Marcus Rodrigo Carvalho

**ESTUDO COMPARATIVO DE FLUXO DE POTÊNCIA
PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

São Carlos

2006

*Dedico este trabalho aos meus pais, Adalberto e Marilda
Aos meus avós, João (in memorian) e Luzia, Alfredo (in memorian) e Malvina*

*“E ainda que tivesse o dom de
profecia, e conhecesse todos os
mistérios e toda a ciência, e ainda que
tivesse toda a fé, de maneira tal que
transportasse os montes,
e não tivesse amor,
nada seria.”
(Coríntios 13:2)*

AGRADECIMENTOS

Pelo que penso, nunca realizamos um trabalho inteiramente só, pois somos sempre auxiliados seja com idéias, com compreensão, com conselhos ou simplesmente com incentivos nos momentos de grande dificuldade. Durante este trabalho tive apoio de diversas pessoas e é com imensa satisfação que a agradeço: a Deus, que me permitiu ter a capacidade para fazer este trabalho.

Ao Prof. Geraldo pela grande oportunidade que me deu e por ter proposto um tema tão interessante com o qual me identifiquei. Por todas as orientações, incentivos e confiança a mim atribuídos.

Aos meus pais, Adalberto e Marilda, pois não esqueço que devo a eles muito do que sou, que sou parte deles. Sempre tiveram paciência, compreensão, amor e dedicação.

Aos meus irmãos, Glauce e Diego, pela amizade que me faz superar qualquer circunstância, apoio e carinho. A toda a minha família que sempre confiou e apostou no meu sucesso. A minha sobrinha Julia, que nos deu uma nova motivação para vida.

À Isadora, por ser companheira, amiga, confidente e pelos conselhos, que sempre me indicam o melhor caminho a seguir. Pelo amor que me transmite e me dá segurança.

À todos os amigos que fiz e com quem convivi durante o período que estive na EESC, em especial para Edmarcio, Cris, Kostela, Vanuza, Elisa, Alessandra, do LOSEP, Aline, Cleber, Elis, Marco e Odilon pelos ensinamentos, amizade e momentos de descontração.

Aos meus grandes amigos Samir, Ticão, Betão, Diego, Elcio, pelo companheirismo e diversão.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo suporte financeiro dado no período de realização deste trabalho.

RESUMO

Carvalho, M. R. (2005). *ESTUDO DE TÉCNICAS EFICIENTES PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

Este trabalho descreve uma abordagem do método primal-dual barreira logarítmica (MPDBL) associado ao método de Newton modificado para a resolução do problema de Fluxo de Potência para Sistemas de Distribuição Radial. Também foi realizado um estudo comparativo com duas técnicas clássicas de solução do problema de Fluxo Potência para redes de distribuição radial. São os métodos: *Backward/Forward Sweep* e o método proposto por M. Baran e F. Wu, que é baseado na técnica de Newton-Raphson. Este método utiliza uma matriz Jacobiana modificada que atende a característica radial dos sistemas de distribuição. Nos testes comparativos serão considerados todos os parâmetros do sistema. Os algoritmos de solução serão analisados em suas propriedades de convergência e será realizado um teste de robustez. Os resultados dos testes realizados em 4 sistemas (4, 10, 34 e 70 barras) e o teste comparativo entre os métodos evidenciam a melhor metodologia na solução do problema de Fluxo de Potência para sistemas radiais.

Palavras-chave: sistemas elétricos de potência, fluxo de potência, sistemas de distribuição radiais, método Backward-Forward Sweep, método Baran-Wu, método primal-dual barreira logarítmica.

ABSTRACT

Carvalho, M. R. (2005). *Study of Efficient Techniques for the Resolution of Power Flow Problem for Distribution Radial Systems*. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

This work describes an approach on primal-dual logarithmic barrier method (PDLBM) associate to the method of Newton modified for the resolution of the problem of power flow for Radial Distribution Systems. Also a comparative study with two classic techniques of solution of the flow problem was carried through power for nets of radial distribution. They are the methods: Backward/Forward Sweep and the method considered for M. Baran and F. Wu, that is based on the technique of Newton-Raphson. This method uses modified Jacobiana matrix that takes care of the radial characteristic of the distribution systems. In the comparative tests all will be considered the parameters of the system. The solution algorithms will be analyzed in its properties of convergence and will be carried through a robustness test. The results of the tests carried through in 4 systems (4, 10, 34 and 70 bus) and the comparative test between the methods evidence the best methodology in the solution of the problem of Power Flow for radial systems.

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
 1 INTRODUÇÃO	
1.1- Introdução.....	1
1.2- Objetivo.....	3
1.3- Organização do Trabalho	4
 2 ESTADO DA ARTE DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	
2.1- Introdução.....	6
2.2- Histórico.....	7
 3 ESTRUTURA BÁSICA DO PROBLEMA	
3.1- Introdução.....	16
3.2- Definição do problema.....	17
3.3- Modelagem dos Componentes das Redes de Distribuição	23
3.3.1- Linhas de Distribuição.....	23
3.3.2- Cargas	24
3.3.3- Transformadores	26
3.4- Algoritmo de Indexação e Ordenação das barras.....	28
3.4.1- Implementação da Indexação.....	30
 4 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE FUXO DE POTÊNCIA EM SISTEMAS RADIAIS DE DISTRIBUIÇÃO	
4.1- Introdução.....	33
4.2- Método Backward/Forward Sweep	34
4.2.1- Cálculo da Corrente de Carga	35
4.2.2- Backward Sweep	36
4.2.3- Forward Sweep.....	36

4.2.4- Cálculo das Perdas do Sistema.....	37
4.2.5- Algoritmo de Solução BFS.....	38
4.3- Método Baran-Wu.....	39
4.3.1- Método de Solução.....	39
4.3.1.1- Caso Especial: Alimentador Principal	39
4.3.1.2- Caso Geral: Alimentador Principal com Laterais	43
4.3.2- Algoritmo de Solução Baran-Wu.....	46
4.3.2.1- Sistema Jacobiano	46

5 O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARITMICA PARA RESOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS RADIAIS DE DISTRIBUIÇÃO

5.1- Introdução.....	50
5.2- O Método Primal-Dual Barreira Logarítmica.....	51
5.2.1 Atualização das Variáveis.....	56
5.2.2 Inicialização das Variáveis.....	59
5.3 Problema de Fluxo de Potência para Sistemas Radiais.....	60
5.4 Algoritmo de Solução Método Primal-Dual Barreira Logarítmica.....	61

6 TESTES E RESULTADOS

6.1- Introdução.....	62
6.2- Sistema de 4 Barras	63
6.3- Sistema de 10 Barras	67
6.4- Sistema de 34 Barras	70
6.5- Sistema de 70 Barras	74

7 CONCLUSÕES..... 81

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 82

APÊNDICE A..... 88

APÊNDICE B..... 89

APÊNDICE C..... 91

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – <i>Relação X/R</i>	19
Tabela 3.2 – <i>Comparação Matriz Jacobiana</i>	22
Tabela 3.3 - <i>Algoritmo de Indexação</i>	32
Tabela 6.1 – <i>Resultados Sistema de 4 Barras</i>	64
Tabela 6.2 – <i>Resultados Sistema de 4 Barras- Power Factory</i>	66
Tabela 6.3 – <i>Perdas Ativas e Reativas Sistema de 4 Barras</i>	66
Tabela 6.4 – <i>Níveis Carregamento Sistema de 4 Barras</i>	67
Tabela 6.5 – <i>Resultado Sistema de 10 Barras</i>	68
Tabela 6.6 – <i>Resultados Sistema de 10 Barras- Power Factory</i>	68
Tabela 6.7 – <i>Perdas Ativas e Reativas Sistema 10 Barras</i>	69
Tabela 6.8 – <i>Níveis Carregamento Sistema de 10 Barras</i>	70
Tabela 6.9 – <i>Resultado Sistema de 34 Barras</i>	71
Tabela 6.10 – <i>Resultados Sistema de 34 Barras- Power Factory</i>	72
Tabela 6.11 – <i>Perdas Ativas e Reativas Sistema 34 barras</i>	74
Tabela 6.12 – <i>Níveis Carregamento Sistema de 34 Barras</i>	74
Tabela 6.13 – <i>Resultado Sistema de 70 Barras</i>	75
Tabela 6.14 – <i>Resultados Sistema de 70 Barras- Power Factory</i>	77
Tabela 6.15 – <i>Perdas Ativas e Reativas Sistema 70 Barras</i>	80
Tabela 6.16 – <i>Níveis Carregamento Sistema de 70 Barras</i>	80

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – <i>Sistema em anel</i>	19
Figura 3.2 – <i>Resultados sistema de 3 barras em anel</i>	20
Figura 3.3 – <i>Sistema Radial</i>	20
Figura 3.4 – <i>Resultados sistema de 3 barras radial</i>	21
Figura 3.5 – <i>Resultados ampliados sistema de 3 barras radial</i>	21
Figura 3.6 - <i>Modelo da linha de distribuição</i>	24
Figura 3.7 - <i>Condições de carga: indutiva e capacitiva</i>	25
Figura 3.8 - <i>Circuito equivalente π transformadores tipo 1</i>	26
Figura 3.9 - <i>Circuito equivalente π transformadores tipo 2</i>	27
Figura 3.10 - <i>Circuito equivalente π transformadores tipo 3</i>	27
Figura 3.11 - <i>Circuito equivalente π transformadores tipo 4</i>	21
Figura 3.12 – <i>Exemplo de indexação das barras</i>	29
Figura 4.1 – <i>Ramo de um Sistema de Distribuição</i>	35
Figura 4.2 – <i>Diagrama Unifilar, Alimentador Principal</i>	39
Figura 4.3 – <i>Alimentador Principal com Ramo Lateral</i>	43
Figura 6.1 - <i>Sistema de 4 barras</i>	63
Figura 6.2 – <i>Taxa de Convergência por Iteração Sistema 4 Barras</i>	66
Figura 6.3 - <i>Sistema de 10 barras</i>	67
Figura 6.4 – <i>Taxa de Convergência por Iteração Sistema 10 Barras</i>	69
Figura 6.5 - <i>Sistema de 34 barras</i>	70
Figura 6.6 – <i>Taxa de Convergência por Iteração Sistema 34 Barras</i>	73
Figura 6.7 - <i>Sistema de 70 barras</i>	75
Figura 6.8 – <i>Taxa de Convergência por Iteração Sistema 70 Barras</i>	79

INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência (SEP) têm a função precípua de fornecer energia elétrica aos usuários, grandes ou pequenos, com a qualidade adequada, no instante em que for solicitada. Isto é, o sistema tem as funções de produtor, transformando a energia de alguma natureza, por exemplo, hidráulica e térmica, em energia elétrica, e de distribuidor, fornecendo aos consumidores a quantidade de energia demandada, instante a instante. Assim, os SEP podem ser subdivididos em três grandes blocos:

- **Geração**, que perfaz a função de converter alguma forma de energia em energia elétrica;
- **Transmissão**, que é responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de produção aos de consumo;
- **Distribuição**, que distribui a energia elétrica recebida do sistema de transmissão aos grandes (subtransmissão), médios (distribuição primária) e pequenos (distribuição secundária) consumidores.

Um dos cálculos mais fundamentais relacionados a qualquer sistema é a determinação do estado da rede. Dá-se o nome a este cálculo de fluxo de potência ou fluxo de carga, que consiste essencialmente na determinação das tensões, módulos e ângulos, em

todas as barras ou nós do sistema, para uma determinada condição de geração e carga.

A maioria dos algoritmos de fluxo de potência, utilizados nas concessionárias de energia, são baseados no método de Newton-Raphson e em suas variantes, que foi desenvolvido especificamente para sistemas de transmissão. Estes sistemas possuem a característica de operar interligado, com linhas paralelas e muitos caminhos redundantes dos pontos de geração para os pontos de carga, formando uma rede malhada. Para sistemas de transmissão, algumas aproximações podem ser feitas, o que permite o desacoplamento entre a potência ativa e reativa e do módulo e ângulo da tensão. A matriz Jacobiana também pode ser aproximada por uma matriz constante, resultando no método de Newton desacoplado rápido, sendo um método muito eficaz para sistemas de alta tensão e ultra-alta tensão.

O foco desta dissertação está na solução do problema de fluxo de potência para o sistema de distribuição. Tipicamente, um sistema de distribuição origina-se de uma subestação onde a energia elétrica é convertida da alta tensão dos sistemas de transmissão para níveis de tensões mais baixos, para ser entregue aos usuários. Ao contrário dos sistemas de transmissão interligados em rede malhada, os sistemas de distribuição têm uma estrutura topológica tipicamente radial. A diferença na topologia e em algumas características elétricas dos sistemas, como por exemplo, a relação de resistência/reatância (R/X) mais elevada das linhas de distribuição, tornam os métodos: Newton, desacoplado e desacoplado rápido ineficientes para a maioria dos problemas de fluxo de potência de distribuição.

O cálculo do fluxo de potência é utilizado em muitas aplicações, que vão desde o planejamento até a operação dos sistemas. Alguns dos problemas de automação dos sistemas de distribuição relacionados à

otimização, como reconfiguração da rede, restauração do serviço, e alocação de banco de capacitores, requerem a solução de centenas ou até mesmo milhares de problemas de fluxo de potência. Estas aplicações implicam em duas exigências primárias de um método de solução do fluxo de potência para sistemas de distribuição. Primeiro, o modelo deve considerar todos os componentes encontrados nos sistemas de distribuição. Segundo, o algoritmo de solução deve ser robusto e eficiente.

Os sistemas de transmissão receberam uma maior ênfase por parte dos pesquisadores, contudo foram propostos alguns algoritmos eficientes na literatura para o problema de fluxo de potência para sistemas de distribuição, que exploram a estrutura radial. Estes algoritmos podem ser classificados em três grupos: os métodos que se baseiam na redução das redes (carga equivalente), métodos que se baseiam no processo de varredura Backward/Forward Sweep e por último os métodos baseados na técnica de Newton-Raphson.

1.2 OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma nova abordagem para solução do problema de fluxo de potência em sistemas de distribuição, baseado no método de pontos interiores, e comparar com dois métodos clássicos propostos na literatura, através da implementação de seus algoritmos. Serão analisados modelos detalhados e extensos, necessários para uso no ambiente de automação de sistemas reais de distribuição.

Será realizada uma análise teórica, experimental e crítica dos algoritmos, de diferentes formulações. Serão utilizados como parâmetros na comparação experimental a convergência e o esforço

computacional que o algoritmo apresenta para sistema de diversos tamanhos.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No capítulo 1, apresentou-se o problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais e definiu-se o objetivo do trabalho.

No capítulo 2, tem-se o estado da arte do problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais, onde apresenta-se um breve histórico do problema e também algumas metodologias desenvolvidas na tentativa de resolvê-lo.

No capítulo 3, apresentam-se alguns conceitos fundamentais da formulação do problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais, bem como os modelos de carga, linhas de distribuição, transformadores e bancos de capacitores, utilizados nas implementações dos métodos estudados.

No capítulo 4, apresentam-se o método *Backward/Forward Sweep* (BFS), por D. Shimohammadi et al. (1988) baseado na técnica *Ladder*, proposta por W. H. Keriting e D. L. Mende (1976) e também o método proposto por M. E. Baran e F. F. Wu (1989), baseado no método de Newton, porém levando em consideração as características dos sistemas de distribuição. Esses métodos são exclusivos para sistemas radiais de distribuição de energia elétrica.

No capítulo 5, apresentam-se o método primal-dual barreira logarítmica e sua formulação para revolver o problema de fluxo de potência para sistemas radiais de distribuição.

No capítulo 6, apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação das metodologias analisadas. Os sistemas elétricos de distribuição utilizados foram de 4, 10, 34 e 70 barras.

No capítulo 7, apresentam-se as conclusões obtidas com a aplicação dos métodos e sugestões para futuros trabalhos a serem realizados na área de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais.

ESTADO DA ARTE DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

2.1) INTRODUÇÃO

O progresso na área de Fluxo de Potência (FP) de sistemas radiais é vital para uma eficiente operação e contínuo desenvolvimento destes como um todo. Desenvolver novas técnicas e métodos para análise da rede elétrica, utilizando dispositivos baseados em microprocessadores, tem sido interesse de pesquisadores e engenheiros da área de potência nos últimos anos. O aperfeiçoamento das técnicas existentes e as novas metodologias visam melhorar, cada vez mais, a precisão dos resultados e a eficiência dos métodos.

Neste capítulo será apresentado um levantamento bibliográfico do problema de Fluxo de Potência para Sistemas de Distribuição Radiais. Tal levantamento bibliográfico visa apresentar diversos estudos voltados para o FP, na tentativa do aprimoramento das ferramentas de análise dos sistemas elétricos.

2.2 HISTÓRICO

Desde sua formulação inicial na década de 60, muitos métodos têm sido propostos para resolver o problema de FP para sistemas de distribuição radiais. Alguns deles serão destacados a seguir:

Nos anos 50, empregava-se o método de Gauss-Siedel para a resolução do FP. Apesar de eficiente, é considerado muito lento, pois necessita de um número excessivo de iterações para encontrar a solução. Aliado à baixa capacidade de processamento dos computadores da época, tornava o método pouco utilizável.

