Campus de São Carlos

MODELAGEM E CONTROLE DE CONJUGADO DO MOTOR
DE INDUÇÃO UTILIZANDO O MÉTODO DE ACELERA-
ÇÃO DE CAMPO (FAM)

Autor: WILLIAM DUARTE FERRAZ

Orientador: Prof. Dr. AZAURI A. de OLIVEIRA JÚNIOR

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM E CONTROLE DE CONJUGADO DO MOTOR DE INDUÇÃO
UTILIZANDO O MÉTODO DE ACELERAÇÃO DE CAMPO (FAM)

William Duarte Ferraz

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador :

Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Júnior

São Carlos

1997

Class.	TESE - EESC
Cutt.	2135
Tombo	196/97

At: 0934377

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

F381m Ferraz, William Duarte
Modelagem e controle de conjugado do motor de indução utilizando o método de aceleração de campo (FAM) / William Duarte Ferraz. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.
Área: Engenharia Elétrica
Orientador: Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Júnior

1. Motor de indução. 2. Controle de conjugado. 3. Vetores espirais. 4. Método de aceleração de campo. 5. FAM. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **WILLIAM DUARTE FERRAZ**

Dissertação defendida e aprovada em 25-9-1997
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **AZAURI ALBANO DE OLIVEIRA JUNIOR (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **MANOEL LUÍS DE AGUIAR**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Titular **DARIZON ALVES DE ANDRADE**
(Universidade Federal de Uberlândia - UFU)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador da Área de Engenharia Elétrica

JOSÉ CARLOS A CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

À minha esposa e amiga, Miriam Hippólyto Ferraz,
pelo amor, compreensão e fortalecimento diário, à
pequena Maria Júlia, que vai nascer ao final deste ano,
e aos meus pais, Matias e Tereza, que me deram o
presente da vida.

" O aluno não está acima do seu instrutor, mas, todo
aquele que for perfeitamente instruído será semelhante
ao seu instrutor "

Lucas 6 : 40

Meus agradecimentos

À Deus , o criador da vida , que abençoou a humanidade com a faculdade de raciocínio, e permitiu que esse trabalho fosse realizado.

Ao orientador, Prof. Dr. Azauri Albano de Oliveira Jr., por seu apoio e contribuição, sem os quais esse trabalho não existiria, bem como por sua amizade, que transcende o ambiente acadêmico.

Aos colegas do Laboratório de Controle e Eletrônica de Potência (LACEP), que desde os tempos de graduação me auxiliaram e me estimularam ao aprendizado.

Aos professores dos diversos grupos e laboratórios do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP, em especial os do LACEP e de Máquinas Elétricas, que sempre foram solícitos em compartilhar os conhecimentos de suas áreas.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro recebido durante o curso.

Resumo

O trabalho aqui apresentado contém um estudo do motor de indução visando o acionamento e controle do mesmo. O trabalho não apresenta, entretanto, as abordagens tradicionais desta matéria como parte principal ou introdutória, mas mostra uma nova abordagem no estudo de máquinas elétricas. Esta abordagem chama-se "Método de Segregação de Fase Utilizando Vetores Espirais". Assim o texto cobre de maneira breve, apenas como referência em apêndices, as abordagens conhecidas de modelagem, ou seja, o chamado modelo "d-q" generalizado, utilizando as transformações de Park, e o modelo vetorial em coordenadas de campo. Primeiramente é explicado a teoria dos vetores espirais bem como o método de segregação de fase. A seguir é apresentado o Método de Aceleração de Campo, um método vetorial que utiliza entidades e métodos matemáticos já conhecidos de maneira unificada, produzindo assim um modo de se abordar tanto a modelagem quanto o controle de maneira mais poderosa do ponto de vista teórico, pois toda a teoria aqui apresentada está embasada nas variáveis originais da máquina c.a., sem transformações. Todas as partes apresentam simulações dinâmicas das equações, e por isso incluiu-se um apêndice com as listagens dos programas utilizados em seus respectivos ambientes. Tudo isso leva a uma discussão entre os métodos de análise do motor de indução, o que é feito como conclusão deste trabalho.

Abstract

The work brought out here is a study of the induction motor mathematical modelling having in mind the induction motor torque control. Here is not presented classical modelling as the generalized "d-q" model and the vector model with field coordinates as main part of the text neither as introductory text. They are in appendices as references to the main text. Furthermore this work introduce a new approach in the study of electrical machines and its control. This approach is called "Phase Segregation Method Using Spiral Vectors" to be used with the "Field Acceleration Method" (FAM). Thus the text content covers at first the spiral vector theory and also the phase segregation method. After that is explained the FAM as a kind of vector control which uses well-known mathematical methods and entities with no transformations, *id est*, it uses the original variables of the electric a.c. machine. All parts have dinamic simulation of the equations and so are included appendices with program lists used. All this leads to a discussion about the approach showed here and this is done as a conclusion of this text.

Índex

Simbolos e Notações	x
Lista de Figuras	xviii
Capítulo 1 : Introdução	1
Capítulo 2 : Vetores Espirais e Método de Segregação de Fase	5
2.1 - Introdução	5
2.2 - Vetores Espirais	6
2.3 - Método de Segregação de Fase	10
2.3.1 - Método da Componente Simétrica	11
2.3.2 - Método da Componente Simétrica Utilizando	
Vetores Espirais	14
2.3.3 - Relação entre o Método da Componente Simétrica	
Utilizando Vetores Espirais e o Método de	
Segregação de Fase	23
Capítulo 3 : Simulação do Motor de Indução Trifásico (MIT) Segundo o Método	
de Segregação de Fase Com Vetores Espirais e Comparação Com Outros	
Modelos Existentes	25
3.1 - Introdução	25

3.2 - Modelo de Estado do MIT a Partir do Modelo de Vetores Espirais	26
3.3 - Solução Analítica das Equações Elétricas do MIT	30
3.4 - Simulações e Resultados	33
3.5 - Comentários e Comparações com Outros Modelos Existentes	37
Capítulo 4 : As Bases do Método de Aceleração de Campo (FAM)	40
4.1 - Introdução	40
4.2 - O Modelo do MIT em Regime Permanente	41
4.3 - Transformações Lineares Aplicadas ao Modelo Tipo T, para o Estado de Regime Permanente	45
Capítulo 5 : Estudo e Implementação em Simulação do FAM T-I e FAM T-II	53
5.1 - Introdução	53
5.2 - O Sistema de Controle FAM T-I	53
5.3 - Estudo do Comportamento Transiente do Controle FAM T -I	57
5.4 - O Sistema de Controle FAM T-II	64
5.5 - Transformação do Circuito Equivalente T em T-II, Incluindo a Parte Transiente	65
5.6 - Análise da Resposta Transiente do Controle de Conjugado Utilizando o FAM T-II	66
Capítulo 6 : Conclusões	70

Apêndice A : Modelagem e Simulação do Motor de Indução Trifásico

Utilizando o Modelo de Park ("d-q")

Apêndice B : Modelagem e Simulação do Motor de Indução Trifásico

em Coordenadas de Campo

Apêndice C : Dados dos Motores Elétricos de Indução Trifásicos

Utilizados nas Simulações

Apendice D

- D1** Listagem dos Programas no SIMNONTM para Simulação do MIT
Utilizando Vetores Espirais
- D2** Listagem do Programa da Solução Analítica no MATLAB[®] para o
MIT Utilizando Vetores Espirais
- D3** Listagem dos Programas no SIMNONTM para Simulação do MIT
Utilizando Variáveis d-q
- D4** Diagrama de Blocos Criado no Ambiente SIMULINKTM para
Simulação do MIT Utilizando Vetores de Estado

Símbolos e Notações

γ_i	Ângulo entre o vetor i_{m2} e o vetor i_j
η	Componente de decaimento (parte real) do vetor espiral
θ	Ângulo entre o eixo magnético a (do estator) e o eixo magnético r (do rotor)
λ	Fluxo Enlaçado
λ_{ga}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase a' do estator
λ_{gb}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase b' do estator
λ_{gc}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase c' do estator
λ_{gr}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase r' do rotor
λ_{gs}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase s' do rotor
λ_{gt}	Fluxo enlaçado no entreferro referente a 'fase t' do rotor
ξ	Ângulo entre o eixo referencial da fase a e um eixo referencial genérico
ρ	Deslocamento angular de α_2 em relação ao eixo α de estator
σ	$\sigma = 1 - \frac{M_0^2}{L_e L_r} = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_2)}$

σ_1	$\sigma_1 = \frac{l_1}{M_0}$
σ_2	$\sigma_2 = \frac{l_2}{M_0}$
χ_i	Ângulo entre o vetor corrente de rotor e o eixo referencial de rotor
χ_v	Ângulo entre o vetor tensão de rotor e o eixo referencial de rotor
Ψ_e	Fluxo de estator
Ψ_r	Fluxo de rotor
ω_ξ	Velocidade angular do eixo referencial genérico
ω_e	Frequência das tensões de estator
ω_{m2}	Velocidade angular de i_{m2} ($i_{m2} = \frac{d}{dt}$)
ω_r	Frequência das tensões de rotor
a	Relação de transformação entre os enrolamentos de estator e do rotor
$\underline{A}^{-1}$	Matriz de transformação $abc \rightarrow 0\alpha\beta$
$\underline{A}_1^{-1}$	Matriz de transformação $abc \rightarrow \alpha\beta 0$
$\underline{A}_F$	Matriz de transformação $abc \rightarrow$ coordenadas simétricas
$\underline{B}_c^{-1}$	Matriz de transformação $0\alpha\beta \rightarrow 0dq$ (estator)

$\underline{B}_r^{-1}$	Matriz de transformação $0\alpha\beta \rightarrow 0dq$ (rotor)
D	Matriz de transformação secundário - primário para corrente
D^{-1}	Matriz de transformação secundário - primário para tensão
erad	radiano elétrico
i	Corrente (valor instantâneo)
	Vetor corrente de magnetização
i_1	Valor instantâneo da corrente do primário
$\dot{I}_1$	Vetor circular corrente do primário
i_2	Valor instantâneo da corrente do secundário
$\dot{I}_2$	Vetor circular corrente do secundário
$i_{\alpha e}$	Corrente resultante no eixo α de estator
$i_{\alpha r}$	Corrente resultante no eixo α de rotor
$i_{\beta e}$	Corrente resultante no eixo β de estator
$i_{\beta r}$	Corrente resultante no eixo β de rotor
i_{0e}	Corrente resultante no eixo 0 de estator
i_{0r}	Corrente resultante no eixo 0 de rotor
i_a	Valor instantâneo da corrente no enrolamento a do estator
$ I_{ae} , I_{be} , I_{ce} $	Módulos das correntes de estator
$ I_{ar} , I_{br} , I_{cr} $	Módulos das correntes de rotor
I_{ae}, I_{be}, I_{ce}	Fasor corrente de estator
$\dot{I}_{ae}, \dot{I}_{be}, \dot{I}_{ce}$	Vetor circular corrente de estator

I_{ar}, I_{br}, I_{cr}	Fasor corrente de rotor
$\dot{I}_{ar}, \dot{I}_{br}, \dot{I}_{cr}$	Vetor circular corrente de rotor
i_b	Valor instantâneo de corrente no enrolamento b do estator
i_c	Valor instantâneo de corrente no enrolamento c do estator
i_{de}	Corrente resultante no eixo d de estator
i_{dr}	Corrente resultante no eixo d de rotor
i_e	corrente de estator
i_{qe}	Corrente resultante no eixo q de estator
i_{qr}	Corrente resultante no eixo q de rotor
i_r	Valor instantâneo de corrente no enrolamento r do rotor
i_{rr}	corrente de rotor
i_s	Valor instantâneo de corrente no enrolamento s do rotor
i_t	Valor instantâneo de corrente no enrolamento t do rotor
J	Momento de inércia
K_D	Coefficiente de atrito viscoso
l_1	Indutância de dispersão de primário
l_2	Indutância de dispersão de secundário (referido ao primário)
L_e	Indutância própria por fase do estator
L_{ee}	Indutância cíclica do estator ($L_{ee} = L_e - M_e$)
L_r	Indutância própria por fase do rotor
L_{rr}	Indutância cíclica do rotor ($L_{rr} = L_r - M_r$)
M	Valor máximo da indutância mútua entre estator e rotor

M_0	Indutância de magnetização ou , ainda, indutância mútua cíclica ($M_0 = \frac{3}{2}M$)
M_e	Indutância mútua entre as fases do estator
M_{er}	Indutância mútua entre cada fase do estator e do rotor
M_r	Indutância mútua entre as fases do rotor
M_{re}	Indutância mútua entre cada fase do rotor e do estator
n	Número de pares de pólos
p	$\frac{d}{dt}$
P_2	Potência desenvolvida no secundário
P_C	Perdas nos enrolamentos
P	Potência
P_n	Potência da seqüência negativa (monofásica)
P_{n3}	Potência da seqüência negativa (trifásica)
P_p	Potência da seqüência positiva (monofásica)
P_{p3}	Potência da seqüência positiva (trifásica)
r	Resistência
R_e	Resistência dos enrolamentos do estator (por fase)
R_r	Resistência dos enrolamentos do rotor (por fase)
s	Escorregamento ($= \frac{\omega_e - \omega}{\omega}$)
T	Conjugado

T_1	Conjugado produzido por uma fase
T_C	Conjugado necessário para rotacionar a carga
T_{cl}	Conjugado eletromagnético (Conjugado "elétrico")
T_n	Conjugado para a sequência negativa (monofásico)
T_{n3}	Conjugado para a sequência negativa (trifásico)
T_P	Conjugado para a sequência positiva (monofásico)
T_{P3}	Conjugado para a sequência positiva (trifásico)
v	Tensão (valor instantâneo)
V	Tensão (valor eficaz)
v_1	Valor instantâneo da tensão do primário
$\vec{v}_1$	Vetor circular da tensão do primário
v_2	Valor instantâneo da tensão do secundário
$\vec{v}_2$	Vetor circular da tensão do secundário
$V_{\alpha e}$	Tensão resultante no eixo α de estator
$V_{\alpha r}$	Tensão resultante no eixo α de rotor
$V_{\beta e}$	Tensão resultante no eixo β de estator
$V_{\beta r}$	Tensão resultante no eixo β de rotor
V_{0r}	Tensão resultante no eixo 0 de rotor
V_a	Valor instantâneo de tensão no enrolamento a do estator
$ V_{ae} , V_{be} , V_{ce} $	Módulos das tensões de estator
$ V_{ar} , V_{br} , V_{cr} $	Módulos das tensões de rotor
V_{ae}, V_{be}, V_{ce}	Fasor tensão de estator
$\vec{v}_{ae}, \vec{v}_{be}, \vec{v}_{ce}$	Vetor circular tensão de estator

V_{ar}, V_{br}, V_{cr}	Fasor tensão de rotor
$\vec{v}_{ar}, \vec{v}_{br}, \vec{v}_{cr}$	Vetor circular tensão de rotor
v_b	Valor instantâneo de tensão no enrolamento b do estator
v_c	Valor instantâneo de tensão no enrolamento c do estator
v_{de}	Tensão resultante no eixo d de estator
v_{dr}	Tensão resultante no eixo d de rotor
v_e	Tensão de estator
v_{qe}	Tensão resultante no eixo q de estator
v_{qr}	Tensão resultante no eixo q de rotor
v_r	Valor instantâneo de tensão no enrolamento r do rotor
v_{rr}	Tensão de rotor
v_s	Valor instantâneo de tensão no enrolamento s do rotor
v_t	Valor instantâneo de tensão no enrolamento t do rotor
$x_1 = \omega_e l_1$	Reatância de dispersão de primário
$x_2 = \omega_e l_2$	Reatância de dispersão de secundário (referido ao primário)
$x_m = (3/2) \omega_e M$	Reatância de magnetização (ou excitação)
$X_1 = x_1 + x_m$	
$X_2 = x_2 + x_m$	
$[\Gamma]^{-1}$	Matriz de transformação $abc \rightarrow 0dq$ (modelo dq)
$[i_{cr}]$	vetor das correntes de estator e de rotor
$[v_{cr}]$	vetor das tensões de estator e de rotor
φ	Ângulo entre o eixo referencial a e o eixo referencia d
ε	Defasagem angular entre uma fase de estator e outra fase de

estator; o mesmo para o rotor; Nesta dissertação, $\epsilon=2\pi/3$

ω_i	Ângulo entre o vetor corrente de estator e o eixo referencial de estator
ω_v	Ângulo entre o vetor tensão de estator e o eixo referencial de estator

Simbologia adotada :

Matriz	1 - Letra maiúscula ou minúscula sublinhada. Ex. : <u>A</u> ou <u>a</u> 2 - Letra(s) ou símbolo(s) entre colchetes. Ex. : $[v_a]$, $[\xi]$
Matriz Transposta	$'$, onde $[]'$ é a matriz transposta de $[]$
Vetor	Traço (-) ou flecha ($\rightarrow$) acima de letra(s) ou símbolo(s)
Conjugado complexo	Asterisco (*) Ex: Se $u = a + jb$, $u^*=a - jb$
Parte Real	$\Re\{ \}$
Parte Imaginária	$\Im\{ \}$

Lista de Figuras

Figura 2.1:	Gráfico da Função $i(t)$	9
Figura 2.2 -	Circuito equivalente transiente T do MIT	19
Figura 2.3 -	Circuito equivalente modelo T (regime permanente)	19
Figura 2.4 -	Circuito equivalente transiente T do MIT	20
Figura 2.5 -	Circuito equivalente modelo T (regime permanente)	21
Figura 3.1 -	Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 1	34
Figura 3.2 -	Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 2	34
Figura 3.3 -	Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 3	35
Figura 3.4 -	Característica Conjugado x Tempo para dados do Motor 4 - Solução Computacional - $\omega_e = 52.09$ Hz e $\omega_r = 50$ Hz	36
Figura 3.5 -	Característica Conjugado x Tempo para dados do Motor 4 - Solução Analítica - $\omega_e = 52.09$ Hz e $\omega_r = 50$ Hz	36
Figura 4.1 -	Circuito equivalente modelo T (regime permanente)	42
Figura 4.2 -	Circuito equivalente generalizado (para regime permanente)	47
Figura 4.3 -	Circuito Equivalente tipo T-I - Regime Permanente	47
Figura 4.4 -	Circuito Equivalente tipo T-II -Regime Permanente	48
Figura 4.5 -	Conjugado(N.m)xVelocidade(rpm)-T	50

Figura 4.6-	Conjugado(N.m)xVelocidade(rpm)-T- I_R	50
Figura 4.7-	Conjugado(N.m)xVelocidade(rpm)-T-	51
Figura 5.1 -	Diagrama de blocos do controle FAM Tipo T-I no modo controle de corrente de entrada	55
Figura 5.2 -	Circuito equivalente T generalizado	58
Figura 5.3 -	Circuito equivalente T-I	59
Figura 5.4 -	Resposta do Conjugado à entrada degrau do Controle FAM T-I ideal	63
Figura 5.5 -	Resposta do Conjugado à entrada degrau com variação de R_r em 30%	63
Figura 5.6 -	Diagrama de blocos do controle FAM Tipo T-II no modo controle de tensão de entrada	65
Figura 5.7 -	Circuito equivalente T-II	66
Figura 5.8 -	Gráfico Conjugado x Tempo para o controle T-II	69
Figura 5.9 -	Gráfico Conjugado x Tempo para o controle FAM T-II com R_2 aumentada em 30%	69

Introdução

O aparecimento de várias tecnologias e pesquisas na área de motores elétricos e acionamento para os mesmos deve-se ao fato de que, nas últimas décadas, a demanda por processos produtivos cada vez mais eficientes e precisos aumentaram numa razão inédita e de difícil comparação, na relativamente curta história industrial que a sociedade humana presencia. Principalmente na área de automação industrial, os acionamentos e os motores de alto desempenho são vitais e podem determinar a vantagem de um equipamento sobre outro ou ainda aumentar cada vez mais a produtividade. Com isso, certamente tais tecnologias foram grandemente impulsionadas com o advento da robótica e sua tecnologia associada, bem como do computador e de novas chaves semicondutoras.

