T159/97

Estratégias de Acionamento e Controle em Máquinas CA de Ímã Permanente com Fluxo não Senoidal

José Roberto Boffino de Almeida Monteiro

Dissertação de Mestrado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Azauri A. de Oliveira Jr

DEDALUS - Acervo - EESC
31100035947

São Carlos

1997

EESC - USP
Biblioteca
Campus de S. Carlos

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **JOSÉ ROBERTO BOFFINO DE ALMEIDA MONTEIRO**

Dissertação defendida e aprovada em 29-8-1997
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **AZAURI ALBANO DE OLIVEIRA JUNIOR (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **DIÓGENES PEREIRA GONZAGA**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Titular **HAROLDO RODRIGUES DE AZEVEDO**
(Universidade Federal de Uberlândia)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador da Área de Engenharia Elétrica

Prof. Titular **JOÃO VITOR MOCCELLIN**
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício

Dedicatória

Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, que contribuíram para a elucidação de várias dúvidas pertinentes a máquinas elétricas, dentre eles especialmente ao professor Dr. Diógenes P. Gonzaga.

Ao engenheiro Dr. Osmar Ogashawara por me passar bibliografias fundamentais ao aprimoramento desse trabalho.

E, especialmente, ao professor Dr. Azauri A. de Oliveira Jr., pela excelente orientação e pelas inúmeras horas dispendidas no auxílio e na elaboração desse trabalho.

Sumário

Lista de Figuras dos Capítulos v

Lista de Figura dos Apêndices viii

Lista de Tabelas x

Lista de Abreviaturas e Siglas xi

Lista de Símbolos xii

Resumo xv

Abstract xvi

Capítulo 1 - Introdução 1

Capítulo 2 - Tipos de Motor *Brushless* com Ímã Permanente no Rotor 8

Capítulo 3 - Modelos do Motor 15

Capítulo 4 - Possíveis Formas de Onda de Tensão Induzidas no Estator 27

Capítulo 5 - Acionamentos Elétricos Convencionais 43

Capítulo 6 - Acionamentos Elétricos com Controle Vetorial 65

Capítulo 7 - Conclusões 80

Referências Bibliográficas 83

Bibliografia Consultada 86

Apêndice A - Transformação de Concordia e Transformação **dq** A.1

Apêndice B - Desenvolvimento das equações do Capítulo 3 ..... B.1

Apêndice C - Soluções de $\mu(\theta)$ C.1

Anexo 1 - Figura do Rotor tipo *Lundell*

Lista de Figuras dos Capítulos

Figura 2.1. Corte transversal de um rotor com ímã permanente na superfície (rotor com 6 pólos).....9

Figura 2.2. Corte transversal de um rotor com ímã permanente interno transversal (rotor com 4 pólos)13

Figura 2.3. Rotor com ímã permanente interno longitudinal (rotor com 6 pólos).....14

Figura 3.1. Esquema físico simplificado do servomotor (motor com 2 pólos).....16

Figura 3.2. Esquema elétrico de um motor *brushless*.....19

Figura 4.1. Esquema físico utilizado para a determinação da forma de onda da tensão induzida no estator devido ao efeito da mocional do rotor.....30

Figura 4.2. Forma de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético de entreferro (1).....31

Figura 4.3. Forma de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético de entreferro (2).....31

Figura 4.4. Corte transversal de um estator de uma máquina *brushless* com ímã permanente.....33

Figura 4.5. Esquema linearizado de uma máquina não senoidal (com enrolamento número 1).....34

Figura 4.6. Corte transversal de um estator de uma máquina *brushless* com ímã permanente.....34

Figura 4.7. Esquema linearizado de uma máquina não senoidal (com enrolamento número 2).....35

Figura 4.8. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 1.....36

Figura 4.9. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 2.....36

Figura 4.10. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 1.....37

Figura 4.11. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 2.....37

Figura 4.12. Fluxo de entreferro e tensão induzida no estator (tensão tpt).....38

Figura 4.13. Forma de onda de tensão induzida e forma de onda de fluxo de entreferro utilizados em GRENIER & LOIS (1995).....39

Figura 4.14. Forma de onda de tensão induzida e forma de onda de fluxo de entreferro da máquina SIEMENS 1FT5 062 0AC01. 40

Figura 4.15. Fluxo de entreferro e tensão induzida senoidal no estator. 41

Figura 5.1. Diagrama em blocos de um acionamento genérico. 44

Figura 5.2. Ponte inversora trifásica para acionamento do motor *brushless*. 46

Figura 5.3. Sinais dos sensores de posição. 47

Figura 5.4. Sequência de chaveamento das fases (tensões nas portas dos transistores da ponte inversora). 48

Figura 5.5. Referencial adotado para a fonte de tensão contínua. 49

Figura 5.6. Acionamento 6 pulsos com fonte de tensão ajustável. 49

Figura 5.7. Acionamento 6 pulsos com fonte de tensão fixa. 50

Figura 5.8. Diagrama em blocos do circuito lógico de controle 51

Figura 5.9. Sinal de saída do circuito da figura 5.8, com MLP aplicado somente nas chaves da semi-ponte negativa. 51

Figura 5.10. Esquema para o modelo da fonte de tensão e ponte inversora. 53

Figura 5.11. Tensões de saída da ponte inversora. 56

Figura 5.12. Torque eletromagnético da máquina com FEM GRENIER. 58

Figura 5.13. Torque eletromagnético da máquina com FEM SIEMENS. 58

Figura 5.14. Torque eletromagnético da máquina com FEM trapezoidal. 58

Figura 5.15. Torque eletromagnético da máquina com FEM senoidal. 59

Figura 5.16. Diagrama de blocos simplificado do acionamento senoidal. 60

Figura 5.17. Exemplo de um ciclo de MLP. 61

Figura 5.18. Torque eletromagnético da máquina com acionamento senoidal e FEM GRENIER. 62

Figura 5.19. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS com acionamento senoidal. 62

Figura 5.20. Torque eletromagnético da máquina com FEM trapezoidal e com acionamento senoidal. 63

Figura 5.21. Torque eletromagnético da máquina com FEM senoidal e acionamento senoidal. 63

Figura 6.1. Diagrama em blocos simplificado de um acionamento com controle vetorial. 66

Figura 6.2. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS. 73

Figura 6.3. Transitório do torque eletromagnético da máquina SIEMENS (N.m). 74

Figura 6.4. Torque eletromagnético da máquina trapezoidal. 74

Figura 6.5. Transitório do torque eletromagnético da máquina trapezoidal (N.m). 74

Figura 6.6. Torque eletromagnético da máquina GRENIER. 75

Figura 6.7. Transitório do torque eletromagnético da máquina GRENIER (N.m). 75

Figura 6.8. Transitório do torque eletromagnético da máquina senoidal (N.m). 75

Figura 6.9. Torque eletromagnético da máquina senoidal. 76

Figura 6.10. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS com MLP. 77

Figura 6.11. Torque eletromagnético da máquina trapezoidal com MLP. 77

Figura 6.12. Torque eletromagnético da máquina GRENIER com MLP. 78

Figura 6.13. Torque eletromagnético da máquina senoidal com MLP. 78

Lista de Figuras dos Apêndices

Figura A.1. Sistema de coordenadas utilizado na transformada de Concordia..... A.1

Figura A.2. Sistema de coordenadas para a transformação **dq** A.5

Figura C.1. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 1..... C.2

Figura C.2. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 2..... C.2

Figura C.3. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 1..... C.3

Figura C.4. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 2..... C.3

Figura C.5. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal..... C.4

Figura C.6. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada por GRENIER & LOUIS (1995). C.4

Figura C.7. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.... C.5

Figura C.8. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 1. ..... C.5

Figura C.9. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 2. ..... C.6

Figura C.10. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 1. ..... C.6

Figura C.11. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 2. ..... C.7

Figura C.12. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal. C.7

Figura C.13. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada em GRENIER & LOUIS (1995). C.8

Figura C.14. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.C.8

Figura C.15. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 1..... C.9

Figura C.16. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 2..... C.9

Figura C.17. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 1..... C.10

Figura C.18. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidaded de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 2... C.10

Figura C.19. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal..... C.11

Figura C.20. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada em GRENIER & LOUIS (1995). C.11

Figura C.21. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.C.12

Lista de Tabelas

Tabela 5.1. Fatores de ondulação. 64

Lista de Abreviaturas e Siglas

CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua.
FEM	Força eletromotriz.
LACEP	Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência, Departamento de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos.
MLP	Modulação em largura de pulso.

Lista de Símbolos

B	densidade de fluxo de entreferro devida ao rotor (T).
B_c	constante de atrito viscoso da carga (kg.m^2/s).
B_m	constante de atrito viscoso nos mancais do motor (kg.m^2/s).
C_{dq}	matriz de controle vetorial.
δ_a	fator de trabalho para a fase a.
δ_b	fator de trabalho para a fase b.
δ_c	fator de trabalho para a fase c.
e_a	tensão induzida na fase a (V).
e_b	tensão induzida na fase b (V).
e_c	tensão induzida na fase c (V).
Fl_{ra}	forma de onda de fluxo magnético de entreferro concatenado pela fase a do estator, devido somente ao campo do rotor
Fl_{rb}	forma de onda de fluxo magnético de entreferro concatenado pela fase b do estator, devido somente ao campo do rotor
Fl_{rc}	forma de onda de fluxo magnético de entreferro concatenado pela fase c do estator, devido somente ao campo do rotor
Φ_r	módulo do fluxo magnético do rotor (Wb).
Φ_{ra}	fluxo magnético produzido pelo rotor concatenado na fase a do estator (Wb).
$\Phi_{r\alpha}$	fluxo produzido pelo rotor no eixo α (T).
F_{ra}	forma de onda de tensão induzida na fase a do estator, devido somente ao campo do rotor.
$\Phi_{r\alpha\beta}$	fluxo produzido pelo rotor nos eixos $\alpha\beta$ na forma complexa (T).
Φ_{rb}	fluxo magnético produzido pelo rotor concatenado na fase b do estator (Wb).
$\Phi_{r\beta}$	fluxo produzido pelo rotor no eixo β (T).
F_{rb}	forma de onda de tensão induzida na fase b do estator, devido somente ao campo do rotor.
Φ_{rc}	fluxo magnético produzido pelo rotor concatenado na fase c do estator (Wb).
F_{rc}	forma de onda de tensão induzida na fase c do estator, devido somente ao campo do rotor.
Φ_{sa}	fluxo magnético produzido pelo estator concatenado na fase a (Wb).
Φ_{sb}	fluxo magnético produzido pelo estator concatenado na fase b (Wb).
Φ_{sc}	fluxo magnético produzido pelo estator concatenado na fase c (Wb).
Φ_{tsa}	fluxo magnético total concatenado na fase a do estator (Wb).

Φ_{tsb} fluxo magnético total concatenado na fase b do estator (Wb).

Φ_{tsc} fluxo magnético total concatenado na fase c do estator (Wb).

i_0 corrente de fase 0 (A).

i_a corrente na fase a (A).

i_α corrente no eixo α (A).

$i_{\alpha\beta}$ corrente nos eixos $\alpha\beta$ na forma complexa (A).

i_b corrente na fase b (A).

i_β corrente no eixo β (A).

i_c corrente na fase c (A).

i_d corrente no eixo **d** (A).

i_{dq} corrente nos eixos **dq** (A).

i_{dref} corrente de referencia para o eixo d (A).

i_q corrente no eixo **q** (A).

i_{qref} corrente de referencia para o eixo q (A).

J_c momento de inércia da carga aplicada ao rotor (kg.m^2).

J_m momento de inércia do rotor da máquina (kg.m^2).

k_e constante elétrica do motor (V.s/rad).

k_{em} constante elétrica do motor (V.s/rad) a ser utilizada com valores mecânicos da máquina.

k_{pp} fator de enrolamento.

L matriz de indutâncias da máquina (H).

L_s auto-indutância de uma fase to estator (H).

M_s indutância mútua entre duas fases do estator (H).

n_{pp} número de voltas por pólo por fase.

P matriz de transformação **dq**.

P_m potência útil no eixo da máquina (W).

θ ângulo do rotor em radianos elétricos (rad).

θ_c ângulo do campo do rotor em radianos elétricos (rad).

θ_{dq} ângulo dos eixos **dq** em radianos elétricos (rad).

θ_m ângulo do rotor em radianos mecânicos (rad).

τ raio interno do motor, medido do centro do rotor à superfície interna do estator (m).

r fator de ondulação.

R_s resistência total de uma fase do estator (Ω).

T matriz da transformada de Concordia.

T_c torque de carga aplicado ao eixo da máquina (N.m).

T_{el} torque eletromagnético produzido no eixo da máquina (N.m).

T_{elref} torque eletromagnético de referência para o eixo da máquina (N.m).

T_{MLP} período do pulso de MLP (s).

t_{ona} tempo em que a tensão máxima é aplicada à fase a (s).

t_{offa} tempo em que a tensão mínima é aplicada à fase a (s).

v_0 tensão de fase 0 (V).

v_a tensão aplicada ao terminal da fase a, em relação a um referencial arbitrário (V).

v_α tensão no eixo a (V).

$v_{\alpha\beta}$ tensão nos eixos $\alpha\beta$ na forma complexa (V).

v_{an} tensão aplicada na fase a do estator, em relação ao neutro (V).

v_b tensão aplicada ao terminal da fase b, em relação a um referencial arbitrário (V).

v_β tensão no eixo β (V).

v_{bn} tensão aplicada na fase b do estator, em relação ao neutro (V).

v_c tensão aplicada ao terminal da fase c, em relação a um referencial arbitrário (V).

v_{cn} tensão aplicada na fase c do estator, em relação ao neutro (V).

v_d tensão no eixo **d** (V).

v_{dq} tensão nos eixo **dq** na forma complexa (V).

v_n tensão no terminal central da máquina em relação a um referencial arbitrário (V).

v_q tensão no eixo **q** (V).

ω velocidade do rotor em radianos elétricos por segundo (rad/s).

ω_m velocidade do eixo da máquina em radianos mecânicos por segundo (rad/s).

$x_{ef(ac)}$ valor eficaz dos harmônicos de uma onda.

x_{med} valor médio de uma onda.

z_p número de pares de pólos do motor.

Resumo

O objetivo desse trabalho é o estudo e a análise do desempenho de máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor, com fluxo de entreferro não senoidal. São consideradas máquinas *brushless* com ímã permanente na superfície do rotor. Três modelos matemáticos são considerados: o modelo por fase de estator, o modelo vetorial e o modelo velocidade-tensão de segunda ordem. Máquinas com diferentes tipos de enrolameno de estator são comparadas, incluindo as máquinas síncronas com ímã permanente no rotor (com a densidade dos enrolamentos distribuida de forma senoidal no estator). Os resultados para o torque eletromagnético das máquinas foram obtidos considerando-se dois tipos de acionamentos em malha aberta: um acionamento de seis pulsos e um acionamento senoidal. Por fim, um método de controle vetorial é apresentado para máquinas não senoidais. As ondulações no torque e o desempenho das máquinas não senoidais, utilizando controle vetorial, são comparados aos das máquinas senoidais.

Abstract

The aim of this work is to study and analyse the torque performance of brushless machines with non-sinusoidal distributed magnetic fluxes. The machine type considered is a surface mount permanent magnet brushless machine. Three mathematical models for the machine are considered: the per stator phase, the vectorial and the linear second order speed-voltage models. Machines with different stator windings are compared including the permanent magnet synchronous machines with sinusoidal distributed stator windings. The torque outputs of these machines are obtained considering two kinds of open loop driving systems: one with a six-pulse waveform and other with a sinusoidal waveform. Finally, a vectorial control is proposed for the non-sinusoidal machines. The torque ripple as well the overall performance of non-sinusoidal machines with vectorial control is compared to that of sinusoidal machines.

Capítulo 1 -
Introdução

As máquinas elétricas realizam um papel importante no mundo atual. Tornaram-se indispensáveis no modo de produção industrial contemporâneo. Além de serem largamente utilizadas no setor industrial, também são em praticamente todas as áreas de nossa sociedade: no comércio, no setor agrícola, em setores de prestação de serviços, como é o caso de oficinas, em lares, etc.

Devido principalmente aos recentes progressos nas área de semicondutores de potência, o uso de máquinas elétricas em nossa sociedade tende a ser crescente. Com o aperfeiçoamento das técnicas de controle utilizadas nessas máquinas, com avanços contínuos na física de semicondutores e com o desenvolvimento de novos materiais, os acionamentos com máquinas elétricas permitem processos cada vez mais precisos e eficientes, que outrora não seriam possíveis ou seriam inviáveis pela tecnologia presente.

Atualmente, as máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor permitem que acionamentos elétricos obtenham um alto grau de eficiência. Constituem-se de acionamentos sofisticados, utilizados em aplicações que necessitam de alto desempenho do acionamento, como máquinas-ferramenta de alta precisão, sistemas de tração, onde a redução de peso é fundamental, sistemas de posicionamento, braços de robôs, etc. Isto se deve ao fato das máquinas com ímã permanente no rotor apresentarem uma série de vantagens em relação à outros tipos de máquinas elétricas utilizadas em acionamentos (HOLTZ & SPRINGOB, 1996).

A vantagem mais aparente em relação às demais máquinas é o baixo peso e volume. Isto porque, esse tipo de máquina possui baixa dissipação de energia no rotor, permitindo uma diminuição considerável do tamanho do rotor e da máquina em geral, devido à dissipação de energia ser mais simples pelo estator (VAGATI et al, 1996).

Em relação aos tradicionais acionamentos empregando motores CC, as vantagens são grandes, mesmo ao se comparar máquinas CC com ímã permanente como excitação de campo. As máquinas com ímã permanente no rotor são menores e mais leves (cerca de metade do tamanho, para máquinas equivalentes), tem menor momento de inércia de rotor (cerca de 1/3 do momento de inércia de um motor CC equivalente), e principalmente, não possuem escovas. Devido a esse último fato, essas não requerem manutenção preventiva nas escovas, não apresentam problemas inerentes à comutação mecânica das escovas, como centelhamento e conseqüente geração de ruído eletromagnético, e são mais seguras ao se trabalhar em ambientes que podem sofrer vazamentos de substâncias explosivas (OLIVEIRA Jr, 1990).

No entanto, as máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor apresentam ondulações no torque eletromagnético que, dependendo do tipo de máquina empregada, em média varia entre 5 a 25% do torque desenvolvido pela máquina (HOLTZ & SPRINGOB, 1996).

Em certas aplicações, tais ondulações são altamente indesejáveis. Em sistemas de posicionamento, por exemplo, elas causam oscilações no valor da posição final ou até mesmo erros na posição final, principalmente porque o controlador do sistema não tem como prever a ocorrência dessas ondulações. Em máquinas-ferramenta, causam falhas em materiais usinados. E, em altas velocidades de operação, quando a inércia do sistema mecânico filtra completamente tais ondulação no torque, essas causam ruídos acústicos audíveis (HOLTZ & SPRINGOB, 1996).

Atualmente, vários trabalhos têm sido realizados com o objetivo de reduzir as ondulações no torque eletromagnético de máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor, como por exemplo FRENCH & ARCANLEY (1996), GRENIER & LOUIS (1995), HOLTZ & SPRINGOB (1996), SEBASTINAN & GANGLA (1996) e JAHNS (1996).

O presente trabalho tem basicamente quatro objetivos principais:

- compilar informações a respeito da estrutura e do funcionamento de motores *brushless* com ímã permanente no rotor, em especial com ímã permanente na superfície do rotor. Com isso pretende-se que o trabalho auxilie trabalhos futuros no LACEP (Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência, do Departamento de Engenharia Elétrica, da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo).

- apresentar o desenvolvimento de um modelo vetorial para máquinas não senoidais. O modelo vetorial para máquinas senoidais é bastante comum e vem sendo largamente utilizado na literatura consultada. Já o modelo vetorial para máquinas não senoidais é bem raro, e seu emprego só foi observado em GRENIER & LOUIS (1995). Já a implementação desse tipo de controle não foi observada na literatura consultada.
- mostrar as vantagens que o emprego de controle vetorial em máquinas não senoidais proporciona. Em relação aos acionamentos convencionais, o acionamento vetorial para máquinas não senoidais apresenta uma resposta de torque eletromagnético bem superior e, principalmente, permite reduzir as ondulações no torque eletromagnético em máquinas não senoidais. Em relação a acionamentos vetoriais com máquinas senoidais, os acionamentos vetoriais com máquinas não senoidais apresentam a vantagem da máquina não senoidal ter um custo menor de produção em relação à máquina senoidal e, além disso, ter uma maior relação entre torque eletromagnético por corrente de estator e por volume (MILLER, 1993). Este é o objetivo principal deste trabalho.
- mostrar as vantagens do desenvolvimento de máquinas em conjunto com seus conversores, visando principalmente à redução de custo do sistema sem perdas em seu desempenho.

No capítulo 2, são apresentados quatro formas básicas para rotores de máquinas *brushless* com ímã permanente, e para cada tipo de rotor apresentado, são citados os tipos possíveis de enrolamentos de estator a serem empregados. Devido ao rotor com ímã permanente na superfície ser o tipo mais empregado em máquinas comerciais e, pelo fato de uma máquina com um rotor desse tipo ser utilizada no LACEP, somente máquinas que empregam esse tipo de rotor é que serão estudas no decorrer do trabalho.

No capítulo 3 são desenvolvidos modelos para as máquinas que empregam o rotor com ímã permanente na superfície, descrito no capítulo 2. Existem diferentes formas de onda de tensão induzida no estator das máquinas que empregam esse tipo de rotor. No trabalho, essas tensões são separadas em dois grupos principais: senoidais e não senoidais. O termo "máquinas senoidais", refere-se às máquinas *brushless* com ímã permanente na superfície do rotor e com forma de onda de tensão induzida no estator senoidal, devido somente à influência do campo magnético do rotor; de forma semelhante, o termo "máquinas não senoidais", refere-se às máquinas com forma de onda de

tensão induzida não senoidal induzida no estator. Alguns autores separam essas formas de onda também em dois grupos principais: senoidais e trapezoidais (BERENDESEN et al, 1993); ou então: senoidais e quadradas (MILLER, 1993). Aqui, prefere-se utilizar a designação genérica de "não senoidais" devido às formas de onda apresentarem uma certa variação de uma máquina para outra. No capítulo 3, são apresentados basicamente três modelos mais utilizados na literatura consultada: modelo por fase, modelo vetorial e modelo de segunda ordem. O modelo por fase é o mais empregado quando se trata de máquinas *brushless* não senoidais, já o modelo vetorial é o mais empregado quando se trata de máquinas senoidais. O terceiro modelo, por ser uma aproximação do modelo vetorial, não é muito aconselhável, pois apresenta um erro de transitório e de regime em relação aos anteriores, embora em alguns sistemas onde as variações dos parâmetros da máquina não são tão importantes possam ser perfeitamente empregados pela sua simplicidade (OLIVEIRA et al, 1994).

No capítulo 4 são apresentadas formas de onda de tensão induzida no estator, devidas somente ao campo magnético do rotor, encontradas na bibliografia consultada.

No capítulo 5 são apresentados sistemas de acionamento convencionais para máquinas senoidais e não senoidais. Note que, por sistema de acionamento convencional, entende-se que seja um acionamento em que o conversor elétrico não emprega nenhum tipo de controle em malha fechada, com realimentacão de corrente ou tensão, possuindo somente o valor da posição do rotor. Portanto, entende-se que o conversor elétrico aplica uma determinada forma de onda de tensão em malha aberta, cujo valor médio é determinado por um controlador do sistema (este sim pode ou não empregar controle em malha fechada). Nesse caso, o sinal de controle do controlador do sistema é um sinal de referência para a tensão (no caso de conversores com fonte de tensão) ou para a corrente (no caso de conversores com fonte de corrente) médias aplicada à máquina.

No capítulo 6 são realizadas descrições do funcionamento da máquina com acionamentos que empregam controle vetorial. O controle vetorial é aplicado tanto em máquinas senoidais quanto em máquinas não senoidais.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho.

No apêndice A é feita uma apresentação das transformações de coordenadas utilizadas no capítulo 3, no desenvolvimento dos modelos vetoriais da máquina *brushless*.

A dedução passo a passo das equações presentes em todo o trabalho é feita no apêndice B, pois procurou-se manter a apresentação das equações no texto a mais resumida possível.

No apêndice C, são apresentadas as soluções para as grandezas estudadas no capítulo 3, no desenvolvimento do modelo vetorial da máquina, relativas a cada tipo de forma de onda de tensão induzida apresentadas no capítulo 4. Essas soluções são utilizadas nas simulações apresentadas nos capítulos 5 e 6.

Algumas obras da bibliografia consultada merecem uma certa atenção.

GRENIER & LOUIS (1995) realiza um desenvolvimento de um modelo vetorial para máquinas *brushless* com ímã permanente na superfície do rotor.

A classificação das máquinas com ímã permanente no rotor empregada nesse trabalho segue em linhas gerais NASAR et al (1993). As máquinas com ímã permanente no rotor são classificadas de acordo com as características construtivas do rotor e, dentro dessa classificação, são classificadas de acordo com seu princípio de funcionamento. Em NASAR et al (1993) é desenvolvida uma análise de máquinas com ímã permanente no rotor por elementos finitos. Além de máquinas com ímã permanente no rotor, NASAR apresenta máquinas de corrente contínua com ímã permanente e máquinas de relutância chaveada. Também é realizada uma revisão sobre materiais magnéticos utilizados em ímãs permanentes e princípios de eletromagnetismo aplicado aos ímãs.

MILLER (1993) se concentra somente em acionamentos *brushless*, utilizando máquinas com ímã permanente no rotor e de relutância chaveada. O livro é iniciado com uma visão geral sobre eletrônica de potência (conversores e dispositivos de estado sólido) e principais tipos de servomotores utilizados atualmente. Segue com uma análise sobre eletromagnetismo em máquinas elétricas e em materiais de ímã permanente. A classificação utilizada pelo autor para máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor é feita segundo o princípio de acionamento das máquinas, ou seja, são classificadas em senoidais e quadradas e, em um terceiro tipo, máquinas híbridas síncrono - relutância chaveada.

DEMERDASH et al (1996) apresenta o estado da arte na análise de motores *brushless* com ímã permanente por elementos finitos em três dimensões.

RAHMAN et al (1996) apresenta o desenvolvimento de um modelo misto entre elementos finitos e circuito equivalente de uma máquina *brushless* com ímã permanente no interior do rotor. A

classificação utilizada para máquinas com ímã permanente no rotor é um pouco diferente da utilizada em NASAR et al (1993), mas também é feita de acordo com as características construtivas do rotor.

VAGATI et al (1996) realiza uma comparação do estado da arte entre os principais tipos de máquinas elétricas utilizadas em acionamentos: o servomotor *brushless* com ímã permanente no rotor, o de relutância e o de indução. São comparadas máquinas com mesmo raio, e de mesma capacidade de dissipação de energia. A máquina *brushless* com ímã permanente no rotor utilizada foi com FEM senoidal. Nas comparações realizadas o torque da máquina com ímã permanente utilizada é quase duas vezes superior ao da máquina de indução. A máquina de relutância apresenta torque eletromagnético intermediário entre as duas anteriores.

Em FRENCH & ARCANLEY (1996, pp. 1080-8) é apresentado um método para controle direto do torque eletromagnético da máquina com ímã permanente no rotor. Com esse método os autores mostram que as ondulações podem ser bem atenuadas. No entanto, os parâmetros necessários a esse tipo de controle são vários, e necessitam ser obtidos através de muitos ensaios. A vantagem desse método é que, devido aos ensaios serem realizados em muitos pontos de operação da máquina, pode-se prever efeitos como saturação do ferro.

Em JAHNS (1996) são apresentados métodos para diminuição das ondulações no torque eletromagnético através de alterações construtivas, na máquina com ímã permanente no rotor, e através do controle do conversor elétrico.

HOLTZ & SPRINGOB (1996) apresenta um algoritmo sofisticado para a diminuição das ondulações no torque eletromagnético de máquinas com ímã permanente no rotor, implementado no conversor elétrico. O sistema usa controle adaptativo para a compensação do torque eletromagnético.

O presente trabalho utiliza também um algorítmo para a diminuição das ondulações no torque eletromagnético do motor, mas o algoritmo utilizado é diferente do de HOLTZ. Além dos efeitos indesejáveis que as ondulações no torque provocam, como imprecisão no controle de velocidade e posicionamento, HOLTZ também cita o alto ruído acústico gerado em altas velocidades.

SEBASTIAN & GANGLA (1996) apresentam formas de onda de tensão induzida no estator obtidas na prática, através da medida do fluxo magnético de entreferro. Os autores não consideram a forma de onda de tensão induzida como trapezoidal. O principal objetivo do trabalho é o de diminuir

as ondulações do torque eletromagnético devido à forma de onda da tensão induzida no estator não ser trapezoidal pura. Com uma forma de onda de tensão induzida pura no estator e com uma forma de onda de corrente quadrada (120 graus) nas fases da máquina, os autores demonstram que não ocorrem ondulações no torque eletromagnético, no entanto, também citam que isto não ocorre na prática.

LI & SLEMON (1988) apresentam métodos construtivos para a diminuição das ondulações no torque eletromagnético da máquina.

KENJO (1995) apresenta os motores que utilizam ímã permanente como excitação de campo de forma simplificada. Faz um estudo do motor cc de ímã permente e do motor brushless com ímã no rotor. No caso do motor brushless com ímã permanente no rotor o modelo utilizado é o de segunda ordem, sendo que o autor não apresenta o seu desenvolvimento.

Capítulo 2 -

Tipos de Motor *Brushless* com Ímã Permanente no Rotor

Neste capítulo, são apresentados os principais tipos de motor *brushless* com ímã permanente no rotor, com base na bibliografia consultada. Pode-se classificar os motores *brushless* com ímã permanente no rotor de duas maneiras: segundo características construtivas do rotor e segundo seu princípio de funcionamento.

Segundo as características construtivas do rotor, existem basicamente quatro tipos de máquinas *brushless* com ímã permanente. A divisão apresentada entre os principais tipos de rotor segue em linhas gerais de NASAR et al (1993). Dentro desses tipos, ainda podemos ter variações no tipo de enrolamento do estator que, juntamente com o tipo de rotor, determina a forma de onda da força eletromotriz induzida (que por sua vez, determina o princípio de funcionamento da máquina).

Os tipos de rotor diferem basicamente com relação ao posicionamento das pastilhas magnéticas em sua estrutura. Os quatro tipos de rotor apresentados são: rotor com ímã permanente na superfície, rotor com ímã permanente interno transversal, rotor com ímã permanente interno longitudinal e rotor *Lundell*. O primeiro tipo de rotor, o rotor com ímã na superfície, é descrito com maiores detalhes que os demais tipos. Isto porque o presente trabalho cuida do estudo de máquinas que empregam esse tipo de rotor, enquanto que os demais tipos de rotor são tratados apenas nesse capítulo.

