Campus de São Carlos

VERIFICAÇÃO DA AUTENTICIDADE DE IMPRESSÕES DIGITAIS
EM TEMPO REAL UTILIZANDO-SE O CORRELATOR ÓPTICO
COMPACTO

Autor: Anderson Duarte Betiol

Orientador: Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP
EXEMPLAR REVISADO
Data de entrada no Serviço: 26 / 04 / 02
Ass.: <u>Guilherme</u>

**VERIFICAÇÃO DA AUTENTICIDADE DE IMPRESSÕES
DIGITAIS EM TEMPO REAL UTILIZANDO-SE O CORRELATOR
ÓPTICO COMPACTO**

Anderson Duarte Betiol

Dissertação de Mestrado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto

DEDALUS - Acervo - EESC

31100036919

São Carlos

2002

Class.	TESE
Cut.	10785
Tombo	T0091/02

st 1239175

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

B563v Betiol, Anderson Duarte
Verificação da autenticidade de impressões digitais
em tempo real utilizando-se o correlator óptico
compacto / Anderson Duarte Betiol. -- São Carlos,
2002.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.
Área: Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto.

1. Correlator óptico compacto. 2. Modulador
espacial de luz. 3. Filtro de correlação ótima. 4.
Impressões digitais. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **ANDERSON DUARTE BETIOL**

Dissertação defendida e julgada em 26-02-2002 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **LUIZ GONÇALVES NETO (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Assoc. **TOMAZ CATUNDA**
(Instituto de Física de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **MIKIYA MURAMATSU**
(Instituto de Física/USP)

Aprovado

Prof. Doutor **MURIEL ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

“Tudo que uma pessoa pode imaginar, outras podem tornar real”

Júlio Verne

Dedico este trabalho,

Aos meus pais, Antonio
Betiol e Neuza Facchini Betiol, a
minha irmã, Aline Vanessa Betiol, e
a minha namorada, Gisele Cristina
Dedemo, pelo apoio e incentivo.

Agradecimentos

A Deus, pela oportunidade de viver.

Ao meu orientador, prof. Dr. Luiz Gonçalves Neto, pelo incentivo e conhecimentos, sem os quais este trabalho não se concretizaria.

Aos meus amigos, pelo apoio e companheirismo.

Aos professores e funcionários do departamento de engenharia elétrica, pelo conhecimento, amizade e colaboração.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP - pelo apoio financeiro.

Sumário

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iv
LISTA DE ABREVEATURAS E SIGLAS.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 MODULADORES ESPACIAIS DE LUZ.....	4
1.1.1 MODULADORES A CRISTAL LÍQUIDO.....	5
1.1.1.1 MODULADOR A CRISTAL LÍQUIDO NEMÁTICO TORCIDO (TWISTED NEMATIC LIQUID CRYSTAL)	5
1.2 TRANSFORMADA ÓPTICA DE <i>FOURIER</i>	7
1.3.1 FILTRAGEM ESPACIAL.....	11
1.3.2 FILTROS ESPACIAIS.....	12
1.3.2.1 FILTRO CASADO (<i>MATCHED FILTER</i>)	12
1.3.2.2 FILTRO INVERSO.....	15
1.3.2.3 O FILTRO DE <i>WIENER</i>	16
1.3.2.4 FILTRO DE FASE.....	18
1.3.2.5 EXEMPLOS DE FILTROS ESPACIAIS.....	19
1.4 O CORRELATOR ÓPTICO DE <i>VANDERLUGT</i> APLICADO AO RECONHECIMENTO DE IMPRESSÕES DIGITAIS.....	21
1.4.1 CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS FOCALIS DO CORRELATOR ÓPTICO DE <i>VANDERLUGT</i>	22

CAPÍTULO 2: O MODULADOR ESPACIAL A CRISTAL LÍQUIDO.....	24
INTRODUÇÃO.....	24
2.1 DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DA LCTV.....	24
2.2 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS INTRÍNSECOS θ E Ψ_D	34
2.3 DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE MODULAÇÃO DE FASE DA.....	38
2.4 ESCOLHA DA CURVA DE MODULAÇÃO DA LCTV.....	40
CAPÍTULO 3: FILTRO DE CORRELAÇÃO ÓTIMA.....	42
3.1 ESTRATÉGIAS PARA A CONFECÇÃO DO FILTRO DE CORRELAÇÃO ÓTIMA.....	42
3.2 CRITÉRIOS DO FILTRO DE CORRELAÇÃO ÓTIMA.....	43
3.3 DEFINIÇÃO DO FILTRO DE CORRELAÇÃO ÓTIMA.....	44
3.4 OTIMIZAÇÃO DO FILTRO.....	46
3.5 CÁLCULO DO FILTRO REAL.....	48
3.6 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE OS FILTROS DE FASE, DE CORRELAÇÃO ÓTIMA E CASADO.....	49
CAPÍTULO 4: CORRELATOR ÓPTICO COMPACTO.....	50
INTRODUÇÃO.....	50
4.1 DESCRIÇÃO DO CORRELATOR ÓPTICO COMPACTO.....	50
4.2 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CORRELATOR COMPACTO.....	54
CAPÍTULO 5: RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	56
5.1 OTIMIZAÇÃO DAS DIMENSÕES DO FILTRO.....	56
5.2 DESEMPENHO DO FILTRO	60
CONCLUSÕES.....	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	62

Lista de Figuras

Figura 1.1: Correlator óptico com arquitetura do tipo <i>VanderLugt</i> operando com um <i>matched-filter</i>	2
Figura 1.2: (a) Na ausência de um campo elétrico, a polarização linear da entrada sofre uma rotação de 90°; (b) na presença de um campo elétrico, a polarização permanece inalterada.....	6
Figura 1.3: Ilustração do correlator 4 f.....	11
Figura 1.4: Ilustração do correlator de VanderLugt com o filtro casado óptico.....	13
Figura 1.5: Exemplos dos filtros citados anteriormente com seus respectivos resultados. As imagem no topo são as originais; as do centro, os filtros; e as da base são as imagens filtradas.....	20
Figura 1.6 Ilustração do correlator óptico de <i>VanderLugt</i> para o processamento de impressões digitais.....	21
Figura 2.1 Célula de cristal líquido considerada como uma pilha de N fatias de cristal uniaxial birrefringente, giradas helicoidalmente da fatia frontal até a final por um ângulo de torção denominado θ	25

Figura 2.2 Molécula inclinada por um ângulo ζ devido à aplicação do campo elétrico E.....	29
Figura 2.3 Ilustração da utilização da LCTV que é posicionada entre o polarizador e o analisador.....	31
Figura 2.4 Gráficos experimentais mostrando que o mínimo e o máximo da intensidade, em relação a Ψ , são independentes do nível de cinza.....	35
Figura 2.5 Razão entre T_{MIN} e T_{MAX} . O gráfico (a) mostra a ampliação da região de interesse.....	36
Figura 2.6 Curva que mostra a intensidade em relação ao ângulo do analisador (Ψ_2) cujo mínimo ocorre para o valor de $\Psi_2 = 10^\circ$	36
Figura 2.7 Vista lateral do WSPI.....	38
Figura 2.8 Secção horizontal do WSPI.....	39
Figura 2.9 Defasagem entre dois níveis de cinza.....	39
Figura 2.10 Módulo do filtro de correlação ótima onde o nível de cinza branco representa a amplitude normalizada 1 e o nível de cinza preto representa o valor 0..	40
Figura 2.11: Gráfico do número de repetições para cada valor de amplitude do filtro.....	41
Figura 2.12 Curva de modulação da LCTV.....	41

Figura 3.1 Comportamento de Fr e Fa versus limiar de aceitação L.....	47
Figura 3.2 Curvas de CP para $T = 1$, $T = 5$, $T = 10$ e $T = 20$	48
Figura 3.3 Curvas de desempenho dos três filtros implementados: filtro de correlação ótima, filtro de fase e filtro casado.....	49
Figura 4.1 Ilustração do correlator óptico compacto.....	51
Figura 5.1 Imagem da correlação óptica entre a letra P e um filtro gerado com letras P localizadas no centro da figura. Nesta simulação óptica, o pico de correlação aparece no centro da figura sobreposto a letra P devido à “ordem zero” do filtro localizado no plano de <i>Fourier</i>	57
Figura 5.2 Imagem da simulação da correlação da letra P com o pico de correlação no canto inferior esquerdo.....	58
Figura 5.3 Imagens captadas no correlator óptico com seus respectivos picos de correlação para diversas dimensões de filtros.....	58
Figura 5.4 Imagens das correlações de impressões digitais. (a) e (b) Usuário legítimo. (c) e (d) Falsos Usuários.	59
Figura 5.5: Curvas de Fr e Fa cuja intersecção indica o valor de CP.....	60

Lista de Tabelas

Tabela 1.1: Valores numéricos da primeira parte do correlator óptico de <i>VanderLugt</i>	23
Tabela 1.2: Valores numéricos da segunda parte do correlator óptico de <i>VanderLugt</i>	23
Tabela 4.1 – Variáveis da primeira parte do Correlator Óptico Compacto.....	54
Tabela 4.2 – Variáveis da segunda parte do correlator Óptico Compacto.....	55

Lista de Abreviaturas e Siglas

FAR	- False Acceptance Rate
FRR	- False Rejection Rate
SLM	- Spatial Light Modulators
MQW	- Multiple Quantum Well
CCD	- Charge Coupled Devise
LCTV	- Liquid Crystal Television
WSPI	- Simple Wedged Shear Plate Interferometer
CP	- Common Probability
MIN	- mínimo de uma função

Lista de Símbolos

A	- amplitude
c_0^t	- imagem de saída
d	- espessura da LCTV;
e	- número de Euler, cujo valor aproximado é 2.71828
E_e'	- Campo elétrico referente ao eixo extraordinário após o analisador
E_o'	- Campo elétrico referente ao eixo ordinário após o analisador
E_R	- erro de ruído
E_S	- erro de similaridade
E_T	- erro total
$\vec{E}$	- campo elétrico
f	- distância focal de uma lente convergente
f_0^t	- imagem de treinamento
F	- indica a operação da transformada bidimensional de Fourier
$h(x, y)$	- resposta ao impulso de um filtro
$H(u, v)$	- transformada de Fourier de $h(x, y)$
$i(x, y)$	- campo complexo associado à imagem distorcida do objeto $o(x, y)$
$I(u, v)$	- transformada bidimensional de Fourier de $i(x, y)$
L_U	- menor dimensão do SLM
L_ξ	- dimensão da impressão digital
k	- número de onda
$l(x, y)$	- equação de uma lente delgada convergente
M	- Matriz de Jones que representa a LCTV
$n(x, y)$	- ruído

N	- número de fatias em que a LCTV foi dividida.
n_e	- índice de refração extraordinário da LCTV;
n_o	- índice de refração ordinário da LCTV;
$o(x, y)$	- campo complexo associada a um objeto
$O(u, v)$	- transformada bidimensional de Fourier de $o(x, y)$
P	- número de pixels da menor dimensão do SLM
$P(u, v)$	- representa o espectro de potência das diferenças entre as impressões digitais no conjunto de treinamento
$R[]$	- operador de rotação
$s(x, y)$	- sinal na entrada
$S(u, v)$	- transformada bidimensional de Fourier de $s(x, y)$
T	- intensidade de transmitância
$t_A(x, y)$	- distribuição do campo complexo de uma transparência
$T_A(u, v)$	- transformada de Fourier de $t_A(x, y)$
$U_l(x, y)$	- distribuição do campo complexo antes da lente convergente
V_c	- tensão de limiar
V_o	- tensão para a qual o ângulo de inclinação é 49.6°
V_{rms}	- tensão eficaz aplicada no cristal líquido
Y	- número de impressões digitais utilizadas para gerar o filtro
z	- distância de propagação
α	- fator de ponderação
δ	- atraso de fase
$\Phi_o(u, v)$	- densidade de potência espectral do objeto
$\Phi_n(u, v)$	- densidade de potência espectral do ruído
θ	- ângulo de torção entre a primeira e a última fatia de cristal líquido
λ	- comprimento de onda
Π	- produto
Ψ_1	- ângulo de giro polarizador
Ψ_2	- ângulo de giro analisador

Ψ_D	- ângulo de giro da fatia frontal da LCTV
∞	- infinito
$\int$	- integral
$\propto$	- símbolo de proporcionalidade

Resumo

Correladores ópticos podem realizar o reconhecimento de padrões bidimensionais a uma velocidade maior que plataformas digitais com o mesmo tamanho, peso e consumo de potência. Utilizou-se neste projeto o correlator óptico compacto com um único modulador espacial de luz, uma TV a cristal líquido comercial, posicionado no plano de *Fourier*. Uma câmera CCD é utilizada na saída do correlator óptico para capturar as imagens de correlação. Na entrada do correlator, a imagem da impressão digital é capturada por um prisma via a eliminação da reflexão total, durante o contato da impressão digital com a superfície do prisma. Para o processo de filtragem, foi utilizado o filtro de correlação ótima.

Abstract

Optical correlators can realize bidimensional pattern recognition faster than digital devices that have the same size, weight and power consumption. In this work, the compact optical correlator is implemented with only one spatial light modulator, a commercial liquid crystal television (LCTV) located at the Fourier plane. A CCD camera is used at the correlator exit to read the correlation images. The fingerprint image is read in the correlator input using a prism illuminated with a monochromatic coherent beam. The total reflection elimination in the prism surface during the fingerprint contact permits the reading of the fingerprint image. The optimal correlation filter is used in the Fourier plane to implement the filtering process.

