Campus de São Carlos

O MÉTODO PRIMAL DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA
APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO

Autora: Alessandra Macedo de Souza

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica

O MÉTODO PRIMAL DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA
APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA
ÓTIMO

Alessandra Macedo de Souza

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins
da Costa

São Carlos

1998

Class.	TG.SG - GG.SG
Cutt.	5834
Tombo	10290/98

S/S 944259

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP**

S729m Souza, Alessandra Macedo de
O método primal dual barreira logarítmica
aplicado ao problema de fluxo de carga ótimo /
Alessandra Macedo de Souza. -- São Carlos, 1998.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1998.

Área: Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins
da Costa.

1. Sistemas elétricos de potência .
2. Programação não-linear. 3. Método dos Pontos
interiores. 4. Esparsidade. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidata: Engenheira **ALESSANDRA MACEDO DE SOUZA**

Dissertação defendida e aprovada em 18-02-1998
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **CARLOS ALBERTO DE CASTRO JUNIOR**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)

Profa. Doutora **CASSILDA MARIA RIBEIRO**
(Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador da Área de Engenharia Elétrica

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

À Deus,
pois Ele é a fonte da vida e inspiração
para todo aquele que nEle crê.

Voz que diz: Clama;
e alguém disse: Que hei de clamar?
Toda carne é erva, e toda a sua beleza,
como as flores do campo. Seca-se a erva, e caem as flores,
soprando nelas o hálito do SENHOR. Na verdade o povo é erva.
Seca-se a erva e caem as flores, mas a palavra do nosso Deus subsiste eternamente

Isaías 40, 6 - 8

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa, pela orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus pais, José Trabulo e Graça por todo apoio e incentivo que me deram neste período.

Ao engenheiro e amigo Carlos Costa, pela ajuda na implementação do programa, e pelas valiosas discussões sobre o assunto.

Ao meu irmão Fabrício, as minhas avós Iracilda e Olímpia, aos meus tios e primos, pois reconheço que torceram para a realização deste trabalho.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC - USP - São Carlos pela colaboração.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, através do programa PICDT, pela bolsa de estudo concedida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE SÍMBOLOS.....	x
RESUMO.....	xi
<i>ABSTRACT</i>	xii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Objetivos.. ..	2
1.3 Organização do Trabalho.....	3
2 ESTADO DA ARTE DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO....	4
2.1 Introdução.....	4
2.2 Histórico.....	6
3 O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES.....	10
3.1 Introdução.....	10
3.2 Método da Função Barreira de Newton Projetada	11
3.3 Método Projetivo de Karmarkar	15
3.4 Relação entre o Algoritmo de Karmarkar e o Método da Barreira de Newton Projetada	20
3.5 Exemplo.....	22

4 FLUXO DE CARGA ÓTIMO UTILIZANDO O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES.....	24
4.1 Introdução.....	24
4.2 O Problema de Fluxo de Carga	25
4.3 O Problema de Fluxo de Carga Ótimo	28
4.4 O Método Primal - Dual Barreira - Logarítmica	30
4.4.1 Tamanho do Passo.....	34
4.4.2 O Parâmetro de Barreira.....	36
4.4.3 Inicialização das Variáveis.....	37
4.5 Algoritmo Simplificado	37
4.6 Implementação Computacional	38
4.7 Rotinas Utilizadas na Solução do Sistema	40
4.8 Matriz Lagrangeana	42
5 TESTES E RESULTADOS.....	43
5.1 Introdução.....	43
5.2 Sistema de 3 Barras	43
5.3 Sistema de 14 Barras	51
5.4 Sistema de 30 Barras	55
5.5 Sistema de 118 Barras	59
5.6 Análise entre o fluxo de carga ótimo e o fluxo de carga convencional	62
6 CONCLUSÕES	65
BIBLIOGRAFIA	67
APÊNDICE 1	70
APÊNDICE 2.....	76

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Ilustração dos métodos pontos interiores e simplex	10
FIGURA 2 - Etapa principal do algoritmo de Karmarkar	18
FIGURA 3 - Sistema elétrico de 3 barras	44
FIGURA 4 - Função objetivo do sistema de 3 barras	50
FIGURA 5 - Convergência de V_1 e V_2 para o sistema de 3 barras (p.u.)	51
FIGURA 6 - Sistema elétrico de 14 barras	52
FIGURA 7 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração	54
FIGURA 8 - Função objetivo	54
FIGURA 9 - Sistema elétrico de 30 barras	56
FIGURA 10 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração	58
FIGURA 11 - Função objetivo	58
FIGURA 12 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração	61
FIGURA 13 - Função objetivo	61

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Resultados dos métodos de Karmarkar e barreira de Newton projetada	23
TABELA 2 - Sistema exemplo	41
TABELA 3 - Valores das variáveis utilizadas nos cálculos	46
TABELA 4 - Testes para o sistema de 14 barras.....	53
TABELA 5 - Testes para o sistema de 30 barras.....	57
TABELA 6 - Sistema de 3 barras (FCO x FCC).....	63
TABELA 7 - Sistema de 14 barras (FCO x FCC).....	63
TABELA 8 - Sistema de 30 barras (FCO x FCC).....	63
TABELA 9 - Sistema de 118 barras (FCO x FCC).....	63
TABELA 10 - Restrições ativas na solução	66

LISTA DE SÍMBOLOS

SL - barra de referência

CR - barra de controle de reativo

CG - barra de carga

$A^{\max}$ - limite máximo da grandeza A

$A^{\min}$ - limite mínimo da grandeza A

nb - número de barras do sistema

ncr - número de barras de controle de reativo

V - vetor das magnitudes das tensões

θ - vetor dos ângulos das tensões

t - vetor dos taps dos transformadores

s - vetor das variáveis de folga

λ - multiplicador de Lagrange para as restrições de igualdade

π - multiplicador de Lagrange para as restrições de desigualdade,
transformadas em igualdade pelas variáveis de folga

μ - parâmetro de barreira

β - parâmetro utilizado na atualização de μ

α_p - tamanho do passo primal

α_d - tamanho do passo dual

RESUMO

SOUZA, A. M. (1998). *O Método Primal-Dual Barreira-Logarítmica Aplicado ao Problema de Fluxo de Carga Ótimo*. São Carlos, 1998. 93p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho será apresentado um algoritmo de pontos interiores para a solução do problema de fluxo de carga ótimo (FCO). A abordagem proposta é o método primal dual barreira logarítmica. As restrições de desigualdade do problema de FCO são transformadas em igualdades pelo uso de variáveis de folga, e estas são incorporadas na função objetivo através da função barreira logarítmica. A esparsidade da matriz Lagrangeana é explorada e o processo de fatoração é feito por elementos e não por submatrizes. Resultados numéricos de testes realizados em sistemas de 3, 14, 30 e 118 barras serão apresentados com o objetivo de mostrar a eficiência do método.

Palavras-chave: sistemas elétricos de potência, programação não linear, método dos pontos interiores, esparsidade.

ABSTRACT

SOUZA, A. M. *Optimal Power Flow by a Logarithmic-Barrier Primal-Dual Method*. São Carlos, 1998. 93p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

In this thesis an interior point algorithm is presented for the solution of the optimal power flow problem (OPF). The approach proposed here is the logarithmic-barrier primal-dual method. The inequality constraints of the optimal power flow problem are transformed into equalities by slack variables that are incorporated into the objective function through the logarithmic barrier function. The sparsity of the Lagrangian matrix is explored and the factorization process is carried out by elements rather than submatrices. Numerical tests results obtained with systems of 3, 14, 30 and 118 buses are presented to show the efficiency of the method.

Keywords: power systems, nonlinear programming, interior point method, sparsity.

INTRODUÇÃO

1.1) INTRODUÇÃO

As empresas concessionárias de energia elétrica têm por objetivo atender toda a demanda do sistema, fornecendo energia dentro de padrões de qualidade e confiabilidade. Uma ferramenta muito utilizada pelas concessionárias para conhecer o ponto de operação do sistema é o programa de fluxo de carga. Este programa fornece como resultado os valores das tensões e ângulos em todas as barras dos sistemas e *taps* dos transformadores.

Qualquer mudança que ocorra no sistema de potência, como alterações na geração ou na carga, implicará em uma alteração no ponto de operação do sistema. Um ponto de operação indesejado poderá ser melhorado pelo operador do sistema com base em algum critério local previamente estabelecido. Porém, para sistemas de grandes dimensões, o ajuste das variáveis de controle, utilizando o fluxo de carga convencional, se tornará um processo exaustivo de tentativas e erros, além de não otimizar nenhuma função objetivo. Neste contexto o fluxo de carga ótimo surge como uma ferramenta muito atrativa para a solução das equações do fluxo de carga convencional, ajustando automaticamente e de maneira ótima todas as variáveis de controle do sistema, além de otimizar alguma função objetivo, como por exemplo as perdas de potência ativa na transmissão.

O fluxo de carga ótimo é um problema de otimização não linear, não convexo e de grande porte, com restrições lineares e não lineares. O problema de FCO foi inicialmente apresentado por CARPENTIER (1962). Desde então muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de resolvê-lo, como por exemplo os trabalhos de DOMMEL & TINNEY (1968), SASSON et al. (1973), SUN et al. (1984), GRANVILLE (1994) entre outros. Todas as técnicas propostas tentam resolver o problema de FCO da maneira mais eficiente possível. Devido este problema ser de programação não linear, os algoritmos desenvolvidos para resolvê-lo geralmente exigem que o usuário forneça, de maneira empírica, algum valor para um dado parâmetro da técnica utilizada. No entanto caso ocorra uma escolha errada deste valor, o algoritmo poderá divergir.

1.2) OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma aplicação do método dos pontos interiores para a solução do problema de fluxo de carga ótimo. O método de pontos interiores utilizado se chama primal-dual barreira-logarítmica, proposto por GRANVILLE (1994). Esta técnica de otimização procura satisfazer as restrições canalizadas do problema, durante o processo iterativo. Portanto, a convergência pela região factível, característica dos métodos dos pontos interiores, é válida somente para as restrições canalizadas do problema.

A escolha do método primal-dual barreira-logarítmica se deu pelo fato de apresentar rápida convergência, fornecendo uma solução que satisfaz as restrições do problema. A fatoração da matriz Lagrangeana é feita por elementos e não por estruturas em blocos, como utilizado por GRANVILLE (1994).

1.3) ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 1, apresentou-se o problema de fluxo de carga ótimo e definiu-se o objetivo do trabalho.

No capítulo 2, tem-se o estado da arte do problema de fluxo de carga ótimo, onde apresenta-se um breve histórico do problema de fluxo de carga ótimo e também algumas metodologias desenvolvidas na tentativa de resolvê-lo.

No capítulo 3, apresenta-se o método dos pontos interiores inicialmente proposto por KARMARKAR (1984) e também o método da barreira de Newton projetada. O capítulo termina mostrando que sob certas condições ambos os métodos seguem a mesma trajetória.

No capítulo 4, apresenta-se o método primal-dual barreira-logarítmica aplicado ao problema de fluxo de carga ótimo. Discute-se sobre inicialização das variáveis e sobre o mal condicionamento da matriz Lagrangeana.

No capítulo 5, apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta. Os sistemas elétricos de potência utilizados foram de 3, 14, 30 e 118 barras.

No capítulo 6, apresentam-se as conclusões obtidas com a aplicação deste método e sugestões para futuros trabalhos a serem realizados na área de fluxo de carga ótimo.

ESTADO DA ARTE DO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO

2.1) INTRODUÇÃO

O problema de fluxo de carga ótimo foi definido no início da década de 60. Sua formulação foi inicialmente proposta por CARPENTIER (1962), o qual elaborou o problema de FCO com base no problema de Despacho Econômico, que compreende o quanto cada gerador tem que produzir de potência ativa para atender a demanda do sistema. O FCO é um problema de otimização não-linear, não-convexo e de grande porte, cujo desenvolvimento segue de perto os avanços das técnicas de otimização. Tem por objetivo determinar o ponto de operação ótimo de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), otimizando uma função objetivo e satisfazendo as restrições de operação.

Pode ser representado matematicamente por:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s. a} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde:

$f(x)$ é a função objetivo que representa o desempenho do sistema, a qual pode ser o custo de potência ativa gerada, as perdas de potência ativa do sistema, entre outras;

$g(x)$ é o vetor que corresponde às equações do problema de fluxo de carga;

$h(x)$ é o vetor que corresponde às inequações funcionais do problema;

u e l são os limites superiores e inferiores das variáveis do problema;

x é o vetor das variáveis de estado do problema, as quais estão divididas em dois grupos:

- variáveis dependentes:

- tensão em todas as barras de carga do sistema;
- ângulo em todas as barras do sistema;

- variáveis de controle:

- tensão em todas as barras de controle de reativo do sistema;
- potência reativa gerada nas barras de controle de reativo do sistema;
- tap dos transformadores.

A seguir será apresentado um breve histórico de algumas técnicas de otimização já implementadas para a solução do problema (2.1).

2.2) HISTÓRICO

Desde sua formulação inicial na década de 60, muitos métodos têm sido propostos para resolver o problema de FCO. Alguns deles serão destacados a seguir:

O Método do Gradiente Reduzido, proposto por DOMMEL & TINNEY (1968), consiste em conhecer a priori um ponto que satisfaça $g(x) = 0$, ou seja, há a necessidade de executar um fluxo de carga antes de dar início ao método. O método consiste em se deslocar de um ponto factível em direção oposta ao gradiente da função objetivo (descida rápida) para um novo ponto também factível, o qual minimiza a função objetivo. Trata as variáveis canalizadas da seguinte maneira: se o limite de um dado parâmetro for alcançado, o mesmo é ajustado para o valor limite que foi violado, conforme abaixo:

$$x_i^{\text{nov}} = \begin{cases} u_i, & \text{se } x_i^{\text{velho}} + \Delta x_i > u_i \\ l_i, & \text{se } x_i^{\text{velho}} + \Delta x_i < l_i \\ x_i + \Delta x_i & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.2)$$

As restrições funcionais de desigualdade são tratadas por parâmetros de penalidade e multiplicadores de Lagrange são usados para associar as equações de fluxo de carga à função objetivo. Se a solução do problema for obtida em uma das duas primeiras condições de (2.2), o componente do vetor gradiente $\partial L / \partial x_i$ será diferente de zero. A desvantagem deste método de primeira ordem é a sua lenta convergência para alguns tipos de funções, pois as direções de deslocamentos d são ortogonais, isto é, $d_{k+1}^T \cdot d = 0$, podendo até mesmo resultar em oscilações em torno de um ponto, comprometendo assim a convergência do método.

O Método da Penalidade, proposto por SASSON et al.(1973), surgiu com o objetivo principal de acelerar a convergência do método utilizado para solução do fluxo de carga ótimo, até então muito lento devido ao fato de ser de primeira ordem. SASSON et al.(1973) propuseram uma técnica de segunda ordem para resolver o problema (2.1), ou seja, utilizar a matriz Hessiana. Esta técnica tem o objetivo de tornar o problema restrito em irrestrito, penalizando todas as restrições de desigualdade que são violadas e as de igualdade que ainda estão longe de zero. A ação da penalidade faz com que o valor da função objetivo aumente quando uma restrição é violada. O algoritmo tentará minimizar a violação e trazer as variáveis de volta para a região factível. Com o aumento do número de iterações estes fatores de penalidade vão aumentando, o que pode causar mal condicionamento da matriz Hessiana, ou seja, elementos muito elevados na diagonal principal, comprometendo a convergência do método.

O Método do Gradiente de Segunda Ordem, proposto por RASHED & KELLY (1974), tem por objetivo corrigir as deficiências do método proposto por DOMMEL & TINNEY (1968) através do uso da matriz Hessiana. Este método utiliza multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade, penalidade para as restrições funcionais de desigualdade e trata as inequações lineares como mostrado em (2.2).

O Método de Newton, proposto por SUN et al.(1984), descreve uma solução para o problema de FCO baseado na formulação de Newton. A cada iteração a função Lagrangeana é aproximada por uma quadrática. O conjunto de restrições de desigualdade é dividido em dois grupos: restrições penalizadas, aquelas introduzidas na função objetivo através de termos de penalidades quadráticos, ou seja, são restrições violadas, e restrições ativas na solução, aquelas que fazem parte do conjunto de restrições de igualdade do problema, ou seja, as equações do fluxo de carga convencional. O ponto ótimo do problema ocorre quando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) estão satisfeitas e as equações do fluxo de carga convencional estão dentro de determinada tolerância. O método apresenta

convergência de segunda ordem e tem como deficiência a necessidade de identificar as restrições de desigualdade que são ativas no ponto ótimo.

O Método da Lagrangeana Aumentada, proposto por SANTOS et al. (1988), é um método cuja trajetória ocorre pela região infactível do problema. A cada iteração a função Lagrangeana Aumentada é minimizada em relação às variáveis primais utilizando o método de Newton. Os multiplicadores de Lagrange são atualizados visando a maximização da função Lagrangeana Aumentada Dual associada ao problema original. Este método pode ser visto como sendo uma melhora do método proposto por SASSON et al.(1973), pois não há a necessidade de parâmetros de penalidade muito elevados e a matriz Hessiana se torna “bem comportada”, ou seja, não há o problema do mal condicionamento da matriz. A solução deste método é obtida quando todas as restrições de igualdade e de desigualdade estão sendo satisfeitas, dentro de uma tolerância especificada.

O Método de Newton Modificado Associado à Função Langrageana Aumentada, proposto por COSTA et al.(1996), tem por objetivo associar os métodos propostos por SUN et al.(1984) e SANTOS et al. (1988). Este método não apresenta a necessidade de identificar as restrições de desigualdade que são ativas na solução, eliminado assim a deficiência do algoritmo de SUN et al. (1984). As restrições de igualdade são tratadas pelo método de Newton, desta forma, estas restrições não serão penalizadas evitando assim o aumento da não linearidade associado ao método da Lagrangeana Aumentada.

O Método Primal-Dual Barreira-Logarítmica, proposto por GRANVILLE (1994), é um método de pontos interiores que consiste em encontrar o ponto ótimo satisfazendo as restrições canalizadas durante o processo iterativo. Utiliza multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade e transforma as desigualdades em equações através do uso de variáveis de folga. Estas variáveis são incorporadas na função objetivo através da função barreira logarítmica e penalizadas com o parâmetro de barreira, o qual tenderá a zero com o aumento de iterações. Este algoritmo apresenta muita sensibilidade quanto a escolha do parâmetro de barreira, podendo até mesmo divergir em alguns casos. A solução é encontrada quando todas as restrições do problema original estão satisfeitas. Desataca-se também nesta mesma área de pontos interiores o trabalho de WU et al. (1994), o qual sugere uma extensão do método primal-dual. Seu algoritmo é chamado de método *predictor-corrector*, e sua diferença em relação ao método primal-dual, é a introdução de termos não-lineares nas condições de otimalidade. Os trabalhos de QUINTANA et al. (1995) e IRISARRI et al. (1997), também contribuem para o avanço das técnicas de otimização que utilizam pontos interiores, visto que esta técnica tem se mostrado muito eficiente para solução de (2.1).

O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES

3.1) INTRODUÇÃO

O método simplex apresentado por George Dantzig na década de 40, não tinha concorrentes até 1984, quando KARMARKAR (1984) propôs um novo algoritmo para solução de problemas lineares de otimização, cuja filosofia divergia radicalmente do método simplex.

O algoritmo de George Dantzig busca uma solução ótima x^* , através de deslocamentos entre os pontos extremos da região factível, enquanto que o algoritmo de Karmarkar raramente visita muitos pontos extremos antes de encontrar a solução ótima x^* . Este método tem por objetivo caminhar pelo interior da região factível, até encontrar o ponto ótimo. Por isso o algoritmo de Karmarkar também é conhecido como o método dos pontos interiores. A figura 1 ilustra a diferença entre as citadas técnicas de otimização.

FIGURA 1 - Ilustração dos métodos dos pontos interiores e simplex

SHERKAT & IKURA (1994) comprovaram que o método dos pontos interiores é bastante competitivo com o simplex, para problemas de pequeno e médio porte, porém definitivamente superior para problemas de grande dimensão.

Uma grande quantidade de algoritmos diferenciados usando a técnica dos pontos interiores foram elaborados. Como exemplo, podem ser citados os métodos de escala-afim, primal de centros, primais-duais de redução de potencial, entre outros como mencionado em MATUMOTO (1996). Todos estes métodos possuem a preocupação em manter-se longe da fronteira da região factível. Para isso, uma ferramenta apresentada inicialmente por FRISCH (1955), a função barreira logarítmica, tornou-se muito importante e é definida por:

$$f(x) = -\sum_{i=1}^n \ln x_i, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x > 0 \quad (3.1)$$

GILL et al. (1986) utilizaram esta ferramenta para desenvolver o método da barreira de Newton projetada para solução de problemas lineares de otimização, e também provaram que para determinados tipos de problemas de programação linear e sob certas condições, o seu algoritmo é equivalente ao de Karmarkar.

O método da barreira de Newton projetada, o algoritmo de Karmarkar e a relação entre estes dois métodos, serão apresentados a seguir.

3.2) MÉTODO DA FUNÇÃO BARREIRA DE NEWTON PROJETADA

O método da barreira de Newton projetada, tem por objetivo tratar as restrições de desigualdade dos problemas de otimização, através da criação da função barreira, definida em (3.1).

Considere o seguinte problema de otimização, com função objetivo e restrições lineares:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t x \\ \text{s. a} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde:

A é uma matriz $m \times n$;

b e c são vetores de dimensão m e n respectivamente.

Aplicando a função barreira definida em (3.1) no problema (3.2), o novo problema a ser otimizado é:

$$\begin{aligned} \min \quad & F(x) = c^t x - \mu \sum_{i=1}^n \ln x_i \\ \text{s. a} \quad & Ax = b \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde:

$F(x)$ é a função objetivo do novo problema, a qual é uma combinação da função objetivo do problema original e da função barreira penalizada com o parâmetro μ ;

μ ($\mu > 0$) é o parâmetro de barreira;

x é um vetor estritamente positivo.

O problema com função objetivo não-linear e restrições lineares, mostrado em (3.3), pode ser resolvido por um método de direcções factíveis. No método da barreira de Newton projetada, as variáveis são atualizadas da seguinte forma:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha d_k \tag{3.4}$$

onde:

d é o vetor direção de dimensão n ;

α ($\alpha > 0$) é o tamanho do passo.

