, t_0)M_1(x) \tag{5.9}$$

Daí, substituindo (5.9) em (5.8) encontra-se:

$$M(x) = M_1(x) + b(t, t_0)M_2(x) - b(t, t_0)M_1(x) \tag{5.10}$$

Fazendo-se $a(t, t_0) = (1 - b(t, t_0))$, tem-se:

$$M(x) = a(t, t_0)M_1(x) + b(t, t_0)M_2(x) \tag{5.11}$$

A expressão (5.11) revela que a partir do tempo t_0 a viga apresenta um diagrama de momento fletor intermediário entre os diagramas $M_1(x)$ e $M_2(x)$.

A tabela 5.2 apresenta os valores dos parâmetros “a” e “b” para os casos $t = t_0$ e $t = t_\infty$.

Tabela 5.2 – Valores dos parâmetros “a” e “b”.

t	$a(t, t_0)$	$b(t, t_0)$
t_0	1	0
$t = \infty$	$a_\infty = 1 - b_\infty$	$b_\infty = \frac{\varphi_\infty}{1 + \chi_\infty \varphi_\infty}$

A expressão (5.11) aqui apresentada para este caso simples da viga contínua de dois vãos, tem sido utilizada de forma genérica para levar em conta os efeitos da fluência em estruturas que sofrem modificações nas suas vinculações.

De uma forma geral, se uma estrutura sofre uma modificação nas suas vinculações no tempo t_0 , os esforços e deslocamentos produzidos por cargas

permanentes (g_o) presentes na estrutura antes do tempo t_0 , podem ser determinados para $t > t_0$ pelas expressões:

$$S(t, t_0) = a(t, t_0)S_1 + b(t, t_0)S_2 \quad (5.12)$$

$$d(t, t_0) = d_1[1 + \varphi(t, t_0)] + d_H(t, t_0) \quad (5.13)$$

onde

S_1 : esforços produzidos por (g_o) no sistema estrutural 1, antes da modificação.

S_2 : esforços produzidos por (g_o) no sistema estrutural 2, após a modificação..

d_1 : deslocamentos produzidos por (g_o) no sistema estrutural 1, antes da modificação e calculados com o módulo de deformação $E_c(t_0)$.

$d_H(t, t_0)$: deslocamentos produzidos pelos valores máximos dos esforços que surgem nos novos vínculos, aplicados no sistema estrutural 1, antes da modificação, e calculados com o módulo de deformação ajustado $E_{c,aj}(t, t_0)$. Normalmente as parcelas d_1 e d_H têm sinais contrários.

No caso do pórtico de concreto pré-moldado, têm-se inicialmente na fase de montagem, vigas rotuladas nas extremidades e submetidas a um carregamento (g_o) conforme o esquema apresentado na figura 5.7.

No instante t_0 a ligação viga-pilar é efetivada surgindo então uma restrição à rotação nos apoios da viga. O problema é, portanto, inteiramente análogo ao estudado por NEVILLE (1970) e o diagrama de momento fletor na viga devido à carga (g_o) evoluirá com o tempo ficando sempre numa posição intermediária entre os diagramas M_1 e M_2 , conforme a equação (5.11).

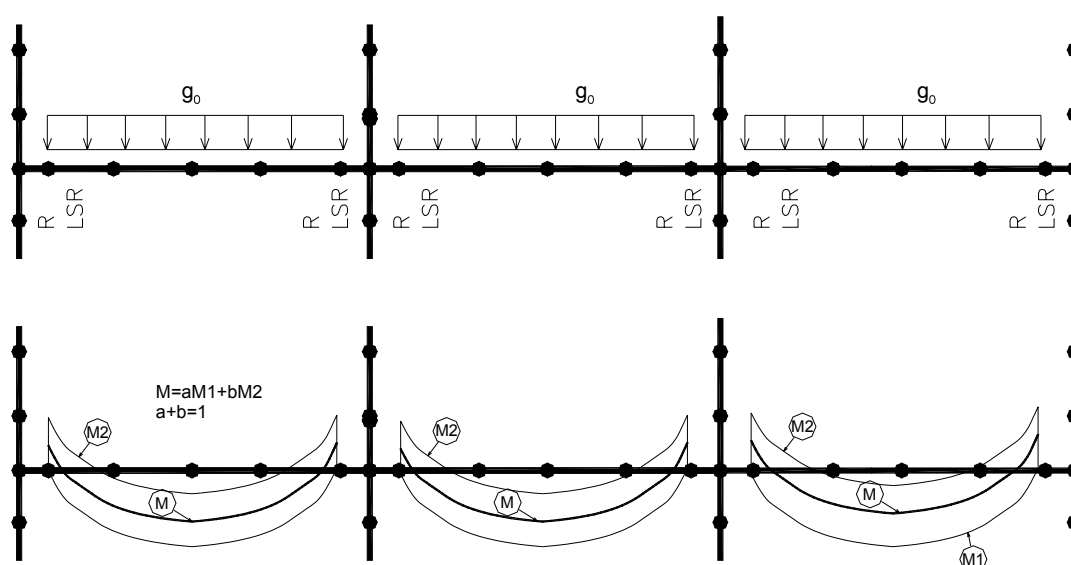


Figura 5.7 – Diagramas de momento fletor nas vigas pré-moldadas.

Para a consideração da ação da fluência nos esforços das barras dos pórticos pré-moldados sugere-se o seguinte procedimento:

a) Primeiramente faz-se a análise para obtenção dos esforços ao final da fase de montagem de acordo com o procedimento descrito no item 5.2.2. Estes esforços serão designados por S_1 .

b) Para simplificação da análise admite-se que o tempo t_0 de efetivação de todas as ligações ocorre no final da montagem. A partir do tempo t_0 , quando a estrutura já está com sua configuração final, as cargas a serem consideradas para análise no tempo $t > t_0$ devem ser:

$b(t, t_0)g_0$: parcela da carga permanente (g_0) aplicada antes do tempo t_0 .

g_1 : carga permanente aplicada após o tempo t_0 .

q : carga acidental.

w : ação horizontal de vento ou devido ao desaprumo dos pilares, a que for mais desfavorável, conforme a ABNT NBR 6118:2003 (2003).

P_0 : cargas verticais concentradas nos nós dos pilares no nível de cada pavimento correspondente à ação da carga $a(t, t_0)g_0$ na fase de montagem.

Este carregamento P_0 se faz necessário para a consideração de toda a carga vertical na análise não linear geométrica.

A figura 5.8 apresenta o modelo e as ações consideradas nesta análise.

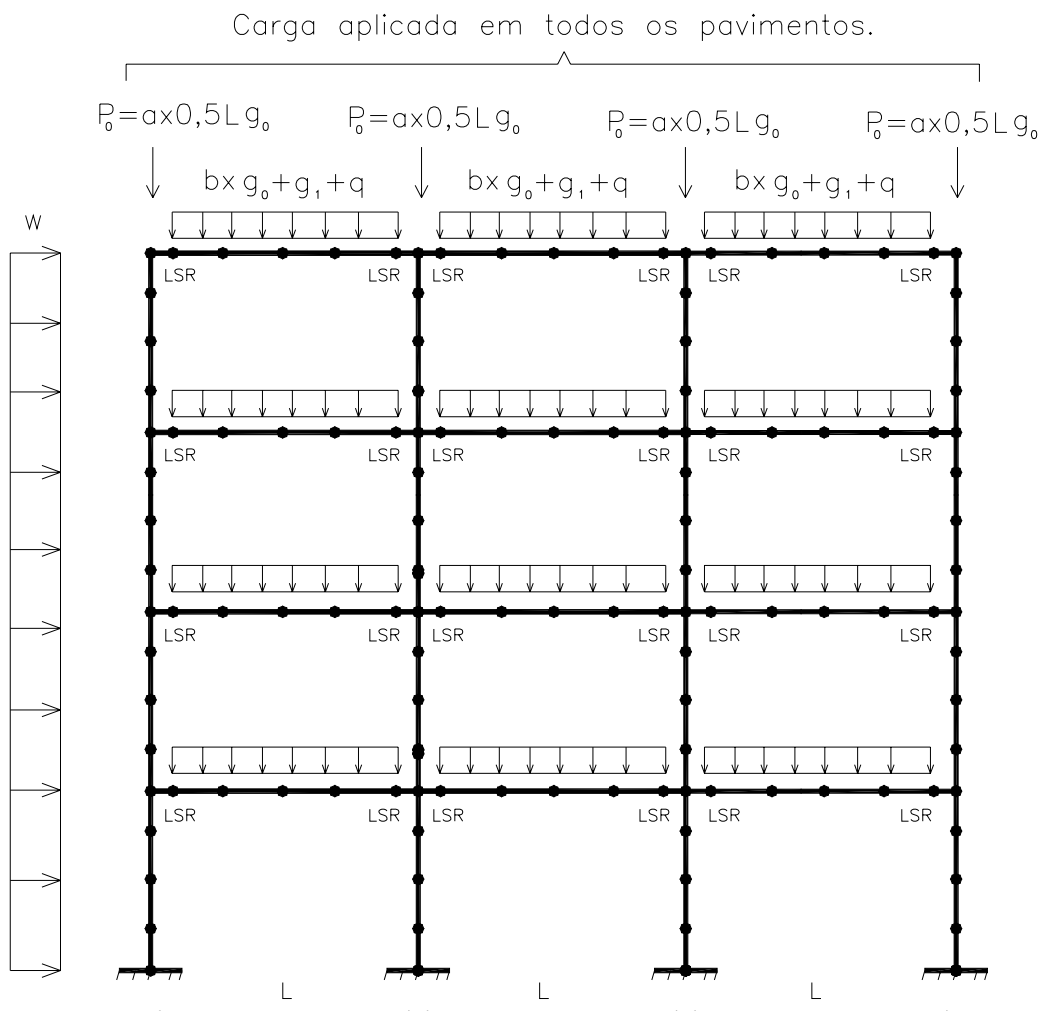


Figura 5.8 - Modelo para análise da estrutura no tempo $t > t_0$.

Se designarmos os esforços obtidos nesta análise por S_2 então os esforços finais na estrutura serão dados por:

$$S(t, t_0) = a(t, t_0)S_1 + S_2(t, t_0) \quad (5.14)$$

Deve-se observar que o termo $b(t, t_0)$ não aparece explicitamente na equação (5.14), mas comparece multiplicando (g_o) na formação da carga para obtenção de S_2 .

É importante também lembrar que os esforços normais finais nos pilares devem ser corrigidos subtraindo o carregamento P_0 , caso contrário estaria sendo computado duas vezes na análise.

Naturalmente no desenvolvimento de um projeto as cargas descritas acima seriam afetadas dos respectivos coeficientes de ponderação conforme se esteja examinando a resposta da estrutura para uma combinação de estado limite de serviço (ELS) ou uma combinação de estado limite último (ELU).

Na prática interessam basicamente duas situações:

a) Verificação no tempo $t = t_0$ quando se tem, conforme a tabela 5.2: $a = 1$ $b = 0$, ou seja, não há ainda a ação da fluência.

b) Verificação no tempo $t = \infty$ quando se tem, $a = 1 - b_\infty$ e $b = b_\infty$ que corresponde à ação máxima da fluência.

Deve-se evidenciar finalmente que a expressão (5.15) é uma forma simplificada de abordagem do problema da ação da fluência. No caso das estruturas de concreto pré-moldado é muito comum, por exemplo, que a efetivação das ligações se dê com uma concretagem complementar feita no lugar. Fica-se diante do caso de concretos com idades diferentes no mesmo elemento estrutural, o que cria mais uma restrição à deformação, localizada na interface do concreto velho com o concreto novo, que deve ser considerada numa análise mais refinada do problema.

5.4 EXEMPLO NUMÉRICO

Como exemplo numérico analisou-se o pórtico pré-moldado com 6 pavimentos apresentado na figura 5.9 com os pontos nodais de sua discretização.

Os dados básicos do modelo são:

$E_c = 33 \text{ GPa}$; módulo de deformação do concreto.

Seção do Pilar: (50cm x 50cm)

Seção da Viga: (30cm x 70cm)

$K_\phi = 50.000 \text{ kNm/rad}$; rigidez da ligação para momento positivo e negativo.

$$k = \frac{50.000}{\frac{3,3 \times 10^7 \times 8,575 \times 10^{-3} \times 0,50}{6,70}} = 2,37 ; \text{ rigidez relativa da ligação.}$$

$$G = \frac{3 \times 2,37}{3 \times 2,37 + 6} = 0,542 ; \text{ grau de engastamento.}$$

$$\alpha_{\text{pilar}} = \frac{0,40}{70} (54 - 20) + 0,40 \cong 0,60 ; \text{ fator de redução de inércia do pilar.}$$

$\alpha_{\text{viga}} = 0,50$; fator de redução de inércia da viga.

$g_0 = 35 \text{ kN/m}$; carga permanente na viga na fase de montagem antes da efetivação da ligação.

$e = 0,40 \text{ m}$; excentricidade da ligação.

$A = 1,0 \text{ m}^2$ $I = 1,0 \text{ m}^4$; características geométricas da barra rígida.

Inicialmente examinou-se a estabilidade da estrutura na fase de montagem. Considerou-se o primeiro pavimento com ligação efetivada e se analisou sucessivamente a montagem dos outros 5 pavimentos sem efetivação das ligações, ou seja, com ligação articulada. O grau de não linearidade foi avaliado pelo coeficiente de segurança à flambagem (CSF) dos modelos. Para esta análise conforme exposto na seção 5.2.1 tomou-se: $\alpha_{\text{pilar}} = 0,40$.

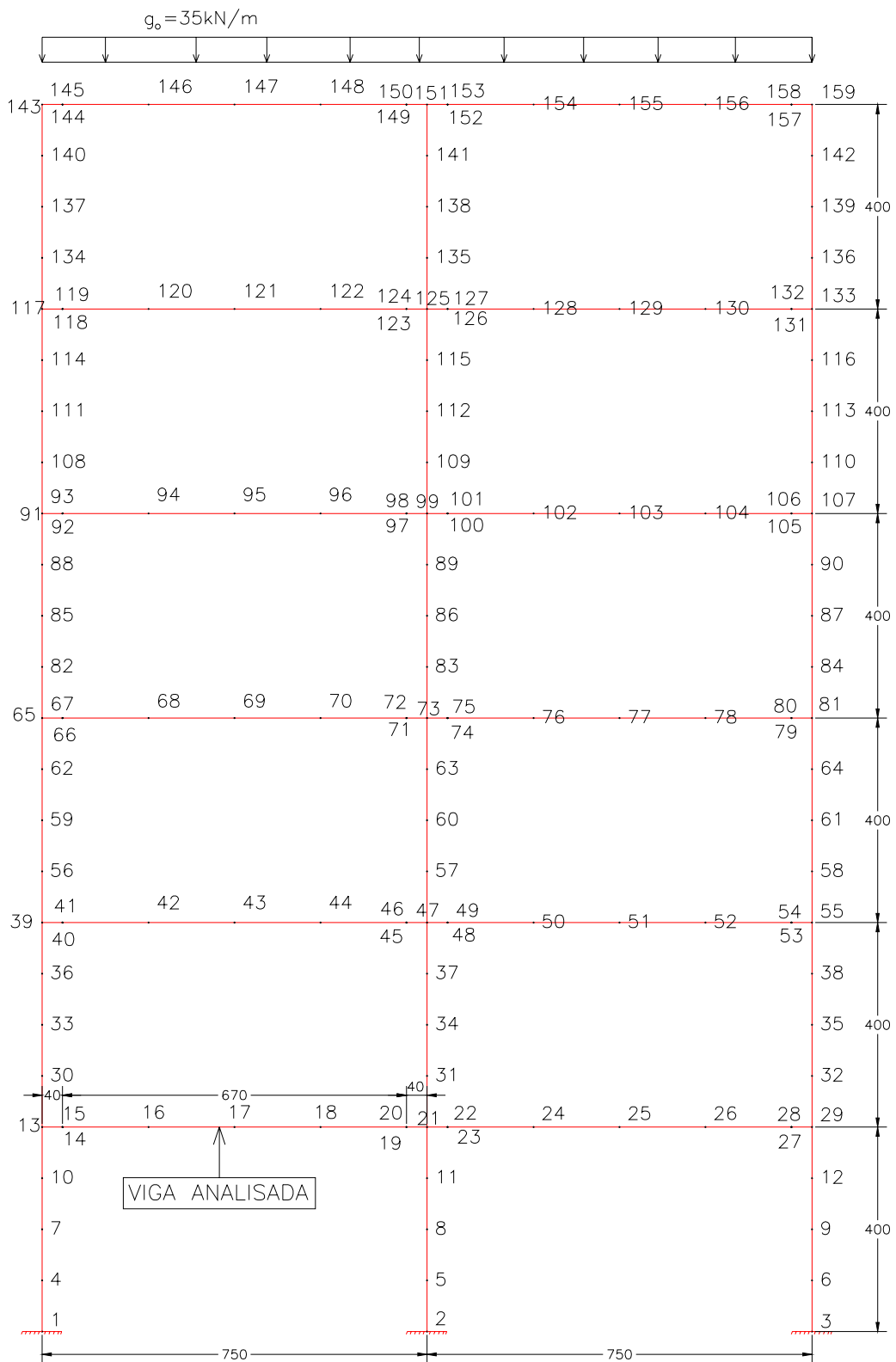


Figura 5.9 – Pórtico plano analisado, dimensões em (cm).

A tabela 5.3 apresenta os valores do coeficiente de flambagem em função do número de pavimentos montados acima do 1º pavimento.

Tabela 5.3 – Coeficientes de flambagem.

N.Pav.	CSF
1	24,4
2	6,7
3	2,6
4	1,3
5	<1

N.Pav = número de pavimentos articulados montados acima do 1º pavimento.

Considerando que não é prudente se ter, em fase de montagem, uma situação com $CSF < 3$, constata-se pela tabela 5.3 que para a estrutura analisada no máximo 2 pavimentos devem ser montados sobre o 1º pavimento, resultado este que vem ao encontro da recomendação de ELLIOT (2003) citada na seção 5.2.1.

Aproveitou-se a mesma estrutura para a análise do efeito do tempo nos esforços considerou-se então:

$t_0 = 60$ dias ; tempo decorrido até a efetivação das ligações.

$U = 75\%$; umidade relativa do ar.

Com estes dados obtém-se para a seção da viga e pela formulação de fluência da ABNT NBR 6118:2003 (2003):

$\varphi(t_\infty, t_0) = 2,20$; coeficiente de fluência para o tempo infinito.

Utilizando agora a tabela 5.1 tem-se

$\varphi(t_\infty, 60) = 2,20 \Rightarrow \chi(t_\infty, 60) \cong 0,863$; coeficiente de relaxação.

Pode-se calcular também os fatores “a” e “b”, no tempo infinito, de acordo com a tabela 5.2 :

$$b_{\infty} = \frac{2,20}{1 + 0,863 \times 2,20} \cong 0,76 \Rightarrow a_{\infty} = (1 - 0,76) = 0,24$$

O pórtico foi então analisado primeiramente simulando o processo construtivo pela metodologia descrita na seção 5.2.2. obtendo-se os esforços finais após a montagem. Em seguida processou-se a situação com todas as vigas submetidas à carga g_0 e com as ligações todas efetivadas. A tabela 5.4 apresenta os valores dos momentos fletores para a viga do primeiro pavimento.

Tabela 5.4 – Momentos fletores na viga do 1º pavimento.

Ponto Nodal	M_1 (kNxm)	M_2 (kNxm)	M_{∞} (kNxm)
13	-54,40	-108,16	-96,26
14=15 (ligação)	-4,30	-59,26	-46,07
16	144,70	84,70	99,10
17	195,43	130,45	146,05
18	148,01	78,01	94,81
19=20 (ligação)	2,38	-72,62	-54,62
21	-46,92	-123,12	-104,83

Os momentos fletores M_1 correspondem à situação de final de montagem, os momentos M_2 são os momentos com a carga g_0 atuando na estrutura completa e com ligações efetivadas, já os momentos M_{∞} são os momentos na viga no tempo infinito considerando a ação da fluência que conforme equação (5.12) valem:

$$M_{\infty} = a_{\infty} M_1 + b_{\infty} M_2 .$$

Na figura 5.10 estão representados o três diagramas de momento fletor.

Neste exemplo, verifica-se que devido à consideração do processo construtivo surgem momentos nas ligações ao final da montagem.

