Ivo Sechi Nazareno

**MECANISMO DE INSTABILIDADE DEVIDO A
GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA MODELADOS
POR EQUAÇÕES ALGÉBRICO-DIFERENCIAIS**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Newton Geraldo Bretas

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos

2009

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

N335m	<p>Nazareno, Ivo Sechi Mecanismo de instabilidade devido a grandes perturbações em sistemas elétricos de potência modelados por equações algébrico-diferenciais / Ivo Sechi Nazareno ; orientador Newton Geraldo Bretas, co-orientador Luís Fernando Costa Alberto. -- São Carlos, 2009.</p> <p>Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2009.</p> <p>1. Sistemas elétricos de potência. 2. Estabilidade transitória. 3. Equações algébrico-diferenciais. 4. Métodos diretos. I. Título.</p>
-------	---

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro IVO SECHI NAZARENO.

Tese defendida e julgada em 18/09/2009 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Titular **NEWTON GERALDO BRETAS (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Associado **LUÍS FERNANDO COSTA ALBERTO**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **ANTONIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA**
(Universidade Federal de Itajubá/UNIFEI)

APROVADO

Prof. Dr. **ANTONIO PADILHA FELTRIN**
(Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho"/UNESP/Campus de Ilha Solteira)

APROVADO

Prof. Dr. **LUIZ CARLOS PEREIRA DA SILVA**
(Universidade Estadual Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Titular **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

A meu pai, Engenheiro Eletricista Julio Bosco Nazareno,
com amor e gratidão pela inspiração e pelo exemplo – *per Aspera ad Astra*.

Agradecimentos

Ao Professor Doutor Newton Geraldo Bretas, pela orientação e ensinamentos.

Ao Professor Doutor Luís Fernando Costa Alberto, pela co-orientação e ensinamentos.

Aos amigos do Laboratório de Análises Computacionais, pelo companheirismo e ensinamentos.

Aos docentes, funcionários e colegas do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos.

À Universidade de São Paulo, pela estrutura.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pela bolsa de estudo concedida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

À Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL.

Aos amigos Alexandre Delbem, Fábio Zanchetta, Fernando Pereira e João Bosco London Jr., pelo apoio.

À minha esposa e ao meu filho, pela compreensão e apoio.

Resumo

NAZARENO, I. S. **Mecanismo de instabilidade devido a grandes perturbações em sistemas elétricos de potência modelados por equações algébrico-diferenciais**. 2009. 195 f. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Nesta pesquisa são analisados os mecanismos que levam um sistema elétrico de potência (SEP) à instabilidade proveniente de uma perturbação de grande porte e as formas de se avaliar diretamente a margem de estabilidade desse sistema quando o mesmo é modelado preservando a estrutura da rede de transmissão. O sistema foi matematicamente modelado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais (EAD), que permite modelagens mais compreensivas da carga e da rede e possibilita melhor avaliação da estabilidade de um sistema quando comparado com o modelo de equações diferenciais ordinárias (EDO) utilizado tradicionalmente para o estudo de estabilidade transitória. A avaliação direta da margem de estabilidade do sistema de potência modelado por conjuntos de EAD foi realizada usando métodos diretos de análise com base no conceito de ponto de equilíbrio instável de controle (PEIC). Tais métodos permitem a obtenção da margem de forma local e rápida, sem requerer a integração numérica de equações diferenciais do modelo pós-falta. No entanto, existem alguns problemas abertos para se alcançar a completa fundamentação do método PEIC para modelos de EAD. Assim, neste estudo dá-se um passo nesta direção, mostrando que as definições existentes de PEIC e de outros pontos de interesse podem ser falhas, principalmente quando a trajetória de falta do sistema alcança superfícies singulares. Neste sentido, são propostos a correção destas definições e um método direto de detecção do PEIC. O método proposto é adequado para análise direta

de estabilidade angular e de tensão de curto-terminos devido a grandes perturbações e capaz de fornecer corretos tempos críticos de abertura e a identificação dos mecanismos de instabilização do sistema de EAD, mesmo quando as trajetórias do sistema alcançam superfícies singulares.

Palavras-chave: Sistemas elétricos de potência; Estabilidade transitória; Equações algébrico-diferenciais; Métodos diretos.

Abstract

NAZARENO, I. S. **Instability Mechanism due to Large Disturbances in Electric Power Systems Modeled by Differential-Algebraic Equations**. 2009. 195 f. D. Sc. Thesis - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

This thesis addresses to the mechanisms that lead an electric power system to instability due to large disturbances and to the methods to assess directly the stability margin when the system is modeled preserving the network structure. The system is modeled by a set of differential-algebraic equations (DAE) that permits more comprehensive models for the load and network and provides a better stability margin assessment when compared to the model of ordinary differential equations (ODE) traditionally used for transient stability analysis. The direct assessment of the stability margin was realized using direct methods based on the controlling unstable equilibrium point (CUEP) concept and permits to assess the margin in a local and fast manner, without requires the time integration of the post-fault system differential equations. Nevertheless, some open problems remain to be solved in order to provide a complete foundation of the CUEP method for DAE power system models. In this research a further step is given in this direction, showing that the existent definitions for the CUEP and other interest points may fail, mainly when the fault-on trajectory reaches singular surfaces. In this sense, it is proposed the correction of these definitions and a new CUEP method that is adequate to the angular and voltage short-term direct stability assessment due to large disturbances; capable to provide precise critical clearing times and the identification of the instability mechanisms for the DAE modeled power system, even in the presence of singular surfaces.

Key words: Electric Power Systems, Transient stability; Differential-algebraic equations; Direct methods.

Lista de Figuras

Figura 2.3.1.1: Transformação de Park	23
Figura 2.3.1.2: Uma máquina conectada um sistema elétrico	24
Figura 2.3.1.3: Circuito equivalente à figura 2.3.1.2 com gerador representado pelo modelo clássico	24
Figura 2.4.1: Método de Newton	32
Figura 2.5.1: Sistema multimáquinas	34
Figura 3.1.1: Área de atração do ponto de equilíbrio estável do sistema pós-falta	49
Figura 3.2.1.1: Teorema da função implícita.	52
Figura 3.2.2.1: Sistema dinâmico da equação (3.2.2.1).	53
Figura 3.2.2.2: Retrato de fase das equações regularizadas para $\varepsilon > 0$	54
Figura 3.2.2.3: Escolha do espaço de configuração do sistema da equação (3.2.2.1) consistente com o da equação (3.2.2.3)	55
Figura 3.3.1.1: Caracterização da fronteira da área de atração do PEE (x_s, y_s) , $\partial A(x_s, y_s)$ no conceito de domínio de atração.	64
Figura 3.3.2.1: Comparação dos retratos de fase dos sistemas (3.3.2.1) e (3.3.2.2) para um sistema qualquer. (a) sistema (3.3.2.1); e (b) sistema (3.3.2.2).....	66
Figura 3.3.2.2: Dinâmica perto dos pontos semi-singulares	67
Figura 3.3.2.3: Dinâmica perto dos pontos singulares transversais (conjunto R).....	67
Figura 3.4.1.1: Curva de nível de uma função de Lyapunov	71
Figura 3.5.1.1: Relações entre os PE e tipos de estabilidade em M para os sistemas de EAD e de EDSP, quando os PEs estão em um mesmo componente estável e quando estão em dois componentes de tipo diferentes.....	88
Figura 3.5.1.2: PEIs que pertencem a $\partial A(x_s, y_s)$ e também pertencem a $\partial A_e(x_s, y_s)$	89
Figura 3.5.1.3: PEIs de <i>tipo</i> – 1 de componentes instáveis pertencem a fronteira da área de atração $\partial A_e(x_s, y_s)$ do sistema de EDSP (Σ_e).	90
Figura 4.1.1: Sistema teste de 3 barras.....	93
Figura 4.1.2: (a) variedade de restrição $\delta_2 \times \theta_3 \times V_3$ do sistema de EAD (4.1.1); (b) projeções da variedade de restrição do sistema (4.1.1) nos planos $\delta_2 \times \theta_3$ e $\delta_2 \times V_3$	95
Figura 4.1.3: Diagrama de bifurcação para o sistema da figura 4.1.1 projetado nos planos (a) $\delta_2 \times \theta_3$ e (b) $\delta_2 \times V_3$	97
Figura 4.1.4: Despacho do sistema EAD (4.1.1)- caso de perda de estabilidade estática.	98
Figura 4.1.5: Colapso de tensão clássico do sistema EAD (4.1.1), projetado em $\delta_2 \times \theta_3$	99
Figura 4.2.1: Projeções da variedade de restrição do sistema (4.1.2) nos planos $\delta_2 \times \theta_3$ e $\delta_2 \times V_3$	100
Figura 4.2.2: Projeção da energia potencial dos pontos da variedade de restrição do sistema de EDSP (4.2.1) em relação à δ_2 , com compensação shunt de 2[p.u.] na barra 3, para o carregamento: $[P_1, P_2] = [0,5; 0,5]$, $[P_3, Q_3] = [-1; 0]$	102
Figura 4.2.3: Projeção da energia potencial dos pontos da variedade de restrição do sistema de EDSP (4.2.1) em relação à δ_2 , com compensação shunt de 2[p.u.] na barra 3, para o carregamento: $[P_1, P_2] = [5,5; 6,5]$, $[P_3, Q_3] = [-1; 0]$	103
Figura 4.2.2.1: Comportamento do sistema após alcançar um ponto singular.	105
Figura 4.2.2.2: Comportamento do sistema após alcançar um PEI.....	105

Figura 4.2.2.3: Comportamento estável do sistema após eliminação da falta.	106
Figura 4.3.1: Sistema OMIBS com três barras.....	110
Figura 4.3.2: Caso 1 - Sistema (4.3.1) sujeito ao mecanismo de instabilização (4.3.1) - trajetória do sistema não se aproxima da variedade de configuração do sistema falta.	111
Figura 4.3.3: Caso 2 - (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou superior a 1.652 [ms], de acordo com o mecanismo de instabilização (4.3.2)- trajetória alcança um PI durante a falta; e (b) estabilidade do Sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou inferior a 1.651 [ms].	113
Figura 4.3.4: Caso 3 - (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou superior a 803 [ms], de acordo com o mecanismo de instabilização (4.3.3)- trajetória alcança um PI pós-falta; e (b) estabilidade do Sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou inferior a 802 [ms].	114
Figura 4.3.5: Caso 4 - (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou superior a 238 [ms] - mecanismo de instabilização (4.3.4), quando a trajetória alcança um PEI do sistema pós-falta; (b) estabilidade do (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou inferior a 237 [ms].	116
Figura 5.1.1: Esboço de uma bacia energética e da fronteira da área de atração	121
Figura 5.1.1.1: Sistema de 3 barras para ilustração do método PEBS	125
Figura 5.1.1.2: Curva equipotencial do sistema de 3 barras para curto trifásico sólido na linha 1-2 próximo a barra 2 e “exit point” calculado pelo método PEBS.	125
Figura 5.1.2.1: Algoritmo BCU	128
Figura 5.1.2.2: Curva equipotencial do sistema de 3 barras para curto trifásico sólido na linha 1-2 próximo a barra 2 e PEI de controle calculado pelo método BCU	128
Figura 5.3.1: Método PEIC para sistemas de EAD sugerido em Zou et al. (2003).....	133
Figura 5.5.1: Método proposto de identificação do PEIC ou ponto singular pertencente a C_0^{pos} , quando a trajetória de falta alcança um ponto singular antes da detecção do “exit point” de um sistema de EAD.....	142
Figura 5.6.1: Caso 2 – Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.2(detecção do ponto de controle do sistema falta: (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$	146
Figura 5.6.2: Caso 3 – Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.3(detecção do “exit point” singular): (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$	148
Figura 5.6.3: Caso 4 – Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.3(detecção do “PEIC): (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$	150
Figura 5.6.4: Caso 5 – Funcionamento do método proposto (plano $\delta_2 \times \theta_3$) quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.3 (detecção do “PEIC) e o PEIC pode ser encontrado sem utilizar a pseudo-trajetória de falta continuada.	151
Figura Ap.B.1.1: <i>Loci</i> de autovalores na bifurcação sela-nó.	167
Figura Ap.B.2.1: <i>Loci</i> de autovalores na bifurcação de singularidade induzida.	168
Figura Ap.B.2.2 Bifurcações sela-nó e singularidade induzida do sistema (Ap.B.2.4) variando c_1 e c_2	171
Figura Ap.B.2.3 Diagrama de bifurcação contemplando a bifurcação de singularidade induzida do sistema (Ap.B.2.4)	172
Figura An.A.1: Representação geométrica dos conjuntos na prova do Teorema de Lyapunov	174

Lista de Abreviaturas e Siglas

BCU - Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point;
COA - Center of Angle;
COI - Center of Inertia;
EAD - Equações Algébrico-Diferenciais;
EDO - Equações Diferenciais Ordinárias;
EDSP - Equações Diferenciais Singularmente Perturbadas;
FEM - Força Eletromotriz;
IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineers;
OMIBS - One Machine Infinite Bus System - Uma Máquina versus Barramento Infinito;
OMR - One Machine Reference - Uma máquina como Referência;
PE - ponto de equilíbrio;
PEE- ponto de equilíbrio estável;
PEI - ponto de equilíbrio instável;
PEIC - ponto de equilíbrio instável de controle;
PI - ponto de impasse;
PEBS - Potential Energy Boundary Surface;
SAT - Solução de alta tensão de um fluxo de carga em um sistema elétrico;
SBT - Solução de baixa tensão de um fluxo de carga em um sistema elétrico;
SEP – Sistema elétrico de potência;
TCR - tempo crítico de abertura;

Sumário

Capítulo 1.....	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1- ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
Capítulo 2.....	7
ESTABILIDADE ANGULAR DEVIDO A GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA	7
2.1- ESTABILIDADE DE SISTEMAS ELÉTRICOS SUJEITOS A GRANDES PERTURBAÇÕES COM PRESERVAÇÃO DA ESTRUTURA DA REDE	8
2.2- O ESTADO DA ARTE DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE DE GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA	11
2.3- MODELAGEM DO PROBLEMA DINÂMICO PARA O ESTUDO DE ESTABILIDADE ANGULAR DE GRANDES PERTURBAÇÕES	19
2.3.1- <i>Modelo de máquinas síncronas e da dinâmica para o estudo de estabilidade de grandes perturbações</i>	22
2.3.2- <i>Estabelecimento da referência angular</i>	28
2.4- MODELAGEM ESTÁTICA DA REDE.....	31
2.5- MODELO DE SISTEMAS MULTIMÁQUINAS COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA.....	34
2.6- MODELOS DE CARGAS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA	39
2.7- DIVISÃO DO PROBLEMA NO TEMPO.....	42
Capítulo 3.....	45
SISTEMAS DINÂMICOS RESTRITOS.....	45
3.1- REVISÃO DA TEORIA DE SISTEMAS DINÂMICOS	47
3.2- REVISÃO DA TEORIA DE SISTEMAS DE DINÂMICOS RESTRITOS	50
3.2.1- <i>Teorema da Função Implícita</i>	51
3.2.2- <i>Exemplo motivacional - sistema de EAD de Sastry e Desoer (1980)</i>	53
3.2.3- <i>Características de sistemas de equações algébrico-diferenciais - EAD</i>	56
3.3- CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ATRAÇÃO DE SISTEMAS DE EAD	62
3.3.1- <i>Caracterização da área de atração de sistemas de EAD no conceito de domínio de atração</i>	63
3.3.2- <i>Caracterização da área de atração de sistemas de EAD considerando conjuntos contidos na superfície de singularidade</i>	64
3.4- TEORIA DE ESTABILIDADE DE LYAPUNOV PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE ANGULAR COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA	68
3.4.1- <i>Teoria de estabilidade de Lyapunov</i>	69
3.4.2- <i>Resultados da estabilidade de Lyapunov para sistemas de EAD</i>	72
3.4.3- <i>Função energia para sistemas de EAD</i>	77
3.5- TEORIA DE PERTURBAÇÕES SINGULARES	79
3.5.1- <i>Caracterização da área de atração de sistemas de EDSP</i>	84
Capítulo 4.....	92
AVALIAÇÃO DA MARGEM DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA	92
4.1- ANÁLISE DO SISTEMA DE 3 BARRAS MODELADO COMO CONJUNTO DE EAD.....	93
4.2- ANÁLISE DO SISTEMA DE 3 BARRAS MODELADO COMO CONJUNTO DE EDSP	99
4.2.1- <i>Análise dos resultados da associação de uma função energia ao sistema de 3 barras modelado como conjunto de EDSP</i>	102
4.2.2- <i>Análise de trajetórias pós-falta do sistema de 3 barras modelado como conjuntos de EDSP</i>	104
4.3- MECANISMOS DE INSTABILIZAÇÃO DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS POR CONJUNTOS DE EAD	107

Capítulo 5.....	118
MÉTODOS DIRETOS DE AVALIAÇÃO DA MARGEM DE ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS POR EQUAÇÕES ALGÉBRICO-DIFERENCIAIS	118
5.1- APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PEIC NA ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA.	120
5.1.1- O método PEBS.....	123
5.1.2- O método BCU (" <i>Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point</i> ").....	126
5.2- MÉTODO PEIC PARA SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS POR CONJUNTOS DE EDSP	129
5.3- MÉTODO PEIC PARA SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS POR CONJUNTOS DE EAD	132
5.4- PROPOSIÇÃO DE NOVAS DEFINIÇÕES DE PONTOS DE INTERESSE DE SISTEMAS DE EAD	135
5.5- PROPOSTA DE MÉTODO DIRETO PARA CÁLCULO DO PEIC EM SISTEMAS DE EAD.....	139
5.6- TESTES E RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO MÉTODO DIRETO PROPOSTO	144
Capítulo 6.....	153
CONCLUSÕES	153
Bibliografia	157
Apêndice A- Modelos de Cargas	162
Apêndice B- Teoria de bifurcações.....	165
AP.B.1- BIFURCAÇÃO SELA-NÓ (SADDLE-NODE BIFURCATION)	166
AP.B.2- BIFURCAÇÃO DE SINGULARIDADE INDUZIDA (SINGULARITY INDUCED BIFURCATION)	167
Anexo A- Prova do Teorema de Lyapunov - Khalil (1996):.....	173
Anexo B- Prova dos teoremas usados na caracterização da área de atração de sistemas de EDSP.....	176
AN.B.1- PROVA DO TEOREMA 3.5.1.1 (RELAÇÃO ENTRE OS TIPOS DE ESTABILIDADE DE EQUILÍBRIOS DE SISTEMAS DE EAD E DE EDSP):.....	176
AN.B.2- PROVA DO TEOREMA 3.5.1.2 (LOCALIZAÇÃO DOS PES DE TIPO-1):.....	178
AN.B.3- PROVA DO TEOREMA 3.5.1.4 (FRONTEIRA DE ESTABILIDADE NA VIZINHANÇA DE COMPONENTES INSTÁVEIS DE TIPO-1).....	178

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos os sistemas elétricos de potência vêm sendo operados cada vez mais próximos de seus limites e ao mesmo tempo as sociedades vêm exigindo melhores e mais confiáveis serviços de energia elétrica com modicidade tarifária. Neste contexto, a operação otimizada da rede dar-se-á com margens cada vez mais restritas.

Estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência tornam-se mais importantes neste contexto, uma vez que servem para avaliar as margens de operação do sistema elétrico, auxiliando na tomada de decisões do operador quanto às medidas corretivas para que o sistema possa permanecer operando dentro dos limites de normalidade.

Tradicionalmente, nos estudos de estabilidade angular de grandes perturbações o objetivo é avaliar a capacidade do sistema elétrico em manter o sincronismo de seus geradores em um curto intervalo de tempo após a ocorrência do defeito. A dinâmica das máquinas síncronas é representada pela equação de oscilação (swing) e as cargas são representadas como impedâncias constantes, o que possibilita que a rede de transmissão

seja reduzida aos nós das forças eletromotrizes dos geradores do sistema. O modelo matemático resultante é um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDO), conhecido como modelo de rede reduzida.

Apesar do modelo de rede reduzida ser aceito para o estudo de estabilidade transitória por muitos pesquisadores, é sabido que tais simplificações no modelo do sistema de potência podem levar a conclusões erradas a respeito do mecanismo de instabilidade e a avaliações erradas da margem de estabilidade do sistema de potência. Isto é particularmente importante quando as dinâmicas da carga têm razoável impacto na margem de estabilidade e o fenômeno de instabilidade de tensão está presente.

Nesta pesquisa, o estudo de estabilidade de grandes perturbações é realizado preservando a estrutura da rede. Assim, os mecanismos que levam um sistema elétrico de potência (SEP) à instabilidade proveniente de uma perturbação de grande porte podem ser analisados considerando modelos mais compreensivos de cargas e da rede de transmissão. Como consequência é esperada melhor avaliação da estabilidade, tanto angular, quanto da tensão.

Com a preservação da estrutura da rede, o sistema elétrico é modelado como um conjunto de equações algébrico-diferenciais (EAD), que contempla equações algébricas que representam o fluxo de potência na rede e equações diferenciais que representam a oscilação das máquinas síncronas do sistema. Obtém-se, assim, uma necessária e melhor representação do sistema de potência, mas em contrapartida, aumenta-se a complexidade do estudo, uma vez que a análise da estabilidade de sistemas de EAD é mais elaborada que a de sistemas de EDO.

Dentre as formas de se avaliar a estabilidade de um sistema dinâmico, destacam-se aquelas que se baseiam em métodos diretos ou energéticos. Os métodos diretos são considerados ferramentas poderosas para a determinação da margem de estabilidade de

um sistema, uma vez que evitam a resolução explícita das equações diferenciais que regem o sistema após a eliminação da falta. Além disso, fornecem a margem de estabilidade do sistema através de um resultado que tem um significado físico evidente, a energia.

Por não necessitar da resolução numérica explícita das equações diferenciais, que são computacionalmente lentas, os métodos diretos possibilitam a implantação de aplicações em tempo real para avaliação da margem de estabilidade de um sistema, sendo especialmente aplicáveis à avaliação rápida da segurança dinâmica de sistemas de potência.

A busca de métodos diretos avançou para métodos que exploram a direção da trajetória de falta. A avaliação da margem de estabilidade com tais métodos diretos elimina a necessidade de se identificar toda a área de atração do sistema dinâmico modelado porque se aproxima a parte relevante da fronteira de estabilidade do sistema, ou seja, aquela na direção da trajetória de falta. Isso diminui o conservadorismo das margens de estabilidade obtidas e diminui sobremaneira o esforço computacional necessário.

Nesse sentido, foram propostos os métodos diretos com base no conceito do ponto de equilíbrio instável de controle – **PEIC** – ou ponto de equilíbrio na fronteira da área de atração de um sistema dinâmico responsável pela definição da margem de estabilidade do sistema em determinada direção de falta.

Os métodos diretos, e particularmente os métodos com base no conceito de PEIC, foram inicialmente desenvolvidos para análises de estabilidade de sistemas de potência modelados com rede reduzida. Entretanto, a melhor representação do sistema de potência pelo modelo que preserva a estrutura da rede levou ao desenvolvimento de métodos diretos para tais modelos, incluindo métodos PEIC.

Na literatura existem estudos a respeito da fundamentação do uso de métodos diretos

para estes casos, destacando-se Venkatasubramanian et al. (1995a e b), Praprost e Loparo (1994) e Zou et al. (2003). Venkatasubramanian et al. (1995a) apresentaram uma completa caracterização da fronteira da área de atração de sistemas de EAD, mostrando que tal fronteira contém segmentos singulares, além de variedades estáveis de pontos de equilíbrios instáveis. Explorando esta caracterização, Praprost e Loparo (1994) propuseram um conceito de “*controlling boundary point*” generalizando o conceito de PEIC. O uso de funções energia para modelos de EAD, mais sofisticadas dada a maior complexidade do modelo, foram estudadas em Alberto e Chiang (2007).

A fundamentação do método PEIC foi expandida para modelos de sistema de potência com estrutura da rede preservada em Zou et al. (2003). Nesse trabalho, foram estudados os comportamentos de salto das trajetórias do sistema de EAD quando ocorre uma mudança na topologia da rede. O conceito de PEIC foi então definido para sistemas de EAD considerando esses saltos.

Entretanto, apesar dos avanços, existem problemas a serem resolvidos para que se estabeleça uma completa fundamentação dos métodos PEIC para sistemas de EAD.

Dois desses problemas serão analisados neste trabalho.

Um diz respeito às definições imprecisas existentes para os pontos de interesse, PEIC e “exit point”, quando os sistemas de potência são modelados por conjuntos de EAD. As definições existentes levam a falhas de predição da margem de estabilidade de sistemas de potência modelados por conjunto de EAD por que: não consideram a existência de superfícies singulares na fronteira da área de atração do sistema pós-falta e porque pressupõem que sempre existe um PEIC na localidade do sistema pós-falta onde a trajetória de falta projetada abandona a área de atração. Desta forma, métodos PEIC propostos com base nessas definições apresentarão resultados corretos de avaliação da margem de estabilidade apenas em parte das análises.

Outro problema analisado, e até onde se sabe não tratado na literatura, diz respeito à necessidade de se definir e considerar os pontos singulares que podem ser alcançados ainda durante o sistema falta e que impedem a identificação do PEIC e “exit point” em sistemas de EAD. Desta análise, apresenta-se uma proposta de extensão da trajetória de falta projetada do sistema falta no sistema pós-falta, que permite a identificação dos pontos de interesse, sem a necessidade de simulação da trajetória de falta, em casos onde tal simulação não é possível dada a presença de pontos singulares.

Por fim, é apresentada a proposta de um novo método direto de análise com base no conceito de PEIC, que utiliza novas definições para o próprio PEIC, para o “exit point” e para um ponto singular de controle no sistema falta. Tal método será capaz de realizar uma correta avaliação da margem de estabilidade de modelos de EAD, mesmo quando a trajetória de falta e a trajetória de falta projetada no sistema pós-falta alcançam superfícies singulares.

1.1- Organização do trabalho

Este texto está assim organizado:

No capítulo 2 são apresentados os conceitos do estudo de estabilidade de sistemas elétricos sujeitos a grandes perturbações quando a estrutura da rede é preservada e o estado da arte sobre o tema em discussão. São também apresentadas as modelagens do sistema elétrico para os estudos de estabilidade transitória clássica e sua expansão para o modelo que preserva a estrutura da rede. Por fim, são apresentadas considerações a respeito da divisão do problema de estabilidade no tempo.

No capítulo 3 apresentam-se as teorias de sistemas dinâmicos, sistemas dinâmicos restritos, de estabilidade de Lyapunov para sistemas de EAD e de perturbação singular. Também é apresentada a caracterização da área de atração de sistemas de EAD e uma

função energia para tais modelos, bem como é apresentada as relações entre as áreas de atração de sistema de EAD e de sistemas de equações diferenciais singularmente perturbadas (EDSP), . O sistema de EDSP é um sistema associado ao de EAD usado para aproximar comportamentos de salto de sistemas de EAD.

No capítulo 4 são analisados os problemas de estabilidade quando um sistema elétrico de potência de pequeno porte, modelado por conjuntos de EAD e de EDSP, é submetido a contingências e a alterações paramétricas. São apresentados de forma sistematizada os mecanismos de instabilização do sistema elétrico modelado por conjuntos de EAD.

No capítulo 5 são apresentados os fundamentos do cálculo do PEIC para sistemas de EDSP e os problemas existentes para se detectar o PEIC usando o sistema de EDSP. São apresentados também os fundamentos do cálculo do PEIC para sistemas de EAD e novas definições de PEIC, “exit point” e de um ponto de controle do sistema falta, que permitirão apresentar uma correta avaliação da margem de estabilidade de modelos de EAD. Apresenta-se também um novo método direto com base no conceito de PEIC capaz de sobrepujar os casos de falha de detecção do PEIC dos métodos existentes na literatura. Por fim, são apresentados os testes e resultados da aplicação do método direto proposto.

No capítulo 6 são realizadas conclusões desta pesquisa.

Capítulo 2

ESTABILIDADE ANGULAR DEVIDO A GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA

O estudo de estabilidade angular rotórica de grandes perturbações, ou estabilidade transitória, permite analisar, por meio de equações matemáticas, o comportamento dinâmico do sistema de potência e sua capacidade de manter o sincronismo dos geradores, quando da ocorrência de uma contingência. Os modelos matemáticos do sistema são implementados em programas computacionais e simulações de seu comportamento são realizadas em curtos intervalos de tempo para determinadas contingências.

Para estudos de estabilidade de sistemas em que se preserva a estrutura da rede, juntamente com a questão do comportamento do sistema e do sincronismo de seus geradores, observa-se o comportamento de variáveis do sistema de transmissão durante e após o acontecimento de um distúrbio. Assim, para uma dada condição inicial de

operação, a manutenção da estabilidade depende da capacidade do sistema elétrico de potência de manter ou restabelecer o equilíbrio entre o suprimento e a demanda da carga, considerando restrições modeladas do sistema de transmissão e o comportamento das cargas modeladas.

O objetivo deste capítulo é situar tal problema de estabilidade no contexto dos estudos de estabilidade, apresentando uma descrição mais detalhada a respeito do problema quando devido a grandes perturbações com estrutura da rede preservada. Também serão apresentadas as modelagens matemáticas associadas aos estudos do problema.

2.1- Estabilidade de sistemas elétricos sujeitos a grandes perturbações com preservação da estrutura da rede

Os estudos de estabilidade transitória clássicos são realizados para um único ponto de operação de interesse e se observa a existência ou não de modos instáveis ou pouco amortecidos. O estudo tem como objetivo prever e atuar em situações em que os geradores do sistema perdem o sincronismo. As situações ou contingências que levam a perda de sincronismo são consideradas grandes perturbações do sistema e são causadas, por exemplo, por curtos-circuitos. O sistema de potência é modelado com a rede reduzida aos nós das forças eletromotrizes dos geradores e as cargas são consideradas impedâncias constantes.

Já em estudos em que o sistema é modelado preservando a estrutura da rede, é possível utilizar melhores modelos para a carga e para o sistema de transmissão e é possível acompanhar o comportamento das variáveis associadas à rede, identificando eventuais mecanismos de instabilização do sistema. Em tal estudo, como naquele de estabilidade transitória clássica, o problema é orientado ao evento acontecido e as análises

ocorrem por meio do estudo das margens de estabilidade do sistema (Xu e Mansour 1994).

Apreciando de maneira geral o problema de estabilidade, observa-se que o estudo de estabilidade pode ser dado pelo seguinte modelo dinâmico geral:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \lambda) \\ \dot{y} = k(g(x, y, \lambda)) \end{cases} \quad (2.1.1)$$

onde:

- x são as variáveis de estado dos geradores;
- y são as variáveis de estado da rede e das cargas;
- λ são parâmetros do sistema (em geral cargas);
- g representa as equações do fluxo de carga tradicional;
- f representa as equações de oscilação de máquinas síncronas tradicionais; e
- k representa o modelo de carga adotado.

A partir deste modelo geral de representação do sistema elétrico, onde as dinâmicas de carga e de geração são consideradas, pode-se extrair um conjunto de modelos utilizados no estudo de estabilidade: angular e de tensão, de pequenas ou grandes perturbações.

O modelo dinâmico tradicional utilizado no estudo de estabilidade transitória considera as dinâmicas dos geradores e considera que a dinâmica da rede de transmissão é rápida demais para o estudo, bem como as dinâmicas das cargas são lentas demais. Este modelo dinâmico pode ser representado como:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \lambda) \\ 0 = k(g(x, y, \lambda)) \end{cases} \quad (2.1.2)$$

É comum, sob certas hipóteses, simplificar ainda mais o problema e reduzir o equacionamento à formulação tradicional do estudo de estabilidade transitória, com as cargas consideradas impedâncias constantes. O modelo que representa o sistema neste caso é um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDO), onde y é admitido

constante e tem-se apenas:

$$\dot{x} = f(x, \lambda) \quad (2.1.3)$$

Por sua vez, o modelo estático tradicional utilizado no estudo da estabilidade de tensão considera as dinâmicas dos geradores rápidas demais para o estudo e as dinâmicas das cargas lentas. O modelo que representa o sistema é um conjunto de equações algébricas. Este modelo estático pode ser representado como:

$$\begin{cases} 0 = f(x, y, \lambda) \\ 0 = k(g(x, y, \lambda)) \end{cases} \quad (2.1.4)$$

Sob certas hipóteses é comum simplificar ainda mais o problema e reduzir o equacionamento à formulação tradicional de fluxo de carga. Neste caso x é admitido constante e tem-se:

$$g(y, \lambda) = 0 \quad (2.1.5)$$

Eventualmente, a dinâmica da carga é considerada importante para o estudo de estabilidade de tensão e é admitida lenta em relação à dinâmica dos geradores, resultando um modelo do tipo (Xu e Mansour (1994) e Pal (1992)):

$$\dot{y} = k(g(y, \lambda)) \quad (2.1.6)$$

A evolução dos estudos de estabilidade transitória mostrou aos pesquisadores a importância da representação da rede, sendo que a simplificação do estudo trazida pela redução da rede aos nós das forças eletromotrizes dos geradores pode para certos casos levar a erros na análise da estabilidade angular.

Paralelamente, em estudos de estabilidade de tensão como Xu e Mansour (1994), observou-se que a modelagem de cargas dinâmicas levou o estudo de instabilidade de tensão a ser generalizado para problemas de pequenas e grandes perturbações.

Praprost e Loparo (1994) identificaram e modelaram problemas da estabilidade de tensão durante um fenômeno transitório. De seus estudos, pode ser observado que o

sistema alcançou a instabilidade de tensão quando os ângulos rotóricos das máquinas do sistema estudado estavam variando. Eles propuseram, então, um modelo de equações algébrico-diferenciais para estudo do fenômeno e também um método através de funções energia (métodos diretos) para a determinação da margem de estabilidade do sistema.

O modelo do sistema neste caso seria aquele da equação (2.1.2) ou apenas:

$$\dot{x} = f(x, h(x), \lambda) \quad (2.1.7)$$

quando as equações algébricas puderem ser incorporadas às equações diferenciais.

Observa-se assim, que na busca dos mecanismos de instabilidade do sistema associado a grandes perturbações, a manutenção da estrutura da rede pode ser necessária porque permite o estudo com mais precisão. Neste caso, a instabilização do sistema a determinada falta poderá ocorrer tanto por problemas associados ao modelo de carga e às restrições de transporte de reativos, quanto pela dinâmica transitória de geradores e a restrição de transporte de potência ativa.

2.2- O estado da arte do problema de estabilidade de grandes perturbações em sistemas elétricos de potência

O sistema elétrico é um sistema dinâmico não-linear e de grande porte. Sua estabilidade é afetada por uma série de equipamentos de operação e controle, pela técnica de operação e pelo carregamento do sistema. Logo, a análise de estabilidade não é algo trivial. As diversas pesquisas relacionadas ao entendimento dos mecanismos de instabilização, bem como das técnicas de análise da estabilidade de um sistema, dada a dimensão do problema, são focadas em questões de específicas. Muitas vezes são realizadas simplificações que culminam por desprezar determinadas características do sistema, tidas como não fundamentais aos objetivos de seus estudos. Tais decisões de

simplificação vinculam o resultado da análise de estabilidade realizada.

A partir da década de oitenta, os engenheiros de sistemas de potência tiveram sérios problemas impostos pelo crescimento dos sistemas elétricos com transmissões de energia elétrica cobrindo longas distâncias. Dificuldades em se controlar as tensões nas barras, não-convergência de fluxos de potência e pequena margem de estabilidade transitória tornaram-se problemas rotineiramente encontrados. Assim, comportamentos não-lineares do sistema tornaram-se importantes para a manutenção da operação.

Com a operação do sistema cada vez mais próxima de seu limite, modelos mais robustos para o estudo de estabilidade transitória passam a ser requeridos. Uma das formas de se melhorar a análise é a utilização de modelos mais precisos. Para o estudo de estabilidade transitória, é possível melhorar o modelo do sistema por meio da manutenção da estrutura da rede. Neste caso, o modelo resultante do sistema é um conjunto de *Equações Algébrico-Diferenciais* (EAD), ou conjunto de *Equações Diferenciais Restritas*. Tal modelo permite analisar o comportamento e a estabilidade transitória do sistema localmente ou não, em função de parâmetros do mesmo.

O desenvolvimento de modelos de EAD para uso em teoria fundamental de circuitos e sistemas elétricos inicia-se na década de oitenta, com Sastry e Desoer (1981). Eles observaram o *comportamento de salto* em circuitos elétricos modelados por um conjunto de EAD. Os saltos são mudanças descontínuas no estado de um sistema dirigido por uma dinâmica restrita ou implicitamente definida. O conceito de restrição usado em tal artigo refere-se ao fato das equações algébricas restringirem a dinâmica modelada pelas equações diferenciais a um conjunto do espaço de estados denominado *variedade de configuração ou variedade de restrição*.

O processo de integração do sistema de EAD consiste na integração da dinâmica dos

circuitos para obter a resposta transitória, ou o chamado "lifting"¹ das derivadas temporais para um campo vetorial somente definido sobre a variedade de restrição.

O artigo sugere uma maneira para trabalhar o comportamento de salto ou singularidade através da introdução de elementos dinâmicos adicionais ao circuito, o que aumentaria o espaço de estados do estudo. No caso, por se tratar de um estudo de circuitos elétricos, os autores sugeriram indutâncias e capacitâncias ϵ -lineares, representando, de alguma forma, dinâmicas parasitas desprezadas na modelagem do circuito. Como consequência, a variedade aumentada não teria singularidades, pois para cada $\epsilon > 0$, a dinâmica do sistema aumentado seria bem definida. Os comportamentos de ambos os sistemas, original e aumentado, seriam consistentes ou presumivelmente próximos um do outro, dado um ϵ pequeno e o sistema original seria o ϵ -limite do sistema aumentado, desde que o mesmo existisse.

As trajetórias limites poderiam ser descontínuas e estas discontinuidades seriam referidas como comportamentos de salto em circuitos. Neste caso o "lifting" não seria possível onde o mapa de projeção tivesse singularidades. Apesar de envolvido com circuitos elétricos, o artigo serve como ponto de partida para obtenção de conceitos de solução para sistemas de equações diferenciais restritas, incluindo comportamento de salto ou descontinuidade.

Kwatny et al. (1986) apresentaram uma análise estática do sistema de potência usando equações algébrico-diferenciais. O estudo foi baseado em um modelo que consistia da equação de "swing" clássica e cargas de potência constante, que levaram a um sistema de equações diferenciais restritas. Foi discutido o conceito de estabilidade estática, que é a estabilidade no senso de Lyapunov referente aos problemas de estabilidade de operação em regime permanente e o colapso de tensão. Conceitos básicos da teoria de bifurcação

¹ "lifting" é o inverso de projetar.

foram apresentados, que conjuntamente com o conceito de estabilidade estática fornecem uma maneira de análise do sistema de potência.

As bifurcações estáticas foram analisadas pelo método da redução de Lyapunov-Schmidt e expansão em série de Taylor, com o objetivo de obter a equação de bifurcação reduzida e com isso, obter a caracterização da bifurcação de maneira formal. As bifurcações estáticas provenientes das equações de fluxo de carga estariam associadas a três problemas de instabilidade: o colapso de tensão clássico, a perda de estabilidade estática por máxima transmissão de potência ativa e a perda de causalidade. A última chama a atenção pelo fato da causalidade ter um papel importante na dinâmica do sistema, dependendo do tipo de carregamento do sistema (modelo das cargas).

DeMarco e Bergen (1987) propuseram um índice de avaliação de estabilidade de tensão usando modelos de EAD. Foi utilizado um modelo que contemplava dinâmicas não-lineares associadas a grandes perturbações. Para esta modelagem a instabilidade foi relacionada como a diminuição da região de atração para um ponto de operação. O índice proposto indicaria a vulnerabilidade ao colapso da tensão, baseado no tempo de abandono da área de atração do ponto de operação estável. Foi mostrado que é possível associar a este sistema uma função de Lyapunov do tipo energia, transformando a análise temporal em uma análise energética na vizinhança da solução do fluxo de potência. A proposta do trabalho restringe a análise da instabilidade de tensão ao chamado *domínio de atração*, em tradução livre do termo em inglês "*domain of attraction*". Neste domínio de atração, as matrizes Jacobianas associadas às partes algébricas têm autovalores estáveis. Desta forma, evitar-se-ia a presença de conjuntos de pontos singulares na fronteira da área de atração. Sendo que a fronteira de atração estaria definida apenas pelos pontos de equilíbrio instáveis e respectivas variedades estáveis, pertencentes a essa fronteira.

