

USP

Campus de São Carlos

A FUNÇÃO BARREIRA LOGARÍTMICA ASSOCIADA
AO MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO PARA A
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE
FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Autora: Vanusa Alves de Sousa

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP
EXEMPLAR REVISADO
Data de entrada no Serviço: 21 / 12 / 01
Ass.: *Guilherme*

**A FUNÇÃO BARREIRA LOGARÍTMICA ASSOCIADA
AO MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO PARA A
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE
POTÊNCIA ÓTIMO**

Vanusa Alves de Sousa



Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo R. M. da Costa

DEDALUS - Acervo - EESC



31100036840

São Carlos

2001

Class. TESE-EEESC

Cutt. 5740

Tombo T0020/02

ot 020200

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S725f Sousa, Vanusa Alves de
A função barreira logarítmica associada ao método de Newton modificado para a resolução do problema de fluxo de potência ótimo / Vanusa Alves de Sousa. -- São Carlos, 2001.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo, 2001.

Área: Engenharia Elétrica.

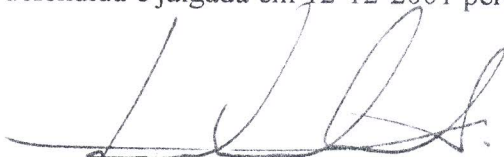
Orientador: Prof. Dr. Geraldo R. M. da Costa.

1. Sistemas elétricos de potência. 2. Programação não linear. 3. Fluxo de potência ótimo. 4. Método primal-dual barreira logarítmica. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

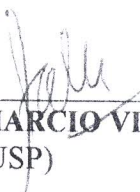
Candidata: Engenheira **VANUSA ALVES DE SOUSA**

Dissertação defendida e julgada em 12-12-2001 perante a Comissão Julgadora:



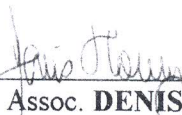
Prof. Assoc. **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

aprovado



Prof. Dr. **CARLOS MARCIO VIEIRA TAHAN**
(Escola Politécnica/USP)

aprovado

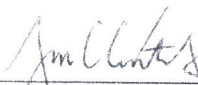


Prof. Assoc. **DENIS VINICIUS COURY**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Doutor **MURILO ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica



JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Ao esposo Eduardo R. de A. pelo amor, compreensão e carinho de todos os dias.

Aquele que habita no esconderijo do altíssimo,
à sombra do Onipotente descansará.
Direi do Senhor: Ele é o meu Deus,
O meu refúgio, a minha fortaleza, e Nele confiarei.
Salmo 91,2

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa pela excelente orientação, compreensão, amizade e paciência durante a elaboração desse trabalho.

Ao pessoal do LOSEP: Alessandra, Biagi, Cristiano, Edmarcio, Edméa, Leandro, Luiz Cláudio, Sandra e Thales pelas trocas de idéias, pelo apoio e principalmente pela amizade.

A todos os colegas, professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP pela colaboração.

A **“TODOS”** os que conviveram comigo durante esse período, torcendo, apoiando, e me compreendendo, muito **obrigada!!!**

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – **FAPESP**, pela bolsa de estudos, equipamentos e materiais concedidos.

SUMÁRIO

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------|------|
| LISTA DE FIGURAS | vii |
| LISTA DE TABELAS | viii |
| LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS | ix |
| LISTA DE SÍMBOLOS | xi |
| RESUMO | xii |
| ABSTRACT | xiii |
| | |
| 1 INTRODUÇÃO | |
| 1.1) Objetivo | 3 |
| 1.2) Organização do Trabalho | 4 |
| | |
| 2 ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO | |
| 2.1) Introdução..... | 5 |
| 2.2) Histórico | 7 |
| | |
| 3 O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES | |
| 3.1) Introdução..... | 13 |
| 3.2) O problema de programação não linear..... | 15 |
| 3.3) O problema de programação linear | 16 |
| 3.4) Método primal-dual de pontos interiores para a programação não-linear..... | 18 |
| 3.4.1) Problema transformado e condições de otimalidade..... | 19 |
| 3.4.2) Calculando a direção de Newton..... | 24 |
| 3.4.3) Atualização das Variáveis | 26 |
| 3.4.4) Redução do parâmetro de barreira..... | 27 |

| | |
|------------------------------------|----|
| 3.4.5) Teste de convergência | 28 |
|------------------------------------|----|

4 O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1) Introdução..... | 30 |
| 4.2) O problema de fluxo de potência ótimo | 31 |
| 4.3) O método primal-dual barreira logarítmica associado ao problema de FPO | 33 |
| 4.3.1) O método de Newton modificado..... | 35 |
| 4.3.2) Matiz Lagrangiana..... | 38 |
| 4.3.3) Cálculo do tamanho do passo | 39 |
| 4.3.4) Atualização das variáveis | 40 |
| 4.3.5) O parâmetro de barreira..... | 40 |
| 4.3.6) Valores iniciais das variáveis | 41 |
| 4.3.7) Algoritmo | 42 |
| 4.4) Implementação computacional..... | 43 |

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

| | |
|---------------------------------|----|
| 5.1) Introdução..... | 47 |
| 5.2) Sistema de 3 barras..... | 48 |
| 5.3) Sistema de 14 barras..... | 57 |
| 5.4) Sistema de 30 barras..... | 60 |
| 5.5) Sistema de 57 barras..... | 64 |
| 5.6) Sistema de 118 barras..... | 67 |

| | |
|--------------------------|-----------|
| 6 CONCLUSÕES..... | 71 |
|--------------------------|-----------|

| | |
|----------------------------------------|-----------|
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 73 |
|----------------------------------------|-----------|

APÊNDICE 1 - BANCO DE DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS

APÊNDICE 2 – ESTADO FINAL DOS SISTEMAS ELÉTRICOS

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 3.1 - Ilustração dos métodos dos pontos interiores e do Simplex..... | 14 |
| FIGURA 4.1 - Módulos do programa de FPO..... | 43 |
| FIGURA 5.1 - Sistema elétrico de 3 barras..... | 48 |
| FIGURA 5.2 - Convergência da função objetivo para o sistema de 3 barras..... | 56 |
| FIGURA 5.3 - Máximo erro de potência para o sistema de 3 barras | 57 |
| FIGURA 5.4 - Sistema de 14 barras..... | 58 |
| FIGURA 5.5 - Convergência da função objetivo para o sistema de 14 barras..... | 59 |
| FIGURA 5.6 - Máximo erro de potência para o sistema de 14 barras | 60 |
| FIGURA 5.7 - Sistema de 30 barras..... | 61 |
| FIGURA 5.8 - Convergência da função objetivo para o sistema de 30 barras..... | 63 |
| FIGURA 5.9 - Máximo erro de potência para o sistema de 30 barras | 63 |
| FIGURA 5.10 - Sistema de 57 barras..... | 64 |
| FIGURA 5.11 - Convergência da função objetivo para o sistema de 57 barras..... | 66 |
| FIGURA 5.12 - Máximo erro de potência para o sistema de 57 barras | 66 |
| FIGURA 5.13 - Sistema de 118 barras..... | 67 |
| FIGURA 5.14 - Convergência da função objetivo para o sistema de 118 barras..... | 69 |
| FIGURA 5.15 - Máximo erro de potência para o sistema de 118 barras | 69 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|
| TABELA 5.1 - Estado inicial do sistema de 3 barras..... | 51 |
| TABELA 5.2 - Limites para as tensões e reativos..... | 51 |
| TABELA 5.3 - Valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange..... | 51 |
| TABELA 5.4 - Valores iniciais das variáveis de folga..... | 52 |
| TABELA 5.5 - Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 1..... | 52 |
| TABELA 5.6 - Multiplicadores de Lagrange na iteração 1..... | 52 |
| TABELA 5.7 - Variáveis de folga na iteração 1..... | 52 |
| TABELA 5.8 - Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 2..... | 53 |
| TABELA 5.9 - Multiplicadores de Lagrange na iteração 2..... | 53 |
| TABELA 5.10 - Variáveis de folga na iteração 2..... | 53 |
| TABELA 5.11- Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 3..... | 54 |
| TABELA 5.12 - Multiplicadores de Lagrange na iteração 3..... | 54 |
| TABELA 5.13 - Variáveis de folga na iteração 3..... | 54 |
| TABELA 5.14 - Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 4..... | 54 |
| TABELA 5.15 - Multiplicadores de Lagrange na iteração 4..... | 55 |
| TABELA 5.16 - Variáveis de folga na iteração 4..... | 55 |
| TABELA 5.17 - Parâmetros iniciais para o sistema de 3 barras..... | 55 |
| TABELA 5.18 - Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 3 barras..... | 56 |
| TABELA 5.19 - Parâmetros iniciais para o sistema de 14 barras..... | 58 |
| TABELA 5.20 - Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 14 barras..... | 59 |
| TABELA 5.21 - Parâmetros iniciais para o sistema de 30 barras..... | 62 |
| TABELA 5.22 - Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 30 barras..... | 62 |
| TABELA 5.23 - Parâmetros iniciais para o sistema de 57 barras..... | 65 |
| TABELA 5.24 - Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 57 barras..... | 65 |
| TABELA 5.25 - Parâmetros iniciais para o sistema de 118 barras..... | 68 |
| TABELA 5.26 - Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 118 barras..... | 68 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MPDBL – método primal-dual barreira logarítmica;
FPO – fluxo de potência ótimo;
KKT – Karush-Kuhn-Turcker;
FP – fluxo de potência padrão;
PL – programação linear;
PNL – programação não linear;
MPI – método dos pontos interiores;
PI – pontos interiores;
SEP – sistema elétrico de potência;
PLS – programação linear seqüencial;
PQS – programação quadrática seqüencial;
NB – número de barras do sistema elétrico;
NBC – número de barras de carga;
NBCR – número de barras de controle de reativo;
NBCCR – número de barras de carga e de controle de reativos;
NT – número de transformadores;
NL – número de linhas de transmissão;
La – matriz Lagrangiana;
LOSEP – Laboratório de Otimização em Sistemas Elétricos de Potência;
EESC – Escola de Engenharia Elétrica de São Carlos;
USP – Universidade de São Paulo;
SL – barra de referência (*slack*);
CR – barra de controle de reativo;
CG – barra de carga;
MW – Mega Watts;

MVA – Mega Volts Ampere;

MVAr – Mega Volt Ampere Reativo;

p.u. – por unidade;

LISTA DE SÍMBOLOS

\bar{A} - limite máximo da grandeza A

\underline{A} - limite mínimo da grandeza A

V - vetor das magnitudes das tensões

θ - vetor dos ângulos das tensões

t - vetor dos taps dos transformadores

s - vetor das variáveis de folga ou excesso

λ - vetor dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade

π - vetor dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de desigualdade,
transformada em igualdade pelas variáveis de folga

μ - parâmetro de barreira

β - parâmetro utilizado na atualização de μ

α_p - tamanho do passo primal

α_d - tamanho do passo dual

RESUMO

SOUSA, V. A. (2001). *A Função Barreira Logarítmica Associado ao Método de Newton Modificado para a Resolução do Problema do Fluxo de Potência Ótimo*. São Carlos, 2001. 77p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho descreve uma abordagem do método primal-dual barreira logarítmica (MPDBL) associado ao método de Newton modificado para a resolução do problema de fluxo de potência ótimo (FPO). A pesquisa fundamentou-se metodologicamente na função barreira logarítmica e nas condições de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). O sistema de equações resultantes das condições de estacionaridade, da função Lagrangiana, foi resolvido pelo método de Newton modificado. Na implementação computacional foram usadas técnicas de esparsidade. Os resultados numéricos dos testes realizados em 5 sistemas (3, 14, 30, 57 e 118 barras) evidenciam o potencial desta metodologia na solução do problema de FPO.

Palavras-chaves: Sistemas Elétricos de Potência, Programação Não Linear, Método Primal-Dual Barreira Logarítmica, Condições de KKT, Fluxo de Potência Ótimo.

ABSTRACT

SOUSA, V. A. (2001). *The Logarithmic Barrier function Associate Newton Modified Method for solving the Optimal Power Flow Problem*. São Carlos, 2001. 77p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

This work describes an approach on primal-dual logarithmic barrier for solving the optimal power flow problem (OPF). The investigation was based on the logarithmic barrier function and Karush-Kuhn-Tucker (KKT) first-order necessary conditions. The equation system, obtained from the stationary conditions of the Lagrangian function, was solved using the Newton's modified method. The implementation was performed using sparsity techniques. The numerical results, carried out in five systems (3, 14, 30, 57 and 118 bus), demonstrate the reliability of this approach in the solution OPF problem.

Keywords: Power Systems, Nonlinear Programming, Primal-Dual Logarithmic Barrier Method, KKT Conditions, Optimal Power Flow.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O cálculo do fluxo de potência padrão (FP) consiste em determinar as grandezas que representam o comportamento da rede em regime permanente. É obtido um sistema de equações não lineares impondo-se o princípio da conservação de potência ativa e reativa em cada barra da rede. A resolução deste sistema fornece o estado da rede, isto é, a tensão fasorial de cada barra e os *taps* dos transformadores. Conhecendo-se o estado da rede, calculam-se as outras grandezas de interesse, como: os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão e nos transformadores; as gerações de potências reativas nas barras de controle de reativos; a geração da potência ativa da barra de referência ou *slack*; perdas de potência ativa no sistema; entre outras.

Quando esta solução não produz resultados aceitáveis, um ajuste nos equipamentos, isto é, nas variáveis de controle, é realizado e o sistema de equações é novamente resolvido. Por exemplo, se a solução mostrar uma tensão inaceitável em um barramento, uma compensação *shunt* ou um *tap* pode ser ajustado para resolver o problema. Através de operadores experientes, o fluxo de potência torna-se um efetivo instrumento de ajuste das variáveis de controle para situações localizadas.

Se um grande número de variáveis de controle precisa ser ajustado em um sistema real, por exemplo, para satisfazer uma condição do problema, o uso do FP torna-se um exaustivo processo de tentativas e erros, trazendo unicamente aos operadores a responsabilidade dos ajustes.

Neste caso o fluxo de potência ótimo (FPO) é o instrumento ideal para resolver as equações do FP, ajustando simultaneamente, de maneira ótima, todas as variáveis de controle do sistema para satisfazer algum critério preestabelecido do problema.

O desafio do FPO é tornar-se tão acessível quanto o FP convencional. Contudo, ele ainda é utilizado por poucas empresas de energia elétrica. Seu uso, na atualidade, caracteriza-se em aplicações “*off-line*”. Alguns exemplos são:

- desenvolvimento de casos base
- alocação de reativos
- despacho econômico

O objetivo das empresas concessionárias de energia elétrica é que tornem-se mais eficientes. Essa eficiência porém, somente será atingida a partir de inovações e aperfeiçoamentos nos programas computacionais como, por exemplo, no programa de Fluxo de Potência Ótimo. Com o uso do FPO caminha-se na direção do processo de automação do sistema. Neste processo, uma tomada de decisão ótima e segura é obtida automaticamente, cabendo ao operador somente sua implementação. A experiência do operador, ainda que importante e necessária, passa a ocupar um plano secundário na tomada de decisões.

A grande motivação para o desenvolvimento desta pesquisa relaciona-se ao seu potencial de contribuir para um melhor desempenho do sistema de transmissão de energia elétrica, com menor custo operacional e um melhor perfil de tensão.

A potência instalada no Brasil é de aproximadamente 60000 MVA com uma demanda média em torno de 38000 MW. Perdas de potência ativa na transmissão da ordem de 6% são bem aceitas, o que equivale a 2280 MW. Com uma redução de 10% das perdas seriam economizados 228 MW. Estes números não podem ser ignorados. Vale a pena reforçar, que esta economia pode ser obtida atuando-se exclusivamente sobre as variáveis de controle do sistema, ou seja, sem qualquer

investimento adicional. Quando as concessionárias de energia elétrica caminharem para um ambiente mais competitivo, fato que vem consolidando se desde as privatizações no setor, o uso do FPO será de grande importância na maximização da capacidade de transmissão a um custo menor.

A capacidade de transmissão de potência, que parece ter características de um entreposto natural de energia, é a maior fonte de complicações técnicas em um mercado competitivo desregulamentado. O efeito de fluxos paralelos sobre a capacidade de transmissão é um clássico exemplo que ilustra as complicações causadas por recursos críticos compartilhados que possuem capacidade limitada de transmissão, e exibe comportamentos característicos que são governados por leis físicas (leis de Kirchhoff) não sujeitas aos contratos de negócios. O FPO entra em cena com seu explícito reconhecimento das características da rede dentro de um contexto ampliador de otimização de sistemas de potência.

1.1) OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma abordagem para a resolução do problema de fluxo de potência ótimo. Esta abordagem utiliza o método de barreira logarítmica e as condições de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker. O sistema de equações não lineares resultantes das condições de estacionaridade foi resolvido pelo método de Newton modificado.

O método primal-dual barreira logarítmica foi escolhido por apresentar rápida convergência, fornecendo uma solução que satisfaz as restrições do problema.

1.2) ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo, apresentou-se a motivação para o trabalho, definiu-se o objetivo dele e sua organização.

No capítulo 2, tem-se o estado da arte do FPO, isto é, um histórico com as propostas de resolução do problema de FPO nas últimas décadas.

No capítulo 3, realiza-se um estudo dos métodos dos pontos interiores MPI para resolver problemas de programação não linear (PNL), detalhando-se todos os passos para sua solução.

No capítulo 4, expõe-se a abordagem desenvolvida para a solução do problema de FPO, envolvendo o método primal-dual barreira logarítmica e método de Newton modificado.

No capítulo 5, mostram-se os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta. Cinco sistemas elétricos (3, 14, 30, 57 e 118 barras) foram utilizados para mostrar a eficiência do método.

No capítulo 6, apresentam-se as conclusões obtidas dos resultados da aplicação do método e as perspectivas de continuidade deste trabalho.

CAPÍTULO 2

ESTADO DA ARTE DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

2.1) INTRODUÇÃO

O problema de fluxo de potência ótimo teve sua origem no início da década de 60. Sua formulação foi inicialmente proposta por CARPENTIER (1962), que elaborou o problema de FPO com base no problema de Despacho Econômico, que compreende o quanto cada gerador deve produzir de potência para atender à demanda do sistema. O FPO é um problema de otimização não linear, não convexo e de grande porte, cujo desenvolvimento segue de perto os avanços das técnicas de otimização. Tem por objetivo determinar o ponto de operação ótimo de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), otimizando uma função objetivo e satisfazendo as restrições de operação.

O fluxo de potência ótimo pode ser representado matematicamente através de um problema geral de otimização com restrições de igualdade e desigualdade como:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a.: } g(x) = 0 \\ & \quad h(x) \leq 0 \\ & \quad \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde:

$x = (V, \theta, t) \in \mathfrak{R}^n$: vetor das variáveis dependentes e controle do sistema;

$f(x)$: função objetivo que representa o desempenho do sistema (função escalar);

$g(x) = 0 \in \mathfrak{R}^m$: vetor das equações do fluxo de potência, onde $m < n$;

$h(x) \leq 0 \in \mathfrak{R}^p$: vetor das inequações funcionais do fluxo de potência;

\underline{x}, \bar{x} : limites das variáveis de estado e controle do sistema.

A função $f(x)$ pode ser o custo de geração, as perdas de transmissão do sistema, o desvio de um ponto especificado, o mínimo número de variáveis de controle, entre outras.

As restrições de igualdade $g(x)$ são as equações do fluxo de potência obtidas quando impõe-se o princípio da conservação de potência em cada barra da rede.

As restrições de desigualdade $h(x)$ representam as restrições funcionais como: a potência reativa nas barras de geração e controle de tensão, potência ativa na barra “slack” e os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão e transformadores.

• variáveis dependentes:

- tensão em todas as barras de carga do sistema;
- ângulo em todas as barras do sistema menos a referência;
- potência reativa nas barras com controle de reativo e referência;
- potência ativa na barra de referência.

• variáveis de controle:

- tensão nas barras de controle de reativos do sistema;
- *tap* dos transformadores;
- potência ativa gerada nas barras de geração.

A seguir será apresentado um histórico com as propostas de resolução do problema de FPO nas últimas décadas.

2.2) HISTÓRICO

As primeiras propostas para resolver o problema de FPO, utilizavam metodologias de gradiente, ficando conhecidos como métodos de primeira ordem. Para resolver o problema de FPO, DOMMEL & TINNEY (1968) propuseram o Método do Gradiente Reduzido, trabalho que tornou-se clássico na área. Este método procura uma solução ótima através de um algoritmo de passo descendente. É um método no qual após mudanças nas variáveis de controle, as equações do fluxo de potência são resolvidas pelo método de Newton. As restrições funcionais de desigualdades são tratadas por parâmetros de penalidade e multiplicadores de Lagrange são usados para associar as equações do fluxo de potência à função objetivo. Utiliza-se a técnica de projeção do gradiente para as variáveis de controle que atingem um de seus limites. Para atualização das variáveis de controle utiliza-se um passo, determinado por uma busca unidimensional. O método tem uma eficiência de primeira ordem para a minimização da função objetivo. Uma das dificuldades do método é a determinação do tamanho do passo do gradiente pois, caso seja este um valor grande, pode causar oscilações em torno do ponto ótimo ou o processo pode não convergir e, se for pequeno, pode levar a um número excessivo de iteração. Existem ainda limitações na determinação do tamanho do passo nas variáveis de controle. Isto pode comprometer o processo de convergência.

SASSON (1969) apresentou uma extensão do método de Dommel e Tinney com o objetivo de melhorar a convergência do método de Newton. Este novo método minimiza o custo do combustível e as perdas nas linhas de transmissão através da implementação de uma técnica de programação não linear que emprega os algoritmos de Powell e Fletcher-Powell. Esta técnica verifica a convergência em cada estágio do processo de otimização. Embora o método funcione muito bem para sistemas pequenos, apresentou problemas de convergência com o aumento do

tamanho do sistema e técnicas de decomposição devem ser usadas. Além disso, é limitado por ser incapaz de lidar com mais que duas restrições por nó.

SASSON et al. (1973) aplicaram o método das penalidades no problema de FPO. Esta técnica tem o objetivo de tornar o problema restrito em irrestrito, penalizando todas as restrições de desigualdade que são violadas e as de igualdade que ainda estão longe do zero. É uma técnica quadrática onde as variáveis são todas atualizadas simultaneamente, usando a matriz Hessiana da função objetivo penalizada. A cada iteração do método os valores das penalidades são aumentados, e a matriz Hessiana da função penalidade é calculada. O processo é repetido até que todas as restrições sejam satisfeitas. Técnicas de esparsidade são aplicadas à matriz Hessiana. Para valores altos dos fatores de penalidades a matriz Hessiana pode se tornar mal condicionada, comprometendo a convergência do processo de otimização. Este foi o primeiro trabalho a utilizar a matriz Hessiana na resolução do FPO.

RASHED & KELLY (1974), introduziram um método que utilizava multiplicadores de Lagrange, método de Newton e método de penalidade. Este método tem por objetivo corrigir as deficiências do método proposto por Dommel e Tinney, através do uso da matriz Hessiana e do vetor gradiente da função Lagrangiana para correção das variáveis de controle. Em seu método, as restrições de igualdade representadas pelas equações do fluxo de potência, são incorporadas à função Lagrangiana através dos multiplicadores de Lagrange enquanto que as restrições de desigualdades são incorporadas através de parâmetros de penalidade.

SUN et al. (1984) apresentaram uma nova abordagem do problema de FPO utilizando Newton e o desacoplamento do problema original em dois subproblemas (P- θ e Q-V) combinado com as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). A cada iteração a função Lagrangiana é aproximada por uma quadrática. As restrições de desigualdades foram incorporadas à função Lagrangiana através dos multiplicadores de Lagrange e de termos de penalidade quadráticos. Essas restrições são divididas em dois conjuntos: conjuntos das restrições penalizadas e o conjunto das restrições consideradas ativas na solução, sendo incorporadas as restrições ativas

na função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange. O método do conjunto ativo foi utilizado para identificar as restrições ativas na solução. O ponto ótimo do problema ocorre quando as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) estão satisfeitas e as equações do fluxo de carga convencional estão dentro de determinada tolerância. O método apresenta convergência de segunda ordem e tem como desafio no desenvolvimento do algoritmo a identificação do conjunto de restrições de desigualdade ativas na solução.

SANTOS et al. (1988) aplicaram o método da função Lagrangiana Aumentada baseado nas técnicas de programação não linear. Este método combina aproximações duais e penalidades. A cada iteração a função Lagrangiana Aumentada é minimizada em relação às variáveis primais utilizando o método de Newton. Os multiplicadores de Lagrange são aplicados às restrições de igualdade e desigualdades, sendo atualizados visando a maximização da função Dual Lagrangiana Aumentada associada ao problema original. Como este método controla o aumento do parâmetro de penalidade, evita o problema de mal condicionamento da matriz Hessiana. Logo, esse método pode ser considerado um aperfeiçoamento do método proposto por SUN et al. (1984). Tem como vantagem o fato de não precisar identificar as restrições de desigualdades que são ativas na solução.

MONTICELLI & LIU (1992) propuseram uma nova aproximação do método de Newton. Combinaram os métodos dos multiplicadores de Lagrange e da função penalidade. A principal diferença do método proposto por Monticelli & Liu e por SUN et al. (1984), está na utilização de um movimento adaptativo da penalidade que assegura que a matriz Hessiana seja definida positiva ao longo da solução do problema sem afetar o processo de convergência.

Embora os métodos de pontos interiores (MPI) tenham surgido em meados de 1980, sua aplicação para problemas de otimização em sistemas de potência começou mais tarde. Em 1991, CLEMENTS et al. desenvolveram uma das primeiras pesquisas de pontos interiores aplicados para sistemas de potência. Clements propôs uma técnica de pontos interiores para programação não linear para resolver o problema de

estimação de estado em sistemas de potência. Neste mesmo ano PONNAMBALAM et al. apresentaram um novo desenvolvimento para o algoritmo Dual-Afim (uma variação do MPI de Karmarkar) implementado para resolver o problema de *Hydro-scheduling*. Em 1992, VARGAS et al. sugeriram um método de pontos interiores para resolver o problema de despacho econômico. Nos anos seguintes foram apresentados vários trabalhos utilizando MPI. A primeira contribuição significativa foi de GRANVILLE (1994), ao propor o Método Primal-Dual Barreira Logarítmica para resolver o problema de despacho ótimo de reativos, caso particular do FPO, em que os controles de ativos estão fixos. Utiliza multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdades, desmembra as desigualdades em duas inequações e acrescenta variáveis de folga, estritamente positivas, para que estas restrições se tornem igualdades. Estas variáveis de folga são incorporadas à função objetivo através da função barreira logarítmica e parâmetro de barreira, que tende a zero durante o processo de otimização. Este algoritmo apresenta muita sensibilidade quanto à escolha do parâmetro de barreira, podendo até mesmo divergir em alguns casos. A solução é encontrada quando todas as restrições do problema original estão sendo satisfeitas, dentro de uma tolerância especificada.

Destaca-se também neste mesmo ano o trabalho de WU et al. (1994), que sugere uma extensão do método primal-dual. Seu algoritmo é chamado de método *predictor-corrector*, e sua diferença em relação ao método primal-dual puro é a introdução de termos não lineares de segunda ordem nas condições de otimalidade, modificação que torna sua convergência mais rápida que a do método primal-dual puro, pois este só trabalha com termos lineares de primeira ordem.

TORRES & QUINTANA (1998) resolveram o problema de FPO pelo método dos pontos interiores usando coordenadas retangulares de tensão. Algumas variantes do FPO quando formuladas na forma retangular têm função objetivo e restrições quadráticas. Tais características quadráticas facilitam iniciar e incorporar informações de alta ordem em um procedimento *predictor-corrector* que geralmente melhora o desempenho do MPI. As versões do FPO retangular e polar convergem

com o mesmo número de iterações e apresentaram um bom desempenho computacional.

MOMOH & ZHU (1999) propuseram o método dos pontos interiores quadráticos melhorado (PIQM) para resolver o problema de FPO com uma variedade de funções objetivos incluindo despacho econômico, planejamento de reativos e minimização das perdas. É realizado um procedimento de eliminação para se obter uma redução no problema de FPO, em que a função objetivo é uma função quadrática sujeita a restrições lineares. As características do método PIQM são ponto de partida geral, ao invés de selecionar um bom ponto inicial como fazem a maioria dos métodos de pontos interiores e a rápida convergência.

Neste mesmo ano destaca-se o trabalho de YAN & QUINTANA (1999), que resolve o problema de otimização, despacho de potência ativa e reativa, utilizando um algoritmo primal-dual barreira-logarítmica *predictor-corrector*. É proposta uma heurística para o ajuste dinâmico do tamanho do passo e tolerância que melhora significativamente a velocidade de solução do FPO. Resultados numéricos para sistemas de 118 e 1062 barras são apresentados e discutidos.

COSTA et al. (2000) apresentaram uma comparação entre três abordagens de otimização para resolver o problema de FPO: conjunto ativo e penalidade, primal-dual e primal-dual barreira logarítmica. As três abordagens são baseadas no método de Newton. O desempenho dos métodos foi comparado considerando: as perdas ativas na transmissão, geração de potência reativa, o número total de iterações para convergência e o tempo de processamento. Os resultados obtidos mostram que cada método tem vantagens e desvantagens e os autores recomendam uma mistura deles, explorando as qualidades de cada um.

ALMEIDA & SALGADO (2000) desenvolveram uma metodologia para calcular uma seqüência de solução do FPO sobre condições de variação de carga. O objetivo é obter um conjunto de pontos ótimos de operação na vizinhança da fronteira da região definida pelas equações do fluxo de potência e um conjunto de

limites de operação. Para isto apresenta-se, um algoritmo baseado no método da continuação e no método dos pontos interiores primal-dual. Tal algoritmo consiste de dois passos principais: o passo *predictor*, que usa uma aproximação linear das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para estimar um novo ponto de operação para um aumento na carga do sistema; e um passo *corrector*, que calcula o correspondente ótimo para o novo nível de carga via um método não linear de pontos interiores primal-dual. A análise de sensibilidade é feita para calcular a compensação total de reativo que permite um aumento pré-especificado na carga do sistema. São apresentados resultados para sistemas testes reais.

NEJDAWI et al. (2000) propuseram um algoritmo de programação quadrática sequencial para resolução do problema de FPO. O algoritmo é estruturado com um *loop* de linearização externo e um *loop* de otimização interno. O *loop* interno resolve um problema de programação quadrática reduzido e relaxado, usando um método de pontos interiores função barreira logarítmica. Como a relação das restrições mantém o problema com uma dimensão pequena, o algoritmo é considerado, pelos autores, muito eficiente. As iterações do *loop* externo podem ser comparadas ao fluxo de potência ótimo de Newton, e as do *loop* interno, como eficientes iterações de pontos interiores. Os resultados obtidos indicam que o número de iterações externas e internas não variam muito com o tamanho do problema.

REZANIA & SHAHIDEHPOUR (2001) utilizaram uma versão linearizada de um eficiente MPI primal-dual *predictor-corrector* para otimização de potência reativa. Introduz-se um modelo linear em que as variáveis de controle e os incrementos das tensões estão unidos por uma matriz Jacobiana modificada, e as perdas na transmissão são representadas como função dos incrementos das tensões. O método não requer nenhuma inversão matricial ou derivada de segunda ordem para resolver o problema, deste modo economizará tempo computacional e espaço na memória. Resultados numéricos para sistemas de 6 e 118 barras mostram que essa técnica pode ser atrativa.

CAPÍTULO 3

O MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES

3.1) INTRODUÇÃO

Os métodos dos pontos interiores foram desenvolvidos a partir de 1984, quando da publicação do algoritmo projetivo de KARMARKAR (1984). Karmarkar provou que sua complexidade era polinomial e anunciou resultados computacionais superiores aos obtidos com o Método Simplex de Dantzig.

O algoritmo de Karmarkar é significativamente diferente do método Simplex, que resolve um problema de programação linear (PL) iniciando com um ponto extremo ao longo da fronteira da região factível, saltando para um ponto extremo vizinho melhor ao longo da fronteira e finalmente parando no ponto extremo ótimo. O algoritmo de Karmarkar raramente visita muitos pontos extremos antes de encontrar a solução ótima x^* . Este método tem por objetivo caminhar pelo interior da região factível, até encontrar o ponto ótimo. Por isso o algoritmo de Karmarkar também é conhecido como o método dos pontos interiores (MPI). Embora essa abordagem de pontos interiores (PI) requer maior tempo computacional encontrando uma direção de busca que o método simplex tradicional, uma melhor direção de busca é alcançada resultando em um número menor de iterações. A Figura 3.1 ilustra a diferença entre as técnicas de otimização citadas.

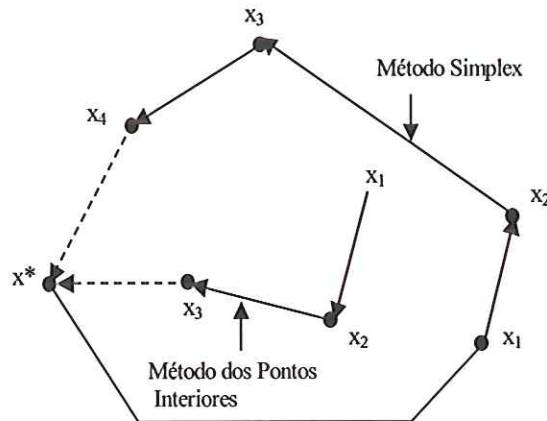


FIGURA 3.1 - Ilustração dos métodos de pontos interiores e do Simplex

Entretanto, o algoritmo de Karmarkar em sua versão original é complexo e, posteriormente, foram apresentados algoritmos derivados daquele, com abordagens bem mais simples.

Uma variante do método projetivo de Karmarkar é o Método de Escala-Afim, que utiliza uma transformação afim em detrimento à transformação projetiva. O método de Escala-Afim possui duas variantes: o Escala-Afim Primal, para solucionar problemas lineares na forma padrão, e o Escala-Afim Dual, para solucionar problemas lineares na forma de desigualdades. Como outras variantes podem ser citados os métodos primais de centro, primais-duais ou *Path-Following*, entre outros como mencionado em MATUMOTO (1996).

Praticamente todos os métodos de pontos interiores que buscavam um melhor desempenho do ponto de vista da complexidade preocupam-se em manter-se longe da fronteira da região factível. Para isso uma ferramenta, estudada inicialmente por FRISH (1955) tornou-se importante: a Função Barreira Logarítmica:

$$f(x) = -\sum_{i=1}^n \ln x_i, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x > 0 \tag{3.1}$$

Esta função cresce indefinidamente quando nos aproximamos da fronteira da região factível, ou seja, quando alguma coordenada x_i tende a zero.

GILL et al. (1986) utilizaram esta ferramenta para desenvolver o método da Barreira de Newton Projetada para solução de problemas lineares de otimização, e também provaram que para determinados tipos de problemas de programação linear e sob certas condições, o seu algoritmo é equivalente ao de Karmarkar.

Neste capítulo é realizada uma descrição dos métodos dos pontos interiores para resolver problemas de programação não linear (PNL), e é organizado da seguinte forma: inicialmente descreve-se o problema de PNL, esboça-se o método da programação linear seqüencial, e finalmente mostra-se em detalhes o desenvolvimento de um método PI primal-dual.

3.2) O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

Um problema de PNL pode ser representado matematicamente como um problema geral de otimização:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a. : } g(x) = 0 \\ & \quad \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\ & \quad \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \end{aligned} \tag{3.2}$$

onde:

$f(x)$: função objetivo (uma função escalar);

$g(x) = 0 \in \mathcal{R}^m$: vetor das restrições de igualdades, onde $m < n$;

$h(x) \leq 0 \in \mathcal{R}^p$: vetor das restrições de desigualdades, com limites inferior \underline{h} e superior \bar{h} ;

$x \in \mathcal{R}^n$: vetor das variáveis do problema.

Daqui em diante assume-se que $f(x), g_i(x)$ e $h_i(x)$ possuem derivadas contínuas de segunda ordem.