1 Introdução

Nos últimos anos, os prejuízos mundiais, decorrentes de fraudes envolvendo falhas na verificação da autenticidade de cartões em transações bancárias e comerciais, vêm atingindo valores significativos, da ordem de bilhões de dólares. Uma maneira de dificultar este tipo de fraude é identificar seguramente a pessoa que está realizando a transação. Na área da identificação biométrica, várias técnicas ópticas estão sendo desenvolvidas para o reconhecimento de padrões da retina e a identificação de impressões digitais [1]. A necessidade da verificação e identificação automática de impressões digitais também vem se tornando um fator crucial para o mercado de alta tecnologia. As potenciais aplicações para a identificação automática de impressões digitais incluem a segurança de sistemas para transações eletrônicas via Internet, a segurança de redes de computadores, a proteção de informações, e a busca de impressões digitais, armazenadas em bancos de dados (sistemas policiais de informação).

A maioria dos métodos computacionais numéricos, que realizam a identificação de impressões digitais, fundamenta-se na extração e na identificação das bifurcações e falhas nos sulcos das impressões digitais [2]. Neste tipo de processo, a imagem da impressão digital a ser identificada é escaneada e, em seguida, as coordenadas das bifurcação e falhas são determinadas e comparadas com as informações de um banco de dados. A grande vantagem desse método é a possibilidade de se realizar uma rápida comparação de uma impressão digital com impressões armazenadas em banco de dados. Esses métodos apresentam uma baixa taxa de aceitação falsa (*False Acceptance Rate* - FAR) [3] que é definida como a razão entre o número de falsos usuários que são reconhecidos como usuários legítimos e o número total de verificações. Entretanto, a sua grande limitação reside na necessidade de se trabalhar com imagens de alta resolução

das impressões digitais, sem o mínimo defeito ou risco. Outra desvantagem é que tal método também apresenta, em simulações reais, uma alta taxa de rejeição falsa (*False Rejection Rate* - FRR) [3] que é definida como a razão entre o número de usuários legítimos que são reconhecidos como falsos usuários e o número total de verificações.

Figura 1.1: Correlador óptico com arquitetura do tipo *VanderLugt* operando com um *matched-filter*.

O correlador óptico é um sistema de computação óptica analógica conhecido desde os anos 50. Esse tipo de sistema, cuja principal aplicação é realizar transformadas ópticas de *Fourier*, ressurgiu para aplicações práticas devido à disponibilidade tecnológica de novos moduladores espaciais de luz [4, 5] (*Spatial Light Modulators* - SLMs). Correladores ópticos podem ser utilizados como um método alternativo para a identificação de impressões digitais. Uma possibilidade é utilizar a arquitetura de *VanderLugt*¹ [6], que é mostrada na figura 1.1, para a obtenção da função de correlação entre uma impressão digital a ser identificada e as informações de um banco de dados.

Nos correladores ópticos, a impressão digital é lida e processada em paralelo. Comparado com o desempenho de métodos computacionais numéricos, o desempenho dos correladores ópticos depende muito menos da qualidade da imagem de entrada, o que implica em uma baixa taxa de rejeição falsa (FRR) [3]. Contudo, os métodos de

¹ Este correlador será descrito posteriormente neste capítulo.

correlação ópticos tendem a ter uma alta taxa de aceitação falsa (FAR), contrastando com os métodos computacionais numéricos. Isso se deve ao fato de que as características das impressões digitais são dominadas pelas estruturas quase-periódicas das ranhuras e cumes das impressões digitais. Essas estruturas são similares para muitas pessoas e podem contribuir significativamente para uma aceitação falsa [3].

Neste capítulo, será apresentada uma introdução sobre moduladores espaciais de luz, a transformada óptica de *Fourier*, filtragem espacial, descrição de filtros espaciais e o correlator óptico de VanderLugt.

No capítulo 2, é descrito o funcionamento do modulador espacial utilizado no projeto, uma TV a cristal líquido. Experimentalmente, determinaram-se os parâmetros intrínsecos desta TV e por meio de outras medidas experimentais, encontrou-se sua curva de modulação, que é o conjunto de valores de amplitudes e fases que a TV pode atingir.

O filtro utilizado no projeto, chamado de filtro de correlação ótima, é descrito no capítulo 3. Além da descrição do filtro, também é feita sua otimização em relação a seus parâmetros intrínsecos. Finalizada essa etapa, será descrito o método utilizado para adaptar os valores numéricos deste filtro aos valores da curva de modulação da TV a cristal líquido.

O funcionamento do correlator utilizado neste projeto, chamado de correlator óptico compacto, é descrito no capítulo 4. Nesse capítulo, também são calculados os valores das distâncias focais das lentes desse correlator e as distâncias entre as lentes.

Os resultados ópticos experimentais são apresentados no capítulo 5 que constam de:

- ⇒ correlações entre imagens da letra P e um filtro gerado para uma imagem da mesma letra;
- ⇒ correlações entre impressões digitais de cinco pessoas e os filtros gerados por suas impressões digitais.

Finalmente, por meio de dados obtidos utilizando-se as correlações das impressões digitais, mediu-se o desempenho do sistema utilizando-se as taxas de rejeição falsa (FRR) e aceitação falsa (FAR).

1.1 Moduladores Espaciais de Luz

Moduladores espaciais de luz são dispositivos que podem alterar a amplitude e a fase da luz no espaço, a partir dos seus elementos [7]. As características da luz transmitida através do modulador espacial são dadas pelo produto entre a onda complexa incidente no modulador e as características de transmissão desse dispositivo.

Os moduladores espaciais de luz podem ser divididos em duas grandes categorias: SLM modulados eletronicamente e SLM modulados opticamente [8]. Na primeira categoria, sinais elétricos representam a informação a ser colocada no sistema de forma a controlar a distribuição espacial da atenuação ou mudança de fase. Na segunda categoria, a informação pode ser modulada no SLM por intermédio de uma imagem inserida em sua entrada.

SLMs não são usados exclusivamente como entrada de dados, mas também para a materialização de filtros espaciais ópticos, que podem ser modificados em tempo real. Neste caso, o SLM é colocado no plano de *Fourier*¹, onde ele modifica a amplitude e a fase da luz de acordo com o filtro espacial óptico que ele deve simular.

Observando-se a história do processamento óptico da informação, nota-se que um grande número de tecnologias de SLM foram exploradas. As mais importantes tecnologias de SLM são: SLM a cristal líquido; SLM magneto-óptico [9]; SLM a espelhos deformáveis [10]; SLM baseado em poços quânticos múltiplos (*Multiple-Quantum-Well* - MQW) [11] e células acustico-ópticas de *Bragg*. [12].

No presente trabalho, é utilizado um SLM a cristal líquido, que será descrito no próximo item.

¹ Plano onde se encontra a transformada bidimensional de *Fourier* da entrada do sistema, será visto posteriormente no tópico sobre Filtragem Espacial.

1.1.1 Moduladores a Cristal Líquido

1.1.1.1 Modulador a Cristal Líquido Nemático Torcido (Twisted Nematic Liquid Crystal)

De acordo com K. Lu e B.E.A. Saleh [13], as moléculas de cristal líquido nemático torcido apresentam a tendência a uma orientação preferencial que é alterada quando elas são submetidas a um campo elétrico. Como elas são anisotrópicas [14], as moléculas de cristal líquido podem desempenhar a função de girador de polarização ou de lâmina de retardo. Na presença de um campo elétrico, a orientação das moléculas é modificada, atuando, desta forma, sobre a polarização da luz. Os cristais líquidos podem, portanto, ser utilizados como lâminas de retardo, moduladores ou interruptores de luz.

Uma célula a cristal líquido nemático torcido pode ser representada por uma sucessão de camadas de cristal líquido inserido entre duas lâminas transparentes paralelas. Nesse modelo, a orientação das moléculas de cada camada sofre uma rotação helicoidal de 0 a 90° sobre o eixo normal às duas lâminas, como mostrado na figura 1.2 (a). Nessa figura, para uma espessura conveniente da célula, um feixe de luz linearmente polarizado [15], na direção do eixo das moléculas da primeira camada, terá sua polarização na saída também linear, com a mesma orientação do eixo das moléculas da última camada. Portanto, a polarização na saída apresenta-se girada por um ângulo de 90° em relação a polarização inicial. Desta forma, a célula age como um girador de polarização. Quando um campo elétrico é aplicado na direção do eixo z, as moléculas tendem a serem orientadas na direção do campo elétrico. Desta maneira, o meio torna-se isotrópico, perdendo sua capacidade de girar a polarização da luz incidente. O feixe de luz polarizado linearmente na entrada da célula não será alterado quando passar por ela, como mostrado na figura 1.2 (b). Quando o campo é interrompido, a célula recupera sua capacidade de girar. Inserindo-se a célula entre dois polarizadores, dos quais o primeiro tem seu eixo no mesmo sentido das moléculas da primeira camada, e o segundo está girado em 90°, obtém-se um interruptor. O sistema deixa passar a luz na ausência de um campo elétrico e a bloqueia quando um campo elétrico é aplicado.

Figura 1.2: (a) Na ausência de um campo elétrico, a polarização linear da entrada sofre uma rotação de 90° ; (b) na presença de um campo elétrico, a polarização permanece inalterada.

Será visto, no capítulo 2, que é possível modular-se tanto a intensidade quanto a fase da luz transmitida controlando-se a tensão aplicada a cada célula a cristal líquido.

1.2 Transformada Óptica de *Fourier*

Uma das mais extraordinárias e úteis propriedades de uma lente convergente é sua capacidade de efetuar transformadas bidimensionais de *Fourier*. Essa operação matemática complicada pode ser feita com extrema simplicidade em um sistema óptico coerente, considerando-se as leis básicas dos fenômenos de propagação e a difração da luz.

Seja $t_A(x, y)$ a distribuição do campo complexo¹ de uma transparência posicionada imediatamente antes de uma lente convergente com distância focal f . Esta transparência é assumida como sendo uniformemente iluminada por uma onda monocromática coerente de amplitude A , incidindo normalmente sobre a transparência. Neste caso, o campo complexo incidente na lente é dado por:

$$U_1(x, y) = A \cdot t_A(x, y) \quad (1.1)$$

A equação que representa uma lente delgada convergente, $l(x, y)$, é descrita como sendo [16]:

$$l(x, y) = e^{-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)} \quad (1.2)$$

Nessa equação:

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - número de onda;

λ - comprimento de onda do laser utilizado;

f - distância focal da lente.

O campo complexo imediatamente após a lente, que será designado por $U_1'(x, y)$, é o produto da equação da lente pela equação do campo complexo imediatamente antes da lente. Sendo, portanto, o produto da eq.(1.2) pela eq.(1.1), que é dado por:

¹ Distribuição das amplitudes e fases de uma frente de onda

$$\begin{aligned}
 U'_1(x,y) &= U_1(x,y) \cdot I(x,y) \\
 U'_1(x,y) &= A \cdot t_A(x,y) \cdot e^{-j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)}
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Utilizando-se a equação da difração de *Fresnel*¹, pode-se relacionar o campo complexo imediatamente após a lente e o campo complexo a uma distância z qualquer da lente por:

$$U(v,u) = \frac{e^{jkz}}{jkz} e^{j\frac{k}{2z}(u^2+v^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x,y) e^{j\frac{k}{2z}(x^2+y^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(ux+vy)} dx dy \tag{1.4}$$

Nessa equação:

$U'(x, y)$ campo complexo imediatamente após a lente;

$U(u, v)$ campo complexo em um plano paralelo ao de entrada, a uma distância z ;

λ - comprimento de onda da luz do laser utilizado;

z - distância de propagação;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - número de onda.

A seguir, substitui-se na eq. (1.4) $U'(x, y)$ definido na eq. (1.3) e a distância z pela distância focal da lente convergente (f), obtendo-se o campo complexo no plano focal da lente convergente:

¹ Ver apêndice

$$\begin{aligned}
U_r(u, v) &= \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}f}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(u^2+v^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A \cdot t_A(x, y) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(x^2+y^2)} \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda f}(x^2+y^2)} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(ux+vy)} dx dy \\
U_r(u, v) &= \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}f}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(u^2+v^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A \cdot t_A(x, y) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(ux+vy)} dx dy \\
U_r(u, v) &= \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}f}}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(u^2+v^2)} T_A\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right)
\end{aligned} \tag{1.5}$$

com T_A representando a transformada bidimensional de *Fourier* da função At_A .

Será considerada agora uma geometria mais geral, na qual a transparência $t_A(x, y)$ é posicionada a uma distância d antes da lente e iluminada por uma distribuição uniforme de luz monocromática e coerente de amplitude A , a qual incide normalmente na transparência. Seja $F_0(u, v)$ a transformada de *Fourier* de $At_A(x, y)$ e $F_l(u, v)$ a transformada de *Fourier* da luz incidente sobre a lente. Assumindo-se que a aproximação paraxial é válida para a distância de propagação d , pode-se relacionar $F_0(u, v)$ e $F_l(u, v)$ por [17]:

$$F_l(u, v) = F_0(u, v) \cdot e^{-j\pi\lambda d(u^2+v^2)} \tag{1.6}$$

Como $F_l(u, v)$ representa a transformada de *Fourier* da luz incidente sobre a lente, a eq. (1.5) pode ser rescrita como¹:

$$U_r(u, v) = \frac{e^{j\frac{k}{2f}(u^2+v^2)}}{j\lambda f} F_l\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right) \tag{1.7}$$

Substituindo-se a eq. (1.6) na eq. (1.7), tem-se:

¹ Desprezou-se a exponencial complexa $\exp(jkz)$ por não influenciar nos resultados.

$$\begin{aligned}
 U_f(u, v) &= \frac{e^{j\frac{k}{2f}\left(1-\frac{d}{f}\right)(u^2+v^2)}}{j\lambda f} F_0\left(\frac{u}{\lambda f}, \frac{v}{\lambda f}\right) \\
 U_f(u, v) &= \frac{e^{j\frac{k}{2f}\left(1-\frac{d}{f}\right)(u^2+v^2)}}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A \cdot t_A(a, b) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(ua+vb)} da db
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Escolhendo-se convenientemente a distância d igual à distância focal, tem-se a transformada bidimensional de *Fourier* da entrada, $At_a(x, y)$, no foco da lente convergente.