Em 1990, Hill e Marrels (1990) apresentaram uma teoria de estabilidade para sistemas

algébrico-diferenciais com aplicação em sistemas de potência. Este estudo serve de base para o estudo da estabilidade de equilíbrios para modelos de EAD, no senso de Lyapunov. Motivado pelo estudo de estabilidade transitória, foram apresentados resultados de existência e unicidade de soluções, estabelecendo resultados gerais de estabilidade para tais modelos. Igualmente a DeMarco e Bergen (1987), os sistemas de EAD foram estudados para a situação que as variáveis algébricas podem ser estabelecidas como função das variáveis dinâmicas em determinada vizinhança, ou seja, usando o conceito de domínio de atração. Neste domínio, os argumentos para equações diferenciais ordinárias (EDO) podem ser aplicados, desde que na vizinhança de validade dos modelos.

Os estudos de DeMarco e Bergen (1987) limitam a análise de estabilidade do sistema ao conjunto estável do espaço de estados definido como variedade de restrição. Em outras palavras, não são considerados os pontos singulares e os conjuntos instáveis da variedade de restrição. Já os estudos de Venkatasubramanian et al. (1991), (1992a,b,c) e (1995a,b), caracterizam e descrevem a importância das singularidades em sistemas de EAD, como o sistema de potência modelado, dado que tipicamente, tais sistemas restritos têm singularidades. Em seus trabalhos são analisadas bifurcações locais genéricas, incluindo aquelas relacionadas a singularidades e a noção de região de factibilidade, que consiste de todos os equilíbrios do sistema que podem ser alcançados de maneira quase-estática, a partir de um ponto de operação, sem perda de estabilidade local.

É mostrado que a perda de estabilidade local na fronteira de factibilidade acontece por três tipos de bifurcações locais: sela-nó, Hopf e de singularidade induzida. São realizadas ainda considerações a respeito de pontos de equilíbrio na superfície singular ou região composta por pontos singulares, através de uma mudança dinâmica estrutural que permite a análise em pontos onde a matriz Jacobiana associada à parte algébrica teria autovalores nulos.

Usando a caracterização de Venkatasubramanian (1992a,b,c), Praprost e Loparo (1994) discutem o fenômeno da instabilidade de tensão durante transitórios. Neste caso, a instabilidade de tensão ocorre como uma bifurcação das equações de fluxo de potência transitórias, enquanto os ângulos dos geradores variam. O modelo utilizado é o de equações diferenciais singularmente perturbadas, oriundo de um modelo de EAD.

É proposto um método direto para avaliação da estabilidade de sistemas durante transitórios que é similar ao método PEBS, mantida as devidas proporções, uma vez que leva em consideração partes da superfície singular para caracterização da área de atração. Neste sentido, a identificação da margem de instabilidade de tensão durante transitórios foi proposta considerando que a trajetória do sistema pode alcançar estas superfícies. Entre os ganhos desta abordagem está o desenvolvimento de estimativas de estabilidade em regiões mais complexas, restritas pelas equações de fluxo de carga e na presença de fenômenos associados à instabilidade de tensão.

Ainda em 1992, Pal (1992) discute a consideração de cargas dinâmicas no estudo estabilidade de tensão de grandes perturbações. Quando características de composição de carga são consideradas, como por exemplo, modelos dinâmicos mais detalhados, adequados a situações mais específicas, a avaliação correta da estabilidade requer maiores análises e o uso do fluxo de carga convencional leva a erros consideráveis. A presença de motores pode se tornar uma questão importante e se tornar condição limitante de estabilidade. A instabilização deste tipo de carga pode levar o sistema ao colapso.

Em 1995, Kwatny et al. (1995) discutem bifurcações locais em sistemas elétricos de potência, onde os comportamentos dinâmicos não-lineares são caracterizados localmente. É observado no artigo que os casos mais elementares de bifurcações, sela-nó e Hopf, sempre receberam mais atenção dos pesquisadores. No entanto, outras bifurcações locais, como a de singularidade induzida, também são importantes para o entendimento do

comportamento do sistema elétrico de potência e dos caminhos até a instabilidade de tensão. O trabalho visou uma discussão a respeito da teoria de bifurcações locais aplicada a sistemas de potência. A influência da teoria de bifurcação já trouxe clareza a assuntos pertinentes ao colapso de tensão e motivou o desenvolvimento de novas ferramentas computacionais. A formulação é generalista e o sistema de potência é analisado por um conjunto de EAD dependente de parâmetros.

Em 2001, Singh e Hiskens (2001) apresentaram um método direto para calcular pontos de singularidade transitória em sistemas de EAD, ou seja, evitar que pontos singulares sejam alcançados durante fenômenos transitórios. A caracterização da fronteira de estabilidade em sistemas de EAD é mais complicada que a de sistemas de EDO. Isto se deve em boa parte a presença de singularidades que tem um importante papel na definição da fronteira de estabilidade.

Também utilizando os trabalhos de caracterização de superfícies singulares de Venkatasubramanian, Singh e Hiskens propuseram encontrar pontos singulares através de métodos energéticos baseados nos estudos de Lyapunov. Propuseram, também, uma maneira de calcular a superfície de singularidade por meio do encontro de um primeiro ponto singular após a ocorrência de uma falta no sistema em estudo, e a partir de tal ponto singular, por um método da continuação, obter a caracterização da superfície em questão.

Dos trabalhos de Venkatasubramanian, observa-se que apenas alguns pedaços da superfície de singularidade são relevantes para a avaliação da instabilidade do sistema. Desta forma, Singh e Hiskens verificaram que a singularidade transitória a ser evitada deveria ter um valor de energia menor que a energia crítica do segmento relevante da superfície de impasse. Assim, propuseram uma forma de minimizar a energia neste segmento através da teoria de Lagrange (multiplicadores Lagrangianos). E com isso, a energia mínima sobre o segmento relevante seria a energia máxima admitida pelo sistema

para se garantir a estabilidade.

Zou et al. (2003) estabeleceram a fundamentação teórica parcial para um método direto baseado no conceito de ponto de equilíbrio instável de controle (PEIC) para sistemas de potência modelados com a estrutura da rede preservada. Tal fundamentação pode ser considerada uma extensão para aplicação do método BCU para sistemas de potência com a estrutura da rede preservada. Baseados nos trabalhos de Chiang et al. (1987) (1988b) e (1994), Zou et al. (2003) fizeram algumas modificações no método direto BCU de Chiang et al. (1994), que calcula o PEIC. A principal característica está na análise do comportamento de salto ("jump behavior") presente no modelo de estrutura preservada. Baseado nas teorias de sistemas de EAD, os saltos foram classificados em dois tipos: internos e externos. Os saltos externos representam as mudanças topológicas da rede quando sujeita a uma perturbação que afete a sua estrutura, como por exemplo, um curto-circuito que leva a uma mudança da topologia da rede instantaneamente, ou a própria eliminação de uma linha de transmissão para conseqüente isolamento de uma falta. Já os saltos internos são representados pelas trajetórias que, junto à variedade de restrição, alcançam pontos singulares.

Zou et al. (2003) trataram os saltos externos. O ponto principal para a análise do referido salto é determinar, em qual parte da variedade de restrição do sistema pós-falta, a trajetória do sistema irá saltar após a eliminação do defeito. Assim, apresentou-se uma forma de acompanhar a direção da trajetória de falta na variedade de restrição do sistema pós-falta por meio de uma projeção chamada *pseudo-trajetória de falta*. De fato, a análise dos saltos externos ocorre no ponto de abertura ou eliminação da falta ("target points"), entretanto, busca-se avaliar a estabilidade do sistema com a projeção da trajetória de falta na variedade de restrição do sistema pós-falta, onde o PEIC está presente. Com base nestas características, além da fundamentação parcial de métodos diretos para modelos de

EAD, os autores propuseram dois métodos diretos para avaliação da estabilidade para sistemas de potência modelados com preservação da estrutura da rede.

Ayasun et al. (2004), baseados nos estudos de Kwatny et al. (1986, 1995), apresentaram uma metodologia para calcular pontos singulares e bifurcações de singularidade induzida em sistemas de EAD de grande porte, como os sistemas elétricos de potência. Para um sistema multimáquinas modelado por um conjunto de EAD, a parte algébrica traz problemas de singularidade para a avaliação da estabilidade do sistema. Nos pontos singulares, apesar de satisfazerem as equações algébricas que restringem o problema, os campos vetoriais não são bem definidos. Logo, no sistema de potência modelado, ao redor de pontos singulares as variáveis algébricas não são definidas em relação às variáveis de estado dos geradores. A *causalidade* do modelo é perdida e o sistema tem comportamentos imprevisíveis. Os pontos singulares têm, então, um papel importante na busca de métodos de avaliação de sistemas de EAD. Os autores propuseram um método iterativo para calcular os pontos singulares para um determinado valor de parâmetro. Foi apresentado um lema que possibilita localizar a bifurcação de singularidade induzida e identificar o ponto de singularidade.

Alberto e Chiang (2007, 2008 e 2009) apresentaram estudos e resultados sobre a análise de estabilidade de sistemas com duas escalas de tempo e sobre a teoria de pontos de equilíbrio instáveis de controle em tais sistemas.

2.3- Modelagem do problema dinâmico para o estudo de estabilidade angular de grandes perturbações

Um sistema elétrico de potência é basicamente composto de geradores síncronos, linhas de transmissão e cargas. A operação do sistema em regime permanente é aquela em

que suas grandezas não variam com o tempo, o que implica não existência de desbalanço energético, ou seja, a potência gerada é igual à potência consumida mais as perdas elétricas inerentes ao sistema. Nesta situação, os geradores síncronos têm velocidades angulares constantes, e os ângulos de fase do sistema permanecem constantes, garantindo um fluxo de carga constante. Em tal situação, o sistema está operando em regime permanente e em um ponto estável.

O sistema permanecerá neste ponto até que algum distúrbio aconteça. Estes distúrbios no sistema podem ser aumentos ou diminuições de carga, ou contingências severas, como curtos-circuitos. Nestes casos, o comportamento dinâmico do sistema mediante as perturbações se torna algo importante, pois quando o sistema está submetido a um desbalanço de potência, torna-se necessário que ele retorne a uma operação estável. Aspectos qualitativos e quantitativos do comportamento dinâmico do sistema e as atuações necessárias à estabilização do sistema são o escopo do estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência.

Como visto, o estudo de estabilidade angular pode ser dividido em dois: estabilidade de pequenas perturbações e estabilidade transitória ou a grandes perturbações. Esta divisão do estudo deve-se a diferença de objetivos no estudo, fato que pode levar a modelagens diferentes para cada um dos estudos em sua aplicação.

As equações que representam o sistema podem ser linearizadas em torno do ponto de operação estável quando o objetivo do estudo de estabilidade é a reação do sistema a pequenas perturbações. São exemplos de pequenas perturbações: variações de carga comuns ao dia-a-dia da operação de sistemas de potência, ou mesmo faltas aleatórias que resultam em curtos-circuitos brandos, rapidamente eliminados pelo sistema de proteção, sem afetar significativamente a transmissão de potência. Neste caso, o sistema está submetido a pequenas perturbações que não afastam significativamente as variáveis de

estado deste ponto de operação. O modelo representante, então, é um conjunto de equações diferenciais invariantes no tempo, do tipo:

$$\dot{x} = A \cdot x \quad , \quad (2.3.1)$$

e a análise de estabilidade é feita através da teoria de sistemas lineares, e está associada ao estudo dos autovalores da matriz A .

Já no estudo de estabilidade transitória, o sistema está sujeito a grandes distúrbios que ocasionam situações de desbalanço de potência. Nesta situação, o sistema pode encontrar um ponto de operação estável por si só, ou seja, um equilíbrio que o leva ao pleno atendimento energético. Ou então, o sistema pode não encontrar este equilíbrio, e uma intervenção torna-se necessária para que o sistema volte a operar estavelmente. Entende-se como intervenção, por exemplo, a atuação do sistema de proteção para a eliminação de uma falta, ou até um alívio de carga caso seja necessário.

Neste estudo, como as perturbações são grandes, as não-linearidades inerentes ao sistema elétrico não podem ser desprezadas. Então, o objetivo do estudo de estabilidade transitória recai na verificação da manutenção do sincronismo entre os geradores do sistema em um curto intervalo de tempo após a ocorrência do defeito. O modelo matemático do sistema é um conjunto de equações diferenciais que representa a relação não-linear entre potência e ângulo dos geradores. Pelo fato de estar se tratando de situações envolvendo tempos de no máximo alguns segundos, a atuação de controladores pode, em alguns casos, ser desprezada.

Após a intervenção o sistema adquire uma nova configuração. Nesta nova configuração o sistema deve alcançar um novo ponto de operação estável, partindo de uma situação desbalanceada. Como houve um desequilíbrio de potência, as máquinas do sistema não mantiveram as velocidades angulares constantes, porém o sistema mesmo desequilibrado deve ser capaz de retornar a um ponto de operação estável.

Se a trajetória do sistema convergir para um ponto de operação estável, após a intervenção, o sistema é dito transitoriamente estável. O tempo máximo em que a intervenção tem de ocorrer para que o sistema permaneça estável é dito tempo crítico de abertura (TCR). Assim, se a intervenção ocorrer após o TCR, o sistema é transitoriamente instável e caso contrário, transitoriamente estável. Portanto, a determinação do TCR é o objetivo do estudo de estabilidade transitória.

2.3.1- Modelo de máquinas síncronas e da dinâmica para o estudo de estabilidade de grandes perturbações

A representação das máquinas síncronas consiste em um problema no estudo de engenharia elétrica. Esta representação é feita através de modelos que são gerados a partir de hipóteses simplificadoras. Estas hipóteses são soluções de compromisso em relação ao objetivo do estudo e por isso alguns modelos apesar de simples, escondem muitos detalhes e aproximações.

Na modelagem de máquinas síncronas, quando uma referência é fixada ao estator, as grandezas eletromagnéticas medidas através da referência fixa apresentam variações no tempo, devido ao movimento do rotor. Estas variações serão funções do ângulo θ , como mostrado na figura 2.3.1.1.

Uma simplificação do modelo pode ser feita através do uso de uma referência girante que acompanhe o movimento do rotor, criando para o estator, novas variáveis que são independentes do tempo. Esta simplificação pode ser feita com uma conhecida mudança de variáveis denominada **Transformação de Park**.

A Transformação de Park gera três novas correntes i_0 , i_d e i_q , onde i_d corresponde à “projecção” das correntes de fase ao longo de um eixo paralelo ao eixo magnético do

enrolamento de campo, denominado de **eixo direto** (eixo d), e i_q corresponde à “projecção” das correntes de fase ao longo de um eixo atrasado de 90° em relação ao eixo direto, chamado de **eixo em quadratura** (eixo q). A variável i_0 é uma corrente estacionária, proporcional à corrente de seqüência zero.

Figura 2.3.1.1: Transformação de Park

Alguns modelos simplificados têm sido largamente usados no estudo de estabilidade transitória, devido as suas simplicidades e eficiências, como os modelos clássicos, um eixo e dois eixos.

Em muitas análises, utiliza-se o **modelo clássico** para a análise de estabilidade de grandes perturbações, pois este modelo simplificado do gerador consiste apenas em uma máquina como uma fonte de tensão atrás de uma impedância. As principais simplificações deste modelo são:

- Reguladores de Tensão não estão presentes e excitação manual é utilizada.
- Circuitos amortecedores são desconsiderados (subtransitórios desprezados);
- Decaimento do fluxo do circuito de campo é desprezado;
- A potência mecânica injetada pelo elemento primário é considerada constante;
- A saliência tem efeito pequeno e é desprezada para estudo da estabilidade;

Considere a figura 2.3.1.2, onde o gerador G representa uma usina elétrica composta de vários geradores. O gerador está conectado a uma linha de transmissão (LINHA) em

circuito duplo através de um transformador (T). A linha está conectada ao sistema elétrico através da impedância equivalente (Z_T).

Figura 2.3.1.2: Uma máquina conectada um sistema elétrico

Com base no modelo clássico, o circuito equivalente está ilustrado na figura 2.3.1.3.

Figura 2.3.1.3: Circuito equivalente à figura 2.3.1.2 com gerador representado pelo modelo clássico

onde:

- x_g é igual à reatância síncrona x_d para análise em regime permanente e igual a x'_d para análise transitória;

- E_g é proporcional ao fluxo de campo concatenado, que é suposto constante;

Portanto, para o modelo clássico de gerador, as equações diferenciais descrevem apenas o movimento do rotor.

Para o estudo de estabilidade é necessário um modelo matemático que represente o comportamento do sistema elétrico. Para tal, utiliza-se o modelo já aplicado com sucesso nos estudos de estabilidade transitória. Ele descreve o comportamento dinâmico do sistema e é obtido aplicando um balanço de potência em cada máquina síncrona do sistema. Com este procedimento obtém-se a equação de oscilação ou "swing".

Como pode ser visto em Ramos et al. (2000), em um gerador a potência mecânica é fornecida por um elemento primário e a energia é transformada em potência elétrica,

deixando o sistema em equilíbrio. Quando o sistema se desequilibra, a parte da energia que sobra ou falta é transformada em potência acelerante ou desacelerante do rotor da máquina. Da mecânica, tem-se a equação:

$$J \cdot \ddot{\theta} = T_r \quad (2.3.1.1)$$

onde:

- J - momento de inércia do conjunto rotor-turbina do gerador [kg.m^2];
- θ - ângulo mecânico do rotor com relação ao eixo de referência fixo [rad];
- T_r - torque resultante [N.m], é o torque resultante da diferença do torque

mecânico, proveniente do agente motor, e o torque elétrico, que advém da potência elétrica, através de campos magnéticos. Logo:

$$T_r = T_m - T_e \quad (2.3.1.2)$$

O ângulo mecânico do rotor com relação a um eixo fixo θ , transforma-se em um problema quando do estudo de sistemas elétricos, pelo fato de o mesmo ser uma função do tempo quando o sistema opera em regime permanente. Para solucionar este problema, escolhe-se o sistema referencial angular rotativo e síncrono (referência girante), que no caso do Brasil, é de 60 Hz. Para isso tem-se:

$$\theta(t) = (\omega_s \cdot t + \alpha) + \delta_m(t) \quad (2.3.1.3)$$

onde:

- $(\omega_s \cdot t + \alpha)$ - referência girante à velocidade síncrona;
- α - ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo

$t = 0$;

- $\delta_m(t)$ - ângulo mecânico formado entre o rotor e a referência girante;

Derivando-se duas vezes a equação (2.3.1.3) com relação ao tempo, tem-se:

$$\ddot{\theta}(t) = \ddot{\delta}_m(t) \quad (2.3.1.4)$$

Apesar da mudança de referência pode-se observar que a aceleração angular é independente da referência utilizada. A equação que descreve o comportamento dinâmico ao longo do tempo na referência estática é a mesma que descreve o comportamento dinâmico ao longo do tempo na referência girante. Portanto, rearranjando-se a equação (2.3.1.1), tem-se:

$$J \cdot \ddot{\delta} = T_r \quad (2.3.1.5)$$

e substituindo o resultado na equação (2.3.1.2), tem-se (2.3.1.6):

$$J \cdot \ddot{\delta} = T_m - T_e \quad (2.3.1.6)$$

É mais conveniente escrever a equação (2.3.1.6) em termos do ângulo δ_e . Este é o ângulo formado entre a referência girante e o eixo do campo magnético que envolve o rotor, pois o torque elétrico T_e será uma função deste ângulo. O ângulo δ_m e o ângulo elétrico δ_e estão relacionados por:

$$\delta_e = \frac{p}{2} \cdot \delta_m \quad (2.3.1.7)$$

onde: p - número de pares de pólos da máquina;

Da mesma maneira, pode-se relacionar a velocidade mecânica com a elétrica, através da equação:

$$\omega_e = \frac{p}{2} \cdot \omega_m \quad (2.3.1.8)$$

Nestas novas variáveis a equação (2.3.1.6) pode ser escrita como:

$$\frac{2}{p} \cdot J \cdot \ddot{\delta}_e = T_m - T_e \quad (2.3.1.9)$$

Como o momento de inércia J de uma máquina não é comumente fornecido pelos fabricantes, mas sim a constante de inércia H , pode-se escrever:

$$J = \frac{2 \cdot H \cdot S_B}{\omega_{0m}^2} \quad (2.3.1.10)$$

onde:

- S_B - potência aparente trifásica base da máquina;
- ω_{0m}^2 - velocidade mecânica síncrona do sistema;
- $\frac{S_B}{\omega_{0m}^2}$ é o torque base T_B ;

Pode-se reescrever (2.3.1.9), utilizando-se (2.3.1.8) e (2.3.1.10), resultando em:

$$\frac{2 \cdot H}{\omega_{0e}} \cdot \dot{\omega}_e = \frac{T_m - T_e}{T_B} \quad (2.3.1.11)$$

onde: ω_{0e} - velocidade elétrica síncrona do sistema;

Passando a equação (2.3.1.11) para valores por unidade, obtém-se a equação (2.3.1.12):

$$2 \cdot H \cdot \dot{\omega}_u = T_{mu} - T_{eu} \quad (2.3.1.12)$$

onde:

- $\omega_u = \frac{\omega_e}{\omega_{0e}}$ valor em p.u. da velocidade angular do campo (em relação à referência girante);
- $T_{mu} = \frac{T_m}{T_B}$ valor em p.u. do torque mecânico;
- $T_{eu} = \frac{T_e}{T_B}$ valor em p.u. do torque elétrico;

Esta equação é chamada de equação de oscilação ou **equação de "swing"**, e não introduz erros decorrentes de aproximações na modelagem da oscilação da máquina.

Outro tipo de equação de "swing" comumente utilizada em estudos de estabilidade transitória considera que a velocidade angular ω_m tem uma variação muito pequena durante o período transitório, pois caso contrário, ocorreria a perda de sincronismo rapidamente e o sistema tornar-se-ia instável. Com isso, pode-se considerar que o

momento angular do rotor $M_m = J \cdot \omega_m$ é constante. Multiplicando ambos os lados da equação (2.3.1.6) por ω_m , podemos obter uma nova equação de "swing" que tem como parâmetro o momento angular M_m , constante por hipótese. Obviamente, um erro decorrente desta hipótese estará presente neste equacionamento, e alguns artigos da literatura sugerem que um termo de amortecimento pode ser incluído na nova equação para compensar este erro.

Escrevendo a equação (2.3.1.12) em relação ao ângulo elétrico δ_e , em valores p.u. e com a aproximação discutida, tem-se:

$$M \cdot \ddot{\delta}_e + D \cdot \dot{\delta}_e = P_{mu} - P_{eu} \quad (2.3.1.13)$$

onde: $M = \frac{2 \cdot M_m}{p \cdot S_B} = \frac{2 \cdot J \cdot \omega_m}{p \cdot S_B}$.

Não existe nenhum procedimento padronizado para se encontrar um valor apropriado para a constante de amortecimento D neste caso. Alguns indicativos para o cálculo desta constante podem ser encontrados em Anderson e Fouad (1977).

A equação (2.3.1.13) também é conhecida como **equação de "swing"**, como dito anteriormente, e será utilizada no desenvolvimento deste trabalho.

2.3.2- Estabelecimento da referência angular

Em sistemas multimáquinas a relação entre o sincronismo e a estabilidade não se dá de forma direta, pela ausência de uma referência. É necessário, então, que se introduza no sistema multimáquinas um referencial girante à velocidade síncrona. Uma forma de obter esta referência é através da transformação de um sistema composto por n máquinas em um sistema composto por $n-1$ máquinas mais uma máquina que preserva o referencial. A necessidade deste referencial fica evidente pelo fato de que se as máquinas acelerassem ou

desacelerarem indefinidamente, porém conjuntamente, o sincronismo seria mantido, mas a velocidade estaria longe da velocidade síncrona.

Assim, adota-se um referencial, transformando-se o estudo de sincronismo entre geradores no estudo de estabilidade de um conjunto de equações diferenciais apropriados.

Nesta tese se utiliza quando necessário uma máquina como referencia (OMR) ou o centro de ângulo como referência (COA).

Utilizando-se a referência OMR, faz-se com o sistema tenha $2n-2$ equações diferenciais representantes do sistema, mais duas equações que sevem como referência. Subtraindo-se as $2n-2$ equações daquela de referência, obtém-se um conjunto de equações diferenciais que representam o sistema. Tomando-se a n -ésima máquina como referência tem-se a equação (2.3.3.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_{1n} = \dot{\omega}_1 - \dot{\omega}_n = \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} - \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{(n-1)n} = \dot{\omega}_{(n-1)} - \dot{\omega}_n = \frac{P_{m(n-1)} - P_{e(n-1)}}{M_{(n-1)}} - \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ \dot{\delta}_{1n} = \dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_n = \omega_1 - \omega_n \\ \vdots \\ \dot{\delta}_{(n-1)n} = \dot{\delta}_{(n-1)} - \dot{\delta}_n = \omega_{(n-1)} - \omega_n \end{array} \right. \quad (2.3.2.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_n = \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} \\ \dot{\delta}_n = \omega_n \end{array} \right.$$

No equilíbrio deste sistema todas as máquinas possuirão mesma velocidade e mesma aceleração.

Outra maneira encontrada para solucionar o problema do referencial é utilizar o centro de ângulo (COA-"Centre of Angle") ou centro de inércia (COI - "Centre of Inertia") como referência. O objetivo desta utilização, que tem por base conjecturas físicas do centro de massa mecânico, é tentar dar à representação um significado físico mais evidente.

Por definição o centro de ângulo é:

$$\delta_0 = \frac{1}{M_T} \cdot \sum_{i=1}^n M_i \cdot \delta_i \quad \text{onde: } M_T = \sum_{i=1}^n M_i \quad (2.3.2.1)$$

A velocidade angular do COA é obtida através da derivada de (2.3.2.1):

$$\omega_0 = \frac{1}{M_T} \cdot \sum_{i=1}^n M_i \cdot \omega_i \quad (2.3.2.2)$$

Derivando-se novamente:

$$M_T \cdot \dot{\omega}_0 = \sum_{i=1}^n (P_m - P_e) - \sum_{i=1}^n D_i \dot{\delta}_i \quad (2.3.2.3)$$

onde, D_i é o amortecimento da maquina i , e $P_{coa} = \sum_{i=1}^n (P_m - P_e)$. Logo, desprezando o

amortecimento, a dinâmica do COA fica:

$$\dot{\omega}_0 = \frac{1}{M_T} P_{coa} \quad (2.3.2.4)$$

A equação (2.3.2.4) representa a dinâmica do sistema do COA, onde P_{COA} representa o desbalanço de potência do sistema como um todo. Tomando-se, então o COA como referência, têm-se os novos estados relativos ao COA:

$$\begin{aligned} \theta_i &= \delta_i - \delta_0 \\ \dot{\theta}_i &= \tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_0 \end{aligned} \quad (2.3.2.5)$$

Logo a equação de “swing”, com amortecimento, referenciada ao COA fica:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\omega}}_i = - \left(\frac{D_i \tilde{\omega}_i}{M_i} - \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n D_i \tilde{\omega}_i \right) - \left(\frac{D_i}{M_i} - \frac{1}{M_T} D_T \right) \omega_0 + \left(\frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{1}{M_T} P_{coa} \right) \\ \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \\ i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2.3.2.6)$$

A equação de “swing” sem amortecimento, referenciada ao COA fica:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\omega}}_i = \frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{1}{M_T} \cdot P_{COA} \\ \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.3.2.7)$$

Nos equilíbrios destes sistemas todas as máquinas possuirão as mesmas velocidades e acelerações. Da definição de θ_i observa-se que os ângulos relativos não são linearmente independentes, e a eles se aplica a seguinte condição:

$$\sum_{i=1}^{i=n} M_i \cdot \theta_i = 0 \quad (2.3.2.8)$$

De fato, a condição da equação com ou sem amortecimento implica que o sistema depende exclusivamente de $2n-2$ equações referenciadas ao COA, que por sua vez depende de $2n$ equações. Assim, quando da utilização do COA como referência, $n-1$ ângulos são obtidos, e um é referido aos outros. Esta conclusão permite verificar que o sistema referencial COA equivale ao sistema OMR (uma máquina como referência).

2.4- Modelagem estática da rede

Para a maioria dos estudos de sistemas de potência a estrutura da rede é considerada estática e modelada por um conjunto de equações algébricas. Estas equações algébricas representam os fluxos de potência ativa e reativa entre barras de um sistema.

Das leis de Kirchhoff, deduzem-se as equações para a potência ativa e reativa, que são as equações algébricas básicas do fluxo de carga:

$$P_k = V_k \sum_{m \in K} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos \theta_{km} + B_{km} \cdot \sen \theta_{km}) \quad (2.4.1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m \in K} V_m \cdot (G_{km} \cdot \sen \theta_{km} - B_{km} \cdot \cos \theta_{km}) \quad (2.4.2)$$

onde:

- K - conjunto de todas as barras que se conectam a barra k ;
- $k = 1, \dots, \text{número de barras}$;

- P_k - Potência Ativa injetada na barra k em p.u.;
- Q_k - Potência Reativa injetada na barra k em p.u.;
- V_k - tensão da barra k em p.u.;
- V_m - tensão da barra m em p.u.;
- G_{km} - condutância da linha $k-m$;
- B_{km} - susceptância da linha $k-m$;
- θ_{km} - diferença dos ângulos de carga da barra k para a barra;

A resolução de um sistema de equações algébricas como as descritas acima, bem como a consideração da atuação de dispositivos de controle e dos limites do sistema, constituem-se na solução do fluxo de carga para sistemas elétricos de potência.

Por se tratar de um sistema de equações algébricas não-lineares, a solução dar-se-á através de métodos iterativos (numéricos), como o método de Newton. Segundo Monticelli (1983), a resolução de sistemas algébricos pelo método de Newton tem o seguinte formato:

Seja o método de Newton para um sistema unidimensional:

$$g(x) = 0 \quad (2.4.3)$$

Determina-se o valor de x onde $g(x)$ se anula. Esta solução corresponde ao ponto em que a curva corta o eixo x na figura 2.4.1.

Figura 2.4.1: Método de Newton

A resolução iterativa segue os passos:

- i) $k = 0$ e $x = x^k$;
- ii) Partindo de um ponto x^k , calcula-se o valor de $g(x)$ para este ponto;
- iii) Compara-se o valor calculado acima com a tolerância especificada, se $|g(x^k)|$, pare;
- iv) Lineariza-se a função $g(x)$ em torno do ponto calculado no passo i , por intermédio da série de Taylor:

$$g(x^k + \Delta x^k) \cong g(x^k) + g'(x^k) \cdot \Delta x^k \quad (2.4.4)$$

onde $g'(x) = dg/dx$;

- v) Resolve-se o problema linearizado até que:

$$g(x^k) + g'(x^k) \cdot \Delta x^k = 0 \quad (2.3.5)$$

- vi) faz-se $k = k + 1$, e retorna-se ao passo ii, até o passo iii ser atendido.

Além de modelar a estrutura da rede, os conjuntos de equações e inequações do fluxo de potência servem para a obtenção das condições iniciais do estudo de estabilidade, quando o sistema é considerado estar operando em regime permanente, e portanto, estável. Neste caso, a aceleração angular é nula porque a potência mecânica injetada pelo elemento primário é igual à potência elétrica solicitada pelo sistema elétrico.

Encontrando-se a solução para o sistema de equações representantes do modelo estático do sistema de potência, que é um ponto de equilíbrio para o conjunto de equações de "swing", têm-se os dados iniciais do estudo de estabilidade.

2.5- Modelo de sistemas multimáquinas com estrutura da rede preservada

A modelagem do problema de estabilidade de grandes perturbações para sistemas multimáquinas com preservação da estrutura da rede leva a um modelo de equações algébrico-diferencial (EAD). O modelo tem as seguintes hipóteses simplificadoras, consistentes com tal estudo de estabilidade de sistemas multimáquinas:

- A rede elétrica opera em regime permanente senoidal e é considerada estática diante da eletromecânica dos geradores;
- O modelo clássico de máquina síncrona é utilizado;
- A potência mecânica é considerada constante;

A figura 2.5.1 ilustra um sistema equivalente a um multimáquinas, onde os geradores são considerados fontes de tensão, conectados a rede elétrica por meio de uma reatância de eixo direto x'_d . Estas condições iniciais são consideradas como o sistema pré-falta.

Figura 2.5.1: Sistema multimáquinas

onde: a matriz de admitâncias Y_{bus} que representa a topologia do sistema elétrico e é dada pela equação:

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{matrix} & \begin{matrix} n & m \end{matrix} \\ \begin{matrix} \bar{Y}_1 & \bar{Y}_2 \\ \bar{Y}_3 & \bar{Y}_4 \end{matrix} & \begin{matrix} n \\ m \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.5.1)$$

onde:

- $\bar{Y}_1$ é uma matriz $n \times n$ contendo as conexões entre geradores do sistema;
- $\bar{Y}_2$ é uma matriz $n \times m$ contendo as conexões entre os n geradores e as m barras de carga do sistema;
- $\bar{Y}_3$ é uma matriz $m \times n$ contendo as conexões entre as m barras de carga do sistema e os n geradores; e
- $\bar{Y}_4$ é uma matriz $m \times m$ contendo as conexões entre as m barras de carga;

A suposição de que as cargas são compostas puramente por impedâncias constantes impede que o sistema de potência apresente problemas de instabilidade diretamente associado à tensão. Assim, problemas associados ao comportamento de carga, que podem levar o sistema a instabilização, não são capturados.

Ao preservar a estrutura da rede, a modelagem do problema de estabilidade é mais adequada porque permite modelos mais compreensivos de rede e de cargas. Isso é particularmente importante quando a dinâmica da carga tem impacto na margem de estabilidade do sistema, e o fenômeno de instabilidade de tensão pode ocorrer.

O modelo geral com estrutura da rede preservada a ser utilizado consiste em subsistemas, de acordo com a descrição de Ribbens-Pavella e Murthy (1995):

- Descrição matemática das máquinas do sistema, que no caso consiste no modelo clássico já descrito;
- Modelo de carga, com possibilidade de inclusão de cargas dinâmicas;
- Equações de fluxo de potência da rede de transmissão com estrutura preservada;

A formulação das equações deve ser feita com respeito a alguma referência síncrona ou a referência COA (Centro de ângulo), como visto anteriormente. A única diferença que

deve ser observada para formulação das equações representantes do modelo EAD com estrutura da rede preservada em relação ao modelo EDO com a rede reduzida é justamente a potência elétrica de saída da máquina, uma vez que a rede não é reduzida.

A potência elétrica a ser obtida, P_{ei} , usando com referência o COA, por exemplo, da barra interna do gerador até a sua barra externa está no desenvolvimento a seguir.

Considere-se:

- o sistema de potência com n geradores e tendo a rede de transmissão com $n+m$ barramentos, onde os n barramentos da rede de transmissão representam as barras terminais dos geradores e os m barramentos representam barras de carga do sistema;
- ser possível a existência de cargas em todas as $m+n$ barras do sistema;
- as máquinas representadas pelo modelo clássico de máquinas síncronas, de maneira que as barras internas dos geradores estão conectadas as barras externas através da reatância transitória de eixo direto;
- Em geral, por causa da relação X/R ser grande, é possível desprezar a resistência das linhas de transmissão;

Como pode ser visto em Ribbens-Pavella e Murthy (1994), a potência aparente suprida pelo i -ésimo gerador a sua barra terminal é denotada por $(P_{ei} + jQ_{ei})$. Logo:

$$\bar{E}_i = E_i \angle \delta_i ; \bar{V}_{ti} = V_{ti} \angle \beta_i ; \bar{Y}_{ik} = (G_{ik} + jB_{ik}) = Y_{ik} \angle \theta_{ik} ; \quad (2.5.2)$$

onde:

- os ângulos são medidos em relação à referência síncrona;
- o subscrito t_i refere-se a tensão na barra terminal t do i -ésimo gerador;
- $\bar{Y}_{ik}$ é o elemento da i -ésima linha e k -ésima coluna da matriz admitância Y_{bus} ,

$(n+m) \times (n+m)$, desconsiderando as cargas;

- $\bar{G}_{ik}$ representa unicamente as resistências das respectivas linhas de transmissão, que foram desconsideradas, logo $\bar{G}_{ik} = 0$;

- $\bar{B}_{ik}$ representa unicamente as reatâncias das respectivas linhas de transmissão;

Logo, devido à desconsideração de $\bar{G}_{ik}$, $\bar{Y}_{ik} = jB_{ik} = B_{ik} \angle \pi/2$. Considere-se que o fluxo de potência entrando em uma barra é positivo e que uma potência reativa Q ser positiva corresponde a uma operação em atraso da máquina síncrona. Desta forma, é possível obter a potência aparente a ser suprida pelo i -ésimo gerador:

$$(P_{ei} + jQ_{ei}) = \bar{V}_i \bar{I}_i = V_i \angle \beta_i \left(\frac{E_i \angle \delta_i - V_i \angle \beta_i}{x'_{di} \angle (-\pi/2)} \right) = \frac{V_i E_i}{x'_{di}} \angle \left[\frac{\pi}{2} - (\delta_i - \beta_i) \right] - \frac{V_i^2}{x'_{di}} \angle \frac{\pi}{2} \quad (2.5.3)$$

Portanto:

$$\left. \begin{aligned} P_{ei} &= \frac{V_i E_i}{x'_{di}} \sin(\delta_i - \beta_i) \\ Q_{ei} &= \frac{V_i E_i}{x'_{di}} \cos(\delta_i - \beta_i) - \frac{V_i^2}{x'_{di}} \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, n \quad (2.5.4)$$

A potência ativa P_{ei} dada acima é usada na equação de “swing” para o modelo com estrutura da rede preservada quando a máquina é representada pelo modelo clássico. A equação de “swing” nas variáveis referenciadas ao COA, $(\theta_i, \tilde{\omega}_i)$, fica:

$$M_i \ddot{\theta}_i = M_i \dot{\tilde{\omega}}_i = - \left(D_i \tilde{\omega}_i - \frac{M_i}{M_T} \sum_{i=1}^n D_i \tilde{\omega}_i \right) - \left(D_i - \frac{M_i}{M_T} D_T \right) \omega_0 + \left(P_{mi} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{coa} \right) \quad (2.5.5)$$

onde: $D_T = \sum_{i=1}^n D_i$;

Considerando a rede de transmissão para obter a potência aparente em cada barra tem-se a potência injetada na i -ésima barra do sistema dada por:

$$\begin{aligned}
(P_i + jQ_i) &= \bar{V}_i \bar{I}_i^* = \bar{V}_i \left(\sum_{k=n+1}^{2n+m} \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k^* \right) = \sum_{k=n+1}^{2n+m} [B_{ik} \angle(-\pi/2) \cdot V_i V_k \angle(\beta_i - \beta_k)] \Rightarrow \\
&\left. \begin{aligned} P_i &= \sum_{k=n+1}^{2n+m} V_i V_k B_{ik} \sin(\beta_i - \beta_k) \\ Q_i &= - \sum_{k=n+1}^{2n+m} V_i V_k B_{ik} \cos(\beta_i - \beta_k) \end{aligned} \right\} i = n+1, \dots, 2n+m
\end{aligned} \quad (2.5.6)$$

Para representar a equação acima na referência COA basta substituir $(\beta_i - \beta_k)$ por $(\tilde{\beta}_i - \tilde{\beta}_k) = [(\beta_i - \delta_0) - (\beta_k - \delta_0)]$.

Descritas as potências injetadas nas barras do sistema, em cada barra do sistema existe a seguinte identidade, devido ao princípio da conservação de energia:

$$\begin{aligned}
P_{Bi} &= P_{ei} - P_i && \text{nas barras de geração} \\
P_{Bi} &= 0 - P_i && \text{nas outras barras} \\
Q_{Bi} &= Q_{ei} - Q_i && \text{nas barras de geração} \\
Q_{Bi} &= 0 - Q_i && \text{nas outras barras}
\end{aligned} \quad (2.5.7)$$

O estudo de estabilidade de grandes perturbações com estrutura da rede preservada e modelo clássico de máquinas síncronas, compreende os seguintes conjuntos:

- n equações de “swing” relativas às n máquinas do sistema, o que pode ser representado por $2n$ equações diferenciais de primeira ordem, relativas ao COA, por exemplo;

- $n+m_{PQ}+m_{PV}$ equações de balanço de potência ativa e $n+m_{PQ}$ equações de balanço de potência reativa, totalizando: $2n+2m_{PQ}+m_{PV}$ equações de balanço de potência, onde $m=m_{PQ}+m_{PV}$, e m_{PQ} e m_{PV} representam o número de barras PQ e PV do sistema elétrico, respectivamente.

