Campus de São Carlos

OBSERVABILIDADE EM REDES DE ENERGIA: UM MÉTODO
DE CAMINHOS DE FATORAÇÃO EM ESTIMAÇÃO DE
ESTADO COM RESTRIÇÕES DE IGUALDADE

Autor: Flávio Antonio Vicentino

Orientador: Prof.Dr. Newton Geraldo Bretas

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

✓

OBSERVABILIDADE EM REDES DE ENERGIA: UM MÉTODO DE CAMINHOS DE FATORAÇÃO EM ESTIMAÇÃO DE ESTADO COM RESTRICÇÕES DE IGUALDADE

DEDALUS - Acervo - EESC

31100036643

FLÁVIO ANTONIO VICENTINO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo; como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: PROF. NEWTON G. BRETAS

São Carlos
1997

Classe:	tese - EESC
Curr.	6235
Tombo	T 478/97

it 0934074

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

V633o Vicentino, Flávio Antonio
Observabilidade em redes de energia : um método
de caminhos de fatoração em estimação de estado
com restrições de igualdade / Flávio Antonio
Vicentino. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado). -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.
Área: Engenharia Elétrica
Orientador: Prof. Dr. Newton G. Bretas

1. Estimação de estado. 2. Observabilidade.
I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Engenheiro **FLAVIO ANTONIO VICENTINO**

Dissertação defendida e aprovada em 01-9-1997
pela Comissão Julgadora:

Prof. Titular **NEWTON GERALDO BRETAS (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Adjunto **CARLOS ALBERTO FAVARIN MURARI**
(Universidade Estadual de Campinas)

Prof. Doutor **ADRIANO ALBER DE FRANÇA MENDES CARNEIRO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenador da Área de Engenharia Elétrica

Prof. Titular **JOÃO VITOR MOCCELLIN**
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício

Aos meus pais Antonio e Nilza,
que com amor e dedicação sempre me incentivaram
a vencer os desafios e a buscar novas conquistas.

Ao professor Newton Geraldo Bretas pela amizade e excelente orientação fornecidas no decorrer do curso.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

A todos os professores, funcionários e colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP, em especial aos colegas do LACO, que de alguma forma colaboraram para este trabalho.

Às minhas irmãs Sylvia e Adriana, e a minha esposa Renata pelo carinho e incentivo que sempre me proporcionaram.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	ii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	iii
RESUMO.....	v
<i>ABSTRACT</i>	vii
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1 Estimação estática de estado.....	4
2.1.1 Método de equações normais.....	5
2.1.1.1 Estimador de estado desacoplado.....	9
2.1.1.2 Estimador de estado linearizado (DC).....	12
2.1.2 Método de transformações ortogonais.....	13
2.1.3 Método híbrido usando transformações ortogonais.....	15
2.1.4 Equações normais com restrições de igualdade (NE/C).....	16
2.1.5 Método da matriz aumentada de Hachtel.....	17
2.1.6 Método híbrido.....	18
2.2 Análise de observabilidade.....	21

2.2.1 Metodologia combinatorial.....	21
2.2.2 Análise de observabilidade baseada na redução simbólica da matriz Jacobiana.....	24
2.2.3 Metodologia baseada na fatoração triangular da matriz ganho.....	28
2.2.4 Metodologia baseada na fatoração triangular da matriz ganho e conceitos contidos em caminhos de grafo.....	31
2.2.4.1 Algumas propriedades dos vetores esparsos e de caminhos de fatoração.....	31
2.2.4.2 Observabilidade de redes com caminhos de fatoração.....	37
2.2.4.3 Medidas irrelevantes e ramos não observáveis.....	38
2.2.4.4 Adição de medidas usando caminhos de fatoração.....	39
 3 OBSERVABILIDADE UTILIZANDO CAMINHOS DE GRAFO PARA O CASO DA FORMULAÇÃO NE/C.....	 43
3.1 Teoria de observabilidade para a formulação híbrida usando conceitos de caminhos de fatoração.....	44
3.2 Algoritmos para observabilidade de redes.....	53
3.2.1 Caso da formulação híbrida.....	53
3.2.2 Caso da formulação de Hachtel.....	55
 4 TESTES REALIZADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	 57
4.1 Testes realizados.....	57
4.1.1 Teste com o sistema de 5 barras.....	58

4.1.2 Teste com o sistema de 10 barras.....	64
4.1.3 Teste com o sistema de 14 barras.....	71
4.1.4 Teste com o sistema de 121 barras.....	73
4.2 Análise dos resultados.....	76
 5 CONCLUSÕES.....	 77
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 80

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Matriz A.....	33
Figura 2.2 - Matriz G triangularizada.....	34
Figura 2.3 - Matriz G com um pivô zero.....	35
Figura 2.4 - Sistema de equações representando as três subredes	38
Figura 3.1 - Triangularização da submatriz quadrática G.....	51
Figura 3.2 - Ilhas observáveis e restrições de igualdade associadas ...	52
Figura 4.1 - Rede de cinco barras.....	58
Figura 4.2 - Rede de dez barras.....	65
Figura 4.3 - Rede de quatorze barras.....	71
Figura 4.4 - Rede de cento e vinte e uma barras.....	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- P θ - ESTIMADOR DE ESTADO DESACOPADO - MODELO P θ
- NE - NORMAL EQUATIONS
- NE/C - NORMAL EQUATIONS WITH EQUALITY CONSTRAINTS
- QV - ESTIMADOR DE ESTADO DESACOPADO - MODELO QV
- WLS - WEIGHTED LEAST SQUARES

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- MATRIZ NÃO SINGULAR
$\underline{b}$	- VETOR INDEPENDENTE
$\underline{c}(\cdot)$	- VETOR DE FUNÇÕES NÃO LINEARES DAS RESTRIÇÕES
C	- MATRIZ JACOBIANA DAS RESTRIÇÕES
G	- MATRIZ GANHO
$\underline{h}(\cdot)$	- VETOR DE FUNÇÕES NÃO LINEARES
H	- MATRIZ JACOBIANA
I	- MATRIZ IDENTIDADE
$L(\cdot, \cdot)$	- LAGRANGEANO
m	- NÚMERO DE MEDIDAS
n	- NÚMERO DE ESTADOS
P_{km}	- FLUXO DE POTÊNCIA NO RAMO k-m
Q	- MATRIZ ORTOGONAL
$\underline{r}$	- VETOR RESÍDUO
R	- MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR
U	- MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR DA FATORAÇÃO LDU
$\underline{w}$	- VETOR DE ERROS DE MEDIDAS

$\underline{W}$	- MATRIZ PONDERAÇÃO DE ERROS DE MEDIDAS
$\underline{x}$	- VETOR DE VARIÁVEIS DE ESTADO
X_{km}	- REATÂNCIA DO RAMO k-m
$\underline{z}$	- VETOR DE MEDIDAS
$\underline{\lambda}$ e $\underline{\mu}$	- VETOR DOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

RESUMO

Recentemente, uma teoria de observabilidade de redes que faz uma mesclagem dos conceitos de grafo e a fatoração triangular da matriz ganho G , foi desenvolvida. A teoria desenvolvida faz uso de informações já disponíveis em centros de operação, sendo extremamente simples de entender, fácil de implementar, e não requer subrotinas diferentes daquelas usadas em estimação estática de estado. Esta nova teoria no entanto, foi implementada apenas para o caso de estimador de estado na forma de Equações Normais sem Restrição (NE). O método NE no entanto, apresenta algumas dificuldades numéricas intrínsecas. Normalmente estas dificuldades numéricas estão relacionadas com as disparidades nos pesos das medidas (valores elevados para medidas de injeção zero e valores baixos para pseudo-medidas), assim como a presença de linhas curtas na rede. Com o intuito de resolver estas dificuldades numéricas novos métodos surgiram, tais como: i) Método das Equações Normais com Restrições de Igualdade (NE/C), onde o Método de Multiplicadores de Lagrange pode ser aplicado para minimizar uma função enquanto satisfaz ao conjunto de restrições; ii) Método da Matriz Aumentada de Hachtel que é formulado da mesma maneira que o Método NE/C, mas sendo que no processo de solução é introduzido a equação de um vetor resíduo; iii) Método Híbrido

que é uma formulação geral, num dos extremos da qual ele se comporta como o Método NE/C e no outro extremo se comporta como o Método da Matriz Aumentada de Hachtel. Desta forma, o objetivo deste trabalho é tratar da adaptação do método de Observabilidade de Redes utilizando Caminhos de Grafo, com o estimador de estado na forma de um problema de minimização com restrições de igualdade. Como o método Híbrido é uma forma de generalização do estimador de estado com restrições, utiliza-se esta formulação para desenvolver a teoria proposta. Casos extremos (como o método de Hachtel puro) também serão considerados.

Abstract

A theory of network observability that mixes graph concepts and factorization of the gain matrix G has been recently developed. It uses data already available in Power System Operating Centers. That theory is easy to understand and implement and does not require subroutines other than the ones used in static state estimation. However, this new theory has been implemented only for the case of state estimation in Normal Equation Formulation (NE). However, the NE Method presents some inherent numerical difficulties. Such numerical difficulties are usually related to the disparity in the measurements weights (high values for zero-injections measurements and low values for pseudo- measurements), and the presence of short lines in the network, as well. In order to solve such numerical difficulties, new methods have come up, such as: i) Normal Equation Method with Equality Constraints (NE/C), where Lagrange's Multiplier Method can be applied to minimize a function while satisfying a set of constraints; ii) Hachtel's Method, which is formulated the same way as NE/C Method, although an equation of residual vector is introduced in solution process; iii) Hybrid Method, which is a general formulation behaving as the NE/C Method at one extreme, and as Hachtel's Method at the other. Thus, the aim of this work is to treat the adaptation of the network

observability Method by using path graphs, with the state estimation in the form of a minimization problem with equality constraints. As the Hybrid Method is a generalization form of the state estimator with constraints, this formulation is used to develop the proposed theory. Extreme cases (as the pure Hachtel's Method) are also considered.

1 INTRODUÇÃO

Estimação Estática de Estado em uma formulação de equações normais (NE) não sobreviveu por muito tempo, principalmente devido à necessidade de se adicionar restrições de igualdade à formulação padrão de estimação de estado.

As equações de restrição de igualdade vêm a ser medidas de injeção zero (medidas virtuais) que requerem modelamento preciso com pesos elevados e pseudo-medidas que, pelo contrário, precisam ter pesos pequenos. Experiências têm mostrado que a formulação das equações normais (NE) para estimação de estado apresenta dificuldades no manuseio das medidas com disparidades nos pesos a elas atribuídas, assim como a presença de linhas curtas no modelo. Para contornar estas dificuldades no processo de estimação de estado, soluções em que estas medidas possam ser tratadas como restrições de igualdade no problema de otimização foram propostas em NUCERA & GILLES (1991b) e GJELSUIK et alii (1985) (NE/C). Também os métodos ortogonais em estimação de estado, como em MONTICELLI et alii (1985), têm sido usados como uma maneira de minimizar estas dificuldades numéricas. Recentemente o método da matriz aumentada de Hachtel apresentado em GJELSUIK et alii (1985) tem sido também usado, mostrando ser mais robusto que os métodos NE e NE/C.

Tanto o método ortogonal como o método de Hachtel podem ser implementados em um modo desacoplado, economizando tempo computacional e armazenamento de memória. Entretanto, quando usadas estas formulações em estimação de estado, a observabilidade de redes requer um cuidado extra no processo de pivoteamento da matriz ganho, já que a mesma não é definida-positiva.

Para realizar a estimação de estado é preciso saber, de antemão, se a rede do sistema de potência é observável. Isto é, se o conjunto de medidas disponível permite o cálculo das magnitudes e ângulos de fase das tensões de barra para a rede inteira. No passado, duas metodologias clássicas foram propostas para resolver o problema de observabilidade de redes: **o método combinatorial** (QUINTANA et alii (1982)) que resulta do conceito de grafos e vem a ser bastante complexo, além de usar subrotinas bastante diferentes daquelas utilizadas na estimação estática de estado; por outro lado, **o método da fatoração triangular** (MONTICELLI & WU (1985a) e NUCERA & GILLES (1991a)) é muito simples de implementar e utiliza de subrotinas já disponíveis no ambiente de estimação estática de estado.