1.3.1 Filtragem Espacial

Considere o sistema ilustrado na figura 1.3 iluminado por uma onda plana monocromática coerente propagando na direção z . Considerando sua entrada e saída, ele pode ser visto como um sistema de imagem com magnificação unitária, ou seja, o objeto no plano de saída apresenta as mesmas dimensões do objeto no plano de entrada.

Figura 1.3: Ilustração do correlator 4 f

A configuração acima, chamada de correlator óptico $4f^1$, pode ser vista como dois módulos que efetuam transformadas bidimensionais de *Fourier* [18]. O primeiro módulo, do plano de entrada ao plano de *Fourier*, faz a transformada bidimensional de *Fourier* do objeto que está localizado no plano de entrada; e o segundo módulo, do plano de *Fourier* até o plano de saída, efetua a transformada bidimensional de *Fourier* da distribuição que se encontra no plano de *Fourier*. Esta segunda transformada pode ser vista como a transformada bidimensional inversa de *Fourier*, considerando-se os eixos de orientação invertidos na saída.

Seja $f(x, y)$ o campo complexo de uma transparência colocada no plano de entrada. O primeiro módulo do sistema $4f$ converte $f(x, y)$ em sua transformada

¹ Esta configuração, também chamada de correlator óptico de VanderLugt, será descrita posteriormente neste capítulo.

bidimensional de *Fourier* e separa suas componentes de *Fourier* de forma que cada ponto no plano de *Fourier* corresponda a uma única frequência espacial. Essas componentes são posteriormente recombinadas pelo segundo módulo, resultando na distribuição do objeto no plano de saída.

O correlator 4f pode ser utilizado para realizar a filtragem espacial do objeto de entrada. Como as componentes de *Fourier* de $f(x, y)$ estão disponíveis no plano de *Fourier*, um filtro espacial pode ser usado nesse plano para ajustar essas componentes seletivamente, por exemplo, bloqueando algumas componentes e transmitindo outras.

1.3.2 Filtros Espaciais

1.3.2.1 Filtro Casado (*Matched Filter*)

O conceito do filtro casado exerce um papel importante nos problemas de reconhecimento de padrões [19]. Um filtro é considerado casado para um sinal particular $s(x, y)$ se sua resposta ao impulso [20] $h(x, y)$ é dada por:

$$h(x, y) = s^*(-x, -y) \quad (1.9)$$

Nessa expressão, $s^*(-x, -y)$ significa o complexo conjugado de $s(-x, -y)$.

Suponha-se um sinal $g(x, y)$ aplicado em um sistema com um filtro casado $s(x, y)$. A saída $v(x, y)$ é dada pela eq. (1.10), que é reconhecida como a correlação cruzada das funções g e s .

$$\begin{aligned} v(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x - \xi, y - \eta) g(\xi, \eta) d\xi d\eta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi, \eta) s^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \end{aligned} \quad (1.10)$$

A operação de filtragem óptica casada é mostrada na figura 1.4.

Figura 1.4: Ilustração do correlador 4f (correlador de *VanderLugt*) com o filtro casado óptico

Suponha que um filtro $h(x, y) = s^*(-x, -y)$ necessite ser sintetizado no plano de *Fourier* em um correlador óptico. A transformada de *Fourier* da resposta ao impulso, eq. (1.9), mostra que a função de transferência [21] requerida é dada pela eq. (1.11), na qual $H(u, v)$ e $S(u, v)$ são as transformadas de *Fourier* de $h(x, y)$ e $s(x, y)$, respectivamente. Portanto, o filtro no plano de *Fourier* teria uma distribuição complexa proporcional a $S^*(u, v)$:

$$H(u, v) \propto S^*(u, v) \quad (1.11)$$

Considere, agora, a natureza particular da distribuição do campo transmitido pelo filtro quando o sinal $s(x, y)$, ao qual o filtro é casado, está presente na entrada do sistema. Incidindo-se sobre o filtro está uma distribuição de campo proporcional a $S(u, v)$ e transmitido pelo filtro está uma distribuição de campo proporcional a $S(u, v)S^*(u, v)$. Esta última distribuição é completamente real, o que implica que o filtro no plano de *Fourier* cancelou completamente a curvatura da frente de onda incidente, $S(u, v)$. Desta forma, o campo transmitido consiste em uma onda plana (geralmente de intensidade não uniforme), que, ao passar pela última lente, produz um ponto luminoso

no plano focal. Quando o sinal de entrada é diferente de $s(x, y)$, a curvatura da frente de onda geralmente não é cancelada pelo filtro no plano de *Fourier* e a luz transmitida não produzirá um ponto luminoso ao passar pela última lente. Portanto, a presença do sinal luminoso $s(x, y)$ pode ser detectada pela medida da intensidade da luz no plano focal após a última lente.

Quando a entrada $s(x, y)$ não está centrada na origem, o ponto luminoso no plano de saída simplesmente estará deslocado por uma distância igual ao deslocamento no plano de entrada [18]. Isso ocorre devido ao teorema do deslocamento da transformada de *Fourier*.¹

¹ Ver apêndice V

1.3.2.2 Filtro Inverso

Sejam $o(x, y)$ o campo complexo associado a um objeto na entrada do correlator e $i(x, y)$ o campo complexo associado à imagem distorcida deste objeto. Por simplicidade, assume-se que a magnificação do sistema de imagem é unitária e define-se o sistema de coordenadas, no qual a imagem é descrita, de forma a remover qualquer efeito de inversão na imagem.

Assume-se que a imagem distorcida foi submetida a uma transformação linear, descrita pela função de resposta ao impulso $s(x, y)$. Desta forma, o objeto e a imagem estão relacionados por:

$$i(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} o(\xi, \eta) s(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad (1.12)$$

Deseja-se obter uma estimativa $\hat{o}(x, y)$ de $o(x, y)$ a partir da medida do campo complexo da imagem $i(x, y)$ e de sua resposta impulsional $s(x, y)$. Em outras palavras, deseja-se inverter a operação de distorção e recuperar o objeto original.

Dada a relação entre o objeto e a imagem no domínio das frequências, tem-se:

$$\begin{aligned} F \{i(x, y)\} &= F \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} s(\xi, \eta) \cdot o(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \right\} \Rightarrow \\ I(u, v) &= S(u, v) \cdot O(u, v) \end{aligned} \quad (1.13)$$

Nesta expressão, F indica a operação da transformada bidimensional de *Fourier*.

O espectro do objeto original pode ser obtido dividindo-se o espectro da imagem pela transformada de *Fourier* de $s(x, y)$. Desta forma, $O(u, v)$ é dado por:

$$O(u, v) = \frac{I(u, v)}{S(u, v)} \quad (1.14)$$

Uma interpretação dessa solução é que, ao passar a imagem detectada $i(x, y)$ através de um correlator óptico com um filtro cuja função de transferência é dada por

$$H(u, v) = \frac{1}{S(u, v)}, \quad (1.15)$$

produz-se o próprio objeto, uma vez que $I(u, v) = S(u, v) O(u, v)$ e, ao passar pelo filtro, este elimina $S(u, v)$ restando somente o objeto em questão

O filtro, cuja função de transferência é dada pela eq. (1.15), é denominado filtro inverso [22].

Entretanto, esta solução direta apresenta alguns problemas práticos:

- ▶ Há uma limitação no conjunto das frequências onde a função de transferência $S(u, v)$ é não nula. Fora deste conjunto, $H(u, v)$ é indefinida. Por esta razão, é necessário restringir a aplicação do filtro inverso a este conjunto de frequências onde $S(u, v)$ é não nula.
- ▶ O filtro inverso não leva em consideração o fato de que há inevitavelmente a presença de ruído no objeto a ser detectado. Neste filtro, o ruído é ressaltado nas altas frequências onde os ganhos são mais elevados. Conseqüentemente, a imagem recuperada é usualmente dominada por ruído.
- ▶ Matematicamente este filtro funciona muito bem, porém sua implementação física ainda é limitada devido ao ganho elevado que ele deveria fornecer nas altas frequências, ou ao baixo ganho nas baixas frequências.

1.3.2.3 O Filtro de *Wiener*

Será apresentado a seguir um modelo para o processamento de imagens que inclui a presença de ruído [23]. A imagem detectada é agora representada por:

$$i(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} o(\xi, \eta) s(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta + n(x, y) \quad (1.16)$$

Nesta equação, $n(x, y)$ é o ruído associado com o processo de detecção. Em adição à presença do termo de ruído, que é considerado um processo aleatório, o objeto $o(x, y)$ também será considerado como um processo aleatório em sua formulação. Supõe-se que a densidade de potência espectral (a distribuição da potência média sobre as frequências) do objeto e do ruído são conhecidas e representadas por $\Phi_o(u, v)$ e $\Phi_n(u, v)$, respectivamente. A meta é produzir um filtro linear que minimize o erro quadrático médio entre o objeto $o(x, y)$ e a estimativa do objeto $\hat{o}(x, y)$, isto é, minimizar:

$$\varepsilon^2 = \text{Média}[(o - \hat{o})^2] \quad (1.17)$$

Produz-se, desta forma, a seguinte expressão para a função de transferência do filtro requerida:

$$H(u, v) = \frac{S^*(u, v)}{|S(u, v)|^2 + \frac{\Phi_n(u, v)}{\Phi_o(u, v)}} \quad (1.18)$$

Este tipo de filtro é denominado filtro de *Wiener*, devido a seu inventor *Norbert Wiener* [23].

Nas frequências em que a relação sinal ruído é alta ($\Phi_n/\Phi_o \ll 1$), o filtro de *Wiener* apresenta as características do filtro inverso:

$$H(u, v) \approx \frac{S^*(u, v)}{|S(u, v)|^2} = \frac{1}{S(u, v)} \quad (1.19)$$

Em frequências em que a relação sinal ruído é baixa ($\Phi_n/\Phi_o \gg 1$), ele apresenta características do filtro casado com forte atenuação:

$$H(u, v) \approx \frac{\Phi_o(u, v)}{\Phi_n(u, v)} S^*(u, v) \quad (1.20)$$

1.3.2.4 Filtro de Fase

Considerando-se um objeto $o(x, y)$, o filtro de fase é definido no plano de *Fourier* como sendo o complexo conjugado do fator de fase da transformada de *Fourier* deste objeto. Desta forma, por meio da transformada de *Fourier* deste objeto:

$$O(u, v) = |O(u, v)| \cdot e^{j\Phi(u, v)} \quad (1.21)$$

Nessa expressão:

$|O(u, v)|$ - módulo da transformada de *Fourier*

$e^{j\Phi(u, v)}$ - fator de fase da transformada de *Fourier*

a função de transferência do filtro de fase $H(u, v)$ é descrita por:

$$H(u, v) = e^{-j\Phi(u, v)} \quad (1.22)$$

Considere na entrada de um correlator óptico, um objeto cujo campo complexo seja $o(x, y)$. Incidindo sobre o filtro, há um campo complexo proporcional à eq.(1.21) e, imediatamente após o filtro de fase, o campo complexo é dado pelo produto entre o campo incidente e a eq.(1.22), resultando em $|O(u, v)|$. Esta última quantidade é puramente real, indicando que o filtro de fase eliminou completamente a curvatura da frente de onda incidente, produzindo uma onda plana, de intensidade proporcional a $|O(u, v)|$. Esta onda plana, ao passar pela segunda lente do correlator óptico, produzirá um ponto luminoso no plano de saída. Quando o sinal de entrada difere de $o(x, y)$, a curvatura da frente de onda incidente no filtro geralmente não é cancelada e não ocorre o

ponto luminoso no plano de saída. Desta forma, pode-se detectar a presença do objeto $o(x, y)$ por meio da medida da intensidade da luz no plano de saída.

1.3.2.5 Exemplos de Filtros Espaciais.

Considere o filtro espacial designado por $H(u, v)$, cuja distribuição espacial é definida como:

$$\begin{cases} 1, & \text{se } (u^2 + v^2) < s^2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Nessa definição, s é a frequência espacial de corte.

Esse filtro é implementado por uma abertura circular transparente. Um exemplo, utilizando-se este filtro, é mostrado na figura 1.5 (a), onde a imagem filtrada perde sua definição, ou seja, torna-se "borrada". Esse fato é devido à perda das altas frequências, que são responsáveis pela definição da imagem.

O segundo exemplo é um filtro cuja distribuição espacial é definida como:

$$\begin{cases} 0, & \text{se } (u^2 + v^2) < s^2 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Esse filtro bloqueia as baixas frequências e transmite as altas. Sua implementação é feita por meio de uma transparência com um círculo central que bloqueia a luz. No exemplo desse filtro, mostrado na figura 1.5 (b), pode-se notar que a imagem filtrada é o contorno da imagem original. Portanto, ele é útil em aplicações de processamento de imagens que utilizam contorno.

O terceiro exemplo é um filtro implementado com uma transparência que bloqueia a luz em uma faixa horizontal. Este filtro bloqueia as frequências verticais e transmite parte das frequências horizontais. A sua ilustração e sua respectiva imagem filtrada são mostradas na figura 1.5 (c).

Figura 1.5: Exemplos dos filtros citados anteriormente com seus respectivos resultados. As imagens no topo são as originais; as do centro, os filtros; e as da base são as imagens filtradas.