O vetor de direção d , proposto por GILL et al. (1986), é definido como sendo a solução do problema de programação quadrática mostrado em (3.5), onde a função objetivo é uma aproximação quadrática de $F(x)$ obtida através da série de Taylor.

$$\begin{aligned} \min \quad & \nabla F(x) d + \frac{1}{2} d^t H(x) d \\ \text{s. a} \quad & A d = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Com o objetivo de tornar o problema restrito (3.5) em um problema irrestrito, multiplicadores de Lagrange são usados para incorporar as restrições à função objetivo, e desta forma tem-se que a função Lagrangeana é dada por:

$$L(d, \lambda) = \nabla F(x) d + \frac{1}{2} d^t H(x) d - \lambda (A d) \quad (3.6)$$

onde:

λ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associado à restrição de igualdade.

Aplicando as condições de otimalidade em (3.6), tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \nabla_d L &= \nabla F(x) + d^t H(x) - \lambda A = 0 \\ \nabla_\lambda L &= -(A d) = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Reescrevendo (3.7) no formato matricial, tem-se que:

$$\begin{pmatrix} H(x) & A^t \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -d \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla F(x) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

O vetor gradiente e a matriz Hessiana de $F(x)$ só existem para todo $x_i \neq 0$. Desde que $H(x)$ é definida positiva quando $x > 0$, a direção d de Newton é de descida e única para $F(x)$, isto é $\nabla F(x) d < 0$. O vetor gradiente e a matriz Hessiana de $F(x)$ são dados por:

$$\begin{aligned} \nabla F(x) &= c - \mu D^{-1}e \\ H(x) &= \mu D^{-2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde:

$$D = \text{diag}\{x_1, x_2, \dots, x_n\};$$

$$e^t = (1, 1, \dots, 1)$$

Substituindo (3.9) em (3.8), o sistema pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} \mu D^{-2} & A^t \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -d \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c - \mu D^{-1}e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Inicialmente se escolhe um valor para o parâmetro de barreira, resolve-se o sistema (3.10) e a atualização de μ ocorre empiricamente. A cada iteração seu valor deve ser reduzido, isto é, deve-se multiplicá-lo por um fator constante e menor que um. Quando μ tende a zero, a solução ótima do problema (3.3) converge para a solução ótima do problema original (3.2), conforme FIACCO & McCORMICK (1968).

O método dos pontos interiores proposto por Karmarkar e a relação que há entre este método e o algoritmo proposto por GILL et al. (1986), serão mostrados a seguir.

3.3) MÉTODO PROJETIVO DE KARMARKAR

Como apresentado por BAZARAA et al. (1990), para a aplicação do algoritmo de pontos interiores proposto por Karmarkar, deve-se assumir que o problema linear esteja na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t x \\ \text{s. a} \quad & A x = 0 \\ & e^t x = 1 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.11}$$

onde:

A é uma matriz $m \times n$;

c e A são inteiros;

$e^t = (1, 1, \dots, 1)$.

Neste método algumas suposições devem ser satisfeitas.

S.1) O valor inicial $x_o^t = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)$ é factível para o problema (3.11);

S.2) $\sum_{i=1}^n x_i = 1$;

S.3) Seja x^* a solução ótima de (3.11) então $c^t x^* = 0$;

S.4) A soma dos coeficientes das restrições homogêneas deve ser nula, ou seja,

$$A e = 0.$$

Este método trabalha com transformações de variáveis através das seguintes relações:

- transformação do espaço-x para o espaço-y

$$y = \frac{D_k^{-1} x}{e^t D_k^{-1} x} \quad (3.12)$$

- transformação do espaço-y para o espaço-x

$$x = \frac{D_k y}{e^t D_k y} \quad (3.13)$$

onde:

$$D_k = \text{diag}\{x_{k1}, \dots, x_{kn}\};$$

k é a iteração.

Utilizando a transformação (3.13), o problema (3.11) pode ser transformado no seguinte problema no espaço-y:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t \frac{D_k y}{e^t D_k y} \\ \text{s. a} \quad & A D_k y = 0 \\ & e^t y = 1 \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Apesar das restrições permanecerem lineares, a função objetivo passou a ser um quociente de funções lineares. Este tipo de problema é conhecido como

programação linear fracional. Contudo, pela suposição S.3, o valor da função objetivo de (3.14) é nulo no ponto ótimo, e por isso apenas o numerador deve ser minimizado, desde que o denominador tem que ser estritamente maior do que zero. Assim, (3.14) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \min \quad & \bar{c}^t y \\ \text{s.a} \quad & P y = P_o \\ & y \geq 0 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde:

$$\bar{c} = c^t D_k; \tag{3.16}$$

$$P = \begin{bmatrix} A D_k \\ e^t \end{bmatrix}; \tag{3.17}$$

$$P_o = \begin{bmatrix} 0 \\ e^t \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

Para solucionar o problema (3.15), o algoritmo introduz uma nova restrição, a qual é definida como sendo uma esfera ou circunferência $B(y_o, r)$ de dimensão n , com centro em $y_o^t = (1/n, \dots, 1/n)$ e de raio r . A interseção desta circunferência com $S_y = \{y: e^t y = 1, y \geq 0\}$, é uma circunferência de dimensão $(n-1)$ inscrita em S_y com o mesmo centro e raio, como mostra a figura 2.

FIGURA 2 - Etapa principal do algoritmo de Karmarkar

O raio r é a distância do centro $(1/n, \dots, 1/n)$ do S_y para o centro de uma de suas faces, cujas dimensões são $(n-1)$. Assim, considerando a face na qual o componente y_1 é nulo, por exemplo, o raio r será dado pela distância do ponto $(1/n, \dots, 1/n)$ ao ponto $(0, 1/(n-1), \dots, 1/(n-1))$, logo:

$$r = \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \quad (3.19)$$

Definindo c_p como a projeção de $\bar{c}^t$, o novo ponto encontrado no espaço- y será dado por:

$$y_{\text{novo}} = y_o - \rho r \frac{c_p}{\|c_p\|} \quad (3.20)$$

onde:

$$c_p = [I - P^t (PP^t)^{-1} P] \bar{c}^t \quad (3.21)$$

$$\rho = \frac{(n-1)}{3n} ; 0 < \rho < 1 \quad (3.22)$$

Resumindo, podemos apresentar o algoritmo de Karmarkar da seguinte maneira:

Inicialização:

Calcular ρ , r e inicializar $x_0^t = (1/n, \dots, 1/n)$. Determinar ε , que será a tolerância desejada.

Passo Principal:

1. Se $c^t x < \varepsilon$ então PARE

2. Calcular

$$D_k = \text{diag}\{x_{k1}, \dots, x_{kn}\}$$

$$y_0^t = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right)$$

$$P = \begin{bmatrix} AD_k \\ e^t \end{bmatrix}$$

$$\bar{c} = c^t D_k$$

$$c_p = [I - P^t (PP^t)^{-1} P] \bar{c}^t$$

3. Atualizar y_{novo} utilizando (3.20)

4. Fazer a transformação do espaço-y para o espaço-x através de (3.13)

5. Retorne ao passo 1.

Este algoritmo apresenta como desvantagem, as muitas operações matriciais que devem ser implementadas para o cálculo da variável c_p , mas como será visto no próximo item, o algoritmo proposto por GILL et al. (1986), cuja implementação é mais simples, segue a mesma trajetória do algoritmo de Karmarkar, sob determinadas condições.

3.4) RELAÇÃO ENTRE O ALGORITMO DE KARMARKAR E O MÉTODO DA BARREIRA DE NEWTON PROJETADA

Para problemas de programação linear na forma apresentada em (3.11) e para uma dada escolha do parâmetro de barreira e do tamanho do passo, o algoritmo de Karmarkar e o método da barreira de Newton projetada são idênticos, partindo do mesmo ponto inicial.

Para isto algumas condições deverão ser satisfeitas, conforme proposto por GILL et al (1986).

- Parâmetro de barreira :

O valor de μ deverá ser escolhido tal que satisfaça a seguinte igualdade:

$$\mu = x^t r_B \quad (3.23)$$

onde:

$$\begin{aligned} r_B &= D c - D A^t \pi_B; \\ D &= \text{diag}\{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Para encontrar o valor de π_B , será necessário resolver o seguinte problema:

$$\min_{\pi_B} \|D c - D A^t \pi_B\| \quad (3.25)$$

Conhecendo o valor de π_B através de (3.25), pode-se calcular o vetor r_B utilizando (3.24).

• Tamanho do passo α :

Para se obter o tamanho do passo calculado a cada iteração para a atualização das variáveis, será primeiramente necessário definir as variáveis α_K e w :

$$\alpha_K = \frac{\rho r}{\|r_K\|} n \quad (3.26)$$

onde:

$$r_K = r_B - \phi e;$$

$$\phi = c^t x / n;$$

r e ρ definidos em (3.19) e (3.22) respectivamente.

$$w = \frac{1}{1 + \alpha_K (\phi - \mu)} \quad (3.27)$$

Conhecendo as variáveis α_K e w o tamanho do passo utilizado no método da barreira de Newton projetada deverá ser calculado através de:

$$\alpha = \alpha_K w \mu \quad (3.28)$$

Se o parâmetro de barreira e o tamanho do passo, no método da barreira de Newton projetada, forem calculados conforme (3.23) e (3.28) respectivamente, a trajetória seguida pelos dois métodos serão idênticas, como será mostrado no próximo item.

O vetor r_K é idêntico ao vetor c_p , utilizado no algoritmo de Karmarkar definido em (3.21). Porém o vetor r_K é obtido de uma forma mais simplificada, evitando assim as muitas operações matriciais realizadas no algoritmo de Karmarkar.

3.5) EXEMPLO

O exemplo a seguir foi implementado em Linguagem C, em ambas as técnicas de otimização já citadas. No método da barreira de Newton projetada, o parâmetro de barreira e o tamanho do passo, atualizados a cada iteração, foram calculados conforme (3.23) e (3.28) respectivamente. O valor da tolerância desejada ε foi de 0.00001 em ambos os métodos.

Considere o seguinte problema de programação linear, no formato padrão de (3.11).

$$\begin{array}{ll} \min & x_2 \\ \text{s. a} & x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \quad (3.27)$$

Na tabela 1 tem-se os resultados obtidos após cada iteração de ambos os métodos de otimização.

TABELA 1 - Resultados dos métodos de Karmarkar e barreira de Newton projetada.

método de Karmarkar					método da barreira de Newton projetada					
iteração	x1	x2	x3	f0	iteração	x1	x2	x3	u	f0
1	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	1	0.3333	0.3333	0.3333	0.1111	0.3333
2	0.3975	0.2692	0.3333	0.2692	2	0.3975	0.2692	0.3333	0.0716	0.2692
3	0.4574	0.2093	0.3333	0.2093	3	0.4574	0.2093	0.3333	0.0419	0.2093
4	0.5090	0.1576	0.3333	0.1576	4	0.5090	0.1576	0.3333	0.0227	0.1576
5	0.5507	0.1160	0.3333	0.1160	5	0.5507	0.1160	0.3333	0.0118	0.1160
6	0.5827	0.0840	0.3333	0.0840	6	0.5827	0.0840	0.3333	0.0059	0.0840
7	0.6065	0.0602	0.3333	0.0602	7	0.6065	0.0602	0.3333	0.0030	0.0602
8	0.6239	0.0428	0.3333	0.0428	8	0.6239	0.0428	0.3333	0.0015	0.0428
9	0.6364	0.0303	0.3333	0.0303	9	0.6364	0.0303	0.3333	0.0007	0.0303
10	0.6453	0.0213	0.3333	0.0213	10	0.6453	0.0213	0.3333	0.0004	0.0213
11	0.6517	0.0150	0.3333	0.0150	11	0.6517	0.0150	0.3333	0.0002	0.0150
12	0.6561	0.0105	0.3333	0.0105	12	0.6561	0.0105	0.3333	0.0001	0.0105
13	0.6593	0.0074	0.3333	0.0074	13	0.6593	0.0074	0.3333	0.0000	0.0074
14	0.6615	0.0052	0.3333	0.0052	14	0.6615	0.0052	0.3333	0.0000	0.0052
15	0.6630	0.0036	0.3333	0.0036	15	0.6630	0.0036	0.3333	0.0000	0.0036
16	0.6641	0.0025	0.3333	0.0025	16	0.6641	0.0025	0.3333	0.0000	0.0025
17	0.6649	0.0018	0.3333	0.0018	17	0.6649	0.0018	0.3333	0.0000	0.0018
18	0.6654	0.0012	0.3333	0.0012	18	0.6654	0.0012	0.3333	0.0000	0.0012
19	0.6658	0.0009	0.3333	0.0009	19	0.6658	0.0009	0.3333	0.0000	0.0009
20	0.6661	0.0006	0.3333	0.0006	20	0.6661	0.0006	0.3333	0.0000	0.0006
21	0.6662	0.0004	0.3333	0.0004	21	0.6662	0.0004	0.3333	0.0000	0.0004
22	0.6664	0.0003	0.3333	0.0003	22	0.6664	0.0003	0.3333	0.0000	0.0003
23	0.6665	0.0002	0.3333	0.0002	23	0.6665	0.0002	0.3333	0.0000	0.0002
24	0.6665	0.0001	0.3333	0.0001	24	0.6665	0.0001	0.3333	0.0000	0.0001
25	0.6666	0.0001	0.3333	0.0001	25	0.6666	0.0001	0.3333	0.0000	0.0001
26	0.6666	0.0001	0.3333	0.0001	26	0.6666	0.0001	0.3333	0.0000	0.0001
27	0.6666	0.0001	0.3333	0.0001	27	0.6666	0.0001	0.3333	0.0000	0.0001
28	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	28	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	0.0000
29	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	29	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	0.0000
30	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	30	0.6666	0.0000	0.3333	0.0000	0.0000
31	0.6667	0.0000	0.3333	0.0000	31	0.6667	0.0000	0.3333	0.0000	0.0000

Como pôde ser verificado, ambos os métodos seguiram a mesma trajetória, sob as condições apresentadas anteriormente. Concluímos então que para solução de problemas lineares de otimização na forma dada em (3.11), é mais vantajoso implementar o método da barreira de Newton projetada, o qual utiliza a função barreira logarítmica definida em (3.1), pois não tem a necessidade de realizar muitas operações matriciais, como vimos que ocorre no algoritmo de Karmarkar.

O MÉTODO PRIMAL DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA APLICADO AO PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO

4.1) INTRODUÇÃO

A análise do fluxo de carga convencional abrange o cálculo dos fluxos de potência, das tensões, dos ângulos e dos *taps* dos transformadores em um sistema de transmissão, para uma carga especificada e um programa de geração estabelecido.

A modelagem do sistema elétrico de potência é estática, isto é, a rede é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas, não-lineares e lineares. As equações não-lineares do fluxo de carga são obtidas impondo-se o princípio da conservação das potências ativas e reativas em cada barra do sistema, as inequações lineares são dadas pelas restrições das magnitudes das tensões e pelos *taps* dos transformadores, enquanto que as desigualdades não-lineares correspondem aos limites das injeções de potência reativa nas barras de geração.

A solução das equações e inequações que constituem o modelo estático da rede pode ser realizada por vários métodos. Entre eles podemos destacar o método de Newton e suas variações, sendo o método desacoplado rápido uma delas. Estas técnicas de solução ajustam alguns parâmetros de controle com base em algum critério local, como por exemplo, manter a tensão em uma dada barra dentro de seus limites através do ajuste do *tap* do transformador, porém quando o sistema possui

dimensão muito elevada, ajustar muitas variáveis simultaneamente pode levar muito tempo, além de ser um trabalho exaustivo, e é nesta área que o fluxo de carga ótimo toma o seu lugar de destaque, pois visa ajustar as variáveis de controle de acordo com um critério global, ao invés de local, fornecendo assim um ponto de operação que otimiza um determinado objetivo satisfazendo as restrições do problema.

4.2) O PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

Como apresentado por MONTICELLI (1983), o fluxo de carga pode ser formulado por equações e inequações lineares e não-lineares as quais representam as restrições de operação do sistema elétrico de potência. Para a formulação do problema quatro variáveis estão associadas a cada barra do sistema. São elas:

- magnitude da tensão na barra k , V_k
- ângulo da tensão na barra k , θ_k
- geração líquida de potência ativa na barra k , P_k
- geração líquida de potência reativa na barra k , Q_k

Entre estas variáveis, duas são incógnitas (calculadas) e duas são dados do problema, e esta divisão classifica as barras do sistema em três tipos. São eles:

- barra de referência ou θ V:
 - dados V_k e θ_k
 - calculados P_k e Q_k
- barra PQ:
 - dados P_k e Q_k
 - calculados V_k e θ_k

-barra PV:

- dados P_k e V_k
- calculados Q_k e θ_k

A barra de θ_V fornece a referência angular do sistema e é utilizada para fechar o balanço de potência ativa, enquanto as barras PQ e PV são barras de carga e de geração respectivamente. Cada barra do sistema corresponde a duas equações não-lineares que são obtidas impondo-se a Primeira Lei de Kirchhoff, isto é, as injeções de potências ativas e reativas em uma barra é igual a soma dos fluxos correspondentes que deixam a barra através das linhas de transmissão. Estas equações podem ser matematicamente expressas por:

$$\begin{aligned}\Delta P_k &= P_k^G - P_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \\ \Delta Q_k &= Q_k^G - Q_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) = 0\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde:

P_k^G é potência ativa gerada na barra k ;

P_k^C potência ativa consumida na barra k ;

Q_k^G potência reativa gerada na barra k ;

Q_k^C potência reativa consumida na barra k ;

V_k é tensão na barra k ;

V_m é tensão na barra m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$, ângulo da tensão na barra k e m , respectivamente;

G_{km} e B_{km} , elementos da matriz admitância nodal;

K é o conjunto de todas as barras vizinhas a barra k , incluindo ela mesma.

As restrições de operação do problema de fluxo de carga são dadas por:

- limite das tensões:

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}\tag{4.2}$$

- limite dos *taps* dos transformadores:

$$tap_i^{\min} \leq tap \leq tap_i^{\max} \quad (4.3)$$

- limite de injeção de reativos nas barras PV:

$$Q_k^{\min} \leq Q_k \leq Q_k^{\max} \quad (4.4)$$

onde:

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}).$$

Utiliza-se o método de Newton para encontrar a solução de (4.1) e após algumas iterações o ponto de operação do sistema (V_k, θ_k) é obtido. O método de Newton resolve o seguinte sistema linearizado a cada iteração:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde:

H, N, M, L são submatrizes, as quais formam a matriz Jacobiana, que corresponde a primeira derivada das equações dadas em (4.1) em relação a V_k e a θ_k . As componentes das submatrizes são dadas por:

$$H \begin{cases} H_{km} = \partial \Delta P_k / \partial \theta_m = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kk} = \partial \Delta P_k / \partial \theta_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (4.6)$$

$$N \begin{cases} N_{km} = \partial \Delta P_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} = \partial \Delta P_k / \partial V_k = V_k G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \quad (4.7)$$

$$M \begin{cases} M_{km} = \partial \Delta Q_k / \partial \theta_m = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kk} = \partial \Delta Q_k / \partial \theta_k = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \quad (4.8)$$

$$L \begin{cases} L_{km} = \partial \Delta Q_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kk} = \partial \Delta Q_k / \partial V_k = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \quad (4.9)$$

Durante o processo de solução do sistema de equações dadas em (4.5), testes são realizados para verificar se as restrições de operação estão sendo violadas ou não. Como exemplo de restrição de operação, podemos citar os limites na geração de potência reativa nas barras PV. Se um desses limites, inferior ou superior, for violado, o valor de Q_k será fixado no valor limite correspondente, e a barra PV será transformada em uma barra PQ, sendo que neste caso o valor da tensão não poderá ser fixado. Em iterações seguintes esta barra poderá voltar a ser do tipo PV. Contudo poderão acontecer situações em que esta técnica não será suficiente para fornecer um ponto adequado de operação para sistema elétrico de potência. Nestas condições, o operador do sistema terá que ajustar as variáveis de controle com base em sua própria experiência e rodar novamente o programa de fluxo de carga para obter um novo ponto de operação. Neste contexto o FCO surge como uma ferramenta muito atrativa, pois o ponto que fornece, automaticamente já satisfaz as restrições de desigualdade, evitando desta forma uma provável atuação do operador.

4.3) O PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA ÓTIMO

Um sistema elétrico de potência tem por objetivo fornecer energia dentro de padrões de qualidade e confiabilidade para seus consumidores. Para isto ser possível, é necessário que todas as variáveis do sistema estejam dentro de seus limites previamente estabelecidos. Modificações na configuração da rede, alterações na demanda do sistema, podem fazer com que as tensões atinjam valores muito elevados ou reduzidos, violando desta forma os seus limites. Como mencionado anteriormente,

um operador experiente, utilizando o fluxo de carga convencional, pode corrigir esta indesejável operação ajustando as variáveis de controle para situações localizadas, porém quando o sistema é de grande porte, um grande número de variáveis precisam ser ajustadas para satisfazer as condições de operação do sistema, e o uso do fluxo de carga convencional torna-se um exaustivo processo de tentativas e erros. Nestas condições, o fluxo de carga ótimo é o instrumento indicado para determinar o melhor ponto de operação do sistema de potência, ajustando simultaneamente e de maneira ótima, todas as variáveis de controle. Este ponto ótimo otimiza uma dada função objetivo e satisfaz as restrições de operação.

O problema de fluxo de carga ótimo pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(x) \\
 \text{s. a} \quad & g(x) = 0 \\
 & h_l \leq h(x) \leq h_u \\
 & l \leq x \leq u
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

onde:

$f(x)$ é a função objetivo a ser otimizada;

$g(x)$ é o vetor que corresponde às equações (4.1) do fluxo de carga convencional;

$h(x)$ é o vetor que corresponde à inequação (4.4) do fluxo de carga convencional;

x corresponde às variáveis de estado do sistema;

h_l e h_u são os limites inferiores e superiores de $h(x)$, respectivamente;

l e u são os limites inferiores e superiores de x , respectivamente.

Como foi visto no capítulo 2, existem muitas técnicas de otimização para solução do problema (4.10). A técnica de solução utilizando pontos interiores tem sido vista como uma alternativa eficiente para solução de problemas de otimização de sistemas de potência. Entre os métodos de otimização que utilizam pontos interiores, o método primal-dual barreira-logarítmica, tem sido amplamente aplicado para

solução de (4.10). Podemos destacar nesta área os trabalhos de GRANVILLE (1994), WU et al. (1994), QUINTANA et al. (1995) e IRISSARI et al. (1997). A seguir será apresentado o método primal-dual barreira-logarítmica.

