

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

CARLOS ANDRÉS OROZCO DONNEYS

**Análise de estruturas de edifício alto submetidas a carregamento
sismico pela técnica do meio contínuo**

SÃO CARLOS
2015

CARLOS ANDRÉS OROZCO DONNEYS

**Análise de estruturas de edifício alto submetidas a carregamento
sísmico pela técnica do méio contínuo**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas

Orientador: Professor Dr. José Elías Laier

São Carlos SP

2.015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

O75a OROZCO DONNEYS, CARLOS ANDRÉS
ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDAS A SISMO PELA TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO / CARLOS ANDRÉS OROZCO DONNEYS; orientador JOSÉ ELIAS LAIER . São Carlos, 2015.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2015.

1. EDIFÍCIO ALTO. 2. CARGA SÍSMICA. 3. MÉDIO CONTÍNUO. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **CARLOS ANDRÉS OROZCO DONNEYS**.

Título da dissertação: "Análise de estruturas de edifício alto submetidas a carregamento sísmico pela técnica do meio contínuo".

Data da defesa: 25/11/2015

Comissão Julgadora:

Prof. Titular **José Elias Laier (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Edson Denner Leonel**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Walter Libardi**
(Universidade Federal de São Carlos/UFSCar)

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):

Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:

Prof. Associado **Paulo Sergio Lima Segantine**

Resultado:

APROVADO

APROVADO

Aprovado

Ao resto de minha maravilhosa família

Ricaurte, meu vô pelo sua vida além do século
Efrén, meu pai por me ensinar o valor da simplicidade
Betty, minha mãe por me ensinar o valor das palavras suaves
Alejandro, meu irmão pelo exemplo de trabalho e dedicação
Carolina, minha irmã pelo exemplo de mulher doce e virtuosa

AGRADECIMENTOS

Ao Deus, pai e criador de tudo quanto existe pela oportunidade de viver ao tempo em que vejo suas ações na minha vida dia a dia.

Ao Brasil por tudo o que tem para oferecer e pela grandiosa possibilidade de conhecer pessoal incrível.

A CAPES pela bolsa fornecida sem a qual minha estadia cá não haveria sido mais que um sonho.

Aos meus pais porque acreditarem sempre em mim além de me ensinar as pequenas que ao final foram as maiores coisas na vida.

Aos meus irmãos porque fizeram fácil de assimilar o conceito de amizade.

Ao professor Dr. José Elías Laier pela orientação neste trabalho assim como nos cursos que ministrou para mim.

Ao professor Rodrigo Ribeiro Paccola pela delicadeza de sempre me atender ao ter uma dúvida.

Ao professor Humberto Breves Coda pela disciplina de Elasticidade e por me fazer sugestões sobre a velocidade da minha fala.

Aos professores Andrew T. Beck e Julio Flórez pela confiança e ajuda que deram para mim ao pedir para eles uns favores pessoais.

Ao Dorival pela ajuda nos temas de programação, por me cumprimentar “caballero”, por me falar de produtos tão colombianos como “supercoco” e “Postobón” e por sempre me saudar com seu polegar por o cristal da janela da sala de processamento digital.

A Rosi pela paciência que teve para comigo antes e depois de minha chegada ao Brasil. Acho que desconhece que existe uma palavra que se escreve “não”.

A Sylvia pelo interesse nas coisas que pudesse precisar eu ou meu orientador.

Ao Rafael Santos de Moraes pela paciência nas mil e uma dúvidas respeito do idioma e pelos bate papos agradáveis demais. Como ele mesmo fala, muita gente fina.

A Marcela Filizola por me brindar sua amizade ainda sem conhece-me e pelo fato de nunca fazer mudanças ao longo do tempo.

A Érica porque sempre esteve disponível para responder qualquer pergunta acerca de quase qualquer coisa e por as balas compartilhadas.

A Indara, por ser cúmplice e pelo valorar os pequenos detalhes da minha vida assim como por seu incomparável jeito para chegar a “minha sala” para só dizer olá, como estás?.

A Orieta pelas brincadeiras ocasionais que me regalou. E pelo interesse que mostrou nos últimos tempos pelas minhas coisas e pela companhia em momentos chave. Qualificação e Defesa.

A meus companheiros de turma 12 porque foram muito amigáveis quase desde o início mesmo. E aos novos da turma 13 porque viraram da sala 7 um armazém de doces.

Tive oportunidade de conhecer na sala 7 3 doideões que fizeram muito legal à minha estância no Brasil. Eles foram Gidrão mais conhecido pelo seu codinome... Barretos, um cara muito especial para comigo. O Henricão quem sempre me presenteou com um simples abraço e o Ayrão que tentou sem conseguir me fazer entender que São Vicente fica muito próximo de Santos. Além desses detalhes encheram minha vida de muitas outras situações para lá de especiais. Um “obrigado” particular para a Karen porque duas vezes me socorreu quando estava em situação desconfortável com o manuseio dos gráficos e dos textos quando foi necessário acrescentar os números de página deixando vivos alguns deles e apagando outros.

Seria impossível deixar de consignar aqui o meu agradecimento para uma mistura de turmas. A de 2013 e a de 2014. Com alguns remanescentes da 2012 porque fizeram de meu último aniversário no departamento uma celebração muito “deliciosa”. Provavelmente eles sempre vão ser culpados de que o dia da abertura da copa em território brasileiro virasse uma lembrança inolvidável.

É muito estranho conhecer pessoal ótimo da minha cidade que formou-se na minha mesma universidade no Brasil, assim como aconteceu com o Felipe, a Érika, Ana Cristina, Cristhian Camilo, Lorena, Sergio e o Fernando Campo que me prestigiaram com momentos inesquecíveis de bandeirão entre outras coisas mais. Teve um cara chamado de Luis J. que destacou-se pela las cumpridas jornadas de papos agradáveis demais.

Finalmente aos professores José Elías Laier pela disponibilidade para atender minhas dúvidas e pedidos de uma maneira diligente. Em especial quando a data de terminação estava próxima. E ao Rodrigo Nicoletti pela disponibilidade para atender minhas dúvidas no referente ao processo de diagonalização. Além, é claro, do curso de Mecânica dos corpos rígidos.

RESUMO

OROZCO, DONNEYS. C.A. **Análise de estruturas de edifício alto submetida a carregamento sísmico pela técnica do médio contínuo**. 2015. 500f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Historicamente os engenheiros desenvolveram técnicas alternativas de análise de estruturas visando facilitar essa parte do processo de projeto que sempre é enjoada. Médio Contínuo (MC) é uma delas cujo emprego é factível em estágios iniciais do projeto. Etapas nas quais é preciso contar com uma ideia mesmo que bastante aproximada das dimensões dos diversos elementos da estrutura. No MC a abordagem da estrutura tridimensional é feita através da consideração das rigidezes planas dos diferentes elementos constituintes. É dizer, aquela rigidez que opõe-se ao carregamento contido no próprio plano do elemento. Os deslocamentos originários de carregamento lateral são obtidos como uma razão força/rigidez. Neste trabalho é abordada a Técnica do Médio Contínuo com carregamento dinâmico originário do sismo, com aplicação específica para os edifícios de certa envergadura, no entanto deixando em aberto uma futura pesquisa para atingir alturas maiores com outros sistemas estruturais além de se abrir um panorama de possibilidades com escopo de refinar este trabalho como a adoção de outro método mais requintado de análise sísmica, tal como a metodologia modal que sem dúvida é mais geral e está sujeita a menores restrições.

Palavras-chave: Edifício alto. Médio contínuo. Carregamento sísmico

ABSTRACT

OROZCO, DONNEYS. C.A. **Analysis of tall building structures under earthquake loading for continuous medious technique.** 2015. 500f. Dissertation (Master in Structural Engineering) – San Carlos School, San Pablo University, San Carlos, 2015.

Historically, engineers have been developed alternative structural analysis techniques in order of facilitate this part of the design of process which is always difficult. Continuum medious (MC) it's one theses whose use is feasible in the early stages of the project. Steps in which is necessary have an idea that even very approximate dimensions of the various elements of the structure. In MC approach , the three dimensional structure is made considering the flat stiffness. That is, a stiffness oppose the load contained in the plane of element itself. The displacements are obtained as a ratio force/stiffness. The work is interesting com dynamical loading originating from the earthquake with specific application to the buildings medium tallest. However futures research to achieve greater heights with other structural systems as well open up a panorama de possibilities with scope to improve this work as the adoption of a more refined method of seismic analysis, such as modal methodology that certainly is more general and is subject to fewer restrictions.

Keywords: Tall building. Continuum medious. Seismical load.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	20
NOTAÇÃO	28
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	7
1.1.1 OBJETIVO GERAL	7
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
1.2 JUSTIFICATIVA	8
1.3 ANTECEDENTES.....	9
1.4 METODOLOGÍA	10
1.5 CONTEÚDO	10
2 CARGAS.....	12
2.1 CARGA SÍSMICA	12
2.1.2 Origem da carga de sismo	25
2.2 METODOLOGÍA ESTÁTICA NA AVALIAÇÃO DA CARGA SÍSMICA.....	27
2.2.1 Descrição da metodologia.....	27
2.3 PROPOSTA PARA OS VALORES DE F_{tMC} e p_{0MC} APARTIR DE VALORES DADOS NAS NORMAS PARA F_t e F_{Δ}	37
2.4 COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE O MÉTODO DA FORÇA HORIZONTAL EQUIVALENTE (MFHE). LIMITAÇÕES	38
3 EFEITOS DOS CARREGAMENTOS LATERAIS SOBRE AS ESTRUTURAS.....	40
3.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	40
3.2 ESFORÇO DE CISALHAMENTO SISMICO DE PISO.....	43
3.2.1 Cisalhamento sísmico direto.....	43
3.2.2 Esforço cisalhante sísmico como efeito da torção	45
3.2.3 Deslocamentos adicionais no pavimento “i” gerados pela torção	49
4 PAINÉIS COMO UMA INTRODUÇÃO À TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO	53
4.1 PAREDE ESTRUTURAL OU MURO ESTRUTURAL (PE ou ME)	53
4.2 PÓRTICO (P)	57
4.3 NÚCLEO ESTRUTURAL (NE)	61
4.2. ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E MURO	66
4.3. ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS	69
5 COEFICIENTES s_f Y FATORES R.....	76

5.1	<i>Sf</i> NO CASO DE PAINEL PÓRTICO	76
5.2	<i>Sf</i> PARA O CASO DE PAINEL FORMADO POR PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS	78
5.3	RIGIDEZ DE PÓRTICO DE CONCRETO ATRAVÉS DOS FATORES R	84
5.3.1	Grupo de pilares de borde.....	85
5.3.2	Grupo de pilares interiores	85
6	VIBRAÇÃO LIVRE DE PAINÉIS ISOLADOS E ACOPLADOS	87
6.1	FÓRMULAS BASEADAS NA GEOMETRIA GERAL DA EDIFICAÇÃO	87
6.2	VIBRAÇÃO DE SISTEMAS ESTRUTURAIS ISOLADOS	90
6.2.1	Vibração livre do ME	91
6.2.2	Vibração do pórtico.....	98
6.2.3	Vibração do sistema acoplado.....	101
7	SOLUÇÕES GERAIS ATRAVÉS DE MC PARA OS DIFERENTES SISTEMAS ESTRUTURAIS SOB CARREGAMENTO ORIUNDO DE SISMO.....	108
7.1	CASOS COM SIMETRIA ABORDADOS NOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 8	108
7.1.1	Caso particular onde só se têm muros (Exemplo 1)	108
	A equação diferencial que descreve o problema é escrita na (7.2) vinda desde a (4.31) com a simplificação de que a matriz <i>S</i> esvanece toda vez que o problema só leva em consideração muros.	109
7.1.2	Caso particular onde só se têm pórticos (Exemplo 3)	111
7.1.3	Caso geral tendo muros e pórticos de modo simultâneo	114
7.2	CASOS SEM SIMETRIA ABORDADOS NOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 8.....	118
7.2.1	Caso particular no qual só se têm muros (Exemplo 2).....	118
7.2.2	Caso particular no qual só se têm pórticos (Exemplo 4).....	122
7.2.3	Caso particular no qual conta-se com pórticos e muros. Sendo possível ter além disso núcleos estruturais (Exemplo 7).	124
8	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	132
8.1	EXEMPLO 1. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR ME (1)	132
8.1.1	Especificações	133
8.1.2	Determinação dos coeficientes de rigidez <i>Jmn</i>	133
8.1.3	Propriedades Dinâmicas.....	135
8.1.4	Análise Sísmica.....	136
8.1.5	Cálculo dos deslocamentos	141
8.2	EXEMPLO 2. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR MUROS (1)	163
8.2.1	Especificações	163
8.2.2	Centro de massa do conjunto.....	163

8.2.3	Determinação da posição do centro de rigidezes	164
8.2.4	Determinação dos coeficientes de rigidez <i>Jmn</i>	165
8.2.5	Propriedades Dinâmicas	168
8.2.6.	Análise Sísmica	168
8.2.6	Solução do sistema de equações diferenciais.....	173
8.2.7	Cálculo dos deslocamentos	175
8.3	EXEMPLO 3. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR PÓRTICOS (1).....	207
8.3.1	Especificações	207
8.3.2	Determinação dos coeficientes de rigidez <i>sf</i>	208
8.3.3	Coefficientes <i>Smn</i>	213
8.3.4	Propriedades dinâmicas.....	214
8.3.5	Análise sísmica	214
8.3.6	Determinação das forças no topo e o carregamento distribuído segundo as normas; prévia da NEHRP-88, a UBC-85/97 e NBR-88 quando o carregamento acontece segundo x.....	215
8.3.7	Determinação dos deslocamentos originados pelo carregamento de $0.3 \cdot Fx$	217
8.3.8	Determinação das forças no topo e o carregamento distribuído segundo as normas; prévia da NEHRP-88, a UBC-85/97 e NBR-88 quando o carregamento acontece segundo x.....	225
8.4	EXEMPLO 4. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR PÓRTICOS (2).....	234
8.4.1	Especificações	234
8.4.2	Posição do centro de massa	235
8.4.3	Determinação dos coeficientes de rigidez <i>sfi</i>	235
8.4.4	Posição do centro de rigidezes	241
8.4.5	Coefficientes <i>Smn</i>	242
8.4.5	Propriedades dinâmicas.....	243
8.4.6	Análise sísmica	244
8.4.7	Determinação dos deslocamentos para a condição de carregamento consistente de $0.3 \cdot Fx$	247
8.4.8	Determinação dos deslocamentos para a condição de carregamento consistente em $1.0 \cdot Fy$	260
8.4.8.1	Deslocamento v.....	260
8.5	EXEMPLO 5. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO POR MUROS, PÓRTICOS E NÚCLEO ESTRUTURAL (1).....	266
8.5.1	Especificações.....	266
8.5.2	Determinação dos coeficientes de rigidez <i>Jmn</i>	267

8.5.3 Determinação dos coeficientes de rigidez S_{mn}	269
8.5.4 Análise sísmica	277
8.6 EXEMPLO 6. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO POR MUROS COM LINTÉIS E NÚCLEO ESTRUTURAL (2)	319
8.6.1 Especificações	319
8.6.2 Análise do NE	320
8.6.3 Análise Sísmica.....	326
9 CONCLUSÕES	338
ANEXOS	342
A1 EDIFÍCIO DE CORTANTE E SUA RELAÇÃO COM O MÉDIO CONTÍNUO.....	343
A1.1 CONCEITO DE EDIFÍCIO DE CORTANTE	343
A.1.1.1 Médio Contínuo	345
A2 DEFLEXÃO POR CISALHAMENTO	348
A2.1 DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS.....	349
A2.2 DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ TOTAL QUE LEVA EM CONSIDERAÇÃO DESLOCAMENTOS POR FLEXÃO E POR CISALHAMENTO	350
A3 PROCESSO DE DIAGONALIZAÇÃO DE DUAS MATRIZES SIMÉTRICAS NO CASO DO PROBLEMA DE ASSOCIAÇÃO SIMULTÂNEA DE PÓRTICO E MURO NO CASO ASSIMÉTRICO.....	352
A3.1 EXEMPLO: Tomado de Heading (1958) porém adotando a notação de matrizes J e S	353
A3.2 APLICAÇÃO NO PROBLEMA PARTICULAR MURO-PAREDE ASSIMÉTRICO.....	359
A4. TORÇÃO EM SEÇÕES ARBITRÁRIAS (TEORÍA DE SAINT VENANT)	361
A4.1 TORÇÃO DE EIXOS DE SEÇÃO NÃO CIRCULAR (Teoría de Saint Venant)	361
A5.2 ANALOGIA DA MEMBRANA.....	365
A5 PRINCÍPIOS DA DINÂMICA BASEADOS NA ENERGIA	372
A5.1 COORDENADAS GENERALIZADAS	372
A5.2 PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS.....	374
A5.3 PRINCÍPIO DE D'ALEMBERT	375
A6 MÉTODO DE RAYLEIGH PARA A DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO.....	377
A5.3 APLICAÇÃO NA DINÂMICA.....	380
REFERÊNCIAS.....	383

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Relação entre a construção de prédios de grande envergadura e crises econômicas na história [Disponível em http://www.economist.com/news/finance-and-economics/21647289-there-such-thing-skyscraper-curse-towers-babel Acesso em: 06/09/2015 adaptado].....	1
Figura 2. Esquematização da redução do cisalhamento na base com incrementos no amortecimento e a altura [Buyukozturk, 2004 adaptado].....	5
Figura 3. Terremoto de México 1985. [Journal ABC adaptado. Disponível em: < http://hemeroteca.abcdesevilla.es/detalle.stm >. Acesso em: 12/09/13].....	14
Figura 4. Posicionamento do hipocentro no interior da corteza terrestre.....	15
Figura 5. Coeficiente Sísmico vs tipo de solo e rigidez. [Paulay, 1992 adaptado]	17
Figura 6. (a) Solos em duas diferentes zonas de medição na Cidade do México. (b) Registros de movimento (Romo e Seed 1986) [Dobry, Vucetic 1987 adaptado].....	18
Figura 7. Espectro de acelerações em rocha e solo mole durante o sismo de LomaPrieta (1989). (a) Sismogramas registrados em duas estações. (b) Detalhe da amplificação nelas [Kramer 1996 adaptado].....	19
Figura 8. Liquefação dos solos no Terremoto de Niigata Japão 16 de Junho de 1964. [USGS U.S GEOLOGICAL SURVEY, Disponível em: < http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/events/1964_06_16.php >. Acesso em: 21/04/2013].....	23
Figura 9. Espectro sísmico de projeto. [NSR-10, 2010].	24
Figura 10. Espectro sísmico de projeto [NBR-88] adaptado [Disponível em http://www.lem.ep.usp.br/gpse/es13/NBR-Sismo.pdf Acesso em 21 Fevereiro de 2015].....	24
Figura 11. Placas Tectônicas. [El planeta Azul, Disponível em: < http://www.vestiprovas.com.br/questao.php?id=17986 Acesso em: 19/08/2013].....	25
Figura 12. Separação entre o território brasileiro e os vizinhos bordes de placa [Terremotos desde 1898. USGS. UC Berkeley 2012 adaptado. Disponível em < https://www.flickr.com/photos/idvsolutions/7439877658/sizes/o/in/photostream/ > acesso 11/11/2014].....	26
Figura 13. Mapa dos coeficientes F_a e das acelerações ag_s0 no território brasileiro [Disponível em: http://www.lem.ep.usp.br/gpse/es13/NBR-Sismo.pdf Acesso 28/05/2015].	28
Figura 14. Esquematização do processo de cálculo do período com a expressão requintada dada na (2.10). Destaque feito para os pesos a serem considerados em cada nível [Taranath, 2005 adaptado].....	32
Figura 15. Distribuição de acelerações e forças num prédio baixo (suposta uma elástica concordante com o primeiro modo de vibração) [Paulay, Priestley 1992 adaptado]	33
Figura 16. Forma alternativa força no topo e carregamento distribuído segundo UBC-85 [Paz 1991 adaptado].....	35
Figura 17. Esquemas para equivalencia estática. (a) Sistema de forças discretas originárias da metodologia da força horizontal equivalente e atuantes só nos diversos pavimentos. (b) Esquema contínuo (MC) com força no topo e carregamento distribuído na elevação.	37
Figura 18. Distribuição de cargas laterais proporcionais à rigidez. [Stamato, 1966 adaptado]	41

Figura 19. Planta andar tipo. [Paulay, 1992 adaptado]	42
Figura 20. Efeitos da torção devido à discrepância entre o centro de massas e rigidezes. a. Caso simétrico (cisalhamento direto), b. Caso assimétrico por causa da rigidez (cisalhamento com efeitos torcionais). [Disponível em: http://www.fema.gov/media-library-data/20130726-1556-20490-0102/fema454_chapter4.pdf adaptado. Acesso em 07/05/2015]	46
Figura 21. Esforços cortantes originários da torção.....	47
Figura 22. (a) Esquema da disposição dos centros de massa, rigidez e torção. (b) Deslocamento do centro de massa suposto como reta ortogonal à linha CR-CM. (c) Detalhe dos deslocamentos sofridos pelo CM segundo x e y devidos a torção.	50
Figura 23. Rotações provocadas pelos esforços cisalhantes de pavimento com respeito à origem 0 considerada como referência na metodologia contínua. Destaque para a rotação respeito do CT.....	51
Figura 24. (a) Elástica do muro. (b) Mudanças na inclinação da elástica com altura [Areiza, Kostem 1979 adaptado].....	54
Figura 25. Esforços internos e externos atuantes no ME. [Gomes, 1991].....	54
Figura 26. Eixos de flexão nos muros. a. Flexão respeito de y (carregamento segundo x). b. Flexão respeito de x (carregamento segundo y).	56
Figura 27. (a) Elástica do pórtico [Areiza, Kostem 1979 adaptado]. (b) Mudanças na inclinação da elástica (c) Elástica obtida num ensaio real feito em modelo à escala [Park, Paulay 1975].....	57
Figura 28. Diagrama esforços internos atuantes numa porção de pórtico. [Gomes 1991 adaptado]	58
Figura 29. Núcleo estrutural tipo [Stafford, Smith 1991].....	60
Figura 30. Seção que pode ser dividida em retângulos [Disponível em: http://www.steel-insdag.org/TeachingMaterial/Chapter17.pdf . Acesso em 2 de Abril de 2015].....	62
Figura 31. (a) Parede de seção aberta. (b). Decomposição segundo um sistema equivalente [Laier, 1984].....	62
Figura 32. Distribuição das tensões de cisalhamento na espessura da parede do perfil segundo a teoria de Saint Venant [Rekach, 1978].....	63
Figura 33. Esquema dos efeitos da flexotorção numa viga de aço feita em perfil W.	63
Figura 34. Painel geral.....	67
Figura 35. Efeito combinado Pórtico-Parede. [Areiza, Kostem 1979 adaptado]	68
Figura 36. Carregamento externo, esforços e painéis em alçada	69
Figura 37. Painéis em planta. [Stamato, 1972 adaptado]	70
Figura 38. Diagrama de corpo livre do andar genérico	70
Figura 39. (a) Explicação termos aw, f , bw, f da equação (4.26). (b) Explicação termos $\theta \cdot cw, f$ na equação (4.26)	71
Figura 40. Elástica para determinação do coeficiente de rigidez à cortante sf . a. Esquema nó B. b. Esquema esforços no nó [Laier,1978 adaptado]	76
Figura 41. Painel formado por três paredes unidas por lintéis	78
Figura 42. Detalhe do muro 1 (Forças e esforços).....	79
Figura 43. Detalhe do muro 2 (Forças e esforços).....	80
Figura 44. Detalhe do muro 3 (Forças e esforços).....	80
Figura 45. Deflexão no centro do lintel pela rotação do nó oriunda da flexão dos pilares [Stafford, Coull, 1991 adaptado].....	82

Figura 46. Deslocamento no centro do lintel por causa da flexão da laje [Stafford, Coull, 1991 adaptado].....	82
Figura 47. Esquemas pilares de borde. (a) Tramo cimentação-primeiro andar. (b) Tramo geral. (c) Tramo final do pilar.....	85
Figura 48. Esquemas pilares interiores. (a) Tramo cimentação-primeiro andar. (b) Tramo geral. (c) Tramo final do pilar.....	86
Figura 49. Espectros esperados para carregamento de vento e sismo [Laier, 1978 adaptado].....	90
Figura 50. (a) Muro e sistema de referência. (b) Diagrama de corpo livre para um elemento diferencial de muro.....	91
Figura 51. Primeiras três raízes da (6.17) [Hurty, Rubinstein 1967 adaptado]	95
Figura 52. Expressão proposta para o <i>aie</i> como função do <i>i</i>	97
Figura 53. (a) Pórtico e sistema de referência. (b) Diagrama de corpo livre elemento diferencial de comprimento <i>dz</i>	98
Figura 54. Diagrama corpo livre elemento diferencial de comprimento <i>dz</i> do sistema muro-pórtico.....	101
Figura 55. Relação λ_1 vs λ	106
Figura 56. Exemplo para sistema resistente a carregamento lateral ME só	109
Figura 57. Seção do pórtico sob carregamento lateral geral.....	112
Figura 58. (a) Distribuição de carregamento lateral no sistema pórtico-muro. (b) Seção à <i>z</i> do nível de referência.	114
Figura 59. Planta primeiro exemplo (Laier, 1978).....	133
Figura 60. Espectro sísmico empregado em todos os exemplos desse capítulo.	137
Figura 61. Determinação da terceira componente do vetor a, b, c	140
Figura 62. Possíveis atuações do carregamento sísmico E. (a) 100% do sismo segundo <i>y</i> acrescentando um 30% do sismo segundo <i>x</i> . (b) 30% do sismo segundo <i>y</i> e acrescentando 100% do sismo segundo <i>x</i> . [Meli, Bazán 1992 adaptado].....	140
Figura 63. Comparação dos deslocamentos devidos ao carregamento de $0.3 \cdot F_x$ segundo 3 normativas para o primeiro exemplo.	146
Figura 64. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo <i>x</i> no exemplo 1.	147
Figura 65. Momento no segundo grupo de muros em flexão com respeito ao eixo <i>y</i> no exemplo 1	148
Figura 66. Esforço de cisalhamento nos muros 3 e 4 originários do deslocamento <i>u</i>	150
Figura 67. Comparação dos deslocamentos devidos ao carregamento de $1.0 \cdot F_y$ segundo 3 normativas.....	155
Figura 68. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo <i>y</i> no exemplo 1.	156
Figura 69. Momentos no primeiro grupo de muros originados por um deslocamento <i>v</i>	158
Figura 70. Momentos no terceiro grupo de muros originados por um deslocamento <i>v</i>	159
Figura 71. Esforços de cisalhamento nos muros 1 e 2 originários do deslocamento <i>v</i>	161
Figura 72. Esforços de cisalhamento nos muros 5 e 6 originários do deslocamento <i>v</i>	162
Figura 73. Edifício exemplo 2	163
Figura 74. Posição dos centro de massas e rigidez para o edifício do exemplo 2.....	165
Figura 75. Comparação dos deslocamentos devidos ao carregamento de $0.3F_x$ segundo 3 normativas para o segundo exemplo.	177

Figura 76. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo x no exemplo 2.	178
Figura 77. Momento no segundo grupo de muros em flexão com respeito ao eixo y no exemplo 2.	180
Figura 78. Esforços de cisalhamento nos muros 3 e 4 originários do deslocamento u	181
Figura 79. Funções da rotação com respeito ao centro de torção (CT) do pavimento originadas pelo carregamento de $0.3 \cdot Fx$	187
Figura 80. Comparação deslocamentos segundo y por causa do carregamento $1.0Fy$	193
Figura 81. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo y no exemplo 2.	194
Figura 82. Momento no primeiro grupo de muros em flexão com respeito ao eixo x no exemplo 2.	196
Figura 83. Momento no terceiro grupo de muros em flexão com respeito ao eixo x no exemplo 2.	198
Figura 84. Diagrama de esforços cisalhantes para os muros 1,2 quando deslocados segundo y	199
Figura 85. Diagrama de esforços cisalhantes para os muros 5,6 quando deslocados segundo y	200
Figura 86. Funções da rotação com respeito ao centro de torção (CT) do pavimento originado pelo carregamento de $1.0 \cdot Fy$	203
Figura 87. Edifício simétrico constituído por esqueleto de pórticos só	207
Figura 88. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo y	209
Figura 89. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo y	210
Figura 90. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo x	211
Figura 91. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo x	212
Figura 92. Comparação dos deslocamentos segundo x devidos ao carregamento de $0.3 \cdot Fx$ segundo 3 normativas para o terceiro exemplo.	219
Figura 93. Elementos considerados para análise segundo o eixo x no terceiro exemplo.	219
Figura 94. Comparação dos esforços de cisalhamento originários do carregamento de $0.3 \cdot Fx$ no caso do terceiro exemplo.	222
Figura 95. Comparação dos momentos fletores originários do carregamento de $0.3 \cdot Fx$ no caso do terceiro exemplo.	224
Figura 96. Comparação dos deslocamentos segundo y devidos ao carregamento de $1.0 \cdot Fy$ segundo 3 normativas para o terceiro exemplo.	228
Figura 97. Elementos a serem considerados na análise quando o carregamento fica contido no eixo y para o caso do terceiro exemplo.	229
Figura 98. Comparação dos esforços de cisalhamento originários do carregamento de $1.0Fy$ no caso do terceiro exemplo.	230
Figura 99. Comparação dos momentos fletores originários do carregamento de $1.0Fy$ no caso do terceiro exemplo.	232
Figura 100. Planta edifício exemplo 4 [Laier, 1978 adaptado]	234

Figura 101. Detalhe dos pilares que formam o grupo I segundo y quando analisado o edifício do exemplo 4.....	237
Figura 102. Detalhe dos pilares que formam o grupo II segundo y quando analisado o edifício do exemplo 4.....	238
Figura 103. Detalhe dos pilares que formam o grupo I segundo x quando analisado o edifício do exemplo 4.....	239
Figura 104. Detalhe dos pilares que formam o grupo II segundo x quando analisado o edifício do exemplo 4.....	240
Figura 105. Comparação dos deslocamentos segundo o eixo x no caso do edifício do exemplo 4 quando atua uma força de $0.3F_x$	249
Figura 106. Comparação dos momentos segundo o eixo y no caso do edifício do exemplo 4 quando atua uma força de $0.3F_x$	252
Figura 107. Esforços cisalhantes atuantes no edifício do exemplo 4 quando ocorre um deslocamento de $0.3F_x$	253
Figura 108. Comparativa das rotações com respeito ao CT oriundas da torção vinda do carregamento de $0.3 \cdot F_x$ no caso do exemplo 4.....	257
Figura 109. Comparação dos deslocamentos segundo o eixo y quando atua uma força de $1.0F_y$ no caso do edifício do exemplo 4.....	261
Figura 110. Comparação dos momentos fletores com respeito ao eixo x quando acontece um deslocamento segundo y e originários de um carregamento $1.0F_y$ no edifício do exemplo 4 quando aplicadas três normas.....	263
Figura 111. Comparação esforços cisalhantes decorrentes da aplicação de uma carga de $1.0F_y$ no caso do edifício do exemplo 4.....	265
Figura 112. Edifício apresentando todos os painéis [Laier, 1978 adaptado].....	266
Figura 113. Pilares pertencentes ao Grupo I para os dois sentidos de análise para o edifício considerado no exemplo 5.....	269
Figura 114. Pilares pertencentes ao Grupo II para o sentido y de análise para o edifício considerado no exemplo 5.....	270
Figura 115. Pilares pertencentes ao Grupo I para o sentido x de análise para o edifício considerado no exemplo 5.....	271
Figura 116. Pilares pertencentes ao Grupo II para o sentido x de análise para o edifício considerado no exemplo 5.....	272
Figura 117. Comparação dos deslocamentos originados pela aplicação do carregamento de 30% do sismo segundo x no edifício do exemplo 5.....	285
Figura 118. Elementos resistentes segundo x para um deslocamento originário de um carregamento lateral contido no sentido das x no caso do exemplo 5.....	286
Figura 119. Comparação momentos fletores respeito do eixo y quando atua um carregamento de $0.3F_x$ na estrutura do edifício do exemplo 5.....	288
Figura 120. Comparação dos esforços cisalhantes atuantes segundo x nos pórticos do edifício do exemplo 5 quando acontece um carregamento de $0.3F_x$	290
Figura 121. Comparativa dos deslocamentos rotacionais atrelados com o carregamento de $0.3F_x$ no caso do edifício do exemplo 5.....	296
Figura 122. Momentos de torção atuantes no edifício do exemplo 5 quando atua uma carga lateral de $0.3F_x$	298
Figura 123. Comparativa dos deslocamentos segundo y quando atua uma carga de $1.0F_y$ no edifício do exemplo 5.....	305

Figura 124. Comparativa dos esforços cisalhantes nos pórticos no edifício do quinto exemplo quando atua um carregamento de $1.0F_y$	308
Figura 125. Momentos fletores atuantes com respeito ao eixo x no edifício do exemplo 5 decorrentes do deslocamento originado pelo carregamento $1.0F_y$	309
Figura 126. Comparativa dos deslocamentos de rotação com respeito à origem decorrentes da aplicação de um carregamento de $1.0F_y$ no edifício do exemplo 5.	314
Figura 127. Comparativa dos torques atuantes no edifício do exemplo 5 quando atua um carregamento de $1.0F_y$	319
Figura 128. Planta edifício exemplo 6.....	319
Figura 129. Geometria NE para o edifício do exemplo 6.....	320
Figura 130. Divisão seção transversal NE para determinação do centroide e momentos de inércia.....	321
Figura 131. Detalhe de uma seção pela associação muros-lintel no caso particular do sexto exemplo.....	324
Figura 132. Equivalência estática entre os dois problemas (a) Contínuo. (b) Discreto. Caso particular de força zero no topo.....	328
Figura 133. Deslocamentos em y oriundos de um carregamento de $1.0F_y$ quando analisado o edifício do exemplo 6.....	330
Figura 134. Esforços cisalhantes no grupo formado por dois muros conectados com lintel para o edifício do exemplo 6.....	333
Figura 135. Diagrama de momentos atuantes em quaisquer um dos doze muros no edifício do exemplo 6.....	335
Figura 136. Esforços de cisalhamento em qualquer um dos muros quando o carregamento está orientado segundo y no caso do edifício do exemplo 6.....	337
Figura 137. Esforços de interação entre parede e pórtico. [Stamato, 1972 adaptado].....	338
Figura 138. Comparativa das forças sísmicas distribuídas em altura nos casos $k = 1$ e $k = 2$	339
Figura 139. Comparativa dos esforços de cisalhamento originários de sismo cumulados no mesmo prédio para os casos em que $k = 1$ e $k = 2$	339
Figura 140. a. Modelo de edifício de corte. b. Forças atuantes no andar genérico. [Rogers, 1959 adaptado].....	343
Figura 141. (a) Modelo de um edifício com duas massas concentradas nos andares onde a laje não é infinitamente rígida no seu plano. (b) Modelo de um edifício de dois andares com duas massas concentradas nos andares onde a laje é suposta como infinitamente rígida no seu plano.....	344
Figura 142. Detalhe das inércias laje geral e laje do topo.....	347
Figura 143. Elástica viga engastada em grandes paredes [Englekirk,2003].....	347
Figura 144. Comparativo das deflexões devidas a flexão e esforço cisalhante [Disponível em http://pt.scribd.com/doc/252487311/Blodgett-2-6-Shear-Deflection-of-Beams#scribd adaptado. Acesso em 10 Junho 2015].....	348
Figura 145. Resultados da análise de deslocamento para viga em balanço contrastando deslocamentos atrelados à flexão e cisalhamento [Disponível em http://pt.scribd.com/doc/252487311/Blodgett-2-6-Shear-Deflection-of-Beams#scribd adaptada Acesso. 10 Junho 2015].....	348
Figura 146. (a) Viga em balanço suposta fatiada. (b). Análise de duas delas.....	349
Figura 147. Forças e esforços atuantes num andar tipo.....	351

Figura 148. Empenamento [Beer et al. 2012 adaptado]	361
Figura 149. Deslocamentos lineares associados com torção [Boresi, Sidebottom 1985 adaptado]	362
Figura 150. Esquema membrana vistas em planta e lateral [Boresi et al. adaptado]	365
Figura 151. a. Barra elementar de seção retangular sujeita a torção. b. Membrana atrelada à seção $b \times t$. [Galambos 1968 adaptado].....	367
Figura 152. Diagrama de corpo livre da membrana [Galambos 1968].....	367
Figura 154. Explicação do conceito de coordenadas generalizadas. (a) Caso geral de definição dos deslocamentos ou graus de liberdade. (b) Primeira coordenada generalizada, deslocamento horizontal concomitante com o grau de liberdade 1 ou 2 . (b) Caso de segunda coordenada generalizada, rotação no nó segundo o grau de liberdade 5. (c) Caso de terceira coordenada generalizada, rotação no nó segundo o grau de liberdade 6. [Huty-Rubinstein, 1967].....	372
Figura 155. Sistema massa-mola. Paz 1991	377
Figura 156. Análise de Energia no pêndulo simples [Disponível em http://paginaspersonales.deusto.es/airibar/Fonetica/Apuntes/03.html . Acesso 19 Abril 2014 adaptado]	380
Figura 157. Viga em balanço.....	380

NOTAÇÃO

a_g : Resultado da aplicação da aceleração espectral S_a à aceleração da gravidade g . É um valor esperado da aceleração no solo em determinada região quando aconteça o abalo sísmico.

A, B, C, D, E, K_1, K_2 : Constantes originárias da integração das equações diferenciais.

A_a : Coeficiente de aceleração pico efetiva.

A_v : Coeficiente de velocidade pico efetiva.

A_{wi} : Área muro i .

a_{wi} : Cosseno do ângulo formado pelo plano do muro i e a horizontal ou eixo x .

a : Cosseno do ângulo formado pela linha de ação do carregamento com a horizontal.

α : No capítulo 4 é apresentado com propósito dobrado. Às vezes é o ângulo formado entre a vertical e a linha entre o CT e o elemento “j”. No decorrer do capítulo muda para o ângulo conformado entre a linha do $CR - CM$ e a horizontal.

β : Fator de seção transversal de emprego no caso de deslocamentos por cisalhamento.

b_{wi} : Cosseno do ângulo formado pelo plano da parede i e a vertical ou eixo y .

b : Cosseno do ângulo formado pela linha de ação do carregamento com a vertical.

C : Constante final no processo de diagonalização do problema de edifício feito com muros.

ch : Cosseno hiperbólico

CM : Centro de Massa do pavimento.

CR : Centro de Rigidez do pavimento.

CP : Carga permanente

CT : Centro de torção do pavimento.

C_r : Coeficiente sísmico de proporcionalidade.

C_s : Coeficiente de resposta sísmica.

C_{vi} : Quinhão do cortante basal para ser aplicado horizontalmente sobre a estrutura no nível “ i ”.

c_{wi} : Distância horizontal entre a origem de coordenadas O e o plano da parede i (L).

c : Distância horizontal entre a origem de coordenadas e o plano do elemento (muro ou pórtico) [m].

c' : Coesão no caso drenado ou efetivo $\left(\frac{F}{L^2}\right)$.

δ_i : Deslocamentos associados no nível i sob um sistema de forças f_i .

Δ : Arco gerado pelo r quando o elemento “ j ” sofre um pequeno deslocamento e é suposto como uma linha reta.

Δ_x : Projeção da linha que conecta os pontos iniciais e finais do arco Δ com respeito ao eixo x .

Δ_y : Projeção da linha que conecta os pontos iniciais e finais do arco Δ com respeito ao eixo y .

e : Distância entre o CR e o CM .

e_i : i -ésimo autovalor. Nome vindo do inglês eigenvalue.

\vec{e}_i : Autovetor atrelado ao autovalor e_i . Nome vindo do inglês eigenvector.

e_{ax} : Excentricidade acidental segundo x .

e_{ay} : Excentricidade acidental segundo y .

e_{Tx} : Excentricidade total segundo x .

e_{Ty} : Excentricidade total segundo y .

E_w : Módulo elástico em flexão para o material da parede.

F_a : Fator de amplificação no solo para período de 0s. Na ABNT15421-2006 é chamado de C_a . Também, pode ser a força sísmica atuante no centro de massa CM .

F_f : Força lateral atuante no topo e resistida pelo pórtico.

f_i : Forças laterais no nível i . Segundo a (4.7).

F_r : Força sísmica resistida no centro de rigidezes CR .

F_T : Força no topo. Geralmente oriunda da aplicação de alguma normativa.

F_T^{MC} : Força concentrada no topo do prédio para ser empregada nas expressões de deslocamento e esforços no médio contínuo.

F_v : Fator de amplificação no solo para período de 1s. Na ABNT15421-2006 é chamado de C_v .

F_w : Força lateral atuante no topo e resistida pelo muro.

G_f : Módulo elástico de cisalhamento para o material do pórtico.

G_s : Módulo de cisalhamento para o solo.

H : Altura do topo, medido desde o térreo em m .

h_i : Altura do andar i medida desde o térreo.

h_{pd} : Altura do pé direito de andar (m)

h_{wi} : Altura do muro i medida desde o térreo.

H_s : Espessor do estrato de solo.

i : Contador para número de muros, pórticos ou também para número de pavimentos. Alias, número de constantes em expressões de deslocamentos e esforços.

I_w : Momento de inercia da seção transversal da parede respeito do eixo de flexão.

$|J|$: Matriz de rigidez para o painel parede.

J_{mm} : Componente da matriz $|J|$ que têm como característica importante que se acha na diagonal principal.

J_{mn} : Componente da matriz $|J|$ que fica em qualquer uma posição no interior dela. Podendo se apresentar o caso particular onde $m = n$ e então $J_{mn} = J_{mm}$.

J_{mmd} : Componente da diagonal principal na matriz $|J|$ quando diagonalizada através do processo de autovalores e autovetores generalizado.

j_w : Propriedade da seção submetida a flexão conhecida como rigidez à flexão.

K_{eq}^x : Rigidez total do andar segundo x .

K_{eq}^y : Rigidez total do andar segundo y .

K_{ti} : Constante para a determinação dos momentos de torção em problemas de muro e pórtico atuando simultaneamente. Nesse caso, $i = 1,2,3,4$.

K_{vi} : Constante para a determinação dos esforços cisalhantes em problemas de muro e pórtico atuando simultaneamente. Nesse caso, $i = 1,2,3,4$.

K_{xi} : Rigidez segundo x do pórtico i .

K_{yi} : Rigidez segundo y do pórtico i .

l_{wi} : Comprimento em metros do muro estrutural i medido no térreo e na direção de estudo.

l : raiz da equação característica associada a uma equação diferencial.

\bar{m} : Massa por unidade de comprimento.

m : variável adimensional.

n : variável adimensional.

m_i : Massa concentrada em cada nível i .

M_{wi} : Momento de flexão ao interior do muro i .

V_{wi} : Força cortante ao interior do muro i .

p_w : Força lateral distribuída atuante no muro.

M_t : Momento de torção.

M_f : Momento de flexão ao interior do pórtico.

n_{pe} : Número de pilares exteriores para um pórtico.

n_{pi} : Número de pilares interiores para um pórtico.

N_w : Número total de painéis muro que chegam ao diafragma e na direção de estudo

N_f : Número total de painéis pórtico que chegam ao diafragma objeto de estudo.

N_{ne} : Número total de núcleos estruturais que possui o sistema em análise.

\bar{N} : Número de golpes obtidos no ensaio de SPT.

V_f : Esforço de cisalhamento ao interior do pórtico.

p_f : Força lateral distribuída atuante no pórtico.

r : Distância compreendida entre o CT e o elemento “ j ”. A rigor, deveria ser nomeado como r_j .

R : Fator de ductilidade ou fator de rigidez lateral para pórticos.

R_{pe} : Fator R de rigidez lateral para um pilar exterior.

R_{pi} : Fator R de rigidez lateral para um pilar exterior.

$R_{pórtico}$: Fator R de rigidez lateral para um pórtico conformado por n_{pe} e n_{pi} .

ρ : Fator que define uma das direções de atuação do carregamento $p(z)$.

ρ^d : Fator definindo umas “direções” logo depois de aplicar o processo de diagonalização no problema geral muro-pórtico.

φ : Ângulo de rotação da laje.

ϕ' : Ângulo de atrito entre partículas de solo sob a condição drenada ou efetiva em graus.

$|S|$: Matriz de rigidez no caso de cisalhamento para o painel pórtico.

S_a : Aceleração espectral (Figura 2) correspondente para o respectivo T , expressa como porcentagem de g .

s_f : Propriedade de rigidez dos pórticos feitos com pilares e vigas.

s_g : Propriedade de rigidez dos pórticos feitos de muros conectados com lintéis.

sh : Seno hiperbólico

S_{mm} : Componente da matriz $|S|$ que têm como característica que fica na diagonal principal.

S_{mn} : Componente da matriz $|S|$ que fica em qualquer uma posição no interior dela. Podendo se apresentar o caso particular onde $m = n$ e então $S_{mn} = S_{mm}$.

S_{mm}^d : Componente da diagonal principal na matriz $|S|$ quando diagonalizada através do processo de autovalor e autovetor generalizado.

σ' : Tensão efetiva vertical $\left(\frac{F}{L^2}\right)$.

σ : Tensão geostática vertical $\left(\frac{F}{L^2}\right)$.

$|T|$: Matriz de transformação que cumpre a função de diagonalizar de maneira simultânea as matrizes $|J|$ e $|S|$.

T_{i1}, T_{i2}, T_{i3} : Colunas 1, 2, 3 da matriz de transformação $|T|$.

t_m : Momento de torção distribuído atuante nos muros.

T_m : Torque concentrado suportado pelo núcleo estrutural.

T_{tn} : Torque total no núcleo estrutural.

T : Período de oscilação do edifício em s .

$|T|$: Matriz de transformação no caso assimétrico muro-pórtico.

$|T|^T$: Matriz de transformação transposta.

T_a : Período aproximado de oscilação do edifício em s .

μ : Pressão na água nos poros do solo sob suposto de solo saturado $\left(\frac{F}{L^2}\right)$.

$[U]$: Vetor de deslocamentos gerais (lineares e angulares).

$[U_T]$: Vetor de deslocamentos transformados gerais (lineares e angulares) vindos da pré-multiplicação do vetor deslocamento original pelas matrizes $|T|^T \cdot |S|$ quando é resolvido o caso assimétrico muro-pórtico.

u : Elástica vinculada com deslocamentos segundo o eixo x .

u_T : Componente de deslocamento segundo x originária do vetor de deslocamentos transformado.

u_t : Componente de deslocamento segundo x por causa da torção.

v : Elástica vinculada com deslocamentos segundo o eixo y .

v_t : Deslocamento segundo y por causa da torção da laje.

v_T : Componente de deslocamento segundo y originária do vetor de deslocamentos transformado.

V_i : Cortante de andar “ i ”.

V_B : Cortante basal.

\bar{v}_s : Velocidade de propagação média das ondas “ s ” ou de cisalhamento.

V_{andar}^k : Esforço de cisalhamento de andar ou piso e definido de modo cumulativo do topo para baixo.

V_{xjt} : Esforços de cisalhamento segundo x atuantes no elemento “ j ”.

V_{yjt} : Esforços de cisalhamento segundo y atuantes no elemento “ j ”.

W : Peso total do edifício.

W_i : Peso concentrado no nível i do edifício.

x : Eixo x .

x_{CM} : Coordenada x do centro de massa da laje.

x_{CR} : Coordenada x do centro de massa da laje.

y : Eixo y .

y_{CM} : Coordenada y do centro de massa da laje.

y_{CR} : Coordenada y do centro de massa da laje.

z : Eixo z que sempre fica dirigido ao longo da estrutura.

1 INTRODUÇÃO

O inegável crescimento dos grandes núcleos urbanos fez com que os espaços disponíveis para moradia ou para centros de negócios ficassem esgotados. Assim foi inevitável o surgimento de estruturas de maior envergadura. Em certo sentido os edifícios altos fazem sonhar as pessoas com a ideia de ir além das próprias possibilidades. Ainda desde tempos imemoráveis o homem desejava construir estruturas tais como a Torre de Babel referida na Bíblia nos seguintes termos: “E disseram: Eis que edificuemo-nos uma cidade e uma torre cujo cume toque nos céus...” Gênesis: 11,4.

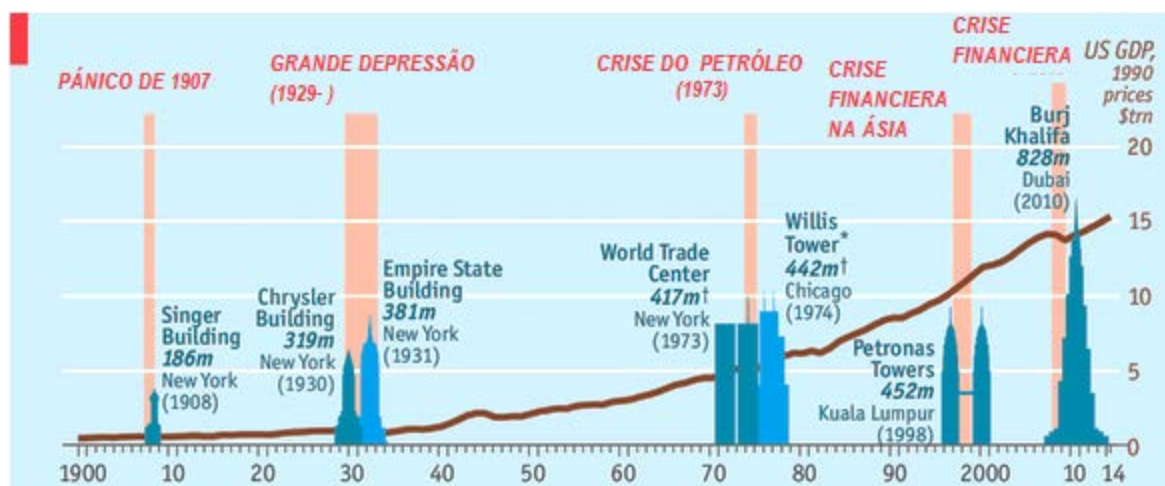


Figura 1. Relação entre a construção de prédios de grande envergadura e crises econômicas na história [Disponível em <http://www.economist.com/news/finance-and-economics/21647289-there-such-thing-skyscraper-curse-towers-babel> Acesso em: 06/09/2015 adaptado]

Hoje os edifícios elevados sinalizam prosperidade de um país ou uma região. Quem duvidaria do poderio econômico de Nova York no mundo todo ou de São Paulo na América Latina. Segundo Schulz e Simmons [1956] eles levam aos estranhos a acreditar na cidade. Seu livro “escritórios nos céus [1959]” analisam o crescimento de grandes centros urbanos como Chicago e Nova Iorque desde uma perspectiva econômica. Contudo, também são vinculados com aspectos tão diametralmente opostos como a decadência econômica porque seu auge parece ser detonante de grandes crises no ambiente financeiro mundial (Figura 1). Uma amostra disso é a grande depressão de Outubro de 1929. De fato, um banqueiro Andrew Lawrence

em 1999 introduz um conceito chamado de índice de arranha céus que mostra a coincidência entre a construção de prédios elevados com o início de épocas de crise económica.

Segundo um artigo de “O Estado de São Paulo”, muitas vezes as justificativas que levam aos investidores a arriscar recursos em tais projetos são baseadas só na vaidade. Ainda aquele que viria ser candidato presidencial dos Estados Unidos de América, Donald Trump afirmou em 1998 como justificativa para a construção de sua Torre Trump uma frase muito simples desprovida de bom senso financeiro “Eu acho que NY deve ter o maior prédio do mundo”. Nesse cenário dificilmente serão feitas avaliações técnicas sérias.

Um edifício que ganha altura precisa de sistemas especiais que garantam sua rigidez lateral contra carregamentos dinâmicos, um sistema apropriado de fundação e sistemas especiais de elevadores e de refrigeração (ar condicionado). A inversão inicial é grande e o retorno depende do uso que potenciais clientes enxerguem para terem um escritório em aqueles espaços alocados nos diversos andares ou nos pisos mais elevados que oferecem uma maravilhosa vista da cidade a um custo muito elevado. Nem sempre isso acontece. E por sua vez é corriqueiro que se tenham perdas de dinheiro em projetos dessa envergadura. Uma prova disso é o que está acontecendo hoje com o edifício Costanera Center ubicado em Santiago de Chile que segundo diário O Espectador [2015] é o edifício mais elevado na América Latina com 64 pavimentos está com seus escritórios desocupados devido à superavaliação pelas melhoras que apresentou o prédio no decorrer do processo construtivo e que alastraram sobrecustos. Algo semelhante ao acontecido com o Empire State Building construído em pleno início de recessão e que fora apelidado como “Empty State Building” segundo o Insider Pro que no fundo é uma tradução do artigo de The Economist.

No ano de 1920, o economista William Clark e o arquiteto John Kingston na sua publicação sobre arranha-céus divulgaram que a altura ótima para conseguir maximizar os lucros ganhos pelo um arranha-céu desplantado na localidade de Midtown em Manhattan era de 63 andares [O ESTADÃO, 2015]. Pesquisas posteriores

deverão dar luz sobre a veracidade ou não na atualidade de aquele número de pavimentos. De fato, naquela data e segundo a (Figura 1) esse era mais ou menos o número frequente de pavimentos máximos de que se tinha notícia. O periódico faz uma afirmação aventureira de que hoje esse número não há de haver sofrido mudanças.

Ali e Kodmany [2012] mencionam várias dificuldades ligadas aos edifícios elevados. Por exemplo, apontam que neles só o 70% da área útil é empregada efetivamente enquanto que num edifício convencional essa percentagem sobe para 80%. Isso é devido à necessidade de colunas maiores, os núcleos estruturais para elevadores e a presença de escadas, dutos de ventilação, etc... . Acrescenta-se também que os custos derivados do processo construtivo são muito grandes além dos custos operacionais segundo os mesmos autores afirmam. Tudo isso só no sentido econômico. Eles insistem em que há também custos por exemplo, ambientais. Porque os prédios elevados atuam como uma barreira para o livre movimento do vento e geram zonas de escuridão nas cidades dificultando o trânsito de pedestres. No entanto, é importante destacar que podem chegar a ser amigáveis com o médio ambiente quando o projeto está vinculado com a geração de sua energia com sistemas que aproveitam o fluxo do vento ou sistemas que produzam energia a partir do sol através de painéis solares e células fotovoltaicas.

Mudando de assunto e na tentativa de dar uma definição. No ano de 1980 o CTBUH (Council on Tall Buildings and Urban Habitat) sustentava que nove pavimentos era o limite inferior para se falar de edifício alto, idéia partilhada pelo CCC (Cork City Council) da Irlanda que põe como limite inferior 10 andares. Kodmany [2012] afirma que na Alemanha são definidos os edifícios altos como aqueles que ultrapassam 22m ou 72ft, limite que resulta da consideração das escadas empregadas pelos bombeiros (Ross, 2004). O LCC (Leicester City Council) define edifício alto como aquele de alturas maiores a 20m, um prédio de qualquer altura que seja muito diferente aos outros edifícios vizinhos ou aquele que gere grande impacto no horizonte da cidade. Contrastam essas ideias com aquela vinda dos até então soviéticos Murashev, Sigalov e Baikov [1968] na qual definiram o número de pisos em 20 ou mais como critério para se classificar um prédio de “arranha céus”. Uma definição mais geral é aquela dada pelos [STAFFORD e COULL, 1991] na qual

apontam que não há certeza de quantos pavimentos são necessários para se falar de edifício alto porque isso fica relacionado com o período histórico no qual se enquadra a estrutura, além do tipo de edificações presentes na cidade onde ficará o prédio. Isso é conhecido como entorno. Ellis [2004] coloca que para a ASHRAE (American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers) um edifício alto é aquele de mais de 91m. O [CTBUH, 2004] define edifício alto como aquele que devido à sua altura cria condições diferentes no projeto, construção e uso às existentes em edifícios comuns numa certa região. E no ano de 2011, o mesmo CTBUH fez uma definição baseada em três aspectos. 1. O contexto, 2. Proporções ou esbeltez e 3. Tecnologias atreladas a sua altura. A primeira idéia faz com que a definição seja temporal porque depende da época em que esse edifício fora classificado podendo ser ultrapassado no futuro. O segundo critério significa que a relação de número de andares a sua área pode fazer que um edifício menor embora muito comprido ou com muita superfície fique classificado como alto. O terceiro critério define por ejemplo que um edifício alto precisa de um sistema especial para resistir carregamentos laterais. A mesma normativa classifica prédios que superam os 300m de altura chamá-ndoles de superedifícios altos e ultraedifícios altos.

Um edifício alto será bem ou mal enxergado pela comunidade dependendo de que é convencional para ela. Se foi costumeiro morar sempre em edifícios de mediana e pequena envergadura provavelmente a presença de um novo projeto que esteja saindo dos seus parâmetros não consiga empatia [ALI, KODMANY 2012].

Taranath [1988] fala de que existe um pouco de mistério envolvido no projeto de estruturas de edifício alto, provavelmente pelos enormes desafios que demanda. Em 2012 Rahman, Fancy, e Bobby disseram que do ponto de vista estrutural um edifício alto pode ser definido como qualquer um que devido às dimensões em elevação passa a ser muito sensível aos carregamentos laterais sendo da mesma opinião os Taranath [1988] e [LAM et al 2009] quando mencionam a complexidade do comportamento desse tipo de estruturas de face com carregamentos horizontais decorrentes dos efeitos naturais.

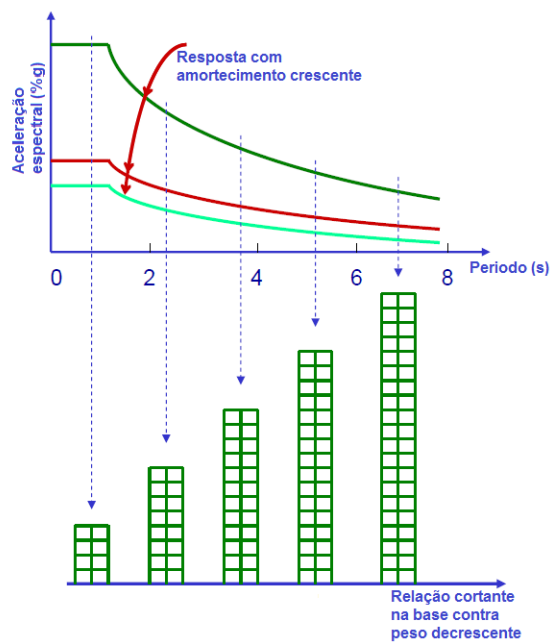


Figura 2. Esquematização da redução do cisalhamento na base com incrementos no amortecimento e a altura [Buyukozturk, 2004 adaptado]

A aceleração espectral (Figura 2) tem sido representada como S_a e é definida como uma porcentagem da aceleração da gravidade atuando no nível do terreno segundo uma direção horizontal e que tem um vínculo estreito com o período de vibração.

São esperadas duas coisas em qualquer edifício alto. Um período de oscilação longo e baixos níveis de carga lateral devido à sua falta de rigidez (Figura 2). Essa condição é devida a uma relação altura/comprimento ou altura/largura (a maior das duas) muito elevada.

O fato de que o carregamento seja reduzido é conveniente. Contudo, podem acontecer grandes deslocamentos laterais nos edifícios altos como resultado da falta de rigidez, e esse fato constitui uma grave “patologia” nas estruturas elevadas.

Em vista de que o período é uma variável importante na análise das estruturas de edifício alto, existem várias propostas para a estimativa desse parâmetro. Garduño e Monroy [2009] reconhecem que uma forma pouco requintada em sistemas estruturais de concreto ou de aço é supor ele como aproximadamente um 10% do número de andares N , ainda que talvez os primeiros em falar sobre essa aproximação fossem os Housner e Brady (1963). Não obstante a ASCE [2002] adverte que esta expressão pode ser empregada quando as estruturas não ultrapassam os 12 pavimentos, sendo aplicável só para sistemas cujo esqueleto seja formado por pórticos de aço e concreto e com pé direito de andar inferior à 3m.

Taranath [2005] coloca que, para estruturas de edifício em aço, um valor aproximado para o período T_1 (o período associado com a frequência natural) é avaliado como o 15% do número de pisos, e que os períodos para os segundo e terceiro modos são da ordem dos 33% de T_1 e 20% de T_1 . Paulay e Priestley [1992] põem que alternativamente pode-se usar como período fundamental de vibração dos edifícios de concreto reforçado um valor compreendido entre 8% e 13% do número de pisos. Sendo este intervalo reduzido para edificações de alvenaria estrutural, onde os quinhões abrangem rangos entre 6% e 9%. Çelebi [2000] assinala que em edifícios resulta frequente que os períodos estejam na faixa de 5% até 15% da elevação dependendo da rigidez da estrutura. Entendendo que maiores períodos são sinal de baixa rigidez. O mesmo autor enfatiza ainda que as dimensões do prédio altura, comprimento e largura apresentam relação. E de modo geral, de acordo com Paulay e Priestley, os valores dos períodos assim achados são menores do que os valores reais com os quais os carregamentos dinâmicos resultam maiores; estando por tanto esta estimativa do lado da segurança (Figura 2). Entretanto, Paz [1991] reconhece que a expressão que define o período fundamental como um 10% do número de andares é empírica e pode ser usada para fazer estimativas do período de vibração de estruturas dúcteis com sistema de resistência sísmica consistente de pórtico. No capítulo 6 é voltada a atenção nesse tópico atingindo um dos objetivos do presente trabalho que é desenvolver algumas expressões gerais que dispensariam o emprego de tabelas na avaliação de períodos de vibração de sistemas estruturais de muros e de sistemas combinados.

Quando se fala de edifício alto também é importante levar-se em consideração o fato de que o fogo pode converter eles em armadilhas. Exemplos há muitos. O edifício Andraus com 27 pisos na zona central de São Paulo foi completamente consumido pelas chamas o dia 24 de Fevereiro de 1972 deixando 16 mortos e 300 feridos. A folha de São Paulo diria no dia seguinte à fatalidade que a salvação veio dos céus, porque para a época era a primeira estrutura desse tipo com heliporto no seu topo. O Edifício Avianca que naquele momento era o maior edifício da cidade de Bogotá teve alguns de seus andares consumidos pelo fogo no dia 23 de Julho de 1973. Houve 4 vítimas fatais e 63 feridos. De novo o resgate foi feito através de helicópteros que conseguiram socorrer o pessoal dos andares superiores, assim como aconteceu no Andraus. Aqueles casos parecem insignificantes ao lado do

acontecido na sexta 1 de Fevereiro de 1974 no edifício Joelma, hoje Torre da Praça no centro da cidade de São Paulo, que fora atingido pelas chamas. De um total de 478 vítimas, 188 foram mortos. Historicamente falando é uma das maiores tragédias vindas do fogo em prédio algum no mundo inteiro, excedida só pela sucedida na terça 11 de Setembro de 2001 no WTC (World Trade Center) na cidade de Nova Iorque. Com essa ideia na mente é importante salientar o quão importante é que qualquer edifício alto tenha um estudo da problemática de incêndio como parte integrante de seu projeto estrutural e o desenvolvimento de sistemas que permitam o pouso de helicópteros para evacuação do pessoal do prédio.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo do presente trabalho é, em primeiro lugar, apresentar uma revisão bibliográfica da Técnica do Méio Contínuo aplicada aos edifícios altos e propor um documento que seja didaticamente amigável embora em muitas passagens deixe de ser sucinto. Destaque inicial é dado para os trabalhos desenvolvidos na Escola de Engenharia São Carlos, além dos trabalhos produzidos no exterior. Some-se a isto, fazer um programa de computador em linguagem FORTRAN 90 ou MATLAB que auxilie a resolução de problemas particulares como aquele decorrente do sistema acoplado muros-pórticos no caso de se contar com uma geometria irregular na planta, quando as matrizes de interesse deixam de ser diagonais. Possivelmente a ideia seja diagonalizar elas através de algum processo diferente ao proposto pelo Stamato no seu trabalho de 1972.

1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Definir algumas estimativas do período de estruturas feitas com muros, e misturando muro-pórtico comparando resultados defronte com outros obtidos através do emprego de tabelas. Ou resultados de outros pesquisadores que estudaram a mesma estrutura alvo de análise neste documento.

Desenvolver expressões para os deslocamentos partindo dos quais sejam determinados esforços atuantes nos elementos. Porque logo após ler vários trabalhos antigos da EESC não se tinha um deles que detalhasse todo o processo derivativo.

Fazer uma comparativa entre três normas antigas uma das quais mesmo que tendo muito tempo seja absolutamente atual. Trata-se da consideração do expoente k como 1 ou como 2 de emprego na metodologia estática para a avaliação e distribuição do carregamento sísmico em prédios.

Além disso, deixa-se em aberto a possibilidade do desenvolvimento de novos trabalhos de pesquisa com a aplicação da Técnica do Méio Contínuo na análise de estruturas de edifícios elevados.

1.2 JUSTIFICATIVA

O processo de análise estrutural é, via de regra, dispendioso uma vez que envolve um número grande de incógnitas como deslocamentos, solicitações internas e tensões. Pelas razões mencionadas acima, a tendência atual consiste em desenvolver estruturas esbeltas e com baixo peso não projeto das quais sejam importantes variáveis tais como desconforto humano.

A clássica análise matricial de estruturas, que pertence à categoria dos chamados métodos discretos, demanda grande número de parâmetros incógnitos sendo viável sua implementação apenas mediante cálculo em computadores. Por outro lado, a Técnica do Méio Contínuo contorna esse inconveniente reduzindo o número de parâmetros desconhecidos somente a 3 no caso de se supor como geralmente é feito uma laje infinitamente rígida (anexo 1) no seu plano e sob a consideração de que os elementos apresentam uma rigidez contida no seu plano. Em sua formulação mais divulgada as incógnitas são fundamentalmente 3 funções sendo que duas delas descrevem as translações horizontais e a outra uma rotação da laje (que no fundo é a função rotação do edifício avaliada em certa cota z). Essa redução dos

graus de liberdade simplifica sobremaneira o estudo e o controle do comportamento estrutural. Por essa razão é indicada para um exame prévio da estrutura ou em outras palavras para os estudos nas etapas iniciais do projeto.

1.3 ANTECEDENTES

Considera-se que a primeira formulação da Técnica do Meio Contínuo aparece no trabalho de Chitty [1947], no desenvolvimento de estudos do comportamento estrutural de vigas paralelas interligadas por barras transversais sob a ação de carregamento lateral uniformemente distribuído. Esse estudo derivou numa equação diferencial de integração expedita para a qual a solução fica expressa em forma fechada.

Depois disto surgem novas ideias incorporadas à Técnica do Meio Contínuo por diversos autores como: Beck [1956], Coull [1990], Csonka [1950], Despeyroux [1972], McLeod [1971], Rosman [1960], Stafford et.al [1981], Stafford [1984]. Some-se a isto, que também foram feitos trabalhos em análise dinâmica e instabilidade (efeito $P\Delta$). Sendo pioneiros nessa linha de pesquisa os de Darcy et.al [1975], Hegedús e Kollár [1999], Kollár [1986], Rasman [1981], Potzka e Kollár [2003], Rutenberg [1975], Zalka [2000].

Os prolegómenos da análise de estruturas de edifício alto na Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) estão vinculados ao Prof. Miguel Carlos Stamato, contando também com a colaboração de pesquisadores como os professores, Walter Savassi, Eddie Mancini y José Elias Laier. Cumpre assinalar que o professor Stamato foi muito abrangente na redação de suas apostilas, especialmente na segunda metade dos anos sessenta, quando começou a se interessar pelos problemas da ação do vento nas estruturas com suas contribuições nas XI jornadas Sul Americanas do ano 1966 que aconteceram em Porto Alegre.

1.4 METODOLOGÍA

O estudo aqui apresentado parte fundamentalmente da revisão bibliográfica dos trabalhos dos professores Miguel Stamato e Eddie Mancini, complementada por aqueles desenvolvidos pelos mestrandos e doutorandos.

A Técnica do Méio Contínuo é então entendida e aplicada na análise dos diversos sistemas estruturais considerando-se o modelo estático do carregamento sísmico. Vários exemplos de aplicação são apresentados e resolvidos através de Excel na maioria dos casos e com o emprego de MATLAB ou FORTRAN90 só em casos de aplicações muito específicas e de alta complexidade para serem resolvidas através de cálculo manual em celdas.

1.5 CONTEÚDO

O capítulo II é voltado para o estudo das cargas laterais provenientes de movimentos sísmicos e os efeitos que elas produzem nas estruturas. A metodologia estática para a avaliação das cargas provocadas por sismo é considerada à luz da NBR-88, tendo-se em contas suas limitações de aplicação como destacado no final desse capítulo. No capítulo III são abordados os efeitos dos carregamentos laterais nas estruturas. No capítulo IV a técnica do Meio Contínuo é ampliada iniciando-se com o estudo de painéis isolados, incluindo-se no final o painel denominado de mola de torção (comportamento à torção de núcleo estrutural). No mesmo capítulo é feito o estudo da associação plana e espacial de painéis; bem como uma descrição detalhada do processo de desacoplamento das equações diferenciais resultantes no caso tridimensional. No capítulo V é feito o desenvolvimento de expressões para o termo s_f no caso de pórticos e quando há muros conectados com lintéis. O Capítulo VI trata de uma temática muito importante. A vibração livre dos diversos sistemas estruturais. É proposta uma expressão para o caso de sistemas de resistência sísmica conformada com muros e para sistemas mistos que na literatura são chamados de duais. No capítulo VII é feita uma abordagem das formas gerais das soluções obtidas para cada sistema estrutural e nos casos de simetria e assimetria

respectivamente. Para o capítulo VIII o interesse é mostrar através dos exemplos como serão empregadas as expressões gerais desenvolvidas no capítulo VII. Nesse capítulo sempre é apresentando um caso simétrico seguido de um assimétrico. O último exemplo será estudado através do processamento computacional porque precisa da diagonalização simultânea de duas matrizes. O capítulo IX apresenta conclusões e recomendações.

2 CARGAS

Em geral os edifícios estão sujeitos a três tipos de carregamentos. O primeiro deles, de maior magnitude consiste no denominado carregamento permanente como consequência do peso próprio. Este decorre do andamento do processo construtivo. O segundo carregamento é fortemente dependente do uso da estrutura e definido pelas cargas de ocupação, também denominadas cargas vivas. As cargas tratadas até o momento são de tipo estático. Contrariamente, há outro tipo de carga que atua horizontalmente sobre a estrutura e que será conhecida nesse trabalho como lateral. Seu comportamento é dinâmico e geralmente são originárias de processos ambientais (vento ou sismo). Seu caráter é incerto e a permanência ou não delas sobre a estrutura faz com que seu comportamento seja de tipo aleatório.

2.1 CARGA SÍSMICA

Segundo Sarria [1995], uma característica aterrorizante dos sismos é sua ocorrência súbita entre intervalos de tempo muito longos.

Eles acarretam consequências adicionais veiculando outros eventos igualmente prejudiciais em função da magnitude do evento inicial. Algumas deles são: tsunamis, como visto no 26 de Dezembro do ano 2004 no oceano Índico, instabilidade de taludes geralmente relacionados com avalanches. Primeiro Keefer [1984] e logo Drahnak [2004] disseram que as ocorrências de instabilidade de taludes de rocha vinculadas com eventos sísmicos são muitíssimas. A velocidade atingida por esses deslizamentos é elevada demais e são inúmeras as perdas de vidas num episódio como esse que pode também involucrar aquele menos frequente, porém; não menos perigoso, fluxo de material mistura de água, solo e rochas. Como se aquilo não fosse suficiente, podem acontecer incêndios e explosões pela fratura de dutos. Ninguém poderá esquecer as dantescas imagens do Terremoto de San Francisco (18 Abril de 1906) onde segundo reporte da biblioteca do congresso houve fogo pelos seguintes 3 dias.

Uma vez conhecidas todas essas situações adversas, as normas de projeto objetivam reduzir a perda de vidas e defender no possível o patrimônio do estado e dos cidadãos, como bem exposto, por exemplo, na Norma Sismo-Resistente Colombiana [NSR-10].

Stafford, Coull [1991] e a norma canadense afirmam que a filosofia de projeto de resistência sísmica para um edifício é resumida em três aspectos importantes.

1. Suportar sismos de pequena envergadura sem maiores danos.
2. Resistir sismos moderados sem dano estrutural aceitando a possibilidade de se ter dano nos elementos não estruturais. Stafford e Coull disseram que estes eventos são os mais frequentes e então uma grande fatia deles será atendida com um projeto de cálculo racional.
3. Resistir sismos mais fortes com certo nível de dano tanto nos elementos estruturais como não estruturais sem colapso. No caso de estruturas que de acordo com sua importância sejam consideradas indispensáveis (Tipo 1), como hospitais que devem atender feridos e desabrigados logo depois do sinistro é preciso se fazer alguns ajustes nas condições de projeto.

É habitual que o sismo frequente tenha um período de recorrência de 50 anos. Entretanto, na China o sismo considerado num estágio onde estando longe do colapso, a estrutura sobreviveu um sismo muitíssimo mais forte com uma eventualidade em 500 anos [KLEMENCIC, 2013]. Ainda mais, na conferência do CTBUH [2011] em Seul o mesmo autor colocou na sua palestra que logo após SEAOC (Structural Engineers Association of Southern California) [2000] vinculou-se o período de retorno com o desempenho estrutural nos Estados Unidos da seguinte maneira. 1. Período de recorrência de 43 anos que é conhecido como usual, teria um desempenho que permita uma operação excelente como objetivo a ser atingido. Seria o caso de um sismo de pequena envergadura, embora altamente frequente. 2. Para um sismo ocasional que se apresenta cada 72 anos em média, o desempenho deve ser tal que a operação seja ainda boa. Não entanto, de menor qualidade que no sismo tipificado como corriqueiro. Classificaria como um sismo moderado. 3. Para um caso raro que seria envergado como um sismo forte que se apresenta cada 475 anos é importante salvaguardar as vidas ainda longe do esgotamento da capacidade estrutural. 4. E só se aceitaria ficar próximo do colapso naquele evento muito raro

que tenha um período de recorrência de 975 anos que é uma categoria que não existia na primeira idéia de Stafford, Coull (1991) e emanada também da NSR-10.

Voltando à temática que objetiva atingir esses 3 escopos no projeto das estruturas resulta interessante ressaltar que o sismo de México acontecido no dia 19 de Setembro de 1985 deixou uma grande quantidade de mortos e edifícios colapsados como expresso na capa do periódico ABC (Figura 3) na publicação do dia seguinte à hecatombe.



Figura 3. Terremoto de México 1985. [Journal ABC adaptado. Disponível em: <<http://hemeroteca.abcdesevilla.es/detalle.stm>>. Acesso em: 12/09/13]

Porém, recentemente em Abril 18 de 2014 acontece um forte sismo em México com uma magnitude 7.5 sem consequências trágicas.

A propósito disso, o sismo produz efeitos que mudam dependendo da profundidade na qual acontece a ruptura porque o alcance cresce ou não no caso em que o hipocentro ou foco seja mais ou menos superficial. Isso pode ser enxergado na (Figura 4). Nela, F_1 e F_2 são dois hipocentros.

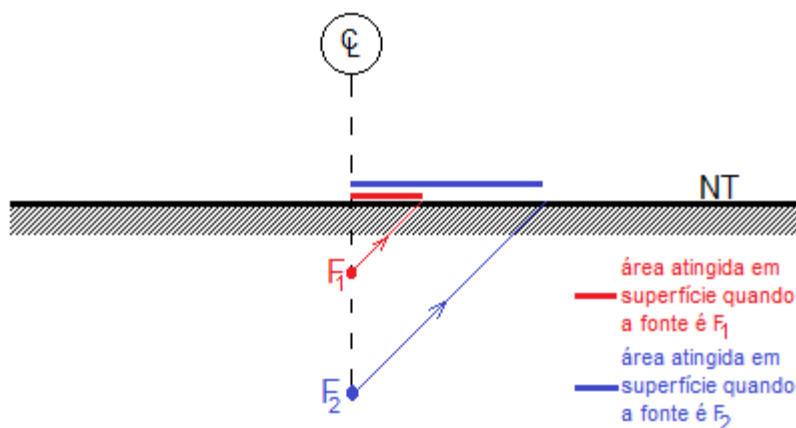


Figura 4. Posicionamento do hipocentro no interior da corteza terrestre.

No terremoto de Kobe em (17 Janeiro 1995), os efeitos foram devastadores pela sua ocorrência tão superficial. Só aos 20m sob a ilha Awaji-shima que fica na vizinhança da cidade de Kobe segundo a página VIBRATIONDATA. Também é colocado pelo Wang (2006) que os deslocamentos médios na falha em Nojima foram de 1.50m aproximadamente.

A carga sísmica é produto de uma onda que se origina na rocha quando acontece um deslocamento na falha geológica propagando-se num tramo pela rocha mesma e outro tramo pelo solo para atingir a estrutura. A inevitável mudança nas condições de rigidez do médio de propagação faz com que seja importante o tipo de terreno sobre o qual encontra-se a estrutura. É necessário conhecer o período de vibração dominante do solo num local porque é peremptório evitar construir edifícios com períodos naturais semelhantes aos períodos de vibração dos depósitos de solo subjacente. A concordância traria uma eventual condição de ressonância que é indesejável [REYNOSO, 2007]. Klemencic [2014] ainda assinala que os períodos nos solos podem ficar compreendidos entre 0.5s para o caso de solo tipo rocha até 2.5s em solo mole. Caindo portanto, nesse intervalo edifícios de 25 até 50 andares aproximadamente. Porventura, os edifícios altos ultrapassam esses valores na maioria dos casos é assim, geralmente eles são considerados seguros inerentemente à ressonância.

Segundo Dobry e Vucetic [1987] uma expressão aproximada para aferir o período de vibração de um depósito de solo T é munida na segunda parte da (2.1) que é

bastante conhecida. Só que é válida quando a camada de solo é uniforme acima da rocha. Sawada (2004) disse que nesse cenário aquela expressão fornece o valor exato do período de vibração do estrato. Vijayendra, Prasad e Nayak (2010) colocam que uma expressão geral em termos do modo de vibração é como na primeira parte da (2.1) e que deriva para a segunda parte quando considera-se $i = 1$ caso no qual está se considerando o período natural.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} T_i = \frac{4 \cdot H_s}{(2 \cdot i - 1) \cdot \bar{v}_s} \\ T_1 = \frac{4 \cdot H_s}{\bar{v}_s} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} T_1 = 4 \cdot \sqrt{\frac{\rho_s}{G_s}} \\ T_1 = 4 \cdot \sum_{e=1}^n \frac{h_e}{(v_s)_e} \\ I = \frac{\rho_R}{\rho_e} \cdot \frac{v_R}{(v_s)_e} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Expressão na qual H_s é a espessura do depósito de solo e \bar{v}_s é a velocidade de propagação das ondas cisalhantes. Uma forma alternativa de apresentar essa expressão é através das propriedades elásticas do depósito de solo, como na terceira parte da (2.1) onde é admitido que $\bar{v}_s = \sqrt{\frac{G_s}{\rho_s}}$. Na 4ª linha da (2.1) é escrita uma expressão obtida na NSR-98 para o caso em que tenham-se vários estratos de solo, sendo definido o período natural como uma média ponderada. Na 5ª linha aparece uma expressão que é originária de um princípio chamado de Huygens na Óptica e define uma expressão entre densidades da rocha e do estrato de solo, assim como as velocidades na rocha e solo. Isso é conhecido como relação de impedâncias.

2.1.1 Primeiro efeito no solo. A amplificação

Falando em características do solo, podem dois edifícios vizinhos estar expostos ao mesmo sismo exibindo comportamentos totalmente diferentes [SARRIA,1995].

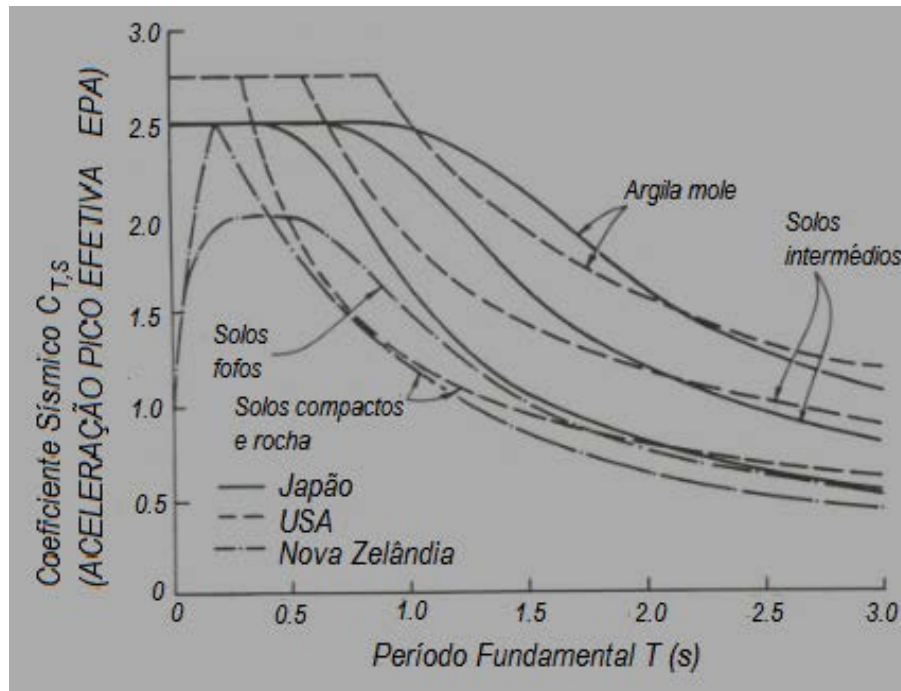


Figura 5. Coeficiente Sísmico vs tipo de solo e rigidez. [Paulay, 1992 adaptado]

Certas argilas e solos moles têm o efeito da amplificação da onda sísmica (Figura 5). Pecker [2007] afirma que os grandes terremotos (México, 1985; LomaPrieta, 1989; Northridge, 1994; Kobe 1995, Baixo Baudó (Colombia) 2004 que originou as maiores acelerações a_g em Cali até o momento) mostram que depósitos de solo moles de origem aluvial exibem um comportamento tal que a amplitude da onda de saída exibe uma forte tendência a ser superior à amplitude da onda incidente.

Os diversos espectros da anterior figura esclarecem que o tipo de solo muda as condições de carregamento inercial provocado sobre a estrutura durante um evento sísmico. Comparando duas estruturas com igualdade de períodos; aquela que esteja construída em solo mole vai receber maiores acelerações que aquela estrutura edificada na rocha ou em solos com menor relação de vazios por exemplo.

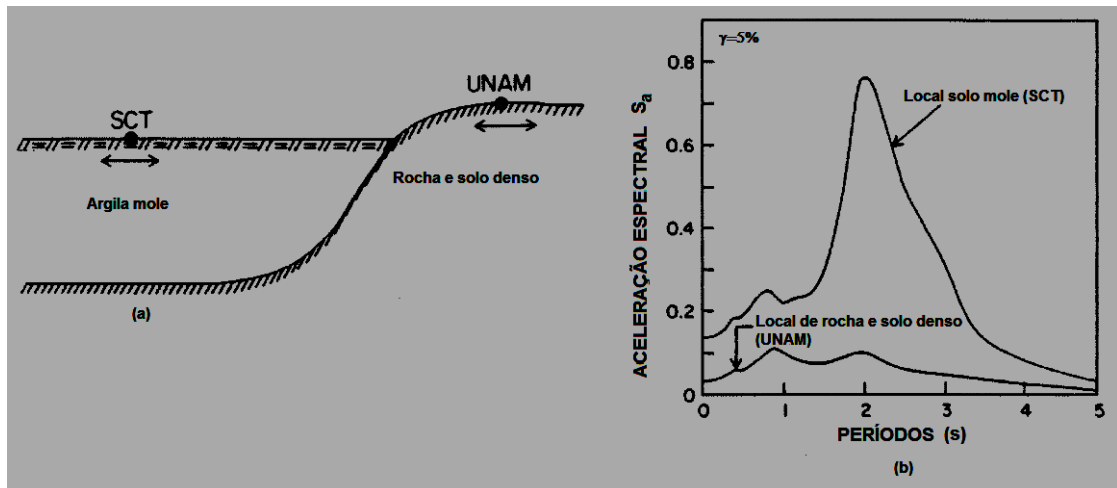


Figura 6. (a) Solos em duas diferentes zonas de medição na Cidade do México. (b) Registros de movimento (Romo e Seed 1986) [Dobry, Vucetic 1987 adaptado]

A lição aprendida do terremoto de México (1985) é que os danos podem ser seletivos [KRAMER, 1996]. A Cidade de México teve zonas sem estragos enquanto outras foram totalmente destruídas. Dois instrumentos de medida registraram comportamentos totalmente antagônicos. Um deles na UNAM numa zona de basaltos de espessura (3 a 5m) e que fica vizinha à falda da montanha. O outro em zona presumivelmente plana pela origem lacustre do solo local, na secretaria de comunicações e transportes (SCT) e com estratos de argila mole com espessuras compreendidas entre 35 a 40m. As medições da aceleração horizontal na UNAM ficaram na ordem de $(3 - 4)\%g$. No entanto, na zona da SCT esses níveis foram amplificados por 5 inclusive como mostrado na (Figura 6).

Para redondear a idéia, voltando para à amplificação acontecida no terremoto de LomaPrieta, Kramer [1996] mostra na (Figura 7) as medições feitas por dois sismógrafos. Um deles na rocha (Ilha Yerbabuena) e o outro sob uma camada de 13.7m de solo argiloso (natural e artificial) que repousa acima de um estrato siltoso de 16,8m de espessura na (Ilha Tesouro) na bahia de São Francisco. As acelerações medidas segundo as direções horizontais foram respectivamente $(3\%g$ NS, $6\%g$ EW na Ilha Yerbabuena) e de $(16\%g$ NS e $11\%g$ EW na Ilha do Tesouro).

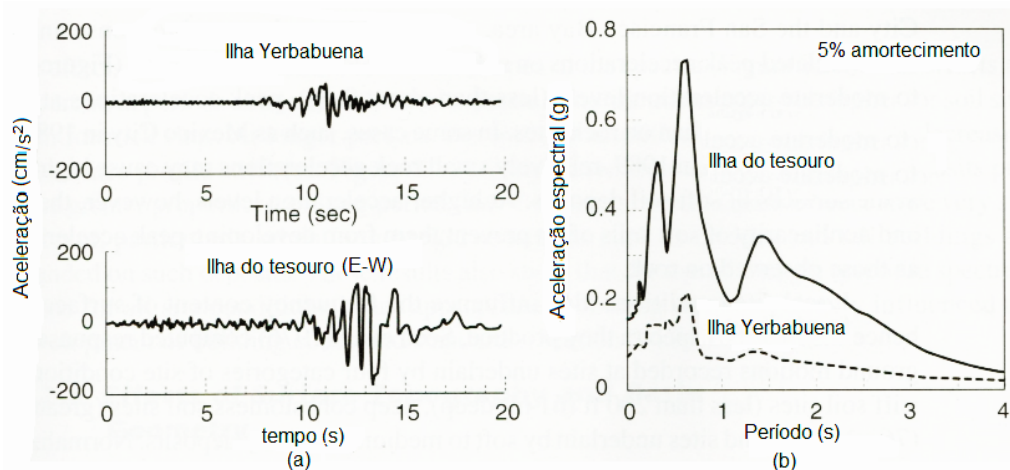


Figura 7. Espectro de acelerações em rocha e solo mole durante o sismo de LomaPrieta (1989). (a) Sismogramas registrados em duas estações. (b) Detalhe da amplificação nelas [Kramer 1996 adaptado]

A (Figura 7a) se mostra que houve amplificação em quase todo o trecho, sendo muito grande no intervalo compreendido entre os 10 e 15s; embora tenha apresentado alguma atenuação na proximidade dos 10s. A (Figura 7b) entanto expõe os valores máximos (valores espectrais) para os primeiros 4s.

O efeito de amplificação é particularmente pronunciado na região de baixas frequências naturais (ou de elevados períodos naturais que é o caso dos edifícios altos). Fatos como estes já haviam tido confirmação com o terremoto ocorrido no dia 29 de Julho de 1967 em Caracas que comprometeu às estruturas de edifícios de 21 andares como os Petúnia 1 e 2. Numa zona chamada de “Los Palos Grandes” na Caracas, onde haviam estratos de sedimentos acima da rocha cujas espessuras apresentavam ordem de 200 e 300m e onde também a destruição foi massiva [DOBRY, 1997].

A razão de que aconteça amplificação sísmica nos solos moles pode ser enxergada mais ou menos de um modo grosseiro partindo de considerações energéticas. Na rocha a energia associada ao deslocamento ou amplitude (energia potencial) é muito pequena, sendo a maior parcela de energia aquela associada com conteúdos de velocidade (energia cinética), como fica claro para perfis tipo A ou B na (Tabela 1).

Tabela 1. Caracterização do tipo de terreno [NBR-15124/88 adaptada]

Classe do terreno	Designação da classe do terreno	Propriedades médias para os 30 m superiores do terreno	
		\bar{v}_s , velocidade média de propagação das ondas de cisalhamento	\bar{N} , número médio de golpes no ensaio SPT
A	Rocha sã	$\bar{v}_s \geq 1500 \frac{m}{s}$	Não aplica
B	Rocha	$760 \frac{m}{s} \leq \bar{v}_s \leq 1500 \frac{m}{s}$	Não aplica
C	Rocha alterada o solo muito rígido	$370 \frac{m}{s} \leq \bar{v}_s < 760 \frac{m}{s}$	$\bar{N} \geq 50$
D	Solo rígido	$180 \frac{m}{s} \leq \bar{v}_s < 370 \frac{m}{s}$	$15 \leq \bar{N} < 50$
E	Solo mole	$\bar{v}_s < 180 \frac{m}{s}$	$\bar{N} < 15$
		Qualquer perfil incluído camada com mais de 3m de argila mole	
F		Solo exigindo avaliação específica como: <ol style="list-style-type: none"> 1. Solos vulneráveis à ação sísmica, como solos suscetíveis a sofrer liquefação. Argilas muito sensíveis e solos colapsíveis fracamente cimentados. 2. Turfa ou argilas muito orgânicas. 3. Argilas muito plásticas. 4. Estratos muito espessos ($\geq 35m$) de argila mole ou média. 	

Por outro lado, quando a onda muda de médio sofre um fenômeno chamado de refração que é explicado pela Lei de Snell originada inicialmente na Ótica mas que abrange problemas de mudanças de médio como no caso particular. Nessa nova situação seus conteúdos de energia sofrem mudanças drásticas. A componente energética associada com deslocamento cresce para suprir o faltante que apresenta-se pela redução na parcela de energia vinculada com velocidade. Na mesma tabela é possível se distinguir uma diminuição de até 10 vezes na velocidade ao passar de rocha (B) para solo mole tipo (E); pelo qual a redução de energia cinética é de aproximadamente 100 unidades de energia. É dizer a onda refratada é

substancialmente mais lenta, porém com maiores níveis de deslocamento associados, que é o único jeito em que pode-se alcançar o conteúdo de energia inicial.

2.1.2 Segundo efeito no solo. A liquefação

Depois de Terzaghi ficou claro que a resistência ao cisalhamento dos solos é função da tensão efetiva. A tensão efetiva tem tudo a ver com o contato entre as partículas de solo (Juárez-Rico 1974). Terzagui em 1923 propôs uma equação que é muito badalada quando se fala de solo saturado (2.2).

$$\sigma' = \sigma - \mu \quad (2.2)$$

Onde

σ' é a tensão efetiva num determinado nível no interior da massa do solo.

σ é a pressão geostática num nível de referência dado e sob a ação do peso da coluna de solo daí para cima.

μ é a pressão da água nos poros no mesmo nível no interior da massa do solo.

A (2.2) é enxergada como uma subtração de tensões sendo positiva a de compressão aplicada entre as partículas e negativa a vinda da água cuja tendência é separar as partículas quando o solo saturado é comprimido.

Se por acaso acontece uma elevação na μ mantendo-se invariável o σ comode fato geralmente acontece pode acontecer que σ' atinja um valor próximo a zero e portanto a tensão cisalhante resistente como função de σ' que na sua cara geral é como na (2.3) vai ser reduzida. Alias, assim o colapso é inevitável quando fala-se de areias onde a componente de coesão é nula.

$$\tau = c' + \sigma' \cdot tg\phi' \quad (2.3)$$

Na qual

c' é a coesão efetiva que é propriedade das argilas. E que constitui uma “reserva” de resistência para cisalhamento.

ϕ' é o ângulo de atrito em condição efetiva ou quando a água pode sair livremente da amostra de solo.

Um carregamento cíclico como aquele vindo de sismo eleva em cada ciclo a variável μ porque acontece tão rápido que não existe tempo para dissipar aqueles incrementos de pressão μ através do fluxo da água, embora os grossos grãos da areia apresentem elevada permeabilidade. Simultaneamente a componente σ em cada profundidade de análise é mantida constante porque só depende da coluna de solo situada acima do ponto de interesse. Aplicando a (2.2) seguida da (2.3) permite enxergar que nesse cenário o fluido em que convitiou-se a massa de solo ficou com zero capacidade ao cisalhamento.

A condição que origina a falha é conhecida como não drenada, pelo rápido da solicitação. Um dos problemas com que pode ser preciso lidar nas zonas de terremotos é a possibilidade de que as areias percam a capacidade de suporte como resultado de um movimento sísmico [LAMBE-WHITMAN, 1969]. Segundo Ishihara (1974) às 13:01 do 16 Junho de 1964 atingiu à cidade de Niigata um forte tremor. Muitas zonas em Niigata tinham solo arenoso e aconteceu a tragédia. Estruturas com fundações diretas viraram (Figura 8) e depósitos sépticos enterrados flutuaram ou ascenderam até a superfície. Niigata [1964] representa o exemplo clássico do fenômeno de liquefação. E o USGS (Serviço Geológico dos Estados Unidos) afirma que a falha aconteceu pela presença de solos cuja capacidade fosse muito baixa e porque havia grossos estratos de areia.



Figura 8. Liquefação dos solos no Terremoto de Niigata Japão 16 de Junho de 1964. [USGS U.S GEOLOGICAL SURVEY, Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/events/1964_06_16.php>. Acesso em: 21/04/2013]

É mais comum em areias que em argilas porque aquelas não apresentam coesão e logo de esgotar sua capacidade de tensão efetiva não tem reserva adicional para suportar o carregamento. Porém em solos argilosos normalmente adensados também é possível se apresentar um comportamento semelhante porque a envoltória de tensões é semelhante à das areias com intercepto nulo na condição de zero tensão normal aplicada.

Visando levar em consideração todos esses efeitos, na definição do espectro sísmico a NSR-10 (Norma Sismoresistente 2010 da Colômbia) (Figura 9) estabeleceu como parâmetros para avaliar o nível de exposição de uma estrutura localizada em certa região do território colombiano aos A_a, A_v , conhecidos como coeficientes de aceleração e velocidade pico efetiva respectivamente. Os parâmetros F_a e F_v levam em consideração os efeitos locais nas zonas de baixos períodos ou de períodos intermediários [NSR-10]. Grandezas que pela sua vez dependem da aceleração espectral S_a e do tipo de solo. O parâmetro I é conhecido como coeficiente de importância.

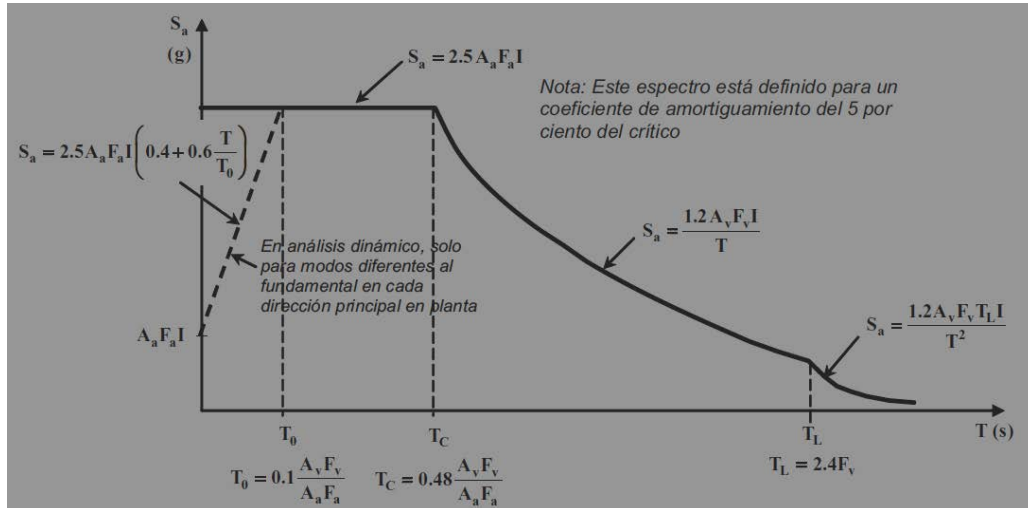


Figura 9. Espectro sísmico de projeto. [NSR-10, 2010].

Entretanto, a norma brasileira desconsidera os fatores A_a , A_v como na (Figura 10).

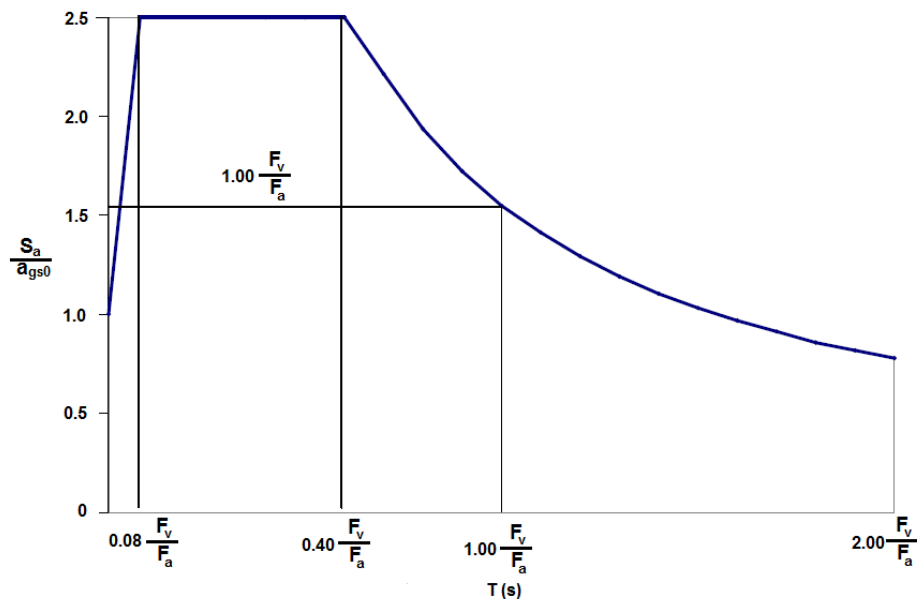


Figura 10. Espectro sísmico de projeto [NBR-88] adaptado [Disponível em <http://www.lem.ep.usp.br/gpse/es13/NBR-Sismo.pdf> Acesso em 21 Fevereiro de 2015]

A (Figura 10), fica exprimida como uma função por intervalos segundo a (2.4).

$$S_a(T) = \begin{cases} a_{gs0} \cdot \left(18.75 \cdot T \cdot \frac{F_a}{F_v} + 1 \right) & T(s) \leq 0.08 \cdot \frac{F_v}{F_a} \\ 2.5 \cdot a_{gs0} & 0.08 \cdot \frac{F_v}{F_a} \leq T(s) \leq 0.40 \cdot \frac{F_v}{F_a} \\ \frac{a_{gs1}}{T} & T(s) \geq 0.40 \cdot \frac{F_v}{F_a} \end{cases} \quad (2.4)$$

2.1.2 Origem da carga de sismo

Os sismos ocorrem na interface entre as placas tectônicas. A (Figura 11) mostra as diversas placas tectônicas que se movimentam relativamente entre si provocando acúmulo de energia nos pontos de contato.

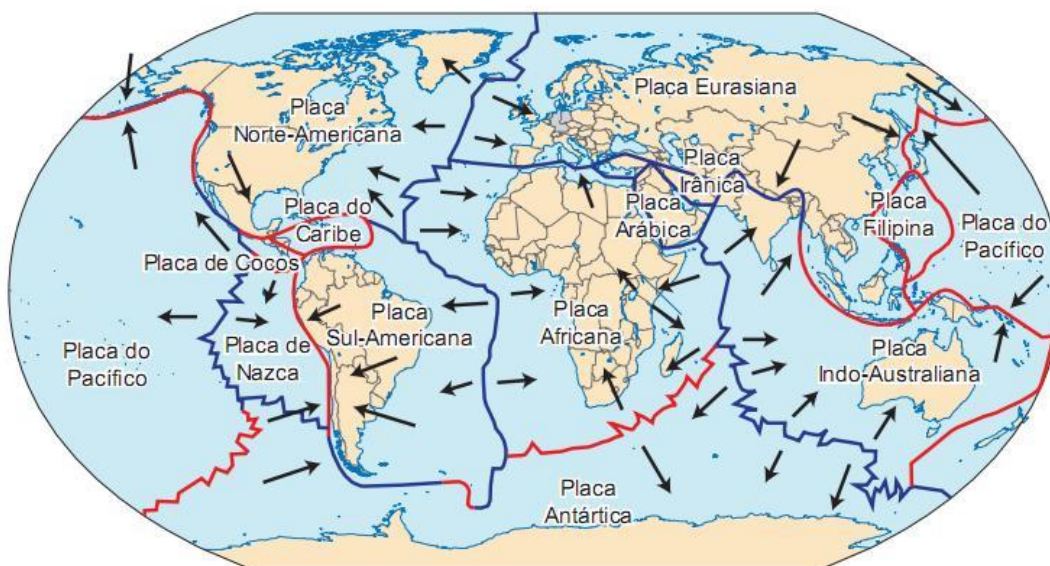


Figura 11. Placas Tectônicas. [El planeta Azul, Disponível em: < <http://www.vestiprovas.com.br/questao.php?id=17986> Acesso em: 19/08/2013]

Nestas zonas de convergência são esperados elevados gradientes de temperatura pelas enormes pressões associadas aos contatos e ao atrito entre as placas. Quando dita energia é liberada ocorrem deslocamentos nas placas sobre as quais estão os diversos países logo depois do qual acontece um terremoto. Por exemplo, países como Chile, Perú, Colômbia México, Estados Unidos e Japão entre outros sempre têm ocorrência de eventos sísmicos de importância. De fato no Chile ocorreu o maior deles na história. O terremoto de Valdivia que aconteceu em Maio 22 de 1.960 com magnitude superior a 9 na escala Richter.

Em geral no Brasil os sismos não são a preocupação fundamental no projeto de edifícios pela distância existente entre o território brasileiro e o borde de placa onde acontecem acúmulos de tensões intraplacas [DOURADO 2012]. Não obstante, na (Figura 12) são mostradas aquelas “divisas” intraplacas que estão caracterizadas

pela elevada densidade de eventos sísmicos. Da mesma figura é evidente que há certa vizinhança mais próxima no extremo nordeste, perto do Rio Grande do Norte e na zona sul-oeste, no estado de Acre. Zonas nas quais os valores esperados de aceleração espectral são da ordem de 15% da aceleração da gravidade.

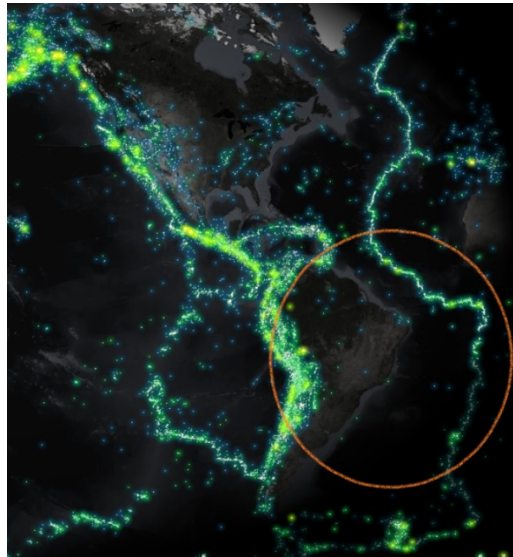


Figura 12. Separação entre o território brasileiro e os vizinhos bordes de placa [Terremotos desde 1898. USGS. UC Berkeley 2012 adaptado. Disponível em <<https://www.flickr.com/photos/idvsolutions/7439877658/sizes/o/in/photostream/>> acesso 11/11/2014].

A (Figura 12) exhibe uma grande densidade de eventos nas vizinhanças do Pacífico. Não assim na costa Atlântica. Zona onde podem se apresentar eventos sísmicos com intensidade na faixa de 3 a 5 na escala de Richter que ainda não constituem uma ameaça real (BRENHA RIBEIRO et. al 2011).

Os mesmos autores põem que as usinas nucleares de Angra das Reis (estado de Rio de Janeiro) estão numa zona onde ocorreram dois eventos importantes sismicamente falando. O primeiro foi o sismo de Mogi-Guaçu que aconteceu no dia 27 de Janeiro de 1922 com magnitude aproximada de 5.1, e o sismo de Cunha do ano 1968 cuja magnitude foi reportada como de 4.1. A maior aceleração reportada naquela zona foi de $0.0017 \times g$ quando para o projeto é suposto em um valor de $0.1 \times g$.

2.2 METODOLOGÍA ESTÁTICA NA AVALIAÇÃO DA CARGA SÍSMICA

O modelo mais simples de se considerar a carga proveniente dos movimentos sísmicos é aquele conhecido como método estático, ou simplesmente MFHE (Método da força horizontal equivalente), no qual a estrutura é considerada oscilando no modo fundamental de vibração. Nesta metodologia se supõe que a estrutura suporta cargas concentradas nos centros de massas dos andares nos seus diferentes níveis.

Todavia, considerar só o primeiro modo de vibração é uma simplificação, uma vez que em edifícios altos os modos superiores às vezes contribuem significativamente para a resposta como bem registra Li et. al [2004], no que a esforços internos se refere ao invés que nos deslocamentos propriamente ditos. Porém, Wang e Wang [2007] afirmam que apesar disso, o primeiro modo é uma componente dominante nas vibrações induzidas sobre edifícios altos por vento o sismo.

2.2.1 Descrição da metodologia

O procedimento da força horizontal equivalente passa primeiramente pela determinação de um esforço de cisalhamento atuante na base da estrutura segundo a ASCE 7 (American Society of Civil Engineering) que no seu comité 7 define os carregamentos para edifícios e outras estruturas.

Aquela força atuante na base da estrutura é chamada de cortante basal e fica definida na (2.5).

$$V_B = C_s \cdot W \quad (2.5)$$

Expressão na qual C_s é um parâmetro conhecido na NBR (Norma Brasileira) como coeficiente de resposta sísmica. Assim mesmo o IBC (International Building Code 2012) define o coeficiente de proporcionalidade entre V_B e W como C_s .

2.2.1.1 Normatividade segundo a NBR-88

A NBR (Norma Brasileira) 15421 (Projeto de estruturas resistentes a sismos) [2006] reconhece que os efeitos locais são importantes e consequentemente define 6 categorias de tipo de solo como definido na (Tabela 1). E 5 zonas sísmicas como na (Figura 13).

O coeficiente C_s é definido na (2.6), como função entre outras variáveis da a_{gs0} reportada na (Figura 13) e na (Tabela 2). A aceleração espectral a_{gs0} é aquela aceleração para um período de vibração de 0s.

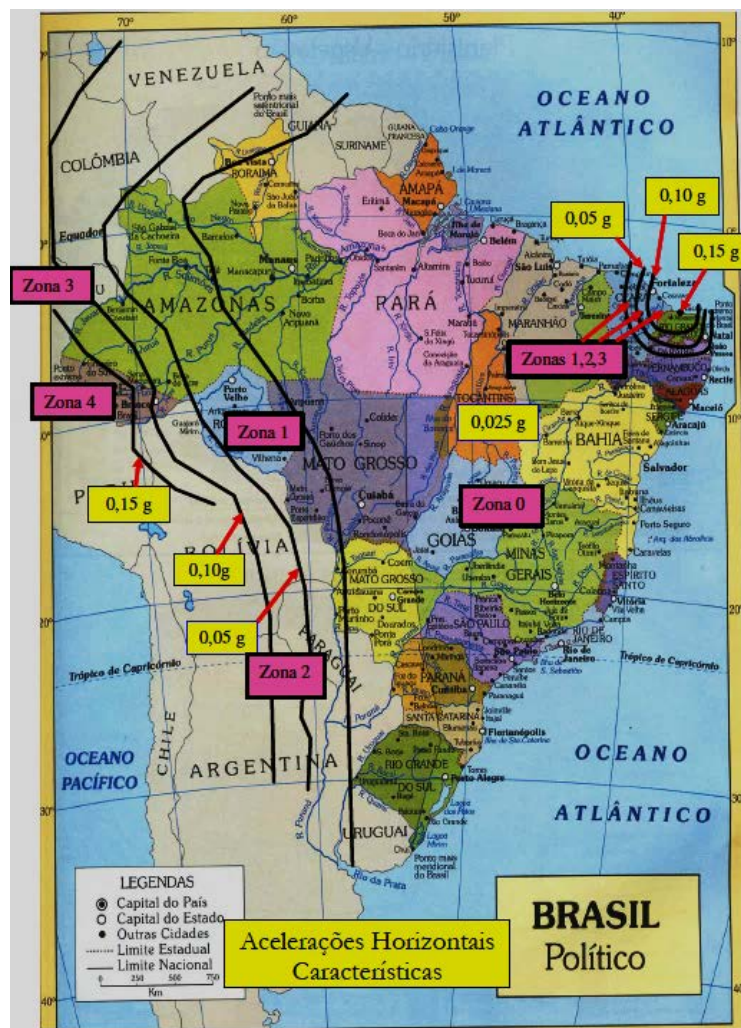


Figura 13. Mapa dos coeficientes F_a e das acelerações a_{gs0} no território brasileiro [Disponível em: <http://www.lem.ep.usp.br/gpse/es13/NBR-Sismo.pdf> Acesso 28/05/2015]

$$\begin{cases} C_s = 2.5 \cdot \frac{a_{gs0} \cdot l}{R} \\ a_{gs0} = F_a \cdot a_g \end{cases} \quad (2.6)$$

a_g reflete a importância de duas características tais como o tipo de solo e a localização da estrutura no valor da grandeza aceleração espectral

Tabela 2. Valores de a_g como função da zona e categoria sísmica no Brasil [Carvalho-Souza, 2006 adaptada].

Zona Sísmica	Categoria Sísmica	Valores de a_g
0	A	$a_g = 0.025 \cdot g$
1		$0.025 \cdot g \leq a_g < 0.05 \cdot g$
2	B	$0.05 \cdot g \leq a_g < 0.10 \cdot g$
3	C	$0.10 \cdot g \leq a_g < 0.15 \cdot g$
4		$a_g = 0.15 \cdot g$

Os fatores F_a e F_v levam em consideração a possibilidade de amplificação sísmica pelo efeito do solo. Na (Tabela 3) se mostra que não há amplificação no solo tipo (B) correspondente à rocha presumivelmente alterada pela falha, porque não há diferença no tipo de solo.

Tabela 3. Fatores de amplificação como função do terreno e aceleração espectral [NBR-15421/88].

Classe terreno	Fator F_a		Fator F_v	
	$a_g \leq 0.10 \cdot g$	$a_g = 0.15 \cdot g$	$a_g \leq 0.10 \cdot g$	$a_g = 0.15 \cdot g$
A	0.8	0.8	0.8	0.8
B	1.0	1.0	1.0	1.0
C	1.2	1.2	1.7	1.7
D	1.6	1.5	2.4	2.2
E	2.5	2.1	3.5	3.4

Em fim de contas a onda inicia sua viagem partindo de uma rocha que recém fora fissurada. Também pode sinalizar-se um efeito contrário; é dizer, uma redução no caso de ir de rocha alterada (B) para rocha sã (A). Nessa condição indo de um solo

de menor capacidade para um solo de melhor competência, acontece um efeito contrário chamado de deamplificação e conseqüentemente $F_a = 0.8 < 1.0$.

Voltando à (2.6), I é interpretado como o fator de importância para a estrutura e depende do uso que ela vai ter na sua vida útil. Existem valores tais como: $I = 1.0$ no caso de estruturas usuais, $I = 1.25$ no caso de estruturas intermediárias e as essenciais com valor $I = 1.50$. Estas serão aquelas que não podem colapsar porque devem ser empregadas como albergue ou porque devem ter capacidade de gestão logo depois do desastre.

As estruturas que vão ser aqui consideradas são aquelas das categorias I ou II , porque em muitos casos são usados como vivenda u escritórios. Assim, os fatores I podem ser 1.0 ou 1.25 segundo NBR 15421 (2006). A categoria de utilização também limita os deslocamentos relativos entre diversos pavimentos vizinhos segundo a (Tabela 4), onde h_s é o comprimento medido entre os centros das lajens. Também conhecido como pé direto.

Tabela 4. Limitação para os deslocamentos relativos entre pavimentos adjacentes [NBR 15421/88 adaptado].

Categoria de utilização		
I	II	III
$0.020 \cdot h_s$	$0.015 \cdot h_s$	$0.010 \cdot h_s$

É claro que impor valores reduzidos para os deslocamentos relativos entre pavimentos redundam em um incremento na segurança e também no custo final do projeto.

Pela sua parte, R é um coeficiente de modificação de resposta que depende fundamentalmente do tipo de sistema estrutural empregado. Abrangendo valores desde 3 até 7 em sistemas duais segundo a (NBR-15421-2006).

C_s não necessita ultrapassar o valor definido pela (2.7)

$$C_s = \frac{a_{gs0} \cdot I}{T \cdot R} \quad (2.7)$$

Na determinação do espectro é importante levar em conta a outra aceleração espectral para o caso de um período de vibração de 1s como expresso na (2.8).

$$a_{gs1} = F_v \cdot a_g \quad (2.8)$$

O período é tomado como aproximado T_a tendo-se em vista que o um valor mais exato requer uma análise modal, justamente o que se deseja evitar na busca de simplificação com essa metodologia. O período aproximado é então assim escrito na (2.9).

$$T_a = C_T \cdot h_n^x \quad (2.9)$$

Na qual o coeficiente $C_T = 0.03$ no caso de estruturas de concreto ou $C_T = 0.025$ para o caso de estruturas de aço segundo a NSR-10.

Uma expressão muito requintada (2.10) para o calculo do período é obtida partindo-se de considerações energéticas (RAYLEIGH) (anexo 4). Constitui uma rota para se melhorar o valor do período.

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \delta_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^n f_i \cdot \delta_i}} \cong 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}} \quad (2.10)$$

Sendo o termo $2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}}$ originário da Teoria de Vibrações.

É comum considerar o W_i como o peso concentrado no nível i . Alias, f_i é a força lateral atuante no nível i . Porém (Taranath, 2005) propõe considerar na análise a metade dos pesos das colunas para avaliar o peso concentrado em i segundo o expresso na (Figura 14). Isso visa dar requintes ao cálculo do período de vibração fundamental da estrutura. A normativa da Índia (1984) reafirmada nos anos 2003 e 2008 confirmam essa metodologia para análise de pesos de pilares e muros no final do seu parágrafo 4.2.1.2.

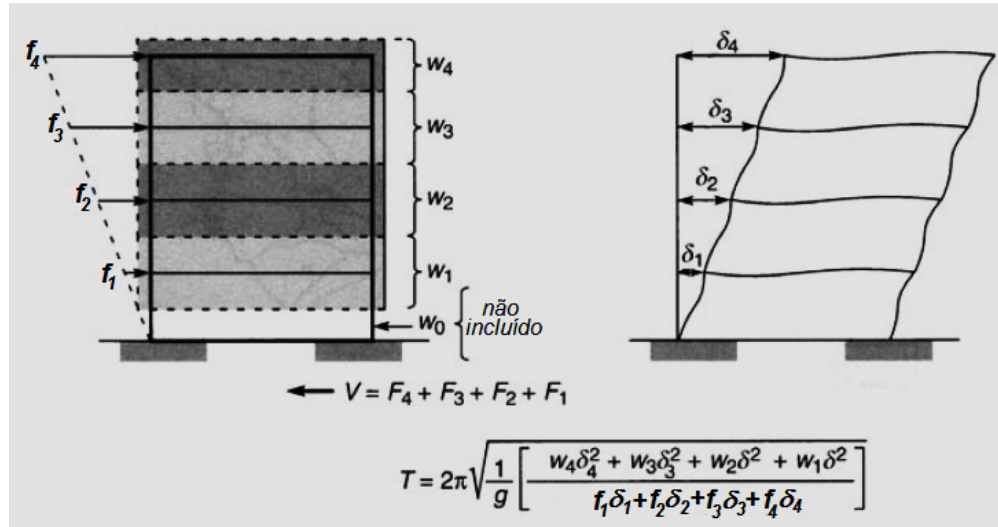


Figura 14. Esquemática do processo de cálculo do período com a expressão requintada dada na (2.10). Destaque feito para os pesos a serem considerados em cada nível [Taranath, 2005 adaptado]

Assim, conhecendo o esforço cisalhante na base do prédio objetiva-se a fazer uma distribuição na altura que seja proporcional à elevação. Na (2.11) é expressa a força em um andar i em termos do cortante basal.

$$F_i = C_{vi} \cdot V \quad (2.11)$$

Onde o coeficiente de distribuição vertical C_{vx} segundo a (2.12) é determinado como um quinhão do produto dos pesos nas diversas alturas, ou seja:.

$$C_{vi} = \frac{w_i \cdot h_i^k}{\sum_{i=1}^n w_i \cdot h_i^k} \quad (2.12)$$

O expoente k é definido através da (2.13) segundo uma expressão que é empregada desde a NEHRP-88 segundo confirmam Paulay, Priestley [1992].

$$\begin{cases} k = 1 & T \leq 0.5s \\ k = 0.75 + 0.5 \cdot T & 0.5s < T \leq 2.5s \\ k = 2 & T > 2.5s \end{cases} \quad (2.13)$$

Verifica-se, pois, que a eq. (2.13) define o expoente k como sendo linear na zona de períodos intermédios Taranath [2005], sendo por sua vez constante nos valores extremos.

