UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**ESTUDO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS ESPECIAIS:
MOTOR MONOFÁSICO DE PÓLOS INSCRITOS**

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 08./10./02

Ass.: *[Assinatura]*

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Elétrica.

DEDALUS - Acervo - EESC

31100037103

AUTOR: Cesar Augusto Moreira Amêndola

ORIENTADOR: Prof. Dr. Diógenes Pereira Gonzaga

São Carlos – 2002

Class. TESE
 Codd. 0341
2.1
 Tombo T0248/02
 Sysno 127 6344

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
 da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

A511e Amêndola, Cesar Augusto Moreira
 Estudo de máquinas elétricas especiais : motor
 monofásico de pólos inscritos / Cesar Augusto Moreira
 Amêndola. -- São Carlos, 2002.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São
 Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.
 Área: Engenharia Elétrica.
 Orientador: Prof. Dr. Diógenes Pereira Gonzaga.

1. Roesel. 2. Written-pole. 3. Pólos inscritos.
 4. Pólos escritos. 5. Pólos impressos. 6. Eletrificação
 rural. 7. Racionalização de energia elétrica. 8. Motor
 monofásico. 9. Motor síncrono. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **CESAR AUGUSTO MOREIRA AMÊNDOLA**

Dissertação defendida e julgada em 29-08-2002 perante a Comissão Julgadora:

Prof. Dr. **DIÓGENES PEREIRA GONZAGA** (Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Dr. **AZAURI ALBANO DE OLIVEIRA JUNIOR**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

Prof. Tit. **YARO BURIAN JUNIOR**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Assoc. **MURILO ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

Profª. Assoc. **MARIA DO CARMO CALJURI**
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Dedico este trabalho à Tatiana, minha noiva,
por todo apoio, incentivo e dedicação.*

Agradecimentos

A Deus, por ter me dado forças para superar todos os obstáculos e sem o qual nada seria possível.

Ao Professor Doutor Diógenes Pereira Gonzaga, pela excelente orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP, pela fundamental ajuda financeira, na forma de uma bolsa de mestrado e recursos de reserva técnica.

À Precise Power Corporation e em especial para os Senhores Evandro Bezerra e Antony Xanthos, pelo envio de catálogos técnicos.

Ao Laboratório de Materiais Magnéticos do Instituto de Física da Universidade de São Paulo – IFUSP e em especial para o Sr. Marcelo S. Lancarotte, pela ajuda com o material ferrítico magnético.

A todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram para a realização deste trabalho.

Sumário

Lista de Figuras.....	i
Lista de Tabelas	v
Lista de Abreviaturas e Siglas	vi
Lista de Símbolos	vii
Resumo.....	xv
Abstract.....	xvi
1 Introdução	1
2 O Motor Monofásico de Pólos Inscritos.....	6
2.1 Aspectos Construtivos.....	6
2.2 Diagrama Esquemático Simplificado.....	8
2.3 Funcionamento	9
2.4 Características Operacionais	11
2.5 Aplicações	11
2.6 Considerações Finais	12

3	O Modelo Físico do MMPI.....	13
3.1	Considerações Sobre o MIDA	14
3.2	Definição	14
4	O Modelo Matemático do MMPI	16
4.1	Conjeturas.....	16
4.2	Notação.....	18
4.3	Modelagem Matemática do MIDA	19
4.4	Modelagem Matemática do Torque de Histerese.....	25
4.5	Modelagem Matemática da Fonte de Tensão do Estator	30
4.6	Modelagem Matemática da Fonte de Tensão do Rotor.....	33
5	Os Parâmetros do MMPI.....	34
5.1	Conversão Trifásica → Bifásica de Parâmetros.....	34
5.2	Parâmetros da Camada Ferrítica Magnética.....	39
5.3	Definição dos Parâmetros	42
6	A Simulação Computacional do MMPI.....	44
6.1	Estrutura de Simulação.....	44
6.2	Resultados do Modelo Monofásico.....	48
6.3	Resultados do Modelo Bifásico	54
6.4	Validação.....	59
7	Proposta de Motor Alternativo ao MMPI.....	61
7.1	Modelo Físico do MSMPIP, Conjeturas Adotadas e Notação..	61
7.2	Modelo Matemático do MSMPIP	62
7.3	Parâmetros do MSMPIP.....	67
7.4	Simulação Computacional do MSMPIP	68
7.5	Considerações Sobre o MSMPIP	78

8	Conclusão.....	79
	Referências Bibliográficas.....	81
	Bibliografia Complementar	84
	Apêndices.....	90
A	Teoria Básica Sobre Modelagem e Simulação de Sistemas.....	90
B	Relatório CEPEL UNIAP-406/2000	110
C	Informações Adicionais Sobre o MMPI.....	122
D	Validação do Modelo Matemático do Torque de Histerese.....	130
E	Parâmetros de um Motor Trifásico de Rotor Bobinado	133
F	Conteúdo do CD.....	134

Lista de Figuras

Figura 2.1	– Cortes transversal e longitudinal de um MMPI de rotor externo.	6
Figura 2.2	– Cortes transversal e longitudinal de um MMPI de rotor interno..	7
Figura 2.3	– Diagrama esquemático do MMPI.....	8
Figura 2.4	– Esboço da curva Torque x Velocidade do MMPI	10
Figura 4.1	– Diagrama Simplificado do MMPI.....	16
Figura 4.2	– Diagrama do modelo físico do MMPI.....	17
Figura 4.3	– O campo magnético girante em um: (a) rotor de material não histerético e (b) rotor de material histerético.....	26
Figura 4.4	– (a) Ciclo de histerese do Simonds 81 (17% Cobalto); (b) Comportamento da densidade de fluxo e da intensidade de campo em um rotor construído com este material	27
Figura 5.1	– Representação gráfica da transformação de Park.....	36
Figura 5.2	– Curva $M \times H$ do material da camada ferrítica magnética.....	40
Figura 5.3	– Curva $B \times H$ do material da camada ferrítica magnética.....	40
Figura 5.4	– Comparação entre o ciclo de histerese do material e a sua elipse equivalente.....	41
Figura 6.1	– Estrutura de simulação do MMPI dividida em blocos funcionais.....	44
Figura 6.2	– Conteúdo do bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.1	45
Figura 6.3	– Conteúdo do bloco funcional “Eixo Q”, em laranja na figura 6.1	46
Figura 6.4	– Conteúdo do bloco funcional “Eixo D”, em azul na figura 6.1...	46

Figura 6.5	– Conteúdo do bloco funcional “Rotor”, em vermelho na figura 6.1	47
Figura 6.6	– Conteúdo do bloco funcional representativo do ciclo de histerése do material da camada ferrítica magnética, em azul claro na figura 6.5.....	47
Figura 6.7	– Tensões no MMPI com fonte monofásica.....	48
Figura 6.8	– Correntes no MMPI com fonte monofásica	49
Figura 6.9	– Fluxos estatóricos e rotóricos no MMPI com fonte monofásica.	49
Figura 6.10	– Fluxos estatóricos e histeréticos no MMPI com fonte monofásica.....	50
Figura 6.11	– Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, com carga nominal	50
Figura 6.12	– Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, em vazio.	51
Figura 6.13	– Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, com carga degrau.....	51
Figura 6.14	– Componentes do tórque eletromotriz do MMPI com fonte monofásica.....	52
Figura 6.15	– Oscilação nas grandezas do MMPI devido à assimetrias nas tensões de alimentação	52
Figura 6.16	– Estrutura de simulação do MMPI dividida em blocos funcionais.....	53
Figura 6.17	– Conteúdo do bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.16	53
Figura 6.18	– Tensões no MMPI com fonte bifásica.....	54
Figura 6.19	– Correntes no MMPI com fonte bifásica	55
Figura 6.20	– Fluxos estatóricos e rotóricos no MMPI com fonte bifásica.....	55
Figura 6.21	– Fluxos estatóricos e histeréticos no MMPI com fonte bifásica... ..	56
Figura 6.22	– Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, com carga nominal	56
Figura 6.23	– Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, em vazio.....	57

Figura 6.24 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, com carga de grau	57
Figura 6.25 – Componentes do torque eletromotriz do MMPI com fonte bifásica.....	58
Figura 6.26 – Supressão da oscilação nas grandezas do MMPI	58
Figura 7.1 – Diagrama do modelo físico do MSMPIP	62
Figura 7.2 – Estrutura de simulação do MSMPIP dividida em blocos funcionais.....	69
Figura 7.3 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo Q”, em laranja na figura 7.2	69
Figura 7.4 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo D”, em azul na figura 7.2...	69
Figura 7.5 – Conteúdo do bloco funcional “Rotor”, em rosa na figura 7.2	70
Figura 7.6 – Conteúdo do bloco funcional “Circuito de Partida”, em verde na figura 7.2.....	70
Figura 7.7 – Tensões no MSMPIP com fonte monofásica	71
Figura 7.8 – Correntes no MSMPIP com fonte monofásica.....	71
Figura 7.9 – Fluxos no MSMPIP com fonte monofásica.....	72
Figura 7.10 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte monofásica, com carga nominal	72
Figura 7.11 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte monofásica, em vazio	73
Figura 7.12 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte monofásica, com carga de grau.....	73
Figura 7.13 – Oscilação nas grandezas do MSMPIP devido à assimetrias nas tensões de alimentação.....	74
Figura 7.14 – Tensões no MSMPIP com fonte bifásica	74
Figura 7.15 – Correntes no MSMPIP com fonte bifásica.....	75
Figura 7.16 – Fluxos no MSMPIP com fonte bifásica.....	75
Figura 7.17 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte bifásica, com carga nominal	76

Figura 7.18 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte bifásica, em vazio .	76
Figura 7.19 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte bifásica, com carga degrau	77
Figura 7.20 – Supressão da oscilação nas grandezas do MSMPIP	77
Figura A.1 – Exemplos de respostas de um sistema de segunda ordem contínuo e discreto.....	92
Figura A.2 – Representação dos sistemas: (a) determinístico e (b) estocástico.....	93
Figura A.3 – Representação gráfica de um modelo	96
Figura C.1 – MMPI de 20cv instalado em um poço de petróleo.....	128
Figura D.1 – Estrutura de simulação do modelo matemático do torque de histerese	130
Figura D.2 – Fluxos estatórico e histerético e torque de histerese gerado.....	131
Figura D.3 – Curvas do torque de histerese gerado para vários valores do ângulo de histerese	131
Figura D.4 – Elipse representativa do ciclo de histerese para $\alpha=60^\circ$	132

Lista de Tabelas

Tabela 5.1	–	Parâmetros deduzidos para um MMPI de 30cv, 4 pólos, 240V 60Hz.....	43
Tabela 7.1	–	Parâmetros utilizados na simulação computacional do MSM-PIP	67
Tabela A.1	–	Classificação de problemas matemáticos quanto à facilidade de solução por métodos analíticos.....	100
Tabela C.1	–	Desempenhos do MMPI e do motor de indução trifásico acionado via conversor rotativo, conectados a uma rede monofásica de 230V/60Hz	122
Tabela C.2	–	Operação de uma bomba de 40cv utilizando-se um MMPI, motores trifásicos com conversores de fase ou motor de combustão interna	123
Tabela C.3	–	Operação de uma bomba de 40cv utilizando-se um MMPI ou motores trifásicos	124
Tabela C.4	–	Dados amostrados em campo nos instantes 0s, 35s, 60s e 90s, que correspondem a situações de rotor bloqueado, entrada em modo síncrono, entrada em modo de serviço e regime permanente, respectivamente	126

Lista de Abreviaturas e Siglas

CA	– Corrente alternada
CC	– Corrente contínua
CEPEL	– Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
ELETROBRÁS	– Centrais Elétricas Brasileiras S.A.
EPRI	– Electrical Power Research Institute
IFUSP	– Instituto de Física da Universidade de São Paulo
MH	– Motor de Histerese
MIDA	– Motor de Indução Duplamente Alimentado
MMPI	– Motor Monofásico de Pólos Inscritos
MSMPIP	– Motor Síncrono Monofásico de Pólos a Ímãs Permanentes
NRECA	– National Rural Electric Cooperative Association
PPC	– Precise Power Corporation Inc

Lista de Símbolos

B	– Densidade de fluxo magnético, T
B_g	– Densidade de fluxo magnético no entreferro, T
B_h	– Densidade de fluxo magnético na camada ferrítica magnética, T
B_r	– Densidade de fluxo magnético remanescente, T
C_{CO}	– Capacitância do capacitor de operação, F
C_{CP}	– Capacitância do capacitor de partida, F
C_h	– Contato normalmente aberto de dispositivo seccionador
C_o	– Capacitor de operação
C_p	– Capacitor de partida
D_r	– Enrolamento auxiliar do rotor
d_r	– Eixo vertical do referencial do rotor
d_s	– Enrolamento auxiliar do estator
d_s	– Eixo vertical do referencial do estator
F_{QS}	– Corrente através do enrolamento principal do estator, A
H	– Intensidade de campo magnético, A/m
H_c	– Força coercitiva ou coercividade, A/m
H_f	– Componente fundamental de H , A/m
H_g	– Intensidade de campo magnético no entreferro, A/m
i_{Dc}	– Corrente através do enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, A
i_{Dh}	– Corrente induzida no eixo auxiliar da camada ferrítica magnética, A
i_{Dr}	– Corrente através do enrolamento auxiliar do rotor, A
i_{ds}	– Corrente através do enrolamento auxiliar do estator, A
i_{Ds}	– Corrente através do circuito auxiliar do estator, A

i_F	– Corrente através do enrolamento do campo do rotor, A
i_{pm}	– Corrente de magnetização de um imã permanente, A
i_{Qc}	– Corrente através do enrolamento principal da gaiola de esquilos, A
i_{Qh}	– Corrente induzida no eixo principal da camada ferrítica magnética, A
i_{Qr}	– Corrente através do enrolamento principal do rotor, A
i_{qs}	– Corrente através do enrolamento principal do estator, A
i_{Qs}	– Corrente através do enrolamento principal do estator, A
$[i_r]^{abc}$	– Vetor correntes do rotor da máquina trifásica no sistema abc, A
$[i_r]^{qd0}$	– Vetor tensões do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, A
i_s	– Corrente de entrada do MMPI, A
$[i_s]^{abc}$	– Vetor correntes do estator da máquina trifásica no sistema abc, A
$[i_s]^{qd0}$	– Vetor tensões do estator da máquina bifásica no sistema qd0, A
J	– Momento de inércia, kgm^2
k_d	– Coeficiente de atrito viscoso, Nms/rad
l	– Comprimento do núcleo do rotor, m
L_a	– Enrolamento auxiliar do estator
L_c	– Indutância própria dos enrolamentos da gaiola de esquilo, H
L_{dc}	– Indutância própria do enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, H
L_{Dc}	– Indutância própria do enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, H
L_{Dr}	– Indutância própria do enrolamento auxiliar do rotor, H
L_{ds}	– Indutância própria do enrolamento auxiliar do estator, H
L_e	– Bobina excitadora
L_f	– Indutância própria do enrolamento do campo do rotor, H
L_{lc}	– Indutância de dispersão dos enrolamentos da gaiola de esquilo, H
L_{lf}	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do campo do rotor, H
L_{lr}	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do rotor, H
$L_{lr(2\phi)}$	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do rotor da máquina bifásica equivalente, H
$L_{lr(3\phi)}$	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do rotor da máquina trifásica, H

L_{ls}	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do estator, H
$L_{ls(2\phi)}$	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do estator da máquina bifásica equivalente, H
$L_{ls(3\phi)}$	– Indutância de dispersão dos enrolamentos do estator da máquina trifásica, H
L_m	– Indutância de magnetização da gaiola de esquilo, H
$L_{m(2\phi)}$	– Indutância de magnetização da máquina bifásica equivalente, H
$L_{m(3\phi)}$	– Indutância de magnetização da máquina trifásica, H
L_{mc}	– Indutância de magnetização dos enrolamentos da gaiola de esquilo, H
L_{mf}	– Indutância de magnetização dos enrolamentos do campo do rotor, H
L_{mr}	– Indutância de magnetização dos enrolamentos do rotor, H
L_{ms}	– Indutância de magnetização dos enrolamentos do estator, H
L_p	– Enrolamento principal do estator
L_{qc}	– Indutância própria do enrolamento principal da gaiola de esquilo, H
L_{Qc}	– Indutância própria do enrolamento principal da gaiola de esquilo, H
L_{Qr}	– Indutância própria do enrolamento principal do rotor, H
L_{qs}	– Indutância própria do enrolamento principal do estator, H
L_r	– Indutância própria dos enrolamentos do rotor, H
L_{rc}	– Indutância incremental equivalente a um ímã permanente, H
$[L_{rr}]^{abc}$	– Matriz das indutâncias dos enrolamentos do rotor da máquina trifásica no sistema abc, H
$[L_{rr}]^{qd0}$	– Matriz das indutâncias dos enrolamentos do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, H
L_s	– Indutância própria dos enrolamentos do estator, H
$[L_{ss}]^{abc}$	– Matriz das indutâncias dos enrolamentos do estator da máquina trifásica no sistema abc, H
$[L_{ss}]^{qd0}$	– Matriz das indutâncias dos enrolamentos do estator da máquina bifásica no sistema qd0, H
M	– Magnetização, A/m

M_{Drd}	– Indutância mútua entre os enrolamentos auxiliares do rotor e do estator, H
M_{Drq}	– Indutância mútua entre os enrolamentos auxiliar do rotor e principal do estator, H
M_{dsdc}	– Indutâncias mútuas entre os enrolamentos auxiliares do estator e da gaiola de esquilo, H
M_{dsf}	– Indutâncias mútuas entre os enrolamentos do campo do rotor e auxiliar do estator, H
M_{dsqc}	Indutâncias mútuas entre os enrolamentos auxiliar do estator e principal da gaiola de esquilo, H
M_{fc}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do campo do rotor e da gaiola de esquilo, H
M_{Qrd}	– Indutância mútua entre os enrolamentos principal do rotor e auxiliar do estator, H
M_{Qrq}	– Indutância mútua entre os enrolamentos principais do rotor e do estator, H
M_{qsdc}	– Indutâncias mútuas entre os enrolamentos principal do estator e auxiliar da gaiola de esquilo, H
M_{qsf}	– Indutâncias mútuas entre os enrolamentos do campo do rotor e principal do estator, H
M_{qsqc}	– Indutâncias mútuas entre os enrolamentos principais do estator e da gaiola de esquilo , H
M_r	– Indutância mútua entre os enrolamentos do rotor, H
M_{rd}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do rotor e auxiliar do estator, H
M_{rq}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do rotor e principal do estator, H
M_{rs}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do rotor e do estator, H
M_s	– Indutância mútua entre os enrolamentos do estator, H
M_{sc}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do estator e da gaiola de esquilo, H

M_{sf}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do campo do rotor, H
M_{sr}	– Indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor, H
$M_{sr}(\theta_r)^{abc}$	– Matriz das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor da máquina trifásica no sistema abc, H
$M_{sr}(\theta_r)^{qd0}$	– Matriz das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, H
N_c	– Número de espiras dos enrolamentos da gaiola de esquilo
N_f	– Número de espiras dos enrolamentos do campo do rotor
N_r	– Número de espiras dos enrolamentos do rotor.
N_s	– Número de espiras dos enrolamentos do estator
P_{em}	– Potência eletromotriz, W
P_g	– Permeância do entreferro, Wb/A-esp
P_{in}	– Potência instantânea absorvida pelos enrolamentos do motor, W
q_r	– Eixo longitudinal do referencial do rotor
Q_r	– Enrolamento principal do rotor
q_s	– Eixo longitudinal do referencial do estator
q_s	– Enrolamento principal do estator
r_c	– Resistência dos enrolamentos da gaiola de esquilos, Ω
r_{CO}	– Resistência do circuito do capacitor de operação, Ω
r_{CP}	– Resistência do circuito do capacitor de partida, Ω
r_{ds}	– Resistência do enrolamento auxiliar do estator, Ω
r_{dc}	– Resistência do enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, Ω
r_{Dr}	– Resistência do enrolamento auxiliar do rotor, Ω
r_f	– Resistência do enrolamento do campo do rotor, Ω
r_g	– Raio médio do entreferro, m
r_h	– Raio médio da camada ferrítica magnética, m
r_{qs}	– Resistência do enrolamento principal do estator, Ω
r_{qc}	– Resistência do enrolamento principal da gaiola de esquilo, Ω
r_{Qr}	– Resistência do enrolamento principal do rotor, Ω

r_r	– Resistência dos enrolamentos do rotor, Ω
$r_{r(2\phi)}$	– Resistência dos enrolamentos do rotor da máquina bifásica equivalente, Ω
$r_{r(3\phi)}$	– Resistência dos enrolamentos do rotor da máquina trifásica, Ω
$[R_{rr}]^{abc}$	– Matriz das resistências dos enrolamentos do rotor da máquina trifásica no sistema abc, Ω
$[R_{rr}]^{qd0}$	– Matriz das resistências dos enrolamentos do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, Ω
r_s	– Resistência dos enrolamentos do estator, Ω
$r_{s(2\phi)}$	– Resistência dos enrolamentos do estator da máquina bifásica equivalente, Ω
$r_{s(3\phi)}$	– Resistência dos enrolamentos do estator da máquina trifásica, Ω
$[R_{ss}]^{abc}$	– Matriz das resistências dos enrolamentos do estator da máquina trifásica no sistema abc, Ω
$[R_{ss}]^{qd0}$	– Matriz das resistências dos enrolamentos do estator da máquina bifásica no sistema qd0, Ω
s	– Escorregamento
$[T(\theta_s)]$	– Matriz representativa da transformação de Park com invariância de potência para as grandezas do estator
$[T(\theta_s-\theta_r)]$	– Matriz representativa da transformação de Park com invariância de potência para as grandezas do rotor
T_c	– Torque de carga, Nm
T_H	– Torque de histerese, Nm
T_m	– Torque máximo, Nm
T_{MIDA}	– Torque eletromotriz do MIDA, Nm
T_{MMPI}	– Torque eletromotriz do MMPI, Nm
T_n	– Torque nominal, Nm.
T_p	– Torque de partida, Nm.
v_{CO}	– Tensão sobre o capacitor de operação, V
v_{CP}	– Tensão sobre o capacitor de partida, V

v_{Dc}	– Tensão sobre o enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, V
v_{Dr}	– Tensão sobre o enrolamento auxiliar do rotor, V
v_{ds}	– Tensão sobre o enrolamento auxiliar do estator, V
v_{Ds}	– Tensão aplicada ao enrolamento auxiliar do estator, V
v_F	– Tensão sobre o enrolamento do campo do rotor, V
v_{Qc}	– Tensão sobre o enrolamento principal da gaiola de esquilos, V
v_{Qr}	– Tensão sobre o enrolamento principal do rotor, V
v_{qs}	– Tensão sobre o enrolamento principal do estator, V
v_{Qs}	– Tensão aplicada ao enrolamento principal do estator, V
$[v_r]^{abc}$	– Vetor tensões do rotor da máquina trifásica no sistema abc, V
$[v_r]^{qd0}$	– Vetor tensões do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, V
V_r	– Valor máximo das tensões aplicadas ao rotor, V
v_s	– Tensão de entrada do MMPI, V
$[v_s]^{abc}$	– Vetor tensões do estator da máquina trifásica no sistema abc, V
$[v_s]^{qd0}$	– Vetor tensões do estator da máquina bifásica no sistema qd0, V
V_s	– Valor máximo das tensões aplicadas ao estator, V
Z_{CO}	– Impedância do capacitor de operação, Ω
Z_{CP}	– Impedância do capacitor de partida, Ω
Z_p	– Número de pólos
α	– Ângulo de Histerese, rad
θ_r	– Posição angular do rotor em relação aos eixos estatóricos, rad
θ_R	– Posição mecânica do rotor, rad
$\dot{\theta}_r$	– Velocidade angular do rotor, rad/s
θ_s	– Posição angular dos eixos estatóricos em relação ao referencial, rad
$\dot{\theta}_s$	– Velocidade angular dos eixos estatóricos, rad/s
λ_{Dc}	– Fluxo concatenado pelo enrolamento auxiliar da gaiola de esquilo, Wb
λ_{Dh}	– Fluxo magnetizado no eixo principal da camada ferrítica magnética, Wb

λ_{Dm}	–	Componente D do fluxo de magnetização, Wb
λ_{Dr}	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento auxiliar do rotor, Wb
λ_{ds}	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento auxiliar do estator, Wb
λ_F	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento do campo do rotor, Wb
λ_{pm}	–	Fluxo fornecido por um ímã permanente, Wb
λ_{Qc}	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento principal da gaiola de esquilos, Wb
λ_{Qh}	–	Fluxo magnetizado no eixo principal da camada ferrítica magnética, Wb
λ_{Qm}	–	Componente Q do fluxo de magnetização, Wb
λ_{Qr}	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento principal do rotor, Wb
λ_{qs}	–	Fluxo concatenado pelo enrolamento principal do estator, Wb
$[\lambda_r]^{abc}$	–	Vetor dos fluxos concatenados pelos enrolamentos do rotor da máquina trifásica no sistema abc, Wb
$[\lambda_r]^{qd0}$	–	Vetor dos fluxos concatenados pelos enrolamentos do rotor da máquina bifásica no sistema qd0, Wb
$[\lambda_s]^{abc}$	–	Vetor dos fluxos concatenados pelos enrolamentos do estator da máquina trifásica no sistema abc, Wb
$[\lambda_s]^{qd0}$	–	Vetor dos fluxos concatenados pelos enrolamentos do estator da máquina bifásica no sistema qd0, Wb
μ_0	–	Permeabilidade do vácuo ($\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$), H/m
ϕ_h	–	Fluxo da camada ferrítica magnética, Wb
ϕ_s	–	Fluxo do estator, Wb
ω_R	–	Velocidade angular do campo girante do rotor, rad/s
ω_r	–	Velocidade angular do referencial do rotor, rad/s
ω_R	–	Velocidade angular mecânica do rotor, rad/s
ω_s	–	Velocidade angular da tensão de alimentação do estator, rad/s
ω_S	–	Velocidade angular do campo girante do estator, rad/s
ω_t	–	Velocidade angular de transição do MMPI, rad/s

Resumo

Este trabalho trata de um estudo teórico sobre o MMPI. Inicialmente, apresentamos um levantamento bibliográfico sobre o MMPI evidenciando os seus aspectos construtivos, seu funcionamento, suas características operacionais e suas possíveis aplicações. Em seguida, elaboramos um modelo físico fundamentado nas teorias do Motor de Indução Duplamente Alimentado (MIDA) e do Motor de Histerese (MH), o qual agrega as principais características operacionais do MMPI e reproduz o processo dinâmico de inscrição de pólos na periferia do rotor. A partir deste modelo físico propomos um modelo matemático, baseado na teoria dos circuitos magneticamente acoplados, constituído pelo equacionamento do MIDA, do MH e das fontes de alimentação do estator e do rotor. Deduzimos teoricamente todos os parâmetros necessários para a simulação computacional. Executamos a sua simulação computacional no software Matlab/SimulinkTM, cujos resultados ilustram o comportamento dinâmico das suas tensões, correntes, fluxos e mecânica. Comparando-se os resultados obtidos na simulação computacional com testes laboratoriais executados pelo CEPEL, concluímos que o modelo matemático proposto e os parâmetros deduzidos podem ser considerados validados. Finalizando, sugerimos um motor monofásico de pólos lisos a ímãs permanentes como uma alternativa mais simples do ponto de vista construtivo, porém com características operacionais semelhantes às do MMPI.

