USP

Campus de São Carlos

CÁLCULO DAS SOLUÇÕES DE BAIXA TENSÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA ATRÁVES DE SISTEMAS DINÂMICOS AUXILIARES E FUNÇÃO ENERGIA ESTENDIDA COM MODELO ZIP PARA ANÁLISE DE COLAPSO DE TENSÃO

Autor: Renato Braga de Lima Guedes

Orientador: Prof. Dr. Newton Geraldo Bretas
Co-Orientador: Prof. Dr. Luis Fernando Costa Alberto

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS

Cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga através de sistemas dinâmicos auxiliares e função energia estendida com modelo ZIP para análise de colapso de tensão

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP
EXEMPLAR REVISADO
Data de entrada no Serviço 04/08/04
Ass.:

Renato Braga de Lima Guedes

DEDALUS - Acervo - EESC
31100048923

Tese apresentada à
Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Elétrica

ORIENTADOR: Prof. Newton G. Bretas
CO-ORIENTADOR: Prof. Luis Fernando Costa Alberto

São Carlos
2004

EESC-USP
Biblioteca
Campus de S. Carlos

Class. TESE EESC
Cutt. 2628
Tombo T 179/04
Sysno 1387276

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do
Serviço de Biblioteca - EESC/USP

G924c

Guedes, Renato Braga de Lima
Cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga através de sistemas dinâmicos auxiliares e função energia estendida com modelo ZIP para análise de colapso de tensão / Renato Braga de Lima Guedes. -- São Carlos, 2004.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 4
Área : Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. Newton G. Bretas.
Co-orientador: Prof. Dr. Luis Fernando Costa Alberto.

1. Colapso de tensão. 2. Métodos diretos. 3. Soluções de fluxo de carga. 4. Função energia. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **RENATO BRAGA DE LIMA GUEDES**

Tese defendida e julgada em 27-05-2004 perante a Comissão Julgadora:

APROVADO

Prof. Titular **NEWTON GERALDO BRETAS (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

Prof. Dr. **VIVALDO FERNANDO DA COSTA**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Dr. **CARLOS ALBERTO DE CASTRO JUNIOR**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **ANTÔNIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA**
(Universidade Federal de Itajubá/UNIFEI)

APROVADO

Prof. Dr. **LUIS CARLOS PEREIRA DA SILVA**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Prof. Associado **MURILO ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALIJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Aos meus pais, Hermes e Zuleica e a Adenilde

"Hoje é hoje, amanhã será amanhã, é hoje que tenho a responsabilidade, não amanhã se estiver cega. Responsabilidade de que? A responsabilidade de ter olhos quando os outros os perderam."

José Saramago em "Ensaio Sobre a Cegueira"

Agradecimentos

A Deus, por tudo.

Aos professores Bretas e Luis, pela orientação.

Ao meu irmão Daniel pelo apreço mútuo que existe entre nós.

Ao meu tio Juvêncio, que foi fundamental no primeiro passo dessa longa caminhada.

A todos do LACO, pela amizade.

A FAPESP, pela bolsa concedida que possibilitou a realização deste trabalho.

Conteúdo

Agradecimentos vii

Lista de Abreviaturas e Siglas xvii

Lista de Símbolos xix

Resumo xxi

Abstract xxiii

1 Introdução 1

2 Fundamentos da Teoria de Sistemas Dinâmicos 9

2.1 Sistemas Dinâmicos 9

2.2 Existência e Unicidade das Soluções 10

2.3 Pontos de equilíbrio e Estabilidade 11

2.4 Linearização de sistemas dinâmicos e bifurcações 13

2.4.1 Linearização de Sistemas Dinâmicos 13

2.4.2 Bifurcações de pontos de equilíbrio em sistemas dinâmicos 14

2.5 Análise de estabilidade de sistemas dinâmicos através de funções energia 19

2.5.1 Funções de Lyapunov e o Princípio da Invariância de LaSalle 19

3 Instabilidade em sistemas elétricos de potência 27

3.1 Operação em Regime Permanente e Estabilidade em Sistemas Elétricos de Potência 27

3.2 Instabilidades causadas por grandes perturbações 35

3.2.1 Método clássico de análise de estabilidade transitória em SEPs 37

3.3 Colapso de tensão causado por aumentos lentos de carga 39

3.3.1 O mecanismo do colapso de tensão 41

3.3.2 Existência e importância das múltiplas soluções das equações de fluxo de carga 46

3.3.3 Análise do colapso de tensão através do cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga 50

4 Método proposto para cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga 55

4.1 Propriedades básicas dos sistemas dinâmicos com funções energia 55

4.2 Método proposto para cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga 58

4.2.1 Implementação do método proposto para o cálculo da SBT crítica 62

5 Resultados obtidos 67

5.1 Sistema de teste Stagg 5 barras sem perdas 68

5.1.1 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa na barra 1 70

5.1.2 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 3 e 4 75

5.1.3 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 1, 3 e 4 76

5.2 Sistema IEEE New England de 39 barras 77

5.2.1 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa na barra 7 79
5.2.2 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa na barra 16 80
5.2.3 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 3, 7, 20, 23, 25 e 28 80
5.3 Sistema IEEE 118 barras 81
5.3.1 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa e reativa em todas as barras do sistema 81
5.3.2 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa em todas as barras do sistema 82
5.3.3 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa nas barras da área dois 83
5.3.4 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras da área três 83
5.4 Balanço final do desempenho e esforço computacional requerido pelo método proposto 84

6 Função energia estendida para modelagem de cargas segundo o modelo ZIP 95
6.1 Modelagem dos sistemas de potência através da teoria de perturbação singular 96
6.2 Aplicação de funções energia para a análise de SEPs sujeitos a grandes perturbações 104
6.3 Função energia estendida com modelo de carga ZIP para análise de estabilidade de ângulo e de tensão devido a grandes perturbações108

7 Primeiros resultados obtidos com a função energia estendida proposta 113
7.1 Simulação do sistema de testes de 3 barras para diferentes níveis de carregamentos e tempos de eliminação da falta 115

8 Conclusões 121

Etapas de cálculo da função energia estendida com modelo de carga ZIP proposta neste trabalho 133

Publicações originadas a partir deste trabalho de doutoramento 137

Lista de Figuras

2.1 Pontos de equilíbrio estável e instável antes da ocorrência da bifurcação sela-nó 17

2.2 Ponto de equilíbrio na bifurcação sela-nó 18

2.3 Sistema do pêndulo 22

3.1 Diagrama esquemático de um sistema de potência 28

3.2 Diagrama esquemático de um sistema de potência - Detalhes dos geradores e das cargas 28

3.3 Modelos de SEP comumente empregados para diferentes tipos de perturbação analisados. 33

3.4 Trajetórias do sistema dinâmico sobre as hipersuperfíces pré-falta, em falta e pós-falta 37

3.5 Exemplo de sistema elétrico de potência 40

3.6 Tensão x potência ativa consumida na barra de carga - Para aumentos lentos de carga 41

3.7 Sistema de potência de três barras 48

3.8 Soluções das equações de fluxo de carga à medida que as cargas são aumentadas na barra 1 50

4.1 Desenho esquemático típico de uma parte da área de atração de um ponto de equilíbrio estável e sua fronteira 58

4.2 Ciclos de cálculo do método proposto 63

5.1 Sistema de 5 barras sem perdas 68

5.2 Nível de energia das SBTs do sistema Stagg para aumento de potência ativa e reativa na barra 1 71

5.3 Detalhe do nível de energia das SBTs do sistema Stagg para aumento de potência ativa e reativa na barra 1 72

5.4 Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 1 na SAT e na SBT 1, para aumento de carga na barra 1 73

5.5 Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 1 na SAT e nas SBTs 1,3 e 4 para aumento de carga na barra 1 74

5.6 Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e na SBT 4 para aumento de carga nas barras 3 e 4 75

5.7 Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e nas SBTs 1, 3 e 4 para aumento de carga nas barras 3 e 4 . 76

5.8 Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e nas SBTs 1,3 e 4 para aumento de carga nas barras 1, 3 e 4 77

5.9 Sistema de testes IEEE New England de 39 barras 78

5.10 IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 9 e 12 para aumento de carga na barra 7 80

5.11 IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 21 e 28 para aumento de carga na barra 7 81

5.12 IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 15 e 21 para aumento de carga na barra 16 . . . 82

5.13 IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 9 e 18 para aumento de carga nas barras 3,7,20,23,25 e 28 83

5.14 Sistema IEEE 118 barras 89

5.15 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 50 e 115 para aumento de potência ativa e reativa em todas as barras 90

5.16 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 50 e 115 para aumento de potência ativa e reativa em todas as barras 90
5.17 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 13 e 53 para aumento de potência ativa em todas as barras 91
5.18 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 67 e 86 para aumento de potência ativa em todas as barras 91
5.19 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 47 na SAT e nas SBTs 20 e 117 para aumento de potência ativa nas barras da área 2 92
5.20 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 47 na SAT e nas SBTs 97 e 102 para aumento de potência ativa nas barras da área 2 92
5.21 IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 13 e 115 para aumento de potência ativa e reativa nas barras da área 3 93

6.1 Exemplo de sistema elétrico de potência em falta 99
6.2 Exemplo de sistema elétrico de potência pós-falta 99
6.3 Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP estável . 100
6.4 Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP instável por variação na frequência 101
6.5 Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP instável por variação na tensão 102
6.6 Diagrama esquemático do teorema da Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle 107

7.1 Simulação considerando o modelo de carga ZIP 226 e TCw = $738ms$. 116
7.2 Plano de corte do retrato de fase para a simulação do sistema de teste com a carga ZIP 226 116

Lista de Abreviaturas e Siglas

CCL	do inglês, Closest Loadability Limit
OLTC	On Load Tap Change
	Transformador de tap comutado sob carga
PFM	do inglês, Path Following Method
PQ	Barras de carga do sistema de potência
PV	Barras de tensão controlada do sistema de potência
SAT	Solução de Alta Tensão das equações de fluxo de carga
SBT	Solução de Baixa Tensão das equações de fluxo de carga
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SFC	Solução de Fluxo de Carga
SSSM	do inglês, State Space Search Method

Lista de Símbolos

x^S Ponto de equilíbrio estável de um sistema dinâmico

x^U Ponto de equilíbrio instável de um sistema dinâmico

$A(x^S)$ Área de atração do ponto de equilíbrio estável x^S

$\partial A(x^S)$ Fronteira da área de atração do ponto de equilíbrio estável x^S

W^S Variedade estável de um ponto de equilíbrio

W^c Variedade central

g Aceleração da gravidade

l Comprimento da haste do pêndulo

N_{PV} Número de barras PV do sistema

N_{PQ} Número de barras PQ do sistema

P_{mec} Potência mecânica

P_{elc} Potência elétrica

V_i Tensão na i-ésima barra do sistema

δ_i Ângulo interno do i-ésimo gerador do sistema

θ_i Ângulo de fase na i-ésima barra do sistema

ω_i Velocidade angular do i-ésimo gerador do sistema

D_i Constante de amortecimento do i-ésimo gerador do sistema

M_i Momento de inércia do i-ésimo gerador do sistema

P_{esp_i} Potência ativa consumida na i-ésima barra do sistema

Q_{eps_i} Potência reativa consumida na i-ésima barra do sistema

ΔP_{eps_i} Incremento de potência ativa consumida na i-ésima barra do sistema

ΔQ_{esp_i} Incremento de potência reativa consumida na i-ésima barra do sistema

λ Parâmetros do sistema

J_{din} Matriz jacobiana das equações do sistema dinâmico auxiliar

J_{FC} Matriz jacobiana das equações de fluxo de carga

Φ Trajetória do sistema dinâmico

Resumo

Este trabalho está dividido em duas partes distintas que constituem contribuições inéditas ao estudo da estabilidade em sistemas elétricos de potência. A primeira parte do trabalho é a mais importante e trata do problema da identificação das soluções de baixa tensão críticas do fluxo de carga. Esta parte do trabalho se presta a análise de estabilidade de tensão a pequenas perturbações.

Os últimos capítulos deste trabalho apresentam também uma proposta de função energia estendida que modela as cargas dependentes da tensão segundo o modelo ZIP de carga, considerando a estrutura da rede preservada. Assim, a função energia proposta pode ser utilizada para analisar tanto a estabilidade de tensão como a estabilidade de ângulo em sistemas de potência. Esta proposta também é inédita na literatura. Embora a função energia proposta tenha sido aplicada apenas a sistemas de dimensões reduzidas, os resultados apresentados neste trabalho nos levam a acreditar que essa mesma função energia pode ser utilizada na análise de estabilidade de sistemas de potência de grandes dimensões.

Já o método proposto para identificação das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga se utiliza de um sistema dinâmico auxiliar das equações de fluxo de carga. O sistema dinâmico auxiliar utilizado não tem significado físico, mas pode ser escolhido de tal forma que a solução usual das equações de fluxo de carga seja um ponto de equilíbrio estável do sistema dinâmico auxiliar, e que as soluções de baixa tensão do fluxo de carga sejam pontos de equilíbrio instáveis do sistema dinâmico auxiliar. Dessa forma, é possível calcular as soluções de baixa tensão do fluxo de carga, calculando-se os pontos de equilíbrio instáveis do sistema dinâmico auxiliar. Assim, é possível utilizar partes da teoria de sistemas dinâmicos para estudar as soluções das equações de fluxo de carga. Baseado nestes

princípios, foi desenvolvido um programa para calcular trajetórias do sistema dinâmico auxiliar, que se iniciam e se mantêm nas vizinhanças da fronteira da área de atração do ponto de equilíbrio estável do SEP. Dessa forma é possível afirmar que a trajetória calculada tende a convergir para a solução crítica das equações de fluxo de carga.

O programa foi inicialmente concebido para calcular as soluções de baixa tensão de sistemas elétricos sem perdas. Em seguida o programa desenvolvido foi adaptado para calcular as soluções de baixa tensão de sistemas de potência completos, incluindo também as resistências das linhas de transmissão.

Esta última versão do programa foi testada para os sistemas IEEE 39 e IEEE 118 barras, e os resultados obtidos se mostraram bastante satisfatórios. Assim, o método proposto é uma ferramenta original e eficaz para a solução do problema de calcular a solução crítica das equações de fluxo de carga de sistemas elétricos de potência.

Palavras-Chaves: Estabilidade de tensão, fluxo de carga, soluções de baixa tensão, função energia, métodos diretos

Abstract

This work may be divided into two distinct parts. Both of them are new contributions to stability analysis of power systems. In the first part it is proposed a new method to calculate the critical load flow low voltage solutions, and it is the main part of this work. Meanwhile, the last two chapters of this work presents a proposed extended energy function that consider the common load ZIP models. It allows the analysis of angle and voltage stability for power systems subjected to large disturbances.

This work proposes a method to calculate the low voltage solutions (LVS) of the load flow equations of an electrical power system. The proposed method identifies the LVS involved in the saddle-node bifurcation leading the power system to a voltage collapse. This solution is known as the critical low voltage solution. In order to perform the proposed calculation, an auxiliary dynamical gradient system is used. It is shown that the equilibrium points of that associated auxiliary dynamical gradient system are the solutions of the load flow equations. In such manner, the paper proposes identifying the critical LVS calculating the equilibrium points of an auxiliary dynamical gradient system. The proposed method was tested on the Stagg 5-bus, on the IEEE 39-bus and on IEEE 118-bus test systems, and the results are presented at the end of the text.

Key-words: Voltage stability, load flow, low voltage solutions, energy function, direct methods

Capítulo 1

Introdução

O suprimento de energia elétrica de qualidade e de forma ininterrupta é hoje uma necessidade primordial. A importância dos sistemas de energia é principalmente notada nas grandes cidades, onde meios de transporte de massa, sistemas de telecomunicações, iluminação pública e residencial, serviços de urgência, sistemas de sinalização de trânsito, entre outras coisas, tornam-se inoperantes nas situações de falta de energia. A grande disseminação dos computadores em praticamente todas as atividades cotidianas de boa parte da população, agrava os prejuízos advindos da falta de energia elétrica. Outro problema não menos importante é a paralisação das atividades industriais, gerando prejuízos tanto pelas horas de produção interrompidas, como pela perda de matérias primas e equipamentos em processos industriais que não permitem interrupção. Além disso, os prejuízos materiais costumam ser acompanhados também por distúrbios sociais dos mais variados tipos e intensidades durante os blecautes, causando inclusive perdas humanas.

A extensão e a gravidade dessas situações depende principalmente do horário em que ocorre a falha do fornecimento, bem como a duração do problema. Além disso, o elevado grau de interligação dos sistemas elétricos de maior porte torna uma eventual reenergização do sistema uma atividade complexa e demorada. Todos esses fatores tornam as situações de colapso do fornecimento de energia elétrica especialmente temidas pelas autoridades e técnicos do setor. Em [LEFEVRE e OLIVEIRA, 1996] são relatados alguns blecautes importantes e

suas consequências, bem como as lições aprendidas.

Mas infelizmente os sistemas elétricos de grande porte não podem ser completamente protegidos contra ocorrências que levem ao colapso do fornecimento de energia. Isso acontece tanto por problemas de ordem econômica quanto por problemas de ordem técnica, uma vez que tais situações podem ocorrer devido aos mais diversos fatores. Curto-circuitos, defeitos de equipamentos, erros humanos ou ainda aumentos da carga do sistema para além dos limites máximos de operação, podem dar início a uma sequência de sobrecargas e desligamentos de outros dispositivos que causam o desmantelamento total ou parcial do sistema de potência.

A escassez de recursos financeiros que caracteriza o cenário econômico atual, obrigou as empresas de energia elétrica a tentar utilizar ao máximo a infra-estrutura já existente para produção e transmissão de energia elétrica. Assim, os sistemas elétricos passaram a ser operados cada vez mais próximos dos seus limites máximos. Isso aumentou significativamente o risco de ocorrer situações instáveis. No caso brasileiro, observou-se ainda a redução substancial dos recursos governamentais despendidos em obras de infra-estrutura durante as décadas de oitenta e noventa, o que afetou os programas de construção de novas linhas de transmissão e unidades geradoras. Tal fato deixou o sistema brasileiro operando perigosamente próximo dos seus limites operativos máximos. Uma vez que essa tendência não se mostra reversível a curto ou médio prazo, é cada vez mais urgente o desenvolvimento de metodologias que possibilitem extrair o máximo rendimento dos recursos de geração e transmissão atualmente disponíveis no pais. Assim, é fundamental estudar e entender os fenômenos que podem levar os sistemas elétricos de potência a ficar instáveis.

Até meados dos anos setenta, a atenção dos engenheiros de potência estava mais voltada aos problemas advindos da chamada instabilidade de frequência, onde perturbações mais severas tais como curto-circuitos, levam os geradores à oscilações que acabam por fazer com que algumas máquinas percam o sincronismo e sejam retiradas do sistema. A partir do final daquela década, com os sistemas

elétricos operando cada vez mais carregados, começaram a ocorrer problemas onde não apenas as frequências oscilavam mas também, sob determinadas condições, as tensões nas barras passavam a se comportar de maneira instável. A partir daí passou-se a se dedicar maior atenção ao problema do colapso de tensão, tanto nos estudos de planejamento e expansão do sistema quanto durante a operação.

Em geral, o objetivo final das análises de estabilidade é dizer se o sistema de potência permanecerá operando em uma condição aceitável, após a ocorrência de uma perturbação. A maneira usual de predizer a condição de estabilidade é calcular uma margem de estabilidade, que deve dizer o quanto o SEP está sujeito a se tornar instável.

Analisando a dinâmica dos problemas de estabilidade, os engenheiros de potência passaram a associar as instabilidades de frequência à ocorrência de grandes perturbações no sistema elétrico, tais como grandes curto-circuitos. Em geral os problemas de instabilidade causados por grandes perturbações são analisados através de simulações numéricas de um conjunto de equações diferenciais e não lineares. Já para os casos de estabilidade a pequenas perturbações foram desenvolvidas técnicas de análise estática. Em geral as técnicas de análise estática se utilizam de modelos linearizados dos sistemas de potência para calcular margens de estabilidade e as respostas dos sistemas às perturbações.

Quando os problemas de estabilidade de tensão começaram a se tornar mais comuns, os engenheiros de potência começaram a discutir se o problema da estabilidade de tensão deveria ser tratado como um problema estático ou como um problema dinâmico. Assim, chegou-se a conclusão de que o colapso de tensão é um problema eminentemente dinâmico, embora possa ser analisado através de métodos estáticos se os parâmetros do sistema variarem lentamente [N. YORINO e KITAGAWA, 1992], [XU e MANSUR, 1993]. Essas variações lentas de parâmetros, são, em geral, associadas a aumentos lentos e graduais das cargas do sistema elétrico de potência (SEP).

As diferentes maneiras pelas quais um SEP pode ficar instável levou muitos pesquisadores a analisar os problemas de estabilidade de maneira separada. As-

sim, muitos dos métodos propostos na literatura analisam apenas a estabilidades de tensão, enquanto que outros analisam apenas os aspectos referentes à estabilidade de frequência. Além disso, os métodos são em geral propostos para análise de pequenas (métodos estáticos) ou grandes perturbações (métodos dinâmicos). Na verdade a separação dos métodos em diferentes tipos se deve muito mais a uma tentativa de facilitar a análise do que propriamente a uma desvinculação total entre os diferentes tipos de instabilidade.

Neste contexto, este trabalho começou como um estudo de estabilidade de tensão clássico, onde o SEP era levado à situação de instabilidade através de aumentos lentos de carga. O objetivo inicial era estudar a aplicação dos chamados métodos diretos, também chamados de energéticos, para análise de estabilidade de tensão a pequenas perturbações. Dessa forma, buscava-se contribuir para a solução de duas das maiores dificuldades dos métodos diretos. A primeira é o desenvolvimento de funções energia que englobem modelos mais complexos do sistema de potência, enquanto que um segundo problema diz respeito à dificuldade de se calcular os pontos de equilíbrio instáveis que serão utilizados para medir a margem de estabilidade do sistema de potência.

As pesquisas foram então inciadas, seguindo uma filosofia semelhante a aquela apresentada em [DEMARCO e OVERBYE, 1990], [OVERBYE e DEMARCO, 1991] e [OVERBYE, 1993], onde os métodos diretos foram propostos como uma ferramenta para medir a margem de estabilidade de tensão a pequenas perturbações. Assim, iniciamos a busca para desenvolver um método que permitisse o cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga. Passamos a estudar o comportamento das soluções de baixa tensão (SBT) das equações de fluxo de carga, a fim de encontrar um método de cálculo das SBTs. Neste caso, estávamos particularmente interessados em encontrar um meio de determinar a SBT crítica, que é a SBT que bifurcará com a solução usual do fluxo de carga (solução de alta tensão), e levará o SEP ao colapso. Este trabalho resultou então em um novo método para o cálculo da SBT crítica, que é baseado no uso de um sistema dinâmico auxiliar. Esse sistema dinâmico auxiliar é tal que, todos os seus pontos

de equilíbrio são também soluções das equações de fluxo de carga. Dessa forma, é possível calcular a SBT crítica das equações de fluxo de carga, explorando a dinâmica das órbitas e variedades do sistema dinâmico auxiliar.

Como este trabalho começou com a análise de colapso de tensão através de métodos diretos para estudo de estabilidade de tensão a pequenas perturbações, o objetivo inicial era o cálculo de SBTs das equações de fluxo de carga sem perdas. Embora resulte em modelos menos realistas, a modelagem de SEP desconsiderando-se as perdas é relativamente comum nos trabalhos com métodos diretos, tais como [DEMARCO e OVERBYE, 1990],[OVERBYE e DEMARCO, 1991] e [OVERBYE, 1993]. Entretanto, durante a evolução desta pesquisa adaptou-se o método proposto, a fim de calcular a SBT crítica das equações de fluxo de carga, considerando-se também as perdas do sistema. Assim, o método proposto pode ser usado como uma importante ferramenta auxiliar para qualquer método que meça a margem de estabilidade de tensão através da SBT crítica, tais como os propostos em [N. YORINO e CHENG, 1997] e [CASTRO, 2002], ou ainda para os métodos energéticos propostos em [DEMARCO e OVERBYE, 1990], [OVERBYE e DEMARCO, 1991] e [OVERBYE, 1993]. O método proposto foi testado no sistema Stagg 5 barras, bem como no IEEE 39-barras e IEEE 118-barras. Os resultados obtidos foram bastante interessantes, o que nos leva a afirmar que os nossos objetivos iniciais foram plenamente alcançados.

Ao mesmo tempo, trabalhamos também em uma outra frente que procurava encontrar uma função energia que modelasse as cargas de potência ativa dependentes da tensão. Mais especificamente trabalhávamos com o modelo ZIP de carga. A idéia era usar a Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle, proposto em [ALBERTO, 2000] e publicado em [H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2000] e [H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2001]. De maneira simplificada, a Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle permite que sejam tiradas conclusões a respeito da estabilidade de um sistema dinâmico, mesmo quando a função energia utilizada não é exatamente uma função de Lyapunov. Isso facilita a tarefa de buscar uma função energia para o SEP. Uma função energia desse tipo é chamada

de função energia estendida. A idéia inicial era encontrar uma função energia estendida, também para análise de estabilidade de tensão a pequenas perturbações. Infelizmente os nossos resultados não foram satisfatórios, devido as dificuldades causadas pela presença das regiões onde a derivada temporal da função energia era positiva.

Apesar disso, durante o desenvolvimento da função energia para análise a pequenas perturbações, percebeu-se que era possível calcular uma função energia semelhante, para aplicações na análise de estabilidade a grandes perturbações. O interessante nesse caso é que a função energia estendida proposta pode ser utilizada para garantir tanto a estabilidade de tensão quanto a estabilidade de ângulo de um SEP. Além disso, uma função energia que modela cargas de potência ativa dependentes da tensão é inédita na literatura, até onde sabemos.

Obviamente os dois métodos não se complementam, uma vez que o método de cálculo das SBTs se presta a análise de pequenas perturbações, enquanto que a função energia desenvolvida serve para análise de grandes perturbações. Entretanto, esses dois métodos constituem avanços inéditos e interessantes em duas formas distintas de se analisar o problema de estabilidade em sistemas de potência.

O trabalho principal deste doutoramento é o método de cálculo das SBTs, que consideramos uma ferramenta importante e original para a solução do problema do cálculo da SBT crítica de um sistema de potência. Além disso o método de cálculo das SBTs foi testado com sucesso em sistemas de potência de várias dimensões. A função energia com carga ZIP proposta foi testada apenas para sistemas de potência simples de três barras. Assim, embora a função energia proposta seja também inédita e os resultados iniciais tenham sido encorajadores, a proposta ainda deve ser efetivamente verificada em sistemas de potência de maior dimensão. Dessa forma, os capítulos seis e sete deste trabalho não possuem uma relação direta com o resto da tese. A decisão de incluir esses capítulos neste trabalho se deu mais pelo desejo de mostrar os resultados alcançados também nesta outra linha de pesquisa.

Esta tese é iniciada por uma rápida revisão dos conceitos básicos de sistemas dinâmicos no capítulo dois. O capítulo três descreve as possíveis maneiras com que um sistema de potência pode ficar instável. O capítulo quatro apresenta a teoria que embasa o método proposto para cálculo das SBTs das equações de fluxo de carga. No capítulo cinco são apresentados e comentados os resultados obtidos com o método de cálculo das SBTs críticas. Os capítulos seis e sete apresentam, respectivamente, os fundamentos da proposta de função energia estendida para modelagem de carga ZIP e os resultados encontrados com a aplicação da função proposta para análise de estabilidade a grandes perturbações. O trabalho é finalizado com as conclusões, que são apresentadas no capítulo oito.

Capítulo 2

Fundamentos da Teoria de Sistemas Dinâmicos

Os sistemas de potência são comumente modelados por um conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares. Dessa forma, muitos dos estudos de estabilidade dos sistemas elétricos de potência estão baseados na teoria de sistemas dinâmicos.

Este capítulo faz um resumo de alguns conceitos básicos da teoria de sistemas dinâmicos, que são utilizados na análise da estabilidade em sistemas de potência. Também são apresentados os conceitos básicos das chamadas funções energia, que serão utilizadas para justificar e implementar o método de cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga, apresentados neste trabalho.

2.1 Sistemas Dinâmicos

Muitos sistemas dinâmicos são modelados matematicamente por um conjunto de equações diferenciais do tipo $\dot{x} = f(.)$, onde $f(.)$ é um vetor de equações. O vetor $f(.)$ pode ser composto por um conjunto de equações lineares ou não lineares, dependentes das próprias variáveis de estado x, do tempo t, ou ainda de algum agente forçante externo u. Um sistema dinâmico que depende explicitamente do tempo é dito ser um sistema variante no tempo. Caso não dependa diretamente do tempo o sistema dinâmico é dito ser um sistema autônomo. Já um sistema

forçado é aquele que sofre a ação de um agente forçante externo u.

Considere e seja a equação diferencial da forma:

$$\dot{x} = f(x) \tag{2.1}$$

onde $x = x(t)$ é uma função desconhecida de t e $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ é uma função de x dada. O sistema descrito por (2.1) é autônomo, porque não depende explicitamente do tempo.

Uma função x(t) é uma solução de (2.1) no intervalo $I \subset R$ se $\dot{x}(t) = f(x(t))$ para todo $t \in I$. Se uma condição inicial é conhecida, a função x(t), solução de (2.1), também deve satisfazer essa condição. Dessa forma, se para um dado momento $t_0 \in I$, a função $x(t_0) = x_0$, então deve-se achar uma função $x(t)$ tal que tanto a equação diferencial quanto a condição inicial estejam satisfeitas. Este tipo de problema é conhecido como problema de valor inicial (PVI).

2.2 Existência e Unicidade das Soluções

A primeira pergunta que se deve fazer na análise de um PVI é se existe solução e caso exista, se ela é única. O teorema da existência e unicidade local, demonstrado em [KHALIL, 1996] e mostrado a seguir, estabelece quais são as condições para se garantir a existência e a unicidade das soluções numa região do sub-espaço considerado.

Teorema 2.1 *Seja um sistema dinâmico do tipo* $\dot{x}(t) = f(t, x(t)), t \geq 0; x(t_0) = x_0$. *Se f(t,x) for contínua em t e satisfizer a condição de Lipschitz* $||f(t,x) - f(t,y)|| \leq L||x - y||$, *qualquer que seja* $x,y \in B = \{R^n$ *tal que* $||x - x_0|| \leq r\}$ *e qualquer que seja* $t \in [t_0, t_1]$. *Então existe algum* $\delta > 0$ *tal que a equação de estados* $\dot{x}(t) = f(t, x(t)); x(t_0) = x_0$ *possui um única solução em* $[t_0, t_0 + \delta]$.

Pelo teorema 2.1 é possível inferir sobre a existência e unicidade da solução dentro de uma região que depende do valor de δ. Entretanto, essa região tanto pode ser muito pequena quanto difícil de ser estimada para alguns casos. A

existência de uma solução única em todo o domínio do espaço de estados é garantida quando a função $f[t, x(t)]$ atende as condições do teorema de existência e unicidade global, mostrado a seguir:

Teorema 2.2 *Seja um sistema dinâmico do tipo* $\dot{x}(t) = f(t, x(t)), t \geq 0; x(t_0) = x_0$. *Se f(t,x) for contínua em t e satisfizer* $||f(t,x) - f(t,y)|| \leq L||x - y||$ *e* $||f(t, x_0)|| \leq h$, *qualquer que seja x,y* $\in R^n$ *e qualquer que seja* $t \in [t_0, t_1]$. *Então a equação de estados* $\dot{x}(t) = f(t, x(t)); x(t_0) = x_0$ *possui um única solução em* $[t_0, t_1]$.

2.3 Pontos de equilíbrio e Estabilidade

Uma vez estabelecidas as condições de existência e unicidade das soluções, uma outra definição muito importante é a de ponto de equilíbrio. Considerando-se um sistema dinâmico do tipo descrito em (2.1), um ponto $x^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto de equilíbrio de $\dot{x} = f(x)$ se $f(x^*) = 0$. Os pontos de equilíbrio também são comumente chamados de pontos críticos.

Definição 2.3 *Um ponto de equilíbrio* $x^* \in \mathbb{R}^n$ *de (2.1) é dito ser estável se para algum* $\epsilon > 0$ *dado, existe um* $\delta > 0$ *dependente de* $\in$, *tal que para todo* x_0 *satisfazendo* $|x_0 - x^*| < \delta$, *a solução* $\phi(t, x_0)$ *de (2.1) iniciado em* x_0 *satisfaz a desigualdade* $|\phi(t, x_0) - x^*| < \epsilon$ *para todo* $t \geq 0$.

Definição 2.4 *Um ponto de equilíbrio é instável se não for estável.*

Em outras palavras, o que a definição 2.3 garante é que um ponto de equilíbrio x^* é estável se uma solução do sistema dinâmico iniciada nas proximidades de x^* permanecer numa vizinhança desse ponto, para todo o tempo futuro.

Definição 2.5 *Um ponto de equilíbrio estável* x^* *será assintoticamente estável se existir um* $r > 0$ *tal que* $|\phi(t, x_0) - x^*| \to 0$ *a medida que* $t \to +\infty$ *para todo* x_0 *satisfazendo* $|x_0 - x^*| < r$.

O teorema a seguir fornece uma maneira analítica de se inferir a estabilidade de um ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico.

Teorema 2.6 *Suponha que $f : R^n \to R^n$ seja uma função de classe C^1 (contínua e que tem derivada primeira contínua) e que $x^* \in \mathbb{R}^n$ seja um ponto de equilíbrio de $\dot{x} = f(x)$, isto é, $f(x^*) = 0$. Suponha também que $\frac{\partial f(x^*)}{\partial x}$ seja uma matriz não singular. Então o ponto de equilíbrio x^* é assintoticamente estável se todos os autovalores da matriz $\frac{\partial f(x^*)}{\partial x}$ tiverem parte real negativa e é instável se algum desses autovetores tiver parte real positiva.*

Teorema 2.7 *Um ponto de equilíbrio $x^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto de equilíbrio hiperbólico de $\dot{x} = f(x)$, se todos os autovalores de $\frac{\partial f(x^*)}{\partial x}$ tiverem parte real diferente de zero.*

Teorema 2.8 *Um ponto de equilíbrio $x^* \in \mathbb{R}^n$ é um ponto de equilíbrio degenerado ou não hiperbólico de $\dot{x} = f(x)$, se algum dos autovalores de $\frac{\partial f(x^*)}{\partial x}$ tiverem parte real igual a zero.*

O conhecimento das posições no espaço de estados dos pontos de equilíbrio estáveis e instáveis (hiperbólicos ou não), constitui uma informação fundamental para a análise do comportamento das soluções dos sistemas dinâmicos. A fusão de pontos de equilíbrio e a transformação de pontos de equilíbrio hiperbólicos em não hiperbólicos, devido a variações nos parâmetros de um sistema dinâmico, são responsáveis por variações extremamente importantes nas órbitas dos sistemas dinâmicos. Essas mudanças dos pontos de equilíbrio de um sistema dinâmico são chamadas de bifurcações. As alterações nas órbitas provocadas pela ocorrência de bifurcações afetam diretamente o modo como o sistema dinâmico reage à perturbações [HALE e KOçAK, 1991].

2.4 Linearização de sistemas dinâmicos e bifurcações

2.4.1 Linearização de Sistemas Dinâmicos

Seja um sistema dinâmico do tipo descrito em (2.4) onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, repetido abaixo:

$$\dot{x} = f(x)$$

Calculando-se a sua expansão em série de Taylor e desconsiderando-se os termos de ordem maior ou igual a dois, tem-se que esse sistema dinâmico pode ser aproximado por um sistema dinâmico linear do tipo descrito em (2.2):

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x}.\Delta x = J.\Delta x \tag{2.2}$$

A resposta de um sistema dinâmico linear é uma função vetorial do tipo

$$\Delta x = c_1\overrightarrow{v_1}e^{\gamma_1 t} + c_2\overrightarrow{v_2}e^{\gamma_2 t} + ... + c_n\overrightarrow{v_n}e^{\gamma_n t} \tag{2.3}$$

onde os $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, ..., \overrightarrow{v_n}$ são os auto-vetores da matriz J, e os $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n$ são os autovalores associados a esses auto-vetores. A estabilidade de um sistema dinâmico linearizado pode ser determinada através do cálculo dos autovalores da matriz J do sistema dinâmico. Como pode ser visto em (2.3), se todos os autovalores de J tiverem parte real negativa, Δx apresentará um comportamento de amortecimento. Isso acontece porque os termos exponenciais componentes da resposta tenderão a zero a medida que o tempo tender ao infinito. Se um ou mais dos autovalores forem positivos, os modos de resposta associados a esses autovalores positivos tenderão ao infinito quando o tempo crescer. Isso faz com que a resposta Δx apresente componentes que crescem indefinidamente.