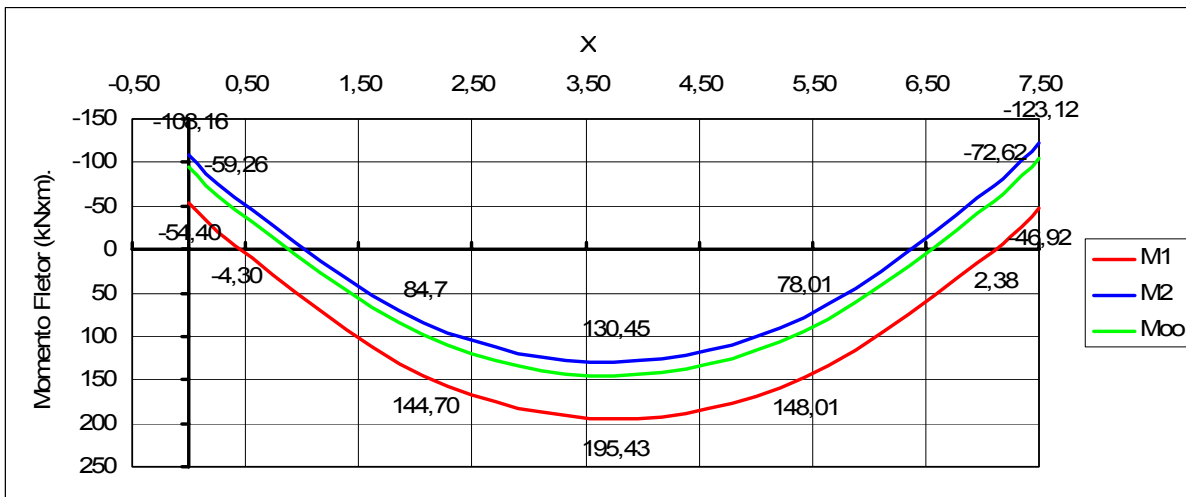


Figura 5.10 – Diagramas de momento fletor da viga do 1º pavimento.

No 1º pavimento o momento na ligação junto ao pilar extremo é de valor negativo (-4,30 kNm) na ligação e junto ao pilar central é de valor positivo (2,38 kNm). O diagrama de momento fletor na viga devido à carga g_0 sofrerá alteração ao longo do tempo, migrando, conforme convenção da figura 5.4, da curva vermelha (momento fletor no tempo t_0) para a curva verde (momento fletor no tempo infinito).

Cabe ainda comentar que se a viga fosse protendida, a ação da protensão representada por forças externas equivalentes deve se compor com a carga g_0 para a análise da ação do tempo nos esforços da estrutura.

Na figura 5.11 tem-se o caso de viga protendida com cabo parabólico. Se a força de desviação do cabo equilibrar a carga g_0 então não haverá o surgimento de momento hiperestático na ligação por ação da fluência ao longo do tempo. Entretanto as cargas concentradas nas extremidades vão gerar, ao longo do tempo, esforço de tração na ligação.

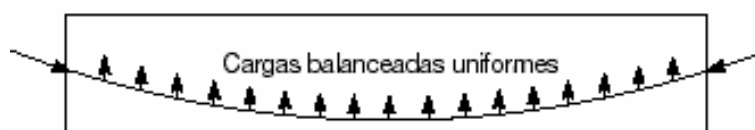


Figura 5.11 – Ação da protensão de cabo parabólico na viga.

ANÁLISE DE EXEMPLOS E RECOMENDAÇÕES

6

Capítulo

6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na fase de desenvolvimento do projeto de uma estrutura de concreto pré-moldado a opção pela consideração de uma ligação viga-pilar semi-rígida no modelo de cálculo pode estar associada a vários objetivos. O projetista pode estar interessado, por exemplo, na melhoria do desempenho da viga através da diminuição da flecha e do momento fletor positivo no meio do vão. Em outra situação, a ligação semi-rígida pode estar sendo utilizada para diminuir a esbeltez do pilar que ela está vinculando. No caso mais comum, a ligação semi-rígida é empregada para melhorar as condições de estabilidade global nas edificações multi-piso, diminuindo os efeitos de 2ª ordem e permitindo o aumento do número de pavimentos.

Este capítulo inicia-se pela apresentação de alguns modelos de cálculo para avaliação da eficiência de uma ligação semi-rígida na melhoria do comportamento de uma estrutura. Na seqüência, apresenta-se um exemplo de cálculo de um pórtico plano de concreto pré-moldado com ligação semi-rígida utilizando a metodologia exposta neste trabalho e se avaliarão as vantagens de se aplicar uma protensão nos pilares como uma alternativa para o enrijecimento da estrutura.

6.2 AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DA LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA

Nesta seção são apresentados três modelos ou ferramentas de cálculo que permitirão ao projetista avaliar a viabilidade de uma ligação semi-rígida e a sua eficiência no cumprimento do seu papel na estrutura.

6.2.1 Viabilidade da Ligação Semi-Rígida e a Melhoria no Desempenho da Viga

Para verificação da viabilidade da ligação semi-rígida e também para uma avaliação preliminar da sua eficiência na melhoria do desempenho da viga, se propõem a utilização do modelo de pórtico apresentado na figura 7.1. Este pórtico é uma adaptação do modelo sugerido pela ABNT NBR 6118:2003 (item 14.6.7) para o cálculo simplificado do momento de engastamento de vigas contínuas de edifícios nos pilares de extremidade.

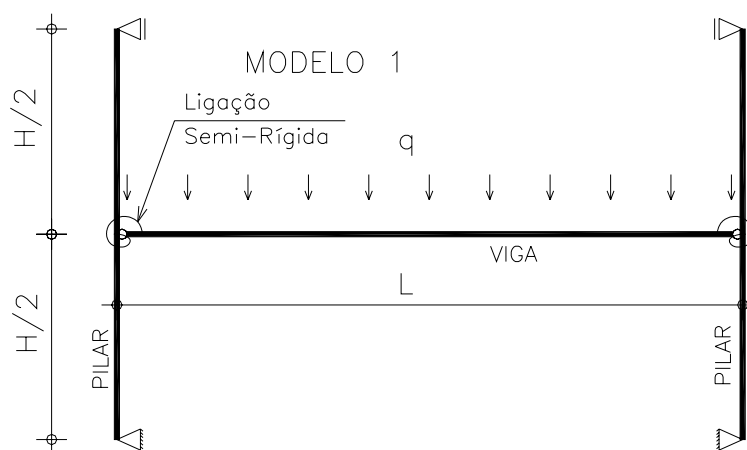


Figura 6.1 – Esquema do pórtico do modelo 1.

Conhecidos os parâmetros: altura do pilar (H), inércia do pilar (I_{pilar}), comprimento da viga (L), momento de inércia da viga (I_{viga}), carga uniforme (q) na

viga, módulo de deformação do concreto (E_c) e a rigidez secante da ligação (K_{lig}) bem como seu momento de plastificação (M_{pl}), podem ser calculados inicialmente os seguintes valores de interesse.

$$M_e = \frac{qL^2}{12} ; \text{ momento de engastamento perfeito da viga.} \quad (6.1)$$

$$\theta_r = \frac{qL^3}{24E_c I_{viga}} ; \text{ rotação na extremidade da viga para a situação rotulada.} \quad (6.2)$$

Com estes dois valores pode-se construir num gráfico ($M \times \theta$) uma reta que representa a relação entre o momento e a rotação na extremidade da viga. A reta fica definida por dois pontos. O primeiro ponto, no eixo dos momentos, corresponde à situação de engastamento perfeito ($M_e \times 0$). O segundo ponto, no eixo das rotações, corresponde ao caso da ligação articulada ($0 \times \theta_r$). Esta reta é denominada na literatura de linha da viga ("Beam Line").

Neste mesmo gráfico coloca-se também a relação momento x rotação da ligação semi-rígida que é uma reta que passa pela origem e será denominada de linha da ligação, sendo definida por:

$$M_{lig} = K_{lig} \theta ; \text{ válida para } M_{lig} \leq M_{pl} \quad (6.3)$$

Para que a ligação seja viável é preciso então que a linha da ligação intercepte a linha da viga e o ponto de interseção esteja abaixo do momento de plastificação da ligação. A figura 6.2 ilustra as situações de ligação viável e não viável.

Esta condição de viabilidade garante que a capacidade da estrutura analisada seja governada pela resistência dos elementos estruturais e não pela resistência das ligações. É na verdade um critério de projeto para estruturas de concreto pré-moldado com ligação semi-rígida.

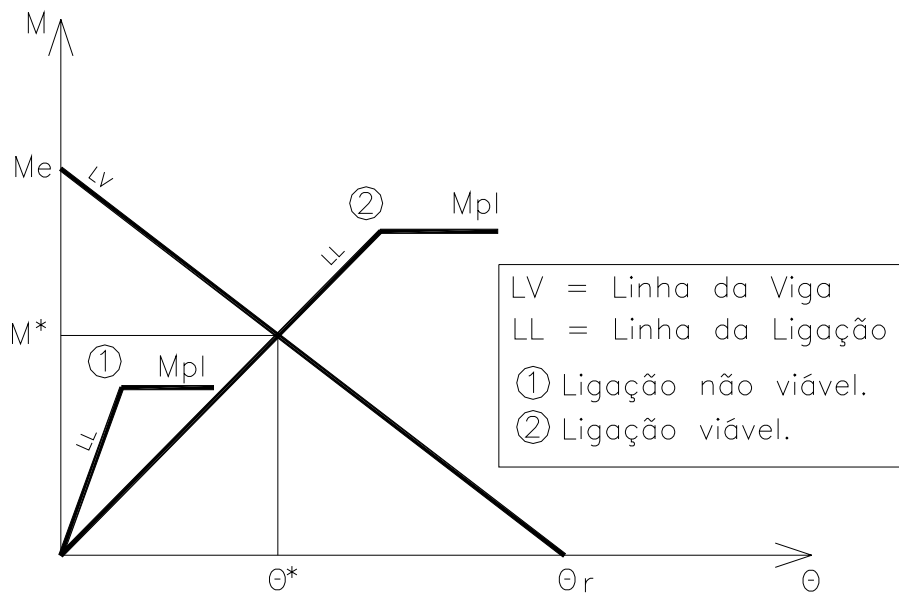


Figura 6.2 – Relação momento x rotação e a viabilidade da ligação.

O ponto de interseção pode ser obtido por:

$$M^* = K_{lig} \theta^* = k_1 \theta^* + k_2 \Rightarrow \theta^* = \frac{k_2}{(K_{lig} - k_1)}$$

$$k_1 = -\frac{M_e}{\theta_r} \quad (6.4)$$

$$k_2 = M_e$$

A equação (6.4) pode ainda ser aperfeiçoada para considerar também a rotação do pilar. A rigidez à rotação do nó central do segmento de pilar é dada por:

$$K_{pilar} = \frac{12E_c I_{pilar}}{H} \quad (6.5)$$

A rigidez do conjunto pilar-ligação semi-rígida será dada então pela expressão de combinação de molas em série:

$$K_{pilar+lig} = \frac{1}{\frac{1}{K_{lig}} + \frac{1}{K_{pilar}}} \quad (6.6)$$

A equação (6.4) passa então a ser escrita como:

$$\begin{aligned} M^* &= K_{pilar+lig} \theta^* = k_1 \theta^* + k_2 \\ k_1 &= -\frac{M_e}{\theta_r} \\ k_2 &= M_e \end{aligned} \quad (6.7)$$

Para a classificação da ligação deve-se obter o grau de engastamento já definido na equação (3.48) em termos da rigidez relativa da ligação por:

$$G = \frac{M^*}{M_e} = \frac{3k}{3k + 6} \quad (6.8)$$

Um grau de engastamento menor do que 20% indica que a ligação é praticamente articulada, de 20% até 90% tem-se a ligação semi-rígida e para G acima de 90% a ligação pode ser considerada rígida para fins de análise.

Para uma avaliação da influência da ligação na viga pode-se calcular o momento fletor positivo e a flecha no meio do vão.

O momento positivo é obtido pela expressão:

$$M_{pos} = \frac{qL^2}{8} - M^* \quad (6.9)$$

Já a flecha no meio do vão é determinada por:

$$f = \frac{5qL^4}{384E_c I_{viga}} - \frac{M^* L^2}{8E_c I_{viga}} \quad (6.10)$$

É importante observar que o valor do momento de inércia da viga deve ser tomado conforme a análise a ser efetuada.

Para análise no estado limite último (ELU) deve-se tomar o momento de inércia secante da viga com os valores já discutidos na seção 4.7.

Para uma análise de estado limite de serviço (ELS) sugere-se usar a inércia plena da seção no caso de viga protendida, e a inércia equivalente obtida pela fórmula de Branson para vigas de concreto armado conforme a ABNT NBR 6118:2003 (2003).

Neste trabalho desenvolveu-se uma planilha eletrônica para automação dos cálculos acima e geração de alguns gráficos.

Para exemplificação examina-se um caso considerando os seguintes dados:

$$H = 4,0m$$

$$I_{\text{ pilar }} = 5,21 \times 10^{-3} m^4 \text{ (seção : } 50\text{cm} \times 50\text{cm)}$$

$$L = 8,0m$$

$$I_{\text{ viga }} = 2,60 \times 10^{-3} m^4 \text{ (seção : } 25\text{cm} \times 50\text{cm)}$$

$$q = 80 \text{ kN} / m$$

$$E_c = 3,54 \times 10^7 \text{ kN} / m^2$$

$$M_{\text{ pl }} = 350 \text{ kNxm}$$

$$K_{\text{ lig }} = 30 \text{ MNxm} / \text{ rad}$$

O gráfico da figura 6.3 apresenta a linha da viga e a linha da ligação para três situações:

- a) ligação rígida viga-pilar, portanto somente considerando a rotação do pilar.
- b) ligação semi-rígida viga-pilar, mas sem a rotação do pilar.
- c) ligação semi-rígida com a consideração da rotação do pilar.

Verifica-se que para a situação analisada a ligação é viável.

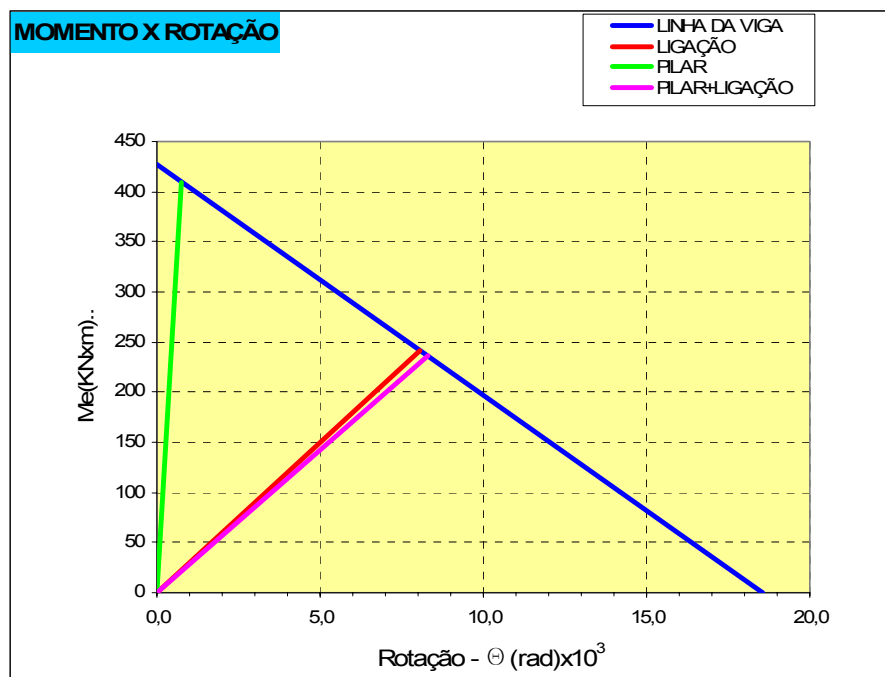


Figura 6.3 – Relação momento x rotação.

Na figura 6.4 tem-se o gráfico com a análise da variação do grau de engastamento da ligação com a variação da rigidez relativa (k) da ligação dada por:

$$k = \frac{K_{lig}}{\frac{E_c I_{viga}}{L}} \quad (6.11)$$

A linha vertical vermelha indica a situação analisada que no caso corresponde a $G \cong 55,3\%$, ou seja, trata-se de uma ligação semi-rígida. No gráfico também estão apresentados os limites de classificação da ligação em termos da rigidez relativa:

$k \leq 0,5$; ligação articulada.

$0,5 < k \leq 25$; ligação semi-rígida.

$k > 25$; ligação rígida.

Estes são os limites utilizados, por exemplo, pelo EUROCODE 3.

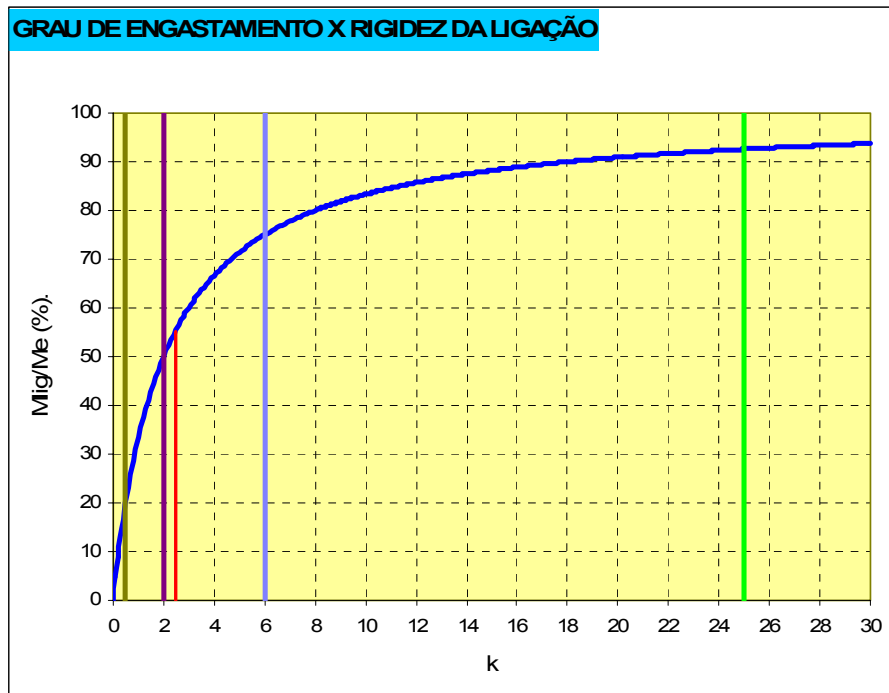


Figura 6.4 – Grau de engastamento x rigidez relativa.

A curva gerada ($G \times k$) mostra claramente que há um crescimento muito rápido do grau de engastamento para valores de rigidez relativa (k) até 6. Depois deste valor, a primeira derivada da curva diminui e, portanto, o crescimento do grau de engastamento é mais lento. Uma variação pequena na rigidez da ligação neste intervalo não representa uma mudança significativa no comportamento da viga.

A figura 6.5 apresenta o gráfico da relação entre o momento fletor positivo no meio do vão e a rigidez relativa da ligação. Na figura 6.6 tem-se o gráfico da flecha no meio do vão com a variação da rigidez relativa. Em ambos os gráficos a linha vermelha vertical indica a situação analisada.

Verifica-se que em ambos os gráficos as curvas apresentam um decaimento elevado para $k < 6$, um decaimento moderado para $6 < k < 25$ e uma tendência para uma assíntota horizontal quando $k > 25$.

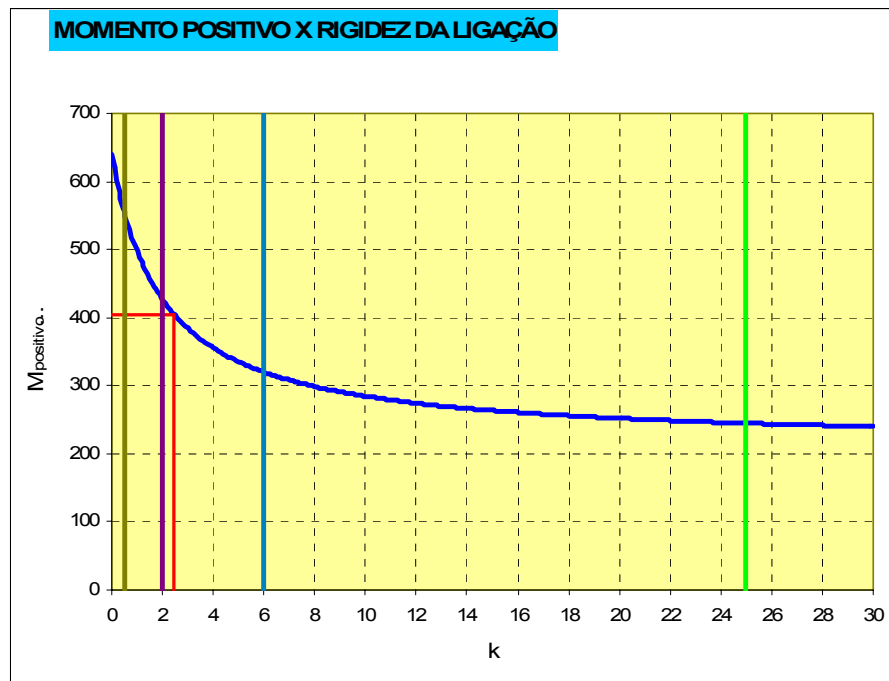


Figura 6.5 – Momento positivo x rigidez relativa.