Nas (2.14) e (2.15) visa-se fazer uma estimativa de cuánto cambia a intensidade da força de andar para edifícios altos quando o valor de k muda de 1 para 2.

$$\begin{cases} F_{i,k=1} = V_B \cdot \frac{W_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i} \\ F_{i,k=2} = V_B \cdot \frac{W_i \cdot h_i^2}{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i^2} \end{cases} \quad (2.14)$$

Fazendo a seguinte divisão $\frac{F_{i,k=2}}{F_{i,k=1}}$ se chega na seguinte expressão (2.15).

$$\frac{F_{i,k=2}}{F_{i,k=1}} = \frac{V_B \cdot \frac{W_i \cdot h_i^2}{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i^2}}{V_B \cdot \frac{W_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i}} \rightarrow \frac{F_{i,k=2}}{F_{i,k=1}} = h_i \cdot \frac{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i}{\sum_{i=1}^{NP} W_i \cdot h_i^2} \quad (2.15)$$

2.2.1.2 A origem da força no topo e o expoente k

Paulay e Priestley (1992) afirmam que para prédios de menos de 10 andares é frequente supor uma forma modal linear como na (Figura 15).

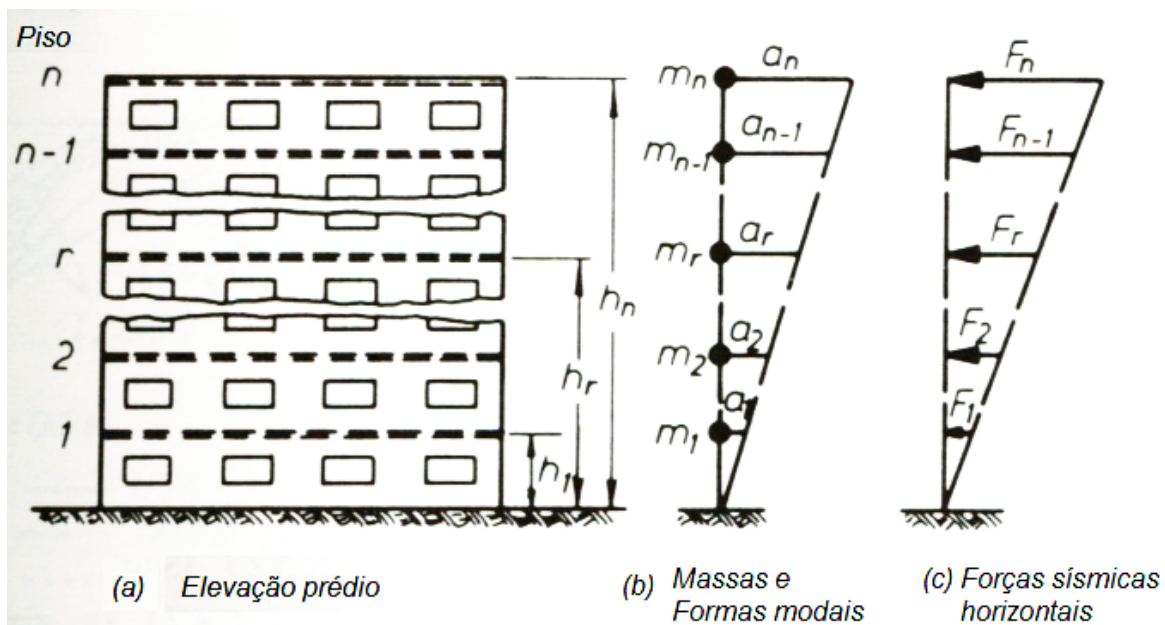


Figura 15. Distribuição de acelerações e forças num prédio baixo (suposta uma elástica concordante com o primeiro modo de vibração) [Paulay, Priestley 1992 adaptado]

Assim mesmo considerando uma resposta senoidal, as acelerações pico (máximas) serão proporcionais ao deslocamento através do quadrado da frequência angular como é característico nos movimentos harmônicos simples. Essa proporcionalidade se entende como uma linha reta segundo a (Figura 15b).

Partindo da mesma figura escreve-se a (2.16) que define a aceleração e a força inercial experimentada por qualquer massa m_r que fica a uma elevação h_r desde a base.

$$\begin{cases} a_r = a_n \cdot \frac{h_r}{h_n} \\ F_r = m_r \cdot a_r = m_r \cdot a_n \cdot \frac{h_r}{h_n} \end{cases} \quad (2.16)$$

A somatória de todas as forças F_r define a força de cisalhamento na base, chamada de cortante basal V_B segundo a (2.17). E na mesma equação é incluída uma expressão para a aceleração a_n que é necessária para definir a F_r da (2.16).

$$\begin{cases} V_B = \sum_{r=1}^n F_r = \sum_{r=1}^n m_r \cdot a_n \cdot \frac{h_r}{h_n} = \frac{a_n}{h_n} \cdot \sum_{r=1}^n m_r \cdot h_r \\ a_n = \frac{V_B \cdot h_n}{\sum_{r=1}^n m_r \cdot h_r} \end{cases} \quad (2.17)$$

Substituindo a_n na expressão correspondente a F_r consegue-se a (2.18) que é geral.

$$F_r = m_r \cdot \frac{V_B \cdot h_n}{\sum_{r=1}^n m_r \cdot h_r} \cdot \frac{h_r}{h_n} \rightarrow F_r = \frac{m_r \cdot h_r}{\sum_{r=1}^n m_r \cdot h_r} \cdot V_B \rightarrow F_r = C_r \cdot V_B \quad (2.18)$$

No caso de estruturas que ultrapassam os 10 andares, usualmente é aplicada no topo uma força equivalente ao $0.1 \cdot V_B$ acrescentada de um triângulo invertido equivalente ao $0.9 \cdot V_B$ restante para garantir o equilíbrio. Essa força tenta levar em consideração a influência dos modos superiores nos esforços internos, cisalhamento e momento flector. (PAULAY, PRIESTLEY 1992).

Pelo tanto, a força no último pavimento (F_n) fica como na (2.19).

$$F_n = 0.1 \cdot V_B + 0.9 \cdot V_B \cdot \frac{W_r \cdot h_r}{\sum_{r=1}^n W_r \cdot h_r} \quad (2.19)$$

Com o segundo termo da (2.19) sendo a F_r .

Os códigos recentes, principalmente a partir da (NEHRP-88) introduzem o expoente k como função do período na avaliação da força F_r na (2.20).

$$F_r = \frac{W_r \cdot h_r^k}{\sum_{r=1}^n W_r \cdot h_r^k} \cdot V_B \quad (2.20)$$

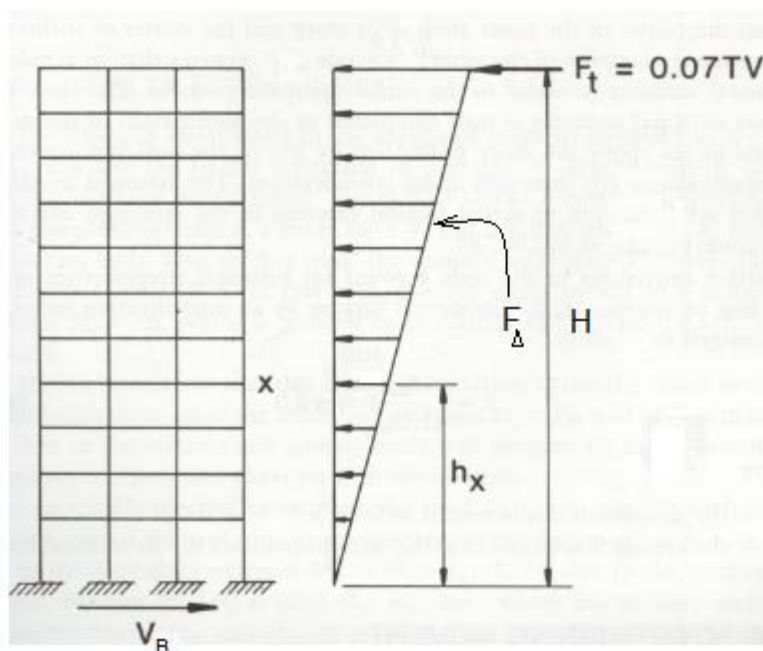


Figura 16. Forma alternativa força no topo e carregamento distribuído segundo UBC-85 [Paz 1991 adaptado]

Paz (1991) menciona outra rota para determinar força no topo como função do período fundamental de vibração da estrutura conforme com a (Figura 16) e empregando como normativa a UBC-85. Posteriormente num documento intitulado “Earthquake Resistant Design According to UBC 1997 Major changes from UBC

1994” aparece uma expressão semelhante para a força no topo. Isso justifica que no decorrer do capítulo 8 tudo o relativo com a segunda normativa seja expresso como UBC-85/97.

A força no topo F_t é definida para períodos de vibração superiores a $0.7s$ como na (2.21). Em estruturas com períodos de vibração menores (ou de outro modo, com maiores níveis de rigidez) a F_t é desconsiderada segundo norma, não sendo necessariamente assim no médio contínuo.

$$F_t = \frac{0.07}{s} \cdot T \cdot V_B \leq 0.25 \cdot V_B \quad T > 0.7s \quad (2.21)$$

A expressão para $F_t = \frac{0.07}{s} \cdot T \cdot V_B \leq 0.25 \cdot V_B$ exprime que a força no topo F_t não pode ultrapassar um valor equivalente ao 25% do cisalhamento na base V_B .

Quando o período de vibração seja inferior aos $0.7s$, só é considerado o triângulo devido as forças atuantes em cada nível de acordo com a condição de $k = 1$. Chamando de F_Δ à força resultante da distribuição de cargas nos diferentes pavimentos obtidas da análise de força horizontal equivalente quando é suposto o primeiro modo de vibração e pelo tanto, uma variação linear das cargas atuantes em cada pavimento da estrutura conforme com as (Figura 15), (Figura 16) e a equação (2.22).

$$\begin{cases} F_\Delta = V_B - 0.1 \cdot V_B \rightarrow F_\Delta = 0.9 \cdot V_B \\ F_\Delta = V_B - \frac{0.07}{s} \cdot T \cdot V_B \rightarrow F_\Delta = \left(1 - \frac{0.07}{s} \cdot T\right) \cdot V_B \end{cases} \quad (2.22)$$

Cabe mencionar que essas forças são concentradas nos diversos andares. Porém, o médio contínuo precisa de um carregamento distribuído acrescentado de uma força concentrada no topo. Assim, as propostas definidas nas normativas (UBC-85/97 e NEHRP-88) não podem ser empregadas diretamente quando aplicar médio contínuo. Porventura o apartado 2.3 tenta contornar aquela dificuldade

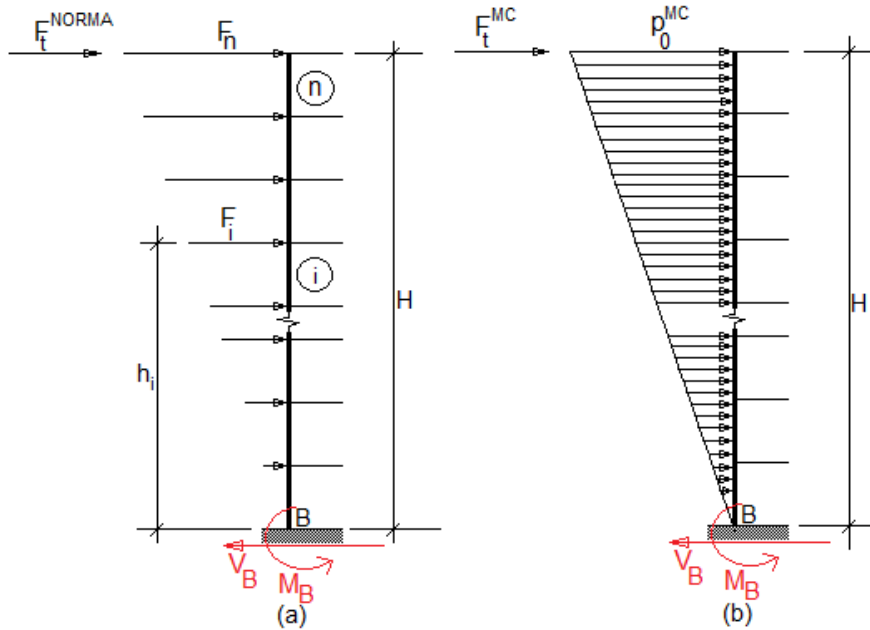


Figura 17. Esquemas para equivalência estática. (a) Sistema de forças discretas originárias da metodologia da força horizontal equivalente e atuantes só nos diversos pavimentos. (b) Esquema contínuo (MC) com força no topo e carregamento distribuído na elevação.

2.3 PROPOSTA PARA OS VALORES DE F_t^{MC} e p_0^{MC} APARTIR DE VALORES DADOS NAS NORMAS PARA F_t e F_Δ .

Na (Figura 17) é mostrada a mesma estrutura conformada por n pavimentos sujeita a duas condições de carregamento. Concentrado e distribuído.

Adotando uma equivalência estática desde as (Figura 17a) e (Figura 17b) são escritas as seguintes (2.23) e (2.24) que conformam um sistema de equações nas incógnitas F_t^{MC} e p_0^{MC} .

$$V_B = F_t + \sum_{i=1}^n F_i = F_t^{NORMA} + \frac{1}{2} \cdot p_0 \cdot H \rightarrow F_t + \sum_{i=1}^n F_i = F_t^{MC} + \frac{1}{2} \cdot p_0^{MC} \cdot H \quad (2.23)$$

$$M_B = F_t \cdot H + \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i = F_t^{MC} \cdot H + \frac{1}{3} \cdot p_0^{MC} \cdot H^2 \quad (2.24)$$

Os valores obtidos para as incógnitas são expressidos nas (2.25).

$$\begin{cases} F_t^{MC} = F_t + \frac{1}{H} \cdot (3 \cdot \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i - 2 \cdot H \cdot \sum_{i=1}^n F_i) \\ p_0^{MC} = \frac{6}{H^2} \cdot (H \cdot \sum_{i=1}^N F_i - \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i) \end{cases} \quad (2.25)$$

E no caso provável de não contar com força no topo a (2.25) fica simplificada na (2.26).

$$\begin{cases} F_t^{MC} = \frac{1}{H} \cdot (3 \cdot \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i - 2 \cdot H \cdot \sum_{i=1}^n F_i) \\ p_0^{MC} = \frac{6}{H^2} \cdot (H \cdot \sum_{i=1}^N F_i - \sum_{i=1}^n F_i \cdot h_i) \end{cases} \quad (2.26)$$

2.4 COMENTÁRIOS GERAIS SOBRE O MÉTODO DA FORÇA HORIZONTAL EQUIVALENTE (MFHE). LIMITAÇÕES

Na metodologia estática o fundamento está em se conhecer o esforço de cisalhamento na base do prédio, denominado de cortante basal. E partindo dela fazer sua distribuição nas diferentes alturas. Zárate et. al, [2003] estabelecem que o Regulamento de Construções do Distrito Federal (Cidade do México) no ano de 1993 colocava 60m como elevação limite para o uso do Método Estático. O qual pode ser enxergado como que considerando um pé de andar de aproximadamente 3m equivale a um prédio de 20 andares. Paz [1993] de conformidade com o UBC-88 (Uniform Building Code) também estabelece a localização do prédio como um limite para o emprego desta forma de análise. Uma década depois Humar e Mahgoub [2003] mencionam as provisões do que posteriormente seria normatizado no NBCC 05 (National Building Council Code [2005]) estabelecendo que é permitido o emprego deste método para análise nos seguintes casos:

- 1.1 Estruturas cuja localização esteja em zonas de baixo risco sísmico e onde se garanta a desigualdade expressa por (2.27).

$$I_e \cdot F_a \cdot S_{a0.2s} \leq 0.35 \quad (2.27)$$

na qual I_e é o fator que leva em consideração a importância da estrutura. (chamada de I neste trabalho), F_a é um fator de aceleração relativo à fundação e $S_{a0.2s}$ é a aceleração espectral para um período de $0.2s$ e que se expressa como uma percentagem de “ g ”.

1.2 Estruturas regulares localizadas em qualquer zona sem se importar o grau de ameaça sísmica existente e que não ultrapassem os $60m$ de elevação e com períodos naturais inferiores aos $2s$.

Isto reflete que a regularidade é uma característica favorável para as estruturas fundamentalmente ante os carregamentos laterais.

1.3 No caso de estruturas irregulares em qualquer zona sísmica com menos de $20m$ de altura o que equivale a 7 andares mais ou menos e períodos inferiores aos $0.5s$. A punição pela irregularidade consiste em uma redução substancial da altura.

No entanto, a NSR-10 autoriza o emprego do MFHE na avaliação da carga sísmica em edifícios nos seguintes casos:

1. Prédios regulares ou não regulares que estejam ubicados em zonas de ameaça sísmica baixa.
2. Edifícios cuja categoria de uso seja $I = 1.00$ que fiquem em zona de ameaça sísmica intermédia.
3. No caso de edificações regulares de altura inferior a $60m$ em qualquer zona de ameaça sísmica sempre que as condições do solo tipo D, E, F (segundo a NBR incluso) e com períodos de vibração superiores a $2 \cdot T_c = 0.96 \cdot \frac{A_v \cdot F_v}{A_a \cdot F_a}$.
4. Edificações não regulares com alturas inferiores a $18m$. Condição semelhante as estabelecidas pelo Humar no seu inciso 1.3.

3 EFEITOS DOS CARREGAMENTOS LATERAIS SOBRE AS ESTRUTURAS

As cargas laterais geram deslocamentos que é necessário se manter em níveis limite para que a estrutura seja aceitável como descrito por exemplo, na (Tabela 4). Este capítulo objetiva apresentar os deslocamentos e esforços provocados pelas cargas laterais aplicadas a estruturas considerando como carregamentos laterais os decorrentes de sismo em particular.

Paulay e Priestley [1992] dizem que as estruturas dos prédios apresentam respostas ante as cargas laterais que podem ser divididas fundamentalmente em duas componentes. A primeira delas considerando a resposta do edifício em elevação como se fosse uma viga engastada mais a parcela da resposta em planta. As duas estão interconectadas entre si. E o que pode ser enxergado na planta finalmente define o que acontece na elevação. É dizer, os deslocamentos relativos que se apresentam olhando a estrutura de perfil são o resultado da soma algébrica de deslocamentos lineares e angulares distinguíveis em planta.

3.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

O sistema estrutural que configura um prédio é essencialmente tridimensional formado por painéis planos. Cada um dos quais apresenta uma rigidez ante o carregamento lateral que no fundo é importante porque estabelece a porção da carga de vento ou sismo que cada um deles deve receber depois de feita a análise estrutural. Stamato [1966] explica que a distribuição de cargas laterais nunca deve ser feita como é costumeiro no caso de carregamento vertical (por fatias aferentes) porque com a consideração de diafragma rígido para as lajens o deslocamento de qualquer ponto que pertença ao mesmo diafragma sofrerá um deslocamento que é único. A (Figura 18) mostra os pontos denotados como A, B, C, D, E, F que terão igual deslocamento. Mas é claro que por fatias aferentes os pórticos que contêm A, F devem tomar a metade da carga que os pórticos que contêm B e E . Embora os pórticos sejam iguais em tudo demais, com dois elementos verticais para suportar carregamento lateral. Isso quer dizer que os B, E vão se deslocar mais que os A, F

porque “em teoria” estão mais carregados. Isso prova o erro no qual pode-se incorrer quando o processo de repartição de cargas não é feito proporcional à rigidez lateral.

Todos os pórticos com dois elementos verticais de resistência à carregamento lateral (A, B, E, F) terão o mesmo nível de carga entre sim. Entanto que os pórticos conformados com 3 elementos verticais (C, D) que são mais rígidos deverão suportar maiores níveis de carga lateral.

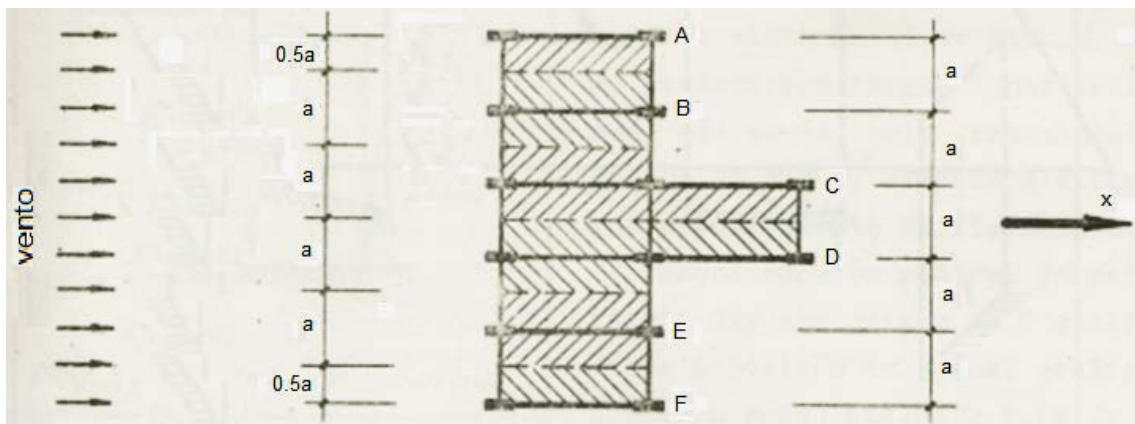


Figura 18. Distribuição de cargas laterais proporcionais à rigidez. [Stamato, 1966 adaptado]

Da (Figura 19) se definem dois pontos importantes nos pavimentos das estruturas. O primeiro deles é o centro de massas (CM) e o segundo o centro de rigidezes (CR). Além disso, há um ponto intermediário na linha que conecta o CM e o CR . É o centro de torção CT , denotado assim nesse trabalho.

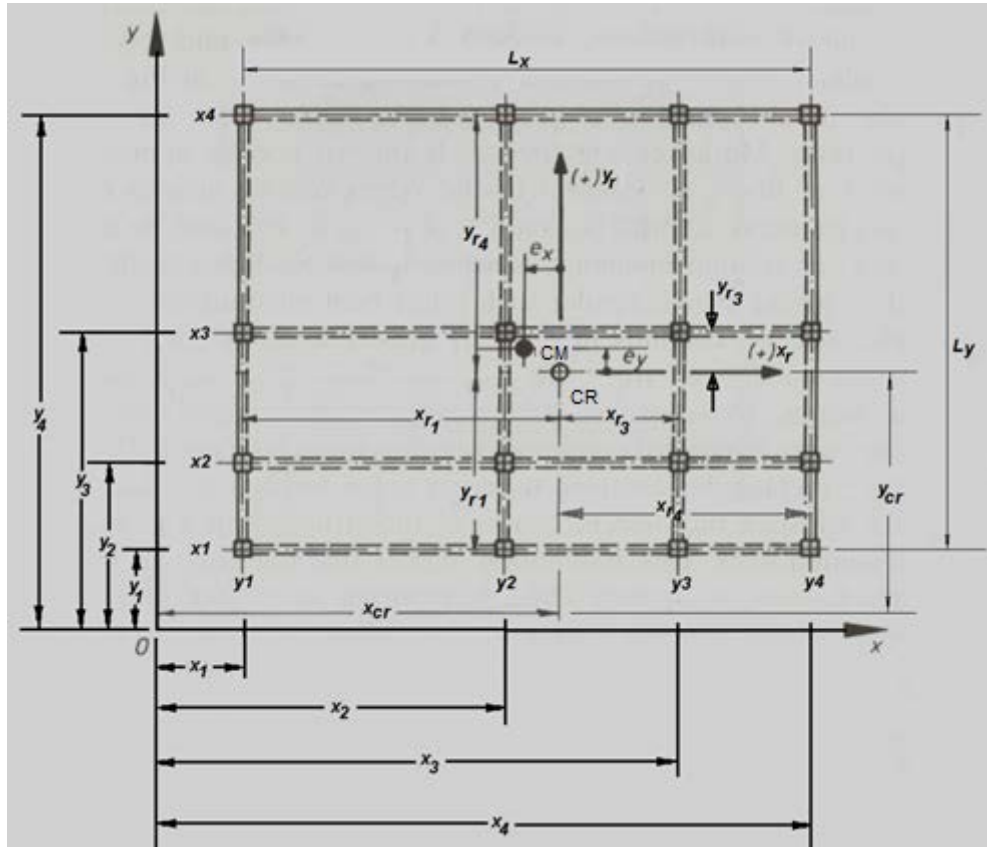


Figura 19. Planta andar tipo. [Paulay, 1992 adaptado]

O primeiro deles (CM) é o mesmo centro de gravidade do pavimento. Sendo este o ponto de aplicação das cargas dinâmicas (vento ou sismo). No centro de rigidez (CR) pela sua parte a estrutura resiste essas cargas. A presença inevitável de discordâncias entre CM e CR faz com que seja preciso o uso do conceito de excentricidade. Estas são sempre presentes por três razões fundamentais. Pela irregularidade em planta, pelas condições de assimetria na rigidez ou na distribuição de massas e pelo processo construtivo. Quando a origem da discrepância CM , CR é proveniente da construção é levada em consideração nos códigos com uma excentricidade conhecida como acidental (e_{ax} , e_{ay}). E que geralmente é reportada com valores que podem ficar em um rango compreendido entre (5 – 10)% do comprimento ortogonal à aplicação da carga lateral. No presente trabalho é considerada uma percentagem de 7.5%.

Partindo da figura anterior, segue-se que as excentricidades podem ser achadas como uma subtração de coordenadas definidas na (3.1).

$$\begin{cases} e_x = x_{CM} - x_{CR} \\ e_y = y_{CM} - y_{CR} \end{cases} \quad (3.1)$$

Para carregamentos segundo a direção y a excentricidade de interesse é a e_x e quando os carregamentos acontecem segundo a direção x a excentricidade de interesse é a e_y .

3.2 ESFORÇO DE CISALHAMENTO SISMICO DE PISO

Neste trabalho o esforço cisalhante originário do sismo que é de interesse vai ser aquele que se obtêm da acumulação de forças laterais de cima para baixo até o nível em questão. Com este esforço cisalhante que simplesmente vai ser chamado de cisalhamento sísmico é que são determinados os deslocamentos dos diferentes níveis da estrutura. Aquele esforço sísmico pode-se apresentar com ou sem excentricidade. Sem excentricidade é chamado de direto. Com excentricidade é conhecido como cisalhamento originário da torção.

3.2.1 Cisalhamento sísmico direto

No caso em que qualquer uma das excentricidades seja zero implica que as coordenadas dos centros de massa e rigidezes são coincidentes naquela direção e conseqüentemente a carga lateral segundo uma direção ortogonal estará aplicada no centro de massa daquele pavimento garantindo que o deslocamento resultante só será de translação na mesma direção do carregamento.

Chamando de K_{eq}^x e K_{eq}^y às rigidezes equivalentes totais ou rigidez de andar segundo pórticos lidos nas direções x e y respectivamente, a (3.2) disponibiliza as rigidezes do andar segundo os eixos x e y sendo quatro termos pela presença de quatro pórticos em cada direção principal da (Figura 19).

$$\begin{cases} K_{eq}^x = K_{x1} + K_{x2} + K_{x3} + K_{x4} \\ K_{eq}^y = K_{y1} + K_{y2} + K_{y3} + K_{y4} \end{cases} \quad (3.2)$$

Supondo um pórtico “ l ” cuja rigidez na direção x seja K_{xl} , interessa conhecer quanto do cortante de piso é tomado por ele.

Para atacar esta dúvida é importante lembrar que baixo a premissa de que as lajes são infinitamente rígidas no seu próprio plano todos os pontos dela sofrem mesmo deslocamento translacional quando atua uma carga lateral no pavimento o qual também se interpreta como que o pórtico individual (qualquer um deles) no mesmo andar e sob o quinhão da carga que devido à sua rigidez deva assumir vai se deslocar na mesma quantidade. Isto é expresso na igualdade definida pela (3.3).

$$\Delta_{andar} = \Delta_{pórtico\ l} \rightarrow \frac{V_{andar}}{K_{xandar}} = \frac{V_{pórtico\ l}}{K_{pórtico\ l}} \rightarrow V_{pórtico\ l} = \frac{K_{pórtico\ l}}{\sum_{i=1}^{NP} K_{xi}} \cdot V_{andar} \quad (3.3)$$

A (3.3) define o quinhão do cisalhamento de andar que vai ser tomada pelo pórtico l quando não há efeitos de torção. E representa uma parcela do total quando a torção está presente. Ainda mais, ela é válida quando o estudo é feito segundo a direção x . Bastaria uma mudança do índice para o caso de que a direção de análise seja y . É importante lembrar que o índice l está compreendido entre 1 e NP onde NP o número de pórticos dos quais o l é tão só um deles.

Na seguinte análise se supõe que a rigidez é “semelhante” à massa ou a área enquanto a serem grandezas com as quais é lícito escrever somatórias de momentos. E que o momento provocado pela rigidez apresenta unidades de força. Escrevendo uma expressão dos momentos associados com a rigidez respeito do eixo z (normal ao plano xy da (Figura 19)) para os pórticos na direção y é possível se encontrar a abscissa x_{cr} do conjunto mediante a (3.4) que define a posição do centro de rigidezes do andar em consideração. Também apresenta uma forma general para a coordenada x do centro de rigidezes.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{cr} = \frac{K_{y1} \cdot x_1 + K_{y2} \cdot x_2 + K_{y3} \cdot x_3 + K_{y4} \cdot x_4}{K_{y1} + K_{y2} + K_{y3} + K_{y4}} \\ x_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^{NP} K_{yi} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{NP} K_{yi}} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Na direção ortogonal podem ser escritas expressões equivalentes à (3.4) como na (3.5). Onde também se fez a condensação da soma num símbolo de somatório.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{cr} = \frac{K_{x1} \cdot y_1 + K_{x2} \cdot y_2 + K_{x3} \cdot y_3 + K_{x4} \cdot y_4}{K_{x1} + K_{x2} + K_{x3} + K_{x4}} \\ y_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^{NP} K_{xi} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{NP} K_{xi}} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Alternativamente Jaeger, Mufti e Mamet [1973] sugerem que as equações (3.4) e (3.5) sejam exprimidas de acordo com a (3.6). Quando as paredes ou ME (Muros estruturais) apresentem seção constante sem mudanças na posição nos pavimentos em questão. Essa condição quase sempre consegue ser atendida em edifícios elevados onde é muito frequente a simetria. Nessas expressões mais gerais ainda, é possível se prescindir do módulo elástico do material dos ME.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^t I_{yi} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^t I_{yi}} \\ y_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^t I_{xi} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^t I_{xi}} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Em geral as rigidezes são funções do produto da rigidez à flexão (EI) e inversamente proporcional a uma potência da sua longitude L . $K_{elemento} = f\left(\frac{EI}{L^r}\right)$

3.2.2 Esforço cisalhante sísmico como efeito da torção

As forças sísmicas em cada pavimento atuam no seu centro de massas enquanto que a estrutura resiste o carregamento no centro de rigidezes (Figura 20) onde se supõe concentrada a rigidez do andar [PAULAY e PRIESTLEY, 1992].

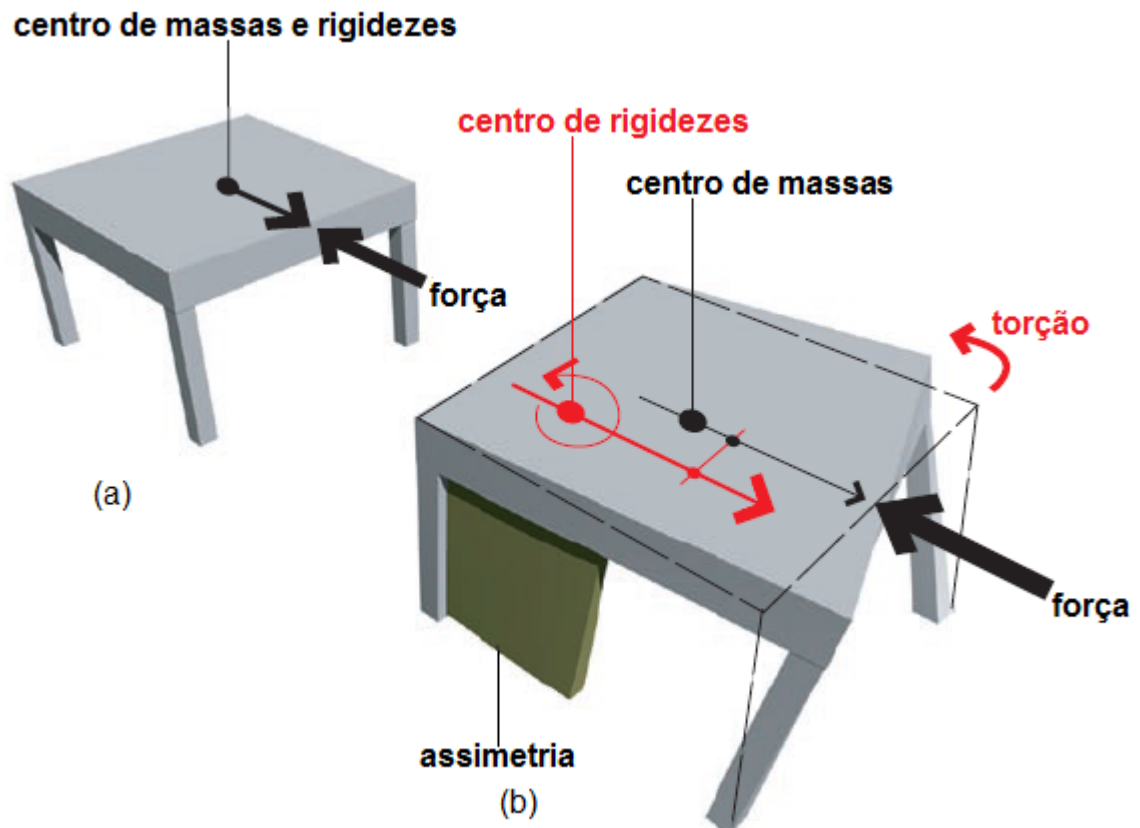


Figura 20. Efeitos da torção devido à discrepância entre o centro de massas e rigidez. a. Caso simétrico (cisalhamento direto), b. Caso assimétrico por causa da rigidez (cisalhamento com efeitos torcionais). [Disponível em: http://www.fema.gov/media-library-data/20130726-1556-20490-0102/fema454_chapter4.pdf adaptado. Acesso em 07/05/2015]

Uma discrepância entre o CM e o CR traz um efeito adicional de torção que origina esforços cortantes nos elementos resistentes. Como aquele genérico assinalado como elemento “ j ” pertencente a um pavimento “ i ” na (Figura 21).

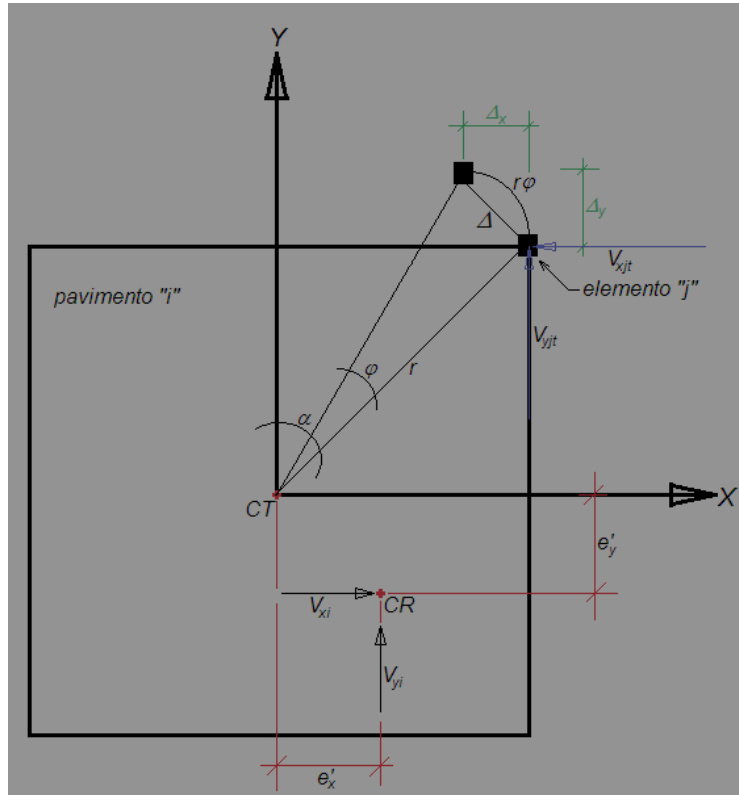


Figura 21. Esforços cortantes originários da torção

Sob a hipótese de pequenos deslocamentos φ supõe-se que as linhas radiais desde o CT até o elemento "j" são ortogonais ao deslocamento Δ e pelo tanto é correto escrever a (3.7).

$$\begin{cases} \Delta = r \cdot \varphi \\ \Delta_x = \Delta \cdot \cos\alpha \\ \Delta_y = \Delta \cdot \sin\alpha \end{cases} \quad (3.7)$$

Da qual, Δ_x e Δ_y representam as projeções de Δ segundo os eixos x , y .

Portanto considerando o elemento "j" como uma mola à qual aplicar a Lei de Hooke seja válido, tem-se a (3.8).

$$\begin{cases} V_{xjt} = K_{xj} \cdot \Delta_x = K_{xj} \cdot \Delta \cdot \cos\alpha \\ V_{yjt} = K_{yj} \cdot \Delta_y = K_{yj} \cdot \Delta \cdot \sin\alpha \end{cases} \quad (3.8)$$

Conclui-se que V_{xjt} e V_{yjt} são os esforços de cisalhamento atuantes no elemento “j” segundo as direções x , y originadas pela torção da laje.

Devido a que já tinha se aceitado que φ é muito pequeno a (3.9) é correta.

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{y_j}{r} \\ \sen\alpha = \frac{x_j}{r} \end{cases} \quad (3.9)$$

Então a (3.9) substituída na (3.8) fornece uma nova cara para ela através da (3.10). Que ainda com a assistência da primeira linha da (3.7) fica notavelmente simplificada.

$$\begin{cases} V_{xjt} = K_{xj} \cdot \Delta \cdot \frac{y_j}{r} = K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j \\ V_{yjt} = K_{yj} \cdot \Delta \cdot \frac{x_j}{r} = K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j \end{cases} \quad (3.10)$$

O momento de torção gerado pelos esforços atuantes no elemento “j” é apresentado na (3.11) apresentando um formato muito mais expressivo que relaciona M_t e φ através da (3.10).

$$M_t = V_{xjt} \cdot y_j + V_{yjt} \cdot x_j = K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2 \quad (3.11)$$

A expressão de M_t em (3.11) é desenvolvida para um solo elemento. Porém, podem ser “NTE” deles com o qual ela ganha uma nova escrita segundo a (3.12).

$$M_t = \sum_{j=1}^{NTE} (K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2) \quad (3.12)$$

E da qual se deseja isolar φ conforme com a (3.13)

$$\varphi = \frac{M_t}{\sum_{j=1}^m K_{xj} \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^m K_{yj} \cdot x_j^2} \quad (3.13)$$

Por consequência da (3.13) o novo rosto da (3.10) é definido na (3.14)

$$\begin{cases} V_{xjt} = K_{xj} \cdot \frac{M_t}{\sum_{j=1}^m K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^m K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2} \cdot y_j \\ V_{yjt} = K_{yj} \cdot \frac{M_t}{\sum_{j=1}^m K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^m K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2} \cdot x_j \end{cases} \quad (3.14)$$

Finalmente, o esforço cisalhante total será o esforço de cisalhamento direto que atua no elemento “j” acrescentado do esforço de cisalhamento atuante no mesmo elemento “j” vindo da torção para assim se obter a (3.15).

$$\begin{cases} V_{xj} = \frac{K_{xj}}{\sum_{j=1}^m K_{xj}} + K_{xj} \cdot \frac{M_t}{\sum_{j=1}^m K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^m K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2} \cdot y_j \\ V_{yj} = \frac{K_{yj}}{\sum_{j=1}^m K_{yj}} + K_{yj} \cdot \frac{M_t}{\sum_{j=1}^m K_{xj} \cdot \varphi \cdot y_j^2 + \sum_{j=1}^m K_{yj} \cdot \varphi \cdot x_j^2} \cdot x_j \end{cases} \quad (3.15)$$

3.2.3 Deslocamentos adicionais no pavimento “i” gerados pela torção

As expressões dadas na (3.7) definem o deslocamento de um elemento tipo pilar em particular em um determinado nível da edificação. Antes de mais nada, é preciso definir um ponto da laje que seja representativo e se fazer uma análise semelhante ao que fora levado em conta na (Figura 22). Sob a hipótese de que a laje é infinitamente rígida no seu plano, a escolha é do *CM* da mesma porque esse ponto não vai se deslocar relativamente com respeito aos outros pontos.

O que segue é válido para o *CM* que vai ser quem vai sofrer deslocamentos adicionais segundo *x* e *y* por causa da rotação φ como expresso na (Figura 22).

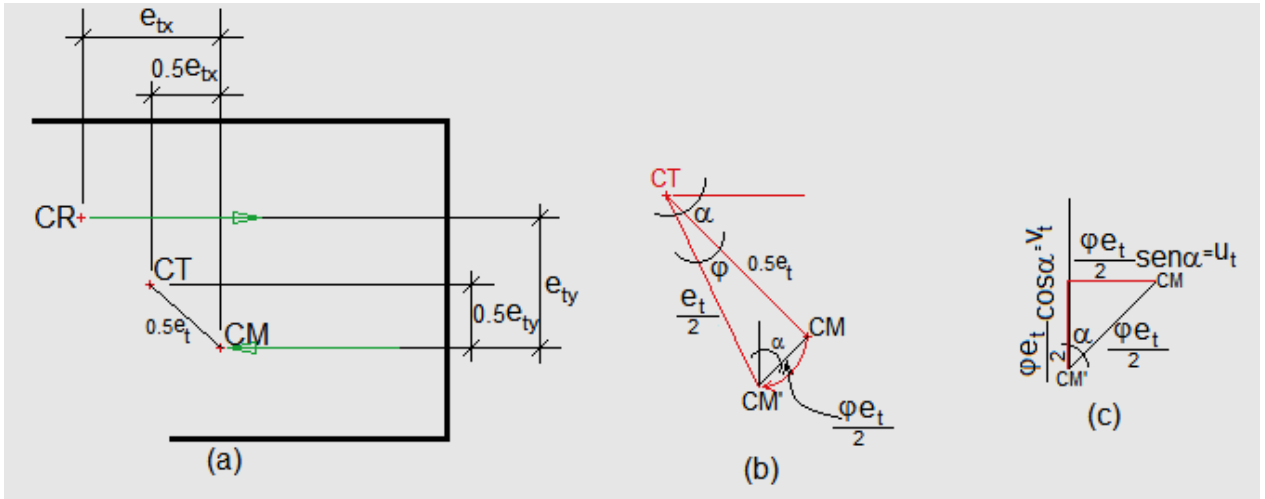


Figura 22. (a) Esquema da disposição dos centros de massa, rigidez e torção. (b) Deslocamento do centro de massa suposto como reta ortogonal à linha CR-CM. (c) Detalhe dos deslocamentos sofridos pelo CM segundo x e y devidos a torção.

Chamando de e_{tx} e e_{ty} às excentricidades totais segundo x e y nas quais total implica a subtração de coordenadas entre os centros de massa e rigidez acrescentadas das respectivas excentricidades acidentais que são função de uma porcentagem do comprimento segundo a direção de análise. Se x , então $e_{ax} = \% \cdot L_x$. Mesmo assim, se y , onde fica como $e_{ay} = \% \cdot L_y$.

Assim, as e_{tx} e e_{ty} são definidas na (3.16).

$$\begin{cases} e_{tx} = |x_{CM} - x_{CR}| + \% \cdot L_x \\ e_{ty} = |y_{CM} - y_{CR}| + \% \cdot L_y \end{cases} \quad (3.16)$$

A e_t é a separação entre os CM e CR e segundo a (Figura 22a) obtida na (3.17). A segunda parte da mesma equação define o ângulo α que é o ângulo formado pela linha CT – CM com respeito à horizontal. Na (Figura 21) α era formado com a vertical.

$$\begin{cases} e_t = \sqrt{e_{tx}^2 + e_{ty}^2} \\ tga = \frac{e_{ty}}{e_{tx}} \end{cases} \quad (3.17)$$

Por sua parte, o ângulo φ representa a rotação que a laje efetivamente apresentou. Toda análise é feita ao redor dele sob a consideração de que é muito pequeno como

para se aceitar a suposição de que o arco $CM - CM'$ da (Figura 22b) seja uma linha reta normal à linha inicial $CT - CM$.

Os deslocamentos Δ_{xt} e Δ_{yt} então são os que acontecem segundo os eixos x , y por causa da torção. No capítulo voltado para exemplos vão ser chamados como u_t e v_t .

Em resumo a (3.18) define os deslocamentos adicionais segundo cada uma das direções principais de conformidade com a (Figura 22c).

$$\begin{cases} \Delta_{xt} = u_t = \frac{\varphi \cdot d}{2} \cdot \text{sen} \alpha \\ \Delta_{yt} = v_t = \frac{\varphi \cdot d}{2} \cdot \text{cos} \alpha \end{cases} \quad (3.18)$$

O 2 no denominador se justifica pelo fato de que o CT está na metade do comprimento entre CR e CM . É importante reforçar que a metodologia contínua determina deslocamentos lineares e angulares respeito de uma origem 0 como na (Figura 23). Na qual é reconhecido que $F_a = F_r = F$. Onde o subíndice a e r sinalizam atuante ou resistida respectivamente.

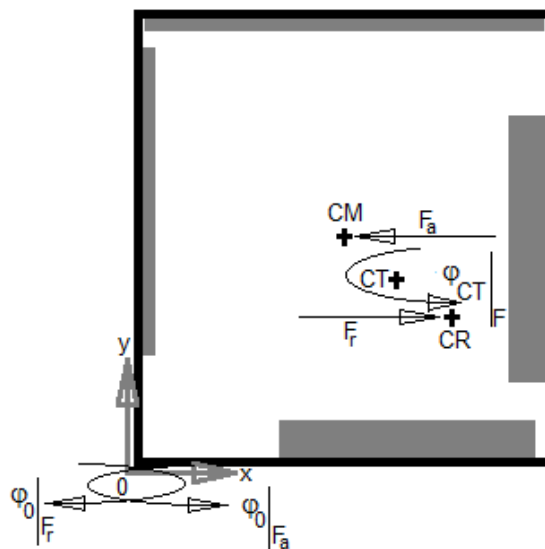


Figura 23. Rotações provocadas pelos esforços cisalhantes de pavimento com respeito à origem 0 considerada como referência na metodologia contínua. Destaque para a rotação respeito do CT.

Como vai ser abordado posteriormente na técnica do médio contínuo as rotações são levadas em consideração sempre com respeito à origem 0. No entanto, métodos como dos fatores R e ainda a análise modal consideram excentricidades através das quais possam ser acrescentados os efeitos torcionais. Assim, para fazer análises equivalentes entre as metodologias é preciso quando médio contínuo fazer duas considerações. Um deles quando a carga esteja aplicada no centro de massas e o outro quando dita carga esteja sendo resistida no centro de rigidezes do sistema. Na tentativa de começar a edificar a teoria são abordados primeiramente os painéis sendo analisados isoladamente.

4 PAINÉIS COMO UMA INTRODUÇÃO À TÉCNICA DO MEIO CONTÍNUO

Primeiramente são estudados os painéis isoladamente para logo depois proceder a combinar eles nas mais diversas possibilidades. Esse roteiro é seguido até o capítulo 7.

4.1 PAREDE ESTRUTURAL OU MURO ESTRUTURAL (PE ou ME)

Segundo Stamato [1972] uma parede ou muro estrutural é definido como um painel plano sem rigidez transversal, extremadamente rígido à força cortante e deformável só por flexão. Por sua vez Wight e McGregor [2012] se apoiam no código da ACI na sua seção 2.1 para definir um muro estrutural nos seguintes termos: “Um muro é proporcionado para suportar combinações de esforços cortantes, momentos de flexão e carregamentos axiais”.

Muto [1956] já reconhecia que a melhor solução para garantir rigidez lateral dos edifícios altos era através do emprego dos (ME). Anos depois Murashev, Sigalov e Baikov [1968] confirmam este fato, especialmente para estruturas de alturas convencionais (30m). Paulay e Priestley [1992] afirmam que o uso de muros é frequente em edifícios de mais de 20 andares e que no caso de edifícios que ultrapassam os 30 andares esta alternativa passa a ser uma obrigação com objeto de reduzir os deslocamentos ante os carregamentos laterais, atendendo, além disso, considerações de economia. Eles dizem ainda que é recomendável uma distribuição simétrica em planta para reduzir” os efeitos de torção.

Doravante a parede vai ser chamada de muro estrutural porque se bem é certo não é o nome de emprego corriqueiro no Brasil sim é o nome de maior divulgação na literatura técnica.

A elástica de um muro devido aos carregamentos laterais é esquematizada na (Figura 24).

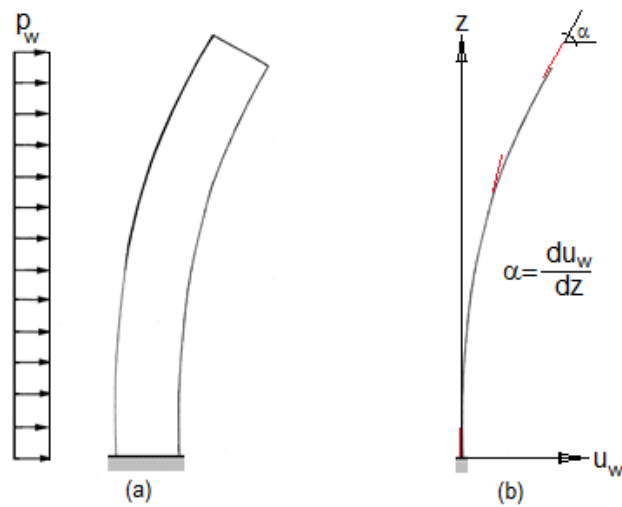


Figura 24. (a) Elástica do muro. (b) Mudanças na inclinação da elástica com altura [Areiza, Kostem 1979 adaptado]

É importante anotar que os maiores deslocamentos relativos acontecem na porção superior do painel (concavidade voltada para a direita). Fato que contribui com que o sistema seja ineficiente quando atua isoladamente. Além disso, a variação da inclinação da elástica conforme aumenta z é positiva porque incrementos de altura ou z redundam em incrementos na inclinação da reta tangente. Sendo positiva esta razão de câmbio é apropriado um sinal positivo na (4.3).

Para o que segue e segundo a (Figura 25) as grandezas referentes ao ME apresentam-se com o índice “w”.

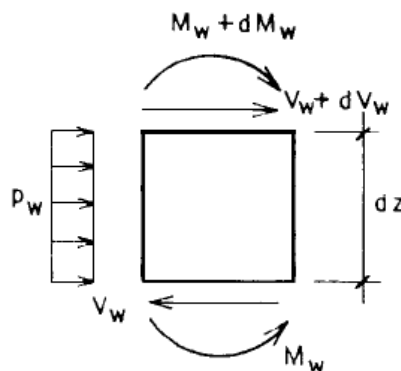


Figura 25. Esforços internos e externos atuantes no ME. [Gomes, 1991].

Pela aplicação do equilíbrio de forças horizontais e de momentos é obtida a (4.1).

$$\begin{cases} \frac{dV_w}{dz} = -p_w \\ \frac{dM_w}{dz} = -V_w \end{cases} \quad (4.1)$$

Onde V_w é o esforço cortante, z a coordenada segundo a altura com origem na base do painel e p_w o carregamento lateralmente distribuído. Acrescenta-se também que M_w o momento de flexão atuante.

Assim, misturando as equações englobadas na (4.1) chega-se na (4.2).

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = p_w \quad (4.2)$$

Pela sua vez a (4.3) exprime uma relação momento-elástica.

$$\frac{d^2 u_w}{dz^2} = \frac{M_w}{E_w \cdot I_w} \quad (4.3)$$

Diferenciando duas vezes à expressão (4.3) é obtida a (4.4).

$$\frac{d^2 M_w}{dz^2} = E_w \cdot I_w \cdot \frac{d^4 u_w}{dz^4} = p_w \quad (4.4)$$

O momento de inércia I_w que seja considerado em cada caso deve ser calculado com respeito ao eixo de flexão como esquematizado na (Figura 26).

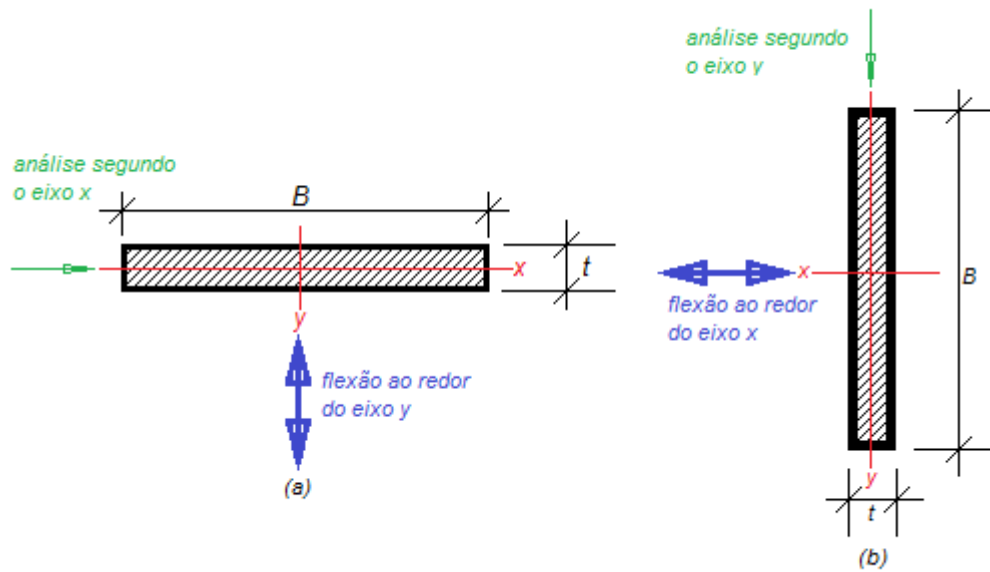


Figura 26. Eixos de flexão nos muros. a. Flexão respeito de y (carregamento segundo x). b. Flexão respeito de x (carregamento segundo y).

A integração da (4.4) está sujeita às condições de fronteira seguintes:

$$u_w = 0 \text{ em } z = 0, u'_w = 0 \text{ em } z = 0, V_w = 0 \text{ em } z = H, M_w = 0 \text{ em } z = H$$

Porque na base o muro acha-se engastado e no topo os esforços internos (momento fletor e força cortante) são nulos.

Integrações sucessivas desde a (4.4) fornecem as expressões englobadas na (4.5).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} E_w \cdot I_w \cdot \frac{d^3 u_w}{dz^3} = p_w \cdot z + C_1 \\ E_w \cdot I_w \cdot \frac{d^2 u_w}{dz^2} = p_w \cdot \frac{z^2}{2} + C_1 \cdot z + C_2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} E_w \cdot I_w \cdot \frac{du_w}{dz} = p_w \cdot \frac{z^3}{6} + C_1 \cdot \frac{z^2}{2} + C_2 \cdot z + C_3 \\ E_w \cdot I_w \cdot u_w = p_w \cdot \frac{z^4}{24} + C_1 \cdot \frac{z^3}{6} + C_2 \cdot \frac{z^2}{2} + C_3 \cdot z + C_4 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Expressões que são fundamentais porque a elas aplicadas as condições de fronteira veiculam a determinação das constantes de integração das quais são nulas as C_3 e C_4 , sendo as constantes não nulas dadas na (4.6).

$$\begin{cases} C_1 = -p_w \cdot H \\ C_2 = p_w \cdot \frac{H^2}{2} \end{cases} \quad (4.6)$$

De maneira que a expressão desde (4.5) definida para u_w fica escrita simplificada na (4.7).

$$u_w = \frac{p_w}{24 \cdot E_w \cdot I_w} \cdot z^4 - \frac{p_w \cdot H}{6 \cdot E_w \cdot I_w} \cdot z^3 + \frac{p_w \cdot H^2}{4 \cdot E_w \cdot I_w} \cdot z^2 \rightarrow u_w = \frac{p_w}{24 \cdot E_w \cdot I_w} \cdot (z^4 - 4 \cdot H \cdot z^3 + 6 \cdot H^2 \cdot z^2) \quad (4.7)$$

A rigidez flexural do muro i é definida assim na Resistência dos Materiais é definida através do produto $E_{wi} \cdot I_{wi}$ e fica exprimida como j_{wi} .

4.2 PÓRTICO (P)

Pórtico é um painel plano formado por vigas e pilares que segundo Stamato [1972] dispõe de rigidez infinita à flexão e que deformável apenas por esforço cortante.

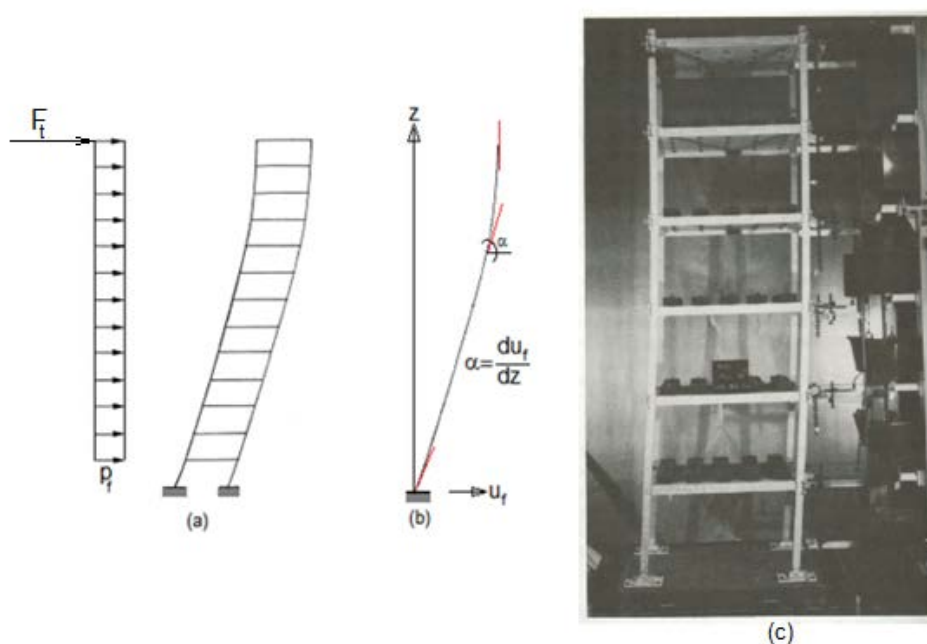


Figura 27. (a) Elástica do pórtico [Areiza, Kostem 1979 adaptado]. (b) Mudanças na inclinação da elástica (c) Elástica obtida num ensaio real feito em modelo à escala [Park, Paulay 1975].

As (Figura 27a e c) exibem uma deformada típica de pórtico, evidenciando grandes deslocamentos relativos no seu tramo inferior, sendo estes reduzidos no topo (concavidade voltada para a esquerda).

As variáveis referentes ao pórtico ficam apresentadas com o índice “f”.

A equação constitutiva do pórtico escreve-se na (4.8). O sinal positivo é válido pelo fato de que a u_f aumenta com o crescimento de z .

$$u'_f = \frac{du_f}{dz} = \frac{V_f}{s_f} \quad (4.8)$$

s_f é uma constante conhecida como rigidez lateral do pórtico e têm embutidas grandezas tais como seção transversal A , módulo elástico em cisalhamento G e o fator de forma da seção transversal que é 1.2 no caso habitual de seção transversal retangular.

O diagrama de corpo livre para uma porção de pórtico é mostrado na (Figura 28). À qual, logo depois da aplicação do equilíbrio de forças e momentos são postas em evidência às relações diferenciais dadas na (4.9).

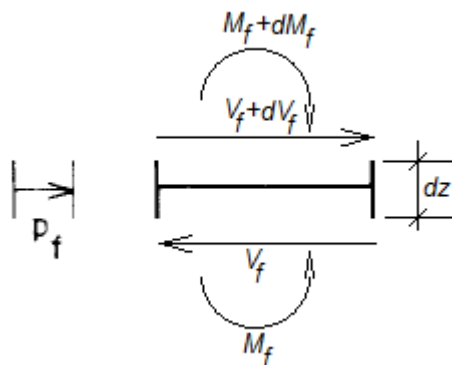


Figura 28. Diagrama esforços internos atuantes numa porção de pórtico. [Gomes 1991 adaptado]

$$\begin{cases} \frac{dM_f}{dz} = -V_f \\ \frac{dV_f}{dz} = -p_f \end{cases} \quad (4.9)$$

Partindo da (4.8) é claro que a derivada da elástica provê uma expressão para a função força cortante no pórtico que também é passível de ser obtida pela derivada da função momento com sinais contrários. Assim, é simples determinar a elástica u_f como função da z através da resolução da equação diferencial que involucra esforços de cisalhamento.

Separando variáveis na primeira linha da (4.9) e integrando ao longo do comprimento da estrutura obtêm-se algo como a (4.10) que representa uma expressão para o momento de flexão como função de z . Além disso, é fornido um valor da constante de integração assumida como C , que obtida atendendo a condição mecânica consistente em que o momento seja zerado no topo.

$$\left\{ \begin{array}{l} M_f(z) = -\int V_f(z)dz + C = -\int s_f \cdot \frac{du_f}{dz} dz + C = -s_f \cdot u_f(z) + C \\ C = \int V_f(z)dz \Big|_{z=H} = \int s_f \cdot \frac{du_f}{dz} dz \Big|_{z=H} = s_f \cdot u_f(z) \Big|_{z=H} \\ M_f(z) = -s_f \cdot [u_f(z) - u_f(z) \Big|_{z=H}] \end{array} \right. \quad (4.10)$$

A mistura das duas expressões da (4.9) com a derivada da (4.8) faz com que todas as expressões da (4.11) sejam válidas.

$$\frac{d^2 M_f}{dz^2} = p_f = -\frac{dV_f}{dz} = -s_f \cdot \frac{d^2 u_f}{dz^2} \quad (4.11)$$

A integração da (4.11) leva desde a segunda derivada para a primeira e a elástica na (4.12).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_f}{dz} = -\frac{1}{s_f} \cdot p_f \cdot z + C_5 \\ u_f = -\frac{1}{s_f} \cdot p_f \cdot \frac{z^2}{2} + C_5 \cdot z + C_6 \end{array} \right. \quad (4.12)$$

As condições de fronteira nesse caso são as seguintes:

$$u_f = 0 \text{ em } z = 0, \quad \frac{du_f}{dz} = u'_f = \frac{F_f}{s_f} = \frac{F_t}{s_f} \text{ em } z = H$$

Onde F_t é uma eventual força no topo do pórtico.

Assinalando o fato de que para $z = 0$ não é preciso garantir a condição $u'_f = 0$ como exigido nas (Figura 27b,c). Portanto, defronte com as condições de contorno definidas daquela maneira e aplicadas para as expressões da (4.12) são obtidas as constantes dadas na (4.13).

$$\begin{cases} C_6 = 0 \\ C_5 = \frac{F_t}{s_f} + \frac{1}{s_f} \cdot p_f \cdot H \end{cases} \quad (4.13)$$

Devido ao qual, a u_f adquire uma nova redação dada pela (4.14)

$$u_f = -\frac{1}{s_f} \cdot p_f \cdot \frac{z^2}{2} + \left[\frac{F_t}{s_f} + \frac{1}{s_f} \cdot p_f \cdot H \right] \cdot z \quad (4.14)$$



Figura 29. Núcleo estrutural tipo [Stafford, Smith 1991]

4.3 NÚCLEO ESTRUTURAL (NE)

É prática corrente no projeto estrutural de edifícios altos o aproveitamento do espaço destinado para elevadores também para a localização de núcleos estruturais (NE) de concreto como o mostrado na (Figura 29).

De acordo com Stafford e Smith [1991] os núcleos estruturais apresentam elevados momentos de inércia, conferindo-se assim elevadas rigidezes à flexão e à torção. Geralmente os núcleos têm espessuras das paredes muito pequenas em comparação com as outras dimensões, pelo que permitem a sua classificação como elementos de parede fina.

Stamato (1972) afirma que o (NE) é suscetível de se decompor através de dois (ME) orientados segundo os eixos principais de inércia que passam pelo centro de cisalhamento ou de torção como na (Figura 31). E cujas inércias são definidas como aquelas próprias dos retângulos, acrescentadas de uma mola de torção que seja capaz de desenvolver resistência à torção livre de Saint Venant e à torção por causa do empenamento (flexo-torção). Falando da torção livre, pode ser dito que na torção de barras de seção circular foi aceito que as seções planas antes ficariam planas depois de acontecerem os deslocamentos. Os torques aplicados seriam resistidos por tensões de cisalhamento que atuavam produzindo conjugados opostos ao momento de torção. No entanto na condição de barras de seção diferente à circular não é possível aceitar a condição de seções planas depois dos deslocamentos.

Tabela 5. Torção de Saint Venant. Destaque para a troca na rigidez torsional.

T_{sv}	
SEÇÃO CIRCULAR	SEÇÃO ARBITRÁRIA
$G \cdot I_p \cdot \frac{d\varphi}{dz}$	$G \cdot J \cdot \frac{d\varphi}{dz}$

A (Tabela 5) mune das expressões para a torção vinda de Saint-Venant nos dois casos passíveis.

A constante J é chamada de constante torsional e se exprime num formato geral como em (4.15).

$$J = C \cdot b \cdot t^3 \quad (4.15)$$

Com C uma constante tendendo para $\frac{1}{3}$ na medida em que cresce a relação $\frac{b}{t}$.

Assim a (4.15) fica como na (4.16) quando trata-se de seções suscetíveis de ser decompostas em elementos retangulares como no caso da (Figura 30).

$$J = \sum_{i=1}^{NR} \frac{1}{3} \cdot b_i \cdot t_i^3 \quad (4.16)$$

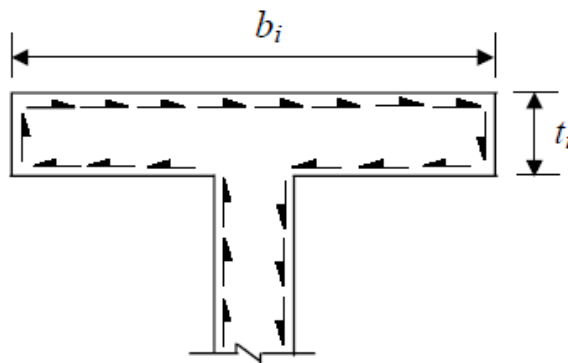


Figura 30. Seção que pode ser dividida em retângulos [Disponível em: <http://www.steel-insdag.org/TeachingMaterial/Chapter17.pdf> . Acesso em 2 de Abril de 2015]

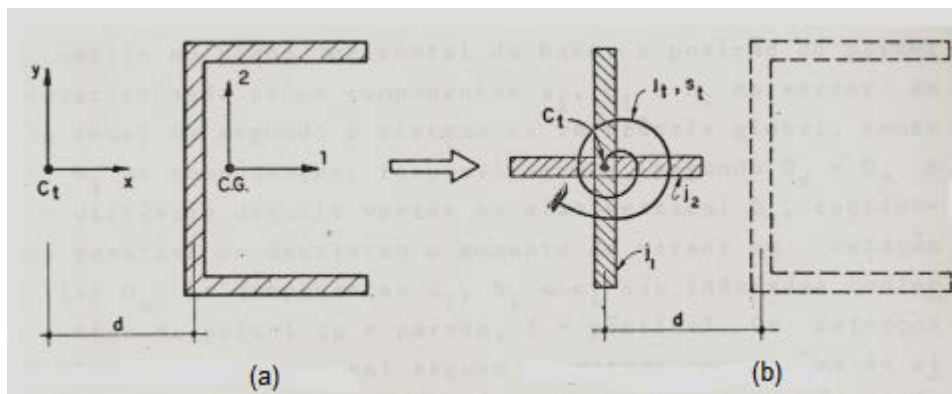


Figura 31. (a) Parede de seção aberta. (b). Decomposição segundo um sistema equivalente [Laier, 1984]

A parte correspondente com a torção impedida que da qual é originária a flexo-torção é o tema abordado no seguinte e que conclui na (4.21). A idéia é procurar el momento que acontece por causa do empenamento, denotado por $T_\omega(z)$

A (Figura 32) mostra a distribuição das tensões tangenciais na espessura da parede do perfil de acordo com a teoria de Saint Venant que é a primeira das componentes da torção que é de interesse.

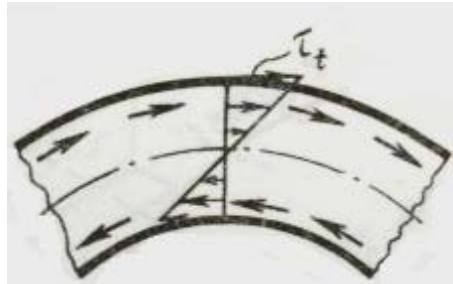


Figura 32. Distribuição das tensões de cisalhamento na espessura da parede do perfil segundo a teoria de Saint Venant [Rekach, 1978].

Assim as tensões horizontais provocam esforços de cisalhamento na mesa do perfil que na (Figura 33) são notadas como V_f . O índice f nesse caso é devido ao nome dado à mesa em inglês (flange). Nessa figura ficam de manifesto os efeitos da flexo-torção sobre um perfil de aço. E é desenvolvida uma expressão para $T_\omega(z)$ baseada nela.

O perfil apresenta essa forma após de acontecerem os deslocamentos vindos da torção não uniforme ou restrita. Zona hachurada é uma representação do engaste. É enxergável que na medida que acontece um afastamento do engaste acontecem deslocamentos que distorsionam a seção da sua forma original.

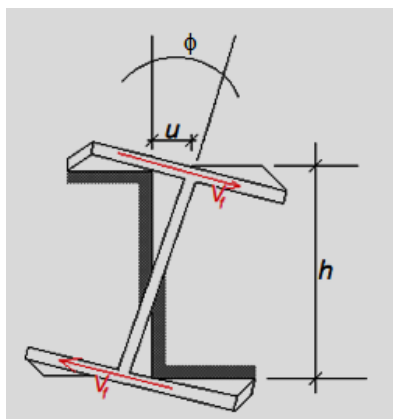


Figura 33. Esquema dos efeitos da flexo-torção numa viga de aço feita em perfil W.

Partindo dessa figura é válido escrever a (4.17).

$$u = \frac{h}{2} \cdot \phi \quad (4.17)$$

E da Resistência dos Materiais conta-se com a relação (4.18) entre momento fletor e a elástica.

$$M_f = E \cdot I_f \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (4.18)$$

É importante apontar que z nesse caso é o eixo axial ou eixo de simetria do perfil. Da derivada do M_f chega-se numa expressão para V_f como na (4.19).

$$V_f = -\frac{dM_f}{dz} = -E \cdot I_f \cdot \frac{d^3 u}{dz^3} = -E \cdot I_f \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{d^3 \phi}{dz^3} \quad (4.19)$$

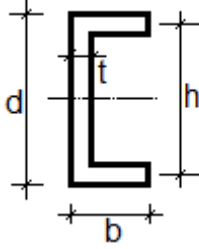
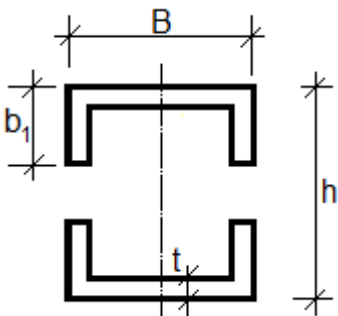
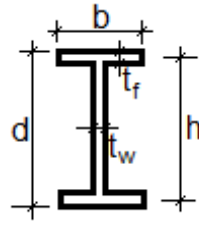
Em geral, o perfil sofre um deslocamento angular ϕ . No caso de que seja parte da estrutura constituindo um núcleo estrutural, sofre a mesma rotação que a laje e conseqüentemente deve ser feita a mudança seguinte: $\phi = \varphi$.

Assim, a (4.19) fica como na (4.20) que com auxílio da (Figura 33) possibilita uma rota para determinar o momento $T_\omega(z)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} V_f = -E \cdot I_f \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{d^3 \varphi}{dz^3} \\ T_\omega(z) = V_f(z) \cdot h = -E \cdot I_f \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{d^3 \varphi}{dz^3} \cdot h = -E \cdot I_f \cdot \frac{h^2}{2} \cdot \frac{d^3 \varphi}{dz^3} = -E \cdot I_\omega \cdot \frac{d^3 \varphi}{dz^3} \end{array} \right. \quad (4.20)$$

Na (4.20) a grandeza $I_\omega = I_f \cdot \frac{h^2}{2}$ é chamada de momento de inércia setorial definido no (anexo 4), com I_f sendo o momento de inércia maior da mesa. Isto é $I_f = \frac{1}{12} t_f \cdot b^3$.

Tabela 6. Propriedades torcionais núcleos estruturais tipo [Young, Budynas; 2002 adaptado].

TIPO DE NÚCLEO	$J_t = K$	$I_\omega = C_w = J_{ft}$
	$\frac{t^3}{3} \cdot (h + 2 \cdot b)$	$\left(\frac{h^2 \cdot b^3 \cdot t}{12}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot h + 3 \cdot b}{h + 6 \cdot b}\right)$
	$\frac{t^3}{3} \cdot (2 \cdot B + 2 \cdot b_1)$	$\frac{t \cdot B^2}{24} \cdot (8 \cdot b_1^3 + 6 \cdot h^2 \cdot b_1 + h^2 \cdot B + 12 \cdot b_1^2 \cdot h)$
	$\frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b \cdot t_f^3 + t_w^3 \cdot h)$	$\frac{h^2 \cdot t_f \cdot b^3}{24}$

Portanto o momento de torção passa a ser dado pela (4.21) na qual levam-se em consideração os efeitos da flexo-torção $T_\omega(z)$ e os de Saint Venant $T_{SV}(z)$.

$$T_{tn}(z) = T_\omega(z) + T_{SV}(z) = -E \cdot I_\omega \cdot \varphi'''' + G \cdot J_t \cdot \varphi' \quad (4.21)$$

Na qual T_{tn} é o momento torsor total no núcleo, T_ω o momento torsor de flexo-torção, T_{SV} o momento torsor livre. I_ω é o momento de inércia de flexo-torção, e é uma das propriedade das seções de parede fina conhecidas como propriedades setoriais.

I_ω às vezes é chamado de C_w ou constante de empenamento sob o mesmo ponto de vista dos Young, Budynas [2002] e J_t também conhecido como K de acordo com os mesmos autores. De conformidade com a (Tabela 6). Sendo este último o momento de inércia da torção livre.

Não deve gerar assombro o fato de que o primeiro que desenvolveu essa expressão (4.22) fora o Timoshenko em 1905 sendo supervisionado pelo Prandtl na Alemanha quando estudava o problema de estabilidade lateral de vigas W . Segundo Masfield e Young (1944) em duas semanas conseguiu mudar a expressão geral de Saint Venant para aquela que é divulgada de um jeito amplo em Flexotorção.

Assim, a (4.22) traz um resumo das duas teorias.

$$\begin{cases} T = C \cdot \varphi' \\ T = C \cdot \varphi' - D \cdot \varphi''' \end{cases} \quad (4.22)$$

A nova constante D depende da rigidez à flexão das mesas e da separação entre elas. Isso marca o princípio do desenvolvimento da teoria de empenamento aprofundada no final dos 50s e início dos 60s pelo Vlasov no seu livro “Thin walled elastic beams” (1959) no russo e traduzido ao inglês em Jerusalém dois anos depois.

4.2. ASSOCIAÇÃO PLANA DE PÓRTICO E MURO

A (Figura 34) exhibe uma típica associação de pórtico-muro. Trata-se de uma associação eficiente toda vez que tais painéis apresentam uma rigidez complementar, sendo o muro pouco deformável na base e o pórtico na região do topo como já fora mencionado com motivo das definições dos painéis muro e pórtico respectivamente e mostrado graficamente nas (Figura 24) e (Figura 27).

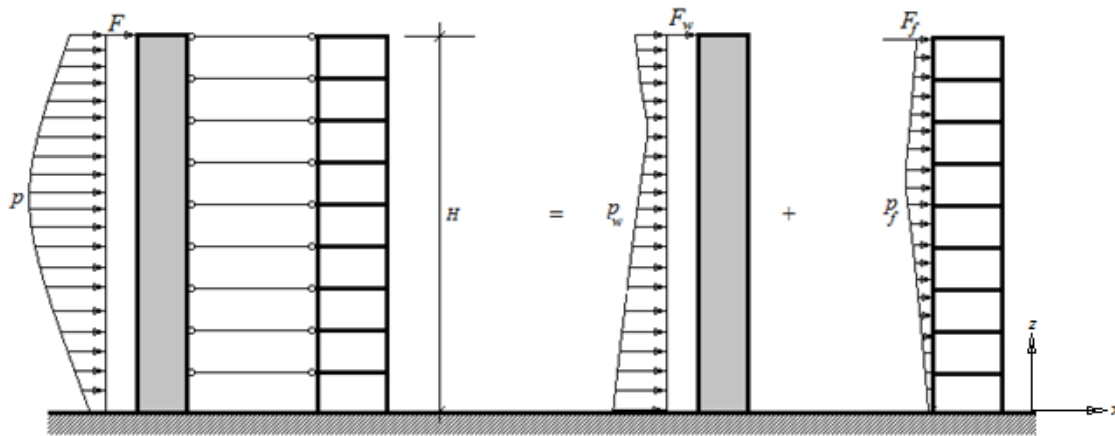


Figura 34. Painel geral

Considerações de equilíbrio desde a (Figura 34) permitem expressar o esforço cortante e a carga distribuída no conjunto como na (4.23).

$$\begin{cases} F = F_w + F_f \\ p = p_w + p_f \end{cases} \quad (4.23)$$

Onde fica explícita a contribuição de cada painel para o esforço do conjunto.

Tal associação pode ser modelada segundo a técnica do Meio Contínuo como se o pórtico e a parede fossem conectados por barras de rigidez infinita simulando-se assim as lajes entendidas como diafragmas rígidos que estão continuamente distribuídos ao longo da altura, dessa maneira ilustrada na (Figura 35).

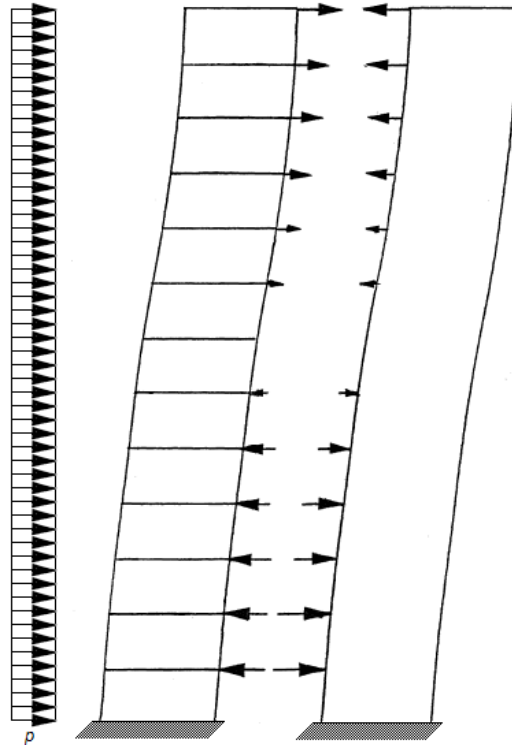


Figura 35. Efeito combinado Pórtico-Parede. [Areiza, Kostem 1979 adaptado]

Tendo-se em conta as equações constitutivas dos painéis em apreço (4.4) e (4.11) assim como as equações de equilíbrio do conjunto chega-se desde a (4.23) à seguinte equação (4.24), na qual também é posto de manifesto o fato de que a deformada é única para os painéis associados sendo coerente prescindir dos índices w ou f .

$$\begin{cases} j_w \cdot \frac{d^4 u_w}{dz^4} - s_f \cdot \frac{d^2 u_f}{dz^2} = p(z) \\ j_w \cdot \frac{d^4 u}{dz^4} - s_f \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} = p(z) \end{cases} \quad (4.24)$$

E para cuja integração devem ser atendidas as seguintes condições de fronteira:

$$u(z=0) = 0, \frac{du}{dz}(z=0) = 0, j_w \cdot u''(z=H) = 0, j_w \cdot u'''(z=H) - s_f \cdot u'(z=H) = 0$$

Que são consequência das condições no engaste na base e dos esforços devidos ao momento para o conjunto muro-pórtico no topo.

4.3. ASSOCIAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE PAINÉIS

As (Figura 36) e (Figura 37) expõem uma configuração primeiro em alçada e logo em planta de um prédio feito de muro e pórtico.

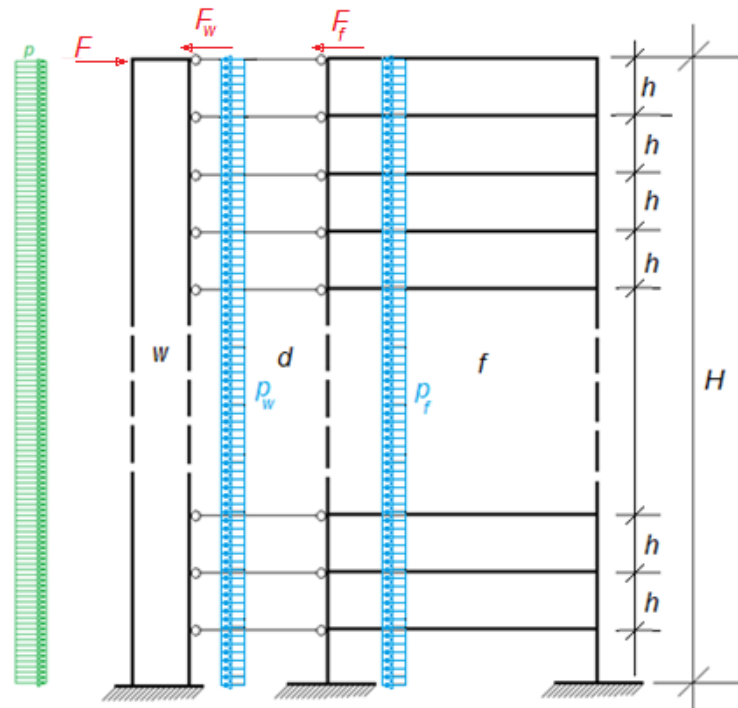


Figura 36. Carregamento externo, esforços e painéis em alçada

Nessa (Figura 37) há indicação dos painéis dados na (Figura 36), além do núcleo estrutural que poderia vir a existir na estrutura considerada. No relativo aos pórticos e muros é apresentada a orientação dos seus planos definidos pelos a_f, b_f, a_w, b_w que são as componentes de um versor que define a direção em planta do painel sendo a_f, a_w aqueles cossenos para pórtico ou muro respectivamente segundo o eixo "x" e b_f, b_w os cossenos segundo o eixo "y". As componentes c_w, c_f definem as distâncias na direção perpendicular à origem desde o plano do painel em questão. Componentes todas que são necessárias para definir o plano do painel ou plano de carregamento (quando desaparecem os índices). É importante enfatizar que por ora só fora considerado um painel de cada tipo, sendo usual que existam vários de cada um na estrutura toda.

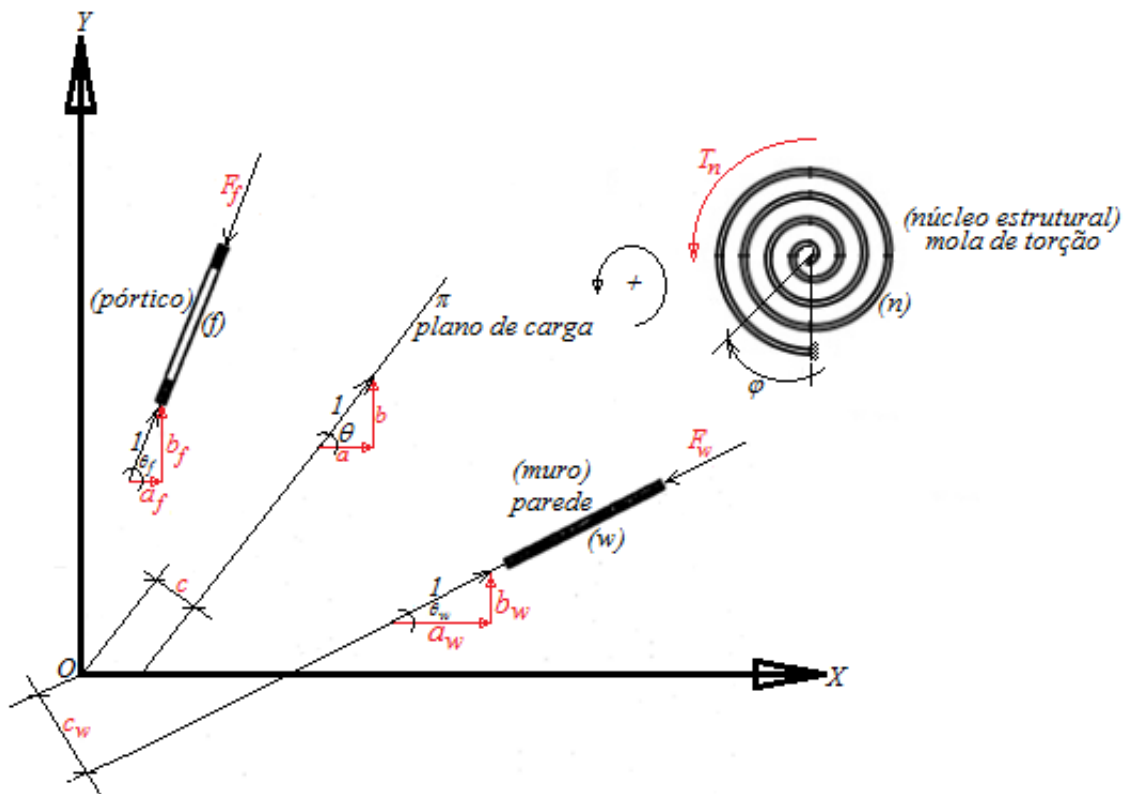


Figura 37. Painéis em planta. [Stamato, 1972 adaptado]

Por sua parte, a (Figura 38) mostra os esforços de cisalhamento no muro e no pórtico no andar genérico e que são denotados como F_w e F_f respectivamente.

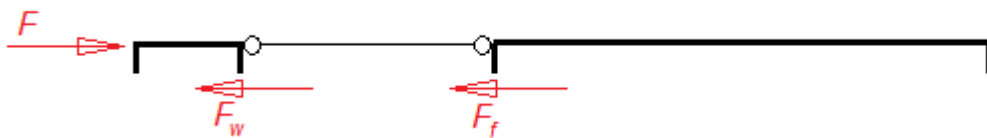


Figura 38. Diagrama de corpo livre do andar genérico

O equilíbrio geral de forças e momentos respeito da origem 0 num nível genérico do edifício fica expresso na (4.25), sob a suposição de que há N_w muros, N_f pórticos e N_{ne} núcleos estruturais.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N_w} F_{iw} \cdot a_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} F_{fi} \cdot a_{fi} = F \cdot a \\ \sum_{i=1}^{N_w} F_{wi} \cdot b_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} F_{fi} \cdot b_{fi} = F \cdot b \\ \sum_{i=1}^{N_w} F_{wi} \cdot c_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} F_{fi} \cdot c_{fi} + \sum_{i=1}^{N_{ne}} T_{ni} = F \cdot c \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Uma vez que as lajes são simuladas por diafragmas infinitamente rígidos em seus planos e desprovidas de rigidez transversal (anexo 1) os infinitos graus de liberdade caem de infinito para três.

Os deslocamentos da laje são representados por u, v, φ com u e v translações vinculadas aos eixos x, y , respectivamente e φ a rotação segundo o eixo vertical z .

Supondo pequenos deslocamentos como na (Figura 39) exprimem-se os deslocamentos que acontecem no plano do painel como função daqueles que sofre a laje tipo. Assim, a (4.26) mune de expressões para u_w, u_f

$$\begin{cases} u_{wi} = u \cdot a_{wi} + v \cdot b_{wi} + \varphi \cdot c_{wi} \\ u_{fi} = u \cdot a_{fi} + v \cdot b_{fi} + \varphi \cdot c_{fi} \\ \varphi_t = \varphi \end{cases} \quad (4.26)$$

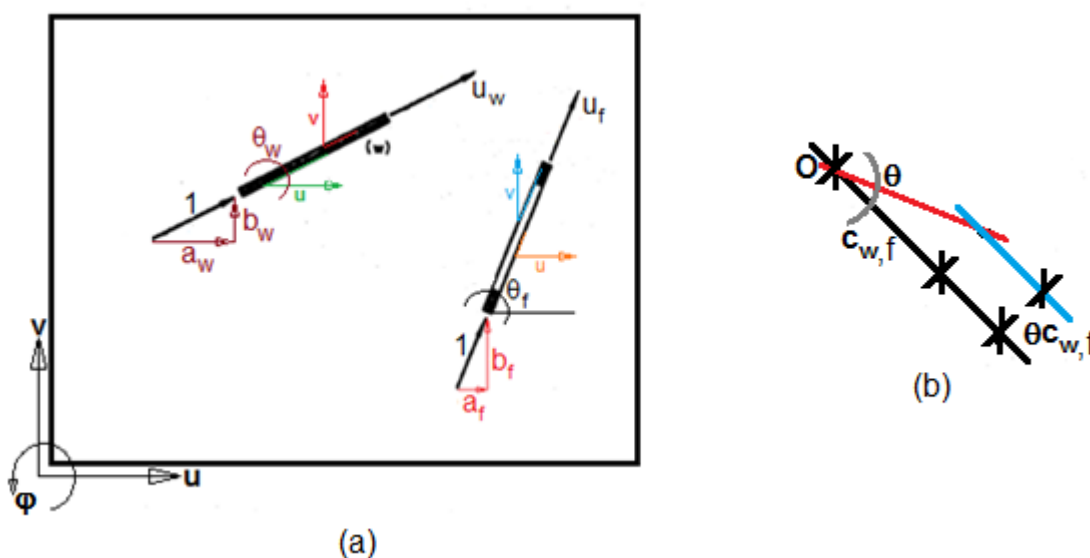


Figura 39. (a) Explicação termos $a_{w,f}$, $b_{w,f}$ da equação (4.26). (b) Explicação termos $\theta \cdot c_{w,f}$ na equação (4.26)

Uma mistura das (4.25) e as derivadas das expressões da (4.26) com a inclusão da derivada da (4.3) e das (4.8), (4.22) ficam resumidas nas (4.27), (4.28), (4.29), (4.30).

Das quais a (4.27) exprime a somatória de esforços cisalhantes nos painéis, pórtico e muro. A (4.28) expressa pela sua parte o equilíbrio de momentos de todas as forças ao redor da origem 0.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot u_{wi}''' \cdot a_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot u_{fi}' \cdot a_{fi} = F \cdot a \rightarrow \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot (u''' \cdot a_{wi} + v''' \cdot b_{wi} + \varphi''' \cdot c_{wi}) \cdot a_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot (u' \cdot a_{fi} + v' \cdot b_{fi} + \varphi' \cdot c_{fi}) \cdot a_{fi} = F \cdot a \\ \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot u_{wi}''' \cdot b_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot u_{fi}' \cdot b_{fi} = F \cdot b \rightarrow \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot (u''' \cdot a_{wi} + v''' \cdot b_{wi} + \varphi''' \cdot c_{wi}) \cdot b_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot (u' \cdot a_{fi} + v' \cdot b_{fi} + \varphi' \cdot c_{fi}) \cdot b_{fi} = F \cdot b \end{cases}$$

(4.27)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot u_{wi}''' \cdot c_{wi} + \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot u_{fi}' \cdot c_{fi} + \sum_{i=1}^{N_{ne}} (-E_i \cdot I_{\omega i} \cdot \varphi''' + G_i \cdot J_{ti} \cdot \varphi') = F \cdot c \rightarrow \sum_{i=1}^{N_w} -j_{wi} \cdot (u''' \cdot a_{wi} + v''' \cdot b_{wi} + \varphi''' \cdot c_{wi}) \cdot c_{wi} + \\ \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot (u' \cdot a_{fi} + v' \cdot b_{fi} + \varphi' \cdot c_{fi}) \cdot c_{fi} + \sum_{i=1}^{N_{ne}} (-E_i \cdot I_{\omega i} \cdot \varphi''' + G_i \cdot J_{ti} \cdot \varphi') = F \cdot c \end{aligned} \quad (4.28)$$

Rearranjando às (4.27) e (4.28) através do agrupamento de tudo o concernente com j_w é dizer, muros e tudo o que têm a ver com s_f , é dizer, pórticos chega-se na (4.29) que fica notavelmente simplificada na (4.30).

$$\left\{ - \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot a_{wi} \cdot a_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot a_{wi} \cdot b_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot a_{wi} \cdot c_{wi} \\ \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot b_{wi} \cdot a_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot b_{wi} \cdot b_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot b_{wi} \cdot c_{wi} \\ \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot c_{wi} \cdot a_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot c_{wi} \cdot b_{wi} & \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot c_{wi} \cdot c_{wi} - \sum_{i=1}^{N_{ne}} E_i \cdot I_{\omega i} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{vmatrix} + \right.$$

$$\left. \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot a_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot b_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot c_{fi} \\ \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot a_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot b_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot c_{fi} \\ \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot a_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot b_{fi} & \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot c_{fi} + \sum_{i=1}^{N_n} G_i \cdot J_{ti} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F \cdot a \\ F \cdot b \\ F \cdot c \end{vmatrix} \right. \quad (4.29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{rs} = \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot r_{wi} \cdot s_{wi} \\ S_{uv} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot u_{fi} \cdot v_{fi} \\ J_{cc}^* = \sum_{i=1}^{N_w} j_{wi} \cdot c_{wi} \cdot c_{wi} - \sum_{i=1}^{N_n} E_i \cdot I_{\omega i} \\ S_{cc}^* = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot c_{fi} + \sum_{i=1}^{N_n} G_i \cdot J_{ti} \end{array} \right. \quad (4.30)$$

As duas primeiras linhas de (4.30) são uma simplificação das componentes das matrizes que de agora em diante serão chamadas de $|J|$ e $|S|$. Assim mesmo, as duas últimas linhas são uma particularização das componentes J_{cc} e S_{cc} no caso de contar-se com núcleos estruturais. Essa expressão é a mais geral possível para o problema de associação tridimensional de painéis. Dessa é concluído que o sistema de múltiplos graus de liberdade ficou reduzido a três expressidos em termos da elevação. O qual interpreta-se como que os deslocamentos ficam expressidos como funções de deslocamento dependentes da variável z . Meirovitch (1980) define que a ordem das matrizes involucradas no sistema define o número de graus de liberdade.

A (4.29) é expressida matricialmente na (4.31) onde se acrescenta uma expressão sucinta que vai ser ponto de partida para ulteriores análises como lhe serão próprios no capítulo 7. É de ressaltar que

$$\left\{ \begin{array}{l} - \begin{vmatrix} J_{aa} & J_{ab} & J_{ac} \\ J_{ba} & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc}^* \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{aa} & S_{ab} & S_{ac} \\ S_{ba} & S_{bb} & S_{bc} \\ S_{ca} & S_{cb} & S_{cc}^* \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} F \cdot a \\ F \cdot b \\ F \cdot c \end{bmatrix} \\ -|J| \cdot |U''''| + |S| \cdot |U'| = F \cdot |D| \end{array} \right. \quad (4.31)$$

Certamente, só em casos de simetria perfeita as matrizes $|J|$ e $|S|$ ficam diagonais simultaneamente o qual significa que as variáveis ficam desacopladas. Fato que fisicamente significa que o deslocamento u não experimenta efeito algum por causa dos outros deslocamentos v ou φ .

5 COEFICIENTES s_f Y FATORES R

Na determinação das componentes da matriz S é necessário conhecer uma grandeza representada como s_f cujas unidades são de força e que fisicamente se interpreta como uma rigidez é dizer uma força requerida para provocar um deslocamento unitário no mesmo sentido da força.

5.1 s_f NO CASO DE PAINEL PÓRTICO

O processo que fora descrito por Mancini (1973) e Laier (1978) para se achar o coeficiente de rigidez à cortante s_f para o pórtico é possibilitado pela elástica dada na (Figura 40).

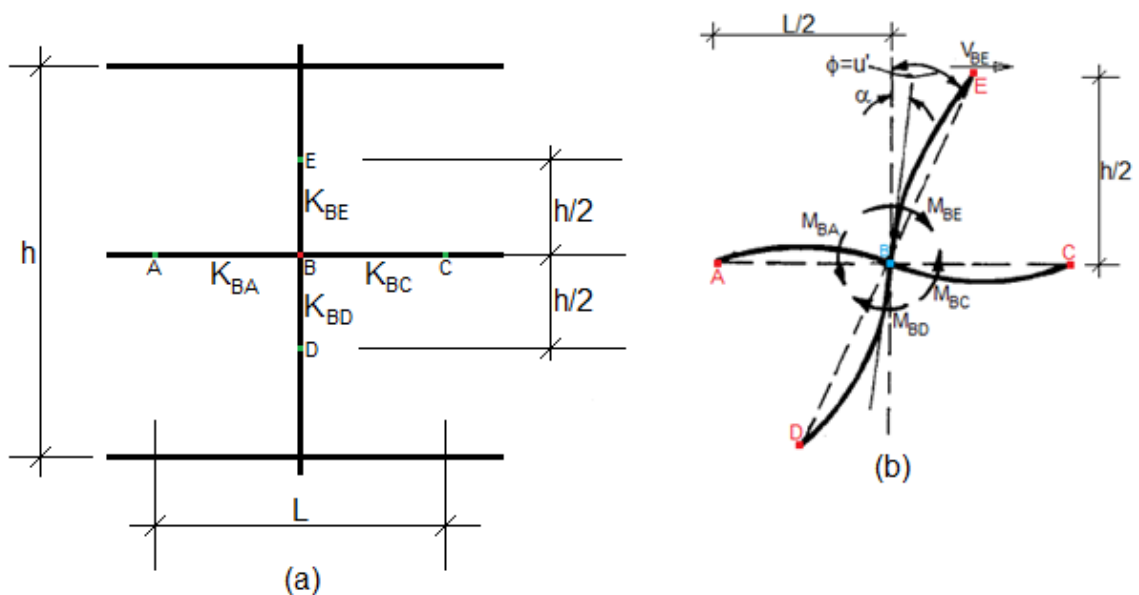


Figura 40. Elástica para determinação do coeficiente de rigidez à cortante s_f . a. Esquema nó B. b. Esquema esforços no nó [Laier,1978 adaptado]

Escrevendo uma somatória de momentos atuantes nas barras que chegam ao nó B se obtêm a (5.1).

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} + M_{BE} = 0 \quad (5.1)$$

Todos eles são esforços nos extremos das barras em B . De acordo com as expressões dadas na (5.2) e a (Figura 40b) ficam exprimidos os esforços nelas, reconhecendo que as barras DBE e CBA sofrem a mesma rotação de ϕ . É dizer, ficam ortogonais no nó B logo depois de ocorridos os deslocamentos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} M_{BA} = -6 \cdot \frac{E \cdot I_{BA}}{L_{BA}} \cdot \alpha \\ M_{BC} = -6 \cdot \frac{E \cdot I_{BC}}{L_{BC}} \cdot \alpha \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} M_{BD} = 6 \cdot \frac{E \cdot I_{BD}}{L_{BD}} \cdot (\phi - \alpha) \\ M_{BE} = 6 \cdot \frac{E \cdot I_{BE}}{L_{BE}} \cdot (\phi - \alpha) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (5.2)$$

Os sinais são contrários, por exemplo, entre os M_{BA} e M_{BD} pelo sentido de giro no nó B .

Substituindo as expressões de (5.2) na (5.1) se obtêm a expressão (5.3) que define o giro α .

$$\alpha = \frac{\frac{I_{BD} + I_{BE}}{L_{BD} + L_{BE}}}{\frac{I_{BA} + I_{BC} + I_{BD} + I_{BE}}{L_{BA} + L_{BC} + L_{BD} + L_{BE}}} \equiv \frac{K_{BD} + K_{BE}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \quad (5.3)$$

Onde chama-se de rigidez relativa à flexão para a barra compreendida entre os nós i, j K_{ij} à razão entre o momento de inércia (I_{ij}) e a correspondente longitude L_{ij} .

Conforme com a (Figura 40b) se cumpre que $V_{BE} \cdot \frac{h}{2} = M_{BE}$ e remplazando a expressão geral para M_{BE} desde a (5.2) e também para α (5.3) é obtida a (5.4) da qual se obtêm uma expressão geral para o esforço de cisalhamento V_{BE} .

$$V_{BE} = 12 \cdot \frac{E}{h} \cdot K_{BE} \cdot \left[\frac{K_{BA} + K_{BC}}{K_{BA} + K_{BC} + K_{BD} + K_{BE}} \right] \cdot \phi \quad (5.4)$$

O termo que acompanha ao ϕ é conhecido como s_f e para facilitar a sua interpretação escreve-se de uma forma compacta tal como na (5.5).

$$s_f = 12 \cdot \frac{E}{h} \cdot K_{BE} \cdot \frac{\sum_{vn} K}{\sum_{bn} K} \quad (5.5)$$

Na qual $\sum_{vn} K$ é a somatória das rigidezes só nas vigas (1 ou 2 delas) que chegam no nó em estudo. E $\sum_{bn} K$ é a somatória das rigidezes de todas as barras que chegam ao nó (pilares e vigas) na direção em análise.

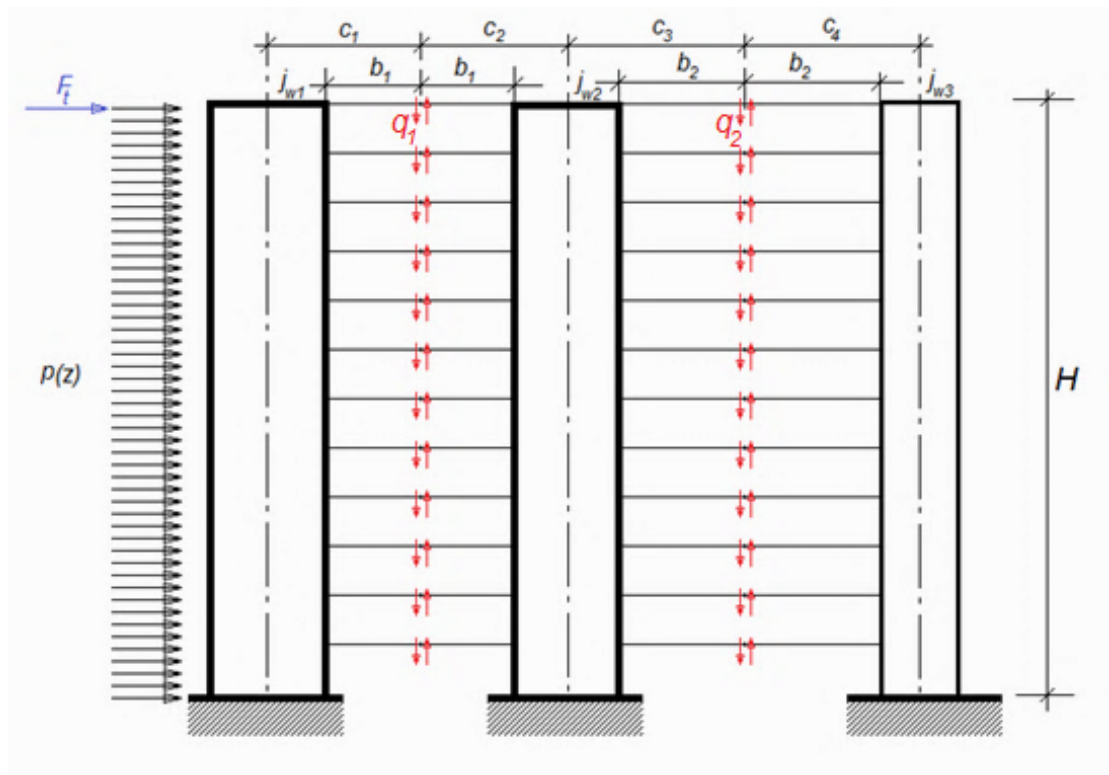


Figura 41. Painel formado por três paredes unidas por lintéis

5.2 S_f PARA O CASO DE PAINEL FORMADO POR PAREDES UNIDAS POR LINTÉIS

Supondo o caso de três paredes como na (Figura 41) cujas rigidezes à flexão são chamadas de j_{w1}, j_{w2}, j_{w3} conectadas entre si por lintéis com momentos de inércia I_{l1} e I_{l2} respectivamente. Sujeitas a carregamento distribuído uniformemente $p(z)$ e uma carga no topo F_t . Para a análise se consideram dois carregamentos distribuídos segundo a elevação, q_1 e q_2 .

O processo que vai ser desenvolvido a seguir é aplicável para qualquer número de paredes.

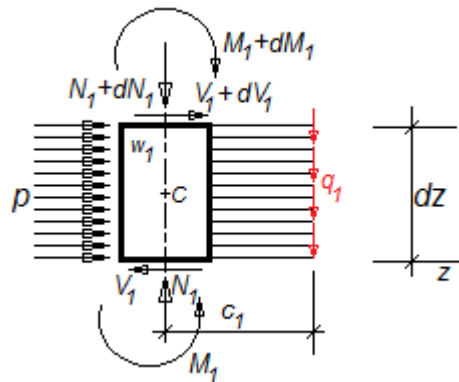


Figura 42. Detalhe do muro 1 (Forças e esforços)

Desde a (Figura 42) escrevem-se as equações de equilíbrio (5.6), (5.7) e (5.8).

$$\sum F_x = 0 \rightarrow + ; p \cdot dz + V_1 + dV_1 - V_1 = 0 \rightarrow \frac{dV_1}{dz} = -p \quad (5.6)$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + ; N_1 - N_1 - dN_1 - q_1 \cdot dz = 0 \rightarrow \frac{dN_1}{dz} = -q_1 \quad (5.7)$$

$$\sum M_C = 0 \curvearrowright + ; M_1 - M_1 - dM_1 - q_1 \cdot dz \cdot c_1 - V_1 \cdot \frac{dz}{2} - dV_1 \cdot \frac{dz}{2} - V_1 \cdot \frac{dz}{2} = 0$$

$$\frac{dM_1}{dz} = -V_1 - q_1 \cdot c_1 \quad (5.8)$$

Lembrando que a relação que existe entre o momento de flexão e a elástica acontece através da segunda derivada dessa, é válido escrever que o esforço cortante V_1 tenha sua expressão contendo terceiras derivadas da elástica como na (5.9).

$$V_1 = -j_{w1} \cdot u''' - q_1 \cdot c_1 \quad (5.9)$$

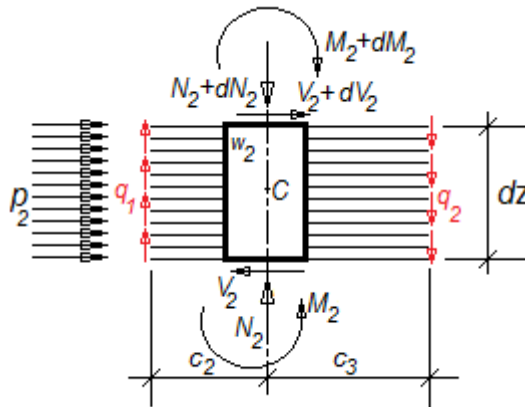


Figura 43. Detalhe do muro 2 (Forças e esforços)

Da (Figura 43) se escrevem as (5.10), (5.11), (5.12) que exprimem o equilíbrio do elemento diferencial do muro 2.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow + ; p_2 \cdot dz + V_2 + dV_2 - V_2 = 0 \rightarrow \frac{dV_2}{dz} = -p_2 \quad (5.10)$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + ; N_2 - N_2 - dN_2 + q_1 \cdot dz - q_2 \cdot dz = 0 \rightarrow \frac{dN_2}{dz} = q_1 - q_2 \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0 \curvearrowright + ; M_2 - M_2 - dM_2 - q_1 \cdot dz \cdot c_2 - q_2 \cdot dz \cdot c_3 - V_2 \cdot \frac{dz}{2} - dV_2 \cdot \frac{dz}{2} - V_2 \cdot \frac{dz}{2} = \\ 0 \rightarrow \frac{dM_2}{dz} = -V_2 - q_1 \cdot c_2 - q_2 \cdot c_3 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Consequentemente o esforço V_2 é rescrito segundo a (5.13)

$$V_2 = -j_{w_2} \cdot u''' - q_1 \cdot c_2 - q_2 \cdot c_3 \quad (5.13)$$

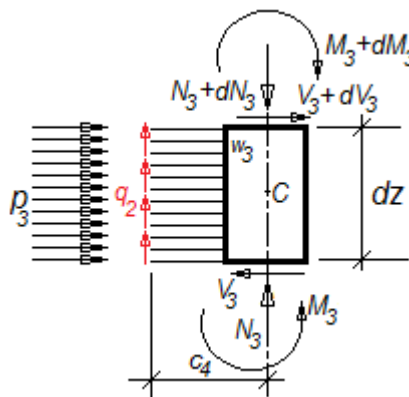


Figura 44. Detalhe do muro 3 (Forças e esforços)

A partir da (Figura 44) o equilíbrio fica expresso através das (5.14), (5.15), (5.16).

$$\sum F_x = 0 \rightarrow + ; p_3 \cdot dz + V_3 + dV_3 - V_3 = 0 \rightarrow \frac{dV_3}{dz} = -p_3 \quad (5.14)$$

$$\sum F_y = 0 \uparrow + ; N_3 - N_3 - dN_3 + q_2 \cdot dz = 0 \rightarrow \frac{dN_3}{dz} = q_2 \quad (5.15)$$

$$\sum M_C = 0 \cup + ; M_3 - M_3 - dM_3 - q_2 \cdot dz \cdot c_4 - V_3 \cdot \frac{dz}{2} - dV_3 \cdot \frac{dz}{2} - V_3 \cdot \frac{dz}{2} = 0$$

$$\frac{dM_3}{dz} = -V_3 - q_2 \cdot c_4 \quad (5.16)$$

Para V_3 a expressão semelhante às (5.9) e (5.13) é a (5.17)

$$V_3 = -j_{w3} \cdot u'''' - q_2 \cdot c_4 \quad (5.17)$$

Enfim o esforço cortante total V que tem capacidade de suportar as três paredes fica equivalente à soma das três forças cortantes dadas nas (5.9), (5.13), (5.17) como expresso na (5.18).

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \rightarrow V = -j_{w1} \cdot u'''' - q_1 \cdot c_1 - j_{w2} \cdot u'''' - q_1 \cdot c_2 - q_2 \cdot c_3 - j_{w3} \cdot u'''' - q_2 \cdot c_4$$

$$\rightarrow V = -(j_{w1} + j_{w2} + j_{w3}) \cdot u'''' - q_1 \cdot (c_1 + c_2) - q_2 \cdot (c_3 + c_4) \quad (5.18)$$

Sob a suposição de que os muros são infinitamente mais rígidos que os lintéis é admitido que o ponto de momento nulo ou ponto de inflexão deles acontece na metade do seu comprimento. Por conseguinte, fazendo passar uma seção imaginária por esse ponto em particular e reconhecendo que na realidade eles não sofrem deslocamento relativo a lado e lado da seção central deve-se garantir a compatibilidade dos deslocamentos resultantes nessa seção. Consegue-se isso fazendo com que a somatória algébrica dos deslocamentos naquela seção seja nula. As (Figura 45) e (Figura 46) esquematizam os deslocamentos no centro do lintel considerando dois efeitos, flexão dos pilares e flexão do lintel. Mancini (1973) reconhece que não teve em consideração os efeitos axiais nos pilares para o desenvolvimento da rigidez à cortante S_f . Em 1991 (Stafford e Coull) incluem nas suas expressões inclusive o efeito da fundação onde acontecem recalques que afetam a compatibilização dos deslocamentos no centro do lintel. Isso é interessante porque Gusmão (2015) afirma que toda estrutura apresenta recalque no final da construção devido ao comportamento plástico do solo.

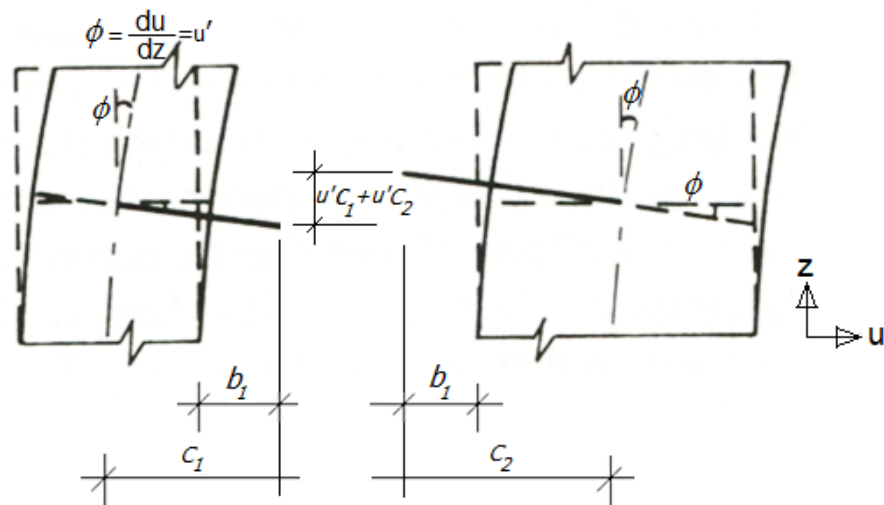


Figura 45. Deflexão no centro do lintel pela rotação do nó oriunda da flexão dos pilares [Stafford, Coull, 1991 adaptado]

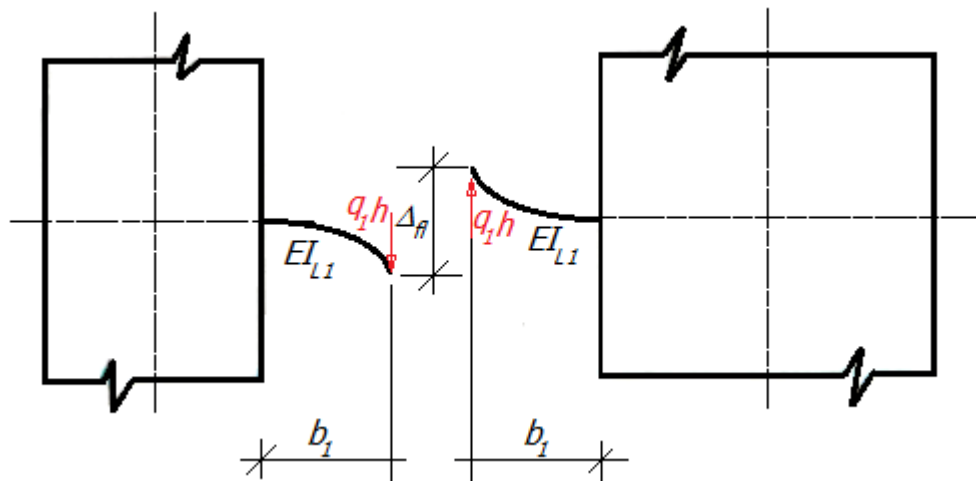


Figura 46. Deslocamento no centro do lintel por causa da flexão da laje [Stafford, Coull, 1991 adaptado]

Na (Figura 46), $E \cdot I_{L1}$ exprime a rigidez flexural do lintel 1, entanto que Δ_{fl} representa o deslocamento pela flexão do lintel que é expresso na (5.19).

$$\Delta_{fl} = 2 \cdot q_1 \cdot h \cdot \frac{b_1^3}{3 \cdot E \cdot I_{L1}} \quad (5.19)$$

A compatibilidade nesse caso é dada na (5.20)

$$u' \cdot c_1 + u' \cdot c_2 + 2 \cdot q_1 \cdot h \cdot \frac{b_1^3}{3 \cdot E \cdot I_{L1}} = 0 \quad (5.20)$$

Sendo que da (5.20) é passível de se achar uma expressão para q_1 através da (5.21).

$$q_1 = -\frac{3 \cdot E \cdot I_{L1} \cdot (u' \cdot c_1 + u' \cdot c_2)}{2 \cdot h \cdot b_1^3} \quad (5.21)$$

Em virtude da compatibilidade dos deslocamentos na metade do segundo vão da (Figura 41) é obtida a expressão seguinte (5.22) da qual é possível achar o q_2 como na (5.23).

$$u' \cdot c_3 + u' \cdot c_4 + 2 \cdot q_2 \cdot h \cdot \frac{b_2^3}{3 \cdot E \cdot I_{L2}} = 0 \quad (5.22)$$

$$q_2 = -\frac{3 \cdot E \cdot I_{L2} \cdot (u' \cdot c_3 + u' \cdot c_4)}{2 \cdot h \cdot b_2^3} \quad (5.23)$$

Por isso, conhecidas q_1 e q_2 através das (5.21) e (5.23) e substituídas na (5.18) chega-se numa expressão como na (5.24) onde a segunda linha é o rearranjo algébrico da primeira e que veicula a generalização dada em (5.25).

$$\begin{cases} V = -(j_{w1} + j_{w2} + j_{w3}) \cdot u''' - \left[-\frac{3 \cdot E \cdot I_{L1} \cdot (u' \cdot c_1 + u' \cdot c_2)}{2 \cdot h \cdot b_1^3} \right] \cdot (c_1 + c_2) - \left[-\frac{3 \cdot E \cdot I_{L2} \cdot (u' \cdot c_3 + u' \cdot c_4)}{2 \cdot h \cdot b_2^3} \right] \cdot (c_3 + c_4) \\ V = -(j_{w1} + j_{w2} + j_{w3}) \cdot u''' + \frac{3 \cdot E}{2 \cdot h} \cdot \left[\frac{I_{L1} \cdot (c_1 + c_2)^2}{b_1^3} + \frac{I_{L2} \cdot (c_3 + c_4)^2}{b_2^3} \right] \cdot u' \end{cases} \quad (5.24)$$

Logo, conclui-se que as propriedades do painel resultante (grupo) são exprimidas na (5.25).

$$\begin{cases} j_g = j_{w1} + j_{w2} + j_{w3} \\ S_g = \frac{3 \cdot E}{2 \cdot h} \cdot \left[\frac{I_{L1} \cdot (c_1 + c_2)^2}{b_1^3} + \frac{I_{L2} \cdot (c_3 + c_4)^2}{b_2^3} \right] \end{cases} \quad (5.25)$$

No capítulo de exemplos, é empregado a notação h_{pd} para se referir à grandeza h empregada nesse desenvolvimento. Isso porque no mesmo exemplo 6, há uma

grandeza expressa como h na avaliação das propriedades torcionais do NE de conformidade com a informação que consta na (Tabela 6).