A linearização de um sistema dinâmico permite, portanto, que seja calculada uma aproximação da resposta do sistema dinâmico original. Entretanto, essa resposta aproximada só é válida nas vizinhanças do ponto de operação considerado

no processo de linearização. Isto faz com que o estudo da resposta de um sistema dinâmico através de sua linearização só seja válido quando as perturbações forem suficientemente pequenas. Caso contrário, o ponto de operação do sistema se afasta do ponto em torno do qual o sistema foi linearizado e a análise não é mais válida.

A linearização do sistema dinâmico também é particularmente complicada nas proximidades de um ponto de bifurcação. Nesse caso, as não linearidades do sistema dinâmico original se fazem mais significativas. Isso pode fazer com que o sistema dinâmico linearizado não seja mais uma boa aproximação do sistema dinâmico original. Obviamente esse problema será tão mais significativo quanto maiores forem as não linearidades do sistema dinâmico em estudo.

2.4.2 Bifurcações de pontos de equilíbrio em sistemas dinâmicos

Seja o sistema de equações diferenciais genérico:

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \tag{2.4}$$

onde λ é um parâmetro do sistema e f é uma função de classe C^1. Suponha que (2.4) pode ser linearizado em torno de um ponto de operação obtendo-se:

$$\Delta\dot{x} = \frac{\partial f(x, \lambda)}{\partial x}.\Delta x = J.\Delta x \tag{2.5}$$

O teorema das funções implícitas garante que, se o sistema (2.4) possui um ponto de equilíbrio assintoticamente estável e isolado e a matriz J calculada nesse ponto de equilíbrio é não singular, então continuará existindo um único ponto de equilíbrio assintoticamente estável, próximo ao ponto de equilíbrio original, se ocorrerem perturbações suficientemente pequenas do parâmetro λ. Satisfeita esta condição, as bifurcações de pontos de equilíbrio só poderão ocorrer quando o determinante da matriz J for igual a zero. Tal fato permite estudar as bifurcações através da singularidade da matriz J, que pode ser verificada através de uma auto-análise dessa matriz. Esse tipo de abordagem é conhecida como estabilidade

de pequenas perturbações (do inglês "small signal stability") e a ocorrência de bifurcações de pontos de equilíbrio é associada à existência de autovalores da matriz J com parte real nula.

Dependendo principalmente dos tipos das equações consideradas no modelo, podem ocorrer diferentes tipos de bifurcação como, por exemplo, as bifurcações do tipo sela-nó. As bifurcações sela-nó são relacionadas à existência de apenas um autovalor real nulo da matriz J, indicando a ocorrência de uma instabilidade monotônica. Se um par complexo conjugado de autovalores da matriz J cruzar o eixo imaginário do plano complexo tem-se bifurcação de Hopf, que é relacionada à ocorrência de uma instabilidade oscilatória.

Por se tratar do tipo mais comum de bifurcação que causa a instabilidade de tensão nos sistemas elétricos de potência, a dinâmica da bifurcação sela-nó será explicada com maiores detalhes na seção seguinte.

Bifurcações Sela-nó em Sistemas Dinâmicos

A fim de se entender as bifurcações sela-nó dos pontos de equilíbrio de um sistema dinâmico, considere inicialmente um sistema dinâmico não linear do tipo (2.1) onde $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ satisfaz as condições de existência e unicidade das soluções. Seja x_0 um ponto de equilíbrio hiperbólico. Isto significa que a matriz jacobiana do sistema (2.1)

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0) \tag{2.6}$$

não possui autovalores com a parte real igual a zero. Como o ponto de equilíbrio x_0 é tal que o determinante da matriz jacobiana calculado nesse ponto é diferente de zero, então x_0 é dito ser simples. O tipo de um ponto de equilíbrio x_0 é o número de autovalores da matriz jacobina, avaliada no ponto x_0, que possuem parte real positiva.

A variedade instável $W^u(x_1)$ do ponto de equilíbrio x_1 é o conjunto de condições iniciais no espaço de estados cujas as trajetórias convergem para x_1 quando $t \to -\infty$. A variedade instável $W^u(x_1)$ é tangente em x_1 ao sub-espaço vetorial gerado pelos auto-vetores associados aos autovalores da matriz jacobiana

com parte real positiva no ponto x_1. Analogamente, a variedade estável $W^s(x_1)$ é definida como a região do espaço de estados onde as trajetórias convergem para x_1 quando $t \to \infty$. A variedade estável é tangente ao sub-espaço gerado pelos auto-vetores associados aos autovalores da matriz jacobiana que possuem parte real negativa no ponto x_1. Se x_1 é hiperbólico, então a dimensão da variedade instável $W^u(x_1)$ é igual ao tipo de x_1. Para pontos de equilíbrio não hiperbólicos existe outro tipo de conjunto invariante, chamado de variedade central $W^c(x_*)$, que é tangente ao sub-espaço gerado pelos auto-vetores associados aos autovalores da matriz jacobiana que possuem parte real nula no ponto x_*.

Considere um sistema de equações diferenciais não lineares, de dimensão n e dependentes de um parâmetro λ, do tipo:

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \tag{2.7}$$

tal que, para um certo λ inicial exista um ponto de equilíbrio estável e um ponto de equilíbrio instável tipo um, x_1^U, de modo que a sua variedade instável $W^u(x_1^U)$ possa ser decomposta conforme a relação:

$$W^u(x_1^U) = W_-{}^u \cup \{x_1{}^U\} \cup W_+{}^u \tag{2.8}$$

tal como mostrada na figura 2.1. Esta figura permite entender o conceito de área de atração de um ponto de equilíbrio estável.

Definição 2.9 *A área de atração $A(x^S)$ do ponto de equilíbrio estável x^S, é a região do espaço de estados tal que, dado um ponto inicial $x_{inicial}$, pertencente à $A(x^S)$, a trajetória $\Phi(x_{inicial}, t_0) \to x^S$ quando $t \to \infty$.*

Antes da bifurcação ocorrer, uma parte da variedade instável $W_-{}^u(x_1{}^U)$ do ponto de equilíbrio instável $x_1{}^U$, conecta este ponto de equilíbrio instável ao ponto de equilíbrio estável do sistema. Essa variedade instável está parcialmente localizada dentro da área de atração do ponto de equilíbrio estável x^S. Nesta situação, se o ponto inicial $x_{inicial}$ do sistema estiver dentro da região de atração do ponto de equilíbrio estável, e de maneira particular sobre a variedade instável $W_-{}^u(x_1{}^U)$

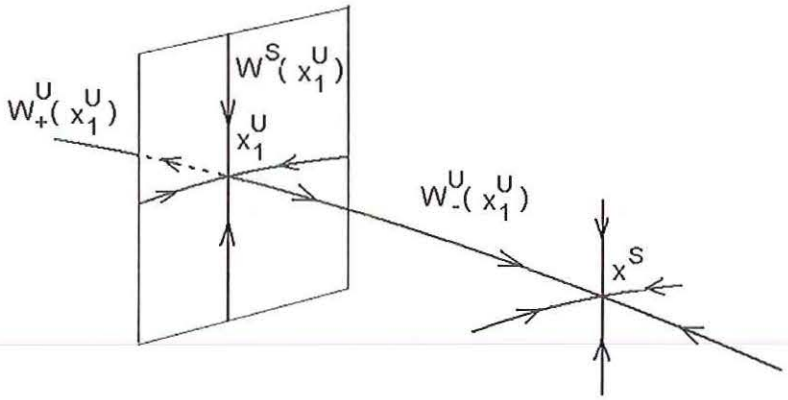

Figura 2.1: Pontos de equilíbrio estável e instável antes da ocorrência da bifurcação sela-nó

do ponto de equilíbrio instável x_1^U, a trajetória do sistema, $\Phi(x_{inicial}, t_0)$, tenderá para o ponto de equilíbrio estável x^S. A figura 2.1 estabelece graficamente a situação [I. DOBSON e VU, 1992].

À medida que o parâmetro λ é aumentado, o ponto de equilíbrio estável x^S vai se aproximando do ponto de equilíbrio instável ${x_1}^U$ e o subconjunto $W_-{}^u({x_1}^U)$ vai ficando cada vez menor. No ponto de bifurcação ($\lambda = \lambda_*$) x^S e ${x_1}^U$ se fundem para formar o ponto $x_* = x^{S*} = {x_1}^{U*}$. Neste ponto a matriz jacobiana possui um autovalor com parte real nula, enquanto que todos os outros autovalores continuam a ter as suas partes reais negativas. O auto-vetor $\vec{w}$, associado ao autovalor nulo no ponto de bifurcação, aponta na direção do segmento de reta que unia os pontos x^S e ${x_1}^U$ um pouco antes da ocorrência da bifurcação. Neste caso, como o sub-espaço vetorial gerado pelo auto-vetor $\vec{w}$ é unidimensional, a variedade central também será unidimensional e tangente ao próprio auto-vetor $\vec{w}$ no ponto de bifurcação x^*. O ponto de equilíbrio x^* possui, portanto, uma variedade central unidimensional e a variedade estável será n-1 dimensional. A variedade central pode ser decomposta na seguinte relação de conjuntos:

$$W^c = W_-{}^c \cup \{x_*\} \cup W_+{}^c \tag{2.9}$$

A figura 2.2 mostra graficamente a situação.

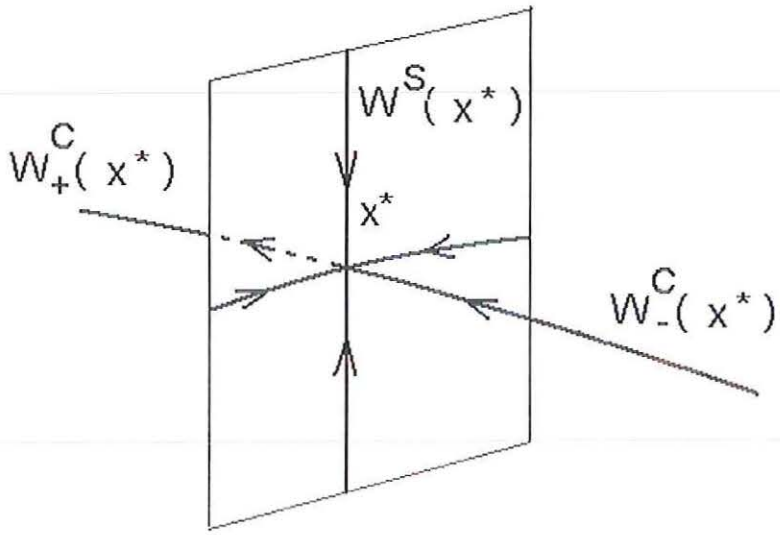

Figura 2.2: Ponto de equilíbrio na bifurcação sela-nó

O campo vetorial no ponto de equilíbrio x^* é estável ao longo do subconjunto $W_-{}^c$ da variedade central, mas é instável ao longo de $W_+{}^c$. Na situação de bifurcação, o ponto x^* é um ponto de equilíbrio instável, uma vez que qualquer perturbação que leve o ponto de operação para dentro da região que contém o subconjunto $W_+{}^c$ fará com que o ponto de operação se afaste do ponto de equilíbrio x^*. Isto caracteriza a instabilidade da situação de bifurcação.

A trajetória inicial da solução do sistema pode ser aproximada pela variedade central. Na verdade, se o ponto de operação do sistema for deslocado para uma posição que não pertença ao sub-conjunto $W_+{}^c$ da variedade central ele tenderá exponencialmente para $W_+{}^c$ devido ao efeito da variedade estável $W^s(x^*)$. A trajetória do ponto de operação x será dada pelos efeitos combinados da variedade central $W^c(x^*)$ e da variedade estável $W^s(x^*)$.

2.5 Análise de estabilidade de sistemas dinâmicos através de funções energia

Funções energia são definidas em [HALE e KOçAK, 1991], como sendo as primeiras integrais de sistemas dinâmicos conservativos. Matematicamente, pode-se dizer que a função energia é definida positiva nas vizinhanças do ponto de equilíbrio estável.

Pode-se visualizar um ponto de operação estável de um sistema dinâmico como se ele estivesse no fundo de uma bacia de energia. A borda desta bacia é demarcada pelos pontos de equilíbrio instáveis. Conceitualmente, a função energia indica o tamanho da barreira de energia, ou ainda, a profundidade da bacia energética para uma dada situação do sistema dinâmico. O ponto de operação de um sistema dinâmico deve se encontrar inicialmente em repouso em torno do ponto de equilíbrio estável x^S, localizado no fundo da bacia energética. Quando alguma perturbação é dada ao sistema, o ponto de operação é deslocado do fundo da bacia energética em direção às bordas da bacia. Se a energia transferida ao sistema for capaz de fazer o ponto de operação atingir a borda da bacia energética com velocidade diferente de zero, então o sistema não mais voltará ao ponto de equilíbrio estável, no fundo da bacia energética. Neste caso, o sistema pode convergir para outro ponto de operação estável em alguma outra região de mínimo local de energia, ou ainda se tornar instável, caso nenhum outro ponto de equilíbrio estável seja encontrado.

Dessa forma, as funções energia podem ser utilizadas para estimar a área de atração de um ponto de equilíbrio estável, x^S, de um dado sistema dinâmico.

2.5.1 Funções de Lyapunov e o Princípio da Invariância de LaSalle

A busca de funções energia associadas a um determinado sistema dinâmico nem sempre é uma tarefa fácil. Uma escolha inadequada pode levar a grandes dificuldades para se estabelecer, ou até mesmo se estimar, a área de atração de um

ponto de equilíbrio estável.

Uma boa candidata a função energia de um sistema dinâmico deve estar de acordo com as idéias estabelecidas no segundo teorema de Lyapunov. As idéias de Lyapunov foram baseadas nos trabalhos de Lagrange e Dirichlet. Em 1788 Lagrange estabeleceu que:

"Num sistema conservativo, se um ponto de equilíbrio for um mínimo isolado de energia potencial então ele é estável".

Em 1846, Dirichlet provou formalmente a idéia estabelecida por Lagrange. Lyapunov partiu desses dois trabalhos para estabelecer os seus dois teoremas.

Segundo Lyapunov, dado um sistema dinâmico do tipo $\dot{x} = f(t, x)$ tal que, para todas as condições iniciais as soluções dos PVIs são únicas (a existência e unicidade das soluções é garantida), se $\Phi(t)$ é uma solução definida para todo $t \geq 0$ e a estabilidade é definida conforme estabelecido pela definição 2.3, então o seguinte teorema é válido:

Teorema 2.10 *(Lyapunov) Se existir uma função escalar $W(x)$ definida positiva, para a qual $\frac{dW(\Phi(t))}{dt} \leq 0$ em alguma região Ω contendo a origem, então a solução zero de $\dot{x} = f(x)$ é estável.*

Uma função $W(x)$ é definida como uma função definida positiva se:

Definição 2.11 *Uma função escalar $W(x)$ é dita ser definida positiva num conjunto Ω se, e somente se, $W(0) = 0$ e $W(x) > 0$ para todo $x \neq 0$ e $x \in \Omega$.*

Definição 2.12 *Uma função escalar $W(x)$ é dita ser definida negativa num conjunto Ω se $-W(x)$ é definida positiva.*

O que o teorema 2.10 e a definição de estabilidade 2.3 garantem, é que uma solução $\Phi(t_0)$ iniciada suficientemente próxima do ponto x_0, não deve se afastar da solução $x(t, t_0, x_0)$. Isso permite que uma solução $\Phi(t_0)$ que oscile em torno da solução $x(t, t_0, x_0)$ seja considerada estável, ainda que $\Phi(t_0)$, não necessariamente convirja para $x(t, t_0, x_0)$. Como a solução $x(t, t_0, x_0)$ é o próprio ponto

de equilíbrio estável (x_0, t_0), então o teorema (2.10) garante que a solução $\Phi(t_0)$ deve permanecer nas vizinhanças do ponto de equilíbrio estável, à medida que o tempo cresce.

O teorema 2.13 é mais restritivo quanto a estabilidade da solução uma vez que estabelece as condições para que a solução $\Phi(t_0)$ seja assintoticamente estável.

Teorema 2.13 *(Lyapunov) Se existir uma função escalar W(x) definida positiva, para a qual* $\frac{dW(\Phi(t))}{dt} < 0$ *em alguma região* Ω *contendo a origem, então a solução zero de* $\dot{x} = f(x)$ *é assintoticamente estável.*

Pelo teorema 2.13, a solução $\Phi(t)$ deve convergir assintoticamente para o ponto de equilíbrio estável do sistema. Para a maioria dos problemas práticos a garantia de convergência assintótica estabelecida pelo teorema (2.13) é fundamental.

Uma função W(x) que atenda a esses teoremas é uma função de Lyapunov.

Tome-se por exemplo um pêndulo de massa m, colocado numa haste de comprimento l. Considerando-se o ângulo Θ como sendo a posição do pêndulo com relação ao eixo vertical, e sabendo-se que a força peso que age sobre o pêndulo é dada pelo produto da massa do pêndulo pela aceleração da gravidade, pode-se fazer a decomposição das forças conforme mostrado na figura 2.3.

A equação que descreve o comportamento do pêndulo é:

$$\frac{d^2\Theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} sen\Theta \tag{2.10}$$

A solução dessa equação diferencial de segunda ordem é uma função $\phi(t)$, dependente do tempo, que descreve o comportamento do pêndulo. Além de satisfazer a equação diferencial, a solução $\phi(t)$ deve satisfazer também as condições iniciais $\phi(0) = \Theta_0$ e $\dot{\phi}(0) = \omega_0$

A equação (2.10) pode ser reescrita como um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{\Theta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= -\tfrac{g}{l} sen(\Theta) \end{aligned} \tag{2.11}$$

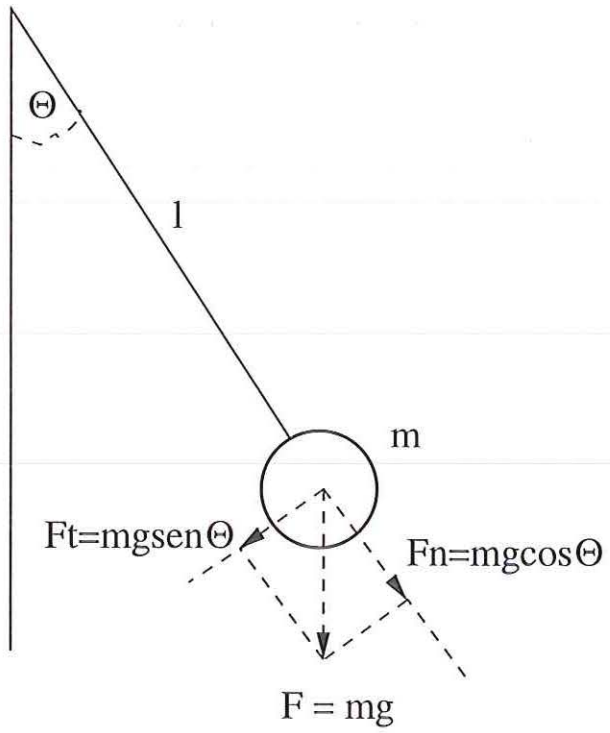

Figura 2.3: Sistema do pêndulo

Como nos pontos de equilíbrio de (2.11) tem-se que $\dot{\omega} = 0$ e $\dot{\Theta} = 0$ então:

$$\begin{aligned} 0 &= \omega \\ 0 &= -\tfrac{g}{l} sen(\Theta) \end{aligned} \tag{2.12}$$

De (2.12) tem-se que os pontos de equilíbrio de (2.11) são os pares $(\omega = 0, \Theta = 0)$ e $(\omega = 0, \Theta = \Pi)$.

Intuitivamente sabe-se que a posição $\Theta = 0$ é um ponto de equilíbrio estável. Uma perturbação momentânea, aplicada ao pêndulo nesta posição, faz com que esse pêndulo se desloque do ponto de equilíbrio estável, para em seguida retornar a este mesmo ponto. Já o ponto de equilíbrio $(\omega = 0, \Theta = \Pi)$ é um ponto de equilíbrio instável. É fácil perceber que um pêndulo equilibrado sobre a sua haste, está em uma situação instável. Nesse caso, qualquer pequena perturbação faz com que o pêndulo saia deste ponto de equilíbrio instável e após algum tempo de oscilação, pare no ponto de equilíbrio estável.

Uma vez que esse sistema dinâmico é fisicamente realizável, sabe-se de an-

temão que deve existir uma solução de (2.11). É claro que também é possível mostrar matematicamente que esta solução existe. Entretanto, é impossível expressá-la em termos de funções analíticas conhecidas (senos, cossenos, exponenciais, etc). Dessa forma, a única maneira de se obter alguma informação sobre o comportamento das soluções desse sistema dinâmico é calculando a sua solução numérica. Mas o cálculo numérico da solução de um sistema dinâmico exige, normalmente, um alto grau de esforço computacional. Isto é especialmente verdade nos casos de sistemas dinâmicos maiores, muito comuns nos problemas de engenharia elétrica.

Assim, sabe-se que o ponto $(\omega = 0, \Theta = 0)$ é um ponto de equilíbrio. Os teoremas 2.10 e 2.13 permitem que se mostre matematicamente que esse ponto de equilíbrio é, de fato um ponto de equilíbrio estável.

Pode-se considerar a função

$$W(\Theta, \omega) = \frac{1}{2}\omega^2 - \frac{g}{l}cos\Theta + \frac{g}{l} \tag{2.13}$$

como sendo uma candidata a função de Lyapunov do sistema dinâmico (2.11). Essa função $W(\Theta, \omega)$ é tal que $W(0,0) = 0$ e $W(\Theta, \omega) > 0$ para todo $\omega \in (R - 0)$ e para todo $\Theta \in (-2\pi, 2\pi) - 0$. Portanto, $W(\Theta, \omega)$ é definida positiva no conjunto Ω, que nesse caso é definido por:

$$\Omega = \{(\Theta, \omega) : \Theta \in (-2\pi, 2\pi)\} \tag{2.14}$$

Derivando-se W, tem-se:

$$\dot{W}(\Theta(t), \omega(t)) = \frac{\partial W}{\partial \omega}\dot{\omega} + \frac{\partial W}{\partial \Theta}\dot{\Theta} = \omega(-\frac{g}{l}sen\Theta) + (\frac{g}{l}sen\Theta)\omega = 0 \tag{2.15}$$

Pela equação (2.15) e de acordo com o teorema 2.10, o ponto (0,0) é um ponto de equilíbrio estável do sistema dinâmico do pêndulo. Se o pêndulo for deslocado da posição de equilíbrio, sabe-se intuitivamente, que ele deve passar a oscilar em

torno do ponto de equilíbrio estável. Como não tem nenhum amortecimento, o pêndulo oscila indefinidamente.

Considere agora um pêndulo onde o efeito de um amortecimento proporcional a velocidade, atrito por exemplo, é considerado. O novo sistema dinâmico é mostrado abaixo:

$$\dot{\Theta} = \omega$$
$$\dot{\omega} = -d\omega - \frac{g}{l} sen\Theta$$

onde $d > 0$ é uma constante de amortecimento.

Considere agora a mesma função de Lyapunov do pêndulo sem amortecimento. Nesse caso a derivada de $W(t)$ com relação ao tempo é dada por:

$$\dot{W}(\Theta(t), \omega(t)) = \frac{\partial W}{\partial \omega}\dot{\omega} + \frac{\partial W}{\partial \Theta}\dot{\Theta} = \omega(-d\omega - \frac{g}{l} sen\Theta) + (\frac{g}{l} sen\Theta)\omega = -d\omega^2 \leq 0 \tag{2.16}$$

Da equação (2.16) vê-se que a derivada da função $W(t)$ com relação ao tempo é sempre menor ou igual a zero. Entretanto, a equação (2.16) não garante que o ponto $(0, 0)$ seja um ponto de equilíbro assintoticamente estável, uma vez que a função $\dot{W}(\Theta(t), \omega(t))$ é igual a zero em todos os pontos de eixo $\omega = 0$. Mas fisicamente se sabe que um pêndulo amortecido, deslocado da posição de equilíbrio também oscilará em torno do ponto de equilíbrio estável mas, ao contrário do caso anterior, em oscilações com amplitude cada vez menores. A presença do atrito fará com que o pêndulo tenda assintoticamente para a posição de equilíbrio estável após um tempo t, o que caracteriza o ponto de equilíbrio como assintoticamente estável. Essa aparente contradição pode ser resolvida pelo princípio da invariância de LaSalle, descrito a seguir.

Um detalhe importante sobre os teoremas 2.10 e 2.13 é que as condições exigidas são apenas suficientes para se garantir a estabilidade segundo Lyapunov. Nada se pode dizer a respeito da estabilidade do sistema se as condições forem violadas.

Outro problema dos teoremas 2.10 e 2.13 é que eles apenas estabelecem as condições para que uma função seja considerada uma função de Lyapunov, sem fornecer nenhum indício de como essas funções podem ser determinadas. A determinação dessas funções que estejam de acordo com os teoremas de Lyapunov não é tarefa das mais simples, uma vez que não existem metodologias estabelecidas que sejam comuns a todos os tipos de sistemas dinâmicos. De maneira geral, as funções energia são boas candidatas a atender os requisitos dos teoremas 2.10 e 2.13.

Especialmente o teorema 2.13 pode ser usado para se achar a área de atração de um ponto de equilíbrio estável. O teorema do Princípio da Invariância de LaSalle, descrito em [LASALLE, 1960], estabelece formalmente a idéia:

Teorema 2.14 *(Princípio da Invariância de LaSalle) Dado um sistema de equações diferenciais do tipo $\dot{x} = f(x)$, e duas funções $W(x) : R^n \rightarrow R$ e $f : R^n \rightarrow R^n$ de classe C^1, e sendo L uma constante real tal que $\Omega_L = \{x \in R^n : W(x) < L\}$ seja limitado, admitindo-se que $\dot{W}(x) \leq 0$ para todo $x \in \Omega_L$ e definindo-se $E = \{x \in \Omega_L : \dot{W}(x) = 0\}$, se B for o maior conjunto invariante contido em E, então toda solução de $\dot{x} = f(x)$ iniciada em Ω_L converge para B quando $t \rightarrow \infty$.*

A região de atração do ponto de equilíbrio estável pode então ser determinada calculando-se o maior valor de L em que a função de Lyapunov utilizada satisfaz as condições estabelecidas no Princípio da Invariância de LaSalle.

É importante ressaltar porém, que este nem sempre é um cálculo simples. O grau de dificuldade envolvido na correta determinação da área de atração depende, em grande parte, da função energia utilizada.

Os conceitos básicos das funções energia serão utilizados para embasar e implementar o método de cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga, proposto neste trabalho.

Capítulo 3

Instabilidade em sistemas elétricos de potência

Neste capítulo são discutidos os tipos de instabilidade que podem afetar um SEP. São apresentados os mecanismos que podem levar o SEP a se tornar instável, bem como os modelos matemáticos e os métodos comumente utilizados para análise dos problemas de estabilidade.

Uma atenção especial é concentrada nos problemas de estabilidade de tensão a pequenas perturbações e instabilidade transitória, que são os dois tipos de problema para os quais foram desenvolvidos, respectivamente, o método de cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga e a função energia proposta neste trabalho.

3.1 Operação em Regime Permanente e Estabilidade em Sistemas Elétricos de Potência

Os sistemas elétricos de potência (SEP) são considerados por muitos como os sistemas dinâmicos mais complexos já construídos pelo homem. Um SEP típico é composto por um conjunto de centenas de geradores e cargas, conectados através de linhas de transmissão, além de transformadores, bancos de capacitores, compensadores síncronos, dispositivos FACTS, etc. Cada um desses elementos tem

sua dinâmica própria. Além disso, existe também uma grande quantidade de dispositivos de controle, utilizados para aumentar a eficiência e a segurança de muitos equipamentos. As figuras 3.1 e 3.2 representam esquematicamente um SEP.

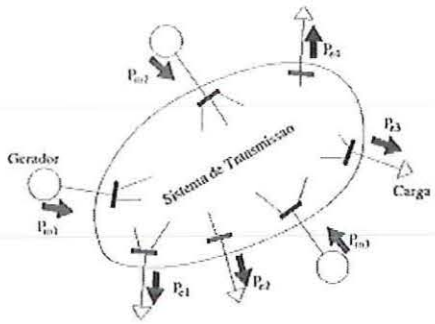

Figura 3.1: Diagrama esquemático de um sistema de potência

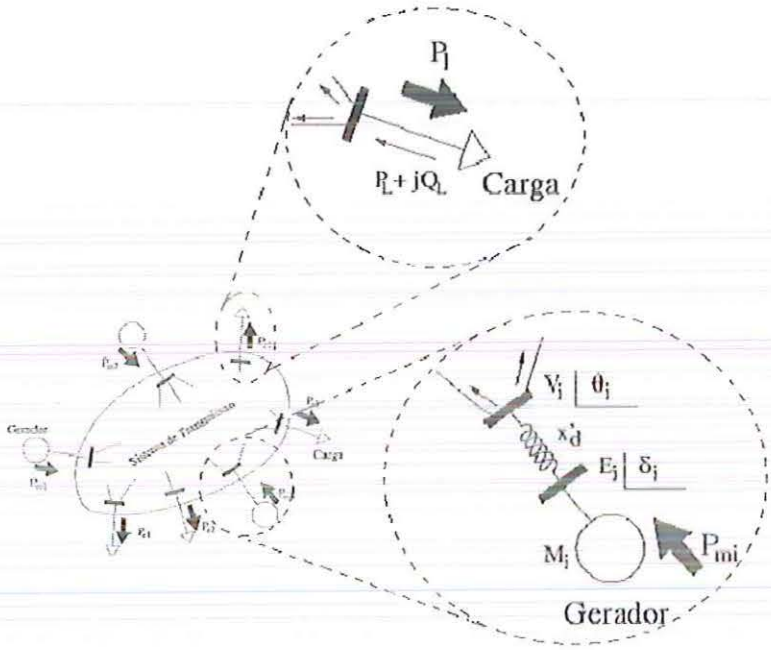

Figura 3.2: Diagrama esquemático de um sistema de potência - Detalhes dos geradores e das cargas

Um SEP operando em regime permanente está em equilíbrio. Assim, a potência mecânica injetada no sistema pelas turbinas que acionam os geradores é igual a potência elétrica consumida pelas cargas mais a potência elétrica

perdida no sistema. A equação (3.1) estabelece o balanço de potência de um SEP:

$$\sum P_{mec} - \sum P_{ele} - Perdas = 0 \tag{3.1}$$

O balanço de potência também deve ser obedecido para cada componente do sistema. Assim, para o i-ésimo gerador, o balanço de potência na barra interna é dado pelo sistema de equações diferenciais não lineares descrito pela equação (3.2):

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= \omega_i \\ M_i.\dot{\omega}_i + D_i.\omega_i &= P_{meci} - P_{elei}(\delta_i, \vec{\theta}, \vec{V}) \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde $i = 1, ..., N_{PV}$, com N_{PV} igual ao número de barras PV do sistema de potência (barras de tensão controlada). Além disso δ_i é o ângulo interno do gerador i, M_i é o momento de inércia, D_i é a constante de amortecimento, ω_i é a velocidade angular, P_{meci} é a potência mecânica injetada no gerador pela turbina, P_{elei} é a potência elétrica fornecida pelo gerador e $\vec{\theta}$ e $\vec{V}$ são, respectivamente, os vetores dos ângulos e das tensões nas barras do sistema.

O balanço de potência também precisa ser satisfeito nas barras externas dos geradores (barras PV) e nas barras de carga (barras PQ). Nesse caso, o balanço de potência pode ser descrito por um conjunto de equações algébricas e não lineares do tipo descrito pela equação (3.3) para as barras PV e PQ e (3.4) para as barras PQ do sistema:

$$0 = P_{Lj} - P_j(\vec{\theta}, \vec{V}) \tag{3.3}$$

$$0 = Q_{Lk} - Q_k(\vec{\theta}, \vec{V}) \tag{3.4}$$

onde $k = 1, ..., N_{PQ}$, onde N_{PQ} é o número de barras PQ do SEP, j=1,...,N_{PQ} + N_{PV}, P_{Lk} e Q_{Lk} são, respectivamente, as potências ativa e reativa demandadas

na k-ésima barra de carga, e $P_k(\vec{\theta}, \vec{V})$ e $Q_k(\vec{\theta}, \vec{V})$ são as potências injetadas na k-ésima barra pelo sistema de potência.

A partir das equações (3.2), (3.3) e (3.4) é possível modelar um SEP por um conjunto de equações algébrico-diferenciais, não lineares, do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= f_G(\delta, y, \lambda) - D.\omega \quad onde \quad f_G : \mathbb{R}^{N_G} X \mathbb{R}^{N_A} X \mathbb{R}^{N_P} \rightarrow \mathbb{R}^{N_G} \\ 0 &= g_L(\delta, y, \lambda) \qquad\qquad\qquad g_L : \mathbb{R}^{N_G} X \mathbb{R}^{N_A} X \mathbb{R}^{N_P} \rightarrow \mathbb{R}^{N_L} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Na equação (3.5), N_G é o número de geradores do SEP, N_A é igual a duas vezes o número de barras PQ mais o número de barras PV, e N_P é o número de parâmetros do sistema, $\delta \in \mathbb{R}^{N_G}$ é um vetor de ângulos dos geradores, $y \in \mathbb{R}^{N_L}$ é um vetor dos ângulos e das tensões nas barras PV e PQ e $\lambda \in \mathbb{R}^{N_P}$ é um vetor de parâmetros e D são as constantes de amortecimento dos geradores. As equações f_G são equações do tipo de (3.2), relativas aos balanços de potência ativa nas barras internas dos geradores e g_L são equações do tipo de (3.3) e (3.4), que modelam os balanços de potência ativa e reativa nas outras barras do sistema.

Se a matriz jacobiana $\frac{\partial g_L(\delta,y,\lambda)}{\partial y}$ das equações algébricas é não singular ao longo das trajetórias calculadas, o teorema da função implícita garante que existe uma função $h(\delta, \lambda)$, tal que $y = h(\delta, \lambda)$. Dessa forma, o sistema (3.5) pode ser reescrito como [CANIZARES, 1995]:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega \\ \dot{\omega} &= f_G(\delta, h(\delta, \lambda), \lambda) - D.\omega \end{aligned} \tag{3.6}$$

O sistema puramente diferencial (3.6) possui uma dinâmica equivalente à dinâmica do sistema de equações algébrico-diferenciais (3.5). Se o balanço de potência continuar respeitado, o SEP deve continuar operando normalmente em um ponto de equilíbrio estável, $(\omega^S, \delta^S, \lambda)$, do sistema (3.6). Entretanto, a ocorrência de uma perturbação causa um desequilíbrio no SEP. Uma perturbação pode ser causada tanto pela ocorrência de problemas, tais como curtos-circuitos ou desligamentos de componentes do sistema, quanto por situações normais de

operação, tais como variações normais de cargas ou reajustes de gerações programadas. De qualquer forma, qualquer perturbação causa um desbalanço no sistema. Isso significa que o ponto de operação do SEP se afasta do ponto $(\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pre}$, que é o ponto de equilíbrio estável do sistema (3.6), antes da ocorrência da perturbação.

Se a perturbação causar uma mudança permanente no sistema (3.6), então o ponto de equilíbrio estável de (3.6) na situação pós-perturbação ,$(\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos}$, será diferente do ponto de equilíbrio estável pré-perturbação $(\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pre}$. Isso pode fazer com que a forma e o tamanho da área de atração do ponto de equilíbrio estável pós-perturbação $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$, sejam diferentes daquelas da área de atração do ponto de equilíbrio pré-perturbação, $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pre})$. Além disso, a ocorrência de uma perturbação causa, em geral, a aceleração do ponto de operação do SEP em uma determinada direção do espaço de estados.