Para suprir esta demanda, as pesquisas avançaram principalmente em dois segmentos principais. O primeiro foi o de desenvolvimento de motores de alto desempenho, e daí surgiram novas tecnologias e materiais para a construção desses motores. O segundo segmento, mas não de menor importância, foi o desenvolvimento de novas técnicas de acionamento e controle de motores elétricos para adequar os motores elétricos a sistemas de controle de alto desempenho.

Este trabalho se situa no segundo segmento, muito embora o que é apresentado

aqui possa ser de grande valia para os estudantes de máquinas elétricas. Muito já foi feito nesta área, principalmente pelos pesquisadores de eletrônica de potência e controle, e daí o surgimento de tecnologias e pesquisas muito bem elaboradas como o controle vetorial do motor elétrico, que já se encontra disponível comercialmente e nas indústrias.

Neste ambiente de alto desempenho pode parecer que o velho conhecido motor de indução trifásico esteja deslocado. No entanto como pretende mostrar este trabalho, o motor de indução pode operar também em ambientes de alto desempenho para sistemas de controle. Dessa maneira as vantagens de se utilizar o motor de indução de gaiola de esquilo são aumentadas pois tal motor já possui vantagens inegáveis, como custo inicial relativamente baixo, custos de manutenção extremamente reduzidos, robustez e possibilidade de operar em ambientes perigosos. O chamado controle por campo orientado (*FOC*) ou controle vetorial, já demonstrou que isto é possível, mas a abordagem feita por tal método de controle dificulta a análise do comportamento físico da máquina [Stepina, 1990], principalmente quando ela está na faixa de operação transiente, sendo que a dificuldade é contornada pela abordagem de análise e controle aqui apresentada..

O controle apresentado nessa dissertação é o controle pelo método de aceleração de campo, ou utilizando a sigla inglesa, controle FAM (*Field Acceleration Method*). Tal controle parte de uma modelagem do motor de indução feita a partir de uma teoria estabelecida por YAMAMURA (1992), chamada teoria dos vetores espirais, que foi aplicada a um método de análise criado por FORTESCUE (1927), chamado método das componentes simétricas, que deu origem ao método segregação de fase, utilizada na modelagem do motor. Além disso, há muito já se sabe que para obter um

controle de alto desempenho deve-se fazer um controle de conjugado, e que para isso deve-se atuar no fluxo no entreferro através da corrente de magnetização. Esses subsídios teóricos é que sustentam o FAM, aqui apresentado.

Desta maneira este trabalho objetiva então apresentar primeiramente a modelagem do motor de indução segundo a técnica dos vetores espirais e do método de segregação de fase, comparando com alguns modelos já existentes, notadamente o modelo utilizando vetores de estado e o modelo dq. A seguir, embasado no novo modelo supracitado, pretende-se mostrar o controle do motor de indução pelo método de aceleração de campo, mostrando sua eficácia e discutindo sua importância. Deve-se lembrar, no entanto, que este trabalho não se estende à parte prática, sendo que tanto a dissertação aqui apresentada quanto os resultados apresentados são totalmente teóricos, muito embora encontre-se resultados práticos na bibliografia apresentada [*Rossi, 1994; Yamamura, 1986*].

Assim, no capítulo 2 é feito um estudo teórico do motor de indução, introduzindo e utilizando os vetores espirais e o método de segregação de fase.

No capítulo 3 são realizadas simulações utilizando as técnicas do capítulo 2 e também utilizando dados de 4 motores diferentes. Ao final do capítulo são feitas algumas comparações e comentários.

O capítulo 4 faz uma introdução ao método de aceleração de campo, antecipando alguns resultados.

O capítulo 5 apresenta a análise transiente do controle FAM, finalizando também a apresentação do mesmo. Também neste capítulo são mostrados dois diagramas de blocos do controle FAM.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e comentários.

Além disso, foram acrescentados alguns apêndices que são pertinentes ao texto.

Os apêndices A e B apresentam resumidamente as modelagens clássicas do motor de indução, ou seja, o modelo d-q e o modelo vetorial, bem como as simulações utilizando os modelos mencionados. O apêndice C apresenta os dados dos motores utilizados nas simulações e o apêndice D apresenta algumas listagens dos programas utilizados na dissertação.

Capítulo 2¹

Vetores Espirais e Método de Segregação de Fase

2.1 - Introdução

O vetor de decaimento exponencial, mais tarde chamado de vetor espiral, foi criado no intuito de ajudar a análise de circuitos c.a. e principalmente, no momento, a análise de máquinas elétricas c.a., assim como, até mesmo, a teoria de fasores ou outras transformações vetoriais [*Yamamura, 1986*] .

Por outro lado, as teorias mais comumente utilizadas atualmente para a análise de máquinas c.a., em geral, e para o seu controle, em particular, derivam ou do modelo por fase para regime permanente, ou do modelo d-q (ver apêndice), este último sendo principalmente usado para o estudo de desempenho dinâmico da máquina, em particular, e do sistema de controle, em geral.

O modelo do motor feito 'por fase', geralmente representado por circuitos equivalentes, tem a vantagem de poder ser facilmente analisado, pois a abordagem aos circuitos equivalentes é quase intuitiva para o engenheiro eletricitista, além dos métodos de análise serem bem conhecidos. Além disso, tais circuitos equivalentes geralmente geram um sistema de equações de 2ª ordem, o qual possui soluções bem documentadas. Por outro lado os modelos por fase normalmente possuem aproximações e são válidos apenas para faixa de operação em regime permanente, e mesmo assim não se consegue com tal modelo estratégias de alto desempenho com facilidade, se é que são obtidas.

Já o modelo d-q possui a vantagem de conseguir exprimir, através de equações diferenciais, o comportamento do motor de indução de maneira muito próxima do real. Assim sendo normalmente este modelo é utilizado para estudar o comportamento dinâmico do motor. No entanto, o equacionamento feito dessa maneira geralmente resulta num sistema de equações diferenciais de quarta ordem, com coeficientes não-lineares. Isto dificulta tremendamente a tarefa de definir uma estratégia de controle de alto desempenho. Muito embora tal tarefa foi realizada através do controle vetorial, este último não eliminou a complexidade da análise transiente, se valendo de cálculos numéricos e computacionais para resolver problemas de análise de desempenho.

Assim, principalmente para simplificar as duas análises, a do regime permanente e a do transiente, foi proposto o método dos vetores espirais. Tal método reformula as teorias de circuitos c.a. e de máquinas elétricas c.a., através principalmente de uma análise mais eficiente do fenômeno transiente, utilizando um equacionamento mais adequado e proporcionando soluções analíticas também mais eficientes [Yamamura, 1992]. Isto é conseguido por que a modelagem aqui apresentada consegue representar o motor de indução através de circuitos equivalentes *sem aproximações na teoria*. O modelo de circuitos elétricos equivalentes aqui apresentado possui todas as vantagens já mencionadas dos circuitos equivalentes, mas pelo fato de não ser obtido através de aproximações na teoria ele também é válido na faixa de operação transiente do motor. Além disso, na faixa de operação transiente, o modelo aqui apresentado é no mínimo tão exato quanto o modelo d-q já consagrado. Desta maneira pode-se dizer que o modelo aqui mostrado reúne as vantagens da abordagem de circuitos equivalentes por fase e as vantagens da modelagem feita através das transformações lineares que resultam no modelo d-q. Além disso o modelo apresentado por YAMAMURA (1986) agrega ainda

a vantagem de dispensar as transformações trifásicas-bifásicas e também a vantagem de oferecer a solução analítica das equações, o que resulta numa análise mais eficiente da resposta do conjugado a um determinado comando de conjugado, notadamente o comando do tipo degrau.

Deve-se ter em mente, não obstante, que não se pretende aqui apresentar um modelo revolucionário, que torne os métodos já conhecidos de análise de circuitos polifásicos obsoletos, da mesma maneira que a abordagem por vetores de espaço utilizada no controle vetorial não revogou a abordagem clássica através do modelo dq ou a tradicional modelagem do motor de indução partindo-se de modelos de transformadores, pois estes últimos ainda são utilizados até hoje.

Utilizando o método de vetores espirais juntamente com o método de segregação de fase, o qual, como o próprio nome diz, segrega as fases de um sistema de equações polifásico tratando-o como um circuito monofásico, é então possível chegar a resultados analíticos com relativa facilidade, resultando em menor dificuldade e maior eficiência em termos qualitativos e quantitativos nos cálculos de desempenho.

Desse modo, o aparecimento do método de aceleração de campo (FAM - *Field Acceleration Method*), como será visto posteriormente, é uma consequência direta, quando se objetiva o controle do conjugado no motor de indução trifásico.

Sendo assim, neste capítulo será apresentada a teoria básica do método dos vetores espirais bem como a do método de segregação de fase, as quais constituem a parte principal do FAM, descrito no capítulo 4 em diante.

2.2 - Vetores Espirais

Como se sabe [Hayt, 1975], os circuitos elétricos podem ser descritos em forma de equações diferenciais na sua modelagem matemática, sendo que as soluções dessas equações podem ser dadas em função de:

$$i(t) = A.e^{\delta.t} \quad ; \quad \delta = -\eta + j.\omega \quad (2.1)$$

No plano complexo a função $i(t)$ acima descreve uma espiral, onde A é uma constante pertencente ao $\mathbb{R}$, conforme mostrado na figura 2.1

A função definida em (2.1) é chamada assim de vetor espiral, sendo que o valor de A é igual ao valor de $i(t)$ em $t = 0$. Tal função pode ser usada como uma entidade que represente tanto correntes como tensões, como poderá ser visto no exemplo a seguir, o qual é um problema típico na análise de circuitos em engenharia. Um exemplo da utilização do método do vetor espiral é dado utilizando-o para solucionar a equação (2.2), de segunda ordem.

$$v(t) = a.\frac{d^2}{dt^2}i(t) + b.\frac{d}{dt}i(t) + c.i(t) \quad ; \quad v(t) = \sqrt{2}.|V|.e^{j.(\omega.t+\phi)} = \sqrt{2}.V \quad (2.2)$$

Figura 2.1 - Gráfico da função $i(t)$

Como em regime permanente faz-se $e^{\delta t} = e^{j\omega t}$ tem-se que $di/dt = j\omega i$; portanto de (2.2), a corrente em regime permanente é dada por:

$$i_s = \frac{\sqrt{2} \cdot |\dot{V}|}{-\omega^2 \cdot a + c + j\omega b} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \phi)} \quad (2.3)$$

Para se chegar ao termo transiente da solução, deve-se então solucionar a equação diferencial homogênea de (2.2), igualando $v(t) = 0$ e substituindo (2.1) em (2.2). Tal solução é dada por:

$$i_t(t) = C_1 \cdot e^{\delta_1 t} + C_2 \cdot e^{\delta_2 t} \quad (2.4)$$

onde δ_1 e δ_2 são raízes da equação característica de (2.2) e dependem dos coeficientes a , b , c , sendo C_1 e C_2 constantes determinadas pelas condições iniciais.

Assim, a solução geral de (2.2) é dada por:

$$i(t) = i_s(t) + i_t(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot |V| \cdot e^{j(\omega t + \phi)}}{c - a\omega^2 + j\omega b} + C_1 \cdot e^{\delta_1 t} + C_2 \cdot e^{\delta_2 t} \quad (2.5)$$

Pode-se dizer que os vetores espirais podem representar quase todos os tipos de funções que aparecem em engenharia elétrica [Yamamura, 1992]. Por exemplo, sendo $i(t)$ uma corrente com variação senoidal, pode ser representada por $i(t) = A \cdot e^{j\omega t}$, e sendo $\eta=0$, obtém-se:

$$\dot{I} = |I| \cdot e^{j(\omega t + \phi)} = I e^{j(\omega t)} \quad (2.6)$$

Onde $I = |I| e^{j\phi}$ é um fasor e $|I| = |\dot{I}|$, sendo $|V| = | \quad |$

A expressão (2.6) define o *vetor circular*, $\dot{I}$, que nada mais é que um vetor espiral com decaimento nulo. Tal definição é útil pois o vetor circular será utilizado mais adiante.

Além disso, quando em (2.1), $\eta = 0$, (2.1) pode ser escrito como em (2.6), e então, se $t = 0$, $\dot{I}$ representa um fasor. Se em (2.1) $\omega = 0$, i representa uma exponencial de decaimento. Finalmente se $\omega=\eta=0$, i é uma constante para qualquer valor de t .

2.3 - Método de Segregação de Fase

Na análise dos motores elétricos, quando se requer realizar estudos de controle dessas máquinas elétricas, as características do estado transiente têm que ser levadas em conta, tanto quanto as do regime permanente. Conforme já citado anteriormente, o fenômeno transiente tem sido analisado através de teorias que necessitam de

transformações de variáveis. Sendo assim, os modelos mais largamente utilizados, como o modelo d-q e o vetorial, os quais são obtidos a partir de transformações de variáveis, têm como variáveis de estado funções que não representam as entidades reais de corrente e tensão de forma direta [Yamamura, 1986 ; Yamamura, 1992].

Isto não acontece com o método de segregação de fase principalmente levando-se em conta algumas considerações feitas a seguir, as quais eliminam da análise a sequência negativa, obtida pelo método das componentes simétricas de Fortescue mostrado mais adiante, e portanto pode-se utilizar, como também será visto adiante, as variáveis originais de modelagem (tensão e corrente) do motor, não sendo necessária nenhuma transformação 'trifásico - bifásico', a qual normalmente é feita em outras modelagens.

Considerando-se então a situação onde as máquinas c.a. trifásicas são balanceadas e simétricas, as variáveis de estado também são simétricas. Dessa maneira, a análise feita em uma das fases certamente levará a mesma solução da análise das outras fases, a despeito da defasagem angular das fases ($2\pi/3$ no caso trifásico) [Yamamura, 1986]. A análise feita dessa maneira será chamada método de segregação de fase.

2.3.1 - Método da Componente Simétrica

O método da componente simétrica foi desenvolvido por Fortescue [Fortescue, 1918] e tem sido utilizado desde então para a análise de máquinas em regime permanente. Através desse método, as variáveis de estado nas três fases são transformadas em três componentes simétricas: A componente de fase-zero, fase positiva e fase negativa. Dessa maneira define-se o fasor corrente I_a como sendo (I_b e I_c são definidos de maneira análoga):

$$I_a e^{j\omega_e t} = |I_a| e^{j(\omega_e t + \phi_1)} ; I_a = |I_a| e^{j\phi_1} \quad (2.7)$$

Com isso faz-se :

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \underline{A}_F \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Sendo:

$$\alpha = e^{-j(\frac{2\pi}{3})} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} ; \underline{A}'_F = \underline{A}_F$$

Da mesma maneira tem-se :

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \underline{A}_F \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Assim , partindo-se das equações do circuito trifásico tem-se :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Transformando (2.10) em termos de componente simétrica, tem-se :

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{A_F}{3} [Z] 3.A_F^{-1} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

E então quando a máquina é balanceada, (2.11) se torna :

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Cada equação contém apenas uma componente simétrica, e dessa maneira as fases estão segregadas. Fica claro que é mais fácil achar soluções para equações do tipo de (2.12) do que para (2.10), e uma vez achada a solução para I_0 , I_1 , I_2 , basta fazer o inverso da equação (2.8) para achar I_a , I_b , I_c .

Utilizando o mesmo raciocínio, T. Bekku propôs um método semelhante [Bekku, 1927], visando a análise transiente, expressando as variáveis em valores reais instantâneos. Bekku chamou este método de método da componente simétrica de valor instantâneo. Entretanto este método tem alguns problemas, como por exemplo o fato de a sequência negativa e positiva serem valores complexos conjugados entre si e portanto não são independentes.

2.3.2 - Método da Componente Simétrica Utilizando Vetores Espirais

Assumindo que:

$$i_0 = A_0 e^{\delta_0 t}, i_1 = A_1 e^{\delta_1 t}, i_2 = A_2 e^{\delta_2 t} \quad (2.13)$$

Escreve-se :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = 3 \underline{A}_F^{-1} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Assim, quando $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = j \omega_e$, as componentes simétricas dos vetores espirais são idênticas às de Fortescue.

Partindo-se então das equações básicas :

I - Equação para o estator :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = (R_e + l_1 p) \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \lambda_{ga} \\ \lambda_{gb} \\ \lambda_{gc} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

II - Equação para o rotor, considerando-o em curto circuito :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (R_r + l_2 p) \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \lambda_{gr} \\ \lambda_{gs} \\ \lambda_{gt} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Sendo ainda os fluxos λ_{ga} , λ_{gb} e λ_{gc} dados por :

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ga} \\ \lambda_{gb} \\ \lambda_{gc} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 1 & \cos(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{-2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{-2\pi}{3}) & 1 & \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{-2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Transformando (2.17) em componentes simétricas tem-se :

$$\begin{bmatrix} \lambda_{10} \\ \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} A_F M \begin{bmatrix} 1 & \cos(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{-2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{-2\pi}{3}) & 1 & \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\frac{2\pi}{3}) & \cos(\frac{-2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \cdot A_F^{**} \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} A_F M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot A_F^{**} \begin{bmatrix} i \\ i \\ i \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Onde em λ_{KJ} vale que :

K = 1 significa estator

K = 0 significa rotor

J = 0 significa seqüência zero

J = 1 significa seqüência positiva

J = 2 significa seqüência negativa

Fazendo as multiplicações e adições de (2.18) chega-se a :

$$\frac{1}{3} A_F \begin{bmatrix} \lambda_{ga} \\ \lambda_{gb} \\ \lambda_{gc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{10} \\ \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} M \begin{bmatrix} 0 \\ i_{11} + i_{21} \cdot e^{j\theta} \\ i_{12} + i_{22} \cdot e^{-j\theta} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Sendo , ainda:

$$\begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} A_F \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{21} \\ i_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} A_F \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

E procedendo da mesma maneira para o rotor chega-se a :

$$\frac{1}{3} A_{F^*} \begin{bmatrix} \lambda_{gr} \\ \lambda_{gs} \\ \lambda_{gt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{20} \\ \lambda_{21} \\ \lambda_{22} \end{bmatrix} = \frac{3}{2} M \begin{bmatrix} 0 \\ i_{21} + i_{11} \cdot e^{-j\theta} \\ i_{22} + i_{12} \cdot e^{j\theta} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Multiplicando (2.15) e (2.16) por $A_F/3$ tem-se :

$$\begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} = (R_e + I_1 p) \begin{bmatrix} i_{10} \\ i_{11} \\ i_{12} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \lambda_{10} \\ \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (R_r + l_2 \cdot p) \begin{bmatrix} i_{20} \\ i_{21} \\ i_{22} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \lambda_{20} \\ \lambda_{21} \\ \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Finalmente, substituindo (2.19) e (2.22) em (2.23) e (2.24) obtém -se :

Para a seqüência zero :

$$v_{10} = (R_e + l_1) \cdot i_{10} \quad (2.25)$$

$$0 = (R_r + l_2) \cdot i_{20} \quad (2.26)$$

Para a seqüência positiva :

$$v_{11} = (R_e + l_1 p) i_{11} + \frac{3}{2} M p (i_{11} + e^{j\theta} i_{21}) \quad (2.27)$$

$$0 = (R_r + l_2 p) i_{21} + \frac{3}{2} M p (i_{21} + e^{-j\theta} i_{11}) \quad (2.28)$$

Para a seqüência negativa :

$$v_{12} = (R_e + l_1 p) i_{12} + \frac{3}{2} M p (i_{12} + e^{-j\theta} i_{22}) \quad (2.29)$$

$$0 = (R_r + l_2 p) i_{22} + \frac{3}{2} M p (i_{22} + e^{j\theta} i_{12}) \quad (2.30)$$

Dessa maneira, para chegar às equações finais faz-se:

I - Para as equações (2.23) e (2.24) - seqüência positiva - fazendo-se:

$$i'_{21} = e^{j\theta} i_{21}$$

Chega-se a :

$$\begin{bmatrix} v_{11} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + (l_1 + \frac{3}{2}M)p & \frac{3}{2}Mp \\ \frac{3}{2}M(p - j\omega_r) & R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(p - j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{11} \\ i'_{21} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

E pode-se definir:

$$e_{sI} = -j\omega_r \left[\frac{3}{2}Mi_{11} + (l_2 + \frac{3}{2}M)i'_{21} \right]$$

É estabelecido então o sistema de equações que representam o circuito equivalente tipo T para o estado transiente, o qual será assim chamado pois é válido em toda faixa de operação do MIT. Tal circuito equivalente pode ser visto na figura 2.2

Figura 2.2 - Circuito equivalente transiente T do MIT

Para o Regime permanente, p pode ser substituído por $j\omega$, então (2.31) se torna:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{11} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + j(x_1 + x_m) & jx_m \\ jx_m & \frac{R_r}{s} + j(x_2 + x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}'_{21} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

O circuito equivalente descrito por (2.32) pode ser visto na figura 2.3.