Qualquer ponto \hat{x} que satisfaça todas as restrições em (3.2) é dito factível. O conjunto de todos os pontos factíveis define a região factível, e um ponto factível x^* que atende as condições de mínimo é chamado de ótimo local. Todo problema de PNL na forma (3.2) é não convexo, porque restrições com equações não lineares e/ou funções limitadas não lineares na forma $\underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h}$ não podem formar uma região convexa. Por exemplo, se $h(x) \leq \bar{h}$ é convexa então $-h(x) \leq \underline{h}$ é côncava, e vice versa.

O problema não linear (3.2) pode ser resolvido pelos métodos de PI primal-dual de duas maneiras: (i) aplicando os métodos diretamente ao problema não linear, ou (ii) aplicando os métodos na seqüência de aproximações (locais), como nas abordagens da Programação Linear Seqüencial (PLS) e da Programação Quadrática Seqüencial (PQS). Na sessão seguinte descrevem-se as idéias básicas na abordagem da PLS.

3.3) O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Na abordagem PLS, o problema de PNL apresentado em (3.2) é resolvido por meio da linearização sucessiva da função objetivo não linear, e das funções de restrição ao redor dos pontos de operação $\{x^k\}$ que são definidos pelas soluções das restrições de igualdade. A abordagem PLS envolve a solução seqüencial do problema linear:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(x^k) + \nabla_x f(x^k)^t \Delta x \\
 & \text{s.a. : } g(x^k) + J_g(x^k) \Delta x = 0 \\
 & \quad \underline{h} \leq h(x^k) + J_h(x^k) \Delta x \leq \bar{h} \\
 & \quad \underline{x} \leq x^k + \Delta x < \bar{x}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

onde:

$\nabla_x f \in \mathfrak{R}^n$: gradiente de $f(x)$ (um vetor coluna);

$J_g \in \mathfrak{R}^{m \times n}$: gradiente de $g(x)$;

$J_h \in \mathfrak{R}^{p \times n}$: gradiente de $h(x)$.

A aproximação sucessiva do problema de PNL mostrada em (3.2) pelo problema de PL representada em (3.3) supera a limitação de um modelo linearizado possuir resultados satisfatórios apenas em uma pequena faixa na vizinhança da base requerida, com a motivação de que os problemas lineares podem ser facilmente resolvidos usando o método Simplex ou um método de PI. Os passos básicos de uma abordagem PLS são:

Passo 0: Obter uma solução inicial para as restrições de igualdade e fazer $k = 0$.

Passo 1: Obter o subproblema de PL (3.3) utilizando a solução anterior para linearizar (3.2).

Passo 2: Resolver o subproblema de PL (3.3) para Δx e obter um novo ponto:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x. \text{ Atualizar } k, k = k + 1.$$

Passo 3: Obter a solução das restrições de igualdade para x^k , verificar se as variáveis canalizadas estão dentro dos respectivos limites. Se sim, ir para o Passo 4. Caso contrário, voltar para o passo 1.

Passo 4: Verificar se é possível a redução do valor da função objetivo. Em caso afirmativo, voltar ao Passo 2. Caso contrário, parar com x^k como uma solução aproximada de (3.2).

Um problema de PNL resolvido pela abordagem PLS só tem garantia de convergência se o problema for convexo.

3.4) MÉTODO PRIMAL-DUAL DE PONTOS INTERIORES PARA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

Os métodos dos pontos interiores foram primeiramente estudados por FRISCH (1955). Mais tarde, sua abordagem sobre a função barreira logarítmica foi extensivamente estudada na solução de problemas genéricos de restrições de desigualdade na forma expressa em (3.4) por FIACCO & MCCORMICK (1990).

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) \\ \text{s.a. : } h(x) \geq 0 \end{aligned} \tag{3.4}$$

É assumido que pelo menos um ponto x^0 exista onde $h(x^0) > 0$, isto é, a região $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n \mid h(x) \geq 0\}$ não é vazia.

A abordagem de FIACCO & MCCORMICK (1990) para resolver (3.4) consiste de uma função barreira logarítmica ponderada para incorporar as restrições de desigualdade na função objetivo. Transformando assim um problema com restrições de desigualdade (3.4) em uma seqüência de problemas irrestritos da forma:

$$\text{Min } \left\{ f_{\mu}(x, \mu^k) = f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^m \ln(h_i(x)) \right\} \tag{3.5}$$

onde:

$\mu^k > 0$ é o parâmetro de barreira.

O parâmetro de barreira monotonicamente decresce até zero com o avanço das iterações. Sob certas condições e μ^k suficientemente pequeno, conduzindo μ^k para zero, a seqüência $\{x(\mu^k)\}$ de minimização de (3.5) forma um caminho de convergência continuamente diferenciável para x^* , chamado de “trajetória de barreira”, onde x^* é um minimizador de (3.4).

Diversas dificuldades foram observadas com o uso do método de barreira logarítmica clássico para a solução de (3.4). Inicialmente, o maior problema foi a necessidade de se determinar um ponto inicial factível, que pode ser tão difícil quanto resolver o problema propriamente dito. O segundo maior problema foi as severas dificuldades numéricas, com as técnicas numéricas disponíveis na época, ainda que o problema (3.4) fosse bem condicionado. Os multiplicadores de Lagrange estimados para as restrições ativas ($h_i(x) = 0$) são obtidos através das razões de duas quantidades tendendo a zero, o que é instável. Além disso, à medida que se aproxima da solução, a matriz Hessiana de $f_\mu(x, \mu^k)$ começa a ficar mal condicionada, e no limite ($\mu^k \downarrow 0$), é singular. Outras grandes dificuldades são a necessidade de um cuidadoso algoritmo de busca linear, a escolha do valor inicial μ^0 , e da subsequente maneira de se reduzir μ^k a cada iteração.

Embora os métodos de PI tenham sido desenvolvidos para solucionar problemas de PNL genéricos, diversas pesquisas nos métodos de PI para PNL vêm recentemente sendo motivadas principalmente pelo grande desempenho dos métodos de PI para PL e programação quadrática (PQ). Estas áreas de pesquisa desfrutam de um assombroso progresso nos últimos 10 anos. Descreve-se abaixo o desenvolvimento matemático do método de PI primal-dual apropriado para resolver o problema de PNL (3.2). Um método de pontos interiores para resolver o problema de PL (3.3) pode ser derivado de maneira similar.

3.4.1) PROBLEMA TRANSFORMADO E CONDIÇÕES DE OTIMALIDADE

Por motivo de apresentação, assume-se que as variáveis limitadas $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$ em (3.2) são incluídas em $\underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h}$. O método de pontos interiores, aqui descrito, inicialmente transforma todas as restrições de desigualdade de (3.2) em igualdades adicionando vetores de folga não negativos, como segue:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } f(x) \\
& \text{s.a. : } g(x) = 0 \\
& \quad -s_1 - s_2 + \bar{h} - \underline{h} = 0 \\
& \quad -h(x) - s_2 + \bar{h} = 0 \\
& \quad s_1 \geq 0, s_2 \geq 0
\end{aligned} \tag{3.6}$$

As condições de não negatividade $(s_1, s_2) \geq 0$ são tratadas sendo incorporadas nos termos de barreira logarítmica:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^p (\ln s_{1_i} + \ln s_{2_i}) \\
& \text{s.a. : } g(x) = 0 \\
& \quad -s_1 - s_2 + \bar{h} - \underline{h} = 0 \\
& \quad -h(x) - s_2 + \bar{h} = 0
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Os termos logarítmicos asseguram as condições das variáveis de folga serem estritamente positiva, as quais são tratadas implicitamente. Para resolver as restrições de igualdade do problema (3.7), usa-se o método de Newton-Lagrange. Associado com o problema (3.7) tem-se a função Lagrangiana $L_\mu(y)$ dada por:

$$\begin{aligned}
L_\mu(y) = & f(x) - \mu^k \sum_{i=1}^p (\ln s_{1_i} + \ln s_{2_i}) - \lambda^t g(x) \\
& - \pi_1^t (-s_1 - s_2 + \bar{h} - \underline{h}) - \pi_2^t (-h(x) - s_2 + \bar{h})
\end{aligned} \tag{3.8}$$

onde:

$\lambda \in \mathfrak{R}^m$, $\pi_1 \in \mathfrak{R}^p$ e $\pi_2 \in \mathfrak{R}^p$ são os vetores dos multiplicadores de Lagrange, chamados de variáveis duais, e $y = (s_1, s_2, \pi_1, \pi_2, x, \lambda)$.

Um mínimo local de (3.7) é expresso em termos de um ponto estacionário de $L_\mu(y)$, e que precisa satisfazer as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} \pi_1 - \mu^k S^{-1} e \\ \hat{v} - \mu^k Z^{-1} e \\ s_1 + s_2 - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + s_2 - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t \pi_2 \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.9)$$

onde:

$$S = \text{diag}(s_{1_1}, s_{1_2}, \dots, s_{1_p}), \quad Z = \text{diag}(s_{2_1}, s_{2_2}, \dots, s_{2_p}) \quad e = (1, 1, \dots, 1)^t;$$

$$\hat{v} = \pi_1 + \pi_2.$$

Multiplicando o primeiro termo de (3.9) por S e o segundo por Z, temos:

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} S\pi_1 - \mu^k e \\ Z\hat{v} - \mu^k e \\ s_1 + s_2 - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + s_2 - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t \pi_2 \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

O sistema de KKT em (3.10) pode ser interpretado como segue. O terceiro, o quarto e o sexto termo de (3.10), junto com $(s_1, s_2) \geq 0$, asseguram a factibilidade primal; o quinto termo junto com $(\pi_1, \hat{v}) > 0$, asseguram a factibilidade dual, enquanto o primeiro e o segundo termo são as condições de complementaridade μ , perturbações ($\mu^k \neq 0$) das condições de complementaridade padrão.

Um ponto inicial estritamente factível não é necessário no método primal-dual, entretanto as condições $(s_1, s_2) \geq 0$ e $(\pi_1, \hat{v}) > 0$ precisam ser satisfeitas a cada ponto, de forma a definir os termos de barreira. O algoritmo de PI inicia-se de um ponto y^0 que satisfaça $(s_1, s_2) \geq 0$ e $(\pi_1, \hat{v}) > 0$; de maneira a preservar esta condição, as iterações subsequentes de PI seguem a trajetória no espaço do produto da

complementaridade $(s_i \pi_i)$. A factibilidade é atendida durante o processo de iteração e a otimalidade é alcançada.

Nas iterações do algoritmo de PI primal-dual invariavelmente aplica-se um passo do método de Newton nas equações não lineares para resolver o sistema de KKT em (3.10), encontra-se o tamanho do passo na direção de Newton, atualizam-se as variáveis e reduz-se μ^k . O algoritmo termina quando as infactibilidades primal e dual junto com o *gap* da complementaridade sejam menores do que as tolerâncias pré-determinadas. Antes de descrever em detalhes cada um destes passos, dar-se-á uma explicação do papel exercido pelo parâmetro de barreira μ .

Sejam as condições de otimalidade de KKT para o problema de PNL (3.6):

$$\nabla_y L_\mu(y) = \begin{pmatrix} S\pi_1 \\ Z\hat{v} \\ s_1 + s_2 - \bar{h} + \underline{h} \\ h(x) + s_2 - \bar{h} \\ \nabla_x f(x) - J_g(x)^t \lambda + J_h(x)^t \pi_2 \\ -g(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

Com $(s_1, s_2) \geq 0$ e $(\pi_1, \hat{v}) > 0$, uma nova estimativa para o ponto y^k pode ser calculada usando um passo do método de Newton para encontrar os zeros da função não linear aplicada em (3.11). As iterações têm a forma geral:

$$y^{k+1} = y^k - \alpha^k \nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \nabla_y L(y^k) \quad (3.12)$$

Onde $\alpha^k \in (0,1]$ é um fator de amortecimento utilizado não apenas para melhorar a convergência mas também para manter as variáveis não negativas estritamente positivas em lugar de apenas não negativas. A explicação de ZHANG (1996) para esta necessidade é descrita a seguir.

Considere quaisquer das condições de complementaridade em (3.11), seja $s_i \pi_i = 0$. A equação de Newton para $s_i \pi_i = 0$ num dado ponto (s_i^k, π_i^k) , é:

$$s_i^k \Delta \pi_i + \pi_i^k \Delta s_i = -s_i^k \pi_i^k \quad (3.13)$$

Se uma das variáveis, seja π_i^k , é zero, então a equação de Newton torna-se $s_i^k \Delta \pi_i = 0$, conduzindo para zero o atualizador $\Delta \pi_i = 0$. Conseqüentemente, π_i^k irá permanecer em zero todo o tempo, uma vez que ele inicia em zero - o que é fatal, porque o algoritmo nunca poderá restaurar as variáveis iniciadas em zero através dos “erros”. Além disso, mesmo que mantenhamos as variáveis não negativas estritamente positivas, permaneceremos tendo dificuldades em restaurá-las quando estas possuírem valor muito próximo de zero.

Observe que as condições de complementaridade perturbadas em (3.10) reduzem as chances de tais erros, nos estágios iniciais, direcionarem todos os pares de complementaridade para zero no mesmo passo, seja $s_i^k \pi_i^k = \mu^k \rightarrow 0$, para todo i , e $k \rightarrow \infty$. Se expressarmos as iterações genéricas de (3.10) em termos de $\nabla_y L(y^k)$ similar a (3.12), obtemos

$$y^{k+1} = y^k - \alpha^k \nabla_y^2 L(y^k)^{-1} [\nabla_y L(y^k) - \mu^k u] \quad (3.14)$$

onde:

$$u = (e, 0) \text{ com } e \in \mathfrak{R}^{2p} \text{ e } 0 \in \mathfrak{R}^{q-2p}.$$

A direção de busca em (3.14) tem duas componentes: (i) a direção de Newton “pura”, $-\nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \nabla_y L(y^k)$, também chamada de direção escala-afim, e (ii) a direção central, $\nabla_y^2 L(y^k)^{-1} \mu^k u$. A componente que não aparece em (3.12) conduz as variáveis não negativas para longe da fronteira.

Um resumo do algoritmo do método primal-dual de PI é mostrado a seguir:

Passo 0: (Inicialização)

Fazer $k = 0$, definir μ^0 e escolher um ponto inicial y^0 que satisfaça as condições de positividade estrita.

Passo 1: (Cálculo da Direção de Newton)

Formular o sistema de Newton para o ponto atual e encontrar a direção de Newton.

Passo 2: (Atualização das Variáveis)

Encontrar o tamanho do passo da direção de Newton e atualizar as variáveis primal e dual.

Passo 3: (Teste de Convergência)

Se o novo ponto satisfizer o critério de convergência, parar. Caso contrário, atualizar $k = k+1$, atualizar o parâmetro de barreira μ^k , e voltar ao Passo 1.

3.4.2) CALCULANDO A DIREÇÃO DE NEWTON

Embora o sistema de KKT (3.10) seja não linear, sua solução é usualmente aproximada por uma iteração simples do método de Newton (a direção de Newton é apenas uma maneira de seguir o caminho do minimizador parametrizado por μ^k). Como aplica-se o método de Newton para resolver (3.10), obtêm-se o seguinte sistema indefinido:

$$\begin{bmatrix} \Pi & 0 & S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\gamma} & Z & Z & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & J_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_h^t & \nabla_x^2 L_\mu & -J_g^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_1 \\ \Delta s_2 \\ \Delta \pi_1 \\ \Delta \pi_2 \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{s_1} \\ r_{s_2} \\ r_{\pi_1} \\ r_{\pi_2} \\ r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde:

$$\bar{\Pi} = \text{diag}(\pi_{1_1}, \pi_{1_2}, \dots, \pi_{1_p}), \hat{v} = (\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_p);$$

$$r_{s_1} = -S\pi_1 + \mu^k e$$

$$r_{s_2} = -Z\hat{v} + \mu^k e$$

$$r_{\pi_1} = -s_1 - s_2 + \bar{h} - \underline{h}$$

$$r_{\pi_2} = -h(x) - s_2 + \bar{h}$$

$$r_x = -\nabla_x f(x) + J_g(x)^t \lambda - J_h(x)^t \pi_2$$

$$r_\lambda = g(x)$$

(3.16)

O cálculo de $\nabla_x^2 L_\mu$, envolve uma combinação da Hessiana da função objetivo $\nabla_x^2 f(x)$ e as Hessianas das restrições $\nabla_x^2 g_j(x)$ e $\nabla_x^2 h_j(x)$, como a seguir:

$$\nabla_x^2 L_\mu(y) = \nabla_x^2 f(x) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla_x^2 g_j(x) + \sum_{j=1}^p \pi_{2_j} \nabla_x^2 h_j(x)$$

Deixa-se de lado o índice k para simplificar a apresentação. A direção de Newton pode ser obtida resolvendo-se (3.15) diretamente, ou resolvendo-se pelo sistema reduzido:

$$\begin{bmatrix} J_d & -J_g^T \\ -J_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_x \\ r_\lambda \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Para primeiro Δx e $\Delta \lambda$, e então calculamos:

$$\Delta s_2 = -J_h(x) \Delta x$$

$$\Delta s_1 = -\Delta s_2$$

$$\Delta \pi_1 = -\mu^k S^{-2} \Delta s_1$$

$$\Delta \pi_2 = -\mu^k Z^{-2} \Delta s_2 - \Delta \pi_1$$

(3.18)

onde:

$$J_d = \nabla_x^2 L_\mu(y) + \mu^k J_h(x)^t (S^{-2} + Z^{-2}) J_h(x)$$

Em QUINTANA & TORRES (1998) tem-se uma explicação do desenvolvimento desse sistema reduzido.

3.4.3) ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

As novas variáveis primal e dual são atualizadas por:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \alpha_p^k \Delta x & \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \alpha_d^k \Delta \lambda \\ s_1^{k+1} &= s_1^k + \alpha_p^k \Delta s_1 & \pi_1^{k+1} &= \pi_1^k + \alpha_d^k \Delta \pi_1 \\ s_2^{k+1} &= s_2^k + \alpha_p^k \Delta s_2 & \pi_2^{k+1} &= \pi_2^k + \alpha_d^k \Delta \pi_2 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Onde os escalares $\alpha_p^k \in (0,1]$ e $\alpha_d^k \in (0,1]$ são os parâmetros de tamanho dos passos primais e duais respectivamente. O máximo tamanho de passo que pode ser tomado na direção de Newton é determinado por:

$$\begin{aligned} \alpha_p^k &= \sigma * \min \left\{ 1, \min_i \left\{ \frac{-s_{1_i}^k}{\Delta s_{1_i}} \mid \Delta s_{1_i} < 0, \frac{-s_{2_i}^k}{\Delta s_{2_i}} \mid \Delta s_{2_i} < 0 \right\} \right\}, \\ \alpha_d^k &= \sigma * \min \left\{ 1, \min_i \left\{ \frac{-\pi_{1_i}^k}{\Delta \pi_{1_i}} \mid \Delta \pi_{1_i} < 0, \frac{-\hat{v}_i^k}{\Delta \hat{v}_i} \mid \Delta \hat{v}_i < 0 \right\} \right\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

O escalar $\sigma \in (0,1)$ é um fator de segurança para assegurar que o próximo ponto irá satisfazer as condições de positividade estrita, onde um valor típico é $\sigma = 0.99995$.

A equação (3.20) apresenta o cálculo para o tamanho dos passos primal e dual de forma separada, o que é uma vantagem para o método primal-dual de PI para resolver problemas de PL, e tem provado ser altamente eficiente na prática, reduzindo o número de iterações de convergência entre 10% e 20% em problemas típicos. Em geral nos problemas de PNL, a interdependência entre as variáveis do primal e do dual presentes nas condições de factibilidade dual não permite a

separação do tamanho do passo do primal e do dual. Neste caso, um tamanho do passo comum aos dois pode ser encontrado por:

$$\alpha_p^k = \alpha_d^k \leftarrow \min\{\alpha_p^k, \alpha_d^k\} \quad (3.21)$$

Apesar do mencionado sobre juntar as variáveis do primal e dual nas equações de factibilidade dual, tamanho de passos comum Wu et al. (1994) e tamanho de passos separados GRANVILLE (1994), ambos têm bom desempenho na solução de problemas de FPO.

3.4.4) REDUÇÃO DO PARÂMETRO DE BARREIRA

Embora as propriedades de dualidade da programação convexa não possam ser totalmente estendida para problemas genéricos de PNL, pergunta-se naturalmente se o sucesso obtido no esquema de redução de μ^k em PL ou em PQ convexa pode ser estendido para problemas de PNL. O resíduo das condições de complementaridade, chamado de *gap* da complementaridade, é calculado no ponto y^k por:

$$\rho^k = (s_1^k)^t \pi_1^k + (s_2^k)^t \hat{v}^k \quad (3.21)$$

A seqüência $\{\rho^k\} \rightarrow 0$ faz com que $\{x^k\} \rightarrow x^*$. Desta maneira, a relação entre ρ^k e μ^k que está implícita em (3.10) sugere que μ^k pode ser reduzido baseado no decréscimo do *gap* da complementaridade, como por exemplo:

$$\mu^{k+1} = \gamma^k \frac{\rho^k}{2p} \quad (3.22)$$

onde:

p : é um parâmetro definido pelo usuário.

Onde γ^k é esperado, mas não necessariamente realizado, decrescer com o *gap* da complementaridade. O parâmetro $\gamma^k \in (0,1)$ é chamado de parâmetro central. Se $\gamma^k = 1$, o sistema de KKT (3.10) define a direção central e o passo direciona para um ponto na trajetória de barreira. No outro extremo, $\gamma^k = 0$ nos dá o passo de Newton puro, conhecido como direção escala-afim. Para caminhar entre os dois limites de redução de μ^k e melhorar centralmente, γ^k pode ser escolhido como $\gamma^k = \max\{0.99\gamma^{k-1}, 0.1\}$ com $\gamma^0 = 0.2$.

3.4.5) TESTE DE CONVERGÊNCIA

As iterações do PI são consideradas terminadas quando:

$$\begin{array}{ll} v_1^k \leq \xi_1 & \mu^k \leq \xi_\mu \\ v_2^k \leq \xi_1 & \|\Delta x\|_\infty \leq \xi_2 \\ v_3^k \leq \xi_2 & \text{ou} \quad \|g(x^k)\|_\infty \leq \xi_1 \\ v_4^k \leq \xi_2 & v_4^k \leq \xi_2 \end{array}$$

É satisfeito, onde:

$$\begin{aligned} v_1 &= \max\left\{\max\{\underline{h} - h(x)\}, \max\{h(x) - \bar{h}\}, \|g(x)\|_\infty\right\}, \\ v_2 &= \frac{\left\|\nabla_x f(x) - J_g(x)^T \lambda + J_h(x)^T v\right\|_\infty}{1 + \|x\|_2 + \|\lambda\|_2 + \|v\|_2}, \\ v_3 &= \frac{\rho}{1 + \|x\|_2}, \\ v_4 &= \frac{|f(x^k) - f(x^{k-1})|}{1 + |f(x^k)|} \end{aligned} \tag{3.23}$$

Se os critérios $v_1^k \leq \xi_1$, $v_2^k \leq \xi_1$ e $v_3^k \leq \xi_2$ são satisfeitos, então a factibilidade primal, dual escalar e as condições de complementaridade são satisfeitas, o que significa que a iteração k é um ponto de KKT de precisão ξ_1 . Quando problemas numéricos impedem a verificação destas, o algoritmo pára assim que a factibilidade das restrições de igualdade é alcançada e as mudanças no valor da função objetivo e das variáveis são desprezíveis. Valores típicos para as tolerâncias são $\xi_1 = 10^{-4}$, $\xi_2 = 10^{-2}\xi_1$, e $\xi_\mu = 10^{-12}$.

No próximo capítulo expor-se-á a resolução do problema de fluxo de potência ótimo usando o método primal-dual barreira logarítmica associado ao método de Newton modificado.

CAPÍTULO 4

O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

4.1) INTRODUÇÃO

O problema de fluxo de potência ótimo é um problema de programação não linear, não convexo e de grande porte, de difícil aplicação real (*on line*) devido à presença de uma grande quantidade de variáveis discretas. Sendo o FPO um problema de otimização de grande porte e que quando resolvido gera um sistema de equações lineares esparsas, qualquer algoritmo eficiente para solução do problema deve explorar técnicas e estruturas de esparsidade. Dada sua importância nas atividades de planejamento e operação do sistema de potência, o problema de FPO tem sido intensivamente estudado conforme HUNEAULT & GALIANA (1991) e mais recentemente MOMOH et al. (1999).

Durante as últimas três décadas, os algoritmos para solução do FPO usaram diferentes técnicas de programação matemática. Entre essas podemos citar: programação linear sequencial (PLS), programação quadrática e métodos de programação não linear baseados em Newton. Desde o início da década de 80, o interesse na aplicação dos métodos dos pontos interiores (MPI) para sistemas de potência tem aumentado devido à melhora do desempenho e das propriedades de convergência dos MPI.

Neste capítulo apresenta-se o problema de fluxo de potência ótimo em detalhes. Mostra-se o método primal-dual barreira logarítmica aplicado às restrições de desigualdade e o método de Newton modificado aplicado às restrições de igualdades do problema de FPO. O método primal-dual barreira logarítmica (MPDBL) procura satisfazer as restrições canalizadas do problema, durante o processo iterativo. Portanto, a convergência pela região factível, característica dos métodos dos pontos interiores, é válida somente para as restrições canalizadas do problema. O algoritmo do MPDBL é descrito. Comentários são feitos a respeito da implementação computacional.

4.2) O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O FPO é o instrumento indicado para determinar o melhor ponto de operação do sistema de potência, ajustando simultaneamente e de maneira ótima, todas as variáveis de controle. Este ponto ótimo otimiza uma dada função objetivo e satisfaz as restrições de operação.

O fluxo de potência ótimo pode ser representado matematicamente através de um problema geral de otimização com restrições de igualdade e desigualdade como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(x) \\
 & \text{s.a. : } g(x) = 0 \\
 & \quad \underline{h} \leq h(x) \leq \bar{h} \\
 & \quad \underline{x} \leq x \leq \bar{x}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde :

$x = (V, \theta, t) \in \mathfrak{R}^n$: vetor das variáveis de estado;

$f(x)$: função objetivo que representa o desempenho do sistema (função escalar);

$g(x) = 0 \in \mathfrak{R}^m$: vetor das equações do fluxo de potência onde $m < n$;

$h(x) \leq 0 \in \mathfrak{R}^p$: vetor das inequações funcionais do fluxo de potência;

\underline{h} e \bar{h} : limites inferiores e superiores das restrições $h(x)$, respectivamente;

\underline{x} e \bar{x} : limites inferiores e superiores das variáveis x , respectivamente.

O vetor das variáveis de estado x representa a magnitude de tensão (V), ângulos (θ) e tap dos transformadores (t). A função objetivo, $f(x)$, representa as perdas de potência ativa na transmissão. Essa função é não separável e não permite simplificações. As restrições de igualdade $g(x)$ são as equações do fluxo de potência obtidas quando impõe-se o princípio da conservação de potência em cada barra da rede. As restrições de desigualdade $h(x)$ representam as restrições funcionais como: a potência reativa nas barras de controle de reativos, os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão, fluxo de intercâmbio, etc.

Ao reescrever (4.1) utilizando as equações do fluxo de potência como apresentado por MONTICELLI (1983), a função objetivo e suas demais restrições como utilizado neste trabalho, temos o seguinte problema de FPO:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{i=1}^{NL} g_i [V_k^2 + V_m^2 - 2 * V_k V_m \cos \theta_{km}] \\
 & \text{s. a. : } P_k^G - P_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, \text{NBCCR} \\
 & \quad Q_k^G - Q_k^C - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) = 0 \quad k = 1, \dots, \text{NBC} \\
 & \quad \underline{Q}_j \leq V_j \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \leq \bar{Q}_j \quad j = 1, \dots, \text{NBCR} \quad (4.2) \\
 & \quad \underline{t}_i \leq t \leq \bar{t}_i \quad i = 1, \dots, \text{NT} \\
 & \quad \underline{V}_k \leq V_k \leq \bar{V}_k \quad k = 1, \dots, \text{NB}
 \end{aligned}$$

onde:

P_k^G - potência ativa gerada na barra k ;

P_k^C - potência ativa consumida na barra k ;

Q_k^G - potência reativa gerada na barra k ;

Q_k^C - potência reativa consumida na barra k ;

V_k - tensão na barra k ;

V_m - tensão na barra m ;

$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$, ângulo da tensão na barra k e m , respectivamente;

$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ - admitância da linha entre as barras k e m;

K - conjunto de todas as barras vizinhas à barra k, incluindo ela mesma.

g_i - condutância da linha i conectada entre a barra k e m;

NL - número de linhas de transmissão;

NB - número de barras do sistema elétrico;

NBC - número de barras de carga;

NBCR - número de barras de controle de reativo;

NBCCR - número de barras de carga e de controle de reativos;

NT - número de transformadores.

O problema de FPO apresentado é conhecido como FPO reativo, pois as variáveis associadas com as potências ativas estão todas fixas. A função objetivo em (4.1) são as perdas ativas nas linhas de transmissão, que é considerado um fator complicante para a solução do problema de FPO segundo MONTICELLI & LIU (1992). As restrições de fluxo e intercâmbio não são utilizadas neste trabalho.

Como visto no capítulo 2, existem muitas técnicas de otimização para solução do problema (4.1). A técnica de solução utilizando pontos interiores tem sido vista como uma alternativa eficiente para solução de problemas de otimização de sistemas de potência. Entre os métodos de otimização que utilizam pontos interiores, o método primal-dual barreira logarítmica tem sido amplamente aplicado para solução de (4.1). Podemos destacar nesta área os trabalhos de GRANVILLE (1994), NEJDAWI et al. (2000) e TORRES & QUINTANA (2001). A seguir será apresentado o método primal-dual barreira logarítmica.

4.3) O MÉTODO PRIMAL-DUAL BARREIRA LOGARÍTMICA ASSOCIADO AO PROBLEMA DE FPO

Neste item será apresentado o método primal-dual barreira logarítmica (PDBL) conforme a teoria apresentada no capítulo 3 e GRANVILLE (1994). Para facilitar a notação neste item usaremos o problema de FPO como apresentado em

(4.1). A resolução do problema apresentado em (4.1) pelo método PDBL exige que as restrições de desigualdades se tornem igualdades através da adição de variáveis de folga ou excesso não negativas. Portanto, o problema (4.1) modificado pode ser apresentado como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(x) \\
 & \text{s. a. : } g(x) = 0 \\
 & \quad h(x) + s_1 = \bar{h} \\
 & \quad h(x) - s_2 = \underline{h} \\
 & \quad x + s_3 = \bar{x} \\
 & \quad x - s_4 = \underline{x} \\
 & \quad s_1, s_2, s_3, s_4 > 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Estas variáveis de folga e de excesso estritamente positivas são incorporadas à função objetivo através da função barreira logarítmica definida em (3.1). Desta forma, (4.3) passa a ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \left\{ f(x) - \mu \sum_{i=1}^{NBCR} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{NBCR} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{NB} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{NB} \ln(s_{4i}) \right\} \\
 & \text{s. a. : } g(x) = 0 \\
 & \quad h(x) + s_1 = \bar{h} \\
 & \quad h(x) - s_2 = \underline{h} \\
 & \quad x + s_3 = \bar{x} \\
 & \quad x - s_4 = \underline{x}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

onde:

μ é o parâmetro de barreira positivo, que tende a zero durante o processo de otimização, isto é, $\mu_0 > \mu_1 > \dots > \mu_\infty = 0$.

Os termos logarítmicos asseguram as condições das variáveis de folga (tratadas implicitamente) serem estritamente positivas. Ao problema restrito (4.4) associamos a função Lagrangiana:

$$L = f(x) - \mu \sum_{i=1}^{NBCR} \ln(s_{1i}) - \mu \sum_{i=1}^{NBCR} \ln(s_{2i}) - \mu \sum_{i=1}^{NB} \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^{NB} \ln(s_{4i}) - \lambda^t g(x) - \pi_1 (h(x) + s_1 - \bar{h}) - \pi_2 (h(x) - s_2 - \underline{h}) - \pi_3 (x + s_3 - \bar{x}) - \pi_4 (x - s_4 - \underline{x}) \quad (4.5)$$

onde:

λ , π_1 , π_2 , π_3 e π_4 são os vetores dos multiplicadores de Lagrange.

Aplicando as condições de otimalidade em (4.5), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\nabla_x L = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)^t \lambda - \nabla_x h(x)^t \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \pi_2 - \pi_3 - \pi_4 = 0 \quad (4.6)$$

$$\nabla_\lambda L = -g(x) = 0 \quad (4.7)$$

$$\nabla_{\pi_1} L = -(h(x) + s_1 - \bar{h}) = 0 \quad (4.8)$$

$$\nabla_{\pi_2} L = -(h(x) - s_2 - \underline{h}) = 0 \quad (4.9)$$

$$\nabla_{\pi_3} L = -(x + s_3 - \bar{x}) = 0 \quad (4.10)$$

$$\nabla_{\pi_4} L = -(x - s_4 - \underline{x}) = 0 \quad (4.11)$$

$$\nabla_{s_1} L = -\mu S_1^{-1} e - \pi_1 = 0 \quad (4.12)$$

$$\nabla_{s_2} L = -\mu S_2^{-1} e + \pi_2 = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla_{s_3} L = -\mu S_3^{-1} e - \pi_3 = 0 \quad (4.14)$$

$$\nabla_{s_4} L = -\mu S_4^{-1} e + \pi_4 = 0 \quad (4.15)$$

onde:

$\nabla f(x)$: é o gradiente de $f(x)$;

$e = (1, 1, \dots, 1)^t$;

S_1 , S_2 , S_3 e S_4 são matrizes diagonais, cujos elementos são s_1 , s_2 , s_3 e s_4 respectivamente.

4.3.1) O MÉTODO DE NEWTON MODIFICADO

O método de Newton modificado é utilizado para solucionar o sistema de equações não lineares (4.6) a (4.15). Nesse método, as informações de primeira ordem são mantidas intactas, e as informações de segunda ordem são aproximadas.