1.4 O Correlator Óptico de *VanderLugt* aplicado ao reconhecimento de impressões digitais

A figura 1.6 representa a arquitetura de um sistema de reconhecimento de impressões digitais fundamentado no correlator óptico de *VanderLugt*. Geralmente, esse correlator não requer um modulador espacial de luz com alta resolução [4, 5], o que reduz significativamente o custo e o tamanho do sistema. Ele apresenta maior afinidade para a implementação de vários métodos de geração de filtros [3, 24-26].

Figura 1.6 Ilustração do correlator óptico de *VanderLugt* para o processamento de impressões digitais.

Em aplicações práticas, que utilizam o correlator óptico, necessita-se transformar o objeto na entrada em uma imagem coerente [27]. No sistema mostrado na figura 1.6, isso é feito por meio do processo de reflexão total interna em um prisma sob iluminação coerente, que é usado para modular o feixe de luz da entrada. Isso elimina a necessidade de se utilizar na entrada uma câmera CCD e um modulador espacial de luz [4,5] para a aquisição e a modulação das imagens das impressões digitais. O prisma de entrada é ajustado a 45° em referência ao feixe de luz da entrada. Como o índice de refração da oleosidade produzida pela pele humana é próxima ao índice de refração do vidro, o contato dos ressaltos das impressões digitais com o vidro reduz a potência óptica

transmitida, pois parte da energia é refletida e parte é refratada, sendo a parte refratada absorvida pelos ressaltos das impressões digitais. Durante o processo de aquisição e verificação das impressões digitais, o usuário do sistema deve ser instruído a deslizar seu dedo médio na superfície do prisma [3]. Esse método reduz a inconsistência causada por mudança de contraste, deformações irregulares da pele, rotação e deslocamento do dedo.

1.4.1 Cálculo das Distâncias Focais do Correlator Óptico de VanderLugt

A largura de banda¹ da transformada de *Fourier* da entrada do correlator óptico deve ter as mesmas dimensões do filtro, que no caso é definido pelas dimensões do SLM. Portanto, deve-se determinar a distância focal da primeira lente do correlator para que esta condição seja satisfeita. Isso é feito utilizando-se a equação abaixo[28]:

$$P = \frac{L_U L_\xi}{\lambda f} \Rightarrow f = \frac{L_U L_\xi}{\lambda P} \quad (1.20)$$

Nessa equação,

L_U – menor dimensão do SLM;

L_ξ – dimensão da impressão digital;

P – número de *pixels* da menor dimensão do SLM;

λ – comprimento de onda do laser utilizado;

f – distância focal da lente.

Conseqüentemente, utilizando-se a eq. (1.20) com os valores da tabela 1.1, o valor da distância focal da primeira lente é 2,1m.

¹ Faixa de frequências em que se encontra pelo menos 80% da energia total.

Tabela 1.1: Valores numéricos da primeira parte do correlator óptico de VanderLugt.

Variáveis	Valores Numéricos
L_U	20mm
L_ξ	8mm
P	120
λ	632,8nm

Após encontrar o valor da distância focal da primeira lente do correlator de VanderLugt, um raciocínio análogo foi aplicado à segunda parte do correlator para encontrar a distância focal da segunda lente. Conseqüentemente, a largura de banda da transformada de *Fourier* do objeto após o processo de filtragem, imediatamente após o filtro, deve apresentar as mesmas dimensões da área de captação da câmera CCD.

Desta forma, substituindo-se na eq. (1.20) os valores numéricos da tabela 1.2, o resultado obtido para a distância focal da segunda lente é 1,3m.

Tabela 1.2: Valores numéricos da segunda parte do correlator óptico de VanderLugt.

Variáveis	Valores Numéricos
L_U	4.8mm
L_ξ	20mm
P	120
λ	632,8nm

Capítulo 2

O Modulador Espacial a Cristal Líquido

Introdução

Neste capítulo, será discutido o modelo de funcionamento do SLM a cristal líquido utilizado neste projeto, uma TV a cristal líquido nemático torcido Epson/Kodak (*Liquid Crystal Television* - LCTV) [29]. Este funcionamento baseia-se na teoria de matrizes de Jones [30], que relaciona o campo elétrico do feixe de luz laser na saída de um dispositivo óptico com o campo elétrico do feixe que incide em sua entrada.

2.1 Descrição do Funcionamento da LCTV

De acordo com K. Lu e B.E.A. Saleh [13], uma célula de cristal líquido pode ser considerada como uma pilha de N fatias de cristal uniaxial birrefringente, cujo eixo extraordinário é paralelo às fatias e essas são giradas helicoidalmente da fatia frontal até a final por um ângulo de torção denominado θ , como ilustrado na figura 2.1. Assume-se que o ângulo de torção θ é distribuído linearmente ao longo do eixo z . Desta forma, cada fatia é girada de um ângulo θ/N em relação à anterior.

A matriz de Jones, para uma única fatia, é dada por:

$$W_0 = \begin{bmatrix} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} n_e \frac{d}{N}} & 0 \\ 0 & e^{i \frac{2\pi}{\lambda} n_o \frac{d}{N}} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

nessa expressão:

n_o - índice de refração ordinário da LCTV;

n_e - índice de refração extraordinário da LCTV;

λ - comprimento de onda do laser utilizado;

d - espessura da LCTV;

N - número de fatias em que a LCTV foi dividida.

Figura 2.1 Célula de cristal líquido considerada como uma pilha de N fatias de cristal uniaxial birrefringente, giradas helicoidalmente da fatia frontal até a final por um ângulo de torção denominado θ .

Com a intenção de escrever a eq. (2.1) em um formato mais compacto, definem-se as novas variáveis:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} d(n_e - n_o) \quad (2.2)$$

e

$$\phi = \frac{\pi}{\lambda} d(n_e + n_o) \quad (2.3)$$

Substituindo-se estas novas variáveis na eq. (2.1), obtém-se:

$$W_0 = e^{i\frac{\phi}{N}} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\beta}{N}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\beta}{N}} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A eq. (2.4) pode ser vista como o produto do termo $e^{i\frac{\phi}{N}}$ multiplicado pela matriz W_L denominada por:

$$W_L = \begin{bmatrix} e^{i\frac{\beta}{N}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\beta}{N}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Determinou-se, por meio da eq. (2.4), a matriz de Jones de uma única fatia de cristal líquido. No entanto, necessita-se determinar a matriz de Jones que represente a célula como um todo. Essa matriz, que será designada por M , é o produto das matrizes de Jones de cada fatia em que a célula foi dividida. No entanto, todas essas matrizes precisam estar descritas em relação ao mesmo sistema de coordenadas. Essas fatias estão orientadas com ângulos θ/N , $2\theta/N$, $3\theta/N$, ..., $N\theta/N$ em relação ao eixo x . Conseqüentemente, suas respectivas matrizes de Jones, dadas pela eq.(2.5), estão descritas em relação a sistemas de coordenadas que estão girados em ângulos múltiplos de θ/N . A fim de se obter estas matrizes em relação a um único sistema de coordenadas cartesianas, utiliza-se o operador de rotação $R[]$ em cada uma delas.

O operador de rotação $R[]$ é descrito a seguir [31].

$$R[\Phi] = \begin{bmatrix} \cos(\Phi) & \sin(\Phi) \\ -\sin(\Phi) & \cos(\Phi) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Nessa expressão, Φ é o ângulo entre o sistema de coordenadas em que é descrita a matriz de Jones e o sistema de coordenadas em que se deseja descrevê-la.

Considere uma fatia de cristal líquido que se encontra girada de um ângulo τ em relação ao eixo x . Sua matriz de Jones, descrita em relação ao sistema de coordenadas cartesianas xy , é dada por:

$$R[-\tau] W_0 R[\tau]$$

Utilizando-se o raciocínio descrito acima para todas as fatias, a matriz de Jones M é descrita como:

$$M = \prod_{m=1}^N R\left[-m \frac{\theta}{N}\right] W_0 R\left[m \frac{\theta}{N}\right] \quad (2.7)$$

A fim de simplificar a expressão anterior, utiliza-se a seguinte propriedade do operador de rotação:

$$R[a]R[b]=R[a+b] \quad (2.8)$$

Aplicando-se essa propriedade na eq. (2.7), obtém-se a expressão simplificada:

$$M = e^{i\phi} R[-\theta] \left[W_L R\left[\frac{\theta}{N}\right] \right]^N \quad (2.9)$$

Substituindo-se as expressões matriciais referentes ao operador de rotação $R[\]$ e à matriz W_L , na expressão anterior, o resultado produzido é dado por:

$$M = e^{i\phi} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{N}\right)e^{i\frac{\beta}{N}} & \sin\left(\frac{\theta}{N}\right)e^{i\frac{\beta}{N}} \\ \sin\left(\frac{\theta}{N}\right)e^{-i\frac{\beta}{N}} & \cos\left(\frac{\theta}{N}\right)e^{-i\frac{\beta}{N}} \end{bmatrix} \right]^N \quad (2.10)$$

A eq. (2.10) apresenta uma matriz elevada à enésima potência. Para transformar essa expressão em um formato mais simples, utilizou-se a identidade de Chebyshev:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^N = \begin{bmatrix} \frac{a \operatorname{sen}(Nk) - \operatorname{sen}((N-1)k)}{\operatorname{sen}(Nk)} & b \frac{\operatorname{sen}(Nk)}{\operatorname{sen}(k)} \\ c \frac{\operatorname{sen}(Nk)}{\operatorname{sen}(k)} & \frac{d \operatorname{sen}(Nk) - \operatorname{sen}((N-1)k)}{\operatorname{sen}(Nk)} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Nessa expressão:

$$k = \arccos\left(\frac{a+d}{2}\right) \quad (2.12)$$

Aplicando-se a identidade de Chebyshev na eq. (2.10) e fazendo-se N tender ao infinito, o resultado produzido é dado por:

$$M = e^{i\phi} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\operatorname{sen}(\theta) \\ \operatorname{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\gamma) + i \frac{\beta \operatorname{sen}(\gamma)}{\gamma} & \frac{\theta}{\gamma} \operatorname{sen}(\gamma) \\ -\frac{\theta}{\gamma} \operatorname{sen}(\gamma) & \cos(\gamma) - i \frac{\beta \operatorname{sen}(\gamma)}{\gamma} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

na expressão anterior:

$$\gamma = \sqrt{\theta^2 + \beta^2} \quad (2.14)$$

e pela eq.(2.3):

$$\phi = \frac{\pi}{\lambda} d (n_e + n_o) = \phi_0 + \beta$$

Nessa expressão, ϕ_0 é uma constante de fase que será desprezada.

Quando um campo elétrico $\vec{E}$ é aplicado na direção z , sobre a célula de cristal líquido, as moléculas são inclinadas em um ângulo ζ na direção deste campo elétrico, como ilustrado na figura 2.2.

Figura 2.2 Molécula inclinada por um ângulo ζ devido à aplicação do campo elétrico E

A expressão para o ângulo ζ , mostrado na figura 2.2, é dada por:

$$\zeta = \begin{cases} 0 & , V_{RMS} \leq V_c \\ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left[\exp \left(- \frac{V_{RMS} - V_c}{V_0} \right) \right] & , V_{RMS} > V_c \end{cases} \quad (2.15)$$

Nessa expressão:

V_{rms} - tensão eficaz aplicada no cristal líquido;

V_c - tensão de limiar em que tensões abaixo dela não provocam nenhum ângulo de inclinação nas moléculas;

V_0 - tensão para a qual o ângulo de inclinação é 49.6° .

Desta forma, quando aplicada uma tensão elétrica na célula de cristal líquido, o índice de refração extraordinário é alterado e passa a ser função do ângulo de inclinação ζ , sendo designado por $n_e(\zeta)$. A equação que relaciona o novo índice de refração extraordinário $n_e(\zeta)$ com o ângulo de inclinação ζ é dada por:

$$\frac{1}{n_e^2(\zeta)} = \frac{\cos^2(\zeta)}{n_e^2} + \frac{\sin^2(\zeta)}{n_o^2} \quad (2.16)$$

Nessa expressão:

ζ - ângulo de inclinação indicado na figura 2.2;

n_e - índice de refração extraordinário do cristal líquido sem nenhuma tensão aplicada;

n_o - índice de refração ordinário do cristal líquido.

Para adaptar a teoria descrita anteriormente a este novo caso, que considera uma tensão elétrica aplicada, simplesmente se substitui n_e por $n_e(\zeta)$, dado pela eq. (2.16).

A LCTV deve ser posicionada entre um polarizador e um analisador. Sejam, respectivamente, Ψ_1 , Ψ_2 e Ψ_D os ângulos em que estão girados o polarizador, o analisador e a fatia frontal da TV a cristal líquido, com relação ao eixo x (eixo vertical). Estas três novas variáveis são mostradas na figura 2.3.

Figura 2.3 Ilustração da utilização da LCTV que é posicionada entre o polarizador e o analisador.

A matriz de Jones do sistema da figura 2.3 é o produto da matriz de Jones do polarizador, da LCTV e do analisador, descritas em relação ao sistema de coordenadas cartesianas xy .

A matriz de Jones do polarizador e do analisador, em relação ao sistema de coordenadas cartesianas xy , é dada por [32] :

$$\begin{bmatrix} \cos^2(\varphi) & \sin(\varphi)\cos(\varphi) \\ \sin(\varphi)\cos(\varphi) & \sin^2(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Nessa matriz, $\varphi = \Psi_1$ para o polarizador, e $\varphi = \Psi_2$ para o analisador.