No final dos anos 60, W. F. Tinney *et al.* (1967) apresenta a resolução do problema de FP pelo método Newton-Raphson, cujo desenvolvimento considerava apenas as características dos sistemas de transmissão de energia (sistemas malhados), sem explorar computacionalmente características típicas de redes de distribuição (redes radiais). O método de Newton passou a ser uma referência no cálculo do fluxo de potência para redes malhadas, pois apresenta uma convergência rápida e eficiente.

Em 1967 surge o primeiro trabalho desenvolvido exclusivamente para sistemas de distribuição, R. Berg *et al.* (1967) “Mechanized calculation of unbalanced load flow on radial distribution circuits,” que pode ser considerado como base para todas as variantes que seguiram.

Porém, enquanto muitos pesquisadores buscavam aperfeiçoar e desenvolver técnicas para resolver o problema de FP voltado para transmissão, as pesquisas para as redes de distribuição não tiveram tanta ênfase. Os estudos de FP para distribuição eram realizados com pouca ou nenhuma análise. Sendo assim os sistemas de distribuição

eram superdimensionados. Então, com o passar do tempo as redes de distribuição foram sendo submetidas a um aumento contínuo da demanda de carga e, fazendo com que estes sistemas chegassem perto da sua capacidade máxima.

Após o trabalho de R. Berg *et al.* (1967) somente em 1976 W. H. Kersting e D. L. Mendeive (1976), apresentaram uma abordagem para solução do problema de FP para redes radiais. Aplicação da técnica “*ladder*” para sistemas de distribuição.

No final dos anos 80, com a modernização da legislação e o aumento da competitividade, bem como a necessidade de uma melhora da qualidade da energia fornecida, como decorrência do aparecimento de cargas sensíveis com a variação da tensão, o setor da distribuição de energia passou a ser estudado de maneira mais intensa.

A proposta para resolver esse problema feita por D. Rajcic e A. Bose (1988), utiliza o Método Desacoplado Rápido, pois apresenta uma convergência rápida e eficiente, no entanto propõe uma modificação no método para compensar a alta relação de resistência reatância nas linhas R/X, encontrada nos sistemas de distribuição, que provoca dificuldades na convergência para esses sistemas. A modificação proposta é a inserção de dois coeficientes, 0,4 e 0,3, determinados experimentalmente, nas equações das matrizes B' e B'' encontrados nas equações do Método Desacoplado Rápido, encontrado no livro “Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica” de A. J. Monticelli (1983). Apesar dos testes apresentarem resultados satisfatórios esse método continua sendo menos eficiente que o Método Desacoplado Rápido para sistemas com relações normais. Os autores não demonstram a metodologia de obtenção dos coeficientes.

Paralelamente foi proposto o método *Backward/Forward Sweep*, por D. Shimohammadi *et al.* (1988) baseado na técnica *Ladder*, proposta por W. H. Kersting *et al.* (1976). O método de resolução consiste em dois passos básicos, a varredura - *backward* - onde são calculados as correntes ou fluxos de potência nas linhas, iniciando das barras finais em direção a subestação e a varredura - *forward* - que realiza os cálculos das quedas de tensão com as atualizações das correntes ou fluxos de potência, que parte da subestação em direção as barras no final dos alimentadores. Esses passos são repetidos até que se obtenha a convergência do algoritmo. Este método por possuir boas características de convergência e ser muito robusto tornou-se o principal método de solução, e serviu como base para muitos métodos propostos posteriormente. Este método pode ser aplicado também para sistemas fracamente malhados, ou seja, sistemas que apresentam poucas interligações, onde são convertidos em redes radiais. Os detalhes da metodologia e do algoritmo de solução estão apresentados no Capítulo 4.

Em 1989, M. E. Baran e F. F. Wu apresentaram o método baseado no método de Newton-Raphson, porém levando em consideração as características dos sistemas de distribuição, o que torna esse método exclusivo para sistemas radiais de energia elétrica. O método propõe um novo modelo de equações para o cálculo de fluxo de potência, diferente, portanto, das equações de fluxo de potência para sistemas de transmissão. Essas equações são denominadas pelos autores de “equações de fluxo nos ramos” ou então “DistFlow”. Outra melhoria importante para a convergência do método é o uso de uma matriz de sensibilidade (Jacobiana) modificada que atende a característica radial dos sistemas de distribuição. H. D. Chiang (1991) apresenta o método de uma maneira mais detalhada onde realiza um estudo dos algoritmos e convergência. Este método também está apresentado no Capítulo 4.

Em 1990, R. Cespedes apresentou o método Soma de Potências, baseado no método *Backward/Forward*. O método Soma de Potências tem, como característica básica, a possibilidade de transformar o problema de cálculo em um conjunto de subproblemas que, por sua vez, podem ser resolvidos através das equações que relacionam as tensões entre dois nós de um alimentador de distribuição, com as potências equivalentes dos nós. Essa potência equivalente é a soma de todas as potências a jusante a esta barra, incluindo as perdas e são alocadas na posição correspondente a barra (carga equivalente), ou seja, calcula-se a carga equivalente para cada barra de carga. Este procedimento se dá no sentido das barras terminais para a subestação. Então partindo da barra da subestação, calculam-se as tensões do lado da carga para todas as barras. Com as novas tensões recalculam-se as perdas e com isso recalculam-se as novas cargas. Dessa forma, o processo de solução é realizado de dois em dois nós, e repetido até que a tensão em cada nó do sistema seja determinada e o erro se torne menor que uma tolerância especificada.

O método proposto em 1991, por Tsai-Hsiang Chen *et al.* utiliza uma aproximação do método Gauss Z_{bus} . É baseado no princípio da superposição aplicado às barras de tensão do sistema, ou seja, existem duas contribuições para o cálculo da tensão, uma proveniente da alimentação subestação e a outra do equivalente de injeção de corrente. As cargas, capacitores e reatores são modelados como fontes equivalentes de injeções de corrente. Então o cálculo do fluxo de potência se baseia no método da superposição.

No método proposto em 1992, por S. K. Goswami e S. K. Basu, o processo de resolução é iniciado a partir da subestação considerando as "cargas equivalentes" da mesma forma que R. Cespedes (1990) propôs. A diferença está na primeira iteração, onde não são levadas

em conta as perdas das linhas, e também no equacionamento, já que neste método ele utiliza o fluxo de correntes nos ramos. A cada iteração então são encontradas novas perdas no sistema que são utilizadas no processo do método Soma de Potências.

D. Rajcic *et al.* (1994) propuseram um método que se baseia na ordenação e orientação da matriz impedância Z , junto com o método da Soma das Potências, porém o método se demonstra eficiente apenas para redes fracamente malhadas.

C. S. Cheng e D. Shirmohammadi (1995) apresentam um método para sistemas de distribuição trifásicos desequilibrados, também baseado no método *Backward/forward Sweep*, mas com diferenças no equacionamento, pois para o cálculo das tensões utiliza a matriz impedância Z .

O método proposto em 1995, R. D. Zimmerman e H. D. Chiang é o método desacoplado rápido para sistemas de distribuição. Foi baseado na formulação proposta por M. E. Baran e F. F. Wu, mas com a diferença de utilizar o fluxo de corrente nos ramos ao invés de utilizar as potências como no método original. Utiliza uma matriz jacobiana aproximada, com isso consegue diminuir o tempo computacional, já que é necessária somente uma inversão da matriz.

O artigo de D. Das *et al.* (1995), apresenta um novo método para resolver fluxo de potência nas redes de distribuição radiais baseado no método da soma de potências. O método proposto envolve só a avaliação de uma expressão algébrica das magnitudes de tensão e nenhuma função trigonométrica. A solução do problema de fluxo potência é feita por meio do cálculo iterativo dos módulos de tensão das barras, em função da potência ativa e reativa que circulam nos

ramos. O critério de convergência está baseado na diferença, entre as perdas ativas e reativas em duas iterações subseqüentes.

O método proposto em 1996 por M. H. Haque pode ser aplicado a ambos os tipos de rede, radial e malhada. Se a rede for malhada, é convertida a uma rede radial. Para o cálculo do fluxo de potência, utiliza o método de injeções de corrente nos pontos em que houve a abertura da malha, na rede radial equivalente e então é realizado cálculo através do método da matriz impedância reduzida, baseado no método proposto por T. H. Chen *et al.* (1991).

O método proposto em 1997 por F. Zhang e C. S. Cheng é baseado no método de Newton, modificado para atender as características dos sistemas de distribuição radiais. A matriz Jacobiana assume a forma UDU^T , onde U é uma matriz constante triangular superior que depende somente de topologia de sistema e D é um bloco matriz diagonal sendo o resultado da estrutura radial e propriedades especiais do sistema de distribuição. No processo iterativo é utilizado uma metodologia baseada no *Backward/Forward Sweep*, e o equacionamento do fluxo de carga é baseado no método da matriz impedância Z_{bus} . Os autores não explicitam a montagem da matriz jacobiana. O método proposto pode ser utilizado em outras aplicações, como na estimação de estado e também pode ser estendido à solução de sistemas fracamente malhados, com geração distribuída e sistemas trifásicos (desequilibrado).

O método proposto por Y. H. Moon *et al.* (1999) é aplicado para solução de sistemas de distribuição radiais e malhados. Esse método também é baseado no método de Newton, mas diferentemente da formulação apresentada por F. Zhang e C. S. Cheng (1997), que resolvem pela matriz impedância Z , nesse trabalho utiliza-se a matriz admitância. A matriz Jacobiana, em sistemas monofásicos é dividida

em duas matrizes, sendo que ambas são formadas por blocos (2x2). A primeira matriz é formada pelas partes real e imaginária da matriz admitância Y_{bus} do sistema e se mantém constante durante as iterações. Já a segunda matriz, é atualizada durante o processo iterativo. O vetor ΔI (variação da corrente) também é atualizado durante o processo iterativo. As tensões das barras do sistema, são atualizadas até atingirem a convergência (ΔP e ΔQ forem menores ou iguais à tolerância estipulada).

Em 1999 A. G. Exposito e E. R. Ramos apresentaram um método para resolver o problema de fluxo de potência em redes radiais. O algoritmo apresentado segue uma aproximação diferente, apontada para aumentar a taxa de convergência. Está baseado na idéia intuitiva que quanto mais linear um sistema de equações melhor é sua taxa de convergência. Para alcançar esta meta, as equações de fluxo de carga foram escritas em termos de variáveis “alternativas” que conduzem a um conjunto de $3N$ equações ($2N$ equações lineares e N quadrático) para uma rede com $N+1$ barras. Um algoritmo computacional, baseado no método de Newton-Raphson, é proposto para resolver o sistema de equação resultante.

O trabalho apresentado em 2000 M. H. Haque calcula o de fluxo de carga para sistemas de distribuição radiais ou fracamente malhados. O sistema de distribuição é convertido primeiro a uma rede de fonte equivalente com configuração radial conforme artigo do autor de 1996, a diferença está no cálculo do fluxo de potência, que é neste trabalho calculado utilizando as equações propostas por M. E. Baran e F. F. Wu, (1989) equações *DistFlow*. As características do sistema original são preservadas injetando potência apropriada nos pontos em que foram abertos os circuitos no sistema equivalente. As potências injetadas são calculadas e atualizadas durante o processo iterativo.

O método proposto em 2000 P. A. N. Garcia, *et al.*, baseado no método Newton Raphson, chamado de Método de Injeção de Corrente é aplicado para soluções de sistemas trifásicos, com cargas desequilibradas, em que as equações das correntes injetadas são escritas em coordenadas retangulares e a matriz jacobiana é formada por blocos (6 x 6) e será aproximadamente igual à matriz admitância nodal, sendo esta variação determinada pelo modelo de carga adotado. A matriz jacobiana pode ou não ser atualizada durante o processo iterativo, visto que o número de iterações, sendo ela constante, é um pouco maior.

Em 2000, S. Jovanovic e F. Milicevic explora a topologia especial dos sistemas de distribuição para formular o método triangular de fluxo de carga de distribuição. Utiliza em sua formulação uma matriz triangular T , que é formada por $N_{\text{ramos}} \times N_{\text{barras}}$, constante durante o processo iterativo. Após a formulação da matriz calcula-se o fluxo de potência através de um processo baseado no *backward sweep*. A vantagem deste método é a simplicidade de sua formulação.

Em 2002 A. Augugliaro *et al.*, apresentam um método de solução para sistemas de distribuição, o método é válido tanto para sistemas radiais quanto para sistemas fracamente malhados. As tensões nas barras são consideradas como variáveis de estado. O método de solução é baseado no método iterativo *backward/forward sweep*, modificado para aumentar a velocidade de convergência.

O método proposto em 2003 por R. Ranjan e D. Das para solução do fluxo de potência em sistemas radiais, é baseado no método proposto por D. Das *et al.* (1995) e no método proposto por M. E. Baran e F. F. Wu (1989). A vantagem do método proposto é que todos os dados são armazenados em forma de vetor, além de poder ser utilizado

com o sistema SCADA (supervisory control and data acquisition) e DAC (distribution automation and control).

O artigo de T. L. Baldwin e S. A. Lewis (2003) apresenta uma revisão dos métodos clássicos e propõe uma nova metodologia, baseado no trabalho de S. Jovanovic e F. Milicevic (2000) e no método *backward/forward sweep*. Outra contribuição do método apresentado está na inclusão de múltiplas gerações, ou seja, não somente uma fonte (subestação) de alimentação.

O artigo de R. Ciric *et al.* (2004) apresenta uma metodologia, baseada no método *Backward/Forward Sweep*, para calculo de fluxo de potência de sistemas de distribuição com retorno por terra.

ESTRUTURA BÁSICA DO PROBLEMA

3.1) INTRODUÇÃO

Em qualquer problema onde são utilizados modelos matemáticos e algoritmos numéricos para analisar um sistema físico, os resultados obtidos serão tão precisos quanto aos modelos matemáticos utilizados. Na análise de sistemas de potência, as soluções encontradas por qualquer algoritmo de fluxo de carga só são úteis ao usuário se estas soluções fornecerem resultados que são compatíveis em relação aos sistemas reais. Torna-se importante, então, modelar cada componente do sistema tão precisamente quanto possível. Por outro lado, deve-se evitar utilizar modelos que são extremamente detalhados, pois isso o torna computacionalmente impraticável ou inviável devido à indisponibilidade dos dados dos parâmetros.

Os algoritmos apresentados nesta dissertação estão baseados em modelos que tentam satisfazer estas duas exigências. Os modelos utilizados são de representação monofásica de redes trifásicas simétricas com cargas equilibradas. Este capítulo apresenta alguns dos conceitos fundamentais que são de natureza geral e aplicam-se aos métodos discutidos nos capítulos posteriores.

3.2) DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Os sistemas de transmissão, na sua maioria, apresentam tensões que variam de 115 kV a 765 kV e capacidade de transporte de potência na faixa de 50 MVA a 2000 MVA, possuem a função de transportar esta energia elétrica dos centros de produção aos centros de consumo e devem operar de forma interligada, ou seja, em malha. Tal interligação é exigida por varias razões, dentre elas destacando-se o aumento da confiabilidade e a possibilidade de intercambio entre áreas. Exige-se elevada confiabilidade desses sistemas, pois são os responsáveis pelo atendimento dos grandes centros de consumo. Esse objetivo é atendido através de rigorosos critérios de projeto e de operação, e também, da existência obrigatória de capacidade de transmissão ociosa e de interligações. Os sistemas interligados são comumente chamados de sistemas malhados, ou seja, sistemas que possuem uma topologia em malhas ou anéis.

Os sistemas de subtransmissão operam, usualmente, em tensões de 138 kV ou 69 kV ou, mais raramente, em 34,5 kV, com capacidade de transporte de algumas dezenas de MW por circuito, usualmente de 20 MW a 150 MW. Os consumidores em tensão de subtransmissão são representados por grandes instalações industriais, como por exemplo, estações de tratamento e bombeamento de água. Este sistema pode operar em configuração radial, com possibilidade de transferência de blocos de carga quando de contingências. Com cuidados especiais no que se refere à proteção, pode também operar em malha.

Diferentemente das redes de transmissão, que possuem uma topologia em malha, as redes de distribuição primária, cujas tensões variam usualmente na faixa de 11,9 kV a 34,5 kV e capacidade média de 12 MVA, possuem uma estrutura topológica tipicamente radial. Essa

radialidade é caracterizada por ter somente um caminho entre o consumidor e o alimentador de distribuição (subestação). O fluxo de potência, portanto, flui da subestação para os consumidores através de um caminho único, o qual, se houver uma interrupção resulta no corte de energia para os demais consumidores localizados a frente da interrupção. Esse sistema radial é o mais utilizado nas redes de distribuição pelo seu menor custo, além de possuir uma maior simplicidade no seu planejamento, construção e operação.

Estas diferenças de configuração entre os sistemas de transmissão e distribuição, somados as grandes diferenças nas características elétricas das redes (principalmente a diferença entre as relações de reatância/resistência) fazem com que os métodos utilizados para o cálculo de fluxo de potência nos sistemas de transmissão sejam ineficazes para os sistemas de distribuição, ou seja, os métodos tradicionais (Newton-Raphson e suas variações) nem sempre convergem quando empregados nas redes radiais.