Palavras-chave: Roesel; written-pole; pólos inscritos; pólos escritos; pólos impressos; motor monofásico; motor síncrono; eletrificação rural; racionalização de energia elétrica.

Abstract

This work deals with a theoretical study on Written-PoleTM single-phase motor. Initially, we present the results from the bibliographical research on the Written-PoleTM motor, evidencing its constructional features, operation process, operational characteristics and some possible applications. Afterwards, we elaborate a physical model based in the theories of the doubly fed induction motor and the hysteresis motor, which incorporates the operational characteristic of Written-PoleTM motor and reproduces the written-pole dynamic process. Starting from this physical model we propose a mathematical model, based on the theory of the magnetically coupled circuits, constituted by the set of differential equations deduced from the doubly fed induction motor, the hysteresis motor and the stator and rotor voltage sources. We deduced theoretically all the computational simulation necessary parameters. We perform its computational simulation in the software Matlab/SimulinkTM, whose results illustrate the dynamic behavior of its voltages, currents, fluxes, torques and speed. Comparing the results obtained from the computational simulation with the CEPTEL's test results, we concluded that the proposed mathematical model and the deduced parameters can be considered validated. Finally, we suggest a permanent-magnet smooth-pole single-phase motor as an alternative to Written-PoleTM motor. This alternative, even being simpler from the constructional point-of-view, presents operational characteristics similar to the Written-PoleTM single-phase motor.

Keywords: Roesel motor; written-pole motor; single-phase motor; synchronous motor; rural electrification; electric power rationalization.

1. Introdução

O Brasil pode ser considerado um país privilegiado em relação ao seu potencial agrícola, contudo, para um melhor aproveitamento deste potencial, há a necessidade de ampliação de nosso sistema elétrico de distribuição para que mais propriedades rurais sejam atendidas.

A obtenção de água potável e para a irrigação é uma operação de extrema dificuldade, onde invariavelmente a única fonte acessível é a água contaminada da superfície terrestre. Muito freqüentemente esta água é bombeada de poços, rios ou lagos utilizando-se a tração animal como única fonte de energia o que, além de ser ineficiente, é cara e insalubre. Por outro lado, bombas de acionamento elétrico podem fornecer água limpa obtida em fontes subterrâneas para fins alimentícios, de limpeza e rurais em geral.

As necessidades em termos de potência que o bombeamento de água requer para o uso potável, limpeza e preparação de alimentos, são modestas requisitando bombas elétricas de cerca de 1/2cv, ou menores. Já as necessidades de bombeamento de água para irrigação em fazendas, ou para o fornecimento de água para cidades são maiores, geralmente de 10cv a 40cv, ou superiores [PPC (1996a)].

Atualmente, esta necessidade vem sendo suprida por sistemas monofásicos de distribuição que, embora sejam vantajosos do ponto de vista econômico, trazem consigo alguns problemas de ordem técnica, tais como:

1. Possíveis desbalanceamentos do sistema trifásico, devido ao difícil balanceamento de carga entre as três linhas monofásicas que sairiam de uma suposta subestação [MONZAMBANI (1996)];
2. Limitação na alimentação de motores monofásicos em potências de até 15cv, devido à baixa eficiência, ao baixo fator de potência e, principal-

mente, às altas correntes de partida do motor monofásico convencional, que podem provocar quedas de tensão na linha e até desligamentos [CEPEL / ELETROBRAS (1999)].

Para os consumidores de áreas rurais, o segundo problema mostra-se mais grave, pois, conforme visto, em aplicações rurais é comum a necessidade de acionamento de cargas que exijam motores de potência superior a 15cv.

Na solução do problema relativo ao acionamento de grandes cargas em localidades remotas, geralmente observamos as seguintes estratégias:

1. Uso de uma extensão do ramal trifásico em conjunto com motores de indução trifásico;
2. Uso de conversores de fase, para o acionamento de motores de indução trifásicos a partir da linha monofásica;
3. Uso de motores de combustão interna.

Recentemente, observamos o aparecimento de uma nova alternativa chamada Motor Monofásico de Pólos Inscritos (MMPI), que foi desenvolvido e patenteado pela empresa norte-americana *Precise Power Corporation (PPC)*, sob a marca *Written-PoleTM*.

Segundo a PPC (1996b), DALE & DENNIS (1997) e HANNAH (1997), a tecnologia empregada nos MMPI permite a construção de motores monofásicos de até 100cv, agregando características bem peculiares e completamente diferentes das características dos motores monofásicos convencionais (dentre as principais: baixa corrente de partida, alto rendimento e fator de potência praticamente unitário), que permitem o acionamento de grandes motores monofásicos por meio de sistemas de eletrificação monofásicos de baixa potência. De acordo com o fabricante, MMPI de 10 a 60cv podem ser alimentados pela mesma rede monofásica que normalmente estaria limitada a alimentar motores convencionais de 5 a 7,5cv.

Considerando o MMPI uma inovação tecnológica ainda pouco difundida, que faz um uso inusitado de princípios eletromagnéticos já conhecidos, este projeto de pesquisa tem como objetivo a sua análise teórica e o desenvolvimento de seu modelo

matemático, de acordo com a metodologia descrita no Apêndice A, a qual consiste das seguintes fases:

Fase A – Do Sistema Real ao Modelo Físico

Esta é a fase da pré-modelagem, onde nos familiarizamos com o sistema real e idealizamos uma cópia simplificada que reproduza suas características relevantes com um certo nível de precisão, denominada modelo físico.

Fase B – Do Modelo Físico ao Modelo Matemático

Na elaboração do modelo matemático, baseando-nos no modelo físico, definimos as variáveis físicas que descrevem o estado do sistema, suas relações de equilíbrio, suas relações constitutivas e as combinamos algebricamente em um conjunto compacto de equações diferenciais.

Fase C – Simulação Computacional

A simulação computacional é a resolução do sistema de equações diferenciais que constituem o modelo matemático do sistema, através da qual obtemos o comportamento temporal das variáveis de interesse, ou seja, obtemos o comportamento dinâmico do modelo matemático.

Fase D – Validação

A validação consiste em se verificar que o modelo matemático proposto serve como representação do sistema real. Para isto, geralmente, é feita uma comparação entre o comportamento dinâmico do sistema real com o comportamento dinâmico do modelo matemático e, sendo o comportamento do modelo matemático preciso o suficiente, este é considerado validado.

Desta forma, para uma melhor análise, o presente trabalho foi estruturado da seguinte maneira:

Capítulo 2

É neste capítulo que temos um contato inicial com o MMPI onde, por meio de uma revisão bibliográfica, tomamos conhecimento da sua construção, do seu funcionamento, das suas características operacionais e de suas possíveis aplicações.

Em relação às informações de base para a modelagem física, notamos que o torque eletromotriz do MMPI pode ser dividido em três componentes distintas e que o processo de inscrição de pólos trata-se de um processo dinâmico em que os pólos magnetizados no rotor deslizam pela sua superfície à velocidade do escorregamento, até ser atingida a velocidade síncrona.

Capítulo 3

Na elaboração do modelo físico do MMPI, enquanto procuramos reproduzir suas características operacionais mais importantes, demos atenção especial ao processo dinâmico de inscrição de pólos na superfície do rotor e à geração das três componentes de seu torque eletromotriz, obtendo como resultado um modelo físico constituído por um Motor de Indução Duplamente Alimentado (MIDA) com um Motor de Histerese (MH) intrínseco à sua estrutura.

Capítulo 4

Neste capítulo, com base na teoria dos circuitos magneticamente acoplados e no modelo físico, deduzimos o modelo matemático do MMPI e estabelecemos as conjeturas adotadas. O ponto alto desta modelagem matemática é o desenvolvimento do modelo dinâmico do torque de histerese em função dos fluxos do estator e do rotor, que pode ser considerado uma das contribuições do trabalho.

Capítulo 5

Este capítulo trata da dedução dos parâmetros necessários para a simulação computacional do MMPI, onde os obtivemos a partir de parâmetros de máquinas trifásicas equivalentes, utilizando métodos de transformações usuais, valendo-nos da teoria fundamental do motor de indução e de dados obtidos de uma amostra do material da camada ferrítica magnética.

Capítulo 6

A partir das equações obtidas no capítulo 4 e dos parâmetros obtidos no Capítulo 5, executamos a sua simulação computacional no software Matlab/SimulinkTM. Como resultados, apresentamos as figuras ilustrativas do comportamento dinâmico das variáveis de interesse do MMPI, tais como: tensões, correntes, fluxos, torques, velocidade desenvolvida, e outras.

Para a validação utilizamos os resultados de testes laboratoriais executados pelo CEPTEL, em anexo no Apêndice B, cuja comparação demonstrou uma proximidade aceitável entre os comportamentos dinâmicos do MMPI e do modelo matemático, o que nos leva a concluir que o modelo matemático proposto e os parâmetros deduzidos podem ser considerados validados.

Capítulo 7

Como fechamento deste trabalho, sugerimos simplificações no MMPI que resultariam em um motor que mesmo conservando características semelhantes às do MMPI, seria mais simples do ponto de vista construtivo.

Este novo motor, derivado do MMPI, é denominado Motor Síncrono Monofásico de Pólos a Imãs Permanentes (MSMPIP) e, neste capítulo, apresentamos o seu modelo físico, seu modelo matemático e a sua simulação computacional.

Capítulo 8

Este capítulo apresenta as conclusões deste projeto de pesquisa, onde discorremos sobre os métodos utilizados, resultados obtidos, contribuições do trabalho e, finalmente, tecemos algumas sugestões de projetos para a continuação deste trabalho.

2. O Motor Monofásico de Pólos Inscritos (MMPI)

2.1 Aspectos Construtivos

Para um melhor entendimento, inicialmente, podemos dividir os MMPI em dois tipos: os de rotor interno e os de rotor externo. Ambos funcionam da mesma maneira, a menos da capacidade rotativa inercial apresentada pelo modelo de rotor externo.

Figura 2.1 – Cortes transversal e longitudinal de um MMPI de rotor externo.

Das partes construtivas, a camada ferrítica magnética e o pólo excitador são o ponto central da tecnologia de pólos inscritos. Estes dois componentes em conjunto permitem que o MMPI tenha um número variável de pólos durante o processo de sua inscrição e, conseqüentemente, uma relação variável entre a velocidade do rotor e a

frequência da rede. Esta característica será vista em mais detalhes quando falarmos do funcionamento do MMPI.

Figura 2.2 – Cortes transversal e longitudinal de um MMPI de rotor interno.

As figuras 2.1 e 2.2 mostram os cortes transversal e longitudinal dos MMPI de rotor externo e de rotor interno, respectivamente, onde são indicados os seus componentes mais importantes, sendo estes descritos a seguir:

Enrolamento do estator – É similar em projeto e função àqueles de indução convencionais ou síncronos, com exceção da bobina excitadora e, no caso dos de rotor externo, a sua construção de dentro para fora.

Rotor – Do tipo gaiola de esquilo, semelhante aos rotores convencionais, mas com um material de resistividade mais elevada, garantindo uma baixa corrente de partida sob um elevado torque.

Camada Ferrítica Magnética – Na superfície do rotor podemos observar uma espessa camada de material ferrítico magnético, remagnetizável e de alta coercividade. Esta camada permite a gravação e regravação de pólos magnéticos no rotor.

Pólo Excitador – Este pólo produz um campo magnético potente o suficiente para magnetizar a porção da camada magnética, que se encontra imediatamente do outro lado do entreferro e em padrões magnéticos variáveis, em particular com o mesmo número de pólos do campo magnético girante.

2.2 Diagrama Esquemático Simplificado

A figura 2.3 apresenta o diagrama esquemático simplificado de um MMPI:

Figura 2.3 – Diagrama esquemático do MMPI.

Notamos que ele é semelhante ao motor monofásico de indução de fase dividida e com capacitores de partida e de operação. Temos um enrolamento principal (L_p), um enrolamento auxiliar (L_a) em quadratura com L_p e um capacitor de operação (C_o) que ficam permanentemente energizados.

O capacitor de partida (C_p) e a bobina excitadora (L_e) são ligados e desligados pela ação das chaves Ch_1 e Ch_2 que, por sua vez, são controladas por um circuito microprocessado, o qual funciona de acordo com a lógica de funcionamento descrita a seguir.

2.3 Funcionamento

Para um melhor entendimento, convém separar o funcionamento do MMPI em três fases distintas, ou melhor, em três modos de operação: modo de indução, modo síncrono e modo de serviço.

Estes três modos de operação funcionam sequencialmente para levar o motor desde a partida até o sincronismo. A seguir temos uma explicação detalhada do funcionamento de cada um destes modos de operação:

Modo de Indução – O MMPI está neste modo quando está operando a qualquer velocidade menor que a velocidade de transição para o modo síncrono. Esta velocidade de transição está na faixa de 80% da velocidade síncrona. Neste modo, o MMPI produz um alto torque de indução devido aos capacitores e à alta resistência elétrica do rotor solicitando uma corrente razoavelmente baixa.

Além do torque de indução, temos um pequeno torque de histerese, causado pela magnetização da camada magnética do rotor pelo campo magnético girante do estator.

Modo Síncrono – Na velocidade de transição a bobina excitadora é energizada, fazendo com que o pólo excitador magnetize uma porção da camada magnética, dando início ao processo de inscrição de pólos no rotor. À medida que a corrente elétrica no enrolamento do estator e na bobina excitadora varia por todo um ciclo, um par completo de pólos norte/sul é impresso na camada magnética. Como resultado, um padrão polar é inscrito no rotor em sincronização eletromagnética exata com o campo do estator, mesmo que a sua rotação mecânica não esteja sincronizada, ainda, com o mesmo.

O circuito do pólo excitador é projetado de forma que o ângulo de fase entre a corrente de excitação e a corrente do estator resulte em pólos inscritos no rotor de maneira que, na presença do campo girante do estator, seja produzido um torque máximo, semelhante ao torque sincronizante de um motor síncrono de imã permanente. Este torque máximo acelera o motor até a velocidade síncrona.

Desta forma, o MMPI trabalha como um motor síncrono em uma faixa de velocidades, diferentemente dos motores síncronos convencionais.

Modo de Serviço – Chegando à velocidade síncrona, a bobina excitadora é desligada, sendo mantido o último padrão de pólos inscritos, e o motor continua a funcionar como um motor síncrono de ímã permanente convencional.

Figura 2.4 – Esboço da curva do Torque x Velocidade do MMPI.

A figura 2.4 apresenta a curva do torque versus a velocidade com a indicação de cada modo de operação.

A parte da curva em azul indica o modo de indução que vai desde a partida até a velocidade de transição ($0,8 \times \omega_s$), note-se que neste modo é desenvolvido um torque de partida (T_p) ligeiramente maior que o torque nominal (T_n) do motor. Em vermelho temos o modo síncrono que vai da velocidade de transição ($0,8 \times \omega_s$) até a velocidade síncrona (ω_s), onde se desenvolve um torque máximo (T_m) bem maior que o torque nominal (T_n). A área em amarelo representa a faixa de velocidades na qual ocorre a inscrição de pólos.

Em verde temos o modo de serviço no qual o motor funciona na velocidade síncrona e o torque do motor se iguala ao torque da carga.

2.4 Características Operacionais

Segundo a bibliografia consultada, o MMPI possui as seguintes características operacionais:

Baixa corrente de partida – Com a alta resistência do rotor, durante a partida é absorvida uma corrente da ordem de duas vezes a corrente nominal.

Alto torque de partida – Também devido à alta resistência do rotor e aos capacitores de partida e de operação, o torque de partida é da ordem de 120% do torque nominal e é caracterizado por sua atuação suave. Estas características proporcionam a aceleração de cargas com menos choques mecânicos.

Tempo de partida longo – Devido à baixa corrente de partida, um MMPI pode suportar uma partida de até 5 minutos. Esta capacidade de suportar longas partidas, juntamente com o seu elevado torque de partida, torna o MMPI um motor adequado para o acionamento de cargas de alta inércia.

Operação síncrona estável – Digamos que o MMPI esteja funcionando na velocidade síncrona, no modo de serviço, e ocorra uma desaceleração, por sobrecarga ou interrupção da tensão de alimentação. Automaticamente o dispositivo eletrônico do MMPI avalia a sua velocidade e se comuta, ou no modo síncrono, ou no modo de indução e reacelera a carga até a velocidade síncrona.

Capacidade rotativa inercial – O MMPI de rotor externo possui uma inércia rotacional elevada, promovendo um contínuo fornecimento de energia mecânica para a carga durante breves interrupções da energia elétrica.

Alta eficiência – Devido ao fato dos MMPI trabalharem na velocidade síncrona, eles não possuem perdas por escorregamento, o que lhes garante uma eficiência superior em relação aos motores de indução.

Fator de potência aproximadamente unitário – Isto se deve ao capacitor de operação.

2.5 Aplicações

Os MMPI normalmente são utilizados no acionamento de cargas grandes ou de inércia elevada em localidades remotas, como por exemplo:

- **Bombas** – Sistemas de irrigação e bombeamento de água e esgoto;
- **Ventiladores** – Secadores de cereais, ambientes resfriados para animais, sistemas de transporte de grãos e sopradores de ar de combustão;
- **Equipamentos rurais pesados** – Compressores a pistão, descaroçadores de algodão, debulhadores e moedores de grãos, misturadores de ração, moinhos de bola;
- **Sistemas de transporte** – Esteiras transportadoras de grãos ou minério;
- **Operações petrolíferas** – Bombas de cilindro móvel.

2.6 Considerações Finais

Na revisão bibliográfica notamos que o fabricante evidencia várias supostas vantagens, tanto de ordem técnica quanto de ordem econômica (ver Apêndice C), contudo, mesmo com os seus méritos, o uso do MMPI no Brasil é dificultado pelos seguintes motivos:

- Monopólio da tecnologia por uma única Empresa, impedindo a livre concorrência;
- Produção em baixa escala;
- Alto preço;
- Dificuldades de importação;
- Falta de uma rede de distribuição;
- Falta de uma rede de assistência técnica.

3. O Modelo Físico do MMPI

Da divisão do funcionamento do MMPI em três modos de operação, notamos que o seu comportamento dinâmico também pode ser dividido em três fases distintas, cujas características mais relevantes servirão de base para o nosso modelo físico:

Fase de Indução ou Assíncrona

Esta fase tem início na partida e vai até a velocidade de transição, quando o MMPI gera um alto torque de indução e um pequeno torque de histerese, enquanto solicita da fonte uma corrente de partida relativamente baixa.

Fase de Inscrição de Pólos

Nesta fase, compreendida desde a velocidade de transição até a velocidade síncrona, observamos o processo dinâmico de inscrição de pólos na camada ferrítica magnética que pode ser comparado à presença de um campo magnético girante no rotor, pois os pólos magnetizados no rotor estão em sincronismo com o campo girante do estator, deslizando pela superfície do rotor à velocidade do escorregamento, enquanto produzem um torque semelhante ao torque sincronizante característico de motores síncronos.

Fase Síncrona

Nesta fase o MMPI encontra-se girando à velocidade síncrona com pólos magnéticos fixos na superfície de seu rotor, o que caracteriza esta fase pela ação de um torque semelhante ao de motores síncronos em regime permanente.

Expostas as premissas, para uma melhor compreensão do modelo físico adotado, convém que sejam apresentadas algumas considerações sobre o MIDA.

3.1 Considerações Sobre o MIDA

Resumidamente, segundo GONZAGA & BURIAN JR (2001), o MIDA é um motor de indução de rotor enrolado, o qual é alimentado tanto pelo estator quanto pelo rotor. O acesso aos enrolamentos do rotor se dá por anéis deslizantes, através dos quais podemos aplicar tensões em corrente contínua (CC) ou alternada (CA). Se as tensões aplicadas ao rotor forem em CC, em valores convenientes, o motor funcionará à velocidade síncrona convencional, por outro lado, se as tensões aplicadas ao enrolamento do rotor forem em CA, o motor poderá operar sincronamente em uma velocidade distinta da velocidade síncrona convencional.

A partir de um referencial parado, olhando para os campos magnéticos do estator e do rotor, notamos que ambos estão em sincronismo: o campo do estator gira na velocidade síncrona convencional e o campo do rotor, gira na velocidade do escorregamento (que é proporcional à frequência da sua tensão de alimentação) somada à velocidade mecânica do rotor. Sendo assim, estando o estator e o rotor alimentados por tensões com a mesma sequência de fases, o motor irá girar sincronamente a uma velocidade igual à diferença das velocidades dos campos girantes do estator e do rotor.

3.2 Definição

Com as características do MMPI e os princípios básicos do MIDA em mente, concluímos que um MIDA, com um MH intrínseco à sua estrutura poderia servir como modelo físico do MMPI, desde que conectados e alimentados de maneira conveniente, conforme indicado a seguir, juntamente com o seu funcionamento para cada fase de seu comportamento dinâmico:

Fase de Indução

Nesta fase, os enrolamentos do rotor do MIDA são ligados em curto-circuito, através de resistores, para gerar o alto torque de indução característico desta fase, enquanto solicitam uma corrente de partida relativamente baixa.

O torque de histerese resulta da ação do campo girante do estator sobre a camada ferrítica magnética

Fase de Inscrição de Pólos

Quando o motor atinge a velocidade de transição, a contribuição do torque de histerese passa a ser desprezível em relação ao torque gerado pelo surgimento dos pólos inscritos, sendo assim, em nosso modelo, o torque de histerese é desconsiderado e os enrolamentos do campo do rotor passam a ser alimentados com uma tensão em CA a uma frequência que gere, no rotor, um campo girante à velocidade do escorregamento.

Neste instante o motor tende a trabalhar sincronamente na velocidade de transição, mas como a frequência da tensão de alimentação do campo do rotor estará sendo amortecida, o motor irá acelerar até a velocidade síncrona, quando os enrolamentos do campo do rotor estarão sendo alimentados com tensões em CC, sendo que a taxa de amortecimento da frequência de alimentação do rotor será proporcional ao escorregamento.