5.3 RIGIDEZ DE PÓRTICO DE CONCRETO ATRAVÉS DOS FATORES R

Para determinar o centro de rigidezes faz-se emprego do método conhecido como Fórmulas de Wilbur ou Fatores R . O fator R é uma constante própria para cada tramo de coluna e é interpretado como rigidez porque tem dimensões de força por unidade de comprimento.

Apresentam-se 3 possibilidades para um tramo de coluna. Que o tramo seja inicial (da fundação para o andar número 1), que o tramo seja geral (um tramo intermediário) ou que seja final (do penúltimo andar ao topo). A (5.26) resume os fatores R para esses três casos.

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \frac{24 \cdot E_c}{h^2 \cdot \left(\frac{2}{K_p} + \frac{1.5}{\sum K_{n-1}} + \frac{3}{\sum K_n} \right)} \quad \text{1er tramo} \\ R = \frac{24 \cdot E_c}{h^2 \cdot \left(\frac{2}{K_p} + \frac{3}{\sum K_{n-1}} + \frac{3}{\sum K_n} \right)} \quad \text{tramo geral} \\ R = \frac{24 \cdot E_c}{h^2 \cdot \left(\frac{2}{K_p} + \frac{3}{\sum K_{n-1}} + \frac{1.5}{\sum K_n} \right)} \quad \text{último tramo} \end{array} \right. \quad (5.26)$$

Nas quais

E_c é o módulo elástico do concreto. h é a altura entre eixos dos pavimentos. K_p é a rigidez no tramo do pilar considerado. $\sum K_{n-1}$ é a somatória de rigidezes que chegam no nó inferior do tramo (rigidezes de vigas e colunas). $\sum K_n$ é somatória de rigidezes que chegam no nó superior do tramo. Adaptações deverão ser feitas dependendo da posição do pilar na estrutura, presentando por tanto alterações nos termos $\sum K_{n-1}$ e $\sum K_n$.

5.3.1 Grupo de pilares de borde

Nesse caso os pilares apresentam como particularidade o fato de que em cada um dos seus nós chega uma viga segundo a direção de análise como pode ser enxergado na (Figura 47).

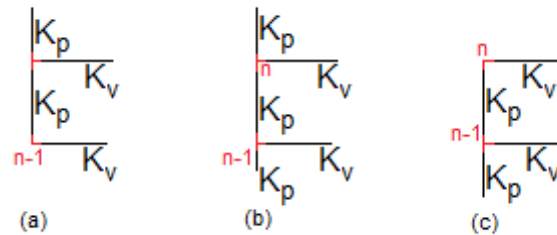


Figura 47. Esquemas pilares de borde. (a) Tramo cimentação-primeiro andar. (b) Tramo geral. (c) Tramo final do pilar.

Para esse caso, as somatórias $\sum K_{n-1}$ e $\sum K_n$ serão como na (5.27) que é o resumo das possibilidades esquematizadas em (a), (b), (c) respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = K_p + K_v \\ \sum K_n = 2 \cdot K_p + K_v \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = 2 \cdot K_p + K_v \\ \sum K_n = 2 \cdot K_p + K_v \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = 2 \cdot K_p + K_v \\ \sum K_n = K_p + K_v \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (5.27)$$

De cuja aplicação nas expressões contidas na (5.26) permitem a obtenção de um fator R que vai se denotar como R_{pe} (Fator R para pilar exterior).

5.3.2 Grupo de pilares interiores

A particularidade vem por conta do fato de que a cada nó sempre chegam duas vigas segundo a direção de análise conforme à (Figura 48).

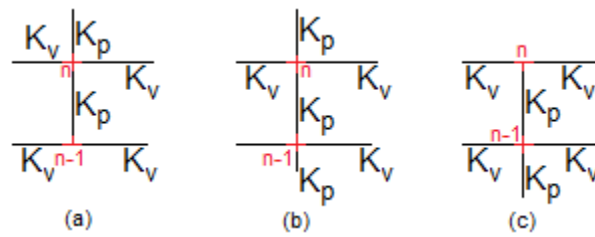


Figura 48. Esquemas pilares interiores. (a) Tramo cimentação-primeiro andar. (b) Tramo geral. (c) Tramo final do pilar.

A expressão (5.28) define os valores possíveis das somatórias $\sum K_{n-1}$ e $\sum K_n$ no caso dos pilares interiores.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = K_p + 2 \cdot K_v \\ \sum K_n = 2 \cdot K_p + 2 \cdot K_v \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = 2 \cdot K_p + 2 \cdot K_v \\ \sum K_n = 2 \cdot K_p + 2 \cdot K_v \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum K_{n-1} = 2 \cdot K_p + 2 \cdot K_v \\ \sum K_n = K_p + 2 \cdot K_v \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (5.28)$$

E com o mesmo processo, com as (5.28) aplicadas nas expressões dadas na (5.26) é obtida uma expressão geral para o R que agora adquire uma nova face R_{pi} (Fator R para caso de pilar interior).

Conhecendo os R de cada pilar é possível adicionar os diferentes fatores para constituir o R de pórtico. Assim, supondo que o pórtico é formado por n_{pe} (n_{pe} pilares externos) e por n_{pi} (n_{pi} pilares internos) uma expressão como a (5.29) fornece uma expressão geral para o fator R de pórtico que acumulados provem o fator R de piso. Além disso, na mesma expressão é apresentado o quinhão de carga lateral assumido pelo pórtico que obtido como quociente de $\frac{R_{pórtico}}{R_{piso}}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{pórtico} = n_{pe} \cdot R_{pe} + n_{pi} \cdot R_{pi} \\ R_{piso} = \sum_{l=1}^{NP} R_{pórtico\ l} \end{array} \right. \quad (5.29)$$

6 VIBRAÇÃO LIVRE DE PAINÉIS ISOLADOS E ACOPLADOS

No projeto sísmico de estruturas de edifício o item período fundamental é importante como visto na (Figura 2) entre outras. Segundo Bata e Plachy (1987) um dos primeiros estudos desenvolvidos no estudo da vibração livre de edifícios é devido ao Fleming em 1930 num trabalho intitulado “Tensões originárias do vento em edifícios” no qual um tópico importante é a vibração natural de edifícios. Em São Carlos, Laier (1978) obteve seu título de Doutor com seu trabalho titulado “Análise das vibrações livres de edifícios altos pela técnica do Meio Contínuo” e abordando o problema através de diversas metodologias numéricas com escopo de conhecer a frequência natural de vibração dos prédios analisados e com ela o período de vibração natural da estrutura.

Como fora mencionado no início deste trabalho o período é uma variável muito importante quando é feita uma análise dinâmica de estruturas de edifício. E por essa causa muitos pesquisadores desenvolveram as mais variadas alternativas para estimar ainda que com grandes erros embutidos um valor de período que permita acometer o projeto dinâmico da estrutura. Assim, há duas possibilidades, enquanto à forma das expressões empregadas. Uma fazem apelo às propriedades geométricas da estrutura e conseqüentemente exprimem o período de vibração em termos de dimensões ou número de andares por exemplo. Outras, fazem um detalhamento muito melhor porque levam em consideração as propriedades dos elementos estruturais que juntos configuram a estrutura.

6.1 FÓRMULAS BASEADAS NA GEOMETRIA GERAL DA EDIFICAÇÃO

Segundo Rosenblueth [1991], os métodos da mecânica ficam inúteis quando trata-se de supor um valor do período de vibração da estrutura que ainda está em estágio de projeto e na tentativa de fornecer um número do qual seja possível partir para o projeto estrutural mesmo. Dessa maneira há várias estimativas do valor do período fundamental de vibração em termos de grandezas que são gerais para todos os

edifícios. Por exemplo, em termos do número de pavimentos ou comprimento ou ancho do edifício. Elas, embora possam diferir muito (na ordem de dezenas percentuais) dos valores via ensaios reais (BATA, PLACHY 1987) apresentam algum valor no fato de que fornecem a possibilidade de predizer um período para uma estrutura ainda em estágio inicial.

É fato que os períodos são crescentes com o ganho na altura da edificação e algumas das expressões empíricas são mostradas no que segue.

- De acordo com o CSN730036 (standard da República Tcheca), o período fundamental é conforme à (6.1)

$$T_1 = 0.09 \cdot \frac{H}{\sqrt{B}} \quad (6.1)$$

Onde H é altura do edifício (m) e B é o comprimento em (m) paralelo à direção da análise. A (6.1) também é considerada na norma Índia (1994)

Borges (1955) praticamente escreve a mesma equação que a fornecida pelo CSN730036 com uma pequena mudança no coeficiente de 0.09 para 0.087.

- Pela sua parte, o Anderson (1951) e Rosenblueth (1991) exprimem o período como na (6.2)

$$T_1 = 0.05 \cdot \frac{H}{\sqrt{B}} \quad (6.2)$$

Com H, B em (ft).

Expressões que são confirmadas pelos (PAULAY, PRIESTLEY 1992).

- Salvadori, Heer para edifícios com esqueleto de pórtico propuseram uma expressão semelhante à (6.3)

$$T_1 = 0.109 \cdot \frac{H}{\sqrt{B}} \quad (6.3)$$

Com H, B em (m)

Housner G. W (1964) estudando 46 edifícios com número crescente de pavimentos desde 2 até 19 andares estabeleceu que para estruturas de pórtico é válido supor o período como na (6.4).

$$T_1 = 0.1 \cdot N \quad (6.4)$$

Onde N é o número de pavimentos do edifício.

A NBC (National Building Code da Índia) (2005) não aceita essa expressão (6.4) na determinação de período fundamental para edifícios aporricados ainda que até 2003 o (Indian Standard 1986) a aceitava como válida considerando aliás os pisos que puderem constituir parte do subsolo na estrutura.

Segundo Goel e Chopra [1997], vários códigos americanos como ATC3-06 (Applied Technology Council 1978), NEHRP-94 (National Earthquake Hazards Reduction Program 1994), SEAOC-96 (Structural Engineers Association of California), UBC 1997 (Uniform Building Code 1997), sugerem a expressão (6.5) para determinação do período de vibração para sistemas de pórticos resistentes a momento.

$$T_1 = c_t \cdot H^{3/4} \quad (6.5)$$

Na qual, H é altura da edificação em ft. $c_t = 0.030$ para edifícios de concreto, 0.025 para edifícios de aço. É dizer, fundamentalmente, edifícios de pórticos. Todavia, Taranath [2002] discrepa porque acha que ainda é possível empregar essa expressão na determinação de períodos de vibração em sistemas estruturais além dos de pórtico só. Também se mostra discordante no valor de c_t no caso de edifícios de aço e recomenda um valor de $c_t = 0.035$. E define que o incremento de rigidez lateral bem seja pelo emprego de barras excêntricas ou de outros sistemas mais rígidos como os de muros reflete em redução do c_t para valores de 0.030 e 0.020 respectivamente. Não é a única discrepância, porque o ATC3-06 considera que é conveniente empregar um valor de $c_t = 0.025$ em edifícios de concreto.

O UBC-97 insiste em que a (6.5) provê um valor reduzido do período o qual supõe uma condição conservativa no projeto conforme com a (Figura 2), porque assim é valedero pensar que uma redução no período de vibração esteja vinculada com o incremento de carregamento sísmico.

Na (Figura 49) é mostrado o espectro esperado para carregamento de sismo e vento. Nele pode ser enxergado que o espectro de sismo fica compreendido a direita da frequência 0.1Hz até pouco mais de 10Hz. No entanto Bata e Plachy (1987) colocaram que a primeira frequência ou vibração natural fica aproximadamente em 10 Hz para edifício baixo e aproximadamente 0.1 Hz para edifício alto.

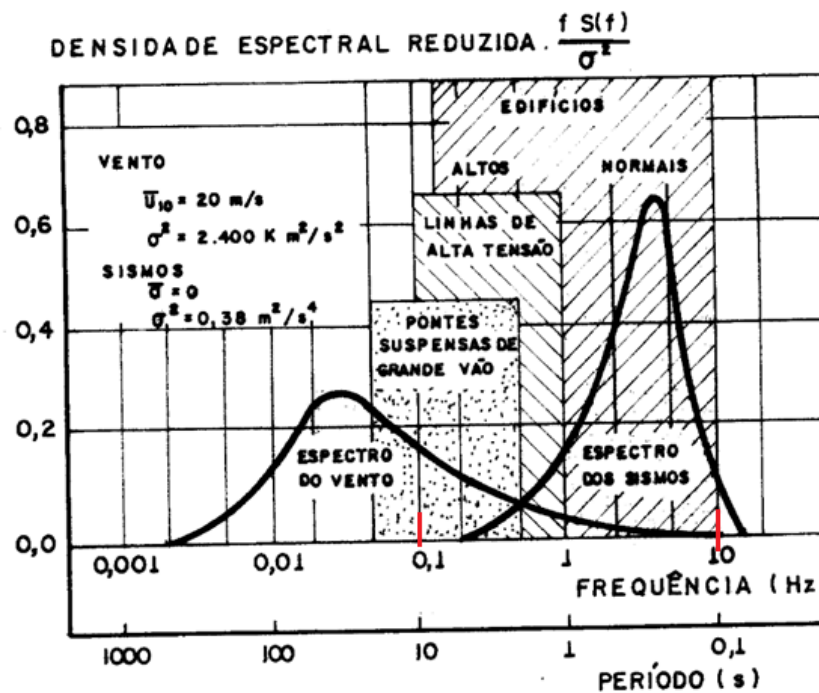


Figura 49. Espectros esperados para carregamento de vento e sismo [Laier, 1978 adaptado]

6.2. VIBRAÇÃO DE SISTEMAS ESTRUTURAIS ISOLADOS

Por sistema estrutural isolado neste trabalho é conhecido um sistema básico que só apresenta um elemento que cumpre a função de suportar carregamento lateral. Dentre os quais classificam os muros (ME) e pórticos (P).

A Vibração dos sistemas estruturais quando analisada desde o ponto de vista do sistema estrutural é mais consistente porque as expressões obtidas para os períodos naturais são função da geometria dos elementos.

6.2.1 Vibração livre do ME

O problema parte da consideração do muro engastado como uma viga em balanço no caso de vibração livre para o qual vão se escrever equações diferenciais em termos de duas variáveis, tempo e espaço. Por tanto as expressões subsequentes são definidas em termos de derivadas parciais.

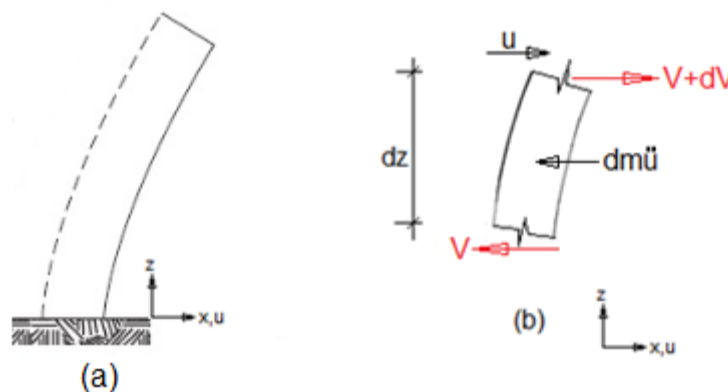


Figura 50. (a) Muro e sistema de referência. (b) Diagrama de corpo livre para um elemento diferencial de muro.

Para o caso de oscilações de vigas se supõe que as forças estáticas são tomadas partindo de alguma elástica e que u é medida desde a deflexão estática. No caso dinâmico há forças inerciais tal como a $-dm \cdot \ddot{u}$ na (6.6) que será levada em consideração na expressão de D'Álembert que exprime o equilíbrio dinâmico a partir da (Figura 50b). Aquele equilíbrio fica expresso na (6.6) reescrita com a assistência da relação diferencial dada na (4.4).

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +; V + dV - V - dm \cdot \ddot{u} = 0 \rightarrow \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot \ddot{u} = 0 \quad (6.6)$$

Conhecendo que $-E_w \cdot I_w \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = -p_w = \frac{\partial V}{\partial z}$, a (6.6) fica reescrita na (6.7).

$$-E_w \cdot I_w \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (6.7)$$

Com certos rearranjos a (6.7) muda para (6.8).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta^2 \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0 \\ \beta^2 = \frac{g \cdot E_w \cdot I_w}{\gamma \cdot A} \end{cases} \quad (6.8)$$

Supondo uma solução para a (6.8) como na (6.9).

$$u(z, t) = X(z) \cdot T(t) \quad (6.9)$$

A partir da qual diferenciações sucessivas conduzem às expressões contidas na (6.10).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X(z) \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} \\ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = T(t) \cdot \frac{d^4 X}{dz^4} \end{cases} \quad (6.10)$$

E como resultado de substituir (6.10) na (6.8) é obtida a (6.11)

$$X(z) \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} + \beta^2 \cdot T(t) \cdot \frac{d^4 X}{dz^4} = 0 \rightarrow \frac{1}{T(t)} \cdot \frac{d^2 T}{dt^2} = -\frac{\beta^2}{X(z)} \cdot \frac{d^4 X}{dz^4} \quad (6.11)$$

Se uma função depende só de t e resulta igual à outra função que depende de z somente é preciso que ela seja constante para atender as duas condições simultaneamente. Então fazendo com que o sistema de equações diferenciais da (6.11) seja igual que uma constante chamada de $-\omega_n^2$ pode-se encontrar a solução nas variáveis tempo e espaço na (6.12).

$$\begin{cases} X(z) = C_1 \cdot \cos \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_2 \cdot \sen \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_3 \cdot ch \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_4 \cdot sh \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z \\ T(t) = A \cdot \cos \omega_n t + B \cdot \sen \omega_n t \end{cases} \quad (6.12)$$

O interesse na (6.11) está na parte que corresponde com o espaço, é dizer com a função $X(z)$ e suas primeiras três derivadas escritas na (6.13).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{dz} = -C_1 \cdot \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_2 \cdot \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} \cdot \text{cos} \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_3 \cdot \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} \cdot \text{sh} \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z + C_4 \cdot \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} \cdot \text{ch} \sqrt{\frac{\omega_n}{\beta}} z \\ \frac{d^2X}{dz^2} = -C_1 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \text{cos} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z - C_2 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z + C_3 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \text{cosh} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z + C_4 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \text{senh} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z \\ \frac{d^3X}{dz^3} = C_1 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z - C_2 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot \text{cos} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z + C_3 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot \text{senh} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z + C_4 \cdot \frac{\omega}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot \text{cosh} \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} z \end{array} \right.$$

(6.13)

Até o momento este problema é geral para qualquer elemento em flexão sujeito a vibração. Entretanto, reconhecendo que se trata de um problema no qual um dos extremos é engastado e o outro livre de acordo com a (Figura 50) há quatro constantes nas expressões (6.13) e pelo tanto serão necessárias quatro condições de fronteira.

Duas delas definidas no engaste escritas em deslocamentos e são chamadas de essenciais. No extremo livre as condições são chamadas de mecânicas porque involucram esforços no seu sentido mais geral possível (esforços cisalhantes e momentos fletores).

Em $z = 0, X(0) = 0, \frac{dX(0)}{dz} = 0$ e para $z = H, M = EI \cdot \frac{d^2X}{dz^2} = 0, V = EI \cdot \frac{d^3X}{dz^3} = 0$, cuja interpretação é a seguinte:

Em $z = 0$ não há deslocamento e também não há rotação da elástica. E quando $z = H$ não há momento fletor nem esforço de cisalhamento vinculados com as segunda e terceira derivadas concomitantemente.

Condições que ao serem aplicadas nas (6.12) e (6.13) fornecem o seguinte sistema de equações empacotadas de a duas para cada nível $z = 0$ e $z = H$ respectivamente na (6.14).

$$\begin{cases} \begin{cases} C_1 + C_3 = 0 \\ C_2 + C_4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -C_1 \cdot \cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H - C_2 \cdot \sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H + C_3 \cdot \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H + C_4 \cdot \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H = 0 \\ C_1 \cdot \sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H - C_2 \cdot \cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H + C_3 \cdot \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H + C_4 \cdot \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (6.14)$$

Sistema que fica matricialmente escrito na (6.15).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & -\sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H \\ \sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & -\cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H & \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} \cdot H \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

Que para ter soluções diferentes da trivial deve satisfazer a condição de que o seu determinante seja igual ao zero segundo o expresso na (6.16)

$$1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H \\ -\cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -\cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & -\sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \sinh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H \\ \sin \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & -\cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H & \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H \end{vmatrix} = 0 \quad (6.16)$$

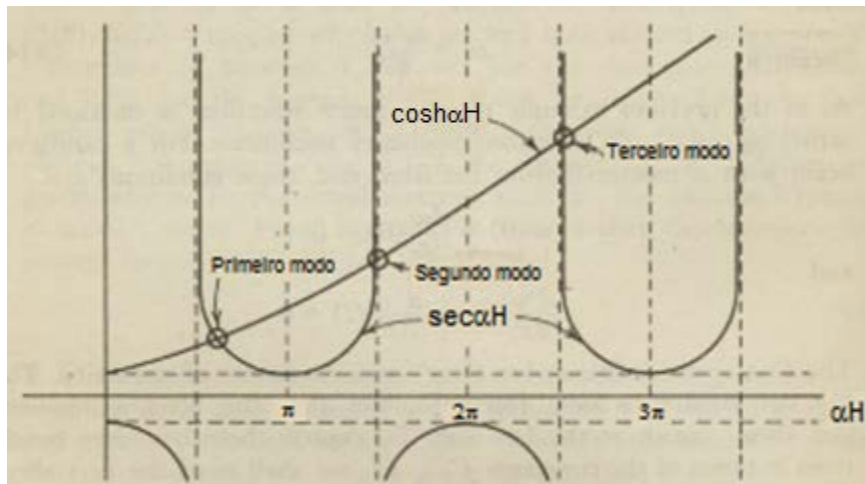
E que leva o problema para a expressão geral (6.17) de vibração livre para um problema com um muro só.

$$1 + \cos \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H \cdot \cosh \sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H = 0 \quad (6.17)$$

Suas 6 primeiras raízes estão lançadas na (Tabela 7) e só são mostradas só as três primeiras na (Figura 51).

Tabela 7. Raízes da equação (6.7) [Clark, 1972]

$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_1$	$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_2$	$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_3$	$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_4$	$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_5$	$\left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_6$
1.875	4.694	7.855	10.996	14.137	17.279

**Figura 51.** Primeiras três raízes da (6.17) [Hurty, Rubinstein 1967 adaptado]

Hurty, Rubinstein [1967] e Laier [1984] expressam as mesmas raízes em termos de uma grandeza representada como $(\alpha \cdot H)_i$ onde i representa o modo de vibração. Assim, o α é o mesmo $\sqrt{\frac{\omega}{\beta}}$ do Clark [1972]. Desde a (Figura 51) é claro que as sucessivas raízes depois da primeira acontecem para valores ímpares de $\frac{\pi}{2}$. Sendo $\frac{3}{2} \cdot \pi$ quando se trata do segundo modo. $\frac{5}{2} \cdot \pi$ quando fala-se no terceiro modo e assim por diante.

Em geral, a (6.18) exprime as sucessivas raízes. No caso de $(i \geq 2)$.

$$(\alpha \cdot H)_i = \frac{2 \cdot i - 1}{2} \cdot \pi = \left(\sqrt{\frac{\omega}{\beta}} H\right)_i \quad (6.18)$$

A constante $\beta^2 = \frac{g \cdot E_w \cdot I_w}{\gamma \cdot A}$ da (6.19) escreve-se com uma melhor aparência.

$$\beta^2 = \frac{g \cdot E_w \cdot I_w}{\gamma \cdot A} = \frac{j_w}{\frac{\gamma \cdot A \cdot l}{g \cdot l}} = \frac{j_w}{\bar{m}} \quad (6.19)$$

Por conseguinte a (6.20) mune de uma expressão mais geral para a frequência angular atrelada ao modo de vibração i , ω_i .

$$\omega_i = \frac{(2 \cdot i - 1)^2}{4 \cdot H^2} \cdot \pi^2 \cdot \beta \rightarrow \omega_i = \frac{(2 \cdot i - 1)^2}{4 \cdot H^2} \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{j_w}{\bar{m}}} \quad (6.20)$$

Da qual é possível exprimir o período a partir do segundo modo como na (6.21).

$$T_i = \frac{8 \cdot H^2}{(2 \cdot i - 1)^2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w}} \quad (6.21)$$

Considerando que há uma constante suscetível de se chamar de a_i como em (6.22) que supre uma nova redação para a (6.21).

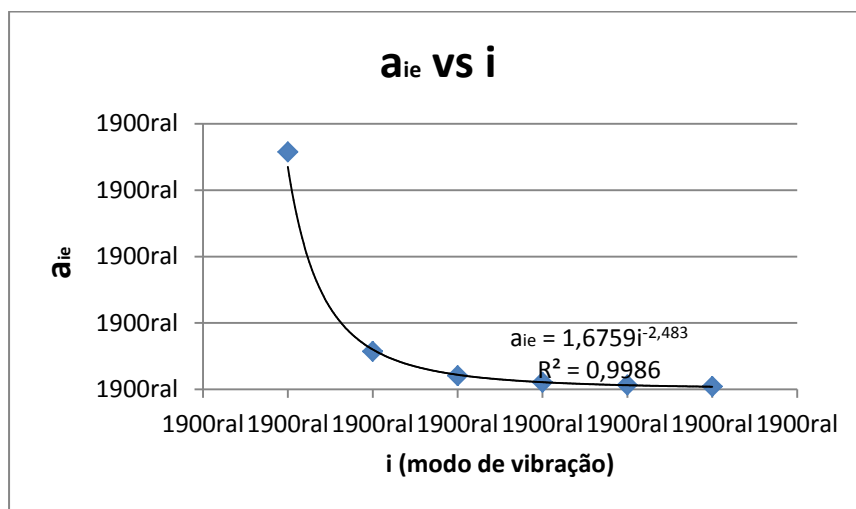
$$\left\{ \begin{array}{l} a_i = \frac{2 \cdot \pi}{(\alpha \cdot H)_i^2} \rightarrow a_i = \frac{8}{(2 \cdot i - 1)^2 \cdot \pi} \\ T_i = a_i \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w}} \end{array} \right. \quad (6.22)$$

Em geral o primeiro dos modos apresenta um alto grau de importância. Shafei e Alirezaei (2014) põem que o período fundamental é importante quanto na valoração do carregamento, quanto no projeto sísmico das estruturas. Do mesmo pensamento são Prajapati, Desai [2012] para os quais estruturas que na sua vida útil possam estar sujeitas a ameaças de origem ambiental tipo sismos ou tufões devem ser projetadas considerando a frequência natural e a percentagem de amortecimento em cada modo de vibração. Segundo eles, esses são dois parâmetros que modificam drasticamente a magnitude da resposta da estrutura ante esses carregamentos.

Na tentativa de se aproximar a uma expressão para o período fundamental, foram escritos os valores de a_i na (Tabela 9) como função do modo de vibração i , assim como a estimativa para a_{ie} vinda desde a (Figura 52). Ainda, a sabendas de que a expressão da (6.22) não vale para o caso de $i = 1$ que foi incluído naquela tabela.

Tabela 8. Valores de a_i exactos e estimados a_{ie} a partir da (Figura 52)

i	a_i	a_{ie}	<i>erro</i> (%)
1	1.787	1.6759	6.629
2	0.2852	0.299772	5.109
3	0.1018	0.109536	7.599
4	0.05197	0.053621	3.177
5	0.03144	0.030811	2.041
6	0.02104	0.019593	7.385

**Figura 52.** Expressão proposta para o a_{ie} como função do i .

Dessa forma, uma expressão sugerida para o T_i que tenha validade ainda para $i = 1$ é dada na (6.23).

$$T_i = 1.6759 \cdot i^{-2.483} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w}} \quad (6.23)$$

Quando $i = 1$, $T_1 = 1.6759 \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w}}$, trata-se do período fundamental. Recomenda-se então o emprego da (6.23) ainda para determinar o período natural da estrutura feita de muros porque para o período fundamental o erro em que se incorre é de 6.63% segundo essa mesma tabela.

É importante destacar que a (6.23) foi desenvolvida para um muro estrutural só. Entanto, quando se tenham vários deles é válido mudar j_w pelo resultante J_{aa}, J_{bb}, J_{cc} segundo o sentido do deslocamento desejado seja $u, v, \text{ ou } \varphi$ respectivamente.

6.2.2 Vibração do pórtico

Para o pórtico mostrado na (Figura 53) a equação de equilíbrio é apresentada na (6.24).

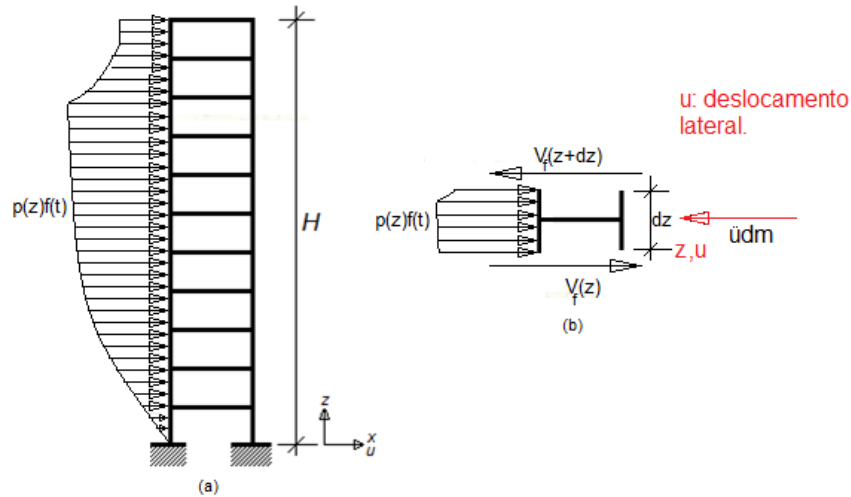


Figura 53. (a) Pórtico e sistema de referência. (b) Diagrama de corpo livre elemento diferencial de comprimento dz

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 \rightarrow + V_f(z) + p(z) \cdot f(t) \cdot dz - V_f(z + dz) - dm \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} \rightarrow V_f + \frac{\partial V_f}{\partial z} \cdot dz - V_f + \\ dm \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial V_f}{\partial z} \cdot dz + dm \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (6.24)$$

No caso de vibração livre não há forças externas, pelo tanto o produto $p(z) \cdot f(t)$ é nulo.

E a expressão (6.24) passa para a (6.25) com a substituição do diferencial de massa em termos de peso específico e diferencial de comprimento dz .

$$\frac{\partial V_f}{\partial z} \cdot dz + \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot dz \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial V_f}{\partial z} + \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \quad (6.25)$$

\bar{m} é o termo $\frac{\gamma}{g} \cdot A$ que fisicamente representa uma massa por unidade de comprimento.

Com ajuda da (4.8) a (6.25) recebe uma nova representação dada pela (6.26).

$$\begin{cases} \frac{\partial V_f}{\partial z} + \bar{m} \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \\ V_f = S_f \cdot \frac{\partial u_f}{\partial z} \\ S_f \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2} + \bar{m} \cdot \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \quad (6.26)$$

Sendo a (6.26) uma equação diferencial parcial dependente de duas variáveis (z, t), procura-se a solução pelo método de separação de variáveis, mesmo com o qual fora resolvida a (6.9).

Considerando uma solução segundo a forma expressa em (6.27) para a qual são obtidas as sucessivas derivadas também.

$$\begin{cases} u_f(x, t) = X(z) \cdot T(t) \\ \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2} = T(t) \cdot \frac{d^2 X(z)}{dz^2} \\ \frac{\partial^2 u_f}{\partial t^2} = X(z) \cdot \frac{d^2 T(t)}{dt^2} \end{cases} \quad (6.27)$$

Que substituídas na (6.26) ficam em definitiva como a (6.28)

$$S_f \cdot T(t) \cdot \frac{d^2 X(z)}{dz^2} + \bar{m} \cdot X(z) \cdot \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = 0 \quad (6.28)$$

Rearranjando a (6.28) chega-se na (6.29)

$$\frac{S_f}{\bar{m} \cdot X(z)} \cdot \frac{d^2 X(z)}{dz^2} = -\frac{1}{T(t)} \cdot \frac{d^2 T(t)}{dt^2} = -\omega^2 \quad (6.29)$$

Então, igualando a parcela dependente do espaço com $-\omega_n^2$ é obtida a (6.30) para a função do deslocamento $X(z)$.

$$X(z) = A \cdot \cos \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z + B \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z \quad (6.30)$$

Sujeita às condições de contorno vindas das seguintes considerações. Primeiro no engaste não é possível o deslocamento e como se trata de um problema de vibração livre, em $z = H$, $F_t = 0$. Em vibração livre não há forças atuantes além das inerciais. Em virtude disso, o esforço de cisalhamento é zero no topo. E da (4.9) o cisalhamento é vinculado à primeira derivada.

$$u_f(0, t) = 0, \quad u'_f(H, t) = 0$$

A elástica e sua primeira derivada ficam como na (6.31).

$$\begin{cases} u_f(z, t) = \left[A \cdot \cos \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z + B \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z \right] \cdot T(t) \\ u'_f(z, t) = \left[-A \cdot \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot \text{sen} \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z + B \cdot \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot \cos \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot z \right] \cdot T(t) \end{cases} \quad (6.31)$$

Nas quais aplicadas às condições de fronteira possibilitam a escrita da (6.32).

$$\begin{cases} u_f(0, t) = [A \cdot \cos 0^\circ + B \cdot \text{sen} 0^\circ] \cdot T(t) = 0 \rightarrow A = 0 \\ u'_f(H, t) = \left[B \cdot \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot \cos \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot H \right] \cdot T(t) = 0 \rightarrow \cos \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot H = 0 \end{cases} \quad (6.32)$$

A primeira linha da (6.32) não exibe interesse prático. Por outro lado a segunda linha exprime tudo o que fora procurado. Porque nessa está a frequência angular cujo conhecimento veicula o período natural de vibração como na (6.33). Naquela, o índice i exprime o modo de vibração. E assim, para o caso em que $i = 1$, se obtêm a frequência angular natural ω_n da qual o período natural de vibração é simplesmente uma consequência.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{s_f}} \cdot H = (2 \cdot i \pm 1) \cdot \frac{\pi}{2} \\ \omega = \frac{(2 \cdot i \pm 1) \cdot \pi}{2 \cdot H} \cdot \sqrt{\frac{s_f}{\bar{m}}} \\ T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{(2 \cdot i \pm 1) \cdot \pi}{2 \cdot H} \cdot \sqrt{\frac{s_f}{\bar{m}}}} \rightarrow T = \frac{4 \cdot H}{(2 \cdot i \pm 1)} \sqrt{\frac{\bar{m}}{s_f}} \end{array} \right. \quad (6.33)$$

6.2.3 Vibração do sistema acoplado

O sistema acoplado resulta da soma de dois sistemas isolados. Sistema *ME* mais o sistema *P* que ao se unir fazem com que o sistema resultante seja mais eficiente. Na (Figura 54) é mostrada uma seção diferencial do conjunto no qual se observa a aceleração da qual é objeto e os esforços de cisalhamento nas duas faces do elemento. Desenhadas na (Figura 54) atuantes no mesmo nível e que se justifica através da interação existente pelas barras de conexão segundo as (Figura 34) e (Figura 35).

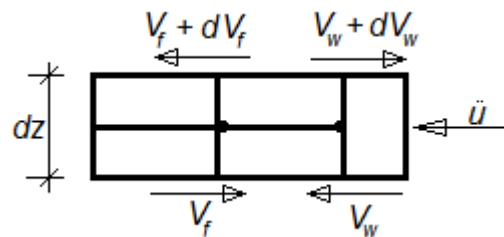


Figura 54. Diagrama corpo livre elemento diferencial de comprimento dz do sistema muro-pórtico.

O equilíbrio na direção horizontal é como na (6.34) considerando uma massa distribuída \bar{m} .

$$\sum F_x = 0 \rightarrow + V_f - V_f - \frac{\partial V_f}{\partial z} \cdot dz - V_w + V_w + \frac{\partial V_w}{\partial z} \cdot dz - \bar{m} \cdot \ddot{u} \cdot dz = 0 \quad (6.34)$$

Das expressões diferenciais (4.3) e (4.8) é viabilizada a (6.35).

$$\left\{ \begin{array}{l} u'' = \frac{M_w}{j_w} \rightarrow \frac{\partial V_w}{\partial z} = \frac{\partial^2 M_w}{\partial z^2} = j_w \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} \\ u' = \frac{V_f}{s_f} \rightarrow \frac{\partial V_f}{\partial z} = s_f \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{array} \right. \quad (6.35)$$

Que ao serem substituídas na (6.34) permitem a escrita da equação diferencial geral dada na (6.36).

$$-s_f \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + j_w \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \bar{m} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (6.36)$$

Novamente, a solução é procurada através da suposição de uma solução expressa como produto de duas funções independentes como feito nos dois anteriores processos segundo a (6.37) na qual são obtidas as derivadas requeridas na (6.36).

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = T \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = T \cdot \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = X \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \end{cases} \quad (6.37)$$

Substituindo na (6.36) atinge-se a identidade da (6.38).

$$-s_f \cdot T \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} + j_w \cdot T \cdot \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} - \bar{m} \cdot X \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad (6.38)$$

E da qual isolando termos em X e T deriva-se na (6.39) que é igualada a uma constante ω^2 que representa a frequência natural do sistema pórtico-parede.

$$\frac{j_w}{\bar{m} \cdot X} \cdot \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} - \frac{1}{\bar{m} \cdot X} \cdot s_f \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \omega^2 \quad (6.39)$$

Sendo ω^2 uma constante própria do sistema porque os dois lados da igualdade são dependentes de diferentes variáveis. Espaço z e tempo t .

Resolvendo o que tem a ver com o espaço através da consideração dos termos primeiro e segundo da igualdade (6.40) para desse modo se obter a (6.41).

$$\begin{cases} \frac{1}{\bar{m} \cdot X} \cdot \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} - \frac{1}{\bar{m} \cdot X} \cdot \frac{s_f}{j_w} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{\bar{m} \cdot X \cdot j_w} \cdot X = 0 \\ \frac{\partial^4 X}{\partial z^4} - \frac{s_f}{j_w} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w} \cdot X = 0 \end{cases} \quad (6.40)$$

Tendo a última delas como equação característica associada a biquadrada definida na (6.41).

$$l^4 - \frac{s_f}{j_w} \cdot l^2 - \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w} = 0 \quad (6.41)$$

Da qual se obtêm suas raízes na (6.42) que são oriundas da resolução da equação biquadrada.

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{\frac{s_f}{2 \cdot j_w} + \sqrt{\left(\frac{s_f}{2 \cdot j_w}\right)^2 + \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w}}} \\ l_2 = \sqrt{\frac{s_f}{2 \cdot j_w} - \sqrt{\left(\frac{s_f}{2 \cdot j_w}\right)^2 + \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w}}} \end{cases} \quad (6.42)$$

Olhando em detalhe se conclui que as duas raízes são diferentes em natureza porque a l_1 é real e l_2 é complexa. E adotando o valor absoluto da raiz para a l_2 , fica expressa em termos de grandezas complexas segundo a (6.43)

$$l_2 = i \sqrt{\sqrt{\left(\frac{s_f}{2 \cdot j_w}\right)^2 + \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w}} - \frac{s_f}{2 \cdot j_w}} \quad (6.43)$$

O radical nas l_1 e l_2 impõe a condição de que as raízes tenham duas sinais e portanto, $X(z)$ ganha a seguinte redação como na (6.44).

$$X(z) = A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + B \cdot e^{i \cdot l_2 \cdot z} + C \cdot e^{-i \cdot l_2 \cdot z} \quad (6.44)$$

E notando que da trigonometria hiperbólica que as relações contidas na (6.45) levam a termos exponenciais quando somadas ou subtraídas segundo a (6.47).

$$\begin{cases} ch(l_1 \cdot z) = \frac{e^{l_1 \cdot z} + e^{-l_1 \cdot z}}{2} \\ sh(l_1 \cdot z) = \frac{e^{l_1 \cdot z} - e^{-l_1 \cdot z}}{2} \end{cases} \quad (6.45)$$

Das quais se encontra uma expressão mais elegante para as exponenciais da (6.45).

$$\begin{cases} e^{l_1 \cdot z} = ch(l_1 \cdot z) + sh(l_1 \cdot z) \\ e^{-l_1 \cdot z} = ch(l_1 \cdot z) - sh(l_1 \cdot z) \end{cases} \quad (6.46)$$

Trazendo à tona a identidade de Euler $e^{i \cdot l_2 \cdot z} = \cos(l_2 \cdot z) + i \cdot \text{sen}(l_2 \cdot z)$ e resumindo cada termo da (6.44) pela sua equivalência em termos hiperbólicos segundo a (6.46) como feito em (6.47).

$$\begin{cases} \left\{ \begin{aligned} A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} &= A_1 \cdot (ch(l_1 \cdot z) + sh(l_1 \cdot z)) \\ A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} &= A_2 \cdot (ch(l_1 \cdot z) - sh(l_1 \cdot z)) \end{aligned} \right. \\ \left\{ \begin{aligned} B \cdot e^{i \cdot l_2 \cdot z} &= B \cdot (\cos(l_2 \cdot z) + i \cdot \text{sen}(l_2 \cdot z)) \\ C \cdot e^{-i \cdot l_2 \cdot z} &= C \cdot (\cos(l_2 \cdot z) - i \cdot \text{sen}(l_2 \cdot z)) \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (6.47)$$

Com todas essas substituições a (6.44) converte-se na (6.48) onde foram condensadas as constantes nas C_1, C_2, C_3, C_4 de conformidade com a (6.49).

$$X(z) = C_1 \cdot ch(l_1 \cdot z) + C_2 \cdot sh(l_1 \cdot z) + C_3 \cdot \cos(l_2 \cdot z) + C_4 \cdot \text{sen}(l_2 \cdot z) \quad (6.48)$$

$$\begin{cases} \left\{ \begin{aligned} C_1 &= A_1 + A_2 \\ C_2 &= A_1 - A_2 \end{aligned} \right. \\ \left\{ \begin{aligned} C_3 &= B + C \\ C_4 &= B - C \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (6.49)$$

Nas expressões (6.42) e (6.43) as l_1 e l_2 tem dimensões de $\frac{1}{L}$ o qual motiva a definição de dois parâmetros λ_1 e λ_2 adimensionais expressidos em termos dos l_1 e l_2 originais, segundo a (6.50).

$$\begin{cases} \lambda_1 = l_1 \cdot H \\ \lambda_2 = l_2 \cdot H \end{cases} \quad (6.50)$$

Como resultado de se fazer o produto das λ_1^2 e λ_2^2 é obtida a (6.51), onde também foram consideradas as expressões em termos radicais (magnitudes).

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = H^4 \cdot \left(\sqrt{\sqrt{\left(\frac{s_f}{2 \cdot j_w}\right)^2 + \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w}} + \frac{s_f}{2 \cdot j_w}} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{\sqrt{\left(\frac{s_f}{2 \cdot j_w}\right)^2 + \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w}} - \frac{s_f}{2 \cdot j_w}} \right)^2 \\ \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = l_1^2 \cdot l_2^2 \cdot H^4 \end{array} \right. \quad (6.51)$$

Através da qual na sua forma mais compacta (6.52) permite achar a frequência ω do sistema e conseqüentemente o período do sistema muro-pórtico.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 = H^4 \cdot \frac{\bar{m} \cdot \omega^2}{j_w} \rightarrow \omega = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{H^2} \cdot \sqrt{\frac{j_w}{\bar{m}}} \\ T = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_1 \cdot \lambda_2} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w}} \end{array} \right. \quad (6.52)$$

Tabela 9. Valores de λ , λ_1 e λ_2 como função do modo de vibração i [Laier, 1978 adaptado]

λ	$i = 1$		$i = 2$		$i = 3$	
	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2	λ_1	λ_2
0.000	1.870	1.870	4.690	4.690	7.850	7.850
0.500	1.940	1.880	4.730	4.700	7.850	7.860
1.000	2.160	1.910	4.810	4.710	7.920	7.860
1.500	2.440	1.930	4.970	4.740	8.010	7.870
2.000	2.790	1.940	5.180	4.780	8.130	7.880
2.500	3.160	1.940	5.430	4.820	8.290	7.900
3.000	3.570	1.930	5.710	4.860	8.470	7.920
3.500	3.990	1.920	6.020	4.900	8.680	7.940
4.000	4.430	1.910	6.350	4.930	8.870	7.960
4.500	4.880	1.890	6.700	4.960	9.170	7.990
5.000	5.340	1.870	7.060	4.990	9.440	8.010
5.500	5.800	1.850	7.440	5.010	9.730	8.030
6.000	6.280	1.840	7.820	5.020	10.040	8.050
6.500	6.750	1.810	8.220	5.030	10.360	8.070
7.000	7.230	1.800	8.630	5.040	10.700	8.090
7.500	7.710	1.790	9.040	5.050	11.050	8.110
8.000	8.190	1.770	9.460	5.050	11.400	8.120
8.500	8.680	1.760	9.980	5.050	11.770	8.140
9.000	9.170	1.750	10.320	5.050	12.140	8.150
9.500	9.660	1.740	10.760	5.050	12.520	8.160
10.000	10.150	1.730	11.200	5.040	12.910	8.170

Escrevendo agora a soma dos quadrados das expressões da (6.42) para ter uma grandeza chamada de λ segundo a (6.53) que é obtida desde a (Tabela 9) da qual são achados valores para λ_1 e λ_2 dos quais depende a (6.52).

$$\lambda^2 = H^2 \cdot \frac{2 \cdot s_f}{2 \cdot j_w} \rightarrow \lambda = H \cdot \sqrt{\frac{s_f}{j_w}} \tag{6.53}$$

O processo seguinte visa reduzir ou simplesmente eliminar a dependência explicitada na (6.52) com respeito ao emprego de tabelas toda vez que é necessário seu uso para determinar os valores de λ_1 e λ_2 para com eles determinar o período de vibração “natural” da estrutura. Fala-se em vibração natural porque a análise é conduzida por enquanto para o caso de λ_1 , é dizer, quando $i = 1$.

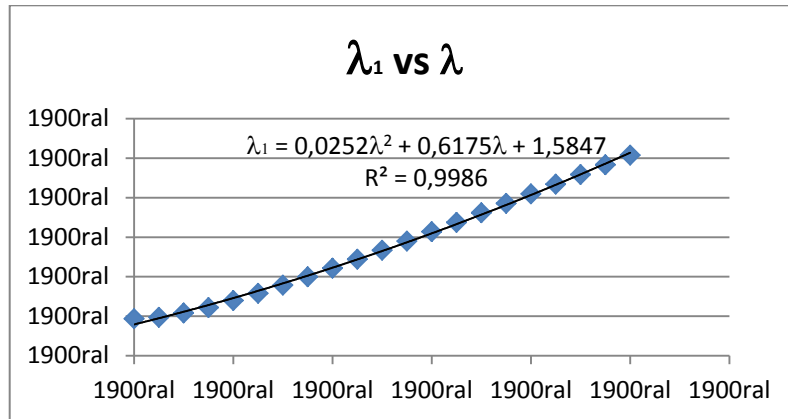


Figura 55. Relação λ_1 vs λ

A partir dessa tabela e com ajuda da aproximação da (Figura 55) se constrói a (Tabela 10) na qual é mostrada a dependência de λ_{1t} , λ_{1e} (teórica e estimativa) como função da grandeza λ . ademais do erro em que se incorre quando se emprega a expressão via λ_1 vs λ obtida num processo de ajuste com polinômio de segundo grau.

Olhando na (6.42) conclui-se que as raízes da equação característica l_1 , l_2 não podem ser determinadas no início porque são função além de variáveis conhecidas como s_f , j_w , \bar{m} também da frequência de vibração ω que nesse instante inicial é incógnita do problema.

Tabela 10. Valores de λ_{1t} e λ_{1e} além do erro porcentual

λ	λ_{1t}	λ_{1e}	erro (%)
0.0	1.87	1.5847	18.003
0.5	1.94	1.89885	2.167
1.0	2.16	2.2256	3.037
1.5	2.44	2.56495	5.121
2.0	2.79	2.9169	4.548
2.5	3.16	3.28145	3.843
3.0	3.57	3.6586	2.482
3.5	3.99	4.04835	1.462
4.0	4.43	4.4507	0.467
4.5	4.88	4.86565	0.295
5.0	5.34	5.2932	0.884
5.5	5.80	5.73335	1.1625
6.0	6.28	6.1861	1.518
6.5	6.75	6.65145	0.223
7.0	7.23	7.1294	1.411
7.5	7.71	7.61995	1.182
8.0	8.19	8.1231	0.824
8.5	8.68	8.63885	0.476
9.0	9.17	9.1672	0.031
9.5	9.66	9.70815	0.498
10.0	10.15	10.2617	1.100

Conhecendo λ_1 é obtido l_1 e desde a (6.42) é isolada uma expressão para ω e partindo da qual se calculam períodos de vibração como em (6.54).

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{\lambda_1}{H} \cdot \sqrt{\frac{j_w \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \right)^2 - \frac{s_f}{j_w} \right]}{\bar{m}}} \\ T = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{j_w \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \right)^2 - \frac{s_f}{j_w} \right]}} \end{array} \right. \quad (6.54)$$

Da qual é feita a seguinte análise dimensional na (6.55) visando deduzir que o resultado final apresenta unidades de segundos.

$$T[t] = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{\lambda_1} [L] \cdot \sqrt{\frac{\bar{m} \left[\frac{F \cdot t^2}{L} \cdot \frac{1}{L} \right]}{j_w [F \cdot L^2] \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \left[\frac{1}{L} \right] \right)^2 - \frac{s_f [F]}{j_w [F \cdot L^2]} \right]}} \quad (6.55)$$

7 SOLUÇÕES GERAIS ATRAVÉS DE MC PARA OS DIFERENTES SISTEMAS ESTRUTURAIS SOB CARREGAMENTO ORIUNDO DE SISMO

Serão avaliados os casos de cada sistema estrutural atuando separadamente para logo acoplar eles num sistema por exemplo dual. Além disso, a abordagem é feita para sistemas com perfeita simetria e sem ela.

7.1 CASOS COM SIMETRIA ABORDADOS NOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 8

Através dos processos seguidos neste capítulo são alcançadas expressões gerais que devem ser aquelas que resolvam os exemplos do capítulo 8 no caso manual assim como na implementação numérica.

Na sua primeira parte este capítulo trará um processo algébrico que leve à solução pela técnica do carregamento triangular distribuído acrescentado da força no topo para cada um dos três sistemas estruturais fundamentais só no caso mais simples. O simétrico. Logo, na segunda parte são abordados os mesmos sistemas estruturais solicitados pelas mesmas condições de carregamento, porém no caso de assimetria.

7.1.1 Caso particular onde só se têm muros (Exemplo 1)

De acordo com a (Figura 56) a somatória de forças segundo a horizontal para o diagrama de corpo livre de uma seção do muro permite determinar o esforço V em qualquer cota z como na (7.1)

$$\sum F_x = 0 \rightarrow +; F_t + \int_z^H \frac{p_0}{H^2} \cdot z \cdot dz - V(z) = 0 \rightarrow V(z) = F_t + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \quad (7.1)$$

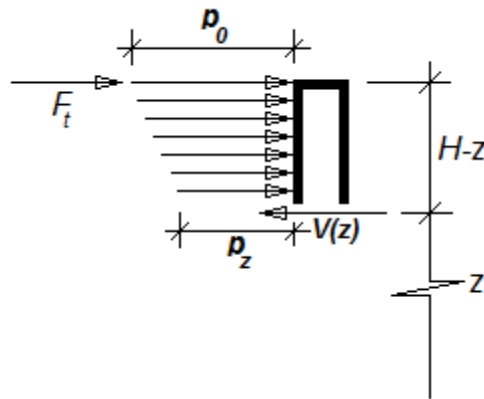


Figura 56. Exemplo para sistema resistente a carregamento lateral ME só

A equação diferencial que descreve o problema é escrita na (7.2) vinda desde a (4.31) com a simplificação de que a matriz $[S]$ esvanece toda vez que o problema só leva em consideração muros.

$$-[J] \cdot [U]''' = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

A (7.2) é uma equação matricial que desdobra em 3 equações escalares. É resolvida uma delas assumindo uma constante ρ que faça o papel da a , b ou c . No caso simétrico, a matriz $[J]$ é diagonal e pelo tanto o sistema fica naturalmente desacoplado. Sendo diagonal, uma componente não nula de $[J]$ é qualquer J_{mm} que corresponda com os deslocamentos u , v , φ . Assim a (7.3) expressa uma delas em função de uma variável dependente arbitrária w que represente todas as componentes do vetor $[U]$.

$$-J_{mm} \cdot w''' = \rho \cdot V(z) \quad (7.3)$$

Cuja solução total é a soma das soluções homogênea e particular. E onde ρ pode assumir o rol de a , b ou c .

A homogênea associada é como na (7.4)

$$-J_{mm} \cdot w''' = 0 \rightarrow w''' = 0 \quad (7.4)$$

Sucessivas integrações dessa levam às equações expressas na (7.5). Os índices h e p simbolizam a natureza da solução em cada caso. Homogênea ou particular.

$$\begin{cases} w_h''(z) = B_2 \\ w_h'(z) = B_2 \cdot z + B_1 \\ w_h(z) = \frac{B_2}{2} \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 \end{cases} \quad (7.5)$$

Como solução particular é suposta uma cuja forma é contida num polinômio de ordem cinco (7.6), de sorte que uma terceira derivada leve para um polinômio de grado dois como exprimido na (7.1) para o esforço de cisalhamento.

$$w_p(z) = A_5 \cdot z^5 + A_4 \cdot z^4 + A_3 \cdot z^3 + A_2 \cdot z^2 + A_1 \cdot z + A_0 \quad (7.6)$$

E que ao se derivar três vezes fornece ainda um termo quadrático como em (7.7).

$$\begin{cases} w_p'(z) = 5 \cdot A_5 \cdot z^4 + 4 \cdot A_4 \cdot z^3 + 3 \cdot A_3 \cdot z^2 + 2 \cdot A_2 \cdot z + A_1 \\ w_p''(z) = 20 \cdot A_5 \cdot z^3 + 12 \cdot A_4 \cdot z^2 + 6 \cdot A_3 \cdot z + 2 \cdot A_2 \\ w_p'''(z) = 60 \cdot A_5 \cdot z^2 + 24 \cdot A_4 \cdot z + 6 \cdot A_3 \end{cases} \quad (7.7)$$

A (7.1), (7.6) e (7.7) substituídas na (7.3) levam para a (7.8).

$$-J_{mm} \cdot (60 \cdot A_5 \cdot z^2 + 24 \cdot A_4 \cdot z + 6 \cdot A_3) = \rho \cdot \left[F_t + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (7.8)$$

E confrontando termos da (7.8) se obtêm os valores das constantes como na (7.9).

$$\begin{cases} A_5 = \frac{\rho \cdot p_0}{120 \cdot J_{mm} \cdot H} \\ A_4 = 0 \\ A_3 = \frac{-\rho}{6 \cdot J_{mm}} \cdot \left(F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \end{cases} \quad (7.9)$$

Pelo qual a (7.10) provê a solução particular

$$w_p(z) = \frac{\rho \cdot p_0}{120 \cdot J_{mm} \cdot H} \cdot z^5 - \frac{\rho}{6 \cdot J_{mm}} \cdot \left(F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z^3 + A_2 \cdot z^2 + A_1 \cdot z + A_0 \quad (7.10)$$

E a solução total é a somatória da homogênea (7.5) e da particular (7.10) como na (7.11).

$$\begin{cases} w_T(z) = w_h(z) + w_p(z) \\ w_T(z) = \frac{B_2}{2} \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 + \frac{\rho \cdot p_0}{120 \cdot J_{mm} \cdot H} \cdot z^5 - \frac{\rho}{6 \cdot J_{mm}} \cdot \left(F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z^3 + A_2 \cdot z^2 + A_1 \cdot z + A_0 \\ w_T(z) = \frac{\rho \cdot p_0}{120 \cdot J_{mm} \cdot H} \cdot z^5 - \frac{\rho}{6 \cdot J_{mm}} \cdot \left(F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z^3 + C_2 \cdot z^2 + C_1 \cdot z + C_0 \end{cases} \quad (7.11)$$

De onde são escritas as seguintes relações entre constantes dadas na (7.12).

$$\begin{cases} C_2 = A_2 + \frac{B_2}{2} \\ C_1 = A_1 + B_1 \\ C_0 = A_0 + B_0 \end{cases} \quad (7.12)$$

As condições de contorno dadas para a solução total (7.11) são as seguintes:

$w_T(0) = 0$, $C_0 = 0$, $w_T'(0) = 0$, $w_T''(H) = 0$ que aplicadas na (7.12) e as sucessivas derivadas permitem obter a (7.13) que define os valores das constantes C_0 , C_1 , C_2

$$\begin{cases} C_0 = 0 \\ C_1 = 0 \\ C_2 = \frac{\rho \cdot F_t}{2 \cdot J_{mm}} \cdot H + \frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot J_{mm}} \cdot H^2 \end{cases} \quad (7.13)$$

E então a solução total (7.11) fica com o rosto da (7.14)

$$w_T(z) = \frac{\rho \cdot p_0}{120 \cdot J_{mm} \cdot H} \cdot z^5 - \frac{\rho}{6 \cdot J_{mm}} \cdot \left(F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z^3 + \left(\frac{\rho \cdot F_t}{2 \cdot J_{mm}} \cdot H + \frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot J_{mm}} \cdot H^2 \right) \cdot z^2 \quad (7.14)$$

7.1.2 Caso particular onde só se têm pórticos (Exemplo 3)

Sob as mesmas condições da (Figura 57), tendo o pórtico só como sistema de resistência aos carregamentos laterais.

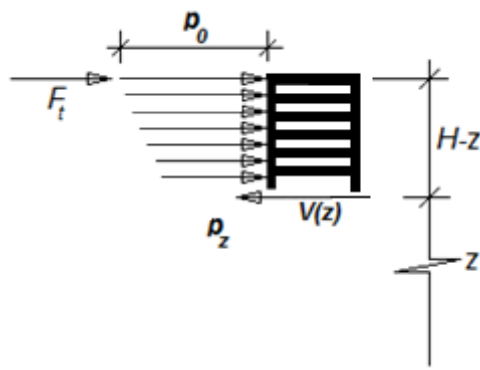


Figura 57. Seção do pórtico sob carregamento lateral geral

Quando só há pórticos a matriz de $[J]$ desaparece e então a equação diferencial fica como (7.15).

$$[\bar{S}] \cdot [U]' = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Que da mesma forma como na (7.3) desdobra-se em 3 equações algébricas. Uma delas fica expressa como em (7.16) reconhecendo que a matriz $|S|$ é diagonal. Na mesma equação é levada em consideração a equação diferencial homogênea associada obtida quando o termo da direita da geral é igualado ao zero.

$$\begin{cases} S_{mm} \cdot w' = \rho \cdot V(z) \\ S_{mm} \cdot w' = 0 \end{cases} \quad (7.16)$$

A solução homogênea é dada na (7.17).

$$w_h(z) = A_0 \quad (7.17)$$

No caso da solução particular $u_p(z)$ e a sua primeira derivada são dadas na (7.18).

$$\begin{cases} w_p(z) = B_3 \cdot z^3 + B_2 \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 \\ w_p'(z) = 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + 2 \cdot B_2 \cdot z + B_1 \end{cases} \quad (7.18)$$

Substituindo a (7.1) e (7.18) na (7.16) no concernente à não homogênea deriva-se na (7.19)

$$S_{mm} \cdot (3 \cdot B_3 \cdot z^2 + 2 \cdot B_2 \cdot z + B_1) = \rho \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (7.19)$$

E confrontando termos se acham as constantes B_3, B_2, B_1 na (7.20)

$$\begin{cases} B_3 = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot S_{mm} \cdot H} \\ B_2 = 0 \\ B_1 = \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \end{cases} \quad (7.20)$$

Então a solução particular $u_p(z)$ fica como na (7.21)

$$w_p(z) = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot S_{mm} \cdot H} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z \quad (7.21)$$

E a solução total $u_T(z)$ é dada na (7.22)

$$\begin{cases} w_T(z) = A_0 - \frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot S_{mm} \cdot H^2} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z + B_0 \\ w_T(z) = C_0 - \frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot S_{mm} \cdot H^2} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z \end{cases} \quad (7.22)$$

Com as constantes A_0 e B_0 embutidas na constante C_0 assim como foi feito na (7.11).

A condição de que o deslocamento seja nulo na base mune o valor da constante $C_0 = 0$ e pelo tanto a (7.23) representa a equação da elástica total.

$$w_T(z) = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot S_{mm} \cdot H} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z \quad (7.23)$$

7.1.3 Caso geral tendo muros e pórticos de modo simultâneo

Conforme à (Figura 58), o sistema terá o mesmo carregamento. Porém, agora, os painéis atuam solidariamente conformando um sistema que é conhecido como dual.

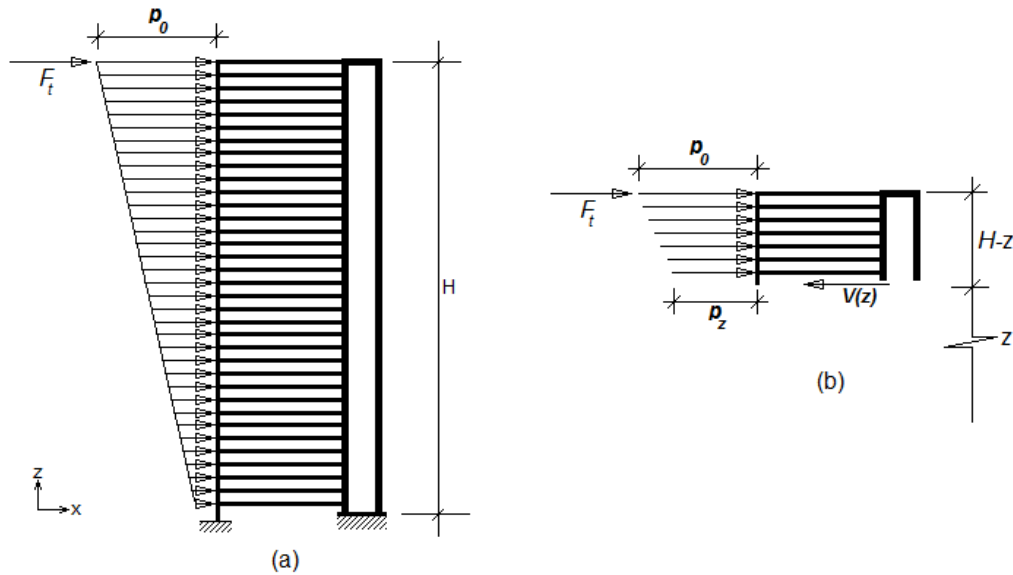


Figura 58. (a) Distribuição de carregamento lateral no sistema pórtico-muro. (b) Seção à z do nível de referência.

O equilíbrio é escrito partindo da (7.1) segundo a expressão matricial dada na (7.24).

$$-|J| \cdot |U|'''' + |S| \cdot |U|' = V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \quad (7.24)$$

Que sendo o caso simétrico apresenta a vantagem de ser um sistema conformado por matrizes $|J|$ e $|S|$ diagonais, oferecendo um desacoplamento imediato das equações de equilíbrio.

A (7.25) define um equação diferencial geral em w .

$$-J_{mm} \cdot w'''' + S_{mm} \cdot w' = \left[F_t + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \rho \quad (7.25)$$

Solução que vai ser obtida através da superposição dos casos homogêneo e não homogêneo.

No caso homogêneo a equação diferencial fica como na (7.26)

$$-J_{mm} \cdot w''' + S_{mm} \cdot w' = 0 \quad (7.26)$$

Fazendo a substituição (7.27)

$$w_h(z) = \sum_{i=1}^{NR} A_i \cdot e^{l_i \cdot z} \quad (7.27)$$

Onde NR é o número de raízes da equação (7.28) e que permite resolver a equação diferencial transformando-a numa equação algébrica.

$$-J_{mm} \cdot l_i^3 + S_{mm} \cdot l_i = 0 \quad (7.28)$$

Com raízes $l_0 = 0$, $l_1 = \sqrt{\frac{S_{mm}}{J_{mm}}}$ e $l_2 = -\sqrt{\frac{S_{mm}}{J_{mm}}} = -l_1$ que ao serem aplicadas na substituição feita para a w_h segundo a (7.27) exprimem a solução da homogênea através da (7.29).

$$w_h(z) = A_0 \cdot e^{0 \cdot z} + A_1 \cdot e^{z \cdot \sqrt{\frac{S_{mm}}{J_{mm}}}} + A_2 \cdot e^{-z \cdot \sqrt{\frac{S_{mm}}{J_{mm}}}} \rightarrow w_h(z) = A_0 + A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} \quad (7.29)$$

No caso não homogêneo a solução é determinada supondo como possível solução um polinômio tal que ao se derivar três vezes tenha ainda um termo de segunda ordem. Assim, uma tentativa de solução é dada na (7.30).

$$w_p(z) = B_5 \cdot z^5 + B_4 \cdot z^4 + B_3 \cdot z^3 + B_2 \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 \quad (7.30)$$

As primeiras três derivadas são dadas na (7.31).

$$\begin{cases} w_p'(z) = 5 \cdot B_5 \cdot z^4 + 4 \cdot B_4 \cdot z^3 + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + 2 \cdot B_2 \cdot z + B_1 \\ w_p''(z) = 20 \cdot B_5 \cdot z^3 + 12 \cdot B_4 \cdot z^2 + 6 \cdot B_3 \cdot z + 2 \cdot B_2 \\ w_p'''(z) = 60 \cdot B_5 \cdot z^2 + 24 \cdot B_4 \cdot z + 6 \cdot B_3 \end{cases} \quad (7.31)$$

Substituindo as (7.31) na (7.26) chega-se na (7.32)

$$\begin{aligned} -J_{mm} \cdot [60 \cdot B_5 \cdot z^2 + 24 \cdot B_4 \cdot z + 6 \cdot B_3] + S_{mm} \cdot [5 \cdot B_5 \cdot z^4 + 4 \cdot B_4 \cdot z^3 + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + 2 \cdot \\ B_2 \cdot z + B_1] = \left[F_t + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \rho \end{aligned} \quad (7.32)$$

E confrontando termos com iguais potências são obtidas os valores das constantes B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 desde a (7.33).

$$\begin{cases} \begin{cases} B_5 = 0 \\ B_4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} B_3 = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot H \cdot S_{mm}} \\ B_2 = 0 \end{cases} \\ B_1 = \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} - \frac{J_{mm}}{H \cdot S_{mm}} \cdot p_0 \right] \end{cases} \quad (7.33)$$

Pelo tanto a solução particular da (7.30) fica com o rosto dado na (7.34)

$$\begin{cases} w_p(z) = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot H \cdot S_{mm}} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} - \frac{J_{mm}}{H \cdot S_{mm}} \cdot p_0 \right] \cdot z + B_0 \\ w_p(z) = B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z + B_0 \end{cases} \quad (7.34)$$

Desde a primeira parte da (7.34) é claro que o manuseio algébrico é difícil. Por isso é rescrita na forma mais compacta onde é conhecido que das três constantes de integração, duas já foram determinadas na (7.33). Agora, acrescentando a (7.29) à (7.34) define-se a solução total (7.35) à qual são aplicadas as condições de contorno.

$$\begin{cases} w_T(z) = A_0 + A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z + B_0 \\ w_T(z) = C_0 + A_2 \cdot e^{l_2 \cdot z} + A_3 \cdot e^{-l_2 \cdot z} + B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z \end{cases} \quad (7.35)$$

Onde as constantes A_0 e B_0 são agrupadas na A_0 . Neste problema as condições de fronteira são as seguintes:

$w_T(0) = 0$, $w_T'(0) = 0$, $w_T''(H) = 0$ que são interpretadas fisicamente como que não pode acontecer deslocamento na base do prédio. Também não é possível inclinação com respeito da vertical na base do prédio e a última condição interpreta-se que no topo do prédio não há momento fletor.

Na (7.36) é rescrita a expressão definitiva para $w_T(z)$ dada na (7.35) e também são achadas as derivadas primeira e segunda às quais aplicar as condições de fronteira antes mencionadas.

$$\begin{cases} w_T(z) = A_0 + A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z \\ w_T'(z) = A_1 \cdot l_1 \cdot e^{z \cdot l_1} - A_2 \cdot l_1 \cdot e^{-z \cdot l_1} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1 \\ w_T''(z) = A_1 \cdot l_1^2 \cdot e^{z \cdot l_1} + A_2 \cdot l_1^2 \cdot e^{-z \cdot l_1} + 6 \cdot B_3 \cdot z \end{cases} \quad (7.36)$$

Na (7.37) estão escritas as equações que compatibilizam as expressões resumidas na (7.36) após a aplicação das condições de fronteira.

$$\begin{cases} A_0 + A_1 + A_2 = 0 \rightarrow A_0 = -A_1 - A_2 \\ A_1 - A_2 = -\frac{B_1}{l_1} \\ A_1 \cdot e^{H \cdot l_1} + A_2 \cdot e^{-H \cdot l_1} = -\frac{6 \cdot B_3}{l_1^2} \cdot H^2 \end{cases} \quad (7.37)$$

As três constantes C_0 , A_2 e A_3 são determinadas na (7.38).

$$\begin{cases} A_1 = -\left[\frac{6 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot e^{-l_1 \cdot H}}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \\ A_2 = \left[\frac{B_1 \cdot l_1 \cdot e^{l_1 \cdot H} - 6 \cdot B_3 \cdot H}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \\ A_0 = \frac{12 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot (e^{-l_1 \cdot H} - e^{l_1 \cdot H})}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \end{cases} \quad (7.38)$$

E finalmente, a (7.39) define a função deslocamento total $w_T(z)$ como:

$$w_T(z) = \left[\frac{12 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot (e^{-l_1 \cdot H} - e^{l_1 \cdot H})}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] - \left[\frac{6 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot e^{-l_1 \cdot H}}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \cdot e^{l_1 \cdot z} + \left[\frac{B_1 \cdot l_1 \cdot e^{l_1 \cdot H} - 6 \cdot B_3 \cdot H}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \cdot e^{-l_1 \cdot z} - \frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot H \cdot S_{mm}} \cdot z^3 + \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_t + \frac{p_0 \cdot H}{2} - \frac{J_{mm}}{H \cdot S_{mm}} \cdot p_0 \right] \cdot z \quad (7.39)$$

7.2 CASOS SEM SIMETRIA ABORDADOS NOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 8

Os casos assimétricos supõem um abandono total à condição de que as matrizes $[J]$ ou $[S]$ sejam diagonais. E conseqüentemente todas as soluções passam pela necessidade de diagonalizar o sistema apresentado por elas para assim chegar numa forma que possa ser encaixada nas gerais obtidas nos casos de perfeita simetria. Para as duas primeiras estruturas assimétricas feitas de muros o pórtico só, basta com diagonalizar da maneira mais grosseira que existe. Através da matriz inversa das $[J]$ ou $[S]$ que no fundo é primeiro jeito de desacoplamento que se conhece. Contudo, no caso de estrutura de sistema dual, as coisas não são tão simples e o fato de contar com a presença das duas matrizes nenhuma das quais é diagonal, faz com que o problema passe pela necessidade de diagonalizar elas simultaneamente considerando por meio dos autovalores e autovetores num processo conhecido como autovalor e autovetor generalizado.

7.2.1 Caso particular no qual só se têm muros (Exemplo 2).

A (7.2) segue sendo a equação diferencial que descreve o problema, porém, a matriz $[J]$ apresenta componentes diferentes de zero fora da diagonal principal. Pelo tanto o desacoplamento é feito através da sua inversa expressa como $[J]^{-1}$. Assim a (7.40) manifesta o sistema de equações diferenciais em uma variável só a ser resolvido.

$$-[J] \cdot [U]''' = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \rightarrow [U]''' = -[J]^{-1} \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.40)$$

Definindo a matriz $[J]^{-1}$ cujas componentes são dadas na (7.41).

$$|J|^{-1} = \begin{vmatrix} J_{11}^{-1} & J_{12}^{-1} & J_{13}^{-1} \\ J_{21}^{-1} & J_{22}^{-1} & J_{23}^{-1} \\ J_{31}^{-1} & J_{32}^{-1} & J_{33}^{-1} \end{vmatrix} \quad (7.41)$$

Dessa maneira a (7.40) adquire outra escrita dada na (7.42)

$$[U]''' = - \begin{vmatrix} J_{11}^{-1} & J_{12}^{-1} & J_{13}^{-1} \\ J_{21}^{-1} & J_{22}^{-1} & J_{23}^{-1} \\ J_{31}^{-1} & J_{32}^{-1} & J_{33}^{-1} \end{vmatrix} \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.42)$$

E a (7.43) define o sistema de equações diferenciais como função de todos os deslocamentos considerados no problema geral.

$$\begin{cases} u''' = -[a \cdot J_{11}^{-1} + b \cdot J_{12}^{-1} + c \cdot J_{13}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \\ v''' = -[a \cdot J_{21}^{-1} + b \cdot J_{22}^{-1} + c \cdot J_{23}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \\ \varphi''' = -[a \cdot J_{31}^{-1} + b \cdot J_{32}^{-1} + c \cdot J_{33}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \end{cases} \quad (7.43)$$

Generalizando novamente um deslocamento qualquer como w , uma das (7.43) é rescrita na (7.44).

$$w''' = C \cdot \left[\frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - H^2) - F_T \right] \quad (7.44)$$

Na qual C faz o papel de uma constante que é originária do produto da primeira, segunda ou terceira fila da matriz inversa pelo vetor $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ como expresso na (7.43).

O processo a seguir, também deve considerar os casos homogêneo e particular de novo.

Uma possível solução para a homogênea é dada na (7.45) igual que no caso simétrico quando era a terceira expressão da (7.5). Na mesma equação está expressa a solução particular que também é trazida à tona desde o caso simétrico onde estava nomeada como (7.6).

$$\begin{cases} w_h(z) = \frac{B_2}{2} \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 \\ w_p(z) = A_5 \cdot z^5 + A_4 \cdot z^4 + A_3 \cdot z^3 + A_2 \cdot z^2 + A_1 \cdot z + A_0 \end{cases} \quad (7.45)$$

As primeiras três derivadas da particular são contempladas na (7.46).

$$\begin{cases} w_p'(z) = 5 \cdot A_5 \cdot z^4 + 4 \cdot A_4 \cdot z^3 + 3 \cdot A_3 \cdot z^2 + 2 \cdot A_2 \cdot z + A_1 \\ w_p''(z) = 20 \cdot A_5 \cdot z^3 + 12 \cdot A_4 \cdot z^2 + 6 \cdot A_3 \cdot z + 2 \cdot A_2 \\ w_p'''(z) = 60 \cdot A_5 \cdot z^2 + 24 \cdot A_4 \cdot z + 6 \cdot A_3 \end{cases} \quad (7.46)$$

Um confronto de termos logo da substituição das expressões (7.46) na (7.44) permite obter igualdades expressadas nas (7.47).

$$\begin{cases} A_5 = \frac{C \cdot p_0}{120 \cdot H} \\ A_4 = 0 \\ A_3 = -\frac{C}{6} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \end{cases} \quad (7.47)$$

Por tanto, a solução total que considera a parte homogênea como a particular fica como na (7.48).

$$\begin{cases} w_T(z) = \frac{B_2}{2} \cdot z^2 + B_1 \cdot z + B_0 + \frac{C \cdot p_0}{120 \cdot H} \cdot z^5 - \frac{C}{6} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z^3 + A_2 \cdot z^2 + A_1 \cdot z + A_0 \\ w_T(z) = \frac{C \cdot p_0}{120 \cdot H} \cdot z^5 - \frac{C}{6} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z^3 + K_2 \cdot z^2 + K_1 \cdot z + K_0 \end{cases} \quad (7.48)$$

Na segunda linha da (7.48) se escreveram os termos semelhantes embutidos numa constante só. Além disso, essa equação terá de cumprir as condições de contorno em deslocamento e força.

$w_T(0) = 0$, $w_T'(0) = 0$ que são chamadas de essenciais ou em deslocamentos e a mecânica consistente em que $w_T''(H) = 0$ associada ao momento fletor.

Na (7.49) são obtidas as derivadas primeira e segunda da expressão definitiva dada na (7.48) pelo fato de que são requeridas para a determinação das constantes de integração prévia aplicação das três condições de contorno que já foram mencionadas.

$$\begin{cases} w_T'(z) = \frac{c \cdot p_0}{24 \cdot H} \cdot z^4 - \frac{c}{2} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z^2 + 2 \cdot K_2 \cdot z + K_1 \\ w_T''(z) = \frac{c \cdot p_0}{6 \cdot H} \cdot z^3 - c \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z + 2 \cdot K_2 \end{cases} \quad (7.49)$$

Portanto, os valores das constantes K_0 , K_1 , K_2 são definidos na (7.50).

$$\begin{cases} K_0 = 0 \\ K_1 = 0 \\ K_2 = \frac{c}{2} \cdot \left[F_T \cdot H + \frac{p_0 \cdot H^2}{3} \right] \end{cases} \quad (7.50)$$

Então a (7.48) definitiva fica como na (7.51)

$$w_T(z) = \frac{c \cdot p_0}{120 \cdot H} \cdot z^5 - \frac{c}{6} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right] \cdot z^3 + \frac{c \cdot H}{2} \cdot \left[F_T + \frac{p_0 \cdot H}{3} \right] \cdot z^2 \quad (7.51)$$

É interessante notar com respeito à (7.51) que o termo dentro do colchete acompanhando o $-\frac{c}{6}$ é o esforço de cisalhamento na base do prédio no modelo contínuo de carga triangularmente distribuída e força no topo. Do mesmo jeito, o colchete no terceiro termo é o momento atuante na base do prédio devido ao carregamento suposto distribuído com o vértice na base do prédio e a força no topo afastada uma distância igual à elevação do prédio H .

7.2.2 Caso particular no qual só se têm pórticos (Exemplo 4)

A (7.16) segue sendo válida, embora a matriz $|S|$ já tenha outros termos além de aqueles que ficam na diagonal principal. O processo segue o mesmo roteiro que no caso tratado anteriormente. Assim, o processo começa como na (7.52)

$$[\bar{S}] \cdot [U]' = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \rightarrow [U]' = |S|^{-1} \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.52)$$

A (7.53) define a forma geral da matriz $|S|^{-1}$.

$$|S|^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & S_{12}^{-1} & S_{13}^{-1} \\ S_{21}^{-1} & S_{22}^{-1} & S_{23}^{-1} \\ S_{31}^{-1} & S_{32}^{-1} & S_{33}^{-1} \end{bmatrix} \quad (7.53)$$

E portanto, a (7.52) fica com novo rosto dado na (7.54)

$$[U]' = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1} & S_{12}^{-1} & S_{13}^{-1} \\ S_{21}^{-1} & S_{22}^{-1} & S_{23}^{-1} \\ S_{31}^{-1} & S_{32}^{-1} & S_{33}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (7.54)$$

O sistema dado em (7.54) desdobra-se nas (7.55).

$$\begin{cases} u' = [a \cdot S_{11}^{-1} + b \cdot S_{12}^{-1} + c \cdot S_{13}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \\ v' = [a \cdot S_{21}^{-1} + b \cdot S_{22}^{-1} + c \cdot S_{23}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \\ \varphi' = [a \cdot S_{31}^{-1} + b \cdot S_{32}^{-1} + c \cdot S_{33}^{-1}] \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \end{cases} \quad (7.55)$$

Como sempre, empregando uma variável “artificial” w na (7.56) que represente qualquer deslocamento dos contemplados na (7.55)

$$w' = C \cdot \left[F_T + \frac{p_0}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (7.56)$$

A solução homogênea é dada na (7.17) e na (7.57) também é incluída a derivada da solução particular definida na (7.18).

$$\begin{cases} w_h(z) = A_0 \\ w_p'(z) = 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + 2 \cdot B_2 \cdot z + B_1 \end{cases} \quad (7.57)$$

Substituindo a segunda linha da (7.57) na (7.56) e confrontando termos se conclui a (7.58).

$$\begin{cases} B_3 = -\frac{c \cdot p_0}{6 \cdot H} \\ B_2 = 0 \\ B_1 = C \cdot \left(F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \end{cases} \quad (7.58)$$

E com as constantes ora determinadas, a (7.59) define a solução total para o sistema.

$$\begin{cases} w_T(z) = -\frac{c \cdot p_0}{6 \cdot H} \cdot z^3 + C \cdot \left(F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z + B_0 + A_0 \\ w_T(z) = -\frac{c \cdot p_0}{6 \cdot H} \cdot z^3 + C \cdot \left(F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z + K_0 \end{cases} \quad (7.59)$$

Que deve garantir a condição essencial seguinte. $w_T(0) = 0$ da qual conclui-se que $K_0 = 0$.

Finalmente, a solução total é expressida na (7.60).

$$w_T(z) = -\frac{c \cdot p_0}{6 \cdot H} \cdot z^3 + C \cdot \left(F_T + \frac{p_0 \cdot H}{2} \right) \cdot z \quad (7.60)$$

7.2.3 Caso particular no qual conta-se com pórticos e muros. Sendo possível ter além disso núcleos estruturais (Exemplo 7).

Logo de levar as matrizes $|J|$ e $|S|$ à forma diagonal com o processo descrito no Anexo 3 é necessário considerar o sistema resultante exprimido através da notação adotada na (7.61) trazida desde o mesmo anexo.

$$(7.61) \quad \left\{ \begin{array}{l} |T|^T = \begin{bmatrix} \frac{t_{11}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{21}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{31}}{m\sqrt{KN}} \\ \frac{t_{12}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{22}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{32}}{m\sqrt{KN}} \\ \frac{t_{13}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{23}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{33}}{m\sqrt{KN}} \end{bmatrix} \\ -|J_d| \cdot |U_T|''' + |I| \cdot |U_T|' = |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \\ |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{t_{11}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{21}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{31}}{m\sqrt{KN}} \\ \frac{t_{12}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{22}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{32}}{m\sqrt{KN}} \\ \frac{t_{13}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{23}}{\sqrt{KN}} & \frac{t_{33}}{m\sqrt{KN}} \end{bmatrix} \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \cdot \frac{t_{11}}{\sqrt{KN}} + b \cdot \frac{t_{21}}{\sqrt{KN}} + c \cdot \frac{t_{31}}{m\sqrt{KN}} \\ a \cdot \frac{t_{12}}{\sqrt{KN}} + b \cdot \frac{t_{22}}{\sqrt{KN}} + c \cdot \frac{t_{32}}{m\sqrt{KN}} \\ a \cdot \frac{t_{13}}{\sqrt{KN}} + b \cdot \frac{t_{23}}{\sqrt{KN}} + c \cdot \frac{t_{33}}{m\sqrt{KN}} \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} \rho_{1T} \\ \rho_{2T} \\ \rho_{3T} \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Na qual é claro que as componentes ρ_{mT} é passível de se escrever a conveniência como na (7.62), onde são escritas as três expressões por extenso e também uma forma compacta geral para um m qualquer sendo que m pode ser a, b, c .

$$(7.62) \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_{aT} = a \cdot t_{11} + b \cdot t_{21} + c \cdot t_{31} = a \cdot tt_{11} + b \cdot tt_{12} + c \cdot tt_{13} \\ \rho_{bT} = a \cdot t_{12} + b \cdot t_{22} + c \cdot t_{32} = a \cdot t_{21} + b \cdot t_{22} + c \cdot tt_{23} \\ \rho_{cT} = a \cdot t_{13} + b \cdot t_{23} + c \cdot t_{33} = a \cdot tt_{31} + b \cdot tt_{32} + c \cdot tt_{33} \\ \rho_{mT} = a \cdot t_{1m} + b \cdot t_{2m} + c \cdot t_{3m} = a \cdot tt_{m1} + b \cdot tt_{m2} + c \cdot tt_{m3} \end{array} \right.$$

Expressão na qual os t_{ij} ou tt_{ji} são as componentes da matriz de transformação antes o depois de transposta respetivamente.

Assim a expressão geral nas variáveis transformadas ganha uma escrita nova como expresso na (7.63).

$$(7.63) \quad -|J_d| \cdot |U_T|''' + |I| \cdot |U_T|' = V(z) \cdot \begin{bmatrix} \rho_{1T} = \rho_{aT} \\ \rho_{2T} = \rho_{bT} \\ \rho_{3T} = \rho_{cT} \end{bmatrix}$$

A parcela homogênea da (7.63) apresenta uma forma semelhante que no caso simétrico de acordo com a (7.64).

$$\begin{cases} -w_T'' + \frac{1}{J_{mmd}} \cdot w_T' = 0 \\ w_{Th}(z) = A_{T0} + A_{T1} \cdot e^{z \cdot \sqrt{\frac{1}{J_{mmd}}}} + A_{T2} \cdot e^{-z \cdot \sqrt{\frac{1}{J_{mmd}}}} \rightarrow w_{Th}(z) = A_{T0} + A_{T1} \cdot e^{z \cdot l_{mT}} + A_{T2} \cdot e^{-z \cdot l_{mT}} \end{cases}$$

(7.64)

Ressaltando que m pode assumir valores como a, b ou c . E a variável artificial w pode ser u, v, φ .

A parcela não homogênea fica exprimida na (7.65).

$$-J_{mmd} \cdot w_{Tp}'' + 1.0 \cdot w_{Tp}' = V(z) \cdot \rho_{mT} \rightarrow -J_{mmd} \cdot w_{Tp}'' + 1.0 \cdot w_{Tp}' = \left[F_{Tm}^{MC} + \frac{p_{0m}^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \rho_{mT}$$

(7.65)

Supondo uma solução polinomial para w_{Tp}'' como na (7.66) onde estão as sucessivas derivadas que sejam requeridas na expressão (7.65).

$$\begin{cases} w_{Tp}(z) = K_{5T} \cdot z^5 + K_{4T} \cdot z^4 + K_{3T} \cdot z^3 + K_{2T} \cdot z^2 + K_{1T} \cdot z + K_{0T} \\ w_{Tp}'(z) = 5 \cdot K_{5T} \cdot z^4 + 4 \cdot K_{4T} \cdot z^3 + 3 \cdot K_{3T} \cdot z^2 + 2 \cdot K_{2T} \cdot z + K_{1T} \\ w_{Tp}''(z) = 60K_{5T} \cdot z^2 + 24 \cdot K_{4T} \cdot z + 6 \cdot K_{3T} \end{cases}$$

(7.66)

Substituindo as derivadas primeira e terceira na (7.65) com miras a se obter os valores das constantes de integração K_{is} através do confronto de termos. Isto é feito na (7.67).

$$-J_{mmd} \cdot [60K_{5T} \cdot z^2 + 24 \cdot K_{4T} \cdot z + 6 \cdot K_{3T}] + 5 \cdot K_{5T} \cdot z^4 + 4 \cdot K_{4T} \cdot z^3 + 3 \cdot K_{3T} \cdot z^2 + 2 \cdot K_{2T} \cdot z + K_{1T} = \left[F_{Tm}^{MC} + \frac{p_{0m}^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \rho_{mT}$$

(7.67)

Desse processo é obtida a (7.68) que permite definir as constantes que por enquanto sem a aplicação das condições de fronteira podem ser obtidas. No entanto, as restantes não poderão ser achadas nos deslocamentos transformados.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} K_{5T} = 0 \\ K_{4T} = 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} K_{3T} = -\frac{\rho_{mT} \cdot p_{0m}^{MC}}{6 \cdot H} \\ K_{2T} = 0 \end{array} \right. \\ K_{1T} = \rho_{mT} \cdot \left[F_{Tm}^{MC} + \frac{p_{0m}^{MC} \cdot H}{2} - \frac{J_{mmd}}{H} \cdot p_{0m}^{MC} \right] \end{array} \right. \quad (7.68)$$

Considerando a parte homogênea e a não homogênea a solução total para o deslocamento geral transformado é dada na (7.69).

$$\begin{aligned} w_T(z) &= -\frac{\rho_{mT} \cdot p_{0m}^{MC}}{6 \cdot H} \cdot z^3 + \rho_{mT} \cdot \left[F_{Tm}^{MC} + \frac{p_{0m}^{MC} \cdot H}{2} - \frac{J_{mmd}}{H} \cdot p_{0m}^{MC} \right] \cdot z + K_0 + A_{T0} + A_{T1} \cdot \\ &e^{z \cdot l_{mT}} + A_{T2} \cdot e^{-z \cdot l_{mT}} \rightarrow w_T(z) = A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{mT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{mT}} + \rho_{mT} \cdot \left[F_{Tm}^{MC} + \right. \\ &\left. \frac{p_{0m}^{MC} \cdot H}{2} - \frac{J_{mmd}}{H} \cdot p_{0m}^{MC} \right] \cdot z - \frac{\rho_{mT} \cdot p_{0m}^{MC}}{6 \cdot H} \cdot z^3 \end{aligned} \quad (7.69)$$

Com a finalidade de encerrar a (7.70) define as constantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{0T} = A_{T0} + K_0 \\ A_{1T} = A_{T1} \\ A_{2T} = A_{T2} \end{array} \right. \quad (7.70)$$

Na (7.71) é apresentada uma expressão que contém aqueles deslocamentos como função dos transformados. Ela vem desde o anexo 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} |U_T| = |T|^T \cdot |S| \cdot |U| \\ |U| = ||T|^T \cdot |S|^{-1} \cdot |U_T| \end{array} \right. \quad (7.71)$$

Definindo a matriz $|TTS|^{-1}$ como a inversa do produto $||T|^T \cdot |S|$ na (7.72), a (7.71) obtêm uma nova redação na (7.73).

$$|TTS|^{-1} = \begin{vmatrix} tts_{11}^{-1} & tts_{12}^{-1} & tts_{13}^{-1} \\ tts_{21}^{-1} & tts_{22}^{-1} & tts_{23}^{-1} \\ tts_{31}^{-1} & tts_{32}^{-1} & tts_{33}^{-1} \end{vmatrix} \quad (7.72)$$

$$\begin{cases} |U| = |TTS|^{-1} \cdot |U_T| \\ \begin{vmatrix} tts_{11}^{-1} & tts_{12}^{-1} & tts_{13}^{-1} \\ tts_{21}^{-1} & tts_{22}^{-1} & tts_{23}^{-1} \\ tts_{31}^{-1} & tts_{32}^{-1} & tts_{33}^{-1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_T(z) \\ v_T(z) \\ \varphi_T(z) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u(z) \\ v(z) \\ \varphi(z) \end{vmatrix} \\ \begin{cases} u = tts_{11}^{-1} \cdot u_T + tts_{12}^{-1} \cdot v_T + tts_{13}^{-1} \cdot \varphi_T \\ v = tts_{21}^{-1} \cdot u_T + tts_{22}^{-1} \cdot v_T + tts_{23}^{-1} \cdot \varphi_T \\ \varphi = tts_{31}^{-1} \cdot u_T + tts_{32}^{-1} \cdot v_T + tts_{33}^{-1} \cdot \varphi_T \end{cases} \end{cases} \quad (7.73)$$

Desde a (7.69) é possível uma escrita simplificada na (7.74).

$$\begin{cases} w_T(z) = \beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{mT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{mT}} + K_{1Tw} \cdot z + K_{3Tw} \cdot z^3] \\ K_{1Tw} = \rho_{mT} \cdot \left[F_{Tm}^{MC} + \frac{p_{0m}^{MC \cdot H}}{2} - \frac{J_{mmd}}{H} \cdot p_{0m}^{MC} \right] \\ K_{3Tw} = -\frac{\rho_{mT} \cdot p_{0m}^{MC}}{6 \cdot H} \end{cases} \quad (7.74)$$

É feita uma distinção entre constantes vinculadas com o índice w e aquelas que não apresentam índice. Sua presença indica que essa constante depende das condições não homogêneas do problema. Por isso ficam ligadas com grandezas como F_{Tm}^{MC} , p_{0m}^{MC} ou ρ_{mT} . Aquelas que não apresentam índice w sinalizam que são parte da resposta transitória ou homogênea. Um detalhe adicional respeito dos índices. É importante lembrar que o índice 1 fica vinculado com o deslocamento u , o índice 2 está atrelado com o deslocamento v e o índice 3 está relacionado com o deslocamento φ .

Partindo das expressões dadas na (7.73) para os deslocamentos verdadeiros são desdobradas expressões para u, v, φ como funções de z nas (7.75), (7.76) e (7.77). Levando em consideração a existência de uma constante β que considere a possibilidade de que numa direção específica não seja considerado todo o sismo

possível senão por exemplo, um 30% dele como efetivamente é recomendado nas normas internacionais.

$$u(z) = tts_{11}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + K_{1Tu} \cdot z + K_{3Tu} \cdot z^3]\} + tts_{12}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + K_{1Tv} \cdot z + K_{3Tv} \cdot z^3]\} + tts_{13}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + K_{1T\varphi} \cdot z + K_{3T\varphi} \cdot z^3]\} \quad (7.75)$$

$$v(z) = tts_{21}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + K_{1Tu} \cdot z + K_{3Tu} \cdot z^3]\} + tts_{22}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + K_{1Tv} \cdot z + K_{3Tv} \cdot z^3]\} + tts_{23}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + K_{1T\varphi} \cdot z + K_{3T\varphi} \cdot z^3]\} \quad (7.76)$$

$$\varphi(z) = tts_{31}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + K_{1Tu} \cdot z + K_{3Tu} \cdot z^3]\} + tts_{32}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + K_{1Tv} \cdot z + K_{3Tv} \cdot z^3]\} + tts_{33}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + K_{1T\varphi} \cdot z + K_{3T\varphi} \cdot z^3]\} \quad (7.77)$$

Uma cotejada das (7.75), (7.76) e (7.77) mostra que a única diferença entre elas é aportada pelos coeficientes tts_{ij}^{-1} correspondentes a uma diferente fila em cada caso na matriz inversa da $|TTS|^{-1}$.

Considerando por exemplo a primeira delas que já estando na condição real pode receber a aplicação das condições de contorno em deslocamento e em esforço que são as seguintes: $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$, $u''(H) = 0$.

Nas (7.79) e (7.80) estão as sucessivas derivadas necessárias para assim ter um sistema com três equações e três incógnitas.

$$u'(z) = \beta \cdot \{tts_{11}^{-1} \cdot A_{1T} \cdot l_{aT} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{1T} \cdot l_{bT} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{1T} \cdot l_{cT} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} - tts_{11}^{-1} \cdot A_{2T} \cdot l_{aT} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} - tts_{12}^{-1} \cdot B_{2T} \cdot l_{bT} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} - tts_{13}^{-1} \cdot C_{2T} \cdot l_{cT} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + tts_{11}^{-1} \cdot K_{1Tu} + tts_{12}^{-1} \cdot K_{1Tv} + tts_{13}^{-1} \cdot K_{1T\varphi} + 3 \cdot [tts_{11}^{-1} \cdot K_{3Tu} + tts_{12}^{-1} \cdot K_{3Tv} + tts_{13}^{-1} \cdot K_{3T\varphi}] \cdot z^2\} \quad (7.78)$$

$$\begin{aligned}
u''(z) = & \beta \cdot \{tts_{11}^{-1} \cdot A_{1T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{1T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{1T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + \\
& tts_{11}^{-1} \cdot A_{2T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{2T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{2T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + 6 \cdot \\
& [tts_{11}^{-1} \cdot K_{3Tu} + tts_{12}^{-1} \cdot K_{3Tv} + tts_{13}^{-1} \cdot K_{3T\varphi}] \cdot z\} \quad (7.79)
\end{aligned}$$

Então as expressões resultantes logo da aplicação das condições anteriormente definidas ficam exprimidas nas (7.80), (7.81), (7.82).

$$\begin{aligned}
u(0) = & tts_{11}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} + A_{2T}]\} + tts_{12}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} + B_{2T}]\} + tts_{13}^{-1} \cdot \\
& \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} + C_{2T}]\} = 0 \quad (7.80)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u'(0) = & \beta \cdot \{tts_{11}^{-1} \cdot A_{1T} \cdot l_{aT} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{1T} \cdot l_{bT} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{1T} \cdot l_{cT} - tts_{11}^{-1} \cdot A_{2T} \cdot l_{aT} - \\
& tts_{12}^{-1} \cdot B_{2T} \cdot l_{bT} - tts_{13}^{-1} \cdot C_{2T} \cdot l_{cT} + tts_{11}^{-1} \cdot K_{1Tu} + tts_{12}^{-1} \cdot K_{1Tv} + tts_{13}^{-1} \cdot K_{1T\varphi}\} = 0 \rightarrow \\
& tts_{11}^{-1} \cdot [A_{1T} \cdot l_{aT} - A_{2T} \cdot l_{aT} + K_{1Tu}] + tts_{12}^{-1} \cdot [B_{1T} \cdot l_{bT} - B_{2T} \cdot l_{bT} + K_{1Tv}] + tts_{13}^{-1} \cdot \\
& [C_{1T} \cdot l_{cT} - C_{2T} \cdot l_{cT} + K_{1T\varphi}] = 0 \quad (7.81)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u''(H) = & \beta \cdot \{tts_{11}^{-1} \cdot A_{1T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{aT}} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{1T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{bT}} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{1T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{cT}} + \\
& tts_{11}^{-1} \cdot A_{2T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{aT}} + tts_{12}^{-1} \cdot B_{2T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{bT}} + tts_{13}^{-1} \cdot C_{2T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{cT}} + 6 \cdot \\
& [tts_{11}^{-1} \cdot K_{3Tu} + tts_{12}^{-1} \cdot K_{3Tv} + tts_{13}^{-1} \cdot K_{3T\varphi}] \cdot H\} = 0 \rightarrow tts_{11}^{-1} \cdot [A_{1T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot \\
& l_{aT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{aT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3Tu}] + tts_{12}^{-1} \cdot [B_{1T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{bT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3Tv}] + \\
& tts_{13}^{-1} \cdot [C_{1T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{cT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3T\varphi}] = 0 \quad (7.82)
\end{aligned}$$

Como β e as componentes tts_{ij}^{-1} não são necessariamente zero é preciso que os termo entre colchetes sejam nulos. Assim, desde a (7.80), (7.81) e (7.82) são obtidas as relações (7.83). Outro detalhe importante é que os valores das constantes são independentes dos coeficientes tts_{ij}^{-1} o qual é interessante porque quer dizer que quando se disponha de um conjunto capaz de satisfazer o sistema de equações dado na (7.83) terá se resolvido o problema em geral sem considerar a natureza do deslocamento alvejado.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{cases} A_{0T} + A_{1T} + A_{2T} = 0 \\ B_{0T} + B_{1T} + B_{2T} = 0 \\ C_{0T} + C_{1T} + C_{2T} = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} A_{1T} \cdot l_{aT} - A_{2T} \cdot l_{aT} + K_{1Tu} = 0 \\ B_{1T} \cdot l_{bT} - B_{2T} \cdot l_{bT} + K_{1Tv} = 0 \\ C_{1T} \cdot l_{cT} - C_{2T} \cdot l_{cT} + K_{1T\varphi} = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} A_{1T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot l_{aT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{aT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3Tu} = 0 \\ B_{1T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot l_{bT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{bT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3Tv} = 0 \\ C_{1T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{H \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot l_{cT}^2 \cdot e^{-H \cdot l_{cT}} + 6 \cdot H \cdot K_{3T\varphi} = 0 \end{cases} \end{array} \right. \quad (7.83)$$

Olhando o sistema (7.83) por filas conclui-se que da quarta e sétima filas são obtidos os valores de A_{1T} e A_{2T} como na (7.84). Além disso, os resultados da (7.84) são válidos também para as constantes B_{1T} e B_{2T} trocando l_{aT} por l_{bT} , assim como os K_{3Tu} e K_{1Tu} pelos K_{3Tv} e K_{1Tv} . De igual maneira trocar l_{aT} pelo l_{cT} e os K_{3Tu} e K_{1Tu} pelos respectivos $K_{3T\varphi}$ e $K_{1T\varphi}$ significa determinar as constantes C_{1T} e C_{2T} . A_{0T} é obtido da primeira fila.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{1T} = \frac{-\left(\frac{K_{1Tu} \cdot e^{-l_{aT} \cdot H}}{l_{aT}} + \frac{6 \cdot H \cdot K_{3Tu}}{l_{aT}^2}\right)}{e^{l_{aT} \cdot H} + e^{-l_{aT} \cdot H}} \\ A_{2T} = \frac{\left(\frac{K_{1Tu} \cdot e^{l_{aT} \cdot H}}{l_{aT}} - \frac{6 \cdot H \cdot K_{3Tu}}{l_{aT}^2}\right)}{e^{l_{aT} \cdot H} + e^{-l_{aT} \cdot H}} \\ A_{0T} = \frac{12 \cdot H \cdot K_{3Tu} + K_{1Tu} \cdot (e^{-l_{aT} \cdot H} - e^{l_{aT} \cdot H}) \cdot l_{aT}}{l_{aT}^2 \cdot (e^{l_{aT} \cdot H} + e^{-l_{aT} \cdot H})} \end{array} \right. \quad (7.84)$$

Para as outras incógnitas resulta que a (Tabela 11) mune dos valores das constantes além das correspondentes para o deslocamento u .

Desde a (Tabela 11) é enxergado que as incógnitas são iguais que no caso simétrico. Isto significa que o problema pode ser resolvido a partir das condições transformadas na determinação das constantes, após do qual a aplicação da matriz inversa $|T^T \cdot S|^{-1}$ leva das coordenadas transformadas para as coordenadas originais.

Tabela 11. Constantes necessárias na determinação dos deslocamentos além do u no problema muro-pórtico assimétrico.

$v(z) = tts_{21}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + K_{1Tu} \cdot z + K_{3Tu} \cdot z^3]\} + tts_{22}^{-1} \\ \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + K_{1Tv} \cdot z + K_{3Tv} \cdot z^3]\} + tts_{23}^{-1} \\ \cdot \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + K_{1T\varphi} \cdot z + K_{3T\varphi} \cdot z^3]\}$
$B_{1T} = \frac{-\left(\frac{K_{1Tv} \cdot e^{-l_{bT} \cdot H}}{l_{bT}} + \frac{6 \cdot H \cdot K_{3Tv}}{l_{bT}^2}\right)}{e^{l_{bT} \cdot H} + e^{-l_{bT} \cdot H}}$
$B_{2T} = \frac{\left(\frac{K_{1Tv} \cdot e^{l_{bT} \cdot H}}{l_{bT}} - \frac{6 \cdot H \cdot K_{3Tv}}{l_{bT}^2}\right)}{e^{l_{bT} \cdot H} + e^{-l_{bT} \cdot H}}$
$B_{0T} = \frac{12 \cdot H \cdot K_{3Tv} + K_{1Tv} \cdot (e^{-l_{bT} \cdot H} - e^{l_{bT} \cdot H}) \cdot l_{bT}}{l_{bT}^2 \cdot (e^{l_{bT} \cdot H} + e^{-l_{bT} \cdot H})}$
$\varphi(z) = tts_{31}^{-1} \cdot \{\beta \cdot [A_{0T} + A_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{aT}} + A_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{aT}} + K_{1Tu} \cdot z + K_{3Tu} \cdot z^3]\} + tts_{32}^{-1} \\ \cdot \{\beta \cdot [B_{0T} + B_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{bT}} + B_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{bT}} + K_{1Tv} \cdot z + K_{3Tv} \cdot z^3]\} + tts_{33}^{-1} \\ \cdot \{\beta \cdot [C_{0T} + C_{1T} \cdot e^{z \cdot l_{cT}} + C_{2T} \cdot e^{-z \cdot l_{cT}} + K_{1T\varphi} \cdot z + K_{3T\varphi} \cdot z^3]\}$
$C_{1T} = \frac{-\left(\frac{K_{1T\varphi} \cdot e^{-l_{cT} \cdot H}}{l_{cT}} + \frac{6 \cdot H \cdot K_{3T\varphi}}{l_{cT}^2}\right)}{e^{l_{cT} \cdot H} + e^{-l_{cT} \cdot H}}$
$C_{2T} = \frac{\left(\frac{K_{1T\varphi} \cdot e^{l_{cT} \cdot H}}{l_{cT}} - \frac{6 \cdot H \cdot K_{3T\varphi}}{l_{cT}^2}\right)}{e^{l_{cT} \cdot H} + e^{-l_{cT} \cdot H}}$
$C_{0T} = \frac{12 \cdot H \cdot K_{3T\varphi} + K_{1T\varphi} \cdot (e^{-l_{cT} \cdot H} - e^{l_{cT} \cdot H}) \cdot l_{cT}}{l_{cT}^2 \cdot (e^{l_{cT} \cdot H} + e^{-l_{cT} \cdot H})}$

8 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Este capítulo objetiva mostrar aplicações das expressões desenvolvidas nos capítulos 4, 5, 6 e 7 relativas à médio contínuo com resultados obtidos pela implementação das diferentes estruturas em programas tipo ETABS ou TQS. Alguns delas são passíveis de ser desenvolvidos sem precisar de uma ferramenta computacional por causa da sua simetria que não faz obrigatório considerar um processo de diagonalização das matrizes $|J|$ e $|S|$ quando há pórticos e muros, além de núcleos estruturais. Em todos os casos fora estudada uma estrutura simétrica e uma outra assimétrica em cada tipo de sistema de resistência ao carregamento lateral.

Para entender o capítulo é necessário fazer as seguintes precisões:

1. Todas as estruturas que vão ser analisadas são estudadas sob a aplicação de três normativas. A primeira, uma norma prévia à NEHRP-88, a seguinte, a UBC-85/97 nas quais o expoente k empregado no MFHE é 1.0. E por último na NBR-88 que não mudou significativamente 15421 de 2006 nas quais o expoente k é 2.0 sendo função do período de vibração da estrutura.
2. A primeira das equações tanto em deslocamentos como em esforços vai ser representativa da normativa prévia à NEHRP-88, a segunda será correspondente com a normativa UBC-85/97 e conseqüentemente a última delas é obtida desde a NBR-88.

8.1 EXEMPLO 1. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR ME (1)

Esse problema é simétrico e pelo tanto vai ser resolvido sob consideração de problema sem excentricidade. No entanto, os códigos consideram uma excentricidade chamada accidental.

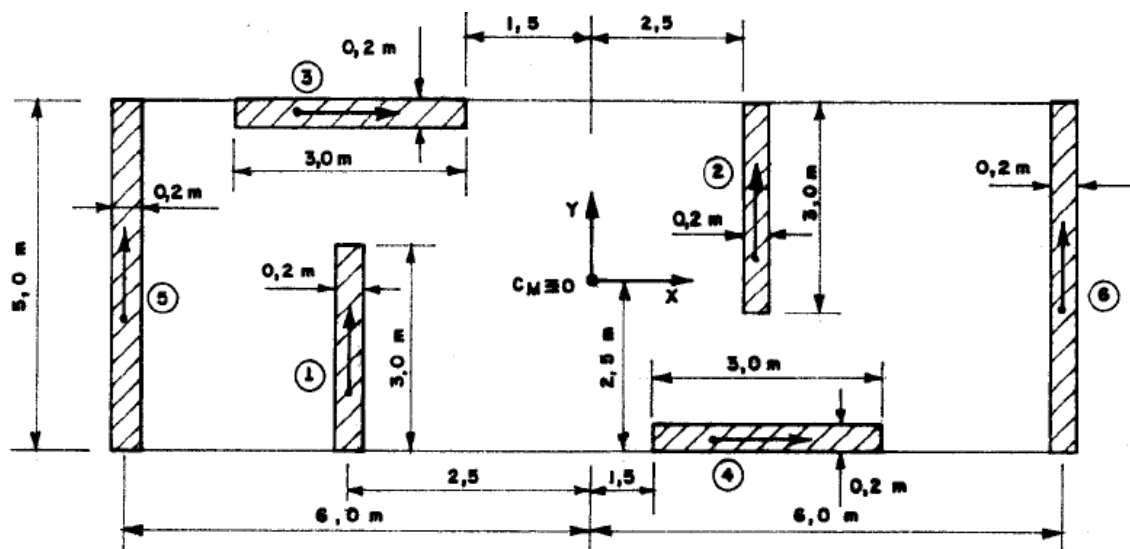


Figura 59. Planta primeiro exemplo (Laier, 1978)

8.1.1 Especificações

A planta (Figura 59) mostra a estrutura de um edifício constituído por 6 muros. A estrutura consta de 20 andares igualmente espaçados com pé direito de andar de 3,0m. O módulo elástico é suposto como $E = 10^7 \frac{KN}{m^2}$ e se assume uma carga uniformemente distribuída nos andares $q = 10 \frac{KN}{m^2} = CP$.

8.1.2 Determinação dos coeficientes de rigidez J_{mn}

A determinação dos cossenos a_{wi}, b_{wi} depende da orientação das paredes que fica definida pelo ângulo que o seu eixo faz com a horizontal. Contudo, o coeficiente c_{wi} é expresso como uma diferença de coordenadas entre o centro de massa da estrutura toda e o centro de massa da parede individual referentes a um sistema coordenado global. É dizer, $c_{wi} = x_{CM\ TOTAL} - x_{CM\ muro\ i}$ ou $c_{wi} = y_{CM\ TOTAL} - y_{CM\ muro\ i}$ dependendo de se a parede está orientada na direção vertical onde é aplicável a primeira das expressões ou na direção horizontal onde se aplica a segunda delas.

Segundo a (4.30) o valor do termo J_{aa} da matriz $|J|$ é como na (8.1) a partir desses valores considerando só os valores da coluna de a_{wi} na (Tabela 12) para os cossenos.

Tabela 12. Tabela resumo dados básicos para o primeiro exemplo

MURO i	Dimensões (m)	I_{xwi} (m^4)	I_{ywi} (m^4)	a_{wi}	b_{wi}	c_{wi}/CM
1	0.2 x 3	0.450	0.002	$a_{w1} = \cos 90^\circ = 0$	$b_{w1} = \sin 90^\circ = 1$	$c_{w1} = 6m - 3.50m = 2.50m$
2	0.2 x 3	0.450	0.002	$a_{w2} = \cos 90^\circ = 0$	$b_{w2} = \sin 90^\circ = 1$	$c_{w2} = 6m - 8.50m = -2.50m$
3 -	3 x 0.2	0.002	0.450	$a_{w3} = \cos 0^\circ = 1$	$b_{w3} = \sin 0^\circ = 0$	$c_{w3} = 2.50m - 5.00m = -2.50m$
4 -	3 x 0.2	0.002	0.450	$a_{w4} = \cos 0^\circ = 1$	$b_{w4} = \sin 0^\circ = 0$	$c_{w4} = 2.50m - 0.00m = 2.50m$
5	0.2 x 5	2.083	0.003	$a_{w5} = \cos 90^\circ = 0$	$b_{w5} = \sin 90^\circ = 1$	$c_{w5} = 6.00m - 0.00m = 6.00m$
6	0.2 x 5	2.083	0.003	$a_{w6} = \cos 90^\circ = 0$	$b_{w6} = \sin 90^\circ = 1$	$c_{w5} = 6.00m - 12.00m = -6.00m$

$$J_{aa} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot a_{wi} \rightarrow J_{aa} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot a_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot a_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot a_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot a_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot a_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot a_{w6}] \rightarrow J_{aa} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0.003m^4 \cdot 0 \cdot 0] \rightarrow J_{aa} = 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \quad (8.1)$$

Para o termo J_{ab} emprega-se a mesma equação geral só que se misturam as colunas a_{wi} e b_{wi} . Com o qual se chega na (8.2).

$$J_{ab} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot b_{wi} \rightarrow J_{ab} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot b_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot b_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot b_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot b_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot b_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot b_{w6}] \rightarrow J_{ab} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0.003m^4 \cdot 0 \cdot 1] \rightarrow J_{ab} = 0 = J_{ba} \quad (8.2)$$

O J_{ac} é determinado sob a consideração das colunas a_{wi} e c_{wi} substituídas na equação geral para J_{rs} obtendo-se então a (8.3).

$$J_{ac} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{ac} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot c_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot c_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot c_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot c_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot c_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{ac} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [0.002m^4 \cdot 0 \cdot$$

$$2.50m + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (-2.50m) + 0.450m^4 \cdot 1 \cdot (-2.50m) + 0.450m^4 \cdot 1 \cdot (2.50m) + 0.003m^4 \cdot 0 \cdot (6.00m) + 0.003m^4 \cdot 0 \cdot (-6.00m)] \rightarrow J_{ac} = 0 = J_{ca} \quad (8.3)$$

No caso do J_{bb} se empregam duas vezes os valores registrados como b_{wi} para assim se encontrar a (8.4).

$$J_{bb} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{xwi} \cdot b_{wi} \cdot b_{wi} \rightarrow J_{bb} = E_{wi} \cdot [I_{xw1} \cdot b_{w1} \cdot b_{w1} + I_{xw2} \cdot b_{w2} \cdot b_{w2} + I_{xw3} \cdot b_{w3} \cdot b_{w3} + I_{xw4} \cdot b_{w4} \cdot b_{w4} + I_{xw5} \cdot b_{w5} \cdot b_{w5} + I_{xw6} \cdot b_{w6} \cdot b_{w6}] \rightarrow J_{bb} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 2.083m^4 \cdot 1 \cdot 1] \rightarrow J_{bb} = 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \quad (8.4)$$

Para J_{bc} segundo a (8.5) as colunas de interesse na mesma tabela são as b_{wi} e a c_{wi} .

$$J_{bc} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{xwi} \cdot b_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{bc} = E_{wi} \cdot [I_{xw1} \cdot b_{w1} \cdot c_{w1} + I_{xw2} \cdot b_{w2} \cdot c_{w2} + I_{xw3} \cdot b_{w3} \cdot c_{w3} + I_{xw4} \cdot b_{w4} \cdot c_{w4} + I_{xw5} \cdot b_{w5} \cdot c_{w5} + I_{xw6} \cdot b_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{bc} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [0.450m^4 \cdot 1 \cdot 2.50m + 0.450m^4 \cdot 1 \cdot (-2.50m) + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (-2.50m) + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (2.50m) + 2.083m^4 \cdot 1 \cdot (6.00m) + 2.083m^4 \cdot 1 \cdot (-6.00m)] \rightarrow J_{bc} = 0 = J_{cb} \quad (8.5)$$

E para finalizar, no caso de J_{cc} o interesse está centrado na última coluna da com o qual é obtida a (8.6).

$$J_{cc} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{pwi} \cdot c_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{cc} = E_{wi} \cdot [(I_{xw1} + I_{yw1}) \cdot c_{w1} \cdot c_{w1} + (I_{xw2} + I_{yw2}) \cdot c_{w2} \cdot c_{w2} + (I_{xw3} + I_{yw3}) \cdot c_{w3} \cdot c_{w3} + (I_{xw4} + I_{yw4}) \cdot c_{w4} \cdot c_{w4} + (I_{xw5} + I_{yw5}) \cdot c_{w5} \cdot c_{w5} + (I_{xw6} + I_{yw6}) \cdot c_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{cc} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [0.452m^4 \cdot (2.50m)^2 + 0.452m^4 \cdot (-2.50m)^2 + 0.452m^4 \cdot (-2.50m)^2 + 0.452m^4 \cdot (2.50m)^2 + 2.086m^4 \cdot (6.00m)^2 + 2.086m^4 \cdot (-6.00m)^2] \rightarrow J_{cc} = 1614.92 \cdot 10^6 KN \cdot m^4 \quad (8.6)$$

8.1.3 Propriedades Dinâmicas

As propriedades dinâmicas ω, T são associadas à massa da estrutura. Em médio contínuo, a massa de interesse é a \bar{m} que é a massa distribuída continuamente na

elevação conforme com a (8.7) onde também é determinado o valor da \bar{m} distribuída nesse problema.

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{pavimento} = \bar{m} \cdot h \cdot g = CP \cdot A \rightarrow \bar{m} = \frac{W_{pavimento}}{g \cdot h} = \frac{CP \cdot A}{g \cdot h} \\ \bar{m} = \frac{10 \frac{10^3 Kg m}{s^2} \cdot 12m \cdot 5m}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 3m} \rightarrow \bar{m} = 20000 \frac{Kg}{m} \end{array} \right. \quad (8.7)$$

Cabe ressaltar que na (8.7) h é o pé direito de andar e g é a aceleração da gravidade.

O período fundamental de vibração segundo as direções x, y é achado na (8.8) com ajuda da expressão (6.23).

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 1.6759 \cdot i^{-2.483} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{J_{rr}}} \\ T_{1u} = \frac{1.6759}{m^2} \cdot (60m)^2 \cdot \sqrt{\frac{20000 \frac{Kg}{m}}{9 \cdot 10^9 \frac{Kg m}{s^2} \cdot m^2}} \rightarrow T_{1u} = 8.994s \\ T_{1v} = \frac{1.6759}{m^2} \cdot (60m)^2 \cdot \sqrt{\frac{20000 \frac{Kg}{m}}{50.7 \cdot 10^9 \frac{Kg m}{s^2} \cdot m^2}} \rightarrow T_{1v} = 3.789s \end{array} \right. \quad (8.8)$$

Para Laier (1984) os períodos são $T_{1u} = 9.59s$ e $T_{1v} = 4.04s$ o que supõe um erro percentual de 6.6% na estimativa.

8.1.4 Análise Sísmica

A análise sísmica é feita considerando duas direções principais, cada uma das quais apresenta um valor diferente para os $S_{ax}(T)$ e $S_{ay}(T)$ porque há dois períodos de vibração com diferenças muito grandes entre si como descrito na (8.8). Isso acusa uma falta de rigidez segundo alguma direção de análise.