Figura 2.3 - Circuito equivalente modelo T (regime permanente)

II - Para as equações (2.29) e (2.30) - sequência negativa - :

Fazendo-se :

$$i'_{22} = e^{-j\theta} i_{22}$$

Chega-se a :

$$\begin{bmatrix} v_{12} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + (l_1 + \frac{3}{2}M)p & \frac{3}{2}Mp \\ \frac{3}{2}M(p + j\omega_r) & R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(p + j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{12} \\ i'_{22} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

E pode-se definir:

$$e_{s2} = j\omega_r \left[\frac{3}{2}M i_{12} + (l_2 + \frac{3}{2}M) i'_{22} \right]$$

É estabelecido então o sistema de equações que representam o circuito equivalente tipo T para o estado transiente, agora para a sequência negativa, de maneira análoga à sequência positiva, conforme mostrado na figura 2.4

Figura 2.4 - Circuito equivalente transiente T do MIT

Para o Regime permanente, substitui-se p por $j\omega$ e então (2.33) se torna :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{12} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + j(x_1 + x_m) & jx_m \\ jx_m & \frac{R_r}{(2-s)} + j(x_2 + x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{12} \\ \dot{I}'_{22} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

O circuito equivalente descrito por (2.34) pode ser visto na figura 2.5.

Figura 2.5 - Circuito equivalente modelo T (regime permanente)

Todo esse desenvolvimento feito até aqui tem como objetivo a análise do MIT de maneira cabal, dentro do contexto deste trabalho. Tal análise passa obrigatoriamente pela solução das equações aqui apresentadas.

Sendo assim, como foi mostrado no subtópico 2.2, as soluções transitórias das correntes de estator para os sistemas de equações (2.31) e (2.33) podem ser obtidas através das equações (2.35) e (2.36), mostradas a seguir.

$$i_{11} = A_a e^{\delta_{1t}} + A_b e^{\delta_{2t}} \quad (2.35)$$

$$i_{12} = A_c e^{\delta_3 t} + A_d e^{\delta_4 t} \quad (2.36)$$

Pode ser destacado que δ_3 e δ_4 são os conjugados complexos de δ_1 e δ_2 respectivamente, mas A_c e A_d não são conjugados de A_a e A_b e portanto i_{12} não é conjugado de i_{11} . Para que a solução seja completa, ainda, devem ser adicionados os termos da solução da equação do regime permanente, que são facilmente obtidas através dos modelos de regime permanente, às equações (2.35) e (2.36), da mesma maneira que em (2.3), resultando em duas expressões iguais à (2.5), excetuando-se os índices.

Tendo obtido as soluções das componentes simétricas de corrente, obtém-se o conjugado como se segue [Yamamura, 1986]:

$$P_p = \mathbb{R}[e_{s1}] \cdot \mathbb{R}[i'_{21}] \rightarrow \text{seqüência positiva} \quad (2.37)$$

$$P_n = \mathbb{R}[e_{s2}] \cdot \mathbb{R}[i'_{22}] \rightarrow \text{seqüência negativa} \quad (2.38)$$

Dessa maneira o conjugado por fase é dado por :

$$T_p = \frac{n.P_p}{\omega_r} \rightarrow \text{seqüência positiva} \quad T_n = \frac{n.P_n}{\omega_r} \rightarrow \text{seqüência negativa}$$

Para as três fases tem-se então :

$$P_{p3} = \sum_3 P_p \quad ; \quad P_{n3} = \sum_3 P_n$$

E portanto :

$$T_{p3} = \frac{n.P_{p3}}{\omega_r} \quad (2.39)$$

$$T_{n3} = \frac{n.P_{n3}}{\omega_r} \quad (2.40)$$

2.3.3 - Relação entre o Método da Componente Simétrica Utilizando Vetores

Espiraais e o Método de Segregação de Fase

Apesar do que foi feito até aqui, os resultados anteriores ainda compõem um sistema de quatro equações diferenciais, se for usado as seqüências negativa e positiva para equacionar o motor. No entanto, quando o motor c.a. é simétrico em sua estrutura e operação , as componentes da seqüência zero e da seqüência negativa de tensão e corrente podem ser desconsideradas (ou consideradas nulas). Sendo assim , pela equação (2.14), tem- se:

$$i_a = i_1, i_b = \alpha i_1 \text{ e } i_c = \alpha^2 i_1 \quad (2.41)$$

Dessa maneira (2.31) se torna :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + (l_1 + \frac{3}{2}M)p & \frac{3}{2}Mp \\ \frac{3}{2}M(p - j\omega_r) & R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(p - j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i'_r \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Assim, a equação (2.42), de 2ª ordem, define a aplicação do método de segregação de fase para o MIT, que foi mostrado aqui de maneira formal e é válida apenas em termos de vetores espirais [Yamamura, 1992].

Pode-se observar também que a despeito de ser uma equação no domínio dos complexos, a equação (2.42) define num sistema de dimensão 2 a modelagem matemática do MIT, *sem aproximações*, sendo válida tanto na parte transiente como na parte de regime permanente do comportamento do MIT.

Mostrou-se então que o fenômeno transiente do motor c.a pode ser analisado pelo método de segregação de fase com vetores espirais sem fazer qualquer transformação de variáveis, além de ser possível solucionar analiticamente o sistema de segunda ordem dado por (2.42). Esta é uma das vantagens do método de segregação de fase. Como é utilizando apenas as variáveis originais, o método de segregação de fase utilizando vetores espirais se torna extremamente adequado para o controle dos motores C.A., sendo possível então obter , como já foi mencionado, o controle de conjugado do MIT utilizando o FAM, o qual será visto mais adiante.

Capítulo 3

Simulação do MIT Segundo o Método de Segregação de Fase com Vetores Espirais e Comparação com Outros Modelos Existentes

3.1 - Introdução

Com o intuito de demonstrar que a teoria desenvolvida no capítulo 2 modela adequadamente o comportamento elétrico do motor de indução, o sistema de equações (2.42) será mostrado na forma de equações de estado para que o mesmo seja facilmente inserido num ambiente de programação voltado para simulação. Também será mostrado como se obter uma solução analítica de (2.42), conhecidas as condições iniciais. Tal solução chega a ser uma novidade, pois normalmente as soluções analíticas não são dadas na literatura atual da abordagem vetorial e da abordagem clássica do "modelo dq", a não ser em casos onde se faz a análise de regime permanente [Yamamura, 1986]. Quando esta última é feita, recai-se em um circuito semelhante ao modelo T, mostrado na figura 2.5, e desta forma através da análise do circuito chega-se ao sistema de equações que definem o conjugado de maneira simplificada [Barbi, 1985; Fitzgerald, 1978; Ku, 1959; Oliveira Jr., 1984].

A simulação será comparada então com outras simulações feitas utilizando os modelos d-q e vetorial, os quais já são consagrados e aceitos pelos pesquisadores da área de máquinas elétricas e de eletrônica de potência. Uma descrição do modelo dq pode ser

visto no apêndice A, enquanto o modelo vetorial pode ser visto no apêndice B

3.2 - Modelo de Estado do MIT a Partir do Modelo de Vetores Espirais

Visando adequar o modelo do MIT para usá-lo em cálculos computacionais, as equações devem ser escritas na forma de equações de estado [Chen, 1984; Isermann, 1989]. Além disso, se não intenciona-se utilizar programas especializados, faz-se necessário decompor as equações do domínio complexo para domínio real, sendo que mesmo em ambientes de programação especializados, a simulação é mais confiável se tal prática for utilizada [SimmonTM, 1990; Matlab[®] with SimulinkTM, 1993] .

Desse modo, a partir de (2.42) faz-se :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_e & 0 \\ (-j\omega_r \frac{3}{2}M) & (R_r - j\omega_r)(l_2 + \frac{3}{2}M) \end{bmatrix}}_{Z_a} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_r' \end{bmatrix} + p \underbrace{\begin{bmatrix} (l_1 + \frac{3}{2}M) & \frac{3}{2}M \\ \frac{3}{2}M & (l_2 + \frac{3}{2}M) \end{bmatrix}}_{Z_b} \begin{bmatrix} i_a \\ i_r' \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Portanto , pode-se fazer :

$$p \begin{bmatrix} i_a \\ i_r' \end{bmatrix} = -Z_b^{-1} \cdot Z_a \begin{bmatrix} i_a \\ i_r' \end{bmatrix} + Z_b^{-1} \begin{bmatrix} v_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A equação de 2ª ordem complexa (3.2) descreve o modelo do MIT através de vetores espirais. Este modelo pode ser utilizado em simulações da máquina caso se tenha programas computacionais preparados para solução de funções complexas, caso contrário é necessário decompor a parte real e imaginária das equações.

Sendo assim, para separar os termos reais e imaginários da equação de estator de (2.42), faz-se:

$$(v_{a\alpha} + jv_{a\beta}) = R_e(i_{a\alpha} + ji_{a\beta}) + \frac{d}{dt} \left[(l_1 + \frac{3}{2}M)(i_{a\alpha} + ji_{a\beta}) + (\frac{3}{2}M)(i'_{r\alpha} + ji'_{r\beta}) \right] \quad (3.3)$$

Separando então as partes real e imaginária chega-se a:

$$v_{a\alpha} = R_e i_{a\alpha} + p \left[(l_1 + \frac{3}{2}M) i_{a\alpha} + (\frac{3}{2}M) i'_{r\alpha} \right] \quad (3.4)$$

$$v_{a\beta} = R_e i_{a\beta} + p \left[(l_1 + \frac{3}{2}M) i_{a\beta} + (\frac{3}{2}M) i'_{r\beta} \right] \quad (3.5)$$

Procedendo de maneira análoga para a equação de rotor de (2.42) faz-se:

$$0 = (-j\omega_r \frac{3}{2}M)(i_{a\alpha} + ji_{a\beta}) + (R_r - j\omega_r(l_2 + \frac{3}{2}M))(i'_{r\alpha} + ji'_{r\beta}) + \frac{d}{dt} \left[\frac{3}{2}M(i_{a\alpha} + ji_{a\beta}) + (l_2 + \frac{3}{2}M)(i'_{r\alpha} + ji'_{r\beta}) \right] \quad (3.6)$$

$$0 = \omega_r \frac{3}{2}M i_{a\beta} + R_r i'_{r\alpha} + \omega_r(l_2 + \frac{3}{2}M) i'_{r\beta} + \frac{d}{dt} \left[\frac{3}{2}M i_{a\alpha} + (l_2 + \frac{3}{2}M) i'_{r\alpha} \right] \quad (3.7)$$

$$0 = -\omega_r \frac{3}{2}M i_{a\alpha} + R_r i'_{r\beta} - \omega_r(l_2 + \frac{3}{2}M) i'_{r\alpha} + \frac{d}{dt} \left[\frac{3}{2}M i_{a\beta} + (l_2 + \frac{3}{2}M) i'_{r\beta} \right] \quad (3.8)$$

Colocando as equações (3.4), (3.5), (3.7) e (3.8) na forma matricial tem-se :

$$\begin{bmatrix} v_{a\alpha} \\ v_{a\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 & 0 \\ 0 & \omega_r \frac{3}{2}M & R_r & \omega_r (l_2 + \frac{3}{2}M) \\ -\omega_r \frac{3}{2}M & 0 & -\omega_r (l_2 + \frac{3}{2}M) & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a\alpha} \\ i_{a\beta} \\ i'_{r\alpha} \\ i'_{r\beta} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} l_1 + \frac{3}{2}M & 0 & \frac{3}{2}M & 0 \\ 0 & l_1 + \frac{3}{2}M & 0 & \frac{3}{2}M \\ \frac{3}{2}M & 0 & l_2 + \frac{3}{2}M & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M & 0 & l_2 + \frac{3}{2}M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a\alpha} \\ i_{a\beta} \\ i'_{r\alpha} \\ i'_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Utilizando-se então (3.2), chega-se na equação de estados dada por :

$$\begin{bmatrix} \dot{a\alpha} \\ \dot{a\beta} \\ \dot{i}_{r\alpha} \\ \dot{i}_{r\beta} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (3M+2l_2)R_e & -\frac{9}{2}M^2\omega_r & -3MR_r & -\frac{3}{2}M\omega_r(3M+2l_2) \\ \frac{9}{2}M^2\omega_r & (3M+2l_2)R_e & \frac{3}{2}M\omega_r(3M+2l_2) & -3MR_r \\ -3MR_e & \frac{3}{2}(3M+2l_1)\omega_r M & (3M+2l_1)R_r & \frac{1}{2}(3M+2l_1)\omega_r(3M+2l_2) \\ -\frac{3}{2}(3M+2l_1)\omega_r M & -3MR_e & -\frac{1}{2}(3M+2l_1)\omega_r(3M+2l_2) & (3M+2l_1)R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a\alpha} \\ i_{a\beta} \\ i'_{r\alpha} \\ i'_{r\beta} \end{bmatrix} \\ + \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (3M+2l_2) & 0 & -3M & 0 \\ 0 & (3M+2l_2) & 0 & -3M \\ -3M & 0 & (3M+2l_1) & 0 \\ 0 & -3M & 0 & (3M+2l_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{a\alpha} \\ v_{a\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Onde :

$$\Delta = 3l_2M + 2l_1l_2 + 3l_1M \quad (3.11)$$

O sistema de equações dado por (3.10) e (3.11) regem as equações elétricas do MIT. Mas para que o modelo do MIT fique completo são necessárias as equações do conjugado elétrico dado por (3.12) (vide também a equação (3.21)) e as equações mecânicas dadas por (3.13) e (3.14).

$$Tel = \frac{9}{4} \cdot M \cdot n \cdot (i_{a\beta} \cdot i'_{r\alpha} - i_{a\alpha} \cdot i'_{r\beta}) \quad (3.12)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \cdot (Tel - Tc - K_D \cdot \omega_r) \quad (3.13)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \quad (3.14)$$

Pode-se notar através das equações (3.10) a (3.14) que o sistema final é constituído de quatro equações "elétricas" em forma de matriz em (3.10) e outras três equações "mecânicas", mostradas nas equações (3.12) a (3.14).

Este número de equações que regem o comportamento do motor de indução é o mesmo apresentado pelo modelo dq (vide apêndice A) e pelo modelo vetorial (vide Apêndice B).

Algumas diferenças, ou vantagens, básicas do modelo aqui apresentado em relação aos outros modelos citados podem ser apontados apenas observando-se o que foi feito neste subtópico. Primeiramente, deve-se notar que tanto no caso da equação (3.1) quanto da equação (3.10) ω_r deve ser considerada uma constante, para que as duas equações se configurem como uma equação de estado linear. Caso contrário ω_r teria de ser considerada como sendo mais uma variável de estado. Feito esta consideração, pode-se notar que na verdade a equação (3.1), envolvendo coeficientes complexos, já está na forma de equações de estado. Isto em si mesmo é uma grande vantagem sobre outros modelos, pois a equação (3.1) é um sistema de equações de segunda ordem, o que facilita sua resolução e/ou tratamento algébrico [Chen, 1984]. O fato do modelo apresentado em

(2.42), o qual gerou o sistema apresentado em (3.1), ser de segunda ordem possui inclusive a vantagem de se obter a solução analítica, como será mostrado a seguir, fato que, como já comentado, não é comum encontrar em trabalhos de análise do motor de indução. Mesmo assim, quando são utilizados computadores para resolver sistemas de equações numericamente, normalmente é necessário decompor equações complexas em seus termos reais e imaginários pois como já citado na introdução a maioria dos programas disponíveis não tratam com facilidade equações diferenciais com coeficientes complexos. Procedendo desta maneira, decompondo a equação (3.1) chega-se à equação (3.10). Quando esta última é comparada com os modelos mostrados nos apêndices, vê-se que a principal diferença é que o modelo apresentado aqui ainda apresenta as variáveis originais da máquina, ainda que decompostas. LEONHARD (1985), também apresenta o modelo do MIT através de um sistema de equações de segunda ordem com coeficientes complexos, no entanto tal sistema de equações é não-linear e portanto sua decomposição em um sistema de equações de estado de quarta ordem com coeficientes reais não é possível a não ser que se faça aproximações.

Portanto conclui-se que as principais vantagens do equacionamento aqui apresentado, em comparação com o equacionamento dos outros modelos apresentados nos apêndices A e B, podem ser estabelecidas como sendo o fato de se conseguir um modelo de estado de ordem reduzida (2ª ordem), e no caso do sistema decomposto o fato de se conservarem as variáveis originais do motor, sem necessidade de transformações adicionais do tipo trifásico-bifásico, por exemplo.

3.3 - Solução Analítica das Equações Elétricas do MIT

Como já mencionado existem vantagens inegáveis advindas do fato de se

conseguir modelar o motor de uma maneira simplificada, como foi apresentado no capítulo anterior e no subtópico anterior. Uma destas vantagens é a possibilidade de se modelar o motor de indução em toda sua faixa de operação através de um sistema de equações de segunda ordem, o que, como será visto a seguir, possibilita a obtenção de soluções analíticas para este sistema, o que sem dúvida enriquece a análise do motor.