4.4) MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA-LOGARÍTMICA

Neste item será apresentado o método primal-dual barreira-logarítmica conforme GRANVILLE (1994). Para a aplicação deste método no problema apresentado em (4.10), algumas modificações deverão ser feitas. Desta forma, o problema (4.10) passa a ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f(x) \\
 \text{s. a} \quad & g(x) = 0 \\
 & h(x) + s_1 = h_u \\
 & h(x) - s_2 = h_l \\
 & x + s_3 = u \\
 & x - s_4 = l \\
 & s_1, s_2, s_3, s_4 > 0
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Observe que se desmembrou as restrições canalizadas em duas inequações e se acrescentou variáveis de folga (s_1, s_2, s_3, s_4) estritamente positivas, para que estas restrições se transformassem em igualdades.

Estas variáveis de folga serão acrescentadas na função objetivo através da função barreira-logarítmica definida em (3.1), desta forma (4.11) passa a ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(x) - \mu \sum_{i=1}^{ncr} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{ncr} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{nb} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{nb} \ln(s_{4i}) \\
\text{s. a} \quad & g(x) = 0 \\
& h(x) + s_1 = h_u \\
& h(x) - s_2 = h_l \\
& x + s_3 = u \\
& x - s_4 = l
\end{aligned} \tag{4.12}$$

onde:

nb é o número de barras do sistema;

ncr é o número de barras de controle de reativo;

μ ($\mu > 0$) é o parâmetro de barreira, o qual tende a zero durante o processo de otimização, isto é, $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_\infty = 0$.

Com o objetivo de tornar o problema restrito (4.12) em um problema modificado irrestrito, a função Lagrangeana é construída e é dada por:

$$\begin{aligned}
L = & f(x) - \mu \sum_{i=1}^{ncr} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{ncr} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{nb} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{nb} \ln(s_{4i}) \\
& - \lambda^t g(x) - \pi_1 (h(x) + s_1 - h_u) - \pi_2 (h(x) - s_2 - h_l) \\
& - \pi_3 (x + s_3 - u) - \pi_4 (x - s_4 - l)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

onde:

λ , π_1 , π_2 , π_3 e π_4 são os vetores dos multiplicadores de Lagrange.

Observe que a função Lagrangeana é construída acrescentando-se todas as restrições de igualdade à função objetivo, através de multiplicadores de Lagrange.

Aplicando as condições de otimalidade em (4.13), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\nabla_x L = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t \lambda - \nabla_x h(x)^t \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \pi_2 - \pi_3 - \pi_4 = 0 \quad (4.14)$$

$$\nabla_\lambda L = -g(x) = 0 \quad (4.15)$$

$$\nabla_{\pi_1} L = -(h(x) + s_1 - h_u) = 0 \quad (4.16)$$

$$\nabla_{\pi_2} L = -(h(x) - s_2 - h_l) = 0 \quad (4.17)$$

$$\nabla_{\pi_3} L = -(x + s_3 - u) = 0 \quad (4.18)$$

$$\nabla_{\pi_4} L = -(x - s_4 - l) = 0 \quad (4.19)$$

$$\nabla_{s_1} L = -\mu S_1^{-1} e - \pi_1 = 0 \quad (4.20)$$

$$\nabla_{s_2} L = -\mu S_2^{-1} e + \pi_2 = 0 \quad (4.21)$$

$$\nabla_{s_3} L = -\mu S_3^{-1} e - \pi_3 = 0 \quad (4.22)$$

$$\nabla_{s_4} L = -\mu S_4^{-1} e + \pi_4 = 0 \quad (4.23)$$

onde:

$$e^t = (1, 1, \dots, 1);$$

S_1, S_2, S_3, S_4 são matrizes diagonais, cujos elementos são s_1, s_2, s_3, s_4 , respectivamente.

O método de Newton é utilizado para solucionar o sistema de equações (4.14) a (4.23). Este método utiliza a expansão em série de Taylor até primeira ordem das equações do sistema, e desta forma gera as direções de busca $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3, \Delta \pi_4, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta s_4)$, que serão utilizadas para a atualização das variáveis do sistema. Desta forma, as equações de Newton para se obter as direções são as seguintes:

$$\begin{aligned}
& W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) \Delta x - \nabla_x g(x)^t \Delta \lambda - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_2 - \Delta \pi_3 - \Delta \pi_4 = -\nabla_x L \\
& - (\nabla_x g(x)) \Delta x = -\nabla_\lambda L \\
& - (\nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_1) = -\nabla_{\pi_1} L \\
& - (\nabla_x h(x) \Delta x - \Delta s_2) = -\nabla_{\pi_2} L \\
& - (\Delta x + \Delta s_3) = -\nabla_{\pi_3} L \\
& - (\Delta x - \Delta s_4) = -\nabla_{\pi_4} L \\
& \mu S_1^{-2} \Delta s_1 - \Delta \pi_1 = -\nabla_{s_1} L \\
& \mu S_2^{-2} \Delta s_2 + \Delta \pi_2 = -\nabla_{s_2} L \\
& \mu S_3^{-2} \Delta s_3 - \Delta \pi_3 = -\nabla_{s_3} L \\
& \mu S_4^{-2} \Delta s_4 + \Delta \pi_4 = -\nabla_{s_4} L
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Reescrevendo (4.24) na forma matricial, tem-se o seguinte:

$$\begin{bmatrix}
W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) - J(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\
-\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\
-I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \\
-I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_1^{-2} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_2^{-2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_3^{-2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_4^{-2}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta x \\
\Delta \lambda \\
\Delta \pi_1 \\
\Delta \pi_2 \\
\Delta \pi_3 \\
\Delta \pi_4 \\
\Delta s_1 \\
\Delta s_2 \\
\Delta s_3 \\
\Delta s_4
\end{bmatrix}
= -
\begin{bmatrix}
\nabla_x L \\
\nabla_\lambda L \\
\nabla_{\pi_1} L \\
\nabla_{\pi_2} L \\
\nabla_{\pi_3} L \\
\nabla_{\pi_4} L \\
\nabla_{s_1} L \\
\nabla_{s_2} L \\
\nabla_{s_3} L \\
\nabla_{s_4} L
\end{bmatrix} \tag{4.25}$$

onde:

$$W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) = \nabla^2 f(x) - \sum_{i=1}^{2 \times nb} \lambda_i \nabla^2 g_i(x) - \sum_{i=1}^{ncr} \pi_{1i} \nabla^2 h(x) - \sum_{i=1}^{ncr} \pi_{2i} \nabla^2 h(x);$$

$J(x) = \nabla_x g(x)$, é a matriz Jacobiana do fluxo de carga convencional, mostrada em (4.5);

I é a matriz identidade.

A matriz Lagrangeana do sistema (4.25) é esparsa, ou seja, possui muitos elementos nulos, e esta característica deve ser explorada no processo de solução do sistema.

A dimensão da matriz Lagrangeana, construída devido a aplicação do método primal-dual barreira-logarítmica para solução do problema (4.10), é muito maior do que a dimensão da matriz utilizada nos métodos do Gradiente Reduzido, Penalidade, Newton entre outros. Nestes métodos o sistema a ser resolvido é apenas uma parte do sistema dado em (4.25), isto é:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda) - J(x)^t \\ -J(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Observe que a matriz Lagrangeana em (4.25), cuja dimensão total é dada por:

$$\begin{aligned} \text{dimensão} &= 8 \text{ (nº de barras do sistema)} + \\ &\quad 3 \text{ (nº de barras de controle de reativo)} + \\ &\quad 5 \text{ (nº de transformadores)} - \\ &\quad 3 \text{ (nº de barras } \theta \text{ V)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

possui muitos elementos unitários e as submatrizes referentes as variáveis de folga são de fácil implementação. Desta forma o esforço computacional necessário para a obtenção de (4.25) não é muito elevado, quando comparado com os métodos que utilizam o sistema (4.26).

4.4.1) TAMANHO DO PASSO

Conhecendo as direções de busca, a próxima etapa é calcular os passos α_p e α_d , os quais serão usados na atualização das variáveis primais e duais respectivamente. Estes passos são calculados de tal forma que cada componente das

variáveis de folga primais (s_i , $i=1,2,3,4$) permaneçam estritamente positivas, e que os elementos do vetor (π_i , $i=1,2,3,4$) permaneçam com os seus respectivos sinais, isto é $\pi_1 < 0$, $\pi_2 > 0$, $\pi_3 < 0$, $\pi_4 > 0$, conforme (4.20), (4.21), (4.22), (4.23) respectivamente.

Isto é feito encontrando o menor elemento entre o mínimo tamanho de passo de todos os componentes dos vetores, este menor elemento é então multiplicado por um fator menor que 1 (para garantir que o próximo ponto irá satisfazer as condições de positividade) e comparado com 1, o menor entre eles é então escolhido, como propõe GRANVILLE (1994), QUINTANA et al. (1995) e IRISARRI et al. (1997). Isto se traduz por:

$$\alpha_p = \min \left\{ \sigma \left(\min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_i}{|\Delta s_i|}, \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_2}{|\Delta s_2|}, \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_3}{|\Delta s_3|}, \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_4}{|\Delta s_4|} \right), 1.0 \right\} \quad (4.28)$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \sigma \left(\min_{\Delta \pi_i > 0} \frac{-\pi_i}{|\Delta \pi_i|}, \min_{\Delta \pi_i < 0} \frac{\pi_i}{|\Delta \pi_i|}, \min_{\Delta \pi_i > 0} \frac{-\pi_3}{|\Delta \pi_3|}, \min_{\Delta \pi_i < 0} \frac{\pi_4}{|\Delta \pi_4|} \right), 1.0 \right\} \quad (4.29)$$

onde:

$\sigma = 0.9995$ é um valor determinado empiricamente, conforme GRANVILLE (1994), QUINTANA et al. (1995) e IRISARRI et al. (1997).

Conhecendo as direções através da solução de (4.25) e os passos primais e duais através de (4.28) e (4.29) respectivamente, todas as variáveis do problema podem ser atualizadas por:

$$\begin{aligned} x &= x + \alpha_p \Delta x & \lambda &= \lambda + \alpha_d \Delta \lambda \\ s_1 &= s_1 + \alpha_p \Delta s_1 & \pi_1 &= \pi_1 + \alpha_d \Delta \pi_1 \\ s_2 &= s_2 + \alpha_p \Delta s_2 & \pi_2 &= \pi_2 + \alpha_d \Delta \pi_2 \\ s_3 &= s_3 + \alpha_p \Delta s_3 & \pi_3 &= \pi_3 + \alpha_d \Delta \pi_3 \\ s_4 &= s_4 + \alpha_p \Delta s_4 & \pi_4 &= \pi_4 + \alpha_d \Delta \pi_4 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Após as variáveis terem sido atualizadas, deve-se atualizar o parâmetro de barreira. Este é o ponto crítico do algoritmo primal-dual barreira-logarítmica.

4.4.2) O PARÂMETRO DE BARREIRA

Uma etapa muito importante no algoritmo primal-dual barreira-logarítmica é a escolha inicial do parâmetro de barreira μ . GRANVILLE (1994) verificou que o valor do multiplicador μ para cada ponto é proporcional ao *gap* de dualidade. Este *gap* é a diferença entre o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual. A cada iteração o valor de μ deverá ser calculado tal que o seu valor atual seja sempre inferior ao anterior, e desta forma GRANVILLE (1994) propõe um cálculo para a atualização de μ utilizando a equação (4.31), na qual o numerador corresponde ao *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{-(s_1\pi_1 + s_3\pi_3) + (s_2\pi_2 + s_4\pi_4)}{2nb\beta} \quad (4.31)$$

onde:

$\beta > 1$ é especificado pelo usuário.

Como visto em (4.31) o parâmetro μ é reduzido a cada iteração empiricamente, pois o valor de β é determinado pelo usuário. Uma escolha não adequada deste parâmetro poderá também comprometer a convergência do método. Uma outra opção para atualização de μ , é reduzi-lo de um valor β especificado pelo usuário, a cada iteração, isto é:

$$\mu^{(k+1)} = \frac{\mu^k}{\beta} \quad (4.32)$$

Na implementação do algoritmo primal-dual barreira-logarítmica realizada neste trabalho, com o objetivo de resolver o problema de fluxo de carga ótimo, utilizou-se a equação (4.32) para a atualização do parâmetro de barreira, devido a sua eficiência e fácil implementação.

4.4.3) INICIALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Com respeito à inicialização das variáveis, a única exigência que deve ser observada é que as variáveis do sistema, ou seja, tensões, *taps* e injeções de reativo estejam dentro de seus limites preestabelecidos. As equações de balanço do sistema (4.1) e as inequações que foram transformadas em equações através das variáveis de folga, não precisam ser satisfeitas na inicialização do problema. As variáveis de folga (s_i , $i=1,2,3,4$) podem ser inicializadas utilizando as equações (4.16), (4.17), (4.18), (4.19) respectivamente. Estas variáveis devem ser estritamente positivas, isto é esperado desde que as variáveis do sistema estejam dentro de seus limites. No entanto, se existir algum componente deste vetor que seja nulo ou negativo, o mesmo poderá assumir o valor 0.02, como propõe QUINTANA et al. (1995). Após ter inicializado os vetores referentes as variáveis de folga, os vetores dos multiplicadores de Lagrange (π_i , $i=1,2,3,4$) podem ser inicializados utilizando (4.20), (4.21), (4.22), (4.23) respectivamente. O valor inicial do parâmetro de barreira e o multiplicador β para atualização de μ são determinados pelo usuário, como mencionado anteriormente.

4.5) ALGORITMO SIMPLIFICADO

O problema de fluxo de carga ótimo mostrado em (4.10), pode ser resolvido iterativamente através do método dos pontos interiores pelo seguinte algoritmo apresentado a seguir, conforme GRANVILLE (1994):

Inicialização:

Colocar o problema original na forma mostrada em (4.12). Iniciar o vetor $x = (V, \theta, t)$, as variáveis de folga, os multiplicadores de Lagrange, o parâmetro de barreira μ e o parâmetro β para a atualização de μ . Determinar um valor para ε , o qual será o critério de parada.

Passo principal:

1. Calcular o vetor gradiente.
2. Se todos os elementos do vetor gradiente forem menores que ε então PARE.
3. Calcular a matriz Lagrangeana e resolver o sistema (4.25).
4. Calcular os passos por (4.28) e (4.29).
5. Atualizar as variáveis (4.30) e o parâmetro de barreira por (4.32).
6. Voltar ao passo 1.

O valor inicial de $x = (V, \theta, t)$ deve pertencer à região factível do problema. A implementação computacional deste algoritmo e a técnica utilizada para solução do sistema (4.25), serão discutidas nas próximas seções.

4.6) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional do método primal-dual barreira-logarítmica apresentado neste trabalho, foi realizada em Linguagem C, em uma estação de trabalho do tipo SUN SPARC STATION 20 do Laboratório de Sistemas Energia Elétrica - LSEE, do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC/USP.

A seguir tem-se as subrotinas implementadas, as quais formam o programa de fluxo de carga ótimo:

variáveis.c: declaração das variáveis que serão utilizadas no programa.

leitura.c: rotinas responsáveis pelas leituras dos dados de barras, linhas de transmissão e limites de tensão. Estas informações estão contidas em bancos de dados, os quais fornecem as informações iniciais sobre a rede elétrica (Apêndice 1).

inicia.c: rotinas responsáveis pela inicialização das variáveis, que são as variáveis de folga e multiplicadores de Lagrange.

topologia.c: rotina que fornece a topologia da rede, ou seja, descreve as ligações existentes entre as barras do sistema.

gradiente.c: rotina que fornece o vetor gradiente da função Lagrangeana.

lagrangeana.c: rotinas responsáveis pela construção da matriz Lagrangeana, a qual é construída em um formato vetorial.

ma28ad.f: rotina em Fortran responsável pela fatoração LU. Na chamada desta rotina, fornecemos como informação a matriz Lagrangeana no formato vetorial.

ma28cd.f: rotina em Fortran responsável pela solução do sistema de equações. Na chamada desta rotina, fornecemos como informação a matriz Lagrangeana e o vetor gradiente.

atualiza.c: rotinas responsáveis pela atualização das variáveis do problema de fluxo de carga ótimo e do parâmetro de barreira.

saída.c: rotina que fornece a saída dos resultados obtidos pelo programa.

Como pôde ser observado, duas linguagens de programação foram utilizadas na implementação do problema de fluxo de carga ótimo, Fortran e Linguagem C, razão pela qual foi realizado um *link* entre estas duas linguagens.

A matriz Lagrangeana não deve ser construída diretamente, pois sua dimensão geralmente é muito elevada e uma grande parte de seus elementos são nulos, por esta razão a rotina *lagrangeana.c* calcula e armazena somente os elementos diferentes de zero e em formato vetorial e para isto utiliza a rotina *topologia.c*, pois a estrutura da matriz Lagrangeana é dependente da topologia da rede.

Nos trabalhos publicados por GRANVILLE (1994), WU et al. (1994), QUINTANA et al. (1995) e IRISSARI et al. (1997), a matriz Lagrangeana é rearranjada em estruturas de blocos 2×2 ou 4×4 , os quais estão associados com as barras do sistema de potência, neste caso a matriz de blocos resultante tem a mesma topologia da matriz Jacobiana, definida em (4.5), permitindo desta forma o uso de técnicas de esparsidade, porém a estrutura em blocos não permite o total aproveitamento da esparsidade da matriz, como demonstrou LANGONA (1994). Por esta razão, este trabalho tem como contribuição o processo de solução do sistema (4.25) através de elementos, ao invés de estruturas em blocos.

A solução do sistema (4.25) foi realizada através das rotinas em Fortran. A seguir será apresentado um resumo sobre estas rotinas.

4.7) ROTINAS UTILIZADAS NA SOLUÇÃO DO SISTEMA

No algoritmo apresentado anteriormente, utilizou-se para resolver o sistema de equações dadas em (4.25) um programa elaborado em Fortran pelo Grupo de Algoritmos Numéricos do Laboratório Harwell do United Kingdom Atomic Energy Authority. Este programa é utilizado para resolver problemas lineares esparsos

utilizando uma variante da Eliminação de Gauss. Para utilizar estas rotinas já elaboradas, deve-se criar três vetores:

- vetor a:

o qual receberá somente os valores não nulos da matriz Lagrangeana.

- vetor irn:

o qual receberá o índice da linha do elemento não nulo da matriz Lagrangeana.

- vetor icn:

o qual receberá o índice da coluna do elemento não nulo da matriz Lagrangeana.

Para melhor compreender, considere o seguinte sistema exemplo a seguir:

$$\begin{bmatrix} 2.0 & -1.0 & 0.0 \\ -1.0 & 2.0 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 1.0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Para este caso exemplo, os vetores a, irn e icn são os seguintes:

TABELA 2 - Sistema exemplo

a	irn	icn
2.0	1	1
-1.0	2	1
-1.0	1	2
2.0	2	2
0.5	2	3
1.0	3	3

Para obter a solução de (4.33), a rotina em Fortran realiza a seguinte operação, conforme o GUIA SIMPLIFICADO PARA USO DAS SUBROTINAS DO LABORATÓRIO HARWELL NA SOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES $Ax = b$ descreve:

$$P A Q = L U \quad (4.34)$$

onde:

A é uma matriz esparsa;

P e Q são matrizes de permutação;

L é uma matriz triangular inferior unitária;

U uma matriz triangular superior.

Uma vez realizadas estas operações pela rotina `ma28ad.f`, a solução do sistema de equações é obtida processando-se a rotina `ma28cd.f`.

4.8) MATRIZ LAGRANGEANA

Quando o algoritmo do método dos pontos interiores vai se aproximando da solução do problema original, alguma variável canalizada pode atingir um de seus limites, fazendo com que a variável de folga correspondente se torne muito pequena e por isso o elemento da diagonal principal referente a esta variável se torna muito elevado devido o termo $1/s_i$ ($i=1,2,3,4$). Apesar do valor de μ ser pequeno, o termo $(\mu 1/s_i)$ pode contribuir grandemente para o mal condicionamento da matriz, causando dificuldades numéricas para o algoritmo.

Com o objetivo de evitar que o algoritmo divirja devido ao mal condicionamento da matriz, as restrições do problema de fluxo da carga ótimo podem ser consideradas suficientemente satisfeitas com tolerância não muito pequena, desde que os problemas nesta área da engenharia não exigem um grau de exatidão tão elevado.

TESTES E RESULTADOS

5.1) INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão mostrados os resultados obtidos da aplicação do método dos pontos interiores para solução do problema de fluxo de carga ótimo. Os sistemas elétricos de potência, utilizados para verificar a eficiência do método, foram de 3, 14, 30 e 118 barras. Para cada sistema a função objetivo a ser minimizada foi a de perdas de potência ativa na transmissão. A seguir tem-se os quatro sistemas exemplos:

5.2) SISTEMA DE 3 BARRAS

O sistema de 3 barras utilizado por DOMMEL & TINNEY (1968), está mostrado na figura 3, e tem as seguintes características:

- 1 barra de referência;
- 1 barra de controle de reativo;
- 1 barra de carga;
- 2 linhas de transmissão.

