

USP

Campus de São Carlos

**CONTROLE NÃO LINEAR APLICADO
A PROCESSOS DE LINGOTAMENTO
CONTÍNUO DE TIRAS**

Autor: Renato Rosa do Nascimento

Orientadora: Profa. Dra. Vilma Alves de Oliveira

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica

**Controle não linear aplicado a processos de lingotamento
contínuo de tiras**

Renato Rosa do Nascimento

Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para a
obtenção do título de mestre em
Engenharia Elétrica

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 07/05/02

Ass.: 

Orientadora: Prof. Dra. Vilma Alves de Oliveira

São Carlos
2002



DEDALUS - Acervo - EESC



31100036948

| | |
|--------|----------|
| Class. | TESE |
| Cott. | 3873 |
| Tempo | T0116/02 |

ot 1245855

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca EESC/USP

N244c

Nascimento, Renato Rosa do
Controle não linear aplicado a processos de
lingotamento contínuo de tiras / Renato Rosa do
Nascimento. -- São Carlos, 2002.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2002.

Área : Engenharia Elétrica.

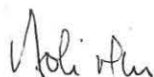
Orientador: Profa. Dra. Vilma Alves de Oliveira.

1. Lingotamento contínuo. 2. Rolos duplos.
3. Lógica fuzzy. 4. Modelos fuzzy T-S. 5. Controle
não-linear. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

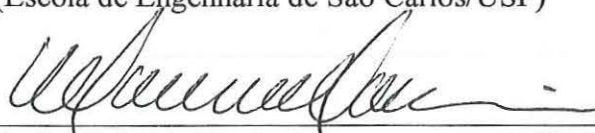
Candidato: Engenheiro **RENATO ROSA DO NASCIMENTO**

Dissertação defendida e julgada em 18-02-2002 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Assoc. **VILMA ALVES DE OLIVEIRA (Orientadora)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO



Prof. Adj. **MARCELO CARVALHO MINHOTO TEIXEIRA**
(UNESP – Campus de Ilha Solteira)

APROVADO.



Prof. Tit. **HAROLDO RODRIGUES DE AZEVEDO**
(Universidade Federal de Uberlândia – UFU)

APROVADO



Prof. Doutor **MURILO ARAUJO ROMERO**
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica



JOSÉ CARLOS A. CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*Dedico este trabalho a minha amada
Mãe, Joana D'arc Rosa.*

Agradecimentos

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

À professora Vilma Alves de Oliveira pela precisa e dedicada orientação deste trabalho.

Aos Amigos do Laboratório de Controle, Natache Arrifano, Josemar dos Santos, Vinicius Andrade, Bento Rodrigues, Wilson Jr., Nelson Peruzzi, Rosolem, Eduardo.

À Keithy Juliane de Oliveira pelo incentivo, paciência, companheirismo e momentos felizes.

Aos meus tios Maria Rosa de Almeida e Alceu Almeida pelo apoio e carinho fornecido durante toda a minha vida acadêmica.

Ao Ameixa por compartilhar inúmeras vezes o seu apartamento comigo.

À equipe do IPT-DIMET por suas valiosas sugestões e importantes contribuições para elaboração deste trabalho.

Aos funcionários das bibliotecas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo pela disposição no atendimento.

E a Deus acima de tudo.

Sumário

| | |
|-----------------------|----|
| Lista de Figuras..... | v |
| Lista de Tabelas..... | ix |
| Resumo..... | x |
| Abstract..... | xi |

Capítulo 1 – Descrição do processo LCT-RD

| | |
|--|----|
| 1.1. Introdução..... | 1 |
| 1.2. Descrição do processo de lingotamento contínuo..... | 4 |
| 1.3. Obtenção de tiras finas de aço..... | 8 |
| 1.4. Evolução das máquinas de lingotamento contínuo..... | 10 |
| 1.5. Descrição da planta LCT-RD..... | 11 |
| 1.6. Objetivo do trabalho..... | 16 |

Capítulo 2 – Revisão bibliográfica

| | |
|---|----|
| 2.1. Controle PI com ganho adaptativo..... | 18 |
| 2.2. Controle preditivo e controle PID mestre/escravo..... | 20 |
| 2.3. Controle não-linear e linear com sintonia em tempo real..... | 21 |
| 2.4. Controle H_{∞} | 21 |
| 2.5. Controle robusto..... | 22 |
| 2.6. Controle fuzzy..... | 22 |

| | | |
|---|--|----|
| 2.7. | Controle fuzzy adaptativo..... | 24 |
| 2.8. | Controle ótimo..... | 24 |
| | | |
| Capítulo 3 – Modelagem e configuração de controle do processo | | |
| 3.1 | Processo LCT-RD..... | 26 |
| 3.1.1 | Modelo do nível de aço no tundish intermediário..... | 26 |
| 3.1.2 | Modelo do nível de aço entre os rolos de laminação..... | 29 |
| 3.2 | Atuador hidráulico..... | 32 |
| 3.3 | Modelagem do erro..... | 36 |
| 3.4 | Configuração de controle do nível de aço no processo LCT-RD..... | 37 |
| | | |
| Capítulo 4 – Controlador fuzzy baseado no modelo Mamdani | | |
| 4.1 | A lógica fuzzy..... | 39 |
| 4.2 | Modelo fuzzy Mamdani..... | 39 |
| 4.2.1 | Arquitetura do modelo fuzzy Mamdani..... | 43 |
| 4.2.2 | A fuzzificação..... | 44 |
| 4.2.3 | Base de conhecimento..... | 47 |
| 4.2.4 | Máquina de inferência..... | 49 |
| 4.2.5 | A defuzzificação..... | 50 |
| 4.3 | Estabilidade do controlador fuzzy..... | 51 |
| 4.3.1 | Análise da estabilidade do processo LCT-RD..... | 53 |

| | |
|---|--|
| Capítulo 5 - Controlador fuzzy baseado no modelo Takagi-Sugeno | |
| 5.1 | Modelo Takagi-Sugeno.....61 |
| 5.2 | Controladores fuzzy T-S.....65 |
| 5.3 | Condições básicas de estabilidade.....67 |
| 5.4 | Projeto de controladores fuzzy com LMIs.....70 |
| 5.4.1 | Estabilidade.....70 |
| 5.4.2 | Taxa de decaimento.....72 |
| 5.5 | Projeto de um controlador fuzzy com custo garantido para sistemas não-lineares incertos.....73 |
| 5.5.1 | Análise da estabilidade de controlador fuzzy global para sistemas não-lineares incertos.....78 |
| 5.6 | Modelo T-S para o processo LCT-RD.....81 |
| 5.7 | Modelo T-S com incerteza paramétrica para o processo LCT-RD.....88 |
| Capítulo 6 - Controladores baseados em técnicas de linearização por realimentação | |
| 6.1 | Estratégia de controle linearização por realimentação.....89 |
| 6.1.1 | Linearização do tipo entrada-estado para sistemas monovariáveis (SISO).....90 |
| 6.1.2 | Condições para linearização entrada- estado.....91 |
| 6.2 | Linearização do sistema de nível do processo LCT-RD....93 |
| 6.3 | Unidade de controle fuzzy.....100 |

Capítulo 7 – Resultados de simulação

7.1 Casos de simulação.....104

7.2 Plataformas industriais que utilizam controladores
fuzzy.....128

Capítulo 8 – Conclusões.....134

Referências bibliográficas.....137

Apêndice A – Rotinas Matlab do projeto do controlador fuzzy.....143

Lista de Figuras

- Figura 1** Princípio básico do lingotamento contínuo
- Figura 2** Máquina de lingotamento contínuo
- Figura 3** Configurações típicas para o *tundish*
- Figura 4** Fluxograma de uma laminação contínua
- Figura 5** Principais configurações de máquinas de LC
- Figura 6** Esquema da planta piloto de LCT-RD instalada no IPT-SP
- Figura 7** Processo de laminação do aço fundido
- Figura 8** Volume de aço fundido no *tundish* intermediário
- Figura 9** Volume de aço fundido entre os dois rolos de laminação
- Figura 10** Diagrama de blocos do atuador eletro-hidráulico
- Figura 11** Diagrama de bloco completo do atuador eletro-hidráulico
- Figura 12** Variação do erro de modelagem
- Figura 13** Estrutura de controle do processo LCT-RD
- Figura 14** Configuração do modelo fuzzy Mamdani
- Figura 15** Função de pertinência da entrada: erro do nível
- Figura 16** Função de pertinência da entrada: variação do erro
- Figura 17** Função de pertinência da entrada: nível de aço no *tundish* intermediário
- Figura 18** Função de pertinência da saída: tensão de entrada na válvula tampão
- Figura 19** Estrutura de controle do sistema fuzzy Mamdani

-
- Figura 20** Análise da estabilidade do controlador fuzzy do tipo Mamdani
- Figura 21** Diagrama de bloco do controle do nível de aço no processo LCT-RD, usando o modelo fuzzy T-S
- Figura 22** Funções de pertinência para as regras 1,2 e 3 do controlador Fuzzy T-S
- Figura 23** Diagrama de bloco do controle linearização por realimentação
- Figura 24** Função de pertinência da entrada: erro do nível
- Figura 25** Função de pertinência da entrada: variação do erro
- Figura 26** Função de pertinência da saída: tensão na entrada da válvula tampão
- Figura 27** Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação na vazão de saída Q_{o2}
- Figura 28** Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário com perturbação na vazão de saída Q_{o2}
- Figura 29** Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação na vazão de saída Q_{o2}
- Figura 30** Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação.

-
- Figura 31** Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação
- Figura 32** Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação
- Figura 33** Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com erros de medição
- Figura 34** Simulação nível do aço fundido no *tundish* intermediário com erros de medição
- Figura 35** Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de medição
- Figura 36** Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com erros de modelagem
- Figura 37** Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário com erros de modelagem
- Figura 38** Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de modelagem
- Figura 39** Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de modelagem, controlador fuzzy
- Figura 40** Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani

-
- Figura 41** Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani
- Figura 42** Simulação do deslocamento da válvula tampão utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani
- Figura 43** Simulação da tensão de saída do controlador fuzzy com os modelos T-S e Mamdani.
- Figura 44** Simulação do nível de aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação na velocidade dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.
- Figura 45** Simulação do nível de aço fundido no *tundish* intermediário com perturbação na velocidade dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.
- Figura 46** Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação na velocidade de rotação dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.
- Figura 47** Simulação da tensão de saída do controlador fuzzy com os modelos T-S.

Lista de Tabelas

| | |
|-----------------|---|
| Tabela 1 | Parâmetros do regulador PI adaptativo |
| Tabela 2 | Base de regras do controlador fuzzy |
| Tabela 3 | Base de regras da unidade de controle fuzzy |
| Tabela 4 | Parâmetros do atuador hidráulico |
| Tabela 5 | Parâmetros do <i>tundish</i> intermediário |
| Tabela 6 | Características dos blocos funcionais fuzzy |

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo explorar o uso de técnicas de controle avançadas na indústria siderúrgica. Propõe-se uma estratégia de controle do nível do aço da piscina formada entre os rolos de um sistema lingotamento contínuo de tiras (LCT) utilizando a tecnologia *twin-roll* (rolos duplos). O processo LCT rolos duplos tem por finalidade a produção de tiras solidificadas de espessura constante sob uma força de separação entre os rolos também constante. O nível do aço bem como a força de separação são as variáveis mais críticas para a produção de tiras de aço de alta qualidade. O nível pode ser controlado usando a entrada de aço ou a velocidade de laminação. Entretanto, a velocidade de laminação é usualmente utilizada para regular a força de separação entre os rolos. A estratégia de controle proposta inclui a incorporação de um *tundish* intermediário submerso na piscina. O controle do nível é então feito a partir da saída de aço do *tundish* intermediário. Consideramos as técnicas de controle linearizante por realimentação de estado e de controle fuzzy usando ambos os modelos Takagi-Sugeno (T-S) e Mamdani. Resultados de simulação são apresentados para uma planta instalada no Instituto de Pesquisa Tecnológica (IPT) de São Paulo, divisão de metalurgia (DIMET).

Palavras-Chave: Lingotamento contínuo; rolos duplos; lógica fuzzy; modelos fuzzy T-S; controle não-linear.

Abstract

The aim of this work is to explore the use of advanced control techniques in the metallurgical industry. A control strategy to regulate the molten steel level of a strip-casting process is proposed. The process produces a solidified strip of constant thickness given by the roll gap under a constant roll separation force. Along with the molten steel level the roll separation force are the most critical process variables. The molten steel level may be controlled using the tundish output flow or the casting speed. However, the casting speed is usually used to control the roll force separation. In the control strategy proposed it is incorporated an intermediary tundish submerge into the pool between the rotating rolls to improve the strip thickness uniformity. The molten steel level is thus controlled by the intermediary tundish output flow. Conventional PI, feedback linearizing plus a fuzzy control term and a fuzzy controller in a cascade configuration are considered. Simulation results are presented considering the real system parameters of a plant installed at the Instituto de Pesquisa Tecnológica (IPT) de São Paulo, Divisão de Metalurgia (DIMET).

Keywords: Continuous casting process; twin roll; fuzzy logic; T-S fuzzy models; non-linear control.

Capítulo 1

Descrição do processo LCT

Este capítulo apresenta o processo de lingotamento contínuo de tiras finas de aço, utilizando a tecnologia de rolos duplos (LCT-RD) assim como a evolução das máquinas de lingotamento contínuo (LC) nos últimos 30 anos. Será apresentada a descrição da planta LCT-RD do Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo que será utilizada no desenvolvimento deste trabalho. Serão abordados os principais problemas associados à produção de tiras de aço no processo LCT-RD.

1.1 Introdução

O crescimento e a evolução de novos materiais têm impulsionado a indústria siderúrgica a uma revisão dos processos em uso, bem como ao desenvolvimento de novas tecnologias, visando assegurar sua competitividade em futuro próximo. No setor siderúrgico de produtos planos, o desenvolvimento de novos processos, principalmente as tecnologias de lingotamento contínuo de tiras de pequena espessura, conjugadas a unidades de laminação mais compactas, tornou economicamente viável a produção de produtos planos em instalações de menor capacidade de produção [1]. Algumas definições são importantes para a compreensão do presente trabalho.