A tabela 3.1 traz dados a respeito dos cabos típicos das linhas de distribuição primária e das linhas de transmissão. Comparando as relações X/R dos cabos listados, podemos observar que essas relações realmente são menores para os sistemas de distribuição, o que provoca problemas numéricos quando aplicamos os métodos de Fluxo de Potência utilizados na transmissão aos sistemas de distribuição.

Outro fator importante que pode inviabilizar a utilização dos métodos tradicionais de Fluxo de Potência para sistemas de transmissão em sistemas de distribuição é a diferença na topologia destas redes. Para realizar essa demonstração foi utilizado um sistema simples com 3 barras e o método clássico para resolução do fluxo de potência para sistemas de Transmissão, Método Newton Desacoplado Rápido. Utilizando primeiramente o sistema fechado, ou seja, uma

ligação em anel, conforme a figura 3.1, foi implementado o Método desacoplado.

TABELA 3.1 – Relação X/R

Cabos Utilizados nas Redes Primárias de Distribuição			Cabos Utilizados nas Redes de Transmissão		
Tipo	Bitola	X/R	Tipo	Bitola	X/R
Cobre	4 AWG a 250 MCM	0,52 a 2,56	Cobre	450 MCM a 900 MCM	3,40 a 5,88
ACSR	2 AWG a 266,8 MCM	0,50 a 1,67	ACSR	556,5 MCM a 1,75 Pol	2,47 a 4,68
ACC	2 AWG a 266,8 MCM	0,48 a 1,73	ACC	—	—

FIGURA 3.1 – Sistema em anel

Os resultados encontrados podem ser visualizados na figura 3.2, onde podemos observar que foram necessárias apenas duas iterações para se atingir a convergência.

FIGURA 3.2 – Resultados sistema de 3 barras em anel.

Então, para tornar o sistema radial foi retirado a linha de ligação entre as barras 1 e 3, conforme a figura 3.3, todos os demais dados da rede foram mantidos.

Os resultados encontrados podem ser visualizados na figura 3.4

FIGURA 3.3 – Sistema radial

e na figura 3.5, sendo que nessa última, foi utilizado uma escala menor para melhor visualização do comportamento das curvas dos mismatches de potência, ΔP e ΔQ , ($\Delta P_k = P_k^{\text{esp}} - P_k^{\text{calc}}$ e $\Delta Q = Q_k^{\text{esp}} - Q_k^{\text{calc}}$, sendo P_k^{esp} e Q_k^{esp} os valores das potências ativa e reativa da barra k e P_k^{calc} e Q_k^{calc} os valores das potências ativa e reativa

calculadas com o valores das variáveis de estado calculados numa iteração do fluxo de carga). Podemos observar que o método utilizado divergiu, ou seja, não foi possível encontrar uma solução para este sistema. Apesar da aparente convergência, na figura 3.4, a partir da 9ª iteração, o método perde a convergência, sendo que a partir da 49ª o problema diverge completamente.

FIGURA 3.4 – Resultados sistema de 3 barras radial.

FIGURA 3.5 – Resultados ampliados sistema de 3 barras radial.

Para compreender melhor a razão da divergência do sistema radial basta olharmos para o comportamento da matriz jacobiana a cada iteração. Quando o sistema é interligado a matriz jacobiana apresenta a característica de ser diagonalmente dominante, ou seja, o elemento da diagonal principal é maior que a soma de todos os elementos, da mesma linha, fora da diagonal. Essa característica não prevalece quando transformamos o sistema em malha em um sistema radial. A tabela 3.2 faz uma comparação entre a matriz jacobiana para os dois sistemas, podemos observar que desde a primeira iteração a matriz do sistema radial não possui a característica de ser diagonalmente dominante.

TABELA 3.2 – *Comparação Matriz Jacobiana*

Matriz Jacobiana Sistema Malhado	Matriz Jacobiana Sistema Radial
1° Iteração	1° Iteração
$\begin{bmatrix} -1,960 & 0,970 & -0,200 & 0,099 \\ 0,970 & -1,455 & 0,097 & -0,143 \\ 0,96 & -0,097 & -1,960 & 0,970 \\ -0,097 & 0,146 & 0,90 & -1,367 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1,960 & 0,970 & -0,200 & 0,099 \\ 0,970 & -0,970 & 0,097 & -0,095 \\ 0,196 & -0,097 & -1,960 & 0,970 \\ -0,097 & 0,097 & 0,990 & -0,931 \end{bmatrix}$
Permaneceu a Característica Diagonalmente Dominante	Não Permaneceu a Característica Diagonalmente Dominante

Dessa forma, se faz necessário à utilização de métodos específicos para as redes de distribuição radial. Um estudo sobre esses métodos é o foco principal dessa dissertação, sendo que, os principais métodos serão apresentados no próximo capítulo.

3.3) MODELAGEM DOS COMPONENTES DAS REDES DE DISTRIBUIÇÃO

Nesta seção, são apresentados os modelos de linhas de distribuição, transformadores e representação das cargas, que foram utilizados para o cálculo do fluxo de potência.

3.3.1) LINHAS DE DISTRIBUIÇÃO

O modelo utilizado para representar a linha de distribuição, conectadas entre dois nós, é o modelo π equivalente, representado na figura 3.6. O modelo equivalente π é definido por três parâmetros:

- a resistência série r_{km} ;
- a reatância indutiva série x_{km} ;
- e a susceptância capacitiva *shunt* $\frac{y_{km}}{2}$;

Não havendo susceptância *shunt*, o que ocorre no modelo de linhas curtas, o modelo se resume em 2 barras com uma impedância entre elas. A impedância do elemento série é:

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (3.1)$$

Enquanto a admitância série é:

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} = z_{km}^{-1} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.2)$$

FIGURA 3.6 - Modelo da linha de distribuição.

Esse tipo de modelo unifilar é válido para sistemas equilibrados, onde os efeitos das indutâncias mútuas são considerados. As linhas de distribuição são representadas por um sistema com parâmetros distribuídos, sendo que os modelos matemáticos correspondentes se baseiam em equações diferenciais a derivadas parciais.

3.3.2) CARGAS

Entre todos os componentes de um sistema de energia elétrica, talvez os que ofereçam maiores dificuldades para modelagem sejam as cargas. Contrariamente ao que ocorre com, por exemplo, geradores e linhas, que são projetados e têm um comportamento previsível, as cargas representam agregados de consumidores com diferentes características e nem sempre previsíveis.

Além da diversidade de elementos que as compõem, as variações com o tempo são um fator adicional na dificuldade de modelagem. Deve-se, portanto, encarar o modelo representado na figura 3.7 abaixo não como um circuito, mas simplesmente como uma representação esquemática na qual se faz referência ao fato de as cargas serem variáveis e apresentarem duas componentes, ou seja, potências ativa e reativa.

FIGURA 3.7 - Condições de carga: indutiva e capacitiva

A maneira mais usual de se modelar cargas consiste em representá-las através de valores constantes de potências ativas e reativas (modelo de potência constante). Outros modelos possíveis são os modelos corrente constante e impedância constante. Combinações ponderadas dos três modelos também podem ser utilizadas.

A figura 3.7 indica dois tipos possíveis de cargas: em ambos os casos, a carga absorve potência ativa, mas a potência reativa pode ser positiva ou negativa. Na maioria dos casos práticos, as cargas são do tipo indutivo (absorve potência reativa), devido aos efeitos dos motores de indução e aos reatores utilizados em iluminação, por exemplo.

Nos cálculos de fluxo de carga, em geral, trabalha-se com a carga líquida da barra que é dada pela diferença entre a demanda (carga) e possíveis compensadores de reativo. Nos sistemas de distribuição e nas subestações de potência, são utilizados com muita intensidade bancos de capacitores *shunt* (em derivação).

Os bancos de capacitores apresentam as seguintes vantagens para o sistema:

- liberam os geradores para fornecer maior potência ativa ao sistema;
- corrigem o fator de potência;
- melhoram a regulação do sistema elétrico;

- elevam o nível de tensão na carga;
- reduzem as perdas por efeito Joule no sistema.

Os bancos de capacitores também serão considerados nos estudos como cargas de potência constante, ou seja, serão considerados como sendo uma fonte constante de potência reativa.

3.3.3) TRANSFORMADORES

Os transformadores são máquinas elétricas estáticas que têm a finalidade de transformar, por indução eletromagnética, a tensão e a corrente alternada entre dois ou mais enrolamentos. Os transformadores desempenham papel preponderante nos sistemas de distribuição, quer no suprimento da rede de média tensão, quer no suprimento da rede de baixa tensão.

O modelo de transformadores consiste basicamente em uma admitância em série y_{km} e um autotransformador ideal com relação de transformação $1:t$, sendo t o tap da relação de transformação. A representação de transformador, através do modelo π equivalente com *tap* (em fase), pode assumir 4 formas, conforme mostrado nas figuras 3.8 a 3.11. Eles se diferem pela relação de espiras e/ou pelo lado em que a tensão primária esta representada.

FIGURA 3.8 - Circuito equivalente π transformadores tipo 1

FIGURA 3.9 - Circuito equivalente π transformadores tipo 2

FIGURA 3.10 - Circuito equivalente π transformadores tipo 3

FIGURA 3.11 - Circuito equivalente π transformadores tipo 4

3.4) ALGORITMO DE INDEXAÇÃO E ORDENAÇÃO DAS BARRAS

Na formulação do problema de fluxo de potência para distribuição um conjunto de equações e de variáveis é associado a cada barra na rede, estas equações e variáveis são organizadas por uma ordenação particular das barras (característica da radialidade do sistema). Uma rede tem sua topologia perfeitamente definida desde que suas barras estejam identificadas univocamente através de um número ou código e todos os trechos e suas interligações estejam identificados por suas barras extremas. Essa formulação é possível através de um sistema de indexação das barras para aplicação em qualquer método de solução, onde a identificação das barras será realizada através de um vetor com três elementos (indexação) e ordenadas em ordem crescente a partir da subestação. O objetivo da ordenação é, portanto, o de se estabelecer a seqüência de trechos no sentido do fluxo partindo da subestação.

O algoritmo de indexação para um sistema radial, que é composto de um alimentador principal, laterais e sub-laterais, é capaz de definir a posição de qualquer barra em relação à subestação utilizando apenas um vetor de três elementos. O primeiro elemento do vetor indica o nível da lateral em relação à subestação, ou seja, o número de laterais que precisam ser transpostas para chegar ao alimentador principal. Por exemplo, o alimentador principal terá o nível 1, suas laterais nível 2, as sub-laterais nível 3, etc.

O segundo elemento do vetor indica o número da lateral ligada ao alimentador principal, o número de sub-laterais ligadas a uma lateral, etc. Então cada lateral pode ser identificada por um par ordenado (l, m) , onde l é o nível da lateral e m é o índice da lateral com nível l .

Os números que estão em destaque dentro do quadrado são chamados de *reverse breadth-first* (RBF), são responsáveis pela ordenação das laterais, sendo esta classificação feita na ordem decrescente do nível e do índice das laterais. A ordenação RBF é tipicamente utilizada nas operações do tipo *Backward Sweep*. Se as laterais forem ordenadas na ordem crescente, resulta na chamada ordem *breadth-first* (BF), utilizada, tipicamente, nas operações do tipo *Forward Sweep*. A seguinte notação também será utilizada nas formulações e algoritmos: i será um par ordenado referindo-se a uma lateral e k será um vetor com 3 elementos referindo-se a uma barra. A lateral $i-1$ refere-se a lateral anterior a lateral i (ramo “pai”) e a barra $k-1$ refere-se a uma barra anterior a barra k (barra “pai”). Então a barra $k+1$ será a barra seguinte a barra k sobre a mesma lateral.

3.4.1) IMPLEMENTAÇÃO DA INDEXAÇÃO

Os algoritmos apresentados no capítulo 4 utilizam a ordenação das barras e laterais apresentada na seção anterior. Torna-se necessário então uma estruturação dos dados dos sistemas para que se possa obter as informações sobre a conectividade das barras. Os dados das redes, com as especificações da topologia do sistema são, usualmente, fornecidos em uma lista com os ramos, a qual possui informações sobre as barras que estão em suas extremidades. Para construir o algoritmo e definir a conectividade do sistema, torna-se fundamental armazenar as seguintes informações sobre cada barra k :

- a barra anterior ($k-1$) e a barra seguinte ($k+1$) sobre a mesma lateral;
- o número de sub-laterais que partem da barra k e a primeira barra sobre cada uma dessas sub-laterais.

As informações sobre a barra anterior, barra seguinte e número de sub-laterais, serão chamadas, respectivamente, de $inbranch(k)$, $next(k)$, e $nsubs(k)$. As primeiras barras sobre as sub-laterais que partem de k serão chamadas de $subbus1(k,1)$, $subbus1(k,2)$, ..., $subbus1(k,nsubs(k))$, respectivamente. Assumindo que a barra da subestação é conhecida, estas estruturas de dados podem ser construídas (ordenadas), junto com a indexação (l,m,n) da seção anterior, durante o processo chamado de *breadth-first search* (técnica “pai-filho”).

O processo *breadth-first search* tem como objetivo encontrar todos os “filhos” (barras posteriores) associados a uma barra k . Quando todas essas barras forem identificadas podemos associar o marcador *inbranch* a cada uma delas. O valor do $nsubs$ será número de “filhos” menos um, e a barra que não for classificada como $nsubs$ será classificada como $next(k)$, que será a barra que se encontra sobre a mesma lateral. As barras dentro do conjunto $nsubs$ serão identificadas individualmente como *subbus1*.

Após ter realizado a ordenação dos dados referentes à barra k , tendo definido a quais barras está conectada, é necessário gerar o índice através do vetor de três elementos. Para isso são necessários vários contadores que sejam mantidos durante o processo de procura. Primeiramente, será definido l , m e n como sendo o índice do nível, lateral e da barra, respectivamente. Os contadores L , M_l e $N_{l,m}$ mantêm, respectivamente, o número níveis encontrado durante a busca, o número de laterais sobre o nível l e o número de barras sobre a lateral (l, m) . O índice da subestação será imposto sendo $(1,1,0)$. O algoritmo utilizado para gerar a tripla ordenação para uma barra k é mostrado na tabela 3.3.

TABELA 3.3 - Algoritmo de Indexação

Algoritmo Indexação (l, m, n) para Barra k	
Se barra k for subestação:	
	faça $(l, m, n) = (L, M_l, N_{l,1}) = (1, 1, 0)$
Senão (<i>para todas as outras barras</i>)	
	fixe o mesmo índice de nível da barra “pai”, nível l , para barra k
	se a barra k esta sobre a mesma lateral que sua barra “pai”
	fixe o mesmo índice da lateral da barra “pai”, m , a barra k
	senão (<i>se for a primeira barra de uma nova lateral</i>)
	incremente l de 1
	se este é o primeiro nível lateral l encontrada
	incremente L de 1 (i.e. faça $L = l$)
	inicialize $M_l = 0$
	fim se
	incremente M_l de 1 e faça $m = M_l$
	inicialize $N_{l,m} = 0$
	fim se
	incremente $N_{l,m}$ de 1 e faça $n = N_{l,m}$
fim se	
faça o índice para a barra $k = (l, m, n)$	

Quando a rede inteira for varrida, todas as estruturas de conectividade terão sido construídas e todos o índices das barras terão sido definidos. Os índices das barras serão usados para formar numeração das laterais na ordenação RBF (*reverse breadth-first*). Cada elemento relaciona a primeira e a última barra de cada lateral, sendo ordenado em ordem decrescente, de acordo com os índices associados às barras correspondentes, sendo considerado primeiro o nível lateral (l), e depois o índice lateral (m).

MÉTODOS PARA CÁLCULO DE FUXO DE POTÊNCIA EM SISTEMAS RADIAIS DE DISTRIBUIÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Por “estudo de fluxo de potência da rede” entende-se a resolução do circuito elétrico que representa a rede, para o qual se dispõe da topologia, com as constantes elétricas de seus elementos, das demandas das cargas e das tensões dos geradores que o excitam. Assim, o estudo de fluxo de potência, que permite a simulação da operação da rede, tem por finalidade:

- O cálculo das tensões, dos ângulos e dos *taps* dos transformadores nas barras da rede, permitindo a verificação do atendimento aos níveis de tensão tecnicamente corretos;
- O cálculo da corrente, e da potência, que fluem pelos trechos da rede, permitindo a verificação da obediência aos limites de carregamento;
- O cálculo das perdas, em termos de potência e de energia, permitindo, através da comparação com a demanda e energia das cargas, definir a necessidade de realização de novos estudos visando alcançar-se uma condição operativa de melhor desempenho técnico econômico;
- Para as redes assimétricas ou com cargas desequilibradas permite determinar os desequilíbrios de corrente e tensão,

avaliando-se, a partir desses valores, a necessidade de novos estudos para a condução dos desequilíbrios a valores tecnicamente aceitáveis;

- Representando-se os parâmetros da rede em função da frequência é possível estabelecer-se a distorção harmônica originada da injeção de harmônicas em barras específicas.