As variáveis de estado são neste caso os n ângulos rotóricos, n velocidades angulares rotóricas, n ângulos de tensão das n barras terminais dos geradores, n módulos de tensão das n barras terminais dos geradores, m ângulos de tensão das m barras de carga do sistema e m_{PQ} módulos de tensão das m_{PQ} barras de carga PQ do sistema. As forças

eletromotrizes dos geradores são constantes devido ao modelo de máquina empregado, e por isso serão tratadas como parâmetros.

2.6- Modelos de cargas em sistemas de potência com estrutura da rede preservada

Nos estudos de estabilidade transitória geralmente se modelam as cargas do sistema como impedâncias constantes. Com esse modelo é possível reduzir a rede do sistema aos nós internos dos geradores, o que facilita o processo de análise da estabilidade angular diante a uma grande perturbação.

Do ponto de vista da segurança do sistema, ao se considerar cargas como impedâncias constantes, dificulta-se o encontro de um ponto de operação estável para o sistema pós-falta. Isto acontece porque a potência elétrica consumida pela carga é função quadrática da tensão na barra a qual a mesma está conectada (modelo Z, equação (Ap.A.2), Apêndice A). O Apêndice A traz uma breve análise sobre modelos de carga. Logo, quando o sistema sofre uma contingência, as potências consumidas pelas cargas do sistema decaem quadraticamente com as quedas de tensão provocadas pela falta nas respectivas barras. Isso aumenta o desbalanço de potência, gerando maiores dificuldades para o sistema encontrar pontos de operação estáveis.

Ao se considerar as cargas como impedâncias constantes, as tensões das barras do sistema passam a ser funções unicamente dependentes das impedâncias do sistema. Logo, problemas associados às tensões das barras, como a instabilidade de tensão, deixam de existir no senso clássico do colapso de tensão.

Isso faz com que os engenheiros de sistemas de potência, ao analisarem um comportamento de instabilidade angular, olhando apenas para o sincronismo dos ângulos

e das velocidades angulares rotóricas, não possam fazer considerações a respeito de algum fenômeno associado à tensão. Isso acontece porque os elementos associados ao problema de instabilidade de tensão foram desprezados na modelagem clássica de estabilidade transitória.

Uma melhor representação da carga pode ser fundamental para o estudo de estabilidade de um sistema elétrico, inclusive a angular de grandes perturbações. Dependendo do modelo de carga empregado, os resultados de tempo crítico de abertura para garantia de estabilidade podem ser muito conservadores, ou por demais otimistas. Como exemplo, Ribbens-Pavella e Murthy (1994) citam estudos onde cargas foram modeladas como impedâncias constantes ou como correntes constantes, e para determinada falta e tempo crítico de abertura, o sistema foi considerado estável. Já quando se considerou a carga como sendo metade de corrente constante e metade de potência constante para a carga de potência ativa e toda de corrente constante para a carga de potência reativa, o sistema para a mesma falta e tempo de eliminação, foi considerado instável.

A determinação de quando certo tipo de carga é benéfico ou prejudicial à estabilidade do sistema depende de características do sistema e da localização das cargas. Os fatores associados às cargas, que influenciam o resultado da estabilidade são: a localização da perturbação em relação à carga, a magnitude da carga (ativa e reativa) e a composição da carga em uma barra.

Apesar da simplicidade oferecida pelo modelo de impedância constante para o estudo de estabilidade, já foi visto que usando este modelo existem alguns problemas com relação ao estudo de estabilidade de um sistema de potência. Quando se preserva a estrutura da rede, é possível usar modelos mais elaborados de carga para um estudo mais

sofisticado de estabilidade, onde é possível confrontar problemas associados à tensão com a estabilidade angular.

A questão chave para o estudo de estabilidade angular de grandes perturbações, quando se preserva a estrutura da rede, é a análise dessa estabilidade na presença de pontos singulares. Esses pontos têm papel fundamental na análise da estabilidade em modelos de EAD e surgem das restrições impostas pelas equações estáticas que modelam o sistema de transmissão.

Em oposição ao estudo clássico de estabilidade transitória onde o modelo de cargas de impedância constante é apropriado para evidenciar o desbalanço de potência, na pesquisa do comportamento do sistema com a estrutura da rede preservada, pode ser apropriado modelar as cargas como potências constantes. Como observado por Singh e Hiskens (2001), isso evidencia as singularidades nas equações que regem o comportamento do sistema de transmissão.

Tais singularidades são mais evidenciadas no sistema na presença de cargas de potência constante porque o sistema de transmissão fica mais estressado durante o transitório, dado que as cargas não se reduzem em função da queda de tensão nas barras as quais estão conectadas, durante o transitório. Isso restringe a excursão associada à oscilação de potência durante a falta e após a ela.

Desta forma, em oposição ao estudo clássico de estabilidade transitória, neste estudo as cargas foram modeladas como potências constantes para evidenciar problemas de transmissão, associados à presença de pontos singulares, não observáveis com a redução da estrutura da rede.

2.7- Divisão do problema no tempo

O modelo apresentado para o estudo do problema de estabilidade angular é um conjunto de equações algébrico-diferenciais que modela a dinâmica dos geradores e preserva a estrutura da rede.

Ocorre que as perturbações de grande porte no sistema elétrico originam-se quando problemas estruturais são enfrentados pelo mesmo, ou seja, contingências como: curtos-circuitos ou desligamentos de linhas de transmissão ou de equipamentos de grande porte. O efeito real é uma mudança de topologia da rede, que deve ser observada quando da análise do problema.

Assim, é necessário fazer uma divisão do problema no tempo, de forma a tornar possível uma mudança estrutural na rede. Neste caso, as características do sistema alteraram-se quando do advento de um defeito, e se alteram novamente, quando o defeito é eliminado.

Matematicamente, realiza-se uma divisão do problema do estudo de estabilidade de grandes perturbações em 3 subproblemas: pré-falta, falta e pós-falta. Logo, obtêm-se três conjuntos de EAD diferentes representando três intervalos de tempo distintos, onde:

- O sistema pré-falta é o modelo do sistema para as condições de operação do sistema elétrico antes da contingência, ou seja, a situação de equilíbrio antes da ocorrência de uma perturbação;
- O sistema falta é o modelo que representa o sistema durante a contingência, ou seja, período no qual o sistema sofre uma perturbação (por exemplo: curto-circuito);
- O sistema pós-falta é o modelo que representa o sistema após o término da contingência, ou seja, após a eliminação da perturbação;

A condição inicial das equações algébrico-diferenciais do sistema falta é o ponto de operação do estudo do sistema estável pré-falta, a condição de regime permanente no instante anterior a falta. Assim, a condição inicial do sistema falta é a condição final do sistema pré-falta.

Analogamente, o ponto inicial do sistema pós-falta é o ponto final do sistema em falta, ou seja, o ponto onde o defeito foi eliminado.

A partir das condições iniciais do sistema pós-falta, ou seja, o ponto de eliminação do defeito, o objetivo do estudo de estabilidade de grandes perturbações é identificar em quais condições iniciais pós-falta, o sistema autônomo é capaz de retornar a um ponto de operação factível. Tal ponto é representado por um ponto de equilíbrio estável (PEE) no sistema pós-falta: (x_s, y_s) , ou seja:

$$(\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x_p, y_p, t) = (x_s, y_s)) \quad (2.7.1)$$

onde:

- $\phi(x_p, y_p, t)$ é a solução do sistema após a eliminação da falta com condição inicial (x_p, y_p) ;
- (x_p, y_p) é a condição inicial dada pelo sistema falta no instante da abertura;

O conjunto de EAD representante do sistema é descrito por 3 sistemas distintos:

- Sistema Pré-falta (Σ^{pre}):

$$\begin{aligned} M_i \cdot \ddot{\delta}_i + D_i \cdot \dot{\delta}_i &= P_{mi} - P_{ei}^{\text{prf}} = 0, & i = 1, \dots, n \\ 0 &= -P_{Bi}^{\text{prf}} - P_i^{\text{prf}}, & i = n+1, \dots, 2n+m \\ 0 &= -Q_{Bi}^{\text{prf}} - Q_i^{\text{prf}}, & i = n+1, \dots, 2n+m \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} t \leq t_0^- \\ \delta_i(t) = \delta^0, \dot{\delta}_i(t) = 0 \\ i = 1, \dots, 2n+m \end{array} \right. \quad (2.7.2)$$

- Sistema em Falta (Σ^f):

$$\begin{aligned}
 M_i \cdot \ddot{\delta}_i + D_i \cdot \dot{\delta}_i &= P_{mi} - P_{ei}^f, & i = 1, \dots, n \\
 0 &= -P_{Bi}^f - P_i^f, & i = n+1, \dots, 2n+m \\
 0 &= -Q_{Bi}^f - Q_i^f, & i = n+1, \dots, 2n+m
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} t_0^+ \leq t \leq t_a^- \\ \delta_i(0) = \delta^0, \dot{\delta}_i(0) = 0 \\ i = 1, \dots, 2n+m \end{array} \right. \quad (2.7.3)$$

- Sistema Pós-falta (Σ^{pos}):

$$\begin{aligned}
 M_i \cdot \ddot{\delta}_i + D_i \cdot \dot{\delta}_i &= P_{mi} - P_{ei}^{pos}, & i = 1, \dots, n \\
 0 &= -P_{Bi}^{pos} - P_i^{pos}, & i = n+1, \dots, 2n+m \\
 0 &= -Q_{Bi}^{pos} - Q_i^{pos}, & i = n+1, \dots, 2n+m
 \end{aligned}
 \left\{ \begin{array}{l} t \geq t_a^+ \\ \delta^{pos}(t_a) = \delta^f(t_a) \\ i = 1, \dots, 2n+m \end{array} \right. \quad (2.7.4)$$

Capítulo 3

SISTEMAS DINÂMICOS RESTRITOS

Com o modelo apresentado no capítulo anterior, o estudo de estabilidade de um sistema de potência com modelo que preserva a estrutura da rede foi convertido em um problema de estabilidade de um sistema dinâmico equivalente com restrições, ou seja, um sistema de EAD.

A estabilidade de sistemas de EAD não ocorre de forma global, estando limitada a uma região de estabilidade. Essa região de estabilidade é o conjunto de pontos a partir dos quais as trajetórias do sistema têm a propriedade de retornar ao equilíbrio. Essa região de estabilidade é conhecida como área de atração.

A identificação das condições que podem originar o abandono dessa região de estabilidade do sistema dinâmico restrito é fundamental para o estudo. E para se identificar as condições de abandono da área de atração do sistema de EAD é importante identificar a fronteira dessa área de atração. A fronteira da área de atração é o conjunto do

espaço de estados com pontos que têm em suas vizinhanças pontos que pertencem e que não pertencem à região de estabilidade.

A estabilidade do sistema elétrico, após determinada perturbação, pode ser avaliada por meio do sistema de EAD enquanto a trajetória do sistema dinâmico restrito não alcançar tal fronteira da área de atração. Nessa condição pode-se, sobre certas suposições, garantir o retorno ao ponto de equilíbrio estável do sistema de EAD após a eliminação da perturbação.

Observa-se assim que a caracterização e forma de identificação da área de atração do sistema de EAD e sua fronteira tornam-se o objeto do estudo estabilidade.

Objetivando caracterizar e buscar uma forma de se identificar tal área de atração e sua fronteira, neste capítulo será tratado:

- 1) do embasamento em sistemas dinâmicos e sistemas dinâmicos restritos, necessários para permitir a análise de um sistema de potência modelado por um conjunto de EAD;
- 2) da caracterização da área de atração de sistemas de EAD; e

Por fim, será apresentada a teoria de perturbação singular, com a qual o sistema de EAD pode ser transformado em um sistema de Equações Diferenciais Singularmente Perturbadas (EDSP) associado.

O sistema fictício de EDSP associado permite que trajetórias do sistema de potência modelado existam fora das restrições algébricas. Assim, as alterações topológicas ocasionadas pela ocorrência e eliminação da contingência, entre os sistemas pré-falta e falta e falta e pós-falta, podem ocorrer sem comportamentos de salto. Entretanto, será necessário estabelecer a relação entre as áreas de atração dos sistemas de EAD e de EDSP, o que é apresentado também neste capítulo.

3.1- Revisão da teoria de sistemas dinâmicos

Grande parte dos sistemas dinâmicos é descrita por equações diferenciais de 1ª ordem do tipo $\dot{x} = f$, onde a função f pode depender das próprias variáveis de estado x , do tempo t e ainda de fonte externa u . Neste caso a variável x não se refere exclusivamente as variáveis das máquinas do sistema, como é comumente expresso na literatura, mas sim a todas as variáveis de estado do sistema dinâmico a ser estudado.

Um sistema dinâmico com uma função dependente explicitamente do tempo é dito ser um sistema variante no tempo. Um sistema indiretamente dependente no tempo, ou dependente apenas de suas variáveis de estado, x , é dito ser um sistema dinâmico autônomo. Já um sistema dependente de uma fonte externa, u , é dito ser um sistema forçado.

Os sistemas elétricos de potência pertencem a uma classe distinta de sistemas não dependentes da variável tempo, nem de elementos forçantes u , ou seja, são sistemas do tipo $(f(t, x) = f(x))$, chamados de sistemas autônomos.

Seja o sistema autônomo abaixo:

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.1.1)$$

onde: $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma função continuamente diferenciável em um domínio $D \subset \mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}^n$. Suponha que $\bar{x} \in D$ seja um ponto de equilíbrio de (3.1.1), tal que:

$$f(\bar{x}) = 0 \quad (3.1.2)$$

Suponha que $\bar{x} \neq 0$, e considere a seguinte mudança de variáveis $w = x - \bar{x}$, a derivada de w é dada por:

$$\dot{w} = \dot{x} = f(x) = f(w + \bar{x}) \stackrel{\Delta}{=} g(w), \text{ onde } g(0) = 0 \quad (3.1.3)$$

Desta forma o sistema $\dot{w} = g(w)$, na variável w , possui o ponto de equilíbrio na origem.

Conclui-se, portanto, sem perda de generalidade que se pode sempre assumir que $f(x)$ satisfaz $f(0) = 0$, e estudar a estabilidade na origem $\bar{x} = 0$.

Exatamente para retratar o problema na origem é que esta passagem foi descrita. Para os problemas de estabilidade de grandes perturbações que não tiverem ponto de equilíbrio na origem, é sempre possível encontrar sem perda de generalidade um novo sistema que tenha ponto de equilíbrio na origem, e que represente o sistema antigo completamente.

A função $f(x)$, do sistema dinâmico autônomo representado na equação (3.1.1), é uma função de classe C^l , $\mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}^n$, ou seja, $f(x)$ pertence a uma classe particular de funções que são contínuas e diferenciáveis e suas derivadas são contínuas.

Para este sistema, diz-se que um ponto de equilíbrio (PE) é *hiperbólico* se a matriz Jacobiana $J(x_i)$, calculada no ponto x_i , do sistema linearizado neste ponto não tem autovalores com parte real zero (Bretas e Alberto (2000) e Guedes (2004)). Diz-se que um PE hiperbólico, x_s , é estável (PEE), se todos os autovalores da matriz Jacobiana calculada em x_s , têm parte real negativa, caso contrário o PE é dito instável (PEI). O *tipo* de um PEI é definido pelo número de autovalores com parte real positiva que a matriz Jacobiana tem, ou seja, com 1 autovalor com parte real positiva, o PEI é de tipo-1, e assim por diante. O conjunto formado pelos PEs do sistema da equação (3.1.1) será chamado de E , e o conjunto formado pelos PEs de tipo-1 do mesmo sistema será chamado de E_1 .

Um sistema é dito globalmente estável se a origem é estável e para qualquer condição inicial dada para o mesmo, a solução aproxima-se da origem quando o tempo tende ao infinito.

Como dito anteriormente, em sistemas não lineares nem sempre ocorre a estabilidade global, sendo que esta condição fica restrita a um conjunto de condições iniciais, contidas no espaço $\mathbb{R}^n$, que possuem trajetórias que convergem para o PEE, x_s . No caso de

sistemas de potência a determinação deste conjunto de condições iniciais é o principal objetivo do estudo de estabilidade. A esse conjunto é dado o nome de *área de atração* ou *região de estabilidade* $A(x_s)$:

$$A(x_s) = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x, t) = x_s \right\} \quad (3.1.4)$$

onde: $\phi(x, t)$ é a trajetória do sistema.

Figura 3.1.1: Área de atração do ponto de equilíbrio estável do sistema pós-falta

A fronteira de estabilidade, ou seja, a região limítrofe da região de estabilidade $A(x_s)$ é representada por $\partial A(x_s)$. A figura 3.1.1 representa a área de atração de um sistema de potência, onde:

- x_s é o ponto de equilíbrio estável do sistema;
- x_0 é o ponto de equilíbrio estável antes da perturbação do sistema dinâmico;
- $A(x_s)$ é a região de estabilidade do sistema;

Sendo x_i um PE hiperbólico de (3.1.1), define-se variedade estável (“stable manifold”) $W^s(x_i)$ como:

$$W^s(x_i) = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid \phi(x, t) \rightarrow x_i, \text{ quando } t \rightarrow \infty \} \quad (3.1.5)$$

e variedade instável (“unstable manifold”) $W^u(x_i)$ como:

$$W^u(x_i) = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid \phi(x, t) \rightarrow x_i, \text{ quando } t \rightarrow -\infty \} \quad (3.1.6)$$

obs: ambos os conjuntos são invariantes.

3.2- Revisão da teoria de sistemas de dinâmicos restritos

A introdução à teoria de sistemas dinâmicos descrita na seção anterior é utilizada no estudo da estabilidade angular de grandes perturbações onde o sistema é modelado por um conjunto de EDO.

No entanto, o modelo que preserva a estrutura da rede considera as equações que modelam a rede elétrica, resultando em um conjunto de EAD. A teoria de sistemas de EAD é mais complexa, entretanto, é tem por base os conceitos apresentados na seção anterior.

Nesta seção será apresentado o Teorema da Função Implícita, que permite que um sistema dinâmico seja localmente resolvido em funções de seus parâmetros, desde que na presença de pontos hiperbólicos e quando a estrutura qualitativa do fluxo não muda próximo nas vizinhanças do equilíbrio. A aplicação do teorema é muito relevante para o estudo de sistemas de EAD, pois permite que o sistema restrito seja representado por um conjunto EDO equivalente. No Anexo A é apresentada uma breve descrição da teoria de bifurcações, que serve de referência para as observações que são realizadas neste trabalho. Chama-se a atenção para um tipo de bifurcação denominada singularidade induzida (item Ap.B.2 do Apêndice B), que tem um papel importante quando da análise dos equilíbrios de um sistema de EAD, em função da existência de conjuntos singulares.

Para ilustrar o comportamento de um sistema de EAD, apresenta-se um exemplo retirado do artigo de Sastry e Desoer (1980) que usa a forma degenerada da equação de Van der Pol, proveniente do circuito RC, que tem um capacitor de 1 [F] em paralelo com um resistor não-linear.

Na sequência é apresentada a teoria de estabilidade para sistemas algébrico-diferenciais aplicados a sistemas elétricos de potência com base nos estudos de Hill e

Mareels (1990). Este estudo serve de base para o estudo da estabilidade de equilíbrios para modelos de EAD, no senso de Lyapunov.

No trabalho foram apresentados os resultados de existência e unicidade de soluções para tais modelos. Os sistemas foram estudados para uma situação onde as restrições algébricas poderiam ser resolvidas com variáveis auxiliares como funções dos estados em determinada vizinhança (onde o Teorema da Função Implícita pode ser aplicado). Desta forma os argumentos e as teorias aplicáveis a um conjunto de equações diferenciais ordinárias valem, desde que observado a vizinhança de validade do modelo. No fim desta seção são apresentadas características relevantes dos sistemas de EAD.

3.2.1- Teorema da Função Implícita

O Teorema da Função Implícita é um resultado fundamental da análise matemática e é uma ferramenta indispensável para o estudo de teoria de bifurcações e para o estudo de estabilidade de grandes perturbações. A versão do teorema aqui apresentada é oriunda de Hale e Koçak (1991), capítulo 2, página 41. Esta versão está simplificada e dirigida ao estudo de bifurcações de equilíbrios de equações diferenciais.

Seja $\lambda \equiv (\lambda_1, \dots, \lambda_k)$ um vetor em $\Re^k$. Seja $\|\lambda\|$ a norma Euclideana de λ , dada por:

$$\|\lambda\| \equiv (\lambda_1^2 + \dots + \lambda_k^2)^{1/2} \quad (3.2.1.1)$$

que pode ser interpretada como o “tamanho” ou comprimento de λ .

Teorema 3.2.1.1: Assumindo que $F : \Re^k \times \Re \rightarrow \Re$; $(\lambda, x) \mapsto F(\lambda, x)$ é uma função de classe C^1 satisfazendo:

$$F(0,0) = 0 \text{ e } \frac{\partial F}{\partial x}(0,0) \neq 0 \quad (3.2.1.2)$$

Então, existem constantes $\delta > 0$ e $\eta > 0$, e uma função C^1 :

$$\psi: \{\lambda: \|\lambda\| < \delta\} \rightarrow \mathfrak{R} \quad (3.2.1.3)$$

tal que:

$$\psi(0) = 0 \text{ e } F(\lambda, \psi(\lambda)) = 0 \text{ para } \|\lambda\| < \delta. \quad (3.2.1.4)$$

E mais, se existe $(\lambda_0, x_0) \in \mathfrak{R}^k \times \mathfrak{R}$ tal que $\|\lambda_0\| < \delta$ e $|x_0| < \eta$, que satisfaz a equação $F(\lambda_0, x_0) = 0$, então $x_0 = \psi(\lambda_0)$.

O Teorema da Função Implícita pode ser usado para estudar os equilíbrios no seguinte contexto. Seja $\dot{x} = F(\lambda, x)$ uma equação diferencial dependente de k parâmetros $\lambda \equiv (\lambda_1, \dots, \lambda_k)$. Se $\bar{x} = 0$ é um PE hiperbólico da equação diferencial $\dot{x} = F(\lambda, x)$ em $\lambda = 0$, então as condições do Teorema da Função Implícita estão satisfeitas. Isto garante que a equação $F(\lambda, x) = 0$ pode ser localmente resolvida para $x = \psi(\lambda)$, como função dos parâmetros $(\lambda_1, \dots, \lambda_k)$, como pode ser visto na figura 3.2.1.1. E mais, $\partial F(\lambda, \psi(\lambda))/\partial x \neq 0$ para λ suficientemente pequeno.

A estrutura qualitativa do fluxo não muda próxima a $x=0$. Conseqüentemente, não existem bifurcações na vizinhança de $x=0$ para parâmetros com valores suficientemente pequenos.

Figura 3.2.1.1: Teorema da função implícita.

Para se aplicar o Teorema da Função Implícita é necessária uma translação de variáveis para a origem, de tal forma que o espaço (λ, x) torna-se zero na origem da função dada. Como já foi visto na seção 3.1, é possível levar um sistema dinâmico à

origem sem perda de generalidade. Por exemplo: $G: \mathfrak{R}^k \times \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}; (\lambda, x) \mapsto G(\lambda, x)$ tem $G(\lambda_0, x_0) = 0$, então pode se estabelecer que $F(\lambda, x) = G(\lambda_0 + \lambda, x_0 + x)$ e $F(0,0) = 0$.

3.2.2- Exemplo motivacional - sistema de EAD de Sastry e Desoer (1980)

Considere a forma degenerada da equação de Van der Pol, proveniente do circuito RC , que tem um capacitor de 1 [F] em paralelo com um resistor não-linear:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= i \\ 0 &= -v - i^3 + i \end{aligned} \quad (3.2.2.1)$$

Pode-se interpretar estas equações como tendo um campo vetorial implicitamente definido em uma variedade unidimensional M no espaço (v, i) dado por:

$$M = \{(v, i): v = -i^3 + 1\} \quad (3.2.2.2)$$

Dificuldades surgem na interpretação dos pontos $(2/3\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$, $(-2/3\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$, que são pontos singulares onde a derivada de M em relação à corrente é nula. Em tais pontos a projeção do plano tangente TM no espaço- v é apenas um ponto, de maneira que $\dot{v}$ positivo em $(2/3\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$ e negativo em $(-2/3\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$ especificados por (3.2.2.2) não podem ser “lifted”³ para o campo vetorial em M .

Figura 3.2.2.1: Sistema dinâmico da equação (3.2.2.1).

³ lift é o inverso de projetar

Considere a seguinte regularização de (3.2.2.1):

$$\begin{aligned}\dot{v} &= i \\ \varepsilon \cdot \dot{i} &= -v - i^3 + i\end{aligned}\tag{3.2.2.3}$$

A equação (3.2.2.3) representa um bem definido sistema dinâmico em R^2 , para um $\varepsilon > 0$. Para um $\varepsilon > 0$ devidamente pequeno, o retrato de fase correspondente assemelha-se ao disposto na figura 3.2.2.2. Esta dinâmica- ε inserida pode representar efeitos parasitas que foram desprezados na modelagem do problema.

Figura 3.2.2.2: Retrato de fase das equações regularizadas para $\varepsilon > 0$

Em M , $\dot{i} = 0$ e o campo vetorial é vertical. Fora da região (em uma camada da fronteira de M) onde $-v + i^3 - i$ tem ordem de grandeza ε , o fluxo é largamente horizontal, ou seja, a dinâmica- ε é preponderante.

É necessário que o fluxo de (3.2.2.3) pareça com o de (3.2.2.1) em regiões onde sistema (3.2.2.1) é bem definido. Este tipo de estabilidade é chamado de consistência na teoria de perturbações singulares (seção 3.5). A condição para a consistência é a estabilidade assintótica local de um PE (v_0, i_0) , do sistema (3.2.2.3), com v congelado em v_0 , isto é garantido por :

$$\left. \frac{\partial}{\partial i} (-v - i^3 + i) \right|_{(v_0, i_0)} = -3i_0^2 + 1 < 0\tag{3.2.2.4}$$

As regiões de M que satisfazem esta condição formam dois subconjuntos em M , chamados de M_a , que estão ilustrados na figura 3.2.2.3.

Figura 3.2.2.3: Escolha do espaço de configuração do sistema da equação (3.2.2.1) consistente com o da equação (3.2.2.3).

Pelo Teorema da Função Implícita, o sistema (3.2.2.1) restrito a M_a é bem definido. M_a é a porção fisicamente observável da dinâmica do circuito do espaço M . Qualquer distúrbio ou ruído forçará (v, i) para fora de M , de maneira que a dinâmica- ε na camada de fronteira determinará, na escala de tempo de ε , se o fluxo retornará a M ou será repellido. O comportamento de (3.2.2.1) ainda precisa ser especificado para a fronteira de M_a , i.e., nos pontos m_2 e m_3 na figura 3.2.2.3. Para isto examinam-se as trajetórias de (3.2.2.1) partindo de m_2 e m_3 e levando para o limite $\varepsilon \downarrow 0$. As trajetórias limites resultantes indicam um salto no tempo zero de um componente de M_a para outro, como mostrado na figura 3.2.2.3 (de m_2 para m_1 e de m_3 e m_4 , respectivamente). Este exemplo particular admite na operação uma órbita fechada com duas transições extremamente rápidas.

Observa-se que os pontos nos quais os saltos acontecem (pontos singulares) desempenham um papel importante em sistemas de EAD, ou mesmo em sistemas regularizados como o (3.2.2.3).

Nas próximas seções, visando à caracterização da área de atração de sistemas de EAD, observar-se-á os problemas trazidos por tais pontos, bem como serão vistos aspectos a respeito da teoria de sistemas singularmente perturbados.

3.2.3- Características de sistemas de equações algébrico-diferenciais - EAD

Os sistemas de EAD resultantes da modelagem do sistema elétrico de potência que preserva a estrutura da rede descritos no capítulo 2 podem ser expressos da maneira geral trazida pela equação (2.1.1):

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \lambda) \\ 0 = g(x, y, \lambda) \end{cases} \quad (3.2.3.1)$$

onde: x representa as variáveis dinâmicas associadas aos geradores e y as variáveis instantâneas ou algébricas associadas ao fluxo de potência na rede preservada. λ representa os parâmetros deste sistema. Para facilitar o estudo do sistema de EAD, pode-se por um momento não considerar os parâmetros como variáveis, resultando no seguinte sistema de EAD:

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{x} = f(x, y) \\ 0 = g(x, y) \end{cases} \quad (3.2.3.2)$$

Para o sistema (3.2.3.2), sejam as condições iniciais compatíveis (x_0, y_0) , para as quais:

$$0 = g(x_0, y_0) \quad (3.2.3.3)$$

onde: $f : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n; (x, y) \mapsto f(x, y)$, $g : \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m; (x, y) \mapsto g(x, y)$

Suponha que f e g são duas vezes continuamente diferenciáveis (C^2) em um conjunto aberto $\Omega \subset \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$:

$$f, g \in C^2(\Omega) \quad (3.2.3.4)$$

e a matriz Jacobiana de g em relação à y , chamada de $D_y g$ seja de posto constante e completo em Ω :

$$\text{posto}(D_y g(x, y)) = m, \quad \forall (x, y) \in \Omega \quad (3.2.3.5)$$

Considere-se ainda que o sistema tenha equilíbrios em Ω :

$$\begin{aligned} \exists (x^*, y^*) \in \Omega, \text{ tal que :} \\ f(x^*, y^*) = 0 \\ g(x^*, y^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.2.3.6)$$

Como pode ser visto em Hill e Mareels (1990), as considerações de continuidade são mais fortes do que a necessária para o desenvolvimento da maioria dos resultados e são geralmente satisfeitas para sistemas de potência. Já as considerações a respeito do posto completo e dos equilíbrios do sistema levam a inferir a respeito do comportamento do sistema de EAD como uma extensão de resultados de sistemas de EDO.

A suposição de posto completo é necessária para tal inferência, e por isso Ω é escolhido de tal forma que a suposição só tenha validade em vizinhanças de certos equilíbrios isolados. O conjunto Ω pode ser definido como:

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m : f(x, y) \in C^2, g(x, y) \in C^2, \text{posto}(D_y g(x, y)) = m\} \quad (3.2.3.7)$$

Em sistemas de potência esta suposição é tipicamente violada nas superfícies singulares (equação (3.2.3.11)). Desta forma, outra suposição é realizada: os equilíbrios e as superfícies de impasse são desconexos, e assim o desenvolvimento se dá apenas para regiões onde $\det[D_y g(x, y)] \neq 0$ e o Teorema da Função Implícita pode ser aplicado.

As condições iniciais incompatíveis do sistema levarão a saltos ("jump behaviors", seção 3.2.1) com x constante até a restrição $0 = g(x_0, y_0)$, caso possível. Este é o efeito aproximado de uma dinâmica rápida ignorada, que pode ser eventualmente regularizada, a exemplo do sistema dinâmico da seção 3.2.1.

É possível, portanto, estabelecer a existência e unicidade de soluções para modelos de EAD, inferindo resultados de modelos de EDO. Para isso, são necessárias algumas notações:

- $x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)$ são soluções do sistema de EAD:

$\{\dot{x} = f(x, y), 0 = g(x, y)\}$, como função do tempo e de condições iniciais;

- $B_\varepsilon = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m : \|(x, y)\| < \varepsilon\}$;
- $M = \{(x, y) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m : g(x, y) = 0\}$;
- $\overline{\Omega} = \text{fecho de } \Omega \text{ em } \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$;
- $\partial(\Omega) = \text{fronteira de } \Omega \text{ em } \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$;
- $\Omega_M = \Omega \cap M$;
- $\text{int}(\Omega) = \text{interior de } \Omega \text{ em } \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$;

Teorema (3.2.3.1): Das suposições: $f, g \in C^2(\Omega)$ e $\text{posto}(D_y g(x, y)) = m, \forall (x, y) \in \Omega$,

para todo $(x_0, y_0) \in \Omega_M$, o sistema de EAD: $\{\dot{x} = f(x, y), 0 = g(x, y)\}$, tem solução única

$x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)$ em Ω_M definido em um intervalo maximal $I = (t_-, t_+) \subset \mathfrak{R}$,

contendo 0, tal que:

1. $x(0, x_0, y_0), y(0, x_0, y_0) = (x_0, y_0)$;
2. $(x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \in \Omega_M, \forall t \in I$;
3. $\lim_{t \rightarrow t_-} (x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \in \overline{\Omega}_M, \lim_{t \rightarrow t_+} (x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \in \overline{\Omega}_M$;
4. $\begin{aligned} \dot{x}(t, x_0, y_0) &= f(x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \\ 0 &= g(x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \end{aligned}$;

Prova (Hill e Mareels (1990)):

Seja $h : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n; (x, y) \mapsto (D_y g)^{-1}(x, y)(D_x g)^{-1}(x, y)f(x, y)$, sendo $h \in C^1(\Omega)$,

e seja seguinte sistema de EDO:

$$\begin{aligned} \dot{w} &= f(w, z) \\ \dot{z} &= h(w, z) \end{aligned} \tag{3.2.3.8}$$

Segundo Hill e Mareels (1990) alguns teoremas padrões garantem a existência e unicidade das soluções em Ω para um intervalo maximal $I \subset \mathfrak{R}$ para qualquer condição inicial em Ω . As soluções do sistema de EDO acima devem satisfazer:

$$g(w(t, w_0, z_0), z(t, w_0, z_0)) = g(w_0, z_0), \forall t \in I \quad (3.2.3.9)$$

Logo, qualquer solução do sistema de EDO acima com $g(w_0, z_0) = 0$ é uma solução do sistema de EAD $\{\dot{x} = f(x, y), 0 = g(x, y)\}$.

Observa-se que a solução pode ser estendida até certo ponto (dentro do intervalo maximal de existência, I). Este intervalo é limitado pela existência de superfícies singulares, onde $D_y g(x, y) = 0 \notin \Omega$. Neste sentido não se pode generalizar a noção de "soluções do sistema de EAD" para soluções geradas fora das condições iniciais compatíveis, ou seja, não contidas em Ω , como por exemplo, em pontos singulares.

Entretanto, em Ω , o sistema de EAD $\{\dot{x} = f(x, y), 0 = g(x, y)\}$ é regido pelo sistema de EDO equivalente. Assim, se permite transferir de forma natural resultados do sistema de EDO para o sistema de EAD.

Complementando a revisão da teoria de sistemas dinâmicos da seção 3.1 algumas características dos sistemas de EAD são relevantes e serão aqui apresentadas.

Ao se discretizar as variáveis algébricas das dinâmicas, e ainda considerando novamente os parâmetros como variáveis, volta-se ao sistema da equação (3.2.3.1):

$\{\dot{x} = f(x, y, \lambda), 0 = g(x, y, \lambda)\}$, onde: $f : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}^n$, $g : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}^m$ e λ é um vetor com parâmetros.

Como pode ser visto em Kwatny et al. (1986), um PE do sistema de EAD da equação (3.2.3.1), (x^*, y^*, λ^*) , satisfaz a relação $f(x^*, y^*, \lambda^*) = 0$ e $g(x^*, y^*, \lambda^*) = 0$. Este ponto é denominado *localmente causal* em (x^*, y^*, λ^*) se é admitida a solução $y(x, \lambda^*)$ na

vizinhança de (x^*, y^*) , onde $y(x^*, \lambda^*) = y^*$. O ponto é denominado *fortemente causal* se em (x^*, y^*, λ^*) existe uma solução $y(x, \lambda)$ em uma vizinhança de (x^*, y^*, λ^*) com $y(x^*, \lambda^*) = y^*$. O PE é denominado *estritamente causal* se é fortemente causal e a solução $y(x, \lambda)$ é única.

Se a parte algébrica da equação (3.2.3.1) não admitir solução local para y , as trajetórias angulares representadas por x não serão unicamente determinadas pelo estado inicial do sistema de EAD (3.2.3.1).

Segundo Sastry e Desoer (1980), Kwatny et al. (1986), Praprost e Loparo (1994), entre outros, nessa vizinhança não-causal é possível perceber que efeitos parasitas desprezados na modelagem tornam-se centrais na determinação do comportamento local do sistema.

Um PE é dito *regular* se existem funções únicas $x_e(\lambda)$ e $y_e(\lambda)$, satisfazendo $\{f(x_e, y_e, \lambda) = 0, g(x_e, y_e, \lambda) = 0\}$ em uma vizinhança (x^*, y^*, λ^*) , tal que $x^* = x_e(\lambda^*)$, $y^* = y_e(\lambda^*)$ e ainda (3.2.3.1) é fortemente causal em (x^*, y^*, λ^*) .

A equação algébrica de (3.2.3.1), $g(x_e, y_e, \lambda) = 0$, restringe os estados do sistema ao conjunto denominado de *variedade algébrica* ou *variedade de configuração* ou *variedade de restrição*, definido como:

$$M = \{(x, y, \lambda) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^p : g(x, y, \lambda) = 0, \lambda = \text{const}\} \quad (3.2.3.10)$$

O conjunto M é usualmente uma variedade de dimensão m dividida em regiões causais conexas denominadas *folhas de solução* ou *componentes*. O *componente principal* ou *componente estável* é comumente denominado de C_0 , e é o componente de M onde todos os autovalores de $D_y g(x, y, \lambda)$ têm parte real negativa. Os componentes com um ou mais autovalores de $D_y g(x, y, \lambda)$ com parte real positiva são chamados de *componentes instáveis*, sendo C_1 , aquele de *tipo* -1 , e assim sucessivamente.

O conjunto NH , de pontos não hiperbólicos pertencentes a M , é o conjunto de pontos de M onde $D_y g(x, y, \lambda)$ tem pelo menos um autovalor no eixo imaginário e é denominado superfície singular.

$$S = \{(x, y, \lambda) \in M : \Delta(x, y) \equiv \det[D_y g(x, y, \lambda)] = 0\} \quad (3.2.3.11)$$

onde: $D_y g(x, y, \lambda) = \partial g(x, y, \lambda) / \partial y$.

Superfícies singulares são variedades de dimensão $m - 1$ que separam a variedade de restrição em componentes conexos, tal que $M \setminus NH = \cup_j C_j$ (Venkatasubramanian et al.(1995a)).

As trajetórias do sistema (3.2.3.1) só são definidas sobre a variedade M . Em particular, o conjunto de PEs deste sistema é dado abaixo e pertence a M .

$$E = \{(x, y, \lambda) \in M : f(x, y, \lambda) = 0, \lambda = \text{const}\} \quad (3.2.3.12)$$

Um ponto $(x_0, y_0, \lambda_0) \in M$ é não-singular ou regular, se a derivada parcial:

$$D_y g(x_0, y_0, \lambda_0) = \frac{\partial g(x_0, y_0, \lambda_0)}{\partial y} \in \Re^{n \times m} \quad (3.2.3.13)$$

é uma matriz não-singular (ver Kwatny et al. (1986), teorema 1).

Então, pelo Teorema da Função Implícita, existe uma única função diferenciável $h : \Re^{n \times p} \rightarrow \Re^m$ tal que $g(x, h(x, \lambda), \lambda) = 0$, para todo (x, λ) na vizinhança de (x_0, λ_0) . Substituindo $y = h(x, \lambda)$ em (3.2.3.1), obtém-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias da forma:

$$\dot{x} = f(x, h(x, \lambda), \lambda) \quad (3.2.3.14)$$

Se $x(t, \lambda)$ é solução do sistema de EDO da equação (3.2.3.14), então, $(x(t, \lambda), y = h(x(t, \lambda), \lambda))^T$ é uma solução local do sistema de EAD (3.2.3.1). De fato, em pontos não-singulares as soluções do sistema de EAD existem e são únicas (teorema 3.2.3.1).

Se o Teorema da Função Implícita é válido em uma vizinhança, então o sistema de EAD pode ser descrito pelas variáveis dinâmicas e a estabilidade local pode ser analisada. O sistema reduzido e linearizado torna-se:

$$A = D_x f - D_y f \cdot [D_y g]^{-1} \cdot D_x g \quad (3.2.3.15)$$

e um PE é dito ser *angularmente* estável se todos os autovalores de (3.2.3.15) tiverem parte real negativa.

Observando-se o disposto na seção 2.8 sobre a divisão do problema de estabilidade no tempo, os sistemas pré-falta, falta e pós-falta modelados por conjuntos de EAD terão cada um componentes estáveis e instáveis separados por pontos de impasse.