O motor de indução utilizado nesta análise é simétrico na sua estrutura, sendo também, portanto, simétricas as equações elétricas trifásicas que regem o comportamento do MIT. Dessa maneira as variáveis de corrente envolvidas no modelo trifásico também são simétricas na operação balanceada do MIT. Assim espera-se que o equacionamento pelo método de segregação de fase gere soluções com raízes características comuns para as três fases [Yamamura, 1992]. Sob essas condições pode-se assumir que:

$$i_a = A_e \cdot e^{\delta t} \quad i_b = A_e \cdot e^{\delta t - j\frac{2\pi}{3}} \quad i_c = A_e \cdot e^{\delta t + j\frac{2\pi}{3}} \quad (3.15)$$

Sendo δ a raiz característica, dada por:

$$\delta = -\eta + j\omega_e \quad (3.16)$$

De maneira similar δ' é a raiz característica para o caso do rotor, onde as soluções são dadas por:

$$i_r = A_r \cdot e^{\delta' t} \quad i_s = A_r \cdot e^{\delta' t - j\frac{2\pi}{3}} \quad i_t = A_r \cdot e^{\delta' t + j\frac{2\pi}{3}} \quad (3.17)$$

Levando em conta essas considerações, pode-se chegar à solução geral de (2.42)

primeiramente determinando as raízes da equação característica de (2.42), dadas por:

$$\begin{vmatrix} R_e + (l_1 + \frac{3}{2}M)p & \frac{3}{2}Mp \\ \frac{3}{2}M(p - j\omega_r) & R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(p - j\omega_r) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.18)$$

Como (3.18) é uma equação de segunda ordem em relação a p , obtém-se duas raízes características, assim como (2.2) a (2.4), que determinam os termos transientes da solução, denotados por δ_1 e δ_2 . Adicionando-se a isso o termo da resposta forçada, supondo para este exemplo que a mesma é um vetor circular, chega-se então a :

$$i_e = A_e \cdot e^{\delta_1 t} + A_r \cdot e^{\delta_2 t} + \sqrt{2} |I_1| e^{j(\omega_e t + \phi_1)} \quad (3.19)$$

Substituindo (3.19) na equação de rotor de (2.42) chega-se em:

$$i_r = -\frac{\frac{3}{2}M (\delta_1 - j\omega_r)}{R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(\delta_1 - j\omega_r)} A_e \cdot e^{\delta_1 t} - \frac{\frac{3}{2}M (\delta_2 - j\omega_r)}{R_r + (l_2 + \frac{3}{2}M)(\delta_2 - j\omega_r)} A_r \cdot e^{\delta_2 t} - \sqrt{2} |I_1| \frac{js\omega_e \frac{3}{2}M}{R_r + js\omega_e (l_2 + \frac{3}{2}M)} e^{j(\omega_e t + \phi_1)} \quad (3.20)$$

Nas equações (3.15) a (3.20), A_e e A_r são constantes determinadas pelas condições iniciais e podem ser facilmente determinadas por simples substituição.

Este desenvolvimento que foi feito neste item para se chegar a (3.19) e (3.20) *não é*, como se pode perceber, apenas uma análise de pequenos sinais [Vas, 1990] ou para pequenas perturbações com algumas simplificações [Barbi, 1985; Fitzgerald, 1978; Gonzaga, 1993]. Como foi exposto no item 3.1 esta solução constitui grande vantagem sobre outras modelagens pois pode-se observar através de (3.19) e (3.20) a influência de cada constante de tempo envolvida na resposta transitória. Isto facilita grandemente tanto

as análises de desempenho como a familiarização ("*feeling*") com o comportamento da máquina. Dessa maneira o conjugado pode ser obtido através de (2.37) e (2.39) ou, de modo simplificado para simulações computacionais, pode-se utilizar (3.21) [*Vas, 1990; Yamamura, 1986*].

$$t_3 = \frac{9}{4} \cdot M \cdot n \cdot \mathbb{I}\{i_1.i_2^*\} \quad (3.21)$$

3.4 - Simulação e Resultados

As equações (3.10) a (3.14) foram utilizadas para simular o comportamento das máquinas apresentadas no apêndice C com o intuito de testar o modelo. Para o caso da simulação utilizando os dados do motor 4, a simulação é feita considerando que o motor está inicialmente em vazio e nesta condição é aplicado uma carga igual a sua carga nominal. Para o motor 4 isto produz uma frequência de escorregamento de 2.09Hz. Por isso a simulação é feita com o valor de ω_e igual a 50Hz e o valor de ω_r igual a 52.09Hz

O programa escolhido para esta simulação foi SimnonTM da SSPA SYSTEMS, que é um programa voltado para a solução de equações diferenciais lineares e não-lineares. Tendo mostrado a validade do modelo de estado, quando comparado seus resultados com os dos métodos tradicionais, a validação da solução analítica, mostrada nas equações (3.19) a (3.21), é realizada comparando-se seus resultados com os resultados do modelo de estado. Para a obtenção dos resultados da solução analítica, utilizou-se um programa adequado para isso, e o escolhido foi o MATLAB[®] com SIMULINKTM, da MathWork, Inc., sendo esse último escolhido por ser um ambiente reconhecido de programação voltada para controle. No entanto, as equações (5.19) a (5.20) podem ser implementadas facilmente em qualquer linguagem de programação, como PASCAL, C,

FORTRAN, etc. .

As listagens dos programas utilizados podem ser vistas no apêndice D1 para o SIMNON™ e no apêndice D2 para o MATLAB® com SIMULINK™.

Os dados dos motores utilizados podem ser encontrados no apêndice C.

Figura 3.1 - Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 1

Figura 3.2 - Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 2

Figura 3.3 - Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 3

3.5 - Comentários e Comparações com Outros Modelos Existentes

Todo o desenvolvimento feito até aqui pode sugerir ao leitor menos avisado que o objetivo da teoria dos vetores espirais e do método de segregação de fase é simplesmente o de se obter um método alternativo, porém equivalente aos outros, de análise do MIT e de fato só isso já poderia ser considerado interessante, pois na vida real quanto mais alternativas se dispõe para resolver um problema, melhor. Entretanto, o fato de se conseguir um equacionamento onde o desacoplamento entre as fases do circuito elétrico do MIT pode ser obtido sem aproximações, no domínio do tempo, e também o fato de que, com isso, ser possível facilmente se obter uma solução analítica para o sistema de equações, mostram que as ferramentas de análise que foram apresentadas por Yamamura são muitíssimo eficientes.

Pode-se ressaltar ainda que as abordagens apresentadas até aqui são da máquina operando em malha aberta, sem qualquer tipo de controle em malha fechada, o qual obviamente é necessário para operação em alto desempenho. Os resultados que comprovam que o controle de conjugado é necessário podem ser vistos observando-se principalmente o gráfico da figura 3.4, o qual mostra que o tempo de estabilização daquela máquina em malha aberta é da ordem de 50ms, o que é inaceitável para motores de pequena potência [Åström, 1984], sendo que no caso dos outros gráficos, figuras 3.1 a 3.3, tal tempo não é melhor. Para resolver isso requer-se obviamente um estudo de caso para cada modelagem e para cada tipo de controle utilizado, e no caso dessa dissertação, será mostrado como o FAM resolve este problema.

Entende-se então que uma grande contribuição até agora foi a obtenção de uma solução analítica do sistema de equações que regem o MIT. A comparação dos gráficos da figura 3.4 e 3.5 mostram que tal solução é correta pois os gráficos são idênticos,

excessão feita ao fato que foram obtidos por meios diferentes, ou seja, o da figura 3.4 foi obtido através da solução numérica das equações (3.10) a (3.12) enquanto o da figura 3.5 foi obtido através da solução analítica mostrada nas equações (3.19) a (3.21).

A comparação entre os resultados mostrados no Apêndice A (Modelo dq) e os do Apêndice B (Modelo vetorial) mostra também que o modelo com vetores espirais é eficiente e correto, pois os gráficos mostrados nestes apêndices são de modelos já consagrados e testados na prática, sendo que estes resultados são também idênticos aos mostrados aqui.

Apesar disso o modelo aqui apresentado contém algumas idealizações como por exemplo não considerar as perdas no ferro. Também, apesar de não ser relevante neste ponto do texto, o modelo assume que os vetores espirais e os vetores circulares são ideais, não sendo rigorosamente isso o que acontece na prática, utilizando-se conversores estáticos, mesmo considerando-se toda a filtragem envolvida. Além disso pode-se perceber que as entidades utilizadas pela teoria dos vetores espirais são vetores de decaimento exponencial, já bem conhecidos nas matérias básicas de matemática e de circuitos elétricos básicos.

Com isso exposto chega-se à conclusão de que, utilizando entidades e métodos já muito bem estabelecidos e conhecidos pelos estudantes e pesquisadores, Yamamura, que foi o criador do modelo aqui apresentado, conseguiu propor um modelo extremamente simples do MIT, inclusive resgatando a idéia de análise através de equações por fase válidas agora também para estados transientes. E ainda consegue-se a contribuição de uma solução analítica, que se não for inédita, com certeza é uma das mais simples que já se viu em artigos apresentados à comunidade científica. É claro que existem algumas considerações práticas que devem ser consideradas, como mostrou o parágrafo anterior, mas como esta dissertação trata do MIT atuando num sistema de controle de alto

desempenho, deixar-se ão tais considerações para o contexto do controle do conjugado do MIT, o qual será apresentado nos capítulos seguintes, através do FAM.

As Bases do Método de Aceleração de Campo

(FAM)

4.1 - Introdução

Uma das abordagens mais antigas no estudo do motor de indução, tanto objetivando-se a sua modelagem quanto o seu controle, é feita através de circuitos equivalentes ao sistema eletromagnético que é constituído o motor de indução. Tais circuitos normalmente são obtidos considerando a máquina operando em regime permanente. Pelo fato do circuito obtido ser muito semelhante ao apresentado na figura 4.1, a obtenção de soluções para as equações que regem o circuito não é uma tarefa difícil, e sendo assim pode-se conseguir uma expressão analítica para o conjugado. Com tal expressão muitas estratégias de controle se consagraram, sendo que a mais conhecida delas talvez seja a estratégia de se manter a relação tensão por frequência constante com o intuito de se controlar o conjugado.

O principal problema com este tipo de abordagem é que o controle feito a partir de modelos aproximados, que são válidos apenas na faixa de operação de regime permanente, não consegue respostas de alto desempenho, pois simplesmente a resposta transiente do motor é ignorada e o controle de velocidade ou conjugado normalmente é feito em malhas externas de controle, dedicadas aos respectivos controles.

Apesar disso, o que será apresentado aqui, neste capítulo, também será basicamente um modelo de regime permanente. Porém tal modelo não contém outras aproximações de parâmetros, sendo que, como será visto, a estratégia de controle utilizando o FAM não desconsidera a resposta transiente do motor de indução. Assim as curvas obtidas neste capítulo são muito mais eficientes do que as curvas obtidas com outras técnicas de acionamento e controle do motor de indução, que utilizam-se de modelos do motor em forma de circuitos equivalentes. Dessa forma a simplicidade do modelo em forma de circuitos equivalentes é aliado ao poder do FAM no controle de conjugado e assim consegue-se um controle de alto desempenho do motor de indução.

Já no capítulo 3 foi observado que a resposta temporal do conjugado à entrada do tipo degrau não é satisfatória, conforme visto através da figura 3.5. Para que o desempenho, principalmente da parte transitória da resposta, seja melhorado, foi sugerido então que se utilizasse o controle FAM. Para tanto é necessário que se apresente os conceitos básicos do controle FAM, bem como sua terminologia associada, e por isso primeiramente a análise do FAM aplicado no modelo operando em regime permanente é que será visto a seguir

Sendo assim, este capítulo mostra o desenvolvimento da teoria do FAM agindo sobre o modelo do MIT operando em regime permanente. Como pode ser visto mais adiante, tal abordagem não incorre em erros de aproximação que provoque danos na parte transitória da resposta.

4.2 - O Modelo do MIT em Regime Permanente

Partindo-se da equação (2.42) e considerando que o sistema esteja em regime,

pode-se substituir p por $j\omega_e$. Além disso os vetores espirais envolvidos se tornam vetores circulares (vide página 10), com a mesma forma da equação (2.32). Dessa maneira chega-se em :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + j(x_1 + x_m) & jx_m \\ jx_m & \frac{R_r}{s} + j(x_2 + x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Através da equação (4.1) pode-se então (re)construir o circuito equivalente mostrado na figura 4.1.

Figura 4.1 - Circuito equivalente modelo T (regime permanente)

Nota-se, como já mencionado, que através do circuito equivalente mostrado na figura 4.1 as perdas no ferro são consideradas desprezíveis.

Utilizando (4.1) pode-se agora realizar cálculos de desempenho através das equações de conjugado, apresentadas a seguir.

Sendo :

$$\text{Conjugado } (T_1) = \frac{\text{Potência } (P_0)}{\text{Velocidade Angular } (\omega_r)} \quad (4.2)$$

Deve-se então determinar a potência mecânica transferida, a qual pode ser obtida a partir de :

$$P_0 = P_2 - P_C \quad (4.3)$$

Através da figura 4.1 pode-se determinar :

$$P_2 = \frac{R_r}{s} |I_2|^2 \quad (4.4)$$

$$P_C = R_r |I_2|^2 \quad (4.5)$$

E portanto :

$$P_0 = (1 - s) P_2$$

Sendo n o nº de pares de pólos, o conjugado por fase é dado então por :

$$T_1 = \frac{P_0}{\left(\frac{\omega_r}{n}\right)} \Rightarrow T_1 = \frac{nP_2}{\omega_e} \quad (4.6)$$

Para que (4.6) seja mais útil, é necessário que a mesma seja decomposta em termos de suas variáveis de estado. Isto pode ser feito analisando novamente o circuito da figura 4.1, de onde obtém-se as seguintes equações :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_e + \frac{jx_m \left(\frac{R_r}{s} + jx_2 \right)}{\frac{R_r}{s} + j(x_m + x_2)}} \quad (4.7)$$

$$I_2 = \frac{-jx_m}{\frac{R_r}{s} + j(x_m + x_2)} I_1 \quad (4.8)$$

$$I_0 = \frac{\frac{R_r}{s} + jx_2}{\frac{R_r}{s} + j(x_m + x_2)} I_1 \quad (4.9)$$

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad (4.10)$$

Obtém-se então a nova expressão de T_1 , utilizando agora as equações (4.4) a (4.10). A nova expressão é dada então por :

$$T_1 = n \frac{R_r}{s\omega_e} \frac{(sx_m)^2}{R_r^2 + (sx_2)^2} |I_0|^2 \quad (4.11)$$

Na equação (4.11) se $|I_0|$ for mantido constante, T_1 ficará em função apenas do escorregamento s . Apesar da equação (4.11) ser em si um resultado interessante obtido da análise do sistema representado pela figura 4.1, pode-se transformar o circuito apresentado na figura 4.1 em outros circuitos equivalentes que levam a expressões ainda mais interessantes do ponto de vista do controle do conjugado elétrico, como será visto nos próximos subtópicos. Tais circuitos equivalentes eliminam a simetria do modelo T apresentado até aqui, neste capítulo. Essa simetria tem algumas inconveniências, como por exemplo o fato de x_1 e x_2 não poderem ser determinados de maneira independente a partir de testes comuns para determinação de parâmetros do MIT. Além disso o próprio sistema de controle para o modelo tipo T é mais complexo [Yamamura, 1992]. Sendo assim apresenta-se a seguir o desenvolvimento de duas transformações lineares aplicadas em (4.1) com o objetivo de se obter dois circuitos equivalentes mais convenientes.

4.3 - Transformações Lineares Aplicadas ao Modelo Tipo T,

Para o Estado de Regime Permanente

Sendo o sistema descrito por (4.1) um sistema 2x2, define-se a matriz de transformação C , dada por :

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Também, (4.1) pode ser escrito da seguinte forma :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = [Z] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Aplicando-se (4.12) em (4.13) chega-se a:

$$\underline{C}' \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{C}' [Z] \underline{C} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{2\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Onde $I_{2\alpha} = \alpha I_2$, e portanto tem-se :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + j(x_1 + x_m) & j\alpha x_m \\ j\alpha x_m & \frac{\alpha^2 R_r}{s} + j\alpha^2(x_2 + x_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{2\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A expressão (4.15) nos leva então ao circuito apresentado na figura 4.2.

Figura 4.2 - Circuito equivalente generalizado (para regime permanente)

Olhando para o circuito da figura 4.2, tanto a indutância de secundário como a de primário podem ser eliminadas, não simultaneamente, caso se escolha um valor conveniente para α (Onde $X_1 = x_1 + x_m$ e $X_2 = x_2 + x_m$).

Dessa maneira, definindo α da maneira que segue :

$$\alpha = \frac{x_m}{X_2} \quad (4.16)$$

O valor de resultante da indutância do secundário se iguala a zero e chega-se então ao circuito mostrado na figura 4.3, o qual se convencionou chamar de **Circuito Equivalente tipo T-I - Regime Permanente** ou apenas, de maneira abreviada, de **Circuito T-I_R**, como será chamado daqui em diante.

Figura 4.3 - Circuito Equivalente tipo T-I - Regime Permanente

Repetindo o procedimento para o primário faz-se :

$$\alpha = \frac{X_1}{x_m} \quad (4.17)$$

O valor da indutância de primário se iguala a zero e o circuito equivalente é modificado conforme pode-se ver na figura 4.4. Tal circuito é chamado de **Circuito Equivalente tipo T-II -Regime Permanente**, ou simplesmente de **Circuito T-II_R**

Figura 4.4 - Circuito Equivalente tipo T-II -Regime Permanente

Com as últimas considerações, utilizando os circuitos T-I_R e T-II_R pode-se chegar, de maneira análoga ao circuito tipo T, às equações que expressam o comportamento do conjugado em relação a frequência de escorregamento, conforme mostrado a seguir :

Utilizando (4.6), obtém-se, para o circuito T-I_R :

$$T_1 = n \frac{\left(\frac{3}{2}M'\right)^2}{R_r'} s \omega_e |I_0'|^2 \quad (4.18)$$

Da mesma maneira, para o circuito T-II_R, obtém-se :

$$T_1 = n \frac{R_r''}{s\omega_e} \frac{(sx_m'')^2}{R_r''^2 + (sx_2'')^2} |I_0''|^2 \quad (4.19)$$

Semelhante a (4.11), as expressões (4.18) e (4.19) exprimem T_1 em função apenas do escorregamento s , caso $|I_0|$ seja mantido constante. Ademais, manter $|I|_0$ constante constitui, como será visto, a parte central do FAM.

Mesmo considerando a faixa onde os valores de conjugado não são possíveis de se obter na prática devido a problemas de saturação do núcleo e de atrito, pode-se notar através das figuras 4.5 a 4.7, obtidas com os dados do Motor 1, que as curvas Conjugado x Velocidade possuem formato diferente das curvas nominais e das curvas obtidas com o acionamento CVCF (tensão e frequência constantes). O formato das curvas nominais e as obtidas com o acionamento CVCF também podem ser vistas em algumas referências dessa dissertação* e são encontradas com facilidade em publicações especializadas, sendo que apenas para efeito de breve comparação uma curva tracejada representando o acionamento CVCF pode ser vista na figura 4.5.

* Yamamura, S [1992]-pág. 26; Abreu, E. C. [1981]-págs 8,9; Oliveira Jr., A. A. [1984]-pág 61

Figura 4.5 - Conjugado(N.m) xVelocidade (rpm) Circuito tipo T

Figura 4.6-Conjugado(N.m)xVelocidade(rpm)-
Circuito tipoT- I_R

**Figura 4.7-Conjugado(N.m)xVelocidade(rpm)-
Circuito tipo T-II_R**

Comparando as curvas nominais (ou até mesmo a figura 3.5) pode-se ver notadamente que o valor de conjugado obtido pode ser até seis vezes maior que o valor do conjugado nominal CVCF. Além disso percebe-se que as curvas aqui apresentadas possuem uma faixa de linearidade incrivelmente maior, sendo perfeitamente linear no caso do circuito T-I_R.

Tais resultados foram obtidos pela aplicação dos conceitos introduzidos nos capítulos 3 e 4, principalmente. Primeiramente obteve-se o modelo tipo T, mostrado na figura 4.1, utilizando a teoria dos vetores espirais e do método de segregação de fase. A partir desse modelo, obteve-se dois modelos (ou circuitos) equivalentes, o tipo T-I_R e o T-II_R, mostrados nas figuras 4.3 e 4.4 respectivamente. Através destes três modelos determinou-se a expressão do conjugado para cada um. Finalmente, mantendo o valor de $|I_0|$ constante, foram obtidos os gráficos de desempenho de conjugado. O último passo, manter $|I_0|$ constante, variando-se apenas a frequência de escorregamento, é o ponto central do método de aceleração de campo, o FAM. Quando a corrente de excitação (ou

magnetização) $|\vec{I}_0|$ é mantida constante, a densidade de fluxo do campo girante no entreferro do MIT é mantida num valor constante. Logo, quando se altera o valor da frequência de escorregamento, o campo girante é acelerado ou desacelerado para aumentar ou diminuir o valor do conjugado. Assim, é apropriado então que se convencionasse chamar esse método de controle de conjugado de método de aceleração de campo ou, de acordo com a sigla inglesa, *FAM*.