Rotor com ímã permanente na superfície

O primeiro tipo de rotor apresentado é o de ímã permanente na superfície do rotor. Esse tipo de rotor é seguramente o mais utilizado em aplicações práticas, devido à sua simplicidade construtiva em relação aos demais. A máquina que apresenta o rotor como esse tipo pode empregar no estator

várias possibilidades de enrolamento, de tal forma que possa apresentar uma forma de onda de tensão induzida senoidal ou então formas de onda não senoidais variadas. Com a disposição de ímãs da maneira como se vê na figura 2.1, o fluxo de entreferro é radial. Esse tipo de máquina também vai apresentar um entreferro relativamente grande e consequentemente pequena variação de relutância em função da posição rotórica.

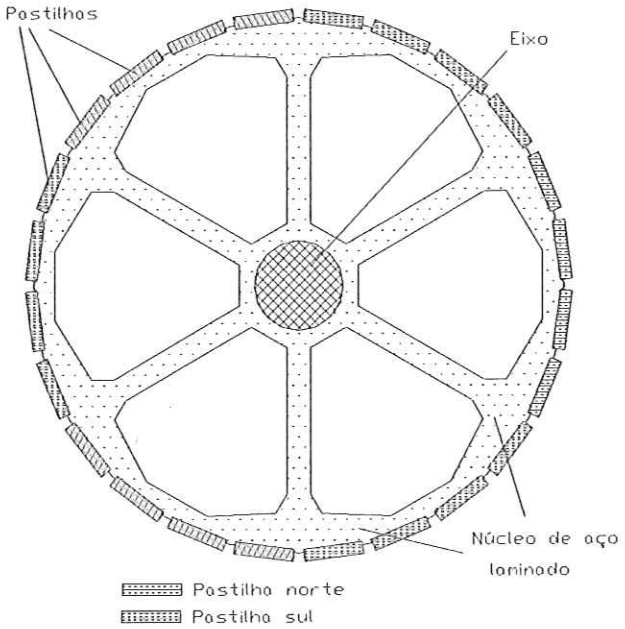


Figura 2.1. Corte transversal de um rotor com ímã permanente na superfície (rotor com 6 pólos).

Com relação a outros tipos de servomotores, como os servomotores CC ou de indução, esse tipo de máquina apresenta muitas vantagens, não apenas devido à sua simplicidade construtiva. Essa máquina possui baixo momento de inércia no rotor, devido principalmente à sua estrutura oca, como pode ser visto na figura. Outra vantagem reside no fato do rotor apresentar uma única fonte de calor e próxima à superfície, o que facilita muito a refrigeração e consequentemente reduz o tamanho do motor em relação à máquinas CC, ou mesmo de indução. Tendo-se em vista a aplicação em servomotores, comparando-se máquinas de mesma faixa de potência, em linhas gerais tem-se que os servomotores *brushless* vão apresentar um terço do momento de inércia de rotor e a metade do volume total da máquina, em relação a servomotores CC. No entanto, como o próprio nome sugere, a

principal vantagem em relação aos motores CC é a ausência de escovas. Isto implica em uma série de outros fatores. Os motores CC apresentam perdas de potência nas escovas, aumento do tamanho da máquina devido também ao tamanho das escovas e do coletor, apresentam centelhamento limitando a aplicação em ambientes com gases explosivos, necessitam de manutenção preventiva nas escovas, maior complexidade mecânica na montagem. Devido aos problemas da comutação mecânica da corrente, os motores CC vão apresentar queda no torque eletromagnético em altas velocidades devido à limitação da corrente nas escovas em função de sua velocidade. Os motores brushless com ímã permanente possuem a excelente característica de apresentarem um torque praticamente constante em toda a faixa de velocidade de operação da máquina.

Os servomotores com ímã permanente no rotor também vão apresentar desvantagens em relação aos motores CC. Basicamente como desvantagens principais temos a velocidade de operação máxima limitada, a necessidade de sensores de posição no rotor e a complexidade na eletrônica.

A velocidade máxima de operação desse tipo de rotor é limitada devido à força de retensão do ímã no rotor em altas velocidades. No entanto, existem outros tipos de rotores que não apresentam essa limitação, que serão apresentados logo à frente, e em DEGNER et al (1996) é apresentada uma forma de núcleo de rotor que melhora bastante essa limitação, sem alterações significativas nas características do motor, como baixo momento de inércia e baixas variações de relutância.

Atualmente, os motores com ímã permanente só são viáveis em máquinas de pequenas potências, como algumas dezenas de quilowatts (pouco menos de 100 kW). Em grandes máquinas o custo da excitação por ímã permanente é excessivo e torna-se inviável economicamente. Nesses casos, utiliza-se a excitação eletromagnética convencional direta, como nas máquinas síncronas comuns, ou por indução.

No entanto, em grandes motores os ímãs podem ajudar a melhorar a eficiência pela eliminação de perdas associadas com enrolamentos de excitação. Outra razão pela qual ímãs permanentes não são utilizados em máquinas grandes é que estas máquinas normalmente precisam de uma característica de potência constante em altas velocidades, portanto necessitam de algum tipo de controle de campo. Controle de campo também é desejável em cargas leves para minimizar perdas no ferro.

Outra desvantagem dos motores com ímã permanente diz respeito a questões de segurança no caso de tração elétrica, em carros ou trem. Um motor de ímã permanente com um curto-circuito ou uma falta em algum enrolamento ou fase terá um torque de frenagem muito alto, possivelmente com uma componente de oscilação muito alta e uma grande corrente na fase em falta, o que oferece um alto risco de sobreaquecimento que poderá desmagnetizar o ímã ou mesmo causar incêndio. Não existe uma maneira trivial de se proteger o motor contra esse tipo de falta. Já uma máquina síncrona convencional ou CC, com excitação por enrolamento de campo, pode ter seu campo facilmente desmagnetizado. Motores de indução possuem a característica de auto proteção nesses casos (MILLER, 1993).

Segundo o princípio de funcionamento, os motores que empregam esse tipo de rotor podem ser classificados em máquinas senoidais ou em máquinas não senoidais (MILLER, 1993). Máquinas não senoidais também podem ser chamadas de máquinas retangulares, quadradas ou mesmo trapezoidais, dependendo do autor.

Os motores *brushless* com ímã permanente no rotor de onda senoidal se diferenciam dos motores *brushless* com ímã permanente no rotor de onda não senoidal pelos enrolamentos de estator (NASAR et al, 1993). Nos primeiros os enrolamentos de estator apresentam uma distribuição senoidal ou quase senoidal ao redor do motor, ou seja, apresentam encurtamento de passo e enrolamentos de estator concêntricos ou distribuídos. Isto garante ao motor *brushless* senoidal uma distribuição senoidal ou "quase senoidal" do fluxo de entreferro ocasionando uma forma de onda de corrente de estator senoidal ou quase senoidal. Muitas vezes esse tipo de máquina é referida como motor *brushless* de corrente alternada síncrono com ímã permanente no rotor (NASAR et al, 1993).

Já os motores *brushless* de onda não senoidal vão apresentar em oposição aos anteriores, um fluxo não senoidal de entreferro, sendo que em alguns casos aproximadamente retangular ou aproximadamente trapezoidal. Quando acionados de maneira convencional, ou seja, com forma de onda de tensão retangular, vão apresentar uma forma de onda de corrente retangular de estator. Os enrolamentos desse tipo de motor são dispostos de maneira mais simples que os motores *brushless* senoidais; são dispostos concentrados nas ranhuras do estator, não apresentando grande complexidade na construção da máquina (NASAR et al, 1993).

Outra diferença entre os dois tipos além da forma de onda é que o torque conseguido no motor de onda retangular é 1,27 vezes maior que o conseguido no de onda senoidal para uma mesma corrente de operação (MILLER et al, 1993), para máquinas com características equivalentes de potência e velocidade nominais.

Como já citado, os tipos de forma de tensão induzida no estator para esse tipo de motor podem ser senoidal ou não senoidais. No caso das formas de onda não senoidais existem vários tipos. No capítulo 4 são apresentadas algumas formas de onda de FEM, senoidal e não senoidais, para esse tipo de máquina.

Esse tipo de rotor é seguramente o mais utilizado na prática, e é utilizado na máquina existente no Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência (LACEP). A seguir, são apresentadas outras três formas básicas de rotor para motores *brushless* com ímã permanente no rotor. Até o presente momento, esses tipos de rotor têm um emprego comercial reduzido, sendo mais empregados em instituições de pesquisa e desenvolvimento.

Rotor com ímã interno transversal

O segundo tipo de rotor emprega ímãs permanentes internos posicionados de forma transversal. Esse tipo de motor possui modo de operação somente de onda senoidal. O fluxo de entreferro também é radial como o anterior. Possui variação de relutância e entreferro reduzido.

Algumas máquinas que utilizam esse rotor podem ser acionadas por uma fonte de corrente alternada sem a necessidade de comutação eletrônica, e se um enrolamento do tipo gaiola de esquilo (como nos motores de indução) for incluído no rotor, ele pode partir diretamente da rede, sem a necessidade de circuitos de partida.

Esse tipo de rotor pode atingir altas velocidades pois os ímãs estão presos internamente em sua estrutura, figura 2.2 (NASAR et al, 1993).

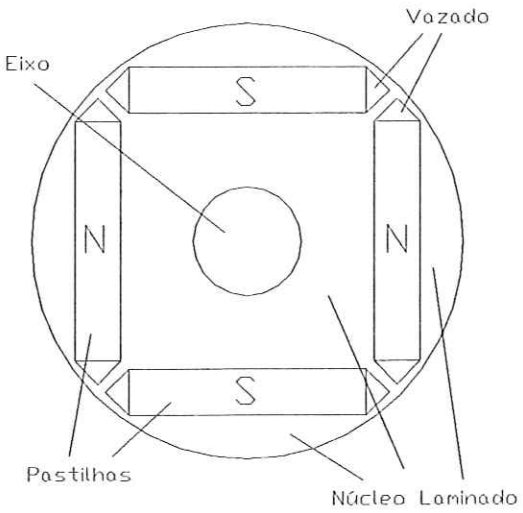


Figura 2.2. Corte transversal de um rotor com ímã permanente interno transversal (rotor com 4 pólos)

Rotor com ímã interno longitudinal

O terceiro tipo é o motor com ímã permanente no rotor interno longitudinal. Pela disposição longitudinal (ou radial) dos ímãs no rotor, as principais diferenças entre esse tipo e o anterior é que o fluxo no entreferro é circunferencial e o entreferro é maior. Da mesma maneira que o anterior, o modo de operação desse tipo de motor é somente senoidal e apresenta variação de relutância. Pode também empregar enrolamentos de barras de gaiola para a partida e ser empregado em altas velocidades (NASAR et al, 1993). A figura 2.3 apresenta um corte transversal esquemático desse tipo de rotor.

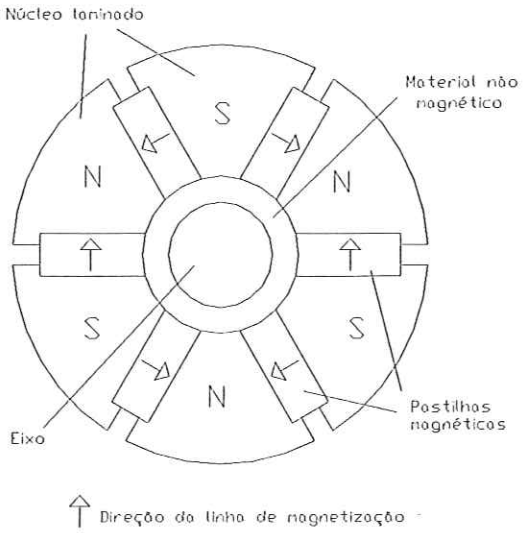


Figura 2.3. Rotor com ímã permanente interno longitudinal (rotor com 6 pólos).

Rotor *Lundell*

O quarto tipo é o rotor *Lundell* ou também chamado *claw-pole rotor*. Nesse tipo de rotor a magnetização é feita no sentido axial do rotor. Esse rotor pode ser empregado em altas velocidades. A máquina vai apresentar variação de relutância. Construtivamente, esse tipo de máquina é também muito simples. No entanto, até o presente momento é muito pouco utilizada na prática. Por outro lado, esse tipo de rotor é largamente utilizado com excitação convencional, ou seja, empregando enrolamento no rotor, principalmente pela indústria automobilística, em alternadores de automóveis (para figura, veja Anexo 1).

Esses três últimos tipos de rotor normalmente são acionados com forma de onda senoidal no estator. As máquinas que empregam tais tipos de rotor também podem ser denominadas motores híbridos síncronos - relutância variável (MILLER, 1993)

Capítulo 3 -

Modelos do Motor

Neste capítulo, são apresentados três modelos básicos para o motor *brushless* com ímã permanente no rotor. O primeiro modelo apresentado é o modelo por fase da máquina. Esse modelo é seguramente o mais empregado em motores com tensão induzida no estator não senoidal, pois permite o uso de uma tensão induzida qualquer.

O segundo modelo apresentado é o modelo vetorial da máquina. É o mais utilizado para máquinas senoidais, pois a aplicação nesse tipo de máquina é mais simples que a aplicação do modelo anterior. Além disso, esse modelo permite o estudo e a implementação de controle vetorial na máquina, o que é sem dúvida, uma vantagem muito grande em relação aos demais. No entanto, é apresentada uma extensão do modelo vetorial para máquinas não senoidais, que torna possível a aplicação do controle vetorial em máquinas não senoidais.

O terceiro modelo é o modelo de segunda ordem do motor. Esse modelo é obtido através de uma aproximação do modelo vetorial. Portanto, apresenta um erro em transitório e mesmo em regime permanente da máquina, em relação aos dois modelos anteriores.

Durante todo o capítulo e o resto do trabalho, são consideradas apenas máquinas trifásicas, por serem mais comuns. No entanto, as conclusões realizadas aqui também são válidas para máquinas *brushless* com ímã na superfície do rotor com maior número de fases, desde que satisfaçam as hipóteses apresentadas no trabalho.

Modelo do motor por fase.

Inicia-se o equacionamento do motor síncrono com ímã permanente através das expressões de fluxo magnético de cada fase de estator, com base no esquema físico da máquina (figura 3.1). Através da figura, que apresenta esquematicamente a construção física do servomotor, escreve-se a equação do fluxo total para cada fase de estator, a equação (3.1) (GRENIER & LOUIS, 1995):

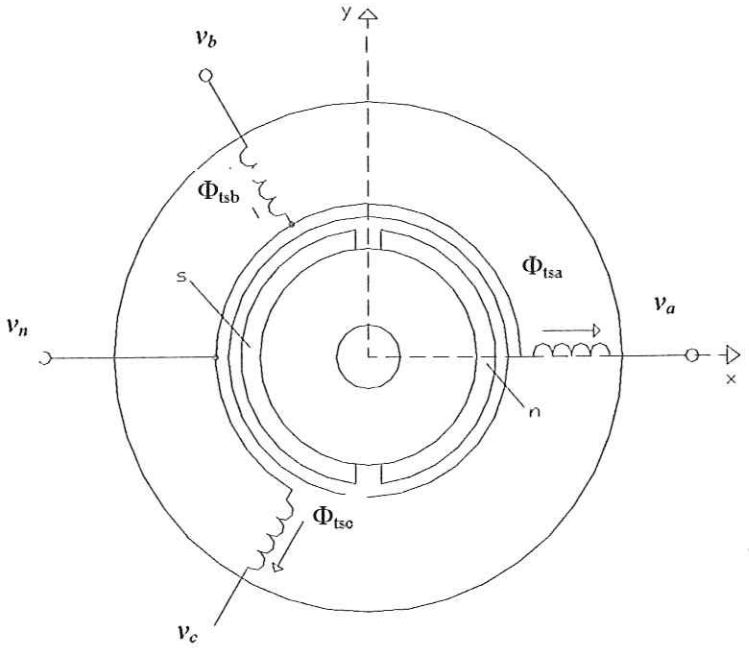


Figura 3.1. Esquema físico simplificado do servomotor (motor com 2 pólos).

$$\begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

onde:

$\begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix}$ é o vetor dos fluxos totais em cada fase, a, b e c;

$\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$ é o vetor dos fluxos produzidos pelo rotor;

$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix}$ é o vetor dos fluxos produzidos pelos enrolamento de estator, e que também pode ser escrito:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

sendo:

$$L = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

onde:

L_s: auto-indutância dos enrolamentos de uma fase;

M_s: indutância mútua entre os enrolamentos das fases.

i_a, i_b e i_c são as correntes das fases a, b e c de estator, respectivamente.

As tensões de fase do motor são, desenvolvendo a equação (3.1):

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

sendo:

v_{an}, v_{bn} e v_{cn} as tensões das fases a, b e c de estator.

Assumindo que as indutâncias são praticamente constantes na região de operação normal do motor, devido ao entreferrro ser relativamente grande nesse tipo de motor, e que não haja saturação no núcleo dos enrolamentos, a equação (3.4) se desenvolve para:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

sendo:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}; \tag{3.6}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}; \tag{3.7}$$

onde:

ω : velocidade angular rotórica em radianos elétricos por segundo;

θ : é o ângulo do rotor, em relação ao eixo x, da figura 3.1, em radianos elétricos.

As tensões internas do motor são escritas pela equação:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \omega . \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \qquad e = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{d\Phi}{d\theta} = \omega \cdot \frac{d\Phi}{dt} \tag{3.8}$$

Com as equações (3.5) e (3.8), pode-se elaborar um circuito elétrico equivalente para o motor *brushless*. Trata-se de um circuito basicamente muito simples, constituído de três fases idênticas, cada qual com uma resistência de enrolamento, uma auto-indutância com efeito das duas indutâncias mútuas das outras fases e uma força eletromotriz produzida pelo deslocamento de fluxo

de rotor nos enrolamentos de estator, chamada força eletromotriz mocional. É a forma de onda da força eletromotriz que vai determinar as características mais significativas da máquina utilizada.

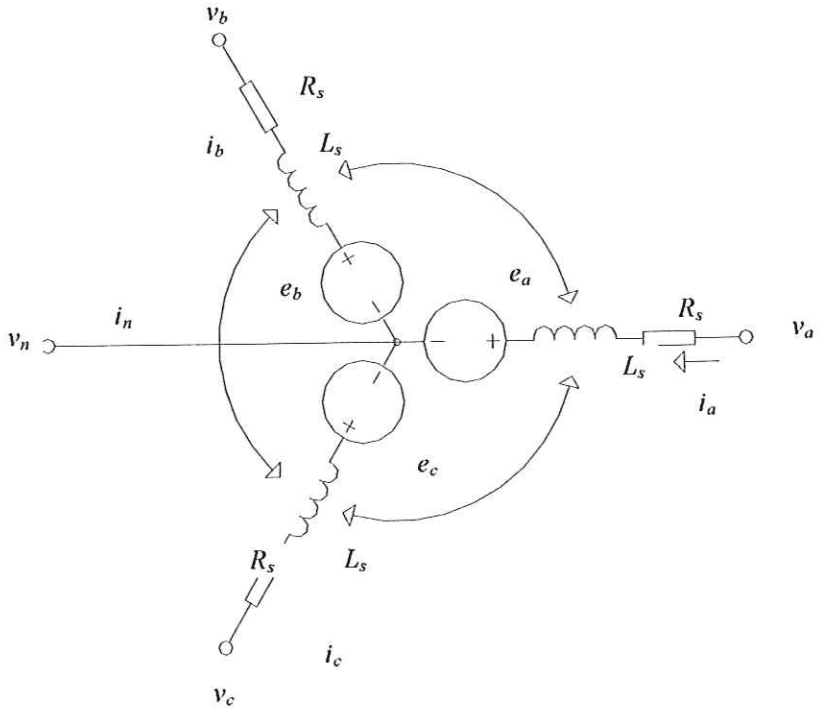


Figura 3.2. Esquema elétrico de um motor *brushless*.

Na figura 3.2, do esquema elétrico do motor, é mostrado o terminal de conexão ao neutro do motor. Embora na grande maioria das aplicações práticas essa conexão não seja utilizada, o modelo desenvolvido leva em conta essa ligação, ficando a cargo da aplicação seu uso ou não.

A potência elétrica entregue ao rotor é obtida através da equação (3.5) e da equação (3.8):

$$P_m = i_a . e_a + i_b . e_b + i_c . e_c \tag{3.9}$$

A potência mecânica no eixo da máquina é:

$$P_m = \omega_m . T_{el} \tag{3.10}$$

sendo:

$$\omega_m = \frac{\omega}{z_p}; \tag{3.11}$$

onde:

ω_m : velocidade mecânica do rotor, em rad/s;

T_{el} : torque eletromagnético produzido no rotor.

z_p : número de pares de polos.

A equação final para o torque eletromagnético é:

$$T_{el} = z_p\left(i_a.\Phi'_{ra} + i_b.\Phi'_{rb} + i_c.\Phi'_{rc}\right) \tag{3.12}$$

Modelo Vetorial do Motor

O desenvolvimento das equações elétricas e de torque eletromagnético do motor será feito para um motor síncrono com ímã permanente no rotor com forma de onda de densidade de fluxo de entreferro qualquer, consequentemente uma forma de onda de tensão induzida no estator qualquer.

Para o equacionamento vetorial do motor síncrono, aplica-se a transformada de Concordia seguida pela transformação **dq**, apresentadas no Apêndice A, nas equações elétricas e de torque eletromagnético obtidas para a máquina trifásica (equações (3.13) e (3.14)).

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Como resultado da transformada de Concordia na equação elétrica da máquina:

$$v_{\alpha\beta} = R_s i_{\alpha\beta} + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + \omega . \Phi'_{r\alpha\beta} \tag{3.15a}$$

$$v_0 = R_s i_0 + (L_s - 2M_s)\frac{d}{dt} i_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_n \tag{3.15b}$$

Aplicando-se a mesma transformação na equação do torque, tem-se:

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \\ \Phi'_{r0} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Como ângulo para os eixos **dq,** utiliza-se o ângulo θ_{dq} qualquer. Aplicando-se a transformação **dq** nas equações acima, as equações elétricas e de torque eletromagnético do motor , obtém-se como equação elétrica da máquina:

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + (L_s - M_s)\left(\frac{d}{dt} i_{dq} + j\omega \frac{d\theta_{dq}}{d\theta}\right) + \omega . \Phi'_{rdq} \tag{3.17a}$$

$$v_0 = R_s i_0 + (L_s - 2M_s)\frac{d}{dt} i_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_n \tag{3.17b}$$

E para o torque eletromagnético, a equação:

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{rd} \\ \Phi'_{rq} \\ \Phi'_{r0} \end{bmatrix} \tag{3.17c}$$

As equações (3.17) foram deduzidas para um ângulo qualquer dos eixos **dq** (ângulo θ_{dq}). Para que a solução das equações acima seja escrita de maneira mais simplificada, o ângulo dos eixos **dq** deve ser igual ao ângulo do fluxo magnético produzido no rotor (ângulo θ_c), que escrito nas coordenadas $\alpha\beta$:

$$\Phi_{r\alpha\beta} = \Phi_r e^{j\theta_c} \tag{3.18}$$

onde:

Φ_r é o módulo do fluxo magnético produzido no rotor;

e θ_c é o ângulo do fluxo magnético produzido no rotor (em radianos elétricos).

Impondo que no ângulo θ_c o módulo do fluxo produzido no rotor seja constante, obtém-se:

$$\Phi'_{r\alpha\beta} = \frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta_c} = j\Phi_r \frac{d\theta_c}{d\theta} e^{j\theta_c} \tag{3.19}$$

Portanto:

$$\Phi'_{rd} = 0 \tag{3.20a}$$

$$\Phi'_{rq} \neq 0 \tag{3.20b}$$

Escrevendo:

$$\theta_c = \theta + \mu(\theta) \tag{3.21}$$

Onde $\mu(\theta)$ é o ângulo de correção de campo, isto é, é um valor de ângulo que oscila em torno do ângulo do rotor. O valor desse ângulo varia de acordo com a posição do rotor (θ), ou seja, é uma função de θ. Cada tipo de tensão induzida possui um valor de função distinto para esse ângulo. Veja no apêndice C, os diferentes valores de $\mu(\theta)$ para cada tipo de forma de onda de tensão induzida no estator.

Como solução para Φ'_{rq} e $\mu(\theta)$, temos:

$$\Phi'_{rq} = \sqrt{\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}} \tag{3.22a}$$

$$\mu(\theta) = \arctan\left(\frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}}\right) - \theta \tag{3.22b}$$

Observa-se que a solução do ângulo $\mu(\theta)$ e de Φ'_{rq} depende somente da forma de onda da densidade do fluxo de entreferro e, consequentemente, da forma de onda da FEM

Como em muitos casos a forma de onda da FEM não é simples, a solução analítica das equações fica um tanto complexa e até mesmo impossível. Portanto, as soluções para os diversos casos de tensão induzida no estator são tratadas de maneira numérica com os resultados representados através de gráficos.

Finalmente, para uma máquina com forma de onda de fluxo de entreferro qualquer, as equações elétricas e de torque completas da máquina trifásica, sem neutro conectado, são:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_q \tag{3.23a}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_d + \omega.\Phi'_{rq} \tag{3.23b}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{3.23c}$$

Para um motor com fluxo senoidal de entreferro, as equações (3.23) ficam mais simples. Primeiramente o ângulo de correção ($\mu(\theta)$) é sempre nulo, para qualquer valor de θ, e Φ'_{rq} é constante:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega . i_q \tag{3.24a}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega . i_d + \omega . \Phi'_{rq} \tag{3.24b}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{3.24c}$$

Modelo de segunda ordem do servomotor.

KRAUSE (1986) e OLIVEIRA et al (1994) apresentam o desenvolvimento do modelo de segunda ordem para a máquina *brushless* com ímã permanente no rotor. Alguns autores também se referem a esse modelo como o modelo de corrente contínua para o motor *brushless*.

Para se chegar ao modelo de segunda ordem, é necessário que se considere que $v_d = 0$, ou seja, que se considere uma máquina sendo acionada por um conversor que aplique ondas senoidais trifásicas defasadas de 120 graus entre si (para o caso trifásico), tendo como referência o ângulo do rotor.

Neste caso os autores também consideram que a máquina seja senoidal, portanto satisfaça:

$$\frac{d\mu(\theta)}{d\theta} \cong 0 \tag{3.25}$$

Com tensões trifásicas de alimentação na máquina de tal forma que estejam em sincronismo com a posição rotórica:

$$v_a = V \operatorname{sen}(\theta) \tag{3.26a}$$

$$v_b = V\,\mathrm{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{3.26b}$$

$$v_c = V\,\mathrm{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{3.26c}$$

onde θ é o ângulo da posição rotórica, em radianos elétricos.

Para a transformação dq:

$$v_d = 0 \tag{3.27a}$$

$$v_q = -\sqrt{\frac{2}{3}}V \tag{3.27b}$$

Com $v_d = 0$ temos uma relação direta entre i_q e i_d, e como equações finais para o motor obtém-se:

$$v_q = R_s i_q + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}i_q + \omega.\Phi'_{rq} \tag{3.28a}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{3.28b}$$

Nota-se que a equação elétrica da máquina apresentada acima é diferente da equação elétrica deduzida no modelo vetorial para uma máquina senoidal. As equações vão apresentar diferenças em transitório e em regime permanente, principalmente devido à omissão de i_d na equação elétrica anterior, que tem como significado físico o empobrecimento ou enriquecimento de campo.

Da mesma forma deduz-se a equação de segundo grau para uma máquina de tensão induzida não senoidal. Como no caso anterior, deve-se considerar uma forma de onda de acionamento senoidal, sincronizada com o ângulo do rotor. Note que neste caso temos uma máquina não senoidal sendo acionada por três senoides defasadas de 120 graus. Da mesma forma, as equações

EESC - USP Biblioteca Campus de S. Carlos

de segunda ordem para uma máquina não senoidal são as mesmas equações do caso anterior, sem diferença alguma (equações (3.28)).

O termo equação de segundo grau deve-se ao fato de que com a utilização da equação (3.29), vista logo a seguir, para o torque eletromagnético, forma-se um sistema composto por duas equações diferenciais de primeira ordem, ou seja, um sistema de segunda ordem.

Equação mecânica do rotor

A equação mecânica do eixo da máquina é a apresentada na equação a seguir. Trata-se de uma equação dinâmica genérica, onde se considera o atrito como sendo linear. Trata-se de uma boa aproximação para a maior parte dos casos encontrados na prática.

$$T_{el} = \left(J_m + J_c\right)\frac{d\omega_m}{dt} + \left(B_m + B_c\right).\omega_m + T_c \tag{3.29}$$

onde:

J_m : momento de inércia do rotor da máquina;

J_c : momento de inércia da carga;

B_m : constante de atrito viscoso da máquina;

B_c : constante de atrito da carga;

T_c : torque de carga.

Capítulo 4 -

Possíveis Formas de Onda de Tensão Induzidas no Estator

Neste capítulo são apresentadas oito possíveis formas de onda de tensão induzidas no estator de máquinas distintas, com ímã permanente no rotor. Quatro delas são calculadas com base em alguns dados conseguidos na bibliografia citada, e as outra quatro são obtidas diretamente da bibliografia consultada.

Nesse trabalho, quando cita-se "forma de onda de tensão induzida no estator", subentende-se a tensão induzida no estator devido somente aos efeitos do campo magnético do rotor no estator. Dessa forma, essa tensão induzida corresponde somente aos efeitos da distribuição da densidade de fluxo magnético do rotor e de sua interação com o enrolamento do estator.

Para a apresentação das formas de onda de tensão induzidas, como se tratam apenas das formas de onda em si e não das amplitudes, é conveniente expressar a forma de onda de tensão de forma normalizada, com a amplitude máxima igual à unidade e com valor médio nulo.

As tensões induzidas são expressas pela equação abaixo (veja capítulo 3):

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Utilizando uma constante para normalizar a parte variável das fases a, b e c, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = k_e \begin{bmatrix} F_{ra} \\ F_{rb} \\ F_{rc} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

onde:

k_e : constante elétrica do motor (V.s/rad);

F_{ra} : forma de onda de tensão induzida na fase a, com amplitude igual a 1;

F_{rb} : forma de onda de tensão induzida na fase b, com amplitude igual a 1; e

F_{rc} : forma de onda de tensão induzida na fase c, com amplitude igual a 1.