A ABNT classifica como chapa ou tira fina de aço ao carbono, o produto de aço sem adição de elementos de liga, com o máximo de 1.65%

de manganês, 0.60% de silício e 0.60% de cobre, laminado, plano, de largura maior que 300 mm e de espessura entre 0.3 e 6.0 mm. Quanto às dimensões do produto, são classificados como tiras, os produtos planos laminados a quente entre 0.3 e 6.0 mm de espessura com até 420 mm de largura, enquanto as chapas finas seriam aqueles produtos com largura maior que 420 mm [2].

A tecnologia de lingotamento contínuo (LC) tem evoluído aceleradamente nos últimos anos. Uma das principais vertentes do processo de evolução foi a utilização do conceito *twin roll* (rolos duplos). A incorporação do conceito rolos duplos ao processo de lingotamento contínuo surgiu do interesse na produção de tiras de aço diretamente do aço fundido, simplificando desta forma o processo de produção de tiras finas de aço. Esta tecnologia implantada incorpora diversos componentes podendo provocar um impacto significativo na qualidade do produto, aliado à máxima produtividade, permitindo também uma redução significativa do custo de fabricação, e dessa forma, aumentando a competitividade das companhias de siderurgia nacional frente ao mercado internacional [3].

Até meados da década de 60 as empresas do ramo de siderurgia utilizavam o processo de lingotamento estático, neste processo o aço fundido era depositado em moldes, chamados de lingoteras, onde sua forma e seu volume eram pré-definidos.

A partir do lingotamento contínuo utilizando a tecnologia LCT-RD pode-se obter tiras finas de aço diretamente da laminação através de dois rolos giratórios.

Entre as vantagens do LCT-RD sobre o lingotamento contínuo convencional e estático pode-se citar: redução no consumo de energia, melhor rendimento, redução no esforço de trabalho, diminuição na emissão de poluentes ao meio ambiente, melhoria da qualidade do produto, redução de prazos de entrega, etc. Como desvantagens pode-se destacar o grande número de variáveis associadas ao processo, a dificuldade em garantir a uniformidade da tira, a exigência de uma sincronização perfeita nas diversas etapas de produção, etc [4].

A idéia original do lingotamento contínuo de tiras finas de aço utilizando a tecnologia de rolos duplos foi proposta pela primeira vez no século XIX, quando Henry Besser patenteou um laminador de aço fundido utilizando dois rolos duplos que giravam em sentido oposto efetuando assim a laminação do metal. Esta idéia, no entanto não foi colocada em prática na época devido ao pouco desenvolvimento tecnológico do período, principalmente no campo de sensores e devido à carência de recursos computacionais capazes de processar algoritmos utilizando técnicas de controle avançadas. Entretanto, a possibilidade de utilizar a tecnologia LCT-RD, tem recentemente sido revista, e muitos países já estão envolvidos no desenvolvimento desta técnica sendo que algumas das plantas existentes já estão em funcionamento [5].

Neste contexto, está instalada no Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo no Departamento de Metalurgia (IPT-DIMET) uma máquina de lingotamento contínuo de tiras finas de aço utilizando a tecnologia de rolos duplos, em escala de laboratório. Esta planta protótipo tem capacidade de

produzir tiras de até 1 mm de espessura e esta servirá como suporte a este trabalho no desenvolvimento de novas técnicas de controle aplicadas na regulação do nível de aço [6].

1.2 Descrição do processo de lingotamento contínuo

O princípio básico de funcionamento do processo de LC de aço é baseado no aço líquido terminando dentro de um molde circundado por água fria e aberto na superfície. O molde apresenta comprimentos de 500 mm à 1200 mm e uma seção quadrada usualmente de 150 mm². O material formador do molde deve apresentar uma boa condutividade térmica e um pequeno coeficiente de distorção térmica. Geralmente utiliza-se uma liga de prata, cromo e zinco devido as suas propriedades físico-químicas. A Figura 1 ilustra este princípio.

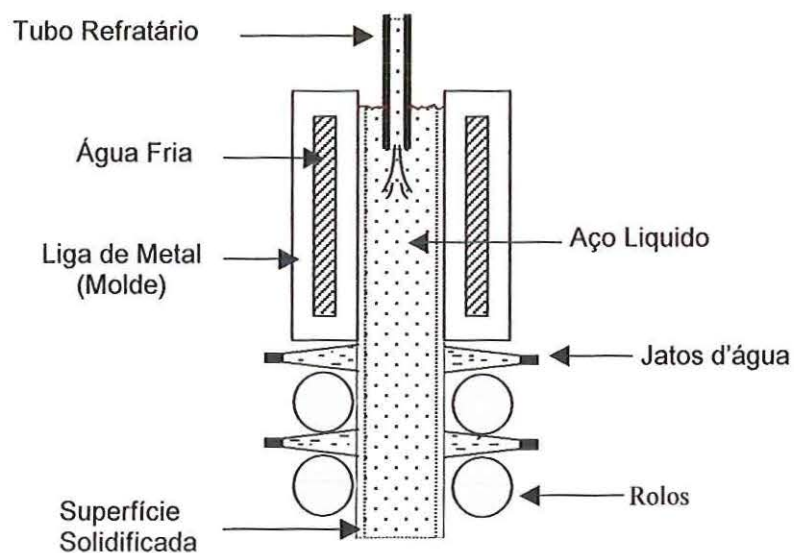


Figura 1 – Princípio básico do LC.

A transferência de calor do aço para a água fria provoca a imediata solidificação da superfície do aço fundido e sua espessura é determinada pela largura do molde. Dois princípios fundamentais devem ser obedecidos para que a solidificação ocorra por completo dentro dos moldes:

1. O aço deve apresentar um movimento descendente suficientemente rápido para que a solidificação ocorra em um círculo de oscilação.
2. Um lubrificante (ex. óleo sintético) tem de ser usado na superfície das barras de solidificação para facilitar o seu escoamento pelo molde.

Ao sair do molde o aço ainda apresenta uma solidificação fraca, sua superfície é maleável e esta característica é extremamente importante, pois evita que a tira de aço se quebre, interrompendo desta forma o processo. O aço é em seguida arrastado por rolos com uma velocidade constante, sofrendo um novo processo de refrigeração através de jatos d'água. Verifica-se nesta etapa que a superfície da tira se reduz sensivelmente. A Figura 2 ilustra o funcionamento de uma moderna máquina de lingotamento contínuo, onde podem ser visualizadas as várias etapas do processo. Outros possíveis projetos de máquinas de lingotamento contínuo serão apresentados na Seção 1.4 deste capítulo.

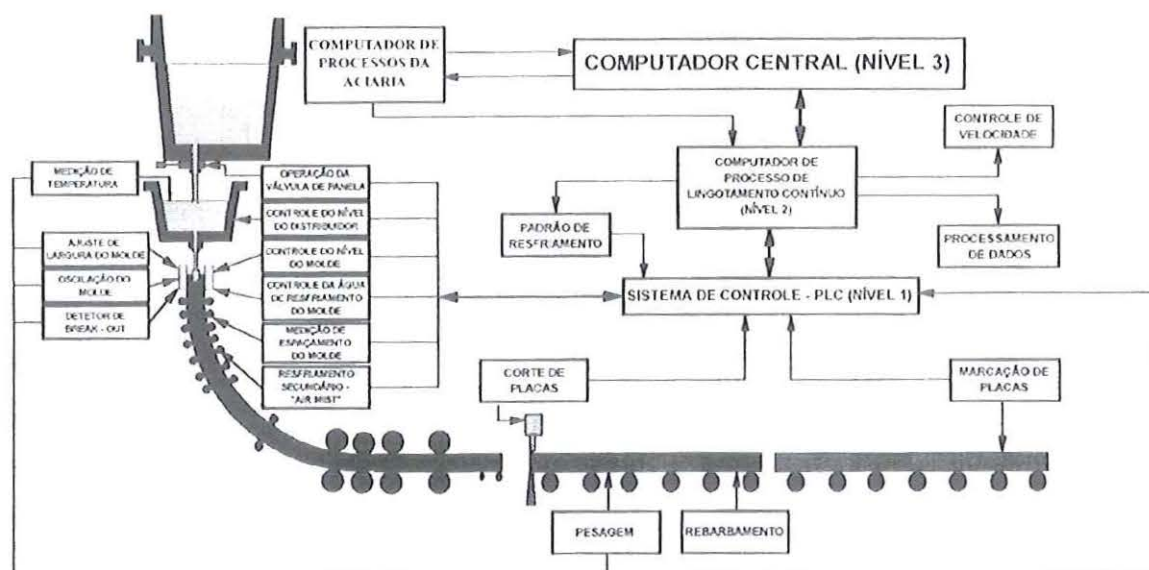


Figura 2 – Máquina de lingotamento contínuo [7].

O aço líquido proveniente de um forno de indução é depositado em um *tundish*, distribuidor intermediário, e em seguida com um mecanismo de válvula tampão o aço líquido é conduzido até o molde por meio de um tubo refratário com o objetivo de evitar a reoxidação, provocada pelo contato do aço com o ar atmosférico. Nesta fase é comum haver mais de uma unidade de lingotamento contínuo operando em paralelo. Uma das principais funções do *tundish* é facilitar o controle da distribuição do aço entre os moldes do processo de lingotamento contínuo. O projeto e a configuração do *tundish* dependem do número de moldes e da distância entre os mesmos. Existem no mercado máquinas com o número de moldes variando de um a oito que podem ser alimentados com aço por um ou dois *tundishes* dependendo da distância entre eles. As principais configurações são mostradas na Figura 3.

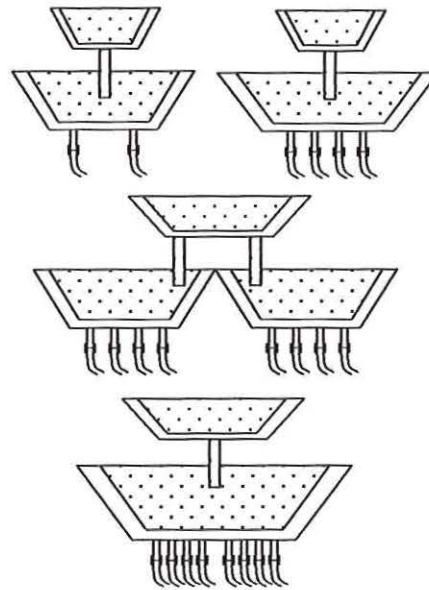


Figura 3 – Configurações típicas para o *tundish*.

A tira de aço é então encaminhada à posição horizontal, arrastada pelos rolos, chegando ao final do processo completamente solidificada. O processo de solidificação da tira depende principalmente da velocidade de lingotamento, da condição de refrigeração e da espessura do produto. Geralmente as máquinas de lingotamento contínuo operam com uma velocidade de 0.1 m/min à 1.3 m/min. O raio de curvatura dos lingotes de aço no processo apresenta-se na faixa de 8 a 12 m e em muitas máquinas a posição de solidificação pode atingir de 30 a 40 m a partir do menisco. O aço atinge o ponto final da máquina onde é cortado em dimensões préestabelecidas [8].

O processo de lingotamento contínuo fornece como produto final os tarugos de aço com dimensões definidas pelo molde. Para obter tiras finas de aço, estes tarugos devem passar por uma nova etapa de fabricação. Esta fase é detalhada a seguir.

1.3 Obtenção de tiras finas de aço

As placas ao rubro ao saírem do lingotamento contínuo são levadas ao pátio de placas para o resfriamento até atingir a temperatura ambiente, sendo depois colocadas nas áreas de escarfagem para inspeção e remoção dos defeitos de superfície. Os defeitos de superfície são marcados a giz pelo inspetor e removidos com maçarico a oxiacetilênio ou oxiopropano.

Uma operação típica reduz no trem preparador uma placa de 250 mm de espessura e 10 metros de comprimento a um esboço com 25 a 35 mm de espessura e com 75 a 100 metros de extensão. A seguir, a peça intermediária passa por 5 a 7 cadeiras acabadoras para obter-se o produto final com 1.2 a 20 mm de espessura.

As diversas operações no manuseio das placas são apresentadas a seguir e através da Figura 4 pode-se visualizar as etapas do processo de obtenção de tiras finas de aço [9].

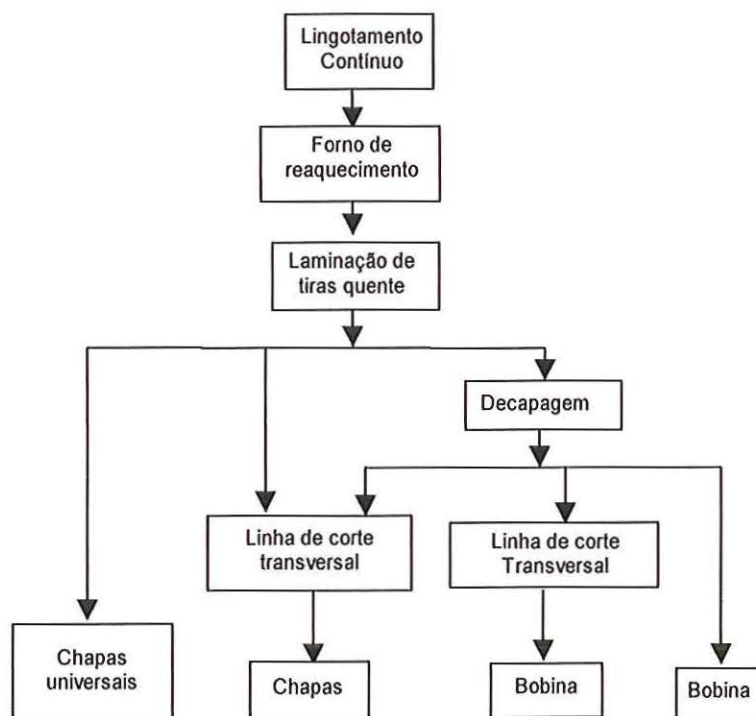


Figura 4 – Fluxograma de uma laminação contínua.

1. Transporte de uma pilha de placas para a área de resfriamento.
2. Transporte das pilhas resfriadas para a zona de escafoagem.
3. Transporte das placas individuais para o local de escafoagem.
4. Virar a placa para inspeção e escafoagem da outra face.
5. Empilhamento das placas condicionadas.
6. Transporte para a ala de carregamento dos fornos.
7. Empilhamento das placas aguardando carregamento.
8. Transporte para as mesas de alimentação dos fornos.