Para que o FAM seja eficiente, entretanto, é necessário que a resposta transitória do conjugado ao comando degrau seja satisfatória. Portanto os próximos dois capítulos vão analisar a parte transiente da resposta do MIT ao comando degrau de conjugado em duas formas de acionamento: O acionamento controlando a corrente de entrada, convencionado como controle FAM T-I e o acionamento controlando a tensão de entrada, convencionado como controle FAM T-II.

Capítulo 5

Estudo e Implementação em Simulação do Controle FAM T-I e FAM T-II

5.1 - Introdução

Neste capítulo será mostrado como o controle de conjugado utilizando a topologia T-I e T-II generalizado melhora sensivelmente a resposta transiente do conjugado que à entrada degrau. Isto é possível devido à aplicação da teoria de vetores espirais e do método de segregação de fase na análise do fenômeno transiente do MIT. Antes disso, porém será apresentado um diagrama de blocos do sistema de controle apresentado no capítulo anterior, com uma consideração sobre como o valor de $|\dot{I}_0|$ pode ser determinado. Tais considerações serão importantes também para a análise transiente, a qual será apresentada a seguir, começando pelo sistema de controle FAM T-I e depois o FAM T-II.

5.2 - O Sistema de Controle FAM T-I

A partir da expressão (4.18) pode-se escrever que :

$$T_1 = K_s \omega_e |I_0|^2 \quad (5.1)$$

Onde :

$$K = \frac{n(\frac{3}{2}M')^r}{R_2'}$$

Aplicando-se o princípio do FAM, faz - se então $|\dot{I}_0|$ constante e chega-se a :

$$T_1 = K_T' s \omega_e \quad (5.2)$$

Onde :

$$K_T' = K |I_0'|^2$$

Além disso, do circuito equivalente T-I_R , pode-se determinar :

$$I_2' = -j \frac{s' x_m'}{R_r'} I_0' \quad (5.3)$$

como $s_m' = \frac{3}{2} \omega_e$, tem-se que :

$$I_2' = -js \omega_e \frac{3}{2} \frac{M'}{R_r'} I_0' \quad (5.4)$$

Nota-se aqui que $\dot{I}'_2$ está sempre em atraso de 90° com relação a $\dot{I}'_0$. Dessa maneira pode-se escrever :

$$|I'_2| = s\omega_e \frac{3}{2} \frac{M}{R_r} |\dot{I}'_0| \quad (5.5)$$

E portanto, assim como em (5.2) :

$$|I'_2| = K'_I s\omega_e \quad (5.6)$$

$$\text{Onde : } K'_I = \frac{3}{2} \frac{M}{R_r} |\dot{I}'_0|$$

Através de (5.2) e (5.6) fica mais fácil o entendimento do diagrama de blocos mostrado na figura 5.1, o qual mostra o sistema de controle de conjugado do MIT, utilizando-se o FAM e controlando-se a corrente de entrada.

Figura 5.1 - Diagrama de blocos do controle FAM Tipo T-I no modo controle de corrente de entrada

No diagrama de blocos mostrado na figura 5.1 vê-se que através de $|\dot{I}'_0|$ e $|\dot{I}'_2|$ pode-se achar i_1 , o qual é determinado usando-se primeiramente o valor intermediário I_1 , que é dado por :

$$I_1 = |I_1|e^{j\phi_1} \quad (5.7)$$

Logo, pode-se determinar i_1 como sendo :

$$i_1 = \sqrt{2}|I_1|e^{j(\omega_e t + \phi_1)} \quad (5.8)$$

Apenas como subsídio adicional, pode-se considerar que, através do circuito T- I_R mostrado no capítulo anterior, vê-se que $I_1 = I'_0 - I'_2$ e então obtém-se :

$$I_1 = \left(1 + j \frac{sX'_m}{R_r}\right) I'_0 \quad (5.9)$$

A expressão (5.9) fica mais adequada para se inserir num diagrama de blocos, se for escrita na seguinte forma :

$$|I_1|e^{j\phi} = \left(1 + j \frac{sX'_m}{R_r}\right) |I'_0| = C_1 e^{j\xi_1} |I'_0| \quad (5.10)$$

E assim determina-se :

$$C_1 = \sqrt{1 + \left(\frac{sx'_m}{R'_r}\right)^2} \quad e \quad \xi_1 = \frac{sx'_m}{\sqrt{1 + \left(\frac{sx'_m}{R'_r}\right)^2}} \quad (5.11)$$

Multiplicando-se (5.7) por $j\omega$, o que é feito pelo gerador de vetor unitário, tem-se o sinal de referência para o inversor trifásico. Um sensor de velocidade é necessário para se achar ω_r , o qual somado a $s\omega_e$ resulta em ω_e , valor que é utilizado pelo gerador de vetor unitário. As equações (5.9) a (5.11) mostram de maneira analítica o resultado da soma vetorial de $|\dot{I}_0|$ e $|\dot{I}_2|$. Dessa maneira observa-se que o sistema de controle mostrado na figura 5.1 não é complicado, do ponto de vista analítico, pois todos os parâmetros envolvidos podem ser determinados e não há portanto nenhum tipo de 'estimação' de valores.

Até aqui ainda não se fez nenhuma análise do comportamento transiente do controle FAM, sendo o diagrama de blocos da figura 5.1 obtido inteiramente utilizando-se o circuito T-I_R do capítulo 4. A análise transiente será feita a seguir utilizando-se alguns resultados obtidos no capítulo 2.

5.3 - Estudo do Comportamento Transiente do Controle FAM T-I

Para se fazer a análise do comportamento transiente do conjugado é necessário que seja utilizado o modelo T-I completo e não o modelo T-I_R anterior, o qual foi determinado considerando-se o estado de regime permanente. O modelo T-I, assim como no caso do T-I_R, será representado na forma de um circuito equivalente ao circuito tipo T completo, o qual representa em forma de circuito elétrico o sistema dado em (2.42). O

circuito tipo T já foi mostrado na figura 2.2 .

Para se obter o circuito equivalente tipo T-I, que será chamado de circuito T-I daqui em diante, basta proceder como no capítulo 4 e aplicar a matriz de transformação $\underline{C}$ dada por (4.12) na equação (2.42), da mesma maneira que foi feita em (4.13) e (4.14) e obtém-se então a equação (5.12), o qual representa o circuito T generalizado, desta vez para o modelo completo, não somente sob condições de regime. O circuito T generalizado pode ser visto na figura 5.2

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + (l_1 + \frac{3}{2}M)p & \alpha \frac{3}{2}Mp \\ \alpha \frac{3}{2}M(p - j\omega_r) & \alpha^2 R_r + \alpha^2 (l_2 + \frac{3}{2}M)(p - j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_{2\alpha} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Figura 5.2 - Circuito equivalente T generalizado

Sendo $e_{s\alpha}$ dado por :

$$e_{s\alpha} = -\frac{3}{2}j\omega_r M \alpha i_1 - j\omega_r \alpha^2 (l_2 + \frac{3}{2}M) i_{2\alpha} \quad (5.13)$$

Agora, para se obter o circuito equivalente T-I basta substituir um valor de α apropriado, o qual é dado a seguir :

$$\alpha = \frac{\frac{3}{2}M}{l_2 + \frac{3}{2}M} \quad (5.14)$$

Substituindo-se (5.14) em (5.12) e (5.13) obtém-se as seguintes equações :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + (l_1' + \frac{3}{2}M')p & \frac{3}{2}M'p \\ \frac{3}{2}M'(p - j\omega_r) & R_r' + \frac{3}{2}M'(p - j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2' \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$e_s' = -\frac{3}{2}j\omega_r M'(i_1 + i_2') = -\frac{3}{2}j\omega_r M' i_0' \quad (5.16)$$

Desse modo a indutância do secundário é zero e assim chega-se ao circuito T-I mostrado na figura 5.3.

Figura 5.3 - Circuito equivalente T-I

O circuito T-I mostrado na figura 5.3 e descrito por (5.15) e (5.16) é especialmente adequado para o controle de conjugado através do controle da corrente de entrada (acionamento por corrente), como será visto a seguir.

O desenvolvimento que segue abaixo é feito visando estabelecer as condições onde a componente transiente do conjugado são minimizadas. Para isso deve-se minimizar a componente transiente da corrente de secundário, pois a corrente de primário é mantida constante, mantendo-se i_1 na forma de vetores circulares. Assim sendo, através da segunda linha de (5.15), reescreve-se :

$$-\frac{3}{2}M'(p-j\omega_r)i_1 = R_r'i_2' + \frac{3}{2}M'(p-j\omega_r)i_2' \quad (5.17)$$

Como i_1 é a entrada controlada mantida constante em módulo e fase, pode-se escrever que a equação característica de (5.17) é dada por :

$$R_r' + \frac{3}{2}M'(p-j\omega_r) = 0 \quad (5.18)$$

Cuja raiz característica é determinada como sendo (Note que em (5.19) é R_r e M e não R_r' e M' que aparece na equação) :

$$p = -\frac{R_r}{l_2 + \frac{3}{2}M} + j\omega_r = -\eta_c + j\omega_r \quad (5.19)$$

Logo, a solução geral de (5.17) é dada por :

$$i_2' = C_2 e^{-\eta_c t} e^{j\omega_r t} + \sqrt{2}|I_2'| e^{j(\omega_c t + \phi_2)} \quad (5.20)$$

Onde C_2 é determinado através das condições iniciais.

Encontrada a solução geral de i'_2 , o ponto de interesse deve voltar novamente para i_0 , pois o controle FAM impõe condições sobre $|i'_0|$. Assim, usando o resultado obtido em (5.20) e se valendo da definição de i_1 como sendo um vetor circular, pode-se escrever que:

$$i'_0 = i_1 + i'_2 = \sqrt{2}|I_0|e^{j(\omega_c t + \phi_0)} + C_2 e^{-\eta_c t} e^{j\omega_c t} \quad (5.21)$$

A expressão (5.21) mostra claramente que o segundo termo dessa equação é que determina a parte transiente de i'_0 . Nesta equação, entretanto, C_2 ainda não foi determinado, como se mostra a seguir.

Para $t = 0$, a expressão (5.21) se modifica como se segue :

$$i'_0(t=0) = \sqrt{2}|I_0|e^{j\phi_0} + C_2 \quad (5.22)$$

De acordo com a expressão (5.22), se em $t = 0$ o valor de i'_0 for imposto da maneira que segue :

$$i'_0(t=0) = \sqrt{2}|I_0|e^{j\phi_0} \quad (5.23)$$

Então $C_2 = 0$ e o termo que determina a resposta transiente de (5.21) desaparece. Isto significa que, se em $t = 0$ o valor de i_0 já for igual ao valor i_0 em regime, ou seja, se o motor em $t = 0$ for pré-excitado, e este valor de pré excitação for mantido constante como um vetor circular, o fenômeno transiente é matematicamente eliminado. Na prática

existem algumas limitações para este procedimento, as quais podem ser contornadas sem comprometer a teoria aqui apresentada [Rossi, 1994; Yamamura, 1992]. Uma dessas limitações é o fato de os parâmetros das entidades físicas envolvidas deverem ser exatos, principalmente o valor de $R'r$, caso contrário o desempenho do transiente de conjugado pode ser comprometido.

As simulações do controle FAM T-I comprovam através dos gráficos seguintes o que foi apresentado até aqui. Os gráficos mostram a resposta do conjugado à entrada degrau e depois mostram a mesma resposta com uma variação no valor de $R'r$. Pode-se claramente notar os danos causados na resposta original devido a um aumento de 30% no valor de $R'r$.

Pode-se notar através dos gráficos, que os problemas encontrados na resposta do conjugado à entrada degrau mostrada no gráfico da figura 3.4, ou seja, sobre-sinal e tempo de acomodação altos, foram resolvidos pois teóricamente eles foram eliminados, como pode-se ver na figura 5.4, e na prática eles dependem apenas do inversor de corrente utilizado para excitar o motor, ou ainda de quão próximo do ideal será o vetor circular i_1 .

Figura 5.4 - Resposta do Conjugado à entrada degrau do Controle FAM T-I ideal

Figura 5.5 - Resposta do Conjugado à entrada degrau com variação de R_r em 30%

5.4 - O Sistema de Controle FAM T-II

Procedendo de maneira análoga ao que foi feito para o FAM T-I, serão desenvolvidas agora as equações que levam ao sistema de controle de conjugado utilizando o FAM T-II, o qual utiliza primeiramente o circuito T-II_R. Será mostrado também que através de uma atuação sobre $|\dot{I}_0|$ o diagrama de blocos apresentado pode ser usado para melhorar a resposta transiente do conjugado ao comando tipo degrau.

Através da equação (4.19) pode-se observar que a relação conjugado x escorregamento não é linear, principalmente na faixa onde $s \rightarrow 1$. Entretanto, tal fato não compromete o controle, pois mesmo assim consegue-se uma boa faixa de linearidade nas curvas Conjugado versus Velocidade, como será visto adiante.

Sendo assim, o diagrama de blocos do controle de conjugado pode ser obtido, através do circuito mostrado na figura 4.4, da qual pode-se obter as seguintes equações:

$$\dot{E}_1'' = jx_m'' I_0'' \quad (5.24)$$

$$\dot{V}_1 = \dot{E}_1 + R_e \dot{I}_1 \quad (5.25)$$

E então, através das equações (5.24) e (5.25) monta-se o diagrama de blocos mostrado na figura 5.6. Tal diagrama, embora obtido através das equações de regime permanente, resolve também os problemas da resposta transiente, como será visto a seguir.

Figura 5.6 - Diagrama de blocos do controle FAM Tipo T-II no modo controle de tensão de entrada

5.5- Transformação do Circuito Equivalente T em T-II, Incluindo a Parte Transiente

Partindo-se do circuito equivalente T generalizado, mostrado na figura 5.2, determina-se o valor de α necessário para anular a indutância de primário. Tal valor é dado em (5.26).

$$\alpha = \frac{l_1 + \frac{3}{2}M}{\frac{3}{2}M} \quad (5.26)$$

E dessa maneira as equações que regem o circuito equivalente T-II transiente, ou simplesmente circuito T-II, podem ser estabelecidas de maneira análoga ao capítulo anterior e são assim mostradas através das equações (5.27) e (5.28).

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e + \frac{3}{2}M''p & \frac{3}{2}M''p \\ \frac{3}{2}M''(p-j\omega_r) & R_r'' + (l_2'' + \frac{3}{2}M'')(p-j\omega_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2'' \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$e_s'' = -\frac{3}{2}j\omega_r M'' i_1 - j\omega_r (l_2'' + \frac{3}{2}M'') i_2'' \quad (5.28)$$

E assim o circuito T-II é dado por :

Figura 5.7 - Circuito equivalente T-II

5.6- Análise da Resposta Transiente do Controle de Conjugado Utilizando o FAM T-II

Na análise do comportamento da parte transiente da resposta do conjugado à entrada degrau parte-se então do circuito T-II, mostrado na figura 5.7 e chega-se às equações (5.29) a (5.31), mostradas a seguir :

$$e_1'' = \frac{3}{2}M'' p i_0'' \quad (5.29)$$

$$e_1'' = -R_r'' i_2'' - l_2'' (p - j\omega_r) i_2'' + \frac{3}{2}j\omega_r M'' i_0'' \quad (5.30)$$

$$v_1 = R_e i_1 + e_1'' \quad (5.31)$$

Como no controle FAM a corrente i_0'' é mantida como um vetor circular, pode-se escrever i_0'' como se segue :

$$i_0'' = \sqrt{2} |I_0''| e^{j(\omega_e t + \phi_0)} \quad (5.32)$$

Substituindo (5.32) em (5.30) e achando a solução para i_2'' tem-se :

$$i_2'' = -\sqrt{2} |I_2''| e^{j(\omega_e t + \phi_2)} + C_{T-II} e^{-\left(\frac{R_2''}{L_2''}\right)} e^{j\omega_e t} \quad (5.33)$$

Sendo $i_2'' = 0$ em $t = 0$, a constante C_{T-II} é dada por :

$$C_{T-II} = -\sqrt{2} |I_2''| e^{j\phi_2} \quad (5.34)$$

Substituindo (5.34) em (5.33) tem-se então :

$$i_2'' = -\sqrt{2} |I_2''| e^{j(\omega_e t + \phi_2)} - \sqrt{2} |I_2''| e^{-\left(\frac{R_2''}{L_2''}\right)} e^{j\omega_e t} \quad (5.35)$$

Utilizando a equação (5.35) pode-se calcular o conjugado através da expressão (5.36), reescrita a seguir :

$$T = \frac{9}{4} M n \mathbb{I}\{i_0''(i_2''')\} \quad (5.36)$$

A expressão completa do conjugado pode ser obtida levando-se em conta que:

$$\phi_2 = \phi_0 - \theta_2 + \frac{\pi}{2} \quad ; \quad \theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{s\omega_e I_2''}{R_2''} \right) \quad (5.37)$$

De onde (5.36) pode ser calculado como sendo :

$$T = - \frac{9}{2} M n |I_0''| |I_2''| [\cos(\theta_2) - e^{-\left(\frac{R_2''}{L_2''}\right)t} \cos(s\omega_e t + \theta_2)] \quad (5.38)$$

O controle FAM T-II não elimina totalmente o transitório da resposta do conjugado à entrada degrau, como no caso FAM T-I, mas ainda assim a resposta é bastante eficiente, bastando dizer que para os dados do motor 4 (ver Apêndice C) a constante de tempo envolvida é de apenas 0.0049 s. Isto entretanto é muitíssimo melhor que a resposta de conjugado em malha aberta, mostrada na figura 3.5, além de não se obterem valores de sobre-sinal muito elevados.

A principal vantagem teórica do controle FAM T-II é que a resposta não apresenta variações na sua parte transitória, apenas apresenta um erro de regime com uma variação de R_r , diferente do caso do FAM T-I, o qual apresenta uma forte alteração em sua resposta transitória com a variação do valor de R_r . Além disso, o controle FAM T-II possui as vantagens práticas advindas de um acionamento por inversor de tensão ao invés

de um inversor de corrente.

Os gráficos abaixo, utilizando os dados do motor 4, mostram o que foi desenvolvido até aqui para o FAM T-II, além de mostrarem o comportamento da resposta do conjugado em relação a uma variação na resistência de secundário em 30%.

Figura 5.8 - Gráfico Conjugado x Tempo para o controle FAM T-II

Figura 5.9 - Gráfico Conjugado x Tempo para o controle FAM T-II com R_2 aumentada em 30%

Capítulo 6

Conclusões

Notadamente o motor de indução tem muitas vantagens práticas, conforme já mencionado na introdução. Entretanto, os motores de indução, até bem pouco tempo, eram relegados a acionamentos de velocidade constante, devido a dificuldade de se construir um acionamento capaz de fazer o motor de indução operar em ambientes de alto desempenho - grande faixa de variação de velocidade e resposta rápida ao comando degrau - sem mudar suas características físicas básicas. Isto foi resolvido em parte com o avanço da tecnologia de ciência dos materiais e de engenharia.

Por outro lado, conforme mostram algumas referências desse texto, muitos modelos matemáticos foram desenvolvidos para explicar o funcionamento do motor de indução, bem como muitas teorias de acionamento do mesmo foram propostas ao longo dos anos. Tais teorias, no entanto só foram impulsionadas com o aparecimento das chaves semicondutoras de potência, na década de 1970. Sendo assim, pode-se dizer primeiramente que as técnicas de controle do motor de indução são relativamente novas se comparada às teorias e modelos deste aparato eletromecânico, que surgiu no século passado.