Com $F_v = 1.7$ e $F_a = 1.2$ a (8.9) define uns valores limites para os períodos de vibração como na (Figura 60).

$$\begin{cases} 0.08 \cdot \frac{F_v}{F_a} = 0.113 \\ 0.4 \cdot \frac{F_v}{F_a} = 0.567 \end{cases} \quad (8.9)$$

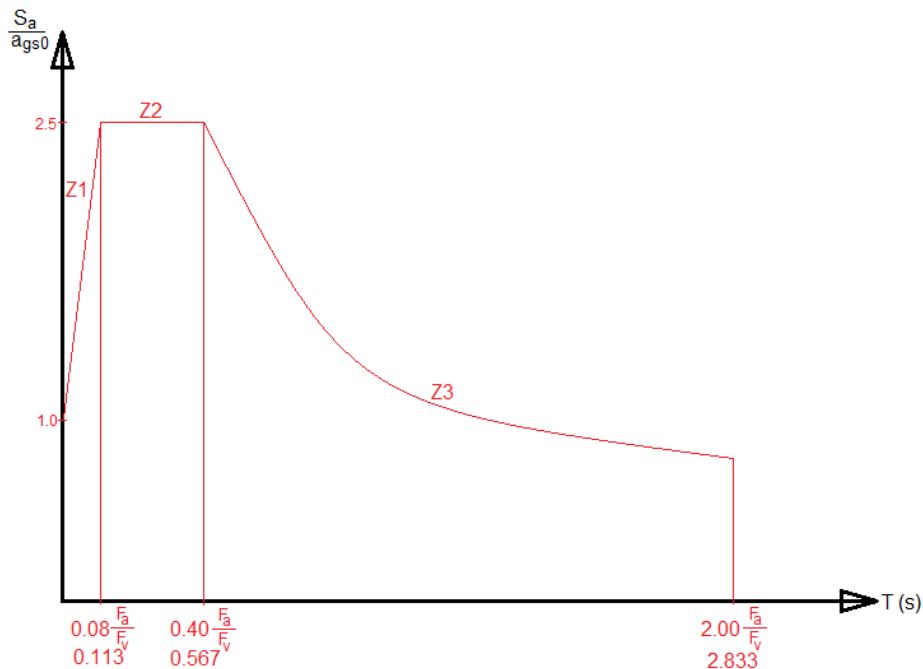


Figura 60. Espectro sísmico empregado em todos os exemplos desse capítulo.

Segundo a (2.4), S_a é dada na forma dada na (8.10)

$$S_a(T) = \frac{a_{gs1}}{T} = \frac{F_v \cdot a_g}{T} \quad (8.10)$$

Expressão na qual a_g é tomada como $0.15 \cdot g$ a partir da (Figura 13). Por outro lado, a (8.11) define a expressão para C_s .

$$\begin{cases} C_s = 2.5 \cdot \frac{a_{gs0}}{R} \cdot I \\ C_s = \frac{S_{a\,mx} \cdot a_{gs0} \cdot I}{R} \end{cases} \quad (8.11)$$

A outra forma dada para C_s tem sua justificativa na (Figura 10) onde o produto $2.5 \cdot a_{gs0} = S_{a\,mx}$. Porém neste trabalho a expressão de emprego corriqueiro vai ser a primeira da (8.11) porque é mais geral, dado que C_s é uma função do S_a que nem

sempre é a S_{amax} . Então os valores de $S_{ax}(T)$ e $S_{ay}(T)$ estão ligados com valores de C_{sx} e C_{sy} respectivamente. Na (8.12) há um resumo da obtenção dessas grandezas.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ax}(T) = \frac{1.7 \cdot a_{gs0}}{T_{1x}} \rightarrow S_{ax}(T) = 0.340 \\ C_{sx} = \frac{S_{ax} \cdot a_{gs0}}{4} \rightarrow C_{sx} = 0.153 \\ S_{ay}(T) = \frac{1.7 \cdot a_{gs0}}{T_{1y}} \rightarrow S_{ay}(T) = 0.808 \\ C_{sy} = \frac{S_{ay} \cdot a_{gs0}}{4} \rightarrow C_{sy} = 0.363 \end{array} \right. \quad (8.12)$$

Ghosh e Dowty (2008) destacam que o importante é somar efeitos e não forças, porque elas podem não atuar segundo sentidos coincidentes. Por outro lado, os esforços internos provocados por aquelas forças podem ser adicionados entre si com sinais, é dizer, uma somatória pode ficar como uma subtração. Desse modo, as expressões englobadas na (8.13) exprimem os deslocamentos em x e y que associados com u e v são determinados como a soma algébrica de três parcelas. As parcelas para os quais fora reservado o índice “ t ” estão associadas à torção. Às vezes, a torção acrescenta uma quantidade positiva ao deslocamento bem seja u ou v . Em outros casos, a torção na verdade acrescenta uma quantidade negativa ao deslocamento. E assim por diante o sinal dos deslocamentos decorrentes dela serão positivos ou negativos naquela expressão. No entanto deslocamento direto apresenta sinal positiva porque acontece segundo o mesmo sentido de aplicação da força.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{TOTAL} = u_{0.3 \cdot F_x} \pm u_{t0.3 \cdot F_x} \pm u_{tF_y} \\ u_{TOTAL} = u_{F_x} \pm u_{tF_x} \pm u_{t0.3 \cdot F_y} \\ v_{TOTAL} = v_{0.3 \cdot F_x} \pm v_{t0.3 \cdot F_x} \pm v_{tF_y} \\ v_{TOTAL} = v_{F_x} \pm v_{tF_x} \pm v_{t0.3 \cdot F_y} \end{array} \right. \quad (8.13)$$

Na (8.13) F_x é a “soma” das forças no topo e a F_{Δ} atuando segundo x . Assim mesmo, F_y é a “soma” das forças no topo e a F_{Δ} atuando segundo y .

A interpretação física da (8.13) é entendida à luz do visto no capítulo 3. Assim, a $u_{0.3 \cdot F_x}$ representa um deslocamento direto na direção definida por x e causado pelo 30% do carregamento sísmico (30% do cisalhamento na base do prédio)

atuando no sentido x . Por outro lado, a parcela $u_{t0.3 \cdot F_x}$ representa o deslocamento decorrente da torção originária do mesmo carregamento de 30% devida à excentricidade segundo y . Finalmente, a u_{tF_y} exprime que o carregamento ortogonal consistente em um 100% do cisalhamento na base também origina deslocamentos segundo o sentido x .

Análises semelhantes podem ser feitas para as outras expressões dadas na (8.13).

Com as (2.19) e (2.21) determinam-se tanto o valor de F_{tx} e F_{Δ} nas (8.15), (8.16) e (8.17). F_{Δ} é uma força que deve ser distribuída em altura e cujos valores em cada andar são obtidos multiplicando por 0.9 aqueles dados na coluna correspondente a F_{ix} nas (Tabela 13, Tabela 14). Ou por 0.75 sob certas condições na UBC-85/97 e nas mesmas tabelas.

$$\begin{cases} F_{tx} = 0.1 \cdot V_B \rightarrow F_{tx} = 0.1 \cdot 1791.24KN \rightarrow F_{tx} = 179.124KN \\ F_{\Delta} = 0.9 \cdot V_B \end{cases} \quad (8.15)$$

$$\begin{aligned} F_{tx} &= \frac{0.07}{s} \cdot T_{1u} \cdot V_B \rightarrow F_{tx} = \frac{0.07}{s} \cdot 8.994s \cdot 1791.24KN \rightarrow F_{tx} = 1127.729KN > 0.25 \cdot \\ V_B &= 0.25 \cdot 1791.24KN = 447.81KN \end{aligned} \quad (8.16)$$

Pelo tanto, usar

$$\begin{cases} F_{tx} = 447.81KN = 0.25 \cdot V_B \\ F_{\Delta} = V_B - F_{tx} \rightarrow F_{\Delta} = 1791.24KN - 447.81KN \rightarrow F_{\Delta} = 1343.43KN = 0.75 \cdot V_B \end{cases} \quad (8.17)$$

Supondo excentricidades acidentais como 7.5% do comprimento perpendicular à direção de análise seja x ou y como na (8.18). Essa percentagem fora escolhida de conformidade com a NBR 15421/2006.

$$\begin{cases} e_x = 0.075 \cdot 12.20m \rightarrow e_x = 0.915m \\ e_y = 0.075 \cdot 5.00m \rightarrow e_y = 0.375m \end{cases} \quad (8.18)$$

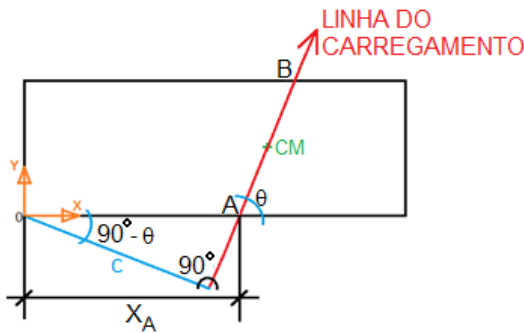


Figura 61. Determinação da terceira componente do vetor a, b, c

Partindo da (Figura 61) é escrita a relação (8.19) que visa determinar as grandezas x_A e c .

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \theta = \frac{0.5 \cdot L_y + 0.075 \cdot L_y}{0.5 \cdot L_x + 0.075 \cdot L_x - x_A} \rightarrow x_A = 0.575 \cdot L_x - \frac{0.575 \cdot L_y}{\operatorname{tg} \theta} \\ c = x_A \cdot \cos(90^\circ - \theta) \rightarrow c = x_A \cdot \operatorname{sen} \theta \rightarrow c = x_A \cdot b \end{cases} \quad (8.19)$$

Na (8.18) quando $\theta = 90^\circ$ que vai ser de emprego usual neste trabalho, $c = x_A$.

Os códigos como por exemplo, a (NSR-10) falam de que o projeto de estruturas para sismo seja feito levando em consideração os carregamentos sísmicos atuando segundo duas direções ortogonais. Numa das quais atua o 100% da carga de sismo e na outra o 30% da carga dela e vice-versa. Meli-Bazán confirmam essa idéia segundo esquema dado na (Figura 62).

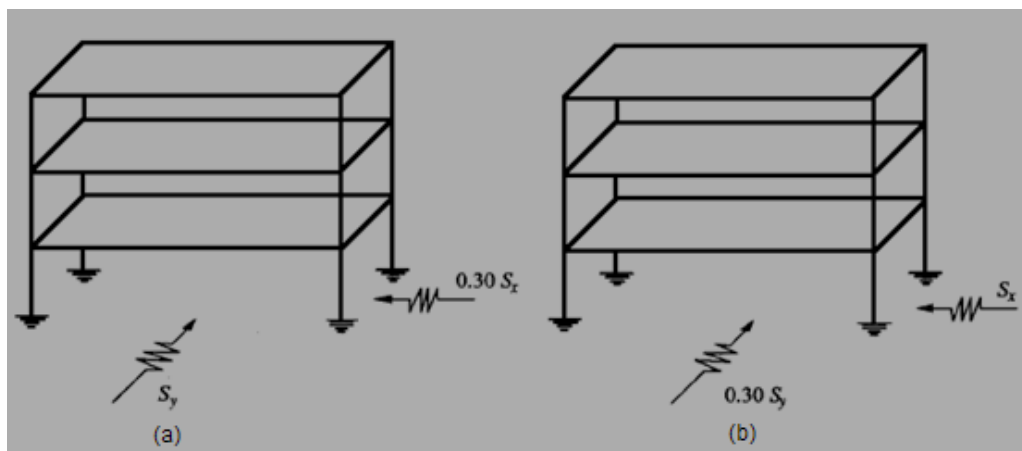


Figura 62. Possíveis atuações do carregamento sísmico E. (a) 100% do sismo segundo y acrescentando um 30% do sismo segundo x. (b) 30% do sismo segundo y e acrescentando 100% do sismo segundo x. [Meli, Bazán 1992 adaptado].

8.1.5 Cálculo dos deslocamentos

Das (8.2), (8.3) e (8.5) conclui-se que a matriz $[J]$ é diagonal com o qual há um desacoplamento nos deslocamentos que simplifica a análise. Assim a equação diferencial geral é expressa na (8.21) em formas compacta e extensa.

$$\left\{ \begin{array}{l} -[J] \cdot [U]''' = V(z) \cdot [L_V] \\ - \begin{bmatrix} J_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & J_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \theta''' \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (8.21)$$

Na qual $[L_V]$ é um vetor atuando segundo o sentido do carregamento. Um vetor que considera a direção na planta através das suas componentes a e b que constituem um vetor unitário. Entanto que a componente c define o local em donde a carga lateral atinge à estrutura no CM como nas (Figura 20), (Figura 21).

A solução é simples porque é sistema presenta desacoplamento direto. O processo depende da natureza da $V(z)$.

8.1.5.1 Deslocamentos u sob a condição de carregamento de $0.3 \cdot F_x$ e $1.0 \cdot F_y$ de atuação simultânea

Segundo a (8.13) o deslocamento associado com a direção x apresenta 3 componentes. Um deles que pode ser chamado de direito devido ao carregamento aplicado sem excentricidade e dois efeitos adicionais devidas à falta de coincidência entre o CM e o CR , segundo a própria direção x e a direção ortogonal y .

Neste caso a particularidade vem por conta dos termos $\rho = a = \cos 0^\circ = 1$ e o $J_{mm} = J_{aa} = 9 \cdot 10^6 \text{KN} \cdot \text{m}^2$. Os deslocamentos e esforços serão obtidos para as normas UBC-85/97, a normatividade prévia à NEHRP-88 ambas com ($k = 1$). Salientando em que F_{tx} dadas nas (8.15), (8.16) e (8.17) são vindas dos códigos de projeto que sejam aplicáveis. No entanto, nas expressões de deslocamento

propriamente ditas são empregadas aquelas F_{tx}^{MC} e p_{0x}^{MC} obtidas da aplicação das (2.25) e (2.26) como nas (8.22) e (8.24).

Segundo a regulamentação anterior à norma NEHRP-88 os parâmetros para determinar deslocamentos em médio contínuo (MC), são definidos na (8.22) com base na informação fornecida pela (Tabela 13).

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = 179.124KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 71741.33KNm - 2 \cdot 60m \cdot 1791.242KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 183.249KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot [60m \cdot 1791.242KN - 71741.33KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 53.60 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.22)

E assim, a (8.23) vinda da aplicação dos valores dados na (8.22) na (7.14) exprime o deslocamento naquela condição de análise.

$$\begin{aligned} u_{0.3Fx}(z) &= \frac{0.3 \cdot 1 \cdot 53.60 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{0.3 \cdot 1}{6 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(183.249KN + \frac{53.60 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \\ &\frac{0.3 \cdot 60m \cdot 1}{2 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \left(183.249KN + \frac{53.60 \frac{KN}{m}}{3} \cdot 60m \right) \cdot z^2 \quad \rightarrow \quad u_{0.3Fx}(z) = \frac{2.4814815 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \\ &\frac{9.9513833 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.255249 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{aligned}$$

(8.23)

No caso da aplicação da UBC-85/97 as grandezas F_{tx}^{MC} e p_{0x}^{MC} são definidas na (8.24).

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = 447.81KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 71741.33KNm - 2 \cdot 60m \cdot 1791.242KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 451.247KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot [60m \cdot 1791.242KN - 71741.33KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 44.667 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.24)

Tabela 13. Distribuição da força lateral sísmica segundo a metodologia estática na direção x . Destaque especial para esforços cisalhantes acumulados de acima para baixo e deslocamentos no caso em que se considere ($k = 1$) e uma carga triangular distribuída na elevação

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i(KN)$	$u_{0,3F_x}(m)$ <NEHRP-88	$u_{0,3F_x}(m)$ UBC-85/97
0								0	0
3	600	1800	0,005	8,9565	26,86941	0→3	1791,29	0,011028611	0,01183267
6	600	3600	0,01	17,913	107,4777	3→6	1782,34	0,043041355	0,0462573
9	600	5400	0,015	26,869	241,8247	6→9	1764,42	0,094435115	0,10166928
12	600	7200	0,02	35,826	429,9106	9→12	1737,56	0,163621243	0,17647603
15	600	9000	0,025	44,782	671,7353	12→15	1701,73	0,249032804	0,26910307
18	600	10800	0,03	53,739	967,2989	15→18	1656,95	0,349131808	0,37800007
21	600	12600	0,035	62,695	1316,601	18→21	1603,21	0,462416449	0,50164682
24	600	14400	0,04	71,652	1719,642	21→24	1540,51	0,58742834	0,63855929
27	600	16200	0,045	80,608	2176,422	24→27	1468,86	0,72275975	0,7872957
30	600	18000	0,05	89,565	2686,941	27→30	1388,25	0,867060842	0,94646248
33	600	19800	0,055	98,521	3251,199	30→33	1298,69	1,019046906	1,11472034
36	600	21600	0,06	107,48	3869,195	33→36	1200,17	1,1775056	1,2907903
39	600	23400	0,065	116,43	4540,931	36→39	1092,69	1,341304186	1,47345973
42	600	25200	0,07	125,39	5266,405	39→42	976,255	1,509396762	1,66158835
45	600	27000	0,075	134,35	6045,618	42→45	850,865	1,680831503	1,85411426
48	600	28800	0,08	143,3	6878,57	45→48	716,518	1,854757898	2,05006003
51	600	30600	0,085	152,26	7765,26	48→51	573,214	2,030433984	2,24853864
54	600	32400	0,09	161,22	8705,69	51→54	420,954	2,207233582	2,4487596
57	600	34200	0,095	170,17	9699,858	54→57	259,738	2,384653539	2,65003492
60	300	18000	0,05	89,565	5373,883	57→60	89,5647	2,562320957	2,85178514
	11700	360000		1791,242	71741,33				

No caso comum nas normas recentes onde é válido ter $k = 2$ para períodos de vibração longos, é necessário se fazer ajustes nas expressões gerais para obtenção de parâmetros equivalentes F_{tx}^{MC} e p_{0x}^{MC} decorrentes do fato de não se contar nesse caso com força no topo. Assim, as expressões gerais ficam simplificadas como na (2.26).

Com auxílio da (Tabela 14), se chega nos seguintes resultados expressos na (8.26).

$$\begin{aligned} F_{tx}^{MC} &= \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 80708.873KNm - 2 \cdot 60m \cdot 1791.242KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 452.960KN \\ p_{0x}^{MC} &= \frac{6}{(60m)^2} \cdot [60m \cdot 1791.242KN - 80708.873KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 44.609 \frac{KN}{m} \end{aligned} \quad (8.26)$$

Na (8.27) está a forma funcional do deslocamento $u_{0.3F_x}(z)$ quando é levada em consideração a condição habitual em muitas normativas atuais e consistente em $k = 2$ para longos períodos de vibração.

$$\begin{aligned} u_{0.3F_x}(z) &= \frac{0.3 \cdot 1 \cdot 44.609 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{0.3 \cdot 1}{6 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(452.960KN + \frac{44.609 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \\ &\frac{0.3 \cdot 60m \cdot 1}{2 \cdot 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \left(452.960KN + \frac{44.609 \frac{KN}{m}}{3} \cdot 60m \right) \cdot z^2 \quad \rightarrow \quad u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.0652315 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \\ &\frac{9.9512778 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.34514 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.27)$$

Tabela 14. Distribuição da força lateral sísmica segundo a metodologia estática na direção x . Destaque especial para esforços cisalhantes acumulados de acima para baixo e deslocamentos no caso em que se considere ($k = 2$) e uma carga triangular distribuída na elevação.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2 (KN \cdot m^2)$	C_{vi}	$F_i (KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i (KN \cdot m)$	$u_{0.3Fx}(z)$
					nível			NBR-88
0								0
3	600	5400	0,00037453	0,6708967	0→3	1791,2942	2,0126901	0,011837687
6	600	21600	0,00149813	2,6835868	3→6	1790,6233	16,101521	0,046277377
9	600	48600	0,00337079	6,0380703	6→9	1787,9397	54,342633	0,101714434
12	600	86400	0,00599251	10,734347	9→12	1781,9016	128,81217	0,176556268
15	600	135000	0,0093633	16,772418	12→15	1771,1673	251,58626	0,269228357
18	600	194400	0,01348315	24,152281	15→18	1754,3949	434,74106	0,378180273
21	600	264600	0,01835206	32,873938	18→21	1730,2426	690,35271	0,5018917
24	600	345600	0,02397004	42,937389	21→24	1697,3687	1030,4973	0,638878463
27	600	437400	0,03033708	54,342633	24→27	1654,4313	1467,2511	0,787698546
30	600	540000	0,03745318	67,08967	27→30	1600,0886	2012,6901	0,946958117
33	600	653400	0,04531835	81,178501	30→33	1532,999	2678,8905	1,115317549
36	600	777600	0,05393258	96,609125	33→36	1451,8205	3477,9285	1,29149745
39	600	912600	0,06329588	113,38154	36→39	1355,2113	4421,8802	1,474284674
42	600	1058400	0,07340824	131,49575	39→42	1241,8298	5522,8217	1,662538356
45	600	1215000	0,08426966	150,95176	42→45	1110,334	6792,8291	1,855195928
48	600	1382400	0,09588015	171,74956	45→48	959,38228	8243,9787	2,051279142
51	600	1560600	0,1082397	193,88915	48→51	787,63273	9888,3465	2,249900096
54	600	1749600	0,12134831	217,37053	51→54	593,74358	11738,009	2,450267257
57	600	1949400	0,13520599	242,19371	54→57	376,37305	13805,041	2,65169148
60	300	1080000	0,07490637	134,17934	57→60	134,17934	8050,7604	2,853592035
	11700	14418000	1	1791,242			80708,873	

Uma recopilação das expressões (8.23), (8.25) e (8.27) é feita na (8.28) e a sua expressão gráfica delas está dada na (Figura 63).

$$\begin{cases} u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.4814815 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{9.9513833 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.255249 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.0679167 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{9.9514278 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.344587 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.0652315 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{9.9512778 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.34514 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.28)$$

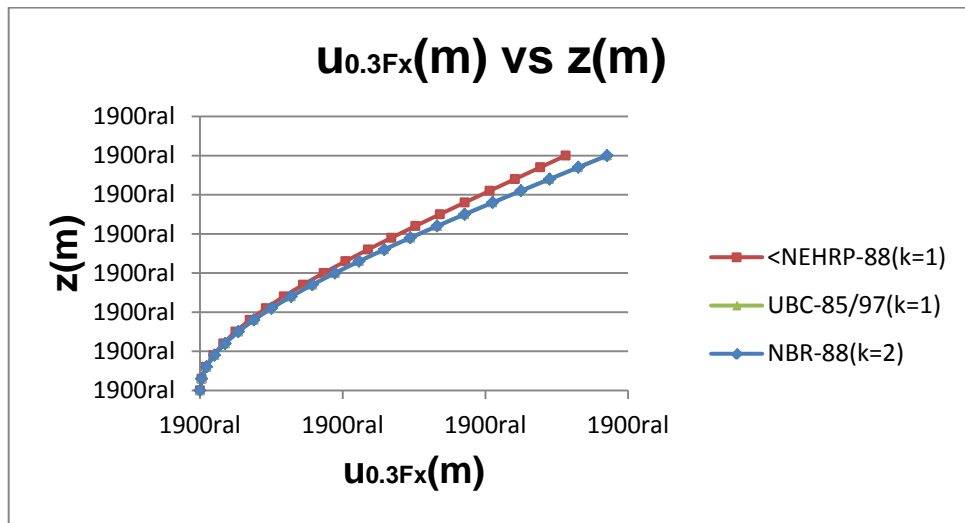


Figura 63. Comparação dos deslocamentos devidos ao carregamento de $0.3 \cdot F_x$ segundo 3 normativas para o primeiro exemplo.

Desde a (Figura 63) e a (8.28) é evidente a coincidência entre os deslocamentos para o caso de $(k = 1)$ na UBC-85/97 e a normatividade atual onde é considerado $(k = 2)$ no caso de longos períodos de vibração.

8.1.5.1.1 Esforços originados pelo deslocamento u

É importante lembrar que para a determinação dos esforços neste caso originários do deslocamento u, serão considerados só os elementos orientados segundo o mesmo u. É dizer, só são analisados aqueles nos quais o carregamento lateral coincide com o plano do muro vide (Figura 64). No sentido normal mesmo que tenham possibilidade de assumir uma muito pequena parcela do carregamento lateral serão desconsiderados porque além desse carregamento normal e sem ter

certeza do ponto de atuação daquele podem acontecer efeitos torcionais que não serão objeto de estudo nesse trabalho.

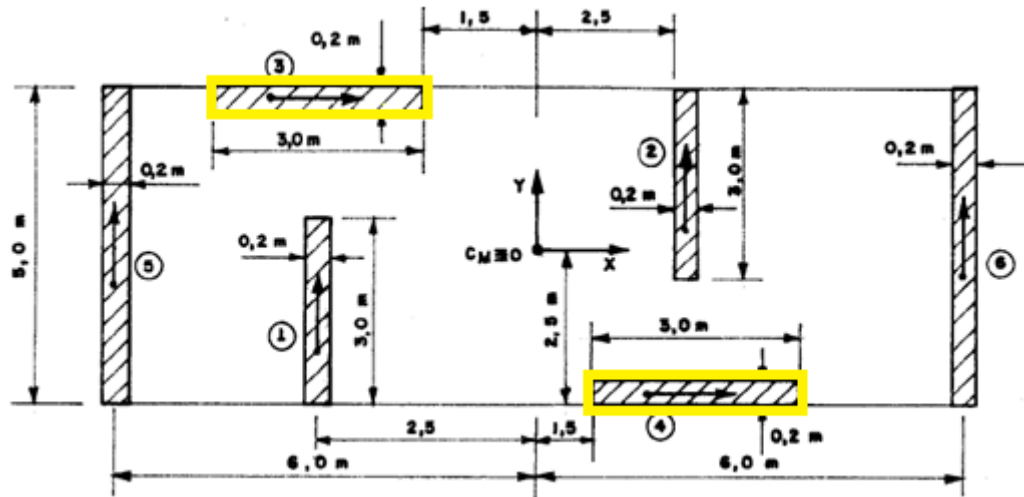


Figura 64. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo x no exemplo 1.

Os efeitos internos que são de interesse são os momentos fletores e esforços cisalhantes que estão relacionados com a elástica através da segunda e terceira derivadas respetivamente. As segundas derivadas da elástica ficam como na (8.29) vindas da (8.28).

$$\begin{cases} u''_{0,3F_x}(z) = \frac{4,962963 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{5,97083 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2,510498 \cdot 10^{-3}}{m} \\ u''_{0,3F_x}(z) = \frac{4,1358334 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{5,9708567 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2,689174 \cdot 10^{-3}}{m} \\ u''_{0,3F_x}(z) = \frac{4,130463 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{5,9707667 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{2,69028 \cdot 10^{-3}}{m} \end{cases} \quad (8.29)$$

Da (Figura 64) e conforme a simetria pode ser feita a agrupação seguinte, GRUPO I, (muro1=muro 2), GRUPO II (muro3=muro4) e GRUPO III (muro5=muro6). Pelo tanto, o segundo grupo é objeto de estudo para o carregamento de $0,3 \cdot F_x$.

8.1.5.1.1.1 Momentos fletores nos muros

Após do agrupamento feito as (8.30), (8.31) e (8.32) definem os momentos com respeito ao eixo y do segundo grupo de muros que também são mostrados nas (Figura 65) e (Tabela 15).

$$M_{yII}(z) = E_{II} \cdot I_{II} \cdot u''_{0.3F_x} \rightarrow M_{yII}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot u''_{0.3F_x}(z) \rightarrow M_{yII}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{4.962963 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{5.97083 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.510498 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII}(z) = \frac{2.2333334 \cdot 10^{-2} KN}{m^2} \cdot z^3 - 268.68735KN \cdot z + 11297.241KNm \quad (8.30)$$

$$M_{yII}(z) = E_{II} \cdot I_{II} \cdot u''_{0.3F_x} \rightarrow M_{yII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot u''_{0.3F_x}(z) \rightarrow M_{yII}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{4.1358334 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{5.9708567 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.689174 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII}(z) = \frac{1.861125 \cdot 10^{-2} KN}{m^2} \cdot z^3 - 268.68855KN \cdot z + 12101.283KNm \quad (8.31)$$

$$M_{yII}(z) = E_I \cdot I_I \cdot u''_{0.3F_x} \rightarrow M_{yII}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot u''_{0.3F_x}(z) \rightarrow M_{yII}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{4.130463 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{5.9707667 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{2.69028 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII}(z) = \frac{1.8587084 \cdot 10^{-2} KN}{m^2} \cdot z^3 - 268.6845KN \cdot z + 12106.26KNm \quad (8.32)$$

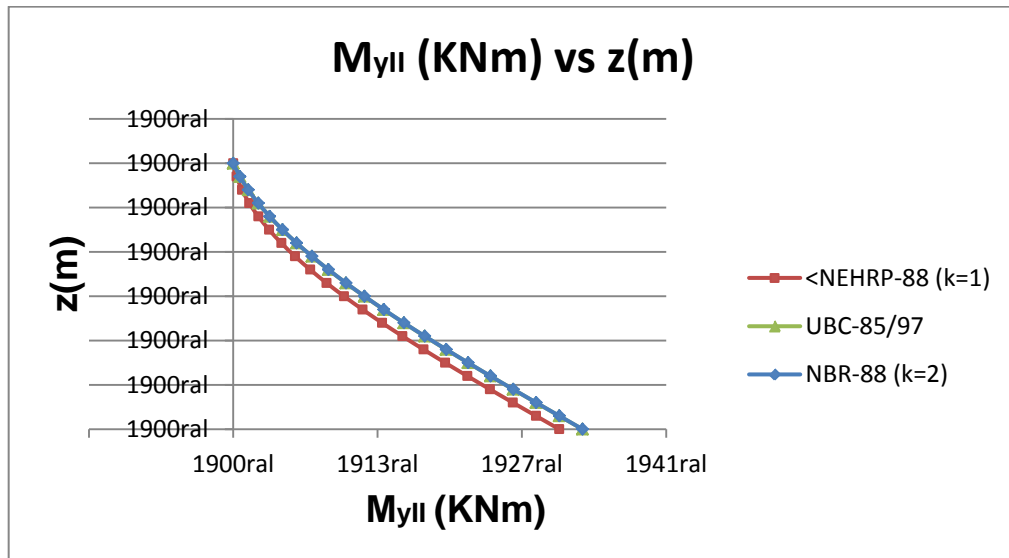


Figura 65. Momento no segundo grupo de muros em flexão com respeito ao eixo y no exemplo 1

Tabela 15. Momentos fletores atuantes no grupo II de muros por causa do deslocamento originário da $0.3F_x$.

	<NEHRP-88($k = 1$)	UBC-85/97($k = 1$)	NBR-88($k = 2$)
$z(m)$	$M_{yII} (KNm)$	$M_{yII} (KNm)$	$M_{yII} (KNm)$
0	11297,24467	12101,31185	12106,331
3	10491,76533	11295,73201	11300,75053
6	9689,904298	10493,16741	10498,18154
9	8895,279867	9696,633323	9701,635529
12	8111,510343	8909,144988	8914,123981
15	7342,214028	8133,717661	8138,658383
18	6591,009225	7373,366594	7378,250223
21	5861,514236	6631,107038	6635,910988
24	5157,347363	5909,954246	5914,652167
27	4482,126909	5212,923469	5217,485246
30	3839,471176	4543,02996	4547,421713
33	3232,998465	3903,28897	3907,473056
36	2666,327081	3296,715752	3300,650762
39	2143,075324	2726,325556	2729,966319
42	1666,861497	2195,133636	2198,431215
45	1241,303903	1706,155242	1709,056936
48	870,0208433	1262,405628	1264,854971
51	556,630621	866,9000449	868,8368079
54	304,7515381	522,6537445	524,0139331
57	118,001897	232,6819789	233,3978346
60	0	-4,68375E-12	0

8.1.5.1.1.2 Esforços cisalhantes

Em geral, uma expressão para os esforços cisalhantes no muro “ i ” é dada na (8.33). É interessante ressaltar que nesse caso aqueles esforços atuam no mesmo sentido do deslocamento.

$$V_{wi} = -\frac{dM_{wi}}{dz} \quad (8.33)$$

A (8.34) exprime os esforços cisalhantes no grupo II primero em forma de função, logo na (Figura 66) e finalmente em formato tabular na (Tabela 16).

$$\begin{cases} V_{xII} = -\frac{0.067KN}{m^2} \cdot z^2 + 268.68735KN \\ V_{xII} = -\frac{0.0558337KN}{m^2} \cdot z^2 + 268.68855KN \\ V_{xII} = -\frac{0.0557612 \cdot KN}{m^2} \cdot z^2 + 268.6845KN \end{cases} \quad (8.34)$$

Tabela 16. Esforços cisalhantes atuantes no grupo II de muros por causa do deslocamento originados pela força de $0.3F_x$.

$z(m)$	<NEHRP-88($k = 1$) $V_{xII} (KN)$	UBC-85/97($k = 1$) $V_{xII} (KN)$	NBR-88($k = 2$) $V_{xII} (KN)$
0	268,6941294	268,6941294	268,6941294
3	268,091079	268,1915874	268,1922148
6	266,2819279	266,6839615	266,686471
9	263,2666759	264,1712515	264,1768981
12	259,0453232	260,6534576	260,6634959
15	253,6178698	256,1305797	256,1462645
18	246,9843155	250,6026178	250,625204
21	239,1446605	244,069572	244,1003142
24	230,0989047	236,5314421	236,5715953
27	219,8470481	227,9882283	228,0390472
30	208,3890907	218,4399305	218,5026699
33	195,7250326	207,8865488	207,9624633
36	181,8548737	196,328083	196,4184276
39	166,7786141	183,7645333	183,8705627
42	150,4962536	170,1958996	170,3188687
45	133,0077924	155,6221819	155,7633454
48	114,3132304	140,0433803	140,2039929
51	94,41256766	123,4594946	123,6408113
54	73,30580412	105,870525	106,0738004
57	50,99293982	87,27647142	87,50296038
60	27,47397473	67,67733385	67,92829115

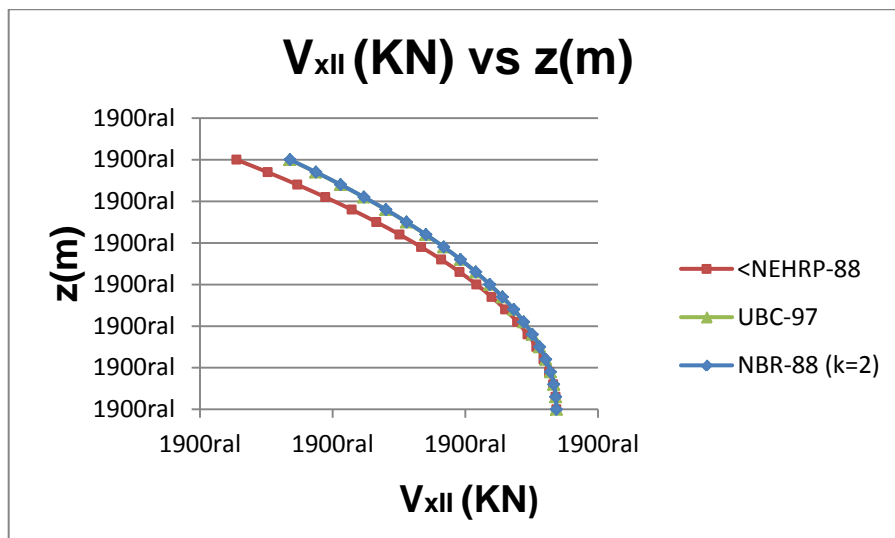


Figura 66. Esforço de cisalhamento nos muros 3 e 4 originários do deslocamento u.

8.1.5.2 Deslocamentos v sob a condição de carregamento de $0.3 \cdot F_x$ e $1.0 \cdot F_y$ de atuação simultânea

A (8.35) é um subsídio para a obtenção dos dados na (8.36) que são importantes nessa análise segundo y de conformidade com a normatividade anterior à NEHRP-88. Cabe mencionar que essa equação é determinada apartir das (2.25) com a informação contida na (Tabela 17).

$$\begin{cases} F_{ty} = 0.1 \cdot V_B \rightarrow F_{ty} = 0.1 \cdot 4252.019KN \rightarrow F_{ty} = 425.202KN \\ F_{\Delta} = 0.9 \cdot V_B \end{cases} \quad (8.35)$$

$$\begin{aligned} F_{tx}^{MC} &= 425.202KN + \frac{1 \cdot 0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 170293KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4252.019KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 434.7528KN \\ p_{0x}^{MC} &= \frac{6 \cdot 0.9}{(60m)^2} \cdot [60m \cdot 4252.019KN - 170293KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 127.24221 \frac{KN}{m} \end{aligned} \quad (8.36)$$

A (8.37) define a forma funcional do deslocamento direto devido à F_y .

$$\begin{aligned} v_{1.0F_y}(z) &= \frac{1 \cdot 127.24221 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{1}{6 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(434.7528KN + \frac{127.24221 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \\ &\frac{1.0 \cdot 60m}{2 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(434.7528KN + \frac{127.24221 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{3} \right) \cdot z^2 \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = \frac{3.4857059 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \\ &\frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.7630751 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.37)$$

Tabela 17. Distribuição da força lateral sísmica segundo a metodologia estática e na direção y . Destaque especial para esforços cisalhantes acumuladas de acima para baixo e deslocamentos no caso em que se considere ($k = 1$), uma força concentrada no topo e uma carga triangular distribuída.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i h_i(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$	$F_i h_i(KNm)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$v_{1.0F_y}(m)$ <NEHRP-88	$v_{1.0F_y}(m)$ UBC-85/97
0								0	0
3	600	1800	0,005	21,26	63,7803	0→3	4252,02	0,01549	0,016619741
6	600	3600	0,01	42,52	255,121	3→6	4230,76	0,06045	0,064971348
9	600	5400	0,015	63,78	574,023	6→9	4188,24	0,13264	0,14280102
12	600	7200	0,02	85,04	1020,48	9→12	4124,46	0,22982	0,247871896
15	600	9000	0,025	106,3	1594,51	12→15	4039,42	0,34978	0,377972526
18	600	10800	0,03	127,56	2296,09	15→18	3933,12	0,49038	0,530925342
21	600	12600	0,035	148,82	3125,23	18→21	3805,56	0,64949	0,704595125
24	600	14400	0,04	170,08	4081,94	21→24	3656,74	0,82508	0,89689748
27	600	16200	0,045	191,34	5166,2	24→27	3486,66	1,01516	1,1058073
30	600	18000	0,05	212,6	6378,03	27→30	3295,31	1,21784	1,329367245
33	600	19800	0,055	233,86	7717,41	30→33	3082,71	1,43132	1,565696201
36	600	21600	0,06	255,12	9184,36	33→36	2848,85	1,65388	1,812997761
39	600	23400	0,065	276,38	10778,9	36→39	2593,73	1,88395	2,069568689
42	600	25200	0,07	297,64	12500,9	39→42	2317,35	2,12004	2,333807391
45	600	27000	0,075	318,9	14350,6	42→45	2019,71	2,36084	2,604222387
48	600	28800	0,08	340,16	16327,8	45→48	1700,81	2,60513	2,87944078
51	600	30600	0,085	361,42	18432,5	48→51	1360,65	2,85187	3,158216726
54	600	32400	0,09	382,68	20664,8	51→54	999,224	3,1002	3,439439904
57	600	34200	0,095	403,94	23024,7	54→57	616,543	3,3494	3,72214399
60	300	18000	0,05	212,6	12756,1	57→60	212,601	3,59894	4,00551512
	11700	360000		4252	170293				

Sob a norma UBC-85/97, as forças no topo e nos andares é dada na (8.38)

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ty} = \frac{0.07s}{s} \cdot 3.789s \cdot 4252.019KN = 1127.763KN > 0.25 \cdot 4252.019KN = 1063.0048KN \rightarrow F_{ty} = 1063.0048KN \\ F_{\Delta} = 0.75 \cdot V_B \end{array} \right.$$

(8.38)

Lembrando que na (8.38) o 25% do cisalhamento na base não pode ser ultrapassado ao se determinar a força no topo.

$$F_{tx}^{MC} = 1063.0048KN + \frac{1 \cdot 0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 170293KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4252.019KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 1070.9638KN$$

$$p_{0x}^{MC} = \frac{6 \cdot 0.75}{(60m)^2} \cdot [60m \cdot 4252.019KN - 170293KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 106.03518 \frac{KN}{m}$$

(8.39)

Pela sua parte, a (8.40) define o deslocamento para aplicação da UBC-85/97.

$$v_{1.0F_y}(z) = \frac{1 \cdot 106.03518 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{1}{6 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(1070.9638KN + \frac{106.03518 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \frac{1.0 \cdot 60m}{2 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(1070.9638KN + \frac{106.03518 \frac{KN}{m}}{3} \cdot 60m \right) \cdot z^2 \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = \frac{2.904755110^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.8885606 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2$$

(8.40)

Tabela 18. Distribuição da força lateral sísmica segundo a metodologia estática e na direção y. Destaque especial para esforços cisalhantes acumuladas de acima para baixo e deslocamentos no caso em que se considere (k=2), uma força concentrada no topo e uma carga triangular distribuída com vértice na base do prédio.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2 (KN \cdot m^2)$	$C_{vi} > 88$	$F_i (KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i (KN \cdot m)$	$v_{1.0 \cdot F_y}(z)$
					nível			NBR-88
0								0
3	600	5400	0,00037453	1,592516	0→3	4252,019	4,7775494	0,01662672
6	600	21600	0,00149813	6,370066	3→6	4250,426	38,220396	0,064997288
9	600	48600	0,00337079	14,33265	6→9	4244,056	128,99383	0,142847315
12	600	86400	0,00599251	25,48026	9→12	4229,724	305,76316	0,247912412
15	600	135000	0,0093633	39,81291	12→15	4204,244	597,19368	0,37792819
18	600	194400	0,01348315	57,33059	15→18	4164,431	1031,9507	0,530630261
21	600	264600	0,01835206	78,03331	18→21	4107,1	1638,6995	0,703754235
24	600	345600	0,02397004	101,9211	21→24	4029,067	2446,1053	0,895035724
27	600	437400	0,03033708	128,9938	24→27	3927,146	3482,8335	1,102210339
30	600	540000	0,03745318	159,2516	27→30	3798,152	4777,5494	1,323013691
33	600	653400	0,04531835	192,6945	30→33	3638,9	6358,9183	1,555181392
36	600	777600	0,05393258	229,3224	33→36	3446,206	8255,6054	1,796449052
39	600	912600	0,06329588	269,1353	36→39	3216,883	10496,276	2,044552283
42	600	1058400	0,07340824	312,1332	39→42	2947,748	13109,596	2,297226696
45	600	1215000	0,08426966	358,3162	42→45	2635,615	16124,229	2,552207902
48	600	1382400	0,09588015	407,6842	45→48	2277,299	19568,843	2,807231512
51	600	1560600	0,1082397	460,2373	48→51	1869,614	23472,1	3,060033138
54	600	1749600	0,12134831	515,9753	51→54	1409,377	27862,668	3,308348391
57	600	1949400	0,13520599	574,8984	54→57	893,4017	32769,212	3,549912881
60	300	1080000	0,07490637	318,5033	57→60	318,5033	19110,198	3,78246222
	11700	14418000	1	4252,019			191579,73	

Por ora a análise foi feita para os casos em que $k = 1$. No entanto, os códigos recentes estabelecem que para estruturas com períodos de vibração longos seja considerado um valor de $k = 2$. Desde a (2.26) chega-se na (8.41) que mune da informação requerida na determinação do deslocamento na (8.42).

$$F_{tx}^{MC} = \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 191579.73KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4252.019KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 1074.9485KN$$

$$p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot [60m \cdot 4252.019KN - 191579.73KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 105.90235 \frac{KN}{m}$$

(8.41)

$$v_{1.0F_y}(z) = \frac{1 \cdot 105.90235 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{1}{6 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \cdot \left(1074.9485KN + \frac{105.90235 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \frac{1.0 \cdot 60m}{2 \cdot 50.7 \cdot 10^6 KN \cdot m^2} \left(1074.9485KN + \frac{105.90235 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{3} \right) \cdot z^2 \rightarrow$$

$$v_{1.0F_y}(z) = \frac{2.90111631 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.88893464 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \quad (8.42)$$

Uma gráfica que represente todos esses deslocamentos é dada na (Figura 67) e um resumo feito na (8.43).

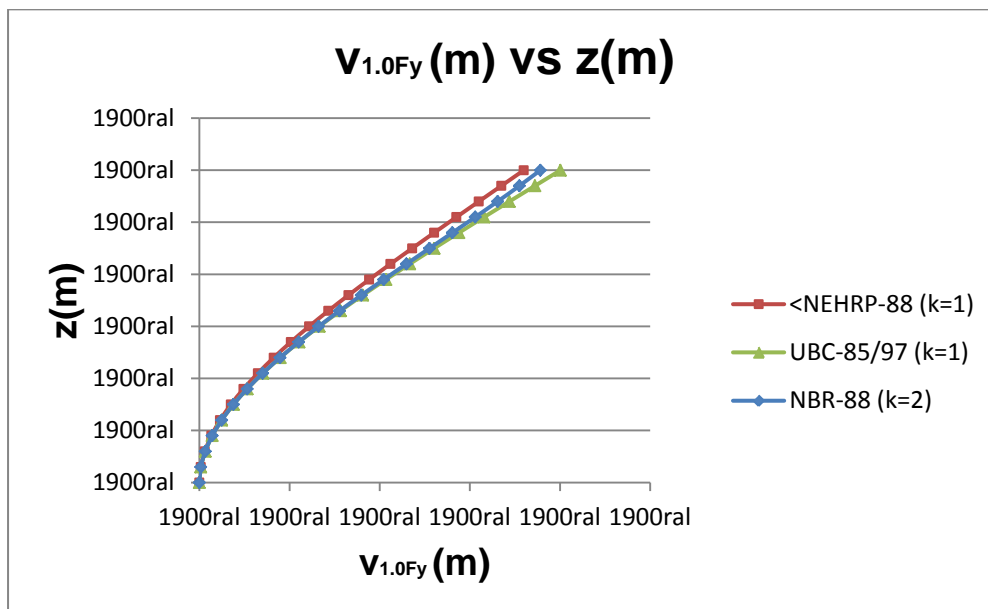


Figura 67. Comparação dos deslocamentos devidos ao carregamento de $1.0 \cdot F_y$ segundo 3 normativas.

Um resumo das três expressões obtidas para os deslocamentos é dado na (8.43).

$$\begin{cases} v_{1.0Fy}(z) = \frac{3.4857059 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.7630751 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ v_{1.0Fy}(z) = \frac{2.9047551 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.8885606 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ v_{1.0Fy}(z) = \frac{2.90111631 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.3977709 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.88893464 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.43)$$

8.1.5.2.1 Esforços originados pelo deslocamento v

No caso de deslocamento paralelo ao eixo y são de interesse os grupos de muros alinhados com o deslocamento. Pelo tanto, os muros que vão ser analisados são os grupos I e III segundo a (Figura 68).

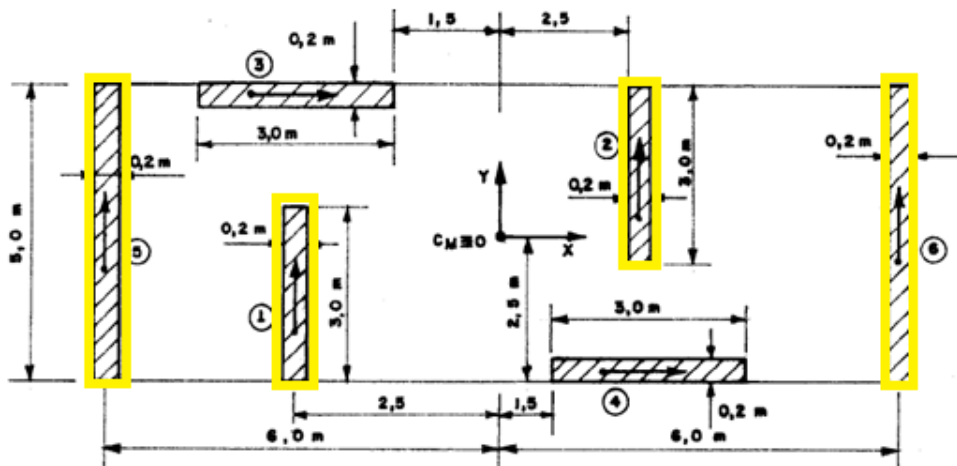


Figura 68. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo y no exemplo 1.

Para começar a determinação dos esforços originários do deslocamento v é necessário contar com derivadas superiores das funções deslocamento. Assim, com intuito de achar os momentos fletores é preciso contar com as segundas derivadas e aquela é a razão da (8.44).

$$\begin{cases} v''_{1.0Fy}(z) = \frac{6.9714118 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.5261502 \cdot 10^{-3}}{m} \\ v''_{1.0Fy}(z) = \frac{5.8095102 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7771212 \cdot 10^{-3}}{m} \\ v''_{1.0Fy}(z) = \frac{5.8022326 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7778692 \cdot 10^{-3}}{m} \end{cases} \quad (8.44)$$

8.1.5.2.1.1 Momentos fletores nos muros

No caso de deslocamento v , os momentos nos muros acontecem com respeito ao eixo x . Portanto, para determinar as funções momento fletor para cada grupo de muros, se faz imprescindível o emprego dos momentos de inércia calculados com respeito àquele eixo. $I_{xI} = 0.450m^4$, $I_{xII} = 0.002m^4$, $I_{xIII} = 2.083m^4$.

Para o primeiro grupo de muros as expressões para os momentos são dadas nas (8.45), (8.46), (8.47).

$$M_{xI}(z) = E_I \cdot I_I \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{6.9714118 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.5261502 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xI}(z) = \frac{0.0313713 KN}{m^2} \cdot z^3 - 377.39814KN \cdot z + 15867.676KNm \quad (8.45)$$

$$M_{xI}(z) = E_I \cdot I_I \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{5.8095102 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7771212 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xI}(z) = \frac{0.0261427 KN}{m^2} \cdot z^3 - 377.39814KN \cdot z + 16997.045KNm \quad (8.46)$$

$$M_{xI}(z) = E_I \cdot I_I \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xI}(z) = 4500000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{5.8022326 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7778692 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xI}(z) = \frac{0.02611 KN}{m^2} \cdot z^3 - 377.39814KN \cdot z + 17000.411KNm \quad (8.47)$$

Aquelas são representadas de duas formas. Nas (Figura 69) e na (Tabela 19).

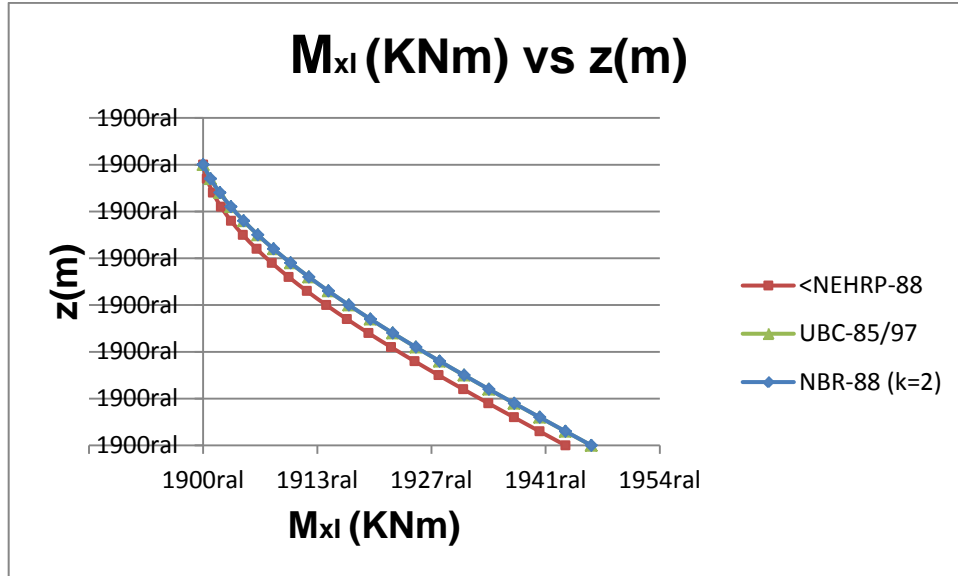


Figura 69. Momentos no primeiro grupo de muros originados por um deslocamento v .

Tabela 19. Momentos fletores atuantes no grupo I de muros por causa do deslocamento $v_{1.0F_y}$.

$z(m)$	<NEHRP-88($k = 1$) $M_{xl} (KNm)$	UBC-85/97($k = 1$) $M_{xl} (KNm)$	NBR-88($k = 2$) $M_{xl} (KNm)$
0	15867,70464	16997,06856	17004,11828
3	14736,35725	15865,58001	15872,62884
6	13610,09201	14738,32657	14745,36923
9	12493,99103	13619,54335	13626,56927
12	11393,13647	12513,46549	12520,4588
15	10312,61046	11424,32808	11431,26764
18	9257,495143	10356,36624	10363,22561
21	8232,872648	9313,815092	9320,562548
24	7243,825116	8300,909748	8307,508279
27	6295,434686	7321,885321	7328,292628
30	5392,783494	6380,976927	6387,145425
33	4540,953679	5482,419679	5488,296496
36	3745,027378	4630,448694	4635,975668
39	3010,086729	3829,299085	3834,41277
42	2341,213869	3083,205967	3087,837628
45	1743,490937	2396,404455	2400,48007
48	1222,000069	1773,129664	1776,569923
51	781,8234043	1217,616708	1220,337016
54	428,0430792	734,1007023	736,0111744
57	165,7412319	326,8167614	327,8222266
60	1,95156E-12	-1,95156E-12	1,95156E-12

Para encerrar o relativo com momentos fletores, as (8.48), (8.49) e (8.50) definem os momentos fletores no terceiro grupo de muros.

$$M_{xIII}(z) = E_{III} \cdot I_{III} \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 20830000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{6.9714118 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.5261502 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xIII}(z) = \frac{0.1452145 KN}{m^2} \cdot z^3 - 1746.9341KN \cdot z + 73449.709KNm \quad (8.48)$$

$$M_{xIII}(z) = E_{III} \cdot I_{III} \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 20830000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{5.8095102 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7771212 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xIII}(z) = \frac{0.1210121KN}{m^2} \cdot z^3 - 1746.9341KN \cdot z + 78677.435KNm \quad (8.49)$$

$$M_{xIII}(z) = E_{III} \cdot I_{III} \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot v''_{1.0Fy}(z) \rightarrow M_{xIII}(z) = 20830000KN \cdot m^2 \cdot \left(\frac{5.8022326 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{8.3866254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{3.7778692 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{xIII}(z) = \frac{0.1208605 KN}{m^2} \cdot z^3 - 1746.9341KN \cdot z + 78693.015KNm \quad (8.50)$$

A (Figura 70) exprime um resumo das três expressões achadas nas (8.48), (8.49) e (8.50). Também, a (Tabela 20), é uma forma diferente de apresentar a informação relativa aos momentos no terceiro grupo de muros sob deslocamento v .

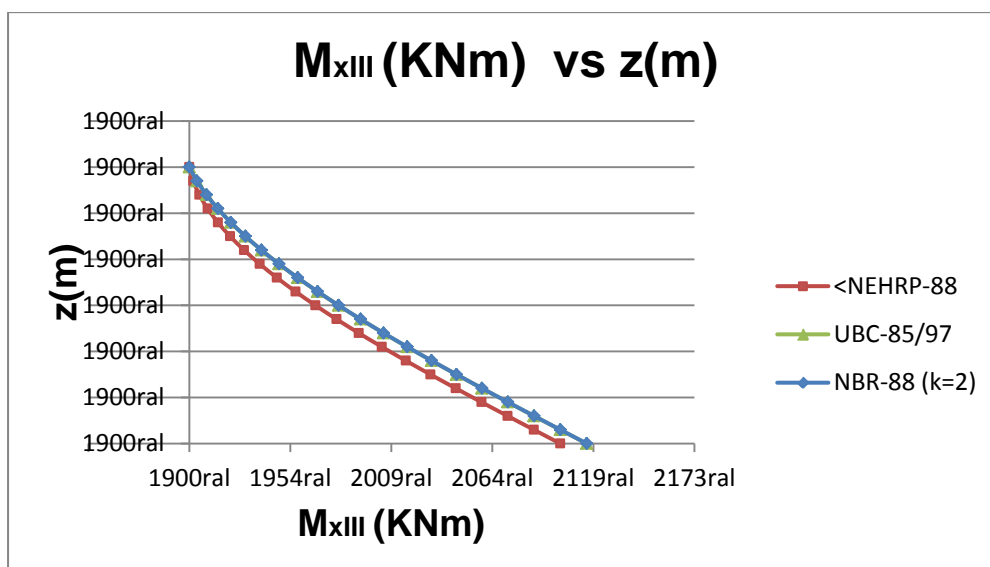


Figura 70. Momentos no terceiro grupo de muros originados por um deslocamento v .

Tabela 20. Momentos fletores atuantes no grupo III de muros por causa do deslocamento $v_{1.0F_y}$.

	<NEHRP-88($k = 1$)	UBC-85/97($k = 1$)	NBR-88($k = 2$)
$z(m)$	$M_{xIII} (KNm)$	$M_{xIII} (KNm)$	$M_{xIII} (KNm)$
0	73449,8417	78677,54182	78710,17415
3	68212,96036	73440,00701	73472,63527
6	62999,60367	68222,07608	68254,67578
9	57833,29627	63043,3529	63075,8751
12	52737,56283	57923,44135	57955,81262
15	47735,92799	52881,94529	52914,06775
18	42851,91641	47938,46862	47970,21988
21	38109,05272	43112,61519	43143,84842
24	33530,86159	38423,9889	38454,53277
27	29140,86767	33892,19361	33921,85232
30	24962,5956	29536,8332	29565,38649
33	21019,57003	25377,51154	25404,71467
36	17335,31562	21433,83251	21459,41626
39	13933,35701	17725,39998	17749,07067
42	10837,21887	14271,81784	14293,25729
45	8070,425826	11092,68995	11111,55552
48	5656,502544	8207,620199	8223,544779
51	3618,973669	5636,212451	5648,804453
54	1981,363853	3398,070584	3406,913947
57	767,1977468	1512,798476	1517,452662
60	9,03357E-12	-9,03357E-12	9,03357E-12

8.1.5.2.1.2 Esforços cisalhantes

Com ajuda da (8.33) são determinados os esforços de cisalhamento atuantes segundo y , que são produto de um deslocamento v .

A (8.51) é uma função dependente de z para os esforços de cisalhamento no primeiro grupo de muros. A (Figura 71) é uma forma gráfica de representar a informação contida nessa expressão e que tabelada na (Tabela 21).

$$\begin{cases} V_{yI} = -\frac{0.0941139}{m^2} KN \cdot z^2 + 377.39814KN \\ V_{yI} = -\frac{0.0784281}{m^2} KN \cdot z^2 + 377.39814KN \\ V_{yI} = -\frac{0.07833}{m^2} KN \cdot z^2 + 377.39814KN \end{cases} \quad (8.51)$$

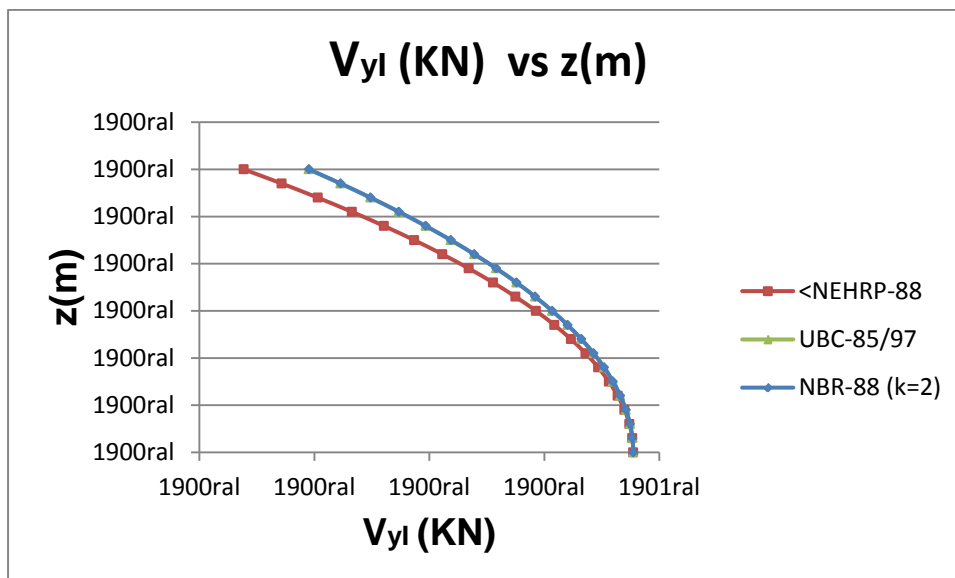


Figura 71. Esforços de cisalhamento nos muros 1 e 2 originários do deslocamento v .

Tabela 21. Esforços cisalhantes atuantes no grupo I de muros por causa do deslocamento $v_{1.0F_y}$.

$z(m)$	<NEHRP-88($k = 1$) $V_{yI} (KN)$	UBC-85/97($k = 1$) $V_{yI} (KN)$	NBR-88($k = 2$) $V_{yI} (KN)$
0	377,39814	377,39814	377,39814
3	376,5511149	376,6922871	376,69317
6	374,0100396	374,5747284	374,57826
9	369,7749141	371,0454639	371,05341
12	363,8457384	366,1044936	366,11862
15	356,2225125	359,7518175	359,77389
18	346,9052364	351,9874356	352,01922
21	335,8939101	342,8113479	342,85461
24	323,1885336	332,2235544	332,28006
27	308,7891069	320,2240551	320,29557
30	292,69563	306,81285	306,90114
33	274,9081029	291,9899391	292,09677
36	255,4265256	275,7553224	275,88246
39	234,2508981	258,1089999	258,25821
42	211,3812204	239,0509716	239,22402
45	186,8174925	218,5812375	218,77989
48	160,5597144	196,6997976	196,92582
51	132,6078861	173,4066519	173,66181
54	102,9620076	148,7018004	148,98786
57	71,6220789	122,5852431	122,90397
60	38,5881	95,05698	95,41014

A (8.52) contém as funções de esforços cisalhantes nos muros 5, 6 que são representadas nas (Figura 72) e na (Tabela 22).

$$\begin{cases} V_{yIII} = -\frac{0.4356435}{m^2} KN \cdot z^2 + 1746.9341KN \\ V_{yIII} = -\frac{0.3630363}{m^2} KN \cdot z^2 + 1746.9341KN \\ V_{yIII} = -\frac{0.3625815}{m^2} KN \cdot z^2 + 1746.9341KN \end{cases} \quad (8.52)$$

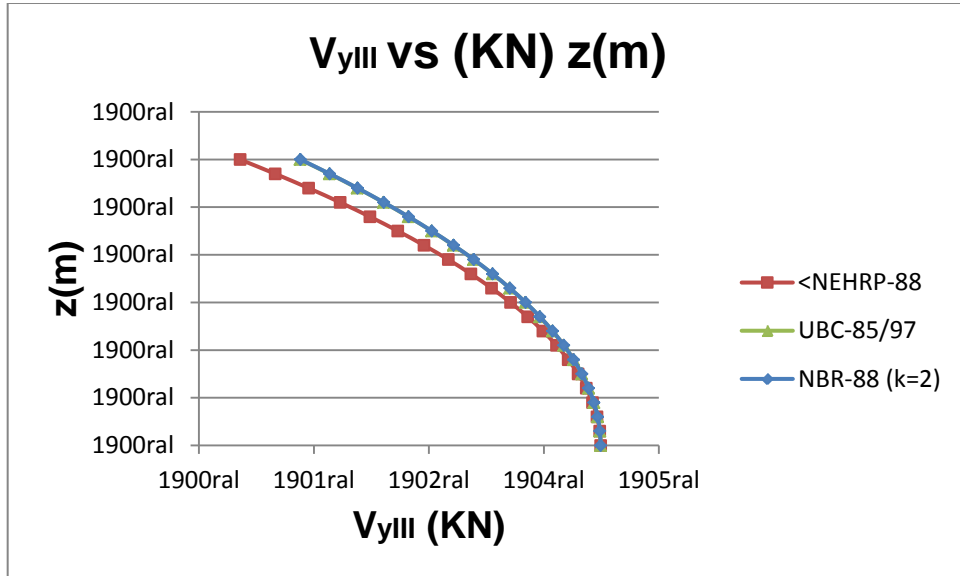


Figura 72. Esforços de cisalhamento nos muros 5 e 6 originários do deslocamento v.

Tabela 22. Esforços cisalhantes atuantes no grupo III de muros por causa do deslocamento $v_{1.0F_y}$.

z(m)	<NEHRP-88(k = 1)	UBC-85/97(k = 1)	NBR-88(k = 2)
	$V_{yIII} (KN)$	$V_{yIII} (KN)$	$V_{yIII} (KN)$
0	1746,9341	1746,931	1746,931
3	1743,013309	1743,663673	1743,667767
6	1731,250934	1733,861693	1733,878066
9	1711,646977	1717,52506	1717,561899
12	1684,201436	1694,653773	1694,719264
15	1648,914313	1665,247833	1665,350163
18	1605,785606	1629,307239	1629,454594
21	1554,815317	1586,831992	1587,032559
24	1496,003444	1537,822091	1538,084056
27	1429,349989	1482,277537	1482,609087
30	1354,85495	1420,19833	1420,60765
33	1272,518329	1351,584469	1352,079747
36	1182,340124	1276,435955	1277,025376
39	1084,320337	1194,752788	1195,444539
42	978,458966	1106,534967	1107,337234
45	864,7560125	1011,782493	1012,703463
48	743,211476	910,4953648	911,543224
51	613,8253565	802,6735837	803,8565185
54	476,597654	688,3171492	689,643346
57	331,5283685	567,4260613	568,9037065
60	178,6175	440,00032	1746,931

8.2 EXEMPLO 2. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR MUROS (1)

A (Figura 73) mostra o segundo dos exemplos que apresenta estrutura em ME. No fundo a disposição e as dimensões dos muros nos edifícios dos exemplos 1 e 2 são as mesmas mostrando uma falta de rigidez para o sismo atuando segundo a direção x . Devido ao fato de que a estrutura é verdadeiramente assimétrica vão se determinar os deslocamentos atrelados ao giro.

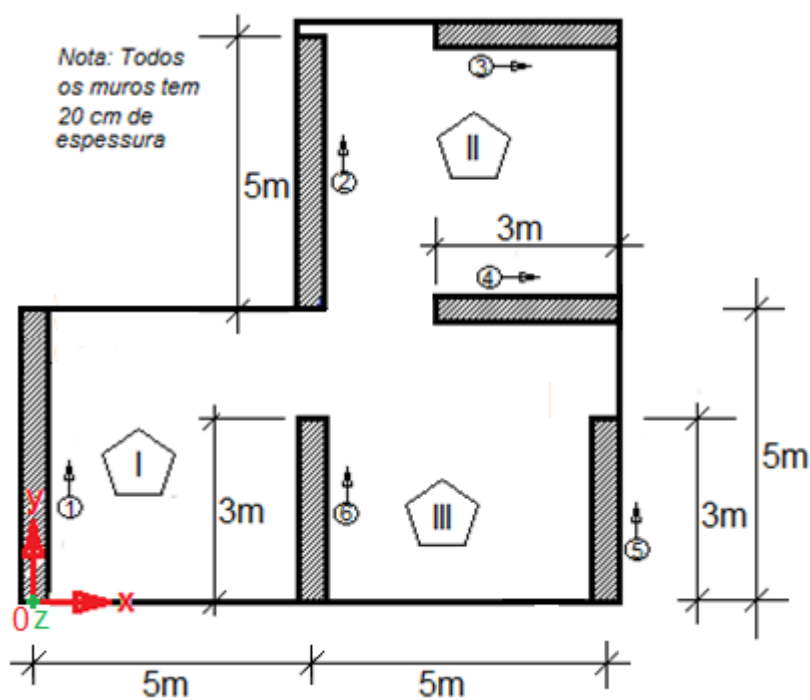


Figura 73. Edifício exemplo 2

8.2.1 Especificações

O módulo elástico é assumido como $E = 100 \frac{t}{cm^2} = 10^6 \frac{t}{m^2} = 10^7 \frac{KN}{m^2}$ constante para toda a estrutura. O edifício é formado por 20 andares com pé direito de andar de 3m constante na elevação.

A carga permanente decorrente de peso próprio é $CP = 1 \frac{t}{m^2} = 10 \frac{KN}{m^2}$ uniforme em cada andar.

8.2.2 Centro de massa do conjunto

Devido à assimetria em planta que a estrutura mostra, é preciso determinar o centro de massa CM dela visando achar a discrepância com o centro de rigidezes CR . Na (Tabela 22) é resumido o processo de obtenção do CM levando em consideração que a origem é tomada na metade do muro 1.

Tabela 23. Determinação do CM para a planta edifício do exemplo 2.

Elemento i	$A_i(m^2)$	$\bar{x}_i(m)$	$\bar{y}_i(m)$	$A_i \cdot \bar{x}_i(m^3)$	$A_i \cdot \bar{y}_i(m^3)$
I	25	2.5	2.5	62.5	62.5
II	25	7.5	7.5	187.5	187.5
III	25	7.5	2.5	187.5	62.5
$\sum \downarrow$	75			437.5	312.5

As (8.53) exprimem a posição do centroide ou centro de massa da planta de andar.

$$\begin{cases} \bar{x}_{CM} = \frac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i} \rightarrow \bar{x}_{CM} = \frac{437.5m^3}{75m^2} \rightarrow \bar{x}_{CM} = 5.833m \\ \bar{y}_{CM} = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} \rightarrow \bar{y}_{CM} = \frac{312.5m^3}{75m^2} \rightarrow \bar{y}_{CM} = 4.167m \end{cases} \quad (8.53)$$

8.2.3 Determinação da posição do centro de rigidezes

Com o emprego das (3.4), (3.5) é determinado o centro de rigidezes que fica expresso nas (8.54) e (8.55).

$$x_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^t I_{yi} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^t I_{yi}} \rightarrow x_{cr} = \frac{I_{y1} \cdot x_1 + I_{y2} \cdot x_2 + I_{y3} \cdot x_3 + I_{y4} \cdot x_4 + I_{y5} \cdot x_5 + I_{y6} \cdot x_6}{I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4} + I_{y5} + I_{y6}} \rightarrow$$

$$x_{cr} = \frac{(0.003m^4 \cdot 0m + 0.003m^4 \cdot 5m + 2 \cdot 0.45m^4 \cdot (10m - 1.50m) + 0.002m^4 \cdot 10m + 0.002m^4 \cdot 5m)}{(2 \cdot 0.003m^4 + 2 \cdot 0.45m^4 + 2 \cdot 0.002m^4)} \quad x_{cr} =$$

$$8.456044m \quad (8.54)$$

$$y_{cr} = \frac{\sum_{i=1}^t I_{xi} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^t I_{xi}} \rightarrow y_{cr} = \frac{I_{x1} \cdot y_1 + I_{x2} \cdot y_2 + I_{x3} \cdot y_3 + I_{x4} \cdot y_4 + I_{x5} \cdot y_5 + I_{x6} \cdot y_6}{I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4} + I_{x5} + I_{x6}} \rightarrow$$

$$y_{cr} = \frac{(2.083m^4 \cdot 2.50m + 2.083m^4 \cdot 7.5m + 0.002m^4 \cdot 10m + 0.002m^4 \cdot 5m + 2 \cdot 0.45m^4 \cdot 2.5m)}{(2 \cdot 2.083m^4 + 2 \cdot 0.002m^4 + 2 \cdot 0.45m^4)} \quad y_{cr} =$$

$$4.558185m \quad (8.55)$$

A (Figura 74) exprime um resumo dos resultados anteriormente obtidos nas (8.53), (8.54) e (8.55). Dela são achadas as excentricidades totais e_{Tx} e e_{Ty} na (8.56).

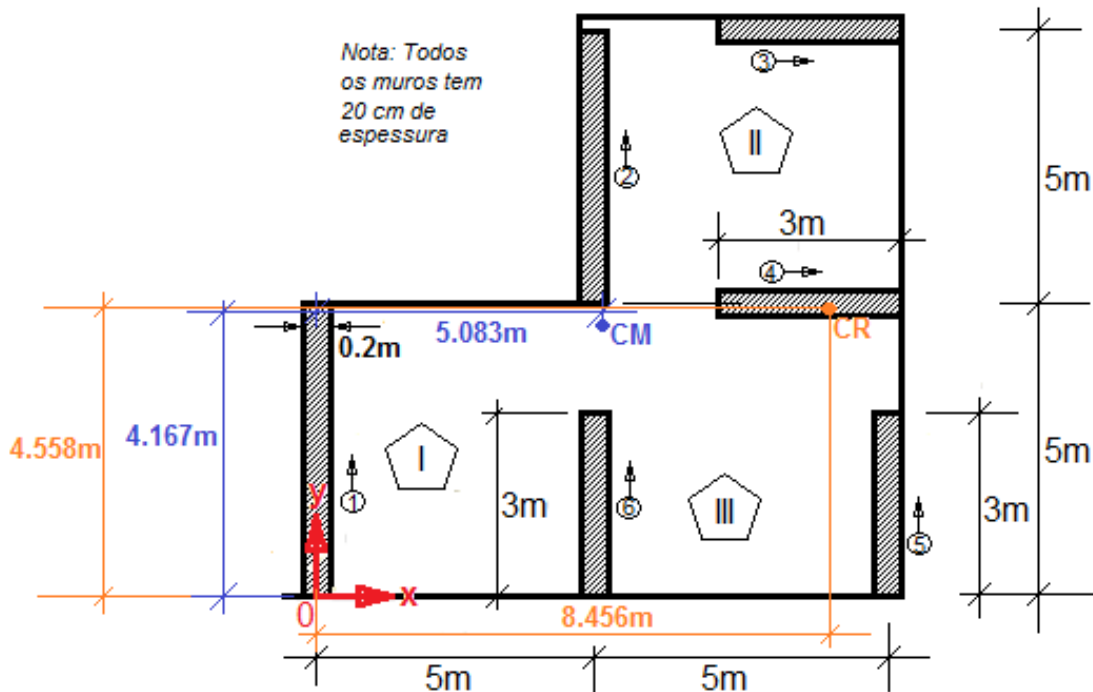


Figura 74. Posição dos centro de massas e rigidez para o edifício do exemplo 2.

$$\begin{cases} e_{Tx} = |x_{cr} - \bar{x}_{CM}| + e_{xaccidental} \\ e_{Ty} = |y_{cr} - \bar{y}_{CM}| + e_{yaccidental} \end{cases} \quad (8.56)$$

E substituindo valores nelas se chega nas (8.57).

$$\begin{cases} e_{Tx} = |8.456m - 5.833m| + 0.075 * 10m \rightarrow e_{Tx} = 3.373m \\ e_{Ty} = |4.558m - 4.167m| + 0.075 * 10m \rightarrow e_{Ty} = 1.141m \end{cases} \quad (8.57)$$

8.2.4 Determinação dos coeficientes de rigidez J_{mn}

As coordenadas do centro de massa (CM) já foram obtidas na (8.53) como: $x_{CM} = 5.83m$ e $y_{CM} = 4.17m$. Conhecida a sua posição possibilita-se a obtenção dos valores c_{wi} da (Tabela 24).

Tabela 24. Resumo propriedades geométricas exemplo 2.

MURO i	Dimensões (m)	I_{xwi} (m^4)	I_{ywi} (m^4)	a_{wi}	b_{wi}	c_{wi}
1	0.2 x 5	2.083	0.003	a_{w1} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{w1} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{w1} $= 5.83m$ $- 0.00m$ $= 5.83m$
2	0.2 x 5	2.083	0.003	a_{w2} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{w2} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{w2} $= 5.83m$ $- 5.00m$ $= 0.83m$
3 -	3 x 0.2	0.002	0.450	a_{w3} $= \cos 0^\circ$ $= 1$	b_{w3} $= \sin 0^\circ$ $= 0$	c_{w3} $= 4.17m$ $- 10.00m$ $= -5.83m$
4 -	3 x 0.2	0.002	0.450	a_{w4} $= \cos 0^\circ$ $= 1$	b_{w4} $= \sin 0^\circ$ $= 0$	c_{w4} $= 4.17m$ $- 5.00m$ $= -0.83m$
5	0.2 x 3	0.450	0.002	a_{w5} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{w5} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{w5} $= 5.83m$ $- 10.00m$ $= -4.17m$
6	0.2 x 3	0.450	0.002	a_{w6} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{w6} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{w6} $= 5.83m$ $- 5.00m$ $= 0.83m$

Segundo a (4.31) o valor do termo J_{aa} da matriz $|J|$ é dado na (8.58) a partir os valores contidos na tabela anterior.

$$J_{aa} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot a_{wi} \rightarrow J_{aa} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot a_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot a_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot a_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot a_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot a_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot a_{w6}] \rightarrow J_{aa} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.003m^4 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 0] \rightarrow J_{aa} = 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \quad (8.58)$$

No caso de J_{ab} é necessário considerar as colunas de a_{wi} e b_{wi} como na (8.59).

$$J_{ab} = \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot b_{wi} \rightarrow J_{ab} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot b_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot b_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot b_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot b_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot b_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot b_{w6}] \rightarrow J_{ab} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.003m^4 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 1] \rightarrow J_{ab} = 0 = J_{ba} \quad (8.59)$$

Na (8.60) considerando deslocamentos linear e rotacional como u e φ misturados entre sim.

$$\begin{aligned}
J_{ac} &= \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{ywi} \cdot a_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{ab} = E_{wi} \cdot [I_{yw1} \cdot a_{w1} \cdot c_{w1} + I_{yw2} \cdot a_{w2} \cdot c_{w2} + I_{yw3} \cdot a_{w3} \cdot \\
&c_{w3} + I_{yw4} \cdot a_{w4} \cdot c_{w4} + I_{yw5} \cdot a_{w5} \cdot c_{w5} + I_{yw6} \cdot a_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{ac} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [0.003m^4 \cdot 0 \cdot \\
&5.83m + 0.003m^4 \cdot 0 \cdot (0.83m) + 0.450m^4 \cdot 1 \cdot (-5.83m) + 0.450m^4 \cdot 1 \cdot (-0.83m) + \\
&0.002m^4 \cdot 0 \cdot (-4.17m) + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (0.83m)] \rightarrow J_{ac} = -29.97 \cdot 10^6 KNm^3 = J_{ca} \\
&(8.60)
\end{aligned}$$

Nas (8.61) e (8.62) o primeiro índice é “b” e pelo tanto, estão determinados os efeitos correspondentes ao deslocamento segundo a direção definida por v . Para (8.61) a coluna de b_{wi} na (Tabela 24) é multiplicada por sim mesma. Para a (8.62) são misturados os efeitos das colunas b_{wi} com a c_{wi} .

$$\begin{aligned}
J_{bb} &= \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{xwi} \cdot b_{wi} \cdot b_{wi} \rightarrow J_{bb} = E_{wi} \cdot [I_{xw1} \cdot b_{w1} \cdot b_{w1} + I_{xw2} \cdot b_{w2} \cdot b_{w2} + I_{xw3} \cdot b_{w3} \cdot \\
&b_{w3} + I_{xw4} \cdot b_{w4} \cdot b_{w4} + I_{xw5} \cdot b_{w5} \cdot b_{w5} + I_{xw6} \cdot b_{w6} \cdot b_{w6}] \rightarrow J_{bb} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 0.450m^4 \cdot 1 \cdot 1 + \\
&2 \cdot 0.002m^4 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 2.083m^4 \cdot 1 \cdot 1] \rightarrow J_{bb} = 50.66 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 \quad (8.61)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{bc} &= \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{xwi} \cdot b_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{ab} = E_{wi} \cdot [I_{xw1} \cdot b_{w1} \cdot c_{w1} + I_{xw2} \cdot b_{w2} \cdot c_{w2} + I_{xw3} \cdot b_{w3} \cdot \\
&c_{w3} + I_{xw4} \cdot b_{w4} \cdot c_{w4} + I_{xw5} \cdot b_{w5} \cdot c_{w5} + I_{xw6} \cdot b_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{bc} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2.083m^4 \cdot 1 \cdot \\
&5.83m + 2.083m^4 \cdot 1 \cdot (0.83m) + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (-5.83m) + 0.002m^4 \cdot 0 \cdot (-0.83m) + \\
&0.45m^4 \cdot 1 \cdot (-4.17m) + 0.45m^4 \cdot 1 \cdot (0.83m)] \rightarrow J_{bc} = 12.36978 \cdot 10^7 KNm^3 = J_{cb} \quad (8.62)
\end{aligned}$$

A grandeza J_{cc} é obtida da consideração da coluna c_{wi} em duas oportunidades de onde decorre um expoente quadrático na dimensão atrelada ao comprimento na (8.63).

$$\begin{aligned}
J_{cc} &= \sum_{i=1}^{N_w=6} E_{wi} \cdot I_{pwi} \cdot c_{wi} \cdot c_{wi} \rightarrow J_{cc} = E_{wi} \cdot [I_{pw1} \cdot c_{w1} \cdot c_{w1} + I_{pw2} \cdot c_{w2} \cdot c_{w2} + I_{pw3} \cdot \\
&c_{w3} \cdot c_{w3} + I_{pw4} \cdot c_{w4} \cdot c_{w4} + I_{pw5} \cdot c_{w5} \cdot c_{w5} + I_{pw6} \cdot c_{w6} \cdot c_{w6}] \rightarrow J_{cc} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot \\
&[2.086m^4 \cdot (5.83m)^2 + 2.086m^4 \cdot (0.83m)^2 + 0.452m^4 \cdot (-5.83m)^2 + 0.452m^4 \cdot \\
&(-0.83m)^2 + 0.452m^4 \cdot (-4.17m)^2 + 0.452m^4 \cdot (0.83m)^2] \rightarrow J_{cc} = 96.1834 \cdot 10^7 KNm^4 \\
&(8.63)
\end{aligned}$$

8.2.5 Propriedades Dinâmicas

Os períodos de vibração segundo as direções x , y permitem definir a grandeza chamada de S_a conhecida como aceleração espectral e que deve ter valores diferentes nas duas direções porque os períodos de vibração segundo elas são diferentes. Com a (8.7) é determinada a massa distribuída na elevação segundo a (8.64) e na (8.65) são achados os dois períodos de vibração para a estrutura

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{pavimento} = \bar{m} \cdot h \cdot g = CP \cdot A \rightarrow \bar{m} = \frac{W_{pavimento}}{g \cdot h} = \frac{CP \cdot A}{g \cdot h} \\ \bar{m} = \frac{10^3 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot 3 \cdot 5m \cdot 5m}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 3m} \rightarrow \bar{m} = 25000 \frac{Kg}{m} \end{array} \right. \quad (8.64)$$

Os períodos fundamentais de vibração são então expressos nas (8.64) com ajuda da expressão proposta (6.23).

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 1.6759 \cdot i^{-2.483} \cdot H^2 \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{J_{rr}}} \\ T_{1u} = \frac{1.6759}{m^2} \cdot (60m)^2 \cdot \sqrt{\frac{25000 \frac{Kg}{m}}{9 \cdot 10^9 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot m^2}} \rightarrow T_{1u} = 10.0554s \\ T_{1v} = \frac{1.6759}{m^2} \cdot (60m)^2 \cdot \sqrt{\frac{25000 \frac{Kg}{m}}{50.7 \cdot 10^9 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \cdot m^2}} \rightarrow T_{1v} = 4.2365918s \end{array} \right. \quad (8.65)$$

8.2.6. Análise Sísmica

No caso de longos períodos a terceira linha da (2.4) define a aceleração espectral S_a como $\frac{a_{gs1}}{T}$ apartir da (8.66), na qual $a_{gs0} = F_a \cdot a_g$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ax}(T) = \frac{F_v \cdot F_a \cdot a_{gs0}}{T_{1u}} \rightarrow S_{ax}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{10.0554} \rightarrow S_{ax}(T) = 0.3043141 \\ C_{sx} = \frac{0.304 \cdot 0.15 \cdot 10}{4} \rightarrow C_{sx} = 0.114 \\ S_{ay}(T) = \frac{F_v \cdot F_a \cdot a_{gs0}}{T_{1v}} \rightarrow S_{ay}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.2365918} \rightarrow S_{ay}(T) = 0.7222787 \\ C_{sy} = \frac{0.7222787 \cdot 0.15 \cdot 10}{4} \rightarrow C_{sy} = 0.271 \end{array} \right. \quad (8.66)$$

Parece que o “castigo” para a estrutura dada sua irregularidade fosse uma redução nos carregamentos originários de longos períodos. No entanto, carece de lógica pensar daquele jeito porque a irregularidade quase sempre é um fato nocivo. Por exemplo, é claro que a resposta esperada para duas estruturas com iguais períodos fundamentais de vibração, porém uma delas com irregularidade em planta deve ser substancialmente diferente para aquela irregular como estabelecem (SHAFEI, ALIREZAEI 2014). Aliás, Varadharajan et al. (2015) afirmam que os códigos propõem expressões que são quase sempre função da altura do prédio e apontam que um caminho mais racional de análise seja o emprego de um parâmetro chamado índice de irregularidade no processo de cálculo que determina o período de vibração. É claro que por enquanto esse proceder de não modificar o período em função da irregularidade é válido. Contudo, não há de permanecer por muito tempo. Um ponto de partida pode ser a análise modal onde é possível contar com as excentricidades da planta do pavimento na determinação de matrizes de massa ou rigidez.

Com aqueles valores de C_{sx} e C_{sy} são obtidos os cisalhamentos na base do prédio segundo cada uma das direções principais e também é feita a correspondente distribuição de força sísmica na elevação como nas (Tabela 25) e (Tabela 26).

Para antes da NEHRP-88 a (2.25) expressa como na (8.67) define as grandezas importantes no médio contínuo. Força no topo e carregamento máximo distribuído em altura partindo desde a (Tabela 25).

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = 0.1 \cdot 2002.7672KN + \frac{0.90}{60m} \cdot (3 \cdot 80210.825KNm - 2 \cdot 60m \cdot 2002.7672KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 204.78289KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.90 \cdot [60m \cdot 2002.7672KN - 80210.825KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 59.932811 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.67)

Tabela 25. Tabela apresentando a análise sísmica segundo o sentido x para o exemplo 2 no caso em que ($k = 1$). Normatividade anterior ao NEHRP-88 e a UBC-85/97.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i h_i(KNm)$	C_{vi} < 88	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	750	2250	0,005	10,013836	0→3	2002,7672	30,041508
6	750	4500	0,01	20,027672	3→6	1992,7533	120,16603
9	750	6750	0,015	30,041508	6→9	1972,7257	270,37357
12	750	9000	0,02	40,055343	9→12	1942,6842	480,66412
15	750	11250	0,025	50,069179	12→15	1902,6288	751,03769
18	750	13500	0,03	60,083015	15→18	1852,5596	1081,4943
21	750	15750	0,035	70,096851	18→21	1792,4766	1472,0339
24	750	18000	0,04	80,110687	21→24	1722,3798	1922,6565
27	750	20250	0,045	90,124523	24→27	1642,2691	2433,3621
30	750	22500	0,05	100,13836	27→30	1552,1446	3004,1508
33	750	24750	0,055	110,15219	30→33	1452,0062	3635,0224
36	750	27000	0,06	120,16603	33→36	1341,854	4325,9771
39	750	29250	0,065	130,17987	36→39	1221,688	5077,0148
42	750	31500	0,07	140,1937	39→42	1091,5081	5888,1355
45	750	33750	0,075	150,20754	42→45	951,31441	6759,3392
48	750	36000	0,08	160,22137	45→48	801,10687	7690,6259
51	750	38250	0,085	170,23521	48→51	640,88549	8681,9957
54	750	40500	0,09	180,24905	51→54	470,65028	9733,4484
57	750	42750	0,095	190,26288	54→57	290,40124	10844,984
60	375	22500	0,05	100,13836	57→60	100,13836	6008,3015
	14625	450000	1	2002,7672			80210,825

Para UBC-85/97 é necessário contar com o período de vibração segundo x nesse caso e também com a força de cisalhamento na base do prédio. É importante enfatizar que aquela normativa estabelece o limite do 25% da força cisalhante na base como força no topo.

Assim, a (8.68) e a (8.69) definem as forças no topo e distribuída segundo àquela norma primeiro e logo os valores equivalentes para médio contínuo.

$$F_t = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1u} \cdot V_B < 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_t = \frac{0.07}{s} \cdot 10.0554s \cdot 2002.767KN < 0.25 \cdot 2002.767KN \rightarrow F_t = 1409.704KN < 500.692KN \quad (8.68)$$

Assim, empregar $F_t = 500.692KN \equiv 0.25 \cdot V_B$.

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = 0.25 \cdot 2002.7672KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 80210.825KNm - 2 \cdot 60m \cdot 2002.7672KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 504.44694KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot [60m \cdot 2002.7672KN - 80210.825KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 49.944009 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.69)

As grandezas necessárias para serem processadas no MC para o caso em que $k = 2$ são definidas na (8.70).

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = \frac{3}{60m} \cdot 90237.03765KNm - 2 \cdot 2002.76717KN \rightarrow F_t^{MC} = 506.32845KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot [60m \cdot 2002.76717KN - 90237.03765KNm] \rightarrow p_{0x}^{MC} = 49.881108KNm \end{cases}$$

(8.70)

Tabela 26. Tabela apresentando a análise sísmica segundo o sentido x para o exemplo 2 no caso em que ($k = 2$). Normatividade anterior ao NEHRP-88 e a UBC-85/97.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm^2)$	Cvi	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	750	6750	0,000374532	0,750100064	0→3	2002,76717	2,250300191
6	750	27000	0,001498127	3,000400255	3→6	2002,01707	18,00240153
9	750	60750	0,003370787	6,750900573	6→9	1999,01667	60,75810515
12	750	108000	0,005992509	12,00160102	9→12	1992,265769	144,0192122
15	750	168750	0,009363296	18,75250159	12→15	1980,264168	281,2875239
18	750	243000	0,013483146	27,00360229	15→18	1961,511666	486,0648412
21	750	330750	0,01835206	36,75490312	18→21	1934,508064	771,8529655
24	750	432000	0,023970037	48,00640407	21→24	1897,753161	1152,153698
27	750	546750	0,030337079	60,75810515	24→27	1849,746757	1640,468839
30	750	675000	0,037453184	75,01000636	27→30	1788,988652	2250,300191
33	750	816750	0,045318352	90,7621077	30→33	1713,978645	2995,149554
36	750	972000	0,053932584	108,0144092	33→36	1623,216538	3888,51873
39	750	1140750	0,06329588	126,7669108	36→39	1515,202129	4943,909519
42	750	1323000	0,07340824	147,0196125	39→42	1388,435218	6174,823724
45	750	1518750	0,084269663	168,7725143	42→45	1241,415605	7594,763144
48	750	1728000	0,09588015	192,0256163	45→48	1072,643091	9217,229582
51	750	1950750	0,1082397	216,7789184	48→51	880,6174747	11055,72484
54	750	2187000	0,121348315	243,0324206	51→54	663,8385563	13123,75071
57	750	2436750	0,135205993	270,786123	54→57	420,8061357	15434,80901
60	375	1350000	0,074906367	150,0200127	57→60	150,0200127	9001,200764
	14625	18022500	1	2002,76717			90237,03765

8.2.6 Solução do sistema de equações diferenciais

A (7.4) ainda descreve o problema porque só há muros como sistema de resistência ao carregamento lateral. No entanto a matriz $[J]$ já não é diagonal. O sistema então é expresso na (8.71). Na mesma equação é considerada a resposta de qualquer sistema de equações que é de ampla divulgação.

$$\begin{cases} -[J] \cdot [U]''' = V(z) \cdot [L_V] \\ [U]''' = -[J]^{-1} \cdot V(z) \cdot [L_V] \end{cases} \quad (8.71)$$

A (8.71) escrita com ajuda da (7.2) que expressa a $V(z)$ fica com a forma definida na (8.72).

Para o primeiro dos casos considerando o 30% do carregamento em x , as componentes do vetor $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ são dadas como: $a = 1.0$, $b = 0.0$, $c = -4.167m$. O valor de c é obtido de uma subtração feita entre a origem de coordenadas e o ponto de aplicação do carregamento sísmico, é dizer, o CM . Assim, $c = 0.000m - 4.167m \rightarrow c = -4.167m$. O sinal negativo na terceira componente é devido ao fato de que o momento produzido pela força lateral atuando no CM da laje e segundo o sentido positivo das x , produz um momento contrário com o sentido adotado como positivo para o eixo z que é suposto saindo do plano do papel.

O sistema geral é exprimido na (8.72)

$$\begin{aligned} & - \begin{vmatrix} J_{aa} & 0 & J_{ac} \\ 0 & J_{bb} & J_{bc} \\ J_{ca} & J_{cb} & J_{cc} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{vmatrix} = V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \rightarrow \\ & - \begin{vmatrix} 9 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 & 0 & -29.97 \cdot 10^6 KNm^3 \\ 0 & 50.66 \cdot 10^6 KN \cdot m^2 & 12.3698 \cdot 10^7 KNm^3 \\ -29.97 \cdot 10^6 KNm^3 & 12.3698 \cdot 10^7 KNm^3 & 961.834 \cdot 10^6 KNm^4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{vmatrix} = \left\{ F_t^{MC} + \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot \right. \\ & \left. ((60m)^2 - z^2) \right\} \cdot \begin{vmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ -4.167m \end{vmatrix} \quad (8.72) \end{aligned}$$

Que vai ser rescrita como na (8.73) que é obtida fatorando a primeira componente da matriz $|J|$ e operando algebricamente no segundo lado da igualdade (8.72).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3.33m \\ 0 & 5.6289 & 13.7442m \\ -3.33m & 13.7442m & 106.870m^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \frac{10^{-6}}{9KN \cdot m^2} \cdot \left[\frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - 3600m^2) - F_t^{MC} \right] \cdot \begin{bmatrix} 1.00 \\ 0.00 \\ -4.167m \end{bmatrix} \quad (8.73)$$

Além disso, conhecendo que a inversa da matriz obtida na fatorização anterior é dada como na (8.74).

$$\begin{bmatrix} 1.1782349 & -0.1306905 & \frac{0.0535237}{m} \\ -0.1306906 & 0.2734833 & \frac{-0.0392462}{m} \\ \frac{0.053524}{m} & \frac{-0.0392464}{m} & \frac{0.0160732}{m^2} \end{bmatrix} \quad (8.74)$$

Que aplicada à (8.73) possibilita o desacoplamento do sistema de equações diferenciais segundo a (8.75).

$$\begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \\ \frac{3.6498128 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2} \\ -\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \end{pmatrix} \cdot \left[\frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - 3600m^2) - F_t^{MC} \right] \quad (8.75)$$

A solução geral para o problema descrito na (8.75) é dada pela (7.51) é rescrita na (8.76) com a mudança na notação que fora adotada nesse capítulo.

$$w_T(z) = \frac{C \cdot p_0^{MC}}{120 \cdot H} \cdot z^5 - \frac{C}{6} \cdot \left[F_T^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} \right] \cdot z^3 + \frac{C \cdot H}{2} \cdot \left[F_T^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{3} \right] \cdot z^2 \quad (8.76)$$

Expressão na qual C pode assumir qualquer um dos valores do vetor numérico à direita na (8.75). Assim, quando se objetiva determinar a função deslocamento associado com x , $C = \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2}$. Quando se deseja a função dos deslocamentos segundo o eixo y , $C = \frac{3.6498128 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}$. E quando se deseja ter a rotação expressida em

termos de z , o valor de $C = -\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}$. É importante ressaltar que em publicações anteriores na EESC, por exemplo; na tese de doutoramento de Laier (1978), w fazia o papel de φ . Neste caso só representa um deslocamento generalizado que pode assumir qualquer variável u, v, φ .

8.2.7 Cálculo dos deslocamentos

No que segue se determinam os deslocamentos segundo os eixos x, y sem levar em consideração por enquanto os deslocamentos adicionais vindos da torção.

8.2.7.1 Deslocamento $u_{0.3F_x}$

O deslocamento u devido à aplicação da norma prévia à (NEHRP-88) é expressido como na (8.77). Assim mesmo, a (8.78) e a (8.79) expressam funções de deslocamento para os casos de aplicação da norma UBC-85/97 e NBR-88 respectivamente. Nesse caso com ($k = 2$).

$$u_{0.3F_x}(z) = \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 59.932811 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left(204.78289KN + \frac{59.932811 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 60m}{2} \cdot \left[204.78289KN + \frac{59.932811 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.6503662 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628035 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.3405671 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \quad (8.77)$$

$$u_{0.3F_x}(z) = \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 49.944009 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left(504.44694KN + \frac{49.944009 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 60m}{2} \cdot \left[504.44694KN + \frac{49.944009 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.2086385 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628035 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.4359803 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \quad (8.78)$$

$$u_{0.3F_x}(z) = \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 49.881108 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left(506.32845KN + \frac{49.881108 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z^3 +$$

$$\frac{0.3 \cdot \frac{0.1061335 \cdot 10^{-6}}{KN \cdot m^2} \cdot 60m}{2} \cdot \left[506.32845 + \frac{49.881108 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.2058569 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628005 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.4365759 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \quad (8.79)$$

A (8.80) é um resumo das expressões antes obtidas para os deslocamentos registradas na (Tabela 27) e graficadas na (Figura 75).

$$\begin{cases} u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.6503662 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628035 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.3405671 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.2086385 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628035 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.4359803 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \\ u_{0.3F_x}(z) = \frac{2.2058569 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.0628005 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.4365759 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.80)$$

Tabela 27. Deslocamentos originados pelo carregamento lateral oriundo de sismo consistente em $0.3F_x$.

	NEHRP – 88	UBC – 85/97	NBR – 88 (k = 2)
z(m)	$u_{0.3F_x}(m)$	$u_{0.3F_x}(m)$	$u_{0.3F_x}(m)$
0	0	0	0
3	0,011778211	0,012636919	0,012642
6	0,045966821	0,049401353	0,049423
9	0,100853748	0,108579609	0,108628
12	0,174742368	0,188470877	0,188557
15	0,265959242	0,287393668	0,287528
18	0,372861845	0,403692254	0,403885
21	0,493846295	0,53574311	0,536005
24	0,627355081	0,681961353	0,682303
27	0,771884789	0,840807181	0,841238
30	0,925993835	1,010792317	1,011322
33	1,08831019	1,190486446	1,191125
36	1,257539112	1,37852366	1,37928
39	1,432470868	1,573608892	1,574491
42	1,61198847	1,774524361	1,775541
45	1,795075399	1,98013601	1,981294
48	1,980823334	2,18939995	2,190705
51	2,168439883	2,401368895	2,402826
54	2,357256306	2,615198607	2,616812
57	2,546735251	2,830154333	2,831928
60	2,736478476	3,04561725	3,047552

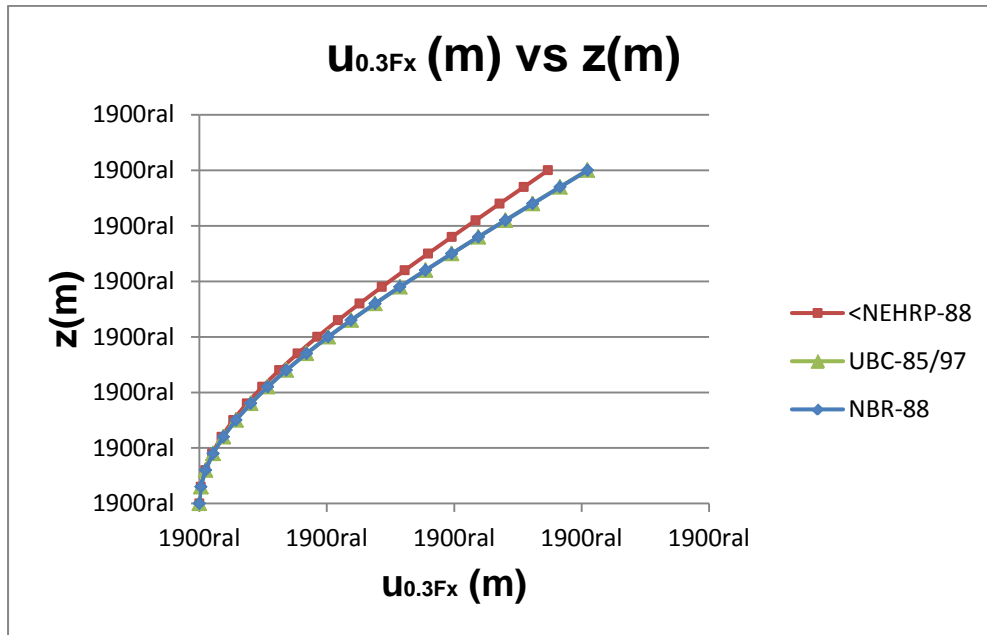


Figura 75. Comparação dos deslocamentos devida ao carregamento de $0.3F_x$ segundo 3 normativas para o segundo exemplo.

8.2.7.1.1 Cálculo de esforços

Assim mesmo a (8.81) contém as segundas derivadas dos deslocamentos dados na (8.80) que são precisadas para se obter os momentos fletores.

$$\begin{cases} u''_{0.3 \cdot F_x} = \frac{5.3007324 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.376821 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.6811342 \cdot 10^{-3}}{m} \\ u''_{0.3 \cdot F_x} = \frac{4.417277 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.376821 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.8719606 \cdot 10^{-3}}{m} \\ u''_{0.3 \cdot F_x} = \frac{4.4117138 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.3768032 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.8731518 \cdot 10^{-3}}{m} \end{cases} \quad (8.81)$$

Lembrando que só serão considerados os muros cujo plano seja paralelo ao eixo x na avaliação dos esforços. Momentos ao redor do eixo y e cisalhamentos segundo o eixo x conforme com a (Figura 76), da qual é simples de colegir que a estrutura é carente de rigidez segundo esse sentido de atuação do carregamento sísmico e que só o segundo grupo de muros será analisado visando a obtenção de esforços.

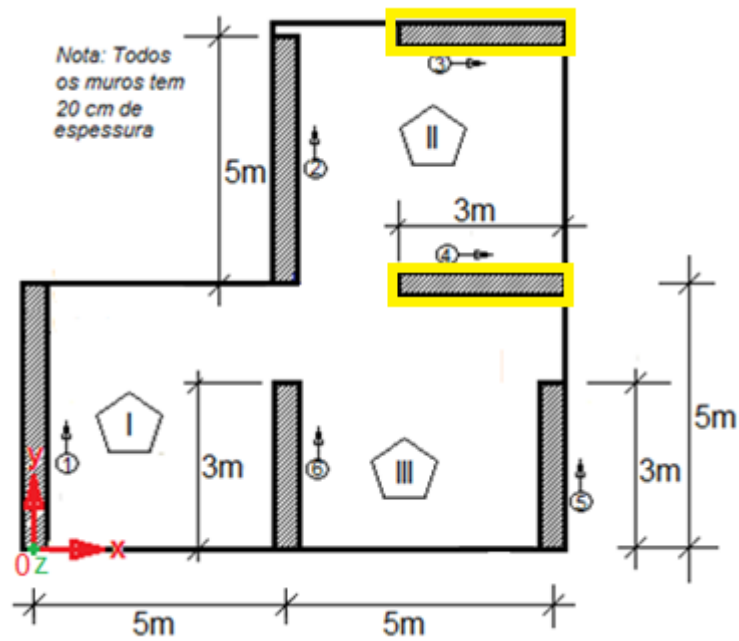


Figura 76. Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo x no exemplo 2.

8.2.7.1.1.1 Momentos fletores

Agrupando os muros como: Grupo I (muros 1,2), Grupo II (muros 3,4), Grupo III (muros 5,6). E conhecendo da (Tabela 24) o valor para o momento de inércia com respeito ao eixo y dos integrantes do segundo grupo $I_{yII} = 0.450m^4$ desde a expressão fundamental da flexão são obtidos os esforços nos elementos considerados segundo essa direção de análise.

Para o segundo grupo de muros, as expressões dos momentos de flexão relativa ao eixo y são dadas nas (8.82), (8.83), (8.84) e que ficam traduzidas em formato gráfico e tabulado nas (Tabela 28) e na (Figura 77) respectivamente.

$$M_{yII} = E_{II} \cdot I_{yII} \cdot u''_{0.3 \cdot F_x} \rightarrow M_{yII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left(\frac{5.3007324 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.376821 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.6811342 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII} = 0.0238532 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 286.95695KN \cdot z + 12065.104KNm$$

(8.82)

$$M_{yII} = E_{II} \cdot I_{yII} \cdot u''_{0,3 \cdot F_x} \rightarrow M_{yII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left(\frac{4.417277 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.376821 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.8719606 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII} = 0.0198777 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 286.95695KN \cdot z + 12923.823KNm$$

(8.83)

$$M_{yII} = E_{II} \cdot I_{yII} \cdot u''_{0,3 \cdot F_x} \rightarrow M_{yII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left(\frac{4.4117138 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{6.3768032 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{2.8731518 \cdot 10^{-3}}{m} \right) \rightarrow M_{yII} = 0.0198527 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 286.95614KN \cdot z + 12929.183KNm$$

(8.84)

Tabela 28. Momentos fletores no segundo grupo de muros oriundos de um deslocamento $u_{0,3F_x}$.

	< NEHRP – 88	UBC – 85/97	NBR – 88 (k = 2)
z(m)	$M_{yII}(KNm)$	$M_{yII}(KNm)$	$M_{yII}(KNm)$
0	12065,104	12923,823	12929,183
3	11204,87719	12063,489	12068,8506
6	10348,51459	11206,375	11211,73434
9	9499,880433	10355,701	10361,05036
12	8662,83893	9514,6883	9520,014786
15	7841,2543	8686,556	8691,843763
18	7038,990762	7874,5246	7879,753426
21	6259,912535	7081,8144	7086,959915
24	5507,883837	6311,6455	6316,679365
27	4786,768886	5567,2381	5572,127914
30	4100,4319	4851,8124	4856,5217
33	3452,737098	4168,5886	4173,07686
36	2847,548699	3520,7868	3525,009531
39	2288,730921	2911,6272	2915,535851
42	1780,147982	2344,3301	2347,871958
45	1325,6641	1822,1157	1825,233988
48	929,1434944	1348,204	1350,838078
51	594,4503832	925,81533	927,9003677
54	325,4489848	558,16985	559,6369928
57	126,0035176	248,48775	249,2640911
60	-0,0218	-0,0108	-0,0022

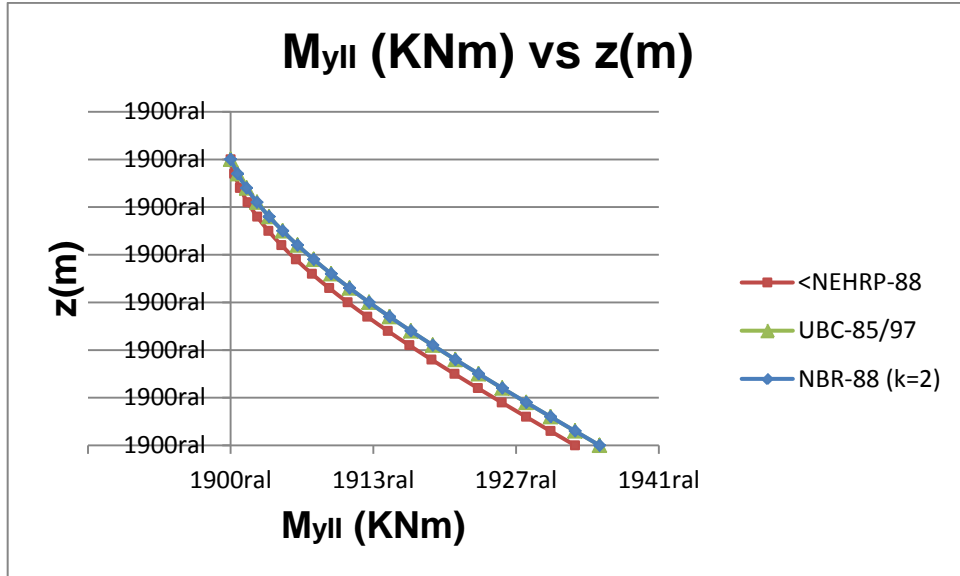


Figura 77. Momento no segundo grupo de muros em flexão com respeito ao eixo y no exemplo 2.

8.2.7.1.1.2 Esforços cisalhantes

Com auxílio da (8.33) são obtidos os esforços cisalhantes nos muros objeto de análise. Assim, a (8.85) define expressões para os esforços de cisalhamento para o segundo grupo apresentadas nas (Figura 78) e (Erro! Fonte de referência não encontrada.).

$$\begin{cases} V_{xII} = -0.0715596 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 286.95695KN \\ V_{xII} = -0.0596331 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 286.95695KN \\ V_{xII} = -0.0595581 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 286.95614KN \end{cases} \quad (8.85)$$

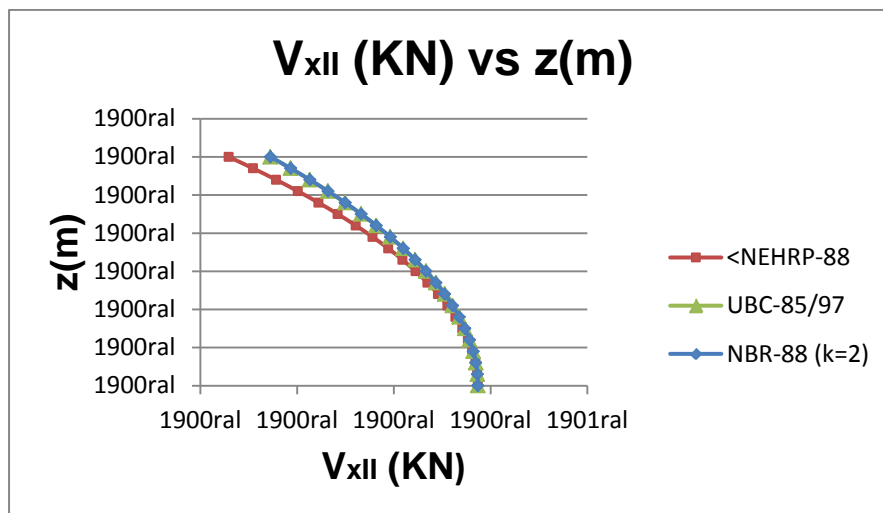


Figura 78. Esforços de cisalhamento nos muros 3 e 4 originários do deslocamento u .

Tabela 29. Esforços de cisalhamento no segundo grupo de muros oriundos de um deslocamento $u_{0,3F_x}$.

	< NEHRP – 88	UBC – 85/97	NBR – 88 (k = 2)
$z(m)$	$V_{xII}(KN)$	$V_{xII}(KN)$	$V_{xII}(KN)$
0	286,95695	286,95695	286,95614
3	286,3129136	286,42025	286,4201171
6	284,3808044	284,81016	284,8120484
9	281,1606224	282,12667	282,1319339
12	276,6523676	278,36978	278,3797736
15	270,85604	273,5395	273,5555675
18	263,7716396	267,63583	267,6593156
21	255,3991664	260,65875	260,6910179
24	245,7386204	252,60828	252,6506744
27	234,7900016	243,48442	243,5382851
30	222,55331	233,28716	233,35385
33	209,0285456	222,0165	222,0973691
36	194,2157084	209,67245	209,7688424
39	178,1147984	196,255	196,3682699
42	160,7258156	181,76416	181,8956516
45	142,04876	166,19992	166,3509875
48	122,0836316	149,56229	149,7342776
51	100,8304304	131,85126	132,0455219
54	78,2891564	113,06683	113,2847204
57	54,4598096	93,209008	93,4518731
60	29,34239	72,27779	72,54698

8.2.7.2 Rotações $\varphi_{0,3F_x}^0$ e $\varphi_{0,3F_x}^{CT}$

A (8.86) define o deslocamento de rotação do edifício do exemplo 2 quando considerada a norma anterior à NEHRP-88. A grandeza $\varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0$ representa um deslocamento angular com respeito à origem 0 quando aplicada a carga de $0.3 \cdot F_x$ no centro de massas do pavimento. Também é definida $\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0$ como a rotação com respeito à origem quando resistida a carga de $0.3 \cdot F_x$ no centro de rigidezes da planta do andar. Isso é feito porque o interesse na verdade está em determinar a rotação da laje em torno de um eixo que está na metade da distância entre o CM e o CR, visando determinar deslocamentos vinculados com torção.

$$\begin{aligned} \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{0.3 \cdot \frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 59.932811 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 + 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{6} \cdot \left[204.78289KN + \right. \\ &\left. \frac{59.932811 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 - 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{2} \cdot \left[204.78289KN \cdot 60m + \frac{59.932811 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \\ \rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{3.7327665 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968487 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{1.8880501 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.86)$$

Pela sua parte, as (8.87) e (8.88) definem a rotação quando empregada a norma UBC-85/97 e a NBR-88 respectivamente.

$$\begin{aligned} \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{0.3 \cdot \frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 49.944009 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 + 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{6} \cdot \left[504.44694KN + \right. \\ &\left. \frac{49.944009 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 - 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{2} \cdot \left[504.44694KN \cdot 60m + \frac{49.944009 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \\ \rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{3.1106388 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968487 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{2.0224297 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.87)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{0.3 \cdot \frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 49.881108 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 + 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{6} \cdot \left[506.32845KN + \right. \\ &\left. \frac{49.881108 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 - 0.3 \cdot \frac{\frac{1.4947805 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3}}{2} \cdot \left[506.32845KN \cdot 60m + \frac{49.881108 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \\ \rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) &= -\frac{3.1067211 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968446 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{2.0232684 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.88)$$

Como resumo, as três expressões são dadas na (8.89).

$$\begin{cases} \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) = -\frac{3.7327665 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968487 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{1.8880501 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) = -\frac{3.1106388 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968487 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{2.0224297 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 (rad) = -\frac{3.1067211 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{1.4968446 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{2.0232684 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.89)$$

Essas rotações foram determinadas aplicando o carregamento sísmico no *CM* do pavimento e são referidas à origem de coordenadas. No entanto, a rotação de interesse é aquela que acontece entre o binário de forças aplicadas, uma delas no *CM* e a outra no *CR*.

Por ora fora analisado só o primeiro caso. Carga de $0.3 \cdot F_x$ atuando no *CM*. A (8.90) define o segundo caso, quando a carga de $0.3 \cdot F_x$ seja aplicada no *CR*.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3.33m \\ 0 & 5.6289 & 13.7442m \\ -3.33m & 13.7442m & 106.870m^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \frac{10^{-6}}{9KN \cdot m^2} \cdot \left[\frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - 3600m^2) - F_t^{MC} \right] \cdot \begin{bmatrix} -1.00 \\ 0.00 \\ 4.558185m \end{bmatrix} \quad (8.90)$$

A terceira componente é positiva porque quando a força lateral atua com esse braço respeito da origem produz uma rotação coincidente com o sentido suposto positivo. Contrário às agulhas do relógio.

A expressão desacoplada é dada na (8.91).

$$\begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1.0380711 \cdot 10^{-7}}{KNm^2} \\ \frac{-5.3556489 \cdot 10^{-9}}{KNm^2} \\ \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{KNm^3} \end{bmatrix} \cdot \left[\frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - 3600m^2) - F_t^{MC} \right] \quad (8.91)$$

As (8.92), (8.93) e (8.94) definem os deslocamentos angulares com respeito à origem de coordenadas para cada norma considerada por ora.

$$\begin{aligned}
\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = & \frac{0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot 59.932811 \frac{\text{KN}}{\text{m}}}{120 \cdot 60\text{m}} \cdot z^5 - 0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[204.78289\text{KN} + \frac{59.932811 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot 60\text{m}}{2} \right] \cdot z^3 + 0.3 \cdot \\
& \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[204.78289\text{KN} \cdot 60\text{m} + \frac{59.932811 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot (60\text{m})^2}{3} \right] \cdot z^2 \quad \rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = \frac{5.4773645 \cdot 10^{-12}}{\text{m}^5} \cdot \\
& z^5 - \frac{2.1964368 \cdot 10^{-7}}{\text{m}^3} \cdot z^3 + \frac{2.7704755 \cdot 10^{-5}}{\text{m}^2} \cdot z^2 \quad (8.92)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = & \frac{0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot 49.944009 \frac{\text{KN}}{\text{m}}}{120 \cdot 60\text{m}} \cdot z^5 - 0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[504.44694\text{KN} + \frac{49.944009 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot 60\text{m}}{2} \right] \cdot \\
& z^3 + 0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[504.44694\text{KN} \cdot 60\text{m} + \frac{49.944009 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot (60\text{m})^2}{3} \right] \cdot z^2 \quad \rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = \\
& \frac{4.5644704 \cdot 10^{-12}}{\text{m}^5} \cdot z^5 - \frac{2.1964368 \cdot 10^{-7}}{\text{m}^3} \cdot z^3 + \frac{2.9676606 \cdot 10^{-5}}{\text{m}^2} \cdot z^2 \quad (8.93)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = & \frac{0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot 49.881108 \frac{\text{KN}}{\text{m}}}{120 \cdot 60\text{m}} \cdot z^5 - 0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[506.32845\text{KN} + \right. \\
& \left. \frac{49.881108 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot 60\text{m}}{2} \right] \cdot z^3 + 0.3 \cdot \frac{2.193402 \cdot 10^{-9}}{\text{KNm}^3} \cdot \left[506.32845\text{KN} \cdot 60\text{m} + \frac{49.881108 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \cdot (60\text{m})^2}{3} \right] \cdot z^2 \\
\rightarrow \varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0(\text{rad}) = & \frac{4.5587218 \cdot 10^{-12}}{\text{m}^5} \cdot z^5 - \frac{2.1964307 \cdot 10^{-7}}{\text{m}^3} \cdot z^3 + \frac{2.9688914 \cdot 10^{-5}}{\text{m}^2} \cdot z^2 \quad (8.94)
\end{aligned}$$

Conhecidas as funções rotação referidas à origem de coordenadas para os dois casos. Carga no CM e carga no CR , uma somatória algébrica de deslocamentos determina o giro resultante devido ao binário formado pelo carregamento de $0.3 \cdot F_x$ atuante e resistido. Mesmo que a soma de rotações não seja comutativa, neste caso é válida porque todos eles ficam contidos no mesmo plano. Assim a (8.95) define o deslocamento rotacional com respeito ao centro de torção devido só ao carregamento contido no plano da laje e atuante segundo x .

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} = \varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0 + \varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 \quad (8.95)$$

Então, nas (8.96), são definidas expressões para $\varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT}$ segundo cada uma das normas levadas em consideração. Funções que também podem ser obtidas a partir dos dados da (Tabela 30) e que esquematizadas na (Figura 79).

$$\begin{cases} \varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} (rad) = \frac{1.744598 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.8824254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} (rad) = \frac{1.4538316 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.9452309 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} (rad) = \frac{1.4520007 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995861 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.945623 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.96)$$

Tabela 30. Resumo das rotações com respeito à origem e o centro de torção devidas ao carregamento de $0.3 \cdot F_x$ no edifício do exemplo 2.