3.3- Caracterização da área de atração de sistemas de EAD

A estimativa correta da área de atração para sistemas de EAD é uma questão central na análise da estabilidade de grandes perturbações para sistemas de potência modelados preservando a estrutura da rede. Uma vez estimada adequadamente, podem ser encontrados os pontos de interesse e estabelecidos os TCRs, predizendo corretamente a estabilidade do sistema. No entanto, alguns problemas são percebidos:

1. Não é fácil caracterizar a área de atração de sistemas de EAD;
2. Não é trivial, portanto, estabelecer uma estimativa adequada para esta área; e
3. Caso a estimativa seja feita por funções do tipo energia, deve-se encontrar uma função adequada, o que também não é trivial (seção 3.4).

A caracterização da área de atração de sistemas de EAD é mais complexa do que a de sistemas de EDO devido à existência de superfícies de singularidade, onde o sistema

dinâmico pode não ser bem definido. Desta forma é comum na literatura caracterizar-se a área de atração de sistemas de EAD de duas formas:

- as que utilizam o conceito de domínio de atração, introduzido por DeMarco e Bergen (1987), que consideram superfícies singulares fronteiras da área de atração do sistema; e
- as que consideram conjuntos contidos nas superfícies singulares para caracterização da área de atração e principalmente sua fronteira, como os trabalhos de Venkatasubramanian et al. (1994), entre outros.

As subseções 3.3.1 e 3.3.2 dedicam-se as formas de se caracterizar a área de atração de sistemas de EAD, baseado nos estudos de DeMarco e Bergen (1987) e Venkatasubramanian et al. (1991,1992 a,b,c, 1995 a,b), respectivamente.

3.3.1- Caracterização da área de atração de sistemas de EAD no conceito de domínio de atração

No conceito de domínio de atração, a área de atração do sistema de EAD é restrita aos pontos onde a matriz Jacobiana associada à parte algébrica tem autovalores estáveis. Em outras palavras, o sistema está restrito ao conjunto de soluções que definem a folha ("sheet") ou componente estável C_0 da variedade de restrição M .

Desta forma, a superfície singular é determinada como fronteira da área de atração. Com esta caracterização, a fronteira da área de atração de um sistema de EAD passa a ser composta por:

- PEIs na fronteira da área de atração;
- variedades estáveis de PEIs na fronteira da área de atração;

- pontos onde a matriz Jacobiana associada à parte algébrica tem autovalores nulos (superfícies singulares) na fronteira da área de atração;

A figura 3.3.1.1 ilustra a da área de atração caracterização no domínio de atração.

Figura 3.3.1.1: Caracterização da fronteira da área de atração do PEE (x_s, y_s) , $\partial A(x_s, y_s)$ no conceito de domínio de atração.

A marca (1) na figura 3.3.1.1 exemplifica pontos singulares pertencentes à fronteira da área de atração, $\partial A(x_s, y_s)$; a (2) exemplifica uma variedade estável de um PEI, (x_u, y_u) , pertencente à $\partial A(x_s, y_s)$; e (3) exemplifica um PEI, (x_u, y_u) , pertencente à $\partial A(x_s, y_s)$.

3.3.2- Caracterização da área de atração de sistemas de EAD considerando conjuntos contidos na superfície de singularidade

Esta caracterização da área de atração foi proposta nos trabalhos de Venkatasubramanian et al. (1991, 1992 a,b,c, 1995 a,b), e considera trajetórias estáveis do sistema de EAD que alcançam superfícies singulares.

Restringindo a dinâmica do sistema de EAD da equação (3.2.3.1) ao conjunto $M \setminus S$, ou seja, M excluindo S , o campo vetorial localmente induzido é o do sistema de EDO reduzido:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, \lambda) \\ \dot{y} &= -(D_y g(x, y, \lambda))^{-1} \cdot D_x g(x, y, \lambda) \cdot f(x, y, \lambda)\end{aligned}\tag{3.3.2.1}$$

Tal conjunto de EDO não é definido em pontos pertencentes à S . Entretanto, uma transformação singular pode ser feita e torna-se possível analisar o comportamento do sistema dinâmico perto da singularidade S :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y) \cdot \Delta(x, y) \\ \dot{y} &= -adj(D_y g(x, y)) \cdot D_x g(x, y) \cdot f(x, y)\end{aligned}\tag{3.3.2.2}$$

onde: $adj(D_y g(x, y))$ é a matriz adjunta de $D_y g(x, y)$.

O campo vetorial de (3.3.2.2) é obtido quando o campo vetorial do sistema (3.3.2.1) é multiplicado ponto a ponto por $\Delta(x, y) = \det[D_y g(x, y)]$. Pode ser visto que o sistema de (3.3.2.2) é equivalente à (3.3.2.1), quando $\Delta(x, y)$ é positivo, e inverso no tempo, quando $\Delta(x, y)$ é negativo.

O fluxo deste campo vetorial transformado é suave, deixando a variedade de restrição invariante e ajudando na análise das dinâmicas singulares. Logo, é possível expandir a fronteira de estabilidade pela inclusão de alguns conjuntos que pertencem à superfície singular.

Explorando a transformação singular de (3.3.2.2), é possível estabelecer conjuntos que definem a estrutura do espaço de estados do sistema de EAD no conjunto singular S , definido em (3.2.3.11):

1. $\Psi = \{(x, y) \in S : \kappa(x, y) \equiv adj(D_y g(x, y)) \cdot D_x g(x, y) \cdot f(x, y) = 0\}$
2. $\Xi = \{(x, y) \in S \setminus \Psi : D_y \Delta(x, y) \cdot \kappa(x, y) = 0\}$

$$3. R = S \setminus (\Xi \cup \Psi)$$

O conjunto Ψ é chamado de superfície de pseudo-equilíbrio. O conjunto Ξ é chamado de superfície semi-singular e o conjunto R é a superfície de singularidade excluindo os conjuntos Ξ e Ψ .

O conjunto Ψ tem o comportamento de uma superfície de equilíbrio de (3.3.2.2). É possível ver que um PE de (3.3.2.1) é um ponto de equilíbrio de (3.3.2.2) e que os autovalores de (3.3.2.2) são os de (3.3.2.1) multiplicados por $\Delta(x, y)$. Como descrito em Venkatasubramanian et al. (1995 b), por causa da transformação, (3.3.2.2) tem um conjunto adicional de PEs em Ψ . A figura 3.3.2.1 ilustra qualitativamente o disposto.

Figura 3.3.2.1: Comparação dos retratos de fase dos sistemas (3.3.2.1) e (3.3.2.2) para um sistema qualquer. (a) sistema (3.3.2.1); e (b) sistema (3.3.2.2)

A figura 3.3.2.1 que ilustra o exemplo da transformação do sistema (3.3.2.1) no sistema (3.3.2.2) registra em (a) a presença da singularidade S por meio da linha S - S , que no segmento Ψ - S (acima) apresenta fontes (“sources”) singulares e no segmento S - Ψ (abaixo) representa poços (“sinks”) singulares. E apresenta também o ponto de pseudo-sela Ψ .

Quando se compara as trajetórias da figura 3.3.2.1(a) e 3.3.2.1(b), observa-se que as trajetórias são idênticas, entretanto, em 3.3.2.1(b) não existem pontos singulares (linha S - S). Os pontos singulares foram eliminados pela multiplicação por $\Delta(x, y)$ e as trajetórias

apresentam o sentido inverso à esquerda da linha S-S. O ponto singular Ψ em 3.3.2.1(a) tornou-se um equilíbrio normal do sistema 3.3.2.1(b).

O conjunto Ξ corresponde aos pontos onde (3.3.2.2) é tangente à singularidade, ou seja, um conjunto de pontos onde a trajetória apenas toca a singularidade e não a cruza (Venkatasubramanian et al. (1995 b). A figura 3.3.2.2 ilustra o disposto.

Figura 3.3.2.2: Dinâmica perto dos pontos semi-singulares

O conjunto R consiste dos pontos singulares para os quais as trajetórias de (3.3.2.2) convergem ou originam, transversalmente. A figura 3.3.2.3 ilustra o disposto.

Figura 3.3.2.3: Dinâmica perto dos pontos singulares transversais (conjunto R)

A fronteira de estabilidade de um PEE, $\partial A(x_s, y_s)$, explorando características conjuntos específicos contidos nas superfícies singulares passa a ter a seguinte composição (Venkatasubramanian (1991,1992 a,b,c, 1995 a,b)):

1. PEIs na fronteira da área de atração;
2. Variedades estáveis de PEIs na fronteira da área de atração;
3. Variedades estáveis de pseudo-equilíbrios e pontos semi-singulares de superfícies singulares na fronteira da área de atração;
4. Pedacos de fronteiras singulares na fronteira da área de atração;

3.4- Teoria de estabilidade de Lyapunov para estudos de estabilidade angular com estrutura da rede preservada

Dado o modelo de equações diferenciais restritas a ser utilizado para análise de estabilidade de um sistema de potência devido a grandes perturbações, torna-se necessário desenvolver uma forma de avaliar a margem de estabilidade do sistema de potência para determinada falta.

A forma clássica e mais evidente de avaliar a margem de estabilidade do sistema de potência modelado preservando a estrutura da rede é a simulação numérica no tempo das equações algébrico-diferenciais. Assim, por inspeção do comportamento das variáveis de estado, pode ser identificado o TCR do sistema para determinada falta.

Entretanto, é interessante que a identificação dessa margem de estabilidade possa ser feita de forma mais direta. Nesse caso, surgem problemas com a integração de equações diferenciais, computacionalmente lentas.

A avaliação da margem de estabilidade pode ser realizada sem a solução explícita das equações diferenciais que regem o sistema pós-falta por meio de métodos diretos de análise. Tais métodos foram inicialmente concebidos para aplicações ao estudo de estabilidade transitória com sistemas de potência modelados com estrutura da rede reduzida. Entretanto, são estudados também para permitir a avaliação de margens de estabilidade para sistemas de potência modelados com estrutura da rede preservada.

Além de não se necessitar resolver explicitamente as equações diferenciais que representam o sistema após a eliminação da falta, a eficiência destes métodos diretos reside também no fato de que a avaliação da margem de estabilidade do sistema é realizada por meio da energia, um índice que tem significado físico evidente.

Os métodos diretos baseiam-se nos resultados de Lyapunov e no princípio da

invariância de LaSalle. Nestes estudos associa-se uma função do tipo de Lyapunov ao sistema. Estas funções de Lyapunov podem ser interpretadas como se fossem funções do tipo energia do sistema dinâmico associado. Assim, a função atribui valores (energias) aos pontos de interesse do estudo, o que permite por comparação, que sejam estabelecidas a margem, ou distância, que o sistema antes da falta está da instabilização, em passos de integração, para determinada contingência.

As próximas subseções apresentarão: a fundamentação do estudo de estabilidade de acordo com a teoria de Lyapunov; uma função energia aplicável a sistemas de EAD; e a forma de aplicação de métodos diretos no estudo de estabilidade.

3.4.1- Teoria de estabilidade de Lyapunov

O estudo de estabilidade por métodos diretos permite a predição da estabilidade sem a solução explícita das equações diferenciais que representam o sistema elétrico de potência. Porém, é necessário estabelecer a maneira de predizer a estabilidade de PEs, bem como existe a necessidade de se estabelecer funções de Lyapunov do tipo energia para associar ao sistema de potência.

Como pode ser visto em Vidyasagar (1993) sobre o uso de funções de Lyapunov, em tradução livre:

“Se fosse possível definir, em algum sentido, a energia total de um sistema, a qual tivesse a propriedade de ser zero na origem e positiva em outros lugares, ou seja, ter um mínimo local ou global em 0, conseqüentemente, se o sistema originalmente na origem fosse perturbado, o nível de energia do sistema aumentaria, e então, a partir daí, olhar-se-ia para o comportamento dinâmico do sistema, e dependendo da função energia utilizada, poder-se-ia concluir sobre a estabilidade.”

Neste contexto despertam atenção as idéias do método de Lyapunov, que por sua vez se baseiam nas idéias de Lagrange (1800):

"Se uma certa posição de repouso de um sistema mecânico conservativo é um ponto de mínimo da energia potencial, então esta é uma posição de equilíbrio estável. Caso contrário, a posição é instável."

Lyapunov, generalizando as idéias de Lagrange, ou generalizando o conceito de energia mecânica de um sistema, estabeleceu o seguinte teorema:

Teorema de Lyapunov (3.4.1.1):

Seja $x=0$, um ponto de equilíbrio do sistema (3.1.1), e $D \subset \mathbb{R}^n$ um domínio contendo $x=0$. Seja uma função de classe C^1 , $V: D \rightarrow \mathbb{R}$, conhecida como função de Lyapunov, definida positiva, onde:

$$V(0) = 0 \text{ e } V(x) > 0 \text{ em } D - \{0\} \quad (3.4.1.1)$$

Então, se:

$$\text{a) } \dot{V}(x) \leq 0 \text{ em } D - \{0\}: \quad (3.4.1.2)$$

sua derivada no tempo seja semi-definida negativa, então, a origem do sistema dinâmico associado é estável;

b) $\dot{V}(x) < 0$ em $D - \{0\}$: sua derivada no tempo seja definida negativa, então, a origem do sistema dinâmico associado é assintoticamente estável;

Prova: Anexo A.

Uma função contínua e diferenciável $V(x)$ satisfazendo as condições do Teorema de Lyapunov é denominada função de Lyapunov. A superfície, $V(x) = c$, para algum $c > 0$, é chamada de superfície de Lyapunov ou curva de nível.

Figura 3.4.1.1: Curva de nível de uma função de Lyapunov

A condição $\dot{V} \leq 0$ implica que quando a trajetória cruza a superfície de Lyapunov, $V(x) = c$, ela se move para dentro do conjunto $\Omega_c = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid V(x) \leq c\}$ e dentro deste conjunto não consegue mais sair. Quando $\dot{V} \leq 0$, a trajetória move-se de uma superfície de Lyapunov para outra mais interior, com menor c . Com o decréscimo de c , a superfície de Lyapunov, $V(x) = c$, encolhe em direção a origem, mostrando que a trajetória alcança a origem, enquanto o tempo avança.

Se for conhecido apenas que $\dot{V} \leq 0$, não se pode garantir que a trajetória alcançará a origem. Porém pode-se concluir que a origem é estável, desde que a trajetória esteja contida dentro de uma bola B_ε para uma dada condição inicial $x(0)$, permanecendo no interior de uma superfície de Lyapunov que contém a bola.

Já para $\dot{V} \geq 0$, pelo mesmo raciocínio, a trajetória move-se de uma superfície de Lyapunov para outra mais exterior, com maior c . Com o acréscimo de c , a superfície de Lyapunov, $V(x) = c$, aumenta na direção contrária a da origem, mostrando que a trajetória se afasta da origem, enquanto o tempo avança.

3.4.2- Resultados da estabilidade de Lyapunov para sistemas de EAD

A dinâmica das equações diferenciais do sistema de EAD dado na equação (3.2.3.2) é restrita pelas equações algébricas do mesmo sistema. Nos pontos não singulares da variedade de restrição, ou seja, no conjunto $M \setminus S$, é possível estudar a estabilidade do sistema de EAD com as técnicas e resultados do sistema de EDO. Para tanto, deve-se considerar que isso se aplica ao conjunto Ω escolhido (equação (3.2.3.7)).

No caso dos sistemas de EAD, a eliminação de variáveis associadas à restrição é possível para o conjunto $M \setminus S$ resultando na redução do sistema de EAD a um sistema EDO equivalente. Com base no Teorema da Função Implícita e no conjunto Ω escolhido (equação (3.2.3.7)), existe em uma vizinhança $U \subset \mathfrak{R}$ de $\bar{x}$, onde $(\bar{x}, \bar{y}) \in \Omega_M$, uma função única duas vezes diferenciável:

$$u : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m; x \mapsto u(x), u \in C^2(U) \quad (3.4.2.1)$$

tal que:

$$0 = g(x, u(x)) \quad \forall x \in U \quad e \quad (U \times u(U))_M \subset \Omega_M \quad (3.4.2.2)$$

com matriz Jacobiana:

$$(Du)(x) = -(D_{u(x)}g)^{-1}(x, u(x))(D_xg)^{-1}(x, u(x))f(x, u(x)) \quad (3.4.2.3)$$

O seguinte resultado provê o sistema reduzido (Hill e Mareels (1990)):

Lema (3.4.2.1): Na vizinhança $(U \times u(U))_M \subset \Omega_M$, o sistema de EAD reduz-se à:

$$\dot{x} = f(x, u(x)) \quad (3.4.2.4)$$

Quando se discute a estabilidade de sistemas de EAD, é importante observar que apenas as perturbações que satisfazem as restrições algébricas são consideradas.

Dada uma solução trivial $(x(t,0,0), y(t,0,0)) \equiv (0,0)$ do sistema de EAD:

Definição (3.4.2.1): A solução trivial é estável se dado $\varepsilon > 0$, existe um $\delta > 0$, tal que para todo $(x_0, y_0) \in \Omega_M \cap B_\delta$, então:

$$(x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0)) \in \Omega_M \cap B_\varepsilon, \forall t \in \mathfrak{R}_+ \quad (3.4.2.5)$$

Definição (3.4.2.2): A solução trivial é assintoticamente estável se é estável e existe um $\eta > 0$, tal que para todo $(x_0, y_0) \in \Omega_M \cap B_\eta$, então:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|(x(t, x_0, y_0), y(t, x_0, y_0))\| = 0 \quad (3.4.2.6)$$

Considerando as definições, os resultados a seguir servem de argumentos básicos para a estabilidade no senso de Lyapunov:

Teorema (3.4.2.1): Seja um conjunto aberto, conexo e que contém a origem, $\Omega' \subset \Omega$, Assumindo que existe uma função $V : \Omega' \rightarrow \mathfrak{R}_+$ de classe $C^1(\Omega')$ tal que V é definida positiva e tem derivada semidefinida negativa em Ω'_M , i.e.:

$$\begin{aligned} V(x, y) &\geq a(\|(x, y)\|) \\ \dot{V}(x, y) &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.4.2.7)$$

em Ω'_M para algum $a \in K = \{a : \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{R}^+, \text{contínua, estritamente crescente, } a(0) = 0\}$.

Então a solução trivial é estável.

Prova: Do lema (3.4.2.1), conclui-se que existe uma vizinhança Ω' da origem tal que $\Omega'_M \subset \Omega_M$, na qual o sistema de EAD é equivalente ao sistema de EDO. Seja $r \in \mathfrak{R}_+$ o maior valor tal que $B_r \subset \Omega' \cap \Omega'_M$. Para qualquer $\varepsilon \leq r$, é possível adaptar o Teorema de Lyapunov padrão para sistemas de EDO, como a seguir. Com B_r , a suposição de posto completo implica que $\|(x, y)\| \leq (1+L)\|x\|$ para algum $L > 0$. Escolhendo-se δ_1 tal que $\|x(t, x_0, y_0)\| \leq \varepsilon/(1+L)$, então é possível deduzir que $\delta(\varepsilon)$ satisfaz a definição (3.4.4.2). Para $\varepsilon > r$, assegura-se o resultado escolhendo $\delta = \delta(r)$.

Teorema (3.4.2.2): Das condições do teorema (3.4.2.1), suponha que V tenha derivada definida negativa em Ω'_M , i.e.:

$$\dot{V}(x, y) \leq -c\|(x, y)\| \quad (3.4.2.8)$$

em Ω'_M para algum $c \in K$. Definindo ainda: $\alpha = \sup_{\gamma \in \mathfrak{R}_+} \{\gamma : M \cap B_\gamma \subset \Omega' \cap \Omega'_M\}$ e

$V_\alpha^{-1} = \{(x, y) \in \Omega'_G : V(x, y) \leq a(\alpha)\}$. Então a solução trivial é assintoticamente estável com domínio de atração contendo $V_\alpha^{-1}(\subset \Omega'_M \subset \Omega_M)$.

Prova: Com $B_r \subset \Omega' \cap \Omega'_M$, pode ser realizada adaptando os argumentos do teorema (3.4.2.1).

Para sistemas de EDO invariantes no tempo, a condição de $\dot{V}$ do teorema (3.4.2.2) pode ser relaxada, desde que haja uma contraparte, usando o princípio de invariância de LaSalle. Seja:

$$\dot{V}(x, y) \leq 0, \quad \text{em } \Omega'_M \quad (3.4.2.9)$$

$$S = \{(x, y) \in \Omega' \cap \bar{\Omega}'_M : \dot{V}(x, y) \equiv 0\} \quad (3.4.2.10)$$

Então pode ser provado que as trajetórias alcançam o maior conjunto invariante em S , e as conclusões do teorema (3.4.2.2) permanecem inalteradas.

Deve ser observado que se for requerido que V seja decrescente, i.e., $\dot{V}(x, y) \leq b(\|(x, y)\|)$ em Ω'_M , para algum $b \in K$, então as condições dos teoremas (3.2.3.1) e (3.4.2.1) garantem a estabilidade e estabilidade assintótica, respectivamente.

Teorema (3.4.2.3): Considerando que as suposições contidas em (3.2.3.4), (3.2.3.5) e (3.2.3.6) valham, e que:

$$A(x, y) := (D_x f)(x, y) - (D_y f)(x, y)(D_y g)^{-1}(x, y)(D_x g)(x, y) \quad (3.4.2.11)$$

satisfaz a suposição:

$$\varepsilon \cdot I + A^T(x, y) + A(x, y) \leq 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega'_M, \quad \varepsilon > 0, \quad (3.4.2.12)$$

onde Ω' é um subconjunto conexo e aberto de Ω , contendo a origem.

Considerando as suposições (3.2.3.4), (3.2.3.5), (3.2.3.6) e (3.4.2.12), a solução trivial $(x(t, 0, 0), y(t, 0, 0)) = (0, 0)$ do sistema de EAD é assintoticamente estável.

Prova: Hill e Mareels (1990).

Com as considerações, suposições, teoremas, corolários e lema apresentados, a estabilidade de sistemas de EAD fica bem caracterizada no domínio de atração, ou na região onde o Teorema da Função Implícita se aplica e o sistema de EAD pode ser reduzido a um sistema de EDO equivalente. A seguir será apresentado um exemplo ilustrativo.

Seja o sistema de EAD:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + y \\ 0 &= x^2 + y^2 - c^2 \end{aligned} \quad (3.4.2.14)$$

As suposições (3.2.2.4), (3.2.2.5), (3.2.2.6) e (3.4.2.12) são facilmente verificadas:

suposição (3.2.2.4): f e g são C^2 ;

suposição (3.2.2.5): $\text{post}(\alpha(D_y g(x, y))) = 1$, se $y \neq 0$. Escolhendo-se $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$;

suposição (3.2.2.6): os equilíbrios do sistema são: $(c/\sqrt{2}, c/\sqrt{2})$ e $(-c/\sqrt{2}, -c/\sqrt{2})$, logo o único equilíbrio em Ω é: $(c/\sqrt{2}, c/\sqrt{2})$. O problema não sofrerá translação das coordenadas para a origem.

Suposição (3.4.2.12): $\varepsilon \cdot I + A^T(x, y) + A(x, y) \leq 0, \forall (x, y) \in \Omega'_M, \varepsilon > 0$, logo:

$A(x, y) = -1 - (\frac{1}{2y})2x = -1 - \frac{x}{y}$, que é estritamente negativa em

$\Omega'_M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = c^2, y > 0, x + y > 0\}$;

As condições do teorema (3.4.2.2) são atendidas para a função de Lyapunov do tipo energia: $V = f^T(x, y) \cdot f(x, y) = (x - y)^2 > 0$ e sua derivada estritamente negativa

$$\dot{V}(x(t), y(t)) = f^T(x, y) \cdot (A^T(x, y) + A(x, y)) \cdot f(x, y) = -2 \cdot (x - y)^2 \cdot \left(1 + \frac{x}{y}\right) \leq 0 \in \Omega'_M.$$

Desta forma o teorema (3.4.2.3) garante a estabilidade assintótica do equilíbrio usando como função de Lyapunov $V = (x - y)^2$. Usando o teorema (3.4.2.2), é possível estimar a região de atração de A contendo o maior conjunto da forma $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = c^2, (x - y)^2 \geq d\}$ contido em Ω'_M que leva a:

$$A \supset \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = c^2, x > 0, y > 0\} \quad (3.4.2.15)$$

Uma vez que $A = \Omega_M$, neste caso a estimativa somente cobre metade do exato domínio de atração. Pode-se examinar a estabilidade dos equilíbrios $(-c/\sqrt{2}, -c/\sqrt{2})$ usando a mesma função de Lyapunov, obtendo um resultado similar.

Neste exemplo, a representação local pelo sistema de EDO pode ser identificada analiticamente:

$$y = \pm\sqrt{-x^2 + c^2}, \quad -c \leq x \leq c, \quad U = [-c, c] \quad (3.4.2.16)$$

Usando $u(x) = \sqrt{c^2 - x^2}$, compatível com $\Omega_M \supset (U \times u(U))_M$. Então a descrição do sistema é dada por:

$$\dot{x} = -x + \sqrt{c^2 - x^2} := h(x), \quad \forall x \in U \quad (3.4.2.17)$$

O equilíbrio desta equação é dado por: $x = c / \sqrt{2}$.

3.4.3- Função energia para sistemas de EAD

A determinação de funções de Lyapunov para modelos de EAD é necessária, mas não é trivial. Em outras palavras, com a preservação da estrutura da rede torna-se mais difícil encontrar funções de Lyapunov (funções do tipo energia) viáveis para aplicação ao estudo.

Dadas as condições de construção e de acordo com o disposto nos teoremas (3.4.2.1) e (3.4.2.2), a existência de funções energia é condição suficiente para garantir que cada trajetória na fronteira da região de estabilidade seja limitada e convergente ao PEE (Alberto e Chiang, 2007):

Definição 3.4.3.1: Uma função C^1 , $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função energia para o sistema de EAD se satisfaz:

$$(i) \quad \dot{V}(x, y) := \left[(D_x V)(x, y) - (D_y V)(x, y)(D_y g)^{-1}(x, y)(D_x g)(x, y) \right] \cdot f(x, y) \leq 0 \quad \text{para}$$

todo $(x, y) \in M \setminus S$;

$$(ii) \quad \text{Se } (x, y) \in M \setminus S \text{ e } (x, y) \notin E, \text{ então o conjunto } \{t \in [0, t_\omega): \dot{V}(\phi_0(t, x, y)) = 0\}$$

tem medida zero;

$$(iii) \quad \text{Se } V(\phi_0(t, x, y)) \text{ é limitado para } t \in [0, t_\omega), \text{ então } \phi_0(t, x, y) \text{ é limitado}$$

para } t \in [0, t_\omega);

onde: $[0, t_w)$ é o intervalo maximal de existência à direita para a solução $\phi_0(t, x, y)$.

Assim, apresenta-se nesta subseção uma função energia que pode ser utilizada na avaliação da margem de estabilidade de sistemas de EAD, proposta por Praprost e Loparo (1994).

Para tal, seja o sistema da equação (3.4.3.1) um sistema de potência modelado como um sistema de EAD multimáquinas com o modelo clássico de máquinas síncronas. Considerando que as condutâncias das linhas de transmissão podem ser desprezadas e que o sistema é composto de NG equações de “swing” relativas aos geradores do sistema e por $2 \cdot NPQ + NPV$ equações de fluxo de potência, onde NPQ e NPV são os números de barras modeladas como PQ e PV , respectivamente; tem-se o modelo de EAD do sistema:

$$\begin{aligned} \ddot{\gamma}_i &= \frac{1}{M_i} \cdot \left(P_{im} - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\gamma_i - \gamma_j) \right) \quad i = 1, \dots, NG; \\ 0 &= - \left(P_i + \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\gamma_i - \gamma_j) \right), \quad i = 1, \dots, NPQ + NPV \\ 0 &= - \left(Q_i - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\gamma_i - \gamma_j) \right), \quad i = 1, \dots, NPQ; \end{aligned} \quad (3.4.3.1)$$

onde: n é igual á $NG + NPQ + NPV$, γ_i é o ângulo de fase, M_i é a inércia e P_{mi} a potência mecânica do i -ésimo gerador. V_i é o módulo da tensão, P_i é a carga de potência ativa e Q_i é a carga de potência reativa, da i -ésima barra. B é a matriz susceptância, onde B_{ij} é a susceptância de transferência da linha $i - j$ e B_{ii} é a susceptância nodal do i -ésimo barramento.

Estabelecendo o último gerador do sistema como referência angular (referência OMR, seção 2.3.2), o conjunto de EAD que representa o sistema fica:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_i = & \frac{1}{M_i} \cdot \left(P_{im} - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\alpha_i - \alpha_j) \right) + \\ & - \frac{1}{M_{NG}} \cdot \left(P_{NGm} - \sum_{j=1}^n V_{NG} V_j B_{NGj} \sin(\alpha_{NG} - \alpha_j) \right) \\ & i = 1, \dots, NG - 1 \end{aligned} \quad (3.4.3.2)$$

$$\begin{aligned} 0 = & - \left(P_i + \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \sin(\alpha_i - \alpha_j) \right), i = 1, \dots, NPQ + NPV \\ 0 = & - \left(Q_i - \sum_{j=1}^n V_i V_j B_{ij} \cos(\alpha_i - \alpha_j) \right), i = 1, \dots, NPQ; \end{aligned}$$

onde: $\alpha_i = \gamma_i - \gamma_{NG}$, $\gamma_{NG} = 0$.

A função energia (3.4.3.3) permite a avaliação da margem de estabilidade de um sistema de potência modelado com estrutura da rede preservada por meio do conjunto de EAD (3.4.3.2):

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i^0 V_j^0 \cos(\alpha_i^0 - \alpha_j^0) - \sum_{j=1}^n \int_{V_j^0}^{V_j} \frac{Q_j(u)}{u} du + \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n B_{ij} V_i V_j \cos(\alpha_i - \alpha_j) - \sum_{i=1}^{NG} P_{im} (\alpha_i - \alpha_i^0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NG} M_i \omega_i^2 \end{aligned} \quad (3.4.3.3)$$

onde: ω é a velocidade angular rotórica. α^0 e V^0 são respectivamente os ângulos e tensões relativas ao PEE e n é igual á $NG + NPQ + NPV$.

O último termo da equação (3.4.3.3) representa a energia cinética. Os outros termos representam a energia potencial, E_p . A carga de potência ativa pode ser modelada como potência constante e a carga de potência reativa é uma função arbitrária do módulo da tensão. É possível mostrar que a função energia V é constante para o sistema de EAD pós-falta sem amortecimento e válida para o domínio de atração.

3.5- Teoria de perturbações singulares

Em sistemas físicos, como os sistemas de energia elétrica, não existem variáveis estritamente algébricas (y), como aquelas resultantes da preservação da estrutura da rede

para o modelo de EAD em estudo. As variáveis algébricas são aproximações de comportamentos dinâmicos considerados muito mais lentos ou muito mais rápidos de uma variável em comparação a outra, de tal maneira que uma das dinâmicas pode ser desprezada sem afetar muito os objetivos de um estudo.

Para o sistema elétrico de potência, as variáveis algébricas relativas ao fluxo de potência são muito mais rápidas que as dinâmicas relativas à aceleração ou desaceleração de geradores. Por causa disto, em estudos dinâmicos de grandes perturbações, as variáveis de fluxo de potência são muitas vezes desprezadas, como no estudo clássico de estabilidade transitória. O inverso também acontece quando o estudo tem como objetivo a análise das variáveis do fluxo de potência e as dinâmicas dos geradores podem ser desprezadas.

Ao se preservar a estrutura da rede, estabeleceu-se o modelo de EAD com dois tipos de variáveis de estado: um com dinâmica lenta (x), representando ângulos e velocidades angulares rotóricos das máquinas síncronas do sistema e um sem dinâmica, algébrico ou instantâneo, (y), representando os módulos de tensão e os ângulos das barras do sistema.

De fato, a existência de uma variável algébrica associada às equações que modelam a rede de transmissão é uma aproximação ou um limite de uma variável dinâmica muito rápida em relação àquela dos geradores.

A existência de variáveis estritamente algébricas traz problemas em análises dinâmicas, como o estudo de estabilidade angular. Ocorre que fora da variedade de restrição, M , não existe campo vetorial definido para o sistema de EAD, uma vez que a restrição imposta pelas equações algébricas do modelo (equações de fluxo de potência) não é obedecida.

Entretanto, conforme disposto na seção 2.8, o estudo de estabilidade é caracterizado por alterações topológicas da rede que são modeladas por 3 sistemas de EAD distintos,

separados no tempo, representando as configurações do sistema antes, durante e após a falta ocorrida.

As mudanças topológicas enfrentadas pelo sistema resultam em variedades de restrição distintas, ou seja, uma para cada um dos sistemas de EAD (pré-falta, falta e pós-falta), como pode ser observado nas equações (2.7.2), (2.7.3) e (2.7.4). Observa-se assim, que nos instantes de aplicação da falta e de sua eliminação os sistemas são substituídos, e conseqüentemente, as variedades de restrição também.

Cada uma das substituições representa um salto entre dois sistemas de EAD e ocorrem nos instantes de aplicação e de eliminação da falta, dada a inexistência do campo vetorial fora das variedades de restrição de cada sistema de EAD.

Em tais instantes de tempo as equações diferenciais do sistema não poderiam ser integradas, levando a uma descontinuidade na trajetória do sistema. Ou seja, nos instantes do salto não seria possível avançar a trajetória do sistema da condição pré-falta para a falta e da falta para a pós-falta. Isso restringiria a realização de simulações computacionais do sistema modelado.

Para tratar a questão parece adequado recorrer à teoria de perturbação singular (Sastry e Desoer (1980), Praprost e Loparo (1994) e em Zou et al. (2003), entre outros), pois é possível introduzir uma dinâmica muito rápida junto a cada variável algébrica do sistema. Essa dinâmica aproxima o comportamento de salto observado no modelo de EAD, embora permita que exista um novo campo vetorial para todo o espaço de estados, até então restrito à variedade de configuração.

Neste sentido, é possível modelar uma dinâmica singela e associá-la à parte algébrica, sem que para tanto se perca as características obtidas com a modelagem de EAD.

Como pode ser visto em Khalil (1992), as soluções analíticas de equações diferenciais não-lineares estão limitadas a uma classe especial de equações. Normalmente, existem

vários métodos de aproximação das soluções. Existem duas categorias de métodos de aproximações comumente usados por engenheiros e cientistas: métodos numéricos e métodos assintóticos. Os métodos numéricos aplicados à resolução de equações diferenciais não-lineares são clássicos e amplamente estudados. Já os métodos assintóticos não são tão conhecidos.

Dada uma equação de estado: $\dot{x} = f(t, x, \varepsilon)$, suponha que ε é um parâmetro escalar suficientemente pequeno e que em certas condições a equação tem solução exata $x(t, \varepsilon)$. Existem muitas aplicações para este tipo de equação, onde o objetivo deste método assintótico é obter aproximações ou soluções aproximadas, $\tilde{x}(t, \varepsilon)$, de tal maneira que o erro, $x(t, \varepsilon) - \tilde{x}(t, \varepsilon)$, seja de ordem suficientemente pequena, em alguma norma, para um pequeno $|\varepsilon|$. A solução aproximada $\tilde{x}(t, \varepsilon)$ é de alguma maneira mais simples que a original $x(t, \varepsilon)$, viabilizando a aplicação. Assim, *o significado prático dos métodos assintóticos está em revelar propriedades estruturais escondidas ou implícitas pela equação de estado original para um $|\varepsilon|$ pequeno*. Os métodos assintóticos revelam uma estrutura com escala de tempo múltipla, inerente a muitos problemas práticos.

Segundo Khalil (1992), quase sempre as soluções da equação de estados exibe o fenômeno de que algumas variáveis são "rápidas" e outras "lentas". Entre os métodos que lidam com a interação entre estas variáveis "lentas" e "rápidas" está o método da perturbação singular.

Algumas vezes a propriedade estrutural implícita do problema em estudo leva a obtenção de equações de estado que dependem suavemente de um parâmetro suficientemente pequeno ε . Este tipo de problema pode ser tratado com a teoria de perturbação convencional. No entanto, existe uma classe de problemas onde uma caracterização mais difícil da perturbação é necessária. Esta caracterização é mais difícil por causa da dependência descontínua das propriedades do sistema em relação ao

parâmetro ε . Este tipo de problema é modelado através da denominada teoria de perturbação singular.

O problema de estabilidade angular de grandes perturbações com preservação da estrutura da rede apresenta-se desta forma, ou seja, como um problema que pode ser modelado com base a teoria de perturbação singular.

O modelo até então utilizado, de EAD, (Σ) :

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{x} = f(t, x, y, 0) \\ 0 = g(t, x, y, 0) \end{cases} \quad (3.5.1)$$

Pode ser perturbado e passa a ser um modelo de equações diferenciais singularmente perturbadas – EDSP, (Σ_ε) , dado por:

$$(\Sigma_\varepsilon) \begin{cases} \dot{x} = f(t, x, y, \varepsilon) \\ \varepsilon \cdot \dot{y} = g(t, x, y, \varepsilon) \end{cases} \quad (3.5.2)$$

de tal forma que quando se faz $\varepsilon = 0$ uma abrupta e fundamental mudança nas propriedades dinâmicas do sistema ocorre. Neste caso a equação $\varepsilon \cdot \dot{y} = g(t, x, y, \varepsilon)$ é dita degenerar-se na equação algébrica:

$$0 = g(t, x, y, 0) \quad (3.5.3)$$

O exemplo motivacional da subseção 3.2.2 ilustra as alterações fundamentais nas propriedades dinâmicas do sistema de EAD descrito na equação (3.2.2.1), que representa uma forma degenerada da equação de Van der Pol, quando uma regularização é realizada transformando o sistema de EAD no conjunto de EDSP da equação (3.2.2.3). O sistema da equação (3.2.2.3) representa um bem definido sistema dinâmico em R^2 , para um $\varepsilon > 0$, devidamente pequeno. No caso exemplo, o retrato de fase do sistema regularizado assemelha-se ao do sistema de EAD da equação (3.2.2.1) antes da regularização.

Para o sistema elétrico de potência modelado por meio de um sistema de EAD, ocorre o mesmo. O sistema de EDSP equivalente ao sistema de EAD, já observando a divisão do

problema de estabilidade no tempo, tem a seguinte formulação:

$$\begin{aligned}
 (\Sigma_{\varepsilon}^{pre}) & \begin{cases} \dot{x} = f_{pre}(x, y) \\ \varepsilon \cdot \dot{y} = g_{pre}(x, y) \end{cases} \quad t \in [0, t_0^-] \\
 (\Sigma_{\varepsilon}^f) & \begin{cases} \dot{x} = f_f(x, y) \\ \varepsilon \cdot \dot{y} = g_f(x, y) \end{cases} \quad t \in [t_0^+, t_a^-] \\
 (\Sigma_{\varepsilon}^{pos}) & \begin{cases} \dot{x} = f_{pos}(x, y) \\ \varepsilon \cdot \dot{y} = g_{pos}(x, y) \end{cases} \quad t \in [t_a^+, \infty]
 \end{aligned} \tag{3.5.4}$$

onde, similarmente ao sistema de EAD equivalente, $x \in R^n$, $y \in R^m$ e as funções f e g são de classe C^1 . y não é mais um conjunto de variáveis algébricas, mas sim, um conjunto de variáveis com dinâmica rápida (dinâmica- ε), e ε é um número real positivo e pequeno.

Ao permitir uma dinâmica externa à variedade de configuração do sistema de EAD, o sistema de EDSP da equação (3.5.4) é mais viável para estudar a estabilidade angular com preservação da estrutura da rede, pois possibilita a mudança entre os conjuntos que representam o sistema de potência.

Entretanto, é necessário mostrar que a perturbação singular do sistema (3.5.4) manteve as mesmas características do sistema de EAD equivalente.

3.5.1- Caracterização da área de atração de sistemas de EDSP

Na subseção 3.3, a área de atração de sistemas de EAD foi caracterizada. Observou-se que tal área é mais complexa do que aquela de sistemas de EDO, dada a presença de superfícies singulares. Também foi visto que fora da variedade de restrição M não existe campo vetorial definido para o sistema de EAD, uma vez que a restrição imposta pelas equações algébricas do modelo (equações de fluxo de potência) não é obedecida.

Assim, para que se possa realizar o estudo de estabilidade, torna-se necessário regularizar o sistema degenerado por uma dinâmica singular. Entretanto, para que a regularização seja eficaz, é preciso avaliar em quais condições o sistema associado resultante (de EDSP) mantém as características do sistema original (de EAD).