Este utiliza a expansão em série de Taylor até primeira ordem das equações do sistema, e desta forma gera as direções de busca $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3, \Delta \pi_4, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta s_4)$ que serão usadas para a atualização das variáveis do sistema. Desta forma, o problema pode ser representado como:

$$\begin{aligned} & \left[\nabla_{xx}^2 f(x) - \nabla_{xx}^2 g(x)' \lambda - \nabla_{xx}^2 h(x)' \pi_1 - \nabla_{xx}^2 h(x)' \pi_2 \right] \Delta x - \nabla_x h(x)' \Delta \pi_1 - \Delta \pi_3 \\ & - \nabla_x h(x)' \Delta \pi_2 - \nabla_x g(x)' \Delta \lambda - \Delta \pi_4 = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)' \lambda - \nabla_x h(x)' \pi_1 - \pi_3 \\ & - \nabla_x h(x)' \pi_2 - \pi_4 = -\nabla_x L \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$-g(x) - \nabla_x g(x) \Delta x - 0 \cdot \Delta \lambda = \nabla_x L \quad (4.17)$$

$$-(\nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_1) = -\nabla_{\pi_1} L \quad (4.18)$$

$$-(\nabla_x h(x) \Delta x + \Delta s_2) = -\nabla_{\pi_2} L \quad (4.19)$$

$$-(\Delta x + \Delta s_3) = -\nabla_{\pi_3} L \quad (4.20)$$

$$-(\Delta x + \Delta s_4) = -\nabla_{\pi_4} L \quad (4.21)$$

$$\mu S_1^{-2} \Delta s_1 - \Delta \pi_1 = -\nabla_{s_1} L \quad (4.22)$$

$$\mu S_2^{-2} \Delta s_2 - \Delta \pi_2 = -\nabla_{s_2} L \quad (4.23)$$

$$\mu S_3^{-2} \Delta s_3 - \Delta \pi_3 = -\nabla_{s_3} L \quad (4.24)$$

$$\mu S_4^{-2} \Delta s_4 - \Delta \pi_4 = -\nabla_{s_4} L \quad (4.25)$$

onde:

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k$$

$$\Delta \lambda = \lambda_{k+1} - \lambda_k$$

Substituindo $\Delta \lambda$ por $\lambda_{k+1} - \lambda_k$ em (4.16), obtém-se uma nova forma de atualização para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade na solução do problema de FPO, conforme proposto por LUENBERGER (1984). Deste modo, λ será atualizado diretamente da solução do sistema linearizado (4.16) a (4.25). Assim:

$$\begin{aligned} & \left[\nabla_{xx}^2 f(x) - \nabla_{xx}^2 g(x)' \lambda - \nabla_{xx}^2 h(x)' \pi_1 - \nabla_{xx}^2 h(x)' \pi_2 \right] \Delta x - \nabla_x h(x)' \Delta \pi_1 - \Delta \pi_3 \\ & - \nabla_x h(x)' \Delta \pi_2 - \nabla_x g(x)' (\lambda + \lambda_{k+1}) - \Delta \pi_4 = \nabla_x f(x) - \nabla_x g(x)' \lambda - \nabla_x h(x)' \pi_1 \\ & - \pi_3 - \nabla_x h(x)' \pi_2 - \pi_4 = -\nabla_x L \end{aligned} \quad (4.26)$$

Observa-se que a modificação proposta altera vetor gradiente no termo correspondente a $\nabla_x L$, ocorrendo somente a simplificação do termo $-\nabla_x g(x)^t \lambda$ na equação (4.26):

$$\begin{aligned} & \left[\nabla_{xx}^2 f(x) - \nabla_{xx}^2 g(x)^t \lambda - \nabla_{xx}^2 h(x)^t \pi_1 - \nabla_{xx}^2 h(x)^t \pi_2 \right] \Delta x - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \Delta \pi_2 \\ & - \nabla_x g(x)^t \lambda_{k+1} - \Delta \pi_3 - \Delta \pi_4 = \nabla_x f(x) - \nabla_x h(x)^t \pi_1 - \nabla_x h(x)^t \pi_2 - \pi_3 - \pi_4 = -\nabla_x L \end{aligned} \quad (4.27)$$

Reescrevendo (4.27) juntamente com (4.17) a (4.25) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) & -J(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -\nabla_x h(x)^t & -I & -I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -J(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ -\nabla_x h(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu s_1^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu s_2^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 & 0 & \mu s_3^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & \mu s_4^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda_{k+1} \\ \Delta \pi_1 \\ \Delta \pi_2 \\ \Delta \pi_3 \\ \Delta \pi_4 \\ \Delta s_1 \\ \Delta s_2 \\ \Delta s_3 \\ \Delta s_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_{\pi_1} L \\ \nabla_{\pi_2} L \\ \nabla_{\pi_3} L \\ \nabla_{\pi_4} L \\ \nabla_{s_1} L \\ \nabla_{s_2} L \\ \nabla_{s_3} L \\ \nabla_{s_4} L \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

onde:

$$W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) = \nabla_{xx}^2 f(x) - \sum_{i=1}^{NBCCR} \lambda_i \nabla_{xx}^2 g_i(x) - \sum_{i=1}^{NBCR} \pi_{1i} \nabla_{xx}^2 h(x) - \sum_{i=1}^{NBCR} \pi_{2i} \nabla_{xx}^2 h(x) \text{ só}$$

com elementos na diagonal.

I é a matriz identidade.

$J(x) = \nabla_x g(x)$, é a matriz Jacobiana do fluxo de potência.

Pode-se escrever $W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2)$ na forma de matriz:

$$W(x, \lambda, \pi_1, \pi_2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial \theta^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial V^2} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

O sistema matricial (4.28) pode ser representado de forma simplificada da seguinte maneira:

$$L_a \Delta d = -\nabla L \quad (4.30)$$

onde:

L_a : matriz Lagrangiana;

Δd : vetor das direções de busca;

∇L : vetor gradiente.

Aplica-se o método de Newton modificado à resolução do sistema de equações não lineares (4.6) a (4.15), como visto em COSTA et al. (1996). Nesse método, as informações de primeira ordem são mantidas intactas, e as informações de segunda ordem são aproximadas. Assim, a matriz Lagrangiana pode ser simplificada: trabalha-se somente com a diagonal principal da sub-matriz Hessiana, (4.29), atualizada a cada iteração. Aumenta-se, deste modo, o número de elementos nulos da matriz Lagrangiana. Com tal aproximação, o processo de otimização passa a realizar um maior número de iterações; porém, ganha-se em economia de memória e número de operações realizadas.

4.3.2) MATRIZ LAGRANGIANA

A matriz Lagrangiana (L_a) do sistema (4.28) é esparsa, ou seja, possui poucos elementos não zero, e esta característica deve ser explorada no processo de solução do sistema.

A dimensão da L_a , construída devido à aplicação do método primal-dual barreira logarítmica para solução do problema (4.1), é muito maior do que a dimensão da matriz utilizada nos métodos da Penalidade, Newton, entre outros. Nesses métodos o sistema a ser resolvido é apenas uma parte do sistema dado em (4.28), isto é:

$$\begin{bmatrix} W(x, \lambda) & J(x)^t \\ -J(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_x L \\ \nabla_\lambda L \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

A matriz Lagrangiana em (4.28), tem ordem total (N) dada por:

$$N = 8*NB + 3*NBCR + 5*NT - 3 \quad (4.32)$$

Esta matriz apresenta muitos elementos unitários e as sub-matrizes referentes às variáveis de folga são de fácil implementação. Desta forma o esforço computacional necessário para a obtenção de (4.28) não é muito elevado, quando comparado com os métodos que utilizam (4.31).

4.3.3 CÁLCULO DO TAMANHO DO PASSO

Conhecendo as direções de busca, a próxima etapa é calcular os passos α_p e α_d que serão usados na atualização das variáveis primais e duais respectivamente. Estes passos são calculados de tal forma que, cada componente das variáveis de folga ou excesso primais (s_i , $i = 1, 2, 3, 4$) permaneçam estritamente positivas, e que os elementos do vetor (π_i , $i = 1, 2, 3, 4$) permaneçam com os seus respectivos sinais, isto é $\pi_1 < 0$, $\pi_2 > 0$, $\pi_3 < 0$, $\pi_4 > 0$. Uma sugestão para o cálculo do passo máximo é a estratégia utilizada por GRANVILLE (1994) e QUINTANA (1995), dada por:

$$\alpha_p = \sigma * \min \left\{ \min_{\Delta s_1 < 0} \frac{s_1}{|\Delta s_1|}, \min_{\Delta s_2 < 0} \frac{s_2}{|\Delta s_2|}, \min_{\Delta s_3 < 0} \frac{s_3}{|\Delta s_3|}, \min_{\Delta s_4 < 0} \frac{s_4}{|\Delta s_4|}, 1.0 \right\} \quad (4.33)$$

$$\alpha_d = \sigma * \min \left\{ \min_{\Delta\pi_1 > 0} \frac{-\pi_1}{|\Delta\pi_1|}, \min_{\Delta\pi_2 < 0} \frac{\pi_2}{|\Delta\pi_2|}, \min_{\Delta\pi_3 > 0} \frac{-\pi_3}{|\Delta\pi_3|}, \min_{\Delta\pi_4 < 0} \frac{\pi_4}{|\Delta\pi_4|}, 1.0 \right\} \quad (4.34)$$

onde:

$\sigma = 0,9995$ é um valor determinado empiricamente e que, segundo WRIGHT (1995),

é derivado da fórmula $1 - \frac{1}{9\sqrt{m}}$, onde m é o número de restrições do problema.

4.3.4) ATUALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Conhecendo as direções de busca e os passos primais e duais respectivamente, todas as variáveis do problema podem ser atualizadas por:

$$\begin{aligned} x &= x + \alpha_p \Delta x \\ s_1 &= s_1 + \alpha_p \Delta s_1 & \pi_1 &= \pi_1 + \alpha_d \Delta \pi_1 \\ s_2 &= s_2 + \alpha_p \Delta s_2 & \pi_2 &= \pi_2 + \alpha_d \Delta \pi_2 \\ s_3 &= s_3 + \alpha_p \Delta s_3 & \pi_3 &= \pi_3 + \alpha_d \Delta \pi_3 \\ s_4 &= s_4 + \alpha_p \Delta s_4 & \pi_4 &= \pi_4 + \alpha_d \Delta \pi_4 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Sendo que o vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade, λ , já é atualizado da solução do sistema (4.28).

4.3.5) O PARÂMETRO DE BARREIRA

Uma etapa muito importante no algoritmo primal-dual barreira logarítmica é a escolha inicial do parâmetro de barreira. GRANVILLE (1994) verificou que o valor do multiplicador μ para cada ponto é proporcional ao *gap* de dualidade. Este *gap* é a diferença entre o valor da função objetivo do problema primal e do problema dual. A cada iteração, o valor de μ deverá ser calculado de tal forma que o seu valor

atual seja sempre inferior ao anterior. Assim o cálculo para a atualização de μ utilizando a equação (4.36) corresponde ao *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{-(s_1\pi_1 + s_3\pi_3) + (s_2\pi_2 + s_4\pi_4)}{2 NB \beta} \quad (4.36)$$

onde:

$\beta > 1$ é especificado pelo usuário.

Como visto em (4.36) o parâmetro μ é reduzido a cada iteração empiricamente, pois o valor de β é determinado pelo usuário. Uma escolha não adequada deste parâmetro poderá comprometer a convergência do método. Uma outra opção para atualização de μ , é reduzi-lo de um valor β' especificado pelo usuário, a cada iteração, isto é:

$$\mu^{(k+1)} = \frac{\mu^k}{\beta'} \quad (4.37)$$

Na implementação do algoritmo primal-dual barreira logarítmica realizada neste trabalho, com o objetivo de resolver o problema de fluxo de potência ótimo, utilizou-se à equação (4.37) para atualização do parâmetro de barreira, devido à sua eficiência e fácil implementação.

4.3.6) VALORES INICIAIS DAS VARIÁVEIS

Com respeito aos valores iniciais das variáveis, a única exigência que deve ser observada é que as variáveis do sistema, ou seja, tensões, *taps* e injeções de reativo estejam dentro de seus limites preestabelecidos. As equações de balanço do fluxo de potência do sistema (4.1) e as inequações, que foram transformadas em equações através das variáveis de folga ou excesso, não precisam ser satisfeitas no início do processo iterativo. As variáveis de folga ou excesso ($s_i = 1,2,3,4$) podem ser

calculadas inicialmente utilizando as equações (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) respectivamente. Estas variáveis devem ser estritamente positivas, - isto é esperado desde que as variáveis do sistema estejam dentro de seus limites. Porém, se existir algum componente deste vetor que seja nulo ou negativo, poderá assumir o valor 0.02, como propõe QUINTANA et al. (1995). Após ter calculado os valores iniciais dos vetores referentes às variáveis de folga ou excesso, os vetores dos multiplicadores de Lagrange (π_i , $i = 1, 2, 3, 4$) podem ser calculados inicialmente utilizando as equações (4.12), (4.13), (4.14), (4.15) respectivamente. E os vetores dos multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdades (λ) são sempre iniciados em zero. O valor inicial do parâmetro de barreira e o multiplicador β para atualização de μ são determinados pelo usuário, como mencionado anteriormente.

4.3.7) ALGORITMO

O problema de fluxo de potência ótimo mostrado em (4.1) pode ser resolvido iterativamente através do método de pontos interiores pelo seguinte algoritmo apresentado a seguir:

Passo 0: Iniciar

Dado o problema (4.1), construir a função Lagrangiana (4.5). Fazer $k = 0$.

Escolher uma solução inicial para as variáveis do problema: $x^0, \lambda^0, \mu^0, \pi^0$.

Atribuir um valor para o erro ε .

Passo 1: Calcular o vetor gradiente.

Passo 2: Se todos os elementos do vetor gradiente forem menores que ε e as condições de KKT satisfeitas, então PARE, caso contrário:

Passo 3: Calcular a matriz Lagrangiana e resolver o sistema (4.28).

Passo 4: Calcular os passos por (4.33) e (4.34).

Passo 5: Atualizar as variáveis (4.35) e o parâmetro μ por (4.37).

Passo 6: Voltar ao passo 1.

O valor inicial de $x^0 = (V, \theta, t)$ deve pertencer à região factível do problema. A implementação computacional deste algoritmo e a técnica utilizada para solução do sistema (4.28), serão discutidas na próxima seção.

4.4) IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional do método primal-dual barreira logarítmica apresentado neste trabalho, foi realizada em linguagem de programação FORTRAN. O programa foi desenvolvido em um microcomputador Pentium III – 600 MHz, com 128 Mbytes de memória RAM, do Laboratório de otimização em Sistemas Elétricos de Potência (LOSEP), do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC – USP). Na implementação utilizou-se dupla precisão aritmética.

Para uma melhor visualização e entendimento da estrutura do programa de FPO, este foi dividido nos seguintes módulos, mostrados na Figura 4.1:

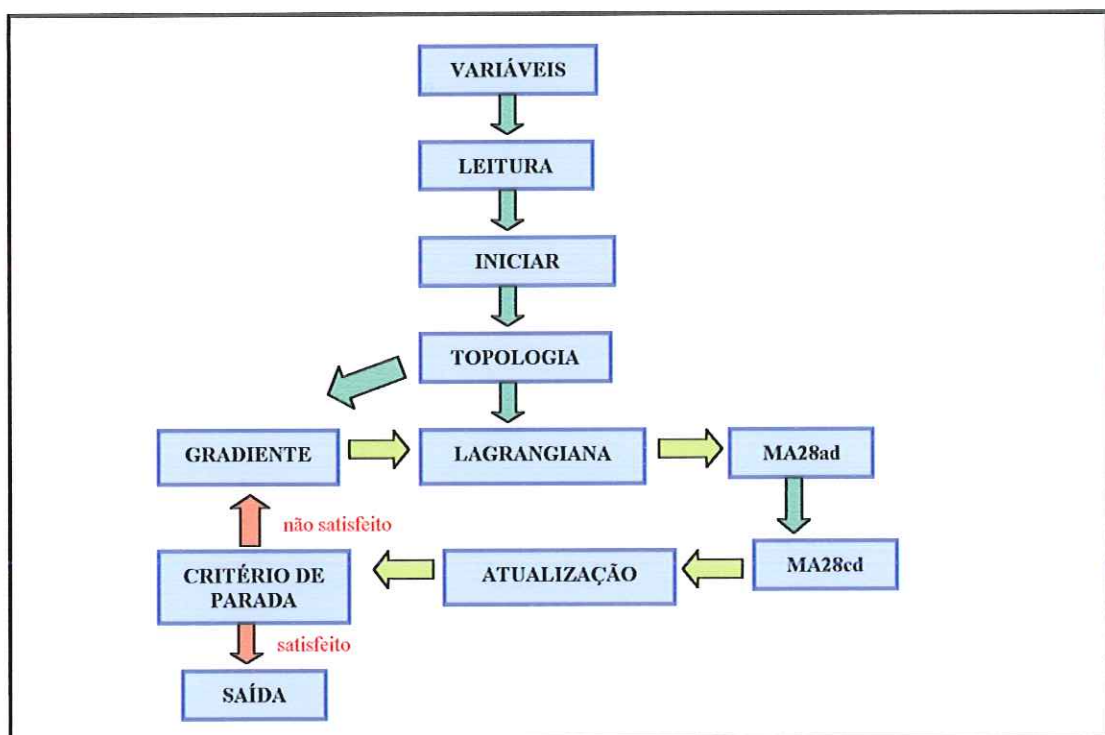


FIGURA 4.1 - Módulos do programa de FPO

A seguir tem-se uma breve descrição das sub-rotinas implementadas, que formam o programa de FPO:

Variáveis - faz a declaração das variáveis utilizadas no programa (variáveis globais).

Leitura - rotinas responsáveis pela leitura dos dados de barras, das linhas de transmissão e dos limites de tensão. Estas informações estão contidas em bancos de dados que fornecem os dados iniciais da rede elétrica (Apêndice 1).

Iniciar - rotinas responsáveis pelos valores iniciais das variáveis de folga e multiplicadores de Lagrange.

Topologia - fornece a topologia da rede, ou seja, descreve as ligações existentes entre as barras do sistema. É de fundamental importância para a criação do vetor gradiente e da matriz Lagrangiana.

Gradiente - constrói o vetor gradiente da função Lagrangiana.

Lagrangiana - rotinas responsáveis pela construção da matriz Lagrangiana, construída em um formato vetorial.

MA28ad - rotina responsável pela fatoração LU. Na chamada desta rotina, fornecemos como informação a matriz Lagrangiana no formato vetorial.

MA28cd - rotina responsável pela solução do sistema de equações. Na chamada desta rotina fornecemos como informação a matriz Lagrangiana e o vetor gradiente.

Atualização - rotinas responsáveis pela atualização das variáveis do problema de fluxo de potência ótimo e do parâmetro de barreira.

Saída - gera o arquivo de saída que contém os resultados obtidos pelo programa.

O critério de parada do programa de FPO é a satisfação das equações do fluxo de potência dentro uma tolerância e obedecer às condições de KKT minimizando a função objetivo.

Observa-se, no sistema (4.30), que a matriz Lagrangiana (L_a) tem uma estrutura esparsa. Verifica-se que, em sistemas reais, o “grau de esparsidade” dessa matriz, cresce conforme aumentam as dimensões da rede elétrica. Em virtude da sua esparsidade, o armazenamento de L_a foi feito de forma compacta, isto é, somente os elementos diferentes de zero foram armazenados - com o auxílio do módulo Topologia. Aplica-se a técnica de esparsidade fornecida pela rotina MA28.f, desenvolvida pelo *Grupo Algoritmos Numéricos do Laboratório de Harwell*, do *United Kingdom Atomic Energy Authority*. Essa rotina determina a solução de sistemas lineares esparsos, utilizando uma variante da eliminação de Gauss para esses sistemas, conforme DUFF & REID (1979). Os principais parâmetros utilizados na sub-rotina MA28 são:

n - ordem da matriz Lagrangiana (L_a);

nz - número de elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;

a - vetor contendo os elementos diferentes de zero da L_a ;

irn - vetor contendo a posição da linha dos elementos diferentes de zero da matriz Lagrangiana;

$lirn$ - tamanho do vetor irn , $lirn \geq nz$

icn - vetor contendo a posição da coluna dos elementos diferentes zero da matriz Lagrangiana;

$licn$ - tamanho de a e icn , $licn \geq 2nz$;

x - vetor contendo os elementos do vetor gradiente; após a solução do sistema linear o vetor x retorna da rotina MA28.f com os elementos do vetor direção de busca Δd do sistema (4.30): $L_a \Delta d = -\nabla L$.

A rotina MA28.f faz a fatoração LU de uma matriz simétrica de posição. Realiza todo o processo numérico para a solução do sistema utilizando duas matrizes: uma triangular superior e outra inferior. Considerando as características da

matriz gerada na solução do FPO simétrica de valor e de posição, não existiria a necessidade de trabalhar com duas matrizes. Pode-se usar apenas uma matriz triangular superior ou inferior, com isso economiza-se em memória e tempo de processamento, uma vez que o número de elementos é bem menor. Logo, a rotina MA28.f não é a ideal para o problema, porém era a melhor rotina que estava à disposição durante a execução deste trabalho.

No próximo capítulo apresentar-se-á os resultados numéricos obtidos através da aplicação do método da primal-dual barreira logarítmica ao problema de FPO, discutindo seu desempenho.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS NUMÉRICOS

5.1) INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da aplicação do método primal-dual barreira logarítmica associado ao método de Newton modificado para solução do problema de fluxo de potência ótimo. Duas versões do programa de FPO foram desenvolvidas, diferenciando-se na forma de atualização dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade (λ). No caso (1) a atualização foi feita de acordo com o desenvolvimento visto no capítulo 4, ou seja, diretamente do sistema de equações linearizado (4.28). No caso (2) a atualização foi feita de forma semelhante à dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade, π , utilizando o passo dual, como na equação (5.1).

$$\lambda = \lambda + \alpha_d \Delta\lambda \quad (5.1)$$

Nos dois casos foram utilizados os mesmos dados iniciais, com exceção do parâmetro de barreira, μ , que foi definido visando o melhor desempenho do processo de otimização.

Os sistemas elétricos de potência, utilizados para verificar a eficiência da abordagem proposta foram de 3 barras proposto por DOMMEL & TINNEY (1968);

de 14, 30 e 57 barras encontrados em FRERIS (1968); e de 118 barras. Para cada sistema, a função objetivo a ser minimizada foram as perdas de potência ativa na transmissão, tendo como restrições de igualdade as equações do fluxo de potência e restrições de desigualdades canalizadas as variáveis *tap*, tensão e a restrição funcional de injeção de reativo das barras de controle de reativo. Em todos os sistemas elétricos utilizados a potência de base foi de 100 MVA.

5.2) SISTEMA DE 3 BARRAS

Este exemplo foi proposto por DOMMEL & TINNEY (1968) e tem como finalidade exemplificar a aplicação do método. O sistema de 3 barras, da Figura 5.1, tem as seguintes características:

- 1 barra de referência (*Slack* - SL) – barra 1;
- 1 barra de controle de reativo (CR) – barra 2;
- 1 barra de carga (CG) – barra 3;
- 2 linhas de transmissão.

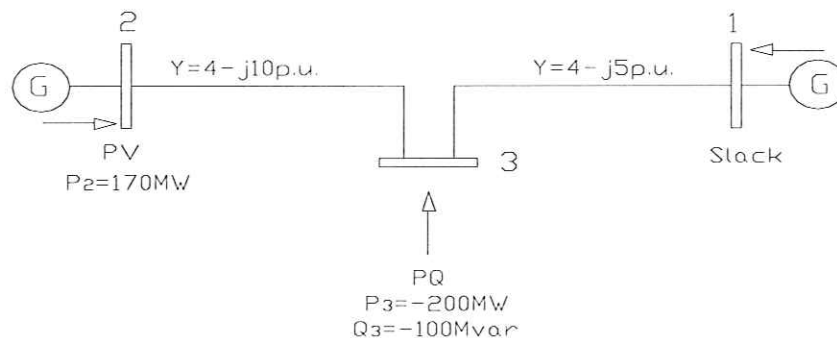


FIGURA 5.1 – Sistema elétrico de 3 barras

O problema pode ser formulado como segue:

Min $f(V, \theta)$

$$\begin{aligned}
 \text{s.a. : } \Delta P_2 &= P_2^G - P_2^C - V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \cos \theta_{2i} + B_{2i} \sin \theta_{2i}) = 0 \\
 \Delta P_3 &= P_3^G - P_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos \theta_{3i} + B_{3i} \sin \theta_{3i}) = 0 \\
 \Delta Q_3 &= Q_3^G - Q_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin \theta_{3i} - B_{3i} \cos \theta_{3i}) = 0 \\
 \underline{V}_1 &\leq V_1 \leq \bar{V}_1 \\
 \underline{V}_2 &\leq V_2 \leq \bar{V}_2 \\
 \underline{V}_3 &\leq V_3 \leq \bar{V}_3 \\
 \underline{Q}_2 &\leq Q_2(V, \theta) \leq \bar{Q}_2
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde:

$$f(V, \theta) = g_{23}(V_2^2 + V_3^2 - 2V_2V_3 \cos \theta_{23}) + g_{31}(V_3^2 + V_1^2 - 2V_3V_1 \cos \theta_{31})$$

$$Q_2(V, \theta) = V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \sin \theta_{2i} - B_{2i} \cos \theta_{2i})$$

A resolução do problema pelo método primal-dual barreira logarítmica exige que as restrições de desigualdade se tornem igualdade através da adição de variáveis de folga ou excesso estritamente positivas que serão incorporadas à função objetivo através da função barreira logarítmica. Desta forma (5.2) passa a ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
& \text{Min } f(V, \theta) - \mu \ln(s_{12}) - \mu \ln(s_{22}) - \mu \sum_{i=1}^3 \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^3 \ln(s_{4i}) \\
& \text{s.a. : } \Delta P_2 = P_2^G - P_2^C - V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \cos \theta_{2i} + B_{2i} \sin \theta_{2i}) = 0 \\
& \Delta P_3 = P_3^G - P_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos \theta_{3i} + B_{3i} \sin \theta_{3i}) = 0 \\
& \Delta Q_3 = Q_3^G - Q_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin \theta_{3i} - B_{3i} \cos \theta_{3i}) = 0 \\
& (V_1 - \bar{V}_1 + s_{31}) = 0 \\
& (V_1 - \underline{V}_1 - s_{41}) = 0 \\
& (V_2 - \bar{V}_2 + s_{32}) = 0 \\
& (V_2 - \underline{V}_2 - s_{42}) = 0 \\
& (V_3 - \bar{V}_3 + s_{33}) = 0 \\
& (V_3 - \underline{V}_3 - s_{43}) = 0 \\
& (Q_2(V, \theta) - \bar{Q}_2 + s_{12}) = 0 \\
& (Q_2(V, \theta) - \underline{Q}_2 - s_{22}) = 0
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Ao problema restrito (5.3) associamos a função Lagrangiana:

$$\begin{aligned}
L = & f(V, \theta) - \mu \ln(s_{12}) - \mu \ln(s_{22}) - \mu \sum_{i=1}^3 \ln(s_{3i}) - \mu \sum_{i=1}^3 \ln(s_{4i}) - \\
& - \lambda p_2 (P_2^G - P_2^C - V_2 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{2i} \cos \theta_{2i} + B_{2i} \sin \theta_{2i})) - \\
& - \lambda p_3 (P_3^G - P_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \cos \theta_{3i} + B_{3i} \sin \theta_{3i})) - \\
& - \lambda q_3 (Q_3^G - Q_3^C - V_3 \sum_{i=1}^3 V_i (G_{3i} \sin \theta_{3i} - B_{3i} \cos \theta_{3i})) - \\
& - \pi_{12} (Q_2(V, \theta) + s_{12} - \bar{Q}_2) - \pi_{22} (Q_2(V, \theta) - s_{22} - \underline{Q}_2) - \\
& - \pi_{31} (V_1 + s_{31} - \bar{V}_1) - \pi_{41} (V_1 - s_{41} - \underline{V}_1) - \pi_{32} (V_2 + s_{32} - \bar{V}_2) - \\
& - \pi_{42} (V_2 - s_{42} - \underline{V}_2) - \pi_{33} (V_3 + s_{33} - \bar{V}_3) - \pi_{43} (V_3 - s_{43} - \underline{V}_3)
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Apresenta-se passo a passo o processo de convergência para o caso (1) destacando o valor de todas as variáveis do problema, do parâmetro de barreira, dos multiplicadores de Lagrange e dos valores das potências ativas e reativas nas barras. Os limites da tensão na barra 3 foram escolhidos muito próximos, para que a tensão



final fosse praticamente de 1.0 p.u., como proposto por DOMMEL & TINNEY (1968). Considerou-se $\beta = 1.3$ para atualização do parâmetro de barreira, e este foi atualizado por (4.37).

Estado Inicial do Sistema

O estado inicial do sistema e os limites utilizados para o nível de tensão e injeção de reativo são mostrados nas Tabelas 5.1 e 5.2 respectivamente. Os valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange e das variáveis de folga são apresentados nas Tabelas 5.3 e 5.4 respectivamente. O valor inicial do parâmetro de barreira é: $\mu = 0,01$.

TABELA 5.1 – Estado inicial do sistema de 3 barras

| Barra k | Tipo | V_k (p.u.) | Ang_k (°) | P_k^G (MW) | P_k^C (MW) | Q_k^G (MVar) | Q_k^C (MVar) |
|---------|------|--------------|-------------|--------------|--------------|----------------|----------------|
| 1 | SL | 1,00 | 0,00 | - | - | - | - |
| 2 | CR | 1,00 | 0,00 | 170 | 0 | - | - |
| 3 | CG | 1,00 | 0,00 | 0 | 200 | 0 | 100 |

TABELA 5.2 – Limites para as tensões e reativos

| Barra k | \underline{V}_k (p.u.) | \bar{V}_k (p.u.) | \underline{Q}_k (MVar) | \bar{Q}_k (MVar) |
|---------|--------------------------|--------------------|--------------------------|--------------------|
| 1 | 0,8 | 1,2 | -9999 | 9999 |
| 2 | 0,8 | 1,2 | -9999 | 9999 |
| 3 | 0,99 | 1,01 | - | - |

TABELA 5.3 – Valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange

| Barra | λ_p | λ_q | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 |
|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | - | - | - | - | -0,05 | 0,05 |
| 2 | 0,0 | - | -0,0001 | 0,0001 | -0,05 | 0,05 |
| 3 | 0,0 | 0,0 | - | - | -0,05 | 0,05 |

TABELA 5.4 – Valores iniciais das variáveis de folga

| Barra | s ₁ | s ₂ | s ₃ | s ₄ |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | - | - | 0,20 | 0,20 |
| 2 | 99,99 | 99,99 | 0,20 | 0,20 |
| 3 | - | - | 0,01 | 0,01 |

Perdas ativas iniciais do sistema = 0 MW

Iteração 1

O valor na iteração 1 do parâmetro de barreira é: $\mu = 0,008$. O tamanho dos passos primal e dual são: $\alpha_p = 0,707$ e $\alpha_d = 1,0$.

TABELA 5.5 – Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 1

| Barra | Tipo | V(p.u.) | Ang.(°) | ΔP (p.u.) | ΔQ (p.u.) | Q_2 (V, θ)(p.u.) |
|-------|------|---------|---------|-------------------|-------------------|----------------------------|
| 1 | SL | 1,026 | 0,00 | - | - | - |
| 2 | CR | 1,116 | 5,247 | 0,200 | - | 1,064 |
| 3 | CG | 0,982 | -1,414 | -0,065 | 0,148 | - |

TABELA 5.6 – Multiplicadores de Lagrange na iteração 1

| Barra | λ_p | λ_q | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 |
|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | - | - | - | - | -0,056 | 0,044 |
| 2 | -0,117 | - | -0,0001 | 0,0001 | -0,079 | 0,021 |
| 3 | -0,020 | 0,060 | - | - | -0,293 | 1,207 |

TABELA 5.7 – Variáveis de folga na iteração 1

| Barra | s ₁ | s ₂ | s ₃ | s ₄ |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | - | - | 0,182 | 0,218 |
| 2 | 99,37 | 100,61 | 0,118 | 0,282 |
| 3 | - | - | 0,026 | 0,020 |

Perdas ativas do sistema: 14,20 MW

Iteração 2

O valor na iteração 2 do parâmetro de barreira é: $\mu = 0,0069$. O tamanho dos passos primal e dual são: $\alpha_p = 0,707$ e $\alpha_d = 1,0$.

TABELA 5.8 – Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 2

| Barra | Tipo | V(p.u.) | Ang.(°) | ΔP (p.u.) | ΔQ (p.u.) | $Q_2(V, \theta)$ (p.u.) |
|-------|------|---------|---------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | SL | 1,067 | 0,00 | - | - | - |
| 2 | CR | 1,117 | 4,573 | -0,002 | - | 0,994 |
| 3 | CG | 0,993 | -1,229 | 0,002 | -0,001 | - |

TABELA 5.9 – Multiplicadores de Lagrange na iteração 2

| Barra | λ_p | λ_q | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 |
|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | - | - | - | - | -0,058 | 0,030 |
| 2 | -0,017 | - | -0,0001 | 0,0001 | -0,092 | 0,026 |
| 3 | 0,102 | 0,062 | - | - | -0,433 | 0,770 |

TABELA 5.10 – Variáveis de folga na iteração 2

| Barra | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 |
|-------|-------|--------|-------|-------|
| 1 | - | - | 0,147 | 0,253 |
| 2 | 99,11 | 100,87 | 0,093 | 0,307 |
| 3 | - | - | 0,020 | 0,020 |

Perdas ativas do sistema: 13,10 MW

Iteração 3

O valor na iteração 3 do parâmetro de barreira é: $\mu = 0,0058$. O tamanho dos passos primal e dual são: $\alpha_p = 0,707$ e $\alpha_d = 1,0$.

TABELA 5.11 – Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 3

| Barra | Tipo | V(p.u.) | Ang.(°) | ΔP (p.u.) | ΔQ (p.u.) | $Q_2(V, \theta)$ (p.u.) |
|-------|------|---------|---------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | SL | 1,072 | 0,00 | - | - | - |
| 2 | CR | 1,123 | 4,473 | -0,0001 | - | 1,0 |
| 3 | CG | 0,999 | -1,259 | 0,00012 | -0,00001 | - |

TABELA 5.12 – Multiplicadores de Lagrange na iteração 3

| Barra | λ_p | λ_q | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 |
|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | - | - | - | - | -0,045 | 0,022 |
| 2 | -0,022 | - | -0,0001 | 0,0001 | -0,075 | 0,018 |
| 3 | 0,090 | 0,060 | - | - | -0,433 | 0,455 |

TABELA 5.13 – Variáveis de folga na iteração 3

| Barra | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 |
|-------|-------|--------|-------|-------|
| 1 | - | - | 0,134 | 0,266 |
| 2 | 99,02 | 100,96 | 0,082 | 0,318 |
| 3 | - | - | 0,020 | 0,020 |

Perdas ativas do sistema: 12,93 MW

Iteração 4

O valor na iteração 4 do parâmetro de barreira é: $\mu = 0,0048$. O tamanho dos passos primal e dual são: $\alpha_p = 0,707$ e $\alpha_d = 1,0$.

TABELA 5.14 – Variáveis do sistema de 3 barras na iteração 4

| Barra | Tipo | V(p.u.) | Ang.(°) | ΔP (p.u.) | ΔQ (p.u.) | $Q_2(V, \theta)$ (p.u.) |
|-------|------|---------|---------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| 1 | SL | 1,074 | 0,00 | - | - | - |
| 2 | CR | 1,126 | 4,428 | -0,0000 | - | 1,002 |
| 3 | CG | 1,003 | -1,265 | 0,0000 | -0,0000 | - |

TABELA 5.15 – Multiplicadores de Lagrange na iteração 4

| Barra | λ_p | λ_q | π_1 | π_2 | π_3 | π_4 |
|-------|-------------|-------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | - | - | - | - | -0,036 | 0,017 |
| 2 | -0,025 | - | -0,000 | 0,000 | -0,062 | 0,014 |
| 3 | 0,085 | 0,056 | - | - | -0,377 | 0,306 |

TABELA 5.16 – Variáveis de folga na iteração 4

| Barra | s_1 | s_2 | s_3 | s_4 |
|-------|-------|--------|-------|-------|
| 1 | - | - | 0,128 | 0,272 |
| 2 | 99,00 | 100,98 | 0,076 | 0,324 |
| 3 | - | - | 0,020 | 0,020 |

Perdas ativas do sistema = 12,84 MW

O sistema convergiu em 4 iterações. O ponto de operação obtido atingiu a mesma solução do método proposto por DOMMEL & TINNEY (1968), com uma precisão de 10^{-3} p.u. Observa-se do processo iterativo que neste sistema houve uma coincidência no tamanho dos passos duais e primais em todas as iterações. Na solução do problema, as restrições de igualdade e desigualdade e as condições de KKT estão satisfeitas.

Na Tabela 5.17, apresenta-se o parâmetro de barreira inicial para tensão (μ_v) e o parâmetro β_v para atualização de μ_v , para os dois casos os parâmetros para o *tap* μ_t e β_t não foram usados, pois o sistema de 3 barras não possui *tap*.

TABELA 5.17 – Parâmetros iniciais para o sistema de 3 barras

| | μ_v | μ_t | β_v | β_t |
|----------|---------|---------|-----------|-----------|
| Caso (1) | 0,01 | - | 1,3 | - |
| Caso (2) | 0,01 | - | 1,3 | - |

Na Tabela 5.18, mostra-se o número de iterações e o valor da função objetivo para cada caso no sistema de 3 barras. Observa-se que o número de iterações e o valor da função objetivo são os mesmos, nos dois casos.