$z(m)$	< NEHRP – 88	< NEHRP – 88	< NEHRP – 88	UBC – 85/97	UBC – 85/97	UBC – 85/97	NBR – 88 (k = 2)	NBR – 88 (k = 2)	NBR – 88 (k = 2)
	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CM}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x CR}^0 \cup$	$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^{CT} \cup$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-0,00016588	0,000243414	7,75298E-05	-0,000177978	0,00026116	8,31822E-05	-0,000178053	0,000261271	8,32175E-05
6	-0,0006474	0,000949971	0,000302576	-0,000695767	0,00102095	0,000325183	-0,000696069	0,001021393	0,000325325
9	-0,00142042	0,002084288	0,000663868	-0,001529231	0,002243954	0,000714723	-0,001529911	0,002244951	0,000715041
12	-0,00246107	0,003611303	0,001150238	-0,002654417	0,003895023	0,001240605	-0,002655625	0,003896795	0,00124117
15	-0,00374576	0,005496432	0,001750671	-0,004047643	0,005939405	0,001891763	-0,004049528	0,005942172	0,001892644
18	-0,00525138	0,007705729	0,002454355	-0,005685588	0,008342883	0,002657295	-0,0056883	0,008346864	0,002658564
21	-0,00695533	0,010206047	0,003250733	-0,007545388	0,011071905	0,003526517	-0,007549074	0,011077315	0,003528241
24	-0,00883568	0,012965199	0,004129551	-0,00960472	0,014093716	0,004488996	-0,009609526	0,014100768	0,004491242
27	-0,01087126	0,015952114	0,005080915	-0,011841899	0,017376494	0,005534595	-0,011847965	0,017385396	0,005537431
30	-0,01304178	0,019137	0,006095334	-0,014235964	0,020889483	0,006653518	-0,014243429	0,020900437	0,006657008
33	-0,0153279	0,022491502	0,007163778	-0,01676677	0,024603121	0,007836351	-0,016775765	0,024616322	0,007840557
36	-0,01771141	0,025988862	0,008277724	-0,01941508	0,028489182	0,009074102	-0,019425732	0,028504814	0,009079082
39	-0,02017528	0,02960408	0,009429209	-0,022162654	0,0325209	0,010358246	-0,022175081	0,032539138	0,010364057
42	-0,02270378	0,03331407	0,010610879	-0,02499234	0,036673108	0,011680768	-0,025006654	0,036694113	0,01168746
45	-0,02528261	0,037097826	0,011816045	-0,027888168	0,04092237	0,013034202	-0,027904466	0,040946288	0,013041822
48	-0,027899	0,040936576	0,013038727	-0,030835434	0,045247112	0,014411677	-0,030853805	0,045274072	0,014420267
51	-0,03054179	0,044813943	0,014273709	-0,033820798	0,049627756	0,015806958	-0,033841315	0,049657867	0,015816552
54	-0,03320159	0,048716107	0,015516589	-0,036832368	0,054046856	0,017214488	-0,03685509	0,054080202	0,017225112
57	-0,03587085	0,052631964	0,01676383	-0,039859797	0,058489226	0,018629429	-0,039884766	0,058525869	0,018641104
60	-0,03854398	0,056553282	0,018012811	-0,04289437	0,062942079	0,020047709	-0,042921605	0,062982049	0,020060444

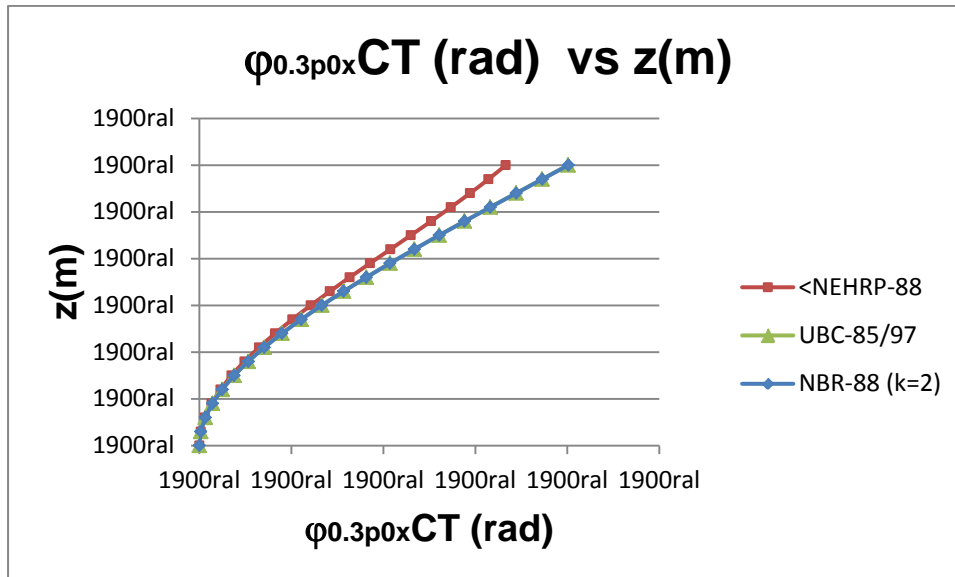


Figura 79. Funções da rotação com respeito ao centro de torção (CT) do pavimento originadas pelo carregamento de $0.3 \cdot F_x$.

8.2.7.2.1 Deslocamentos vinculados com a torção

Na (8.97) é rescrita a expressão obtida na (3.18) para determinação dos deslocamentos atrelados a rotação do pavimento.

$$\begin{cases} u_{t0.3 \cdot F_x} = \frac{d \cdot \phi_{0.3F_x} \cdot \text{sen} \alpha}{2} \\ v_{t0.3 \cdot F_x} = \frac{d \cdot \phi_{0.3F_x} \cdot \text{cos} \alpha}{2} \end{cases} \quad (8.97)$$

As (8.98), (8.99) e (8.100) definem os deslocamentos segundo as direções x pelo carregamento de $0.3F_x$.

$$u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.744598 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.8824254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\arctg \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{1.8338529 \cdot 10^{-14}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{7.3537903 \cdot 10^{-10}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{9.2757028 \cdot 10^{-8}}{m} \cdot z^2 \quad (8.98)$$

$$u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.4538316 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.9452309 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{1.5282096 \cdot 10^{-14}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{7.3537903 \cdot 10^{-10}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{9.9358891 \cdot 10^{-8}}{m} \cdot z^2 \quad (8.99)$$

$$u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.4520007 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995861 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.945623 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{1.5262854 \cdot 10^{-14}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{7.3537692 \cdot 10^{-10}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{9.9400107 \cdot 10^{-8}}{m} \cdot z^2 \quad (8.100)$$

Assim mesmo, as (8.101), (8.102) e (8.103) definem os deslocamentos segundo y no caso da aplicação das três normas consideradas por enquanto.

$$v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.744598 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.8824254 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \cos \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{3.1060811 \cdot 10^{-12}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.2455462 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.5710696 \cdot 10^{-5}}{m} \cdot z^2 \quad (8.101)$$

$$v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.4538316 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995881 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.9452309 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \cos \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{2.5884008 \cdot 10^{-12}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.2455462 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.6828884 \cdot 10^{-5}}{m} \cdot z^2 \quad (8.102)$$

$$v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[\frac{1.4520007 \cdot 10^{-12}}{m^5} \cdot z^5 - \frac{0.6995861 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.945623 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \cos \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t0.3 \cdot F_x}(z) = \frac{2.585141 \cdot 10^{-12}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{1.2455426 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{1.6835865 \cdot 10^{-5}}{m} \cdot z^2 \quad (8.103)$$

8.2.7.3 Deslocamento v

Neste caso, considera-se o 100% do carregamento em y , O sistema geral dado na

(8.104) depende dos valores das componentes do vetor $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. As quais são: $a = 0.0$,

$b = 1.0$, $c = 5.833m$.

$$- \begin{bmatrix} 9 \cdot 10^6 \text{KN} \cdot \text{m}^2 & 0 & -29.97 \cdot 10^6 \text{KNm}^3 \\ 0 & 50.66 \cdot 10^6 \text{KN} \cdot \text{m}^2 & 12.3698 \cdot 10^7 \text{KNm}^3 \\ -29.97 \cdot 10^6 \text{KNm}^3 & 12.3698 \cdot 10^7 \text{KNm}^3 & 961.834 \cdot 10^6 \text{KNm}^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \left\{ F_t^{MC} + \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot ((60m)^2 - z^2) \right\} \cdot \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ 5.833m \end{bmatrix} \quad (8.104)$$

Que vai ser rescrita como na (8.105) com o processo de fatoramento feito na caso das cargas em x .

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3.33m \\ 0 & 5.6289 & 13.7442m \\ -3.33m & 13.7442m & 106.870m^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \frac{10^{-6}}{9 \text{KN} \cdot \text{m}^2} \cdot \left\{ \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - (60m)^2) - F_t^{MC} + \right\} \cdot \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ 5.833m \end{bmatrix} \quad (8.105)$$

Então o desacoplamento é obtido nas (8.106) e (8.107).

$$\begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1782349 & -0.1306905 & \frac{0.0535237}{m} \\ -0.1306906 & 0.2734833 & \frac{-0.0392462}{m} \\ \frac{0.053524}{m} & \frac{-0.0392464}{m} & \frac{0.0160732}{m^2} \end{bmatrix} \cdot \frac{10^{-6}}{9 \text{KN} \cdot \text{m}^2} \cdot \left\{ \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - (60m)^2) - F_t^{MC} + \right\} \cdot \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.00 \\ 5.833m \end{bmatrix} \quad (8.106)$$

$$\begin{bmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2.0168138 \cdot 10^{-8}}{\text{KN} \cdot \text{m}^2} \\ \frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{\text{KN} \cdot \text{m}^2} \\ \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{\text{KN} \cdot \text{m}^3} \end{pmatrix} \cdot \left\{ \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - (60m)^2) - F_t^{MC} + \right\} \quad (8.107)$$

Objetiva-se agora obter as grandezas p_o^{MC} e F_t^{MC} para o caso de sismo atuando segundo y . Para <NEHRP-88 e UBC-85/97 o expoente $k = 1$. Assim, a (Tabela 31) facilita a obtenção desses valores.

Tabela 31. Resumo da análise sísmica segundo o eixo y quando considera-se que ($k = 1$) no caso de carregamento de $1.0F_y$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0					
3	750	2250	0,005	23,76748333	71,30245
6	750	4500	0,01	47,53496667	285,2098
9	750	6750	0,015	71,30245	641,72205
12	750	9000	0,02	95,06993334	1140,8392
15	750	11250	0,025	118,8374167	1782,56125
18	750	13500	0,03	142,6049	2566,8882
21	750	15750	0,035	166,3723833	3493,82005
24	750	18000	0,04	190,1398667	4563,3568
27	750	20250	0,045	213,90735	5775,49845
30	750	22500	0,05	237,6748333	7130,245
33	750	24750	0,055	261,4423167	8627,59645
36	750	27000	0,06	285,2098	10267,5528
39	750	29250	0,065	308,9772833	12050,11405
42	750	31500	0,07	332,7447667	13975,2802
45	750	33750	0,075	356,51225	16043,05125
48	750	36000	0,08	380,2797333	18253,4272
51	750	38250	0,085	404,0472167	20606,40805
54	750	40500	0,09	427,8147	23101,9938
57	750	42750	0,095	451,5821833	25740,18445
60	375	22500	0,05	237,6748333	14260,49
	14625	450000	1	4753,496667	190377,5415

Segundo a norma existente antes da NEHRP-88 a (8.108) define os valores para p_o^{MC} e F_t^{MC} .

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{Ty}^{MC} = 0.1 \cdot 4753.496667KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 190377.5415KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4753.496667KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 486.04508KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 4753.496667KN - 190377.5415KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 142.24838 \frac{KN}{m} \end{array} \right.$$

(8.108)

Na (8.109) é determinada a função deslocamento com a aplicação dessa normatividade.

$$\begin{aligned}
v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2} \cdot 142.24838 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left[486.04508KN + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\
&\frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{2} \cdot \left[486.04508KN \cdot 60m + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{9.7818185 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \\
&\frac{3.9225338 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{4.947688 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.109)
\end{aligned}$$

As (8.110) e (8.111) possibilitam a obtenção dos termos com índice *MC* na norma UBC-85/97.

$$\begin{aligned}
F_T = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1v} \cdot V_B < 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_T = \frac{0.07}{s} \cdot 4.2365918s \cdot V_B <? 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_T = \\
0.2965614V_B > 0.25 \cdot V_B \quad (8.110)
\end{aligned}$$

Então segundo a (8.110) é válido escrever a (8.111).

$$\begin{cases} F_T = 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_T^{MC} = 0.25 \cdot 4753.496667KN \rightarrow F_T^{MC} = 1188.3742KN \\ F_{\Delta} = 0.75 \cdot V_B \end{cases} \quad (8.111)$$

As F_t^{MC} e p_{0y}^{MC} são dadas na (8.112).

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = 1188.3746KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 190377.5415KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4753.496667KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 1197.2875KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 4753.496667KN - 190377.5415KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 118.54032 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.112)$$

A (8.113) define o deslocamento segundo *y* no caso da aplicação da norma UBC-85/97.

$$\begin{aligned}
v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2} \cdot 118.54032 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left[1197.2875KN + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\
&\frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{2} \cdot \left[1197.2875KN \cdot 60m + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{8.1515157 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \\
&\frac{3.9225343 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{5.2998338 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.113)
\end{aligned}$$

Tabela 32. Resumo da análise sísmica segundo o eixo y quando considera-se que ($k = 2$) no caso de carregamento de $1.0F_y$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm^2)$	$C_{vi} > 88$	$F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0					
3	750	6750	0,0004	1,78033583	5,341007491
6	750	27000	0,0015	7,121343321	42,72805993
9	750	60750	0,0034	16,02302247	144,2072023
12	750	108000	0,006	28,48537328	341,8244794
15	750	168750	0,0094	44,50839576	667,6259364
18	750	243000	0,0135	64,09208989	1153,657618
21	750	330750	0,0184	87,23645568	1831,965569
24	750	432000	0,024	113,9414931	2734,595835
27	750	546750	0,0303	144,2072023	3893,594461
30	750	675000	0,0375	178,033583	5341,007491
33	750	816750	0,0453	215,4206355	7108,88097
36	750	972000	0,0539	256,3683596	9229,260944
39	750	1140750	0,0633	300,8767553	11734,19346
42	750	1323000	0,0734	348,9458227	14655,72455
45	750	1518750	0,0843	400,5755618	18025,90028
48	750	1728000	0,0959	455,7659725	21876,76668
51	750	1950750	0,1082	514,5170549	26240,3698
54	750	2187000	0,1213	576,828809	31148,75569
57	750	2436750	0,1352	642,7012347	36633,97038
60	375	1350000	0,0749	356,0671661	21364,02996
	14625	18022500	1	4753,496667	214174,4

Para aplicação da NBR-88 onde é empregado $k = 2$, procede-se a considerar a (Tabela 32) e baseado nela fazer uso das expressões simplificadas na (2.26) com as quais é possível se obter as grandezas F_{Ty}^{MC} e p_{0y}^{MC} . Isso é feito na (8.114).

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 214174.4 KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4753.496667KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 1201.7268KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 4753.496667KN - 214174.4KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 118.39233 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.114)$$

A (8.115) define o deslocamento segundo y no caso de aplicação da NBR-88.

$$\begin{aligned}
 v_{1.0 \cdot F_y}(z) = & \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2} \cdot 118.39233 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{6} \cdot \left[1201.7268KN + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\
 & \frac{\frac{4.951135 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^2}}{2} \cdot \left[1201.7268KN \cdot 60m + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{8.141339 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \\
 & \frac{3.922534 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{5.3020319 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2
 \end{aligned} \tag{8.115}$$

Dessa maneira, a (8.116) exprime um resumo dos três deslocamentos definidos nas (8.109), (8.113) e na (8.115) representados na (Figura 80) e na (Tabela 33).

$$\left\{ \begin{aligned}
 v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= \frac{9.7818185 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{3.9225338 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{4.947688 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\
 v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= \frac{8.1515157 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{3.9225343 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{5.2998338 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\
 v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= \frac{8.141339 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 - \frac{3.922534 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + \frac{5.3020319 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2
 \end{aligned} \right. \tag{8.116}$$

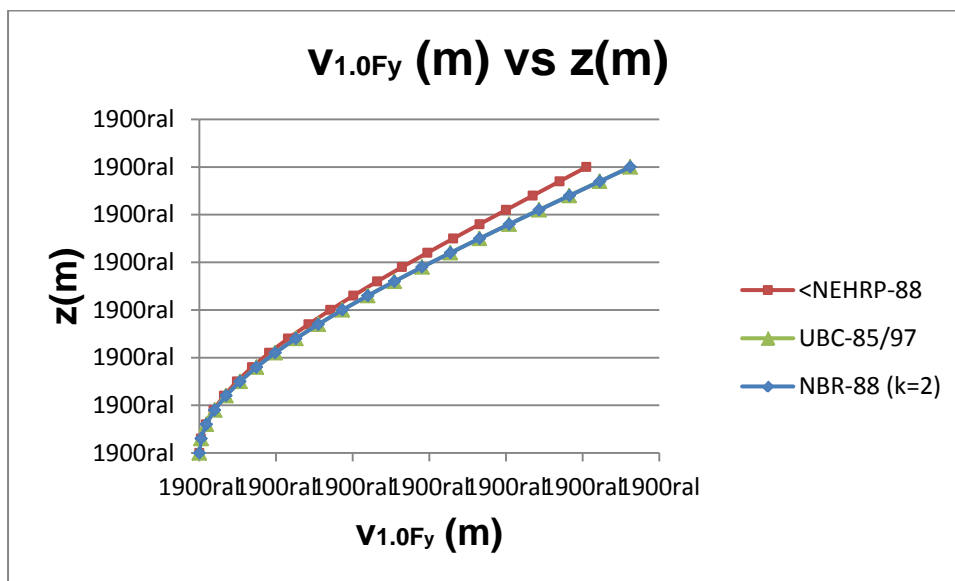
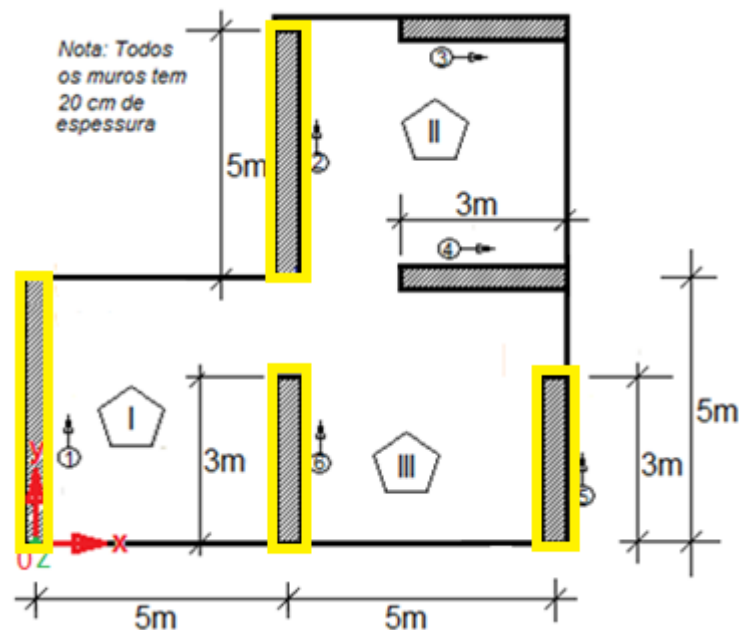


Figura 80. Comparação deslocamentos segundo y por causa do carregamento 1.0Fy.

Tabela 33. Deslocamentos segundo o eixo y devidos ao carregamento $1.0F_y$.

$z(m)$	<NEHRP-88 $v_{1.0F_y}(m)$	UBC-85/97 $v_{1.0F_y}(m)$	NBR-88 $v_{1.0F_y}(m)$
0	0	0	0
3	0,004347035	0,004663962	0,00466594
6	0,01696517	0,018232768	0,01824068
9	0,037222522	0,04007394	0,04009174
12	0,064492909	0,069559751	0,06959138
15	0,098158709	0,106069608	0,10611899
18	0,137613708	0,148992424	0,14906345
21	0,182265955	0,197728997	0,19782552
24	0,231540611	0,251694387	0,25182019
27	0,284882806	0,310320295	0,31047908
30	0,341760489	0,373057434	0,3732528
33	0,401667279	0,439377913	0,43961331
36	0,464125319	0,50877761	0,50905634
39	0,52868813	0,580778549	0,58110372
42	0,594943458	0,654931277	0,65530574
45	0,662516134	0,730817245	0,73124361
48	0,731070919	0,80805118	0,80853172
51	0,800315362	0,886283461	0,88682011
54	0,870002648	0,965202504	0,96579679
57	0,939934454	1,044537129	1,04519012
60	1,0099638	1,124058945	1,12477119

8.2.7.3.1 Determinação dos esforços

**Figura 81.** Destaque para elementos que serão considerados na análise para carregamento segundo o eixo y no exemplo 2.

Considerando só os muros orientados segundo y e de acordo com a (Figura 81).

8.2.7.3.1.1 Momentos de flexão

A (8.117) exprime as segundas derivadas para as elásticas dadas na (8.116).

$$\begin{cases} v''_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{1.9563637 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535203 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{9.895376 \cdot 10^{-4}}{m} \\ v''_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{1.6303031 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535206 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0599668 \cdot 10^{-3}}{m} \\ v''_{1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{1.6282678 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535204 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0604064 \cdot 10^{-3}}{m} \end{cases} \quad (8.117)$$

Os grupos a serem analisados são o grupo I e o grupo III. Para o primeiro deles as (8.118), (8.119), (8.120) definem as funções momentos fletores de acordo com cada normatividade respectivamente. As (Figura 82) e a (Tabela 34) são duas formas alternativas de apresentar a informação dada algebricamente pelas essas expressões.

$$M_{xl} = E_I \cdot I_{xl} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xl} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot \left[\frac{1.9563637 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535203 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{9.895376 \cdot 10^{-4}}{m} \right] \rightarrow M_{xl} = \frac{0.040751KN}{m^2} \cdot z^3 - 490.23828KN \cdot z + 20612.068KNm \quad (8.118)$$

$$M_{xl} = E_I \cdot I_{xl} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xl} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot \left[\frac{1.6303031 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535206 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0599668 \cdot 10^{-3}}{m} \right] \rightarrow M_{xl} = \frac{0.0339592KN}{m^2} \cdot z^3 - 490.23834KN \cdot z + 22079.108KNm \quad (8.119)$$

$$M_{xl} = E_I \cdot I_{xl} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xl} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 2.083m^4 \cdot \left[\frac{1.6282678 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535204 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0604064 \cdot 10^{-3}}{m} \right] \rightarrow M_{xl} = \frac{0.0339168KN}{m^2} \cdot z^3 - 490.2383KN \cdot z + 22088.265KNm \quad (8.120)$$

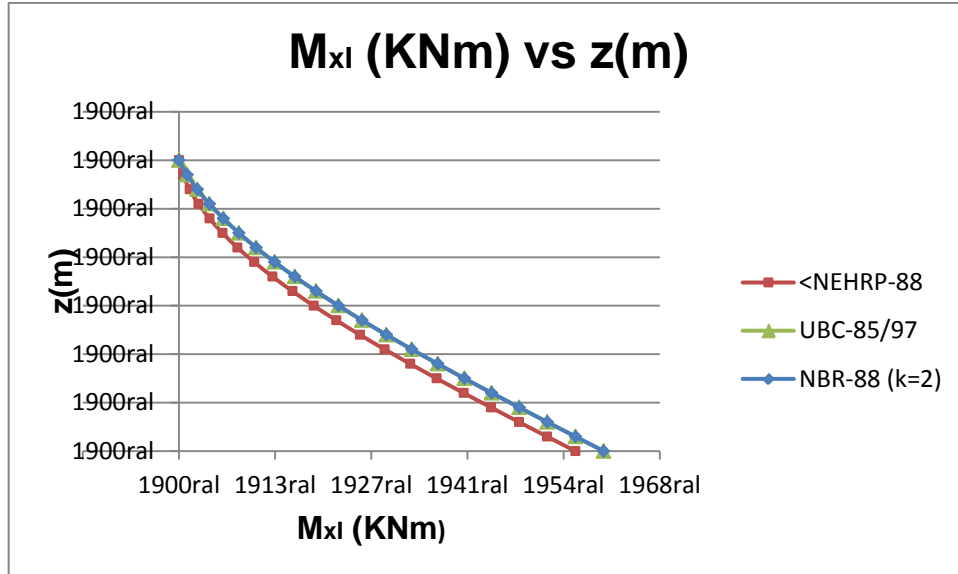


Figura 82. Momento no primeiro grupo de muros em flexão com respeito ao eixo x no exemplo 2.

Tabela 34. Momentos no primeiro grupo de muros originários de um deslocamento v .

$z(m)$	<NEHRP-88 $M_{xl}(KNm)$	UBC-85/97 $M_{xl}(KNm)$	NBR-88 (k=2) $M_{xl}(KNm)$
0	20612,068	22079,108	22088,265
3	19142,45344	20609,30988	20618,46585
6	17679,44054	19145,01315	19154,16123
9	16229,63096	17691,7192	17700,84565
12	14799,62637	16254,92942	16264,01363
15	13396,02843	14840,1452	14849,1597
18	12025,43879	13452,86793	13461,77838
21	10694,45913	12098,59901	12107,36418
24	9409,691104	10782,83982	10791,41164
27	8177,736373	9511,091754	9519,415274
30	7005,1966	8288,8562	8296,8696
33	5898,673447	7121,63455	7129,269142
36	4864,768576	6014,928195	6022,108421
39	3910,083649	4974,238525	4980,881959
42	3041,220328	4005,06693	4011,084278
45	2264,780275	3112,9148	3118,2099
48	1587,365152	2303,283526	2307,753346
51	1015,576621	1581,674499	1585,209137
54	556,016344	953,5891088	956,0717952
57	215,285983	424,5287456	425,8358424
60	-0,0128	-0,0052	-0,0042

E os momentos nos muros 5,6 ficam expressos nas (8.121), (8.122), (8,123) assim como nas (Tabela 35) e na (Figura 83).

$$M_{xIII} = E_{III} \cdot I_{xIII} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xIII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left[\frac{1.9563637 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535203 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{9.895376 \cdot 10^{-4}}{m} \right] \rightarrow M_{xIII} = \frac{8.8036367 \cdot 10^{-3} KN}{m^2} \cdot z^3 - 105.90841 KN \cdot z + 4452.9192 KNm \quad (8.121)$$

$$M_{xIII} = E_{III} \cdot I_{xIII} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xIII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left[\frac{1.6303031 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535206 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0599668 \cdot 10^{-3}}{m} \right] \rightarrow M_{xIII} = \frac{7.336364 \cdot 10^{-3} KN}{m^2} \cdot z^3 - 105.90843 KN \cdot z + 4769.8506 KNm \quad (8.122)$$

$$M_{xIII} = E_{III} \cdot I_{xIII} \cdot v''_{p_{1.0y}}(z) \rightarrow M_{xIII} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.450m^4 \cdot \left[\frac{1.6282678 \cdot 10^{-9}}{m^4} \cdot z^3 - \frac{2.3535204 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z + \frac{1.0604064 \cdot 10^{-3}}{m} \right] \rightarrow M_{xIII} = \frac{7.3272051 \cdot 10^{-3} KN}{m^2} \cdot z^3 - 105.90843 KN \cdot z + 4771.8288 KNm \quad (8.123)$$

Tabela 35. Momentos no terceiro grupo de muros originários de um deslocamento v .

$z(m)$	<NEHRP-88 $M_{xIII}(KNm)$	UBC-85/97 $M_{xIII}(KNm)$	NBR-88 (k=2) $M_{xIII}(KNm)$
0	4452,9192	4769,8506	4771,8288
3	4135,431668	4452,323392	4454,301345
6	3819,370326	4135,984675	4137,960896
9	3506,161361	3822,022939	3823,994463
12	3197,230964	3511,626677	3513,58905
15	2894,005324	3205,984379	3207,931667
18	2597,910629	2906,284535	2908,20932
21	2310,373069	2613,715637	2615,609016
24	2032,818834	2329,466176	2331,317763
27	1766,674111	2054,724643	2056,522568
30	1513,365091	1790,679528	1792,410438
33	1274,317962	1538,519323	1540,16838
36	1050,958914	1299,432519	1300,983401
39	844,7141354	1074,607606	1076,042509
42	657,0098158	865,233076	866,5327114
45	489,2721443	672,4974195	673,6410147
48	342,9273099	497,5891275	498,5544264
51	219,4015019	341,696691	342,4599537
54	120,1209093	206,0086009	206,5446039
57	46,51172138	91,71334825	91,99538408
60	0,0001272	-0,000576	-0,0006984

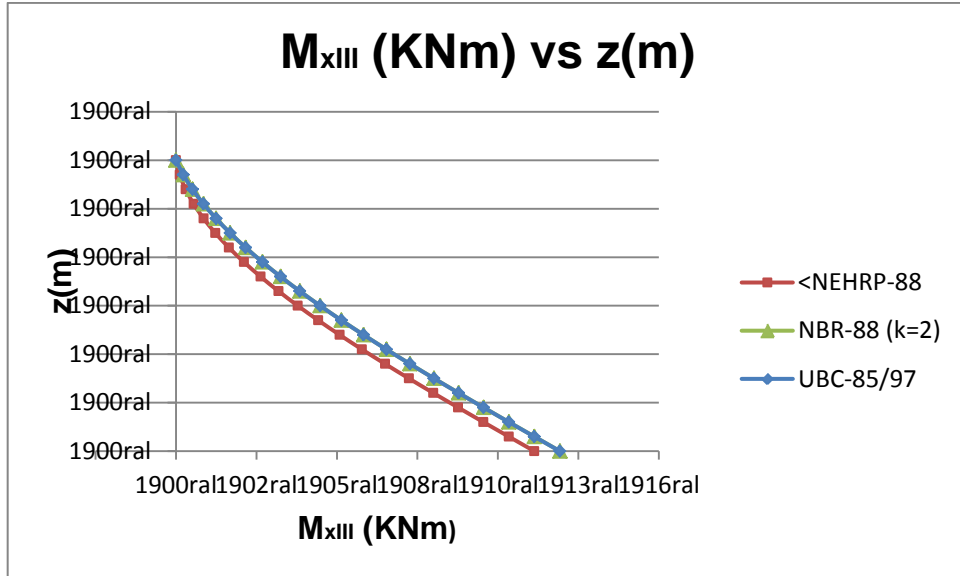


Figura 83. Momento no terceiro grupo de muros em flexão com respeito ao eixo x no exemplo 2.

8.2.7.3.1.2 Esforços de cisalhamento

Os esforços de cisalhamento atuam na direção do deslocamento. Portanto, eles apresentam índice y . Eles são obtidos através da derivada das funções momento com sinal contrária. Assim como na (8.33) ou a (8.124).

$$V_{wi} = -E_{wi} \cdot I_{xwi} \cdot v'''(z) \tag{8.124}$$

A (8.125) assim como as (Figura 84) e a (Tabela 36) esquematizam os esforços de cisalhamento atuantes no primeiro grupo de muros segundo a (8.125).

$$\begin{cases} V_{yI}(z) = -\frac{dM_{xI}}{dz} \rightarrow V_{yI} = -0.122253 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 490.23828KN \\ V_{yI}(z) = -\frac{dM_{xI}}{dz} \rightarrow V_{yI} = -0.1018776 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 490.23834KN \\ V_{yI}(z) = -\frac{dM_{xI}}{dz} \rightarrow V_{yI} = -0.1017504 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 490.2383KN \end{cases} \tag{8.125}$$

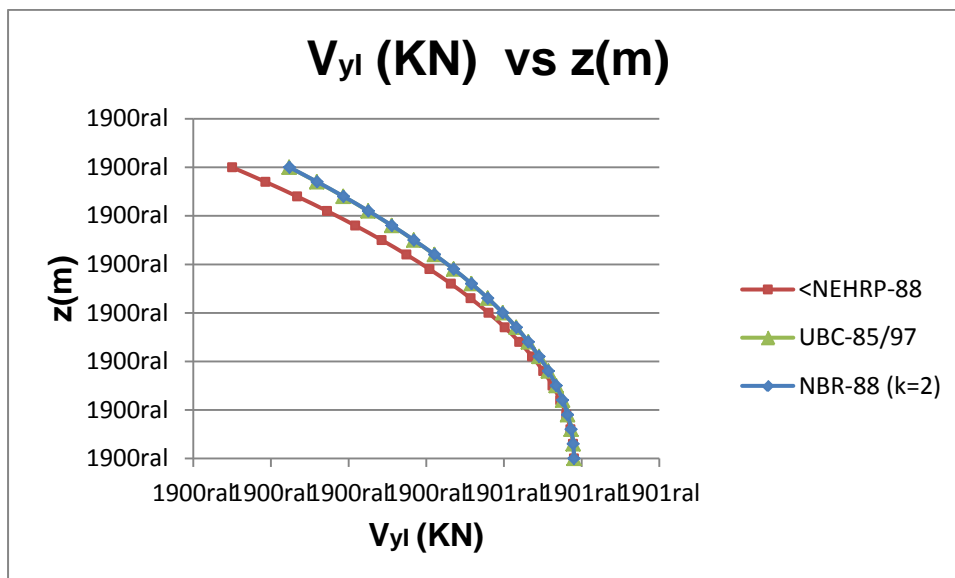


Figura 84. Diagrama de esforços cisalhantes para os muros 1,2 quando deslocados segundo y

Tabela 36. Esforços de cisalhamento no primeiro grupo de muros originários de um deslocamento v .

$z(m)$	<NEHRP-88 $V_{yI}(KN)$	UBC-85/97 $V_{yI}(KN)$	NBR-88 (k=2) $V_{yI}(KN)$
0	490,23828	490,23834	490,2383
3	489,138003	489,3214416	489,322546
6	485,837172	486,5707464	486,575286
9	480,335787	481,9862544	481,996518
12	472,633848	475,5679656	475,586242
15	462,731355	467,31588	467,34446
18	450,628308	457,2299976	457,27117
21	436,324707	445,3103184	445,366374
24	419,820552	431,5568424	431,63007
27	401,115843	415,9695696	416,062258
30	380,21058	398,5485	398,66294
33	357,104763	379,2936336	379,432114
36	331,798392	358,2049704	358,369782
39	304,291467	335,2825104	335,475942
42	274,583988	310,5262536	310,750594
45	242,675955	283,9362	284,19374
48	208,567368	255,5123496	255,805378
51	172,258227	225,2547024	225,58551
54	133,748532	193,1632584	193,534134
57	93,038283	159,2380176	159,65125
60	50,12748	123,47898	123,93686

Finalmente, a (8.126) representa os esforços de cisalhamento nos muros 5,6. Além disso, as (Figura 85) e a (Tabela 37) são outras representações.

$$\begin{cases} V_{yIII}(z) = -\frac{dM_{xIII}}{dz} \rightarrow V_{yIII}(z) = -0.0264109 \cdot \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 105.90841KN \\ V_{yIII}(z) = -\frac{dM_{xIII}}{dz} \rightarrow V_{yIII}(z) = -0.022009 \cdot \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 105.90843KN \\ V_{yIII}(z) = -\frac{dM_{xIII}}{dz} \rightarrow V_{yIII}(z) = -0.0219816 \cdot \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 105.90843KN \end{cases} \quad (8.126)$$

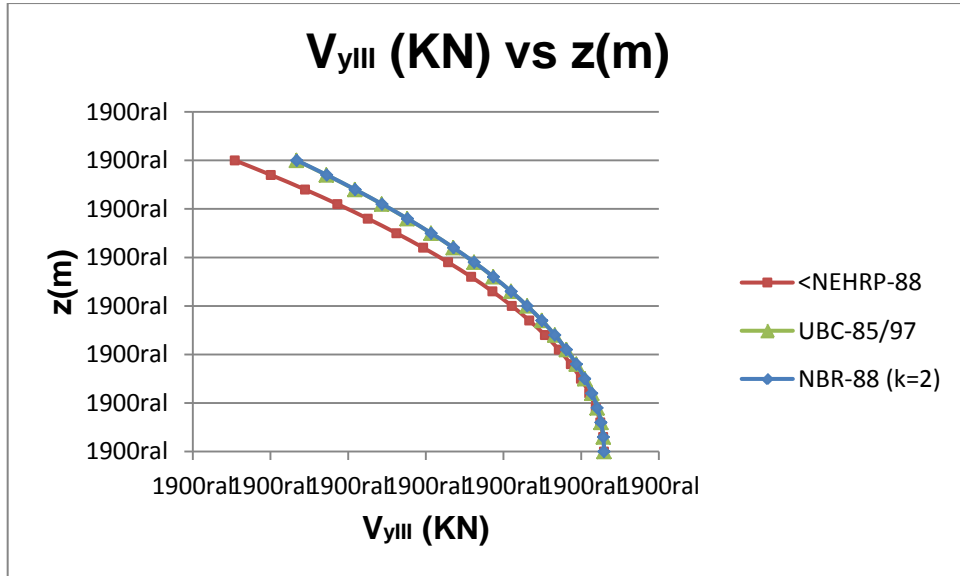


Figura 85. Diagrama de esforços cisalhantes para os muros 5,6 quando deslocados segundo y.

Tabela 37. Esforços de cisalhamento no terceiro grupo de muros originários de um deslocamento \$v\$.

\$z(m)\$	<NEHRP-88 \$V_{yI}(KN)\$	UBC-85/97 \$V_{yI}(KN)\$	NBR-88 (k=2) \$V_{yI}(KN)\$
0	105,90841	105,90843	105,90843
3	105,6707119	105,710349	105,7105956
6	104,9576176	105,116106	105,1170924
9	103,7691271	104,125701	104,1279204
12	102,1052404	102,739134	102,7430796
15	99,9659575	100,956405	100,96257
18	97,3512784	98,777514	98,7863916
21	94,2612031	96,202461	96,2145444
24	90,6957316	93,231246	93,2470284
27	86,6548639	89,863869	89,8838436
30	82,1386	86,10033	86,12499
33	77,1469399	81,940629	81,9704676
36	71,6798836	77,384766	77,4202764
39	65,7374311	72,432741	72,4744164
42	59,3195824	67,084554	67,1328876
45	52,4263375	61,340205	61,39569
48	45,0576964	55,199694	55,2628236
51	37,2136591	48,663021	48,7342884
54	28,8942256	41,730186	41,8100844
57	20,0993959	34,401189	34,4902116
60	10,82917	26,67603	26,77467

8.2.7.4 Rotações $\varphi_{1.0-F_y}^0$ e $\varphi_{1.0-F_y}^{CT}$

As rotações são obtidas partindo da (8.107) considerando a terceira das componentes. A rotação obtida é determinada com respeito à origem segundo cada normatividade respectivamente e de acordo com as (8.128), (8.129), (8.130). Para começar é determinada a rotação supondo primero que a carga sísmica fica colocada no *CM*.

$$\begin{aligned} \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 142.24838 \frac{KN}{m} \cdot z^5 - \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[486.04508KN + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\ & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[486.04508KN \cdot 60m + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = \frac{1.196567373 \cdot 10^{-10}}{m^5} \cdot \\ & z^5 - \frac{4.798265227 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{6.052291883 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.128)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 118.54032 \frac{KN}{m} \cdot z^5 - \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[1197.2875KN + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\ & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[1197.2875KN \cdot 60m + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = \frac{9.971395053 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot \\ & z^5 - \frac{4.798265853 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{6.483057203 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.129)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot 118.39233 \frac{KN}{m} \cdot z^5 - \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[1201.7268KN + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \\ & \frac{6.0565084 \cdot 10^{-9}}{KN \cdot m^3} \cdot \left[1201.7268KN \cdot 60m + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0-F_yCM}^0(z) = \frac{9.958946405 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot \\ & z^5 - \frac{4.798265449 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{6.485745384 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.130)$$

Na segunda etapa é considerado o mesmo problema pero agora o carregamento lateral é resistido no *CR*. Assim o vetor $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ fica com as seguintes componentes.

$a = 0$ porque a linha de ação da carga é contida na direção y . $b = -1$ porque aquela carga atua em sentido contrário ao suposto positivo nas y . E $c = -8.456044m$ porque o sentido do momento produzido pela carga no *CR* produz um momento horário que é contrário ao suposto positivo para o eixo z . Com essas considerações a (8.106) fica rescrita na (8.131).

$$\begin{pmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1782349 & -0.1306905 & \frac{0.0535237}{m} \\ -0.1306906 & 0.2734833 & \frac{-0.0392462}{m} \\ \frac{0.053524}{m} & \frac{-0.0392464}{m} & \frac{0.0160732}{m^2} \end{pmatrix} \cdot \frac{10^{-6}}{9KN \cdot m^2} \cdot \left\{ \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - (60m)^2) - F_t^{MC} + \right\} \cdot \begin{pmatrix} 0.00 \\ -1.00 \\ -8.456044m \end{pmatrix} \quad (8.131)$$

Que fica exprimida na (8.132).

$$\begin{pmatrix} u''' \\ v''' \\ \varphi''' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-3.576758469 \cdot 10^{-8}}{KNm^2} \\ \frac{6.487143781 \cdot 10^{-9}}{KNm^2} \\ \frac{-1.074103182 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \end{pmatrix} \cdot \left\{ \frac{p_o^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (z^2 - (60m)^2) - F_t^{MC} + \right\} \quad (8.132)$$

Só considerando a terceira das componentes, as soluções defrente com as diversas normas é dada nas (8.133), (8.134), (8.135).

$$\begin{aligned} \varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) &= \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \cdot 142.24838 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3}}{6} \cdot \left[486.04508KN + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot \\ & z^3 + \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3}}{2} \cdot \left[486.04508KN \cdot 60m + \frac{142.24838 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) = \\ & - \frac{2.122075558 \cdot 10^{-10}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{8.509576301 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{1.073355414 \cdot 10^{-3}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.133)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) &= \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \cdot 118.54032 \frac{KN}{m}}{120 \cdot 60m} \cdot z^5 - \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3}}{6} \cdot \left[1197.2875KN + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot \\ & z^3 + \frac{\frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3}}{2} \cdot \left[1197.2875KN \cdot 60m + \frac{118.54032 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) = \\ & - \frac{1.768396348 \cdot 10^{-10}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{8.509577411 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{1.149750323 \cdot 10^{-3}}{m^2} \cdot z^2 \end{aligned} \quad (8.134)$$

$$\varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) = \frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \cdot 118.39233 \frac{KN}{m} \cdot z^5 - \frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \cdot \left[1201.7268KN + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z^3 + \frac{-1.0741032 \cdot 10^{-8}}{KNm^3} \cdot \left[1201.7268KN \cdot 60m + \frac{118.39233 \frac{KN}{m} \cdot (60m)^2}{3} \right] \cdot z^2 \rightarrow \varphi_{1.0 \cdot F_y CR}^0(z) = -\frac{1.766188618 \cdot 10^{-10}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{8.509576694 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{1.150227063 \cdot 10^{-3}}{m^2} \cdot z^2 \quad (8.135)$$

A (8.136) contém um compêndio das expressões achadas segundo cada norma e com a carga aplicada no *CM* e logo no *CR*. O resultado é agora referido ao *CT* como mostra-se na (Figura 86) e na (Tabela 38).

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{1.0 \cdot F_y CT}^0(z) = -\frac{9.25508227 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.711311031 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.681262254 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{1.0 \cdot F_y CT}^0(z) = -\frac{7.7125679 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113115 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0144458 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \\ \varphi_{1.0 \cdot F_y CT}^0(z) = -\frac{7.672422 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113113 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0165256 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \end{array} \right. \quad (8.136)$$

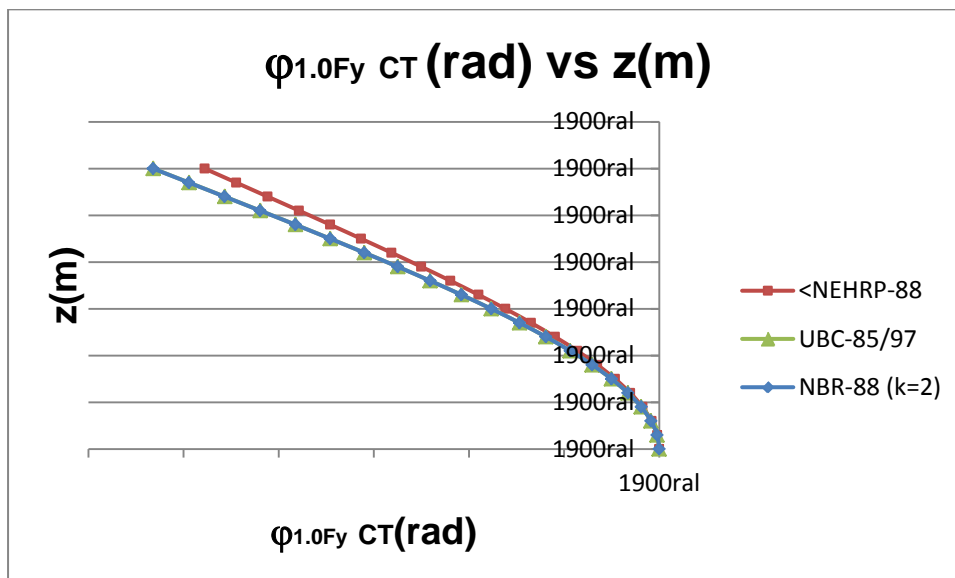


Figura 86. Funções da rotação com respeito ao centro de torção (CT) do pavimento originado pelo carregamento de $1.0 \cdot F_y$.

Tabela 38. Resumo das rotações com respeito à origem e o centro de torção devidas ao carregamento de $1.0F_y$ no edifício do exemplo 2.

	< NEHRP – 88	< NEHRP – 88	< NEHRP – 88	UBC – 85/97	UBC – 85/97	UBC – 85/97	NBR – 88 (k = 2)	NBR – 88 (k = 2)	NBR – 88 (k = 2)
$z(m)$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y}^{CT}(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y}^{CT}(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y,CM}^0(rad) \cup$	$\varphi_{1.0F_y}^{CT}(rad) \cup$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,005317539	-0,009430492	-0,004112953	0,005705223	-0,01011804	-0,00441281	0,005707642	-0,010122328	-0,004414686
6	0,020752756	-0,036804376	-0,016051621	0,022303356	-0,03955432	-0,01725096	0,022313033	-0,03957148	-0,017258446
9	0,045532695	-0,080750837	-0,035218143	0,049020715	-0,08693673	-0,03791602	0,049042483	-0,086975343	-0,037932842
12	0,078891375	-0,139911434	-0,06102006	0,085089432	-0,1509035	-0,06581406	0,085128112	-0,150972102	-0,065843914
15	0,120073287	-0,21294629	-0,092873007	0,12975036	-0,23010828	-0,10035792	0,129810752	-0,230215396	-0,100404413
18	0,168336874	-0,298540281	-0,130203412	0,182255983	-0,32322539	-0,14096941	0,182342848	-0,323379462	-0,141036038
21	0,222958028	-0,395409222	-0,1724512	0,241873324	-0,42895492	-0,18708159	0,24199137	-0,429164291	-0,187171674
24	0,283233576	-0,502306057	-0,219072489	0,307886852	-0,54602788	-0,23814103	0,308040708	-0,546300771	-0,238257633
27	0,348484768	-0,618027043	-0,269542285	0,379601388	-0,67321141	-0,29361002	0,379795582	-0,673555845	-0,293755885
30	0,418060768	-0,741417944	-0,323357188	0,456345018	-0,80931388	-0,35296887	0,456583944	-0,809737657	-0,353146297
33	0,491342143	-0,871380213	-0,380038085	0,537471992	-0,95319008	-0,41571809	0,537759883	-0,953700703	-0,415928876
36	0,567744352	-1,006877186	-0,439132852	0,622365641	-1,10374636	-0,48138072	0,622706527	-1,104350978	-0,481625998
39	0,646721236	-1,146940264	-0,500219049	0,710441277	-1,2599458	-0,54950452	0,71083895	-1,260651134	-0,54978465
42	0,727768503	-1,290675104	-0,562906626	0,801149105	-1,42081335	-0,61966424	0,801607071	-1,421625622	-0,619978667
45	0,810427224	-1,437267808	-0,626840612	0,893977131	-1,585441	-0,69146387	0,894498566	-1,586365848	-0,691810968
48	0,894287317	-1,585991108	-0,691703822	0,988454067	-1,75299295	-0,76453888	0,989041764	-1,754035318	-0,764915795
51	0,978991038	-1,736210556	-0,757219553	1,084152239	-1,92271072	-0,83855848	1,084808555	-1,923874795	-0,838960947
54	1,064236472	-1,887390713	-0,823154282	1,180690497	-2,09391835	-0,91322786	1,181417294	-2,095207441	-0,913650021
57	1,149781016	-2,039101334	-0,889320363	1,27773712	-2,26602756	-0,98829044	1,278535706	-2,267443975	-0,988724648
60	1,235444876	-2,191023558	-0,955578731	1,375012726	-2,43854286	-1,06353013	1,375883785	-2,440087818	-1,063966729

8.2.7.4.1 Deslocamentos vinculados com a torção

Aplicando as expressões dadas na (8.98) e com a informação contida na (8.136) são definidos os deslocamentos segundo u devidos à torção da laje como nas (8.137), (8.138) e (8.139).

$$u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{9.25508227 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.711311031 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.681262254 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-5.280024435 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.117302943 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.670660116 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.137)$$

$$u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{7.7125679 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113115 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0144458 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-4.400019987 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.117303211 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.860741329 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.138)$$

$$u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{7.672422 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113113 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0165256 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{sen} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow u_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-4.377116751 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.117303097 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.861927855 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.139)$$

Pela sua parte, as (8.140), (8.141), (8.142) definem deslocamentos segundo y vindos da torção.

$$v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{9.25508227 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.711311031 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.681262254 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \text{cos} \left(\text{arctg} \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-1.560869625 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.259126054 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{7.894948791 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.140)$$

$$v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{7.7125679 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113115 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0144458 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \cos \left(\arctg \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-1.300724576 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.259126845 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{8.456862842 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.141)$$

$$v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = 0.5 \cdot \sqrt{(3.373m)^2 + (1.141m)^2} \cdot \left[-\frac{7.672422 \cdot 10^{-11}}{m^5} \cdot z^5 + \frac{3.7113113 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{5.0165256 \cdot 10^{-4}}{m^2} \cdot z^2 \right] \cdot \cos \left(\arctg \left(\frac{1.141m}{3.373m} \right) \right) \rightarrow v_{t1.0 \cdot F_y}(z) = \frac{-1.29395397 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.259126507 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{8.460370424 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \quad (8.142)$$

Conhecendo os deslocamentos segundo as direções principais devidas aos carregamentos $0.3 \cdot F_x$ e $1.0 \cdot F_y$ a soma algébrica fornece o deslocamento total originado só por torção. Uma expressão geral é dada na (8.143)

$$\Delta u_{Tt}(z) = u_{t0.3 \cdot F_x}(z) + u_{t1.0 \cdot F_y}(z) \quad (8.143)$$

Dessa maneira, as (8.144) e (8.145) definem deslocamentos adicionais segundo as direções x, y .

$$\begin{cases} \Delta u_{Tt}(z) = -\frac{5.278190582 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.116567564 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.669732413 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\ \Delta u_{Tt}(z) = -\frac{4.398491777 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.116567832 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.85974774 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\ \Delta u_{Tt}(z) = -\frac{4.375590466 \cdot 10^{-11}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{2.11656772 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{2.860933854 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.144)$$

$$\begin{cases} \Delta v_{Tt}(z) = -\frac{1.529808814 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.134571434 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{7.737841831 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\ \Delta v_{Tt}(z) = -\frac{1.274840568 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.134572225 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{8.288574002 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \\ \Delta v_{Tt}(z) = -\frac{1.26810256 \cdot 10^{-10}}{m^4} \cdot z^5 + \frac{6.134572247 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 - \frac{8.291011774 \cdot 10^{-4}}{m} \cdot z^2 \end{cases} \quad (8.145)$$

8.3 EXEMPLO 3. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR PÓRTICOS (1)

É feita a análise de edifícios conformados somente por pórticos embora dificilmente sejam úteis na medida em que crescem em envergadura pela dificuldade que oferecem no controle de deslocamentos relativos entre os andares quando sometidos a carregamento sísmico.

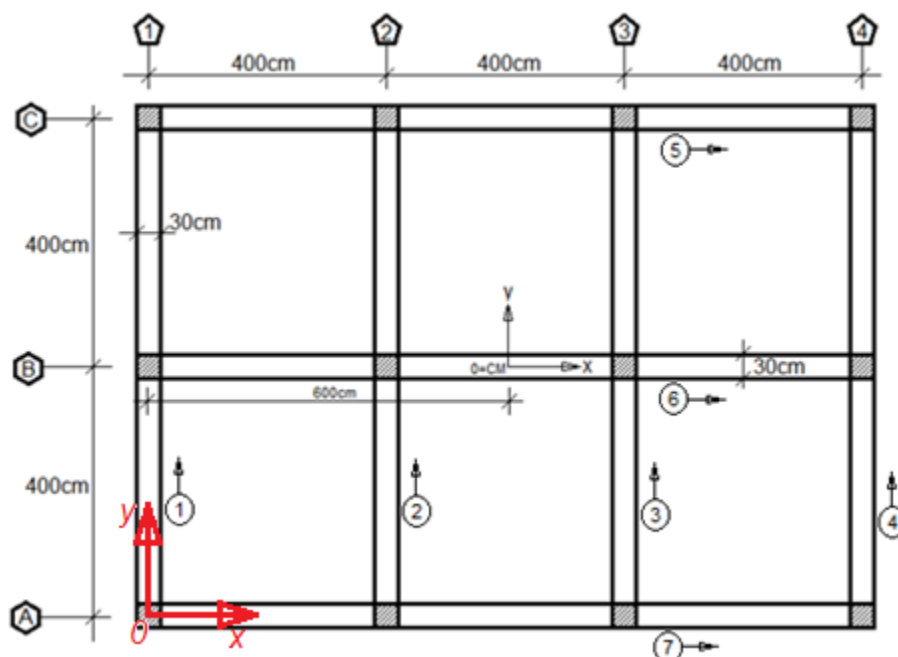


Figura 87. Edifício simétrico constituído por esqueleto de pórticos só

8.3.1 Especificações

A estrutura esquematizada na planta (Figura 87) mostra um edifício de 20 andares igualmente espaçados por pés diretos de andar de 3m. Os pilares em todos os andares têm seção de 30 x 30cm. As vigas são repetidas em todos os andares com seção de 30 x 40cm. Adotando um módulo de elasticidade $E = 100 \frac{t}{cm^2} = 10^3 \frac{KN}{cm^2} = 10^7 \frac{KN}{m^2}$ em todas as vigas e pilares.

A origem de coordenadas é colocado no centroide do pilar A1.

Devido à simetria, $\bar{x}_{CM} = \bar{x}_{CR} = 6m$, $\bar{y}_{CM} = \bar{y}_{CR} = 4m$.

Tabela 39. Propriedades geométricas e de rigidez dos elementos do exemplo 3.

Pórtico <i>i</i>	<i>b</i> × <i>t</i> <i>pilares</i> <i>cm</i>	<i>K_{xc}</i> <i>cm³</i>	<i>K_{yc}</i> <i>cm³</i>	<i>b</i> × <i>t</i> <i>vigas</i> <i>cm</i>	<i>K_{xv}</i> <i>cm³</i>	<i>a_{fi}</i>	<i>b_{fi}</i>	<i>c_{fi}</i>
1	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f1} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f1} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	$c_{f1} = 600\text{cm}$ $- 0.00$ $= 600\text{cm}$
2	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f2} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f2} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	$c_{f2} = 600\text{cm}$ $- 400\text{cm}$ $= 200\text{cm}$
3	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f3} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f3} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	$c_{f3} = 600\text{cm}$ $- 800\text{cm}$ $= -200\text{cm}$
4	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f4} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f4} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	$c_{f4} = 600\text{cm}$ $- 1200\text{cm}$ $= -600\text{cm}$
5 = C –	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{fC} $= \cos 0^\circ$ $= 1$	b_{fC} $= \sin 0^\circ$ $= 0$	$c_{f5} = 400\text{cm}$ $- 800\text{cm}$ $= -400\text{cm}$
6 = B –	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{fB} $= \cos 0^\circ$ $= 1$	b_{fB} $= \sin 0^\circ$ $= 0$	$c_{f6} = 400\text{cm}$ $- 400\text{cm}$ $= 0$
7 = A –	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{fA} $= \cos 0^\circ$ $= 1$	b_{fA} $= \sin 0^\circ$ $= 0$	$c_{f7} = 400\text{cm}$ $- 0.00$ $= 400\text{cm}$

8.3.2 Determinação dos coeficientes de rigidez s_f

Dos dados da (Tabela 39), com subsídio da (Figura 87) e considerando os pórticos (1,2,3,4,5,6,7) planos exprimem-se os termos s_f . Pórticos planos porque para todos

os painéis e ainda para as lajes é suposto que sua capacidade resistente no seu maior percentagem é dada no próprio plano.

Agrupando los pilares da seguinte maneira: Grupo I (A1-C1-A2-C2-A3-C3-A4-C4) e Grupo II (B1-B2-B3-B4) segundo o sentido de análise y e Grupo I (A1-B1-C1-A4-B4-C4) assim como Grupo II (A2-B2-C2-A3-B3-C3) segundo sentido de análise x .

8.3.2.1 Pilares Grupo I (Sentido y)

Esses pilares apresentam como característica essencial que só tem um tramo de viga chegando segundo o sentido y como assinalado e que é enxergado na (Figura 88).

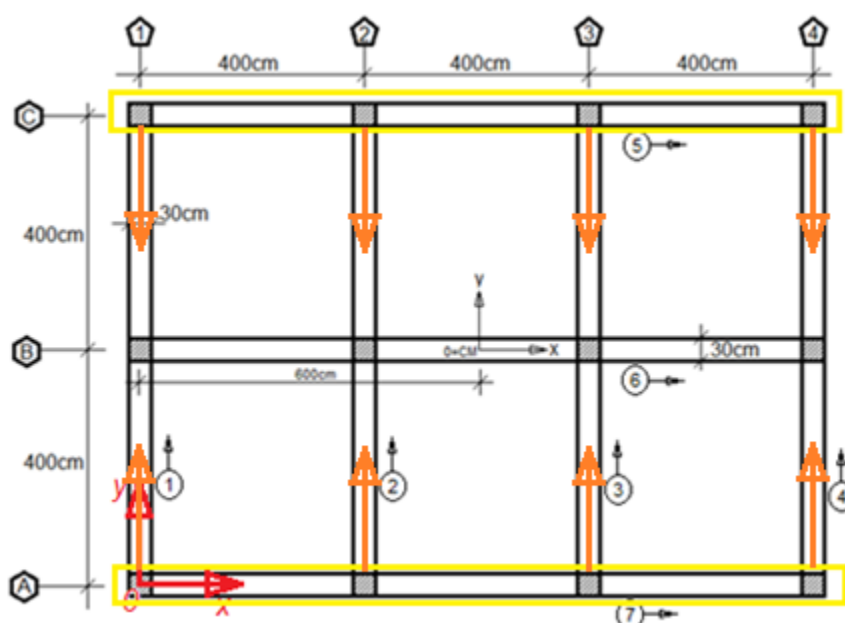


Figura 88. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo y .

O s_f para este grupo de pilares é expresso na (8.147) baseada nos dados seguintes contidos na (8.146).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 400cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850cm^3 \end{array} \right. \quad (8.146)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{1000KN}{300cm} \cdot 225cm^3 \cdot \frac{400cm^3}{850cm^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.29411829KN \quad (8.147)$$

8.3.2.2 Pilares Grupo II (Sentido y)

A característica neste caso é que há dois vigas chegando em cada pilar e assim acontece uma mudança no termo $\sum_{bn} K$ onde os dois termos são afetados por 2 como na última linha da (8.148). Isso é expresso na (Figura 89) olhando em detalhe nos elementos sublinhados para os quais as expressões semelhantes às (8.148) e (8.149) são dadas nas (8.148) e (8.149).

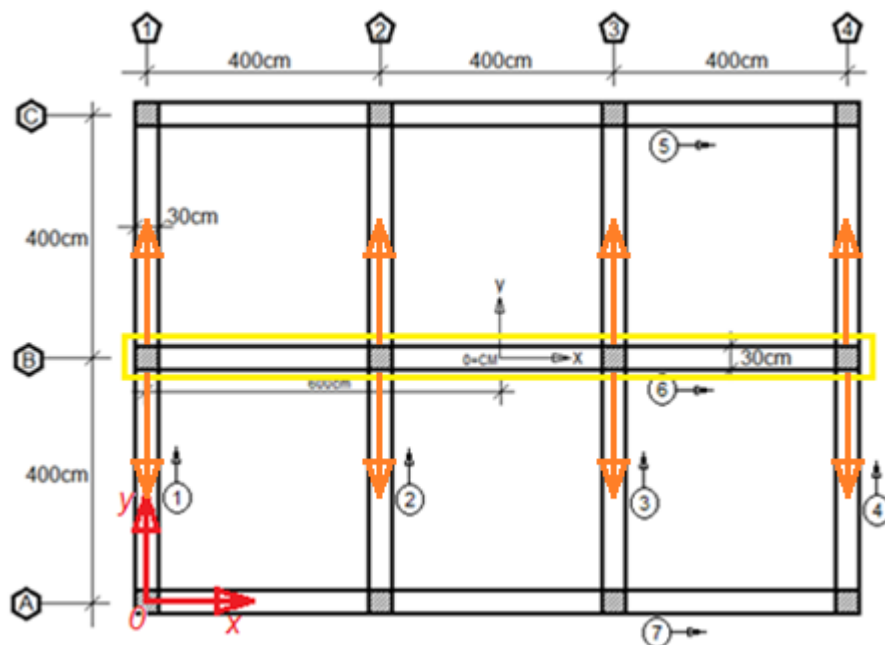


Figura 89. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo y.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400cm^3 = 800cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 2 \cdot 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250cm^3 \end{array} \right. \quad (8.148)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{1000KN}{300cm} \cdot 225cm^3 \cdot \frac{800cm^3}{1250cm^3} \rightarrow s_{fII} = 5760KN \quad (8.149)$$

Pelo tanto a grandeza definida como s_{fy} dos pórticos associados por serem com iguais características ficam descritas na (8.150). Onde é claro que y é repetida 4 vezes (desde 1 até 4). Além disso é importante como expresso na (8.150) que para

pórticos lidos em y há dois pilares pertencentes ao grupo I e um pilar pertencente ao grupo II.

$$s_{fy} = 2 \cdot s_{fI} + s_{fII} \rightarrow s_{fy} = 2 \cdot 4235.29411829KN + 5760KN \rightarrow s_{fy} = 14230.58824KN \quad (8.150)$$

8.3.2.3 Pilares Grupo I (Sentido x)

Lembrando que cada direção de análise apresenta dois grupos com diferentes elementos considerados tal como descrito no final do ítem (8.3.2).

A (8.151) contém a informação necessária para se obter o valor de s_{fI} tal como na (8.152).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 400cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850cm^3 \end{array} \right. \quad (8.151)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{1000KN}{300cm} \cdot \frac{cm^2}{cm^2} \cdot 225cm^3 \cdot \frac{400cm^3}{850cm^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.294118KN \quad (8.152)$$

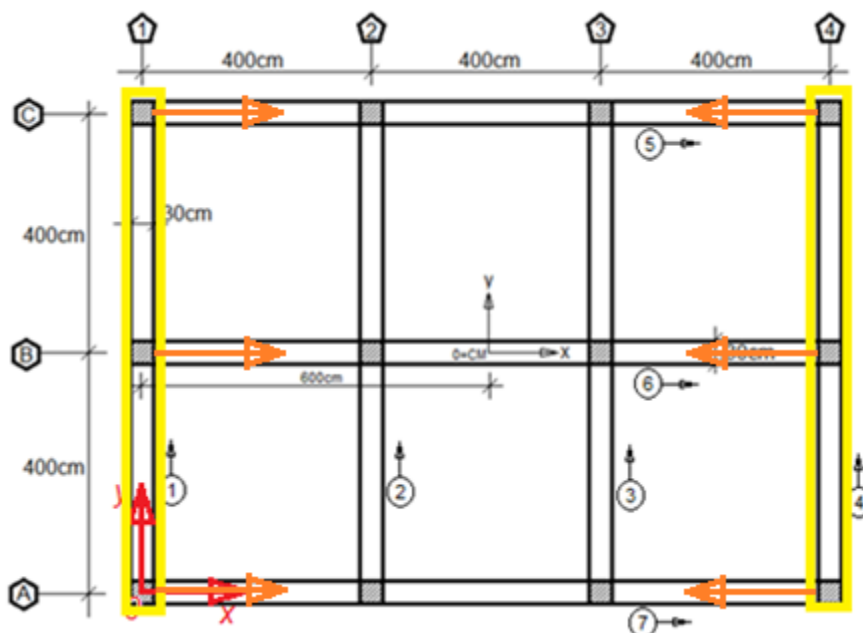


Figura 90. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo x.

8.3.2.4 Pilares Grupo II (Sentido x)

Conseqüentemente a (8.153), fornece a informação necessária para a determinação da s_f para o grupo de pilares em estudo segundo a (8.154).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400cm^3 = 800cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 2 \cdot 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250cm^3 \end{array} \right. \quad (8.153)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{\frac{1000KN}{cm^2}}{300cm} \cdot 225cm^3 \cdot \frac{800cm^3}{1250cm^3} \rightarrow s_{fII} = 5760KN \quad (8.154)$$

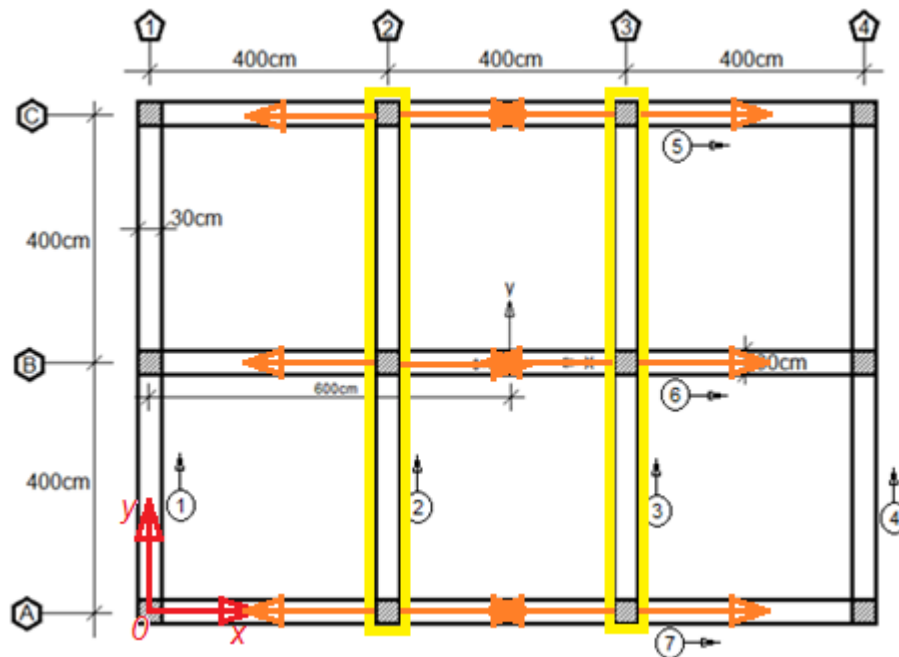


Figura 91. Destaque para os elementos (pilares) que são considerados na primeira etapa de análise segundo o eixo x.

E substituindo as diversas rigidezes obtidas no passo anterior se chega à expressão para as rigidezes s_{fx} onde novamente o índice x apresenta as possibilidades 5, 6, 7 como na (8.155).

$$s_{fx} = 2 \cdot s_{fI} + s_{fII} \rightarrow s_{fx} = 2 \cdot [4235.294118KN + 5760KN] \rightarrow s_{fx} = 19990.58824KN \quad (8.155)$$

8.3.3 Coeficientes S_{mn}

As componentes da matriz $|S|$ são determinadas com base nas equações (8.150) e (8.155), mesmo que com a informação contida na (Tabela 39) e ficam expressas nas (8.156), (8.157), (8.158), (8.159), (8.160), (8.161). A (8.155) é empregada no caso em que se desejam obter os termos da primeira fila da matriz. É dizer, todos aqueles que apresentam índice “a”, e assim por diante. A matriz $|S|$ é simétrica e pelo tanto, são necessárias 6 componentes.

$$S_{aa} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot a_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{f1} \cdot a_{f1} \cdot a_{f1} + s_{f2} \cdot a_{f2} \cdot a_{f2} + s_{f3} \cdot a_{f3} \cdot a_{f3} + s_{f4} \cdot a_{f4} \cdot a_{f4} + s_{f5} \cdot a_{f5} \cdot a_{f5} + s_{f6} \cdot a_{f6} \cdot a_{f6} + s_{f7} \cdot a_{f7} \cdot a_{f7} \rightarrow S_{aa} = 14230.58824KN \cdot [0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0] + 19990.58824KN \cdot [1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1] \rightarrow S_{aa} = 79962.35296KN \quad (8.156)$$

$$S_{ba} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot a_{fi} \rightarrow S_{ba} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot a_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot a_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot a_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot a_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot a_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot a_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot a_{f7} \rightarrow S_{ba} = 14230.58824KN \cdot [1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1] \rightarrow S_{ba} = 0 = S_{ab} \quad (8.157)$$

$$S_{ac} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{f1} \cdot a_{f1} \cdot c_{f1} + s_{f2} \cdot a_{f2} \cdot c_{f2} + s_{f3} \cdot a_{f3} \cdot c_{f3} + s_{f4} \cdot a_{f4} \cdot c_{f4} + s_{f5} \cdot a_{f5} \cdot c_{f5} + s_{f6} \cdot a_{f6} \cdot c_{f6} + s_{f7} \cdot a_{f7} \cdot c_{f7} \rightarrow S_{ac} = 14230.58824KN \cdot [0 \cdot 600cm + 200cm \cdot 0 + 0 \cdot (-200cm) + 0 \cdot (-600cm)] + 19990.58824KN \cdot [1 \cdot (-400cm) + 1 \cdot 0 + 1 \cdot (400cm)] \rightarrow S_{ac} = 0 = S_{ca} \quad (8.158)$$

$$S_{bb} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot b_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot b_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot b_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot b_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot b_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot b_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot b_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot b_{f7} \rightarrow S_{bb} = 14230.58824KN \cdot [1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0] \rightarrow S_{bb} = 56922.35296KN \quad (8.159)$$

$$S_{bc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot c_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot c_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot c_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot c_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot c_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot c_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot c_{f7} \rightarrow S_{bb} = 14230.58824KN \cdot [1 \cdot (600cm) + 1 \cdot (200cm) + 1 \cdot (-200cm) + 1 \cdot (-600cm)] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot (-400cm) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot (400cm)] \rightarrow S_{bc} = 0 = S_{bc} \quad (8.160)$$

$$S_{cc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_i \cdot c_i \rightarrow S_{cc} = \sum_{i=1}^7 s_{fi} \cdot c_i^2 \rightarrow S_{cc} = s_{f1}c_1^2 + s_{f2} \cdot c_2^2 + s_{f3} \cdot c_3^2 + s_{f4} \cdot c_4^2 + s_{f5} \cdot c_5^2 + s_{f6} \cdot c_6^2 + s_{f7} \cdot c_7^2 \rightarrow S_{cc} = 14230.58824KN \cdot [(-6m)^2 + (-2m)^2 + (2m)^2 + (6m)^2] + 19990.58824KN \cdot [(-4m)^2 + 0^2 + (4m)^2] \rightarrow S_{cc} = 1778145.883KNm^2 \quad (8.161)$$

Neste caso a matriz $[J]$ não existe e o sistema resultante é formado só com a matriz $[S]$ como na (8.162)

$$[S] \cdot [U]' = V(z) \cdot [L_V] \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} S_{aa} & 0 & 0 \\ 0 & S_{bb} & 0 \\ 0 & 0 & S_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 79962.35296KN & 0 & 0 \\ 0 & 56922.35296KN & 0 \\ 0 & 0 & 1778145.883KNm^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (8.162)$$

Tudo isso é geral até esse ponto. Agora vai se estudar o caso de ter carregamento de $0.3 \cdot F_x$ e $1.0 \cdot F_y$. Considerando cada um dos casos separadamente como fora feito nos exemplos 1 e 2.

8.3.4 Propriedades dinâmicas

Agora, considerando a (8.7), as propriedades que dependem da massa são as dadas nas (8.163) e (8.164).

$$\bar{m} = \frac{CP \cdot A}{g \cdot h} \rightarrow \bar{m} = \frac{1 \frac{t}{m^2} \cdot 10KN \cdot 12m \cdot 8m}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 3m} \rightarrow \bar{m} = 32 \frac{KN \cdot s^2}{m^2} \quad (8.163)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{4 \cdot H}{(2 \cdot i \pm 1)} \sqrt{\frac{\bar{m}}{s_f}} \\ T_{1u} = \frac{4 \cdot 60m}{(2 \cdot 1 - 1)} \sqrt{\frac{32 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}}{79962.35296KN}} \rightarrow T_{1u} = 4.80112981s \\ T_{1v} = \frac{4 \cdot 60m}{(2 \cdot 1 - 1)} \sqrt{\frac{32 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}}{56922.35296KN}} \rightarrow T_{1v} = 5.690426379s \end{array} \right. \quad (8.164)$$

8.3.5 Análise sísmica

Os coeficientes C_{sx} e C_{sy} são expressos na (8.165). Para os valores de C_{sx} e C_{sy} se considera um fator $R = 3$ que é característico para estruturas feitas de pórtico de concreto com detalhamento usual.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ax}(T) = \frac{F_v \cdot a_g}{T_{1u}} \rightarrow S_{ax}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.801} \rightarrow S_{ax}(T) = 0.637367215 \\ C_{sx} = \frac{S_{ax} \cdot a_g}{R} \rightarrow C_{sx} = \frac{0.637215 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{3} \rightarrow C_{sx} = 0.382329 \\ S_{ay}(T) = \frac{F_v \cdot a_g}{T_{1v}} \rightarrow S_{ay}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{5.690} \rightarrow S_{ay}(T) = 0.537785588 \\ C_{sy} = \frac{S_{ax} \cdot a_g}{R} \rightarrow C_{sy} = \frac{0.537785588 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{3} \rightarrow C_{sy} = 0.322671352 \end{array} \right. \quad (8.165)$$

Por causa da simetria que permite garantir a coincidência dos centros de massa e rigidez, a expressão para as componentes da excentricidade total segundo x e y é dada na (8.166) de conformidade com as (3.16).

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{Tx} = |\bar{x}_{CM} - \bar{x}_{CR}| + \% \cdot L_x \rightarrow e_{Tx} = 0.075 \cdot 12m \rightarrow e_{Tx} = 0.9m \\ e_{Ty} = |\bar{y}_{CM} - \bar{y}_{CR}| + \% \cdot L_y \rightarrow e_{Ty} = 0.075 \cdot 8m \rightarrow e_{Ty} = 0.6m \end{array} \right. \quad (8.166)$$

Com esses valores a e_T e o o ângulo α fica como na (8.167), quando aplicada a (3.17).

$$\left\{ \begin{array}{l} e_T = \sqrt{(e_{Tx})^2 + (e_{Ty})^2} \rightarrow e_T = \sqrt{(0.9m)^2 + (0.6m)^2} \rightarrow e_T = 1.081665383m \\ \alpha = \arctg\left(\frac{e_{Ty}}{e_{Tx}}\right) \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{0.6m}{0.9m}\right) \rightarrow \alpha = 33.69006753^\circ \end{array} \right. \quad (8.167)$$

8.3.6 Determinação das forças no topo e o carregamento distribuído segundo as normas; prévia da NEHRP-88, a UBC-85/97 e NBR-88 quando o carregamento acontece segundo x .

Com ajuda das expressões (2.25), (2.26) como o emprego das diversas normas e a (Tabela 40) são determinados os valores das grandezas necessárias para a análise nesse caso de sistema estrutural de pórtico sob carregamento sísmico.

Segundo a norma prévia a NEHRP-88 considerando o caso de $k = 1$ as grandezas requeridas são dadas na (8.168).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{tx}^{MC} = 0.1 \cdot 7158.715KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 286706.536KNm - 2 \cdot 60m \cdot 7158.715KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 731.979KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 7158.715KN - 286706.536KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 214.225 \frac{KN}{m} \end{array} \right. \quad (8.166)$$

As (8.169) e (8.170) munem da informação necessária para o emprego da expressão (7.23) com a qual seja determinada a função deslocamento.

$$F_t = \frac{0.07}{s} \cdot 4.80112981s \cdot 7158.715003KN = 2405.8944KN > 0.25 \cdot 7158.715003KN = 1789.678751KN \quad (8.169)$$

Como a expressão $\frac{0.07}{s} \cdot T_{1u} \cdot V_{Bx} > 0.25 \cdot V_{Bx}$, então é necessário reduzir a força no topo só ao 25% do cisalhamento na base. Portanto a (8.170) é válida.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{tx}^{MC} = 0.25 \cdot 7158.715KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 286706.536KNm - 2 \cdot 60m \cdot 7158.715KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 1803.101KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 7158.715KN - 286706.536KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 178.521 \frac{KN}{m} \end{array} \right. \quad (8.170)$$

Tabela 40. Tabela análise sísmica para o edifício do exemplo 3 quando é suposto o carregamento segundo x e sob a condição de $k = 1$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	960	2880	0,005	35,79357501	0→3	7158,715003	107,380725
6	960	5760	0,01	71,58715003	3→6	7122,921428	429,5229002
9	960	8640	0,015	107,380725	6→9	7051,334278	966,4265253
12	960	11520	0,02	143,1743001	9→12	6943,953552	1718,091601
15	960	14400	0,025	178,9678751	12→15	6800,779252	2684,518126
18	960	17280	0,03	214,7614501	15→18	6621,811377	3865,706101
21	960	20160	0,035	250,5550251	18→21	6407,049927	5261,655527
24	960	23040	0,04	286,3486001	21→24	6156,494902	6872,366402
27	960	25920	0,045	322,1421751	24→27	5870,146302	8697,838728
30	960	28800	0,05	357,9357501	27→30	5548,004127	10738,0725
33	960	31680	0,055	393,7293251	30→33	5190,068377	12993,06773
36	960	34560	0,06	429,5229002	33→36	4796,339052	15462,82441
39	960	37440	0,065	465,3164752	36→39	4366,816152	18147,34253
42	960	40320	0,07	501,1100502	39→42	3901,499676	21046,62211
45	960	43200	0,075	536,9036252	42→45	3400,389626	24160,66313
48	960	46080	0,08	572,6972002	45→48	2863,486001	27489,46561
51	960	48960	0,085	608,4907752	48→51	2290,788801	31033,02954
54	960	51840	0,09	644,2843502	51→54	1682,298026	34791,35491
57	960	54720	0,095	680,0779252	54→57	1038,013675	38764,44174
60	480	28800	0,05	357,9357501	57→60	357,9357501	21476,14501
Σ	18720	576000	1	7158,715003			286706,5359

Desde a (2.26) é obtida a expressão (8.171) com base na informação resumida na (Tabela 41) seguinte.

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 322544.3501KNm - 2 \cdot 60m \cdot 7158.715003KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 1809.788KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 7158.715003KN - 322544.3501KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 178.298 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.171)

Tabela 41. Tabela análise sísmica para o edifício do exemplo 3 quando é suposto o carregamento segundo x e sob a condição de $k = 2$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm^2)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nível		
0							
3	960	8640	0,000374532	2,681166668	0→3	7158,715003	8,043500003
6	960	34560	0,001498127	10,724666667	3→6	7156,033836	64,34800002
9	960	77760	0,003370787	24,13050001	6→9	7145,309169	217,1745001
12	960	138240	0,005992509	42,89866668	9→12	7121,178669	514,7840002
15	960	216000	0,009363296	67,02916669	12→15	7078,280003	1005,4375
18	960	311040	0,013483146	96,52200003	15→18	7011,250836	1737,396001
21	960	423360	0,01835206	131,3771667	18→21	6914,728836	2758,920501
24	960	552960	0,023970037	171,5946667	21→24	6783,351669	4118,272001
27	960	699840	0,030337079	217,1745001	24→27	6611,757002	5863,711502
30	960	864000	0,037453184	268,1166668	27→30	6394,582502	8043,500003
33	960	1045440	0,045318352	324,4211668	30→33	6126,465836	10705,8985
36	960	1244160	0,053932584	386,0880001	33→36	5802,044669	13899,168
39	960	1460160	0,06329588	453,1171668	36→39	5415,956669	17671,56951
42	960	1693440	0,07340824	525,5086669	39→42	4962,839502	22071,36401
45	960	1944000	0,084269663	603,2625002	42→45	4437,330835	27146,81251
48	960	2211840	0,09588015	686,3786669	45→48	3834,068335	32946,17601
51	960	2496960	0,1082397	774,8571669	48→51	3147,689668	39517,71551
54	960	2799360	0,121348315	868,6980003	51→54	2372,832501	46909,69202
57	960	3119040	0,135205993	967,901167	54→57	1504,134501	55170,36652
60	480	1728000	0,074906367	536,2333335	57→60	536,2333335	32174,00001
Σ	18720	23068800	1	7158,715003			322544,3501

8.3.7 Determinação dos deslocamentos originados pelo carregamento de $0.3 \cdot F_x$

Considerando que o carregamento de $0.3 \cdot F_x$ produz só deslocamento segundo x e rotações aoredor do eixo z .

8.3.7.1 Deslocamento u

Para o caso do deslocamento horizontal as componentes do vetor que define a direção do carregamento são dadas como: $a = 1$, $b = 0$, $c = -4m$. Com a informação vinda das (8.168), (8.170) e (8.171) com ajuda da (2.23) são obtidos deslocamentos segundo as (8.172), (8.173), (8.174) que são correspondentes com

as normas consideradas por ora. Elas ficam apresentadas em formato tabelar e gráfico nas (Tabela 42) e a (Figura 92).

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{0.3 \cdot 1 \cdot 214.225 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 79962.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot 1}{79962.35296KN} \cdot \left(731.979KN + \frac{214.225 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{2.232561033 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.026857872 \cdot z \quad (8.172)$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{0.3 \cdot 1 \cdot 178.521 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 79962.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot 1}{79962.35296KN} \cdot \left(1803.101KN + \frac{178.521 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{1.860469265 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.02685788 \cdot z \quad (8.173)$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{0.3 \cdot 1 \cdot 178.298 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 79962.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot 1}{79962.35296KN} \cdot \left(1809.788KN + \frac{178.298 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{1.858145254 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.026857868 \cdot z \quad (8.174)$$

Tabela 42. Deslocamentos segundo x obtidos para o carregamento de $0.3F_x$ quando aplicada a estrutura do terceiro exemplo as três normas.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$u_{0.3 \cdot F_x}(m)$	$u_{0.3 \cdot F_x}(m)$	$u_{0.3 \cdot F_x}(m)$
0	0	0	0
3	0,080513337	0,080523407	0,080523434
6	0,160664999	0,160745419	0,160745849
9	0,240093311	0,240364638	0,240366226
12	0,318436599	0,319079669	0,319083546
15	0,395333187	0,396589116	0,396596789
18	0,4704214	0,472591583	0,472604937
21	0,543339564	0,546785674	0,54680697
24	0,613726004	0,618869993	0,61890187
27	0,681219045	0,688543143	0,688588616
30	0,745457012	0,75550373	0,755566191
33	0,80607823	0,819450356	0,819533576
36	0,862721024	0,880081626	0,88018975
39	0,91502372	0,937096144	0,937233695
42	0,962624642	0,990192513	0,990364391
45	1,005162116	1,039069338	1,039280821
48	1,042274466	1,083425223	1,083681964
51	1,073600018	1,122958772	1,123266802
54	1,098777097	1,157368588	1,157734315
57	1,117444029	1,186353275	1,186783485
60	1,129239137	1,209611439	1,210113291

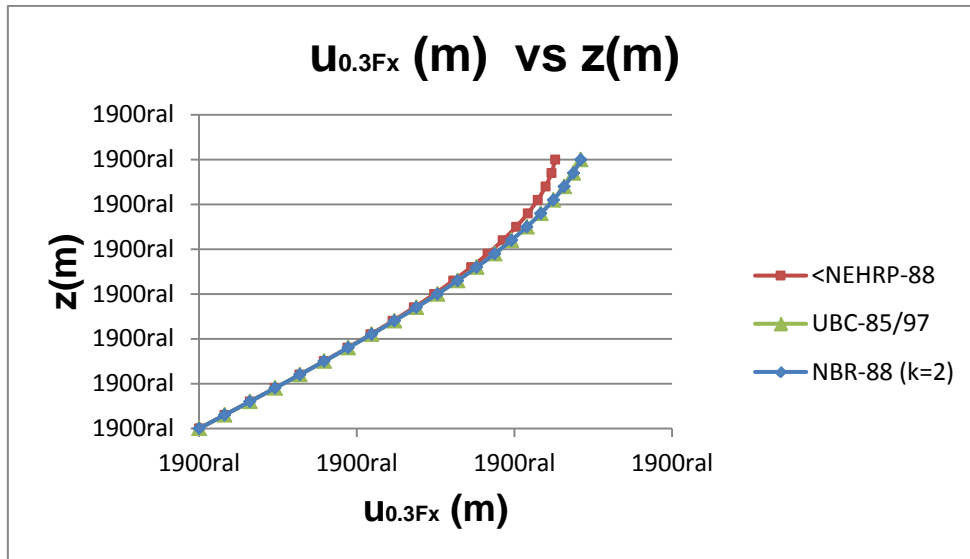


Figura 92. Comparação dos deslocamentos segundo x devida ao carregamento de $0.3 \cdot F_x$ segundo 3 normativas para o terceiro exemplo.

8.3.7.1.1 Determinação dos esforços produzidos pelo deslocamento u

No caso de carregamento dirigido segundo o eixo x a (Figura 93) define os elementos a serem considerados.

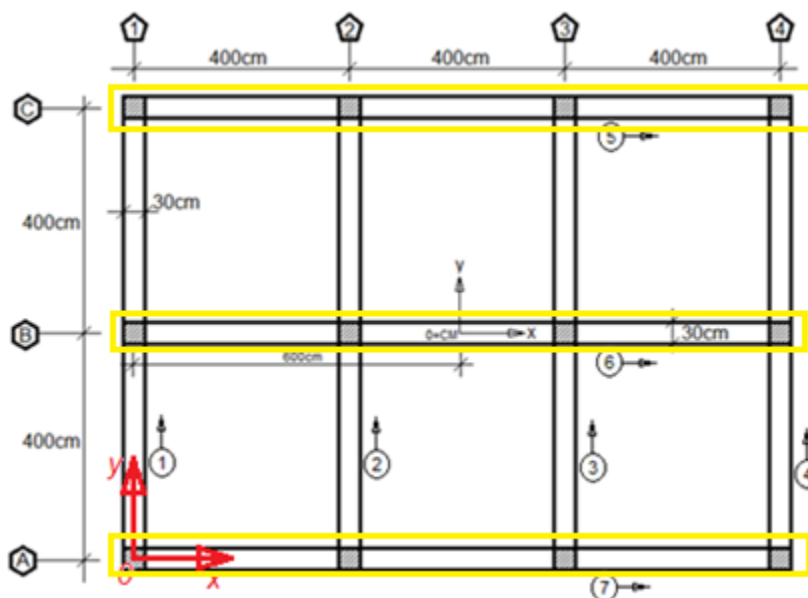


Figura 93. Elementos considerados para análise segundo o eixo x no terceiro exemplo.

Assim, é claro que os elementos que serão objeto de estudo são os pórticos 5, 6, e 7. Desde a (8.155), é tomado o dado seguinte, $s_{fx} = 19990.58824KN$ na qual x pode

ser 5, 6, 7. No entanto, visando a maior generalidade possível, vão se adotar o índice x só aproveitando-se da simetria do problema.

Para a determinação dos esforços de cisalhamento é necessário contar com as derivadas das elásticas. Elas são fornecidas em formato resumido na (8.175).

$$\begin{cases} u'_{0.3 \cdot F_x} = -\frac{6.697683099 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.026857872 \\ u'_{0.3 \cdot F_x} = -\frac{5.581407795 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.02685788 \\ u'_{0.3 \cdot F_x} = -\frac{5.574435762 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.026857868 \end{cases} \quad (8.175)$$

8.3.7.1.1.1 Esforços cisalhantes

Desde a (4.8) é escrita a (8.176) com a qual é possível determinar os esforços de cisalhamento nos pórticos 5, 6, 7.

$$V_{fi} = s_{fi} \cdot u'_{fi} \quad (8.176)$$

Para a norma prévia à NEHRP-88 A (8.177) exprime a função do cisalhamento.

$$V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = 19990.58824KN \cdot \left(-\frac{6.697683099 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.026857872 \right) \rightarrow V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = -0.133890625 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 536.9046591KN \quad (8.177)$$

A (8.178) define a função esforços de cisalhamento no caso da aplicação da norma UBC-85/97.

$$V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = 19990.58824KN \cdot \left(-\frac{5.581407795 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.02685788 \right) \rightarrow V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = -0.111575625 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 536.9048201KN \quad (8.178)$$

E a (8.179) expressa a função esforços cisalhantes para o caso da norma NBR-88 na qual é adotado $k = 2$.

$$V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = 19990.58824KN \cdot \left(-\frac{5.574435762 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.026857868 \right) \rightarrow V_{f0.3 \cdot F_x}(z) = -0.11143625 \frac{KN}{m^2} \cdot z^2 + 536.9045802KN \quad (8.179)$$

Nas (Tabela 43) e (Figura 94) aparece a informação exprimida em termos da coordenada z nas três equações anteriores.

Tabela 43. Dados dos esforços de cisalhamento para a estrutura do terceiro exemplo sujeita a carregamento lateral de $0.3F_x$.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$V_{0.3 \cdot F_x}(KN)$	$V_{0.3 \cdot F_x}(KN)$	$V_{0.3 \cdot F_x}(KN)$
0	536,9046591	536,9048201	536,9045802
3	535,6996435	535,9006395	535,901654
6	532,0845966	532,8880976	532,8928752
9	526,0595185	527,8671945	527,878244
12	517,6244091	520,8379301	520,8577602
15	506,7792685	511,8003045	511,831424
18	493,5240966	500,7543176	500,7992352
21	477,8588935	487,6999695	487,761194
24	459,7836591	472,6372601	472,7173002
27	439,2983935	455,5661895	455,667554
30	416,4030966	436,4867576	436,6119552
33	391,0977685	415,3989645	415,550504
36	363,3824091	392,3028101	392,4832002
39	333,2570185	367,1982945	367,410044
42	300,7215966	340,0854176	340,3310352
45	265,7761435	310,9641795	311,246174
48	228,4206591	279,8345801	280,1554602
51	188,6551435	246,6966195	247,058894
54	146,4795966	211,5502976	211,9564752
57	101,8940185	174,3956145	174,848204
60	54,8984091	135,2325701	135,7340802

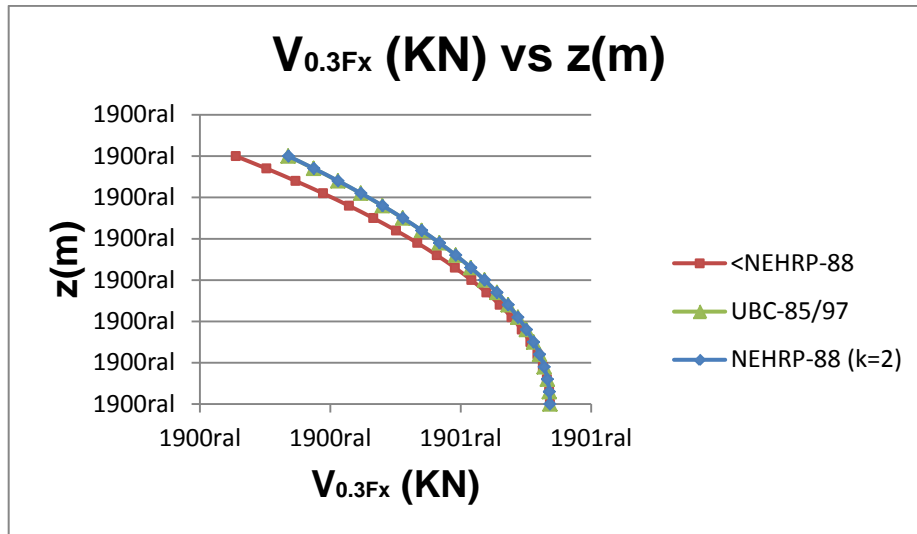


Figura 94. Comparação dos esforços de cisalhamento originários do carregamento de $0.3 \cdot F_x$ no caso do terceiro exemplo.

8.3.7.1.1.2 Momentos fletores

Desde a (4.10) há necessidade de se determinar uma constante oriunda da integração do esforço de cisalhamento da qual é obtida a função momento fletor como na (8.180).

$$M_f(z) = -s_f \cdot u_f(z) + C \rightarrow C = s_f \cdot u_f(z)|_{z=H} \tag{8.180}$$

Então as funções momento fletor são dadas nas (8.181), (8.182) e (8.183), reconhecendo que a flexão acontece com respeito ao eixo y . Na (Tabela 44) e na (Figura 95) há uma representação alternativa.

$$M_{fy}(z) = -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{2.232561033 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.026857872 \cdot z - \left(-\frac{2.232561033 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.026857872 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fy}(z) = 0.044630208 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 536.9046602KN \cdot z + 22574.15456KNm \tag{8.181}$$

$$M_{fy}(z) = -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{1.860469265 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.02685788 \cdot z - \left(-\frac{1.860469265 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot \right. \right.$$

$$\left. (60m)^3 + 0.02685788 \cdot 60m \right] \rightarrow M_{fy}(z) = 0.037191875 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 536.9048201KN \cdot z + 24180.8442KNm \quad (8.182)$$

$$M_{fy}(z) =$$

$$-19990.58824KN \cdot \left[-\frac{1.858145254 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.026857868 \cdot z - \left(-\frac{1.858145254 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.026857868 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fy}(z) = 0.037145416 \frac{KN}{m^2} \cdot z^3 - 536.9045802KN \cdot z + 24190.86481KNm \quad (8.183)$$

Tabela 44. Dados dos momentos fletores para a estrutura do terceiro exemplo sujeita a carregamento lateral de $0.3F_x$.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
<i>z(m)</i>	<i>M_{fy}(KNm)</i>	<i>M_{fy}(KNm)</i>	<i>M_{fy}(KNm)</i>
0	22574,15456	24180,8442	24190,86418
3	20964,6456	22571,13392	22581,15337
6	19362,36672	20967,44873	20977,46011
9	17774,54804	19375,8137	19385,80197
12	16208,41964	17802,25392	17812,1965
15	14671,21161	16252,79448	16262,66126
18	13170,15405	14733,46046	14743,2138
21	11712,47705	13250,27693	13259,87169
24	10305,41071	11809,269	11818,65249
27	8956,185119	10416,46174	10425,57374
30	7672,03037	9077,880225	9086,653006
33	6460,176558	7799,549552	7807,907848
36	5327,853777	6587,4948	6595,355822
39	4282,292121	5447,741053	5455,014484
42	3330,721682	4386,313395	4392,901392
45	2480,372555	3409,236909	3415,034104
48	1738,474834	2522,53668	2527,430177
51	1112,258611	1732,237791	1736,107168
54	608,9539817	1044,365325	1047,082634
57	235,7910387	464,9443669	466,3741339
60	-0,000124	0	-0,000776

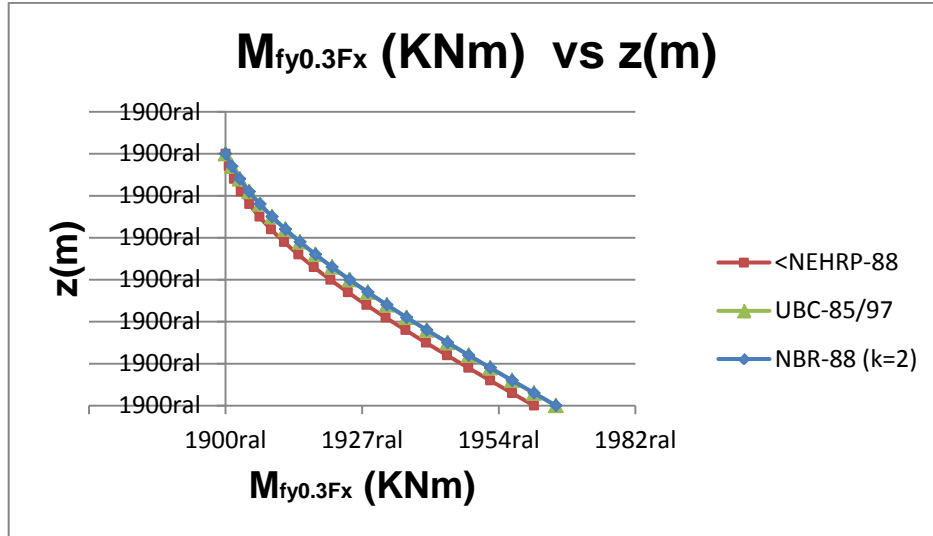


Figura 95. Comparação dos momentos fletores originários do carregamento de $0.3 \cdot F_x$ no caso do terceiro exemplo.

8.3.7.2 Rotação $\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0$

Para determinar o giro considera-se a componente c do vetor $\begin{pmatrix} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4m \end{pmatrix}$ porque ainda é considerado o o carregamento de 30% segundo o sentido x e a componente S_{cc} da matriz $|S|$.

A (8.184), (8.185) e (8.186) definem as rotações segundo cada norma considerada e referidas à origem 0 e que representadas como $\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0$.

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = -\frac{0.3 \cdot (-4m) \cdot 214.225 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 1778145.883 KNm^2 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot (-4m)}{1778145.883 KNm^2} \cdot \left(731.979 KN + \frac{214.225 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = \frac{4.015887224 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.831141743 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.184)$$

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = -\frac{0.3 \cdot (-4m) \cdot 178.521 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 1778145.883 KNm^2 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot (-4m)}{1778145.883 KNm^2} \cdot \left(1803.101 KN + \frac{178.521 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = \frac{3.346575811 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.831143092 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.185)$$

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = -\frac{0.3 \cdot (-4m) \cdot 178.298 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 1778145.883 KNm^2 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{0.3 \cdot (-4m)}{1778145.883 KNm^2} \cdot \left(1809.788 KN + \frac{178.298 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow$$

$$\varphi_{0.3 \cdot F_x}^0(z) = \frac{3.342395426 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{4.827091906 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.186)$$

8.3.8 Determinação das forças no topo e o carregamento distribuído segundo as normas; prévia da NEHRP-88, a UBC-85/97 e NBR-88 quando o carregamento acontece segundo x.

Apartir da (2.25) e desde a (Tabela 45) são obtidas as (8.187), (8.188) e (8.189) que são produto da aplicação das normas que consideram o caso de $k = 1$.

Tabela 45. Tabela análise sísmica para o edifício do exemplo 3 quando é suposto o carregamento segundo y e sob a condição de $k = 1$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nível		
0							
3	960	2880	0,005	30,19977565	0→3	6039,95513	90,59932695
6	960	5760	0,01	60,3995513	3→6	6009,755354	362,3973078
9	960	8640	0,015	90,59932695	6→9	5949,355803	815,3939426
12	960	11520	0,02	120,7991026	9→12	5858,756476	1449,589231
15	960	14400	0,025	150,9988783	12→15	5737,957374	2264,983174
18	960	17280	0,03	181,1986539	15→18	5586,958495	3261,57577
21	960	20160	0,035	211,3984296	18→21	5405,759841	4439,367021
24	960	23040	0,04	241,5982052	21→24	5194,361412	5798,356925
27	960	25920	0,045	271,7979809	24→27	4952,763207	7338,545483
30	960	28800	0,05	301,9977565	27→30	4680,965226	9059,932695
33	960	31680	0,055	332,1975322	30→33	4378,967469	10962,51856
36	960	34560	0,06	362,3973078	33→36	4046,769937	13046,30308
39	960	37440	0,065	392,5970835	36→39	3684,372629	15311,28625
42	960	40320	0,07	422,7968591	39→42	3291,775546	17757,46808
45	960	43200	0,075	452,9966348	42→45	2868,978687	20384,84856
48	960	46080	0,08	483,1964104	45→48	2415,982052	23193,4277
51	960	48960	0,085	513,3961861	48→51	1932,785642	26183,20549
54	960	51840	0,09	543,5959617	51→54	1419,389456	29354,18193
57	960	54720	0,095	573,7957374	54→57	875,7934939	32706,35703
60	480	28800	0,05	301,9977565	57→60	301,9977565	18119,86539
Σ	18720	576000	1	6039,95513			241900,203

No caso da norma anterior à NEHRP-88 A (8.187) exprime as variáveis importantes no médio contínuo.

$$\begin{cases}
 F_{Ty}^{MC} = 0.1 \cdot 6039.95513KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 241900.203KNm - 2 \cdot 60m \cdot 6039.95513KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 617.585414KN \\
 p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 6039.95513KN - 241900.203KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 180.7456572 \frac{KN}{m}
 \end{cases}$$

(8.187)

Na UBC-85/97 há uma limitante com respeito à intensidade da força no topo e assim a (8.188) exprime essa condição.

$$F_T = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1v} \cdot V_{By} < 0.25 \cdot V_{By} \rightarrow F_T = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1v} \cdot V_{By} < 0.25 \cdot V_{By} \rightarrow F_T = \frac{0.07}{s} \cdot 5.690426379s \cdot V_{By} = 0.398329846 \cdot V_{By} > 0.25 \cdot V_{By} \quad (8.188)$$

Empregar como força no topo para médio contínuo, o valor dado do 25% do esforço cisalhante na base do prédio. Assim, $F_{Ty}^{MC} = 0.25 \cdot 6039.95513KN = 1509.988783KN$. A (8.189) fornece os subsídios para aplicar a expressão (7.23) que define o deslocamento em médio contínuo.

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = 0.25 \cdot 6039.95513KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 241900.203KNm - 2 \cdot 60m \cdot 6039.95513KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 1521.3137KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 6039.95513KN - 241900.203KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 150.621381 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.189)$$

Tabela 46. Tabela análise sísmica para o edifício do exemplo 3 quando é suposto o carregamento segundo y e sob a condição de $k = 2$.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm^2)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	960	8640	0,000374532	2,2621555	0→3	6039,95513	6,786466438
6	960	34560	0,001498127	9,0486219	3→6	6037,692975	54,29173151
9	960	77760	0,003370787	20,359399	6→9	6028,644353	183,2345938
12	960	138240	0,005992509	36,194488	9→12	6008,284953	434,333852
15	960	216000	0,009363296	56,553887	12→15	5972,090466	848,3083048
18	960	311040	0,013483146	81,437597	15→18	5915,536579	1465,876751
21	960	423360	0,01835206	110,84562	18→21	5834,098981	2327,757988
24	960	552960	0,023970037	144,77795	21→24	5723,253363	3474,670816
27	960	699840	0,030337079	183,23459	24→27	5578,475412	4947,334033
30	960	864000	0,037453184	226,21555	27→30	5395,240818	6786,466438
33	960	1045440	0,045318352	273,72081	30→33	5169,02527	9032,786829
36	960	1244160	0,053932584	325,75039	33→36	4895,304457	11727,01401
39	960	1460160	0,06329588	382,30428	36→39	4569,554068	14909,86676
42	960	1693440	0,07340824	443,38247	39→42	4187,249792	18622,06391
45	960	1944000	0,084269663	508,98498	42→45	3743,867318	22904,32423
48	960	2211840	0,09588015	579,1118	45→48	3234,882336	27797,36653
51	960	2496960	0,1082397	653,76293	48→51	2655,770533	33341,90961
54	960	2799360	0,121348315	732,93838	51→54	2002,007599	39578,67227
57	960	3119040	0,135205993	816,63813	54→57	1269,069224	46548,3733
60	480	1728000	0,074906367	452,4311	57→60	452,4310959	27145,86575
Σ	18720	23068800	1	6039,9551			272137,3042

Como acontece em quase todos os códigos onde $k = 2$ para longos períodos fundamentais de vibração, a (Tabela 46) provisiona da informação requerida para a

obtenção da (8.190) a partir da (2.26) que exprime os dados básicos para a determinação dos deslocamentos originários do carregamento $1.0 \cdot F_y$.

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = \frac{3}{60m} \cdot 272137.3042KNm - 2 \cdot 6039.9551KN \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 1526.95501KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 6039.9551KN - 272137.3042KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 150.4333363 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.190)

8.3.8.1 Deslocamento v

Desde as (8.187), (8.189) e (8.190) são obtidas as (8.191), (8.192) e (8.193) que definem os deslocamentos produzidos pelo carregamento de 100% da carga lateral de sismo atuando no sentido y.

$$\begin{aligned} v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{1 \cdot 180.7456572 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 56922.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{1}{56922.35296KN} \cdot \left[617.585414KN + \frac{180.7456572 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z \\ \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{8.820283138 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108669 \cdot z \end{aligned} \quad (8.191)$$

$$\begin{aligned} v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{1 \cdot 150.621381 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 56922.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{1}{56922.35296KN} \cdot \left[1521.3137KN + \frac{150.621381 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z \\ \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{7.350235949 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108669 \cdot z \end{aligned} \quad (8.192)$$

$$\begin{aligned} v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{1 \cdot 150.4333363 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 56922.35296KN \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{1}{56922.35296KN} \cdot \left[1526.95501KN + \frac{150.4333363 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z \\ z \rightarrow v_{1.0 \cdot F_y}(z) &= -\frac{7.341059476 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108668 \cdot z \end{aligned} \quad (8.193)$$

As (8.191), (8.192) e (8.193) são apresentado em formato tabelar e gráfico nas (Tabela 47) e na (Figura 96) respectivamente.

Tabela 47. Deslocamentos segundo y obtidos para o carregamento de $1.0F_y$, quando aplicada a estrutura do terceiro exemplo as três normas.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$v_{1.0F_y} (m)$	$v_{1.0F_y} (m)$	$v_{1.0F_y} (m)$
0	0	0	0
3	0,318087859	0,318127551	0,318127795
6	0,634746832	0,635064363	0,635066339
9	0,94854803	0,949619699	0,94962638
12	1,258062568	1,26060282	1,260618665
15	1,561861559	1,566822989	1,566853944
18	1,858516116	1,867089466	1,867142965
21	2,146597351	2,160211514	2,160296476
24	2,424676379	2,444998394	2,445125226
27	2,691324312	2,720259369	2,720439962
30	2,945112263	2,984803699	2,985051434
33	3,184611346	3,237440648	3,23777039
36	3,408392674	3,476979476	3,477407577
39	3,61502736	3,702229445	3,702773745
42	3,803086516	3,911999817	3,912679642
45	3,971141257	4,105099854	4,105936015
48	4,117762696	4,280338818	4,281353614
51	4,241521945	4,43652597	4,437743187
54	4,340990117	4,572470573	4,573915483
57	4,414738327	4,686981887	4,688681248
60	4,461337686	4,778869175	4,780851233

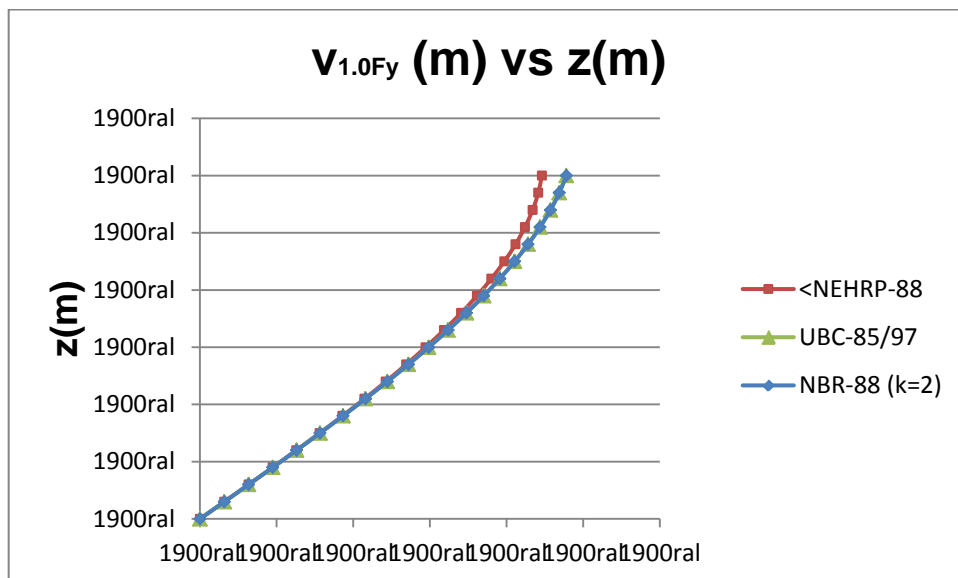


Figura 96. Comparação dos deslocamentos segundo y devidos ao carregamento de $1.0 \cdot F_y$ segundo 3 normativas para o terceiro exemplo.

8.3.8.1.1 Determinação de esforços

Considerando as funções elásticas e suas derivadas são expressadas as funções momento fletor e esforço de cisalhamento respectivamente. A (8.194) contém as derivadas com as quais primeiramente são determinados os esforços cisalhantes.

$$\begin{cases} v'_{1.0F_y}(z) = \frac{-2.646084941 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108669 \\ v'_{1.0F_y}(z) = \frac{-2.205070785 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108669 \\ v'_{1.0F_y}(z) = \frac{-2.202317843 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108668 \end{cases} \quad (8.194)$$

Finalmente, é importante definir quais são os elementos que serão considerados para assumir ativamente carregamento quando acontece deslocamento segundo y . Isso é definido na (Figura 97) seguinte.

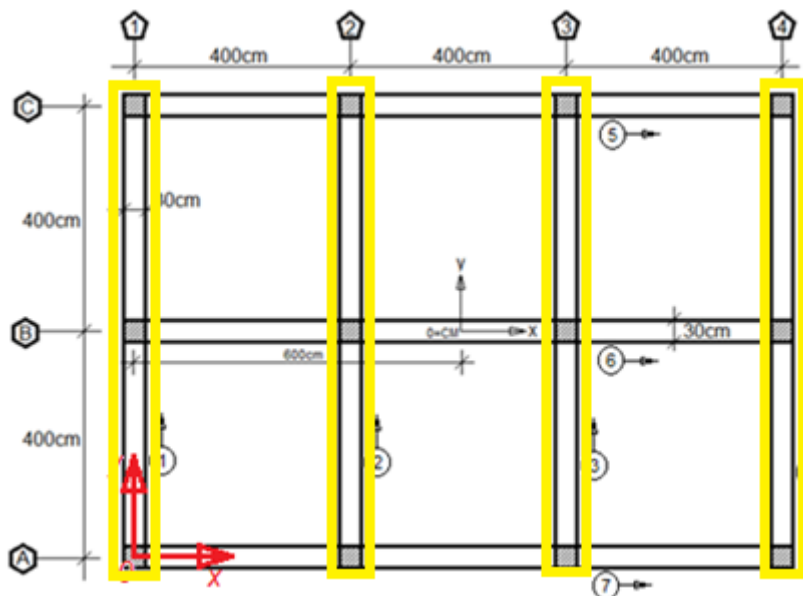


Figura 97. Elementos a serem considerados na análise quando o carregamento fica contido no eixo y para o caso do terceiro exemplo.

Para esses elementos o s_f considerado é $s_{f_y} = 14230.58824KN$. Onde y é um índice que abrange os valores 1, 2, 3, 4 que são os pórticos sublinhados.

8.3.8.1.1.1 Esforços de cisalhamento

As (8.195), (8.196) e (8.197) permitem determinar a função dos esforços cisalhantes e que também estão representadas na (Figura 98) e na (Tabela 48).

$$V_{fy}(z) = 14230.58824KN \cdot \left(\frac{-2.646084941 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108669 \right) - \frac{0.037655345KN}{m^2} \cdot z^2 + 1509.988777KN \rightarrow V_{fy}(z) = \quad (8.195)$$

$$V_{fy}(z) = 14230.58824KN \cdot \left(\frac{-2.205070785 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108669 \right) - \frac{0.031379454KN}{m^2} \cdot z^2 + 1509.988777KN \rightarrow V_{fy}(z) = \quad (8.196)$$

$$V_{fy}(z) = 14230.58824KN \cdot \left(\frac{-2.202317843 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^2 + 0.106108668 \right) - \frac{0.031340278KN}{m^2} \cdot z^2 + 1509.988763KN \rightarrow V_{fy}(z) = \quad (8.197)$$

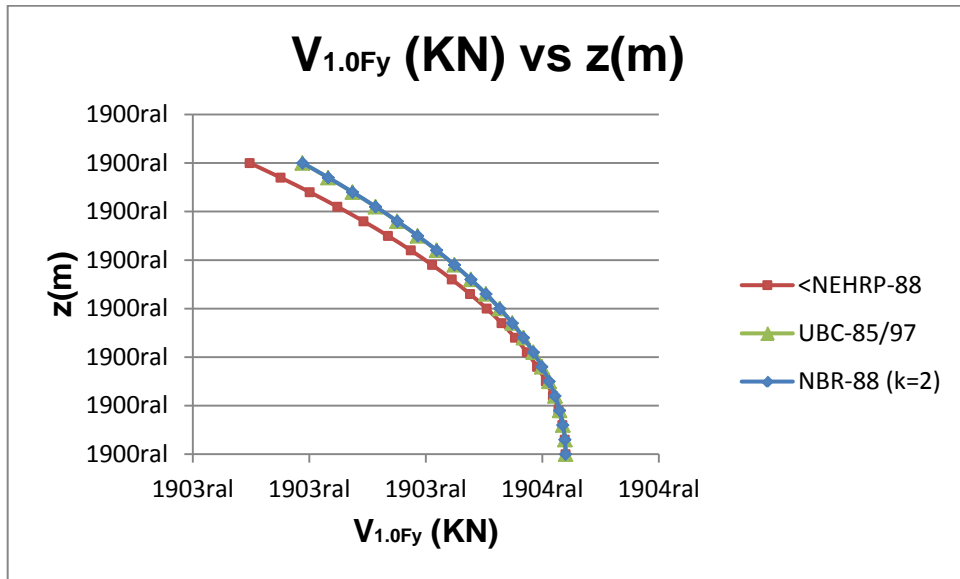


Figura 98. Comparação dos esforços de cisalhamento originários do carregamento de $1.0F_y$ no caso do terceiro exemplo.

Tabela 48. Esforços de cisalhamento segundo y no terceiro exemplo por causa da força $1.0F_y$.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$V_{fy1.0F_y}(KN)$	$V_{fy1.0F_y}(KN)$	$V_{fy1.0F_y}(KN)$
0	1509,988777	1509,988777	1509,988763
3	1509,649879	1509,706362	1509,7067
6	1508,633185	1508,859117	1508,860513
9	1506,938694	1507,447041	1507,4502
12	1504,566407	1505,470136	1505,475763
15	1501,516324	1502,9284	1502,9372
18	1497,788445	1499,821834	1499,834513
21	1493,38277	1496,150438	1496,1677
24	1488,299298	1491,914211	1491,936763
27	1482,53803	1487,113155	1487,1417
30	1476,098967	1481,747268	1481,782513
33	1468,982106	1475,816552	1475,8592
36	1461,18745	1469,321005	1469,371763
39	1452,714997	1462,260627	1462,3202
42	1443,564748	1454,63542	1454,704513
45	1433,736703	1446,445383	1446,5247
48	1423,230862	1437,690515	1437,780762
51	1412,047225	1428,370817	1428,4727
54	1400,185791	1418,486289	1418,600512
57	1387,646561	1408,036931	1408,1642
60	1374,429535	1397,022743	1397,163762

8.3.8.1.1.2. Momentos fletores

A (8.198) é a expressão geral que permite determinar os momentos de flexão que neste caso acontece com respeito ao eixo x .

$$M_{fx}(z) = -s_f \cdot v_f(z) + s_f \cdot v_f(H) \quad (8.198)$$

Nas (8.199), (8.200) e (8.201) estão as expressões para o momento fletor respeito do eixo x . As (Figura 99) e a () também apresentam a mesma informação num formato distinto.

$$M_{fx}(z) = -14230.58824KN \cdot \left[-\frac{8.820283138 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108669 \cdot z - \left(-\frac{8.820283138 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot \right. \right.$$

$$(60m)^3 + 0.106108669 \cdot 60m) \Big] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.125517817KN}{m^2} \cdot z^3 - 1509.988777KN \cdot z + 63487.47805KNm \tag{8.199}$$

$$M_{fx}(z) = -14230.58824KN \cdot \left[-\frac{7.350235949 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108669 \cdot z - \left(-\frac{7.350235949 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.106108669 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.104598181KN}{m^2} \cdot z^3 - 1509.988777KN \cdot z + 68006.11948KNm \tag{8.200}$$

$$M_{fx}(z) = -14230.58824KN \cdot \left[-\frac{7.341059476 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.106108668 \cdot z - \left(-\frac{7.341059476 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.106108668 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.104467594KN}{m^2} \cdot z^3 - 1509.988777KN \cdot z + 68034.32534KNm \tag{8.201}$$

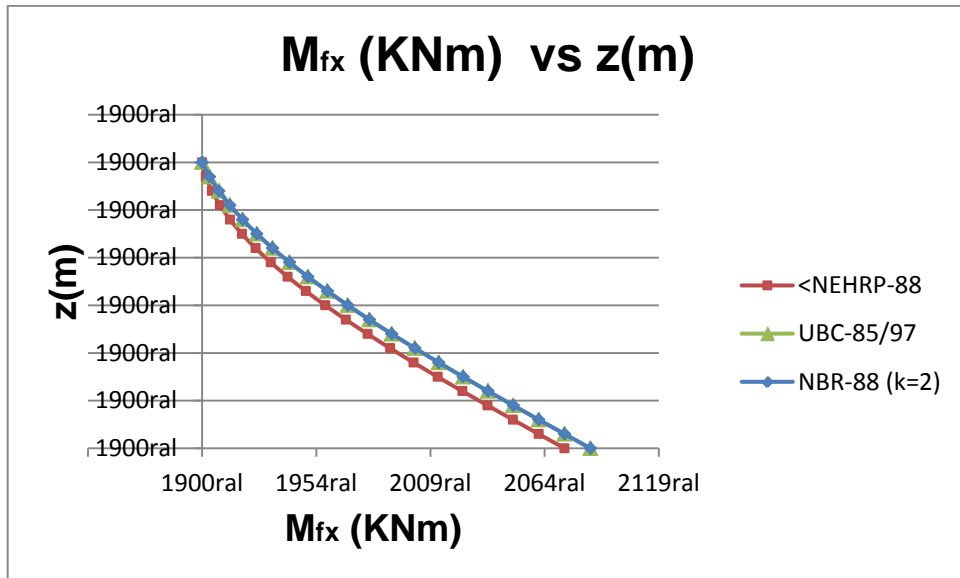


Figura 99. Comparação dos momentos fletores originários do carregamento de $1.0F_y$, no caso do terceiro exemplo.