Mais recentemente, com o LC, faz-se o carregamento direto dos fornos de reauecimento, aproveitando-se o calor.

1.4 Evolução das máquinas de lingotamento contínuo

Inicialmente o lingotamento contínuo era totalmente vertical, entretanto este tipo de processo requeria uma altura considerável para obter uma razoável taxa de produção, e com o rápido desenvolvimento dos métodos de obtenção do aço, podendo ser gerado uma quantidade de aproximadamente 400 toneladas por hora, fez-se necessário aumentar a eficiência nas máquinas de lingotamento. Na Figura 5 são mostradas as diferentes configurações das máquinas de lingotamento contínuo, desenvolvidas nos últimos 30 anos.

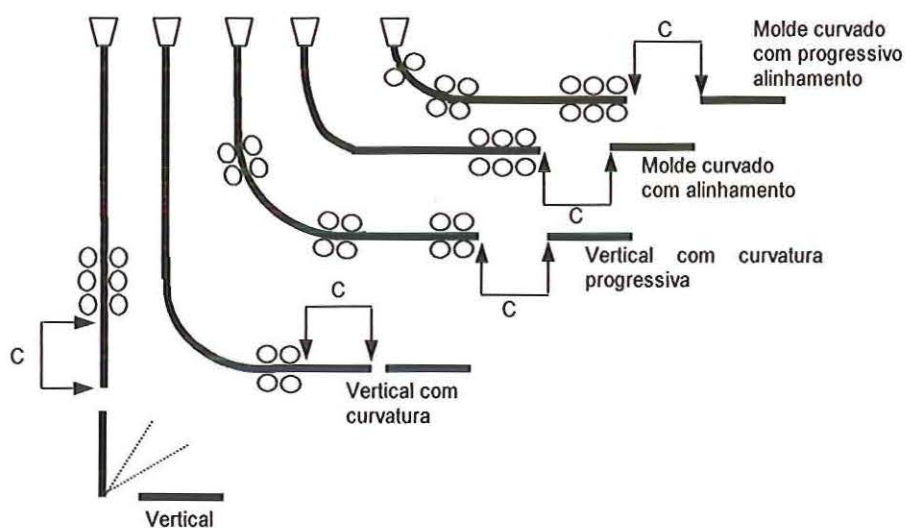


Figura 5 – Principais configurações de máquinas de LC.

As principais desvantagens da utilização do lingotamento vertical são enumeradas a seguir [8]:

1. Alturas excessivas para produzir razoáveis taxas de produção.
2. Custos extras na construção de estruturas de fixação do processo.
3. O sistema mecânico necessário para colocar os lingotes de aço na posição horizontal é complexo e caro.
4. Necessidade de sistema mecânico para suporte dos rolos, devido a grande força ferroestática causada pela altura da máquina.

1.5 Descrição da planta LCT-RD

O processo LCT-RD instalado no IPT produz tiras finas de aço, de até 1 mm de espessura a partir de uma máquina, com a concepção apresentada na Figura 6. A máquina é composta basicamente de um forno de indução para a fundição do aço, um *tundish* para alimentação do metal líquido, dois rolos giratórios que promovem a laminação do aço, um *tundish* intermediário colocado entre os rolos com o objetivo de reduzir oscilações na superfície do aço, uma esteira para transporte das tiras de aço, bobinadeira para armazenamento do produto final, e um completo sistema de refrigeração.

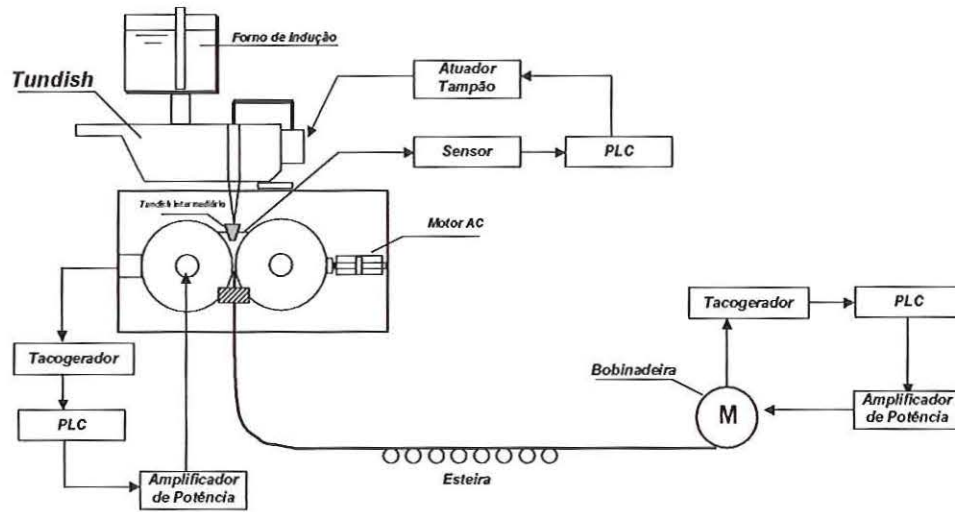


Figura 6 – Esquema da planta piloto de LCT-RD instalada no IPT-SP.

O aço no estado sólido é fundido em um forno de indução. Ao atingir a temperatura ideal de aproximadamente 1700 °C, o aço é conduzido até o *tundish*. O modo como o aço é depositado entre os rolos de laminação é um problema que precisa ser considerado, para se produzir tiras de espessura uniforme e de boa qualidade. Se o aço fundido for depositado diretamente nos rolos podem ocorrer turbulências na superfície da piscina, podendo provocar desde o transbordamento até uma má formação das tiras. Além disso, o envio de aço para os rolos deve ser mantido constante para que não haja flutuações no ponto de colapso (ponto de solidificação) formado, prejudicando assim a boa homogeneidade das tiras.

Desta forma, para solucionar o problema da turbulência na superfície da piscina, o IPT propôs a inclusão de um *tundish* submerso localizado entre os rolos de laminação. Este dispositivo é formado por um recipiente

refratário dotado de orifício que direciona o metal para a superfície dos rolos laminadores que giram em sentidos opostos. Através de uma válvula tampão de acionamento previamente controlado o metal líquido é transferido para o tanque, formando uma piscina entre os rolos [10].

A distância entre os rolos determina a espessura da tira e a velocidade dos mesmos é um dos fatores determinantes na qualidade da tira produzida. A tira de aço já se encontra na sua espessura final após o processo de laminação que ocorre nos rolos giratórios. Um arco é então formado entre a saída da tira dos rolos e a entrada da mesma na esteira. Na esteira, a tira de aço é borrifada com jatos d'água, diminuindo sua temperatura, e determinando a característica de dureza do material. Finalmente, na saída da esteira, a tira de aço entra em uma bobinadeira, finalizando o processo [11].

A planta LCT-RD do IPT possui um conjunto de controladores lógicos programáveis (CLP's) operando em conjunto com um programa supervisorio, formando o conjunto de automação do processo.

O programa supervisorio para o processo de lingotamento contínuo foi desenvolvido na plataforma Elipse for windows. Sensores distribuídos pela planta têm seus sinais condicionados para os CLP's. Estes possuem um programa internamente executado, o qual é responsável pela tomada de decisão do sistema de automação.

O motor que movimenta os rolos de laminação é de corrente contínua (CC) com 45 kw de potência e o motor da bobinadeira, também CC, é de 28.4 kw. Estes dois motores são acionados por retificadores trifásicos

totalmente controlados. A esteira possui dois motores de corrente alternada (CA), de potência de 1.5 kw, acionados por inversores.

Pode-se identificar diversas malhas de controle na planta LCT-RD do IPT. São elas: controle dos rolos de laminação, controle do nível e temperatura do aço dentro do *tundish*, controle do arco de saída da tira e controle do bobinamento. A mais importante unidade de controle é o de laminação, Figura 7. Esta unidade de controle pode ser dividida em três sub controles: controle do nível de aço fundido formado entre os rolos; controle da distância entre os rolos e controle da força de separação entre os rolos.

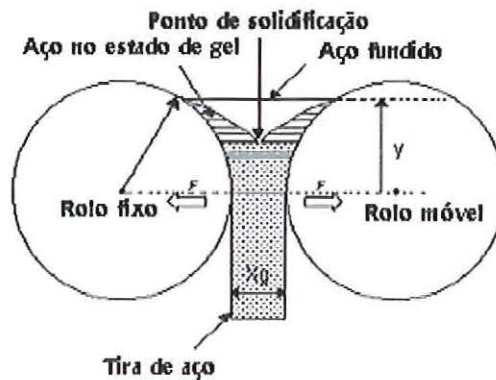


Figura 7 - Processo de laminação do aço fundido.

O aço fundido depositado entre os rolos se solidifica rapidamente na sua superfície, esta solidificação pode comprometer a espessura da tira. A falta de controle nesta unidade pode fazer com que o nível de aço se eleve provocando o transbordamento do metal, e quando isso não ocorre pode haver um aumento da superfície do aço em contato com o ar, acelerando sua solidificação e danificando a espessura desejada do produto final.

Durante a operação normal, a altura do nível de aço é fixada em um valor previamente definido, denominado ponto de colapso. Se a altura do ponto de colapso sofrer alterações durante o processo a tira de aço será comprometida na sua espessura e qualidade. A unidade de controle da força regula a força entre os rolos garantindo uma uniformidade na estrutura cristalina do aço. Estas três estruturas de controle estão acopladas mutuamente, descrevendo um sistema com característica altamente não linear [12], [13].

O presente trabalho enfoca o controle do nível de aço fundido entre os rolos, este é considerado o controle mais crítico para a produção de tiras de aço com alta qualidade.

A grande dificuldade neste controle decorre de fortes não linearidades na dinâmica do sistema somado a vários tipos de perturbações como excentricidade do rolo, mudanças nas bordas do rolo, atrasos nas medições, ruídos nos sensores, etc. Sob estas condições é extremamente difícil o controle do nível de aço fundido utilizando unicamente algoritmos de controle proporcional, integral e derivativo (PID).

1.6 Objetivo do trabalho

O objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de um controlador não linear, para regular o nível do aço no processo de lingotamento contínuo de tiras. O controlador deve apresentar características de robustez, além de possuir uma estrutura de controle simples. Através de estudos já realizados e baseando-se em trabalhos já publicados [14], optamos por trabalhar com técnicas de controle *fuzzy* comparadas a técnicas de controle não linear, linearização por realimentação, e convencionais.

A lógica *fuzzy* oferece uma alternativa atraente para o desenvolvimento de controladores para plantas cujos parâmetros variam ou em plantas difíceis de serem descritas ou modeladas com precisão pois controladores *fuzzy* são projetados baseados na descrição heurística do processo. Muitas destas plantas apresentam resultados ruins quando são controladas por métodos convencionais, mas podem apresentar excelentes resultados com o uso de controladores *fuzzy*. Sistemas que utilizam controladores baseados em regras *fuzzy* podem apresentar uma estrutura semelhante às estruturas clássicas de controle [15]. Isto asseguraria as principais características do controlador, a simplicidade em sua estrutura de controle, e o bom desempenho frente à não linearidade do sistema.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma revisão geral das diferentes técnicas de controle normalmente utilizadas na regulação do nível de aço no processo de lingotamento contínuo.

A revisão aqui apresentada não se limita apenas à estratégia de controle do nível do aço no processo em que a tecnologia de rolos duplos é empregada, mas sim em todo o contexto do lingotamento contínuo. Isto porque existem poucos trabalhos publicados referentes à tecnologia de rolos duplos no processo de lingotamento contínuo.

2 Controle do processo de lingotamento contínuo

As técnicas de controle convencionais proporcional, integral e derivativo PID têm sido largamente utilizadas em plantas de produção de aço em todo o mundo e até os dias atuais ocupa uma posição de destaque no setor industrial siderúrgico onde constantes estudos têm sido desenvolvidos afim de melhorar seu desempenho. Entretanto devido aos enormes benefícios alcançados pelas indústrias siderúrgicas mundiais, com a precisão no controle do nível de aço, pôde-se observar um grande impacto econômico com o desenvolvimento e aplicação de novas técnicas de controle no processo LC. Métodos alternativos baseados no conhecimento experimental do processo têm sido propostos, visando incorporar

características de controle não linear à estratégia de controle do nível de aço no processo LC. Em particular, aplicações envolvendo lógica fuzzy têm sido cada vez mais numerosas.

As seções seguintes reportam uma série de publicações sobre a utilização do controle PID e de técnicas avançadas de controle no processo LC.

2.1 Controle PI com ganho adaptativo

A referência [16] apresenta uma comparação entre o controle PI convencional e um controle PI adaptativo, aplicado na regulação do nível de aço em um processo LC. O controle proposto PI utiliza identificação paramétrica em tempo real, supondo o sistema descrito por um modelo paramétrico ARX. O ganho proporcional K_p e a constante de tempo integral T_i do controle PI adaptativo mudam de valor de acordo com o comprimento da barra de aço fundida e com o valor absoluto do erro entre o nível medido e seu valor desejado. As constantes K_p e T_i são escolhidas segundo o seguinte algoritmo.

Dado: C = comprimento L = largura

Se valor absoluto do erro $\leq 6mm$

$$\text{Faça } K_p = \begin{cases} 0.045 * (C - 1.2) + 0.22 & \text{se } 1.2m \leq C \leq 2.2m \\ 0.265 & \text{se } 2.2m \leq C \leq 2.4m \end{cases}$$

Senão se valor do erro $> 6mm$ faça

$$K_p = 0.7$$

$$T_i : T_i = \frac{(C-1.2)}{0.6} + 8 \quad \text{se } 1.2m \leq C \leq 2.4m$$

Os valores estimados baseados em medições entrada-saída e os valores calculados K_p e T_i são listados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros do controle PI adaptativo.

| $ Erro $ (mm) | C (m) | Valor de projeto K_p | Valor de projeto T_i | Valor estimado K_p | Valor estimado T_i |
|------------------|------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 2.38 | 2.273 | 0.265 | 9.79 | 0.250 | 7.69 |
| 4.34 | 2.212 | 0.265 | 9.69 | 0.239 | 8.23 |
| 5.75 | 1.363 | 0.227 | 8.27 | 0.223 | 7.11 |
| 8.75 | 1.889 | 0.362 | 9.15 | 0.389 | 8.53 |
| 9.63 | 1.909 | 0.421 | 9.18 | 0.396 | 8.31 |

O desempenho do controle do nível de aço em malha fechada foi verificado via simulações feita com o programa SIMNOM, programa utilizado pela companhia siderúrgica SIDMAR na Bélgica para simular o processo LC. Os parâmetros do sistema de nível são variantes no tempo e com fortes não linearidades devido a uma série de perturbações inerentes ao sistema, aliadas às altas temperaturas do processo. Verificou-se que o controlador PI com ganho proporcional fixo e tempo de integração fixo não apresentava resultados satisfatórios para esta complexa situação. Entretanto, o

controlador PI com ganhos adaptativos apresentou bons resultados como verificado em [16].