TABELA 5.18 – Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 3 barras

| Iterações | Função Objetivo - MW (1) | Função Objetivo - MW (2) |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0,0 | 0,0 |
| 1 | 14,20 | 14,15 |
| 2 | 13,10 | 13,09 |
| 3 | 13,93 | 12,93 |
| 4 | 12,84 | 12,84 |

Na Figura 5.2 mostra-se o processo de convergência da função objetivo e, na Figura 5.3, o comportamento do máximo erro de potência ativa e reativa, ambos para o caso (1). O sistema convergiu na iteração 4 com uma precisão de 10^{-3} p.u. Nos apêndices 1 e 2 tem-se o banco de dados e o estado final para o caso (1) do sistema de 3 barras, respectivamente.

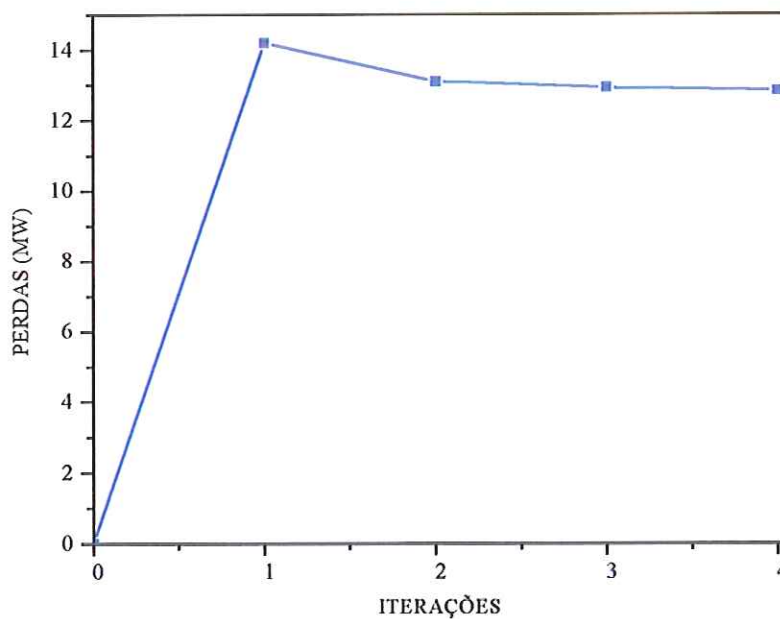


FIGURA 5.2 – Convergência da função objetivo para o sistema de 3 barras

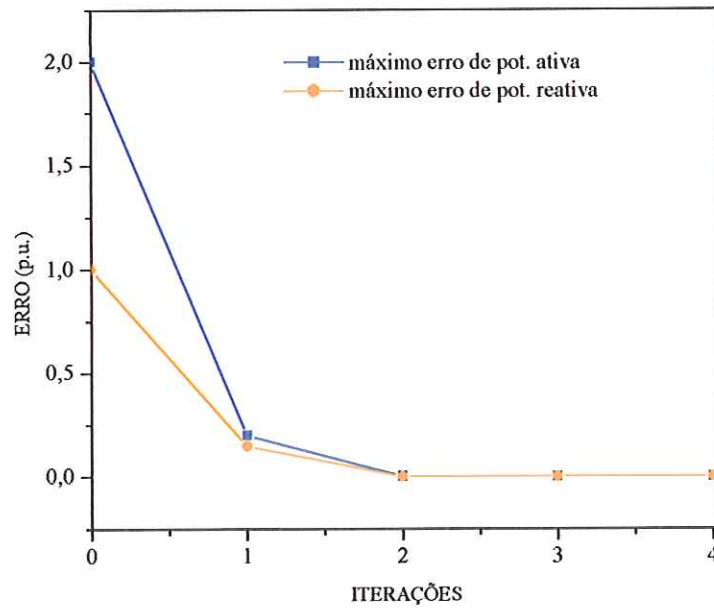


FIGURA 5.3 – Máximo erro de potência para o sistema de 3 barras

5.3) SISTEMA DE 14 BARRAS

O sistema de 14 barras, mostrado na Figura 5.4, possui as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 4 barras de controle de reativo;
- 9 barras de carga;
- 17 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com o *tap* variável.

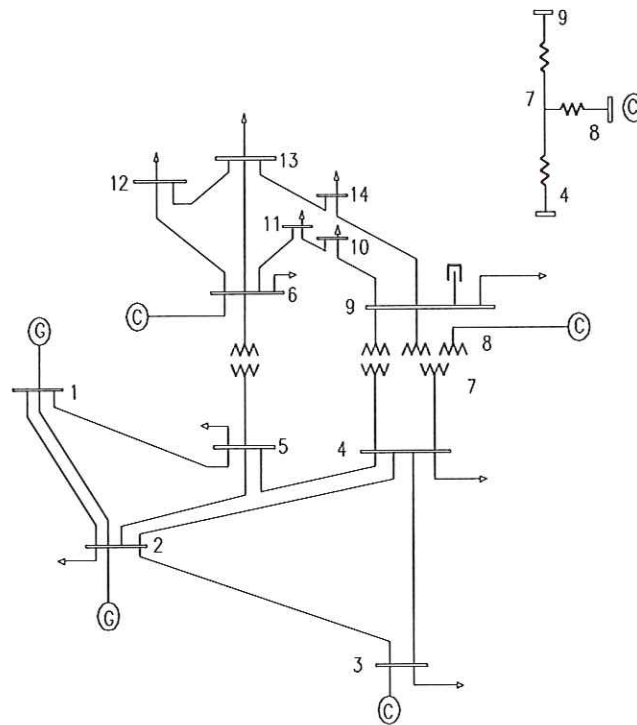


FIGURA 5.4 – Sistema de 14 barras

Na Tabela 5.19, apresenta-se o parâmetro de barreira inicial para tensão (μ_v), o *tap* (μ_t) e os parâmetros β_v e β_t para atualização de μ_v e μ_t respectivamente, para o sistema de 14 barras.

TABELA 5.19 – Parâmetros iniciais para o sistema de 14 barras

| | μ_v | μ_t | β_v | β_t |
|----------|---------|---------|-----------|-----------|
| Caso (1) | 0,01 | 0,1 | 1,08 | 1,01 |
| Caso (2) | 0,01 | 0,1 | 1,08 | 1,01 |

Na Tabela 5.20, apresenta-se o número de iterações e o valor da função objetivo para cada caso no sistema de 14 barras. Observa-se que o número de iterações é o mesmo, mas o caso (2) possui menor valor da função objetivo.

TABELA 5.20 – Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 14 barras

| Iterações | Função Objetivo - MW (1) | Função Objetivo - MW (2) |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 13,45 | 13,45 |
| 1 | 13,11 | 13,04 |
| 2 | 12,97 | 12,24 |
| 3 | 12,91 | 12,51 |

No apêndice 1 apresenta-se o banco de dados e no 2 o estado final do sistema de 14 barras para o caso (1). Na Figura 5.5 mostra-se a curva da convergência da função objetivo e, na Figura 5.6, do máximo erro de potência ativa e reativa, ambos para o caso (1).

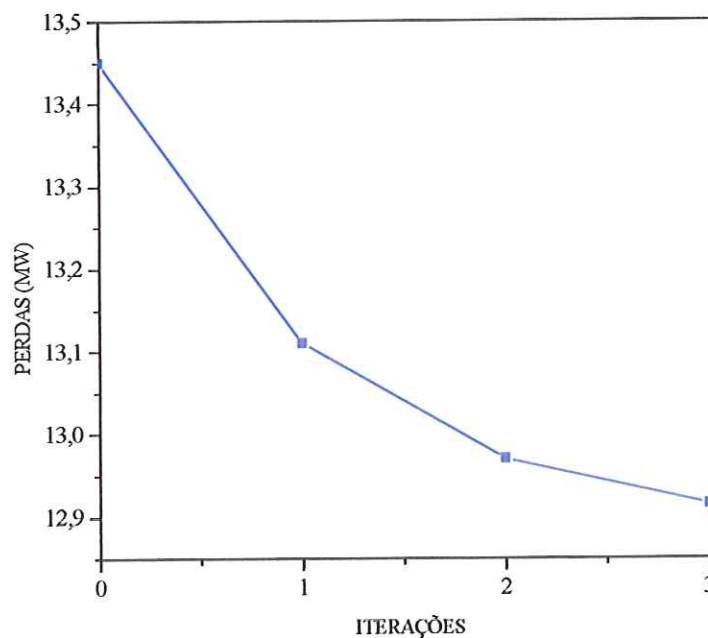


FIGURA 5.5 – Convergência da função objetivo para o sistema de 14 barras

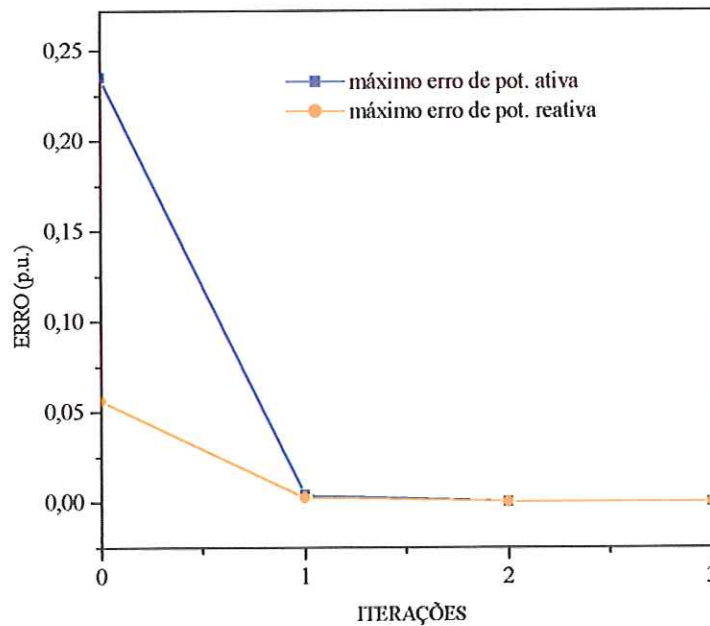


FIGURA 5.6 – Máximo erro de potência para o sistema de 14 barras

Observa-se, nas Figuras 5.5 e 5.6, que a convergência para o sistema de 14 barras ocorreu em 3 iterações. Partiu-se de uma solução inicial próxima da solução do fluxo de carga, isto é, apenas com as restrições de igualdade satisfeitas, satisfazendo um erro em torno de 10^{-1} p.u.

No estado final do sistema de 14 barras, todas as tensões, *taps* e potências reativas permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-3} p.u. O tempo de CPU foi de 0,06 segundos.

5.4) SISTEMA DE 30 BARRAS

O sistema de 30 barras, mostrado na Figura 5.7, tem as seguintes características:

TABELA 5.21 – Parâmetros iniciais para o sistema de 30 barras

| | μ_v | μ_t | β_v | β_t |
|----------|---------|---------|-----------|-----------|
| Caso (1) | 0,1 | 1,0 | 1,3 | 1,1 |
| Caso (2) | 0,1 | 1,0 | 1,3 | 1,1 |

Na Tabela 5.22, apresenta-se o número de iterações e o valor da função objetivo para cada caso no sistema de 30 barras. Observa-se que o número de iterações é o mesmo e os valores da função objetivo nos dois casos são bem próximos.

TABELA 5.22 – Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 30 barras

| Iterações | Função Objetivo - MW (1) | Função Objetivo - MW (2) |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 1,44 | 1,44 |
| 1 | 15,56 | 15,59 |
| 2 | 17,89 | 17,80 |
| 3 | 18,17 | 17,86 |
| 4 | 17,96 | 17,72 |
| 5 | 17,79 | 17,56 |
| 6 | 17,48 | 17,29 |
| 7 | 17,29 | 17,04 |

Nos apêndices 1 e 2, apresenta-se o banco de dados e o estado final do sistema de 30 barras para o caso (1). Na Figura 5.8 mostra-se a curva da convergência da função objetivo e, na Figura 5.9, do máximo erro de potência ativa e reativa, ambos para o caso (1).

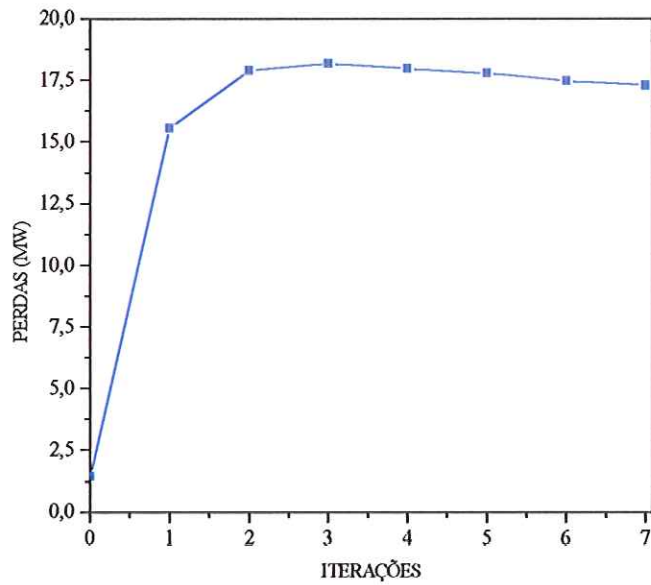


FIGURA 5.8 – Convergência da função objetivo para o sistema de 30 barras

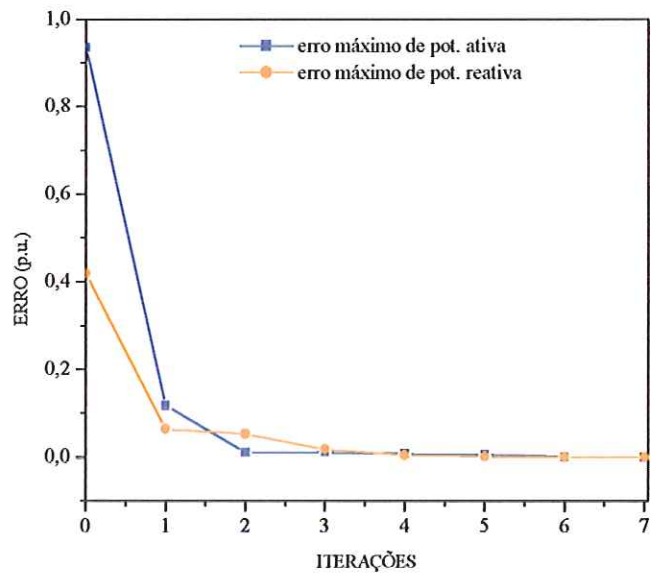


FIGURA 5.9 – Máximo erro de potência para o sistema de 30 barras

No estado final do sistema de 30 barras, todas as tensões, *taps* e potências reativas permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as

restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-3} p.u. O tempo de CPU foi de 0,22 segundos.

5.5) SISTEMA DE 57 BARRAS

O sistema de 57 barras, mostrado na Figura 5.10, tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 6 barras de controle de reativo;
- 50 barras de carga;
- 80 linhas de transmissão;
- 17 transformadores com o *tap* variável.

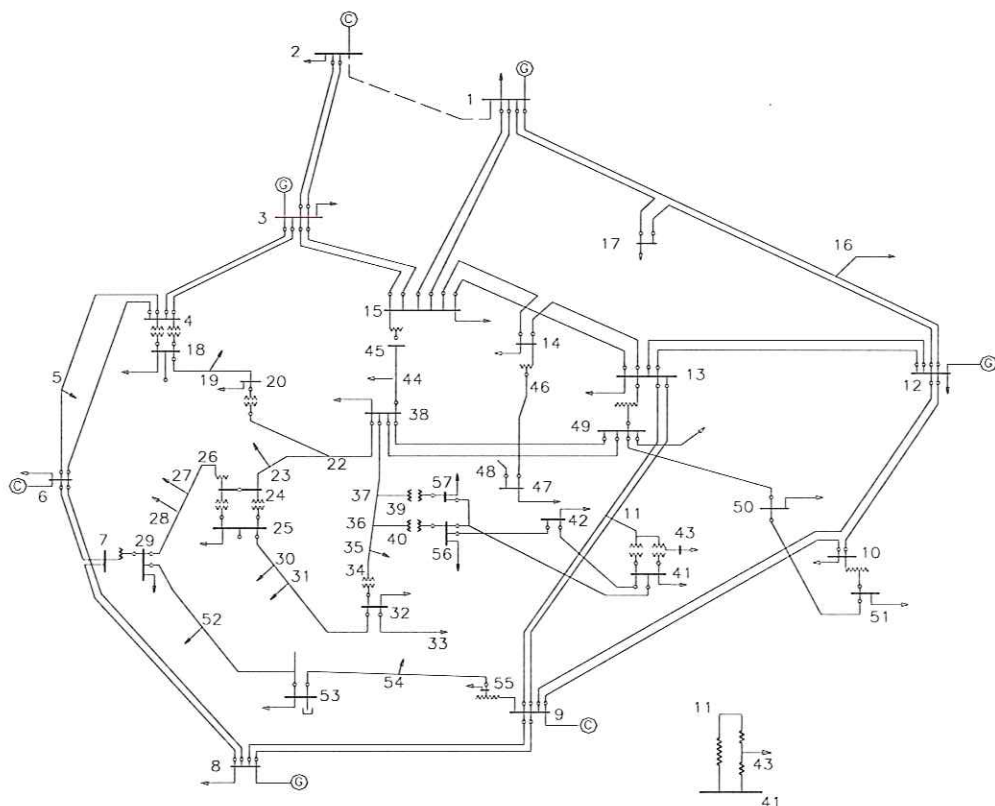


FIGURA 5.10 – Sistema de 57 barras

Na Tabela 5.23, apresenta-se o parâmetro de barreira inicial para tensão (μ_V), o *tap* (μ_t) e os parâmetros β_V e β_t para atualização de μ_V e μ_t respectivamente, para o sistema de 57 barras.

TABELA 5.23 – Parâmetros iniciais para o sistema de 57 barras

| | μ_V | μ_Q | μ_t | β_V | β_Q | β_t |
|----------|---------|---------|---------|-----------|-----------|-----------|
| Caso (1) | 0,1 | 0,1 | 1,5 | 1,01 | 1,2 | 1,01 |
| Caso (2) | 0,1 | 0,1 | 1,5 | 1,03 | 1,15 | 1,01 |

Na Tabela 5.24, apresenta-se o número de iterações e o valor da função objetivo para cada caso no sistema de 57 barras. Observa-se que o número de iterações e o valor da função objetivo são menores no caso (1). Nos dois casos foi difícil o ajuste dos parâmetros para satisfazer todas as tensões e *taps*.

TABELA 5.24 – Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 57 barras

| Iterações | Função Objetivo - MW (1) | Função Objetivo – MW (2) |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 3,47 | 3,47 |
| 1 | 21,35 | 45,39 |
| 2 | 22,78 | 41,90 |
| 3 | 23,44 | 25,01 |
| 4 | 23,89 | 29,47 |
| 5 | 24,05 | 26,59 |
| 6 | 24,02 | 26,00 |
| 7 | 24,08 | 26,45 |
| 8 | 24,17 | 24,74 |
| 9 | - | 24,56 |
| 10 | - | 24,79 |

Nos apêndices 1 e 2, apresenta-se o banco de dados e o estado final do sistema de 57 barras. Na Figura 5.11 mostra-se o gráfico da convergência da função objetivo e, na Figura 5.12, do máximo erro de potência ativa e reativa, ambos para o caso (1).

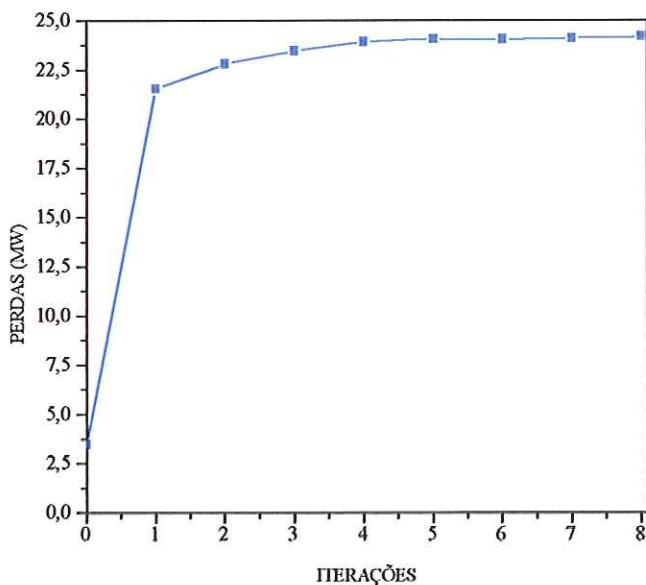


FIGURA 5.11 – Convergência da função objetivo para o sistema de 57 barras

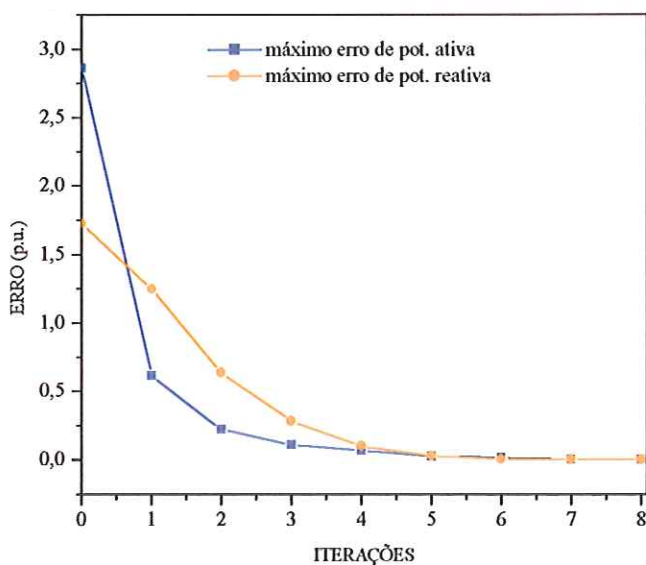


FIGURA 5.12 – Máximo erro de potência para o sistema de 57 barras

No estado final do sistema de 57 barras, todas as tensões, *taps* e potências reativas permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as

restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-3} p.u. O tempo de CPU foi de 0,88 segundos.

5.6) SISTEMA DE 118 BARRAS

O sistema de 118 barras, mostrado na Figura 5.13, tem as seguintes características:

- 1 barra de geração (*slack*);
- 51 barras de controle de reativo;
- 66 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com o *tap* variável.

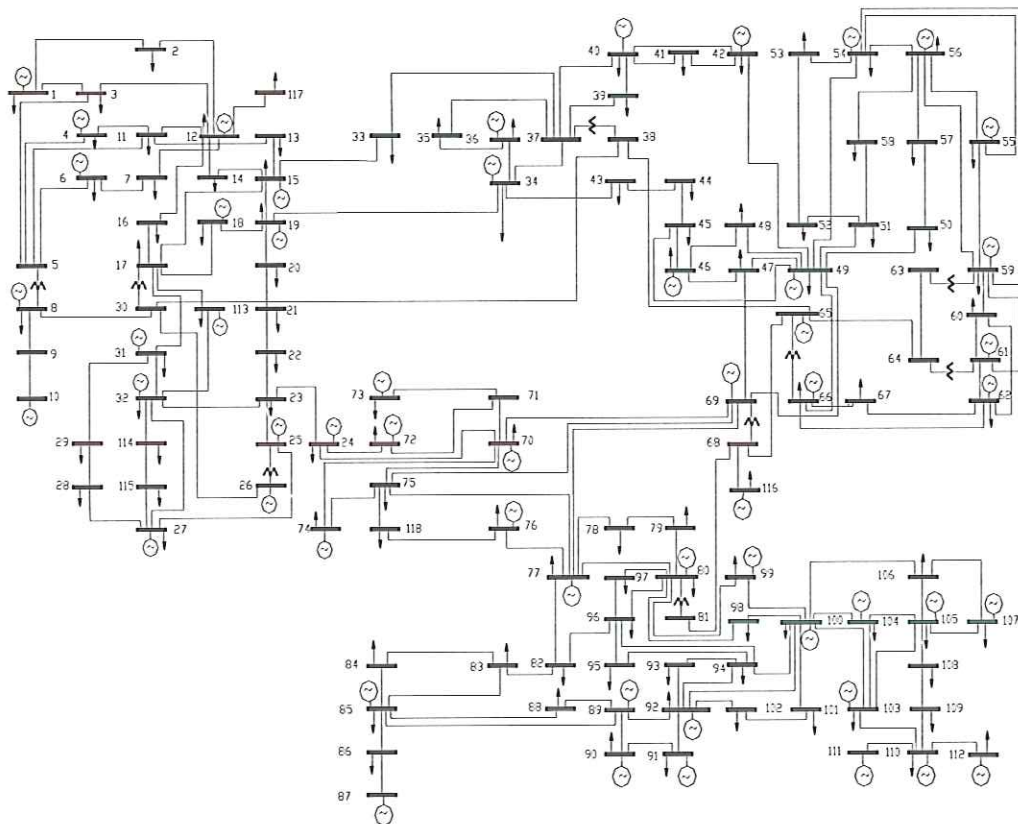


FIGURA 5.13 – Sistema de 118 barras

Na Tabela 5.25, apresenta-se o parâmetro de barreira inicial para tensão (μ_v), o *tap* (μ_t) e os parâmetros β_v e β_t para atualização de μ_v e μ_t respectivamente, para o sistema de 118 barras.

TABELA 5.25 – Parâmetros iniciais para o sistema de 118 barras

| | μ_v | μ_t | β_v | β_t |
|----------|---------|---------|-----------|-----------|
| Caso (1) | 0,01 | 17,56 | 1,2 | 1,1 |
| Caso (2) | 0,001 | 17,56 | 1,2 | 1,1 |

Na Tabela 5.26, apresenta-se o número de iterações e o valor da função objetivo para cada caso no sistema de 118 barras. Observa-se que o número de iterações é o mesmo, mas o caso (2) possui menor valor da função objetivo. Nos dois casos o sistema convergiu desde a iteração 13, sendo que as iterações restantes foram com objetivo de melhorar o valor da função objetivo, ou seja, diminuir as perdas ativas na transmissão e satisfazer todas as condições de KKT.

TABELA 5.26 – Convergência dos casos (1) e (2) para o sistema de 118 barras

| Iterações | Função Objetivo - MW (1) | Função Objetivo - MW (2) |
|-----------|--------------------------|--------------------------|
| 0 | 0,0 | 0,0 |
| 1 | 144,23 | 175,4 |
| 2 | 148,08 | 120,11 |
| 3 | 161,00 | 181,11 |
| 4 | 137,35 | 164,31 |
| 5 | 136,15 | 136,37 |
| 6 | 133,09 | 132,57 |
| 7 | 129,61 | 128,42 |
| 8 | 126,96 | 123,51 |
| 9 | 125,61 | 123,69 |
| 10 | 124,80 | 119,19 |
| 11 | 124,14 | 118,68 |
| 12 | 123,60 | 118,50 |
| 13 | 123,14 | 118,23 |
| 14 | 122,73 | 117,92 |
| 15 | 122,36 | 117,63 |
| 16 | 122,02 | 117,34 |

Nos apêndices 1 e 2, apresenta-se o banco de dados e o estado final do sistema de 118 barras para o caso (1). Na Figura 5.14 mostra-se o gráfico da convergência da função objetivo e, na Figura 5.15, do máximo erro de potência ativa e reativa, ambos para o caso (1).

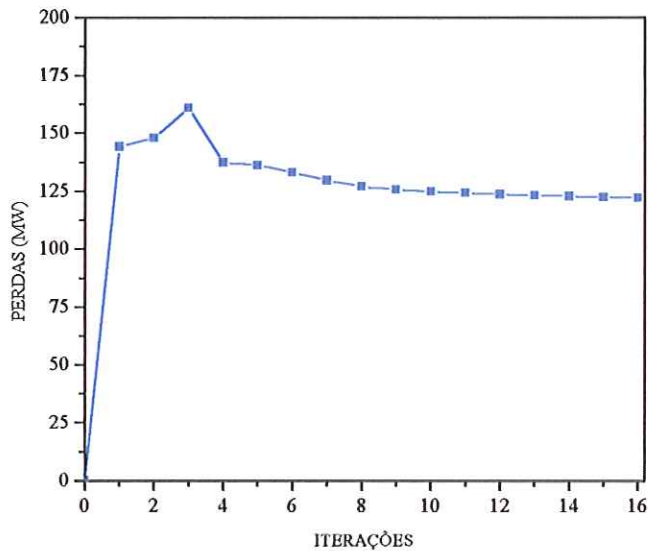


FIGURA 5.14 – Convergência da função objetivo para o sistema de 118 barras

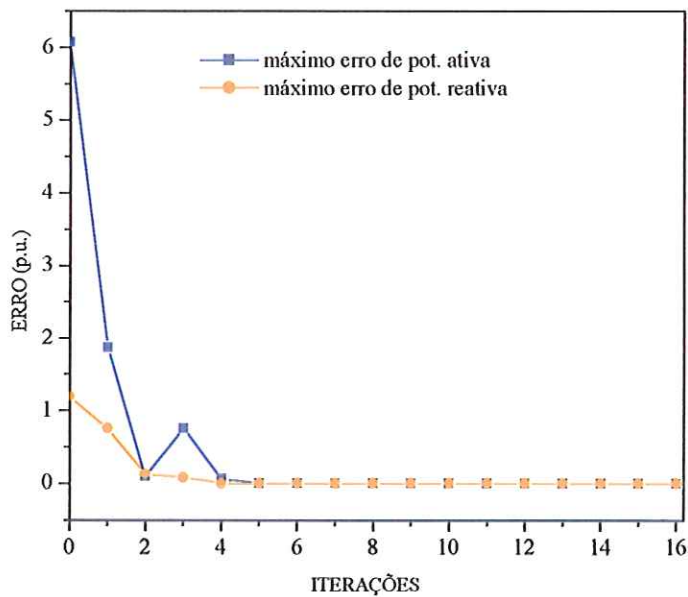


FIGURA 5.15 – Máximo erro de potência para o sistema de 118 barras

No estado final do sistema de 118 barras, todas as tensões, *taps* e potências reativas permaneceram dentro de seus limites, e a solução final obedeceu a todas as restrições do sistema, satisfazendo KKT com uma precisão de 10^{-3} p.u. O tempo de CPU foi de 3,79 segundos.

Analisando a convergência dos casos (1) e (2) verifica-se que nos sistemas de 3 e 30 de barras os dois programas obtiveram praticamente a mesma trajetória de convergência. No sistema de 14 barras o ponto ótimo obtido foi quase o mesmo nos dois casos. O sistema de 57 barras comportou-se um pouco diferente dos demais, tendo um número de iterações menor para o caso (1), com a função objetivo bem próxima para os dois casos. No sistema de 118 barras o número de iterações foi o mesmo, mas a diferença na função objetivo foi bem maior que nos outros sistemas. São necessários testes com sistemas maiores para verificar se o método utilizado neste trabalho tem um desempenho melhor com ou sem a modificação proposta por LUENBERGER (1984).

Nos exemplos apresentados, o método convergiu de modo efetivo e obteve o ótimo do problema em um número de iterações e tempo de processamento aceitável. Porém, uma das dificuldades desse método é a escolha e o ajuste do parâmetro de barreira, e o fato de ele ser extremamente sensível a tal ajuste. Contudo, salienta-se a obtenção, por meio dele, da solução ótima dos sistemas sem o desagradável ajuste das variáveis de estado e das potências reativas por um processo de tentativa e erro.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Na metodologia desenvolvida neste trabalho, as restrições de igualdade representadas pelas equações do fluxo de potência são incorporadas à função Lagrangiana através dos multiplicadores de Lagrange. As restrições de desigualdade canalizadas envolvendo as variáveis tensão, *tap* e a injeção de potência reativa são transformadas em igualdades através da adição de variáveis de folga ou excesso. Estas variáveis de folga ou excesso estritamente positivas são acrescentadas à função objetivo através da função barreira logarítmica. O método proposto deve ser iniciado a partir de pontos factíveis, e na atualização das variáveis primais e duais utilizam-se passos que garantem a não negatividade das variáveis de folga e os sinais dos multiplicadores de Lagrange.

Inicialmente, apresentou-se um histórico com as propostas de resolução do problema de FPO nas últimas décadas. Foi realizado um estudo dos métodos dos pontos interiores para fornecer o suporte teórico no desenvolvimento da abordagem. As condições necessárias de primeira ordem foram aplicadas à função Lagrangiana resultando em um sistema não linear resolvido pelo método de Newton modificado. Aplicou-se a técnica de esparsidade fornecida pela rotina MA28. Apesar de não ser a rotina ideal para o problema de FPO, essa rotina demonstrou um bom desempenho nos testes realizados, obtendo-se ganho de memória e redução no tempo de processamento.

Duas versões do programa de FPO foram desenvolvidas, diferenciando-se pela forma de atualização dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade. Os resultados obtidos nos casos (1) e (2) para os sistemas de 3, 14 e 30 barras foram bem próximos. Para o sistema de 57 barras o caso (1) teve um número de iterações menor. No sistema de 118 barras o número de iterações foi o mesmo, mas a diferença na função objetivo foi bem maior que nos outros sistemas. São necessários testes com sistemas maiores para verificar se o método utilizado neste trabalho tem um desempenho melhor com ou sem a modificação proposta por LUENBERGER (1984).

O fluxo de potência ótimo é um problema de programação não linear, e os métodos utilizados para resolvê-lo exigem que o usuário forneça algum valor para um determinado parâmetro, e no método primal-dual barreira logarítmica implementado neste trabalho acontece o mesmo – o programa exige que o usuário forneça valores para os parâmetros μ e β . Verificou-se que o algoritmo é muito sensível quanto à escolha destes parâmetros, podendo não satisfazer todas as restrições de operação do sistema ou até mesmo divergir para alguns valores.

A pesquisa desenvolvida leva-nos a uma seqüência de trabalhos futuros enunciados a seguir:

- Proposta de novas regras para o ajuste nos passos primais e duais utilizados;
- Estudos de regras especiais para a inicialização e correção do parâmetro de barreira;
- Realização de testes mais elaborados com sistemas elétricos maiores;
- Modelagem do problema com a inclusão de outras funções objetivos e/ou restrições de segurança;
- Acrescentar o procedimento *predictor - corrector* ao algoritmo implementado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, K.C.; SALGADO, R. (2000). Optimal Power Flow Problem Solutions Under Variable Load Conditions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, nº 4, p. 1204-1211, November.
- BAZARAA, M.S.; SHERALI, H.D.; SHETTY, C.M. (1993). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. 2.ed. New York, John Wiley.
- CARPENTIER, J.L. (1962). Contribution a L'étude du Dispatching Economique. *Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, p. 431-447.
- CLEMENTS, K.A.; DAVIS, P.W.; FREY, K.D. (1991). An Interior Point Algorithm for Weighted Least Absolute value Power System State Estimation. *IEEE/PES Winter Meeting*.
- COSTA, G.R.M.; LANGONA, K.; ALVES, D.A. (1996). O método de Newton Modificado Associado à Função Lagrangeana Aumentada para a Resolução do Fluxo de Carga Ótimo. In: XI CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, São Paulo, Anais, v.1, p. 173-178.
- COSTA, G.R.M.; COSTA, C.E.U.; SOUZA, A.M. (2000). Comparative Studies of Optimization Methods for the Optimal Power Flow Problem. *Electric Power Systems Research*, v. 56, p. 249-254, December.

- DOMMEL, H.W.; TINNEY, W.F. (1968). Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Trans. on PAS.*, v. 87, p. 1866-1876, October.
- DUFF, I.S.; REID, J.K. (1979). Some Design Features of a Sparse Matrix Code-Aere Harwell, *ACM Transaction on Mathematical Software*, v. 5, n° 1, p. 18-35.
- FIACCO, A.V.; McCORMICK, G.P. (1990). *Nonlinear Programming-Sequencial Unconstrained Optimization Techniques*, Philadelphia, SIAM.
- FRERIS, L.L. (1968). Investigation of the Load-Flow Problem. *Proc. IEE*, v. 115, n° 10, p. 1459-1470.
- FRISH, K.R. (1955). The logarithmic Potential Method of Convex Programming, Memorandum, University Institute of Economics, Oslo, Norway.
- GILL, P.E.; MURRAY, W.; SAUNDERS, M.A.; WRIGHT, M.H. (1986). On Projected Newton Barrier Methods For Linear Programming and an Equivalence to Karmarkar's Projective Method. *Mathematical Programming*, v. 36, p. 183-209.
- GRANVILLE, S. (1994). Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n° 1, p. 136-146, February.
- HUNEALT, M.; GALIANA, F.D. (1991). A Survey of the Optimal Power Flow Literature. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, p. 762-770.
- LUENBERGER, D.G. (1984). *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company Inc., Second Edition.
- KARMAKAR, N. (1984). A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatorica* 4, v. 4, p. 373-395.