Considere o sistema de EDSP (Σ_ε) de forma geral da equação (3.5.2). Seja $\phi_\varepsilon(t, x_0, y_0)$ a trajetória do sistema (Σ_ε) começando em (x_0, y_0) . Se (x_s, y_s) é um PEE de (Σ_ε) para certo ε fixo, então a região de estabilidade de (x_s, y_s) é o conjunto:

$$A_\varepsilon(x_s, y_s) = \{(x, y) \in R^n, R^m: \phi_\varepsilon(t, x, y) \rightarrow (x_s, y_s) \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \quad (3.5.1.1)$$

Para cada ε fixo e pequeno, o sistema (Σ_ε) é um sistema dinâmico autônomo modelado por um conjunto de EDO (a completa caracterização da região e da fronteira de estabilidade desta classe de sistemas dinâmicos autônomos pode ser encontrada em Chiang et al. (1988a)). Mais precisamente, supondo que todos os PEs na fronteira de estabilidade de (Σ_ε) são hiperbólicos e o sistema (Σ_ε) tem uma função energia para todo ε pequeno, então, a fronteira de estabilidade do sistema de EDSP é composta, para cada ε fixo, da união das variedades estáveis de todos os PEs na fronteira de estabilidade:

$$\partial A_\varepsilon(x_s, y_s) \subseteq \bigcup_i W_{(\Sigma_\varepsilon)}^\varepsilon(x_{u_i}, y_{u_i}) \quad (3.5.1.2)$$

Em particular, pode ser mostrado que os PEs de *tipo* – 1 são pontos de mínimo local da função energia na fronteira de estabilidade e, por isso, seus níveis de energia fornecem estimativas locais da fronteira de estabilidade.

Para se utilizar o modelo fictício de EDSP para estudar a estabilidade de um sistema de potência modelado por conjuntos de EAD é necessário estabelecer a relação entre as regiões de estabilidade do sistema de EDSP artificial $A_\varepsilon(x_s, y_s)$ e do sistema de EAD original $A(x_s, y_s)$, quando o parâmetro ε aproxima-se de zero.

A relação entre a estabilidade de PEs do sistema de EAD e de EDSP foi estudada em

Zou et al. (2003), restrita ao componente estável $C_0 \in M$, e em Alberto e Chiang (2009), na qual ela foi expandida a todo o conjunto M . Considerando todos os PEs do sistema de EAD hiperbólicos, o teorema a seguir generaliza a relação entre a estabilidade dos equilíbrios dos sistemas EDSP e EAD para o conjunto M :

Teorema 3.5.1.1 (Tipo de estabilidade dos equilíbrios): Seja o sistema de EDSP da equação (3.5.2), (Σ_ε) , associado ao sistema de EAD da equação (3.5.1), (Σ) . Se um PE hiperbólico de tipo $-j$ do sistema (Σ) , (x^, y^*) , pertence ao componente de tipo $-k$ de M , C_b , então existe $\varepsilon^* > 0$ tal que (x^*, y^*) é um PE hiperbólico de tipo $-(j+k)$ do sistema (Σ_ε) para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$.*

Prova: Alberto e Chiang (2009), descrita no Anexo B, seção An.B.1

O teorema 3.5.1.1 apresenta que o tipo de equilíbrio de um PE do sistema de EDSP (3.5.2) é a soma do tipo de equilíbrio do PE com relação ao sistema de EAD e daquele proveniente da dinâmica perturbada associada, para um ε suficientemente pequeno.

A suposição de que todos os PEs do sistema (Σ) são hiperbólicos é genericamente satisfeita, i.e., vale para quase todos os sistemas dinâmicos da forma de (Σ) . Esta suposição e o teorema 3.5.1.1 garantem que todos os PEs do sistema (Σ_ε) são hiperbólicos para um ε suficientemente pequeno.

O teorema a seguir estabelece algumas informações sobre a estabilidade de PEs de *tipo -1* do sistema de EDSP da equação (3.5.2), (Σ_ε) :

Teorema 3.5.1.2 (Localização dos PEs de Tipo-1): Considere o sistema de EDSP (Σ_ε) associado a um sistema de EAD (Σ) e suponha que todos os PEs de (Σ) são hiperbólicos. Então o PE hiperbólico de tipo -1 de (Σ_ε) pertence ou ao componente estável ou ao componente instável de tipo -1 de M , para um ε suficientemente pequeno. E mais, se o PE hiperbólico de tipo -1 (x^, y^*) do sistema (Σ_ε) pertencer a um componente instável de tipo -1 de M , então ele é um PE assintoticamente estável do sistema (Σ) em um componente estável de M . Caso o PE de tipo -1 de (Σ_ε) pertença ao componente estável de M , então ele é um PE hiperbólico de tipo -1 do sistema (Σ) .*

Prova: Alberto e Chiang (2009), descrita no Anexo B, seção An.B.2

A idéia trazida pelo teorema 3.5.1.2 é a de que em um componente instável, um PEI de tipo -1 do sistema de EDSP (3.5.2) é um PE assintoticamente estável do sistema de EAD (3.5.1), ou um PEI de tipo -1 de um componente estável. Isso implica dizer que o tipo de estabilidade do sistema de EDSP só se altera em relação à do sistema de EAD quando associada à dinâmica- ε . Neste caso, a instabilidade de PEs do sistema de EDSP é estabelecida pelos autovalores de variáveis y , sendo que um tem parte real positiva.

Como consequência, é possível dizer que os PEIs a serem identificados na fronteira de estabilidade de um sistema de EDSP, vão genericamente pertencer ao componente estável C_0 , ou ao componente instável de tipo -1 , C_1 .

A figura 3.5.1.1 ilustra a relação entre os PEs e os tipos de estabilidade desses PEs na variedade de restrição para sistemas de EAD e de EDSP.

Figura 3.5.1.1: Relações entre os PE e tipos de estabilidade em M para os sistemas de EAD e de EDSP, quando os PEs estão em um mesmo componente estável e quando estão em dois componentes de tipo diferentes.

Observa-se na figura 3.5.1.1: variedades de restrição M (em vermelho) dos sistemas (Σ) e (Σ_ε) , componentes estáveis, C_{0i} , e instáveis de *tipo* -1 , C_1 , e a localização dos PEs e tipo de estabilidade em M , onde (x_s, y_s) representa PEEs e (x_u, y_u) , PEIs de *tipo* -1 .

Em Zou et al. (2003), a relação entre o PEI do sistema (Σ) na fronteira de estabilidade, quando pertence a um componente estável de M , e o PEI do sistema (Σ_ε) na fronteira de estabilidade do sistema (Σ_ε) , para um ε suficientemente pequeno, foi desenvolvida e resultou no teorema a seguir:

Teorema 3.5.1.3 (Fronteira de estabilidade na vizinhança de um componente estável):

Suponha que (x_s, y_s) e (x_u, y_u) são respectivamente um PEE e um PEI do sistema (Σ) no componente estável C_{0i} . Suponha ainda que todos os PEs são hiperbólicos e que existe uma família de funções energia para o sistema (Σ_ε) . Então, existe um $\varepsilon^ > 0$ tal que para*

todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$, o PEI (x_u, y_u) pertence à fronteira de estabilidade $\partial A(x_s, y_s)$ de (Σ) se e somente se (x_u, y_u) pertence à fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ de (Σ_ε) .

Prova: Zou et al. (2003)

De acordo com o teorema 3.5.1.3, se um PEI de $C_{0i} \in M$ pertence à fronteira de estabilidade $\partial A(x_s, y_s)$ do sistema de EAD da equação (3.5.1), (Σ) , ele pertence também à fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ do sistema EDSP da equação (3.5.2), (Σ_ε) . A figura 3.5.1.2 ilustra a situação.

Figura 3.5.1.2: PEIs que pertencem a $\partial A(x_s, y_s)$ e também pertencem a $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$.

Os resultados trazidos pelo teorema 3.5.1.3 não se aplicam a todas as localizações dos PEI de *tipo* – 1. Como pode ser visto na figura 3.5.1.1, é possível que o PEI de *tipo* – 1 pertença a um componente estável de *tipo* – 1 de M . Alberto e Chiang (2009) apresentam uma generalização do teorema 3.5.1.3:

Teorema 3.5.1.4 (Fronteira de estabilidade na vizinhança de componentes instáveis de *tipo* – 1): Considere a existência de uma família de funções energia para os sistemas (Σ_ε) e (Σ) e que todos os PEs de ambos os sistemas são hiperbólicos. Suponha que (x_s, y_s) é um PE assintoticamente estável do sistema (Σ) , pertencente a um componente estável C_{0i}

e (x_u, y_u) é um PE assintoticamente estável do sistema (Σ) pertencente a um componente instável de tipo -1 , C_{1j} . Então existe $\varepsilon^* > 0$ tal que, para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^*)$, o PEI (x_u, y_u) é um PEI de tipo -1 na fronteira de estabilidade de $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ de (Σ_ε) .

Prova: Alberto e Chiang (2009), descrita no Anexo B, seção An.B.3

A prova do teorema 3.5.1.4 considerou que (x_u, y_u) é um PEI na fronteira da área de atração de um sistema com escala de tempo rápida, para o qual as variáveis x podem ser congeladas. Nesta condição, o ponto pertencente a um componente estável é um PEE do sistema rápido, com a variável x congelada, e é um ponto da região de estabilidade de (Σ_ε) . Assim, as trajetórias do sistema rápido com x congelado que convergem ao PEE do sistema rápido são trajetórias que convergem para componente estável de (Σ_ε) , para um ε pequeno. A figura 3.5.1.3 ilustra a situação.

Figura 3.5.1.3: PEIs de tipo -1 de componentes instáveis pertencem a fronteira da área de atração $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ do sistema de EDSP (Σ_ε) .

Observa-se com os resultados apresentados, um problema associado ao uso do sistema fictício de EDSP para o cálculo de PEIs de tipo -1 na fronteira da área de atração de sistemas de EAD. Isso ocorre porque o PEI de tipo -1 que pertencente à fronteira de estabilidade do sistema fictício de EDSP pode não pertencer à fronteira de estabilidade do

sistema de EAD original. Em outras palavras, na busca do PEI para o sistema de EAD da equação (3.5.1) (Σ), o ponto encontrado com base no sistema fictício de SPDE da equação (3.5.2) (Σ_e) pode ser um eventual PEI de *tipo* -1 pertencente a C_1 . Assim, sendo, tal ponto não será pertencente à fronteira de estabilidade do sistema de EAD original $\partial A(x_s, y_s)$.

Isso leva a uma inconsistência que terá de ser observada na construção de métodos diretos de avaliação da margem de estabilidade de sistemas de potência modelados por conjunto de EAD.

Apesar disso, a análise da estabilidade do sistema fictício de EDSP passa a ser equivalente àquela realizada para um sistema de EDO. Desta forma, as técnicas de avaliação da margem de estabilidade desenvolvidas para sistemas de EDO podem ser aplicadas para modelos que preservam a estrutura da rede, inclusive métodos PEIC, como será visto no capítulo 5. Certamente, tais métodos deverão considerar as inconsistências entre os modelos, a fim de realizar corretamente a predição da margem de estabilidade do sistema.

Capítulo 4

AVALIAÇÃO DA MARGEM DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA COM ESTRUTURA DA REDE PRESERVADA

O modelo do sistema de potência que preserva a estrutura da rede é um conjunto de EAD. Para permitir a divisão do problema no tempo regularizou-se o conjunto de EAD por um conjunto de EDSP associado, que mantém certas características de interesse do sistema de EAD e insere uma dinâmica rápida nas regiões onde a dinâmica do sistema EAD não estava definida (fora de variedades de restrição). Assim, comportamentos de salto foram aproximados por uma dinâmica rápida, permitindo simulações.

Nas seções 4.1 e 4.2, um sistema elétrico de pequeno porte com 3 barras foi modelado como conjunto de EAD e como conjunto de EDSP, respectivamente, para exemplificar o comportamento do sistema elétrico quando modelado com a estrutura da rede preservada.

Na seção 4.3 apresentam-se de forma organizada os mecanismos de instabilização do sistema de potência modelado por conjuntos de EAD, considerando tanto os mecanismos que ocorrem no sistema de EAD falta (Σ^f), quanto aqueles que ocorrem após a eliminação da falta, no sistema de EAD pós-falta (Σ^{pos}).

Um mecanismo de instabilidade de sistemas de EAD não diretamente tratado na literatura é apresentado. Tal instabilização pode ocorrer durante a falta, quando a trajetória de falta do sistema de EAD alcança superfícies singulares. É mostrado que ele afeta o resultado da avaliação da margem de estabilidade e que sua não consideração pode levar a resultados errados de avaliação da margem de estabilidade do sistema de potência modelado por conjuntos de EAD.

Também na seção 4.3, para ilustrar os mecanismos de instabilidade de forma mais completa, o sistema de 3 barras utilizado nas seções 4.1 e 4.2 é modificado e novas análises são realizadas. Nos exemplos apresentados, utilizou-se como referência angular o barramento infinito ou uma máquina do sistema. As cargas foram consideradas potências constantes, o que evidencia a presença de singularidades no sistema.

4.1- Análise do Sistema de 3 Barras modelado como conjunto de EAD

Seja o sistema teste com 3 barras da figura 4.1.1.

Figura 4.1.1: Sistema teste de 3 barras

Escolhendo-se o gerador 1 como referência angular, o conjunto de EAD que modela o sistema da figura 4.1.1 é dado por:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_2 = \omega_2 \\ \dot{\omega}_2 = 1/M_2 (P_{2m} - V_2 V_3 B_{23} \text{sen}(\delta_2 - \theta_3)) - 1/M_1 (P_{1m} - V_1 V_3 B_{13} \text{sen}(\delta_1 - \theta_3)) \\ 0 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \text{sen}(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \text{sen}(\theta_3 - \delta_2)) \\ 0 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases} \quad (4.1.1)$$

onde:

- $M_1 = M_2 = 1$, são respectivamente os momentos de inércia dos geradores 1 e 2;
- $V_1 = V_2 = 1,2$, são respectivamente os módulos das tensões das barras 1 e 2;
- $P_3 = -1$, $Q_3 = 0$, são as cargas de potência ativa e reativa constantes conectadas à barra 3;
- $\delta_2 = \gamma_2 - \gamma_1$, $\delta_1 = \gamma_1 = 0$ e $\theta_3 = \phi_3 - \gamma_1$;
- $B_{3sh} = 0$;
- $B = \begin{bmatrix} -(b_{12} + b_{13}) + B_{1sh} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & -(b_{21} + b_{23}) + B_{2sh} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & -(b_{31} + b_{32}) + B_{3sh} \end{bmatrix}$
- $x = (\delta_2, \omega_2)$; $y = (\delta_3, V_3)$;
- $\dot{x} = f(x, y) \Rightarrow \begin{cases} \dot{\delta}_2 = \omega_2; \\ \dot{\omega}_2 = 1/M_2 (P_{2m} - V_2 V_3 B_{23} \text{sen}(\delta_2 - \theta_3)) + \dots \\ \qquad \qquad \qquad - 1/M_1 (P_{1m} - V_1 V_3 B_{13} \text{sen}(\delta_1 - \theta_3)) \end{cases}$
- $0 = g(x, y) \Rightarrow \begin{cases} 0 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \text{sen}(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \text{sen}(\theta_3 - \delta_2)) \\ 0 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases}$
- $P_1 + P_2 + P_3 = 0$;

O conjunto de equações algébricas define uma variedade de restrição (M) para o sistema de EAD (4.1.1) quando $g(x, y) = 0$. As trajetórias do sistema de EAD (4.1.1) ficam restritas à M , ou seja, o sistema dinâmico representado pelas equações de “swing” das máquinas geradoras induz um campo vetorial restrito à M .

Para o sistema de potência da figura 4.1.1, encontrou-se a variedade de restrição ilustrada na figura 4.1.2.

Figura 4.1.2: (a) variedade de restrição $\delta_2 \times \theta_3 \times V_3$ do sistema de EAD (4.1.1); (b) projeções da variedade de restrição do sistema (4.1.1) nos planos $\delta_2 \times \theta_3$ e $\delta_2 \times V_3$.

onde: as variedades em cor verde da figura 4.1.2.(a) representam projeções nos planos $\delta_2 \times \theta_3$, $\delta_2 \times V_3$ e $\theta_3 \times V_3$. Os componentes estáveis C_0 pertencentes a M são separados por pontos singulares indicados na figura. Quando os geradores são despachados com 0,5 [p.u.] cada, ou seja, $[P_1; P_2] = [0,5; 0,5]$, e com demais condições de operação (demais

parâmetros) constantes da figura 4.1.1, existe um PEE em cada componente, como ilustrado na figura 4.1.2.

A figura foi construída a partir das múltiplas soluções de fluxo de carga para o sistema (4.1.1), quando se varia a injeção de potência do gerador 2. A figura 4.1.2.(b), detalha as projeções $\delta_2 \times \theta_3$ e $\delta_2 \times V_3$, o que facilita a visualização e ilustra os PEs do sistema e seu tipo de estabilidade. Como notação deste trabalho, PEEs são representados por círculos, pontos de impasse por losangos ou quadrados e PEIs por triângulos.

Os PEs encontrados para o ponto de operação descrito foram: $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [0; 0; -0,035; 1,199]$ e $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [0; 0; -1,565; 0,042]$, sendo ambos os pontos estáveis do sistema de EAD. Os dois PEEs apresentados diferem-se em relação ao perfil de tensão. Pode-se observar na figura 4.1.2.(b) que um dos pontos tem o perfil de tensão alto e o outro baixo. O ponto com perfil de tensão alto é comumente chamado na literatura de solução de alta tensão, SAT. O outro ponto, com perfil de tensão baixo, é conhecido como solução de baixa tensão, SBT.

Chama a atenção o fato da SBT do sistema de EAD ser estável. Entretanto, as variáveis algébricas do sistema de EAD notadamente não têm dinâmica associada. Assim a indução do campo vetorial ocorre apenas no espaço definido pela variedade de restrição, de forma tangente a cada ponto sobre a variedade, permitindo exclusivamente que trajetórias do sistema caminhem por pontos pertencentes à variedade de restrição. Portanto, o tipo de estabilidade apresentado para a SBT é determinado apenas para a parte do sistema modelada por equações diferenciais, uma vez observada a restrição imposta pela parte algébrica. Conseqüentemente, para o modelo de EAD existem pontos angularmente estáveis e instáveis. A SBT, para este caso, é angularmente estável.

No entanto, para o mesmo sistema de EAD (4.1.1) podem existir PEs angularmente instáveis. Mantendo a carga de potência ativa P_3 constante, aumentando lentamente o

despacho de potência ativa do gerador 2, P_2 , (com conseqüente diminuição do despacho do gerador 1, P_1) obteve-se o diagrama de bifurcação da figura 4.1.3.

Figura 4.1.3: Diagrama de bifurcação para o sistema da figura 4.1.1 projetado nos planos (a) $\delta_2 \times \theta_3$ e (b) $\delta_2 \times V_3$.

É possível ver na figura 4.1.3 que ocorrem duas bifurcações estáticas enquanto os despachos dos geradores do sistema variam. Primeiramente, quando o despacho dos geradores alcança $[P_1; P_2] = [-1.3; 2.3]$ [p.u.] e depois, quando o despacho dos geradores alcança $[P_1; P_2] = [-6.6645; 7.6645]$ [p.u.].

A primeira bifurcação observada é uma bifurcação de singularidade induzida (Apêndice B, seção b.2). Quando o valor de P_2 é aumentado (a partir de 0,5 [p.u.]) passando pelo valor de 2,3[p.u.], a SBT troca de tipo de estabilidade, passando de angularmente estável para angularmente instável. O ponto de bifurcação de singularidade induzida ocorre quando a SBT coincide com o ponto singular $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [2,55; 0; 0,52; 0,22]$. Aumentando o valor de P_2 além de 2,3 [p.u.], os dois PEs do sistema de EAD (4.1.1), um estável e outro instável, passam a estar no mesmo componente de M .

A segunda bifurcação que ocorre é uma bifurcação sela-nó (Apêndice B, seção b.1). Esta é uma bifurcação entre o PE angularmente estável e o PE angularmente instável do sistema de EAD, como pode ser visto na figura 4.1.3. Após a bifurcação sela-nó, qualquer incremento em P_2 leva o sistema de EAD a não ter equilíbrios. Esta bifurcação está associada à ausência de capacidade de transmissão de potência, neste caso ativa. O despacho no ponto de bifurcação está ilustrado na figura 4.1.4.

Figura 4.1.4: Despacho do sistema EAD (4.1.1)- caso de perda de estabilidade estática.

onde: as setas pretas e azuis representam os fluxos de carga ativa e reativa, respectivamente.

É possível perceber que a diferença angular δ_2 alcança o valor máximo em $\pi/2$, o que corresponde à condição de máxima transferência de potência entre as barras 1 e 2. Na literatura isto é chamado de perda de estabilidade estática.

No entanto, o sistema de EAD pode enfrentar um colapso devido a um mecanismo diferente. No colapso descrito, apenas os parâmetros associados à equação de "swing"

sofreram variações. Se mudanças forem realizadas em outros parâmetros, o sistema irá perceber mudanças na variedade de restrição. Isto pode ser observado na figura 4.1.5, para a qual a carga ativa da barra 3 foi aumentada até que o sistema enfrentasse um colapso. Para este caso, ambos os geradores assumiram o incremento de carga igualmente.

Figura 4.1.5: Colapso de tensão clássica do sistema EAD (4.1.1), projetado em $\delta_2 \times \theta_3$.

O aumento do valor de P_3 foi realizado até o valor de 14,4 [p.u.], quando o sistema bifurca. O ponto de bifurcação é dado por: $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [0; 0; -\pi/4; 0,85]$. Neste ponto, a SAT e a SBT coalescem e para valores de P_3 maiores que 14,4 [p.u.], o sistema não tem equilíbrios. Este fenômeno pode ser caracterizado como o colapso de tensão clássica.

4.2- Análise do sistema de 3 barras modelado como conjunto de EDSP

Quando o sistema elétrico da figura 4.1.1 é modelado por um sistema fictício de EDSP correspondente ao sistema de EAD da equação (4.1.1), tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_2 = \omega_2 \\ \dot{\omega}_2 = 1/M_2 (P_{2m} - V_2 V_3 B_{23} \sin(\delta_2 - \theta_3)) - 1/M_1 (P_{1m} - V_1 V_3 B_{13} \sin(\delta_1 - \theta_3)) \\ \mathcal{E} \cdot \dot{\delta}_3 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \sin(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \sin(\theta_3 - \delta_2)) \\ \mathcal{E} \cdot \dot{V}_3 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases} \quad (4.2.1)$$

onde: $\varepsilon \cdot \dot{y} = g(x, y) \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon \cdot \dot{\delta}_3 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \sin(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \sin(\theta_3 - \delta_2)) \\ \varepsilon \cdot \dot{V}_3 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases}$

e ε é um número real positivo e suficientemente pequeno.

As soluções das equações perturbadas permanecem definindo uma variedade de restrição para o sistema de EDSP (4.2.1), que é igual à do sistema de EAD (4.1.1). Entretanto, as trajetórias do sistema de EDSP (4.2.1) não estão restritas à M . Para o sistema de potência da figura 4.1.1, observou-se as variedades de restrição, componentes e PEs ilustrados na figura 4.2.1.

Figura 4.2.1: Projeções da variedade de restrição do sistema (4.1.2) nos planos $\delta_2 \times \theta_3$ e $\delta_2 \times V_3$.

onde: M contém um componente estável, C_0 , onde se localiza o PEE e um componente instável C_1 , onde se localiza o PEI. Os componentes são separados por pontos singulares indicados na figura. Os geradores são despachados com 0,5 [p.u.] cada e com demais parâmetros constantes da figura 4.1.1.

Para as mesmas condições de operação do sistema de EAD (4.1.1), é facilmente observável que os PEs do sistema de EDSP (4.2.1) são os mesmos PEs do sistema de EAD: $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [0; 0; -0,035; 1,199]$ e $[\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3] = [0; 0; -1,565; 0,042]$. Entretanto, os tipos de estabilidade de um dos PEs e de um dos componentes da variedade M sofreram alterações.

Um dos PEs, a SAT, pertence ao componente estável tanto para o sistema de EAD (4.1.1) quanto para o sistema de EDSP (4.2.1). Neste caso, os tipos de estabilidade dos componentes não se alteraram. Assim, o tipo de estabilidade de tal PE não se altera também, quando da regularização do sistema degenerado. Entretanto, de acordo com o teorema 3.5.1.1, o tipo de estabilidade dos PEs pode sofrer alteração quando da regularização. Para o PE que pertence ao componente instável do sistema de EDSP, o tipo de estabilidade é aquele resultante da soma do tipo de estabilidade do PE do sistema de EAD e do tipo de estabilidade do componente ao qual o PE pertence no sistema de EDSP associado. Assim, o PE localizado no componente instável de *tipo* -1 , C_1 , do sistema EDSP (4.2.1), conforme ilustrado na figura 4.2.1, tem estabilidade *tipo* $-j + k$, onde $j = 0$ (PE estável do sistema de EAD) e $k = 1$ (componente instável do sistema (4.2.1)). Assim, o mesmo será um PE de *tipo* -1 do sistema da equação (4.2.1).

Logo, os PEs do sistema singularmente perturbado são os mesmos e continuam pertencendo à variedade de restrição, apesar do sistema não estar mais restrito à mesma. Porém, o tipo de estabilidade da SBT foi alterado para *tipo* -1 , instável.

Essa é uma consequência esperada, uma vez que a dinâmica associada às variáveis de fluxo de carga foi modelada. Ocorre que o sistema de EDSP introduz uma dinâmica-e (dinâmica perturbada) às variáveis associadas ao fluxo de potência. A indução do sistema dinâmico, que era exclusivamente relacionada às variáveis dos geradores, passa a ser composta também pela dinâmica atribuída às variáveis do fluxo de carga.

A avaliação de estabilidade para o sistema de EDSP com os parâmetros dados já não pode mais ser realizada pela análise dos autovalores da matriz reduzida A da equação (3.2.3.15). Esta análise deve ser feita através da matriz Jacobiana sem redução, ou seja, a matriz Jacobiana do sistema de EDSP. A análise da matriz Jacobiana do sistema de EDSP

para a SBT apresenta pelo menos um autovalor positivo associado às equações regularizadas.

4.2.1- Análise dos resultados da associação de uma função energia ao sistema de 3 barras modelado como conjunto de EDSP

No capítulo 3 foram apresentados a teoria de estabilidade de Lyapunov e alguns resultados para estudos de estabilidade angular com estrutura da rede preservada, culminando na identificação de uma função energia para sistemas de EAD e EDSP, conforme disposto na equação (3.4.3.3). Utilizando essa função energia obtêm-se valores de energia potencial E_p para os pontos pertencentes à variedade de restrição M do sistema de EDSP, inclusive PEs e aqueles de fronteira com pontos singulares, em ambos os componentes instável e estável. A figura 4.2.2 ilustra a situação.

Figura 4.2.2: Projeção da energia potencial dos pontos da variedade de restrição do sistema de EDSP (4.2.1) em relação à δ_2 , com compensação shunt de 2[p.u.] na barra 3, para o carregamento: $[P_1, P_2] = [0,5; 0,5]$, $[P_3, Q_3] = [-1; 0]$.

Como pode ser observado na figura 4.2.2, a vizinhança de pontos singulares e os PEs representam extremos de energia potencial da variedade de restrição. A SAT, ou PEE, é

geralmente referência de energia potencial, ou seja, $E_p = 0$. A SBT representa um mínimo de $E_p = 14,0$, para este exemplo. As vizinhanças de pontos de impasse representam máximos de energia potencial locais, $E_p = 14,9$, a partir dos PEs, para esse ponto de operação do sistema e separam os componentes estáveis e instáveis.

A eventual construção de métodos diretos deve considerar tal característica dos PEs e pontos singulares, observando que neste caso o componente principal é limitado por pontos singulares.

Entretanto, essa não é a única situação possível. Alterando o carregamento do sistema para $[P_1, P_2] = [-5,5; 6,5]$, $[P_3, Q_3] = [-1; 0]$, o sistema passa a ter um PEI no componente estável da variedade de restrição do sistema modelado. Neste caso, o PEI passa a pertencer à fronteira da área de atração do sistema de EAD original. A figura 4.2.3. ilustra o fato.

Figura 4.2.3: Projeção da energia potencial dos pontos da variedade de restrição do sistema de EDSP (4.2.1) em relação à δ_2 , com compensação shunt de 2[p.u.] na barra 3, para o carregamento: $[P_1, P_2] = [5,5; 6,5]$, $[P_3, Q_3] = [-1; 0]$.

Como pode ser observado na figura 4.2.3, para tal condição de operação, a vizinhança de um ponto singular e um PEI representam máximos de energia potencial da variedade de restrição. A SAT, ou PEE, tem $E_p = 0$, a SBT representa um máximo de $E_p = 2,0$, e

na vizinhança do ponto de impasse a esquerda da figura 4.2.3 existe um máximo de $E_p = 33,0$. Para esta condição de operação não existem PEs no componente instável, para o exemplo.

4.2.2- Análise de trajetórias pós-falta do sistema de 3 barras modelado como conjuntos de EDSP

Em um sistema reduzido aos nós dos geradores, comumente utilizado para o estudo de estabilidade transitória, a instabilidade ocorre quando as trajetórias do sistema cruzam uma variedade estável de um PEI da fronteira da área de atração do sistema de EDO pós-falta.

Já para sistemas de EAD, modelados por sistemas de EDSP fictícios, a instabilidade do sistema pode ocorrer de duas formas, apenas quando se considera o sistema pós-falta: equivalente àquela do sistema de EDO, quando as trajetórias do sistema pós-falta cruzam variedades estáveis de PEIs da fronteira da área de atração do sistema pós-falta; ou, quando trajetórias do sistema alcançam superfícies singulares da fronteira da área de atração do sistema pós-falta.

Este último caso chama a atenção, pois está associado à estrutura da rede e não estava presente na análise transitória clássica. Para avaliar a margem de estabilidade na presença desses pontos, alguns métodos foram propostos (Zou et al. (2003) e Praprost e Loparo (1994)).

O comportamento do sistema após a eliminação da falta está ilustrado nas figuras 4.2.2.1, 4.2.2.2 e 4.2.2.3. As faltas aplicadas ao sistema foram simuladas pela simples escolha de condições iniciais em pontos fora da variedade de configuração do sistema pós-falta.

A figura 4.2.2.1 ilustra o caso de instabilização do sistema quando, após a eliminação da falta, a trajetória do sistema alcança uma superfície singular na fronteira da área de atração pós-falta. A figura 4.2.2.2 ilustra a instabilização do sistema quando, após a eliminação da falta, a trajetória do sistema alcança um PEI da fronteira da área de atração do sistema pós-falta. A figura 4.2.2.3 ilustra a estabilização do sistema após a eliminação da falta.

Figura 4.2.2.1: Comportamento do sistema após alcançar um ponto singular.

Figura 4.2.2.2: Comportamento do sistema após alcançar um PEI.

Figura 4.2.2.3: Comportamento estável do sistema após eliminação da falta.

onde: os pontos de eliminação da falta são $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (2,3; 1; 2; 1)$, $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (1,5; 1; 2; 1)$, e $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (2,0; 1; 2; 1)$, e os despachos do sistema são $[P_1, P_2] = [-1; 2]$, $[P_1, P_2] = [-5,5; 6,5]$, e $[P_1, P_2] = [-1; 2]$, para os casos (a), (b) e (c), respectivamente. Para todos os casos a carga do sistema é $[P_3, Q_3] = [1; 0]$. Para o caso da figura 4.2.2.3, considerou-se o amortecimento do sistema igual a 1 [p.u.].

Para os 3 casos ilustrados, após a eliminação do defeito, a trajetória do sistema rapidamente (com dinâmica- ϵ) caminha para a proximidade da variedade de restrição do sistema pós-falta. A partir de então, o sistema está sujeito a dinâmica das máquinas síncronas.

No caso da figura 4.2.2.1, a trajetória pós-falta se afasta do PEE pós-falta indo de encontro a um ponto singular e após alcançar tal ponto o sistema rapidamente fica instável. A instabilização nesse caso ocorreu porque um limite do sistema de transmissão foi alcançado.

Já no caso da figura 4.2.2.2, um mecanismo de instabilização diferente daquele da figura 4.2.2.1 ocorre, sendo que a geração e o sistema de transmissão estão mais carregados. Após a eliminação da falta, a trajetória do sistema pós-falta alcança um PEI em C_0 e o gerador 2 acelera em relação ao gerador 1, levando o sistema à instabilidade a

partir de então. Este comportamento difere do anterior porque a perda de estabilidade ocorre por abandono da área de atração quando a trajetória do sistema pós-falta cruza um PEI. A figura 4.2.2.3 ilustra o comportamento do sistema quando a trajetória pós-falta não alcança o ponto singular, indo ao encontro do PEE pós-falta, ou seja, quando o sistema é estável para a perturbação apresentada.

4.3- Mecanismos de instabilização de sistemas de potência modelados por conjuntos de EAD

A regularização do sistema de EAD pela dinâmica singular modelada permitiu a simulação de contingências e transformou o sistema de EAD em um sistema de EDSP associado. A análise a ser realizada passa a ser equivalente àquela realizada para um sistema de EDO, sendo que as técnicas de análise de estabilidade de sistemas não-lineares desenvolvidas para tais sistemas podem ser aplicadas para modelos que preservam a estrutura da rede. Apesar da similaridade entre os sistemas de EAD e EDSP, existem algumas diferenças a serem consideradas na análise quando os sistemas elétricos são modelados com a estrutura da rede preservada. Uma delas foi apresentada na seção 3.5.1 e diz respeito ao cálculo de PEs na fronteira da área de atração dos sistemas de EAD e de EDSP. Outra diferença é a existência de superfícies singulares na fronteira da área de atração do sistema de EAD. Quando pontos singulares ou pontos de impasse (PIs) são alcançados pela trajetória do sistema pós-falta, a perda de estabilidade ocorre de forma muito rápida. Assim, a identificação destes pontos é tão importante para a análise de estabilidade quanto àquela de PEs na fronteira da área de atração do sistema pós-falta.

Existem métodos diretos de análise propostos na literatura capazes de estimar a margem de estabilidade de sistemas de EAD, alguns consideram pontos singulares da

fronteira da área de atração pós-falta, outros não. No entanto, persistem problemas abertos para a completa fundamentação de métodos diretos de análise para sistemas de potência modelados preservando a estrutura da rede.

Muito se discutiu a respeito da avaliação da estabilidade do sistema após a eliminação da contingência. Entretanto, chama a atenção o fato de que a análise de estabilidade do sistema de potência modelado por conjunto de EAD não pode ser realizada sem se assegurar que existe uma trajetória do sistema falta e que essa não alcança pontos singulares do sistema falta. O sistema de EAD falta é similar ao sistema EAD pós-falta. Assim, a trajetória de falta pertence a uma variedade estável do sistema falta e também está sujeita a alcançar pontos singulares, ainda antes da eliminação da contingência. Desta forma, análises realizadas sem considerar tal possibilidade podem levar a resultados errôneos, uma vez que mecanismos de instabilização do sistema pós-falta não são os únicos existentes para sistemas elétricos modelados por conjuntos de EAD.

A seguir se detalha e se ilustra, os mecanismos de instabilização de um sistema de EAD sujeito a contingências, incluindo aqueles que ocorrem durante a aplicação da falta:

Durante a falta:

Mecanismo (4.3.1): instabilização rápida após início da falta, dado que a trajetória do sistema não consegue alcançar a variedade de restrição falta, ou pela sua não existência ou porque ela não pode ser alcançada com os valores de operação do sistema antes da falta;

Mecanismo (4.3.2): instabilização rápida após a trajetória alcançar um ponto singular durante a falta, tendo avançado pelas proximidades do componente estável da variedade de restrição falta;

Após a eliminação da falta (já ilustradas na subseção 4.2.2):

Mecanismo (4.3.3): instabilização rápida se a trajetória alcançar um ponto singular da variedade de restrição do sistema pós-falta, que pertence à fronteira da área de atração do sistema pós-falta (figura 4.2.2.1).

Mecanismo (4.3.4): instabilização se a trajetória cruzar uma variedade estável de um PEI da fronteira da área de atração do sistema pós-falta (figura 4.2.2.2).

Além das formas de instabilização listadas, é necessário indicar que a estabilização do sistema é uma das possíveis consequências da falta aplicada. A estabilização representa o caso em que a falta é branda no senso de estabilidade de grandes perturbações ou foi eliminada em tempo inferior ao crítico.

O mecanismo (4.3.1) ocorre quando inexistente variedade de restrição para o sistema falta ou quando a variedade não pode ser alcançada a partir dos valores de operação do sistema pré-falta. Isso implica que a contingência foi severa e levou o sistema à instabilização praticamente instantânea. Não há avaliação possível neste caso no ambiente de estudos operacionais do sistema elétrico, pois o sistema não suporta tal falta.

O mecanismo de instabilização (4.3.2) tem importância central na análise de estabilidade de sistemas de potência modelado por conjuntos de EAD. Quando a trajetória do sistema encontra pontos singulares durante a falta, um limite de transmissão do sistema falta foi alcançado. Observa-se nessa condição que tal singularidade é limitante do estudo por duas razões.

A primeira, porque o tempo que a trajetória leva para alcançar tal ponto é limitante para a avaliação da margem de estabilidade de um sistema de potência modelado por conjunto de EAD. Este ponto limita a estimativa uma vez que o sistema é levado a instabilização a partir do instante que alcança o ponto singular durante a falta. Observe-se que neste caso o TCR para determinada falta pode ser menor, desde que o sistema pós-

falta apresente instabilização que necessite ser eliminada em menor tempo. Desta forma, para se estimar a margem de estabilidade do sistema de potência, torna-se necessário identificar qual mecanismo o leva à instabilização em menor tempo, aquele associado ao sistema falta ou aquele associado ao sistema pós-falta.

A segunda, porque não se consegue mais avançar na trajetória de falta na busca da margem de estabilidade do sistema pós-falta. Isso leva métodos de avaliação da margem a falhar, principalmente aqueles que buscam estimar a fronteira da área de atração pós-falta localmente, utilizando a direção da trajetória de falta, como métodos PEIC.

Os mecanismos (4.3.3) e (4.3.4) são associados aos abandonos da área de atração do sistema pós-falta. O TCR para tais mecanismos de instabilização pode ser estimado por métodos existentes de avaliação da margem de estabilidade de sistemas de potência, desde que considerem a possibilidade de abandono da área de atração por pontos singulares.

Para melhor ilustrar os mecanismos de instabilização, principalmente aquele associado ao mecanismo (4.3.2), o sistema de 3 barras da figura 4.1.1 foi modificado. Seja o seguinte sistema OMIBS de 3 barras, que é similar ao sistema da figura 4.1.1:

Figura 4.3.1: Sistema OMIBS com três barras

onde: $B_{3sh} = 0,75$; $X_{13\ c1} = 0,96$; $X_{13\ c2} = X_{23} = 1,6$; $P_3 = 1,25$; $Q_3 = 0$; e $M_2 = 1$.

O modelo de EDSP do sistema elétrico da figura 4.3.1 é dado por:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_2 = \omega_2 \\ \dot{\omega}_2 = 1/M_2 \cdot (P_{2m} - V_2 V_3 B_{23} \sin(\delta_2 - \theta_3)) \\ \varepsilon \cdot \dot{\delta}_3 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \sin(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \sin(\theta_3 - \delta_2)) \\ \varepsilon \cdot \dot{V}_3 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases} \quad (4.3.1)$$

onde: $\varepsilon \cdot \dot{y} = g(x, y) \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon \cdot \dot{\delta}_3 = -(P_3 + V_3 V_1 B_{13} \sin(\theta_3 - \delta_1) + V_3 V_2 B_{23} \sin(\theta_3 - \delta_2)) \\ \varepsilon \cdot \dot{V}_3 = -(Q_3 - V_3 V_1 \cos(\theta_3 - \delta_1) - V_3 V_2 \cos(\theta_3 - \delta_2) - (V_3)^2 B_{33}) \end{cases}$

e ε é um número real positivo e suficientemente pequeno.

O sistema (4.3.1) submetido a perturbações pode se instabilizar por meio de um dos mecanismos de instabilização identificados (mecanismos (4.3.1) a (4.3.4)).

O mecanismo (4.3.1), no qual a falta é grave e a variedade de restrição do sistema falta eventualmente desaparece, é ilustrado pela figura 4.3.2.

