Campus de São Carlos

O MÉTODO DE NEWTON E A FUNÇÃO PENALIDADE QUADRÁTICA
APLICADOS AO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Autor: Carlos Ednaldo Ueno Costa

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

✓

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**O MÉTODO DE NEWTON E A FUNÇÃO
PENALIDADE QUADRÁTICA APLICADOS AO
PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO**

Carlos Ednaldo Ueno Costa

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

São Carlos

1998

Class.	TGSE - EESC
Curr.	CJ686
Tombo	10058198

S/S 944250

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP**

C837m Costa, Carlos Ednaldo Ueno
O método de Newton e a Função penalidade quadrática aplicados ao problema de fluxo de potência ótimo / Carlos Ednaldo Ueno Costa. -- São Carlos, 1998

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1998.
Área: Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto M. da Costa.

1. Sistemas elétricos de potência .
2. Programação não-linear. 3. Função Penalidade quadrática. 4. Método dos conjuntos ativos.
5. Condições de Karush-Kunh-Tucker. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **CARLOS EDNALDO UENO COSTA**

Dissertação defendida e aprovada em 18-02-1998
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **CARLOS ALBERTO FAVARIN MURARI**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)

Prof. Doutor **MARINHO GOMES DE ANDRADE FILHO**
(Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador da Área de Engenharia Elétrica

JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

*À Deus por me dar forças e me ajudar a
vencer os obstáculos e dificuldades e
alcançar mais este objetivo em minha vida.*

*Declarou-lhes, pois, Jesus: Eu sou o pão da
vida; o que vem a mim jamais terá fome;
e o que crê em mim jamais terá sede.*

João 6, 35

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa pela orientação e ajuda durante a elaboração deste trabalho.

Em especial aos meus pais, Edvaldo Costa e Carmelita Bilório Ueno Costa, pela compreensão, apoio e confiança dedicados a mim, recompensados com mais essa vitória em nossas vidas.

A Eng^a Alessandra Macedo pela imensa amizade e compreensão nos momentos difíceis desta caminhada.

Ao meu irmão, Edvaldo Costa Júnior, por sempre torcer pelo meu êxito neste trabalho.

A minha família (avós, tios, tias, primos e primas), pela certeza de torcerem por esta vitória alcançada.

A todos os colegas professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP pela colaboração.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, através do Programa de Capacitação Docente e Técnica - PICDT, pela bolsa concedida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	x
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xi
RESUMO.....	xii
ABSTRACT.....	xiii

1. INTRODUÇÃO

1.1 Introdução.....	1
1.2 Objetivo.....	3
1.3 Organização do Trabalho.....	3

2. ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

2.1 Histórico	5
---------------------	---

3. O MÉTODO DA FUNÇÃO PENALIDADE E O MÉTODO DE NEWTON

3.1 Introdução	11
3.2 O Problema Lagrangeano.....	13
3.3 Interpretação Geométrica do Problema Lagrangeano	14
3.4 O Método da Função Penalidade Quadrática.....	15
3.4.1 O Parâmetro de Penalidade w	18
3.4.2 Algoritmo do Método da Função Penalidade.....	20
3.5 O Método de Newton.....	22
3.6 Exemplo de Aplicação da Função Penalidade e do Método de Newton.....	27
3.7 Mal-Condicionamento da Matriz Lagrangeana.....	30

4. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO ABORDAGEM DE NEWTON E FUNÇÃO PENALIDADE

4.1 Introdução.....	32
4.2 Modelagem do Fluxo de Potência.....	33
4.3 O Fluxo de Potência Ótimo (FPO)	36
4.4 Formulação do Problema de FPO.....	38
4.5 Solução do Problema de FPO pelo Método de Newton.....	41
4.6 Método dos Conjuntos Ativos.....	44
4.6.1 Análise do Conjunto Ativo no FPO Desenvolvido.....	45
4.7 Aplicação da Função Penalidade ao Problema de FPO.....	47
4.8 Diagrama de Blocos do Método de Newton Associado à Função Penalidade Quadrática Utilizado no Programa de FPO.....	49
4.9 Estrutura da Matriz Lagrangeana W.....	50
4.10 Implementação Computacional.....	53
4.11 A Subrotina ma28.f.....	54
4.11.1 Exemplo do Uso da Subrotina ma28.f.....	55

5. TESTES E RESULTADOS

5.1 Introdução.....	57
5.2 Caso 1 - 3 Barras.....	58
5.2.1 Sumário dos Cálculos.....	58
5.3 Caso 2 - 14 barras.....	62
5.4 Caso 3 - 30 barras.....	65
5.5 Caso 4 - 118 barras.....	68
5.6 Comparação entre o Fluxo de Potência Ótimo e o Fluxo d Potência Convencional.....	70
5.6.1 Caso de 3 Barras.....	70
5.6.2 Caso de 14 Barras.....	72
5.6.3 Caso de 30 Barras.....	72
5.6.4 Caso de 118 Barras.....	73

6. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	74
BIBLIOGRAFIA.....	76
APÊNDICE I.....	79
APÊNDICE II.....	85

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Interpretação geométrica do método da função Lagrangeana.....	14
FIGURA 2 - Função Lagrangeana para problema não-convexo com <i>gap</i> de dualidade.....	15
FIGURA 3 - Interpretação geométrica da função penalidade quadrática.....	18
FIGURA 4 - Função auxiliar.....	19
FIGURA 5 - Função penalidade.....	20
FIGURA 6 - Solução gráfica do exemplo.....	29
FIGURA 7 - Convergência para ponto inicial factível e infactível.....	30
FIGURA 8 - Diagrama de blocos do FPO desenvolvido.....	49
FIGURA 9 - Estrutura em blocos 4 x 4 da matriz Lagrangeana.....	50
FIGURA 10 - Sistema de 3 barras.	51
FIGURA 11 - Estrutura da Matriz Lagrangeana para o caso de 3 barras.....	52
FIGURA 12 - Sistema de 3 barras.....	58
FIGURA 13 - Convergência de V_1 e V_2	61
FIGURA 14 - Convergência de V_1 e V_2 em torno do ponto ótimo.....	61
FIGURA 15 - Sistema AEP14.....	62
FIGURA 16 - Função objetivo para sistema AEP14.....	64
FIGURA 17 - Máximo erro de potência para o sistema AEP14.....	64
FIGURA 18 - Sistema AEP30.....	65
FIGURA 19 - Função objetivo para sistema AEP30.....	67
FIGURA 20 - Máximo erro de potência para o sistema AEP30.....	67
FIGURA 21 - Função objetivo para sistema de 118 barras.....	69
FIGURA 22 - Máximo erro de potência para o sistema de 118 barras.....	68

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Tabela de convergência para ponto inicial infactível.....	28
TABELA 2- Tabela de convergência para ponto inicial factível.....	29
TABELA 3 - Subrotinas do FPO desenvolvido.....	53
TABELA 4 - Estado inicial do sistema de 3 barras.....	58
TABELA 5 - Tabela dos limites para o caso de 3 barras.....	59
TABELA 6 - Testes para o sistema AEP14.....	63
TABELA 7 - Testes para o sistema AEP30.....	66
TABELA 8 - Testes para o sistema de 118 barras.....	68
TABELA 9 - Limites do caso de 3 barras.....	71
TABELA 10 - FPO x ANAREDE sistema de 3 barras.....	71
TABELA 11 - FPO x ANAREDE para o sistema AEP14.....	72
TABELA 12 - FPO x ANAREDE para o sistema AEP30.....	72
TABELA 13 - FPO x ANAREDE para o sistema IEEE 118.....	73

LISTA DE SÍMBOLOS

SL - barra de referência

CR - barra de controle de reativo

CG - barra de carga

$A^{\max}$ - limite máximo da grandeza A

$A^{\min}$ - limite mínimo da grandeza A

NB - número de barras do sistema

NBC - número de barras de carga

NBCR - número de barras de controle de reativo

NT - número de transformadores com *tap* variável

V - vetor das magnitudes das tensões

θ - vetor dos ângulos das tensões

t - vetor dos *tap*'s dos transformadores

P_k - potência ativa na barra k

Q_k - potência reativa na barra k

P_k^{esp} - potência ativa especificada na barra k

Q_k^{esp} - potência reativa especificada na barra k

λ - multiplicador de Lagrange para as restrições de igualdade

w - parâmetro de penalidade

β - parâmetro utilizado na atualização de w

RESUMO

COSTA, C. E. U. (1998). *O Método de Newton e a Função Penalidade Quadrática Aplicados ao Problema de Fluxo de Potência Ótimo*, São Carlos, 1998, 117p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Neste trabalho é apresentada uma abordagem do Método de Newton associado à função penalidade quadrática e ao método dos conjuntos ativos na solução do problema de fluxo de potência ótimo (FPO). A formulação geral do problema de FPO é apresentada, assim como a técnica utilizada na resolução do sistema de equações. A fatoração da matriz Lagrangeana é feita por elementos ao invés das estruturas em blocos. A característica de esparsidade da matriz Lagrangeana é levada em consideração. Resultados dos testes realizados em 4 sistemas (3, 14, 30 e 118 barras) são apresentados.

Palavras-chave: sistemas elétricos de potência; programação não-linear; função penalidade quadrática; método dos conjuntos ativos; condições de Karush-Kuhn-Tucker.

ABSTRACT

COSTA, C. E. U. (1998). *The Newton's Method and Quadratic Penalty Function applied to the Optimal Power Flow Problem*, São Carlos, 1998, 117p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work presents an approach on Newton's Method associated with the quadratic penalty function and the active set methods in the solution of Optimal Power Flow Problem (OPF). The general formulation of the OPF problem is presented, as well as the technique used in the equation systems resolution. The Lagrangean matrix factorization is carried out by elements instead of structures in blocks. The characteristic of sparsity of the Lagrangean matrix is taken into account. Numerical results of tests realized in systems of 3, 14, 30 and 118 buses are presented to show the efficiency of the method.

Keywords: electric power systems; non-linear programming; quadratic penalty function; active set methods; Karush-Kuhn-Tucker conditions.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1) INTRODUÇÃO

Um sistema elétrico de potência (SEP) deve ser planejado para fornecer energia elétrica respeitando os padrões de qualidade para esse fornecimento e garantindo a continuidade do serviço.

No planejamento e na operação do sistema elétrico de potência, uma ferramenta muito utilizada é o fluxo de potência, o qual determina o ponto de operação do sistema, sob condição de regime permanente.

O fluxo de potência fornece os valores das tensões e ângulos em todas as barras do sistema e os valores dos *tap's* dos transformadores. Com esses valores determinados é possível calcular os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão bem como as potências ativas e reativas nas barras do sistema.

O fluxo de potência pode apresentar soluções em que os limites das variáveis de controle, tais como, limites de tensões, de *tap's* e de injeções de potência reativa estejam violados. Nesse caso o operador do SEP deve realizar ajustes nessas variáveis e verificar se os limites são obedecidos utilizando novamente o fluxo de potência, caracterizando um processo de tentativa e erro.

O processo de tentativa e erro pode ser evitado pela utilização da otimização no estudo do fluxo de potência. Esse estudo chama-se estudo do fluxo de potência ótimo (FPO).

O FPO é um problema de otimização não-linear, não-convexo e de grande porte, com função objetivo geralmente não-convexa e não-separável. O FPO através, do ajuste simultâneo das variáveis de controle, tem como objetivo otimizar uma função que caracteriza um desempenho do sistema elétrico satisfazendo ao mesmo tempo alguns critérios pré-estabelecidos do problema (as restrições de operação do sistema).

Desde a formulação do FPO na década de 60 por CARPENTIER (1962), muitos trabalhos vem sendo desenvolvidos com o objetivo de solucionar este problema: DOMMEL & TINNEY (1968), SASSON et al. (1973), RASHED & KELLY (1974), BURCHET et al. (1984), SUN et al. (1984), SUN et al. (1987), MARIA & FINDLAY (1987), SANTOS et al. (1988), ALSAÇ et al. (1990), MONTICELLI & LIU (1992) e COSTA et al. (1996). O desenvolvimento do FPO está relacionado aos avanços das técnicas de otimização e também da tecnologia dos computadores. Apesar dos grandes avanços obtidos, nas últimas décadas, ainda não existe uma metodologia totalmente eficiente na solução do FPO.

1.2) OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma abordagem para a solução do problema de FPO utilizando como base o método de Newton proposto por SUN et al. (1984), onde a função penalidade quadrática e o método dos conjuntos ativos são aplicados. A resolução do sistema linearizado será elemento a elemento, levando em consideração a característica de esparsidade do sistema, ao invés da utilização das estruturas em blocos usadas por SUN et al. (1984), MARIA & FINDLAY (1987), SANTOS et al. (1988), ALSAÇ et al. (1990), MONTICELLI & LIU (1992) e GRANVILLE (1994), entre outros.

1.3) ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo foi introduzido o problema do fluxo de potência ótimo, e definiu-se o objetivo do trabalho.

No capítulo 2 tem-se o estado da arte do FPO, onde algumas metodologias desenvolvidas na tentativa de sua solução são apresentadas.

No capítulo 3 apresenta-se o método de Newton associado ao conjunto das restrições ativas e função penalidade para a solução de problemas não-lineares e não-convexos.

No capítulo 4 apresenta-se a abordagem desenvolvida para a solução do problema de FPO, envolvendo o método de Newton, função penalidade e método dos conjuntos ativos.

No capítulo 5 apresentam-se os resultados obtidos da aplicação da abordagem desenvolvida. Quatro sistemas elétricos (3 barras, AEP14, AEP30 e IEEE 118) foram utilizados para mostrar a eficiência do método utilizado.

No capítulo 6 apresentam-se as conclusões obtidas da análise dos resultados da aplicação do método. O capítulo inclui também sugestões para futuros trabalhos a serem realizados no estudo do problema de fluxo de potência ótimo.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

2.1) HISTÓRICO

No início da década de 60, surgiram os primeiros trabalhos sobre fluxo de potência ótimo (FPO). Neste período, CARPENTIER (1962) propôs um modelo geral para o problema de FPO, através da incorporação das equações do fluxo de potência ao problema de Despacho Econômico juntamente com o teorema de Karush-Kuhn-Tucker. Desde então os trabalhos desenvolvidos nesta área tem como base a formulação proposta por Carpentier.

O problema de FPO proposto por Carpentier pode ser caracterizado como um problema de otimizar uma função objetivo, que representa um desempenho do sistema, sujeito à restrições de igualdade g e de desigualdade h . Este problema pode ser representado matematicamente como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(\mathbf{x}) \\ &\text{s.a. } \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde:

$\mathbf{x}$: vetor de variáveis do problema.

Carpentier propôs a solução do problema (2.1) através de um problema irrestrito utilizando a função Lagrangeana (L). Esta função é definida como:

$$L = f(\mathbf{x}) + \alpha^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \beta^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

onde:

α e β são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

O mínimo do problema (2.2) é alcançado aplicando as condições de otimalidade, que são dadas por:

$$\nabla_{\mathbf{x}} L = 0 \quad (2.3)$$

Carpentier utilizou o método de Gauss-Seidel para obter a solução do sistema representado em (2.3).

Após o modelamento matemático do FPO, técnicas de otimização passaram a ser estudadas com o objetivo de resolver o problema de fluxo de potência ótimo.

As primeiras propostas com o objetivo de resolver o problema de FPO, utilizavam o gradiente da função Lagrangeana, ficando conhecidos como métodos de primeira ordem. Um dos primeiros trabalhos a utilizar o gradiente da função Lagrangeana foi proposto por DOMMEL & TINNEY (1968).

DOMMEL & TINNEY (1968) propuseram o método do gradiente reduzido o qual consiste no movimento a partir de um ponto, que satisfaz as restrições de igualdade $g(x) = 0$, para outro ponto, onde o valor da função objetivo seja menor. O algoritmo do gradiente reduzido é resolvido pelo método de Newton. No método proposto, as restrições de igualdade são associadas à função Lagrangeana, através dos multiplicadores de Lagrange, enquanto que as restrições de desigualdades e as restrições funcionais são tratadas através dos parâmetros de penalidade. Utiliza-se a técnica de projeção do gradiente, para as variáveis de controle que atingem um de seus valores limites. Para a atualização dos novos valores das variáveis de controle utiliza-se um passo, o qual é determinado por uma busca unidimensional. Um valor pequeno do passo pode causar uma convergência lenta do método enquanto que um valor grande pode causar oscilações em torno do ponto ótimo.

SASSON et al. (1973) aplicaram o método das penalidades no problema de FPO. A idéia desse método consiste na minimização de uma função penalidade formada pela função objetivo e pelas restrições de igualdade e de desigualdade penalizadas. A cada iteração os valores das penalidades são aumentados, a matriz Hessiana da função penalidade é calculada e as variáveis são atualizadas. O processo é repetido até que todas as restrições sejam satisfeitas. Técnicas de esparsidade são aplicadas à matriz Hessiana. Com o aumento dos valores das penalidades, a matriz Hessiana pode ficar mal condicionada.

RASHED et al. (1974) propuseram um método no qual multiplicadores de Lagrange e o método de Newton são utilizados na solução do problema de fluxo de potência ótimo. No método proposto as restrições de igualdades, representadas pelas equações do fluxo de potência, são incorporadas à função Lagrangeana através dos multiplicadores de Lagrange enquanto que as restrições de desigualdades são

incorporadas através de parâmetros de penalidades. Para a correção das variáveis, utiliza-se a matriz Hessiana e o vetor gradiente da função Lagrangeana.

Na década de 80 a programação quadrática sucessiva (PQS) passou a ser aplicada ao problema de fluxo de potência ótimo na tentativa de solucioná-lo. A PQS resolve o FPO através da solução direta das condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Esse método ficou conhecido como método Lagrangeano de segunda ordem e portanto representa um avanço em relação aos métodos de primeira ordem. Como exemplo de aplicação da PQS ao problema de FPO pode-se destacar o trabalho de BURCHET et al. (1984) que propuseram um método de otimização que utiliza as derivadas segunda exatas aplicadas ao problema de fluxo de carga ótimo. O método proposto utiliza uma sequência de sub-problemas quadráticos, criados a partir das derivadas primeira e segunda da função objetivo e equações de fluxo de potência, convergindo para a solução ótima do problema original (2.1). O algoritmo desenvolvido apresenta convergência quadrática e leva em consideração a esparsidade da matriz Hessiana.

SUN et al. (1984) propuseram uma nova abordagem para a solução do problema de FPO utilizando uma formulação explícita do método de Newton e desacoplamento do problema original em dois problemas (P- θ e Q-V). As restrições de desigualdades foram incorporadas à função Lagrangeana através dos multiplicadores de Lagrange e de termos de penalidade quadráticos. Essas restrições são divididas em dois conjuntos: conjunto das restrições penalizadas e o conjunto das restrições consideradas ativas na solução. Sendo as restrições ativas incorporadas na função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange. O método do conjunto ativo foi utilizado para identificar as restrições ativas na solução, esse método foi aplicado à injeção de potência reativa nas barras de controle de reativo. Estruturas de bloco 2x2 e 4x4 foram utilizadas nas sub-matrizes dos problemas desacoplados para evitar os *fill-ins*. A partir da proposta de Sun, alguns trabalhos foram desenvolvidos tendo como base o método de Newton, entre os quais podemos destacar MARIA & FINDLAY. (1987), MONTICELLI & LIU (1992) e COSTA et al. (1996).

MARIA & FINDLAY. (1987) desenvolveram um novo programa de fluxo de potência ótimo baseado no método de Newton onde a cada iteração uma aproximação da função Lagrangeana é minimizada. Neste método todas as equações são solucionadas simultaneamente para todas as variáveis desconhecidas. A identificação das restrições de desigualdades que são ativas, formando o conjunto das restrições ativas, na solução ótima é feita através de uma técnica baseada em programação linear. As restrições ativas são associadas à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange. Neste método foi apresentada uma maneira de identificar soluções infactíveis.

MONTICELLI & LIU (1992) propuseram uma nova aproximação do método de Newton combinando o método dos multiplicadores de Lagrange e o método da função penalidade. Basicamente a proposta de Monticelli é idêntica à proposta de SUN et al. (1984), a diferença principal está na utilização de um movimento adaptativo da penalidade que assegura que a matriz Hessiana seja definida positiva ao longo da solução do problema sem afetar o processo de convergência.

COSTA et al. (1996) propuseram uma nova abordagem para a solução do problema de FPO. Neste trabalho a função Lagrangeana Aumentada é resolvida pelo método de Newton modificado. A matriz Lagrangeana é arranjada em quatro partes bem definidas de modo a explorar melhor a sua característica de esparsidade, gerando um menor número de elementos *fill-in*.

SANTOS et al. (1988) propuseram o método da Lagrangeana Aumentada, o qual está baseado nas técnicas de programação não-linear. Este método combina aproximações duais e de penalidades. Nesse método os multiplicadores de Lagrange são aplicados às restrições de igualdade e desigualdades. A função Lagrangeana é aumentada pelos termos de penalidade, os quais são aplicados nas restrições de igualdade e desigualdade e a função Lagrangeana aumentada é minimizada através do método de Newton.

Ainda podemos citar outras abordagens, como o método dos pontos interiores proposto por GRANVILLE (1994) e a aplicação da programação linear de ALSAÇ et al. (1990) na solução do problema de FPO.

KARMAKAR (1984), propôs um novo método de otimização linear, no qual a busca pela solução ótima é feita pelo interior da região factível. Esse método foi chamado de Método dos Pontos Interiores (MPI). Desde então algumas variações deste método matemático surgiram, entre elas a utilização da função barreira logarítmica em problemas de otimização. Em seguida passou-se a investigar a utilização do MPI utilizando a função barreira logarítmica na solução do FPO. Com base nessas investigações, GRANVILLE (1994) propôs uma implementação do MPI aplicado ao problema de despacho ótimo de reativo. Nessa implementação utilizou-se variáveis de folga para transformar as restrições de desigualdades em restrições de igualdades e estas variáveis foram introduzidas na função objetivo através da função barreira logarítmica.

A Programação Linear (PL) também tem sido aplicada na solução do problema de FPO, principalmente aos problemas envolvendo funções objetivos separáveis ou lineares e restrições lineares. A grande dificuldade na aplicação da PL na solução do FPO está no sentido de que as restrições e a função objetivo tem que passar por uma aproximação linear. Essa linearização é comprometida quando da aplicação da PL na otimização de reativos, e principalmente quando aplicada na minimização das perdas de potência ativa do sistema elétrico de potência, devido a função perdas ser fortemente não-separável. Os métodos baseados na PL são utilizados principalmente na solução de problemas do tipo: planejamento de despacho de potência ativa. Como exemplo da aplicação da PL no problema de FPO tem-se o trabalho de ALSAÇ et al. (1990).