De maneira simplificada o problema de estabilidade se resume a saber quando o SEP descreverá uma trajetória que deixará a área de atração do ponto de equilíbrio estável pós-perturbação $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$. Se a trajetória do SEP não abandonar $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$, a trajetória pós-perturbação deve convergir assintoticamente para $(\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos}$. Assim, o SEP volta a entrar em equilíbrio, embora este equilíbrio seja diferente do equilíbrio que havia antes do distúrbio. Do ponto de vista prático, tanto as possíveis modificações da área de atração do ponto de equilíbrio estável do sistema, quanto a existência de uma trajetória acelerante podem fazer com que o sistema de potência se torne instável.

A aceleração da trajetória para além da fronteira da área de atração, $\partial A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$ é, em geral, o mecanismo associado às situações instáveis causadas pela ocorrência de grandes pertubações. Comumente essas grandes perturbações são causadas pela ocorrência de curto-circuitos ou pelo desligamento repentino de grandes componentes do sistema. Neste caso os parâmetros λ do sistema são considerados fixos.

A redução da área de atração $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$ pode acontecer devido a mudanças lentas dos parâmetros λ do sistema, em geral associados a aumentos lentos

das cargas. No caso extremo, o ponto de equilíbrio $(\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos}$ desaparece devido a uma bifurcação, de tal forma que não existe mais uma área de atração $A((\omega^S, \delta^S, \lambda)_{pos})$. Neste caso, qualquer perturbação adicional, por menor que seja, pode levar o SEP a seguir uma trajetória que o afasta do antigo ponto de operação, deixando-o instável. Em geral, este é o mecanismo causador de muitos colapsos de tensão.

O efeito final da perturbação sobre o SEP dependerá basicamente da trajetória pós-perturbação seguida pelo sistema. Assim, sabe-se que o tipo de instabilidade que atinge o SEP depende, fundamentalmente, do local e da intensidade da perturbação. Se uma dada perturbação levar o ponto de operação do SEP a seguir uma trajetória que o leva a uma situação em que as tensões nas barras de carga apresentem níveis reduzidos, tem-se um colapso de tensão. Caso a trajetória leve à perda de sincronismo entre os geradores tem-se uma instabilidade de frequência.

Os diferentes tipos de situações instáveis podem ser classificadas quanto:

1. Ao tempo em que ocorrem:
   - Curto prazo
   - Médio prazo
   - Longo prazo
2. Segundo as variáveis de interesse:
   - Ângulo
   - Tensão
   - Velocidade
3. Segundo a intensidade da perturbação:
   - Grandes perturbações (curto-circuitos, desligamentos de grandes equipamentos, etc)
   - Pequenas perturbações (variações normais de carga, etc)

A divisão dos diferentes tipos de instabilidade em classes de problema, tem levado a maioria dos pesquisadores a desenvolver métodos de análise que são específicos para cada um dos tipos de instabilidade. Assim, para problemas de estabilidade de pequenas perturbações são comumente aplicadas as técnicas baseadas na linearização das equações algébrico-difereciais (3.5), de modo a permitir a utilização de técnicas de análise de sistemas linerares. Já os problemas de instabilidade de grandes perturbações são comumente analisados através da integração numérica das equações (3.5) ou através dos métodos energéticos, explicados no final do capítulo anterior. A figura 3.3 apresenta esquematicamente os diferentes tipos de problemas de estabilidade e os modelos matemáticos comumente empregados em cada uma das análises.

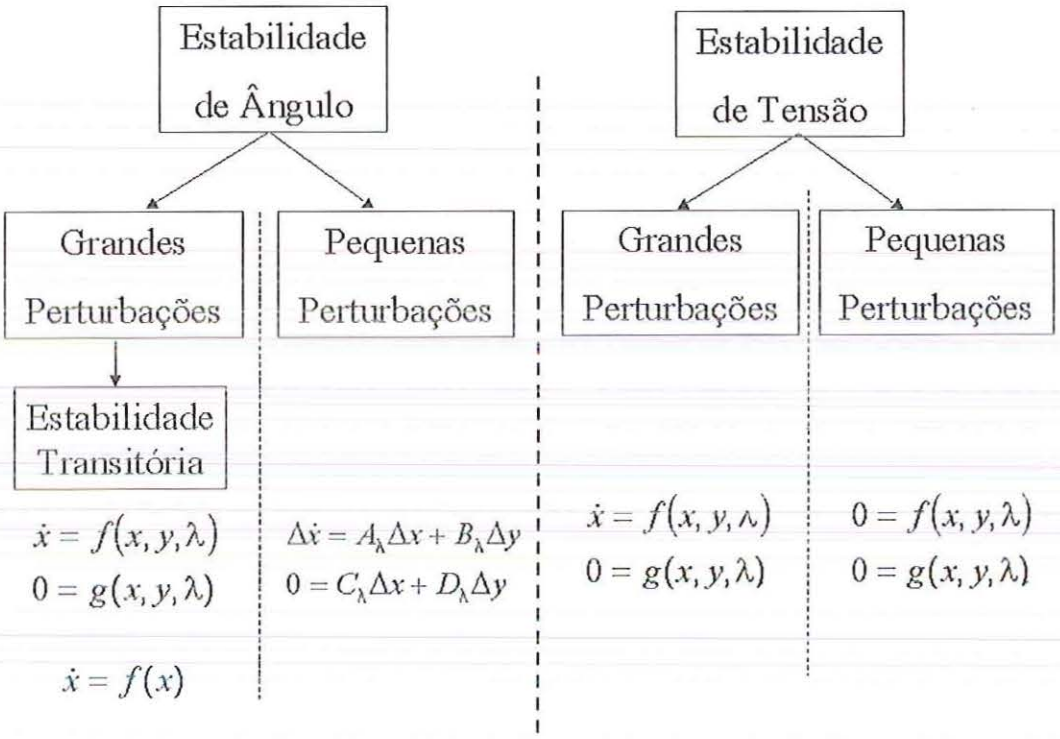

Figura 3.3: Modelos de SEP comumente empregados para diferentes tipos de perturbação analisados.

A divisão do problema de estabilidade em classes diferentes, visa facilitar a tarefa de entender e analisar os diferentes mecanismos que podem levar um SEP

à uma situação instável. Embora exista uma tendência entre os pesquisadores de sistemas de potência de caracterizar o problema de estabilidade de frequência como causado por grandes perturbações, enquanto os problemas de instabilidade de tensão são comumente associados a aumentos lentos de carga, alguns testes realizados durante este trabalho nos levam a acreditar que as interações entre os problemas de instabilidade transitória e de tensão precisam ser analisados com mais cuidado. De fato, essa divisão do problema por classes se deve muito mais à alta complexidade dos problemas de instabilidade do que a uma desvinculação total entre os problemas reais dos sistemas de potência. Isso significa que, em geral, os métodos de análise de pequenas perturbações não garantirão a estabilidade de um SEP submetido a uma grande perturbação. Por sua vez, os métodos de análise de grandes perturbações recorrem, muitas vezes, a hipóteses simplificadoras que não permitem que detalhes do mecanismo de instabilidade a pequenas perturbações sejam percebidos. Da mesma forma, os métodos de análise que se preocupam exclusivamente com os casos de instabilidade transitória não foram concebidos, em geral, para perceber e classificar a ocorrência de instabilidades de tensão.

Apesar dessas dificuldades, quase todos os métodos de análise de estabilidade de SEPs propostos na literatura foram desenvolvidos para estudar exclusivamente os casos de instabilidade de tensão ou de frequência, causados por grandes ou pequenas perturbações. Como exceção a esta tendência de divisão do problema por partes, pode-se citar os trabalhos propostos em [PRAPOST e LOPARO, 1994] e [C.D. VOURNAS e PAI, 1996], que estudaram as interações entre os mecanismos que levam um SEP à instabilidade de tensão e de ângulo. Mas embora permitam uma análise mais ampla do problema da estabilidade em um SEP, esses métodos também não cobrem todos os possíveis tipos de instabilidade a que um SEP pode estar submetido.

Da mesma maneira, os métodos propostos neste trabalho também não se prestam a análise de todos os tipos possíveis de situações instáveis dos SEPs. O método proposto de cálculo de soluções de baixa tensão das equações de fluxo

de carga pode ser classificado como uma ferramenta para análise do problema de colapso de tensão a pequenas perturbações. Já a função energia com modelo de carga ZIP se presta a análise de instabilidade causada por grandes perturbações, tanto para o caso de estabilidade de ângulo dos geradores quanto para problemas de estabilidade de tensão nas barras de carga. Assim, as causas, os mecanismos e os métodos utilizados para esses dois tipos particulares de instabilidade são detalhados nas próximas seções.

3.2 Instabilidades causadas por grandes perturbações

Considere que o SEP é modelado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais semelhantes a aquelas do sistema (3.5):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_{pre}(x, y, \lambda) \quad 0 < t < t_{falta} \\ 0 &= g_{pre}(x, y, \lambda) \end{aligned} \tag{3.7}$$

onde f_{pre} é o vetor $[\omega, f_G]^T$, que engloba todas as equações dinâmicas do sistema algébrico-diferencial (3.6) e x é o vetor $[\delta, \omega]^T$ das variáveis dinâmicas. A dinâmica de uma perturbação e os problemas dos modelos algébrico-diferenciais podem ser melhor entendidos através da análise do sistema não reduzido, tal como (3.7).

Do ponto de vista matemático, as trajetórias $\Phi(x, y, \lambda, t)$ de um sistema do tipo (3.7), precisam satisfazer as restrições algébricas $0 = g_{pre}(x, y, \lambda)$. Em termos geométricos isso significa que, considerando-se fixos os parâmetros λ, as equações algébricas $g_{pre}(x, y, \lambda)$ definem um tipo de hipersuperfície sobre a qual ficam confinadas as órbitas das equações dinâmicas $\dot{x} = f_{pre}(x, y, \lambda)$.

Imagine que no instante $t = t_{falta}$, acontece um curto-circuito em alguma linha de transmissão do sistema de potência analisado. Durante um certo intervalo de tempo esse curto-circuito permanece aplicado ao SEP (situação em falta), o que reduz a capacidade de transmissão de potência pela linha de transmissão em falta. Isso causa instantaneamente um desbalanço de potência no sistema. Como neste

caso a potência ativa entregue pelas turbinas aos geradores é considerada fixa, os geradores tendem a acelerar. Como essa aceleração depende da localização e intensidade da falta, bem como do tamanho dos geradores, é comum que alguns rotores acelerem mais do que outros. Assim, em geral, os geradores oscilam uns contra os outros, após a ocorrência de uma falta.

Em termos matemáticos a ocorrência de uma falta causa uma mudança na matriz admitância do sistema de potência. A consequência é um mudança brusca nas equações de restrições algébricas, que passam repentinamente de $g_{pre}(x, y, \lambda)$ para $g_{falta}(x, y, \lambda)$. Isso significa que durante o curto-circuito, o sistema passa a ser modelado pelo sistema algébrico-diferencial:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_{falta}(x, y, \lambda) \quad t_{falta} < t < t_{eliminacao} \\ 0 &= g_{falta}(x, y, \lambda) \end{aligned} \tag{3.8}$$

A presença do curto-circuito faz com que o ponto de operação do SEP seja acelerado por sobre a hipersuperfície descrita pela nova restrição algébrica $g_{falta}(x, y, \lambda)$, descrevendo uma trajetória em falta.

Essa situação continua até que o sistema de proteção da linha de transmissão em falta abra os disjuntores e elimine o curto-circuito no tempo $t = t_{eliminacao}$. Após a eliminação da falta o SEP fica reduzido ao sistema pós-falta. Mais uma vez essa mudança na estrutura do sistema causa uma mudança nas restrições algébricas das equações (3.8), que passam de $g_{falta}(x, y, \lambda)$ à $g_{pos}(x, y, \lambda)$. A partir deste momento o SEP passa a ser modelado pelas equações:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_{pos}(x, y, \lambda) \quad t_{eliminacao} < t \\ 0 &= g_{pos}(x, y, \lambda) \end{aligned} \tag{3.9}$$

Também nesse momento o ponto de operação do sistema dinâmico muda instantaneamente da hipersuperfície $g_{falta}(x, y, \lambda)$ para $g_{pos}(x, y, \lambda)$, e passa a descrever uma trajetória pós-falta.

A ocorrência de uma falta desse tipo em um SEP é considerada uma grande perturbação. Nesse caso, o sistema segue uma trajetória em falta que tende a

levar o ponto de operação para longe do ponto de equilíbrio estável pós-falta $(x^S, y^S, \lambda)_{pos}$. O sistema permanecerá estável se o ponto inicial da trajetória pós-falta, $\Phi_{pos}(x, y, \lambda, t)$, estiver dentro da área de atração do ponto de equilíbrio estável pós-falta $A(x^S, y^S, \lambda)_{pos}$, ou se tornará instável no caso contrário. O tempo máximo que uma falta pode permanecer aplicada ao sistema sem que este perca a estabilidade é chamado de tempo crítico de abertura.

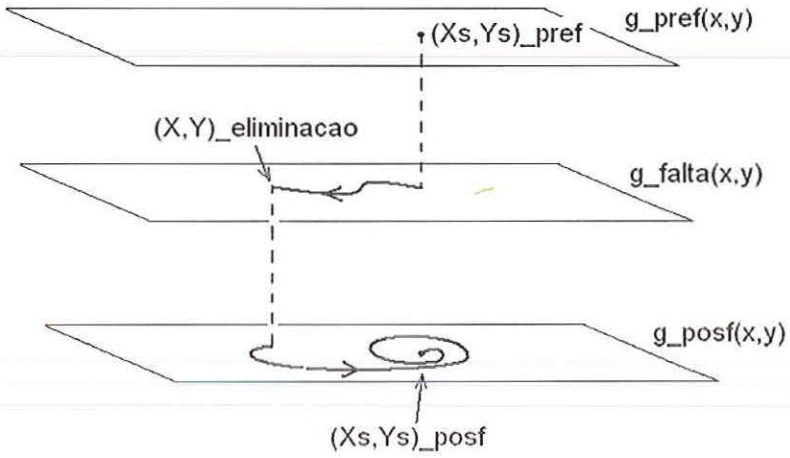

Figura 3.4: Trajetórias do sistema dinâmico sobre as hipersuperfíces pré-falta, em falta e pós-falta

Tradicionalmente os estudos de estabilidade a grandes perturbações estão direcionados para a análise do comportamento dos ângulos e das velocidades angulares dos geradores durante os transitórios. Em geral, não são analisados as tensões e os ângulos nas outras barras do sistema. Isso acontece devido à redução das equações algébrico-diferenciais aos nós internos dos geradores, que é a maneira tradicional de fazer a análise.

3.2.1 Método clássico de análise de estabilidade transitória em SEPs

Embora a dinâmica completa do problema de estabilidade transitória seja modelada pelos conjuntos de sistemas algébrico-diferenciais (3.7),(3.8) e (3.9), se as

matrizes jacobianas $\frac{\partial g_L(x,y,\lambda)}{\partial y}$ das equações algébricas são não singulares ao longo das trajetórias calculadas, os sistemas (3.7),(3.8) e (3.9) podem ser reduzidos a sistemas de equações puramente diferenciais do tipo:

$$\dot{x} = f_{pre}(x, h(x, \lambda), \lambda) \quad 0 < t < t_{falta} \tag{3.10}$$

$$\dot{x} = f_{falta}(x, h(x, \lambda), \lambda) \quad t_{falta} < t < t_{eliminacao} \tag{3.11}$$

$$\dot{x} = f_{pos}(x, h(x, \lambda), \lambda) \quad t_{eliminacao} < t \tag{3.12}$$

Tradicionalmente, o problema de estabilidade transitória é resolvido a partir da solução numérica das equações puramente diferenciais (3.10),(3.11) e (3.12). O objetivo nesse caso é evitar a solução de sistemas algébrico-diferenciais do tipo de (3.7),(3.8) e (3.9) através de métodos de solução de sistemas algébrico-diferenciais. Além disso, a redução aos nós terminais dos geradores reduz consideravelmente as dimensões do sistema a ser numericamente resolvido. Entretanto, o uso de sistemas reduzidos implica na perda de algumas informações sobre o sistema de potência. Por exemplo, não se tem acesso aos valores das tensões nas barras de carga e nas barras terminais dos geradores do sistema. Além disso, a redução das equações aos nós terminais dos geradores implicam na perda da esparsidade das matrizes dos sistemas dinâmicos.

Apesar disso, essa é a abordagem tradicionalmente utilizada nas análises de estabilidade transitória em sistemas de potência. Uma alternativa à redução aos nós terminais dos geradores é a utilização da teoria de perturbações singulares. Neste caso, deseja-se obter um sistema puramente dinâmico, similar ao sistema algébrico-diferencial do tipo descrito em (3.5), de tal forma que a estrutura da rede seja preservada [DEMARCO e OVERBYE, 1990], [H.D. CHIANG e BALU, 1995] e [N. YORINO e KITAGAWA, 1992]. Esta técnica foi utilizada na modelagem do SEP que engloba modelos de cargas tipo ZIP dependentes da tensão. A função

energia proposta neste trabalho foi determinada a partir desse modelo singularmente perturbado de SEP. Os detalhes são mostrados no sexto capítulo deste trabalho.

A próxima seção analisa o problema do colapso de tensão causado por mudanças lentas nos parâmetros do sistema.

3.3 Colapso de tensão causado por aumentos lentos de carga

Conforme já comentado, um sistema elétrico de potência deve operar em torno de um ponto de equilíbrio estável. Dessa forma, espera-se que os valores das grandezes elétricas não se afastem muito dos valores nominais dos equipamentos, nem durante a operação normal, e nem após o SEP ser submetido a perturbações. De maneira particular, um sistema de potência é dito ser estável com relação a tensão quando o SEP é capaz de manter níveis aceitáveis de tensão em todos os barramentos. Assim, é possível dizer que um sistema de potência está sofrendo um colapso de tensão quando uma perturbação maior, um aumento no nível de carga ou uma mudança nas condições do sistema causam variações incontroláveis na tensão. Em geral, pode-se dizer que a instabilidade de tensão está associada à inabilidade do sistema de potência em manter um suporte adequado de potência reativa nas barras de carga. A falta de suporte local de potência está intimamente relacionada ao transporte de grandes quantidades de potência ativa ou reativa através de linhas de transmissão de pouca capacidade. Mas além da sobrecarga nas linhas de transmissão, o colapso de tensão pode ser associado também a alguns outros fatores, tais como [IEEE, 1998]:

- Esgotamento da capacidade dos geradores de produzir potência reativa, com o consequente acionamento dos limites de geração de potência reativa das máquinas.

- Características das cargas do sistema.

- Atuação dos transformadores do tipo OLTC (do inglês, "On Load Tap Changer").

- Posicionamento e atuação de bancos de capacitores para prover a potência reativa localmente.

No caso mais comum de colapso, quando a tensão decresce monotonicamente, pode-se afirmar que o problema é causado por uma sobrecarga em um ou mais dispositivos do SEP. Em geral os dispositivos sobrecarregados são as linhas de transmissão ou os geradores do sistema de potência.

A fim de entender o colapso de tensão causado por aumentos lentos de carga, considere o SEP mostrado na figura 3.5, que é composto por uma barra de carga, um gerador infinito e um gerador menor. O sistema possui as impedâncias $X_1 = j0,07$ pu e $X_2 = j0,08$ pu, e o gerador menor apresenta uma reatância síncrona de $X_{ld} = j0,1$ pu. O efeito do aumento lento das potências consumidas na barra de carga do sistema mostrado na figura 3.5 é mostrado na figura 3.6.

A figura 3.6 mostra que a tensão na barra de carga vai gradualmente sendo reduzida, à medida que as cargas são aumentadas, até o ponto em que o fluxo de carga do SEP não tem mais solução. Esse ponto corresponde ao extremo da curva PV apresentada. Quando o SEP é submetido apenas a pequenas perturbações, a não existência de soluções do fluxo de carga é comumente associada à ocorrência de um colapso de tensão. A próxima seção apresenta o modelos matemáticos comumente empregados na análise da estabilidade de tensão para pequenas perturbações.

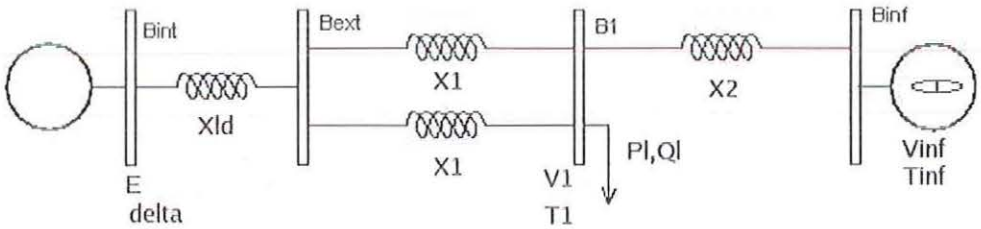

Figura 3.5: Exemplo de sistema elétrico de potência

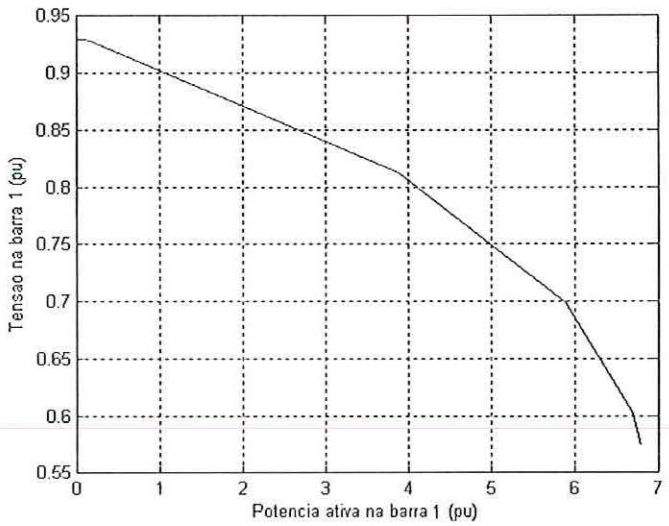

Figura 3.6: Tensão x potência ativa consumida na barra de carga - Para aumentos lentos de carga

3.3.1 O mecanismo do colapso de tensão

Os sistemas de potência são usualmente modelados como um conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares. Se os parâmetros do sistema de potência variam lentamente, o colapso de tensão é usualmente relacionado à ocorrência de bifurcações de pontos de equilíbrio das equações do modelo do SEP.

Os tipos de bifurcação que podem acontecer dependem basicamente dos tipos de equações usadas nos modelos e de como os parâmetros do sistema variam. Variações lentas dos parâmetros podem levar o sistema de potência a uma instabilidade de tensão, principalmente através da ocorrência de bifurcações do tipo sela-nó, limite-induzidas ou de Hopf [C.A. CANIZARES e REEVE, 2003]. As bifurcações de Hopf são as causadoras de situações instáveis onde um conjunto de tensões do sistema apresentam comportamento oscilatório. Apesar da sua importância, os colapsos de tensão causados por bifurcações de Hopf são mais raros do que aqueles causados por bifurcações sela-nó ou limite-induzidas. As bifurcações do tipo limite-induzidas ocorrem quando os geradores do sistema são sobrecarregados, de tal forma que os seus limites de potência reativa sejam atingidos. Se os geradores estiverem operando com folga, a falta de um ponto de

equilíbrio estável pós-perturbação, associado à ocorrência de uma bifurcação do tipo sela-nó, é comumente aceita como a principal causadora da maioria dos colapsos de tensão [DOBSON, 1992],[DOBSON e LU, 1993],[CANIZARES, 1995], [C.A. CANIZARES e QUINTANA, 1996],[OVERBYE e DEMARCO, 1991], [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996].

Também neste caso o SEP é completamente modelado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais do tipo de (3.5). Da mesma forma que no caso da análise de estabilidade transitória, se a matriz jacobiana $\frac{\partial g_L(\delta,y,\lambda)}{\partial y}$ das equações algébricas é não singular ao longo das trajetórias calculadas, o sistema (3.5) é estritamente causal [H.G. KWATNY e NWANKPA, 1995]. Isso significa que o teorema da função implícita garante que existe uma função $h(\delta,\lambda)$, tal que $y = h(\delta,\lambda)$. Assim, da mesma forma que nos casos de análise de estabilidade transitória, também neste caso o SEP pode ser modelado por um sistema puramente diferencial (3.6) [CANIZARES, 1995],[W.D. ROSEHART e QUINTANA, 2003].

É importante ressaltar porém, que no caso de pequenas perturbações não se tem uma trajetória acelerante. Aqui, o sistema é levado a uma situação instável pelo gradual encolhimento da área de atração do ponto de equilíbrio estável, devido a variações lentas nos parâmetros λ do SEP.

Como o SEP está submetido apenas à pequenas perturbações, ainda é possível linearizar o sistema (3.6) em torno de um ponto de operação. Isso permite analisar a estabilidade de um ponto de equilíbrio $(\omega^*, \delta^*, y^*, \lambda^*)$ de (3.5), através de técnicas de análise de estabilidade de sistemas lineares. A maneira mais comum de se fazer isso é através do cálculo dos autovalores da matriz jacobiana de (3.6) avaliada no ponto $(\omega^*, \delta^*, \lambda^*)$:

$$J_{din}(\omega^*, \delta^*, \lambda^*) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ \frac{\partial f_G(\delta^*, h(\delta^*,\lambda^*),\lambda^*)}{\partial \delta} & -D \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Se todos os autovalores da matriz (3.13) possuírem parte real negativa, o ponto de equilíbrio $(\omega^*, \delta^*, y^*, \lambda^*)$ é estável (ponto de equilíbrio tipo zero). O ponto de equilíbrio estável é o ponto de operação usual do SEP. Se um ou mais dos

autovalores da matriz (3.13) possuírem parte real positiva, o ponto de equilibrio é instável (ponto de equilíbrio tipo um ou maior que um).

Da teoria de sistemas dinâmicos, sabe-se que a fronteira da área de atração de um ponto de equilíbrio estável x^S, $\partial A(x^S)$, é composta por pontos de equilíbrio instáveis, x^U, e suas variedades estáveis $W^S(x^U)$. Sabe-se também que o SEP pode ser levado ao colapso de tensão através do encolhimento da área de atração $A(x^S)$. Assim, os pontos de equilíbrio instáveis da equação (3.6) desempenham um papel fundamental no mecanismo que leva o SEP ao colapso de tensão. À medida que os parâmetros λ vão sendo aumentados, os pontos de equilíbrio de (3.6) tendem a se mover pelo espaço de estados. Dependendo de como os parâmetros mudam, os pontos de equilíbrio podem se aproximar e bifurcar aos pares. A ocorrência dessas bifurcações implica em mudanças na estrutura das órbitas do sistema dinâmico (3.6). Se o parâmetro λ atingir o valor crítico, λ^C, o ponto de equilíbrio estável $(\omega^S, \delta^S, y^S, \lambda^C)$ bifurca com um dos pontos de equilíbrio instáveis $(\omega^U, \delta^U, y^U, \lambda^C)$. Este ponto de equilíbrio instável é chamado neste trabalho de ponto de equilíbrio instável crítico. O desaparecimento do ponto de equilíbrio estável $(\omega^S, \delta^S, y^S, \lambda^C)$ implica na perda da estabilidade do sistema (3.5). Neste momento a matriz (3.13) avaliada no ponto $(\omega^S, \delta^S, \lambda^C)$ se torna singular, o que significa que um ou mais dos seus autovalores possuem parte real igual a zero.

Quando o ponto de equilíbrio estável $(\omega^S, \delta^S, y^S, \lambda^C)$ desaparece em uma bifurcação do tipo sela-nó, o ponto de equilíbrio instável $(\omega^U, \delta^U, y^U, \lambda)$ é, em geral, um ponto de equilíbrio tipo um. Dessa forma, a matriz jacobiana (3.13) avaliada no ponto $(\omega^S, \delta^S, \lambda^C)$, $J_{din}(\omega^S, \delta^S, \lambda^C)$, possui um único autovalor Λ_{crit} com parte real nula. Este autovalor é chamado de autovalor crítico, e possui um autovetor à direita correspondente $\vec{v}_{crit}$. Imediatamente após a bifurcação sela-nó, o sistema segue uma trajetória dinâmica dada pela variedade central W^c_+. Em outras palavras, a variedade central coincide com a trajetória seguida pelo SEP imediatamente após a perda da estabilidade. A direção inicial do sistema, imediatamente após o colapso, também pode ser calculada através do auto-vetor à

direita associado ao autovalor crítico, $\vec{v}_{crit}$, que no ponto de colapso, fica paralelo à variedade central W_{+}^{c}.

Dessa forma, o sistema (3.6) pode ser usado para analisar a estabilidade do sistema original (3.5). Mas infelizmente o cálculo da funcão $y = h(\delta, \lambda)$ nem sempre é uma tarefa simples. Além disso, em geral, ao contrário do sistema (3.5), as matrizes do sistema (3.6) não são esparsas [CANIZARES, 1995]. Uma forma alternativa de análise pode ser utilizada quando os parâmetros λ do sistema variam lentamente. Neste caso o ponto de equilíbrio estável $(\omega^S, \delta^S, y^S, \lambda)$ também varia lentamente, e dessa forma o ponto de operação do sistema (3.5) acompanha $(\omega^S, \delta^S, y^S, \lambda^C)$. Isso significa que o sistema (3.5) pode ser representado por um conjunto de equações estáticas (ou quase estáticas) [DOBSON, 1992], [W.D. ROSEHART e QUINTANA, 2003]. Essas equações compõem um conjunto de equações algébricas e não lineares, derivadas do sistema (3.5), do tipo:

$$\begin{aligned} 0 &= \omega \\ 0 &= f_G(\delta, y, \lambda) \\ 0 &= g_L(\delta, y, \lambda) \end{aligned} \tag{3.14}$$

As soluções do sistema puramente algébrico (3.14) são pontos de equilíbrio de (3.5). Partindo-se do modelo mais simples das equações de "swing" dos geradores, as equações algébricas f_G e g_L de (3.14) formam um sub-sistema algébrico e não linear, que é igual às equações de fluxo de carga aumentado do sistema de potência:

$$\begin{aligned} 0 &= f_G(\delta, y, \lambda) \\ 0 &= g_L(\delta, y, \lambda) \end{aligned} \tag{3.15}$$

É possível mostrar que a ocorrência de bifurcações de soluções do sistema algébrico (3.15) implicam em bifurcações de pontos de equilíbrio do modelo algébrico-diferencial do sistema de potência (3.5) [DOBSON, 1992], [SAUER e PAI, 1990]. Assim, o desaparecimento do ponto de equilíbrio estável de (3.5) acontece quando as equações de fluxo de carga (3.15) não possuem mais solução, o que ocorre

quando a matriz jacobiana de (3.15) se torna singular. De maneira particular isso pode acontecer quando a matriz jacobiana das equações de fluxo de carga convencional, $\frac{\partial g_L(\delta,y,\lambda)}{\partial y}$, se tornar singular [H.G. KWATNY e NWANKPA, 1995]. A partir daí muitos foram os métodos propostos na literatura que estudaram o colapso de tensão a pequenas perturbações através das equações de fluxo de carga. Esses métodos são chamados de métodos estáticos, pois só são válidos quando os parâmetros do SEP variam lentamente. Em particular, alguns trabalhos propuseram medir a margem de estabilidade através da matriz jacobiana das equações de fluxo de carga. Entre os vários métodos estáticos propostos pode-se citar:

1. Análise de curvas QV
2. Análise de curvas PV [AJJARAPURU e CHRISTY, 1992]
3. Análise modal da matriz jacobiana das equações de fluxo de carga [GAO e KUNDUR, 1993] e [IEEE, 1998]
4. Decomposição em valores singulares da matriz jacobiana das equações de fluxo de carga [ANDERSSON e HILL, 1992]
5. Vetores tangentes [A.C.Z. SOUZA e QUINTANA, 1997]
6. Funções energia para análise de colapso de tensão [OVERBYE e DEMARCO, 1991].
7. Cálculo da margem de estabilidade de tensão através do número de soluções das equações de fluxo de carga [Y. TAMURA e IWAMOTO, 1980] e [N. YORINO e CHENG, 1997]

De maneira particular os métodos que analisavam a proximidade do colapso de tensão através do cálculo das múltiplas soluções das equações de fluxo de carga, tais como [Y. TAMURA e IWAMOTO, 1980],[N. YORINO e CHENG, 1997], [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996] e [CASTRO, 2002], entre outros, buscaram captar o importante papel desempenhado por essas soluções no mecanismo de colapso de tensão. A existência e o papel das múltiplas soluções das equações de fluxo de carga são discutidos na próxima seção.

3.3.2 Existência e importância das múltiplas soluções das equações de fluxo de carga

As não linearidades das equações do fluxo de carga implicam na existência de múltiplas soluções do sistema (3.15). Isso significa que o sistema de equações diferenciais (3.6) também possui múltiplos pontos de equilíbrio.

Para um parâmetro fixo λ o sistema de equações diferenciais (3.6), possui apenas um ponto de equilíbrio estável, ao menos localmente. Essa hipótese é comumente aceita como verdadeira. Assim, em geral, o SEP opera no ponto de equilíbrio estável de (3.6). Dessa forma, o ponto de equilíbrio estável de (3.6) é comumente associado à solução usual das equações de fluxo de carga, aqui chamado de solução de alta tensão (SAT). É possível mostrar, ao menos para o caso do sistema sem perdas, que todos os autovalores da matriz jacobiana do sistema (3.15), no ponto (SAT), $J_{LF}(SAT)$, devem possuir parte real negativa [OVERBYE e DEMARCO, 1991], [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Também é sabido que quando o sistema de potência está pouco carregado, a solução usual do fluxo de carga é tal que as tensões nas barras do sistema devem apresentar valores próximos de 1,0 pu. Dessa forma, a solução usual do problema de fluxo de carga é chamada neste trabalho de SAT.

É importante ressaltar que a caracterização da estabilidade de uma solução das equações de fluxo de carga é feita indiretamente, através da associação com os pontos de equilíbrio das equações dinâmicas (3.6). Isso se deve ao fato de que o conceito de dinâmica só faz sentido para sistemas dinâmicos. Assim, apenas pontos de equilíbrio de um sistema dinâmico do tipo (3.6) podem ser classificados como estáveis ou instáveis. Nesse contexto, as soluções de (3.15) são simplesmente soluções de um sistema de equações algébricas, e não possuem, a rigor, uma dinâmica associada.

Da mesma forma que o ponto de equilíbrio estável, os pontos de equilíbrio instáveis de (3.6) podem ser associados a soluções de (3.15). Nesse caso, um ou mais autovalores da matriz J_{LF}, avaliada no ponto de equilíbrio instável, terão parte real positivas. Essas soluções de fluxo de carga apresentam, um nível redu-

zido de tensão em uma ou mais das barras de carga do sistema, ao menos quando o sistema de potência está pouco carregado [OVERBYE e DEMARCO, 1991], [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996],[CASTRO, 2002]. Neste trabalho, nós chamamos essas soluções do fluxo de carga de soluções de baixa tensão (SBT).

O perfil de tensão nas barras relacionadas a uma SBT pode, em geral, ser obtido a partir do cálculo do auto-vetor à direita associado ao autovalor de menor parte real, da matriz jacobiana avaliada na SBT, $J_{LF}(SBT)$. Os elementos de maior valor absoluto do auto-vetor crítico à direita da matriz $J_{LF}(SBT)$, devem estar associados às barras do sistema que apresentam os menores níveis de tensão na SBT [OVERBYE e DEMARCO, 1991],[OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Dessa forma, de um ponto de vista de engenharia é possível associar cada SBT de (3.15) a um padrão de baixa tensão dos barramentos do sistema. Para um SEP de N+1 barramentos (1 barra é tomada como barra de referência), podem existir até 2^N SBTs, segundo [Y. TAMURA e IWAMOTO, 1980]. Essas 2^N soluções formam um conjunto de todas as possíveis combinações de padrões de tensão nas barras de carga do sistema. Dessa forma, é esperado que existam N SBTs onde o nível de tensão é reduzido em apenas um barramento, mais $\frac{N(N-1)}{2}$ SBTs onde as tensões são reduzidas em apenas dois barramentos, etc. Na verdade o número real de soluções de fluxo de carga depende diretamente do nível de carregamento do sistema. Como as soluções de fluxo de carga podem ser associadas aos pontos de equilíbrio do sistema dinâmico (3.6), elas também devem bifurcar e desaparecer, à medida que as cargas do sistema vão sendo aumentadas no SEP. Nesse caso, é comumente aceita a idéia de que nas imediações do colapso de tensão, apenas a SAT e uma única SBT de tipo um existem, pois todas as outras SBTs desapareceram devido a ocorrência de bifurcações intermediárias que ocorrem antes da bifurcação sela-nó final [Y. TAMURA e TAYAMA, 1988],[OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996], [C.A. CANIZARES e QUINTANA, 1996], [N. YORINO e CHENG, 1997].