Como a fatia frontal da LCTV está orientada por um ângulo Ψ_D , deve-se utilizar o operador de rotação $R[]$ na matriz de Jones M para descrevê-la em relação ao sistema de coordenadas cartesianas xy . Desta forma, o resultado produzido é :

$$\begin{bmatrix} \cos(\Psi_D) & \sin(\Psi_D) \\ -\sin(\Psi_D) & \cos(\Psi_D) \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \cos(\Psi_D) & -\sin(\Psi_D) \\ \sin(\Psi_D) & \cos(\Psi_D) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Utilizando-se as eqs.(2.13), (2.17) e (2.18), a matriz de Jones, que representa o sistema da figura 2.3, é dada pelo produto:

$$A \cdot M \cdot B \quad (2.19)$$

Na expressão acima:

$$A = \begin{bmatrix} \cos^2(\Psi_2) & \sin(\Psi_2)\cos(\Psi_2) \\ \sin(\Psi_2)\cos(\Psi_2) & \sin^2(\Psi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Psi_D) & \sin(\Psi_D) \\ -\sin(\Psi_D) & \cos(\Psi_D) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos(\Psi_D) & -\sin(\Psi_D) \\ \sin(\Psi_D) & \cos(\Psi_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2(\Psi_1) & \sin(\Psi_1)\cos(\Psi_1) \\ \sin(\Psi_1)\cos(\Psi_1) & \sin^2(\Psi_1) \end{bmatrix}$$

M é dada pela eq. (2.13)

Assumindo-se que o feixe de luz laser tenha polarização circular e incida normalmente na entrada do sistema, seu campo elétrico pode ser representado, por meio do vetor de Jones, como [33]:

$$\begin{bmatrix} E_e \\ E_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

O campo elétrico após o analisador pode ser representado pelo produto entre a eq.(2.20) e a eq.(2.19), cujo resultado é dado por:

$$\begin{bmatrix} E'_e \\ E'_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\Theta_2) & \sin(\Theta_2)\cos(\Theta_2) \\ \sin(\Theta_2)\cos(\Theta_2) & \sin^2(\Theta_2) \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \cos(\Theta_1) \\ \sin(\Theta_1) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Nessa expressão:

$$\Theta_1 = \Psi_1 - \Psi_D \quad (2.22)$$

$$\Theta_2 = \Psi_2 - \Psi_D \quad (2.23)$$

E_o' - Campo elétrico referente ao eixo ordinário após o analisador

E_e' - Campo elétrico referente ao eixo extraordinário após o analisador

M - Matriz de Jones que representa a LCTV

Defini-se T como a intensidade de transmitância e δ como o atraso de fase (diferença de fase entre o campo complexo após a LCTV e o campo complexo incidente). As expressões para essas duas novas variáveis podem ser obtidas por meio da eq. (2.21), sendo expressas por:

$$T = |E_e'|^2 + |E_o'|^2 \quad (2.24)$$

$$T = \left\{ \frac{\theta}{\gamma} \sin(\gamma) \sin[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)] + \cos \gamma \cos[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)] \right\}^2 + \left\{ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos[\theta - (\Psi_1 + \Psi_2) + 2\Psi_D] \right\}^2 \quad (2.25)$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{\text{Im}(E_e')}{\text{Re}(E_e')}\right) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(E_o')}{\text{Re}(E_o')}\right) \quad (2.26)$$

$$\delta = \beta + \tan^{-1} \left\{ \frac{\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos[\theta - (\Psi_1 + \Psi_2) + 2\Psi_D]}{\frac{\theta}{\gamma} \sin \gamma \sin[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)] + \cos \gamma \cos[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)]} \right\} \quad (2.27)$$

Nessas expressões:

Ψ_1, Ψ_2, Ψ_D e θ são os ângulos indicados na figura 2.3;

$$\gamma = \sqrt{\theta^2 + \beta^2};$$

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda} d [n_e(\zeta) - n_o].$$

2.2 Determinação dos parâmetros intrínsecos θ e Ψ_D .

No modelo descrito anteriormente, a LCTV apresenta dois parâmetros intrínsecos que precisam ser determinados, θ e Ψ_D [4, 34]. Para isso, fixa-se $\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi$ para a eq. (2.25), resultando na equação:

$$T = \left[\frac{\theta}{\gamma} \sin \gamma \sin \theta + \cos \gamma \cos \theta \right]^2 + \left[\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\theta - 2\Psi + 2\Psi_D) \right]^2 \quad (2.28)$$

Analisando-se a equação anterior, nota-se que seu primeiro termo depende apenas das variáveis θ e γ . O segundo termo depende das variáveis β , θ , γ , Ψ e Ψ_D . Desta forma, girando-se Ψ , o máximo valor da eq. (2.28) ocorre quando:

$$\Psi = \Psi_{\max} = \frac{\theta}{2} + \Psi_D \pm \frac{n\pi}{2}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.29)$$

Medindo-se o valor de $\Psi_{\max}$, obtém-se uma relação entre θ e Ψ_D .

Para $\Psi = \Psi_{\max}$, a eq. (2.28) torna-se:

$$T = \left[\frac{\theta}{\gamma} \sin \gamma \sin \theta + \cos \gamma \cos \theta \right]^2 + \left[\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \right]^2 \quad (2.30)$$

Assim como é possível encontrar o valor máximo da eq.(2.28) em relação a Ψ , também é possível encontrar o valor de Ψ para que esta equação apresente seu ponto de mínimo em relação a esta variável. Desta forma, o valor de Ψ encontrado é dado por:

$$\Psi = \Psi_{\min} = \frac{\theta}{2} + \Psi_D \pm \frac{(2n+1)\pi}{4}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.31)$$

Conseqüentemente, substituindo-se o valor de $\Psi = \Psi_{\min}$ na eq. (2.28), ela se torna:

$$T = \left[\frac{\theta}{\gamma} \sin \gamma \sin + \cos \gamma \cos \theta \right]^2 \quad (2.32)$$

Os valores encontrados de $\Psi_{\max}$ e $\Psi_{\min}$ independem do valor do nível de cinza, ou seja, independem do valor de γ . Isto pode ser confirmado experimentalmente por meio dos gráficos mostrados na figura 2.4.

Figura 2.4 Gráficos experimentais mostrando que o mínimo e o máximo da intensidade, em relação a Ψ , são independentes do nível de cinza.

Os valores experimentais de $\Psi_{\max}$ e $\Psi_{\min}$ podem ser encontrados por meio dos dados experimentais utilizados para gerar os gráficos mostrados na figura 2.4. Desta forma, obtêm-se $\Psi_{\max} = 38^\circ$ e $\Psi_{\min} = 82^\circ$. Substituindo-se tais valores nas eqs.(2.29) e (2.31), obtém-se duas equações que relacionam as grandezas θ e Ψ_D . Conseqüentemente, há a necessidade de se encontrar uma outra expressão que possibilite encontrar uma dessas grandezas. Primeiramente, será determinada a variável θ .

Para encontrar essa variável, fixa-se o valor de Ψ em $\Psi_{\min}$ e mede-se o valor de $T_{\min}$ para cada nível de cinza. Observa-se, pela figura 2.5, que $T_{\min}$ torna-se nula quando o nível de cinza é 10. Conseqüentemente, utilizando-se a eq. (2.32) igualada a zero, pode-se obter uma relação entre θ e β .

Figura 2.5 Razão entre T_{MIN} e T_{MAX} . O gráfico (a) mostra a ampliação da região de interesse.

Necessita-se agora encontrar uma outra igualdade que relacione θ e β para se encontrar o valor de θ . Fixando-se o nível de cinza em 10 (mesmo valor de β) e $\Psi_1 = 0$, mediu-se o valor da intensidade de transmitância para diversos valores de Ψ_2 . Utilizando-se esses dados, obteve-se o gráfico mostrado na figura 2.6, por meio do qual se observa que a intensidade de transmitância tem seu mínimo para $\Psi_2 = 10^\circ$. Portanto, pode-se utilizar a eq. (2.25) como a segunda igualdade requisitada para encontrar o valor de θ . Ressaltando-se que se deve pesquisar os valores de θ e β que proporcionam o mínimo local da eq. (2.25), respeitando-se as condições de $\Psi_1 = 0$ e $\Psi_2 = 10^\circ$.

Figura 2.6 Curva que mostra a intensidade em relação ao ângulo do analisador (Ψ_2) cujo mínimo ocorre para o valor de $\Psi_2 = 10^\circ$.

Conseqüentemente, devem-se resolver simultaneamente, por meio de um processo iterativo, as eqs. (2.33) e (2.34), dadas a seguir. Lembrando-se de que o zero da eq. (2.33) é igual ao valor mínimo desta equação elevada ao quadrado.

$$\text{MIN} \left\{ \left[\frac{\theta}{\gamma} \sin \gamma \sin \theta + \cos \gamma \cos \theta \right]^2 \right\} \quad (2.33)$$

$$\text{MIN} \left\{ \left\{ \frac{\theta}{\gamma} \sin(\gamma) \sin[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)] + \cos \gamma \cos[\theta + (\Psi_1 - \Psi_2)] \right\}^2 + \left\{ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos[\theta - (\Psi_1 + \Psi_2) + 2\Psi_D] \right\}^2 \right\} \quad (2.34)$$

Nessas expressões:

$$\gamma = \sqrt{\theta^2 + \beta^2}$$

$$\Psi_D = 38^\circ - \frac{\theta}{2}$$

$$\Psi_1 = 0$$

$$\Psi_2 = 10^\circ$$

MIN - representa o mínimo da função em relação a θ e β

Resolvendo-se simultaneamente as eq.(2.33) e (2.34), obtém-se:

$$\theta = -79^\circ$$

Substituindo-se o valor de θ na eq. (2.29) ou na eq. (2.31), determina-se:

$$\Psi_D = 78^\circ$$

2.3 Determinação das características de modulação de fase da LCTV

As medidas de modulação de fase da LCTV foram feitas utilizando-se um interferômetro com uma lâmina de vidro em forma de cunha (*wedged shear plate interferometer* - WSPI) [4], que é mostrado na figura 2.7. Nessa ilustração, as superfícies da lâmina de vidro estão dispostas em forma de cunha na direção vertical, introduzindo, assim, um caminho óptico gradualmente diferente entre o feixe de luz laser refletido pela superfície frontal e o feixe refletido pela superfície interna da lâmina de vidro. Essa lâmina é posicionada em um ângulo de 45° em relação à horizontal.

Figura 2.7 Vista lateral do WSPI

A LCTV é ajustada para que apresente, em cada uma de suas metades, um nível de cinza. No exemplo mostrado na figura 2.8, os níveis de cinza são 0 e 125. Nesta figura, é mostrada a secção horizontal da lâmina juntamente com a LCTV. Por simplicidade, não estão representados o analisador e o polarizador.

Figura 2.8 Seção horizontal do WSPI

Devido à espessura da lâmina, os feixes refletidos pela superfície interna são defasados no plano horizontal com relação aos refletidos na superfície frontal. O padrão de interferência do WSPI consiste, desta forma, em 3 regiões. Sob os dois lados, há o padrão de interferência entre dois feixes de mesmo nível de cinza (regiões a e c). Na região central, há a interferência entre dois feixes de níveis de cinza diferentes (região b).

O feixe de luz laser após o interferômetro apresenta uma defasagem formada pelos diferentes níveis de cinza e pela diferença entre caminhos, devida ao formato em cunha da lâmina do interferômetro. O resultado dessas duas projeções é uma defasagem vertical que produz franjas que são proporcionais à diferença de fase entre os dois feixes de níveis de cinza diferentes. Um exemplo experimental é mostrado na figura 2.9.

Figura 2.9 Defasagem entre dois níveis de cinza

2.4 Escolha da curva de modulação da LCTV

Fixando-se previamente valores para Ψ_1 e Ψ_2 e medindo-se o valor da amplitude e da fase da luz laser após o analisador para cada nível de cinza, obtém-se um conjunto de valores denominado curva de modulação.

O número de combinações para a escolha de uma curva de modulação conveniente às necessidades do projeto, entre as diversas possibilidades (cada valor de Ψ_1 e Ψ_2 produz uma curva diferente), é muito grande para se tentar encontrá-la sem um critério de orientação.

Esta curva deve ser escolhida, de tal forma que o erro cometido, ao se aproximar os pontos calculados do filtro espacial utilizado no projeto, seja o menor possível. Inicialmente, analisa-se o módulo deste filtro espacial, que é mostrado na figura 2.10. Nessa figura, é possível notar que há um número significativo de pontos com baixas amplitudes (indicados pelos pontos pretos) tanto nas frequências espaciais mais baixas (centro da figura), quanto nas frequências espaciais mais altas (periferia da figura).

Figura 2.10 Módulo do filtro de correlação ótima, onde o nível de cinza branco representa a amplitude normalizada 1 e o nível de cinza preto representa o valor 0.

Para cada valor de amplitude do filtro mostrado na figura 2.10, calculou-se seu número de repetições e produziu-se o gráfico mostrado na figura 2.11. Por meio desse gráfico, pode-se notar que o valor que mais se repete é aquele cujo valor da amplitude é zero. Dessa forma, é conveniente escolher uma curva que necessariamente passe pela origem do sistema de coordenadas polar.

Figura 2.11: Gráfico do número de repetições para cada valor de amplitude do filtro.

Com a finalidade de selecionar uma curva adequada que atenda satisfatoriamente o critério descrito anterior, passagem pela origem do sistema de coordenadas polar, tornou-se necessária a realização de medidas dos valores da amplitude e da fase do feixe de luz laser na saída do analisador. Para isso, utilizaram-se vários níveis de cinza, variando-se os valores de Ψ_1 e Ψ_2 , previamente estabelecidos. Para medir os valores de amplitudes, utilizou-se um luxímetro, e, para medir os valores de fase, o WSPI. Das curvas medidas, a que foi selecionada para o projeto é mostrada na figura 2.12.