Então:

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \omega . k_e \begin{bmatrix} F_{ra} \\ F_{rb} \\ F_{rc} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Da mesma forma:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \end{bmatrix} = k_e \begin{bmatrix} F_{r\alpha} \\ F_{r\beta} \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

e

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{rd} \\ \Phi'_{rq} \end{bmatrix} = k_e \begin{bmatrix} F_{rd} \\ F_{rq} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Para a solução das equações dos eixos **dq**, conforme definida no capítulo 3:

$$\Phi'_{rd} = 0 \Rightarrow F_{rd} = 0 \tag{4.6a}$$

$$\Phi'_{rq} = \sqrt{\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}} \Rightarrow F_{rq} = \sqrt{F^{\,2}_{r\alpha} + F^{\,2}_{r\beta}} \tag{4.6b}$$

Os fluxos magnéticos de entreferro concatenados pelo estator, devido somente ao rotor são escritos por:

$$\frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix}\Phi_{ra}\\ \Phi_{rb}\\ \Phi_{rc}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Phi'_{ra}\\ \Phi'_{rb}\\ \Phi'_{rc}\end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Da mesma forma que a tensão induzida no estator, define-se também a forma de onda de fluxo magnético de entreferro, concatenado nas fases a, b e c, produzidos pelo rotor (Fl_{ra}, Fl_{rb} e Fl_{rc}):

$$\frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix}\Phi_{ra}\\ \Phi_{rb}\\ \Phi_{rc}\end{bmatrix}=k_e\begin{bmatrix}F_{ra}\\ F_{rb}\\ F_{rc}\end{bmatrix}\Rightarrow\frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix}\frac{\Phi_{ra}}{k_e}\\ \frac{\Phi_{rb}}{k_e}\\ \frac{\Phi_{rc}}{k_e}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_{ra}\\ F_{rb}\\ F_{rc}\end{bmatrix}=\frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix}Fl_{ra}\\ Fl_{rb}\\ Fl_{rc}\end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Portanto:

$$\begin{bmatrix}\Phi_{ra}\\ \Phi_{rb}\\ \Phi_{rc}\end{bmatrix}=k_e\begin{bmatrix}Fl_{ra}\\ Fl_{rb}\\ Fl_{rc}\end{bmatrix} \tag{4.9}$$

onde:

Fl_{ra}, Fl_{rb} e Fl_{rc} : formas de onda de fluxo de entreferro produzidos pelo rotor.

Com essas definições, pode-se então calcular as formas de onda para diversos tipos de máquinas e, em função das formas de onda calculadas, obter as soluções para as equações nos eixos **dq**. A principal vantagem da normalização das formas de onda de tensão induzidas no estator, é o fato de se obter as soluções do ângulo de correção (μ) e da taxa de variação do ângulo de correção $\left(\frac{d\mu}{d\theta}\right)$, sem a preocupação com valores de amplitude, uma vez que esses parâmetros dependem

somente da forma de onda em si. Já para o valor de Φ'_{rq}, é mais simples calcular-se os valores de F_{rq} e depois obter-se o valor de k_e, através da equação (4.3).

Para a obtenção dos valores das tensões induzidas nas fases do estator de uma máquina *brushless,* pode-se utilizar o esquema da figura 4.1. No esquema da figura, uma máquina qualquer aciona o eixo da máquina *brushless* sob teste. A máquina que aciona o motor *brushless* é acionada por um conversor elétrico que possibilita a variação de sua velocidade de operação e, consequentemente, da máquina *brushless.* Com isso, é possível realizar a medida das tensões induzidas em várias freqüências de operação, com um osciloscópio ou um sistema de aquisição de dados.

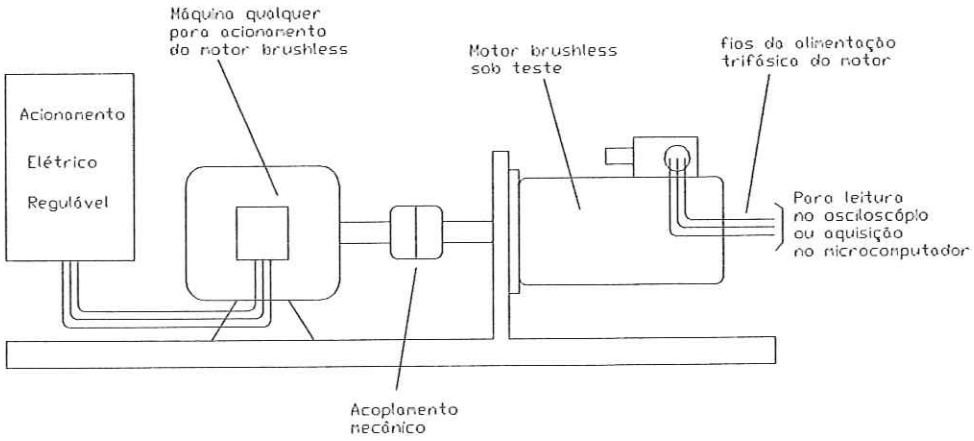


Figura 4.1. Esquema físico utilizado para a determinação da forma de onda da tensão induzida no estator devido ao efeito da mocional do rotor.

Formas de onda de tensão induzida calculadas

Para o cálculo das tensões induzidas, são utilizadas duas formas de onda de distribuição de fluxo de entreferro apresentadas por NASAR et al (1993). O que define a forma de onda de distribuição do fluxo de entreferro (devido somente ao rotor) é a forma como as pastilhas magnéticas

se encontram distribuídas na superfície do rotor, a forma de magnetização das pastilhas, e por fim o circuito magnético formado pelo rotor e pelo estator. As formas de onda de distribuição de fluxo de entreferro, apresentadas em NASAR et al (1993), estão nas figuras 4.2 e 4.3, sendo que as denominaremos formas de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético 1 e 2, respectivamente.

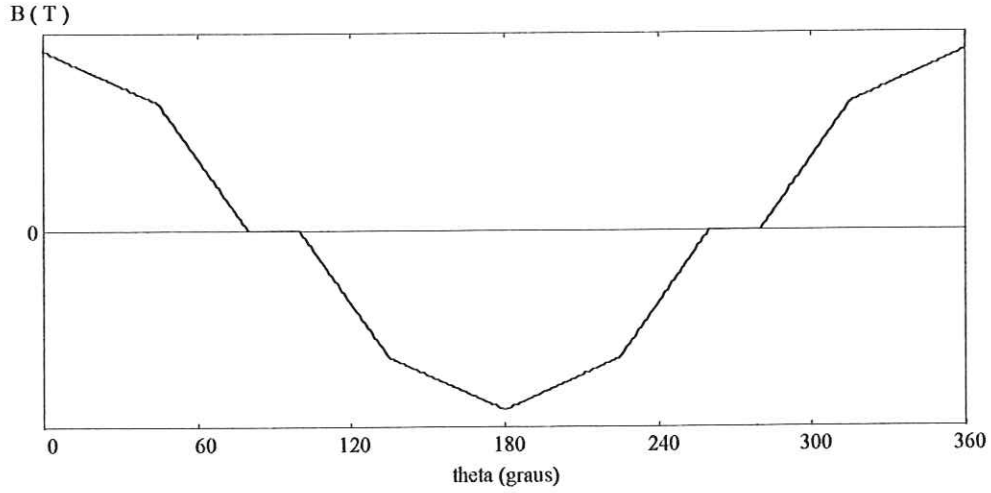


Figura 4.2. Forma de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético de entreferro (1).

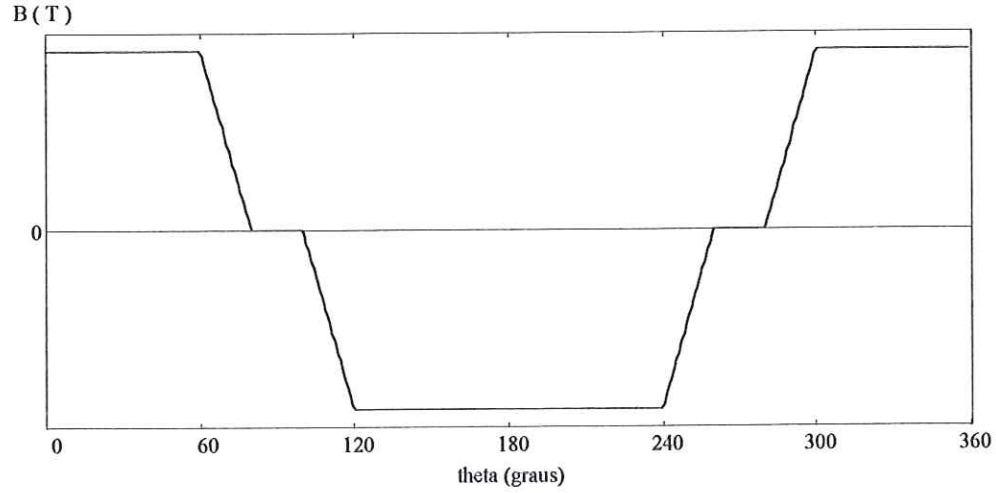


Figura 4.3. Forma de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético de entreferro (2).

A relação da forma de onda de tensão induzida nas fases no estator com a forma de onda da distribuição da densidade de fluxo de entreferro em um conjunto de espiras do estator é dada pela seguinte equação (NASAR et al, 1993):

$$e_a(t) = 2.l.z_p k_{pp} \omega \frac{\tau}{\pi} n_{pp} \int_{\alpha_1+\theta(t)}^{\alpha_2+\theta(t)} B(\alpha) d\alpha \tag{4.10}$$

onde:

e_a : tensão induzida na fase a (V);

l : comprimento axial do motor (m);

k_{pp} : fator de enrolamento;

n_{pp} : número de voltas por pólo por fase;

τ : raio do centro do rotor até a superfície interna do estator (m);

α_1 : ângulo inicial do enrolamento do estator (radianos elétricos);

α_2 : ângulo final do enrolamento do estator (radianos elétricos).

Desenvolvendo a equação (4.1), podemos também escrever:

$$\Phi_{ra}(\theta) = 2.l.z_p k_{pp} \frac{\tau}{\pi} n_{pp} \int_{\alpha_1+\theta}^{\alpha_2+\theta} B(\alpha) d\alpha \tag{4.11}$$

E para a forma de onda da tensão induzida no estator (F_{ra}):

$$F_{ra}(\theta) = \frac{1}{k_e} 2.l.z_p k_{pp} \frac{\tau}{\pi} n_{pp} \int_{\alpha_1+\theta}^{\alpha_2+\theta} B(\alpha) d\alpha \tag{4.12}$$

Dessa forma, F_{ra} tem amplitude igual a um.

Os dois tipos mais simples de enrolamento de estator para máquinas *brushless* não senoidais são apresentadas em KENJO (1985) e estão apresentados nas figuras 4.4 a 4.7.

Na figura 4.4 é apresentado um corte transversal esquemático de um estator com o tipo mais simples de enrolamento para uma máquina *brushless* não senoidal, de dois pólos. Na figura 4.5 é apresentado o mesmo tipo de enrolamento, só que linearizado e com o rotor da máquina na posição 0°. A referência para os ângulos elétricos também é indicada (como trata-se de uma máquina de dois pólos, a referência também é válida em coordenadas mecânicas).

Já na figura 4.6, é apresentado um corte transversal esquemático de um estator com o segundo tipo mais simples de enrolamento para uma máquina *brushless* não senoidal, de dois pólos, embora este tipo de enrolamento seja mais complexo que o anterior. Na figura 4.7 é apresentado o mesmo tipo de enrolamento, mas de forma linearizada e com a referência do ângulos elétricos utilizados nos cálculos.

O enrolamento de estator das figuras 4.4 e 4.5 é aqui referenciado por enrolamento número 1, e o das figuras 4.6 e 4.7, de enrolamento número 2.

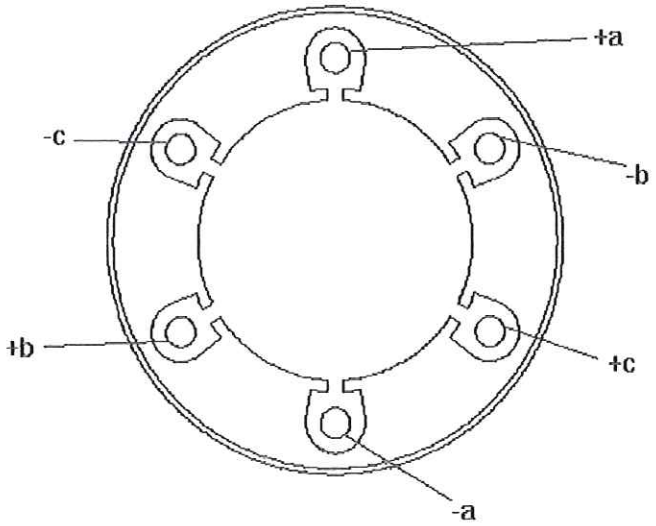


Figura 4.4. Corte transversal de um estator de uma máquina *brushless* com ímã permanente (com enrolamento número 1).

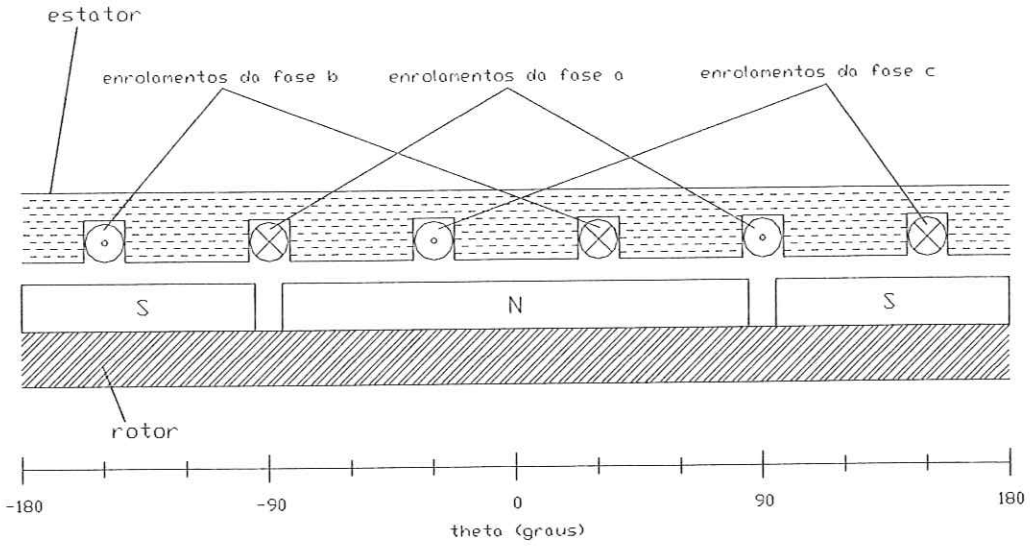


Figura 4.5. Esquema linearizado de uma máquina não senoidal (com enrolamento número 1).

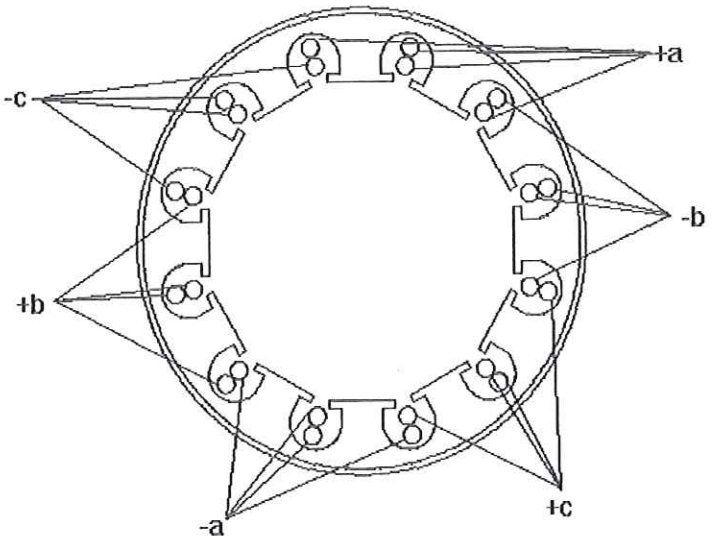


Figura 4.6. Corte transversal de um estator de uma máquina *brushless* com ímã permanente (com enrolamento número 2).

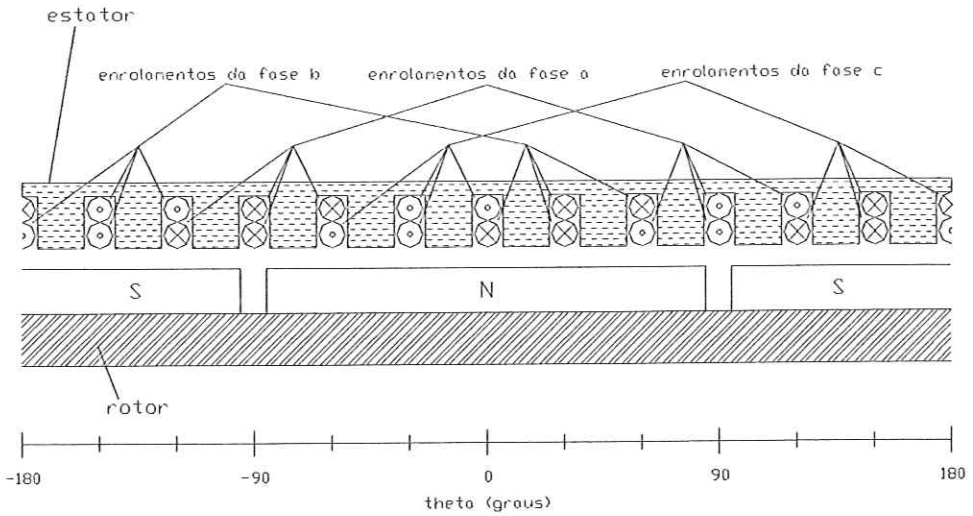


Figura 4.7. Esquema linearizado de uma máquina não senoidal (com enrolamento número 2).

Segundo KENJO (1985), a melhor relação entre custo/benefício entre os dois tipos de enrolamento apresentados é o segundo tipo, pois é o que apresenta um melhor desempenho no sentido de minimizar as ondulações no conjugado rotórico, e é o mais empregado comercialmente.

As formas de onda de tensão induzida no estator e as formas de onda de fluxo magnético de entreferro foram calculadas numericamente, e estão apresentadas nas figuras a seguir. Com a combinação das formas de onda da distribuição da densidade de fluxo magnético 1 e 2, com os enrolamentos 1 e 2, obtêm-se quatro formas de onda de tensão induzida no estator. Nas figuras, as formas de onda de tensão induzida são apresentadas com suas respectivas formas de onda de fluxo de entreferro (para uma fase da máquina).

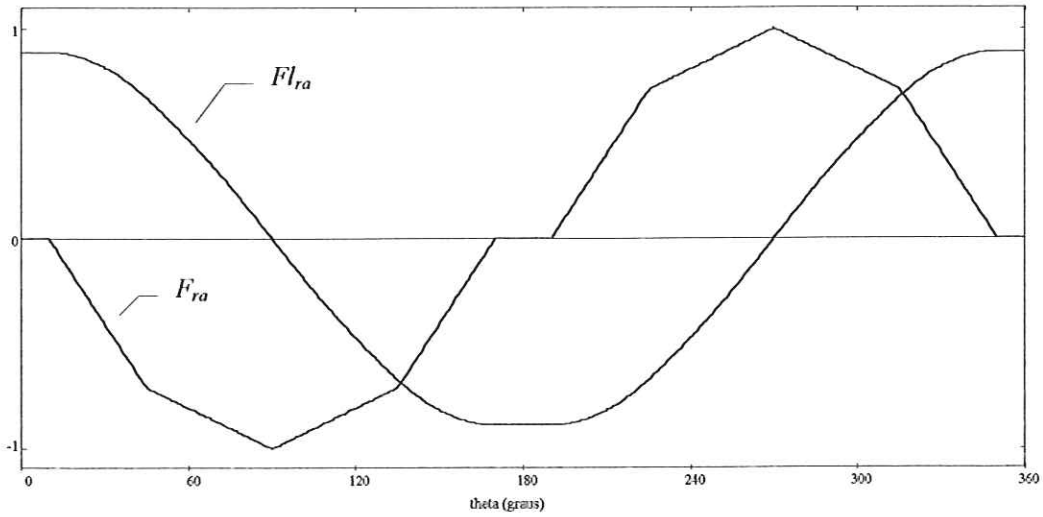


Figura 4.8. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 1.

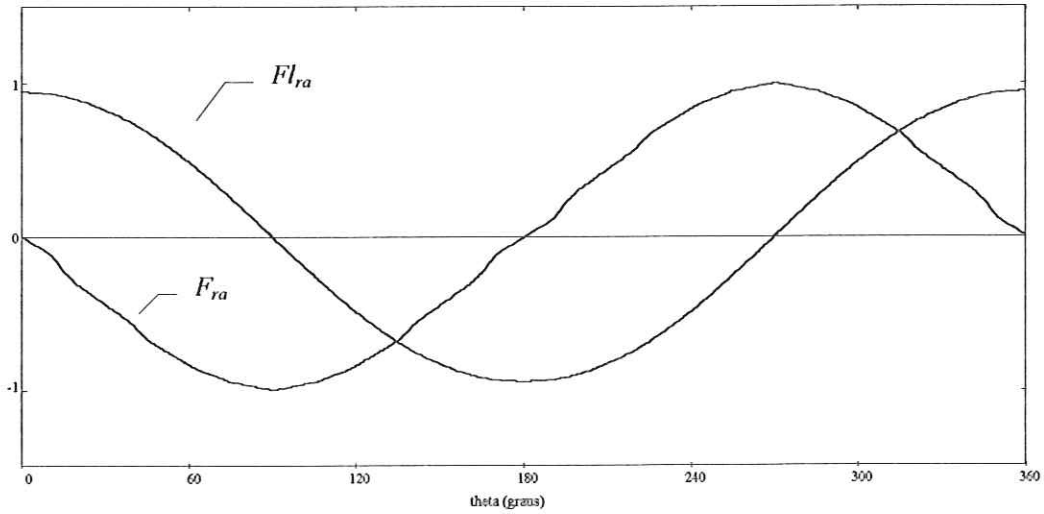


Figura 4.9. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 2.

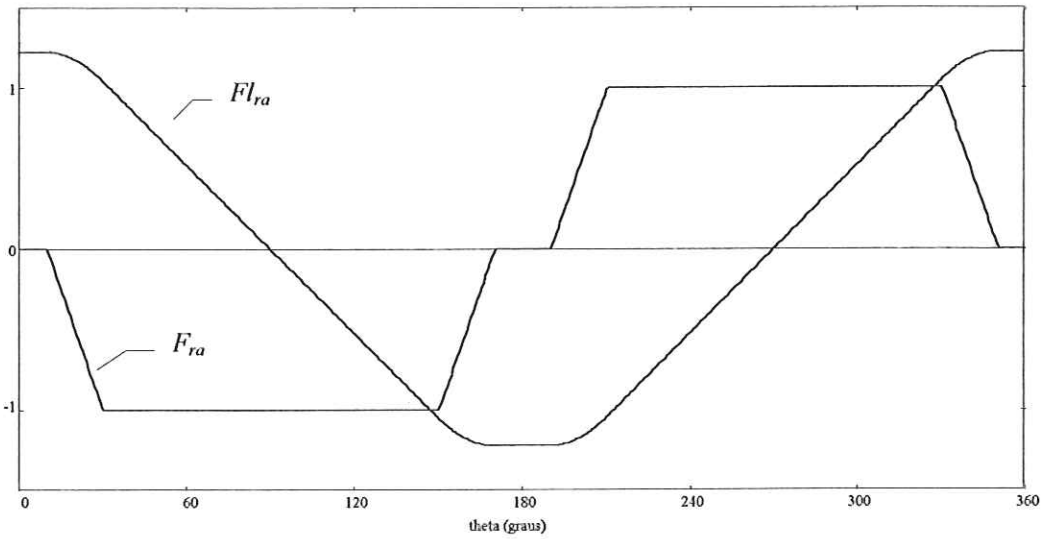


Figura 4.10. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 1.

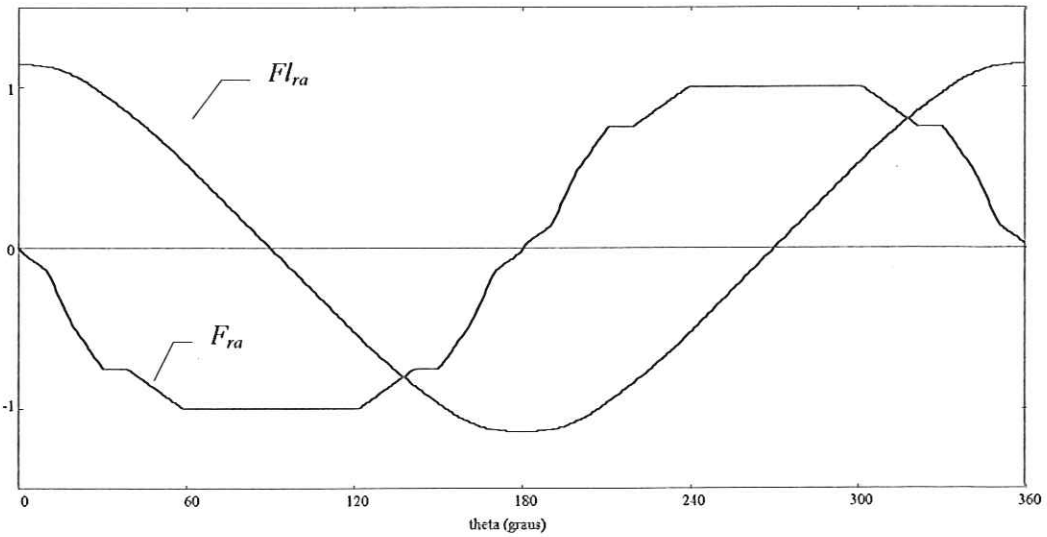


Figura 4.11. Forma de onda de tensão induzida no estator resultante da densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 2.

Forma de onda de tensão induzida trapezoidal

Muitos autores, como por exemplo, BERENDESEN (1993), utilizam como forma de onda de tensão induzida, a forma de onda trapezoidal para máquinas não senoidais. Na figura 4.12 é apresentada a forma de onda de tensão induzida no estator (F_{ra}) e a forma de onda de fluxo magnético de entreferro resultante (Fl_{ra}). Note que essa forma de onda de tensão se assemelha um pouco à forma de onda de tensão calculada da figura 4.10, exceto pela passagem em zero, onde a tensão da figura 4.10 apresenta uma "zona morta".

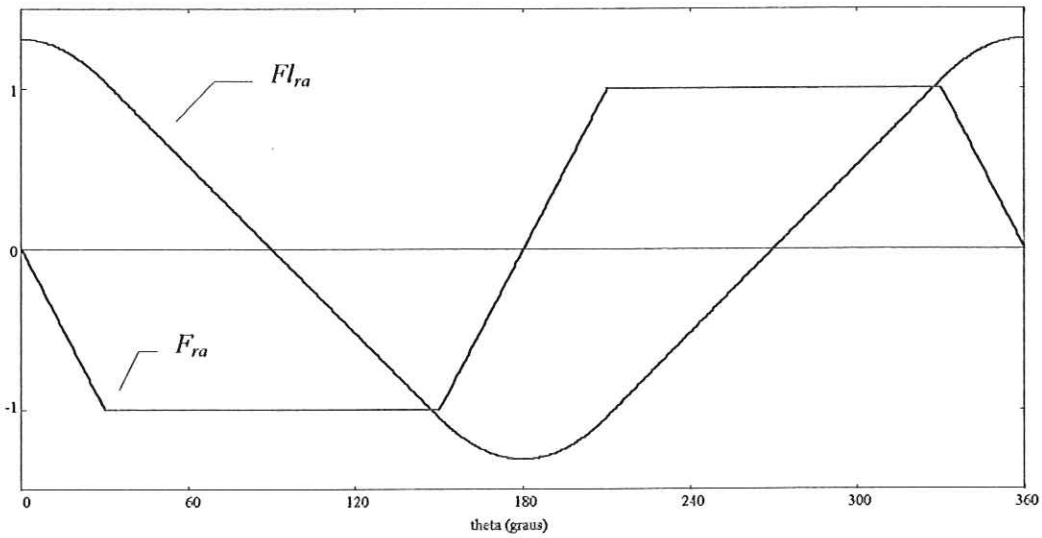


Figura 4.12. Fluxo de entreferro e tensão induzida no estator trapezoidal.

Forma de onda de tensão induzida utilizada em GRENIER & LOUIS (1995)

Outra forma de onda de tensão induzida interessante e que merece destaque é a forma de onda de tensão induzida utilizada por GRENIER & LOIS (1995). O fluxo concatenado pelas espiras de uma fase e a tensão induzida utilizados pelos autores estão representados na figura a seguir. Denominaremos essa forma de onda de tensão induzida simplesmente por forma de onda GRENIER. Com excessão de harmônicos de maior freqüência, presentes na forma de onda de tensão GRENIER,

que podem ser vistos na tensão da figura, esta forma de onda de tensão se assemelha muito à forma de onda de tensão da figura 4.10, inclusive pela "zona morta".

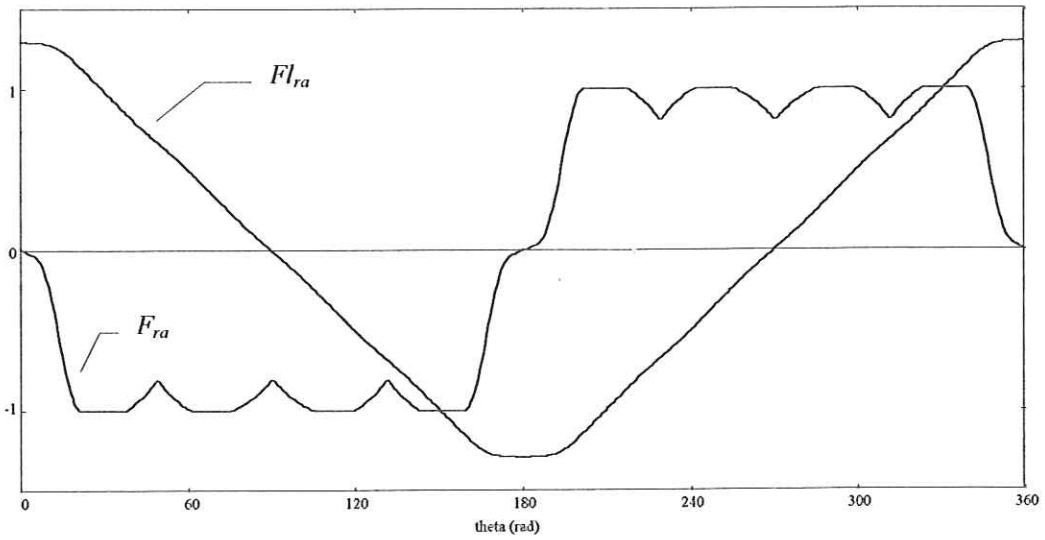


Figura 4.13. Forma de onda de tensão induzida e forma de onda de fluxo de entreferro utilizados em GRENIER & LOIS (1995).

Forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS (1FT5 062 AC01)

Na máquina presente no Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência, o motor SIEMENS 1FT5 062 AC01, a tensão induzida nas fases do estator é mostrada na figura 4.14. Esta forma de onda é denominada, no texto, simplesmente por tensão SIEMENS. Esta forma de onda se apresenta muito semelhante à tensão da figura 4.9.

Para a medida da tensão induzida da máquina SIEMENS, foi utilizado um esquema semelhante ao apresentado na figura 4.1. A rotação do eixo da máquina foi variada de 0 à 2000 rpm, que é a velocidade nominal da máquina. Note que é desaconselhável se ultrapassar esse valor com risco de danos permanentes ao motor, devido à força de retensão do ímã na superfície do rotor.

As diversas formas de onda obtidas foram medidas em um osciloscópio digital (marca HP, modelo 54502A) e passadas a um microcomputador IBM PC AT compatível, através de uma interface HPIB. Os diversos gráficos foram então normalizados e com isso obteve-se a forma de onda de tensão induzida da máquina bem como a constante elétrica da máquina, i. e., k_e.