- MATUMOTO, L.T.(1996). Algoritmos de Pontos Interiores Para Programação Linear e uma Extensão para a Programação Linear Por Partes, Dissertação (Mestrado), 56p.
- MOMOH, J.A.; EL-HAWARY, M.E.; ADAPA, R. (1999). A review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993 - Part I: Nonlinear and Quadratic Programming and Approaches - Part II: Newton, Linear Programming and Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n° 1, p. 96-111, February.
- MOMOH, J.A.; ZHU, J.Z. (1999). Improved Interior Point for OPF Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n° 3, p. 1114-1120, August.
- MONTICELLI, A. (1983). *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo, Edgard Blucher Ltda. Cap. 5, p. 75-100.
- MONTICELLI, A.; LIU, W.H.E. (1992). Adaptive Movement Penalty Method For The Newton Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 7, n° 1, p. 334 - 341, February.
- NEJDAWI, I.M.; CLEMENTS, K.A.; DAVIS, P.W. (2000). An Efficient Interior Point Method for Sequential Quadratic Programming Based Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n° 4, p. 1179-1183, November.
- PONNAMBALAM, K.; QUINTANA, V.H.; VANNELLI, A. (1991). A Fast Algorithm for Power System optimization Problems Using an Interior Point Method.
- QUINTANA, V.H., GOMEZ, A., MARTINEZ, J.L. (1995). Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic-Barrier Primal-Dual Algorithm. *IEEE NAPS Meeting*.

- RASHED, A.M.H.; KELLY, D.H. (1974). Optimal Load Flow Solution Using Lagrangian Multipliers and the Hessian Matrix. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, n° 5, p. 1292-1297, September / October.
- REZANIA, E.; SHAHIDEHPOUR, S.M. (2001). Real power loss minimization using interior point method. *ELSEVIER Electrical Power and Energy Systems*, v. 23, p. 45-56, February.
- SANTOS, A.; DECKMANN, S.; SOARES, S. (1988). A Dual Augmented Lagrangian Approach for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 3, p. 1020-1025, August.
- SASSON, A.M. (1969). Combined Use of the Powell and Fletcher-Powell Nonlinear Programming Methods for Optimal Load Flow, *IEEE Trans. on PAS*, vol. 88, p. 1530-1537, October.
- SASSON, A.M.; VILORIA, F.; ABOYTES, F. (1973). Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matrix. *IEEE Trans. on PAS*, v. 92, n° 1, p. 31-41, January.
- SUN, D.I.; ASHELEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, B.A.; TINNEY, W. F. (1984) Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, p. 2864-2875, October.
- TORRES, G.L.; QUINTANA, V.H. (1998). An Interior Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Voltage Rectangular Coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n° 4, p. 1211-1218, November.
- TORRES, G.L.; QUINTANA, V.H. (2001). On a Nonlinear Multiple-Centrality-Corrections Interior-Point Method for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n° 2, p. 222-228, May.

- VARGAS, L.S.; QUINTANA V.H.; VANNELLI, A. (1992). A Tutorial Description of an Interior Point Method and its Application to Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE/PES Winter Meeting*.
- WRIGHT, M. H. (1995). Why a pure primal Newton barrier step may be infeasible. *SIAM Journal on Optimization*, v. 5, n° 1, p. 1-12.
- WU, Y.; DEBS, A.S.; MARSTEN, R.E. (1994). A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 876-883, May.
- YAN, X.; QUINTANA, V.H. (1999). Improving an Interior-Point-Based OPF Dynamic Adjustments of Step Sizes and Tolerances. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n° 2, p. 709-717, May.
- ZHANG, Y. (1996). Solving large-scale linear programs by interior-point methods under the MATLAB environment. Technical Report TR96-01, Department of Mathematics and Statistics, University of Maryland Baltimore County, Maryland, February.

APÊNDICE 1

BANCO DE DADOS DOS SISTEMAS ELÉTRICOS

Banco de dados do sistema de 3 barras

| | | | | | | | | | |
|------|---|--------|--------------|----|-----|----------|------|-------|------|
| 1 | 2 | barra1 | 1000 | 0. | 0.0 | 0.0-9999 | 9999 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 1 | barra2 | 1000 | 0. | 0.0 | 0.0-9999 | 9999 | -170. | 0.0 |
| 3 | 0 | barra3 | 1000 | 0. | 0.0 | 0.0 | | 200. | 100. |
| 9999 | | | | | | | | | |
| | 2 | 3 | 3.44838.6206 | | | | | | |
| | 3 | 1 | 9.756112.195 | | | | | | |
| 9999 | | | | | | | | | |
| | 1 | 0.8 | 1.2 | | | | | | |
| | 2 | 0.8 | 1.2 | | | | | | |
| | 3 | 0.99 | 1.01 | | | | | | |
| 9999 | | | | | | | | | |
| | | | 900 | | | | | | |
| 9999 | | | | | | | | | |

Banco de dados do sistema de 14 barras

| | | | | | | | | | |
|------|---|---------|--------------|-------|-----------------|----------|--------|-------|------|
| 1 | 2 | barra1 | 1060 | 0. | 0.0 | 0.0-9999 | 9999 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 1 | barra2 | 1045 | -5. | 0.0 | 0.0 | -40 50 | -18.3 | 12.7 |
| 3 | 1 | barra3 | 1010-13. | 0.0 | 0.0 | 0 40 | | 94.2 | 19.0 |
| 4 | 0 | barra4 | 1019-10. | 0.0 | 0.0 | | | 47.8 | -3.9 |
| 5 | 0 | barra5 | 1020-8.8 | 0.0 | 0.0 | | | 7.6 | 1.6 |
| 6 | 1 | barra6 | 1070-14. | 0.0 | 0.0 | -6 24 | | 11.2 | 7.5 |
| 7 | 0 | barra7 | 1062-13. | 0.0 | 0.0 | | | 0.0 | 0.0 |
| 8 | 1 | barra8 | 1090-13. | 0.0 | 0.0 | -6 24 | | 0.0 | 0.0 |
| 9 | 0 | barra9 | 1056-15. | 0.0 | 0.0 | | | 29.5 | 16.6 |
| 10 | 0 | barra10 | 1051-15. | 0.0 | 0.0 | | | 9.0 | 5.8 |
| 11 | 0 | barra11 | 1057-15. | 0.0 | 0.0 | | | 3.5 | 1.8 |
| 12 | 0 | barra12 | 1055-15. | 0.0 | 0.0 | | | 6.1 | 1.6 |
| 13 | 0 | barra13 | 1050-15. | 0.0 | 0.0 | | | 13.5 | 5.8 |
| 14 | 0 | barra14 | 1036-16. | 0.0 | 0.0 | | | 14.9 | 5.0 |
| 9999 | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 1.938 | 5.917 | 5.28 | | | | 900 |
| | 1 | 5 | 5.40322.304 | 4.92 | | | | | 900 |
| | 2 | 3 | 4.69919.797 | 4.38 | | | | | 900 |
| | 2 | 4 | 5.81117.632 | 3.74 | | | | | 900 |
| | 2 | 5 | 5.69517.388 | 3.40 | | | | | 900 |
| | 3 | 4 | 6.70117.103 | 3.46 | | | | | 900 |
| | 4 | 5 | 1.335 | 4.211 | 1.28 | | | | 900 |
| | 4 | 7 | 20.912 | | 0.9780.9501.050 | | | | 900 |
| | 4 | 9 | 55.618 | | 0.9690.9501.050 | | | | 900 |
| | 5 | 6 | 25.202 | | 0.9320.9501.050 | | | | 900 |
| | 6 | 11 | 9.49819.890 | | | | | | 900 |
| | 6 | 12 | 12.29125.581 | | | | | | 900 |
| | 6 | 13 | 6.61513.027 | | | | | | 900 |
| | 7 | 8 | 0.00117.615 | | | | | | 900 |

| | | | |
|------|------|--------------|-----|
| 7 | 9 | 11.001 | 900 |
| 9 | 10 | 3.181 8.450 | 900 |
| 9 | 14 | 12.71127.038 | 900 |
| 10 | 11 | 8.20519.207 | 900 |
| 12 | 13 | 22.09219.988 | 900 |
| 13 | 14 | 17.09334.802 | 900 |
| 9999 | | | |
| | 0.95 | 1.10 | |
| 9999 | | | |
| | | 100 | |
| 9999 | | | |

Banco de dados do sistema de 30 barras

| | | | | | | | | | | |
|------|----|---------|-------|-------|-------|-------|----------------|-------|------|------|
| 1 | 2 | BARRA1 | SLACK | 1053 | .0 | -9999 | 9999 | 0. | 0. | |
| 2 | 1 | BARRA2 | GERA. | 1032 | -.09 | -40. | 50. | -18.3 | 12.7 | |
| 3 | 0 | BARRA3 | CARG. | 1018 | -.14 | | | 2.4 | 1.2 | |
| 4 | 0 | BARRA4 | CARG. | 1010 | -.17 | | | 7.6 | 1.6 | |
| 5 | 1 | BARRA5 | C.RE. | 1010 | -.25 | -40. | 40. | 94.2 | 19.0 | |
| 6 | 0 | BARRA6 | CARG. | 1004 | -.20 | | | .0 | .0 | |
| 7 | 0 | BARRA7 | CARG. | 998 | -.23 | | | 22.8 | 10.9 | |
| 8 | 1 | BARRA8 | C.RE. | 1010 | -.21 | -10. | 40. | 30.0 | 30.0 | |
| 9 | 0 | BARRA9 | CARG. | 1017 | -.26 | | | .0 | .0 | |
| 10 | 0 | BARRA10 | CARG | 1015 | -.29 | | | 5.8 | 2.0 | 19. |
| 11 | 1 | BARRA11 | C.RE | 1072 | -.26 | -6. | 24. | .0 | .0 | |
| 12 | 0 | BARRA12 | CARG | 1019 | -.27 | | | 11.2 | 7.5 | |
| 13 | 1 | BARRA13 | C.RE | 1057 | -.27 | -6. | 24. | .0 | .0 | |
| 14 | 0 | BARRA14 | CARG | 1005 | -.29 | | | 6.2 | 1.6 | |
| 15 | 0 | BARRA15 | CARG | 1001 | -.29 | | | 8.2 | 2.5 | |
| 16 | 0 | BARRA16 | CARG | 1010 | -.29 | | | 3.5 | 1.8 | |
| 17 | 0 | BARRA17 | CARG | 1008 | -.29 | | | 9.0 | 5.8 | |
| 18 | 0 | BARRA18 | CARG | 994 | -.30 | | | 3.2 | 0.9 | |
| 19 | 0 | BARRA19 | CARG | 992 | -.31 | | | 9.5 | 3.4 | |
| 20 | 0 | BARRA20 | CARG | 997 | -.30 | | | 2.2 | 0.7 | |
| 21 | 0 | BARRA21 | CARG | 1003 | -.30 | | | 17.5 | 11.2 | |
| 22 | 0 | BARRA22 | CARG | 1004 | -.29 | | | .0 | .0 | |
| 23 | 0 | BARRA23 | CARG | 994 | -.30 | | | 3.2 | 1.6 | |
| 24 | 0 | BARRA24 | CARG | 994 | -.30 | | | 8.7 | 6.7 | 4.3 |
| 25 | 0 | BARRA25 | CARG | 1001 | -.29 | | | .0 | .0 | |
| 26 | 0 | BARRA26 | CARG | 983 | -.30 | | | 3.5 | 2.3 | |
| 27 | 0 | BARRA27 | CARG | 1013 | -.28 | | | .0 | .0 | |
| 28 | 0 | BARRA28 | CARG | 997 | -.21 | | | .0 | .0 | |
| 29 | 0 | BARRA29 | CARG | 993 | -.31 | | | 2.4 | 0.9 | |
| 30 | 0 | BARRA30 | CARG | 982 | -.32 | | | 10.6 | 1.9 | |
| 9999 | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | | 1.92 | 5.75 | 2.64 | | | | 9000 |
| 1 | 3 | | | 4.52 | 18.52 | 2.04 | | | | 9000 |
| 2 | 4 | | | 5.70 | 17.37 | 1.84 | | | | 9000 |
| 3 | 4 | | | 1.32 | 3.79 | 0.42 | | | | 9000 |
| 2 | 5 | | | 4.72 | 19.83 | 2.09 | | | | 9000 |
| 2 | 6 | | | 5.81 | 17.63 | 1.87 | | | | 9000 |
| 4 | 6 | | | 1.19 | 4.14 | 0.45 | | | | 9000 |
| 5 | 7 | | | 4.60 | 11.60 | 1.02 | | | | 9000 |
| 6 | 7 | | | 2.67 | 8.20 | 0.85 | | | | 9000 |
| 6 | 8 | | | 1.20 | 4.20 | 0.45 | | | | 9000 |
| 6 | 9 | | | .0 | 20.80 | | 1.0380.9501.05 | | | 9000 |
| 6 | 10 | | | .0 | 55.60 | | 0.9560.9501.05 | | | 9000 |
| 9 | 11 | | | .001 | 20.80 | | | | | 9000 |
| 9 | 10 | | | .001 | 11.00 | | | | | 9000 |
| 4 | 12 | | | .0 | 25.60 | | 1.0150.9501.05 | | | 9000 |
| 12 | 13 | | | .0 | 14.00 | | | | | 9000 |
| 12 | 14 | | | 12.31 | 25.59 | | | | | 9000 |
| 12 | 15 | | | 6.62 | 13.04 | | | | | 9000 |
| 12 | 16 | | | 9.45 | 19.87 | | | | | 9000 |
| 14 | 15 | | | 22.10 | 19.97 | | | | | 9000 |
| 16 | 17 | | | 8.24 | 19.23 | | | | | 9000 |
| 15 | 18 | | | 10.70 | 21.85 | | | | | 9000 |
| 18 | 19 | | | 6.39 | 12.92 | | | | | 9000 |
| 19 | 20 | | | 3.40 | 6.80 | | | | | 9000 |
| 10 | 20 | | | 9.36 | 20.90 | | | | | 9000 |
| 10 | 17 | | | 3.24 | 8.45 | | | | | 9000 |

| | | | | | | | |
|------|------|-------|-------|------|--------|---------|------|
| 10 | 21 | 3.48 | 7.49 | | | | 9000 |
| 10 | 22 | 7.27 | 14.99 | | | | 9000 |
| 21 | 22 | 1.16 | 2.36 | | | | 9000 |
| 15 | 23 | 10.00 | 20.20 | | | | 9000 |
| 22 | 24 | 11.50 | 17.90 | | | | 9000 |
| 23 | 24 | 13.20 | 27.00 | | | | 9000 |
| 24 | 25 | 18.85 | 32.92 | | | | 9000 |
| 25 | 26 | 25.44 | 38.00 | | | | 9000 |
| 25 | 27 | 10.93 | 20.87 | | | | 9000 |
| 28 | 27 | 0.0 | 39.60 | | .9580. | 9501.05 | 9000 |
| 27 | 29 | 21.98 | 41.53 | | | | 9000 |
| 27 | 30 | 32.02 | 60.27 | | | | 9000 |
| 29 | 30 | 23.99 | 45.33 | | | | 9000 |
| 8 | 28 | 6.36 | 20.00 | 2.14 | | | 9000 |
| 6 | 28 | 1.69 | 5.99 | 0.65 | | | 9000 |
| 9999 | | | | | | | |
| | 0.90 | 1.1 | | | | | |
| 9999 | | | | | | | |
| | | 100. | | | | | |
| 9999 | | | | | | | |

Banco de dados do sistema de 57 barras

| | | | | | | | | | | | |
|----|---|-------------|------|----|-----|--------|-----------|-------|------|------|---|
| 1 | 2 | BARRA1.SLAC | 1040 | .0 | 0 | 0-9999 | 9999 | 55.0 | 17.0 | 0.1 | . |
| 2 | 1 | BARRA2.GERA | 1010 | .0 | 0 | 0 | -17. 50. | 3.0 | 88.0 | 0.1 | . |
| 3 | 1 | BARRA3.GERA | 0985 | .0 | 40 | 0 | -10. 60. | 41.0 | 21.0 | 0.1 | . |
| 4 | 0 | BARRA4.CARG | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 5 | 0 | BARRA5.CARG | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 13.0 | 4.0 | 0.1 | . |
| 6 | 1 | BARRA6.GERA | 980 | .0 | 0 | 0 | -8. 25. | 75.0 | 2.0 | 0.1 | . |
| 7 | 0 | BARRA7.CARG | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 8 | 1 | BARRA8.GERA | 1005 | .0 | 450 | 0-140. | 200. | 150.0 | 22.0 | 0.1 | . |
| 9 | 1 | BARRA9.GERA | 980 | .0 | 0 | 0 | -3. 9. | 121.0 | 26.0 | 0.1 | . |
| 10 | 0 | BARRA10.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 5.0 | 2.0 | 0.1 | . |
| 11 | 0 | BARRA11.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 12 | 1 | BARRA12.GER | 1015 | .0 | 310 | 0 | -50. 155. | 377.0 | 24.0 | 0.1 | . |
| 13 | 0 | BARRA13.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 18.0 | 2.3 | 0.1 | . |
| 14 | 0 | BARRA14.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 10.5 | 5.3 | 0.1 | . |
| 15 | 0 | BARRA15.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 22.0 | 5.0 | 0.1 | . |
| 16 | 0 | BARRA16.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 43.0 | 3.0 | 0.1 | . |
| 17 | 0 | BARRA17.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 42.0 | 8.0 | 0.1 | . |
| 18 | 0 | BARRA18.C.R | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 27.2 | 9.8 | 10.1 | . |
| 19 | 0 | BARRA19.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 3.3 | 0.6 | 0.1 | . |
| 20 | 0 | BARRA20.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 2.3 | 1.0 | 0.1 | . |
| 21 | 0 | BARRA21.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 22 | 0 | BARRA22.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 23 | 0 | BARRA23.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 6.3 | 2.1 | 0.1 | . |
| 24 | 0 | BARRA24.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 25 | 0 | BARRA25.C.R | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 6.3 | 3.2 | 5.9 | . |
| 26 | 0 | BARRA26.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 27 | 0 | BARRA27.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 9.3 | 0.5 | 0.1 | . |
| 28 | 0 | BARRA28.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 4.6 | 2.3 | 0.1 | . |
| 29 | 0 | BARRA29.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 17.0 | 2.6 | 0.1 | . |
| 30 | 0 | BARRA30.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 3.6 | 1.8 | 0.1 | . |
| 31 | 0 | BARRA31.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 5.8 | 2.9 | 0.1 | . |
| 32 | 0 | BARRA32.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 1.6 | 0.8 | 0.1 | . |
| 33 | 0 | BARRA33.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 3.8 | 1.9 | 0.1 | . |
| 34 | 0 | BARRA34.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 35 | 0 | BARRA35.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 6.0 | 3.0 | 0.1 | . |
| 36 | 0 | BARRA36.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 37 | 0 | BARRA37.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 0 | .0 | 0.1 | . |
| 38 | 0 | BARRA38.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 14.0 | 7.0 | 0.1 | . |
| 39 | 0 | BARRA39.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 40 | 0 | BARRA40.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 41 | 0 | BARRA41.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 6.3 | 3.0 | 0.1 | . |
| 42 | 0 | BARRA42.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 7.1 | 4.4 | 0.1 | . |
| 43 | 0 | BARRA43.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 2.0 | 1.0 | 0.1 | . |
| 44 | 0 | BARRA44.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | 12.0 | 1.8 | 0.1 | . |
| 45 | 0 | BARRA45.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |
| 46 | 0 | BARRA46.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 0 0 | .0 | .0 | 0.1 | . |

| | | | | | | | | | | | | |
|------|----|-------------|------|-------|-------|------|----------------|---|------|------|-----|----|
| 47 | 0 | BARRA47.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 29.7 | 11.6 | 0. | 1. |
| 48 | 0 | BARRA48.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | .0 | .0 | 0. | 1. |
| 49 | 0 | BARRA49.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18.0 | 8.5 | 0. | 1. |
| 50 | 0 | BARRA50.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 21.0 | 10.5 | 0. | 1. |
| 51 | 0 | BARRA51.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18.0 | 5.3 | 0. | 1. |
| 52 | 0 | BARRA52.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4.9 | 2.2 | 0. | 1. |
| 53 | 0 | BARRA53.C.R | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20.0 | 10.0 | 6.3 | 1. |
| 54 | 0 | BARRA54.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4.1 | 1.4 | 0. | 1. |
| 55 | 0 | BARRA55.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6.8 | 3.4 | 0. | 1. |
| 56 | 0 | BARRA56.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7.6 | 2.2 | 0. | 1. |
| 57 | 0 | BARRA57.CAR | 1000 | .0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6.7 | 2.0 | 0. | 1. |
| 9999 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | | 0.83 | 2.80 | 6.45 | | | | | | |
| 2 | 3 | | | 2.98 | 8.50 | 4.09 | | | | | | |
| 3 | 4 | | | 1.12 | 3.66 | 1.90 | | | | | | |
| 4 | 5 | | | 6.25 | 13.20 | 1.29 | | | | | | |
| 4 | 6 | | | 4.30 | 14.80 | 1.74 | | | | | | |
| 6 | 7 | | | 2.00 | 10.20 | 1.38 | | | | | | |
| 6 | 8 | | | 3.39 | 17.30 | 2.35 | | | | | | |
| 8 | 9 | | | .99 | 5.05 | 2.74 | | | | | | |
| 9 | 10 | | | 3.69 | 16.79 | 2.20 | | | | | | |
| 9 | 11 | | | 2.58 | 8.48 | 1.09 | | | | | | |
| 9 | 12 | | | 6.48 | 29.50 | 3.86 | | | | | | |
| 9 | 13 | | | 4.81 | 15.80 | 2.03 | | | | | | |
| 13 | 14 | | | 1.32 | 4.34 | 0.55 | | | | | | |
| 13 | 15 | | | 2.69 | 8.69 | 1.15 | | | | | | |
| 1 | 15 | | | 1.78 | 9.10 | 4.94 | | | | | | |
| 1 | 16 | | | 4.54 | 20.60 | 2.73 | | | | | | |
| 1 | 17 | | | 2.38 | 10.80 | 1.43 | | | | | | |
| 3 | 15 | | | 1.62 | 5.30 | 2.72 | | | | | | |
| 4 | 18 | | | .0 | 43.00 | .0 | .9780.9001.050 | | | 900 | | |
| 5 | 6 | | | 3.02 | 6.41 | 0.62 | | | | | | |
| 7 | 8 | | | 1.39 | 7.12 | 0.97 | | | | | | |
| 10 | 12 | | | 2.77 | 12.62 | 1.64 | | | | | | |
| 11 | 13 | | | 2.23 | 7.32 | 0.94 | | | | | | |
| 12 | 13 | | | 1.78 | 5.80 | 3.02 | | | | | | |
| 12 | 16 | | | 1.80 | 8.13 | 1.08 | | | | | | |
| 12 | 17 | | | 3.97 | 17.90 | 2.38 | | | | | | |
| 14 | 15 | | | 1.71 | 5.47 | 0.74 | | | | | | |
| 18 | 19 | | | 46.10 | 68.50 | .0 | | | | | | |
| 19 | 20 | | | 28.30 | 43.40 | .0 | | | | | | |
| 21 | 20 | | | .0 | 77.67 | .0 | 1.0430.90 1.05 | | | 900 | | |
| 21 | 22 | | | 7.36 | 11.70 | .0 | | | | | | |
| 22 | 23 | | | 0.99 | 1.52 | .0 | | | | | | |
| 23 | 24 | | | 16.60 | 25.60 | 0.42 | | | | | | |
| 24 | 25 | | | .0 | 60.22 | .0 | 1.0000.90 1.05 | | | 900 | | |
| 24 | 26 | | | .0 | 4.73 | .0 | 1.0430.90 1.05 | | | 900 | | |
| 26 | 27 | | | 16.50 | 25.40 | .0 | | | | | | |
| 27 | 28 | | | 6.18 | 9.54 | .0 | | | | | | |
| 28 | 29 | | | 4.18 | 5.87 | .0 | | | | | | |
| 7 | 29 | | | .0 | 6.48 | .0 | 0.9600.90 1.05 | | | | | |
| 25 | 30 | | | 13.50 | 20.20 | .0 | | | | | | |
| 30 | 31 | | | 32.60 | 49.70 | .0 | | | | | | |
| 31 | 32 | | | 50.70 | 75.50 | .0 | | | | | | |
| 32 | 33 | | | 3.92 | 3.60 | .0 | | | | | | |
| 34 | 32 | | | .0 | 95.30 | .0 | 0.9750.9001.05 | | | 900 | | |
| 34 | 35 | | | 5.20 | 7.80 | 0.16 | | | | | | |
| 35 | 36 | | | 4.30 | 5.37 | 0.08 | | | | | | |
| 36 | 37 | | | 2.90 | 3.66 | .0 | | | | | | |
| 37 | 38 | | | 6.51 | 10.09 | 0.01 | | | | | | |
| 37 | 39 | | | 2.39 | 3.79 | .0 | | | | | | |
| 36 | 40 | | | 3.00 | 4.66 | .0 | | | | | | |
| 22 | 38 | | | 1.92 | 2.95 | .0 | | | | | | |
| 11 | 41 | | | .0 | 74.90 | .0 | .9550.90 1.05 | | | 900 | | |
| 41 | 42 | | | 20.70 | 35.20 | .0 | | | | | | |
| 41 | 43 | | | .0 | 41.20 | .0 | | | | | | |
| 38 | 44 | | | 2.89 | 5.85 | 0.10 | | | | | | |
| 15 | 45 | | | .0 | 10.42 | .0 | .9550.90 1.05 | | | 900 | | |
| 14 | 46 | | | .0 | 7.35 | .0 | .90 0.90 1.05 | | | 900 | | |
| 46 | 47 | | | 2.30 | 6.80 | 0.16 | | | | | | |
| 47 | 48 | | | 1.82 | 2.33 | .0 | | | | | | |
| 48 | 49 | | | 8.34 | 12.90 | 0.24 | | | | | | |
| 49 | 50 | | | 8.01 | 12.80 | .0 | | | | | | |
| 50 | 51 | | | 13.86 | 22.00 | .0 | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|------|------|-------|--------|------|-----|-------|--------|-----|
| 10 | 51 | .0 | 7.12 | .0 | .93 | 0.90 | 1.05 | 900 |
| 13 | 49 | .0 | 19.10 | .0 | .89 | 50.90 | 1.05 | 900 |
| 29 | 52 | 14.42 | 18.70 | .0 | | | | |
| 52 | 53 | 7.62 | 9.84 | .0 | | | | |
| 53 | 54 | 18.78 | 23.20 | .0 | | | | |
| 54 | 55 | 17.32 | 22.65 | .0 | | | | |
| 11 | 43 | .0 | 15.30 | .0 | .95 | 80.90 | 1.05 | 900 |
| 44 | 45 | 6.24 | 12.42 | .02 | | | | |
| 40 | 56 | .0 | 119.50 | .0 | .95 | 80.90 | 001.05 | 900 |
| 56 | 41 | 55.30 | 54.90 | .0 | | | | |
| 56 | 42 | 21.25 | 35.40 | .0 | | | | |
| 39 | 57 | .0 | 135.50 | .0 | .98 | 0.90 | 1.05 | 900 |
| 57 | 56 | 17.40 | 26.00 | .0 | | | | |
| 38 | 49 | 11.50 | 17.70 | 0.30 | | | | |
| 38 | 48 | 3.12 | 4.82 | .0 | | | | |
| 9 | 55 | .0 | 12.05 | .0 | .94 | 0.90 | 1.05 | |
| 9999 | | | | | | | | |
| | 0.92 | 1.1 | | | | | | |
| 9999 | | | | | | | | |
| | | 100. | | | | | | |
| 9999 | | | | | | | | |

Banco de dados do sistema de 118 barras

| | | | | | | | | | |
|----|---|---------|------|----|-------|------|-------|------|-------|
| 12 | 2 | BARRA12 | 1000 | .0 | -9999 | 9999 | .0 | .0 | |
| 2 | 0 | BARRA2 | 1000 | .0 | | | 20.0 | 9.0 | |
| 3 | 0 | BARRA3 | 1000 | .0 | | | 39.0 | 10.0 | |
| 4 | 1 | BARRA4 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 39.0 | 12.0 | |
| 5 | 0 | BARRA5 | 1000 | .0 | | | .0 | .0 | 40. |
| 6 | 1 | BARRA6 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 52.0 | 22.0 | |
| 7 | 0 | BARRA7 | 1000 | .0 | | | 19.0 | 2.0 | |
| 8 | 1 | BARRA8 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 28.0 | 0.0 | |
| 9 | 0 | BARRA9 | 1000 | .0 | | | .0 | .0 | |
| 10 | 1 | BARRA10 | 1000 | .0 | -250. | 250. | -450. | .0 | |
| 11 | 0 | BARRA11 | 1000 | .0 | | | 70.0 | 23.0 | |
| 1 | 1 | BARRA1 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 51.0 | 27.0 | |
| 13 | 0 | BARRA13 | 1000 | .0 | | | 34.0 | 16.0 | |
| 14 | 0 | BARRA14 | 1000 | .0 | | | 14.0 | 1.0 | |
| 15 | 1 | BARRA15 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 90.0 | 30.0 | |
| 16 | 0 | BARRA16 | 1000 | .0 | | | 25.0 | 10.0 | |
| 17 | 0 | BARRA17 | 1000 | .0 | | | 11.0 | 3.0 | |
| 18 | 1 | BARRA18 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 60.0 | 34.0 | |
| 19 | 1 | BARRA19 | 1000 | .0 | -50. | 115. | 45.0 | 25.0 | |
| 20 | 0 | BARRA20 | 1000 | .0 | | | 18.0 | 3.0 | |
| 21 | 0 | BARRA21 | 1000 | .0 | | | 14.0 | 8.0 | |
| 22 | 0 | BARRA22 | 1000 | .0 | | | 10.0 | 5.0 | |
| 23 | 0 | BARRA23 | 1000 | .0 | | | 7.0 | 3.0 | |
| 24 | 0 | BARRA24 | 1000 | .0 | | | 13.0 | .0 | |
| 25 | 1 | BARRA25 | 1000 | .0 | -250. | 250. | -220. | .0 | |
| 26 | 1 | BARRA26 | 1000 | .0 | -250. | 250. | -314. | .0 | |
| 27 | 1 | BARRA27 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 71.0 | 13.0 | |
| 28 | 0 | BARRA28 | 1000 | .0 | | | 17.0 | 7.0 | |
| 29 | 0 | BARRA29 | 1000 | .0 | | | 24.0 | 4.0 | |
| 30 | 0 | BARRA30 | 1000 | .0 | | | 0.0 | 0.0 | |
| 31 | 1 | BARRA31 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 36.0 | 27.0 | |
| 32 | 1 | BARRA32 | 1000 | .0 | -50. | 100. | 59.0 | 23.0 | |
| 33 | 0 | BARRA33 | 1000 | .0 | | | 23.0 | 9.0 | |
| 34 | 0 | BARRA34 | 1000 | .0 | | | 59.0 | 26.0 | 13.99 |
| 35 | 0 | BARRA35 | 1000 | .0 | | | 33.0 | 9.0 | |
| 36 | 1 | BARRA36 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 31.0 | 17.0 | |
| 37 | 0 | BARRA37 | 1000 | .0 | | | .0 | .0 | 25. |
| 38 | 0 | BARRA38 | 1000 | .0 | | | .0 | .0 | |
| 39 | 0 | BARRA39 | 1000 | .0 | | | 27.0 | 11.0 | |
| 40 | 1 | BARRA40 | 1000 | .0 | -50. | 150. | 66.0 | 23.0 | |
| 41 | 0 | BARRA41 | 1000 | .0 | | | 37.0 | 10.0 | |
| 42 | 1 | BARRA42 | 1000 | .0 | -50. | 50. | 96.0 | 23.0 | |
| 43 | 0 | BARRA43 | 1000 | .0 | | | 18.0 | 7.0 | |
| 44 | 0 | BARRA44 | 1000 | .0 | | | 16.0 | 8.0 | 10. |
| 45 | 0 | BARRA45 | 1000 | .0 | | | 53.0 | 22.0 | 10. |

| | | | | | | | | | |
|----|----|-------|-------|--------|-----|-----|------|------|-------|
| 1 | 2 | 3.03 | 9.99 | 2.540 | | | | 900. | 900.0 |
| 1 | 3 | 1.29 | 4.24 | 1.082 | | | | 900. | 900.0 |
| 4 | 5 | 0.176 | 0.798 | 0.210 | | | | 900. | 900.0 |
| 3 | 5 | 2.41 | 10.80 | 2.840 | | | | 900. | 900.0 |
| 5 | 6 | 1.19 | 5.40 | 1.426 | | | | 900. | 900.0 |
| 6 | 7 | 0.459 | 2.08 | 0.550 | | | | 900. | 900.0 |
| 8 | 9 | 0.244 | 3.05 | 116.62 | | | | 900. | 900.0 |
| 8 | 5 | 0.00 | 2.67 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 9 | 10 | 0.258 | 3.22 | 123.00 | | | | 900. | 900.0 |
| 4 | 11 | 2.09 | 6.88 | 1.748 | | | | 900. | 900.0 |
| 5 | 11 | 2.03 | 6.82 | 1.738 | | | | 900. | 900.0 |
| 11 | 12 | 0.595 | 1.96 | 0.502 | | | | 900. | 900.0 |
| 2 | 12 | 1.87 | 6.16 | 1.572 | | | | 900. | 900.0 |
| 3 | 12 | 4.84 | 16.00 | 4.060 | | | | 900. | 900.0 |
| 7 | 12 | 0.862 | 3.40 | 0.874 | | | | 900. | 900.0 |
| 11 | 13 | 2.225 | 7.31 | 1.876 | | | | 900. | 900.0 |
| 12 | 14 | 2.15 | 7.07 | 1.816 | | | | 900. | 900.0 |
| 13 | 15 | 7.44 | 24.44 | 6.268 | | | | 900. | 900.0 |
| 14 | 15 | 5.95 | 19.50 | 5.020 | | | | 900. | 900.0 |
| 12 | 16 | 2.12 | 8.34 | 2.140 | | | | 900. | 900.0 |
| 15 | 17 | 1.32 | 4.37 | 4.440 | | | | 900. | 900.0 |
| 16 | 17 | 4.54 | 18.01 | 4.660 | | | | 900. | 900.0 |
| 17 | 18 | 1.23 | 5.05 | 1.298 | | | | 900. | 900.0 |
| 18 | 19 | 1.119 | 4.93 | 1.142 | | | | 900. | 900.0 |
| 19 | 20 | 2.52 | 11.70 | 2.980 | | | | 900. | 900.0 |
| 15 | 19 | 1.20 | 3.94 | 1.010 | | | | 900. | 900.0 |
| 20 | 21 | 1.83 | 8.49 | 2.160 | | | | 900. | 900.0 |
| 21 | 22 | 2.09 | 9.70 | 2.460 | | | | 900. | 900.0 |
| 22 | 23 | 3.42 | 15.90 | 4.040 | | | | 900. | 900.0 |
| 23 | 24 | 1.35 | 4.92 | 4.980 | | | | 900. | 900.0 |
| 23 | 25 | 1.56 | 8.00 | 8.640 | | | | 900. | 900.0 |
| 26 | 25 | 0.00 | 3.82 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 25 | 27 | 3.18 | 16.30 | 17.640 | | | | 900. | 900.0 |
| 27 | 28 | 1.913 | 8.55 | 2.160 | | | | 900. | 900.0 |
| 28 | 29 | 2.37 | 9.43 | 2.380 | | | | 900. | 900.0 |
| 30 | 17 | 0.00 | 3.88 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 8 | 30 | .431 | 5.04 | 51.400 | | | | 900. | 900.0 |
| 26 | 30 | .799 | 8.60 | 91.800 | | | | 900. | 900.0 |
| 17 | 31 | 4.74 | 15.63 | 3.990 | | | | 900. | 900.0 |
| 29 | 31 | 1.08 | 3.31 | 0.830 | | | | 900. | 900.0 |
| 23 | 32 | 3.17 | 11.53 | 11.730 | | | | 900. | 900.0 |
| 31 | 32 | 2.98 | 9.85 | 2.510 | | | | 900. | 900.0 |
| 27 | 32 | 2.29 | 7.55 | 1.926 | | | | 900. | 900.0 |
| 15 | 33 | 3.80 | 12.44 | 3.194 | | | | 900. | 900.0 |
| 19 | 34 | 7.52 | 24.70 | 6.320 | | | | 900. | 900.0 |
| 35 | 36 | .224 | 1.02 | .268 | | | | 900. | 900.0 |
| 35 | 37 | 1.10 | 4.97 | 1.318 | | | | 900. | 900.0 |
| 33 | 37 | 4.15 | 14.20 | 3.660 | | | | 900. | 900.0 |
| 34 | 36 | .871 | 2.68 | 0.568 | | | | 900. | 900.0 |
| 34 | 37 | .256 | 0.94 | 0.988 | | | | 900. | 900.0 |
| 38 | 37 | 0.00 | 3.75 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 37 | 39 | 3.21 | 10.60 | 2.700 | | | | 900. | 900.0 |
| 37 | 40 | 5.93 | 16.80 | 4.200 | | | | 900. | 900.0 |
| 30 | 38 | .464 | 5.40 | 42.200 | | | | 900. | 900.0 |
| 39 | 40 | 1.84 | 6.05 | 1.552 | | | | 900. | 900.0 |
| 40 | 41 | 1.45 | 4.87 | 1.222 | | | | 900. | 900.0 |
| 40 | 42 | 5.55 | 18.30 | 4.660 | | | | 900. | 900.0 |
| 41 | 42 | 4.10 | 13.50 | 3.440 | | | | 900. | 900.0 |
| 43 | 44 | 6.08 | 24.54 | 6.068 | | | | 900. | 900.0 |
| 34 | 43 | 4.13 | 16.81 | 4.226 | | | | 900. | 900.0 |
| 44 | 45 | 2.24 | 9.01 | 2.240 | | | | 900. | 900.0 |
| 45 | 46 | 4.00 | 13.56 | 3.320 | | | | 900. | 900.0 |
| 46 | 47 | 3.80 | 12.70 | 3.160 | | | | 900. | 900.0 |
| 46 | 48 | 6.01 | 18.90 | 4.720 | | | | 900. | 900.0 |
| 47 | 49 | 1.91 | 6.25 | 1.604 | | | | 900. | 900.0 |
| 42 | 49 | 3.57 | 16.15 | 17.200 | | | | 900. | 900.0 |
| 45 | 49 | 6.84 | 18.60 | 4.440 | | | | 900. | 900.0 |
| 48 | 49 | 1.79 | 5.05 | 1.258 | | | | 900. | 900.0 |
| 49 | 50 | 2.67 | 7.52 | 1.874 | | | | 900. | 900.0 |
| 49 | 51 | 4.86 | 13.70 | 3.420 | | | | 900. | 900.0 |
| 51 | 52 | 2.03 | 5.88 | 1.396 | | | | 900. | 900.0 |
| 52 | 53 | 4.05 | 16.35 | 4.058 | | | | 900. | 900.0 |
| 53 | 54 | 2.63 | 12.20 | 3.110 | | | | 900. | 900.0 |
| 49 | 54 | 3.99 | 14.51 | 14.690 | | | | 900. | 900.0 |