Nas vizinhanças da bifurcação sela-nó final, o auto-vetor à direita crítico $\vec{v}_{crit}$ da matriz $J_{LF}(SAT)$ aponta na direção da SBT crítica. No ponto de colapso a SAT desaparece por causa da ocorrência de uma bifurcação sela-nó

com a SBT crítica. A partir daí o SEP pode seguir uma trajetória que resulta em um colapso de tensão. Tal como acontece a um sistema dinâmico com a matriz jacobiana do sistema de equações diferenciais (3.6), a matriz jacobiana das equações de fluxo de carga avaliada no ponto de colapso, possui apenas um autovalor com parte real igual a zero [OVERBYE e DEMARCO, 1991], [DOBSON e H.D.CHIANG, 1989], [CASTRO, 2002].

O importante papel desempenhado pelas SBTs no mecanismo do colapso de tensão pode ser ilustrado através da simulação de um sistema simples de 3 barras, mostrado na figura 3.7. O sistema exemplo é composto pelas barras de carga 1 e 2 e pela barra de referência número 3. O sistema de teste está inicialmente pouco carregado, com as potências ativa e reativa nas barras de carga em 0,1 e 0,01 pu, respectivamente. Para esse nível de carregamento, existem quatro soluções de fluxo de carga. A primeira é a solução usual do fluxo de carga, que é a solução de alta tensão (SAT). As outras três soluções são SBTs que apresentam os menores níveis de tensão na barra 1, na barra 2 e nas barras 1 e 2 simultaneamente. Assim, essas SBTs podem ser identificadas, respectivamente, por SBT 1, SBT 2 e SBT 1-2. A próxima tabela apresenta os quatro tipos de soluções de fluxo de carga (SFC) que podem existir. Nesse caso V_i^A e V_i^B representam, respectivamente, níveis elevados e reduzidos de tensão na i-ésima barra do sistema.

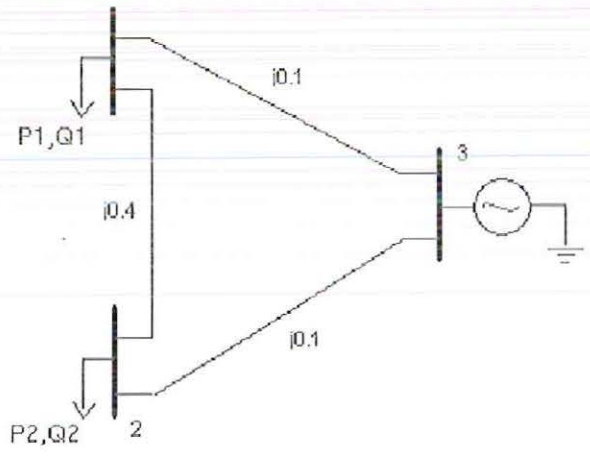

Figura 3.7: Sistema de potência de três barras

Tabela 3.1	
Sistema de 3 barras - Possíveis soluções do fluxo de carga	
Identificação da SFC	**Padrão de tensão**
SAT	$(V_1^A{}_{SAT}, V_2^A{}_{SAT})$
SBT 1	$(V_1^B{}_{SBT1}, V_2^A{}_{SBT1})$
SBT 2	$(V_1^A{}_{SBT2}, V_2^B{}_{SBT2})$
SBT 1-2	$(V_1^B{}_{SBT1-2}, V_2^B{}_{SBT1-2})$

Na tabela 3.1, $V_1^B{}_{SBT1}$ significa que a barra 1 apresenta um nível reduzido de tensão na SBT 1. Da mesma maneira $V_2^A{}_{SBT1}$ significa que a barra 2 apresenta um nível elevado de tensão na SBT 1. É interessante notar que algumas vezes o perfil de tensão de uma SBT só se mostra claro quando o SEP está pouco carregado, pois à medida que as cargas são aumentadas os níveis de tensão das SBTs tendem a se alterar. Apesar disso, quase sempre o menor nível de tensão permanece associado a mesma barra ou conjunto de barras, de modo que a identificação das SBTs através do nível reduzido de tensão nas barras continua válida. Também é importante mencionar que os níveis de tensão reduzidos associados a uma mesma barra mas pertencentes a SBTs distintas são, quase sempre, diferentes. Por exemplo, em geral, $V_1^B{}_{SBT1} \neq V_1^B{}_{SBT1-2}$.

Uma simulação simples do sistema de potência da figura 3.7 nos mostra que se a carga começar a aumentar apenas na barra 1, uma primeira bifurcação ocorrerá entre as SBTs 2 e 1-2. Isso acontece no ponto A da figura 3.8, que mostra a evolução dos níveis de tensão das duas barras de carga, à medida que as cargas na barra 1 são aumentadas. Essa primeira bifurcação também é uma bifurcação sela-nó, e ocorre quando a potência ativa na barra 1 é de 1,75 pu. Essa bifurcação não envolve a solução usual do fluxo de carga, SAT, e portanto, o SEP continua a operar normalmente. Deste momento em diante a SBT 1 passa a ser a única SBT do sistema. Se a carga continuar a aumentar o colapso de tensão ocorrerá quando a SAT bifurcar com a SBT 1 (ponto B na figura 3.8). A SBT 1 é, portanto, a SBT crítica quando a carga aumenta apenas na barra um do sistema de 3 barras testado. Para este caso específico, o colapso acontece quando a potência ativa na

barra 1 é de 2,55 pu.

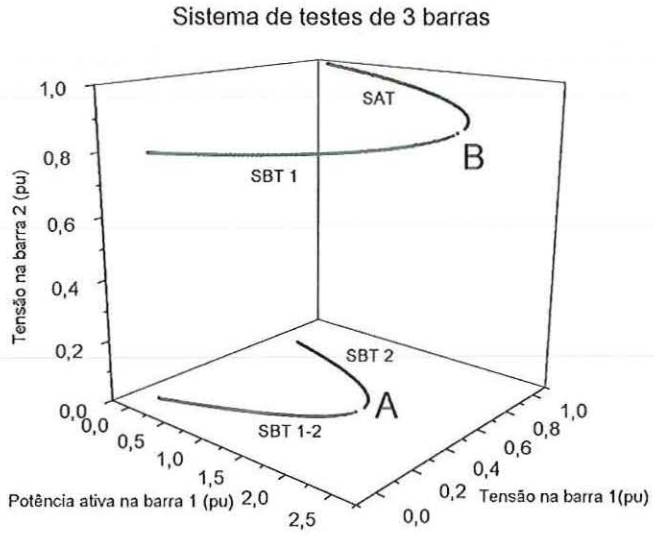

Figura 3.8: Soluções das equações de fluxo de carga à medida que as cargas são aumentadas na barra 1

3.3.3 Análise do colapso de tensão através do cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga

As SBTs têm sido alvo de estudo ao longo das duas últimas décadas devido ao importante papel que desempenham no mecanismo de colapso de tensão. Nesse contexto, alguns trabalhos propuseram utilizar as SBTs como forma de medir a proximidade do colapso de tensão.

Em [N. YORINO e CHENG, 1997] é proposto o uso da SAT e de uma SBT para calcular o CCL (do inglês "Closest Loadability Limit"), enquanto que em [CASTRO, 2002] a margem de estabilidade é definida como sendo a diferença das magnitudes de tensão da SAT e da SBT crítica. Uma outra maneira de medir a margem de estabilidade de tensão é usar os chamados métodos diretos, tal como mostrado nas referências [OVERBYE, 1993] e [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Esses e outros métodos fazem uso de SBTs para calcular a margem de estabilidade

de tensão, através de diferentes formas de se medir a distância que a SAT se encontra da SBT crítica. Entretanto, se a SBT utilizada não for a crítica, a margem de estabilidade calculada não indicará o grau de proximidade do SEP com relação ao colapso. Como um exemplo dos problemas enfrentados, considere novamente a simulação do sistema da figura 3.7, mostrado na seção anterior. Nesse caso, se a margem de estabilidade for calculada a partir da SBT 2 ou ainda da SBT 1-2, ocorrerão dois problemas. O primeiro está relacionado ao fato de que o próprio valor absoluto da margem de estabilidade de tensão estará errado. Além disso essas duas SBTs bifurcarão e desaparecerão quando a potência ativa na barra 1 for de 1,75 pu. Assim, a medida da margem de estabilidade é simplesmente perdida bem antes da ocorrência do colapso de tensão. Dessa forma, a SBT importante para efeito de análise da margem de estabilidade de tensão é a crítica.

Mas infelizmente, o cálculo da SBT crítica pode não ser uma tarefa simples. A primeira dificuldade diz respeito à própria identificação de qual das SBTs é a crítica. Este pode ser um problema complicado, especialmente no caso de SEPs de elevada dimensão. Mas além disso, existem problemas de natureza numérica, inerentes às próprias SBTs. A primeira dificuldade é a falta de uma estimativa inicial para o cálculo das SBTs através dos métodos iterativos de solução de fluxo de carga. Isso torna o cálculo das SBTs muito diferente do cálulo da SAT, que pode ser determinada a partir de uma estimativa inicial que considera as tensões próximas a 1,0 pu e os ângulos das barras próximos de zero.

As dificuldades de se identificar a SBT crítica levou alguns pesquisadores a propor o cálculo de todas as SBTs para análise de colapso de tensão [MA e THORP, 1993], [Y. TAMURA e TAYAMA, 1988]. Embora essa abordagem possa ser efetiva para pequenos sistemas de teste, ela é impraticável para um SEP de dimensões elevadas, devido ao número de SBTs que precisam ser calculadas. A fim de reduzir o esforço de cálculo requerido, foram propostos alguns métodos que procuravam identificar a SBTs mais próxima à SAT, como uma forma de se calcular o CCL (do inglês, "Closest Loadability Limit")

[K. IBA e WATANABE, 1990], [DOBSON e LU, 1993], [N. YORINO e CHENG, 1997]. Nesses casos, a SBT mais próxima à SAT é tida como sendo a SBT crítica. Entretanto, essa hipótese pode não ser verdadeira, uma vez que os aumentos subsequentes de carga podem fazer com que uma terceira SBT passe a ser a mais próxima da SAT. Apesar de todos os avanços propostos, a identificação correta da SBT crítica é um problema que ainda não foi completamente resolvido.

Com relação aos problemas numéricos, existem basicamente duas famílias de métodos. A primeira é a família de métodos conhecidos como "path following methods" (PFM) [AJJARAPURU e CHRISTY, 1992], [D.A. ALVES e COSTA, 1999] e [H.D. CHIANG e BALU, 1995]. Partindo de uma direção de crescimento de carga pré-determinada, os métodos do tipo PFM permitem superar o mal condicionamento da região do nariz das curvas PVs e assim calcular a parte inferior das curvas.

Um segundo conjunto de métodos é formado pelos chamados "State Space Search Methods" (SSSM) [K. IBA e WATANABE, 1990], [CASTRO, 2002], [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Para minimizar os problemas de convergência esses métodos fazem uma minimização do desbalanço de potência nas equações de fluxo de carga, por sobre uma determinada direção do espaço de estados. Basicamente os métodos do tipo SSSM calculam uma estimativa inicial da SBT, que é então exatamente calculada através de um programa iterativo de solução do fluxo de carga.

Em geral, os métodos do tipo PFM e SSSM apresentam bons resultados no cálculo das SBTs. Entretanto, os dois tipos de método apresentam algumas desvantagens. O maior problema dos métodos PFM é a sua dependência com relação à direção de crescimento de carga escolhida. De fato, a SBT identificada é a SBT crítica, para uma direção de crescimento de carga específica. Se a direção de crescimento de carga mudar a SBT crítica também pode mudar. Nesse caso, é necessário refazer os cálculos considerando a nova direção de crescimento, a fim de se calcular a nova SBT crítica. Ao contrário dos PFM os SSSM calculam as SBTs sem que nenhuma informação sobre o futuro do sistema

seja necessária. Dessa forma, os SSSM são independentes da direção de crescimento de carga. Entretanto, os SSSM exigem a escolha da direção do espaço de estados sobre a qual se fará a minimização do desbalanço de potência. Uma alternativa comumente utilizada é assumir a direção de busca como sendo aproximadamente paralela ao vetor de desbalanço de potência, que apresenta um grande desbalanço de potência reativa em uma determinada barra de carga do sistema [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Isso leva o método a calcular uma SBT que apresenta a tensão mais reduzida na barra onde foi considerado o desbalanço de potência reativa. Entretanto, os SSSM, em geral, não fornecem nenhuma pista de como encontrar a SBT crítica. Assim, não se tem em princípio, certeza de que a SBT calculada é a SBT crítica. Neste caso, a SBT calculada bifurcará e desaparecerá antes do colapso, e a única alternativa é tentar encontrar a SBT crítica, utilizando novamente os SSSM. Entretanto essa abordagem não é muito interessante, principalmente se o SEP já estiver próximo da situação de colapso, quando a maioria das SBTs já deve ter bifurcado e desaparecido. Nesta situação, a escolha aleatória das barras de tensão reduzida pode levar a uma sequência de tentativas e erros em que o SSSM não vai convergir, em muitos casos simplesmente porque a SBT procurada pode já não existir mais.

Com a finalidade de superar esses problemas, este trabalho propõe um método de cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga, que se baseia no uso de um sistema dinâmico auxiliar. Será mostrado nos próximos capítulos deste trabalho que, partindo de uma SBT qualquer, o método proposto deve ser capaz de calcular a SBT crítica, mesmo se a direção de crescimento de carga mudar durante a simulação.

Capítulo 4

Método proposto para cálculo das soluções de baixa tensão do fluxo de carga

Este capítulo apresenta o método proposto para o cálculos da SBT crítica das equações de fluxo de carga. O método se baseia no uso de um sistema dinâmico auxiliar. O funcionamento do método proposto é garantido pela existência de uma função do tipo energia para o sistema dinâmico auxiliar. As SBTs são calculadas explorando-se a dinâmica das variedades que compõem a fronteira da área de atração do ponto de equilíbrio estável do SEP.

Inicialmente são descritas as propriedades dos sistemas dinâmicos que possuem funções energia associadas. A seção seguinte apresenta os detalhes do método proposto para cálculo das SBTs.

4.1 Propriedades básicas dos sistemas dinâmicos com funções energia

Considere inicialmente um sistema dinâmico igual ao da equação (2.4) e repetido a seguir:

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \tag{4.1}$$

onde $f(x, \lambda)$ é uma função C^1, x é o vetor de estados e λ é um vetor de parâmetros. Para um λ fixo, um ponto $x^E \in \mathbb{R}^N$ é um ponto de equilíbrio (ou ponto crítico) de (4.1) se $f(x^E, \lambda) = 0$. Seja $\phi(t, x_0, \lambda)$ uma solução de (4.1) satisfazendo $\phi(0, x_0, \lambda) = x_0$. Se x^S é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável de (4.1) (todos os autovalores da matriz jacobiana de (4.1), calculados no ponto x^S possuem parte real estritamente negativa), então existe uma região aberta $A(x^S)$ contendo x^S, tal que para cada $x^0 \in A(x^S)$ a trajetória $\phi(t, x_0, \lambda)$ tende para x^S, quando o tempo (t) tende ao infinito. A região $A(x^S)$ é conhecida como a área de atração do ponto de equilíbrio estável x^S, conforme a definição 2.9.

Seja E o conjunto de todos os pontos de equilíbrio de (4.1).

Definição 4.1 *Uma função de classe C^1, $W(x, \lambda) : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ é uma função energia para um sistema (4.1) se as seguintes condições forem satisfeitas:*

1. $\dot{W}(x, \lambda) \leq 0$ *para cada ponto* $x \notin E$.
2. *Se* $x \notin E$, *então o conjunto* $(t \in \mathbb{R} : \dot{W}(\Phi_t(x, \lambda)) = 0)$ *possui medida 0 em* $\mathbb{R}$.
3. *Para cada* $x \in \mathbb{R}^N$, *se* $(W(\Phi_t(x, \lambda)))_{t \geq 0}$ *é limitado, então* $(\Phi_t(x, \lambda))_{t \geq 0}$ *também é limitada.*

As propriedades 1 e 2 garantem que as funções energia são estritamente decrescentes ao longo das trajetórias do sistema dinâmico. Isso significa que toda trajetória de um sistema dinâmico do tipo de (4.1) que possua uma função energia associada, tende para um ponto de equilíbrio ou se torna ilimitada, a medida que o tempo passa. Baseado nessa propriedade, o próximo teorema, extraído de [H.D. CHIANG e BALU, 1995] e [H-D. CHIANG e VARAIYA, 1988], descreve o comportamento das trajetórias de um sistema do tipo de (4.1) que possua uma função energia:

Teorema 4.2 *Se existe um função satisfazendo as condições 1 e 2 de uma função energia associada a um sistema do tipo (4.1), então cada trajetória limitada do sistema (4.1) converge para um dos pontos de equilíbrio.*

O teorema 4.2 pode ser usado para caracterizar o comportamento das trajetórias do sistema dinâmico iniciadas sobre a fronteira da área de atração [WU e VARAIYA, 1994],[H.D. CHIANG e BALU, 1995].

Teorema 4.3 *Se existe uma função energia associada a um sistema dinâmico do tipo (4.1), então toda trajetória sobre a fronteira da área de atração $\partial A(x^S)$, converge para um dos pontos de equilíbrio de $\partial A(x^S)$, à medida que o tempo cresce.*

O teorema anterior garante que se existe uma função energia associada a um sistema de potência modelado segundo (4.1), então não existem comportamentos complicados, tais como ciclos limite, por exemplo, sobre a fronteira da área de atração de (4.1). O corolário seguinte estabelece de maneira mais formal essa proposição [WU e VARAIYA, 1994]:

Corolário 4.4 *Se existe uma função energia associada ao sistema (4.1), que possui um ponto de equilíbrio assintoticamente estável x^S (mas não globalmente assintoticamente estável), então a fronteira da área de atração $\partial A(x^S)$ está contida no conjunto formado pela união das variedades estáveis $W^s(x^U)$ dos pontos de equilíbrio instáveis localizados sobre a fronteira da área de atração $\partial A(x^S)$, ou seja, $(\partial A(x^S) = \bigcup_i W^s(x^U))$.*

O corolário anterior estabelece que a fronteira da área de atração $\partial A(x^S)$ de um ponto de equilíbrio estável de um sistema dinâmico do tipo (4.1) é composta por um conjunto de pontos de equilíbrio instáveis, x_i^U, e suas variedades estáveis. A figura (4.1) apresenta um desenho esquemático típico de uma parte da área de atração de um ponto de equilíbrio estável, $A(x^S)$, e sua fronteira $\partial A(x^S)$.

O corolário 4.4 e os teoremas 4.2 e 4.3 estabelecem os fundamentos teóricos do método proposto.

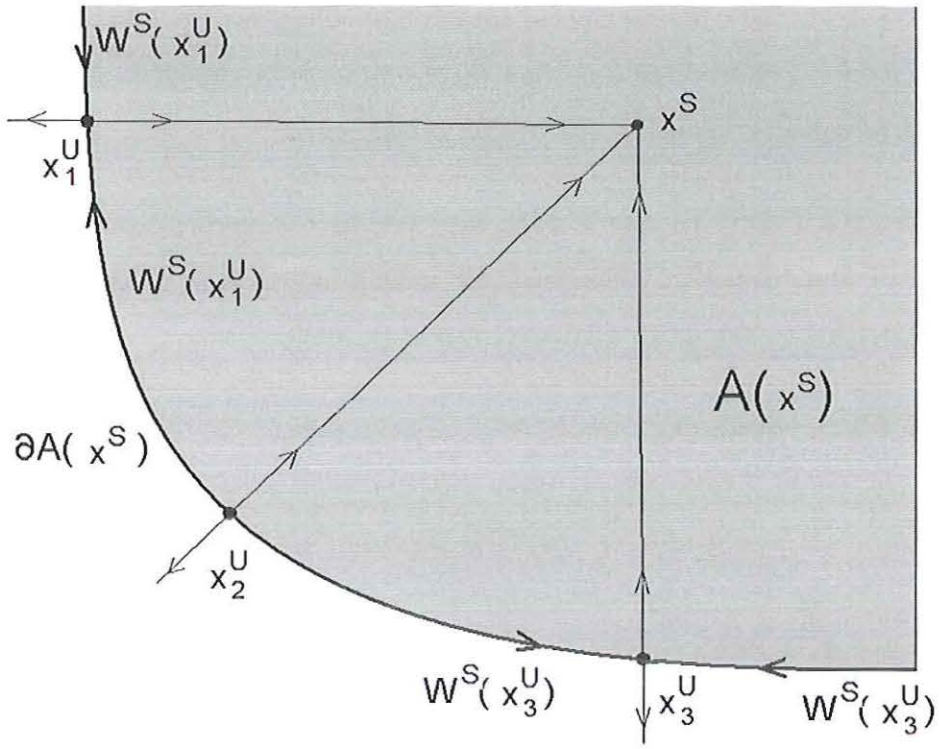

Figura 4.1: Desenho esquemático típico de uma parte da área de atração de um ponto de equilíbrio estável e sua fronteira

4.2 Método proposto para cálculo das soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga

Na seção anterior foram estabelecidas algumas propriedades básicas de um sistema do tipo (4.1) que possui uma função energia associada. A partir das equações de fluxo de carga de SEPs, equação (3.15), seja $z = (\delta, y)^T$ e $h = (f_G, g_L)^T$. Considere que exista uma função $W(z, \lambda)$, de tal forma que a equação (3.15) pode ser reescrita na forma:

$$0 = h(z, \lambda) = -\frac{\partial W(z, \lambda)}{\partial z} \tag{4.2}$$

A partir da equação (4.2), é possível definir o seguinte sistema dinâmico gradiente auxiliar:

$$\dot{z} = -\frac{\partial W(z,\lambda)}{\partial z} \tag{4.3}$$

O sistema dinâmico gradiente auxiliar (4.3) está diretamente relacionado às equações de fluxo de carga (4.2). A principal relação entre esses dois sistemas é que um ponto (z, λ) é ponto de equilíbrio de (4.3) se, e somente se, (z, λ) é solução da equação algébrica (4.2). Mas além disso, a função $W(z, \lambda)$ pode ser escolhida de tal forma que o ponto de equilíbrio estável da equação (4.3), z^S, possua uma área de atração $A(z^S)$ bem definida e delimitada pelas variedades estáveis de um conjunto de pontos de equilíbrio instáveis z^U. E mais, a função $W(z, \lambda)$ também pode ser escolhida de tal forma que o ponto de equilíbrio estável z^S da equação (4.3) corresponda à solução de alta tensão (SAT), da equação (4.2). Também cada ponto de equilíbrio instável de (4.3) corresponde a uma solução de baixa tensão de (4.2). Assim, é possível estudar as soluções de baixa tensão das equações de fluxo de carga analisando os pontos de equilíbrio do sistema dinâmico gradiente auxiliar.

Além dessas importantes características, a função $W(z, \lambda)$ que define um sistema gradiente do tipo (4.3) é uma função de Lyapunov desse mesmo sistema dinâmico, uma vez que a sua derivada temporal fica:

$$\dot{W}(z,\lambda) = \frac{\partial W(z,\lambda)}{\partial z}\dot{z} = -(\frac{\partial W(z,\lambda)}{\partial z})^2 \leq 0 \tag{4.4}$$

Considere agora um sistema de potência modelado pelas equações algébricas e não lineares do fluxo de carga (3.15), desprezando-se as condutâncias de transferência. Nesse caso, as equações de fluxo de carga podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} P_i(\vec{V}, \vec{\theta}, P_{esp_i}) &= P_{esp_i} - V_i \sum_{m=1}^{N+1} V_m(B_{im} sin(\theta_i - \theta_m)) = 0 \\ Q_i(\vec{V}, \vec{\theta}, Q_{esp_i}) &= \frac{Q_{esp_i}}{V_i} + \sum_{m=1}^{N+1} V_m(B_{im} cos(\theta_i - \theta_m)) = 0 \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde P_{esp_i} e Q_{esp_i} são, respectivamente as cargas de potência ativa e reativa. Assim, P_{esp_i} e Q_{esp_i} são os parâmetros do sistema de equações algébricas. A

variável V_i é a magnitude da tensão e θ_i é o ângulo de fase no barramento i, B_{im} é a susceptância da linha que interliga os barramentos i e m, e N+1 é o número total de barramentos do sistema.

Considere agora um sistema dinâmico auxiliar de (4.5), definido como:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= P_i(\vec{V}, \vec{\theta}, P_{esp_i}) = P_{esp_i} - V_i \sum_{m=1}^{N+1} V_m (B_{im} sen(\theta_i - \theta_m)) \\ \dot{V}_i &= Q_i(\vec{V}, \vec{\theta}, Q_{esp_i}) = \frac{Q_{esp_i}}{V_i} + \sum_{m=1}^{N+1} V_m (B_{im} cos(\theta_i - \theta_m)) \end{aligned} \tag{4.6}$$

O sistema dinâmico auxiliar (4.6) não tem significado físico. Na verdade, o sistema (4.6) é apenas um artifício matemático, que permitirá o cálculo das SBTs das equações de fluxo de carga (4.5).

Considere agora uma função $W(z, \lambda)$:

$$\begin{aligned} W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}}) = &- \sum_{i=1}^{N} P_{esp_i} \theta_i - \sum_{i=1}^{N_{PQ}} Q_{esp_i} \ln V_i - \sum_{i=1}^{N_{PQ}} \frac{V_i^2}{2} B_{ii} + \\ &- \sum_{i=1}^{N} \sum_{m=i+1}^{N+1} V_i V_m B_{im} cos(\theta_i - \theta_m) \end{aligned} \tag{4.7}$$

As derivadas parciais da função (4.7) são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})}{\partial \theta_i} &= -P_{esp_i} + V_i \sum_{m=1}^{N+1} V_m B_{im} sen(\theta_i - \theta_m) \\ \frac{\partial W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})}{\partial V_i} &= -\frac{Q_{esp_i}}{V_i} - \sum_{m=1}^{N+1} V_m B_{im} cos(\theta_i - \theta_m) \end{aligned} \tag{4.8}$$

Das equações (4.8), vê-se que o gradiente da função (4.7) é igual ao oposto das equações (4.6). Dessa forma o sistema dinâmico auxiliar (4.6) pode ser escrito na forma de um sistema gradiente do tipo (4.3), utilizando-se da função (4.7).

A função (4.7) é uma função energia simples, e foi também utilizada em [R.B.L. GUEDES e BRETAS, 2001]. A derivada temporal de (4.7) é:

$$\begin{aligned}\frac{dW(\vec{V},\vec{\theta},\vec{P_{esp}},\vec{Q_{esp}})}{dt} &= \sum_{i=1}^{N}\frac{\partial W(\vec{V},\vec{\theta},\vec{P_{esp}},\vec{Q_{esp}})}{\partial\theta_i}\frac{d\theta_i}{dt}+\\ &+\sum_{i=1}^{N_{PQ}}\frac{\partial W(\vec{V},\vec{\theta},\vec{P_{esp}},\vec{Q_{esp}})}{\partial V_i}\frac{dV_i}{dt}\end{aligned} \tag{4.9}$$

Mas $\frac{d\theta_i}{dt}=\dot{\theta}_i$ e $\frac{dV_i}{dt}=\dot{V}_i$, e pelas equações (4.6) e (4.8), a equação (4.9) é igual a:

$$\dot{W}(\vec{V},\vec{\theta},\vec{P_{esp}},\vec{Q_{esp}}) = -\sum_{i=1}^{N}\left(P_i(\vec{V},\vec{\theta},P_{esp_i})\right)^2-\sum_{i=1}^{N_{PQ}}\frac{Q_i(\vec{V},\vec{\theta},Q_{esp_i})^2}{V_i}\leq 0 \tag{4.10}$$

A equação (4.10) evidencia que a função (4.7) também é uma função do tipo energia do sistema dinâmico gradiente auxiliar (4.6), uma vez que as três condições de 4.1 estão atendidas.

Pelo teorema 4.3, a existência de uma função energia tal como (4.7), implica que as seguintes afirmativas são verdadeiras para o sistema dinâmico auxiliar (4.6):

- Uma trajetória $\Phi(\vec{V_0},\vec{\theta_0},\vec{P_{esp0}},\vec{Q_{esp0}},t)$ do sistema dinâmico (4.6) sobre a fronteira da área de atração $\partial A(x^S)$ tende para um ponto de equilíbrio quando $t\rightarrow\infty$.
- Uma trajetória $\Phi(\vec{V_0},\vec{\theta_0},\vec{P_{esp0}},\vec{Q_{esp0}},t)$ do sistema dinâmico (4.6) iniciada suficientemente próxima de $\partial A(x^S)$ passa nas vizinhanças de um ponto de equilíbrio instável localizado sobre $\partial A(x^S)$.

A última afirmativa fornece um meio de se resolver o problema da perda da medida da margem de estabilidade se a SBT rastreada bifurcar e desaparecer. Uma vez que os pontos de equilíbrio instáveis de (4.6) também são soluções das equações algébricas do fluxo de carga (4.5), uma simulação numérica do sistema dinâmico (4.6) que siga uma trajetória próxima de $\partial A(x^S)$ deve passar nas vizinhanças de uma nova SBT das equações de fluxo de carga. Este princípio foi utilizado para o desenvolvimento do método proposto neste trabalho para o cálculo da SBT crítica. Na próxima seção são apresentados os detalhes da implementação.

4.2.1 Implementação do método proposto para o cálculo da SBT crítica

O objetivo principal deste trabalho é calcular a SBT crítica da solução de fluxo de carga, de tal forma que seja possível determinar a margem de estabilidade de tensão dos SEPs. A análise da margem de estabilidade de tensão pode começar com o cálculo de uma das SBTs das equações de fluxo de carga (4.5). Isso pode ser feito através de um dos SSSM, tal como os apresentados em [CASTRO, 2002] ou [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Se as cargas do SEP forem lentamente aumentadas, é possível rastrear a SBT calculada através do cálculo de sucessivos fluxos de carga. Para isso utiliza-se como estimativa inicial, a SBT calculada no fluxo de carga anterior. Ao mesmo tempo em que a SBT vai sendo rastreada, pode-se ir calculando a SAT. Assim, de posse dos valores da SAT e de uma das SBTs, é possível estimar uma margem de estabilidade de tensão. Para o cálculo da margem de estabilidade, é possível utilizar, por exemplo, dos métodos energéticos [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996], ou de qualquer das outras maneiras de se fazer a medição da margem de estabilidade de tensão através das SBTs, tais como as propostas em [K. IBA e WATANABE, 1990], [N. YORINO e CHENG, 1997], [CASTRO, 2002], entre outros. De qualquer forma, independente de como a margem de estabilidade é calculada, se a SBT rastreada não for a SBT crítica, ela deverá bifurcar e desaparecer antes da ocorrência do colapso de tensão. Neste caso, o método proposto poderá ser utilizado para calcular uma nova SBT, e assim permitir que se continue a medir a margem de estabilidade de tensão.

Para se entender os detalhes do método proposto neste trabalho, considere que a SBT que vinha sendo rastreada bifurcou no ponto x_0. Apesar das possíveis mudanças qualitativas na estrutura das órbitas de (4.6) devido a ocorrência de uma bifurcação, o ponto x_0 não deve estar muito afastado da fronteira da área de atração, $\partial A(x^S)$, imediatamente após a ocorrência da bifurcação. Dessa forma, uma integração numérica do sistema dinâmico auxiliar (4.6), iniciada no ponto x_0 e seguindo uma trajetória próxima a $\partial A(x^S)$, deve passar nas imediações de um novo ponto de equilíbrio instável, x^U, pertencente à fronteira $\partial A(x^S)$.

Mas x^U também é uma SBT das equações de fluxo de carga (4.5). Assim, se a trajetória calculada seguir suficientemente próxima à $\partial A(x_S)$, ela deverá entrar nas vizinhanças de uma nova SBT, de tal forma que será possível calcular uma estimativa inicial da nova SBT. A partir daí, o valor exato da nova SBT pode ser determinado através dos algorítmos de solução das equações de fluxo de carga.

Mas embora o princípio do método proposto seja simples, a fronteira $\partial A(x_S)$ possui uma variedade instável. Dessa forma, a trajetória calculada tende a se afastar de $\partial A(x_S)$ à medida que ela se aproxima do ponto de equilíbrio instável x^U. A fim de manter a trajetória calculada sempre próxima a $\partial A(x_S)$, optou-se por inserir um passo corretor entre passos de integração numérica. Essa idéia foi inspirada no chamado "Shadowing Method" proposto em [VITTAL e KLIEMANN, 1996] para o cálculo de pontos de equilíbrio de controle para análise de estabilidade transitória.

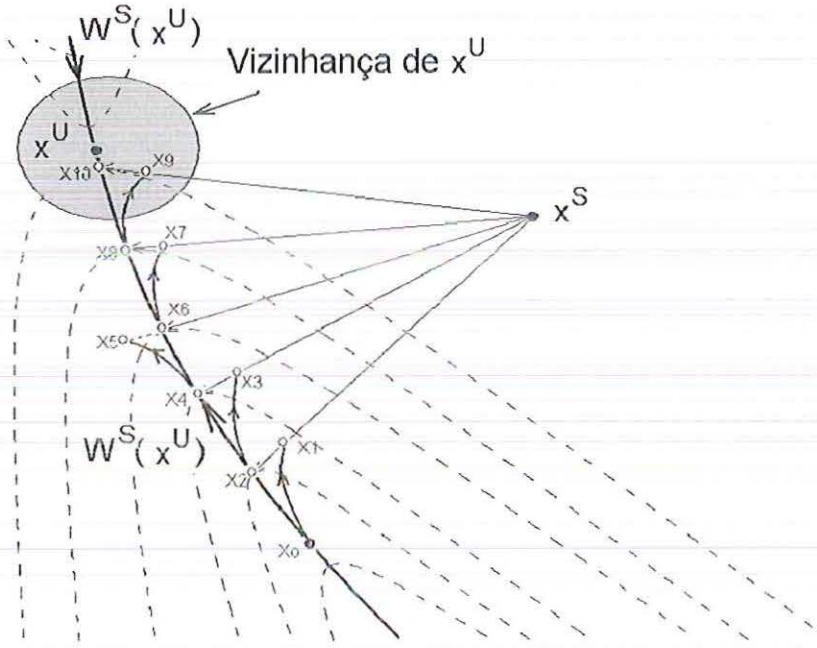

Figura 4.2: Ciclos de cálculo do método proposto

Uma sequência de cálculo típica do método proposto é mostrado na figura 4.2. Esta figura apresenta o ponto de equilíbrio estável x^S (associado à SAT do fluxo de carga), um ponto de equilíbrio instável x^U (associado a uma das SBTs) e sua variedade instável $W^s(x^U)$, do sistema dinâmico auxiliar (4.6). As curvas

pontilhadas representam as curvas de nível de energia, definidas por uma função energia do tipo de (4.7). Iniciando no ponto x_0, uma integração numérica do sistema (4.6) resulta em uma trajetória que tende a seguir a variedade estável $W^s(x^U)$, em direção ao ponto de equilíbrio x^U. Entretanto, a variedade instável de x^U faz com que a trajetória se afaste da fronteira $\partial A(x^S)$. Assim, considere que o primeiro passo de integração numérica leve o sistema a seguir uma trajetória que se inicia no ponto x_0 e segue até o ponto x_1, tal como mostrado na figura 4.2. O próximo passo é um passo corretor. O passo corretor deve levar a trajetória calculada de volta às vizinhanças de $\partial A(x^S)$. Isso é feito através da determinação do ponto de máxima energia sobre o segmento de reta que liga os pontos x_1 e x^S, $(\overrightarrow{x_1 - x^S})$. Esse ponto de máxima energia deve se situar próximo à fronteira $\partial A(x^S)$ pois a função energia (4.7) satisfaz a equação (4.3), de tal forma que os pontos de máximo de (4.7) devem coincidir com a fronteira $\partial A(x^S)$. Na figura 4.2 esse ponto de máxima energia é o ponto x_2. A uma sequência de cálculo formada por um passo de integração numérica e um passo corretor, nós demos o nome de ciclo de cálculo.