Fase Síncrona

Quando o motor atinge a velocidade síncrona, a frequência da tensão de alimentação do rotor chega a um valor nulo, ou seja, na velocidade síncrona os enrolamentos do rotor passam a ser alimentados com corrente contínua.

Sendo assim, o modelo físico adotado para o MMPI consiste de um MIDA com um MH intrínseco à sua estrutura, cujo circuito de alimentação do rotor, antes da velocidade de transição, mantém os enrolamentos do rotor “curto-circuitados” através de resistores e, após esta, fornece tensão à frequência do escorregamento.

4. O Modelo Matemático do MMPI

4.1 Conjeturas

Na figura 4.1 podemos observar os elementos do MMPI que são considerados na modelagem matemática:

Figura 4.1 – Diagrama simplificado do MMPI.

É importante salientar que no modelo físico a gaiola de esquilo é representada pelos enrolamentos do rotor do MIDA, curto-circuitados por meio dos anéis deslizantes, segundo visto no capítulo anterior.

Conforme ilustra a figura 4.2, consideraremos os enrolamentos do estator e do rotor concentrados, de modo que ambos sejam representados por um par de bobinas

em quadratura. Os eixos qs e ds são os eixos dos campos gerados pelos enrolamentos principal e auxiliar no estator, respectivamente. Aplica-se o mesmo raciocínio para os eixos qr e dr no rotor.

Temos então, um par de eixos em azul para o estator e outro em verde para o rotor. O par de eixos do rotor se movimenta a uma velocidade angular ω_r em radianos por segundo e a sua posição angular em relação ao par de eixos do estator é representada por θ_r , em radianos.

Assim, o modelo físico do MMPI pode ser representado pela figura 4.2, onde podemos observar os eixos do referencial do estator (qs e ds), os eixos do referencial do rotor (qr e dr), a representação da posição (θ_r) e da velocidade (ω_r) do referencial do rotor, os enrolamentos do estator (qs e ds), os enrolamentos do rotor (Qr e Dr), a camada ferrítica magnética, o núcleo do estator, o núcleo do rotor e o eixo.

Figura 4.2 – Diagrama do modelo físico do MMPI.

Finalmente, segundo BARBI (1985) e ONG (1998), ainda podemos adotar as seguintes conjecturas:

1. O entreferro será considerado constante;
2. O circuito magnético será considerado linear, desconsiderando-se os efeitos da saturação;
3. Não serão consideradas as perdas magnéticas;
4. A relutância do ferro será considerada desprezível;
5. O referencial será fixo no rotor;
6. Os enrolamentos do estator serão considerados idênticos;
7. Os enrolamentos do rotor serão considerados idênticos.

4.2 Notação

Para uma ilustração mais clara destas operações, adotaremos a seguinte notação: G'_{XY} , onde:

- G é a grandeza ou parâmetro em questão;
- X indica se G pertence a um enrolamento principal (Q ou q) ou auxiliar (D ou d); X sendo maiúsculo indica que G está no referencial do rotor (Q ou D) e sendo minúsculo, indica que G está no referencial do estator (q ou d);
- Y indica se G pertence a um enrolamento do estator (s) ou do rotor (r);
- $(')$ o apóstrofo indica que G é uma grandeza ou parâmetro rotórico que está referida ao circuito do estator.

4.3 Modelagem Matemática do MIDA

De acordo com as conjecturas adotadas, chegamos as seguintes relações para as resistências, indutâncias próprias e indutâncias mútuas:

$$\begin{aligned}
 r_{qs} &= r_{ds} = r_s \\
 r_{Qr} &= r_{Dr} = r_r \\
 L_{qs} &= L_{ds} = L_s \\
 L_{Qr} &= L_{Dr} = L_r \\
 M_{Qrd} &= M_{Drd} = M_{rd} = M_{rs} \\
 M_{Qrq} &= M_{Drq} = M_{rq} = M_{rs}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Tomando-se como base o diagrama esquemático do modelo físico do MMPI, ilustrado pela figura 4.2, podemos escrever as seguintes equações das tensões:

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{Qr} \\ v_{Dr} \end{bmatrix} = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_r \quad r_r] \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{Qr} \\ i_{Dr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{Qr} \\ \lambda_{Dr} \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

Da mesma forma, as equações dos fluxos em termos de indutâncias e correntes, são escritas da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{Qr} \\ \lambda_{Dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M_{rs} \cdot \cos\theta_r & M_{rs} \cdot \sin\theta_r \\ 0 & L_s & -M_{rs} \cdot \sin\theta_r & M_{rs} \cdot \cos\theta_r \\ M_{rs} \cdot \cos\theta_r & -M_{rs} \cdot \sin\theta_r & L_r & 0 \\ M_{rs} \cdot \sin\theta_r & M_{rs} \cdot \cos\theta_r & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{Qr} \\ i_{Dr} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Depois de definidas as equações das tensões e dos fluxos, o próximo passo será a transposição das grandezas estatóricas para o referencial fixo no rotor, através de uma transformação rotacional que, de acordo com ANDERSON (1973) e BARBI (1985), pode ser representada pela relação [4.4]:

$$\begin{bmatrix} G_Q \\ G_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_q \\ G_d \end{bmatrix} \quad [4.4]$$

$$\begin{bmatrix} G_q \\ G_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_Q \\ G_D \end{bmatrix}$$

Aplicando-se a transformação [4.4] nas equações das tensões [4.2] e nas equações dos fluxos [4.3], ou seja, transpondo-as para o referencial fixo no rotor, as equações das tensões no estator passam a ser representadas pelas equações [4.5] e as equações dos fluxos pelas equações [4.6]:

$$\begin{bmatrix} v_{Qs} \\ v_{Ds} \\ v_{Qr} \\ v_{Dr} \end{bmatrix} = \text{diag}[r_s \quad r_s \quad r_r \quad r_r] \cdot \begin{bmatrix} i_{Qs} \\ i_{Ds} \\ i_{Qr} \\ i_{Dr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} \lambda_{Qs} \\ \lambda_{Ds} \\ \lambda_{Qr} \\ \lambda_{Dr} \end{bmatrix} \right\} + \omega_r \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{Ds} \\ -\lambda_{Qs} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [4.5]$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{Qs} \\ \lambda_{Ds} \\ \lambda_{Qr} \\ \lambda_{Dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M_{rs} & 0 \\ 0 & L_s & 0 & M_{rs} \\ M_{rs} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M_{rs} & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{Qs} \\ i_{Ds} \\ i_{Qr} \\ i_{Dr} \end{bmatrix} \quad [4.6]$$

Para possibilitar a dedução da equação do torque, deveremos representar todas as indutâncias próprias em componentes de dispersão e de magnetização, conforme indicado nas equações [4.7]:

$$\begin{aligned} L_s &= L_{ls} + L_{ms} \\ L_r &= L_{lr} + L_{mr} \end{aligned} \quad [4.7]$$

Considerando-se a relutância do ferro desprezível, podemos expressar as indutâncias mútuas e de magnetização em função da permeância do entreferro e do número de espiras dos seus respectivos enrolamentos, conforme é mostrado nas equações [4.8]:

$$\begin{aligned} L_{ms} &= N_s^2 \cdot P_g \\ L_{mr} &= N_r^2 \cdot P_g \\ M_{rs} &= N_r \cdot N_s \cdot P_g \end{aligned} \quad [4.8]$$

Segundo ONG (1998), deveremos referir os parâmetros e as grandezas do circuito do rotor para o circuito do estator, através das relações [4.9] e [4.10], respectivamente:

$$\begin{aligned} r_r' &= \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \cdot r_r \\ L_{lr}' &= \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \cdot L_{lr} \end{aligned} \quad [4.9]$$

$$\begin{aligned} v_{Qr}' &= \frac{N_s}{N_r} \cdot v_{Qr} & \lambda_{Qr}' &= \frac{N_s}{N_r} \cdot \lambda_{Qr} & i_{Qr}' &= \frac{N_r}{N_s} \cdot i_{Qr} \\ v_{Dr}' &= \frac{N_s}{N_r} \cdot v_{Dr} & \lambda_{Dr}' &= \frac{N_s}{N_r} \cdot \lambda_{Dr} & i_{Dr}' &= \frac{N_r}{N_s} \cdot i_{Dr} \end{aligned} \quad [4.10]$$

Aplicando-se as relações [4.7], [4.8], [4.9] e [4.10] às equações [4.5], as equações das tensões [4.11] tomam a seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_{Qs} &= r_s \cdot i_{Qs} + \frac{d\lambda_{Qs}}{dt} + \omega_r \cdot \lambda_{Ds} \\ v_{Ds} &= r_s \cdot i_{Ds} + \frac{d\lambda_{Ds}}{dt} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \\ v_{Qr}' &= r_r' \cdot i_{Qr}' + \frac{d\lambda_{Qr}'}{dt} \\ v_{Dr}' &= r_r' \cdot i_{Dr}' + \frac{d\lambda_{Dr}'}{dt} \end{aligned} \quad [4.11]$$

E, utilizando-se das mesmas relações nas equações [4.6], chegamos às seguintes equações dos fluxos [4.12]:

$$\begin{aligned}\lambda_{Qs} &= L_{ls} \cdot i_{Qs} + L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qr}') \\ \lambda_{Ds} &= L_{ls} \cdot i_{Ds} + L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dr}') \\ \lambda_{Qr}' &= L_{lr}' \cdot i_{Qr}' + L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qr}') \\ \lambda_{Dr}' &= L_{lr}' \cdot i_{Dr}' + L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dr}')\end{aligned}\quad [4.12]$$

Das equações [4.12], desprezando-se os termos referentes às indutâncias de dispersão, podemos definir as equações dos fluxos de magnetização [4.13]:

$$\begin{aligned}\lambda_{Qm} &= L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qr}') \\ \lambda_{Dm} &= L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dr}')\end{aligned}\quad [4.13]$$

Substituindo-se [4.13] em [4.12] e isolando-se as correntes, chegamos às equações das correntes em termos de fluxo e indutância de dispersão, conforme mostram as equações [4.14]:

$$\begin{aligned}i_{Qs} &= \frac{\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}}{L_{ls}} & i_{Qr}' &= \frac{\lambda_{Qr}' - \lambda_{Qm}}{L_{lr}'} \\ i_{Ds} &= \frac{\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}}{L_{ls}} & i_{Dr}' &= \frac{\lambda_{Dr}' - \lambda_{Dm}}{L_{lr}'}\end{aligned}\quad [4.14]$$

Substituindo-se [4.14] em [4.13], obtemos as equações dos fluxos de magnetização [4.15], também em termos de fluxo e indutância de dispersão:

$$\begin{aligned}\lambda_{Qm} &= L_{Qm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Qs}}{L_{ls}} + \frac{\lambda_{Qr}'}{L_{lr}'} \right) \\ \lambda_{Dm} &= L_{Dm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Ds}}{L_{ls}} + \frac{\lambda_{Dr}'}{L_{lr}'} \right)\end{aligned}\quad [4.15]$$

Sendo:

$$\frac{1}{L_{Qm}} = \frac{1}{L_{Dm}} = \frac{1}{L_{ms}} + \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L_{lr}'}\quad [4.16]$$

Substituindo-se as equações [4.14] e [4.15] nas equações [4.11], representamos as equações das tensões [4.17] em função dos fluxos:

$$\begin{aligned} v_{Qs} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}) + \frac{d\lambda_{Qs}}{dt} + \omega_r \cdot \lambda_{Ds} \\ v_{Ds} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}) + \frac{d\lambda_{Ds}}{dt} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \\ v_{Qr} &= \frac{r_r}{L_{lr}} \cdot (\lambda_{Qr} - \lambda_{Qm}) + \frac{d\lambda_{Qr}}{dt} \\ v_{Dr} &= \frac{r_r}{L_{lr}} \cdot (\lambda_{Dr} - \lambda_{Dm}) + \frac{d\lambda_{Dr}}{dt} \end{aligned} \quad [4.17]$$

Para a dedução da equação do torque do MIDA, tomaremos como ponto de partida a potência instantânea de entrada dos quatro enrolamentos do modelo físico, conforme ilustra a equação [4.18]:

$$P_{in} = v_{Qs} \cdot i_{Qs} + v_{Ds} \cdot i_{Ds} + v_{Qr} \cdot i_{Qr} + v_{Dr} \cdot i_{Dr} \quad [4.18]$$

Substituindo-se as equações [4.11] na equação [4.18], efetuando-se as multiplicações e rearranjando-se os termos, chegamos à equação [4.19]:

$$\begin{aligned} P_{in} &= \overbrace{r_s \cdot i_{Qs}^2 + r_s \cdot i_{Ds}^2 + r_r \cdot i_{Qr}^2 + r_r \cdot i_{Dr}^2}^A + \\ &\quad \overbrace{\frac{d\lambda_{Qs}}{dt} \cdot i_{Qs} + \frac{d\lambda_{Ds}}{dt} \cdot i_{Ds} + \frac{d\lambda_{Qr}}{dt} \cdot i_{Qr} + \frac{d\lambda_{Dr}}{dt} \cdot i_{Dr}}^B + \\ &\quad \overbrace{\omega_r \cdot \lambda_{Ds} \cdot i_{Qs} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \cdot i_{Ds}}^C \end{aligned} \quad [4.19]$$

Conforme indicado na equação [4.19], a potência, ou mesmo a energia, de entrada do motor pode ser dividida em três parcelas, cada qual com os seguintes significados:

Parcela A

Sendo um produto de resistências pelo quadrado de correntes, representa as perdas no cobre.

Parcela B

Sendo um produto de correntes pela derivada de fluxos em relação ao tempo, representa a energia despendida na manutenção dos campos magnéticos.

Parcela C

Sendo um produto de correntes, fluxos e velocidade, representa a energia elétrica convertida em energia mecânica.

Chamaremos a parcela C de potência eletromotriz do MIDA (P_{em}) que, tendo os seus termos rearranjados, pode ser representada pela equação [4.20]:

$$P_{em} = \omega_r \cdot (\lambda_{Ds} \cdot i_{Qs} - \lambda_{Qs} \cdot i_{Ds}) \quad [4.20]$$

Conforme ilustra a equação [4.21], podemos escrever a torque eletromotriz em função da potência eletromotriz:

$$T_{em} = \frac{Z_p}{2} \cdot \frac{P_{em}}{\omega_r} \quad [4.21]$$

Substituindo-se a equação [4.20] na equação [4.21], obtemos a equação final do torque eletromotriz do MIDA [4.22]:

$$T_{MIDA} = \frac{Z_p}{2} \cdot (\lambda_{Ds} \cdot i_{Qs} - \lambda_{Qs} \cdot i_{Ds}) \quad [4.22]$$

Para finalizar, definimos as equações [4.23], representativas da dinâmica mecânica do motor:

$$\begin{aligned}\omega_r &= \frac{Z_p}{2} \cdot \omega_R \\ \frac{d\omega_R}{dt} &= \frac{1}{J} \cdot [T_{em} - T_c - (k_d \cdot \omega_R)] \\ \frac{d\theta_R}{dt} &= \omega_R\end{aligned}\tag{4.23}$$

4.4 Modelagem Matemática do Torque de Histerese

Analisando-se a figura 2.1 e 2.2 notamos na superfície do rotor a presença da camada ferrítica magnética, feita de material com característica histeréticas que, devido a sua localização, sofre a ação do campo magnético girante do estator.

Conforme visto, a geração do torque de histerese se dá durante o modo de indução, pela ação do campo magnético girante do estator sobre a camada ferrítica magnética antes da operação do pólo excitador.

Nestas condições, o estudo do torque de histerese será restrito a condições subsíncronas, sendo o seu princípio de funcionamento descrito a seguir.

4.4.1 Considerações Sobre a Geração do Torque de Histerese

O torque de histerese provém da tendência da camada ferrítica magnética em reter a magnetização que lhe é imposta pelo campo girante do estator.

Na presença do campo magnético do estator são induzidos pólos na superfície do rotor, e como o campo do estator está em movimento, os pólos induzidos tenderão a acompanhar os pólos do campo do estator e, como consequência do material ter características histeréticas, os pólos induzidos viajarão a mesma velocidade dos pólos do campo girante do estator, mas com um ligeiro atraso α , denominado ângulo de histerese, conforme ilustra a figura 4.3.

Ao mesmo tempo em que os pólos induzidos na camada ferrítica magnética viajam a velocidade síncrona, eles deslizam na superfície do rotor a velocidade do

escorregamento, fazendo com que estado de magnetização de cada ponto da superfície do rotor percorra todo o ciclo de histerese, nesta mesma velocidade [ROTTA (1973), SCHEIBIG (1989), CHAPMAN, S. J. (1999)].

Figura 4.3 – O campo magnético girante em um: (a) rotor de material não histerético e (b) rotor de material histerético.

Desta forma, com cada elemento de volume do rotor experimentando uma variação senoidal da densidade de fluxo (B), o comportamento da intensidade de campo (H), associada a esta densidade de fluxo no rotor é ilustrada na figura 4.4, sendo que a área interna do ciclo de histerese representa a energia dissipada por cada elemento de volume do rotor ao percorrer cada ciclo de histerese a que é submetido [LANCAROTTE (1999)].

Segundo SKILLING (1962) e ENGELMANN (1982), o torque de histerese é produzido pela interação das forças magnetomotrizes do estator e do rotor, devido a sua defasagem α . A intensidade do torque de histerese foi definida por ROTERS (1947) como sendo proporcional ao produto entre a componente fundamental da for-

ça magnetomotriz do estator, pela componente fundamental da intensidade de campo do rotor e pelo seno do ângulo α .

Figura 4.4 – (a) Ciclo de histerese do Simonds 81 (17% Cobalto); (b) Comportamento da densidade de fluxo e da intensidade de campo em um rotor construído com este material.

Com estas afirmações em mente, analisando-se novamente a figura 4.4, notamos que a defasagem α é devida à largura do ciclo de histerese e a intensidade da componente fundamental da intensidade de fluxo do rotor é dada pela sua altura, assim, conforme demonstrado por TEARE (1940), a intensidade do torque de histerese é proporcional à área do ciclo de histerese.

4.4.2 Considerações Sobre a Modelagem do Torque de Histerese

Na bibliografia consultada, foram encontradas as seguintes formas de modelagem matemática do torque de histerese:

1. Através de elementos finitos;
2. Através do método do balanço de energia;

3. Através do equacionamento do campo magnético, aproximando-se o ciclo de histerese a um paralelogramo;
4. Através do equacionamento do campo magnético, aproximando-se o ciclo de histerese a uma elipse;
5. Através do equacionamento do campo magnético, aproximando-se o ciclo de histerese a um circuito equivalente;
6. Através das equações de TEARE (1940), representando-se o ciclo de histerese por um modelo Preisach-Néel;
7. Através de um circuito equivalente, utilizando-se do conceito da permeabilidade complexa não-linear na representação das características histeréticas;
8. Através de um modelo dinâmico, aproximando-se o ciclo de histerese a um paralelogramo.

Em nosso caso, precisamos de um modelo dinâmico que determine o torque de histerese a partir do campo do estator e das características magnéticas do material da camada ferrítica magnética, visto que o modelo matemático do MIDA já está pronto e que o MH é intrínseco a sua estrutura.

Neste contexto, as referências bibliográficas consultadas não apresentaram um modelo matemático pronto para ser usado nesta situação em particular, contudo nos deram subsídios para o desenvolvimento de nosso próprio modelo matemático do torque de histerese, cuja dedução é mostrada a seguir.

4.4.3 Conjeturas

Além das conjecturas já adotadas para o MIDA, de acordo com a bibliografia consultada, para a modelagem matemática do torque de histerese, também serão adotadas as seguintes:

1. Grande quantidade de ranhuras no estator;
2. As ranhuras serão consideradas fechadas;

3. O enrolamento do estator será senoidalmente distribuído;
4. A densidade de fluxo será radial ao entreferro e à camada ferrítica magnética;
5. O ciclo de histerese será aproximado a uma elipse;
6. As correntes induzidas na camada ferrítica magnética serão desprezadas.

Equacionamento

A dedução do modelo matemático do torque de histerese é baseada nas equações dos fluxos [4.12] e do torque eletromotriz do MIDA [4.22], reescritas abaixo:

$$\begin{aligned}\lambda_{Qs} &= L_{ls} \cdot i_{Qs} + L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qr}') \\ \lambda_{Ds} &= L_{ls} \cdot i_{Ds} + L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dr}') \\ \lambda_{Qr}' &= L_{lr}' \cdot i_{Qr}' + L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qr}') \\ \lambda_{Dr}' &= L_{lr}' \cdot i_{Dr}' + L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dr}')\end{aligned}\tag{4.12}$$

$$T_{MIDA} = \frac{Z_p}{2} \cdot (\lambda_{Ds} \cdot i_{Qs} - \lambda_{Qs} \cdot i_{Ds})\tag{4.22}$$

Em relação às equações dos fluxos [4.12], considerando que as parcelas referentes às indutâncias de dispersão não contribuem para a geração de torque e que as grandezas de rotor são referentes à camada ferrítica magnética, as equações dos fluxos relativos ao torque de histerese podem ser representadas pelas equações [4.24]:

$$\begin{aligned}\lambda_{Qs} &= \lambda_{Qh} = L_{ms} \cdot (i_{Qs} + i_{Qh}') \\ \lambda_{Ds} &= \lambda_{Dh} = L_{ms} \cdot (i_{Ds} + i_{Dh}')\end{aligned}\tag{4.24}$$

Conforme conjecturado, os termos das equações [4.24] referentes às correntes induzidas na camada ferrítica magnética serão considerados nulos:

$$\dot{i}_{Qh} = \dot{i}_{Dh} = 0 \quad [4.25]$$

Substituindo-se [4.25] em [4.24] e isolando-se as correntes, chegamos às equações [4.26]:

$$i_{Qs} = \frac{\lambda_{Qh}}{L_{ms}} \quad i_{Ds} = \frac{\lambda_{Dh}}{L_{ms}} \quad [4.26]$$

Substituindo-se [4.26] em [4.22] chegamos à equação final do torque de histerese [4.27], cuja validação é mostrada no Apêndice D.

$$T_H = \frac{Z_p}{2} \cdot \frac{1}{L_{ms}} \cdot (\lambda_{Ds} \cdot \lambda_{Qh} - \lambda_{Qs} \cdot \lambda_{Dh}) \quad [4.27]$$

Agora que temos em mãos a equação do torque eletromotriz do MIDA e a equação do torque de histerese, podemos escrever a equação do torque eletromotriz do MMPI [4.28]:

$$\begin{aligned} \text{para } s > 0.2 \quad T_{MMPI} &= T_{MIDA} + T_H \\ \text{para } s \leq 0.2 \quad T_{MMPI} &= T_{MIDA} \end{aligned} \quad [4.28]$$

4.5 Modelagem Matemática da Fonte de Tensão do Estator

Como o próprio nome diz, o MMPI é um motor monofásico que, para a geração de um campo magnético girante bifásico equivalente, precisa de uma defasagem no tempo e no espaço entre os campos magnéticos gerados pelos enrolamentos principal e auxiliar.

Para proporcionar a defasagem no espaço, o enrolamento auxiliar é distribuído nas ranhuras do estator defasado de 90° elétricos em relação ao enrolamento principal e, para proporcionar a defasagem no tempo, é utilizado o capacitor de partida

que faz com que a corrente do enrolamento de partida esteja adiantada em relação a corrente do enrolamento principal em aproximadamente 90° .

Após a velocidade de transição, o MMPI desconecta o capacitor de partida e conecta o capacitor de operação, de forma a manter a defasagem entre as correntes dos enrolamentos principal e auxiliar enquanto diminui a pulsação do torque eletromotriz durante o funcionamento.

Segundo VAS (1993), esta pulsação observada no torque é causada pela assimetria entre a tensão sobre o enrolamento principal (V_{ds}) e a tensão sobre o enrolamento auxiliar (V_{qs}), indicando que com o uso de capacitores a defasagem ideal de 90° elétricos entre V_{ds} e V_{qs} não é alcançada. Como resultado, temos a divisão de todas as suas grandezas em duas componentes: uma de valor médio e outra oscilante, sendo que a frequência da componente oscilante é igual ao dobro da frequência da alimentação.

Para melhor ilustrar os resultados das simulações é interessante que a componente oscilante seja suprimida. Assim, as simulações serão executadas em duas etapas: uma utilizando uma fonte monofásica e capacitores de partida e operação e outra utilizando uma fonte bifásica equilibrada.