| | | | | | | | | | |
|----|-----|--------|-------|--------|-----|-----|------|------|-------|
| 54 | 55 | 1.69 | 7.07 | 2.020 | | | | 900. | 900.0 |
| 54 | 56 | .275 | .955 | 0.732 | | | | 900. | 900.0 |
| 55 | 56 | .488 | 1.51 | 0.374 | | | | 900. | 900.0 |
| 56 | 57 | 3.43 | 9.66 | 2.420 | | | | 900. | 900.0 |
| 50 | 57 | 4.74 | 13.40 | 3.320 | | | | 900. | 900.0 |
| 56 | 58 | 3.43 | 9.66 | 2.420 | | | | 900. | 900.0 |
| 51 | 58 | 2.55 | 7.19 | 1.788 | | | | 900. | 900.0 |
| 54 | 59 | 5.03 | 22.93 | 5.980 | | | | 900. | 900.0 |
| 56 | 59 | 4.07 | 12.24 | 11.050 | | | | 900. | 900.0 |
| 55 | 59 | 4.739 | 21.58 | 5.646 | | | | 900. | 900.0 |
| 59 | 60 | 3.17 | 14.50 | 3.760 | | | | 900. | 900.0 |
| 59 | 61 | 3.28 | 15.00 | 3.880 | | | | 900. | 900.0 |
| 60 | 61 | .264 | 1.35 | 1.456 | | | | 900. | 900.0 |
| 60 | 62 | 1.23 | 5.61 | 1.468 | | | | 900. | 900.0 |
| 61 | 62 | .824 | 3.76 | 0.980 | | | | 900. | 900.0 |
| 63 | 59 | 0.00 | 3.86 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 63 | 64 | .172 | 2.00 | 21.60 | | | | 900. | 900.0 |
| 64 | 61 | 0.00 | 2.68 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 38 | 65 | .901 | 9.86 | 114.6 | | | | 900. | 900.0 |
| 64 | 65 | .269 | 3.02 | 38.00 | | | | 900. | 900.0 |
| 49 | 66 | 0.90 | 4.59 | 4.960 | | | | 900. | 900.0 |
| 62 | 66 | 4.82 | 21.80 | 5.780 | | | | 900. | 900.0 |
| 62 | 67 | 2.58 | 11.70 | 3.100 | | | | 900. | 900.0 |
| 65 | 66 | 0.00 | 3.70 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 66 | 67 | 2.24 | 10.15 | 2.682 | | | | 900. | 900.0 |
| 65 | 68 | .138 | 1.60 | 63.80 | | | | 900. | 900.0 |
| 47 | 69 | 8.44 | 27.78 | 7.092 | | | | 900. | 900.0 |
| 49 | 69 | 9.85 | 32.40 | 8.280 | | | | 900. | 900.0 |
| 68 | 69 | 0.00 | 3.70 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 69 | 70 | 3.00 | 12.70 | 12.20 | | | | 900. | 900.0 |
| 24 | 70 | 10.221 | 41.15 | 10.198 | | | | 900. | 900.0 |
| 70 | 71 | .882 | 3.55 | 0.878 | | | | 900. | 900.0 |
| 24 | 72 | 4.88 | 19.60 | 4.880 | | | | 900. | 900.0 |
| 71 | 72 | 4.46 | 18.00 | 4.444 | | | | 900. | 900.0 |
| 71 | 73 | .866 | 4.54 | 1.178 | | | | 900. | 900.0 |
| 70 | 74 | 4.01 | 13.23 | 3.368 | | | | 900. | 900.0 |
| 70 | 75 | 4.28 | 14.10 | 3.600 | | | | 900. | 900.0 |
| 69 | 75 | 4.05 | 12.20 | 12.40 | | | | 900. | 900.0 |
| 74 | 75 | 1.23 | 4.06 | 1.034 | | | | 900. | 900.0 |
| 76 | 77 | 4.44 | 14.80 | 3.680 | | | | 900. | 900.0 |
| 69 | 77 | 3.09 | 10.10 | 10.38 | | | | 900. | 900.0 |
| 75 | 77 | 6.01 | 19.99 | 4.978 | | | | 900. | 900.0 |
| 77 | 78 | .376 | 1.24 | 1.264 | | | | 900. | 900.0 |
| 78 | 79 | .546 | 2.44 | 0.648 | | | | 900. | 900.0 |
| 77 | 80 | 1.09 | 3.32 | 7.000 | | | | 900. | 900.0 |
| 79 | 80 | 1.56 | 7.04 | 1.870 | | | | 900. | 900.0 |
| 68 | 81 | .175 | 2.02 | 80.80 | | | | 900. | 900.0 |
| 81 | 80 | 0.00 | 3.70 | 0.000 | 1.0 | .95 | 1.05 | 900. | 900.0 |
| 77 | 82 | 2.98 | 8.53 | 8.174 | | | | 900. | 900.0 |
| 82 | 83 | 1.12 | 3.665 | 3.796 | | | | 900. | 900.0 |
| 83 | 84 | 6.25 | 13.20 | 2.580 | | | | 900. | 900.0 |
| 83 | 85 | 4.30 | 14.80 | 3.480 | | | | 900. | 900.0 |
| 84 | 85 | 3.02 | 6.41 | 1.234 | | | | 900. | 900.0 |
| 85 | 86 | 3.50 | 12.30 | 2.760 | | | | 900. | 900.0 |
| 86 | 87 | 2.828 | 20.74 | 4.450 | | | | 900. | 900.0 |
| 85 | 88 | 2.00 | 10.20 | 2.760 | | | | 900. | 900.0 |
| 85 | 89 | 2.39 | 17.30 | 4.700 | | | | 900. | 900.0 |
| 88 | 89 | 1.39 | 7.12 | 1.934 | | | | 900. | 900.0 |
| 89 | 90 | 1.63 | 6.52 | 15.880 | | | | 900. | 900.0 |
| 90 | 91 | 2.54 | 8.36 | 2.140 | | | | 900. | 900.0 |
| 89 | 92 | 0.80 | 3.83 | 9.620 | | | | 900. | 900.0 |
| 91 | 92 | 3.87 | 12.72 | 3.268 | | | | 900. | 900.0 |
| 92 | 93 | 2.58 | 8.48 | 2.180 | | | | 900. | 900.0 |
| 92 | 94 | 4.81 | 15.80 | 4.060 | | | | 900. | 900.0 |
| 93 | 94 | 2.23 | 7.32 | 1.876 | | | | 900. | 900.0 |
| 94 | 95 | 1.32 | 4.34 | 1.110 | | | | 900. | 900.0 |
| 80 | 96 | 3.56 | 18.20 | 4.940 | | | | 900. | 900.0 |
| 82 | 96 | 1.62 | 5.30 | 5.440 | | | | 900. | 900.0 |
| 94 | 96 | 2.69 | 8.69 | 2.300 | | | | 900. | 900.0 |
| 80 | 97 | 1.83 | 9.34 | 2.540 | | | | 900. | 900.0 |
| 80 | 98 | 2.38 | 10.80 | 2.860 | | | | 900. | 900.0 |
| 80 | 99 | 4.54 | 20.60 | 5.460 | | | | 900. | 900.0 |
| 92 | 100 | 6.48 | 29.50 | 7.720 | | | | 900. | 900.0 |
| 94 | 100 | 1.78 | 5.80 | 6.040 | | | | 900. | 900.0 |

| | | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|------|-------|
| 95 | 96 | 1.71 | 5.47 | 1.474 | 900. | 900.0 |
| 96 | 97 | 1.73 | 8.85 | 2.400 | 900. | 900.0 |
| 98 | 100 | 3.97 | 17.90 | 4.760 | 900. | 900.0 |
| 99 | 100 | 1.80 | 8.13 | 2.160 | 900. | 900.0 |
| 100 | 101 | 2.77 | 12.62 | 3.280 | 900. | 900.0 |
| 92 | 102 | 1.23 | 5.59 | 1.464 | 900. | 900.0 |
| 101 | 102 | 2.46 | 11.20 | 2.840 | 900. | 900.0 |
| 100 | 103 | 1.60 | 5.25 | 5.360 | 900. | 900.0 |
| 100 | 104 | 4.51 | 20.40 | 5.410 | 900. | 900.0 |
| 103 | 104 | 4.66 | 15.84 | 4.070 | 900. | 900.0 |
| 103 | 105 | 5.35 | 16.25 | 4.080 | 900. | 900.0 |
| 100 | 106 | 6.05 | 22.90 | 6.200 | 900. | 900.0 |
| 104 | 105 | .994 | 3.78 | 0.986 | 900. | 900.0 |
| 105 | 106 | 1.40 | 5.47 | 1.434 | 900. | 900.0 |
| 105 | 107 | 5.30 | 18.30 | 4.720 | 900. | 900.0 |
| 105 | 108 | 2.61 | 7.03 | 1.844 | 900. | 900.0 |
| 106 | 107 | 5.30 | 18.30 | 4.720 | 900. | 900.0 |
| 108 | 109 | 1.05 | 2.88 | 0.760 | 900. | 900.0 |
| 103 | 110 | 3.906 | 18.13 | 4.610 | 900. | 900.0 |
| 109 | 110 | 2.78 | 7.62 | 2.020 | 900. | 900.0 |
| 110 | 111 | 2.20 | 7.55 | 2.000 | 900. | 900.0 |
| 110 | 112 | 2.47 | 6.40 | 6.200 | 900. | 900.0 |
| 17 | 113 | .913 | 3.01 | 0.768 | 900. | 900.0 |
| 32 | 113 | 6.15 | 20.30 | 5.180 | 900. | 900.0 |
| 32 | 114 | 1.35 | 6.12 | 1.628 | 900. | 900.0 |
| 27 | 115 | 1.64 | 7.41 | 1.972 | 900. | 900.0 |
| 114 | 115 | 0.23 | 1.04 | 0.276 | 900. | 900.0 |
| 68 | 116 | .034 | .405 | 16.40 | 900. | 900.0 |
| 12 | 117 | 3.29 | 14.00 | 3.580 | 900. | 900.0 |
| 75 | 118 | 1.45 | 4.81 | 1.198 | 900. | 900.0 |
| 76 | 118 | 1.64 | 5.44 | 1.356 | 900. | 900.0 |
| 9999 | | | | | | |
| | 0.90 | 1.1 | | | | |
| 9999 | | | | | | |
| | | 900 | | | | |
| 9999 | | | | | | |

APÊNDICE 2

ESTADO FINAL DOS SISTEMAS ELÉTRICOS

Estado final do sistema de 3 barras

RELATÓRIO DE SAÍDA - FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO
CONVERGÊNCIA EM 4 ITERAÇÕES

Parâmetro de barreira inicial (V e Q) =0.010000000
Parâmetro de barreira final (V e Q) =0.004822530
Parâmetro de beta (V e Q) = 1.200

```
X-----ESTADO DO SISTEMA-----X----FLUXO NAS LINHAS----X
BARRA TIPO      NOME      TENSÃO ANG.  MW      MVAR  BARRA  MW      MVAR
X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
  1   SL      PRIM-5   1.073   0.0   42.9   29.2           3   42.9   29.2
POTEN. REATIVA GERADA -> 29.15 MVar [MIN=-9999.0 MAX= 9999.0 ] MVar
-----
  2   CR      SEG-5   1.125   4.4  170.0  100.2           3   170.0  100.2
POTEN. REATIVA GERADA -> 100.20 MVar [MIN=-9999.0 MAX= 9999.0 ] MVar
-----
  3   CG      SEX-5   1.001  -1.3 -200.0 -100.0           1   -40.6  -26.3
                                           2   -159.4 -73.7
-----
```

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 12.880 MW

TOTAL DE INJEÇÃO DE REATIVO DO SISTEMA = 129.353 MVar

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS TENSÕES

| Barra | S3 | S4 | PI3 | PI4 |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1 | 0.127 | 0.273 | -0.046 | 0.021 |
| 2 | 0.075 | 0.325 | -0.077 | 0.018 |
| 3 | 0.020 | 0.020 | -0.455 | 0.414 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

| Barra | S1 | S2 | PI1 | PI2 |
|-------|--------|---------|----------|---------|
| 2 | 98.988 | 100.992 | -0.00006 | 0.00006 |

Estado final do sistema de 14 barras

RELATÓRIO DE SAÍDA - FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO
 CONVERGÊNCIA EM 3 ITERAÇÕES
 TEMPO DE CPU= 0.06000 seg.

Parâmetro de barreira inicial (V e Q) =0.010000000
 Parâmetro de barreira final (V e Q) =0.007938321
 Parâmetro de beta (V e Q) = 1.080

Parâmetro de barreira inicial (tap) = 0.10000
 Parâmetro de barreira final (tap) = 0.09706
 Parâmetro de beta (tap) = 1.010

| X-----ESTADO DO SISTEMA-----X | | | | | | X-----FLUXO NAS LINHAS-----X | | | |
|---------------------------------------------------------|------|--------|-------------------------------------------|-------|-------|------------------------------|-------|--------|-------|
| BARRA | TIPO | NOME | TENSÃO | ANG. | MW | MVAR | BARRA | MW | MVAR |
| X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X | | | | | | | | | |
| 1 | SL | barra1 | 1.081 | 0.0 | 231.9 | 2.6 | | | |
| | | | | | | | 2 | 156.3 | -3.2 |
| | | | | | | | 5 | 75.6 | 5.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 2.65 MVar [MIN=-9999.0 MAX= 9999.0] MVar | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 2 | CR | barra2 | 1.056 | -4.6 | 18.3 | 7.4 | | | |
| | | | | | | | 1 | -152.3 | 9.6 |
| | | | | | | | 3 | 73.2 | 2.4 |
| | | | | | | | 4 | 56.0 | -2.7 |
| | | | | | | | 5 | 41.3 | -1.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 20.14 MVar [MIN= -40.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 3 | CR | barra3 | 1.024 | -12.2 | -94.2 | 5.9 | | | |
| | | | | | | | 2 | -70.9 | 2.4 |
| | | | | | | | 4 | -23.3 | 3.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 24.94 MVar [MIN= 0.0 MAX= 40.0] MVar | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 4 | CG | barra4 | 1.031 | -9.9 | -47.8 | 3.9 | | | |
| | | | | | | | 2 | -54.4 | 3.6 |
| | | | | | | | 3 | 23.6 | -6.2 |
| | | | | | | | 5 | -62.3 | 7.2 |
| | | | | | | | 7 | 28.8 | -1.9 |
| | | | | | | | 9 | 16.4 | 1.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 5 | CG | barra5 | 1.036 | -8.4 | -7.6 | -1.6 | | | |
| | | | | | | | 1 | -72.9 | -0.4 |
| | | | | | | | 2 | -40.5 | 0.7 |
| | | | | | | | 4 | 62.8 | -7.0 |
| | | | | | | | 6 | 43.0 | 5.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 6 | CR | barra6 | 1.039 | -14.1 | -11.2 | 11.5 | | | |
| | | | | | | | 5 | -43.0 | -0.7 |
| | | | | | | | 11 | 6.7 | 2.8 |
| | | | | | | | 12 | 7.7 | 2.4 |
| | | | | | | | 13 | 17.4 | 6.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 18.95 MVar [MIN= -6.0 MAX= 24.0] MVar | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 7 | CG | barra7 | 1.038 | -13.1 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 4 | -28.8 | 3.6 |
| | | | | | | | 8 | 0.0 | -12.2 |
| | | | | | | | 9 | 28.8 | 8.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 8 | CR | barra8 | 1.058 | -13.1 | 0.0 | 12.4 | | | |
| | | | | | | | 7 | 0.0 | 12.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 12.44 MVar [MIN= -6.0 MAX= 24.0] MVar | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 9 | CG | barra9 | 1.029 | -14.8 | -29.5 | -16.6 | | | |
| | | | | | | | 4 | -16.4 | 0.1 |
| | | | | | | | 7 | -28.8 | -7.7 |
| | | | | | | | 10 | 5.9 | 4.9 |
| | | | | | | | 14 | 9.9 | 4.1 |
| ----- | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|----|----|---------|-------|-------|-------|------|----|-------|------|
| 10 | CG | barra10 | 1.023 | -15.0 | -9.0 | -5.8 | 9 | -5.9 | -4.9 |
| | | | | | | | 11 | -3.1 | -0.9 |
| 11 | CG | barra11 | 1.028 | -14.7 | -3.5 | -1.8 | 6 | -6.7 | -2.8 |
| | | | | | | | 10 | 3.2 | 1.0 |
| 12 | CG | barra12 | 1.024 | -15.0 | -6.1 | -1.6 | 6 | -7.6 | -2.3 |
| | | | | | | | 13 | 1.5 | 0.7 |
| 13 | CG | barra13 | 1.019 | -15.1 | -13.5 | -5.8 | 6 | -17.2 | -6.4 |
| | | | | | | | 12 | -1.5 | -0.7 |
| | | | | | | | 14 | 5.2 | 1.3 |
| 14 | CG | barra14 | 1.006 | -16.0 | -14.9 | -5.0 | 9 | -9.7 | -3.8 |
| | | | | | | | 13 | -5.2 | -1.2 |

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 12.915 MW

TOTAL DE INJEÇÃO DE REATIVO DO SISTEMA = 79.125 MVAR

| SUMÁRIO DOS TAPS | | | | | | |
|------------------|----|-------|--------|-------|-------|-------|
| NI | NF | TAP | PI5 | PI6 | S5 | S6 |
| 4 | 7 | 1.001 | -2.005 | 1.916 | 0.049 | 0.051 |
| 4 | 9 | 1.001 | -1.994 | 1.912 | 0.049 | 0.051 |
| 5 | 6 | 1.009 | -2.408 | 1.647 | 0.041 | 0.059 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS TENSÕES

| Barra | S3 | S4 | PI3 | PI4 |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1 | 0.020 | 0.131 | -0.432 | 0.065 |
| 2 | 0.044 | 0.106 | -0.197 | 0.081 |
| 3 | 0.076 | 0.074 | -0.112 | 0.116 |
| 4 | 0.069 | 0.081 | -0.124 | 0.106 |
| 5 | 0.064 | 0.086 | -0.134 | 0.100 |
| 6 | 0.061 | 0.089 | -0.139 | 0.096 |
| 7 | 0.062 | 0.088 | -0.137 | 0.098 |
| 8 | 0.042 | 0.108 | -0.202 | 0.079 |
| 9 | 0.071 | 0.079 | -0.120 | 0.108 |
| 10 | 0.077 | 0.073 | -0.111 | 0.117 |
| 11 | 0.072 | 0.078 | -0.118 | 0.110 |
| 12 | 0.076 | 0.074 | -0.112 | 0.115 |
| 13 | 0.081 | 0.069 | -0.106 | 0.123 |
| 14 | 0.094 | 0.056 | -0.091 | 0.151 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

| Barra | S1 | S2 | PI1 | PI2 |
|-------|-------|-------|----------|---------|
| 2 | 0.299 | 0.601 | -0.02546 | 0.01408 |
| 3 | 0.151 | 0.249 | -0.05688 | 0.03435 |
| 6 | 0.051 | 0.249 | -0.12334 | 0.03423 |
| 8 | 0.116 | 0.184 | -0.07373 | 0.04641 |

Estado final do sistema de 30 barras

RELATÓRIO DE SAÍDA - FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO
 CONVERGÊNCIA EM 7 ITERAÇÕES
 TEMPO DE CPU= 0.22000 seg.

Parâmetro de barreira inicial (V e Q) = 0.100000000
 Parâmetro de barreira final (V e Q) = 0.015936636
 Parâmetro de beta (V e Q) = 1.300

Parâmetro de barreira inicial (tap) = 1.00000
 Parâmetro de barreira final (tap) = 0.93272
 Parâmetro de beta (tap) = 1.010

| -----ESTADO DO SISTEMA----- | | | | | | -----X-----FLUXO NAS LINHAS-----X | | | |
|---------------------------------------------------------|------|--------------|--------|-------|--------------|-----------------------------------|-------|--------|-------|
| BARRA | TIPO | NOME | TENSÃO | ANG. | MW | MVAR | BARRA | MW | MVAR |
| X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X | | | | | | | | | |
| 1 | SL | BARRA1 SLACK | 1.095 | 0.0 | 260.6 | 43.6 | | | |
| | | | | | | | 2 | 177.6 | 23.9 |
| | | | | | | | 3 | 83.1 | 19.7 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 43.62 | MVar | [MIN=-9999.0 | MAX= 9999.0] | MVar | | |
| 2 | CR | BARRA2 GERA. | 1.054 | -4.8 | 18.3 | 15.4 | | | |
| | | | | | | | 1 | -172.4 | -11.5 |
| | | | | | | | 4 | 45.8 | 5.9 |
| | | | | | | | 5 | 82.6 | 13.5 |
| | | | | | | | 6 | 62.3 | 7.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 28.14 | MVar | [MIN= -40.0 | MAX= 50.0] | MVar | | |
| 3 | CG | BARRA3 CARG. | 1.034 | -7.3 | -2.4 | -1.2 | | | |
| | | | | | | | 1 | -80.3 | -10.7 |
| | | | | | | | 4 | 77.9 | 9.5 |
| 4 | CG | BARRA4 CARG. | 1.021 | -8.9 | -7.6 | -1.6 | | | |
| | | | | | | | 2 | -44.7 | -4.5 |
| | | | | | | | 3 | -77.1 | -7.8 |
| | | | | | | | 6 | 72.0 | 4.9 |
| | | | | | | | 12 | 42.2 | 5.8 |
| 5 | CR | BARRA5 C.RE. | 1.001 | -13.4 | -94.2 | 4.4 | | | |
| | | | | | | | 2 | -79.6 | -3.2 |
| | | | | | | | 7 | -14.6 | 7.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 23.42 | MVar | [MIN= -40.0 | MAX= 40.0] | MVar | | |
| 6 | CG | BARRA6 CARG. | 1.011 | -10.5 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 2 | -60.3 | -3.2 |
| | | | | | | | 4 | -71.5 | -3.3 |
| | | | | | | | 7 | 37.9 | 2.9 |
| | | | | | | | 8 | 29.6 | 1.3 |
| | | | | | | | 9 | 28.8 | -2.4 |
| | | | | | | | 10 | 16.3 | 1.3 |
| | | | | | | | 28 | 19.1 | 3.4 |
| 7 | CG | BARRA7 CARG. | 0.998 | -12.2 | -22.8 | -10.9 | | | |
| | | | | | | | 5 | 14.7 | -8.3 |
| | | | | | | | 6 | -37.5 | -2.6 |
| 8 | CR | BARRA8 C.RE. | 1.006 | -11.2 | -30.0 | -1.8 | | | |
| | | | | | | | 6 | -29.5 | -1.4 |
| | | | | | | | 28 | -0.5 | -0.3 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 28.24 | MVar | [MIN= -10.0 | MAX= 40.0] | MVar | | |
| 9 | CG | BARRA9 CARG. | 1.018 | -13.8 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 6 | -28.8 | 4.1 |
| | | | | | | | 10 | 28.8 | 9.9 |
| | | | | | | | 11 | 0.0 | -14.0 |
| 10 | CG | BARRA10 CARG | 1.007 | -15.6 | -5.8 | -2.0 | | | |
| | | | | | | | 6 | -16.3 | 0.1 |
| | | | | | | | 9 | -28.8 | -8.9 |
| | | | | | | | 17 | 6.2 | 5.9 |
| | | | | | | | 20 | 9.6 | 4.4 |
| | | | | | | | 21 | 15.9 | 10.4 |
| | | | | | | | 22 | 7.7 | 4.8 |
| 11 | CR | BARRA11 C.RE | 1.046 | -13.8 | 0.0 | 14.4 | | | |
| | | | | | | | 9 | 0.0 | 14.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 14.38 | MVar | [MIN= -6.0 | MAX= 24.0] | MVar | | |
| 12 | CG | BARRA12 CARG | 1.012 | -14.9 | -11.2 | -7.5 | | | |
| | | | | | | | 4 | -42.2 | -1.3 |
| | | | | | | | 13 | 0.0 | -16.0 |
| | | | | | | | 14 | 7.6 | 2.2 |
| | | | | | | | 15 | 17.0 | 5.7 |
| | | | | | | | 16 | 6.4 | 1.9 |

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------------------------------------|----|---------|------|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|
| 13 | CR | BARRA13 | C.RE | 1.034 | -14.9 | 0.0 | 16.3 | | | |
| | | | | | | | | 12 | 0.0 | 16.3 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 16.31 MVar [MIN= -6.0 MAX= 24.0] MVar | | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 14 | CG | BARRA14 | CARG | 0.998 | -15.8 | -6.2 | -1.6 | | | |
| | | | | | | | | 12 | -7.5 | -2.0 |
| | | | | | | | | 15 | 1.3 | 0.4 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 15 | CG | BARRA15 | CARG | 0.994 | -15.9 | -8.2 | -2.5 | | | |
| | | | | | | | | 12 | -16.8 | -5.3 |
| | | | | | | | | 14 | -1.3 | -0.4 |
| | | | | | | | | 18 | 5.5 | 0.9 |
| | | | | | | | | 23 | 4.4 | 2.3 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 16 | CG | BARRA16 | CARG | 1.003 | -15.5 | -3.5 | -1.8 | | | |
| | | | | | | | | 12 | -6.3 | -1.8 |
| | | | | | | | | 17 | 2.8 | 0.0 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 17 | CG | BARRA17 | CARG | 1.001 | -15.8 | -9.0 | -5.8 | | | |
| | | | | | | | | 10 | -6.2 | -5.8 |
| | | | | | | | | 16 | -2.8 | 0.0 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 18 | CG | BARRA18 | CARG | 0.986 | -16.5 | -3.2 | -0.9 | | | |
| | | | | | | | | 15 | -5.5 | -0.9 |
| | | | | | | | | 19 | 2.3 | 0.0 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 19 | CG | BARRA19 | CARG | 0.985 | -16.7 | -9.5 | -3.4 | | | |
| | | | | | | | | 18 | -2.3 | 0.0 |
| | | | | | | | | 20 | -7.2 | -3.4 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 20 | CG | BARRA20 | CARG | 0.990 | -16.5 | -2.2 | -0.7 | | | |
| | | | | | | | | 10 | -9.5 | -4.2 |
| | | | | | | | | 19 | 7.3 | 3.5 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 21 | CG | BARRA21 | CARG | 0.994 | -16.1 | -17.5 | -11.2 | | | |
| | | | | | | | | 10 | -15.8 | -10.1 |
| | | | | | | | | 22 | -1.7 | -1.1 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 22 | CG | BARRA22 | CARG | 0.995 | -16.1 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | | 10 | -7.6 | -4.7 |
| | | | | | | | | 21 | 1.7 | 1.1 |
| | | | | | | | | 24 | 5.9 | 3.6 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 23 | CG | BARRA23 | CARG | 0.985 | -16.3 | -3.2 | -1.6 | | | |
| | | | | | | | | 15 | -4.4 | -2.3 |
| | | | | | | | | 24 | 1.2 | 0.7 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 24 | CG | BARRA24 | CARG | 0.982 | -16.4 | -8.7 | -6.7 | | | |
| | | | | | | | | 22 | -5.9 | -3.5 |
| | | | | | | | | 23 | -1.2 | -0.7 |
| | | | | | | | | 25 | -1.6 | 1.6 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 25 | CG | BARRA25 | CARG | 0.979 | -15.9 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | | 24 | 1.7 | -1.6 |
| | | | | | | | | 26 | 3.5 | 2.4 |
| | | | | | | | | 27 | -5.2 | -0.7 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 26 | CG | BARRA26 | CARG | 0.961 | -16.4 | -3.5 | -2.3 | | | |
| | | | | | | | | 25 | -3.5 | -2.3 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 27 | CG | BARRA27 | CARG | 0.987 | -15.3 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | | 25 | 5.2 | 0.8 |
| | | | | | | | | 28 | -18.5 | -4.2 |
| | | | | | | | | 29 | 6.2 | 1.7 |
| | | | | | | | | 30 | 7.1 | 1.7 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 28 | CG | BARRA28 | CARG | 1.005 | -11.1 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | | 6 | -19.0 | -3.8 |
| | | | | | | | | 8 | 0.5 | -1.8 |
| | | | | | | | | 27 | 18.5 | 5.6 |
| ----- | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|---------|------|-------|-------|-------|------|----|------|------|
| 29 | CG | BARRA29 | CARG | 0.966 | -16.7 | -2.4 | -0.9 | | | |
| | | | | | | | | 27 | -6.1 | -1.5 |
| | | | | | | | | 30 | 3.7 | 0.6 |
| ----- | | | | | | | | | | |
| 30 | CG | BARRA30 | CARG | 0.954 | -17.6 | -10.6 | -1.9 | | | |
| | | | | | | | | 27 | -6.9 | -1.4 |
| | | | | | | | | 29 | -3.7 | -0.5 |
| ----- | | | | | | | | | | |

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 17.289 MW

TOTAL DE INJEÇÃO DE REATIVO DO SISTEMA = 154.109 MVar

SUMÁRIO DOS TAPS

| NI | NF | TAP | PI5 | PI6 | S5 | S6 |
|----|----|-------|---------|--------|-------|-------|
| 6 | 9 | 1.000 | -18.981 | 18.699 | 0.050 | 0.050 |
| 6 | 10 | 1.000 | -18.951 | 18.730 | 0.050 | 0.050 |
| 4 | 12 | 1.001 | -19.067 | 18.619 | 0.049 | 0.051 |
| 28 | 27 | 1.001 | -19.175 | 18.515 | 0.049 | 0.051 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS TENSÕES

| Barra | S3 | S4 | PI3 | PI4 |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1 | 0.020 | 0.195 | -1.823 | 0.106 |
| 2 | 0.046 | 0.154 | -0.449 | 0.134 |
| 3 | 0.066 | 0.134 | -0.314 | 0.155 |
| 4 | 0.079 | 0.121 | -0.262 | 0.172 |
| 5 | 0.099 | 0.101 | -0.209 | 0.206 |
| 6 | 0.089 | 0.111 | -0.232 | 0.188 |
| 7 | 0.102 | 0.098 | -0.204 | 0.211 |
| 8 | 0.094 | 0.106 | -0.222 | 0.195 |
| 9 | 0.082 | 0.118 | -0.252 | 0.176 |
| 10 | 0.093 | 0.107 | -0.224 | 0.193 |
| 11 | 0.054 | 0.146 | -0.385 | 0.142 |
| 12 | 0.088 | 0.112 | -0.237 | 0.185 |
| 13 | 0.066 | 0.134 | -0.316 | 0.154 |
| 14 | 0.102 | 0.098 | -0.203 | 0.212 |
| 15 | 0.106 | 0.094 | -0.196 | 0.221 |
| 16 | 0.097 | 0.103 | -0.213 | 0.202 |
| 17 | 0.099 | 0.101 | -0.209 | 0.206 |
| 18 | 0.114 | 0.086 | -0.182 | 0.241 |
| 19 | 0.115 | 0.085 | -0.180 | 0.245 |
| 20 | 0.110 | 0.090 | -0.188 | 0.232 |
| 21 | 0.106 | 0.094 | -0.196 | 0.220 |
| 22 | 0.105 | 0.095 | -0.197 | 0.219 |
| 23 | 0.115 | 0.085 | -0.180 | 0.244 |
| 24 | 0.118 | 0.082 | -0.175 | 0.254 |
| 25 | 0.121 | 0.079 | -0.172 | 0.262 |
| 26 | 0.139 | 0.061 | -0.149 | 0.341 |
| 27 | 0.113 | 0.087 | -0.183 | 0.239 |
| 28 | 0.095 | 0.105 | -0.219 | 0.197 |
| 29 | 0.134 | 0.066 | -0.155 | 0.314 |
| 30 | 0.146 | 0.054 | -0.142 | 0.384 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

| Barra | S1 | S2 | PI1 | PI2 |
|-------|-------|-------|----------|---------|
| 2 | 0.220 | 0.680 | -0.06599 | 0.01786 |
| 5 | 0.166 | 0.634 | -0.12185 | 0.03262 |
| 8 | 0.118 | 0.382 | -0.17231 | 0.05416 |
| 11 | 0.096 | 0.204 | -0.21261 | 0.10157 |
| 13 | 0.077 | 0.223 | -0.26667 | 0.09288 |

Estado final do sistema de 57 barras

RELATÓRIO DE SAÍDA - FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO
 CONVERGÊNCIA EM 8 ITERAÇÕES
 TEMPO DE CPU= 0.88000 seg.