Recentemente, BRETAS (1996a) propôs uma teoria para testar observabilidade de redes que é uma combinação dos conceitos de caminhos de fatoração e triangularização da matriz ganho G . Entretanto, na teoria proposta por Bretas aplica-se tão somente a observabilidade de redes com a estimação estática de estado na formulação de equações normais.

Neste trabalho, a teoria proposta por BRETAS (1996a), será estendida para observabilidade de redes em estimação estática de estado na formulação padrão incorporando restrições de igualdade.

No Capítulo 2 serão apresentadas as formulações de estimação estática de estado com restrições de igualdade, bem como algumas metodologias de análise de observabilidade.

Toda teoria de observabilidade para a formulação híbrida utilizando conceitos de caminhos de fatoração será considerada no Capítulo 3, assim como os algoritmos para observabilidade de redes que foram desenvolvidos a partir desta teoria.

No Capítulo 4 serão analisados os resultados obtidos em alguns dos vários testes nos sistemas de 5, 10, 14 e 121 barras que foram realizados, para comprovação da teoria apresentada.

No Capítulo 5 apresenta-se as conclusões obtidas a partir do desenvolvimento deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estimação estática de estado

Nos sistemas de potência atuais, altamente interligados, para se obter condições de operação seguras e adequadas, o centro de controle tem que conhecer a todo instante os estados do sistema, e é com este objetivo que os estimadores de estado têm sido utilizados.

Estimação de estado é o processo de se calcular, segundo um critério qualquer, os estados do sistema (GARCIA (1977)), baseando-se em medidas realizadas no próprio sistema elétrico de potência, isto é: medidas de fluxo de potência ativa e reativa, medidas de injeção de potência ativa e reativa, e medidas de magnitude das tensão das barras. O algoritmo de estimação de estado tem por objetivo determinar as magnitudes das tensões bem como os ângulos nas barras do sistema, a partir de um conjunto de medidas realizadas na parte observável do sistema.

A realização de uma medida em um sistema elétrico de potência envolve diversas etapas, desde a medição propriamente dita nas subestações, geralmente distantes dos centros de operação, até a recepção em sinal digital pelo referido centro de operação.

O número de equipamentos envolvidos em uma medição (transformadores de medição, transmissores, receptores, conversores A/D, etc.) é muito grande. Todos estes equipamentos estão sujeitos a erros. Além disso, algumas medidas podem ter sido tomadas em instantes diferentes ou locais sujeitos a perturbações temporárias, ou mesmo serem medidas errôneas por defeito no medidor.

Assim sendo, os estimadores obrigatoriamente devem estar equipados com meios de detectar e identificar estas medidas que poderão apresentar erros grosseiros.

Vamos então, fazer uma revisão dos modelos de Estimação de Estado.

2.1.1 Método de equações normais

Neste item, apresenta-se o problema de estimação estática de estado por mínimos quadrados ponderados (WLS - Weighted Least Squares) de uma forma geral, sem se fazer uso de características do sistema. Por hipótese, o modelo escolhido para representar o sistema é determinístico, isto é, admite-se que não existam erros nos parâmetros do modelo.

Com relação ao diagrama anterior, pode-se escrever as equações não-lineares para estimação de estado do sistema de potência:

$$\underline{z} = \underline{h}(\underline{x}) + \underline{w} \quad (2.1)$$

onde:

$\underline{z}$: vetor de medidas ($m \times 1$)

$\underline{h}(\cdot)$: vetor de funções não-lineares ($m \times 1$)

$\underline{x}$: vetor de variáveis de estado ($n \times 1$)

$\underline{w}$: vetor de erros de medidas ($m \times 1$)

m : número de medidas

n : número de estados a serem estimados

e sendo $m \geq n$.

A estimativa $\hat{\underline{x}}$ pode ser obtida determinando-se o valor de $\underline{x}$ que minimize o índice, dado por:

$$J(\underline{x}) = \underline{w}^T W \underline{w} \quad (2.2)$$

ou

$$J(\underline{x}) = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]^T W [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})] \quad (2.3)$$

onde W é uma matriz diagonal ponderação cujos elementos não nulos são os fatores pesos das medidas. Em sistemas de potência costuma utilizar-se a matriz covariância inversa das medidas realizadas, como matriz ponderação. Desta forma cada medida é ponderada conforme sua qualidade.

A minimização da expressão dada pela eq.(2.3) é obtida fazendo-se:

$$\frac{\partial J(\underline{x})}{\partial \underline{x}} = \underline{0} \quad (2.4)$$

e portanto, temos:

$$2H^T(\hat{\underline{x}})W[\underline{z} - \underline{h}(\hat{\underline{x}})] = \underline{0} \quad (2.5)$$

onde

$$H(\hat{\underline{x}}) = \left. \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{x}} \right|_{\hat{\underline{x}}} \quad (2.6)$$

A solução da eq.(2.5) fornece o estado estimado $\hat{\underline{x}}$. Em razão das não-linearidades de $\underline{h}(\underline{x})$, a solução direta da eq.(2.5) não é conveniente. Pode-se entretanto usar um método iterativo para se obter $\hat{\underline{x}}$. Linearizando-se $\underline{h}(\underline{x})$ tem-se:

$$\underline{h}(\underline{x}^{k+1}) \cong \underline{h}(\underline{x}^k) + H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k \quad (2.7)$$

Logo:

$$\underline{z} \cong \underline{h}(\underline{x}^k) + H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k + \underline{w} \quad (2.8)$$

ou

$$\underline{z} - \underline{h}(\underline{x}^k) \cong H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k + \underline{w} \quad (2.9)$$

Definindo $\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) = \underline{z} - \underline{h}(\underline{x}^k)$, a função objetivo passa a ser:

$$J(\underline{x}) = [\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) - H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k]^T W [\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) - H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k] \quad (2.10)$$

cujo mínimo se obtém de:

$$H^T(\underline{x}^k)W[\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) - H(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k] = \underline{0} \quad (2.11)$$

e assim

$$H^T(\underline{x}^k)WH(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k = H^T(\underline{x}^k)W\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) \quad (2.12)$$

Chamando a matriz ganho G , como $G(\underline{x}^k) = H^T(\underline{x}^k)WH(\underline{x}^k)$, tem-se:

$$G(\underline{x}^k)\Delta\underline{x}^k = H^T(\underline{x}^k)W\Delta\underline{z}(\underline{x}^k) \quad (2.13)$$

e

$$\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k + \Delta\underline{x}^k \quad (2.14)$$

Este procedimento é repetido até que se obtenha convergência do processo, recalculando-se H a cada iteração. Este processo descrito, fornece a solução exata do problema, através de soluções parciais de problemas linearizados.

2.1.1.1 Estimador de estado desacoplado

Algoritmos desacoplados rápidos para estimação estática de estado foram extensivamente testados e comparados. Muitas variações foram propostas, das quais aquele apresentado em GARCIA et alii (1979) e MONTICELLI & GARCIA (1989) é o mais vantajoso. Isto porque este algoritmo conseguiu resultados semelhantes ao fluxo de potência desacoplado rápido e se tornou um método padrão para estimação de estado em sistemas de potência.

Originalmente, o algoritmo desacoplado rápido foi implementado usando o método de Equações Normais sem restrição (NE). Neste caso, a eq.(2.1) pode ser escrita como:

$$\underline{z}_p = \underline{h}_p(\underline{x}) + \underline{w}_p \quad (2.15)$$

$$\underline{z}_q = \underline{h}_q(\underline{x}) + \underline{w}_q \quad (2.16)$$

onde $\underline{z}_p$ é um vetor ($m_p \times 1$) das medidas “ativas” (fluxos de potência ativa, injeções de potência ativa e ângulos de tensões), e $\underline{z}_q$ é um vetor ($m_q \times 1$) das medidas “reativas” (fluxos de potência reativa, injeções de potência reativa e magnitudes de tensões):

$$\begin{aligned} \underline{z}_p &= (\underline{T}, \underline{I}, \underline{\xi}) \\ \underline{z}_q &= (\underline{U}, \underline{K}, \underline{E}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Onde os componentes dos vetores são respectivamente:

$$T_i = P_{km} / V_k ; P_{km} = \text{fluxo de potência ativa da barra } k \text{ para } m$$

$$I_i = P_k / V_k ; P_k = \text{injeção de potência ativa na barra } k$$

$$\xi_i = \theta_k ; \theta_k = \text{ângulo de tensão na barra } k$$

$$U_i = Q_{km} / V_k ; Q_{km} = \text{fluxo de potência reativa da barra } k \text{ para } m$$

$$K_i = Q_k / V_k ; Q_k = \text{injeção de potência reativa na barra } k$$

$$E_i = V_k ; V_k = \text{magnitude de tensão na barra } k$$

O vetor de estado $\underline{x}$ é dado por:

$$\underline{x} = (\underline{\theta}, \underline{V}) \quad (2.18)$$

onde $\underline{V}$ é um vetor ($n \times 1$) cujos elementos são as magnitudes das tensões de barra, e $\underline{\theta}$ é um vetor ($n \times 1$) cujos elementos são os ângulos das tensões de barra, incluindo a referência angular.

A matriz Jacobiana é:

$$H_{PQ} = \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{x}} = \begin{bmatrix} H_{P\theta} & H_{PV} \\ H_{Q\theta} & H_{QV} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

onde $H_{P\theta} = \partial \underline{h}_P / \partial \underline{\theta}$; $H_{PV} = \partial \underline{h}_P / \partial \underline{V}$; $H_{Q\theta} = \partial \underline{h}_Q / \partial \underline{\theta}$; $H_{QV} = \partial \underline{h}_Q / \partial \underline{V}$.

Aplicando o princípio de desacoplamento à matriz H_{PQ} , obtêm-se a seguinte matriz ganho desacoplada:

$$G_{PQ} = \begin{bmatrix} G_\theta & 0 \\ 0 & G_V \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

onde

$$G_\theta = H_{P\theta}^T W_P H_{P\theta} \quad (2.21)$$

$$G_V = H_{QV}^T W_Q H_{QV} \quad (2.22)$$

sendo W_p e W_Q as matrizes ponderações dos erros das medidas $\underline{z}_p$ e $\underline{z}_Q$ respectivamente.

2.1.1.2 Estimador de estado linearizado (DC)

Assim como existe uma versão DC do Fluxo de Carga ($B\underline{\theta} = \underline{P}$), também existe uma versão DC para o Estimador de Estado, e que tem as mesmas características daquela versão do Fluxo de Carga.

Para formar a matriz Jacobiana $H_{p\theta}$ e a matriz ganho G_θ pode-se usar as mesmas aproximações usadas para se obter a matriz B do Fluxo de Carga DC:

- a) $\underline{V} = 1$ p.u. e $\underline{\theta} = 0$.
- b) Susceptâncias de Linha aproximadas por $1/X$, sendo X a reatância de Linha.

À matriz ganho resultante chama-se de G_θ^{DC} . O estimador de estado DC calcula os ângulos das tensões, resolvendo a equação:

$$G_\theta^{DC} \underline{\theta} = H_{p\theta}^T W_p \underline{z}_p \quad (2.23)$$

A grande vantagem da formulação NE é sua simplicidade. Ela produz uma matriz ganho livre de zeros na diagonal, que pode ser facilmente fatorada usando as tão conhecidas e rápidas técnicas de esparsidade. Infelizmente, como dito anteriormente este método apresenta dificuldades no manuseio de medidas com disparidades nos pesos a elas atribuídos, assim como com a presença de linhas curtas no modelo.

Desta maneira, algumas soluções surgiram no sentido de contornar estas dificuldades no processo de estimação de estado. Estas soluções passam agora a ser apresentadas.