Neste capítulo serão apresentados os dois métodos tradicionais encontrados na literatura para resolução do problema de fluxo de potência para sistemas radiais juntamente com os seus respectivos algoritmos de solução.

4.2 MÉTODO BACKWARD/FORWARD SWEEP

Nesta seção serão apresentados os aspectos teóricos e práticos relacionado ao algoritmo de fluxo de carga para redes de distribuição *Backward/Forward Sweep* (BFS).

O algoritmo geral do método BFS consiste em dois passos básicos, a varredura - *backward* - onde são calculadas as correntes ou fluxos de potência com as possíveis atualizações das tensões e a varredura - *forward* - que realiza os cálculos das quedas de tensão com as atualizações das correntes ou fluxos de potência. Esses passos são repetidos até que se obtenha a convergência do algoritmo.

O processo de resolução inicia determinando o valor da tensão em todas as barras da rede de distribuição, normalmente define-se como sendo a tensão da subestação. Após a tensão definida calculam-se as correntes de carga das barras.

Partindo das últimas barras de cada ramo, é realizado o somatório das correntes das cargas (processo *backward*), até a chegada na barra da subestação, encontrando a corrente total da rede distribuição.

Então, usando os valores das correntes dos ramos e partindo da subestação calculam-se os novos valores das tensões em todas as barras do sistema (processo *forward*). Recalculam-se as novas correntes do sistema.

Esse processo se repete até que a convergência seja atingida ou algum critério de parada seja satisfeito, como por exemplo, um determinado número de iterações. Nesse trabalho será utilizado como critério de parada a variação das perdas ativas em duas iterações consecutivas, ou seja, quando a diferença entre duas iterações das perdas ativas do sistema for menor que uma tolerância pré-determinada.

4.2.1 CÁLCULO DA CORRENTE DE CARGA

A figura 4.1 apresenta duas barras de um sistema de distribuição radial. Assim, a carga da barra k é representada por $S_k = P_k + jQ_k$ e a tensão fasorial da barra é dada por $V_k = V_{kr} + jV_{ki}$. Portanto, a corrente da carga será:

$$I_k = \left(\frac{S_k}{V_k} \right)^* \quad (4.1)$$

FIGURA 4.1 – Ramo de um Sistema de Distribuição.

Fazendo $I_k = I_{kr} + jI_{ki}$, e igualando com a relação anterior podemos separar as componentes real e imaginária da corrente da carga, ou seja:

$$\begin{aligned} I_{kr} &= \Re\{I_k\} \\ I_{ki} &= \Im\{I_k\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

4.2.2 BACKWARD SWEEP

O processo *Backward Sweep* consiste na somatória das correntes das cargas para se determinar as correntes dos ramos. Então começando nas últimas barras de cada ramo e deslocando em direção da subestação, pode-se calcular a corrente em cada ramo I_{km} da seguinte forma:

$$I_{km} = I_m + \sum_{j \in F_m} I_{mj} \quad (4.3)$$

onde, F_m é o conjunto das barras alimentadas pela barra m .

A corrente I_{km} pode ser separada na parte real e imaginária, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} I_{kmr} &= \Re\{I_{km}\} \\ I_{kmi} &= \Im\{I_{km}\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

4.2.3 FORWARD SWEEP

Partindo da subestação em direção as últimas barras de cada ramo, são calculadas as tensões das barras, da seguinte forma:

$$V_m = V_k - Z_{km} \cdot I_{km} \quad (4.5)$$

onde:

$$Z_{km} = r_{km} + j \cdot x_{km} \quad (4.6)$$

Que pode ser separada na parte real e imaginária, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_{km_r} &= \Re\{V_{km}\} \\ V_{km_i} &= \Im\{V_{km}\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Da relação anterior, pode-se deduzir facilmente:

$$\begin{aligned} V_{m_r} &= V_{k_r} - r_{km} \cdot I_{km_r} + x_{km} \cdot I_{km_i} \\ V_{m_i} &= V_{k_i} - r_{km} \cdot I_{km_i} - x_{km} \cdot I_{km_r} \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.2.4 CÁLCULO DAS PERDAS DO SISTEMA

O critério de parada utilizado será o diferença das perdas ativas entre duas iterações consecutivas. Para calcular as perdas ativas e reativas de um determinado ramo do sistema temos que:

$$S_{km_p} = P_{km_p} + Q_{km_p} = Z_{km} \cdot I_{km}^2 \quad (4.9)$$

$$S_{km_p} = (r_{km} + j \cdot x_{km}) \cdot I_{km}^2 \quad (4.10)$$

Da Eq. (4.10) determina-se a perda ativa e reativa no ramo k-m:

$$P_{km_p} = r_{km} \cdot I_{km}^2 \quad (4.11)$$

$$Q_{km_p} = x_{km} \cdot I_{km}^2 \quad (4.12)$$

As eq. (4.11) (4.12) podem ser generalizadas para todos os ramos do sistema. Assim, as perdas ativas e reativas do sistema assumem a seguinte forma:

$$P_{p_T} = \sum_{(k,m) \in \Omega} r_{km} \cdot I_{km}^2 \quad (4.13)$$

$$Q_{p_T} = \sum_{(k,m) \in \Omega} x_{km} \cdot I_{km}^2 \quad (4.14)$$

onde Ω representa o conjunto de todos os ramos do sistema.

A seguir será apresentado o algoritmo para o fluxo de carga com as relações matemáticas apresentadas.

4.2.5 ALGORITMO DE SOLUÇÃO *BACKWARD/FORWARD SWEEP*

O algoritmo de solução do método BFS pode ser representado da seguinte maneira:

- 1) Leitura dos dados e condições iniciais, fazer $P_{per1}=0$.
- 2) A partir das barras extremas calcular as correntes de carga em todas as barras, Eq. (4.1) e as correntes nos ramos, Eq. (4.3) – *Backward*.
- 3) Calcular as perdas ativas do sistema através Eq. (4.13). Fazer $P_{per2}=P_{pt}$.
- 4) Se $\Delta P_{per}=|P_{per1} - P_{per2}| \leq \xi$, uma tolerância especificada, parar o processo, senão fazer $P_{per1} = P_{per2}$.
- 5) Calcular novos valores de tensão das barras, iniciando da subestação Eq. (4.8) - *Forward*. Voltar ao passo (2).

4.3 MÉTODO BARAN-WU

O método proposto por M. E. Baran e F. F. Wu (1989) explora a estrutura radial para reduzir o número de equações e variáveis na formulação. Obtendo assim uma Matriz Jacobiana modificada para atender os sistemas de distribuição.

4.3.1 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Equações do fluxo de potência para sistema de distribuição são geralmente modeladas diferentemente dos sistemas de transmissão. Para simplificar a apresentação, o sistema é assumido sendo um sistema trifásico balanceado. Por conveniência, nós consideraremos primeiro um caso especial onde há apenas um alimentador principal. O caso geral para qualquer sistema de distribuição é considerado logo após.

4.3.1.1 CASO ESPECIAL: ALIMENTADOR PRINCIPAL

Considere um sistema de distribuição constituído apenas de um alimentador principal como mostrado na figura 4.2. Na figura, $|V_o|$ representa a magnitude da tensão da barra da subestação e é assumida sendo constante. As linhas de distribuição são modeladas como impedâncias em série $z_1 = r_1 + j.x_1$. A demanda da carga na barra i é modelada como potência constante, $S_{Li} = P_{Li} + jQ_{Li}$

FIGURA 4.2 – Diagrama Unifilar, Alimentador Principal

Se a potência fornecida da subestação, $S_o = P_o + Q_o$ na figura 4.2, é conhecida, então a potência e a tensão no receptor final do primeiro ramo (i e. barra 1) pode ser calculada como segue:

$$S_1 = S_o - S_{\text{PERDAS}} - S_{L1} = S_o - z_1 \cdot \frac{|S_o|^2}{|V_o|^2} - S_{L1} \quad (4.15)$$

$$V_1 = |V_1| \cdot e^{j\theta_1} = V_o - z_1 \cdot I_o = V_o - z_1 \cdot \frac{S_o^*}{V_o^*} \quad (4.16)$$

Então, a potência ativa e reativa que chega a uma determinada barra $i+1$, P_{i+1} e Q_{i+1} , e a tensão relacionada a essa barra $|V_{i+1}|$ pode ser expressa pelo seguinte conjunto de equações:

$$P_{i+1} = P_i - r_{i+1} \cdot \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} - P_{Li+1} \Rightarrow \hat{P}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2) \quad (4.17)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - x_{i+1} \cdot \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} - Q_{Li+1} \Rightarrow \hat{Q}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2) \quad (4.18)$$

$$V_{i+1} = |V_{i+1}| \cdot e^{j\theta_{i+1}} = V_i - z_{i+1} \cdot I_i = V_i - z_{i+1} \cdot \frac{S_i^*}{V_i^*} \quad (4.19)$$

$$|V_{i+1}|^2 = |V_i|^2 - 2 \cdot (r_{i+1} \cdot P_i + x_{i+1} \cdot Q_i) + (r_{i+1}^2 + x_{i+1}^2) \cdot \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} \Rightarrow \hat{V}_{i+1}(P_i, Q_i, |V_i|^2) \quad (4.20)$$

As equações anteriores são chamadas de equações de fluxo nos ramos, podem ser escritas na seguinte forma compacta:

$$X_{0i+1} = f_{0i+1}(X_{0i}) \quad (4.21)$$

$$X_{0i} = [P_i, Q_i, |V_i|^2] \quad (4.22)$$

Entretanto, o alimentador principal pode ser descrito pelo seguinte sistema de equações:

$$X_{01} = f_{01}(X_{00}) \quad (4.23)$$

$$X_{02} = f_{02}(X_{01}) \quad (4.24)$$

seguindo até a última barra:

$$X_{0n} = f_{0n}(X_{0n-1}) \quad (4.25)$$

Sendo as condições de contorno:

- 1) A tensão na subestação $|V_{00}|$ é especificada;
- 2) No final do alimentador principal, temos:

$$\begin{aligned} P_{0n} &= \hat{P}_{0n}(X_{0n-1}) = 0 \\ Q_{0n} &= \hat{Q}_{0n}(X_{0n-1}) = 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

A Eq. (4.25) junto com as condições de contorno será referida como equações do fluxo de potência de distribuição. Da seguinte forma:

$$G(X_0) = 0 \quad (4.27)$$

onde:

$$X_0 = [X_{00}^T, X_{01}^T, \dots, X_{0n}^T]^T \quad (4.28)$$

Para um determinado padrão de carga de um sistema de distribuição de n barras, isto é, um conjunto de cargas P_{Loi} , Q_{Loi} , $i=1,2,\dots,n$, as equações do fluxo de potência de distribuição podem ser usadas para determinar o ponto de operação, X_0 do sistema. Note que é suficiente conhecer o vetor (X_{00}) para se determinar todas as variáveis do sistema, simplesmente aplicando a equação recursiva (4.23).

Desde que a tensão da subestação $|V_{00}|$ seja especificada, a única variável que precisa ser encontrada é, $S_{00}=P_{00}+jQ_{00}$, a potência complexa fornecida pela subestação. Para isto, a Eq. (4.25) será reescrita da seguinte forma:

$$X_{02} = f_{02}(X_{01}) = f_{02}(f_{01}(X_{00})) = \hat{f}_{02}(X_{00}) \quad (4.29)$$

$$X_{03} = f_{03}(X_{02}) = f_{03}(\hat{f}_{02}(X_{00})) = \hat{f}_{03}(X_{00}) \quad (4.30)$$

Seguindo de forma recursiva, temos que:

$$X_{0n} = f_{0n}(X_{0n-1}) = \hat{f}_{0n}(X_{00}) \quad (4.31)$$

Substituindo a Eq. (4.26) nas equações acima, temos que:

$$\begin{aligned} P_{0n} &= \hat{P}_{0n}(S_{00}, |V_{00}|) = 0 \\ Q_{0n} &= \hat{Q}_{0n}(S_{00}, |V_{00}|) = 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Estas equações são usadas para determinar a variável S_{00} . As variáveis de estado podem ser calculadas através da Eq. (4.25).

4.3.1.2 CASO GERAL: ALIMENTADOR PRINCIPAL COM LATERAIS

A Eq. (4.27) do fluxo de potência de distribuição pode ser estendida para redes com ramos laterais. Considere um alimentador principal com um ramo lateral conforme a figura (4.3). Em uma determinada barra k existe um ramo derivando do alimentador principal.

O mesmo processo utilizado para a formulação do alimentador principal será aplicado para a lateral k . Sendo que a única diferença será que o módulo da tensão da barra $|V_{ok}|$ não será constante, enquanto que a tensão da barra da subestação é constante. A tensão no ramo da barra k é função das variáveis de estado da barra anterior $X_{ok-1} = [P_{ok-1}, Q_{ok-1}, |V_{ok-1}|]$. As equações dos fluxos nos ramos para o ramo k do alimentador principal agora se tornam:

$$\begin{aligned} P_{ok} &= \hat{P}_{ok}(X_{ok-1}) - P_{k0} \\ Q_{ok} &= \hat{Q}_{ok}(X_{ok-1}) - Q_{k0} \\ |V_{ok}| &= \hat{V}_{ok}(X_{ok-1}) \end{aligned} \quad (4.33)$$

e temos as seguintes equações para a lateral k :

$$\begin{aligned} X_{k1} &= f_{k1}(X_{k0}) \\ X_{k2} &= f_{k2}(X_{k1}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

FIGURA 4.3 – Alimentador Principal com Ramo Lateral

Seguindo até a última barra:

$$X_{kn} = f_{kn}(X_{kn-1}) \quad (4.35)$$

Com as condições de contorno, especificadas anteriormente:

$$\begin{aligned} P_{kn} &= \hat{P}_{kn}(X_{kn-1}) = 0 \\ Q_{kn} &= \hat{Q}_{kn}(X_{kn-1}) = 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Para esta configuração, um alimentador principal com uma lateral, conhecendo as variáveis P_{00} , Q_{00} , P_{k0} , Q_{k0} é suficiente para determinar o restante das variáveis do sistema.

Em geral, um sistema de distribuição possui n barras, com l laterais, onde a lateral 1 possui n_1 barras, a lateral 2 possui n_2 barras, sucessivamente até a lateral l com n_l barras. Então, existem $3(n + \sum_i^l n_i)$ equações de fluxo de potência de distribuição com $2(n+1)$ condições de contorno. Estas equações podem ser representadas na seguinte forma compacta:

$$G(X_0) = 0 \quad (4.37)$$

onde:

$$\begin{aligned} X &= [X_0^T, X_1^T, \dots, X_l^T]^T, \\ X_0 &= [X_{00}^T, X_{01}^T, \dots, X_{0n}^T]^T \\ X_i &= [X_{i0}^T, X_{i1}^T, \dots, X_{in}^T]^T, \quad i=1, 2, \dots, l. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Agora vamos escolher duas variáveis para cada lateral k , chamada de $S_{k0} = [P_{k0}, Q_{k0}]$, $k=1, 2, \dots, l$, sendo a potência ativa e reativa injetada pelo alimentador principal em cada lateral, como variáveis de

estado. A introdução do S_{k0} nos permite reduzir o número de equações executando o processo de eliminação sobre a Eq. (4.31) usada no alimentador principal. Como resultado, obtemos as seguintes equações para lateral k :

$$\begin{aligned} P_{k\eta_k} &= \hat{P}_{k\eta_k}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{k0}, |V_{00}|) = 0 \\ Q_{k\eta_k} &= \hat{Q}_{k\eta_k}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{k0}, |V_{00}|) = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Entretanto, para uma rede de distribuição radial formada por um alimentador principal e l laterais, é necessário resolver as seguintes $2(l+1)$ equações:

$$\begin{aligned} P_{0n} &= \hat{P}_{0n}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{k0}, |V_{00}|) = 0 \\ Q_{0n} &= \hat{Q}_{0n}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{k0}, |V_{00}|) = 0 \\ &\vdots \\ P_{k\eta_k} &= \hat{P}_{k\eta_k}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{j0}, |V_{00}|) = 0 \\ Q_{k\eta_k} &= \hat{Q}_{k\eta_k}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{j0}, |V_{00}|) = 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde: $j=k$, e $k=1, 2, \dots, l$, ou na forma de vetor:

$$\hat{S}_{0n}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{l0}) = 0 \rightarrow \text{para o alimentador principal} \quad (4.41)$$

$$\hat{S}_{k\eta_k}(S_{00}, S_{10}, \dots, S_{k0}) = 0 \rightarrow k=m \text{ para a lateral } k \quad (4.42)$$

na forma compacta:

$$F(S) = 0 \quad (4.43)$$

onde $S = (P_{10}, Q_{10}, \dots, P_{l0}, Q_{l0}, P_{00}, Q_{00})^T$.

A Eq. (4.43) pode ser utilizada para determinar as variáveis S , com as quais as outras variáveis do sistema podem ser calculadas via Eq. (4.37).