O valor de k_e obtido foi de 0.12 Vs/rad, que é o mesmo valor fornecido pelo fabricante (veja capítulo 5 para maiores detalhes sobre k_e , apresentado em CASTRO, 1993).

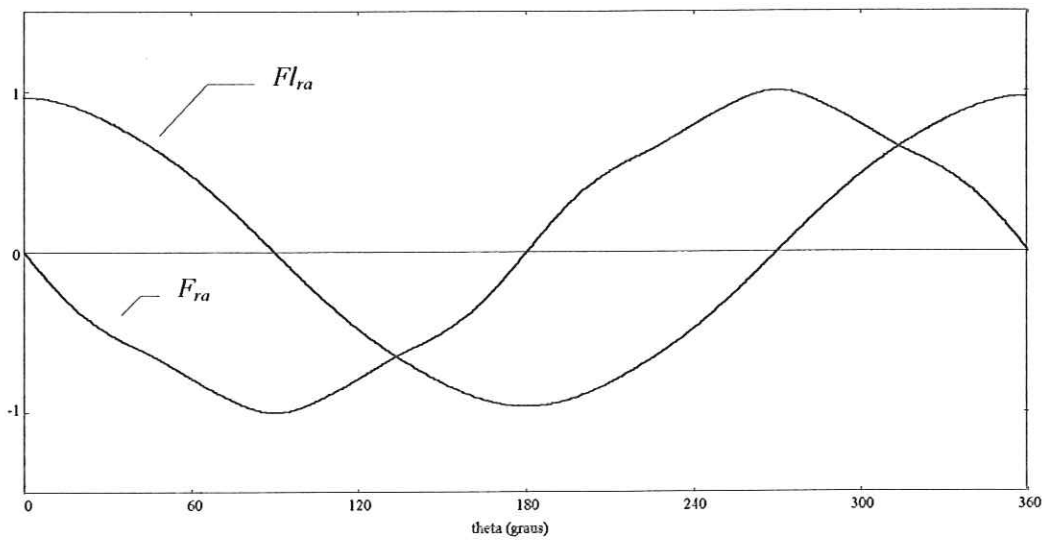


Figura 4.14. Forma de onda de tensão induzida e forma de onda de fluxo de entreferro da máquina SIEMENS 1FT5 062 0AC01.

Forma de onda de tensão induzida senoidal

A última forma de onda de tensão induzida apresentada é a forma de onda de tensão induzida senoidal pura, presente em máquinas senoidais. Para uma máquina apresentar um fluxo de entreferro senoidal, ou quase senoidal, é necessário que seu enrolamento de estator seja disposto de forma senoidal, portanto é necessário que a densidade da distribuição dos condutores no estator seja senoidal. MILLER (1993) apresenta uma distribuição dos condutores no estator de forma senoidal, através de um esquema teórico. Já NASAR et al (1993) apresenta uma forma de distribuição prática

dos condutores através do estator da máquina, conciliando a redução dos harmônicos espaciais juntamente com o mínimo possível de ranhuras no estator, sem grandes prejuízos no desempenho. Note que um enrolamento desse tipo apresenta um custo maior de manufatura que o enrolamento número 1, ou mesmo o número 2. Na figura 4.15 podemos ver as duas formas de onda calculadas, a forma de onda do fluxo de entreferro e a da tensão induzida no estator.

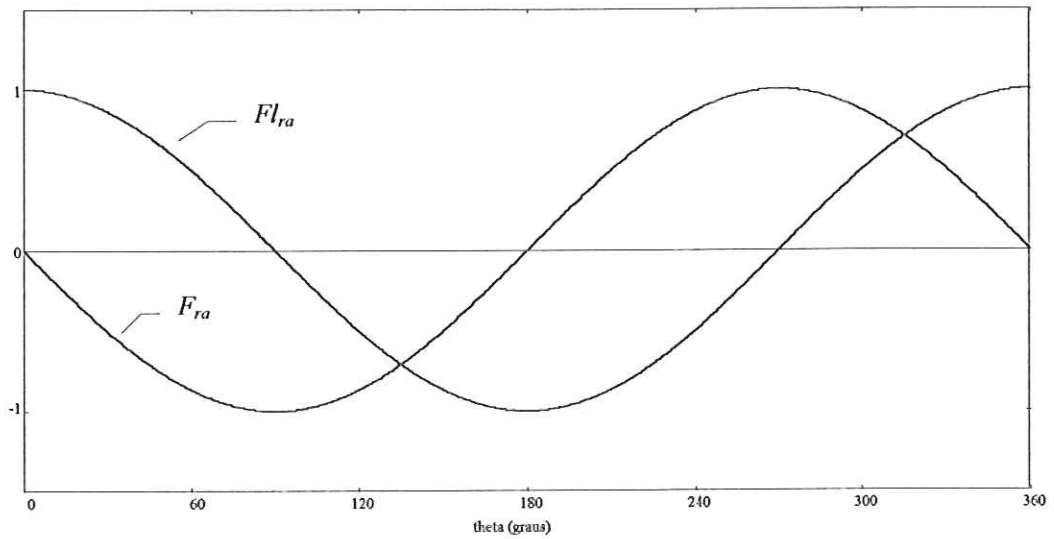


Figura 4.15. Fluxo de entreferro e tensão induzida senoidal no estator.

Nos cálculos realizados para as formas de onda de tensão induzida e de fluxo de entreferro, os harmônicos espaciais não foram considerados. Esses harmônicos são originados pela não continuidade do ferro do estator devido às ranhuras. No entanto, atualmente as máquinas são construídas com uma abertura mínima das ranhuras na superfície do estator, a fim de se minimizar esses harmônicos e seus efeitos indesejáveis.

Outra solução encontrada para diminuir esses harmônicos, e até mesmo eliminá-los, é através do chamado *slotless motor* (MILLER et al, 1993). Nesse tipo de motor o enrolamento do estator está disposto na superfície do ferro do estator, sendo este liso ou com pequenas depressões no lugar das ranhuras. O enrolamento fica, dessa forma, disposto praticamente no entreferro do motor. Como desvantagem principal, esse tipo de máquina possui baixa densidade de fluxo de entreferro

devido ao alto valor do entreferro. Com isso, a máquina trabalha com menor densidade de energia, tornando-a maior do que outras máquinas *brushless* convencionais.

Em máquinas com enrolamento de estator bem simples, ou seja, com reduzido número de ranhuras, os efeitos das ranhuras são perceptíveis na forma de onda induzida por perturbar a não uniformidade na concatenação do fluxo de entreferro nas espiras, como é o caso da máquina utilizada por GRENIER & LOUIS (1995). Esses efeitos são perceptíveis nas formas de onda de tensão induzida lidas na máquina, mas não são considerados neste trabalho, nas formas de onda de tensão induzida calculadas.

Também não são tratados aqui os efeitos devido à não linearidade do material magnético do estator, que influenciam de maneira distinta em cada ponto de operação da máquina.

Nesses dois casos, para uma análise mais rigorosa desses efeitos, é necessária a elaboração de um modelo bem mais complexo do motor, como o modelo empregando-se técnicas de elementos finitos.

Capítulo 5 -

Acionamentos Elétricos Convencionais

Esse capítulo inicia com a descrição de um acionamento genérico empregado em máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor, caracterizando, em linhas gerais, e comparando o sistema acionamento elétrico - máquina *brushless* com outros sistemas de acionamento elétrico - máquina elétrica. São considerados apenas o caso de sistemas trifásicos por serem mais empregados na prática. No entanto, as discussões desenvolvidas aqui são válidas para máquinas com maior número de fases, respeitando-se algumas diferenças pertinentes ao número de fases. Logo após, é feita uma descrição do acionamento mais empregado em máquinas *brushless* não senoidais, o acionamento de 6 pulsos, e do acionamento mais simples empregado em máquinas *brushless* senoidais, o acionamento senoidal. Para efeitos comparativos, o acionamento senoidal é empregado em todos os tipos de máquinas, senoidais e não senoidais. O mesmo para o acionamento não senoidal; esse também é aplicado em máquinas senoidais.

Embora isso raramente ocorra na prática, pretende-se realizar uma comparação dos efeitos dos dois acionamentos nas ondulações de torque eletromagnético nos diferentes tipos de máquinas.

Acionamento elétrico - máquina *brushless*

Em linhas gerais o sistema de acionamento elétrico - máquina, aqui estudado, é composto por cinco partes fundamentais. A primeira delas é a fonte de energia do sistema, que pode ser formada por uma fonte de tensão contínua ou por uma fonte de corrente contínua. Ligada à essa fonte de energia, existe uma ponte inversora trifásica, para o caso de máquinas trifásicas. Ligada à ponte inversora, temos a máquina *brushless* com ímã permanente no rotor. Na máquina, existe um sistema

de detecção da posição do rotor, cuja função é enviar sinais relativos à posição elétrica rotórica a um circuito de lógica de acionamento da ponte inversora. Esse por sua vez é responsável pelos sinais de controle que acionam as chaves de potência da ponte inversora. Em alguns sistemas, a fonte é controlada, portanto existe o circuito de lógica de controle da fonte, que também recebe sinais do controlador do sistema.

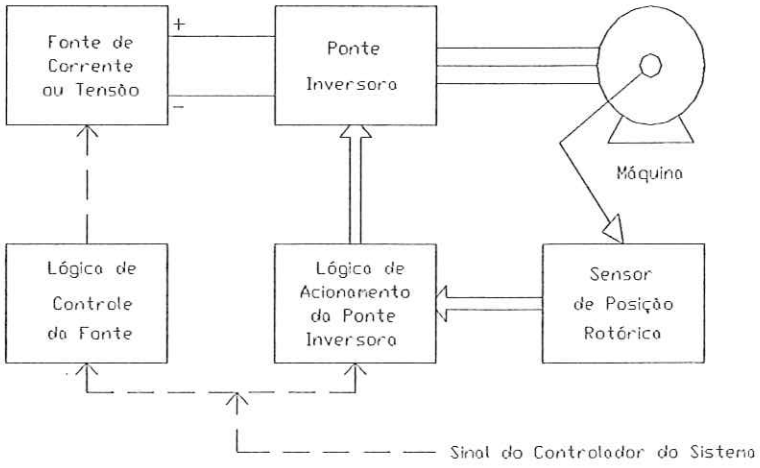


Figura 5.1. Diagrama em blocos de um acionamento genérico.

Ao esquema apresentado na figura 5.1, pode ser acrescentado circuitos para medida de corrente, no caso de fonte de tensão, ou para medida de tensão, no caso de fonte de corrente, a fim de monitorar a potência nos blocos de potência (fonte, ponte inversora e máquina) com o objetivo de evitar sobrecarga nesses blocos.

Nesse tipo de acionamento, a freqüência do harmônico fundamental da tensão ou corrente de saída da ponte inversora deve ser sempre igual à freqüência elétrica do rotor da máquina, de tal maneira que a ponte inversora produza um campo no estator sempre em sincronismo com o campo do rotor. Isto significa dizer que o campo produzido pelas correntes de estator e o campo do rotor estão sempre defasados de um ângulo praticamente constante, garantindo a operação síncrona da máquina, seja qual for seu regime de trabalho.

A resolução dos sensores de posição depende do tipo de acionamento empregado. Quanto maior a resolução dos sensores de posição, maior é a sofisticação e complexidade do circuito de controle. A posição do rotor pode ser medida em intervalos de 60° (elétricos) ou sub-múltiplos, como 30°, 15°, etc., pela utilização de sensores discretos fixados no estator, como é o caso de sensores do tipo *Hall* ou fototransistores. Em circuitos de acionamento mais sofisticados, com a utilização de *encoders* ópticos, a resolução das medidas passa a ser de décimos de graus.

A fonte de energia do sistema pode ser uma fonte de tensão ou uma fonte de corrente. As fontes de tensão são mais utilizadas na prática, devido principalmente por serem bem mais simples que as fontes de corrente. Com o uso de fontes de corrente para alimentação da ponte inversora, tem-se um controle mais direto da corrente nas fases da máquina, e conseqüentemente do torque eletromagnético (TAKAHASHI et al, 1994).

Na prática, o circuito mais utilizado para a fonte de tensão constitui-se basicamente de um retificador não controlado com um filtro capacitivo na saída em uma rede alternada trifásica ou monofásica. Podem ser também empregados tipos mais complexos de fonte de tensão, como retificadores controlados ou com *chopper* na saída de um retificador não controlado.

No caso da fonte de tensão ser constituída por um retificador não controlado, como a tensão entregue à ponte inversora é desprovida de controle, o meio mais utilizado para se controlar a tensão entregue ao motor é através da aplicação de modulação em largura de pulso nas chaves da ponte inversora.

No caso de um retificador controlado ou de um *chopper* na saída de um retificador não controlado, controla-se diretamente a tensão entregue à ponte inversora, e conseqüentemente à máquina. Dessa forma, elimina-se a necessidade da aplicação de modulação em largura de pulso nas chaves da ponte inversora. Considerando a ponte inversora, a máquina *brushless*, o circuito de controle e os sensores de posição como um bloco só, o sistema passa a se comportar de maneira semelhante a uma máquina de corrente contínua: com a variação da tensão aplicada ao sistema, tem-se a variação da velocidade do rotor.

Em máquinas de pequenas potências, é comum a utilização de controle na fonte de tensão, com o emprego de uma fonte linear de tensão. Note que somente em baixas potências é que esse tipo de fonte de tensão torna-se viável. O que torna bastante atraente esse tipo de circuito é a não

necessidade do emprego de transistores de alta velocidade utilizados na modulação em largura de pulso, tanto no caso da ponte inversora quanto no caso do *chopper*, e a simplicidade do circuito. Com isso, elimina-se os rápidos transitórios dos transistores, pois não há modulação em largura de pulso, atenuando grande parte dos harmônicos de ruído eletromagnético. Isto torna o circuito adequado para aplicação em áudio, em computadores e em dispositivos de armazenamento de dados.

Em grandes potências, a configuração mais utilizada para a fonte de tensão é a do retificador não controlado e com o controle da tensão entregue à máquina pelo emprego de modulação em largura de pulso nas chaves da ponte inversora.

Para o caso de máquinas trifásicas, a ponte inversora é constituída por seis chaves de potência, sendo duas chaves para cada fase (uma chave positiva e outra negativa). Uma configuração para a ponte inversora utilizando transistores de porta isolada (IGBT) é apresentada na figura 5.2.

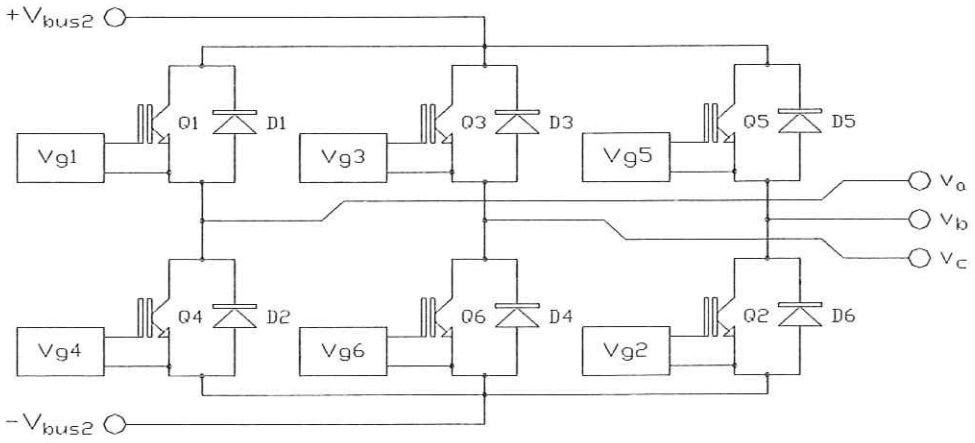


Figura 5.2. Ponte inversora trifásica para acionamento do motor *brushless*.

Os símbolos $+V_{bus2}$ e $-V_{bus2}$ encontram-se definidos na figura 5.5.

Operação do motor *brushless* com acionamento 6 pulsos.

O acionamento de 6 pulsos utilizado em máquinas *brushless,* segue em linhas, gerais o acionamento de 6 pulsos convencional. Uma única diferença é que esse tipo de acionamento em máquinas *brushless* tem sua freqüência em sincronismo com a frequência do rotor. Na prática, isto significa dizer que a freqüência do acionamento é comandada pela posição rotórica. Isto é conseguido através de sensores de posição instalados no estator da máquina, que enviam sinais a cada 60° elétricos para o controle eletrônico.

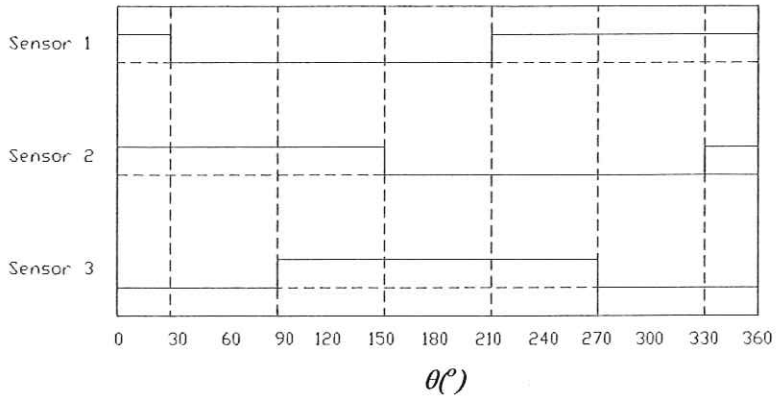


Figura 5.3. Sinais dos sensores de posição.

No caso da máquina ser trifásica, existem três sensores de posição instalados no estator a cada 120° elétricos: podem ser do tipo *Hall* ou ópticos, sendo os sensores do tipo *Hall* mais comuns. Eles enviam sinais lógicos (vistos na figura 5.3) ao circuito lógico de controle que, através da informação dos três sinais, possui a informação da posição rotórica a cada 60° elétricos e determina qual chave da ponte inversora deve ser acionada a cada instante.

Os sinais de saída do circuito da lógica de acionamento estão representados na figura 5.4, onde o nível alto dos sinais significa que a chave correspondente da ponte inversora está ligada.

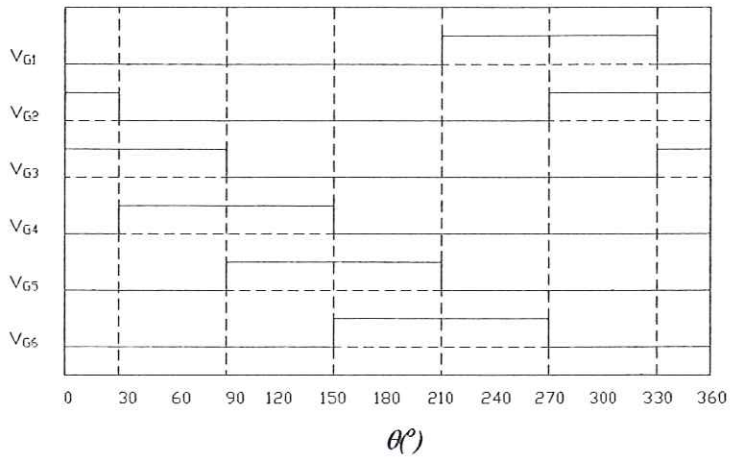


Figura 5.4. Sequência de chaveamento das fases (tensões nas portas dos transistores da ponte inversora).

Nesse modo de acionamento é possível a utilização tanto de fonte de tensão como de fonte de corrente, para a alimentação da ponte inversora. No entanto, como a fonte de corrente é menos utilizada na prática, serão considerados apenas os casos de utilização de fonte de tensão.

A escolha do referencial de tensão para o sistema (conversor elétrico e máquina elétrica) é muito importante. O referencial adotado é mostrado na figura 5.5, no esquema da fonte de tensão. Trata-se de uma fonte de tensão simétrica fixa, com saídas + V_{bus2} e -V_{bus2}. Dessa forma, a tensão do barramento, denominada V_{bus}, é igual ao dobro da tensão V_{bus2}.

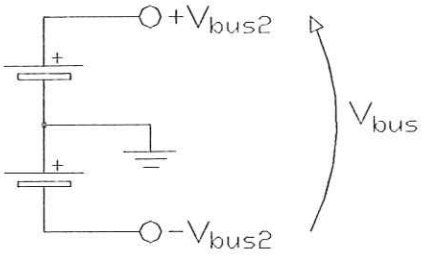


Figura 5.5. Referencial adotado para a fonte de tensão contínua.

Considera-se duas possibilidades para o acionamento de 6 pulsos em uma máquina *brushless*. Uma é com a utilização de uma fonte de tensão com saída ajustável, figura 5.6, e a outra com fonte de tensão com saída fixa e com MLP na ponte inversora, figura 5.7.

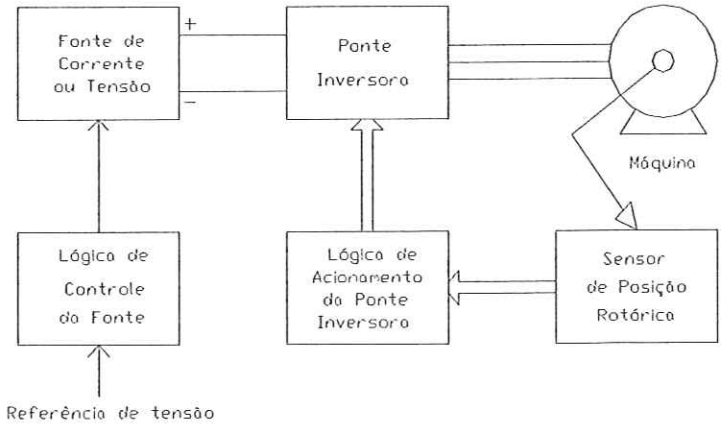


Figura 5.6. Acionamento 6 pulsos com fonte de tensão ajustável.

Nos dois casos, o controlador do sistema envia um sinal de referência de tensão, que corresponde à tensão entregue à máquina e que pode variar de 0 a 100% da tensão máxima da fonte de alimentação.

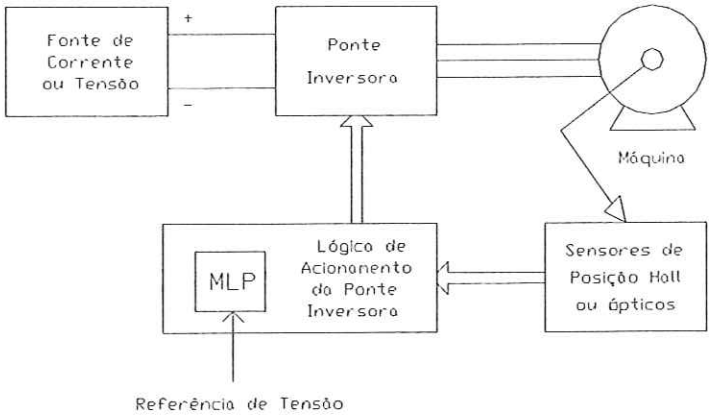


Figura 5.7. Acionamento 6 pulsos com fonte de tensão fixa.

No caso de fonte de tensão fixa e MLP na lógica de acionamento, somente duas chaves da ponte inversora estão ligadas num mesmo instante no modo de operação de 6 pulsos, sendo uma da semi-ponte negativa e outra da semi-ponte positiva. Dessa forma não há a necessidade em se aplicar modulação em largura de pulso em todas as chaves da ponte inversora, pode-se aplicar MLP somente nas chaves da semi-ponte negativa ou nas chaves da semi-ponte positiva. Aplicando-se MLP somente nas chaves da semi-ponte negativa, por exemplo, obtém-se uma diminuição das ondulações na corrente de estator, além de ser possível a utilização de transistores mais lentos na semi-ponte positiva, que são mais baratos que os transistores rápidos (MILLER, 1993). O diagrama de blocos do circuito de controle para um acionamento empregando modulação em largura de pulso nas chaves de potência da semi-ponte negativa é apresentado na figura 5.8. Através de uma referência de tensão, controla-se o ciclo de trabalho da MLP de 0 a 100%, variando a tensão entregue à máquina de 0 a 100% da tensão de saída da ponte retificadora. Os sinais de saída do estágio de controle com MLP e entregues à ponte inversora estão representados na figura 5.9.

EESC • USP Biblioteca Campus de S. Carlos

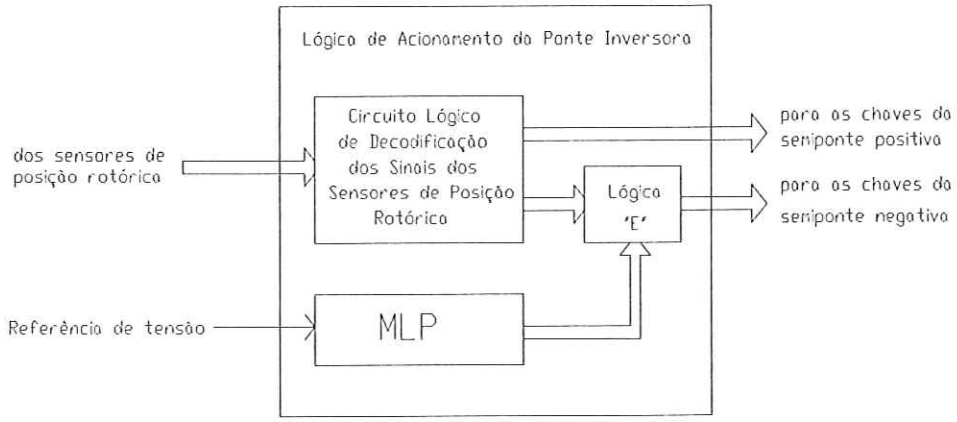


Figura 5.8. Diagrama em blocos do circuito lógico de controle .

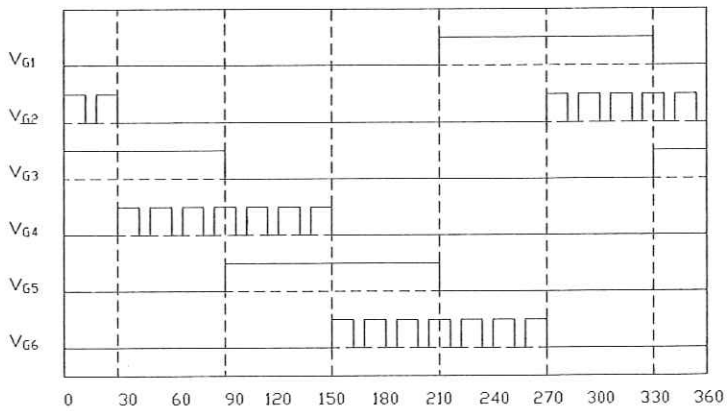


Figura 5.9. Sinal de saída do circuito da figura 5.8, com MLP aplicado somente nas chaves da semi-ponte negativa.

Para a simulação desse modo de acionamento com a máquina *brushless*, utiliza-se o modelo por fase desenvolvido no capítulo 3. Esse modelo é mais adequado que o modelo vetorial devido aos

instantes de tempo em que as chaves da ponte inversora em uma mesma fase se encontram abertas. Isso insere uma assimetria no modelo da máquina devido à alta impedância que surge na fase correspondente da máquina.

Novamente, as equações elétricas da máquina, de torque e mecânica são:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

$$T_{el} - T_c - \left(J_m + J_c\right)\frac{d\omega_m}{dt} - \left(B_m + B_c\right).\omega_m = 0 \tag{5.3}$$

Como o neutro da máquina não é conectado, não será necessário o uso de v_n. Uma maneira de se eliminar v_n das equações é subtrair v_b de v_a e v_c de v_b. Com isso, as novas equações elétricas ficam:

$$v_{ab} = R_s i_{ab} + \left(L_s - M_s\right)\frac{di_{ab}}{dt} + e_{ab} \tag{5.4a}$$

$$v_{bc} = R_s i_{bc} + \left(L_s - M_s\right)\frac{di_{bc}}{dt} + e_{bc} \tag{5.4b}$$

onde:

$$
\begin{aligned}
v_{ab} &= v_a - v_b \\
v_{bc} &= v_b - v_c \\
i_{ab} &= i_a - i_b \\
i_{bc} &= i_b - i_c \\
e_{ab} &= e_a - e_b \\
e_{bc} &= e_b - e_c
\end{aligned}
\tag{5.5}
$$

Os modelos da fonte de tensão e o da ponte inversora foram combinados em um único bloco, visto na figura a 5.10. Os símbolos presentes na figura estão detalhados logo em seguida, no algoritmo da fonte de tensão e ponte inversora.

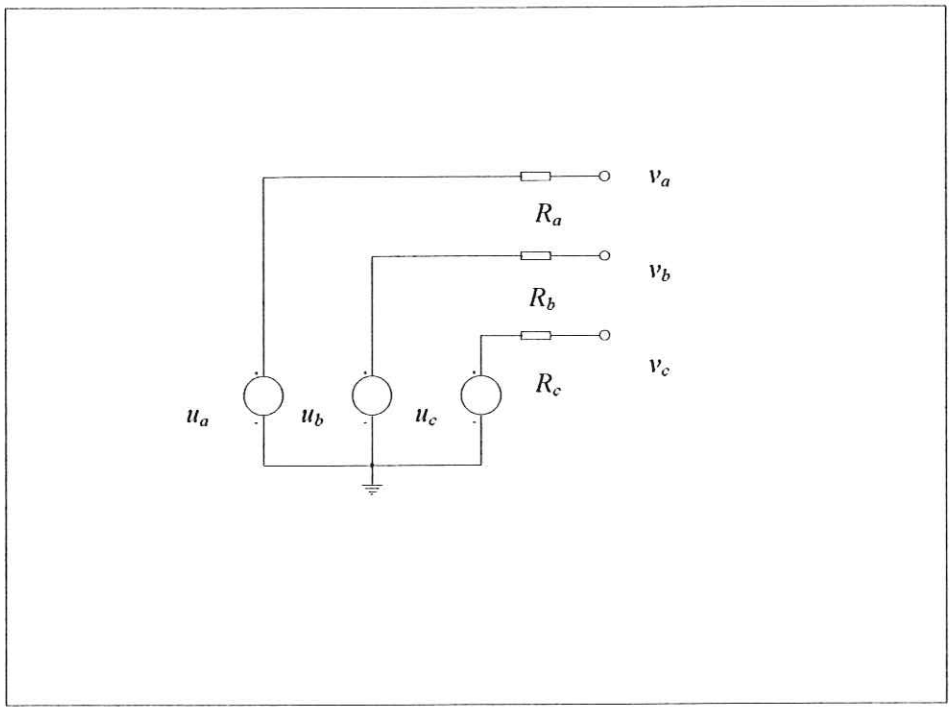


Figura 5.10. Esquema para o modelo da fonte de tensão e ponte inversora.