2.1.2 Método de transformações ortogonais

Um método numericamente mais estável para resolver o problema de mínimos quadrados ponderados é o método de transformações ortogonais (STEWART (1973)). Para este método, a função objetivo linearizada do problema de WLS a cada iteração é dada por:

$$\begin{aligned}
 J(\underline{x}) &= [\Delta \underline{z} - H \Delta \underline{x}]^T W [\Delta \underline{z} - H \Delta \underline{x}] \\
 &= [\tilde{\Delta \underline{z}} - \tilde{H} \Delta \underline{x}]^T [\tilde{\Delta \underline{z}} - \tilde{H} \Delta \underline{x}] \\
 &= \left\| \tilde{\Delta \underline{z}} - \tilde{H} \Delta \underline{x} \right\|^2
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

onde $H = \frac{\partial h}{\partial \underline{x}}$, $\tilde{\Delta \underline{z}} = W^{1/2} \Delta \underline{z}$, $\tilde{H} = W^{1/2} H$ e $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana de um vetor.

Seja Q uma matriz ortogonal, ou seja, $Q^T Q = I$, tal que ao realizar-se uma transformação ortogonal em $\tilde{H}$, obtenha-se:

$$Q\tilde{H} = \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

onde R é uma matriz triangular superior. Então tem-se:

$$J(\Delta x) = \left\| \Delta \tilde{z} - \tilde{H} \Delta x \right\|^2 = \left\| Q\Delta \tilde{z} - Q\tilde{H} \Delta x \right\|^2 \quad (2.26)$$

e a solução do problema de WLS (eq.(2.24)) é dada por:

$$R\Delta x = Q_1 \Delta \tilde{z} \quad (2.27)$$

onde $Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix}$

O método de transformações ortogonais para resolver o problema de WLS é um método numericamente estável, mas ele tem algumas desvantagens com relação a esparsidade, conforme mencionado em MONTICELLI et alii (1985).

2.1.3 Método híbrido usando transformações ortogonais

Com o objetivo de manter *i)* a propriedade de robustez do método de transformações ortogonais e *ii)* a esparsidade do método de equações normais, foi proposto em MONTICELLI et alii (1985) um método híbrido usando transformações ortogonais. Este método resolve a mesma função objetivo apresentada na eq.(2.24) onde agora toma-se uma matriz ortogonal Q , de forma que se obtenha a matriz triangular superior R com elementos diagonais positivos, e onde a solução do problema WLS torna-se:

$$R^T R \Delta \underline{x} = H^T W \Delta \underline{z} \quad (2.28)$$

Este método (eq.(2.25) e eq.(2.28)) é equivalente ao método de transformações ortogonais (eq.(2.25) e eq.(2.27)), com a vantagem de que a matriz R (com elementos diagonais positivos) é a mesma que o fator triangular U obtido pela fatoração (de Gauss ou de Cholesky) da matriz G com a mesma ordenação. Esta propriedade permite o uso dos algoritmos de Gauss ou Cholesky para realizar retro-substituições (back substitutions) ou pós-substituições (forward substitutions) na eq.(2.28).

No método híbrido em transformações ortogonais, ao invés da fatoração padrão da matriz ganho, a matriz Jacobiana é fatorada por transformações ortogonais.

2.1.4 Equações normais com restrições de igualdade (NE/C)

Neste método, sugerido por ASCHMONEIT et alii (1977), as equações que relacionam as medidas e as variáveis de estado são como na eq.(2.1).

As restrições de igualdade das medidas de injeção zero são expressas pelo conjunto de equações não lineares:

$$\underline{c}(\underline{x}) = \underline{0} \quad (2.29)$$

onde $\underline{c}(\cdot)$ é o vetor ($r \times 1$) de funções não lineares.

O problema é determinar uma estimativa do vetor de estado que minimize $J(\underline{x}) = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]^T W [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]$ enquanto as restrições de igualdade $\underline{c}(\underline{x}) = \underline{0}$ são satisfeitas, ou seja:

$$\begin{aligned} \underset{\underline{x}}{\text{Min}} J(\underline{x}) &= [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]^T W [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})] \\ \text{s.a.} \\ \underline{c}(\underline{x}) &= \underline{0} \end{aligned} \quad (2.30)$$

O método dos multiplicadores de Lagrange resolve o problema de minimização restrito anterior definindo o Lagrangeano $L(\underline{x}, \underline{\lambda})$:

$$L(\underline{x}, \underline{\lambda}) = \frac{1}{2} [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]^T W [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})] + \underline{\lambda}^T \underline{c}(\underline{x}) \quad (2.31)$$

onde $\underline{\lambda}$ é o vetor ($r \times 1$) dos multiplicadores de Lagrange.

O estado estimado, é a solução da eq.(2.30), que precisa satisfazer as seguintes condições de ótimo:

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{x}} = 0 \Rightarrow -H^T(\underline{x})W[\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})] + C(\underline{x})\underline{\lambda} = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} = 0 \Rightarrow c(\underline{x}) = 0 \quad (2.33)$$

onde $H = \frac{\partial h}{\partial \underline{x}}$ e $C = \frac{\partial c}{\partial \underline{x}}$ são as matrizes Jacobianas respectivas.

As equações não lineares eq.(2.32) e eq.(2.33) podem ser resolvidas por um processo iterativo, em que a cada iteração a equação linearizada seguinte é resolvida:

$$\begin{bmatrix} H^T(\underline{x})WH(\underline{x}) & C^T(\underline{x}) \\ C(\underline{x}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x}^k \\ \underline{\lambda}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^T(\underline{x})W\Delta \underline{z} \\ -c(\underline{x}) \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

onde $\Delta \underline{z} = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]$ é o vetor resíduo e $\Delta \underline{x}^k = \underline{x}^k - \underline{x}^{k-1}$ na k-ésima iteração.

2.1.5 Método da matriz aumentada de Hachtel

O método de Hachtel pode ser derivado de várias maneiras; ele pode ser equacionado diretamente da eq.(2.34), ou pode ser derivado introduzindo-se uma restrição de igualdade adicional à formulação restrita

básica. Em ambos os casos, um vetor resíduo $\underline{r} = W^{1/2}[\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]$ precisa ser definido. Neste caso a equação linearizada equivalente à eq.(2.34) é dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & H^T(\underline{x}) & C^T(\underline{x}) \\ H(\underline{x}) & W^{-1} & 0 \\ C(\underline{x}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x}^k \\ \underline{\mu}^{k+1} \\ \underline{\lambda}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \underline{z} \\ -\underline{c}(\underline{x}) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

com $\Delta \underline{z} = [\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]$, $\Delta \underline{x}^k = \underline{x}^k - \underline{x}^{k-1}$ e $\underline{\mu}$ é um vetor dos multiplicadores de Lagrange.

Este método, como o próprio nome indica, apresenta uma matriz de dimensões consideravelmente maiores se comparada ao método NE/C. Apesar disto, quando comparado com o método NE e com o método NE/C, ele melhora a estabilidade da fatoração de maneira significativa se acompanhado por eficazes esquemas de pivoteamento parcial. A necessidade destes esquemas de pivoteamento é devido a possibilidade de se encontrar um pivô igual a zero no processo de fatoração tanto no método NE/C quanto no método de Hachtel, uma vez que a matriz Ganho para estes métodos não é definida positiva.

2.1.6 Método híbrido

No método de equações normais sem restrições (NE), todas as medidas são colocadas na forma quadrática para se obter a matriz ganho

(H^TWH) . Este fato normalmente se traduz na deterioração do processo de fatoração daquela matriz. No método com restrições de igualdade (NE/C), as medidas de injeções zero não são colocadas na forma quadrática para obter a correspondente matriz ganho. Na realidade elas mantêm sua própria linha na forma Jacobiana. Por outro lado, a formulação de Hachtel para solução de estimação estática de estado não coloca na forma quadrática qualquer medida, na forma explícita. Todas estas iniciativas são feitas com o propósito de evitar o mal condicionamento da matriz ganho.

Os métodos de NE/C e Hachtel, na realidade, separam as medidas que recebem pesos elevados, daquelas que recebem pesos menores em dois blocos separados de medidas.

No entanto, pode-se querer escolher quais medidas serão colocadas na forma quadrática e quais terão linhas do tipo Jacobiana na matriz ganho.

Assim, uma formulação geral proposta por NUCERA & GILLES (1991b), que pode ser particularizado ou para o método de Hachtel ou para o método NE/C, e que caracteriza o método híbrido é dada a seguir.

Seja o problema de minimização:

$$\underset{\underline{x}}{\text{Min}} J(\underline{x}) = \frac{1}{2} [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})]^T W_B [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})]$$

s.a.

$$\underline{c}(\underline{x}) = \underline{0} \tag{2.36}$$

e

$$\underline{r}_A = W_A^{1/2} [\underline{z}_A - \underline{h}_A(\underline{x})]$$

Note que a segunda restrição de igualdade não necessariamente contém todas as medidas. Na verdade, o vetor $\underline{r} = W^{1/2}[\underline{z} - \underline{h}(\underline{x})]$, como definido para o método de Hachtel, foi particionado em $\underline{r} = [\underline{r}_A \quad \underline{r}_B]^T$ em que $\underline{r}_A$ se relaciona com as medidas que terão linhas do tipo Jacobiana na matriz ganho e $\underline{r}_B$ corresponde ao conjunto de medidas que serão colocadas na forma quadrática.

Este método permite que sejam escolhidas as medidas que terão linhas do tipo Jacobiana na matriz ganho (estas medidas serão pertencentes a um subconjunto que chamaremos de A), e as medidas que serão colocadas na forma quadrática na referida matriz (estas medidas pertencerão ao subconjunto B). Temos ainda um subconjunto C que contém todas as medidas que determinam a restrição $\underline{c}(\underline{x}) = \underline{0}$.

Aplicando os multiplicadores de Lagrange para este problema, resolve-se o seguinte conjunto de equações algébricas de maneira iterativa:

$$\begin{bmatrix} H_B^T W_B H_B & H_A^T W_A^{1/2} & C^T \\ W_A^{1/2} H_A & I & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x}^k \\ \underline{\mu}^{k+1} \\ \underline{\lambda}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_B^T W_B \Delta \underline{z}_B \\ \Delta \underline{z}_A \\ -\underline{c}(\underline{x}^k) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

onde na k-ésima iteração $\Delta \underline{z}_j = W_j^{1/2}[\underline{z}_j - \underline{h}_j(\underline{x}^k)]$ e $\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k + \Delta \underline{x}^k$.

Não é feita qualquer limitação referente aqueles subconjuntos A, B ou C em que as medidas devem ser alocadas. Entretanto, no sentido de um compromisso entre velocidade e estabilidade numérica, como indicado em NUCERA & GILLES (1991b), todas as medidas de fluxo devem ser alocadas

no subconjunto quadrático (B); as medidas de injeção no subconjunto de medidas A; e como consequência, as medidas de injeção zero devem estar no subconjunto de medidas C.

2.2 Análise de observabilidade

No processo de Estimação de Estado, uma questão fundamental sobre o conjunto de medidas do sistema é se elas permitem ou não o cálculo das magnitudes e dos ângulos da tensão nas barras do sistema inteiro. Se estes cálculos são possíveis, o sistema é observável com respeito ao conjunto de medidas disponível.

Para resolver os problemas relacionados à análise de observabilidade de redes existem dois métodos principais: o método combinatorial e o método da fatoração triangular.

2.2.1 Metodologia combinatorial

A questão da observabilidade de redes está relacionada ao posto da matriz Jacobiana H . Entretanto, o cálculo do posto consome muito tempo, dependendo da matriz em consideração. Além disso, após o seu cálculo, se o mesmo não for pleno, nenhuma informação sobre observabilidade seria obtida. Estas informações estão relacionadas com a topologia da rede, motivando assim um algoritmo com bases topológicas.