4.3.2 ALGORITMO DE SOLUÇÃO BARAN-WU

O algoritmo de solução, a partir dos valores iniciais Z^0 , segue da seguinte maneira:

- 1) Calcular os *mismatches* $F(S^i)$;
- 2) Resolver o sistema $J(S^i)\Delta S^k = -F(S^i)$
- 3) Atualizar as variáveis S

$$S^{i+1} = S^i + \Delta S^i \quad (4.44)$$

- 4) Voltar ao passo (1) até atingir a convergência

4.3.2.1 SISTEMA JACOBIANO

A matriz Jacobiana associada ao passo (2) do algoritmo do fluxo de carga da distribuição possui a dimensão $(2l + 2) \times (2l + 2)$ da seguinte forma:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & \cdots & J_{1l} & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & \cdots & J_{2l} & J_{20} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ J_{l1} & J_{l2} & \cdots & J_{ll} & J_{l0} \\ J_{01} & J_{02} & \cdots & J_{0l} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

onde:

$$\hat{J}_{ij} = \frac{\partial S_{in_i}}{\partial S_{j0}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{P}_{in_i}}{\partial P_{j0}} & \frac{\partial \hat{P}_{in_i}}{\partial Q_{j0}} \\ \frac{\partial \hat{Q}_{in_i}}{\partial P_{j0}} & \frac{\partial \hat{Q}_{in_i}}{\partial Q_{j0}} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Os elementos da Jacobiana J podem ser calculados pela aplicação da regra da cadeia como segue, para J_{ij} :

$$J_{ij} = \left[\frac{\partial S_{in_i}}{\partial X_{in-1}} \right] \cdot \left[\frac{\partial X_{in-1}}{\partial X_{in-2}} \right] \cdots \left[\frac{\partial X_{i2}}{\partial X_{i1}} \right] \cdot \left[\frac{\partial X_{i1}}{\partial S_{i0}} \right] \quad (4.47)$$

onde:

$$\hat{J}_{ik} = \left[\frac{\partial X_k}{\partial X_{ik-1}} \right] = \begin{bmatrix} 1 - 2 \cdot r_{ik} \cdot \frac{P_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} & -2 \cdot r_{ik} \cdot \frac{Q_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} & r_{ik} \cdot \frac{(P_{ik-1}^2 + Q_{ik-1}^2)}{|V_{ik-1}|^4} \\ -2 \cdot x_{ik} \cdot \frac{P_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} & 1 - 2 \cdot x_{ik} \cdot \frac{Q_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} & x_{ik} \cdot \frac{(P_{ik-1}^2 + Q_{ik-1}^2)}{|V_{ik-1}|^4} \\ -2 \cdot \left(r_{ik} - z_{ik}^2 \cdot \frac{P_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} \right) & -2 \cdot \left(x_{ik} - z_{ik}^2 \cdot \frac{Q_{ik-1}}{|V_{ik-1}|^2} \right) & 1 - z_{ik}^2 \cdot \frac{(P_{ik-1}^2 + Q_{ik-1}^2)}{|V_{ik-1}|^4} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$\hat{J}_{ik}$ é a Jacobiana das equações dos fluxos nos ramos. Verifica-se que o primeiro termo da Eq. (4.47) é uma matriz (2x3) e tem a mesma expressão que as duas primeiras linhas da Jacobiana Eq. (4.48). Já o último termo da Eq. (4.47) é uma matriz (3x2) com a mesma expressão que as duas primeiras colunas da Eq. (4.48).

Para J_{ij} , com $i < j$, $ij \neq 0$, a Eq. (4.46) representa que J_{ij} será sensibilidade da potência na barra final da lateral i com respeito à potência injetada na lateral j quando outras variáveis de estado são

mantidas constantes. Assim, nós podemos expressar J_{ij} com a notação introduzida abaixo:

$$J_{ij} = \hat{J}_{in} \cdot \hat{J}_{in-1} \dots \hat{J}_{in_2} \cdot \left[\frac{\partial X_{i1}}{\partial V_{0i}^2} \right] \cdot \left[\frac{\partial V_{0i}^2}{\partial S_{j0}} \right] \quad (4.49)$$

Para a equação do fluxo do ramo do alimentador principal nós sabemos que V_{0i}^2 é uma função de $[S_{00}, \dots, S_{i0}]$ apenas. Portanto, para $j > i$, $i, j \neq 0$, o último termo da Eq. (4.49) reduz para uma matriz (3 x 1), vetor zero, então:

$$J_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Por isso, o sistema Jacobiano pode ser expresso como:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0_2 & 0_2 & \dots & 0_2 & J_{10} \\ J_{21} & J_{22} & 0_2 & \dots & 0_2 & J_{20} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ J_{l1} & J_{l2} & J_{l3} & \dots & J_{ll} & J_{l0} \\ J_{01} & J_{02} & J_{03} & \dots & J_{0l} & J_{00} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

onde:

$$0_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

Por outro lado, para $i > j$, a regra da cadeia pode ser aplicada para o último termo da Eq. (4.49) para obter:

$$J_{ij} = \hat{J}_{in} \cdot \hat{J}_{in-1} \dots \hat{J}_{in_2} \cdot \left[\frac{\partial X_{in}}{\partial V_{oi}^2} \right] \cdot \left[\frac{\partial V_{oi}^2}{\partial Z_{oi-1}} \right] \cdot \hat{J}_{oi-1} \cdot \hat{J}_{oi-2} \dots \hat{J}_{oj+1} \cdot \left[\frac{\partial X_{oj}}{\partial Z_{j0}} \right] \quad (4.53)$$

O último termo da equação (4.53) pode ser obtido a partir da equação de fluxo do ramo do alimentador principal como:

$$\left[\frac{\partial X_{oj}}{\partial Z_{j0}} \right] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

As submatrizes fora da diagonal com $i = 0$ ou $j = 0$, são aquelas na última linha ou última coluna. A última coluna de submatrizes é calculada de forma similar a Eq. (4.53) com diferença apenas no cálculo do último termo, o qual, neste caso, é o produto do fluxo do ramo das Jacobianas do alimentador principal, isto é:

$$\left[\frac{\partial X_{oi}}{\partial Z_{00}} \right] = \hat{J}_{oi} \cdot \hat{J}_{oi-1} \dots \hat{J}_{o1} \quad (4.55)$$

A última linha das submatrizes representa a sensibilidade do fluxo de potência no fim do alimentador principal para o fluxo de potência em cada lateral. Ele pode ser calculado conforme as equações (4.49) e (4.53) como segue:

$$J_{oi} = \hat{J}_{on} \cdot \hat{J}_{on-1} \dots \hat{J}_{oj+1} \cdot \left[\frac{\partial X_{oj}}{\partial Z_{j0}} \right] \quad (4.56)$$

O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARITMICA PARA RESOLUÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL

5.1 INTRODUÇÃO

Existem muitas técnicas de otimização para solução do problema de fluxo de potência para sistemas de transmissão, já que para esses sistemas é possível encontrar mais de uma solução quando as variáveis de controle são liberadas para satisfazer um dado objetivo. Já nos sistemas de distribuição radial, que possuem solução única para uma dada tensão no barramento da subestação, essas técnicas podem ser aplicadas para resolver o problema de FP de maneira eficaz devido a estrutura da matriz Hessiana. A técnica de solução utilizando pontos interiores tem sido vista como uma alternativa eficiente para solução de problemas de otimização de sistemas de potência e agora será aplicada para sistemas de distribuição, não com o objetivo de otimizar, mas sim para resolver de maneira eficiente o problema de fluxo de potência. A idéia é, portanto, utilizar o método primal-dual barreira logarítmica para encontrar somente a solução do fluxo de potência radial.

O método primal-dual barreira logarítmica (PDBL) é uma variante do método de pontos interiores. Sua aplicação é de fácil compreensão e implementação, por isso optou-se por utilizá-lo para a solução do problema de fluxo de potência para sistemas radiais.

Neste capítulo será apresentado uma formulação geral do método PDBL, sendo posteriormente aplicado ao problema de fluxo de potência para sistemas de distribuição radial (FPSDR).

5.2 O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA

O método primal-dual barreira logarítmica tem sido considerado um dos mais eficientes na resolução de problemas não lineares. Pois é de fácil implementação e manipula as restrições de desigualdade de maneira simples.

Com o objetivo de simplificar o modelo matemático, o método será apresentado partindo de um modelo geral de um problema de programação não-linear. Considere o seguinte problema de otimização generalizado:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar : } f(x) \\
 &\text{sujeito a :} \\
 &\quad g(x) = 0 \\
 &\quad \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\
 &\quad \underline{x} \leq x \leq \bar{x}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde :

$x = (V, \theta, t) \in \mathcal{R}^n$: vetor das variáveis de estado;

$f(x)$: função objetivo que representa o desempenho do sistema (função escalar);

$g(x) = 0 \in \mathcal{R}^m$: vetor das equações do fluxo de potência onde $m < n$;

$h(x) = 0 \in \mathcal{R}^p$: vetor das inequações funcionais do fluxo de potência;

$\underline{h}, \bar{h}$: limites inferiores e superiores das restrições $h(x)$, respectivamente;

$\underline{x}$ e $\bar{x}$: limites inferiores e superiores das variáveis x , respectivamente.

No método primal-dual barreira logarítmica as restrições de desigualdade canalizadas são representadas como duas restrições de desigualdade. Nessas restrições são inseridas variáveis de folga ou excesso, transformando-as em igualdades. Desse modo, (5.1) pode ser reescrito como:

Minimizar $f(x)$

sujeito a :

$$\begin{aligned}
 g(x) &= 0 \\
 h(x) + s_1 &= h^{\max} \\
 h(x) - s_2 &= h^{\min} \\
 x + s_3 &= x^{\max} \\
 x - s_4 &= x^{\min} \\
 s_1, s_2, s_3, s_4 &\geq 0
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

em que:

- $s_1 \in \Re^p$ e $s_3 \in \Re^n$ são os vetores das variáveis de folga.
- $s_2 \in \Re^p$ e $s_4 \in \Re^n$ são os vetores das variáveis de excesso.

As variáveis de folga ou excesso devem ser estritamente positivas, pois são incorporadas à função objetivo por meio da função barreira logarítmica $B(x)$ apresentada por K. H. Frisch (1955), a qual é dada por:

$$B(x) = - \sum_{i=1}^n \ln x_i, \quad x \in \Re^n, x > 0 \tag{5.3}$$

e por um parâmetro de barreira μ .

Dessa forma, (5.2) pode ser reescrito como:

$$\text{Minimizar } f(x) - \mu \left(\sum_{i=1}^p \ln s_{1i} + \sum_{i=1}^p \ln s_{2i} + \sum_{j=1}^n \ln s_{3j} + \sum_{j=1}^n \ln s_{4j} \right)$$

sujeito a :

$$\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ h(x) + s_1 &= h^{\max} \\ h(x) - s_2 &= h^{\min} \\ x + s_3 &= x^{\max} \\ x - s_4 &= x^{\min} \end{aligned} \quad (5.4)$$

em que μ é o parâmetro de barreira, o qual tende a zero durante o processo iterativo, ou seja, $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_\infty \rightarrow 0$.

Associa-se ao Problema (5.4) a função Lagrangiana, que é dada por:

$$\begin{aligned} L = f(x) - \mu \left(\sum_{i=1}^p \ln s_{1i} + \sum_{i=1}^p \ln s_{2i} + \sum_{j=1}^n \ln s_{3j} + \sum_{j=1}^n \ln s_{4j} \right) + \lambda^T g(x) + \\ + \pi_1^T (h(x) + s_1 - h^{\max}) + \pi_2^T (h(x) - s_2 - h^{\min}) + \pi_3^T (x + s_3 - x^{\max}) + \\ + \pi_4^T (x - s_4 - x^{\min}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

em que $\lambda \in \mathbb{R}^m, \pi_1 \in \mathbb{R}^p, \pi_2 \in \mathbb{R}^p, \pi_3 \in \mathbb{R}^n, \pi_4 \in \mathbb{R}^n$ são os vetores multiplicadores de Lagrange.

As condições necessárias de primeira-ordem são aplicadas em (5.5), gerando um sistema de equações não-lineares dado por:

$$\nabla_x L = 0 \rightarrow \nabla_x f(x) + \lambda^T \nabla_x g(x) + \pi_1^T \nabla_x h(x) + \pi_2^T \nabla_x h(x) + \pi_3 + \pi_4 = 0 \quad (5.6)$$

$$\nabla_\lambda L = 0 \rightarrow g(x) = 0 \quad (5.7)$$

$$\nabla_{\pi_1} L = 0 \rightarrow (h(x) + s_1 - h^{\max}) = 0 \quad (5.8)$$

$$\nabla_{\pi_2} L = 0 \rightarrow (h(x) - s_2 - h^{\min}) = 0 \quad (5.9)$$

$$\nabla_{\pi_3} L = 0 \rightarrow (x + s_3 - x^{\max}) = 0 \quad (5.10)$$

$$\nabla_{\pi_4} L = 0 \rightarrow (x - s_4 - x^{\min}) = 0 \quad (5.11)$$

$$\nabla_{s_1} L = 0 \rightarrow (-\mu S_1^{-1} e + \pi_1) = 0 \quad (5.12)$$

$$\nabla_{s_2} L = 0 \rightarrow (-\mu S_2^{-1} e - \pi_2) = 0 \quad (5.13)$$

$$\nabla_{s_3} L = 0 \rightarrow (-\mu S_3^{-1} e + \pi_3) = 0 \quad (5.14)$$

$$\nabla_{s_4} L = 0 \rightarrow (-\mu S_4^{-1} e - \pi_4) = 0 \quad (5.15)$$

em que:

$$e = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (5.16)$$

S_1, S_2, S_3, S_4 são matrizes diagonais cujos elementos são: $s_1^{-1}, s_2^{-1}, s_3^{-1}, s_4^{-1}$, respectivamente.

O sistema de Equações não-lineares de (5.6) a (5.15) é resolvido pelo método de Newton. Esse método utiliza a expansão em série de Taylor até primeira-ordem das equações do sistema, gerando um sistema do tipo $Ax = b$; em que as direções de busca $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3, \Delta \pi_4, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta s_4)$ são utilizadas na atualização das variáveis. Dessa forma, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\nabla_x L + (\nabla_{xx}^2 f(x) + \lambda^T \nabla_{xx}^2 g(x) + \pi_1^T \nabla_{xx}^2 h(x) + \pi_2^T \nabla_{xx}^2 h(x)) \Delta x + (\nabla_x g(x))^T \Delta \lambda + (\nabla_x h(x))^T \Delta \pi_1 + (\nabla_x h(x))^T \Delta \pi_2 + \Delta \pi_3 + \Delta \pi_4 = 0 \quad (5.17)$$

$$\nabla_\lambda L + \nabla_x g(x) \Delta x = 0 \quad (5.18)$$

$$\nabla_{\pi_1} L + \nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_1 = 0 \quad (5.19)$$

$$\nabla_{\pi_2} L + \nabla_x h(x) \Delta x - \Delta s_2 = 0 \quad (5.20)$$

$$\nabla_{\pi_3} L + \Delta x + \Delta s_3 = 0 \quad (5.21)$$

$$\nabla_{\pi_4} L + \Delta x - \Delta s_4 = 0 \quad (5.22)$$

$$\nabla_{s_1} L + \mu S_1^{-2} \Delta s_1 + \Delta \pi_1 = 0 \quad (5.23)$$

$$\nabla_{s_2} L + \mu S_2^{-2} \Delta s_2 - \Delta \pi_2 = 0 \quad (5.24)$$

$$\nabla_{s_3} L + \mu S_3^{-2} \Delta s_3 + \Delta \pi_3 = 0 \quad (5.25)$$

$$\nabla_{s_4} L + \mu S_4^{-2} \Delta s_4 - \Delta \pi_4 = 0 \quad (5.26)$$

Reescrevendo as Equações de (5.17) a (5.26) na forma matricial, tem-se o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) & J(x) & \nabla_x h(x) & \nabla_x h(x) & I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J(x)^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_x h(x)^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla_x h(x)^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_1^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_2^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu S_3^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu S_4^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_1 \\ \Delta \pi_2 \\ \Delta \pi_3 \\ \Delta \pi_4 \\ \Delta s_1 \\ \Delta s_2 \\ \Delta s_3 \\ \Delta s_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_{\pi_1} L \\ \nabla_{\pi_2} L \\ \nabla_{\pi_3} L \\ \nabla_{\pi_4} L \\ \nabla_{s_1} L \\ \nabla_{s_2} L \\ \nabla_{s_3} L \\ \nabla_{s_4} L \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

em que:

- $W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) = \nabla_{xx}^2 f(x) + \lambda^T \nabla_{xx}^2 g(x) + \pi_1^T \nabla_{xx}^2 h(x) + \pi_2^T \nabla_{xx}^2 h(x)$ é a matriz Hessiana.
- $J(x) = \nabla_x g(x)$ é uma matriz Jacobiana, dada pela derivada das restrições de igualdade em relação as variáveis do problema.
- $\nabla_x h(x)$ é uma matriz Jacobiana, dada pela derivada das restrições funcionais em relação as variáveis do problema.
- I é a matriz identidade.