2.2 Controle preditivo e controle PID mestre/escravo

O trabalho descrito em [17] apresenta uma comparação entre dois métodos de controle, Controle Preditivo Baseado em Modelo e Controle PID Mestre/Escravo.

Controle preditivo baseado em modelo: este método apresenta excelentes resultados de rejeição a perturbações, mas necessita de um complicado programa de controle com grande esforço computacional com períodos de amostragem de 0.1 s além da necessidade de um modelo preciso do processo.

Controladores do tipo PID operando em uma configuração mestre/escravo: esta estratégia de controle assegura uma parcial eliminação dos efeitos das variações do ganho K do processo LC, K corresponde ao ganho CC da função de transferência entre a posição da válvula tampão e a vazão do fluxo de aço, e uma rápida rejeição aos distúrbios na vazão de saída do processo. Entretanto, uma melhoria eficiente do desempenho e robustez, necessitaria de um controle auto ajustável e isso implicaria adição de novos algoritmos.

2.3 Controle não-linear e linear com sintonia em tempo real

A referência [18] descreve uma aplicação de controle avançado para o nível em um molde de um processo LC conduzindo a um condicionamento do sistema de controle do nível da BHP Steel, Rod and Bar Products Division, Austrália. Uma identificação cuidadosa do modelo físico do processo é feita devido à presença de não-linearidades no sistema. Três diferentes estratégias de controle são aplicadas e avaliadas, controle PI com compensação de oscilações devido a não linearidades descontínuas, controle linear e não linear em cascata. Este trabalho ainda descreve os passos da implementação das técnicas de controle avançado, incluindo medidas de segurança, prototipagem, ajuste em tempo real e avaliação econômica. O trabalho resulta em um completo condicionamento de um sistema existente e a instalação de uma unidade de controle avançado que permite realizar qualquer uma das três alternativas do projeto.

2.4 Controle H_∞

Na referência [19] propõe-se um projeto de controle H_∞ para regular o nível de aço no processo LC. O projeto do controlador H_∞ é considerado para garantir rejeição de perturbação e estabilidade robusta. O projeto do controlador H_∞ apresenta funções de entrada ponderadas para as perturbações com a finalidade de ajustar as características do sistema em médias frequências e em malha fechada.

Os exemplos numéricos mostram que o controlador H_∞ apresenta resultados de desempenho bem superiores aos controladores convencionais que não utilizam as funções de ponderação da entrada de perturbação do sistema. Os resultados dos testes experimentais mostram que as flutuações do nível com o controlador H_∞ são bem mais baixas quando comparadas aos resultados com controle convencional tipo PID.

2.5 Controle robusto

O trabalho [20] apresenta um novo método de controle para regular o nível de aço fundido em um processo LC. Um controlador baseado em observador é empregado para estimar o distúrbio no fluxo de entrada o qual altera o equilíbrio no nível do molde. O esquema de controle é baseado na estimação e cancelamento do distúrbio no fluxo de entrada utilizando um observador para o distúrbio. O observador é utilizado em associação com um controlador PI. Esta configuração de controle possibilita um caminho direto e intuitivo para projetar o controlador, em adição ao alto desempenho que se pode conseguir. Este método de controle tem sido aplicado com sucesso nos sistemas de controle de nível em vários processos LC.

2.6 Controle fuzzy

A referência [21] apresenta uma aplicação da lógica fuzzy no controle do nível no processo LC. O princípio da estratégia é o uso de um controle

PID, que responde satisfatoriamente em muitos casos, e o uso de um controlador fuzzy, quando ocorrem perturbações em que o controle convencional PID não consegue atuar.

Através da realização de diversas simulações com o controlador PID em que são adicionados ruídos na medida do nível, é efetuado um mapeamento de parâmetros, como variações do erro, em que são distinguidas regiões consideradas normais pelo operador e outras onde se observa a presença de sobresinal. Com base neste mapeamento a seguinte estratégia de chaveamento pode ser implementada:

Se o sistema opera normalmente

Então selecione controle PID

Caso contrário

Ative o controlador fuzzy.

O controlador fuzzy foi desenvolvido utilizando o modelo Mamdani e é projetado com base no conhecimento experimental do processo. Este modelo utiliza o fuzzificador *singleton* e o defuzzificador centro de área. A inferência lingüística fuzzy é realizada aplicando a operação de max-min. A base de regras difusas consiste em um conjunto de regras SE – ENTÃO.

As simulações foram realizadas utilizando o programa SIMULINK, e os resultados mostram o bom desempenho do controlador fuzzy. Pôde-se observar uma redução de 40% no sobresinal do nível e o tempo de resposta foi reduzido a 1/3 do valor observado sem o controlador fuzzy.

2.7 Controle fuzzy adaptativo

A referência [14] apresenta um controle fuzzy adaptativo adicionado a um controle linearizante e a um termo de chaveamento para regular o nível de aço no processo LCT-RD. O controlador proposto adota uma estrutura de controle fuzzy adaptativa a qual apresenta um desempenho superior às técnicas de controle baseadas em redes neurais. O controlador é robusto devido a sua representação fuzzy e é adaptativo devido a sua capacidade de auto-ajuste de seus parâmetros. Para compensar erros de modelagem, o termo de chaveamento também chamado de controle supervisor, é adicionado à lei de controle para garantir $e \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Combinando todos estes termos o controlador proposto é capaz de levar a zero o erro em regime permanente assintoticamente, com robustez e com capacidade de adaptação, esta inerente a um controlador fuzzy adaptativo.

2.8 Controle ótimo

O trabalho [22] faz uma análise matemática do processo LC dividindo-o em cinco partes críticas: nível do aço fundido entre os rolos de laminação, processo de solidificação do aço, força e torque de separação entre os rolos de laminação, dinâmica dos rolos de laminação e a dinâmica associada à variação da distância entre os rolos de laminação. São propostos dois níveis de controle distintos. Nível baixo de controle: três controladores locais controlam três subsistemas independentes. Há uma estrutura de controle

variável para o nível de aço fundido entre os rolos de laminação, um controle preditivo adaptativo para a distância entre os rolos de laminação, a qual está diretamente relacionada com a espessura da tira de aço, e um controle robusto para a velocidade dos rolos de laminação. Nível alto de controle: um controle ótimo H_2 controla a dinâmica de interações entre subsistemas e gera um sinal de referência para o controle da velocidade de rotação dos rolos de laminação de modo que a força de separação entre os rolos de laminação seja mantida constante. No projeto do nível alto de controle a planta LC foi linearizada em um ponto de operação sendo usados estimativas de parâmetros e métodos de quantificação de incertezas.

Capítulo 3

Modelagem e configuração de controle do processo

Neste capítulo será apresentado o modelo matemático que descreve o processo LCT-RD e o atuador hidráulico e, uma análise da estratégia de controle utilizada para regular o nível do aço entre os rolos de laminação deste processo. Serão analisados os possíveis erros de modelagem que compõem a estrutura do sistema para assegurar um modelo do sistema o mais próximo do real.

3.1 Processo LCT-RD

No desenvolvimento do modelo matemático foi considerado o aço fundido como sendo um fluido ideal, fluido incompressível. O sistema pode ser descrito como um sistema não-linear baseado na equação de continuidade do aço fundido e na equação de Bernoulli. A seguir é apresentado o modelo do processo LCT-RD composto pelo *tundish* intermediário e rolos de laminação.

3.1.1 Modelo do nível de aço no *tundish* intermediário

A dinâmica do nível de aço fundido no *tundish* intermediário é representada pela equação da continuidade descrita a seguir:

$$Q_i - Q_{o1} = \frac{dV_1}{dt}, \quad (3.1)$$

onde Q_i e Q_{o1} correspondem às vazões de entrada e saída do aço no *tundish* intermediário e V_1 é definido como o volume total de aço depositado no *tundish* intermediário. A Figura 8 ilustra a geometria do processo.

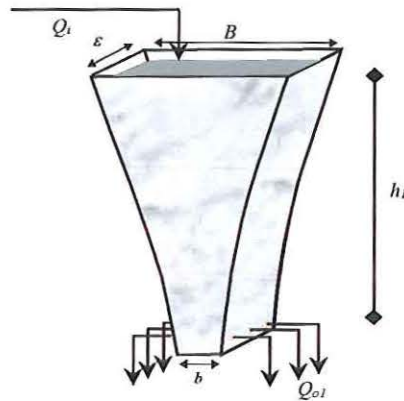


Figura 8 – Volume de aço fundido no *tundish* intermediário.

O volume V_1 pode ser obtido calculando a área ocupada pelo aço no *tundish* intermediário (S_1) pela espessura do *tundish* (ϵ):

$$V_1 = S_1 \epsilon. \quad (3.2)$$

A área S_1 é calculada como sendo a área de um trapézio dada por:

$$S_1 = \frac{(B + b)h_1}{2} \quad (3.3)$$

$$A_T = \frac{(B+b)\varepsilon}{2} \quad (3.4)$$

onde B , b , h_1 correspondem às bases e a altura do nível de aço no *tundish* intermediário, respectivamente. Considerando A_T como sendo a área média da seção transversal do *tundish* intermediário podemos obter a seguinte expressão:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_T}(Q_i - Q_{o1}). \quad (3.5)$$

onde

$$Q_i = c_f d \quad (3.6)$$

$$Q_{o1} = K\sqrt{h_1} \quad (3.7)$$

com

$$K = n_f A_f \sqrt{2g}$$

$$A_f = \pi r^2$$

sendo c_f definido como coeficiente de vazão, d posição da válvula tampão, n_f e r número e raio dos furos e g aceleração da gravidade [23].

O volume V_2 pode ser obtido calculando a área ocupada pelo aço entre os rolos (S_2) pelo comprimento L dos rolos:

$$V_2 = 2S_2L. \quad (3.9)$$

A área S_2 é dado por:

$$S_2 = \int_0^y \left[\frac{x_g}{2} + R - \sqrt{R^2 - h_2^2} \right] dy \quad (3.10)$$

onde x_g , h_2 e R correspondem à distância entre os rolos de laminação, o nível de aço entre os rolos de laminação e ao raio dos rolos laminação, respectivamente. Assim tem-se:

$$\frac{dV_2}{dt} = [(x_g + 2R) - 2\sqrt{R^2 - h_2^2}] \frac{dh_2}{dt} L. \quad (3.11)$$

Definem-se:

$$A_r(x_g, h_2) = [(x_g + 2R) - 2\sqrt{R^2 - h_2^2}] \quad (3.12)$$

$$M(x_g, h_2) = A_r(x_g, h_2)L. \quad (3.13)$$

Substituindo as equações (3.12) e (3.13) em (3.11) e utilizando a equação de continuidade (3.8), obtém-se:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{M(x_g, h_2)} (Q_{o1} - Q_{o2}(x_g, v_r)). \quad (3.14)$$

A Equação (3.16) descreve o comportamento do nível de aço fundido (h_2) em função da vazão de saída $Q_{o2}(x_g, v_r)$ [14].

O fluxo de saída Q_{o2} é determinado utilizando a equação de Bernoulli:

$$Q_{o2}(x_g, v_r) = Lx_g v_r \quad (3.15)$$

onde v_r corresponde a velocidade dos rolos de laminação.

O sistema pode ser representado na forma de espaço de estado definindo-se $x_1 = h_1$ e $x_2 = h_2$. Desta forma tem-se:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-k\sqrt{x_1}}{A_T} \\ \frac{[k\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{M(x_2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} Q_i. \quad (3.16)$$

3.2 Atuador Hidráulico

O distribuidor de aço fundido, conta com um sistema de válvula tampão para o controle da vazão de entrada do aço nos rolos de laminação, esta válvula possui uma malha de controle específica cujo objetivo principal é proporcionar uma vazão de entrada de forma a regular o nível de aço entre os rolos de laminação em um valor preestabelecido, como apresentado no Capítulo 1. Assim sendo, a vazão de entrada Q_i é considerada como uma variável de controle no desenvolvimento do projeto.

O sistema de válvula tampão responsável pelo controle da vazão de entrada do aço nos rolos de laminação é acionado por um atuador eletro-hidráulico. Este sistema é comandado por sinais de baixo consumo de energia e controlam com precisão os movimentos de cilindro e motores hidráulicos de mecânica pesada, garantindo elevado desempenho em tarefas que exigem um controle preciso de posição e força.

A estrutura básica proposta para o sistema de válvula tampão é a de um mecanismo cuja entrada é um sinal de tensão elétrica e a saída é o posicionamento de uma carga acoplada à haste de um cilindro hidráulico [24].

Será utilizada uma abordagem simplificada de modo a obter relações matemáticas descritivas do processo do tipo linear. Entretanto, na prática de projetos de mecanismos eletro-hidráulico tem-se verificado um comportamento não ideal devido a não linearidades intrínsecas a este sistema [25]. Assim, para a obtenção de um modelo simplificado algumas considerações devem ser adotadas: Os efeitos de compressibilidade e

viscosidade do fluido hidráulico são desconsiderados, a dinâmica não-linear do sistema é aproximada por uma dinâmica linear e algumas não linearidades foram desprezadas e, o sinal de controle deve ser considerado como uma fonte ideal [26].

O atuador eletro-hidráulico utilizado neste trabalho é mostrado no diagrama de blocos representado na Figura 10.