Em KRUMPHOLTZ et alii (1980) é proposto um algoritmo de observabilidade que é puramente combinatorial e que usa apenas a topologia da rede. Um resultado apresentado afirma que um sistema de potência é topologicamente observável, com respeito a um conjunto de medidas, se e somente se existir associado a este sistema uma árvore representativa de posto pleno.

Árvore é qualquer coleção conectada, livre de laços. Árvore representativa é uma árvore que incide em todas as barras da rede, e uma árvore é de posto pleno se for possível atribuir uma medida distinta para cada ramo desta árvore. Assim, a observabilidade requer a existência de uma árvore representativa de posto pleno. Portanto, é necessário um procedimento que identifique tal árvore, quando ela existir. Tal procedimento será detalhado no algoritmo apresentado a seguir.

Na tentativa de construir uma árvore representativa de posto pleno, começa-se com a coleção F de medidas de fluxo nos ramos. A porção da rede constituída pelos ramos que contém essas medidas de fluxos, juntamente com os nós conectados por elas, recebe o nome de árvore. O conjunto de todas as árvores desconectadas recebe o nome de floresta. Para verificar a observabilidade é necessário aumentar F para uma árvore representativa de posto pleno adicionando-se a F novos ramos, e para cada ramo adicionado deve-se designar uma medida ainda não relacionada. O aumento de F é feito então na tentativa de se construir uma árvore contendo todas as barras da rede que não tenham medida de injeção, indicando

assim que a rede é observável. Quando não é possível construir tal árvore, a rede é não observável.

Algoritmo

O algoritmo , proposto para análise de observabilidade, é composto de duas partes, sendo que na primeira parte se processam as medidas de fluxo em ramos, e na segunda parte se processam as medidas de injeções que são incidentes a ramos com medida de fluxo e àqueles sem medida de fluxo concomitantemente (são as chamadas injeções limitadas).

Na primeira parte se constrói uma floresta F de ramos onde existem medidas de fluxo. Todos os ramos que formem laços com ramos da floresta F são identificados e eliminados porque eles não contribuem para o aumento da floresta. As medidas de injeção incidentes somente a ramos com medidas de fluxo também são eliminadas. Assim é formada a floresta F de ramos e todas as injeções limitadas são identificadas.

A segunda parte do algoritmo é uma seqüência de passos, cada qual envolvendo o processamento de uma injeção limitada. A segunda parte é iterativa e prossegue até construir-se uma árvore representativa de posto pleno ou até que todas as medidas de injeção limitada tenham sido consideradas.

Este algoritmo, como visto, adiciona um ramo de cada vez para aumentar F ; conseqüentemente o número de operações de máquina necessário para a sua execução está relacionado ao número de barras e de

ramos da rede. Logo, para redes de dimensões elevadas esse tempo é muito alto, o que torna o método inviável.

2.2.2 Análise de observabilidade baseada na redução simbólica da matriz Jacobiana.

A análise de observabilidade é uma busca por porções observáveis de um sistema de potência para as quais uma estimação de estados possa ser realizada, podendo muitas vezes referir-se a todo o sistema (sistemas observáveis). Às porções observáveis do sistema de potência dá-se o nome de ilhas observáveis. SLUTSKER & SCUDDER (1987) apresentam um método para análise de observabilidade que é baseado na redução simbólica da matriz Jacobiana transposta, sem a necessidade de cálculos, sem natureza combinatorial e que determina todas as ilhas observáveis de um sistema. A seguir uma descrição sucinta deste método é apresentada:

Descrição do método

A técnica identifica grupos observáveis através da redução simbólica da matriz Jacobiana transposta H^T , relacionada às medidas. Assim, cada coluna da matriz H^T corresponde a uma equação de medida e as linhas correspondem às variáveis relacionadas por estas equações. A redução da matriz H^T é realizada, passo a passo, através da eliminação de grupos observáveis. Os passos desta redução são caracterizados por:

1 - Identificação de equações redundantes e eliminação das mesmas.

2 - Identificação das Ilhas observáveis e agrupamento destas com as ilhas observáveis já identificadas.

O método consiste de 3 passos principais. No primeiro passo, a matriz Jacobiana simbólica é construída (simbólica, porque para esta técnica o que interessa é a posição dos elementos não zero em H^T , e não o valor real de cada elemento). As equações de medidas de fluxo são eliminadas no passo dois. A eliminação de uma equação de medida de fluxo é feita eliminando-se a coluna de H^T , correspondente àquela equação, e eliminando-se ainda uma linha correspondente a variável eliminada, com a exceção da variável de referência (variável de referência é aquela que mais vezes aparece no conjunto das medidas). Após o processamento do passo dois, a nova matriz H^T apresenta um conjunto de equações de injeções linearmente independentes, e a dimensão da matriz como um todo, diminuirá bastante. Normalmente, o número de barras restantes fica em torno de 15 a 20 % do número original de barras. No terceiro passo, a redução de H^T continua através da eliminação das medidas de injeção. Todas as medidas de injeção que relacionam apenas duas variáveis são eliminadas primeiro, exatamente da mesma maneira que são eliminadas as equações de medidas de fluxo no processo anterior. Quando todas as injeções que relacionam somente duas variáveis já tiverem sido

processadas, começa-se a busca por um subsistema solúvel com mais de uma equação (um subsistema solúvel é definido como um conjunto de K equações linearmente independentes, que relacionam $K+1$ variáveis), pois toda ilha observável tem associado a ela pelo menos um subsistema solúvel. A eliminação de uma ilha observável é realizada seqüencialmente detectando e eliminando os seus subsistemas solúveis. A eliminação de um subsistema solúvel é feita eliminando-se as linhas e colunas de H^T correspondentes às variáveis e às equações de medidas deste subsistema, respectivamente. No final do processamento, a matriz H^T constitui-se somente das barras cujas variáveis não se relacionam, uma vez que todos os subsistemas solúveis já foram identificados e eliminados. Logo, nenhuma das barras remanescentes pode ser agrupada às ilhas já identificadas. Assim, não é mais possível reduzir H^T . A dimensão dos grupos observáveis é caracterizada pela valência da barra de referência. De início a valência de todas as barras de H^T são iguais a 1. Em cada passo de redução, a valência da barra de referência de um grupo observável é somada à valência da barra que está sendo eliminada. As barras que são eliminadas ficam com valência zero. Terminado o processamento, as barras com valência diferente de zero identificam as ilhas observáveis. A seguir apresenta-se um algoritmo que realiza este processo:

passo 1 - Construir a matriz H^T simbólica, para a rede a ser analisada.

passo 2 - Reduzir H^T utilizando as equações de fluxo, identificando e eliminando as equações redundantes.

passo 3 - Reduzir H^T utilizando equações de injeção com duas variáveis.

passo 4 - Escolher a barra com maior valência encontrada (primeiro critério) ou a que está presente em mais equações (segundo critério), para ser a barra de referência. Se todas as barras já foram processadas, siga para o passo 11.

passo 5 - Identifique as primeiras barras, vizinhas da barra de referência (as primeiras barras vizinhas são as barras que possuem no mínimo uma equação em comum com a barra de referência).

passo 6 - Escolha a barra inicial para começar o processo de busca de subsistemas solúveis.

passo 7 - Realizar a busca de um sistema solúvel.

passo 8 - Se um sistema solúvel não é encontrado, siga para o próximo passo. Caso contrário reduzir H^T eliminando este sistema. Incrementar a valência da barra de referência. Agrupar aos grupos observáveis, já detectados, o novo grupo observável.

passo 9 - Se todas as primeiras barras vizinhas já tiverem sido analisadas, siga para o próximo passo, caso contrário volte ao passo 6.

passo 10 - Se todas as barras remanescentes já tiverem sido tratadas como barra de referência, siga para o próximo passo. Caso contrário, marque a barra de referência como processada e volte ao passo 4.

passo 11 - Marque as ilhas identificadas como observáveis se tiverem pelo menos uma medida de voltagem. Fim da análise.

2.2.3 Metodologia baseada na fatoração triangular da matriz ganho

Em MONTICELLI & WU (1985a) é apresentada uma teoria com base na Fatoração triangular da matriz ganho G , utilizando o modelo linearizado de estimador de estado. Esse algoritmo é caracterizado por usar um conceito extremamente simples, utilizando subrotinas já disponíveis nos programas de estimadores de estado, bem como por ser de fácil implementação. O algoritmo desenvolvido: testa a observabilidade da rede, e encontra ilhas observáveis quando a rede não é observável como um todo.

A análise da observabilidade é realizada durante a fatoração triangular da matriz ganho G , que é dada pela seguinte equação:

$$G = H^T W H \quad (2.38)$$

Se apenas o último elemento da diagonal principal da matriz G triangularizada for igual a zero, então o sistema é observável como um todo. Quando isso acontece, apenas uma triangularização da matriz G é necessária. Por outro lado, quando mais de um elemento da diagonal principal da matriz G triangularizada é igual a zero, o sistema associado a essa matriz é não observável. Nesta situação, para a identificação das ilhas observáveis, normalmente uma solução do estimador de estado linearizado é necessária, onde a fatoração triangular da matriz G já foi realizada no teste de observabilidade.

Os passos do algoritmo proposto por MONTICELLI & WU (1985b) são mostrados a seguir:

passo 1 - Inicializar o conjunto de medidas de interesse, como constando de todas as medidas disponíveis.

passo 2 - Atualizar a rede de energia de interesse, removendo todos os ramos que não tenham medida de fluxo, nem mesmo medida de injeção em algum dos seus nós terminais.

passo 3 - Formar a matriz ganho G .

passo 4 - Efetuar a fatoração triangular de G , introduzindo pseudo-medidas sempre que um pivô zero é encontrado. Se apenas um pivô zero ocorrer, necessariamente no fim, pare. Senão

passo 5 - Resolver as equações do estimador DC:
 $G_{\theta}^{DC} \underline{\theta} = H_{P\theta}^T W_P \underline{z}_P$, para $\underline{\theta}$, considerando todos os valores das medidas iguais a zero, exceto para as pseudo-medidas, que assumem os valores:

$\underline{\theta}_i = 0, 1, 2, 3, \dots$ e assim por diante.

passo 6 - Estimar o valor do fluxo dos ramos $P_{km} = X_{km}^{-1}(\underline{\theta}_k - \underline{\theta}_m)$, sendo $\underline{\theta}_k$ e $\underline{\theta}_m$ os componentes k -ésimo e m -ésimo de $\underline{\theta}$, para todos os ramos k - m dentro da rede de potência obtida no passo 2. Se não houver fluxo de potência do tipo $P_{km} \neq 0$, pare. Senão

passo 7 - Atualizar a rede de potência de interesse, removendo todos os ramos k - m em que $P_{km} \neq 0$, ou seja, ramos não observáveis.

passo 8 - Atualizar o conjunto de medidas de interesse, removendo as medidas de injeção de potência das barras adjacentes a pelo menos um dos ramos removidos no passo 7.

passo 9 - Retornar ao passo 2.

2.2.4 Metodologia baseada na fatoração triangular da matriz ganho e conceitos contidos em caminhos de grafo

Em BRETAS (1996b) uma teoria para analisar a observabilidade de uma rede, baseada na fatoração triangular da matriz ganho G e em conceitos contidos nos caminhos de grafo, é desenvolvida. Essa teoria faz uso de subrotinas já disponíveis nos centros de operação, é simples de entender, fácil de implementar. O algoritmo resultante desta teoria não requer solução de qualquer sistema de equações algébricas.

Antes da apresentação da teoria proposta, é necessário enunciar algumas propriedades dos vetores esparsos e de caminhos de fatoração.

2.2.4.1 Algumas propriedades dos vetores esparsos e de caminhos de fatoração

Seja o sistema de equações lineares dado:

$$A\underline{x} = \underline{b} \tag{2.39}$$

onde:

A : uma matriz não singular;

$\underline{x}$: o vetor de estados a calcular;

$\underline{b}$: o vetor independente;

O que normalmente se deseja é a atualização do vetor de estado, quando alguns b_i 's do vetor independente mudam, com o mínimo de operações necessárias. Em TINNEY et alii (1985) é apresentada uma solução para este problema através dos caminhos de fatoração para vetores esparsos. Os caminhos de fatoração estão presentes fisicamente nos caminhos de grafo e todas suas informações estão contidas na fatoração triangular da matriz A .