CAPÍTULO 3

O MÉTODO DA FUNÇÃO PENALIDADE E O MÉTODO DE NEWTON

3.1) INTRODUÇÃO

A otimização tem por objetivo encontrar a melhor solução entre todas as soluções possíveis, de um determinado problema.

Um problema de otimização pode ser definido da seguinte forma geral:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{x}) \\ \text{s. a} & \left\{ \begin{array}{l} g(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) \leq 0 \end{array} \right. \end{array} \quad (3.1)$$

onde:

$f(\mathbf{x})$: é a função objetivo;

$g(\mathbf{x})$: restrições de igualdades;

$h(\mathbf{x})$: restrições de desigualdades;

$\mathbf{x}$: é o vetor das variáveis do problema, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

O problema (3.1) pode ser classificado de acordo com o tipo da função objetivo e restrições:

- (a) - função objetivo linear, restrições lineares;
- (b) - função objetivo não-linear, restrições lineares;
- (c) - função objetivo não-linear, restrições não-lineares;
- (d) - função objetivo linear, restrições não-lineares.

Problemas do tipo (a) são resolvidos pela programação linear (PL) enquanto que os do tipo (b), (c) e (d) são resolvidos pela programação não-linear, sendo os do tipo (c) os mais difíceis de resolver.

Um problema de PNL deve encontrar uma solução $\mathbf{x}^*$ que satisfaça as restrições de igualdade e de desigualdade, de modo que $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}^*)$ para qualquer ponto factível $\mathbf{x}$. Ou seja, deve encontrar dentro do conjunto de soluções possíveis um ponto $\mathbf{x}^*$ que forneça o menor valor da função objetivo e que ao mesmo tempo satisfaça as restrições do problema.

A função Lagrangeana tem sido utilizada por um grande número de métodos aplicados na solução de problemas de programação não-linear. DOMMEL & TINNEY (1968), SASSON et al. (1973), RASHED et al. (1973), SUN et al. (1984), COSTA et al. (1996), SANTOS et al. (1988) entre outros.

3.2) O PROBLEMA LAGRANGEANO

Lagrange propôs um método para o problema de otimização com restrições de igualdade. Como apresentado em BAZARAA et al. (1993), o método consiste em transformar o problema restrito em um problema irrestrito.

Considerando somente as restrições de igualdade do problema (3.1), estas são incorporadas à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange formando a função Lagrangeana que é representada por:

$$L(\lambda, \mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

onde:

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$: conjunto das restrições de igualdade;

λ : multiplicador de Lagrange.

A função Lagrangeana transforma o problema original restrito em um problema irrestrito que quando solucionado apresenta a mesma solução ótima do problema original.

Desde a formulação do FPO, a função Lagrangeana tem sido utilizada por grande parte dos métodos propostos. Porém, o problema de FPO é um problema não-linear e que apresenta a característica de não-convexidade. A característica de não-convexidade pode causar a falha dos métodos Lagrangeanos pois, o *gap* de dualidade pode ocorrer fazendo com que um ponto diferente do ótimo seja atingido.

Na representação gráfica do problema Lagrangeano pode-se observar o comportamento do método para casos convexos e para casos não-convexos.

3.3) INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO PROBLEMA LAGRANGEANO

Considere a função Lagrangeana definida em (3.2). A Figura 1 mostra a interpretação geométrica para um problema de PNL convexo resolvido pelo método da função Lagrangeana, conforme BAZARAA et al. (1993).

FIGURA 1 - Interpretação geométrica do método da função Lagrangeana

Na Figura 1 pode-se observar que o método da função Lagrangeana busca atingir a solução ótima através da máxima inclinação da reta $f + \lambda g = k$ que intercepta o eixo $f(x)$ e ao mesmo tempo tangência a região factível. Isso é realizado através da variação do multiplicador de Lagrange λ . Na Figura 1 a solução ótima é atingida para λ_2 . Para o problema convexo está assegurada a existência de um multiplicador λ^* ótimo que fornece um ponto tangente em $g(x) = 0$.

Para o caso de um problema não-convexo o λ^* ótimo não é assegurado devido a possível ocorrência do *gap* de dualidade que pode ser observado na Figura 2.

FIGURA 2 - Função Lagrangeana para problema não-convexo com *gap* de dualidade

O método da função Lagrangeana como visto na Figura 2 apresenta uma falha para problemas não-convexos quando da ocorrência do *gap* de dualidade. Neste caso a solução do problema Lagrangeano não apresenta a mesma solução ótima do problema original.

O problema do *gap* de dualidade pode ser solucionado através da utilização da função penalidade.

3.4) O MÉTODO DA FUNÇÃO PENALIDADE QUADRÁTICA

O método da função penalidade (MFP), da mesma forma que o método da função Lagrangeana, transforma o problema restrito em um problema irrestrito através de um termo de penalidade quadrática associado às restrições do problema. O termo de penalidade é utilizado para penalizar a função objetivo quando as restrições são violadas, conforme BAZARAA et al. (1993) e LUENBERGER (1984).

Para exemplificar a utilização da função penalidade quadrática, seja o problema de programação não-linear apresentado em (3.1).

Pode-se gerar o problema penalizado irrestrito para uma violação da restrição de igualdade da seguinte forma:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) + \frac{w}{2} \cdot [g(x)]^2 \quad (3.3)$$

onde:

w : parâmetro de penalidade.

As restrições de desigualdades não podem ser penalizadas como em (3.3) pois para pontos onde $h(x) \leq 0$, a restrição seria penalizada sem necessidade já que a restrição é satisfeita. Portanto, as restrições de desigualdades são penalizadas da seguinte forma:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) + \frac{w}{2} \cdot [\max\{0, h(x)\}]^2 \quad (3.4)$$

Ou seja, se $h(x) \leq 0$, o ponto é factível e portanto a restrição não está sendo violada, sendo desnecessária a sua penalização. Caso contrário, se $h(x) > 0$ um termo de penalidade do tipo $\frac{w}{2} \cdot [h(x)]^2$ deve ser incorporado ao problema de minimização. Logo, a idéia do método das penalidades é penalizar somente as restrições que estão sendo violadas, com o objetivo de forçar a convergência para um ponto factível, onde todas as restrições são satisfeitas.

Desta forma o problema irrestrito utilizando o MFP pode ser obtido da seguinte maneira:

$$\min f(\mathbf{x}) + \frac{w_i}{2} \cdot [g(\mathbf{x})]^2 + \frac{w_d}{2} \cdot [\max\{0, h(\mathbf{x})\}]^2 \quad (3.5)$$

onde w_i e w_d são os parâmetros de penalidade positivos, de igualdade e de desigualdade respectivamente. Esses parâmetros crescem a cada iteração, garantindo uma convexidade local para o problema.

De uma maneira simplificada, o problema penalizado pode ser definido da seguinte forma:

$$\min f(\mathbf{x}) + p(\mathbf{x}) \quad (3.6)$$

onde:

$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{w_i}{2} \cdot [g(\mathbf{x})]^2 & \text{para restrições de igualdade} \\ \frac{w_d}{2} \cdot [\max\{0, h(\mathbf{x})\}]^2 & \text{para restrições de desigualdade} \end{cases} \quad (3.7)$$

Os parâmetros de penalidade são atualizados a cada iteração através de um parâmetro $\beta > 1$, isto é, $w^{k+1} = \beta \cdot w^k$.

Pode-se observar que na solução ótima, as restrições de igualdades são nulas, zerando o segundo termo da equação (3.5) e as restrições de desigualdades são satisfeitas, ou seja, são menores que zero não sendo penalizadas ou podem ser ativas ($h(\mathbf{x}) = 0$) na solução, zerando a última parcela da equação (3.5). Dessa forma no ponto ótimo, a solução do problema penalizado é igual à solução do problema original.

O método da função penalidade apresenta a característica de mesmo na presença de um *gap* de dualidade obter a solução ótima do problema. Essa característica pode ser observada na Figura 3.

FIGURA 3 - Interpretação geométrica da função penalidade quadrática

Na Figura 3, de acordo com o crescimento do valor do parâmetro de penalidade (w), a abertura da parábola torna-se mais fechada e se aproxima da interseção entre o eixo $f(x)$ e a região factível, ou seja, se aproxima da solução ótima do problema, mesmo na presença de um *gap* de dualidade.

3.4.1) O PARÂMETRO DE PENALIDADE w

Como pôde-se observar no problema irrestrito (3.5), a penalidade quadrática está associada à função objetivo através do parâmetro de penalidade w . Para ilustrar a convergência de um problema penalizado através do seu parâmetro w , considere o problema (3.8), como apresentado em BAZARAA et al. (1993).

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & x \\ \text{s. a} & -x + 2 \leq 0 \end{array} \quad (3.8)$$

Então,

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \geq 2 \\ \frac{w}{2} \cdot (-x + 2)^2 & \text{se } x < 2 \end{cases} \quad (3.9)$$

As Figuras 4 e 5 mostram os gráficos da função auxiliar $(f + p(x))$ e da função penalidade $p(x)$ respectivamente. Pode-se observar que o mínimo da função auxiliar ocorre no ponto $2 - (1/w)$ e aproxima-se do ponto mínimo $x^* = 2$ do problema original quando w tende para ∞ .

FIGURA 4 - Função auxiliar

FIGURA 5 - Função penalidade

O parâmetro w é utilizado para penalizar a função objetivo quando uma restrição é violada. O valor de w é aumentado a cada iteração por um parâmetro $\beta > 1$. De acordo com o aumento do parâmetro w , a abertura da parábola nas Figuras 4 e 5 vai se tornando cada vez menor em torno da solução ótima do problema.

3.4.2) ALGORITMO DO MÉTODO DA FUNÇÃO PENALIDADE

O algoritmo de um problema de otimização utilizando a função penalidade é dado a seguir:

inicialização :

montar o problema penalizado

determinar a precisão: $\rightarrow \xi$

escolher $\mathbf{x}^0$: (ponto inicial)

escolher w^0 : (parâmetro de penalidade inicial)

escolher β : (multiplicador do parâmetro de penalidade)

$k \leftarrow 0$

processo iterativo :

primeira minimização:

achar a solução $\mathbf{x}^{k+1}$ para $\mathbf{x}^k, w^k$

minimização sucessiva:

enquanto $p(\mathbf{x}^{k+1}) \geq \xi$

faça:

$$w_{k+1} \leftarrow \beta \cdot w_k$$

$$k \leftarrow k + 1$$

Resolver $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$: (achar a solução $\mathbf{x}^{k+1}$ para $\mathbf{x}^k, w^k$)

fim enquanto

fim - minimização

mostrar solução ótima $\mathbf{x}^k$

fim - processo iterativo

O MFP geralmente está associado ao método de Newton na solução do problema de PNL.

3.5) O MÉTODO DE NEWTON

O método de Newton que é apresentado nesta seção, tem por base a solução simultânea das condições de otimalidade, onde se determinam todas as variáveis desconhecidas do problema a cada iteração, através da minimização de uma aproximação quadrática da função Lagrangeana conforme LUENBERGER (1984).

Para o problema de PNL representado em (3.1), a função Lagrangeana associada a esse problema é dada por:

$$L(\lambda, x) = f(x) + \lambda^T \cdot g(x) + p(x) \quad (3.10)$$

onde:

λ : é o vetor dos multiplicador de Lagrange;

$f(x)$: função objetivo;

$g(x)$: conjunto das restrições de igualdade;

$p(x)$: função penalidade quadrática para as restrições de desigualdades.

O problema transformado (3.10) é composto pela função objetivo, pelo conjunto das restrições de igualdade associadas aos multiplicadores de Lagrange e pelas restrições de desigualdade associadas através de parâmetros de penalidade.

O objetivo é encontrar os valores de x e λ tal que o gradiente da função Lagrangeana em relação a essas variáveis seja nulo e dessa forma satisfaz-se as condições de otimalidade (3.11).

$$\begin{aligned}\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L} &= \mathbf{0} \\ \nabla_{\lambda} \mathbf{L} &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{3.11}$$

onde:

$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L}$: é o gradiente da função Lagrangeana em relação as variáveis $\mathbf{x}$;

$\nabla_{\lambda} \mathbf{L}$: é o gradiente da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange (λ).

A equação (3.11) pode ser expressa na seguinte forma:

$$\begin{aligned}\nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + \lambda^T \cdot \nabla_{\mathbf{x}} g(\mathbf{x}) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{p}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\ g(\mathbf{x}) &= 0\end{aligned}\tag{3.12}$$

Aplicando a expansão em série de Taylor até 1ª ordem na equação (3.12) tem-se que:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) + \nabla_{\mathbf{x}}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \mathbf{x} + \nabla_{\mathbf{x}\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \lambda = \mathbf{0}\tag{3.13}$$

$$\nabla_{\lambda} \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) + \nabla_{\mathbf{x}\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \mathbf{x} + \nabla_{\lambda}^2 \mathbf{L}(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \cdot \Delta \lambda = 0\tag{3.14}$$

onde:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k &= \Delta \mathbf{x} \\ \lambda_{k+1} - \lambda_k &= \Delta \lambda\end{aligned}\tag{3.15}$$

De (3.13) e de (3.14) obtém-se respectivamente:

$$\begin{aligned} & \nabla_x f(\mathbf{x}_k) + \lambda_k \cdot \nabla_x g(\mathbf{x}_k) + \nabla_x p(\mathbf{x}_k) + \\ & + \left[\nabla_x^2 f(\mathbf{x}_k) + \lambda_k \cdot \nabla_x^2 g(\mathbf{x}_k) + \nabla_x^2 p(\mathbf{x}_k) \right] \cdot \Delta \mathbf{x} + \nabla_x g(\mathbf{x}_k) \cdot \Delta \lambda = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$g(\mathbf{x}_k) + \nabla_x g(\mathbf{x}_k) \cdot \Delta \mathbf{x} + 0 \cdot \Delta \lambda = 0 \quad \therefore \quad \nabla_x g(\mathbf{x}_k) \cdot \Delta \mathbf{x} = -g(\mathbf{x}_k) \quad (3.17)$$

Das equações (3.16) e (3.17) pode-se obter a forma matricial do método de Newton.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \nabla_x^2 f(\mathbf{x}_k) + \lambda^T \cdot \nabla_x^2 g(\mathbf{x}_k) + \nabla_x^2 p(\mathbf{x}) & \nabla_x g(\mathbf{x}_k)^T \\ \nabla_x g(\mathbf{x}_k) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \\ & = - \begin{bmatrix} \nabla_x f(\mathbf{x}_k) + \lambda^T \cdot \nabla_x g(\mathbf{x}_k) + \nabla_x p(\mathbf{x}) \\ g(\mathbf{x}_k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pode-se reescrever (3.18) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{J}^t \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

O sistema representado em (3.19) é a forma matricial clássica do método de Newton, utilizada por SUN et al. (1984), MARIA & FINDLAY (1987), SANTOS et al. (1988), MONTICELLI & LIU (1992) e COSTA et al. (1996) na solução do FPO. Porém, se $\Delta\lambda$ for substituído por $\lambda_{k+1} - \lambda_k$ em (3.16) obtém-se uma nova forma matricial que foi utilizada neste trabalho.

$$\begin{bmatrix} \nabla_x^2 f(x_k) + \lambda^T \cdot \nabla_x^2 g(x_k) + \nabla_x^2 p(x_k) & \nabla_x g(x_k)^T \\ \nabla_x g(x_k) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda_{k+1} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x f(x_k) + \nabla_x p(x_k) \\ g(x_k) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Pode-se reescrever (3.20) como mostrado em (3.21).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{J}^t \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x f(x) + \nabla_x p(x) \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

onde:

$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2}$: é a submatriz das derivadas segunda em relação a x , chamada Hessiana;

$\frac{\partial^2 L}{\partial \lambda \partial x} = \frac{\partial g}{\partial x}$; $\mathbf{J} = \frac{\partial g}{\partial x}$: é a submatriz das derivadas primeira em relação a x , chamada Jacobiana.

O sistema (3.21) pode ser simplificado da seguinte forma:

$$\mathbf{W} \cdot \mathbf{d} = -\mathbf{b} \quad (3.22)$$

onde:

W: é a matriz Lagrangeana;

d: é o vetor de correção de variável **x** e do multiplicador de Lagrange λ , já atualizados;

b: vetor formado pelo gradiente da função objetivo e da função penalidade e pelo gradiente da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange.

Comparando os sistemas (3.18) e (3.20) pode-se observar que em (3.20) existe um número menor de cálculos uma vez que o gradiente em relação a **x** é calculado somente para a função objetivo e função penalidade e não para a função Lagrangeana como em (3.18). Outra vantagem de se utilizar o sistema (3.20) é que não é necessário fazer a atualização do vetor dos multiplicadores de Lagrange, pois uma vez solucionado o sistema (3.22), o vetor λ já está atualizado. Portanto a utilização do sistema (3.20) reduz o número de cálculos na solução do problema o que representa um ganho no tempo de processamento, principalmente para problemas de grande porte.

Após resolvido o sistema linear em (3.22), o vetor de variável **x** é atualizado como:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x} \quad (3.23)$$

O processo é repetido iterativamente até que as condições de Karush-Kuhn-Tucker sejam satisfeitas.

As seguintes condições devem existir para um ponto de mínimo:

1 - As restrições de desigualdades estejam todas satisfeitas.

2 - O gradiente da função Lagrangeana seja aproximadamente zero.

3 - A projeção da matriz Lagrangeana na região factível seja definida positiva.

Apesar dessas condições garantirem que o ponto estacionário é um mínimo, elas não garantem que o ponto seja um mínimo global, pois as condições citadas representam somente as condições necessárias de otimalidade, uma vez que a convexidade do problema não está garantida.

3.6) EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA FUNÇÃO PENALIDADE E DO MÉTODO DE NEWTON

Para exemplificar o comportamento da abordagem de Newton juntamente com o método da penalidade resolveu-se o seguinte problema não-linear:

$$\text{minimizar } (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2$$

$$\text{s. a } \begin{cases} 4 - \frac{2}{3}x_1 - x_2 = 0 \\ x_1 \geq 2 \\ x_2 \geq 1 \end{cases} \quad (3.24)$$

$$x \in \mathbb{R}^2$$

A função Lagrangeana para o problema (3.24) é da seguinte forma:

$$\begin{aligned} L(\lambda, x_1, x_2) = & (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2 + \lambda \cdot (4 - \frac{2}{3}x_1 - x_2) + \\ & + \begin{cases} \frac{w_1}{2} \cdot (-x_1 + 2)^2 & \text{se } x_1 < 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} + \begin{cases} \frac{w_2}{2} \cdot (-x_2 + 1)^2 & \text{se } x_2 < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Aplicando o método de Newton na sua forma matricial (3.21) para ponto inicial infactível e factível obteve-se os resultados mostrados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Ponto inicial infactível:

$$x_1 = 0.00$$

$$x_2 = 0.00$$

$$\lambda = 1.00$$

TABELA 1 - Tabela de convergência para ponto inicial infactível

Iteração	x1	x2	λ	w ₁	w ₂	f. objetivo
0	0,0000	0,0000	1,0000	1	1	45,0000
1	3,9999	1,3333	-2,9999	0	0	6,7777
2	4,6153	0,9230	-4,1538	0	100	6,2307
3	4,5070	0,9953	-4,4788	0	1000	6,2477
4	4,5007	0,9995	-4,4977	0	10000	6,2497
5	4,5000	0,9999	-4,4997	0	100000	6,2499

Ponto inicial factível:

$$x_1 = 3,00$$

$$x_2 = 2,00$$

$$\lambda = 1,0$$

TABELA 2- Tabela de convergência para ponto inicial factível

Iteração	x1	x2	λ	w ₁	w ₂	f. objetivo
0	3,0000	2,0000	1,0000	0	0	10,0000
1	4,6153	0,9230	-4,1538	0	10	6,2307
2	4,5454	0,9696	-4,3636	0	100	6,2378
3	4,5070	0,9953	-4,4788	0	1000	6,2477
4	4,5007	0,9995	-4,4977	0	10000	6,2497
5	4,5000	0,9999	-4,4997	0	100000	6,2499

Como pode-se observar nas Tabelas 1 e 2, tanto para o ponto inicial factível como para o infactível, o método utilizando a função penalidade quadrática caminha pela região infactível na direção da solução do problema.

As Figuras 6 e 7 mostram a convergência do exemplo (3.23) para ponto inicial infactível e factível respectivamente.

FIGURA 6 - Solução gráfica para o problema

FIGURA 7 - Convergência para ponto inicial factível e infactível

O método da função penalidade foi aplicado na solução do problema de FPO por SASSON et al. (1973), onde as restrições de igualdade e desigualdade eram penalizadas quando da sua violação. Este método apresenta um inconveniente que é o mal-condicionamento da matriz Lagrangeana devido a tendência do parâmetro de penalidade se tornar um valor muito grande.

3.7) MAL-CONDICIONAMENTO DA MATRIZ LAGRANGEANA

O mal-condicionamento da matriz Lagrangeana pode ser caracterizado por um elemento com valor muito elevado na diagonal principal em relação aos outros elementos da matriz.

Para caracterizar a influência desse valor muito grande seja o seguinte exemplo:

$$[A][\Delta x] = [x]$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 10000 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.3 \\ 2.3 \\ 1.9 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta x] = [A]^{-1} \cdot [x]$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.15006 & 0.51E-4 & 0.14994 & -0.19962 \\ 0.51E-4 & 0.00101 & 2.51E-4 & -0.00151 \\ 0.14994 & 2.51E-4 & -0.34994 & 0.29962 \\ -0.19962 & -0.00151 & 0.29962 & 0.10226 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.3 \\ 2.3 \\ 1.9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.34004 \\ -1.6E-4 \\ 0.13995 \\ 0.38024 \end{bmatrix}$$

Como se pode observar no vetor Δx , o elemento Δx_2 é praticamente zero (-0.00016). Isso é exatamente o que ocorre quando da existência de um elemento com valor muito grande na diagonal principal de uma matriz. Essa característica é conhecida como mal condicionamento da matriz. O método da função penalidade tende conduzir a matriz Lagrangeana para essa característica. Quando isso ocorre, a respectiva variável praticamente fica fora do processo de convergência, não tendo o seu valor melhorado.

O mal-condicionamento da matriz Lagrangeana é causado pelo parâmetro w que tem influência na diagonal principal da variável que está sendo penalizada. Esse parâmetro é multiplicado pelo parâmetro β a cada iteração, tornando-se cada vez maior.