Figura 2.12 Curva de modulação da LCTV

Capítulo 3

Filtro de Correlação Ótima

3.1 Estratégias para a confecção do Filtro de Correlação Ótima

O filtro de correlação ótima pode apresentar, por meio de ajustes em seus parâmetros, características semelhantes a um filtro casado, ou a um filtro inverso, ou características de ambos os filtros [24].

Este filtro deve ser projetado para tolerar as distorções das impressões digitais. Portanto, ele acomoda as variações naturais existentes nas impressões digitais sobre um período significativo de tempo. Para o projeto do filtro, utiliza-se um conjunto de Y imagens designadas imagens de treinamento, obtidas da impressão digital a ser identificada. Essas imagens são captadas diretamente no correlator óptico. O conjunto deve ser suficientemente grande para abranger todas as distorções esperadas das impressões digitais. O filtro é calculado utilizando-se uma série de Y imagens de treinamento, designadas por $\{f_0^1, f_0^2, \dots, f_0^Y\}$. Através da combinação da função do filtro com a entrada, produzem-se os resultados de verificação. Este filtro calculado é designado como $H(u, v)$ e é projetado para ser utilizado por um usuário legítimo. A saída do sistema em resposta a $f_0^l(x, y)$ é denominada $c_0^l(x, y)$ e sua transformada de *Fourier* é definida como $C_0^l(u, v) \equiv F_0^l(u, v)H(u, v)$, na qual $F_0^l(u, v)$ é a transformada de *Fourier* das imagens de treinamento $f_0^l(x, y)$. Para facilitar o processo de decisão do correlator, a saída do sistema deverá ser o mais próxima possível da função delta de Dirac $\delta(x, y)$.

3.2 Critérios do Filtro de Correlação Ótima

Definem-se duas variáveis para a otimização do filtro: o erro de similaridade E_S e o erro de ruído E_R . Devem-se utilizar convenientemente essas novas variáveis para que o filtro apresente: uma saída próxima à função delta para um usuário legítimo; e uma tolerância às distorções presentes nas imagens de entrada.

Para $1 \leq t \leq Y$, exige-se que $c_0^t(x, y) \approx \delta(x, y)$, isto é, a saída deve se aproximar da função delta de Dirac tanto quanto possível para cada imagem $f_0^t(x, y)$ do conjunto de treinamento. Define-se E_S como sendo:

$$E_S = \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y \int |c_0^t(x, y) - \delta(x, y)|^2 dx dy \quad (3.1)$$

Aplicando-se o teorema de Parseval na equação acima se produz:

$$E_S = \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y \int |C_0^t(u, v) - 1|^2 du dv \quad (3.2)$$

Para minimizar o erro devido às distorções nas imagens de entrada, considera-se $f_0^t(x, y) = f_0^s(x, y) + \varepsilon_{\text{Entrada}}^{t,s}(x, y)$ com $c_0^t(x, y) = c_0^s(x, y) + \varepsilon_{\text{Saída}}^{t,s}(x, y)$, para $s, t \in \{1, \dots, Y\}$ e $t \neq s$. Supondo-se que o erro de entrada $\varepsilon_{\text{Entrada}}^{t,s}(x, y)$ não se correlacione com $f_0^s(x, y)$, pode ser mostrado que a expressão para E_R , devido a distorções aditivas ou mudanças em $f_0^t(x, y)$, é dada por [24]:

$$E_R = \int |H(u, v)|^2 P(u, v) du dv \quad (3.3)$$

com:

$$P(u, v) = \frac{2}{Y(Y-1)} \sum_{t=1}^{Y-1} \sum_{s=t+1}^Y |F\{\varepsilon_{\text{Entrada}}^{t,s}(x, y)\}|^2 \quad (3.4)$$

Desta forma, $P(u, v)$ representa o espectro de potência [35] das diferenças entre as impressões digitais no conjunto de treinamento.

O termo E_S caracteriza a similaridade das saídas do sistema em resposta a cada imagem do conjunto de treinamento, e o termo E_R caracteriza o efeito da variação entre imagens. Portanto, E_S determina quão seletiva (ou discriminante) é a função do filtro e o E_R determina o grau de tolerância da mesma para as distorções esperadas nas impressões digitais.

3.3 Definição do Filtro de Correlação Ótima

Define-se o erro total E_T por:

$$E_T = \alpha E_R + \sqrt{1 - \alpha^2} E_S, 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.5)$$

Variando-se o fator de ponderação α entre 0 e 1, é possível minimizar ou maximizar a influência de E_R e E_S na composição de E_T . Substituindo-se as eqs. (3.3) e (3.4) na eq. (3.5), o resultado produzido é:

$$E_T = \alpha \iint |H(u, v)|^2 P(u, v) du dv + \sqrt{1 - \alpha^2} \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y \iint |C_0^t(u, v) - 1|^2 du dv \quad (3.6)$$

Nesta expressão:

$H(u, v)$ - função que representa o filtro utilizado;

$P(u, v)$ - espectro de potência da diferença entre as impressões digitais no conjunto de treinamento;

$C_0^t(u, v)$ - representa a transformada de *Fourier* da t -ésima saída.

Deve-se agora minimizar o erro total em relação a $H(u, v)$. Para resolver este problema, necessita-se obter a derivada parcial da eq. (3.6) em relação a $H(u, v)$ e igualá-la a zero. Desta forma, calculando-se esta derivada, obtém-se:

$$\sqrt{1-\alpha^2} \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y [(F_0^*(u, v) H^*(u, v) - 1) F_0^t(u, v)] + \alpha H^*(u, v) P(u, v) = 0 \quad (3.7)$$

Resolvendo-se a equação acima em relação a $H(u, v)$, o resultado produzido é:

$$H(u, v) = \sqrt{1-\alpha^2} \frac{A_0^*(u, v)}{\alpha P(u, v) + \sqrt{1-\alpha^2} D_0(u, v)} \quad (3.8)$$

Nesta expressão:

$$A_0(u, v) = \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y F_0^t(u, v) \quad (3.9)$$

$$D_0(u, v) = \frac{1}{Y} \sum_{t=1}^Y |F_0^t(u, v)|^2 \quad (3.10)$$

Para avaliar a performance do filtro, define-se a taxa R como sendo o valor do pico de correlação dividido pela energia total no plano de correlação. No sistema de verificação, o usuário é aceito se a taxa R exceder um determinado valor do limiar de aceitação L , ou rejeitado, se ela não alcançar o valor de L . Pode-se obter o valor da taxa R por meio de simulações numéricas utilizando-se impressões digitais escaneadas ou adquiridas no próprio correlator óptico. Utilizando-se estas simulações, produzem-se duas distribuições de taxas de valores: uma para usuários legítimos e outra para intrusos. Essas distribuições são denotadas por $D^l(R)$ e $D^a(R)$, respectivamente. A probabilidade de rejeição falsa (Fr) é a probabilidade de que a taxa seja menor que o limiar de aceitação L para um usuário legítimo, sendo, desta forma, a integração da distribuição $D^l(R)$ de

$R = 0$ até L . A probabilidade de aceitação falsa (Fa) é a probabilidade de que a taxa seja maior que este limiar L para um intruso, sendo, desta forma, a integração da distribuição $D^a(R)$ de $R = L$ até ∞ . Portanto:

$$Fr(L) = \int_0^L D^i(R) dR \quad (3.11)$$

$$Fa(L) = \int_L^{\infty} D^a(R) dR \quad (3.12)$$

Pode-se verificar a performance do sistema utilizando-se as curvas de Fa e Fr em função de L . Essas curvas se interceptam em um ponto chamado probabilidade comum (*Common Probability* – CP). Um estudo sobre a CP proporciona um indicativo de qual limiar L pode ser usado. Utiliza-se também a CP para a otimização do filtro.

3.4 Otimização do Filtro

A otimização do desempenho do filtro é realizada utilizando-se, inicialmente, duas variáveis que caracterizam o filtro: o fator de ponderação α e o número de impressões digitais Y , que não são conhecidos. Um método adequado para a determinação dessas variáveis foi empregar um conjunto de cinco pessoas, as quais contribuíram, cada uma, com um total de 120 imagens de impressões digitais (valor conveniente para assegurar uma maior eficiência do método). Deste total, 20 delas são utilizadas para gerar os filtros e 100 para efetuar as correlações numéricas.

De fato, esse processo de otimização consiste em encontrar os valores ótimos de α e de Y que proporcionem o menor valor da CP. Para isto, foram gerados diversos filtros utilizando-se quatro valores distintos de Y : 1, 5, 10 e 20. No entanto, para cada valor de Y variou-se o valor de α entre 10^{-9} e 10^{-1} em múltiplos de 10^{-1} . Como resultado, obtiveram-se 36 filtros. Entretanto, na síntese destes filtros utilizou-se no lugar de

$P(u, v)$, descrita pela eq. (3.4), uma matriz bidimensional com dimensões iguais às imagens das impressões digitais e com todos os seus valores iguais a um. Posteriormente, realizaram-se as correlações numéricas necessárias, utilizando-se os diversos filtros gerados para cada valor de α e Y .

As curvas do gráfico da figura 3.1 mostram o comportamento das probabilidades de rejeição falsa (Fr) e aceitação falsa (Fa) versus o limiar de aceitação do filtro (L).

Figura 3.1 Comportamento de Fr e Fa versus limiar de aceitação L

O ponto de intersecção entre estas duas curvas determina o valor de CP. Os valores ótimos de α e Y são os do filtro que apresentar o menor valor de CP. Conseqüentemente, o processo que gerou a figura 3.1 foi repetido para os todos os filtros, produzindo as curvas da figura 3.2.

Figura 3.2 Curvas de CP para $Y = 1$, $Y = 5$, $Y = 10$ e $Y = 20$

A maioria das curvas obtidas apresenta um ponto de mínimo em torno de $\alpha = 10^{-6}$ e a que apresenta o menor valor de CP para $\alpha = 10^{-6}$ é a associada ao valor de $Y = 10$. Conseqüentemente, o filtro deve ser projetado com 10 impressões digitais e com $\alpha = 10^{-6}$. Desta maneira, o filtro obtido terá seu desempenho otimizado.

3.5 Cálculo do Filtro Real

Como está sendo utilizado um único modulador espacial de luz, otimizado para a modulação de amplitude, não é possível atingir todos os valores localizados no círculo complexo unitário. Desta forma, a modulação fica restrita a um conjunto de pontos que geram uma determinada curva, que é denominada curva de modulação. Conseqüentemente, o filtro ideal, calculado anteriormente, precisa ser aproximado a esta curva de modulação. Para isto, utilizou-se o princípio da Distância Mínima Euclidiana (MED - *Minimum Euclidean Distance*), desenvolvido por Juday [36].

3.6 Comparação de desempenho entre os filtros de fase, de correlação ótima e casado.

Baseando-se nas características do projeto e de todos os filtros citados anteriormente, podem-se implementar na prática três tipos diferentes de filtros: o filtro de fase, o filtro casado e o filtro de correlação ótima. Torna-se necessário escolher o tipo de filtro que melhor se adapta às necessidades do projeto, devendo ele apresentar o menor valor de CP. Para esta finalidade, geraram-se quatro filtros para cada tipo citado anteriormente, variando-se o número de impressões digitais utilizadas para gerar o filtro em 1, 5, 10 e 20, totalizando 12 filtros. Posteriormente, efetuaram-se as correlações numéricas destes filtros com as impressões digitais. Aplicando-se o conceito de CP nos resultados obtidos por meio das correlações numéricas, obtiveram-se os gráficos mostrados na figura 3.3. Utilizando-se estes gráficos, pode-se observar que o filtro que apresenta o menor valor de CP é o filtro de correlação ótima. Conseqüentemente, ele deverá ser o filtro escolhido para o desenvolvimento deste projeto.

Figura 3.3 Curvas de desempenho dos três filtros implementados: filtro de correlação ótima, filtro de fase e filtro casado.

Capítulo 4

Correlator Óptico Compacto

Introdução

Neste projeto, o correlator óptico de VanderLugt apresentou um comprimento de 6.8m, tornando praticamente proibitiva sua implementação prática. Desta forma, é necessário utilizar a geometria de um outro correlator que apresente o mesmo desempenho com uma menor dimensão.

4.1 Descrição do Correlator Óptico Compacto

O correlator óptico compacto [37] apresenta em sua configuração 5 lentes, como mostrado na figura 4.1: três lentes convergentes (L_1 , L_3 e L_4 , com distâncias focais f_1 , f_3 e f_4 , respectivamente) e duas lentes divergentes (L_2 e L_5 , com distâncias focais f_2 e f_5 , respectivamente).

Figura 4.1 Ilustração do correlador óptico compacto

Os cálculos para este correlador não são tão imediatos como no correlador de *VanderLugt* e, para efetuá-los, utilizou-se a notação de operadores [38], que, juntamente com suas propriedades¹, proporcionam uma maneira mais simples de realizar os cálculos.

Os operadores são representados por:

$R[d]$ - operador que representa uma propagação a uma distância d ;

$Q[b]$ - operador que representa a multiplicação por um fator de fase quadrático proporcional a b ;

$V[s]$ - operador que representa a aplicação do fator de escala s ;

F - operador que representa a aplicação da transformada de *Fourier*.

Para efetuar os cálculos desse correlador, inicialmente, ele é dividido em duas partes: a primeira parte indo do plano de entrada ao plano de *Fourier* e a segunda, do plano de *Fourier* ao plano de saída.