Teorema 2.1

Suponha uma rede de energia e, associada a ela, um conjunto de medidas tais que os n seguintes conjuntos de equações possam ser escritos:

$$A_1 \underline{x}_1 = \underline{b}_1, A_2 \underline{x}_2 = \underline{b}_2, \dots, A_n \underline{x}_n = \underline{b}_n$$

com o vetor de estado, $\underline{x}' = [\underline{x}'_1, \underline{x}'_2, \dots, \underline{x}'_n]$, o vetor independente

$\underline{b}' = [\underline{b}'_1, \underline{b}'_2, \dots, \underline{b}'_n]$, e a matriz A dada por:

Figura 2.1 : - Matriz A

onde cada submatriz A_i é não singular.

Então, a rede terá n caminhos de grafo, cada um associado a um subconjunto de equações e definido de forma única. Cada caminho de grafo será desconectado um do outro, visto que o subgrupo de variáveis a eles relacionados são subgrupos desacoplados.

Teorema 2.2

O caminho de fatoração associado com o vetor independente $\underline{b}$ de $G\underline{x} = \underline{b}$, resulta em um caminho de grafo conectado quando na fatoração triangular da matriz ganho, somente o último elemento da diagonal principal é zero.

A triangularização de G reduz esta matriz à forma mostrada na fig.(2.2) quando nenhum ângulo de fase da rede é definido como referência.

Figura 2.2 :- Matriz G triangularizada

A área sombreada corresponde a possíveis elementos não zero. A submatriz sem a última linha e a última coluna é não singular, existindo assim apenas um caminho de grafo associado a ela. Pelo menos um dos elementos da última coluna de G precisa fazer conexão com o grafo daquela submatriz anterior, caso contrário a variável correspondente àquela coluna seria uma variável isolada do sistema; como consequência a coluna associada com a mesma variável, mas em H , não será uma combinação linear das colunas anteriores. Consequentemente, o caminho de grafo associado àquela matriz tem que ser um único caminho de grafo conectado.

Teorema 2.3

No processo de triangularização da matriz ganho G se um pivô zero é encontrado, então os nós remanescentes irão fazer parte de outro caminho de grafo não apresentando conexão alguma com os grafos anteriores.

Em MONTICELLI & WU (1985a) mostra-se que na triangularização da matriz G quando um pivô zero é encontrado, a correspondente coluna e linha serão compostas de zeros, como mostrado a seguir na fig.(2.3):

Figura 2.3 :- Matriz G com um pivô zero

Neste caso, apenas um caminho de grafo é associado à submatriz já triangularizada (Teorema 2.2), e como os elementos restantes desta linha são iguais a zero, não conectam este nó a nenhum nó subsequente. Desta maneira, o caminho de grafo será desconectado dos subsequentes.

Deste Teorema pode-se afirmar que a fatoração da matriz G irá resultar em tantos caminhos de grafos quantos forem os pivôs zeros encontrados durante o processo.

Teorema 2.4

Se para o sistema de equações do Teorema 2.1, com A substituído pela matriz ganho G , uma equação de medida relacionando nós do mesmo caminho de grafo é adicionada, a fatoração triangular da matriz ganho irá mudar, mas não irá alterar o número de caminhos de grafo que irão

continuar desconectados como eles eram originalmente. Isto porque as medidas não irão criar novos caminhos entre os caminhos de grafo existentes, desde que aquelas medidas não relacionam nenhuma de suas variáveis (isto se refere tanto à medida de injeção como à medida de fluxo).

Teorema 2.5

Se para o sistema de equações do teorema 2.1, com A substituído pela matriz ganho G , uma nova medida relacionando nós de diferentes caminhos de grafos é adicionada, duas situações podem ocorrer:

a) A nova medida relaciona apenas duas variáveis (medida de fluxo de potência ou equivalente), então esses dois caminhos de grafo originais, que possuem duas de suas variáveis relacionadas através dessa medida, serão unidos em um único caminho de grafo.

b) A nova medida relaciona mais de duas variáveis (medida de injeção), e:

b.1) As variáveis pertencem somente a dois grafos distintos, então os dois caminhos de grafos originais se transformam em um único caminho de grafo.

b.2) As variáveis mencionadas acima pertencem a mais de dois caminhos de grafo distintos, então o número de caminhos de grafo isolados que possuam variáveis relacionadas através dessa medida será diminuído de um.

2.2.4.2 Observabilidade de redes com caminhos de fatoração

Se na fatoração triangular da matriz ganho G existir somente um caminho de grafo associado, o sistema é observável. Por outro lado, se na fatoração triangular existir mais de um caminho de grafo, e:

1 - Não existem medidas de injeção relacionando nós de diferentes caminhos de grafo (mais de dois), então o sistema não é observável como um todo e toda subrede associada com aqueles diferentes caminhos de grafo irão constituir em ilhas observáveis da rede.

2 - Existem medidas de injeção relacionando nós de diferentes caminhos de grafo, então o sistema não é observável como um todo e não é possível assegurar que as redes associadas com os caminhos de grafo isolados sejam observáveis. Para torná-las ilhas observáveis, importa identificar e eliminar as medidas de injeção que conectam esses subgrafos. Depois, refatorar a nova matriz ganho e, se não existirem mais tais medidas, os caminhos de grafo relacionados com a nova matriz refatorada são ilhas observáveis da rede.

2.2.4.3 Medidas irrelevantes e ramos não observáveis

Suponha um estado $\underline{\theta}$ não observável, obtido de $H\underline{\theta} = 0$, arranjando $\underline{\theta}$ de modo que os componentes associados com subconjuntos observáveis isolados sejam agrupados entre si.

Suponha que sejam três grupos de valores: $\underline{\theta}_\alpha$, $\underline{\theta}_\beta$ e $\underline{\theta}_\gamma$, isto é :

$\underline{\theta} = (\underline{\theta}_\alpha, \underline{\theta}_\beta, \underline{\theta}_\gamma)$, sendo a subrede $\underline{\theta}_\alpha$ formada pelos seus próprios nós e pelos ramos que os conectam. O mesmo acontecendo para as subredes $\underline{\theta}_\beta$ e $\underline{\theta}_\gamma$.

Agrupando agora as medidas associadas com os três grupos, de uma maneira isolada, e colocando também as medidas (injeção) que conectam nós pertencentes a diferentes subredes, resultaria o sistema de equações dado pela fig.(2.4) a seguir:

$$\begin{bmatrix} H_\alpha & & \\ & H_\beta & \\ & & H_\gamma \\ H_{\alpha\beta\gamma} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\theta}_\alpha \\ \underline{\theta}_\beta \\ \underline{\theta}_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \end{bmatrix}$$

Figura 2.4 :- Sistema de equações representando as três subredes

Os subgrupos $\underline{\theta}_\alpha$, $\underline{\theta}_\beta$ e $\underline{\theta}_\gamma$ são encontrados sem precisar resolver $G\underline{\theta} = 0$, pois os nós dos subgrupos serão constituídos pelos nós

pertencentes aos três caminhos de grafos distintos, encontrados na forma triangularizada da matriz G .

O conjunto de medidas, correspondente a $H_{\alpha\beta\lambda}$, é constituído por medidas (injeções) que relacionem variáveis de diferentes caminhos de grafos (Teorema 2.5). Os ramos não observáveis serão aqueles que não participam de nenhum caminho de grafo existente. Desta forma, aquelas medidas são irrelevantes no sentido de encontrar possíveis subredes observáveis. No entanto, o principal objetivo em vista é transformar a rede em uma rede observável como um todo.

2.2.4.4 Adição de medidas usando caminhos de fatoração

Quando se analisa observabilidade de redes, podemos encontrar apenas um caminho de grafo associado a uma determinada rede. Esta situação é a desejada, pois indica que a rede em análise é observável como um todo. Mais é possível acontecer que se obtenha uma rede com vários caminhos de grafos associados a ela. Quando isto acontecer e não existirem medidas de injeção, relacionando nós de subredes associadas a caminhos de grafos diferentes, tais subredes são observáveis isoladamente e, quando tais medidas existirem, essas subredes são apenas candidatas a subredes observáveis.

Entretanto, o que se pretende neste caso, é determinar um conjunto mínimo de medidas, a ser adicionado ao conjunto de medidas já existentes, para tornar a rede observável como um todo. A solução para isso é a adição

de medidas de fluxo ou injeção, que relacione nós de todos os caminhos de grafos, ligando-os entre si e transformando assim esses caminhos de grafos, interligados, em um único caminho de grafo, tornando a rede observável como um todo. Estas medidas adicionais apenas forçaram as subredes a terem o mesmo ângulo de fase como referência, não contaminando o estimador de estado em si. É bom destacar que esta teoria torna toda a rede observável sem a necessidade de qualquer refatoração de matriz, não sendo necessário também, conhecer as possíveis subredes observáveis.

A seguir, apresenta-se o algoritmo desenvolvido por BRETAS (1996c), baseado na teoria desenvolvida pelo próprio autor.

Algoritmo

As subredes observáveis do sistema serão resultantes da interseção das subredes correspondentes aos modelos $P\theta$ e QV .

Os passos do algoritmo são os seguintes:

passo 1 - Com o grupo de medidas disponíveis montar a matriz H .

passo 2 - Montar a matriz ganho G_{θ}^{DC} .

passo 3 - Realizar a fatoração triangular da matriz ganho G_{θ}^{DC} .

passo 4 - Encontrar os caminhos de fatoração, associados à matriz triangularizada. Em caso de obter-se apenas um único caminho de grafo, a rede é observável; então pare. Caso contrário continue.

passo 5 - Se, associado com a fatoração, existir mais de um caminho de grafo, a rede como um todo é não observável.

É apresentado agora um esquema para encontrar possíveis subredes observáveis, quando a rede não é observável como um todo.

Esquema para identificação de subredes observáveis

passo 1 - Encontrando-se mais de um caminho de grafo, associado com a triangularização de G , temos duas situações:

a) Não existindo medidas (injeção) relacionando nós de diferentes caminhos de grafo, as subredes associadas a cada caminho de grafo já constituirão subredes observáveis; então pare. Senão continue.

b) Existindo medida (injeção) relacionando nós de diferentes caminhos de grafo, nada pode ser dito sobre a observabilidade das subredes associadas com esses caminhos de grafo.

passo 2 - Identifique tais medidas do passo 1b e descarte-as do conjunto original de medidas, já que são irrelevantes considerando estimação de estado.

passo 3 - Atualizar a fatoração triangular.

passo 4 - Retornar ao passo 1.

Este algoritmo pode tornar-se iterativo, caso ocorra a situação b do passo 1. A razão disto é que, quando as medidas irrelevantes são identificadas e descartadas, outras medidas irrelevantes podem aparecer.

3 OBSERVABILIDADE UTILIZANDO CAMINHOS DE GRAFO PARA O CASO DA FORMULAÇÃO NE/C

Como visto nos capítulos anteriores, uma atenção especial tem sido dada aos métodos de estimação estática de estado, principalmente na tentativa de se contornarem os problemas numéricos que podem ocorrer quando este está na formulação NE.

Antes porém de se realizar a estimação dos estados do sistema de potência, é preciso ter conhecimento se o conjunto de medidas disponível permite que todos os estados da rede sejam estimados, ou seja, é necessário que seja feita uma análise de observabilidade da rede.

Esta análise de observabilidade precisa ser adaptada à cada formulação do estimador de estado.

Neste sentido, neste capítulo será apresentada uma extensão da teoria desenvolvida em BRETAS (1996a), bem como as adaptações necessárias para aplicá-la a formulação Híbrida discutida no item (2.1.5). Será também apresentado neste capítulo, o algoritmo para análise de observabilidade de redes desenvolvido a partir desta teoria.