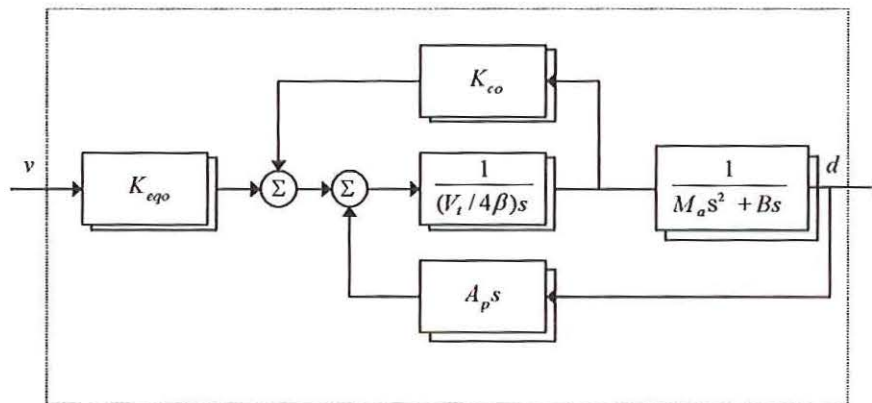


Figura 10 – Diagrama de blocos do atuador eletro-hidráulico.

Através do diagrama de bloco, Figura 10, pode-se obter a função de transferência entre a posição da válvula tampão (d) e a tensão (v) de entrada da válvula:

$$\frac{d}{v} = \frac{(A_p K_{eqo})}{\left(\frac{M_a V_t}{4\beta_e}\right) s^3 + \left(M_a K_{co} + \frac{B V_t}{4\beta_e}\right) s^2 + (B K_{co} + A_p^2) s} = H_d \quad (3.17)$$

onde, os valores A_p , V_t , β_e , são dados da instalação e do fluido hidráulico, M_a e B , são dados da carga utilizada no projeto e K_{eqo} , K_{co} , correspondem à

vazão de fluido hidráulico e ao produto da vazão de fluido hidráulico pela constante de proporcionalidade entre a posição da válvula tampão (d) e a tensão de entrada (v), respectivamente.

É possível compor o mecanismo completo representando o comportamento geral do sistema. Isto equivale a acrescentar ao sistema um bloco de controle proporcional (K_a) e um bloco que represente o ganho do sensor de posição (K_d) o qual pode ser obtido de catálogo do fabricante, a Figura 11 ilustra o processo.

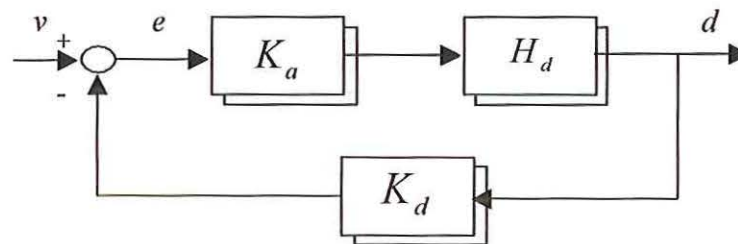


Figura 11 – Diagrama de bloco completo do atuador eletro-hidráulico.

Com isso obtém-se:

$$\frac{d}{v} = \frac{(K_a A_p K_{c q o})}{\left(\frac{M_a V_t}{4\beta_e}\right) s^3 + \left(M_a K_{c o} + \frac{B V_t}{4\beta_e}\right) s^2 + (B K_{c o} + A_p^2) s + K_d K_a A_p K_{c q o}} \quad (3.18)$$

Os valores dos parâmetros da planta LCT-RD e do atuador hidráulico serão apresentados no Capítulo 7 referente aos resultados de simulação.

Com a modelagem do atuador eletro-hidráulico pode-se obter a representação espaço de estado do sistema LCT-RD completo, definindo-se

$x_1 = h_1$, $x_2 = h_2$, $x_3 = d$, $x_4 = \dot{d}$, $x_5 = \ddot{d}$. Desta forma:

$$\dot{x} = f(x) + Bu$$

onde

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_T} (c_f x_3 - K \sqrt{x_1}) \\ \frac{1}{M} (K \sqrt{x_1} - Q_{02}) \\ x_4 \\ x_5 \\ -\frac{c_2}{c_1} x_5 - \frac{c_3}{c_1} x_4 - \frac{c_4}{c_1} x_3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{b}{c_1} \\ c_1 \end{bmatrix}; \quad (3.19)$$

com

$$M(x_2) = \left[x_g + 2R - 2\sqrt{R^2 - x_2^2} \right] L;$$

$$c_1 = \left(\frac{M_a V_t}{4\beta_e} \right); \quad c_2 = \left(M_a K_{co} + \frac{BV_t}{4\beta_e} \right); \quad c_3 = (BK_{co} + A_p^2); \quad c_4 = K_d K_a A_p K_{cgo};$$

$$b = k_a A_p K_{cgo}.$$

3.3 Modelagem do erro

O erro de modelagem do sistema é representado por possíveis variações na distância entre os rolos cilíndricos. Estas variações em x_g decorrem da variação na excentricidade dos rolos cilíndricos, provocada por frequências de terceiro harmônico relativos à velocidade de rotação do motor CC que movimenta os rolos cilíndricos. A Figura 12 ilustra a variação de x_g em função do tempo [14].

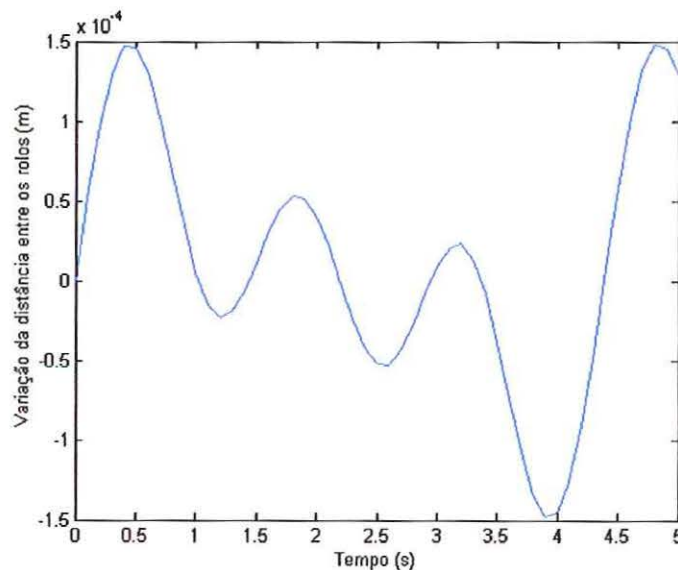


Figura 12 – Variação do erro de modelagem.

As oscilações descritas têm sido observadas em inúmeras máquinas de lingotamento contínuo sendo que a maioria dessas oscilações apresenta características periódicas ou bem próximas [16].

3.4 Configuração de controle do nível de aço no processo de LCT-RD

A regulagem do nível de aço na piscina no processo LCT-RD é obtida através da malha de controle dos rolos de laminação. Este controle pode ser realizado de três maneiras distintas: (1) pela distância entre os rolos, (2) velocidade de rotação dos rolos e (3) vazão de entrada. Por imposição do próprio sistema, não é possível realizar a regulagem a partir da distância entre os rolos, pois isto não garantiria as especificações do produto dadas em termos da espessura da tira. Esta regulação poderia ser efetuada a partir da velocidade dos rolos, controle este que deveria atuar em um motor CC, considerando o sistema *SISO* (do inglês *Single Input Single Output*). Entretanto, o controle da velocidade de rotação dos rolos de laminação é utilizado para regular a força de separação dos rolos de laminação no processo LCT-RD. Este controle é constituído basicamente da determinação de uma velocidade de rotação v_r , que garanta a espessura e a qualidade do produto dentro de um padrão previamente determinado. Desta forma dispõe-se apenas de uma forma de atuação, que deve ser efetuada na vazão de entrada do sistema *tundish*-rolos.

Durante a operação normal o nível do aço entre os rolos deve ser mantido constante em um valor pré-determinado com o objetivo de garantir uma boa solidificação do aço. A distância entre os rolos garante a espessura do produto dentro de uma faixa préestabelecida e a força entre os rolos preserva a uniformidade das tiras do aço. As três variáveis de controle

representam um sistema não linear acoplado com vários tipos de perturbações inerentes ao sistema [27].

Incluiu-se uma malha de controle interna ao processo LCT-RD com a finalidade de garantir a manutenção do valor da velocidade em valores preestabelecidos e principalmente evitar com isso variações bruscas da velocidade do motor que movimenta os rolos cilíndricos. Desta forma pode - se também conseguir um aumento da vida útil da máquina. A malha de controle da velocidade é formada por um controlador proporcional PD conforme proposto na referência [17]. A configuração da estrutura de controle do processo LCT-RD é mostrada na Figura 13.



Figura 13 – Estrutura de controle do processo LCT-RD.

Nos Capítulos 4, 5 e 6 serão apresentados projetos de controladores utilizados para regular o nível de aço entre os rolos de laminação no processo LCT-RD, utilizando diferentes técnicas de controle.

Capítulo 4

Controlador fuzzy baseado no modelo Mamdani

Este capítulo apresenta o desenvolvimento e a análise da estabilidade de um controlador baseado no modelo Mamdani de sistemas fuzzy, com o objetivo de controlar o nível de aço no processo LCT-RD.

4.1 A Lógica Fuzzy

A lógica fuzzy foi desenvolvida com base na teoria dos conjuntos fuzzy, proposta em meados da década de 60, pelo professor de Ciência da Computação Loft A. Zadeh, da universidade de Berkeley [28].

Os principais modelos de sistemas fuzzy descritos na literatura são classificados em três categorias: Modelo lógica fuzzy pura, modelo fuzzy Takagi e Sugeno e modelo fuzzy com fuzzificação e defuzzificação, conhecido também como modelo fuzzy Mamdani. Este último modelo constitui a base do controlador desenvolvido neste capítulo para o controle do nível de aço no processo de LCT-RD.

4.2 Modelo fuzzy Mamdani

Um projeto de controle fuzzy utilizando o modelo Mamdani é desenvolvido com base no conhecimento experimental do processo. Durante o primeiro passo da elaboração da lei de controle um conjunto de regras são geradas

concordando com uma formulação baseada na experiência do operador. Três situações podem ser distinguidas para o nível: “Abaixo”, “Em torno” e “Acima” em relação a um valor de referência. Esta representação do nível pode ser facilmente transformada em uma caracterização lingüística da regulação do erro. Para definir o erro de regulação, diferença entre o nível medido e o nível desejado, a proposição do nível como sendo “Abaixo”, “Em torno” e “Acima” da referência são neste caso expressa por “Positivo”, “Zero” e “Negativa”, respectivamente.

No mesmo caminho pode ser considerada a variação do erro como um outro fator importante na regulação do nível, podendo também ser representado lingüisticamente por “Negativo”, “Zero” e “Positivo”.

Finalmente, as noções de “Pequeno”, “Médio” e “Grande” relativo ao deslocamento da válvula tampão, variável de controle, são agora caracterizadas lingüisticamente por “Negativo”, “Zero” e “Positivo”, respectivamente, e sua ação de controle é condicionada a um conjunto de regras que define as condições de regulação do processo. O controle fuzzy proposto é constituído das entradas, erro do nível, variação do erro e uma saída, representada pelo nível de controle. Cada uma destas entradas e a saída são compostas por um conjunto de sete bases lingüísticas.

Uma das limitações do controle do nível de aço fundido no processo LCT-RD ocorre devido a inclusão do *tundish* intermediário, aumentando a complexidade do sistema uma vez que o nível de aço no *tundish* intermediário precisa ser monitorado e considerado na lei de controle do processo para evitar

possíveis transbordamentos, garantindo desta forma um funcionamento adequado do sistema. Neste contexto foi inserido no desenvolvimento do controlador fuzzy uma terceira entrada, a altura do nível de aço no *tundish* intermediário (h_1). A entrada h_1 é formada por um conjunto de três bases lingüísticas.

No total tem-se cento e quarenta e sete possíveis ações de controle. Os predicados lingüísticos utilizados possuem os seguintes significados: primeira letra: **N**egativo, **P**ositivo; segunda letra: **G**rande, **M**édio, **P**equeno, ou **Z**ero, quando o predicado for representado por apenas uma letra. A Tabela 2 exemplifica as bases de regras do projeto onde a célula em destaque pode ser lida como segue:

“SE Erro é **NP** (Negativo Pequeno) e Variação do erro **PP** (Positivo Pequeno) com Altura do nível no *tundish* intermediário **ZERO** então: Posição da válvula tampão é **ZERO**”.

Tabela 2 – Base de regra do controlador fuzzy.

Variação do Erro

| | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | NG | NM | NP | Z | PP | PM | PG |
| Erro | NG | NG | NG | NG | NG | NM | NP | Z |
| | NM | NG | NG | NG | NM | NP | Z | PP |
| | NP | NG | NG | NM | NP | Z | PP | PM |
| | Z | NG | NM | NP | Z | PP | PM | PG |
| | PP | NM | NP | Z | PP | PM | PG | PG |
| | PM | NP | Z | PP | PM | PG | PG | PG |
| | PG | Z | PP | PM | PG | PG | PG | PG |
| | | Z | Z | Z | Z | Z | Z | Z |

Altura do *tundish* intermediário

Variação do Erro

| | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | NG | NM | NP | Z | PP | PM | PG |
| Erro | NG | NG | NG | NG | NG | NM | NM | NP |
| | NM | NG | NG | NG | NM | NM | NP | Z |
| | NP | NG | NG | NM | NM | NP | Z | PP |
| | Z | NG | NM | NM | NP | Z | PP | PM |
| | PP | NM | NM | NP | Z | PP | PM | PM |
| | PM | NM | NP | Z | PP | PM | PM | PG |
| | PG | NP | Z | PP | PM | PM | PG | PG |
| | | PP | PP | PP | PP | PP | PP | PP |

Altura do *tundish* intermediário

Tabela 2 – Base de regra do controlador fuzzy (cont.)

| | | Variação do Erro | | | | | | |
|------|----|--|----|----|----|----|----|----|
| | | NG | NM | NP | Z | PP | PM | PG |
| Erro | NG | NG | NG | NG | NG | NG | NG | NM |
| | NM | NG | NG | NG | NG | NG | NM | NM |
| | NP | NG | NG | NG | NG | NM | NM | NM |
| | Z | NG | NG | NG | NM | NM | NM | NM |
| | PP | NG | NG | NM | NM | NM | NM | NP |
| | PM | NG | NM | NM | NM | NM | NP | NP |
| | PG | NM | NM | NM | NM | NP | NP | NP |
| | | PG | PG | PG | PG | PG | PG | PG |
| | | Altura do <i>tundish</i> intermediário | | | | | | |

4.2.1 Arquitetura do modelo fuzzy Mamdani

A configuração básica de sistema de controle fuzzy utilizando o modelo Mamdani é mostrada na Figura 14. Seus principais componentes são: a fuzzificação, a base de conhecimento, a máquina de inferência e a defuzzificação.