A repetição de ciclos de cálculo leva a trajetória calculada a atingir as vizinhanças do ponto de equilíbrio instável x^U, mostrada em cinza na figura 4.2. Dessa forma, o ponto x_{10} da sequência de cálculo mostrada na figura 4.2 pode ser utilizado como uma estimativa do ponto de equilíbrio instável x^U. O ponto x_{10} é então usado como a estimativa inicial do método de Newton-Raphson completo para solução das equações de fluxo de carga.

O algoritmo básico de um ciclo de carga completo é mostrado a seguir:

1. Execute o passo de integração numérica. Seja x_k o ponto inicial e x_{k+1} o ponto final do passo de integração numérica.

2. Verifique se x_{k+1} pertence à vizinhança de um ponto de equilíbrio instável:

   (a) SIM $\rightarrow$ VÁ PARA O PASSO 4

   (b) NÃO $\rightarrow$ VÁ PARA O PASSO 3

3. Execute o passo corretor (seja x_{k+2} o ponto final do passo corretor). VÁ PARA O PASSO 1

4. Execute a rotina de fluxo de carga, considerando x_{k+1} como uma estimatica inicial. O fluxo de carga convergiu?

   (a) SIM $\rightarrow$ VÁ PARA O PASSO 5

   (b) NÃO $\rightarrow$ VÁ PARA O PASSO 3

5. FIM

Quando a rotina de fluxo de carga convergir, então uma nova SBT foi calculada. Quando isso acontecer, o programa desenvolvido volta à rotina principal. Assim, as cargas voltam a ser lentamente aumentadas e a nova SBT passa a ser rastreada. Se a nova SBT não for a crítica, ela deve bifurcar e desaparecer antes da bifurcação sela-nó final que leva o sistema ao colapso de tensão. Se isso ocorrer, então o método proposto é aplicado mais uma vez e uma terceira SBT é calculada. O cálculo de uma nova SBT, sempre que a SBT rastreada desaparecer, leva o programa desenvolvido a ir de uma SBT a outra, até que a SBT crítica é calculada. Isso é garantido pelo fato de que a solução crítica é a última SBT que existe nos momentos que antecedem a bifurcação sela-nó final. Assim, o programa desenvolvido é capaz de identificar a SBT crítica, partindo de qualquer SBT do sistema.

Embora essa sequência de cálculos de SBTs possa parecer pouco efetiva quando existirem muitas SBTs, os testes realizados mostraram que o método proposto apresenta uma forte tendência para convergir rapidamente para a SBT crítica. De fato, na quase totalidade dos testes realizados, o método proposto convergiu diretamente para a SBT crítica, assim que a primeira SBT rastreada bifurcou.

Do ponto de vista prático é importante mencionar que a implementação de duas rotinas simples aumentou consideravelmente a eficiência do método proposto. A primeira rotina verifica se ao final dos passos de integração numérica alguma das variáveis de estado relativas às tensões, V_i, se tornou menor que zero. Nesse caso o passo corretor é aplicado, de tal forma que a trajetória calculada

é novamente trazida para a fronteira $\partial A(x^S)$. Essa rotina se faz necessária pelo fato de que a função energia utilizada (4.7), possui um termo que é uma função logarítmica das tensões. A segunda rotina implementada verifica, ao final dos passos corretores, se a trajetória calculada não está presa em um "looping" permanente. Isso acontece se o ponto final do passo corretor for igual ao ponto inicial do passo de integração numérica do mesmo ciclo de cálculo. Se isso ocorrer, o impasse é quebrado pelo acionamento de uma rotina que desloca o ponto de operação x_i, por sobre o segmento de reta que une o ponto de operação e o ponto de equilíbrio estável, $(x_i \vec{-} x^S)$. Assim, um novo ciclo de cálculo é iniciado no ponto $x_{i+1} = x_i + \alpha.(x_k \vec{-} x^S)$. Para que a rotina quebre o "looping" interferindo o mínimo possível na trajetória calculada do sistema, o escalar α é gerado aleatoriamente e com um valor sempre reduzido $(0 < \alpha < 0,25)$.

Como uma observação final, suponha que as cargas do sistema estejam crescendo em uma determinada direção. Considere também que o método proposto convergiu para uma SBT, chamada de SBT_1, que será a SBT crítica do sistema. Se nada mudar, a SBT_1 será rastreada até que ocorra a bifurcação sela-nó que levará o SEP ao colapso. Mas considere agora que em algum momento entre o cálculo da SBT_1 e a bifurcação sela-nó final, a direção de crescimento de carga mude, de tal forma que uma outra SBT vai agora estar envolvida na bifurcação com a SAT. Isso significa que a SBT_1 bifurcará antes do ponto de colapso. Neste momento o método proposto será novamente acionado pelo programa de simulação e a nova SBT crítica será calculada. Assim, o programa desenvolvido é capaz de encontrar a SBT crítica, mesmo se a direção de crescimento de carga do SEP mudar durante a simulação.

Capítulo 5

Resultados obtidos

O programa desenvolvido neste trabalho foi inicialmente testado nos sistemas Stagg 5 barras e IEEE New England 39 barras, desconsiderando-se as perdas desses sistemas. Em seguida o método proposto também foi aplicado ao cálculo das SBTs dos sistemas IEEE 39 barras e IEEE 118 barras com condutâncias de transferência.

De acordo com o algorítmo proposto, uma SBT foi inicialmente calculada em cada teste realizado. As cargas foram então lentamente aumentadas enquanto a SAT e a SBT foram sendo rastreadas. Cada SBT foi rastreada até o ponto em que ela bifurcava e desaparecia. Nesse momento o método proposto era aplicado e uma nova SBT era encontrada. As cargas eram então novamente aumentadas lentamente, e a nova SBT era então rastreada.

Do ponto de vista de implementação do programa desenvolvido, é importante mencionar que para o passo de integração utilizou-se o método de Runge-Kuta de segunda ordem. O tempo de cada passo de integração foi fixado em 250 milisegundos. Um ponto da trajetória foi considerado como pertencente à vizinhança de um ponto de equilíbrio instável se $P_i(\vec{V}, \vec{\theta}, P_{esp_i}) \leq 0.5$ e $Q_i(\vec{V}, \vec{\theta}, Q_{esp_i}) \leq 0.5$ para cada equação i do sistema (4.6).

A seguir são apresentados os resultados obtidos com cada um dos três sistemas testados.

5.1 Sistema de teste Stagg 5 barras sem perdas

Seja o sistema elétrico de potência de 5 barras, considerado livre de perdas, mostrado na figura (5.1).

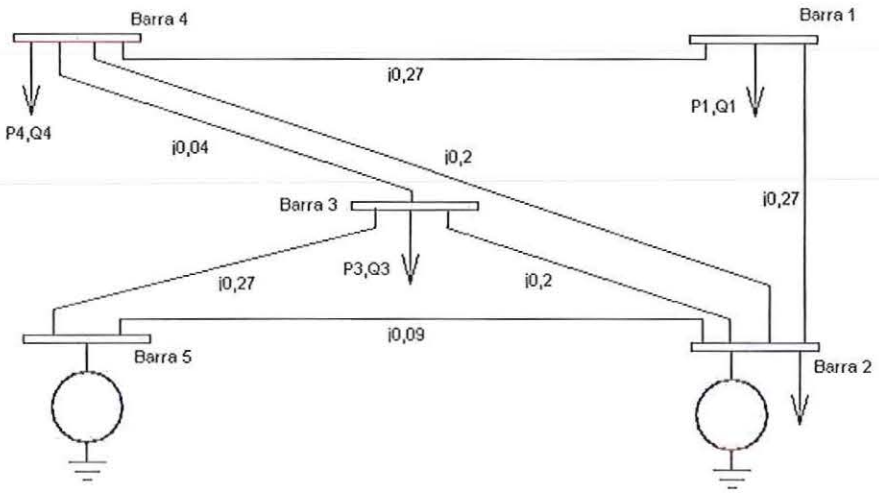

Figura 5.1: Sistema de 5 barras sem perdas

Se as cargas e gerações forem convenientemente reduzidas, é possível determinar as sete SBTs do SEP. Como se sabe, cada SBT está asssociada à ocorrência de uma ou mais tensões reduzidas nas barras de carga do sistema. Assim, a SBT 1 possui a tensão reduzida na barra 1. Da mesma forma, a SBT 3-4 possui as tensões reduzidas nas barras 3 e 4, e assim por diante.

Para melhor caracterizar as SBTs e a sequência de bifurcações, as cargas e gerações do sistema de 5 barras foram reduzidas a apenas 5% do seus valores nominais. Para este nível reduzido de carga, calculou-se as sete SBTs existentes, através do método proposto em [OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996]. Os valores das tensões (em pu) e os ângulos nas barras (em radianos) para cada uma das SBTs são mostrados na tabela 5.1:

Tabela 5.1										
SBTs do sistema de 5 barras para situação de carga reduzida										
SBT	V_1	θ_1	V_2	θ_2	V_3	θ_3	V_4	θ_4	V_5	θ_5
1	0,000	-1,407	1,042	-0,001	0,853	-0,004	0,795	-0,004	1,060	0,000
3	0,765	-0,003	1,042	-0,002	0,001	-1,256	0,209	-0,018	1,060	0,000
4	0,696	-0,002	1,042	-0,001	0,237	-0,014	0,001	-1,453	1,060	0,000
1-3	0,000	-1,410	1,042	-0,002	0,002	-1,295	0,134	-0,036	1,060	0,000
1-4	0,000	-1,407	1,042	-0,001	0,237	-0,015	0,001	-1,466	1,060	0,000
3-4	0,696	-0,003	1,042	-0,001	0,002	-1,248	0,002	-1,446	1,060	0,000
1-3-4	0,000	-1,408	1,042	-0,001	0,002	-1,252	0,003	-1,436	1,060	0,000

De acordo com a nomeclatura apresentada no capítulo 3, as SBTs podem ser nomeadas e classificadas segundo o seu padrão de tensão, conforme mostrado na tabela 5.2.

Tabela 5.2	
Perfil de tensão das SBTs do sistema de 5 barras	
Solução do FC	Perfil de tensão
SAT	$(V_1^A{}_{SAT}, V_3^A{}_{SAT}, V_4^A{}_{SAT})$
SBT 1	$(V_1^B{}_{SBT1}, V_3^A{}_{SBT1}, V_4^A{}_{SBT1})$
SBT 3	$(V_1^A{}_{SBT3}, V_3^B{}_{SBT3}, V_4^A{}_{SBT3})$
SBT 4	$(V_1^A{}_{SBT4}, V_3^A{}_{SBT4}, V_4^B{}_{SBT4})$
SBT 1-3	$(V_1^B{}_{SBT13}, V_3^B{}_{SBT13}, V_4^A{}_{SBT13})$
SBT 1-4	$(V_1^B{}_{SBT14}, V_3^A{}_{SBT14}, V_4^B{}_{SBT14})$
SBT 3-4	$(V_1^A{}_{SBT34}, V_3^B{}_{SBT34}, V_4^B{}_{SBT34})$
SBT 1-3-4	$(V_1^B{}_{SBT134}, V_3^B{}_{SBT134}, V_4^B{}_{SBT134})$

Partindo-se de um nível reduzido de carga, as potências ativas e reativas foram lentamente aumentadas segundo a relação:

$$\begin{aligned} P_{esp_i\,K+1} &= P_{esp_i\,K} + \Delta P_{esp_i} \\ Q_{esp_i\,K+1} &= Q_{esp_i\,K} + \Delta Q_{esp_i} \end{aligned} \tag{5.1}$$

Onde ΔP_{esp_i} e ΔQ_{esp_i} são valores incrementais das potências ativa e reativa.

5.1.1 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa na barra 1

A primeira sequência de testes apresentada foi realizada com um aumento das potências ativa e reativa da barra 1, conforme as relações (5.1). O crescimento da carga leva as soluções instáveis a bifurcar aos pares. É possível observar a sequência de bifurcações calculando-se a energia de cada solução instável, utilizando-se da função energia (4.7). O nível de energia para cada SBT, dado o crescimento das cargas da barra 1, é mostrado na figura (5.2). Essa figura é uma montagem dos resultados de sete simulações diferentes. Em cada uma dessas simulações foi rastreada uma das sete SBTs, utilizando-se sempre a mesma direção de crescimento de carga.

A ocorrência de uma bifurcação é representada pelo encontro de duas curvas de energia, o que significa que os dois pontos de equilíbrio se tornaram iguais. Neste momento as duas SBTs desaparecem, e consequentemente não é mais possível calcular a curva de energia associada à SBT. Para esta direção de crescimento de carga, acontecem inicialmente 3 bifurcações. Estas bifurcações são chamadas neste trabalho de bifurcações intermediárias. Por fim acontece a bifurcação final entre a SBT crítica e a SAT, que leva o sistema ao colapso:

- Bifurcação intermediária entre a SBT 4 e SBT 1-4, quando a potência ativa na barra 1 é de 1,281 pu.
- Bifurcação intermediária entre a SBT 3-4 e SBT 1-3-4, quando a potência ativa na barra 1 é de 1,291 pu.
- Bifurcação intermediária entre a SBT 3 e SBT 1-3, quando a potência ativa na barra 1 é de 1 1,461 pu.
- Bifurcação final entre a SBT 1 e SAT, quando a potência ativa na barra 1 é de 2,601 pu.

A observação da sequência de bifurcações pode ser melhor vizualizada na figura (5.3), que mostra uma ampliação da figura (5.2).

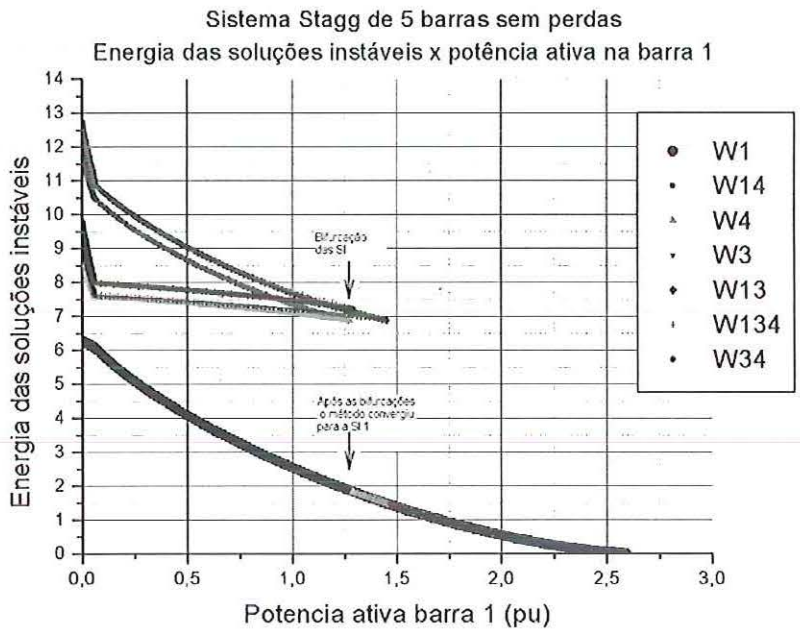

Figura 5.2: Nível de energia das SBTs do sistema Stagg para aumento de potência ativa e reativa na barra 1

Neste caso, a SBT crítica é a SBT 1. É sempre interessante notar que a curva da energia associada à SBT 1 a única da figura 5.2 que é contínua do começo ao fim da simulação. Após a ocorrência de cada bifurcação, o programa acionou o método proposto e uma nova SBT foi calculada. Isso pode ser verificado pela sobreposição das curvas que aparecem na figura (5.2). É possível perceber que em todos os casos apresentados a primeira SBT calculada foi a SBT 1, com exceção da bifurcação da SBT 3-4, quando o método convergiu inicialmente para a SBT 1-3. Nesse caso, voltou-se então a aumentar a carga na barra 1, rastreando a SBT 1-3 e somente após a bifurcação da SBT 1-3 é que o programa convergiu para a SBT 1.

A sequência de eventos e o resultado dos cálculos em cada um dos testes realizados podem ser vistos na tabela 5.3 mostrada a seguir. Os resultados são apresentados agrupados de acordo com os pares envolvidos em cada bifurcação e segundo a ordem em que elas ocorrem. A exceção é obviamente a SBT crítica. A tabela mostra qual a SBT inicialmente considerada (SBT inicial), o valor da

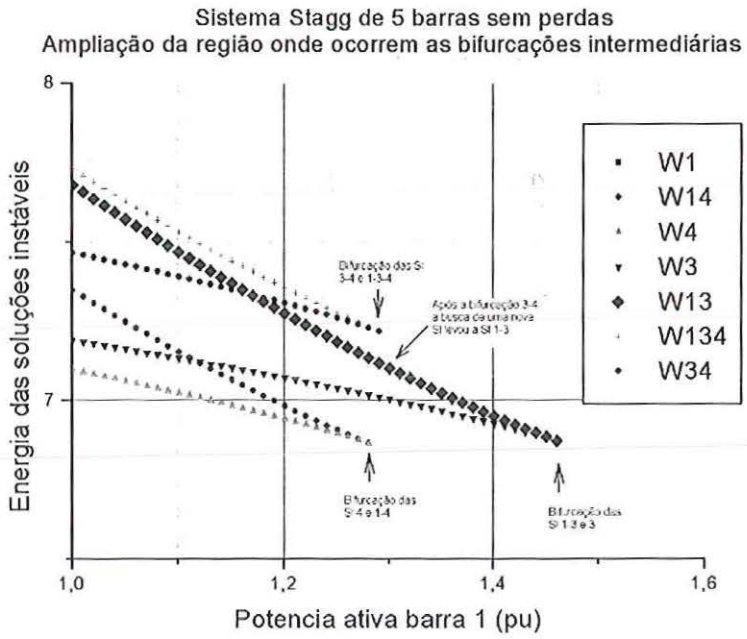

Figura 5.3: Detalhe do nível de energia das SBTs do sistema Stagg para aumento de potência ativa e reativa na barra 1

potência na barra 1 quando ocorreu a bifurcação da solução inicialmente rastreada (P1 na 1a. bif) e para qual SBT o programa convergiu (SBT calc). No caso em que ocorreu uma primeira convergência para uma outra SBT que não a SBT crítica, também é mostrada em que potência se deu a segunda bifurcação (P1 na 2a bif) e para qual SBT o programa convergiu a seguir.

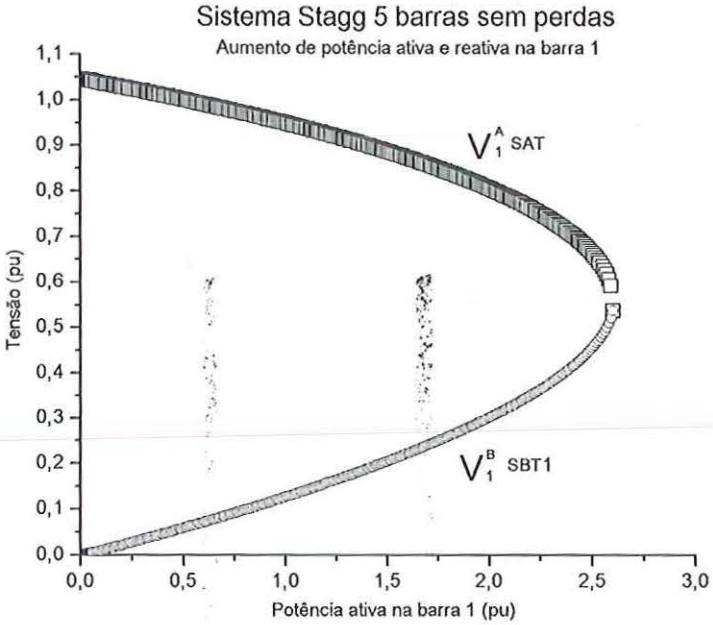

Figura 5.4: Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 1 na SAT e na SBT 1, para aumento de carga na barra 1

Tabela 5.3				
Sistema de 5 barras - Rastreamento SBTs - Carga cresce na barra 1				
SBT inicial	P1 na 1a. bif.	SBT calc	P1 na 2a. bif.	SBT calc
1	-	-	-	-
4	1,281 pu	1	-	-
1-4	1,281 pu	1	-	-
3-4	1,291 pu	3	1,461 pu	1
1-3-4	1,291 pu	1	-	-
3	1,461 pu	1	-	-
1-3	1,461 pu	1	-	-

A ocorrência das bifurcações também pode ser observadas através das curvas

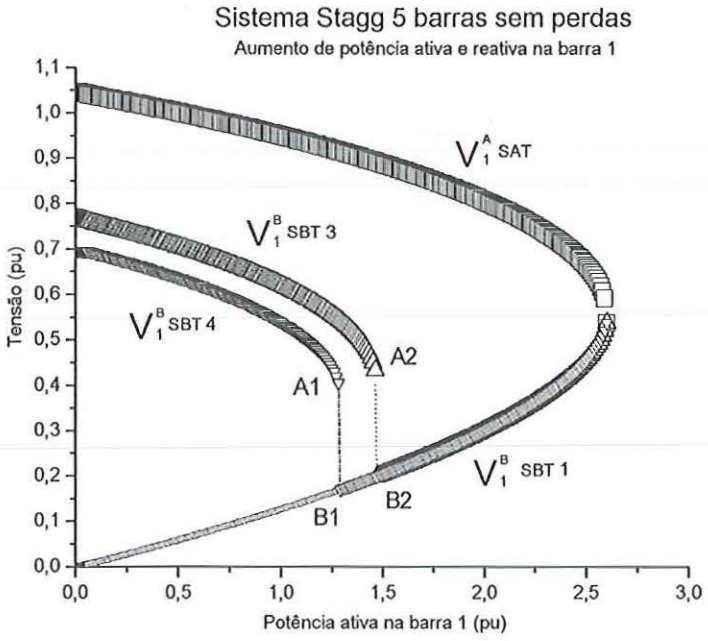

Figura 5.5: Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 1 na SAT e nas SBTs 1,3 e 4 para aumento de carga na barra 1

PV. A figura 5.4 mostra o comportamento das tensões associadas à barra 1 na SAT e na SBT 1, para o mesmo aumento de carga na barra 1 considerado nas figuras anteriores. No momento da bifurcação a SAT e a SBT 1 se fundem em um único ponto. Isso implica que ${V_1^A}_{SAT} = {V_1^B}_{SBT1}$, ${V_3^A}_{SAT} = {V_3^A}_{SBT1}$ e ${V_4^A}_{SAT} = {V_4^A}_{SBT1}$. Assim, o rastreamento das tensões associadas à barra 1 (barra crítica) na SAT, ${V_1^A}_{SAT}$, e SBT 1, ${V_1^B}_{SBT1}$, resulta em uma curva PV comum. A ocorrência da bifurcação pode ser confirmada pelo encontro das duas curvas no nariz (ou "nose") da curva PV.

Também o funcionamento do método proposto para o cálculo das SBTs pode ser visto a partir de uma curva PV. A figura 5.5 mostra os níveis de tensão associados à barra 1 na SAT e nas SBT 1, da mesma forma que na figura 5.4. Mas além disso, também são apresentadas as curvas dos níveis de tensão referentes à barra 1 para as SBTs 3 e 4. Se acompanharmos, por exemplo, a evolução do nível de tensão associado à barra 1 na SBT 4, veremos que no ponto A1, a SBT 4 desaparece. Das figuras 5.2 e 5.3, sabe-se que neste ponto a SBT 4 bifurcou

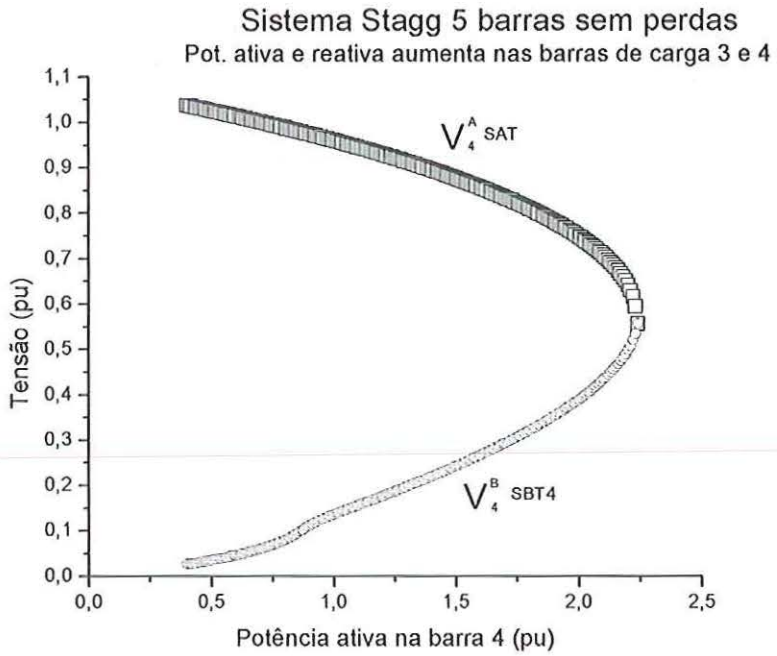

Figura 5.6: Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e na SBT 4 para aumento de carga nas barras 3 e 4

com a SBT 1-4, que não foi mostrada na figura 5.5. Neste momento, a aplicação do método proposto leva ao cálculo da SBT 1, causando a descontinuidade da curva da tensão, que salta do ponto A1 para o ponto B1 na figura 5.5. A partir do ponto B1 o programa passa a rastrear a SBT 1, como se pode perceber pela superposição das curvas da tensão associadas à barra 1. A mesma coisa acontece com a simulação que rastreia a SBT 3. Neste caso, a SBT 3 bifurca no ponto A2 e o método proposto converge para a SBT1 no ponto B2 da figura 5.5.

5.1.2 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 3 e 4

A figura 5.6 mostra os níveis de tensão associados à barra 4 para a SAT e a SBT 4, para um aumento de carga nas barras 3 e 4. Nesse caso a SBT crítica é a SBT 4, conforme mostrado pela curva PV da figura 5.6.

A figura 5.7 é semelhante à figura 5.6, mas mostra também a evolução dos

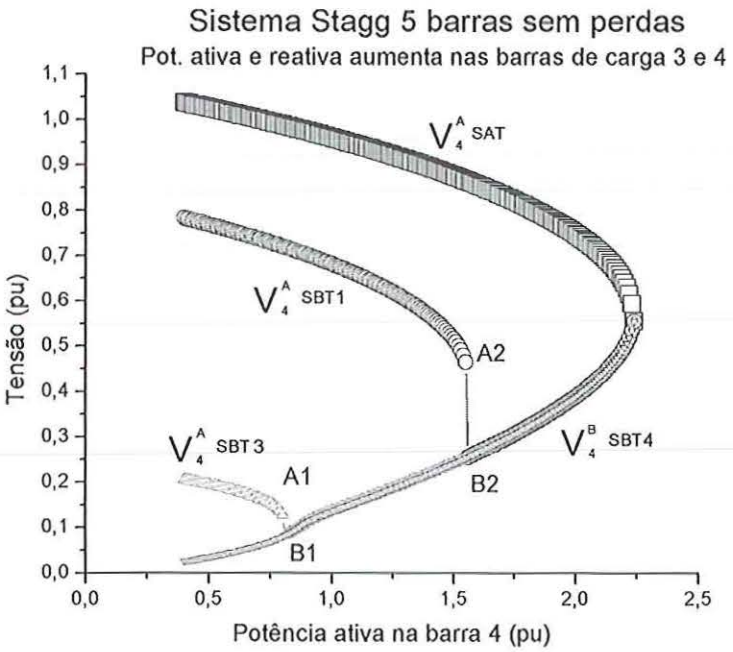

Figura 5.7: Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e nas SBTs 1, 3 e 4 para aumento de carga nas barras 3 e 4

níveis de tensão associados à barra 4 para as SBTs 1 e 3. Assim, é possível ver que quando as SBTs 1 e 3 bifurcam, respectivamente nos pontos A2 e A1, o método proposto converge para a SBT 4, conforme pode ser verificado pela superposição de curvas a partir dos pontos B2 e B1.

5.1.3 Sistema de 5 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 1, 3 e 4

Da mesma forma, a figura 5.8 mostra os níveis de tensão associados à barra 4 para a SAT e as SBTs 1, 3 e 4, para um aumento da potência consumida em todas as barras de carga do sistema. Tal como nos testes anteriores, o programa convergiu para a SBT crítica, que neste caso é a SBT 4, tão logo ocorreram as bifurcações das SBTs inicialmente rastreadas.

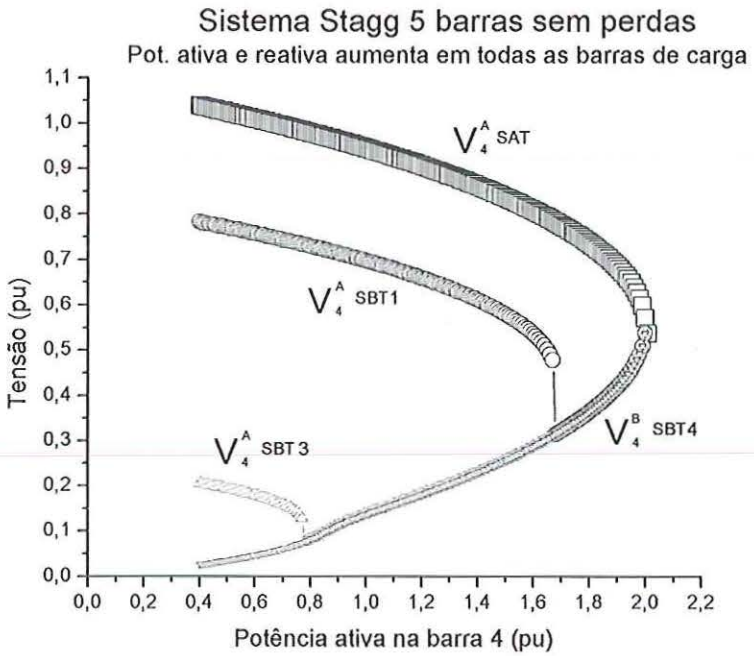

Figura 5.8: Stagg 5 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 4 na SAT e nas SBTs 1,3 e 4 para aumento de carga nas barras 1, 3 e 4

5.2 Sistema IEEE New England de 39 barras

Testes idênticos a aqueles realizados com o sistema Stagg de 5 barras foram também realizados com o sistema de testes IEEE New England de 39 barras. Este sistema é composto por 18 barras PQ, 10 barras PV, uma barra de referência, 34 linhas de transmissão e 11 transformadores, tal como mostrado na figura (5.9).

Em uma primeira sequência de testes também foram desprezadas as condutâncias das linhas de transmissão, tal como no caso do sistema Stagg de 5 barras. Dessa maneira foram realizados 41 testes, considerando-se aumentos de potência ativa e reativa nas cargas das barras 7, 12 e 27. Para cada uma dessas direções de crescimento de carga foram rastreadas a SBT crítica e várias outras SBTs. As SBTs rastreadas foram aquelas associadas a pontos de equilíbrio instáveis do tipo 1. Assim, em geral, as SBTs rastreadas apresentaram níveis de tensão significativamente menores em uma barra de carga. Neste caso o programa desenvolvido foi capaz de calcular a SBT crítica em 90,2% dos casos testados. O

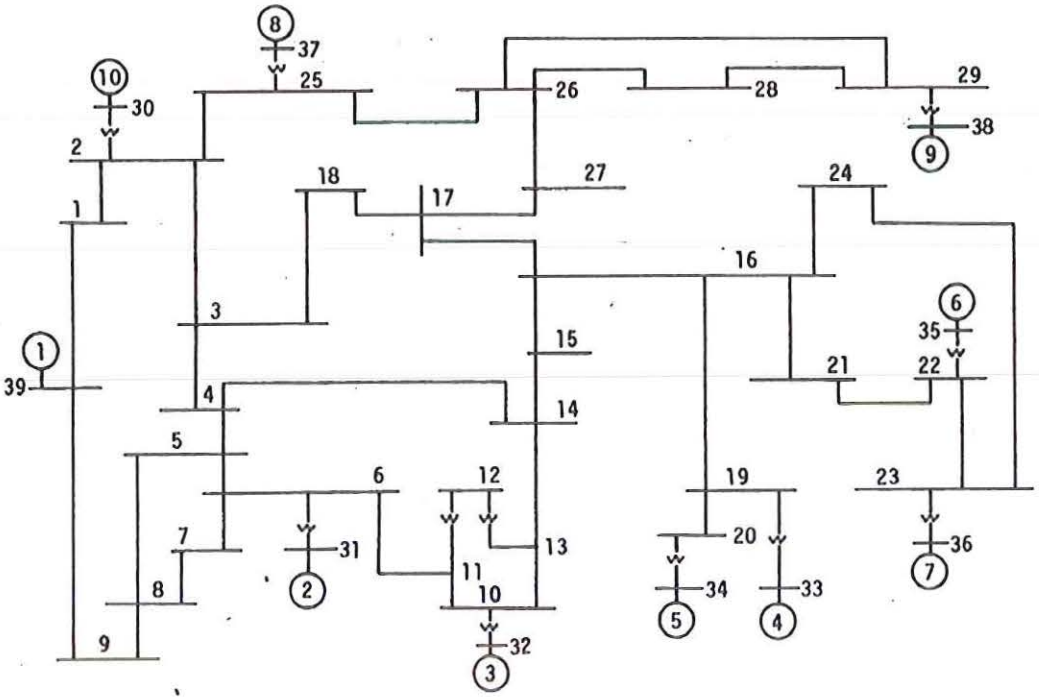

Figura 5.9: Sistema de testes IEEE New England de 39 barras

resumo dos resultados encontrados para este caso é comparado com os obtidos para outros sistemas na próxima seção.

Os testes seguintes foram realizados no sistema de 39 barras considerando-se as perdas. O principal problema relacionado à presença de condutâncias de transferência é que neste caso não é possível encontrar uma função energia $W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})$ para o sistema dinâmico auxiliar (4.6) que satisfaça as condições da definição (4.1) [NARASIMHAMURTHI, 1984a]. Isso se deve ao aparecimento de termos que possuem integrais dependentes do caminho durante os cálculos da $W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})$ [ALBERTO e BRETAS, 2000]. Isso faz com que não seja possível garantir que as trajetórias sobre a fronteira $\partial A(x^S)$ convergirão para uma SBT, pois as condições do teorema 4.3 não são mais satisfeitas. Mas apesar disso, os testes mostraram que o método proposto também se presta a análise dos SEPs com perdas. Neste caso o sistema dinâmico auxiliar utilizado foi igual ao sistema dinâmico (4.6) acrescido dos termos das condutâncias das

linhas de transmissão:

$$\dot{\theta}_i = P_i(\vec{V}, \vec{\theta}, P_{esp_i}) = P_{esp_i} - V_i \sum_{m=1}^{N+1} V_m(G_{im}cos(\theta_i - \theta_m) + B_{im}sen(\theta_i - \theta_m))$$
$$\dot{V}_i = Q_i(\vec{V}, \vec{\theta}, Q_{esp_i}) = \frac{Q_{esp_i}}{V_i} + \sum_{m=1}^{N+1} V_m(G_{im}sen(\theta_i - \theta_m) - B_{im}cos(\theta_i - \theta_m)) \tag{5.2}$$

O lado direito das equações do sistema dinâmico auxiliar (4.6) é igual às equações usuais do problema de fluxo de carga em SEP. Como não é possível encontrar uma função energia associada à (5.2) optou-se por se utilizar a função energia (4.7), que é a mesma função energia utilizada para os sistemas sem perdas. A função energia (4.7) pode ser entendida como uma aproximação do que seria uma função energia perfeita para o sistema de potência com as condutâncias. Neste caso esta aproximação deverá ser tanto melhor quanto menor for o efeito das condutâncias das linhas de transmissão do sistema. De qualquer forma, a utilização da função energia sem perdas acrescenta erros ao passo corretor, pois a trajetória calculada pode não ser reposicionada exatamente sobre a fronteira da área de atração. Este novo formato do método proposto foi inicialmente testado para o sistema de 39 barras.