Figura 4.3.2: **Caso 1**- Sistema (4.3.1) sujeito ao mecanismo de instabilização (4.3.1) - trajetória do sistema não se aproxima da variedade de configuração do sistema falta.

onde: $P_2 = 0,35$ [p.u.] e $V_2 = 1,29$ [p.u.] e a falta aplicada foi a perda simultânea por desligamento de parte do capacitor shunt B_{3sh} (valor pré-falta 0,75 [p.u.] e durante a falta 0,57[p.u.]) e do circuito c_1 , entre as barras 1 e 3 do sistema (4.3.1). Denominou-se **caso 1** esta condição de operação e contingências aplicadas.

O sistema pré-falta, inicialmente em regime permanente e com $P_2 = 0,35$ [p.u.], têm como PEE, a SAT $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-0,156; 0; -0,431; 1,292)$, e como PEI, a SBT $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-0,710; 0; -1,402; 0,548)$. Quando a falta é aplicada, o sistema rapidamente afasta-se do componente estável da variedade de restrição pré-falta para o componente estável da variedade de restrição do sistema falta (variedade de restrição

interna, representada na cor de rosa). Entretanto, a contingência dupla é grave para o sistema (4.3.1). Com os desligamentos, existe tal redução da capacidade de transporte, que as condições de operação do sistema pré-falta não podem ser atendidas durante a falta. Assim, o sistema enfrenta uma instabilização muito rápida, conforme descrito no mecanismo de instabilização (4.3.1). Caso a redução da compensação reativa seja maior, o sistema passa a não ter variedade de restrição durante a falta.

Mantendo as mesmas condições de operação do **caso 1** ilustradas na figura 4.3.2 e submetendo o sistema da figura 4.3.1 a uma contingência diferente (menos severa), pode-se observar a instabilização descrita no mecanismo (4.3.2). A contingência é o desligamento temporário do circuito c_1 , entre as barras 1 e 3 do sistema ilustrado na figura 4.3.1. Isso implica que c_1 é religado após a eliminação da falta, originando um sistema pós-falta igual ao sistema pré-falta, por simplicidade. Assim, as variedades de configuração falta e pós-falta são iguais, bem como os PEs e pontos singulares. Neste caso, a compensação shunt permaneceu ligada ($B_{3sh} = 0,75$) durante a falta. A figura 4.3.3 ilustra a situação, denominada de **caso 2**.

Quando a falta é aplicada o sistema rapidamente migra do componente estável da variedade de restrição pré-falta para as proximidades do componente estável da variedade de restrição do sistema falta (variedade de restrição interna, representada na cor de rosa). Após se aproximar do componente estável, o sistema fica sujeito a dinâmica do balanço de potência dos geradores durante a falta. Nessa condição, a trajetória do sistema poderá alcançar um ponto da superfície de impasse do sistema falta. Caso isso ocorra, o sistema enfrentará a instabilidade associada a uma queda brusca na tensão ainda durante a falta. Para a situação ilustrada na figura 4.3.3, a trajetória do sistema leva 1.651 [ms] para alcançar a singularidade da variedade de restrição falta, no ponto $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-0,880; 0; -1,322; 1,208)$. Assim, caso a contingência seja eliminada antes desse

tempo, ou seja, caso c_1 seja religado antes de tal tempo crítico, o sistema permanecerá estável, caso contrário não.

Figura 4.3.3: **Caso 2-** (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou superior a 1.652 [ms], de acordo com o mecanismo de instabilização (4.3.2)- trajetória alcança um PI durante a falta; e (b) estabilidade do Sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou inferior a 1.651 [ms].

Procedendo com outra pequena alteração no ponto de operação do sistema 4.3.1, em relação àqueles ilustrado nas figuras 4.3.2 e 4.3.3, observa-se um mecanismo de instabilização diferente (mecanismo (4.3.3)), apesar de o sistema estar submetido à mesma falta (desligamento momentâneo do circuito c_1). Neste caso, alterando apenas a geração

de G_2 de $P_2 = 0,35$ para $P_2 = 0,10$ [p.u.], as variedades de configuração falta e pós-falta permanecem as mesmas das figuras 4.3.2.e 4.3.3, bem como os pontos singulares. Entretanto, com a alteração do despacho de geração, os PEs alteraram-se. A compensação shunt permaneceu ligada ($B_{3sh} = 0,75$) durante a falta. A figura 4.3.4 ilustra a situação, denominada de **caso 3**.

Figura 4.3.4: **Caso 3**- (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou superior a 803 [ms], de acordo com o mecanismo de instabilização (4.3.3)- trajetória alcança um PI pós-falta; e (b) estabilidade do Sistema (4.3.1) quando tempo de abertura igual ou inferior a 802 [ms].

O sistema pré-falta é despachado com $P_2 = 0,10$ [p.u.] e tem como PEE (SAT): $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-0,507; 0; -0,588; 1,244)$, e como PEI (SBT): $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,201; 0; -1,349; 0,708)$. Quando a falta é aplicada, o sistema rapidamente abandona do componente estável da variedade de restrição pré-falta e se aproxima do componente estável da variedade de restrição do sistema falta. A partir deste ponto, o sistema fica sujeito a dinâmica do balanço de potência dos geradores para o sistema falta.

Caso a falta seja eliminada, ou seja, c_1 religado, em até 802 [ms], o sistema permanecerá estável. Caso contrário, a trajetória do sistema avançará pelas proximidades da variedade de configuração do sistema pós-falta até encontrar uma superfície singular e abandonar a área de atração do sistema pós-falta (mecanismo de instabilização (4.3.3)). A área de atração do PEE pós-falta foi abandonada após a trajetória pós-falta alcançar o ponto singular $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,261; 0; -1,218; 0,822)$ da variedade de restrição pós-falta. Após a trajetória encontrar o ponto singular, o sistema observa uma queda brusca na tensão levando a instabilização.

Alterando-se novamente o ponto de operação do sistema 4.3.1, em relação àqueles ilustrados nas figuras 4.3.2, 4.3.3 e 4.3.4, pode se observar outro mecanismo de instabilização diferente (mecanismo de instabilização (4.3.4)), embora o sistema esteja submetido à mesma falta (desligamento momentâneo do circuito c_1). Neste caso, alterando apenas a geração de G_2 de $P_2 = 0,10$ para $P_2 = -0,075$ [p.u.], as variedades de configuração falta e pós-falta permanecem as mesmas das figuras 4.3.2 e 4.3.3, bem como os pontos singulares. Entretanto, com a alteração do despacho de geração, os PEs alteraram-se. A compensação shunt permaneceu ligada ($B_{3sh} = 0,75$) durante a falta. A figura 4.3.5 ilustra a situação, denominada de **caso 4**.

O sistema pré-falta é despachado com $P_2 = -0,075$ [p.u.] e tem como PEE (SAT): $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = [-0,773; 0; -0,730; 1,169]$, e como PEI (SBT): $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) =$

$(-1,246; 0; -1,16; 0,838)$. Quando a falta é aplicada, o sistema rapidamente abandona do componente estável da variedade de restrição pré-falta e se aproxima do componente estável da variedade de restrição do sistema falta, e fica, a partir deste ponto, sujeito a dinâmica do balanço de potência dos geradores para o sistema falta.

Figura 4.3.5: **Caso 4-** (a) Instabilidade do sistema (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou superior a 238 [ms] - mecanismo de instabilização (4.3.4), quando a trajetória alcança um PEI do sistema pós-falta; (b) estabilidade do (4.3.1) quando tempo de abertura é igual ou inferior a 237 [ms].

O sistema pré-falta é despachado com $P_2 = -0,075$ [p.u.] e tem como PEE (SAT):

$(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = [-0,773; 0; -0,730; 1,169]$, e como PEI (SBT): $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) =$

$(-1,246; 0; -1,16; 0,838)$. Quando a falta é aplicada, o sistema rapidamente abandona do componente estável da variedade de restrição pré-falta e se aproxima do componente estável da variedade de restrição do sistema falta, e fica, a partir deste ponto, sujeito a dinâmica do balanço de potência dos geradores para o sistema falta.

Caso a falta seja eliminada, ou seja, c_1 religado, em até 237 [ms], o sistema permanecerá estável. Caso contrário, a trajetória do sistema avançará pelas proximidades da variedade de configuração do sistema pós-falta até encontrar um PEI e abandonar a área de atração do sistema pós-falta (mecanismo de instabilização (4.3.4)). A área de atração do PEE pós-falta foi abandonada após a trajetória pós-falta alcançar o PEI $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,258; 0; -1,198; 0,838)$ no componente estável da variedade de restrição pós-falta. Após a trajetória encontrar o PEI, o sistema observa um aumento da aceleração do gerador 2 levando a instabilização por perda de sincronismo.

Os casos 2 a 4 serão retomados no capítulo 5, quando da apresentação dos resultados de um método direto que será proposto.

Capítulo 5

MÉTODOS DIRETOS DE AVALIAÇÃO DA MARGEM DE ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA MODELADOS POR EQUAÇÕES ALGÉBRICO-DIFERENCIAIS

Os métodos diretos são aplicáveis na avaliação da margem de estabilidade de um SEP porque permitem a avaliação rápida da estabilidade sem requerer a integração numérica de equações diferenciais do modelo pós-falta do sistema. Tais métodos também permitem uma avaliação quantitativa da margem de estabilidade via funções energia.

Nos últimos anos progressos significativos têm sido realizados no desenvolvimento de métodos diretos de análise de estabilidade de sistemas de potência. Fundamentações teóricas para métodos diretos foram apresentadas na literatura (Chiang et al. (1987 e 1988b)), incluindo aquelas que utilizam o conceito do ponto de equilíbrio instável de controle (PEIC) (Chiang et al. (1994)).

Os métodos diretos que se baseiam no conceito do PEIC (métodos PEIC) promovem uma boa estimativa local, embora conservadora, da fronteira de estabilidade do sistema pós-falta na direção da trajetória de falta e conseqüentemente do TCR. Sua fundamentação teórica foi inicialmente desenvolvida para estudos de estabilidade de sistemas de potência com modelo de rede reduzida. Apesar de tal modelo ser aceito para estudos de estabilidade transitória por muitos pesquisadores, é sabido que tais simplificações no modelo do sistema podem levar a conclusões incorretas a respeito do mecanismo de instabilidade do sistema e a avaliações erradas da margem de estabilidade (Kundur et al. (2004)). Isto é particularmente verdade quando dinâmicas de carga têm impacto na margem de estabilidade (Pal (1992)) e o fenômeno de instabilidade de tensão é presente.

Como visto, os modelos de sistema de potência que preservam a estrutura da rede permitem modelagens mais compreensivas da carga, entretanto, é necessário desenvolver métodos diretos para análise de estabilidade aplicáveis a tais modelos, particularmente aqueles com base no PEIC.

Alguns passos importantes já foram dados nessa direção, como descrito na literatura e apresentado no capítulo 3, seções 3.3, 3.4 e 3.5. No entanto, cumpre observar que apesar dos avanços registrados, persistem problemas abertos para se alcançar a completa caracterização do método PEIC para modelos de EAD.

Neste capítulo exploram-se alguns desses problemas mostrando que as definições existentes de PEIC e “exit point” podem ser falhas quando a trajetória de falta alcança superfícies singulares. Mostra-se também que métodos PEIC não podem garantir encontrar o PEIC, uma vez que ele pode não pertencer ao componente estável da variedade de restrição do sistema pós-falta (subseção 3.5.1). Para sobrepujar tais problemas, são propostos a correção destas definições e um método direto de detecção do PEIC capaz de identificar os corretos mecanismos de instabilização do sistema de EAD,

mesmo quando a trajetória de falta ou a trajetória de falta projetada no sistema pós-falta alcançam superfícies singulares.

Na seção 5.1 será apresentada uma forma de avaliação da margem de estabilidade de um sistema de potência usando métodos diretos de análise, com especial atenção aos métodos PEBS e BCU, que permitem a estimativa local da fronteira da área de atração do sistema pós-falta na direção da trajetória de falta. Na seção 5.2 apresentam-se os fundamentos do cálculo do PEIC para sistemas de EDSP. Na seção 5.3 apresentam-se os problemas existentes para se detectar o PEIC usando o sistema de EDSP. Na seção 5.4 os fundamentos do cálculo do PEIC para sistemas de EAD. Na seção 5.5 são apresentadas novas definições de PEIC, “exit point” e do ponto de controle do sistema falta. Tais pontos permitirão que sejam realizadas estimativas locais corretas da fronteira da área de atração do sistema pós-falta na direção da falta para sistemas de EAD, e por consequência, apresentar uma correta avaliação da margem de estabilidade para o sistema elétrico de modelos que preservam a estrutura da rede.

Ainda na seção 5.5 é apresentado um novo método direto com base no conceito e na nova definição de PEIC capaz de corrigir os casos de falha de detecção do PEIC dos algoritmos existentes. Este novo método supera falhas existentes na caracterização do PEIC que foram levadas à metodologia de cálculo. Na seção 5.6 são apresentados os testes e resultados da aplicação do método direto proposto.

5.1- Aplicação dos métodos PEIC na análise de estabilidade de sistemas de potência.

As funções de Lyapunov associadas ao sistema dinâmico podem ser interpretadas como se fossem funções energia do mesmo e provêm informações a respeito do

comportamento assintótico de soluções da fronteira de estabilidade de sistemas de EDO e de EAD. A existência de uma função energia é condição suficiente para garantir que todas as trajetórias na fronteira de estabilidade ∂A sejam limitadas e convergentes para um PE em ∂A .

A função energia associa valores (energias) aos pontos da área de atração do sistema pós-falta, inclusive à fronteira, de tal forma que se possibilita a identificação da energia crítica do sistema na fronteira da área de atração pós-falta. Fisicamente, pode-se entender que a função energia estabelece uma bacia energética delimitada, onde o PEE do sistema pós-falta fica situado no fundo dessa bacia e é um ponto de mínimo de energia. Já a borda dessa bacia, isto é, aquilo que a delimita, é formada por PEIs do sistema dinâmico pós-falta na fronteira da área de atração do sistema analisado e são, portanto, pontos de máximo de energia potencial a partir do fundo da bacia. A figura 5.1.1 ilustra o disposto.

Figura 5.1.1: Esboço de uma bacia energética e da fronteira da área de atração

Para permitir a identificação do nível energético da fronteira da área de atração foram

desenvolvidos vários métodos diretos de análise. Entretanto, os de interesse prático são aqueles que exploram a direção da trajetória em falta para obtenção da estimativa local da área de atração com base no conceito do PEIC. Ao usar a direção da trajetória de falta não há necessidade de se identificar a fronteira da área de atração completamente, mas apenas a parte de interesse, que contém o nível crítico de energia na direção de determinada falta. Isso reduz o conservadorismo das avaliações da margem de estabilidade do sistema e reduz esforço computacional, viabilizando as aplicações em tempo real.

Nesse sentido, foram propostos os métodos diretos PEBS (do inglês “Potential Energy Boundary Surface”) e BCU (do inglês “Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point”), respectivamente por Kakimoto et al. (1978) e Chiang et al. (1994).

Na aplicação de métodos diretos que exploram a direção da trajetória em falta, como o PEBS e o BCU, busca-se identificar durante a trajetória de falta quando a energia associada torna-se maior do que aquela crítica. O tempo medido em passos de integração computacional que a falta leva para alcançar o nível energético crítico da fronteira local da área de atração é equivalente ao máximo tempo que o sistema elétrico suporta aquela falta, ou seja, o TCR.

Como resultado, não existe mais a necessidade de inspeção do comportamento das variáveis de estado pós-falta por meio da integração das equações diferenciais do sistema pós-falta. A inspeção fica substituída pela comparação dos níveis energéticos dos pontos da trajetória de falta com aqueles da fronteira da área de atração diretamente estimada por meio a energia associada ao sistema pós-falta. A identificação do TCR para determinada falta é realizada, portanto, por meio da determinação de uma superfície de Lyapunov com um nível energético máximo que garante a estabilidade do sistema.

Assim, o objetivo do estudo de estabilidade por meio de métodos diretos passa a ser a identificação dos pontos de interesse na fronteira da região de estabilidade do sistema pós-

falta, considerados críticos na avaliação da margem de estabilidade do sistema de potência. Particularmente, para métodos como o PEBS e o BCU, tais níveis críticos são encontrados localmente na região em que a trajetória de falta cruza a área de atração do sistema pós-falta.

A seguir são apresentados os métodos PEBS e BCU, concebidos para avaliação da margem de estabilidade de sistemas de potência modelados com rede reduzida. Na sequência (seções 5.3 e 5.4), apresenta-se a expansão do método PEIC para sistemas de potência modelados preservando a estrutura da rede.

5.1.1- O método PEBS

O método PEBS (Potencial Energy Boundary Surface) foi proposto, inicialmente por Kakimoto et al. em (1978), expandido por Athay et al. (1979) e fundamentado por Chiang et al. (1987 e 1988b). Ele surgiu para tentar solucionar o problema da estimativa da área de atração eliminando o cálculo explícito dos PEIs da fronteira da área de atração. Assim, encontrar-se-ia, na direção da falta, uma aproximação local da fronteira de estabilidade do sistema.

A idéia do método pressupõe a existência de uma função energia para o sistema elétrico modelado, que tem dois componentes: a energia potencial e a cinética. A fronteira da área de atração do PEE do sistema pós-falta modelado contém a máxima energia potencial para as trajetórias perpendiculares a ela.

Assim, para identificar a superfície de energia potencial de interesse na fronteira da área de atração do sistema pós-falta na direção da trajetória em falta, procede-se uma busca da energia potencial máxima do sistema junto à trajetória de falta continuada do sistema.

A trajetória de falta é calculada através de solução numérica das equações diferenciais que representam sistema elétrico para determinada falta e o ponto de máximo da energia potencial detectado é denominado “exit point”.

O “exit point” é um ponto da fronteira de energia potencial que aproxima a fronteira da área de atração do sistema pós-falta, e portanto, uma estimativa local da fronteira da área de atração do sistema pós-falta na direção da trajetória de falta. Seja o algoritmo PEBS:

a) Verifica-se o ponto no qual a trajetória do sistema em falta cruza o PEBS, i.e., quando a trajetória em falta alcança um máximo de energia potencial, Seja este ponto o “exit point” e o valor de energia potencial a ele associada é a energia crítica do sistema para a falta aplicada.

b) Se a energia do sistema falta for menor que a energia crítica no momento da eliminação da falta, o sistema pós-falta é estável. Caso contrário, ele pode ser instável.

Uma explicação bastante didática para o algoritmo PEBS é dada em Bretas e Alberto (2000), que comparam o sistema a uma bola dentro de uma bacia energética cuja fronteira é o PEBS, bacia esta que é análoga a uma hidrográfica. A falta é equivalente a aplicação de uma força nesta bola, de forma a tentar retirá-la da bacia que a contém. Logo a força máxima, na direção perpendicular à linha do “divisor de águas”, que poderia ser aplicada à bola seria aquela que fizesse com que a mesma chegasse ao “divisor de águas” com velocidade nula. Caso a energia fosse suficiente para que a bola passasse pelo “divisor de águas” da bacia, o sistema seria considerado instável, caso contrário, estável.

Para exemplificar uma aplicação do método PEBS, o sistema elétrico descrito na figura 5.1.1.1, composto por 3 barramentos, foi modelado com a rede reduzida e

submetido a um curto-circuito trifásico sólido, na linha 1-2 próximo a barra 2, de maneira que a própria barra tivesse de ser eliminada.

Figura 5.1.1.1: Sistema de 3 barras para ilustração do método PEBS

onde: os dados do sistema já representam um fluxo de carga convergido, representando o sistema pré-falta.

Para a falta aplicada e condições pré-falta ilustradas na figura 5.1.1.1, o método PEBS indicou o “exit point” ilustrado na figura 5.1.1.2, considerando uma função energia que pode ser encontrada em Bretas e Alberto (2000).

Figura 5.1.1.2: Curva equipotencial do sistema de 3 barras para curto trifásico sólido na linha 1-2 próximo a barra 2 e “exit point” calculado pelo método PEBS.

O máximo de energia potencial encontrado é igual a 2,1 e TCR estimado de 178 [ms]. A análise clássica por meio da integração das equações diferenciais do sistema também apresentou um TCR para a falta aplicada de 178[ms].

5.1.2- O método BCU ("Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point")

O método BCU foi proposto por Chiang et al. (1994). Sua principal característica é possibilitar que se encontre o PEIC exato de um sistema elétrico modelado, com fundamentação matemática sólida e de forma consistente. Assim, o problema associado ao cálculo explícito dos PEIs da fronteira da área de atração pôde ser substituído pelo cálculo explícito do PEIC, na direção da trajetória de falta do sistema.

O método BCU utiliza a superfície de energia constante (equipotencial) que passa pelo PEIC na região da trajetória de falta para aproximar a parte relevante da fronteira de estabilidade do sistema pós-falta. Este conceito baseia-se no teorema do método PEIC, proposto em Chiang et al. (1994):

Teorema 5.1.1.2: (Teorema Fundamental do método PEIC) Suponha que um sistema dinâmico $\dot{x} = f(x)$, $x \in R^n$, tem uma função energia $V: R^n \rightarrow R$. Seja x_s um PEE e x_u um PEI na fronteira da área de atração de x_s , $\partial A(x_s)$. Seja o conjunto conexo $S_P(r) = \{V(x_u) < r\}$ contendo x_s e seja o conjunto conexo $\partial S_P(r) = \{V(x_u) = r\}$, contendo x_s . Então, a superfície equipotencial $\partial S_P(V(x_u))$ cruza com a variedade estável $W^s(x_u)$ somente em x_u , e, além disso, o conjunto $S_P(V(x_u))$ não tem interseção com a variedade estável $W^s(x_u)$.

Prova: Chiang et al. (1988b e 1994)

A implicação prática deste resultado é que a trajetória de falta do sistema cruza primeiramente a superfície de energia equipotencial que intercepta o PEIC, para depois cruzar a variedade estável do PEIC e abandonar a área de atração do sistema pós-falta.

Observa-se, assim, que o nível energético mínimo na direção de uma trajetória de falta é aquele associado ao PEIC e as avaliações da margem de estabilidade do sistema para a falta aplicada são assim mais precisas.

Para construir o método BCU, Chiang et al. (1994) basearam-se na relação entre a fronteira de estabilidade do modelo de EDO clássico de sistemas de potência para o estudo de estabilidade transitória e a fronteira de estabilidade de um sistema reduzido, que é definido apenas no espaço dos ângulos. Para tal, Chiang et al. (1994) apresentam as condições em que a similaridade dos sistemas pode ser garantida. Mostra-se, para certas condições, que a fronteira da área de atração destes sistemas reduzidos é formada pela união das variedades estáveis dos PEIs que pertencem à fronteira da área de atração e que os PEs do sistema gradiente associado pertencerão à fronteira da área de atração desse sistema se e somente se o PEs do sistema original (sistema de EDO) pertencerem à fronteira de estabilidade do sistema original (Chiang et al., 1988b).

Assim, foi apresentado o algoritmo BCU para a detecção do PEIC através da utilização do modelo do sistema gradiente associado:

- *Ao longo da trajetória do sistema em falta $(\delta(t), \omega(t))$, encontra-se o “exit point” δ^* que é o ponto no qual a trajetória projetada $\delta(t)$ atinge o primeiro máximo local da energia potencial V_p .*

- *Utiliza-se o ponto δ^* como condição inicial e integra-se o sistema reduzido pós-falta até encontrar o primeiro mínimo local de $\sum_{i=1}^n \|f_i(\delta)\|$. Seja este ponto δ_0^* .*

- Utiliza-se o ponto δ_o^* como estimativa inicial para resolver $f(\delta) = 0$. Seja δ^{co*} o zero de f encontrado.
- $(\delta^{co*}, 0)$ é o ponto de equilíbrio de controle relativo à trajetória em falta $(\delta(t), \omega(t))$.

A figura 5.1.2.1 ilustra o algoritmo.

Figura 5.1.2.1: Algoritmo BCU

Para o sistema de 3 barras representado pela figura 5.1.1.1 e considerando a mesma falta descrita na seção anterior, obteve-se o PEIC por meio do método BCU.

Figura 5.1.2.2: Curva equipotencial do sistema de 3 barras para curto trifásico sólido na linha 1-2 próximo a barra 2 e PEI de controle calculado pelo método BCU.

O “exit point” detectado é o mesmo, já o PEIC tem energia potencial igual a 2,0, representando uma estimativa de TCR de 174 [ms], para o caso. A figura ilustra 5.1.2.2 ilustra a detecção do PEIC.

5.2- Método PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos de EDSP

Como visto na seção 3.5, a dinâmica de um sistema de EAD pode ser regularizada por um sistema de EDSP para que a estabilidade possa ser estudada, evitando o comportamento de salto. O sistema de EDSP é um conjunto de EDO e possibilita a aplicação de métodos diretos que usam o conceito do PEIC, para um ε pequeno.

Seja (x_0, y_0) o PEE do sistema pré-falta $(\Sigma_\varepsilon^{pre})$ e (x_s, y_s) o PEE do sistema pós-falta $(\Sigma_\varepsilon^{pos})$, pertencente ao componente estável C_0^{pos} . A avaliação de estabilidade devida a grandes perturbações consiste em verificar se a falta pode ser eliminada antes da trajetória de falta deixar a região de estabilidade $A_\varepsilon(x_s, y_s)$ do sistema pós-falta $(\Sigma_\varepsilon^{post})$.

Com base na teoria de métodos diretos apresentada, para que se obtenha uma boa estimativa da margem de estabilidade é suficiente obter uma estimativa da parte relevante da fronteira de estabilidade, ou seja, aquela na direção da trajetória de falta.

Considerando a trajetória de falta do sistema de EDSP $\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0)$, iniciando de (x_0, y_0) em $t = 0$, e supondo que o PEE pré-falta (x_0, y_0) pertence à região de estabilidade $A_\varepsilon(x_s, y_s)$ do sistema pós-falta, para todo $\varepsilon > 0$, pode ser definido o conceito de “exit point” e PEIC para o sistema de EDSP (Σ_ε) :

Definição 5.2.1 (“exit point” do sistema de EDSP (Σ_ε)): O “exit point” do sistema (Σ_ε) , para um $\varepsilon > 0$ fixo, com respeito à trajetória de falta $\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0)$, é o ponto $(x_\varepsilon^{ex}, y_\varepsilon^{ex})$

onde a trajetória de falta $\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0)$, cruza a fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ pela primeira vez.

Definição 5.2.2 (PEIC do sistema de EDSP (Σ_ε)): O PEIC do sistema (Σ_ε), para um $\varepsilon > 0$ fixo, com respeito à trajetória de falta $\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0)$ é um PEI $(x_\varepsilon^{co}, y_\varepsilon^{co})$ da fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$, o qual a variedade estável $W_{(\Sigma_\varepsilon)}^s(x_\varepsilon^{co}, y_\varepsilon^{co})$ contém o “exit point” $(x_\varepsilon^{ex}, y_\varepsilon^{ex})$.

A definição 5.2.1 estabelece que um “exit point” pertence à variedade estável de um PEI na fronteira de estabilidade. O método PEIC utiliza a superfície de energia constante (equipotencial) que passa pelo PEIC na região da trajetória de falta para aproximar a parte relevante da fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ de $(\Sigma_\varepsilon^{\text{post}})$. Este conceito baseia-se no Teorema Fundamental do Método PEIC (teorema 5.1.2.1).

Portanto, se o “exit point” $(x_\varepsilon^{ex}, y_\varepsilon^{ex})$ pertence a $W_{(\Sigma_\varepsilon)}^s$, a trajetória de falta cruza primeiramente a superfície de energia equipotencial do PEIC $(x_\varepsilon^{co}, y_\varepsilon^{co})$ antes de cruzar $W_{(\Sigma_\varepsilon)}^s$ e abandonar $A_\varepsilon(x_s, y_s)$.

Conceitualmente, o método PEIC para avaliação da margem de estabilidade de um SEP modelado por um conjunto de EDSP é composto dos seguintes passos:

Passo 1 (detecção do “exit point”): Determine, para um ε fixo, o “exit point” $(x_\varepsilon^{ex}, y_\varepsilon^{ex})$ onde a trajetória de falta $\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0)$, cruza a fronteira de estabilidade $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$ pela primeira vez.

Passo 2 (detecção do PEIC): Determine, a partir do “exit point”, para um ε fixo, o PEIC $(x_\varepsilon^{co}, y_\varepsilon^{co})$ para a trajetória de falta $(\phi_\varepsilon^f(t, x_0, y_0))$.

Passo 3 (cálculo da energia crítica do sistema para a falta): Estabeleça a energia crítica

do sistema por meio do cálculo da função energia no PEIC $V_\varepsilon^{cr} = V_\varepsilon(x_\varepsilon^{co}, y_\varepsilon^{co})$

Passo 4 (cálculo da energia do sistema no instante de eliminação da falta): Calcule a energia do sistema pós-falta no ponto de abertura da falta t^a , i.e., $V_\varepsilon^a = V_\varepsilon(\phi_\varepsilon^f(t^a, x_0, y_0))$.

Passo 5 (avaliação da estabilidade): Se $V_\varepsilon^a < V_\varepsilon^{cr}$ então, o sistema pós-falta é estável. Caso contrário, ele pode ser instável.

O “exit point” (**passo 1**) é identificado como o primeiro máximo de energia potencial é alcançado ao longo da trajetória de falta.

Problemas de detecção do PEIC em sistemas de EDSP:

Infelizmente alguns problemas surgem na aplicação do método PEIC para avaliação da margem de estabilidade do sistema de EDSP (Σ_ε).

Um dos problemas se relaciona ao fato de que a trajetória de falta e a dinâmica do sistema se alteram com o parâmetro ε , e, portanto, o PEIC pode variar com ε . Assim, é necessário mostrar quais condições para que o PEIC não mude. Como visto na seção 3.5.1, Alberto e Chiang (2009) mostram que o PEIC não muda quando são usados ε pequenos.

Outro problema é que o PEIC do sistema de EDSP (Σ_ε) pode não estar localizado na fronteira de estabilidade do sistema de EAD (Σ). Este é o caso quando os PEIs do sistema de EDSP pertencem aos componentes de *tipo* – 1 de M (seção 3.5.1). A presença do PEIC em C_0 para sistemas modelados por conjuntos de EDSP não pode ser considerada sempre verdadeira. Por causa disso, um método que só avalia a estabilidade de um SEP quando o PEIC se localiza no componente estável C_0 está incompleto e apresentará casos de falha.

Além disso, os modelos singularmente perturbados são sistemas difíceis e podem comumente apresentar problemas numéricos durante integrações e quando do cálculo dos “exit points” e PEICs.

Como consequência, busca-se desenvolver métodos PEIC para sistemas de potência modelados como conjunto de EAD e estabelecer a relação entre eles e o modelo fictício regularizado de EDSP.

5.3- Método PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos de EAD

Uma das dificuldades para desenvolver um método PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos de EAD reside no fato de que a trajetória de falta do sistema $\phi^f(t, x_0, y_0)$ pertence, quando existe, a variedade de restrição do sistema falta $C_0^f \subset \{(x, y) \in R^n \times R^m : g^f(x, y) = 0\}$, que é diferente da variedade de restrição do sistema pós-falta, $C_0^{pos} \subset \{(x, y) \in R^n \times R^m : g^{pos}(x, y) = 0\}$. Portanto, para sistemas de EAD, é necessário estabelecer uma forma de relacionar a trajetória de falta ao componente estável do sistema pós-falta C_0^{pos} , onde os PEs, incluindo o PEIC, e o “exit point” estão localizados.

Em Zou et al. (2003), é proposta uma metodologia de identificação do PEIC que relaciona a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, pertencente ao componente estável da variedade de restrição falta C_0^f , a uma trajetória projetada no componente estável da variedade de configuração pós-falta C_0^{pos} , i.e., $\phi^{C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0)) \in A(x_s, y_s)$, onde $y_0 = h^{pos}(x_0)$ é a projeção de x_0 no componente estável da variedade de configuração pós-falta, a ser obtida de acordo com o Teorema da Função Implícita.

O conjunto de pontos projetados é chamado de *pseudo-trajetória de falta* ou *trajetória*

de falta projetada. A figura 5.3.1 ilustra a idéia.

Figura 5.3.1: Método PEIC para sistemas de EAD sugerido em Zou et al. (2003)

Seguindo as mesmas idéias de Zou et al. (2003), é possível definir “exit point” e PEIC para sistemas de EAD (Σ):

Definição 5.3.1 (“exit point” do sistema de EAD (Σ)): O “exit point” do sistema de EAD (Σ), com respeito à trajetória falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, é o ponto (x^{ex}, y^{ex}) onde a trajetória de falta projetada $\phi^{fC_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$, on C_0^{pos} , cruza com a fronteira de estabilidade $\partial A(x_s, y_s)$ do sistema pós-falta pela primeira vez.

Definição 5.3.2 (PEIC do sistema de EAD (Σ)): O PEIC do sistema de EAD (Σ), com respeito à trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ é o PEI (x^{co}, y^{co}) na fronteira de estabilidade $\partial A(x_s, y_s)$ do sistema pós-falta cuja variedade estável $W_{(\Sigma)}^s(x^{co}, y^{co})$ contém o “exit point” (x^{ex}, y^{ex}) .

No entanto, a definição de PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos

de EAD apresenta as seguintes inconsistências:

Inconsistência (5.3.1): Quando a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcança soluções infactíveis antes da pseudo-trajetória de falta em C_0^{pos} alcançar o “exit point” em $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$; e

Inconsistência (5.3.2): quando o “exit point” pertence a superfícies singulares.

No caso da inconsistência (5.3.1), o PEIC pode não ser detectado ao longo da trajetória de falta dado que um problema associado ao sistema de transmissão pode ocorrer antes que o “exit point” seja alcançado. Em outras palavras, se uma superfície de impasse é alcançada ao longo da trajetória de falta, o sistema experimenta um problema de instabilidade de tensão antes que a trajetória de falta projetada $\phi^f C_0^{\text{pos}}(t, x_0, h^{\text{pos}}(x_0))$ em C_0^{pos} cruze a variedade estável do PEIC $W_{(\Sigma)}^s(x^{co}, y^{co})$ e o método falha.

O caso da inconsistência (5.3.2) é qualitativamente diferente do caso da inconsistência (5.3.1) porque é possível que $\phi^f C_0^{\text{pos}}(t, x_0, h^{\text{pos}}(x_0))$ nunca cruze $W_{(\Sigma)}^s(x^{co}, y^{co})$ e que o sistema, por conseguinte, não enfrente uma instabilidade durante a falta. Tal caso acontece quando o “exit point” é detectado em superfícies singulares de M^{pos} .

Como pode se observar, as questões apresentadas nesta subseção levam à necessidade de se estabelecerem correções nas definições apresentadas de “exit point” e PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos de EAD. Além disso, observa-se a existência de um ponto de interesse para avaliação da margem de estabilidade de sistemas modelados por EAD que ainda não foi definido, qual seja, o ponto singular do sistema falta que pode ser alcançado pela trajetória do sistema antes da eliminação da falta.

5.4- Proposição de novas definições de pontos de interesse de sistemas de EAD

Uma vez que o sistema falta (Σ^f) e o sistema pós-falta (Σ^{pos}) são estruturalmente diferentes, as variedades de restrição, e por consequência, os componentes estáveis de ambos também serão diferentes. Como visto, este fato traz algumas dificuldades para se definir o PEIC em sistemas de EAD, uma vez que sua identificação é realizada utilizando a trajetória de falta projetada no sistema pós-falta (Σ^{pos}).

Além disso, o PEIC do sistema pertence à variedade de restrição do sistema pós-falta M^{pos} , mas pode ou não pertencer ao mesmo componente estável C_0^{pos} ao qual pertence o PEE (x_s, y_s) . Quando o PEIC não está localizado em C_0^{pos} , a trajetória de falta projetada $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ não cruza a variedade estável do PEIC. Em outras palavras, o “exit point” é detectado em superfícies singulares da variedade de restrição do sistema pós-falta M^{pos} e não permite a detecção do PEIC.

Apesar disso, o SEP sujeito a falta provavelmente enfrentará uma instabilidade caso nenhuma ação seja promovida no tempo apropriado (antes do TCR). Então, quando as condições de operação do sistema pós-falta levam a inexistência do PEIC em C_0^{pos} , torna-se necessário identificar na fronteira de estabilidade do sistema pós-falta, $\partial A(x_s, y_s)$, outro ponto de controle para a falta.

Os pontos singulares têm um papel importante na avaliação de estabilidade de sistemas que usam modelos de EAD. Eles representam limites de transferência de potência ativa e reativa do sistema de transmissão preservado. Portanto, quando a trajetória do sistema alcança um ponto singular, o sistema usualmente enfrenta uma queda súbita no nível da tensão e se torna instável. Portanto, como o PEIC, eles devem ser considerados pontos críticos na direção da falta de um sistema modelado por conjunto de

EAD quando alcançados pela trajetória do sistema.

Em Prapost e Loparo (1994) é apresentada uma análise do “exit point” de sistemas de EAD que tem por base a associação que o método PEBS. No trabalho é indicada a necessidade de se considerar para sistemas de EAD que a trajetória de falta poderá alcançar pontos singulares na fronteira da área de atração do sistema pós-falta. Assim, considerando que a fronteira da área de atração contém pedaços de superfícies singulares, Prapost e Loparo (1994) definiram o *ponto de controle de fronteira* como o ponto cuja variedade estável é cruzada pela trajetória pós-falta quando a falta é eliminada exatamente no TCR. Tal ponto é estabelecido por uma de duas formas: caso PEBS seja detectado, o método PEBS original pode ser usado para estimar a energia crítica; ou caso uma superfície singular seja alcançada, a energia crítica é determinada pelo ponto tangente à superfície singular onde a trajetória de falta cruza a superfície singular.

Esta é a solução é compatível com a solução de máximo de energia potencial, utilizada pelo próprio método PEBS e a viabilidade de sua aplicação foi apresentada por Praprost e Loparo (1994).

Expandindo as idéias de Praprost e Loparo (1994) para a definição de PEIC, propõem-se a segregação em duas da definição 5.3.1 de “exit point” de um sistema de EAD e a correção da definição 5.3.2 de PEIC para um sistema de EAD:

Definição 5.4.1 (“Exit Point” PEBS do sistema de EAD (Σ)): O “exit point” PEBS $(x^{ex P}, y^{ex P})$ de um sistema de EAD, com respeito à trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, é a intersecção da trajetória de falta projetada $\phi^f c_0^{pos}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ e a variedade estável do PEIC $W_{(\Sigma)}^s(x^{co}, y^{co})$ primeiramente alcançada na fronteira de estabilidade do sistema pós-falta $\partial A(x_s, y_s)$ pela trajetória de falta projetada $\phi^f c_0^{pos}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$.

Definição 5.4.2 (“Exit Point” Singular do sistema de EAD (Σ)): O “exit point” singular $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{\text{pos}}$ do sistema de EAD, com respeito a uma trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, é o primeiro ponto singular alcançado na fronteira de estabilidade do sistema pós-falta $\partial A(x_s, y_s)$ pela trajetória de falta projetada $\phi^f c_0^{\text{pos}}(t, x_0, h^{\text{pos}}(x_0))$.

Definição 5.4.3 (PEIC do sistema de EAD (Σ) (nova definição)): O PEIC do sistema de EAD (Σ), com respeito à trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ é o PEI (x^{co}, y^{co}) na fronteira de estabilidade $\partial A(x_s, y_s)$ cuja variedade estável $W_{(\Sigma)}^s(x^{co}, y^{co})$ contém o “exit point” PEBS $(x^{ex P}, y^{ex P})$.

O ponto $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{\text{pos}}$ na fronteira da região de estabilidade do sistema de EAD pós-falta $\partial A(x_s, y_s)$ não é o único ponto singular crítico para a avaliação de estabilidade de sistema de EAD.

Até agora o tratamento dispensado a análise de estabilidade quando o sistema é modelado por conjunto de EAD, considerando a direção da trajetória de falta, relaciona a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, pertencente à variedade de restrição do sistema falta M^f , a uma trajetória projetada no sistema pós-falta, contida na área de atração $A(x_s, y_s)$.