FIGURA 3 - Sistema elétrico de 3 barras

O problema de fluxo de carga ótimo para este sistema de 3 barras pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2 V_2 V_3 \cos\theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2 V_3 V_1 \cos\theta_{31}) \\
 \text{s. a} \quad & \Delta P_2 = P_2^G - P_2^C - V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \cos\theta_{2i} + B_{2i} \sin\theta_{2i}) = 0 \\
 & \Delta P_3 = P_3^G - P_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos\theta_{3i} + B_{3i} \sin\theta_{3i}) = 0 \\
 & \Delta Q_3 = Q_3^G - Q_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin\theta_{3i} - B_{3i} \cos\theta_{3i}) = 0 \quad (5.1) \\
 & V_1^{\min} \leq V_1 \leq V_1^{\max} \\
 & V_2^{\min} \leq V_2 \leq V_2^{\max} \\
 & V_3 = 1.00 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 P_2^G &= 170 \text{ MW} & P_3^G &= 0 \text{ MW} \\
 P_2^C &= 0 \text{ MW} & P_3^C &= 200 \text{ MW} \\
 Q_3^G &= 0 \text{ M var} & Q_3^C &= 100 \text{ M var} \\
 V_1^{\min} &= 1.01 \text{ pu} & V_1^{\max} &= 1.10 \text{ pu} \\
 V_2^{\min} &= 1.01 \text{ pu} & V_2^{\max} &= 1.20 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

Colocando o problema (5.1) na forma apropriada para aplicação do método primal-dual barreira-logarítmica, pode-se escrever então a função Lagrangeana, a qual é dada por:

$$\begin{aligned}
 L = & g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2 V_2 V_3 \cos\theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2 V_3 V_1 \cos\theta_{31}) - \\
 & - \lambda p_2 (P_2^G - P_2^C - V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \cos\theta_{2i} + B_{2i} \sin\theta_{2i})) - \\
 & - \lambda p_3 (P_3^G - P_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos\theta_{3i} + B_{3i} \sin\theta_{3i})) - \\
 & - \lambda q_3 (Q_3^G - Q_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin\theta_{3i} - B_{3i} \cos\theta_{3i})) - \\
 & - \pi_{31}(V_1 + s_{31} - V_1^{\max}) - \pi_{32}(V_2 + s_{32} - V_2^{\max}) - \\
 & - \pi_{41}(V_1 - s_{41} - V_1^{\min}) - \pi_{42}(V_2 - s_{42} - V_2^{\min}) - \\
 & - \mu \ln(s_{31}) - \mu \ln(s_{32}) - \mu \ln(s_{41}) - \mu \ln(s_{42})
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

A tabela 3 a seguir, tem por objetivo apresentar detalhadamente o processo de convergência do método, onde será apresentado o valor de todas as variáveis utilizadas. Considerou-se $\beta = 1,2$ para atualização do parâmetro de barreira μ , e este foi atualizado por (4.32).

TABELA 3 - Valores das variáveis utilizadas nos cálculos

Estado inicial do sistema			
---------------------------	--	--	--

tensões e ângulos			
Barra	Tipo	V (p.u.)	ang (grau)
1	SL	1,0000	0,0000
2	CR	1,0000	-2,0000
3	CG	1,0000	-5,0000

multiplicadores de Lagrange				
Barra	λ_p	λ_q	π_3	π_4
1	-	-	-0,0010	0,0050
2	1,0000	-	-0,0005	0,0050
3	1,0000	1,0000	-	-

variáveis de folga		
Barra	s_3	s_4
1	0,1000	0,0200
2	0,2000	0,0200
3	-	-

parâmetro de barreira, função objetivo e restrições de igualdade				
μ	f.o. (p.u.)	ΔP_2 (p.u.)	ΔP_3 (p.u.)	ΔQ_3 (p.u.)
0,0001	0,0414	-1,1712	1,0616	1,5910

Iteração 1

tensões e ângulos

Barra	Tipo	V (p.u.)	ang (grau)
1	SL	1,0570	0,0000
2	CR	1,1293	5,4463
3	CG	1,0000	-0,8413

multiplicadores de Lagrange

Barra	λ_p	λ_q	π_3	π_4
1	-	-	-0,0011	0,0036
2	0,7364	-	-0,0006	0,0000
3	0,7970	0,8203	-	-

variáveis de folga

Barra	s_3	s_4
1	0,0430	0,0471
2	0,0707	0,1193
3	-	-

parâmetro de barreira, função objetivo e restrições de igualdade

μ	f.o. (p.u.)	ΔP_2 (p.u.)	ΔP_3 (p.u.)	ΔQ_3 (p.u.)
0,00008333	0,1351	0,1480	-0,0321	0,0470

tamanho dos passos

α_p	α_d
1,0000	0,2013

Iteração 2

tensões e ângulos

Barra	Tipo	V (p.u.)	ang (grau)
1	SL	1,0731	0,0000
2	CR	1,1232	4,5259
3	CG	1,0000	-1,2209

multiplicadores de Lagrange

Barra	λ_p	λ_q	π_3	π_4
1	-	-	-0,0027	0,0012
2	-0,0091	-	-0,0011	0,0007
3	0,0839	0,0497	-	-

variáveis de folga

Barra	s_3	s_4
1	0,0269	0,0631
2	0,0768	0,1132
3	-	-

parâmetro de barreira, função objetivo e restrições de igualdade

μ	f.o. (p.u.)	ΔP_2 (p.u.)	ΔP_3 (p.u.)	ΔQ_3 (p.u.)
0,0000694	0,1292	0,0010	-0,0007	0,0010

tamanho dos passos

α_p	α_d
1,0000	1,0000

Iteração 3

tensões e ângulos

Barra	Tipo	V (p.u.)	ang (grau)
1	SL	1,0711	0,0000
2	CR	1,1247	4,3794
3	CG	1,0000	-1,3195

multiplicadores de Lagrange

Barra	λ_p	λ_q	π_3	π_4
1	-	-	-0,0024	0,0011
2	-0,0274	-	-0,0009	0,0006
3	0,0795	0,0500	-	-

variáveis de folga

Barra	s_3	s_4
1	0,0289	0,0611
2	0,0753	0,1147
3	-	-

parâmetro de barreira, função objetivo e restrições de igualdade

μ	f.o. (p.u.)	ΔP_2 (p.u.)	ΔP_3 (p.u.)	ΔQ_3 (p.u.)
0,0000579	0,1292	0,0000	0,0000	0,0000

tamanho dos passos

α_p	α_d
1,0000	1,0000

Perdas ativas do sistema = 12,9153 MW

Como pôde ser observado na tabela 3, as tensões V_1 e V_2 tenderam para o seus limites superiores, ou seja:

$$V_1 \rightarrow V_1^{\max}$$

$$V_2 \rightarrow V_2^{\max}$$

Desta forma teve-se que os elementos do vetor das variáveis de folga s_3 , foram menores do que os elementos de s_4 , porém como nenhuma tensão atingiu seu limite, as variáveis de folga assumiram valores diferentes de zero. Os multiplicadores de Lagrange satisfizeram as condições de KKT, pois como as restrições de desigualdade tendem a ser ativas pelo máximo, e inativas pelo mínimo, teve-se que $\pi_3 < 0$ e $\pi_4 \rightarrow 0$, que são os multiplicadores em relação ao máximo e mínimo respectivamente.

O processo convergiu em 3 iterações com um tempo de CPU igual a 0,28 segundos e vetor gradiente nulo. O ponto de operação obtido pelo FCO desenvolvido atingiu a mesma solução dos métodos propostos por DOMMEL & TINNEY (1968) e LANGONA (1994). A figura 4 mostra o gráfico da função objetivo para o sistema de 3 barras.

FIGURA 4 - Função objetivo do sistema de 3 barras

A figura 5 mostra a trajetória seguida pelas variáveis V_1 e V_2 , a cada iteração.

FIGURA 5 - Convergência de V_1 e V_2 para o sistema de 3 barras (p.u.)

5.3) SISTEMA DE 14 BARRAS

O sistema de 14 barras, obtido em FRERIS & SASSON (1968), está mostrado na figura 6, e tem as seguintes características:

- 1 barra de referência;
- 4 barras de controle de reativo;
- 9 barras de carga;
- 17 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável.

Testes foram realizados e verificou-se que o método primal-dual barreira-logarítmica é muito sensível quanto aos valores atribuídos para os parâmetros μ e β . A tabela 4 a seguir, mostra os valores iniciais atribuídos para as variáveis μ e μ_t , os valores dos parâmetros β e β_t mantidos constantes durante todo o processo iterativo, o número de iterações e o valor da função objetivo após a convergência. Esta tabela tem como objetivo mostrar a sensibilidade do método quanto ao parâmetro de barreira, pois para este caso estudado, não variamos os valores dos parâmetros β e β_t , utilizados na atualização de μ e μ_t , respectivamente.

TABELA 4 - Testes para o sistema de 14 barras

caso	μ inicial	β	μ_t inicial	β_t	iterações	perdas ativas do sistema (MW)
1	0,1	1,01	0,1	1,01	4	13,2326
2	0,01	1,01	0,01	1,01	4	13,0965
3*	0,001	1,01	0,01	1,01	4	12,4620
4	0,1	1,01	1	1,01	4	13,0925
5	1	1,01	0,1	1,01	4	13,3973

Observe que para cada caso realizado, o valor das perdas de potência ativas do sistema foi diferente, ou seja, cada caso forneceu um ponto de operação para o sistema, o qual satisfaz todas as restrições de operação. Note que nos dois primeiros casos, utilizou-se o mesmo valor para os parâmetros de barreira μ e μ_t , já para o caso 3 em diante, utilizou-se valores diferentes, sendo que o caso 3 foi o que apresentou o menor valor de função objetivo. Por esta razão, na função Lagrangeana dada em (5.3), escreveu-se μ_t na função barreira logarítmica das variáveis de folga em relação ao *tap* do transformador.

O estado inicial e final do sistema para o caso 3, poderá ser visto nos Apêndices 1 e 2, respectivamente. Os gráficos a cada iteração das restrições de igualdade ΔP e ΔQ (*Mismatches*) e da função objetivo, são mostrados nas figuras 7 e 8 respectivamente.

FIGURA 7 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração

FIGURA 8 - Função objetivo

Como pôde ser observado pelos gráficos anteriores, o processo convergiu em 4 iterações atingindo um valor final de função objetivo igual a 12,4620 MW. O tempo de CPU foi de 0,58 segundos e o vetor gradiente nulo, satisfazendo as condições de otimalidade.

Através do Apêndice 2, note que a tensão da barra 1 quase atingiu o seu limite superior, fazendo com que a variável de folga associada (s_{31}), fosse praticamente nula. Desta forma podemos considerar a restrição de desigualdade $V_1 \leq V_1^{\max}$ ativa pelo máximo na solução, e pelas condições de KKT, teve-se que $\pi_3 < 0$. Como a tensão da barra 1 é inativa pelo mínimo teve-se que $\pi_4 = 0$.

5.4) SISTEMA DE 30 BARRAS

O sistema de 30 barras, obtido em FRERIS & SASSON (1968), está mostrado na figura 9, e tem as seguintes características:

- 1 barra de referência;
- 5 barras de controle de reativo;
- 24 barras de carga;
- 37 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável.

A função Lagrangeana para o problema de minimização do sistema de 30 barras é dada por:

$$\begin{aligned}
L = & f(x) - \lambda^t g(x) - \pi_1 (Q(x) + s_1 - Q^{\max}) - \pi_2 (Q(x) - s_2 - Q^{\min}) - \\
& - \pi_3 (V + s_3 - V^{\max}) - \pi_4 (V - s_4 - V^{\min}) - \\
& - \pi_5 (t + s_5 - t^{\max}) - \pi_6 (t - s_6 - t^{\min}) - \\
& - \mu \sum_{i=1}^5 \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^5 \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{30} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{30} \ln(s_{4i}) \\
& - \mu_t \sum_{i=1}^4 \ln(s_{5i}) - \mu_t \sum_{i=1}^4 \ln(s_{6i})
\end{aligned} \tag{5.4}$$

onde:

$Q(x)$ é calculado através de (4.4);

t é o *tap* do transformador;

μ_t parâmetro de barreira usado na função barreira logarítmica em relação as variáveis de folga do *tap*.

Para o sistema de 30 barras, além de se variar os valores atribuídos para μ e μ_t , variou-se também os valores de β e β_t , utilizados na atualização destes parâmetros. A tabela 5 mostra os valores iniciais atribuídos para as variáveis μ e μ_t , os valores dos parâmetros β e β_t mantidos constantes durante todo o processo iterativo, o número de iterações e o valor da função objetivo após a convergência. Esta tabela mostra a sensibilidade do método quanto a estes parâmetros.

TABELA 5 - Testes para o sistema de 30 barras

caso	μ inicial	β	μ_t inicial	β_t	iterações	perdas ativas do sistema (MW)
1	0,001	1,01	1	1,01	5	16,4265
2*	0,001	1,2	1	1,1	5	16,3564
3	0,001	1,05	1	1,05	5	16,4108
4	1	1,01	1	1,01	5	16,9970
5	1	1,01	5	1,2	5	16,9052

Note que nos três primeiros casos, consideramos os valores de μ e μ_t fixos e variamos somente os valores de β e β_t . Além destes casos, outros testes foram realizados obtendo-se também diferentes valores de perdas ativas para o sistema.

O estado inicial e final do sistema para o caso 2, poderá ser visto nos Apêndices 1 e 2, respectivamente. Os gráficos a cada iteração das restrições de igualdade ΔP e ΔQ (*Mismatches*) e da função objetivo, são mostrados nas figuras 10 e 11 respectivamente.

FIGURA 10 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração

FIGURA 11 - Função objetivo

Como pôde ser observado pelos gráficos anteriores, o processo convergiu em 5 iterações atingindo um valor final de função objetivo igual a 16,3564 MW. O tempo de CPU foi de 1,14 segundos e o vetor gradiente nulo, satisfazendo as condições de otimalidade.

No Apêndice 2 encontram-se os valores dos multiplicadores de Lagrange associados com as restrições de desigualdade que se tornaram em igualdade pelo uso das variáveis de folga. Através destes pode ser observado que as condições de KKT foram satisfeitas no ponto de solução do problema. Neste sistema também a tensão na barra 1 foi a que mais se aproximou do seu limite superior, podemos então considerar a restrição $V_1 \leq V_1^{\max}$ ativa pelo máximo e inativa pelo mínimo.

5.5) SISTEMA DE 118 BARRAS

O sistema de 118 barras tem as seguintes características:

- 1 barra de referência;
- 51 barras de controle de reativo;
- 66 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável.

A função Lagrangeana para o problema de minimização do sistema de 118 barras é dada por:

$$\begin{aligned}
L = & f(x) - \lambda^t g(x) - \pi_1(Q(x) + s_1 - Q^{\max}) - \pi_2(Q(x) - s_2 - Q^{\min}) - \\
& - \pi_3(V + s_3 - V^{\max}) - \pi_4(V - s_4 - V^{\min}) - \\
& - \pi_5(t + s_5 - t^{\max}) - \pi_6(t - s_6 - t^{\min}) - \\
& - \mu \sum_{i=1}^{51} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{51} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{118} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{118} \ln(s_{4i}) \\
& - \mu_t \sum_{i=1}^9 \ln(s_{5i}) - \mu_t \sum_{i=1}^9 \ln(s_{6i})
\end{aligned} \tag{5.5}$$

onde:

$Q(x)$ é calculado através de (4.4);

t é o *tap* do transformador;

μ_t parâmetro de barreira usado na função barreira logarítmica em relação as variáveis de folga do *tap*.

O sistema de 118 barras foi considerado o de mais difícil convergência, pois muitos testes foram realizados com o objetivo de encontrar valores para os parâmetros μ , β , μ_t e β_t , tais que satisfizessem todas as restrições de operação do sistema. Desta forma o valores atribuídos para estas variáveis, tais que satisfizessem todas as restrições, foram: $\mu = 0,001$; $\beta = 1,45$; $\mu_t = 55$ e $\beta_t = 1,45$.

O estado inicial e final do sistema poderá ser visto nos Apêndices 1 e 2, respectivamente. Os gráficos a cada iteração das restrições de igualdade ΔP e ΔQ (*Mismatches*) e da função objetivo, são mostrados nas figuras 12 e 13 respectivamente.

FIGURA 12 - As restrições ΔP e ΔQ a cada iteração

FIGURA 13 - Função objetivo

Como pôde ser observado pelos gráficos anteriores, o processo convergiu em 14 iterações atingindo um valor final de função objetivo igual a 107,7298 MW. O tempo de CPU foi de 36,29 segundos e o vetor gradiente nulo, satisfazendo as condições de otimalidade.

No Apêndice 2 pode ser observado que as tensões nas barras 9, 30, 38, 66, 81 e 89 atingiram seus limites máximos, e desta forma teve-se que os multiplicadores $\pi_3 < 0$ e $\pi_4 = 0$, respectivos a estas barras, satisfizeram as condições de KKT.

A seguir será realizado uma análise entre o programa de fluxo de carga ótimo desenvolvido e o fluxo de carga convencional (FCC).

5.6) ANÁLISE ENTRE O FLUXO DE CARGA ÓTIMO E O FLUXO DE CARGA CONVENCIONAL

O programa de fluxo de carga convencional é utilizado por todas as concessionárias de energia elétrica, com o objetivo de conhecer o ponto de operação do sistema. Neste item o FCC será considerado como uma referência para o estudo do FCO, pois o mesmo fornece a solução de um sistema de equações sem otimizar nenhuma função objetivo. O programa de FCC utilizado foi o módulo de fluxo de carga do ANAREDE¹.

As tabelas a seguir mostram que se obteve resultados diferentes quando se executou o FCO e o FCC para o mesmo o sistema, partindo do mesmo ponto inicial. Como pode ser observado, o FCO forneceu um ponto de operação melhor que o FCC, pois as perdas foram reduzidas e não houve violação de restrições.

¹ANAREDE. Programa de fluxo de carga desenvolvido pelo CEPTEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica) em conjunto com a UNICAMP.

a) Sistema de 3 barras:

TABELA 6 - Sistema de 3 barras (FCO x FCC)

	iterações	Perdas (MW)	Injeção (MVar)	restrições violadas
FCO	3	12,9153	129,4773	0
FCC	4	17,7000	137,3000	1

b) Sistema de 14 barras:

TABELA 7 - Sistema de 14 barras (FCO x FCC)

	iterações	Perdas (MW)	Injeção (MVar)	restrições violadas
FCO	3	12,4623	76,0142	0
FCC	2	13,6000	82,6000	2

c) Sistema de 30 barras:

TABELA 8 - Sistema de 30 barras (FCO x FCC)

	iterações	Perdas (MW)	Injeção (MVar)	restrições violadas
FCO	5	16,3241	147,7773	0
FCC	2	17,6000	157,3000	4

d) Sistema de 118 barras:

TABELA 9 - Sistema de 118 barras (FCO x FCC)

	iterações	Perdas (MW)	Injeção (MVar)	restrições violadas
FCO	16	107,6005	210,3282	0
FCC	3	130,1000	618,5000	8

Como pôde ser observado pelas tabelas 6, 7, 8 e 9, o programa de fluxo de carga ótimo desenvolvido, forneceu um ponto de operação melhor, em relação ao fluxo de carga convencional, pois as perdas ativas do sistema foram em todos os casos menores. Nos três últimos casos o programa de FCO convergiu com um número maior de iterações, porém satisfaz todas as restrições de operação do sistema, o que o programa de fluxo de carga convencional não conseguiu fazer.

Em todos os sistemas estudados, o programa de fluxo de carga ótimo forneceu uma quantidade menor de injeção de reativos em relação ao fluxo de carga convencional, melhorando desta forma o fator de potência do sistema.

CONCLUSÕES

A metodologia apresentada neste trabalho utiliza variáveis de folga para transformar as restrições de desigualdade em igualdades. As restrições do problema de otimização são acrescentadas na função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange, e as variáveis de folga através da função barreira logarítmica. O método proposto deve ser inicializado a partir de pontos factíveis, para garantir a positividade das variáveis de folga, porém caso isto não aconteça o programa atribuirá um determinado valor positivo e diferente de zero para estas variáveis.

No capítulo anterior foram apresentados os resultados obtidos da aplicação do método primal-dual barreira-logarítmica para a solução do problema de fluxo de carga ótimo. Os resultados numéricos obtidos neste trabalho, mostram a eficiência do método quanto a rapidez de convergência e quanto aos valores obtidos na função objetivo. Este método procura satisfazer as restrições de desigualdade durante todo o processo iterativo, como foi mostrado no caso do sistema de 3 barras, cujas tensões lidas no banco de entrada de dados, estavam violando os seus limites inferiores, e ao fim da primeira iteração, todas as tensões já pertenciam a região factível.

O programa de fluxo de carga ótimo desenvolvido, apresentou resultados melhores em relação ao programa de fluxo de carga convencional, pois forneceu um ponto de operação que satisfaz todas as restrições de operação do sistema elétrico de potência. Enquanto que o fluxo de carga convencional não conseguiu manter as restrições de operação dentro de seus limites preestabelecidos.

Além do programa desenvolvido fornecer um ponto de operação factível para o sistema, este algoritmo apresenta como vantagem o fato das variáveis canalizadas do problema, como tensão, injeção de reativo e *tap* do transformador, não atingirem, na maioria das vezes, nenhum de seus limites, como pode ser observado na tabela 10.

TABELA 10 - Restrições ativas na solução

Sistema	$V_{\max}$	$V_{\min}$	$Q_{\max}$	$Q_{\min}$	$\text{tap}_{\max}$	$\text{tap}_{\min}$
14 barras	0	0	0	0	0	0
30 barras	0	0	0	0	0	0
118 barras	6	0	0	0	0	0

Esta característica do método fornece um ponto de operação, tal que o sistema possa operar dentro de seus limites de operação e não no limite, o que torna este algoritmo muito atrativo para as concessionárias de energia elétrica.

O fluxo de carga ótimo é um problema de programação não linear, e os métodos utilizados para resolvê-lo exigem que o usuário forneça algum valor para um determinado parâmetro, e no método primal-dual barreira-logarítmica implementado neste trabalho acontece o mesmo, o programa exige que o usuário forneça um valor para os parâmetros μ e β . Verificou-se que o algoritmo é muito sensível quanto à escolha destes parâmetros, podendo não satisfazer todas as restrições de operação do sistema ou até mesmo divergir para alguns valores.

Como o método tem como desvantagem a utilização de parâmetros empíricos, sugere-se para os futuros trabalhos realizados nesta área, a determinação do valor inicial do parâmetro de barreira por meios não empíricos, cancelando desta forma a dificuldade maior desta metodologia e fornecendo para o usuário um algoritmo que convirja sob qualquer condição.

BIBLIOGRAFIA

- BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; HANIF, D.S. (1990). *Linear Programming and Network Flows*. Second Edition, John Wiley & Sons.
- CARPENTIER, J.L. (1962). Contribution a L'etude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, p. 431 - 447.
- COSTA, G.R.M.; LANGONA, K.; ALVES, D. A. (1996). O Método de Newton Modificado Associado à Função Lagrangeana Aumentada Para a Resolução do Fluxo de Carga Ótimo. In: XI CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, São Paulo, 1996. *Anais*. São Paulo, v. 1, p. 173-178.
- DOMMEL, H.W.; TINNEY, W.F. (1968). Optimal Power Flows Solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 87, p. 1866-1876, October.
- FIACCO, A. V.; Mc CORMICK, G.P. (1968). *Nonlinear Programming - Sequential Unconstrained Optimization Techniques*, John Wiley, New York.
- FRERIS, L.L.; SASSON, A. M. (1968). Investigation of the Load Flow Problem. *PROC IEEE*, v.115, p.1459-1470.
- FRISCH, K.R. (1955). The Logarithmic Potential Method of Convex Programming, Memorandum, University Institute of Economics, Oslo, Norway.
- GILL, P.E.; MURRAY, W.; SAUNDERS, M.A (1986). On Projected Newton Barrier Methods for Linear Programming and an Equivalence to Karmarkar's Projective Method. *Mathematical Programming*, v. 36, p. 183 - 839.