CAPÍTULO 4

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO ABORDAGEM DE NEWTON E FUNÇÃO PENALIDADE

4.1) INTRODUÇÃO

O estudo do fluxo de potência (FP), também chamado de fluxo de carga, pode ser considerado como o estudo realizado mais freqüentemente em sistemas elétricos de potência (SEP). Esse estudo é realizado nas fases de: planejamento da expansão, planejamento da operação e operação do SEP, entre outras fases.

O objetivo do estudo do fluxo de potência é determinar o estado do sistema elétrico quando este opera em regime permanente sob uma determinada condição de carga. O FP fornece o ponto de operação do sistema, ou seja, as magnitudes das tensões e ângulos de fase nas barras do sistema e outros valores tais como dos *tap*'s dos transformadores. De posse desses valores pode-se calcular: o fluxo de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, as perdas nas linhas de transmissão, as gerações de potências ativa e reativa.

Para obtermos o estado de operação de um SEP é necessário resolver um sistema de equações algébricas não-lineares que representam a modelagem do FP.

4.2) MODELAGEM DO FLUXO DE POTÊNCIA

A modelagem do problema de FP, como mostrado por MONTICELLI (1983), atribui 4 variáveis em cada barra da rede elétrica. São elas:

P_k - potência ativa da barra k .

Q_k - potência reativa da barra k .

V_k - magnitude da tensão da barra k .

θ_k - ângulo de fase da tensão da barra k .

Somente duas das variáveis em cada barra são conhecidas a priori, sendo que através da solução do FP obtém-se as duas restantes.

Para o desenvolvimento do problema de FP se fazem necessárias algumas suposições e aproximações.

Suposições e aproximações:

1) as cargas ativas e reativas nas barras do sistema são consideradas constantes e não sofrem qualquer variação devido às pequenas oscilações na tensão.

2) considera-se que a rede elétrica opera de maneira equilibrada em suas três fases, podendo-se utilizar a representação unifilar.

3) os elementos passivos do sistema são representados como parâmetros concentrados.

Tipos de barras:

1) Barra de referência θV também conhecida como barra *swing* ou *slack* - barra onde a magnitude da tensão é mantida fixa e o ângulo de fase é considerado a referência angular para a rede elétrica, geralmente fixado em 0° .

2) Barra de tensão controlada ou barra PV - nessa barra a potência ativa é especificada e a magnitude da tensão é mantida fixa pela injeção de potência reativa.

3) Barra de carga ou barra PQ - nessa barra as potências ativa e reativa demandadas são especificadas.

Como pode-se observar, cada barra possui duas variáveis desconhecidas que devem ser calculadas: na barra *swing* as potências ativa e reativa, na barra PV a potência reativa e o ângulo de fase e na barra PQ a tensão e o ângulo.

O equacionamento do problema de FP é feito com base no equilíbrio de potência em cada barra, ou seja, através do princípio de conservação das potências ativa e reativa nas barras.

As equações do FP são dadas por:

$$\Delta P = P_k^{\text{esp}} - P_k(V, \theta) = 0 \quad (4.1)$$

$$\Delta Q = Q_k^{\text{esp}} - Q_k(V, \theta) = 0 \quad (4.2)$$

$$P_k^{\text{eps}} = P_k^G - P_k^D \quad (4.3)$$

$$Q_k^{\text{eps}} = Q_k^G - Q_k^D \quad (4.4)$$

$$P_k(V, \theta) = \sum V_k \cdot V_m \cdot [G_{km} \cdot \cos(\theta_{km}) + B_{km} \cdot \sin(\theta_{km})] \quad (4.5)$$

$$Q_k(V, \theta) = \sum V_k \cdot V_m \cdot [G_{km} \cdot \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cdot \cos(\theta_{km})] \quad (4.6)$$

onde: G_{km} e B_{km} são elementos da matriz admitância.

Para a solução das equações algébricas não-lineares (4.1) e (4.2) é necessária a utilização de métodos iterativos dentre os quais podem-se destacar os métodos mais eficientes como o método de Gauss-Seidel e o método de Newton-Raphson e suas variações, tais como: desacoplado, desacoplado rápido, como apresentados em MONTICELLI (1983). O método de Gauss-Seidel é muito utilizado na determinação do ponto inicial do método de Newton-Raphson, o qual é um método bastante utilizado para resolver o FP por apresentar uma rápida convergência para a solução do problema.

Para a solução do problema de FP pelo método de Newton é necessário montar o sistema linear mostrado em (4.7).

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

O sistema em (4.7) pode ser simplificado da seguinte forma.

$$\mathbf{J} \cdot \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} \quad (4.8)$$

onde $\mathbf{J}$ é a matriz Jacobiana que corresponde a matriz das derivadas primeira em relação às variáveis θ e $\mathbf{V}$.

Após resolver o sistema (4.7), as variáveis θ e $\mathbf{V}$ são atualizadas da seguinte forma:

$$\theta^{k+1} = \theta^k + \Delta \theta \quad (4.9a)$$

$$\mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \Delta \mathbf{V} \quad (4.9b)$$

onde:

k: número de iterações

A solução do FP é alcançada quando $\Delta \mathbf{P}$ e $\Delta \mathbf{Q}$ apresentam valores menores que uma tolerância ξ previamente determinada. Essa solução pode apresentar níveis de tensão que podem ficar fora dos limites aceitáveis na operação de um SEP. Quando uma solução fora dos limites é encontrada, o operador do SEP deve realizar ajustes nas variáveis de controle tais como *tap's* e ou injeções de potência reativa, com o objetivo de obter uma solução dentro dos limites pré-estabelecidos. Após esses ajustes, o cálculo do FP é realizado novamente. Esse ajuste é feito até que uma solução aceitável seja obtida, caracterizando um processo de tentativa e erro. O processo de tentativa e erro pode ser evitado através da utilização da otimização no problema de fluxo de potência. O FP otimizado, minimiza uma função objetivo e ajusta de maneira ótima as variáveis do sistema, apresentando uma solução que satisfaz as equações (4.1) e (4.2) e ao mesmo tempo, mantém as variáveis dentro dos seus limites. Esse processo de otimização é chamado problema de fluxo de potência ótimo.

4.3) O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO (FPO)

O fluxo de potência ótimo (FPO) pode ser caracterizado como um problema de otimização estático, não-linear, não-convexo e de grande porte, que tem como objetivo o ajuste ótimo das variáveis de controle, para uma determinada condição de carga e parâmetros do sistema.

Geralmente o FPO apresenta uma função objetivo e algumas restrições não-convexas. O problema de FPO pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{x}) \\ \text{s. a} & \begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ h(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \end{array} \quad (4.10)$$

onde:

$f(\mathbf{x})$: é a função objetivo, que pode ser as perdas ativas totais do sistema de transmissão, o custo total da geração ou qualquer função que caracteriza um desempenho do sistema;

$g(\mathbf{x})$: vetor das restrições de igualdade que são as equações de balanço do fluxo de potência;

$h(\mathbf{x})$: vetor das restrições de desigualdade, que são os limites das tensões nas barras do sistema, limites dos *tap*'s dos transformadores, limites das restrições funcionais, tais como limite do fluxo nas linhas de transmissão, limites de injeção de potência reativa nas barras de controle de reativo;

$\mathbf{x}$: é o vetor das variáveis de controle e de estado, formado basicamente pelas tensões nas barras de geração, tensões nas barras de carga, *tap*'s dos transformadores e os ângulos de fase para as barras do sistema, exceto para a barra *slack*.

Para a solução do problema (4.10) muitas técnicas tem sido aplicadas desde que Carpentier formulou o problema de FPO. Nosso estudo resolverá o problema pelo método de Newton-Lagrangeano, que apesar de seus problemas comentados por MONTICELLI & LIU (1992), ainda é considerado muito eficiente para a resolução do problema de FPO.

4.4) FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE FPO

O problema de FPO a ser resolvido neste trabalho, é formulado como mostrado em (4.11):

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(\mathbf{x}) \\ &\text{s. a } \begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{h}^{\max} \\ \mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde:

$f(\mathbf{x})$: perdas de potência ativa na linha transmissão;

$g(\mathbf{x})$: conjunto das restrições de igualdade, formado pelas equações de fluxo de potência (4.1) e (4.2);

$h(\mathbf{x})$: restrições funcionais de desigualdade que representam as injeções de potência reativa nas barras de controle de reativo, dada pela equação (4.6);

$\mathbf{x}$: variáveis do sistema, *tap* do transformador, tensão e ângulo de fase. A variável ângulo de fase é considerada irrestrita.

Esta formulação recai no caso (c), definido no capítulo 3, onde tem-se uma função objetivo não-linear e restrições não-lineares, considerado o pior caso a ser resolvido.

O problema de FPO fica da seguinte forma:

minimizar $f(t, V, \theta)$

$$\text{s. a } \begin{cases} \Delta P_i(t, V, \theta) = 0 & i = 1, \dots, NB - 1 \\ \Delta Q_i(t, V, \theta) = 0 & i = 1, \dots, NB - NBC - 1 \\ Q_m^{\min} \leq Q_m(t, V, \theta) \leq Q_m^{\max} & m = 1, \dots, NBCR \\ t_k^{\min} \leq t_k \leq t_k^{\max} & k = 1, \dots, NT \\ V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max} & k = 1, \dots, NB \end{cases} \quad (4.12)$$

onde:

NB: número de barras da rede elétrica;

NBC: número de barras de carga;

NBCR: número de barras de controle reativo;

NT: número de transformadores.

Como podemos observar no problema (4.12), o problema de FPO resolve o problema de FP, uma vez que as restrições de igualdades são as equações do fluxo de potência e otimiza uma função objetivo, a qual representa alguma característica de desempenho do sistema elétrico.

Na solução de (4.12) foi aplicado o método de Newton mostrado na seção 3.5. Para a utilização do método de Newton se faz necessário construir a função Lagrangeana que transforma o problema restrito em um problema irrestrito.

A função Lagrangeana é formada pela combinação da função objetivo com as restrições de igualdade através dos multiplicadores de Lagrange e a incorporação das restrições de desigualdades através de parâmetros de penalidade quadrática, ficando da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
L(\lambda, t, v, \theta) = & f(t, v, \theta) + \\
& + \sum_{i=1}^{NB} \lambda_{p_i} \cdot \Delta P_i(t, v, \theta) + \\
& + \sum_{i=1}^{NBC} \lambda_{qi} \cdot \Delta Q_i(t, v, \theta) + \\
& + \sum_{m=1}^{NBCR} \begin{cases} \lambda_{qm} \cdot \Delta Q_m(t, v, \theta) & \text{se } \begin{cases} Q_m > Q_m^{\max} \\ Q_m < Q_m^{\min} \end{cases} \text{ ou} \\ 0 & \text{se } Q_m^{\min} \leq Q_m \leq Q_m^{\max} \end{cases} + \\
& + \sum_{k=1}^{NT} \begin{cases} \frac{\mu_k^{\max}}{2} \cdot (t_k - t_k^{\max})^2 & \text{se } t_k > t_k^{\max} \\ 0 & \text{se } t_k \leq t_k^{\max} \end{cases} + \\
& + \sum_{k=1}^{NT} \begin{cases} \frac{\mu_k^{\min}}{2} \cdot (-t_k + t_k^{\min})^2 & \text{se } t_k < t_k^{\min} \\ 0 & \text{se } t_k \geq t_k^{\min} \end{cases} + \\
& + \sum_{k=1}^{NB} \begin{cases} \frac{\mu_k^{\max}}{2} \cdot (V_k - V_k^{\max})^2 & \text{se } V_k > V_k^{\max} \\ 0 & \text{se } V_k \leq V_k^{\max} \end{cases} + \\
& + \sum_{k=1}^{NB} \begin{cases} \frac{\mu_k^{\min}}{2} \cdot (-V_k + V_k^{\min})^2 & \text{se } V_k < V_k^{\min} \\ 0 & \text{se } V_k \geq V_k^{\min} \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

onde:

$$f(t, V, \theta) = \sum_{i=1}^{NL} g_{km} \cdot (V_k^2 + V_m^2 - 2 \cdot V_k \cdot V_m \cdot \cos(\theta_{km})) \tag{4.14}$$

NL = número de linhas de transmissão.

Como pode-se observar em (4.13) as equações de fluxo de potência foram associadas à função Lagrangeana através dos multiplicadores de Lagrange. As

restrições de desigualdades envolvendo as variáveis *tap* e tensão foram associadas através de parâmetros penalidade quadrática e a restrição de controle de reativo é tratada através do método do conjunto ativo, o qual será apresentado posteriormente.

4.5) SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FPO PELO MÉTODO DE NEWTON

O método de Newton aplicado ao problema do FPO foi proposto por SUN et al. (1984). Esta técnica serviu como base para o desenvolvimento do programa de FPO, o qual é o objetivo deste trabalho.

A idéia do método de Sun consiste na combinação do método dos multiplicadores de Lagrange, método da função penalidade quadrática e o método dos conjuntos ativos, na solução simultânea das variáveis do problema.

O método de Newton apresenta as seguintes características:

- todas as variáveis são ajustadas simultaneamente;
- as equações do fluxo de potência são resolvidas com o ajuste das variáveis do problema;
- a cada iteração o método de Newton minimiza a aproximação quadrática da função Lagrangeana;
- a penalização das violações e a redução da função objetivo são realizadas simultaneamente durante o processo de convergência.

Como pode-se observar na função Lagrangeana em (4.13), a restrição funcional de injeção de potência reativa está associada à função objetivo através de multiplicadores de Lagrange, os quais são utilizados na associação de restrições de igualdade. Logo é necessária a identificação do conjunto das restrições de injeção de potência reativa que na solução do problema são consideradas restrições de

igualdade. Essa identificação é considerada o maior desafio no desenvolvimento de algoritmos. No programa desenvolvido, as restrições de desigualdade funcionais são analisadas através do método dos conjuntos ativos que será mostrado na seção 4.6.

O desenvolvimento do método de Newton está baseado nas condições de KKT.

Aplicando as condições necessárias de otimalidade na função Lagrangeana em (4.13) obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}\nabla_t L(\lambda, t, v, \theta) &= 0 \\ \nabla_v L(\lambda, t, v, \theta) &= 0 \\ \nabla_\theta L(\lambda, t, v, \theta) &= 0 \\ \nabla_\lambda L(\lambda, t, v, \theta) &= 0\end{aligned}\tag{4.15}$$

Expansão em série de Taylor até a 1.ª ordem nas equações

Utilizando o mesmo desenvolvimento matemático aplicado no capítulo 3 na seção 3.5 obtemos a forma matricial do método de Newton.

$$\begin{bmatrix} \nabla_{(t,t)}^2 L & \nabla_{(t,v)}^2 L & \nabla_{(t,\theta)}^2 L & \nabla_{(t,\lambda)}^2 L \\ \nabla_{(v,t)}^2 L & \nabla_{(v,v)}^2 L & \nabla_{(v,\theta)}^2 L & \nabla_{(v,\lambda)}^2 L \\ \nabla_{(\theta,t)}^2 L & \nabla_{(\theta,v)}^2 L & \nabla_{(\theta,\theta)}^2 L & \nabla_{(\theta,\lambda)}^2 L \\ \nabla_{(\lambda,t)}^2 L & \nabla_{(\lambda,v)}^2 L & \nabla_{(\lambda,\theta)}^2 L & \nabla_{(\lambda,\lambda)}^2 L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta v \\ \Delta \theta \\ \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_t f \\ \nabla_v f \\ \nabla_\theta f \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix}\tag{4.16}$$

A forma matricial do método de Newton pode ser dividida em quatro submatrizes dadas por:

onde:

$$\left[\nabla_{(\lambda, \lambda)}^2 \mathbf{L} \right] = 0 \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \nabla_{(t,t)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(t,v)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(t,\theta)}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{(v,t)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(v,v)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(v,\theta)}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{(\theta,t)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(\theta,v)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(\theta,\theta)}^2 \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \nabla_{(t,\lambda)}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{(v,\lambda)}^2 \mathbf{L} \\ \nabla_{(\theta,\lambda)}^2 \mathbf{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} \\ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial v} \\ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} \nabla_{(\lambda,t)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(\lambda,v)}^2 \mathbf{L} & \nabla_{(\lambda,\theta)}^2 \mathbf{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} & \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial v} & \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

O método de Newton aplicado à função Lagrangeana caminha no sentido de encontrar uma solução onde o gradiente da função Lagrangeana é aproximadamente zero e as condições de KKT são satisfeitas através da atualização de $\mathbf{x}$ e λ a cada iteração.

4.6) MÉTODO DO CONJUNTO ATIVO

A idéia básica do método do conjunto ativo é dividir as restrições de desigualdades em dois conjuntos, conforme LUENGERGER (1984): o conjunto das restrições que devem ser tratadas como ativas (**A**) e o conjunto das restrições que devem ser tratadas como inativas (**I**). O conjunto **I** é desconsiderado pelo processo de solução devido as restrições estarem satisfeitas.

Para apresentar o método do conjunto ativo considere o seguinte problema restrito:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a} & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{array} \quad (4.21)$$

As condições de KKT para o problema (4.21) são dadas por:

$$\begin{array}{ll} \nabla f(\mathbf{x}) + \lambda \cdot \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ \lambda \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ \lambda \geq 0 \end{array} \quad (4.22)$$

Considerando a restrição de desigualdade ativa na solução, as condições de KKT podem ser expressas em termos do conjunto ativo da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\nabla f(x) + \lambda_i \cdot \nabla h_i(x) &= 0 \\
\left. \begin{aligned} h_i(x) &= 0 \\ \lambda_i &\geq 0 \end{aligned} \right\} &\quad \text{se } i \in A \\
\left. \begin{aligned} h_i(x) &< 0 \\ \lambda_i &= 0 \end{aligned} \right\} &\quad \text{se } i \notin A
\end{aligned} \tag{4.23}$$

O método do conjunto ativo no algoritmo de FPO desenvolvido, foi aplicado no controle de reativo, onde a cada iteração os limites de reativos são verificados. Caso ocorra uma violação, a restrição de desigualdade violada é considerada ativa no limite violado. Nas iterações seguintes, o sinal do multiplicador de Lagrange é analisado de acordo com as condições de KKT.

4.6.1 - ANÁLISE DO CONJUNTO ATIVO NO FPO DESENVOLVIDO

Sejam as seguintes equações:

$$Q_k = Q_k(t, V, \theta) \tag{4.24}$$

$$Q_k^{\text{esp}} = Q_k^G - Q_k^C \tag{4.25}$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{\text{esp}} - Q_k, \text{ para barras de carga.} \tag{4.26}$$

As restrições funcionais de injeção de potência reativa e as condições de KKT são dadas por:

$$Q_k^{\min} \leq Q_k \leq Q_k^{\max} \Rightarrow \begin{cases} Q_k - Q_k^{\max} \leq 0 & \text{se } Q_k > Q_k^{\max} \\ Q_k - Q_k^{\min} \geq 0 & \text{se } Q_k < Q_k^{\min} \end{cases} \xrightarrow{\text{KKT}} \begin{cases} Q_k - Q_k^{\max} = 0 \\ \lambda > 0 \\ Q_k - Q_k^{\min} = 0 \\ \lambda < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Quando uma injeção de potência reativa viola um de seus limites, esta é considerada ativa no limite violado passando a fazer parte do conjunto ativo. Logo fazendo uma relação entre as restrições funcionais ativas e as equações de FP (4.26) tem-se que:

$$\Delta Q_k = -(Q_k - Q_k^{\max}) \text{ para uma violação do limite superior.} \quad (4.28)$$

ou

$$\Delta Q_k = -(Q_k - Q_k^{\min}) \text{ para uma violação do limite inferior.} \quad (4.29)$$

Com o objetivo de aproveitar as equações desenvolvidas para ΔQ_k nas barras de carga do FPO, esse mesmo equacionamento foi utilizado quando as restrições de potência reativa são consideradas ativas devido a violação de um de seus limites. Porém, como existe um sinal negativo multiplicando as restrições de desigualdade é necessário que a análise dos multiplicadores de Lagrange seja alterada em relação à análise apresentada em (4.27). Portanto a análise levando em consideração o sinal negativo fica da seguinte forma:

$$Q_k^{\min} \leq Q_k \leq Q_k^{\max} \Rightarrow \begin{cases} -Q_k + Q_k^{\max} \geq 0 & \text{se } Q_k > Q_k^{\max} \xrightarrow{\text{KKT}} \begin{cases} Q_k - Q_k^{\max} = 0 \\ \lambda < 0 \end{cases} \\ -Q_k + Q_k^{\min} \leq 0 & \text{se } Q_k < Q_k^{\min} \xrightarrow{\text{KKT}} \begin{cases} Q_k - Q_k^{\min} = 0 \\ \lambda > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (4.30)$$

Pelas condições de KKT as restrições que devem ser removidas do conjunto **A** são identificadas pelos multiplicadores de Lagrange da seguinte forma:

- se a restrição violar o seu limite superior e o sinal do multiplicador é positivo, isso indica que a restrição não faz parte do conjunto **A**.
- se a restrição violar o seu limite inferior e o sinal do multiplicador é negativo, isso indica que a restrição não faz parte do conjunto **A**.

Para os dois casos, as restrições devem ser removidas do conjunto **A**.

4.7) APLICAÇÃO DA FUNÇÃO PENALIDADE NO PROBLEMA DE FPO

Funções de penalidades quadráticas são da maior importância no FPO baseado na abordagem de Newton pois ela apresenta uma boa eficiência em problemas não-convexos.

A função penalidade quadrática é associada à função objetivo quando a restrição viola os seus limites. Para a restrição de desigualdade $V \leq \bar{V}$, a função penalidade quadrática é caracterizada da seguinte forma:

$$p(V) = \frac{w}{2} \cdot (V - \bar{V})^2 \quad (4.31)$$

onde:

$p(V)$: função penalidade;

w : parâmetro de penalidade;

$\bar{V}$: limite superior da tensão V .

Como $p(V)$ é incorporada à função Lagrangeana, ela passa a ter influência nos cálculos da matriz W e do vetor b do sistema (3.21), e causa uma penalização se V violar o limite $\bar{V}$. Quando w tem seu valor aumentado a cada iteração, a função penalidade causa uma correção em ΔV de maneira a forçar V para o valor de seu limite superior $\bar{V}$.