O algorítmo utilizado para o modelo da fonte de tensão e ponte inversora é o seguinte:

1. para o ângulo elétrico do rotor (θ) de 0 a 30°:

   - $u_b = V_{bus2}$ e $R_b = R_{ON}$
   - $u_c = -V_{bus2}$ e $R_c = R_{ON}$
   - se $|i_a| <= i_{min}$ então $u_a = 0$ e $R_a = R_{OFF}$
   - se $i_a < i_{min}$ então $u_a = V_{bus2}$ e $R_a = R_{ON}$
   - se $i_a > i_{min}$ então $u_a = -V_{bus2}$ e $R_a = R_{ON}$

2. para θ de 30° de 90°:

   - $u_a = -V_{bus2}$ e $R_a = R_{ON}$
   - $u_b = V_{bus2}$ e $R_b = R_{ON}$
   - se $|i_c| <= i_{min}$ então $u_c = 0$ e $R_c = R_{OFF}$
   - se $i_c < i_{min}$ então $u_c = V_{bus2}$ e $R_c = R_{ON}$
   - se $i_c > i_{min}$ então $u_c = -V_{bus2}$ e $R_c = R_{ON}$

3. para θ de 90° a 150°:

   - $u_a = -V_{bus2}$ e $R_a = R_{ON}$
   - $u_c = V_{bus2}$ e $R_c = R_{ON}$
   - se $|i_b| <= i_{min}$ então $u_b = 0$ e $R_b = R_{OFF}$
   - se $i_b < i_{min}$ então $u_b = V_{bus2}$ e $R_b = R_{ON}$
   - se $i_b > i_{min}$ então $u_b = -V_{bus2}$ e $R_b = R_{ON}$

4. para θ de 150° a 210°:

   - $u_b = -V_{bus2}$ e $R_b = R_{ON}$
   - $u_c = V_{bus2}$ e $R_c = R_{ON}$
   - se $|i_a| <= i_{min}$ então $u_a = 0$ e $R_a = R_{OFF}$
   - se $i_a < i_{min}$ então $u_a = V_{bus2}$ e $R_a = R_{ON}$

- se $i_a > i_{min}$ então u_a=-V_{bus2} e R_a=R_{ON}

5. para θ de 210° a 270°:

- u_a=V_{bus2} e R_a=R_{ON}
- u_b=-V_{bus2} e R_b=R_{ON}
- se $|i_c| <= i_{min}$ então u_c=0 e R_c=R_{OFF}
- se $i_c < i_{min}$ então u_c=V_{bus2} e R_c=R_{ON}
- se $i_c > i_{min}$ então u_c=-V_{bus2} e R_c=R_{ON}

6. para θ de 270° a 330°:

- u_a=V_{bus2} e R_a=R_{ON}
- u_c=-V_{bus2} e R_c=R_{ON}
- se $|i_b| <= i_{min}$ então u_b=0 e R_b=R_{OFF}
- se $i_b < i_{min}$ então u_b=V_{bus2} e R_b=R_{ON}
- se $i_b > i_{min}$ então u_b=-V_{bus2} e R_b=R_{ON}

7. para θ de 330° a 360°:

Ídem para θ de 0° a 30°.

No algoritmo acima, i_{min} corresponde ao valor da corrente de fuga do transistor de potência e ao valor da corrente reversa do diodo utilizados na ponte inversora, ou seja, corresponde à corrente na fase para a chave desligada.

O valor R_{ON} corresponde à linearização do diodo e do transistor de potência da ponte inversora no modo de condução direto. Supondo esses componentes ideais, pode-se considerar esse parâmetro igual a zero.

R_{OFF} é calculado pela fórmula:

$$R_{OFF} = \frac{V_{bus2}}{i_{min}} \tag{5.6}$$

Um gráfico para as tensões v_a, v_b e v_c é visto logo a seguir:

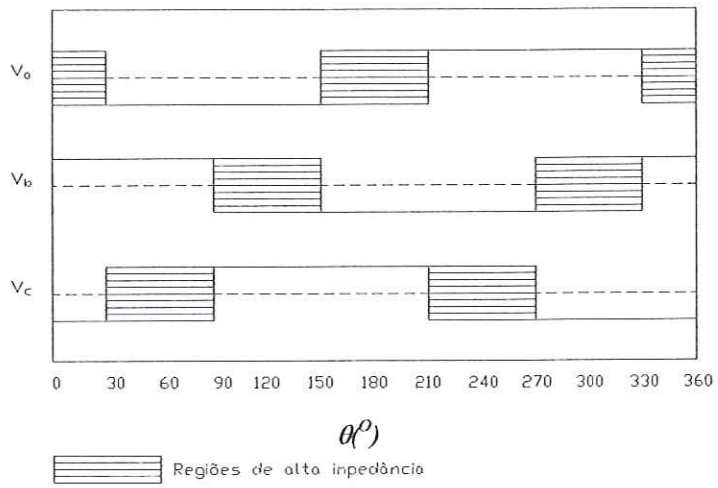


Figura 5.11. Tensões de saída da ponte inversora.

As regiões de alta impedância da figura acima significa que as duas chaves de potência da fase correspondente estão desligadas ou abertas.

As simulações foram realizadas em microcomputador, através de métodos numéricos implementados em Linguagem C++. Os sistemas de equações diferenciais foram resolvidos pelo método Runge-Kutta de terceira ordem. O principal motivo que levou à escolha da Linguagem C++ para a resolução das equações foi a alta velocidade de cálculo dessa linguagem frente aos programas prontos, como MATLAB e SIMULINK.

Os parâmetros da máquina, utilizados nas equações, foram obtidos de CASTRO (1993), e são os seguintes:

L_s-M_s = $12,4\ mH$

$R_s = 2,4\ \Omega$

$J = 4,2.10^{-6}\ kg.m^2$

$2\ k_{em} = 0,72\ V.s/rad$ (radianos mecânicos)

$z_p = 3$

O valor de k_{em} utilizado em CASTRO (1993) é o valor para ser utilizado com a velocidade mecânica do eixo. E, como em CASTRO (1993), foi utilizado como referencial das tensões o ponto $-V_{bus2}$ da figura 5.5, esta constante é equivalente a duas vezes a constante aqui utilizada (2 k_{em}).

Para a indutância mútua, alguns autores consideram-na nula, dependendo do tipo de máquina (CHAN et al, 1994). No nosso caso, a leitura da indutância feita por CASTRO (1993) já nos dá a diferença da auto-indutância e da mútua, pois o autor utilizou o modelo de segunda ordem da máquina. Para nossas simulações, este parâmetro é suficiente, uma vez que nas equações sempre se utiliza a diferença entre as duas indutâncias.

Os parâmteros da fonte de tensão - ponte inversora foram os seguintes:

$V_{bus2} = 90\ V$

$R_{ON} = 0,1\ \Omega$

$i_{min} = 0,1\ A$

Utilizou-se quatro formas de onda de tensão induzida no estator. Dentre as formas de onda de tensão induzidas apresentadas no capítulo 4, utilizamos a GRENIER, a SIEMENS, a Trapezoidal e a Senoidal. Embora este acionamento não seja o mais indicado para máquinas com tensão senoidal, essa tensão foi utilizada com o objetivo de comparar o efeito do acionamento e da tensão induzida nas ondulações do torque eletromagnético.

Aparentemente temos quatro máquinas sendo simuladas. No entanto, apenas uma delas é real, as outras três são máquinas criadas com base na bibliografia consultada e na apresentação do capítulo 4. A máquina real é a máquina com forma de onda de FEM SIEMENS, enquanto que as demais apresentam forma de onda de FEM GRENIER, trapezoidal e senoidal. Apenas as formas de onda de FEM é que são diferentes entre essas quatro máquinas, sendo que os demais parâmetros são iguais nas quatros máquinas, como indutâncias, resistência de estator, etc. O objetivo de se criar essas outras máquinas é o de se comparar a influência da forma de onda de FEM no desempenho geral da máquina, principalmente no que diz respeito às ondulações de torque eletromagnético.

É apresentado somente os gráficos de torque eletromagnético pelo tempo para uma situação de partida da máquina. Considerou-se o rotor com velocidade zero para o instante zero, bem como as correntes nas fases a, b e c.

Não foi considerado MLP nas simulações, pois a tensão entregue às máquinas foi a tensão máxima de saída da fonte, 180V.

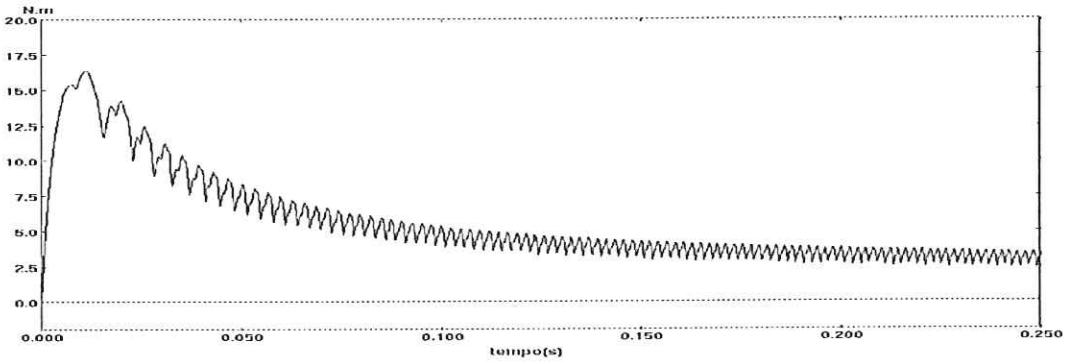


Figura 5.12. Torque eletromagnético da máquina com FEM GRENIER.

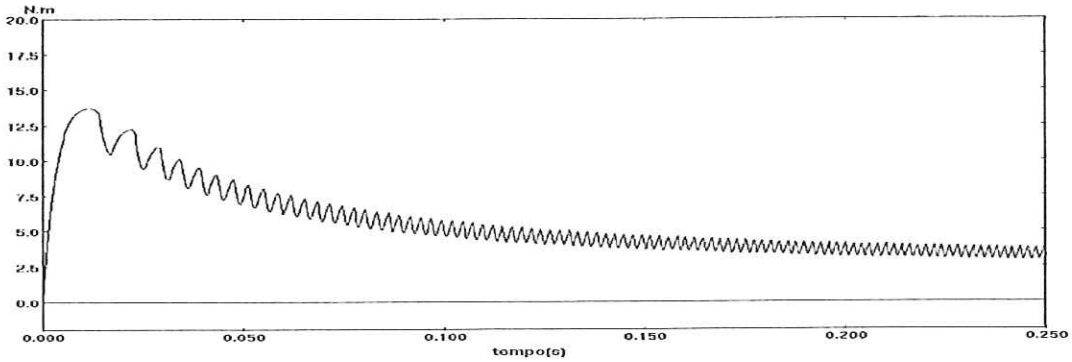


Figura 5.13. Torque eletromagnético da máquina com FEM SIEMENS.

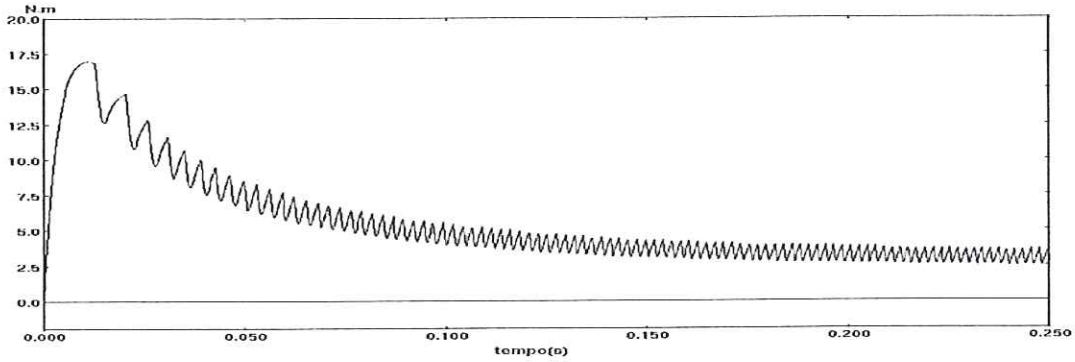


Figura 5.14. Torque eletromagnético da máquina com FEM trapezoidal.

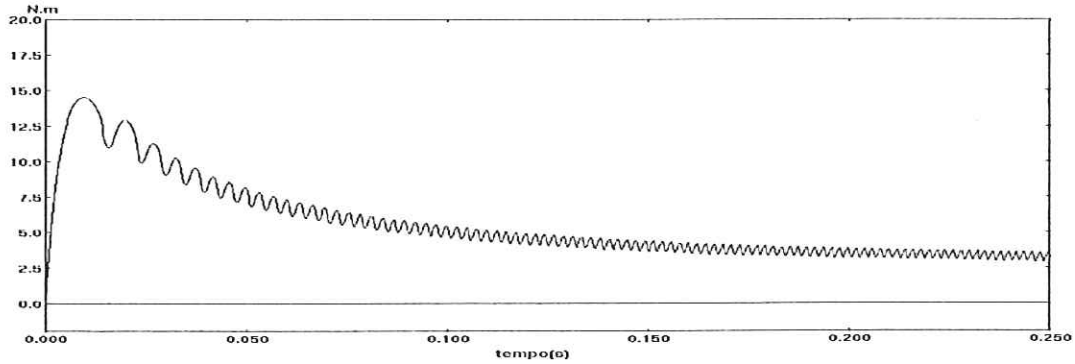


Figura 5.15. Torque eletromagnético da máquina com FEM senoidal.

Operação do motor com acionamento senoidal

Para o acionamento senoidal, considera-se somente o caso em que a fonte da figura 5.1 é uma fonte de tensão fixa, e o referencial adotado é o mesmo do modo de acionamento 6 pulsos, apresentado na figura 5.5.

O sensor de posição, para um acionamento senoidal, deve possuir uma alta resolução, o que é conseguido com o uso de um *encoder* óptico. O diagrama em blocos simplificado do acionamento está representado na figura 5.16. Em linhas gerais trata-se do mesmo acionamento para o modo 6 pulsos, com exceção do *encoder* e do circuito de controle da ponte inversora, que nesse caso, deve ser mais sofisticado no que se refere a MLP.

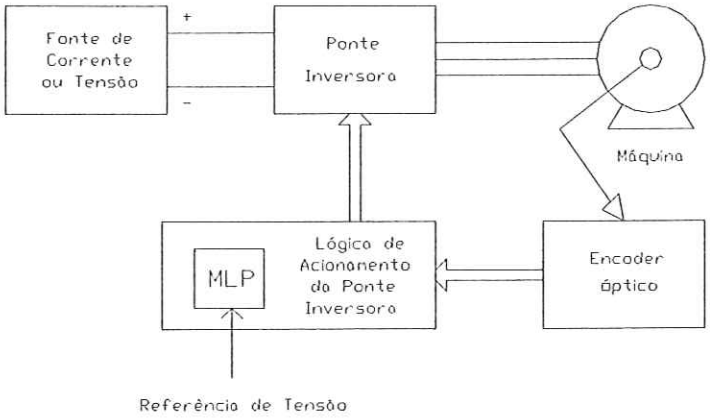


Figura 5.16. Diagrama de blocos simplificado do acionamento senoidal.

O circuito de controle da ponte inversora aplica MLP em cada chave da ponte, de tal forma que em cada saída de tensão, obtém-se:

$$v_a^{(m)} = V_{bus2} K_V \operatorname{sen}(\theta_e) \tag{5.1a}$$

$$v_b^{(m)} = V_{bus2} K_V \operatorname{sen}\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{5.1b}$$

$$v_c^{(m)} = V_{bus2} K_V \operatorname{sen}\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{5.1c}$$

onde:

$v_a^{(m)}, v_b^{(m)}, v_c^{(m)}$: são as tensões médias aplicadas no motor nas fases a, b e c respectivamente, durante um ciclo de MLP;

K_V : referência de tensão, de 0 a 1 (0 a 100% da tensão da fonte de tensão);

θ_e : ângulo da posição rotórica lido pelo encoder (em radianos elétricos).

A figura 5.17 apresenta um exemplo da tensão aplicada ao motor em uma fase (fase a) em um intervalo de MLP, onde supõe-se que a velocidade do motor é constante. O ciclo de trabalho utilizado é qualquer no intervalo mostrado.

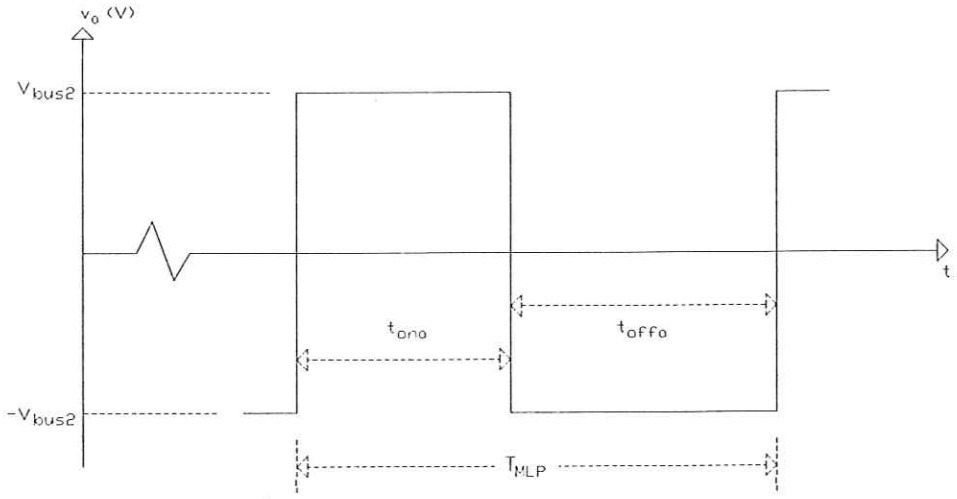


Figura 5.17. Exemplo de um ciclo de MLP.

no gráfico anterior:

T_{MLP} : período de um ciclo de MLP;

t_{ona} : tempo em que a chave da semi-ponte positiva está ligada e da negativa desligada, aplicando $+V_{bus2}$ na fase correspondente da máquina.

t_{offa} : tempo em que a chave da semi-ponte negativa está ligada e da positiva desligada, aplicando $-V_{bus2}$ na fase correspondente da máquina.

O ciclo de trabalho de MLP, para a fase a, é:

$$\delta_a = \frac{t_{ona}}{T_{MLP}} \tag{5.2}$$

No caso de MLP com período fixo, i. e., com freqüência constante, o ciclo de trabalho de cada fase pode ser calculado em cada intervalo de tempo pelas equações:

$$\delta_a = K_V \operatorname{sen}(\theta) \tag{5.3a}$$

$$\delta_b = K_V \operatorname{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{5.3b}$$

$$\delta_c = K_V \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{5.3c}$$

As simulações dos quatro casos anteriores estão apresentadas nas figuras a seguir. Os parâmetros foram os mesmos das simulações anteriores, com exceção do modo de acionamento. A freqüência de MLP utilizada foi de 20kHz (que é um valor acima da faixa audível) e alto o suficiente para não influenciar os resultados das ondulações no torque eletromagnético.

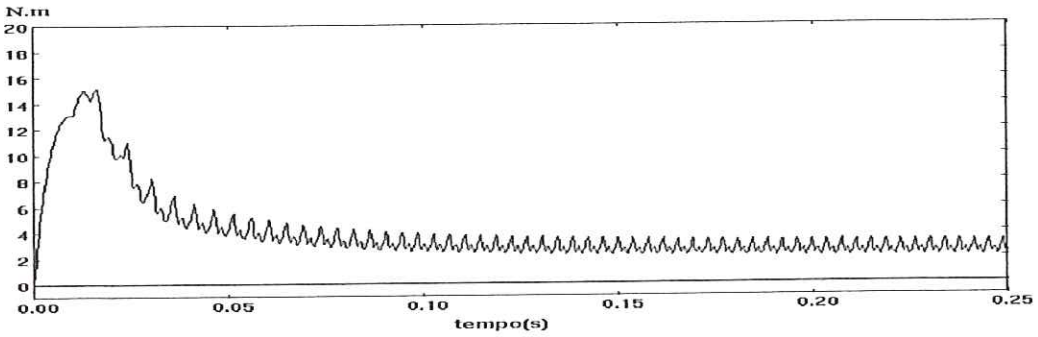


Figura 5.18. Torque eletromagnético da máquina com acionamento senoidal e FEM GRENIER.

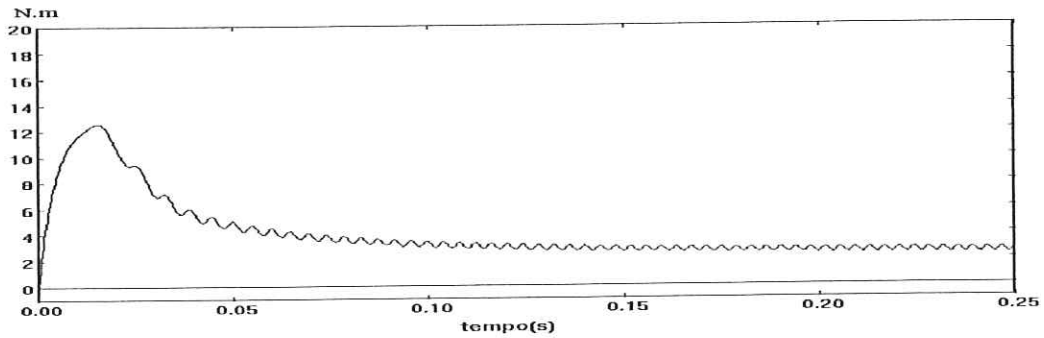


Figura 5.19. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS com acionamento senoidal.

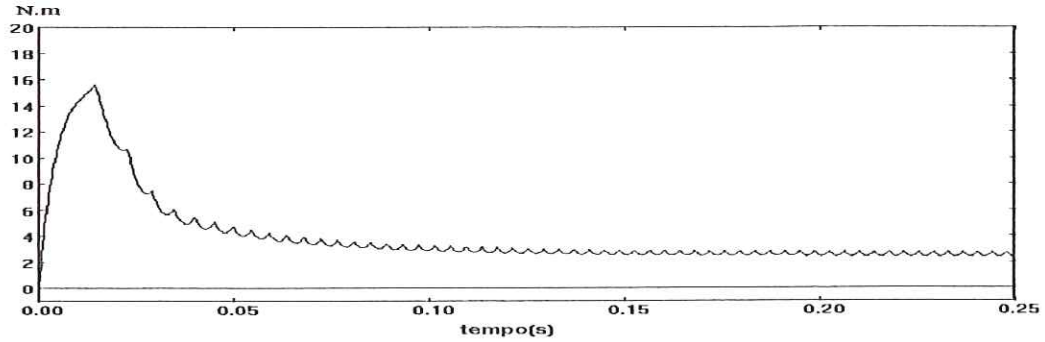


Figura 5.20. Torque eletromagnético da máquina com FEM trapezoidal e com acionamento senoidal.

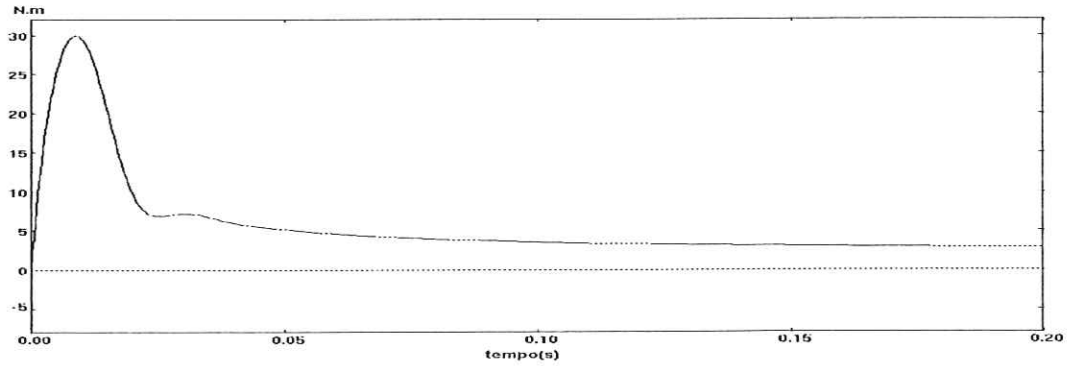


Figura 5.21. Torque eletromagnético da máquina com FEM senoidal e acionamento senoidal.

Com as quatro simulações realizadas com o acionamento 6 pulsos e as realizadas com acionamento senoidal, é construída a tabela a seguir. Nela são comparados os fatores de ondulação do torque eletromagnético para as combinações da forma de onda de FEM com a forma de acionamento.

A equação do o fator de ondulação utilizada no trabalho é definida como segue:

$$r = \frac{x_{ef(ac)}}{x_{med}} \tag{5.4}$$

onde:

$x_{ef(ac)}$: valor eficaz dos harmônicos da onda;

x_{med} : valor médio da onda.

Tabela 5.1. Fatores de ondulação.

	Inversor no modo de operação de 6 pulsos	**Acionamento senoidal trifásico**
Máquina SIEMENS	26,4%	7,8%
Máquina com FEM GRENIER	32,2%	17,2%
Máquina trapezoidal	31,6%	11,9%
Máquina senoidal	31,8%	2%

Pelos resultados apresentados na tabela 5.1, nota-se claramente que a forma de acionamento possui uma influência nas ondulações do torque eletromagnético muito maior do que a influência causada pela forma de onda da FEM Tendo em vista esse fato, inicia-se o próximo capítulo que trata de formas de acionamento mais dedicadas à cada forma de onda de FEM de cada máquina.

Uma observação a ser feita é sobre o valor do fator de ondulação da máquina senoidal com acionamento senoidal não ser nulo. Isso ocorre devido ao efeito de MLP nas correntes do estator da máquina. No caso de um acionamento com forma de onda de tensão senoidal contínua, esse fator de ondulação seria nulo.

Capítulo 6 -

Acionamentos Elétricos com Controle Vetorial

Os acionamentos com controle vetorial são empregados quando é necessário um melhor desempenho do sistema de acionamento, em relação ao desempenho dos sistemas de acionamento convencionais. Normalmente, sistemas de posicionamento e de controle de velocidade com uma ampla faixa de trabalho, ou que necessitam de uma rápida resposta do torque eletromagnético e que são pouco tolerantes a possíveis ondulações no torque eletromagnético.

Quanto ao circuito empregado, os acionamentos vetoriais são mais complexos que os acionamentos convencionais, vistos no capítulo 5.

Um esquema básico de um acionamento vetorial é visto na figura 6.1. Neste caso a fonte de potência é uma fonte de tensão e o transdutor da posição do motor é um *encoder*. Esse último é empregado porque há a necessidade do circuito conhecer a posição do rotor da máquina em cada instante de tempo, a fim de realizar vários cálculos. Alguns sistemas podem ter um algoritmo para estimar a posição do rotor com apenas os sinais dos três sensores de posição defasados de 120°, vistos no capítulo 5, para o acionamento de máquinas não senoidais.

O controle vetorial também necessita do valor das correntes nas fases da máquina, para realizar os cálculos, e da tensão de saída da fonte de potência (para o caso de ocorrer variações na tensão de alimentação da rede ou mesmo em baterias).

Pode-se dividir os sistemas de controle vetorial para máquinas *brushless* com ímã permanente na superfície do rotor em dois tipos distintos: os sistemas de controle vetorial para máquinas senoidais e os sistemas de controle vetorial para máquinas não senoidais.

Controle vetorial em máquinas senoidais

Normalmente o controle vetorial é aplicado em máquinas senoidais. Não se conhece casos de implementação de controle vetorial em máquinas não senoidais, na literatura consultada, embora essa implementação seja possível(GRENIER et al, 1993). Em linhas gerais, uma máquina não senoidal tem menor custo de produção do que uma máquina equivalente senoidal, ambas de mesma potência, torque e velocidade nominais. Isto é devido principalmente ao enrolamento do estator da máquina senoidal ser mais complexo que o da máquina não senoidal.

A diferença entre dois sistema de controle vetorial para máquinas *brushless*, um para uma máquina senoidal e outro para uma máquina não senoidal, existe apenas nos algoritmos utilizados; o circuito eletrônico é semelhante para os dois tipos de controle. Portanto, a utilização de controle vetorial em máquinas *brushless* não senoidais torna-se atraente, principalmente devido ao custo final do sistema, uma vez que pode-se ter as vantagens do controle vetorial em máquinas não senoidais, como a melhora na resposta do torque eletromagnético.

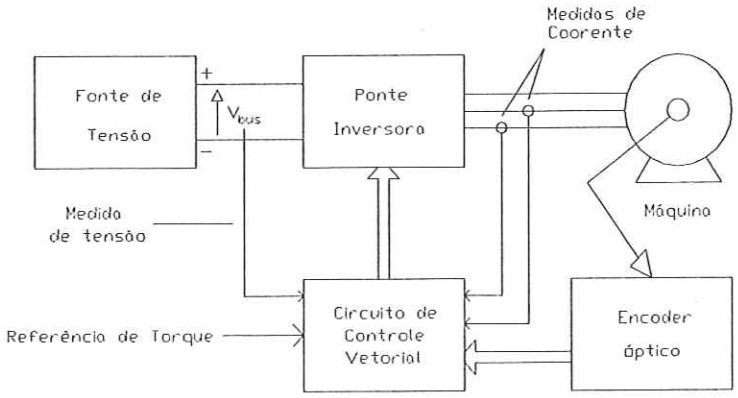


Figura 6.1. Diagrama em blocos simplificado de um acionamento com controle vetorial.

As equações do modelo vetorial da máquina senoidal sem neutro conectado, desenvolvidas no capítulo 3, são:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega . i_q \tag{6.1a}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega . i_d + \omega . \Phi'_{rq} \tag{6.1b}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{6.1c}$$

O sinal do controlador do sistema envia uma referência para o torque eletromagnético do motor (T_{elref}). Com esse valor, calcula-se:

$$i_{qref} = \frac{T_{elref}}{z_p \Phi'_{rq}} \tag{6.2a}$$

$$i_{dref} = i_{dref}(i_{qref}) \tag{6.2b}$$

Determinadas as duas correntes que devem ser aplicadas nos eixos **dq** da máquina, calculam-se as correntes nos eixos **dq** da máquina. Através da leitura da corrente de duas fases da máquina, calcula-se a corrente na terceira fase. Por exemplo, com as medidas de i_a e i_b, calcula-se i_c:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \Rightarrow i_c = -(i_a + i_b) \tag{6.3}$$

Com as correntes nas três fases da máquina e com a medida do ângulo do rotor da máquina (θ_m), calculam-se as correntes nos eixos **dq**.

$$\theta = z_p \theta_m \tag{6.4}$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = T^t \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{6.5}$$

Pela equação (6.3), tem-se que: $i_0 = 0$; então:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = P(-\theta) \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

Obs: Para as definições das matrizes P e T, veja apêndice A.

Com as correntes reais nos eixos **dq** da máquina e as correntes de referência (desejadas) nos eixos **dq** da máquina (i_{dref} e i_{qref}), calculam-se as tensões dos eixo **dq** (v_d e v_q) a fim de se obter as novas correntes reais nos eixos **dq**:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = C_{dq} \left(\begin{bmatrix} i_{dref} \\ i_{qref} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \right) \tag{6.7}$$

Onde C_{dq} é a matriz de controle vetorial, que pode conter um simples algoritmo de controle proporcional ou algoritmos mais sofisticados, como *deadbeat*, controles auto-ajustáveis, etc.