- GRANVILLE, S. (1994). Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 136-146, February.
- GUIA SIMPLIFICADO PARA USO DAS SUBROTINAS DO LABORATÓRIO HARWELL NA SOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES $Ax = b$.
Apostila do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica - FEE / Unicamp - Campinas - SP, Brasil
- IRISARRI, G.D.; WANG, X.; TONG, J.; MOKHTARI, S. (1997). Maximum Loadability of Power Systems using Interior Point Non-Linear Optimization Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, p. 162-169, February.
- KARMARKAR, N. (1984). A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica* 4, v.4, p. 373 - 395.
- LANGONA, K. (1994). *O Método de Newton Modificado - Lagrangeana Aumentada para o Fluxo de Potência Ótimo*. São Carlos. 87p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MATUMOTO, L.T. (1996). *Algoritmos de Pontos Interiores para Programação Linear e uma Extensão para Programação Linear por Partes*. São Carlos. 56p. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- MONTICELLI, A. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo, Edgard Blücher Ltda. Cap. 5, p. 75 - 100.
- QUINTANA, V.H.; GOMEZ, A.; MARTINEZ, J.L. (1995). Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic-Barrier Primal-Dual Algorithm. *IEEE NAPS Meeting*.

RASHED, A.M.H.; KELLY, D.H. (1974). Optimal Load Flow Solutions Using Lagrangian Multipliers and the Hessian Matrix. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, p. 1292-1297, September/October.

SANTOS, A.; DECKMAN, S.; SOARES, S. (1988). A Dual Augmented Lagrangian Approach for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 3, p. 1020-1025, August.

SASSON, A. M.; VILORIA, F.; ABOYTES, F. (1973). Optimal Load Flow Solutions Using the Hessian Matrix. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 92, p. 31-41, January.

SHERKAT, V. R.; IKURA, Y. (1994). Experience with Interior Point Optimization Software for a Fuel Planning Application. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 833-839, May.

SUN, D.I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGLES, A.; TINNEY, W.F. (1984). Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, p. 2864-2875, October.

WU, Y.; DEBS, A.S.; MARSTEN, R.E. (1994). A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 876-883, May.

APÊNDICE 1

BANCO DE ENTRADA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 3 BARRAS

	1	barra1	1000	0.	0.0	0.0-9999	9999	0.0	0.0
	2	-1 barra2	1000	-2.	170	0.0-9999	9999	0.0	0.0
	3	0 barra3	1000	-5.	0.0	0.0		200	100
9999									
	2	3	3.44828.6206						900
	3	1	9.756012.195						900
9999									
	1	1.01	1.10						
	2	1.01	1.20						
	3	1.00	1.00						
9999									
			100						
9999									

BANCO DE ENTRADA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 14 BARRAS

	1	barra1	1060-0.	0.0	0.0-9999	9999	0.0	0.0
	2	-1 barra2	1045-5.	0.0	0.0	-40 50	-18.3	12.7
	3	-1 barra3	1010-13.	0.0	0.0	0 40	94.2	19.0
	4	0 barra4	1019-10.	0.0	0.0		47.8	-3.9
	5	0 barra5	1020-8.8	0.0	0.0		7.6	1.6
	6	-1 barra6	1070-14.	0.0	0.0	-6 24	11.2	7.5
	7	0 barra7	1062-13.	0.0	0.0		0.0	0.0
	8	-1 barra8	1090-13.	0.0	0.0	-6 24	0.0	0.0
	9	0 barra9	1056-15.	0.0	0.0		29.5	16.6 19
	10	0 barra10	1051-15.	0.0	0.0		9.0	5.8
	11	0 barra11	1057-15.	0.0	0.0		3.5	1.8
	12	0 barra12	1055-15.	0.0	0.0		6.1	1.6
	13	0 barra13	1050-15.	0.0	0.0		13.5	5.8
	14	0 barra14	1036-16.	0.0	0.0		14.9	5.0
9999								
	1	2	1.938 5.917	5.28				900
	1	5	5.40322.304	4.92				900
	2	3	4.69919.797	4.38				900
	2	4	5.81117.632	3.74				900
	2	5	5.69517.388	3.40				900
	3	4	6.70117.103	3.46				900
	4	5	1.335 4.211	1.28				900
	4	7	20.912		0.9780.9501.050			900
	4	9	55.618		0.9690.9501.050			900
	5	6	25.202		0.9320.9501.050			900
	6	11	9.49819.890					900
	6	12	12.29125.581					900
	6	13	6.61513.027					900
	7	8	0.00117.615					900
	7	9	11.001					900
	9	10	3.181 8.450					900
	9	14	12.71127.038					900
	10	11	8.20519.207					900
	12	13	22.09219.988					900
	13	14	17.09334.802					900
9999								
		0.95	1.10					
9999								
			100					
9999								

BANCO DE ENTRADA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 30 BARRAS

1	1	BARRA1	SLACK	1053-.0	-9999	9999	0.	0.
2	-1	BARRA2	GERA.	1032-.09	-40.	50.	-18.3	12.7
3	0	BARRA3	CARG.	1018-.14			2.4	1.2
4	0	BARRA4	CARG.	1010-.17			7.6	1.6
5	-1	BARRA5	C.RE.	1010-.25	-40.	40.	94.2	19.0
6	0	BARRA6	CARG.	1004-.20			.0	.0
7	0	BARRA7	CARG.	998-.23			22.8	10.9
8	-1	BARRA8	C.RE.	1010-.21	-10.	40.	30.0	30.0
9	0	BARRA9	CARG.	1017-.26			.0	.0
10	0	BARRA10	CARG	1015-.29			5.8	2.0
11	-1	BARRA11	C.RE	1072-.26	-6.	24.	.0	.0
12	0	BARRA12	CARG	1019-.27			11.2	7.5
13	-1	BARRA13	C.RE	1057-.27	-6.	24.	.0	.0
14	0	BARRA14	CARG	1005-.29			6.2	1.6
15	0	BARRA15	CARG	1001-.29			8.2	2.5
16	0	BARRA16	CARG	1010-.29			3.5	1.8
17	0	BARRA17	CARG	1008-.29			9.0	5.8
18	0	BARRA18	CARG	994-.30			3.2	0.9
19	0	BARRA19	CARG	992-.31			9.5	3.4
20	0	BARRA20	CARG	997-.30			2.2	0.7
21	0	BARRA21	CARG	1003-.30			17.5	11.2
22	0	BARRA22	CARG	1004-.29			.0	.0
23	0	BARRA23	CARG	994-.30			3.2	1.6
24	0	BARRA24	CARG	994-.30			8.7	6.74.3
25	0	BARRA25	CARG	1001-.29			.0	.0
26	0	BARRA26	CARG	983-.30			3.5	2.3
27	0	BARRA27	CARG	1013-.28			.0	.0
28	0	BARRA28	CARG	997-.21			.0	.0
29	0	BARRA29	CARG	993-.31			2.4	0.9
30	0	BARRA30	CARG	982-.32			10.6	1.9
9999								
1	2		1.92	5.75	2.64			9000
1	3		4.52	18.52	2.04			9000
2	4		5.70	17.37	1.84			9000
3	4		1.32	3.79	0.42			9000
2	5		4.72	19.83	2.09			9000
2	6		5.81	17.63	1.87			9000
4	6		1.19	4.14	0.45			9000
5	7		4.60	11.60	1.02			9000
6	7		2.67	8.20	0.85			9000
6	8		1.20	4.20	0.45			9000
6	9		.0	20.80		1.0380.9501.050		9000
6	10		.0	55.60		0.9560.9501.050		9000
9	11		.001	20.80				9000
9	10		.001	11.00				9000
4	12		.0	25.60		1.0150.9501.050		9000
12	13		.0	14.00				9000
12	14		12.31	25.59				9000
12	15		6.62	13.04				9000
12	16		9.45	19.87				9000
14	15		22.10	19.97				9000
16	17		8.24	19.23				9000
15	18		10.70	21.85				9000
18	19		6.39	12.92				9000
19	20		3.40	6.80				9000
10	20		9.36	20.90				9000
10	17		3.24	8.45				9000
10	21		3.48	7.49				9000
10	22		7.27	14.99				9000
21	22		1.16	2.36				9000
15	23		10.00	20.20				9000
22	24		11.50	17.90				9000
23	24		13.20	27.00				9000
24	25		18.85	32.92				9000
25	26		25.44	38.00				9000
25	27		10.93	20.87				9000
28	27		0.0	39.60		0.9580.9501.050		9000
27	29		21.98	41.53				9000
27	30		32.02	60.27				9000
29	30		23.99	45.33				9000
8	28		6.36	20.00	2.14			9000
6	28		1.69	5.99	0.65			9000
9999								
	0.95	1.1						
9999								
		100.						
9999								

BANCO DE ENTRADA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 118 BARRAS

12	1	BARRA12	1000	.0	85.-9999 9999	.0	.0	1 .
2	0	BARRA2	1000	.0		20.0	9.0	1 .
3	0	BARRA3	1000	.0		39.0	10.0	1 .
4	-1	BARRA4	1000	.0	-50. 50.	39.0	12.0	1 .
5	0	BARRA5	1000	.0		.0	.0	40. 1 .
6	-1	BARRA6	1000	.0	-50. 50.	52.0	22.0	1 .
7	0	BARRA7	1000	.0		19.0	2.0	1 .
8	-1	BARRA8	1000	.0	-50. 50.	28.0	0.0	1 .
9	0	BARRA9	1000	.0		.0	.0	1 .
10	-1	BARRA10	1000	.0	-250. 250.	-450.	.0	1 .
11	0	BARRA11	1000	.0		70.0	23.0	1 .
1	-1	BARRA1	1000	.0	-50. 50.	51.0	27.0	1 .
13	0	BARRA13	1000	.0		34.0	16.0	1 .
14	0	BARRA14	1000	.0		14.0	1.0	1 .
15	-1	BARRA15	1000	.0	-50. 50.	90.0	30.0	1 .
16	0	BARRA16	1000	.0		25.0	10.0	1 .
17	0	BARRA17	1000	.0		11.0	3.0	1 .
18	-1	BARRA18	1000	.0	-50. 50.	60.0	34.0	1 .
19	-1	BARRA19	1000	.0	-50. 115.	45.0	25.0	1 .
20	0	BARRA20	1000	.0		18.0	3.0	1 .
21	0	BARRA21	1000	.0		14.0	8.0	1 .
22	0	BARRA22	1000	.0		10.0	5.0	1 .
23	0	BARRA23	1000	.0		7.0	3.0	1 .
24	0	BARRA24	1000	.0		13.0	.0	1 .
25	-1	BARRA25	1000	.0	-250. 250.	-220.	.0	1 .
26	-1	BARRA26	1000	.0	-250. 250.	-314.	.0	1 .
27	-1	BARRA27	1000	.0	-50. 50.	71.0	13.0	1 .
28	0	BARRA28	1000	.0		17.0	7.0	1 .
29	0	BARRA29	1000	.0		24.0	4.0	1 .
30	0	BARRA30	1000	.0		0.0	0.0	1 .
31	-1	BARRA31	1000	.0	-50. 50.	36.0	27.0	1 .
32	-1	BARRA32	1000	.0	-50. 100.	59.0	23.0	1 .
33	0	BARRA33	1000	.0		23.0	9.0	1 .
34	0	BARRA34	1000	.0		59.0	26.013.99	1 .
35	0	BARRA35	1000	.0		33.0	9.0	1 .
36	-1	BARRA36	1000	.0	-50. 50.	31.0	17.0	1 .
37	0	BARRA37	1000	.0		.0	.0 25.	1 .
38	0	BARRA38	1000	.0		.0	.0	1 .
39	0	BARRA39	1000	.0		27.0	11.0	1 .
40	-1	BARRA40	1000	.0	-50. 150.	66.0	23.0	1 .
41	0	BARRA41	1000	.0		37.0	10.0	1 .
42	-1	BARRA42	1000	.0	-50. 50.	96.0	23.0	1 .
43	0	BARRA43	1000	.0		18.0	7.0	1 .
44	0	BARRA44	1000	.0		16.0	8.0 10.	1 .
45	0	BARRA45	1000	.0		53.0	22.0 10.	1 .
46	-1	BARRA46	1000	.0	-50. 50.	9.0	10.0 10.	1 .
47	0	BARRA47	1000	.0		34.0	.0	1 .
48	0	BARRA48	1000	.0		20.0	11.015.04	1 .
49	-1	BARRA49	1000	.0	-250. 250.	-117.	30.0	1 .
50	0	BARRA50	1000	.0		17.0	4.0	1 .
51	0	BARRA51	1000	.0		17.0	8.0	1 .
52	0	BARRA52	1000	.0		18.0	5.0	1 .
53	0	BARRA53	1000	.0		23.0	11.0	1 .
54	-1	BARRA54	1000	.0	-50. 150.	65.0	32.0	1 .
55	-1	BARRA55	1000	.0	-50. 150.	63.0	22.0	1 .
56	-1	BARRA56	1000	.0	-50. 150.	84.0	18.0	1 .
57	0	BARRA57	1000	.0		12.0	3.0	1 .
58	0	BARRA58	1000	.0		12.0	3.0	1 .
59	-1	BARRA59	1000	.0	-50. 50.	122.0113.0		1 .
60	0	BARRA60	1000	.0		78.0	3.0	1 .
61	-1	BARRA61	1000	.0	-250. 250.	-160.	.0	1 .
62	-1	BARRA62	1000	.0	-50. 50.	77.0	14.0	1 .
63	0	BARRA63	1000	.0		.0	.0	1 .
64	0	BARRA64	1000	.0		.0	.0	1 .
65	-1	BARRA65	1000	.0	-250. 250.	-391.	.0	1 .
66	-1	BARRA66	1000	.0	-250. 250.	-353.	18.0	1 .
67	0	BARRA67	1000	.0		28.0	7.0	1 .
68	0	BARRA68	1000	.0		.0	.0	1 .
69	-1	BARRA69	1000	.0	-250. 250.	-329.	0.	1 .
70	-1	BARRA70	1000	.0	-50. 50.	66.0	20.0	1 .
71	0	BARRA71	1000	.0		.0	.0	1 .
72	-1	BARRA72	1000	.0	-50. 50.	12.0	.0	1 .
73	-1	BARRA73	1000	.0	-50. 50.	6.0	.0	1 .
74	-1	BARRA74	1000	.0	-50. 80.	68.0	27.0 12.	1 .
75	0	BARRA75	1000	.0		47.0	11.0	1 .
76	-1	BARRA76	1000	.0	-50. 100.	68.0	36.0	1 .
77	-1	BARRA77	1000	.0	-50. 50.	61.0	28.0	1 .
78	0	BARRA78	1000	.0		71.0	26.0	1 .
79	0	BARRA79	1000	.0		39.0	32.0 20.	1 .
80	-1	BARRA80	1000	.0	-250. 250.	-347.	26.0	1 .

81	0	BARRA81	1000	.0			.0	.0	1	.	
82	0	BARRA82	1000	.0			54.0	27.0	20.	1	.
83	0	BARRA83	1000	.0			20.0	10.0	10.	1	.
84	0	BARRA84	1000	.0			11.0	7.0		1	.
85	-1	BARRA85	1000	.0	-50.	80.	24.0	15.0		1	.
86	0	BARRA86	1000	.0			21.0	10.0		1	.
87	-1	BARRA87	1000	.0	-250.	250.	-4.0	.0		1	.
88	0	BARRA88	1000	.0			48.0	10.0		1	.
89	-1	BARRA89	1000	.0	-250.	250.	-607.	.0		1	.
90	-1	BARRA90	1000	.0	-50.	100.	163.0	42.0		1	.
91	-1	BARRA91	1000	.0	-50.	50.	10.0	.0		1	.
92	-1	BARRA92	1000	.0	-50.	100.	65.0	10.0		1	.
93	0	BARRA93	1000	.0			12.0	7.0		1	.
94	0	BARRA94	1000	.0			30.0	16.0		1	.
95	0	BARRA95	1000	.0			42.0	31.0		1	.
96	0	BARRA96	1000	.0			38.0	15.0		1	.
97	0	BARRA97	1000	.0			15.0	9.0		1	.
98	0	BARRA98	1000	.0			34.0	8.0		1	.
99	-1	BARRA99	1000	.0	-50.	50.	42.0	.0		1	.
100	-1	BARRA100	1000	.0	-250.	250.	-215.	18.0		1	.
101	0	BARRA101	1000	.0			22.0	15.0		1	.
102	0	BARRA102	1000	.0			5.0	3.0		1	.
103	-1	BARRA103	1000	.0	-250.	250.	-17.0	16.0		1	.
104	-1	BARRA104	1000	.0	-50.	0.	38.0	25.0		1	.
105	-1	BARRA105	1000	.0	-50.	20.	31.0	26.0	20.	1	.
106	0	BARRA106	1000	.0			43.0	16.0		1	.
107	-1	BARRA107	1000	.0	-50.	60.	50.0	12.0	6.	1	.
108	0	BARRA108	1000	.0			2.0	1.0		1	.
109	0	BARRA109	1000	.0			8.0	3.0		1	.
110	-1	BARRA110	1000	.0	-50.	0.	39.0	30.0	6.	1	.
111	-1	BARRA111	1000	.0	-250.	0.	-36.0	.0		1	.
112	-1	BARRA112	1000	.0	-50.	50.	68.0	13.0		1	.
113	-1	BARRA113	1000	.0	-50.	0.	6.0	.0		1	.
114	0	BARRA114	1000	.0			8.0	3.0		1	.
115	0	BARRA115	1000	.0			22.0	7.0		1	.
116	-1	BARRA116	1000	.0	-50.	0.	0.0	.0		1	.
117	0	BARRA117	1000	.0			20.0	8.0		1	.
118	0	BARRA118	1000	.0			33.0	15.0		1	.
9999											
1	2		3.03	9.99	2.540		900.	900.0			
1	3		1.29	4.24	1.082		900.	900.0			
4	5		0.176	0.798	0.210		900.	900.0			
3	5		2.41	10.80	2.840		900.	900.0			
5	6		1.19	5.40	1.426		900.	900.0			
6	7		0.459	2.08	0.550		900.	900.0			
8	9		0.244	3.05	116.62		900.	900.0			
8	5		0.00	2.67	0.000	1.0	.95	1.05			
9	10		0.258	3.22	123.00		900.	900.0			
4	11		2.09	6.88	1.748		900.	900.0			
5	11		2.03	6.82	1.738		900.	900.0			
11	12		0.595	1.96	0.502		900.	900.0			
2	12		1.87	6.16	1.572		900.	900.0			
3	12		4.84	16.00	4.060		900.	900.0			
7	12		0.862	3.40	0.874		900.	900.0			
11	13		2.225	7.31	1.876		900.	900.0			
12	14		2.15	7.07	1.816		900.	900.0			
13	15		7.44	24.44	6.268		900.	900.0			
14	15		5.95	19.50	5.020		900.	900.0			
12	16		2.12	8.34	2.140		900.	900.0			
15	17		1.32	4.37	4.440		900.	900.0			
16	17		4.54	18.01	4.660		900.	900.0			
17	18		1.23	5.05	1.298		900.	900.0			
18	19		1.119	4.93	1.142		900.	900.0			
19	20		2.52	11.70	2.980		900.	900.0			
15	19		1.20	3.94	1.010		900.	900.0			
20	21		1.83	8.49	2.160		900.	900.0			
21	22		2.09	9.70	2.460		900.	900.0			
22	23		3.42	15.90	4.040		900.	900.0			
23	24		1.35	4.92	4.980		900.	900.0			
23	25		1.56	8.00	8.640		900.	900.0			
26	25		0.00	3.82	0.000	1.0	.95	1.05			
25	27		3.18	16.30	17.640		900.	900.0			
27	28		1.913	8.55	2.160		900.	900.0			
28	29		2.37	9.43	2.380		900.	900.0			
30	17		0.00	3.88	0.000	1.0	.95	1.05			
8	30		.431	5.04	51.400		900.	900.0			
26	30		.799	8.60	91.800		900.	900.0			
17	31		4.74	15.63	3.990		900.	900.0			
29	31		1.08	3.31	0.830		900.	900.0			
23	32		3.17	11.53	11.730		900.	900.0			
31	32		2.98	9.85	2.510		900.	900.0			
27	32		2.29	7.55	1.926		900.	900.0			
15	33		3.80	12.44	3.194		900.	900.0			
19	34		7.52	24.70	6.320		900.	900.0			
35	36		.224	1.02	.268		900.	900.0			
35	37		1.10	4.97	1.318		900.	900.0			
33	37		4.15	14.20	3.660		900.	900.0			