Os modelos matemáticos das duas fontes de tensão são mostrados a seguir:

Modelo Matemático da Fonte Monofásica

A tensão de alimentação do enrolamento principal do estator é expressa pela equação [4.29]:

$$v_{Qs} = v_s = V_s \cdot \sin(\omega_s \cdot t) \quad [4.29]$$

Já a tensão de alimentação do enrolamento auxiliar do estator é obtida pela aplicação da 2ª Lei de Kirchhoff no circuito do estator, conforme mostram as equações [4.30]:

$$\begin{aligned} v_{Ds} &= v_{Qs} - v_{CP} & (\text{para } \omega_s \leq \omega_l) \\ v_{Ds} &= v_{Qs} - v_{CO} & (\text{para } \omega_s > \omega_l) \end{aligned} \quad [4.30]$$

As tensões sobre os capacitores de partida e de operação são expressas pelas equações [4.31]:

$$v_{CP} = i_{Ds} \cdot r_{CP} + \frac{1}{C_{CP}} \cdot \int i_{Ds} dt \quad [4.31]$$

$$v_{CO} = i_{Ds} \cdot r_{CO} + \frac{1}{C_{CO}} \cdot \int i_{Ds} dt$$

E, finalmente, as constantes utilizadas nas equações [4.29], [4.30] e [4.31] são definidas pelas equações [4.32]:

$$\omega_s = 120 \cdot \pi$$

$$\omega_s = \frac{2}{Z_p} \cdot \omega_s \quad [4.32]$$

$$\omega_t = 0.8 \cdot \omega_s$$

Modelo Matemático da Fonte Bifásica Equilibrada

A fonte de tensão bifásica equilibrada é representada por duas fontes de tensão de mesmo valor e mesma frequência apresentando uma defasagem de 90° elétricos, conforme é mostrado na equação [4.33]:

$$\begin{aligned} v_{Qs} &= V_s \cdot \sin(\omega_s \cdot t) \\ v_{Ds} &= V_s \cdot \sin\left(\omega_s \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad [4.33]$$

4.6 Modelagem Matemática da Fonte de Tensão do Rotor

Conforme visto, o comportamento da fonte de tensão do rotor define os três modos de operação do modelo do MMPI, ou seja, o comportamento da fonte de tensão rotórica deve mudar de acordo com o valor do escorregamento.

Para um escorregamento maior que 20%, os enrolamentos do rotor estarão ligados em “curto”; assim, as suas tensões de alimentação devem ser nulas, conforme indicam as equações [4.34]:

$$\text{para } s > 0.2 \quad \begin{cases} v_{Qr} = 0 \\ v_{Dr} = 0 \end{cases} \quad [4.34]$$

Já para um escorregamento não nulo menor que 20%, a fonte rotórica deverá fornecer tensões em CA à frequência do escorregamento, conforme mostra as equações [4.35]:

$$\text{para } 0 < s \leq 0.2 \quad \begin{cases} v_{Qr} = V_r \cdot \sin(\omega_{JR} \cdot t) \\ v_{Dr} = V_r \cdot \sin\left(\omega_{JR} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad [4.35]$$

Para um escorregamento nulo, os enrolamentos do rotor deverão ser alimentados com tensões em CC, conforme podemos ver nas equações [4.36]:

$$\text{para } s = 0 \quad \begin{cases} v_{Qr} = V_r \\ v_{Dr} = 0 \end{cases} \quad [4.36]$$

Finalmente, as equações [4.37] definem as constantes utilizadas nas equações [4.34], [4.35] e [4.36].

$$s = \frac{\omega_s - \omega_R}{\omega_s} \quad \omega_{JR} = s \cdot \omega_s \quad [4.37]$$

5. Os Parâmetros do MMPI

5.1 Conversão Trifásica (abc) → Bifásica (qd0) de Parâmetros

Com a impossibilidade de obtermos do fabricante uma unidade do MMPI ou os parâmetros necessários para a sua simulação computacional, deparamo-nos com o problema da não existência de motores monofásicos de potências tão elevadas, problema este que nos levou a desenvolver uma metodologia para a obtenção destes parâmetros a partir de motores trifásicos de potência equivalente.

Esta metodologia fundamenta-se no fato de que, tanto na dedução de modelos matemáticos de máquinas trifásicas quanto na de máquinas monofásicas, podemos chegar a um modelo bifásico (qd0), ou seja, em ambos os casos podemos obter uma máquina bifásica equivalente, indicando que, com o uso da transformação de Park, podemos deduzir os parâmetros de uma dada máquina bifásica com enrolamentos simétricos a partir de uma máquina trifásica simétrica equivalente.

Com este raciocínio, vamos agora deduzir as relações que nos permitam escrever os parâmetros de uma máquina bifásica equivalente, em função dos parâmetros de uma máquina trifásica real.

As equações das tensões de uma máquina trifásica equilibrada podem ser representadas pelas equações [5.1]:

$$\begin{aligned} [V_s]^{abc} &= [R_{ss}]^{abc} \cdot [i_s]^{abc} + \frac{d}{dt} \{ [\lambda_s]^{abc} \} \\ [V_r]^{abc} &= [R_{rr}]^{abc} \cdot [i_r]^{abc} + \frac{d}{dt} \{ [\lambda_r]^{abc} \} \end{aligned} \quad [5.1]$$

E as equações dos fluxos, pelas [5.2]:

$$\begin{aligned} [\lambda_s]^{abc} &= [L_{ss}]^{abc} \cdot [i_s]^{abc} + [M_{sr}(\theta_r)]^{abc} \cdot [i_r]^{abc} \\ [\lambda_r]^{abc} &= [L_{rr}]^{abc} \cdot [i_r]^{abc} + [M_{sr}(\theta_r)]^{abc} \cdot [i_s]^{abc} \end{aligned} \quad [5.2]$$

Sendo:

$$[R_{ss}]^{abc} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad [5.3]$$

$$[R_{rr}]^{abc} = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad [5.4]$$

$$[L_{ss}]^{abc} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \quad [5.5]$$

$$[L_{rr}]^{abc} = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix} \quad [5.6]$$

$$[M_{sr}]^{abc} = M_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad [5.7]$$

A transformação trifásica (abc) $\rightarrow$ bifásica (qd0), também conhecida como transformação de Park, pode ser interpretada como a decomposição do sistema abc

de três eixos defasados de 120° em um sistema qd de dois eixos em quadratura. A figura 5.1 ilustra a transformação de Park, mostrando em azul os eixos abc do estator e do rotor da máquina trifásica e em vermelho os eixos qd da máquina bifásica equivalente:

Figura 5.1 – Representação gráfica da transformação de Park.

Segundo ANDERSON (1973), a transformação de Park com invariância de potência pode ser representada pelas equações [5.8] e [5.9] para o estator e [5.10] e [5.11] para o rotor.

$$[T(\theta_s)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_s) & \sin\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad [5.8]$$

$$[T(\theta_s)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \sin(\theta_s) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_s + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad [5.9]$$

$$[T(\theta_s - \theta_r)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_s - \theta_r) & \cos\left[(\theta_s - \theta_r) - \frac{2\pi}{3}\right] & \cos\left[(\theta_s - \theta_r) + \frac{2\pi}{3}\right] \\ \sin(\theta_s - \theta_r) & \sin\left[(\theta_s - \theta_r) - \frac{2\pi}{3}\right] & \sin\left[(\theta_s - \theta_r) + \frac{2\pi}{3}\right] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad [5.10]$$

$$[T(\theta_s - \theta_r)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_s - \theta_r) & \sin(\theta_s - \theta_r) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left[(\theta_s - \theta_r) - \frac{2\pi}{3}\right] & \sin\left[(\theta_s - \theta_r) - \frac{2\pi}{3}\right] & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left[(\theta_s - \theta_r) + \frac{2\pi}{3}\right] & \sin\left[(\theta_s - \theta_r) + \frac{2\pi}{3}\right] & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad [5.11]$$

$$[V_s]^{qd0} = \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [R_{ss}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1}}_{[R_{ss}]^{qd0}} \cdot [i_s]^{qd0} + [T(\theta_s)] \cdot \frac{d}{dt} \{ \lambda_s^{qd0} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \} \quad [5.12]$$

$$[V_r]^{qd0} = \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [R_{rr}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1}}_{[R_{rr}]^{qd0}} \cdot [i_r]^{qd0} + [T(\theta_s)] \cdot \frac{d}{dt} \{ \lambda_r^{qd0} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \}$$

$$\begin{aligned} [\lambda_s]^{qd0} &= \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [L_{ss}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1}}_{[L_{ss}]^{qd0}} \cdot [i_s]^{qd0} + \\ &\quad \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [M_{sr}(\theta_r)]^{abc} \cdot [T(\theta_s - \theta_r)]^{-1}}_{[M_{sr}(\theta_r)]^{qd0}} \cdot [i_r]^{qd0} \end{aligned} \quad [5.13]$$

$$\begin{aligned} [\lambda_r]^{qd0} &= \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [L_{rr}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1}}_{[L_{rr}]^{qd0}} \cdot [i_r]^{qd0} + \\ &\quad \underbrace{[T(\theta_s)] \cdot [M_{sr}(\theta_r)]^{abc} \cdot [T(\theta_s - \theta_r)]^{-1}}_{[M_{sr}(\theta_r)]^{qd0}} \cdot [i_s]^{qd0} \end{aligned}$$

Aplicando-se a transformação de Park nas equações [5.1] e [5.2], obtemos as equações das tensões e dos fluxos no sistema qd0, representadas pelas equações [5.12] e [5.13], respectivamente.

Podemos ver nas equações [5.12] e [5.13] que as relações entre as matrizes de parâmetros do sistema abc e qd0, conforme mostra as equações [5.14] para as resistências e [5.15] para as indutâncias:

$$\begin{aligned} [R_{ss}]^{qd0} &= [T(\theta_s)] \cdot [R_{ss}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \\ [R_{rr}]^{qd0} &= [T(\theta_s)] \cdot [R_{rr}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \end{aligned} \quad [5.14]$$

$$\begin{aligned} [L_{ss}]^{qd0} &= [T(\theta_s)] \cdot [L_{ss}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \\ [L_{rr}]^{qd0} &= [T(\theta_s)] \cdot [L_{rr}]^{abc} \cdot [T(\theta_s)]^{-1} \\ [M_{sr}(\theta_r)]^{qd0} &= [T(\theta_s)] \cdot [M_{sr}(\theta_r)]^{abc} \cdot [T(\theta_s - \theta_r)]^{-1} \end{aligned} \quad [5.15]$$

Resolvendo-se as equações [5.14] e [5.15], obtemos as equações [5.16], [5.17], [5.18], [5.19] e [5.20] referentes, respectivamente, às matrizes das resistências e das indutâncias do estator e do rotor da máquina bifásica equivalente.

$$[R_{ss}]^{qd0} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 \\ 0 & 0 & r_s \end{bmatrix} \quad [5.16]$$

$$[R_{rr}]^{qd0} = \begin{bmatrix} r_r & 0 & 0 \\ 0 & r_r & 0 \\ 0 & 0 & r_r \end{bmatrix} \quad [5.17]$$

$$[L_{ss}]^{qd0} = \begin{bmatrix} (L_s - M_s) & 0 & 0 \\ 0 & (L_s - M_s) & 0 \\ 0 & 0 & (L_s - 2 \cdot M_s) \end{bmatrix} \quad [5.18]$$

$$[L_{rr}]^{qd0} = \begin{bmatrix} (L_r - M_r) & 0 & 0 \\ 0 & (L_r - M_r) & 0 \\ 0 & 0 & (L_r - 2 \cdot M_r) \end{bmatrix} \quad [5.19]$$

$$[M_{sr}]^{qd0} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cdot M_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \cdot M_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [5.20]$$

Finalmente, da comparação entre as equações [5.3] com [5.16], [5.4] com [5.17], [5.5] com [5.18], [5.6] com [5.19] e [5.7] com [5.20], chegamos às equações [5.21] e [5.22], que estabelecem as relações entre as grandezas da máquina trifásica e da máquina bifásica equivalente.

$$\begin{aligned} R_{s(2\phi)} &= R_{s(3\phi)} \\ R_{r(2\phi)} &= R_{r(3\phi)} \end{aligned} \quad [5.21]$$

$$\begin{aligned} L_{ls(2\phi)} &= \frac{3}{2} \cdot L_{ls(3\phi)} \\ L_{lr(2\phi)} &= \frac{3}{2} \cdot L_{ls(3\phi)} \\ L_{m(2\phi)} &= \frac{3}{2} \cdot L_{m(3\phi)} \end{aligned} \quad [5.22]$$

5.2 Parâmetros da Camada Ferrítica Magnética

Pela análise de uma amostra do material da camada ferrítica magnética no Laboratório de Materiais Magnéticos do IFUSP em um Magnetômetro de Amostra Vibrante PAR modelo 450 acoplado a um eletroímã de 20kOe, foi concluído que se trata de um ferrite anisotrópico de excelente qualidade, o qual apresenta a curva MxH ilustrada pela figura 5.2.

Figura 5.2 – Curva MxH do material da camada ferrítica magnética.

Figura 5.3 – Curva BxH do material da camada ferrítica magnética.

Aplicando-se a equação [5.23] na curva $M \times H$, chegamos a curva $B \times H$ mostrada na figura 5.3.

$$B = \mu_0 \cdot (H + M) \quad [5.23]$$

Sendo:

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ [H / m]} \quad [5.24]$$

Conforme conjecturado, o ciclo de histerese do material será aproximado a uma elipse, assim a figura 5.4 mostra a comparação entre a curva $B \times H$ do material e a sua elipse equivalente.

Figura 5.4 – Comparação entre o ciclo de histerese do material e a sua elipse equivalente.

O modelo matemático do torque de histerese, definido pela equação [4.27], tem como entrada o fluxo do estator e o fluxo resultante da magnetização da camada

ferrítica magnética, aqui referido como fluxo histerético. O fluxo do estator está disponível no modelo matemático do MIDA e o fluxo histerético é definido pelo procedimento mostrado a seguir [COPELAND & SLEMON (1963)].

Pela equação [5.25] e [5.26], a partir do fluxo do estator, obtemos a densidade de fluxo e a intensidade do campo no entreferro:

$$B_g = \frac{2}{\pi \cdot r_g \cdot l} \cdot \phi_s \quad [5.25]$$

$$H_g = \frac{1}{\mu_0} \cdot B_g \quad [5.26]$$

A aplicação da intensidade de campo no entreferro (H_g) resulta em uma certa densidade de fluxo na camada ferrítica magnética (B_h). Esta relação é estabelecida pela curva BxH do material histerético, representada pela figura 5.4.

Finalmente, o fluxo histerético é obtido pela equação [5.27]:

$$\phi_h = \frac{\pi \cdot r_h \cdot l}{2} \cdot B_h \quad [5.27]$$

5.3 Definição dos Parâmetros

Os parâmetros de simulação do MMPI serão fundamentados nos parâmetros de um motor de indução trifásico com rotor bobinado da marca WEG, cuja folha de dados, fornecida pela WEG Máquinas, é mostrada no Apêndice E.

Os parâmetros utilizados na simulação computacional do MMPI são listados na tabela 5.1, sendo que:

- Os parâmetros de 1 a 4 foram tirados diretamente da folha de dados;
- Pela aplicação das equações [5.21] e [5.22] foram obtidos os parâmetros de 5 a 8;

- Da teoria proposta por KUHLMANN (1940), deduzimos os parâmetros de 9 a 11;
- Da teoria proposta por FITZGERALD & KINGSLEY JR. (1961), chegamos aos valores dos parâmetros 12 e 13;
- E, finalmente, da literatura consultada obtivemos os demais parâmetros.

Tabela 5.1 – Parâmetros deduzidos para um MMPI de 30cv, 4 pólos, 240V/60Hz.

	Parâmetros	Símbolo	Unidade	Valor
1	Coefficiente de atrito viscoso	k_d	Nms/rad	-
2	Momento de inércia	J	kgm^2	3,07
3	Número de pólos	Z_p	pólos	4
4	Velocidade angular da tensão de entrada	ω_s	rad/s	120π
5	Resistência por fase do estator	R_s	Ω	0,1004
6	Indutância de dispersão do estator	L_{ls}	mH	1,035
7	Indutância de dispersão do rotor	L_{lr}	mH	1,545
8	Indutância de magnetização	L_m	mH	39,795
9	Raio médio do entreferro	r_g	m	0,1330
10	Raio médio da camada ferrítica magnética	r_h	m	0,1277
11	Comprimento do núcleo do rotor	l	m	0,2413
12	Impedância do capacitor de partida	Z_{CP}	Ω	$0,3 - j1,45$
13	Impedância do capacitor de operação	Z_{CO}	Ω	$0,5 - j4,32$
14	Tensão de entrada	V_s	V	240
15	Velocidade angular de transição	ω_t	Rad/s	$\cong 48\pi$
16	Resistência por fase do rotor	R_r	Ω	0,5461

6 A Simulação Computacional do MMPI

6.1 Estrutura de Simulação

Utilizando-se o software Matlab/SimulinkTM, montamos a estrutura de simulação do MMPI a partir das equações obtidas no Capítulo 4, subdividida em blocos funcionais, conforme ilustra a figura 6.1.

Figura 6.1 – Estrutura de simulação do MMPI dividida em blocos funcionais.

O bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.1, cuja função é gerar as tensões adequadas para a alimentação do modelo matemático do MMPI, tem o seu conteúdo mostrado na figura 6.2.

Em azul temos o circuito de controle da conexão e desconexão dos capacitores de partida e operação e em verde os capacitores propriamente ditos, estes dois conjuntos representam as equações [4.29], [4.30] e [4.31].

Em vermelho, é mostrada a mudança de referencial do rotor para o estator das correntes i_{Qs} e i_{Ds} para o cálculo das tensões nos capacitores e a mudança de referencial do estator para o rotor das tensões v_{Qs} e v_{Ds} para que o modelo matemático seja alimentado adequadamente. Estas mudanças de referencial são definidas pelas equações [4.4].

E em laranja, temos a geração das tensões de alimentação do rotor, definida pelas equações [4.34], [4.35] e [4.36].

Figura 6.2 – Conteúdo do bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.1.

Para a geração dos fluxos e das correntes de estator e de rotor do MMPI temos, na figura 6.1, os blocos Eixo Q (em laranja) e Eixo D (em azul), cujos conteúdos são ilustrados, respectivamente, pelas figuras 6.3 e 6.4. Podemos ver em vermelho as equações [4.17], em azul as equações [4.14] e em verde as equações [4.15].

Figura 6.3 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo Q”, em laranja na figura 6.1.

Figura 6.4 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo D”, em azul na figura 6.1.

E por último, representando a conversão eletromecânica de energia e a dinâmica mecânica do MMPI, temos o bloco funcional “Rotor”, mostrado em vermelho na figura 6.1.

O conteúdo do bloco funcional “Rotor” é ilustrado pela figura 6.5, mostrando a equação [4.22] em vermelho, a equação [4.27] em azul escuro, a equação [4.28] em laranja e as equações [4.23] em verde.

Em cinza, podemos observar uma mudança de referencial do rotor para o estator, de acordo com as equações [4.4], desta vez envolvendo os fluxos λ_{Qs} e λ_{Ds} . Esta mudança de referencial é necessária devido ao fato do torque de histerese ser proporcional à defasagem entre os campos estatóricos e histeréticos, defasagem esta que deixa de existir com estas grandezas no referencial do rotor assim que o MMPI atinge a velocidade síncrona, pois nesta velocidade todas as grandezas referidas ao rotor apresentam um comportamento constante no tempo.

Em rosa, temos o circuito que faz a desconexão do torque de histerese assim que o MMPI atinge a velocidade de transição, conforme indicado no Capítulo 3.

Figura 6.5 – Conteúdo do bloco funcional “Rotor”, em vermelho na figura 6.1.

Em azul claro na figura 6.5, temos os blocos funcionais que geram o fluxo histerético a partir do campo do estator e das características magnéticas do material da camada ferrítica magnética, cujos conteúdos são mostrados na figura 6.6.

Figura 6.6 – Conteúdo do bloco funcional representativo do ciclo de histerese do material da camada ferrítica magnética, em azul claro na figura 6.5.

Na figura 6.6, a equação [5.25] aparece em vermelho, a equação [5.26] em verde, a equação [5.27] em laranja e em azul temos o bloco referente à elipse equivalente ao ciclo de histerese do material da camada ferrítica magnética, conforme mostra a figura 5.4.

6.2 Resultados do Modelo Monofásico

Executando-se a simulação computacional utilizando a estrutura já descrita e os parâmetros deduzidos no Capítulo 5, obtivemos o comportamento dinâmico das variáveis de interesse do MMPI, ilustradas pelas figuras a seguir:

Figura 6.7 – Tensões no MMPI com fonte monofásica.

Figura 6.8 – Correntes no MMPI com fonte monofásica.

Figura 6.9 – Fluxos estáticos e rotóricos no MMPI com fonte monofásica.

Figura 6.10 – Fluxos estatóricos e histeréticos no MMPI com fonte monofásica.

Figura 6.11 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, partindo com carga nominal.

Figura 6.12 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, em vazio.

Figura 6.13 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte monofásica, com carga degrau.

Figura 6.14 – Componentes do torque eletromotriz do MMPI com fonte monofásica.

Figura 6.15 – Oscilação nas grandezas do MMPI devido à assimetrias nas tensões de alimentação.

Figura 6.16 – Estrutura de simulação do MMPI dividida em blocos funcionais.

Figura 6.17 – Conteúdo do bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.16.

O bloco funcional “Alimentação”, em verde na figura 6.16, agora é alimentado por uma fonte bifásica equivalente, representada por duas fontes senoidais conforme foi indicado nas equações [4.33]. Na figura 6.17 podemos observar o conteúdo do bloco “Alimentação” reconfigurado para trabalhar com a fonte bifásica equilibrada. Em laranja, continuamos tendo a geração das tensões de alimentação do rotor, definida pelas equações [4.34], [4.35] e [4.36]. E em vermelho, é mostrada a mudança de referencial do estator para o rotor, definida pelas equações [4.4], das tensões v_{Qs} e v_{Ds} para que o modelo matemático seja alimentado adequadamente.

6.3 Resultados do Modelo Bifásico

Executando-se novamente a simulação computacional utilizando a fonte bifásica equilibrada, estrutura já descrita e os parâmetros deduzidos no Capítulo 5, obtemos os resultados ilustrados pelas figuras a seguir:

Figura 6.18 – Tensões no MMPI com fonte bifásica.

Figura 6.19 – Correntes no MMPI com fonte bifásica.

Figura 6.20 – Fluxos estáticos e rotóricos no MMPI com fonte bifásica.

Figura 6.21 – Fluxos estáticos e histeréticos no MMPI com fonte bifásica.

Figura 6.22 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, com carga nominal.

Figura 6.23 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, em vazio.

Figura 6.24 – Dinâmica mecânica do MMPI com fonte bifásica, com carga degrau.

Figura 6.25 – Componentes do torque eletromotriz do MMPI com fonte bifásica.

Figura 6.26 – Supressão da oscilação nas grandezas do MMPI.

6.4 Validação

A validação do modelo matemático do MMPI proposto no Capítulo 4 ocorrerá por meio da comparação dos resultados obtidos na simulação computacional com os testes laboratoriais executados pelo CEPEL (em anexo no Apêndice B) e com informações do fabricante [PPC (1997)].

A baixa corrente de partida, que pode ser considerada a característica mais marcante do MMPI, foi reproduzida de maneira aceitável. Na figura 6.8 podemos notar que o modelo matemático proposto apresentou, sob um regime de carga nominal, uma corrente de partida da ordem de 230A e uma corrente nominal da ordem de 100A, enquanto que o MMPI real apresenta uma corrente de partida de 196A e uma corrente nominal de 100A.

O torque eletromotriz, que pode ser considerado como outra característica importante do MMPI, também foi reproduzido de maneira conveniente. Podemos observar na figura 6.13, que o torque eletromotriz produzido pode acionar cargas 25% superiores à carga nominal. Outro ponto importante a ser considerado é que o modelo matemático proposto também apresenta as três componentes do torque eletromotriz, conforme ilustra a figura 6.14.

O ponto alto deste modelo matemático é a reprodução do processo dinâmico de inscrição de pólos na superfície do rotor, cujo efeito é a geração de um alto torque, característico de máquinas síncronas, que acelera o MMPI até a velocidade síncrona. Este efeito pode ser observado nas figuras 6.11, 6.12 e 6.13, a partir do instante em que a velocidade desenvolvida pelo rotor atinge a velocidade de transição.

O único aspecto em que o comportamento dinâmico do nosso modelo matemático diverge do MMPI real, está relacionado a sua aceleração. Dos resultados da simulação computacional ilustrados pela figura 6.11, observamos que a velocidade síncrona é atingida por volta de 8s, diferente do MMPI real que, nas mesmas condições, atinge a velocidade síncrona por volta de 30s.

Ao nosso ver, esta discrepância é devida à procedência dos parâmetros utilizados na simulação computacional. No Capítulo 5, deduzimos os parâmetros do MMPI a partir de um motor de indução trifásico com rotor enrolado, assim é natural

que algumas de suas características sejam transmitidas para o comportamento dinâmico do modelo matemático do MMPI.