Tabela 49. Momentos fletores originados pelo deslocamento segundo o eixo y no terceiro exemplo.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$
0	63489,49805	68006,11948	68034,32534
3	58962,9207	63478,977	63507,17934
6	54456,67724	58968,77942	58996,95711
9	49991,10155	54492,47165	54520,58244
12	45586,52751	50066,9986	50094,9791
15	41263,28903	45709,30518	45737,07086
18	37041,71997	41436,33627	41463,78151
21	32942,15424	37265,0368	37292,03483
24	28984,9257	33212,35167	33238,75458
27	25190,36826	29295,22578	29320,86455
30	21578,8158	25530,60404	25555,28851
33	18170,6022	21935,43135	21958,95025
36	14986,06135	18526,65262	18548,77353
39	12045,52713	15321,21275	15341,68213
42	9369,333442	12336,05665	12354,59984
45	6977,814159	9588,129227	9604,450419
48	4891,303172	7094,375384	7108,157658
51	3130,134366	4871,740025	4882,645329
54	1714,641628	2937,168057	2944,83721
57	665,1588447	1307,604385	1311,657078
60	2,019902	-0,006086	0,0287084

8.3.8.2 Rotação $\varphi_{1.0.F_y}^0$

Para rotação quando o sentido do carregamento é y , a $\varphi_{1.0.F_y}^0$ é determinada empregando um valor $c = 6m$ positivo porque é suposta uma força segundo y atuando no sentido positivo das y . Uma expressão geral é escrita na (8.202) exprimida como função da elevação e também das grandezas referidas ao médio contínuo, p_{0y}^{MC} e F_{Ty}^{MC} .

$$\varphi_{1.0.F_y}^0(z) = -\frac{+6m \cdot p_{0y}^{MC}}{6 \cdot 1778145.883KNm^2 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{6m}{1778145.883KNm^2} \cdot \left[F_{Ty}^{MC} + \frac{p_{0y}^{MC} \cdot 60m}{2} \right] \cdot z \rightarrow$$

$$\varphi_{1.0.F_y}^0(z) = 9.373059222 \cdot 10^{-9} \frac{p_{0y}^{MC}}{KNm^2} \cdot z^3 + \frac{3.37430132 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left[F_{Ty}^{MC} + 30m \cdot p_{0y}^{MC} \right] \cdot z \quad (8.202)$$

De maneira que na (8.203) ficam contidos os deslocamentos de giro em cada uma das normatividades consideradas.

$$\begin{cases} \varphi_{1.0-F_y}^0(z) = \frac{1.694139749 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.020380628}{m} \cdot z \\ \varphi_{1.0-F_y}^0(z) = \frac{1.411783124 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.020380628}{m} \cdot z \\ \varphi_{1.0-F_y}^0(z) = \frac{1.41002057 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.020380628}{m} \cdot z \end{cases} \quad (8.203)$$

8.4 EXEMPLO 4. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO SÓ POR PÓRTICOS (2)

O edifício do exemplo 4 (Figura 100) é conformado só por pórticos como no caso 3.

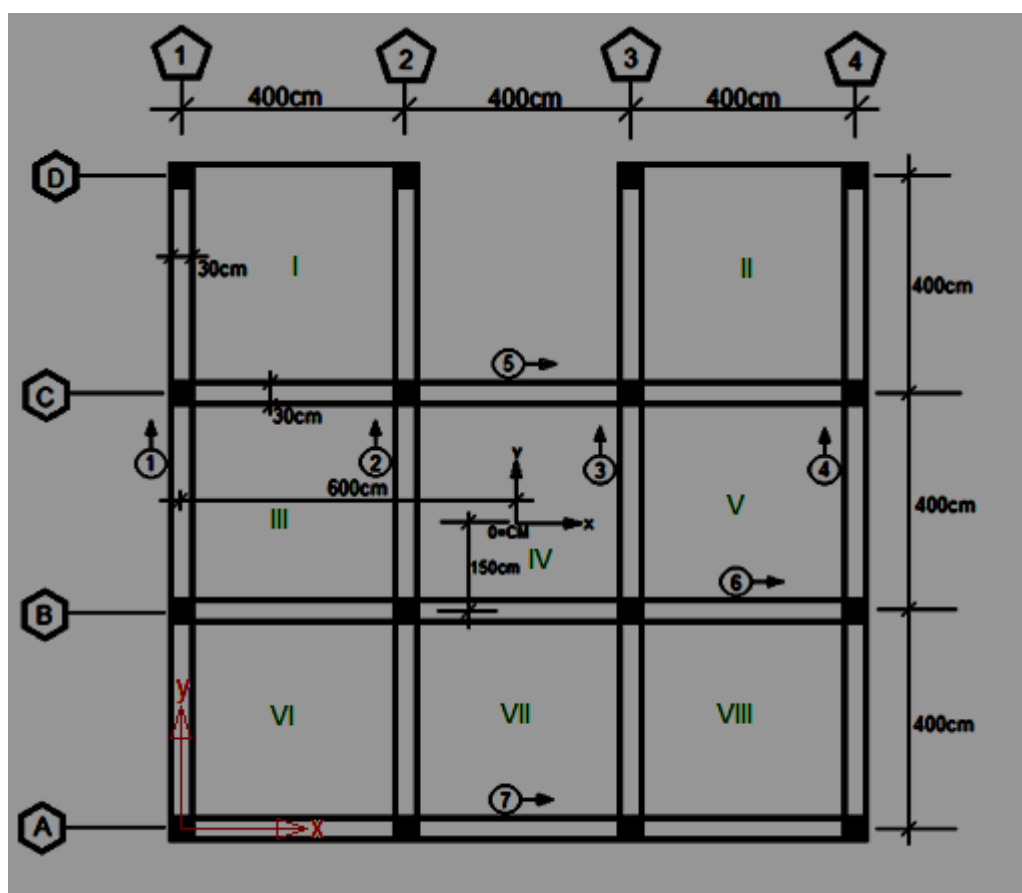


Figura 100. Planta edifício exemplo 4 [Laier, 1978 adaptado]

8.4.1 Especificações

O edifício é constituído de 20 andares tipo como mostrado na (Figura 100) e fundamentalmente apresenta as mesmas propriedades geométricas do edifício do

exemplo 3. Adotando novamente um módulo elástico $E = 10^7 \frac{KN}{m^2}$ e supondo uma carga distribuída no andar tipo $q = 10 \frac{KN}{m^2}$.

8.4.2 Posição do centro de massa

Partindo da (Figura 100) e com ajuda da (Tabela 50) são obtidas as coordenadas do centro de massa do pavimento tipo.

Tabela 50. Dados necessários para determinar a posição do **CM** do pavimento do exemplo 4.

ELEMENTO <i>i</i>	$A_i (m^2)$	$\bar{x}_i (m)$	$\bar{y}_i (m)$	$A_i \cdot \bar{x}_i (m^3)$	$A_i \cdot \bar{y}_i (m^3)$
<i>I</i>	16	2	10	32	160
<i>II</i>	16	10	10	160	160
<i>III</i>	16	2	6	32	96
<i>IV</i>	16	6	6	96	96
<i>V</i>	16	10	6	160	96
<i>VI</i>	16	2	2	32	32
<i>VII</i>	16	6	2	96	32
<i>VIII</i>	16	10	2	160	32
Σ	128			768	704

Assim a (8.204) define a posição do centro de massa procurado.

$$\begin{cases} \bar{x}_{CM} = \frac{\Sigma A_i \cdot \bar{x}_i}{\Sigma A_i} \rightarrow \bar{x}_{CM} = \frac{768m^3}{128m^2} \rightarrow \bar{x}_{CM} = 6m \\ \bar{y}_{CM} = \frac{\Sigma A_i \cdot \bar{y}_i}{\Sigma A_i} \rightarrow \bar{y}_{CM} = \frac{704m^3}{128m^2} \rightarrow \bar{y}_{CM} = 5.5m \end{cases} \quad (8.204)$$

8.4.3 Determinação dos coeficientes de rigidez s_{fi}

Com ajuda da (Tabela 51) são obtidos os valores dos coeficientes s_{fi} onde o índice i põe em evidência o fato de que trata-se do pórtico i .

Tabela 51. Propriedades geométricas e de rigidez dos elementos do exemplo 4.

Pórtico i	$b \times t$ pilares cm	K_{xc} cm^3	K_{yc} cm^3	$b \times t$ vigas cm	K_{xv} cm^3	a_{fi}	b_{fi}	c_{fi}
1	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f1} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f1} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{f1} $= 600cm - 0$ $= 600cm$
2	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f2} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f2} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{f2} $= 600cm$ $- 400cm$ $= 200cm$
3	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f3} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f3} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{f3} $= 600cm$ $- 800cm$ $= -200cm$
4	30 x 30	225	225	30 x 40	400	a_{f4} $= \cos 90^\circ$ $= 0$	b_{f4} $= \sin 90^\circ$ $= 1$	c_{f4} $= 600cm$ $- 1200cm$ $= -600cm$
5 —	30 x 30	225	225	30 x 40	400	$a_{fA} = \cos 0^\circ$ $= 1$	$b_{fA} = \sin 0^\circ$ $= 0$	c_{f5} $= 550cm$ $- 800cm$ $= -250cm$
6 —	30 x 30	225	225	30 x 40	400	$a_{fB} = \cos 0^\circ$ $= 1$	$b_{fB} = \sin 0^\circ$ $= 0$	c_{f6} $= 550cm$ $- 400cm$ $= 150cm$
7 —	30 x 30	225	225	30 x 40	400	$a_{fC} = \cos 0^\circ$ $= 1$	$b_{fC} = \sin 0^\circ$ $= 0$	c_{f7} $= 550cm$ $- 0cm$ $= 550cm$

É necessário fazer um agrupamento de pilares segundo as direções principais.

Segundo a y , os grupos ficam conformados da seguinte maneira: Grupo I (A1, A2, A3, A4, D1, D2, D3, D4). No Grupo II (B1, B2, B3, B4, C1, C2, C3, C4).

Segundo x há dois grupos de pilares. No Grupo I (A1, A4, B1, B4, C1, C4) onde só há uma viga chegando ao pilar. No Grupo II (A2, A3, B2, B3, C2, C3) há dois tramos de viga chegando no pilar.

8.4.3.1 Pilares Grupo I (Sentido y)

De acordo com a (Figura 101) os pilares sublinhados quando analisados no eixo y apresentam como característica que só chegam neles um tramo de viga.

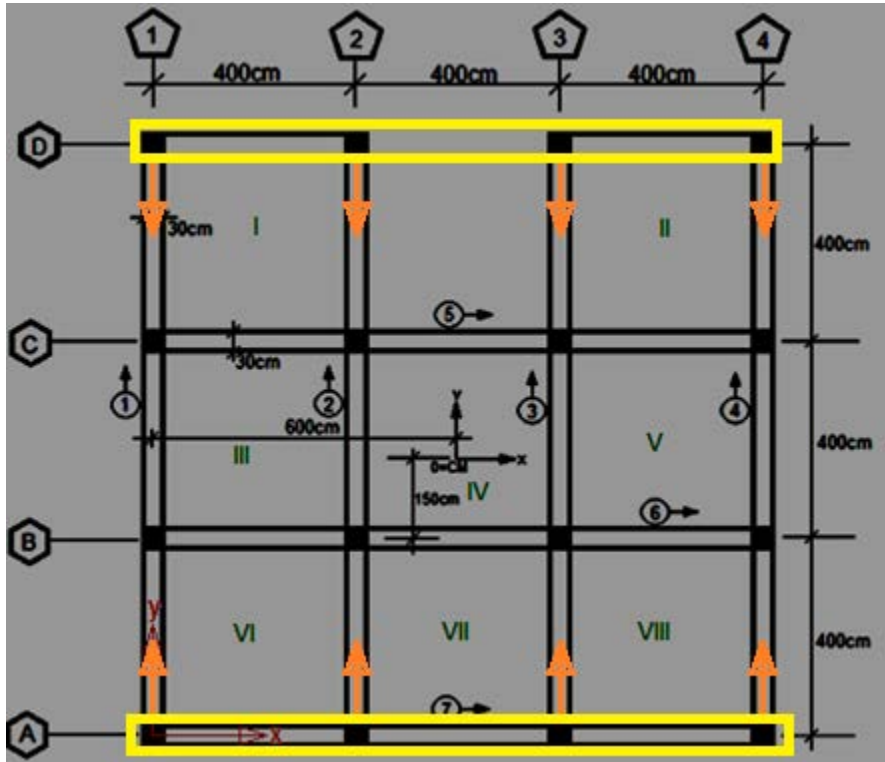


Figura 101. Detalhe dos pilares que formam o grupo I segundo y quando analisado o edifício do exemplo 4.

O s_f para este grupo de pilares é expresso na (8.206) baseada nos dados seguintes contidos na (8.205).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225\text{cm}^3 \\ \sum_{vn} K = 400\text{cm}^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225\text{cm}^3 + 400\text{cm}^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850\text{cm}^3 \end{array} \right. \quad (8.205)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{1000\text{KN}}{300\text{cm}} \cdot 225\text{cm}^3 \cdot \frac{400\text{cm}^3}{850\text{cm}^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.29411829\text{KN} \quad (8.206)$$

8.4.3.2 Pilares Grupo II (Sentido y)

Os pilares em destaque formam o Grupo II quando a análise é feita segundo y . Sua característica é que há dois tramos que chegam neles como enxergado na (Figura 102).

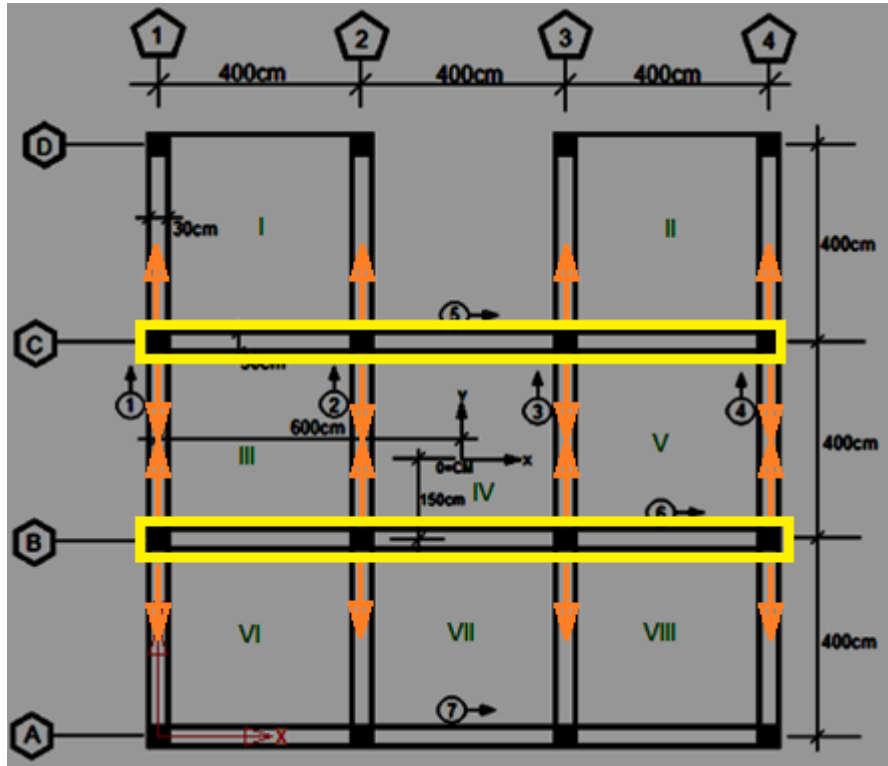


Figura 102. Detalhe dos pilares que formam o grupo II segundo y quando analisado o edifício do exemplo 4.

Neste caso os dados de importância para a (8.208) são contidos na (8.207).

$$\begin{cases} K_p = 225\text{cm}^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400\text{cm}^3 = 800\text{cm}^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225\text{cm}^3 + 2 \cdot 400\text{cm}^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250\text{cm}^3 \end{cases} \quad (8.207)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{1000\text{KN}}{300\text{cm}} \cdot 225\text{cm}^3 \cdot \frac{800\text{cm}^3}{1250\text{cm}^3} \rightarrow s_{fII} = 5760\text{KN} \quad (8.208)$$

Pelo tanto o s_f dos pórticos associados por serem com iguais características ficam descritas na (8.209)

$$s_{fy} = 2 \cdot s_{fI-D4} + 2 \cdot s_{fII} \rightarrow s_{fy} = 2 \cdot 4235.29411829\text{KN} + 2 \cdot 5760\text{KN} \rightarrow s_{fy} = 19990.58824\text{KN} \quad (8.209)$$

8.4.3.3 Pilares Grupo I (Sentido x)

Os pilares com só um tramo de viga chegando estão representados na (Figura 103).

A (8.210) contém a informação necessária para obter o valor de s_f para esse grupo de pilares como o apresentado na (8.211).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225\text{cm}^3 \\ \sum_{vm} K = 400\text{cm}^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225\text{cm}^3 + 400\text{cm}^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850\text{cm}^3 \end{array} \right. \quad (8.210)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{1000\text{KN}}{300\text{cm}} \cdot 225\text{cm}^3 \cdot \frac{400\text{cm}^3}{850\text{cm}^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.294118\text{KN} \quad (8.211)$$

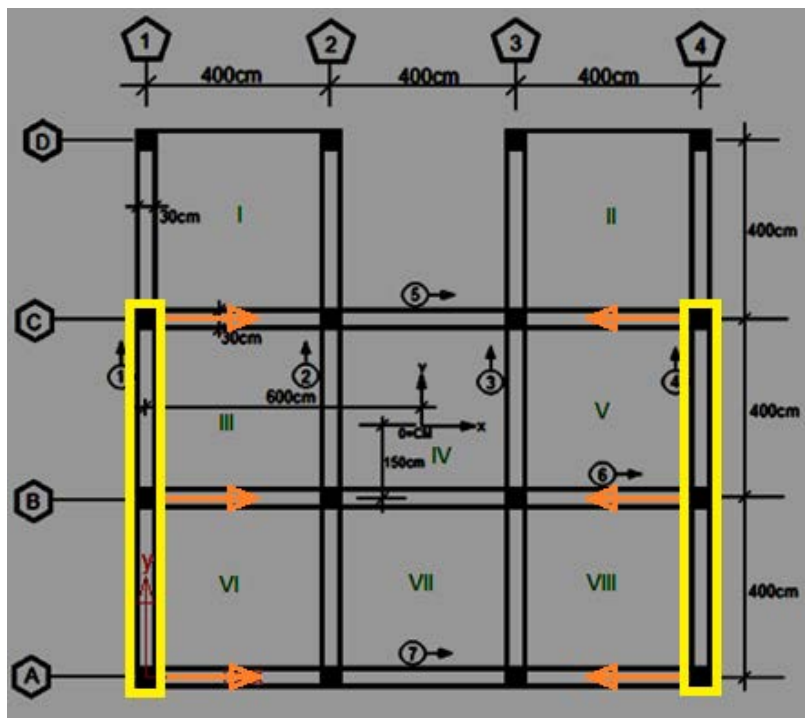


Figura 103. Detalhe dos pilares que formam o grupo I segundo x quando analisado o edifício do exemplo 4.

8.4.3.4 Pilares Grupo II (Sentido x)

Na (Figura 104) são apresentados os pilares que têm dois tramos de viga chegando segundo x .

Consequentemente a (8.212), fornece a informação necessária para a determinação da s_f para o grupo de pilares em estudo segundo a (8.213).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225\text{cm}^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400\text{cm}^3 = 800\text{cm}^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225\text{cm}^3 + 2 \cdot 400\text{cm}^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250\text{cm}^3 \end{array} \right. \quad (8.212)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{1000\text{KN}}{300\text{cm}} \cdot 225\text{cm}^3 \cdot \frac{800\text{cm}^3}{1250\text{cm}^3} \rightarrow s_{fII} = 5760\text{KN} \quad (8.213)$$

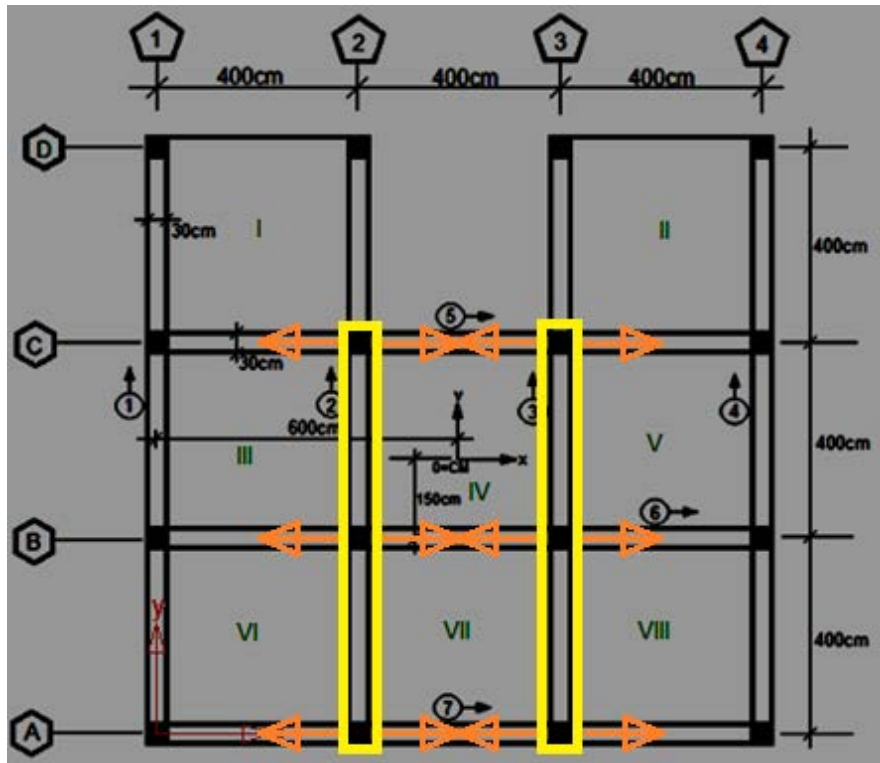


Figura 104. Detalhe dos pilares que formam o grupo II segundo x quando analisado o edifício do exemplo 4.

E substituindo as diversas rigidezes obtidas no passo anterior se chega à expressão para as s_{fx} segundo a (8.214).

$$s_{fx} = 2 \cdot s_{fI} + 2 \cdot s_{fII} \rightarrow s_{fx} = 2 \cdot [4235.294118\text{KN} + 5760\text{KN}] \rightarrow s_{fx} = 19990.58824\text{KN} \quad (8.214)$$

8.4.4 Posição do centro de rigidezes

Reconhecendo que s_f tem unidades de força, é possível escrever somatórias de momentos envolvendo coeficientes s_f . A expressão (8.215) é escrita tomando momentos com à origem de coordenadas que fica no centro do pilar A1, e visa se obter uma expressão para a coordenada y_{CR} do centro de rigidezes.

$$\left\{ \begin{array}{l} s_{fxT} \cdot y_{CR} = s_{f1} \cdot y_1 + s_{f2} \cdot y_2 + s_{f3} \cdot y_3 \rightarrow y_{CR} = \frac{\sum_{i=1}^{NF} s_{fi} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{NF} s_{fi}} \\ y_{CR} = \frac{s_{f2} \cdot y_2 + s_{f3} \cdot y_3}{s_{f1} + s_{f2} + s_{f3}} = \frac{s_f \cdot (y_2 + y_3)}{3 \cdot s_f} = \frac{4m + 8m}{3} = 4m \end{array} \right. \quad (8.215)$$

Na (8.215) NF é o número de pórticos que podem ser lidos segundo cada sentido de análise. Assim, segundo x são lidos 3 pórticos e segundo y são lidos 4.

Uma expressão semelhante à (8.215) é feita para a determinação da grandeza x_{CR} . Porém, explorando a simetria conclui-se a (8.216).

$$x_{CR} = x_{CM} = 6m \quad (8.216)$$

Do anterior, e com a informação contida nas (8.204), (8.215) e (8.216) é apresentada a (8.217).

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{Tx} = |x_{CM} - x_r| + 0.075 \cdot L_x \rightarrow e_{Tx} = |6m - 6m| + 0.075 \cdot 12m \rightarrow e_{Tx} = 0.9m \\ e_{Ty} = |y_{CM} - y_r| + 0.075 \cdot L_y \rightarrow e_{Ty} = |5.5m - 4m| + 0.075 \cdot 12m \rightarrow e_{Ty} = 2.4m \end{array} \right. \quad (8.217)$$

A e_T e o ângulo α que forma a linha que conecta o CM com o CR e o eixo horizontal é dada na (8.218).

$$\left\{ \begin{array}{l} e_T = \sqrt{(e_{Tx})^2 + (e_{Ty})^2} \rightarrow e_T = \sqrt{(0.9m)^2 + (2.4m)^2} \rightarrow e_T = 2.563m \\ \alpha = \arctg\left(\frac{e_{Ty}}{e_{Tx}}\right) \rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{2.40m}{0.90m}\right) \rightarrow \alpha = 69.444^\circ \end{array} \right. \quad (8.218)$$

8.4.5 Coeficientes S_{mn}

As componentes da matriz $|S|$ são determinadas a partir da informação dada nas (8.209) e (8.214), assim como na (Tabela 51) contando com que emprega-se a grandez s_{fx} no caso de determinar os coeficientes vinculados com “a”. De igual maneira, é feito no caso de índice “b” onde é empregada a grandeza s_{fy} . Nas (8.219), (8.220), (8.221), (8.222), (8.223), (8.224) são determinadas as componentes da matriz $|S|$.

$$S_{aa} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot a_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{f1} \cdot a_{f1} \cdot a_{f1} + s_{f2} \cdot a_{f2} \cdot a_{f2} + s_{f3} \cdot a_{f3} \cdot a_{f3} + s_{f4} \cdot a_{f4} \cdot a_{f4} + s_{f5} \cdot a_{f5} \cdot a_{f5} + s_{f6} \cdot a_{f6} \cdot a_{f6} + s_{f7} \cdot a_{f7} \cdot a_{f7} \rightarrow S_{aa} = 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0] + 19990.58824KN \cdot [1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1] \rightarrow S_{aa} = 79962.35296KN \quad (8.219)$$

$$S_{ab} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot a_{fi} \rightarrow S_{ab} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot a_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot a_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot a_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot a_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot a_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot a_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot a_{f7} \rightarrow S_{ab} = 19990.58824KN \cdot [1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1] \rightarrow S_{ab} = 0 = S_{ba} \quad (8.220)$$

$$S_{ac} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{f1} \cdot a_{f1} \cdot c_{f1} + s_{f2} \cdot a_{f2} \cdot c_{f2} + s_{f3} \cdot a_{f3} \cdot c_{f3} + s_{f4} \cdot a_{f4} \cdot c_{f4} + s_{f5} \cdot a_{f5} \cdot c_{f5} + s_{f6} \cdot a_{f6} \cdot c_{f6} + s_{f7} \cdot a_{f7} \cdot c_{f7} \rightarrow S_{ac} = 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 600cm + 200cm \cdot 0 + 0 \cdot (-200cm) + 0 \cdot (-600cm)] + 19990.58824KN \cdot [1 \cdot (-250cm) + 1 \cdot 150cm + 1 \cdot (550cm)] \rightarrow S_{ac} = 89957.64708KNm = S_{ca} \quad (8.221)$$

$$S_{bb} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot b_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot b_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot b_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot b_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot b_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot b_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot b_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot b_{f7} \rightarrow S_{bb} = 19990.58824KN \cdot [1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0] \rightarrow S_{bb} = 79962.35296KN \quad (8.222)$$

$$S_{bc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{f1} \cdot b_{f1} \cdot c_{f1} + s_{f2} \cdot b_{f2} \cdot c_{f2} + s_{f3} \cdot b_{f3} \cdot c_{f3} + s_{f4} \cdot b_{f4} \cdot c_{f4} + s_{f5} \cdot b_{f5} \cdot c_{f5} + s_{f6} \cdot b_{f6} \cdot c_{f6} + s_{f7} \cdot b_{f7} \cdot c_{f7} \rightarrow S_{bb} = 19990.58824KN \cdot [1 \cdot (600cm) + 1 \cdot (200cm) + 1 \cdot (-200cm) + 1 \cdot (-600cm)] + 19990.58824KN \cdot [0 \cdot (-250cm) + 0 \cdot 150cm + 0 \cdot (550cm)] \rightarrow S_{bc} = 0 = S_{bc} \quad (8.223)$$

$$S_{cc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_i \cdot c_i \rightarrow S_{cc} = \sum_{i=1}^7 s_{fi} \cdot c_i^2 \rightarrow S_{cc} = s_{f1} c_1^2 + s_{f2} \cdot c_2^2 + s_{f3} \cdot c_3^2 + s_{f4} \cdot c_4^2 + s_{f5} \cdot c_5^2 + s_{f6} \cdot c_6^2 + s_{f7} \cdot c_7^2 \rightarrow S_{cc} = 19990.58824KN \cdot [(6m)^2 + (2m)^2 + (-2m)^2 + (-6m)^2] + 19990.58824KN \cdot [(-2.5m)^2 + (1.5m)^2 + (5.5m)^2] \rightarrow S_{cc} = 2373882.354KNm^2 \quad (8.224)$$

O sistema de equações diferenciais é definido na (8.225).

$$\begin{aligned}
 [S] \cdot [U]' &= V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \rightarrow \begin{bmatrix} S_{aa} & 0 & S_{ac} \\ 0 & S_{bb} & 0 \\ S_{ca} & 0 & S_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \rightarrow \\
 \begin{bmatrix} 79962.35296KN & 0 & 89957.64708KNm \\ 0 & 79962.35296KN & 0 \\ 89957.64708KNm & 0 & 2373882.354KNm^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} &= V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (8.225)
 \end{aligned}$$

Onde $V(z)$ tem a cara dada na (7.1).

Outra escrita para a (8.225) é dada na (8.226).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1.125m \\ 0 & 1 & 0 \\ 1.125m & 0 & 29.68750001m^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (8.226)$$

A inversa da matriz resultante do processo de fatoração é dada na (8.227).

$$\begin{bmatrix} 1.044529962 & 0 & -\frac{0.039582187}{m} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{0.039582188}{m} & 0 & \frac{0.035184167}{m^2} \end{bmatrix} \quad (8.227)$$

Finalmente, na (8.228) é escrita uma expressão com as variáveis desacopladas.

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.044529962 & 0 & -\frac{0.039582187}{m} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{0.039582188}{m} & 0 & \frac{0.035184167}{m^2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (8.228)$$

8.4.5 Propriedades dinâmicas

Agora, considerando as (6.33) e (8.7), as propriedades que dependem da massa são as dadas na (8.229).

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{m} = \frac{CP \cdot A}{g \cdot H} \rightarrow \bar{m} = \frac{10 \frac{KN}{m^2} (12m \cdot 12m - 4m \cdot 4m)}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 3m} \rightarrow \bar{m} = 42.667 \frac{KN \cdot s^2}{m^2} \\ T_{1u} = \frac{4 \cdot 60m}{(2 \cdot 1 - 1)} \sqrt{\frac{42.667 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}}{79962.35296KN}} \rightarrow T_{1u} = 5.544s \\ T_{1v} = \frac{4 \cdot 60m}{(2 \cdot 1 - 1)} \sqrt{\frac{42.667 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}}{79962.35296KN}} \rightarrow T_{1v} = 5.544s \end{array} \right. \quad (8.229)$$

8.4.6 Análise sísmica

A ocorrência de se contar com iguais períodos de vibração segundo x e y faz com que seja suficiente considerar um espectro sísmico só. Então sendo indiferente a direção em análise vão se fazer caso omissos dos índices nos carregamentos e os coeficientes C_s por exemplo.

Na (8.230) se considera um fator $R = 3$ que é característico para estruturas feitas de pórtico de concreto com detalhamento usual.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_a(T) = \frac{F_v \cdot a_g}{T_x} \rightarrow S_a(T) = \frac{1.7 \cdot 0.15 \cdot 10}{5.544} \rightarrow S_a(T) = 0.46 \\ C_s = \frac{S_a \cdot a_g}{R} \rightarrow C_s = \frac{0.46 \cdot 0.15 \cdot 10}{3} \rightarrow C_s = 0.23 \end{array} \right. \quad (8.230)$$

Contar só com um valor para C_s simplifica notavelmente o problema da obtenção dos deslocamentos e os efeitos a eles atrelados.

Tabela 52. Resultados análises sísmica quando $k = 1$ para o caso do exemplo 4.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nível		
0							
3	1280	3840	0,005	28,70187423	0→3	5740,374846	86,10562269
6	1280	7680	0,01	57,40374846	3→6	5711,672972	344,4224908
9	1280	11520	0,015	86,10562269	6→9	5654,269223	774,9506042
12	1280	15360	0,02	114,8074969	9→12	5568,163601	1377,689963
15	1280	19200	0,025	143,5093711	12→15	5453,356104	2152,640567
18	1280	23040	0,03	172,2112454	15→18	5309,846733	3099,802417
21	1280	26880	0,035	200,9131196	18→21	5137,635487	4219,175512
24	1280	30720	0,04	229,6149938	21→24	4936,722368	5510,759852
27	1280	34560	0,045	258,3168681	24→27	4707,107374	6974,555438
30	1280	38400	0,05	287,0187423	27→30	4448,790506	8610,562269
33	1280	42240	0,055	315,7206165	30→33	4161,771763	10418,78035
36	1280	46080	0,06	344,4224908	33→36	3846,051147	12399,20967
39	1280	49920	0,065	373,124365	36→39	3501,628656	14551,85023
42	1280	53760	0,07	401,8262392	39→42	3128,504291	16876,70205
45	1280	57600	0,075	430,5281134	42→45	2726,678052	19373,76511
48	1280	61440	0,08	459,2299877	45→48	2296,149938	22043,03941
51	1280	65280	0,085	487,9318619	48→51	1836,919951	24884,52496
54	1280	69120	0,09	516,6337361	51→54	1348,988089	27898,22175
57	1280	72960	0,095	545,3356104	54→57	832,3543527	31084,12979
60	640	38400	0,05	287,0187423	57→60	287,0187423	17221,12454
	24960	768000	1	5740,374846			229902,0126

Apartir da (Tabela 52) é escrita a expressão dada na (8.231) considerando a (2.25).

$$\begin{cases} F_T^{MC} = 0.1 \cdot 5740.37486KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 229902.0126KNm - 2 \cdot 60m \cdot 5740.37486KN) \rightarrow F_T^{MC} = 586.953305KN \\ p_0^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 5740.37486KN - 229902.0126KNm) \rightarrow p_0^{MC} = 190.867465 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.231)

Para as (8.232) e (8.233) é necessário além de contar com a mesma tabela do período de vibração segundo cada sentido. Que neste caso é o mesmo.

$$F_T = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1v} \cdot V_B < 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_T = \frac{0.07}{s} \cdot 5.544s \cdot V_{By} = 0.38808 \cdot V_{By} > 0.25 \cdot V_{By}$$

(8.232)

Pelo tanto, empregar $F_T = 0.25 \cdot V_B$

$$\begin{cases} F_T^{MC} = 0.25 \cdot 5740.37486KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 229902.0126KNm - 2 \cdot 60m \cdot 5740.37486KN) \rightarrow F_T^{MC} = 1445.856898KN \\ p_0^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 5740.37486KN - 229902.0126KNm) \rightarrow p_0^{MC} = 143.1505995 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.233)

A (8.234) é determinada a partir da informação contida na (Tabela 53) com auxílio da (2.26).

$$\begin{cases} F_T^{MC} = \frac{3}{60m} \cdot 258639.361KNm - 2 \cdot 5740.374846KN \rightarrow F_T^{MC} = 1451.218358KN \\ p_0^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 5740.37486KN - 258639.361KNm) \rightarrow p_0^{MC} = 142.9718843 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.234)$$

Tabela 53. Resultados análise sísmica no caso de $k = 2$ quando analisado o exemplo 4.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm)$	$C_{vi} < 88$	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i (KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nivel		
0							
3	1280	11520	0,000374532	2,149953126	0→3	5740,374846	6,449859377
6	1280	46080	0,001498127	8,599812503	3→6	5738,224893	51,59887502
9	1280	103680	0,003370787	19,34957813	6→9	5729,62508	174,1462032
12	1280	184320	0,005992509	34,39925001	9→12	5710,275502	412,7910002
15	1280	288000	0,009363296	53,74882815	12→15	5675,876252	806,2324222
18	1280	414720	0,013483146	77,39831253	15→18	5622,127424	1393,169626
21	1280	564480	0,01835206	105,3477032	18→21	5544,729112	2212,301766
24	1280	737280	0,023970037	137,5970001	21→24	5439,381408	3302,328001
27	1280	933120	0,030337079	174,1462032	24→27	5301,784408	4701,947486
30	1280	1152000	0,037453184	214,9953126	27→30	5127,638205	6449,859377
33	1280	1393920	0,045318352	260,1443282	30→33	4912,642893	8584,762831
36	1280	1658880	0,053932584	309,5932501	33→36	4652,498564	11145,357
39	1280	1946880	0,06329588	363,3420783	36→39	4342,905314	14170,34105
42	1280	2257920	0,07340824	421,3908127	39→42	3979,563236	17698,41413
45	1280	2592000	0,084269663	483,7394533	42→45	3558,172423	21768,2754
48	1280	2949120	0,09588015	550,3880002	45→48	3074,43297	26418,62401
51	1280	3329280	0,1082397	621,3364534	48→51	2524,04497	31688,15912
54	1280	3732480	0,121348315	696,5848128	51→54	1902,708516	37615,57989
57	1280	4158720	0,135205993	776,1330784	54→57	1206,123704	44239,58547
60	640	2304000	0,074906367	429,9906252	57→60	429,9906252	25799,43751
	24960	30758400	1	5740,374846			258639,361

O próximo passo é determinar funções de deslocamento e dos esforços internos. Supondo primeiramente o 30% do carregamento sísmico segundo x e logo o carregamento de 100% do sismo segundo y .

8.4.7 Determinação dos deslocamentos para a condição de carregamento consistente de $0.3 \cdot F_x$

Embora esteja claro que os períodos de vibração iguais segundo os sentidos x, y . O índice x vai ser empregado porque em x é considerado um carregamento que não é igual ao que acontece segundo y . Isto pela condição de ortogonalidade que recomenda empregar 30% do carregamento originário de sismo segundo uma direção e 100% do sismo no sentido ortogonal.

Para o carregamento atuando no CM do pavimento e dirigido segundo o sentido

positivo das x , o vetor $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ é tomado como $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5.5m \end{bmatrix}$, tal como descrito na (8.235).

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.044529962 & 0 & -\frac{0.039582187}{m} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{0.039582188}{m} & 0 & \frac{0.035184167}{m^2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5.5m \end{bmatrix} \quad (8.235)$$

8.4.7.1 Deslocamento u

A (8.236) exprime a equação diferencial que vai ser resolvida com aplicação da (7.60).

$$u' = \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left\{ F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot [(60m)^2 - z^2] \right\} \quad (8.236)$$

A solução geral para uma equação da forma dada na (8.236) é dada na (8.237).

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{C \cdot p_{0x}^{MC}}{6 \cdot H} \cdot z^3 + C \cdot \left(F_T^{MC} + \frac{p_{0x}^{MC} \cdot H}{2} \right) \cdot z \quad (8.237)$$

Na qual $C = \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN}$ no caso do deslocamento linear segundo x . E assim, a (8.238) define uma expressão recorrente que vai ser alimentada com as três possibilidades para os valores de F_T^{MC} e p_{0x}^{MC} dadas nas normativas.

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{\frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot p_{0x}^{MC}}{6 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(F_T^{MC} + \frac{p_{0x}^{MC} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{4.384813408 \cdot 10^{-8} \cdot p_{0x}^{MC}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(F_T^{MC} + 30m \cdot p_{0x}^{MC} \right) \cdot z \quad (8.238)$$

Assim, as (8.239), (8.240), (8.241) definem os deslocamentos segundo x sob carregamento de 30% do sismo atuando no sentido positivo delas e com ajuda dos valores dados nas (8.231), (8.233) e (8.234). Nas (Tabela 54) e na (Figura 105) estão apresentados os dados em outro formato.

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{4.384813408 \cdot 10^{-8} \cdot 190.867465 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(586.953305KN + 30m \cdot 190.867465 \frac{KN}{m} \right) \cdot z \rightarrow u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{8.369182197 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.099652418 \cdot z \quad (8.239)$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{4.384813408 \cdot 10^{-8} \cdot 142.9718843 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(1451.218358KN + 30m \cdot 142.9718843 \frac{KN}{m} \right) \cdot z \rightarrow u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{6.269050352 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090614649 \cdot z \quad (8.240)$$

$$u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{4.384813408 \cdot 10^{-8} \cdot 143.1505995 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.578532827 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(1445.856898KN + 30m \cdot 143.1505995 \frac{KN}{m} \right) \cdot z \rightarrow u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{6.276886681 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090613701 \cdot z \quad (8.241)$$

Tabela 54. Deslocamentos segundo x originários do carregamento de $0.3F_x$ quando analisado o edifício do exemplo 4.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88
$z(m)$	$u_{0.3F_x}(z)$	$u_{0.3F_x}(z)$	$u_{0.3F_x}(z)$
0	0	0	0
3	0,298731286	0,271770206	0,271671627
6	0,596106765	0,542524825	0,542326398
9	0,890770628	0,811248272	0,810947459
12	1,181367069	1,076924961	1,076517952
15	1,46654028	1,338539305	1,338021022
18	1,744934453	1,595075718	1,594439815
21	2,015193782	1,845518615	1,844757473
24	2,275962457	2,088852408	2,087957143
27	2,525884673	2,324061512	2,323021966
30	2,763604621	2,55013034	2,54893509
33	2,987766493	2,766043308	2,764679656
36	3,197014483	2,970784827	2,969238811
39	3,389992783	3,163339312	3,161595698
42	3,565345585	3,342691178	3,340733462
45	3,721717082	3,507824837	3,505635246
48	3,857751466	3,657724703	3,655284196
51	3,97209293	3,791375192	3,788663456
54	4,063385667	3,907760715	3,90475617
57	4,130273867	4,005865688	4,002545482
60	4,171401725	4,084674524	4,081014537

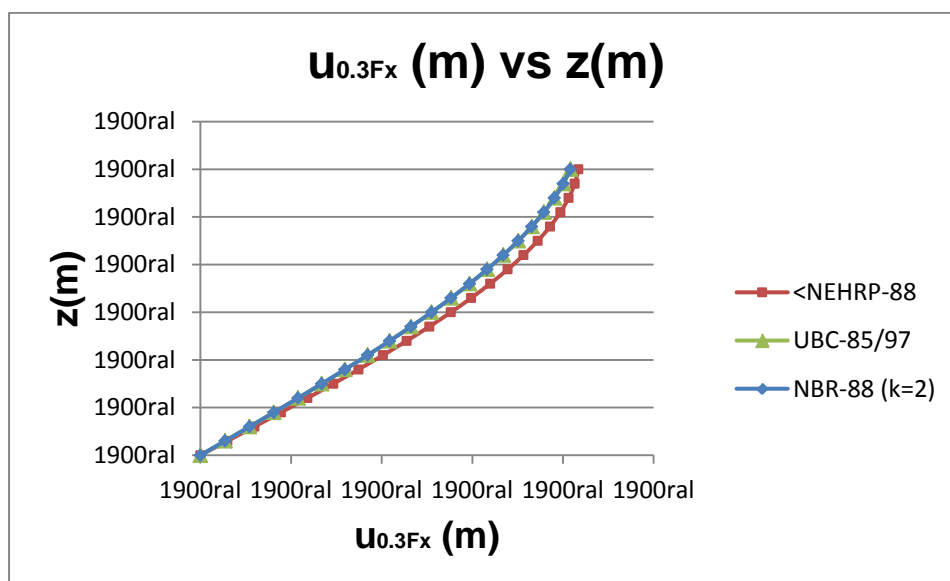


Figura 105. Comparação dos deslocamentos segundo o eixo x no caso do edifício do exemplo 4 quando atua uma força de $0.3F_x$.

8.4.7.1.1 Cálculo de esforços

Reescrevendo na (8.242) as elásticas achadas necessárias para determinação dos momentos fletores e também as derivadas que serão requeridas para a determinação dos esforços de cisalhamento.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{8.369182197 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.099652418 \cdot z \\ u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{6.269050352 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090614649 \cdot z \\ u_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{6.276886681 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090613701 \cdot z \\ \left\{ \begin{array}{l} u'_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{2.510754659 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.099652418 \\ u'_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{1.880715106 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.090614649 \\ u'_{0.3 \cdot F_x}(z) = -\frac{1.883066004 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.090613701 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.242)$$

Devida à simetria $s_{f_x} = s_{f_y} = 19990.58824KN$.

8.4.7.1.1.1 Momentos fletores

Com ajuda da expressão (8.180) são escritas expressões como as (8.243), (8.244) e (8.245) apresentadas nas (Tabela 55) e (Figura 106).

$$\begin{aligned} M_{f_y}(z) = & -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{8.369182197 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.099652418 \cdot z - \left(-\frac{8.369182197 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. (60m)^3 + 0.099652418 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{f_y}(z) = \frac{0.167304875KN}{m^2} \cdot z^3 - 1992.110455KN \cdot z + \\ & 83388.77428KNm \end{aligned} \quad (8.243)$$

$$\begin{aligned} M_{f_y}(z) = & -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{6.269050352 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090614649 \cdot z - \left(-\frac{6.269050352 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. (60m)^3 + 0.090614649 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{f_y}(z) = \frac{0.125322067KN}{m^2} \cdot z^3 - 1811.440137KN \cdot z + \\ & 81616.85528KNm \end{aligned} \quad (8.244)$$

$$M_{fy}(z) = -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{6.276886681 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.090613701 \cdot z - \left(-\frac{6.276886681 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.090613701 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fy}(z) = \frac{0.125478657KN}{m^2} \cdot z^3 - 1811.421186KN \cdot z + 81581.88121KNm \quad (8.245)$$

Tabela 55. Momentos fletores com respeito ao eixo y no caso de carregamento de $0.3F_x$ para o edifício do exemplo 4.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$M_{fy}(KNm)$	$M_{fy}(KNm)$	$M_{fy}(KNm)$
0	83388,77428	81616,85528	81581,88121
3	77416,96015	76185,91856	76151,00558
6	71472,2494	70775,28402	70740,45748
9	65581,74544	65405,25383	65370,56448
12	59772,55164	60096,13017	60061,6541
15	54071,77141	54868,2152	54834,05389
18	48506,50812	49741,81111	49708,09139
21	43103,86517	44737,22007	44704,09415
24	37890,94595	39874,74425	39842,3897
27	32894,85385	35174,68583	35143,30559
30	28142,69226	30657,34698	30627,16937
33	23661,56456	26343,02988	26314,30857
36	19478,57415	22252,03671	22225,05073
39	15620,82442	18404,66963	18379,72341
42	12115,41875	14821,23083	14798,65414
45	8989,460539	11522,02247	11502,17046
48	6270,053176	8527,346738	8510,599917
51	3984,300049	5857,505803	5844,270054
54	2159,304547	3532,80184	3523,508412
57	822,1700609	1573,537025	1568,642534
60	-2E-05	0,013532	-3,8E-05

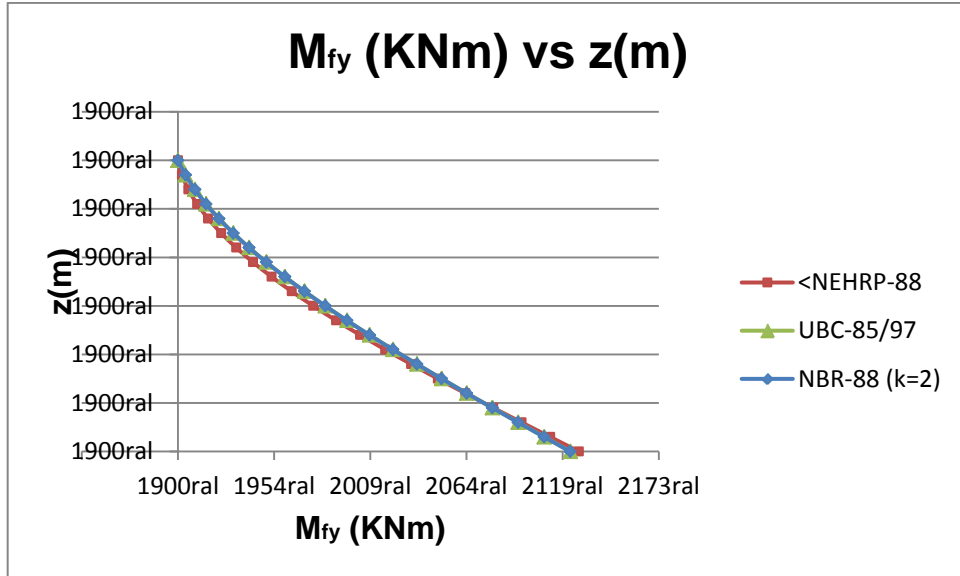


Figura 106. Comparação dos momentos segundo o eixo y no caso do edifício do exemplo 4 quando atua uma força de $0.3F_x$.

8.4.7.1.1.2 Esforços cisalhantes

Novamente considerando que $V_{fx}(z) = s_f \cdot u_f(z)$, podem ser escritas as (8.246), (8.247) e a (8.248).

$$V_{fx}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[-\frac{2.510754659 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.099652418 \right] \rightarrow$$

$$V_{fx}(z) = -\frac{0.501914625KN}{m^2} \cdot z^2 + 1992.110455KN \tag{8.246}$$

$$V_{fx}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[-\frac{1.880715106 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.090614649 \right] \rightarrow$$

$$V_{fx}(z) = -\frac{0.375966012KN}{m^2} \cdot z^2 + 1811.440137KN \tag{8.247}$$

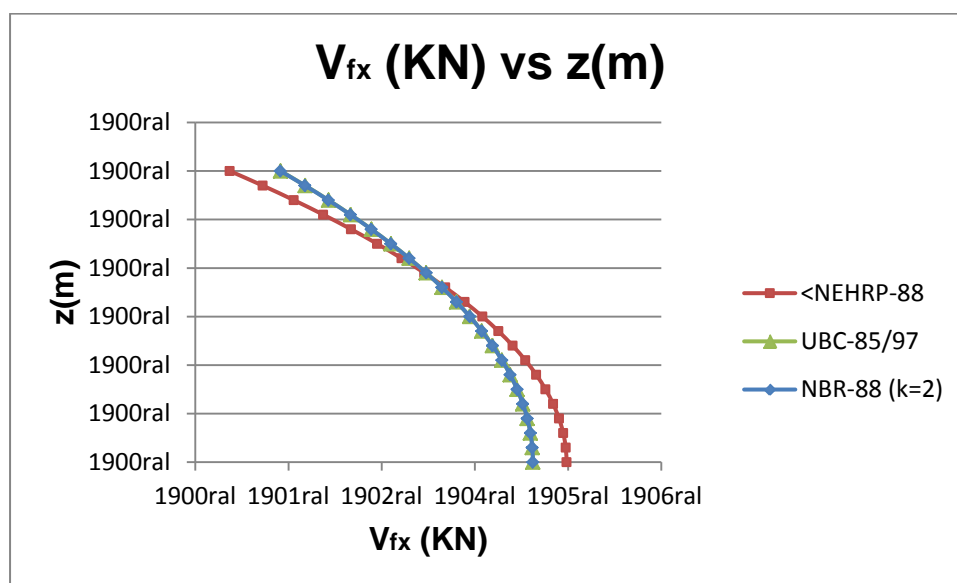
$$V_{fx}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[-\frac{1.883066004 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.090613701 \right] \rightarrow$$

$$V_{fx}(z) = -\frac{0.376435971KN}{m^2} \cdot z^2 + 1811.421186KN \tag{8.248}$$

As 3 expressões são apresentados em outros dois formatos como na (Tabela 56) e na (Figura 107).

Tabela 56. Esforços cisalhantes segundo x no edifício do exemplo 4 quando acontece um deslocamento $u_{0,3F_x}$.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88 (k=2)
$z(m)$	$V_{fx}(KNm)$	$V_{fx}(KNm)$	$V_{fx}(KNm)$
0	1992,110455	1811,440137	1811,421186
3	1987,593223	1808,056443	1808,033262
6	1974,041529	1797,905361	1797,869491
9	1951,45537	1780,98689	1780,929872
12	1919,834749	1757,301031	1757,214406
15	1879,179664	1726,847784	1726,723093
18	1829,490117	1689,627149	1689,455931
21	1770,766105	1645,639126	1645,412923
24	1703,007631	1594,883714	1594,594067
27	1626,214693	1537,360914	1536,999363
30	1540,387293	1473,070726	1472,628812
33	1445,525428	1402,01315	1401,482414
36	1341,629101	1324,188185	1323,560168
39	1228,69831	1239,595833	1238,862074
42	1106,733057	1148,236092	1147,388133
45	975,7333394	1050,108963	1049,138345
48	835,699159	945,2144454	944,1127088
51	686,6305154	833,5525398	832,3112254
54	528,5274085	715,123246	713,7338946
57	361,3898384	589,926564	588,3807162
60	185,217805	457,9624938	456,2516904

**Figura 107.** Esforços cisalhantes atuantes no edifício do exemplo 4 quando ocorre um deslocamento de $0,3F_x$.

8.4.7.2 Rotações $\varphi_{0.3F_x}^0$

É importante lembrar que as rotações são determinadas respeito da origem coincidente com o centro do pilar A1.

O interesse está em achar a rotação com respeito ao centro de torção que é um eixo que fica na metade da linha que conecta o CM e o CR. Assim serão resolvidos dois problemas. Um deles com carregamento concentrado no CM de cada pavimento e o outro de sentido contrário atuando no CR. Já esse processo foi considerado no segundo exemplo

8.4.7.2.1 Rotação $\varphi_{0.3F_x}^0 (CM)$

Desde a (8.235) é obtida a expressão (8.249) para rotação φ .

$$\varphi' = -\frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (8.249)$$

A solução geral é dada na (8.250). Que fica exprimida em termos das grandezas que mudam segundo a normativa empregada.

$$\begin{aligned} \varphi_{0.3F_x}^0 (CM)(z) &= -\frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 60m} \cdot p_0^{MC} \cdot z^3 - \frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} \right) \cdot z \\ \rightarrow \varphi_{0.3F_x}^0 (CM)(z) &= \frac{8.097390622 \cdot 10^{-9} \cdot p_0^{MC}}{KNm^3} \cdot z^3 - \frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} \right) \cdot z \end{aligned} \quad (8.250)$$

Assim as (8.251), (8.252) e (8.253) definem as rotações respeito da origem sob a consideração do carregamento lateral atuando no CM do pavimento.

$$\begin{aligned} \varphi_{0.3F_x}^0 (CM)(z) &= \frac{8.097390622 \cdot 10^{-9} \cdot 190.867465 \frac{KN}{m}}{KNm^2} \cdot z^3 - \frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(586.953305KN + \right. \\ &\left. \frac{190.867465 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x}^0 (CM)(z) = \frac{1.545528421 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.018402711}{m} \cdot z \end{aligned} \quad (8.251)$$

$$\varphi_{0.3F_x(CM)}^0(z) = \frac{8.097390622 \cdot 10^{-9} \cdot 143.1505995 \frac{KN}{m}}{KNm^2} \cdot z^3 - \frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(1445.856898KN + \frac{143.1505995 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CM)}^0(z) = \frac{1.159146322 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.01673354}{m} \cdot z \quad (8.252)$$

$$\varphi_{0.3F_x(CM)}^0(z) = \frac{8.097390622 \cdot 10^{-9} \cdot 142.9718843 \frac{KN}{m}}{KNm^2} \cdot z^3 - \frac{2.915060624 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(1451.218358KN + \frac{142.9718843 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CM)}^0(z) = \frac{1.157699195 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.01673354}{m} \cdot z \quad (8.253)$$

8.4.7.2.2 Rotação $\varphi_{0.3F_x(CR)}^0$

Nesse caso o vetor $\begin{pmatrix} a = -1 \\ 0 \\ +6m \end{pmatrix}$ que aplicado na (8.249) fica como na (8.254).

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.044529962 & 0 & -\frac{0.039582187}{m} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{0.039582188}{m} & 0 & \frac{0.035184167}{m^2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} a = -1 \\ 0 \\ +6m \end{bmatrix} \quad (8.254)$$

De onde a equação que determina a rotação é escrita na (8.255).

$$\varphi' = \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (8.255)$$

A solução geral é dada na (8.256)

$$\varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{3.135065199 \cdot 10^{-6} \cdot p_0^{MC}}{6 \cdot 60m} \cdot z^3 + \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(F_T^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{8.708514442 \cdot 10^{-9} \cdot p_0^{MC}}{KNm^3} \cdot z^3 + \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(F_T^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} \right) \cdot z \quad (8.256)$$

Nas (8.257), (8.258) e (8.259) são escritas expressões que definem as rotações com respeito à origem para

$$\varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{8.708514442 \cdot 10^{-9} \cdot 190.867465 \frac{KN}{m}}{KNm^3} \cdot z^3 + \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(586.953305KN + \frac{190.867465 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{1.662172071 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.019791595}{m} \cdot z \quad (8.257)$$

$$\varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{8.708514442 \cdot 10^{-9} \cdot 143.1505995 \frac{KN}{m}}{KNm^3} \cdot z^3 + \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(1445.856898KN + \frac{143.1505995 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{1.246629063 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.017996449}{m} \cdot z \quad (8.258)$$

$$\varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{8.708514442 \cdot 10^{-9} \cdot 142.9718843 \frac{KN}{m}}{KNm^3} \cdot z^3 + \frac{3.135065199 \cdot 10^{-6}}{KNm} \cdot \left(1451.218358KN + \frac{142.9718843 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow \varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) = -\frac{1.245072719 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.017996449}{m} \cdot z \quad (8.259)$$

8.4.7.2.2 Rotação $\varphi_{0.3F_x}^{CT}$

Para determinar a rotação com respeito ao centro de torção desde as rotações conhecidas com respeito à origem de coordenadas, basta se fazer uma soma algébrica dos giros já obtidos como na (8.260).

$$\varphi_{0.3F_x}^{CT}(z) = \varphi_{0.3F_x(CM)}^0(z) + \varphi_{0.3F_x(CR)}^0(z) \quad (8.260)$$

Assim as (8.261), (8.262) e (8.263) exprimem as rotações procuradas segundo cada normativa.

$$\begin{aligned}\varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= \frac{1.545528421 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.018402711}{m} \cdot z - \frac{1.662172071 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.019791595}{m} \cdot z \quad \rightarrow \\ \varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= -\frac{1.1664365 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.388884 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z\end{aligned}\quad (8.261)$$

$$\begin{aligned}\varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= \frac{1.159146322 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.01673354}{m} \cdot z - \frac{1.246629063 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.017996449}{m} \cdot z \quad \rightarrow \\ \varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= -\frac{8.7482741 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z\end{aligned}\quad (8.262)$$

$$\begin{aligned}\varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= \frac{1.157699195 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.01673354}{m} \cdot z - \frac{1.245072719 \cdot 10^{-6}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.017996449}{m} \cdot z \quad \rightarrow \\ \varphi_{0.3F_x}^{\text{CT}}(z) &= -\frac{8.7373524 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z\end{aligned}\quad (8.263)$$

As três últimas equações são representadas nas (Figura 108) e na (Tabela 57).

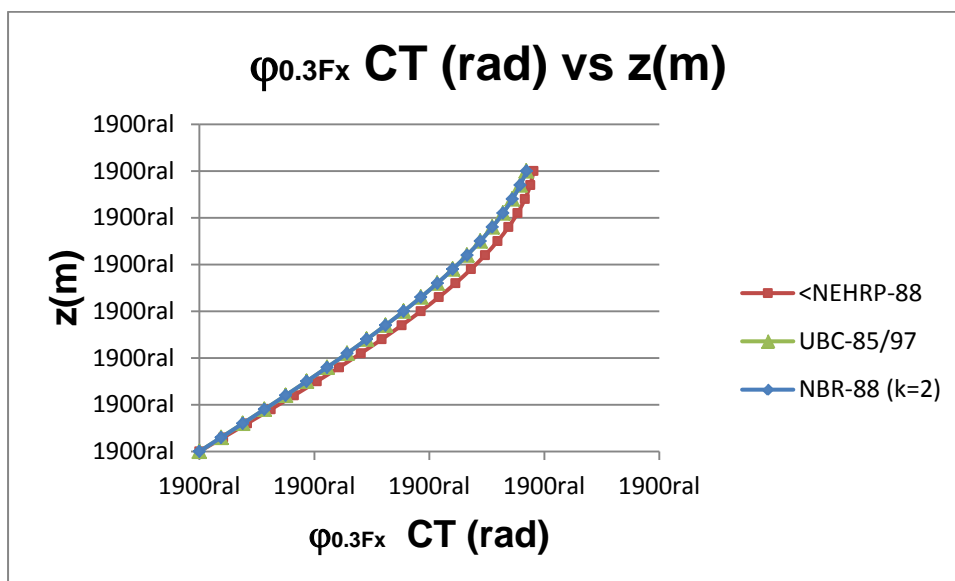


Figura 108. Comparativa das rotações com respeito ao CT oriundas da torção vinda do carregamento de $0.3 \cdot F_x$ no caso do exemplo 4.

Tabela 57. Resumo das rotações com respeito da origem e ao *CT* para a aplicação do carregamento de $0,3F_x$ quando aplicadas as três normativas no edifício do exemplo 4.

	<NEHRP- 88	<NEHRP- 88	<NEHRP -88	UBC-85/97	UBC-85/97	UBC-85/97	NBR-88	NBR-88	NBR-88
<i>z</i> (m)	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CM)$	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CR)$	$\varphi_{0,3F_x}^{CT}$	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CM)$	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CR)$	$\varphi_{0,3F_x}^{CT}$	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CM)$	$\varphi_{0,3F_x}^0 (CR)$	$\varphi_{0,3F_x}^{CT}$
	↺	↻	↻	↺	↻	↻	↺	↻	↻
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-0,055166404	0,059329906	0,004163503	-0,050169323	0,053955688	0,003786365	-0,050169362	0,05395573	0,003786368
6	-0,110082432	0,118390541	0,008308109	-0,100150864	0,107709422	0,007558558	-0,100151177	0,107709758	0,007558581
9	-0,164497709	0,176912632	0,012414923	-0,149756842	0,161059248	0,011302406	-0,149757897	0,161060383	0,011302486
12	-0,218161859	0,234626907	0,016465048	-0,198799475	0,213803213	0,015003738	-0,198801976	0,213805902	0,015003927
15	-0,270824507	0,291264094	0,020439588	-0,247090981	0,265739362	0,018648381	-0,247095865	0,265744615	0,018648749
18	-0,322235276	0,346554922	0,024319646	-0,294443579	0,316665741	0,022222163	-0,294452018	0,316674818	0,0222228
21	-0,372143792	0,400230119	0,028086327	-0,340669486	0,366380397	0,025710911	-0,340682888	0,366394811	0,025711923
24	-0,420299679	0,452020413	0,031720734	-0,385580921	0,414681376	0,029100455	-0,385600926	0,414702891	0,029101964
27	-0,466452561	0,501656532	0,035203971	-0,428990103	0,461366723	0,03237662	-0,429018587	0,461397357	0,03237877
30	-0,510352063	0,548869204	0,038517141	-0,470709249	0,506234485	0,035525236	-0,470748322	0,506276507	0,035528185
33	-0,551747808	0,593389157	0,041641349	-0,510550579	0,549082708	0,03853213	-0,510602584	0,549138639	0,038536055
36	-0,590389422	0,63494712	0,044557698	-0,548326309	0,589709438	0,041383129	-0,548393826	0,589782051	0,041388225
39	-0,626026529	0,67327382	0,047247291	-0,583848659	0,627912722	0,044064062	-0,583934501	0,628005042	0,044070541
42	-0,658408752	0,708099986	0,049691233	-0,616929847	0,663490604	0,046560757	-0,617037062	0,66360591	0,046568848
45	-0,687285718	0,739156345	0,051870627	-0,647382091	0,696241132	0,04885904	-0,647513961	0,696382953	0,048868993
48	-0,712407049	0,766173626	0,053766577	-0,67501761	0,725962351	0,050944741	-0,675177651	0,72613447	0,050956819
51	-0,73352237	0,78882558	0,055360187	-0,699648621	0,752452307	0,052803686	-0,699840584	0,752658758	0,052818174
54	-0,750381307	0,807013867	0,05663256	-0,721087344	0,775509047	0,054421704	-0,721315214	0,775754115	0,054438901
57	-0,762733482	0,820298283	0,057564801	-0,739145995	0,794930617	0,055784622	-0,739413993	0,795218841	0,055804848
60	-0,770328521	0,828466533	0,058138012	-0,753636794	0,810515062	0,056878268	-0,753949374	0,810851233	0,056901859

8.4.7.2.2.1 Deslocamentos atrelados à torção

A torção traz consigo deslocamentos adicionais aos que são determinados da mesma maneira em que foram achados no exemplo 2. O outro problema assimétrico.

Assim, a (8.264) exprime os deslocamentos segundo os eixo x e y .

$$\begin{cases} u_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot e_T \cdot \varphi_{0.3F_x}^{CT}(z) \cdot \text{sen}\alpha \\ v_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot e_T \cdot \varphi_{0.3F_x}^{CT}(z) \cdot \text{cos}\alpha \end{cases} \quad (8.264)$$

8.4.7.2.2.1.1 Deslocamento $u_{t0.3F_x}$

Nas (8.265), (8.266), (8.267) estão contidos todos os deslocamentos segundo x .

$$u_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{1.1664365 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.388884 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \text{sen}69.44^\circ \rightarrow u_{t0.3F_x}(z) = -\frac{1.399577739 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + 1.666434089 \cdot 10^{-3} \cdot z \quad (8.265)$$

$$u_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{8.7482741 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \text{sen}69.44^\circ \rightarrow u_{t0.3F_x}(z) = -\frac{1.049683346 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + 1.515332659 \cdot 10^{-3} \cdot z \quad (8.266)$$

$$u_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{8.7373524 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \text{sen}69.44^\circ \rightarrow u_{t0.3F_x}(z) = -\frac{1.048372879 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + 1.515332659 \cdot 10^{-3} \cdot z \quad (8.267)$$

8.4.7.2.2.1.2 Deslocamento $v_{t0.3F_x}$

Nas (8.268), (8.269) e (8.270) estão contidos os deslocamentos segundo y .

$$v_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{1.1664365 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.388884 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \cos 69.44^\circ \rightarrow v_{t0.3F_x}(z) = -\frac{5.249518442 \cdot 10^{-8}}{m^2} \cdot z^3 + 6.250637873 \cdot 10^{-4} \cdot z \quad (8.268)$$

$$v_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{8.7482741 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \cos 69.44^\circ \rightarrow v_{t0.3F_x}(z) = -\frac{3.937138984 \cdot 10^{-8}}{m^2} \cdot z^3 + 5.683690521 \cdot 10^{-4} \cdot z \quad (8.269)$$

$$v_{t0.3F_x}(z) = 0.5 \cdot 2.563m \cdot \left[-\frac{8.7373524 \cdot 10^{-8}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{1.262909 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \right] \cdot \sin 69.44^\circ \rightarrow v_{t0.3F_x}(z) = -\frac{3.9322237 \cdot 10^{-8}}{m^2} \cdot z^3 + 5.683690521 \cdot 10^{-4} \cdot z \quad (8.270)$$

8.4.8 Determinação dos deslocamentos para a condição de carregamento consistente em $1.0 \cdot F_y$

A equação geral se apresenta com um novo vetor $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ cujas componentes são $a = 0$, $b = 1$, $c = +6m$ como na (8.271).

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.044529962 & 0 & -\frac{0.039582187}{m} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{0.039582188}{m} & 0 & \frac{0.035184167}{m^2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \\ +6m \end{bmatrix} \quad (8.271)$$

8.4.8.1 Deslocamento v

O interesse neste caso é posto na equação que corresponde com a variável v assim como na (8.272).

$$v' = \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC}}{2 \cdot H} \cdot (H^2 - z^2) \right] \quad (8.272)$$

A solução geral é providenciada pela (8.273).

$$v_{1.0F_y}(z) = -\frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{6 \cdot 60m} p_0^{MC} \cdot z^3 + \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot 60m}{2} \right) \cdot z \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = -\frac{3.473856978 \cdot 10^{-8} \cdot p_0^{MC}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(F_t^{MC} + p_0^{MC} \cdot 30m \right) \cdot z \quad (8.273)$$

Nas (8.274), (8.275) e (8.276) estão os deslocamentos originados pelo carregamento de $1.0 \cdot F_y$. Nas (Figura 109) e na (Tabela 58) estão apresentados em formato alternativo.

$$v_{1.0F_y}(z) = -\frac{3.473856978 \cdot 10^{-8} \cdot 190.867465 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(586.953305KN + 190.867465 \frac{KN}{m} \cdot 30m \right) \cdot z \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = -\frac{6.630462752 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.078949368 \cdot z \quad (8.274)$$

$$v_{1.0F_y}(z) = -\frac{3.473856978 \cdot 10^{-8} \cdot 143.1505995 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(1445.856898KN + 143.1505995 \frac{KN}{m} \cdot 30m \right) \cdot z \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = -\frac{4.97284709 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.071788468 \cdot z \quad (8.275)$$

$$v_{1.0F_y}(z) = -\frac{3.473856978 \cdot 10^{-8} \cdot 142.9718843 \frac{KN}{m}}{KNm} \cdot z^3 + \frac{1.250588512 \cdot 10^{-5}}{KN} \cdot \left(1451.218358KN + 142.9718843 \frac{KN}{m} \cdot 30m \right) \cdot z \rightarrow v_{1.0F_y}(z) = -\frac{4.966638779 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.071788468 \cdot z \quad (8.276)$$

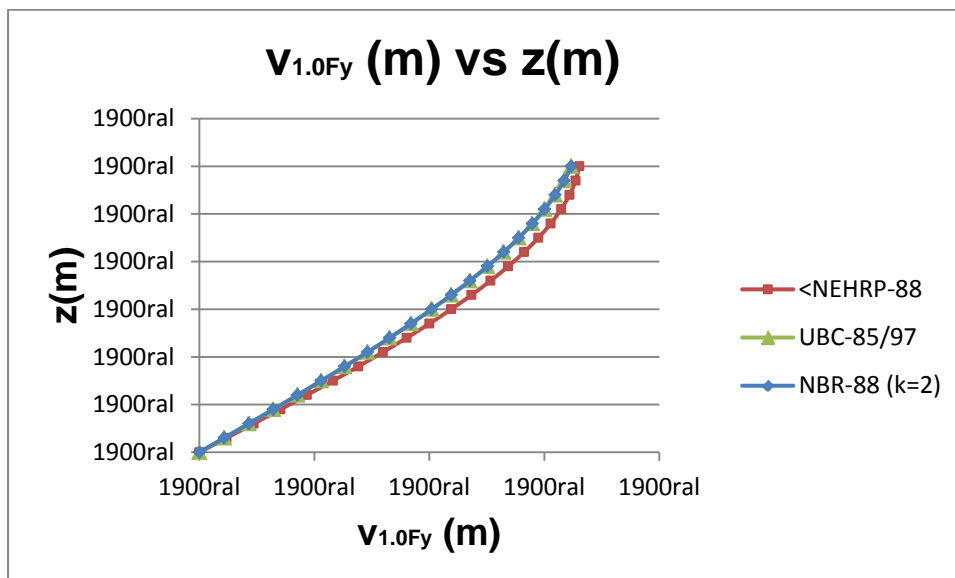


Figura 109. Comparação dos deslocamentos segundo o eixo y quando atua uma força de $1.0F_y$ no caso do edifício do exemplo 4.

Tabela 58. Deslocamentos segundo o eixo y quando atua uma força $1.0F_y$ no edifício do exemplo 4.

$z(m)$	<NEHRP-88 $v_{1.0F_y}(m)$	UBC-85/97 $v_{1.0F_y}(m)$	NBR-88 $v_{1.0F_y}(m)$
0	0	0	0
3	0,236669082	0,215231137	0,215231305
6	0,472264028	0,429656673	0,429658014
9	0,705710705	0,642471006	0,642475532
12	0,935934976	0,852868536	0,852879264
15	1,161862708	1,060043661	1,060064614
18	1,382419765	1,26319078	1,263226987
21	1,596532012	1,461504291	1,461561786
24	1,803125315	1,654178594	1,654264418
27	2,001125538	1,840408087	1,840530285
30	2,189458546	2,019387169	2,019554793
33	2,367050204	2,190310238	2,190533346
36	2,532826378	2,352371694	2,352661349
39	2,685712932	2,504765935	2,505134206
42	2,824635732	2,646687361	2,647147322
45	2,948520642	2,777330369	2,777896101
48	3,056293527	2,895889359	2,896575948
51	3,146880253	3,001558729	3,002382267
54	3,219206685	3,093532878	3,094510463
57	3,272198688	3,171006205	3,172155941
60	3,304782126	3,233173109	3,234514104

8.4.8.1.1 Determinação dos esforços originários do deslocamento v

Segundo y todos os pórticos pertencem ao mesmo grupo. E assim o valor de $s_{fy} = 19990.58824KN$ para todos os pórticos.

8.4.8.1.1.1 Momentos fletores

As expressões dadas nas (8.277), (8.278) e (8.279) definem os momentos em qualquer um dos pórticos quando aplicada uma u outra das normatividades. É importante lembrar que um deslocamento segundo y produz flexão com respeito ao eixo x .

$$M_{fx}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[-\frac{6.630462752 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.078949368 \cdot z - \left(-\frac{6.630462752 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.078949368 \cdot (60m) \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.13254685KN}{m^2} \cdot z^3 - 1578.244308KN \cdot z + 66064.5387KN \quad (8.277)$$

$$M_{fx}(z) = -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{4.97284709 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.071788468 \cdot z - \left(-\frac{4.97284709 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.071788468 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.099410138KN}{m^2} \cdot z^3 - 1435.093704KN \cdot z + 64633.03232KNm \quad (8.278)$$

$$M_{fx}(z) = -19990.58824KN \cdot \left[-\frac{4.966638779 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.071788468 \cdot z - \left(-\frac{4.966638779 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.071788468 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \frac{0.09928603KN}{m^2} \cdot z^3 - 1435.093704KN \cdot z + 64659.8396KNm \quad (8.279)$$

Essas expressões são tabeladas e plotadas nas (Figura 110) e na (Tabela 59).

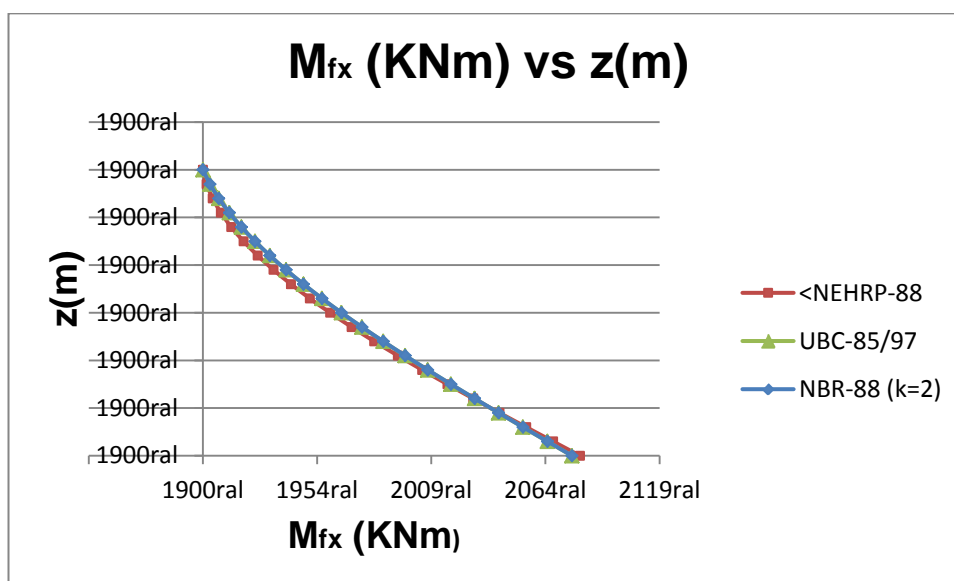


Figura 110. Comparação dos momentos fletores com respeito ao eixo x quando acontece um deslocamento segundo y e originários de um carregamento $1.0F_y$ no edifício do exemplo 4 quando aplicadas três normas.

Tabela 59. Momentos fletores com respeito ao eixo x por causa de um deslocamento segundo y no edifício do exemplo 4.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88
$z(m)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$
0	66064,5387	64633,03232	64659,8396
3	61333,38454	60330,43528	60357,23921
6	56623,70297	56043,94269	56070,72316
9	51956,96658	51789,65897	51816,37578
12	47354,64796	47583,68859	47610,28141
15	42838,2197	43442,13598	43468,52439
18	38429,15439	39381,10557	39407,18905
21	34148,92461	35416,70182	35442,35974
24	30019,00296	31565,02917	31590,12078
27	26060,86203	27842,19206	27866,55652
30	22295,97441	24264,29493	24287,75129
33	18745,81268	20847,44222	20869,78943
36	15431,84945	17607,73837	17628,75527
39	12375,55728	14561,28784	14580,73316
42	9598,408787	11724,19506	11741,80742
45	7121,876546	9112,564465	9128,062404
48	4967,433151	6742,50051	6755,582438
51	3156,551191	4630,107632	4640,451862
54	1710,703256	2791,490274	2798,755012
57	651,3619361	1242,752879	1246,576226
60	-0,00018	-0,000112	-0,00016

8.4.8.1.1.2 Esforços cisalhantes

A través da menos derivada das expressões para os momentos dados nas (8.277), (8.278) e (8.279) para assim ter a (8.280). É importante reconhecer que os esforços cisalhantes acontecem segundo o eixo y .

$$\begin{cases} V_{fy}(z) = -\frac{0.39764055KN}{m^2} \cdot z^2 + 1578.244308KN \\ V_{fy}(z) = -\frac{0.298230414KN}{m^2} \cdot z^2 + 1435.093704KN \\ V_{fy}(z) = -\frac{0.29785809KN}{m^2} \cdot z^2 + 1435.093704KN \end{cases} \quad (8.280)$$

As expressões da (8.280) são mostradas em dois formatos um gráfico na (Figura 111) e outro tabelado como na (Tabela 60).

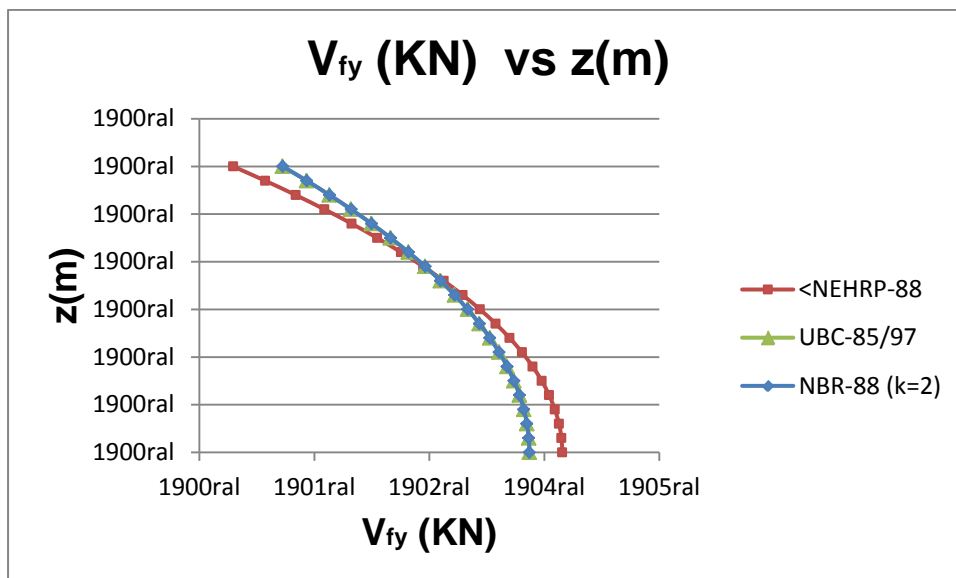


Figura 111. Comparação esforços cisalhantes decorrentes da aplicação de uma carga de $1.0F_y$ no caso do edifício do exemplo 4.

Tabela 60. Esforços cisalhantes decorrentes da aplicação de uma força $1.0F_y$ no edifício do exemplo 4.

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88
$z(m)$	$V_{fy}(KNm)$	$V_{fy}(KNm)$	$V_{fy}(KNm)$
0	1578,244308	1435,093704	1435,093704
3	1574,665543	1432,40963	1432,412981
6	1563,929248	1424,357409	1424,370813
9	1546,035423	1410,93704	1410,967199
12	1520,984069	1392,148524	1392,202139
15	1488,775184	1367,991861	1368,075634
18	1449,40877	1338,46705	1338,587683
21	1402,884825	1303,574091	1303,738286
24	1349,203351	1263,312986	1263,527444
27	1288,364347	1217,683732	1217,955156
30	1220,367813	1166,686331	1167,021423
33	1145,213749	1110,320783	1110,726244
36	1062,902155	1048,587087	1049,069619
39	973,4330315	981,4852443	982,0515491
42	876,8063778	909,0152537	909,6720332
45	773,0221943	831,1771157	831,9310718
48	662,0804808	747,9708301	748,8286646
51	543,9812375	659,3963972	660,3648119
54	418,7244642	565,4538168	566,5395136
57	286,3101611	466,1430889	467,3527696
60	146,738328	361,4642136	362,80458

8.5 EXEMPLO 5. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO POR MUROS, PÓRTICOS E NÚCLEO ESTRUTURAL (1)

A (Figura 112) mostra um sistema estrutural que contém todos os sistemas de resistência ao carregamento lateral. Painel parede compreendidas entre as colunas e a alma e mesa do núcleo estrutural, painel pórtico com quatro pilares segundo cada sentido e o núcleo estrutural propriamente dito.

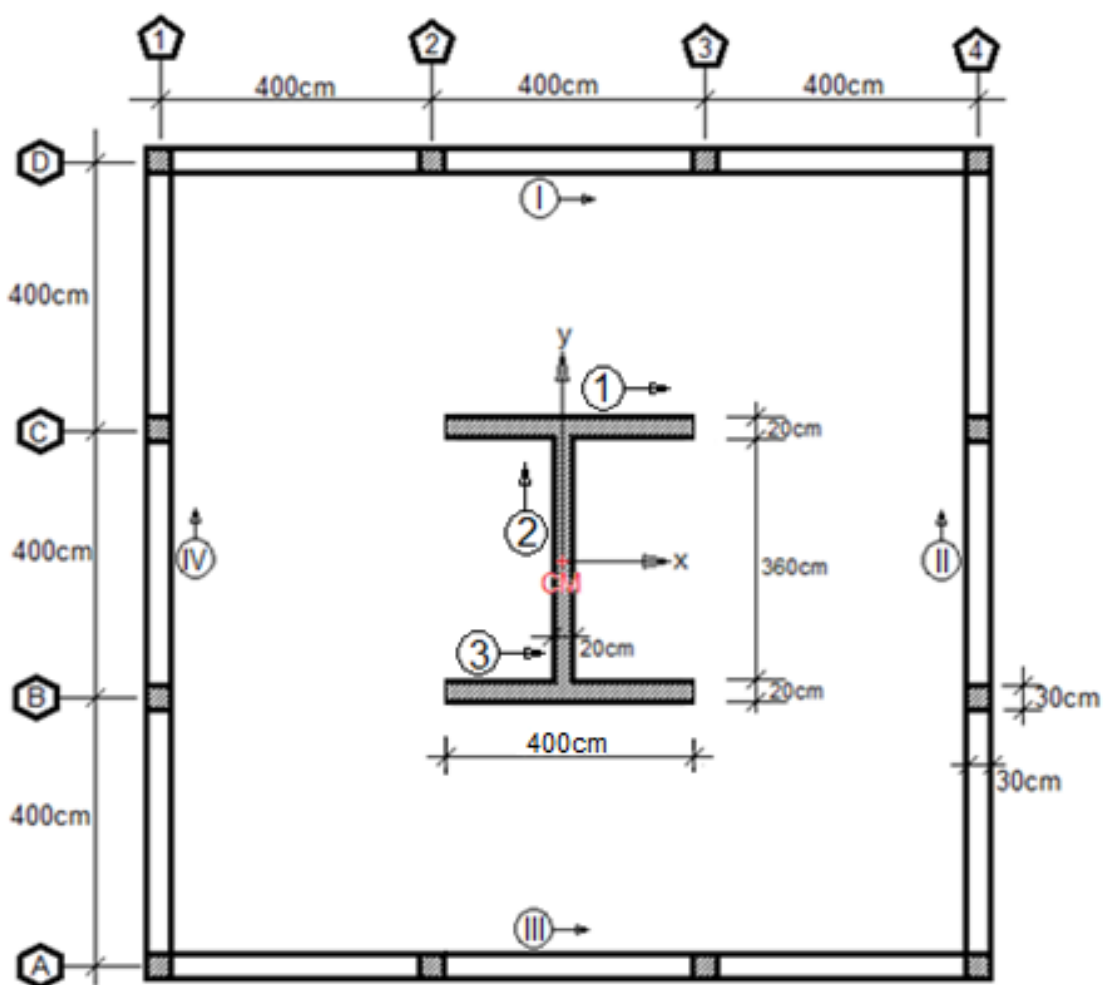


Figura 112. Edifício apresentando todos os painéis [Laier, 1978 adaptado]

8.5.1 Especificações

A estrutura é consistente de 20 andares com pé direito de 3m, $H = 60m$.

Módulo elástico suposto como $E = 10^6 \frac{t}{m^2} = 10^7 \frac{KN}{m^2}$. O peso próprio da estrutura é dado como $CP = 1 \frac{t}{m^2} = 10 \frac{KN}{m^2}$ por cada andar.

Pórticos formados por pilares de seção de $0.30m \times 0.30m$ constante na elevação. As vigas são idênticas em todos os andares com seção de $0.30m \times 0.40m$.

8.5.2 Determinação dos coeficientes de rigidez J_{mn}

Os muros podem ser classificados em dois grupos. Grupo I (1,3), Grupo II (2). Na (8.281) são determinadas as propriedades geométricas desde a (Figura 112) e a (Tabela 61). É importante mencionar que todas elas são referidas ao eixo centroidal do NE.

Tabela 61. Propriedades geométricas fundamentais para os muros do edifício considerado para o exemplo 5.

MURO i	Dimensões (m)	I_{xwi} (m^4)	I_{ywi} (m^4)
1 –	4.00 × 0.20	2.891	1.067
2	0.20 × 3.60	0.778	0.002
3 –	4.00 × 0.20	2.891	1.067

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xI} = \frac{1}{12} \cdot 4m \cdot (0.2m)^3 + 4m \cdot 0.20m \cdot \left(\frac{4m}{2} - \frac{0.20m}{2}\right)^2 \rightarrow I_{xI} = 2.891m^4 \\ I_{xII} = \frac{1}{12} \cdot 0.20m \cdot (3.60m)^3 \rightarrow I_{xII} = 0.778m^4 \\ \left\{ \begin{array}{l} I_{yI} = \frac{1}{12} \cdot 0.2m \cdot (4m)^3 \rightarrow I_{yw1} = 1.067m^4 \\ I_{yII} = \frac{1}{12} \cdot 3.6m \cdot (0.2m)^3 \rightarrow I_{yw2} = 0.002m^4 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.281)$$

Com a informação dada nessa tabela podem ser achadas as componentes da matriz $|J|$ que dada a simetria dupla que exhibe a planta da estrutura permite supor é diagonal. Aquelas componentes são determinados nas (8.282) e (8.283). Lembrando que o índice a está vinculado com deslocamentos em x que produzem flexão respeito do eixo y . O índice b está atrelado com deslocamentos segundo y que produzem flexão respeito do eixo x .

$$\begin{cases} J_{aa} = E_w \cdot [2 \cdot I_{yw1} + I_{yw2}] \rightarrow J_{aa} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 1.067m^4 + 0.002m^4] \rightarrow J_{aa} = 2.136 \cdot 10^7 KNm^2 \\ J_{bb} = E_w \cdot [2 \cdot I_{xw1} + I_{xw2}] \rightarrow J_{bb} = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot [2 \cdot 2.891m^4 + 0.778m^4] \rightarrow J_{bb} = 6.56 \cdot 10^7 KNm^2 \end{cases}$$

(8.282)

Pela sua vez o índice c , tem a ver com rotação que é o outro grau de liberdade considerado no diafragma rígido e os momentos de inércia que participam na determinação da componente J_{cc}^* são propriedades torcionais dos elementos desde a (Tabela 6).

$$\begin{aligned} J_{cc}^* &= E_{wi} \cdot J_{ft} \rightarrow J_{cc}^* = E_{wi} \cdot \left(\frac{h^2 \cdot t \cdot b^3}{24} \right) \rightarrow J_{cc}^* = 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot \left(\frac{(4m - 2 \cdot 0.1m)^2 \cdot 0.2m \cdot (4m)^3}{24} \right) \rightarrow \\ J_{cc}^* &= 7.7013 \cdot 10^7 KNm^4 \end{aligned}$$

(8.283)

O termo J_{ft} pode receber outros nomes segundo os documentos que foram revisados. Às vezes, é chamado como I_ω e outras vezes de C_ω como nessa tabela.

Assim a matriz $|J|$ fica como na (8.284).

$$|J| = \begin{vmatrix} 2.136 \cdot 10^7 KNm^2 & 0 & 0 \\ 0 & 6.56 \cdot 10^7 KNm^2 & 0 \\ 0 & 0 & 7.7013 \cdot 10^6 KNm^4 \end{vmatrix}$$

(8.284)

O desacoplamento garante com que os graus de liberdade também sejam suscetíveis de serem chamados de coordenadas generalizadas neste problema. E consequentemente nesse cenário é válido escrever $q_1 = u$, $q_2 = v$, $q_3 = \varphi$.

8.5.3 Determinação dos coeficientes de rigidez S_{mn}

Para facilitar a análise é conveniente fazer um agrupamento dos pilares da seguinte maneira. Grupo I (A1, A4, D1, D4), Grupo II (A2, A3, D2, D3) se o sentido de análise é o x . Porém, no sentido y também há possibilidade de se formar dois grupos cujos como: Grupo I (A1, A4, D1, D4), Grupo II (B1, C1, B4, C4).

8.5.3.1 Pilares Grupo I (sentido y)

Segundo o sentido y os pilares que conformam o Grupo I tem como característica essencial que uma viga só chega neles segundo y tal como pode ser enxergado na (Figura 113).

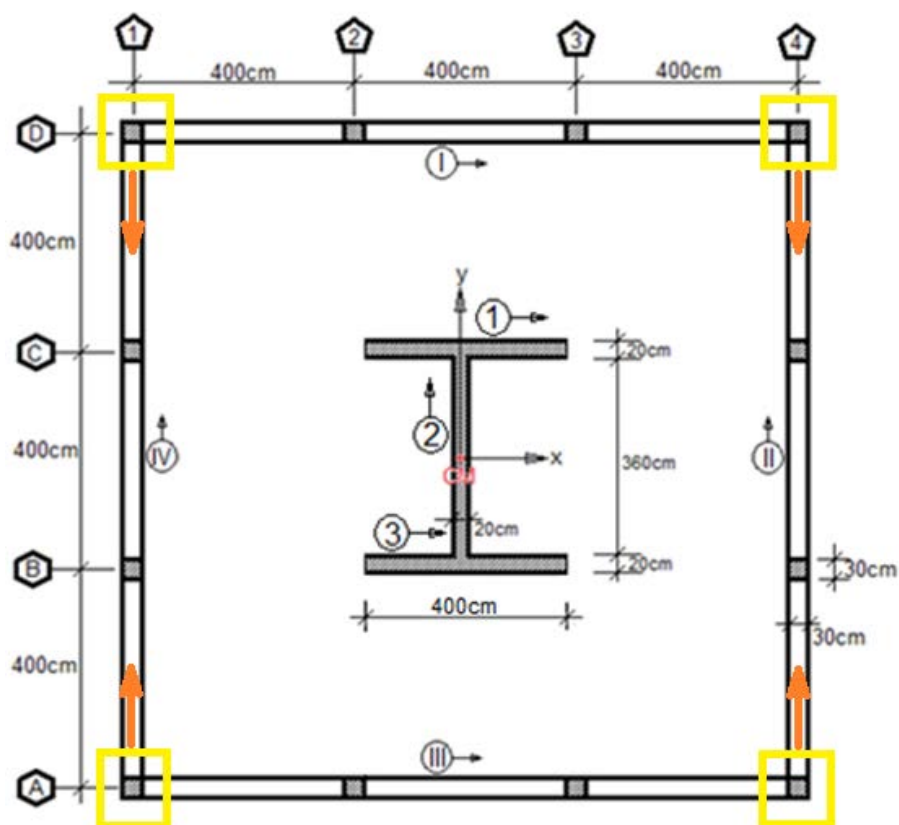


Figura 113. Pilares pertencentes ao Grupo I para os dois sentidos de análise para o edifício considerado no exemplo 5.

A (8.285) fornece subsídios para a determinação do s_{fI} na (8.286).

$$\begin{cases} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 400cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850cm^3 \end{cases} \quad (8.285)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{10^7 \frac{KN}{m^2}}{3m} \cdot 225 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot \frac{400cm^3}{850cm^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.294118KN \quad (8.286)$$

8.5.3.2 Pilares Grupo II (sentido y)

A característica fundamental neste caso é que aos pilares chegam dois tramos de viga como enxergado na (Figura 114).

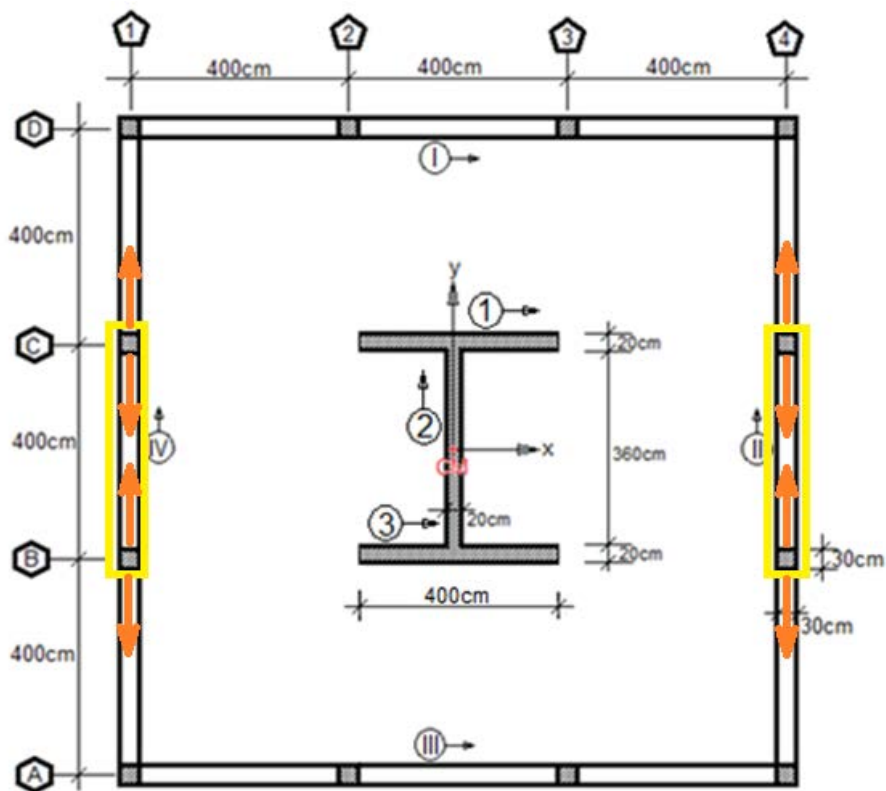


Figura 114. Pilares pertencentes ao Grupo II para o sentido *y* de análise para o edifício considerado no exemplo 5.

Na (8.287) estão contidos todos os elementos necessários para determinar o s_{fII} na (8.288).

$$\begin{cases} K_p = 225\text{cm}^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400\text{cm}^3 = 800\text{cm}^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225\text{cm}^3 + 2 \cdot 400\text{cm}^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250\text{cm}^3 \end{cases} \quad (8.287)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{10^7 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}}{3\text{m}} \cdot 225 \cdot 10^{-6} \text{m}^3 \cdot \frac{800\text{cm}^3}{1250\text{cm}^3} \rightarrow s_{fBII} = 5760\text{KN} \quad (8.288)$$

Assim os pórticos 1 e 4 apresentam o seguinte valor de s_{fy} conforme com a (2.289).

$$s_{fy} = 2 \cdot (s_{fI} + s_{fII}) \rightarrow s_{fy} = 2 \cdot (4235.294118\text{KN} + 5760\text{KN}) \rightarrow s_{fy} = 19990.58824\text{KN} \quad (8.289)$$

8.5.3.3 Pilares Grupo I (Sentido x)

A (8.290) contém a informação precisada para se obter o s_{fI} quando o sentido de análise é x, tal como expresso na (8.291) obtida com ajuda da (Figura 115).

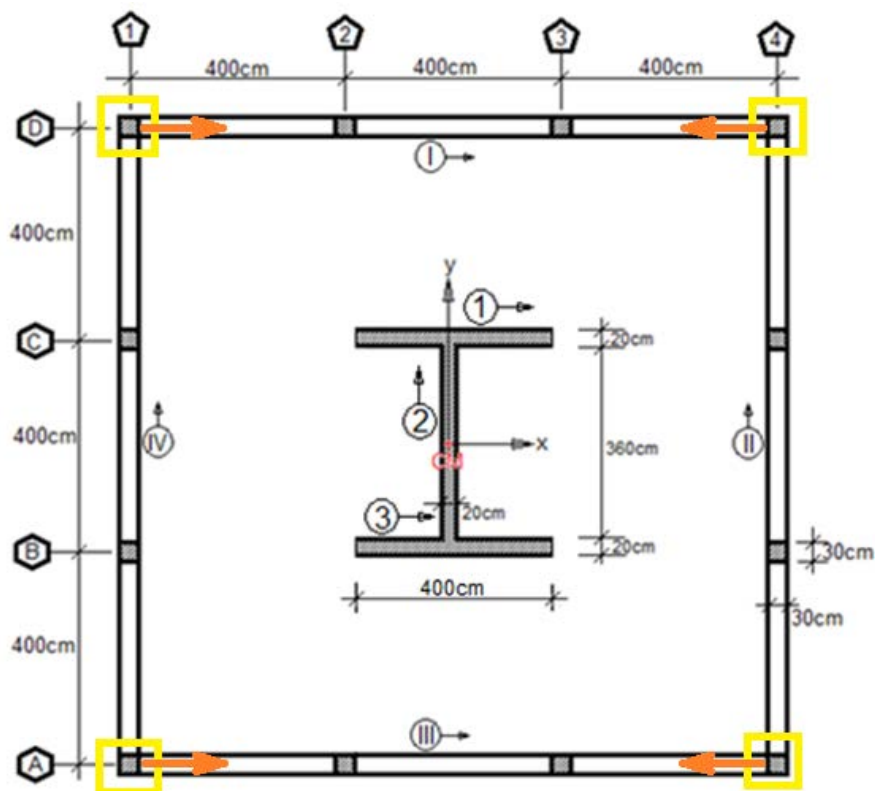


Figura 115. Pilares pertencentes ao Grupo I para o sentido x de análise para o edifício considerado no exemplo 5.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 400cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 850cm^3 \end{array} \right. \quad (8.290)$$

$$s_{fI} = 12 \cdot \frac{10^7 \frac{t}{m^2}}{3m} \cdot 225 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot \frac{400cm^3}{850cm^3} \rightarrow s_{fI} = 4235.294118KN \quad (8.291)$$

8.5.3.4 Pilares Grupo II (Sentido x)

Novamente, a característica fundamental nesse caso é que esses pilares apresentam dois tramos de viga chegando neles, vide (Figura 116). Assim, é clara a razão de ser do 2 na (8.293) que obtida desde a informação munida pela (8.292).

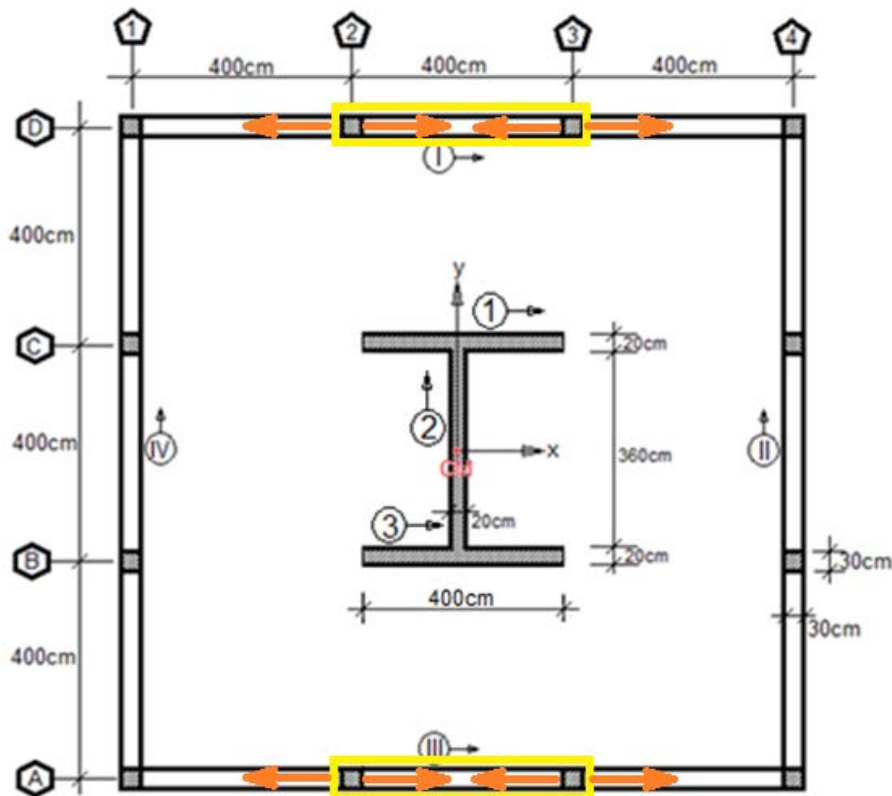


Figura 116. Pilares pertencentes ao Grupo II para o sentido x de análise para o edifício considerado no exemplo 5

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = 225cm^3 \\ \sum_{vn} K = 2 \cdot 400cm^3 = 800cm^3 \\ \sum_{bn} K = 2 \cdot 225cm^3 + 2 \cdot 400cm^3 \rightarrow \sum_{bn} K = 1250cm^3 \end{array} \right. \quad (8.292)$$

$$s_{fII} = 12 \cdot \frac{10^7 \frac{t}{m^2}}{3m} \cdot 225 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot \frac{800cm^3}{1250cm^3} \rightarrow s_{fII} = 5760KN \quad (8.293)$$

Assim, a (8.294) apresenta o valor de s_{fx} para os pórticos A ou D .

$$s_{fx} = 2 \cdot s_{fI} + 2 \cdot s_{fII} \rightarrow s_{fx} = 2 \cdot (4235.294118KN + 5760KN) \rightarrow s_{fx} = 19992.58824KN \quad (8.294)$$

A grandeza J_t também é conhecida como K na (Tabela 6) de onde é obtida parte da expressão seguinte (8.295).

$$G \cdot J_t = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)} \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b_f \cdot t_f^3 + t_w^3 \cdot h) \quad (8.295)$$

Supondo $\nu = 0.2$ como relação de Poisson, a (8.296) exprime o valor de

$$G \cdot J_t = \frac{10^7 \frac{KN}{m^2}}{2 \cdot (1+0.2)} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot [2 \cdot 4m \cdot (0.2m)^3 + (0.2m)^3 \cdot (4 - 2 \cdot 0.1)m] \right\} \rightarrow G \cdot J_t = 0.0131111111 \cdot 10^7 KNm^2 \quad (8.296)$$

Tabela 62. Informação básica necessária na determinação dos coeficientes S_{mn} .

Pórtico <i>i</i>	<i>b</i> × <i>t</i> pilares cm	<i>K</i>_{xc} cm³	<i>K</i>_{yc} cm³	<i>b</i> × <i>t</i> vigas cm	<i>K</i>_{xv} cm³	<i>a</i>_{fi}	<i>b</i>_{fi}	<i>c</i>_{fi}
<i>I</i> –	30 x 30	225	225	30 x 40	400	<i>a</i> _{fI} = cos0° = 1	<i>b</i> _{fI} = sen0° = 0	<i>c</i> _{fI} = 6m – 12m = –6m
<i>II</i>	30 x 30	225	225	30 x 40	400	<i>a</i> _{fII} = cos90° = 0	<i>b</i> _{fII} = sen90° = 1	<i>c</i> _{fII} = 6m – 12m = –6m
<i>III</i> –	30 x 30	225	225	30 x 40	400	<i>a</i> _{fIII} = cos0° = 1	<i>b</i> _{fIII} = sen0° = 0	<i>c</i> _{fIII} = 6m – 0m = 6m
<i>IV</i>	30 x 30	225	225	30 x 40	400	<i>a</i> _{fIV} = cos90° = 0	<i>b</i> _{fIV} = sen90° = 1	<i>c</i> _{fIV} = 6m – 0m = 6m

8.5.3.4 Determinação dos coeficientes S_{mn} da matriz $|S|$

Na determinação de aqueles coeficientes precisa-se do conhecimento da informação contida na (Tabela 62) e das (8.289), (8.294) e (8.296). Elas ficam expressadas nas (8.297), (8.298), (8.299), (8.300), (8.301) que definem os valores para as componentes objetivadas.

$$S_{aa} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot a_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{fI} \cdot a_{fI} \cdot a_{fI} + s_{fII} \cdot a_{fII} \cdot a_{fII} + s_{fIII} \cdot a_{fIII} \cdot a_{fIII} + s_{fIV} \cdot a_{fIV} \cdot a_{fIV} \rightarrow S_{aa} = 19992.58824KN \cdot [1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0] \rightarrow S_{aa} = 39985.17648KN$$

(8.297)

$$S_{ab} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot a_{fi} \cdot b_{fi} \rightarrow S_{aa} = s_{fI} \cdot a_{fI} \cdot b_{fI} + s_{fII} \cdot a_{fII} \cdot b_{fII} + s_{fIII} \cdot a_{fIII} \cdot b_{fIII} + s_{fIV} \cdot a_{fIV} \cdot b_{fIV} \rightarrow S_{aa} = 19992.58824KN \cdot [1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1] \rightarrow S_{aa} = 0 = S_{ba}$$

(8.298)

$$S_{bb} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot b_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{fI} \cdot b_{fI} \cdot b_{fI} + s_{fII} \cdot b_{fII} \cdot b_{fII} + s_{fIII} \cdot b_{fIII} \cdot b_{fIII} + s_{fIV} \cdot b_{fIV} \cdot b_{fIV} \rightarrow S_{bb} = 19992.58824KN \cdot [0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1] \rightarrow S_{bb} = 39985.17648KN$$

(8.299)

$$S_{bc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot b_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{fI} \cdot b_{fI} \cdot c_{fI} + s_{fII} \cdot b_{fII} \cdot c_{fII} + s_{fIII} \cdot b_{fIII} \cdot c_{fIII} + s_{fIV} \cdot b_{fIV} \cdot c_{fIV} \rightarrow S_{bb} = 19992.58824KN \cdot [0 \cdot (-6m) + 1 \cdot (-6m) + 0 \cdot 6m + 1 \cdot 6m] \rightarrow S_{bc} = 0$$

(8.300)

$$S_{cc} = \sum_{i=1}^{N_f} s_{fi} \cdot c_{fi} \cdot c_{fi} \rightarrow S_{bb} = s_{fI} \cdot c_{fI} \cdot c_{fI} + s_{fII} \cdot c_{fII} \cdot c_{fII} + s_{fIII} \cdot c_{fIII} \cdot c_{fIII} + s_{fIV} \cdot c_{fIV} \cdot c_{fIV} + G \cdot J_t \rightarrow$$

$$S_{cc} = 19992.58824KN \cdot [(-6m)^2 + (-6m)^2 + (6m)^2 + (6m)^2] + 0.0131111111 \cdot 10^7 KNm^2 \rightarrow S_{cc} = 175708.8tm^2 + 131111.111tm^2 \rightarrow S_{cc} = 3030043.818KNm^2$$

(8.301)

Assim na (8.302) fica expressa a matriz $|S|$.

$$|S| = \begin{vmatrix} 39985.17648KN & 0 & 0 \\ 0 & 39985.17648KN & 0 \\ 0 & 0 & 3030043.818KNm^2 \end{vmatrix} \quad (8.302)$$

Finalmente, o sistema de equações diferenciais que representa o problema é dado na (8.303).

$$\begin{aligned}
 & - \begin{vmatrix} 2.136 \cdot 10^7 KNm^2 & 0 & 0 \\ 0 & 6.56 \cdot 10^7 KNm^2 & 0 \\ 0 & 0 & 7.7013 \cdot 10^6 KNm^4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u'''' \\ v'''' \\ \varphi'''' \end{vmatrix} + \\
 & \begin{vmatrix} 39985.17648KN & 0 & 0 \\ 0 & 39985.17648KN & 0 \\ 0 & 0 & 3030043.818KNm^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u' \\ v' \\ \varphi' \end{vmatrix} = V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \quad (8.303)
 \end{aligned}$$

8.5.3.5 Propriedades Dinâmicas

As propriedades dinâmicas são essenciais para se determinar o período de vibração da estrutura e com ele o espectro que vai ser aplicado.

8.5.3.5.1 Massa por unidade de elevação

Uma propriedade essencial na análise de problemas dinâmicos é a massa \bar{m} porque ela permite determinar outra grandeza muito importante como o período natural de vibração da estrutura. A \bar{m} é determinada na (8.304).

$$\bar{m} = \frac{10 \frac{KN}{m^2}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 3m} \cdot 12m \cdot 12m \rightarrow \bar{m} = 48 \frac{KN \cdot s^2}{m^2} \rightarrow \bar{m} = 48000 \frac{Kg \cdot m \cdot s^2}{m^2 \cdot s^2} \rightarrow \bar{m} = 48000 \frac{Kg}{m} \quad (8.304)$$

8.5.3.5.2 Sentido x.

Com ajuda das (6.53), (Figura 55) e a (6.55) são achados valores para λ , λ_1 e T respectivamente segundo cada sentido.

Para a análise em x são importantes as seguintes grandezas. $J_{aa} = 2.136 \cdot 10^7 KNm^2$, $S_{aa} = 39985.17648KN$, $H = 60m$. Com eles é determinado primero a (8.305) e a (8.307) prévia obtenção da (8.306) que exprime a λ_1 com o valor conhecido para λ .

$$\lambda = H \cdot \sqrt{\frac{S_{aa}}{J_{aa}}} \rightarrow \lambda = 60m \cdot \sqrt{\frac{39985.17648KN}{2.136 \cdot 10^7 KNm^2}} \rightarrow \lambda = 2.595972783 \quad (8.305)$$

Com a expressão proposta desde a (Figura 55) é obtido λ_1 na (8.306).

$$\lambda_1 = 0.0252 \cdot \lambda^2 + 0.6175 \cdot \lambda + 1.5847 \rightarrow \lambda_1 = 0.0252 \cdot (2.595972783)^2 + 0.6175 \cdot 2.595972783 + 1.5847 \rightarrow \lambda_1 = 3.357537876 \quad (8.306)$$

Finalmente a expressão para o período sofre a seguinte mudança como na (8.307).

$$T_{1u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{J_{aa} \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \right)^2 - \frac{S_{aa}}{J_{aa}} \right]}} \rightarrow T_{1u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60m}{3.357537876} \cdot \sqrt{\frac{48 \frac{KNs^2}{m^2}}{2.136 \cdot 10^7 KNm^2 \cdot \left[\left(\frac{3.357537876}{60m} \right)^2 - \frac{39985.17648KN}{2.136 \cdot 10^7 KNm^2} \right]}}$$

$$\rightarrow T_{1u} = 4.742871522s \quad (8.307)$$

Laier (1978) reporta um valor de $T_{1u} = 6.90s$.

8.5.3.5.3 Sentido y.

No sentido y o roteiro é o mesmo e parte de considerar os valores seguintes: $J_{bb} = 6.56 \cdot 10^7 KNm^2$, $S_{bb} = 39985.17648KN$, $H = 60m$. Na (8.308) está o valor de λ .

$$\lambda = H \cdot \sqrt{\frac{S_{bb}}{J_{bb}}} \rightarrow \lambda = 60m \cdot \sqrt{\frac{39985.17648KN}{6.56 \cdot 10^7 KNm^2}} \rightarrow \lambda = 1.481319839 \quad (8.308)$$

A λ_1 novamente é obtida desde a expressão proposta segundo a (8.309).

$$\lambda_1 = 0.0252 \cdot \lambda^2 + 0.6175 \cdot \lambda + 1.5847 \rightarrow \lambda_1 = 0.0252 \cdot (1.481319839)^2 + 0.6175 \cdot 1.481319839 + 1.5847 \rightarrow \lambda_1 = 2.554711574 \quad (8.309)$$

E a (8.310) define o período de vibração da estrutura segundo o sentido y .

$$T_{1v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{J_{bb} \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \right)^2 - \frac{S_{bb}}{J_{bb}} \right]}} \rightarrow T_{1v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 60m}{2.554711574} \cdot \sqrt{\frac{48 \frac{KNs^2}{m^2}}{2.136 \cdot 10^7 KNm^2 \cdot \left[\left(\frac{2.554711574}{60m} \right)^2 - \frac{39985.17648KN}{6.56 \cdot 10^7 KNm^2} \right]}} \rightarrow$$

$$T_{1v} = 6.376819082s \quad (8.310)$$

Laier (1978) diz que o período de vibração da estrutura é $T_{1v} = 4.60s$.

No entanto, parece incoerente que o período segundo x seja maior que o período na segundo y porque a estrutura é um pouco mais rígida naquele sentido.

8.5.4 Análise sísmica

Para a análise sísmica a condição de se ter dois períodos de vibração diferentes faz com que seja necessário contar com dois espectros.

Desde a (2.4) a aceleração espectral é dada como na (8.311).

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ax}(T) = \frac{F_v \cdot F_a \cdot a_{gs0}}{T_{1u}} \rightarrow S_{ax}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.742871522} \rightarrow S_{ax}(T) = 0.645178766 \\ C_{sx} = \frac{0.645178766 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.50} \rightarrow C_{sx} = 0.215059589 \\ S_{ay}(T) = \frac{F_v \cdot F_a \cdot a_{gs0}}{T_{1v}} \rightarrow S_{ay}(T) = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{6.376819082} \rightarrow S_{ay}(T) = 0.479863072 \\ C_{sy} = \frac{0.479863072 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.50} \rightarrow C_{sy} = 0.159954357 \end{array} \right. \quad (8.311)$$

Para o caso de períodos longos, $S_a = \frac{a_{gs1}}{T}$, na qual, $a_{gs1} = F_v \cdot F_a \cdot A_a \cdot g$.

8.5.4.1 Cálculo de deslocamentos por causa do carregamento de $0.3F_x$

Segundo x são analisados dois casos. O primeiro é quando $k = 1$ necessário na aplicação das normas <NEHRP-88 e UBC-85/97. No segundo, de aplicação da grande maioria das normas atuais e em particular da NBR-88 é considerado o caso em que $k = 2$.

Na (Tabela 63) é estudado o primeiro deles.