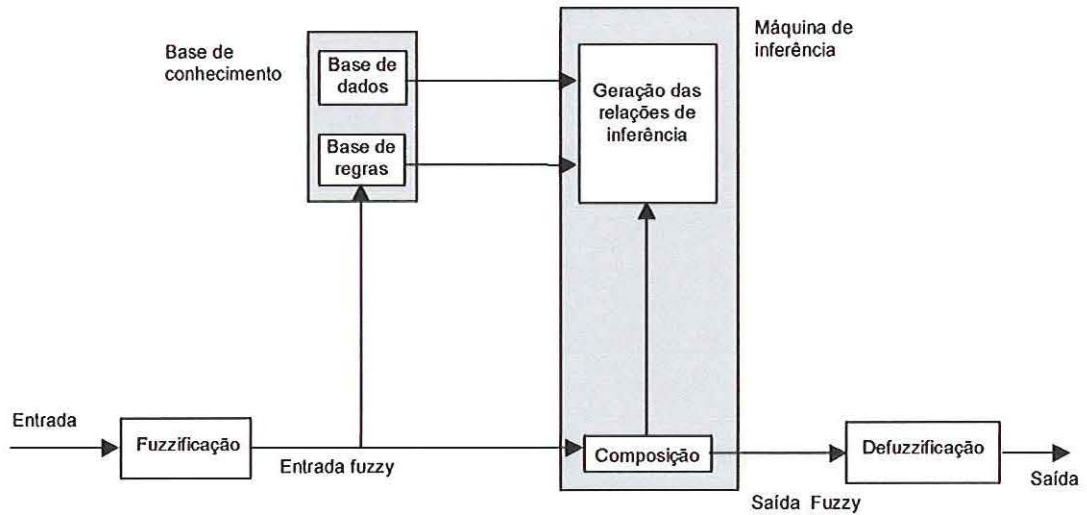


Figura 14 – Configuração do modelo fuzzy Mamdani.

4.2.2 A Fuzzificação

A fuzzificação consiste em expressar uma variável de entrada em termos de um conjunto fuzzy, ou seja, um mapeamento do domínio de números reais para o domínio fuzzy. Para fuzzificar uma variável é necessário que se estabeleça uma relação entre os valores numéricos associados a um termo ou variável lingüística. Um termo lingüístico é então caracterizado por uma função de pertinência que representa o grau de pertinência pelo qual um certo valor numérico pertence a um universo de discurso. O universo de discurso é um conjunto de valores finitos determinados pelo projetista dependendo de cada aplicação. Um conjunto de termos lingüísticos M_j , $j=1,2,3,4$ corresponde aos

conjuntos fuzzy, e é caracterizado por uma função de pertinência denotada por h_{M_j} . Assim, para um dado valor medido das variáveis premissas $z_j(t)$, $h_{M_j}(z_j(t))$ representa o grau de pertinência pelo qual $z_j(t)$ pertence ao termo lingüístico M_j . Todos os termos lingüísticos utilizados neste projeto aplicados às entradas, erro, variação do erro, altura do nível de aço no *tundish* e a saída, controle do nível, associadas às suas respectivas funções de pertinência são mostrados nas Figuras 15, 16, 17 e 18.

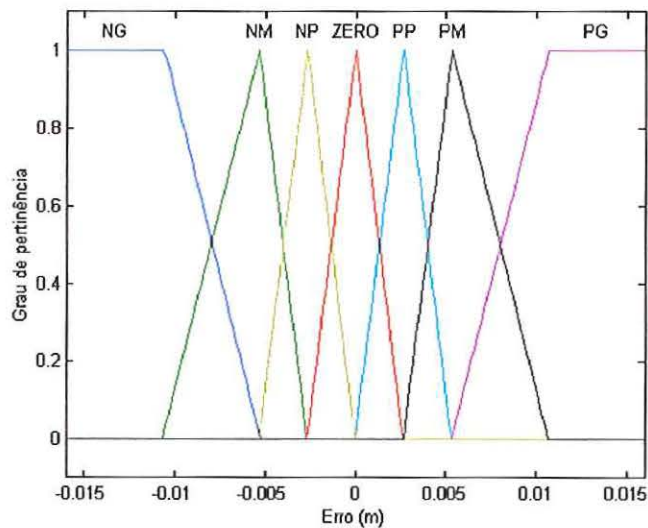


Figura 15 – Função de pertinência da entrada: erro do nível.

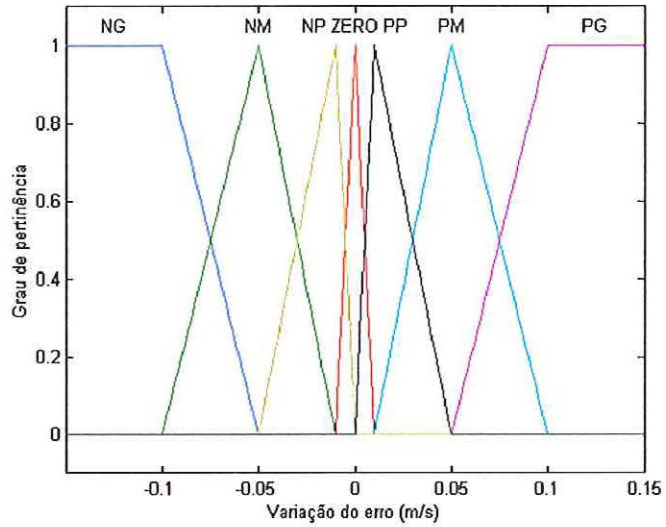


Figura 16 – Função de pertinência da entrada: variação do erro.

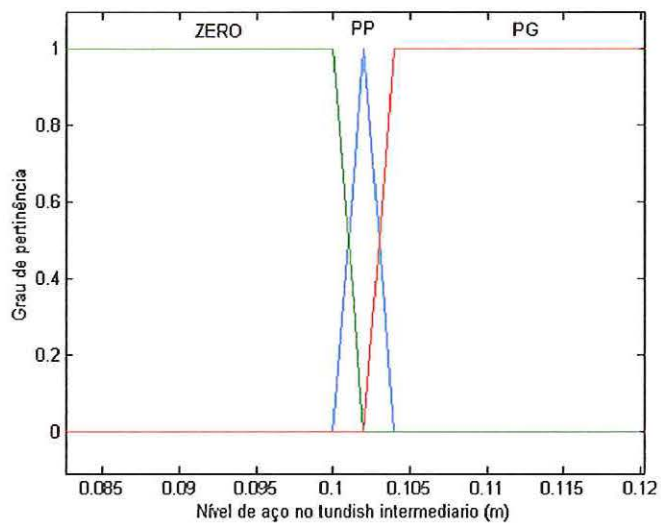


Figura 17 – Função de pertinência da entrada: nível de aço no *tundish* intermediário.

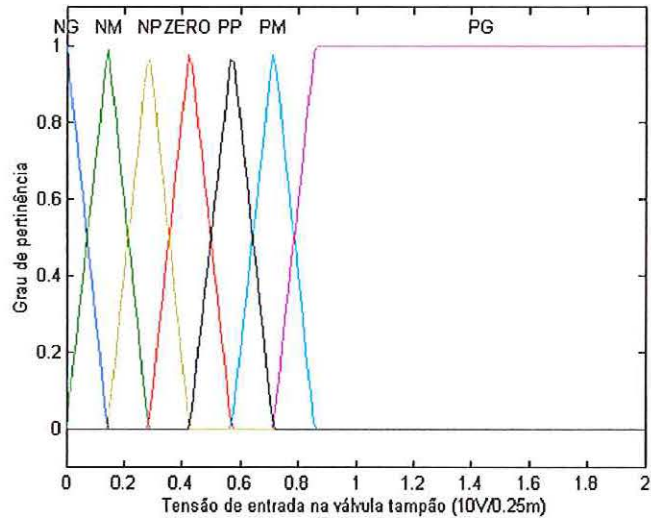


Figura 18 – Função de pertinência da saída: tensão de entrada na válvula tampão.

As funções de pertinência apresentadas nas Figuras 15, 16, 17 e 18 foram construídas com base no conhecimento experimental do processo e seus ajustes foram conseguidos com poucas tentativas.

4.2.3 Base de conhecimento

A base de dados, juntamente com a base de regras, forma a base de conhecimento de um controlador fuzzy. Os conceitos associados à base de dados são relativos à medida do nível do aço entre os rolos de laminação e são caracterizados em termos lingüísticos como apresentado na Tabela 2. As bases

de regras contêm todas as situações possíveis relativas às entradas do controlador, gerando desta forma possíveis ações de controle do processo.

A base de regras é uma coleção de sentenças onde a cada regra é associado um peso, expresso na forma:

SE $z_1(t)$ é M_1^i e $z_2(t)$ é M_2^i e $z_3(t)$ é M_3^i ENTÃO saída do controlador é M_4^i ;

Tem-se então o conjunto fuzzy M_j^i com $i=1,2,\dots,r$ número de regras do conjunto j , com grau $\alpha_{1234} \in [0,1]$. onde,

$z_1(t) \in \{NG, NM, NP, Z, PP, PM, PG\} = M_1 =$ Conjunto de termos lingüísticos associados à variável premissa $z_1(t)$, erro.

$z_2(t) \in \{NG, NM, NP, Z, PP, PM, PG\} = M_2 =$ Conjunto de termos lingüísticos associados à variação premissa $z_2(t)$, variação do erro.

$z_3(t) \in \{Z, PP, PG\} = M_3 =$ Conjunto de termos lingüísticos associados à variável premissa $z_3(t)$, nível no *tundish* intermediário.

$z_4(t) \in \{NG, NM, NP, Z, PP, PM, PG\} = M_4 =$ Conjunto de termos lingüísticos associados a variável premissa $z_4(t)$, saída do controlador.

4.2.4 Máquina de inferência

A inferência fuzzy lingüística é realizada aplicando a operação de max-min proposta por Zadeh em 1973 [29]. Por exemplo, para um erro numérico z_1 , uma variação de erro, z_2 , e um nível no *tundish* intermediário, z_3 , aplicados a uma função de pertinência $h_{M_j^i}(z_j(t))$ para a fuzzificação lingüística, obtém-se a seguinte expressão para um conjunto de saída fuzzy M_4 :

$$\forall z_4(t) \in M_4, h_{M_4^i}(z_4(t)) = \max [(z_1(t) \in M_1^i, z_2(t) \in M_2^i, z_3(t) \in M_3^i) \min (h_{M_1^i}(z_1), h_{M_2^i}(z_2), h_{M_3^i}(z_3), h_R(z_1(t), z_2(t), z_3(t), z_4(t)))] \quad (4.1)$$

onde o índice R indica a relação fuzzy induzida por regras, a qual pode ser diretamente avaliada por

$$h_R(z_1, z_2, z_3, z_4) = \alpha_{1234}, \quad (4.2)$$

$$\forall z_1 \in M_1^i, \forall z_2 \in M_2^i, \forall z_3 \in M_3^i, \forall z_4 \in M_4^i.$$

Quando não há regras associadas aos termos lingüísticos da entrada M_1, M_2, M_3 com os termos de saída M_4 , o coeficiente α_{1234} é simplesmente zerado. A Equação (4.2) pode ser interpretada pela seguinte afirmação: A força

da relação que liga os termos lingüísticos M_1, M_2, M_3 e M_4 é igual ao grau de confiança da regra; “SE $z_1(t)$ é M_1 e $z_2(t)$ é M_2 com $z_3(t)$ igual a M_3 ENTÃO a saída do controlador é M_4 .”

4.2.5 A defuzzificação

A defuzzificação tem o objetivo de transformar a ação de controle fuzzy inferidas em ações de controle não fuzzy. Existem muitos métodos de defuzzificação como: critério do valor máximo, médias entre os valores máximos e centro de área. Sendo este último empregado no controlador fuzzy desenvolvido neste trabalho.

O método de defuzzificação centro de área foi utilizado neste trabalho por ser um método contínuo isto é, uma mudança infinitamente pequena numa variável de entrada não causa nunca uma mudança abrupta em nenhuma variável de saída. Além disso, processadores de lógica fuzzy que utilizam o método centro de área calculam as áreas das funções de pertinência em tempo de compilação em vez de fazê-lo em tempo de execução, acelerando desta forma o processamento [30].

O processo de defuzzificação consiste em calcular o centróide da área composta que representa o termo de saída fuzzy, esse termo de saída fuzzy é composto pela união de todas as contribuições de regras. O centróide é um

ponto que divide a área da função de pertinência de saída, em duas partes iguais. O centróide da área é calculado como:

$$u(z_i(t)) = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} \prod_{i=1}^n h_{M_i^l}(z_i(t))}{\sum_{k=1}^{n_r} \prod_{i=1}^n h_{M_i^k}(z_i(t))} \quad (4.3)$$

onde n_r é o número de regras lingüísticas, n corresponde ao número de elementos do universo fuzzy e h_{M_i} as funções de pertinência associadas às variáveis premissas $z(t)$. As funções de pertinência h_{M_i} utilizadas neste projeto são representadas como já visto por funções que apresentam uma distribuição triangular, representada pela Equação (4.4).

$$h_{M_i^l}(z_i(t)) = \begin{cases} 1 - \frac{|z_i - c_i^l|}{b_i^l} & \text{se } z_i \in [c_i^l - b_i^l, c_i^l + b_i^l] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

onde c_i^l e b_i^l são parâmetros ajustáveis [21].

4.3 Estabilidade do controlador fuzzy

A estabilidade do sistema dinâmico que representa o processo LCT-RD pode ser analisada pelo método direto de Lyapunov, o qual envolve a

determinação de uma função de Lyapunov V e o uso do Teorema 4.1 apresentado abaixo, onde utiliza-se a derivada no tempo da função de Lyapunov ao longo da solução de $\dot{x} = f(x, u)$ dada por $\dot{V}(x, u) = \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^T f(x, u)$.