3.1 Teoria de observabilidade para a formulação híbrida usando conceitos de caminhos de fatoraço

Conforme apresentado no item (2.1.5), a formulação proposta por NUCERA & GILLES (1991b) que caracteriza o método Híbrido, é dada por:

$$\begin{aligned} \underset{\underline{x}}{\text{Min}} J(\underline{x}) &= \frac{1}{2} [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})]^T W_B [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})] \\ \text{s.a. } \underline{c}(\underline{x}) &= \underline{0} \\ \text{e } \underline{r}_A &= W_A^{1/2} [\underline{z}_A - \underline{h}_A(\underline{x})] \end{aligned} \quad (3.1)$$

Onde o subconjunto A é formado pelas medidas de injeção (pseudo-medidas); o subconjunto B é formado por todas as medidas de fluxo de potência e o subconjunto C será formado pelas medidas de injeção virtuais.

Tratando ambas as restrições pelo método dos Multiplicadores de Lagrange, o Lagrangeano pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} L(\underline{x}, \underline{r}, \underline{\lambda}, \underline{\mu}) &= \frac{1}{2} [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})]^T W_B [\underline{z}_B - \underline{h}_B(\underline{x})] + \frac{1}{2} \underline{r}_A^T \underline{r}_A - \underline{\lambda}^T \underline{c}(\underline{x}) - \\ &- \underline{\mu}^T \{ \underline{r}_A - W_A^{1/2} [\underline{z}_A - \underline{h}_A(\underline{x})] \} \end{aligned} \quad (3.2)$$

A estimativa de $\underline{x}$ é a solução de (3.2) e deve satisfazer às seguintes condições de ótimo:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \underline{x}} = 0 &= -H_B^T(\hat{\underline{x}})W_B \left[\underline{z}_B - \underline{h}_B(\hat{\underline{x}}) \right] - C^T \underline{\lambda} - H_A^T(\hat{\underline{x}})W_A^{1/2} \underline{\mu} \\
 \frac{\partial L}{\partial \underline{r}_A} = 0 &= \underline{r}_A - \underline{\mu} \\
 \frac{\partial L}{\partial \underline{\lambda}} = 0 &= \underline{c}(\hat{\underline{x}}) \\
 \frac{\partial L}{\partial \underline{\mu}} = 0 &= \underline{r}_A - W_A^{1/2} \left[\underline{z}_A - \underline{h}_A(\hat{\underline{x}}) \right]
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

As equações acima podem ser resolvidas iterativamente usando o método de Newton-Gauss. Definindo as funções linearizadas:

$$\begin{aligned}
 \underline{h}(\underline{x}^{k+1}) &= \underline{h}(\underline{x}^k) + H(\underline{x}^k)\Delta \underline{x}^k \\
 \underline{c}(\underline{x}^{k+1}) &= \underline{c}(\underline{x}^k) + C(\underline{x}^k)\Delta \underline{x}^k
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

e combinando as eq.(3.3) e eq.(3.4), chegamos ao seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} H_B^T W_B H_B & H_A^T W_A^{1/2} & C^T \\ W_A^{1/2} H_A & I & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \underline{x}^k \\ \underline{\mu}^{k+1} \\ \underline{\lambda}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_B^T W_B \Delta \underline{z}_B \\ \Delta \underline{z}_A \\ -\underline{c}(\underline{x}^k) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

onde na k-ésima iteração $\Delta \underline{z}_j = W_j^{1/2} [\underline{z}_j - \underline{h}_j(\underline{x}^k)]$ e $\underline{x}^{k+1} = \underline{x}^k + \Delta \underline{x}^k$.

Assim sendo, a matriz ganho G para o estimador de estados na formulação Híbrida proposta, é dada por:

$$G = \begin{bmatrix} H_B^T W_B H_B & H_A^T W_A^{1/2} & C^T \\ W_A^{1/2} H_A & I & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Para o método NE, os diferentes tipos de medidas são diferenciados através do uso de fatores pesos distintos e adequados.

Existem três tipos de medidas:

- a) medidas analógicas: são dados de fluxo, injeção, tensão de barra, etc. e que são medidos “on-line”;
- b) pseudo-medidas: são dados manufaturados, baseados em dados históricos;
- c) medidas virtuais: são a espécie de informação que não requerem medição, por exemplo, injeções zero em uma estação de chaveamento;

Foi observado que a atribuição de grandes fatores peso (medidas mais confiáveis) para as medidas virtuais e de pequenos fatores peso (medidas menos confiáveis) para as pseudo-medidas, podem causar mal condicionamento ao sistema.

Quando o sistema é mal condicionado, isto irá se manifestar na forma de baixa velocidade de convergência, ou até mesmo na falha de convergência do processo iterativo de estimação de estado.

Outras fontes de mal condicionamento foram identificadas, sendo que uma delas é a existência de um grande número de medidas de injeção no

sistema, e a outra é a existência de conexão entre uma Linha de Transmissão (L.T.) longa com uma L.T. curta.

Para contornar o problema do mal condicionamento do sistema, é que surgiram os métodos apresentados no Capítulo 2, e é por esta razão que as medidas estão separadas nos subconjuntos A, B e C na formulação Híbrida.

Suponha-se que seja realizada a análise de observabilidade (para a formulação Híbrida proposta) de um sistema de potência onde se tenha apenas medidas pertencentes ao subconjunto B. Isto resulta em uma matriz ganho G que é dada por:

$$G = H_B^T W_B H_B \quad (3.7)$$

que está na forma quadrática, ou seja, na mesma forma da matriz ganho para a formulação NE.

Assim, se a teoria de observabilidade desenvolvida em BRETAS (1996a) for aplicada à esta matriz, e associado à fatoração triangular de G :

1 - Existir um único caminho de grafo, então o sistema será observável como um todo. Se agora for adicionada ao sistema mencionado acima uma medida pertencente ao subconjunto A (a análise é semelhante para a adição de medida pertencente ao subconjunto C), então o sistema continuará observável e a equação associada àquela medida que foi adicionada, será usada

para a determinação do multiplicador de Lagrange associado ao processo de solução.

Fazendo uma generalização, temos:

Teorema 3.1 : *Se no processo de fatoração triangular do subconjunto associado às equações na forma quadrática $(H_B^T W_B H_B)$ apenas um caminho de grafo existir, então o conjunto híbrido de equações como um todo também será observável.*

Prova: Suponha que o subconjunto de equações na forma quadrática do método de estimação de estado em uma formulação híbrida é observável, então qualquer equação de restrição incluída no conjunto de medidas existente também será observável. A razão para isto é que toda informação que cada uma das equações, incluídas, contém, será usada para a determinação dos multiplicadores de Lagrange associados ao processo de solução.

2 - Existir mais que um caminho de grafo, o sistema não é observável como um todo. Então, se uma medida pertencente ao subconjunto A (ou C) for acrescentada ao sistema, ainda assim o mesmo continuará não observável, ou seja, o acréscimo da equação não ajudará no processo de tornar o sistema observável, uma vez que a equação será usada para a determinação do

multiplicador de Lagrange que é trazido com ela. Tem-se assim:

Teorema 3.2 : *Se, o subconjunto na forma quadrática é não observável então a adição de restrições de igualdade, na formulação híbrida, não irá ajudar a tornar o método híbrido observável, ou seja, a rede como um todo continuará não observável.*

Prova: Uma vez que o subconjunto quadrático associado é não observável, para torná-lo observável seria necessário adicionar equações muito adequadas (ver BRETAS (1996a)). No método híbrido no entanto toda nova equação de restrição traz com ela uma nova variável (o multiplicador de Lagrange), que precisa ser determinada. Então estas novas equações não irão ajudar no processo de tornar a rede observável como um todo.

Se para o caso 2, associado ao sistema existirem ilhas observáveis e a medida que foi acrescentada relaciona variáveis de uma única ilha observável, então as ilhas continuarão a serem observáveis e a equação da medida será incorporada ao processo de solução, por aquela ilha cujas variáveis são relacionadas pela equação. Se por outro lado, a medida relaciona variáveis de mais que uma ilha observável, as ilhas que já são observáveis continuarão sendo observáveis, e a medida não poderá ser usada no processo de unir as ilhas observáveis em uma ilha observável maior, e por isso ela será uma medida descartável para o processo de

estimação de estado. Então, segue:

Teorema 3.3 : *No processo de se adicionar equações de restrições de igualdade ao problema de estimação de estado, se o subconjunto quadrático associado apresenta ilhas observáveis, então duas situações podem ocorrer:*

a) Algumas equações de restrição relacionam variáveis de estado de uma única ilha observável. Então a ilha observável relacionada por aquela equação irá incorporar a restrição de igualdade associada. No entanto, a subrede observável não irá aumentar.

Prova: Desde que uma ilha é observável, aquele tipo de restrição trará informação para resolver apenas o multiplicador de Lagrange associado aquela restrição.

b) Algumas equações de restrição de igualdade relacionam variáveis de estado de mais de uma ilha observável. Então, apenas as subredes que já são observáveis continuarão a ser observáveis e aquelas restrições serão medidas descartáveis no senso de estimação de estado.

Prova: Desde que a restrição adicionada traz com ela uma nova variável no processo de estimação, ela não ajudará no processo de unir as ilhas conectadas por aquela restrição em uma ilha observável maior.

Assim sendo, toda a informação para análise de observabilidade de redes, na estimação de estado em uma formulação híbrida, está contida na submatriz quadrática da correspondente matriz ganho G (eq.(3.1)). Isto quer dizer que as restrições de igualdade não ajudam a tornar a rede observável no todo.

Desta maneira, para se estudar a observabilidade de uma rede em que o problema de estimação de estado esteja em uma formulação híbrida usando os conceitos de caminhos de fatoração, é necessário apenas que se realize o processo de fatoração triangular na submatriz quadrática de G . Na forma gráfica, isto é apresentado como na fig.(3.1) abaixo:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline H_B^T W_B H_B & H_A^T W_A^{1/2} C^T \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline W_A^{1/2} H_A & I & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline W_A^{1/2} H_A & I & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline C & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline C & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Figura 3.1 :- Triangularização da submatriz quadrática G

Onde a área sombreada corresponde a possíveis elementos não zero.

Caso o sistema seja observável, o processo de fatoração continuará para as restrições de igualdade, e então o problema de estimação de estado pode ser resolvido.

Se por outro lado, o sistema é constituído de ilhas observáveis então determina-se aquelas equações de restrições que são descartáveis e eliminam-se as mesmas. Desde que a matriz como um todo não é definida positiva, para o caso onde a rede é não observável como um todo, alguns procedimentos apropriados de pivoteamento precisam ser implementados. Todas as medidas não descartáveis são permutadas de tal maneira que estejam localizadas logo após a subrede às quais elas estão associadas. Isto pode ser representado na forma gráfica como na fig.(3.2) abaixo:

Figura 3.2 :- Ilhas observáveis e restrições de igualdade associadas

Na realidade as ilhas observáveis não necessariamente precisam estar arrumadas como mostrado acima, pois elas estarão todas misturadas, e qualquer esquema pode ser usado para estabelecer a ordem das equações tal que a esparsidade do sistema seja explorada. Para o caso das restrições de igualdade no entanto, elas precisam estar localizadas como mostrado acima, ou seja, logo após o final do caminho de grafo associado. Com este arranjo nas equações de restrição, é observado que nenhuma dificuldade ocorre no processo de pivoteamento.

No caso do método de Hachtel puro, a matriz ganho associada não apresenta qualquer submatriz na forma quadrática (eq.(2.13)). Entretanto, na formulação do problema para o método de Hachtel puro, existe associado com ele um conjunto de medidas na forma quadrática. Desta maneira, neste caso é necessário aplicar a teoria de observabilidade de rede apenas àquelas medidas associadas, como no caso da formulação de Equações Normais.