5.2.1 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa na barra 7

As figuras 5.10 e 5.11 mostram os níveis de tensão associados à barra 7 da SAT e das SBTs 9, 12, 21 e 28, à medida que as potências ativa e reativa são aumentadas na barra 7 do sistema. Neste caso, a barra crítica é a barra 7. É possível ver também que nos quatro casos analisados o método proposto convergiu para a SBT 7, crítica, imediatamente após a bifurcação da SBT inicialmente rastreada.

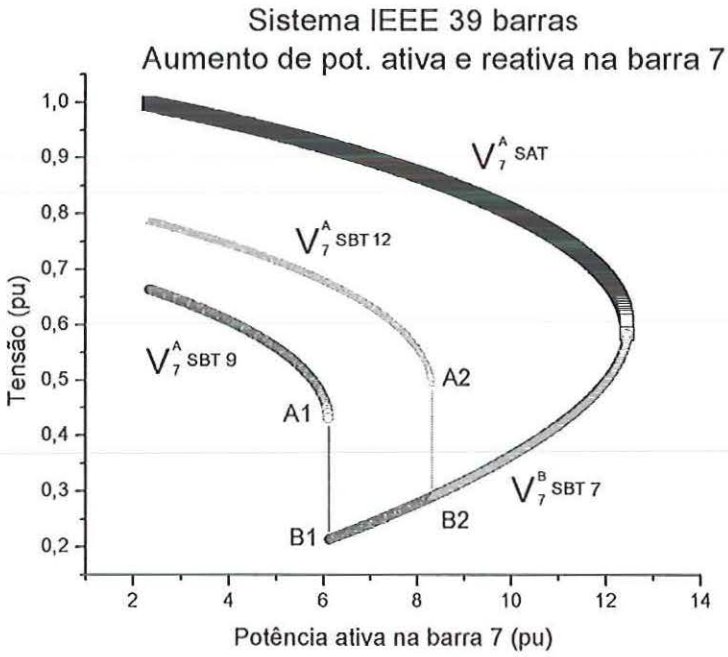

Figura 5.10: IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 9 e 12 para aumento de carga na barra 7

5.2.2 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa na barra 16

A figura 5.12 mostra os níveis de tensão também associados à barra 7 para a SAT e as SBTs 15 e 21, à medida que as potências ativa e reativa são aumentadas na barra 16. Também nesse teste o método proposto convergiu para a SBT 7, que é a SBT crítica para essa direção de crescimento de carga.

5.2.3 Sistema de 39 barras com perdas - Aumento de potência ativa e reativa nas barras 3, 7, 20, 23, 25 e 28

A figura 5.13 mostra como evoluem os níveis de tensão associados à mesma barra 7, na SAT e nas SBTs 9 e 18, em função do crescimento das potências ativa e reativa nas barras 3, 7, 20, 23, 25 e 28. Como nos outros testes, o método proposto

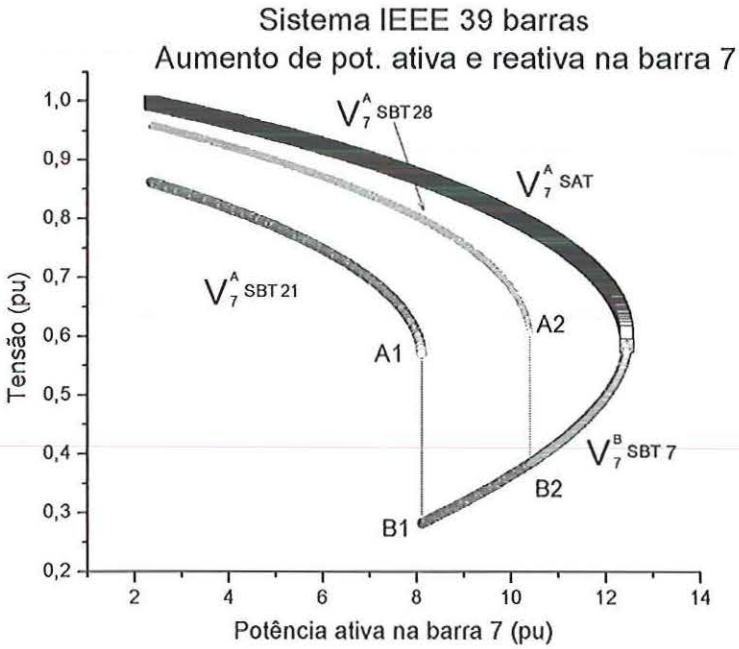

Figura 5.11: IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 21 e 28 para aumento de carga na barra 7

convergiu diretamente para a SBT 7 (crítica) imediatamente após a bifurcação das SBTs inicialmente rastreadas.

5.3 Sistema IEEE 118 barras

Por último o programa desenvolvido foi testado no sistema IEEE 118 barras. Esse sistema é composto por 64 barras PQ, 53 barras PV, 1 barra de referência e 179 linhas de transmissão. O sistema IEEE 118 barras possui três áreas bem definidas, tal como mostrado na figura 5.14.

5.3.1 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa e reativa em todas as barras do sistema

O primeiro conjunto de testes apresentado rastreou inicialmente as SBTs 50, 67, 97 e 115, para um aumento da potência ativa e reativa em todas as barras do

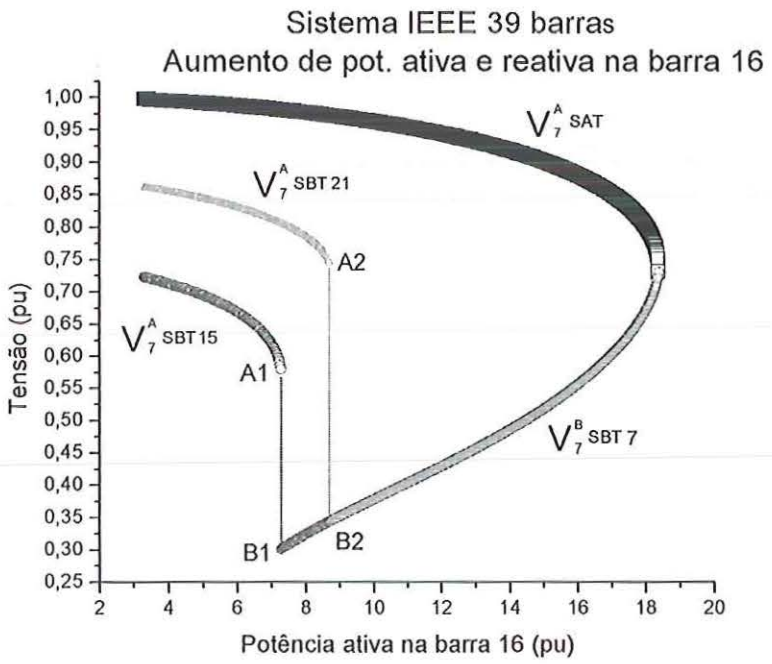

Figura 5.12: IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 15 e 21 para aumento de carga na barra 16

sistema. Nesses testes as cargas também foram aumentadas segundo a equação (5.1). As figuras 5.15 e 5.16 mostram a evolução das tensões associadas à barra 75 para a SAT e as SBTs 50, 67, 97 e 115. Também nesses casos pode-se ver que o método proposto convergiu diretamente para a SBT 75, que é a SBT crítica, imediatamente após as SBTs rastreadas bifurcarem.

5.3.2 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa em todas as barras do sistema

Um segundo conjunto de testes apresentados rastreou as SBTs 13, 53, 67 e 86, considerando agora um aumento apenas na potência ativa de todas as barras de carga do sistema. As figuras 5.17 e 5.18 apresentam os níveis de tensão associados à barra 75 para a SAT e para as SBTs 13, 53, 67 e 86. Como nos outros casos o algorítmo convergiu para a SBT 75, que é a SBT crítica.

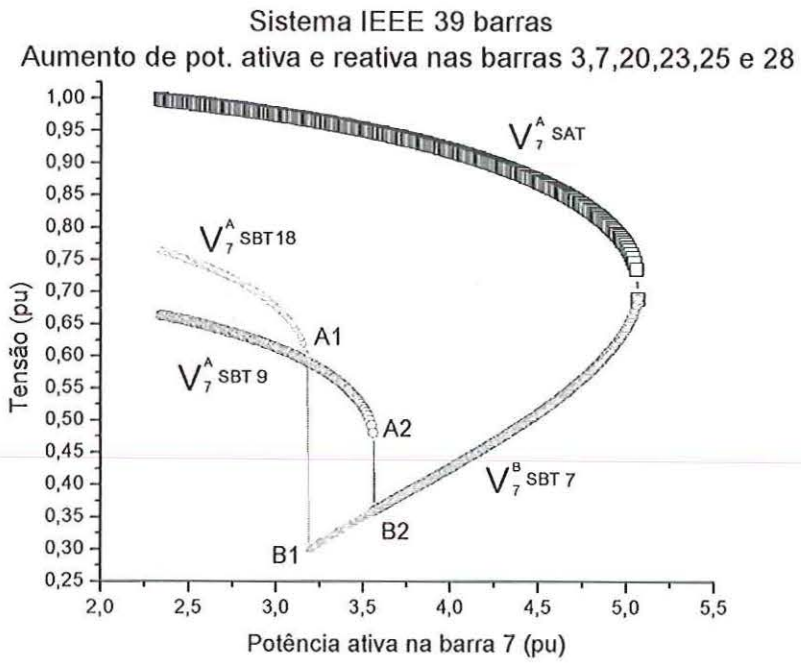

Figura 5.13: IEEE-39 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 7 na SAT e nas SBTs 9 e 18 para aumento de carga nas barras 3,7,20,23,25 e 28

5.3.3 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa nas barras da área dois

Quando as cargas de potência ativa são aumentadas apenas nas barras que compõem a área 2 do sistema de 118 barras, é possível verificar que a SBT crítica é a SBT 47. Neste caso as figuras 5.19 e 5.20 mostram os níveis de tensão associados à barra 47 para a SAT e para as SBTs 20, 97, 102 e 117. Após ocorrerem as bifurcações o método proposto convergiu para a curva associada à tensão na barra 47 da SBT 47, que segue até a bifurcação com a SAT.

5.3.4 Sistema de 118 barras - Aumento de potência ativa e reativa nas barras da área três

A última figura apresentada é a figura 5.21, que foi produzida a partir das simulações que rastrearam as SBTs 13 e 115 para um aumento de potência ativa e reativa nas barras da área 3 do sistema de 118 barras. Também nesse caso, a

barra crítica é a barra 75, e tal como nos anteriores o programa convergiu para a SBT crítica.

5.4 Balanço final do desempenho e esforço computacional requerido pelo método proposto

O programa desenvolvido foi inicialmente aplicado ao cálculo das SBTs do sistema Stagg de 5 barras, desprezando-se as condutâncias das linhas de transmissão. Foram realizados 49 testes. Considerou-se diferentes direções de crescimento de carga, e para cada uma dessas direções de crescimento de carga todas as sete possíveis SBTs foram consideradas como SBTs iniciais. Neste caso, o programa foi capaz de calcular a SBT crítica em todos os casos testados. Além disso, em 43 dos 49 casos testados o programa convergiu diretamente para a SBT crítica imediatamente após a SBT inicialmente rastreada bifurcar.

A seguir o programa foi aplicado 41 vezes ao sistema de 39 barras, desconsideradas as perdas. Neste caso foi possível identificar a SBT crítica em 37 casos (90,2% dos casos testados). Nos outros quatro testes realizados a sequência de cálculo não convergiu para nenhuma SBT. A convergência imediata para a SBT crítica após a bifurcação da SBT incialmente rastreada aconteceu em 33 dos 37 casos bem sucedidos (89,18% dos casos bem sucedidos).

No próximo conjunto de testes o método proposto foi aplicado 75 vezes ao IEEE 39 barras com perdas. Neste caso, após a bifurcação da SBT inicialmente rastreada, o método proposto convergiu para uma nova SBT em 53 dos 75 testes executados (70,6% dos casos testados). Mas além disso, dos 53 testes bem sucedidos o método proposto convergiu diretamente para a SBT crítica em 46 casos (86,8% dos casos bem sucedidos).

Por último o programa foi testado 55 vezes com o sistema IEEE 118 barras. Nestes testes foram consideradas diferentes SBTs iniciais e variadas direções de crescimento de carga. Nestes testes foi posssível identificar uma nova SBT em 53 dos 55 casos testados, o que significa que 96,4% dos testes foram bem sucedidos.

Uma análise dos 3 casos em que o programa não foi capaz de achar uma SBT mostra que em dois desses casos o método convergiu para a SAT. Em apenas um único caso não houve convergência para nenhuma solução das equações de fluxo de carga. Assim como nos outros sistemas testados, também nos testes com o sistema de 118 barras o método proposto apresentou uma tendência bastante forte para convergir direto para a SBT crítica. Dos 53 testes bem sucedidos, o método convergiu diretamente para a SBT crítica após a primeira SBT bifurcar em 51 deles (96,2% dos testes bem sucedidos).

Talvez o dado mais importante a ser observado nos testes realizados é a forte tendência que o método proposto apresentou, de convergir diretamente para a SBT crítica tão logo a SBT inicialmente rastreada bifurca. Como se pode observar, isso ocorreu em um número expressivo dos testes realizados. Mas além disso, a análise dos casos onde o programa convergiu inicialmente para uma SBT intermediária não crítica, nos mostra que a SBT crítica foi identificada assim que essa primeira SBT intermediária bifurcou. Em outras palavras, não foi registrado nenhum caso em que o programa desenvolvido precisou calcular mais do que uma SBT intermediária para chegar à SBT crítica. Também chama a atenção o fato de que os resultados encontrados para o sistema de 118 barras foram ainda melhores do que aqueles obtidos com o sistema de 39 barras. Supomos que isso pode ter sido causado pelas características do próprio sistema de 39 barras, que é na verdade um sistema equivalente a um sistema real de maior dimensão. Assim, a presença de barras tais como a barra 39, que representa um outro sistema de potência, pode ser a causa de anomalias que dificultem a convergência da trajetória calculada para novas SBTs. De qualquer forma, esse fenômeno ainda precisa ser melhor entendido.

Os resultados obtidos estão resumidos na tabela 5.4, mostrada a seguir:

Tabela 5.4	
Resumo dos resultados obtidos no rastreamento das SBTs	
Sistema Stagg de cinco barras sem perdas	
Total de casos simulados	49
Total de casos bem sucedidos	49
Percentual de casos bem sucedidos	100%
Total de casos com convergência direta à SBT crítica	43
Perc. dos casos bem sucedidos c/ convergência direta SBT p/ crítica	87,7%
Sistema de 39 barras sem perdas	
Total de casos simulados	41
Total de casos bem sucedidos	37
Percentual de casos bem sucedidos	90,2%
Total de casos com convergência direta à SBT crítica	33
Perc. dos casos bem sucedidos c/ convergência direta SBT p/ crítica	89,18%
Sistema de 39 barras com perdas	
Total de casos simulados	75
Total de casos bem sucedidos	53
Percentual de casos bem sucedidos	70,6%
Total de casos com convergência direta à SBT crítica	46
Perc. dos casos bem sucedidos c/ convergência direta p/ SBT crítica	86,8%
Sistema de 118 barras com perdas	
Total de casos simulados	55
Total de casos bem sucedidos	53
Percentual de casos bem sucedidos	96,4%
Total de casos com convergência direta à SBT crítica	51
Perc. dos casos bem sucedidos c/ convergência direta p/ SBT crítica	96,2%

Os testes apresentados neste trabalho foram realizados em um computador Pentium 4, equipado com um processador de 3,0 GHz. O esforço computacional requerido para calcular as SBTs do sistema de 118 barras apresentadas neste trabalho é detalhado na tabela 5.5. Nesta tabela estão relacionadas as SBTs inicialmente rastreadas (SBT inicial) e as barras onde as cargas crescem (Cresc. carga). São também apresentados o tempo de processamento utilizado para calcular a SBT crítica após a bifurcação da SBT inicial (tempo), apresentado em segundos, e o número de ciclos de cálculo requeridos (ciclos). Conforme definido no capítulo 4, um ciclo de cálculo é composto por um passo de integração numérica e um passo corretor. Por último também é mostrado o número de vezes que a rotina de fluxo de carga foi acionada durante o processo de cálculo da SBT crítica (fluxos de carga).

Tabela 5.5

Esforço computacional para o cálculo da SBT crítica - IEEE 118 barras

Cresc. carga	SBT inicial	Tempo (seg)	Ciclos de cálculo	Fluxos de carga
Todas	SBT 50	7	6	1
Todas	SBT 115	11	11	1
Todas	SBT 67	5	4	1
Todas	SBT 97	7	6	1
Todas	SBT 13	8	6	1
Todas	SBT 53	9	11	1
Todas	SBT 67	5	4	1
Todas	SBT 86	41	41	10
Área 2	SBT 20	11	13	1
Áea 2	SBT 117	9	10	1
Área 2	SBT 97	7	5	1
Área 2	SBT 102	6	5	1
Área 3	SBT 13	18	13	2
Área 3	SBT 115	18	12	2

O tempo médio de cálculo da SBT crítica nos 53 testes bem sucedidos do sistema de 118 barras foi de 13,05 segundos. Da mesma forma, o número médio de ciclos de cálculo foi 16 e o número médio de fluxos de carga foi de 1,65.

Resultados similares foram obtidos com os testes executados com o sistema de 39 barras. Neste caso, o número médio de ciclos de cálculo nos testes bem sucedidos foi 20 e a rotina de fluxo de carga foi acionada uma ou duas vezes. A comparação desses resultados com os obtidos para o sistema de 118 barras nos leva a crer que a aplicação do método proposto para sistemas ainda maiores não afetará o número médio de ciclos de cálculo e fluxos de carga calculados. Em outras palavras, supomos que o esforço computacional deve ser proporcional ao aumento do trabalho exigido para calcular ciclos de carga e fluxos de carga de sistemas de maior dimensão.

É importante mencionar que o programa foi testado sem que nenhum tipo de rotina de esparsidade tenha sido implementada. Além disso a função energia (4.7) não considera as condutâncias das linhas de transmissão, presentes nas equações do sistema dinâmico auxiliar (5.2). Essa característica da função (4.7) tende a dificultar o processo de convergência para uma nova SBT. Apesar disso, o método proposto se mostrou bastante efetivo para o cálculo da SBT crítica. Isso acontece porque o sistema dinâmico auxiliar (5.2) utilizado nos passos de simulação, considera as condutâncias de transferência. Assim, do ponto de vista numérico apenas os passos corretores são afetados pela presença das condutâncias de transferência.

Como último comentário, é possível afirmar, a partir dos testes realizados, que se o método proposto não convergir dentro de algumas dezenas de ciclos de cálculo, então a trajetória calculada não deve convergir para nenhuma SBT. Essa informação pode ser utilizada para indicar que o processamento deve ser interrompido. A busca da SBT crítica pode ser então reiniciada, a partir de uma SBT inicial diferente.

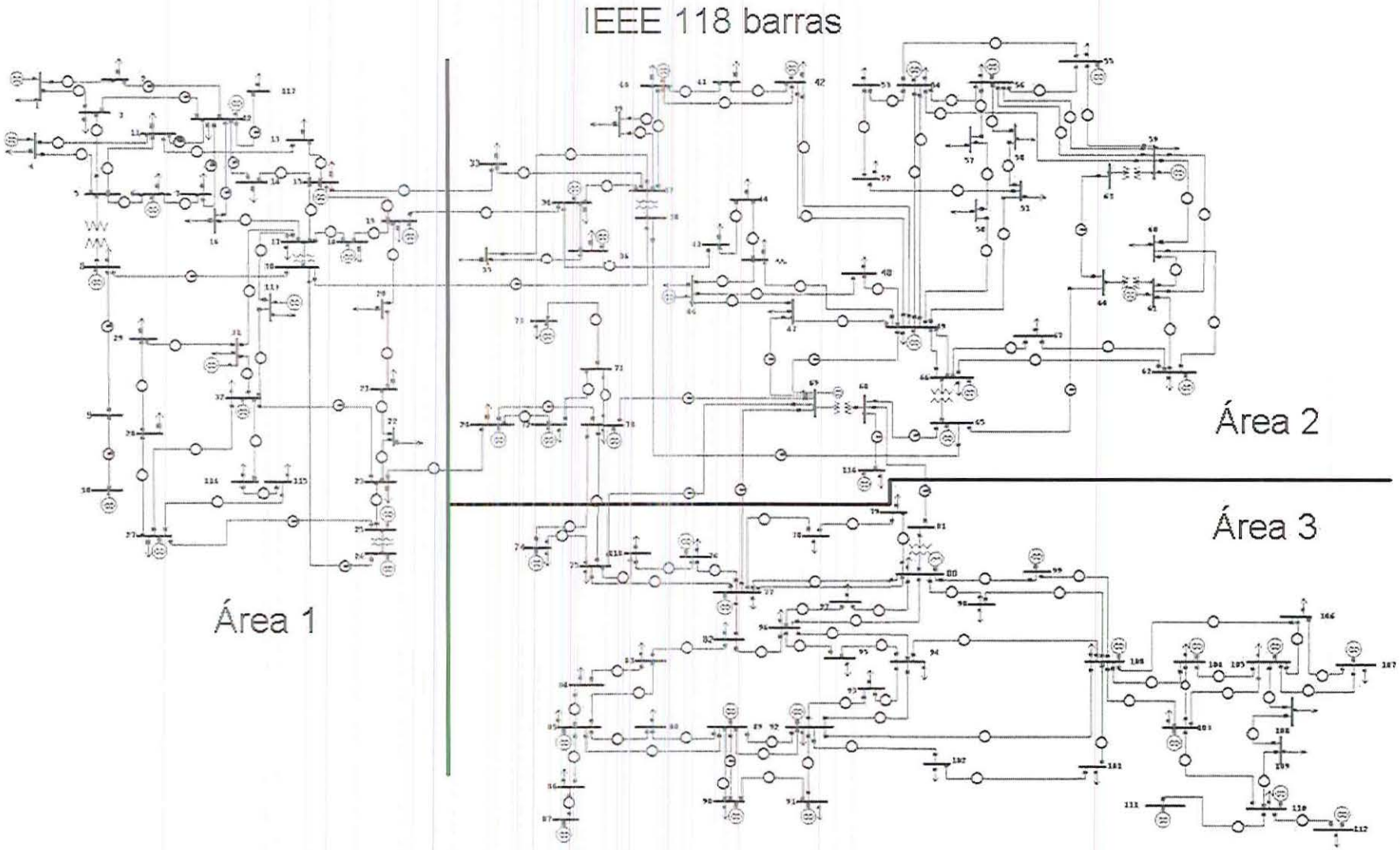

Figura 5.14: Sistema IEEE 118 barras

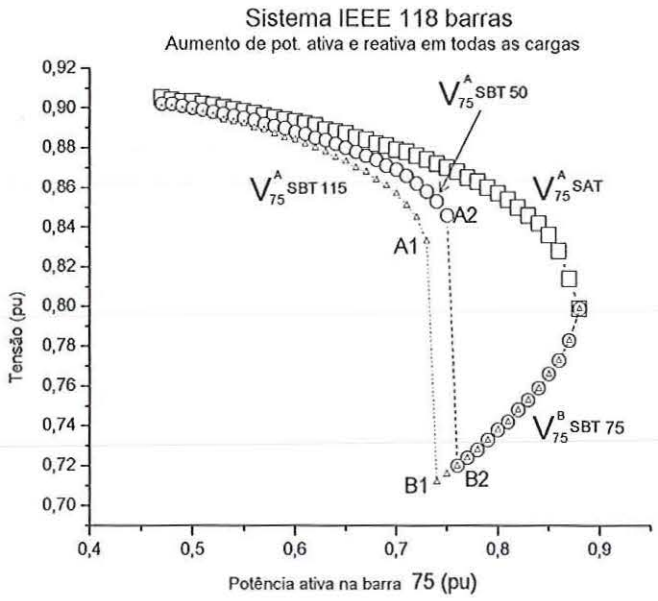

Figura 5.15: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 50 e 115 para aumento de potência ativa e reativa em todas as barras

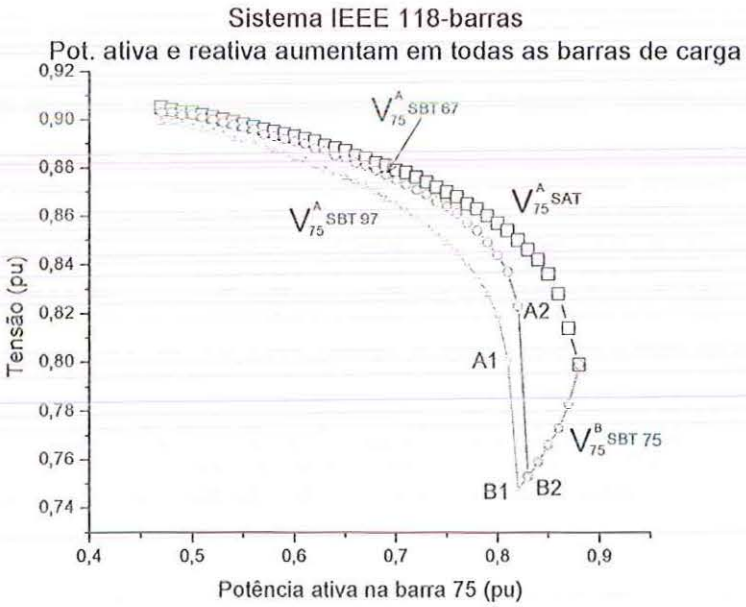

Figura 5.16: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 50 e 115 para aumento de potência ativa e reativa em todas as barras

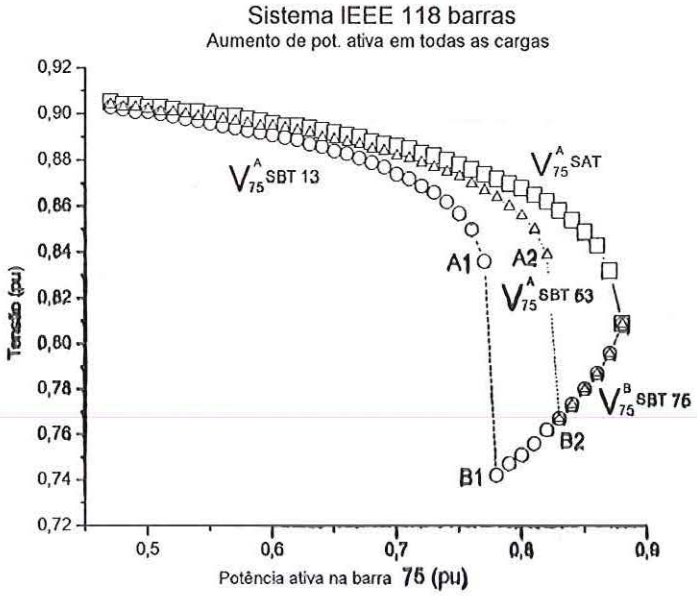

Figura 5.17: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 13 e 53 para aumento de potência ativa em todas as barras

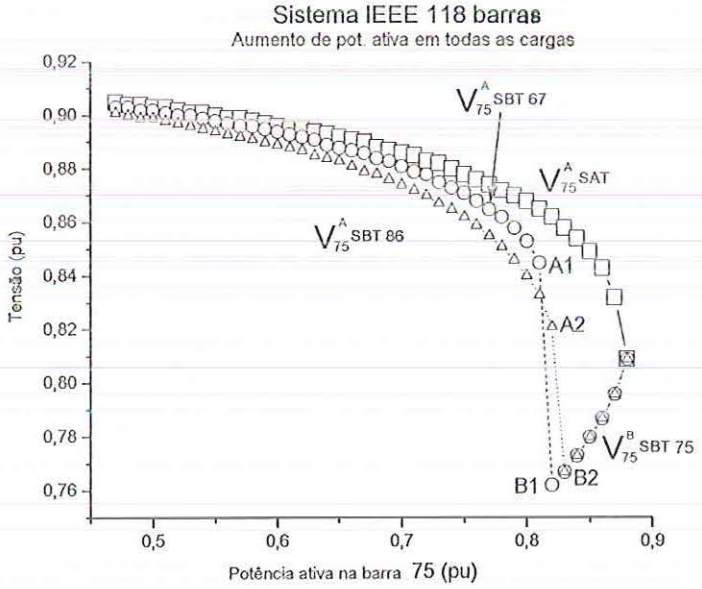

Figura 5.18: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 67 e 86 para aumento de potência ativa em todas as barras

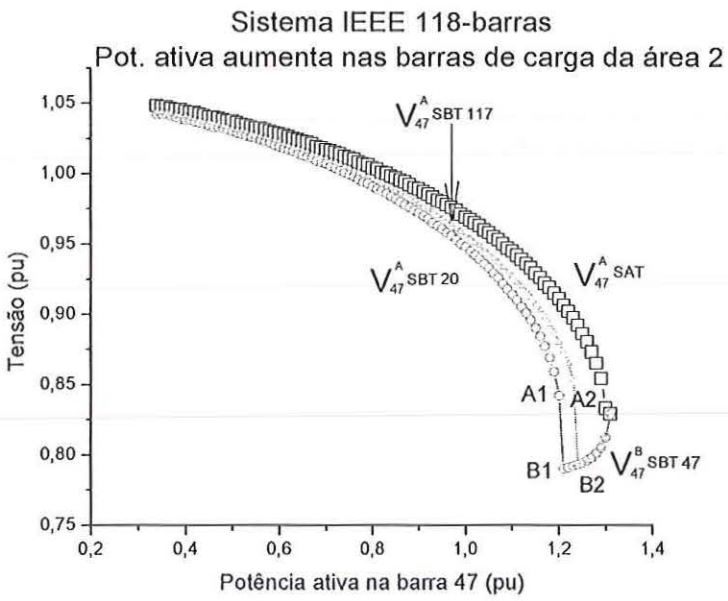

Figura 5.19: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 47 na SAT e nas SBTs 20 e 117 para aumento de potência ativa nas barras da área 2

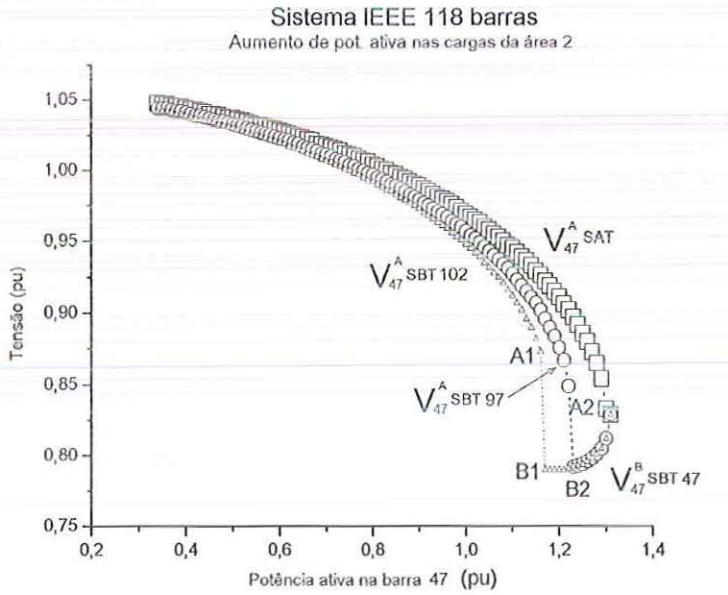

Figura 5.20: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 47 na SAT e nas SBTs 97 e 102 para aumento de potência ativa nas barras da área 2

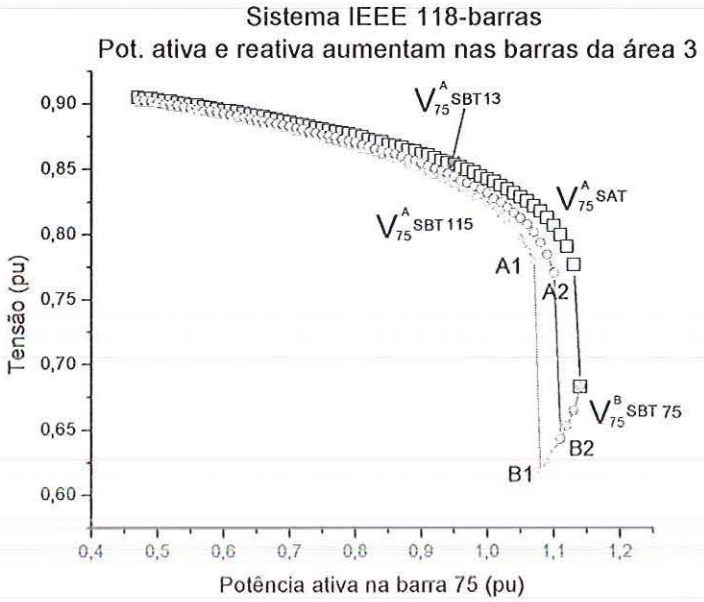

Figura 5.21: IEEE-118 - Curva PV dos níveis de tensão associados à barra 75 na SAT e nas SBTs 13 e 115 para aumento de potência ativa e reativa nas barras da área 3

Capítulo 6

Função energia estendida para modelagem de cargas segundo o modelo ZIP

Este capítulo apresenta os princípios teóricos que permitiram o desenvolvimento da função energia estendida que modela as cargas dependentes da tensão, segundo o conhecido modelo ZIP de cargas.

As restrições algébricas do SEP serão substituídas por equações diferenciais, utilizando-se a teoria de perturbação singular, de modo que o sistema de potência ficará modelado por um sistema de equações dinâmicas. Nesse caso a estrutura da rede é preservada, e sendo assim, é possível analisar o efeito de uma perturbação em todas as variáveis do sistema de potência.

O capítulo é iniciado com a explicação de como os modelos dos sistemas de potência podem ser adaptados a partir dos sistemas algébrico-diferenciais para sistemas puramente diferenciais, preservando-se a estrutura da rede. Isso permite que também se obtenha informações sobre as tensões nas barras do sistema, a partir da integração numérica das equações do novo modelo de SEP. A seguir são apresentadas a extensão do princípio de invariância de LaSalle e a função energia estendida calculada a partir do modelo de estrutura preservada.

6.1 Modelagem dos sistemas de potência através da teoria de perturbação singular

Seja um sistema de potência modelado pelas equações (3.7), (3.8) e (3.9), durante a ocorrência e eliminação de uma falta no sistema. Conforme explicado em [Y. ZOU e CHIANG, 2003], os sistemas dinâmicos (3.7), (3.8) e (3.9), podem ser interpretados como sistemas dinâmicos implícitos, definidos sobre a variedade algébrica caracterizada pela equação (6.1):

$$L = \{(x, y, \lambda) : g(x, y, \lambda) = 0\} \tag{6.1}$$

Sobre a variedade algébrica L podem existir superfícies singulares definidas pelo conjunto S, apresentado na relação (6.2):

$$S = \{(x, y, \lambda) \in L : det\frac{\partial g(x, y, \lambda)}{\partial y} = 0\} \tag{6.2}$$

Se existirem, as superfícies S, definidas segundo (6.2), podem dividir as variedades algébricas L em componentes desconexas [Y. ZOU e CHIANG, 2003]. Também é dito que, se todos os pontos pertencentes a uma componente forem tais que a matriz jacobiana $\frac{\partial g(x,y,\lambda)}{\partial y}$ possuir todos os autovalores com parte real negativa, então a componente é estável. Caso contrário, a componente é instável. Nas proximidades das superfícies singulares as trajetórias se movem rapidamente. Além disso, quando uma trajetória atinge a superfície singular, acontece um salto não suave que leva a trajetória a atingir uma outra variedade algébrica adjacente [Y. ZOU e CHIANG, 2003].

Tanto os saltos entre variedades, que acontecem quando as restrições algébricas do sistema mudam, quanto os saltos que acontecem quando a trajetória atinge uma superfície singular S, provocam descontinuidades na trajetória do sistema dinâmico. No primeiro caso é dito que a descontinuidade é externa, enquanto que no segundo caso as descontinuidades são chamadas de internas. Essas descontinuidades são inerentes às equações algébrico-diferenciais do tipo descrito,

por exemplo, em (3.5). Na verdade, isso é uma falha no modelo utilizado, pois o sistema físico não apresenta esse tipo de descontinuidade.