Com as tensões dos eixos **dq** calculadas, resta calcular as tensões trifásicas correspondentes a serem aplicadas na máquina pela ponte inversora. Para isso, utiliza-se:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = P(\theta) \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

e

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.9}$$

As tensões acima devem ser aplicadas na máquina trifásica através de MLP. Existem várias alternativas para se conseguir MLP com um nível de tensão. A maneira mais usual é comparar o nível da tensão com uma forma de onda triangular de freqüência fixa. Quanto maior é a freqüência da onda triangular, menores os efeitos de harmônicos de baixa ordem, que podem contribuir com as ondulações no torque eletromagnético. No entanto, esta frequência é limitada por alguns fatores práticos; o mais significativo desses fatores é com relação às perdas de comutação nas chaves de potência da ponte inversora.

A eficiência do acionamento vetorial em uma máquina é altamente ligado ao algoritmo de controle vetorial, ou seja, da matriz C_{dq}.

Controle vetorial em máquinas não senoidais

O controle vetorial em máquinas não senoidais é semelhante ao controle vetorial em máquinas senoidais. As diferenças residem basicamente em ϕ'_{rq}, que não é constante para a máquina não senoidal, e em μ e $\frac{d\mu}{d\theta}$, que são nulas para o caso senoidal. As equações da máquina *brushless* com ímã permanente no rotor, desenvolvidas no capítulo 3 são:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_q \tag{6.10a}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_d + \omega.\Phi'_{rq} \tag{6.10b}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{6.10c}$$

A diferença para as correntes nos eixos **dq** passa a ser devido à ϕ'_{rq} não mais ser constante. No entanto as equações continuam sendo as mesmas:

$$i_{qref} = \frac{T_{elref}}{z_p \Phi'_{rq}} \tag{6.11a}$$

$$i_{dref} = i_{dref}\left(i_{qref}\right) \tag{6.11b}$$

Com a leitura das correntes nas fases a e b, calcula-se a corrente na fase c. E com as correntes nas três fases, obtêm-se a correntes nos eixos $\alpha\beta$, utilizando a equação (6.5), como no caso senoidal. Já para as correntes nos eixos **dq,** existe uma diferença, pois o ângulo dos eixos **dq** não é mais o ângulo do rotor, como no caso senoidal, e sim o ângulo $\theta + \mu(\theta)$. Portanto:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = P\left(-\left(\theta + \mu(\theta)\right)\right)\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \tag{6.12}$$

Da mesma maneira, com as correntes reais e as de referência dos eixos **dq** calculadas, é necessário se calcular as tensões nos eixos **dq** a serem aplicadas à máquina. A equação é a mesma para a máquina senoidal (veja a equação (6.7)). No entanto, a matriz de controle vetorial C_{dq} pode ou não ser diferente para cada tipo de máquina, dependendo da topologia de controle empregada em cada caso.

Com as tensões dos eixos **dq** calculadas, calculamos as tensão nos eixos $\alpha\beta$ e finalmente as tensões trifásicas a serem aplicadas na máquina. Para o cálculo das tensões nos eixos $\alpha\beta$, existe uma diferença em relação ao caso senoidal, pois o ângulo dos eixos **dq** passa a ser $\theta + \mu(\theta)$; veja a equação seguinte (equação (6.13)). Para o cálculo das tensões trifásicas através das tensões nos eixos $\alpha\beta$, não existe diferença em relação ao caso senoidal (equação (6.9)).

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = P\left(\theta + \mu(\theta)\right)\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \tag{6.13}$$

Com as tensões trifásicas calculadas através da equação (6.9), Essas tensões são aplicadas à máquina através da ponte inversora, com a utilização de MLP.

Ondulações no torque eletromagnético

No capítulo 5, aplica-se o acionamento convencional senoidal e o de 6 pulsos em quatro máquinas *brushless* com tensões induzidas no estator distintas. Neste capítulo, realiza-se de forma semelhante, com a aplicação de controle vetorial em cada máquina. O objetivo da utilização de máquinas com diferentes formas de onda de tensão induzida é o de se determinar a influência que a forma de onda da tensão induzida no estator tem na produção das ondulações no torque eletromagnético. Neste capítulo, com a utilização de controle vetorial, pretende-se conseguir uma melhora no conversor de cada máquina, de tal forma que as influências da forma de onda de tensão induzida no estator sejam reduzidas a um mínimo.

Os parâmetros utilizados, para as máquinas, são os mesmos parâmetros do capítulo 5, sendo diferente agora, a forma de acionamento (controle vetorial).

Como já anteriormente citado, a eficiência do controle vetorial deve-se principalmente à matriz de controle vetorial, ou seja, C_{dq}. Existem muitas possibilidades para o controle vetorial da máquina. Desde a escolha da função para a corrente i_d até as possibilidades do controle vetorial propriamente dito, ou melhor, da matriz C_{dq}.

No caso destas simulações, foi utilizado um simples controlador PI para a matriz C_{dq}. Portanto:

$$v_q = \left(k_p + \frac{k_i}{s}\right)\left(i_{qref} - i_q\right) \tag{6.13a}$$

$$v_d = \left(k'_p + \frac{k'_i}{s}\right)\left(i_{dref} - i_d\right) \tag{6.13b}$$

Para i_{dref} pode-se considerar o valor nulo, quando não se deseja trabalhar com a máquina nem com enriquecimento e nem com empobrecimento de campo. Nesse caso, as perdas no cobre serão minimizadas, pois somente a corrente que contribui para a produção de torque eletromagnético (i_q) é que circula no enrolamento da máquina.

Uma outra maneira é fazer i_d proporcional à i_q:

$$i_d = k_f i_q \tag{6.14}$$

Com o valor absoluto de k_f sempre menor que 1, caso contrário i_d seria maior que i_q.

Para valores de k_f negativos, a máquina está operando com empobrecimento de campo. Neste caso a velocidade de operação da máquina é maior para uma mesma tensão de operação em relação à operação com $i_d = 0$. Este modo de operação deve ser cuidadosamente monitorado de tal forma que a corrente i_d não ultrapasse um valor limite, para que não haja desmagnetização dos ímãs. Este valor limite depende de cada máquina e não é facilmente obtido, caso não se possua detalhes construtivos desta.

Para valores positivos, a máquina está operando com enriquecimento de campo. Neste caso a velocidade de operação da máquina é menor para uma mesma tensão de operação em relação à operação com $i_d = 0$.

Simulações

Para as simulações, os valores utilizados para o controle vetorial foram obtidos empiricamente, através de várias simulações com diferentes valores. Os valores que melhor produziram resultados são os valores apresentados a seguir:

$k_p = 800;$

$k_i = 20;$

$k_p' = 10;$

$k_i' = 20;$

e

$k_f = 0.$

As tensões induzidas no estator utilizadas foram as mesmas do capítulo 5. Para uma melhor referência das tensões, veja o capítulo 4.

As simulações foram realizadas para a partida da máquina, supondo todas as correntes nulas e o rotor na posição $\theta = 0°$. Os gráficos do torque eletromagnético de partida da máquina, obtidos com as simulações das quatro máquinas, estão apresentados logo a seguir. Nos gráficos, juntamente com o torque, é apresentada a velocidade (mecânica = ω_m) do rotor da máquina. O torque de referência é de 10 N.m até a máquina atingir 230 rad/s (cerca de 2200 rpm), logo após, o torque é mantido apenas para a velocidade ficar constante a 230 rad/s. Os gráficos das figuras 6.2 a 6.9 foram obtidos sem a aplicação de MLP na máquina, ou seja, as tensões aplicadas no estator da máquina foram tensões contínuas.

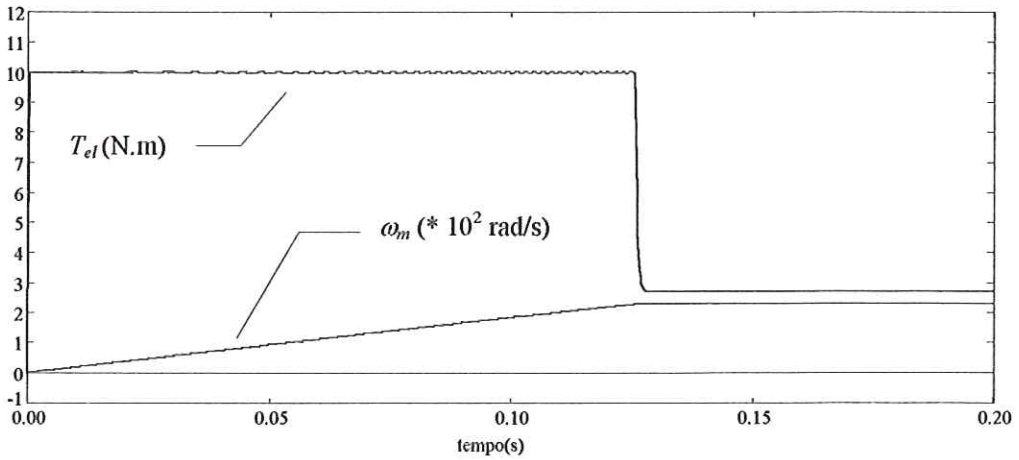


Figura 6.2. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS.

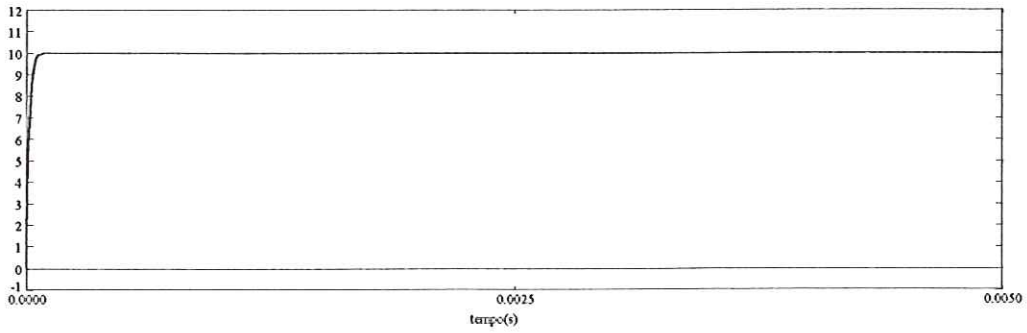


Figura 6.3. Transitório do torque eletromagnético da máquina SIEMENS (N.m).

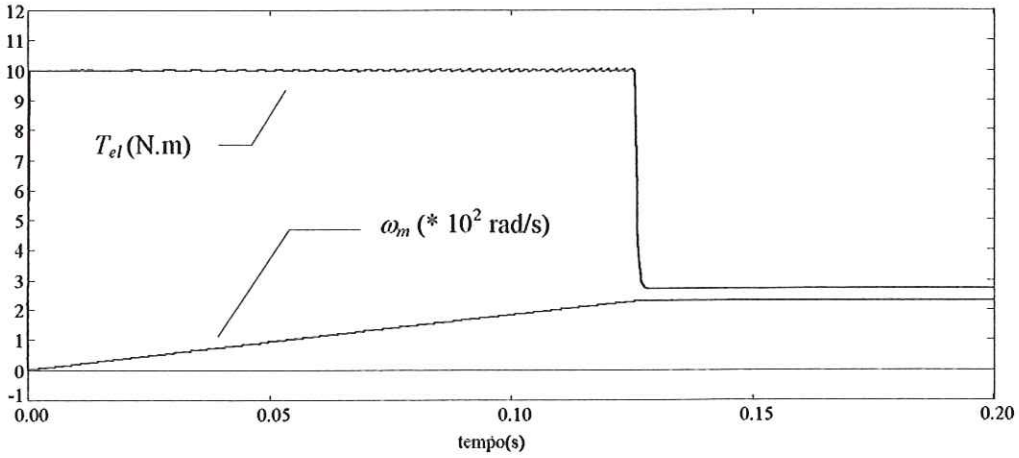


Figura 6.4. Torque eletromagnético da máquina trapezoidal.

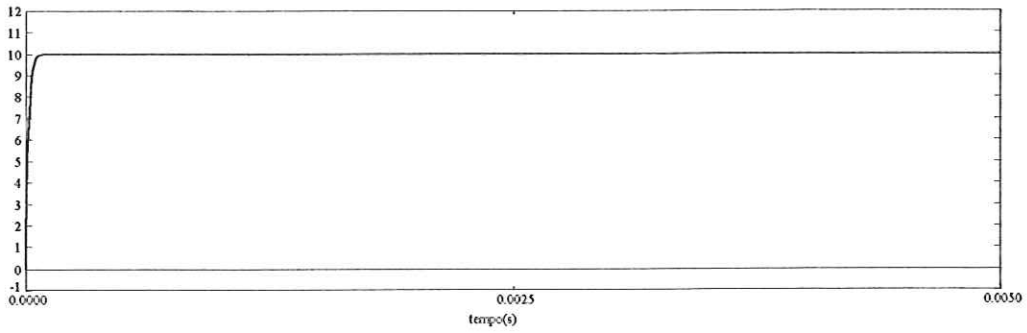


Figura 6.5. Transitório do torque eletromagnético da máquina trapezoidal (N.m).

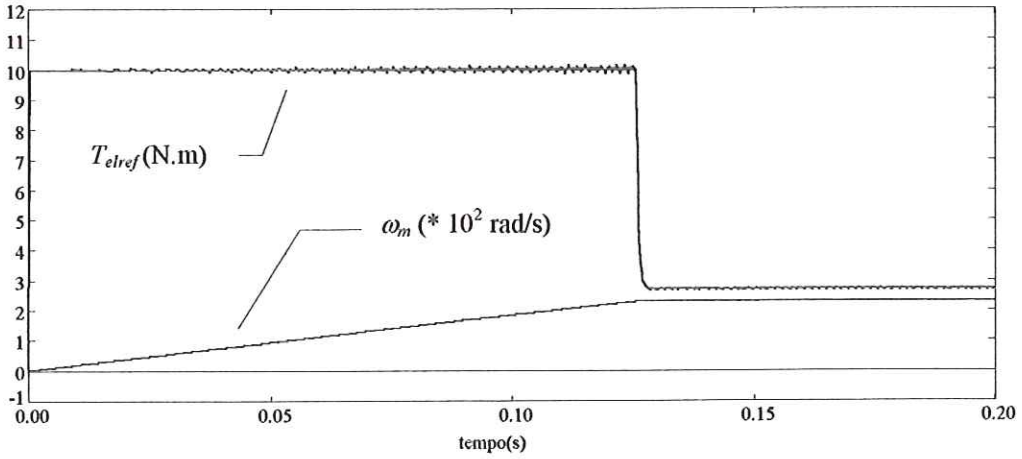


Figura 6.6. Torque eletromagnético da máquina GRENIER.

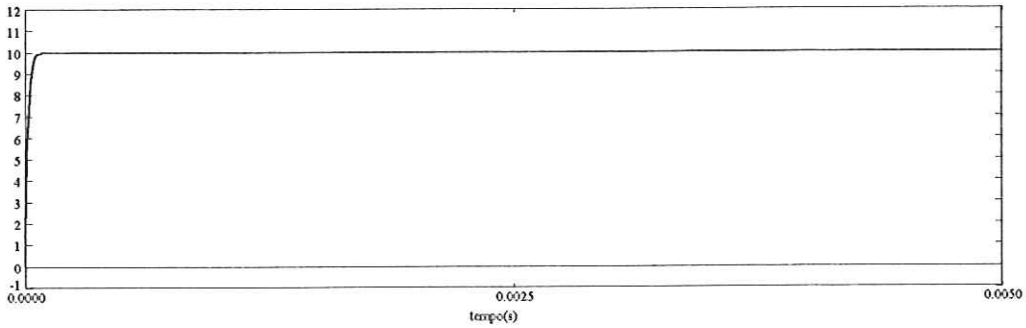


Figura 6.7. Transitório do torque eletromagnético da máquina GRENIER (N.m).

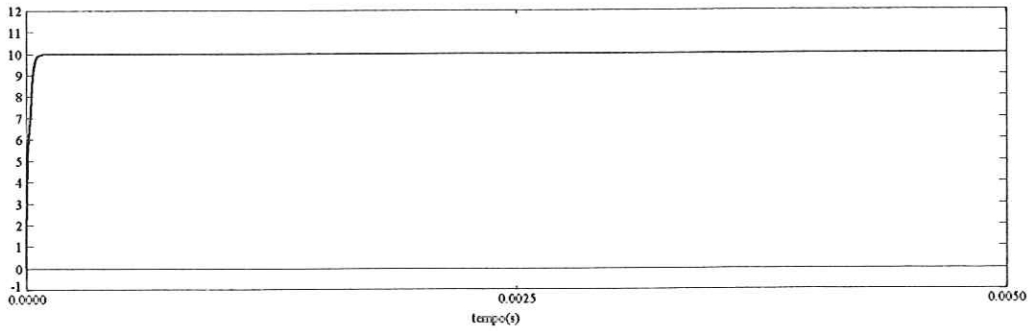


Figura 6.8. Transitório do torque eletromagnético da máquina senoidal (N.m).

EESC - USP
Biblioteca

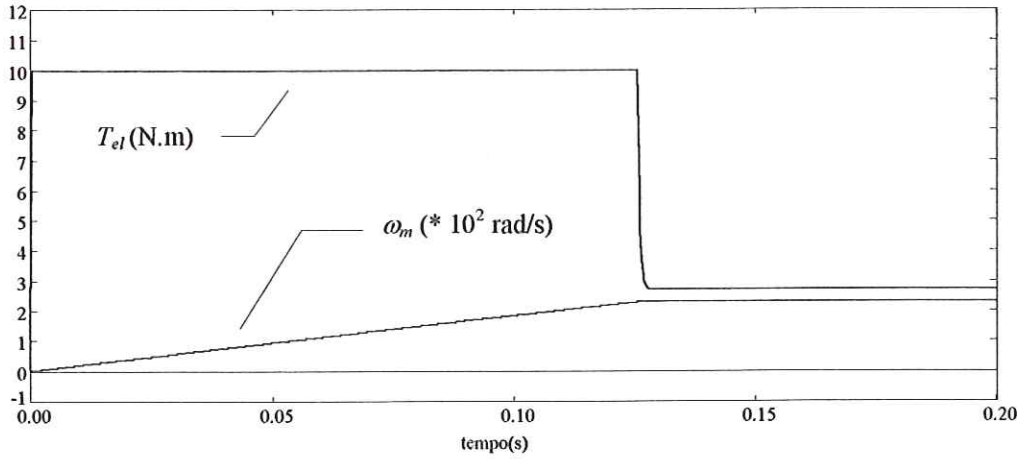


Figura 6.9. Torque eletromagnético da máquina senoidal (N.m).

Através dos resultados das simulações apresentados nas figuras anteriores, pode-se notar claramente que a resposta do torque eletromagnético é bem melhor do que no caso do acionamento convencional. Outra característica importante é o controle direto sobre o torque eletromagnético da máquina que o controlador do sistema possui, aumentando a eficiência geral do sistema.

Quanto às ondulações no torque eletromagnético, nota-se que o controle vetorial atenua bastante as ondulações no torque nas máquinas não senoidais, embora em algumas regiões de operação, essas ondulações ainda são observadas.

Com a aplicação de MLP na máquina, as ondulações do torque eletromagnético tornam-se maiores que nos casos anteriores, devido principalmente às ondulações nas correntes de estator causadas pelo chaveamento das chaves da ponte inversora. As figuras 6.10 a 6.13 apresentam o torque eletromagnético de partida da máquina com a aplicação de MLP com freqüência de 40kHz. O torque de partida foi limitado a 9 N.m até a máquina atingir 230 rad/s (aproximadamente 2200 rpm), logo após, o torque eletromagnético é mantido num valor suficiente para manter a máquina nessa velocidade.

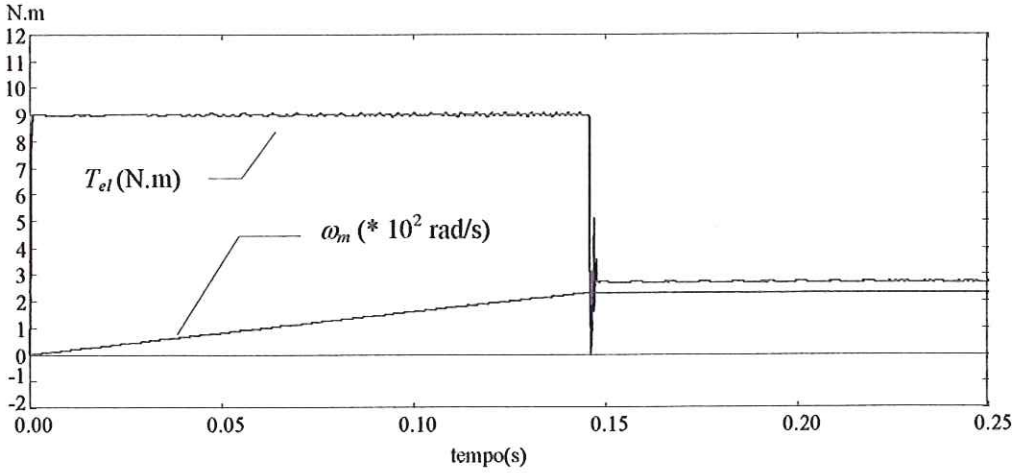


Figura 6.10. Torque eletromagnético da máquina SIEMENS com MLP.

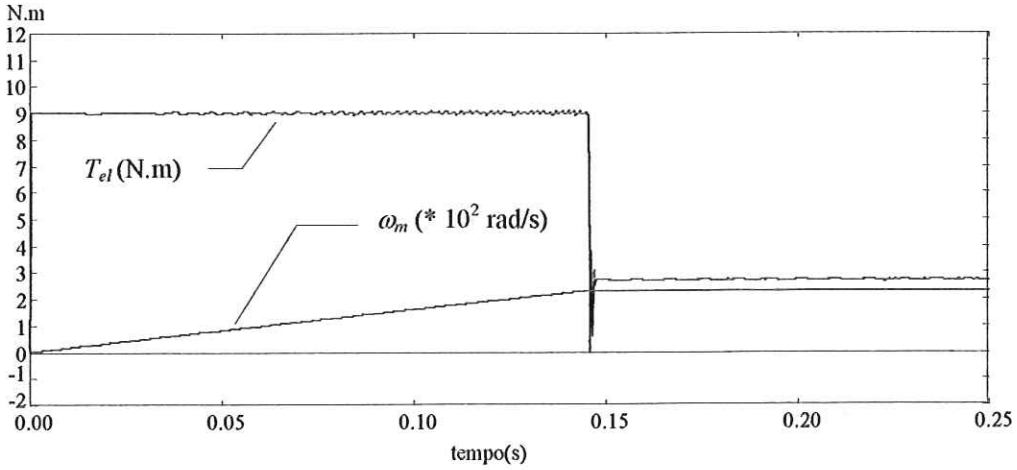


Figura 6.11. Torque eletromagnético da máquina trapezoidal com MLP.

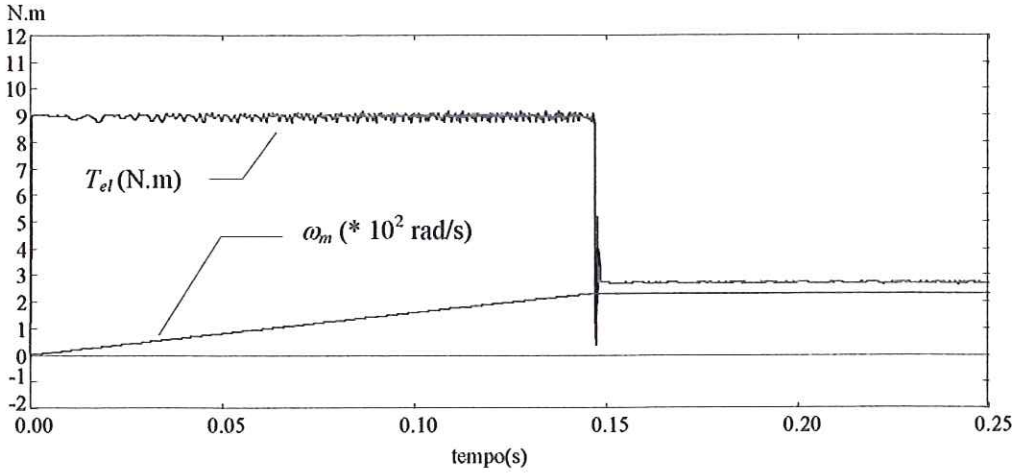


Figura 6.12. Torque eletromagnético da máquina GRENIER com MLP.

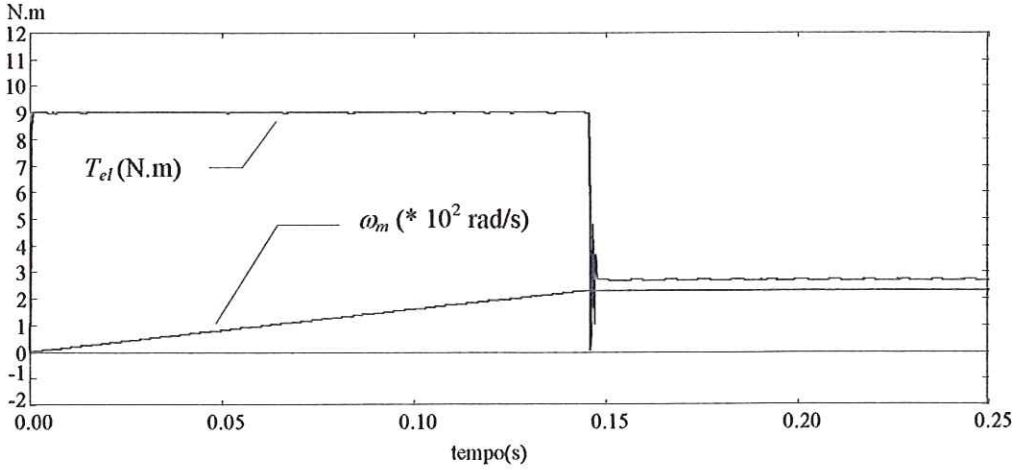


Figura 6.13. Torque eletromagnético da máquina senoidal com MLP.

Devido à aplicação de MLP nas fases do estator da máquina ocorre um aumento das ondulações no torque eletromagnético em relação à aplicação de tensões contínuas. Observa-se também que com a aplicação de MLP insere-se uma componente de instabilidade no sistema. Dessa forma, torna-se necessário a elaboração de controles mais sofisticados capazes de neutralizar ou minimizar esses efeitos, o que não é o caso de simples controladores PI, utilizados no trabalho. Como o objetivo do trabalho não é o de desenvolver controladores eficientes, mas o de comparar os efeitos

que as diferentes formas de onda de FEM exercem nas ondulações do torque eletromagnético em máquinas *brushless* com ímã permanente no rotor, não há a preocupação no desenvolvimento de controladores mais sofisticados, uma vez que o utilizado é suficiente para as comparações realizadas.

Capítulo 7 -

Conclusões

Com os resultados obtidos no capítulo 5, nota-se claramente que a forma de acionamento tem uma influência maior nas ondulações no torque do que a forma de onda de tensão induzida, em uma máquina com ímã permanente no rotor.

As máquinas não senoidais com ímã permanente no rotor são mais simples construtivamente que as máquinas senoidais e, além disso, possuem uma capacidade de torque eletromagnético maior por unidade de corrente (MILLER, 1993). A aplicação de controle vetorial em máquinas não senoidais com ímã permanente no rotor apresenta grandes vantagens, pois permite uma resposta de torque eletromagnético mais rápida, equivalente à da máquina senoidal com acionamento vetorial, e atenua as ondulações de torque eletromagnético. Dessa forma as máquinas não senoidais tornam-se muito atraentes em aplicações de alto desempenho, com rápida resposta de torque eletromagnético, baixas ondulações no torque e menor custo frente às máquinas senoidais com ímã permanente.

O estudo da minização da ondulação no torque vem sendo realizada em vários trabalhos. SEBASTIAN & GANGLA (1996) aponta como causas das ondulações no torque eletromagnético, em máquinas não senoidais com ímã permanente no rotor, três fatores fundamentais:

1. A forma de onda de tensão induzida (distorções no fluxo concatenado no estator).
2. O efeito de borda das pastilhas magnéticas do rotor nos dentes do estator (variação da relutância magnética devido às ranhuras do estator).
3. A comutação das fases do estator (em acionamentos convencionais).

No trabalho, não foi levada em consideração as ondulações produzidas pelo efeito de borda das pastilhas magnéticas. No entanto, segundo os autores, esse efeito pode ser atenuado diminuindo-se a largura das ranhuras do estator. Mas, com isso, provocam-se distorções na forma de onda de tensão induzida, que tende a ser menos trapezoidal, aumentando as ondulações no torque devido ao primeiro fator. Nesse caso, com a aplicação de controle vetorial, essa forma de onda seria compensada.

HOLTZ & SPRINGOB (1996) apresentam um controle adaptativo para máquinas senoidais que diminui as ondulações no torque eletromagnético. Trata-se de um controle bem interessante que se adapta à máquina automaticamente e compensa as ondulações no torque causadas pela tensão induzida no estator não ser uma senoide pura e as causadas pela interação das pastilhas magnéticas com os dentes do estator.

Segundo os autores, a FEM é proporcional à velocidade e é linear; portanto, a variação da magnitude do campo magnético do ímã com a temperatura, por exemplo, não produz alterações na forma de onda, dessa forma os cálculos realizados para a aplicação de controle vetorial são válidos para essas variações, desde que a máquina não entre em saturação. Essa variação vai influir no valor absoluto do torque eletromagnético, fato que deve ser previsto no controlador do sistema.

Os autores também citam o fato da forma de onda da FEM variar substancialmente de uma máquina para outra de mesmo tipo, em um mesmo lote de um mesmo fabricante. Isto é válido tanto para máquinas não senoidais quanto para senoidais. Por isso, defende a idéia da necessidade de um controle adaptativo para resolver esse problema. No entanto, o artigo analisa somente máquinas senoidais por já apresentarem um menor fator de ondulação no torque eletromagnético em relação às não senoidais. Segundo os autores as máquinas trapezoidais vão apresentar um fator de ondulação de torque eletromagnético em torno de 25%, enquanto que as senoidais vão apresentar um fator em torno de 5%. Nas máquinas senoidais, as ondulações causadas pelos fatores 1 e 2 são bem menores, e podem ser compensados com o controle proposto, devido à faixa de variação aceita pelo controle adaptativo ser suficiente. Como pode ser observado pelas simulações, com o método proposto para a aplicação de controle vetorial em máquinas não senoidais, as ondulações no torque são reduzidas a uma faixa estreita, comparável às das máquinas senoidais, de forma que um método semelhante

poderia ser desenvolvido compensando as pequenas variações encontradas entre máquinas não senoidais de mesmo tipo.

Como já mencionado, o método proposto torna-se falho frente à saturação do ferro da máquina. No entanto, como o método torna possível o controle direto das correntes na máquina, é possível manter a máquina na região de operação fora da saturação, através da limitação da faixa de corrente aplicada a essa.

Com os resultados obtidos no capítulo 6, e com as discussões encontradas principalmente em SEBASTIAN & GANGLA (1996) e HOLTZ & FRENCH (1996), pretende-se colocar em evidência o desenvolvimento de máquinas elétricas, com ímã permanente no rotor, juntamente com seu conversor, aliando baixo custo de produção com alto desempenho do sistema conversor-máquina. Cita-se o caso da redução da largura das ranhuras que, por um lado, provocam distorções na forma de tensão induzida em máquinas trapezoidais, aumentando as ondulações com acionamentos convencionais, e, por outro lado, diminui as ondulações devido ao efeito de borda dos ímãs do rotor nos dentes do estator. Esse seria um caso a se estudar, isto é, a construção de uma máquina juntamente com um conversor com controle vetorial não senoidal.