Como visto na seção 4.3, durante a simulação do sistema falta, podem ocorrer instabilizações quando a trajetória de falta alcança uma superfície singular na variedade de restrição do sistema falta. Em outras palavras, a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, antes da eliminação da mesma, pode atingir um ponto não-hiperbólico da variedade de restrição falta $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$. Quando $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcança $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$, o sistema torna-se instável, pois enfrenta uma queda súbita no nível da tensão. Portanto, para sistemas EAD não é suficiente para se garantir a estabilidade que se analise apenas se a trajetória de falta projetada abandona a área de atração do sistema pós-falta. É necessário que em tal

análise seja observado se limites de transferência de potência ativa e reativa durante a falta foram alcançados, o que pode levar o sistema a instabilização. Tal problema foi identificado na seção 4.3 (mecanismo de instabilização 4.3.2) e é a causa da inconsistência 5.3.1. Assim, adicionalmente às definições 5.4.1 a 5.4.3, e com base na definição 5.4.2, propõe-se que seja definido um ponto de controle do sistema falta para sistemas de EAD:

Definição 5.4.4 (ponto de controle do sistema falta para sistemas de EAD (Σ)): O ponto de controle do sistema falta para o sistema de EAD (Σ), com respeito a uma trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$, é um ponto não-hiperbólico $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$ primeiramente alcançado pela trajetória de falta do sistema $\phi^f(t, x_0, y_0)$.

A identificação do tempo de eliminação da falta associado ao ponto de controle do sistema falta pode ser direta e facilmente realizada do processo de integração do sistema falta. O tempo de integração, começando em $t = t^0$, quando o sistema é submetido a uma falta, até quando o ponto não-hiperbólico $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$ é alcançado é a estimativa de tal tempo para o ponto de controle do sistema falta.

A necessidade de se considerar o ponto de controle da falta para a avaliação da estabilidade do sistema de EAD traz um problema de identificação de qual dos pontos críticos do sistema de EAD deve ser considerado para determinação do TCR: o ponto singular do sistema falta ou o ponto crítico do sistema pós-falta (PEIC ou o ponto singular do sistema pós-falta).

A identificação é expedita e pode ser realizada pela simples comparação entre o tempo de abertura estimado do sistema pós-falta (associado ao PEIC ou ao ponto singular pós-falta encontrado) e o tempo de integração da falta até alcançar o ponto singular do sistema falta.

Problema mais sério ocorre associado à identificação do ponto de controle do sistema pós-falta, conforme apresentado na inconsistência (5.3.1). Considerando a definição 5.4.4, é possível que a trajetória de falta alcance o ponto singular do sistema falta antes que seja detectado um PEIC ou ponto singular do sistema pós-falta. Neste caso, um conflito ocorre porque a trajetória de falta abandona a variedade de restrição de falta M^f após alcançar o ponto singular do sistema falta e o sistema torna-se instável.

Neste caso não foi possível detectar o PEIC ou ponto singular no sistema pós-falta porque o processo de cálculo da trajetória de falta projetada é interrompido. Apesar disto, não se pode afirmar se o mecanismo de instabilização associado ao ponto de controle do sistema pós-falta (PEIC ou ponto singular pós-falta) ocorreriam em menor tempo do que aquele que a trajetória de falta levou para alcançar o ponto de controle do sistema falta.

Para sobrepujar tal problema, apresentar-se-á na próxima seção um método direto capaz de estimar a continuação da pseudo-trajetória de falta até que os pontos de interesse do sistema pós falta sejam identificados.

5.5- Proposta de método direto para cálculo do PEIC em sistemas de EAD

Três questões resumem os problemas de detecção do PEIC quando os sistemas de potência são modelados como conjuntos de EAD:

- 1- Como localizar o PEIC na variedade de restrição do sistema pós-falta M^{pos} , se a trajetória da falta está restrita à variedade de restrição falta M^f .
- 2- O que fazer quando o PEIC não pertence ao componente estável C_0^{pos} ; e
- 3- Como localizar o PEIC quando, durante a falta, um ponto singular é alcançado,

causando a interrupção do processo de integração da falta e desabilitando o processo de estimativa da pseudo-trajetória de falta $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$.

A questão 1 pode ser contornada com a idéia de projetar a trajetória de falta de C_0^f em C_0^{post} , como apresentado em Zou et al. (2003). A questão 2 pode ser suplantada pelo uso de definições menos restritivas, embora mais precisas, para pontos de controle da falta. Portanto, na ausência do PEIC, o primeiro ponto não-hiperbólico alcançado pela pseudo-trajetória de falta passa a ser o ponto de controle pós-falta. A questão 3 necessita de um mecanismo mais elaborado para ser vencida.

Quando não é possível detectar o “exit point” em C_0^{pos} porque não existe o cruzamento da pseudo-trajetória de falta com a variedade estável do PEIC, a primeira aproximação da fronteira da área de atração falta falha. Como consequência, a detecção do PEIC falha. Observando as características do sistema de EAD, é possível propor um método que não falha em tais casos. Se em algum sentido fosse possível estender a pseudo-trajetória de falta $\phi^{f \Gamma_s^{post}}(t, x_0, h^{post}(x_0))$ quando não mais existisse condição de continuar a simulação (ponto singular alcançado durante a falta), o “exit point” poderia ser detectado. Com base no Teorema da Função Implícita, se a direção de falta for estimada para as variáveis (x) , i.e, as variáveis de estado representantes da dinâmica dos geradores, é possível encontrar as variáveis (y) , associadas à rede.

Se o cálculo considerar o sistema de equações pós-falta, o resultado será uma continuação da trajetória de falta projetada $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$. Esta continuação da trajetória de falta projetada $\phi_{cont}^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ pode ser realizada até que a variedade estável do PEIC seja ou uma superfície singular em M^{pos} seja alcançada, vencendo o problema de detecção do “exit point”.

A estimativa das variáveis (x) tem importância central na proposta. É possível realizar tal projeção, exclusivamente para (x), usando uma técnica de ajuste polinomial com base no método dos mínimos quadrados.

Para se obter a continuação da pseudo-trajetória de falta em M^{pos} , pode ser calculado um polinômio de segunda ordem com base nos pontos projetados da trajetória de falta sobre M^{pos} . Quanto maior o número de pontos, melhor será a previsão.

Espera-se que o mecanismo proposto promova uma busca no espaço de estados com base na direção da trajetória de falta, iniciando-se no ponto final da pseudo-trajetória de falta, ou seja, o último ponto projetado da variedade de configuração falta para a variedade de configuração pós-falta.

O polinômio encontrado retornará, na direção da falta, os valores das novas variáveis (x_0^{cont}), que permitirão obter a pseudo-trajetória de falta continuada, ao se calcular as variáveis (y_0^{cont}):

$$y_0^{\text{cont}} = h^{\text{pos}}(x_0^{\text{cont}}) \quad (5.5.1)$$

Portanto, os pontos encontrados $(x_0^{\text{cont}}, h^{\text{pos}}(x_0^{\text{cont}})) \in C_0^{\text{pos}}$ representam a pseudo-trajetória de falta continuada $\phi_{\text{cont}}^{f, C_0^{\text{pos}}}(t, x_0, h^{\text{pos}}(x_0))$ para a falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$.

A figura 5.5.1 ilustra o mecanismo proposto a partir do cálculo da pseudo-trajetória de falta continuada. A trajetória continuada será calculada para simular o avanço na direção da falta por pontos pertencentes ao componente estável pós-falta C_0^{pos} até cruzar a variedade estável do PEIC ou alcançar uma superfície singular, vencendo a questão 3 indicada.

Figura 5.5.1: Método proposto de identificação do PEIC ou ponto singular pertencente a C_0^{pos} , quando a trajetória de falta alcança um ponto singular antes da detecção do “exit point” de um sistema de EAD

Com base no que foi apresentado, pode ser proposto um novo método PEIC para avaliação da estabilidade de sistemas modelados por EAD, capaz de identificar: a) o PEIC, mesmo quando não é possível detectá-lo diretamente da trajetória de falta projetada C_0^{pos} ; b) pontos de singulares, quando o PEIC não pertence C_0^{pos} ou quando a trajetória de falta projetada alcança pontos singulares no sistema pós-falta, mesmo quando não é possível detectá-los diretamente da trajetória de falta projetada C_0^{pos} ; e c) pontos singulares do sistema falta;

O método é capaz ainda de retornar o tempo crítico de abertura para determinada falta comparando o tempo associado aos mecanismos de instabilização do sistema falta e do sistema pós-falta.

O método PEIC proposto é composto dos seguintes passos:

Passo P1 (cálculo da pseudo-trajetória de falta): Calcule a trajetória de falta projetada em C_0^{pos} , $\phi^f C_0^{pos}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$, associada à trajetória de falta do sistema $\phi^f(t, x_0, y_0)$.

Avance ao **Passo P2**.

Passo P2 (detecção do primeiro ponto de interesse):

Passo P2.a: Se a trajetória do sistema $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcançar um ponto singular em M^f , o ponto de controle do sistema falta $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$ foi encontrado. Seja t^{NHf} o tempo de integração computacional a partir da aplicação da falta até a detecção do ponto $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$. Avance ao **Passo P3**.

Passo P2.b: Se a trajetória de falta projetada $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ alcançar um ponto singular do sistema pós-falta em M^{pos} , o “exit point” singular $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{pos}$ foi encontrado. Avance ao **Passo P6**.

Passo P2.c: Se a trajetória de falta projetada $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ alcançar um primeiro máximo de energia potencial em C_0^{pos} , o “exit point” PEBS $(x^{exP}, y^{exP}) \in C_0^{pos}$ foi encontrado. Avance ao **Passo P5**.

Passo P3 (cálculo da pseudo-trajetória de falta continuada): Calcule a pseudo-trajetória de falta continuada em C_0^{pos} , $\phi_{cont}^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$, associada à trajetória de falta projetada $\phi^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$. Avance ao **Passo P4**.

Passo P4 (detecção do “exit point” por meio da pseudo-trajetória de falta continuada):

Passo P4.a: Se a pseudo-trajetória de falta continuada $\phi_{cont}^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ alcançar um ponto singular do sistema pós-falta em M^{pos} , o “exit point” singular $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{pos}$ foi encontrado. Avance ao **Passo P6**.

Passo P4.b: Se a pseudo-trajetória de falta continuada $\phi_{cont}^{f C_0^{pos}}(t, x_0, h^{pos}(x_0))$ alcançar um primeiro máximo de energia potencial em C_0^{pos} , o “exit point” PEBS $(x^{exP}, y^{exP}) \in C_0^{pos}$ foi encontrado. Avance ao **Passo P5**.

Passo P5 (detecção do PEIC): Detecte o PEIC, usando como ponto de partida o “exit

point” PEBS $(x^{ex P}, y^{ex P})$ encontrado no **Passo P2.c** ou **Passo P.4.b**. Avance ao **Passo P6**.

Passo P6 (cálculo da energia crítica do sistema para a falta):

Passo P6.a: Se um “exit point” singular foi detectado, calcule a energia do “exit point” singular, por meio de uma função energia. Estabeleça o valor encontrado como a energia crítica do sistema: $V^{cr} = V(x^{NH}, y^{NH}), (x^{NH}, y^{NH}) \in M^{pos}$. Avance ao **Passo P7**.

Passo P6.b: Se o PEIC foi detectado, calcule a energia do PEIC, por meio de uma função energia. Estabeleça o valor encontrado como a energia crítica do sistema: $V^{cr} = V(x^{co}, y^{co})$ Avance ao **Passo P7**.

Passo P7 (cálculo da energia do sistema no instante de eliminação da falta): Calcule a energia pós-falta da pseudo-trajetória de falta no tempo de eliminação da falta t^a , i.e., $V^a = V\left(\phi^{f c_0^{pos}}(t^a, x_0, h^{pos}(x_0))\right)$. Avance ao **Passo P8**.

Passo P8 (avaliação da Estabilidade do Sistema): Se $V^a < V^{cr}$ e $t^a < t^{NH f}$, então o sistema pós-falta é estável. Caso contrário o sistema pós-falta pode ser instável.

O **Passo P5** não garante a detecção do PEIC. Métodos mais robustos que tentam garantir a convergência ao PEIC a partir do “exit point”, como o “Shadowing Method” (Treinen et al. (1994)) podem ser aplicados para tais casos.

5.6- Testes e resultados da aplicação do método direto proposto

A nova metodologia de cálculo do PEIC para sistemas de potência modelados por conjuntos de EAD apresentada na subseção anterior foi testada no sistema de teste de 3

barras da figura 4.3.1. Mantiveram-se a mesma referência angular (OMIBS) e as mesmas condições de despacho de geração e carregamento lá considerados, denominados **casos 2, 3 e 4**, que podem ser associados a três mecanismos de instabilização diferentes (mecanismos 4.3.2, 4.3.3 e 4.3.4), um durante a falta e dois após a eliminação da falta.

A função energia utilizada é equivalente àquela constante na equação (3.4.3.3), considerando como referência angular o barramento infinito.

Para o **caso 2**, com o gerador G_2 sendo despachado com 0,35 [p.u.], o sistema foi submetido ao desliamento do circuito c_1 entre as barras 1 e 3. Para tal condição, o sistema tem um TCR igual a 1.651 [ms] (método de integração das equações diferenciais), após o qual, o mesmo fica instável por meio do mecanismo de instabilização (4.3.2), ou seja, quando um ponto singular do sistema falta é alcançado antes da eliminação da contingência. A figura 4.3.3 ilustrou o mecanismo de instabilização do sistema para a falta aplicada.

Em tal condição, foi aplicado o método direto proposto de predição da margem de estabilidade. O TCR obtido pelo método direto proposto para este caso deu-se pela identificação direta do tempo de integração computacional t^{NHf} (**Passo P2.a**) que a trajetória de falta do sistema levou para, durante a aplicação da falta, alcançar o ponto de impasse do sistema falta, $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-0,880; 0; -1,322; 1,292)$. Isso ocorreu em $t^{NHf} = 1.649$ [ms]. Ressalta-se que o processo de cálculo da pseudo-trajetória de falta continuada (**Passo P3**) foi realizado para o **caso 2**, e resultou na identificação de um “exit point” singular no sistema pós-falta $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,261; 0; -1,218; 0,822)$. O valor encontrado de energia crítica para sistema pós-falta $V^{cr} = V(x^{NH}, y^{NH})$, $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{pos}$ (**Passo P6.b**), é maior do que aquela associada à pseudo-trajetória de falta, quando a falta alcança o ponto de controle do sistema falta $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$. Desta forma, para o **caso 2** em análise, na avaliação de estabilidade a ser realizada no **Passo P8**,

quando $t^a < 1.649$ [ms], tem-se $V^a < V^{cr}$ e $t^a < t^{NHf}$, e o sistema é estável. Mas quando $t^a > 1.649$ [ms], o sistema pós-falta pode ser instável.

O **caso 2** representa um exemplo da inconsistência 5.3.1, quando a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcança soluções infactíveis antes da pseudo-trajetória de falta em C_0^{pos} alcançar o “exit point”. Por consequência, o **caso 2** representa um caso de falha dos métodos PEIC existentes. A figura 5.6.1 ilustra o resultado da aplicação do método proposto para o **caso 2**.

Figura 5.6.1: **Caso 2**– Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.2 (detecção do ponto de controle do sistema falta: (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$).

Para a mesma contingência e carregamento do **caso 2**, apenas com a variação do despacho de G_2 de 0,35 para 0,10 [p.u.], obteve-se o **caso 3**. Para tal caso, mostrou-se que o sistema ficou instável por meio do mecanismo de instabilização (4.3.3), ou seja, quando um ponto singular do sistema de EAD é alcançado no sistema pós-falta. O caso está ilustrado na figura 4.3.4.

Em tal condição, foi aplicado o método direto proposto de predição da margem de estabilidade. O TCR a ser obtido pelo método direto proposto para este caso se dá pela identificação de um “exit point” singular. Entretanto, o ponto singular $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{\text{pos}}$ não pode ser alcançado diretamente pela pseudo-trajetória de falta (**Passo P2.b**). Isso ocorre porque a trajetória do sistema falta alcança o ponto de controle do sistema falta antes da pseudo-trajetória alcançar o “exit point” singular no sistema pós-falta. Assim, torna-se necessário o processo de cálculo da pseudo-trajetória de falta continuada (**Passo P3**) também para o **caso 3**. Esse processo resultou na identificação de um “exit point” singular no sistema pós-falta em $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,261; 0; -1,218; 0,822)$. O valor encontrado de energia crítica para sistema pós-falta $V^{cr} = V(x^{NH}, y^{NH})$, $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^{\text{pos}}$ (**Passo P6.b**), é, ao contrário do **caso 2**, menor do que aquela associada à pseudo-trajetória de falta, quando a falta alcança o ponto de controle do sistema falta $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$. Desta forma, para o **caso 3** em análise, na avaliação de estabilidade a ser realizada no **Passo P8**, quando $t^a < 794$ [ms] $< t^{NHf} = 964$ [ms], V^a é menor que V^{cr} e o sistema é estável. Mas quando $t^a > 794$ [ms], o sistema pós-falta pode ser instável porque $V^a > V^{cr}$.

O **caso 3 também** representa um exemplo das inconsistências 5.3.1 e 5.3.2 combinadas, ou seja, quando a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcança soluções infactíveis antes da pseudo-trajetória de falta em C_0^{pos} alcançar o “exit point”, que pertence a uma superfície singular da variedade de restrição do sistema pós-falta. Por consequência, o

caso 3 também representa um caso de falha dos métodos PEIC existentes. A figura 5.6.2 ilustra o resultado da aplicação do método proposto para o **caso 3**.

Figura 5.6.2: **Caso 3**– Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.3 (detecção do “exit point” singular): (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$.

Para a mesma contingência e carregamento do **caso 3**, apenas com a variação do despacho de G_2 de 0,10 para $-0,075$ [p.u.], simulou-se o **caso 4**. Para tal caso, mostrou-se que o sistema ficou instável por meio do mecanismo de instabilização (4.3.4), ou seja,

quando um PEIC do sistema de EAD é alcançado no sistema pós-falta. O caso está ilustrado na figura 4.3.5.

Em tal condição, foi aplicado o método direto proposto de predição da margem de estabilidade. O TCR a ser obtido pelo método direto proposto para este caso se dá pela identificação de um “exit point” PEBS seguido do encontro do PEIC, conforme figura 4.3.5. Entretanto, o “exit point” PEBS $(x^{ex P}, y^{ex P})$ não pode ser alcançado diretamente pela pseudo-trajetória de falta (**Passo P2.c**). Isso ocorre porque a trajetória do sistema falta alcança o ponto de controle do sistema falta antes da pseudo-trajetória alcançar o “exit point” PEBS na fronteira da área de atração do sistema pós-falta. Assim, torna-se necessário o processo de cálculo da pseudo-trajetória de falta continuada (**Passo P3**) também para o **caso 4**. Esse processo resultou na identificação de um “exit point” PEBS e do PEIC, de acordo com os **passos P4.b e P5**. O PEIC do sistema pós-falta é $(\delta_2; \omega_2; \theta_3; V_3) = (-1,246; 0; -1,16; 0,838)$. O valor encontrado de energia crítica para sistema pós-falta $V^{cr} = V(x^{co}, y^{co})$, (**Passo P6.b**), é, ao contrário do **caso 2**, menor do que aquela associada à pseudo-trajetória de falta, quando a falta alcança o ponto de controle do sistema falta $(x^{NH}, y^{NH}) \in M^f$. Desta forma, para o **caso 4** em análise, na avaliação de estabilidade a ser realizada no **Passo P8**, quando $t^a < 234$ [ms] $< t^{NH f} = 311$ [ms], V^a é menor que V^{cr} e o sistema é estável. Mas quando $t^a > 234$ [ms], o sistema pós-falta pode ser instável porque $V^a > V^{cr}$.

O **caso 4** também representa um exemplo da inconsistência 5.3.1, quando a trajetória de falta $\phi^f(t, x_0, y_0)$ alcança soluções infactíveis antes da pseudo-trajetória de falta em C_0^{pos} alcançar o “exit point”. Por consequência, o **caso 4** também representa um caso de falha dos métodos PEIC existentes. A figura 5.6.3 ilustra o resultado da aplicação do método proposto para o **caso 4**.

(a)

(b)

Figura 5.6.3: **Caso 4**– Funcionamento do método proposto quando o sistema está sujeito ao mecanismo de instabilização 4.3.3(detecção do “PEIC”): (a) plano $\delta_2 \times \theta_3$; e (b) plano $\delta_2 \times E_p$.

Os **casos 2, 3 e 4** representam casos de falha do método PEIC para sistemas de EAD. Para ilustrar o processo convencional de identificação do PEIC pelo método PEIC proposto (**Passo P2.c**), apresenta-se o **caso 5**, no qual o PEIC também pode ser detectado pelo método convencional. Neste caso foi aplicada uma contingência no sistema teste de 3 barras da figura 4.3.1, representada pelo desligamento de parte da compensação reativa

Tabela 5.6.1: Validação dos resultados obtidos pelo algoritmo por meio da comparação de TCRs.

Contingência	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5
TCR [ms] (integração numérica)	1.651	802	237	112
TCR [ms] (Método PEIC tradicional)	falhou	falhou	falhou	103
TCR [ms] (Método PEIC proposto)	1.649	794	234	103

Como pode ser observado na tabela, o processo de integração numérica do conjunto de equações diferenciais singularmente perturbadas indicou, considerando um tempo total de integração de 5 segundos, instabilização no sistema quando o tempo de eliminação da falta foi maior do que 1.651 [ms] para o **caso 2**, 802 [ms] para o **caso 3**, 237 [ms] para o **caso 4** e 112 [ms] para o **caso 5**. A utilização do algoritmo de cálculo do PEIC para modelos de EAD apresentou falhas nos **casos 2, 3 e 4**, apresentando resposta considerada adequada, embora um pouco conservadora, para o **caso 5**. Os casos de falha estão associados às imprecisões apresentadas na seção 5.3. Para o método PEIC proposto, com a utilização da pseudo-trajetória de falta continuada e das definições mais precisas dos pontos de interesse, obteve-se para o sistema teste, por meio de um método direto, resultados mais robustos. Tais resultados são aderentes àqueles obtidos pelo processo de integração, quando método PEIC tradicional para modelos de EAD falhou.

Capítulo 6

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram estudados problemas existentes na fundamentação de métodos diretos de análise que exploram o conceito do PEIC para sistemas de potência modelados com a estrutura da rede preservada.

Resulta desta pesquisa um entendimento mais compreensivo a respeito dos mecanismos de instabilização de um sistema de potência modelado por conjuntos de EAD. Foram discutidos aspectos relacionados aos pontos críticos de métodos diretos que exploram a direção da trajetória de falta para sistemas de EAD e falhas nas definições desses pontos foram identificadas, bem como, as consequências destas nos métodos diretos que utilizam o conceito do PEIC.

Sobretudo, as falhas nos métodos PEIC existentes estão relacionadas a dois pontos: a suposição de que existe um PEIC localizado no componente estável da variedade de configuração pós-falta onde a trajetória de falta projetada do sistema abandona a área de atração; e a suposição de que a trajetória de falta projetada abandonaria a área de atração

do sistema pós-falta cruzando por uma variedade estável do PEIC, mesmo quando a área de atração pode ser composta por pedaços de superfícies singulares, como no caso de sistemas de EAD.

Com a correção proposta para tais definições, pontos de superfícies singulares passaram a ser considerados pontos com nível de energia crítica local na fronteira da área de atração do sistema pós-falta quando as trajetórias do sistema alcançam superfícies singulares. Além disso, pontos singulares do sistema falta também passaram a ser analisados como pontos críticos quando superfícies singulares do sistema falta são alcançadas. Isso permitiu uma melhor avaliação da margem de estabilidade, dada a eliminação de casos de falha do método PEIC para sistemas de potência modelados preservando a estrutura da rede.

Mesmo com a correção das definições, observou-se que o método PEIC poderia falhar quando pontos singulares do sistema falta eram alcançados antes da detecção de pontos de críticos no sistema pós-falta. Neste caso, o método falhava porque a trajetória do sistema falta abandonava a variedade de restrição do sistema falta, impossibilitando o cálculo da correspondente trajetória de falta projetada. Para vencer o problema, propôs-se a extrapolação da trajetória de falta projetada capaz de permitir a identificação correta do “exit point” e do PEIC, permitindo a correta estimativa do tempo crítico de abertura, sem desconsiderar a possibilidade de que superfícies singulares pudessem ser alcançadas nessa situação.

Como resultado do uso de novas definições e do tratamento dispensado aos casos onde pontos singulares do sistema falta são encontrados, foi proposto um novo método PEIC para avaliação da margem de estabilidade de sistemas de potência modelados com a estrutura da rede preservada. O método é capaz de identificar com precisão os mecanismos de instabilização, e pode permitir o uso de modelos mais compreensivos de

cargas e da rede de transmissão, apresentando conseqüente melhoria na avaliação da estabilidade do sistema.

Ao tratar os pontos singulares, o método proposto promove estimativas do TCR em cenários de instabilidade angular e de tensão simultaneamente. De acordo com as análises e simulações realizadas, percebe-se que os PEICs são pontos de controle de determinada falta, mais associados à instabilidade angular, enquanto os pontos singulares são os pontos de controle quando cenários de instabilidade de tensão se fazem presentes. Como conseqüência desses desenvolvimentos, o método direto proposto é factível para análise de estabilidade angular e de tensão de curto-terminos devido a grandes perturbações, sendo que o método PEIC proposto, além das estimativas de tempo crítico de abertura, indica o mecanismo de instabilidade, se ângulo ou tensão, sem requerer a integração numérica do sistema pós-falta.

Sob o ponto de vista da estabilidade angular, percebe-se a redução do conservadorismo das estimativas da margem de estabilidade, uma vez que a carga não precisa ser mais considerada como impedância constante. Sob o ponto de vista da rede de transmissão, fenômenos de instabilidade podem ser estudados na presença de limites do sistema de transmissão, quando o fenômeno de instabilidade de tensão devido a grandes perturbações se faz presente.

Do ponto de vista teórico, as contribuições desta pesquisa são: (i) novas definições de PEIC e “exit point” que levam a um entendimento mais compreensível dos pontos de interesse na fronteira local da região de estabilidade; (ii) uma forma de se detectar o “exit point” e o PEIC em sistemas pós-falta quando não é possível identificá-los diretamente a partir da projeção da trajetória de falta no componente estável da variedade de restrição do sistema pós-falta; (iii) um novo método direto, com base no conceito do PEIC, capaz de retornar o correto tempo crítico de abertura, mesmo quando o PEIC não pertence ao

componente estável da variedade de restrição pós-falta, e capaz de identificar o mecanismo de instabilização do sistema.

Do ponto de vista de implementação e uso de métodos computacionais, o método proposto traz as seguintes vantagens, quando comparado àqueles existentes para cálculo do PEIC em sistemas de EAD: (i) o TCR pode ser identificado na presença de pontos singulares do sistema falta e pós-falta, o que é uma situação comum; (ii) é fornecida uma forma de se explorar a variedade de restrição do sistema pós-falta na direção da falta, sem a integração das equações diferenciais do sistema falta; e (iii) o cálculo do TCR aparenta ser mais robusto, evitando casos de falha.

O algoritmo proposto foi testado em um sistema de potência simples, para o qual se confirmou as vantagens mencionadas. Entretanto, simulações em sistemas de maior porte permanecem necessárias para permitir melhor análise dos resultados obtidos.

Bibliografia

AJJARAPU, V., LEE, B. (1998). "Bibliography on voltage stability." IEEE T. on Power Systems, v.13, n.1, p.115-1125, Fev.

AJJARAPU, V., LEE, B.(1992). "Bifurcation Theory and Its Application to Nonlinear Dynamical Phenomena in an Electrical Power System". IEEE Trans. on Power Systems, v.7, n.1, p.424-431, Fev.

ALBERTO, L. F.C (1997). "Análise de Estabilidade Transitória: Estudos do Método BCU; Proposta de Estimativa de Amortecimento para Estabilidade Absoluta em "OMIBS"", Dis. de mestrado, EESC– USP .

ALBERTO, L. (2000). "O Princípio de Invariância de LaSalle Estendido Aplicado ao Estudo de Coerência de Geradores e à Análise de Estabilidade Transitória MultiSwing", Tese de Doutorado, EESC– USP.

ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G.(1999), " Synchronism versus Stability in Power Systems", Int. Journal of Electrical Power e Energy Systems, v. 21/4, pp. 261-267, Mai .

ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G.(2000), " Required Damping to Assure Multi-Swing Transient Stability: The SMIB Case", Int. Journal of Electrical Power e Energy Systems, vol.22, pp. 179-185, Mar.

ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G.(2000), "Application of Melnikov's Method for Computing Heteroclinic Orbits in a Classical SMIB Power System Model", IEEE Trans. on CAS I , v.47, n.7, Jul .

ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G.(2001), "Estudo da Condição de Transversalidade em Sistemas de uma Máquina versus Barramento Infinito", Revista Controle e Automação, v.12, n.1, Jan, Fev, Mar e Abr

ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H-D. (2007), "Uniform Approach for Stability Analysis of Fast Subsystem of Two-Time Scale Nonlinear Systems". International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering, v. 17, p. 4195-4203, 2007

ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H-D. (2008), "Controlling Unstable Equilibrium Point Theory for Stability Assessment of Two-Time-Scale Power System Models". IEEE PES General Meeting, 2008, Pittsburgh

ALBERTO, L.F.C.; CHIANG, H-D. (2009), "Theoretical Foundation of Controlling Unstable Equilibrium Point Method for Two-Time Scale Power System Models", submetido para possível publicação IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications.

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A.; (1977) "Power system control and stability", IEEE Press, New York.

ATHAY T.; PODMORE, R.; VIRMANI, S.; (1979). "A practical method for direct analysis of transient stability". IEEE Trans on PAS, vol. PAS-98, pp. 573-584, Mar.

AYASUN, S.; NWANKPA, C.; KWATNY, H. (2004)."Computation of singular and singularity induced bifurcation points of differential-algebraic power system model." IEEE TCAS.-I, v.51, n.8, p1525-38, Aug.

BEGOVIC, M.M.; PHADKE, A.G. (1990); "Dynamic Simulation of Voltage Collapse." IEEE Trans. on Power Systems, v.5, n.4, p.1529-1534, Nov.

BRAUER, F., NOHEL, J.A. (1969), "The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations", W.A.BENJAMIN INC., New York, Amsterdam.

BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C. (1997), "Some Considerations About Power System Modeling Concerning Transient Stability Analysis", IMACS/IFAC Symposium (2nd), Mathematic Modelling, MATHMOD '2, Technical University of Vienna, Fev.

BRETAS, N.G.; ALBERTO, L.F.C. (2000), "Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos", publicação da Escola de Eng. de São Carlos, Projeto REENGE.

- BRETAS, N.G.; PHADKE, A.G. (1998). "Real Time Instability Prediction Through Adaptive Time Series Coefficient", Proceedings of IEEE Winter Power Meeting.
- CASTRUCCI, P.B.L. ; CURTI, R.; (1981) "Sistemas não-lineares". São Paulo, Edgard Blücher Ltda. (Série controle automático de sistemas dinâmicos).
- CHIANG, H-D, (1989) "Study of the existence of energy functions for power systems with losses". IEEE Trans. on Circuit and Systems, v.36, n.11, p.1423-9, Nov..
- CHIANG, H-D; DOBSON, I. (1989); "Towards a theory of voltage collapse in electric-power systems". Systems and Control Letters, v.13, p.253-262, Set
- CHIANG, H-D; DOBSON, I. ; THOMAS, R.J. ; THORP, J.S. ; FEKIH-AHMED; L.(1990). "On Voltage Collapse in Electric Power Systems". IEEE Trans. on Power Systems, v.5, n.2, p.601-611, Mai.
- CHIANG, H-D; HIRSCH, M. W., WU, F. F. (1988a), "Stability region of nonlinear autonomous dynamical systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 33, n. 1, pp. 16-27, Jan.
- CHIANG, H-D; THORP, J.S.(1989), "The Closest Unstable Equilibrium Point Method for Power System Dynamic Security Assessment", IEEE Trans on Circuits and Systems, Vol 36, no9, Set.
- CHIANG, H-D; WU, F.F., VARAYA P.P. (1987), "Foundations of Direct Methods for Power System Transient Stability Analysis", IEEE Trans. on Circuits and Systems, CAS-34, no2, Fev.
- CHIANG, H-D; WU, F., VARAYA P. (1988b), "Foundations of the Potential Energy Boundary Surface Method for Power System Transient Stability Analysis", IEEE Trans Circuits and Systems, Vol 35, n.6, Jun.
- CHIANG, H-D; WU, F., VARAYA P. (1994), "A BCU Method for Direct Analysis of Power System Transient Stability", IEEE Trans. on Power Systems, v.9, n.3, p.1194-1208, Ago.
- CHIANG, H-D.; JEAN-JUMEAU, R.(1995). "Toward a Practical Performance Index for Predicting Voltage Collapse in Electric Power Systems". IEEE Trans. on Power Systems, v.10, n.2, p.584-592, Mai.
- CHONG, C.; HILL, D., Hiskens I. (1985). "On Energy Functions for Undamped Power Systems", Technical Report EE8548, Univ Newcastle, Australia, Dez.
- CHOW, S-N, HALE, J. K.. (1982). "Methods of Bifurcation Theory". Nova York, Springer-Verlag.
- DAVY, R.J.; HISKENS, I.A.:(1997) "Lyapunov functions for multimachine power systems with dynamic loads". IEEE Trans. on Circuits and Systems - I: Fund. Theory and Applications, v.44, n.9, p.796-811, Set.
- DEMARCO, C. L.; BERGEN, A. R.,(1987). "A security measure for random load disturbances in nonlinear power system models". IEEE Trans.Circ.Syst. vol:CAS-34, pp.1546-1557, Dez.
- DEMARCO, C.L., OVERBYE, T.J (1990). "An energy based security measure for assessing vulnerability to voltage collapse". IEEE Trans. on Power Systems, v.5, n.2, p.419-425, Mai.
- EL-ABIAD, A.H. and NAGAPPAN, K.,(1966) "Transient stability regions for multimachine power system stability", IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-85, pp169-179, Fev.
- GLESS, G.E., (1966) "Direct Method of Lyapunov applied to transient power system stability", IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-85, pp159-168, Fev.
- GOLUBITSKY, M.; SCHAEFFER, D. G. (1985); "Singularities and groups in bifurcation theory". Nova York, Springer-Verlag.
- GUCKENHEIMER, J.G.; HOLMES, P. (1985); "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields", Applied Mathematical Sciences, Vol. 42, Springer-Verlag.
- GUDARU, U. (1975) "A general Lyapunov function for multimachine power system with transfer conductances." International Journal of Control, v.21, n.2, p.333-43.
- GUEDES, R. B. L.(2004). "Cálculo das Soluções de Baixa Tensão das Equações de Fluxo de Carga Através de Sistemas Dinâmicos Auxiliares e Função Energia Estendida com Modelo ZIP para Análise de Colapso de Tensão", Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

- GUEDES, R. B. L., ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G.(2004). "A Method To Calculate The Load Flow Solutions Of Interest To Voltage Collapses Analysis Using Direct Methods", XV CBA -Gramado, set.
- HALE, J.K. ; KOÇAK, H. (1981) "Dynamics and Bifurcations", Springer-Verlag.
- HILL, D. J., MAREELS, I. M. Y. (1990), "Stability Theory for Differential/Algebraic Systems with Application to Power Systems", IEEE Transactions on Circ. and Syst., vol. 37, nº11, pp. 1416-1423, nov.
- HISKENS, I., HILL, D.(1989) " Energy Functions, transient stability and voltage behavior in power system with nonlinear loads." IEEE trans, Power Systems, vol 4, nº4, pp 1525-1533. out.
- HISKENS, I.; DAVY; R. J. (200)1. "Exploring the power flow solution space boundary". IEEE Trans. On Power Systems, vol. 16, nº 3, ago.
- KAKIMOTO, N.; OHSAWA, Y.; HAYASHI, M. (1978). "Transient stability analysis of electric-power system via Lure-type Lyapunov function, Part I and II", Trans IEE Japan, vol. 98, pp. 62-71, 72-79.
- KHALIL, H.K.(1992);. "Nonlinear systems". New York, Prentice Hall.
- KUNDUR, P. (1994); "Power system stability and control", EPRI: McGraw-Hill, New York.
- KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJAPARU, A; ANDERSSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; CUTSEM, T.; VITTAL, V. (2004). "Definition and Classification of Power System Stability.", IEEE Trans. Power Systems, vol. 19, nº 2, pp. 1387-1401, Mai.
- KUNDUR, P.; MANSOUR, Y.; TAYLOR, C.; MORISON, G.; CUTSEM, T.; KOLLURI, S.; CANIZARES, C.; ABED, A.; HAMADANIZADEH, H., (1998) "Voltage Stability", IEEE Special Tutorial Course, Summer Meeting, Jul.
- KWATNY, H.; FISCHL, R.F.; NWANKPA, C.; (1995). "Local bifurcation in power systems: theory, computation, and application". Proceedings of the IEEE ,Volume: 83 , nº 11, pp 1456 - 1483, Nov.
- KWATNY, H.; PASRIJA, A.; BAHAR, L.; (1986). "Static Bifurcation in Electric Power Network: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse", IEEE Trans. on Circ. Syst. I, vol. 33, nº 10, pp. 981-991, out.
- KWATNY, H.; PASRIJA, A.; BAHAR, L.;(1985). "Energy-like Lyapunov functions for power system stability analysis". IEEE Trans. on Circuits and Systems, v.CAS-32, n.11, p.1140-49, Nov..
- LAY, David C. (1996) "Linear Algebra and its applications". 2ª edição, Addison-Wesley, Massachusetts.
- LEE, B.H., KWANG, Y.L.(1983). "Dynamic and Static Voltage Stability Enhancement of Power". IEEE Trans. on Power Systems, v.8, n.1, p.231-238, Fev.
- LIMA, E.L. (1977) "Espaços Métricos", Instituto de Matemática Pura e Aplicada - CNPq, Rio de Janeiro.
- LLAMAS, J.; DE LA REE LOPEZ, L; MILI, A.G.; PHADKE, J.S. THORP, (1995) "Clarifications of the BCU Method for Transient Stability Analysis", IEEE Trans. on Power Systems, Vol.10, no1, Fev.
- LOBATO, M.V.C. (1998). "Estabilidade de tensão em sistemas de energia elétrica: estudo do fenômeno e de métodos para análise estática". 161p.Tese (Mestrado), UFMG.
- MAHONY, I., Mareels, M. (1995). "Global Solutions for Differential/Algebraic Systems and Implications for Lyapunov Direct Stability Methods", Journal of Math. Syst., Estimation and Control, vol. 5, pp. 1-26.
- MARTINS, A.C.P.M. (2000). "Simulação estática do colapso de tensão através da resolução continuada de um fluxo de carga modificado". São Carlos. 54 p. Dissertação (Mestrado) - EESC, USP.
- MONTICELLI, A. J. (1983). "Fluxo de carga em redes de energia elétrica", Editora Ed. Blucher Ltda., SP.
- MOREIRA, C. M.. (1997). "Modelo de Sensibilidade de Potência para Análise da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica", 72p., Dissertação (Mestrado) - FEEC-UNICAMP.,
- MORISON, G.K.; GAO, B; KUNDUR, P. (1993) "Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches." IEEE Trans. on Power Systems,v.8,n.3,p.1159-1171,ago.