Tabela 63. Análise sísmica para a condição $k = 1$ quando o sismo é considerado segundo x no edifício do exemplo 5.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^m F_i(KNm)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	1440	4320	0,005	30,19436629	0→3	6038,873258	90,58309887
6	1440	8640	0,01	60,38873258	3→6	6008,678892	362,3323955
9	1440	12960	0,015	90,58309887	6→9	5948,290159	815,2478898
12	1440	17280	0,02	120,7774652	9→12	5857,70706	1449,329582
15	1440	21600	0,025	150,9718314	12→15	5736,929595	2264,577472
18	1440	25920	0,03	181,1661977	15→18	5585,957764	3260,991559
21	1440	30240	0,035	211,360564	18→21	5404,791566	4438,571845
24	1440	34560	0,04	241,5549303	21→24	5193,431002	5797,318328
27	1440	38880	0,045	271,7492966	24→27	4951,876072	7337,231008
30	1440	43200	0,05	301,9436629	27→30	4680,126775	9058,309887
33	1440	47520	0,055	332,1380292	30→33	4378,183112	10960,55496
36	1440	51840	0,06	362,3323955	33→36	4046,045083	13043,96624
39	1440	56160	0,065	392,5267618	36→39	3683,712687	15308,54371
42	1440	60480	0,07	422,7211281	39→42	3291,185926	17754,28738
45	1440	64800	0,075	452,9154943	42→45	2868,464798	20381,19725
48	1440	69120	0,08	483,1098606	45→48	2415,549303	23189,27331
51	1440	73440	0,085	513,3042269	48→51	1932,439443	26178,51557
54	1440	77760	0,09	543,4985932	51→54	1419,135216	29348,92403
57	1440	82080	0,095	573,6929595	54→57	875,6366224	32700,49869
60	720	43200	0,05	301,9436629	57→60	301,9436629	18116,61977
	28080	864000	1	6038,873258			241856,874

A (8.312) expressa as forças necessárias em médio contínuo para o caso em que se considere a norma anterior à NEHRP-88.

$$\begin{cases} F_{Tx}^{MC} = 0.1 \cdot 6038.873258KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 241856.874KNm - 2 \cdot 60m \cdot 6038.873258KN) \rightarrow F_{Tx}^{MC} = 617.4747914KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 6038.873258KN - 241856.874KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 180.7132822 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.312)

Para aplicara norma UBC é necessário primeiramente fazer um chequeo dado na (8.313) que limita o valor da força no topo no sumo ao 25% do esforço de cisalhamento na base do prédio.

$$F_{Tx} = \frac{0.07}{s} \cdot T_{1u} \cdot V_{Bx} < 0.25 \cdot V_B \rightarrow F_T = \frac{0.07}{s} \cdot 4.742871522s \cdot V_{Bx} = 0.332001006 \cdot V_{Bx} > 0.25 \cdot V_{Bx} \quad (8.313)$$

E assim, o modelo do médio contínuo é suposto com as grandezas vindas da aplicação da (2.25) e com ajuda da (Tabela 63), são escritas na (8.314).

$$\begin{cases} F_{Tx}^{MC} = 0.25 \cdot 6038.873258KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 241856.874KNm - 2 \cdot 60m \cdot 6038.873258KN) \rightarrow F_{Tx}^{MC} = 1521.041203KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 6038.873258KN - 241856.874KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 150.5944019 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.314)$$

Tabela 64. Análise sísmica para a condição $k = 2$ quando o sismo é considerado segundo x no edifício do exemplo 5.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^m F_i(KNm)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
0							
3	1440	12960	0,000374532	2,261750284	0→3	6038,873258	6,785250852
6	1440	51840	0,001498127	9,047001135	3→6	6036,611508	54,28200681
9	1440	116640	0,003370787	20,35575255	6→9	6027,564507	183,201773
12	1440	207360	0,005992509	36,18800454	9→12	6007,208754	434,2560545
15	1440	324000	0,009363296	56,5437571	12→15	5971,020749	848,1563565
18	1440	466560	0,013483146	81,42301022	15→18	5914,476992	1465,614184
21	1440	635040	0,01835206	110,8257639	18→21	5833,053982	2327,341042
24	1440	829440	0,023970037	144,7520182	21→24	5722,228218	3474,048436
27	1440	1049760	0,030337079	183,201773	24→27	5577,4762	4946,447871
30	1440	1296000	0,037453184	226,1750284	27→30	5394,274427	6785,250852
33	1440	1568160	0,045318352	273,6717843	30→33	5168,099399	9031,168883
36	1440	1866240	0,053932584	325,6920409	33→36	4894,427614	11724,91347
39	1440	2190240	0,06329588	382,235798	36→39	4568,735573	14907,19612
42	1440	2540160	0,07340824	443,3030556	39→42	4186,499775	18618,72834
45	1440	2916000	0,084269663	508,8938139	42→45	3743,19672	22900,22162
48	1440	3317760	0,09588015	579,0080727	45→48	3234,302906	27792,38749
51	1440	3745440	0,1082397	653,645832	48→51	2655,294833	33335,93743
54	1440	4199040	0,121348315	732,807092	51→54	2001,649001	39571,58297
57	1440	4678560	0,135205993	816,4918525	54→57	1268,841909	46540,03559
60	720	2592000	0,074906367	452,3500568	57→60	452,3500568	27141,00341
	28080	34603200	1	6038,873258			272088,5591

Baseado na (2.26) e com auxílio da (Tabela 64) é obtida a (8.315) onde estão expressas as grandezas necessárias para a terceira etapa na análise dos efeitos com respeito ao eixo x .

$$\begin{cases} F_{tx}^{MC} = \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 272088.5591KNm - 2 \cdot 60m \cdot 6038.873258KN) \rightarrow F_{tx}^{MC} = 1526.681439KN \\ p_{0x}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 6038.873258KN - 272088.5591KNm) \rightarrow p_{0x}^{MC} = 150.406394 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.315)

Antes de acometer a solução segundo x para cada uma das normas é peremptório determinar uma constante que aparece por toda a expressão e que fora definida na (6.53) desse documento. A constante λ é determinada na (8.316).

$$\lambda = H \cdot \sqrt{\frac{S_{aa}}{J_{aa}}} \rightarrow \lambda = 60m \cdot \sqrt{\frac{39985.17648KN}{2.136 \cdot 10^7 KNm^2}} \rightarrow \lambda = 2.595972783 \quad (8.316)$$

8.5.4.1.1 Deslocamento u

A (8.317) é um resumo que define tanto a elástica em termos de constantes de integração como as expressões que definem os valores de aquelas constantes. Essas expressões gerais serão de emprego corriqueiro no decorrer dos últimos dois exemplos.

$$\left\{ \begin{array}{l} w_T(z) = A_0 + A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z \\ \left\{ \begin{array}{l} B_3 = -\frac{\rho \cdot p_0^{MC}}{6 \cdot H \cdot S_{mm}} \\ B_1 = \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot \left[F_t^{MC} + \frac{p_0^{MC} \cdot H}{2} - \frac{J_{mm}}{H \cdot S_{mm}} \cdot p_0^{MC} \right] \\ A_1 = -\left[\frac{6 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot e^{-l_1 \cdot H}}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \\ A_2 = \left[\frac{B_1 \cdot l_1 \cdot e^{l_1 \cdot H} - 6 \cdot B_3 \cdot H}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \right] \\ A_0 = \frac{12 \cdot B_3 \cdot H + B_1 \cdot l_1 \cdot (e^{-l_1 \cdot H} - e^{l_1 \cdot H})}{l_1^2 \cdot (e^{l_1 \cdot H} + e^{-l_1 \cdot H})} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.317)$$

No primeiro caso, as constantes A_0 , A_1 , A_2 , B_1 , B_3 são determinados com ajuda da informação contida na (8.318).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = 1 \\ p_{0x}^{MC} = 180.7132822 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 617.4747914KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{aa} = 39985.17648KN \\ J_{aa} = 21360000KNm^2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1a} = 0.043266117 \frac{1}{m} = \sqrt{\frac{39985KN}{21360000KNm^2}} \\ e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.4095484 \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 0.074573726 \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1a} \cdot H} + e^{-l_{1a} \cdot H} \rightarrow e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.48412212 \\ e^{-l_{1a} \cdot H} - e^{l_{1a} \cdot H} = e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = -13.33497467 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.318)$$

Nas (8.319), (8.320), (8.321), (8.322), (8.323) são determinadas as constantes que são precisas para escrever a função deslocamento.

$$B_3 = -\frac{1 \cdot 180.7132822 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 39985.17648KN} \rightarrow B_3 = -\frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \quad (8.319)$$

$$B_1 = \frac{1}{39985.17648KN} \cdot \left[617.4747914KN + \frac{180.7132822 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{21360000KNm^2}{60m \cdot 39985.17648KN} \cdot 180.7132822 \frac{KN}{m} \right] \rightarrow$$

$$B_1 = 0.110789276 \quad (8.320)$$

$$A_1 = -\left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.110789276 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.074573726}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_1 = 0.164887648m$$

(8.321)

$$A_2 = \left[\frac{0.110789276 \cdot \frac{0.043266117 \frac{1}{m}}{0.074573726} - 6 \cdot \left(-\frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_2 = 2.725535218m \quad (8.322)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.110789276 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot (-13.33497467)}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212}$$

$$\rightarrow A_0 = -2.890422836m \quad (8.323)$$

Assim, a (8.324) vinda desde a (8.317) exprime a função deslocamento para o primeiro dos casos:

$$\begin{aligned}
u_{0.3F_x}(z) &= \\
0.3 \cdot \left[-2.890422836m + 0.164887648m \cdot e^{0.043266117 \frac{1}{m} z} + 2.725535218m \cdot \right. \\
&\left. e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + 0.110789276 \cdot z \right] \rightarrow \\
u_{0.3F_x}(z) &= -0.86712685m + 0.049466294m \cdot e^{0.043266117 \frac{1}{m} z} + 0.817660565 \cdot \\
&e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{3.766255899 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.033236782 \cdot z \quad (8.324)
\end{aligned}$$

Agora, sob consideração da segunda normativa, são determinadas as constantes A_0, A_1, A_2, B_1, B_3 a partir da informação que fornece a (8.325).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 1 \\ p_{0x}^{MC} = 150.5944019 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 1521.041203KN \\ H = 60m \\ S_{aa} = 39985.17648KN \\ J_{aa} = 21360000KNm^2 \end{array} \right. \quad (8.325)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{1a} = 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m = \sqrt{\frac{39985KN}{21360000KNm^2}} \\ e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.4095484 \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 0.074573726 \\ e^{l_{1a} \cdot H} + e^{-l_{1a} \cdot H} \rightarrow e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.48412212 \\ e^{-l_{1a} \cdot H} - e^{l_{1a} \cdot H} = e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = -13.33497467 \end{array} \right.$$

Nas (8.326), (8.327), (8.328), (8.329) e (8.330) estão dados os valores daquelas 5 constantes.

$$B_3 = -\frac{1 \cdot 150.5944019 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 39985.17648KN} \rightarrow B_3 = -\frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \quad (8.326)$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= \frac{1}{39985.17648KN} \cdot \left[1521.041203KN + \frac{150.5944019 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{21360000KNm^2}{60m \cdot 39985.17648KN} \cdot 150.5944019 \frac{KN}{m} \right] \rightarrow \\
B_1 &= 0.117495697 \quad (8.327)
\end{aligned}$$

$$A_1 = - \left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.117495697 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.074573726}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_1 = 0.134188851m$$

(8.328)

$$A_2 = \left[\frac{0.117495697 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 13.4095484 - 6 \cdot \left(-\frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_2 = 2.849840387m$$

(8.329)

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.117495697 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot (-13.33497467)}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \rightarrow A_0 = -2.984029237m$$

(8.330)

Então a (8.331) define a função deslocamento para a UBC-85/97.

$$u_{0.3F_x}(z) =$$

$$0.3 \cdot \left[-2.984029237m + 0.134188851m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 2.849840387m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + 0.117495697 \cdot z \right] \rightarrow$$

$$u_{0.3F_x}(z) = -0.895208771m + 0.040256655m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 0.854952116m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{3.13854648 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.03524809 \cdot z$$

(8.331)

O subsídio para o terceiro deslocamento é obtido partindo da informação que fica na (8.332).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 1 \\ \left\{ \begin{array}{l} p_{0x}^{MC} = 150.406394 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 1526.681439KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{aa} = 39985.17648KN \\ J_{aa} = 21360000KNm^2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1a} = 0.043266117 \frac{1}{m} = \sqrt{\frac{39985KN}{21360000KNm^2}} \\ e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.4095484 \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 0.074573726 \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1a} \cdot H} + e^{-l_{1a} \cdot H} \rightarrow e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = 13.48412212 \\ e^{-l_{1a} \cdot H} - e^{l_{1a} \cdot H} = e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} = -13.33497467 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.332)$$

E as (8.333), (8.334), (8.335), (8.336) e (8.337) definem os coeficientes da função deslocamento no caso da aplicação da NBR-88.

$$B_3 = -\frac{1 \cdot 150.406394 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 39985.17648KN} \rightarrow B_3 = -\frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \quad (8.333)$$

$$B_1 = \frac{1}{39985.17648KN} \cdot \left[1526.681439KN + \frac{150.406394 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{21360000KNm^2}{60m \cdot 39985.17648KN} \cdot 150.406394 \frac{KN}{m} \right] \rightarrow B_1 = 0.11753756 \quad (8.334)$$

$$A_1 = -\left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.11753756 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.074573726}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_1 = 0.133997223m \quad (8.335)$$

$$A_2 = \left[\frac{0.11753756 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 13.4095484 - 6 \cdot \left(-\frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \right] \rightarrow A_2 = 2.850616329m \quad (8.336)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.11753756 \cdot 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot (-13.33497467)}{\left(0.043266117 \frac{1}{m} \right)^2 \cdot 13.48412212} \rightarrow A_0 = -2.984613552m \quad (8.337)$$

Com as constantes obtidas é possível achar a função dos deslocamentos como na (8.338).

$$u_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left[-2.984613552m + 0.133997223m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 2.850616329m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^3 + 0.11753756 \cdot z \right] \rightarrow$$

$$u_{0.3F_x}(z) = -0.895384065m + 0.040199166m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 0.855184898m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{3.134628198 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035261268 \cdot z \quad (8.338)$$

A (8.338) é plotada na (Figura 117) e apresentada em formato de dados na (Tabela 65).

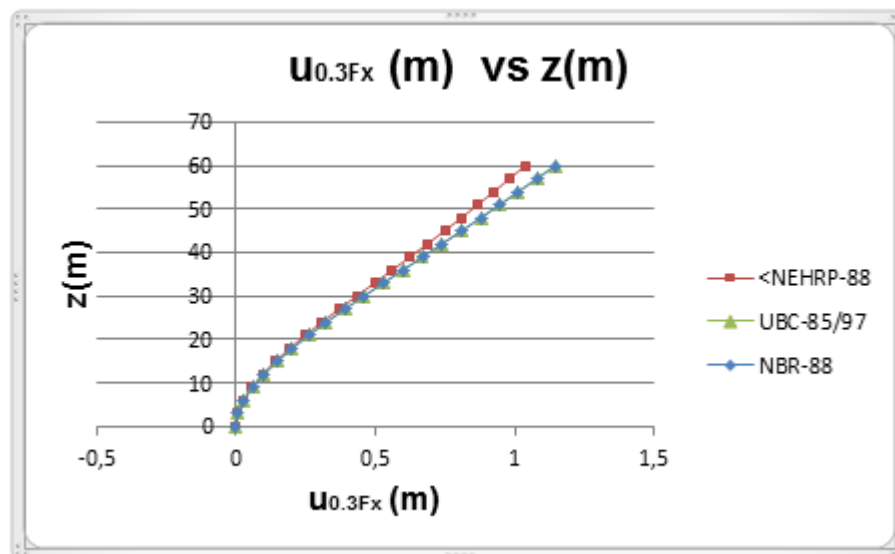


Figura 117. Comparação dos deslocamentos originados pela aplicação do carregamento de 30% do sismo segundo x no edifício do exemplo 5.

Tabela 65. Deslocamentos segundo x devidos ao carregamento de $0.3F_x$ no edifício do exemplo 5.

$z(m)$	<NEHRP-88 $u_{0.3F_x}(m)$	UBC-85/97 $u_{0.3F_x}(m)$	NBR-88 $u_{0.3F_x}(m)$
0	-2,66454E-16	-1,33227E-16	0
3	0,006932873	0,007169749	0,007171228
6	0,026321605	0,027272707	0,027278644
9	0,056212938	0,058365521	0,058378957
12	0,094851395	0,098707406	0,098731476
15	0,140659953	0,146739361	0,14677731
18	0,192223738	0,201066434	0,201121632
21	0,24827644	0,260442775	0,26051872
24	0,307689247	0,323759188	0,3238595
27	0,369462093	0,390033	0,390161408
30	0,432717079	0,458400058	0,458560376
33	0,496693956	0,528108728	0,528304826
36	0,560747593	0,598515794	0,59875155
39	0,624347382	0,669084179	0,669363435
42	0,687078588	0,739382469	0,73970896
45	0,748645637	0,809086207	0,809463489
48	0,80887743	0,877981	0,878412358
51	0,867734746	0,945967479	0,946455823
54	0,925319873	1,0130682	1,013615943
57	0,981888633	1,079436606	1,08004552
60	1,037864987	1,145368188	1,146039244

8.5.4.1.1.1 Cálculo de esforços

Segundo x há um grupo de pórticos que suportam esforços por causa do carregamento contido no seu plano. Esse Grupo I é formado pelos pórticos 1 e 3 como na (Figura 118). Para esses pórticos $s_{fx} = 19992.58824KN$.

8.5.4.1.1.1.1 Momentos fletores

A expressão geral para determinar momentos nos pórticos é dada na (8.180) e rescrita aqui por comodidade como na (8.339).

$$M_{fy}(z) = -s_{fx} \cdot [u_{0.3F_x}(z) - u_{0.3F_x}(z = H)] \quad (8.339)$$

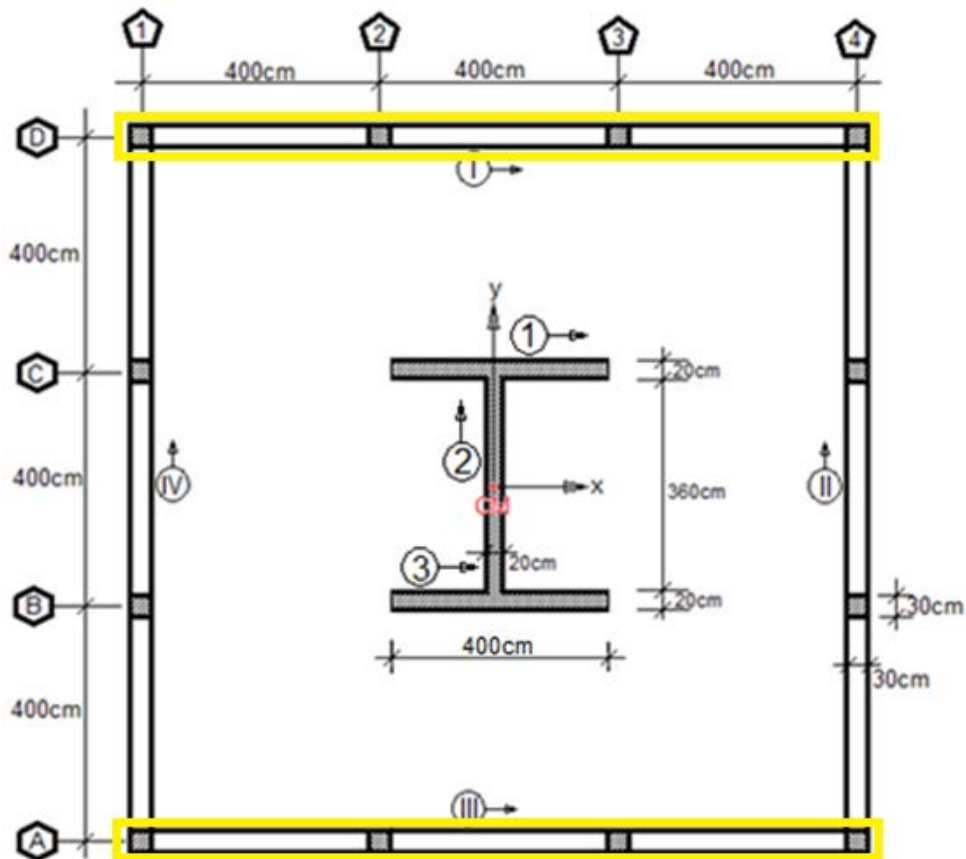


Figura 118. Elementos resistentes segundo x para um deslocamento originário de um carregamento lateral contido no sentido das x no caso do exemplo 5.

Portanto, as (8.340), (8.341) e (8.342) definem as funções dos momentos fletores.

$$\begin{aligned}
M_{fy}(z) = & -19992.58824KN \cdot \left[-0.86712685m + 0.049466294m \cdot e^{0.043266117 \frac{1}{m} z} + \right. \\
& 0.817660565 \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{3.766255899 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.033236782 \cdot z - \\
& \left. \left(-0.86712685m + 0.049466294m \cdot e^{0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + 0.817660565 \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - \frac{3.766255899 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.033236782 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fy}(z) = \\
& 17336.11006KNm - 988.9592477KNm \cdot e^{0.043266117 \frac{1}{m} z} - 16347.151KNm \cdot \\
& e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} + \frac{0.075297203KN}{m^2} \cdot z^3 - 664.4892969KN \cdot z + 19793.85393KNm \quad (8.340)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{0.3F_x}(z) = & -0.895208771m + 0.040256655m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} z} + 0.854952116m \cdot \\
& e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{3.13854648 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.03524809 \cdot z
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{fy}(z) = & -19992.58824KN \cdot \left[-0.895208771m + 0.040256655m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} z} + \right. \\
& 0.854952116m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{3.13854648 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.03524809 \cdot z - \\
& \left. \left(-0.895208771m + 0.040256655m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + 0.854952116m \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - \frac{3.13854648 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.03524809 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fy}(z) = \\
& 17895.74993KNm - 804.8347273KNm \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} z} - 17092.70562KNm \cdot \\
& e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} + \frac{0.062747667KN}{m^2} \cdot z^3 - 704.7005496KN \cdot z + 22898.13345KNm \quad (8.341)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{fy}(z) = & -19992.58824KN \cdot \left[-0.895384065m + 0.040199166m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} z} + \right. \\
& 0.855184898m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} - \frac{3.134628198 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035261268 \cdot z - \\
& \left. \left(-0.895384065m + 0.040199166m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} + 0.855184898m \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 60m} - \frac{3.134628198 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.035261268 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow \\
& M_{fy}(z) = \\
& 17901.04493KNm - 803.6853734KNm \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} z} - 17097.35953KNm \cdot \\
& e^{-0.043266117 \frac{1}{m} z} + \frac{0.062667333KN}{m^2} \cdot z^3 - 704.9640119KN \cdot z + 22912.29206KNm \quad (8.342)
\end{aligned}$$

As expressões dadas nas (8.3400, (8.341) e (8.342) são plotadas na (Figura 119) e na (Tabela 66).

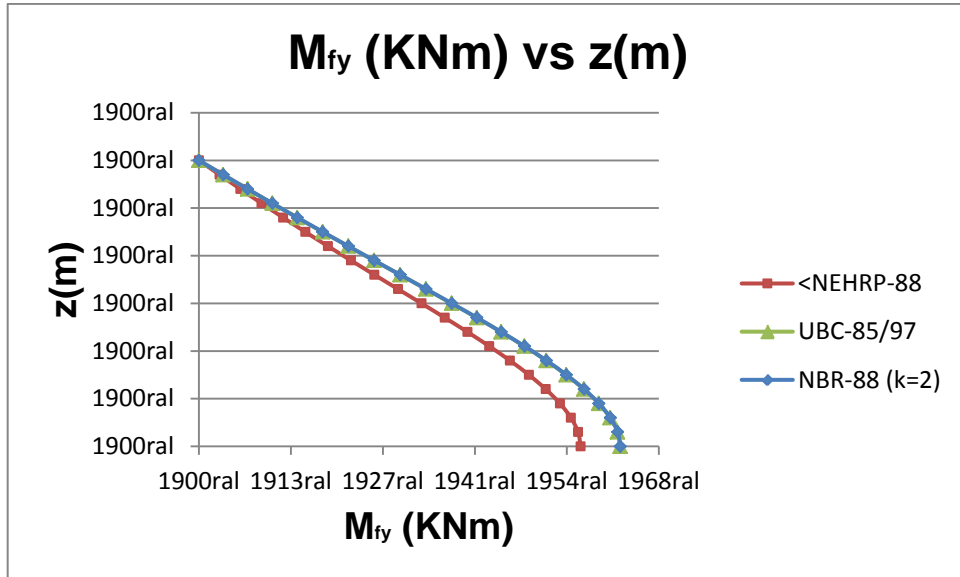


Figura 119. Comparação momentos fletores respeito do eixo y quando atua um carregamento de $0.3F_x$ na estrutura do edifício do exemplo 5.

Tabela 66. Dados dos momentos fletores respeito do eixo y quando atua um carregamento de $0.3F_x$ no edifício do exemplo 5.

$z(m)$	<NEHRP-88 $M_{fy}(KNm)$	UBC-85/97 $M_{fy}(KNm)$	NBR-88 $M_{fy}(KNm)$
0	20749,60733	22898,87457	22912,29072
3	20611,00126	22755,53272	22768,91931
6	20223,37031	22353,62256	22366,92002
9	19625,7652	21731,99675	21745,14426
12	18853,28246	20925,45804	20938,39297
15	17937,45081	19965,17495	19977,8324
18	16906,55729	18879,03614	18891,34874
21	15785,91871	17691,94941	17703,84723
24	14598,10292	16426,09044	16437,5011
27	13363,10384	15101,1054	15111,95435
30	12098,47294	13734,27096	13744,48194
33	10819,40958	12340,61422	12350,10988
36	9538,811605	10932,99475	10941,69752
39	8267,2872	9522,150079	9529,98318
42	7013,128035	8116,705314	8123,594061
45	5782,243365	6723,14718	6729,020487
48	4578,053929	5345,761953	5350,554138
51	3401,34386	3986,536277	3990,189163
54	2250,06812	2645,019183	2647,484545
57	1119,112193	1318,14298	1319,385369
60	0	0	0

8.5.4.1.1.1.2 Esforços cisalhantes

Para determinar as funções esforço cisalhante existem duas rotas. A primeira é a partir da derivada da curva elástica através da grandeza s_{fx} . A outra, é através da derivada da função momento fletor com sinal contrário. Por ora, será feito com auxílio da primeira delas como na (8.343) onde também é acrescentada a derivada da elástica com intuito de agilizar a determinação da função cisalhamento.

$$\begin{cases} V_{fx}(z) = s_{fx} \cdot u'_{0.3F_x}(z) \\ u'_{0.3F_x}(z) = l_1 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1 \end{cases} \quad (8.343)$$

Dessa maneira, as (8.344), (8.345) e (8.346) exprimem as funções de cisalhamento para o problema objeto de estudo no exemplo 5.

$$\begin{aligned} V_{fx}(z) = 19992.58824KN \cdot 0.3 \cdot \left[0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.164887648m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \right. \\ \left. 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 2.725535218m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 3 \cdot \left(-\frac{1.255418633 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot z^2 + \right. \\ \left. 0.110789276 \right] \rightarrow V_{fx}(z) = 42.78842688KN \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - 707.2777479KN \cdot \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{0.22589161KN}{m^2} \cdot z^2 + 664.4893122KN \end{aligned} \quad (8.344)$$

$$\begin{aligned} V_{fx}(z) = 19992.58824KN \cdot 0.3 \cdot \left[0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.134188851m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \right. \\ \left. 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 2.849840387m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 3 \cdot \left(-\frac{1.04618216 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot z^2 + \right. \\ \left. 0.117495697 \right] \rightarrow V_{fx}(z) = 34.82207373KN \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - 739.5350013KN \cdot \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{0.188243002KN}{m^2} \cdot z^2 + 704.712927KN \end{aligned} \quad (8.345)$$

$$\begin{aligned} V_{fx}(z) = 19992.58824KN \cdot 0.3 \cdot \left[0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 0.133997223m \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \right. \\ \left. 0.043266117 \frac{1}{m} \cdot 2.850616329m \cdot e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} + 3 \cdot \left(-\frac{1.044876066 \cdot 10^{-5}}{m^2} \right) \cdot z^2 + \right. \\ \left. 0.11753756 \right] \rightarrow V_{fx}(z) = 34.77234618KN \cdot e^{+0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - 739.7363586KN \cdot \\ e^{-0.043266117 \frac{1}{m} \cdot z} - \frac{0.188007992KN}{m^2} \cdot z^2 + 704.964012KN \end{aligned} \quad (8.346)$$

Uma compilação dos resultados vindos das três últimas equações é dada em dois formatos diferentes. Primeiramente na (Figura 120) e logo na (Tabela 67).

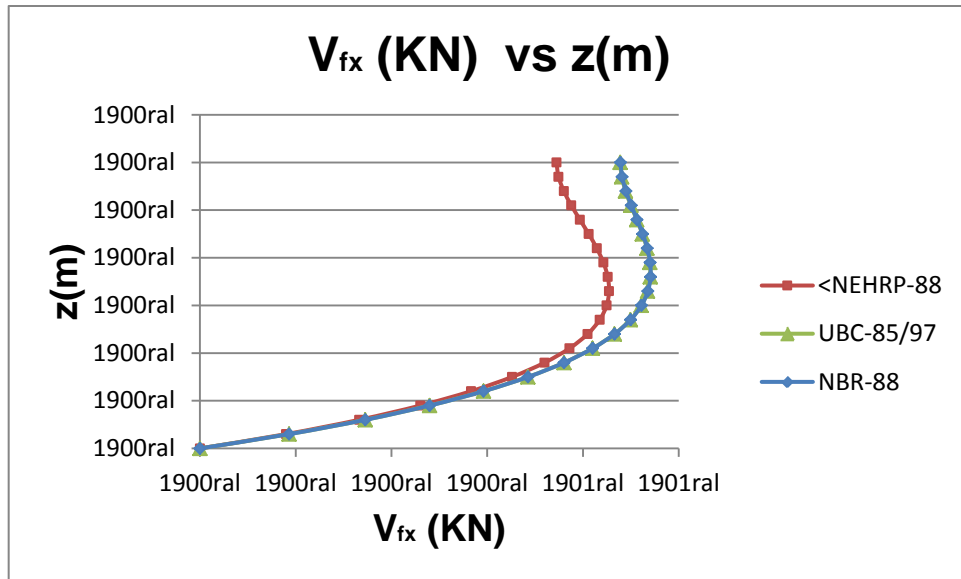


Figura 120. Comparação dos esforços cisalhantes atuantes segundo x nos pórticos do edifício do exemplo 5 quando acontece um carregamento de $0.3F_x$.

Tabela 67. Dados dos esforços cisalhantes que atuam nos pórticos do Grupo I para o caso do exemplo 5 quando atua um carregamento de $0.3F_x$.

$z(m)$	<NEHRP-88 $V_{fx}(KN)$	UBC-85/97 $V_{fx}(KN)$	NBR-88 $V_{fx}(KN)$
0	8,32359E-14	0	0
3	89,99264696	93,15397519	93,173709
6	166,2610084	172,6303321	172,67009
9	230,1947344	239,8556942	239,916
12	283,0439729	296,1071604	296,1887
15	325,9404612	342,5338518	342,63743
18	359,9166199	380,1762985	380,30276
21	385,9229716	409,983995	410,13419
24	404,8441768	432,8314197	433,00612
27	417,5139602	449,5327877	449,73266
30	424,7291758	460,8557888	461,0813
33	427,2632519	467,5345386	467,78592
36	425,8792389	470,2819644	470,55913
39	421,342684	469,8018334	470,10432
42	414,4345461	466,8006257	467,12751
45	405,9643722	461,9994542	462,34924
48	396,7839552	456,1462301	456,51678
51	387,8017054	450,0282817	450,41671
54	379,9979758	444,4856375	444,88818
57	374,4416024	440,4251987	440,83708
60	372,3079372	438,8360394	439,25132

8.5.4.1.2 Rotações $\varphi_{0.3F_x}^0$

Nesse caso o valor de $\rho = c = -6m$ porque quando o carregamento de $0.3 \cdot F_x$ atua com $a = 1$ atuando no CM da laje, a rotação com respeito à origem é horária. Em sentido contrário ao suposto positivo aoredor do eixo z.

Para a norma anterior à NEHRP-88, a informação necessária na determinação das constantes é dada na (8.347).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = -6m \\ \left\{ \begin{array}{l} p_{0x}^{MC} = 180.7132822 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 617.4747914KN \end{array} \right. \\ H = 60m \\ \left\{ \begin{array}{l} S_{cc} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{cc} = 77013000KNm^4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1c} \cdot H} + e^{-l_{1c} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c} \cdot H} - e^{l_{1c} \cdot H} = e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.347)$$

Com esses dados são obtidos os coeficientes da expressão geral de deslocamento. Nesse caso rotação para a primeira normativa como nas (8.348), (8.349), (8.350), (8.351) e (8.352).

$$B_3 = -\frac{(-6m) \cdot 180.7132822 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 3030043.818KNm^2} \rightarrow B_3 = \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \quad (8.348)$$

$$B_1 = \frac{-6m}{3030043.818KNm^2} \cdot \left[617.4747914KN + \frac{180.7132822 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{77013000KNm^4}{60m \cdot 3030043.818KNm^2} \cdot 180.7132822 \frac{KN}{m} \right] \\ \rightarrow B_1 = \frac{-0.011806406}{m} \quad (8.349)$$

$$A_1 = - \left[\frac{6 \cdot \left(\frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m + \left(\frac{-0.011806406}{m} \right) \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 6.781716886 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow$$

$$A_1 = -6.166963937 \cdot 10^{-8} \quad (8.350)$$

$$A_2 = \left[\frac{\frac{-0.011806406}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 147455.2856 - 6 \cdot \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot 60m}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow A_2 = -0.059521755 \quad (8.351)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot 60m + \left(\frac{-0.011806406}{m} \right) \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot (-147455.2856)}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \rightarrow A_0 = 0.059521817$$

(8.352)

$$\varphi_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left[0.059521817 - 6.166963937 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m}z} - 0.059521755 \cdot$$

$$e^{-\frac{0.198354671}{m}z} + \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.011806406}{m} \cdot z \right] \rightarrow \varphi_{0.3F_x}(z) =$$

$$0.017856545 - 1.850089181 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m}z} - 0.017856526 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m}z} +$$

$$\frac{2.981636177 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{3.5419218 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.353)$$

No segundo caso, a (8.354) mune da informação necessária na determinação das constantes próprias da expressão geral dos deslocamentos. Aquelas constantes são determinadas nas (8.355), (8.356), (8.357), (8.358) e (8.359).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = -6m \\ \left\{ \begin{array}{l} p_{0x}^{MC} = 150.5944019 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 1521.041203KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{cc} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{cc} = 77013000KNm^4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1c}H} + e^{-l_{1c}H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c}H} - e^{l_{1c}H} \rightarrow e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.354)$$

$$B_3 = -\frac{(-6m) \cdot 150.5944019 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 3030043.818KNm^2} \rightarrow B_3 = \frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \quad (8.355)$$

$$B_1 = \frac{-6m}{3030043.818KNm^2} \cdot \left[1521.041203KN + \frac{150.5944019 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{77013000KNm^4}{60m \cdot 3030043.818KNm^2} \cdot 150.5944019 \frac{KN}{m} \right]$$

$$\rightarrow B_1 = \frac{-0.011831671}{m} \quad (8.356)$$

$$A_1 = - \left[\frac{6 \cdot \left(\frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m + \left(\frac{-0.011831671}{m} \right) \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 6.781716886 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow$$

$$A_1 = -5.139759297 \cdot 10^{-8} \quad (8.357)$$

$$A_2 = \left[\frac{-\frac{0.011831671}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 147455.2856 - 6 \cdot \frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot 60m}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow A_2 = -0.059649118$$

$$(8.358)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(\frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m - \frac{0.011831671}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot (-147455.2856)}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \rightarrow A_0 = 0.059649169$$

$$(8.359)$$

E com esses valores determinados é possível exprimir na (8.360) a função rotação para o caso em que seja aplicada a segunda das normativas.

$$\varphi_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left[0.059649169 - 5.139759297 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m}z} - 0.059649118 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m}z} + \frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.011831671}{m} \cdot z \right] \rightarrow \varphi_{0.3F_x}(z) = 0.01789475 - 1.541927789 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m}z} - 0.017894735 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m}z} + \frac{2.485022001 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{3.5495013 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z$$

$$(8.360)$$

No caso da última das normativas a informação requerida está na (8.361)

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = -6m \\ p_{0x}^{MC} = 150.406394 \frac{KN}{m} \\ F_{Tx}^{MC} = 1526.681439KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{CC} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{CC} = 77013000KNm^4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1c} \cdot H} + e^{-l_{1c} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c} \cdot H} - e^{l_{1c} \cdot H} = e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.361)$$

$$B_3 = -\frac{(-6m) \cdot 150.406394 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 3030043.818KNm^2} \rightarrow B_3 = \frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \quad (8.362)$$

$$B_1 = \frac{-6m}{3030043.818KNm^2} \cdot \left[1526.681439KN + \frac{150.406394 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{77013000KNm^4}{60m \cdot 3030043.818KNm^2} \cdot 150.406394 \frac{KN}{m} \right] \rightarrow B_1 = \frac{-0.011933011}{m} \quad (8.363)$$

$$A_1 = -\left[\frac{6 \cdot \left(\frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m + \left(\frac{-0.011933011}{m} \right) \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 6.781716886 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow$$

$$A_1 = -5.133339929 \cdot 10^{-8} \quad (8.364)$$

$$A_2 = \left[\frac{-\frac{0.011933011}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 147455.2856 - 6 \cdot \frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot 60m}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow A_2 = -0.060160021 \quad (8.365)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(\frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m - \frac{0.011933011}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot (-147455.2856)}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \rightarrow A_0 = 0.060160072 \quad (8.366)$$

Assim, a (8.367) define a rotação.

$$\varphi_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left[0.060160072 - 5.133339929 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - 0.060160021 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + \frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{0.011933011}{m} \cdot z \right] \rightarrow \varphi_{0.3F_x}(z) =$$

$$0.018048021 - 1.540001979 \cdot 10^{-8} \cdot e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - 0.018048021 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + \frac{2.481917804 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 - \frac{3.5799033 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.367)$$

As expressões (8.353), (8.360) e (8.367) são apresentadas tabular e gráficamente nas (Tabela 68) e na (Figura 121).

Tabela 68. Comparativa das rotações originadas pelo carregamento de 0.3F_x no caso do edifício do exemplo 5.

z(m)	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88
	$\varphi_{0.3F_x} (rad)$	$\varphi_{0.3F_x} (rad)$	$\varphi_{0.3F_x} (rad)$
	↺	↺	↺
0	0	0	0
3	-0,005898585	-0,005901176	-0,0059012
6	-0,015853244	-0,015867347	-0,0158674
9	-0,026336474	-0,026378323	-0,0263786
12	-0,036770008	-0,036863778	-0,0368644
15	-0,047024812	-0,047202712	-0,0472038
18	-0,057040282	-0,057342569	-0,0573445
21	-0,066766235	-0,067241219	-0,0672442
24	-0,076154078	-0,076858119	-0,0768625
27	-0,085155459	-0,086152968	-0,0861592
30	-0,093722062	-0,095085502	-0,095094
33	-0,101805577	-0,103615463	-0,1036268
36	-0,109357695	-0,111702594	-0,1117172
39	-0,116330108	-0,119306637	-0,1193252
42	-0,12267451	-0,126387337	-0,1264105
45	-0,128342604	-0,132904448	-0,1329329
48	-0,133286172	-0,138817787	-0,1388523
51	-0,137457492	-0,144087586	-0,144129
54	-0,140812112	-0,148676801	-0,1487259
57	-0,143327038	-0,152566272	-0,1526239
60	-0,145120158	-0,155854237	-0,1559212

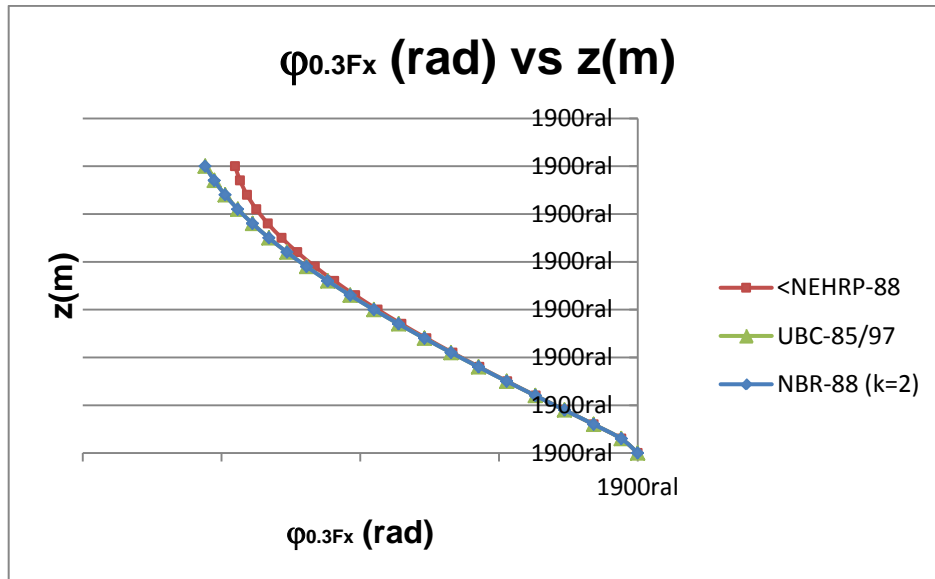


Figura 121. Comparativa dos deslocamentos rotacionais atrelados com o carregamento de $0.3F_x$ no caso do edifício do exemplo 5.

8.5.4.1.2.1 Determinação dos esforços decorrentes da rotação $\varphi_{0.3F_x}^0$

A rotação origina esforços torcionantes no núcleo estrutural e aqueles momentos de torção apresentam duas componentes. Uma primeira parcela atrelada com a primeira derivada da função rotação e que tem relação com torção de Saint Venant através da rigidez à torção $G \cdot I_p$. A outra relacionada com a terceira derivada e que aparece pela flexotorção a causa do empenamento da seção transversal. É dizer, pela restrição que o núcleo oferece para ser deslocado na base. Essa parcela é exprimida como função além da terceira derivada das constantes vindas das propriedades setoriais da seção transversal, como o produto $E \cdot I_\omega$.

Sendo que é necessário se contar com as derivadas, na (8.368) escreve-se uma expressão geral para a função giro e para as primeira e terceira derivadas partindo das quais são obtidos os torques totais atuantes no NE.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_{0.3F_x}(z) = A_0 + A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + B_3 \cdot z^3 + B_1 \cdot z \\ \varphi'_{0.3F_x}(z) = l_1 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1 \\ \varphi'''_{0.3F_x}(z) = l_1^3 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1^3 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 6 \cdot B_3 \\ T_{tn}(z) = -E \cdot J_{cc}^* \cdot \varphi''' + G \cdot I_p \cdot \varphi' \rightarrow T_{tn}(z) = -E \cdot I_\omega \cdot \varphi''' + G \cdot J_t \cdot \varphi' \end{array} \right. \quad (8.368)$$

8.5.4.1.2.1.1 Momentos de torção

Baseado nas (4.22), (8.283), (8.296), (8.368) e com ajuda das constantes determinadas em cada caso é escrita uma expressão para cada norma na qual fica exprimido o momento de torção atuante no NE segundo as (8.369), (8.370) e (8.371). Na (Figura 122) e na (Tabela 69) são apresentados os dados originados naquelas expressões.

$$\begin{aligned} T_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left\{ -7.7013 \cdot 10^7 \text{KNm}^4 \cdot \left[\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-6.166963937 \cdot 10^{-8}) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-0.059521755) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 6 \cdot \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right] + \right. \\ \left. 131111.111 \text{KNm}^2 \cdot \left[\frac{0.198354671}{m} \cdot (-6.166963937 \cdot 10^{-8}) \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{0.198354671}{m} \cdot \right. \right. \\ \left. \left. (-0.059521755) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 3 \cdot \frac{9.938787257 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^2 + \left(\frac{-0.011806406}{m} \right) \right] \right\} \quad (8.369) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left\{ -7.7013 \cdot 10^7 \text{KNm}^4 \cdot \left[\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-5.139759297 \cdot 10^{-8}) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-0.059649118) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 6 \cdot \frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right] + \right. \\ \left. 131111.111 \text{KNm}^2 \cdot \left[\frac{0.198354671}{m} \cdot (-5.139759297 \cdot 10^{-8}) \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{0.198354671}{m} \cdot \right. \right. \\ \left. \left. (-0.059649118) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 3 \cdot \frac{8.283400667 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^2 + \left(\frac{-0.011831671}{m} \right) \right] \right\} \quad (8.370) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{0.3F_x}(z) = 0.3 \cdot \left\{ -7.7013 \cdot 10^7 \text{KNm}^4 \cdot \left[\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-5.133339929 \cdot 10^{-8}) \cdot \right. \right. \\ \left. \left. e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 \cdot (-0.060160021) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 6 \cdot \frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right] + \right. \end{aligned}$$

$$131111.1111KNm^2 \cdot \left[\frac{0.198354671}{m} \cdot (-5.133339929 \cdot 10^{-8}) \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{0.198354671}{m} \cdot (-0.060160021) \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 3 \cdot \frac{8.273059348 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^2 + \left(\frac{-0.011933011}{m} \right) \right] \quad (8.371)$$

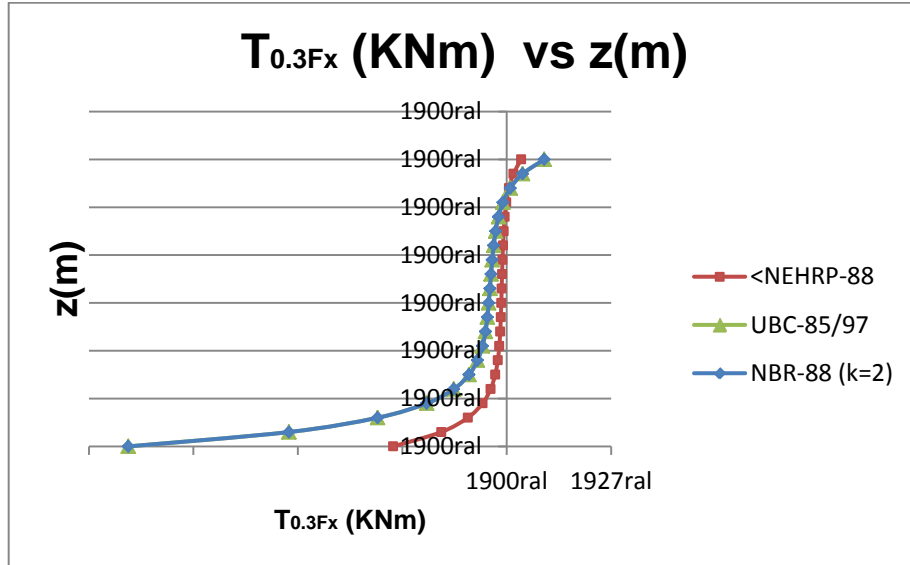


Figura 122. Momentos de torção atuantes no edifício do exemplo 5 quando atua uma carga lateral de $0.3F_x$.

Tabela 69. Comparação dos momentos de torção atuantes no edifício do exemplo 5 quando atua uma força lateral de $0.3F_x$.

$z(m)$	<NEHRP-88 $T_{0.3F_x}(KNm)$	UBC-85/97 $T_{0.3F_x}(KNm)$	NBR-88 $T_{0.3F_x}(KNm)$
0	-10869,97186	-36233,23955	-36233,23955
3	-6264,084742	-20848,03055	-20847,82923
6	-3721,213562	-12355,44745	-12355,1441
9	-2315,19765	-7661,685531	-7661,338215
12	-1535,226275	-5060,4049	-5060,048995
15	-1099,559947	-3610,475044	-3610,133441
18	-852,7877284	-2792,770253	-2792,459045
21	-709,1531222	-2320,85868	-2320,590359
24	-621,2810197	-2036,548481	-2036,333822
27	-562,9012956	-1852,199578	-1852,048903
30	-519,268812	-1718,763719	-1718,687987
33	-481,7862695	-1607,897926	-1607,910059
36	-444,8690077	-1501,628581	-1501,745509
39	-403,9084321	-1385,79694	-1386,043104
42	-353,591386	-1244,895831	-1245,309425
45	-285,9625871	-1056,414606	-1057,058838
48	-187,5235544	-782,630129	-783,6135973
51	-34,31008063	-356,8501786	-358,3638068
54	216,8468579	340,9073827	338,5233909
57	644,0636637	1527,66881	1523,803578
60	1388,891033	3596,648014	3590,199894

8.5.4.2 Cálculo de deslocamentos por causa do carregamento de $1.0F_y$

As (Tabela 70) e (Tabela 71) contêm a análise sísmica para o sentido y sob a consideração de um carregamento de $1.0F_y$ para os casos de $k = 1$ y $k = 2$ respectivamente.

Tabela 70. Análise sísmica para o caso em que ($k = 1$) e o carregamento sísmico é $1.0F_y$ na estrutura do exemplo 5.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nível		
0							
3	1440	4320	0,005	22,45759181	0→3	4491,518362	67,37277543
6	1440	8640	0,01	44,91518362	3→6	4469,060771	269,4911017
9	1440	12960	0,015	67,37277543	6→9	4424,145587	606,3549789
12	1440	17280	0,02	89,83036725	9→12	4356,772811	1077,964407
15	1440	21600	0,025	112,2879591	12→15	4266,942444	1684,319386
18	1440	25920	0,03	134,7455509	15→18	4154,654485	2425,419916
21	1440	30240	0,035	157,2031427	18→21	4019,908934	3301,265996
24	1440	34560	0,04	179,6607345	21→24	3862,705792	4311,857628
27	1440	38880	0,045	202,1183263	24→27	3683,045057	5457,19481
30	1440	43200	0,05	224,5759181	27→30	3480,926731	6737,277543
33	1440	47520	0,055	247,0335099	30→33	3256,350813	8152,105828
36	1440	51840	0,06	269,4911017	33→36	3009,317303	9701,679663
39	1440	56160	0,065	291,9486936	36→39	2739,826201	11385,99905
42	1440	60480	0,07	314,4062854	39→42	2447,877507	13205,06399
45	1440	64800	0,075	336,8638772	42→45	2133,471222	15158,87447
48	1440	69120	0,08	359,321469	45→48	1796,607345	17247,43051
51	1440	73440	0,085	381,7790608	48→51	1437,285876	19470,7321
54	1440	77760	0,09	404,2366526	51→54	1055,506815	21828,77924
57	1440	82080	0,095	426,6942444	54→57	651,2701625	24321,57193
60	720	43200	0,05	224,5759181	57→60	224,5759181	13474,55509
	28080	864000	1	4491,518362			179885,3104

De acordo com a primeira das normas objetos de estudo as grandezas necessárias em médio contínuo são dadas na (8.372).

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = 0.1 \cdot 4491.518362KN + \frac{0.9}{60m} \cdot (3 \cdot 179885.3104KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4491.518362KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 459.2577526KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.9 \cdot (60m \cdot 4491.518362KN - 179885.3104KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 134.408687 \frac{KN}{m} \end{cases}$$

(8.372)

Novamente, no caso da UBC-85/97 é necessário fazer uma análise prévia para definir o máximo valor que pode ser empregado como força no topo, tal como na (8.373).

$$\begin{aligned} F_{Ty} &= \frac{0.07}{s} \cdot T_{1v} \cdot V_{By} < 0.25 \cdot V_{By} \rightarrow F_{Ty} = \frac{0.07}{s} \cdot 6.376819082s \cdot V_{By} = 0.3446377335 \cdot V_{By} \\ V_{By} &> 0.25 \cdot V_{By} \end{aligned} \quad (8.373)$$

Assim que é possível considerar no máximo um valor de $F_{Ty} = 0.25 \cdot V_{By}$. Pelo tanto, as grandezas F_{Ty}^{MC} e p_{0y}^{MC} são dadas na (8.374).

$$\begin{cases} F_{Ty}^{MC} = 0.25 \cdot 4491.518362KN + \frac{0.75}{60m} \cdot (3 \cdot 179885.3104KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4491.518362KN) \rightarrow F_{Ty}^{MC} = 1131.301188KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot 0.75 \cdot (60m \cdot 4491.518362KN - 179885.3104KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 112.0072365 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.374)$$

Para a análise onde $k = 2$, é necessário considerar a () e são definidas as grandezas precisadas no médio contínuo na (8.375).

$$\begin{cases} F_{ty}^{MC} = \frac{1}{60m} \cdot (3 \cdot 202370.6588KNm - 2 \cdot 60m \cdot 4491.518362KN) \rightarrow F_{ty}^{MC} = 1135.496216KN \\ p_{0y}^{MC} = \frac{6}{(60m)^2} \cdot (60m \cdot 4491.518362KN - 202370.6588KNm) \rightarrow p_{0y}^{MC} = 111.8674049 \frac{KN}{m} \end{cases} \quad (8.375)$$

Lembrando que no caso de que $k = 2$ a normativa não considera uma força no topo vindo desde a norma NBR-88.

Tabela 71. Análise sísmica para o caso em que ($k = 2$) e o carregamento sísmico é $1.0F_y$ na estrutura do exemplo 5.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i^2(KNm^2)$	C_{vi}	$F_i(KN)$		$\sum_{i=1}^n F_i(KN)$	$F_i \cdot h_i(KNm)$
					nível		
0							
3	1440	12960	0,000374532	1,6822166 15	0→3	4491,518362	5,046649845
6	1440	51840	0,001498127	6,7288664 6	3→6	4489,836146	40,37319876
9	1440	116640	0,003370787	15,139949 54	6→9	4483,107279	136,2595458
12	1440	207360	0,005992509	26,915465 84	9→12	4467,96733	322,9855901
15	1440	324000	0,009363296	42,055415 38	12→15	4441,051864	630,8312307
18	1440	466560	0,013483146	60,559798 14	15→18	4398,996448	1090,076367
21	1440	635040	0,01835206	82,428614 14	18→21	4338,43665	1731,000897
24	1440	829440	0,023970037	107,66186 34	21→24	4256,008036	2583,884721
27	1440	1049760	0,030337079	136,25954 58	24→27	4148,346173	3679,007737
30	1440	1296000	0,037453184	168,22166 15	27→30	4012,086627	5046,649845
33	1440	1568160	0,045318352	203,54821 04	30→33	3843,864966	6717,090944
36	1440	1866240	0,053932584	242,23919 26	33→36	3640,316755	8720,610933
39	1440	2190240	0,06329588	284,29460 8	36→39	3398,077563	11087,48971
42	1440	2540160	0,07340824	329,71445 66	39→42	3113,782955	13848,00718
45	1440	2916000	0,084269663	378,49873 84	42→45	2784,068498	17032,44323
48	1440	3317760	0,09588015	430,64745 35	45→48	2405,56976	20671,07777
51	1440	3745440	0,1082397	486,16060 18	48→51	1974,922306	24794,19069
54	1440	4199040	0,121348315	545,03818 33	51→54	1488,761704	29432,0619
57	1440	4678560	0,135205993	607,28019 81	54→57	943,7235211	34614,97129
60	720	2592000	0,074906367	336,44332 3	57→60	336,443323	20186,59938
	28080	34603200	1	4491,5183 62			202370,6588

8.5.4.2.1 Deslocamento v

No primeiro caso a informação requerida para se determinar o deslocamento originário de $1.0F_y$ é contida na (8.376).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = 1.0 \\ p_{0y}^{MC} = 134.408687 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 459.2577526KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{bb} = 39985.17648KN \\ J_{bb} = 65600000KNm^2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1b} = \frac{0.024688663}{m} = \sqrt{\frac{39985.17648KN}{65600000KNm^2}} \\ e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.39874749 \\ e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 0.227337441 \\ e^{l_{1b} \cdot H} + e^{-l_{1b} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.626084931 \\ e^{-l_{1b} \cdot H} - e^{l_{1b} \cdot H} = e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = -4.171410049 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.376)$$

O passo seguinte é determinar as constantes B_3 , B_1 , A_1 , A_2 , A_0 nas (8.377), (8.378), (8.379), (8.380) e na (8.381).

$$B_3 = -\frac{1 \cdot 134.408687 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 39985.17648KN} \rightarrow B_3 = -\frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \quad (8.377)$$

$$B_1 = \frac{1}{39985.17648KN} \cdot \left[459.2577526KN + \frac{134.408687 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{65600000KNm^2}{60m \cdot 39985.17648KN} \cdot 134.408687 \frac{KN}{m} \right] \rightarrow$$

$$B_1 = 0.020415539$$

(8.378)

$$A_1 = -\left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.020415539 \cdot \frac{0.024688663}{m} \cdot 0.227337441}{\left(\frac{0.024688663}{m} \right)^2 \cdot (4.626084931)} \right] \rightarrow A_1 = +1.151482001m$$

(8.379)

$$A_2 = \left[\frac{0.020415539 \cdot \left(\frac{0.024688663}{m} \right) \cdot 4.39874749 - 6 \cdot \left(-\frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \right) \cdot 60m}{\left(\frac{0.024688663}{m} \right)^2 \cdot (4.626084931)} \right] \rightarrow A_2 = 1.978401588m$$

(8.379)

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \right) \cdot 60m + 0.020415539 \cdot \left(\frac{0.024688663}{m} \right) \cdot (-4.171410049)}{\left(\frac{0.024688663}{m} \right)^2 \cdot (4.626084931)} \rightarrow A_0 = -3.129883589m$$

(8.380)

Assim, o deslocamento procurado é dado na (8.381).

$$v_{1.0F_y}(z) = -3.129883589m + 1.151482001m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + 1.978401588m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.020415539 \cdot z \quad (8.381)$$

Para o caso da UBC-85/97, os dados importantes ao ser levados na conta para a determinação das constantes são aqueles fornecidos pela (8.382).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 1.0 \\ \left\{ \begin{array}{l} p_{0y}^{MC} = 112.0072365 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 1131.301188KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{bb} = 39985.17648KN \\ J_{bb} = 65600000KNm^2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1b} = \frac{0.024688663}{m} = \sqrt{\frac{39985.17648KN}{65600000KNm^2}} \\ e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.39874749 \\ e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 0.227337441 \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1b} \cdot H} + e^{-l_{1b} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.626084931 \\ e^{-l_{1b} \cdot H} - e^{l_{1b} \cdot H} = e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = -4.171410049 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.382)$$

Como resultado da aplicação desses valores nas expressões das constantes é obtida a (8.383) que é um resumo dos coeficientes da função deslocamento e que foram determinadas desde Excel.

$$\left\{ \begin{array}{l} B_3 = -\frac{7.781163918 \cdot 10^{-6}}{m^2} \\ B_1 = 0.035734547 \\ \left\{ \begin{array}{l} A_1 = 0.922303122m \\ A_2 = 2.369710204m \\ A_0 = -3.292013326m \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.383)$$

Por consequência disso, a expressão que define os deslocamentos atrelados à segunda normativa é exprimida na (8.384).

$$v_{1.0F_y}(z) = -3.292013326m + 0.922303122m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + 2.369710204m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{7.781163918 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035734547 \cdot z \quad (8.384)$$

Na última das normativas, a NBR-88 quando é empregado um valor $k = 2$ a informação requerida nas contas está contida na (8.385).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = 1.0 \\ p_{0y}^{MC} = 111.8674049 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 1135.496216KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{bb} = 39985.17648KN \\ J_{bb} = 65600000KNm^2 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1b} = \frac{0.024688663}{m} = \sqrt{\frac{39985.17648KN}{65600000KNm^2}} \\ e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.39874749 \\ e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 0.227337441 \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1b} \cdot H} + e^{-l_{1b} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = 4.626084931 \\ e^{-l_{1b} \cdot H} - e^{l_{1b} \cdot H} = e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} = -4.171410049 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.385)$$

E na (8.386) ficam as constantes necessárias na expressão geral de deslocamentos que escrita na (8.387).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} B_3 = -\frac{7.771449791 \cdot 10^{-6}}{m^2} \\ B_1 = 0.035830171 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} A_1 = 0.920872543m \\ A_2 = 2.37215283m \\ A_0 = -3.293025373m \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.386)$$

$$v_{1.0F_y}(z) = -3.293025373m + 0.920872543m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + 2.37215283m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{7.771449791 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035830171 \cdot z \quad (8.387)$$

Na (Figura 123) e na (Tabela 72) estão apresentados os resultados expressos em formato funcional nas (8.381), (8.384) e (8.387).

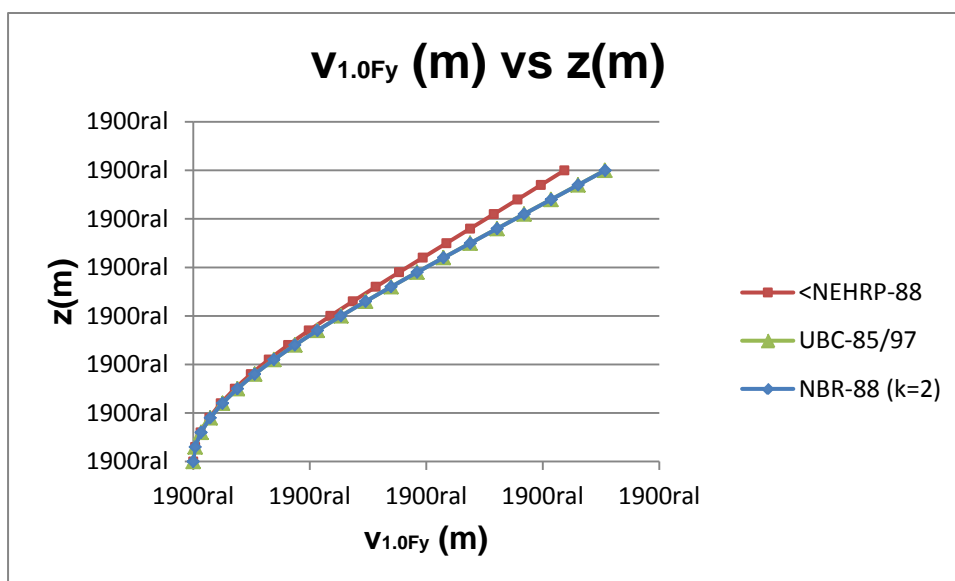


Figura 123. Comparativa dos deslocamentos segundo y quando atua uma carga de $1.0F_y$, no edifício do exemplo 5.

Tabela 72. Deslocamentos segundo y originários do carregamento $1.0F_y$, no edifício do exemplo 5.

$z(m)$	<NEHRP-88 $v_{1.0F_y}(m)$	UBC-85/97 $v_{1.0F_y}(m)$	NBR-88 $v_{1.0F_y}(m)$
0	0	0	8,8818E-16
3	0,008280715	0,00872561	0,00872839
6	0,031937138	0,033718839	0,03372996
9	0,06925999	0,073276016	0,07330108
12	0,118631604	0,125787236	0,1258319
15	0,178525342	0,189734447	0,18980442
18	0,247505522	0,263690032	0,26379106
21	0,324227844	0,346315895	0,34645377
24	0,407440307	0,436363033	0,43654357
27	0,495984644	0,532671603	0,53290061
30	0,588798266	0,634171469	0,6344547
33	0,684916732	0,739883254	0,74022637
36	0,783476757	0,848919877	0,84932839
39	0,88371978	0,960488607	0,96096781
42	0,984996094	1,073893629	1,07444854
45	1,086769593	1,188539141	1,18917441
48	1,188623123	1,303933007	1,30465279
51	1,290264497	1,41969097	1,42049888
54	1,391533198	1,535541465	1,53644039
57	1,492407791	1,651331043	1,65232307
60	1,593014115	1,767030451	1,7681167

8.5.4.2.1.1 Cálculo de esforços.

As três elásticas devem ser derivadas pela primeira vez para assim determinar esforços cisalhantes nos pórticos. Elas ficam expressas através das (8.388), (8.389) e (8.390).

$$v'_{1.0F_y}(z) = 0.028428551 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.04884409 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.801219077 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.020415539 \quad (8.388)$$

$$v'_{1.0F_y}(z) = 0.022768555 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.058504976 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.334349175 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.035734547 \quad (8.389)$$

$$v'_{1.0F_y}(z) = 0.022735111 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.058560459 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.331434937 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.035830171 \quad (8.390)$$

8.5.4.2.1.1.1 Esforços de cisalhamento.

As (8.391), (8.392), (8.393) são expressões dos esforços de cisalhamento sob a consideração das 3 normatividades. Elas ficam no final apresentadas em formato de dados na (Tabela 73) e graficamente na (Figura 124).

$$V_{1.0F_y}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[0.028428551 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.04884409 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.801219077 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.020415539 \right] \rightarrow V_{1.0F_y}(z) = 568.3034573KN \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 976.4220911 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{0.559980171KN}{m^2} \cdot z^2 + 408.1186338KN \quad (8.391)$$

$$V_{1.0F_y}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[0.022768555 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.058504976 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.334349175 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.035734547 \right] \rightarrow$$

$$V_{1.0F_y}(z) = 455.1568078KN e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 1169.54885KN \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{0.466650131KN}{m^2} \cdot z^2 + 714.354615KN \quad (8.392)$$

$$V_{1.0F_y}(z) = 19990.58824KN \cdot \left[0.022735111 \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 0.058560459 \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{2.331434937 \cdot 10^{-5}}{m^2} \cdot z^2 + 0.035830171 \right] \rightarrow$$

$$V_{1.0F_y}(z) = 454.4882426KN e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 1170.658023KN \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{0.466067558KN}{m^2} \cdot z^2 + 716.266195KN \quad (8.393)$$

Tabela 73. Esforços cisalhantes originários do carregamento $1.0F_y$ sobre o edifício do exemplo 5.

$z(m)$	<NEHRP-88 $V_{1.0F_y}(KN)$	UBC-85/97 $V_{1.0F_y}(KN)$	NBR-88 $V_{1.0F_y}(KN)$
0	2,0809E-13	-2,77453E-13	-2,77453E-13
3	108,3673463	114,299571	114,3366011
6	205,0363608	216,9279893	217,0022192
9	290,6205783	308,5176651	308,6293823
12	365,7280224	389,6865296	389,8360833
15	430,9645429	461,0414259	461,2291717
18	486,9371404	523,18144	523,4076841
21	534,257298	576,7011886	576,9661318
24	573,5443374	622,1940825	622,4977638
27	605,4288174	660,2555833	660,5978228
30	630,5559952	691,4864717	691,8668117
33	649,5893674	716,4961444	716,9137897
36	663,2143116	735,9059592	736,3597148
39	672,1418476	750,3526445	750,8408517
42	677,1125401	760,4917944	761,0122642
45	678,9005632	767,0014665	767,5514097
48	678,3179486	770,5859033	771,1618581
51	676,2190431	771,9793975	772,5771525
54	673,505197	771,9503214	772,5648353
57	671,1297108	771,305345	771,930661
60	670,1030679	770,8938619	771,5230179

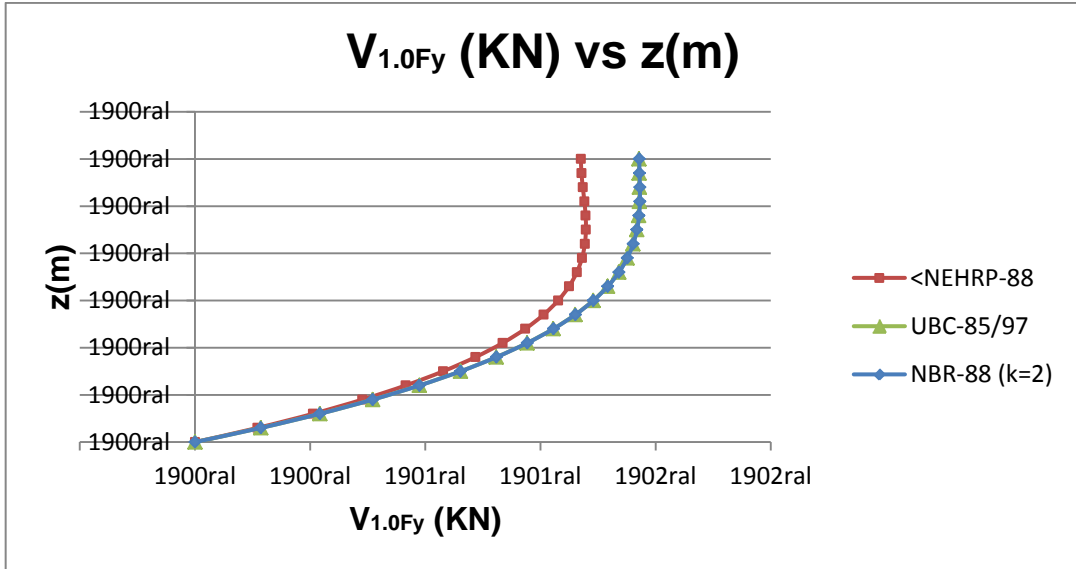


Figura 124. Comparativa dos esforços cisalhantes nos pórticos no edifício do quinto exemplo quando atua um carregamento de $1.0F_y$.

8.5.4.2.1.1.2 Momentos fletores.

A expressão geral para determinação dos momentos de flexão em pórticos é a mesma elástica mesma como função de z e avaliada em $z = H$. Considerando novamente as (8.391), (8.392) e (8.393) são determinadas expressões para momentos fletores uma de cada elástica nas (8.394), (8.395) e (8.396). Aliás, é oportuno assinalar que os momentos assim decorrentes de um deslocamento segundo y apresentam sentido em x .

$$\begin{aligned}
 M_{fx}(z) = & -19990.58824KN \cdot \left[-3.129883589m + 1.151482001m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \right. \\
 & 1.978401588m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.020415539 \cdot z - \\
 & \left. \left(-3.129883589m + 1.151482001m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + 1.978401588m \cdot \right. \right. \\
 & \left. \left. e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - \frac{9.337396924 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.020415539 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \\
 & 62568.21407KNm - 23018.80255KNm \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 39549.41152KNm \cdot \\
 & e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \frac{0.186660057KN}{m^2} \cdot z^3 - 408.1186338KN \cdot z + 31845.28813KNm \quad (8.394)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{fx}(z) = & -19990.58824KN \cdot \left[-3.292013326m + 0.922303122m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \right. \\
& 2.369710204m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{7.781163918 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035734547 \cdot z - \\
& \left. \left(-3.292013326m + 0.922303122m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + 2.369710204m \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - \frac{7.781163918 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.035734547 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \\
& 65809.28288KNm - 18437.38194KNm \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 47371.90094KNm \cdot \\
& e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \frac{0.155550043KN}{m^2} \cdot z^3 - 714.354615KN \cdot z + 35323.97469KNm \quad (8.395)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{fx}(z) = & -19990.58824KN \cdot \left[-3.293025373m + 0.920872543m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \right. \\
& 2.37215283m \cdot e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - \frac{7.771449791 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot z^3 + 0.035830171 \cdot z - \\
& \left. \left(-3.293025373m + 0.920872543m \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} + 2.37215283m \cdot \right. \right. \\
& \left. \left. e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot 60m} - \frac{7.771449791 \cdot 10^{-6}}{m^2} \cdot (60m)^3 + 0.035830171 \cdot 60m \right) \right] \rightarrow M_{fx}(z) = \\
& 65829.5143KNm - 18408.78383KNm \cdot e^{+\frac{0.024688663}{m} \cdot z} - 47420.73047KNm \cdot \\
& e^{-\frac{0.024688663}{m} \cdot z} + \frac{0.155355852KN}{m^2} \cdot z^3 - 716.266195KN \cdot z + 35345.68825KNm \quad (8.396)
\end{aligned}$$

As 3 expressões são apresentadas na (Figura 125) e na (Tabela 74).

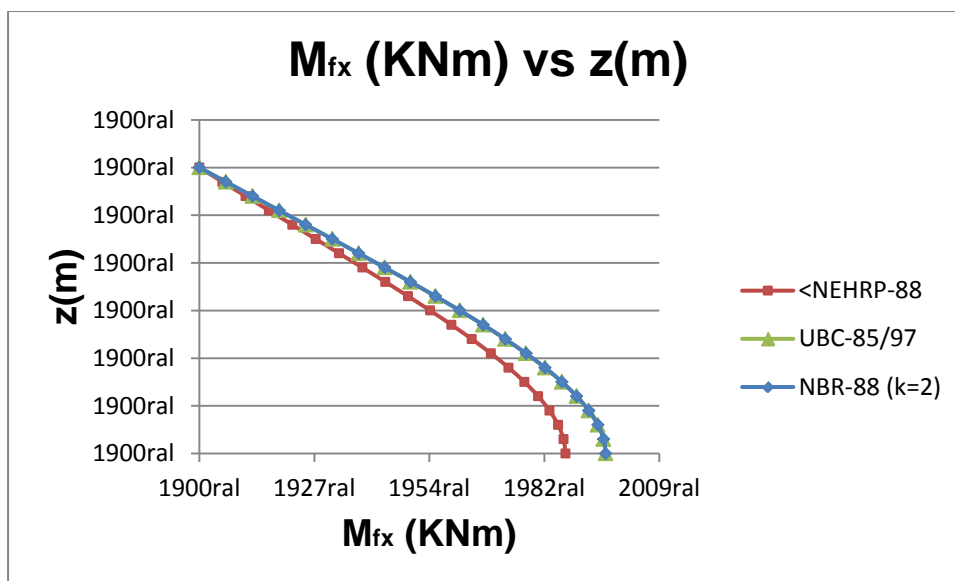


Figura 125. Momentos fletores atuantes com respeito ao eixo x no edifício do exemplo 5 decorrentes do deslocamento originado pelo carregamento $1.0F_y$.

Tabela 74. Momentos fletores atuantes no edifício do exemplo 5 originários do deslocamento segundo y .

	<NEHRP-88	UBC-85/97	NBR-88
$z(m)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$	$M_{fx}(KNm)$
0	31845,28924	35323,97816	35345,69282
3	31679,75288	35149,54807	35171,20722
6	31206,84707	34649,91872	34671,41105
9	30460,74129	33859,1475	33880,36102
12	29473,77369	32809,41731	32830,23906
15	28276,46265	31531,07495	31551,39088
18	26897,50826	30052,65929	30072,35437
21	25363,78391	28400,91969	28419,87809
24	23700,31783	26600,82443	26618,92997
27	21930,26445	24675,55948	24692,69615
30	20074,86555	22646,51745	22662,57021
33	18153,40088	20533,27669	20548,13234
36	16183,12799	18353,57045	18367,11878
39	14179,21101	16123,2459	16135,38095
42	12154,6379	13856,21281	13866,83438
45	10120,1258	11564,38159	11573,39692
48	8084,013824	9257,590329	9264,916025
51	6052,14295	6943,520548	6949,084702
54	4027,722057	4627,601007	4631,345569
57	2011,1796	2312,899223	2314,782616
60	0	0	0

8.5.4.2.2 Rotação $\varphi_{1.0F_y}^0$

Para determinar a rotação $\varphi_{1.0F_y}^0$ é necessário mudar ρ de 1 para $6m$ como na (8.397) que além disso fornece subsídios adicionais na determinação das constantes necessárias para definir completamente a função rotação no primeiro caso.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = +6m \\ p_{0y}^{MC} = 134.408687 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 459.2577526KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{cc} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{cc} = 77013000KNm^4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1c} \cdot H} + e^{-l_{1c} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c} \cdot H} - e^{l_{1c} \cdot H} = e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.397)$$

Aquelas, são escritas nas (8.398), (8.399), (8.400), (8.401), (8.402).

$$B_3 = -\frac{+6m \cdot 134.408687 \frac{KN}{m}}{6 \cdot 60m \cdot 3030043.818KNm^2} \rightarrow B_3 = -\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \quad (8.398)$$

$$B_1 = \frac{+6m}{3030043.818KNm^2} \cdot \left[459.2577526KN + \frac{134.408687 \frac{KN}{m} \cdot 60m}{2} - \frac{77013000KNm^4}{60m \cdot 3030043.818KNm^2} \cdot 134.408687 \frac{KN}{m} \right] \\ \rightarrow B_1 = \frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \quad (8.399)$$

$$A_1 = -\left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m + \frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 6.781716886 \cdot 10^{-6}}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow A_1 = \\ 4.587385062 \cdot 10^{-8} \quad (8.400)$$

$$A_2 = \left[\frac{\frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot 147455.2856 - 6 \cdot \left(-\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \right] \rightarrow A_2 = 0.044270357 \\ (8.401)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 60m + \frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot \frac{0.198354671}{m} \cdot (-147455.2856)}{\left(\frac{0.198354671}{m} \right)^2 \cdot (147455.2856)} \rightarrow A_0 = -0.044270403 \\ (8.402)$$

Como resultado do anterior, a (8.403) exprime a rotação procurada de acordo com a primeira das normativas.

$$\varphi_{1.0F_y}^0(z) = -0.044270403 + 4.587385062 \cdot 10^{-8} \cdot e^{\frac{0.198354671}{m}z} + 0.044270357 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m}z} - \frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot z \quad (8.403)$$

A (8.404) exprime a informação necessária para determinar as 5 constantes requeridas na expressão de deslocamentos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = +6m \\ p_{0y}^{MC} = 112.0072365 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 1131.301188KN \\ H = 60m \\ S_{cc} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{cc} = 77013000KNm^4 \\ l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \\ e^{l_{1c} \cdot H} + e^{-l_{1c} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c} \cdot H} - e^{l_{1c} \cdot H} = e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \quad (8.404)$$

Por sua vez, a (8.405) exprime os valores daquelas constantes a partir de uma tabela de excel verificada com o primeiro dos casos.

$$\left\{ \begin{array}{l} B_3 = -\frac{6.16093 \cdot 10^{-7}}{m^3} \\ B_1 = \frac{0.008800014}{m} \\ A_1 = 3.82279 \cdot 10^{-8} \\ A_2 = 0.044365082 \\ A_0 = -0.04436601 \end{array} \right. \quad (8.405)$$

E dessa maneira a (8.406) define a função dos deslocamentos de rotação atrelada com a segunda normatividade.

$$\varphi_{1.0F_y}^0(z) = -0.04436601 + 3.82279 \cdot 10^{-8} \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 0.044365082 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.008800014}{m} \cdot z \quad (8.406)$$

Para finalmente encerrar o relativo à deslocação de rotação, a (8.407) abastece os elementos requeridos na determinação das constantes no terceiro caso.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \rho = +6m \\ p_{0y}^{MC} = 111.8674049 \frac{KN}{m} \\ F_{Ty}^{MC} = 1135.496216KN \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} H = 60m \\ S_{cc} = 3030043.818KNm^2 \\ J_{cc} = 77013000KNm^4 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} l_{1c} = \frac{0.198354671}{m} = \sqrt{\frac{3030043.818KNm^2}{77013000KNm^4}} \\ e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 6.781716886 \cdot 10^{-6} \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1c} \cdot H} + e^{-l_{1c} \cdot H} \rightarrow e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} + e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = 147455.2856 \\ e^{-l_{1c} \cdot H} - e^{l_{1c} \cdot H} = e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} - e^{+\frac{0.198354671}{m} \cdot 60m} = -147455.2856 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.407)$$

Em virtude desses valores, a (8.408) exprime os valores das constantes procuradas e em seguida na (8.409) está a expressão geral dos deslocamentos.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} B_3 = -\frac{6.15323 \cdot 10^{-7}}{m^3} \\ B_1 = \frac{0.008800131}{m} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} A_0 = -0.0443666 \\ A_1 = 3.81801 \cdot 10^{-8} \\ A_2 = 0.044365674 \end{array} \right. \end{array} \quad (8.408)$$

$$\varphi_{1.0F_y}^0(z) = -0.0443666 + 3.81801 \cdot 10^{-8} \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 0.044365674 \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{6.15323 \cdot 10^{-7}}{m^3} \cdot z^3 + \frac{0.008800131}{m} \cdot z \quad (8.409)$$

Uma representação gráfica das (8.403), (8.406) e (8.409) é dada na (Figura 126). Em adição a isto também são apresentados os dados em formato tabular na (Tabela 75).

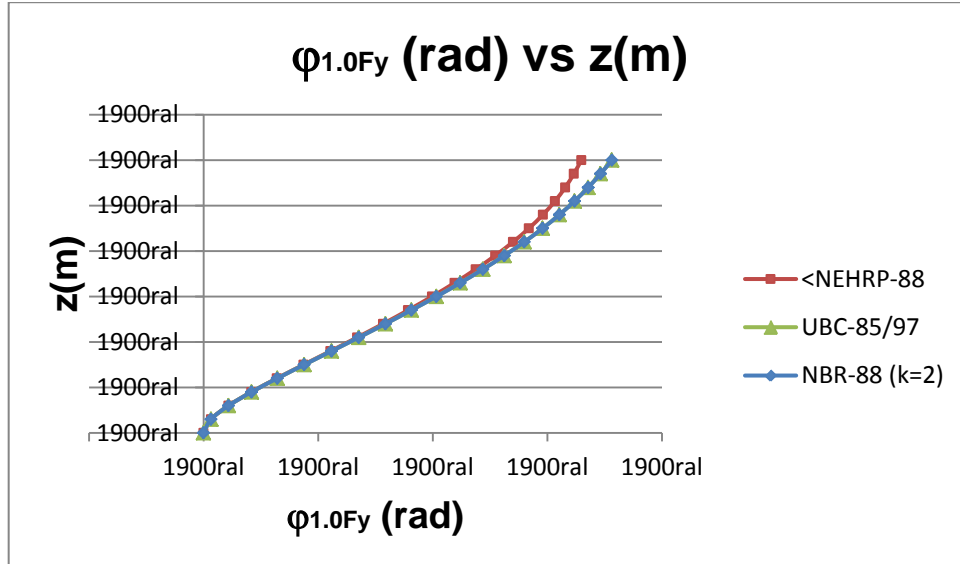


Figura 126. Comparativa dos deslocamentos de rotação com respeito à origem decorrentes da aplicação de um carregamento de $1.0F_y$ no edifício do exemplo 5.

Tabela 75. Dados dos deslocamentos de rotação no edifício do exemplo 5 originários do carregamento de $1.0F_y$.

$z \text{ (m)}$	<NEHRP-88 $\phi_{1.0F_y}^0 \text{ (rad)}$	UBC-85/97 $\phi_{1.0F_y}^0 \text{ (rad)}$	NBR-88 $\phi_{1.0F_y}^0 \text{ (rad)}$
	↕	↕	↕
0	-1,06706E-06	-8,89217E-07	-8,88107E-07
3	0,00646863	0,006486019	0,006486127
6	0,021722588	0,021796196	0,021796656
9	0,041647863	0,041828112	0,041829237
12	0,063922372	0,064274924	0,064277124
15	0,087211766	0,087819633	0,087823427
18	0,110726505	0,111691202	0,111697224
21	0,133977609	0,135419778	0,13542878
24	0,156642016	0,158701743	0,1587146
27	0,178488444	0,18132539	0,181343099
30	0,199336729	0,20313012	0,203153799
33	0,219035796	0,223984265	0,224015154
36	0,237452246	0,243773476	0,243812935
39	0,254465383	0,262395419	0,26244492
42	0,269966876	0,279758848	0,279819971
45	0,283864928	0,295786733	0,295861151
48	0,296094483	0,310424565	0,310514016
51	0,306637171	0,323656872	0,323763112
54	0,315558288	0,335537977	0,335662695
57	0,323074285	0,346248205	0,346392861
60	0,329675378	0,356196036	0,356361583

8.5.4.2.2.1 Cálculo de esforços

O esforço vinculado com rotação é o torque, esclarecendo que o elemento que terá a função de assumir aqueles torques é o núcleo estrutural através de suas propriedades torcionais e flexotorcionais.

A tentativa de conseguir uma expressão mais simples parte da consideração das primeira e terceira derivadas da expressão geral de deslocamento rotacional que exprimidas na (8.410).

$$\begin{cases} \varphi'_{1.0F_y}(z) = l_1 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1 \\ \varphi'''_{1.0F_y}(z) = l_1^3 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1^3 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 6 \cdot B_3 \end{cases} \quad (8.410)$$

Escrevendo a expressão para o torque que depende das propriedades de flexotorção através do $J_{ft} = I_\omega$ e a terceira derivada com sinal negativo e a propriedade oriunda da torção de Saint Venant definida como J_t e a primeira derivada com sinal positiva. Isto é apresentado na (4.22). O intuito é chegar na (8.411) que seja de manuseio muito mais simples.

$$\begin{aligned} T_{tn}(z) &= -E \cdot J_{ft} \cdot \varphi'''_{1.0F_y}(z) + G \cdot J_t \cdot \varphi'_{1.0F_y}(z) \rightarrow T_{tn}(z) = -E \cdot J_{ft} \cdot [l_1^3 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1^3 \cdot \\ &A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 6 \cdot B_3] + G \cdot J_t \cdot [l_1 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} - l_1 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1] \rightarrow T_{tn}(z) = \\ &[-E \cdot J_{ft} \cdot l_1^3 + G \cdot J_t \cdot l_1] \cdot A_1 \cdot e^{l_1 \cdot z} + [E \cdot J_{ft} \cdot l_1^3 - G \cdot J_t \cdot l_1] \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 \cdot z} + 3 \cdot G \cdot J_t \cdot B_3 \cdot \\ &z^2 + [B_1 \cdot G \cdot J_t - 6 \cdot B_3 \cdot E \cdot J_{ft}] \rightarrow T_{tn}(z) = K_{t1} \cdot e^{l_1 \cdot z} + K_{t2} \cdot e^{-l_1 \cdot z} + K_{t3} \cdot z^2 + K_{t4} \end{aligned} \quad (8.411)$$

Na qual as constantes K_1, K_2, K_3, K_4 são definidas na (8.412).

$$\begin{cases} K_{t1} = [-E \cdot J_{ft} \cdot l_1^3 + G \cdot J_t \cdot l_1] \cdot A_1 \\ K_{t2} = [E \cdot J_{ft} \cdot l_1^3 - G \cdot J_t \cdot l_1] \cdot A_2 \\ \begin{cases} K_{t3} = 3 \cdot G \cdot J_t \cdot B_3 \\ K_{t4} = [B_1 \cdot G \cdot J_t - 6 \cdot B_3 \cdot E \cdot J_{ft}] \end{cases} \end{cases} \quad (8.412)$$

Um resumo das propriedades de rigidez torcionais no problema particular é dada na (Tabela 76).

Tabela 76. Constantes necessárias na determinação das constantes K_1 , K_2 , K_3 e K_4 .

$G \cdot J_t \text{ (KN} \cdot \text{m}^2\text{)}$	$E \cdot J_{ft} \text{ (KN} \cdot \text{m}^4\text{)}$
131111.1111	77013333.33

8.5.4.2.2.1.1 Momentos de torção

Coletando na (Tabela 77) as constantes obtidas no passo anterior para definir deslocamentos. Aliás, a $l_{1c} = \frac{0.198354671}{m}$ é requerida na determinação das K 's.

Tabela 77. Compêndio das constantes obtidas segundo cada caso para a determinação dos giros quando o carregamento é $1.0F_y$ no edifício do exemplo 5.

CONSTANTE	< NEHRP – 88	UBC – 85/97	NBR – 88
A_1	$4.587385062 \cdot 10^{-8}$	$3.82279 \cdot 10^{-8}$	$3.81801 \cdot 10^{-8}$
A_2	0.044270357	0.044365082	0.044365674
B_3	$\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3}$	$\frac{6.16093 \cdot 10^{-7}}{m^3}$	$\frac{6.15323 \cdot 10^{-7}}{m^3}$
B_1	$\frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m}$	$\frac{0.008800014}{m}$	$\frac{0.008800131}{m}$

No primeiro dos casos as (8.413), (8.414), (8.415) e (8.416) são achados os valores de K na primeira das normas.

$$K_{t1} = \left[-77013333.33 \text{KNm}^4 \cdot \left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 + 131111.1111 \text{KNm}^2 \cdot \frac{0.198354671}{m} \right].$$

$$4.587385062 \cdot 10^{-8} \rightarrow K_{t1} = -0.026378355 \text{KNm} \quad (8.413)$$

$$K_{t2} = \left[77013333.33KNm^4 \cdot \left(\frac{0.198354671}{m} \right)^3 - 131111.1111KNm^2 \cdot \frac{0.198354671}{m} \right] \cdot 0.044270357 \rightarrow K_{t2} = 25456.31588KNm \quad (8.414)$$

$$K_{t3} = 3 \cdot 131111.1111KNm^2 \cdot \left(-\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \rightarrow K_{t3} = \frac{-0.290795667KN}{m} \quad (8.415)$$

$$K_{t4} = \left[\frac{8.781223116 \cdot 10^{-3}}{m} \cdot 131111.1111KNm^2 - 6 \cdot \left(-\frac{7.393110192 \cdot 10^{-7}}{m^3} \right) \cdot 77013333.33KNm^4 \right] \rightarrow K_{t4} = 1492.936755KNm \quad (8.416)$$

Conclui-se que a expressão para o torque no núcleo no caso da aplicação da primeira normativa é dada na (8.417).

$$T_{tn}(z) = -0.027690676KNm \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 25456.31588KNm \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{0.290795667KN}{m} \cdot z^2 + 1492.936755KNm \quad (8.417)$$

Para as segundas e terceiras normas, as constantes ficam definidas nas (8.418) e (8.420). Por outro lado, as (8.419) e (8.421) definem expressões para los momentos de torção devidos ao carregamento de $1.0F_y$.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{t1} = -0.021981765KNm \\ K_{t2} = 25510.78518KNm \\ \left\{ \begin{array}{l} K_{t3} = -\frac{0.242329723}{m} \\ K_{t4} = 1438.463615KNm \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.418)$$

E a função geral de momento de torção fica expressa como:

$$T_{tn}(z) = -0.021981765KNm \cdot e^{\frac{0.198354671}{m} \cdot z} + 25510.78518KNm \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m} \cdot z} - \frac{0.242329723}{m} \cdot z^2 + 1438.463615KNm \quad (8.419)$$

$$\begin{cases} K_{t1} = -0.02195432KNm \\ K_{t2} = 25511.12519KNm \\ K_{t3} = -\frac{0.242027189}{m} \\ K_{t4} = 1438.123583KNm \end{cases} \quad (8.420)$$

O torque na terceira norma fica como:

$$T_{tn}(z) = -0.02195432KNm \cdot e^{\frac{0.198354671}{m}z} + 25511.12519KNm \cdot e^{-\frac{0.198354671}{m}z} - \frac{0.242027189}{m} \cdot z^2 + 1438.123583KNm \quad (8.421)$$

Na (Tabela 78) e na (Figura 127) são apresentados os resultados provenientes das (8.417), (8.419) e (8.421).

Tabela 78. Dados dos torques atuantes no edifício do exemplo 5 quando atúa um carregamento de $1.0F_y$.

$z(m)$	<NEHRP-88 $T_{1.0F_y}(KNm)$	UBC-85/97 $T_{1.0F_y}(KNm)$	NBR-88 $T_{1.0F_y}(KNm)$
0	26949,22682	26949,22682	26949,22682
3	15530,12418	15506,13621	15505,98647
6	9225,742706	9189,597222	9189,371595
9	5739,899909	5698,516657	5698,258335
12	3806,170675	3763,763971	3763,49926
15	2726,054589	2685,352042	2685,097968
18	2114,250808	2077,169871	2076,938404
21	1758,148758	1726,17784	1725,978271
24	1540,294532	1514,717642	1514,557986
27	1395,558468	1377,605326	1377,493258
30	1287,38404	1278,360383	1278,304056
33	1194,456632	1195,902249	1195,911273
36	1102,930646	1116,862762	1116,94973
39	1001,380368	1030,711138	1030,894226
42	876,6333088	925,9136633	926,221281
45	708,9665286	785,7276498	786,2068079
48	464,9141945	582,0958048	582,8272756
51	85,06344943	265,4144587	266,5402453
54	-537,6119272	-253,5556169	-251,7824814
57	-1596,781229	-1136,232459	-1133,357623
60	-3443,383028	-2675,07792	-2670,282008

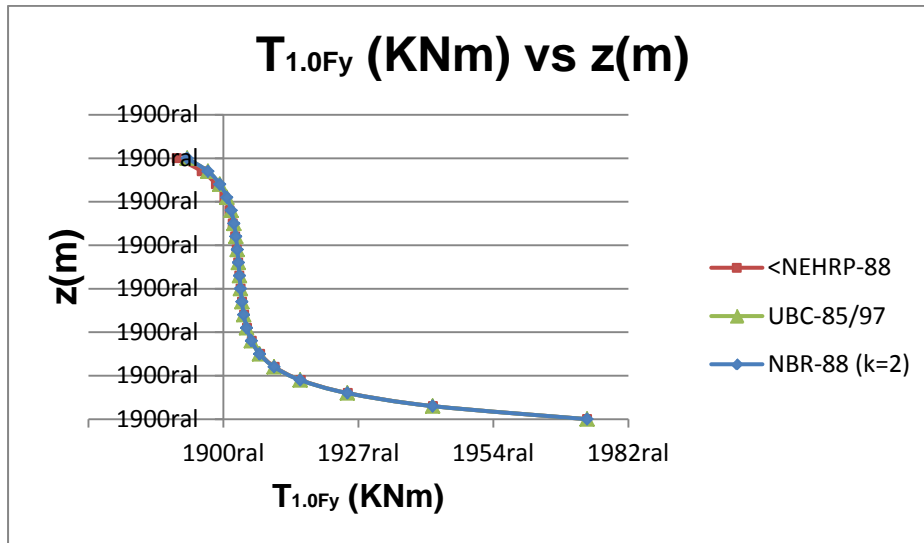


Figura 127. Comparativa dos torques atuantes no edifício do exemplo 5 quando atua um carregamento de $1.0F_y$.

8.6 EXEMPLO 6. EDIFÍCIO CONSTITUÍDO POR MUROS COM LINTÉIS E NÚCLEO ESTRUTURAL (2)

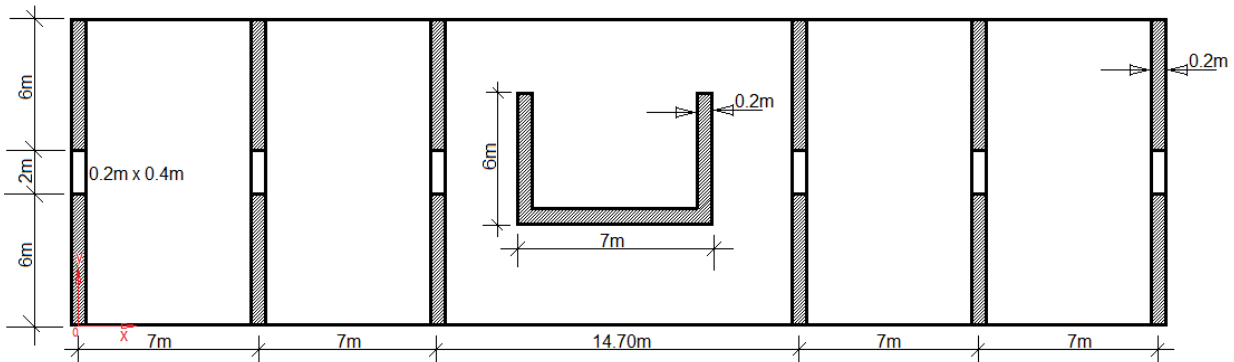


Figura 128. Planta edifício exemplo 6.

8.6.1 Especificações

Se estuda um edifício de 20 andares com pé direito de $3.1m = h_{pd}$ iguais ao longo de toda a elevação. São 6 muros cada um dos quais tem $6m$ de comprimento e $0.20m$ de espessura. Cada par de muros estão vinculados entre si por lintéis cuja seção é $0.2m \times 0.4m$ (Figura 128). Admite-se um módulo elástico $E = 150 \frac{t}{cm^2} = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2}$ assim como uma massa uniformemente distribuída na elevação $\bar{m} = 4.17 \frac{t \cdot s^2}{m^2} = 41.7 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}$.

Primeiramente Coull (1975) e logo Laier (1978) estudaram o movimento da estrutura segundo o sentido y porque nele a estrutura apresenta a maior rigidez. Com intuito de levar em conta comparativas, será seguido o mesmo roteiro, deixando de lado momentaneamente as condições de ortogonalidade na análise.

8.6.2 Análise do NE

As propriedades interessantes para o núcleo estrutural são aquela decorrentes da sua geometria. Conforme com a (Figura 129) é obtido primeiramente o centroide da seção em U e logo os momentos de inércia da seção.

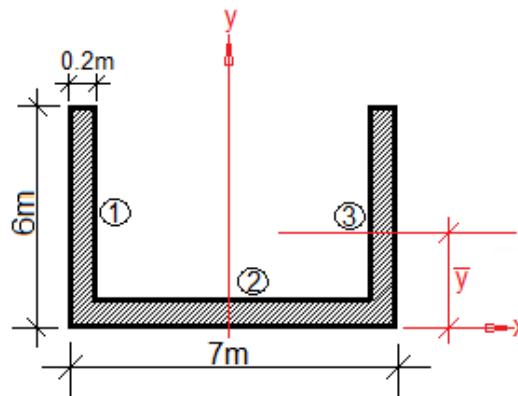


Figura 129. Geometria NE para o edifício do exemplo 6

8.6.2.1 Determinação propriedades geométricas e torcionais da seção transversal do núcleo estrutural.

8.6.2.1.1 Centroide e Momentos de Inércia

A (Tabela 79) é construída desde a (Figura 130).

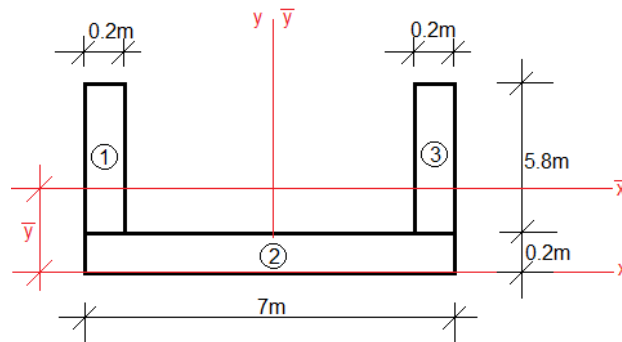


Figura 130. Divisão seção transversal NE para determinação do centroide e momentos de inércia.

Tabela 79. Determinação propriedades vinculadas com o centro de massa do núcleo estrutural no exemplo 6.

Elemento	Seção $m \times m$	$A_e (m^2)$	$y_e (m)$	$A_e \cdot y_e (m^3)$
1	0.2×5.8	1.16	3.1	3.596
2	7×0.2	1.40	0.1	0.140
3	0.2×5.8	1.16	3.1	3.596
Σ		3.72		7.332

Desde a (8.422) e nas (8.423) e (8.424) estão determinados tanto o centroide com respeito ao eixo x e os momentos de inércia da seção transversal do núcleo.

$$\begin{cases} \bar{x} = 0 \\ \bar{y} = \frac{7.332m^3}{3.72m^2} = 1.971m \end{cases} \quad (8.422)$$

Com essa informação é possível se achar os momentos de inércia do NE com respeito aos eixos x , y através das () e ().

$$I_x = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot 0.2m \cdot (5.8m)^3 + 0.2m \cdot 5.8m \cdot (1.971m - 3.1m)^2 \right] + \frac{1}{12} \cdot 7m \cdot (0.2m)^3 + 7m \cdot 0.2m \cdot (0.1m - 1.971m)^2 \rightarrow I_x = 14.36646452m^4 \quad (8.423)$$

$$I_y = 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot 5.8m \cdot (0.2m)^3 + 5.8m \cdot 0.2m \cdot (3.5m - 0.1m)^2 \right] + \frac{1}{12} \cdot .2m \cdot (7m)^3 \rightarrow I_y = 83.9936m^4 \quad (8.424)$$

Portanto, a rigidez à flexão aportada pelo NE é apresentada na (8.425).

$$\begin{cases} J_{aa}^{NE} = E \cdot I_y \rightarrow J_{aa}^{NE} = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 83.9936m^4 = 1259904KNm^2 \\ J_{bb}^{NE} = E \cdot I_y \rightarrow J_{bb}^{NE} = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 14.36646452m^4 = 215496967.8KNm^2 \end{cases} \quad (8.425)$$

8.6.2.1.2 Propriedades torcionais do NE

Segundo a (Tabela 79) e com ajuda dos valores contidos na (8.426) são obtidos os valores de J_t e J_{ft} na (8.427).

$$\begin{cases} h = 7m - 2 \cdot 0.1m \rightarrow h = 6.8m \\ b = 6m \\ t = 0.2m \end{cases} \quad (8.426)$$

$$\begin{cases} J_t = \frac{1}{3} \cdot (0.2m)^3 \cdot (6.8m + 2 \cdot 6m) \rightarrow J_t = 0.0501333m^4 \\ J_{ft} = \left[\frac{(6.8m)^2 \cdot (6m)^3 \cdot 0.2m}{12} \right] \left[\frac{2 \cdot 6.8m}{6.8m + 6 \cdot 6m} \right] \rightarrow J_{ft} = 52.8951028m^6 \end{cases} \quad (8.427)$$

Determinando o módulo de cisalhamento G na (8.428) após supor $\nu = 0.2$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \rightarrow G = \frac{1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2}}{2 \cdot (1 + 0.2)} \rightarrow G = 6.25 \cdot 10^6 \frac{KN}{m^2} \quad (8.428)$$

Na (8.429) está a informação relacionada diretamente com torção para o NE.

$$\begin{cases} J_{cc}^* = E \cdot J_{ft} \rightarrow J_{cc}^* = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot 52.8951028m^6 \rightarrow J_{cc}^* = 793426.542KNm^4 \\ S_{cc}^* = G \cdot J_t \rightarrow S_{cc}^* = 6.25 \cdot 10^6 \frac{KN}{m^2} \cdot 0.0501333m^4 \rightarrow S_{cc}^* = 320831.25KNm^2 \end{cases} \quad (8.429)$$

8.6.2.2 Determinação propriedades geométricas para os muros e lintéis

Os muros são iguais e orientados segundo y . Em virtude disso é admitido que só aportam rigidez nesse sentido. Assim, a (8.430) define o momento de inércia de um dos muros com respeito ao eixo x , assim como a grandeza J_{bb} .

8.6.2.2.1 Componentes J_{ba} , J_{bb} , J_{bc}

Encarando primeiramente a determinação da componente J_{bb} que é evidente devida à disposição dos muros e à contribuição do NE.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xw} = \frac{1}{12} \cdot 0.2m \cdot (6m)^3 \rightarrow I_{xw} = 3.6m^4 \\ J_{bb} = 12 \cdot E \cdot I_{xw} + J_{bb}^{NE} \rightarrow J_{bb} = 1.5 \cdot 10^7 \cdot 12 \cdot 3.6m^4 + 21.54969678 \cdot 10^7 KNm^2 \rightarrow J_{bb} = 86.350 \cdot 10^7 KNm^2 \end{array} \right. \quad (8.430)$$

Só olhando para a segunda fila da matriz $|J|$, já foi determinado o valor da componente da diagonal principal. Apesar disso, o interesse agora é avaliar se existe acoplamento com os outros graus de liberdade ou se pelo contrário pode-se considerar o deslocamento v como independente passando a se chamar de coordenada generalizada.

Para a componente J_{ba} é necessário lembrar que qualquer componente é no fundo uma somatória que precisa além dos valores das inércias e módulos elásticos, dos cossenos do ângulo formado pelos muros com a linha horizontal. Neste caso, são requeridos valores para b_w e a_w . Devido a que os muros só tem orientação em y conclui-se que $b_w = 1$ e $a_w = 0$. E pelo tanto todas as componentes da somatória são zero. Após do qual, é possível escrever que $J_{ba} = 0$.

Para a componente J_{bc} a análise é conduzido da seguinte maneira: Na somatória são necessários valores como $b_w = 1$ e c_w que assume valores de $\pm 7.00m$, $\pm 14.00m$ e $\pm 21.35m$. Havendo perfeita simetria segundo y , é válido afirmar que o

produto $E \cdot I_{xwi} \cdot c_{wi}$ é contestado por outro onde c_{wi} tenha um sinal contrário. E assim, a somatória esvaneze.

Para os lintéis é necessário determinar uma grandeza chamada de s_g desde a (5.25) que transformada fica com o rosto dado na (8.431) e com ajuda da informação proveniente da (Figura 131).

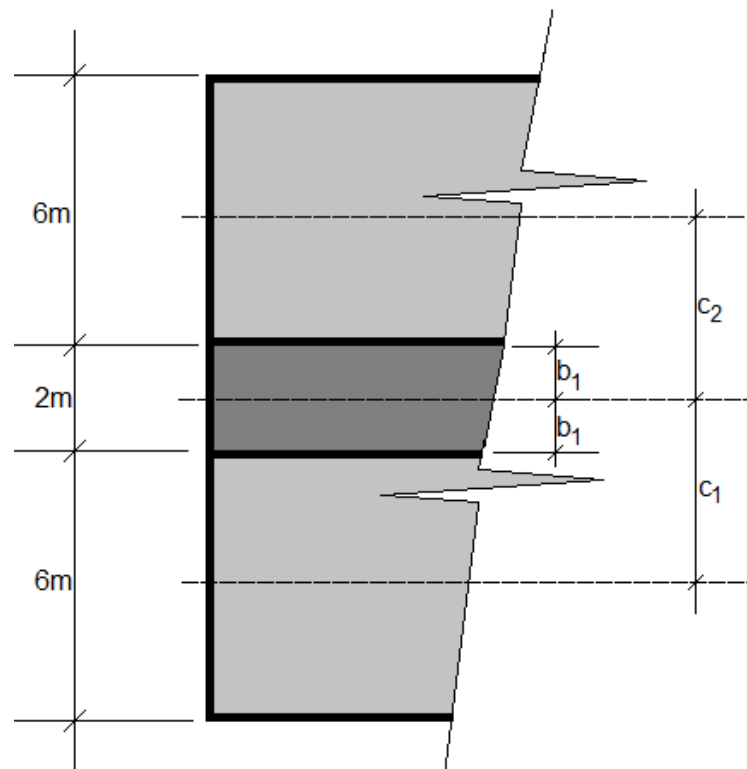


Figura 131. Detalhe de uma seção pela associação muros-lintel no caso particular do sexto exemplo.

$$s_g = \frac{3 \cdot E}{2 \cdot h_{pd}} \cdot \left[I_{L1} \cdot \frac{(c_1 + c_2)^2}{b_1^3} + I_{L2} \cdot \frac{(c_3 + c_4)^2}{b_2^3} \right] \rightarrow s_g = \frac{3 \cdot E}{2 \cdot h_{pd}} \cdot \left[I_{L1} \cdot \frac{(c_1 + c_2)^2}{b_1^3} \right] \quad (8.431)$$

Expressão muito mais simples que a (5.25) que fora desenvolvida para o caso de muros vinculados através de dois lintéis.

Assim, na (8.432) estão os elementos necessários para determinar s_g de um dos lintéis.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{L1} = \frac{1}{12} \cdot 0.2m \cdot (0.4m)^3 \rightarrow I_{L1} = 1.06\bar{6} \cdot 10^{-3}m^4 \\ \left\{ \begin{array}{l} E = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \\ h = 3.1m \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} c_1 = 3m + 1m \rightarrow c_1 = 4m \\ c_2 = 3m + 1m \rightarrow c_2 = 4m \\ b_1 = 1m \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.432)$$

E com essa informação é obtida a grandeza s_g válida para um lintel só como (8.433).

$$s_g = \frac{3 \cdot 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2}}{2 \cdot 3.1m} \cdot \left[1.06\bar{6} \cdot 10^{-3}m^4 \cdot \frac{(4m+4m)^2}{(1m)^3} \right] \rightarrow s_g = 495483.8707KN \quad (8.433)$$

Dessa forma a (8.434) fornece o valor de S_{bb} .

$$S_{bb} = 6 \cdot 495483.8707KN \rightarrow S_{bb} = 2972903.224KN \quad (8.434)$$

Análises semelhantes aos feitos tendentes a validar a hipótese de desconsiderar as componentes J_{ba} e J_{bc} são feitos neste caso para concluir que a única componente não nula na segunda fila da matriz $|S|$ é a S_{bb} recém obtida.

8.6.2.3 Propriedades dinâmicas

A primeira das propriedades dinâmicas é a massa distribuída como função da elevação e aquela é um dado vindo do enunciado do problema. $\bar{m} = 4.17 \frac{t \cdot s^2}{m^2} = 41.7 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}$.

8.6.2.3.1 Período de vibração segundo o eixo y

Com os valores conhecidos de S_{bb} e J_{bb} é obtido primeiramente a λ na (8.435).

$$\lambda = H \cdot \sqrt{\frac{S_{bb}}{J_{bb}}} \rightarrow \lambda = 62m \cdot \sqrt{\frac{2972903.224KN}{86.350 \cdot 10^7 KNm^2}} \rightarrow \lambda = 3.70279163 \quad (8.435)$$

A λ_1 novamente é obtida desde a expressão proposta segundo a (8.436).

$$\lambda_1 = 0.0252 \cdot \lambda^2 + 0.6175 \cdot \lambda + 1.5847 \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = 0.0252 \cdot (3.70279163)^2 + 0.6175 \cdot 3.70279163 + 1.5847 \rightarrow \lambda_1 = 4.216682611 \quad (8.436)$$

E a (8.437) define o período de vibração da estrutura segundo o sentido y .

$$T_{1v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{\lambda_1} \cdot \sqrt{\frac{\bar{m}}{J_{bb} \cdot \left[\left(\frac{\lambda_1}{H} \right)^2 - \frac{S_{bb}}{J_{bb}} \right]}} \rightarrow T_{1v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 62m}{4.216682611} \cdot \sqrt{\frac{41.7 \frac{KN \cdot s^2}{m^2}}{86.350 \cdot 10^7 KNm^2 \cdot \left[\left(\frac{4.216682611}{62m} \right)^2 - \frac{2972903.224KN}{86.350 \cdot 10^7 KNm^2} \right]}} \rightarrow$$

$$T_{1v} = 0.590351033s \quad (8.437)$$

Para Laier (1978) $T_{1v} = 0.68s$. No entanto, Coull reporta valores muito diferentes $2.04s$ devido à técnica empregada para analisar a estrutura através de Ritz-Galerkin com função suposta para o deslocamento cossenoidal. Laier (1978) aponta que nesse caso é impossível conhecer o erro da aproximação.

8.6.3 Análise Sísmica

Da (NBR-88) há um limite que marca a separação entre a região de máximas acelerações espectrais e o valores inferiores pertencentes a zona 3. Ele é dado na (8.438) donde adquer destaque especial o maior dos valores.

$$\begin{cases} 0.08 \cdot \frac{F_v}{F_a} = 0.113 \\ 0.4 \cdot \frac{F_v}{F_a} = 0.567 \end{cases} \quad (8.438)$$

Onde $F_v = 1.7$ e $F_a = 1.2$.

Dados com os quais podem ser determinados os valores para S_{ay} e C_{sy} na (8.439).

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ay} = \frac{a_{gs1}}{T_{1v}} \rightarrow S_{ay} = \frac{1.7 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{0.590351033} \rightarrow S_{ay} = 5.18335673 \\ C_{sy} = \frac{S_{ay} \cdot a_{gs0}}{4} \rightarrow C_{sy} = \frac{5.18335673 \cdot 1.2 \cdot 0.15 \cdot 10}{4.5} \rightarrow C_{sy} = 2.073342692 \end{array} \right. \quad (8.439)$$

Onde é bom lembrar que $a_{gs0} = F_a \cdot g$ e $a_{gs1} = F_v \cdot a_{gs0}$

Na (Tabela 80) fica sintetizada a análise sísmica onde a grandeza mais relevante é a somatória das F_i ou cisalhamento na base do prédio.

Tabela 80. Resumo análise sísmica quando $k = 1$ no caso do exemplo 6.

$z(m)$	$W_i(KN)$	$W_i \cdot h_i(KNm)$	C_{vi}	$F_i(KN)$	nível	$\sum_{i=1}^n F_i$
0						
3,1	129,27	400,737	0,005	25,4619959	0→3,1	5092,39919
6,2	129,27	801,474	0,01	50,9239919	3,1→6,2	5066,93719
9,3	129,27	1202,211	0,015	76,3859878	6,2→9,3	5016,0132
12,4	129,27	1602,948	0,02	101,847984	9,3→12,4	4939,62721
15,5	129,27	2003,685	0,025	127,30998	12,4→15,5	4837,77923
18,6	129,27	2404,422	0,03	152,771976	15,5→18,6	4710,46925
21,7	129,27	2805,159	0,035	178,233972	18,6→21,7	4557,69727
24,8	129,27	3205,896	0,04	203,695967	21,7→24,8	4379,4633
27,9	129,27	3606,633	0,045	229,157963	24,8→27,9	4175,76733
31	129,27	4007,37	0,05	254,619959	27,9→31	3946,60937
34,1	129,27	4408,107	0,055	280,081955	31→34,1	3691,98941
37,2	129,27	4808,844	0,06	305,543951	34,1→37,2	3411,90745
40,3	129,27	5209,581	0,065	331,005947	37,2→40,3	3106,3635
43,4	129,27	5610,318	0,07	356,467943	40,3→43,4	2775,35756
46,5	129,27	6011,055	0,075	381,929939	43,4→46,5	2418,88961
49,6	129,27	6411,792	0,08	407,391935	46,5→49,6	2036,95967
52,7	129,27	6812,529	0,085	432,853931	49,6→52,7	1629,56774
55,8	129,27	7213,266	0,09	458,315927	52,7→55,8	1196,71381
58,9	129,27	7614,003	0,095	483,777923	55,8→58,9	738,397882
62	64,635	4007,37	0,05	254,619959	58,9→62	254,619959
	2456,13	80147,4	1	5092,39919		

8.6.3.1 Determinação dos deslocamentos originários de um carregamento de $1.0F_y$

Nesse caso a condição de contar com um elevado grau de rigidez simplifica a análise porque não é preciso determinar força no topo por exemplo. É válido supor um carregamento distribuído linearmente só (DRYSDALE, HAMID, BAKER 1994). Em contraste com os outros exemplos, sem força no topo. E não contando com força no topo, uma expressão que permite determinar o carregamento distribuído é obtida como resultado da consideração de equilíbrio como na (8.440) que é escrita desde a (Figura 132).

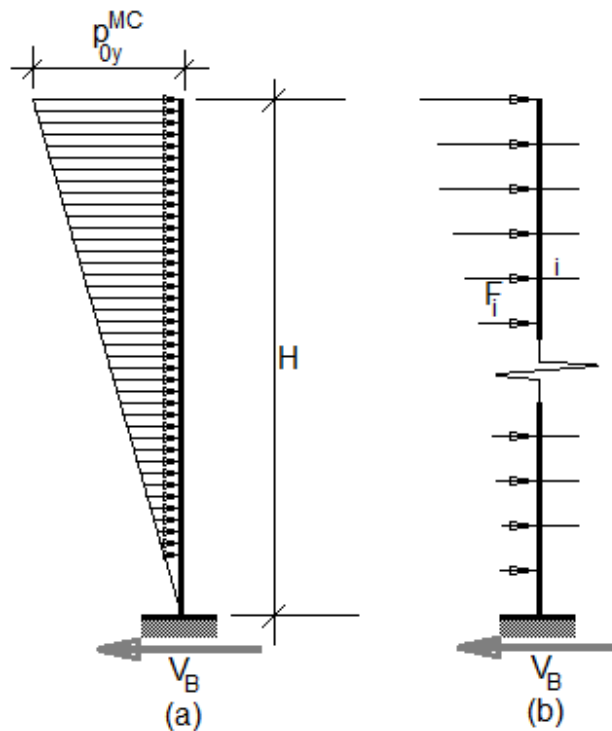


Figura 132. Equivalência estática entre os dois problemas (a) Contínuo. (b) Discreto. Caso particular de força zero no topo.

$$\frac{1}{2} p_{0y}^{MC} \cdot H = V_B \rightarrow p_{0y}^{MC} = \frac{2 \cdot V_B}{H} \quad (8.440)$$

Salienta-se que para esse caso não há dependência com o valor do expoente k definido na (2.13).

Assim, a (8.441) define a p_{0y}^{MC} .

$$p_{0y}^{MC} = \frac{2 \cdot 5092.39919 \text{KN}}{62m} \rightarrow p_{0y}^{MC} = 164.2709416 \frac{\text{KN}}{m} \quad (8.441)$$

Conhecendo que para y só existem os coeficientes J_{bb} e S_{bb} podem ser achados deslocamentos chamados de v a partir da equação escalar (8.442).

$$-J_{bb} \cdot v''' + S_{bb} \cdot v' = \rho \cdot \frac{p_{0y}^{MC}}{2 \cdot H} \cdot [H^2 - z^2] \quad (8.442)$$

Para determinar a solução geral para $v_{1.0F_y}(z)$ é necessário se determinar as constantes A_0, A_1, A_2, B_3, B_1 .

Expressões como as (8.443) e (8.444) exprimem as duas constantes básicas a partir das quais são achadas as A 's.

$$B_3 = -\frac{\rho \cdot p_0}{6 \cdot H \cdot S_{mm}} \rightarrow B_3 = -\frac{1 \cdot 164.2709416 \frac{\text{KN}}{m}}{6 \cdot 62m \cdot 2972903.224 \text{KN}} \rightarrow B_3 = -\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \quad (8.443)$$

$$B_1 = \frac{\rho}{S_{mm}} \cdot p_0 \left[\frac{H}{2} - \frac{J_{mm}}{H \cdot S_{mm}} \right] \rightarrow B_1 = \frac{1 \cdot 164.2709416 \frac{\text{KN}}{m}}{2972903.224 \text{KN}} \cdot \left[\frac{62m}{2} - \frac{86.350 \cdot 10^7 \text{KNm}^2}{62m \cdot 2972903.224 \text{KN}} \right] \rightarrow B_1 = 1.454075171 \cdot 10^{-3} \quad (8.444)$$

Conhecidas B_1 e B_3 é necessário determinar umas constantes das quais dependem as constantes A_0, A_1 e A_2 . Elas ficam encerradas na (8.445).

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} l_{1b} = \sqrt{\frac{S_{bb}}{J_{bb}}} = \sqrt{\frac{2972903.224 \text{KN}}{86.350 \cdot 10^7 \text{KNm}^2}} = \frac{0.058675826}{m} \\ e^{l_{1b} \cdot H} = e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} \rightarrow e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} = 38.01197387 \\ e^{-l_{1b} \cdot H} = e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} \rightarrow e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} = 0.026307499 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} e^{l_{1b} \cdot H} + e^{-l_{1b} \cdot H} = e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} + e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} = 38.03828137 \\ e^{-l_{1b} \cdot H} - e^{l_{1b} \cdot H} = e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} - e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot 62m} = -37.98566637 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.445)$$

Ademais, as (8.446), (8.447) e (8.448) exprimem valores para as constantes A_1, A_2 e A_0 a partir das (8.443), (8.44) e com as constantes dadas na (8.445).

$$A_1 = - \left[\frac{6 \cdot \left(-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \right) \cdot 62m + 1.454075171 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.058675826}{m} \cdot 0.026307499}{\left(\frac{0.058675826}{m} \right)^2 \cdot (38.03828137)} \right] \rightarrow$$

$$A_1 = 4.047912176 \cdot 10^{-4} m \quad (8.446)$$

$$A_2 = \left[\frac{1.454075171 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.058675826}{m} \cdot 38.01197387 - 6 \cdot \left(-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \right) \cdot 62m}{\left(\frac{0.058675826}{m} \right)^2 \cdot (38.03828137)} \right] \rightarrow A_2 = 0.025186294m$$

$$(8.447)$$

$$A_0 = \frac{12 \cdot \left(-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \right) \cdot 62m + 1.454075171 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{0.058675826}{m} \cdot (-37.98566637)}{\left(\frac{0.058675826}{m} \right)^2 \cdot (38.03828137)} \rightarrow$$

$$A_0 = -0.025591085m \quad (8.448)$$

Assim, a expressão para os deslocamentos $v_{1.0F_y}(z)$ é dada na (8.449).

$$v_{1.0F_y}(z) = -0.025591085m + 4.047912176 \cdot 10^{-4}m \cdot e^{\frac{0.058675826}{m}z} + 0.025186294m \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m}z} - \frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot z^3 + 1.454075171 \cdot 10^{-3} \quad (8.449)$$

Que desenhada e tabelada nas (Figura 133) e na (Tabela 81).