Destas características, é importante ressaltar que o MMPI real pode ter um momento de inércia maior que o utilizado e a presença da camada ferrítica magnética na periferia de seu rotor pode equivaler a um entreferro mais largo, o que aumentaria a sua relutância e, conseqüentemente, diminuiria a intensidade das forças magneto-motrizes rotóricas.

Certamente, executando-se as simulações computacionais com os parâmetros reais do MMPI, esta discordância entre os comportamentos dinâmicos do modelo matemático e do MMPI real poderia deixar de existir.

Desta forma, considerando que o modelo matemático do MMPI proposto neste trabalho, reproduziu de maneira adequada e suficientemente precisa as principais características do MMPI real, podemos considerá-lo como validado.

7 Proposta de Motor Alternativo ao MMPI

Durante o desenvolvimento deste projeto, notamos que um Motor Síncrono Monofásico de Pólos a Ímãs Permanentes (MSMPIP) poderia apresentar um desempenho bem semelhante ao do MMPI. Para isto, o MSMPIP deverá ser dotado de uma gaiola de esquilo de alta resistência e ímãs permanentes com características convenientes. Este motor proposto está na classe de máquinas *brushless*.

7.1 Modelo Físico do MSMPIP, Conjeturas Adotadas e Notação

Tomando-se como base o diagrama simplificado do MMPI (ilustrado pela figura 4.1), notamos a possibilidade de substituir o processo de inscrição de pólos por pólos fixos á superfície do rotor, ou seja, estamos propondo a substituição do pólo excitador e da camada ferrítica magnética por ímãs permanentes no interior do rotor.

Na figura 7.1 temos o diagrama do modelo físico do MSMPIP, que seguindo os mesmos princípios aplicados ao MMPI, representa por meio de pares de bobinas concentradas e em quadratura os enrolamentos do estator, do campo do rotor e da gaiola de esquilo. Também podemos observar na periferia do rotor os pólos do campo do rotor, representados em vermelho o pólo norte e em azul o pólo sul, que serão inicialmente considerados como consequência do enrolamento imaginário F, denominado enrolamento do campo do rotor. A adoção deste enrolamento imaginário é apenas uma primeira aproximação para que possamos estruturar o equacionamento dos pólos magnéticos do rotor que, posteriormente, serão convenientemente modelados como ímãs permanentes.

Todas as outras conjecturas adotadas para o MMPI serão mantidas para o MSMPIP, bem como a notação utilizada.

Figura 7.1 – Diagrama do modelo físico do MSMPIP.

7.2 Modelo Matemático do MSMPIP

Novamente, de acordo com as conjecturas adotadas, podemos escrever as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 r_{ds} &= r_{qs} = r_s \\
 r_{dc} &= r_{qc} = r_c \\
 L_{ds} &= L_{qs} = L_s \\
 L_{dc} &= L_{qc} = L_c \\
 M_{dsf} &= M_{qsf} = M_{sf} \\
 M_{dsdc} &= M_{qsdc} = M_{dsqc} = M_{qsqc} = M_{sc}
 \end{aligned}
 \tag{7.1}$$

Desta forma, podemos escrever para o MSMPIP as seguintes equações das tensões e dos fluxos:

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_F \\ v_{Dc} \\ v_{Qc} \end{bmatrix} = \text{diag} \begin{bmatrix} r_s & r_s & r_f & r_c & r_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_F \\ i_{Dc} \\ i_{Qc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \\ \lambda_F \\ \lambda_{Dc} \\ \lambda_{Qc} \end{bmatrix} \quad [7.2]$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{ds} \\ \lambda_{qs} \\ \lambda_F \\ \lambda_{Dc} \\ \lambda_{Qc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M_{sf} \cdot \cos \theta_r & M_{sc} \cdot \cos \theta_r & -M_{sc} \cdot \sin \theta_r \\ 0 & L_s & M_{sf} \cdot \sin \theta_r & M_{sc} \cdot \sin \theta_r & M_{sc} \cdot \cos(\theta_r) \\ M_{sf} \cdot \cos \theta_r & M_{sf} \cdot \sin \theta_r & L_f & M_{fc} & 0 \\ M_{sc} \cdot \cos \theta_r & M_{sc} \cdot \sin \theta_r & M_{fc} & L_c & 0 \\ -M_{sc} \cdot \sin \theta_r & M_{sc} \cdot \cos \theta_r & 0 & 0 & L_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_F \\ i_{Dc} \\ i_{Qc} \end{bmatrix} \quad [7.3]$$

Assim como foi feito na dedução das equações do MMPI, a seguir iremos transpor as grandezas do estator para o referencial no rotor utilizando a relação [4.4].

Em seguida separaremos todas as indutâncias em parcelas de magnetização e de dispersão, conforme indica as relações [7.4] e [7.5].

$$L_s = L_{ls} + L_{ms} \quad L_c = L_{lc} + L_{mc} \quad L_f = L_{lf} + L_{mf} \quad [7.4]$$

$$\begin{aligned} L_{ms} &= N_s^2 \cdot P_g & L_{mc} &= N_c^2 \cdot P & L_{mf} &= N_f^2 \cdot P_g \\ M_{sc} &= N_s^2 \cdot N_c^2 \cdot P_g & M_{sf} &= N_s^2 \cdot N_f^2 \cdot P_g & M_{fc} &= N_f^2 \cdot N_c^2 \cdot P_g \end{aligned} \quad [7.5]$$

E, fazendo uso das equações [7.6] e [7.7], referiremos todos os parâmetros rotóricos ao estator.

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_{Dc} &= \frac{N_s}{N_c} \cdot v_{Dc} & \dot{\lambda}_{Dc} &= \frac{N_s}{N_c} \cdot \lambda_{Dc} & \dot{i}_{Dc} &= \frac{N_c}{N_s} \cdot i_{Dc} \\
 \dot{v}_{Qc} &= \frac{N_s}{N_c} \cdot v_{Qc} & \dot{\lambda}_{Qc} &= \frac{N_s}{N_c} \cdot \lambda_{Qc} & \dot{i}_{Qc} &= \frac{N_c}{N_s} \cdot i_{Qc} \\
 \dot{v}_F &= \frac{N_s}{N_f} \cdot v_F & \dot{\lambda}_F &= \frac{N_s}{N_f} \cdot \lambda_F & \dot{i}_F &= \frac{N_s}{N_f} \cdot i_F
 \end{aligned} \tag{7.6}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{L}_{lc} &= \left(\frac{N_s}{N_c} \right)^2 \cdot L_{lc} & \dot{L}_{lf} &= \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 \cdot L_{lf} \\
 \dot{r}_c &= \left(\frac{N_s}{N_c} \right)^2 \cdot r_c & \dot{r}_f &= \left(\frac{N_s}{N_f} \right)^2 \cdot r_f
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

Desta forma, chegamos às seguintes equações de tensões e fluxos:

$$\begin{aligned}
 v_{Ds} &= r_s \cdot i_{Ds} + \frac{d \lambda_{Ds}}{dt} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \\
 v_{Qs} &= r_s \cdot i_{Qs} + \frac{d \lambda_{Qs}}{dt} + \omega_r \cdot \lambda_{Ds} \\
 \dot{v}_{Dc} &= \dot{r}_c \cdot \dot{i}_{Dc} + \frac{d \dot{\lambda}_{Dc}}{dt} \\
 \dot{v}_{Qc} &= \dot{r}_c \cdot \dot{i}_{Qc} + \frac{d \dot{\lambda}_{Qc}}{dt} \\
 \dot{v}_F &= \dot{r}_f \cdot \dot{i}_F + \frac{d \dot{\lambda}_F}{dt}
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{Ds} &= L_{ls} \cdot i_{Ds} + L_{ms} \cdot (i_{Ds} + \dot{i}_{Dc} + \dot{i}_F) \\
 \dot{\lambda}_{Qs} &= L_{ls} \cdot \dot{i}_{Qs} + L_{ms} \cdot (\dot{i}_{Qs} + \dot{i}_{Qc}) \\
 \dot{\lambda}_{Dc} &= \dot{L}_{lc} \cdot \dot{i}_{Dc} + L_{ms} \cdot (\dot{i}_{Ds} + \dot{i}_{Dc} + \dot{i}_F) \\
 \dot{\lambda}_{Qc} &= \dot{L}_{lc} \cdot \dot{i}_{Qc} + L_{ms} \cdot (\dot{i}_{Qs} + \dot{i}_{Qc}) \\
 \dot{\lambda}_F &= \dot{L}_{lf} \cdot \dot{i}_F + L_{ms} \cdot (\dot{i}_{Ds} + \dot{i}_{Dc} + \dot{i}_F)
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Fazendo-se:

$$\lambda_{Dm} = L_{ms} \cdot (i_{Ds} + \dot{i}_{Dc} + \dot{i}_F) \qquad \lambda_{Qm} = L_{ms} \cdot (\dot{i}_{Qs} + \dot{i}_{Qc}) \tag{7.10}$$

Podemos obter as equações das correntes em termos de fluxo e indutância, substituindo-se [7.10] em [7.9] e rearranjando-se os termos:

$$\begin{aligned} i_{Ds} &= \frac{\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}}{L_{ls}} \\ i_{Qs} &= \frac{\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}}{L_{ls}} \\ i'_{Dc} &= \frac{\lambda'_{Dc} - \lambda_{Dm}}{L'_{lc}} \\ i'_{Qc} &= \frac{\lambda'_{Qc} - \lambda_{Qm}}{L'_{lc}} \\ i'_F &= \frac{\lambda'_F - \lambda_{Dm}}{L'_{lf}} \end{aligned} \quad [7.11]$$

Substituindo-se [7.11] em [7.10], obtemos as equações dos fluxos de magnetização em termos de fluxo e indutância de dispersão:

$$\lambda_{Dm} = L_{Dm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Ds}}{L_{ls}} + \frac{\lambda'_{Dc}}{L'_{lc}} + \frac{\lambda'_F}{L'_{lf}} \right) \quad \lambda_{Qm} = L_{Qm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Qs}}{L_{ls}} + \frac{\lambda'_{Qc}}{L'_{lc}} \right) \quad [7.12]$$

Sendo:

$$\frac{1}{L_{Dm}} = \frac{1}{L_{ms}} + \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L'_{lc}} + \frac{1}{L'_{lf}} \quad \frac{1}{L_{Qm}} = \frac{1}{L_{ms}} + \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L'_{lc}} \quad [7.13]$$

Tomando-se as equações [7.8] e substituindo-se as correntes pelas equações [7.11], chegamos às equações finais das tensões [7.14].

Para finalizarmos o modelo matemático do MSMPPI, só nos resta substituir o enrolamento F da superfície do rotor por ímãs permanentes. Esta substituição implicará nas seguintes simplificações nas equações já deduzidas:

- Nas equações das tensões, não teremos mais a equação v'_F ;
- Nas equações dos fluxos, não teremos mais a equação λ'_F ;

- Nas demais equações, as contribuições do campo do rotor serão representadas pela constante $\lambda_{pm} = L_{rc} \cdot i_{pm}$, que é o fluxo magnético fornecido pelo ímã [ONG (1998)].

$$\begin{aligned}
 v_{Ds} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}) + \frac{d \lambda_{Ds}}{dt} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \\
 v_{Dc} &= \frac{r_c}{L_{lc}} \cdot (\lambda_{Dc} - \lambda_{Dm}) + \frac{d \lambda_{Dc}}{dt} \\
 v_{Qs} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}) + \frac{d \lambda_{Qs}}{dt} + \omega_r \cdot \lambda_{Ds} \\
 v_{Qc} &= \frac{r_c}{L_{lc}} \cdot (\lambda_{Qc} - \lambda_{Qm}) + \frac{d \lambda_{Qc}}{dt} \\
 v_F &= \frac{r_f}{L_{lf}} \cdot (\lambda_F - \lambda_{Dm}) + \frac{d \lambda_F}{dt}
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Após as devidas alterações, chegamos às equações finais do modelo matemático do MSMPPI, representadas pelas equações [7.15] a [7.19]:

$$\begin{aligned}
 v_{Ds} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}) + \frac{d \lambda_{Ds}}{dt} - \omega_r \cdot \lambda_{Qs} \\
 v_{Dc} &= \frac{r_c}{L_{lc}} \cdot (\lambda_{Dc} - \lambda_{Dm}) + \frac{d \lambda_{Dc}}{dt} \\
 v_{Qs} &= \frac{r_s}{L_{ls}} \cdot (\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}) + \frac{d \lambda_{Qs}}{dt} + \omega_r \cdot \lambda_{Ds} \\
 v_{Qc} &= \frac{r_c}{L_{lc}} \cdot (\lambda_{Qc} - \lambda_{Qm}) + \frac{d \lambda_{Qc}}{dt}
 \end{aligned} \tag{7.15}$$

$$\lambda_{Dm} = L_{Dm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Ds}}{L_{ls}} + \frac{\lambda_{Dc}}{L_{lc}} + i_{pm} \right) \quad \lambda_{Qm} = L_{Qm} \cdot \left(\frac{\lambda_{Qs}}{L_{ls}} + \frac{\lambda_{Qc}}{L_{lc}} \right) \tag{7.16}$$

$$\lambda_{pm} = L_{rc} \cdot i_{pm} \tag{7.17}$$

$$\frac{1}{L_{Dm}} = \frac{1}{L_{Qm}} = \frac{1}{L_{ms}} + \frac{1}{L_{ls}} + \frac{1}{L'_{lc}} \quad [7.18]$$

$$\begin{aligned} i_{Ds} &= \frac{\lambda_{Ds} - \lambda_{Dm}}{L_{ls}} \\ i_{Qs} &= \frac{\lambda_{Qs} - \lambda_{Qm}}{L_{ls}} \\ i'_{Dc} &= \frac{\lambda'_{Dc} - \lambda_{Dm}}{L'_{lc}} \\ i'_{Qc} &= \frac{\lambda'_{Qc} - \lambda_{Qm}}{L_{lc}} \end{aligned} \quad [7.19]$$

As demais equações do modelo matemático do MSMPIP são iguais a algumas equações deduzidas para o MMPI. Assim, para evitar repetições desnecessárias, vamos agora apenas citar cada uma delas: a equação do torque é representada pela equação [4.22]; as equações da dinâmica mecânica pelas [4.23]; a fonte monofásica do estator pelas [4.29], [4.30], [4.31] e [4.32]; e, a fonte bifásica equilibrada do estator pelas equações [4.33].

7.3 Parâmetros do MSMPIP

Na simulação do MSMPIP serão utilizados os parâmetros mostrados na tabela 7.1, mostrada a seguir:

Tabela 7.1 – Parâmetros utilizados na simulação computacional do MSMPIP.

Parâmetros			Unidade	Valor
1	Coefficiente de atrito viscoso	k_d	Nms/rad	-
2	Momento de inércia	J	kgm ²	3,07
3	Número de pólos	Z_p	pólos	4
4	Velocidade angular da tensão de entrada	ω_s	rad/s	120π
5	Resistência por fase do estator	r_s	Ω	0,1004

Continuação Tabela 7.1 – Parâmetros utilizados na simulação computacional do MSMPIP.

6	Indutância de dispersão do estator	L_{ls}	mH	1,035
7	Indutância de dispersão da gaiola de esquilo	L_{lc}	mH	1,545
8	Indutância de magnetização	L_m	mH	39,795
9	Raio médio do entreferro	r_g	m	0,1330
10	Raio médio da camada ferrítica magnética	r_h	m	0,1277
11	Comprimento do núcleo do rotor	l	m	0,2413
12	Impedância do capacitor de partida	Z_{CP}	Ω	$0,3 - j1,45$
13	Impedância do capacitor de operação	Z_{CO}	Ω	$0,5 - j4,32$
14	Tensão de entrada	v_s	V	420
15	Velocidade angular de transição	ω_t	Rad/s	$\cong 48\pi$
16	Resistência por fase da gaiola de esquilo	r_c	Ω	0,5461
17	Corrente de magnetização dos ímãs permanentes	i_{pm}	A	70

A representação do ímã permanente se dá pelo parâmetro i_{pm} , indicado nas equações [7.16], que foi definido durante as simulações de maneira a conferir ao conjunto o melhor desempenho possível.

Outro parâmetro que também foi ajustado durante a simulação computacional foi a tensão de entrada. O seu valor teve de ser elevado para 420V para que o MSMPIP produzisse um torque eletromotriz equivalente ao do MMPI.

7.4 Simulação Computacional do MSMPIP

Na figura 7.2 encontramos a estrutura de simulação, também feita no Matlab/SimulinkTM, novamente apresentada em blocos funcionais.

Da mesma forma que no Capítulo 6, nas figuras 7.3 e 7.4 temos o conteúdo dos blocos funcionais “Eixo Q” e “Eixo D”, respectivamente em laranja e azul na figura 7.2.

As equações das correntes [7.19] estão em verde, as equações das tensões [7.15] estão em vermelho e as equações dos fluxos de magnetização [7.16] estão em azul.

Figura 7.2 – Estrutura de simulação do MSMPPI.

Figura 7.3 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo Q”, em laranja na figura 7.2.

Figura 7.4 – Conteúdo do bloco funcional “Eixo D”, em azul na figura 7.2.

O conteúdo bloco funcional “Rotor”, em rosa na figura 7.2, é ilustrado pela figura 7.5, com a equação do torque [4.22] em vermelho e a equação da dinâmica mecânica [4.23] em verde.

Figura 7.5 – Conteúdo do bloco funcional “Rotor”, em rosa na figura 7.2.

A figura 7.6 mostra o bloco “Circuito de Partida” que, igualmente ao bloco funcional “Alimentação” na estrutura de alimentação do MMPI, representa em vermelho as equações [4.4], em verde as equações [4.31] e em azul as equações [4.30].

Figura 7.6 – Conteúdo do bloco funcional “Circuito de Partida”, em verde na figura 7.2.

Executando-se a simulação computacional, obtivemos os resultados ilustrados pelas figuras 7.7 a 7.20, sendo que as figuras 7.7 a 7.13 são referentes à fonte monofásica e as figuras 7.14 a 7.20 são referentes à fonte bifásica equilibrada.

Figura 7.7 – Tensões no MSMPIP com fonte monofásica.

Figura 7.8 – Correntes no MSMPIP com fonte monofásica.

Figura 7.9 – Fluxos no MSMPIP com fonte monofásica.

Figura 7.10 – Dinâmica mecânica do MSMPIP com fonte monofásica, com carga nominal.

Figura 7.11 – Dinâmica mecânica no MSMPIP com fonte monofásica, em vazio.

Figura 7.12 – Dinâmica mecânica no MSMPIP com fonte monofásica, com carga degrau.

Figura 7.13 – Oscilações nas grandezas do MSMPIP devido a assimetrias nas tensões de alimentação.

Figura 7.14 – Tensões no MSMPIP com fonte bifásica.

Figura 7.15 – Correntes no MSMPIP com fonte bifásica.

Figura 7.16 – Fluxos no MSMPIP com fonte bifásica.

Figura 7.17 – Dinâmica mecânica no MSMPIP com fonte bifásica, com carga nominal.

Figura 7.18 – Dinâmica mecânica no MSMPIP com fonte bifásica, em vazio.

Figura 7.19 – Dinâmica mecânica no MSMPIP com fonte bifásica, com carga degrau.

Figura 7.20 – Supressão da oscilação nas grandezas do MSMPIP.

7.5 Considerações Sobre o MSMPIP

Dos resultados da simulação computacional podemos notar que, mesmo com a ausência do processo de inscrição de pólos, o MSMPIP apresentou características operacionais semelhantes às do MMPI.

O MSMPIP apresentou uma corrente de partida da ordem de 420A que, mesmo sendo aproximadamente o dobro da corrente de partida do MMPI, ainda é menor que a corrente de partida de motores de indução monofásicos convencionais. O tempo de partida sob carga do MSMPIP é da ordem de 2s, contra 6s do MMPI, ou seja, o seu tempo de partida é aproximadamente três vezes menor. Em relação ao ramal monofásico de alimentação, a solicitação de uma corrente duas vezes maior durante um período três vezes menor pode ser vantajosa.

Funcionando sob carga nominal e em regime permanente, a corrente solicitada pelo MSMPIP foi da ordem de 80A, cerca de 20% menor que a corrente nominal do MMPI, ao mesmo tempo em que o torque eletromotriz produzido, conforme podemos observar na figura 7.12, é capaz de suportar sobrecargas mecânicas de até 75%, contra os 25% do MMPI. Sendo assim, podemos considerar que o MSMPIP apresenta uma relação Torque/Corrente maior que a do MMPI.

Do ponto de vista construtivo, o MSMPIP é mais simples não só pelo fato do pólo excitador e da camada ferrítica magnética terem sido substituídos por ímãs permanentes, mas também por tornar desnecessários os controles eletrônicos existentes no MMPI. Também é importante salientar que, com a retirada do pólo excitador, a descontinuidade nos enrolamentos e nas ranhuras do estator causada por sua presença deixa de existir (ver figuras 2.1 e 2.2), ocasionando na diminuição do nível de distorções harmônicas nas forças magnetomotrizes estatóricas.

Por fim, considerando que o MSMPIP é construtivamente mais simples e também a possibilidade de ser fabricado por várias Empresas sem esbarrar em problemas relacionados a patentes (visto que o MSMPIP pode ser considerado um motor *brushless*, já bem conhecido pelos fabricantes de motores), o MSMPIP pode apresentar a vantagem de chegar ao consumidor final com um preço bem mais baixo que o MMPI.

8. Conclusão

Inicialmente, considerando-se os resultados obtidos nas simulações computacionais, conclui-se que tanto a metodologia utilizada no processo de modelagem quanto a estratégia adotada para a dedução de parâmetros, demonstraram boa eficácia no desenvolvimento de um modelo matemático representativo do MMPI.

O modelo matemático proposto, reproduziu de maneira aceitável as características operacionais do MMPI e o processo dinâmico de inscrição de pólos, contemplando assim todos os fenômenos magnéticos e de conversão eletromecânica de energia, relativos ao seu funcionamento.

Durante o desenvolvimento do trabalho, ao esbarrar em algumas dificuldades inesperadas, abordamos tópicos inusitados que representam algumas das contribuições deste projeto. Neste contexto, podemos citar a dedução das relações entre os parâmetros de uma máquina trifásica e os parâmetros de sua máquina bifásica equivalente e o desenvolvimento de um modelo matemático dinâmico não-iterativo para o torque de histerese.

Uma outra contribuição é a idealização de um motor alternativo ao MMPI, denominado MSMPPI. A partir dos resultados obtidos de sua simulação computacional, podemos concluir que o MSMPPI além de reproduzir algumas das principais características operacionais do MMPI, ainda apresenta vantagens técnico-econômicas.

Finalmente novas idéias surgiram no desenvolvimento deste projeto. A primeira delas, vindo como uma complementação do presente trabalho, consiste na aquisição de uma unidade do MMPI para que sejam obtidos os seus parâmetros reais por meio de testes laboratoriais. Desta forma, com os parâmetros reais do MMPI, os resultados da simulação computacional seriam mais precisos e, com o MMPI sobre a

bancada, seria possível um processo de validação mais eficiente, bem como uma análise prática de sua tecnologia e de seu funcionamento.

Uma outra, que pode ser considerada uma sugestão para o fabricante, resume-se em trocar o enrolamento estatórico original do MMPI por um enrolamento bifásico simétrico, alimentando por uma fonte de alimentação bifásica simétrica. Esta fonte de alimentação consiste de um conversor com entrada monofásica e saída bifásica simétrica com uma defasagem de 90° entre as fases, que com o atual estágio do desenvolvimento tecnológico da Eletrônica de Potência, retornaria baixos níveis de distorção harmônica para a rede de distribuição, contribuindo assim, para a qualidade da energia. Estas modificações teriam o objetivo principal de suprimir a componente oscilatória das grandezas internas do MMPI (tensão, corrente e fluxo), que prejudicam o torque eletromotriz gerado e, conseqüentemente, toda a sua dinâmica mecânica.

Completando o quadro de sugestões, propomos o desenvolvimento de um protótipo do MSMPIP. De início, seria feita uma abordagem teórica, envolvendo dimensionamentos e simulações computacionais com o intuito de aprimorar os seus parâmetros e otimizar as suas características operacionais. Em seguida o protótipo seria construído e posto em funcionamento. E ao fim, o protótipo do MSMPIP seria submetido a testes laboratoriais e em campo, objetivando a comprovação das suas características operacionais e a validação de seu modelo matemático.