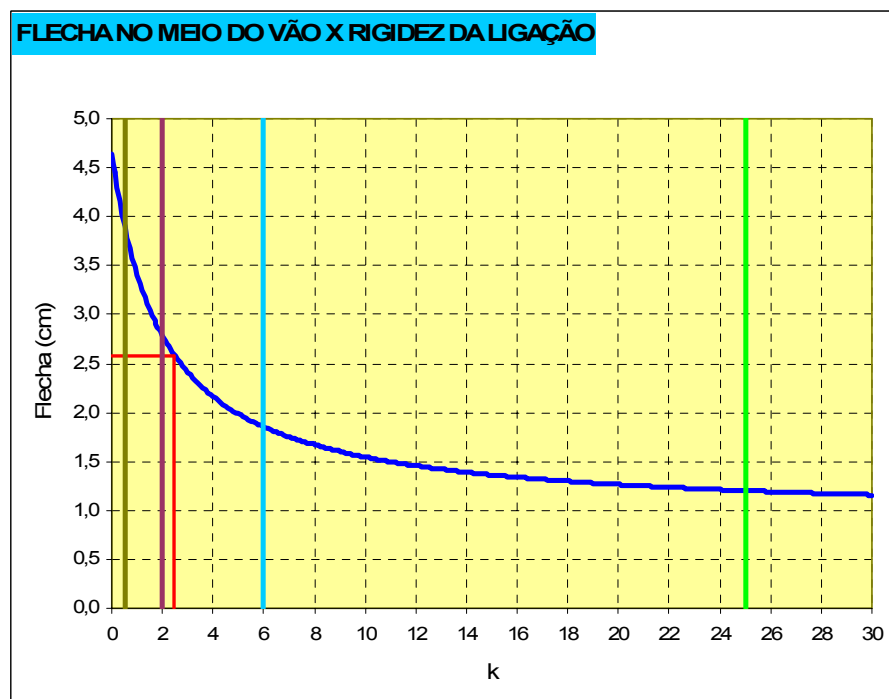


Figura 6.6 – Flecha no meio do vão x rigidez relativa.

6.2.2 Redução da Esbeltez de Pilar de Galpão

O segundo modelo, o pórtico apresentado na figura 6.7, é proposto para avaliar a eficiência da ligação no travamento de um pilar de galpão. O interesse do projetista agora está no dimensionamento do pilar.

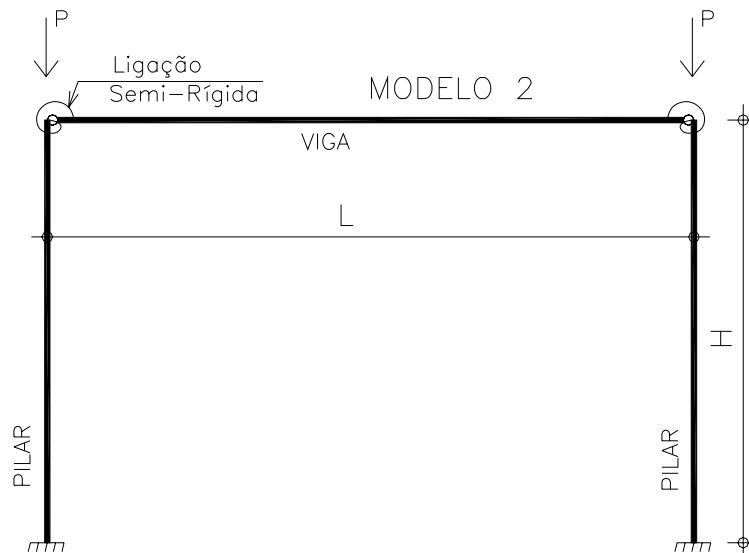


Figura 6.7 – Esquema do pórtico do modelo 2.

Estuda-se a variação do comprimento de flambagem (L_e) do pilar em função da variação da rigidez relativa (k) da ligação. O comprimento de flambagem (L_e) do pilar pode variar de H a $2H$ conforme a rigidez da viga e a rigidez da ligação.

Para a determinação do comprimento de flambagem foi desenvolvido um programa computacional que calcula a primeira carga crítica, (P_{crit}), do modelo utilizando a formulação matricial apresentada na seção 3.5, resolvendo o problema de autovalor e autovetor pelo algoritmo de Lanczos-Ritz detalhado no apêndice-A.

Com o valor da carga crítica pode-se obter o comprimento de flambagem pela expressão de Euler:

$$L_e = \pi \sqrt{\frac{E_c J_{pilar}}{P_{crit}}} \quad (6.11)$$

Podem ser obtidos ainda os seguintes parâmetros:

$$\beta = \frac{L_e}{H} \quad (6.12)$$

$$\lambda = \frac{L_e}{i} = \frac{L_e}{\sqrt{\frac{I_{pilar}}{A_{pilar}}}} ; \text{ índice de esbeltez do pilar} \quad (6.13)$$

O programa desenvolvido calcula estes parâmetros para a rigidez relativa (k) variando de 0 até 30.

Para ilustração, examinou-se um problema de um pilar com 4m de altura, seção (25cmx25cm) e uma viga protendida de seção (20cmx40cm) e vão de 8m. A ligação examinada tem uma rigidez de 30MNxm/rad o que resulta então nos seguintes dados:

$$H = 4,0m; (\text{altura do pilar})$$

$$I_{pilar} = 3,26 \times 10^{-4} m^4 (\text{seção do pilar : } 25cm \times 25cm)$$

$$L = 8,0m; (\text{comprimento da viga})$$

$$I_{viga} = 1,07 \times 10^{-3} m^4 (\text{seção da viga protendida : } 20cm \times 40cm)$$

$$E_c = 2,5 \times 10^7 kN / m^2$$

$$K_{lig} = 30 MNxm / rad$$

Na figura 6.8 apresenta-se a curva relacionando a rigidez relativa k e o parâmetro β .

A linha vermelha vertical indica a solução do caso estudado:

$$k = 8,97 \Rightarrow \beta \cong 1,16$$

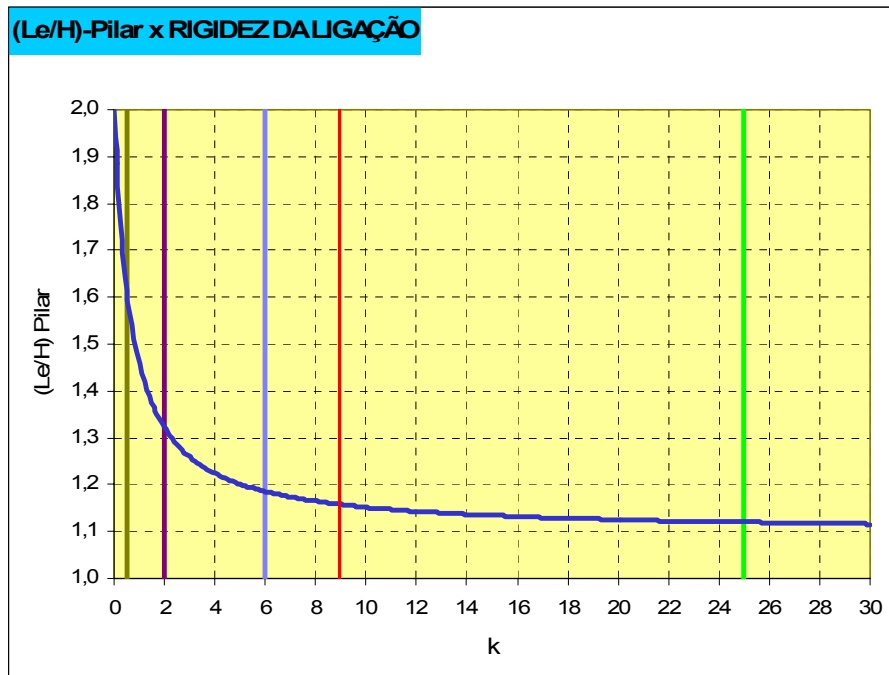


Figura 6.8 – Relação $\beta \times k$.

O gráfico da relação entre a esbeltez do pilar e a rigidez relativa está apresentado na figura 6.9

A solução do caso estudado é: $k = 8,97 \Rightarrow \lambda \cong 64,37$

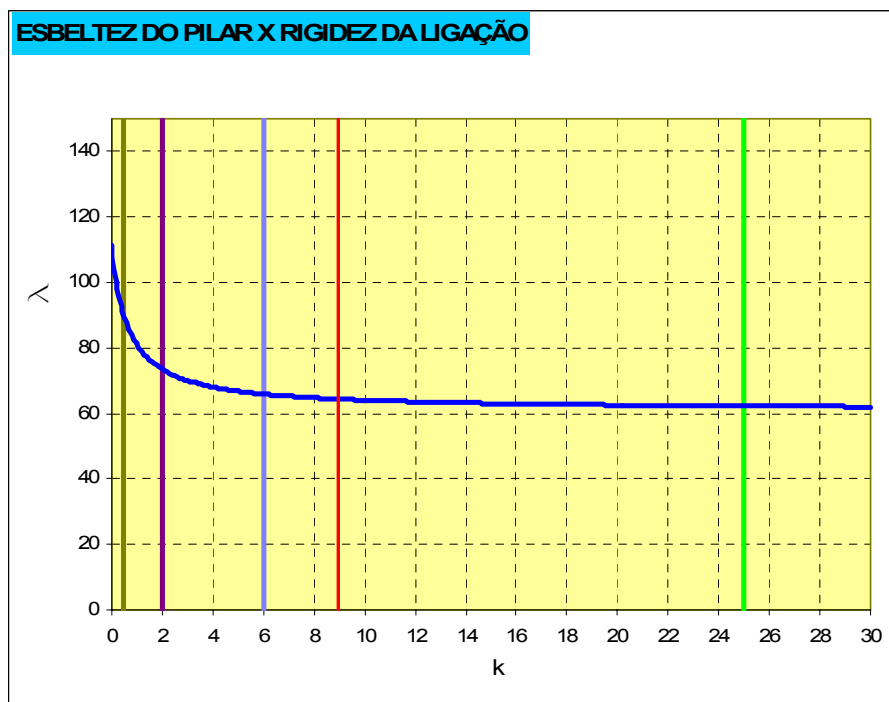


Figura 6.9 – Relação $\lambda \times k$.

O que é bem interessante neste resultado é que, pelo gráfico, aumentando-se significativamente o valor de (k) , por exemplo, $k = 30$, isto não provoca uma diminuição significativa da esbeltez do pilar que chegaria a um valor mínimo de 60.

Isto ocorre porque também os gráficos das figuras 6.8 e 6.9 apresentam um baixo decaimento para valores de (k) maiores que 6.

Outro aspecto importante a ser observado nos gráficos das figuras (6.8) e (6.9) é que mesmo para valores de (k) inferiores a 0,5, ou seja, na situação de grau de engastamento inferior a 20%, a ligação já consegue dar uma boa contribuição na redução da esbeltez do pilar. Verifica-se, assim, que a classificação de ligação articulada para $k < 0,5$ fica restrita à análise da viga, não sendo, portanto, válida quando o problema analisado é o da estabilidade ou da esbeltez da estrutura.

A partir do comprimento de flambagem ainda é possível calcular uma aproximação da excentricidade de 2ª ordem utilizando a expressão do método da curvatura aproximada da ABNT NBR 6118:2003, válido para pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica ao longo de seu eixo.

Tem-se então

$$e_2 = \frac{L_e^2}{10} \times \frac{0,005}{h \times (1 + \nu)} \leq \frac{L_e^2}{10} \times \frac{0,005}{h} \quad (6.14)$$

onde

h ; altura da seção na direção de flexão considerada.

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_{pil} \times f_{cd}} ; \text{força normal adimensional}$$

O valor máximo da excentricidade de 2ª ordem ocorre para $L_e = 2H$ e corresponde a:

$$e_{2,máx} = \frac{4H^2}{10} \times \frac{0,005}{h} \quad (6.15)$$

Considerando o valor máximo da equação (6.14) pode-se escrever :

$$\frac{e_2}{e_{2,m\acute{a}x}} = \frac{L_e^2}{4H^2} \quad (6.16)$$

o que seria a relação entre a excentricidade de 2ª ordem levando em conta a presença da ligação e a excentricidade de 2ª ordem para uma ligação articulada.

Na figura 6.10 apresenta-se o gráfico da variação da relação entre as excentricidades de 2ª ordem, equação (6.16), com a variação da rigidez relativa.

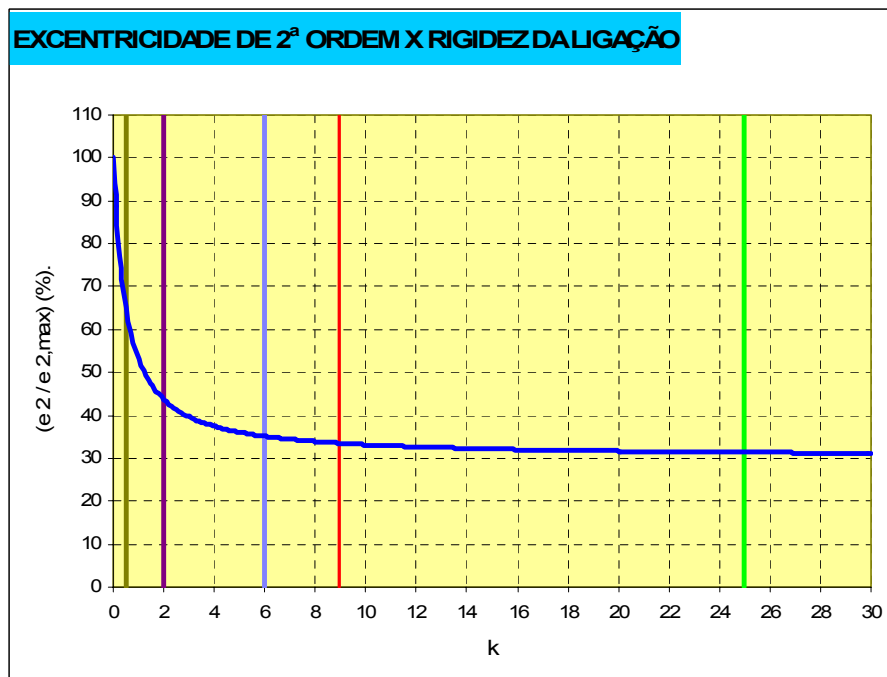


Figura 6.10 – Relação $\left(\frac{e_2}{e_{2,m\acute{a}x}} \right) \times k$

Para o caso estudado temos:

$$k = 8,97 \Rightarrow \frac{e_2}{e_{2,m\acute{a}x}} \cong 33,5\%$$

Isto significa dizer que a presença da ligação semi-rígida reduziu em 66,5% o momento fletor de 2ª ordem na base do pilar quando comparado com momento fletor da situação de ligação articulada.

6.2.3 Viabilização de mais Pavimentos nas Edificações Multi-Piso.

Outra questão de interesse do projetista que pretende usar uma ligação viga-pilar semi-rígida é a avaliação de quantos pavimentos podem ser executados sem o comprometimento da estabilidade global da estrutura. Para ajudá-lo nesta tarefa desenvolveu-se um programa que analisa o pórtico típico apresentado na figura 6.11. O programa analisa a estabilidade da estrutura desde 1 pavimento até 15 pavimentos.

Os parâmetros calculados são: o coeficiente γ_z de avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas reticuladas conforme a ABNT NBR 6118:2003 e o coeficiente CSF de segurança à flambagem.

Para ilustração verificou-se então o problema de um pórtico com um pilar de seção (40cmx40cm), distância entre pavimentos de 4m, uma viga com seção (25cmx50), vão de 8m, resultando nos seguintes dados:

$H = 4,0\text{m}$; (altura do pilar)

$I_{\text{pilar}} = 2,13 \times 10^{-3} \text{m}^4$ (seção do pilar : 40cmx40cm)

$L = 8,0\text{m}$; (comprimento da viga)

$I_{\text{viga}} = 2,60 \times 10^{-3} \text{m}^4$ (seção da viga protendida : 25cmx50cm)

$E_c = 3,54 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ($f_{ck} = 40\text{MPa}$)

$K_{\text{lig}} = 30\text{MNxm/rad}$; $e = 0,50\text{m}$ excentricidade da ligação.

$q_v = 90\text{kN/m}$; (carga vertical nas vigas)

$w = 4\text{kN/m}$; (força horizontal – vento)

As ações já estão com seus valores de cálculo. Considerou-se inicialmente o caso de uma ligação semi-rígida com rigidez correspondendo a 30 MNxm/rad e posteriormente o caso de uma ligação com rigidez de 5MNxm/rad. Para o primeiro caso, considerando a rigidez secante da viga igual à metade da sua rigidez chega-se, a um grau de engastamento da ligação da ordem de 70%.

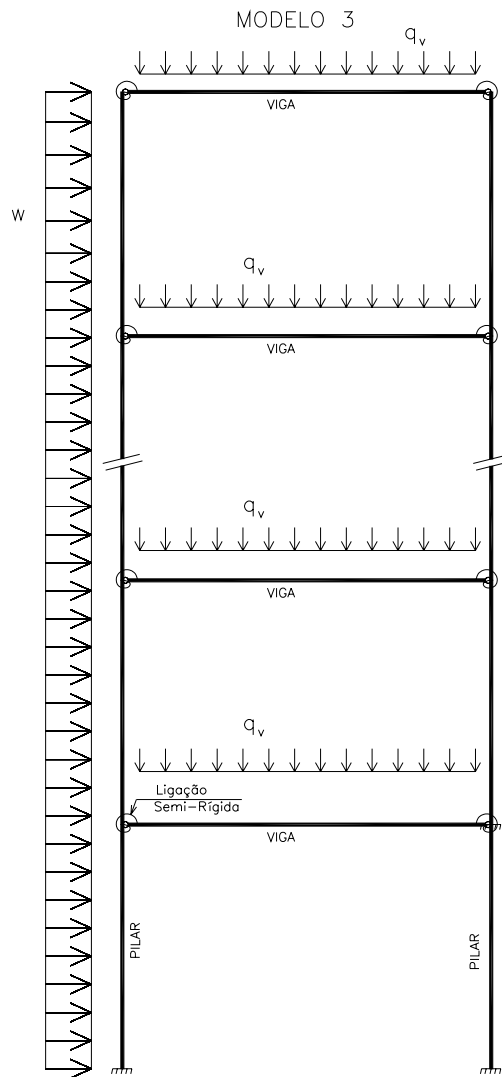


Figura 6.11 – Pórtico para análise da estabilidade.

Utilizando a tabela 4.12 determina-se o fator $\alpha = 0,68$ de redução de rigidez do pilar para uma primeira análise. No caso da ligação com rigidez de 5MNxm/rad encontra-se um grau de engastamento de apenas 30% e tomou-se $\alpha = 0,40$.

As figuras 6.12 e 6.13 apresentam respectivamente a variação do coeficiente γ_z e do coeficiente de segurança à flambagem CSF com o aumento do número de pavimentos para o primeiro caso ($K_{lig} = 30\text{MNxm/rad}$).