A influência de $p(V)$ em W e b é da seguinte maneira:

$$\frac{\partial p(V)}{\partial V} = w \cdot (V - \bar{V}) \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial^2 p(V)}{\partial V^2} = w \quad (4.33)$$

A equação (4.32) está presente no cálculo do gradiente da função Lagrangeana e a equação (4.33) está presente na diagonal principal da matriz das derivadas segunda (matriz $[H]$ em (3.21)).

A função penalidade foi utilizada no programa de FPO nas restrições de desigualdades envolvendo os limites das variáveis *tap* e tensão.

Na próxima seção é mostrado o diagrama de blocos do algoritmo do programa de FPO.

4.8) DIAGRAMA DE BLOCOS DO MÉTODO DE NEWTON ASSOCIADO À FUNÇÃO PENALIDADE QUADRÁTICA UTILIZADO NO PROGRAMA DE FPO

A Figura 8 mostra o diagrama de blocos do FPO desenvolvido.

FIGURA 8 - Diagrama de blocos do FPO desenvolvido

4.9) ESTRUTURA DA MATRIZ LAGRANGEANA W

A matriz Lagrangeana utilizada na solução do problema de FPO foi construída elemento à elemento, sem a utilização das estruturas em blocos (4 x 4 ou 2 x 2) usadas por SUN et al. (1984), MARIA & FINDLAY (1987), MONTICELLI et al. (1992), SANTOS et al. (1988) e GRANVILLE (1994).

O arranjo da matriz Lagrangeana em estruturas de blocos, é utilizada com o objetivo de deixá-la com a mesma estrutura da matriz incidência, isto é, a mesma estrutura da matriz admitância, possibilitando dessa forma o uso de técnicas de solução e esparsidade comumente utilizadas na resolução de sistemas elétricos de potência.

A utilização de estruturas em blocos implica no rearranjo da matriz Lagrangeana em blocos semelhantes ao mostrado na Figura 9, para cada barra da rede elétrica.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial V_k \partial V_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_k \partial \theta_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_k \partial \lambda p_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_k \partial \lambda q_m} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial V_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial \theta_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial \lambda p_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta_k \partial \lambda q_m} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda p_k \partial V_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda p_k \partial \theta_m} & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda q_k \partial V_m} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda q_k \partial \theta_m} & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} H & H & J & J \\ H & H & J & J \\ J & J & 0 & 0 \\ J & J & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

FIGURA 9 - Estrutura em blocos 4 x 4 da matriz Lagrangeana

A resolução de sistemas envolvendo blocos, implica em operações de inversão e multiplicação envolvendo matrizes, que são computacionalmente onerosas, como demonstrado por LANGONA (1994).

Neste trabalho foi utilizada a matriz Lagrangeana construída elemento à elemento e para a solução do sistema (4.16) foi utilizada uma subrotina que explora a característica esparsa da matriz $\mathbf{W}$. A dimensão (N) da matriz Lagrangeana é dada por:

$$N = NT + 4 \cdot NB - 3 \quad (4.34)$$

A matriz $\mathbf{H}$ (4.18) utilizada pelo método de Newton apresenta as características de esparsidade da matriz admitância $\mathbf{Y}_{bus}$, matriz admitância, onde essa só tem elementos diferentes de zero na diagonal principal e nas posições onde existe uma ligação física entre as barras, ou seja, a estrutura da matriz $\mathbf{H}$ depende da topologia da rede. A matriz $\mathbf{J}$ (4.19) também apresenta as características de esparsidade citadas.

A matriz Lagrangeana foi calculada elemento à elemento como mostrado em (4.13). Para mostrar a estrutura da matriz Lagrangeana vamos tomar como exemplo o sistema de 3 barras mostrado na Figura 10.

FIGURA 10 - Sistema 3 barras

A Figura 11 mostra a matriz Lagrangeana para o sistema de três barras.

$$[W] = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & \lambda_{p3} & \lambda_{q1} & \lambda_{q2} & \lambda_{q3} \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \lambda_{p1} \\ \lambda_{p2} \\ \lambda_{p3} \\ \lambda_{q1} \\ \lambda_{q2} \\ \lambda_{q3} \end{matrix} & \begin{bmatrix} H & & H & H & & H & J & & J & J & & J \\ & H & H & & H & H & & J & J & & J & J \\ H & H & H & H & H & H & J & J & J & J & J & J \\ H & & H & \infty & & H & J & & J & J & & J \\ & H & H & & H & H & & J & J & & J & J \\ H & H & H & H & H & H & J & J & J & J & J & J \\ J & & J & J & & J & \infty & & & & & \\ & J & J & & J & J & & & & & & \\ J & J & J & J & J & J & & & & & & \\ J & & J & J & & J & & & \infty & & & \\ & J & J & & J & J & & & & & & \\ J & J & J & J & J & J & & & & & & \end{bmatrix} \end{matrix}$$

FIGURA 11 - Estrutura da Matriz Lagrangeana para o caso de 3 barras

Como pode-se observar na Figura 11, a matriz Lagrangeana apresenta alguns elementos infinitos que são utilizados para eliminar a influência da linha e coluna do respectivo elemento da matriz. Quando uma restrição é removida do conjunto A , o algoritmo assume um valor infinito na diagonal principal correspondente a restrição removida e o multiplicador de Lagrange correspondente a esta restrição assume o valor nulo. Nas iterações seguintes o valor infinito na diagonal evita a atualização do multiplicador de Lagrange, fazendo com que a equação não influencie no processo de solução.

Os elementos nulos da matriz W são decorrentes da derivada segunda em relação aos multiplicadores de Lagrange ou devido a inexistência de ligação física entre as barras do sistema.

A matriz H apresenta a mesma estrutura de esparsidade da matriz J . Essa característica de esparsidade deve ser explorada pelo método utilizado na solução do sistema do tipo $W \cdot d = -b$. Para a solução desse sistema não é indicada a inversão da matriz W devido a sua inversa ser uma matriz cheia perdendo a sua esparsidade.

4.10) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional, foi realizada em linguagem C, sendo que o programa foi desenvolvido em uma estação de trabalho do tipo SUN SPARC STATION 20, do Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica (LSEE) do Departamento de Engenharia Elétrica (DEE) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP).

As seguintes subrotinas foram desenvolvidas.

TABELA 3 - Subrotinas do FPO desenvolvido

penal_fpo
variáveis.c
leitura.c
inicializa.c
topologia.c
gradiente_L.c
m_Lagrang.c
ma28_f.c
parâmetros_pp.c
saída.c

variáveis.c: declaração das variáveis e constantes a serem utilizadas pelas demais subrotinas. Todas as variáveis a serem utilizadas pelas subrotinas foram declaradas como dados globais.

leitura.c: subrotina que faz a leitura do banco de dados, os quais devem estar no formato padrão PECO.

inicializa.c: subrotina que inicializa as variáveis.

topologia.c: subrotina que descreve a topologia da sistema elétrico, isto é, as ligações existentes entre as barras. Esta subrotina é de fundamental importância para montar o vetor gradiente e a matriz Lagrangeana.

gradiente_L.c: subrotina que constrói o vetor gradiente da função Lagrangeana.

m_Lagrang.c: subrotina que constrói a matriz Lagrangeana, calculando as derivadas segunda como mostrado em (4.12)

ma28_f.c: subrotina que faz a *linkagem* do programa em linguagem C com as subrotinas ma28ad.f e ma28cd.f em linguagem Fortran. As subrotinas em Fortran são responsáveis por resolver o sistema $\mathbf{W} \cdot \mathbf{d} = -\mathbf{b}$ do método de Newton.

parâmetros_pp: subrotina que verifica se as restrições penalizadas estão sendo violadas e atualiza os parâmetros de penalidade a cada iteração.

saída.c: subrotina responsável por montar o arquivo de saída contendo os resultados obtidos pelo programa.

4.11) A SUBROTINA ma28.f

Na solução do problema de FPO a equação $\mathbf{W} \cdot \mathbf{d} = -\mathbf{g}$ deve ser resolvida muitas vezes. Logo, técnicas de esparsidade devem ser aplicadas na solução desse sistema.

Para a solução do sistema (4.16), foi utilizada a subrotina ma28.f, a qual foi desenvolvida pelo Grupo de Algoritmos Numéricos do Laboratório de Harwell do United Kingdom Atomic Energy Authority para soluções de problemas lineares esparsos utilizando uma variante da Eliminação de Gauss para sistemas esparsos conforme NUMERICAL ALGORITHMS GROUP AT HARWELL LABORATORY OF THE UNITED KINGDOM ATOMIC ENERGY AUTHORITY, (1988).

Os parâmetros de entrada da subrotina são:

a: vetor contendo os elementos diferentes de zero da matriz Lagrangeana;

irn: vetor contendo a posição das linha dos elementos diferentes de zero;

icn: vetor contendo a posição das colunas dos elementos diferentes de zero;

x: vetor contendo os elementos do vetor gradiente; após a solução do sistema linear o vetor **x** retorna da subrotina **ma28.f** com os elementos do vetor correção **d** do sistema $\mathbf{W} \cdot \mathbf{d} = -\mathbf{b}$.

4.11.1) EXEMPLO DO USO DA SUBROTINA **ma28.f**

Para exemplificar o uso da subrotina **ma28**, seja o seguinte sistema linear.

$$\mathbf{W} \cdot \Delta \mathbf{x} = \mathbf{b}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Conhecendo o sistema monta-se os seguintes vetores com os elementos diferentes de zero da matriz:

a	icn	irn	x
2	1	1	2
5	1	2	1
4	1	4	5
1	2	1	3
4	2	2	
2	2	3	
3	3	2	
4	3	3	
3	3	4	
3	4	1	
3	4	3	

Os vetores **a**, **icn**, **irn** e **x** são enviados para a subrotina **ma28.f** que após realizar as suas operações retorna a solução do sistema no vetor **x**.

x
0,0659
-0,5164
0,9120
0,7948

CAPÍTULO 5

TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os testes e resultados obtidos da aplicação do método de Penalidade no problema de FPO. Foram estudados 4 sistemas (3, 14, 30 e 118 barras).

5.1) INTRODUÇÃO

Para comprovar a eficiência do método da função penalidade e de Newton aplicados ao problema de FPO desenvolvido neste trabalho, 4 casos foram considerados (3 barras, AEP14, AEP30 e IEEE 118).

Nos 4 casos o FPO é resolvido para função objetivo perdas de potência ativa nas linhas de transmissão tendo com restrições de igualdade as equações do FP e restrições de desigualdades as variáveis *tap*, tensão e a restrição funcional de injeção de reativo das barras de controle de reativo.

5.2) CASO 1 - 3 BARRAS

FIGURA 12 - Sistema de 3 barras

O sistema de 3 barras utilizado por DOMMEL & TINNEY (1968) e mostrado na Figura 12, apresenta as seguintes características.

- 1 barra de geração (*swing*) - barra 1;
- 1 barra de controle de reativo - barra 2;
- 1 barra de carga - barra 3;
- 2 linhas de transmissão.

A matriz Lagrangeana assim como os valores dos parâmetros de penalidade e multiplicadores de Lagrange são apresentados no sumário dos cálculos a cada iteração.

5.2.1) SUMÁRIO DOS CÁLCULOS

O estado inicial do sistema de 3 barras assim como os limites utilizados para o nível de tensão e fonte de reativo estão mostrados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente.

TABELA 4 - Estado inicial do sistema de 3 barras

Barra					
barra	tipo	V(pu)	ang(°)	P(MW)	Q(MVA _r)
1	SL	1,00	0,0	0,0	0,0
2	CR	1,00	-3,0	170,0	-200,0
3	CG	1,00	-5,0	0,0	-100,0

função objetivo = 4,14 MW

TABELA 5 - Tabela dos limites para o caso de 3 barra

	$V_{\min}$	$V_{\max}$	$Q_{\min}$	$Q_{\max}$
barra 1	1,00	1,10	-9999	9999
barra 2	1,00	1,20	-9999	9999
barra 3	1,00	1,00	****	****

O parâmetro de penalidade w e o fator de crescimento β são inicializados nos seguintes valores .

$$w = 600 \text{ e } \beta = 3$$

iteração 1

[W] =

8.0001	0.0000	-40.8569	-0.2815	0.0000	0.2815	-4.6171	0.0000	4.0115	-5.5473	0.0000	4.7904
0.0000	84.8300	-99.1873	0.0000	0.4164	-0.4164	0.0000	-5.9505	4.8981	0.0000	-11.9298	9.2986
-40.8569	-99.1873	786.2355	-0.3033	0.4703	-0.1670	4.0862	3.2367	-5.7593	5.3491	11.4198	-13.6117
-0.2815	0.0000	-0.3033	infinito	0.0000	-41.9109	-5.2197	0.0000	5.0358	3.9873	0.0000	-4.2171
0.0000	0.4164	0.4703	0.0000	106.6635	-106.6635	0.0000	-11.1433	10.2475	0.0000	3.1583	-5.3979
0.2815	-0.4164	-0.1670	-41.9109	-106.6635	148.5744	5.2197	11.1433	-15.2834	-3.9873	-3.1583	9.6150
-4.6171	0.0000	4.0862	-5.2197	0.0000	5.2197	infinito	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-5.9505	3.2367	0.0000	-11.1433	11.1433	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.0115	4.8981	-5.7593	5.0358	10.2475	-15.2834	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-5.5473	0.0000	5.3491	3.9873	0.0000	-3.9873	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000	0.0000
0.0000	-11.9298	11.4198	0.0000	3.1583	-3.1583	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000
4.7904	9.2986	-13.6117	-4.2171	-5.3979	9.6150	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Barra							
barra	tipo	V(pu)	w	P(MW)	λ_p	Q(MVAr)	λ_q
1	SL	1,0720	0,0	42,87	*****	29,35	****
2	CR	1,1237	0,0	169,81	0,0379	100,01	0,0566
3	CG	0,9998	600,0	-199,7	0,0033	-99,98	0,0411

função objetivo = 12.8976 MW

iteração 2

[W] =

8.0001	0.0000	-7.7828	0.0241	0.0000	-0.0241	-4.6879	0.0000	4.1086	-5.6338	0.0000	4.9097
0.0000	6.5652	-6.8527	0.0000	0.4009	-0.4009	0.0000	-6.0059	4.9753	0.0000	-12.1269	9.5503
-7.7828	-6.8527	1814.714	0.0258	0.4505	-0.4764	4.1687	3.3531	-6.0005	5.4533	11.6288	-13.9975
0.0241	0.0000	0.0258	infinito	0.0000	-8.3415	-5.4523	0.0000	5.2632	4.1680	0.0000	-4.4044
0.0000	0.4009	0.4505	0.0000	7.6989	-7.6989	0.0000	-11.6267	10.7315	0.0000	3.3525	-5.5906
-0.0241	-0.4009	-0.4764	-8.3415	-7.6989	16.0405	5.4523	11.6267	-15.9946	-4.1680	-3.3525	9.9950
-4.6879	0.0000	4.1687	-5.4523	0.0000	5.4523	infinito	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-6.0059	3.3531	0.0000	-11.6267	11.6267	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.1086	4.9753	-6.0005	5.2632	10.7315	-15.9946	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-5.6338	0.0000	5.4533	4.1680	0.0000	-4.1680	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000	0.0000
0.0000	-12.1269	11.6288	0.0000	3.3525	-3.3525	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000
4.9097	9.5503	-13.9975	-4.4044	-5.5906	9.9950	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Barra							
barra	tipo	V(pu)	w	P(MW)	λ_p	Q(MVAr)	λ_q
1	SL	1,0724	0,0	42,91	*****	29,410	****
2	CR	1,1240	0,0	170,00	0,0371	100,00	-0,0023
3	CG	1,0001	1800,0	-200,0	-0,0614	-100,00	-0,0518

função objetivo = 12,9133 MW

iteração 3 - Estado Final do sistema de 3 barras

[W] =

8.0001	0.0000	-8.5782	-0.0000	0.0000	0.0000	-4.6898	0.0000	4.1098	-5.6363	0.0000	4.9114
0.0000	7.8202	-8.7890	0.0000	-0.0001	0.0001	0.0000	-6.0085	4.9777	0.0000	-12.1299	9.5529
-8.5782	-8.7890	5418.822	-0.0000	-0.0001	0.0001	4.1704	3.3531	-6.0015	5.4552	11.6324	-14.0024
-0.0000	0.0000	-0.0000	infinito	0.0000	-9.2005	-5.4560	0.0000	5.2669	4.1710	0.0000	-4.4073
0.0000	-0.0001	-0.0001	0.0000	9.8803	-9.8803	0.0000	-11.6341	10.7375	0.0000	3.3536	-5.5950
0.0000	0.0001	0.0001	-9.2005	-9.8803	19.0807	5.4560	11.6341	-16.0044	-4.1710	-3.3536	10.0023
-4.6898	0.0000	4.1704	-5.4560	0.0000	5.4560	infinito	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-6.0085	3.3531	0.0000	-11.6341	11.6341	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4.1098	4.9777	-6.0015	5.2669	10.7375	-16.0044	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-5.6363	0.0000	5.4552	4.1710	0.0000	-4.1710	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000	0.0000
0.0000	-12.1299	11.6324	0.0000	3.3536	-3.3536	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	infinito	0.0000
4.9114	9.5529	-14.0024	-4.4073	-5.5950	10.0023	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Barra							
barra	tipo	V(pu)	w	P(MW)	λ_p	Q(MVAr)	λ_q
1	SL	1,0723	0,0	42,92	*****	29,42	****
2	CR	1,1239	0,0	170,00	0,0282	100,00	-0,0023
3	CG	1,0000	5400,0	-200,0	-0,0792	-100,0	-0,0518

função objetivo = 12,9156 MW

O sistema convergiu em 3 iterações atingindo a mesma solução obtida por DOMMEL & TINNEY (1968). Na solução do problema, as restrições de igualdade e de desigualdade e as condições de KKT estão satisfeitas.

Nas Figuras 13 e 14 têm-se os gráficos de convergência para V_1 e V_2 .

FIGURA 13 - Convergência de V_1 e V_2

FIGURA 14 - Convergência de V_1 e V_2 em torno do ponto ótimo

característica do método, a Tabela 6 mostra o valor da função objetivo e o número de iterações para cada valor de w e β utilizados nos testes do sistema AEP14.

TABELA 6 - Testes para o sistema AEP14

Teste	w_v	β_v	w_t	β_t	perdas (MW)	n° iterações			tempo CPU(seg)
						ext	int	tot	
1	10	2	1	1,025	12,3002	10	2	20	0,91
2	50	2	1	1,025	12,3004	8	2	16	0,73
3	100	5	1	1,025	12,3008	4	2	8	0,36

onde:

w_v : parâmetro de penalidade da tensão;

β_v : fator de crescimento de penalidade da tensão;

w_t : parâmetro de penalidade do *tap*;

β_t : fator de crescimento de penalidade do *tap*.

A cada iteração externa, o algoritmo realiza um número determinado de iterações internas, e o número total de iterações é a multiplicação de ext por int nas tabelas de testes para os sistemas estudados.

O estado inicial e o final para o teste 3 do sistema AEP14 estão nos apêndices 1 e 2 respectivamente.

As Figuras 16 e 17 mostram os gráficos da função objetivo e do máximo erro de potência ativa e reativa do teste 3 na saída de cada iteração externa, pois apresenta o menor número de iterações.

FIGURA 16 - Função objetivo para sistema AEP14

FIGURA 17 - Máximo erro de potência para o sistema AEP14

Nas Figuras 16 e 17 podemos observar que a convergência ocorreu em 4 iterações para o teste 3 e teve um tempo de processamento de 0,37 segundos, sendo que na solução do problema todas as restrições de igualdades e desigualdades estão satisfeitas.

Quanto a análise do conjunto ativo, as condições de KKT foram satisfeitas o que pode ser observado no apêndice 2 para a barra 6, onde a restrição de injeção de potência reativa desta barra foi considerada ativa no seu limite superior e pela análise mostrada em (4.30) o seu multiplicador deve ser menor que zero, o que pode ser observado no estado final do sistema AEP14.

5.4) CASO 3 - 30 BARRAS

FIGURA 18 - Sistema AEP30

A Figura 18 apresenta o sistema AEP30 que possui as seguintes características.

- 1 barra de geração;
- 5 barras de controle de reativo;
- 24 barras de carga;
- 37 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável.

A Tabela 7 mostra o valor da função objetivo e o número de iterações para cada valor de w e β utilizados nos testes do sistema AEP30.

TABELA 7 - Testes para o sistema AEP30

Teste	w_v	β_v	w_t	β_t	perdas (MW)	n° iterações			tempo CPU(seg)
						ext	int	tot	
1	10	2	1	1,025	16,1776	11	3	33	3,93
2	50	2	1	1,025	16,1771	9	3	27	3,22
3	100	6	1	1,025	16,1757	4	3	12	1,38

O estado inicial e o final para o teste 3 do sistema AEP30 estão nos apêndices 1 e 2 respectivamente.

As Figuras 19 e 20 mostram os gráficos da função objetivo e do máximo erro de potência ativa e reativa do teste 3.

FIGURA 19 - Função objetivo para sistema AEP30

FIGURA 20 - Máximo erro de potência para o sistema AEP30

O teste 3 apresentou a convergência do sistema AEP30 em 4 iterações com um tempo de processamento de 3.41 segundos. Na solução do problema, o vetor gradiente é nulo satisfazendo as condições de otimalidade do problema e todas as restrições do problema são satisfeitas.

Pode-se observar no apêndice 2, que das 5 barras de controle de reativo 3 restrições de injeção de reativo foram consideradas ativas no limite superior tendo os valores de multiplicadores de Lagrange um valor negativo satisfazendo as condições de KKT apresentadas em (4.30).

5.5) CASO 4 - SISTEMA DE 118 BARRAS

O sistema de 118 barras apresenta as seguintes características:

- 1 barra de geração;
- 51 barras de controle de reativo;
- 66 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável.

A Tabela 8 mostra o valor da função objetivo e o número de iterações para cada valor de w e β utilizados nos testes do sistema de 118 barras.

TABELA 8 - Testes para o sistema de 118 barras

Teste	w_V	β_V	w_t	β_t	perdas (MW)	n° iterações			tempo CPU(seg)
						ext	int	tot	
1	300	1,2	1	1,025	106,8266	15	2	30	25,69
2	100	2,5	1	1,025	106,8175	7	2	14	12,14
3	100	5	1	1,025	106,8103	4	3	12	9,93

O estado inicial e o final para o teste 3 do sistema de 118 barras estão nos apêndices 1 e 2 respectivamente.

As Figuras 21 e 22 mostram os gráficos da função objetivo e do máximo erro de potência ativa e reativa do teste 3.