A matriz Hessiana da Lagrangiana do Sistema (5.27) é esparsa e simétrica de posição e valor. Essas características foram exploradas no processo de solução do sistema. Uma técnica de esparsidade elaborada pelo Grupo de Algoritmos Numéricos do Laboratório Harwell

do United Kingdom Atomic Energy Authority foi utilizada. Esta técnica usa uma variante da eliminação de Gauss e é conhecida como MA57. A sub-rotina MA57 necessita, como informação, somente os valores não-nulos da matriz triangular superior (ou inferior). Com isso, economiza-se memória e tempo de processamento, uma vez que o número de elementos a serem calculados e armazenados é bem menor. O problema de FP e a sub-rotina MA57 foram implementados em Linguagem Fortran. A matriz Hessiana da Lagrangiana é formada por submatrizes de fácil implementação, tais como: as matrizes identidades e as referentes às variáveis de folga e de excesso. Devido ao fato dessas matrizes possuírem somente elementos na diagonal principal, isto se torna um atrativo na implementação do algoritmo.

O método primal-dual barreira logarítmica, por acrescentar novas variáveis ao problema – variáveis de folga e de excesso –, torna a dimensão da matriz Hessiana da Lagrangiana consideravelmente grande quando comparada a outros métodos.

5.2.1 ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

A cada iteração, após resolver o Sistema (5.27), deve-se calcular o tamanho do passo utilizado na atualização das variáveis primais e duais do problema. Esses passos são calculados de modo que cada componente das variáveis primais s (s_i , $i = 1, 2, 3, 4$) permaneçam estritamente positivas, e que os elementos do vetor π (π_i , $i = 1, 2, 3, 4$) permaneçam com os seus respectivos sinais, isto é, $\pi_1 \geq 0$, $\pi_2 \leq 0$, $\pi_3 \geq 0$, $\pi_4 \leq 0$, conforme as Equações (5.17) a (5.26).

O passo é obtido encontrando o menor elemento entre o mínimo tamanho de passo de todos os componentes dos vetores, este menor elemento é comparado ao 1. Escolhe-se o menor entre eles e, então,

multiplica-se este valor por um fator σ . Essa técnica é utilizada por S. Granville (1994), G D. Irisarri *et al.* (1997) entre outros, e tem por finalidade satisfazer as condições de não-negatividade das variáveis de folga e de excesso e os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade.

As expressões matemáticas para o cálculo dos passos primal e dual são dadas por:

$$\alpha_p = \sigma \min \left\{ \left(\min_{\Delta s_1 < 0} \frac{s_1}{|\Delta s_1|}, \min_{\Delta s_2 < 0} \frac{s_2}{|\Delta s_2|}, \min_{\Delta s_3 < 0} \frac{s_3}{|\Delta s_3|}, \min_{\Delta s_4 < 0} \frac{s_4}{|\Delta s_4|} \right), 1, 0 \right\} \quad (5.30)$$

$$\alpha_d = \sigma \min \left\{ \left(\min_{\Delta \pi_1 < 0} \frac{\pi_1}{|\Delta \pi_1|}, \min_{\Delta \pi_2 > 0} \frac{-\pi_2}{|\Delta \pi_2|}, \min_{\Delta \pi_3 < 0} \frac{\pi_3}{|\Delta \pi_3|}, \min_{\Delta \pi_4 > 0} \frac{-\pi_4}{|\Delta \pi_4|} \right), 1, 0 \right\} \quad (5.31)$$

em que $\sigma = 0,9995$ é um valor determinado empiricamente ou, segundo M. H. Wright (1995), pode ser derivado da fórmula $1 - \frac{1}{9\sqrt{m}}$, na qual m é o número de restrições do problema.

Algumas aplicações de métodos de pontos interiores para problemas de programação não-linear utilizam somente um tamanho de passo na atualização das variáveis. Para o problema de FPSDR verificou-se que o uso de diferentes passos para a atualização das variáveis primais e duais resulta em um melhor desempenho do algoritmo.

Conhecendo as direções de busca e o tamanho do passo, as variáveis podem ser atualizadas como segue:

$$\begin{aligned}
x^{i+1} &= x^i + \alpha_p \Delta x & \lambda^{i+1} &= \lambda^i + \alpha_d \Delta \lambda \\
s_1^{i+1} &= s_1^i + \alpha_p \Delta s_1 & \pi_1^{i+1} &= \pi_1^i + \alpha_d \Delta \pi_1 \\
s_2^{i+1} &= s_2^i + \alpha_p \Delta s_2 & \pi_2^{i+1} &= \pi_2^i + \alpha_d \Delta \pi_2 \\
s_3^{i+1} &= s_3^i + \alpha_p \Delta s_3 & \pi_3^{i+1} &= \pi_3^i + \alpha_d \Delta \pi_3 \\
s_4^{i+1} &= s_4^i + \alpha_p \Delta s_4 & \pi_4^{i+1} &= \pi_4^i + \alpha_d \Delta \pi_4
\end{aligned} \tag{5.32}$$

em que i é a iteração atual.

O método primal-dual barreira logarítmica é muito sensível quanto ao parâmetro de barreira μ . Para problemas de programação linear, a atualização deste parâmetro está geralmente baseada na redução do *gap* de dualidade. Dessa forma, S. Granville (1994) propõe a atualização de μ através da Equação (5.33), em que o numerador corresponde ao *gap* de dualidade.

$$\mu = \frac{s_1 \pi_1 + s_3 \pi_3 - s_2 \pi_2 - s_4 \pi_4}{2n\beta} \tag{5.33}$$

em que n é o número de variáveis tratadas por barreira e $\beta > 1$ é um valor especificado pelo usuário.

Por tratar-se de um dado empírico do método, neste trabalho a atualização de μ foi realizada de forma mais simples que a apresentada em (5.33), na qual o decrescimento de μ foi realizado por meio da Equação (5.34).

$$\mu^{i+1} = \frac{\mu^i}{\beta} \tag{5.34}$$

em que i é a iteração atual e $\beta > 1$ é um valor especificado pelo usuário.

5.2.2 INICIALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Quanto à inicialização das variáveis do problema, o método pressupõe que os valores destas estejam dentro de seus limites para o caso das variáveis e restrições funcionais canalizadas. Se para um dado ponto inicial, alguma variável estiver violando um de seus limites, Granville (1994) sugere que esta variável seja modificada a uma certa tolerância do limite da restrição.

As variáveis de folga ou de excesso são inicializadas utilizando as Equações (5.8) a (5.11). Essas variáveis devem ser estritamente positivas. Caso a restrição a qual estas variáveis pertencem possua um valor inicial que não esteja dentro do limite, estas variáveis de folga ou de excesso terão valor negativo. Para evitar a divergência do algoritmo, realizou-se o artifício proposto por V. H. Quintana *et al.* (1995), isto é, atribuiu-se a estas variáveis o valor inicial de 0,02.

Artifícios como estes têm por objetivo dar início ao processo de convergência. Durante o processo iterativo, o método ajusta as variáveis de tal forma que consegue satisfazer todas as restrições, conduzindo as restrições violadas para dentro de seus limites.

O valor inicial do parâmetro de barreira é atribuído pelo usuário. Esse valor é utilizado na inicialização dos vetores π , como pode ser observado nas Equações (5.12) a (5.15). Os multiplicadores de Lagrange, associados às restrições de igualdade, são inicializados com o valor nulo. Esses multiplicadores são irrestritos quanto ao sinal, podendo ser negativos ou positivos.

5.2.2 PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS RADIAS

O vetor das variáveis de estado x representa a magnitude de tensão (V) e os ângulos (θ). A função objetivo, $f(x)$, representa as perdas de potência ativa no sistema de distribuição. As restrições de igualdade $g(x)$ são as equações do fluxo de potência obtidas quando se impõe o princípio da conservação de potência em cada barra da rede. As restrições de desigualdade $h(x)$ não serão utilizadas para este problema. Sendo a tensão da subestação a única restrição canalizada. Como a solução “ótima” que minimiza as perdas equivale a maior tensão possível no barramento da subestação, esta será o limite superior para que sempre tenhamos os mesmos resultados encontrados por outros métodos.

Ao reescrever (5.35) utilizando as equações do fluxo de potência como apresentado por Monticelli (1983), a função objetivo e suas demais restrições como utilizado neste trabalho, tem-se o seguinte problema de FPSDR:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^{NL} g_i [V_k^2 + V_m^2 - 2 * V_k V_m \cos \theta_{km}] \\ \text{s.a.:} \\ P_k^G - P_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, NB \\ Q_k^G - Q_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, NB \\ \underline{V}_{\text{subs}} \leq V_{\text{subs}} \leq \overline{V}_{\text{subs}} \end{aligned} \quad (5.35)$$

onde:

P_k^G - potência ativa gerada na barra k ;

P_k^C - potência ativa consumida na barra k ;

Q_k^G - potência reativa gerada na barra k ;

Q_k^C - potência reativa consumida na barra k ;

V_k - tensão na barra k ;

V_m - tensão na barra m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$, ângulo da tensão na barra k e m , respectivamente;

$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ - admitância da linha entre as barras k e m ;

K - conjunto de todas as barras vizinhas à barra k , incluindo ela mesma;

g_i - condutância da linha i conectada entre a barra k e m ;

NB - número de barras do sistema elétrico;

5.2.3 ALGORITMO

O problema de FPSDR, apresentado em (5.1), pode ser resolvido por um processo iterativo por meio do método primal-dual barreira logarítmica. A seguir tem-se o algoritmo implementado:

Passo 1: Leitura do banco de dados – em que o vetor x^0 será inicializado. Colocar o Problema (5.35) na forma (5.4) para poder ser aplicado o método primal-dual barreira logarítmica. Inicializar todas as variáveis utilizadas no método (λ^0 , π^0 , s^0). Faça $k = 0$.

Passo 2: Calcular o vetor gradiente ∇L . Se a norma deste vetor for menor que um ξ especificado, então, PARE, caso contrário, vá para o Passo 3.

Passo 3: Calcular a matriz Hessiana da Lagrangiana e resolver o Sistema (5.35).

Passo 4: Calcular os passos primais e duais.

Passo 5: Atualizar as variáveis e o parâmetro de barreira.

Passo 6: Volte ao Passo 2.

Uma outra vantagem do método é não precisar utilizar o algoritmo de indexação e ordenação das barras.

TESTES E RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados e comparados os resultados obtidos da implementação dos métodos Backward-Forward Sweep, Baran-Wu, que são métodos clássicos utilizados para solução do problema de fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais, descritos no capítulo 4, e do método PDBL, adaptado para sistemas de distribuição radiais, descrito no capítulo 5. Os resultados apresentados são referentes às simulações de quatro sistemas radiais de distribuição, com 4, 10, 34 e 70 barras, que serão detalhados no decorrer deste capítulo.

Além da determinação do estado de operação das redes, foram calculadas as perdas de potência ativa e reativa nas linhas para cada um dos sistemas e realizou-se um teste para verificar as características de convergência dos algoritmos. Este teste é válido para demonstrar a robustez de cada metodologia.

Os métodos BFS e Baran-Wu foram implementados utilizando a linguagem Matlab, o método PDBL foi implementado em Fortran. Para verificar a consistência dos resultados foi realizada uma comparação com os resultados encontrados utilizando o programa DIgSILENT Power Factory 13.0. Os testes computacionais foram realizados em um micro-computador Pentium IV – 2,0 GHz, com 256 Mbytes de memória

RAM, no Laboratório de Otimização de Sistemas Elétricos de Potência (LOSEP), do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia Elétrica de São Carlos (EESC - USP).

6.2 SISTEMA DE 4 BARRAS

O sistema de 4 barras, mostrado na figura 6.1, possui as seguintes características:

- 1 barra subestação;
- 3 barras de carga;
- 3 linhas de distribuição.

Os dados, em p.u., da rede são:

- $V_1 = 1,05 + j0,0$ (referência).
- Cargas: $S_2 = 1,28 + j1,28$;
 $S_3 = 0,32 + j0,16$;
 $S_4 = 1,60 + j0,80$.
- Linhas: $Z_{12} = 0,0236 + j0,0233$;
 $Z_{23} = 0,0003 + j0,0002$;
 $Z_{34} = 0,0051 + j0,0005$.

FIGURA 6.1 - Sistema de 4 barras

A tabela 6.1, a seguir, tem por objetivo apresentar detalhadamente o processo de convergência dos métodos

implementados, onde serão apresentados os valores das tensões, em módulo e ângulo, em todas as iterações. Para todos os métodos a tolerância especificada foi de $\xi=0,0001$ p.u..

TABELA 6.1 – Resultados Sistema de 4 Barras

Estado inicial do sistema						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	1,05	0,0000	1,05	0,0000	1,05	0,0000
3	1,05	0,0000	1,05	0,0000	1,05	0,0000
4	1,05	0,0000	1,05	0,0000	1,05	0,0000

Iteração 1						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	0,9286	-1,29	0,9286	-1,27	0,9222	-1,18
3	0,9279	-1,30	0,9279	-1,28	0,9214	-1,19
4	0,9197	-1,08	0,9207	-1,16	0,9129	-1,01

Iteração 2						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	0,9117	-1,29	0,9091	-1,32	0,9214	-1,16
3	0,9108	-1,30	0,9082	-1,33	0,9205	-1,16
4	0,9015	-1,08	0,8987	-1,10	0,9111	-0,94

Iteração 3						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	0,9090	-1,32	0,9085	-1,32	0,9111	-1,14
3	0,9082	-1,33	0,9076	-1,33	0,9102	-1,15
4	0,8987	-1,10	0,8981	-1,10	0,9007	-0,92

Iteração 4						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	0,9086	-1,32	Convergido	Conver.	0,9085	-1,25
3	0,9077	-1,33	Convergido	Conver.	0,9077	-1,27
4	0,8982	-1,10	Convergido	Conver.	0,8981	-0,99

Iteração 5						
Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)	V (p.u.)	Âng. (°)
2	0,9085	-1,32	Convergido	Conver.	0,9085	-1,33
3	0,9077	-1,33	Convergido	Conver.	0,9076	-1,33
4	0,8981	-1,10	Convergido	Conver.	0,8981	-1,10

Como pode ser observado o método BFS e PDBL necessitaram do mesmo número de interações, cinco, para atingir a convergência, enquanto que o método Baran-Wu convergiu em 3 iterações.

A tabela 6.2, a seguir, mostra o resultado obtido utilizando o programa Power Factory 13.0, que valida os resultados obtidos com os métodos implementados.

TABELA 6.2 – Resultados Sistema de 4 Barras- Power Factory

Power Factory		
Barra	Tensões e Ângulos	
2	0,9085	-1,32
3	0,9077	-1,33
4	0,8981	-1,10
Número Iterações		3

A figura 6.2 abaixo mostra o gráfico comparativo entre a convergência de cada método.

FIGURA 6.2 – Taxa de Convergência por Iteração Sistema 4 Barras.

As perdas ativas e reativas para o sistema de 4 barras são mostradas na tabela 6.3, a seguir:

TABELA 6.3 – Perdas Ativas e Reativas Sistema de 4 Barras.

Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
P_{perdas} [pu]	Q_{perdas} [pu]	P_{perdas} [pu]	Q_{perdas} [pu]	P_{perdas} [pu]	Q_{perdas} [pu]
0.4626	0.4382	0.4624	0.4380	0.4626	0.4381

A tabela 6.4 mostra os resultados encontrados usando os três algoritmos para diversos níveis de carregamento. Ou seja, foram incrementados o nível de carregamento multiplicando as cargas por um fator de carga, f_{ca} , para verificar as características de convergência dos algoritmos. Este teste é válido para demonstrar a robustez de cada metodologia.

TABELA 6.4 – Níveis Carregamento Sistema de 4 Barras.

Carregamento [pu]	Número de Iterações		
	Método BFS	Método Baran-Wu	Método PDBL
1,0	5	2	5
1,5	10	3	10
2,0	25	6	18
2,1	diverge	diverge	diverge

6.3 SISTEMA DE 10 BARRAS

O sistema de 10 barras, obtido em J.J. Grainger e S.H. Lee (1982), mostrado na figura 6.3, possui as seguintes características:

- 1 barra de subestação;
- 9 barras de carga;
- 9 linhas de distribuição;

FIGURA 6.3 - Sistema de 10 barras

Os dados referentes a este sistema são apresentados no apêndice A. A tabela 6.5 a seguir apresenta o valor das tensões,

módulo e ângulo, obtidos na última iteração de cada método implementado. Para todos os métodos a tolerância especificada foi de $\xi=0,00001$ p.u..

TABELA 6.5 – Resultado Sistema de 10 Barras

Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (kV)	Âng (°)	V (kV)	Âng. (°)	V (kV.)	Âng. (°)
1	23,0000	0,00	23,0000	0,00	23,0000	0,00
2	22,8367	-0,52	22,8367	-0,52	22,8367	-0,52
3	22,7097	-1,27	22,7097	-1,27	22,7102	-1,27
4	22,1584	-2,33	22,1584	-2,33	22,1582	-2,33
5	21,8044	-2,65	21,8044	-2,65	21,8040	-2,65
6	21,0949	-3,72	21,0949	-3,72	21,0956	-3,72
7	20,8649	-4,14	20,8649	-4,14	20,8656	-4,14
8	20,4460	-4,62	20,4460	-4,62	20,4470	-4,62
9	19,7500	-5,40	19,7500	-5,40	19,7501	-5,40
10	19,2626	-5,99	19,2626	-5,99	19,2625	-5,99

A tabela 6.6, a seguir, mostra o resultado obtido utilizando o programa Power Factory 13.0.