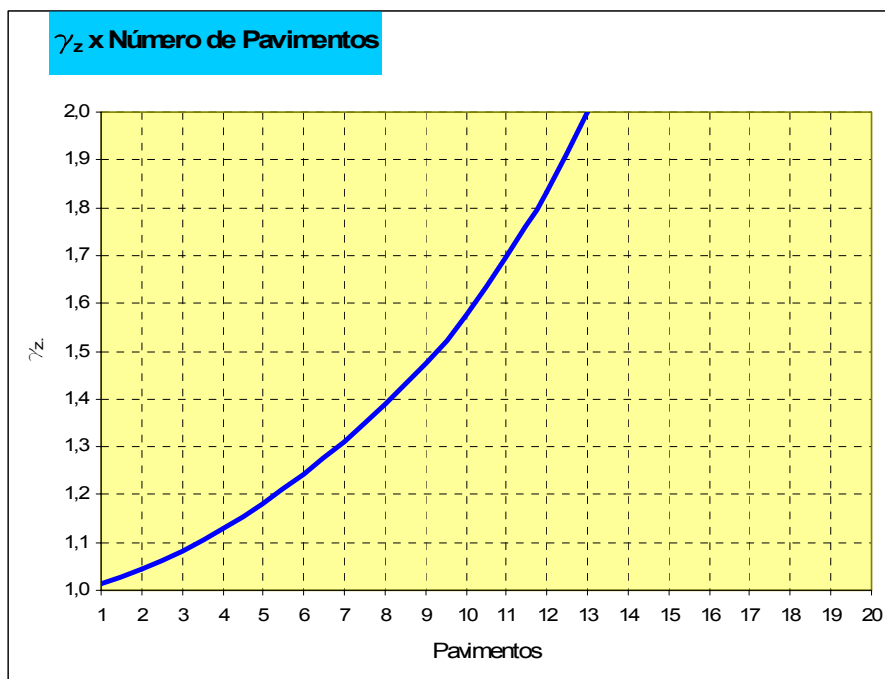


Figura 6.12 – Coeficiente γ_z , caso 1: ($K_{lig} = 30 \text{ MNxm / rad}$).

Considerando os limites da análise não linear geométrica ($\gamma_z = 1,3$) a estrutura poderia ser executada, por esta análise preliminar, com até 7 pavimentos.

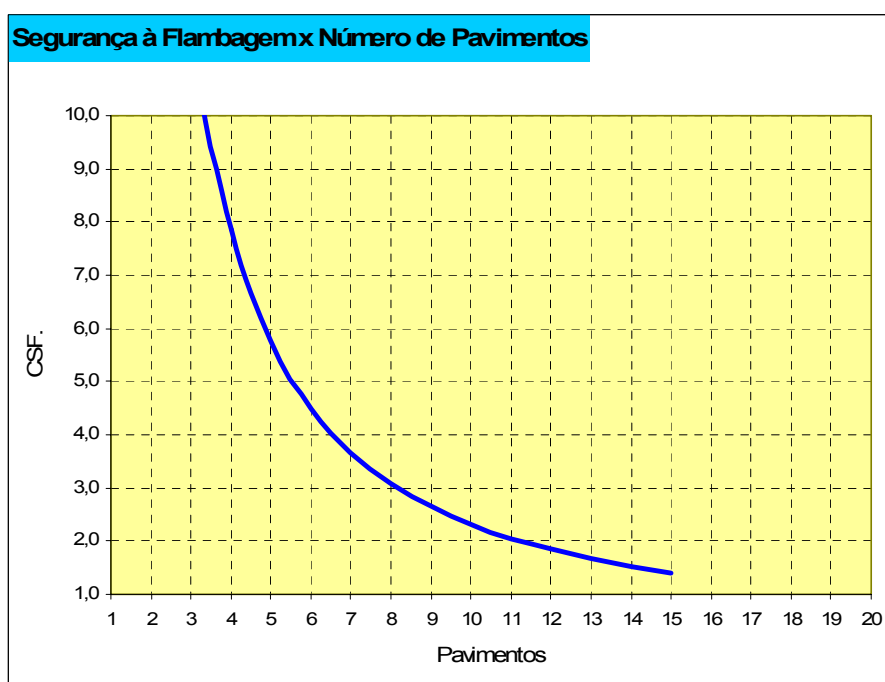


Figura 6.13 – Coeficiente de segurança à flambagem, caso 1: ($K_{lig} = 30 \text{ MNxm / rad}$)

No caso do coeficiente à flambagem poderíamos ir até $CSF=3$, portanto uma estrutura com até 8 pavimentos.

Analisando a hipótese de 8 pavimentos chega-se às seguintes solicitações na base do pilar:

$$N_d = 2880 \text{ kN} \Rightarrow \nu = 0,63$$

$$M_d = 354 \text{ kNxm} \Rightarrow \mu \cong 0,20$$

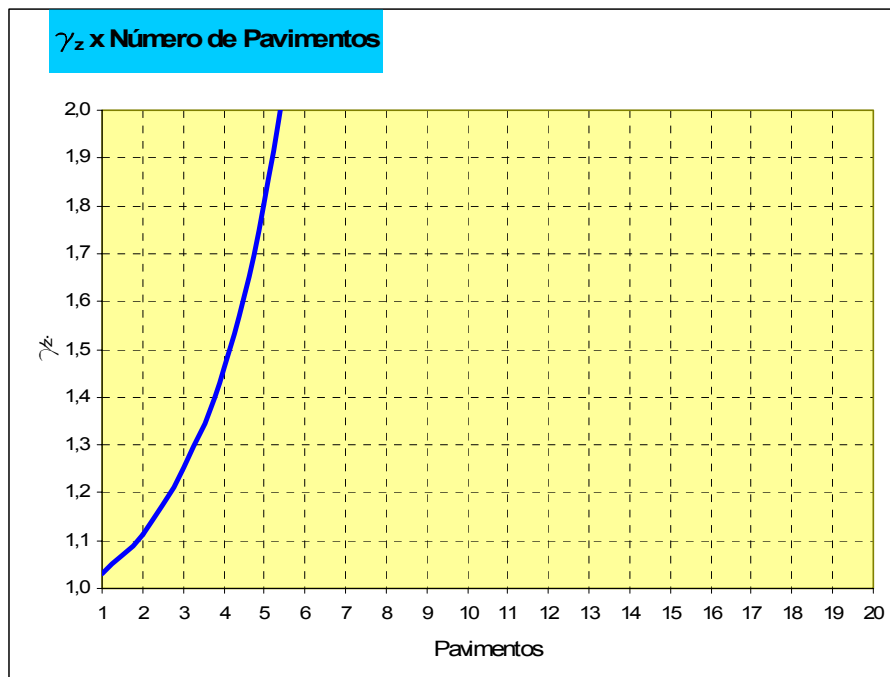
Utilizando o ábaco da figura 4.11 determina-se:

$$\omega \cong 0,47 \Rightarrow A_s = 49,4 \text{ cm}^2 = 16\phi 20 \text{ mm}$$

$$k = 68 \Rightarrow \alpha = 0,66$$

Verifica-se que a solução é viável do ponto de vista de armadura e que o valor inicial tomado para a rigidez secante do pilar foi uma estimativa bem razoável.

Nas figuras 6.14 e 6.15 tem-se a variação do γ_z e do coeficiente de segurança à flambagem para o caso de ligação com rigidez: $K_{lig} = 5 \text{ MNxm/rad}$.



6.14 – Coeficiente γ_z , caso 2: ($K_{lig} = 5 \text{ MNxm/rad}$).

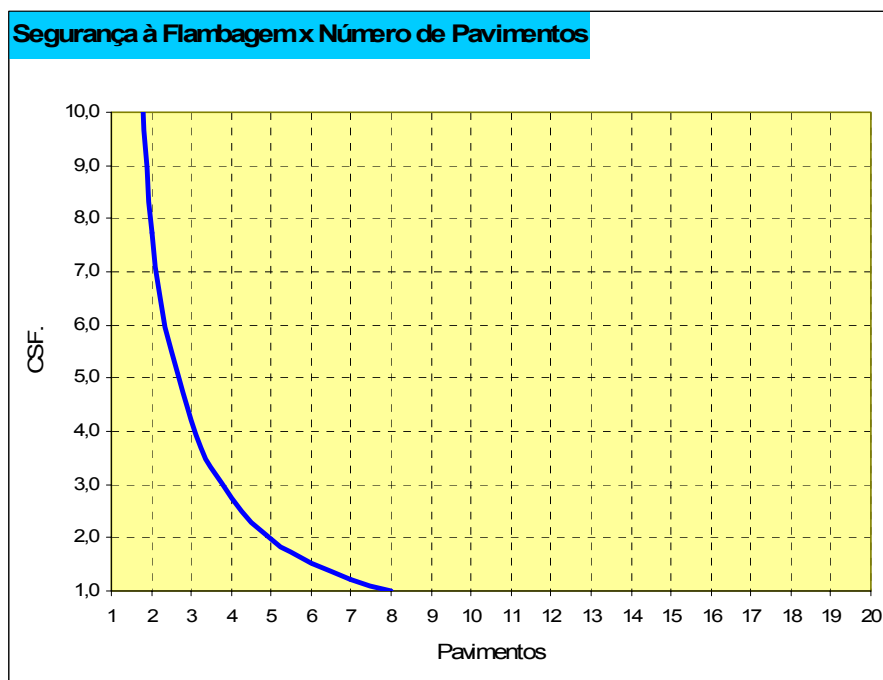


Figura 6.15 – Coeficiente de segurança à flambagem. ($K_{lig} = 5 \text{ MNxm / rad}$)

Constata-se que nestas condições não seria recomendável executar uma estrutura com mais de 3 pavimentos.

Embora este modelo de verificação da estabilidade com o aumento do número de pavimentos apresente apenas dois pilares ele pode também ser utilizado para avaliar pórticos com mais pilares. Para tanto, basta adotar para o momento de inércia do pilar do modelo a metade da soma das inércias de todos os pilares do pórtico real analisado. A viga, neste caso, teria sua inércia multiplicada pelo número de vãos do pórtico. Da mesma forma, a ligação teria também sua rigidez multiplicada pelo número de vãos.

6.3 EXEMPLO – PÓRTICO COM PILAR EM CONCRETO ARMADO E EM CONCRETO PROTENDIDO

Nesta seção apresenta-se um exemplo de cálculo de pórtico de estrutura de concreto pré-moldado com ligação semi-rígida onde serão empregados alguns dos conceitos e metodologias discutidas nos capítulos anteriores.

Nas figura 6.16 tem-se a planta da estrutura analisada. Será feita uma análise de estado limite último para o pórtico intermediário apresentado na figura 6.17.

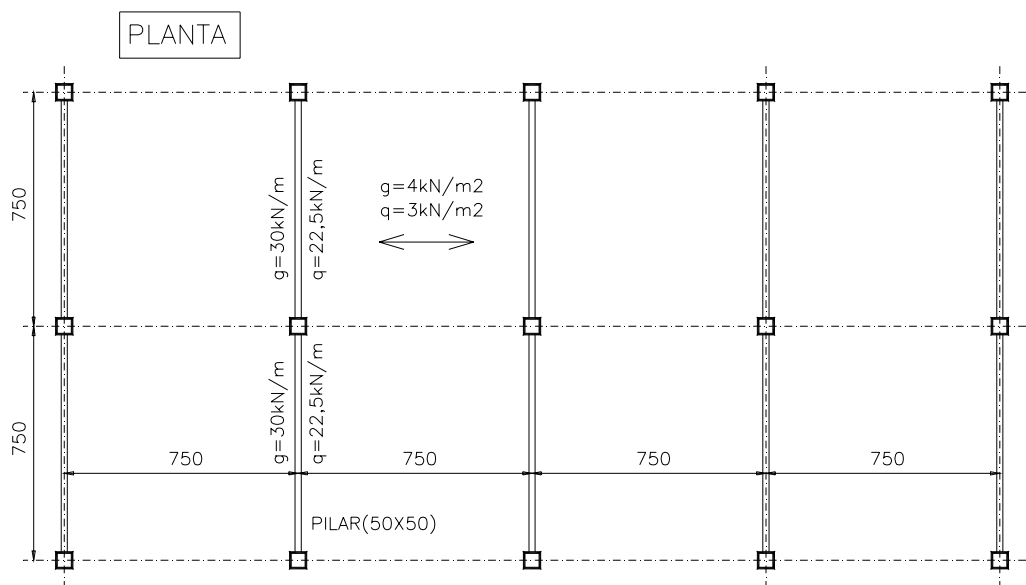


Figura 6.16 – Planta da estrutura analisada.

CUADRADO (2008)¹ analisou esta estrutura no programa ANSYS considerando as ligações com rigidez igual a 25 MNxm/rad e uma redução de 50% na rigidez de vigas e pilares. Esta situação corresponde a uma ligação viga-pilar com grau de engastamento de 37% e foi mais um teste de validação do programa PLSR.

1. Pesquisa de mestrado em andamento no Departamento de Estruturas da EESC.

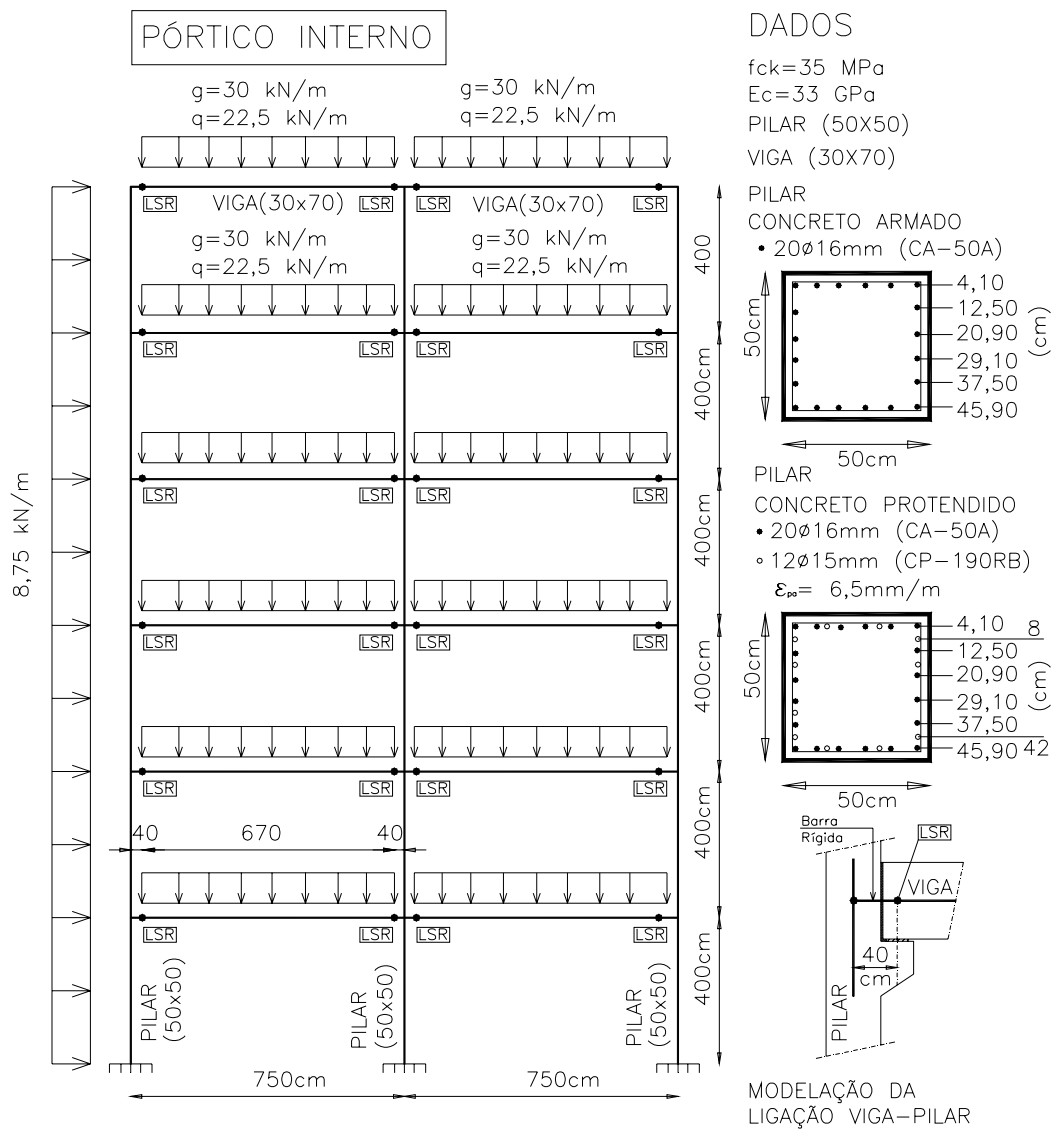


Figura 6.17 – Pórtico interno analisado.

Na análise do ANSYS o elemento de barra adotado foi o BEAM3 e para a modelagem da ligação viga-pilar semi-rígida utilizou-se o COMBIN14 que permite a representar a rigidez (momento x rotação) de forma linear e simétrica. A análise não-linear foi iterativa e pelo método de Newton-Raphson completo.

Nas tabelas 6.1 e 6.2 podem ser vistos o deslocamento horizontal no topo e o momento fletor máximo na base, obtidos pela análise modal no programa PLSR e pelo ANSYS.

Tabela 6.1 – Deslocamento horizontal no topo.

Tipo de Análise	PLSR (cm)	ANSYS (cm)
Linear	14,91	15,04
Não Linear	17,87	17,80

Tabela 6.2 – Momento fletor máximo na base.

Tipo de Análise	PLSR (kNxm)	ANSYS (kNxm)
Linear	379	380
Não Linear	430	427

Estes resultados confirmam a capacidade do programa PLSR de representar corretamente a ligação semi-rígida no modelo e acessar com boa precisão a resposta não-linear geométrica através da análise modal.

A mesma estrutura foi novamente analisada no programa PLSR considerando agora a não linearidade física de forma mais precisa e de acordo com o roteiro proposto na seção 4.8.

Nesta nova análise as ações são multiplicadas pelo coeficiente de ponderação 1,4 para obtenção de seus valores de cálculo.

As ligações foram consideradas com rigidez de cálculo igual a 30 MNxm/rad para momento negativo e igual a 10 MNxm/rad para momento positivo. Esta rigidez de cálculo é obtida pelas expressões analíticas da rigidez ou através do modelo mecânico do capítulo 2 considerando os valores de cálculo das rigidezes de cada um dos componentes da ligação.

A rigidez de cálculo dos componentes é função do mecanismo de transferência de força e das resistências de cálculo dos materiais envolvidos.

A figura 6.18 ilustra o conceito de rigidez característica e de cálculo de ligação.

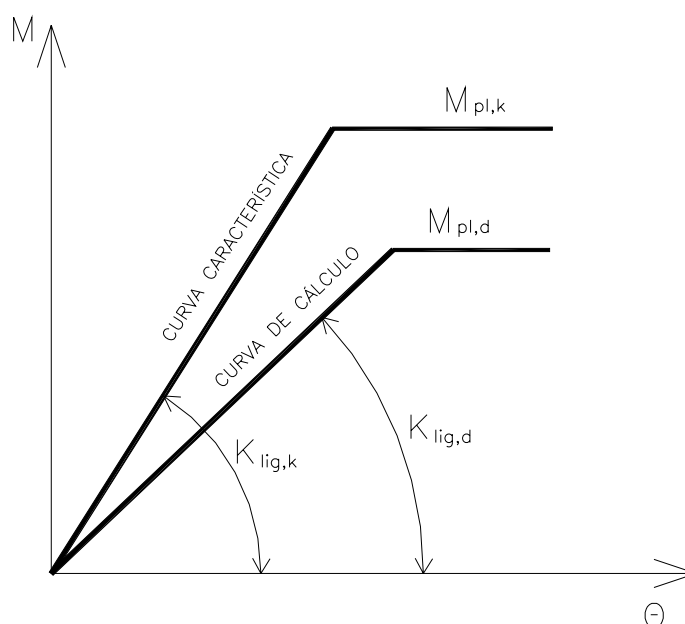
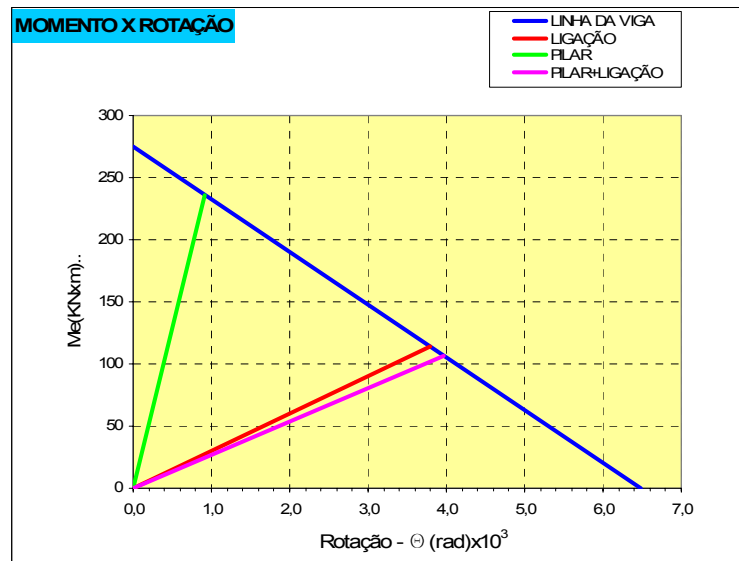


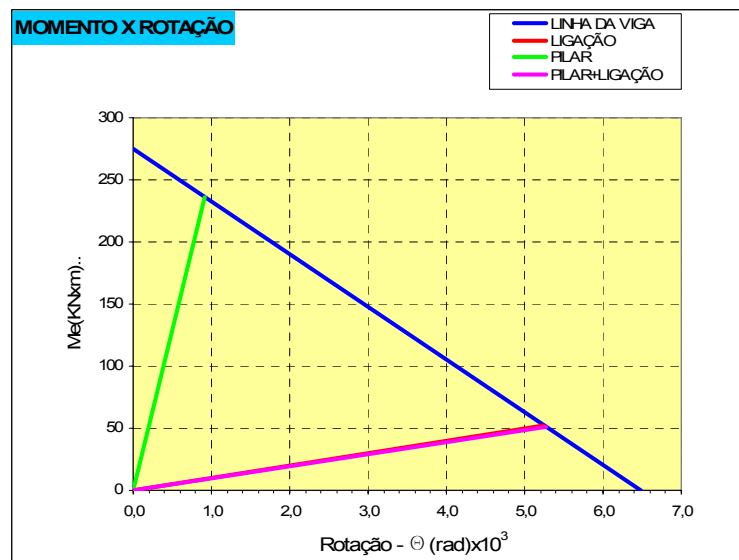
Figura 6.18 – Rigidez característica e rigidez de cálculo de ligação.