FIGURA 21 - Função objetivo para sistema de 118 barras

FIGURA 22 - Máximo erro de potência para o sistema de 118 barras

O teste 3 apresentou a convergência do sistema de 118 barras em 4 iterações com um tempo de processamento de 12.24 segundos. Na solução do problema, o vetor gradiente é nulo, satisfazendo dessa forma as condições de otimalidade do problema e todas as restrições do problema são satisfeitas.

Pode-se observar no apêndice 2, que das 51 barras de controle de reativo 2 restrições de injeção de reativo foram consideradas ativas no limite inferior apresentando valores de multiplicadores de Lagrange positivo e 6 restrições de injeção de reativo foram consideradas ativas no limite superior tendo os valores de multiplicadores de Lagrange um valor negativo satisfazendo as condições de KKT apresentadas em (4.30).

5.6) ANÁLISE DO DESEMPENHO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO E DO FLUXO DE POTÊNCIA CONVENCIONAL

O programa de fluxo de potência convencional é uma ferramenta computacional da maior importância, utilizada pelas empresas de energia elétrica na operação do sistema elétrico, pois através do FP pode-se obter o ponto de operação do sistema. Vale ressaltar que um programa de FP resolve um sistema de equações formado pelas equações de balanço do sistema elétrico, e não otimiza nenhuma função, enquanto que o FPO além de resolver as equações de balanço, otimiza uma função de desempenho do sistema e procura satisfazer os limites de operação do sistema elétrico. Procura-se mostrar neste item, o quanto pode-se melhorar o ponto de operação de uma rede elétrica aplicando ferramentas de otimização na operação do sistema, ferramenta esta representada pelo FPO.

Para a análise do desempenho do FPO e do FP foi utilizado o programa de Análise de Redes - ANAREDE, desenvolvido pelo CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - CEPEL em conjunto com a UNICAMP. O ANAREDE é um conjunto de aplicações computacionais integradas para a análise estática de

sistema elétricos de potências, sendo utilizada nesta análise somente o aplicativo do FP do programa.

Foram utilizados os 4 casos mostrados anteriormente, apresentando os seguintes resultados:

5.6.1) CASO DE 3 BARRAS

Para o caso de três barras foram adotados os limites de tensão e injeção de reativo mostrados na Tabela 9.

TABELA 9 - Limites do caso de 3 barras

	$V_{\min}$	$V^{\max}$	$Q_{\min}$	$Q^{\max}$
barra 1	0,95	1,1	-9999	9999
barra 2	0,95	1,1	-9999	9999
barra 3	0,95	1,1	****	****

Os resultados obtidos pelo FPO e pelo ANAREDE estão mostrados na Tabela 10.

TABELA 10 - FPO x ANAREDE sistema de 3 barras

	Perdas Ativas nas L.T. (MW)		violação de reativo	total de injeção de reativo (MVar)		número de iterações
ANAREDE	17,7000	↓30,92%	2	137,3000	↓5,32%	4
FPO	13,5190		0	130,3557		6

A solução do ANAREDE apresentou uma violação de tensão com valor de 0.882 p.u. na barra 3 enquanto que o limite inferior é de 0.95 p.u. A solução do FPO não apresentou nenhum limite violado e apresentou um valor de perdas 30.92 % menor que o ANAREDE.

5.6.2) SISTEMA AEP14

Os resultados obtidos pelo FPO e pelo ANAREDE para o sistema AEP14, estão mostrados na Tabela 11.

TABELA 11 - FPO x ANAREDE para o sistema AEP14

	Perdas Ativas nas L.T. (MW)		violação de reativo	total de injeção de reativo (MVar)		número de iterações
ANAREDE	13,6000	↓ 10,56 %	2	82,6000	↓ 12,29 %	2
FPO	12,3008		0	73,5543		8

A solução do ANAREDE apresentou 2 violações dos limites de injeção de potência reativa nas barras 6 e 8. A solução do FPO não apresentou nenhum limite violado e apresentou um valor de perdas 10,56 % menor que o ANAREDE.

5.6.3) SISTEMA AEP30

Os resultados obtidos pelo FPO e pelo ANAREDE para o sistema AEP30, estão mostrados na Tabela 12.

TABELA 12 - FPO x ANAREDE para o sistema AEP30

	Perdas Ativas nas L.T. (MW)		violação de reativo	total de injeção de reativo (MVar)		número de iterações
ANAREDE	17,6000	↓ 8,8%	4	157,300	↓ 7,7%	2
FPO	16,1757		0	146,0457		12

A solução do ANAREDE apresentou 4 violações dos limites de injeção de potência reativa nas barras 5, 8, 11 e 13. A solução do FPO não apresentou nenhum limite violado e apresentou um valor de perdas 8.80 % menor que o ANAREDE.

5.6.4) SISTEMA DE 118 BARRAS

Os resultados obtidos pelo FPO e pelo ANAREDE para o sistema de 118 barras, estão mostrados na Tabela 12.

TABELA 13 - FPO x ANAREDE para o sistema de 118 barras

	Perdas Ativas nas L.T. (MW)		violação de reativo	total de injeção de reativo (MVar)		número de iterações
ANAREDE	130,100	↓ 21,8 %	8	618,5000	↓ 218 %	3
FPO	106,8103		0	194,0514		12

A solução do ANAREDE apresentou 8 violações dos limites de injeção de potência reativa nas barras 1, 8, 59, 77, 104, 105, 110 e 116. A solução do FPO não apresentou nenhum limite violado e apresentou um valor de perdas 21.80 % menor que o ANAREDE.

CAPÍTULO 6

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

No método desenvolvido neste trabalho, as restrições de igualdade representadas pelas equações de fluxo de potência são incorporadas a função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange. As restrições de desigualdade envolvendo as variáveis tensão e *tap* são incorporadas através de parâmetros de penalidade quadrática enquanto que as restrições de desigualdade envolvendo a injeção de potência reativa são analisadas pelo método dos conjuntos ativos.

O método utilizado na solução do FPO, apresenta a característica de caminhar na direção da solução do problema através da região infactível. Esta característica pode ser observada no apêndice 2 onde são mostrados os dados de saída dos quatro testes realizados que mostram alguns valores de tensão fora de seus limites, ocorrendo depois a convergência onde todas as restrições são satisfeitas.

Durante os testes realizados para verificar a eficiência do método, constatou-se que a convergência está fortemente relacionada ao parâmetro de penalidade (w) e ao fator de crescimento (β), o que pode ser observado nas Tabelas 6, 7 e 8. Para valores iniciais elevados de w e β , a convergência pode ocorrer em poucas iterações ou até mesmo divergir como em alguns casos, porém se for utilizado um valor inicial baixo para estes parâmetros, a convergência se dará em um número de iterações maior. Portanto a maior dificuldade na utilização de métodos que utilizam a

função penalidade, é o ajuste do parâmetro w e fator de crescimento β para cada caso estudado. Este ajuste pode ser obtido com uma maior facilidade de acordo com a sensibilidade que o usuário adquire na utilização do programa, uma vez que não existe nenhum estudo que apresente um modo eficiente de inicializar estes parâmetros.

Os resultados numéricos neste trabalho mostram a eficiência da metodologia apresentada para a solução do problema de fluxo de potência ótimo, onde todos os resultados do FPO apresentam valores das perdas nas linhas de transmissão menor que os resultados do ANAREDE (FP convencional). Vale ressaltar que a solução do FPO apresenta todas as restrições satisfeitas enquanto que o ANAREDE não consegue satisfazer algumas restrições de injeção de potência reativa.

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros propõe-se:

- desenvolvimentos de estudos que apresentem a determinação do valor inicial do parâmetro de penalidade de maneira não empírica;
- estudos envolvendo a análise de infactibilidade para o método de Newton;
- adaptação do programa desenvolvido para ambiente *windows*. Com o objetivo de melhorar a interface homem-máquina.

BIBLIOGRAFIA

ALSAC, O., BRIGHT, J., PRAIS, M., STOTT, B., (1990). Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 5, p. 697 - 711.

BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHETTTY, C. M., (1993). Nonlinear Programming - Theory and Algorithms. New York, John Wiley & Sons.

BURCHETT, R. C., HAPP, H. H., VIERATH, D. R., (1984). Quadratically Convergent Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. v. PAS 103, No. 11, p. 3267 - 3275, november.

CARPENTIER, J. L., (1962). Contribution a l'Etude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr Elec*. Ser. B3, p. 431 - 447.

COSTA, G. R. M., LANGONA K., ALVES, D. A., (1996). O Método de Newton Modificado Associado à Função Lagrangeana Aumentada para a Solução do Fluxo de Potência Ótimo. *XI Congresso Brasileiro de Automática*. v. 1, p. 173 - 178, 1996.

DOMMEL, H. W., & TINNEY, W. F., (1968). Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. v. PAS 87, No. 10, p. 1866 - 1876, october.

FRERIS, L.L.; SASSON, A. M. (1968). Investigation of the Load Flow Problem. *PROC IEEE*, v.115, p.1459-1470.

GRANVILLE, S., (1994). Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Method. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 9, p. 136 - 146, february.

- HAPP, H. H., (1977). Optimal Power Dispatch - A Comprehensive Survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS 96, No. 3, p. 841 - 854, May/June.
- KARMAKAR, N., (1984). A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica* 4, v. 4, p. 373-395, 1984.
- LANGONA, K. (1994). *O Método de Newton Modificado - Lagrangeana Aumentada Para o Fluxo de Potência Ótimo*. São Carlos. 96p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- LUENBERGER, D. G., (1984). Linear and Nonlinear Programming. Addison-Wesley Publishing Company Inc., Second Edition.
- MARIA, G. A., & FINDLAY, J. A., (1987). A Newton Optimal Power Flow Program For Ontario Hydro EMS. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. PWRS-2, No. 3, p. 576 - 581, august.
- MONTICELLI, A., (1983). Fluxo de Cargas em Rede de Energia Elétrica. São Paulo, Edgard Blücher Ltda, São Paulo
- MONTICELLI, A., LIU, W. H. E., (1992) Adaptive Movement Penalty Method for Newton Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 7, No. 1, p. 334 - 341, february.
- NUMERICAL ALGORITHMS GROUP AT HARWELL LABORATORY OF THE UNITED KINGDOM ATOMIC ENERGY AUTHORITY (1988), *Harwell Sparse Matrix Library Manual*, copyright 1988 by UKAEA. p. 37 - 49.

- RASHED, A. M. H., & KELLY, D. H., (1974), Optimal Load Flow Solution Using *Lagrangian Multipliers and The Hessian Matrix*. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. v. 93, No. 5, p. 1292 - 1297, septembre/october.
- SANTOS, A., DECKMAN, S., SOARES, S., (1988) A Dual Lagrangian Approach for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 3, p. 1020 - 1025, august.
- SASSON, A. M., VILORIA, F., ABOYTES, F., (1973). Optimal Load Flow Solutions Using The Hessian Matrix. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* v. 92, p. 31 - 41, january.
- SUN, D. I., ASHLEY, B., BREWER, B., HUGHES, A., TINNEY, W. F., (1984). Optimal Power Flow By Newton Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. v. PAS 103, No. 10, p. 2864 - 2875, october.
- SUN, D. I., B., HUGHES, TINNEY, W. F., BRIGHT, J. M., LAMONT, J., (1987). Optimal Power Flow Solution by Newton's Method. *IEEE Tutorial Course Reactive Power: Basics, Problems and Solutions*. Editor: Gerald B. Sheble, EH0262 - 6 - PWR.

APÊNDICE I

BANCO DE DADOS DO SISTEMA DE 3 BARRAS

1	1	barra1	1000	0.	0.0	0.0-9999	9999	0.0	0.0
2	-1	barra2	1000	-2.	170	0.0-9999	9999	0.0	0.0
3	0	barra3	1000	-5.	0.0	0.0		200	100
9999									
2	3		3.44828.6206						900
3	1		9.756012.195						900
9999									
1	0.95	1.10							
9999									
		100							
9999									

BANCO DE DADOS DO SISTEMA AEP14

[illegible]

BANCO DE DADOS DO SISTEMA AEP30

1	1	BARRA1	SLACK	1053	.0	-9999	9999	0.	0.
2	-1	BARRA2	GERA.	1032-	.09	-40.	50.	-18.3	12.7
3	0	BARRA3	CARG.	1018-	.14			2.4	1.2
4	0	BARRA4	CARG.	1010-	.17			7.6	1.6
5	-1	BARRA5	C.RE.	1010-	.25	-40.	40.	94.2	19.0
6	0	BARRA6	CARG.	1004-	.20			.0	.0
7	0	BARRA7	CARG.	998-	.23			22.8	10.9
8	-1	BARRA8	C.RE.	1010-	.21	-10.	40.	30.0	30.0
9	0	BARRA9	CARG.	1017-	.26			.0	.0
10	0	BARRA10	CARG	1015-	.29			5.8	2.0
11	-1	BARRA11	C.RE	1072-	.26	-6.	24.	.0	.0
12	0	BARRA12	CARG	1019-	.27			11.2	7.5
13	-1	BARRA13	C.RE	1057-	.27	-6.	24.	.0	.0
14	0	BARRA14	CARG	1005-	.29			6.2	1.6
15	0	BARRA15	CARG	1001-	.29			8.2	2.5
16	0	BARRA16	CARG	1010-	.29			3.5	1.8
17	0	BARRA17	CARG	1008-	.29			9.0	5.8
18	0	BARRA18	CARG	994-	.30			3.2	0.9
19	0	BARRA19	CARG	992-	.31			9.5	3.4
20	0	BARRA20	CARG	997-	.30			2.2	0.7
21	0	BARRA21	CARG	1003-	.30			17.5	11.2
22	0	BARRA22	CARG	1004-	.29			.0	.0
23	0	BARRA23	CARG	994-	.30			3.2	1.6
24	0	BARRA24	CARG	994-	.30			8.7	6.74
25	0	BARRA25	CARG	1001-	.29			.0	.0
26	0	BARRA26	CARG	983-	.30			3.5	2.3
27	0	BARRA27	CARG	1013-	.28			.0	.0
28	0	BARRA28	CARG	997-	.21			.0	.0
29	0	BARRA29	CARG	993-	.31			2.4	0.9
30	0	BARRA30	CARG	982-	.32			10.6	1.9
9999									
1	2			1.92	5.75	2.64		9000	
1	3			4.52	18.52	2.04		9000	
2	4			5.70	17.37	1.84		9000	
3	4			1.32	3.79	0.42		9000	
2	5			4.72	19.83	2.09		9000	
2	6			5.81	17.63	1.87		9000	
4	6			1.19	4.14	0.45		9000	
5	7			4.60	11.60	1.02		9000	
6	7			2.67	8.20	0.85		9000	
6	8			1.20	4.20	0.45		9000	
6	9			.0	20.80		1.0380.9501.050	9000	
6	10			.0	55.60		0.9560.9501.050	9000	
9	11			.001	20.80			9000	
9	10			.001	11.00			9000	
4	12			.0	25.60		1.0150.9501.050	9000	
12	13			.0	14.00			9000	
12	14			12.31	25.59			9000	
12	15			6.62	13.04			9000	
12	16			9.45	19.87			9000	
14	15			22.10	19.97			9000	
16	17			8.24	19.23			9000	
15	18			10.70	21.85			9000	
18	19			6.39	12.92			9000	
19	20			3.40	6.80			9000	
10	20			9.36	20.90			9000	
10	17			3.24	8.45			9000	
10	21			3.48	7.49			9000	
10	22			7.27	14.99			9000	</

BANCO DE DADOS DO SISTEMA IEEE 118

12	1	BARRA12	1000	.0	85.-9999 9999	.0	.0	1 .
2	0	BARRA2	1000	.0		20.0	9.0	1 .
3	0	BARRA3	1000	.0		39.0	10.0	1 .
4	-1	BARRA4	1000	.0	-300. 300.	39.0	12.0	1 .
5	0	BARRA5	1000	.0		.0	.0	40. 1 .
6	-1	BARRA6	1000	.0	-13. 50.	52.0	22.0	1 .
7	0	BARRA7	1000	.0		19.0	2.0	1 .
8	-1	BARRA8	1000	.0	-300. 300.	28.0	0.0	1 .
9	0	BARRA9	1000	.0		.0	.0	1 .
10	-1	BARRA10	1000	.0	-147. 200.	-450.	.0	1 .
11	0	BARRA11	1000	.0		70.0	23.0	1 .
1	-1	BARRA1	1000	.0	-5. 15.	51.0	27.0	1 .
13	0	BARRA13	1000	.0		34.0	16.0	1 .
14	0	BARRA14	1000	.0		14.0	1.0	1 .
15	-1	BARRA15	1000	.0	-10. 30.	90.0	30.0	1 .
16	0	BARRA16	1000	.0		25.0	10.0	1 .
17	0	BARRA17	1000	.0		11.0	3.0	1 .
18	-1	BARRA18	1000	.0	-16. 50.	60.0	34.0	1 .
19	-1	BARRA19	1000	.0	- 8. 24.	45.0	25.0	1 .
20	0	BARRA20	1000	.0		18.0	3.0	1 .
21	0	BARRA21	1000	.0		14.0	8.0	1 .
22	0	BARRA22	1000	.0		10.0	5.0	1 .
23	0	BARRA23	1000	.0		7.0	3.0	1 .
24	0	BARRA24	1000	.0		13.0	.0	1 .
25	-1	BARRA25	1000	.0	-300. 300.	-220.	.0	1 .
26	-1	BARRA26	1000	.0	-1000 1000	-314.	.0	1 .
27	-1	BARRA27	1000	.0	-300. 300.	71.0	13.0	1 .
28	0	BARRA28	1000	.0		17.0	7.0	1 .
29	0	BARRA29	1000	.0		24.0	4.0	1 .
30	0	BARRA30	1000	.0		0.0	0.0	1 .
31	-1	BARRA31	1000	.0	-300. 300.	36.0	27.0	1 .
32	-1	BARRA32	1000	.0	-14. 42.	59.0	23.0	1 .
33	0	BARRA33	1000	.0		23.0	9.0	1 .
34	-1	BARRA34	1000	.0	-8. 24	59.0	26.013.99	1 .
35	0	BARRA35	1000	.0		33.0	9.0	1 .
36	-1	BARRA36	1000	.0	-8. 24.	31.0	17.0	1 .
37	0	BARRA37	1000	.0		.0	.0 25.	1 .
38	0	BARRA38	1000	.0		.0	.0	1 .
39	0	BARRA39	1000	.0		27.0	11.0	1 .
40	-1	BARRA40	1000	.0	-300. 300.	66.0	23.0	1 .
41	0	BARRA41	1000	.0		37.0	10.0	1 .
42	-1	BARRA42	1000	.0	-300. 300.	96.0	23.0	1 .
43	0	BARRA43	1000	.0		18.0	7.0	1 .
44	0	BARRA44	1000	.0		16.0	8.0 10.	1 .
45	0	BARRA45	1000	.0		53.0	22.0 10.	1 .
46	-1	BARRA46	1000	.0	-100. 100.	9.0	10.0 10.	1 .
47	0	BARRA47	1000	.0		34.0	.0	1 .
48	0	BARRA48	1000	.0		20.0	11.015.04	1 .
49	-1	BARRA49	1000	.0	- 85. 210.	-117.	30.0	1 .
50	0	BARRA50	1000	.0		17.0	4.0	1 .
51	0	BARRA51	1000	.0		17.0	8.0	1 .
52	0	BARRA52	1000	.0		18.0	5.0	1 .
53	0	BARRA53	1000	.0		23.0	11.0	1 .
54	-1	BARRA54	1000	.0	-300. 300.	65.0	32.0	1 .
55	-1	BARRA55	1000	.0	-8. 23.	63.0	22.0	1 .
56	-1	BARRA56	1000	.0	-8. 15.	84.0	18.0	1 .
57	0	BARRA57	1000	.0		12.0	3.0	1 .
58	0	BARRA58	1000	.0		12.0	3.0	1 .
59	-1	BARRA59	1000	.0	-60. 180.	122.0113.0		1 .
60	0	BARRA60	1000	.0		78.0	3.0	1 .
61	-1	BARRA61	1000	.0	-100. 300.	-160.	.0	1 .
62	-1	BARRA62	1000	.0	-20. 20.	77.0	14.0	1 .
63	0	BARRA63	1000	.0		.0	.0	1 .
64	0	BARRA64	1000	.0		.0	.0	1 .
65	-1	BARRA65	1000	.0	-67. 200.	-391.	.0	1 .
66	-1	BARRA66	1000	.0	-67. 200.	-353.	18.0	1 .
67	0	BARRA67	1000	.0		28.0	7.0	1 .
68	0	BARRA68	1000	.0		.0	.0	1 .
69	-1	BARRA69	1000	.0	-300. 300.	-329.	0.	1 .
70	-1	BARRA70	1000	.0	-10. 32.	66.0	20.0	1 .
71	0	BARRA71	1000	.0		.0	.0	1 .
72	-1	BARRA72	1000	.0	-50. 50.	12.0	.0	1 .
73	-1	BARRA73	1000	.0	-50. 50.	6.0	.0	1 .
74	-1	BARRA74	1000	.0	-50. 80.	68.0	27.0 12.	1 .
75	0	BARRA75	1000	.0		47.0	11.0	1 .
76	-1	BARRA76	1000	.0	-50. 100.	68.0	36.0	1 .
77	-1	BARRA77	1000	.0	-50. 50.	61.0	28.0	1 .
78	0	BARRA78	1000	.0		71.0	26.0	1 .
79	0	BARRA79	1000	.0		39.0	32.0 20.	1 .
80	-1	BARRA80	1000	.0	-250. 250.	-347.	26.0	1 .
81	0	BARRA81	1000	.0		.0	.0	1 .