34	36	.871	2.68	0.568				900.	900.0
34	37	.256	0.94	0.988				900.	900.0
38	37	0.00	3.75	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
37	39	3.21	10.60	2.700				900.	900.0
37	40	5.93	16.80	4.200				900.	900.0
30	38	.464	5.40	42.200				900.	900.0
39	40	1.84	6.05	1.552				900.	900.0
40	41	1.45	4.87	1.222				900.	900.0
40	42	5.55	18.30	4.660				900.	900.0
41	42	4.10	13.50	3.440				900.	900.0
43	44	6.08	24.54	6.068				900.	900.0
34	43	4.13	16.81	4.226				900.	900.0
44	45	2.24	9.01	2.240				900.	900.0
45	46	4.00	13.56	3.320				900.	900.0
46	47	3.80	12.70	3.160				900.	900.0
46	48	6.01	18.90	4.720				900.	900.0
47	49	1.91	6.25	1.604				900.	900.0
42	49	7.15	32.30	8.600				900.	900.0
42	49	7.15	32.30	8.600				900.	900.0
45	49	6.84	18.60	4.440				900.	900.0
48	49	1.79	5.05	1.258				900.	900.0
49	50	2.67	7.52	1.874				900.	900.0
49	51	4.86	13.70	3.420				900.	900.0
51	52	2.03	5.88	1.396				900.	900.0
52	53	4.05	16.35	4.058				900.	900.0
53	54	2.63	12.20	3.110				900.	900.0
49	54	7.30	28.90	7.380				900.	900.0
49	54	8.69	29.10	7.310				900.	900.0
54	55	1.69	7.07	2.020				900.	900.0
54	56	.275	.955	0.732				900.	900.0
55	56	.488	1.51	0.374				900.	900.0
56	57	3.43	9.66	2.420				900.	900.0
50	57	4.74	13.40	3.320				900.	900.0
56	58	3.43	9.66	2.420				900.	900.0
51	58	2.55	7.19	1.788				900.	900.0
54	59	5.03	22.93	5.980				900.	900.0
56	59	8.25	25.10	5.690				900.	900.0
56	59	8.03	23.90	5.360				900.	900.0
55	59	4.739	21.58	5.646				900.	900.0
59	60	3.17	14.50	3.760				900.	900.0
59	61	3.28	15.00	3.880				900.	900.0
60	61	.264	1.35	1.456				900.	900.0
60	62	1.23	5.61	1.468				900.	900.0
61	62	.824	3.76	0.980				900.	900.0
63	59	0.00	3.86	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
63	64	.172	2.00	21.60				900.	900.0
64	61	0.00	2.68	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
38	65	.901	9.86	114.6				900.	900.0
64	65	.269	3.02	38.00				900.	900.0
49	66	1.80	9.19	2.480				900.	900.0
49	66	1.80	9.19	2.480				900.	900.0
62	66	4.82	21.80	5.780				900.	900.0
62	67	2.58	11.70	3.100				900.	900.0
65	66	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
66	67	2.24	10.15	2.682				900.	900.0
65	68	.138	1.60	63.80				900.	900.0
47	69	8.44	27.78	7.092				900.	900.0
49	69	9.85	32.40	8.280				900.	900.0
68	69	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
69	70	3.00	12.70	12.20				900.	900.0
24	70	10.22	141.15	10.198				900.	900.0
70	71	.882	3.55	0.878				900.	900.0
24	72	4.88	19.60	4.880				900.	900.0
71	72	4.46	18.00	4.444				900.	900.0
71	73	.866	4.54	1.178				900.	900.0
70	74	4.01	13.23	3.368				900.	900.0
70	75	4.28	14.10	3.600				900.	900.0
69	75	4.05	12.20	12.40				900.	900.0
74	75	1.23	4.06	1.034				900.	900.0
76	77	4.44	14.80	3.680				900.	900.0
69	77	3.09	10.10	10.38				900.	900.0
75	77	6.01	19.99	4.978				900.	900.0
77	78	.376	1.24	1.264				900.	900.0
78	79	.546	2.44	0.648				900.	900.0
77	80	1.70	4.85	4.720				900.	900.0
77	80	2.94	10.50	2.280				900.	900.0
79	80	1.56	7.04	1.870				900.	900.0
68	81	.175	2.02	80.80				900.	900.0
81	80	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
77	82	2.98	8.53	8.174				900.	900.0
82	83	1.12	3.665	3.796				900.	900.0
83	84	6.25	13.20	2.580				900.	900.0
83	85	4.30	14.80	3.480				900.	900.0
84	85	3.02	6.41	1.234				900.	900.0
85	86	3.50	12.30	2.760				900.	900.0
86	87	2.828	20.74	4.450				900.	900.0
85	88	2.00	10.20	2.760				900.	900.0

85	89	2.39	17.30	4.700	900.	900.0
88	89	1.39	7.12	1.934	900.	900.0
89	90	5.18	18.80	5.280	900.	900.0
89	90	2.38	9.97	10.60	900.	900.0
90	91	2.54	8.36	2.140	900.	900.0
89	92	0.99	5.05	5.480	900.	900.0
89	92	3.93	15.81	4.140	900.	900.0
91	92	3.87	12.72	3.268	900.	900.0
92	93	2.58	8.48	2.180	900.	900.0
92	94	4.81	15.80	4.060	900.	900.0
93	94	2.23	7.32	1.876	900.	900.0
94	95	1.32	4.34	1.110	900.	900.0
80	96	3.56	18.20	4.940	900.	900.0
82	96	1.62	5.30	5.440	900.	900.0
94	96	2.69	8.69	2.300	900.	900.0
80	97	1.83	9.34	2.540	900.	900.0
80	98	2.38	10.80	2.860	900.	900.0
80	99	4.54	20.60	5.460	900.	900.0
92	100	6.48	29.50	7.720	900.	900.0
94	100	1.78	5.80	6.040	900.	900.0
95	96	1.71	5.47	1.474	900.	900.0
96	97	1.73	8.85	2.400	900.	900.0
98	100	3.97	17.90	4.760	900.	900.0
99	100	1.80	8.13	2.160	900.	900.0
100	101	2.77	12.62	3.280	900.	900.0
92	102	1.23	5.59	1.464	900.	900.0
101	102	2.46	11.20	2.840	900.	900.0
100	103	1.60	5.25	5.360	900.	900.0
100	104	4.51	20.40	5.410	900.	900.0
103	104	4.66	15.84	4.070	900.	900.0
103	105	5.35	16.25	4.080	900.	900.0
100	106	6.05	22.90	6.200	900.	900.0
104	105	.994	3.78	0.986	900.	900.0
105	106	1.40	5.47	1.434	900.	900.0
105	107	5.30	18.30	4.720	900.	900.0
105	108	2.61	7.03	1.844	900.	900.0
106	107	5.30	18.30	4.720	900.	900.0
108	109	1.05	2.88	0.760	900.	900.0
103	110	3.906	18.13	4.610	900.	900.0
109	110	2.78	7.62	2.020	900.	900.0
110	111	2.20	7.55	2.000	900.	900.0
110	112	2.47	6.40	6.200	900.	900.0
17	113	.913	3.01	0.768	900.	900.0
32	113	6.15	20.30	5.180	900.	900.0
32	114	1.35	6.12	1.628	900.	900.0
27	115	1.64	7.41	1.972	900.	900.0
114	115	0.23	1.04	0.276	900.	900.0
68	116	.034	.405	16.40	900.	900.0
12	117	3.29	14.00	3.580	900.	900.0
75	118	1.45	4.81	1.198	900.	900.0
76	118	1.64	5.44	1.356	900.	900.0
9999						
	0.95	1.1				
9999						
		100				
9999						

APÊNDICE 2

BANCO DE SAIDA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 3 BARRAS

ite	fo(MW)	MISMATCHES		RESTRICOES DE DESIGUALDADE (pu)			
		MW	MVar	Vmax	Vmin	Qmax	Qmin
0	4.1406	117.1152	159.0702	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
1	13.5132	14.8005	4.7213	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	12.9213	0.0961	0.1339	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	12.9153	0.0036	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE CARGA OTIMO
CONVERGENCIA EM 3 ITERACOES

NUMERO DE BARRAS DO SISTEMA = 3
NUMERO DE LINHAS DO SISTEMA = 2
NUMERO DE TAPS VARIÁVEIS DO SISTEMA = 0
NUMERO DE BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO = 1

MATRIZ LAGRANGEANA
NUMERO DE ELEMENTOS DIFERENTES DE ZERO = 139
DIMENSAO DA MATRIZ = 24 X 24

SITUACAO DO PARAMETRO DE BARREIRA
parametro de barreira inicial (V e Q) = 0.00010000
parametro de barreira final (V e Q) = 0.00005787
parametro de beta (V e Q) = 1.2000

DADOS DE BARRA				FLUXO NAS LINHAS			
BARRA	TENSÃO	POT	SHUNT				
NUM.	TP	MOD/	MW				
NOME	ANG	MVAR	MVAR	P/BARRA	MW	MVAR	PERDAS
							MW
1	SL 1.0711	42.91					
barra1	-0.0000	28.36	0.00				
				3	42.91	28.36	2.25
POTEN. REATIVA GERADA->		28.36 MVar					
2	CR 1.1247	170.00					
barra2	4.3794	101.12	0.00				
				3	170.00	101.12	10.67
POTEN. REATIVA GERADA->		101.12 MVar					
3	CG 1.0000	-200.00					
barra3	-1.3195	-100.00	0.00				
				1	-40.66	-25.55	2.25
				2	-159.33	-74.46	10.67

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 12.9153 MW

TOTAL DE INJECAO DE REATIVO DO SISTEMA = 129.4773 MVar

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA DAS TENSOES				
barra	s3	s4	pi3	pi4
1	0.0289	0.0611	-0.0024	0.0011
2	0.0753	0.1147	-0.0009	0.0006

BANCO DE SAIDA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 14 BARRAS

MISMATCHES									
ite	fo(MW)	MW	MVar	RESTRICOES DE DESIGUALDADE (pu)					
		deltaP	deltaQ	Vmax	Vmin	Qmax	Qmin	tmax	tmin
0	13.4504	23.5240	5.6362	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.9320
1	12.3484	0.9044	1.2397	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	12.4474	0.0228	0.0608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	12.4563	0.0039	0.0075	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	12.4620	0.0001	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE CARGA OTIMO
CONVERGENCIA EM 4 ITERACOES

NUMERO DE BARRAS DO SISTEMA = 14
NUMERO DE LINHAS DO SISTEMA = 20
NUMERO DE TAPS VARIÁVEIS DO SISTEMA = 3
NUMERO DE BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO = 4

MATRIZ LAGRANGEANA
NUMERO DE ELEMENTOS DIFERENTES DE ZERO = 1023
DIMENSAO DA MATRIZ = 136 X 136

SITUACAO DO PARAMETRO DE BARREIRA
parametro de barreira inicial (V e Q) = 0.00100000
parametro de barreira final (V e Q) = 0.00096098
parametro de beta (V e Q) = 1.0100

parametro de barreira inicial (tap) = 0.01000000
parametro de barreira final (tap) = 0.00960980
parametro de beta (tap) = 1.0100

X-----DADOS DE BARRA-----X-----FLUXO NAS LINHAS-----X									
BARRA NUM.	TENSÃO MOD/ ANG	POT MW	SHUNT MVAR		P/BARRA	MW	MVar	PERDAS MW	
NOME									
1	SL 1.0998	231.46							
barra1	-0.0000	2.35	0.00						
					2	156.21	-4.48	3.91	
					5	75.25	6.83	2.57	
POTEN. REATIVA GERADA->		2.35 MVar				[MIN=-9999.00 MAX= 9999.00]	MVar		
2	CR 1.0763	18.30							
barra2	-4.4903	12.11	0.00						
					1	-152.30	10.17	3.91	
					3	73.25	2.84	2.19	
					4	56.05	-0.86	1.58	
					5	41.29	-0.04	0.84	
POTEN. REATIVA GERADA->		24.81 MVar				[MIN= -40.00 MAX= 50.00]	MVar		
3	CR 1.0429	-94.20							
barra3	-11.7835	6.10	0.00						
					2	-71.07	1.46	2.19	
					4	-23.13	4.64	0.36	
POTEN. REATIVA GERADA->		25.10 MVar				[MIN= 0.00 MAX= 40.00]	MVar		
4	CG 1.0479	-47.80							
barra4	-9.4791	3.90	0.00						
					2	-54.48	1.43	1.58	
					3	23.49	-7.52	0.36	
					5	-62.50	6.19	0.48	
					7	29.08	1.13	0.00	
					9	16.61	2.67	0.00	
5	CG 1.0534	-7.60							
barra5	-8.0652	-1.60	0.00						
					1	-72.68	-1.92	2.57	
					2	-40.45	-1.25	0.84	
					4	62.98	-6.08	0.48	
					6	42.55	7.66	0.00	
6	CR 1.0426	-11.20							
barra6	-13.6555	7.30	0.00						
					5	-42.55	-3.43	0.00	
					11	6.46	1.99	0.04	
					12	7.63	2.33	0.07	

POTEN. REATIVA GERADA-> 14.80 MVar [MIN= 13 17.27 6.42 0.21 -6.00 MAX= 24.00] MVar			
7	CG 1.0454	-0.00	
barra7	-12.6667	0.00	0.00
			4 -29.08 0.48 0.00
			8 0.00 -8.82 0.00
			9 29.08 8.34 0.00
8	CR 1.0602	0.00	
barra8	-12.6667	8.95	0.00
POTEN. REATIVA GERADA-> 8.95 MVar [MIN= 7 0.00 8.95 0.00 -6.00 MAX= 24.00] MVar			
9	CG 1.0370	-29.50	
barra9	-14.3574	-16.60	18.32
			4 -16.61 -1.23 0.00
			7 -29.08 -7.42 0.00
			10 6.11 5.76 0.02
			14 10.08 4.61 0.15
10	CG 1.0305	-9.00	
barra10	-14.5358	-5.80	0.00
			9 -6.09 -5.71 0.02
			11 -2.91 -0.09 0.01
11	CG 1.0330	-3.50	
barra11	-14.2385	-1.80	0.00
			6 -6.42 -1.91 0.04
			10 2.92 0.11 0.01
12	CG 1.0280	-6.10	
barra12	-14.5458	-1.60	0.00
			6 -7.56 -2.18 0.07
			13 1.46 0.58 0.01
13	CG 1.0238	-13.50	
barra13	-14.6349	-5.80	0.00
			6 -17.06 -6.01 0.21
			12 -1.45 -0.57 0.01
			14 5.01 0.78 0.04
14	CG 1.0129	-14.90	
barra14	-15.5242	-5.00	0.00
			9 -9.93 -4.30 0.15
			13 -4.97 -0.70 0.04

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 12.4620 MW

TOTAL DE INJECAO DE REATIVO DO SISTEMA = 76.0142 MVar

SUMARIO DOS TAPS				
NI	NF	TAPMIN	TAP	TAPMAX
4	7	0.9500	1.0018	1.0500
4	9	0.9500	1.0004	1.0500
5	6	0.9500	0.9976	1.0500
SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA DAS TENSOES				
barra	s3	s4	pi3	pi4
1	0.0002	0.1498	-0.1695	0.0065
2	0.0237	0.1263	-0.0409	0.0077
3	0.0571	0.0929	-0.0170	0.0105
4	0.0521	0.0979	-0.0186	0.0099
5	0.0466	0.1034	-0.0208	0.0094
6	0.0574	0.0926	-0.0169	0.0105
7	0.0546	0.0954	-0.0178	0.0102
8	0.0398	0.1102	-0.0244	0.0088
9	0.0630	0.0870	-0.0154	0.0112
10	0.0695	0.0805	-0.0140	0.0121
11	0.0670	0.0830	-0.0145	0.0117
12	0.0720	0.0780	-0.0135	0.0124
13	0.0762	0.0738	-0.0127	0.0132
14	0.0871	0.0629	-0.0111	0.0154
SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO				
barra	s1	s2	pi1	pi2
2	0.2520	0.6480	-0.0038	0.0015
3	0.1490	0.2510	-0.0065	0.0039
6	0.0920	0.2080	-0.0105	0.0047
8	0.1505	0.1495	-0.0064	0.0065

BANCO DE SAIDA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 30 BARRAS

ite	fo(MW)	MISMATCHES		Vmax	Vmin	RESTRICOES DE DESIGUALDADE (pu)				tmax	tmin
		MW	MVar			Qmax	Qmin				
0	1.4427	93.6054	41.9110	0.0000	0.0000	0.2869	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	2.7017	70.3972	30.9842	0.0000	0.0000	0.1339	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	6.9231	36.5924	15.3249	0.0000	0.0000	0.4030	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	16.0991	1.2913	1.0961	0.0000	0.0000	0.3987	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	16.3508	0.0071	0.0200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5	16.3564	0.0004	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE CARGA OTIMO
CONVERGENCIA EM 5 ITERACOES

NUMERO DE BARRAS DO SISTEMA = 30
NUMERO DE LINHAS DO SISTEMA = 41
NUMERO DE TAPS VARIÁVEIS DO SISTEMA = 4
NUMERO DE BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO = 5

MATRIZ LAGRANGEANA
NUMERO DE ELEMENTOS DIFERENTES DE ZERO = 1909
DIMENSAO DA MATRIZ = 272 X 272

SITUACAO DO PARAMETRO DE BARREIRA
parametro de barreira inicial (V e Q) = 0.00100000
parametro de barreira final (V e Q) = 0.00040188
parametro de beta (V e Q) = 1.2000

parametro de barreira inicial (tap) = 1.00000000
parametro de barreira final (tap) = 0.62092132
parametro de beta (tap) = 1.1000

X-----DADOS DE BARRA-----X-----				FLUXO NAS LINHAS-----X			
BARRA	TENSAO	POT	SHUNT				
NUM.	TP	MOD/	MW				
NOME	ANG	MVAR	MVAR	P/BARRA	MW	MVar	PERDAS
							MW
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X							
1	SL 1.0997	259.76					
BARRA1 SLACK	0.0000	-4.13	0.00				
				2	176.93	-12.51	4.99
				3	82.82	8.38	2.60
POTEN. REATIVA GERADA->				-4.13 MVar	{MIN=-9999.00 MAX= 9999.00} MVar		

2	CR 1.0787	18.30					
BARRA2 GERA.	-5.0212	37.18	0.00				
				1	-171.94	24.31	4.99
				4	45.51	3.79	1.03
				5	82.77	5.93	2.80
				6	61.96	3.14	1.93
POTEN. REATIVA GERADA->				49.88 MVar	{MIN= -40.00 MAX= 50.00} MVar		

3	CG 1.0582	-2.40					
BARRA3 CARG.	-7.3580	-1.20	0.00				
				1	-80.22	-0.11	2.60
				4	77.82	-1.09	0.71

4	CG 1.0492	-7.60					
BARRA4 CARG.	-8.8860	-1.60	0.00				
				2	-44.49	-2.75	1.03
				3	-77.11	2.67	0.71
				6	71.72	-4.43	0.56
				12	42.27	2.91	0.00

5	CR 1.0401	-94.20					
BARRA5 C.RE.	-13.2590	14.26	0.00				
				2	-79.97	3.48	2.80
				7	-14.23	10.78	0.14
POTEN. REATIVA GERADA->				33.26 MVar	{MIN= -40.00 MAX= 40.00} MVar		

6	CG 1.0431	0.00					
BARRA6 CARG.	-10.4668	-0.00	0.00				
				2	-60.04	0.60	1.93
				4	-71.17	5.88	0.56
				7	37.52	-0.48	0.35
				8	29.63	-5.11	0.10
				9	28.78	-3.56	0.00
				10	16.31	0.75	0.00

				28	18.97	1.92	0.06
7	CG 1.0339	-22.80					
BARRA7 CARG.	-12.1016	-10.90	0.00	5	14.37	-11.52	0.14
				6	-37.17	0.62	0.35
8	CR 1.0417	-30.00					
BARRA8 C.RE.	-11.1538	5.49	0.00	6	-29.53	4.97	0.10
				28	-0.47	0.52	0.00
POTEN. REATIVA GERADA->	35.49 MVar	[MIN=	-10.00	MAX=	40.00]	MVar	
9	CG 1.0517	-0.00					
BARRA9 CARG.	-13.5948	0.00	0.00	6	-28.78	5.17	0.00
				10	28.78	9.01	0.00
				11	0.00	-14.17	0.00
10	CG 1.0428	-5.80					
BARRA10 CARG	-15.2489	-2.00	20.05	6	-16.31	0.61	0.00
				9	-28.78	-8.10	0.00
				17	6.15	5.98	0.02
				20	9.52	4.44	0.10
				21	15.91	10.32	0.12
				22	7.70	4.80	0.06
11	CR 1.0798	-0.00					
BARRA11 C.RE	-13.5949	14.55	0.00	9	-0.00	14.55	0.00
POTEN. REATIVA GERADA->	14.55 MVar	[MIN=	-6.00	MAX=	24.00]	MVar	
12	CG 1.0472	-11.20					
BARRA12 CARG	-14.5389	-7.50	0.00	4	-42.27	1.27	0.00
				13	0.00	-18.29	0.00
				14	7.59	2.14	0.07
				15	17.07	5.61	0.19
				16	6.42	1.78	0.04
13	CR 1.0716	0.00					
BARRA13 C.RE	-14.5389	18.72	0.00	12	0.00	18.72	0.00
POTEN. REATIVA GERADA->	18.72 MVar	[MIN=	-6.00	MAX=	24.00]	MVar	
14	CG 1.0332	-6.20					
BARRA14 CARG	-15.4287	-1.60	0.00	12	-7.52	-1.99	0.07
				15	1.32	0.39	0.00
15	CG 1.0296	-8.20					
BARRA15 CARG	-15.5242	-2.50	0.00	12	-16.87	-5.23	0.19
				14	-1.32	-0.39	0.00
				18	5.53	0.88	0.03
				23	4.46	2.23	0.02
16	CG 1.0381	-3.50					
BARRA16 CARG	-15.1224	-1.80	0.00	12	-6.38	-1.69	0.04
				17	2.88	-0.11	0.01
17	CG 1.0360	-9.00					
BARRA17 CARG	-15.4219	-5.80	0.00	10	-6.13	-5.92	0.02
				16	-2.87	0.12	0.01
18	CG 1.0220	-3.20					
BARRA18 CARG	-16.1304	-0.90	0.00	15	-5.49	-0.82	0.03
				19	2.29	-0.08	0.00
19	CG 1.0207	-9.50					
BARRA19 CARG	-16.2961	-3.40	0.00	18	-2.29	0.09	0.00
				20	-7.21	-3.49	0.02
20	CG 1.0254	-2.20					
BARRA20 CARG	-16.0928	-0.70	0.00	10	-9.43	-4.23	0.10
				19	7.23	3.53	0.02
21	CG 1.0301	-17.50					
BARRA21 CARG	-15.6931	-11.20	0.00	10	-15.80	-10.07	0.12
				22	-1.70	-1.13	0.00