Talvez seja por isso que a matéria apresentada nessa dissertação cause a impressão de que excelentes resultados foram obtidos com teorias que simplesmente já existiam, mas que agora estão com uma 'nova roupagem'. De fato nunca se disse aqui que as teorias propostas por Yamamura são revolucionárias, pois não o são. Os méritos do controle pelo FAM não estão nos vetores espirais, que nada mais são do que vetores

de decaimento exponencial, já clássicos tanto na matemática quanto na engenharia [Hayt, 1975]. Muito menos os méritos estão no método de segregação de fase, pois o mesmo é reconhecidamente extraído de métodos já estabelecidos por Fortescue, Park, Krause, Bose e outros. Muito menos ainda o modelo T, retirado do modelo de transformadores, pode ser visto como original, pois certamente foi um dos primeiros modelos a serem analisados pelos pesquisadores de máquinas elétricas [Alger, 1976; Owen, 1997] .

Assim qual é a contribuição do novo método, o 'Método de Aceleração de Campo', proposto por Yamamura e apresentado aqui? Para responder esta pergunta, precisamos também perguntar o mesmo sobre o modelo vetorial apresentado por BLASCHKE (1972) e melhor formalizada por LEONHARD (1985). Tais autores propuseram modelos que se baseiam nas mesmas transformações de Park, apenas referenciando o eixo d-q como eixos que definem o plano complexo dos vetores, conforme muito bem estabelecido por VAS (1990, 1993). A resposta é que o modelo vetorial permitiu o acesso a entidades físicas como o fluxo e corrente de magnetização de maneira isolada, através de um desacoplamento matemático que se conseguiu com o mesmo modelo d-q de Park, que agora é visto sob a óptica de um espaço de estado, onde as variáveis de estado são vetores

Da mesma maneira, o FAM consegue atuar nos parâmetros da corrente de magnetização de maneira desacoplada de outros parâmetros, não permitindo que o campo enfraqueça, por exemplo, quando a velocidade é maior, ou vice-versa. Isto pode ser visto no capítulo 5, quando se fala em pré-excitação e também quando é dito que a corrente de magnetização deve ser mantida constante. Isto também era feito pelo controle vetorial indireto. No entanto, o FAM vai além quando estabelece de maneira analítica, o comportamento destas entidades físicas, nas suas variáveis originais, sem

necessidade de transformações, o que praticamente quase inexistia. Isto sendo posto, pode-se inferir uma série de vantagens do método proposto por Yamamura, o qual foi apresentado nesta dissertação, as quais são descritas a seguir.

Ao contrário de outros métodos de controle vetorial, sob as hipóteses de a máquina ser balanceada e simétrica, o FAM não necessita de nenhuma transformação, pois utiliza as variáveis originais de entrada de estator diretamente.

A utilização de circuitos equivalentes por fase, tanto para regime permanente como para transientes, proporciona a possibilidade de estudar-se estratégias de controle de uma maneira muito mais intuitiva e de mais fácil assimilação, pois este sempre foi o principal universo de trabalho de Engenheiros Eletricistas.

A possibilidade de se obterem soluções analíticas para o regime transiente do MIT, mesmo com algumas limitações já apontadas por STEPINA (1990), também reforça a tomada de decisões destas estratégias de controle.

As simulações realizadas e mostradas neste relatório demonstram que os modelos desenvolvidos são exatos, quando comparados com os modelos tradicionais já aceitos, sendo que a solução analítica encontrada corrobora com tal exatidão pois utilizando-a em cálculos de desempenho de conjugado, os mesmos resultados são reproduzidos.

Como mostrado nos capítulos 4 e 5, os sistemas de controle oriundos dos circuitos equivalentes T-I e T-II, chamados de controle FAM T-I e FAM T-II são bastante simples e mais fáceis de serem analisados do que aqueles oriundos de outras abordagens.

Também pode-se verificar através dos gráficos de desempenho de conjugado versus velocidade dos capítulos 4 e 5 que a aplicação do FAM faz com que seja possível o MIT operar em situações que exigem alto desempenho em relação a tempo de resposta,

erro de regime permanente, sobre-sinal e faixa de controle de velocidade.

Em conclusão, pode-se dizer ainda que existem vários campos de estudo em conexão com a teoria aqui apresentada e que podem dar prosseguimento a esta dissertação, conforme é mostrado a seguir.

I - Estudo de aplicações da teoria dos vetores espirais em casos genéricos, como por exemplo em motores polifásicos, motores com alimentação no rotor, motores com rotor com barras profundas e diversas outras variações do motor de indução.

II - Estudo do FAM nas variações acima e também os efeitos causados por variações de ordem prática, como estabilidade em face de variações de parâmetros, efeito dos conversores PWM, efeito da indutância dos cabos de alimentação, principalmente quando o comando é montado em longa distância.

III - Comparações mais profundas, ou mais detalhadas, das vantagens e desvantagens dessa abordagem em face da abordagem do controle vetorial, bem como dos resultados envolvidos, levando-se em conta diversos tipos de carga.

IV - Considerações sobre a construção de protótipos deste controle, e até mesmo de sua aplicação industrial e viabilidade comercial.

Referências Bibliográficas

Aguilar, M. L., "Ein Beitrag zur Adaptiven Lageregelung von Asynchronmaschinen bei Variablem Trägheitsmoment", *Vorgelegt Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur - Dem Fachbereich Elektrotechnik der Technische Universität Berlin*, 1994

Abreu, E.C., "Inversor Trifásico de Frequência Variável", *Dissertação de Mestrado - UFSC*, 1981

Alger, P.L., Arnold, R.E., "The History of Induction Motors in America", *Proceedings of IEEE*, vol 64, no 9, pp 1380 - 1383, September, 1976

Åström, K.J., Björn, W., *Computer Controlled Systems - Theory and Design*, Prentice-Hall, Inc., 1984

Baliga, B. J., "Power Semiconductor Devices for Variable-Frequency Drives", *Proceedings of the IEEE*, Vol 82, Nº 8, August 1994

Barbi, I., *Teoria Fundamental do Motor de Indução* , Editora da UFSC, 1985

Bekku, T., "On Short Circuit Current of AC Generator" , *Journal of IEE Japan* , 1927

Blaschke, F., "The Principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed-Loop System for Rotating-Field Machines" , *Siemens Review* , Vol. 34 pp. 217-220, 1972

Bose, B. K., "Scalar Decoupled Control of Induction Motor" , *IEEE Transactions on Industry Applications* , Vol 1A-20, Nº 1 , pp 216-224, 1984

Caminhas. W. M., "Estratégias de Controle de Velocidade do Motor de Indução", *Dissertação de Mestrado -CPGEE-UFMG* , 1990

Chen, C. T., *Linear System Theory an Design* , Holt,Rinehart and Winston, 1984

Fitzgerald, A. E. , Kingsley Jr. , C. , Kusko, A. , Máquinas Elétricas , McGraw-Hill do Brasil, 1978

Fortescue, C. L., "Method of Symetrical Co-ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks " , *Proceedings of 34th Annual Convention of AIEE* , 1918

Gonzaga, D. P., "Contribuição ao Estudo da Máquina de Indução de Dupla Alimentação em Operação Síncrona" , *Tese de Doutorado - FEE-UNICAMP*, 1993

Hayt Jr. , W. H. e Kemmerly, J. E., *Análise de Circuitos em Engenharia* , McGraw-Hill do Brasil, 1975

Isermann, R., *Digital Control Systems*, Vol 1, Springer-Verlag, 1989

Krause, P. C. e Thomas, C. H., "Simulation of Symmetrical Induction Machinery" , *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* , Vol. PAS-84, Nº 11, pp 1038-1053, November 1965

Ku, Y. H., *Electric Energy Conversion* , The Ronald Press Company, 1959

Leonhard, W., *Control of Electrical Drives* , Springer-Verlag, 1985

Matlab® with Simulink™ User's Guide , Mathworks, Inc. , 1993

Oliveira Jr., A. A., "Estudo de um Conversor Estático de Frequência com Inversor de Fonte de Corrente para o Controle de Velocidade de Motores de Indução" , *Dissertação de Mestrado-EESC-USP* , 1984

Owen, E.L., "Evolution of Induction Motors - The Ever Shrinking Motor", *Industry Applications Magazine*, pp 16 - 18, Vol 3, No. 1 Jan/Feb, 1997

Rossi, R.D.F, Silva, S.R., Menezes, B.R., "Análise do Método FAM (Field Acceleration Method)", Anais do 8^o CBA, pp 921 - 926, 1994

SimmonTM - *User's Guide for MS-DOS Computers* , SSPA Systems, 1990

Stepina, J. - "Complex Equations for Electric Machines at Transient Conditions", *Proceedings of ICEM*, pp 43 - 47, 1990

Vas, P., *Electrical Machines and Drives - A Space-Vector Theory Approach* , Oxford University Press, 1992

Vas, P., *Vector Control of AC Machines* , Oxford University Press , 1990

Yamamura, S. , *AC Motors For High-Performance Applications.* , Marcel Dekker, Inc., 1986

Yamamura, S. , *Spiral Vector Theory of AC Circuits and Machines* , Oxford University Press, 1992

Apêndice A

Modelagem e Simulação do Motor de Indução Trifásico

Utilizando o Modelo de Park ("d-q")

A.1 - Introdução

Neste apêndice será apresentado o modelo de Park, comumente chamado de 'modelo d-q' com referencial genérico, do motor de indução trifásico (MIT). Tal modelo certamente é o que vem sendo utilizado a mais tempo e surgiu das primeiras análises feitas do MIT [*Krause e Thomas, 1965 ; Fitzgerald e Kingsley , 1978*]. Dessa maneira, ele não será mostrado aqui em detalhes, mas apenas uma apresentação simplificada, visando a simulação da máquina e possibilitando eventuais comparações.

A.2 - A Máquina Simétrica Trifásica

Considerando que a máquina simétrica trifásica (MST) neste caso aqui analisado é um MIT com rotor de gaiola-de-esquilo , pode-se dizer que existem três bobinas de fase no estator e o **equivalente** a três bobinas de fase no rotor, que na

verdade são as barras da gaiola. Assim, uma máquina desse tipo pode ser representada de maneira simples como na figura A.1 [Aguiar, 1994; Fitzgerald e Kingsley, 1978].

Figura A.1 - Representação Simplificada de uma máquina de indução trifásica

Neste caso, as indutâncias mútuas, $M_{r_{ij}}$, entre cada fase do estator (i) e do rotor (j), são funções harmônicas do deslocamento angular θ entre o eixo magnético da bobina do rotor considerado e da bobina de mesmo índice no estator, com valor máximo $M_{r_{ij}}$. Vale também que $M_{r_{ij}} = M_{e_{ji}} = M$

Partindo da equação básica de circuitos elétricos acoplados magneticamente, que no caso do MIT, é:

$$v = p.\lambda + r.i \quad (\text{A.1})$$

E considerando que λ para cada fase é dado por [*Oliveira Jr. , 1984*] :

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ga} \\ \lambda_{gb} \\ \lambda_{gc} \\ \lambda_{gr} \\ \lambda_{gs} \\ \lambda_{gt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ee} & 0 & 0 & M\cos(\theta) & M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & L_{ee} & 0 & M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta) & M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ 0 & 0 & L_{ee} & M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta) \\ M\cos(\theta) & M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{rr} & 0 & 0 \\ M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta) & M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 0 & L_{rr} & 0 \\ M\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M\cos(\theta) & 0 & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Chegam-se às equações finais da máquina :

$$[v] = [R][i] + [L(\theta)]p[i] + \frac{\partial}{\partial \theta} [L(\theta)][i] \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{A.3})$$

$$T_{el} = \frac{1}{2} [i]' \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [L(\theta)][i] \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{A.4})$$

$$T_{el} - T_c - K_D \dot{\theta} = J\ddot{\theta} \quad (\text{A.5})$$

A equação (A.4) é obtida através das equações de balanceamento de energia

[Barbi, 1985; Gonzaga, 1993], sendo (A.5) a equação mecânica.

Nas equações (A.3) e (A.4) são definidos os elementos (ou matrizes) :

$$[v] = \begin{bmatrix} [v_{ee}] \\ [v_{rr}] \end{bmatrix} \quad [v_{ee}] = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad [v_{rr}] = \begin{bmatrix} v_r \\ v_s \\ v_t \end{bmatrix}$$

$$[i] = \begin{bmatrix} [i_{ee}] \\ [i_{rr}] \end{bmatrix} \quad [i_{ee}] = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad [i_{rr}] = \begin{bmatrix} i_r \\ i_s \\ i_t \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_e] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix} \quad [R_e] = \begin{bmatrix} R_e & 0 & 0 \\ 0 & R_e & 0 \\ 0 & 0 & R_e \end{bmatrix} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} [L_e] & [M(\theta)] \\ [M(\theta)] & [L_r] \end{bmatrix} \quad [L_e] = \begin{bmatrix} L_e & M_e & M_e \\ M_e & L_e & M_e \\ M_e & M_e & L_e \end{bmatrix} \quad [L_r] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix}$$

$$[M(\theta)] = M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix} ; \quad [M(\theta)] = [M(\theta)]'$$

As equações (A.3) e (A.4) são não-lineares e de difícil análise no sentido de se obter soluções dessas equações. Sendo assim desenvolveram-se transformações lineares

para facilitar a análise . Com esse intuito foram propostas a transformação $0\alpha\beta$ e a transformação de Park [*Barbi , 1985*] .

A.3 - Transformação $abc \leftrightarrow 0\alpha\beta$

A transformação $0\alpha\beta$ é uma transformação linear que diagonaliza as matrizes circulantes simétricas, como as matrizes de indutâncias e de resistências que aparecem na formulação dos modelos da máquina simétrica trifásica. Esta transformação consiste em mudar as variáveis de tensão e corrente do estator e de rotor projetando-as em um eixo de referência em quadratura (chamado α - β) conforme visto na figura A.2.

Figura A.2 - Eixo de referência $\alpha - \beta$

Além disso deve-se manter idêntica a força magnetomotriz da máquina no novo referencial, de sorte que seu efeito após a transformação seja semelhante. Portanto, usa-se:

$$F_{e\alpha} = F_a + F_b \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + F_c \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$F_{e\beta} = 0 + F_b \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + F_c \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{A.7})$$

Onde tem-se :

$$\begin{bmatrix} F_{e\alpha} \\ F_{e\beta} \end{bmatrix} = n_2 \begin{bmatrix} i_{ae} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} = n_3 \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Para que a transformação inversa seja possível , define-se :

$$i_{e0} = h \frac{n_3}{n_2} (i_a + i_b + i_c) \quad (\text{A.8})$$

Onde n_3 , n_2 e h são constantes definidas quando se é feita a transformação equipotencial [Ku, 1959].

Dessa maneira chega-se à expressão :

$$\begin{bmatrix} i_{0e} \\ i_{ae} \\ i_{\beta e} \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} h & h & h \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Fazendo :

$$\underline{A}^{-1} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} h & h & h \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

E através da relação de invariância de potência [*Barbi , 1985 ; Ku, 1959; Chen, 1984*], tem -se :

$$A^{-1} = A' \quad (\text{A.11})$$

É possível determinar-se então que :

$$\frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ e } h = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

E dessa forma chega-se a :

$$\underline{A}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Conseqüentemente, utilizando (A.12) e fazendo todas as transformações necessárias chegam-se às equações finais da máquina :

$$[v_e]_{0\alpha\beta} = [R_{sN}][i_e]_{0\alpha\beta} + [L_{eN}]p[i_e]_{0\alpha\beta} + p[M_{erN}(\theta)][i_r]_{0\alpha\beta} \quad (\text{A.13})$$

$$[v_r]_{0\alpha\beta} = [R_{rN}][i_r]_{0\alpha\beta} + [L_{rN}]p[i_r]_{0\alpha\beta} + p[M_{erN}(\theta)][i_e]_{0\alpha\beta} \quad (\text{A.14})$$

Onde o sufixo N nas matrizes de resistências e indutâncias próprias e mútuas denotam que também estão no referencial $0 \propto \beta$.

A.4 - A Transformação de Park

A transformação de Park consiste numa transformação linear que simplifica as equações da máquina . Desta vez, esta transformação se processa introduzindo novos

eixos ortogonais, não necessariamente alinhados com o referencial $\alpha\beta$ no estator, como mostra agora a figura A.3 .

Figura A.3 - Eixos onde é definida a transformação de Park

Em geral, o par de eixos localiza-se em um dos referenciais abaixo:

$$a - \text{no estator} : \dot{\phi} = 0$$

$$b - \text{no rotor} : \dot{\phi} = \dot{\theta} = \omega_r$$

$$c - \text{no campo girante} : \dot{\phi} = \omega_e$$

Onde ω_e é a frequência das tensões (ou correntes) de alimentação.

Assim, pode-se definir :

$$\begin{bmatrix} v_{e0} \\ v_{ed} \\ v_{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \text{sen}(\varphi) \\ 0 & -\text{sen}(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{0e} \\ v_{\alpha e} \\ v_{\beta e} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{bmatrix} v_{r0} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi - \theta) & \text{sen}(\varphi - \theta) \\ 0 & -\text{sen}(\varphi - \theta) & \cos(\varphi - \theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{0r} \\ v_{\alpha r} \\ v_{\beta r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Onde a matriz de transformação de (A.15) é chamada de $\underline{B}_e^{-1}$ e a de (A.16) é chamada de $\underline{B}_r^{-1}$.

Utilizando esta transformação linear, considerando-se uma máquina com n pares de polos e com o rotor em curto-circuito, chegam-se às equações finais da máquina, expressas por [Barbi, 1985 ; Gonzaga, 1993 ; Oliveira Jr., 1984] :

$$\begin{bmatrix} v_{ed} \\ v_{eq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_e + pL_{ee}) & (-L_{ee}\dot{\varphi} n) & pM_0 & -M_0\dot{\varphi} n \\ L_{ee}\dot{\varphi} n & R_e + pL_{ee} & M_0\dot{\varphi} n & pM_0 \\ pM_0 & -M_0(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) & R_r + pL_{rr} & -L_{rr}n(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) \\ M_0(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) & pM_0 & L_{rr}n(\dot{\varphi} - \dot{\theta}) & R_r + pL_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ed} \\ i_{eq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$Tel = nM_0(i_{eq}i_{rd} - i_{ed}i_{rq}) \quad (\text{A.18})$$

A.5 - Outras Transformações a Partir da Transformação de Park

A.5.1 - Modelo d-q Referido ao Primário

Quando se está modelando uma máquina com rotor em gaiola, normalmente não se tem acesso ao rotor, sendo os parâmetros da máquina referidos então ao estator.

Assim as equações da máquina devem ser desenvolvidas para permitir o emprego desses parâmetros referidos ao estator [Barbi, 1985].

Para tanto, pode-se proceder do seguinte modo :

Sendo :

$$\begin{bmatrix} v_{ed} \\ v_{eq} \\ v'_{rd} \\ v'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ed} \\ v_{eq} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Ou, de maneira mais compacta :

$$[v'_{er}]_{dq} = \underline{D}^{-1} [v_{er}]_{dq} \quad (\text{A.20})$$

Onde a é a constante determinada pela relação entre o número de espiras do primário (estator) e secundário (rotor).