82	0	BARRA82	1000	.0					54.0	27.0	20.	1 .
83	0	BARRA83	1000	.0					20.0	10.0	10.	1 .
84	0	BARRA84	1000	.0					11.0	7.0		1 .
85	-1	BARRA85	1000	.0	-50.	80.			24.0	15.0		1 .
86	0	BARRA86	1000	.0					21.0	10.0		1 .
87	-1	BARRA87	1000	.0	-250.	250.			-4.0	.0		1 .
88	0	BARRA88	1000	.0					48.0	10.0		1 .
89	-1	BARRA89	1000	.0	-250.	250.			-607.	.0		1 .
90	-1	BARRA90	1000	.0	-50.	100.			163.0	42.0		1 .
91	-1	BARRA91	1000	.0	-50.	50.			10.0	.0		1 .
92	-1	BARRA92	1000	.0	-50.	100.			65.0	10.0		1 .
93	0	BARRA93	1000	.0					12.0	7.0		1 .
94	0	BARRA94	1000	.0					30.0	16.0		1 .
95	0	BARRA95	1000	.0					42.0	31.0		1 .
96	0	BARRA96	1000	.0					38.0	15.0		1 .
97	0	BARRA97	1000	.0					15.0	9.0		1 .
98	0	BARRA98	1000	.0					34.0	8.0		1 .
99	-1	BARRA99	1000	.0	-50.	50.			42.0	.0		1 .
100	-1	BARRA100	1000	.0	-250.	250.			-215.	18.0		1 .
101	0	BARRA101	1000	.0					22.0	15.0		1 .
102	0	BARRA102	1000	.0					5.0	3.0		1 .
103	-1	BARRA103	1000	.0	-250.	250.			-17.0	16.0		1 .
104	-1	BARRA104	1000	.0	-50.	0.			38.0	25.0		1 .
105	-1	BARRA105	1000	.0	-50.	20.			31.0	26.0	20.	1 .
106	0	BARRA106	1000	.0					43.0	16.0		1 .
107	-1	BARRA107	1000	.0	-50.	60.			50.0	12.0	6.	1 .
108	0	BARRA108	1000	.0					2.0	1.0		1 .
109	0	BARRA109	1000	.0					8.0	3.0		1 .
110	-1	BARRA110	1000	.0	-50.	0.			39.0	30.0	6.	1 .
111	-1	BARRA111	1000	.0	-250.	0.			-36.0	.0		1 .
112	-1	BARRA112	1000	.0	-50.	50.			68.0	13.0		1 .
113	-1	BARRA113	1000	.0	-50.	0.			6.0	.0		1 .
114	0	BARRA114	1000	.0					8.0	3.0		1 .
115	0	BARRA115	1000	.0					22.0	7.0		1 .
116	-1	BARRA116	1000	.0	-50.	0.			0.0	.0		1 .
117	0	BARRA117	1000	.0					20.0	8.0		1 .
118	0	BARRA118	1000	.0					33.0	15.0		1 .
9999												
1	2	3.03	9.99	2.540					900.	900.0		
1	3	1.29	4.24	1.082					900.	900.0		
4	5	0.176	0.798	0.210					900.	900.0		
3	5	2.41	10.80	2.840					900.	900.0		
5	6	1.19	5.40	1.426					900.	900.0		
6	7	0.459	2.08	0.550					900.	900.0		
8	9	0.244	3.05	116.62					900.	900.0		
8	5	0.00	2.67	0.000	1.0	.95	1.05		900.	900.0		
9	10	0.258	3.22	123.00					900.	900.0		
4	11	2.09	6.88	1.748					900.	900.0		
5	11	2.03	6.82	1.738					900.	900.0		
11	12	0.595	1.96	0.502					900.	900.0		
2	12	1.87	6.16	1.572					900.	900.0		
3	12	4.84	16.00	4.060					900.	900.0		
7	12	0.862	3.40	0.874					900.	900.0		
11	13	2.225	7.31	1.876					900.	900.0		
12	14	2.15	7.07	1.816					900.	900.0		
13	15	7.44	24.44	6.268					900.	900.0		
14	15	5.95	19.50	5.020					900.	900.0		
12	16	2.12	8.34	2.140					900.	900.0		
15	17	1.32	4.37	4.440					900.	900.0		
16	17	4.54	18.01	4.660					900.	900.0		
17	18	1.23	5.05	1.298					900.	900.0		
18	19	1.119	4.93	1.142					900.	900.0		
19	20	2.52	11.70	2.980					900.	900.0		
15	19	1.20	3.94	1.010					900.	900.0		
20	21	1.83	8.49	2.160					900.	900.0		
21	22	2.09	9.70	2.460					900.	900.0		
22	23	3.42	15.90	4.040					900.	900.0		
23	24	1.35	4.92	4.980					900.	900.0		
23	25	1.56	8.00	8.640					900.	900.0		
26	25	0.00	3.82	0.000	1.0	.95	1.05		900.	900.0		
25	27	3.18	16.30	17.640					900.	900.0		
27	28	1.913	8.55	2.160					900.	900.0		
28	29	2.37	9.43	2.380					900.	900.0		
30	17	0.00	3.88	0.000	1.0	.95	1.05		900.	900.0		
8	30	.431	5.04	51.400					900.	900.0		
26	30	.799	8.60	91.800					900.	900.0		
17	31	4.74	15.63	3.990					900.	900.0		
29	31	1.08	3.31	0.830					900.	900.0		
23	32	3.17	11.53	11.730					900.	900.0		
31	32	2.98	9.85	2.510					900.	900.0		
27	32	2.29	7.55	1.926					900.	900.0		
15	33	3.80	12.44	3.194					900.	900.0		
19	34	7.52	24.70	6.320					900.	900.0		
35	36	.224	1.02	.268					900.	900.0		
35	37	1.10	4.97	1.318					900.	900.0		
33	37	4.15	14.20	3.660					900.	900.0		
34	36	.871	2.68	0.568					900.	900.0		

34	37	.256	0.94	0.988				900.	900.0
38	37	0.00	3.75	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
37	39	3.21	10.60	2.700				900.	900.0
37	40	5.93	16.80	4.200				900.	900.0
30	38	.464	5.40	42.200				900.	900.0
39	40	1.84	6.05	1.552				900.	900.0
40	41	1.45	4.87	1.222				900.	900.0
40	42	5.55	18.30	4.660				900.	900.0
41	42	4.10	13.50	3.440				900.	900.0
43	44	6.08	24.54	6.068				900.	900.0
34	43	4.13	16.81	4.226				900.	900.0
44	45	2.24	9.01	2.240				900.	900.0
45	46	4.00	13.56	3.320				900.	900.0
46	47	3.80	12.70	3.160				900.	900.0
46	48	6.01	18.90	4.720				900.	900.0
47	49	1.91	6.25	1.604				900.	900.0
42	49	7.15	32.30	8.600				900.	900.0
42	49	7.15	32.30	8.600				900.	900.0
45	49	6.84	18.60	4.440				900.	900.0
48	49	1.79	5.05	1.258				900.	900.0
49	50	2.67	7.52	1.874				900.	900.0
49	51	4.86	13.70	3.420				900.	900.0
51	52	2.03	5.88	1.396				900.	900.0
52	53	4.05	16.35	4.058				900.	900.0
53	54	2.63	12.20	3.110				900.	900.0
49	54	7.30	28.90	7.380				900.	900.0
49	54	8.69	29.10	7.310				900.	900.0
54	55	1.69	7.07	2.020				900.	900.0
54	56	.275	.955	0.732				900.	900.0
55	56	.488	1.51	0.374				900.	900.0
56	57	3.43	9.66	2.420				900.	900.0
50	57	4.74	13.40	3.320				900.	900.0
56	58	3.43	9.66	2.420				900.	900.0
51	58	2.55	7.19	1.788				900.	900.0
54	59	5.03	22.93	5.980				900.	900.0
56	59	8.25	25.10	5.690				900.	900.0
56	59	8.03	23.90	5.360				900.	900.0
55	59	4.739	21.58	5.646				900.	900.0
59	60	3.17	14.50	3.760				900.	900.0
59	61	3.28	15.00	3.880				900.	900.0
60	61	.264	1.35	1.456				900.	900.0
60	62	1.23	5.61	1.468				900.	900.0
61	62	.824	3.76	0.980				900.	900.0
63	59	0.00	3.86	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
63	64	.172	2.00	21.60				900.	900.0
64	61	0.00	2.68	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
38	65	.901	9.86	114.6				900.	900.0
64	65	.269	3.02	38.00				900.	900.0
49	66	1.80	9.19	2.480				900.	900.0
49	66	1.80	9.19	2.480				900.	900.0
62	66	4.82	21.80	5.780				900.	900.0
62	67	2.58	11.70	3.100				900.	900.0
65	66	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
66	67	2.24	10.15	2.682				900.	900.0
65	68	.138	1.60	63.80				900.	900.0
47	69	8.44	27.78	7.092				900.	900.0
49	69	9.85	32.40	8.280				900.	900.0
68	69	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
69	70	3.00	12.70	12.20				900.	900.0
24	70	10.22	141.15	10.198				900.	900.0
70	71	.882	3.55	0.878				900.	900.0
24	72	4.88	19.60	4.880				900.	900.0
71	72	4.46	18.00	4.444				900.	900.0
71	73	.866	4.54	1.178				900.	900.0
70	74	4.01	13.23	3.368				900.	900.0
70	75	4.28	14.10	3.600				900.	900.0
69	75	4.05	12.20	12.40				900.	900.0
74	75	1.23	4.06	1.034				900.	900.0
76	77	4.44	14.80	3.680				900.	900.0
69	77	3.09	10.10	10.38				900.	900.0
75	77	6.01	19.99	4.978				900.	900.0
77	78	.376	1.24	1.264				900.	900.0
78	79	.546	2.44	0.648				900.	900.0
77	80	1.70	4.85	4.720				900.	900.0
77	80	2.94	10.50	2.280				900.	900.0
79	80	1.56	7.04	1.870				900.	900.0
68	81	.175	2.02	80.80				900.	900.0
81	80	0.00	3.70	0.000	1.0	.95	1.05	900.	900.0
77	82	2.98	8.53	8.174				900.	900.0
82	83	1.12	3.665	3.796				900.	900.0
83	84	6.25	13.20	2.580				900.	900.0
83	85	4.30	14.80	3.480				900.	900.0
84	85	3.02	6.41	1.234				900.	900.0
85	86	3.50	12.30	2.760				900.	900.0
86	87	2.828	20.74	4.450				900.	900.0
85	88	2.00	10.20	2.760				900.	900.0
85	89	2.39	17.30	4.700				900.	900.0

88	89	1.39	7.12	1.934	900.	900.0
89	90	5.18	18.80	5.280	900.	900.0
89	90	2.38	9.97	10.60	900.	900.0
90	91	2.54	8.36	2.140	900.	900.0
89	92	0.99	5.05	5.480	900.	900.0
89	92	3.93	15.81	4.140	900.	900.0
91	92	3.87	12.72	3.268	900.	900.0
92	93	2.58	8.48	2.180	900.	900.0
92	94	4.81	15.80	4.060	900.	900.0
93	94	2.23	7.32	1.876	900.	900.0
94	95	1.32	4.34	1.110	900.	900.0
80	96	3.56	18.20	4.940	900.	900.0
82	96	1.62	5.30	5.440	900.	900.0
94	96	2.69	8.69	2.300	900.	900.0
80	97	1.83	9.34	2.540	900.	900.0
80	98	2.38	10.80	2.860	900.	900.0
80	99	4.54	20.60	5.460	900.	900.0
92	100	6.48	29.50	7.720	900.	900.0
94	100	1.78	5.80	6.040	900.	900.0
95	96	1.71	5.47	1.474	900.	900.0
96	97	1.73	8.85	2.400	900.	900.0
98	100	3.97	17.90	4.760	900.	900.0
99	100	1.80	8.13	2.160	900.	900.0
100	101	2.77	12.62	3.280	900.	900.0
92	102	1.23	5.59	1.464	900.	900.0
101	102	2.46	11.20	2.840	900.	900.0
100	103	1.60	5.25	5.360	900.	900.0
100	104	4.51	20.40	5.410	900.	900.0
103	104	4.66	15.84	4.070	900.	900.0
103	105	5.35	16.25	4.080	900.	900.0
100	106	6.05	22.90	6.200	900.	900.0
104	105	.994	3.78	0.986	900.	900.0
105	106	1.40	5.47	1.434	900.	900.0
105	107	5.30	18.30	4.720	900.	900.0
105	108	2.61	7.03	1.844	900.	900.0
106	107	5.30	18.30	4.720	900.	900.0
108	109	1.05	2.88	0.760	900.	900.0
103	110	3.906	18.13	4.610	900.	900.0
109	110	2.78	7.62	2.020	900.	900.0
110	111	2.20	7.55	2.000	900.	900.0
110	112	2.47	6.40	6.200	900.	900.0
17	113	.913	3.01	0.768	900.	900.0
32	113	6.15	20.30	5.180	900.	900.0
32	114	1.35	6.12	1.628	900.	900.0
27	115	1.64	7.41	1.972	900.	900.0
114	115	0.23	1.04	0.276	900.	900.0
68	116	.034	.405	16.40	900.	900.0
12	117	3.29	14.00	3.580	900.	900.0
75	118	1.45	4.81	1.198	900.	900.0
76	118	1.64	5.44	1.356	900.	900.0
9999						
	.950	1.1				
9999						
		100				
9999						

APÊNDICE II

RELATÓRIO DE SAÍDA DE DADOS PARA SISTEMA 3 BARRAS

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO FFO - A CADA ITERACAO

pena	f_obj	DPmax bar	DQmax bar	Vmax bar	Vmin bar	tmax num	tmin num
0	0.0000	2.0000	3 1.0000	3 1.0000	1 1.0000	1 1.0000	2 1.0000
1	1.2959	1.8328	3 0.0115	3 1.6200	2 1.5647	3 1.0000	2 1.0000
2	13.0727	0.0725	3 0.0159	3 1.1010	2 1.0009	3 1.0000	2 1.0000
3	13.5190	0.0043	3 0.0013	3 1.1000	2 0.9801	3 1.0000	2 1.0000

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
CARLOS EDNALDO UENO COSTA

RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE POTENCIA OTIMO

PENALIDADE INICIAL (TENSÃO): 600.0000
PARAMETRO BETA (TENSÃO) : 4.0000

CONVERGENCIA EM 3 ITERACOES EXTERNAS
ITERACOES INTERNAS = 2

TEMPO DE CPU = 1.0400 segundos

CONFIGURACAO DO SISTEMA

NUMERO DE BARRAS -----> = 3
NUMERO DE LINHAS -----> = 2
NUMERO DE TRAFOS -----> = 0
BARRAS DE CARGAS -----> = 1
BARRAS DE C.REAT -----> = 1
LINHAS PARALELAS -----> = 0

SUMARIO DO CONTROLE DE REATIVO

BAR	QMIN	Q	QMAX	LAGRANGE	flag
2	-9999.0000	92.1003	9999.0000	0.0000	-2

RELATORIO DE BARRA E LINHAS DE TRANSMISSAO

DADOS DE BARRA-----X-----FLUXO NAS LINHAS-----X

BARRA NUM. NOME	TENSAO TP	POT MOD/ ANG	SHUNT MW MVAR	P/BARRA	MW	MVAR
1 barral	SL 1.0633	43.00 -0.0000	38.26 0.00			
POTEN. REATIVA GERADA-> 38.26 MVar [MIN=-9999.00 MAX= 9999.00] MVar						
2 barra2	CR 1.1000	170.09 5.2853	92.10 0.00			
POTEN. REATIVA GERADA-> 92.10 MVar [MIN=-9999.00 MAX= 9999.00] MVar						
3 barra3	CG 0.9801	-199.57 -0.8308	-100.13 0.00			
				1	-40.14	-34.68
				2	-159.43	-65.45

PERDAS ATIVAS TOTAIS DO SISTEMA --> 13.5190 MW
POTENCIA REATIVA TOTAL INJETADA --> 130.3557 MVar

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E PENALIDADES

BAR	Vmax	Vmin	P.ATIV	P.REAT
1	0.00	0.00	0.0000	0.0000
2	9600.00	0.00	0.0419	0.0000
3	0.00	0.00	-0.0814	-0.0705

1	SL 1.1000	231.30					
barra1	-0.0000	-22.67	0.00				
				2	155.74	-21.89	
				5	75.57	-0.78	
POTEN. REATIVA GERADA->	-22.67 MVar	[MIN=-9999.00	MAX= 9999.00] MVar				
2	CR 1.0861	18.30					
barra2	-4.5977	19.45	0.00				
				1	-151.79	27.61	
				3	73.04	0.56	
				4	55.88	-5.03	
				5	41.18	-3.69	
POTEN. REATIVA GERADA->	32.15 MVar	[MIN=	-40.00	MAX=	50.00] MVar		
3	CR 1.0571	-94.20					
barra3	-11.7585	6.25	0.00				
				2	-70.91	3.38	
				4	-23.29	2.87	
POTEN. REATIVA GERADA->	25.25 MVar	[MIN=	0.00	MAX=	40.00] MVar		
4	CG 1.0648	-47.80					
barra4	-9.5664	3.90	0.00				
				2	-54.34	5.38	
				3	23.63	-5.90	
				5	-62.52	8.51	
				7	28.97	-4.43	
				9	16.46	0.33	
5	CG 1.0693	-7.60					
barra5	-8.1794	-1.60	0.00				
				1	-73.01	5.52	
				2	-40.36	2.24	
				4	62.99	-8.49	
				6	42.78	-0.88	
6	CR 1.0761	-11.20					
barra6	-13.5554	16.50	0.00				
				5	-42.78	4.91	
				11	6.59	2.53	
				12	7.66	2.38	
				13	17.33	6.67	
POTEN. REATIVA GERADA->	24.00 MVar	[MIN=	-6.00	MAX=	24.00] MVar		
7	CG 1.0763	-0.00					
barra7	-12.6003	0.00	0.00				
				4	-28.97	6.01	
				8	0.00	-14.50	
				9	28.97	8.49	
8	CR 1.1000	0.00					
barra8	-12.6004	14.82	0.00				
				7	0.00	14.82	
POTEN. REATIVA GERADA->	14.82 MVar	[MIN=	-6.00	MAX=	24.00] MVar		
9	CG 1.0680	-29.50					
barra9	-14.1892	-16.60	19.43				
				4	-16.46	1.00	
				7	-28.97	-7.62	
				10	5.97	5.22	
				14	9.96	4.24	
10	CG 1.0621	-9.00					
barra10	-14.3603	-5.80	0.00				
				9	-5.96	-5.17	
				11	-3.04	-0.63	
11	CG 1.0656	-3.50					
barra11	-14.0905	-1.80	0.00				
				6	-6.55	-2.45	
				10	3.05	0.65	
12	CG 1.0618	-6.10					
barra12	-14.3907	-1.60	0.00				
				6	-7.59	-2.24	
				13	1.49	0.64	
13	CG 1.0575	-13.50					
barra13	-14.4701	-5.80	0.00				
				6	-17.13	-6.28	
				12	-1.48	-0.64	
				14	5.12	1.12	
14	CG 1.0456	-14.90					
barra14	-15.2937	-5.00	0.00				
				9	-9.83	-3.96	
				13	-5.07	-1.04	

PERDAS ATIVAS TOTAIS DO SISTEMA -->	12.3008 MW
POTENCIA REATIVA TOTAL INJETADA -->	73.5543 MVar

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E PENALIDADES

BAR	Vmax	Vmin	P.ATIV	P.REAT
1	12500.00	0.00	0.0000	-0.0000
2	0.00	0.00	-0.0506	0.0000
3	0.00	0.00	-0.1258	0.0000
4	0.00	0.00	-0.1024	-0.0007
5	0.00	0.00	-0.0860	-0.0024
6	0.00	0.00	-0.0875	-0.0025
7	0.00	0.00	-0.1019	-0.0011
8	12500.00	0.00	-0.1019	0.0000
9	0.00	0.00	-0.1017	-0.0021
10	0.00	0.00	-0.1053	-0.0058
11	0.00	0.00	-0.0999	-0.0059
12	0.00	0.00	-0.1047	-0.0079
13	0.00	0.00	-0.1102	-0.0109
14	0.00	0.00	-0.1278	-0.0138

[illegible]

RELATÓRIO DE SAÍDA DE DADOS PARA O SISTEMA AEP30

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS
AUTOR: CARLOS EDNALDO UENO COSTA
RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE POTENCIA OTIMO
METODO DE NEWTON-LAGRANGEANO ASSOCIADO
A FUNCAO PENALIDADE QUADRATICA E AO METODO DOS CONJUNTOS ATIVOS

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO FPO - A CADA ITERACAO

pena	f_obj	DFmax	bar	DQmax	bar	Vmax	bar	Vmin	bar	tmax	num	tmin	num
inic	1.4427	0.9361	5	0.4191	6	1.0720	11	0.9820	30	1.0380	2	0.9560	2
0	18.6309	0.1455	2	0.3223	6	1.0567	13	0.9939	9	1.2037	2	0.7292	2
0	17.6544	0.0027	10	0.1296	6	1.0648	13	1.0097	19	1.0854	2	0.8820	2
1	15.0263	0.0044	2	0.0338	6	1.1355	1	1.0777	30	1.0349	2	0.8990	2
2	16.1265	0.0006	6	0.0107	6	1.1005	1	1.0232	30	1.0084	3	0.9708	2
3	16.1729	0.0000	6	0.0000	4	1.1001	1	1.0138	30	1.0032	2	0.9909	4
4	16.1757	0.0000	6	0.0000	6	1.1000	1	1.0137	30	1.0031	2	0.9911	4

[illegible]

ESTUDO REALIZADO EM (DIA MES DATA HORA): Thu Feb 19 11:51:02 1998

```
PARAMETROS DE ENTRADA DO CASO ESTUDADO
PENALIDADE INICIAL (TENSÃO): 100.0000
PARAMETRO BETA (TENSÃO)      : 6.0000
PENALIDADE INICIAL (TAP)     : 1.0000
PARAMETRO BETA (TAP)         : 1.0250
```

ITERACOES EXTERNAS = 4

ITERACOES INTERNAS = 3

TEMPO DE CPU = 1.4300 segundos

[illegible]

```

CONFIGURACAO DO SISTEMA
NUMERO DE BARRAS -----> 30
BARRAS DE CARGAS -----> 24
BARRAS DE C.REAT -----> 5
NUMERO DE LINHAS -----> 37
NUMERO DE TRAFOS VAR-----> 4
NUMERO DE TRAFOS FIX-----> 0
LINHAS PARALELAS -----> 0
ELEMENTOS # DE ZERO -----> 1416

```

[illegible]