3.2 Algoritmos para observabilidade de redes

3.2.1 Caso da formulação híbrida

passo 1 - Com o conjunto de medidas disponíveis forme a matriz H_B com as medidas que fazem parte do conjunto B.

passo 2 - Forme a matriz ganho

$H_B^T W_B H_B$	$H_A^T W_A^{1/2} C^T$	
$W_A^{1/2} H_A$	I	0
C	0	0

passo 3 - Realize a fatoração triangular na matriz $G = H_B^T W_B H_B$

0		
$W_A^{1/2} H_A$	I	0
C	0	0

passo 4 - Se, associado ao processo de fatoração, existir apenas um caminho de grafo então a rede é observável como um todo, e todas as restrições de igualdade serão incorporadas ao processo de solução; vá para o passo 6. Senão

passo 5 - Se, associado ao processo de fatoração, existir mais que uma ilha observável (obtida como em BRETAS (1996)), e:

a)nenhuma equação de restrição relacionando variáveis (barras) de diferentes ilhas existe, então as subredes observáveis irão incorporar as restrições de igualdade associadas.

b)se, por outro lado, equações de restrição relacionando variáveis de diferentes ilhas também existem, as subredes associadas são observáveis em uma maneira isolada, e aquelas equações de restrição são medidas descartáveis no senso de estimação de estado.

passo 6 - Continue o processo de fatoração para todas as equações de restrição incorporadas. Realize a estimação de estado da rede. Pare.

3.2.2 Caso da formulação de Hachtel

Na formulação de Hachtel pura para estimação de estado, existem duas maneiras diferentes de se aplicar a teoria desenvolvida. A primeira maneira é através da eliminação das variáveis $\underline{\mu}$ resultando em um problema equivalente ao método de Equações Normais com Restrição de Igualdade.

Neste caso, a parte quadrática do conjunto de medidas aparece em

uma forma explícita e então o algoritmo como na parte 3.2.1 pode ser aplicado normalmente.

A segunda forma é realizando separadamente a análise de observabilidade e a estimação de estado. Nesta situação o processo de fatoração é realizado na matriz $H_B^T W_B H_B$ associada a formulação do problema de estimação de estado. Uma vez que a análise de observabilidade tenha sido concluída, o processo de estimação de estado pode ser realizado, mas usando apenas as medidas apropriadas que foram determinadas no passo de observabilidade.

4 TESTES REALIZADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo tem como finalidade apresentar os resultados obtidos pelo programa que foi desenvolvido para análise de observabilidade utilizando a teoria com formulação híbrida, desenvolvida e apresentada com detalhes no capítulo anterior.

Usaremos para a realização dos testes, as redes de 5, 10, 14 e 121 barras que têm sido utilizadas amplamente nos vários trabalhos de estudo de observabilidade de redes, relatados na literatura.

4.1 Testes realizados

Os testes que serão apresentados a seguir, são testes que foram realizados nas redes de 5, 10, 14 e 121 barras.

Para cada uma das redes mencionadas, apresentamos duas situações para a realização dos testes, sendo que a única diferença entre as duas situações está no conjunto de medidas.

Obs.: Nos testes apresentados a seguir, consideramos que todas as impedâncias de linha dos sistemas são iguais a $j1$ e todos os fatores pesos utilizados são unitários.

4.1.1 Teste com o sistema de 5 barras

SITUAÇÃO 1

Vamos usar a rede de 5 nós da fig.(4.1) abaixo, com o mesmo conjunto de medidas como apresentado em NUCERA & GILLES (1991b).

Figura 4.1 :- Rede de cinco barras

passo 1 - As medidas pertencentes ao subconjunto B são todas as medidas de fluxo, assim:

$$H_B = \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

passo 2 - Formar a matriz ganho

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

passo 3 - Realize a fatoração triangular na parte quadrática de G

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|cc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Associado ao processo de fatoração da parte quadrática, existem 3 caminhos de grafo :

$\{1\}$; $\{2\}$ e $\{3, 4, 5\}$. Assim, devemos seguir para o passo 5.

passo 5 - Como as equações de restrição relacionadas às medidas de injeção M4 e M5 relacionam variáveis de mais que um caminho de grafo (M4 relaciona variáveis de $\{1\}$ e $\{2\}$; M5 relaciona variáveis de $\{1\}$; $\{2\}$ e $\{3, 4, 5\}$) então as subredes associadas são observáveis de uma maneira isolada, e as equações de restrição (M4 e M5) serão descartadas.

passo 6 - Como nenhuma equação de restrição foi incorporada, então o processo de fatoração está completo, e a matriz usada no processo de estimação de estado será:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

com as subredes observáveis {1}; {2}; {3, 4, 5}.

SITUAÇÃO 2

Vamos adicionar ao conjunto de medidas mencionado acima, uma medida de injeção zero na barra 4.

passo 1 - Formar a matriz H_B com as medidas pertencentes ao subconjunto

B das medidas:

$$H_B = \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

passo 2 - Formar a matriz ganho

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

passo 3 - Realize a fatoração triangular da submatriz $G_B = H_B^T W H_B$

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -0.33 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Novamente, associado ao processo de fatoração da parte quadrática da matriz, existem 3 caminhos de grafo: {1}; {2} e {3, 4, 5}. Isto nos leva a seguir para o passo 5.

passo 5 - Mais uma vez, as medidas de injeção M4 e M5 são medidas descartáveis uma vez que elas relacionam variáveis de mais que um caminho de grafo. Por outro lado, a medida de injeção zero na barra 4

relaciona variáveis apenas de um caminho de grafo {3, 4, 5} e portanto ela será incorporada pela ilha observável que é formada pelas barras 3, 4 e 5.

passo 6 - O processo de fatoração deve continuar para a medida de injeção incorporada. Assim, a matriz que será utilizada no processo de estimação de estado é:

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

com as ilhas observáveis {1}; {2}; {3, 4, 5}.

SITUAÇÃO 3

Para esta situação, ao invés de uma medida de injeção zero, vamos usar uma medida de injeção na barra 4.

passo 1 - Formar a matriz H_B com as medidas pertencentes ao subconjunto

B das medidas:

$$H_B = \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

passo 2 - Formar a matriz ganho

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

passo 3 - Realize a fatoração triangular da submatriz $G_B = H_B^T W H_B$

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 & 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -0.33 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Novamente, associado ao processo de fatoração da parte quadrática da matriz, existem 3 caminhos de grafo: {1}; {2} e {3, 4, 5}. Isto nos leva a seguir para o passo 5.

passo 5 - Mais uma vez, as medidas de injeção M4 e M5 são medidas descartáveis uma vez que elas relacionam variáveis de mais que um caminho de grafo. Por outro lado, a medida de injeção na barra 4 relaciona variáveis apenas de um caminho de grafo {3, 4, 5} e portanto ela será incorporada pela ilha observável que é formada pelas barras 3, 4 e 5.

passo 6 - O processo de fatoração deve continuar para a medida de injeção incorporada. Assim, a matriz que será utilizada no processo de estimação de estado é:

$$G = \left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

com as ilhas observáveis {1}; {2}; {3, 4, 5}.

4.1.2 Teste com o sistema de 10 barras

SITUAÇÃO 1

A rede de 10 barras usada para os testes é como mostrada na fig.(4.2), com um conjunto de medidas como mostrado em BRETAS (1996a).

Figura 4.2 :- Rede de dez barras

A este conjunto de medidas, vamos adicionar pseudo-medidas de injeção aos nós 3, 4 e 7. Teremos então os seguintes resultados:

passo 1 - Utilizando as medidas pertencentes ao subconjunto B das medidas, formamos:

$$H_B = \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M3 \\ M4 \\ M5 \\ M6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

passo 2 - Formar a matriz ganho

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

passo 3 - Realizar o processo de fatoração triangular na parte quadrática de

G

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \hline 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Uma análise desta fatoração indica que os caminhos de grafo são: {1, 2, 3}; {4}; {5, 6} e {7, 8, 9, 10}. Portanto, seguimos para o passo 5.

passo 5 - Todas as três equações de restrição relacionam variáveis de mais que um caminho de grafo, o que implica que todas elas são medidas descartáveis.

passo 6 - Como nenhuma equação de restrição foi incorporada por qualquer uma das ilhas observáveis, então o processo de fatoração está completo e para a estimação de estado temos:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

com as seguintes ilhas observáveis: {1, 2, 3}; {4}; {5, 6} e {7, 8, 9, 10}.

SITUAÇÃO 2

Para esta situação, vamos adicionar uma pseudo-medida de injeção, como restrição de igualdade, na barra 8 e outra na barra 6, bem como uma medida de fluxo M7 entre as barras 2 e 5. Desta forma, temos:

passo 1 - Formar H_B à partir das medidas pertencentes ao subconjunto B:

$$H_B = \begin{matrix} M1 \\ M2 \\ M7 \\ M3 \\ M4 \\ M5 \\ M6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

passo 2 - Formar a matriz ganho

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccccc|cccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

passo 3 - Realizar a fatoração triangular na parte quadrática de G

$$G = \left[\begin{array}{cccccccccccc|cccccc} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Temos assim os seguintes caminhos de grafo:

$\{1, 2, 3, 5, 6\}$; $\{4\}$ e $\{7, 8, 9, 10\}$.

passo 5 - As medidas de injeção nas barras 3, 4, e 7 são medidas descartáveis enquanto as medidas de injeção nas barras 6 e 8 serão incorporadas ao processo de solução uma vez a equação na barra 6 relaciona apenas variáveis do caminho de grafo $\{1, 2, 3, 5, 6\}$, enquanto a equação na barra 8 relaciona variáveis apenas do caminho de grafo $\{7, 8, 9$ e $10\}$.

passo 6 - Realiza-se a fatoração para as equações incorporadas, lembrando que cada equação incorporada deve estar localizada logo após a subrede às quais elas estão associadas. Assim, temos:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

com as ilhas observáveis: $\{1, 2, 3, 5, 6\}$; $\{4\}$ e $\{7, 8, 9, 10\}$.

Para este conjunto de medidas, no processo de fatoração da parte quadrática da matriz ganho, teremos os seguintes caminhos de grafo: {1, 2, 6}; {3}; {4, 7, 8, 9}; {10}; {11}; {12}; {13} e {14}.

Uma vez que todas as pseudo-medidas de injeção relacionam variáveis de mais que uma ilha, então todas estas medidas serão descartáveis.

SITUAÇÃO 2

Toma-se o mesmo conjunto de medidas como na SITUAÇÃO 1, mas agora com as medidas de injeção nas barras 2, 4, 9 e 12 pertencentes ao subconjunto B das medidas, assim como as medidas de injeção adicionadas às barras 1, 7 e 14.

Nesta situação, associado ao processo de fatoração de G teremos os seguintes caminhos de grafo: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; {10}; {11}; {12}; {13} e {14}.

Desta forma, as pseudo-medidas de injeção nas barras 3 e 5 serão incorporadas pela ilha formada pelas barras {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, enquanto as outras pseudo-medidas de injeção serão medidas descartáveis pois relacionam variáveis de mais que um caminho de grafo.