Teorema 4.1: Seja $V : D \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função contínua e suave no domínio D contendo o estado de equilíbrio x^* , com $V(x^*) = 0$ e $V(x) > 0$ em $D - \{x^*\}$. Se $\dot{V} \leq 0$ para todo $x \in D$, então o estado de equilíbrio x^* é estável. Além disso, se $\dot{V}(x) < 0$ em $D - \{x^*\}$, então o estado de equilíbrio x^* é assintoticamente estável.

O sistema de controle fuzzy Mamdani da planta não-linear LCT-RD pode ser representado pela Figura 19. Sendo $y_d \in \mathfrak{R}$ correspondente ao valor desejado do nível de aço entre os rolos de laminação, o erro dado por $e = y_d - h_2$ e $h_1 \in \mathfrak{R}$ altura do nível de aço no *tundish* intermediário. O controle $u(t) \in \mathfrak{R}$ é gerado pelo controlador de lógica fuzzy denotado CLF.

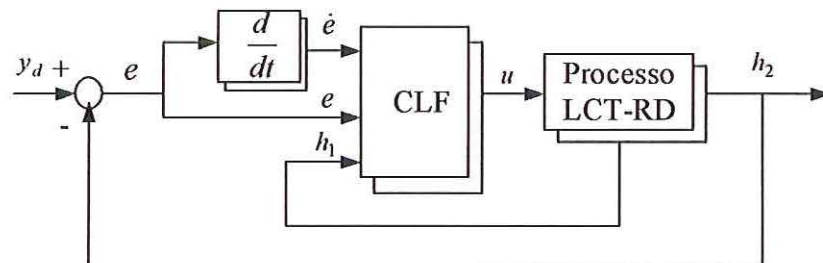


Figura 19 – Estrutura de controle do sistema fuzzy Mamdani.

A condição de estabilidade definida pelo Teorema 4.1 pode ser aplicada a um sistema de controle fuzzy para uma planta linear (A, B, C). A estabilidade da planta em malha aberta assegura a existência de uma função de Lyapunov V que satisfaz o Teorema 4.1. Considere uma função de Lyapunov candidata,

$V(x) = \frac{1}{2} x^T P x$. Derivando $V(x)$ tem-se

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} [\dot{x}^T P x + x^T P \dot{x}] = \frac{1}{2} [(x^T A^T + u^T B^T) P x + x^T P A x + x^T P B u]$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} x^T (A^T P + P A) x + \frac{1}{2} (x^T P B u + x^T P B u)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} x^T (A^T P + P A) x + x^T P B u \quad (4.5)$$

onde, P é uma matriz simétrica definida positiva [31]. Se $\frac{dV}{dt} < 0$ o sistema A, B, C é estável.

4.3.1 Análise da estabilidade do processo LCT-RD

Para verificar a estabilidade do sistema de controle fuzzy Mamdani do processo LCT-RD, a dinâmica do servo atuador não foi considerada tendo em vista que a mesma apresenta um tempo de resposta muito pequeno quando

comparada com a dinâmica da planta. Neste caso o sistema pode ser representado na forma espaço de estado (3.16), repetida a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-K\sqrt{x_1}}{A_T} \\ \frac{[K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{M(x_2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ A_T \\ 0 \end{bmatrix} u$$

com

$$M(x_2) = [(x_g + 2R) - 2\sqrt{R^2 - x_2^2}].$$

Para analisar a estabilidade do controlador fuzzy Mamdani no processo LCT-RD será necessário obter as matrizes de linearização correspondentes ao sistema não-linear (3.16).

As matrizes do sistema linearizado podem ser obtidas através de uma linearização feita em torno de um ponto de operação determinado a partir de cada sistema. Existem vários métodos de linearização, sendo que neste capítulo será apresentado a linearização proposta por Teixeira e Zak [32] a qual tem sido considerada por assegurar uma boa aproximação do sistema não linear nas vizinhanças do ponto de operação. A aproximação de Taylor não pode ser usada por não fornecer um sistema assintoticamente estável, o sistema linearizado é marginalmente estável ou seja possui um autovalor zero.

A formula proposta em [32] para a obtenção dos modelos lineares locais é apresentada a seguir:

$$a_{z_i}^T = \nabla f_i + \frac{f_i(\bar{x}) - \bar{x}^T \nabla f_i(\bar{x})}{\|\bar{x}\|^2} \bar{x} \quad (4.6)$$

com \bar{x} ponto de operação e sendo a representação espaço de estado do sistema LCT-RD dado por:

$$\dot{x} = f(x) + Bu$$

onde

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{-K\sqrt{x_1}}{A_T} \\ [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}] \\ M(x_2) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ A_T \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Assim, pode-se obter as matrizes da representação espaço de estado do modelo linear local:

$$A = \begin{bmatrix} a_1^T & a_2^T \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1^T & b_2^T \end{bmatrix}$$

onde

$$a_1^r = \begin{bmatrix} -K \\ 2\sqrt{\bar{x}_1} A_T \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{Q_{02}}{2A_T \|\bar{x}_i\|} \bar{x}_i; \quad a_2^r = \begin{bmatrix} K \\ 2\sqrt{\bar{x}_1} M \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{Q_{02}}{2M \|\bar{x}_i\|} \bar{x}_i.$$

Considerando os pontos de equilíbrio $\bar{x}_1 = \left(\frac{Q_{02}}{K}\right)^2 = 0.08$ e $\bar{x}_2 = 0.13$ tem-se

o sistema linear

$$\dot{z} = Az + Bv$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} -0.3593 & 0 \\ 0.858 & -0.05 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 148.15 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

$$z = x - \bar{x}, \quad v = u - \bar{u}.$$

O primeiro passo para a análise da estabilidade do sistema de controle *fuzzy* consiste em verificar a controlabilidade do par (A, B) sendo a matriz de controlabilidade dada abaixo:

$$U = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 148.15 & -53.2366 \\ 0 & 12.7222 \end{bmatrix}.$$

Pode-se verificar que a matriz de controlabilidade U possui posto cheio, logo o par (A,B) é controlável.

Considerando as saídas como sendo $y_1 = z_1$ e $y_2 = z_2$, a Equação (4.5) pode ser escrita como:

$$\frac{dV}{dt} = y^T P B v - \frac{1}{2} z^T Q z, \quad (4.8)$$

com $A^T P + P A = -Q$, onde P corresponde à solução da equação de Lyapunov para qualquer Q definida positiva. Os auto-valores de A são $\lambda_1(A) = -0.3539$ e $\lambda_2(A) = -0.058$ assim tem-se que o sistema em malha aberta linearizado é assintoticamente estável. Os valores de P e Q obtidos da equação de Lyapunov são fornecidos abaixo:

$$P = \begin{bmatrix} 3.7845 & 4.1915 \\ 4.1915 & 19.9824 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Substituindo os valores encontrados em (4.7) e (4.9) em (4.8) tem-se:

$$\frac{dV}{dt} = (560.66y_1 + 620.96y_2)v_{cf} - z_1^2 - z_2^2 \quad (4.10)$$

A estabilidade é assegurada se a relação entrada e saída dada em 4.10 for definida negativa em todas as regiões próximas ao ponto de operação do sistema. Assim sendo, a estabilidade do sistema de controle fuzzy pode ser verificada simplificando (4.10),

$$\frac{dV}{dt} = (560.66y_1 + 620.96y_2)v_{cf} \leq 0 \quad (4.11)$$

A análise das possíveis ações de controle deve ser feita considerando as variáveis de entrada e saída do controlador fuzzy deslocadas em relação ao ponto onde foi obtido o sistema linearizado. No processo de linearização assim como na elaboração da base de regras do controlador fuzzy foi definida a variável de entrada erro como sendo $e = y_d - y_2$. Observa-se que a variável e , possui sinal contrário à variável y_2 , isto implica que ao analisar a base de regras do controlador fuzzy deve ser considerado a inversão do sinal entre estas duas grandezas.

Pode ser observado facilmente que y_1 possui sempre o mesmo sinal que y_2 uma vez que a vazão de saída do aço do *tundish* intermediário corresponde à vazão de entrada do aço na piscina formada entre os rolos de laminação.

As possíveis regiões de estabilidade definidas pela relação entrada e saída do controlador fuzzy podem ser representadas pela regras R1, R2, R3, R4 abaixo, as quais correspondem aos extremos das bases de regras apresentada na Tabela 2.

R1: SE $e > 0$ e $\dot{e} > 0$ e $h_1 > 0$ ENTÃO $v_{cf} > 0$

R2: SE $e > 0$ e $\dot{e} < 0$ e $h_1 > 0$ ENTÃO $v_{cf} > 0$

R3: SE $e < 0$ e $\dot{e} > 0$ e $h_1 < 0$ ENTÃO $v_{cf} < 0$

R4: SE $e < 0$ e $\dot{e} < 0$ e $h_1 < 0$ ENTÃO $v_{cf} < 0$

Substituindo os resultados das regras R1, R2, R3 e R4 na Equação (4.11) verifica-se que a condição $\frac{dV}{dt} < 0$ é sempre satisfeita, assegurando que o sistema de controle fuzzy em malha fechada é assintoticamente estável.

A Figura 20 ilustra o comportamento da derivada da função de Lyapunov candidata no tempo \hat{v} referente ao processo LCT-RD, considerando o sistema não-linear.

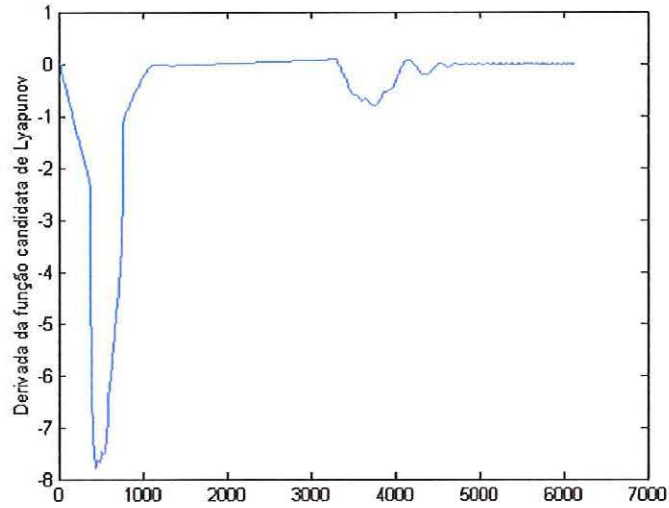


Figura 20 – Análise da estabilidade do controlador fuzzy do tipo Mamdani

Pode-se verificar na Figura 20 que a condição de estabilidade apresentada no Teorema 4.1, $\dot{V} < 0$, é satisfeita.

Capítulo 5

Controlador fuzzy baseado no modelo Takagi-Sugeno

Uma alternativa de projeto empregando a lógica fuzzy consiste na utilização da modelagem fuzzy do tipo Takagi-Sugeno (TS). Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento e análise de um controlador fuzzy baseado no modelo T-S a ser considerado para utilização no controle do nível de aço no processo LCT-RD.

5.1 Modelo Takagi-Sugeno

O modelo T-S incorpora em sua estrutura uma descrição matemática e heurística do processo. Isso permite que seja projetado um controlador com base no conhecimento experimental do processo, onde a análise da estabilidade do sistema de controle pode ser descrita como uma solução de desigualdades matriciais lineares, em inglês, *Linear Matrix Inequalities (LMI)*, que podem ser resolvidas eficientemente por técnicas de programação convexa.

O modelo fuzzy proposto por T-S é descrito por regras SE e ENTÃO que representam uma relação entrada saída local tipicamente linear. As regras de um sistema fuzzy contínuo e discreto são representadas como em (5.1) e (5.2) [33].

Sistemas fuzzy contínuo (SFC)

Regra i :

Se $z_1(t)$ é M_{i1} e ... e $z_p(t)$ é M_{ip}

$$\text{Então} \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

$i = 1, 2, \dots, r$.

Sistemas fuzzy discreto (SFD)

Regra i :

Se $z_1(t)$ é M_{i1} e ... e $z_p(t)$ é M_{ip}

$$\text{Então} \begin{cases} x(t+1) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t+1) = C_i x(t) \end{cases} \quad (5.2)$$

$i = 1, 2, \dots, r$

onde M_{ip} corresponde ao conjunto de termos lingüísticos associados às variáveis premissas $z_p(t)$, r representa o número de regras SE-ENTÃO, $x(t) \in R^m$ é o vetor de estado, $u(t) \in R^n$ é o vetor de entrada, $A_i \in R^{m \times m}$ e $B_i \in R^{m \times n}$ são as matrizes do sistema.

Cada equação linear local representada por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C_i x(t) \end{aligned}$$

é referenciada como modelo local do sistema não-linear.

Dado o par $(x(t), u(t))$, o sistema *fuzzy* resultante é tido como a média ponderada dos modelos locais, e tem a forma:

SFC

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (5.3)$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (5.4)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (5.5)$$

SFD

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (5.6)$$

$$= \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (5.7)$$

$$y(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) C_i x(t) \quad (5.8)$$

sendo

$$z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_p(t)] \quad (5.9)$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t))$$

$$\begin{cases} w_i(z(t)) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r w_i(z(t)) > 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (5.11)$$

Verifica-se que,

$$\begin{cases} h_i(z(t)) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, r \\ \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1 \end{cases} \quad (5.12)$$

Para o modelo fuzzy T-S quanto maior o número de modelos locais melhor será a representação da equação diferencial não-linear da planta.

5.2 Controladores fuzzy T-S

No projeto do controlador fuzzy T-S utiliza-se o conceito de compensação distribuída paralela (CDP). A compensação distribuída paralela constitui uma técnica de controle para sistemas *fuzzy* T-S onde, cada controlador é distributivamente projetado para as correspondentes regras de um modelo fuzzy T-S. A teoria de controle linear pode ser usada neste projeto, porque as partes conseqüentes dos modelos *fuzzy* T-S descritos em (5.1) e (5.2) são modelos lineares. O controlador compartilha os mesmos conjuntos fuzzy na parte premissa do modelo descrito por (5.4) e (5.7).

Suponha um modelo linear local

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad (5.13)$$

onde $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ e o par (A, B) é controlável. Adotando

$$u(t) = -F_i x(t) \quad (5.14)$$

tem-se uma lei de controle denominada realimentação de estado. A matriz F_i é chamada de matriz de ganho de realimentação de estado.