Caso seja muito elevado o grau de incerteza na determinação da rigidez de uma ligação uma alternativa é a de se trabalhar em projeto com um valor superior e inferior de rigidez.

Na figura 6.19 tem-se o gráfico do estudo da viabilidade da ligação deste exemplo com as linhas da viga e da ligação. Foram considerados os seguintes momentos de plastificação: $M_{pl}^+ = 200 \text{ kNxm}$; $M_{pl}^- = -400 \text{ kNxm}$.



Rigidez=30 MNxm/rad, para momento negativo.



Rigidez=10 MNxm/rad, para momento positivo.

Figura 6.19 – Gráficos do estudo de viabilidade da ligação.

O procedimento iterativo utilizado pelo programa PLSR para o tratamento desta não-linearidade localizada na ligação está descrito no apêndice.

A partir dos dados pode-se calcular o grau de engastamento da ligação e determinar um valor de α para uma primeira análise da estrutura. Para este cálculo preliminar adotou-se que a rigidez secante da viga no ELU seja igual à metade de sua rigidez bruta.

$$I_{\text{viga}} = \frac{0,30 \times 0,70^3}{12} = 8,575 \times 10^{-3} \text{ m}^4; \text{ inércia bruta da viga}$$

$$k = \frac{30}{\frac{33000 \times 0,5 \times 8,575 \times 10^{-3}}{6,70}} = 1,42; \text{ rigidez relativa}$$

$$G = \frac{3k}{3k + 6} \cong 0,42 \Rightarrow 42\% \text{ (grau de engastamento)}$$

$$\alpha = \frac{0,40}{70}(42 - 20) + 0,40 \cong 0,53$$

Adotou-se então numa primeira análise um valor de α igual a 0,50, ou seja, a não-linearidade física foi considerada pela redução de 50% da rigidez bruta de vigas e pilares.

Com os resultados deste primeiro passo da análise se obtém os esforços normais nos pilares que variaram no intervalo de 264 kN até 3.330 kN. Seguindo o roteiro estabelecido na seção 4.8, foram construídos os gráficos $N_d \times \alpha$ e $N_d \times M_{rd}$ apresentados respectivamente nas figuras 6.20 e 6.21. Foram analisados dois arranjos de armadura para a seção do pilar. Um primeiro arranjo somente com armadura passiva, pilar de concreto armado (CA), com 20 barras de 16mm. Um segundo arranjo com armaduras passivas e ativas, pilar protendido (CP). (Figura 6.17)

Estes dados dos gráficos são utilizados pelo programa PLSR para corrigir a rigidez dos tramos dos pilares a partir dos esforços normais obtidos na análise e também para verificar se o momento resistente da seção não foi ultrapassado. É a automação dos passos 3 e 4 do roteiro proposto na seção 4.8.

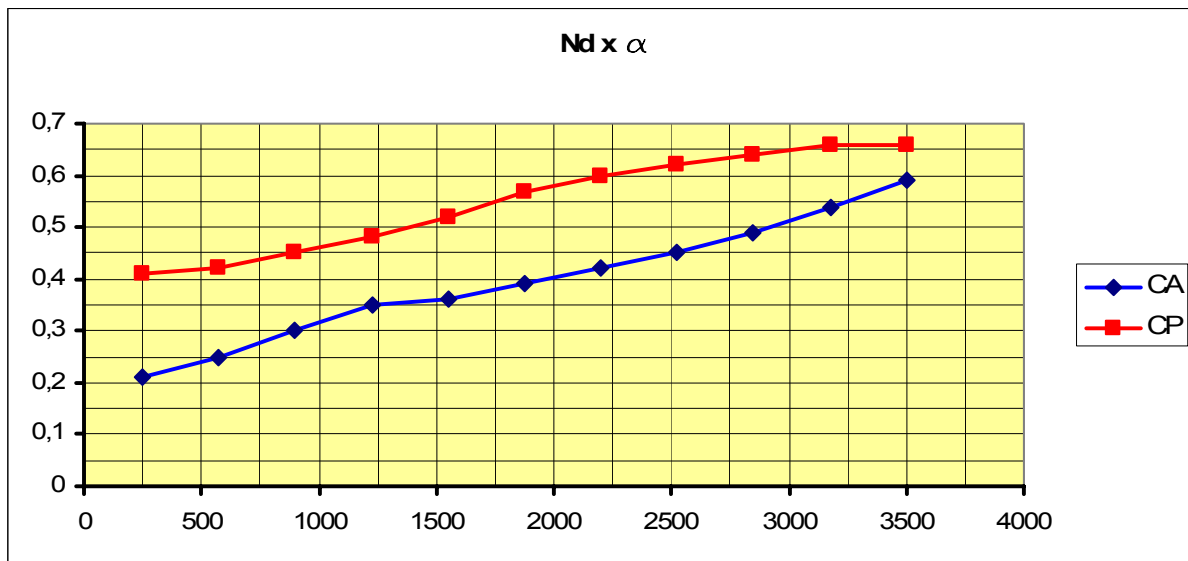


Figura 6.20 – Curva $N_d \times \alpha$ do pilar.

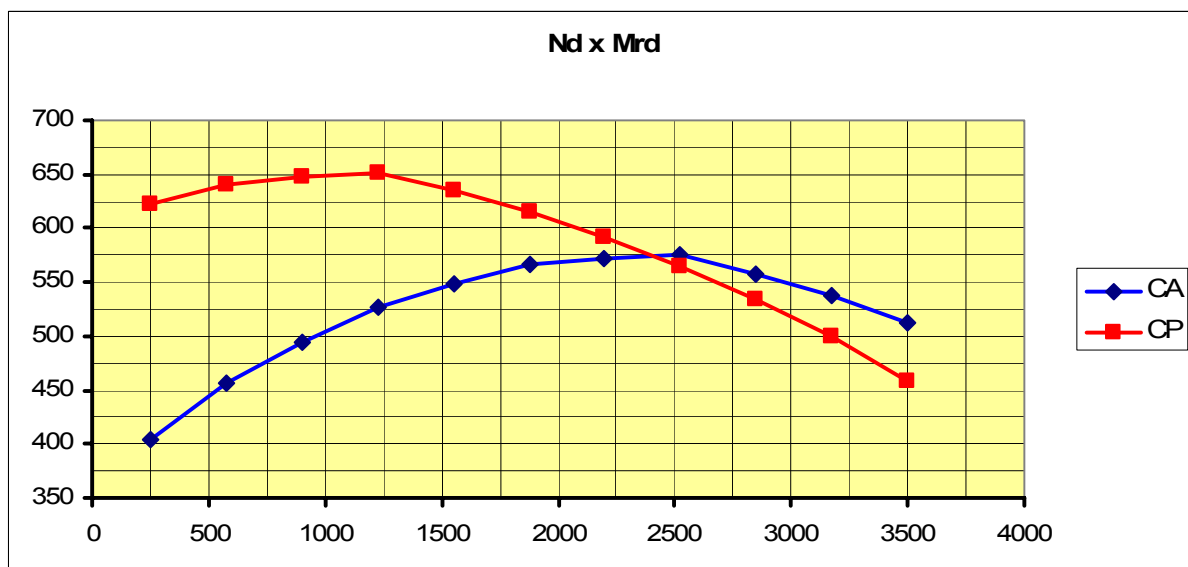


Figura 6.21 – Curva $N_d \times M_{rd}$ do pilar

Observando os gráficos, deve-se comentar que a ação da protensão aumenta a rigidez secante do pilar, porém a partir de certo valor de N_d o momento resistente da seção protendida é menor que o momento resistente da seção que tem apenas armadura passiva.

Na figura 6.22 tem-se a numeração nodal da discretização do pórtico.

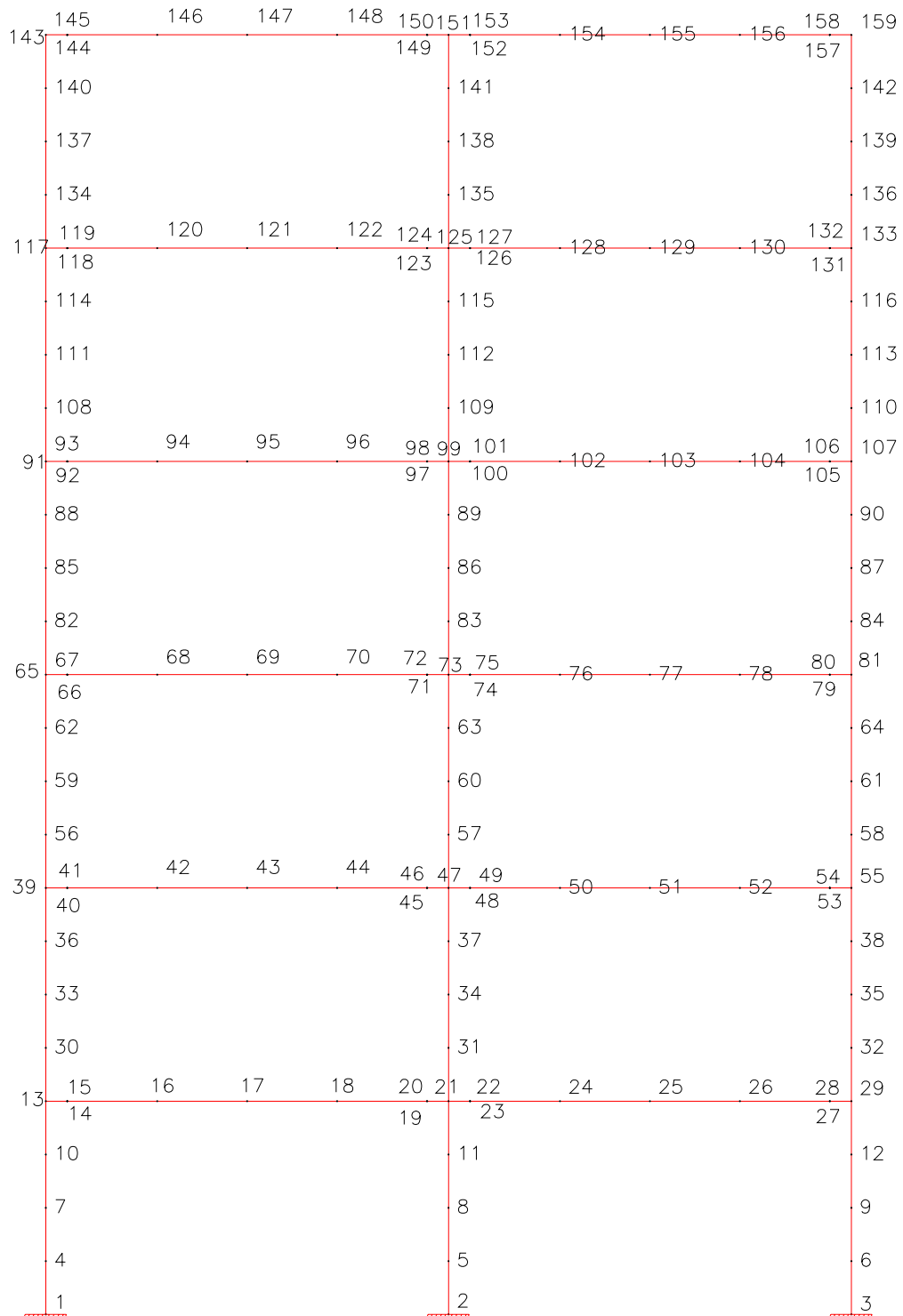


Figura 6.22 – Numeração nodal do pórtico.

Primeiramente foi analisado o caso do pilar somente com armadura passiva.

Na figura 6.23 tem-se o relatório das não linearidades após a 1ª iteração processada.

CURVA ND X ALFA X MRD				
PONTO	Nd	Alfa	Mrd	
1	250.00	0.21	404.62	
2	575.00	0.25	457.08	
3	900.00	0.30	493.58	
4	1225.00	0.35	526.23	
5	1550.00	0.36	548.25	
6	1875.00	0.39	566.33	
7	2200.00	0.42	572.67	
8	2525.00	0.45	575.63	
9	2850.00	0.49	556.82	
10	3175.00	0.54	537.88	
11	3500.00	0.59	512.96	

RELATORIO DE NAO LINEARIDADE					
BARRA	I	J	SECAO	CODIGO	CASO
1	1	4	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
2	4	7	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
3	7	10	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
4	10	13	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
5	13	30	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
6	30	33	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
7	33	36	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
8	36	39	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
9	39	56	1	1	ALFA= 0.32 Alterar Rigidez
10	56	59	1	1	ALFA= 0.32 Alterar Rigidez
11	59	62	1	1	ALFA= 0.32 Alterar Rigidez
12	62	65	1	1	ALFA= 0.32 Alterar Rigidez
13	65	82	1	1	ALFA= 0.28 Alterar Rigidez
14	82	85	1	1	ALFA= 0.28 Alterar Rigidez
15	85	88	1	1	ALFA= 0.28 Alterar Rigidez
16	88	91	1	1	ALFA= 0.28 Alterar Rigidez
17	91	108	1	1	ALFA= 0.24 Alterar Rigidez
18	108	111	1	1	ALFA= 0.24 Alterar Rigidez
19	111	114	1	1	ALFA= 0.24 Alterar Rigidez
20	114	117	1	1	ALFA= 0.24 Alterar Rigidez
21	117	134	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
22	134	137	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
23	137	140	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
24	140	143	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
25	2	5	1	1	ALFA= 0.56 Alterar Rigidez
26	5	8	1	1	ALFA= 0.56 Alterar Rigidez
27	8	11	1	1	ALFA= 0.56 Alterar Rigidez
28	11	21	1	1	ALFA= 0.56 Alterar Rigidez
29	21	31	1	1	ALFA= 0.48 Alterar Rigidez
30	31	34	1	1	ALFA= 0.48 Alterar Rigidez
31	34	37	1	1	ALFA= 0.48 Alterar Rigidez
32	37	47	1	1	ALFA= 0.48 Alterar Rigidez
33	47	57	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
34	57	60	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
35	60	63	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
36	63	73	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
37	73	83	1	1	ALFA= 0.37 Alterar Rigidez
38	83	86	1	1	ALFA= 0.37 Alterar Rigidez
39	86	89	1	1	ALFA= 0.37 Alterar Rigidez
40	89	99	1	1	ALFA= 0.37 Alterar Rigidez
41	99	109	1	1	ALFA= 0.33 Alterar Rigidez
42	109	112	1	1	ALFA= 0.33 Alterar Rigidez
43	112	115	1	1	ALFA= 0.33 Alterar Rigidez
44	115	125	1	1	ALFA= 0.33 Alterar Rigidez
45	125	135	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
46	135	138	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
47	138	141	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
48	141	151	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
49	3	6	1	1	ALFA= 0.39 Alterar Rigidez
50	6	9	1	1	ALFA= 0.39 Alterar Rigidez
51	9	12	1	1	ALFA= 0.39 Alterar Rigidez
52	12	29	1	1	ALFA= 0.39 Alterar Rigidez
53	29	32	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
54	32	35	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
55	35	38	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
56	38	55	1	1	ALFA= 0.36 Alterar Rigidez
57	55	58	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
58	58	61	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
59	61	64	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
60	64	81	1	1	ALFA= 0.35 Alterar Rigidez
61	81	84	1	1	ALFA= 0.30 Alterar Rigidez
62	84	87	1	1	ALFA= 0.30 Alterar Rigidez
63	87	90	1	1	ALFA= 0.30 Alterar Rigidez

64	90	107	1	1	ALFA= 0.30 Alterar Rigidez
65	107	110	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
66	110	113	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
67	113	116	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
68	116	133	1	1	ALFA= 0.25 Alterar Rigidez
69	133	136	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
70	136	139	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
71	139	142	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
72	142	159	1	1	ALFA= 0.21 Alterar Rigidez
145	14	15	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
146	19	20	4	0	OK.
147	22	23	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
148	27	28	4	0	OK.
149	40	41	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
150	45	46	4	0	OK.
151	48	49	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
152	53	54	4	0	OK.
153	66	67	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
154	74	72	4	0	OK.
155	74	75	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
156	79	80	4	0	OK.
157	92	93	4	0	OK.
158	97	98	4	0	OK.
159	100	101	4	0	OK.
160	105	106	4	0	OK.
161	118	119	4	0	OK.
162	123	124	4	0	OK.
163	126	127	4	0	OK.
164	131	132	4	0	OK.
165	144	145	4	0	OK.
166	149	150	4	0	OK.
167	152	153	4	0	OK.
168	157	158	4	0	OK.

Figura 6.23 – Relatório da não linearidade física e da ligação na 1ª iteração.(CA)

O relatório indica o ajuste a ser feito no parâmetro α de redução de rigidez em cada barra de pilar. São apontadas também as ligações que devem ter sua rigidez trocada para ter compatibilidade de sinal com o momento. Pelo relatório, verifica-se que devido à ação horizontal as ligações do lado esquerdo das vigas até o 3º pavimento estão solicitadas por momento positivo e, portanto, a opção inicial do programa que considera a rigidez para momento negativo deve ser alterada.

O relatório da 2ª iteração indica apenas que deve ser alterada a rigidez da ligação nos nós 92-93 do 4º pavimento que também passou a ser solicitada por momento positivo.

Processada a 3ª iteração, o relatório de não linearidades indica que está tudo consistente, tendo-se, portanto, chegado aos resultados finais da análise.

O caso do pilar com armadura ativa apresentou também um processamento semelhante, convergindo em apenas 3 iterações. A figura 6.24 apresenta o relatório de não linearidade da 1ª iteração.

Nas duas análises a seção transversal e as armaduras propostas para os pilares garantiram a segurança à rutura por flexão composta, ou seja, $M_d \leq M_{rd}$ em todas as seções.

Na tabela 6.3 estão apresentados alguns parâmetros para uma análise dos resultados. Nas figuras 6.25 e 6.26 estão apresentados os diagramas de momento fletor para as vigas do 2º e 5º pavimentos respectivamente. Pode se constatar claramente que as ligações do lado esquerdo das vigas do 2º pavimento estão solicitadas por momento positivo ao passo que no 5º pavimento os momentos nas ligações são negativos.