TABELA 6.6 – Resultados Sistema de 10 Barras- Power Factory

Power Factory		
Barra	Tensões (kV)	Ângulos (°)
1	23,0000	0,00
2	22,8367	-0,52
3	22,7097	-1,27
4	22,1584	-2,33
5	21,8044	-2,65
6	21,0949	-3,72
7	20,8649	-4,14
8	20,4460	-4,62
9	19,7500	-5,40
10	19,2626	-5,99
Número Iterações		4

Como pode ser observado na figura 6.4 o método BFS levou 9 iterações para atingir a convergência, o método Baran-Wu convergiu em 4 iterações e o método PDBL convergiu em 3 iterações. A figura 6.4 mostra também o gráfico comparativo entre a taxa de convergência de cada método.

FIGURA 6.4 – Taxa de Convergência por Iteração Sistema 10 Barras.

As perdas ativas e reativas para o sistema de 10 barras são mostradas na tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Perdas Ativas e Reativas Sistema 10 Barras.

Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]
783,77	1036,50	783,77	1036,50	783,77	1036,50

A tabela 6.8 mostra os resultados encontrados usando os três algoritmos para diversos níveis de carregamento.

TABELA 6.8 – Níveis Carregamento Sistema de 10 Barras.

Carregamento [pu]	Número de Iterações		
	Método BFS	Método Baran-Wu	Método PDBL
1,0	9	4	3
1,5	14	6	4
2,0	38	8	6
2,1	diverge	diverge	diverge

6.4 SISTEMA DE 34 BARRAS

O sistema de 34 barras, obtido em M. Chis, M.M.A. Salama e S. Jayaram (1997), mostrado na figura 6.5, possui as seguintes características:

- 1 barra de subestação;
- 33 barras de carga;
- 33 linhas de distribuição;
- 4 laterais.

FIGURA 6.5 - Sistema de 34 barras

Os dados referentes a este sistema são apresentados no apêndice B. A tabela 6.9 a seguir tem por objetivo apresentar o valor das tensões, modulo e ângulo, obtidos na última iteração de cada método. Para todos os métodos a tolerância especificada foi de $\xi=0,00001$ p.u..

TABELA 6.9 – Resultado Sistema de 34 Barras

Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (kV)	Âng (°)	V (kV.)	Âng. (°)	V (kV.)	Âng. (°)
1	11,0000	0,00	11,0000	0,00	11,000	0,00
2	10,9354	0,05	10,9354	0,05	10,935	0,05
3	10,8791	0,10	10,8791	0,10	10,879	0,10
4	10,8024	0,22	10,8024	0,22	10,802	0,22
5	10,7364	0,32	10,7364	0,32	10,736	0,32
6	10,6742	0,41	10,6742	0,41	10,673	0,41
7	10,6321	0,50	10,6321	0,50	10,632	0,50
8	10,6089	0,56	10,6089	0,56	10,608	0,56
9	10,5817	0,62	10,5817	0,62	10,581	0,62
10	10,5686	0,65	10,5686	0,65	10,568	0,65
11	10,5635	0,66	10,5635	0,66	10,563	0,66
12	10,5620	0,66	10,5620	0,66	10,562	0,66
13	10,8754	0,11	10,8754	0,11	10,875	0,11
14	10,8721	0,12	10,8721	0,12	10,871	0,12
15	10,8711	0,12	10,8711	0,12	10,871	0,12
16	10,8711	0,12	10,8711	0,12	10,870	0,12
17	10,6252	0,49	10,6252	0,49	10,625	0,49
18	10,5843	0,55	10,5843	0,55	10,584	0,55
19	10,5393	0,63	10,5393	0,63	10,539	0,63
20	10,5031	0,70	10,5031	0,70	10,503	0,70
21	10,4716	0,76	10,4716	0,76	10,471	0,76
22	10,4356	0,84	10,4356	0,84	10,436	0,84
23	10,4061	0,90	10,4061	0,90	10,406	0,90
24	10,3783	0,96	10,3783	0,96	10,377	0,96
25	10,3649	0,99	10,3649	0,99	10,364	0,99
26	10,3598	1,01	10,3598	1,01	10,360	1,01
27	10,3583	1,01	10,3583	1,01	10,358	1,01
28	10,6284	0,51	10,6284	0,51	10,628	0,51
29	10,6259	0,52	10,6259	0,52	10,626	0,52
30	10,6247	0,52	10,6247	0,52	10,624	0,52
31	10,5648	0,65	10,5648	0,65	10,564	0,65

32	10,5610	0,66	10,5610	0,66	10,561	0,66
33	10,5591	0,67	10,5591	0,67	10,559	0,67
34	10,5585	0,67	10,5585	0,67	10,558	0,67

A tabela 6.10, a seguir, mostra o resultado obtido utilizando o programa Power Factory 13.0.

TABELA 6.10 – Resultados Sistema de 34 Barras- Power Factory

Power Factory		
Barra	Tensões (kV)	Ângulos (°)
1	11,0000	0
2	10,9354	0,05
3	10,8791	0,10
4	10,8024	0,22
5	10,7364	0,32
6	10,6742	0,41
7	10,6321	0,50
8	10,6089	0,56
9	10,5817	0,62
10	10,5686	0,65
11	10,5635	0,66
12	10,5620	0,66
13	10,8754	0,11
14	10,8721	0,12
15	10,8711	0,12
16	10,8711	0,12
17	10,6252	0,49
18	10,5843	0,55
19	10,5393	0,63
20	10,5031	0,70
21	10,4716	0,76
22	10,4356	0,84
23	10,4061	0,90
24	10,3783	0,96
25	10,3649	0,99
26	10,3598	1,01
27	10,3583	1,01
28	10,6284	0,51
29	10,6259	0,52
30	10,6247	0,52
31	10,5648	0,65
32	10,5610	0,66

33	10,5591	0,67
34	10,5585	0,67
Número Iterações	4	

Como pode ser observado na figura 6.6 o método BFS levou 6 iterações para atingir a convergência, o método Baran-Wu convergiu em 4 iterações e o método PDBL convergiu em 3 iterações. A figura 6.6 mostra também o gráfico comparativo entre a taxa de convergência de cada método.

FIGURA 6.6 – Taxa de Convergência por Iteração Sistema 10 Barras.

As perdas ativas e reativas para o sistema de 34 barras são mostradas na tabela 6.11.

TABELA 6.11 – *Perdas Ativas e Reativas Sistema 34 barras.*

Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]
222.29	65.27	222.29	65.27	222.31	65.29

A tabela 6.12 mostra os resultados encontrados usando os três algoritmos para diversos níveis de carregamento.

TABELA 6.12 – *Níveis Carregamento Sistema de 34 Barras.*

Carregamento [pu]	Número de Iterações		
	Método BFS	Método Baran-Wu	Método PDBL
1.0	6	4	3
1.5	7	4	3
2.0	8	5	3
2.5	9	5	3
3.0	11	5	4
3.5	12	5	5
4.0	15	6	6
4.5	19	8	8
5.0	30	11	15
5.2	47	15	17
5.3	diverge	diverge	Diverge

6.4 SISTEMA DE 70 BARRAS

O sistema de 70 barras, obtido em M. E. Baran e F. F. Wu (1989), mostrado na figura 6.7, possui as seguintes características:

- 1 barra de subestação;
- 70 barras de carga;
- 69 linhas de distribuição;
- 7 laterais.

FIGURA 6.7 - Sistema de 70 barras

Os dados referentes a este sistema são apresentados no apêndice C. A tabela 6.13 a seguir tem por objetivo apresentar o valor das tensões, modulo e ângulo, obtidos na ultima iteração de cada método. Para todos os métodos a tolerância especificada foi de $\xi=0,00001$ p.u..

TABELA 6.13 – Resultado Sistema de 70 Barras

Tensões e Ângulos						
Barra	Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
	V (kV)	Âng (°)	V (kV)	Âng (°)	V (kV)	Âng (°)
1	12,6600	0,00	12,6600	0,00	12,6600	0,00
2	12,6596	0,00	12,6599	0,00	12,6598	0,00
3	12,6592	0,00	12,6590	0,00	12,6587	0,00
4	12,6591	0,00	12,6589	0,00	12,6586	0,00
5	12,6579	-0,01	12,6577	-0,01	12,6575	-0,01
6	12,6475	-0,02	12,6475	-0,02	12,6473	-0,02
7	12,5344	0,05	12,5346	0,05	12,5347	0,05

8	12,4168	0,12	12,4168	0,12	12,4169	0,12
9	12,3887	0,14	12,3889	0,14	12,3891	0,14
10	12,3744	0,15	12,3741	0,15	12,3739	0,15
11	12,3111	0,23	12,3110	0,23	12,3106	0,23
12	12,2971	0,25	12,2970	0,25	12,2967	0,25
13	12,2571	0,30	12,2573	0,30	12,2574	0,30
14	12,2200	0,35	12,2201	0,35	12,2194	0,35
15	12,1833	0,40	12,1830	0,40	12,1827	0,40
16	12,1470	0,44	12,1472	0,44	12,1473	0,44
17	12,1402	0,45	12,1399	0,45	12,1397	0,45
18	12,1291	0,46	12,1293	0,46	12,1295	0,46
19	12,1290	0,47	12,1291	0,47	12,1295	0,47
20	12,1231	0,47	12,1232	0,47	12,1232	0,47
21	12,1193	0,48	12,1193	0,48	12,1194	0,48
22	12,1132	0,49	12,1131	0,49	12,1131	0,49
23	12,1131	0,49	12,1130	0,49	12,1131	0,49
24	12,1122	0,49	12,1122	0,49	12,1118	0,49
25	12,1102	0,49	12,1103	0,49	12,1106	0,49
26	12,1081	0,50	12,1081	0,50	12,1080	0,50
27	12,1072	0,50	12,1070	0,50	12,1068	0,50
28	12,1070	0,50	12,1069	0,50	12,1068	0,50
29	12,6591	0,00	12,6590	0,00	12,6587	0,00
30	12,6582	-0,01	12,6584	-0,01	12,6587	-0,01
31	12,6566	0,00	12,6566	0,00	12,6562	0,00
32	12,6564	0,00	12,6565	0,00	12,6562	0,00
33	12,6550	0,00	12,6551	0,00	12,6549	0,00
34	12,6518	0,00	12,6514	0,00	12,6511	0,00
35	12,6475	0,01	12,6474	0,01	12,6473	0,01
36	12,6467	0,01	12,6465	0,01	12,6461	0,01
37	12,6589	0,00	12,6588	0,00	12,6587	0,00
38	12,6567	-0,01	12,6566	-0,01	12,6562	-0,01
39	12,6547	-0,01	12,6547	-0,01	12,6549	-0,01
40	12,6542	-0,01	12,6540	-0,01	12,6538	-0,01
41	12,6541	-0,01	12,6539	-0,01	12,6537	-0,01
42	12,6453	-0,02	12,6450	-0,02	12,6448	-0,02
43	12,6416	-0,03	12,6413	-0,03	12,6410	-0,03
44	12,6411	-0,03	12,6411	-0,03	12,6410	-0,03
45	12,6410	-0,03	12,6410	-0,03	12,6409	-0,03
46	12,6398	-0,03	12,6398	-0,03	12,6397	-0,03
47	12,6398	-0,03	12,6397	-0,03	12,6397	-0,03
48	12,6573	-0,01	12,6572	-0,01	12,6575	-0,01
49	12,6415	-0,05	12,6413	-0,05	12,6410	-0,05
50	12,5929	-0,19	12,5929	-0,19	12,5929	-0,19
51	12,5965	-0,23	12,5965	-0,23	12,5853	-0,21
52	12,3883	0,14	12,3883	0,14	12,3878	0,14
53	12,3881	0,14	12,3881	0,14	12,3878	0,14

54	12,3391	0,17	12,3391	0,17	12,3397	0,17
55	12,2980	0,19	12,2980	0,19	12,2979	0,19
56	12,2414	0,23	12,2414	0,23	12,2410	0,23
57	12,1861	0,27	12,1861	0,27	12,1865	0,27
58	11,9016	0,66	11,9016	0,66	11,9017	0,66
59	11,7615	0,86	11,7615	0,86	11,7611	0,86
60	11,7074	0,95	11,7074	0,95	11,7080	0,95
61	11,6438	1,05	11,6438	1,05	11,6434	1,05
62	11,5501	1,12	11,5501	1,12	11,5497	1,12
63	11,5465	1,12	11,5465	1,12	11,5459	1,12
64	11,5416	1,13	11,5416	1,13	11,5421	1,13
65	11,5175	1,14	11,5175	1,14	11,5181	1,14
66	11,5102	1,15	11,5102	1,15	11,5105	1,15
67	12,2964	0,25	12,2964	0,25	12,2967	0,25
68	12,2964	0,25	12,2964	0,25	12,2967	0,25
69	12,2529	0,31	12,2528	0,31	12,2524	0,31
70	12,2529	0,31	12,2525	0,31	12,2523	0,31

A tabela 6.14, a seguir, mostra o resultado obtido utilizando o programa Power Factory 13.0.

TABELA 6.14 – Resultados Sistema de 70 Barras- Power Factory

Power Factory		
Barra	Tensões (kV)	Ângulos (°)
1	12,6600	0,00
2	12,6596	0,00
3	12,6592	0,00
4	12,6591	0,00
5	12,6579	-0,01
6	12,6475	-0,02
7	12,5344	0,05
8	12,4168	0,12
9	12,3887	0,14
10	12,3744	0,15
11	12,3111	0,23
12	12,2971	0,25
13	12,2571	0,30
14	12,2200	0,35
15	12,1833	0,40
16	12,1470	0,44
17	12,1402	0,45
18	12,1291	0,46

19	12,1290	0,47
20	12,1231	0,47
21	12,1193	0,48
22	12,1132	0,49
23	12,1131	0,49
24	12,1122	0,49
25	12,1102	0,49
26	12,1081	0,50
27	12,1072	0,50
28	12,1070	0,50
29	12,6591	0,00
30	12,6582	-0,01
31	12,6566	0,00
32	12,6564	0,00
33	12,6550	0,00
34	12,6518	0,00
35	12,6475	0,01
36	12,6467	0,01
37	12,6589	0,00
38	12,6567	-0,01
39	12,6547	-0,01
40	12,6542	-0,01
41	12,6542	-0,01
42	12,6453	-0,02
43	12,6416	-0,03
44	12,6411	-0,03
45	12,6410	-0,03
46	12,6398	-0,03
47	12,6398	-0,03
48	12,6573	-0,01
49	12,6415	-0,05
50	12,5929	-0,19
51	12,5965	-0,23
52	12,3883	0,14
53	12,3881	0,14
54	12,3391	0,17
55	12,2980	0,19
56	12,2414	0,23
57	12,1861	0,27
58	11,9016	0,66
59	11,7615	0,86
60	11,7074	0,95
61	11,6438	1,05
62	11,5501	1,12
63	11,5465	1,12
64	11,5416	1,13

65	11,5175	1,14
66	11,5102	1,15
67	12,2964	0,25
68	12,2964	0,25
69	12,2529	0,31
70	12,2529	0,31
Número Iterações	4	

Como pode ser observado na figura 6.8 o método BFS levou 7 iterações para atingir a convergência, o método Baran-Wu convergiu em 6 iterações e o método PDBL convergiu em 4 iterações. A figura 6.6 mostra também o gráfico comparativo entre a taxa de convergência de cada método.

FIGURA 6.8 – Taxa de Convergência por Iteração Sistema 70 Barras.

As perdas ativas e reativas para o sistema de 70 barras são mostradas na tabela 6.15.

TABELA 6.15 – *Perdas Ativas e Reativas Sistema 70 Barras.*

Método BFS		Método Baran-Wu		Método PDBL	
P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]	P_{perdas} [kW]	Q_{perdas} [kVAr]
225.05	102.26	225.04	102.26	225.01	102.24

A tabela 6.16 mostra os números de iterações encontrados usando os três algoritmos para diversos níveis de carregamento.

TABELA 6.16 – *Níveis Carregamento Sistema de 70 Barras.*

Carregamento [pu]	Número de Iterações		
	Método BFS	Método Baran-Wu	Método PDBL
1.0	7	5	4
1.5	9	6	5
2.0	11	7	6
2.5	15	9	8
3.0	28	10	11
3.1	37	15	14
3.2	diverge	diverge	diverge

CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi o estudo de métodos de fluxo de potência que se adaptassem às características dos sistemas de distribuição e apresentassem resultados confiáveis, com baixo tempo de processamento.

Os métodos clássicos, BFS e Baran-Wu, de cálculo de fluxo de potência para redes de distribuição de energia elétrica e o método PDBL foram analisados em diferentes sistemas radiais.

Uma importante contribuição da utilização do método PDBL é a utilização dos multiplicadores de Lagrange para estudos de alocação de reativos, geração distribuída, entre outros.