Como continuidade do trabalho, é interessante realizar-se a implementação do algoritmo de controle vetorial em máquinas não senoidais. Com a medida das ondulações no torque eletromagnético na prática, pode-se então verificar a eficiência do algoritmo no sistema e determinar, com maior precisão, a influência que a interação das bordas das pastilhas magnéticas do rotor com os dentes do estator causam nas ondulações do torque eletromagnético.

Uma outra possibilidade é a de se medir a forma de onda da FEM em várias máquinas não senoidais de mesmo tipo para a verificação de quanto a forma de onda da FEM difere de uma máquina para outra de mesmo tipo, pois segundo SEBASTIAN & GANGLA (1996) essa variação existe. Com a utilização de um algoritmo adaptativo, semelhante ao utilizado em HOLTZ & SPRINGOB (1996), pode-se verificar a possibilidade de se compensar tanto os efeitos da borda dos ímãs nos dentes do estator quanto os efeitos das variações da forma de onda da FEM na produção de ondulações no torque eletromagnético.

Referências Bibliográficas

BARBI, I. *Teoria fundamental do motor de indução.* Florianópolis, UFSC, 1985.

BERENDSEN, C.S.; CHAMPENOIS, G.; BOLOPION, A. *Commutation Strategies for Brushless DC Motors: Influence on Instant Torque.* IEEE Transactions on Power Eletronics, Vol. 8, No. 2, pp. 231-6, 1993.

CASTRO, A. F. *Controle Deadbeat Auto-ajustável para Motor Brushless DC.* São Carlos 1993. 163p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

CHAN, C. C. et al. *A Novel Polyphase Multipole Square-Wave Permanent Magnet Motor Drive for Eletric Vehicles.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 5, pp. 1258-66, 1994.

DEGNER, M. W. et al. *A rotor lamination design for surface permanent magnet retention at high speeds.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 2, pp. 380-5, 1996.

DEMERDASH, N. A. O.; ALHAMADI, M. A. *Three-dimensional finite element analysis of permanent magnet brushless DC motor drives - status of the state of art.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 268-75, 1996.

FRENCH, C.; ARCANLEY, P. *Direct torque control of permanent magnet drives.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, pp. 1080-8, 1996.

GRENIER, D.; LOUIS, J. P. *Modeling for control of non-sinewave permanent-magnet synchronous drives by extending Park's transformation.* Mathematics and Computers in Simulation 38, pp. 445-52, 1995.

HOLTZ, J.; SPRINGOB, L. *Identification and compensation of torque ripple in high precision permanent magnet motor drives.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 309-20, 1996.

JAHNS, T. M. *Pulsating torque minimization techiniques for permanent-magnet AC motor drives - a review.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 321-30, 1996.

KRAUSE, P. C. *Analysis of electric machinery.* McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.

LI, T.; SLEMON, G. R. *Redution of cogging torque in permanent magnet motors.* IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 6, pp. 2901-3, 1988.

KENJO, T., NAGAMORI, S. *Permanent magnet brushless dc motors.* Claredon Press, Oxford, 1985.

MILLER, T. J. E. *Brushless Permanent-magnet and relutance motor drives.* Claredon Press, Oxford, 1993.

NASAR, S. A . BOLDEA, I.; UNNEWEHR, L. E. *Permanent magnet, relutance, and self synchronous motors.* CRC Press, Boca Raton, 1993.

OLIVEIRA Jr., N. *Acionamentos de avanço para máquinas-ferramenta e robôs. Comparação entre as técnicas CA/CC.* Revista Siemens. Separata da Revista Siemens. Julho 1990.

OLIVEIRA, V. A.; CASTRO, A. F.; OLIVEIRA Jr., A. A. *Self Tunning Deadbeat Controler for Brushless DC Motors.* In: X Congresso

Brasileiro de Automática, Vol. 2, Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Automática, 1994. pp. 936-41.

RAHMAN, A.; ZHOU, P. *Analysis of brushless permanent magnet synchronous motors.* IEEE Tansactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp.256-67, 1996.

SEBASTIAN, T.; GANGLA, V. *Analysis of induced EMF waveforms and torque ripple in a brushless permanent magnet machine.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 1, pp. 195-200, 1996.

TAKAHASHI, I.; KOGANEZAWA, T.; SU, G.; OHYAMA, K. *A super high speed PM motor drive system by a quasi-current source inverter.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 3, Pp. 683-90, 1994.

VAGATI, A.; FRATTA, A.; FRANCESCHINI, G.; ROSSO, P. *AC motors for high performance drives: a design-based comparision.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, pp. 1211-9, 1996.

Bibliografia Consultada

ARCANLEY, P. P. *Observability criteria for winding currents in three-phase brushless DC drives.* IEEE Transactions on Power Eletronics, Vol. 8, No. 3, pp. 264-70, 1993.

CARROL, J. J.; DAWSON, D. M. *Integrator backstepping techniques for the tracking control of permanent magnet brush DC motors.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 31, No. 2., pp. 248-55, 1995.

CHAN C. C. et al. *Novel permanent magnet motor drives for electric Vehicles.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 331-9, 1996.

CHERN, T. L. et al. *DSP-based integral variable structure model following control for brushless motor drives.* IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 12, No. 1, pp. 53-63, 1997.

EVANS, E. P.; BROWN, D. *Simulation of Brushless DC Drives.* IEE Procedings, Vol. 137, Pt B, No. 5, pp. 229-308, 1990.

FARDOUN, A. A.; FUCHS, E. F.; HUANG, H. *Modeling and Simulation of an Eletronically Commutated Permanent-Magnet Machine Drive System Using SPICE.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 4, pp.927-37, 1994.

FRENCH, C.; ARCANLEY, P. *Control of permanent magnet motor drives using a new position estimation technique.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, pp. 1089-97, 1996.

GOLDENBERG, C.; SOUZA, D. V. *Modelagem e Simulação do Motor Brushless DC.* In: II Seminário de Motores Elétrico Reguláveis (SIMEAR), São Paulo, 1991. pp. 29-48.

JAHNS, T. M. *Motion control with permanent-magnet AC machines.* Proceedings IEEE, Vol. 82, No. 8, pp. 1241-52, 1994.

LIU, T.H.; LIU, C.H. *A multiprocessor-based fully digital control arquitecture for permanent magnet synchronous motor drives.* IEEE Transactions on Power Eletronics, Vol. 5, No. 4, pp. 413-23, 1990.

KENJO, T. *Power eletronics for the microprocessor age.* Oxford University Press, Oxford, 1990.

KIM, S. J.; SUL, S. K. *New approach for the low-speed operation of PMSM drives without rotational position sensors.* IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 11, No. 3, pp. 512-9, 1996.

KU, Y. H. *Electrical energy conversion.* New York, Ronald Press, 1959.

MATSUI, N. *Sensorless PM brushless DC motor drives.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 300-8, 1996.

MOREIRA, J. C. *Indirect sensing for rotor flux position of permanent magnet AC motors operating over a wide speed range.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No.6, pp. 1394-401, 1996.

MORIMOTO, S.; SANADA, W.; TAKEDA, Y. *Wide-Speed Operation of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors with High-Performance Current Regulator.* IEEE Transations on Industry Applications, Vol. 30, No. 4, pp. 920-6, 1994.

ÖSTLUND, S.; BROKEMPER, M. *Sensorless rotor-position detection from zero to rated speed for na integrated PM sinchronous motor*

drive. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, pp. 1158-65, 1996.

PARK, R. H. *Two-reaction theory of synchronous machines. Generalized method of analysis-Part I.* Transactions A I. E. E., July 1929.

PARK, R. H. *Two-reaction theory of synchronous machines. Generalized method of analysis-Part II.* Transactions A I. E. E., June 1933.

PILLAY, P.; KRISHMAN, R. *Modeling simulation and analysis of permanent magnet motor drive. Part II: The brushless DC motor drive.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-25, pp. 274-9, 1989.

SLEMON, G. R. *On the design of high-performance surface-mounted PM motors.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 1, pp. 134-40, 1994.

TAKEDA, Y.; SANADA, M.; MORIMOTO, S.; HIRASA, T.; TANIGUSHI, K. *Cylindrical linear pulse motor with interior permanent magnet mover.* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 1, pp. 141-5, 1994.

VERDYCK, D.; BELMANS, R. J. M. *Na acoustic model for a permanent magnet machine: modal shapes and magnetic forces.* IEEE Transactions on Industry Apllications, Vol. 30, No. 6, pp. 1625-31, 1994.

Apêndice A -

Transformação de Concordia e Transformação dq

Transformação de Concordia

Neste apêndice é realizada em linhas gerais uma apresentação da transformação Concordia e da transformação **dq** aplicadas a um sistema trifásico. As transformações de coordenadas estudadas neste apêndice são fundamentais ao desenvolvimento do trabalho, pois são a base na qual se apoia o modelo vetorial do motor.

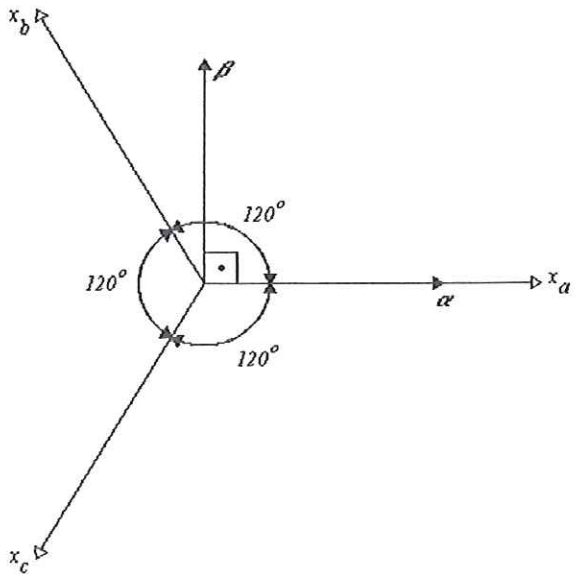


Figura A.1. Sistema de coordenadas utilizado na transformada de Concordia.

A transformação de Concordia (também denominada por transformação $\alpha\beta 0$) consiste, em poucas palavras, na transformação de coordenadas de um sistema trifásico para um sistema de dois eixos ortogonais (comumente denominados eixos $\alpha\beta$). O sistema de coordenadas utilizado para o sistema trifásico do trabalho está representado na figura A.1, bem como o sistema de coordenadas $\alpha\beta$. Consiste basicamente em três eixos dispostos em um plano defasados de 120 graus um do outro, os eixos a, b e c.

A transformação do sistema é dada pela relação (BARBI, 1985):

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = T.\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

onde:

x_a, x_b e x_c correspondem às grandezas projetadas em seus respectivos eixos;

x_α, x_β e x_0 correspondem às grandezas projetadas nos eixos $\alpha\beta$ e 0.

A matriz de transformação T é definida por:

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

A transformação inversa da equação A.1 é definida por:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = T^{-1}\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Uma propriedade importante da matriz de transformação T é a invariância de potência, em conseqüência, T é ortogonal, ou seja:

$$T^{-1} = T^{t} \tag{A.4}$$

Dessa forma:

$$T.T^{t} = I_3 \tag{A.5}$$

onde:

I_3 : matriz identidade de terceira ordem.

É possível utilizar a notação complexa para se definir a transformação acima. Neste caso, sendo o número complexo:

$$x_{\alpha\beta} = x_{\alpha} + jx_{\beta} \tag{A.6}$$

Teremos:

$$x_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}}.\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

e

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}}.\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{A.8}$$

onde:

$$\alpha = e^{j.120^o} \tag{A.9}$$

Para um sistema trifásico equilibrado, a soma: $x_a + x_b + x_c$ é igual a zero, portanto a componente x_0 é nula.

Transformação dq

A transformação **dq** consiste basicamente em se escrever as grandezas dos eixos αβ em dois eixos (**dq**) rotacionados por um ângulo de referência θ_{dq}. A figura A.2 melhor representa os eixos αβ e os eixos **dq**.

De acordo com GRENIER et al (1995), as grandezas estão relacionadas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} x_\alpha &= x_d \cos\theta_{dq} - x_q \operatorname{sen}\theta_{dq} \\ x_\beta &= x_d \operatorname{sen}\theta_{dq} + x_q \cos\theta_{dq} \end{aligned} \tag{A.10}$$

ou, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = P(\theta_{dq}) \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \tag{A.11}$$

onde:

$$P(\theta_{dq}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{dq}) & -\operatorname{sen}(\theta_{dq}) \\ \operatorname{sen}(\theta_{dq}) & \cos(\theta_{dq}) \end{bmatrix} \tag{A.12}$$

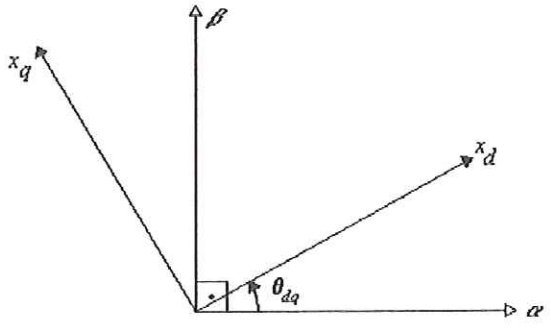


Figura A.2. Sistema de coordenadas para a transformação dq.

A matriz $P(\theta_{dq})$ também possui a propriedade de invariância de potência, pois:

$$P^{-1}(\theta_{dq}) = P^{t}(\theta_{dq}) \tag{A.13}$$

Dessa maneira:

$$P(\theta_{dq}).P^{t}(\theta_{dq}) = I_2 \tag{A.14}$$

onde:

I_2: matriz identidade de segunda ordem.

É possível se representar a transformação **dq** através de notação complexa. Definindo x_{dq} como:

$$x_{dq} = x_d + jx_q \tag{A.15}$$

Portanto, a transformação pode ser reescrita como:

$$x_{\alpha\beta} = e^{j.\theta_{dq}} x_{dq} \tag{A.16}$$

Aplicando-se as duas transformações em um sistema de trifásico, a equação da transformação final, utilizando a notação complexa, fica:

$$x_{dq} = e^{-j.\theta_{dq}} \sqrt{\frac{2}{3}} . \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{A.17}$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} . \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \tag{A.18}$$

Apêndice B -

Desenvolvimento das Equações do Capítulo 3

Modelo do motor por fases.

Através da figura 3.1, a equação do fluxo total de estator, para cada fase é:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.1}$$

onde:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} = L. \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{B.2}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \tag{B.3}$$

As tensões de cada fase do motor são:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{tsa} \\ \Phi_{tsb} \\ \Phi_{tsc} \end{bmatrix} \tag{B.4}$$

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\left(\begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\left(L \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \right) + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} = \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.6}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{B.7}$$

Portanto:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix}$$

E finalmente:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.5}$$

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \omega . \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.8}$$

Ou:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

A potência elétrica entregue ao rotor é:

$$P_m = i_a . e_a + i_b . e_b + i_c . e_c \tag{B.9}$$

$$P_m = i_a \omega \Phi'_{ra} + i_b \omega \Phi'_{rb} + i_c \omega \Phi'_{rc}$$

$$P_m = \omega \left(i_a \Phi'_{ra} + i_b \Phi'_{rb} + i_c \Phi'_{rc} \right)$$

A potência mecânica no eixo da máquina é:

$$P_m = \omega_m . T_{el} \tag{B.10}$$

$$\omega_m = \frac{\omega}{z_p} \tag{B.11}$$

A equação final para o conjugado produzido no eixo rotórico é:

$$T_{el} = z_p \left(i_a . \Phi'_{ra} + i_b . \Phi'_{rb} + i_c . \Phi'_{rc} \right) \tag{B.12}$$

Modelo Vetorial do Motor

Da equação (B.5):

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_n \\ v_n \\ v_n \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.13}$$

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{ra} \\ \Phi'_{rb} \\ \Phi'_{rc} \end{bmatrix} \tag{B.14}$$

Transformada de Concordia:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix}$$

Transformação dq:

$$x_{\alpha\beta} = e^{j.\theta_{dq}} x_{dq}$$

A transformada de Concordia na equação (B.13):

$$v_{\alpha\beta} = R_s i_{\alpha\beta} + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} + \omega.\Phi'_{r\alpha\beta} \tag{B.15a}$$

$$v_0 = R_s i_0 + \left(L_s - 2M_s\right)\frac{d}{dt} i_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_n \tag{B.15b}$$

A transformada de Concordia na equação (B.14):

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \\ \Phi'_{r0} \end{bmatrix} \tag{B.16}$$

Aplicando a transformação **dq** na equação (B.15) e na equação (B.16):

$$v_{dq} e^{j\theta_{dq}} = R_s i_{dq} e^{j\theta_{dq}} + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}\left(i_{dq} e^{j\theta_{dq}}\right) + \omega.\Phi'_{rdq} e^{j\theta_{dq}}$$

$$v_{dq} e^{j\theta_{dq}} = R_s i_{dq} e^{j\theta_{dq}} + \left(L_s - M_s\right)\left(e^{j\theta_{dq}} \frac{d}{dt} i_{dq} + j\frac{d\theta_{dq}}{dt} e^{j\theta_{dq}} i_{dq}\right) + \omega.\Phi'_{rdq} e^{j\theta_{dq}}$$

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + \left(L_s - M_s\right)\left(\frac{d}{dt} i_{dq} + j\frac{d\theta_{dq}}{dt} i_{dq}\right) + \omega.\Phi'_{rdq}$$

$$\frac{d\theta_{dq}}{dt} = \frac{d\theta_{dq}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_{dq}}{d\theta}\omega$$

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + \left(L_s - M_s\right)\left(\frac{d}{dt} i_{dq} + j\omega\frac{d\theta_{dq}}{d\theta} i_{dq}\right) + \omega.\Phi'_{rdq} \tag{B.17a}$$

A equação da componente zero, não se altera:

$$v_0 = R_s i_0 + \left(L_s - 2M_s\right)\frac{d}{dt} i_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} v_n \tag{B.17b}$$

E para o torque eletromagnético:

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \\ \Phi'_{r0} \end{bmatrix} = z_p \left(\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \end{bmatrix} + i_0 \Phi'_{r0} \right)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{r\alpha} \\ \Phi'_{r\beta} \end{bmatrix} = \left(P\left(\theta_{dq}\right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \right)^t \left(P\left(\theta_{dq}\right) \begin{bmatrix} \Phi'_{rd} \\ \Phi'_{rq} \end{bmatrix} \right) = \left(P\left(\theta_{dq}\right) \right)^t P\left(\theta_{dq}\right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{rd} \\ \Phi'_{rq} \end{bmatrix}$$

Como:

$$\left(P\left(\theta_{dq}\right) \right)^t P\left(\theta_{dq}\right) = I_2$$

onde,

I_2 : matriz identidade de segunda ordem

Então:

$$T_{el} = z_p \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} \Phi'_{rd} \\ \Phi'_{rq} \\ \Phi'_{r0} \end{bmatrix} \tag{B.17c}$$

Determinando a solução das equações elétricas da máquina para o ângulo dos eixos dq igual ao ângulo do campo resultante do motor (θ_c).

$$\Phi_{r\alpha\beta} = \Phi_r e^{j\theta_c} \tag{B.18}$$

$$\frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta_c} = \frac{d\Phi_r}{d\theta_c} e^{j\theta_c} + j e^{j\theta_c} \Phi_r$$

EESC - USP
Biblioteca
Campus de S. Carlos

$$\frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta_c} = \left(\frac{d\Phi_r}{d\theta_c} + j\Phi_r\right)e^{j\theta_c}$$

Impomos que o módulo do campo resultante de entreferro seja constante no ângulo θc:

$$\frac{d\Phi_r}{d\theta_c} = 0$$

$$\frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta} = \frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta_c}\frac{d\theta_c}{d\theta}$$

Dessa forma:

$$\Phi'_{r\alpha\beta} = \frac{d\Phi_{r\alpha\beta}}{d\theta} = j\Phi_r \frac{d\theta_c}{d\theta}e^{j\theta_c} \qquad \text{(B.19)}$$

$$\Phi'_{rq} = j\Phi_r \frac{d\theta_{dq}}{d\theta}$$

Portanto:

$$\Phi'_{rd} = 0 \qquad \text{(B.20a)}$$

$$\Phi'_{rq} \neq 0 \qquad \text{(2.20b)}$$

Definindo-se:

$$\theta_c = \theta + \mu(\theta) \Rightarrow \mu(\theta) = \theta_c + \theta$$

, tem-se para a transformação dq:

$$\Phi'_{r\alpha\beta} = e^{j(\theta+\mu(\theta))}\Phi'_{rdq} \tag{B.21}$$

Desenvolvendo os termos da equação acima, tem-se:

$$\left(\sqrt{\left(\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}\right)}\right)e^{j\arctan\left(\frac{\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}}\right)} = \Phi'_{rq}e^{j\frac{\pi}{2}}e^{j(\theta+\mu(\theta))}$$

$$\left(\sqrt{\left(\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}\right)}\right)\frac{e^{j\arctan\left(\frac{\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}}\right)}}{e^{j\frac{\pi}{2}}} = \Phi'_{rq}e^{j(\theta+\mu(\theta))}$$

$$\ln\sqrt{\left(\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}\right)} + j\arctan\left(\frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}}\right) = j\left(\theta+\mu(\theta)\right) + \ln\Phi'_{rq}$$

E, como solução para a equação acima:

$$\Phi'_{rq} = \sqrt{\left(\Phi'_{r\alpha}\right)^2 + \left(\Phi'_{r\beta}\right)^2} \tag{B.22a}$$

$$\mu(\theta) = \arctan\left(\frac{-\Phi'_{r\alpha}}{\Phi'_{r\beta}}\right) - \theta \tag{B.22b}$$

Da equação (B.17a):

$$v_{dq} = R_s i_{dq} + \left(L_s - M_s\right)\left(\frac{d}{dt}i_{dq} + j\frac{d\theta}{dt}\frac{d\theta_{dq}}{d\theta}i_{dq}\right) + j\omega.\Phi'_{rq}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\theta_{dq}}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left(\theta+\mu(\theta)\right) = 1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}$$

As equações elétricas completas da máquina trifásica, sem neutro conectado, são as seguintes:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_q \qquad \text{(B.23a)}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right) i_d + \omega . \Phi'_{rq} \qquad \text{(B.23b)}$$

Para o conjugado, como:

$$\Phi'_{rd} = 0$$

$$i_0 = 0$$

A expressão fica bem simples:

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \qquad \text{(B.23c)}$$

Para um motor com fluxo senoidal de entreferro:

$$\mu(\theta) = 0$$

Portanto:

$$\frac{d\mu(\theta)}{d\theta} = 0$$

E Φ'_{rq} tem um valor constante. Sendo assim, as equações ficam:

$$v_d = R_s i_d + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_d - (L_s - M_s)\omega . i_q \tag{B.24a}$$

$$v_q = R_s i_q + (L_s - M_s)\frac{d}{dt} i_q + (L_s - M_s)\omega . i_d + \omega . \Phi'_{rq} \tag{B.24b}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \tag{B.24c}$$

Modelo de segunda ordem do servomotor.

$$\frac{d\mu(\theta)}{d\theta} \cong 0 \tag{B.25}$$

As tensões de alimentação aplicadas na máquina são:

$$v_a = V sin(\theta) \tag{B.26a}$$

$$v_b = V sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{B.26b}$$

$$v_c = V sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{B.26c}$$

Temos para a transformação dq:

$$x_{dq} = e^{-j.\theta_{dq}} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

$$v_{dq} = e^{-j.\theta_{dq}} \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$v_a = V\left(\frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}\right)$$

$$v_b = V\left(\frac{e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} - e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)}}{2j}\right)$$

$$v_c = V\left(\frac{e^{j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)} - e^{-j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}}{2j}\right)$$

Adotando o ângulo do rotor como o ângulo dos eixos dq:

$$v_{dq} = e^{-j\theta} \sqrt{\frac{2}{3}} V \left(\frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \frac{e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} - e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)}}{2j} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} \frac{e^{j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)} - e^{-j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}}{2j} \right)$$

$$v_{dq} = e^{-j\theta} \sqrt{\frac{2}{3}} V \left(\frac{3}{2j} e^{j\theta} - e^{-j\theta} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \right)$$

$$v_{dq} = e^{-j\theta} \sqrt{\frac{2}{3}} V \left(\frac{3}{2j} e^{j\theta} - e^{-j\theta}(0) \right)$$

$$v_{dq} = -j\sqrt{\frac{3}{2}} V$$

Logo:

$$v_d = 0 \tag{B.27a}$$

$$v_q = -\sqrt{\frac{3}{2}} V \tag{B.27b}$$

Para $v_d = 0$ temos uma relação direta entre i_d e i_q:

$$v_d = 0 = \left(R_s + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}\right)i_d - \left(L_s - M_s\right)\omega.i_q$$

$$\left(L_s - M_s\right)\omega.i_q = \left(R_s + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}\right)i_d$$

Podemos então escrever a equação para v_q :

$$v_q = R_s i_q + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}i_q + \frac{\left(\left(L_s - M_s\right)\omega\right)^2}{R_s + (L_s - M_s)\frac{d}{dt}}i_q + \omega.\Phi'_{rq}$$

Desprezando-se o termo $\dfrac{\left(\left(L_s - M_s\right)\omega\right)^2}{R_s + (L_s - M_s)\frac{d}{dt}}$:

$$v_q = R_s i_q + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}i_q + \omega.\Phi'_{rq} \qquad \text{(B.28a)}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq} \qquad \text{(B.28b)}$$

Para a máquina não senoidal:

$$v_q = R_s i_q + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt}i_q + \frac{\left(\left(L_s - M_s\right)\omega\left(1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right)\right)^2}{R_s + (L_s - M_s)\frac{d}{dt}}i_q + \omega.\Phi'_{rq}$$

Desprezando-se o termo $\dfrac{\left(\left(L_s - M_s\right)\omega\left(1+\dfrac{d\mu(\theta)}{d\theta}\right)\right)^2}{R_s + (L_s - M_s)\dfrac{d}{dt}} i_q$, obtêm-se:

$$v_q = R_s i_q + \left(L_s - M_s\right)\frac{d}{dt} i_q + \omega.\Phi'_{rq}$$

$$T_{el} = z_p i_q \Phi'_{rq}$$

Apêndice C -

Soluções de $\mu(\theta)$

Neste apêndice são apresentadas as soluções para $\mu(\theta)$, $\frac{d\mu(\theta)}{d\theta}$ e Φ'_{rq}, para as formas de onda de tensão induzida apresentadas no capítulo 4, com os eixos **dq** na referência adotada no capítulo 3, ou seja, que satisfaçam a condição:

$$\Phi'_{rd} = 0 \Rightarrow F_{rd} = 0 \tag{C.1a}$$

$$\Phi'_{rq} = \sqrt{\Phi'^{\,2}_{r\alpha} + \Phi'^{\,2}_{r\beta}} \Rightarrow F_{rq} = \sqrt{F^{\,2}_{r\alpha} + F^{\,2}_{r\beta}} \tag{C.1b}$$

Aqui, são apresentadas as soluções na ordem em que as formas de onda são apresentadas no capítulo 4. Primeiramente são apresentadas as soluções de $\mu(\theta)$, depois as soluções de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ e finalmente as soluções de $F_{rq}(\theta)$. Para o valor de Φ'_{rq}, basta utilizar a equação:

$$\Phi'_{rq} = k_e F_{rq} \tag{C.2}$$

Soluções de $\mu(\theta)$

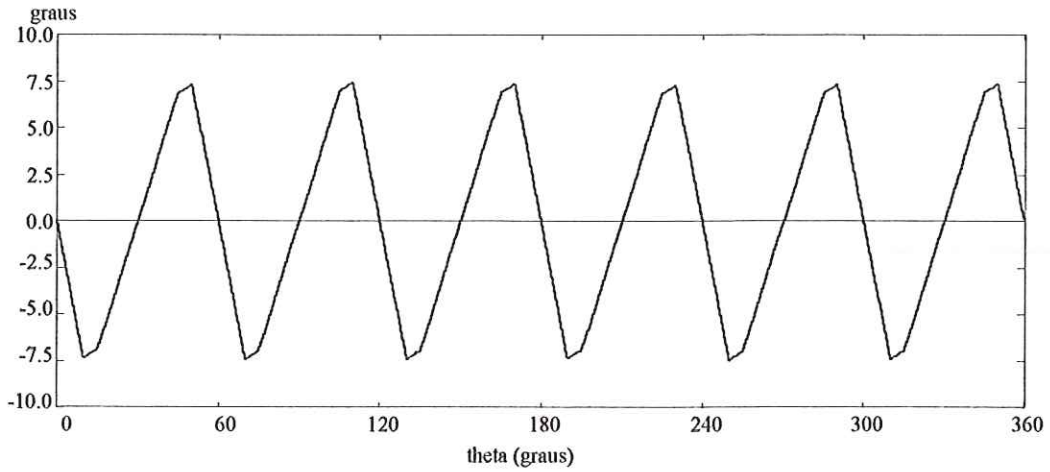


Figura C.1. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 1.

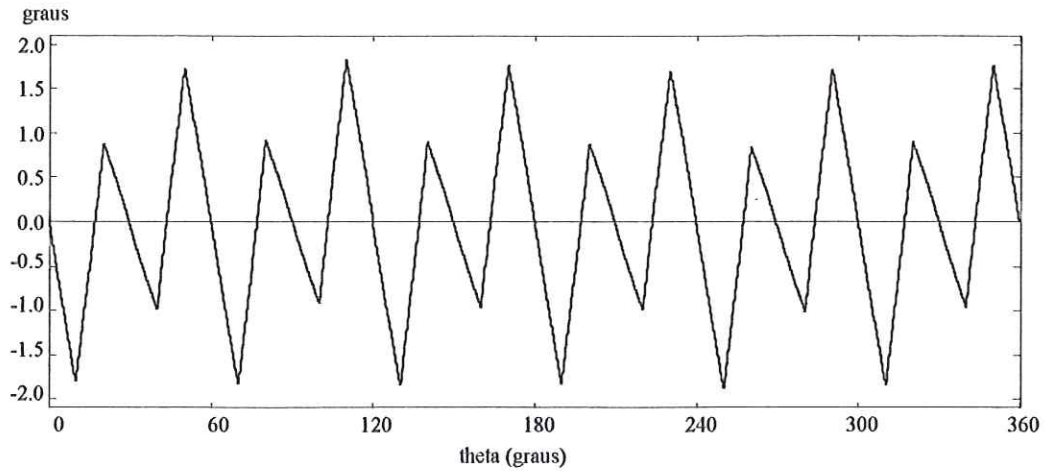


Figura C.2. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 2.