CURVA ND X ALFA X MRD					
PONTO	Nd	Alfa	Mrd		
1	250.00	0.41	623.15		
2	575.00	0.42	641.12		
3	900.00	0.45	647.96		
4	1225.00	0.48	651.54		
5	1550.00	0.52	635.52		
6	1875.00	0.57	614.89		
7	2200.00	0.60	591.91		
8	2525.00	0.62	565.29		
9	2850.00	0.64	533.29		
10	3175.00	0.66	499.79		
11	3500.00	0.66	458.33		

RELATORIO DE NAO LINEARIDADE					
BARRA	I	J	SECAO	CODIGO	CASO
1	1	4	1	0	ALFA= 0.50
2	4	7	1	0	ALFA= 0.50
3	7	10	1	0	ALFA= 0.50
4	10	13	1	0	ALFA= 0.50
5	13	30	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
6	30	33	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
7	33	36	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
8	36	39	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
9	39	56	1	1	ALFA= 0.45 Alterar Rigidez
10	56	59	1	1	ALFA= 0.45 Alterar Rigidez
11	59	62	1	1	ALFA= 0.45 Alterar Rigidez
12	62	65	1	1	ALFA= 0.45 Alterar Rigidez
13	65	82	1	1	ALFA= 0.43 Alterar Rigidez
14	82	85	1	1	ALFA= 0.43 Alterar Rigidez
15	85	88	1	1	ALFA= 0.43 Alterar Rigidez
16	88	91	1	1	ALFA= 0.43 Alterar Rigidez
17	91	108	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
18	108	111	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
19	111	114	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
20	114	117	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
21	117	134	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
22	134	137	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
23	137	140	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
24	140	143	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
25	2	5	1	1	ALFA= 0.66 Alterar Rigidez
26	5	8	1	1	ALFA= 0.66 Alterar Rigidez
27	8	11	1	1	ALFA= 0.66 Alterar Rigidez
28	11	21	1	1	ALFA= 0.66 Alterar Rigidez
29	21	31	1	1	ALFA= 0.63 Alterar Rigidez
30	31	34	1	1	ALFA= 0.63 Alterar Rigidez
31	34	37	1	1	ALFA= 0.63 Alterar Rigidez
32	37	47	1	1	ALFA= 0.59 Alterar Rigidez
33	47	57	1	1	ALFA= 0.59 Alterar Rigidez
34	57	60	1	1	ALFA= 0.59 Alterar Rigidez
35	60	63	1	1	ALFA= 0.59 Alterar Rigidez
36	63	73	1	1	ALFA= 0.59 Alterar Rigidez
37	73	83	1	1	ALFA= 0.53 Alterar Rigidez
38	83	86	1	1	ALFA= 0.53 Alterar Rigidez
39	86	89	1	1	ALFA= 0.53 Alterar Rigidez
40	89	99	1	1	ALFA= 0.53 Alterar Rigidez
41	99	109	1	1	ALFA= 0.46 Alterar Rigidez
42	109	112	1	1	ALFA= 0.46 Alterar Rigidez
43	112	115	1	1	ALFA= 0.46 Alterar Rigidez
44	115	125	1	1	ALFA= 0.46 Alterar Rigidez
45	125	135	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
46	135	138	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
47	138	141	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez

48	141	151	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
49	3	6	1	1	ALFA= 0.55 Alterar Rigidez
50	6	9	1	1	ALFA= 0.55 Alterar Rigidez
51	9	12	1	1	ALFA= 0.55 Alterar Rigidez
52	12	29	1	1	ALFA= 0.55 Alterar Rigidez
53	29	32	1	1	ALFA= 0.51 Alterar Rigidez
54	32	35	1	1	ALFA= 0.51 Alterar Rigidez
55	35	38	1	1	ALFA= 0.51 Alterar Rigidez
56	38	55	1	1	ALFA= 0.51 Alterar Rigidez
57	55	58	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
58	58	61	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
59	61	64	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
60	64	81	1	1	ALFA= 0.47 Alterar Rigidez
61	81	84	1	1	ALFA= 0.44 Alterar Rigidez
62	84	87	1	1	ALFA= 0.44 Alterar Rigidez
63	87	90	1	1	ALFA= 0.44 Alterar Rigidez
64	90	107	1	1	ALFA= 0.44 Alterar Rigidez
65	107	110	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
66	110	113	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
67	113	116	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
68	116	133	1	1	ALFA= 0.42 Alterar Rigidez
69	133	136	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
70	136	139	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
71	139	142	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
72	142	159	1	1	ALFA= 0.41 Alterar Rigidez
145	14	15	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
146	19	20	4	0	OK.
147	22	23	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
148	27	28	4	0	OK.
149	40	41	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
150	45	46	4	0	OK.
151	48	49	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
152	53	54	4	0	OK.
153	66	67	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
154	71	72	4	0	OK.
155	74	75	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
156	79	80	4	0	OK.
157	92	93	4	1	Trocar rigidez da ligacao para positiva.
158	97	98	4	0	OK.
159	100	101	4	0	OK.
160	105	106	4	0	OK.
161	118	119	4	0	OK.
162	123	124	4	0	OK.
163	126	127	4	0	OK.
164	131	132	4	0	OK.
165	144	145	4	0	OK.
166	149	150	4	0	OK.
167	152	153	4	0	OK.
168	157	158	4	0	OK.

Figura 6.24 – Relatório da não linearidade física e da ligação na 1ª iteração.(CP)

Tabela 6.3 – Alguns resultados da análise.

Parâmetro	Pilar-CA	Pilar-CP
Coefficiente de segurança à flambagem (CSF)	4,75	5,50
Deslocamento horizontal no topo (cm)	15,00	13,17
Momento máximo na base (kNxm)	460,45	434,51
Momento negativo mínimo em ligação (kNxm)	-329,79	-304,36
Momento positivo máximo em ligação.(kNxm)	62,06	50,73

Pilar-CA: Pilar somente com armadura passiva ; Pilar-CP: Pilar com armaduras ativas e passivas.

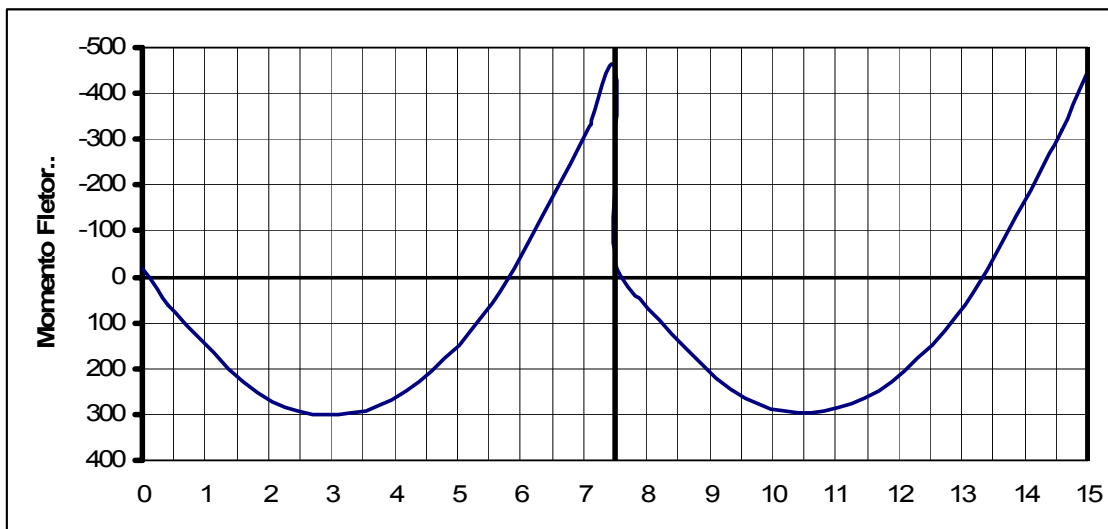


Figura 6.25– Diagrama de momento fletor, vigas do 2º pavimento. (CA)

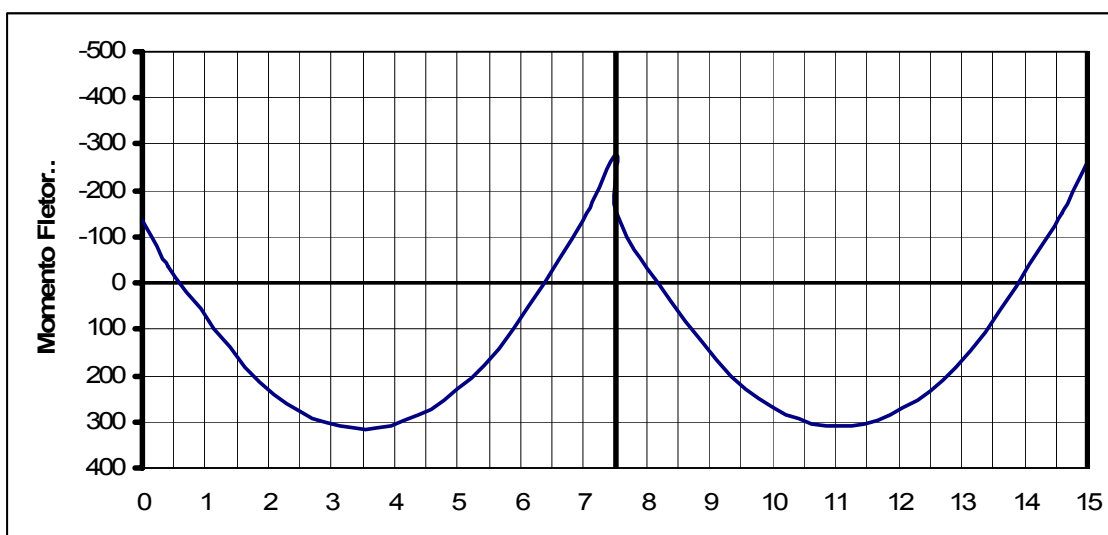


Figura 6.26 – Diagrama de momento fletor, vigas do 5º pavimento. (CA)

Da análise dos resultados deste exemplo pode-se inferir o seguinte:

- a) Ações horizontais importantes podem produzir momentos positivos em algumas ligações viga-pilar dos pavimentos inferiores. Fica, portanto evidente, que a ferramenta de análise deste tipo de estrutura deve estar apta para a consideração desta situação principalmente no caso, bastante usual, de ligações com comportamento assimétrico.

b) A ação da protensão nos pilares promove um enrijecimento da estrutura que se traduz pela diminuição dos efeitos de 2ª ordem. Este fato é confirmado na tabela 6.3 onde se verifica que houve um aumento do coeficiente de segurança à flambagem e uma diminuição nos valores de esforços e deslocamentos máximos.

c) A utilização de programas com as características do PLSR cria para o projetista deste tipo de estrutura um ambiente de trabalho no qual ele pode adotar, conforme suas conveniências, as seguintes estratégias:

- Fixar as dimensões e armaduras dos elementos estruturais e pesquisar o valor da rigidez necessária da ligação viga-pilar para se obter uma resposta satisfatória da estrutura.
- Fixar o valor da rigidez da ligação viga-pilar e pesquisar as dimensões e armaduras dos elementos estruturais que garantam segurança e bom desempenho à estrutura.

Finalmente, deve-se comentar que a análise efetuada neste exemplo pode ser mais refinada considerando-se mais seções transversais com novos arranjos de armadura. Por exemplo, pode-se diminuir as armaduras nos trechos superiores dos pilares que se encontram bem folgados com relação ao ELU.

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

7

Capítulo

7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que o material apresentado neste trabalho habilite e encoraje o projetista de estruturas de concreto pré-moldado para a utilização de ligação viga-pilar semi-rígida como uma alternativa de enrijecimento e de melhoria de desempenho de estruturas multi-piso.

A ordem dos temas apresentados neste trabalho obedeceu à própria seqüência de elaboração de um projeto.

O primeiro passo do projeto de uma estrutura com ligação semi-rígida é a determinação da rigidez da ligação concebida. Para esta tarefa o modelo mecânico proposto no capítulo 2 apresenta uma formulação simples podendo ser utilizada num ambiente confortável de planilha eletrônica. O usuário pode rapidamente estudar a resposta da ligação para variações de posição, direção e de rigidez dos componentes. O projetista pode ir, assim, ajustando os componentes até atingir um valor de rigidez adequado para que a ligação possa desempenhar com eficiência o seu papel na estrutura. Recomenda-se, contudo que no caso de uma ligação

inteiramente nova os resultados obtidos no modelo mecânico sejam validados por ensaios.

Concluindo o estudo da ligação é preciso verificar a sua viabilidade de maneira a garantir que a ruptura ocorrerá primeiro na viga e não na ligação. Isto é feito examinando-se se a linha da ligação intercepta a linha da viga conforme apresentado no capítulo 6.

O segundo passo no desenvolvimento do projeto é a análise da estrutura. O modelo mecânico ainda é útil nesta fase, pois fornece a matriz de rigidez da barra fictícia utilizada para representar a ligação no modelo de barra da estrutura. Para a análise da estrutura o projetista deve dispor de uma ferramenta que considere as não-linearidades físicas e geométricas presentes no modelo de cálculo.

No capítulo 3 apresentou-se o método modal como uma alternativa para a consideração da não-linearidade geométrica no modelo de cálculo. Este procedimento, não incremental-iterativo, mostrou-se suficientemente robusto para enfrentar o grau de não-linearidade que pode ser tolerado em situações reais de projeto. O coeficiente de segurança à flambagem CSF pode ser utilizado conjuntamente com o parâmetro γ_z da norma brasileira como balizadores do grau de não-linearidade do problema analisado e da qualidade da solução obtida.

No capítulo 4 foi feita a exposição e a utilização do método da rigidez secante conforme a norma brasileira ABNT NBR6118:2003 (2003) para a consideração da não-linearidade física do concreto na análise da estrutura. Esta técnica mostrou-se eficiente e a favor da segurança, portanto, uma boa alternativa para se contornar os procedimentos incrementais-iterativos que são necessários quando se usa diretamente as curvas esforço normal-momento fletor-curvatura.

No capítulo 5 foram abordados dois temas enfrentados pelo projetista ainda na análise estrutural: a questão da estabilidade da estrutura nas fases construtivas e a avaliação do efeito da fluência do concreto na variação, ao longo do tempo, dos esforços devido às ações permanentes aplicadas na estrutura antes da efetivação das ligações.

Para dar suporte ao projetista nesta fase fundamental da análise estrutural, desenvolveu-se, neste trabalho, um código computacional denominado PLSR (Pórtico com Ligação Semi-Rígida) para análise de pórticos planos com ligação semi-rígida com a consideração da não-linearidade geométrica através do método modal e da não linearidade física pelo método da rigidez secante. O programa PLSR também permite tratar não-linearidades localizadas nas ligações como assimetria na curva momento-rotação e plastificação. O programa PLSR pode ser usado pelo projetista em duas estratégias de projeto: na primeira, as dimensões e as armaduras dos elementos estruturais são fixadas e o programa é utilizado na pesquisa do valorequado para a rigidez da ligação viga-pilar; na segunda, de modo inverso, a rigidez da ligação viga-pilar é fixada e o PLSR é utilizado na busca de dimensões e armaduras dos elementos estruturais de forma a garantir segurança e bom desempenho para a estrutura.

Concluída com êxito a análise estrutural, o passo seguinte e final do projeto é o detalhamento das armaduras dos elementos estruturais, mas este assunto, que também tem particularidades importantes nas estruturas de concreto pré-moldado, não faz parte dos objetivos deste trabalho.

7.2 CONCLUSÕES

Baseado no que foi exposto ao longo dos capítulos apresenta-se a seguir de forma sintética o que se acredita que sejam as principais conclusões deste trabalho.

a) Modelo mecânico apresentado no capítulo 2 para representação de ligação viga-pilar semi-rígida.

O modelo mecânico mostrou-se eficiente na determinação numérica da rigidez à rotação para momento positivo de uma ligação ensaiada em laboratório. O valor da rigidez secante final de ensaio foi 22,8 MNxm/rad conforme BALDISSERA (2006) e o valor da rigidez obtido pelo modelo mecânico foi 22,6 MNxm/rad. O resultado indica que o modelo mecânico é uma ferramenta valiosa no auxílio do engenheiro no projeto e na verificação de ligações viga-pilar semi-rígidas.

A formulação do equilíbrio do modelo mecânico corresponde a uma sistematização do método dos componentes com a vantagem de ainda fornecer uma metodologia para representação da ligação semi-rígida no modelo de barra da estrutura. O exemplo numérico apresentado na seção 2.7.2 mostrou ainda que a representação da ligação semi-rígida utilizando a matriz de rigidez do modelo mecânico é capaz de representar situações de ligações excêntricas. Na realidade o modelo mecânico permite em um único nó representar ligações que seriam modeladas por um conjunto de molas acopladas. Trata-se de um processo de condensação estática cuja hipótese fundamental é o comportamento de corpo rígido da extremidade da viga na zona da ligação.

b) Análise modal proposta no capítulo 3 para análise não-linear geométrica.

Pelos exemplos numéricos analisados e pelas comparações com os resultados obtidos no programa ANSYS constatou-se que o método modal pode ser considerado satisfatório até um coeficiente de segurança à flambagem $CSF > 2$ o que corresponde a um valor de γ_z da ordem de 2. Verifica-se que o método modal tem um campo de aplicação mais amplo que o método simplificado de análise não-linear geométrica da norma brasileira que utiliza o parâmetro γ_z até o limite de 1,30. Indiscutivelmente dentre os processos não incrementais-iterativos para análise não-linear geométrica deste tipo de estrutura reticulada a análise modal é de longe o processo mais eficiente, competindo com os processos tipo P- Δ .

c) Não-linearidade física do concreto na análise estrutural discutida no capítulo 4.

As expressões simplificadas encontradas em vários textos normativos para o cálculo da rigidez secante de pilares não contemplam todos os parâmetros que participam do problema em especial o índice de esbeltez. A expressão mais completa é a da FIB (1996), porém aplicável apenas na análise de pilares isolados. Nenhuma delas, por exemplo, é adequada para o caso de pilares protendidos.

O método simplificado da ABNT NBR6118:2003 (2003) que trata a não-linearidade física do concreto através de coeficientes redutores globais de rigidez foi desenvolvido para estruturas reticuladas com ligação viga-pilar

rígida. Assim sendo, este método não deve ser empregado para a análise de estruturas reticuladas com ligações viga-pilar articuladas ou semi-rígidas. A recomendação, para o caso de estrutura com ligação viga-pilar semi-rígida, é que se faça uma análise preliminar com um fator de redução de rigidez global dos pilares determinado em função do grau de engastamento da ligação utilizada na estrutura. Para estruturas com ligação viga-pilar com grau de engastamento até 20% deve-se usar um fator redutor igual a 0,40. Se o grau de engastamento for superior a 90% o fator redutor é igual a 0,80. Pode-se interpolar linearmente para determinar o valor do fator de redução para um grau de engastamento entre 20% e 90%. Esta análise inicial deve ser obrigatoriamente refinada adotando-se um fator α de redução da rigidez bruta das seções para cada barra do modelo levando em conta o seu nível de solicitação.

A queda da rigidez secante dos pilares da estrutura com a diminuição do grau de engastamento da ligação pode ser explicada da seguinte forma. Com a diminuição do grau de engastamento da ligação a estrutura vai ficando mais esbelta e, portanto, vai diminuindo a sua capacidade de absorver cargas verticais devido ao risco da instabilidade. Com a queda da carga vertical na estrutura, os esforços de flexão passam a ser predominantes nos pilares que apresentarão maior curvatura na ruína e por conseqüência uma rigidez secante menor.

Uma alternativa para se mitigar esta situação consiste na aplicação de protensão nos pilares. A protensão permite criar uma compressão no pilar sem aumentar o risco de instabilidade. Do estudo da aplicação de protensão nos pilares concluiu-se que esta é uma opção interessante, podendo-se

chegar a um aumento de até 50% na rigidez secante dos pilares. Esta alternativa pode ser encarada como uma boa estratégia para o enrijecimento da estrutura, principalmente no caso de ligações com baixo grau de engastamento.

d) Estabilidade na fase construtiva e os efeitos dependentes do tempo, temas do capítulo 5.

O estudo da estabilidade na fase construtiva, desenvolvido no capítulo 5, revelou que de uma forma geral não é prudente, neste tipo de estrutura, a montagem de mais de dois níveis acima do último pavimento com ligações efetivadas.

O cálculo dos efeitos dependentes do tempo, tema tratado também no capítulo 5, demonstrou ser importante para o dimensionamento e detalhamento das vigas devido à variação especialmente do momento fletor nas suas extremidades.

e) Das discussões, modelos e gráficos apresentados no capítulo 6 sobre a avaliação da eficiência de uma ligação, se pode concluir, dentre outras coisas que:

- O grau de engastamento da ligação é um parâmetro bem adequado para ser utilizado pelo projetista como referência e para comparação entre ligações.
- A contribuição da ligação semi-rígida na melhoria das condições de estabilidade cresce naturalmente com o aumento do grau de engastamento, mas cresce com taxas variáveis. As taxas de crescimento são bem elevadas até o nível de 50% de grau de engastamento. Deve-se observar

que contribuições significativas acontecem mesmo para um grau de engastamento inferior a 20%. De 50% a 75% de grau de engastamento o crescimento da contribuição é moderado, de 75% a 90% o crescimento é baixo e a partir de 90% a ligação pode ser considerada como rígida.

- Ações horizontais importantes podem fazer com que algumas ligações vigapilar nos pavimentos inferiores da estrutura sejam solicitadas por momento positivo. É fundamental, portanto, que o programa de análise estrutural utilizado possa tratar os casos de ligações com rigidez assimétrica, ou seja, rigidezes diferentes para momentos fletores positivos e negativos.