4.1.4 Teste com o sistema de 121 barras

A rede de 121 barras, extraída de QUINTANA et alii (1982), utilizada nos testes é como a apresentada na fig.(4.4), onde temos os seguintes conjuntos de medidas:

FLUXOS DE POTÊNCIA ENTRE OS RAMOS

5-82	2-4	83-84	85-86	83-85	13-14
14-15	80-118	12-80	11-12	2-12	5-11
116-119	105-119	75-76	15-16	52-54	51-54
76-77	77-110	21-51	107-108	105-107	108-110
21-39	21-38	116-117	82-116	7-9	35-64
34-35	35-58	35-51	72-74	74-77	66-75
32-34	30-31	63-64	39-40	23-24	42-43
43-44	45-46	46-47	19-20	20-21	18-19
17-18	21-22	95-103	103-110	95-98	93-95
98-99	27-93	93-94	26-27	25-26	81-94
36-37					

MEDIDAS DE INJEÇÃO PERTENCENTES AO SUBCONJUNTO B, LOCALIZADAS NAS BARRAS:

1	3	5	8	10	13
---	---	---	---	----	----

14	17	22	25	28	29
31	33	35	39	40	41
45	49	50	53	55	56
57	59	61	62	65	67
68	69	70	71	73	79
80	82	86	87	88	89
91	92	97	99	100	101
104	106	109	110	111	112
113	116	117	119		

**MEDIDAS DE INJEÇÃO PERTENCENTES AO SUBCONJUNTO C,
LOCALIZADAS NAS BARRAS:**

6	12	42	48	60	66	78
84	90	96	102	114	120	

Para este conjunto de medidas, no processo de fatoração da parte quadrática da matriz ganho, teremos os seguintes caminhos de grafo:

{1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, ..., 40, 41, 45, 46, 47, 49, ..., 58, 61, ..., 77, 80, ... 95, 98, ..., 113, 115, 116, 117, 118, 119, 120}; {3}; {6}; {8}; {42, 43, 44}; {48}; {59}; {60}; {78}; {79}; {96, 97}; {114}; {121}.

Figura 4.4 :- Rede de cento e vinte e uma barras

Assim, temos:

Medidas de Injeção Descartáveis

6, 42, 48, 60, 78, 96, 114 e 120

Medidas de Injeção Não Descartáveis

12, 66, 84, 90 e 102

4.2 Análise dos resultados

Através dos testes apresentados, é possível verificar como funciona o programa desenvolvido para análise de observabilidade de redes, para uma formulação híbrida. Pode-se também, verificar que para a análise da observabilidade utilizando a fatoração de G assim como dos conceitos de caminhos de grafo, basta que a fatoração seja realizada apenas na parte da matriz que está relacionada as medidas pertencentes ao subconjunto B das medidas, ou seja, na parte quadrática de G .

5 CONCLUSÕES

O método clássico para Estimação de Estado é o conhecido método de Equações Normais. Neste método, os diferentes tipos de medidas são diferenciados através do uso de fatores pesos distintos e adequados. Foi observado, que a atribuição de grandes fatores peso para medidas virtuais e pequenos fatores peso para pseudo-medidas é um dos motivos que pode causar mal condicionamento ao sistema. Este mal condicionamento pode resultar num processo de convergência demorado ou em não convergência do processo. Este fator, determinou o aparecimento de métodos numéricos mais robustos para o processo de Estimação de Estado, no sentido de evitar o mal condicionamento do sistema. Dentre estes métodos estão: o Método de Equações Normais com Restrições de Igualdade, os Métodos Ortogonais, o Método de Hachtel e o Método Híbrido.

Paralelo a este fato, uma teoria de Observabilidade de redes que usa informações disponíveis em Centros de Operação, que é extremamente fácil de entender e de implementar, e que não requer subrotinas diferentes daquelas usadas em Estimação Estática de Estado, foi desenvolvida recentemente. Esta teoria no entanto, foi implementada apenas para o caso de Estimador de Estado na forma de Equações Normais sem Restrição.

Neste trabalho, que foi desenvolvido e é relatado nesta Dissertação de Mestrado buscou-se aliar os benefícios de um Método robusto para Estimação de Estado, com as vantagens da teoria de Observabilidade mencionada. Desta maneira, objetivou-se desenvolver uma teoria e um algoritmo para implementar um método de Análise de Observabilidade de Sistemas Elétricos de Potência, utilizando os conceitos de Fatoração Triangular da matriz ganho do Sistema, bem como dos conceitos de Caminhos de Fatoração, à um processo de Estimação de Estados com Restrições de Igualdade (NE/C). Em especial, buscou-se implementar este método para o caso da Formulação Híbrida, que é um caso muito especial de Estimação com Restrições.

A teoria desenvolvida mostrou que toda a informação, para se determinar possíveis subconjuntos das variáveis de estado de todo o Sistema, que possam ser observáveis de uma maneira isolada, está contida na parte quadrática da matriz ganho correspondente, ou seja, as restrições de igualdade não ajudam a tornar a toda a rede observável.

Esta informação possibilitou que a teoria desenvolvida por BRETAS (1996a) para o caso da formulação NE fosse estendida para o método Híbrido de Estimação de Estado.

Com a conclusão destes fatos, partiu-se para a elaboração de algoritmos que têm como características: (i) ser simples, de fácil implementação, usa subrotinas já disponíveis no processo de Estimação; (ii) não necessita da resolução de qualquer equação algébrica; (iii) usa informações disponíveis em qualquer Centro de Operação padrão; e (iv)

apesar da matriz ganho não ser definida positiva, o processo de pivoteamento é bastante direto.

Esta pesquisa também mostrou que o processo de triangularização da parte quadrática da matriz ganho é realizado em primeira instância, e então apenas para o caso em que o Sistema é observável como um todo, ou formado por subredes observáveis isoladas, o processo de triangularização das equações de restrição deve ser realizado.

Além disto, apenas aquelas equações de restrição que relacionam variáveis de uma mesma subrede observável são incorporadas ao processo de Estimação. Isto significa que necessitamos somente realizar o processo de triangularização destas equações incorporadas. As outras equações, não incorporadas, são medidas descartáveis no senso de Estimação de Estado.

Também, as equações de restrição incorporadas, são rearranjadas conforme ilustrado na fig. (3.2).

Testes foram realizados, utilizando várias redes de energia, onde a eficiência da teoria e algoritmos desenvolvidos foram comprovadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Aschmoneit, F. C.; Peterson, N. M. and Adrian, E. C. (1977), "State Estimation with Equality Constraints", *10th PICA Conference Proceedings*, Toronto, pp. 427-430, May 1977.
- 2 - Bretas, N. G. (1996a), "Network Observability: Theory and Algorithms based on Triangular Factorization and Path Graph Concepts", *IEE Proceedings: Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 143, N^o 1, pp. 123-128, Jan. 1996.
- 3 - Bretas, N. G. (1996b), "Network Observability: Theory and Algorithms based on Triangular Factorization and Path Graph Concepts - Part I", *2nd Portuguese Conference on Automatic Control*, Cidade do Porto, Portugal, Sept. 1996.
- 4 - Bretas, N. G. (1996c), "Network Observability: Theory and Algorithms based on Triangular Factorization and Path Graph Concepts - Part II", *2nd Portuguese Conference on Automatic Control*, Cidade do Porto, Portugal, Sept. 1996.

- 5 - Clements, K. A.; Krumpholz, G. R. and Davis, P. W. (1981), "Power System State Estimation Residual Analysis: An algorithm using network topology", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 100, Nº 4, pp. 1779-1787, Apr. 1981.
- 6 - Clements, K. A.; Krumpholz, G. R. and Davis, P. W. (1982), "Power System State Estimation With Measurement Deficiency: An algorithm that determines the Maximal Observable Subnetwork", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, Nº 9, pp. 3044-3052, Sept. 1982.
- 7 - Cranic, E. D.; Horisberger, H. P.; Do, X. D. and Mukhedar, D. (1990), "Power Network Observability: The Assessment of the Measurement System Strength", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 5, Nº 4, pp. 1265-1285, Nov. 1990.
- 8 - Garcia A. (1977), "*Estimação Estática de Estado em Sistemas de Potência utilizando Método Desacoplado*". Campinas, 1977. 118p. Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP.

- 9 - Garcia, A.; Monticelli, A. and Abreu, P. (1979), "Fast Decoupled State Estimation and Bad Data Processing", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 98, N^o 5, pp. 1645-1651, Sept./Oct. 1979.
- 10 - Gjeslsuik, A.; Aam, S. and Holten, L. (1985), "Hachtel's Augmented Matrix Method - A rapid method improving Numerical Stability in Power System Static State Estimation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, N^o 11, pp. 2987-2993, Nov. 1985.
- 11 - Golub, G. H. and Loan, C. F. V. (1989), "*Matrix Computations*", The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1989.
- 12 - Holten, L.; Gjelsuik, A.; Aam, S.; Wu, F. F. and Liu, W-H. E. (1988), "Comparison of Different Methods for State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, N^o 4, pp. 1798-1806, Nov. 1988.
- 13 - Krumpholz, G. R.; Clements, K. A. and Davis, P. W. (1980), "Power System Observability: A practical algorithm using network topology", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 99, N^o 4, pp. 1534-1542, July/Aug. 1980.

- 14 - Machado, P. A.; Azevedo, G. P. and Monticelli, A. (1991), "A Mixed Pivoting Approach to the Factorization of Indefinite Matrices in Power System State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, N° 2, pp. 676-682, May 1991.
- 15 - Mili, L.; Cutsem, T.; Ribbens-Pavella, M. (1984), "Hypothesis Testing Identification: A New Method for Bad Data Analysis in Power System State Estimation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 103, N° 11, pp. 3239-3252, Nov. 1984.
- 16 - Monticelli, A. and Garcia, A. (1983), "Reliable Bad Data Processing for Real - Time State Estimation", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 102, N° 5, pp. 1126-1133, May 1983.
- 17 - Monticelli, A.; Murari, C. A. F. and Wu, F. F. (1985), "A Hybrid State Estimator: Solving Normal Equations by Orthogonal Transformations", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, N° 12, pp. 3460-3468, Dec. 1985.
- 18 - Monticelli, A. and Wu, F. F. (1985a), "Network Observability: Theory", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, N° 5, pp. 1042-1048, May 1985.

- 19 - Monticelli, A. and Wu, F. F. (1985b), "Network Observability: Identification of Observability Islands and Measurement Placement", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, N^o 5, pp. 1035-1041, May 1985.
- 20 - Monticelli, A. and Wu, F. F. (1986), "Observability Analysis for Orthogonal Transformation based State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 1, N^o 1, pp. 201-208, Feb. 1986.
- 21 - Monticelli, A. and Garcia, A. (1989), "Fast Decoupled State Estimators", *PICA Conference*, Seattle, Washington, pp. 34-40, 1989.
- 22 - Monticelli, A.; Garcia, A. and Slutsker, I. W. (1992), "Handling Discardable Measurements in Power System State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N^o 3, pp. 1333-1340, Aug. 1992.
- 23 - Monticelli, A. and Liu, W-H. E. (1992), "Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, N^o 1, pp. 334-342, Feb. 1992.

- 24 - Mori, H. and Tsuzuki, S. (1991), "A Fast Method for Topological Observability Analysis using a Minimum Spanning Tree Technique", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, Nº 2, pp. 491-499, May 1991.
- 25 - Morozowsk Filho, M. (1981), "*Matrizes Esparsas em Redes de Potência: Técnicas de Operação*", Livros Técnicos e Científicos do Brasil, Rio de Janeiro, 1981.
- 26 - Nucera, R. R. and Gilles, M. L. (1991a), "Observability Analysis: A New Topological Algorithm", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, Nº 2, pp. 466-475, May 1991.
- 27 - Nucera, R. R. and Gilles, M. L. (1991b), "A Blocked Sparse Matrix Formulation for the Solution of Equality-Constrained State Estimation", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 6, Nº 1, pp. 214-221, Feb. 1991.
- 28 - Quintana, V. H.; Simões-Costa, A. and Mandril, A. (1982), "Power System Topological Observability Using a Direct Graph-Theoretic Approach", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 101, Nº 3, pp.617-626, Mar. 1982.

- 29 - Slutsker, I. W. and Scudder, J. M. (1987), "Network Observability Analysis Through Measurement Jacobian Matrix Reduction", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 2, Nº 2, pp. 331-337, May 1987.
- 30 - Stewart, G. W. (1973), "*Introduction to Matrix Computations*", Academic Press, New York, 1973.
- 31 - Tinney, W. F.; Bradwajn, V. and Chan, S. M. (1985), "Sparse Vector Methods", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 104, Nº 2, pp. 295-301, Feb. 1985.
- 32 - Wu, F. F.; Liu, W-H. E. and Lun, S-M. (1988), "Observability Analysis and Bad Data Processing for State Estimation with Equality Constraints", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 3, Nº 2, pp. 541-548, May 1988.