X-X

SUMARIO DAS TENSOES VIOLADAS

BAR	V	VMIN	VMAX
1	1.1000	0.9500	1.1000

POTEN. REATIVA GERADA-> 40.00 MVar [MIN= -10.00 MAX= 40.00] MVar									
9	CG 1.0689	-0.00							
BARRA9	CARG.	-13.5468	-0.00	0.00					
					6	-28.46	8.50		
					10	28.46	7.50		
					11	0.00	-16.00		
10	CG 1.0616	-5.80							
BARRA10	CARG	-15.1278	-2.00	20.78					
					6	-16.16	1.53		
					9	-28.46	-6.67		
					17	6.02	5.39		
					20	9.42	4.08		
					21	15.77	9.92		
					22	7.61	4.54		
11	CR 1.1000	-0.00							
BARRA11	C.RE	-13.5469	16.46	0.00					
					9	-0.00	16.46		
POTEN. REATIVA GERADA-> 16.46 MVar [MIN= -6.00 MAX= 24.00] MVar									
12	CG 1.0688	-11.20							
BARRA12	CARG	-14.4779	-7.50	0.00					
					4	-42.54	5.27		
					13	0.00	-23.33		
					14	7.64	2.23		
					15	17.16	5.98		
					16	6.54	2.36		
13	CR 1.0993	0.00							
BARRA13	C.RE	-14.4779	24.00	0.00					
					12	0.00	24.00		
POTEN. REATIVA GERADA-> 24.00 MVar [MIN= -6.00 MAX= 24.00] MVar									
14	CG 1.0547	-6.20							
BARRA14	CARG	-15.3318	-1.60	0.00					
					12	-7.57	-2.08		
					15	1.37	0.48		
15	CG 1.0510	-8.20							
BARRA15	CARG	-15.4176	-2.50	0.00					
					12	-16.97	-5.60		
					14	-1.36	-0.48		
					18	5.62	1.23		
					23	4.51	2.35		
16	CG 1.0586	-3.50							
BARRA16	CARG	-15.0231	-1.80	0.00					
					12	-6.50	-2.28		
					17	3.00	0.48		
17	CG 1.0554	-9.00							
BARRA17	CARG	-15.2989	-5.80	0.00					
					10	-6.00	-5.34		
					16	-3.00	-0.46		
18	CG 1.0427	-3.20							
BARRA18	CARG	-15.9913	-0.90	0.00					
					15	-5.59	-1.16		
					19	2.39	0.26		
19	CG 1.0409	-9.50							
BARRA19	CARG	-16.1456	-3.40	0.00					
					18	-2.39	-0.26		
					20	-7.11	-3.14		
20	CG 1.0453	-2.20							
BARRA20	CARG	-15.9472	-0.70	0.00					
					10	-9.33	-3.88		
					19	7.13	3.18		
21	CG 1.0494	-17.50							
BARRA21	CARG	-15.5579	-11.20	0.00					
					10	-15.66	-9.69		
					22	-1.84	-1.51		
22	CG 1.0500	0.00							
BARRA22	CARG	-15.5444	0.00	0.00					
					10	-7.56	-4.44		
					21	1.84	1.51		
					24	5.72	2.92		
23	CG 1.0422	-3.20							
BARRA23	CARG	-15.7712	-1.60	0.00					
					15	-4.49	-2.30		
					24	1.29	0.70		

24	CG 1.0387	-8.70				
BARRA24	CARG -15.9059	-6.70	4.70			
				22	-5.68	-2.86
				23	-1.28	-0.70
				25	-1.74	1.55
25	CG 1.0370	-0.00				
BARRA25	CARG -15.4462	0.00	0.00			
				24	1.75	-1.54
				26	3.54	2.36
				27	-5.29	-0.83
26	CG 1.0197	-3.50				
BARRA26	CARG -15.8498	-2.30	0.00			
				25	-3.50	-2.30
27	CG 1.0443	0.00				
BARRA27	CARG -14.9101	0.00	0.00			
				25	5.32	0.88
				28	-18.59	-4.19
				29	6.18	1.66
				30	7.09	1.65
28	CG 1.0531	0.00				
BARRA28	CARG -11.1063	-0.00	0.00			
				6	-19.01	-1.98
				8	0.43	-3.53
				27	18.59	5.51
29	CG 1.0249	-2.40				
BARRA29	CARG -16.0901	-0.90	0.00			
				27	-6.10	-1.50
				30	3.70	0.60
30	CG 1.0137	-10.60				
BARRA30	CARG -16.9359	-1.90	0.00			
				27	-6.93	-1.36
				29	-3.67	-0.54

PERDAS ATIVAS TOTAIS DO SISTEMA --> 16.1757 MW
 POTENCIA REATIVA TOTAL INJETADA --> 146.0457 MVar

 SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E PENALIDADES

BAR	Vmax	Vmin	P.ATIV	P.REAT
1	21600.00	0.00	0.0000	-0.0000
2	0.00	0.00	-0.0583	-0.0002
3	0.00	0.00	-0.0785	-0.0080
4	0.00	0.00	-0.1008	-0.0063
5	0.00	0.00	-0.1435	0.0000
6	0.00	0.00	-0.1181	-0.0049
7	0.00	0.00	-0.1350	-0.0070
8	0.00	0.00	-0.1253	-0.0029
9	0.00	0.00	-0.1183	-0.0035
10	0.00	0.00	-0.1184	-0.0047
11	21600.00	0.00	-0.1183	-0.0000
12	0.00	0.00	-0.1040	-0.0058
13	0.00	0.00	-0.1040	-0.0055
14	0.00	0.00	-0.1222	-0.0110
15	0.00	0.00	-0.1275	-0.0131
16	0.00	0.00	-0.1167	-0.0091
17	0.00	0.00	-0.1222	-0.0087
18	0.00	0.00	-0.1397	-0.0155
19	0.00	0.00	-0.1426	-0.0156
20	0.00	0.00	-0.1372	-0.0131
21	0.00	0.00	-0.1297	-0.0116
22	0.00	0.00	-0.1293	-0.0112
23	0.00	0.00	-0.1380	-0.0169
24	0.00	0.00	-0.1428	-0.0172
25	0.00	0.00	-0.1358	-0.0190
26	0.00	0.00	-0.1560	-0.0324
27	0.00	0.00	-0.1235	-0.0138
28	0.00	0.00	-0.1246	-0.0065
29	0.00	0.00	-0.1535	-0.0222
30	0.00	0.00	-0.1742	-0.0256

RELATÓRIO DE SAÍDA DE DADOS PARA O SISTEMA DE 118 BARRAS

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - ESCOLA DE ENGENHARIA DE SAO CARLOS

AUTOR: CARLOS EDNALDO UENO COSTA

RELATORIO DE SAIDA - FLUXO DE POTENCIA OTIMO

METODO DE NEWTON-LAGRANGEANO ASSOCIADO

A FUNCAO PENALIDADE QUADRATICA E AO METODO DOS CONJUNTOS ATIVOS

RELATORIO DE CONVERGENCIA DO FPO - A CADA ITERACAO

pena	f_obj	DFmax bar	DQmax bar	Vmax bar	Vmin bar	tmax num	tmin num
inic	0.0000	6.0700	1.1981	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0	155.3747	0.4039	0.7249	1.0741	0.9699	1.1297	0.8152
0	125.1159	0.0380	0.3996	1.0462	0.9974	1.0696	0.8916
1	107.8135	0.1798	0.6864	1.1202	1.0763	1.0143	0.9716
2	106.8297	0.0002	0.0008	1.1008	1.0579	1.0086	0.9699
3	106.8081	0.0000	0.0000	1.1002	1.0566	1.0086	0.9806
4	106.8103	0.0000	0.0000	1.1000	1.0566	1.0086	0.9809

ESTUDO REALIZADO EM (DIA MES DATA HORA): Thu Feb 19 11:51:46 1998

PARAMETROS DE ENTRADA DO CASO ESTUDADO

PENALIDADE INICIAL (TENSAO): 100.0000

PARAMETRO BETA (TENSAO) : 5.0000

PENALIDADE INICIAL (TAP) : 1.0000

PARAMETRO BETA (TAP) : 1.0250

ITERACOES EXTERNAS = 4

ITERACOES INTERNAS = 3

TEMPO DE CPU = 10.3300 segundos

CONFIGURACAO DO SISTEMA

NUMERO DE BARRAS	118
BARRAS DE CARGAS	66
BARRAS DE C.REAT	51
NUMERO DE LINHAS	177
NUMERO DE TRAFOS VAR	9
NUMERO DE TRAFOS FIX	0
LINHAS PARALELAS	0
ELEMENTOS # DE ZERO	5914

SUMARIO DAS TENSOES VIOLADAS

BAR	V	VMIN	VMAX
5	1.1000	0.9500	1.1000
9	1.1000	0.9500	1.1000
25	1.1000	0.9500	1.1000
26	1.1000	0.9500	1.1000
37	1.1000	0.9500	1.1000
38	1.1000	0.9500	1.1000
61	1.1000	0.9500	1.1000
64	1.1000	0.9500	1.1000
65	1.1000	0.9500	1.1000
66	1.1000	0.9500	1.1000
68	1.1000	0.9500	1.1000
69	1.1000	0.9500	1.1000
80	1.1000	0.9500	1.1000
81	1.1000	0.9500	1.1000
85	1.1000	0.9500	1.1000
89	1.1000	0.9500	1.1000
92	1.1000	0.9500	1.1000
100	1.1000	0.9500	1.1000

LIMITES DE TENSOES VIOLADAS -> 18

SUMARIO DO CONTROLE DE REATIVO

BAR	QMIN	Q	QMAX	LAGRANGE	flag
4	-50.0000	-33.0533	50.0000	-0.0000	-1
6	-50.0000	18.6995	50.0000	0.0000	-2
8	-50.0000	-50.0000	50.0000	0.0023	1 ***
10	-250.0000	-138.1685	250.0000	0.0000	-2

12	-50.0000	32.4950	50.0000	0.0000	-2	
15	-50.0000	18.9147	50.0000	-0.0000	-2	
18	-50.0000	28.5715	50.0000	-0.0000	-2	
19	-50.0000	24.0152	115.0000	-0.0000	-2	
25	-250.0000	-19.3560	250.0000	0.0000	-2	
26	-250.0000	-61.6191	250.0000	0.0000	-2	
27	-50.0000	32.0535	50.0000	-0.0000	-1	
31	-50.0000	25.8076	50.0000	-0.0000	-2	
32	-50.0000	23.1783	100.0000	-0.0000	-2	
36	-50.0000	-8.5383	50.0000	-0.0000	-1	
40	-50.0000	26.1351	150.0000	-0.0000	-2	
42	-50.0000	31.6221	50.0000	-0.0000	-2	
46	-50.0000	-7.6509	50.0000	-0.0000	-2	
49	-250.0000	68.6468	250.0000	0.0000	-2	
54	-50.0000	38.0879	150.0000	-0.0000	-2	
55	-50.0000	24.7427	150.0000	0.0000	-1	
56	-50.0000	23.0518	150.0000	0.0000	-2	
59	-50.0000	50.0000	50.0000	-0.0033	2	***
61	-250.0000	37.6198	250.0000	-0.0000	-2	
62	-50.0000	13.8407	50.0000	-0.0000	-1	
65	-250.0000	-143.6541	250.0000	-0.0000	-1	
66	-250.0000	-32.5304	250.0000	0.0000	-2	
69	-250.0000	-102.9096	250.0000	0.0000	-2	
70	-50.0000	14.6210	50.0000	0.0000	-2	
72	-50.0000	-6.6637	50.0000	-0.0000	-2	
73	-50.0000	-2.3668	50.0000	-0.0000	-2	
74	-50.0000	20.6128	80.0000	-0.0000	-2	
76	-50.0000	49.1992	100.0000	0.0000	-2	
77	-50.0000	50.0000	50.0000	-0.0004	2	***
80	-250.0000	-13.6805	250.0000	0.0000	-1	
85	-50.0000	39.0914	80.0000	-0.0000	-2	
87	-250.0000	0.6963	250.0000	-0.0000	-2	
89	-250.0000	-80.4396	250.0000	0.0000	-2	
90	-50.0000	47.3965	100.0000	-0.0000	-2	
91	-50.0000	-3.1088	50.0000	0.0000	-2	
92	-50.0000	58.4902	100.0000	-0.0000	-2	
99	-50.0000	-3.6119	50.0000	0.0000	-2	
100	-250.0000	45.9660	250.0000	-0.0000	-2	
103	-250.0000	38.3784	250.0000	0.0000	-2	
104	-50.0000	0.0000	0.0000	-0.0054	2	***
105	-50.0000	20.0000	20.0000	-0.0029	2	
107	-50.0000	10.1122	60.0000	0.0000	-2	
110	-50.0000	-0.0000	0.0000	-0.0066	2	
111	-250.0000	-0.0000	0.0000	-0.0065	2	
112	-50.0000	26.8762	50.0000	0.0000	-2	
113	-50.0000	-13.4405	0.0000	-0.0000	-1	
116	-50.0000	-50.0000	0.0000	0.0009	1	***

[illegible]

SUMARIO DOS TAP'S						
LIGACAO		VALOR	LIMITES		PARAME. DE PENAL.	
NI	NF	TAP	MIN	MAX	MAX	MIN
8	5	0.9855	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
26	25	1.0021	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
30	17	0.9852	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
38	37	0.9876	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
63	59	0.9809	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
64	61	1.0086	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
65	66	1.0001	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
68	69	0.9832	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769
81	80	0.9850	0.9500	1.0500	1.0769	1.0769

X-X
X-----RELATORIO DE BARRA E LINHAS DE TRANSMISSAO-----X

DADOS DE BARRA					FLUXO NAS LINHAS		
BARRA	TENSAO	POT	SHUNT				
NUM.	TP	MOD/	MW				
NOME	ANG	MVAR					
					P/BARRA	MW	MVAR
12	SL	1.0839	12.81				
BARRA12		0.0000	25.92	0.00			
					2	30.98	2.80
					3	8.01	-2.17
					7	-20.34	-0.31
					11	-43.82	24.43
					14	14.24	-4.04
					16	3.61	0.83
					117	20.13	4.38
POTEN. REATIVA GERADA->				25.92 MVar	[MIN=-9999.00 MAX= 9999.00] MVar		
2	CG	1.0765	-20.00				

BARRA2		-0.9029	-9.00	0.00			
					1	10.83	-4.87
					12	-30.83	-4.13
<hr/>							
3	CG	1.0800	-39.00				
BARRA3		-0.6226	-10.00	0.00			
					1	40.39	-4.12
					5	-71.40	-3.39
					12	-7.99	-2.49
<hr/>							
4	CR	1.0950	-39.00				
BARRA4		2.7135	-45.05	0.00			
					5	-106.27	-45.72
					11	67.27	0.66
POTEN. REATIVA GERADA->					-33.05 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar		
<hr/>							
5	CG	1.1000	-0.00				
BARRA5		3.0788	-0.00	48.40			
					3	72.46	4.74
					4	106.47	46.35
					6	92.28	6.45
					8	-352.05	-15.08
					11	80.85	5.94
<hr/>							
6	CR	1.0873	-52.00				
BARRA6		0.7329	-3.30	0.00			
					5	-91.43	-4.33
					7	39.43	1.03
POTEN. REATIVA GERADA->					18.70 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar		
<hr/>							
7	CG	1.0854	-19.00				
BARRA7		0.3377	-2.00	0.00			
					6	-39.37	-1.40
					12	20.37	-0.60
<hr/>							
8	CR	1.0910	-28.00				
BARRA8		7.5061	-50.00	0.00			
					5	352.05	42.48
					9	-441.44	-41.34
					30	61.38	-51.13
POTEN. REATIVA GERADA->					-50.00 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar		
<hr/>							
9	CG	1.1000	-0.00				
BARRA9		13.9806	-0.00	0.00			
					8	445.45	-48.48
					10	-445.45	48.48
<hr/>							
10	CR	1.0827	450.00				
BARRA10		21.0512	-138.17	0.00			
					9	450.00	-138.17
POTEN. REATIVA GERADA->					-138.17 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar		
<hr/>							
11	CG	1.0819	-70.00				
BARRA11		0.4915	-23.00	0.00			
					4	-66.49	-0.13
					5	-79.74	-4.30
					12	43.95	-24.59
					13	32.28	6.03
<hr/>							
1	CR	1.0767	-51.00				
BARRA1		-1.4885	5.50	0.00			
					2	-10.79	2.04
					3	-40.21	3.45
POTEN. REATIVA GERADA->					32.50 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar		
<hr/>							
13	CG	1.0706	-34.00				
BARRA13		-0.5975	-16.00	0.00			
					11	-32.08	-7.52
					15	-1.92	-8.48
<hr/>							
14	CG	1.0830	-14.00				
BARRA14		-0.5227	-1.00	0.00			
					12	-14.20	2.04
					15	0.20	-3.04
<hr/>							
15	CR	1.0831	-90.00				
BARRA15		-0.5448	-11.09	0.00			
					13	1.94	1.27
					14	-0.20	-2.85
					17	-104.82	-5.02
					19	9.02	-0.86
					33	4.06	-3.62
POTEN. REATIVA GERADA->					18.91 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar		
<hr/>							
16	CG	1.0816	-25.00				
BARRA16		-0.1254	-10.00	0.00			
					12	-3.61	-3.33

				17	-21.39	-6.67
17	CG 1.0976	-11.00				
BARRA17	1.6480	-3.00	0.00			
				15	106.06	3.84
				16	21.58	1.87
				18	80.48	8.06
				30	-238.49	-39.94
				31	15.99	6.59
				113	3.39	16.58
18	CR 1.0852	-60.00				
BARRA18	-0.2551	-5.43	0.00			
				17	-79.81	-6.86
				19	19.81	1.43
POTEN. REATIVA GERADA->				28.57 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00] MVar
19	CR 1.0822	-45.00				
BARRA19	-0.7201	-0.98	0.00			
				15	-9.01	-0.30
				18	-19.77	-2.61
				20	-9.63	9.23
				34	-6.58	-7.32
POTEN. REATIVA GERADA->				24.02 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 115.00] MVar
20	CG 1.0726	-18.00				
BARRA20	-0.0272	-3.00	0.00			
				19	9.68	-12.48
				21	-27.68	9.48
21	CG 1.0691	-14.00				
BARRA21	1.2450	-8.00	0.00			
				20	27.82	-11.31
				22	-41.82	3.31
22	CG 1.0737	-10.00				
BARRA22	3.3192	-5.00	0.00			
				21	42.14	-4.63
				23	-52.14	-0.37
23	CG 1.0902	-7.00				
BARRA23	7.4133	-3.00	0.00			
				22	52.95	-0.60
				24	10.43	-5.70
				25	-160.99	22.19
				32	90.61	-18.89
24	CG 1.0902	-13.00				
BARRA24	7.1480	0.00	0.00			
				23	-10.42	-0.17
				70	-4.72	-1.73
				72	2.14	1.90
25	CR 1.1000	220.00				
BARRA25	13.7832	-19.36	0.00			
				23	164.49	-14.61
				26	-85.72	7.91
				27	141.23	-12.66
POTEN. REATIVA GERADA->				-19.36 MVar	[MIN= -250.00	MAX= 250.00] MVar
26	CR 1.1000	314.00				
BARRA26	15.3372	-61.62	0.00			
				25	85.72	-5.57
				30	228.28	-56.05
POTEN. REATIVA GERADA->				-61.62 MVar	[MIN= -250.00	MAX= 250.00] MVar
27	CR 1.0827	-71.00				
BARRA27	2.6069	19.05	0.00			
				25	-135.99	18.52
				28	32.22	0.58
				32	12.12	-2.47
				115	20.64	2.42
POTEN. REATIVA GERADA->				32.05 MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00] MVar
28	CG 1.0758	-17.00				
BARRA28	1.2689	-7.00	0.00			
				27	-32.05	-2.34
				29	15.05	-4.66
29	CG 1.0755	-24.00				
BARRA29	0.5274	-4.00	0.00			
				28	-15.00	2.10
				31	-9.00	-6.10
30	CG 1.0984	0.00				
BARRA30	5.9844	0.00	0.00			
				8	-61.23	-8.69

				17	238.49	58.77
				26	-224.84	-17.83
				38	47.58	-32.25

31	CR	1.0781	-36.00			
BARRA31		0.6445	-1.19	0.00		
				17	-15.86	-10.88
				29	9.01	5.17
				32	-29.15	4.51
POTEN. REATIVA GERADA-> 25.81 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						

32	CR	1.0811	-59.00			
BARRA32		2.1438	0.18	0.00		
				23	-88.38	13.16
				27	-12.09	0.31
				31	29.38	-6.69
				113	2.66	-10.00
				114	9.43	3.40
POTEN. REATIVA GERADA-> 23.18 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar						

33	CG	1.0837	-23.00			
BARRA33		-0.8238	-9.00	0.00		
				15	-4.05	-0.11
				37	-18.95	-8.89

34	CG	1.0951	-59.00			
BARRA34		-0.0658	-26.00	16.78		
				19	6.62	-0.06
				36	30.21	17.06
				37	-97.86	-30.92
				43	2.03	4.70

35	CG	1.0892	-33.00			
BARRA35		-0.3864	-9.00	0.00		
				36	0.88	7.76
				37	-33.88	-16.76

36	CR	1.0884	-31.00			
BARRA36		-0.3822	-25.54	0.00		
				34	-30.12	-17.46
				35	-0.88	-8.08
POTEN. REATIVA GERADA-> -8.54 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						

37	CG	1.1000	0.00			
BARRA37		0.3348	0.00	30.25		
				33	19.09	5.02
				34	98.08	30.55
				35	34.01	15.77
				38	-251.59	-30.82
				39	55.56	8.22
				40	44.85	1.51

38	CG	1.1000	0.00			
BARRA38		4.7511	0.00	0.00		
				30	-47.49	-17.71
				37	251.59	50.73
				65	-204.10	-33.02

39	CG	1.0755	-27.00			
BARRA39		-2.3654	-11.00	0.00		
				37	-54.72	-8.62
				40	27.72	-2.38

40	CR	1.0717	-66.00			
BARRA40		-3.2125	3.14	0.00		
				37	-43.85	-3.65
				39	-27.59	0.99
				41	16.39	6.69
				42	-10.95	-0.90
POTEN. REATIVA GERADA-> 26.14 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar						

41	CG	1.0661	-37.00			
BARRA41		-3.5591	-10.00	0.00		
				40	-16.35	-7.95
				42	-20.65	-2.05

42	CR	1.0745	-96.00			
BARRA42		-2.1667	8.62	0.00		
				40	11.01	-4.27
				41	20.80	-1.39
				49	-127.81	14.28
POTEN. REATIVA GERADA-> 31.62 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						