Por fim, julga-se que os procedimentos apresentados e as ferramentas desenvolvidas neste trabalho atendem aos objetivos inicialmente propostos.

7.3 SUGESTÕES PARA O PROSSEGUIMENTO DA PESQUISA

Com relação à utilização do modelo mecânico para a representação de ligação semi-rígida, os seguintes complementos e aperfeiçoamentos podem ser desenvolvidos: **a)** Ampliação do modelo mecânico para a consideração dos seis graus de liberdade do espaço tridimensional. Isto permitiria, por exemplo, representar ligações que transmitam momento de torção. A matriz de rigidez do modelo 3D pode também ser expandida, de forma análoga ao que se fez no plano, para a representação da ligação semi-rígida, através de barra fictícia, no modelo de pórtico espacial. **b)** As molas representativas dos componentes podem ter uma relação força-deslocamento não-linear. Isto pode ser implementado no caso de haver interesse na construção mais precisa da curva momento-rotação da ligação.

Neste caso, para a consideração desta não-linearidade, o equilíbrio do modelo deve ser obtido por processo incremental-iterativo. Se a relação força-deslocamento não-linear de cada componente contemplar também o comportamento após a plastificação até ruína, é possível se fazer o estudo da utilidade da ligação.

- c)** Outros mecanismos de transferência de força podem ser caracterizados como, por exemplo, a transferência de força normal por compressão de uma camada de argamassa e a transferência de força de cisalhamento em chumbadores inclinados. É importante a definição das curvas força-deslocamento característica e de projeto.
- d)** Desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes para o dimensionamento e o detalhamento das armaduras na região da ligação.

Passando agora para análise da estrutura reticulada com ligação semi-rígida, a extrapolação para o caso do pórtico espacial não apresenta grandes dificuldades do ponto de vista de implementação da análise modal para a consideração da não-linearidade geométrica. As deduções das matrizes de rigidez secante e tangente para o elemento de pórtico espacial estão disponíveis na literatura.

Já a consideração da não-linearidade física utilizando o conceito de rigidez secante no caso de flexão composta oblíqua merece um estudo mais aprofundado. Uma alternativa é o desacoplamento do problema tratando-o como dois casos de flexão composta reta, um para cada direção principal. O programa RIGSEC, desenvolvido para o cálculo da rigidez secante de pilares com seções retangulares, pode ser ampliado para a consideração de outras seções transversais típicas da indústria como seções vazadas, seção I, seção circular e etc. Novos ábacos de interação adimensional para determinação da capacidade resistente e da rigidez

secante de novas seções podem ser confeccionados levando em conta armaduras ativas e passivas.

A consideração dos efeitos do tempo nos esforços pode ser ampliada para incorporar a restrição imposta pela retração diferenciada entre concretos com idades diferentes como ocorre nas peças compostas que têm sua seção complementada por camada de concreto feito no lugar.

A análise para a avaliação dos esforços e da estabilidade nas fases de montagem pode ser mais abrangente do que a apresentada neste trabalho, permitindo um planejamento mais livre para a seqüência da efetivação das ligações.

De forma semelhante ao estudo desenvolvido no capítulo 6, novos modelos estruturais simples podem ser propostos para uma análise paramétrica da eficiência da ligação semi-rígida na melhoria do comportamento de outras estruturas pré-moldadas típicas. Talvez possa ser encontrada uma expressão relacionando a rigidez da viga, a rigidez do pilar e a rigidez da ligação com o número de pavimentos que podem ser executados sem que o grau de não-linearidade inviabilize o projeto.

Por fim, sugere-se que mais exemplos de situações reais de projeto sejam examinados seguindo as recomendações e os roteiros apresentados neste trabalho, e que seus resultados sejam comparados com análises mais refinadas de forma a se ter uma melhor visão dos limites de aplicação e da confiabilidade dos procedimentos propostos.

REFERÊNCIAS

AHMED, B.S; NAAMAN, A.E. (2003). A New Design Methodology for the Ultimate Capacity of Slender Prestressed Concrete Columns. State-of-the-Art Paper, **PCI Journal** (January-February 2003), p.64-80.

ALVIM, R.C. (1997). **Avaliação de Rigidez das Vigas de Concreto Armado**. São Paulo . Dissertação (mestrado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

ANDRADE, Joel M. (1994) – Momentos Fletores dependentes do tempo em vigas de pontes pré-moldadas protendidas com o estabelecimento de continuidade no local. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1985). **NBR 9062** – Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado – Procedimentos – Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2003). **NBR 6118** – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos – São Paulo

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2005). Texto de Revisão da **NBR 9062** – Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado – Procedimentos – Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2003). **NBR 8681** – Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimentos – Rio de Janeiro.

BALLARIN, A.W. (1993) **Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto**. São Carlos. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BALDISSERA, Alice. (2006). **Estudo Experimental de uma ligação viga-pilar de concreto pré-moldado resistente a momento fletor**. Tese de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BARBOZA, A. S. R. (2002) **Comportamento de juntas de argamassa solicitadas à compressão na ligação entre elementos pré-moldados**. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.

BATHE, K.J. (1982). **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ.

- BERNAT, A.R.M.(1988); **Programa CONS** – Para el análisis no lineal en el tiempo de estructuras de hormigón estructural construídas evolutivamente. Departament d'Enginyeria de la Connstrucció – Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona
- CAMARA, J ; HIPÓLITO, A. (2006). Precast Bridges: Design for Time Dependant Effects. **Proceedings of the 2nd International Congress, FIB**, Session 6 Prefabrication, June 5-8 - Naples, Italy.
- CHEFDEBIEN A. de & DALDARE J. (1994). Experimental investigations on current connections between precast concrete components. **COST C1 Proc. of 2nd Workshop Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections**, Prague, p. 21-30.
- CHEFDEBIEN, A. de (1998). Precast concrete beam to column head connections. COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections, Liège, p. 35-43.
- CHEOK, G.S. ; LEW, H.S. (1991). Performance of Precast Concrete Beam-to-Column Connections Subject to Cyclic Loading. **PCI Journal** precast/prestressed concrete institute, v.36, n.3, pp 56-67.
- CRESPO, S.L.F. (2002). Estudo de Valores da Rigidez Equivalente de Tramos de Vigas de Concreto Armado para Análises Não Lineares. São Paulo. Dissertação (mestrado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- COLLINS, M.P. ; MITCHELL, D. (1987). **Prestressed Concrete Basics**. Canadian Prestressed Concrete Institute, Canada, 1987.
- DOLAN, C.W.; STANTON, J.F.; ANDERSON, R.G. (1987). Moment resistant connections and simple connections. **PCI Journal**, v.32, n.2, p.62-74
- EL DEBS, Mounir Khalil (2000). **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos, EESC-USP,441p.
- ELLIOTT,K.S. (2003); Modern Concepts for Precast Concrete Buildings, **2nd Specialty Conference on The Conceptual Approach to Structural Design**; July 2003, Milan, Italy.
- ELLIOTT, K.S.; DAVIES, G.; FERREIRA, M.. GORGUM, H.; MAHADI, A.A. (2003a) Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 2: Analytical equations & column effective length factors. **The structural engineer**. v.81, n.16 p. 28-37
- ELLIOTT, K.S.; DAVIES, G.; FERREIRA, M.. GORGUM, H.; MAHADI, A.A. (2003b) Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames? Part 1: The experimental evidence. **The structural engineer**. v.81, n.16 p. 14-27
- ELLIOTT, K.S.; DAVIES, G. & GORGUN, H. (1992). Semi-rigid joint behaviour on columns in precast concrete buildings. **COST C1 Proc. 1st Workshop, Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections**, E.N.S.A.I.S., Strasborg. p. 282-295.

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; MAHDI, A.; GORGUN, H.; VIRDI, K. & RAGUPATHY P. (1998). Precast concrete semi-rigid beam-to-column connections in skeletal frames. **COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections**, Liège, p. 45-54.

FERRAZ, J.C.F. (1994). Coletânea de Trabalhos: Variação do estado de tensão ao longo do tempo nas estruturas hiperestáticas protendidas. **Boletim Técnico BT/PEF 9412**.

FERREIRA, M. A. (1999). **Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado**. São Carlos, 231 p. Tese (Doutorado) -Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FERREIRA; M. A. (1993) **Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto**. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

FERREIRA; M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOT,K.S. (2002) **Modelo Teórico para Projeto de Ligações Semi-Rígidas em Estruturas de Concreto Pré-Moldado**. Anais do 44º Congresso Brasileiro do Concreto.

FERREIRA; M.A.; ARAÚJO, D.L.; JEREMIAS JR, A.C. (2005) **Estabilidade Global de Estruturas Reticuladas em Concreto Pré-Moldado**. Anais do 47º Congresso Brasileiro do Concreto.

FIB (1996). Technical report Design Examples for the 1996 FIP recommendations Practical design of structural concrete. Paris:**CEB-FIP Bulletin 16** n. 121-154 .

FIB (2007). Guide to good practice: Structural Connection for Precast Concrete Buildings. **FIB Commission C6: Prefabrication TG 6.2 Connections**.

FRANÇA, Ricardo Leopoldo e Silva (1991). **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. São Paulo. Tese (doutorado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

GHALI, A. ; FAVRE, R. (1994). **Concrete Structures**. Second edition, E & FN Spon, London.

KERONEN A. & HIETALA J. (1998). Tests and analysis of the connections in precast concrete portal frame. **COST C1 Proc. of The International Conference, Control of Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections**, Liège, p. 25-34.

LIMA, E.C.P (1979).; Análise Estática de Estruturas com Não-Linearidade Geométrica pelo Método da Superposição Modal. **I Congresso Latino-Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia** , trabalho 10, pp. 167-179.

LINDBERG, R. & KERONEN A. (1992). Semi-rigid behaviour of a RC portal frame. **COST C1 Proc. 1st Workshop, Semi-rigid Behaviour of Civil Engineering Structural Connections**, E.N.S.A.I.S., Strasborg, p.53-63.

LOPES, A.P.; SANTOS, G.O.; SOUZA, A. L. (2005). Estudo sobre diferentes métodos de análise P-Delta. **Anais da Reunião Anual do Ibracon – 2005 - Recife.**

MEDEIROS, S.R.P. (1985). **Análise Estática Não Linear Geométrica de Estruturas pelo Método da Superposição Modal com Base Lanczos-Ritz**, Dissertação (mestrado), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro

MENDES NETO, F. (2000). **Tópicos sobre a análise não linear de pórticos planos de concreto armado**. São Paulo. Tese (doutorado), Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

MIOTTO, A. M. (2002). **Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado com ênfase ao estudo da deformabilidade ao momento fletor**. São Carlos. Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

MOTA, J.E. (1986). **Aplicação do Método da Superposição Modal na Análise Estática Não Linear de Estruturas**. Rio de Janeiro. Dissertação (mestrado), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

NEVILLE, A.M. (1970). **Creep of Concrete: Plain, Reinforced and Prestressed**. North-Holland Publishing Company, 1970, Amsterdam.

NIGEL PRIESTLEY, M. J. & MacRAE, G. A. (1996). Seismic tests of precast beam-column joint subassemblages with unbonded tendons. **PCI Journal**, v.41, n.1, p. 64-81.

NIGEL PRIESTLEY, M. J. (1991). Overview of PRESSS research program. **PCI Journal** v.36, n.4, p. 50-57.

NIGEL PRIESTLEY, M. J; SRITHARAN, S.; CONLEY, J. R. & PAMPANIN S. (1999). Preliminary results and conclusions from the PRESSS five-story precast concrete test building. **PCI Journal** v.44, n.6), p. 42-67.

NOVOZHILOV, V.V. (1953). **Foundations of the Nonlinear Theory of Elasticity**. Graylock Press, Rochester, New York.

OLIVEIRA, Patrícia H.S. (2004). **Processo Aproximado Para Consideração da Não Linearidade Física de Pilares em Concreto Armado**. São Paulo. Dissertação (mestrado) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

OLIVEIRA, Rogério M. (2000). **Contribuição ao estudo de rigidez de vigas de concreto armado em análises de segunda ordem**. São Paulo. Dissertação (mestrado) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

ORDOÑEZ, J.A F. (1974). **Prefabricación: teoría y práctica**. Editores Técnicos Asociados, Barcelona, v2.

PINTO, Rivelli da Silva (1997). **Não Linearidade Física e Geométrica no Projeto de Edifícios Usuais de Concreto Armado**. São Carlos. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

PINTO, Rivelli da Silva. (2002). **Análise Não-Linear das Estruturas de Contraventamento de Edifícios em Concreto Armado**. Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SANTOS, Lauro Modesto (1994). Sub-Rotinas Básicas do Dimensionamento de Concreto Armado. Editora Thot, São Paulo.

SANTOS,S.B.;ANDRADE,M.A.S;LOPES,A.N.M.;HASPARYK,N.P.(2005). Deformações por Retração e Fluência, Capítulo 22. **Concreto. Ensino, Pesquisa e Realizações**. Editora G.C.Isaia – São Paulo – Ibracon 2005.

SCHIEL,F. (1957). Estática de Estaqueamentos, São Carlos, **Escola de Engenharia de São Carlos, Publicação n. 10**, p.39-47.

SILVA, I.M; OYAMADA, R. N.;YAMASAKI, A.A.; TANAKA,E.S.; ISHITANI,H. (2005). Adaptação por fluência: uma aplicação real pelo processo dos deslocamentos. **Anais da Reunião Anual do Ibracon 2005 - Recife**.

SOARES, A.M.M. (1998). **Análise estrutural de pórticos planos de elementos pré- fabricados de concreto considerando a deformabilidade das ligações**. São Carlos. Dissertação (mestrado) -Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

SORIANO, Humberto L. (2005). Análise de Estruturas – Formulação Matricial e Implementação Computacional. Editora Ciência Moderna Ltda, Rio de Janeiro.

STAMATO, M.C. (1966). Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento. São Carlos. **Publicação da Escola de Engenharia de São Carlos-USP**.

STRICKLING, J.A e HAISLER,W.E. (1977). Formulations and Solution Procedures for Nonlinear Structural Analysis. **Computer and Structures**, Vol 7, pp. 125-136, Pergamom Press.

VENÂNCIO FILHO, F. e SOUZA LIMA, V.M. (1984). A Noção de Rigidez Tangente no Estudo da Não Linearidade Geométrica de Estruturas Reticuladas. **5ª Conferência Latino-Americana para Métodos Computacionais em Engenharia**, pp. 380-409, Salvador.

WILSON, E.L.; Habibullah, A. (1987). Static and Dynamic Analysis of Multi-Story Buildings Including P-Delta Effects. **Earthquake Spectra**, Earthquake Engineering Research Institute, Vol 3, No. 3.

APÊNDICE - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste apêndice são abordados inicialmente alguns aspectos particulares da modelação do pórtico plano para análise pelo programa PLSR (Pórtico com Ligação Semi-Rígida) desenvolvido neste trabalho. Discute-se também o caso das não-linearidades localizadas nas ligações e apresenta-se o fluxograma geral do programa mostrando-se o esquema numérico empregado para a consideração de todas as não-linearidades. Na seqüência, faz-se um melhor detalhamento da implementação computacional da etapa de obtenção da base modal de Lanczos-Ritz que é a chave da análise não-linear geométrica realizada pelo programa. Por fim apresenta-se o fluxograma do programa RIGSEC.

A.2 MODELAÇÃO DO PÓRTICO PLANO

No capítulo 3 as matrizes de rigidez secante e tangente do elemento de pórtico plano foram deduzidas utilizando as funções de interpolação obtidas do problema de flexão simples de viga. Numa análise não-linear geométrica o problema

a ser resolvido agora é basicamente o da viga-pilar. A alternativa para se obter então uma boa solução numérica do problema com uma função de grau inferior ao da resposta exata é aumentar a discretização.

Nos exemplos analisados neste trabalho adotou-se uma discretização obtida pela divisão em quatro partes dos tramos de vigas e pilares da estrutura, conforme apresentado na figura A.1.

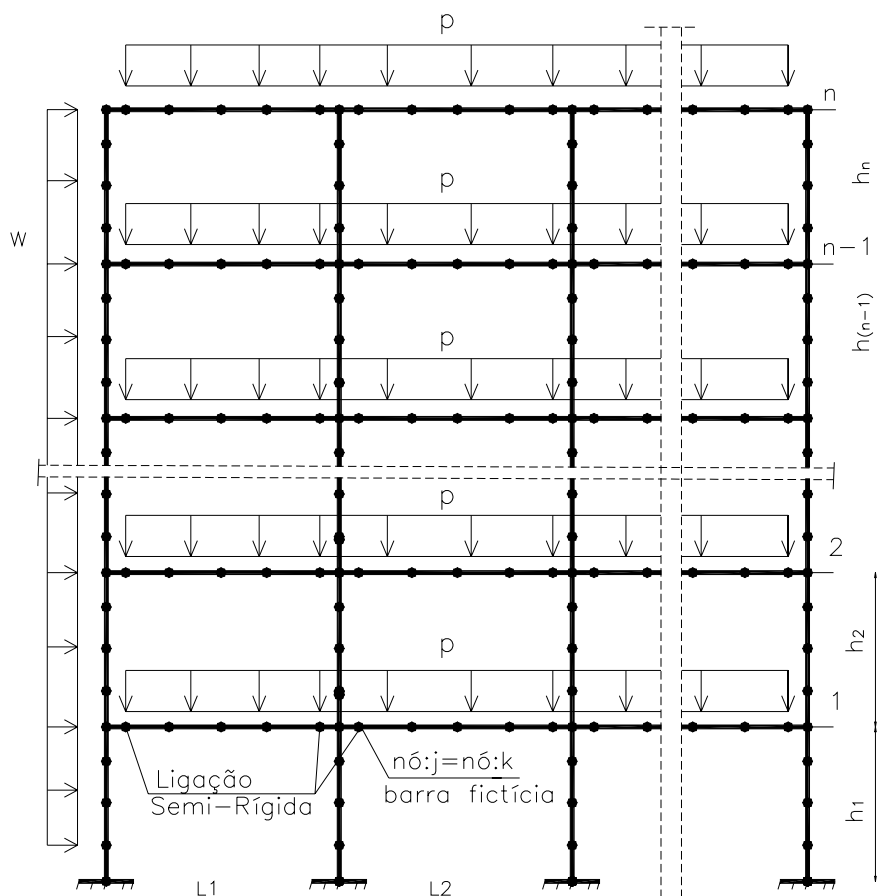


Figura A.1 – Modelo de discretização do pórtico plano.

Deve-se aqui recordar que o ponto nodal onde existe a ligação viga-pilar deve receber duas numerações permitindo a introdução da barra fictícia. Conforme se viu no capítulo 2, esta barra fictícia terá matriz de rigidez apropriada para representar a ligação. Na figura A.2, entre o eixo do pilar e nó da ligação tem-se uma barra que representa a excentricidade da ligação. Esta barra é parcialmente composta pelo

consolo e pelo segmento que vai da face do pilar até o seu eixo. Esta barra deve ter um valor de área e de momento de inércia suficientes para que a barra tenha apenas deslocamento de corpo rígido.

A.3 CONSIDERAÇÃO DE LIGAÇÃO COM RIGIDEZ DIFERENTE PARA MOMENTO POSITIVO E NEGATIVO E DO MOMENTO DE PLASTIFICAÇÃO.

Além das não-linearidades física e geométrica o programa deve tratar ainda de algumas não-linearidades localizadas nas ligações.

A primeira delas é o caso de ligações com rigidez secante diferente para momento positivo e negativo. O programa trata este problema da seguinte forma:

a) Faz-se uma primeira análise para o carregamento proposto considerando a rigidez para momento negativo que é a mais solicitada pelas cargas verticais.

b) Havendo força horizontal atuando na estrutura é possível que alguma ligação esteja trabalhando com momento positivo. Neste caso a primeira análise não é considerada e são montadas novamente as matrizes da estrutura considerando agora a rigidez para momento positivo nas ligações solicitadas por momento positivo na análise anterior. Este procedimento se repete até que todas as ligações estejam trabalhando com rigidez e momento de mesmo sinal.

Outra situação de não-linearidade localizada ocorre quando uma ligação atinge seu momento de plastificação. Este caso é tratado da seguinte forma.

a) Constatado que em uma ligação, com momento e rigidez de mesmo sinal, o momento de plastificação foi ultrapassado, a análise é desconsiderada e processam-se as seguintes alterações no modelo:

. A rigidez da ligação à rotação é tornada nula, ou seja, cria-se uma rótula.

. Aplicam-se, nos nós da ligação, como ação externa, os momentos de plastificação conforme esquema da figura A.2.