¹ Estes operadores, bem como suas propriedades, encontram-se detalhados no apêndice

Na primeira parte deste correlator, serão consideradas, inicialmente, as lentes L_1 e L_2 (cujas distâncias focais serão adotados, respectivamente, como sendo f_c e f_D , esta última, por conveniência, em módulo) e as distâncias d_1 e d_2 . Desta forma, aplicando-se a notação de operadores, o resultado produzido no plano de *Fourier* é dado por:

$$R[d_2]Q[f_D^{-1}]R[d_1]Q[-f_c^{-1}]$$

Utilizando-se as propriedades dos operadores na expressão acima, o resultado produzido é:

$$Q\left[\frac{1}{(f_D + d_2)^2 \cdot f_c} \cdot \frac{f_D}{(f_D + d_2) \cdot f_c + f_D^2}\right]V\left[\frac{1}{\lambda \cdot f_c} \cdot \frac{f_D}{f_D + d_2}\right]F$$

Escrevendo-se a expressão acima na notação integral:

$$\frac{e^{j\frac{\pi}{\lambda f} (u^2 + v^2)}}{\sqrt{\lambda f}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} o(x, y) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f} (xu + yv)} dx dy \quad (4.1)$$

Nessa expressão:

$$f_r = \frac{(f_D + d_2)^2 f_c}{(f_D + d_2) f_c + f_D^2} \quad (4.2)$$

$$f = \frac{(f_D + d_2) f_c}{f_D} \quad (4.3)$$

$$f_c = d_1 + \frac{f_D \cdot d_2}{f_D + d_2} \quad (4.4)$$

- f_C - distância focal da lente convergente;
- f_D - distância focal da lente divergente, em módulo;
- d_1 e d_2 - distâncias indicadas na figura 4.1;
- $o(x, y)$ - objeto na entrada do correlator óptico compacto;
- λ - comprimento de onda do laser utilizado.

Comparando-se a equação anterior com a eq. (1.8), observa-se que ela representa a transformada de *Fourier* obtida por meio de uma lente convergente de distância focal igual a f . No entanto, este resultado difere da transformada de *Fourier* por uma exponencial complexa indesejável que precisa ser eliminada. Posicionando-se a lente convergente L_3 imediatamente antes do plano de *Fourier*, o resultado obtido na eq. (4.1) é multiplicado pela equação que descreve esta lente convergente. Portanto, para obter o resultado desejado, deve-se escolher a distância focal dessa lente igual ao valor numérico de f_F .

Para a segunda parte do correlator compacto não é necessário utilizar uma lente convergente para eliminar o fator de fase indesejável no plano de saída, porque a câmera CCD capta a intensidade do campo complexo, ou seja, seu módulo ao quadrado. Desta forma, devido ao módulo do fator de fase ser sempre unitário, ele não influencia o resultado captado pela câmera CCD.

4.2 Cálculo dos Parâmetros do Correlator Compacto

Os cálculos dos valores numéricos das variáveis da primeira parte do correlator d_1 , d_2 , f_1 , f_2 e f_3 , foram feitos utilizando-se as eqs. (4.2), (4.3) e (4.4). Entretanto, o valor numérico de f da eq. (4.3) deve ser o mesmo da distância focal calculada para a lente convergente da primeira parte do correlator óptico de VanderLugt. Desta forma, o valor de f deve ser 2.1m.

Portanto, necessita-se resolver:

$$f = 2.1 = \frac{(f_D + d_2)f_C}{f_D}$$

$$f_C = d_1 + \frac{f_D \cdot d_2}{f_D + d_2}$$

$$f_f = \frac{(f_D + d_2)^2 f_C}{(f_D + d_2)f_C + f_D^2}$$

nessa expressão: $f_1 = f_C$; $f_2 = f_D$ e $f_3 = f_f$.

As distâncias focais f_C , f_D e f_f foram pesquisadas com base nas lentes disponíveis no laboratório, procurando-se minimizar o tamanho da primeira parte do correlator, ou seja, minimizar a soma $d_1 + d_2$. Com base nestes dados, produziu-se a tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Variáveis da primeira parte do Correlator Óptico Compacto

f_1	+ 500mm
f_2	-75mm
f_3	+ 300mm
d_1	442.9mm
d_2	239.8mm

Por meio de um raciocínio similar aplicado à primeira parte do correlator óptico compacto, encontraram-se as distâncias d_3 e d_4 e as distâncias focais f_4 e f_5 . No entanto, a distância focal f da eq. (4.3) deve ser mudada para 1.3m. Os resultados obtidos por meio desses novos cálculos são mostrados na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Variáveis da segunda parte do correlator Óptico Compacto

f_4	+ 400mm
f_5	- 200mm
d_3	263.5mm
d_4	429.6mm

Capítulo 5

Resultados Experimentais

5.1 Otimização das dimensões do filtro

Para se obter um bom desempenho do filtro, suas dimensões devem ser o mais próximas possível das dimensões da transformada de *Fourier* óptica do objeto na entrada do correlator óptico, com o mínimo ângulo de rotação em relação a esta transformada.

Para se obter as dimensões do filtro que proporcionam o melhor desempenho utilizou-se imagens de uma letra P que é posicionada na entrada do sistema. A captação da imagem da letra P foi realizada por uma câmera CCD, essa localizada no plano de correlação. Durante este processo de captação, adotou-se um valor conveniente de nível de cinza na LCTV, o qual garantiu a melhor definição da imagem captada. Como a letra P está fixa na entrada do sistema, o problema de rotação é eliminado.

Alterando-se convenientemente, via software, as dimensões da imagem da letra P, captadas pela câmera CCD, é possível determinar as melhores dimensões do filtro que proporcionem seu melhor desempenho. Posteriormente, estas imagens alteradas foram sobrepostas a figuras com dimensões de 256 x 256 *pixels*, com todos eles apresentando o valor de nível de cinza igual a 0. Para cada alteração obtida, gerou-se um novo filtro.

Por meio de simulações numéricas das correlações entre a letra P e os filtros obtidos, foi possível observar a sobreposição do pico de correlação a imagem da entrada do correlator (letra P), como mostrado na figura 5.1. Essa imagem está presente no plano de correlação devido à “ordem zero” do filtro localizado no plano de *Fourier* [39].

Conseqüentemente, esse resultado impossibilita uma boa visualização do pico de correlação.

Figura 5.1 Imagem da correlação óptica entre a letra P e um filtro gerado com letras P localizadas no centro da figura. Nesta simulação óptica, o pico de correlação aparece no centro da figura sobreposto a letra P devido à “ordem zero” do filtro localizado no plano de *Fourier*.

Para superar este comportamento indesejável, sobreposição do pico de correlação com a imagem da letra P, gerou-se, inicialmente, imagens da letra P deslocadas do centro da figura para o canto superior direito. Posteriormente, foi gerado o filtro correspondente a esta letra P deslocada. Esse procedimento foi realizado para todas as imagens cujas dimensões foram alteradas anteriormente.

Os resultados obtidos das correlações entre a letra P, posicionada na entrada do sistema, e estes novos filtros permitiram visualizar o pico de correlação deslocado para o canto inferior esquerdo, como pode ser visto na figura 5.2, superando-se, dessa forma, o problema da sobreposição, encontrado inicialmente. Tal deslocamento do pico de correlação ocorre porque a imagem de entrada está deslocada em relação às imagens geradoras. Isso implica no deslocamento do ponto de correlação do centro para o canto inferior esquerdo, devido ao teorema do deslocamento da Transformada de *Fourier* [40].

Figura 5.2 Imagem da simulação da correlação da letra P com o pico de correlação no canto inferior esquerdo.

As correlações entre esses novos filtros, gerados com a letra P deslocada para o canto superior esquerdo, e a imagem da letra P, localizada na entrada do sistema, foram captadas pela câmera CCD localizada no plano de correlação. Essas imagens captadas são mostradas na figura 5.3.

Figura 5.3 Imagens captadas no correlator óptico com seus respectivos picos de correlação para diversas dimensões de filtros.

Diferenças entre estas dimensões prejudicam a definição e a intensidade do pico de correlação, como pode ser visto na figura 5.3. O ponto de correlação é inexistente na figura 5.3(a). À medida que as dimensões das letras P, que geram o filtro posto na LCTV, são alteradas, a intensidade e a definição do ponto de correlação melhoram significativamente, passando por um ponto de máximo na figura 5.3(e), e voltam a se tornar praticamente inexistentes na figura 5.3(h). Terminados os testes de correlação

com a letra P, encontraram-se as dimensões que as imagens que geram o filtro precisam apresentar para se obter a melhor visualização do ponto de correlação.

Concluída a etapa anterior, iniciaram-se os testes com impressões digitais. O processo aplicado para a captação das imagens da letra P foi aplicado novamente para a captação das impressões digitais. Posteriormente, alteraram-se, via software, as dimensões das imagens captadas para um valor conveniente, o qual foi encontrado anteriormente nos testes com a letra P (figura 5.3). Utilizando-se estas imagens, gerou-se o filtro, que foi colocado na LCTV, e as imagens da correlação entre ele e as impressões digitais do usuário legítimo e de falsos usuários foram captadas pela câmera CCD. Esses resultados são mostrados na figura 5.4.

Figura 5.4 Imagens das correlações de impressões digitais. (a) e (b) Usuário legítimo. (c) e (d) Falsos Usuários.

As figuras 5.4(a) e 5.4(b) mostram as correlações de uma mesma impressão digital de um usuário legítimo, nas quais o ponto de correlação está localizado no canto inferior esquerdo, indicado pelas setas. Apesar dessas duas imagens apresentarem algumas diferenças, pode-se perceber o surgimento do pico de correlação em ambas, evidenciando-se a robustez do sistema em relação às pequenas mudanças entre as impressões digitais de um mesmo usuário. Posicionando-se impressões digitais de falsos usuários na entrada do sistema, o pico de correlação praticamente deixa de existir, como pode ser observado nas figuras 5.4(c) e 5.4(d).

5.2 Desempenho do filtro

O desempenho do filtro é medido utilizando-se o valor de CP, que é o ponto de intersecção entre a curva de probabilidade de aceitação falsa (Fa) e a curva de probabilidade de rejeição falsa (Fr). Desta forma, utilizou-se um conjunto de 5 pessoas, no qual, para cada pessoa, gerou-se um filtro de correlação ótima. Cada filtro foi gerado utilizando-se 10 impressões digitais, captadas no correlator óptico, e o fator de ponderação α igual a 10^{-6} , lembrando-se que esses são os valores que otimizam o desempenho do filtro. Para cada filtro, foram feitas 50 correlações no próprio correlator óptico, sendo 10 com o usuário cujas impressões digitais geraram o filtro e 40 com os usuários restantes. Portanto, aplicando-se os conceitos de Fr, Fa e CP nos resultados obtidos dessas correlações, produziram-se os gráficos mostrados na figura 5.5. Por meio desses gráficos obtém-se o valor de CP igual a 27%.

Figura 5.5: Curvas de Fr e Fa cuja intersecção indica o valor de CP.

Conclusão

Mostrou-se, neste trabalho, a robustez do Correlator Óptico Compacto para a identificação de impressões digitais, mesmo quando uma televisão a cristal líquido comercial é utilizada como modulador espacial de luz no plano de *Fourier*.

O cálculo dos Filtros de Correlação Ótima a partir das imagens das impressões digitais, lidas no plano de saída do correlator, quando nenhum filtro está sendo modulado no plano de Fourier, permitiu considerarem-se possíveis desalinhamentos e erros de posicionamento nos componentes do correlator.

O algoritmo utilizado para o cálculo do Filtro de correlação Ótima, considerando-se a curva de modulação da televisão a cristal líquido utilizada, permitiu a obtenção de bons picos de correlação na saída do correlator, mesmo apesar das diferenças observadas nas diversas imagens lidas de uma mesma impressão digital na entrada do correlator.

O ajuste final, via *software*, da dimensão e translação do filtro de correlação, modulado pela televisão, no plano de *Fourier*, mostrou ser robusto e prático para a implementação do correlator.

Referências Bibliográficas

- [1] Bahram Javidi, Joseph L. Horner and John F. Walkup, "An optical pattern recognition system for validation & security verification", Optics & Photonics News, Vol. 5, No. 9, September 1994.
- [2]. A. K. Jain, L. Hong, S. Pankatti and R. Bolle, "An identity authentication system using fingerprints", Special Issue on Automated Biometrics, W. Shen and R. Khanna, ed., Proc. IEEE 85, pp. 1365-1388, 1997, e outras referências neste volume.
- [3]. A. Stoianov, C. Soutar and A. Graham, "High-speed fingerprint verification using an optical correlator", in Optical Pattern Recognition IX, David P. Casasent, Tien-Hsin Chao, Editors. Proceedings of SPIE Vol. 3386, pp. 242-252.
- [4] Luiz Gonçalves Neto, Danny Roberge and Yunlong Sheng, "Programmable optical phase mostly holograms with coupled-mode modulation liquid crystal television", Applied Optics 34, 11, 1944-1950, (1995).
- [5] Luiz Gonçalves Neto, Danny Roberge and Yunlong Sheng, "Full range continuous complex modulation using two coupled-mode liquid crystal televisions", Applied Optics, Vo. 35, No. 23, p. 4567-4576, August 1996.
- [6] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 217-290, ISBN 0-07-114257-6.

- [7] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 709-710, ISBN 0-471-83965-5.
- [8] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 184-185, ISBN 0-07-114257-6.
- [9] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 198-200, ISBN 0-07-114257-6.
- [10] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 200-202, ISBN 0-07-114257-6.
- [11] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 202-205, ISBN 0-07-114257-6.
- [12] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 205-209, ISBN 0-07-114257-6.
- [13] K. Lu, B.E.A. Saleh, "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial light modulator", Opt. Eng. 29, 240-245 (1990)
- [14] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 210-223, ISBN 0-471-83965-5.
- [15] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 196-203, ISBN 0-471-83965-5.
- [16] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 99-101, ISBN 0-07-114257-6.
- [17] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 71-72, ISBN 0-07-114257-6.