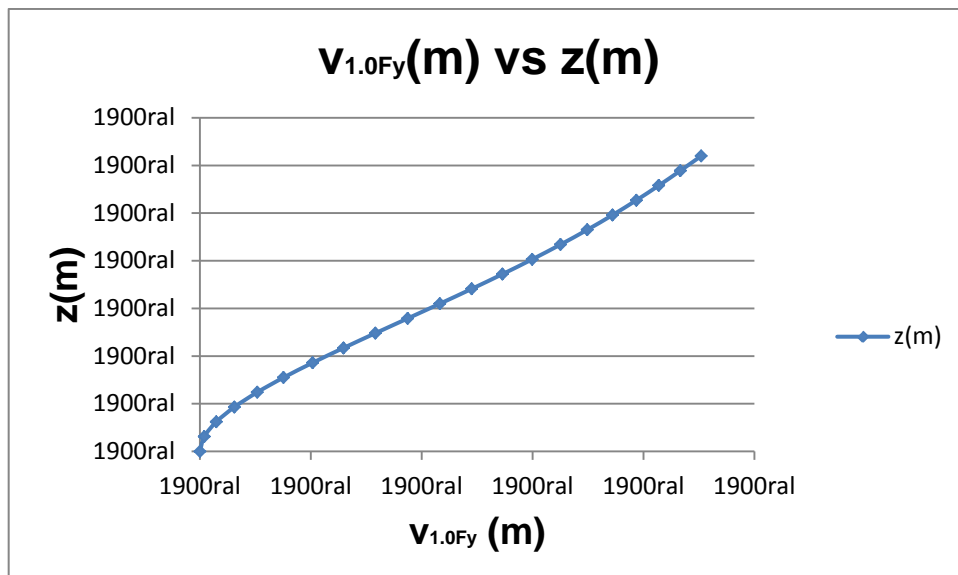


Figura 133. Deslocamentos em y oriundos de um carregamento de $1.0F_y$ quando analisado o edifício do exemplo 6.

Tabela 81. Distribuição dos deslocamentos segundo y como função da elevação originários do carregamento de $1.0F_y$ para o caso do edifício do exemplo 6.

$z(m)$	$v_{1.0F_y}(z)$
0	0
3,1	0,000395197
6,2	0,00147659
9,3	0,003104984
12,4	0,005161092
15,5	0,007542462
18,6	0,010160955
21,7	0,012940705
24,8	0,015816479
27,9	0,018732398
31	0,021640961
34,1	0,024502351
37,2	0,027283995
40,3	0,029960362
43,4	0,032513001
46,5	0,034930807
49,6	0,037210532
52,7	0,039357561
55,8	0,041386972
58,9	0,043324914
62	0,045210356

Trazendo à tona a expressão do esforço cisalhante da (5.24) que modificada adquer um novo rosto dado na (8.450).

$$\begin{aligned}
 V &= -j_g \cdot u''' + s_g \cdot u' \quad \rightarrow \quad V = -j_g \cdot [l_1^3 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 z} - l_1^3 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 z} + 6 \cdot B_3] + s_g \cdot \\
 &[l_1 \cdot A_1 \cdot e^{l_1 z} - l_1 \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 z} + 3 \cdot B_3 \cdot z^2 + B_1] \quad \rightarrow \quad V = [-j_g \cdot l_1^3 + s_g \cdot l_1] \cdot A_1 \cdot e^{l_1 z} + \\
 &[j_g \cdot l_1^3 - s_g \cdot l_1] \cdot A_2 \cdot e^{-l_1 z} + 3 \cdot s_g \cdot B_3 \cdot z^2 + [B_1 \cdot s_g - 6 \cdot j_g \cdot B_3] \quad \rightarrow \quad V = K_{v1} \cdot e^{l_1 z} + \\
 &K_{v2} \cdot e^{-l_1 z} + K_{v3} \cdot z^2 + K_{v4} \quad (8.450)
 \end{aligned}$$

Sendo as constantes K_{v1} , K_{v2} , K_{v3} e K_{v4} formalmente definidas na (8.451).

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{v1} = [-j_g \cdot l_1^3 + s_g \cdot l_1] \cdot A_1 \\ K_{v2} = [j_g \cdot l_1^3 - s_g \cdot l_1] \cdot A_2 \\ K_{v3} = 3 \cdot s_g \cdot B_3 \\ K_{v4} = [B_1 \cdot s_g - 6 \cdot j_g \cdot B_3] \end{array} \right. \quad (8.451)$$

Desde a (8.433) é conhecido o valor de $s_g = 495483.8707KN$. Pelo contrário ainda não conta-se com o valor para a j_g e que determinada na (8.452).

$$j_g = 2 \cdot 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.2m \cdot (6m)^3 \rightarrow j_g = 1.08 \cdot 10^8 KNm^2 \quad (8.452)$$

Na (Tabela 82) seguinte há um compêndio das grandezas envolvidas na determinação das constantes K_v 's.

Tabela 82. Resumo da informação necessária na determinação das constantes K_v 's.

j_g	$1.08 \cdot 10^8 KNm^2$
s_g	$495483.8707KN$
l_{1b}	$\frac{0.058675826}{m}$
A_1	$4.047912176 \cdot 10^{-4}m$
A_2	$0.025186294m$
B_3	$-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2}$
B_1	$1.454075171 \cdot 10^{-3}$

Desde a (8.453) até a (8.456) estão as expressões para os constantes que permitem exprimir a função esforço de cisalhamento.

$$K_{v1} = \left[-1.08 \cdot 10^8 KNm^2 \cdot \left(\frac{0.058675826}{m} \right)^3 + 495483.8707KN \cdot \frac{0.058675826}{m} \right] \cdot 4.047912176 \cdot 10^{-4}m \rightarrow K_{v1} = 2.937005541KN \quad (8.453)$$

$$K_{v2} = \left[1.08 \cdot 10^8 KNm^2 \cdot \left(\frac{0.058675826}{m} \right)^3 - 495483.8707KN \cdot \frac{0.058675826}{m} \right] \cdot 0.025186294m \rightarrow K_{v2} = -182.741823KN \quad (8.454)$$

$$K_{v3} = 3 \cdot 495483.8707KN \cdot \left(-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \right) \rightarrow K_{v3} = \frac{-0.220794276KN}{m^2} \quad (8.455)$$

$$K_{v4} = \left[1.454075171 \cdot 10^{-3} \cdot 495483.8707KN - 6 \cdot 1.08 \cdot 10^8 KNm^2 \cdot \left(-\frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \right) \right] \rightarrow$$

$$K_{v4} = 816.7232979KN \quad (8.456)$$

Conclui-se que o esforço de cisalhamento atuante no grupo é dado como na (8.457) a partir da (8.450).

$$V = 2.937005541KN \cdot e^{\frac{0.058675826}{m}z} - 182.741823KN \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m}z} - \frac{0.220794276KN}{m^2} \cdot z^2 + 816.7232979KN \quad (8.457)$$

Nas (Figura 134) e na (Tabela 83) são apresentados os resultados primeiramente em formato gráfico e logo em formato tabelar como conclusão desse exemplo.

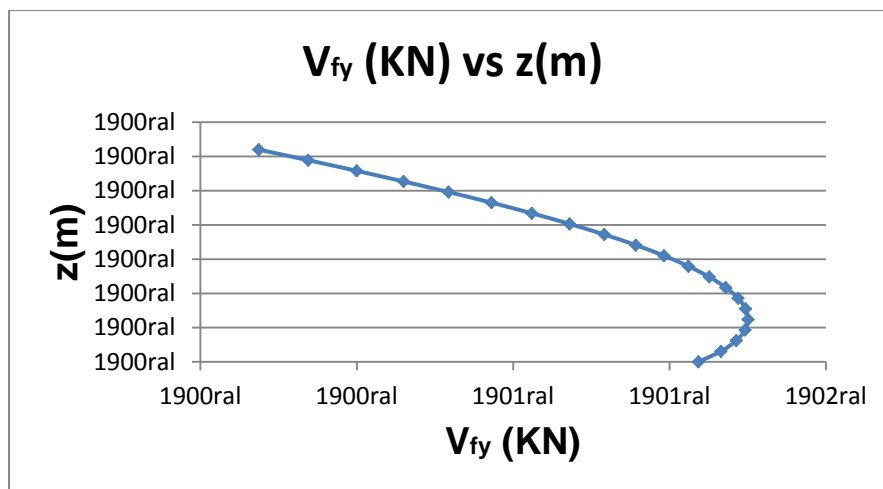


Figura 134. Esforços cisalhantes no grupo formado por dois muros conectados com lintel para o edifício do exemplo 6.

Tabela 83. Distribuição dos esforços de cisalhamento segundo y no caso do edifício no exemplo 6.

$z(m)$	$V_{fy}(KN)$
0	636,9184854
3,1	665,7745578
6,2	685,4493136
9,3	696,8066938
12,4	700,5754856
15,5	697,3735009
18,6	687,7280743
21,7	672,0935578
24,8	650,8663955
27,9	624,398276
31	593,0078007
34,1	556,9910541
37,2	516,6314269
40,3	472,2090181
43,4	424,009928
46,5	372,3357499
49,6	317,5135767
52,7	259,9068522
55,8	199,9274295
58,9	138,0492353
62	74,82399284

Cabe-se anotar que é possível também se determinar momentos fletores e esforços cisalhantes nos muros com ajuda da expressão geral (4.3). Acrescenta-se também que o mesmo processo é válido para o esforço cisalhante através da terceira derivada da elástica. Nesse caso só há um grupo de muros cujas propriedades ficam resumidas na (8.458) que tem elementos vindos desde a (8.430).

$$\left\{ \begin{array}{l} I_x = 3.6m^4 \\ E = 1.5 \cdot 10^7 \frac{KN}{m^2} \\ j_{wx} = 5.4 \cdot 10^7 KNm^2 \end{array} \right. \quad (8.458)$$

A expressão geral para o momento em qualquer um dos muros é dada na (8.459).

$$M_{wx}(z) = j_{wx} \cdot v''_{1.0F_y}(z) \rightarrow M_{wx}(z) = 5.4 \cdot 10^7 KNm^2 \cdot \left[\left(\frac{0.058675826}{m} \right)^2 \cdot 4.047912176 \cdot 10^{-4} m \cdot e^{\frac{0.058675826}{m} z} + \left(\frac{0.058675826}{m} \right)^2 \cdot 0.025186294 m \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m} z} - 6 \cdot \frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \cdot \right]$$

$$z \left\{ \rightarrow M_{wx}(z) = 75.25636984 \text{KNm} \cdot e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot z} + 4682.485621 \text{KNm} \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot z} - 48.12625245 \text{KN} \cdot z \right. \quad (8.459)$$

Nas (Tabela 84) e na (Figura 135) estão contidos os dados obtidos da implementação da expressão (8.459).

Tabela 84. Dados dos momentos fletores nos muros quando o carregamento de $1.0F_y$ é aplicado à estrutura do edifício do exemplo 6.

$z(m)$	$M_{wxl}(KNm)$
0	4757,7421
3,1	3844,81376
6,2	3064,39508
9,3	2395,54374
12,4	1821,01891
15,5	1326,70925
18,6	901,16471
21,7	535,216696
24,8	221,67384
27,9	-44,916569
31	-268,44949
34,1	-451,39138
37,2	-594,86196
40,3	-698,67145
43,4	-761,31419
46,5	-779,91877
49,6	-750,15266
52,7	-666,0786
55,8	-519,95748
58,9	-301,99169
62	0

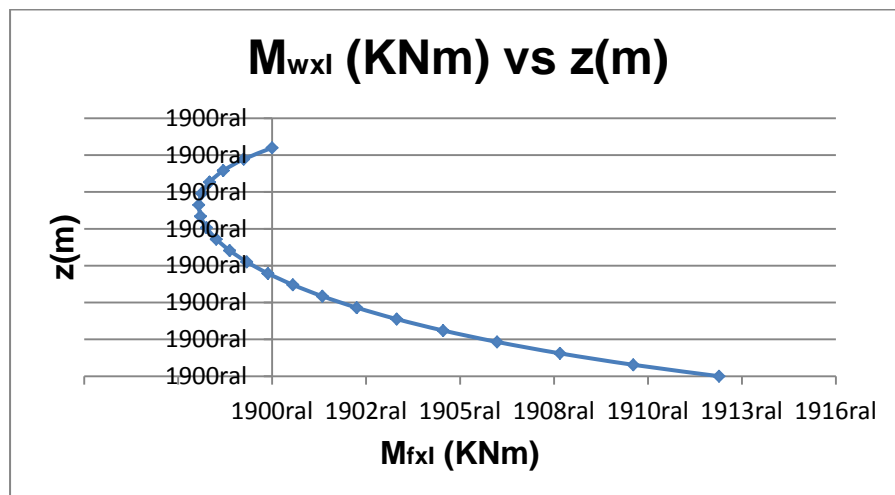


Figura 135. Diagrama de momentos atuantes em quaisquer um dos doze muros no edifício do exemplo 6.

Para cisalhamento, é necessário contar com a terceira derivada da elástica como expresso na (8.460). Que estão tabeladas e desenhadas nas (Tabela 85) e (Figura 136).

$$\begin{aligned}
 V_{wy}(z) &= -j_{wx} \cdot v_{1,0F_y}'''(z) \rightarrow V_{wy}(z) = -5.4 \cdot 10^7 \text{KNm}^2 \cdot \left[\left(\frac{0.058675826}{m} \right)^3 \cdot 4.047912176 \cdot \right. \\
 &10^{-4} m \cdot e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot z} - \left(\frac{0.058675826}{m} \right)^3 \cdot 0.025186294 m \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot z} - 6 \cdot \frac{1.485378162 \cdot 10^{-7}}{m^2} \left. \right] \\
 \rightarrow V_{wy}(z) &= -4.415729662 \text{KN} \cdot e^{\frac{0.058675826}{m} \cdot z} + 274.7487116 \text{KN} \cdot e^{-\frac{0.058675826}{m} \cdot z} + \\
 &48.12625245 \text{KN} \qquad \qquad \qquad (8.460)
 \end{aligned}$$

Tabela 85. Dados dos esforços de cisalhamento nos muros do edifício do exemplo 6 quando acontece um carregamento de $1.0F_y$.

$z(m)$	$V_{wy}(KNm)$
0	318,459243
3,1	271,884573
6,2	232,733563
9,3	199,707296
12,4	171,710054
15,5	147,812968
18,6	127,223202
21,7	109,257646
24,8	93,3202554
27,9	78,8822721
31	65,4646854
34,1	52,6223383
37,2	39,9291584
40,3	26,9640224
43,4	13,2967843
46,5	-1,5259959
49,6	-17,996096
52,7	-36,659945
55,8	-58,136759
58,9	-83,139074
62	-112,4964

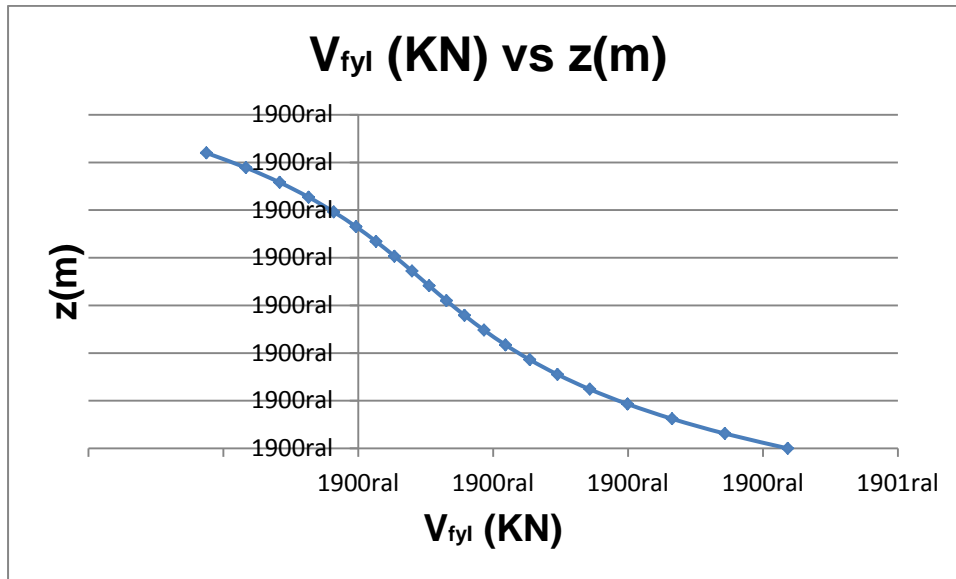


Figura 136. Esforços de cisalhamento em qualquer um dos muros quando o carregamento está orientado segundo y no caso do edifício do exemplo 6.

9 CONCLUSÕES

1. No entanto o nome seja um pouco presunçoso, os edifícios aqui analisados foram de alturas bastante menores que aquelas atingidas pelos aqueles muitíssimo elevados existentes na atualidade. No entanto, os princípios que regem a análise de estruturas superiores estão baseados no exposto no presente documento.
2. Embora a força no topo no problema contínuo pudesse ser inexistente, da (4.23) conclui-se que terá uma força de interação entre os painéis constituintes. Stamato (1972) explicou isso com um exemplo simples de acordo com a (Figura 137).

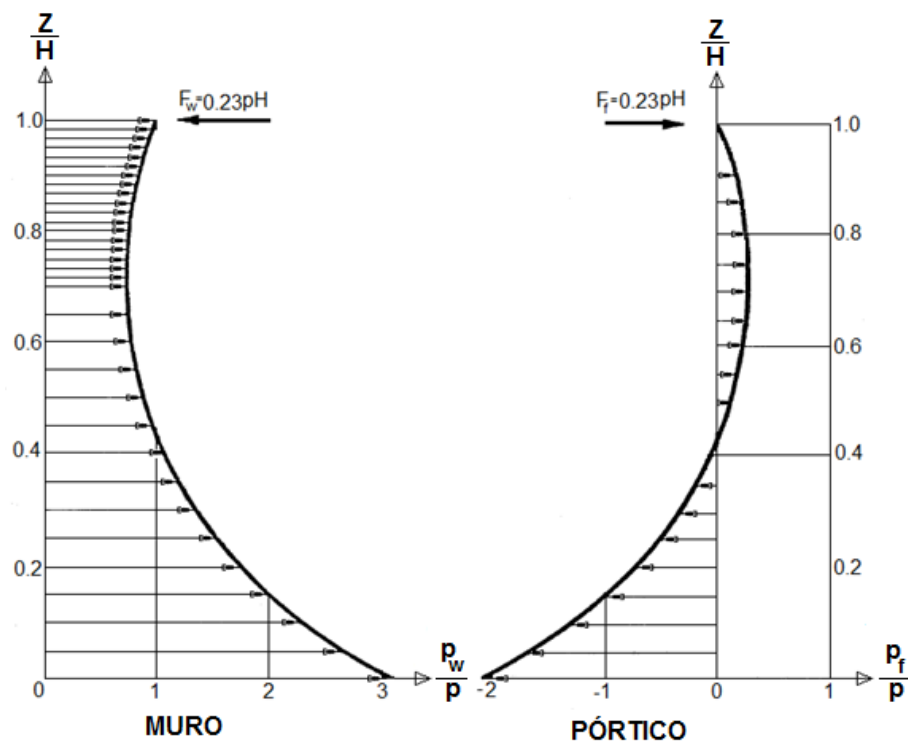


Figura 137. Esforços de interação entre parede e pórtico. [Stamato, 1972 adaptado]

3. Foi visto que em geral quando $k = 1$ as forças sísmicas oriundas da repartição pelo MFHE são maiores aproximadamente no tércio inferior, sendo ultrapassadas no superior como na (Figura 138).

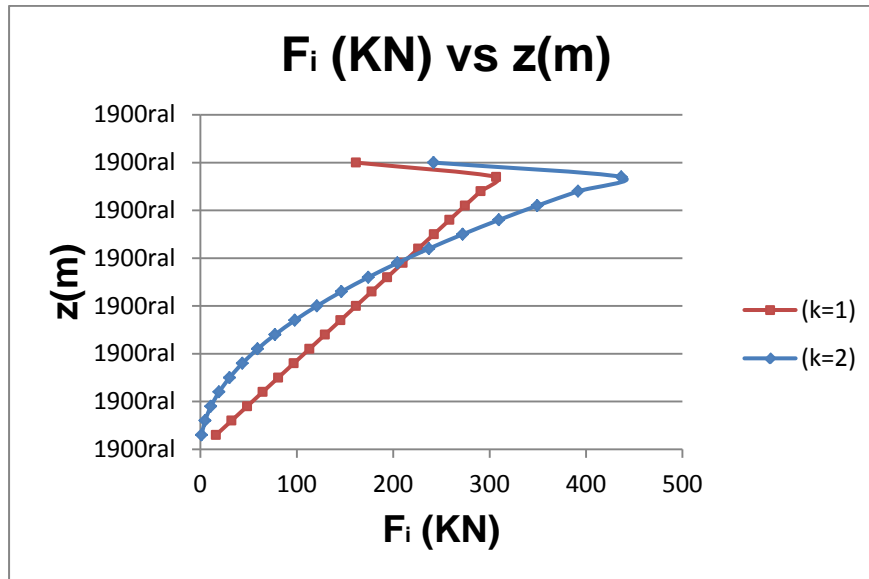


Figura 138. Comparativa das forças sísmicas distribuídas em altura nos casos $k = 1$ e $k = 2$.

4. No entanto, quando se fala de cisalhamento de piso que é o cisalhamento cumulativo de acima para baixo com $k = 2$ sempre é superior o que é verificável na (Figura 139) seguinte.

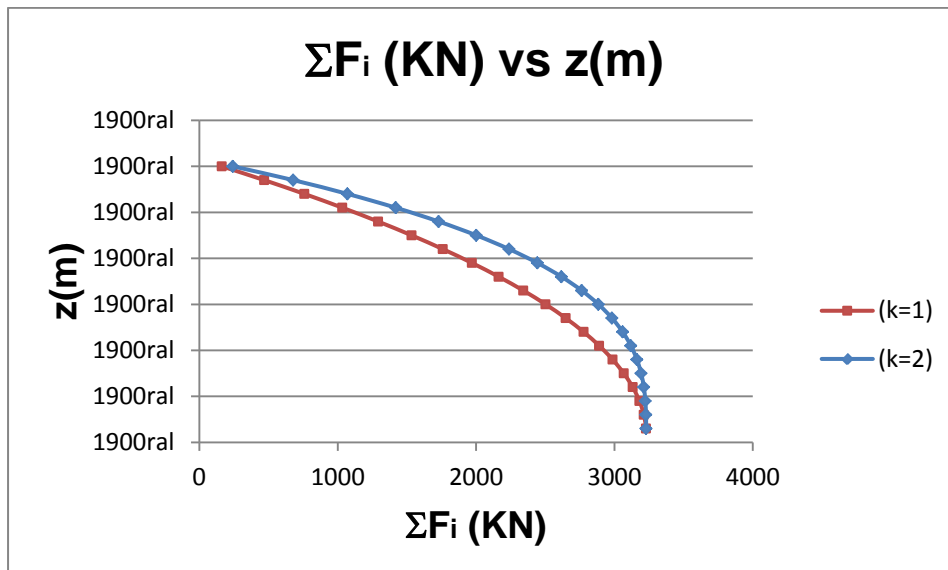


Figura 139. Comparativa dos esforços de cisalhamento originários de sismo cumulados no mesmo prédio para os casos em que $k = 1$ e $k = 2$.

5. Assim, embora a análise vindo desde a UBC-85/97 com $k = 1$ fosse equivalente à análise vindo da NBR-88 com $k = 2$, é preferível o roteiro considerando $k = 2$ porque esse em particular originar os maiores esforços

em toda a elevação do prédio e conseqüentemente os maiores deslocamentos de piso.

6. Logo depois de estudar as estruturas sob três normativas. Quando não existia o expoente k e pelo tanto era assumido como 1 (antes da NEHRP-88). Quando efetivamente era 1 (UBC-85/97) e quando foi 2 nas normas atuais, entre as quais uma delas é a NBR-88, conclui-se que a metodologia contínua fornece resultados exatamente quando empregada UBC-85/97, quando aplicada NBR-88. Isso talvez seja uma razão pela qual em posteriores edições as normas desconsideraram o caso de carregamento linear e força no topo através do qual chegou-se nas expressões para condição de carregamento contínuo (2.25) e (2.26). No entanto, essa conclusão permite iniciar futuras pesquisas desde a condição $k = 2$ com ajuda de expressões do tipo (2.26).
7. A presença dos NE nas estruturas analisadas traz um ganho de rigidez porque os deslocamentos pelos carregamentos laterais caíram substancialmente. Fato confirmado pelo Bernardi et al.(2010) quando analisaram um edifício de concreto armado de 30 pavimentos construído na cidade de Curitiba primeiro considerando muros isolados e logo muros associados gerando núcleos estruturais.
8. Para o caso de que a estrutura seja conformada com NE e além disso seja assimétrica, o sistema de equações diferenciais apresentaria acoplamento. Isso dificulta a tarefa de descobrir as funções deslocamento. É preciso então fazer um processo descrito minuciosamente no anexo 3 que leva à diagonalização do sistema de equações em termos de uns deslocamentos diferentes aos originais que resultam de uma premultiplicação desses por a matriz resultante do produto das matrizes $|T|^T \cdot |S|$. Os resultados obtidos desde o processo descrito no (7.2.3) consistentes em deixar exprimidos os deslocamentos transformados em termos de constantes de integração transformadas, aplicar a inversa e só depois de chegar nos deslocamentos reais aplicar as condições de contorno são equivalentes a determinar os deslocamentos transformados achando as constantes de integração transformadas através das expressões prontas para o caso simétrico e só nesse estágio aplicar a inversa para determinar os deslocamentos reais conduzem a resultados iguais.

9. O recalque em todos os processos de edificação é inevitável. E geralmente eles são diferenciais o que faz mais delicada a situação. Tanto mais para prédios elevados. Assim, Gusmão (2015) suger que é recomendável levar em conta sempre que possível um estudo de Interação solo-estrutura porque a falta de aprumo em estruturas de tamanha envergadura é uma condição inevitável e gera efeitos de segunda ordem nos pilares. (NBR 6118.2003).
10. Ainda a NBR 6122:2010 exige que para prédios que superem os 60m de altura até o último piso habitável seja feito um programa de monitoramento do comportamento da fundação no relativo aos recalques médios.

ANEXOS

A1 EDIFÍCIO DE CORTANTE E SUA RELAÇÃO COM O MÉDIO CONTÍNUO

Algumas hipóteses feitas na metodologia do médio contínuo são baseadas em conceitos tais como o edifício de cortante como vai ser analisado no anexo 1.

A1.1 CONCEITO DE EDIFÍCIO DE CORTANTE

Rogers (1959) define um edifício de cortante como aquela estrutura na qual não há rotação nos níveis dos andares.

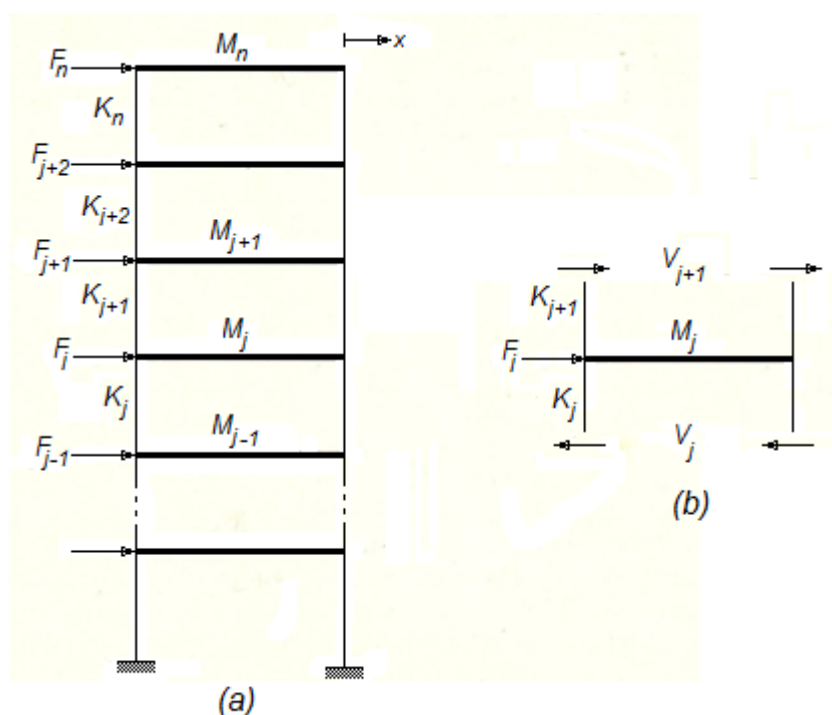


Figura 140. a. Modelo de edifício de corte. b. Forças atuantes no andar genérico. [Rogers, 1959 adaptado]

A (Figura 140) mostra um modelo didático que (CHENG, 2000) emprega para explicar a diferença entre um sistema estrutural suposto com laje flexível. Na (Figura 141a) um edifício de dois pavimentos com massas concentradas no nível dos andares é modelado com sistema massa-mola e não apresenta restrição para que

os nós nas lajes experimentem rotação o qual interpreta-se como que os pilares apresentam deslocamento axial e conseqüentemente há forças adicionais transferidas desde a massa m_2 para o suporte através da mola k_3 .

Na (Figura 141b) pela sua vez mostra-se o caso em que as lajes apresentam uma rigidez tal que não é suscetível de se apresentar rotação nos nós. E assim não há carregamento desde a massa 2 para o apoio. O tipo (b) é um modelo de emprego comum na análise de estruturas de edifícios.

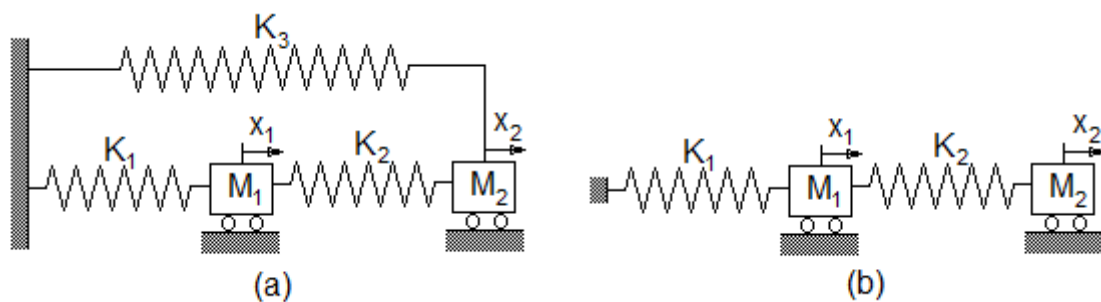


Figura 141. (a) Modelo de um edifício com duas massas concentradas nos andares onde a laje não é infinitamente rígida no seu plano. (b) Modelo de um edifício de dois andares com duas massas concentradas nos andares onde a laje é suposta como infinitamente rígida no seu plano.

O fato de ter rigidez infinita no plano da laje promove a redução dos graus de liberdade por laje somente a três, sempre que o problema seja tratado como plano para cada painel. Dos de translação e o outro de rotação. Clough (2003) aponta que em muitos casos podem ser obtidos resultados excelentes com a consideração de dois ou três graus de liberdade, embora a maior proximidade com a resposta dinâmica exata é claro, seja atingida com uma consideração de número crescente de graus de liberdade.

Uma viga em balanço fletida por forças transversais ou uma viga no solo que sofre um recalque diferencial perpendicular ao seu eixo são exemplos que podem produzir uma elástica que é assimilável à configuração de um edifício de cortante.

As hipóteses sobre as quais Rogers estabelece a idéia de edifício de cortante são as seguintes:

1. A massa total da estrutura fica concentrada nos níveis dos diferentes andares.
2. As lajes são infinitamente rígidas comparadas com as colunas.
3. A deformação da estrutura não depende das forças axiais presentes nas colunas. Isso não é válido em Meio Contínuo segundo Zalka (2012) e também segundo Clough (1975) porque em alguns casos é importante levar em consideração a possibilidade de que aconteça flambagem dos elementos solicitados por compressão produzindo significativa afetação da rigidez estrutural. Nos edifícios elevados é válido pensar em que a flambagem seja importante.

A primeira das suposições reduz o número de graus de liberdade de infinitos para um número equivalente ao número de andares da estrutura. A terceira estabelece que as lajes rígidas ficarão horizontais mesmo depois do deslocamento lateral dos andares. Isso significa que os pilares apresentarão inclinação vertical nos extremos. E se admitida rigidez infinita para as lajes segundo seu plano, os deslocamentos transversais nos extremos dos pilares vinculados com uma delas em particular vai ser o mesmo. Além disso, os pontos de inflexão dos pilares são supostos na metade do pé direito.

A.1.1.1 Médio Contínuo

Nos prolegómenos da técnica de análise chamada de médio contínuo aparece a CHitty quem publicou em 1947 um artigo onde estudava vigas em balanço ligadas através de barras rigidamente conectadas. Segundo ela o modelo tinha interesse pela utilidade que oferecia no estudo dos edifícios elevados sujeitos a carga de vento onde as barras cumprem o papel dos diferentes pavimentos. O interessante é que sua abordagem foi feita supondo em muitos casos que as barras de conexão foram um contínuo distribuído ao longo do comprimento das vigas.

Stafford e Coull coincidem em que a rigidez das lajes seja distribuída continuamente na elevação e que seja adicionada à rigidez das colunas. Chitty

(1947) não levou em conta os deslocamentos axiais nas colunas. Isso é um erro significativo em edifícios altos (ZALKA, 2012).

Em edifícios com relações de aspecto (altura a comprimento ou ancho) menores ou iguais que 5 as deformações axiais dos elementos podem ser desprezadas com um pequeno sacrifício na precisão das frequências naturais e os modos naturais de vibração (HURTY, RUBINSTEIN 1964). Porém para edifícios elevados aquelas relações de aspecto podem ser ultrapassadas de longe. Assim fica confirmado que os efeitos axiais serão importantes em estudos de problemas atrelados aos edifícios elevados.

O interessante da técnica é que o problema fica expresso em termos da coordenada z (elevação) e pelo tanto vira um problema de uma dimensão (STAFFORD, COULL, 1991). Segundo eles a metodologia é relativamente simples como para ser feito um estudo a mão. Porém este enfoque é válido só quando a estrutura é o bastante simétrica em planta e as condições de carregamento também são simples. Além disso, relações diferenciais dos deslocamentos laterais em termos da coordenada z fornecem os esforços internos ($M_{w,f}$ ou $V_{w,f}$).

A1.1.1.1 Hipóteses feitas no meio contínuo

1. As propriedades das paredes e vigas de conexão não mudam significativamente na altura. E o pé de andar h_{pd} é constante ao longo da altura do prédio H .
2. As seções planas antes da deformação por flexão são planas depois de serem fletidas. A hipótese conhecida da Resistência dos Materiais.
3. O conjunto de vigas de conexão, cada uma com rigidez à flexão $E \cdot I_b$ é substituída por um contínuo equivalente de rigidez à flexão $E \cdot \frac{I_b}{h}$ por unidade de comprimento. Onde h é o pé direito de andar. A rigor, isto só pode ser garantido se a viga do topo tem a metade da inercia das outras como na

(Figura 142). Ignorada a possibilidade de deformação axial das vigas (BINTI WAHID 2007).

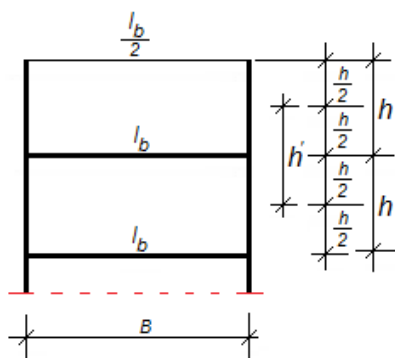


Figura 142. Detalhe das inércias laje geral e laje do topo

4. Lajes são seccionadas nos pontos de momento nulo. É dizer aqueles pontos nos quais não há curvatura. Devido a que a rigidez dos elementos verticais é suposta muito grande de face com a rigidez das lajes aquele ponto de momento zero pode-se supor ocorrendo na metade da laje como na (Figura 143).

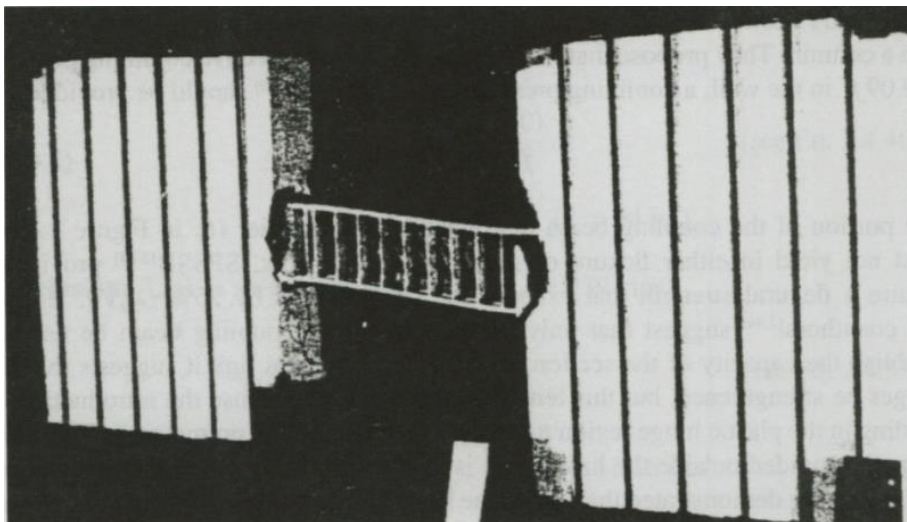


Figura 143. Elástica viga engastada em grandes paredes [Englekirk,2003]

A2 DEFLEXÃO POR CISALHAMENTO

A deflexão originária das tensões de cisalhamento é essencialmente diferente a deflexão devida a flexão como fica claro na (Figura 144).

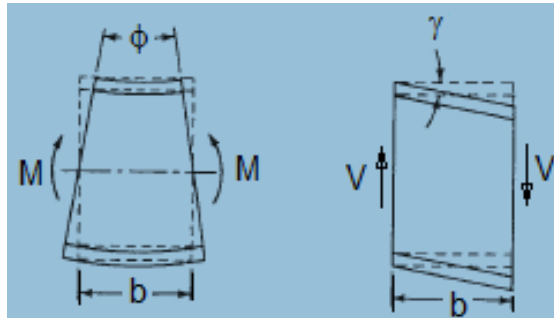


Figura 144. Comparativo das deflexões devida a flexão e esforço cisalhante [Disponível em <http://pt.scribd.com/doc/252487311/Blodgett-2-6-Shear-Deflection-of-Beams#scribd> adaptado. Acesso em 10 Junho 2015]

Corriqueiramente aquela parcela da deflexão total é negligenciada quando trata-se de vigas porque sua contribuição no deslocamento total é muito pequena. Em geral, a deflexão vinculada com flexão explode devida sua dependência com a terceira potência do comprimento da viga, enquanto que a deflexão por cisalhamento é função linear desse. Porém para elementos curtos é importante como enxergado na (Figura 145).

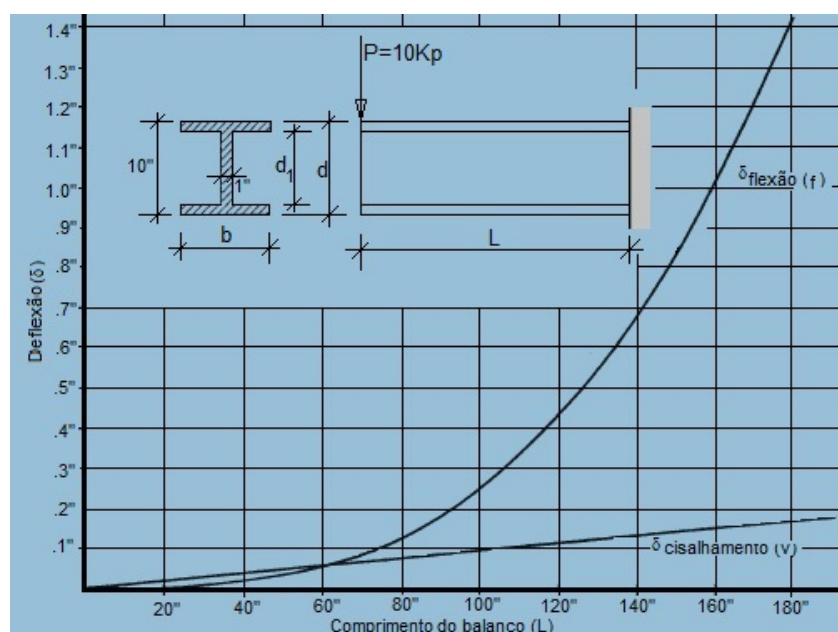


Figura 145. Resultados da análise de deslocamento para viga em balanço contrastando deslocamentos atrelados à flexão e cisalhamento [Disponível em <http://pt.scribd.com/doc/252487311/Blodgett-2-6-Shear-Deflection-of-Beams#scribd> adaptada Acesso. 10 Junho 2015]

A2.1 DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS

Conforme com a (Figura 146) é feita a seguinte análise para incluir na análise os deslocamentos originários do esforço de cisalhamento.

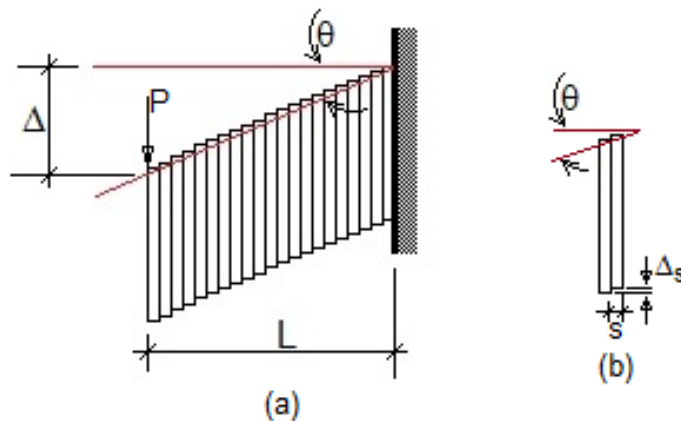


Figura 146. (a) Viga em balanço suposta fatiada. (b). Análise de duas delas.

Partindo das (Figura 146 (a), (b)) são escritas as expressões (A2-1).

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta}{L} \cong \theta \\ \operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta_s}{s} \cong \theta \end{cases} \quad (\text{A2-1})$$

Quando $s \rightarrow 0, \theta \cong \gamma$.

Chamando de fator de forma α à relação entre τ_{mx} e $\tau_{médio}$ como na (A2-2) na qual estão definidos todos os elementos necessários para a determinação de α . Esse fator tem a ver com o fato de que sendo suposta a linearidade a distribuição de tensões oriundas da flexão e conseqüentemente do momento fletor. A sua integral envolvendo esforços cisalhantes apresenta distribuição de tensões parabólica ou de segunda ordem apresentando valores máximos no eixo neutro, mínimos geralmente nas bordas e entre os quais ubica-se um valor médio.

Corriqueiramente, $\alpha = 1.2$ para seção transversal retangular.

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\tau_{mx}}{\tau_{médio}} \\ \gamma_{mx} = \frac{\tau_{mx}}{G} \\ \tau_{médio} = \frac{(V=P)}{A} \end{array} \right. \quad (A2-2)$$

Assim combinando as expressões dadas nas (A2-1) e (A2-2) chega-se na expressão (A2-3) exprimindo deslocamentos por causa do esforço cisalhante.

$$\Delta_v = L \cdot (\theta = \gamma_{mx}) = L \cdot \frac{\tau_{mx}}{G} = L \cdot \frac{\alpha \cdot \tau_{médio}}{G} = L \cdot \frac{\alpha \cdot P}{A \cdot G} \quad (A2-3)$$

A2.2 DEFINIÇÃO DA RIGIDEZ TOTAL QUE LEVA EM CONSIDERAÇÃO DESLOCAMENTOS POR FLEXÃO E POR CISALHAMENTO

Então o deslocamento total Δ_T pode ser expresso pela soma dos deslocamentos oriundos da flexão Δ_f e pelo cisalhamento Δ_v como exprime a (A2-4), na qual é suposto que para o balanço cargado segundo mostra-se na (Figura 146(a)) são conhecidas as propriedades geométricas $A, I_{x,y}$ assim como as propriedades elásticas dos materiais E, μ .

$$\Delta_T = \Delta_f + \Delta_v \rightarrow \Delta_T = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{\alpha \cdot P \cdot L}{G \cdot A} \rightarrow \Delta_T = P \cdot \left[\frac{L^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{\alpha \cdot L}{G \cdot A} \right] \rightarrow P = \left[\frac{3 \cdot E \cdot I \cdot G \cdot A}{G \cdot A \cdot L^3 + 3 \cdot E \cdot I \cdot \alpha \cdot L} \right] \cdot \Delta_T \quad (A2-4)$$

Com o modelo de mola, o termo que acompanha o deslocamento é a rigidez com dimensões de $\left(\frac{F}{L}\right)$ e que vai se denotar na (A2-5) com índice dobro K_{fv} pelo fato de acrescentar os efeitos do cisalhamento aos convencionais vindos da flexão.

$$K_{fv} = \left[\frac{3 \cdot E \cdot I \cdot G \cdot A}{G \cdot A \cdot L^3 + 3 \cdot E \cdot I \cdot \alpha \cdot L} \right] \quad (A2-5)$$

Um último detalhe para encerrar essa discussão é trazido à toa desde a (A2-4) na (A2-6) reconhecendo que o $\Delta_T = \frac{P}{K_T}$.

$$\Delta_T = \left[\frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{\alpha \cdot P \cdot L}{G \cdot A} \right] \rightarrow \Delta_T = \left[\frac{P}{\frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3}} + \frac{P}{\frac{G \cdot A}{\alpha \cdot L}} \right] \rightarrow \frac{P}{K_T} = \frac{P}{K_f} + \frac{P}{K_v} \rightarrow \frac{1}{K_T} = \frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_v} \quad (\text{A2-6})$$

Conclue-se que as rigidezes a flexão e à cisalhamento são somadas como se trata-se de resistores em paralelo.

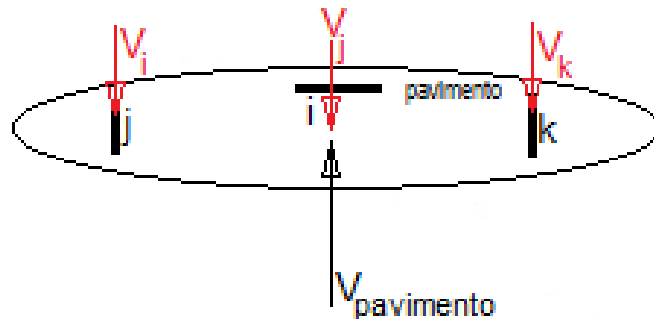


Figura 147. Forças e esforços atuantes num andar tipo

Contanto que a rigidez dos muros sejam adicionadas como resistores em série para se configurar a rigidez total do pavimento como na (A2-7) que é obtida apartir da (Figura 147).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{cases} V_i = \Delta_{pavimento} \cdot K_i \\ V_j = \Delta_{pavimento} \cdot K_j \\ V_k = \Delta_{pavimento} \cdot K_k \end{cases} \\ \begin{cases} V_{pavimento} = V_i + V_j + V_k = \Delta_{pavimento} \cdot K_{pavimento} \\ K_{pavimento} = K_i + K_j + K_k \end{cases} \end{array} \right. \quad (\text{A2-7})$$

Na qual é evidente o fato de que trata-se das rigidezes como resistores em série quando trata-se de considerar a rigidez total do pavimento.

A3 PROCESSO DE DIAGONALIZAÇÃO DE DUAS MATRIZES SIMÉTRICAS NO CASO DO PROBLEMA DE ASSOCIAÇÃO SIMULTÂNEA DE PÓRTICO E MURO NO CASO ASSIMÉTRICO

Existe uma característica interessante que em geral é própria das matrizes de rigidez. Meirovitch (1980) assevera que é frequente em problemas de Dinâmica que o analista se depare com matrizes reais e simétricas como as matrizes de rigidez de um modelo massa-mola, ou as chamadas de $|J|$ e $|S|$ no presente trabalho. Nessas matrizes, qualquer termo J_{rs} é igual ao seu respectivo termo J_{sr} . Ou qualquer termo S_{uv} é igual ao respectivo S_{vu} . Condições que permitem afirmar que qualquer matriz que além de real seja simétrica é suscetível de ser levada para a forma diagonal. Ogata [1995] põe de manifesto que sempre que uma matriz possua diferentes autovalores terá diferentes autovetores linearmente independente. A matriz que tenha autovetores dependentes entre si não poderá ser diagonalizada, que é o caso de matriz com autovalores que se repetem.

Pipes (1963) e o mesmo Meirovitch (1980) disseram que aqueles autovalores que levam a matriz para forma diagonal são sempre reais. Desde a Metodologia de Cholesky que de quando em quando também é conhecida como Método de Banachiewicz, toda matriz simétrica é suscetível de ser exprimida como o produto de duas matrizes triangulares uma inferior e a outra superior [BREBBIA, FERRANTE 1979]. A análise feita por esses autores é generalizada. Contudo aqui é particularizada na tentativa de atingir o próprio problema geral alvo deste trabalho.

Nas (A3-1) estão escritas as matrizes $|J|$ e $|S|$ com as componentes convenientemente indicadas através de índices e com uma análise dimensional. O processo que segue a continuação visa estabelecer um roteiro para diagonalizar ao tempo as duas matrizes. $|J|$ e $|S|$ podem ser ou não simétricas. Porém nesse caso sejam simétricas.

$$\begin{pmatrix} J_{11}[F \cdot L^2] & J_{12}[F \cdot L^2] & J_{13}[F \cdot L^3] \\ J_{21}[F \cdot L^2] & J_{22}[F \cdot L^2] & J_{23}[F \cdot L^3] \\ J_{31}[F \cdot L^3] & J_{32}[F \cdot L^3] & J_{33}[F \cdot L^4] \\ \left[\begin{array}{ccc} S_{11}[F] & S_{12}[F] & S_{13}[F \cdot L] \\ S_{21}[F] & S_{22}[F] & S_{23}[F \cdot L] \\ S_{31}[F \cdot L] & S_{32}[F \cdot L] & S_{33}[F \cdot L^2] \end{array} \right] \end{pmatrix} \quad (\text{A3-1})$$

É necessário salientar que nas expressões da (A3-1) houve uma mudança na notação da seguinte maneira. $1 = a$, $2 = b$, $3 = c$.

Uma rota para se diagonalizar uma matriz muitas vezes parte pela determinação dos seus autovalores e os autovetores a eles vinculados. Geralmente a matriz que diagonaliza é aquela que tenha os autovetores em formato de coluna.

No entanto, no caso atual, o problema define duas matrizes a serem levadas para a forma diagonal. Heading (1958) estabelece que há um caminho que termina com as duas levadas para a condição diagonal almejada. A matriz que tenha aquela potencialidade deve ser feita com autovetores das duas matrizes $|J|$ e $|S|$. O mesmo autor chama de generalização ao processo que descreve-se a seguir e na literatura atual, é conhecido como autovalor e autovetor generalizado. O ponto de partida está na expressão geral dada em (A3-2).

$$|J - e \cdot S| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix} J_{11} - e \cdot S_{11} & J_{12} - e \cdot S_{12} & J_{13} - e \cdot S_{13} \\ J_{21} - e \cdot S_{21} & J_{22} - e \cdot S_{22} & J_{23} - e \cdot S_{23} \\ J_{31} - e \cdot S_{31} & J_{32} - e \cdot S_{32} & J_{33} - e \cdot S_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A3-2})$$

Desde (A3-1) é evidente que e (o autovalor) tem unidades de $[L^2]$. Porém, um exemplo resolvido completamente será esclarecedor nesse ponto.

A3.1 EXEMPLO: Tomado de Heading (1958) porém adotando a notação de matrizes $|J|$ e $|S|$.

Visando levar em consideração as unidades que foram sempre consideradas no decorrer do presente trabalho é mostrado um exemplo cuja resposta é conhecida.

Suponha que as matrizes a diagonalizar simultaneamente sejam as contidas na (A3-3).

$$\left\{ \begin{array}{l} |J| = \begin{vmatrix} 6KNm^2 & -2KNm^2 & 4KNm^3 \\ -2KNm^2 & 2KNm^2 & 0 \\ 4KNm^3 & 0 & 3KNm^4 \end{vmatrix} \\ |S| = \begin{vmatrix} 5KN & -1KN & 4KNm \\ -1KN & 1KN & 0 \\ 4KNm & 0 & 5KNm^2 \end{vmatrix} \end{array} \right. \quad (A3-3)$$

Notando que componentes das duas matrizes poderiam ser negativas só no caso de pertencer à última coluna. Trata-se então de um problema feito com intuito de ilustrar a metodologia e dilucidar com ele as dimensões que teriam os autovalores e as componentes dos autovetores no caso do problema de autovalor e autovetor generalizado escrito na (A3-2).

Na (A3-4) ficam tanto a expressão matricial da (A3-2) como a fatoração do polinômio característico $p(e)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 6KNm^2 - e \cdot 5KN & -2KNm^2 + e \cdot 1KN & 4KNm^3 - e \cdot 4KNm \\ -2KNm^2 + e \cdot 1KN & 2KNm^2 - e \cdot 1KN & 0 \\ 4KNm^3 - e \cdot 4KNm & 0 & 3KNm^4 - e \cdot 5KNm^2 \end{vmatrix} = 0 \\ (e + 1m^2) \cdot (e - 1m^2) \cdot (e - 2m^2) = 0 \end{array} \right. \quad (A3-4)$$

De (A3-4) fica claro que os autovalores são: $e_1 = -1m^2$, $e_2 = 1m^2$, $e_3 = 2m^2$.

Para o primeiro deles $e_1 = -1m^2$ o sistema fica como na (A3-5).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 11m^2 & -3m^2 & 8m^3 \\ -3m^2 & 3m^2 & 0 \\ 8m^3 & 0 & 8m^4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ \begin{cases} x_1 = y_1 \\ x_1 = -m \cdot z_1 \end{cases} \\ \begin{vmatrix} x_1 \\ x_1 \\ -\frac{x_1}{m} \end{vmatrix} = x_1 \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{m} \end{vmatrix} \end{array} \right. \quad (A3-5)$$

Que para um valor arbitrário, por exemplo, $x_1 = 1$ fornece o primeiro autovetor

$$\vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{m} \end{bmatrix}.$$

Conhecido o primeiro dos autovetores é necessário escrever o produto dado na (A3-6) com intuito de achar um número pelo qual dividir o primeiro dos autovetores que será a primeira das colunas da matriz de transformação $|T|$.

$$\begin{aligned} \sqrt{\vec{e}_1^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_1} &= \sqrt{\left| 1, 1, -\frac{1}{m} \right| \cdot \begin{bmatrix} 5KN & -1KN & 4KNm \\ -1KN & 1KN & 0 \\ 4KNm & 0 & 5KNm^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{m} \end{bmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_1^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_1} = \\ &\sqrt{|0, 0, -1KNm| \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{m} \end{bmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_1^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_1} = \sqrt{1KN} = 1\sqrt{KN} \end{aligned} \quad (A3-6)$$

Assim a coluna 1 da matriz de transformação é dada como vetor na (A3-7)

$$T_{i1} = \frac{\vec{e}_1}{\sqrt{\vec{e}_1^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_1}} \rightarrow T_{i1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1\sqrt{KN}} \\ \frac{1}{1\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{1m\sqrt{KN}} \end{bmatrix} \quad (A3-7)$$

No caso do segundo autovetor $e_1 = +1m^2$ o sistema fica dado na (A3-8).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 1m^2 & -1m^2 & 0 \\ -1m^2 & 1m^2 & 0 \\ 0 & 0 & -2m^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{cases} x_2 = y_2 \\ z_2 = 0 \end{cases} \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ x_2 \\ 0 \end{bmatrix} = x_2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (A3-8)$$

Fazendo o processo descrito nas (A3-6) e (A3-7) são obtidas as (A3-9) e (A3-10).

$$\sqrt{\vec{e}_2^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_2} = \sqrt{|1, 1, 0| \cdot \begin{vmatrix} 5KN & -1KN & 4KNm \\ -1KN & 1KN & 0 \\ 4KNm & 0 & 5KNm^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_2^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_2} =$$

$$\sqrt{|4KN, 0, 4KNm| \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_2^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_2} = \sqrt{4KN} = 2\sqrt{KN} \quad (\text{A3-9})$$

$$T_{i2} = \left| \frac{\vec{e}_2}{\sqrt{\vec{e}_2^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_2}} \right| \rightarrow T_{i1} = \begin{vmatrix} \frac{1}{2\sqrt{KN}} \\ \frac{1}{2\sqrt{KN}} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A3-10})$$

Para encerrar o processo e ter a matriz de transformação total são escritas as expressões (A3-12) e (A3-13) a partir da (A3-11) obtida de considerar o terceiro autovalor $e_3 = 2m^2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{vmatrix} -4m^2 & 0 & -4m^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4m^3 & 0 & -7m^4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ x_3 = -m \cdot z_3 \\ x_3 = -\frac{7}{4m} \cdot z_3 \rightarrow z_3 = -\frac{4}{7m} \cdot x_3 \\ \begin{vmatrix} -m \cdot z_3 \\ y_3 \\ -\frac{7}{4m} \cdot z_3 \end{vmatrix} = y_3 \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{A3-11})$$

As primeira e terceira componente ficam zeradas porque é o único jeito para cumprir simultaneamente com as duas condições expressas para x_3 como função de z_3 . E na segunda componente é possível concluir que qualquer um valor de y_3 satisfaz a condição de ficar zero ao se multiplicar pelo 0. Particularizando para $y_3 = 1$ o

terceiro autovetor fica dado como $\vec{e}_3 = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$.

$$\sqrt{\vec{e}_3^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_3} = \sqrt{\begin{vmatrix} 0, 1, 0 \\ 5KN & -1KN & 4KNm \\ -1KN & 1KN & 0 \\ 4KNm & 0 & 5KNm^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_3^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_3} =$$

$$\sqrt{\begin{vmatrix} -1KN, 1KN, 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}} \rightarrow \sqrt{\vec{e}_3^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_3} = \sqrt{1KN} = 1\sqrt{KN} \quad (\text{A3-12})$$

$$T_{i3} = \left| \frac{\vec{e}_3}{\sqrt{\vec{e}_3^T \cdot |S| \cdot \vec{e}_3}} \right| \rightarrow T_{i1} = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A3-13})$$

E coletando os resultados obtidos nas (A3-7), (A3-10) e (A3-13) na matriz de transformação $|T|$ (A3-14) e sua transposta.

$$\left\{ \begin{array}{l} |T| = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{m\sqrt{KN}} & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ |T|^T = \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} & -\frac{1}{m\sqrt{KN}} \\ \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{KN}} & 0 \end{vmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{A3-14})$$

Para verificar se efetivamente a matriz (A3-14) produz o efeito desejado de modo simultâneo nas duas matrizes $|J|$ e $|S|$ são formados os produtos (A3-15) e (A3-16).

$$\begin{aligned}
|T|^T \cdot |J| \cdot |T| &= \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} & -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} \\ \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{KN}} & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 6KNm^2 & -2KNm^2 & 4KNm^3 \\ -2KNm^2 & 2KNm^2 & 0 \\ 4KNm^3 & 0 & 3KNm^4 \end{vmatrix} \\
\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} & 0 & 0 \end{vmatrix} &\rightarrow |T|^T \cdot |J| \cdot |T| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1m^3 \cdot \sqrt{KN} \\ 2m^2 \cdot \sqrt{KN} & 0 & 2m^3 \cdot \sqrt{KN} \\ -2m^2 \cdot \sqrt{KN} & 2m^2 \cdot \sqrt{KN} & 0 \end{vmatrix} \\
\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} & 0 & 0 \end{vmatrix} &\rightarrow |T|^T \cdot |J| \cdot |T| = \begin{vmatrix} -1m^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2m^2 \end{vmatrix} \quad (A3-15)
\end{aligned}$$

$$|T|^T \cdot |S| \cdot |T| =$$

$$\begin{aligned}
\begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} & -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} \\ \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{KN}} & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5KN & -1KN & 4KNm \\ -1KN & 1KN & 0 \\ 4KNm & 0 & 5KNm^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} & 0 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow \\
|T|^T \cdot |S| \cdot |T| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1m \cdot \sqrt{KN} \\ 2\sqrt{KN} & 0 & 2m \cdot \sqrt{KN} \\ -1\sqrt{KN} & 1\sqrt{KN} & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{KN}} & \frac{1}{2\sqrt{KN}} & \frac{1}{\sqrt{KN}} \\ -\frac{1}{m \cdot \sqrt{KN}} & 0 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow |T|^T \cdot |S| \cdot \\
|T| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (A3-16)
\end{aligned}$$

Assinalando dois detalhes. No problema antes resolvido os autovalores e autovetores ficam completamente carentes de interpretação física. E segundo Crandall (1956) os vetores da transformação ficaram normalizados com respeito à matriz $|S|$.

A3.2 APLICAÇÃO NO PROBLEMA PARTICULAR MURO-PAREDE ASSIMÉTRICO

O problema de aproveitar a diagonalização parte expressão geral do problema muro-pórtico (7.24) segundo a (A3-17) onde é feita uma premultiplicação pela transposta da matriz de transformação.

$$-|T|^T \cdot |J| \cdot |U|''' + |T|^T \cdot |S| \cdot |U|' = |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \quad (\text{A3-17})$$

Da (A3-16) é escrita a (A3-18) que aliás contém o produto $|I| \cdot |I|$ exprimidos em termos das $|T|$, $|S|$ e $|T|^T$.

$$\begin{cases} |T|^T \cdot |S| \cdot |T| = |I| \\ |T|^T \cdot |S| \cdot |T| \cdot |T|^T \cdot |S| \cdot |T| = |I| \cdot |I| = |I| \end{cases} \quad (\text{A3-18})$$

Comparando as duas expressões definidas na (A3-18) conclui-se a (A3-19).

$$|T| \cdot |T|^T \cdot |S| = |I| \quad (\text{A3-19})$$

Introduzindo a matriz $|I|$ de um modo conveniente na expressão (A3-17) e aproveitando o resultado obtido na (A3-19) é rescrita a expressão (A3-17) num formato que permita fazer manipulações adicionais na (A3-20).

$$\begin{aligned} -|T|^T \cdot |J| \cdot |I| \cdot |U|''' + |T|^T \cdot |S| \cdot |I| \cdot |U|' &= |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \cdot |I| \rightarrow -|T|^T \cdot |J| \cdot |T| \cdot \\ |T|^T \cdot |S| \cdot |U|''' + |T|^T \cdot |S| \cdot |T| \cdot |T|^T \cdot |S| \cdot |U|' &= |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \rightarrow -|J_d| \cdot |T|^T \cdot |S| \cdot \\ |U|''' + |I| \cdot |T|^T \cdot |S| \cdot |U|' &= |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{vmatrix} a \\ b \\ c \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A3-20})$$

Ainda que a (A3-20) pode ser rescrita segundo a (A3-21).

$$\begin{cases} -|U_d| \cdot |U_T|''' + |I| \cdot |U_T|' = |T|^T \cdot V(z) \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \\ |U_T| = |T|^T \cdot |S| \cdot |U| \end{cases} \quad (\text{A3-21})$$

É importante ter certeza das unidades no caso particular do produto $|T|^T \cdot |S|$. Para isso é escrita a (A3-22) que é uma parcela do resultado dado na (A3-16).

$$|U_T| = |T|^T \cdot |S| \cdot |U| = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1m \cdot \sqrt{KN} \\ 2\sqrt{KN} & 0 & 2m \cdot \sqrt{KN} \\ -1\sqrt{KN} & 1\sqrt{KN} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u[m] \\ v[m] \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_T[m\sqrt{KN}] \\ v_T[m\sqrt{KN}] \\ \varphi_T[m\sqrt{KN}] \end{bmatrix} \quad (\text{A3-22})$$

A4. TORÇÃO EM SEÇÕES ARBITRÁRIAS (TEORÍA DE SAINT VENANT)

A4.1 TORÇÃO DE EIXOS DE SEÇÃO NÃO CIRCULAR (Teoría de Saint Venant)

No caso de torção dos elementos de seção transversal não circular é importante assinalar que a hipótese de que as seções planas antes da deformação permanecem planas depois da deformação não é atendida mais. Na (Figura 148) mostra-se um caso de torção de um elemento com seção transversal diferente da circular onde fica evidente o empenamento que acontece em quaisquer uma seção.

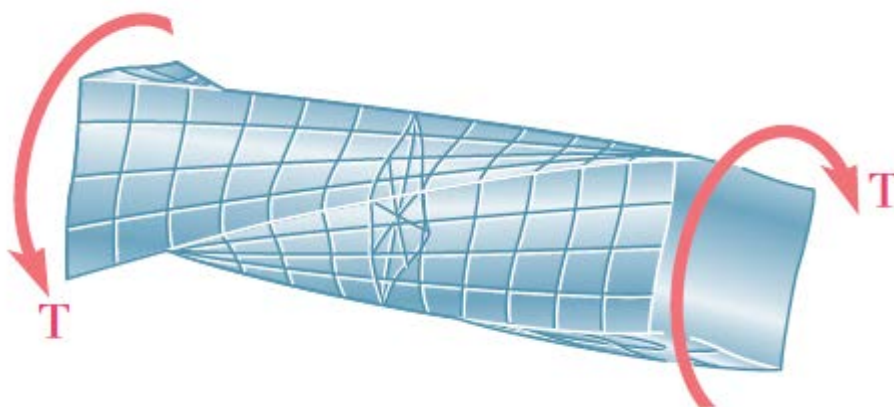


Figura 148. Empenamento [Beer et al. 2012 adaptado]

Este estudo foi acometido pelo Saint-Venant primeiro baixo os mesmos supostos que Coulomb havia levado em conta no problema da seção transversal circular chegando em resultados muito afastados da realidade. Em consequência, achou que teria sentido o introduzir novas hipóteses de análise. Elas foram:

- O deslocamento de quaisquer seção é a soma de dois efeitos: Um giro da seção ao redor do eixo longitudinal e um empenamento que é constante para todas as seções.

- O ângulo por unidade de comprimento é o mesmo para todos os pontos de uma mesma seção. Isto se repete em cada uma seção, porém sendo diferente para cada seção em particular.

A4.1.1 Cinemática do problema

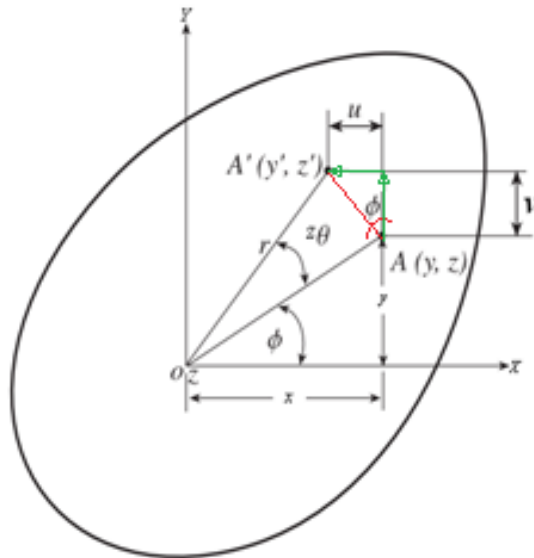


Figura 149. Deslocamentos lineares associados com torção [Boresi, Sidebottom 1985 adaptado]

Conforme à (Figura 149) podem-se exprimir os deslocamentos u e v em termos de rotações e coordenadas do ponto A como na (A4.1).

$$\begin{cases} u = -r \cdot \text{sen}(z \cdot \theta) \cdot \text{sen}\phi \rightarrow u = -r \cdot \text{sen}\phi \cdot \text{sen}(z \cdot \theta) = -y \cdot \theta \cdot z \\ v = r \cdot \text{sen}(\theta \cdot z) \cdot \text{cos}\phi \rightarrow v = r \cdot \text{cos}\phi \cdot \text{sen}(z \cdot \theta) = x \cdot \theta \cdot z \\ w = \theta \cdot F(x, y) \end{cases} \quad (\text{A4.1})$$

Existem alguns comentários que são pertinentes na (A5.1). Como por exemplo, que os sinais acusam que os deslocamentos lineares u e v são contrários e a favor dos sentidos assumidos como positivos para os eixos x e y respectivamente (Figura 149).

Para seções circulares se cumpre que $w = 0$. É dizer, não existe deslocamento dirigido segundo o eixo longitudinal. Contudo, não é assim em seções não circulares onde acontece o empenamento. A relação entre as diferentes variáveis e o deslocamento axial é definida como na terceira linha da (A4.1).

$F(x, y)$ é chamada de função do empenamento que como pode ser enxergada independe da variável z . É dizer que o empenamento é o mesmo para qualquer uma seção transversal (Féodosiev, 1977).

Com as equações dadas na (A4.1) que definem os possíveis deslocamentos são determinadas as componentes de deformação unitária. Na (A4.2) estão definidas as componentes do tensor de deformação $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ que fisicamente são as deformações vindas de tensoes normais.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(-y \cdot \theta \cdot z) = 0 \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(x \cdot \theta \cdot z) = 0 \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(\theta \cdot F(x, y)) = 0 \end{cases} \quad (\text{A4.2})$$

Condição que permite concluir que as tensões normais também são zeradas nesse problema em particular devida à Lei de Hooke.

As distorsiones angulares pelos cortantes vão ser expressas na (A4.3).

$$\begin{cases} \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \rightarrow \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} - y \cdot \theta \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \rightarrow \gamma_{yz} = x \cdot \theta + \frac{\partial w}{\partial y} \end{cases} \quad (\text{A4.3})$$

Aplicando a Lei de Hooke no caso de cisalhamento ficam as tensões de cisalhamento dadas na (A4.4) onde também fica exprimido o tensor de tensões.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}, \tau_{xy} = G \cdot (0) \rightarrow \tau_{xy} = 0 \\ \tau_{xz} = G \cdot \gamma_{xz} \rightarrow \tau_{xz} = G \cdot \left[\frac{\partial w}{\partial x} - y \cdot \theta \right] \\ \tau_{yz} = G \cdot \gamma_{yz} \rightarrow \tau_{yz} = G \cdot \left[\frac{\partial w}{\partial y} + x \cdot \theta \right] \end{array} \right. \\ \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & G \left[\frac{\partial w}{\partial x} - y\theta \right] \\ 0 & 0 & G \left[\frac{\partial w}{\partial y} + x\theta \right] \\ G \left[\frac{\partial w}{\partial x} - y\theta \right] & G \left[\frac{\partial w}{\partial y} + x\theta \right] & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{A4.4})$$

Na (A4.5) fica escrito o equilíbrio.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \rightarrow G \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \rightarrow \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \rightarrow \nabla^2 w = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A4.5})$$

A equação (A4.5) exprime que o Laplaciano da função deslocamento segundo o eixo w deve ser zero.

Essa rota para obter a solução do problema de torção é complicada demais (FEODOSIEV, 1977) e por isso é necessário procurar novos caminhos. Prandtl compreendeu que o problema da torção ficava apresentado por uma equação semelhante a aquela de uma membrana esticada e fixada num contorno igual à área alvo de estudo em torção. Membrana sobre a qual fica atuando uma pressão ascendente.

A5.2 ANALOGIA DA MEMBRANA

Existe uma semelhança entre o problema da torção e a deflexão de uma membrana colocada sobre um furo com mesma forma da seção transversal objeto de estudo e que não necessariamente é de igual tamanho.

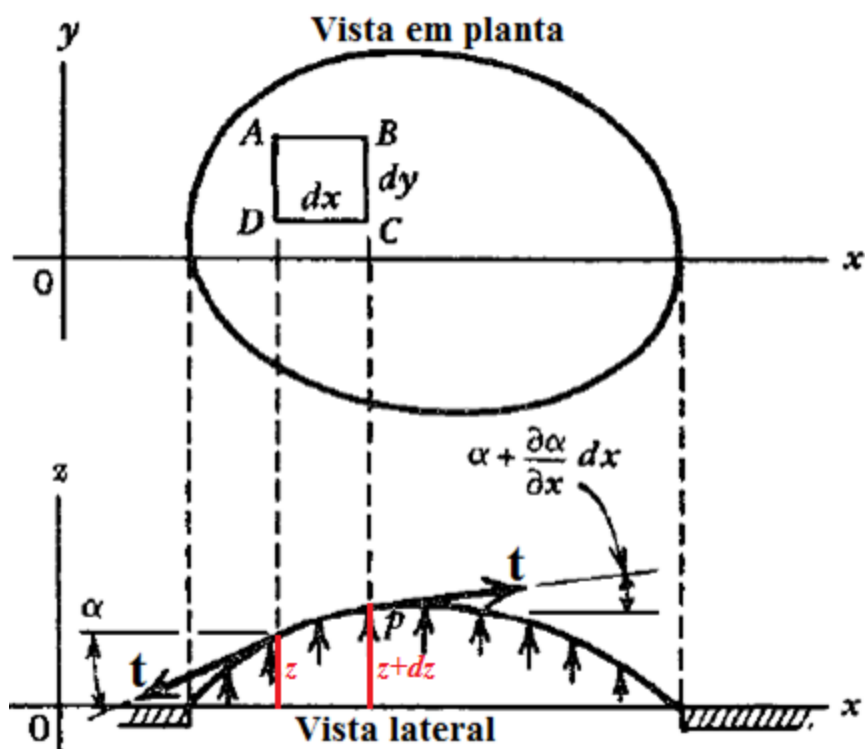


Figura 150. Esquema membrana vistas em planta e lateral [Boresi et al. adaptado]

A membrana não apresenta resistência às tensões cortantes e às tensões originárias da flexão. Só suporta tensões de membrana que atuam no seu próprio plano em todas as direções. Supondo também que a membrana é sujeita a pressão ascendente. Fato que produz esforços expressos como uma tensão t superficial que fica definido por unidade de comprimento com igual magnitude em todas as direções.

Considerando um elemento diferencial de membrana de dimensões dx , dy . z é a altura que atinge a membrana sobre o plano de la sección transversal no borde AD e $z + dz$ é a altura da membrana no borde BC (Figura 150).

Os ângulos α e $\alpha + d\alpha$ são definidos como nas (A4.6).

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{\partial z}{\partial x} \\ \alpha + d\alpha = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) \cdot dx \rightarrow \alpha + d\alpha = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot dx \end{array} \right. \quad (\text{A4.6})$$

É importante lembrar que no plano zy também ocorre uma elevação da membrana com inclinação β e $\beta + d\beta$ como nas (A4.7).

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{\partial z}{\partial y} \\ \beta + d\beta = \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) \cdot dy \rightarrow \beta + d\beta = \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot dy \end{array} \right. \quad (\text{A4.7})$$

Agora escrevendo a somatória de forças na direção vertical nas (A4.8) e (A4.9).

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 \uparrow + \\ p \cdot dx \cdot dy - t \cdot dy \cdot \alpha + t \cdot dy \cdot (\alpha + d\alpha) - t \cdot dx \cdot \beta + t \cdot dx \cdot (\beta + d\beta) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A4.8})$$

$$\begin{aligned} p \cdot dx \cdot dy - t \cdot dy \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + t \cdot dy \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot dx \right) - t \cdot dx \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + t \cdot dx \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot dy \right) = 0 \\ (\text{A4.9}) \end{aligned}$$

E então fica evidente que a (A.4.10) é válida.

$$p \cdot dx \cdot dy + t \cdot dy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot dx + t \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot dy = 0 \quad (\text{A4.10})$$

Que simplificada fica como na (A4.11)

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{p}{t} \quad (\text{A4.11})$$

Para uma seção qualquer de paredes delgadas o momento de torção devido a Saint Venant vai se denotar como T_{sv} . No seguinte se faz a análise de uma barra de espessura t sujeita a um momento de torção segundo seu eixo axial z (Figura 151).

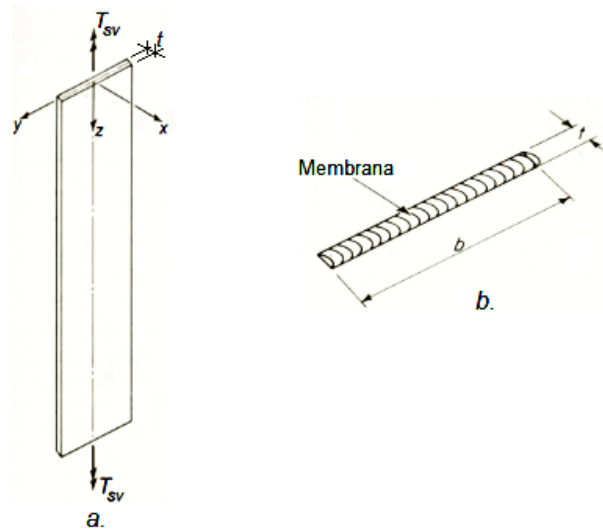


Figura 151. a. Barra elementar de seção retangular sujeita a torção. b. Membrana atrelada à seção $b \times t$.
[Galambos 1968 adaptado]

Galambos (1968) fornece uma tabela resumo da teoria da torção que leva em conta os resultados obtidos para torção de elementos de seção transversal arbitrária via teoria de Saint Venant rigorosa e pela analogia da membrana. Para esclarecimentos maiores com respeito as duas metodologias de análise o anexo 4 aprofunda-se no estudo da resolução exata dos problemas de torção para seção transversal arbitrária (Saint Venant) e deduz a equação diferencial que governa à analogia da membrana. Essas duas equações serão objeto de estudo de agora em diante neste capítulo.

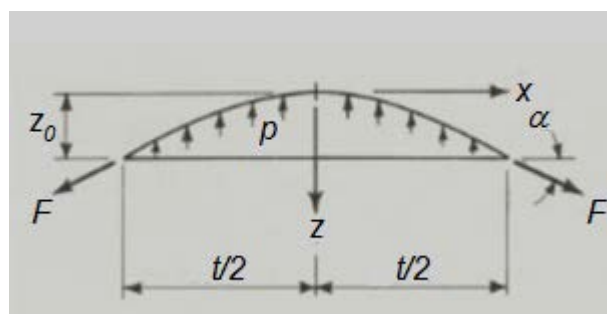


Figura 152. Diagrama de corpo livre da membrana [Galambos 1968].

A (Figura 152) é essencial na análise da membrana que fora considerada na (Figura 151).

Tabela 86. Resumo metodologias de Saint Venant e analogia da membrana para torção [Galambos 1968].

TORÇÃO (Teoria de Saint Venant)	ANALOGÍA DA MEMBRANA
Equação diferencial	Equação diferencial
$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -2 \cdot G \cdot \phi$	$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{p}{t}$
Função de tensões φ	Deflexão z
$-2 \cdot G \cdot \phi = -\frac{p}{t} \rightarrow 2 \cdot G \cdot \phi = \frac{p}{t}$	
Declive membrana: Tensões $\tau_{yz} = \frac{\partial z}{\partial x}$, $\tau_{xz} = \frac{\partial z}{\partial y}$	
Volume membrana: Momento de torção T_{SV}	
$T_{SV} = 2 \cdot \iint \varphi \cdot dx \cdot dy, V_m = \iint z \cdot dx \cdot dy, T_{SV} = 2 \cdot \iint z \cdot dx \cdot dy = 2 \cdot V_m \rightarrow T_{SV} = 2 \cdot V_m$	
T_{SV} Momento de torção, V_m Volume baixo a membrana. ϕ é o ângulo de torção pela unidade de comprimento. É dizer $\phi = \frac{d\theta}{dz} = \theta'$	

A forma geral assumida pela membrana (z) é definida pela expressão quadrática completa (A4.12)

$$z = A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0 \quad (\text{A4.12})$$

Que deve atender as condições de contorno seguintes de conformidade à (Figura 152):

1. $z = 0$ quando $x = 0$
2. $\frac{dz}{dx} = 0$ quando $x = 0$
3. $z = z_0$ quando $x = \frac{t}{2}$

Aplicando elas é obtida a (A4.13)

$$\begin{cases} A_0 = 0 \\ A_1 = 0 \\ A_2 = \frac{4 \cdot z_0}{t^2} \end{cases} \quad (\text{A4.13})$$

E então a solução geral é dada na (A4.14).

$$z = \frac{4 \cdot z_0}{t^2} \cdot x^2 \quad (\text{A4.14})$$

De acordo com a (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**) o volume baixo a membrana é a metade do torque segundo a teoria de Saint Venant. Pelo tanto, a (A4.15) fornece uma expressão para este momento de torção.

$$2 \cdot V_m = T_{SV} \rightarrow T_{SV} = \frac{4}{3} \cdot z_0 \cdot t \cdot b \quad (\text{A4.15})$$

Conhecida a forma adotada pela membrana através da função encontrada para z é passível se achar as tensões via derivadas como fica consignado na (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**) e através da (A4.16).

$$\tau_{yz} = \frac{\partial z}{\partial x} \rightarrow \tau_{yz} = \frac{dz}{dx} = \frac{8 \cdot z_0}{t^2} \cdot x \quad (\text{A4.16})$$

Expressão como derivada ordinária porque o problema que na teoria era tridimensional ficou bidimensional devido à simetria.

Um detalhe interessante que se colige da (A4.16) é que a distribuição de tensões cisalhantes é linear em x . Motivo pelo qual podem se representar como na (Figura 32).

Quando $x = \frac{t}{2}$ a tensão vai ser a máxima como na (A4.17)

$$\tau_{mx} = \frac{4 \cdot z_0}{t} \quad (\text{A4.17})$$

Voltando à (Figura 152) se escreve uma somatória de forças segundo o sentido z para então se obter a (A4.18).

$$\sum F_v = 0 \uparrow + ; p \cdot b \cdot t - 2 \cdot b \cdot T \cdot \text{sen}\alpha = 0 \rightarrow \frac{p}{T} = \frac{2 \cdot \text{sen}\alpha}{t} \quad (\text{A4.18})$$

Para deflexões pequenas da membrana se supõe que $\text{sen}\alpha = \alpha = \frac{dz}{dx} = \tau_{mx}$ com o que a (A4.18) fica como na (A4.19).

$$\frac{p}{T} = \frac{2}{t} \cdot \frac{4 \cdot z_0}{t} \rightarrow \frac{p}{T} = \frac{8 \cdot z_0}{t^2} \quad (\text{A4.19})$$

Porém, da (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**) é claro que é válido escrever (A4.19) como na (A4.20).

$$\frac{p}{T} = \frac{8 \cdot z_0}{t^2} = 2 \cdot G \cdot \phi \quad (\text{A4.20})$$

Igualdade que permite obter o ângulo uma relação entre $4 \cdot z_0$ e ϕ como na (A4.21)

$$4 \cdot z_0 = G \cdot \phi \cdot t^2 \quad (\text{A4.21})$$

Que ao se substituir na (A4.15) exprime o T_{SV} como na (A4.22).

$$T_{SV} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot \phi \cdot t^2 \cdot t \cdot b \rightarrow T_{SV} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3 \cdot G \cdot \phi \quad (\text{A4.22})$$

E definindo a quantidade $J_t = \frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3$ a (A4.22) fica como na (A4.23)

$$T_{SV} = J_t \cdot G \cdot \phi \rightarrow T_{SV} = J_t \cdot G \cdot \theta' \quad (\text{A4.23})$$

E que é definido como na (A4.24).

$$T_{SV} = G \cdot J_t \cdot \frac{d\theta}{dz} \quad (\text{A4.24})$$

Onde J_t é definido segundo na (A4.25) para o caso usual em que se tenham várias barras formando um núcleo.

$$J_t = \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^N b_k \cdot t_k^3 \quad (\text{A4.25})$$

Na qual N é o número de barras elementares ou simplesmente retangulares que compõem o perfil.

A5 PRINCÍPIOS DA DINÂMICA BASEADOS NA ENERGIA

Se bem é certo, as Leis de Newton são de validade inquestionável na resolução de problemas de engenharia para conseguir atingir as expressões do equilíbrio. Hurty, Rubinstein (1967) enfatizam em que há outras rotas alternativas visando escrever equações de equilíbrio de sistemas dinâmicos. Uma delas é através das Equações de Lagrange cujo emprego fornece equações de equilíbrio decorrentes das derivadas das expressões de energia. Alias, o enfoque energético apresenta como vantagem o fato de ser independente do sistema coordenado de referência.

A5.1 COORDENADAS GENERALIZADAS

Na análise de sistemas de engenharia um dos principais conceitos passa pela adoção de um sistema de coordenadas de referência como o quadro da (Figura 153). Nela, há 5 coordenadas u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 que são entendidas como graus de liberdade dada a condição de deslocamentos possíveis.

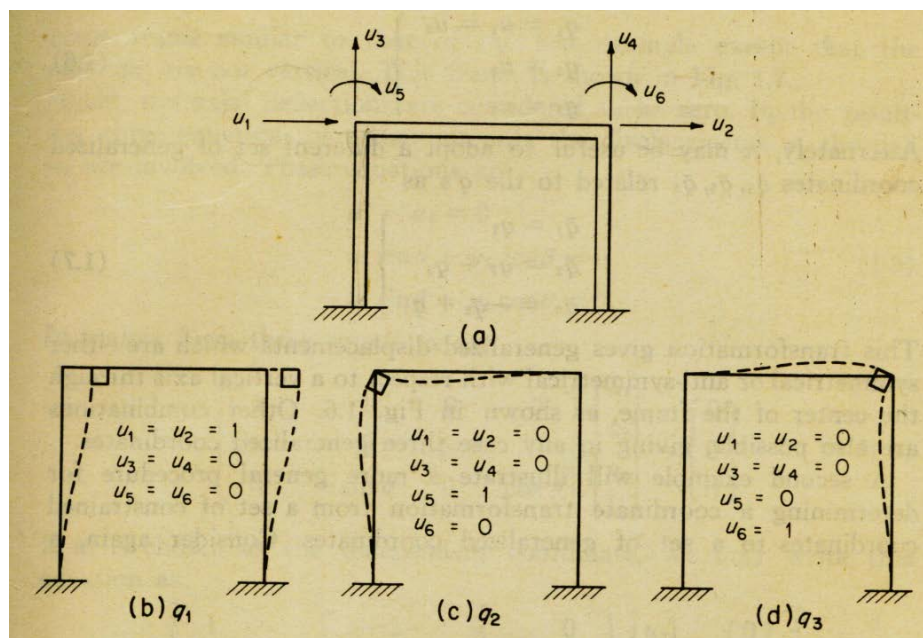


Figura 153. Explicação do conceito de coordenadas generalizadas. (a) Caso geral de definição dos deslocamentos ou graus de liberdade. (b) Primeira coordenada generalizada, deslocamento horizontal concomitante com o grau de liberdade 1 ou 2. (c) Caso de segunda coordenada generalizada, rotação no nó segundo o grau de liberdade 5. (d) Caso de terceira coordenada generalizada, rotação no nó segundo o grau de liberdade 6. [Huty-Rubinstein, 1967]

Alguns deles estão relacionados entre si e serão conhecidos como graus de liberdade dependentes. A dependência implica que o conhecimento de um garante o conhecimento dos outros vinculados a aquele.

Assim, a definição dos graus de liberdade independentes passa por aqueles que não apresentam relação entre si. Aliás, eles são conhecidos como coordenadas generalizadas que geralmente assumem uma representação como " q_i ". Sendo i o índice que representa o número de coordenadas generalizadas. Nesse contexto o conhecimento de um deles não tem nada a ver com o conhecimento dos outros. No final não existe uma relação algébrica entre eles.

A estrutura anterior é suscetível de se modelar com laje rija. Dessa maneira fica garantido que $u_1 = u_2$. E fisicamente se interpreta como que o elemento horizontal não muda de comprimento logo depois de que aconteçam os deslocamentos 1 e 2. A relação entre os deslocamentos 1 e 2 é conhecida como equação de restrição. A equação de restrição garante que por ora conta-se com 5 coordenadas necessárias para definir qualquer posição deformada do sistema. u_1, u_3, u_4, u_5, u_6 . Porém, considerando que os pilares não apresentam variação nos seus comprimentos, é claro que aparecem duas equações adicionais de restrição como $u_3 = 0$ e $u_4 = 0$. Assim o número de graus de liberdade cae de 5 para 3. Os 3 como não podem ser relacionados entre si nem desprezados são os 3 graus de liberdade finais e que serão chamados de coordenadas generalizadas para o problema do quadro e que expresses na (A5-1).

$$\begin{cases} q_1 = u_1 \\ q_2 = u_5 \\ q_3 = u_6 \end{cases} \quad (A5-1)$$

Certamente a redução em graus de liberdade é devida ao fato de que se supõem elementos indeformáveis por carga axial. No caso em que se considerassem deslocamentos axiais nos elementos pilares e vigas, os graus de liberdade e as coordenadas generalizadas seriam 6 sem nenhum tipo de redução.

As forças atuantes segundo o grau de liberdade representado pelas coordenadas generalizadas são chamadas de forças generalizadas e geralmente são representadas com a letra Q_i .

A5.2 PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS

Este princípio estabelece o equilíbrio do sistema mecânico. É uma ponte que comunica a Mecânica Newtoniana com a Mecânica Lagrangiana (MEIROVITCH, 1970).

Supondo uma partícula i de um sistema que pode ser um corpo constituído por N delas e sobre a qual atuam um conjunto de forças cuja resultante é chamada de \vec{R}_i é analisado o equilíbrio. Nessa condição cumpre-se a identidade $\vec{R}_i = \vec{0}$ para cada partícula. Assim o produto que representa o trabalho virtual δW do sistema é escrito como na (A5-2) com a consideração de que é uma somatória que estende-se a todas as partículas.

$$\delta W = \sum_{i=1}^N \vec{R}_i \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad (\text{A5-2})$$

A força \vec{R}_i é resultado de acrescentar vetorialmente as forças reativas \vec{F}_{ri} as ativas \vec{F}_{ai} , pelo tanto a (A5-2) fica como na (A5-3) que simplificada através do conceito conhecido de que as forças reativas não produzem trabalho atuando através de deslocamentos consistentes com as restrições do sistema.

$$\delta W = \sum_{i=1}^N (\vec{F}_{ri} + \vec{F}_{ai}) \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \rightarrow \delta W = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{ai} \cdot \delta \vec{r}_i = 0 \quad (\text{A5-3})$$

É dizer, o trabalho feito pelas forças ativas ao longo de um deslocamento coerente com as condições de restrição é zero. Há um detalhe interessante que deve ser estabelecido nesse ponto. Os deslocamentos $\delta \vec{r}_i$ não necessariamente são independentes entre si, porque um deles é vinculado com outro. E pelo tanto, é muito cedo para dizer que $\vec{F}_{ai} = \vec{0}$. Porém se a análise fosse feita partindo de forças e coordenadas generalizadas sim poderia se concluir alguma coisa nesse sentido.

Assim, considerando que $q_k (k = 1, 2, \dots, m)$ é uma coordenada generalizada qualquer e que as forças $Q_k (k = 1, 2, \dots, m)$ são forças generalizadas.

A nova expressão equivalente à (A5-3) é dada na (A5-4) e portanto nela os deslocamentos virtuais δq_k tem garantia de serem independentes. Com o qual a conclusão de que $Q_k = 0$ tem completa validade.

$$\sum_{k=1}^m Q_k \delta q_k = 0 \quad (\text{A5-4})$$

O princípio dos trabalhos virtuais é válido em problemas estáticos. Para contornar essa problemática D'Álembert propôs uma rota que leva o sistema a uma condição de equilíbrio dinâmico.

A5.3 PRINCÍPIO DE D'ALEMBERT

De um jeito grosso, pode ser exprimido partindo da equação de movimento de Newton como na (A5-5).

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow \sum F - m \cdot a = 0 \quad (\text{A5-5})$$

Onde a força atrelada à massa é chamada de força inercial.

Em termos vetoriais e na retoma do rigor, escreve-se a (A5-6).

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i - m_i \cdot \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{0} \quad (\text{A5-6})$$

O termo $\sum \vec{F}_i$ pode se decompor em forças ativas e reativas. Assim a (A5-6) é rescrita na (A5-7) que veicula uma expressão para o trabalho total.

$$\sum_{i=1}^N (\vec{F}_{ai} + \vec{F}_{ri}) - m_i \cdot \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{0} \quad (\text{A5-7})$$

A6 MÉTODO DE RAYLEIGH PARA A DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO

A equação diferencial de movimento para um sistema não amortecido em vibração livre é suscetível de ser obtida mediante ideias fundamentadas em energia que podem ser escritas da seguinte maneira:

“Em ausência de forças externas atuando sobre o sistema e sem dissipação de energia pela causa do amortecimento, a energia total do sistema deve ficar constante durante todo o movimento e por tanto sua derivada temporal deve ser nula”. (PAZ 1991).

O balanço de energia fica como na (A6.1).

$$ET = EP + EK \quad (A6.1)$$

Onde ET é a energia total do sistema, EP é a energia potencial; EK é a energia cinética baseado na (Figura 154).

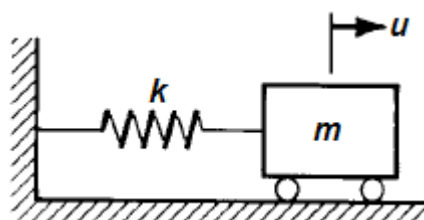


Figura 154. Sistema massa-mola. Paz 1991

A componente cinética da ET é expressa na (A6.2).

$$\left\{ \begin{array}{l} EK = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{u}^2 \\ EP = - \int_0^u -k \cdot u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot k \cdot u^2 \end{array} \right. \quad (A6.2)$$

Com \dot{u} a velocidade instantânea da massa. No referente à energia potencial, pode-se dizer que na mola aparece uma força de magnitude ku toda vez que se dá um

deslocamento u . Para um pequeno incremento do deslocamento du a partir do equilíbrio a força na mola ainda é ku e então o diferencial de trabalho é $-k \cdot u \cdot du$ com signo negativo porque a força na mola atua em sentido contrário ao do deslocamento. A energia potencial é o valor deste trabalho com signo oposto. Lembrando da definição: $\pi = U - W$.

A energia potencial se interpreta como o trabalho feito por uma força concentrada P que se incrementa desde zero até seu valor final $P = k \cdot u$.

A somatória das energias é constante. Pelo tanto é válido escrever a igualdade (A6.3) na qual também foi considerada a derivada igualada a zero com a qual seja factível garantir uma condição extrema (máximo ou mínimo).

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot u^2 = C \\ m \cdot \dot{u} \cdot \ddot{u} + k \cdot u \cdot \dot{u} = 0 \rightarrow \dot{u} \cdot [m \cdot \ddot{u} + k \cdot u] = 0 \rightarrow m \cdot \ddot{u} + k \cdot u = 0 \end{cases} \quad (\text{A6.3})$$

A (A6.3) na sua segunda linha exprime a condição de equilíbrio porque $\dot{u} \neq 0$.

Supondo um movimento harmônico é passível se escrever a função do deslocamento da forma (A6.4) e sua derivada para ter todas as variáveis da (A6.5).

$$\begin{cases} u = A \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t + \varphi) \\ \dot{u} = \omega_n \cdot A \cdot \text{cos}(\omega_n \cdot t + \varphi) \end{cases} \quad (\text{A6.4})$$

Os valores máximos nas expressões dadas na (A6.4) são A chamada de amplitude e $\omega \cdot A$, respectivamente. Máximos valores que não acontecem simultaneamente devido ao desfase de $\frac{\pi}{2}$ existente entre as funções seno e cosseno de um mesmo argumento. O interessante é que quando uma delas atinge o seu máximo valor a outra fica zerada. Isto acontece cada quarto de período $\frac{\pi}{2}$ lembrando que o período de uma função senoidal é $2 \cdot \pi$.

Isso significa que quando $\dot{u} = 0$, $u = u_{mx} = A$. Toda a energia é potencial. Assim mesmo, quando $u = 0$ então $\dot{u} = \dot{u}_{mx} = \omega \cdot A$. Significando que toda a energia é cinética agora, pelo tanto a (A6.5) é válida. Na mesma equação é exprimido o fato de que o conteúdo de energia total é constante em ausência de forças de atrito.

$$\begin{cases} ET = EP_{mx} \\ ET = EK_{mx} \\ EP_{mx} = EK_{mx} \end{cases} \quad (A6.5)$$

Expressando os dois termos da última linha da (A6.5) em função das variáveis máximas reconhecendo que $EP_{mx} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot u_{mx}^2$ e $EK_{mx} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{u}_{mx}^2$ que ao serem igualadas permitem escrever a (A6.6)

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot u_{mx}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{u}_{mx}^2 \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{\dot{u}_{mx}^2}{u_{mx}^2} \rightarrow \frac{k}{m} = \left(\frac{\omega_n \cdot A}{A} \right)^2 \rightarrow \omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (A6.6)$$

Rota alternativa para se achar a frequência natural de oscilação do sistema modelado como mala-mossa que bem pode ser um prédio onde a massa é concentrada nos diversos pavimentos e a rigidez é fornecida pelos elementos verticais para resistência a carregamento lateral.

Esquemáticamente o raciocínio baseado em considerações energéticas é expresso em forma gráfica na (Figura 155).

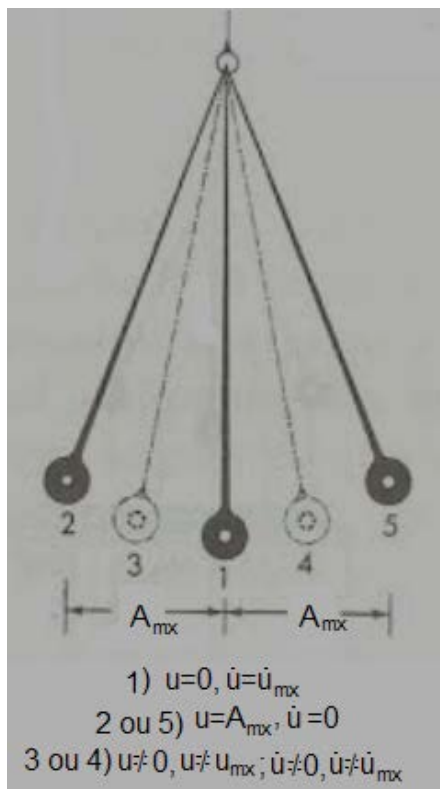


Figura 155. Análise de Energia no pêndulo simples [Disponível em <http://paginaspersonales.deusto.es/airibar/Fonetica/Apuntes/03.html>. Acesso 19 Abril 2014 adaptado]

A5.3 APLICAÇÃO NA DINÂMICA

Considerando uma viga engastada (Figura 156) de longitude L carregada com massas.

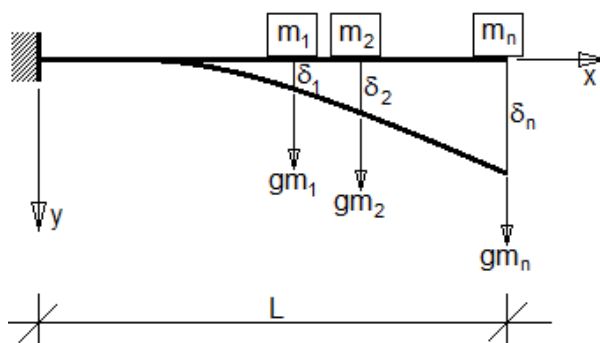


Figura 156. Viga em balanço

Para aplicar Rayleigh é necessário conhecer ou escolher uma curva elástica que aproximadamente possa descrever a forma que a estrutura assumirá durante a vibração.

Segundo a mesma figura $\delta_1, \delta_2, \delta_n$ são os deslocamentos que acontecem baixo as massas m_1, m_2 e m_n respetivamente.

A energia potencial total é a somatória das energias geradas pela aplicação das cargas e fica como na (A6.7).

$$EP = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot g \cdot \delta_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot g \cdot \delta_2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot g \cdot \delta_n = \frac{1}{2} \cdot g \sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i \quad (\text{A6.7})$$

Para movimento harmônico em vibração livre as velocidades máximas baixo as massas seriam $\omega_n \cdot \delta_1, \omega_n \cdot \delta_2, \omega_n \cdot \delta_n$. No último termo é importante insistir em que os dois índices são referidos a condições distintas. ω_n apresenta a frequência circular natural da estrutura entanto que δ_n é o deslocamento embaixo da enésima massa. Trata-se por tanto de uma lamentável notação. Então a energia cinética máxima vai ser como na (A6.8).

$$EC = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (\omega_n \cdot \delta_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot (\omega_n \cdot \delta_2)^2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot (\omega_n \cdot \delta_n)^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega_n^2 \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i^2 \quad (\text{A6.8})$$

Igualando os dois conteúdos de energia das (A6.7) e (A6.8) se chega na (A6.9) para a frequência natural circular de vibração.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i^2}} \quad (\text{A6.9})$$

E desde a (A6.9) se obtêm a (A6.10) que é a expressão comum dos códigos para a estimativa do período natural de oscilação para a estrutura. Período natural porque fora obtido da frequência circular natural.

$$T_n = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_n} \rightarrow T_n = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^n m_i \cdot \delta_i}} \quad (\text{A6.10})$$

REFERÊNCIAS

- A BÍBLIA Sagrada. (1969). São Paulo: Sociedade Bíblica do Brasil.
- ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas: 15421: 2006) **Projeto de Estruturas Resistentes a Sismos- Procedimento.**
- ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas: 6118:2003) **Projeto de Estruturas de Concreto Reforzado.**
- ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas: 6122:2010) **Desempenho das fundações.** Parágrafo 9.
- AGUIAR, F.R. (2008). **Análisis sísmico de edificios.** Quito: Escuela Politécnica del Ejército.
- ALI, M.M.; MOON, K.S., Structural developments in tall buildings current trend and future prospects. **Architectural Science Review.** V. 50.3, p. 205-223, 2007
- ALI, M.M.; KODMANY, K. A. Tall buildings and urban habitat of the 21st century: A global perspective. **buildings**,V. 2, p. 384-423, 2012.
- AREIZA, P. G.; KOSTEM, C.L. **Interaction of reinforced concrete frame-cracked shear wall systems subjected to earthquake loadings.** Fritz Engineering Laboratory Report N. 433.4 (1979). Disponível em:< <http://preserve.lehigh.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1503&context=enr-civil-environmental-fritz-lab-reports>>. Acesso em: 7 Setembro de 2015.
- BALENDRA, T. **Vibration of buildings to wind and earthquake loads.** Springer Verlag London 1993.
- BATA, M.; PLACHY, V. **Analysis of dynamic effects on engineering structures. Developments in civil engineering.** Elsevier Science Publishers Praga Checoslovaquia 1987.
- BAZÁN, E.; MELI, R. **Diseño sísmico de edificios.** México: Limusa Noriega 1992.
- BEER, F. P.; JOHNSTON. E.R.; DE WOLF, J.T.; MAZUREK. D.F. **Mechanics of Materials.** 6a ed. USA 2012.838p.
- BERNARDI, F. D.; CAMPOS, F. A.; RODRIGUES, P.A. Análise tridimensional de edifícios altos de concreto armado com a presença de paredes estruturais. **Teoría e prática na Engenharia Civil.** n.16. p.43-53. Outubro 2010.
- BIGGS, J. **Introduction to structural dynamics.** Mc Graw Hill Companies. USA June 1964.

BINTI, N; **Frame Analysis of reinforced concrete shear walls with openings.** Universiti Teknologi Malaysia (2007).

BORESSI, A. P. **Advanced Mechanics of Materials.** 2a ed. John Wiley & Sons. USA.1986.784p.

BREBBIA, C.A.; FERRANTE, A.J. **Computational methods for the solution of engineering problems.** Pentech Press Limited 2a ed. U.K. 1979.

BUYUKOZTURK, O.; GUNES, O. **High rise buildings: Evolution and innovations.** Disponível em: <http://web.mit.edu/liss/archive/IST_documents/CIB_Toronto_05-04.pdf>.

CHENG, F. Y. **Matrix analysis of structural dynamics: Applications and earthquake engineering (Civil and environmental engineering)** CRC Press; 1a ed. 2000.

ÇELEBI, M. GPS in dynamic monitoring of long period structures. **Soil dynamics and earthquake engineering** 20: 477-483.

CHITTY, L. **On the cantilever composed of a series of parallel beams interconnected by cross bars.** Phil. Magazine. V38. London Outubro 1947.

CISNEROS ÁLVAREZ, C.M. **Evaluación de criterios de distribución del cortante por torsión sísmica estática.** Tese graduação engenharia civil. Instituto Politécnico Nacional. México D.F Mayo 2003.

CLARK, S.K. **Dynamics of continuous elements.** Prentice hall international series in dynamics. USA April 1972.

CLOUGH R. W. PENZIEN J. **Dynamics of structures** 3a ed. Computers and Structures USA 2003.

COULL, A. **Free vibrations of regular symmetrical shear wall buildings.** Building Science, v.10, N.2. pp 127-133, Julho 1975.

CRANDALL, S.H. **Engineering analysis, A survey of numerical procedures.** Mc Graw Hill Book Company, INC. USA 1956.

DOBRY R. **Lecciones aportadas por el terremoto de Caracas a la incorporación del efecto de amplificación del suelo en los códigos sísmicos.** Conferência para a comemoração dos 30 anos do terremoto Caracas, 1997. Disponível em: <<http://www.funvisis.gob.ve/archivos/www/terremoto/Papers/Doc020/doc020.htm>>. Acesso em: 7 Setembro de 2015.

DE MIGUEL TEJADA, A. (2011). **Análisis dinámico de estructuras en el dominio de la frecuencia.** Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.

DEL VALLE CALDERÓN. (2010) **Las estructuras en el bicentenario de la Independencia de México**. Conferência: “El efecto de los sismos en las construcciones” Facultad de Ingeniería UNAM. Disponível em: <<http://www.imcyc.com/revistacyt/nov10/sector.htm>> acesso 04/05/2013.

DRAHNAK, M. **Earthquake triggered landslides in California**. 2014

DRYSDALE, R. G.; HAMID, A.A.; BAKER, L.R. **Masonry structures. Behavior and design**. Prentice Hall. Inc USA 1994.

Earthquake resistant design. According to 1997 UBC. Disponível em: <<http://site.iugaza.edu.ps/sshihada/files/2012/02/Handout-11-12.pdf>>. Acesso em: 7 Setembro de 2015.

EARTHQUAKES SINCE 1898 BY MAGNITUDE. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/idvsolutions/7439877658/sizes/o/in/photostream/>>. Acesso em: 11 Novembro de 2014.

ENGLEKIRK R. E. **Seismic design of reinforced and precast concrete buildings**. John Wiley & Sons, Inc. USA 2003.

ERNESTO, M.; BRENHA, R.F. (2011) **Risco Sísmico e Usinas Nucleares**. Departamento de Geofísica IAG-USP.; Revista USP São Paulo.n.91, p.64-75 setembro/novembro 2011.

ESTADÃO. **A ‘maldição do arranha céus’ existe?**. Disponível em: <<http://www.estadao.com.br/noticias/geral,a-maldicao-do-arranha-ceu-existe,1659692>>. Acesso em 10 Setembro de 2015.

FEMA NATIONAL US&R RESPONSE SYSTEM. (2013). **Structural collapse technician training manual module 1c structural engineering systems part 2 collapse patterns**. Disponível em: <<http://www.w1npp.org/ARES/BUILD1~1.PDF>>. Acesso em: 26 Apr. 2013.

FEMA **Earthquake effects in buildings**. Disponível em: http://www.fema.gov/media-library-data/20130726-1556-20490_0102/fema454_chapter4.pdf

FÉODOSIEV, V. **Resistência dos Materiais** 2.ed. Traduzido por K. Asryontz. Porto: Lopes da Silva, 1977.

GALAMBOS, T.V. **Structural members and frames (Prentice Hall series in structural analysis and design)**. Prentice Hall. USA. 1968.

GARDUÑO-MONROY et al. **Zonificación de los períodos naturales de oscilación superficial em la ciudad de Pátzcuaro. Michoacán México com base em microtemores y estúdios de paleosismología**. Revista mexicana de Ciencias Geológicas v26. Num 3, 2009 pp 623-637

GOEL, R.K; CHOPRA, A.K. (1997). Period formulas for moment-resisting frame buildings. **Journal of structural engineering.**, v.23(11) 1454-1461.

GHOSH, S.K., DOWTY SUSAN.S.E., 2006 IBC Section 1605.2.1: **Seismic Strength Design Load Combinations**. Disponível em: < <http://cenews.com/article/5742/2006-ibc-section-1605-2-1-seismic-strength-design-load-combinations>>. Acesso em 11 de Setembro de 2015.

GUSMÃO, A.D. **Interação solo estrutura em edifícios. Estudo de casos**. UPE e IFPE. Encontro mensal ABECE São Carlos SP. 11 Junho de 2015.

HEADING, J. **Matrix theory for physicists**. Longmans, Green and Co Ltda. UK 1958

HUMAR, J.L. **Dynamics of structures**. A.A. BALKEMA PUBLISHERS 2a edição Holanda 2002.

HUMAR J., MAHGOUB, M.A **Determination of seismic design forces by equivalent static load method**. NRC Research Press (<http://cjce.nrc.ca>) Abril 2003 p287-307.

HURTY, W.C; RUBINSTEIN, M. F. **Dynamics of structures**. Prentice Hall of India Private Limited India 1967.

INDIAN STANDARD **Criteria for earthquake resistant design of structures** (1986) Disponível em:< <https://law.resource.org/pub/in/bis/S03/is.1893.1984.svg.html>>. Acesso em: 7 de Setembro de 2015

ISHIHARA, K. Liquefaction of subsurface soils during earthquakes. **Journal of Disaster Research**. V1. N. 2. 2006.

JAEGER, L.G.; MUFTI, A.A.; MAMET,J.C. The structural analysis of tall buildings having irregularly positioned shear walls. **Building science**. p.11-22 Inglaterra 1973.

JOURNAL ABC, Madrid, 20 sept. 1985. Disponível em:<<http://hemeroteca.abcdesevilla.es/detalle.stm>>. Acesso em: 19 abr. 2013.

JUAREZ B, E.; RICO R, A. **Mecánica de suelos. Fundamentos de la Mecánica de suelos**. LIMUSA S.A de C.V México 2005.

KEEFER, D.K. Landslides caused by earthquakes. **The geological society of America Bulletin**. v.95 pp 406-421 Abril 1984.

KLEMENCIC, R. **Seismic design guidelines for tall buildings**. CTBUH 2011 World Conference. Seúl Coréia Outubro 10-12 2011. Why Tall?. Green, Safety & Humanity. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4ysvuHG_AU8>. Acesso em: 6 Setembro de 2015.

KLEMENCIC, R.; LI G.Q. **Performance based seismic design**. International. Best Practices. A World View ACI 2013. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=V72vQVXkl5w>. Acesso em: 7 Setembro de 2015.

KLEMENCIC, R. **Why are tall buildings often considered safer than low rise buildings during earthquakes?**. Ask a CTBUH expert: Ron Klemencic (2014).

KRAMER, S. **Geotechnical earthquake engineering**, Prentice Hall-Inc 1a Ed. USA 1996

KODMANY, K.A **The logic of vertical density: Tall buildings in the 21st century city**. International Journal of High Ris Buildings. V1. N.2 June 2012. 131-148.

LAIER, J.E. **Análise das vibrações livres de edifícios pela técnica do meio contínuo**. São Carlos: EESC/USP (1978).

LAIER, J.E. **Estudo do comportamento dinâmico de estruturas de edifícios altos pela técnica do médio contínuo**. São Carlos: EESC/USP (1984).

LAM , K.M et al. **Dynamic wind loading of H-shaped tall buildings**. The seventh Asia Pacific Conferencia on Wind Engineering November 8-12, 2009 Taipei Taiwan

LAMBE, T.W.; WHITMAN, R. **Soil mechanics**. New York: John Wiley (1969).

LIBRARY OF CONGRESS. **San Francisco earthquake and fire**. April 18, 1906. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FOwWmt9NBM0>. Acesso em: 7 Setembro de 2015.

MANCINI, E. (1973). **Análise contínua de estruturas de edifícios elevados sujeitos á ação do vento**. São Carlos: EESC/USP. Apostila, 065.

MANSFIELD, E.H.; YOUNG, D.H. **Stephen Prokofievitch Timoshenko**. Elected for Mem. R.S 1944.

MEIROVITCH, L. **Methods of Analytical Dynamics**. Mc Graw Hill Book Company. USA. 1970.

MEIROVITCH, L. **Elements of Vibration Analysis**. International Studen Edition.Mc Graw-Hill, Inc. USA. 1975.

MEIROVITCH, L. **Computational Methods in Structural Dynamics**. Holanda. Springer Netherlands. 1980.

MELI, P. R.; BAZÁN. E. **Diseño sísmico de edifícios**. México. Limusa. 1985.

MELI, P.R. **Diseño estructural**. 2.ed. México Limusa Noriega 2002.

MURASHEV, SIGALOV, BAIKOV. **Design of reinforced concrete structures.** Moscú: Mir. 1968.

MUTO, K. Seismic analysis of reinforced concrete. **Design of earthquake resistant structures.** Tokyo 1956.

NATIONAL BUILDING CODE OF INDIA (2005). Disponível em: <<https://law.resource.org/pub/in/bis/S03/is.sp.7.2005.pdf>>. Acesso em: 10 de Setembro de 2015.

NBR-88 **Norma Brasileira 88.** (1988).

NSR-98 Capítulo H.5 **Suelos licuables y otros efectos sísmicos** (1998). Disponível em: < <http://www.eird.org/cdfororegional/pdf/spa/doc13995/doc13995-3e.pdf>>. Acesso em 10 de Setembro de 2015.

NSR – 10: **Norma Sismo-resistente colombiana.** (2010).

OGATA, K. **Discrete time control systems.** Prentice Hall. Inc 2a ed. USA 1995.

PARK, R., PAULAY, T. **Reinforced concrete structures.** Wiley 1a ed. USA Julho 1975.

PAULAY, T.; PRIESTLEY, M. **Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings.** 1a ed. New York: John Wiley and Sons Inc (1992).

PAZ, M. **Structural dynamics. Theory and computation.** 3a ed. Springer 1991.

PECKER Alain. **Soil behaviour under cyclic loading** **ADVANCED EARTHQUAKE ENGINEERING ANALYSIS** **CHAPTER 1**
<http://link.springer.com/book/10.1007/978-3-211-74214-3/page/1#page-1>

PERSPECTIVA HISTORIOGRÁFICA. (1973). **Incêndio en el edificio Avianca 1973.** Disponível em:<<http://historiografica.wordpress.com/2009/06/18/incendio-en-el-edificio-de-avianca-1973/>>. [Acesso em: 17 abr. 2013.](#)

PIPES, L. **Matrix methods for engineering.** Prentice Hall International. Series in applied mathematics. USA 1963.

RAHMAN A.; FANCY,F S.; BOBBY S,A. **Analysis of drift due to wind loads and earthquake loads on tall structures by programming language c.** International Journal of Scientific & Engineering Research, v. 3 Issue 6 June 2012.

REDACCIÓN NEGOCIOS EL ESPECTADOR. **El edificio más alto de América Latina está vacío.** Disponível em: <<http://www.elespectador.com/noticias/economia/el-edificio-mas-alto-de-america-latina-esta-vacio-articulo-581357>>. Acesso em 7 Setembro de 2015.

REKACH. V.G. **Problemas de la Teoría de la Elasticidad.** Traduzido por:García Enrique. Rusia: Mir.1978.

RESPUESTA SÍSMICA DE LOS SUELOS. Disponível em:
<<http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/3363/7/36067-7.pdf>> Acesso em:
7 Setembro de 2015.

REYNOSO E. **Riesgo sísmico de la Ciudad de México**. México D.F 2007
<http://academiadeingenieriademexico.mx/archivos/coloquios/2/Riesgo%20sismico%20de%20la%20Ciudad%20de%20Mexico.pdf>.

ROGERS, G, L. **Dynamics of framed structures**. John Wiley & Sons USA 1959.

ROSENBLUETH, E. **Diseño de estructuras resistentes a sismos**. Editorial Limusa S.A de C.V México 1991.

SARRIA, A. (1992). **Ingeniería sísmica**. Bogotá: Ed.Uniandes.

SCHULZ, E.; SIMMONS, W. **Offices in the sky (1959)**
http://www.jstor.org/stable/3101316?seq=1#page_scan_tab_contents

SAWADA, S. (2004). **A simplified equation to approximate natural period of layered ground on the elastic bedrock for seismic design of structures**. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver B.C Canadá.

SHAFEI, A.; ALIREZAEI, M. Evaluation of the fundamental period of vibration of irregular steel structures. **International journal of engineering sciences & research technology** 2014.

Shear deflection in beams. Disponível em:
<<http://pt.scribd.com/doc/252487311/Blodgett-2-6-Shear-Deflection-of-Beams#scribd>> . Acesso em: 7 Setembro de 2015.

STAFFORD, S.B.; COULL, A. (1991). **Tall building structures: analysis and design**. New York: John Wiley & Sons, Inc.USA 1991.

STAMATO, M.C. (1972). **Associação contínua de painéis de contraventamento**. 3.ed. São Carlos: EESC/USP. Apostila, 157.

STAMATO, M.C. (1977). **Distribuição das cargas do vento entre os painéis de contraventamento**. 3.ed. São Carlos: EESC/USP. Apostila.

TAMARINI DE M. et al. **Procedimentos teóricos para análise sísmica em edificações**. TCC para o curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Anhembi de Morumbi. São Paulo 2011.

TARANATH, B. S. **Structural Analysis and Design of Tall Buildings**. McGraw-Hill Inc. USA. 1988.

THE ECONOMIST. **Towers of Babel** (2015). Disponível em:<<http://www.economist.com/news/finance-and-economics/21647289-there-such-thing-skyscraper-curse-towers-babel>>. Acesso em: 6 Setembro de 2015.

USGS SCIENCE FOR A CHANGING WORLD. (2012). **Earthquake hazards program: historic earthquakes.** Disponível em:<http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/events/1964_06_16.php>. Acesso em: 21 Abril de 2013.

VARADHARAJAN, S. **Study of irregular RC buildings under seismic effect.** Thesis. National Institute of Technology Kurukshetra. Índia, 2014.

VIBRATIONDATA. **Kobe 1995.** Disponível em: <<http://www.vibrationdata.com/earthquakeindex.htm> >. Acesso em: 8 de Setembro de 2015.

VIJAYENDRA, K.V; PRASAD,S.K; NAYAK,S (2010). **Computation of fundamental period of soil deposit. A comparative study.** Indian Geotechnical Conference. IGS Mumbai Chapter & IIT Bombay.

WANG, J.; ENGLEKIRK, R.E. **The impact of strength on the seismic performance of frames.** European School for advanced studies in reduction of seismic risk. Istituto Universitario di Studi Superiori-Università degli Studi di Pavia February 2006.

WIGHT, J.K. MACGREGOR, J.G **Reinforced concrete: Mechanics and design.** 6a ed. Prentice Hall USA 2012.

YOUNG, W.C.; BUDYNAS, R.G. **Roark's formulas for stress and strain.** 7a ed.Mc Graw Hill. 2002.

ZOLKA, K.A. **Structural analysis of regular multistory buildings.** New York: CRC Press; Taylor and Francis 2012.