Assim, muitas das análises de estabilidade transitória utilizam um modelo reduzido do sistema de equações (3.5). Nesse caso, as cargas são modeladas como sendo de impedância constante e o sistema é reduzido apenas aos nós internos dos geradores. Embora muito usual, essa metodologia possui algumas desvantagens. Além das falhas de modelagem já comentadas, uma outra desvantagem vem da eliminação da esparsidade da matriz de estados, causada pela redução do sistema. Além disso, não se tem acesso às informações sobre o comportamento das cargas. Isso significa que a redução da estrutura da rede aos nós internos do gerador não permite analisar a estabilidade de tensão, que ocorre nos barramentos de carga que foram eliminados.

Com a finalidade de melhorar o modelo matemático, além de preservar a estrutura da rede, alguns pesquisadores propuseram usar a teoria de perturbações singulares, a fim de se obter um sistema dinâmico similar ao sistema algébrico-diferencial do tipo descrito em (3.5) [DEMARCO e OVERBYE, 1990], [H.D. CHIANG e BALU, 1995] e [N. YORINO e KITAGAWA, 1992]. Neste caso, as equações algébricas de 3.5 ficariam modeladas por um sistema puramente dinâmico do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, \lambda) \\ \epsilon\dot{y} &= g(x, y, \lambda) \end{aligned} \tag{6.3}$$

onde ϵ é um número positivo e suficientemente pequeno. Se f e g são funções suaves e limitadas para todo $(x, y, \lambda) \in R^n$, o campo vetorial é globalmente bem definido.

Essa abordagem considera as equações algébricas $0 = g(x, y, \lambda)$ como sendo um caso limite de um sistema de dinâmicas rápidas $\epsilon\dot{y} = g(x, y, \lambda)$. Em outras palavras, à medida que ϵ se aproximar de zero, as dinâmicas rápidas se aproximarão das restrições algébricas. O sistema (6.3) é dito ser um sistema dinâmico singularmente perturbado associado ao sistema de equações algébrico-diferenciais

(3.5). Neste caso, a trajetória descrita pelo sistema singularmente perturbado (6.3) deve ser próxima daquela descrita pelo sistema algébrico-diferencial (3.5).

O sistema dinâmico singularmente perturbado descreve melhor o comportamento real do sistema de potência. Através da teoria de perturbação singular, o sistema de testes de 1 barra de carga e dois geradores, mostrado na figura (3.5), considerando-se as cargas como sendo de potência constante, pode ser modelado pelo sistema de equações diferenciais mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
\dot{\delta} &= \omega \\
\dot{\omega} &= \tfrac{1}{M}\left[P_m - \tfrac{E.V_1}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1) - T.\omega\right] \\
\epsilon\dot{\theta}_1 &= \left[P_{esp_1} - \frac{E.V_1}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta) - \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.sin(\theta_1 - \theta_\infty)\right] \\
\epsilon\dot{V}_1 &= \left[Q_{esp_1} + B_{11}.V_1^2 + \frac{E.V_1}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)\right]
\end{aligned} \tag{6.4}$$

onde M é a constante de inércia do gerador, P_m é a potência mecânica injetada no gerador, X_{eq} é a impedância equivalente entre a barra interna do gerador e a barra de carga 1, X_2 é a impedância entre a barra de carga e a barra infinita e B_{11} é um elemento da matriz admitância nodal do sistema. Os ângulos δ, θ_1 e θ_∞ são, respectivamente, os ângulos do gerador, da barra de carga e da barra infinita. As tensões V_1 e V_∞ são respectivamente, as tensões da barra de carga e da barra infinita. Durante o transitório, a tensão da barra interna do gerador, E, é considerada constante. Essa hipótese é comumente aceita nos estudos de estabilidade transitória quando o regulador de tensão do gerador não é modelado. A ocorrência e eliminação da falta em uma das linhas que ligam a barra externa do gerador à barra de carga, é representada por mudanças na impedância equivalente X_{eq}.

Como a estrutura da rede do sistema é preservada, o modelo de SEP das equações (6.4) permite que se analise o comportamento das tensões e os ângulos nas barras PQ e das tensões nas barras PV do sistema de potência. Essa abordagem permite perceber que uma mesma perturbação pode levar o sistema de potência a um problema de instabilidade de frequência ou de tensão, dependendo do nível de carregamento do SEP pré-falta.

Seja o sistema de uma barra de carga, um gerador e uma barra infinita, apresentado na figura 3.5 e modelado por (6.4) tal que: a tensão interna do gerador E é igual a 1,1 pu, a constante de inércia do gerador M é igual a 0,08, a potência mecânica fornecida pelo gerador P_{mec} é 0,8 pu, as reatâncias $x'_{dn} = 0,1$, $x_1 = 0,07$ e $x_2 = 0,08$ pu, e a constante $\epsilon = \frac{M}{10}$. Em um dado momento um curto-circuito é aplicado no meio de uma das linhas de trasmissão que liga o gerador à barra de carga, tal como mostrado na figura 6.1. O curto-circuito permanece aplicado durante um intervalo de tempo, até que o sistema de proteção abre os disjuntores da linha e a retira do circuito. O sistema pós-falta fica então reduzido ao circuito mostrado na figura 6.2.

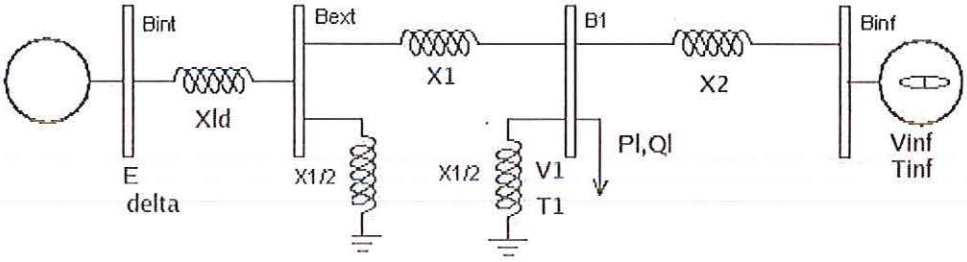

Figura 6.1: Exemplo de sistema elétrico de potência em falta

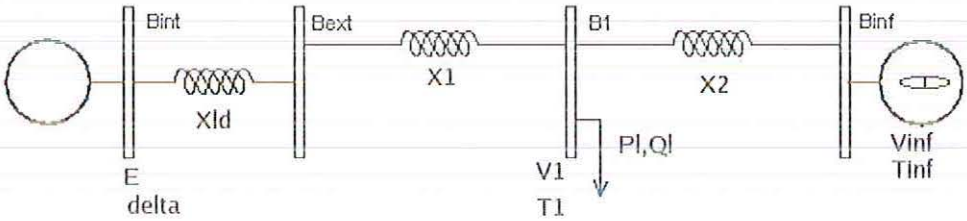

Figura 6.2: Exemplo de sistema elétrico de potência pós-falta

A seguir é analisado o comportamento do sistema de 3 barras da figura 3.5 para três perturbações diferentes.

Situação 1 - SEP submetido a grande perturbação permanece estável

Seja o SEP da figura (3.5) modelado por um sistema do tipo (6.4), onde as cargas foram consideradas como sendo de potência constante. E sejam também as cargas de potência ativa de $P_l = 0,2$ pu, potência reativa de $Q_l = 0.1$ pu e potência gerada pelo gerador $P_l = 0,1$ pu.

No instante igual a 1 segundo a falta é aplicada ao sistema, e esta permanece aplicada por 700 milisegundos. O resultado da simulação é mostrado na figura (6.3).

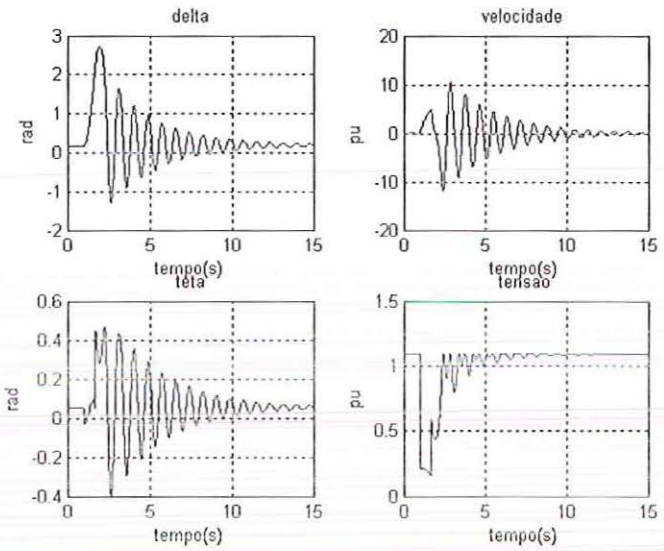

Figura 6.3: Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP estável

Nesse caso, o SEP permanece estável depois da eliminação da falta. A figura (6.3) mostra que a tensão na barra de carga (V_1) sofre uma grande redução durante a falta. Apesar disso, o nível de tensão volta a subir após a eliminação da falta. Da mesma forma, o ângulo (δ) e a velocidade angular (ω) do gerador menor e o ângulo (θ_1) da barra de carga voltam a um regime permanente após um período de oscilação.

EESC-USP Biblioteca SÃO CARLOS

Situação 2 - SEP submetido a grande perturbação fica instável por oscilações na frequência

Considere agora o mesmo SEP simulado na situação anterior. A falta é aplicada no mesmo instante t=1 segundo, mas agora a falta permanece aplicada durante 750 milisegundos.

Conforme se pode ver na figura (6.4), a velocidade angular (ω) e o ângulo do gerador (δ) crescem quando comparados com a velocidade angular e o ângulo da barra infinita usada como referência. Neste caso, é dito que o gerador perdeu o sincronismo com relação à barra infinita.

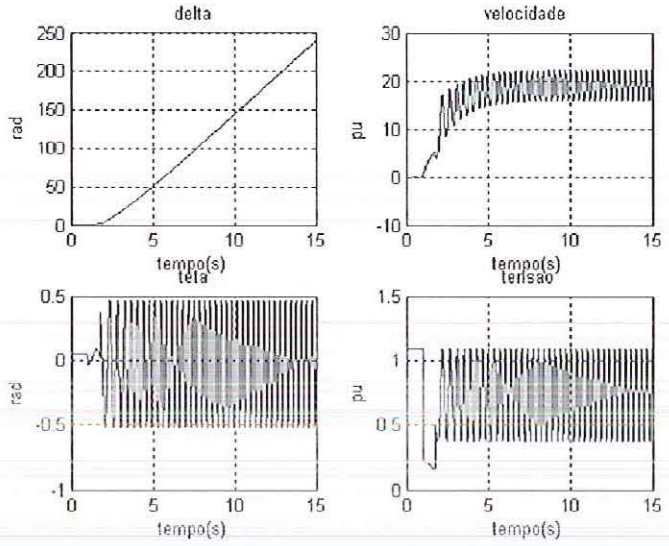

Figura 6.4: Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP instável por variação na frequência

A observação da figura (6.4) nos mostra que a tensão (V_1) e o ângulo na barra de carga (θ_1) também oscilam. Note que nesse caso, não se tem um afundamento do valor médio da tensão. Embora caracterize uma situação de instabilidade o comportamento da tensão na barra de carga é consequência direta do efeito das oscilações da frequência na barra de geração. Esta é, portanto, uma típica situação de instabilidade de frequência, causada pelo aumento do tempo de eliminação da falta.

Situação 3 - SEP submetido a grande perturbação fica instável por variação na tensão da barra de carga

A grande maioria dos estudos de estabilidade transitória é feita com as equações reduzidas aos nós internos dos geradores. Isso significa que as análises se resumem a observar o comportamento dos ângulos e das velocidades angulares dos geradores, desprezando-se as informações referentes às tensões e os ângulos nas barras de carga. Entretanto a observação da dinâmica das variáveis das barras de carga pode ser muito importante.

Como exemplo, observe o que acontece quando o mesmo sistema anterior se encontra sobrecarregado. Neste caso a carga de potência ativa na barra de carga foi aumentada de $P_l = 0,2$ para $P_l = 1,6$ pu. A potência reativa é de $Q_l = 0.1$ pu e a potência gerada pelo gerador $P_l = 0,8$ pu. O tempo de eliminação da falta é de 700 milisegundos, igual portanto, ao caso estável. Os resultados da simulação são mostrados na figura (6.5).

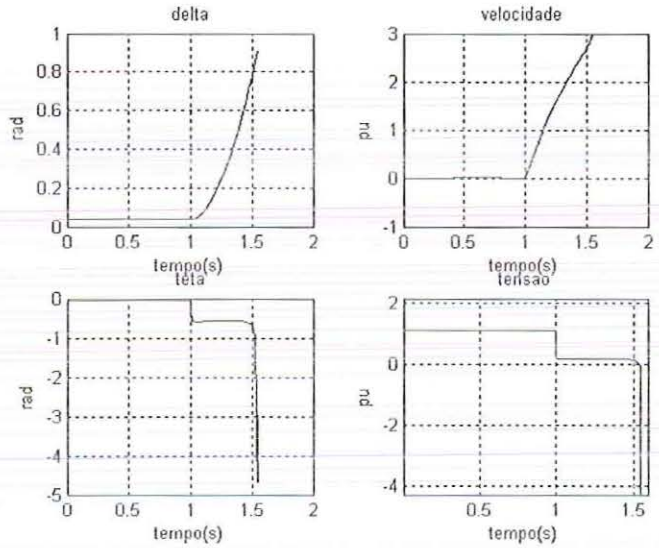

Figura 6.5: Resposta das variáveis de estado ao curto-circuito - SEP instável por variação na tensão

A observação do comportamento da tensão da barra de carga na figura (6.5) nos sugere uma dinâmica diferente daquela observada no caso de instabilidade de frequência (caso 2). Aqui a tensão V_1 apresenta a mesma redução durante a

falta, já observada nos dois casos anteriores. Entretanto, ao contrário daqueles casos, o nível de tensão não se recupera na situação pós-falta. O que se tem aqui é um afundamento da tensão na situação pós-falta. É interessante notar que o afundamento da tensão V_1 também é acompanhado por um aumento da velocidade angular e do valor do ângulo do gerador do sistema. Embora isso também caracterize uma instabilidade de ângulo, nos parece nítido que este não é um caso clássico de instabilidade de frequência. Ao contrário, tudo leva a crer que se trata de um caso de instabilidade de tensão. Neste caso, o sistema de potência é acelerado para além da fronteira da área de atração do ponto de equilíbrio estável, antes que a falta seja eliminada. De maneira particular, o SEP segue uma trajetória que o leva a uma região do espaço de estados onde o nível de tensão na barra de carga é reduzido.

Nesse caso parece que, embora o ângulo e a velocidade do gerador também aumentem subitamente, a situação instável parece ser iniciada por um colapso de tensão na barra de carga. De qualquer forma, um estudo desse caso segundo o método clássico de análise de estabilidade transitória, com as equações reduzidas aos nos terminais dos geradores, nós levaria a concluir que o problema foi uma instabilidade clássica de frequência comum, um vez que o gerador perdeu o sincronismo.

A análise deste caso simples sugere que as interações entre os problemas de estabilidade de frequência e de tensão para grandes perturbações precisam ser melhor analisados. Este exemplo deixa claro que os estudos clássicos de estabilidade, onde apenas as variáveis do gerador são analisadas, podem levar à conclusões erradas a respeito da natureza da instabilidade do sistema. Muito embora essas considerações sejam extremamente importantes, não foram muitos os pesquisadores que se preocuparam em realizar estudos de estabilidade que levassem em conta os aspectos de frequência e tensão ao mesmo tempo.

Particularmente, uma alternativa para esses problemas pode ser o uso de funções energia, tal como proposto nos trabalhos [HISKENS e HILL, 1989], [HISKENS e HILL, 1992],[PRAPOST e LOPARO, 1994],[DAVI e HISKENS, 1997].

A próxima seção apresentará os princípios da aplicação de funções energia para análise de estabilidade transitória em sistemas de potência.

6.2 Aplicação de funções energia para a análise de SEPs sujeitos a grandes perturbações

A modelagem dos SEPs através de sistemas dinâmicos singularmente perturbados permite que a estrutura da rede seja preservada, de tal forma que, não só as variáveis de ângulo e velocidade dos geradores, mas também as variáveis referentes às cargas do sistema, sejam analisadas durante a ocorrência de transitórios. Além disso, essa modelagem permite que as cargas do sistema de potência sejam representadas por modelos mais completos, e não apenas como impedâncias constantes, como é utilizado nas análises clássicas de estabilidade transitória.

Apesar dessas vantagens, a solução de sistemas dinâmicos perturbados, em geral, podem exigir um esforço computacional maior, uma vez que a dimensão do sistema singularmente perturbado deve ser maior do que a dimensão de um sistema reduzido equivalente. Além disso, tanto no caso da análise de estabilidade transitória com sistema reduzido quanto no caso do uso de sistemas singularmente perturbados, os tempos críticos de abertura para uma determinada falta, são determinados através de sucessivas simulações. Isso faz com que as análises de estabilidade transitória sejam muito trabalhosas, o que faz com elas não se prestem a estudos em tempo real. Em geral, as análises de estabilidade transitória ficam restritas a um número menor de casos estudados nas etapas de planejamento da operação do sistema de potência. Em geral, os casos que devem ser analisados através das simulações numéricas são escolhidos a partir de uma análise prévia de contingências.

Uma alternativa é o estudo da estabilidade dos SEPs através dos chamados métodos energéticos. Os métodos energéticos podem ser utilizados para fornecer informações sobre a estabilidade de sistemas dinâmicos, tal como mostrado no final do capítulo dois deste trabalho.

Tal como foi feito para o sistema dinâmico que modela o pêndulo no capítulo dois, a aplicação dos métodos diretos para análise de estabilidade transitória também exige que seja encontrada uma função energia para o sistema dinâmico que modela o SEP. Uma função energia $W(x, \lambda)$ de um dado sistema dinâmico, deve satisfazer as três condições da definição 4.1, que significa que uma função energia perfeita deve ser também uma função de Lyapunov tal como descrito na definição 2.13. Assim, uma função energia deve ser uma função convexa em torno do ponto de equilíbrio estável do SEP. Geometricamente uma função energia define uma bacia energética em torno do ponto de equilíbrio estável, e pode ser utilizada para estimar a sua área de atração através do Princípio de Invariância de LaSalle 2.14.

A principal vantagem da aplicação dos métodos diretos para análise de estabilidade transitória dos SEPs é que é possível tirar conclusões a respeito da estabilidade do sistema para uma dada falta, sem que seja necessário efetuar a solução numérica do sistema pós-falta. Além disso, nenhuma linearização precisa ser feita, de modo que os efeitos das não linearidades dos SEPs continuam sendo modeladas.

Historicamente os métodos diretos foram inicialmente empregados na análise de estabilidade transitória clássica, onde a preocupação era com o sincronismo dos geradores do sistema. Em [ALBERTO e BRETAS, 2000] são apresentados os modelos de SEP multimáquinas, as funções energia calculadas e os métodos PEBS e BCU, utilizados para estimativa do tempo crítico de abertura, dada uma determinada falta.

Mas embora a aplicação dos métodos diretos aos estudos de estabilidade transitória apresentem algumas vantagens em relação às simulações numéricas, ainda existem algumas dificuldades que precisam ser melhor analisadas. A principal é o desenvolvimento de funções de Lyapunov que incorporem modelos mais complexos dos dispositivos do sistema. O desenvolvimento de funções energia que englobem modelos dinâmicos mais elaborados dos diversos componentes do sistema, tem sido fruto de extensivas pesquisas nos últimos anos. A existência de funções

energia com condutâncias de transferência é analisada em [CHIANG, 1989] e [NARASIMHAMURTHI, 1984b]. Normalmente, exige-se que tais condutâncias sejam desprezadas ou que sejam obedecidas determinadas relações entre as resistências e as condutâncias das linhas de transmissão, tal como descrito em [MOON et al., 1999]. Funções energia que incorporam modelos de geradores são propostas em [PADIYAR e GHOSH, 1989] e [MICHEL et al., 1983]. Modelos de cargas não lineares são incorporados nas referências [VITTAL et al., 1989] e [HISKENS e HILL, 1989], enquanto que em [ALBERTO e BRETAS, 1999] é apresentada uma função energia que leva em conta os modelos de cargas dependentes da frequência. Os SVCs (do inglês "Static Var Compensators") são modelados na referência
[HISKENS e HILL, 1992]. Canizares e DeMarco incluem os sistemas AC/DC na referência [DEMARCO e CANIZARES, 1992]. Os limitadores de potência reativa dos geradores são considerados por Overbye em [DEMARCO e OVERBYE, 1990].

É interessante notar que muitas dessas funções propostas são apenas funções do tipo energia, que não satisfazem as exigências dos teoremas de Lyapunov. Nesses casos, não é possível garantir matematicamente que o sistema é estável, ainda que essas funções tenham se mostrado aplicáveis aos estudos de estabilidade em sistemas de potência. Assim, essas funções do tipo energia têm sido utilizadas, ainda que não sejam exatamente funções de Lyapunov. A formalização desse aparente contradição foi feita através do teorema da Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle, proposto inicialmente em [ALBERTO, 2000], e publicado em [H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2000] e [H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2001]. Este teorema diz o seguinte:

Teorema 6.1 *(Extensão do Princípio da Invariância de LaSalle) Sejam* $V : R^n \to R$ *e* $f : R^n \to R^n$ *funções de classe* C^1. *Seja* $L \in R$ *uma constante tal que* $\Omega_L = \{x \in R^n : V(x) < L\}$ *seja limitado. Seja* $C := \{x \in \Omega_L : \dot{V}(x) > 0,$ *e admita que* $sup_{x \in C} V(x) = l < L$. *Defina* $\overline{\Omega}_l = \{x \in \Omega_L : V(x) \leq l\}$ *e* $E := \{x \in \Omega_L : \dot{V}(x) = 0\} \bigcup \overline{\Omega}_l$. *Seja* B *o maior conjunto invariante do sistema dinâmico* $\dot{x} = f(x)$ *contido em* E. *Então toda a solução desse sistema dinâmico*

iniciada em Ω_L converge para o conjunto invariante B quando $t \to \infty$. Além disso, se $x_0 \in \overline{\Omega}_l$, então $\Phi(t, x_0) \in \overline{\Omega}_l$ para todo $t \geq 0$ e $\Phi(t, x_0)$ tende para o maior conjunto invariante do sistema $\dot{x} = f(x)$ contido em $\overline{\Omega}_l$.

O teorema 6.1 pode ser visto graficamente na figura 6.6.

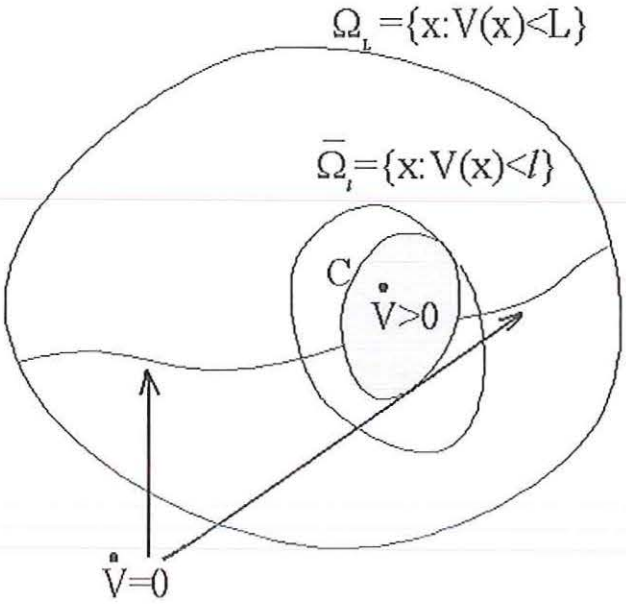

Figura 6.6: Diagrama esquemático do teorema da Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle

Basicamente, a extensão do princípio da invariância de LaSalle permite uma redução da rigidez das condições exigidas para as funções energia usadas nos métodos diretos, uma vez que a função energia estendida pode ter derivada temporal positiva em algumas regiões do sub-espaço considerado. O método proposto em [ALBERTO, 2000] permite estimar uma região do sub-espaço, chamada de região de atração, que inclui o ponto de equilíbrio estável, e uma outra região, contida na região de atração, chamada de atrator. Pode-se provar que toda solução iniciada dentro da região de atração converge para o atrator quando o tempo tende ao infinito. Isso permite que sejam obtidas informações a respeito da estabilidade do sistema, mesmo quando a função energia utilizada não for uma função de Lyapunov pura. Uma função energia desse tipo é chamada de função energia estendida.

A união do teorema da Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle com a modelagem do SEP através de um sistema dinâmico singularmente perturbado, permite que seja calculada uma função energia estendida que modela as cargas ZIP. A função energia proposta é apresentados na próxima seção.

6.3 Função energia estendida com modelo de carga ZIP para análise de estabilidade de ângulo e de tensão devido a grandes perturbações

Conforme comentado na seção anterior, encontrar uma função energia que atenda as exigências da definição 4.1 não é, em geral, uma tarefa fácil. Apesar disso alguns importantes avanços foram propostos na literatura, tais como aqueles relacionados na seção anterior.

Especificamente com relação ao desenvolvimento de funções energia que modelam as cargas, pode-se citar os trabalhos propostos em [VITTAL et al., 1989], [HISKENS e HILL, 1989] e [ALBERTO e BRETAS, 1999]. Entretanto, até onde sabemos, não é conhecida nenhuma pesquisa propondo uma função energia que modele cargas de potência ativa dependentes da tensão. Este trabalho propõe o desenvolvimento de uma função energia estendida que modela as cargas como sendo dependentes da tensão segundo o modelo ZIP de carga.

Sem perda de generalidade, considere novamente o sistema de potência de uma barra de carga e mais um gerador e uma barra infinita, mostrado na figura 3.7. Considere agora que este SEP é modelado por um sistema de equações diferenciais singularmente perturbado, similar a aquele apresentado nas equações (6.4), mas com as cargas de potência ativa e reativa modeladas segundo o modelo ZIP de carga:

$$
\begin{aligned}
\dot{\delta} &= \omega \\
\dot{\omega} &= \tfrac{1}{M}\left[P_m - \tfrac{E.V_1}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1) - T.\omega\right] \\
\dot{\theta}_1 &= \frac{1}{\epsilon}\left[(a + b.V_1 + c.V_1^2).P_{esp_1} - \frac{E.V_1}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta) - \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.sin(\theta_1 - \theta_\infty)\right] = \Delta P \\
\dot{V}_1 &= \frac{1}{\epsilon}((a + b.V_1 + c.V_1^2).Q_{esp_1} + B_{11}.V_1^2 + \frac{E.V_1}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \\
&\quad + \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)) = \Delta Q
\end{aligned}
\tag{6.5}
$$

onde as variáveis e constantes são as mesmas já apresentadas para o sistema (6.4), e os parâmetros a, b e c são respectivamente os parâmetros que determinam os percentuais de potência constante, corrente constante e impedância constante da carga do sistema, de tal forma que a>0,b>0 e c>0 e a+b+c=1.

O processo de cálculo de uma função energia é, em geral, bastante heurístico, uma vez que não existe um método analítico de cálculo que sirva para todo tipo de sistema dinâmico. Para calcular a função energia associada ao sistema (6.5) fez-se uma mudança de variável na tensão da barra de carga e integra-se as equações de potência ativa no gerador e de potência ativa e reativa nas barras de carga, respectivamente em δ, θ_1 e V_1. A função (6.6) é uma função energia estendida associada ao sistema (6.5). Os detalhes do processo de cálculo da função energia (6.6) são mostrados no apêndice deste trabalho:

$$
\begin{aligned}
W_p(\delta, \omega, V_1, \theta_1) = \; & -P_{mec}.\delta - \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) - \frac{E.V_1}{X_{eq}} cos(\delta - \theta_1) + \\
& - \left(\tfrac{B_{11}.V_1^2}{2}\right) - (a + b.V_1 + c.V_1^2).\theta_1.P_{esp} + \\
& - \left(a.ln(V_1) + b.V_1 + c.\tfrac{V_1^2}{2}\right).Q_{esp}
\end{aligned}
\tag{6.6}
$$

Dessa forma, a função energia total fica dada pela equação da energia potencial (6.6) mais o termo referente a energia cinética do gerador, isto é:

$$W_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1) = \frac{M.\omega^2}{2} + W_p(, \delta, \omega, V_1, \theta_1) \tag{6.7}$$

A função energia (6.7) não é uma função de Lyapunov pura mas pode ser considerada como uma função de Lyapunov estendida. Calculando-se a derivada temporal de (6.7) tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{W}_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1) = & \frac{\partial W_T(\delta,\omega,V_1,\theta_1)}{\partial \delta}\frac{d\delta}{dt} + \frac{\partial W_T(\delta,\omega,V_1,\theta_1)}{\partial \omega}\frac{d\omega}{dt} + \frac{\partial W_T(\delta,\omega,V_1,\theta_1)}{\partial V_1}\frac{dV_1}{dt} + \\ & \frac{\partial W_T(\delta,\omega,V_1,\theta_1)}{\partial \theta_1}\frac{d\theta_1}{dt} = \\ = & -T.\omega^2 - \left(\frac{\Delta P}{\epsilon}\right)^2 - \left(\frac{\Delta Q^2}{\epsilon V_1}\right) + \left(-P_{esp1}.\theta_1.(b + 2.c.V_1).\frac{\Delta Q}{\epsilon}\right) \end{aligned} \tag{6.8}$$

Da equação (6.8) observa-se que, como ϵ e V_1 são sempre positivos, apenas o último termo não pode ser garantidamente definido negativo. A função (6.7) difere de uma função de Lyapunov pura apenas pelo fato do último termo da equação (6.8) não poder ser garantidamente definido negativo. Isso significa que podem haver regiões onde a função (6.8) é positiva. Pela continuidade da função derivada temporal (6.8), é possível dizer que as regiões de derivada positiva devem estar nas vizinhaças dos pontos de equilíbrio do sistema dinâmico, uma vez que $\dot{W}_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1)$ é igual a zero nos pontos de equilíbrio.

A função (6.7) pode ser definida como uma função energia estendida se a região C, onde $\dot{W}_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1)$ é maior que zero, é limitada e inteiramente contida dentro de um atrator, tal como exigido pelo teorema 6.1. Particularmente com relação a função (6.7), foram feitas análises numéricas que nos mostraram que as regiões onde $\dot{W}_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1)$ são maiores que zero são limitadas, de tal forma que as exigências do teorema 6.1 estão satisfeitas. Uma função energia estendida pode ser entendida como uma aproximação do que seria uma função energia perfeita para o sistema dinâmico analisado. É interessante notar que essa aproximação será tanto melhor quanto menor for o efeito do termo $\left(-P_{esp1}.\theta_1.(b + 2.c.V_1).\frac{\Delta Q}{\epsilon}\right)$ na equação (6.8). Isso significa que a função energia estendida (6.7) se aproximará de uma função energia perfeita, quanto menos significativas forem as parcelas de corrente constante e de impedância constante no modelo (b e c pequenos).

Esta função energia estendida foi aplicada ao SEP teste da figura (3.5). Alguns dos resultados obtidos são apresentados no próximo capítulo.

Capítulo 7

Primeiros resultados obtidos com a função energia estendida proposta

A viabilidade do uso da função energia estendida proposta no capítulo anterior, para a determinação dos tempos críticos de abertura foi verificada através de testes feitos com o mesmo sistema de uma barra de carga, um gerador e uma barra infinita utilizado anteriormente (figura 3.5).

Neste caso, as cargas do sistema elétrico foram modeladas como sendo cargas dependentes da tensão do tipo ZIP, através do sistema dinâmico singularmente perturbado da equação (6.5). A modelagem do SEP por um sistema dinâmico singularmente perturbado tal como (6.5), permite a observação da ocorrência tanto de instabilidades de ângulo quanto de tensão.

Os testes com modelos ZIP de carga, foram efetuados da mesma forma que os apresentados no capítulo anterior. Assim, as faltas foram aplicadas no meio de uma das linhas de transmissão que interligam a barra externa do gerador, B_{ext} à barra de carga B_1. Transcorridos alguns milisegundos o sistema de proteção da linha de transmissão em falta abre os disjuntores, retirando-a do sistema.

Para a estimativa dos tempos críticos de abertura, optou-se por utilizar uma adaptação do método PEBS (do inglês "Potential Energy Boundary Surface"). O método PEBS tradicional se baseia no fato de que uma função energia define

uma bacia energética ao redor do ponto de equilíbrio estável (x^S, y^S), cuja fronteira é conhecida como PEBS. A fronteira é formada pelos pontos extremos da energia potencial e por suas variedades estáveis. Em geral, os pontos extremos de energia potencial coincidem com os pontos de equilíbrio instável do sistema dinâmico. Assim, integra-se numericamente a equação diferencial do sistema durante a falta, até que a projeção da trajetória do sistema em falta cruze o PEBS. Este ponto é chamado de "exit point". A energia potencial do "exit point", é então considerada como a energia crítica do sistema, $W_{critica}$. Se no momento da eliminação da falta $t_{eliminacao}$, a energia total do sistema for menor que a energia crítica, $W(t_{eliminacao}) < W_{critica}$, então o sistema será estável. Caso contrário o sistema será instável.

Entrentanto, a função energia estendida (6.7) pode ter regiões onde a sua derivada temporal pode ser maior que zero. Assim, é possível que a trajetória em falta do sistema encontre uma dessas regiões de derivada positiva, antes mesmo de cruzar o PEBS. Por causa disso o valor da energia crítica $W_{critica}$ passou a ser definida como sendo a energia potencial do "exit point" ou a energia potencial no momento em que a trajetória em falta encontra uma região onde $\dot{W}_T(\delta, \omega, V_1, \theta_1) = 0$, caso isso aconteça. A essa maneira de calcular a energia crítica do sistema, e consequentemente o tempo crítico de abertura, chamamos de PEBS estendido.

O sistema da figura 3.5 foi simulado para diversos níveis de carregamento, bem como para diferentes tipos de parcelas de potência constante, corrente constante e impedância constante do modelo ZIP. Para efeito de comparação, os tempos críticos de abertura estimados através da função energia proposta, Tc_w, foram comparados com os tempos críticos encontrados através de repetidas simulações numéricas, Tc_{sim}, do sistema (6.5). Os tempos críticos encontrados pelos dois métodos, bem como o tipo de instabilidade observada, são apresentados nas tabelas a seguir, para diferentes tipos de carga ZIP e diferentes níveis de carregamento.

7.1 Simulação do sistema de testes de 3 barras para diferentes níveis de carregamentos e tempos de eliminação da falta

Os testes apresentados a seguir foram realizados considerando-se a tensão interna do gerador E=1,1 pu, a constante de inércia do gerador M=0,08, a potência mecânica fornecida pelo gerador $P_{mec} = 0,8$ pu, as reatâncias $x'_{dn} = 0,1$, $x_1 = 0,07$ e $x_2 = 0,08$ pu, e a constante $\epsilon = M/10$. A tensão e o ângulo do barramento infinito são dados respectivamente por $V_\infty = 1,1$ pu e $\theta_\infty = 0$ rad.

De acordo com a nomeclatura estabelecida para os testes, os modelos de carga ZIP são identificados por uma sequência de três algarismos. Assim, o modelo com 100% de potência constante é identificado como ZIP 001, o modelo com 20% de impedância constante, 20% de corrente constante e 60% de potência constante é chamado de ZIP 226, e assim por diante.

As figuras 7.1 e 7.2 apresentam os resultados obtidos considerando $P_c = 1,2$ pu, $Q_c = 0,6$ pu e o modelo de carga ZIP 226. Para este nível de carregamento, $(\omega; \delta; V_1; \theta_1) = (0; 0,0613; 1,0685; -0,0306)$ é o ponto de equilíbrio pré-falta e $(0; 0,0857; 1,0654; -0,0305)$ é o ponto de equilíbrio pós-falta. Utilizando a função energia proposta neste trabalho, obtém-se um tempo crítico de abertura de $Tc_w = 738$ ms. Para este mesmo caso, o tempo de abertura obtido por simulação numérica é $Tc_{sim} = 817$ ms. A Figura 7.1 apresenta a dinâmica do sistema considerando que o sistema de proteção da linha de transmissão em falta abre os disjuntores, retirando-a do sistema em $Tc_w = 738$ ms. Na Figura 7.2 é apresentado um plano de corte do retrato de fase do sistema. Nessa caso foi considerando a interseção da superfície de energia potencial com o plano $\omega = 0$ rad/s e $\delta = 0,0857$ rad. Observe que as regiões onde $\dot{\mathcal{W}}_T > 0$ se encontram próximas de pontos de equilíbrio e para níveis de tensão negativo. Essas regiões de derivada positiva estão localizadas fora da área de atração do ponto de equlíbrio estável pós-falta.