22	CG 1.0305	0.00						
BARRA22	CARG -15.6784	-0.00	0.00					
				10	-7.65	-4.69	0.06	
				21	1.70	1.13	0.00	
				24	5.94	3.56	0.05	
23	CG 1.0209	-3.20						
BARRA23	CARG -15.8940	-1.60	0.00					
				15	-4.44	-2.19	0.02	
				24	1.24	0.59	0.00	
24	CG 1.0177	-8.70						
BARRA24	CARG -16.0360	-6.70	4.51					
				22	-5.89	-3.48	0.05	
				23	-1.24	-0.58	0.00	
				25	-1.57	1.87	0.01	
25	CG 1.0146	0.00						
BARRA25	CARG -15.5537	-0.00	0.00					
				24	1.58	-1.85	0.01	
				26	3.54	2.37	0.04	
				27	-5.13	-0.52	0.03	
26	CG 0.9969	-3.50						
BARRA26	CARG -15.9757	-2.30	0.00					
				25	-3.50	-2.30	0.04	
27	CG 1.0213	-0.00						
BARRA27	CARG -14.9934	-0.00	0.00					
				25	5.15	0.57	0.03	
				28	-18.44	-3.91	0.00	
				29	6.19	1.67	0.09	
				30	7.09	1.66	0.16	
28	CG 1.0388	0.00						
BARRA28	CARG -11.0473	0.00	0.00					
				6	-18.91	-2.42	0.06	
				8	0.47	-2.83	0.00	
				27	18.44	5.25	0.00	
29	CG 1.0014	-2.40						
BARRA29	CARG -16.2283	-0.90	0.00					
				27	-6.10	-1.51	0.09	
				30	3.70	0.61	0.03	
30	CG 0.9899	-10.60						
BARRA30	CARG -17.1147	-1.90	0.00					
				27	-6.93	-1.36	0.16	
				29	-3.67	-0.54	0.03	

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 16.3564 MW

TOTAL DE INJECAO DE REATIVO DO SISTEMA = 147.7773 MVar

SUMARIO DOS TAPS				
NI	NF	TAPMIN	TAP	TAPMAX
6	9	0.9500	1.0000	1.0500
6	10	0.9500	1.0000	1.0500
4	12	0.9500	1.0000	1.0500
28	27	0.9500	0.9999	1.0500

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA DAS TENSOES

barra	s3	s4	pi3	pi4
1	0.0003	0.1497	-0.2833	0.0032
2	0.0213	0.1287	-0.0226	0.0037
3	0.0418	0.1082	-0.0115	0.0045
4	0.0508	0.0992	-0.0095	0.0049
5	0.0599	0.0901	-0.0080	0.0054
6	0.0569	0.0931	-0.0085	0.0052
7	0.0661	0.0839	-0.0073	0.0057
8	0.0583	0.0917	-0.0083	0.0053
9	0.0483	0.1017	-0.0100	0.0047
10	0.0572	0.0928	-0.0084	0.0052
11	0.0202	0.1298	-0.0238	0.0037
12	0.0528	0.0972	-0.0091	0.0050
13	0.0284	0.1216	-0.0170	0.0040
14	0.0668	0.0832	-0.0072	0.0058
15	0.0704	0.0796	-0.0068	0.0061
16	0.0619	0.0881	-0.0078	0.0055
17	0.0640	0.0860	-0.0075	0.0056
18	0.0780	0.0720	-0.0062	0.0067
19	0.0793	0.0707	-0.0061	0.0068
20	0.0746	0.0754	-0.0065	0.0064

21	0.0699	0.0801	-0.0069	0.0060
22	0.0695	0.0805	-0.0069	0.0060
23	0.0791	0.0709	-0.0061	0.0068
24	0.0823	0.0677	-0.0059	0.0071
25	0.0854	0.0646	-0.0056	0.0075
26	0.1031	0.0469	-0.0047	0.0103
27	0.0787	0.0713	-0.0061	0.0068
28	0.0612	0.0888	-0.0079	0.0054
29	0.0986	0.0514	-0.0049	0.0094
30	0.1101	0.0399	-0.0044	0.0121

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

barra	s1	s2	pi1	pi2
2	0.0012	0.8988	-0.0029	0.0005
5	0.0674	0.7326	-0.0060	0.0007
8	0.0451	0.4549	-0.0104	0.0011
11	0.0945	0.2055	-0.0051	0.0023
13	0.0528	0.2472	-0.0090	0.0019

BANCO DE SAÍDA DE DADOS PARA O SISTEMA ELÉTRICO DE 118 BARRAS

		MISMATCHES		RESTRICOES DE DESIGUALDADE (pu)					
ite	fo(MW)	MW	MVar	Vmax	Vmin	Qmax	Qmin	tmax	tmin
0	0.0000	607.0000	119.8100	0.0000	0.0000	-0.1342	-0.8401	0.0000	0.0000
1	9.5326	449.4993	85.7916	0.0000	0.0000	-0.1799	-0.7146	0.0000	0.0000
2	79.7891	121.4343	19.8206	0.0000	0.0000	-0.2646	-2.8698	0.0000	0.0000
3	96.0660	69.9911	11.4688	0.0000	0.0000	-0.2949	-2.6929	0.0000	0.0000
4	100.1985	55.5868	9.0966	0.0000	0.0000	-0.5971	-2.7599	0.0000	0.0000
5	113.6958	2.4285	0.4022	0.0000	0.0000	0.0000	-2.9685	0.0000	0.0000
6	112.7508	0.9130	0.1529	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	112.0281	0.6239	0.0587	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	111.6208	0.0373	0.0020	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	110.7033	0.5514	0.0250	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	108.6154	4.2530	0.2076	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	107.8072	2.4637	0.1528	0.0000	0.0000	0.0000	-0.5026	0.0000	0.0000
12	107.7925	0.0020	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	107.7542	0.0080	0.0009	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	107.7298	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
RELATORIO DE SAÍDA - FLUXO DE CARGA OTIMO
CONVERGENCIA EM 14 ITERACOES

NUMERO DE BARRAS DO SISTEMA = 118
NUMERO DE LINHAS DO SISTEMA = 186
NUMERO DE TAPS VARIÁVEIS DO SISTEMA = 9
NUMERO DE BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO = 51

MATRIZ LAGRANGEANA
NUMERO DE ELEMENTOS DIFERENTES DE ZERO = 9362
DIMENSAO DA MATRIZ = 1139 X 1139

SITUACAO DO PARAMETRO DE BARREIRA
parametro de barreira inicial (V e Q) = 0.00100000
parametro de barreira final (V e Q) = 0.00000551
parametro de beta (V e Q) = 1.4500

parametro de barreira inicial (tap) = 55.00000000
parametro de barreira final (tap) = 0.30283820
parametro de beta (tap) = 1.4500

X-----DADOS DE BARRA-----X-----				FLUXO NAS LINHAS-----X			
BARRA	TENSÃO	POT	SHUNT				
NUM.	TP	MOD/	MW				
NOME	ANG	MVAR	MVAR	P/BARRA	MW	MVar	PERDAS
							MW
X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----
12	SL 1.0729	13.73					
BARRA12	-0.0000	26.54	0.00				
				2	31.03	2.67	0.16
				3	8.07	-2.24	0.03
				7	-20.18	-1.46	0.03
				11	-43.47	23.95	0.13

				14	14.39	-2.99	0.04
				16	3.76	2.13	0.00
				117	20.13	4.48	0.13
POTEN. REATIVA GERADA->	26.54	MVar	[MIN=-9999.00 MAX= 9999.00]	MVar			
2	CG 1.0656	-20.00					
BARRA2	-0.9244	-9.00	0.00	1	10.87	-5.05	0.04
				12	-30.87	-3.95	0.16
3	CG 1.0692	-39.00					
BARRA3	-0.6430	-10.00	0.00	1	40.35	-4.37	0.19
				5	-71.30	-3.30	1.07
				12	-8.05	-2.33	0.03
4	CR 1.0851	-39.00					
BARRA4	2.7463	-32.41	0.00	5	-106.25	-34.51	0.19
				11	67.25	2.10	0.80
POTEN. REATIVA GERADA->	-20.41	MVar	[MIN= -50.00 MAX= 50.00]	MVar			
5	CG 1.0893	0.00					
BARRA5	3.1280	-0.00	47.47	3	72.37	4.80	1.07
				4	106.43	35.10	0.19
				6	92.13	5.62	0.86
				8	-351.60	-4.19	0.00
				11	80.66	6.13	1.12
6	CR 1.0770	-52.00					
BARRA6	0.7353	-1.19	0.00	5	-91.27	-3.41	0.86
				7	39.27	2.21	0.06
POTEN. REATIVA GERADA->	20.81	MVar	[MIN= -50.00 MAX= 50.00]	MVar			
7	CG 1.0749	-19.00					
BARRA7	0.3368	-2.00	0.00	6	-39.21	-2.57	0.06
				12	20.21	0.57	0.03
8	CR 1.0935	-28.00					
BARRA8	7.6470	-49.75	0.00	5	351.60	32.01	0.00
				9	-441.39	-32.51	4.00
				30	61.80	-49.25	0.15
POTEN. REATIVA GERADA->	-49.75	MVar	[MIN= -50.00 MAX= 50.00]	MVar			
9	CG 1.1000	0.00					
BARRA9	14.1169	-0.00	0.00	8	445.40	-57.71	4.00
				10	-445.40	57.71	4.60
10	CR 1.0800	450.00					
BARRA10	21.2166	-146.42	0.00	9	450.00	-146.42	4.60
POTEN. REATIVA GERADA->	-146.42	MVar	[MIN= -250.00 MAX= 250.00]	MVar			
11	CG 1.0710	-70.00					
BARRA11	0.4968	-23.00	0.00	4	-66.44	-1.48	0.80
				5	-79.54	-4.39	1.12
				12	43.60	-24.11	0.13
				13	32.39	6.98	0.22
1	CR 1.0660	-51.00					
BARRA1	-1.5274	6.03	0.00	2	-10.84	2.28	0.04
				3	-40.16	3.75	0.19
POTEN. REATIVA GERADA->	33.03	MVar	[MIN= -50.00 MAX= 50.00]	MVar			
13	CG 1.0589	-34.00					
BARRA13	-0.6088	-16.00	0.00	11	-32.17	-8.40	0.22
				15	-1.83	-7.60	0.01
14	CG 1.0714	-14.00					
BARRA14	-0.5278	-1.00	0.00	12	-14.35	1.03	0.04
				15	0.35	-2.03	0.00
15	CR 1.0696	-90.00					
BARRA15	-0.5363	-12.66	0.00	13	1.84	0.54	0.01
				14	-0.35	-3.72	0.00
				17	-104.25	-3.68	1.25
				19	8.90	-1.60	0.01

				33	3.85	-4.21	0.01
POTEN. REATIVA GERADA->				17.34 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00]	MVar
16	CG	1.0696	-25.00				
BARRA16		-0.1210	-10.00	0.00			
				12	-3.76	-4.57	0.00
				17	-21.24	-5.43	0.18
17	CG	1.0838	-11.00				
BARRA17		1.7085	-3.00	0.00			
				15	105.51	2.69	1.25
				16	21.43	0.75	0.18
				18	80.23	8.71	0.68
				30	-236.69	-37.03	0.00
				31	15.52	4.35	0.12
				113	3.01	17.53	0.03
18	CR	1.0709	-60.00				
BARRA18		-0.2344	-8.35	0.00			
				17	-79.54	-7.42	0.68
				19	19.54	-0.94	0.04
POTEN. REATIVA GERADA->				25.65 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00]	MVar
19	CR	1.0690	-45.00				
BARRA19		-0.7183	-0.31	0.00			
				15	-8.89	0.47	0.01
				18	-19.51	-0.21	0.04
				20	-9.80	7.38	0.04
				34	-6.80	-7.96	0.04
POTEN. REATIVA GERADA->				24.69 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 115.00]	MVar
20	CG	1.0615	-18.00				
BARRA20		-0.0239	-3.00	0.00			
				19	9.83	-10.58	0.04
				21	-27.83	7.58	0.14
21	CG	1.0595	-14.00				
BARRA21		1.2622	-8.00	0.00			
				20	27.97	-9.37	0.14
				22	-41.97	1.37	0.33
22	CG	1.0660	-10.00				
BARRA22		3.3573	-5.00	0.00			
				21	42.30	-2.62	0.33
				23	-52.30	-2.38	0.82
23	CG	1.0857	-7.00				
BARRA23		7.4765	-3.00	0.00			
				22	53.13	1.53	0.82
				24	10.52	-5.73	0.01
				25	-161.67	16.32	3.52
				32	91.03	-15.12	2.25
24	CG	1.0857	-13.00				
BARRA24		7.2066	-0.00	0.00			
				23	-10.51	-0.09	0.01
				70	-4.68	-1.82	0.03
				72	2.18	1.91	0.01
25	CR	1.0999	220.00				
BARRA25		13.8555	-14.44	0.00			
				23	165.20	-8.58	3.52
				26	-86.89	1.69	0.00
				27	141.69	-7.55	5.28
POTEN. REATIVA GERADA->				-14.44 MVar	[MIN= -250.00	MAX= 250.00]	MVar
26	CR	1.0998	314.00				
BARRA26		15.4278	-57.69	0.00			
				25	86.89	0.69	0.00
				30	227.11	-58.39	3.41
POTEN. REATIVA GERADA->				-57.69 MVar	[MIN= -250.00	MAX= 250.00]	MVar
27	CR	1.0749	-71.00				
BARRA27		2.6398	17.58	0.00			
				25	-136.41	13.75	5.28
				28	32.39	1.99	0.18
				32	12.32	-1.25	0.03
				115	20.70	3.10	0.06
POTEN. REATIVA GERADA->				30.58 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00]	MVar
28	CG	1.0668	-17.00				
BARRA28		1.2871	-7.00	0.00			
				27	-32.21	-3.68	0.18
				29	15.21	-3.32	0.05
29	CG	1.0653	-24.00				
BARRA29		0.5404	-4.00	0.00			

				28	-15.16	0.81	0.05
				31	-8.84	-4.81	0.01
30	CG 1.1000	0.00					
BARRA30	6.1252	0.00	0.00				
				8	-61.65	-10.82	0.15
				17	236.69	55.99	0.00
				26	-223.71	-15.98	3.41
				38	48.66	-29.19	0.09
31	CR 1.0675	-36.00					
BARRA31	0.6642	-2.09	0.00				
				17	-15.41	-8.59	0.12
				29	8.85	3.89	0.01
				32	-29.44	2.61	0.23
POTEN. REATIVA GERADA-> 24.91 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
32	CR 1.0724	-59.00					
BARRA32	2.1759	-0.29	0.00				
				23	-88.78	9.63	2.25
				27	-12.29	-0.87	0.03
				31	29.67	-4.72	0.23
				113	3.03	-7.13	0.01
				114	9.37	2.80	0.01
POTEN. REATIVA GERADA-> 22.71 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar							
33	CG 1.0711	-23.00					
BARRA33	-0.8212	-9.00	0.00				
				15	-3.85	0.57	0.01
				37	-19.15	-9.57	0.15
34	CG 1.0839	-59.00					
BARRA34	-0.0493	-26.00	16.44				
				19	6.85	0.78	0.04
				36	30.10	13.65	0.08
				37	-97.69	-27.55	0.22
				43	1.75	3.55	0.01
35	CG 1.0786	-33.00					
BARRA35	-0.3865	-9.00	0.00				
				36	0.98	5.66	0.00
				37	-33.98	-14.66	0.13
36	CR 1.0781	-31.00					
BARRA36	-0.3850	-20.03	0.00				
				34	-30.02	-14.06	0.08
				35	-0.98	-5.97	0.00
POTEN. REATIVA GERADA-> -3.03 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
37	CG 1.0886	0.00					
BARRA37	0.3631	0.00	29.63				
				33	19.31	5.83	0.15
				34	97.91	27.21	0.22
				35	34.11	13.69	0.13
				38	-251.14	-23.98	0.00
				39	55.28	6.78	0.85
				40	44.52	0.11	1.00
38	CG 1.1000	-0.00					
BARRA38	4.8727	-0.00	0.00				
				30	-48.57	-20.81	0.09
				37	251.14	44.12	0.00
				65	-202.57	-23.31	3.21
39	CG 1.0654	-27.00					
BARRA39	-2.4000	-11.00	0.00				
				37	-54.44	-7.11	0.85
				40	27.44	-3.89	0.12
40	CR 1.0625	-66.00					
BARRA40	-3.2682	4.56	0.00				
				37	-43.53	-2.15	1.00
				39	-27.31	2.54	0.12
				41	16.09	5.88	0.04
				42	-11.25	-1.71	0.06
POTEN. REATIVA GERADA-> 27.56 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar							
41	CG 1.0573	-37.00					
BARRA41	-3.6192	-10.00	0.00				
				40	-16.05	-7.13	0.04
				42	-20.95	-2.87	0.16
42	CR 1.0670	-96.00					
BARRA42	-2.2021	8.26	0.00				
				40	11.31	-3.36	0.06
				41	21.11	-0.48	0.16
				49	-128.42	12.10	5.33

POTEN. REATIVA GERADA-> 31.26 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar									
43	CG	1.0739	-18.00						
BARRA43		-0.0709	-7.00	0.00					
					34	-1.73	-8.42	0.01	
					44	-16.27	1.42	0.15	
44	CG	1.0726	-16.00						
BARRA44		2.0640	-8.00	11.51					
					43	16.42	-7.79	0.15	
					45	-32.42	11.30	0.24	
45	CG	1.0692	-53.00						
BARRA45		3.6644	-22.00	11.43					
					44	32.66	-12.92	0.24	
					46	-35.57	-0.54	0.44	
					49	-50.09	2.89	1.52	
46	CR	1.0818	-9.00						
BARRA46		6.0812	-17.19	11.70					
					45	36.01	-1.80	0.44	
					47	-29.35	0.64	0.28	
					48	-15.67	-4.33	0.13	
POTEN. REATIVA GERADA-> -7.19 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar									
47	CG	1.0898	-34.00						
BARRA47		7.9390	-0.00	0.00					
					46	29.63	-3.42	0.28	
					49	-17.12	-5.84	0.05	
					69	-46.50	9.26	1.67	
48	CG	1.0936	-20.00						
BARRA48		7.4698	-11.00	17.99					
					46	15.79	-0.85	0.13	
					49	-35.79	7.84	0.20	
49	CR	1.0956	117.00						
BARRA49		8.4078	37.15	0.00					
					42	133.75	-8.13	5.33	
					45	51.60	-3.97	1.52	
					47	17.18	4.09	0.05	
					48	36.00	-8.78	0.20	
					50	50.29	-1.48	0.56	
					51	62.40	1.57	1.58	
					54	71.14	-7.62	1.68	
					66	-268.50	54.15	5.65	
					69	-36.86	7.30	1.24	
POTEN. REATIVA GERADA-> 67.15 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar									
50	CG	1.0841	-17.00						
BARRA50		6.5788	-4.00	0.00					
					49	-49.73	0.83	0.56	
					57	32.73	-4.83	0.44	
51	CG	1.0661	-17.00						
BARRA51		4.2974	-8.00	0.00					
					49	-60.82	-1.11	1.58	
					52	27.60	0.19	0.14	
					58	16.22	-7.09	0.07	
52	CG	1.0604	-18.00						
BARRA52		3.4850	-5.00	0.00					
					51	-27.47	-1.38	0.14	
					53	9.47	-3.62	0.03	
53	CG	1.0590	-23.00						
BARRA53		2.6676	-11.00	0.00					
					52	-9.43	-0.80	0.03	
					54	-13.57	-10.20	0.06	
54	CR	1.0722	-65.00						
BARRA54		3.3907	8.48	0.00					
					49	-69.46	-3.53	1.68	
					53	13.63	6.94	0.06	
					55	6.56	-1.02	0.01	
					56	17.72	4.24	0.01	
					59	-33.45	1.85	0.50	
POTEN. REATIVA GERADA-> 40.48 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar									
55	CR	1.0711	-63.00						
BARRA55		3.1603	5.31	0.00					
					54	-6.56	-1.27	0.01	
					56	-18.81	4.14	0.02	
					59	-37.63	2.44	0.60	
POTEN. REATIVA GERADA-> 27.31 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar									
56	CR	1.0713	-84.00						

BARRA56	3.3127	8.09	0.00				
				54	-17.71	-5.06	0.01
				55	18.82	-4.52	0.02
				57	-20.16	2.77	0.13
				58	-4.13	5.53	0.02
				59	-60.82	9.36	1.40
POTEN. REATIVA GERADA-> 26.09 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar							
57	CG 1.0742	-12.00					
BARRA57	4.3536	-3.00	0.00	50	-32.29	2.20	0.44
				56	20.29	-5.20	0.13
58	CG 1.0664	-12.00					
BARRA58	3.6318	-3.00	0.00	51	-16.15	5.24	0.07
				56	4.15	-8.24	0.02
59	CR 1.0791	-122.00					
BARRA59	7.3234	-63.12	0.00	54	33.95	-6.48	0.50
				55	38.23	-6.24	0.60
				56	62.22	-17.93	1.40
				60	-45.66	-3.68	0.57
				61	-54.35	-3.44	0.83
				63	-156.39	-25.35	0.00
POTEN. REATIVA GERADA-> 49.88 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
60	CG 1.0962	-78.00					
BARRA60	10.5086	-3.00	0.00	59	46.22	1.83	0.57
				61	-115.77	-6.92	0.30
				62	-8.45	2.09	0.01
61	CR 1.0998	160.00					
BARRA61	11.2438	38.33	0.00	59	55.19	2.64	0.83
				60	116.07	6.68	0.30
				62	28.82	5.46	0.06
				64	-40.07	23.56	0.00
POTEN. REATIVA GERADA-> 38.33 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar							
62	CR 1.0957	-77.00					
BARRA62	10.7523	-0.67	0.00	60	8.46	-3.82	0.01
				61	-28.76	-6.37	0.06
				66	-34.93	3.29	0.51
				67	-21.77	6.22	0.12
POTEN. REATIVA GERADA-> 13.33 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
63	CG 1.0875	-0.00					
BARRA63	10.2663	-0.00	0.00	59	156.39	33.67	0.00
				64	-156.39	-33.67	0.36
64	CG 1.0942	-0.00					
BARRA64	11.7552	0.00	0.00	61	40.07	-23.08	0.00
				63	156.76	12.18	0.36
				65	-196.83	10.90	0.90
65	CR 1.0912	391.00					
BARRA65	14.6523	-244.06	0.00	38	205.78	-79.08	3.21
				64	197.73	-46.22	0.90
				66	6.94	-25.83	0.00
				68	-19.45	-92.94	0.04
POTEN. REATIVA GERADA-> -244.06 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar							
66	CR 1.1000	353.00					
BARRA66	14.5297	-16.70	0.00	49	274.15	-31.28	5.65
				62	35.43	-7.96	0.51
				65	-6.94	26.05	0.00
				67	50.36	-3.50	0.47
POTEN. REATIVA GERADA-> 1.30 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar							
67	CG 1.0924	-28.00					
BARRA67	12.0717	-7.00	0.00	62	21.89	-9.41	0.12
				66	-49.89	2.41	0.47
68	CG 1.0995	0.00					
BARRA68	14.7647	-0.00	0.00	65	19.49	16.85	0.04
				69	4.89	2.49	0.00
				81	-24.39	-49.40	0.01