Também, sendo :

$$\begin{bmatrix} i_{ed} \\ i_{eq} \\ i'_{rd} \\ i'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ed} \\ i_{eq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Ou, de maneira mais compacta :

$$[i'_{er}]_{dq} = \underline{D}[i_{er}]_{dq} \quad (\text{A.22})$$

Fazendo as transformações necessárias, chega-se a :

$$\begin{bmatrix} v_{ed} \\ v_{eq} \\ v'_{rd} \\ v'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_e + pL_{ee}) & (-L_{ee}\dot{\phi} n) & p(aM_0) & -aM_0\dot{\phi} n \\ L_{ee}\dot{\phi} n & R_e + pL_{ee} & aM_0\dot{\phi} n & p(aM_0) \\ p(aM_0) & -aM_0(\dot{\phi} - \dot{\theta}) & a^2(R_r + pL_{rr}) & -L_{rr}n(\dot{\phi} - \dot{\theta})a^2 \\ aM_0(\dot{\phi} - \dot{\theta}) & p(aM_0) & L_{rr}n(\dot{\phi} - \dot{\theta})a^2 & a^2(R_r + pL_{rr}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ed} \\ i_{eq} \\ i'_{rd} \\ i'_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$Tel = naM_0[(i_{eq}).(i'_{rd}) - (i_{ed}).(i'_{rq})] \quad (\text{A.24})$$

A.5.2 - Modelo de Estado para o MIT

As equações de variáveis de estado (ou descrição interna [Chen , 1984]) são muito úteis em simulações computacionais, além de serem adequadas ao estudo e desenvolvimento de teorias de processamento digital de sinais bem como em controle discreto utilizando microcomputadores [Isermann , 1989]. Além disso tal forma de equacionamento também é largamente utilizado para se realizar estratégias de controle, bem como para se fazer estudos de estabilidade.

A principal razão de se utilizar este tipo de equacionamento aqui, no entanto, é mesmo a facilidade com que uma equação de estados pode ser inserida e resolvida no ambiente de programação escolhido, a saber, o SIMNONTM da SSPA Systems. Um pequeno inconveniente deste programa, no entanto, é o fato de não ser possível inserir as equações em forma de matrizes, e por isso todas as equações matriciais são desmembradas, como poderá ser visto a frente.

Assim, para simular o motor de indução neste ambiente pode-se reescrever facilmente a equação (A.17) na forma de equações de estado, chegando-se facilmente a:

$$p. \begin{bmatrix} i_{dk} \\ i_{qc} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma} \begin{bmatrix} (-R_c L_{rr}) & (L_{cc} L_{rr} \dot{\varphi} n - M_0^2 (\dot{\varphi} - \theta) n) & (M_0 R_r) & (M_0 L_{rr} \theta n) \\ -(L_{cc} L_{rr} \dot{\varphi} n - M_0^2 (\dot{\varphi} - \theta) n) & (-R_c L_{rr}) & -(M_0 L_{rr} \theta n) & (M_0 R_r) \\ (M_0 R_c) & -(M_0 L_{cc} \theta n) & (-R_r L_{cc}) & (L_{cc} L_{rr} (\dot{\varphi} - \theta) n - M_0^2 \dot{\varphi} n) \\ (M_0 L_{cc} \theta n) & (M_0 R_c) & -(L_{cc} L_{rr} (\dot{\varphi} - \theta) n - M_0^2 \dot{\varphi} n) & (-R_r L_{cc}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{\sigma} \cdot \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 & -M_0 & 0 \\ 0 & L_{rr} & 0 & -M_0 \\ -M_0 & 0 & L_{ee} & 0 \\ 0 & -M_0 & 0 & L_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ed} \\ v_{eq} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

Agora , fazendo $\dot{\varphi} = \omega_e$, escrevendo na forma não matricial e reescrevendo (A.18), tem-se então:

$$\frac{di_{ed}}{dt} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \left\{ (-R_e L_{rr}) i_{ed} + [L_{ee} L_{rr} \omega_e - (\frac{3}{2} M)^2 (\omega_e - \omega_r)] i_{eq} + (\frac{3}{2} M R_r) i_{rd} + (\frac{3}{2} M L_{rr} \omega_r) i_{rq} + L_{rr} v_{ed} \right\} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{di_{eq}}{dt} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \left\{ -[L_{ee} L_{rr} \omega_e - (\frac{3}{2} M)^2 (\omega_e - \omega_r)] i_{ed} - R_e L_{rr} i_{eq} - (\frac{3}{2} M L_{rr} \omega_r) i_{rd} + (\frac{3}{2} M R_r) i_{rq} \right\} \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{di_{rd}}{dt} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \left\{ (\frac{3}{2} M R_e) i_{ed} - (\frac{3}{2} M L_{ee} \omega_r) i_{eq} - R_r L_{ee} i_{rd} + [L_{ee} L_{rr} (\omega_e - \omega_r) - (\frac{3}{2} M)^2 \omega_e] i_{rq} - \frac{3}{2} M v_{ed} \right\} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{di_{rq}}{dt} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \left\{ (\frac{3}{2} M L_{ee} \omega_r) i_{ed} + \frac{3}{2} M R_e i_{eq} - [L_{ee} L_{rr} (\omega_e - \omega_r) - (\frac{3}{2} M)^2 \omega_e] i_{rd} - R_r L_{ee} i_{rq} \right\} \quad (\text{A.29})$$

$$Tel = n \frac{3}{2} M (i_{eq} i_{rd} - i_{ed} i_{rq}) \quad (\text{A.30})$$

Onde :

$$\vartheta = L_{rr} L_{ee} - (\frac{3}{2} M)^2$$

Para completar o modelo escrevem-se as equações mecânicas :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \{ T_{el} - T_c - K_D \omega_r \} \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \quad (\text{A.32})$$

Como equação auxiliar , usada principalmente em simulações , determina-se:

$$[v_e]_{0dq} = [\Gamma]^{-1} [v_e]_{abc} \quad (\text{A.33})$$

$$[i_e]_{0dq} = [\Gamma]^{-1} [i_e]_{abc} \quad (\text{A.34})$$

Onde :

$$[\Gamma]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega_e t) & \cos(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega_e t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\omega_e t) & -\text{sen}(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\omega_e t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.35})$$

A.6 - Simulação do Motor de Indução Trifásico com Rotor em Curto-circuito

Como já mencionado, o modelo dq já tem sido utilizado largamente para se estudar o comportamento da máquina de indução trifásica por muitos anos. Uma boa parte desses estudos consiste em simular a máquina através das equações apresentadas neste apêndice com o intuito de utilizar os resultados numéricos obtidos e com eles construir gráficos de desempenho. Um dos gráficos mais bem documentados do MIT certamente é o gráfico de conjugado versus velocidade. Os gráficos que aqui são apresentados são desse tipo, e servirão como 'padrão' de comparação, neste trabalho. Isso pode ser feito pois tanto as equações quanto os resultados já são amplamente aceitos e comprovados há muito tempo [Krause, 1965].

Assim, a simulação foi feita utilizando-se as equações (A.26) a (A.32), além da matriz $[T]$ [equação (A.35)]. Dessa maneira foi possível obter os gráficos mostrados a seguir, os quais servirão para futuras comparações. Tais gráficos são, como já mencionado, do tipo conjugado versus velocidade angular, excetuando-se o gráfico da figura A1.7 que é um gráfico que mostra o conjugado versus tempo, assim escolhido principalmente para que a parte transitória da resposta fosse ressaltada e também por ser adequada para análise de sistemas de controle com entrada degrau.

As listagens dos programas utilizados podem ser vistas no apêndice D3 para o aplicativo SIMNONTM.

Os dados utilizados para simulação encontram-se no apêndice C

Com isso então chega-se aos gráficos com os resultados de desempenho :

Figura A.4 - Característica Conjugado x velocidade para dados do Motor 1

Figura A.5 -Característica Conjugado x Velocidade
para dados do Motor 2

Figura A.6 - Característica Conjugado x Velocidade
para dados do Motor 3

Figura A.7 - Característica Conjugado x Tempo
para dados do Motor 4 - $\omega_c = 52.09$ Hz $\omega_r = 50$ Hz

Apêndice B

Modelagem e Simulação do Motor de Indução Trifásico em Coordenadas de Campo

B.1 - Introdução

O princípio de modelagem matemática visando o que é hoje chamado de controle vetorial ou controle com campo orientado (FOC - *Field Oriented Control*) surgiu no início da década de 1970, sendo o método indireto sugerido por Hasse em 1969 e o método direto (FOC) por Blaschke em 1972 [Blaschke, 1972; Bose, 1984; Caminhas, 1990]. A partir daí, com o rápido desenvolvimento da microeletrônica e principalmente das chaves semicondutoras [Baliga, 1994], no início da década de 1980 havia até mesmo uma tendência de padronização da análise e controle de acionamentos c.a. utilizando o FOC e conseqüentemente utilizando o chamado modelo vetorial do motor de indução trifásico [Caminhas, 1990].

Tal modelagem também já está estabelecida e continua sendo melhorada, contando com vasta literatura sobre o assunto. Sendo assim a teoria de vetores de espaço (utilizando equações de espaço de estados [Chen, 1984]) é a abordagem mais utilizada atualmente tanto no meio acadêmico quanto no meio industrial [Caminhas, 1990], no que se refere ao controle de máquinas c.a., sendo por isso que uma breve introdução e

resumo desta teoria é justificada como apêndice para efeito de eventuais comparações. Desse modo, portanto, não será mostrado aqui um desenvolvimento cabal da teoria de vetores de espaço aplicada na modelagem do motor de indução e assim como no apêndice A, referente ao modelo d-q, a apresentação do modelo final não será precedida de explicações detalhadas, visto que, como já mencionado, a abordagem da teoria de espaço vetorial apenas será feita para efeito de comparações .

B.2 - Modelagem Matricial Ortogonal

Partindo da figura B.1, define-se primeiramente as equações básicas da máquina simétrica trifásica, (B.1) a (B.6), e depois, com essas definições obtém-se o primeiro equacionamento completo da máquina simétrica trifásica, utilizando a notação da abordagem vetorial do MIT [*Leonhard, 1984; Vas, 1992*]:

Sendo portanto :

$$\underline{v_e} = \begin{bmatrix} \bar{v}_a \\ \bar{v}_b \\ \bar{v}_c \end{bmatrix} \quad (estator) \quad ; \quad \underline{v_r} = \begin{bmatrix} \bar{v}_r \\ \bar{v}_s \\ \bar{v}_t \end{bmatrix} \quad (rotor)$$

$$\underline{i_e} = \begin{bmatrix} \bar{i}_a \\ \bar{i}_b \\ \bar{i}_c \end{bmatrix} \quad (estator) \quad ; \quad \underline{i_r} = \begin{bmatrix} \bar{i}_r \\ \bar{i}_s \\ \bar{i}_t \end{bmatrix} \quad (rotor)$$

$$\underline{\Psi}_e = \begin{bmatrix} \overline{\Psi}_a \\ \overline{\Psi}_b \\ \overline{\Psi}_c \end{bmatrix} \quad (estator) \quad ; \quad \underline{\Psi}_r = \begin{bmatrix} \overline{\Psi}_r \\ \overline{\Psi}_s \\ \overline{\Psi}_l \end{bmatrix} \quad (rotor)$$

$$\underline{K} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Pode-se obter então as equações que modelam a máquina simétrica trifásica :

$$\underline{v}_e = R_e \underline{i}_e + \frac{d\underline{\Psi}_e}{dt} + \omega_\xi \underline{K} \underline{\Psi}_e \quad (\text{B.1})$$

$$\underline{v}_r = R_r \underline{i}_r + \frac{d\underline{\Psi}_r}{dt} + (\omega_\xi - \omega_r) \underline{K} \underline{\Psi}_r \quad (\text{B.2})$$

$$\underline{\Psi}_e = L_e \underline{i}_e + M_0 \underline{i}_r = M_0 (\underline{i}_e + \underline{i}_r) + l_1 \underline{i}_e \quad (\text{B.3})$$

$$\underline{\Psi}_r = M_0 \underline{i}_e + L_r \underline{i}_r = M_0 (\underline{i}_e + \underline{i}_r) + l_2 \underline{i}_r \quad (\text{B.4})$$

$$Tel = n[\underline{\Psi}_e]' \underline{K} \underline{i}_e \quad (\text{B.5})$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = Tel - K_D \omega_r - T_C \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \quad (\text{B.7})$$

Figura B.1 - Circuito elétrico equivalente do MIT

As equações (B.1) a (B.7) estão todas referidas a um único referencial genérico, o qual tem uma defasagem angular ξ com relação à "fase a" do estator, como indicado na figura B.1.

A velocidade angular deste referencial genérico é dado por :

$$\omega_{\xi}(t) = \frac{d}{dt}\xi(t) \quad (\text{B.8})$$

Usualmente adota-se o referencial genérico como sendo um daqueles disponíveis praticamente, ou que possam ser definidos no próprio motor. Entretanto tal referencial ainda não é de muita ajuda na análise do comportamento do motor de indução, pois as equações (B.1) a (B.4) são equações trifásicas que geram um sistema de equações diferenciais de sexta ordem.

Sendo assim, com o intuito de se obter uma simplificação do modelo do MIT e uma redução do número de variáveis das expressões matemáticas que descrevem o comportamento dinâmico do mesmo, introduz-se o modelo matemático matricial ortogonal.

Assim procede-se como no modelo d-q , de acordo com a figura B.2.

Figura B.2 - Sistemas referenciais trifásico e ortogonal

Dessa maneira faz-se :

$$\underline{v}_{\alpha\beta 0} = R_e \underline{A}_1 \underline{i}_e + \underline{A}_1 \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_e + \omega_\xi \underline{A}_1 \underline{KA}^{-1} \underline{A}_1 \underline{\Psi}_e \quad (\text{estator}) \quad (\text{B.10})$$

$$\underline{v}_{\alpha\beta 0} = R_r \underline{A}_1 \underline{i}_r + \underline{A}_1 \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_r + (\omega_\xi - \omega_r) \underline{A}_1 \underline{KA}^{-1} \underline{A}_1 \underline{\Psi}_r \quad (\text{rotor}) \quad (\text{B.11})$$

$$\underline{v}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_0 \end{bmatrix} = \underline{A}_1 \underline{v}_{abc} \quad ; \quad \text{onde} \quad \underline{A}_1 = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Sendo ainda $i_{IA} = \underline{A}_I \cdot i_e$, tem-se :

$$Tel = -\frac{3}{2} n \underline{\Psi}_e' \underline{K}' i_{IA} \quad (\text{B.12})$$

Onde :

$$\underline{K}' = \underline{A}_I \underline{K} \underline{A}_I^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

B.3 - Modelos Vetoriais (Fasor de Espaço)

O modelo ortogonal do MIT resulta em consideráveis simplificações, porém uma visualização espacial das componentes espaciais não é garantida .[*Aguiar, 1994; Leonhard, 1985*].

A notação fasor de espaço, que será apresentada a seguir, resulta da imposição que o sistema ortogonal $\alpha\beta 0$ visto no item anterior seja um plano complexo e todas as grandezas representadas neste plano serão então descritas pela composição de uma parte real e outra imaginária .

Desse modo, pode-se definir:

$$\vec{\Psi}_e = \Psi_{e\alpha} + j\Psi_{e\beta} = \frac{2}{3}[1 \ \alpha \ \alpha^2] \cdot \begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} \quad (\text{B.13 - a})$$

$$\vec{\Psi}_r = \Psi_{r\alpha} + j\Psi_{r\beta} = \frac{2}{3}[1 \ \alpha \ \alpha^2] \cdot \begin{bmatrix} \Psi_r \\ \Psi_s \\ \Psi_t \end{bmatrix} \quad (\text{B.13 - a})$$

Onde $\alpha = e^{j120^\circ}$

Sendo também as correntes e tensões ($\vec{i}$, $\vec{v}$, $\vec{v}$) definidas de maneira análoga .

Considerando - se ainda a introdução de um referencial arbitrário, conforme mostrado na figura B.3, pode-se obter de modo geral a transformação de referenciais para o referencial ξ , dado por:

Grandezas de estator:

$$\vec{i}_1 = \vec{i}_e e^{-j\xi} \quad (\text{B.14})$$

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_e e^{-j\xi} \quad (\text{B.15})$$

$$\vec{\Psi}_1 = \vec{\Psi}_e e^{-j\xi} \quad (\text{B.16})$$

Grandezas de rotor :

$$\vec{i}_2 = \vec{i}_r e^{-j(\xi-\theta)} \quad (\text{B.17})$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_r e^{-j(\xi-\theta)} \quad (\text{B.18})$$

$$\vec{\Psi}_2 = \vec{\Psi}_r e^{-j(\xi-\theta)} \quad (\text{B.19})$$

Figura B.3 - Plano complexo e referenciais arbitrários

Desenvolvendo-se estas equações com as expressões elétricas de fluxo e conjugado que, chega-se ao modelo vetorial final do MIT :

$$\overline{u_1} = R_e \overline{i_1} + \frac{d\overline{\Psi_1}}{dt} + j\omega_\xi \overline{\Psi_1} \quad (\text{B.20})$$

$$\overline{u_2} = R_r \overline{i_2} + \frac{d\overline{\Psi_2}}{dt} + j(\omega_\xi - \omega_r) \overline{\Psi_2} \quad (\text{B.21})$$

$$\overline{\Psi_1} = M_0 \overline{i_\mu} + l_1 \overline{i_1} \quad (\text{B.22})$$

$$\overline{\Psi_2} = M_0 \overline{i_\mu} + l_2 \overline{i_2} \quad (\text{B.23})$$

$$\overline{\Psi_H} = M_0 \overline{i_\mu} \quad (\text{B.24})$$

$$Tel = \frac{3}{2} n \Re \{ \overline{i_1} \overline{\Psi_1} \} = \frac{3}{2} n \Re \{ -\overline{i_2} \overline{\Psi_2}^* \} \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} [Tel - K_D \omega_r - T_C] \quad (\text{B.26})$$

Onde é definido : $i_{\mu} = i_1 + i_2$.

B.4 - Modelo Completo do MIT Usando-se Campo Orientado.

Pela técnica de campo orientado o fluxo de rotor é tomado como referencial base, porém é conveniente obter a representação do conjugado por outra grandeza que não seja o fluxo , pois o mesmo é difícil de ser medido na prática. O interessante é obter uma representação do fluxo de rotor por uma grandeza obtida através de grandezas de estator.

Sendo :

$$L_e = M_0 + l_1 \quad ; \quad L_r = M_0 + l_2 \quad (\text{B.27})$$

Através de (B.22) e (B.23) pode-se reescrever (B.25) como sendo :

$$Tel = \frac{3}{2} n \frac{M_0}{L_r} \Re \{ -\bar{i}_1(t) \cdot \bar{\Psi}_2^*(t) \} \quad (\text{B.28})$$

$$Tel = \frac{3}{2} n \frac{M_0}{L_r} \Re \{ -\bar{i}_1(t) \cdot [\bar{i}_1(t) + (1 + \sigma_2) \bar{i}_2(t)]^* \} \quad (\text{B.29})$$

De (B.29) define-se :

$$\bar{i}_{m2} = \bar{i}_1(t) + (1 + \sigma_2)\bar{i}_2(t) \quad (\text{B.30})$$

E portanto :

$$Tel = \frac{3}{2} n L_e (1 - \sigma) \mathbb{I} \{ -\bar{i}_1(t) . \bar{i}_{m2}^* \} \quad (\text{B.31})$$

Sendo $\bar{i}_{m2}(t)$ definido como vetor de espaço de corrente de magnetização de fluxo do rotor e é definida, no referencial de estator , como :

$$\bar{i}_{m2} = [\bar{i}_1(t) + (1 + \sigma_2)\bar{i}_2(t)] e^{j\rho} \quad (\text{B.32})$$

Onde ρ é o deslocamento angular de $\bar{i}_{m2}(t)$ em relação ao eixo do estator. Estas relações são indicadas na figura B.4 .

Figura B.4 - Relação de referenciais no MIT

De acordo com a figura B.4 , fazendo-se $\xi = \rho$ e assim $\omega_\xi = \omega_{m2}$, o modelo completo do MIT em campo orientado será obtido então pela projeção das equações (B.20) a (B.26) no referencial d-q. Como pode-se ver também na figura B.4, neste referencial i_{m2} só terá parte real.