Referências Bibliográficas

- ANDERSON, P. M. (1973). *Analysis of Faulted Power Systems*. Ames, Iowa, Iowa State University Press.
- BARBI, I. (1985). *Teoria Fundamental do Motor de Indução*. Florianópolis, Santa Catarina, Editora da UFSC/Eletróbrás.
- CEPEL/ELETRÓBRÁS. (1999). *Estudos de Cargas para Redes Monofilares com Retorno por Terra – MRT, RER-03*.
- CHAPMAN, S. J. (1999). *Electric Machinery Fundamentals*. New York, McGraw-Hill.
- COPELAND, M. A.; SLEMON, G. R. (1963). *An Analysis of the Hysteresis Motor I – Analysis of the Idealized Machine*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-82, pp. 34–42, April.
- DALE, F.; DENNIS, S. G. (1997). *Independent Laboratory and Field Tests of a Written-PoleTM Motor*. Manitoba Hydro, Winnipeg, Manitoba, Canada.
- ENGELMANN, R. H. (1982). *Static and Rotating Electromagnetic Devices*. New York, Marcel Dekker.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR., C. (1961). *Electric Machinery – The Dynamics and Statics of Electromechanical Energy Conversion*. New York, McGraw-Hill Book Company, Inc.

GONZAGA, D. P.; BURIAN JR., Y. (2001). *Simulation of the Double-Feed Induction Motor: Stable Range of Synchronous Operation*. IEEE – CCECE'01-2001 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Toronto, Ontário, Canadá. May 12th - 16th / 2001 - CD-ROM, pp. 0539-0544.

GRAYBEAL, W.; POOCH U. W. (1980). *Simulation: Principles and Methods*. Cambridge, Massachusetts, Winthrop Publishers, Inc.

HANNAH, A. (1997). *Electrical Field Measurements on an EPRI Two-Pole, 20HP Wound-Pole Motor*. IEEE – Transactions on Industry Applications, vol. 33, No.2, March/April 1997, pp.408-414.

KUHLMANN, J. H. H. (1940). *Design of Electrical Apparatus*. New York, John Wiley & Sons, Inc.

LANCAROTTE, M. S. (1999). *Previsão das Perdas Magnéticas na Presença de Harmônicos*. São Paulo. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

MONZAMBANI, J. A. (1996). *Conversor de Fase Mono-Trifásico, que Utiliza o Transformador de Distribuição Monofásico*. São Carlos. 152p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ONG, C. M. (1998). *Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab / Simulink*. New Jersey, Prentice-Hall.

- PPC – PRECISE POWER CORPORATION (1996a). *Aplicações de Grandes Motores Monofásicos Written-PoleTM em Áreas Rurais no Mundo*. Bradenton, Florida, USA.
- PPC – PRECISE POWER CORPORATION. (1996b). *Motores Monofásicos de 100HP Usando Tecnologia Written-PoleTM*. Bradenton, Florida, USA.
- PPC – PRECISE POWER CORPORATION. (1997). *Guia de Instalação e Operação – Motor Monofásico Written-Pole® Rotação Inercial Prolongada*. Bradenton, Florida, USA.
- ROTTERS, H. C. (1947). *The Hysteresis Motor – Advances Which Permit Economical Fractional Horsepower Ratings*. AIEE – Transactions, vol. 66, pp. 1419-1430.
- ROTTA, I. (1973). *O Motor de Histerese*. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- SCHEIBIG, W. E. F. (1989). *Motor de Histerese: Análise e Modelação em Regime Síncrono de Operação*. São Paulo. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- SKILLING, H. H. (1962). *Electromechanics*. New York, John Wiley and Sons.
- TEARE, B. R. (1940). *Theory of Hysteresis-Motor Torque*. AIEE – Transactions, vol. 59, pp. 907-912.
- VAS, P. (1993). *Parameter Estimation, Condition Monitoring and Diagnosis of Electrical Machines*. Oxford, Clarendon Press.

Bibliografia Complementar

ADKINS, G.; POOCH U. W. (1977). *Computer Simulation: A Tutorial*.
Computer 10, n.4, p.12-17, April.

BARNES, G. J.; McCULLOCH, M. D.; DEW-HUGHES, D. (1997). *Finite Difference Modelling of HTS Hysteresis Machines*. Dept. Engineering Science, University of Oxford, Parks Road, Oxford. OX1 9PQ. U.K.

CANNON, R. H. (1967). *Dynamics of Physical Systems*. New York, McGraw Hill.

CEPEL/ELETROBRÁS. (2000). *Test Report UNIAP – 406/2000-R*.

COPELAND, M. A.; SLEMON, G. R. (1964). *An Analysis of the Hysteresis Motor II – The Circunferencial-Flux Machine*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-83, June, pp.619-625.

DENN, M. M. (1986). *Process Modeling*. Harlow, Longman.

EPRI – ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE. (1996). *Single-Phase Written-PoleTM Motor – High-Horsepower, Efficient Electric Motor Opens Up Rural Markets to Electric Utilities*. Palo Alto, California.

EPRI – ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE. (1997). *The Written-Pole Revolution*. May/June, EPRI Journal. Palo Alto, California.

- EPRI – ELECTRIC POWER RESEARCH INSTITUTE. (1998). *More Capabilities From Motors*. May/June, EPRI Journal. Palo Alto, California.
- EYKHOFF, P. (1974). *System Identification: Parameter and State Estimation*. London, John Wiley.
- FRANKS, R. G. E. (1972). *Modeling and Simulation in Chemical Engineering*. New York, Wiley Interscience.
- GARCIA, C. (1997). *Modelagem e Simulação*. São Paulo, Edusp – Editora da Universidade de São Paulo.
- HONG, S.; KIM, H.; KIM, H, JUNG, H. (2000). *Torque Calculation of Hysteresis Motor Using Vector Hysteresis Model*. IEEE – Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 4, July, pp. 1932-1935.
- JACKSON, R. D. (1973). *Digital Simulation of the Hysteresis Motor*. Proc. IEE, Vol.120, No.12, December, pp. 1533-1537.
- JACKSON, R. D.; RAHMAN, M. A.; SLEMON, G. R. (1983). *Analysis and Determination of Ring Flux Distribution in Hysteresis Motor*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 8, August, pp. 2743-2749.
- KATAOKA, T.; ISHIKAWA, T.; TAKAHASHI, T. (1982). *Analysis of a Hysteresis Motor with Overexcitation*. IEEE – Transactions on Magnetics, Vol. MAG-18, November, pp. 1731-1733.

KIM, H.; HONG S.; JUNG H. (2000a). *Analysis of Hysteresis Motor Using Finite Element Method and Magnetization-Dependent Model*. IEEE – Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 4, July, pp. 685-688.

KIM, H.; HONG S.; JUNG H. (2000b). *An Improved Finite Element Analysis of Magnetic System Considering Magnetic Hysteresis*. IEEE – Transactions on Magnetics, Vol. 36, No. 4, July, pp. 689-692.

KOSOW, I. L. (1998). *Máquinas Elétricas e Transformadores*. São Paulo, Globo.

KRAUSE, P. C. (1965). *Simulation of Unsymmetrical 2-Phase Induction Machines*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-84, No. 11, November, pp. 1025-1037.

MARTIGNONI, A. (1978). *Máquinas de Corrente Alternada*. Porto Alegre, Editora Globo.

MENEMENLIS, N. (1998). *Noniterative Dynamic Hysteresis Modelling for Real-Time Implementation*. IEEE – Transactions on Power Systems, vol. 13, No. 4, November.

NFEC – NATIONAL FOOD AND ENERGY COUNCIL. *Helping Power Suppliers Use the Written-PoleTM Motor*. 601 Business Loop 70 West, Suite 216D, Columbia, Missouri.

NIKANOROV, V. B.; OSTANIN, S. Y.; SHMELEVA, G. A. (1996). *Computer-Aided Modelling of a Hysteresis Motor and Numerical Analysis of its Characteristics*. Elektrichestvo, No. 8, 49-54, pp. 85-95.

OGATA, K. (1982). *Engenharia de Controle Moderno*. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil.

O'KELLY, D. (1976). *Theory and Performance of Solid-Rotor Induction and Hysteresis Machines*. Proc. IEE, Vol. 123, No. 5, May.

O'KELLY, D. (1996). *Computation of Hysteresis Motor Performance Including Negative Sequence Excitation*. IEE Proc.- Electr. Power Appl., Vol. 143, No. 2, March.

PERARD, J.; POLOUJADOFF, M. (1976). *Subsynchronous Torque Calculation in a Shaded Pole Hysteresis Motor*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, No. 3, May/June, pp. 994-999.

• PPC – PRECISE POWER CORPORATION (1997). *Large Horsepower Single-Phase Written-Pole™ Motors*. Cooperative Research Network, National Rural Electric Cooperative Association, 4301 Wilson Boulevard, Arlington, Virginia, USA.

PPC – PRECISE POWER CORPORATION (1996b). *Motores Monofásicos de Pólos Inscritos*. Bradenton, Florida, USA.

RAHMAN, M. A. (1973). *Analytical Models for Polyphase Hysteresis Motor*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, January/February, pp. 237-242.

RAHMAN, M. A. (1980). *Field Analysis of Polyphase Hysteresis Motor*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, May/June, pp. 1164-1171.

- RAHMAN, M. A.; OSHEIBA, A. M. (1990). *Dynamic Performance Prediction of Polyphase Hysteresis Motors*. IEEE – Transactions on Industry Applications, Vol. 26, No. 6, November/December, pp. 1026-1033.
- RAHMAN, M. A.; QUIN, R. (1996). *Starting and Synchronization of Permanent Magnet Hysteresis Motors*. IEEE – Transactions on Industry Applications, Vol. 32, No. 5, September/October, pp. 1183-1189.
- ROBERTSON, S. D. T.; ZAKY, S. Z. G. (1969). *Analysis of the Hysteresis Machine – Part I*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, April, pp. 474-483.
- ROESEL, J. F. (1995). *Construção e Características dos Motores Síncronos Trifásicos de Corrente Alternada Projetados para Partida na Linha*. Precise Power Corporation, Bradenton, Florida, USA.
- ROSENBERG, R.; HAND, A. (1987). *Electric Motor Repair*. New York, Holt, Rinehart and Winston.
- ROTTERS, H. C. (1947). *The Hysteresis Motor – Advances Which Permit Economical Fractional Horsepower Ratings*. AIEE – Transactions, vol. 66, pp. 1419-1430.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. (1989). *Process Dynamics and Control*. New York, John Wiley.
- SHAH, M. J. (1976). *Engineering Simulation Using Small Scientific Computers*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc.

SHANNON, R. E. (1975). *Simulation: A Survey with Research Seggestions*.
AIEE Transactions 7, n.351, p.289-301, September.

SLEMON, G. R.; JACKSON, R. D.; RAHMAN, M. A. (1977). *Performance Predictions for Large Hysteresis Motor*. IEEE – Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 6, November/December, pp. 1915-1919.

TAO, B. Y. (1988). *Ordinary Differential Equations Solved the Easy Way*.
Chemical Engineering, November.

WAKUI, G.; ICHINOSE, K.; HORII, T. (1983). *Analysis of Condenser Split-Phase Hysteresis Motor*. Electrical Engineering in Japan, Vol. 103, No. 5, pp. 105-112.

ZAHER, F. A. A. (1990). *An Analytical Solution for the Field of a Hysteresis Motor Based on Complex Permeability*. IEEE – Transactions on Energy Conversion, Vol. 5, No. 1, March, pp. 156-163.

A Teoria Básica Sobre Modelagem e Simulação de Sistemas

A modelagem em conjunto com a simulação vem se tornando uma poderosa ferramenta para a resolução de problemas nas mais diversas áreas do conhecimento humano, desde a economia e a política até as ciências e a engenharia [GRAYBEAL & POOCH (1980)].

Conforme observado em toda bibliografia, todo o conceito de modelagem e simulação fundamenta-se na idéia de sistema, assim sendo, faz-se necessário uma introdução à teoria de sistemas antes de adentrarmos ao assunto da modelagem e simulação propriamente dito.

A.1 Generalidades

Segundo OGATA (1982): “Um sistema é uma combinação de componentes que atuam em conjunto e realizam um certo objetivo. Um sistema não é limitado a algo físico. O conceito de sistema pode ser aplicado a fenômenos abstratos, dinâmicos, tais como os encontrados em economia. A palavra sistema deve, portanto, ser interpretada para designar sistemas físicos, biológicos, econômicos, etc.”

Segundo GRAYBEAL & POOCH (1980): “... uma coleção ordenada de princípios, fatos ou objetos logicamente relacionados” ou ainda, “coleção de objetos com um grupo bem definido de interações entre eles. Como exemplo, podemos citar o sistema solar, com os planetas e o sol representando coleção de objetos e a força gravitacional representando uma das interações entre os objetos.”

Além dos objetos e das interações, ainda temos mais alguns conceitos importantes relacionados a sistema:

- Um objeto do mundo real é chamado de entidade;

- As características ou propriedades das entidades são chamadas de atributos;
- Qualquer processo involuntário que cause mudanças no sistema é chamado distúrbio;
- Processo é uma operação ou desenvolvimento natural, que evolui progressivamente, caracterizado por uma série de mudanças graduais que se sucedem, uma em relação às outras, de um modo relativamente fixo e objetivando um particular resultado ou meta;
- O estado do sistema é a descrição de todas as entidades, atributos e distúrbios, num dado instante no tempo;
- As entidades e distúrbios adjacentes ao sistema são chamados de ambiente do sistema;
- Distúrbios que ocorrem dentro do sistema são chamados de distúrbios internos;
- Distúrbios que ocorrem no ambiente do sistema são chamados de distúrbios externos.

A.2 Classificação dos Sistemas

Existe uma infinidade de maneiras de classificar os sistemas, podendo ser citada, como um exemplo óbvio, a classificação entre sistemas naturais e artificiais, sendo as classificações mais utilizadas:

Sistema contínuo X Sistema discreto

A classificação entre contínuo ou discreto se refere à natureza do comportamento das mudanças de estado deste sistema em relação ao tempo. Um sistema cujas mudanças de estado são contínuas no tempo é chamado de sistema contínuo. Já um sistema cujas mudanças apresentam um comportamento temporal quantificado, ou seja, em degraus, é chamado de sistema discreto.

Figura A.1 – Exemplo de respostas de um sistema de segunda ordem contínuo e discreto.

Na figura A.1 podemos observar as repostas de dois sistemas de segunda ordem, um contínuo e outro discreto no tempo. Observando o comportamento das duas respostas fica clara a diferença entre os dois sistemas, sendo a resposta em azul a do sistema contínuo e a resposta em vermelho a do sistema discreto.

Sistema determinístico X Sistema estocástico

Um sistema determinístico é aquele no qual podemos determinar o estado atual através do estado anterior e do distúrbio, assim, através de um dado estado inicial e um dado distúrbio, podemos avaliar o comportamento deste sistema.

Quando um sistema tem um comportamento *randômico* na transição de um estado para o outro ele é chamado de sistema estocástico. Em alguns casos, baseando-se no estado anterior e no distúrbio, só é possível determinar o estado atual por meio da probabilidade, que ou já é conhecida ou que poderá ser determinada. Em outros casos, nem mesmo a probabilidade poderá ser determinada.

Em outras palavras, em um sistema estocástico, não podemos prever os próximos estados do sistema baseando-se somente em um estado inicial e no distúrbio.

Na figura A.2 encontramos as representações de um sistema determinístico e de um sistema estocástico, notamos que no sistema determinístico a ação do distúrbio A leva o estado anterior do sistema, S_0 , para um único estado atual, S_n . Já no sistema

estocástico, temos vários possíveis estados atuais, aqui representados apenas dois, S_n' e S_n'' , em resposta à ação do distúrbio A e do estado anterior do sistema, S_0 .

Figura A.2 – Representação dos sistemas: (a) determinístico e (b) estocástico.

Sistema aberto X Sistema fechado

Um sistema fechado é aquele em que todas as mudanças no estado do sistema são causadas apenas por distúrbios internos, já as mudanças de estado em um sistema aberto podem ser causadas tanto por distúrbios internos quanto por externos.

Assim como em alguns casos é difícil diferenciar distúrbios internos de externos, também, em alguns casos, é difícil diferenciar um sistema aberto de um sistema fechado.

A.3 Metodologia Para a Modelagem e a Simulação de Sistemas

A obtenção de um modelo para a simulação de um sistema real com o objetivo de resolver um determinado problema é feita através de uma metodologia comumente chamada de método científico. E a simulação, como veremos mais adiante, se refere à dinâmica do sistema estudado, ou seja, se refere a compreender e prever o comportamento dinâmico de um certo sistema através de seu modelo [GARCIA (1997)].

De acordo com GRAYBEAL & POOCH (1980), esta metodologia consiste de quatro fases: planejamento, modelagem, validação e aplicação.

Planejamento

O planejamento ou pré-modelagem é a fase inicial para a obtenção do modelo, é o primeiro contato com o sistema real, com o problema a ser resolvido e com os fatores pertinentes ao sistema real e ao seu ambiente.

Nesta fase é muito importante que o problema a ser resolvido esteja claramente definido, pois somente assim poderemos estimar os recursos para o levantamento dos dados necessários e para o procedimento da análise do sistema real. Como recursos podemos entender: tempo, dinheiro, equipamentos, etc.

Outro ponto de grande importância nesta fase é análise do sistema propriamente dita, ou seja, é nesta fase que nos familiarizamos com os aspectos relevantes do sistema e do problema a ser resolvido.

Modelagem

Esta é a segunda fase, na qual construímos o modelo que é uma representação do sistema real. Note-se que o modelo não é idêntico ao sistema real e sim uma representação deste, pois muitos sistemas reais são tão complexos que um modelo idêntico apresentaria uma grande e desnecessária complexidade, aumentando, assim, a demanda de recursos para a sua implementação.

Considerando-se o modelo um conjunto de características e relações entre estas, a grande meta na modelagem é reduzir ao máximo este conjunto de informações mantendo o comportamento do modelo o mais próximo possível ao do sistema real. Assim sendo, o modelo representa um sistema real simplificado, sendo que estas simplificações do sistema real visam à obtenção de modelos mais simples sem prejudicar em demasiado a sua precisão, ou seja, mantendo o seu comportamento suficientemente próximo ao do sistema real sob as mesmas condições.

Podemos citar alguns exemplos de modelos:

- Modelos descritivos;
- Modelos físicos: protótipos ou plantas-piloto;

- Modelos matemáticos;
- Fluxogramas;
- Programas computacionais.

Validação

A validação consiste em se provar que o modelo serve como representação do sistema real, isto é, nesta fase verificamos se o modelo é preciso o suficiente para o propósito que foi desenvolvido. As técnicas utilizadas para a validação baseiam-se na comparação de resultados simulados com os resultados coletados do sistema real, ambos produzidos sob as mesmas condições.

Nesta fase, observamos um ciclo que envolve a avaliação da precisão do modelo, através da observação de seu comportamento dinâmico e a correção no modelo até que este esteja preciso o suficiente para a aplicação.

Aplicação

Após o modelo ser validado, ele estará pronto para ser aplicado na resolução do problema para o qual fora projetado. Denomina-se esta aplicação como simulação, isto é, a obtenção da resposta temporal das variáveis de interesse de um modelo, quando se excita suas variáveis de entrada com sinais desejados e se definem os valores das condições iniciais das variáveis dependentes.

A simulação foi definida por SHANNON (1975) como sendo “o processo de projetar um modelo computacional de um sistema (ou processo) e conduzir experimentos com este modelo com o propósito de entender o comportamento deste sistema ou avaliar várias estratégias para a sua operação.”

A.4 Utilidades da Simulação

De acordo com GARCIA (1997), a simulação dinâmica pode ser aplicada desde o projeto até a operação de sistemas.

Na figura A.3 vemos a representação gráfica de um modelo, sendo X o conjunto de variáveis de entrada, Y o conjunto de variáveis de saída e P os parâmetros do sistema incluindo as condições de contorno.

Figura A.3 – Representação gráfica de um modelo.

Baseando-se na figura 3, são possíveis as seguintes aplicações para a simulação dinâmica:

1. Projeto de equipamentos, processos e sistemas e seus respectivos sistemas de controle. Utilizando-se um modelo estático, a partir de X e Y avalia-se P com os seguintes objetivos:
 - Estudo e otimização do dimensionamento ou arranjo físico de equipamentos e componentes do processo;
 - Verificação e análise das interações de várias partes do processo;
 - Projeto da estratégia de controle de um determinado processo.
2. Pré-operação e operação de sistemas. Utilizando-se um modelo dinâmico, a partir de X e P obtém-se Y ou a partir de Y e P obtém-se X , ambos com os seguintes objetivos:
 - Entendimento do processo através da investigação do seu comportamento, sem a necessidade de manipulação do sistema real, eliminando-se os gastos e riscos;
 - Desenvolvimento, teste e qualificação de procedimentos operacionais para diversas situações normais e anormais do sistema;

- Criação de uma sensibilidade para a detecção, localização e correção de falhas em componentes do sistema;
 - Estudo dos efeitos de projetos de expansão e avaliação dos pré-requisitos necessários para a implementação;
 - Treinamento de operadores em situações normais e anormais do sistema;
 - Análise de diferentes maneiras de operação do sistema.
3. Sistemas de controle de processos. Utilizando-se um modelo dinâmico, a partir de P, manter X ou Y iguais a certos valores de referência com os seguintes objetivos:
- Geração de pré-ajustes apropriados de controladores;
 - Projeto da lei de controle para técnicas de controle baseadas em modelo, como o controle adaptativo e controle por pré-alimentação;
 - Otimização de condições operacionais de plantas, de maneira a minimizar os custos e maximizar os rendimentos operacionais, conversão de produtos e lucro.

A.5 Vantagens e desvantagens da simulação de sistemas

A simulação de modelos implica em vantagens e desvantagens que, de acordo com ADKINS & POOCH (1977), são as seguintes:

Vantagens:

1. Permite submeter o modelo a inúmeros experimentos. Variando-se os parâmetros do sistema ou as variáveis de entrada, podemos testar o comportamento do modelo nas mais diversas situações e condições;
2. Permite a compressão do tempo. Sistemas cuja operação se estende por um longo período de tempo pode ser simulado em segundos;

3. Permite a criação de uma sensibilidade em relação à manipulação das variáveis de entrada de um determinado sistema;
4. Não perturba o sistema real;
5. É uma importante ferramenta de treinamento.

Desvantagens:

1. O modelo pode tornar-se caro devido à mão-de-obra e recursos necessários para a sua implementação;
2. O modelo pode demandar um tempo relativamente grande para o seu desenvolvimento;
3. Algumas suposições críticas podem permanecer ocultas no modelo, levando-o a divergir da realidade;
4. Os parâmetros do modelo poderão ser de difícil obtenção, às vezes demandando grande tempo para a sua aquisição, análise e interpretação.

A.6 A Modelagem Matemática de Sistemas

No passado, são encontrados muitos registros de modelagem matemática, dentre os exemplos mais famosos, a Segunda Lei de Newton e a Teoria da Relatividade de Einstein, o que demonstra que este conceito remonta a antiguidade. Mas, foram nas últimas décadas, devido ao aparecimento dos computadores digitais, que o uso da modelagem matemática foi intensificado [SHAH (1976)].

Segundo GARCIA (1997), o modelo matemático pode ser definido como a representação abstrata da realidade através de equações, ou ainda:

“É uma representação dos aspectos essenciais de um sistema, que apresenta conhecimento desse sistema em forma utilizável.” [EYKHOFF (1974)]

“É um sistema de equações cuja solução, dado um conjunto de dados de entrada, é representativa da resposta do processo.” [DENN (1986)]

“Um modelo nada mais é do que uma abstração matemática de um processo real.” [SEBORG et al (1989)]

De acordo com o já mencionado, a equação ou conjunto de equações que compõe um modelo matemático são aproximações do sistema real, e em consequência disto, não incorporam todas as suas características.

Desta maneira, na construção de um modelo matemático, devemos ponderar entre o tempo e o esforço necessário para obtê-lo e o nível de detalhes e a sua precisão.

A.7 Classificação dos Modelos Matemáticos

Os modelos matemáticos podem ser classificados de acordo com os tipos de equações utilizados em sua formulação, conforme descrito a seguir:

Parâmetros concentrados X Parâmetros distribuídos

Todo sistema real é distribuído, e se assim for modelado, as variações espaciais no comportamento das variáveis serão consideradas. Este modelo matemático é formado por um sistema de equações diferenciais parciais.

Mas, nos casos em que as variações espaciais são pequenas, podemos desconsiderá-las, aproximando o sistema real a um modelo matemático de parâmetros concentrados, que é formado por um sistema de equações diferenciais ordinárias.

Linear X Não-linear

Um modelo é dito linear se as variáveis ou derivadas de suas variáveis em suas equações forem do 1º grau, caso contrário, o modelo será não-linear.

Estático X Dinâmico

Quando os valores das variáveis são constantes no tempo, o modelo é dito estático e é formado por um sistema de equações algébricas. Mas, se as variáveis vari-

am no tempo, o sistema é dito dinâmico ou transitório, sendo o tempo a variável independente do sistema formado por equações diferenciais.