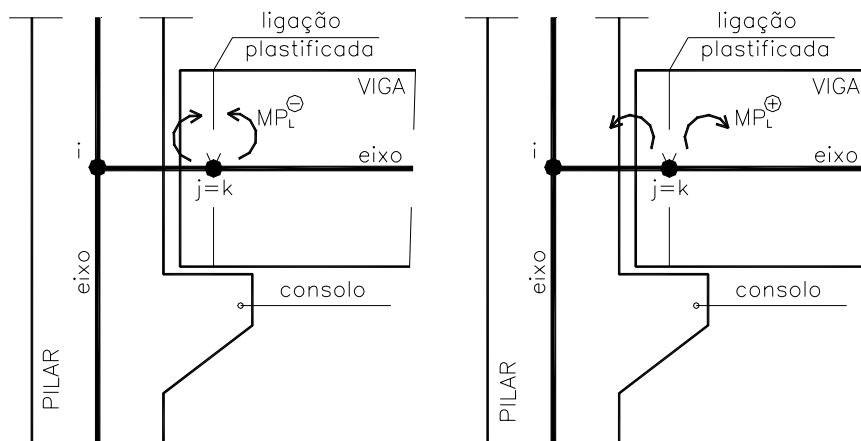


Figura A.2 – Modelo da ligação plastificada.

b) Nova análise é efetuada com as modificações repetindo-se as verificações até que todas as ligações tenham momento e rigidez de mesmo sinal e momentos inferiores ou iguais ao momento de plastificação. O controle das ligações já plastificadas é feito pela verificação da sua rotação. Se numa análise posterior a rotação aparecer menor que a rotação de plastificação então a ligação retorna à sua condição inicial e nova análise é solicitada.

A.4 FLUXOGRAMA GERAL DE ANÁLISE

Na figura A.3 apresenta-se o fluxograma geral do programa PLSR em que todas as não-linearidades estão consideradas.

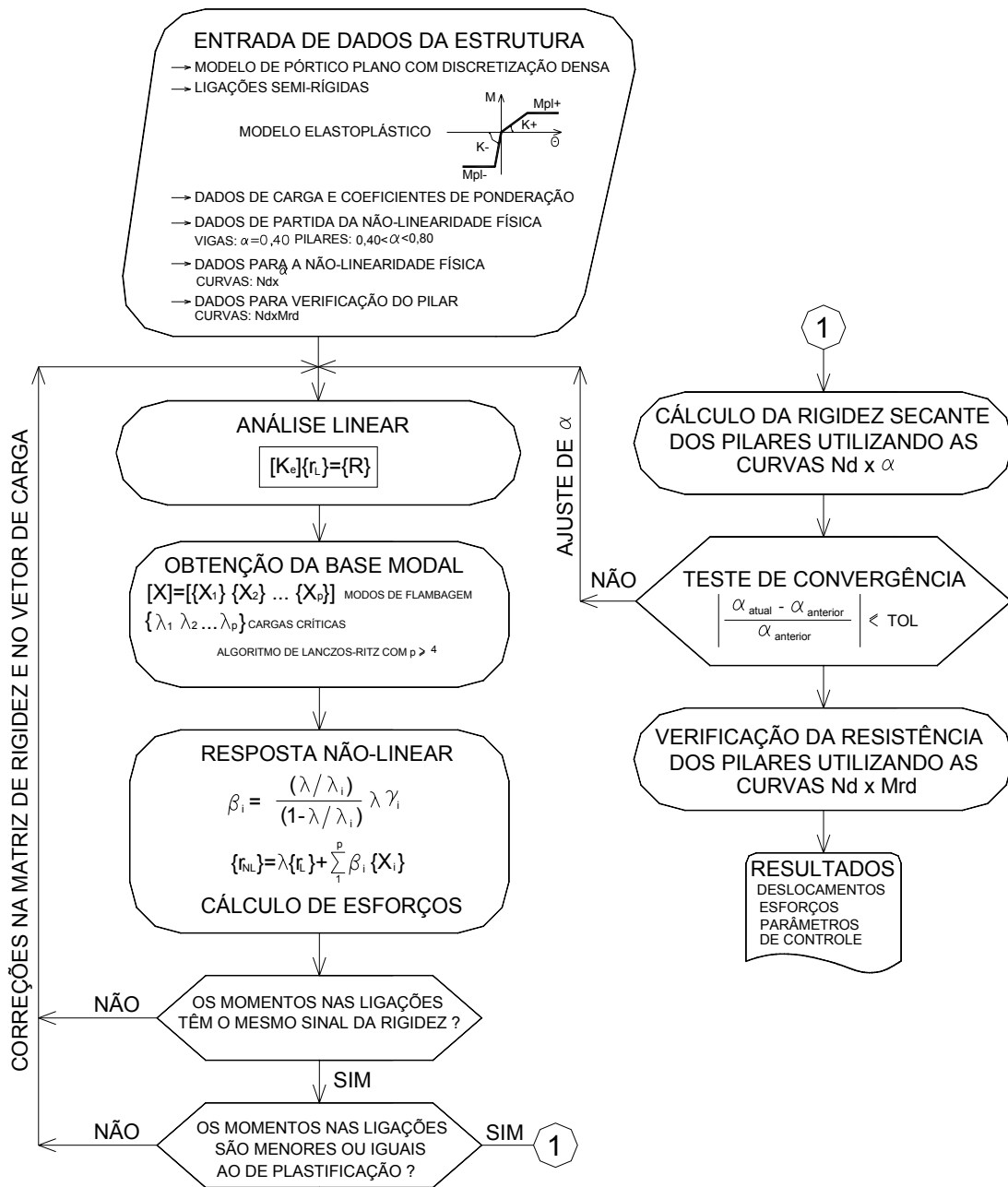


Figura A.3 – Fluxograma geral de análise do programa PLSR.

A.5 ALGORITMO DE LANCZOS-RITZ PARA O CÁLCULO DA BASE MODAL

Neste trabalho, conforme apresentado no capítulo 3, a análise não-linear geométrica implementada no programa PLSR é realizada pelo método da

superposição modal utilizando os modos de flambagem da estrutura. Neste método a etapa numérica mais importante é a da obtenção da base modal.

Os primeiros trabalhos, que trataram deste método da superposição, utilizaram uma base formada pelos (p) primeiros modos de flambagem, calculados de forma exata, através de procedimentos como o da iteração inversa e o da iteração por subespaço.

Devido ao caráter iterativo destes procedimentos, a etapa de geração da base modal, ou seja, o cálculo dos modos de flambagem, sempre exigiu um grande esforço computacional, penalizando assim o método modal.

MEDEIROS (1985) apresentou em seu trabalho a utilização de uma base alternativa à base modal.

A nova base, denominada de Lanczos-Ritz, é uma aproximação da base modal e é obtida por um processo não iterativo.

Basicamente, o procedimento utiliza a análise de Rayleigh-Ritz com os vetores de Ritz gerados pelo algoritmo de Lanczos.

Seja, por exemplo, a geração de (m) vetores de Lanczos-Ritz.

Inicialmente, adota-se um vetor $\{y_p\}$, que será tomado como vetor de partida para a geração da seqüência de Krylov que é dada por:

$$[\{y_p\}, ([K_e^{-1}][K_g(\sigma_L)])\{y_p\}, ([K_e^{-1}][K_g(\sigma_L)])^2\{y_p\}, \dots, ([K_e^{-1}][K_g(\sigma_L)])^m\{y_p\}] \quad (\text{A.1})$$

Os vetores são obtidos sequencialmente e são $[K_e]$ -ortonormalizados em relação aos precedentes pela técnica de Gram-Schmidt.

O conjunto de vetores obtidos são chamados de vetores de Lanczos, e são armazenados na matriz $[Y]$.

Procura-se então, agora, a melhor aproximação possível para os (m) primeiros modos de flambagem dentro do subespaço gerado pelos vetores de Lanczos.

Este procedimento é uma análise de Rayleigh-Ritz e se inicia pela projeção das matrizes $[K_e]$ e $[-K_g(\sigma_L)]$ na base de Lanczos.

$$[K_e^*] = [Y]^T [K_e] [Y] = [I] : \text{matriz identidade}$$

$$[K_g^*(\sigma_L)] = [Y]^T [-K_g(\sigma_L)] [Y] \quad (\text{A.2})$$

Com as novas matrizes de ordem (mxm), resolve-se o problema de autovalor e autovetor:

$$[K_e^*][Z] = [K_g^*(\sigma_L)][Z][\Lambda^*] \quad (\text{A.3})$$

Os autovalores encontrados são aproximações para os autovalores do problema original, e a base

$$[X^*] = [Y][Z] \quad (\text{A.4})$$

conterá aproximações para o (m) primeiros modos de flambagem.

O aspecto mais importante do método de Lanczos-Ritz é o seu caráter seletivo.

Os vetores gerados são aproximações dos modos de flambagem que não são ortogonais ao vetor de partida $\{y_p\}$. Em outras palavras, o processo exclui os modos ortogonais que são os que não têm participação na representação do vetor de partida $\{y_p\}$ na base gerada.

Assim sendo, no caso da análise não-linear geométrica pelo método da superposição modal, o ideal então é tomarmos um vetor de partida que esteja próximo ao vetor procurado que é o vetor $\{r_D\}$ que contem a parcela não-linear dos deslocamentos. A proximidade aqui é com relação às suas direções no espaço R^n e não devido às suas magnitudes. O vetor de partida adotado é o vetor $\{r_L\}$ dos deslocamentos obtidos da análise linear do problema.

Com este vetor de partida serão gerados (m) vetores, que constituirão a base de Lanczos-Ritz . Tem-se que o subespaço gerado por esta base de Lanczos-Ritz é uma aproximação do subespaço gerado pelos modos de flambagem que possuem maior fator de participação no cálculo da parcela não linear $\{r_D\}$.

Resta saber quantos vetores serão necessários na base para uma boa representação da resposta não linear.

Uma avaliação da qualidade da base pode ser feita pelo cálculo dos fatores de participação de cada vetor na representação do vetor de carga externa $\{R\}$.

Os fatores de participação são obtidos pela expressão:

$$h_i = \frac{\{R\}^T \{X_i^*\}^T \{R\} [K_e] \{X_i^*\}}{\{R\}^T \{R\}} \quad (\text{A.5})$$

Pode-se adotar como critério, por exemplo, que o número de vetores na base já é suficiente quando a soma destes fatores de participação for maior do que 90%. Normalmente este critério já é cumprido para $m=4$.

O programa PSLR emite no seu relatório os fatores de participação dos vetores da base para que o usuário avalie a qualidade da resposta.

Para implementação da geração da base de Lanczos-Ritz pode-se empregar a seguinte seqüência:

1, Obtenção do primeiro vetor $\{y_1\}$.

$\{y_p\} = \{r_L\}$	Vetor de partida
$\{y_1\} = \frac{1}{\beta_1} \{y_p\}$	Normalização
$\beta_1 = \sqrt{\{y_p\}^T [K_e] \{y_p\}}$	

2. Para obtenção dos demais vetores de Lanczos.

$i = 2,3,\dots,m$	Contador
$[K_e]\{y_i^*\} = -[K_g(\sigma_L)]\{y_{(i-1)}\}$	Calculo de $\{y_i\}$
$c_j = \{y_j\}^T [K_e]\{y_i^*\}$	Calcula-se para $j=1,2,3,\dots,i-1$
$[K_g^*(\sigma_L)]_{j,(i-1)} = c_j$	Montagem de $[K_g^*(\sigma_L)]$
$\{y_i^{**}\} = \{y_i^*\} - \sum c_j \{y_j\}$	Ortogonalização
$\{y_i\} = \frac{1}{\beta_i} \{y_i^{**}\}$ $\beta_i = \sqrt{\{y_i^{**}\}^T [K_e]\{y_i^{**}\}}$	Normalização

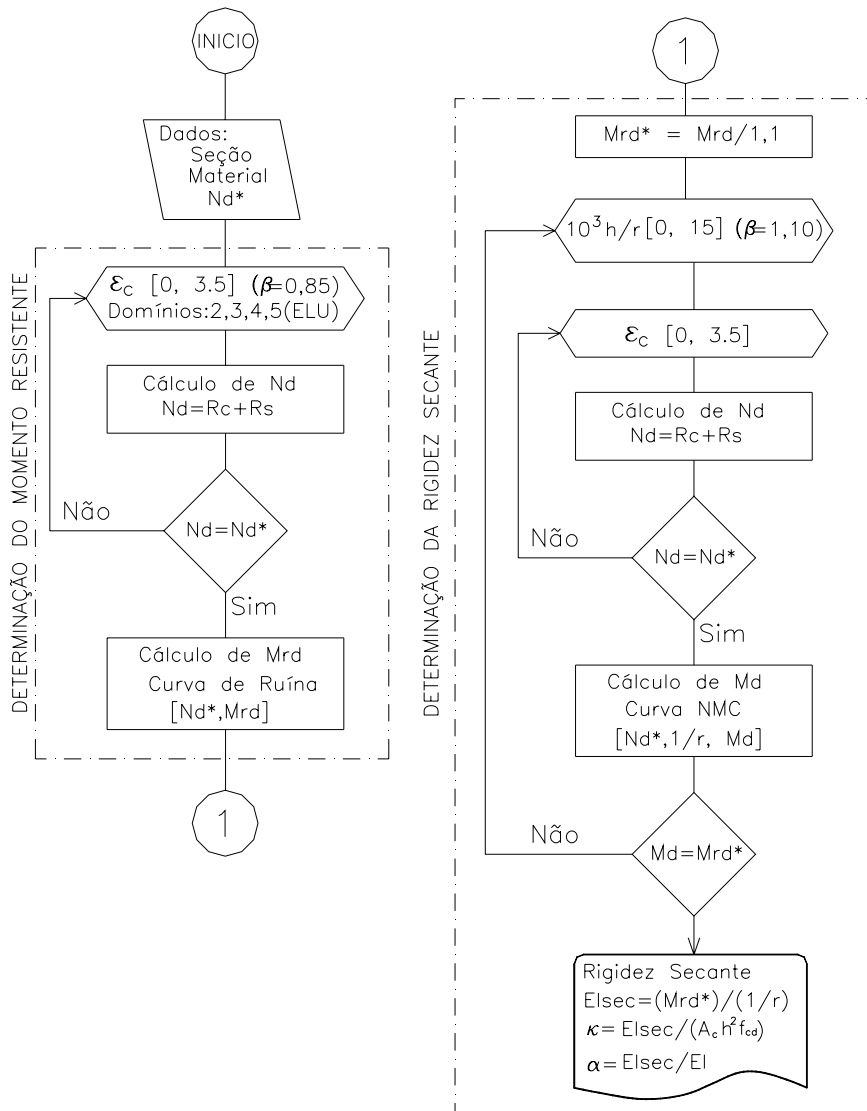
3. Análise de Rayleigh-Ritz.

$j = 1,2,3,\dots,m$ $[K_g^*(\sigma_L)]_{j,m} = \{y_j\}^T [-K_g(\sigma_L)]\{y_m\}$	Montagem da última coluna de $[K_g^*(\sigma_L)]$
$[K_e^*][Z] = [K_g^*(\sigma_L)][Z][\Lambda^*]$	Problema de autovalor e autovetor de ordem (mxm) que pode ser resolvido pelo método de Jacobi ¹ .
$[X^*] = [Y][Z]$	Cálculo final dos vetores da base de Lanczos-Ritz.

A.5 FLUXOGRAMA DO PROGRAMA RIGSEC

A figura A.4 apresenta o fluxograma utilizado pelo programa RIGSEC para determinação da rigidez secante de seções retangulares de concreto.

¹ O método de Jacobi está muito bem descrito em BATHE (1982).



Rc= Resultante das tensões no concreto. Rs=Resultante das forças nas armaduras ativas e passivas.

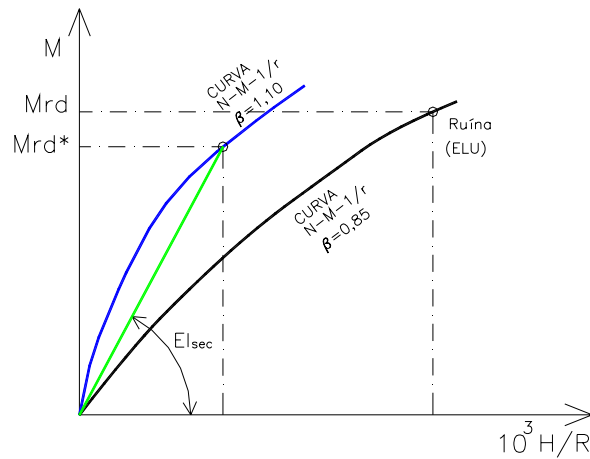


Figura A.4 – Fluxograma do programa RIGSEC.

ANEXO - FLUÊNCIA DO CONCRETO - ABNT NBR 6118:2003

A.1 FLUÊNCIA DO CONCRETO CONFORME ABNT NBR 6118:2003

A deformação por fluência do concreto (ε_{cc}) compõe-se de duas partes, uma rápida e outra lenta. A deformação rápida (ε_{cca}) é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 h após a aplicação da carga que a originou. A deformação lenta é por sua vez composta por duas outras parcelas: a deformação lenta irreversível (ε_{ccf}) e a deformação lenta reversível (ε_{ccd}).

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd}$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c(1 + \varphi)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d$$

onde:

φ_a é o coeficiente de deformação rápida;

φ_f é o coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_d é o coeficiente de deformação lenta reversível.

No instante t a deformação devida à fluência é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccd} + \varepsilon_{ccf} = (\sigma_c / E_{c28}) \varphi(t, t_0)$$

com E_{c28} calculado para $t = 28$ dias, pela expressão

$$E_{c28} = E_{ci,28} = 5600 \times (f_{CK})^{1/2}$$

O coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$ é dado por:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d$$

onde:

t é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

t_0 é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, em dias;

t_{0i} é a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento, em dias;

φ_a é o coeficiente de fluência rápida, determinado pela expressão:

$$\varphi_a = 0,8 [1 - f_c(t_0) / f_c(t_\infty)]$$

onde:

$f_c(t_0) / f_c(t_\infty)$ é a função do crescimento da resistência do concreto com a

idade:

- Para data (t) igual ou superior a 28 dias:

$$f_c(t) = f_{ck}$$

- Para data (t) inferior a 28 dias, adota-se a expressão:

$$f_c(t) = \beta_1 \times f_{ck}$$

$$\beta_1 = \exp\left\{s \left[1 - (28/t)^{1/2}\right]\right\}$$

onde s é função do tipo de cimento empregado:

Tabela AN.1 – Valores de s em função do tipo de cimento.

s	Tipo de Cimento
0,38	CP III e IV
0,25	CP I e II
0,20	CP V - ARI

$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \varphi_{2c}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível;

φ_{1c} é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U , em porcentagem, e da consistência do concreto:

Tabela AN.2 – Valores de φ_{1c} .

Abatimento (cm)	φ_{1c}
0 - 4	$0,75(4,45 - 0,035U\%)$
5 - 9	$1,00(4,45 - 0,035U\%)$
10 - 15	$1,25(4,45 - 0,035U\%)$

φ_{2c} é o coeficiente dependente da espessura fictícia h_{fic} da peça definida por:

$$h_{fic} = \gamma(2A_c / u_{ar})$$

sendo:

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U\%) ;$$

A_c é a área da seção transversal da peça;

u_{ar} é a parte do perímetro externo da seção transversal da peça de concreto em contato com o ar.

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}}; \quad h_{fic} \text{ (espessura fictícia em cm)}$$

$\beta_f(t)$ ou $\beta_f(t_0)$ é o coeficiente relativo a deformação lenta irreversível, função da idade do concreto, onde:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad \text{com}$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 ;$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 ;$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 ;$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 ;$$

onde:

h é a espessura fictícia em metros, para valores de h fora do intervalo $(0,05 < h < 1,6)$ adotam-se os extremos correspondentes.

t é a idade fictícia do concreto em dias e sempre maior ou igual a 3.

$\varphi_{d\infty}$ é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad \text{é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível função}$$

do tempo $(t - t_0)$ decorrido após o carregamento.

A.2 IDADE FICTÍCIA DO CONCRETO

A idade fictícia do concreto é dada por:

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i}$$

α é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do cimento.

T_i é a temperatura média diária do ambiente, em graus Celsius.

$\Delta t_{ef,i}$ é o período, em dias, durante o qual a temperatura média diária do ambiente T_i pode ser admitida como constante.

Tabela AN.3 – Valores de α .

Cimento Portland (CP)	α
Endurecimento Lento (CP III e CP IV)	1
Endurecimento Normal (CP I e CP II)	2
Endurecimento Rápido (CP V-ARI)	3