As tabelas a seguir apresentam os valores dos tempos críticos de abertura esti-

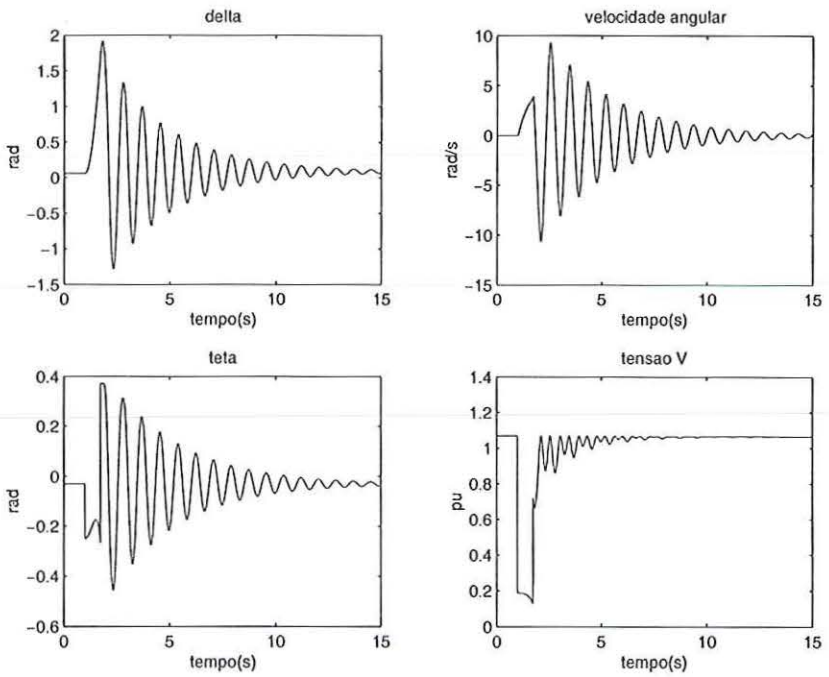

Figura 7.1: Simulação considerando o modelo de carga ZIP 226 e TCw = $738ms$.

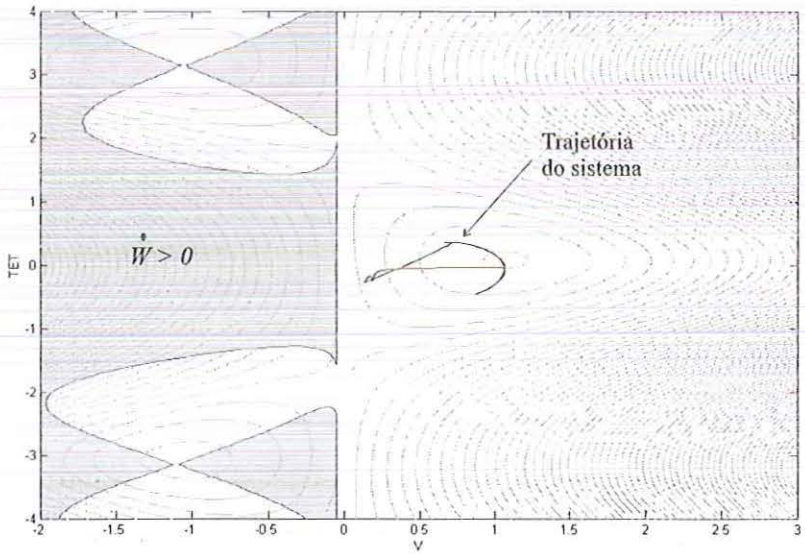

Figura 7.2: Plano de corte do retrato de fase para a simulação do sistema de teste com a carga ZIP 226

mados através da função energia proposta e por sucessivas simulações, considerando-se diferentes tipos de modelos de carga ZIP e níveis de carregamento do sistema da figura 3.5. Também são apresentados os tipos de instabilidade observadas no sistema. Essa classificação da perturbação foi feita através da análise do comportamento das variáveis do sistema, da mesma forma que foi feito para na análise das instabilidades apresentadas no capítulo anterior.

Tabela 7.1				
Sistema teste de 3 barras - Pc=0,2 e Qc=0,1 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	frequência	647	875
226	226	frequência	647	875
442	442	frequência	647	869
550	550	frequência	647	869

Tabela 7.2				
Sistema teste de 3 barras - Pc=0,4 e Qc=0,2 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	frequência	648	875
226	226	frequência	645	871
442	442	frequência	645	869
550	550	frequência	646	867

Tabela 7.3				
Sistema teste de 3 barras - Pc=0,6 e Qc=0,3 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	frequência	694	864
226	226	frequência	645	868
442	442	frequência	644	867
550	550	freqûencia	644	865

Tabela 7.4				
Sistema teste de 3 barras - Pc=0,8 e Qc=0,4 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	725	766
226	226	frequência	649	864
442	442	frequência	642	865
550	550	frequência	643	863

Tabela 7.5				
Sistema teste de 3 barras - Pc=1,0 e Qc=0,5 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	549	554
226	226	frequência	712	861
442	442	frequência	640	863
550	550	frequência	641	863

Tabela 7.6				
Sistema teste de 3 barras - Pc=1,2 e Qc=0,6 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	24	24
226	226	tensão	738	817
442	442	frequência	638	861
550	550	frequência	639	859

Tabela 7.7				
Sistema teste de 3 barras - Pc=1,4 e Qc=0,7 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	10	10
226	226	tensão	676	699
442	442	frequência	636	859
550	550	frequência	638	857

Tabela 7.8				
Sistema teste de 3 barras - Pc=1,6 e Qc=0,8 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	7	6
226	226	tensão	551	557
442	442	frequência	634	857
550	550	frequência	636	855

Tabela 7.9				
Sistema teste de 3 barras - Pc=1,8 e Qc=0,9 pu				
Pzip	Qzip	Tipo de instabilidade	TCw (mseg)	TCsim (mseg)
001	001	tensão	4	5
226	226	tensão	57	56
442	442	frequência	633	855
550	550	frequência	634	853

A comparação dos resultados apresentados nas tabelas nos mostra que a aplicação do método PEBS, considerando-se a função energia proposta (6.7), produz resultados interessantes quando a perturbação resulta em uma instabilidade de tensão. Nesses casos, os tempos críticos estimados pelo PEBS foram praticamente idênticos àqueles calculados através de sucessivas integrações numéricas. Entretanto, o mesmo não aconteceu nos casos em que a perturbação causou instabilidade de frequência. Nesses casos, os tempos críticos de abertura calculados pelo PEBS foram bem mais conservadores do que aqueles calculados através das simulações. Embora essas diferenças entre os tempos críticos estimados através do PEBS e de sucessivas simulações sejam algumas vezes significativas, todos os testes realizados nos levaram a resultados conservadores. As duas únicas exceções foram dois testes realizados quando as potências ativa e reativa na barra de carga estavam em ($P_l = 1,6$ e $Q_l = 0,8pu$) e ($P_l = 1,8$ e $Q_l = 0,9pu$). Entretanto, nesses casos a diferença foi de apenas 1 milissegundo. Do ponto de vista operacional, o conservadorismo dos resultados favorece a segurança do sistema.

Apesar da função energia utilizada não ser uma função de Lyapunov, supomos que essas diferenças entre as estimativas do tempo crítico de abertura devem ser creditadas predominantemente à problemas inerentes ao próprio método PEBS. Essa hipótese se justifica pelo fato de que os tempos críticos estimados também foram diferentes, mesmo quando a carga foi considerada como sendo 100% de potência constante, o que implica no fato da função energia (6.7) ser uma função de Lyapunov pura. Resultados conservadores também foram encontrados em [Y. ZOU e CHIANG, 2003], quando o método do ponto de equilíbrio de controle foi aplicada para o cálculo do tempo crítico de abertura através de métodos energéticos, com o SEP modelado através de um conjunto de equações singularmente perturbadas, similares a (6.3).

Capítulo 8

Conclusões

Neste trabalho foi proposto um novo método para cálculo das soluções críticas de baixa tensão das equações de fluxo de carga dos sistemas elétricos de potência, para análise da estabilidade de tensão a pequenas perturbações. Além disso, foi proposto também uma função energia estendida que inclui o modelo de carga ZIP, para análise de instabilidade causada por grandes perturbações.

O método proposto para o cálculo das SBTs se utiliza de um sistema dinâmico auxiliar das equações de fluxo de carga. O sistema dinâmico auxiliar utilizado não tem significado físico, mas pode ser escolhido de tal forma que a solução usual das equações de fluxo de carga também seja um ponto de equilíbrio estável do sistema dinâmico auxiliar. Da mesma forma, as soluções de baixa tensão do fluxo de carga também são pontos de equilíbrio instáveis do sistema dinâmico auxiliar. A partir daí, é possível calcular as soluções de baixa tensão do fluxo de carga, calculando-se os pontos de equilíbrio instáveis do sistema dinâmico auxiliar. Isso permite que se use partes da teoria de sistemas dinâmicos para estudar as soluções das equações de fluxo de carga.

Baseados nestes princípios, foi desenvolvido um programa que calcula uma trajetória do sistema dinâmico auxiliar, que se inicia e se mantem nas vizinhanças da fronteira da área de atração, de tal forma que a trajetória calculada converge para a solução crítica das equações de fluxo de carga.

O programa foi inicialmente concebido para calcular as soluções de baixa tensão de sistemas elétricos sem perdas. Neste caso, as condutâncias das linhas de

transmissão são desprezadas e é possível calcular uma função $W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})$ que seja uma função energia do sistema dinâmico auxiliar. Neste caso o programa desenvolvido foi testado com os sistemas Stagg 5 barras e IEEE 39 barras sem perdas. Os resultados apresentados neste trabalho mostraram que o método proposto foi capaz de calcular a solução crítica de baixa tensão em quase todos os testes realizados. Mas obviamente o uso de modelos de SEP que desconsiderem as condutâncias das linhas de transmissão pode modificar os resultados obtidos nas simulações, embora o uso de modelos sem perdas seja usual, principalmente em aplicações baseadas nos chamados métodos diretos tais como os propostos em [DEMARCO e OVERBYE, 1990],[OVERBYE e DEMARCO, 1991],[OVERBYE, 1993] e [Y. ZOU e CHIANG, 2003].

A presença das condutâncias de transferência faz com que seja impossível encontrar uma função $W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})$ que seja uma função energia perfeita do sistema dinâmico auxiliar. A inexistência da função energia implica que não se pode garantir que uma trajetória sobre a fronteira da área de atração converge para uma nova solução de baixa tensão do fluxo de carga, uma vez que o teorema 4.3 não é mais satisfeito. Apesar dessa dificuldade, o programa desenvolvido foi adaptado para calcular as soluções de baixa tensão de sistemas de potência completos, incluindo também as resistências das linhas de transmissão. A principal modificação foi a inclusão dos termos referentes às condutâncias das linhas nas equações do sistema dinâmico auxiliar utilizado. Isso fez com que os passos de integração numérica do método proposto pudessem ser executados sem que nenhuma aproximação precisasse ser feita. Para a função $W(\vec{V}, \vec{\theta}, \vec{P_{esp}}, \vec{Q_{esp}})$ utilizou-se a mesma função utilizada no caso do sistema sem perdas. Obviamente essa escolha deve dificultar a convergência da trajetória para uma nova solução de baixa tensão.

A nova versão do programa foi testada para os sistemas IEEE 39 e IEEE 118 barras, e os resultados apresentados neste trabalho se mostraram satisfatórios. Uma análise desses resultados nos mostra que o número médio de ciclos de cálculo e fluxos de carga requeridos não é muito diferente. Isso nos leva a supor que o

método proposto deve continuar a se apresentar como uma ferramenta eficaz de cálculo da solução crítica das equações de fluxo de carga, mesmo para o caso de sistemas de elevadas dimensões.

Como propostas de pesquisas futuras sugere-se estudar o efeito da utilização de outras funções energia sobre o desempenho do método proposto. Neste caso, espera-se que o uso de funções energia mais apropriadas do que a que foi utilizada neste trabalho, melhore o desempenho do algoritmo proposto. Como uma consequência natural deste trabalho sugere-se estudar, por exemplo, o uso de funções energia que atenuem os erros de modelo relacionados à presença das condutâncias. Uma possível alternativa pode ser a utilização de funções energia que incluam termos aproximados das integrais dependentes do caminho, tal como é feito no desenvolvimento de funções energia para análise de estabilidade transitória [ALBERTO e BRETAS, 2000]. Além disso, supõe-se que seja possível empregar a chamada Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle, proposta em [ALBERTO, 2000] e publicada em [H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2000], para encontrar funções energias mais completas, de tal forma que o desempenho do método proposto seja melhorado.

Além disso, planeja-se estudar também maneiras de se incluir modelos de outros dispositivos dos sistemas elétricos no método proposto. Entre as muitas possibilidades destacam-se os limitadores de potência reativa dos geradores, devido ao importante papel que podem desempenhar no mecanismo de alguns colapsos de tensão como causadores de bifurcações do tipo limite-induzidas, tal como descrito em [C.A. CANIZARES e REEVE, 2003].

Com relação a função energia que modela a carga ZIP, consideramos que os resultados obtidos foram satisfatórios. A análise dos dados nos mostra que os tempos críticos estimados através da função energia foram praticamente exatos quando a perturbação causava uma instabilidade de tensão no SEP, mas conservadoras quando o problema era na frequência. A nossa suposição para esses casos é que a causa das más estimativas se deve mais a problemas com o método PEBS do que com a função energia proposta. Essa hipótese se sustenta pelo fato de que o

excesso de conservadorismo na estimativa também aconteceu quando o modelo de carga utilizado foi o de potência constante. Nesse caso a função energia se torna uma função de Lyapunov verdadeira, o que deveria levar o método energético a fornecer melhores estimativas dos tempos críticos de abertura. É interessante dizer também que em [Y. ZOU e CHIANG, 2003] foram relatados resultados igualmente conservadores na determinação dos tempos críticos de abertura, mesmo com as condutâncias de transferência do SEP sendo desprezadas.

Como uma próxima etapa deste trabalho, planeja-se estudar maneiras de se melhorar as estimativas dos tempos críticos de abertura obtidos com a função energia proposta. Imagina-se que adaptações no método de cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis de controle, apresentado em [Y. ZOU e CHIANG, 2003], possam levar a resultados menos conservadores. Além disso, uma consequência natural desse trabalho é o teste da função energia apresentada para outros sistemas de potência de maior dimensão.

Bibliografia

[A.C.Z. SOUZA e QUINTANA, 1997] A.C.Z. Souza, C. C. e Quintana, V. (1997). New techniques to speed up voltage collapse computations using tangent vectors. *IEEE Trans on Power Systems*, 12(3):1380–1387.

[AJJARAPURU e CHRISTY, 1992] Ajjarapuru, V. e Christy, C. (1992). The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *IEEE Trans on Power Systems*, 7(1):416–423.

[ALBERTO, 2000] Alberto, L. (2000). O princípio da invariância de lasalle aplicado ao estudo de coerência de geradores e à análise de estabilidade transitória multi-swing. Master's thesis, Escola de Engenharia de São Carlos - USP.

[ALBERTO e BRETAS, 1999] Alberto, L. F. C. e Bretas, N. G. (1999). Determinação da coerência entre barras de carga: novos conceitos. *Anais do XV SNPTEE*, GAT 3(3).

[ALBERTO e BRETAS, 2000] Alberto, L. F. C. e Bretas, N. G. (2000). *Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos*. EESC-USP, São Carlos, São Paulo.

[ANDERSSON e HILL, 1992] Andersson, P. L. T. S. G. e Hill, D. (1992). Fast calculation of voltage stability indices. *IEEE Trans on Power Systems*, 7(1):54–64.

[C.A. CANIZARES e REEVE, 2003] C.A. Canizares, N. Mithulananthan, A. B. e Reeve, J. (2003). On the linear profile of indices for the prediction of saddle-node and limit-induced bifurcations points in power systems. *IEEE Trans. on*

Circuit and Systems - I: Fundamental Theory and Applications, 50(12):1588–1595.

[C.A. CANIZARES e QUINTANA, 1996] C.A. Canizares, A. S. e Quintana, V. (1996). Comparison of performance indice for detection of proximity to voltage collapse. *IEEE Trans. Power Systems*, 11(3):1441–1450.

[CANIZARES, 1995] Canizares, C. (1995). Conditions for saddle-node bifurcations in ac/dc power systems. *Electrical Power and Energy Systems*, 17(1):61–68.

[CASTRO, 2002] Castro, C. (2002). Improved method for the calculation of power systems low voltage solutions. *Electrical Power and Energy System*, 24:503–513.

[C.D. VOURNAS e PAI, 1996] C.D. Vournas, P. S. e Pai, M. (1996). Relationships between voltage and angle stability of power sustems. *Electrical Power and Energy Systems*, 18(8):493–500.

[CHIANG, 1989] Chiang, H. D. (1989). Study of the existence of energy functions for power-systems with losses. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 26(11):1423–1429.

[CHU e CAULEY, 1995] Chu, H. C. C. e Cauley, G. (1995). Direct stability analysis of electric power systems using energy functions: Theory, applications, and perspective. *Proceedings of the IEEE*, 83(11):1497–1529.

[D.A. ALVES e COSTA, 1999] D.A. Alves, L.C.P. da Silva, C. C. e da Costa, V. (1999). Parameterized fast decoupled load flow for tracing power systems bifurcation diagrams. *Proceeding of the IEEE PES Summer Meeting 1999.*

[DAVI e HISKENS, 1997] Davi, R. e Hiskens, I. (1997). Lyapunov functions for multimachine power systems with dynamic loads. *IEEE Trans on Circtuit and Systems*, 9(44):796–812.

[DEMARCO e OVERBYE, 1990] DeMarco, C. e Overbye, T. (1990). An energy based security measure for assessing vulnerability to voltage collapse. *IEEE Trans on Power Systems*, 5(2):419–425.

[DEMARCO e CANIZARES, 1992] DeMarco, C. L. e Canizares, C. A. (1992). A vector energy function-approach for security analysis of ac/dc systems. *IEEE Trans on Power Systems*, 3(7):1001–1011.

[DOBSON, 1992] Dobson, I. (1992). Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems. *IEEE Trans on Circuit and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 39(3):240–243.

[DOBSON e H.D.CHIANG, 1989] Dobson, I. e H.D.Chiang (1989). Towards a theory of voltage collapse in electric power systems. *Systems and Control Letters*, 13:253–262.

[DOBSON e LU, 1993] Dobson, I. e Lu, L. (1993). New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse. *IEEE Trans on Power Systems*, 8(3):905–913.

[GAO e KUNDUR, 1993] Gao, G. M. B. e Kundur, P. (1993). Voltage stability analysis using static and dynamic approaches. *IEEE Trans on Power Systems*, 8(3):1159–1171.

[H-D. CHIANG e VARAIYA, 1988] H-D. Chiang, F. W. e Varaiya, P. (1988). Foundations of the potential energy boundary surface method for power system transient stability analysis. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, 35(6):712–728.

[H-D. CHIANG e VARAYA, 1987] H-D. Chiang, F. W. e Varaya, P. (1987). Foundations of direct methods for power system transient stability analysis. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, 34(2).

[HALE e KOçAK, 1991] Hale, J. e Koçak, H. (1991). *Dynamics and Bifurcations.* Springer-Verlag, New York.

[H.D. CHIANG e BALU, 1995] H.D. Chiang, A.J. Flueck, K. S. e Balu, N. (1995). Cpflow: a pratical tool for tracing power systems steady-state stationary behavior due to load and generation variations. *IEEE Trans on Power Systems*, 10(2):623–633.

[H.G. KWATNY e BAHAR, 1986] H.G. Kwatny, A. P. e Bahar, L. (1986). Static bifurcation in electric power networks: Loss of steady-state stability and voltage collapse. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, 33(10):981–991.

[H.G. KWATNY e NWANKPA, 1995] H.G. Kwatny, R. F. e Nwankpa, C. (1995). Local bifurcation io power systems: Theory, computation, and application. *Proceedings of the IEEE*, 83(11):1456–1483.

[HISKENS e HILL, 1989] Hiskens, I. A. e Hill, D. J. (1989). Energy functions, transient stability and voltage behavior in power-systems with nonlinear loads. *IEEE Trans on Power Systems*, 4(4):1525–1533.

[HISKENS e HILL, 1992] Hiskens, I. A. e Hill, D. J. (1992). Incorporation of svcs into energy function methods. *IEEE Trans on Power Systems*, 7(1):133–139.

[H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2000] H.M. Rodrigues, L. A. e Bretas, N. (2000). On the invariance principle: generalizations and applications to synchronization. *IEEE Trans on Circuit and Systems*, 47(5):730–739.

[H.M. RODRIGUES e BRETAS, 2001] H.M. Rodrigues, L. A. e Bretas, N. G. (2001). Uniform invariance principle and synchronization. robustness with respect to parameter variation. *Journal of differential equations*, 1(169):228–254.

[I. DOBSON e VU, 1992] I. Dobson, H. Glavitsch, Y. T. e Vu, K. (1992). Voltage collapse in power systems. *IEEE Circuits and Devices*, pages 40–45.

[IEEE, 1998] IEEE (1998). *IEEE Special Tutorial Course Voltage Stability.*

[K. IBA e WATANABE, 1990] K. Iba, H. Suzuki, M. E. e Watanabe, T. (1990). A method for finding a pair of multiple load flow solutions in bulk power systems. *IEEE Trans on Power Systems*, 5(2):582–591.

[K. IBA e WATANABE, 1991] K. Iba, H. Suzuki, M. E. e Watanabe, T. (1991). Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method. *IEEE Trans on Power Systems*, 6(2):584–592.

[KHALIL, 1996] Khalil, H. (1996). *Nonlinear Systems.* Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

[LASALLE, 1960] LaSalle, J. (1960). Some extensions of lyapunov's second method. *IRE Trans on Circuit Theory*, CT-7:520–527.

[LEFEVRE e OLIVEIRA, 1996] Lefevre, M. A. P. e Oliveira, J. R. (1996). Blecautes: causas, impactos e medidas que podem evitá-los. *Revista Eletricidade Moderna*, pages 80–90.

[MA e THORP, 1993] Ma, W. e Thorp, J. (1993). An efficient algorithm to locate all the load flow solutions. *IEEE Trans on Power Systems*, 8(3):1077–1083.

[MICHEL et al., 1983] Michel, A. N., Fouad, A. A., e Vittal, V. (1983). Power system transient stability using individual machine energy functions. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 30(5):266–276.

[MOON et al., 1999] Moon, Y. H., Cho, B. H., Rho, T. H., e Choi, B. K. (1999). The development of equivalent system technique for deriving an energy function reflecting transfer condutances. *Proceedings of IEEE winter meeting 99.*

[N. YORINO e CHENG, 1997] N. Yorino, S. H. e Cheng, H. (1997). A method to approximate a closest loadability limit using multiple load flow solutions. *IEEE Trans on Power Systems*, 12(1):424–429.

[N. YORINO e KITAGAWA, 1992] N. Yorino, Y. T. e Kitagawa, M. (1992). An investigation of voltage instability problems. *IEEE Trans. Power Systems*, 7(2):600–611.

[N.A. TSOLAS e VARAYA, 1985] N.A. Tsolas, A. A. e Varaya, P. (1985). A structure preserving energy function for power system transient stability analysis. *IEEE Trans. on Circuit and Systems*, 32(10).

[NARASIMHAMURTHI, 1984a] Narasimhamurthi, N. (1984a). On the existence of energy function for power system with transmission losses. *IEEE Trans on Circtuit and Systems*, 31(2):199–203.

[NARASIMHAMURTHI, 1984b] Narasimhamurthi, N. (1984b). On the existence of energy functions for power-systems with transmission losses. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 31(2):199–203.

[OVERBYE, 1993] Overbye, T. (1993). Use of energy methods for on-line assessment of power system voltage security. *IEEE Trans on Power Systems*, 8(2):452–458.

[OVERBYE e DEMARCO, 1991] Overbye, T. e DeMarco, C. (1991). Improved techniques for power system voltage stability assessment using energy methods. *IEEE Trans on Power Systems*, 6(4):1446–1452.

[OVERBYE e R.P.KLUMP, 1996] Overbye, T. e R.P.Klump (1996). Effective calculation of power system low-voltage solution. *IEEE Trans on Power Systems*, 11(1):75–82.

[PADIYAR e GHOSH, 1989] Padiyar, K. R. e Ghosh, K. K. (1989). Direct stability evaluation of power-systems with detailed generator models using structure-preserving energy functions. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, (11):47–56.

[PRAPOST e LOPARO, 1994] Prapost, K. e Loparo, K. (1994). An energy function method for determining voltage collapse during a power system transient. *IEEE Trans. on Circuits and Systems-I:Fundamental Theory and Applications*, 41(10):635–651.

[R.B.L. GUEDES e BRETAS, 2001] R.B.L. Guedes, L. A. e Bretas, N. (2001). Low voltage solutions calculation for voltage analyses using energy method. *Proceedings of IEEE Porto Power Tech Conference.*

[SAUER e PAI, 1990] Sauer, P. e Pai, M. (1990). Power system steady-state stability and load-flow jacobian. *IEEE Trans. on Power Systems*, 5(4):1374–1383.

[VITTAL e KLIEMANN, 1996] Vittal, R. T. V. e Kliemann, W. (1996). An improved technique to determine the controlling unstable equilibrium point in a power system. *IEEE Trans on Circtuit and Systems*, 43(4):313–323.

[VITTAL et al., 1989] Vittal, V., Bhatia, N., e Fouad, A. A. (1989). Incorporation of nonlinear load models in the transient energy function-method. *IEEE Trans on Power Systems*, 3(4):1031–1036.

[W.D. ROSEHART e QUINTANA, 2003] W.D. Rosehart, C. C. e Quintana, V. (2003). Multiobjective optimal power flows to evaluate voltage security costs in power networs. *IEEE Trans. on Power Systems*, 18(2):578–587.

[WU e VARAIYA, 1994] Wu, H. C. F. e Varaiya, P. (1994). A bcu method for direct analysis of power system transient stability. *IEEE Trans on Power Systems*, 9(3):1194–1208.

[XU e MANSUR, 1993] Xu, W. e Mansur, Y. (1993). Voltage stability analysis using generic dynamic load models. *IEEE Winter Meeting*.

[Y. TAMURA e IWAMOTO, 1980] Y. Tamura, K. I. e Iwamoto, S. (1980). A method for finding multiple load-flow solutions for general power systems. *Proceedings of IEEE 1980 Winter meeting*.

[Y. TAMURA e TAYAMA, 1988] Y. Tamura, K. S. e Tayama, Y. (1988). Voltage instability proximity index (vipi) based on multiple load flow solutions in ill-conditioned power systems. *Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control*, pages 2114–2119.

[Y. ZOU e CHIANG, 2003] Y. Zou, M. Y. e Chiang, H. (2003). Theoretical foundation of the controlling uep method for direct transient-stability analysis of

network-preserving power system models. *IEEE Trans on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 50(10):1324–1336.

Etapas de cálculo da função energia estendida com modelo de carga ZIP proposta neste trabalho

Conforme já comentado no corpo desta tese, não existe uma maneira analítica de se calcular uma função energia para sistemas de potência. Assim, o cálculo de uma função energia é feito utilizando-se, em grande parte, da esperiência do analista. A seguir são apresentadas as etapas de desenvolvimento da função energia estendida utilizada neste trabalho para incluir o modelo de carga ZIP.

Seja o sistema dinâmico singularmente perturbado que modela o sistema de uma barra de carga, um gerador e uma barra infinita, mostrado na equação (6.5). Fazendo-se a mudança de variável $V_1 = e^{v_i}$, o este sistema pode ser reescrito na forma:

$$
\begin{aligned}
\dot{\delta} &= \omega \\
M\dot{\omega} &= \left[P_m - \tfrac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1) - T.\omega\right] = \Delta P_G \\
\epsilon\dot{\theta}_1 &= \frac{1}{\epsilon}\left[(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1} - \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta) - \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.sin(\theta_1 - \theta_\infty)\right] = \\
&= \Delta P_L \\
\epsilon.e^{v_1}.\dot{v}_1 &= \frac{1}{\epsilon}\left[(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).Q_{esp_1} + B_{11}.e^{2.v_1} + \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty\right. \\
&= \Delta Q_L
\end{aligned}
\tag{1}
$$

A partir do sistema (1), integram-se as equações com relação as variáveis δ, θ_1 e v_1:

$$\begin{aligned}\int M.\dot{\omega}.d\delta = & \int \left[P_m - \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1).d\delta - T.\omega\right] d\delta = \\ = & \left[P_m.\delta - \int \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1) - T.\omega.\delta\right]\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\int \epsilon\dot{\theta}_1 d\theta_1 = & \int \left[(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1} - \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta) - \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.sin(\theta_1 - \theta_\infty)\right] d\theta_1 = \\ = & \left[(a + b.e^{v_1} + c.\frac{e^{2.v_1}}{2}).P_{esp_1}.\theta_1 - \int \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta).d\theta_1 + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)\right]\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}\int \epsilon.e^{v_1}.\dot{v}_1.dv_1 = & \int ((a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).Q_{esp_1} + B_{11}.e^{2.v_1} + \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \\ & + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty))dv_1 = \\ = & ((a.v_1 + b.e^{v_1} + \frac{c.e^{2.v_1}}{2}).Q_{esp_1} + \frac{B_{11}.e^{2.v_1}}{2} + \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \\ & + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)) =\end{aligned} \tag{4}$$

Somando-se os termos das integrais (2), (3) e (4) tem-se um "primeiro esboço" da função W_P:

$$\begin{aligned}W_P = & \left[P_m.\delta - \int \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1)d\delta - T.\omega.\delta\right] + \\ + & \left[(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1}.\theta_1 - \int \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\theta_1 - \delta).d\theta_1 + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)\right] + \\ + & \left[(a.v_1 + b.e^{v_1} + \frac{c.e^{2.v_1}}{2}).Q_{esp_1} + \frac{B_{11}.e^{2.v_1}}{2} + \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty)\right]\end{aligned}$$

(5)

Rearranjando-se os termos das integrais remanescentes na equação (5) de modo a ajustar as variáveis de integração, tem-se:

$$
\begin{aligned}
W_P = \; & P_m.\delta - \int \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} sen(\delta - \theta_1) d(\delta - \theta_1) \\
+ \; & (a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1}.\theta_1 + \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) + \\
+ \; & (a.v_1 + b.e^{v_1} + \frac{c.e^{2.v_1}}{2}).Q_{esp_1} + \frac{B_{11}.e^{2.v_1}}{2} + \\
+ \; & \tfrac{E.e^{v_1}}{X_{eq}}.cos(\theta_1 - \delta) + \tfrac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) - T.\omega.\delta
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Como as variáveis de integração agora são $(\delta - \theta_1)$, é possível resolver a integral da equação (6). A função energia potêncial W_P pode então ser calculada a partir da equação (6), invertendo-se o sinal de toda a equação e desprezando-se os seus três últimos termos. Dessa forma, uma função candidata a função energia potencial é:

$$
\begin{aligned}
W_P = \; & -P_m.\delta - \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} cos(\delta - \theta_1) + \\
& -(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1}.\theta_1 - \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) + \\
& -(a.v_1 + b.e^{v_1} + \frac{c.e^{2.v_1}}{2}).Q_{esp_1} - \frac{B_{11}.e^{2.v_1}}{2}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

A função energia potencial (7) é adicionada ao termo referente a energia cinética do gerador para compor a função energia total do sistema:

$$
\begin{aligned}
W_T = \; & \frac{M.\omega^2}{2} - P_m.\delta - \frac{E.e^{v_1}}{X_{eq}} cos(\delta - \theta_1) + \\
& -(a + b.e^{v_1} + c.e^{2.v_1}).P_{esp_1}.\theta_1 - \frac{e^{v_1}.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) + \\
& -(a.v_1 + b.e^{v_1} + \frac{c.e^{2.v_1}}{2}).Q_{esp_1} - \frac{B_{11}.e^{2.v_1}}{2}
\end{aligned} \tag{8}
$$

A equação de energia total do sistema original (6.5) é obtida a partir da equação (8), desfazendo-se a mudança de variável inicial:

$$
\begin{aligned}
W_T = \; & \frac{M.\omega^2}{2} - P_{mec}.\delta - \frac{V_1.V_\infty}{X_2}.cos(\theta_1 - \theta_\infty) - \frac{E.V_1}{X_{eq}} cos(\delta - \theta_1) + \\
& - \left(\frac{B_{11}.V_1^2}{2}\right) - (a + b.V_1 + c.V_1^2).\theta_1.P_{esp} - \left(a.ln(V_1) + b.V_1 + c.\frac{V_1^2}{2}\right).Q_{esp}
\end{aligned} \tag{9}
$$

Publicações originadas a partir deste trabalho de doutoramento

- Guedes,R.B.L.G, Alberto,L.F.C. e Bretas,N.G.,"Low voltage solutions calculation for voltage analyses using energy methods", apresentado no IEEE Porto Power Tech Conference, realizado na cidade do Porto, Portugal, de 10 a 13 de setembro de 2001

- Guedes,R.B.L.G, Alberto,L.F.C. e Bretas,N.G.,"Determinação de pontos de equilíbrio instáveis para cálculo de estabilidade de tensão através de métodos diretos", apresentado no XVI SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, realizado em Campinas, São Paulo, de 21 a 26 de outubro de 2001.

- Guedes,R.B.L.G, Alberto,L.F.C. e Bretas,N.G.,"Matrix measures techniques for voltage collapse prediction", apresentado no VIII SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, realizado em Brasília, DF, de 19 a 23 de maio de 2002.

- Guedes,R.B.L., Martins, A.C.P., Alberto,L.F.C. e Bretas,N.G.,"An Extended Energy Function for Voltage Collapse Analisys Considering Voltage Dependent Load Models", proceedings do IEEE Bologna PowerTech Conference, Bolonha, Itália, de 23 a 26 de junho de 2003

- Martins, A.C.P., Guedes,R.B.L., Alberto,L.F.C. e Bretas,N.G.,"Static Simulation of Voltage Collapse Considering the Operational Limits of the Generators", proceeding do 2003 IEEE Power Engineering Society General

Meeting, Toronto, Ontário, Canadá de 13 a 17 de julho de 2003.

- R.B.L.Guedes, L.F.C.Alberto e N.G.Bretas, "The electrical coupling effect on the behavior of the load flow solutions for voltage collapse purposes" , proceedings do IEEE Power Engineering Society 2004 General Meeting, Denver, USA, de 6 a 10 de junho de 2004.

- Renato B.L. Guedes, Luis F.C.Alberto e Newton G.Bretas, "A Method do calculate the load flow solutions of interest to voltage collapses analysis using direct methods" , ACEITO para apresentação no CBA 2004 (Congresso Brasileiro de Automática) que será realizado de 21 a 24 de setembro de 2004, em Gramado, RS.

- Flavio H.J. Silva, Renato B.L.Guedes, Luis F.C. Alberto e Newton G. Bretas, "Função de Lyapunov estendida para análise de estabilidade de ângulo e de tensão em sistemas de potência considerando o efeito de cargas dependentes da tensão" , ACEITO para apresentação no CBA 2004 (Congresso Brasileiro de Automática) que será realizado de 21 a 24 de setembro de 2004, em Gramado, RS.

- R.B.L.Guedes, L.F.C.Alberto e N.G.Bretas, "Power System Low Voltage Solutions using an auxiliary gradient system for voltage collapse purposes", submetido em 26/11/2003 à revista IEEE Transactions on Power Systems, e em fase de primeira revisão.

- Flavio H.J. Silva, Renato B.L.Guedes, Luis F.C. Alberto e Newton G. Bretas, "Extended Lyapunov Function for a Structure Preserving Power System Model with Voltage Dependend Loads" , submetido ao IEEE TeD Latin America 2004. Resumo aprovado.