- NARASIMARTHI, N., MUSAVI, M. (1984); "A generalized energy function for transient stability analysis of power systems." IEEE Trans. Circuits and System, vol. Cas-31, n°7, pp.637-645, Jul.
- NAZARENO, I. S., (2003) "Metodo Dinamico para Detecção do PEBS e "Shadowing Method" para Calculo do Ponto de Equilibrio de Controle em Estudos de Estabilidade Transitoria.", Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP,
- NAZARENO, I., ALBERTO, L.; BRETAS, N.(2004). "Problemas para Detecção Precisa do "exit point" e do Ponto de Equilíbrio de Controle em Estudos de Estabilidade Transitória por Métodos Diretos". XV CBA -Gramado, set.
- NAZARENO, I.; ALBERTO, L.; BRETAS, N. (2005.) "Robust Computation of the Controlling Unstable Equilibrium Point in Transient Stability Analysis.", IEEE Powertech 2005, St Petersburg..
- NOBLE, B., DANIEL, J.W. (1977), "Álgebra Linear Aplicada", 2ª edição, PHB, Rio de Janeiro.
- OVERBYE, T., DEMARCO, C. (1991). "Improved Techniques for Power System Voltage Stability Assessment Using Energy Methods." IEEE Trans. Power Systems, vol.3, n°4, pp.1446-1452, Nov.
- PADIYAR, K.R. (1995) "Power System Dynamics: Stability and Control", Interline Publishing Pvt Ltd, Bangalore, Índia.
- PAI, M.A. (1981) "Power System Stability: Analysis by the Direct Method of Lyapunov", North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford,.
- PAI, M.A.; MURTHY, P.G (1973); "On Lyapunov functions for power systems with transfer conductances". IEEE Trans. on Automatic Control, v.AC-18, p.181-83, Abr.
- PAL, M.K. , (1992) "Voltage Stability Conditions Considering Load Characteristics." IEEE Trans. on Power Systems, v.7, n.1, p.243-249, Fev.
- PRAPROST, K.L.; LOPARO; K.A. (1994) "An Energy Function Method for Determining Voltage Collapse During a Power System Transient." IEEE TCAS-1:, v.41, n.10, p.635-651, Out.
- RAMOS, R. A. (1999). "Métodos de cálculo de autovalores aplicados ao estudo de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência". 81p. Dissertação (Mestrado) - EESC, USP.
- RAMOS, R., ALBERTO, L.; BRETAS, N.(2000). "Modelagem de Máquinas Síncronas Aplicada ao Estudo de estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência." Apostila, Esc. de Eng. de S. Carlos – USP, 2000.
- RIBBENS-PAVELLA, M.; MURTHY, P. G. (1994); "Transient Stability of Power Systems: Theory and Practice", Nova York, John Wiley e Sons, Inc.
- RODRIGUES, H.M., (1996) "Abstract Methods for Synchronization and Applications", Applicable Analysis, An. International Journal, vol. 62 pp 263-296.
- RODRIGUES, H.M.; ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G. (2000) "On the Invariance Principle. Generalizations and Applications to Synchronism", IEEE TCAS-I, vol. 47, n.5, Mai.
- RODRIGUES, H.M.; ALBERTO, L.F.C.; BRETAS, N.G. (2001). "Uniform Invariance Principle and Synchronization. Robustness with Respect to Parameter Variation", Journal of Differential Equations, Jan.
- RUDIN, W. (1964). "Principles of Mathematical Analysis", Mc-Graw Hill Book Company, Kōgakusha Company Ltd, International Student Edition.
- SASTRY, S. S.; DESOER, C.. (1981), "Jump Behavior of Circuits and Systems", IEEE Trans. on Circ. Syst. vol CAS-20, pp.1109-1124, Dez.
- SAUER, P. W.; PAI, M. A.; (1998). "Power System Dynamics and Stability", Nova Jersey, Prentice-Hall.
- SCRUGGS, J.T.; MILI, L. (2001) "Dynamic Gradient Method for PEBS Detection in Power System Transient Stability Assessment", Int. Journal of Electrical power e Energy Systems, vol 23, pp. 155-165
- SILVA, F. H. J. R.; (2001) "Funções de Lyapunov para a Análise de Estabilidade Transitória em Sistemas de Potência.", Dissertação de mestrado, EESC – USP.

- SILVA, F. H. J. R.; (2004). "*Funções de Lyapunov Estendidas para Análise de Estabilidade Transitória em Sistemas Elétricos de Potência*", Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP.
- SILVA, F.; ALBERTO, L.; BRETAS, N.; (2004). "*Uma Nova Função De Lyapunov Estendida Para Análise De Estabilidade Transitória Em Sistemas De Potência Multimáquinas*". XV CBA-Gramado, set.
- SILVA, F. H. J. R.; GUEDES, R. B. L.; ALBERTO, L. F.C.; BRETAS, N. G.; (2004). "*Função De Lyapunov Estendida Para Análise De Estabilidade De Ângulo E De Tensão Em Sistemas De Potência Considerando O Efeito De Cargas Dependentes Da Tensão*". XV CBA -Gramado, set.
- SINGH, C.; HISKENS, I.; (2001), "*Direct Assessment of Transient Singularity in Differential-Algebraic Systems*", Proc. 2001 IEEE Int. Symp. Circ. and System, pp III/201-III204, Sidney, Australia, Mai.
- TREINEN, R.; VITTAL, V.; KLIENMAN, W. (1996), "*An improved technique to determine the controlling unstable equilibrium point in a power system*", IEEE Trans. Circ. and Systems I vol.43, 1996, pp 313-323
- TSOLAS, N., ARAPOSTATHIS, A.; VARAYA, P.; (1985), "*A Structure Preserving Energy Function for Power System Transient Stability Analysis*", IEEE Trans. on Circuits and Systems, CAS-32, no10, Out.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSKY, J. (1991). "*A taxonomy of the dynamics of the large power system with emphasis on its voltage stability*." Proc. int. Workshop on Bulk Voltage Phenomena.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSKY, J. (1992 (a)). "*Stability Region for Differential-Algebraic Systems*", Models and Feedback Theory and Applications, Boston Birkhouse 1992a.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSKY, J. (1992 (b)). "*A stability theory of differential-algebraic systems such as the power system. Circuits and Systems*", 1992. ISCAS '92. Proceedings 1992, IEEE International Symposium ,Vol:5, pp:2517 - 2520 vol.5. 3-6 Mai.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSKY, J. (1992 (c)). "*Voltage Dynamics: Study of a Generator with Voltage Control, Transmission, and Matched MW Load*". IEEE Trans. on Automatic Control, v.37, n.11, p.1717-1733, Nov.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; SCHÄTTLER, H.; ZABORSKY, J. (1995 (a)). "*Local Bifurcations and feasibility regions in differential-algebraic systems*." IEEE Trans. Aut. Control, vol.40, pp.1192-2013, dec.
- VENKATASUBRAMANIAN, V.; Schättler, H.; ZABORSKY, J. (1995 (b)). "*Dynamics of large constrained nonlinear systems: a taxonomy theory*." IEEE, Proceeding of the, v.83, n11, p.1530-1561, nov.
- VIDYASAGAR M. (1993). "*Nonlinear Systems Analysis*", Prentice Hall, New Jersey.
- VU, K. T.; LIU, C-C; TAYLOR, C. ; JIMMA, K. M.(1995). "*Voltage Instability: Mechanisms and Control Strategies*". Proceedings of the IEEE, vol. 83, nº 11, nov.
- WILLEMS, J.L. (1971) "*Direct methods for transient stability studies in power system analysis*." IEEE Trans. on Automatic Control, v.AC-16, n.4, p332-41, Ago.
- WILLEMS, J.L. (1976) "*Comments on: A general Lyapunov function for multimachine power system with transfer conductances*." Intern. Jour. of Control,v.23,n.1, p.147-8.
- WILSON, H.K. (1971). "*Ordinary Differential Equations*", Addison-Wesley Publishing Company.
- WOOD, A.; WOLLENBERG, B.(1984). "*Power generation operation and control*". New York, John Wiley e Sons, Inc.
- XU, W.; MANSOUR, Y. (1994). "*Voltage Stability Analysis Using Generic Dynamic Load Models*". IEEE Trans. on Power Systems, v.9, n.1, p479-493, Fev.
- ZOU, Y. ; YIN, M.; CHIANG, H. (2003). "*Theoretical Foundation of the Controlling UEP Method for Direct Transient-Stability analysis of network-preserving power system models*". IEEE Trans.CASI,vol50, n10,pp.1324-1336,Out.

Apêndice A- Modelos de Cargas

As cargas de um sistema de potência podem ser genericamente classificadas nas seguintes categorias: residencial, comercial, industrial e rural. Cada categoria de carga tem um comportamento distinto com relação a mudanças na frequência e tensão no ponto de conexão com o sistema de potência. Obviamente, em todas as barras de carga do sistema, a carga está em constante mudança, além de estar associada à combinação das categorias citadas. Isto deixa o comportamento da carga de um sistema de potência extremamente complexo.

Para o entendimento do comportamento da carga em cada barra seria necessário o conhecimento da composição da carga em cada instante de tempo, bem como de sua característica em relação à variação da tensão e da frequência. Por motivos que, durante a história da eletricidade moderna, variaram de tecnológicos a econômicos, este tipo de medição em tempo real nunca foi efetivo para a caracterização das cargas em cada barramento.

Desta forma, para sobrepujar esta difícil caracterização, alguns modelos foram propostos. Como pode ser visto em Ribbens-Pavella e Murthy (1994), historicamente, as diferentes categorias de carga são representadas por três modelos, em termos da sua característica ou dependência em relação à tensão: potência constante, corrente constante e impedância constante. A estes modelos dá-se o nome na literatura de modelos estáticos de carga. Eles formam a base fundamental na modelagem da maioria das cargas, excetuando-se motores e cargas especiais como fornos a arco e processos eletrolíticos. Existem também outros tipos de modelos de cargas, que são variantes no tempo e por isso recebem o nome de modelos dinâmicos de cargas. A variação no tempo pode ser intrínseca a carga, ou pode representar uma perturbação no sistema que afete a mesma.

Dentre as cargas deste tipo destacam-se os diversos motores presentes nos sistemas elétricos. A característica ou dependência de uma carga em relação à tensão, ou doravante, carga dependente da tensão, pode ser dada pela seguinte equação:

$$P_{Bk}(V_k) = \sum_{i=0}^j a_i \cdot V_k^i, \quad Q_{Bk}(V_k) = \sum_{i=0}^j b_i \cdot V_k^i \quad (\text{Ap.A.1})$$

onde: a_i e b_i são constantes que dependem das cargas, V_k é a tensão na barra k e P_{Bk} e Q_{Bk} são as potências ativa e reativa consumidas pela carga na barra k .

Na maioria das vezes utiliza-se uma combinação de três modelos de carga, através de um modelo onde o polinômio tem grau 2, ou $j=2$ na equação (Ap.A.1). Caso este polinômio de grau dois seja utilizado, dá-se o nome de modelo *ZIP* de carga ao mesmo. O termo *Z* refere-se à parcela ou porcentagem da carga que é modelada como impedância constante e tem grau dois no polinômio (Ap.A.1). O termo *I* refere-se à parcela ou porcentagem da carga que é modelada como corrente constante e tem grau um no polinômio (Ap.A.1). O termo *P* refere-se a parcela ou porcentagem da carga que é modelada como potência constante e tem grau zero no polinômio (Ap.A.1). Assim, a parcela de carga modelada como impedância constante fica:

$$P_{Bk}(V_k) = a_2 \cdot V_k^2, \quad Q_{Bk}(V_k) = b_2 \cdot V_k^2 \quad (\text{Ap.A.2})$$

onde: $S_{Bk} = \frac{1}{Z_k^*} |V_k|^2$ e Z_k^* é o conjugado da impedância constante da barra k . A parcela de corrente constante fica:

$$P_{Bk}(V_k) = a_1 \cdot V_k, \quad Q_{Bk}(V_k) = b_1 \cdot V_k \quad (\text{Ap.A.3})$$

onde: $S_{Bk} = I_k^* \cdot V_k$ e I_k^* é o conjugado da corrente constante consumida pela barra k .

$$P_{Bk}(V_k) = a_0 \cdot 1, \quad Q_{Bk}(V_k) = b_0 \cdot 1 \quad (\text{Ap.A.4})$$

onde: $i=0$, implica que a carga não é dependente da tensão. Como pode ser visto em Bretas e Alberto (1999), para polinômios com grau maior que 2, não existem interpretações físicas evidentes como as anteriores.

As cargas são dependentes não só da tensão, mas também da frequência. A dependência da frequência torna-se importante quando a carga é fortemente composta por motores elétricos, como aquelas do tipo industrial e rural. Neste caso, duas modelagens são possíveis: modelar essas cargas por equações dinâmicas análogas às dos geradores ou modelar as cargas como estáticas com termos dependentes da frequência. Claramente, a modelagem deve considerar os objetivos do estudo. Neste estudo de estabilidade de grandes perturbações com cargas dinâmicas não está abordado, no entanto, alguns estudos com estas cargas foram desenvolvidos na literatura, destacando-se Pal (1992). Geralmente, um modelo tão detalhado da dinâmica das cargas não é necessário e, portanto, as cargas passam a ser modeladas estaticamente, com termos dependentes do desvio de frequência. Segundo Ribbens-Pavella e Murthy (1994), um modelo geral que representa cargas estáticas tanto ativas como reativas em função da tensão e do desvio da frequência, pode ser dado por:

$$P_{Bk}(V_k, \Delta f_k) = (a_0 \cdot V_k^0 + a_1 \cdot V_k^1 + a_2 \cdot V_k^2) \cdot (1 + k_{BP} \cdot \Delta f_k) \quad (\text{Ap.A.5})$$

$$Q_{Bk}(V_k, \Delta f_k) = (b_0 \cdot V_k^0 + b_1 \cdot V_k^1 + b_2 \cdot V_k^2) \cdot (1 + k_{BQ} \cdot \Delta f_k) \quad (\text{Ap.A.6})$$

onde: k_{BP} e k_{BQ} são os parâmetros de sensibilidade do modelo em relação à frequência. Para não refletir as mudanças de frequência, basta levar k_{BP} e k_{BQ} à zero, e o modelo passa a ser o ZIP. No entanto, por simplificação, a variação de P e Q com relação à frequência é usualmente considerada separadamente:

$$P_{Bk}(V_k, \Delta f_k) = (a_0 \cdot V_k^0 + a_1 \cdot V_k^1 + a_2 \cdot V_k^2) + (k_{BP} \cdot \Delta f_k) \quad (\text{Ap.A.7})$$

$$Q_{Bk}(V_k, \Delta f_k) = (b_0 \cdot V_k^0 + b_1 \cdot V_k^1 + b_2 \cdot V_k^2) + (k_{BQ} \cdot \Delta f_k) \quad (\text{Ap.A.8})$$

onde: k_{BP} é o coeficiente de dependência da carga ativa com a frequência, e k_{BQ} é o coeficiente de dependência da carga reativa com a frequência, e é muitas vezes considerado nulo.

Apêndice B- Teoria de bifurcações

A teoria de bifurcações tem sido amplamente utilizada pelos pesquisadores de sistemas elétricos de potência como ferramenta para estudar estabilidade do sistema elétrico de potência e consiste, segundo Hale e Koçak (1991), no estudo das possíveis mudanças qualitativas da estrutura de órbitas ou fluxos de uma equação diferencial dependente de parâmetros. Para um dado valor de parâmetro, a equação diferencial é dita ter órbita estruturalmente estável se a estrutura qualitativa do fluxo não muda para variações suficientemente pequenas do parâmetro. O valor paramétrico para o qual o fluxo não tem órbitas estruturalmente estáveis é chamado de valor de bifurcação, e a equação é dita estar em um ponto de bifurcação.

Portanto, a teoria de bifurcações é a ferramenta adequada para estudar fenômenos que envolvem o espaço dos parâmetros, uma vez que estabelece o mecanismo dinâmico que afeta as mudanças estruturais do sistema mediante a variação paramétrica. Quando os parâmetros de um sistema variam, a dinâmica de um sistema dinâmico, como o sistema de potência, varia continuamente. Topologicamente, a estrutura de um sistema permanece inalterada para pequenas perturbações paramétricas, dado que o sistema tenha estabilidade estrutural em certo valor paramétrico (Venkatasubramanian et al. (1995)). Desta forma, pontos estruturalmente instáveis são pontos de bifurcação e identificam os valores dos parâmetros nos quais a estrutura do sistema sofre alterações.

Algumas tipificações gerais úteis ao estudo de bifurcações dizem respeito a sua natureza global ou local e à sua codimensão. A natureza da bifurcação é dita ser local quando a análise da bifurcação é feita localmente, ou seja, pela análise do campo vetorial perto do equilíbrio degenerado, ou órbita fechada, e as soluções para a bifurcação são

encontradas apenas dentro de uma vizinhança local. Caso análise da bifurcação não possa ser reduzida ao estudo de uma vizinhança de um equilíbrio, a bifurcação é dita ser global. A codimensão de uma bifurcação, segundo Guckenheimer e Holmes (1983), é a menor dimensão do espaço de parâmetros que contém a bifurcação de uma maneira persistente, e.g., bifurcação sela nó com codimensão-1.

A perda de estabilidade estática de sistemas de potência está comumente associada a 3 tipos de bifurcação: Hopf, sela-nó e singularidade induzida, sendo que as duas últimas são de maior interesse dessa pesquisa.

Ap.B.1- Bifurcação sela-nó (saddle-node bifurcation)

A bifurcação sela-nó é a mais conhecida e estudada bifurcação local em sistemas elétricos de potência. Esta bifurcação ocorre quando o sistema tem um equilíbrio não hiperbólico, com um único autovalor com partes real e imaginária nulas, no ponto de bifurcação. Neste caso, segundo Venkatasubramanian et al. (1995a), certas condições de transversalidade estão satisfeitas e $D_y g(x, y, \lambda) \neq 0$ no ponto de bifurcação. Neste caso o Teorema da Função Implícita vale para o sistema de EAD. Portanto, em uma bifurcação sela-nó, atende-se às seguintes condições:

- A matriz A da equação (3.2.3.15) tem um zero simples (partes real e imaginária nulas), não existindo nenhum outro autovalor no eixo imaginário;
- Condições de transversalidade são satisfeitas (Venkatasubramanian et al. (1995a));

Logo, em uma bifurcação sela-nó, os equilíbrios estáveis e instáveis coalescem, ou se fundem, e desaparecem. Isto resulta na perda de equilíbrios nas proximidades de pontos de bifurcação. Quando um valor paramétrico λ se aproxima de λ_0 (valor de bifurcação), um autovalor do sistema da equação (3.2.3.15): $A = D_x f - D_y f \cdot [D_y g]^{-1} \cdot D_x g$ move-se do

plano complexo negativo para o positivo, ou vice-versa, pelo plano real, ou através do zero puro, como na figura a seguir:

Figura Ap.B.1.1: *Loci* de autovalores na bifurcação sela-nó.

Ap.B.2- Bifurcação de singularidade induzida (singularity induced bifurcation)

A bifurcação de singularidade induzida ocorre quando um equilíbrio cruza a superfície singular da equação (3.2.3.11): $S = \{(x, y, \lambda) \in M : \Delta(x, y) \equiv \det[D_y g(x, y, \lambda)] = 0\}$.

É possível provar que no ponto de bifurcação de singularidade induzida, o número de autovalores estáveis de um sistema é reduzido de uma unidade e que este autovalor torna-se ilimitado.

Na literatura, foi mostrado para sistemas de duas dimensões, que o caso é genericamente equivalente a uma bifurcação transcritical, ou uma bifurcação com mudança de estabilidade entre equilíbrios (ver Hale e Koçak (1991), ex. 2.3, cap. 2). Porém para sistemas de grande porte, tal bifurcação não é mais relatada como transcritical, e sim como de singularidade induzida devido à presença de superfícies singulares.

Quando o equilíbrio de um sistema de EAD encontra-se na singularidade, a matriz A (3.2.3.15) não é bem definida porque a matriz $D_y g$ é singular. É intuitiva a idéia de que a matriz Jacobiana A poderá ter autovalores ilimitados perto desta bifurcação, já que é

necessária a inversão de uma matriz singular para obter-se A . O teorema da bifurcação de singularidade induzida traz clareza ao estudo deste tipo de bifurcação:

Teorema (Ap.B.2.1) – Bifurcação de Singularidade Induzida (Venkatasubramanian et al. (1995a)): Considere o sistema de EAD da equação (3.3.2.1) com um espaço de parâmetros unidimensional. Assumindo que as seguintes condições são satisfeitas no ponto $(0,0,\lambda_0)$:

- 1) $f(0,0,\lambda_0)=0, g(0,0,\lambda_0)=0, D_y g$ tem um autovalor zero simples e traço $[D_y f \cdot \text{adj}(D_y g) \cdot D_x g]$ diferente de zero;
- 2) $\begin{pmatrix} D_x f & D_y f \\ D_x g & D_y g \end{pmatrix}$ é não singular;
- 3) $\begin{pmatrix} D_x f & D_y f & D_\lambda f \\ D_x g & D_y g & D_\lambda g \\ D_x \Delta & D_y \Delta & D_\lambda \Delta \end{pmatrix}$ é não singular;

Então, existe uma curva suave de equilíbrios $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}$, que passa pelo ponto $(0,0,\lambda_0)$ e é transversal à superfície singular em $(0,0,\lambda_0)$. Quando um valor paramétrico λ se aproxima de λ_0 , um autovalor do sistema da equação $A = D_x f - D_y f \cdot [D_y g]^{-1} \cdot D_x g$ move-se do plano complexo negativo para o positivo, ou vice-versa, através de uma divergência ao infinito pelo plano real.

A figura a seguir ilustra o disposto:

Figura Ap.B.2.1: Loci de autovalores na bifurcação de singularidade induzida.

Os outros autovalores permanecem limitados e afastados da origem.

Com um autovalor se movendo do semiplano complexo esquerdo para o direito, o sistema é levado à instabilidade. Isso acontece porque a matriz Jacobiana do sistema no ponto de bifurcação tem pelo menos um autovalor instável.

O estudo da bifurcação leva a proceder a uma análise local da dinâmica do sistema para se obter maiores conclusões sobre a mesma. Pode-se observar uma característica interessante para o ponto de bifurcação de singularidade induzida, que é também um ponto de equilíbrio da superfície de singularidade. Dado que as velocidades são nulas em pontos de equilíbrio, é esperado que as dinâmicas próximas destes pontos sejam lentas para sistemas dinâmicos suaves, como o sistema de potência.

No entanto, as dinâmicas próximas a superfícies singulares são dinâmicas muito rápidas (supondo uma dinâmica parasita para a parte algébrica) e chegando a ser ilimitadas em sistemas de EAD. Chega-se então a uma contradição de efeitos esperados e a uma pergunta importante do ponto de vista deste estudo: qual é a dinâmica preponderante? O exemplo Ap.B.2.1 abaixo explicita a situação.

Exemplo Ap.B.2.1 de bifurcação de singularidade induzida: (Venkatasubramanian et al. (1995a))

Seja o sistema de EAD:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \lambda - y^2 \\ 0 &= 1 - x^2 - y^2, x \in \Re, y \in \Re\end{aligned}\tag{Ap.B.2.1}$$

A variedade de restrição M do sistema acima é uma circunferência unitária: $1 = x^2 + y^2$.

A superfície singular S consiste de dois pontos $(\pm 1, 0)$. Nesses pontos, $D_y g = -2y = 0$.

Quando λ é nulo, os equilíbrios do sistema coincidem com os pontos singulares,

caracterizando um ponto de bifurcação de singularidade induzida. No entanto, a matriz Jacobiana do sistema (Ap.B.2.1), dada pela equação (3.2.3.15), fica:

$$A = D_x f - D_y f \cdot [D_y g]^{-1} \cdot D_x g = [0] - [-2y] \cdot [-2y]^{-1} \cdot [-2x] = -[-2y \cdot \frac{1}{2y} \cdot 2x] \quad (\text{Ap.B.2.2})$$

onde, eliminando os termos em y , tem-se nos pontos singulares:

$$A = 2x = \pm 2 \quad (\text{Ap.B.2.3})$$

implicando que para λ nulo, a singularidade $y = 0$ é removível e a dinâmica do sistema é suave. Ou seja, neste caso existe o predomínio da dinâmica do equilíbrio em detrimento da dinâmica rápida da singularidade.

A questão da velocidade dos estados poderia tornar-se importante nos sistemas de potência, uma vez que a dinâmica próxima a equilíbrios que pertencem a S poderia ser lenta, e resultados do modelo com interpretação física poderiam ser obtidos, mesmo em uma bifurcação de singularidade induzida.

Porém, este não é o caso em sistemas de potência, onde comportamentos lentos dos equilíbrios coexistem com comportamentos singulares rápidos.

Existe comprovação na literatura de que é possível analisar, usando certas suposições, comportamentos lentos de equilíbrios, desde que se restrinja o estudo a variedades invariantes de codimensões maiores (Venkatasubramanian et al., 1995a).

É possível mostrar também que a singularidade está presente e passando pelo equilíbrio, nestas variedades de menor dimensão. O que não deixa dúvidas é o fato de que fazer conclusões a respeito de comportamentos físicos próximos a bifurcações de singularidade induzida é algo que deve ser tratado com muito cuidado.

O exemplo anterior mostra ser possível matematicamente a análise na singularidade. No entanto, para uma compreensão maior a respeito da bifurcação de singularidade induzida em um sistema de EAD, será analisado o seguinte exemplo:

Exemplo Ap.B.2.2 de bifurcação de singularidade induzida: (Ayasun et al. (2004))

Considere o seguinte sistema de EAD:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + y + c_1 \\ 0 &= x^2 + y^2 - c_2\end{aligned}\quad (\text{Ap.B.2.4})$$

onde: x representa as variáveis dinâmicas, y as variáveis algébricas e c_1, c_2 representam parâmetros desacoplados do resto das equações.

Para quaisquer configurações paramétricas, os pontos de equilíbrio são sempre intersecções entre duas curvas: $y = x - c_1$, uma reta e $x^2 + y^2 = c_2^2$, um círculo de raio c_2 .

A figura Ap.B.2.2 ilustra a situação:

Figura Ap.B.2.2 Bifurcações sela-nó e singularidade induzida do sistema (Ap.B.2.4) variando c_1 e c_2 .

A variedade de restrição é dada por $x^2 + y^2 = c_2^2$, e os equilíbrios e respectivas bifurcações dependem de c_1 . Para $-c_2 < c_1 < c_2$, existem dois pontos de equilíbrio estáveis chamados de p.e.1 e p.e.2, quando $c_1=0$ na figura 3. No entanto c_1 pode variar, e se observa bifurcações de equilíbrios. A variedade de restrição tem a superfície de singularidade formada por dois pontos: $\{(-c_2, 0); (c_2, 0)\}$, onde a matriz:

$$D_y g = 2y = 0 \quad (\text{Ap.B.2.5})$$

Logo, a referida matriz tem um autovalor nulo e a matriz Jacobiana do sistema (Ap.B.2.4), dada pela equação (3.2.3.15), fica:

$$A = D_x f - D_y f \cdot [D_y g]^{-1} \cdot D_x g = [-1] - [1] \cdot [2y]^{-1} \cdot [2x] = -1 - \frac{x}{y} \quad (\text{Ap.B.2.6})$$

onde, substituindo os valores dos pontos singulares, verifica-se a divergência ao infinito, caracterizando a bifurcação de singularidade induzida, como ilustrado na figura B.2.2.

Tais bifurcações ocorrem para pontos de equilíbrios diferentes, ou seja, nos equilíbrios p.e.₁ para $c_1 = c_2$ e p.e.₂ para $c_1 = -c_2$. Incrementos em c_1 fazem com que os equilíbrios que bifurcaram troquem as características de estabilidade, tornando-se instáveis. O limiar de incremento de c_1 é observado quando $c_1 = \pm\sqrt{2} \cdot c_2$, nos pontos $\{(c_1/2, -c_1/2)\}$ para os quais os equilíbrios p.e.₁ e p.e.₂ coalescem. Para incrementos de c_1 além de $c_1 = \pm\sqrt{2} \cdot c_2$, o sistema (Ap.B.2.4) não apresenta equilíbrios. Observa-se, então que dois equilíbrios, um estável e outro instável se fundiram e desapareceram, fato que caracteriza uma bifurcação sela-nó, como pode ser visto na seção B.1. O diagrama de bifurcação a seguir mostra a estabilidade dos equilíbrios para a variação paramétrica c_1 , dado c_2 fixo:

Figura Ap.B.2.3 Diagrama de bifurcação contemplando a bifurcação de singularidade induzida do sistema (Ap.B.2.4)

Anexo A- Prova do Teorema de Lyapunov - Khalil (1996):

Teorema de Lyapunov (3.4.1.1): Seja $x=0$, um ponto de equilíbrio do sistema dinâmico autônomo descrito na equação (3.1.1), e $D \subset \mathbb{R}^n$ um domínio contendo $x=0$. Seja uma função de classe C^1 , $V: D \rightarrow \mathbb{R}$, conhecida como função de Lyapunov, definida positiva, onde:

$$V(0) = 0 \text{ e } V(x) > 0 \text{ em } D - \{0\} \quad (\text{An.A.1})$$

Então, se:

$$a) \quad \dot{V}(x) \leq 0 \text{ em } D - \{0\}: \quad (\text{An.A.2})$$

sua derivada no tempo seja semi-definida negativa, então, a solução do sistema dinâmico associado é estável;

b) $\dot{V}(x) < 0$ em $D - \{0\}$: sua derivada no tempo seja definida negativa, então, a solução do sistema dinâmico associado é assintoticamente estável;

A prova do Teorema de Lyapunov descrita a seguir pode ser encontrada, por exemplo, em Khalil (1996):

Prova: Para um dado $\varepsilon > 0$, escolha-se:

$$r \in (0, \varepsilon] \quad (\text{An.A.3})$$

tal que:

$$B_r = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq r\} \subset D \quad (\text{An.A.4})$$

Seja $\alpha = \min_{\|x\|=r} V(x)$. Então, da equação (An.A.1), conclui-se que $\alpha > 0$. Fazendo

$\beta \in (0, \alpha)$, tem-se:

$$\Omega_\beta = \{x \in B_r \mid V(x) \leq \beta\} \quad (\text{An.A.5})$$

Logo Ω_β está no interior de B_r , como pode ser visto na figura c.1:

Figura An.A.1: Representação geométrica dos conjuntos na prova do Teorema de Lyapunov

Ω_β é um conjunto com a característica de que as trajetórias que se iniciam dentro dele em $t = 0$, nele permanecem para $t \geq 0$, pois conforme (An.A.2):

$$\dot{V}(x(t)) \leq 0 \Rightarrow V(x(t)) \leq V(x(0)) \leq \beta, \forall t \geq 0 \quad (\text{An.A.6})$$

Uma vez que Ω_β é um conjunto compacto, conclui-se que a equação (3.1.1) tem uma única solução definida para todo o tempo $t \geq 0$, onde $x(0) \in \Omega_\beta$. Se $V(x)$ é contínua e $V(0) = 0$, existe um $\delta > 0$, tal que:

$$\|x\| \leq \delta \Rightarrow V(x) < \beta, \quad (\text{An.A.7})$$

Então:

$$B_\delta \subset \Omega_\beta \subset B_r \quad (\text{An.A.8})$$

e,

$$x(0) \in B_\delta \Rightarrow x(0) \in \Omega_\beta \Rightarrow x(t) \in \Omega_\beta \Rightarrow x(t) \in B_r \quad (\text{An.A.9})$$

Portanto,

$$\|x(0)\| \leq \delta \Rightarrow \|x(t)\| < r \leq \varepsilon, \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{An.A.10})$$

mostra que o ponto de equilíbrio $x=0$ é estável.

Para provar a estabilidade assintótica, é necessário mostrar que $x(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$, ou seja, para todo $a > 0$ arbitrário, existe um $T > 0$, tal que $\|x(t)\| < a$, para todo $t > T$. Por repetição dos argumentos prévios, sabe-se que para todo $a > 0$, pode-se escolher $b > 0$, tal que $\Omega_b \supset B_a$. Portanto, é suficiente mostrar que $V(x(t)) \rightarrow 0$, quando $t \rightarrow \infty$. Uma vez que, $V(x(t))$ é monotonamente decrescente e limitado inferiormente por zero, portanto:

$$V(x(t)) \rightarrow c \geq 0 \text{ quando } t \rightarrow \infty \quad (\text{An.A.11})$$

Para mostrar que $c=0$, será utilizado o argumento da contradição. Suponha que $c > 0$. Pela continuidade de $V(x)$, existe um $d > 0$, tal que $B_d \subset \Omega_c$. O limite de $V(x(t)) \rightarrow c > 0$ implica que a trajetória de $x(t)$ fica fora da bola B_d para todo $t \geq 0$. Seja $-\gamma = \max_{d \leq \|x\| \leq r} \dot{V}(x)$, então por (An.A.2), $-\gamma < 0$, de tal forma que:

$$V(x(t)) = V(x(0)) + \int_0^t \dot{V}(x(\tau)) \cdot d\tau \leq V(x(0)) - \gamma \cdot t \quad (\text{An.A.12})$$

Uma vez que o lado direito da expressão pode eventualmente se tornar negativo, a inequação contradiz a suposição de que $c > 0$.

Anexo B– Prova dos teoremas usados na caracterização da área de atração de sistemas de EDSP.

As provas descritas neste apêndice foram apresentadas no trabalho de Alberto e Chiang (2009).

An.B.1- Prova do teorema 3.5.1.1 (relação entre os tipos de estabilidade de equilíbrios de sistemas de EAD e de EDSP):

Para explorar as propriedades das escalas de tempo do sistema (Σ_ε) , pode-se definir uma escala rápida de tempo $\tau = t/\varepsilon$. Nesta nova escala de tempo o sistema (Σ_ε) toma a seguinte forma:

$$(\Pi_\varepsilon) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \varepsilon f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = g(x, y) \end{cases} \quad (\text{An.B.1.1})$$

Uma vez que (x^*, y^*) pertence ao componente de *tipo* $-k$ de M , a derivada $D_y g$ da função g com respeito à variável y , calculada em (x^*, y^*) , tem k autovalores com parte real maior que zero e $(m - k)$ autovalores com parte real menor que zero. Portanto, existe um número real $\alpha > 0$, tal que todos os autovalores λ de $D_y g$ satisfazem $|\text{Re}\{\lambda\}| > \alpha > 0$. Considere a linearização do sistema (Π_ε) no PE (x^*, y^*) , ou seja:

$$\begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{dt} \\ \frac{\Delta y}{dt} \end{pmatrix} = J_y^{\text{rap}} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} \quad (\text{An.B.1.2})$$

onde: $J_y^{rap} = \begin{bmatrix} \varepsilon D_x f & \varepsilon D_y f \\ D_x g & D_y g \end{bmatrix}$. O número complexo μ é um autovalor de J_y^{rap} se e somente se existe um vetor $(\Delta x, \Delta y) \neq 0$ satisfazendo:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon D_x f - \mu I_n & \varepsilon D_y f \\ D_x g & D_y g - \mu I_m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{An.B.1.3})$$

Para $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeno e para $|Re\{\lambda\}| > \alpha > 0$, a matrix $(\varepsilon D_x f - \mu I_n)$ é inversível. Então, da equação (An.B.1.2) é possível escrever Δx como função de Δy e, substituindo na equação (An.B.1.3), pode-se obter:

$$[D_y g - \varepsilon D_x g (\varepsilon D_x f - \mu I_n)^{-1} D_y f - \mu I_m] \Delta y = 0 \quad (\text{An.B.1.4})$$

i.e., μ é o autovalor da matriz que pode ser considerado como uma perturbação da matriz $D_y g$. Usando a teoria de variáveis complexas, pode-se mostrar que a existência de k autovalores de $D_y g$ com parte real maior que zero implica a existência de k autovalores de J_y^{rap} com parte real maior que zero para um ε suficientemente pequeno. Argumentos similares podem ser usados para mostrar que a existência de $(m - k)$ autovalores de J_y^{rap} com parte real menor que zero implica a existência de $(m - k)$ autovalores de J_y^{rap} com parte real menor que zero para um ε suficientemente pequeno.

Seguindo o mesmo princípio, é possível mostrar que a existência de j autovalores de J_{red} com parte real maior que zero implica a existência de j autovalores de J_ε com parte real maior que zero, para um ε suficientemente pequeno. A existência de $(n - j)$ autovalores de J_{red} com parte real menor que zero implica a existência de $(n - j)$ autovalores de J_ε com parte real menor que zero, para um ε suficientemente pequeno.

Observando que $J_\varepsilon^{rap} = \varepsilon J_\varepsilon$, λ é um autovalor de J_ε^{rap} se e somente se λ/ε é um autovalor de J_ε . Então, para ε suficientemente pequeno, o autovalor m de (Σ_ε) obtido na análise com escala de tempo rápida tem módulo suficientemente grande e é diferente dos

n autovalores obtidos na análise com escala de tempo lenta. Como conclusão, (x^*, z^*) é um PE de *tipo* $-j + k$ de (Σ_ε) para um ε suficientemente pequeno. Isto conclui a prova.

An.B.2- Prova do teorema 3.5.1.2 (localização dos PEs de tipo-1):

É possível verificar diretamente que todo PE de (Σ_ε) pertence a M e também que (x^*, y^*) é um PE de (Σ_ε) se e somente se (x^*, y^*) é um PE de (Σ) . Suponha que o PE de *tipo* -1 (x^*, y^*) de (Σ_ε) pertence ao componente de *tipo* $-k$ C_{k_i} de M e todos os PEs de (Σ) são hiperbólicos. Então, (x^*, y^*) é um PE hiperbólico de *tipo* $-j$ de (Σ) . Então, pelo teorema 3.5.1.2, (x^*, y^*) é um PE de *tipo* $-(j + k)$ de (Σ_ε) , para um ε suficientemente pequeno. Como consequência, $j + k = 1$. Existem apenas duas soluções para a equação: (i) $j = 0, k = 1$, (ii) $j = 1, k = 0$. No primeiro caso, o PE pertence a um componente de *tipo* -1 , C_{1_i} de M e é um PE assintoticamente estável do sistema pós-falta (Σ) em C_{1_i} . Na segunda possibilidade, o PE é um PEI de *tipo* -1 do sistema pós-falta (Σ) . ■

An.B.3- Prova do teorema 3.5.1.4 (fronteira de estabilidade na vizinhança de componentes instáveis de tipo-1)

Para provar que (x_u, y_u) pertence à $\partial A_\varepsilon(x_s, y_s)$, é preciso provar a existência de pontos arbitrariamente próximos de (x_u, y_u) , tais que as trajetórias de (Σ_ε) começando desses pontos tendam ao PE assintoticamente estável (x_u, y_u) quando $t \rightarrow \infty$.

Seja $\partial A_{rap}(x_u, y^*)$, a fronteira da área de atração de um sistema com escala de tempo rápida, $\tau = t/\varepsilon$, para o qual as variáveis x podem ser congeladas. Por hipótese, $(x_u, y_u) \in$

$\partial A_{rap}(x_u, y^*)$. Então, para um número pequeno $r > 0$, a bola aberta de raio r centrada em (x_u, y_u) , $B_r(x_u, y_u)$ intersecciona a região de estabilidade do sistema rápido, i.e, $B_r(x_u, y_u) \cap \partial A_{rap}(x_u, y^*) \neq \emptyset$. Portanto, deve existir um ponto $(x_u, y_u) \in B_r(x_u, y_u)$ tal que $\Phi_0(\tau, x_1, y) \rightarrow (x_u, y^*)$ quando $\tau \rightarrow \infty$.

Para qualquer número arbitrariamente pequeno $\rho > 0$, existe um tempo $T_1(\rho) > 0$ tal que $(\hat{x}, \hat{y}) = \Phi_0(T_1, x_1, y_1) \in B_{\frac{\rho}{2}}(x_u, y^*)$, onde $B_{\frac{\rho}{2}}(x_u, y^*)$ é uma bola de raio $\frac{\rho}{2}$. Usando a teoria da perturbação regular no sistema rápido, pode-se mostrar a existência de $\varepsilon^{**} > 0$ tal que $\Phi_\varepsilon(T_1, x_1, y_1) \in B_{\frac{\rho}{2}}(\hat{x}, \hat{y})$ para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^{**})$. Portanto, da desigualdade triangular, $\Phi_\varepsilon(T_1, x_1, y_1) \in B_\rho(x_u, y^*)$ para todo $\varepsilon \in (0, \varepsilon^{**})$.

Entretanto, sabe-se que $(x_u, y^*) \in \partial A_0(x_s, y_s)$, i.e., $\varphi_0(t, x_u, y^*) \rightarrow (x_s, y_s)$ quando $t \rightarrow \infty$. Para um número arbitrariamente pequeno v , existe um tempo $T_2 > 0$ tal que $\varphi_0(T_2, x_u, y^*) \in B_{\frac{v}{2}}(x_s, y_s)$. Uma vez que ρ pode ser escolhido arbitrariamente pequeno, o Teorema de Tikhonov (Khalil (2002), pag. 434), para um intervalo de tempo finito, garante a existência de $\hat{\varepsilon}$ tal que $\varphi_\varepsilon(T_2, \Phi(T_1, x_1, y_1)) \in B_v(x_s, y_s)$ para todo $\varepsilon \in (0, \hat{\varepsilon})$.

A escolha de v suficientemente pequeno e a estabilidade exponencial de (x_s, y_s) com respeito à (Σ_0) garantem, via Teorema de Tikhonov, para infinitos intervalos de tempo que $\varphi_\varepsilon(t, \varphi_\varepsilon(T_2, \Phi_\varepsilon(T_1, x_1, y_1)))$ é limitado para $t \geq 0$ e permanece perto de (x_s, y_s) para um ε suficientemente pequeno. A existência de uma função energia para (Σ_ε) implica $\Phi_\varepsilon(t, x_1, y_1) \rightarrow (x_s, y_s)$, quando $t \rightarrow \infty$, para um ε suficientemente pequeno.