Os equacionamentos fundamentais dos métodos foram detalhados e seus algoritmos apresentados. Os resultados obtidos com os sistemas testes mostraram que o método Baran-Wu apresenta melhor desempenho em relação ao BFS quanto ao número de iterações.

Este trabalho faz parte do início de uma pesquisa, em que serão testados outros métodos, e analisadas suas propriedades numéricas e robustez. O objetivo é proporcionar as empresas de distribuição de energia elétrica uma ferramenta computacional capaz de auxiliar os operadores do sistema de distribuição com eficácia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A. AUGUGLIARO, L. DUSONCHET, M. G. IPPOLITO, E. R. SANSEVERINO, "An efficient iterative method for load-flow solution in radial distribution networks" Power Tech Proceedings, 2002 IEEE Porto, Volume 3, 10-13 Sept. 2001 Page(s):6 pp. vol.3.
- A. G. EXPÓSITO AND E. R. RAMOS, "Reliable Load Flow Technique For Radial Distribution Networks," in 1999 PESWinter Meeting, Paper 344- PWRS-0-12-96.
- A. J. MONTICELLI, "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica." São Paulo: Edgard Blucher, 1983. 164p.
- B. STOTT, O. ALSAÇ, "Fast Decoupled Load Flow." IEEE Transactions on Power Apparatus na Systems, v. 93, p. 859-869, may-june 1974.
- C. S. CHENG AND D. SHIRMOHAMMADI, "A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis," IEEE Trans. Power System, vol. 10, pp. 671–679, May 1995.
- D. DAS, D. P. KOTHARI, A. KALAM, "Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks", Electric Power & Energy Systems, vol. 17, no. 5, October 1995, pp. 335-346.
- D. DAS, H. S. NAGI, A. KALAM, "Novel method for solving radial distribution networks", IEE Proc. - Gener. Transm. Distrib., vol. 141, no. 4, July 1994, pp. 291-298.

- D. RAJICIC AND A. BOSE, "A modification to the fast decoupled powerflow for networks with high R/X ratios," *Power Industry ComputerApplication Conference1989, Conference Papers*, 1987.
- D. RAJICIC, R. ACKOVSKI AND R. TALESKI, "Voltage Correction Power Flow", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 9, No 2, pp 1056-1062, April 1994.
- D. SHIRMOHAMMADI, H. W. HONG, A. SEMLYEN, AND G. X. LUO, "A Compensation-based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Networks", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, No. 2, May 1988, pp. 753-762.
- F. ZHANG AND C. S. CHENG, "A modified Newton method for radial distribution system power flow analysis", *IEEE Trans. PWRS*, vol. 12, no. 1, February 1997, pp. 389-397.
- G. B. JASMON AND L.H. C.C. LEE, "Stability of loadflow techniques fordistribution system voltage stability analysis," *IEE Proceedings C*, vol.138, pp. 479–484, November 1991.
- G. D. IRISARRI, X. WANG, J. TONG, S. MOKHTARI, "Maximum Loadability of Power Systems using Interior Point Non-Linear Optimization Method", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, p. 162-169, February. 1997
- GUIA SIMPLIFICADO PARA USO DAS SUBROTINAS DO LABORATÓRIO HARWELL NA SOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES $AX = B$. Apostila do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica - FEE / Unicamp - Campinas - SP, Brasil.

- H. D. CHIANG AND M. E. BARAN, "On the Existence and Uniqueness of Load Flow Solution for Radial Distribution Power Networks", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 37, No. 3, March 1990, pp. 410-416.
- H. D. CHIANG, "A Decoupled Load Flow Method for Distribution Power Networks: Algorithms, Analysis and Convergence Study", *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 13, No. 3, June 1991, pp. 130-138.
- J. J. GRAINGER, S. H. LEE, "Capacitive Release by Shunt Capacitor Placement on Distribution Feeders: A New Voltage – Dependent Model", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, No. 15, pp 1236-1244, May 1982.
- K. R. FRISCH, "The Logarithmic Potential Method of Convex Programming", Memorandum, University Institute of Economics, Oslo, Norway, 1955.
- M. CHIS, M. M. A. SALAMA, S. JAYARAM, "Capacitor Placement in Distribution Systems Using Heuristic Search Strategies", *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, 144(3), pp. 225-230, May 1997.
- M. E. BARAN AND F. F. WU, "Optimal Sizing of Capacitors Placed on a Radial Distribution System", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 4, No. 1, January 1989, pp. 735-742.
- M. E. BARAN AND F. F. WU, "Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing", *IEEE Trans. PWRD*, vol. 4, no. 2, April 1989, pp..

- M. H. HAQUE, "Efficient load flow method for distribution systems with radial or mesh configuration", *IEE Proc. - Gener. Transm. Distrib.*, vol. 143, no. 1, January 1996, pp. 33-38.
- M. H. WRIGHT, "Why a Pure Primal Newton Barrier Step May Be Infeasible", *SIAM Journal on Optimization*, v.5, n 1, p. 1-12, 1995.
- M. H. HAQUE, "A general load flow method for distribution systems", *Electric Power Systems Research* 54 (2000) 47–54
- P. A. N GARCIA, J. L. R. PEREIRA, S CARNEIRO JR., V. M. DA COSTA, N MARTINS, "Three-phase power flow calculations using the current injection method", *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 15, Issue 2, May 2000 Page(s):508 – 514.
- R. BERG, E. S. HAWKINS AND W. W. PLEINES, "Mechanized calculation of unbalanced load flow on radial distribution circuits," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. 86, pp. 415–421, April 1967.
- R. CESPEDES, "New Method For the Analysis of Distribution Networks", *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 05, No 1, January, 1990.
- R. CIRIC, L. F. OCHOA, A. PADILHA. Power Flow in Distribution Networks with Earth Return. *International journal of electrical power & energy systems*, v. 26, n. 5, p. 373-389, 2004.
- R. D. ZIMMERMAN AND H. D. CHIANG, "Fast Decoupled Power Flow for Unbalanced Radial Distribution Systems", *IEEE/PES 1995 Winter Meeting*, New York, NY, January 1995, 95 WM 219-6 PWRs. A 76 044-8.

- R. RANJAN, D. DAS, "Simple and Efficient Computer Algorithm to Solve Radial Distribution Networks", *Electric Power Components and Systems*, 31:95–107, 2003
- S. GRANVILLE, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 136-146, February 1994
- S. JOVANOVIC AND F. MILICEVIC, "Triangular distribution load flow," *IEEE Power Engineering Review*, vol. 20, pp 60-62, May 2000.
- S. K. GOSWANI AND S. K. BASU, "A New Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 7, No 3, pp 1484-1491, July 1992.
- T. L. BALDWIN, S. A. LEWIS, "Distribution load flow methods for shipboard power systems", *IEEE Transactions on Industry Applications*, Volume 40, Issue 5, Sept.-Oct. 2004 Page(s):1183 – 1190.
- T.H. CHEN, M.S. CHEN, K.J. HWANG, P. KOTAS, AND E. A.CHEBLI, "Distribution system power flow analysis-a rigid approach," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 6, pp. 1146–1152, July 1991.
- V. H. QUINTANA, A. GOMEZ, J. L. MARTINEZ, "Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic-Barrier Primal-Dual Algorithm" *IEEE NAPS Meeting*, 1995
- V. M. DA COSTA, N. MARTINS, AND J. L. R. PEREIRA, "Developments in the Newton Raphson power flow formulation based on current

injections,"*IEEE Trans. Power System*, vol. 14, pp. 1320–1326, November 1999.

W. F. TINNEY, C. E. HART., "Power Flow Solution by Newton's Method", *IEEE Trans. on Power System*, vol. 86 , pp. 1449-1460 , November 1967.

W. H. KERSTING AND D. L. MENDIVE, "An Application of Ladder Network Theory to the Solution of Three-Phase Radial Load-Flow Problems", *IEEE/PES 1976 Winter Meeting*, New York, NY, January 1976.

YOUNG-HYUN MOON; BYOUNG-KON CHOI; BYOUNG-HOON CHO; SE-HO KIM; BOK-NAM HA; JUNG-HO LEE, "Fast and reliable distribution system load flow algorithm based on the Y_{BUS} Formulation", *Power Engineering Society Summer Meeting*, 1999. IEEE Volume 1, 18-22 July 1999 Page(s):238 – 242.

APÊNDICE A

SISTEMA DE 10 BARRAS – 23,0 kV

DADOS DAS BARRAS		
Barra	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0	0
2	1840	460
3	980	340
4	1790	446
5	1598	1840
6	1610	600
7	780	110
8	1150	60
9	980	130
10	1640	200

DADOS DAS BARRAS					
Linha	Barra Origem	Barra Destino	R [Ω]	X [Ω]	Capacidade [A]
1	1	2	0,1233	0,4127	130
2	2	3	0,0140	0,6051	80
3	3	4	0,7463	1,2050	65
4	4	5	0,6984	0,6084	65
5	5	6	1,9831	1,7276	65
6	6	7	0,9053	0,7886	65
7	7	8	2,0552	1,1640	130
8	8	9	4,7953	2,7160	65
9	9	10	5,3434	3,0264	65

APÊNDICE B

SISTEMA DE 34 BARRAS – 11,0 kV

DADOS DAS BARRAS		
Barra	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0	0
2	230,0	142,5
3	0	0
4	230,0	142,5
5	230,0	142,5
6	0	0
7	0	0
8	230,0	142,5
9	230,0	142,5
10	0	0
11	230,0	142,5
12	137,0	84,0
13	72,0	45,0
14	72,0	45,0
15	72,0	45,0
16	13,5	7,5
17	230,0	142,5
18	230,0	142,5
19	230,0	142,5
20	230,0	142,5
21	230,0	142,5
22	230,0	142,5
23	230,0	142,5
24	230,0	142,5
25	230,0	142,5
26	230,0	142,5
27	137,0	85,0
28	75,0	48,0
29	75,0	48,0
30	75,0	48,0
31	57,0	37,5
32	57,0	37,5
33	57,0	37,5
34	57,0	37,5

DADOS DAS LINHAS						
Linha	Barra Origem	Barra Destino	R [Ω/km]	X [Ω/km]	Comp. [km]	Capacidade [A]
1	1	2	0,1950	0,0800	0,6000	100,0
2	2	3	0,1950	0,0800	0,5500	100,0
3	3	4	0,2990	0,0830	0,5500	100,0
4	4	5	0,2990	0,0830	0,5000	100,0
5	5	6	0,2990	0,0830	0,5000	100,0
6	6	7	0,5240	0,0900	0,6000	100,0
7	7	8	0,5240	0,0900	0,4000	100,0
8	8	9	0,5240	0,0900	0,6000	100,0
9	9	10	0,5240	0,0900	0,4000	100,0
10	10	11	0,5240	0,0900	0,2500	100,0
11	11	12	0,5240	0,0900	0,2000	65,0
12	3	13	0,5240	0,0900	0,3000	80,0
13	13	14	0,5240	0,0900	0,4000	65,0
14	14	15	0,5240	0,0900	0,2000	65,0
15	15	16	0,5240	0,0900	0,1000	130,0
16	6	17	0,2990	0,0830	0,6000	130,0
17	17	18	0,2990	0,0830	0,5500	130,0
18	18	19	0,3780	0,0860	0,5500	65,0
19	19	20	0,3780	0,0860	0,5000	80,0
20	20	21	0,3780	0,0860	0,5000	65,0
21	21	22	0,5240	0,0900	0,5000	65,0
22	22	23	0,5240	0,0900	0,5000	130,0
23	23	24	0,5240	0,0900	0,6000	130,0
24	24	25	0,5240	0,0900	0,4000	65,0
25	25	26	0,5240	0,0900	0,2500	80,0
26	26	27	0,5240	0,0900	0,2000	65,0
27	7	28	0,5240	0,0900	0,3000	65,0
28	28	29	0,5240	0,0900	0,3000	130,0
29	29	30	0,5240	0,0900	0,3000	130,0
30	10	31	0,5240	0,0900	0,3000	65,0
31	31	32	0,5240	0,0900	0,4000	65,0
32	32	33	0,5240	0,0900	0,3000	130,0
33	33	34	0,5240	0,0900	0,2000	130,0

APÊNDICE C

SISTEMA DE 70 BARRAS – 12,66 kV

DADOS DAS BARRAS		
Barra	Potência Ativa [kW]	Potência Reativa [kVAr]
1	0.0	0.0
2	0.0	0.0
3	0.0	0.0
4	0.0	0.0
5	0.0	0.0
6	0.0	0.0
7	2.6	2.2
8	40.4	30.0
9	75.0	54.0
10	30.0	22.0
11	28.0	19.0
12	145.0	104.0
13	145.0	104.0
14	8.0	5.5
15	8.0	5.5
16	0.0	0.0
17	45.5	30.0
18	60.0	35.0
19	60.0	35.0
20	0.0	0.0
21	1.0	0.6
22	114.0	81.0
23	5.3	3.5
24	0.0	0.0
25	28.0	20.0
26	0.0	0.0
27	14.0	10.0
28	14.0	10.0
29	26.0	18.6
30	26.0	18.6
31	0.0	0.0
32	0.0	0.0
33	0.0	0.0
34	14.0	10.0
35	19.5	14.0

Barra	Potência Ativa	Potência Reativa
	[kW]	[kVAr]
36	6.0	4.0
37	26.0	18.55
38	26.0	18.55
39	0.0	0.0
40	24.0	17.0
41	24.0	17.0
42	1.2	1.0
43	0.0	0.0
44	6.0	4.3
45	0.0	0.0
46	39.22	26.3
47	39.22	26.3
48	0.0	0.0
49	79.0	56.4
50	384.7	274.5
51	384.7	274.5
52	40.5	28.3
53	3.6	2.7
54	4.35	3.5
55	26.4	19.0
56	24.0	17.2
57	0.0	0.0
58	0.0	0.0
59	0.0	0.0
60	100.0	72.0
61	0.0	0.0
62	1244.0	888.0
63	32.0	23.0
64	0.0	0.0
65	227.0	162.0
66	59.0	42.0
67	18.0	13.0
68	18.0	13.0
69	28.0	20.0
70	28.0	20.0

DADOS DAS LINHAS					
Linha	Barra Origem	Barra Destino	R [Ω]	X [Ω]	Capacidade [A]
1	1	2	0.0005	0.0012	130
2	2	3	0.0005	0.0012	80
3	3	4	0.0001	0.0001	65
4	4	5	0.0015	0.0036	65
5	5	6	0.0251	0.0294	65
6	6	7	0.3660	0.1864	65
7	7	8	0.3811	0.1941	130
8	8	9	0.0922	0.0470	65
9	9	10	0.0493	0.0251	65
10	10	11	0.8190	0.2707	130
11	11	12	0.1872	0.0619	80
12	12	13	0.7114	0.2351	65
13	13	14	1.0300	0.3400	65
14	14	15	1.0440	0.3450	65
15	15	16	1.0580	0.3496	65
16	16	17	0.1966	0.0650	130
17	17	18	0.3744	0.1238	65
18	18	19	0.0047	0.0016	65
19	19	20	0.3276	0.1083	130
20	20	21	0.2106	0.0696	130
21	21	22	0.3416	0.1129	130
22	22	23	0.0140	0.0046	130
23	23	24	0.1591	0.0526	80
24	24	25	0.3463	0.1145	65
25	25	26	0.7488	0.2475	65
26	26	27	0.3089	0.1021	65
27	27	28	0.1732	0.0572	65
28	3	29	0.0044	0.0108	130
29	29	30	0.0640	0.1565	65
30	30	31	0.3978	0.1315	65
31	31	32	0.0702	0.0232	130
32	32	33	0.3510	0.1160	80
33	33	34	0.8390	0.2816	65
34	34	35	1.7080	0.5646	65
35	35	36	1.4740	0.4873	65
36	4	37	0.0044	0.0108	65
37	37	38	0.0640	0.1565	130
38	38	39	0.1053	0.1230	65
39	39	40	0.0304	0.0305	65
40	40	41	0.0018	0.0021	130
41	41	42	0.7283	0.8509	130
42	42	43	0.3100	0.3623	130
43	43	44	0.0410	0.0478	130

44	44	45	0.0092	0.0116	80
45	45	46	0.1089	0.1373	65
46	46	47	0.0009	0.0012	65
47	5	48	0.0034	0.0084	130
48	48	49	0.0851	0.2083	65
49	49	50	0.2898	0.7091	65
50	50	51	0.0822	0.2011	130
51	9	52	0.0928	0.0473	80
52	52	53	0.3319	0.1114	65
53	10	54	0.1740	0.0886	65
54	54	55	0.2030	0.1034	65
55	55	56	0.2842	0.1447	65
56	56	57	0.2813	0.1433	130
57	57	58	1.5900	0.5337	65
58	58	59	0.7837	0.2630	65
59	59	60	0.3042	0.1006	130
60	60	61	0.3861	0.1172	130
61	61	62	0.5075	0.2585	130
62	62	63	0.0974	0.0496	65
63	63	64	0.1450	0.0738	65
64	64	65	0.7105	0.3619	130
65	65	66	1.0410	0.5302	80
66	12	67	0.2012	0.0611	65
67	67	68	0.0047	0.0014	65
68	13	69	0.7394	0.2444	65
69	69	70	0.0047	0.0016	65