				116	0.00	30.06	0.00
69	CR 1.0990	329.00					
BARRA69	14.6788	-31.19	0.00				
				47	48.17	-12.27	1.67
				49	38.10	-13.20	1.24
				68	-4.89	-2.48	0.00
				70	102.92	-4.73	2.63
				75	101.92	-4.91	3.49
				77	42.78	6.40	0.51
POTEN. REATIVA GERADA-> -31.19 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar							
70	CR 1.0744	-66.00					
BARRA70	8.3623	-5.75	0.00				
				24	4.71	-9.94	0.03
				69	-100.29	1.46	2.63
				71	15.89	-5.52	0.02
				74	15.05	2.37	0.09
				75	-1.37	5.86	0.02
POTEN. REATIVA GERADA-> 14.25 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
71	CG 1.0748	0.00					
BARRA71	8.0604	0.00	0.00				
				70	-15.87	4.59	0.02
				72	9.87	-5.68	0.04
				73	6.00	1.09	0.00
72	CR 1.0760	-12.00					
BARRA72	7.1114	-6.86	0.00				
				24	-2.17	-7.57	0.01
				71	-9.83	0.70	0.04
POTEN. REATIVA GERADA-> -6.86 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
73	CR 1.0735	-6.00					
BARRA73	7.9326	-2.43	0.00				
				71	-6.00	-2.43	0.00
POTEN. REATIVA GERADA-> -2.43 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
74	CR 1.0636	-68.00					
BARRA74	7.4509	-5.88	13.58				
				70	-14.96	-5.94	0.09
				75	-53.04	13.64	0.33
POTEN. REATIVA GERADA-> 21.12 MVar [MIN= -50.00 MAX= 80.00] MVar							
75	CG 1.0645	-47.00					
BARRA75	8.6291	-11.00	0.00				
				69	-98.44	0.90	3.49
				70	1.39	-9.90	0.02
				74	53.37	-13.72	0.33
				77	-39.25	4.40	0.84
				118	35.93	7.33	0.17
76	CR 1.0589	-68.00					
BARRA76	7.6792	13.73	0.00				
				77	-65.25	8.33	1.73
				118	-2.75	5.40	0.01
POTEN. REATIVA GERADA-> 49.73 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar							
77	CR 1.0760	-61.00					
BARRA77	12.7746	20.89	0.00				
				69	-42.27	-17.01	0.51
				75	40.09	-7.29	0.84
				76	66.98	-6.76	1.73
				78	39.24	29.51	0.08
				80	-154.34	21.95	2.30
				82	-10.71	0.50	0.04
POTEN. REATIVA GERADA-> 48.89 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
78	CG 1.0711	-71.00					
BARRA78	12.5892	-26.00	0.00				
				77	-39.16	-30.70	0.08
				79	-31.84	4.70	0.05
79	CG 1.0716	-39.00					
BARRA79	12.9909	-32.00	22.97				
				78	31.89	-5.22	0.05
				80	-70.89	-3.81	0.68
80	CR 1.0847	347.00					
BARRA80	15.4306	-73.19	0.00				
				77	156.64	-23.09	2.30
				79	71.57	4.72	0.68
				81	24.39	-47.33	0.00
				96	19.57	1.43	0.12
				97	26.89	6.01	0.12
				98	28.64	-5.41	0.17
				99	19.29	-9.52	0.16

POTEN. REATIVA GERADA-> -47.19 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar									
81	CG 1.1000	-0.00							
BARRA81	14.9976	-0.00	0.00						
				68	24.39	-48.22	0.01		
				80	-24.39	48.22	0.00		

82	CG 1.0748	-54.00							
BARRA82	13.3043	-27.00	23.10						
				77	10.74	-9.85	0.04		
				83	-51.20	-1.91	0.25		
				96	-13.54	7.86	0.04		

83	CG 1.0802	-20.00							
BARRA83	14.2320	-10.00	11.67						
				82	51.45	-1.67	0.25		
				84	-27.32	5.07	0.42		
				85	-44.14	-1.74	0.72		

84	CG 1.0886	-11.00							
BARRA84	16.1895	-7.00	0.00						
				83	27.74	-7.21	0.42		
				85	-38.74	0.21	0.38		

85	CR 1.0990	-24.00							
BARRA85	17.3924	29.59	0.00						
				83	44.86	0.08	0.72		
				84	39.12	-0.88	0.38		
				86	17.09	1.78	0.09		
				88	-51.73	17.85	0.51		
				89	-73.34	10.75	1.10		
POTEN. REATIVA GERADA-> 44.59 MVar [MIN= -50.00 MAX= 80.00] MVar									
86	CG 1.0899	-21.00							
BARRA86	16.4445	-10.00	0.00						
				85	-17.01	-4.78	0.09		
				87	-3.99	-5.22	0.01		

87	CR 1.0958	4.00							
BARRA87	16.8069	-0.05	0.00						
				86	4.00	-0.05	0.01		
POTEN. REATIVA GERADA-> -0.05 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar									
88	CG 1.0915	-48.00							
BARRA88	20.0998	-10.00	0.00						
				85	52.23	-18.58	0.51		
				89	-100.23	8.58	1.18		

89	CR 1.1000	607.00							
BARRA89	23.5721	-74.29	0.00						
				85	74.45	-8.46	1.10		
				88	101.42	-4.84	1.18		
				90	167.41	-16.08	3.80		
				92	263.73	-44.90	4.69		
POTEN. REATIVA GERADA-> -74.29 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar									
90	CR 1.0835	-163.00							
BARRA90	18.2688	4.98	0.00						
				89	-163.61	12.27	3.80		
				91	0.61	-7.29	0.01		
POTEN. REATIVA GERADA-> 46.98 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar									
91	CR 1.0880	-10.00							
BARRA91	18.1694	-3.22	0.00						
				90	-0.61	4.79	0.01		
				92	-9.39	-8.01	0.04		
POTEN. REATIVA GERADA-> -3.22 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar									
92	CR 1.0985	-65.00							
BARRA92	18.6295	48.59	0.00						
				89	-259.03	55.77	4.69		
				91	9.44	4.24	0.04		
				93	57.95	1.09	0.72		
				94	52.41	-2.44	1.09		
				100	30.42	-9.87	0.51		
				102	43.82	-0.20	0.20		
POTEN. REATIVA GERADA-> 58.59 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar									
93	CG 1.0840	-12.00							
BARRA93	16.2941	-7.00	0.00						
				92	-57.23	-1.32	0.72		
				94	45.23	-5.68	0.39		

94	CG 1.0782	-30.00							
BARRA94	14.6207	-16.00	0.00						
				92	-51.31	1.23	1.09		
				93	-44.84	4.77	0.39		

				95	41.90	18.29	0.24
				96	20.84	0.74	0.10
				100	3.41	-41.02	0.22
95	CG 1.0656	-42.00					
BARRA95	13.8385	-31.00	0.00	94	-41.66	-18.77	0.24
				96	-0.34	-12.23	0.02
96	CG 1.0715	-38.00					
BARRA96	13.7501	-15.00	0.00	80	-19.45	-6.55	0.12
				82	13.58	-13.99	0.04
				94	-20.74	-3.06	0.10
				95	0.36	10.61	0.02
				97	-11.75	-2.01	0.02
97	CG 1.0739	-15.00					
BARRA97	14.2626	-9.00	0.00	80	-26.77	-8.35	0.12
				96	11.77	-0.65	0.02
98	CG 1.0825	-34.00					
BARRA98	13.8780	-8.00	0.00	80	-28.47	2.82	0.17
				100	-5.53	-10.82	0.03
99	CR 1.0893	-42.00					
BARRA99	13.3646	-3.72	0.00	80	-19.13	3.79	0.16
				100	-22.87	-7.51	0.09
				POTEN. REATIVA GERADA-> -3.72 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar			
100	CR 1.0979	215.00					
BARRA100	14.2017	42.83	0.00	92	-29.91	2.89	0.51
				94	-3.20	34.58	0.22
				98	5.56	5.31	0.03
				99	22.96	5.31	0.09
				101	-16.21	11.93	0.10
				103	118.95	-18.48	1.91
				104	56.49	2.11	1.20
				106	60.36	-0.81	1.83
				POTEN. REATIVA GERADA-> 60.83 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar			
101	CG 1.0862	-22.00					
BARRA101	15.3700	-15.00	0.00	100	16.32	-15.36	0.10
				102	-38.32	0.36	0.31
102	CG 1.0935	-5.00					
BARRA102	17.4650	-3.00	0.00	92	-43.63	-0.67	0.20
				101	38.63	-2.33	0.31
103	CR 1.0894	17.00					
BARRA103	11.0918	22.63	0.00	100	-117.04	18.33	1.91
				104	32.25	2.36	0.42
				105	42.61	-2.71	0.82
				110	59.18	4.66	1.17
				POTEN. REATIVA GERADA-> 38.63 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar			
104	CR 1.0696	-38.00					
BARRA104	8.6889	-25.12	0.00	100	-55.28	-3.02	1.20
				103	-31.83	-5.69	0.42
				105	49.11	-16.42	0.23
				POTEN. REATIVA GERADA-> -0.12 MVar [MIN= -50.00 MAX= 0.00] MVar			
105	CR 1.0708	-31.00					
BARRA105	7.6813	-6.23	22.93	103	-41.79	0.44	0.82
				104	-48.88	16.17	0.23
				106	8.44	6.96	0.02
				107	26.66	-5.71	0.33
				108	24.57	-1.16	0.14
				POTEN. REATIVA GERADA-> 19.77 MVar [MIN= -50.00 MAX= 20.00] MVar			
106	CG 1.0657	-43.00					
BARRA106	7.5042	-16.00	0.00	100	-58.53	0.49	1.83
				105	-8.43	-8.53	0.02
				107	23.96	-7.96	0.28
107	CR 1.0638	-50.00					
BARRA107	5.1468	-1.74	6.79				

				105	-26.33	1.48	0.33
				106	-23.67	3.57	0.28
FOTEN. REATIVA GERADA-> 10.26 MVar [MIN= -50.00 MAX= 60.00] MVar							
108	CG 1.0650	-2.00					
BARRA108	6.8121	-1.00	0.00	105	-24.43	-0.57	0.14
				109	22.43	-0.43	0.05
109	CG 1.0628	-8.00					
BARRA109	6.4851	-3.00	0.00	108	-22.39	-0.31	0.05
				110	14.39	-2.69	0.05
110	CR 1.0602	-39.00					
BARRA110	5.9056	-30.10	6.74	103	-58.01	-4.55	1.17
				109	-14.34	0.56	0.05
				111	-35.75	-1.30	0.25
				112	69.10	-18.06	1.10
FOTEN. REATIVA GERADA-> -0.10 MVar [MIN= -50.00 MAX= 0.00] MVar							
111	CR 1.0681	36.00					
BARRA111	7.2694	-0.10	0.00	110	36.00	-0.10	0.25
FOTEN. REATIVA GERADA-> -0.10 MVar [MIN= -250.00 MAX= 0.00] MVar							
112	CR 1.0539	-68.00					
BARRA112	3.4527	13.97	0.00	110	-68.00	13.97	1.10
FOTEN. REATIVA GERADA-> 26.97 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
113	CR 1.0786	-6.00					
BARRA113	1.7445	-17.16	0.00	17	-2.98	-18.34	0.03
				32	-3.02	1.19	0.01
FOTEN. REATIVA GERADA-> -17.16 MVar [MIN= -50.00 MAX= 0.00] MVar							
114	CG 1.0691	-8.00					
BARRA114	1.9145	-3.00	0.00	32	-9.36	-4.61	0.01
				115	1.36	1.61	0.00
115	CG 1.0689	-22.00					
BARRA115	1.9094	-7.00	0.00	27	-20.64	-5.07	0.06
				114	-1.36	-1.93	0.00
116	CR 1.0980	0.00					
BARRA116	14.7711	-49.80	0.00	68	0.00	-49.80	0.00
FOTEN. REATIVA GERADA-> -49.80 MVar [MIN= -50.00 MAX= 0.00] MVar							
117	CG 1.0585	-20.00					
BARRA117	-1.3132	-8.00	0.00	12	-20.00	-8.00	0.13
118	CG 1.0561	-33.00					
BARRA118	7.8076	-15.00	0.00	75	-35.76	-8.10	0.17
				76	2.76	-6.90	0.01

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 107.7298 MW

TOTAL DE INJECAO DE REATIVO DO SISTEMA = 210.3282 MVar

SUMARIO DOS TAPS				
NI	NF	TAPMIN	TAP	TAPMAX
8	5	0.9500	0.9997	1.0500
26	25	0.9500	1.0000	1.0500
30	17	0.9500	0.9997	1.0500
38	37	0.9500	0.9997	1.0500
63	59	0.9500	0.9981	1.0500
64	61	0.9500	1.0001	1.0500
65	66	0.9500	1.0000	1.0500
68	69	0.9500	0.9997	1.0500
81	80	0.9500	0.9992	1.0500
SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA DAS TENSOES				
barra	s3	s4	pi3	pi4
1	0.0271	0.1229	-0.0003	0.0001
2	0.0344	0.1156	-0.0002	0.0001
3	0.0308	0.1192	-0.0003	0.0001
4	0.0149	0.1351	-0.0005	0.0001
5	0.0107	0.1393	-0.0007	0.0001
6	0.0230	0.1270	-0.0003	0.0001

7	0.0251	0.1249	-0.0003	0.0001
8	0.0065	0.1435	-0.0012	0.0001
9	0.0000	0.1500	-0.1913	0.0001
10	0.0200	0.1300	-0.0004	0.0001
11	0.0290	0.1210	-0.0003	0.0001
12	0.0340	0.1160	-0.0002	0.0001
13	0.0411	0.1089	-0.0002	0.0001
14	0.0286	0.1214	-0.0003	0.0001
15	0.0304	0.1196	-0.0003	0.0001
16	0.0304	0.1196	-0.0003	0.0001
17	0.0162	0.1338	-0.0005	0.0001
18	0.0291	0.1209	-0.0003	0.0001
19	0.0310	0.1190	-0.0003	0.0001
20	0.0385	0.1115	-0.0002	0.0001
21	0.0405	0.1095	-0.0002	0.0001
22	0.0340	0.1160	-0.0002	0.0001
23	0.0143	0.1357	-0.0006	0.0001
24	0.0143	0.1357	-0.0006	0.0001
25	0.0001	0.1499	-0.1194	0.0001
26	0.0002	0.1498	-0.0321	0.0001
27	0.0251	0.1249	-0.0003	0.0001
28	0.0332	0.1168	-0.0002	0.0001
29	0.0347	0.1153	-0.0002	0.0001
30	0.0000	0.1500	-0.1885	0.0001
31	0.0325	0.1175	-0.0002	0.0001
32	0.0276	0.1224	-0.0003	0.0001
33	0.0289	0.1211	-0.0003	0.0001
34	0.0161	0.1339	-0.0005	0.0001
35	0.0214	0.1286	-0.0004	0.0001
36	0.0219	0.1281	-0.0004	0.0001
37	0.0114	0.1386	-0.0007	0.0001
38	0.0000	0.1500	-0.1303	0.0001
39	0.0346	0.1154	-0.0002	0.0001
40	0.0375	0.1125	-0.0002	0.0001
41	0.0427	0.1073	-0.0002	0.0001
42	0.0330	0.1170	-0.0002	0.0001
43	0.0261	0.1239	-0.0003	0.0001
44	0.0274	0.1226	-0.0003	0.0001
45	0.0308	0.1192	-0.0003	0.0001
46	0.0182	0.1318	-0.0004	0.0001
47	0.0102	0.1398	-0.0008	0.0001
48	0.0064	0.1436	-0.0012	0.0001
49	0.0044	0.1456	-0.0018	0.0001
50	0.0159	0.1341	-0.0005	0.0001
51	0.0339	0.1161	-0.0002	0.0001
52	0.0396	0.1104	-0.0002	0.0001
53	0.0410	0.1090	-0.0002	0.0001
54	0.0278	0.1222	-0.0003	0.0001
55	0.0289	0.1211	-0.0003	0.0001
56	0.0287	0.1213	-0.0003	0.0001
57	0.0258	0.1242	-0.0003	0.0001
58	0.0336	0.1164	-0.0002	0.0001
59	0.0209	0.1291	-0.0004	0.0001
60	0.0038	0.1462	-0.0021	0.0001
61	0.0002	0.1498	-0.0326	0.0001
62	0.0043	0.1457	-0.0018	0.0001
63	0.0125	0.1375	-0.0006	0.0001
64	0.0058	0.1442	-0.0014	0.0001
65	0.0088	0.1412	-0.0009	0.0001
66	0.0000	0.1500	-0.1927	0.0001
67	0.0076	0.1424	-0.0011	0.0001
68	0.0005	0.1495	-0.0155	0.0001
69	0.0010	0.1490	-0.0073	0.0001
70	0.0256	0.1244	-0.0003	0.0001
71	0.0252	0.1248	-0.0003	0.0001
72	0.0240	0.1260	-0.0003	0.0001
73	0.0265	0.1235	-0.0003	0.0001
74	0.0364	0.1136	-0.0002	0.0001
75	0.0355	0.1145	-0.0002	0.0001
76	0.0411	0.1089	-0.0002	0.0001
77	0.0240	0.1260	-0.0003	0.0001
78	0.0289	0.1211	-0.0003	0.0001
79	0.0284	0.1216	-0.0003	0.0001
80	0.0153	0.1347	-0.0005	0.0001
81	0.0000	0.1500	-0.5149	0.0001
82	0.0252	0.1248	-0.0003	0.0001
83	0.0198	0.1302	-0.0004	0.0001
84	0.0114	0.1386	-0.0007	0.0001
85	0.0010	0.1490	-0.0073	0.0001
86	0.0101	0.1399	-0.0008	0.0001
87	0.0042	0.1458	-0.0018	0.0001
88	0.0085	0.1415	-0.0009	0.0001
89	0.0000	0.1500	-0.3850	0.0001
90	0.0165	0.1335	-0.0005	0.0001
91	0.0120	0.1380	-0.0007	0.0001
92	0.0015	0.1485	-0.0052	0.0001
93	0.0160	0.1340	-0.0005	0.0001

94	0.0218	0.1282	-0.0004	0.0001
95	0.0344	0.1156	-0.0002	0.0001
96	0.0285	0.1215	-0.0003	0.0001
97	0.0261	0.1239	-0.0003	0.0001
98	0.0175	0.1325	-0.0005	0.0001
99	0.0107	0.1393	-0.0007	0.0001
100	0.0021	0.1479	-0.0035	0.0001
101	0.0138	0.1362	-0.0006	0.0001
102	0.0065	0.1435	-0.0012	0.0001
103	0.0106	0.1394	-0.0008	0.0001
104	0.0304	0.1196	-0.0003	0.0001
105	0.0292	0.1208	-0.0003	0.0001
106	0.0343	0.1157	-0.0002	0.0001
107	0.0362	0.1138	-0.0002	0.0001
108	0.0350	0.1150	-0.0002	0.0001
109	0.0372	0.1128	-0.0002	0.0001
110	0.0398	0.1102	-0.0002	0.0001
111	0.0319	0.1181	-0.0003	0.0001
112	0.0461	0.1039	-0.0002	0.0001
113	0.0214	0.1286	-0.0004	0.0001
114	0.0309	0.1191	-0.0003	0.0001
115	0.0311	0.1189	-0.0003	0.0001
116	0.0020	0.1480	-0.0040	0.0001
117	0.0415	0.1085	-0.0002	0.0001
118	0.0439	0.1061	-0.0002	0.0001

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

barra	s1	s2	pi1	pi2
4	0.7041	0.2959	-0.0000	0.0000
6	0.2919	0.7081	-0.0000	0.0000
8	0.9975	0.0025	-0.0000	0.0032
10	3.9642	1.0358	-0.0000	0.0000
12	0.1697	0.8303	-0.0000	0.0000
15	0.3266	0.6734	-0.0000	0.0000
18	0.2435	0.7565	-0.0000	0.0000
19	0.9031	0.7469	-0.0000	0.0000
25	2.6444	2.3556	-0.0000	0.0000
26	3.0769	1.9231	-0.0000	0.0000
27	0.1942	0.8058	-0.0000	0.0000
31	0.2509	0.7491	-0.0000	0.0000
32	0.7729	0.7271	-0.0000	0.0000
36	0.5303	0.4697	-0.0000	0.0000
40	1.2244	0.7756	-0.0000	0.0000
42	0.1874	0.8126	-0.0000	0.0000
46	0.5719	0.4281	-0.0000	0.0000
49	1.8285	3.1715	-0.0000	0.0000
54	1.0952	0.9048	-0.0000	0.0000
55	1.2269	0.7731	-0.0000	0.0000
56	1.2391	0.7609	-0.0000	0.0000
59	0.0012	0.9988	-0.0054	0.0000
61	2.1167	2.8833	-0.0000	0.0000
62	0.3667	0.6333	-0.0000	0.0000
65	4.9406	0.0594	-0.0000	0.0001
66	2.4870	2.5130	-0.0000	0.0000
69	2.8119	2.1881	-0.0000	0.0000
70	0.3575	0.6425	-0.0000	0.0000
72	0.5686	0.4314	-0.0000	0.0000
73	0.5243	0.4757	-0.0000	0.0000
74	0.5888	0.7112	-0.0000	0.0000
76	0.5027	0.9973	-0.0000	0.0000
77	0.0111	0.9889	-0.0007	0.0000
80	2.9719	2.0281	-0.0000	0.0000
85	0.3541	0.9459	-0.0000	0.0000
87	2.5005	2.4995	-0.0000	0.0000
89	3.2429	1.7571	-0.0000	0.0000
90	0.5302	0.9698	-0.0000	0.0000
91	0.5322	0.4678	-0.0000	0.0000
92	0.4141	1.0859	-0.0000	0.0000
99	0.5372	0.4628	-0.0000	0.0000
100	1.8917	3.1083	-0.0000	0.0000
103	2.1137	2.8863	-0.0000	0.0000
104	0.0012	0.4988	-0.0054	0.0000
105	0.0023	0.6977	-0.0030	0.0000
107	0.4974	0.6026	-0.0000	0.0000
110	0.0010	0.4990	-0.0067	0.0000
111	0.0010	2.4990	-0.0066	0.0000
112	0.2303	0.7697	-0.0000	0.0000
113	0.1716	0.3284	-0.0001	0.0000
116	0.4980	0.0020	-0.0000	0.0035