A.8 Classificação de Problemas Matemáticos Quanto a Facilidade de Solução por Métodos Analíticos

Trabalhando-se com modelos matemáticos, na verdade estamos trabalhando com um sistema de equações quase sempre impossível de se resolver analiticamente. Na tabela A.1, segundo FRANKS (1972), encontra-se destacada apenas classe de equações passíveis de solução analítica.

Tabela A.1 – Classificação de problemas matemáticos quanto a facilidade de solução por métodos analíticos.

	<i>Equações Lineares</i>			<i>Equações Não-lineares</i>		
	Uma Equação	Algumas Equações	Muitas Equações	Uma Equação	Algumas Equações	Muitas Equações
Algébrica	trivial	fácil	praticamente impossível	muito difícil	muito difícil	impossível
Diferencial Ordinária	fácil	difícil	praticamente impossível	muito difícil	impossível	impossível
Diferencial Parcial	difícil	praticamente impossível	impossível	impossível	impossível	impossível

A maioria dos processos industriais gera equações diferenciais não-lineares que, conforme visto na tabela A.1, são impossíveis de se resolver analiticamente, sendo solúveis apenas por métodos numéricos em computadores.

A.9 Métodos Para a Obtenção de Modelos Matemáticos

Estes métodos podem ser os seguintes:

- Teórico ou analítico, através dos princípios da Física;
- Empírico ou heurístico, a partir da observação direta dos dados operacionais;
- Por analogia, usando equações que descrevem um sistema análogo e por variáveis identificadas por analogia em base individual.

Os modelos empíricos são mais fáceis de serem obtidos mas, principalmente no caso de um sistema com comportamento não-linear, eles são válidos apenas nas proximidades do ponto onde foram obtidos.

Os modelos analíticos têm como vantagens a possibilidade de ser extrapolado sobre uma faixa maior de condições operacionais e de inferir o valor de variáveis de processo não-medidas ou incomensuráveis. Mas, para a sua implementação, é necessário o conhecimento de certos parâmetros do sistema que geralmente são avaliados através de testes físicos ou obtidos de dados operacionais.

Vejamos agora mais alguns detalhes sobre o método analítico, pois este será o método empregado para a modelagem matemática do MMPI.

A.10 O Método Analítico Para a Obtenção de Modelos Matemáticos

Segundo CANNON (1967), podemos enumerar três fases para a obtenção analítica de um modelo matemático e o seu uso. Observando-se as semelhanças existentes entre este método analítico e a metodologia para a modelagem de sistemas descrita na Seção A.3, podemos concluir o método analítico é um caso particular desta metodologia e que por possuir características importantes que serão diretamente aplicadas em nosso projeto, prosseguiremos com a sua análise.

Resumidamente, as três fases são as seguintes:

- a. Especificação do sistema e a idealização de um sistema físico com um comportamento suficientemente próximo ao do sistema real. Neste estágio são assumidas simplificações e são definidas as variáveis de entrada e de saída;
- b. A dedução de um modelo matemático que represente o modelo físico, ou seja, neste estágio são escritas as equações de movimento do modelo físico. Para isto, são aplicadas leis físicas apropriadas para gerar o conjunto de equações diferenciais ordinárias nas variáveis de entrada e saída. O termo movimento refere-se à variação de qualquer variável física: deslocamento, velocidade, tensão, corrente, etc;
- c. Finalizando-se o modelo matemático, podemos estudar o seu comportamento dinâmico, através da solução das equações diferenciais de movimento que o descrevem.

Fase A – Do sistema real ao modelo físico

Assim como em A.3, a habilidade de simplificar sem invalidar é o ponto crucial na elaboração do modelo físico. Geralmente, as seguintes simplificações podem ser utilizadas:

Desprezar pequenos efeitos – Reduz o número de variáveis, e conseqüentemente, reduz a complexidade das equações de movimento.

Exemplo: Em um circuito elétrico, assumir que os componentes são puramente resistivos, indutivos ou capacitivos.

Ambiente independente – Assumir que o ambiente do sistema não é afetado pelo sistema, o que também reduz a complexidade das equações.

Exemplo: Em um circuito elétrico, adotar fontes de tensão ou corrente ideais, ou seja, as suas saídas permanecerão constantes independente do comportamento do restante do circuito.

Substituir características distribuídas por concentradas – Esta aproximação resulta em um modelo constituído de equações diferenciais ordinárias, ao invés equações diferenciais parciais.

Exemplo: Em um circuito elétrico, a resistência de um condutor poderá ser considerada uma pequena resistência concentrada em série resistência do circuito, que, de acordo com o sistema analisado e a precisão do modelo, esta pequena resistência distribuída poderá ser desprezada ou poderá ser representada por um certo número de resistências concentradas em série. Ao incrementar o número de resistências, o modelo se aproxima da realidade e, conseqüentemente, a sua complexidade é aumentada.

Assumir relações lineares entre as variáveis físicas – Uma equação diferencial ordinária linear tem a seguinte forma:

$$f(t) = A_n \frac{d^n x}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + A_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + A_1 \frac{d^1 x}{dt^1} + A_0 x + \\ B_n \frac{d^n y}{dt^n} + B_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + B_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + B_1 \frac{d^1 y}{dt^1} + B_0 y + \dots$$

Para que as relações entre as variáveis sejam lineares as variáveis dependentes x e y deverão ser função exclusiva da variável independente t . Os coeficientes A e B podem variar com t , mas não com x e y . O termo $f(t)$ pode variar com t , mas não pode envolver x e y . E não poderá haver nenhum produto de variáveis dependentes. Podemos acrescentar que se os coeficientes são constantes, a equação é dita invariante no tempo.

A aproximação de um sistema não-linear por equações lineares traz as seguintes vantagens:

- A análise de um sistema linear pode ser efetuada analiticamente;
- Quando uma equação linear é resolvida, a solução vale para todas as magnitudes do movimento, ou seja, é geral;
- A compreensão de um sistema linear é mais fácil do que a de um sistema não-linear.

Exemplo: Poucos sistemas físicos apresentam características realmente lineares, podemos citar a relação entre tensão e corrente em um resistor que normalmente é considerada linear, mas na realidade apresenta um comportamento não-linear.

Adotar parâmetros físicos invariantes no tempo – Resulta em equações diferenciais invariantes no tempo. Exemplo: Em um circuito elétrico, podemos desprezar a variação do valor das resistências com a temperatura ou, caso necessário, podemos adotar um valor de resistência para cada faixa de temperatura.

Desprezar incertezas e ruídos – Em sistemas reais há um certo grau de incerteza nos valores dos parâmetros (medições efetuadas, entradas esperadas, distúrbios) e além disso, nos distúrbios temos componentes aleatórios chamados de ruídos.

Desprezando-se estas incertezas e ruídos, assume-se que todas as quantidades têm valores bem definidos e são conhecidas precisamente.

Fase B – Do modelo físico ao modelo matemático

É neste estágio que deduzimos as equações do modelo, sendo três pontos de grande relevância:

- a. Definição das variáveis físicas que descrevem o estado do sistema. Cada variável é uma entidade relacionada ao processo, assim, em princípio esta deve ser mensurável, pois algo que nunca pode ser medido não tem, normalmente, um significado físico;
- b. Definição das relações de equilíbrio, que descrevem o balanço de forças, de energia do sistema e as relações do sistema, que descrevem as inter-relações dos elementos do sistema;
- c. Aplicação das leis físicas que regem o movimento dos elementos do sistema. Exemplos: Relações elétricas entre tensão e corrente e relações eletromecânicas entre torque e campo. Estas relações são as relações constitutivas, pois se referem aos elementos individuais, constitutivos do sistema.

Depois de selecionadas as variáveis e definidas as relações do sistema e as relações constitutivas individualmente, estas são combinadas algebricamente em um conjunto compacto de equações de movimento que corresponde ao modelo matemático.

Resumidamente, temos quatro passos para a obtenção do modelo matemático a partir do modelo físico:

1. definição das variáveis;
2. relações de equilíbrio e/ou de compatibilidade;
3. relações constitutivas para cada elemento;
4. combinação das equações obtidas.

Nesta fase, torna-se necessário esclarecimento dos seguintes pontos:

Definição das fronteiras físicas do sistema – Devemos especificar claramente as fronteiras físicas de um sistema antes de escrevermos as relações de equilíbrio. Exemplo: Em malhas elétricas devem-se identificar as junções antes de aplicar a Lei da Corrente de Kirchhoff.

Origem das relações constitutivas – As relações constitutivas dos elementos individuais do sistema são puramente empíricas, não sendo deduzidas de nenhum princípio básico da Física e sim de estudos de causa/efeito. Exemplo: Relação entre corrente e tensão em um resistor.

Assim, a validação dos modelos é frequentemente um teste da adequação das relações constitutivas, visto que as relações do sistema são universais.

Fase C – Comportamento dinâmico

O comportamento dinâmico é o comportamento temporal das variáveis de interesse, obtido através da simulação, ou seja, através da resolução do conjunto de equações diferenciais ordinárias que constituem o modelo matemático do sistema.

Na simulação, além do modelo matemático são necessários:

- Equações descritivas das variáveis de entrada em função do tempo;
- Valores dos parâmetros do modelo;
- Valores das condições iniciais das variáveis de interesse.

Conforme visto, devido ao fato do modelo matemático ser constituído por um conjunto de equações diferenciais ordinárias, a sua resolução se dará somente em computadores através de métodos numéricos de integração.

A.11 Métodos Numéricos para a Integração de Equações Diferenciais Ordinárias

O modelo matemático do MMPI é classificado como um problema de valor inicial, pois é um sistema cujas propriedades serão consideradas como uniformes e seus parâmetros concentrados e variantes no tempo, sendo necessário, para a resolução deste tipo de problema, o valor das variáveis no instante inicial [TAO (1988)].

Para a sua resolução utilizaremos um método classificado como método de passo simples, pois precisa de apenas um valor para estimar a solução em cada intervalo de tempo. Esta estimativa é então usada para encontrar o valor da função no próximo intervalo de tempo.

A.12 Funcionamento do método numérico

Segundo GARCIA (1997), um método numérico funciona da seguinte maneira:

A integração numérica por método numérico de integração de passo simples para resolver problemas de valor inicial aplica-se em sistemas de 1ª ordem. Para sis-

temas de ordem superior é necessário decompor a equação de n -ésima ordem em um sistema de n equações de 1ª ordem.

Os sistemas de 1ª ordem possuem a seguinte forma:

$$\dot{y} = f(t, y) \quad \text{com} \quad y(0) = y_0$$

O objetivo pode ser estimar $y(t)$ ou estimar t correspondente a um dado valor de y . O método básico para a resolução deste tipo de algoritmo tem início nas condições iniciais (t_0), em seguida é feita uma estimativa de $y(t)$ no próximo valor de t , ou seja t_1 correspondente a $t_1 = t_0 + h$, onde h é o passo de integração. O novo valor é usado para estimar o próximo e assim por diante.

A base matemática deste método consiste em expandir a função $y(t)$ em série de Taylor. Estima-se o valor da função a uma pequena distância de um valor conhecido, usando as derivadas da função, calculadas no valor conhecido da mesma.

Assim, dada a função $g(t)$ com derivadas contínuas na região em torno de $t=a$, o valor de $g(a+h)$, onde h é pequeno, é dado por:

$$g(a+h) = g(a) + h \cdot \dot{g}(a) + \frac{1}{2!} h^2 \cdot \ddot{g}(a) + \frac{1}{3!} h^3 \cdot \ddot{\ddot{g}}(a) + \dots$$

Repetindo-se este cálculo seqüencialmente para valores de $t_n = a + n \cdot h$, onde $n=1, 2, 3 \dots$, resulta em uma série de estimativas para $g(t)$. Se em cada cálculo um número infinito de termos é incluído, a solução exata é obtida. Na prática, no entanto, o número de termos na série deve ser finito, o que ocasiona algum erro. A ordem de magnitude desse erro é definida pela potência do último termo incluído. Assim, se o último termo é de ordem h^5 , o erro resultante é no máximo de ordem h^5 e a ordem de magnitude desse erro é abreviada por $O(h^5)$. A introdução de mais termos reduz o erro de truncamento.

A.13 O método RKF-45

É o método de Runge-Kutta-Fehlberg de 4ª e 5ª ordem, que imita os termos da série de Taylor sem, no entanto, derivar a equação original.

Vejamos o seu algoritmo:

Dados,

- Tamanho do passo, h ;
- $y(0)=y_0$;
- Tolerância máxima de erro (MAXTOL);
- Tolerância mínima de erro (MINTOL);
- $\dot{y}(t) = f(t, y)$.

Enquanto $t < t_{\text{FINAL}}$, faça:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= h \cdot f(t_n, y_n) \\
 u_2 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{4}, y_n + \frac{u_1}{4}\right) \\
 u_3 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{3h}{8}, y_n + \frac{3u_1}{32} + \frac{9u_2}{32}\right) \\
 u_4 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{12h}{13}, y_n + \frac{1932u_1}{2197} - \frac{7200u_2}{2197} + \frac{7296u_3}{2197}\right) \\
 u_5 &= h \cdot f\left(t_n + h, y_n + \frac{439u_1}{216} - 8u_2 + \frac{3680u_3}{513} - \frac{1859u_4}{4104}\right) \\
 u_6 &= h \cdot f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n - \frac{8u_1}{27} + 2u_2 - \frac{3544u_3}{2565} + \frac{1859u_4}{4104} - \frac{11u_5}{40}\right) \\
 y_{n+1}(4) &= y_n + \frac{25u_1}{216} + \frac{1408u_3}{2565} + \frac{2197u_4}{4104} + \frac{u_5}{5} \\
 y_{n+1}(5) &= y_n + \frac{16u_1}{135} + \frac{6656u_3}{12825} + \frac{28561u_4}{56430} - \frac{9u_5}{50} + \frac{2u_6}{55}
 \end{aligned}$$

Saída: $y_{n+1}(4)$

Se $|y_{n+1}(4) - y_{n+1}(5)| > \text{MAXTOL}$, então $h=h/2$

Se $|y_{n+1}(4) - y_{n+1}(5)| < \text{MINTOL}$, então $h=h \cdot 2$

Sendo $y_{n+1}(4)$ e $y_{n+1}(5)$ são respectivamente, as estimativas de erro de 4ª e 5ª ordem.

Existem diversas estratégias de alteração do tamanho do passo para a redução do erro de truncamento. Por simplicidade, o algoritmo apresentado reduz a metade ou duplica o tamanho do passo de integração.

A.14 O Software de Simulação

Existem programas computacionais prontos, os chamados pacotes de simulação, com os métodos numéricos já embutidos, que facilitam consideravelmente a simulação dinâmica dos modelos matemáticos.

Basicamente os pacotes de simulação estão divididos em duas categorias:

- Linguagens de simulação orientadas a equações;
- Pacotes de simulação orientados a módulos.

O software utilizado para a simulação do MMPI é o Matlab/SimulinkTM, um exemplo de pacote de simulação da categoria de linguagens de simulação orientadas a equações. Esta categoria consiste, basicamente, de uma coleção de programas computacionais de integração de equações diferenciais ordinárias.

Para a utilização deste tipo de pacote, devemos suprir o programa com:

- O conjunto de equações diferenciais de 1ª ordem;
- Período de simulação;
- Limites de erro;
- Variáveis de saída.

Segundo SEBORG et al (1989), o programa deverá:

- Testar se o conjunto de equações é solúvel;
- Arranjar as equações em uma sequência apropriada para a solução;
- Integrar as equações;

- Gerar as tabelas com os valores das variáveis de saída.

No caso do Matlab/SimulinkTM, podemos acrescentar:

- A visualização gráfica do comportamento de qualquer variável em função do tempo, simultaneamente à simulação;
- A visualização gráfica do comportamento de qualquer variável em função qualquer outra variável, simultaneamente à simulação;
- Plotagem do comportamento de qualquer variável em função do tempo;
- Plotagem do comportamento de qualquer variável em função de outra variável.

TEST REPORT UNIAP-406/2000 - R

CLIENT:
PRECISE POWER CORPORATION
STREET COURT EAST, 715 60
34208 – BRADENTON – FLORIDA – USA

TEST PROPOSAL:
UNIAP-792/99

MANUFACTURER:
PRECISE POWER CORPORATION
STREET COURT EAST, 715 60
34208 – BRADENTON – FLORIDA - USA

AREA/PROJECT:
3520/3016

TEST OBJECT:
Single-phase, 30 HP, internal rotor Written Pole™ motor.

TEST OBJECT CHARACTERISTICS:
Internal rotor Written Pole™ motor, single-phase, horizontal, Frame 326Y, 30 HP, 1800 rpm, 230/240 V, 50/60 Hz, Rated Current = 98 A, Start Current = 210 A, $\Delta T = 65^\circ C$, Service Factor = 1.0, Efficiency = 94.0 %, Power Factor = 0.99, two control boxes enclosed.

TESTS PERFORMED:
In accordance with Brazilian Standard NBR 7094/97 and NBR 5383/86.

Test responsible

Name: Carlos Azevedo Sanguedo

Laboratory: AP-4

APPROVAL:

report.

the
Coordinator of Laboratory Area

Name: Fernando Antonio Chagas

Date of emission:

Unit Manager

Name: Edegard Gomes Junior

Telephone: (021) 667-3821

Fax: (021) 667-3518

E-mail: edg@cepel.br

This test report is not a certificate of conformity.

The results given relate only to the samples
supplied for testing.

It's only authorized full reproduction of this

For further information please contact Unit at

telephone/fax numbers or e-mail above.

This document is composed of 9 pages.

**ELECTRICAL POWER RESEARCH CENTER (ELETROBRÁS
SYSTEM)**

Headquarters: Av. Um s/ nº - Cidade Universitária-Rio de Janeiro-RJ-Brasil-Phone:(+5521) 598-2111 -
Fax:(+5521)260-1340

Adrianópolis Unit: Av. Olinda - Adrianópolis - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Phone: (+5521) 667-2111 -
 Fax: (+5521) 667-9079
 Postal Address: CEPEL - P.O. Box 68007 - Zip Code 21944-970 - Rio de Janeiro-RJ-Brasil

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 1 of 10
-------	-------------	--

1. INTRODUCTION

Written Pole™ Motors, a new technology in electrical machines, is a permanent magnet synchronous machine, with basic construction similar to the conventional induction machine. The motor utilizes a stator and rotor design comparable to those used in conventional capacitor start/run single-phase induction motors, with permanent and starting capacitors (switching). There are, however, several notable differences when compared to conventional electric motors, the rotor surface features a continuous layer of ferrite material in a high resistance rotor design that utilizes steel instead of aluminum or copper bars of conventional design. These features allow increased torque and reduce start time with much lower start current (less than 2.0 per unit) than conventional design for single-phase motors.

In normal conditions, the motor operates as a synchronous machine, the stator features a concentrated winding, which when energized, creates a powerful magnetic field used to induce magnet poles on the rotor ferrite material while the motor is in operation. This feature allows the Written Pole™ motor higher operating efficiency and lower temperature rise than conventional designs.

This Test Report shows the results of determination of operating characteristics for a 30 HP Written Pole™ motor, with special attention to efficiency, power factor, start current and temperature rise.

2. START CURRENT

With locked rotor and 5 seconds after rated voltage is applied to the terminals of the 30 HP Written Pole™ motor, the measured current is considered the start current (see Figure 1).

$$I_s = 150 \text{ A} / 238 \text{ V} \Rightarrow I_s \text{ at rated voltage} = 150 * (240/238) \\ \Rightarrow I_s \text{ at rated voltage} = 151.26 \text{ A}$$

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 2 of 10
-------	-------------	--

Figure 1

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 3 of 10
-------	-------------	--

TABLE 1: LOCKED ROTOR TEST

Time (s)	Current (A)	Voltage (V)
1	151	238
2	151	238
3	151	238
4	151	238
5	150	238
6	150	239
7	150	239
8	149	239
9	149	239
10	148	239
11	148	239
12	147	239
13	146	239
14	146	239
15	145	239
16	144	239
17	143	239
18	143	239
19	142	239
20	141	239

Resistance before test		Resistance after test	
Rp (mΩ)	51,61	Rp (mΩ)	54,10
Ra (mΩ)	63,27	Ra (mΩ)	65,9
Tcold winding.(°C)	20,65	Tamb (°C)	24,3

Wind temp. Ra (°C)	Wind temp. Rp (°C)	ΔT Ra (K)	ΔT Rp (K)
31,3	33,0	7,0	8,7

- Note: During the starting process a current maximum was recorded at approximately 1590 rpm. This means that in this moment the winding exciter was energized to written the pole. The maximum current value represents 1.7 pu of rated current (see Figure 2).

3. RUNNING TESTS FOR TEMPERATURE RISE, EFFICIENCY AND POWER FACTOR DETERMINATION.

3.1- Resistance test between terminals

Rated voltage (V)	240,00	I _{full load} (A)	98,00	Poles	4
Resistance of winding (Ω)					0,052
Ambient temperature (° C)					21,1
Shaft power (kW)					30,41

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 4 of 10
-------	-------------	--

START WITH LOAD CURVE - PRECISE MOTOR WITH INTERNAL ROTOR

Figure 2

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 5 of 10
-------	-------------	--

3.2- Running test rated voltage

Time	0	30	60	90	120	150	180
Bearing temperature rise (K)	2,6	17,7	22,5	23,7	24,9	25,3	25,9
Frame temperature rise DE (K)	2,7	17,6	21,6	22,5	23,2	23,7	24,3
Frame temperature rise ODE (K)	2,7	16,9	20,9	21,7	22,6	23,0	23,8
Ambient temperature (°C)	24,4	25,2	26,3	26,6	27,1	27,9	28,3
Torque (N.m)	118,00	118,00	118,00	118,00	118,00	118,00	118,00
Power input (kW)	23,80	23,82	24,02	23,74	24,10	23,92	24,00
Current (A)	99,21	99,16	100,39	99,23	101,00	100,28	100,71
Voltage (V)	240,44	240,51	239,77	239,88	240,37	240,33	240,27
Speed(rpm)	1799,0	1799,0	1800,0	1800,0	1800,0	1801,0	1800,0

Winding resistance at shut down (mΩ)	0,0619
Time delay after shut down (s)	36
Ambient temperature (°C)	29,1
Temperature rise (K)	42,8

3.3- Load test

Measurement	1	2	3	4	5	6	7
Output torque (Nm)	155,00	138,00	119,00	86,00	59,00	30,00	1,00
Corrected output torque (N.m)	156,13	139,13	120,13	87,13	60,13	31,13	2,13
Input power (kW)	31,6	27,94	24,13	17,98	13,00	8,009	2,954
Line current (A)	137,11	118,60	101,20	74,83	53,97	34,49	14,96
Speed (rpm)	1800	1802	1801	1801	1801	1800	1802
Corrected efficiency	0,931	0,940	0,939	0,914	0,872	0,733	0,136
Direct efficiency	0,925	0,932	0,930	0,902	0,856	0,706	0,064
Power factor	0,958	0,980	0,992	1,000	1,000	0,967	0,822
Ambient temperature (°C)	29,05	-	-	-	-	-	29,05
Line voltage(V)	240,52	240,37	240,41	240,30	240,97	240,17	240,26
Winding resistance (mΩ)	0,0619	-	-	-	-	-	0,0623
Slip(pu)	0,0000	-0.0006	-0.0006	-0.0006	-0.0006	0,0000	-0.0012

Average resistance (mΩ)	0,0621
Temperature rise(K)	43,76

Based on tests results, the efficiency curve is presented in Figure 3 as a function of the output power in pu, with the motor operating at rated voltage V_n . The efficiency curve is also presented for $\pm 10\%$ of rated voltage, for test voltages $V_e = 207\text{ V}$ and $V_e = 264\text{ V}$.