43	CG	1.0832	-18.00			
BARRA43		-0.0867	-7.00	0.00		
				34	-2.01	-9.63
				44	-15.99	2.63

44	CG	1.0789	-16.00				
BARRA44		2.0217	-8.00	11.64			
				43	16.14	-9.11	
				45	-32.14	12.75	
45	CG	1.0743	-53.00				
BARRA45		3.6089	-22.00	11.54			
				44	32.38	-14.39	
				46	-35.45	0.30	
				49	-49.92	3.63	
46	CR	1.0856	-9.00				
BARRA46		6.0150	-17.65	11.79			
				45	35.89	-2.69	
				47	-29.27	1.07	
				48	-15.62	-4.25	
POTEN. REATIVA GERADA-> -7.65 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar							
47	CG	1.0930	-34.00				
BARRA47		7.8640	-0.00	0.00			
				46	29.55	-3.89	
				49	-17.11	-6.22	
				69	-46.44	10.11	
48	CG	1.0971	-20.00				
BARRA48		7.3931	-11.00	18.10			
				46	15.75	-0.98	
				49	-35.75	8.09	
49	CR	1.0990	117.00				
BARRA49		8.3261	38.65	0.00			
				42	133.05	-10.93	
				45	51.42	-4.80	
				47	17.16	4.46	
				48	35.95	-9.03	
				50	49.90	-2.21	
				51	61.93	0.64	
				54	70.47	-9.16	
				66	-266.06	61.58	
				69	-36.82	8.10	
POTEN. REATIVA GERADA-> 68.65 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar							
50	CG	1.0882	-17.00				
BARRA50		6.5142	-4.00	0.00			
				49	-49.35	1.52	
				57	32.35	-5.52	
51	CG	1.0710	-17.00				
BARRA51		4.2569	-8.00	0.00			
				49	-60.38	-0.31	
				52	27.47	-0.09	
				58	15.91	-7.60	
52	CG	1.0655	-18.00				
BARRA52		3.4530	-5.00	0.00			
				51	-27.34	-1.11	
				53	9.34	-3.89	
53	CG	1.0645	-23.00				
BARRA53		2.6491	-11.00	0.00			
				52	-9.31	-0.59	
				54	-13.69	-10.41	
54	CR	1.0778	-65.00				
BARRA54		3.3696	6.09	0.00			
				49	-68.83	-2.28	
				53	13.75	7.13	
				55	6.48	-1.20	
				56	17.29	3.33	
				59	-33.69	-0.90	
POTEN. REATIVA GERADA-> 38.09 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar							
55	CR	1.0769	-63.00				
BARRA55		3.1433	2.74	0.00			
				54	-6.47	-1.12	
				56	-18.65	4.28	
				59	-37.88	-0.41	
POTEN. REATIVA GERADA-> 24.74 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar							
56	CR	1.0771	-84.00				
BARRA56		3.2932	5.05	0.00			
				54	-17.28	-4.16	
				55	18.66	-4.66	
				57	-19.80	3.36	
				58	-3.82	5.99	
				59	-61.76	4.52	

POTEN. REATIVA GERADA-> 23.05 MVar [MIN= -50.00 MAX= 150.00] MVar			
57	CG 1.0793	-12.00	
BARRA57	4.3166	-3.00	0.00
	50	-31.93	2.82
	56	19.93	-5.82
58	CG 1.0717	-12.00	
BARRA58	3.6023	-3.00	0.00
	51	-15.84	5.73
	56	3.84	-8.73
59	CR 1.0905	-122.00	
BARRA59	7.2013	-63.00	0.00
	54	34.18	-3.88
	55	38.47	-3.53
	56	63.14	-13.35
	60	-44.61	3.75
	61	-53.32	4.34
	63	-159.86	-50.32
POTEN. REATIVA GERADA-> 50.00 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar			
60	CG 1.0972	-78.00	
BARRA60	10.3911	-3.00	0.00
	59	45.15	-5.78
	61	-114.91	-0.23
	62	-8.24	3.01
61	CR 1.1000	160.00	
BARRA61	11.1284	37.62	0.00
	59	54.11	-5.35
	60	115.20	-0.05
	62	28.76	4.44
	64	-38.07	38.58
POTEN. REATIVA GERADA-> 37.62 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar			
62	CR 1.0962	-77.00	
BARRA62	10.6342	-0.16	0.00
	60	8.25	-4.74
	61	-28.70	-5.35
	66	-34.85	3.50
	67	-21.70	6.43
POTEN. REATIVA GERADA-> 13.84 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar			
63	CG 1.0885	0.00	
BARRA63	10.1239	0.00	0.00
	59	159.86	59.44
	64	-159.86	-59.44
64	CG 1.1000	0.00	
BARRA64	11.6156	-0.00	0.00
	61	38.07	-37.93
	63	160.27	38.26
	65	-198.34	-0.33
65	CR 1.1000	391.00	
BARRA65	14.4819	-143.65	0.00
	38	207.30	-70.62
	64	199.22	-35.71
	66	4.29	-0.41
	68	-19.81	-36.91
POTEN. REATIVA GERADA-> -143.65 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar			
66	CR 1.1000	353.00	
BARRA66	14.4069	-50.53	0.00
	49	271.64	-39.06
	62	35.36	-8.18
	65	-4.29	0.42
	67	50.28	-3.72
POTEN. REATIVA GERADA-> -32.53 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar			
67	CG 1.0927	-28.00	
BARRA67	11.9510	-7.00	0.00
	62	21.81	-9.62
	66	-49.81	2.62
68	CG 1.1000	0.00	
BARRA68	14.6331	0.00	0.00
	65	19.81	-40.24
	69	1.68	56.95
	81	-21.50	-46.94
	116	0.00	30.24
69	CR 1.1000	329.00	
BARRA69	14.6041	-102.91	0.00
	47	48.11	-13.14
	49	38.07	-14.01

				68	-1.68	-55.99
				70	102.43	-7.30
				75	100.95	-8.49
				77	41.14	-3.99
POTEN. REATIVA GERADA-> -102.91 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar						
70	CR 1.0785	-66.00				
BARRA70	8.3102	-5.38	0.00			
				24	4.75	-10.12
				69	-99.83	3.83
				71	15.94	-5.87
				74	14.79	1.76
				75	-1.66	5.02
POTEN. REATIVA GERADA-> 14.62 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						
71	CG 1.0790	-0.00				
BARRA71	8.0084	-0.00	0.00			
				70	-15.92	4.94
				72	9.91	-5.95
				73	6.00	1.01
72	CR 1.0806	-12.00				
BARRA72	7.0578	-6.66	0.00			
				24	-2.13	-7.60
				71	-9.87	0.94
POTEN. REATIVA GERADA-> -6.66 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						
73	CR 1.0778	-6.00				
BARRA73	7.8813	-2.37	0.00			
				71	-6.00	-2.37
POTEN. REATIVA GERADA-> -2.37 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						
74	CR 1.0685	-68.00				
BARRA74	7.4113	-6.39	13.70			
				70	-14.71	-5.38
				75	-53.29	12.70
POTEN. REATIVA GERADA-> 20.61 MVar [MIN= -50.00 MAX= 80.00] MVar						
75	CG 1.0699	-47.00				
BARRA75	8.5776	-11.00	0.00			
				69	-97.54	4.16
				70	1.68	-9.11
				74	53.61	-12.81
				77	-39.98	1.47
				118	35.23	5.28
76	CR 1.0663	-68.00				
BARRA76	7.6428	13.20	0.00			
				77	-65.94	5.81
				118	-2.06	7.39
POTEN. REATIVA GERADA-> 49.20 MVar [MIN= -50.00 MAX= 100.00] MVar						
77	CR 1.0870	-61.00				
BARRA77	12.6468	22.00	0.00			
				69	-40.70	-7.01
				75	40.83	-4.43
				76	67.67	-4.33
				78	38.68	24.71
				80	-157.04	8.31
				82	-10.43	4.75
POTEN. REATIVA GERADA-> 50.00 MVar [MIN= -50.00 MAX= 50.00] MVar						
78	CG 1.0827	-71.00				
BARRA78	12.4599	-26.00	0.00			
				77	-38.61	-25.97
				79	-32.39	-0.03
79	CG 1.0843	-39.00				
BARRA79	12.8465	-32.00	23.52			
				78	32.44	-0.52
				80	-71.44	-7.97
80	CR 1.1000	347.00				
BARRA80	15.2116	-39.68	0.00			
				77	159.33	-9.71
				79	72.12	8.82
				81	21.51	-49.85
				96	19.52	5.85
				97	26.87	10.45
				98	28.50	-0.54
				99	19.16	-4.70
POTEN. REATIVA GERADA-> -13.68 MVar [MIN= -250.00 MAX= 250.00] MVar						
81	CG 1.1000	-0.00				
BARRA81	14.8404	-0.00	0.00			
				68	21.51	-50.75
				80	-21.51	50.75

82	CG 1.0824	-54.00					
BARRA82	13.2192	-27.00	23.43				
				77	10.48	-14.22	
				83	-51.04	3.72	
				96	-13.44	6.94	
83	CG 1.0858	-20.00					
BARRA83	14.1637	-10.00	11.79				
				82	51.30	-7.35	
				84	-27.02	7.47	
				85	-44.28	1.67	
84	CG 1.0911	-11.00					
BARRA84	16.1608	-7.00	0.00				
				83	27.45	-9.62	
				85	-38.45	2.62	
85	CR 1.1000	-24.00					
BARRA85	17.3857	24.09	0.00				
				83	45.00	-3.35	
				84	38.83	-3.30	
				86	17.09	1.00	
				88	-51.63	18.42	
				89	-73.29	11.32	
POTEN. REATIVA GERADA->				39.09 MVar	[MIN=	-50.00 MAX=	80.00] MVar
86	CG 1.0917	-21.00					
BARRA86	16.4272	-10.00	0.00				
				85	-17.01	-4.01	
				87	-3.99	-5.99	
87	CR 1.0991	4.00					
BARRA87	16.7776	0.70	0.00				
				86	4.00	0.70	
POTEN. REATIVA GERADA->				0.70 MVar	[MIN=	-250.00 MAX=	250.00] MVar
88	CG 1.0920	-48.00					
BARRA88	20.0903	-10.00	0.00				
				85	52.14	-19.14	
				89	-100.14	9.14	
89	CR 1.1000	607.00					
BARRA89	23.5614	-80.44	0.00				
				85	74.39	-9.04	
				88	101.32	-5.42	
				90	167.37	-17.02	
				92	263.93	-48.96	
POTEN. REATIVA GERADA->				-80.44 MVar	[MIN=	-250.00 MAX=	250.00] MVar
90	CR 1.0841	-163.00					
BARRA90	18.2555	5.40	0.00				
				89	-163.57	13.19	
				91	0.57	-7.79	
POTEN. REATIVA GERADA->				47.40 MVar	[MIN=	-50.00 MAX=	100.00] MVar
91	CR 1.0891	-10.00					
BARRA91	18.1519	-3.11	0.00				
				90	-0.56	5.30	
				92	-9.44	-8.41	
POTEN. REATIVA GERADA->				-3.11 MVar	[MIN=	-50.00 MAX=	50.00] MVar
92	CR 1.1000	-65.00					
BARRA92	18.6066	48.49	0.00				
				89	-259.21	59.96	
				91	9.48	4.63	
				93	58.00	-0.98	
				94	52.47	-4.51	
				100	30.43	-10.13	
				102	43.83	-0.48	
POTEN. REATIVA GERADA->				58.49 MVar	[MIN=	-50.00 MAX=	100.00] MVar
93	CG 1.0871	-12.00					
BARRA93	16.2535	-7.00	0.00				
				92	-57.28	0.73	
				94	45.28	-7.73	
94	CG 1.0827	-30.00					
BARRA94	14.5677	-16.00	0.00				
				92	-51.37	3.27	
				93	-44.89	6.82	
				95	41.88	14.41	
				96	20.86	-3.61	
				100	3.51	-36.89	
95	CG 1.0717	-42.00					
BARRA95	13.7683	-31.00	0.00

				94	-41.66	-14.96
				96	-0.34	-16.04
96	CG 1.0795	-38.00				
BARRA96	13.6490	-15.00	0.00			
				80	-19.38	-11.03
				82	13.48	-13.17
				94	-20.76	1.25
				95	0.38	14.44
				97	-11.71	-6.50
97	CG 1.0856	-15.00				
BARRA97	14.1127	-9.00	0.00			
				80	-26.74	-12.81
				96	11.74	3.81
98	CG 1.0930	-34.00				
BARRA98	13.7580	-8.00	0.00			
				80	-28.34	-2.17
				100	-5.66	-5.83
99	CR 1.0953	-42.00				
BARRA99	13.3046	-3.61	0.00			
				80	-19.02	-1.26
				100	-22.98	-2.36
	POTEN. REATIVA GERADA->	-3.61 MVar	[MIN=	-50.00	MAX=	50.00] MVar
100	CR 1.1000	215.00				
BARRA100	14.1841	27.97	0.00			
				92	-29.92	3.12
				94	-3.34	30.25
				98	5.67	0.17
				99	23.06	0.11
				101	-16.22	12.17
				103	118.91	-18.79
				104	56.49	1.91
				106	60.35	-0.98
	POTEN. REATIVA GERADA->	45.97 MVar	[MIN=	-250.00	MAX=	250.00] MVar
101	CG 1.0881	-22.00				
BARRA101	15.3518	-15.00	0.00			
				100	16.33	-15.61
				102	-38.33	0.61
102	CG 1.0951	-5.00				
BARRA102	17.4436	-3.00	0.00			
				92	-43.63	-0.40
				101	38.63	-2.60
103	CR 1.0917	17.00				
BARRA103	11.0854	22.38	0.00			
				100	-117.01	18.59
				104	32.24	2.22
				105	42.59	-2.88
				110	59.18	4.44
	POTEN. REATIVA GERADA->	38.38 MVar	[MIN=	-250.00	MAX=	250.00] MVar
104	CR 1.0722	-38.00				
BARRA104	8.6910	-25.00	0.00			
				100	-55.29	-2.87
				103	-31.82	-5.58
				105	49.11	-16.55
	POTEN. REATIVA GERADA->	0.00 MVar	[MIN=	-50.00	MAX=	0.00] MVar
105	CR 1.0734	-31.00				
BARRA105	7.6876	-6.00	23.04			
				103	-41.78	0.57
				104	-48.88	16.29
				106	8.44	7.07
				107	26.66	-5.66
				108	24.56	-1.23
	POTEN. REATIVA GERADA->	20.00 MVar	[MIN=	-50.00	MAX=	20.00] MVar
106	CG 1.0683	-43.00				
BARRA106	7.5122	-16.00	0.00			
				100	-58.53	0.60
				105	-8.43	-8.65
				107	23.95	-7.95
107	CR 1.0663	-50.00				
BARRA107	5.1667	-1.89	6.82			
				105	-26.33	1.40
				106	-23.67	3.53
	POTEN. REATIVA GERADA->	10.11 MVar	[MIN=	-50.00	MAX=	60.00] MVar
108	CG 1.0677	-2.00				
BARRA108	6.8222	-1.00	0.00			

				105	-24.42	-0.51
				109	22.42	-0.49
109	CG	1.0655	-8.00			
BARRA109		6.4966	-3.00	0.00		
				108	-22.38	-0.25
				110	14.38	-2.75
110	CR	1.0629	-39.00			
BARRA110		5.9198	-30.00	6.78		
				103	-58.01	-4.38
				109	-14.33	0.60
				111	-35.75	-1.42
				112	69.09	-18.02
POTEN. REATIVA GERADA->			-0.00	MVar	[MIN= -50.00	MAX= 0.00] MVar
111	CR	1.0708	36.00			
BARRA111		7.2754	-0.00	0.00		
				110	36.00	-0.00
POTEN. REATIVA GERADA->			-0.00	MVar	[MIN= -250.00	MAX= 0.00] MVar
112	CR	1.0566	-68.00			
BARRA112		3.4803	13.88	0.00		
				110	-68.00	13.88
POTEN. REATIVA GERADA->			26.88	MVar	[MIN= -50.00	MAX= 50.00] MVar
113	CR	1.0927	-6.00			
BARRA113		1.6736	-13.44	0.00		
				17	-3.37	-17.42
				32	-2.63	3.98
POTEN. REATIVA GERADA->			-13.44	MVar	[MIN= -50.00	MAX= 0.00] MVar
114	CG	1.0774	-8.00			
BARRA114		1.8888	-3.00	0.00		
				32	-9.42	-5.24
				115	1.42	2.24
115	CG	1.0772	-22.00			
BARRA115		1.8842	-7.00	0.00		
				27	-20.58	-4.44
				114	-1.42	-2.56
116	CR	1.0985	-0.00			
BARRA116		14.6396	-50.00	0.00		
POTEN. REATIVA GERADA->			-50.00	MVar	[MIN= -50.00	MAX= 0.00] MVar
117	CG	1.0697	-20.00			
BARRA117		-1.2871	-8.00	0.00		
				12	-20.00	-8.00
118	CG	1.0625	-33.00			
BARRA118		7.7671	-15.00	0.00		
				75	-35.07	-6.10
				76	2.07	-8.90

```

PERDAS ATIVAS TOTAIS DO SISTEMA --> 106.8103 MW
POTENCIA REATIVA TOTAL INJETADA --> 194.0514 MVar

```

[illegible]

SUMARIO DOS MULTIPLICADORES E PENALIDADES

PENALIDADE.

MUL. LAGRANGE

BAR	Vmax	Vmin	P.ATIV	P.REAT
1	0.00	0.00	0.0000	-0.0000
2	0.00	0.00	-0.0093	-0.0014
3	0.00	0.00	-0.0043	-0.0009
4	0.00	0.00	0.0249	-0.0000
5	12500.00	0.00	0.0277	0.0015
6	0.00	0.00	0.0079	0.0000
7	0.00	0.00	0.0041	-0.0001
8	0.00	0.00	0.0271	0.0023
9	12500.00	0.00	0.0440	0.0049
10	0.00	0.00	0.0619	0.0000
11	0.00	0.00	0.0032	-0.0019
12	0.00	0.00	-0.0138	0.0000
13	0.00	0.00	-0.0091	-0.0051
14	0.00	0.00	-0.0052	0.0008
15	0.00	0.00	-0.0055	-0.0000
16	0.00	0.00	-0.0009	-0.0012
17	0.00	0.00	0.0162	0.0015
18	0.00	0.00	-0.0016	-0.0000
19	0.00	0.00	-0.0068	-0.0000
20	0.00	0.00	-0.0072	-0.0031
21	0.00	0.00	-0.0016	-0.0052
22	0.00	0.00	0.0101	-0.0050

23	0.00	0.00	0.0345	-0.0015
24	0.00	0.00	0.0292	0.0008
25	12500.00	0.00	0.0685	0.0000
26	12500.00	0.00	0.0632	0.0000
27	0.00	0.00	0.0025	-0.0000
28	0.00	0.00	-0.0067	-0.0013
29	0.00	0.00	-0.0113	-0.0007
30	0.00	0.00	0.0222	0.0020
31	0.00	0.00	-0.0090	-0.0000
32	0.00	0.00	-0.0003	-0.0000
33	0.00	0.00	-0.0045	-0.0002
34	0.00	0.00	0.0079	0.0025
35	0.00	0.00	0.0049	0.0003
36	0.00	0.00	0.0045	-0.0000
37	12500.00	0.00	0.0127	0.0035
38	12500.00	0.00	0.0194	0.0037
39	0.00	0.00	-0.0230	-0.0012
40	0.00	0.00	-0.0351	-0.0000
41	0.00	0.00	-0.0411	-0.0015
42	0.00	0.00	-0.0300	-0.0000
43	0.00	0.00	-0.0071	0.0022
44	0.00	0.00	-0.0108	0.0025
45	0.00	0.00	-0.0059	-0.0007
46	0.00	0.00	0.0159	-0.0000
47	0.00	0.00	0.0324	0.0004
48	0.00	0.00	0.0307	0.0022
49	0.00	0.00	0.0408	0.0000
50	0.00	0.00	0.0223	-0.0012
51	0.00	0.00	-0.0018	-0.0047
52	0.00	0.00	-0.0104	-0.0051
53	0.00	0.00	-0.0135	-0.0042
54	0.00	0.00	-0.0043	-0.0000
55	0.00	0.00	-0.0060	0.0000
56	0.00	0.00	-0.0053	0.0000
57	0.00	0.00	0.0022	-0.0008
58	0.00	0.00	-0.0064	-0.0029
59	0.00	0.00	0.0378	-0.0033
60	0.00	0.00	0.0533	-0.0003
61	12500.00	0.00	0.0577	-0.0000
62	0.00	0.00	0.0534	-0.0000
63	0.00	0.00	0.0469	-0.0023
64	12500.00	0.00	0.0559	-0.0004
65	12500.00	0.00	0.0692	-0.0000
66	12500.00	0.00	0.0750	0.0000
67	0.00	0.00	0.0597	-0.0011
68	12500.00	0.00	0.0731	0.0011
69	12500.00	0.00	0.0780	0.0000
70	0.00	0.00	0.0243	0.0000
71	0.00	0.00	0.0231	0.0002
72	0.00	0.00	0.0214	-0.0000
73	0.00	0.00	0.0222	-0.0000
74	0.00	0.00	0.0085	-0.0000
75	0.00	0.00	0.0181	-0.0018
76	0.00	0.00	0.0068	0.0000
77	0.00	0.00	0.0547	-0.0004
78	0.00	0.00	0.0529	-0.0021
79	0.00	0.00	0.0569	-0.0022
80	12500.00	0.00	0.0778	0.0000
81	12500.00	0.00	0.0751	0.0010
82	0.00	0.00	0.0615	-0.0016
83	0.00	0.00	0.0715	-0.0008
84	0.00	0.00	0.0940	-0.0022
85	12500.00	0.00	0.1097	-0.0000
86	0.00	0.00	0.1008	-0.0014
87	0.00	0.00	0.1025	-0.0000
88	0.00	0.00	0.1229	-0.0018
89	12500.00	0.00	0.1419	0.0000
90	0.00	0.00	0.1022	-0.0000
91	0.00	0.00	0.1029	0.0000
92	12500.00	0.00	0.1098	-0.0000
93	0.00	0.00	0.0881	-0.0042
94	0.00	0.00	0.0730	-0.0051
95	0.00	0.00	0.0643	-0.0085
96	0.00	0.00	0.0650	-0.0044
97	0.00	0.00	0.0691	-0.0032
98	0.00	0.00	0.0679	-0.0010
99	0.00	0.00	0.0656	0.0000
100	12500.00	0.00	0.0725	-0.0000
101	0.00	0.00	0.0827	-0.0036
102	0.00	0.00	0.1003	-0.0016
103	0.00	0.00	0.0436	0.0000
104	0.00	0.00	0.0223	-0.0054
105	0.00	0.00	0.0133	-0.0029
106	0.00	0.00	0.0113	-0.0047
107	0.00	0.00	-0.0114	0.0000
108	0.00	0.00	0.0043	-0.0047
109	0.00	0.00	0.0011	-0.0054