Procedendo-se dessa forma , constituiu-se o modelo dinâmico completo do MIT em campo orientado por:

$$\frac{d}{dt} \bar{i}_{1d}(t) = \frac{\bar{u}_{1d}}{\sigma L_e} - \frac{1}{\sigma T_e} \bar{i}_{1d}(t) + \omega_{m2} \bar{i}_{1q}(t) - \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{d}{dt} \bar{i}_{m2}(t) \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{d}{dt} \bar{i}_{1q}(t) = \frac{\bar{u}_{1q}}{\sigma L_e} - \frac{1}{\sigma T_e} \bar{i}_{1q}(t) - \omega_{m2} \bar{i}_{1d}(t) + \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{d}{dt} \bar{i}_{m2}(t) \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{d\bar{i}_{m2}(t)}{dt} = \frac{1}{T_r} [\bar{i}_{m2}(t) - \bar{i}_{1d}(t)] \quad (\text{B.35})$$

$$\omega_{m2}(t) = \frac{1}{T_r} \frac{\bar{i}_{1q}(t)}{\bar{i}_{m2}(t)} + \omega_r(t) \quad (\text{B.36})$$

$$Tel = K_w \bar{i}_{m2}(t) \bar{i}_{1q}(t) \quad (\text{B.37})$$

$$K_w = \frac{3}{2} n(1 - \sigma) L_e \quad (\text{B.38})$$

$$\frac{d}{dt} \theta(t) = \omega_r \quad (\text{B.39})$$

O fato mais importante é o obtido na equação (B.37), onde o torque elétrico é expresso por uma relação simples envolvendo apenas $i_{1q}(t)$ e $i_{m2}(t)$. Se por uma estratégia de controle o fluxo de rotor $\Psi_2(t)$ for mantido constante através de uma atuação sobre i_{m2} , o conjugado será simplesmente proporcional a i_{1q} , sendo i_{m2} incluído no termo constante K_w . Assim diz-se que houve um desacoplamento na obtenção do fluxo e do

conjugado do MIT, comportando-se, assim, como um motor de corrente contínua.

Utilizando-se as equações (B.33) a (B.39) montou-se um diagrama de blocos, mostrado na figura B.5, o qual facilita grandemente a simulação do modelo quando se utiliza o Simulink™, um aplicativo do programa Matlab®, que é especializado em realizar simulações utilizando-se de entradas gráficas em forma de diagrama de blocos.

Figura B.5 - Modelo dinâmico completo do MIT em campo orientado

3.5 - Simulação do MIT Segundo o Modelo Vetorial com Campo Orientado

Assim como o modelo dq, o ' modelo vetorial ' também tem sido utilizado largamente na simulação do motor de indução, principalmente em simulações que visam o seu controle. Também da mesma forma, aqui será apresentado o gráfico de simulação do conjugado versus velocidade, neste caso apenas para comprovar que o modelo que foi apresentado neste apêndice é funcional e serve, portanto, como base de comparação entre as teorias apresentadas no texto principal da dissertação e a teoria utilizada no modelo vetorial visando a orientação do campo.

A simulação foi feita utilizando-se as equações (B.33) a (B.39) bem como o diagrama de blocos da figura B.5, sendo os dados da simulação do Motor 2, apresentado no apêndice C. Neste caso, como já mencionado, utilizou-se o MATLAB® com SIMULINK™, e como o SIMULINK™ é um ambiente gráfico, seu diagrama de blocos é visto no Apêndice D4. Achou-se por bem simular e apresentar apenas o resultado da simulação do motor 2 pois os gráficos resultantes são idênticos aos mostrados no apêndice A. Assim, apenas para simples verificação é mostrado o gráfico do motor 2 nas figuras B.6 e B.7, a seguir.

Figura B.6 - Característica Conjugado x Velocidade para dados do Motor 2

Figura B.7 - Característica Conjugado x Tempo para dados do Motor 2

Apêndice C

Dados dos Motores Elétricos de Indução Trifásicos

Utilizados nas Simulações

Neste trabalho foram utilizados dados de quatro motores nas simulações realizadas no capítulo 3 e nos apêndices A e B. Tais dados, que são mostrados a seguir, foram escolhidos pelas seguintes razões:

I: Os dados dos três primeiros motores são dados levantados por pesquisadores do Depto. de Engenharia Elétrica da EESC -USP de motores são parte integrante de laboratórios de ensino deste departamento e de outros laboratórios onde os trabalhos destes pesquisadores foram feitos. Os dados do Motor 4 foram retirados dos livros de YAMAMURA (1986 e 1992), pois em tais livros se encontram a maior parte das referências feitas nesta dissertação.

II: Tanto o Motor 1 quanto o Motor 2 são de 2 pólos, entretanto o Motor 1 é de rotor enrolado, enquanto o Motor 2 é de rotor em gaiola de esquilo, além de serem de potências diferentes. Isso garante que o modelo apresentado no capítulo 3 não teria problemas mudando-se tanto a potência quanto o tipo básico de motor (rotor enrolado e rotor em gaiola).

III: O Motor 3 foi escolhido por ser um motor de 4 pólos e assim poderia se testar o modelo supracitado variando-se também o número de pólos, o que tem efeitos interessantes na velocidade angular do campo girante no entreferro do MIT.

Dados do Motor 1:

Número de pólos (2.n) :	2
Indutância de dispersão de estator (l_1) :	3.35 [mH]
Indutância de dispersão de rotor (l_2) :	6.95 [mH]
Valor máximo da indutância mútua entre estator e rotor (M) :	92.3 [mH]
Resistência de estator (R_e) :	0.855 [Ω]
Resistência de rotor (R_r) :	0.686 [Ω]
Conjugado necessário para rotacionar a carga (T_C) :	0 [Nm]
Coefficiente de atrito viscoso (K_D) :	0.021 [N.m.s/rad]
Momento de inércia (J) :	0.106 [Kg/m ²]
Frequência das tensões de alimentação (ω_e) :	376.9911 [rad/s]
Tensão nominal de alimentação por fase (V) :	127 [Vrms]

]

Dados do Motor 2:

Número de pólos (2.n) :	2
Indutância de dispersão de estator (l_1) :	22.86 [mH]
Indutância de dispersão de rotor (l_2) :	22.86 [mH]
Valor máximo da indutância mútua entre estator e rotor (M) :	284.8 [mH]
Resistência de estator (R_e) :	3.85 [Ω]

Resistência de rotor (R_r) :	2.045 [Ω]
Conjugado necessário para rotacionar a carga (T_C) :	0 [Nm]
Coeficiente de atrito viscoso (K_D) :	0.0018 [N.m.s/rad]
Momento de inércia (J) :	0.007 [Kg/m ²]
Frequência das tensões de alimentação (ω_e) :	376.9911 [rad/s]
Tensão nominal de alimentação por fase (V) :	127 [Vrms]

]

Dados do Motor 3:

Número de pólos (2.n) :	4
Indutância de dispersão de estator (l_1) :	10 [mH]
Indutância de dispersão de rotor (l_2) :	10 [mH]
Valor máximo da indutância mútua entre estator e rotor (M) :	176.7 [mH]
Resistência de estator (R_e) :	2 [Ω]
Resistência de rotor (R_r) :	3 [Ω]
Conjugado necessário para rotacionar a carga (T_C) :	0 [Nm]
Coeficiente de atrito viscoso (K_D) :	0.026 [N.m.s/rad]
Momento de inércia (J) :	0.0263 [Kg/m ²]
Frequência das tensões de alimentação (ω_e) :	376.9911 [rad/s]

Tensão nominal de alimentação por fase (V) : 220 [Vrms

]

Dados do Motor 4:

Número de pólos (2.n) : 4

Indutância de dispersão de estator (l_1) : 0.65 [mH]

Indutância de dispersão de rotor (l_2) : 0.428 [mH]

Valor máximo da indutância mútua entre

estator e rotor (M) : 14 [mH]

Resistência de estator (R_e) : 0.463 [Ω]

Resistência de rotor (R_r) : 0.432 [Ω]

Frequência das tensões de alimentação (ω_e) : 314.1593 [rad/s]

Tensão nominal de alimentação por fase (V) : 200 [Vrms

]

Apêndice D1

Listagem do Programa Feito no Ambiente SIMNOM™
 para Simulação do MIT Utilizando Vetores Espirais

CONTINUOUS SYSTEM maqind

[illegible]

" Title:	Modelo com vetores espirais para o m.i.t."
" Version:	5"
" Notes:	Decomposição do plano complexo nos eixos"
"	real e imaginário das correntes"
"	Contém equação dinâmica"
" Author:	William Duarte Ferraz - LACEP-SEL-EESC-USP"
" Created:	1996-01-July"
" Data From:	Motor 1"

[illegible]

STATE iaa iab ira irb omgm

DER diaa diab dira dirb domgm

TIME t

$$\text{sig} = (1/(3*I2*M+2*I1*I2+3*I1*M))$$

$$a11 = -((3*M+2*I2)*R1)$$

$$a12 = -((9/2)*\text{sqr}(M)*\text{omgm})$$

$$a13 = -((-3)*M*R2)$$

$$a14 = -((3/2)*M*\text{omgm}*(3*M+2*I2))$$

$$a21 = -((9/2)*\text{sqr}(M)*\text{omgm})$$

$$a22 = -((3*M+2*I2)*R1)$$

$$a23 = -((3/2)*M*\text{omgm}*(3*M+2*I2))$$

$$a24 = -(-3*M*R2)$$

$$a31 = -(-3*M*R1)$$

$$a32 = -((3/2)*(3*M+2*I1)*\text{omgm}*M)$$

$$a33 = -((3*M+2*I1)*R2)$$

$$a34 = -((1/2)*(3*M+2*I1)*\text{omgm}*(3*M+2*I2))$$

$$a41 = -((3/2)*(3*M+2*I1)*\text{omgm}*M)$$

$$a42 = -(-3*M*R1)$$

$$a43 = -((1/2)*(3*M+2*I1)*\text{omgm}*(3*M+2*I2))$$

$$a44 = -((3*M+2*I1)*R2)$$

$$\text{diaa} = \text{sig}*(a11*iaa+a12*iab+a13*ira+a14*irb+(3*M+2*I2)*va)$$

$$\text{diab} = \text{sig}*(a21*iaa+a22*iab+a23*ira+a24*irb+(3*M+2*I2)*vb)$$

$$\text{dira} = \text{sig}*(a31*iaa+a32*iab+a33*ira+a34*irb-3*M*va)$$

$$\text{dirb} = \text{sig}*(a41*iaa+a42*iab+a43*ira+a44*irb-3*M*vb)$$

$$\text{domgm} = (1/J)*(Tel-Tc-D*\text{omgm})$$

$$Tel = ((9/8)*P*M*(iab*ira-iaa*irb))$$

$$va = 180*\cos(\text{omg}*t)$$

$$v_b = 180 * \sin(\text{omg} * t)$$

P :2

I1 :0.00335

I2 :0.00695

M :0.0923

R1 :0.855

R2 :0.686

Tc :0

D :.021

J :.106

omg :376.9911

END

Apêndice D2

Listagem do Programa da Solução Analítica Feito no

Ambiente MATLAB® para Simulação do MIT

Utilizando Vetores Espirais

%%%

% Title : Modelo do MIT utilizando vetores espirais %

% Version : 2%

% Notes : Solução Analítica das equações do modelo %

% para o Conjugado MIT acionado com ve constante %

% Author : William Duarte Ferraz - LACEP-SEL-EESC-USP %

% Created : 19th july, 1996 %

% Data From : Motor 4 %

%%%

% Complex constant

i=sqrt(-1);

% Motor data

R2=0.432;

R1=0.463;

M=(2/3)*13.2/(4*pi*50);

l1=0.4087/(4*pi*50);

```

l2=0.269/(4*pi*50);

P=4;

% Calculated values for delta 1 and delta 2

for LL = 1:6280

    omgm(LL) = LL/10;

    % Ancillary Constants

    A=(l2+(3/2)*M);

    B=(l1+(3/2)*M);

    a1=(B*A-(((3/2)*M)^2));

    a2=(R1*A+R2*B-(B*A-(((3/2)*M)^2))*omgm(LL)*i);

    a3=(R1*R2-R1*A*omgm(LL)*i);

    % Characteristic Polynomial and its roots

    POLCAR=[a1 a2 a3];

    zz=roots(POLCAR);

    T1(LL)=-1/(real(zz(1)));

    T2(LL)=-1/(real(zz(2)));

    WW1(LL)=(imag(zz(1)));

    WW2(LL)=(imag(zz(2)));

end

plot(omgm,T1)

grid

pause

figure

plot(omgm,T2)

```

```
grid
pause
figure
plot(omgm,WW1,omgm,WW2)
grid
pause
clear

% Time vector
t=0:0.0001:0.1;

% Complex constant
i=sqrt(-1);

% Number of Poles
P=4;

% Stator voltage
V1= 200;

% Stator and rotor frequencies
w1=327.2911*(P/2);
w2=314.15926*(P/2);

% Motor data (variable frequency)
R2=0.432;
R1=0.463;
M=(2/3)*13.2/(4*pi*50);
l1=0.4087/(4*pi*50);
l2=0.269/(4*pi*50);
```

```

x1=w1*I1;
x2=w1*I2;
xm=w1*(3/2)*M;

% Calculated values for delta 1 and delta 2

% Ancillary Constants
AA=(I2+(3/2)*M);
BB=(I1+(3/2)*M);
aa1=(BB*AA-(((3/2)*M)^2));
aa2=(R1*AA+R2*BB-(BB*AA-(((3/2)*M)^2))*w2*i);
aa3=(R1*R2-R1*AA*w2*i);

% Characteristic Polynomial and its roots
POLCAR=[aa1 aa2 aa3];
z=roots(POLCAR);
TT1=-2/(real(z(1)))
TT2=-2/(real(z(2)))
WWW1=(imag(z(1)))
WWW2=(imag(z(2)))

% Slip
sl=(w1-w2)/w1;

% Steady-state stator current
I1= abs(V1/(R1+x1*i+1/(1/(xm*i)+1/(R2/sl+x2*i))));

% Steady-state rotor current
SI2 = -sqrt(2)*(I1*i*xm)/(R2/sl + i*(x2+xm))

```



```

% Initial constants for i1=i2=0 at t=0

CI1 = ((3/2)*M*(z(1)-i*w2))/(R2+AA*(z(1)-i*w2));
CI2 = ((3/2)*M*(z(2)-i*w2))/(R2+AA*(z(2)-i*w2));
CI3 = (i*sl*w2*(3/2)*M)/(R2+AA*i*sl*w2);
A1 = sqrt(2)*I1*(CI2-CI3)/(CI1-CI2)
A2 = -(A1+sqrt(2)*I1)

% Stator and rotor currents

i1 = A1*exp(z(1)*t)+A2*exp(z(2)*t)+sqrt(2)*I1*exp(i*w1*t);
iA2 = -((3/2)*M*(z(1)-i*w2)*A1*exp(z(1)*t))/(R2+(l2+(3/2)*M)*(z(1)-i*w2));
iB2 = -((3/2)*M*(z(2)-i*w2)*A2*exp(z(2)*t))/(R2+(l2+(3/2)*M)*(z(2)-i*w2));
i2 = iA2+iB2+SI2*exp(i*w1*t);

% Torque Evaluation

for MM=1:1001

    Tel(MM) = (9/8)*P*M*real(-i*i1(MM)*conj(i2(MM)));

    Ref(MM) = 29.5;

end

figure

plot(t,i1)

grid

pause

figure

plot(t,i2)

grid

pause

```

```
figure
```

```
plot(t,Tel,t,Ref)
```

```
figure
```

```
plot(t,Tel,t,Ref,t,i1,t,i2)
```

```
grid
```

```
end
```

Apêndice D3

Listagem dos Programa Feito no Ambiente SIMNOMTM para Simulação do MIT Utilizando Variáveis d-q

CONTINUOUS SYSTEM maqind

[illegible]

" Title Modelo dq para o m.i.t. "

" Version: 5 "

" Notes: Inclui matriz de transformação inv. para sist. abc "

" Versão generalizada para p polos "

" Author: William Duarte Ferraz - LACEP-SEL-EESC-USP "

" Created: 1996-10-June "

" Data From: Motor 1 "

[illegible]

STATE ide iqe idr iqr omgr

DER dide diqe didr diqr domgr

TIME t
$$\text{sig} = (1/(\text{Lrr} * \text{Lee} - (\text{sqr}((3/2) * \text{Mer}))))$$
$$\text{tmr} = (3/2)^* \text{Mer}$$
$$a11 = (-Re^*Lrr)$$

$$a12 = (Lee * Lrr * omgs * (P/2) - (sqr(tmr)) * (omgs - omgr) * (P/2))$$

$$a13 = tmr * Rr$$

$$a14 = (tmr * Lrr * omgr * (P/2))$$

$$a21 = -(Lee * Lrr * omgs * (P/2) - (sqr(tmr)) * (omgs - omgr) * (P/2))$$

$$a22 = Re * Lrr$$

$$a23 = (tmr * Lrr * omgr * (P/2))$$

$$a24 = (tmr * Rr)$$

$$a31 = (3/2) * Mer * Re$$

$$a32 = ((3/2) * Mer * Lee * omgr * (P/2))$$

$$a33 = Rr * Lee$$

$$a34 = (Lee * Lrr * (omgs - omgr) * (P/2) - (sqr((3/2) * Mer)) * omgs * (P/2))$$

$$a41 = (tmr * Lee * omgr * (P/2))$$

$$a42 = tmr * Re$$

$$a43 = (Lee * Lrr * (omgs - omgr) * (P/2) - (sqr(tmr)) * omgs * (P/2))$$

$$a44 = Rr * Lee$$

$$dide = sig * (a11 * ide + a12 * iqe + a13 * idr + a14 * iqr + Lrr * vde)$$

$$diqe = sig * (a21 * ide - a22 * iqe - a23 * idr + a24 * iqr)$$

$$didr = sig * (a31 * ide - a32 * iqe - a33 * idr + a34 * iqr - (3/2) * Mer * vde)$$

$$diqr = sig * (a41 * ide + a42 * iqe - a43 * idr - a44 * iqr)$$

$$domgr = (1/J) * (Tel - Tc - D * omgr)$$

$$Tel = (P/2) * (tmr * (iqe * idr - ide * iqr))$$

$$va = 180 * cos(omgs * t)$$

$$vb = 180 * cos(omgs * t - (2 * pi / 3))$$

$$vc = 180 * cos(omgs * t + (2 * pi / 3))$$

pi : 3.14159265359

pp = (2*pi/3)

r = sqrt(2/3)

v0e = sqrt(1/3)*va+sqrt(1/3)*vb+sqrt(1/3)*vc

vde = r*(cos(omgs*t)*va+cos(omgs*t-pp)*vb+cos(omgs*t+pp)*vc)

vqe = r*(-sin(omgs*t)*va-sin(omgs*t-pp)*vb-sin(omgs*t+pp)*vc)

ia = (1/r)*(sqrt(1/2)*i0e+cos(omgs*t)*ide-sin(omgs*t)*iqe)

ib = (1/r)*(sqrt(1/2)*i0e+cos(omgs*t-pp)*ide-sin(omgs*t-pp)*iqe)

ic = (1/r)*(sqrt(1/2)*i0e+cos(omgs*t+pp)*ide-sin(omgs*t+pp)*iqe)

P : 2

Lrr :0.1454

Lee :0.1418

Mer :0.0923

Re :0.855

Rr :0.686

Tc :0

D :.021

J :.106

omgs :376.9911

i0e : 0

END

Apêndice D4

Diagrama de Blocos Feito no Ambiente SIMULINK™ para Simulação do MIT Utilizando Variáveis de Estado

Figura D4.1 - Diagrama principal geral

Figura D4.2 - MIT (Motor de Indução Trifásico)

Figura D4.3 - Trecho Linear d

Figura D4.4 - Trecho Linear q

Figura D4.5 - Termos de acoplamento

Figura D4.6 - Cálculo de ω_{m2}