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 6 of 10
-------	-------------	--

4.4 Ensaio em carga para $V = 207 \text{ V}$

**EFFICIENCY at Rated Voltage V_n ,
 $V_e = 216 \text{ V}$ and $V_e = 264 \text{ V}$**

Figure 3

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 7 of 10
-------	-------------	--

3.4- Running test $V_e = 216\text{ V}$

Time	0	30	60	90	120	150	180
Frame temperature rise DE (K)	63,0	17,6	66,5	67,8	69,2	70,0	70,8
Frame temperature rise ODE (K)	56,3	58,5	59,8	60,5	62,0	63,0	63,4
Ambient temperature ($^{\circ}\text{C}$)	26,2	26,5	26,6	26,8	27,4	28,0	27,9
Torque (N.m)	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00
Power input (kW)	24,19	24,04	24,02	24,14	24,07	24,07	24,00
Current (A)	113,06	111,41	111,20	111,73	111,52	111,38	111,20
Voltage (V)	216,02	216,00	216,32	216,43	216,21	216,50	216,28
Speed (rpm)	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1799,0

Winding resistance at shut down ($\text{m}\Omega$)	0,0609
Time delay after shut down (S)	39
Ambient temperature ($^{\circ}\text{C}$)	28,2
Temperature rise (K)	38,7

3.5- Load test $V_e = 216\text{ V}$

Measurement	1	2	3	4	5	6	7
Output torque (Nm)	145,00	138,00	119,00	83,00	58,00	30,00	1,00
Corrected output torque (N.m)	146,13	139,13	120,13	84,13	59,13	31,13	2,13
Input power (kW)	30,08	27	23,88	18,16	12,33	7,073	6,849
Line current (A)	151,60	131,13	112,67	84,21	57,78	35,20	45,43
Speed (rpm)	1798	1799	1800	1799	1799	1799	1801
Corrected efficiency	0,955	0,9548	0,948	0,9313	0,903	0,829	0,059
Direct efficiency	0,908	0,963	0,939	0,861	0,886	0,799	0,028
Power factor	0,918	0,954	0,977	0,997	0,989	0,930	0,699
Ambient temperature ($^{\circ}\text{C}$)	28,2	-	-	-	-	-	28,2
Line voltage(V)	216,14	215,75	216,97	216,31	215,74	216,14	215,66
Winding resistance ($\text{m}\Omega$)	0,0609	-	-	-	-	-	0,0616
Slip(pu)	0,0011	0,0006	0,0000	0,0006	0,0006	0,0006	-0,0006

Average resistance ($\text{m}\Omega$)	0,0613
Temperature rise (K)	40,41

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 8 of 10
-------	-------------	--

3.6-Running test $V_e=264$ V

Time	0	30	60	90	120	150	180	210
Frame temperature DE (K)	70,4	73,8	79,3	80,6	82,7	85,4	89,0	90,1
Frame temperature ODE (K)	61,2	64,3	68,7	70,1	71,8	73,6	77,1	78,2
Ambient Temperature (°C)	25,0	26,2	26,0	26,5	26,7	26,9	28,0	28,0
Torque (N.m)	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00	119,00
Power input (kW)	24,75	24,71	24,62	24,65	24,62	24,65	24,61	24,62
Current (A)	94,99	95,15	95,21	95,39	95,69	95,25	96,21	96,47
Voltage (V)	264,10	264,10	264,00	264,10	264,40	267,50	264,10	264,60
Speed (rpm)	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0	1800,0

Winding resistance at shut down (mΩ)	0,0659
Time delay after shut down (S)	26
Ambient temperature (°C)	29,1
Temperature rise (K)	62,5

3.7- Load test $V_e = 264$ V

Measurement	1	2	3	4	5	6	7
Output torque (Nm)	-	138,00	119,00	86,00	59,00	30,00	1,00
Corrected output torque (N.m)	-	139,13	120,13	87,13	60,13	31,13	2,13
Input power (kW)	-	28,37	24,42	19,56	13,54	8,561	3,522
Line current (A)	-	112,17	95,21	75,65	52,42	33,94	18,39
Speed (rpm)	-	1800	1800	1800	1800	1800	1800
Corrected efficiency	-	0,924	0,927	0,878	0,837	0,685	0,114
Direct efficiency	-	0,917	0,919	0,859	0,821	0,661	0,054
Power factor	-	0,960	0,970	0,975	0,977	0,958	0,726
Ambient temperature (°C)	-	-	-	-	-	-	29,11
Line voltage(V)	-	263,36	264,44	265,19	264,35	263,25	263,84
Winding resistance (mΩ)	-	0,0659	-	-	-	-	0,0664
Slip(pu)	-	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Average resistance (mΩ)	0,0662
Temperature rise (K)	63,75

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 9 of 10
-------	-------------	--

4 – MAXIMUM TORQUE

The behavior of Written Pole™ motor with continuous increased load is presented in Figure 4.

Maximum torque test was used to verify the torque performance. As shown in Figure 4, the maximum torque at normal conditions is around 165 Nm (about 1.39 pu), the current measured at this point is 146 A (about 1.45 pu) and the speed was constant at 1800 rpm during the test.

5- CONCLUSION

Tests results have confirmed Precise Power Corporation's performance claims for the Written Pole™ with internal rotor design while operated in laboratory conditions: the motor presented high efficiency, high power factor and exceptional low starting current. The efficiency values presented small variations (less than 5%) in the power range between 0.75 to 1.16 pu, when the voltage variation was within $\pm 10\%$.

UNIAP	TEST REPORT	TR nº : 406/2000-R Page nº: 10 of 10
-------	-------------	---

MAXIMUM TORQUE 30 HP WRITTEN-POLE MOTOR - INTERNAL ROTOR

Figure 4

C Informações Adicionais Sobre o MMPI

C.1 Comparação de Desempenhos entre o MMPI e o Motor Trifásico Operando Via Conversor de Fase Rotativo

Na tabela C.1, é mostrada uma comparação entre desempenhos típicos apresentados, em vários níveis de potência, de MMPI e de motores de indução trifásicos convencionais acionados por meio de conversores de fase rotativos, com ambos conectados a uma rede monofásica de 230V/60Hz.

Tabela C.1 – Desempenhos do MMPI e do motor de indução trifásico acionado via conversor rotativo, conectados a uma rede monofásica de 230V/60Hz.

Tipo de motor	MMPI	3Ø	MMPI	3Ø	MMPI	3Ø	MMPI	3Ø	MMPI	3Ø
Potência nominal (cv)	20		30		40		50		60	
Velocidade (RPM)	3600	3525	3600	3560	3600	3560	3600	3560	3600	3565
Eficiência (%)	92	85	92,4	85	92,4	85	93	85	93	85
Fator de potência	1	0,875	1	0,905	1	0,905	1	0,905	1	0,905
Potência a plena carga (kW)	16	22	24	32	32	43	40	53	48	64
Torque a plena carga (Nm)	39,3	40,1	58,3	60	78,6	79,3	98,97	99,92	118	120
Torque de partida (Nm)	51	62	80	117	102	142	129	119	152	144
Corrente a plena carga (A)	69	93	104	133	138	177	173	219	206	265
Corrente de partida (A)	130	580	204	870	218	1160	312	1450	364	1740
Tempo máximo de partida (s)	600	12	600	12	600	12	600	12	600	12
Capacidade rotativa inercial (s)	15	0,1	15	0,1	15	0,1	15	0,1	15	0,1
Inércia máxima de carga (Nm ²)	124	4,96	124	12,81	240	16,54	264	20,26	289	24

C.2 Comparativo entre a Utilização do MMPI e Outras Tecnologias Monofásicas

A tabela C.2 mostra uma comparação entre a aplicação de um MMPI e outras formas de acionamento da bomba de 40cv através de uma linha monofásica.

O fabricante cita algumas vantagens, tais como: uma significativa redução de custos com energia, da ordem de 20% para os motores elétricos e 80% para a máquina de combustão; a solução do problema da queda de tensão; e, outras vantagens operacionais.

Tabela C.2 – Operação de uma bomba de 40cv utilizando-se um MMPI, motores trifásicos com conversores de fase ou motor de combustão interna.

Aplicação: Bomba d'água de 40 cv, trabalhando 2000 horas anuais.

Energia Elétrica Disponível: Monofásica, 60 Hz, 240V a US\$0,05 por kWh.

Descrição do Sistema: A. MMPI;

B. Conversor de fase rotativo e motor trifásico;

C. Conversor de fase estático e motor trifásico;

D. Motor de combustão interna (combustível a US\$1.50/galão).

ITEM	A	B	C	D
1. Preço inicial	US\$9,500.00	US\$11,000.00	US\$12,000.00	US\$10,000.00
2. Vida útil (anos)	25	15	15	10
3. Capacidade rotativa inercial	15s	Não	Não	Não
4. Eficiência	94%	75%	85%	35%
5. Fator de poluição do ar	6%	25%	15%	65%
6. Nível de ruído	70dBa	80dBa	75dBa	90dBa
7. Consumo por hora	31.9kWh	40kWh	35.3kWh	5 gal
8. Custo do consumo por hora	US\$1.59	US\$2.00	US\$1.77	US\$7.50
9. Depreciação anual	US\$380.00	US\$730.00	US\$800.00	US\$1,000.00
10. Custo do consumo por ano	US\$3,180.00	US\$4,000.00	US\$3,540.00	US\$15,000.00
11. Custo anual com manutenção	US\$100.00	US\$100.00	US\$100.00	US\$500.00
12. Custo total anual	US\$3,660.00	US\$4,830.00	US\$4,440.00	US\$16,500.00

C.3 Comparativo entre a Utilização do MMPI e Tecnologias Trifásicas

Já a tabela C.3 mostra a comparação entre o MMPI e outras formas de acionamento da bomba de 40cv através de uma linha de alimentação trifásica.

Desta vez, o fabricante indica as seguintes vantagens: redução dos custos com energia da ordem de 5%; mesmo apresentando um custo inicial maior que o motor trifásico, o MMPI não necessita da construção da linha trifásica, o que neste caso resultou em uma economia de US\$ 75,000.00; a maior capacidade de acionar cargas com alta inércia; e maior eficiência.

Tabela C.3 – Operação de uma bomba de 40 cv usando se um MMPI ou motores trifásicos.

Aplicação: Bomba d'água de 40cv, trabalhando 8000 horas anuais e 5km distante da linha trifásica.

Energia Elétrica Disponível: 60 Hz, 240V a US\$0,05 por kWh.

Descrição do Sistema: A. MMPI;

B. Motor trifásico com partida direta;

C. Motor trifásico com partida estrela-triângulo.

	A	B	C
1. Eficiência		94%	92%
2. Corrente a plena carga		132A – 1Ø*	92A – 3Ø**
3. Corrente de partida		264A – 1Ø*	736A – 3Ø**
4. Torque de partida		1.4 x Tn***	1.6 x Tn***
5. Capacidade Inercial de Partida		413 Nm ²	16.5 Nm ²
6. Velocidade nominal		3600 RPM	3540 RPM
7. Custo do motor e controle		US\$9,500.00	US\$7,500.00
8. Custo com ramal trifásico		0	US\$75,000.00
9. Custo inicial		US\$9,500.00	US\$82,500.00
10. Vida útil estimada		25 anos	10 anos
11. Depreciação anual		US\$380.00	US\$750.00
12. Custo do consumo anual		US\$12,765.00	US\$13,043.00
13. Custo total anual		US\$13,145.00	US\$13,794.00

* 1Ø = Monofásico; ** 3Ø = Trifásico; *** Tn = Torque nominal.

O fabricante ainda salienta que, comparando-se apenas os preços dos motores, o MMPI terá um custo mais alto, contudo, se analisarmos não só o motor, mas o ramal de alimentação, os acessórios e os acionamentos necessários para cada solução, o MMPI poderá ser a solução mais econômica.

C.4 Exemplos de Testes em Campo

Após o seu desenvolvimento, os MMPI foram inicialmente testados em laboratório. Posteriormente, a *Precise Power Corporation Inc.* – PPC em parceria com o *Electric Power Research Institute* – EPRI e a *National Rural Electric Cooperative Association* – NRECA deram início a testes em campo destes motores nos EUA e no Canadá.

Fazenda de criação de suínos – Oklahoma – EUA [HANNAH (1997)]

Os pesquisadores do fabricante utilizaram uma fazenda de suínos para a realização dos testes. Um motor de 20cv, 2 pólos, 230V foi enviado para o local de testes para aplicação em bombeamento de água com 4% de nitratos dos chiqueiros para a irrigação de pastos. Anteriormente o fazendeiro utilizava um motor monofásico convencional de 2cv, o que era insuficiente. Depois o fazendeiro passou a usar um trator com um eixo PTO para acionar a bomba.

Esta fazenda situa-se a 27 km da subestação mais próxima e 11 km distante da linha trifásica, sendo o custo total para a extensão trifásica estimado em US\$210,000.00.

Os pesquisadores que realizaram os testes, segundo a bibliografia, utilizaram um registrador Rustrak Ranger para monitorar a tensão e a corrente do motor e um analisador de distorções harmônicas Fluke modelo 41a para monitorar o fator de potência de partida e operação e distorções harmônicas. Os dados foram amostrados no instante da partida (0s) e nos instantes 35s, 60s e 90s após a partida que correspondem aos instantes de rotor travado, entrada no modo síncrono, entrada no modo de serviço e plena carga, respectivamente.

Foram tomados os dados da carga de bombeamento para checar as condições de partida e esta foi estimada em 16cv.

Resultados

Durante as condições de rotor bloqueado o motor funciona como um motor de partida suave com uma corrente de partida no valor de 1,8 pu e a oscilação da tensão foi da ordem de 4,5%. A distorção harmônica de tensão foi de 1,4% e o fator de potência na partida foi unitário.

Aproximadamente 35s após a partida o motor entra no modo síncrono, neste momento o motor emite um ruído característico. A forma de onda da corrente é distorcida à medida que os pólos são impressos na camada magnética do rotor. Os níveis de distorção harmônica se elevam para 3,1% para a tensão e 35,1% para a corrente. O fator de potência eleva-se para 32% adiantado por um breve instante até que o capacitor de partida seja desconectado.

Quando o motor está na velocidade síncrona, 45s após a partida, os níveis de distorção harmônica de tensão e corrente começam a regredir, caindo para 2,5% a distorção harmônica de tensão e para 10,7% a distorção harmônica de corrente e o fator de potência sobe para 73% adiantado.

O MMPI levou cerca de 1,5 minuto para acelerar a bomba até a velocidade síncrona, quando este começa a operar no modo de serviço com um fator de potência 86% adiantado e com um retorno harmônico de 2,3% para a tensão e 7,2% para a corrente.

Os dados descritos são mostrados na tabela C.4:

Tabela C.4 – Dados amostrados em campo nos instantes 0s, 35s, 60s e 90s que correspondem às situações de rotor bloqueado, entrada em modo síncrono, entrada em modo de serviço e regime permanente, respectivamente.

	0s	35s	60s	90s
Tensão RMS (V)	111.7	121.7	119.1	118.7
Corrente RMS (A)	119	32.4	44.8	55.2
Pico de Potência (kW)	25.4	7.6	10.5	12.7
Fator de Potência (%)	100	-32	-73	-86
Distorções Harmônicas de Tensão (%)	1.4	3.1	2.5	2.3
Distorções Harmônicas de Corrente (%)	6.9	35.1	10.7	7.2

Fazenda de arroz – Arkansas – EUA [PPC (1997)]

Nesta fazenda de cultivo de arroz em nível a água deverá ser bombeada para um charco de 20 a 30 polegadas de profundidade através de uma bomba vertical com um tubo de recalque de 10 polegadas de diâmetro.

Substituindo um motor a diesel, um MMPI de 30cv e 2 pólos foi conectado através de correia a uma transmissão de engrenagens, acionando a bomba a 1850RPM através de uma rede monofásica de 240V/60Hz e com um limite de corrente nominal de 100A.

O regime de operação é de 1000 a 2000 horas anuais, contudo, para a coleta de dados o motor ficou permanentemente ligado durante 1060 horas.

De acordo com os dados coletados:

- A queda de tensão na rede de distribuição foi de 2V, de 248V com a rede em vazio para 246V durante a operação do MMPI;
- Corrente nominal de 98A;
- Corrente de partida de 200A;
- Tempo de partida de 1 minuto.

Bomba de petróleo – Manitoba – Canadá [DALE & DENNIS (1997)]

Nesta aplicação não rural, um MMPI de rotor externo de 20cv irá substituir um conjunto de motor trifásico de 10cv e conversor de fases no acionamento de uma bomba de cilindro móvel com contra-peso em um poço de petróleo, conforme ilustra a figura C.1.

A partida deste tipo de bomba necessita de um torque substancial para mover o sistema do contrapeso e dar início à operação de bombeamento e após a partida, devido à oscilação do contrapeso, hora o motor traciona o sistema, hora ele é tracio-

nado por este. Desta forma, esta carga/não-carga cíclica tende a gerar sobreaquecimento no motor e desgaste nos elementos mecânicos do sistema.

Além disto, esta aplicação mostra-se particularmente interessante devido as características ambientais do local de instalação, que sujeitará o motor a temperaturas de até 35° C no verão e -40° C no inverno.

Figura C.1 – MMPI de 20cv instalado em um poço de petróleo.

O local de teste é alimentado com uma linha de transmissão monofásica de 12,9 km a um nível de tensão de 25kV, terminando em um transformador de 15kVA que reduz a tensão para 240V no local da instalação.

Na partida foi registrada uma queda de 1,4% na tensão da linha de transmissão, enquanto o MMPI absorvia aproximadamente 145A. Para este nível de perturbação da tensão, a concessionária local permite um numero ilimitado de partidas por hora.

O MMPI apresentou uma temperatura interna de aproximadamente 35° C acima da temperatura ambiente e em relação ao seu rendimento, houve uma redução no consumo de energia avaliada entre 5 a 10%, o que é significativo pelo fato deste superdimensionado. A sua alta inércia resultou em uma partida mais suave e uma operação mais estável do sistema, ocasionando na diminuição do desgaste dos componentes mecânicos.

O MMPI em questão foi mantido em operação durante 4 meses, período este, em que foram monitorados parâmetros críticos como a temperatura ambiente, temperatura dos enrolamentos e a entrada de energia para avaliar o seu rendimento e determinar a sua aceitabilidade para este tipo de aplicação.

C.5 Considerações Finais [PPC (1997)]

Finalmente, vejamos algumas considerações do fabricante a respeito do MMPI:

- O MMPI é um motor monofásico de grande porte que excede a performance operativa dos motores de indução convencionais;
- As vantagens de performance do MMPI incluem corrente de partida baixa, alta eficiência e fator de potência praticamente unitário;
- Os testes em campo indicam que os MMPI podem ser aplicados ao longo de linhas monofásicas já existentes;
- Por ser um produto novo, a manutenção e sua confiabilidade só poderão ser verificadas com o tempo;
- O MMPI oferece ao consumidor uma solução de baixo custo de operação no acionamento de motores monofásicos de potências elevadas, sem a necessidade de melhorias na linha de distribuição;
- O MMPI representa uma nova ferramenta para os engenheiros de distribuição utilizarem ao suprir necessidades de consumidores elétricos rurais.
- E ainda, o uso em larga escala do MMPI pode expandir o mercado de energia elétrica nas áreas rurais onde há o domínio da rede monofásica.

D Validação do Modelo Matemático do Torque de Histerese

Na validação do modelo matemático do torque de histerese, proposto na Seção 4.4, tomaremos como base a afirmação de ROTERS (1947), que diz: “Adotando-se um campo magnético senoidal, a intensidade do torque no rotor será proporcional ao produto entre a componente fundamental da força magnetomotriz do estator, pela componente fundamental da intensidade de campo do rotor e pelo seno do ângulo α .”.

Desta forma, consideraremos o termo $\left(\frac{Z_p}{2} \cdot \frac{1}{L_{ms}} \right)$ e a intensidade dos fluxos como tendo valor unitário, assim o valor do torque de histerese deverá ser igual ao seno do ângulo de histerese.

Para validarmos o modelo, compararemos o valor obtido para o torque para diferentes valores do ângulo de histerese e verificaremos se estes são iguais aos respectivos senos.

Figura D.1 – Estrutura de simulação do modelo matemático do torque de histerese.

A estrutura de simulação montada a partir do modelo do torque de histerese é ilustrada pela figura D.1, onde os fluxos senoidais do estator de amplitude unitária são gerados pelos blocos em azul, o ângulo de histerese e os fluxos do rotor são gerados pelos blocos em vermelho e a equação [4.27] é representada em verde.

Figura D.2 – Fluxos estatórico e histerético e torque de histerese gerado.

Figura D.3 – Curvas do torque de histerese gerado para vários valores do ângulo de histerese.

A figura D.2 ilustra o comportamento dinâmico dos fluxos dos enrolamentos principais do estator e do rotor, evidenciando a defasagem referente ao ângulo de histerese, que neste caso é de 60° , bem como o torque de histerese gerado, o qual apresentou um valor constante igual ao seno do ângulo de histerese.

E a figura D.3 mostra as curvas do torque gerado para diversos valores do ângulo de histerese, onde podemos notar a igualdade do torque gerado com o seno do ângulo de histerese. Sendo assim, podemos considerar como validado modelo matemático do torque de histerese proposto.

Podemos ainda ressaltar que a representação dos efeitos da histerese apenas por uma defasagem entre os campos magnéticos do estator e do rotor, equivale a aproximarmos o ciclo de histerese a uma elipse. A figura D.4 apresenta a elipse representativa do ciclo de histerese para um ângulo de histerese de 60° .

Figura D.4 – Elipse representativa do ciclo de histerese para $\alpha=60^\circ$.

E Parâmetros de um Motor Trifásico de Rotor Bobinado

A seguir, temos os dados enviados pela WEG Indústrias de um motor de indução trifásico de rotor enrolado.

WEG Industrias - Maquinas - Engenharia do Produto						M I T
Resultado do Calculo						Versao:02.a
Mod:FAF200L	Pot:22.0	(kW)	Tensao:380	(V)	Pol:4	Freq:60.0 (Hz)
Desempenho						
	Vazio	25%	50%	75%	100%	125%
Pot Abs:	.95	6.50	12.15	17.86	23.73	29.76 (kW)
Rotacao:	1800.0	1791.9	1784.0	1775.7	1767.1	1757.9 (rpm)
I1	: 21.48	23.61	28.61	35.43	43.38	52.21 (A)
Rend	:	84.14	90.11	91.69	92.01	91.78 (%)
Cos Phi:	0.067	0.418	0.645	0.766	0.831	0.866 (pu)
Perdas Nominiais						
Pj1	:0.57 (kW)	30.2%	Pj2	:0.41 (kW)	22.0%	
pfe	:0.59 (kW)	31.2%	Pmec	:0.19 (kW)	10.3%	
Ps	:0.12 (kW)	6.3%	Pt	:1.88 (kW)	100.0%	
Densidades Nominiais						
J1	:3.41 (A/mm2)		J2	:3.19 (A/mm2)		
Dados Nominiais						
Cn	:118.0 (Nm)		J	:.307 (kgm2)		
Partida Teorica						
Cp/Cn	:1.45 (pu)		Ip/In	:7.56 (pu)	Cos phi:	0.301 (pu)
Maximo/Minimo/Sincrono						
Cmax/Cn:	4.13 (pu)		Imax/In:	5.19 (pu)	nmax	:1506.4 (rpm)
Cmin/cn:	1.45 (pu)					
Secundario						
U2	:311.9 (V)		I2	:42.7 (A)		
Circuto Equivalente por fase - s=0 - 140 °C						
R1	:.1004E+00 (Ohms)		R2	:.1065E+00 (Ohms)	Rfe	:.2376E+03 (Ohms)
X1	:.2608E+00 (Ohms)		X2	:.3885E+00 (Ohms)	Xm	:.1000E+02 (Ohms)
Rs	:.1359E-03 (Ohms)					
* todos os valores em ohms estão referidos ao estator *						
kz	:.1420E+01 (pu)					relação de transformação de impedância.
ke	:.1192E+01 (pu)					relação de transformação de tensão.
ki	:.8392E+00 (pu)					relação de transformação de corrente.

F Conteúdo do CD

O CD que acompanha este trabalho está organizado da seguinte maneira:

F.1 Diretório Dissertação

Contém os arquivos de cada capítulo desta dissertação, no formato PDF (*Portable Document Format*) e com o nome correspondente ao utilizado no sumário.

F.2 Diretório Simulação

Este diretório contém os arquivos utilizados em todas as simulações computacionais, feitas no software Matlab/SimulinkTM versão 6.0.0.88 Release 12, apresentadas neste trabalho e é dividido nos seguintes subdiretórios:

Subdiretório MMPI

Contém os arquivos correspondentes à simulação computacional apresentada no Capítulo 6, sendo:

- Os arquivos MMPI_B.mdl e MMPI_M.mdl correspondentes às estruturas de simulação bifásica e monofásica;
- O arquivo Par30cv.m correspondente aos parâmetros do MMPI;
- E os arquivos SwF.m, SwH.m e Vfs30cv.m correspondentes às *S-Functions* utilizadas pela estrutura de simulação.

Subdiretório MSMPIP

Contém os arquivos correspondentes à simulação computacional apresentada no Capítulo 7, sendo:

- Os arquivos MSMPIP_B.mdl e MSMPIP_M.mdl correspondentes às estruturas de simulação bifásica e monofásica;
- E, o arquivo Par30cv.m correspondente aos parâmetros do MSMPIP.

Subdiretório Torque de Histerese

Contém os arquivos correspondentes à simulação computacional apresentada no Apêndice D, sendo:

- O arquivo modth.mdl correspondente à estrutura de simulação.