-
-
- [18] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 136-139, ISBN 0-471-83965-5.
- [19] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 246-251, ISBN 0-07-114257-6.
- [20] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 20, ISBN 0-07-114257-6.
- [21] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 22, ISBN 0-07-114257-6.
- [22] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 258-259, ISBN 0-07-114257-6.
- [23] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 259-260, ISBN 0-07-114257-6.
- [24] D. Roberge, C. Soutar and B.V.K. Kumar, "Optimal correlation filter for fingerprint verification", in Optical Pattern Recognition IX, David P. Casasent, Tien-Hsin Chao, Editors. Proceedings of SPIE Vol. 3386, pp. 123-133.
- [25]. Yunlong Sheng, Luiz Gonçalves Neto and Danny Roberge, "Phase modulation in twist nematic liquid crystal modulator and its application to optical information processing", Optoelectronic Information Processing, Edited by Bahram Javidi and Philippe Réfrégier, SPIE Optical Engineering Press, pp. 271-293. Invited contribution from a workshop held in Barcelona, Spain, 2-5 June 1997. ISBN 0-8194-2675-X
- [26]. Yunlong Sheng, G. Paul-Hus, L. Shen, Luiz Gonçalves Neto and Danny Roberge, "Optical Real-Time Phase-Only Correlator Using Liquid Crystal Television",

Applications of Photonic Technology, Edited by G.A. Lampropoulos et al., Plenum Press, New York, 1995, pp. 135-139. ISBN 0-306-45011-9.

[27] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 154-160, ISBN 0-07-114257-6.

[28] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 352-353, ISBN 0-07-114257-6.

[29] J. C. Kirsch, D. A. Gregory, M. W. Thie, B. K. Jones, "Modulation characteristics of the Epson liquid crystal television", Opt. Eng., May 1992, Vol.2 No.5 pg. 963-970.

[30] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 199-203, ISBN 0-471-83965-5.

[31] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 201-203, ISBN 0-471-83965-5.

[32] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 203, ISBN 0-471-83965-5.

[33] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 197-198, ISBN 0-471-83965-5.

[34] L. G. Neto, "*Optical Real-Time Holograms Using Liquid Crystal Television and Computer Iterative Design*", Québec - Canadá. Tese de Doutorado - Faculté Des Sciences Et Génie Université Laval - , p. 64-67, 1995

[35] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 103, ISBN 0-07-114257-6.

-
-
- [36] R.D. Juday, "Optimal realizable filters and the minimum Euclidean distance principle", *Appl. Opt.*, 26, pg. 3633-3640 (1987)
- [37] J. A. Davis, M. A. Waring, G. W. Bach, R. A. Lilly, and D. M. Cottrell, "Compact optical correlator design", *Appl. Opt.*, Vol. 28 N° 1 pg. 10-11 (1989)
- [38] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 114-120, ISBN 0-07-114257-6.
- [39] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 249-250, ISBN 0-07-114257-6.
- [40] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 395-396, ISBN 0-07-114257-6.
- [41] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 65-68, ISBN 0-07-114257-6.
- [42] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 52-53, ISBN 0-07-114257-6.
- [43] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 5, ISBN 0-07-114257-6.
- [44] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 114-120, ISBN 0-07-114257-6.
- [45] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, Apendice A, ISBN 0-07-114257-6.

[46] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", Second Edition, MacGraw-Hill, 1996, pp. 395-396, ISBN 0-07-114257-6.

[47] B.E.A Saleh and M.C. Teich, "Fundamentals of Photonics", J.W Goodman Editor, pp. 919, ISBN 0-471-83965-5.

Apêndice

I) Propagação no espaço livre da luz coerente monocromática [41]

Sejam os planos (x, y) e (ξ, η) paralelos e separados por uma distância z . A distribuição de amplitudes e fases de uma frente de onda coerente monocromática no plano (ξ, η) , gerada por uma abertura Σ no plano (x, y) , é dada, de acordo com o princípio de Huygens-Frenel [42], pela eq. (1). Esse esquema é ilustrado na figura 1.

$$U(x, y) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi, \eta) \frac{e^{jkr}}{r} \cos(\omega) ds \quad (1)$$

Nessa expressão:

$U(x, y)$, $U(\xi, \eta)$ - distribuição das amplitudes e fases das frentes de onda no pontos (x, y) e (ξ, η) , respectivamente;

λ - comprimento de onda do laser utilizado;

r - distância do ponto (x, y) ao ponto (ξ, η) ;

ω - ângulo entre o vetor normal ao plano (η, ξ) e o vetor r ;

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - número de onda.

Figura 1 Ilustração dos planos (ξ, η) e (x, y) e da abertura Σ

A expressão $\cos(\omega)$, através da figura 1, é descrita, em termos das variáveis z e r , como sendo:

$$\cos(\omega) = \frac{z}{r} \quad (2)$$

Desta forma, substituindo-se a eq (2) na eq. (1), o princípio de Huygens-Fresnel pode ser rescrito como:

$$U(x, y) = \frac{z}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(\xi, \eta) \frac{e^{jkr}}{r^2} d\xi d\eta \quad (3)$$

O valor da distância r é dado exatamente por:

$$r = \sqrt{z^2 + (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2} \quad (4)$$

Para reduzir a expressão do princípio de Huygens-Fresnel, dada pela eq. (3), a uma forma mais simples, introduz-se aproximações para a distância r . Estas aproximações são baseadas na expansão polinomial da raiz quadrada aplicada na eq. (4).

Seja b um número menor que a unidade e considere a expressão $\sqrt{1+b}$. A expansão polinomial da raiz quadrada é dada por:

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots \quad (5)$$

Nessa expressão, o número de termos necessários para uma dada precisão depende da magnitude de b . Para aplicar a expansão binomial ao problema em questão, fatora-se z para fora da raiz quadrada em r , produzindo:

$$r = z \sqrt{1 + \left(\frac{x-\xi}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-\eta}{z}\right)^2} \quad (6)$$

Seja o termo b na eq. (5) consistindo do segundo e do terceiro termos sobre a raiz quadrada da eq. (6). Retendo-se somente os dois primeiros termos da expansão da eq. (5) produz-se:

$$r \approx z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-\xi}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-\eta}{z} \right)^2 \right] \quad (7)$$

A questão agora é se os termos da eq. (7) são suficientes ou precisa-se de mais termos para uma boa precisão. Para r^2 aparecendo no denominador da eq. (3), o erro introduzido utilizando-se a aproximação dada pela eq. (7) é geralmente aceitável. Porém, para r aparecendo na exponencial, os erros são muito mais críticos. Primeiro, eles são multiplicados por um número muito grande k , tipicamente 10^7 m^{-1} , para a região de espectro visível. Segundo, a fase muda sensivelmente mesmo para pequenas mudanças da ordem de fração de radianos. Por essa razão, não se utilizam aproximações para r na exponencial. A expressão resultante para o campo no plano (x, y) torna-se:

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz}}{jkz} \iint_{\Sigma} U(\xi, \eta) \exp \left\{ j \frac{k}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} d\xi d\eta \quad (8)$$

A expressão $U(\xi, \eta)$ é nula para os pontos (ξ, η) que não pertençam à região Σ . Desta forma, estendendo-se os limites de integração da região Σ para todo o plano, o resultado dado pela eq. (8) não é alterado. Consequentemente, pode-se rescrever a eq. (8) como:

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz}}{jkz} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\xi, \eta) \exp \left\{ j \frac{k}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} d\xi d\eta \quad (9)$$

Na equação anterior, a exponencial complexa que multiplica a entrada $U(\xi, \eta)$ apresenta em sua formulação as variáveis x, y, ξ e η . Esta exponencial pode ser dividida em outras três exponenciais: uma contendo termos em x^2 e y^2 ; outra contendo termos que são o produto de ξx e ηy , e a última contendo termos em ξ^2 e η^2 . Como as variáveis de integração são ξ e η , a exponencial contendo os termos x^2 e y^2 pode ser extraída da integral, por ser considerada uma constante, produzindo:

$$U(x, y) = \frac{e^{jkz}}{jkz} e^{j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(\xi, \eta) e^{j \frac{k}{2z} (\xi^2 + \eta^2)} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \quad (10)$$

II) Transformada de *Fourier* [43]

Dada uma função $f(x, y)$, sua transformada de *Fourier* $F(u, v)$ é definida como:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-2\pi j (u x + v y)} dx dy$$

III) Operadores [44]

A notação de operadores é baseada em várias operações fundamentais, cada uma delas é representada por um "operador". A maioria dos operadores tem parâmetros que dependem da geometria do sistema óptico a ser analisado. Os parâmetros são incluídos dentro de colchetes [] seguindo os operadores. Os operadores agem nas funções incluídas dentro de chaves { }. As notações dos operadores são unidimensionais, porém a extensão para mais de uma dimensão pode ser feita facilmente. Os operadores são listados a seguir:

Multiplicação por uma exponencial de fase quadrática. A definição do operador Q é dada por:

$$Q[c]\{U(x)\} = e^{j\frac{k}{2}cx^2} U(x)$$

Nessa expressão, $k = 2\pi / \lambda$ e c é dado em m^{-1} . O inverso de $Q[c]$ é $Q[-c]$

Fator de escala. Este operador é representado pelo símbolo V e é definido por:

$$V[b]\{U(x)\} = \sqrt{b} \cdot U(b \cdot x)$$

Nessa expressão, b é adimensional. O inverso de $V[b]$ é $V[1/b]$.

Transformada de Fourier. Este operador é representado pelo símbolo F e é definido como:

$$F \{U(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} U(x) \cdot e^{-j2\pi f \cdot x} dx$$

Propagação no espaço livre. A propagação no espaço livre é representada pelo operador R e definida como:

$$R[d]\{U(x_1)\} = \frac{1}{\sqrt{j \cdot \lambda \cdot d}} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_1) \cdot e^{j \frac{k}{2d} (x_2 - x_1)^2} dx_1$$

Nessa expressão, d é a distância de propagação e x_2 é a coordenada em que se aplica a função no plano do fim da propagação.

O inverso de $R[d]$ é $R[-d]$.

III.1) Propriedades dos operadores.

$$\begin{aligned} R[d] &= F^{-1} Q[-\lambda^2 d] F \\ R[d] &= Q\left[\frac{1}{d}\right] V\left[\frac{1}{\lambda \cdot d}\right] F Q\left[\frac{1}{d}\right] \\ V\left[\frac{1}{\lambda \cdot d}\right] F &= R[f] Q\left[-\frac{1}{f}\right] R[f] \end{aligned}$$

Como exemplo, considere o sistema abaixo representado por uma lente convergente L com distância focal igual a f .

Dada uma distribuição complexa $f(x, y)$ no plano de entrada, sua representação no plano de saída, utilizando-se a notação de operadores, é dada por:

$$R[d_2]Q[-f^{-1}]R[d_1]\{f(x,y)\}$$

III.2) Relações entre os operadores

	V	F	Q	R
V	$V[t_2]V[t_1] = V[t_2 t_1]$	$V[t]F = FV\left[\frac{1}{t}\right]$	$V[t]Q[c] = Q[t^2 c]V[t]$	$V[t]R[d] = R\left[\frac{d}{t^2}\right]V[t]$
F	$FV[t] = V\left[\frac{1}{t}\right]F$	$FF = V[-1]$	$FQ[c] = R\left[-\frac{c}{\lambda^2}\right]F$	$FR[d] = Q[-\lambda^2 d]F$
Q	$Q[c]V[t] = V[t]Q\left[\frac{c}{t^2}\right]$	$Q[c]F = FR\left[-\frac{c}{\lambda^2}\right]$	$Q[c_2]Q[c_1] = Q[c_2 + c_1]$	$Q[c]R[d] = R\left[(d^{-1} + c)^{-1}\right] \cdot V[1 + cd] \cdot Q\left[(c^{-1} + d)^{-1}\right]$
R	$R[d]V[t] = V[t]R[t^2 d]$	$R[d]F = FQ[-\lambda^2 d]$	$R[d]Q[c] = Q\left[(c^{-1} + d)^{-1}\right] \cdot V[(1 + cd)^{-1}] \cdot R\left[(d^{-1} + c)^{-1}\right]$	$R[d_2]R[d_1] = R[d_2 + d_1]$

IV) Função delta de Dirac [45]

A função bidimensional delta de Dirac não é, de fato, uma função. Ela pode ser intitulada mais precisamente como "funcional" ou uma "distribuição", que pode ser definida por várias maneiras, uma das quais é:

$$\delta(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^2 \cdot e^{-N^2 \cdot \pi \cdot (x^2 + y^2)}$$

Suas principais propriedades são:

- a) $\delta(x, y) = 0, x^2 + y^2 \neq 0$
- b) $\delta(x, y) = \infty, x^2 + y^2 = 0$
- c) $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, y) dx dy = 1$

V) Teorema do deslocamento da Transformada de *Fourier* [46]

Definindo-se $F(u, v)$ como a Transformada de *Fourier* de $f(x, y)$ têm-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - a, y - b) e^{-j 2 \pi (ux + vy)} dx dy = F(u, v) e^{-j 2 \pi (ua + vb)}$$

VI) Correlação [47]

Dadas duas funções $f(x, y)$ e $g(x, y)$, a correlação $v(r, s)$ entre essas funções é definida como:

$$v(r, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g^*(x, y) f(r + x, s + y) dx dy$$