Parâmetro de barreira inicial (V e Q) =0.100000000
 Parâmetro de barreira final (V e Q) =0.092348329
 Parâmetro de beta (V e Q) = 1.010

Parâmetro de barreira inicial (tap) = 1.50000
 Parâmetro de barreira final (tap) = 1.38522
 Parâmetro de beta (tap) = 1.010

| X-----ESTADO DO SISTEMA-----X | | | | | | | X-----FLUXO NAS LINHAS-----X | | |
|-------------------------------|------|-------------|--------|------|-------|----------------------------|------------------------------|--------|-------|
| BARRA | TIPO | NOME | TENSÃO | ANG. | MW | MVAR | BARRA | MW | MVAR |
| 1 | SL | BARRA1.SLAC | 1.099 | 0.0 | 420.0 | 45.2 | | | |
| | | | | | | | 2 | 101.5 | 40.6 |
| | | | | | | | 15 | 148.5 | 12.4 |
| | | | | | | | 16 | 78.0 | -6.2 |
| | | | | | | | 17 | 92.0 | -1.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 62.20 | | MVar | [MIN=-9999.0 MAX= 9999.0] | MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 2 | CR | BARRA2.GERA | 1.080 | -1.2 | -3.0 | -73.2 | | | |
| | | | | | | | 1 | -100.7 | -45.4 |
| | | | | | | | 3 | 97.7 | -27.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 14.78 | | MVar | [MIN= -17.0 MAX= 50.0] | MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 3 | CR | BARRA3.GERA | 1.076 | -5.7 | -1.0 | 27.2 | | | |
| | | | | | | | 2 | -95.1 | 30.5 |
| | | | | | | | 4 | 61.7 | -7.2 |
| | | | | | | | 15 | 32.4 | 4.0 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 48.24 | | MVar | [MIN= -10.0 MAX= 60.0] | MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 4 | CG | BARRA4.CARG | 1.072 | -6.8 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 3 | -61.3 | 6.2 |
| | | | | | | | 5 | 14.2 | -4.5 |
| | | | | | | | 6 | 14.9 | -5.5 |
| | | | | | | | 18 | 32.2 | 3.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 5 | CG | BARRA5.CARG | 1.069 | -7.9 | -13.0 | -4.0 | | | |
| | | | | | | | 4 | -14.1 | 3.3 |
| | | | | | | | 6 | 1.1 | -7.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 6 | CR | BARRA6.GERA | 1.073 | -8.0 | -75.0 | 4.3 | | | |
| | | | | | | | 4 | -14.8 | 3.8 |
| | | | | | | | 5 | -1.1 | 6.6 |
| | | | | | | | 7 | -16.2 | 1.4 |
| | | | | | | | 8 | -42.9 | -7.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 6.26 | | MVar | [MIN= -8.0 MAX= 25.0] | MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 7 | CG | BARRA7.CARG | 1.074 | -7.2 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 6 | 16.3 | -2.7 |
| | | | | | | | 8 | -80.8 | -19.9 |
| | | | | | | | 29 | 64.5 | 22.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 8 | CR | BARRA8.GERA | 1.098 | -4.5 | 300.0 | 63.1 | | | |
| | | | | | | | 6 | 43.5 | 7.6 |
| | | | | | | | 7 | 81.6 | 23.0 |
| | | | | | | | 9 | 174.9 | 32.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 85.10 | | MVar | [MIN= -140.0 MAX= 200.0] | MVar | | |



| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|-------------|--------|-------|--------|-------|------|--------|--------|
| 9 | CR | BARRA9.GERA | 1.069 | -8.7 | -121.0 | -21.3 | | | |
| | | | | | | | 8 | -172.3 | -22.5 |
| | | | | | | | 10 | 17.2 | -4.0 |
| | | | | | | | 11 | 13.1 | 8.3 |
| | | | | | | | 12 | 2.3 | -10.9 |
| | | | | | | | 13 | 1.7 | 1.7 |
| | | | | | | | 55 | 16.9 | 6.1 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 4.70 | MVar | [MIN= | -3.0 | MAX= | 9.0 |] MVar |
| 10 | CG | BARRA10.CAR | 1.068 | -10.1 | -5.0 | -2.0 | | | |
| | | | | | | | 9 | -17.1 | 1.9 |
| | | | | | | | 12 | -17.9 | -17.1 |
| | | | | | | | 51 | 30.0 | 13.2 |
| 11 | CG | BARRA11.CAR | 1.059 | -9.1 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 9 | -13.1 | -9.3 |
| | | | | | | | 13 | -11.4 | -4.6 |
| | | | | | | | 41 | 9.9 | 5.5 |
| | | | | | | | 43 | 14.6 | 8.4 |
| 12 | CR | BARRA12.GER | 1.092 | -9.3 | -67.0 | 105.8 | | | |
| | | | | | | | 9 | -2.3 | 6.6 |
| | | | | | | | 10 | 18.0 | 15.8 |
| | | | | | | | 13 | -2.8 | 51.0 |
| | | | | | | | 16 | -32.5 | 16.0 |
| | | | | | | | 17 | -47.5 | 16.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 129.84 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 155.0 |] MVar |
| 13 | CG | BARRA13.CAR | 1.064 | -8.7 | -18.0 | -2.3 | | | |
| | | | | | | | 9 | -1.7 | -4.0 |
| | | | | | | | 11 | 11.5 | 3.6 |
| | | | | | | | 12 | 3.2 | -53.1 |
| | | | | | | | 14 | -12.0 | 21.6 |
| | | | | | | | 15 | -48.0 | 9.9 |
| | | | | | | | 49 | 29.1 | 19.7 |
| 14 | CG | BARRA14.CAR | 1.057 | -8.3 | -10.5 | -5.3 | | | |
| | | | | | | | 13 | 12.1 | -22.0 |
| | | | | | | | 15 | -66.3 | -1.3 |
| | | | | | | | 46 | 43.7 | 18.0 |
| 15 | CG | BARRA15.CAR | 1.069 | -6.5 | -22.0 | -5.0 | | | |
| | | | | | | | 1 | -145.2 | -1.4 |
| | | | | | | | 3 | -32.2 | -6.6 |
| | | | | | | | 13 | 48.6 | -9.4 |
| | | | | | | | 14 | 67.0 | 2.6 |
| | | | | | | | 45 | 39.8 | 9.7 |
| 16 | CG | BARRA16.CAR | 1.085 | -7.8 | -43.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 1 | -75.7 | 13.4 |
| | | | | | | | 12 | 32.7 | -16.4 |
| 17 | CG | BARRA17.CAR | 1.083 | -4.8 | -42.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 1 | -90.3 | 7.4 |
| | | | | | | | 12 | 48.3 | -15.4 |
| 18 | CG | BARRA18.C.R | 1.043 | -10.9 | -27.2 | -9.8 | | | |
| | | | | | | | 4 | -32.2 | -1.5 |
| | | | | | | | 19 | 5.0 | 2.6 |
| 19 | CG | BARRA19.CAR | 1.004 | -12.2 | -3.3 | -0.6 | | | |
| | | | | | | | 18 | -4.9 | -2.4 |
| | | | | | | | 20 | 1.6 | 1.8 |
| 20 | CG | BARRA20.CAR | 0.992 | -12.3 | -2.3 | -1.0 | | | |
| | | | | | | | 19 | -1.6 | -1.7 |
| | | | | | | | 21 | -0.7 | 0.7 |
| 21 | CG | BARRA21.CAR | 1.014 | -12.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 20 | 0.7 | -0.7 |
| | | | | | | | 22 | -0.7 | 0.7 |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|-------------|-------|-------|-------|------|----|-------|-------|
| 22 | CG | BARRA22.CAR | 1.014 | -11.9 | 0.0 | 0.0 | 21 | 0.7 | -0.7 |
| | | | | | | | 23 | 7.8 | -0.8 |
| | | | | | | | 38 | -8.5 | 1.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 23 | CG | BARRA23.CAR | 1.013 | -11.9 | -6.3 | -2.1 | 22 | -7.8 | 0.8 |
| | | | | | | | 24 | 1.5 | -2.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 24 | CG | BARRA24.CAR | 1.018 | -12.4 | 0.0 | 0.0 | 23 | -1.5 | 2.5 |
| | | | | | | | 25 | 14.3 | 4.1 |
| | | | | | | | 26 | -12.8 | -6.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 25 | CG | BARRA25.C.R | 0.999 | -17.3 | -6.3 | -3.2 | 24 | -14.3 | -2.8 |
| | | | | | | | 30 | 8.0 | 5.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 26 | CG | BARRA26.CAR | 0.976 | -12.1 | 0.0 | 0.0 | 24 | 12.8 | 6.8 |
| | | | | | | | 27 | -12.8 | -6.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 27 | CG | BARRA27.CAR | 1.015 | -10.8 | -9.3 | -0.5 | 26 | 13.1 | 7.3 |
| | | | | | | | 28 | -22.4 | -7.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 28 | CG | BARRA28.CAR | 1.036 | -9.9 | -4.6 | -2.3 | 27 | 22.8 | 8.3 |
| | | | | | | | 29 | -27.4 | -10.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 29 | CG | BARRA29.CAR | 1.054 | -9.3 | -17.0 | -2.6 | 7 | -64.5 | -19.9 |
| | | | | | | | 28 | 27.7 | 11.1 |
| | | | | | | | 52 | 19.8 | 6.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 30 | CG | BARRA30.CAR | 0.977 | -17.8 | -3.6 | -1.8 | 25 | -7.9 | -5.3 |
| | | | | | | | 31 | 4.3 | 3.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 31 | CG | BARRA31.CAR | 0.945 | -18.4 | -5.8 | -2.9 | 30 | -4.2 | -3.4 |
| | | | | | | | 32 | -1.6 | 0.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 32 | CG | BARRA32.CAR | 0.950 | -17.4 | -1.6 | -0.8 | 31 | 1.7 | -0.4 |
| | | | | | | | 33 | 3.8 | 1.9 |
| | | | | | | | 34 | -7.1 | -2.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 33 | CG | BARRA33.CAR | 0.948 | -17.5 | -3.8 | -1.9 | 32 | -3.8 | -1.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 34 | CG | BARRA34.CAR | 0.973 | -13.3 | 0.0 | 0.0 | 32 | 7.1 | 2.8 |
| | | | | | | | 35 | -7.1 | -2.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 35 | CG | BARRA35.CAR | 0.979 | -13.0 | -6.0 | -3.0 | 34 | 7.1 | 2.7 |
| | | | | | | | 36 | -13.1 | -5.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 36 | CG | BARRA36.CAR | 0.988 | -12.8 | 0.0 | 0.0 | 35 | 13.2 | 5.8 |
| | | | | | | | 37 | -15.8 | -6.1 |
| | | | | | | | 40 | 2.6 | 0.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 37 | CG | BARRA37.CAR | 0.995 | -12.5 | 0.0 | 0.0 | 36 | 15.9 | 6.2 |
| | | | | | | | 38 | -19.0 | -7.7 |
| | | | | | | | 39 | 3.2 | 1.5 |
| ----- | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|-------------|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|
| 38 | CG | BARRA38.CAR | 1.015 | -11.7 | -14.0 | -7.0 | 22 | 8.6 | -1.5 |
| | | | | | | | 37 | 19.3 | 8.1 |
| | | | | | | | 44 | -26.7 | -4.3 |
| | | | | | | | 48 | -12.5 | -6.0 |
| | | | | | | | 49 | -2.7 | -3.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 39 | CG | BARRA39.CAR | 0.994 | -12.6 | 0.0 | 0.0 | 37 | -3.2 | -1.5 |
| | | | | | | | 57 | 3.2 | 1.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 40 | CG | BARRA40.CAR | 0.987 | -12.8 | 0.0 | 0.0 | 36 | -2.6 | -0.3 |
| | | | | | | | 56 | 2.6 | 0.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 41 | CG | BARRA41.CAR | 1.004 | -13.2 | -6.3 | -3.0 | 11 | -9.9 | -4.6 |
| | | | | | | | 42 | 9.4 | 5.8 |
| | | | | | | | 43 | -12.6 | -6.2 |
| | | | | | | | 56 | 6.8 | 2.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 42 | CG | BARRA42.CAR | 0.965 | -14.4 | -7.1 | -4.4 | 41 | -9.2 | -5.4 |
| | | | | | | | 56 | 2.1 | 1.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 43 | CG | BARRA43.CAR | 1.031 | -10.3 | -2.0 | -1.0 | 11 | -14.6 | -8.0 |
| | | | | | | | 41 | 12.6 | 7.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 44 | CG | BARRA44.CAR | 1.025 | -10.9 | -12.0 | -1.8 | 38 | 26.9 | 4.6 |
| | | | | | | | 45 | -38.9 | -6.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 45 | CG | BARRA45.CAR | 1.058 | -8.6 | 0.0 | 0.0 | 15 | -39.8 | -8.2 |
| | | | | | | | 44 | 39.8 | 8.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 46 | CG | BARRA46.CAR | 1.045 | -10.0 | 0.0 | 0.0 | 14 | -43.7 | -16.6 |
| | | | | | | | 47 | 43.7 | 16.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 47 | CG | BARRA47.CAR | 1.025 | -11.4 | -29.7 | -11.6 | 46 | -43.2 | -15.4 |
| | | | | | | | 48 | 13.5 | 3.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 48 | CG | BARRA48.CAR | 1.022 | -11.5 | 0.0 | 0.0 | 38 | 12.5 | 6.1 |
| | | | | | | | 47 | -13.5 | -3.7 |
| | | | | | | | 49 | 1.0 | -2.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 49 | CG | BARRA49.CAR | 1.024 | -11.7 | -18.0 | -8.5 | 13 | -29.1 | -17.5 |
| | | | | | | | 38 | 2.7 | 3.1 |
| | | | | | | | 48 | -1.0 | 2.1 |
| | | | | | | | 50 | 9.4 | 3.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 50 | CG | BARRA50.CAR | 1.012 | -12.2 | -21.0 | -10.5 | 49 | -9.3 | -3.7 |
| | | | | | | | 51 | -11.7 | -6.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 51 | CG | BARRA51.CAR | 1.043 | -11.3 | -18.0 | -5.3 | 10 | -30.0 | -12.5 |
| | | | | | | | 50 | 12.0 | 7.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 52 | CG | BARRA52.CAR | 1.016 | -10.8 | -4.9 | -2.2 | 29 | -19.3 | -5.5 |
| | | | | | | | 53 | 14.4 | 3.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 53 | CG | BARRA53.C.R | 1.002 | -11.5 | -20.0 | -10.0 | 52 | -14.2 | -3.1 |
| | | | | | | | 54 | -5.8 | -0.6 |
| ----- | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|-------------|-------|-------|------|------|----|-------|------|
| 54 | CG | BARRA54.CAR | 1.014 | -10.8 | -4.1 | -1.4 | 53 | 5.9 | 0.7 |
| | | | | | | | 55 | -10.0 | -2.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 55 | CG | BARRA55.CAR | 1.036 | -9.7 | -6.8 | -3.4 | 9 | -16.9 | -5.7 |
| | | | | | | | 54 | 10.1 | 2.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 56 | CG | BARRA56.CAR | 0.957 | -14.7 | -7.6 | -2.2 | 40 | -2.6 | -0.2 |
| | | | | | | | 41 | -6.5 | -1.7 |
| | | | | | | | 42 | -2.1 | -1.0 |
| | | | | | | | 57 | 3.6 | 0.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 57 | CG | BARRA57.CAR | 0.948 | -15.2 | -6.7 | -2.0 | 39 | -3.2 | -1.3 |
| | | | | | | | 56 | -3.5 | -0.7 |
| ----- | | | | | | | | | |

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 24.172 MW

TOTAL DE INJEÇÃO DE REATIVO DO SISTEMA = 351.114 MVar

| SUMÁRIO DOS TAPS | | | | | | |
|------------------|----|-------|---------|--------|-------|-------|
| NI | NF | TAP | PI5 | PI6 | S5 | S6 |
| 4 | 18 | 0.978 | -19.553 | 17.834 | 0.072 | 0.078 |
| 21 | 20 | 0.972 | -17.923 | 19.447 | 0.078 | 0.072 |
| 24 | 25 | 1.002 | -28.990 | 13.731 | 0.048 | 0.102 |
| 24 | 26 | 0.956 | -14.811 | 25.050 | 0.094 | 0.056 |
| 7 | 29 | 0.993 | -24.681 | 14.990 | 0.057 | 0.093 |
| 34 | 32 | 1.003 | -29.362 | 13.631 | 0.047 | 0.103 |
| 11 | 41 | 0.983 | -20.913 | 16.835 | 0.067 | 0.083 |
| 15 | 45 | 0.998 | -26.798 | 14.305 | 0.052 | 0.098 |
| 14 | 46 | 1.000 | -28.194 | 13.937 | 0.050 | 0.100 |
| 10 | 51 | 0.984 | -21.304 | 16.590 | 0.066 | 0.084 |
| 13 | 49 | 0.994 | -24.978 | 14.885 | 0.056 | 0.094 |
| 11 | 43 | 0.985 | -21.504 | 16.471 | 0.065 | 0.085 |
| 40 | 56 | 0.973 | -18.063 | 19.285 | 0.077 | 0.073 |
| 39 | 57 | 0.975 | -18.594 | 18.715 | 0.075 | 0.075 |
| 9 | 55 | 0.975 | -18.657 | 18.652 | 0.075 | 0.075 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS TENSÕES

| Barra | S3 | S4 | PI3 | PI4 |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1 | 0.020 | 0.179 | -9.023 | 0.522 |
| 2 | 0.020 | 0.160 | -4.644 | 0.583 |
| 3 | 0.024 | 0.156 | -3.913 | 0.597 |
| 4 | 0.028 | 0.152 | -3.339 | 0.613 |
| 5 | 0.031 | 0.149 | -2.977 | 0.627 |
| 6 | 0.027 | 0.153 | -3.398 | 0.611 |
| 7 | 0.026 | 0.154 | -3.540 | 0.607 |
| 8 | 0.020 | 0.178 | -8.886 | 0.524 |
| 9 | 0.031 | 0.149 | -3.050 | 0.624 |
| 10 | 0.032 | 0.148 | -2.927 | 0.630 |
| 11 | 0.041 | 0.139 | -2.287 | 0.670 |
| 12 | 0.020 | 0.172 | -7.455 | 0.542 |
| 13 | 0.036 | 0.144 | -2.622 | 0.646 |
| 14 | 0.043 | 0.137 | -2.169 | 0.681 |
| 15 | 0.031 | 0.149 | -2.980 | 0.627 |
| 16 | 0.020 | 0.165 | -5.887 | 0.564 |
| 17 | 0.020 | 0.163 | -5.414 | 0.571 |
| 18 | 0.057 | 0.123 | -1.631 | 0.759 |
| 19 | 0.096 | 0.084 | -0.971 | 1.111 |
| 20 | 0.108 | 0.072 | -0.861 | 1.300 |
| 21 | 0.086 | 0.094 | -1.089 | 0.988 |
| 22 | 0.086 | 0.094 | -1.085 | 0.991 |
| 23 | 0.087 | 0.093 | -1.077 | 0.998 |
| 24 | 0.082 | 0.098 | -1.134 | 0.953 |
| 25 | 0.101 | 0.079 | -0.921 | 1.176 |
| 26 | 0.124 | 0.056 | -0.752 | 1.667 |
| 27 | 0.085 | 0.095 | -1.101 | 0.979 |
| 28 | 0.064 | 0.116 | -1.466 | 0.801 |
| 29 | 0.046 | 0.134 | -2.006 | 0.699 |
| 30 | 0.123 | 0.057 | -0.757 | 1.621 |
| 31 | 0.155 | 0.025 | -0.601 | 3.608 |

| | | | | |
|----|-------|-------|--------|-------|
| 32 | 0.150 | 0.030 | -0.622 | 3.018 |
| 33 | 0.152 | 0.028 | -0.613 | 3.254 |
| 34 | 0.127 | 0.053 | -0.735 | 1.755 |
| 35 | 0.121 | 0.059 | -0.771 | 1.577 |
| 36 | 0.112 | 0.068 | -0.832 | 1.371 |
| 37 | 0.105 | 0.075 | -0.887 | 1.245 |
| 38 | 0.085 | 0.095 | -1.100 | 0.979 |
| 39 | 0.106 | 0.074 | -0.876 | 1.268 |
| 40 | 0.113 | 0.067 | -0.826 | 1.390 |
| 41 | 0.096 | 0.084 | -0.976 | 1.105 |
| 42 | 0.135 | 0.045 | -0.690 | 2.080 |
| 43 | 0.069 | 0.111 | -1.355 | 0.839 |
| 44 | 0.075 | 0.105 | -1.249 | 0.885 |
| 45 | 0.042 | 0.138 | -2.196 | 0.678 |
| 46 | 0.055 | 0.125 | -1.704 | 0.744 |
| 47 | 0.075 | 0.105 | -1.246 | 0.887 |
| 48 | 0.078 | 0.102 | -1.194 | 0.915 |
| 49 | 0.076 | 0.104 | -1.225 | 0.897 |
| 50 | 0.088 | 0.092 | -1.057 | 1.016 |
| 51 | 0.057 | 0.123 | -1.627 | 0.760 |
| 52 | 0.084 | 0.096 | -1.106 | 0.975 |
| 53 | 0.098 | 0.082 | -0.950 | 1.141 |
| 54 | 0.086 | 0.094 | -1.085 | 0.991 |
| 55 | 0.064 | 0.116 | -1.454 | 0.805 |
| 56 | 0.143 | 0.037 | -0.650 | 2.545 |
| 57 | 0.152 | 0.028 | -0.615 | 3.292 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

| Barra | S1 | S2 | PI1 | PI2 |
|-------|-------|-------|----------|---------|
| 2 | 0.352 | 0.318 | -0.07912 | 0.08761 |
| 3 | 0.118 | 0.582 | -0.23732 | 0.04792 |
| 6 | 0.187 | 0.143 | -0.14890 | 0.19565 |
| 8 | 1.149 | 2.251 | -0.02429 | 0.01240 |
| 9 | 0.043 | 0.077 | -0.64750 | 0.36213 |
| 12 | 0.252 | 1.798 | -0.10899 | 0.01551 |

Estado final do sistema de 118 barras

RELATÓRIO DE SAÍDA - FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO
CONVERGÊNCIA EM 16 ITERAÇÕES
TEMPO DE CPU= 3.79000 seg.

Parâmetro de barreira inicial (V e Q) =0.010000000
Parâmetro de barreira final (V e Q) =0.000540879
Parâmetro de beta (V e Q) = 1.200

Parâmetro de barreira inicial (tap) =17.56000
Parâmetro de barreira final (tap) = 3.82157
Parâmetro de beta (tap) = 1.100

| X-----ESTADO DO SISTEMA-----X | | | | | | X----FLUXO NAS LINHAS----X | | | |
|-------------------------------|------|---------|--------|------|-------|----------------------------|---------------------------------|-------|------|
| BARRA | TIPO | NOME | TENSÃO | ANG. | MW | MVAR | BARRA | MW | MVAR |
| 12 | SL | BARRA12 | 0.978 | 0.0 | 28.0 | 16.2 | | | |
| | | | | | | | 2 | 31.8 | 5.8 |
| | | | | | | | 3 | 9.0 | -1.3 |
| | | | | | | | 7 | -17.1 | 1.3 |
| | | | | | | | 11 | -38.2 | 10.4 |
| | | | | | | | 14 | 16.3 | -4.3 |
| | | | | | | | 16 | 6.0 | -0.9 |
| | | | | | | | 117 | 20.2 | 5.3 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | 16.25 MVar | [MIN=-9999.0 MAX= 9999.0] MVar | | |
| 2 | CG | BARRA2 | 0.967 | -1.1 | -20.0 | -9.0 | | | |
| | | | | | | | 1 | 11.6 | -2.4 |
| | | | | | | | 12 | -31.6 | -6.6 |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|---------|--------|------|-------|--------|------|--------|--------|
| 3 | CG | BARRA3 | 0.972 | -0.8 | -39.0 | -10.0 | | | |
| | | | | | | | 1 | 39.7 | 3.6 |
| | | | | | | | 5 | -69.7 | -11.2 |
| | | | | | | | 12 | -9.0 | -2.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 4 | CR | BARRA4 | 0.997 | 3.0 | -39.0 | -45.2 | | | |
| | | | | | | | 5 | -104.4 | -53.7 |
| | | | | | | | 11 | 65.4 | 8.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -33.23 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 5 | CG | BARRA5 | 1.003 | 3.4 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 3 | 71.0 | 14.1 |
| | | | | | | | 4 | 104.6 | 54.6 |
| | | | | | | | 6 | 89.2 | 24.3 |
| | | | | | | | 8 | -343.5 | -67.7 |
| | | | | | | | 11 | 78.8 | 14.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 6 | CR | BARRA6 | 0.980 | 0.8 | -52.0 | -21.4 | | | |
| | | | | | | | 5 | -88.2 | -21.1 |
| | | | | | | | 7 | 36.2 | -0.3 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 0.61 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 7 | CG | BARRA7 | 0.978 | 0.4 | -19.0 | -2.0 | | | |
| | | | | | | | 6 | -36.1 | 0.0 |
| | | | | | | | 12 | 17.1 | -2.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 8 | CR | BARRA8 | 1.025 | 8.6 | -28.0 | -21.3 | | | |
| | | | | | | | 5 | 343.5 | 100.2 |
| | | | | | | | 9 | -440.8 | -86.4 |
| | | | | | | | 30 | 69.2 | -35.2 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -21.30 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 9 | CG | BARRA9 | 1.051 | 15.7 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 8 | 445.3 | 17.2 |
| | | | | | | | 10 | -445.3 | -17.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 10 | CR | BARRA10 | 1.056 | 23.2 | 450.0 | -60.8 | | | |
| | | | | | | | 9 | 450.0 | -60.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -60.83 | MVar | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 11 | CG | BARRA11 | 0.978 | 0.5 | -70.0 | -23.0 | | | |
| | | | | | | | 4 | -64.5 | -7.2 |
| | | | | | | | 5 | -77.5 | -12.3 |
| | | | | | | | 12 | 38.3 | -10.6 |
| | | | | | | | 13 | 33.7 | 7.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 1 | CR | BARRA1 | 0.965 | -1.8 | -51.0 | -3.7 | | | |
| | | | | | | | 2 | -11.5 | 0.2 |
| | | | | | | | 3 | -39.5 | -3.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 23.29 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 13 | CG | BARRA13 | 0.964 | -0.9 | -34.0 | -16.0 | | | |
| | | | | | | | 11 | -33.4 | -7.9 |
| | | | | | | | 15 | -0.6 | -8.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 14 | CG | BARRA14 | 0.977 | -0.7 | -14.0 | -1.0 | | | |
| | | | | | | | 12 | -16.2 | 2.8 |
| | | | | | | | 15 | 2.2 | -3.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 15 | CR | BARRA15 | 0.978 | -1.0 | -90.0 | -21.9 | | | |
| | | | | | | | 13 | 0.6 | 2.2 |
| | | | | | | | 14 | -2.2 | -1.0 |
| | | | | | | | 17 | -103.6 | -13.1 |
| | | | | | | | 19 | 10.3 | -3.7 |
| | | | | | | | 33 | 4.8 | -6.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 8.06 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 16 | CG | BARRA16 | 0.976 | -0.3 | -25.0 | -10.0 | | | |
| | | | | | | | 12 | -6.0 | -1.1 |
| | | | | | | | 17 | -19.0 | -8.9 |
| ----- | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|--------------------------|--------|------|-------|--------|------|--------|--------|
| 17 | CG | BARRA17 | 0.998 | 1.5 | -11.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 15 | 105.1 | 13.7 |
| | | | | | | | 16 | 19.2 | 5.2 |
| | | | | | | | 18 | 80.4 | 18.4 |
| | | | | | | | 30 | -235.1 | -64.2 |
| | | | | | | | 31 | 16.0 | 3.6 |
| | | | | | | | 113 | 3.5 | 20.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 18 | CR | BARRA18 | 0.979 | -0.7 | -60.0 | -19.1 | | | |
| | | | | | | | 17 | -79.6 | -16.2 |
| | | | | | | | 19 | 19.6 | -2.9 |
| | | POTEN. REATIVA GERADA -> | 14.87 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVAr |
| ----- | | | | | | | | | |
| 19 | CR | BARRA19 | 0.978 | -1.3 | -45.0 | -0.9 | | | |
| | | | | | | | 15 | -10.3 | 2.8 |
| | | | | | | | 18 | -19.6 | 2.0 |
| | | | | | | | 20 | -9.2 | 4.2 |
| | | | | | | | 34 | -6.0 | -9.9 |
| | | POTEN. REATIVA GERADA -> | 24.10 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 115.0 |] MVAr |
| ----- | | | | | | | | | |
| 20 | CG | BARRA20 | 0.974 | -0.6 | -18.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 19 | 9.2 | -6.9 |
| | | | | | | | 21 | -27.2 | 3.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 21 | CG | BARRA21 | 0.975 | 0.9 | -14.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 20 | 27.4 | -5.3 |
| | | | | | | | 22 | -41.4 | -2.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 22 | CG | BARRA22 | 0.986 | 3.2 | -10.0 | -5.0 | | | |
| | | | | | | | 21 | 41.7 | 2.1 |
| | | | | | | | 23 | -51.7 | -7.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 23 | CG | BARRA23 | 1.016 | 7.9 | -7.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 22 | 52.7 | 7.5 |
| | | | | | | | 24 | 12.5 | -2.2 |
| | | | | | | | 25 | -163.0 | -2.8 |
| | | | | | | | 32 | 90.8 | -5.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 24 | CG | BARRA24 | 1.014 | 7.5 | -13.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 23 | -12.5 | -2.9 |
| | | | | | | | 70 | -3.7 | -0.3 |
| | | | | | | | 72 | 3.2 | 3.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 25 | CR | BARRA25 | 1.047 | 14.9 | 220.0 | -16.3 | | | |
| | | | | | | | 23 | 167.0 | 14.2 |
| | | | | | | | 26 | -89.1 | -41.9 |
| | | | | | | | 27 | 142.1 | 11.4 |
| | | POTEN. REATIVA GERADA -> | -16.28 | MVAr | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVAr |
| ----- | | | | | | | | | |
| 26 | CR | BARRA26 | 1.063 | 16.7 | 314.0 | 36.6 | | | |
| | | | | | | | 25 | 89.1 | 45.3 |
| | | | | | | | 30 | 224.9 | -8.7 |
| | | POTEN. REATIVA GERADA -> | 36.56 | MVAr | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVAr |
| ----- | | | | | | | | | |
| 27 | CR | BARRA27 | 0.995 | 2.4 | -71.0 | 8.4 | | | |
| | | | | | | | 25 | -136.1 | 0.9 |
| | | | | | | | 28 | 32.2 | 5.0 |
| | | | | | | | 32 | 12.3 | -1.0 |
| | | | | | | | 115 | 20.7 | 3.5 |
| | | POTEN. REATIVA GERADA -> | 21.38 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVAr |
| ----- | | | | | | | | | |
| 28 | CG | BARRA28 | 0.984 | 0.9 | -17.0 | -7.0 | | | |
| | | | | | | | 27 | -32.0 | -6.1 |
| | | | | | | | 29 | 15.0 | -0.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 29 | CG | BARRA29 | 0.980 | 0.1 | -24.0 | -4.0 | | | |
| | | | | | | | 28 | -14.9 | -1.2 |
| | | | | | | | 31 | -9.1 | -2.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 30 | CG | BARRA30 | 1.027 | 6.6 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 8 | -69.0 | -16.6 |
| | | | | | | | 17 | 235.1 | 87.4 |
| | | | | | | | 26 | -221.2 | -51.7 |