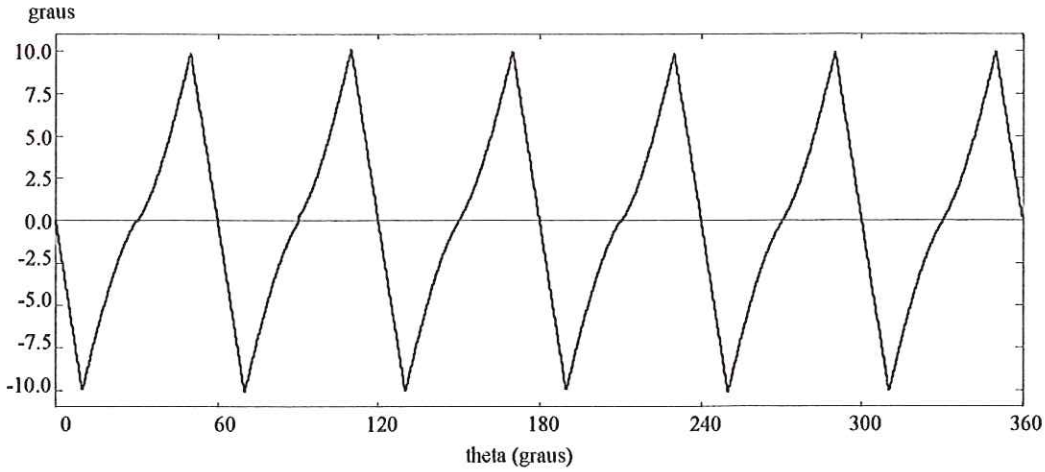


Figura C.3. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 1.

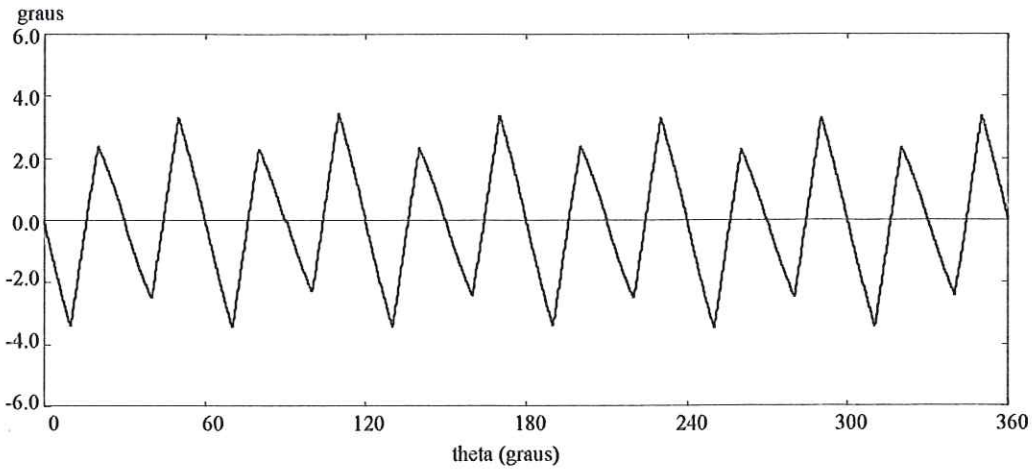


Figura C.4. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada com a distribuição da densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 2.

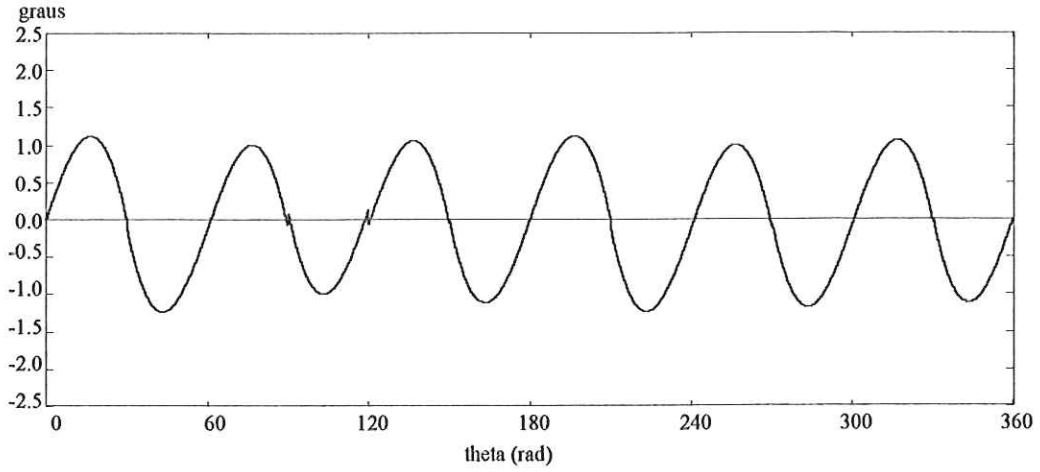


Figura C.5. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal.

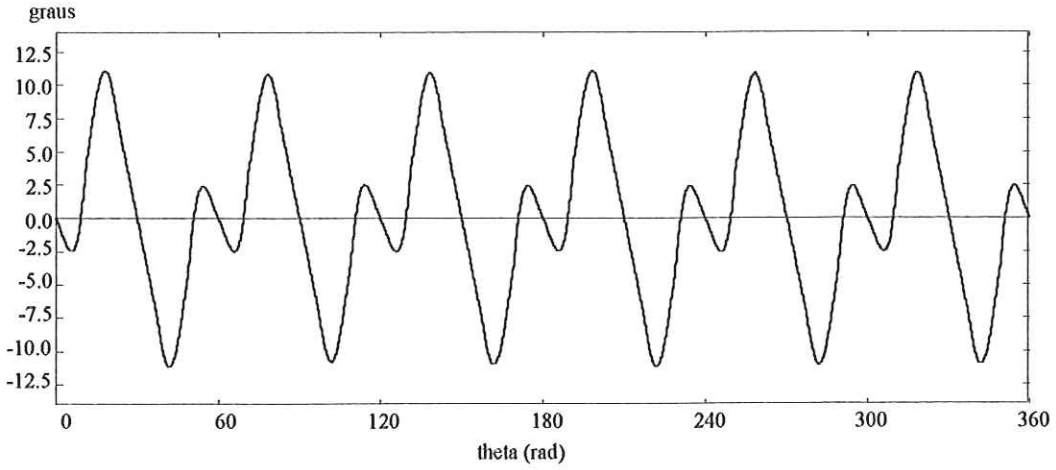


Figura C.6. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada por GRENIER & LOUIS (1995).

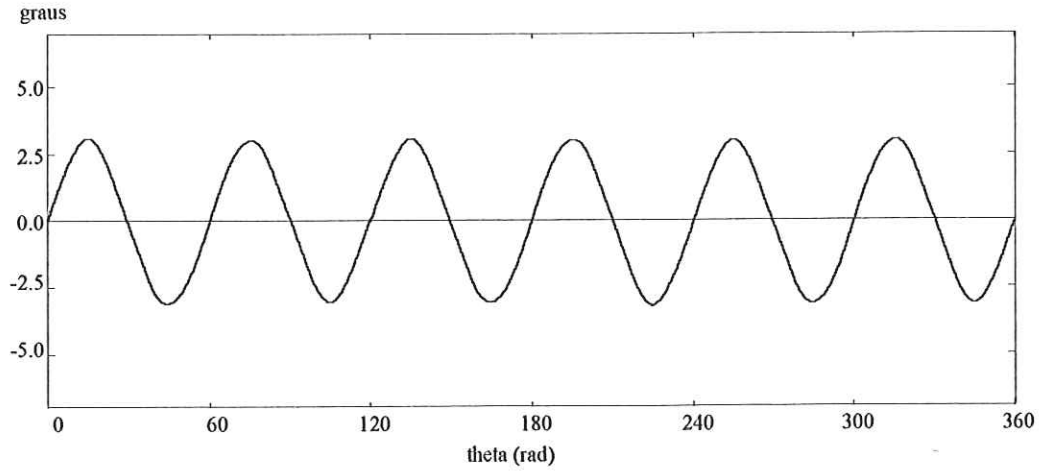


Figura C.7. Solução de $\mu(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.

Soluções de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$

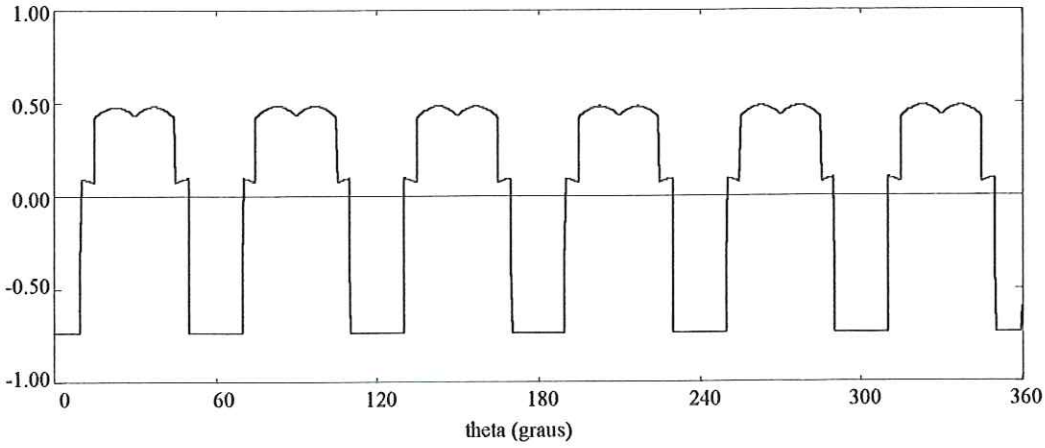


Figura C.8. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 1.

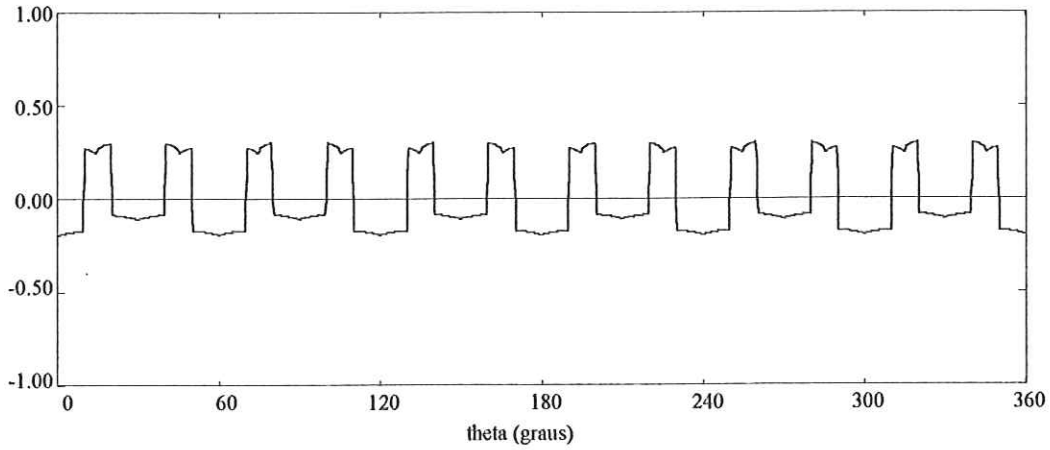


Figura C.9. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 1 com o enrolamento número 2.

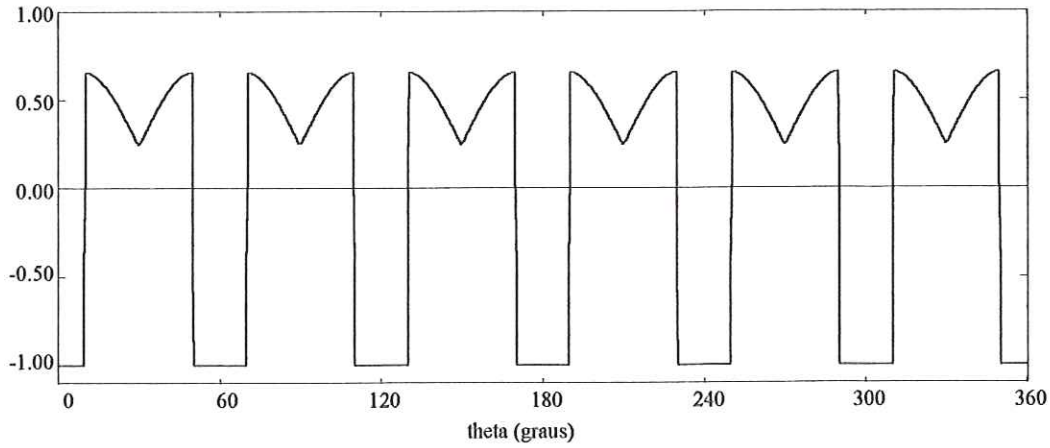


Figura C.10. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 1.

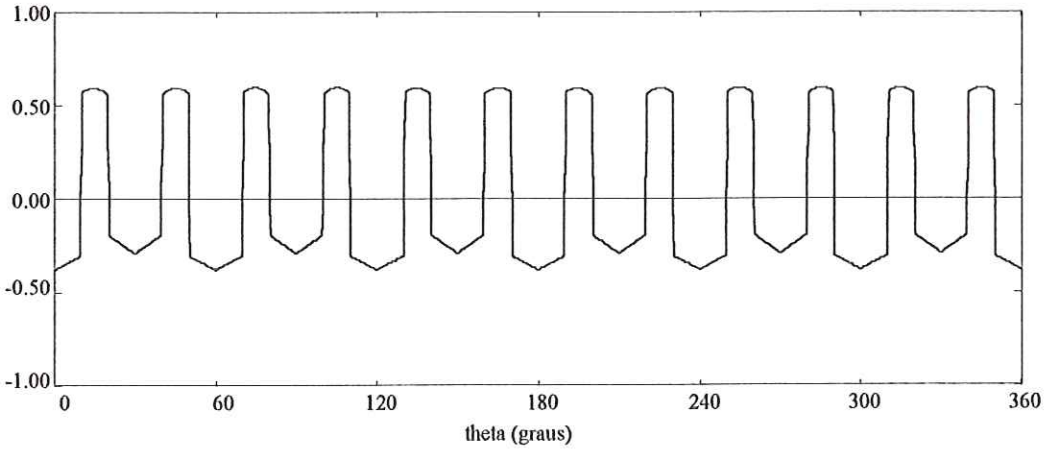


Figura C.11. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo número 2 com o enrolamento número 2.

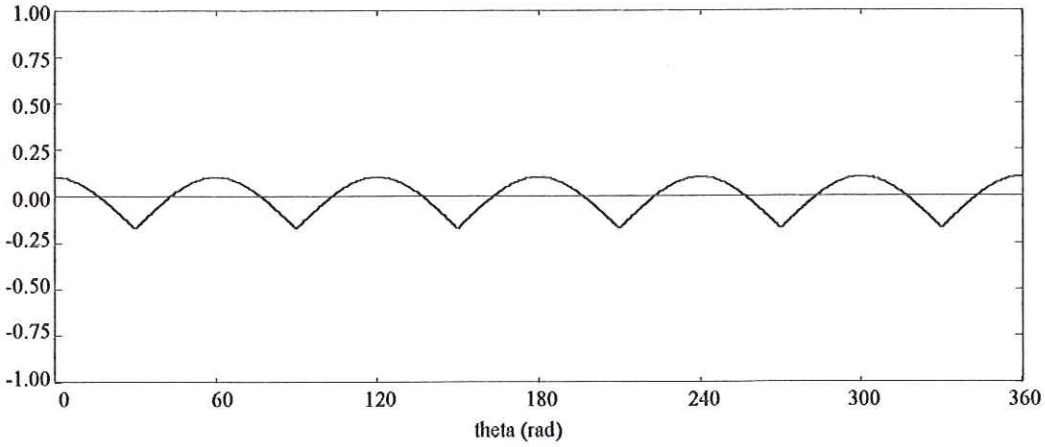


Figura C.12. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal.

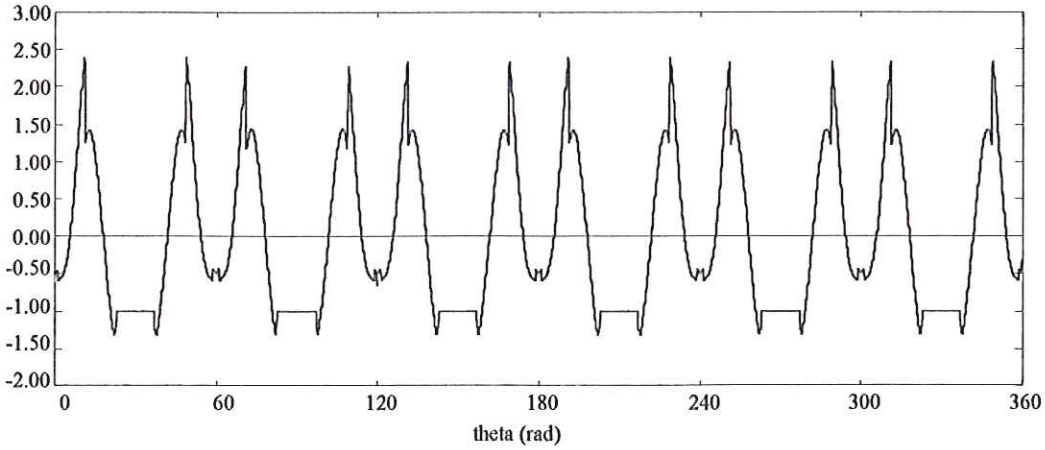


Figura C.13. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada em GRENIER & LOUIS (1995).

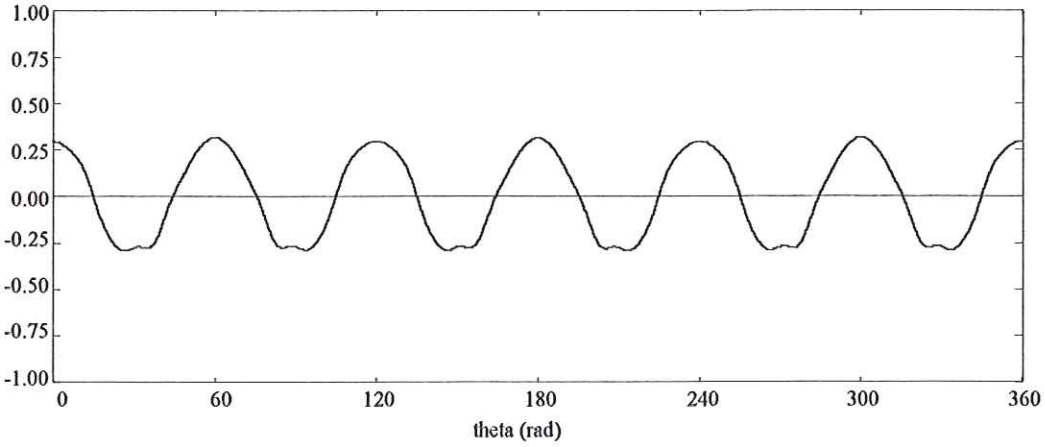


Figura C.14. Solução de $\frac{d\mu}{d\theta}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.

Soluções de F_{rq}

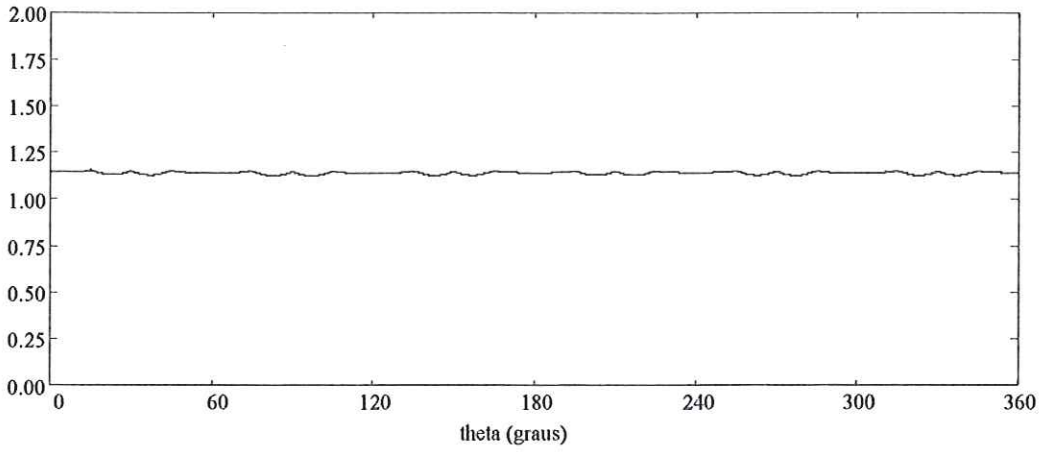


Figura C.15. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 1.

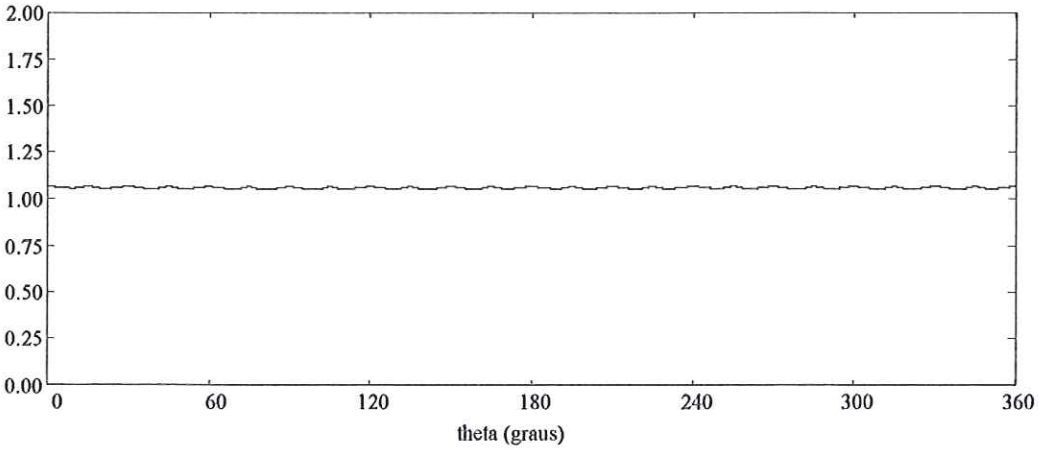


Figura C.16. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 1 com o enrolamento número 2.

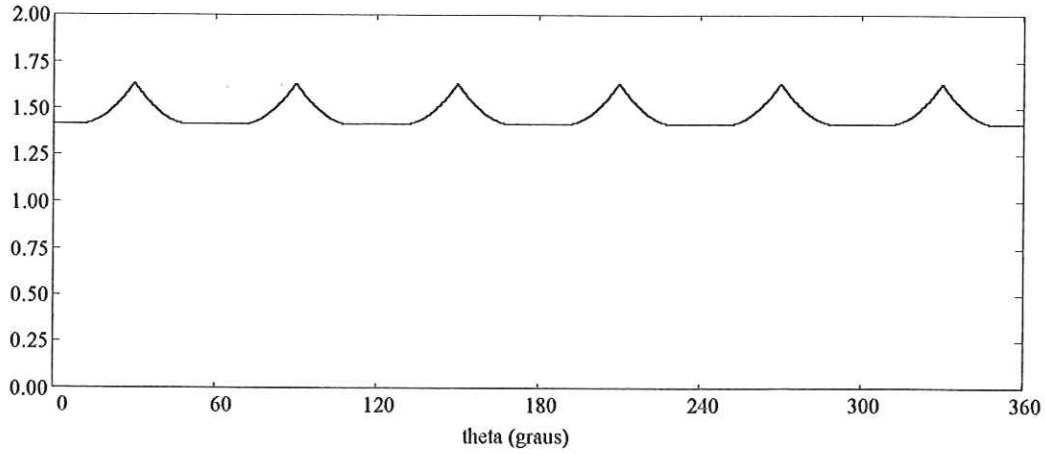


Figura C.17. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidade de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 1.

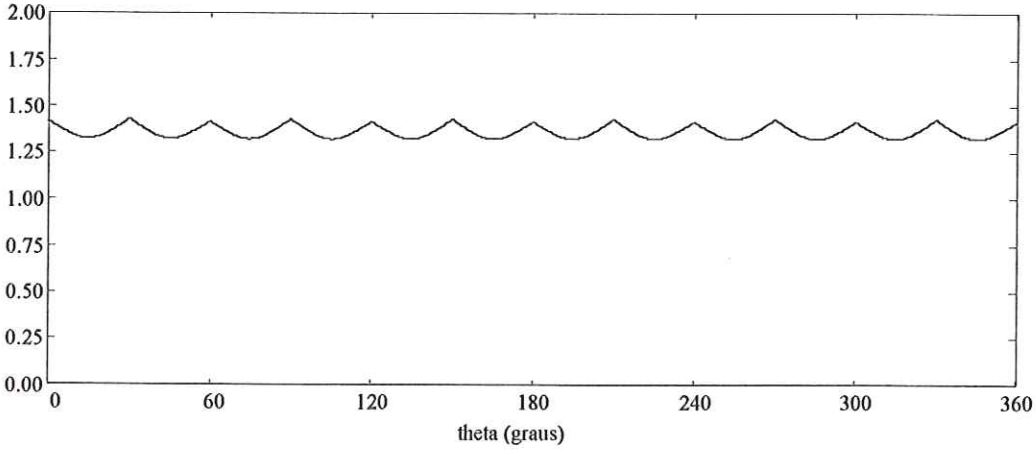


Figura C.18. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida calculada utilizando a distribuição de densidaded de fluxo de entreferro número 2 com o enrolamento número 2.

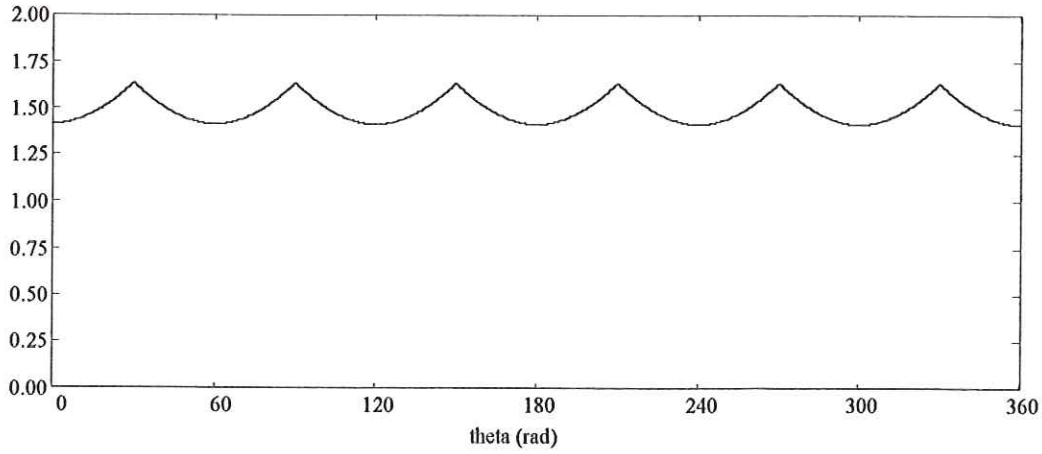


Figura C.19. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida trapezoidal.

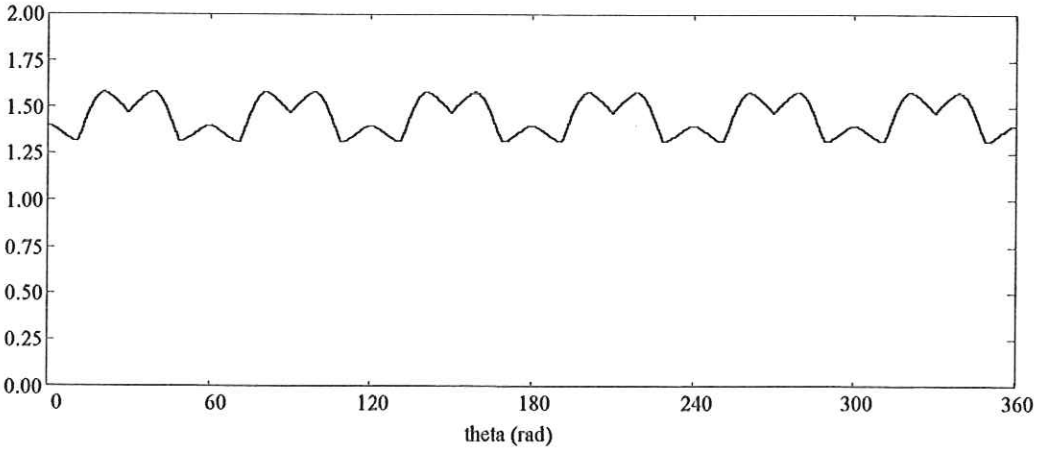


Figura C.20. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida utilizada em GRENIER & LOUIS (1995).

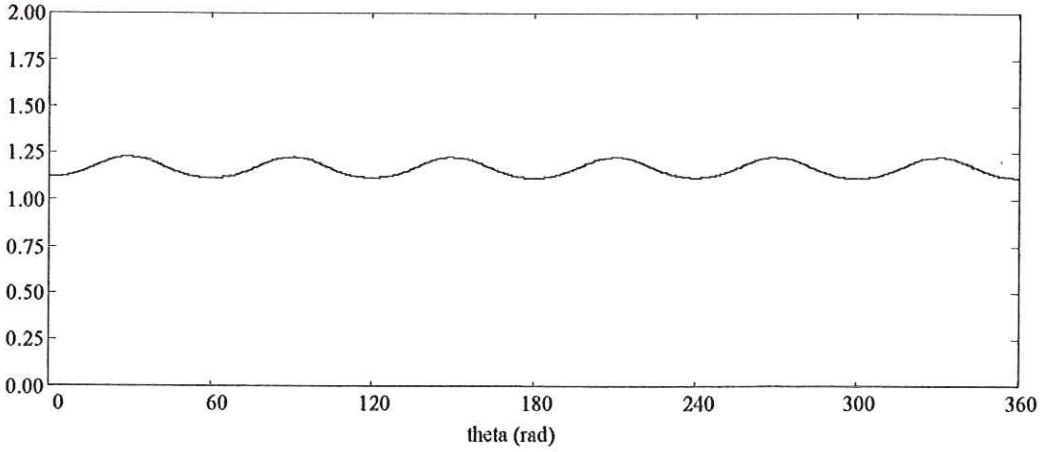
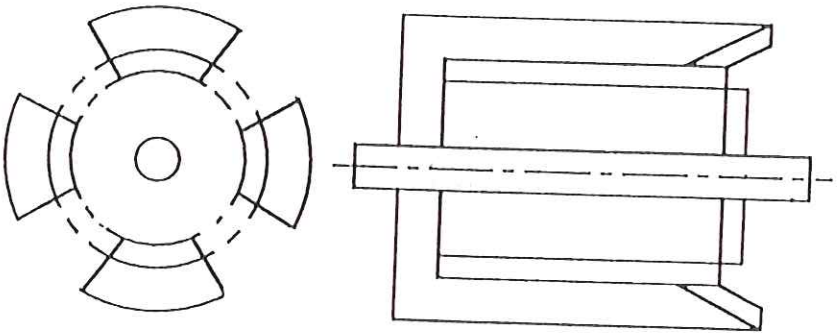


Figura C.21. Solução de $F_{rq}(\theta)$ para a forma de onda de tensão induzida da máquina SIEMENS.

Anexo 1



Rotor *Lundell (Claw pole)* com quatro pólos.