| | | | | | | | | | |
|-------------------------------------------------------------------|----|---------|-------|------|-------|-------|-----|--------|-------|
| | | | | | | | 38 | 55.1 | -19.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 31 | CR | BARRA31 | 0.982 | 0.2 | -36.0 | -7.2 | | | |
| | | | | | | | 17 | -15.9 | -7.0 |
| | | | | | | | 29 | 9.1 | 2.0 |
| | | | | | | | 32 | -29.2 | -2.1 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 19.84 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 32 | CR | BARRA32 | 0.992 | 1.9 | -59.0 | 2.8 | | | |
| | | | | | | | 23 | -88.3 | 2.9 |
| | | | | | | | 27 | -12.2 | -0.8 |
| | | | | | | | 31 | 29.5 | 0.6 |
| | | | | | | | 113 | 2.6 | -2.9 |
| | | | | | | | 114 | 9.4 | 3.1 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 25.79 MVar [MIN= -50.0 MAX= 100.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 33 | CG | BARRA33 | 0.982 | -1.5 | -23.0 | -9.0 | | | |
| | | | | | | | 15 | -4.8 | 3.4 |
| | | | | | | | 37 | -18.2 | -12.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 34 | CG | BARRA34 | 1.000 | -0.7 | -59.0 | -26.0 | | | |
| | | | | | | | 19 | 6.1 | 4.0 |
| | | | | | | | 36 | 30.1 | 12.0 |
| | | | | | | | 37 | -97.9 | -32.9 |
| | | | | | | | 43 | 2.8 | 4.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 35 | CG | BARRA35 | 0.995 | -1.2 | -33.0 | -9.0 | | | |
| | | | | | | | 36 | 1.0 | 5.6 |
| | | | | | | | 37 | -34.0 | -14.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 36 | CR | BARRA36 | 0.994 | -1.1 | -31.0 | -18.2 | | | |
| | | | | | | | 34 | -30.0 | -12.3 |
| | | | | | | | 35 | -1.0 | -5.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> -1.19 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 37 | CG | BARRA37 | 1.006 | -0.3 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 33 | 18.4 | 9.5 |
| | | | | | | | 34 | 98.2 | 32.9 |
| | | | | | | | 35 | 34.2 | 14.0 |
| | | | | | | | 38 | -253.1 | -35.1 |
| | | | | | | | 39 | 56.6 | 5.4 |
| | | | | | | | 40 | 45.7 | -1.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 38 | CG | BARRA38 | 1.023 | 5.0 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 30 | -55.0 | -23.7 |
| | | | | | | | 37 | 253.1 | 59.3 |
| | | | | | | | 65 | -198.1 | -35.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 39 | CG | BARRA39 | 0.982 | -3.6 | -27.0 | -11.0 | | | |
| | | | | | | | 37 | -55.5 | -4.7 |
| | | | | | | | 40 | 28.5 | -6.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 40 | CR | BARRA40 | 0.980 | -4.7 | -66.0 | 14.4 | | | |
| | | | | | | | 37 | -44.5 | 0.7 |
| | | | | | | | 39 | -28.4 | 5.3 |
| | | | | | | | 41 | 17.1 | 8.0 |
| | | | | | | | 42 | -10.2 | 0.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 37.39 MVar [MIN= -50.0 MAX= 150.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 41 | CG | BARRA41 | 0.974 | -5.1 | -37.0 | -10.0 | | | |
| | | | | | | | 40 | -17.1 | -9.0 |
| | | | | | | | 42 | -19.9 | -1.0 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 42 | CR | BARRA42 | 0.982 | -3.5 | -96.0 | 5.5 | | | |
| | | | | | | | 40 | 10.3 | -4.6 |
| | | | | | | | 41 | 20.1 | -1.7 |
| | | | | | | | 49 | -126.4 | 11.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 28.49 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 43 | CG | BARRA43 | 0.987 | -0.9 | -18.0 | -7.0 | | | |
| | | | | | | | 34 | -2.8 | -9.0 |
| | | | | | | | 44 | -15.2 | 2.0 |
| ----- | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|---------|-------|------|-------|--------|------|--------|--------|
| 44 | CG | BARRA44 | 0.985 | 1.5 | -16.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 43 | 15.3 | -7.2 |
| | | | | | | | 45 | -31.3 | 8.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 45 | CG | BARRA45 | 0.984 | 3.3 | -53.0 | -22.0 | | | |
| | | | | | | | 44 | 31.6 | -10.1 |
| | | | | | | | 46 | -35.0 | -2.7 |
| | | | | | | | 49 | -49.5 | 0.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 46 | CR | BARRA46 | 1.001 | 6.1 | -9.0 | -13.9 | | | |
| | | | | | | | 45 | 35.6 | 1.2 |
| | | | | | | | 47 | -29.1 | -0.8 |
| | | | | | | | 48 | -15.5 | -4.2 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -3.86 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 47 | CG | BARRA47 | 1.011 | 8.2 | -34.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 46 | 29.4 | -1.3 |
| | | | | | | | 49 | -16.9 | -5.8 |
| | | | | | | | 69 | -46.4 | 7.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 48 | CG | BARRA48 | 1.014 | 7.7 | -20.0 | -11.0 | | | |
| | | | | | | | 46 | 15.6 | -0.1 |
| | | | | | | | 49 | -35.6 | 4.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 49 | CR | BARRA49 | 1.018 | 8.7 | 117.0 | 28.8 | | | |
| | | | | | | | 42 | 132.5 | -1.5 |
| | | | | | | | 45 | 51.3 | -0.2 |
| | | | | | | | 47 | 17.0 | 4.4 |
| | | | | | | | 48 | 35.9 | -5.2 |
| | | | | | | | 50 | 50.8 | -0.8 |
| | | | | | | | 51 | 63.0 | 2.8 |
| | | | | | | | 54 | 72.1 | -6.3 |
| | | | | | | | 66 | -268.7 | 30.0 |
| | | | | | | | 69 | -36.9 | 5.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 58.77 | MVar | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 50 | CG | BARRA50 | 1.005 | 6.6 | -17.0 | -4.0 | | | |
| | | | | | | | 49 | -50.1 | 0.7 |
| | | | | | | | 57 | 33.1 | -4.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 51 | CG | BARRA51 | 0.985 | 3.9 | -17.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 49 | -61.1 | -0.9 |
| | | | | | | | 52 | 27.7 | 0.6 |
| | | | | | | | 58 | 16.4 | -7.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 52 | CG | BARRA52 | 0.979 | 2.9 | -18.0 | -5.0 | | | |
| | | | | | | | 51 | -27.6 | -1.5 |
| | | | | | | | 53 | 9.6 | -3.5 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 53 | CG | BARRA53 | 0.977 | 2.0 | -23.0 | -11.0 | | | |
| | | | | | | | 52 | -9.5 | -0.2 |
| | | | | | | | 54 | -13.5 | -10.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 54 | CR | BARRA54 | 0.993 | 2.8 | -65.0 | 13.0 | | | |
| | | | | | | | 49 | -70.1 | -1.2 |
| | | | | | | | 53 | 13.5 | 8.2 |
| | | | | | | | 55 | 6.7 | -1.2 |
| | | | | | | | 56 | 18.2 | 2.7 |
| | | | | | | | 59 | -33.2 | 4.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 45.01 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 150.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 55 | CR | BARRA55 | 0.992 | 2.5 | -63.0 | 9.8 | | | |
| | | | | | | | 54 | -6.7 | -0.7 |
| | | | | | | | 56 | -18.9 | 5.0 |
| | | | | | | | 59 | -37.4 | 5.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 31.76 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 150.0 |] MVar |
| ----- | | | | | | | | | |
| 56 | CR | BARRA56 | 0.992 | 2.7 | -84.0 | 16.6 | | | |
| | | | | | | | 54 | -18.2 | -3.4 |
| | | | | | | | 55 | 18.9 | -5.3 |
| | | | | | | | 57 | -20.4 | 3.9 |
| | | | | | | | 58 | -4.3 | 6.9 |
| | | | | | | | 59 | -60.0 | 14.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 34.62 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 150.0 |] MVar |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|---------|--------|------|--------|--------|------|--------|--------|
| 57 | CG | BARRA57 | 0.994 | 3.9 | -12.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 50 | -32.6 | 2.9 |
| | | | | | | | 56 | 20.6 | -5.9 |
| 58 | CG | BARRA58 | 0.986 | 3.1 | -12.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 51 | -16.3 | 6.1 |
| | | | | | | | 56 | 4.3 | -9.1 |
| 59 | CR | BARRA59 | 0.995 | 7.4 | -122.0 | -71.6 | | | |
| | | | | | | | 54 | 33.8 | -7.8 |
| | | | | | | | 55 | 38.1 | -7.8 |
| | | | | | | | 56 | 61.7 | -20.4 |
| | | | | | | | 60 | -45.0 | -1.0 |
| | | | | | | | 61 | -53.7 | -0.5 |
| | | | | | | | 63 | -157.0 | -33.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 41.43 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| 60 | CG | BARRA60 | 1.011 | 11.2 | -78.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 59 | 45.7 | 0.2 |
| | | | | | | | 61 | -115.1 | -4.1 |
| | | | | | | | 62 | -8.6 | 0.9 |
| 61 | CR | BARRA61 | 1.014 | 12.0 | 160.0 | -13.6 | | | |
| | | | | | | | 59 | 54.6 | 1.0 |
| | | | | | | | 60 | 115.4 | 4.3 |
| | | | | | | | 62 | 28.4 | 2.6 |
| | | | | | | | 64 | -38.5 | -21.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -13.62 | MVar | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVar |
| 62 | CR | BARRA62 | 1.011 | 11.4 | -77.0 | -12.2 | | | |
| | | | | | | | 60 | 8.6 | -2.3 |
| | | | | | | | 61 | -28.4 | -3.3 |
| | | | | | | | 66 | -35.1 | -4.7 |
| | | | | | | | 67 | -22.1 | -1.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 1.82 | MVar | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVar |
| 63 | CG | BARRA63 | 1.010 | 10.9 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 59 | 157.0 | 44.0 |
| | | | | | | | 64 | -157.0 | -44.0 |
| 64 | CG | BARRA64 | 1.020 | 12.6 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 61 | 38.5 | 22.0 |
| | | | | | | | 63 | 157.4 | 26.8 |
| | | | | | | | 65 | -195.9 | -48.7 |
| 65 | CR | BARRA65 | 1.035 | 15.8 | 391.0 | -85.7 | | | |
| | | | | | | | 38 | 201.5 | -48.3 |
| | | | | | | | 64 | 196.9 | 20.0 |
| | | | | | | | 66 | 8.5 | 3.2 |
| | | | | | | | 68 | -16.0 | -60.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -85.69 | MVar | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVar |
| 66 | CR | BARRA66 | 1.034 | 15.6 | 353.0 | 1.3 | | | |
| | | | | | | | 49 | 275.0 | -2.8 |
| | | | | | | | 62 | 35.7 | 1.3 |
| | | | | | | | 65 | -8.5 | -3.2 |
| | | | | | | | 67 | 50.8 | 5.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 19.27 | MVar | [MIN= | -250.0 | MAX= | 250.0 |] MVar |
| 67 | CG | BARRA67 | 1.017 | 12.9 | -28.0 | -7.0 | | | |
| | | | | | | | 62 | 22.2 | -0.8 |
| | | | | | | | 66 | -50.2 | -6.2 |
| 68 | CG | BARRA68 | 1.040 | 15.9 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 65 | 16.0 | -7.9 |
| | | | | | | | 69 | 4.9 | 28.3 |
| | | | | | | | 81 | -20.9 | -36.6 |
| | | | | | | | 116 | 0.0 | 16.1 |
| 69 | CR | BARRA69 | 1.029 | 15.8 | 329.0 | -35.0 | | | |
| | | | | | | | 47 | 48.3 | -8.4 |
| | | | | | | | 49 | 38.3 | -9.8 |
| | | | | | | | 68 | -4.9 | -28.0 |

| | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------|----|---------|-------|------|-------|-------|-----|--------|-------|
| | | | | | | | 70 | 102.2 | 1.3 |
| | | | | | | | 75 | 102.2 | 0.4 |
| | | | | | | | 77 | 43.0 | 9.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> -35.01 MVar [MIN= -250.0 MAX= 250.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 70 | CR | BARRA70 | 0.998 | 8.7 | -66.0 | -9.4 | | | |
| | | | | | | | 24 | 3.7 | -9.8 |
| | | | | | | | 69 | -99.2 | -1.3 |
| | | | | | | | 71 | 14.9 | -5.7 |
| | | | | | | | 74 | 15.5 | 2.1 |
| | | | | | | | 75 | -0.9 | 5.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 10.62 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 71 | CG | BARRA71 | 0.998 | 8.3 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 70 | -14.9 | 5.0 |
| | | | | | | | 72 | 8.9 | -5.9 |
| | | | | | | | 73 | 6.0 | 0.9 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 72 | CR | BARRA72 | 1.001 | 7.3 | -12.0 | -6.5 | | | |
| | | | | | | | 24 | -3.2 | -8.1 |
| | | | | | | | 71 | -8.8 | 1.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> -6.47 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 73 | CR | BARRA73 | 0.997 | 8.2 | -6.0 | -2.1 | | | |
| | | | | | | | 71 | -6.0 | -2.1 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> -2.09 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 74 | CR | BARRA74 | 0.987 | 7.6 | -68.0 | -3.8 | | | |
| | | | | | | | 70 | -15.4 | -5.1 |
| | | | | | | | 75 | -52.6 | 12.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 23.17 MVar [MIN= -50.0 MAX= 80.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 75 | CG | BARRA75 | 0.988 | 8.9 | -47.0 | -11.0 | | | |
| | | | | | | | 69 | -98.2 | -1.0 |
| | | | | | | | 70 | 0.9 | -8.8 |
| | | | | | | | 74 | 53.0 | -12.7 |
| | | | | | | | 77 | -39.0 | 3.8 |
| | | | | | | | 118 | 36.2 | 7.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 76 | CR | BARRA76 | 0.982 | 7.8 | -68.0 | 12.8 | | | |
| | | | | | | | 77 | -65.0 | 7.3 |
| | | | | | | | 118 | -3.0 | 5.5 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 48.82 MVar [MIN= -50.0 MAX= 100.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 77 | CR | BARRA77 | 1.003 | 13.6 | -61.0 | -6.8 | | | |
| | | | | | | | 69 | -42.4 | -18.2 |
| | | | | | | | 75 | 39.9 | -5.5 |
| | | | | | | | 76 | 67.0 | -4.3 |
| | | | | | | | 78 | 39.5 | 23.9 |
| | | | | | | | 80 | -155.6 | -2.6 |
| | | | | | | | 82 | -9.4 | 0.0 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> 21.23 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 78 | CG | BARRA78 | 0.998 | 13.4 | -71.0 | -26.0 | | | |
| | | | | | | | 77 | -39.4 | -24.9 |
| | | | | | | | 79 | -31.6 | -1.1 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 79 | CG | BARRA79 | 1.000 | 13.8 | -39.0 | -32.0 | | | |
| | | | | | | | 78 | 31.6 | 0.7 |
| | | | | | | | 80 | -70.6 | -12.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 80 | CR | BARRA80 | 1.021 | 16.5 | 347.0 | -32.1 | | | |
| | | | | | | | 77 | 158.3 | 3.5 |
| | | | | | | | 79 | 71.4 | 14.4 |
| | | | | | | | 81 | 20.9 | -49.5 |
| | | | | | | | 96 | 20.0 | 3.9 |
| | | | | | | | 97 | 27.4 | 8.5 |
| | | | | | | | 98 | 29.2 | -4.3 |
| | | | | | | | 99 | 19.8 | -8.6 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> -6.13 MVar [MIN= -250.0 MAX= 250.0] MVar | | | | | | | | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 81 | CG | BARRA81 | 1.039 | 16.1 | 0.0 | 0.0 | | | |
| | | | | | | | 68 | 20.9 | -50.6 |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|---------|-------|------|--------|-------|------------|---------------------------|-------|
| | | | | | | | 80 | -20.9 | 50.6 |
| 82 | CG | BARRA82 | 1.002 | 14.2 | -54.0 | -27.0 | 77 | 9.4 | -8.2 |
| | | | | | | | 83 | -49.2 | 0.8 |
| | | | | | | | 96 | -14.2 | 0.4 |
| 83 | CG | BARRA83 | 1.007 | 15.2 | -20.0 | -10.0 | 82 | 49.5 | -3.8 |
| | | | | | | | 84 | -26.5 | 5.3 |
| | | | | | | | 85 | -43.0 | -1.4 |
| 84 | CG | BARRA84 | 1.015 | 17.4 | -11.0 | -7.0 | 83 | 26.9 | -6.9 |
| | | | | | | | 85 | -37.9 | -0.1 |
| 85 | CR | BARRA85 | 1.026 | 18.7 | -24.0 | -4.0 | 83 | 43.8 | 0.5 |
| | | | | | | | 84 | 38.4 | -0.3 |
| | | | | | | | 86 | 17.1 | 4.2 |
| | | | | | | | 88 | -51.5 | -0.6 |
| | | | | | | | 89 | -71.7 | -7.7 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | 11.05 MVar | [MIN= -50.0 MAX= 80.0] | MVar |
| 86 | CG | BARRA86 | 1.014 | 17.7 | -21.0 | -10.0 | 85 | -17.0 | -6.7 |
| | | | | | | | 87 | -4.0 | -3.3 |
| 87 | CR | BARRA87 | 1.017 | 18.1 | 4.0 | -1.2 | 86 | 4.0 | -1.2 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | -1.22 MVar | [MIN= -250.0 MAX= 250.0] | MVar |
| 88 | CG | BARRA88 | 1.037 | 21.6 | -48.0 | -10.0 | 85 | 52.0 | 0.2 |
| | | | | | | | 89 | -100.0 | -10.2 |
| 89 | CR | BARRA89 | 1.059 | 25.2 | 607.0 | 29.7 | 85 | 72.9 | 11.1 |
| | | | | | | | 88 | 101.3 | 14.8 |
| | | | | | | | 90 | 168.4 | 1.1 |
| | | | | | | | 92 | 264.3 | 2.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | 29.74 MVar | [MIN= -250.0 MAX= 250.0] | MVar |
| 90 | CR | BARRA90 | 1.032 | 19.6 | -163.0 | -3.9 | 89 | -164.3 | -1.9 |
| | | | | | | | 91 | 1.3 | -2.0 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | 38.07 MVar | [MIN= -50.0 MAX= 100.0] | MVar |
| 91 | CR | BARRA91 | 1.032 | 19.5 | -10.0 | -6.0 | 90 | -1.3 | -0.3 |
| | | | | | | | 92 | -8.7 | -5.7 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | -6.04 MVar | [MIN= -50.0 MAX= 50.0] | MVar |
| 92 | CR | BARRA92 | 1.040 | 20.0 | -65.0 | 16.5 | 89 | -259.4 | 10.5 |
| | | | | | | | 91 | 8.8 | 2.4 |
| | | | | | | | 93 | 58.3 | 5.6 |
| | | | | | | | 94 | 52.7 | 2.1 |
| | | | | | | | 100 | 30.6 | -6.9 |
| | | | | | | | 102 | 44.0 | 2.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | | | | | 26.48 MVar | [MIN= -50.0 MAX= 100.0] | MVar |
| 93 | CG | BARRA93 | 1.021 | 17.4 | -12.0 | -7.0 | 92 | -57.5 | -5.3 |
| | | | | | | | 94 | 45.5 | -1.7 |
| 94 | CG | BARRA94 | 1.012 | 15.6 | -30.0 | -16.0 | 92 | -51.5 | -2.2 |
| | | | | | | | 93 | -45.0 | 1.3 |
| | | | | | | | 95 | 41.9 | 21.1 |
| | | | | | | | 96 | 20.8 | 3.8 |
| | | | | | | | 100 | 3.9 | -39.9 |

| | | | | | | | | | |
|-------|----|----------|-------|------|-------|-------|--------------------------------------------------------------------|--------|-------|
| 95 | CG | BARRA95 | 0.998 | 14.7 | -42.0 | -31.0 | | | |
| | | | | | | | 94 | -41.6 | -21.3 |
| | | | | | | | 96 | -0.4 | -9.7 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 96 | CG | BARRA96 | 1.003 | 14.6 | -38.0 | -15.0 | | | |
| | | | | | | | 80 | -19.9 | -8.1 |
| | | | | | | | 82 | 14.3 | -5.8 |
| | | | | | | | 94 | -20.7 | -5.7 |
| | | | | | | | 95 | 0.4 | 8.3 |
| | | | | | | | 97 | -12.2 | -3.6 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 97 | CG | BARRA97 | 1.007 | 15.2 | -15.0 | -9.0 | | | |
| | | | | | | | 80 | -27.2 | -10.3 |
| | | | | | | | 96 | 12.2 | 1.3 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 98 | CG | BARRA98 | 1.017 | 14.8 | -34.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 80 | -29.0 | 2.2 |
| | | | | | | | 100 | -5.0 | -10.2 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 99 | CR | BARRA99 | 1.024 | 14.2 | -42.0 | -3.1 | | | |
| | | | | | | | 80 | -19.6 | 3.7 |
| | | | | | | | 100 | -22.4 | -6.8 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> -3.08 MVar [MIN= -50.0 MAX= 50.0] MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 100 | CR | BARRA100 | 1.033 | 15.1 | 215.0 | 43.0 | | | |
| | | | | | | | 92 | -30.0 | 1.2 |
| | | | | | | | 94 | -3.7 | 34.4 |
| | | | | | | | 98 | 5.1 | 5.3 |
| | | | | | | | 99 | 22.5 | 4.9 |
| | | | | | | | 101 | -16.3 | 10.2 |
| | | | | | | | 103 | 120.2 | -20.6 |
| | | | | | | | 104 | 56.5 | 5.6 |
| | | | | | | | 106 | 60.7 | 1.9 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> 61.04 MVar [MIN= -250.0 MAX= 250.0] MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 101 | CG | BARRA101 | 1.023 | 16.4 | -22.0 | -15.0 | | | |
| | | | | | | | 100 | 16.4 | -13.2 |
| | | | | | | | 102 | -38.4 | -1.8 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 102 | CG | BARRA102 | 1.033 | 18.7 | -5.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 92 | -43.8 | -3.4 |
| | | | | | | | 101 | 38.8 | 0.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 103 | CR | BARRA103 | 1.025 | 11.5 | 17.0 | 41.5 | | | |
| | | | | | | | 100 | -118.0 | 22.2 |
| | | | | | | | 104 | 32.5 | 7.1 |
| | | | | | | | 105 | 43.1 | 2.1 |
| | | | | | | | 110 | 59.4 | 10.2 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> 57.54 MVar [MIN= -250.0 MAX= 250.0] MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 104 | CR | BARRA104 | 0.997 | 8.9 | -38.0 | -30.1 | | | |
| | | | | | | | 100 | -55.1 | -5.0 |
| | | | | | | | 103 | -32.0 | -9.6 |
| | | | | | | | 105 | 49.1 | -15.6 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> -5.13 MVar [MIN= -50.0 MAX= 0.0] MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 105 | CR | BARRA105 | 0.998 | 7.7 | -31.0 | -12.8 | | | |
| | | | | | | | 103 | -42.1 | -3.4 |
| | | | | | | | 104 | -48.9 | 15.6 |
| | | | | | | | 106 | 8.5 | 3.9 |
| | | | | | | | 107 | 26.7 | -9.0 |
| | | | | | | | 108 | 24.8 | 0.0 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> 13.18 MVar [MIN= -50.0 MAX= 20.0] MVar | | |
| ----- | | | | | | | | | |
| 106 | CG | BARRA106 | 0.994 | 7.5 | -43.0 | -16.0 | | | |
| | | | | | | | 100 | -58.6 | -0.3 |
| | | | | | | | 105 | -8.5 | -5.3 |
| | | | | | | | 107 | 24.0 | -10.4 |
| ----- | | | | | | | | | |
| 107 | CR | BARRA107 | 0.998 | 4.7 | -50.0 | 6.6 | | | |
| | | | | | | | 105 | -26.3 | 5.7 |
| | | | | | | | 106 | -23.7 | 6.9 |
| | | | | | | | POTEN. REATIVA GERADA -> 18.64 MVar [MIN= -50.0 MAX= 60.0] MVar | | |

| | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|----------|--------|------|-------|--------|------|-------|--------|
| 108 | CG | BARRA108 | 0.991 | 6.7 | -2.0 | -1.0 | | | |
| | | | | | | | 105 | -24.7 | -1.3 |
| | | | | | | | 109 | 22.7 | 0.3 |
| 109 | CG | BARRA109 | 0.989 | 6.3 | -8.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 108 | -22.6 | -0.9 |
| | | | | | | | 110 | 14.6 | -2.1 |
| 110 | CR | BARRA110 | 0.985 | 5.7 | -39.0 | -34.1 | | | |
| | | | | | | | 103 | -58.1 | -8.4 |
| | | | | | | | 109 | -14.5 | 0.3 |
| | | | | | | | 111 | -35.7 | 2.9 |
| | | | | | | | 112 | 69.3 | -23.0 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -4.09 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 0.0 |] MVAr |
| 111 | CR | BARRA111 | 0.991 | 7.3 | 36.0 | -3.9 | | | |
| | | | | | | | 110 | 36.0 | -3.9 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -3.88 | MVAr | [MIN= | -250.0 | MAX= | 0.0 |] MVAr |
| 112 | CR | BARRA112 | 0.982 | 2.7 | -68.0 | 20.4 | | | |
| | | | | | | | 110 | -68.0 | 20.4 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | 33.44 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 50.0 |] MVAr |
| 113 | CR | BARRA113 | 0.991 | 1.6 | -6.0 | -23.1 | | | |
| | | | | | | | 17 | -3.4 | -21.0 |
| | | | | | | | 32 | -2.6 | -2.1 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -23.15 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 0.0 |] MVAr |
| 114 | CG | BARRA114 | 0.988 | 1.6 | -8.0 | -3.0 | | | |
| | | | | | | | 32 | -9.4 | -4.6 |
| | | | | | | | 115 | 1.4 | 1.6 |
| 115 | CG | BARRA115 | 0.988 | 1.6 | -22.0 | -7.0 | | | |
| | | | | | | | 27 | -20.6 | -5.1 |
| | | | | | | | 114 | -1.4 | -1.9 |
| 116 | CR | BARRA116 | 1.039 | 15.9 | 0.0 | -33.8 | | | |
| | | | | | | | 68 | 0.0 | -33.8 |
| POTEN. REATIVA GERADA -> | | | -33.83 | MVAr | [MIN= | -50.0 | MAX= | 0.0 |] MVAr |
| 117 | CG | BARRA117 | 0.961 | -1.6 | -20.0 | -8.0 | | | |
| | | | | | | | 12 | -20.0 | -8.0 |
| 118 | CG | BARRA118 | 0.979 | 8.0 | -33.0 | -15.0 | | | |
| | | | | | | | 75 | -36.0 | -8.2 |
| | | | | | | | 76 | 3.0 | -6.8 |

PERDAS ATIVAS DO SISTEMA = 122.018 MW

TOTAL DE INJEÇÃO DE REATIVO DO SISTEMA = 516.249 MVAr

| SUMÁRIO DOS TAPS | | | | | | |
|------------------|----|-------|---------|--------|-------|-------|
| NI | NF | TAP | PI5 | PI6 | S5 | S6 |
| 8 | 5 | 1.000 | -84.013 | 84.144 | 0.050 | 0.050 |
| 26 | 25 | 1.000 | -84.074 | 84.083 | 0.050 | 0.050 |
| 30 | 17 | 1.000 | -84.059 | 84.098 | 0.050 | 0.050 |
| 38 | 37 | 1.000 | -84.060 | 84.097 | 0.050 | 0.050 |
| 63 | 59 | 1.000 | -84.212 | 83.946 | 0.050 | 0.050 |
| 64 | 61 | 1.000 | -84.046 | 84.111 | 0.050 | 0.050 |
| 65 | 66 | 1.000 | -84.083 | 84.075 | 0.050 | 0.050 |
| 68 | 69 | 1.000 | -84.105 | 84.052 | 0.050 | 0.050 |
| 81 | 80 | 1.000 | -84.099 | 84.058 | 0.050 | 0.050 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO DAS TENSÕES

| Barra | S3 | S4 | PI3 | PI4 |
|-------|-------|-------|--------|-------|
| 12 | 0.122 | 0.078 | -0.005 | 0.008 |
| 2 | 0.133 | 0.067 | -0.005 | 0.010 |
| 3 | 0.128 | 0.072 | -0.005 | 0.009 |
| 4 | 0.103 | 0.097 | -0.006 | 0.007 |
| 5 | 0.097 | 0.103 | -0.007 | 0.006 |

| | | | | |
|----|-------|-------|--------|-------|
| 6 | 0.120 | 0.080 | -0.005 | 0.008 |
| 7 | 0.122 | 0.078 | -0.005 | 0.008 |
| 8 | 0.075 | 0.125 | -0.009 | 0.005 |
| 9 | 0.049 | 0.151 | -0.013 | 0.004 |
| 10 | 0.044 | 0.156 | -0.015 | 0.004 |
| 11 | 0.122 | 0.078 | -0.005 | 0.008 |
| 1 | 0.135 | 0.065 | -0.005 | 0.010 |
| 13 | 0.136 | 0.064 | -0.005 | 0.010 |
| 14 | 0.123 | 0.077 | -0.005 | 0.008 |
| 15 | 0.122 | 0.078 | -0.005 | 0.008 |
| 16 | 0.124 | 0.076 | -0.005 | 0.009 |
| 17 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 18 | 0.121 | 0.079 | -0.005 | 0.008 |
| 19 | 0.122 | 0.078 | -0.005 | 0.008 |
| 20 | 0.126 | 0.074 | -0.005 | 0.009 |
| 21 | 0.125 | 0.075 | -0.005 | 0.009 |
| 22 | 0.114 | 0.086 | -0.006 | 0.008 |
| 23 | 0.084 | 0.116 | -0.008 | 0.006 |
| 24 | 0.086 | 0.114 | -0.008 | 0.006 |
| 25 | 0.053 | 0.147 | -0.012 | 0.004 |
| 26 | 0.037 | 0.163 | -0.018 | 0.004 |
| 27 | 0.105 | 0.095 | -0.006 | 0.007 |
| 28 | 0.116 | 0.084 | -0.006 | 0.008 |
| 29 | 0.120 | 0.080 | -0.005 | 0.008 |
| 30 | 0.073 | 0.127 | -0.009 | 0.005 |
| 31 | 0.118 | 0.082 | -0.005 | 0.008 |
| 32 | 0.108 | 0.092 | -0.006 | 0.007 |
| 33 | 0.118 | 0.082 | -0.006 | 0.008 |
| 34 | 0.100 | 0.100 | -0.006 | 0.006 |
| 35 | 0.105 | 0.095 | -0.006 | 0.007 |
| 36 | 0.106 | 0.094 | -0.006 | 0.007 |
| 37 | 0.094 | 0.106 | -0.007 | 0.006 |
| 38 | 0.077 | 0.123 | -0.008 | 0.005 |
| 39 | 0.118 | 0.082 | -0.006 | 0.008 |
| 40 | 0.120 | 0.080 | -0.005 | 0.008 |
| 41 | 0.126 | 0.074 | -0.005 | 0.009 |
| 42 | 0.118 | 0.082 | -0.005 | 0.008 |
| 43 | 0.113 | 0.087 | -0.006 | 0.007 |
| 44 | 0.115 | 0.085 | -0.006 | 0.008 |
| 45 | 0.116 | 0.084 | -0.006 | 0.008 |
| 46 | 0.099 | 0.101 | -0.007 | 0.006 |
| 47 | 0.089 | 0.111 | -0.007 | 0.006 |
| 48 | 0.086 | 0.114 | -0.008 | 0.006 |
| 49 | 0.082 | 0.118 | -0.008 | 0.006 |
| 50 | 0.095 | 0.105 | -0.007 | 0.006 |
| 51 | 0.115 | 0.085 | -0.006 | 0.008 |
| 52 | 0.121 | 0.079 | -0.005 | 0.008 |
| 53 | 0.123 | 0.077 | -0.005 | 0.008 |
| 54 | 0.107 | 0.093 | -0.006 | 0.007 |
| 55 | 0.108 | 0.092 | -0.006 | 0.007 |
| 56 | 0.108 | 0.092 | -0.006 | 0.007 |
| 57 | 0.106 | 0.094 | -0.006 | 0.007 |
| 58 | 0.114 | 0.086 | -0.006 | 0.008 |
| 59 | 0.105 | 0.095 | -0.006 | 0.007 |
| 60 | 0.089 | 0.111 | -0.007 | 0.006 |
| 61 | 0.086 | 0.114 | -0.008 | 0.006 |
| 62 | 0.089 | 0.111 | -0.007 | 0.006 |
| 63 | 0.090 | 0.110 | -0.007 | 0.006 |
| 64 | 0.080 | 0.120 | -0.008 | 0.005 |
| 65 | 0.065 | 0.135 | -0.010 | 0.005 |
| 66 | 0.066 | 0.134 | -0.010 | 0.005 |
| 67 | 0.083 | 0.117 | -0.008 | 0.006 |
| 68 | 0.060 | 0.140 | -0.011 | 0.005 |
| 69 | 0.071 | 0.129 | -0.009 | 0.005 |
| 70 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 71 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 72 | 0.099 | 0.101 | -0.007 | 0.006 |
| 73 | 0.103 | 0.097 | -0.006 | 0.007 |
| 74 | 0.113 | 0.087 | -0.006 | 0.007 |
| 75 | 0.112 | 0.088 | -0.006 | 0.007 |
| 76 | 0.118 | 0.082 | -0.005 | 0.008 |
| 77 | 0.097 | 0.103 | -0.007 | 0.006 |
| 78 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 79 | 0.100 | 0.100 | -0.006 | 0.006 |

| | | | | |
|-----|-------|-------|--------|-------|
| 80 | 0.079 | 0.121 | -0.008 | 0.005 |
| 81 | 0.061 | 0.139 | -0.011 | 0.005 |
| 82 | 0.098 | 0.102 | -0.007 | 0.006 |
| 83 | 0.093 | 0.107 | -0.007 | 0.006 |
| 84 | 0.085 | 0.115 | -0.008 | 0.006 |
| 85 | 0.074 | 0.126 | -0.009 | 0.005 |
| 86 | 0.086 | 0.114 | -0.008 | 0.006 |
| 87 | 0.083 | 0.117 | -0.008 | 0.006 |
| 88 | 0.063 | 0.137 | -0.010 | 0.005 |
| 89 | 0.041 | 0.159 | -0.016 | 0.004 |
| 90 | 0.068 | 0.132 | -0.009 | 0.005 |
| 91 | 0.068 | 0.132 | -0.010 | 0.005 |
| 92 | 0.060 | 0.140 | -0.011 | 0.005 |
| 93 | 0.079 | 0.121 | -0.008 | 0.005 |
| 94 | 0.088 | 0.112 | -0.007 | 0.006 |
| 95 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 96 | 0.097 | 0.103 | -0.007 | 0.006 |
| 97 | 0.093 | 0.107 | -0.007 | 0.006 |
| 98 | 0.083 | 0.117 | -0.008 | 0.006 |
| 99 | 0.076 | 0.124 | -0.009 | 0.005 |
| 100 | 0.067 | 0.133 | -0.010 | 0.005 |
| 101 | 0.077 | 0.123 | -0.008 | 0.005 |
| 102 | 0.067 | 0.133 | -0.010 | 0.005 |
| 103 | 0.075 | 0.125 | -0.009 | 0.005 |
| 104 | 0.103 | 0.097 | -0.006 | 0.007 |
| 105 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 106 | 0.106 | 0.094 | -0.006 | 0.007 |
| 107 | 0.102 | 0.098 | -0.006 | 0.007 |
| 108 | 0.109 | 0.091 | -0.006 | 0.007 |
| 109 | 0.111 | 0.089 | -0.006 | 0.007 |
| 110 | 0.115 | 0.085 | -0.006 | 0.008 |
| 111 | 0.109 | 0.091 | -0.006 | 0.007 |
| 112 | 0.118 | 0.082 | -0.006 | 0.008 |
| 113 | 0.109 | 0.091 | -0.006 | 0.007 |
| 114 | 0.112 | 0.088 | -0.006 | 0.007 |
| 115 | 0.112 | 0.088 | -0.006 | 0.007 |
| 116 | 0.061 | 0.139 | -0.011 | 0.005 |
| 117 | 0.139 | 0.061 | -0.005 | 0.011 |
| 118 | 0.121 | 0.079 | -0.005 | 0.008 |

SUMÁRIO DOS MULTIPLICADORES E VARIÁVEIS DE FOLGA E EXCESSO
DAS BARRAS COM CONTROLE DE REATIVO

| Barra | S1 | S2 | PI1 | PI2 |
|-------|-------|-------|----------|---------|
| 4 | 0.832 | 0.168 | -0.00078 | 0.00382 |
| 6 | 0.494 | 0.506 | -0.00131 | 0.00128 |
| 8 | 0.713 | 0.287 | -0.00091 | 0.00226 |
| 10 | 3.108 | 1.892 | -0.00021 | 0.00034 |
| 1 | 0.267 | 0.733 | -0.00243 | 0.00089 |
| 15 | 0.419 | 0.581 | -0.00155 | 0.00112 |
| 18 | 0.351 | 0.649 | -0.00185 | 0.00100 |
| 19 | 0.909 | 0.741 | -0.00071 | 0.00088 |
| 25 | 2.663 | 2.337 | -0.00024 | 0.00028 |
| 26 | 2.134 | 2.866 | -0.00030 | 0.00023 |
| 27 | 0.286 | 0.714 | -0.00227 | 0.00091 |
| 31 | 0.302 | 0.698 | -0.00215 | 0.00093 |
| 32 | 0.742 | 0.758 | -0.00087 | 0.00086 |
| 36 | 0.512 | 0.488 | -0.00127 | 0.00133 |
| 40 | 1.126 | 0.874 | -0.00058 | 0.00074 |
| 42 | 0.215 | 0.785 | -0.00302 | 0.00083 |
| 46 | 0.539 | 0.461 | -0.00121 | 0.00141 |
| 49 | 1.912 | 3.088 | -0.00034 | 0.00021 |
| 54 | 1.050 | 0.950 | -0.00062 | 0.00068 |
| 55 | 1.182 | 0.818 | -0.00055 | 0.00079 |
| 56 | 1.154 | 0.846 | -0.00056 | 0.00077 |
| 59 | 0.086 | 0.914 | -0.00745 | 0.00071 |
| 61 | 2.636 | 2.364 | -0.00025 | 0.00027 |
| 62 | 0.482 | 0.518 | -0.00135 | 0.00125 |
| 65 | 3.357 | 1.643 | -0.00019 | 0.00039 |
| 66 | 2.307 | 2.693 | -0.00028 | 0.00024 |
| 69 | 2.850 | 2.150 | -0.00023 | 0.00030 |
| 70 | 0.394 | 0.606 | -0.00165 | 0.00107 |
| 72 | 0.565 | 0.435 | -0.00115 | 0.00149 |
| 73 | 0.521 | 0.479 | -0.00125 | 0.00135 |
| 74 | 0.568 | 0.732 | -0.00114 | 0.00089 |

| | | | | |
|-----|-------|-------|----------|---------|
| 76 | 0.512 | 0.988 | -0.00127 | 0.00066 |
| 77 | 0.288 | 0.712 | -0.00225 | 0.00091 |
| 80 | 2.561 | 2.439 | -0.00025 | 0.00027 |
| 85 | 0.690 | 0.610 | -0.00094 | 0.00106 |
| 87 | 2.512 | 2.488 | -0.00026 | 0.00026 |
| 89 | 2.203 | 2.797 | -0.00029 | 0.00023 |
| 90 | 0.619 | 0.881 | -0.00105 | 0.00074 |
| 91 | 0.560 | 0.440 | -0.00116 | 0.00148 |
| 92 | 0.735 | 0.765 | -0.00088 | 0.00085 |
| 99 | 0.531 | 0.469 | -0.00122 | 0.00138 |
| 100 | 1.890 | 3.110 | -0.00034 | 0.00021 |
| 103 | 1.925 | 3.075 | -0.00034 | 0.00021 |
| 104 | 0.051 | 0.449 | -0.01251 | 0.00145 |
| 105 | 0.068 | 0.632 | -0.00945 | 0.00103 |
| 107 | 0.414 | 0.686 | -0.00157 | 0.00095 |
| 110 | 0.041 | 0.459 | -0.01573 | 0.00141 |
| 111 | 0.039 | 2.461 | -0.01657 | 0.00026 |
| 112 | 0.166 | 0.834 | -0.00391 | 0.00078 |
| 113 | 0.231 | 0.269 | -0.00280 | 0.00242 |
| 116 | 0.338 | 0.162 | -0.00192 | 0.00401 |