Utilizando o conceito CDP e considerando o modelo fuzzy (5.1) o controlador fuzzy para a regra i pode ser projetado como segue:

Regra do controlador i :

$$\begin{aligned} \text{Se } z_1(t) \text{ é } M_{i1} \text{ e } \dots \text{ e } z_p(t) \text{ é } M_{ip} \\ \text{Então } u(t) = -F_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (5.15)$$

O controlador fuzzy consiste na determinação dos ganhos de realimentação F_i na parte conseqüente de cada modelo linear local. Considerando (5.1), o controlador fuzzy T-S global descrito em (5.5) é dado pela média ponderada dos controladores de cada regra do modelo linear local, ou seja:

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t)) G_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \\ &= -\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i x(t). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Substituindo (5.16) em (5.5) e (5.8) obtém-se (5.17) e (5.18), respectivamente.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i - B_i F_j\} x(t). \quad (5.17)$$

$$x(t+1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{A_i - B_i F_j\} x(t). \quad (5.18)$$

As Equações (5.17) e (5.18) podem ser rescritas como (5.19) e (5.20) respectivamente.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ii}x(t) + 2\sum_{i<j}^r h_i(z(t))h_j(z(t))\left\{\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right\}x(t) \quad (5.19)$$

$$x(t+1) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))h_j(z(t))G_{ii}x(t) + 2\sum_{i<j}^r h_i(z(t))h_j(z(t))\left\{\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right\}x(t). \quad (5.20)$$

onde

$$G_{ij} = A_i - B_iF_j.$$

5.3 Condições básicas de estabilidade

A estabilidade de controladores fuzzy T-S pode ser analisada utilizando o método direto de Lyapunov para sistemas lineares. Os principais resultados para o caso contínuo estão descritos abaixo [34].

Teorema 5.1: Um sistema fuzzy contínuo descrito por (5.1) é globalmente assintoticamente estável no ponto de equilíbrio ($x=0$) se existir uma matriz P , simétrica e definida positiva tal que

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (5.21)$$

para todo $i = 1, \dots, r$ correspondendo ao modelo linear local.

Prova: Vide [35].

Teorema 5.2: Um sistema de controle fuzzy descrito por (5.19) é assintoticamente estável no ponto de equilíbrio se existir uma matriz P , simétrica e definida positiva tal que

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0$$

para todo $i = 1, \dots, r$ e

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0 \quad (5.22)$$

para todo $i, j = 1, \dots, r$ exceto os pares (i, j) tais que $h_i(z(t))h_j(z(t)) = 0 \quad \forall \quad z(t)$ com $h_i(z(t))$ representando o grau de pertinência da regra.

Prova: Segue diretamente do Teorema 5.1.

A análise da estabilidade de sistemas de controle fuzzy se resume em encontrar uma matriz P que satisfaça a condição do Teorema 5.2. Entretanto, isto pode não ser possível para sistemas que apresentam um elevado número de regras. Visando facilitar a análise da estabilidade em sistemas de controle fuzzy são apresentadas nos Teoremas 5.3 e 5.4 condições de estabilidade mais relaxadas que as apresentadas anteriormente [36].

Teorema 5.3: Suponha que o número de regras que estão ativas para todo t seja menor ou igual a s , sendo $1 < s \leq r$. O sistema de controle contínuo (5.19) é globalmente assintoticamente estável no ponto de equilíbrio ($x=0$), se existir uma matriz P , simétrica, definida positiva e uma matriz Q , simétrica e definida semi-positiva tal que:

$$G_{ii}^T P G_{ii} - P + (s-1)Q < 0 \quad \text{para todo } i = 1, \dots, r \text{ e}$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right)^T P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2}\right) - Q \leq 0 \quad i < j \quad (5.23)$$

para todo $i, j = 1, \dots, r$ exceto os pares (i, j) tais que $h_i(z(t))h_j(z(t)) = 0 \quad \forall z(t)$.

Prova: Vide [35].

5.4 Projeto de controladores fuzzy com LMIs

As condições de estabilidade para sistemas de controle fuzzy T-S, vista nos Teoremas 5.1 – 5.3 podem ser verificadas matematicamente através da solução de desigualdades matriciais lineares LMI. Além disso, projetos baseados em LMIs permitem o desenvolvimento sistemático de controladores com restrições nas variáveis de estado, sinal de controle e taxa de decaimento, etc. Desta forma o problema de projeto para obtenção dos ganhos de realimentação F_i , para $i = 1, 2, \dots, r$ pode ser formulado por meio de LMIs.

5.4.1 Estabilidade

O projeto para determinação dos ganhos de realimentação F_i de um sistema de controle fuzzy T-S, obedecendo a condição de estabilidade apresentado no Teorema 5.3, pode ser formulado como segue

Encontre $X > 0$, $Y \geq 0$ e M_i para $i, j = 1, 2, \dots, r$ satisfazendo

$$-XA_i^T - A_iX + M_i^T B_i^T + B_i M_i - (s-1)Y > 0 \quad (5.24)$$

e

$$2Y - XA_i^T - A_iX - XA_j^T + M_j^T B_i^T + B_i M_j + M_i^T B_j^T + B_j M_i \geq 0 \quad i < j \quad (5.25)$$

onde

$$X = P^{-1}, \quad M_i = F_i X, \quad Y = XQX.$$

As condições acima podem ser formuladas em termos de LMIs com respeito às variáveis X, Y e M_i . Pode-se encontrar uma matriz definida positiva X , uma matriz semi-definida positiva Y e M_i satisfazendo as LMIs ou determinar que X, Y e M_i não existem. Este é um problema de factibilidade.

Se o sistema é factível os ganhos de realimentação F_i , uma P comum e uma Q comum podem ser obtidos como

$$P = X^{-1}, \quad F_i = M_i X^{-1}, \quad Q = PYP,$$

a partir das soluções X e M_i .

5.4.2 Taxa de decaimento

Em um projeto de sistema de controle não se deve analisar apenas a condição de estabilidade, mas também outros requisitos de desempenho do sistema de controle tais como velocidade de resposta, restrições nas variáveis de estado e no sinal de controle. Neste trabalho será analisada a velocidade de resposta do sistema de controle. A velocidade de resposta está relacionada com a taxa de decaimento, isto é, o maior expoente da equação de Lyapunov.

A condição que $\dot{V}(x(t)) \leq -2\alpha V(x(t))$ para toda a trajetória é equivalente a:

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + (s-1)Q + 2\alpha P < 0, \text{ com } i = 1, \dots, r$$

e

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - Q + 2\alpha P \leq 0 \quad i < j \quad \alpha > 0 \quad (5.26)$$

com α a taxa de decaimento.

Portanto, o maior limite inferior para a taxa de decaimento pode ser encontrado usando a função quadrática de Lyapunov, constituindo o seguinte problema de minimização dos autovalores generalizado em P e α :

maximize α e encontre X, Y e M_i sujeito a

$$X > 0, Y \geq 0 \quad (5.27)$$

$$-XA_i^T - A_iX + M_i^T B_i^T + B_i M_i - (s-1)Y - 2\alpha X > 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (5.28)$$

$$2Y - XA_i^T + B_i M_j + M_i^T B_j^T + B_j M_i - 4\alpha X \geq 0, \quad i < j \quad (5.29)$$

onde

$$X = P^{-1}, M_i = F_i X, Y = XQX.$$

5.5 Projeto de um controlador fuzzy com custo garantido para sistemas não-lineares incertos

Consideramos neste projeto as incertezas descritas por polítopos. A representação das incertezas dos parâmetros do sistema por polítopos supõe que o sistema incerto varia de acordo com uma combinação convexa de vários sistemas vértices, que delimita um polítopo. A Equação (5.30) descreve um sistema dinâmico não-linear com incertezas paramétricas do tipo politópica:

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^r \eta_k(t)(f_k(x) + g_k(x)u(t)), \quad \eta_k(t) \geq 0, \quad \sum_{k=1}^r \eta_k(t) = 1, \quad \forall t \quad (5.30)$$

onde os sistemas f_k e g_k são chamados de sistemas vértices.

Os modelos lineares locais com incertezas (5.30) são descritos por

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^v \eta_k(t)(A_k x(t) + B_k u(t)) \quad (5.31)$$

com

$$\eta_k(t) \geq 0, \sum_{k=1}^v \eta_k(t), \forall t .$$

E o sistema fuzzy T-S com incertezas politópicas é descrito como

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{k=1}^v h_i(z(t)) \eta_k(t)(A_{ik} x(t) + B_{ik} u(t)) . \quad (5.32)$$

O projeto que será apresentado consiste em encontrar um limitante superior do custo garantido que é minimizado resolvendo um problema de otimização com desigualdades matriciais lineares.

Usando o conceito de compensação distribuída paralela, o problema de controle de custo garantido aqui considerado consiste em projetar uma lei de controle dada por $u(t) = -F_i x(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$, que minimize um limite superior do índice de desempenho quadrático associado ao sistema fuzzy T-S incerto (5.32), descrito por

$$C(x_0, u(t)) = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q_0 x(t) + u(t)^T R_0 u(t)) dt \quad (5.33)$$

com $Q_0 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e $R_0 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, $Q_0 > 0$ e $R_0 > 0$ matrizes de ponderação simétricas, que igualmente ao problema do regulador quadrático linear clássico, podem ser apropriadamente escolhidas para a obtenção das características de desempenho desejadas. O problema de custo garantido quadrático ótimo envolve a minimização de um custo superior dependendo das condições iniciais x_0 e z_0 .

Definição 5.1: Se existir uma lei de controle com realimentação de estado estabilizante no tempo contínuo, $u(t) = -F_i x(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$, e um escalar positivo, \hat{C}_i , tal que $C_i(x_0, u) \leq \hat{C}_i$, para a i -ésima regra do sistema fuzzy T-S (5.32), então \hat{C}_i é um custo garantido e $u(t)$ é uma lei de controle de custo garantido para a i -ésima regra.

Usando a lei de controle (5.16), no sistema fuzzy T-S incerto (5.32), tem-se:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^v h_i(z(t)) h_j(z(t)) \eta_k(t) (A_{ik} - B_{ik} F_i) x(t). \quad (5.34)$$

Utilizando os resultados de estabilização apresentados em [37] tem-se o seguinte teorema para a análise de estabilidade de cada regra i do sistema de controle fuzzy T-S.

Teorema 5.4: A i -ésima regra do sistema fuzzy T-S em malha fechada (5.34) é assintoticamente estável se existir uma matriz P_i simétrica e definida positiva que satisfaça

$$(A_{ik} - B_{ik}F_i)^T P_i + P_i(A_{ik} - B_{ik}F_i) < 0 \quad (5.35)$$

para $i = 1, 2, \dots, r$ e $k = 1, 2, \dots, v$.

Prova: Escolhendo uma função de Lyapunov candidata como $V_i(x(t)) = x(t)^T P_i x(t)$ associada à i -ésima regra do Sistema (5.34) o resultado é facilmente verificado.

Proposição 5.1: Considere a i -ésima regra do sistema fuzzy (5.32), lei de controle $u(t) = -F_i x(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$, e custo garantido (5.33). Se existir uma matriz P_i simétrica e definida positiva que satisfaça a seguinte desigualdade de Lyapunov

$$(A_{ik} - B_{ik}F_i)^T P_i + P_i(A_{ik} - B_{ik}F_i) + Q_0^T + F_i^T R_0 F_i < 0 \quad (5.36)$$

para $i = 1, 2, \dots, r$ e $k = 1, 2, \dots, v$

então $u(t) = -F_i x(t)$, $i = 1, 2, \dots, r$, é uma lei de controle de custo garantido e o custo é dado por $\hat{C}_i = x_0^T P_i x_0$ é um custo garantido para a i -ésima regra do sistema de controle fuzzy T-S (5.34).

Lema 5.1: Se $\hat{C}_i = x_0^T P_i x_0$ com $P_i = P_i^T$, $i = 1, 2, \dots, r$, é um custo garantido para a i -ésima regra do modelo fuzzy T-S (5.34) com função custo (5.33) então

$$C_{Bi} := \lambda_{\max}(P_i) \|x_0\|^2 \quad (5.37)$$

é um custo garantido para (5.34) e um limite superior para (5.33) com λ_{\max} o maior autovalor.

Prova: Este resultado pode ser obtido usando a decomposição em valores singulares.

A desigualdade (5.36) é equivalente a seguinte formulação LMI em W_i e X_i ,

$$\begin{bmatrix} \theta_{ik} & W_i Q_0^{1/2} & X_i^T R_0^{1/2} \\ Q_0^{1/2} W_i & -I_n & 0 \\ R_0^{1/2} X_i & 0 & -I_m \end{bmatrix} < 0 \quad (5.38a)$$

$$Q_0 > 0; R_0 > 0; W_i > 0 \quad (5.38b)$$

onde

$$\theta_{ik} := WA_{ik}^T + A_{ik}W - N_{ik} - N_{ik}^T ,$$

com

$$P_i := W_i^{-1}; N_{ik} := B_{ik}X_i; K_i = X_iW_i^{-1}; i = 1, 2, \dots, r \text{ e } k = 1, 2, \dots, v.$$

Usando (5.37) tem-se um problema de otimização de custo garantido para a i -ésima regra do sistema de controle fuzzy T-S (5.34)

$$\min_{W_i, X_i} \lambda \text{ sujeito a } I \leq \gamma W_i, \text{ (5.38a) e (5.38b).}$$

Este é um problema de autovalores generalizados, do inglês, GEVP.

5.5.1 Análise da estabilidade de controlador fuzzy global para sistemas não-lineares incertos

A estabilidade para uma classe de sistemas não lineares incertos com incertezas do tipo politópica pode ser assegurada através do desenvolvimento de um controlador fuzzy com custo garantido [38]. A seguir serão descritos os resultados de estabilidade para o sistema fuzzy global.

Definição 5.2: Se existir uma lei de controle com realimentação de estado estabilizante no tempo contínuo, $u(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t))F_i x(t)$, e um escalar positivo, \hat{C} , tal que $C(x_0, u) \leq \hat{C}$, para o sistema fuzzy T-S (5.32), então \hat{C} é um custo garantido e $u(t)$ é um controle de custo garantido para o sistema incerto. Considere agora o sistema fuzzy T-S em malha fechada (5.34).

Teorema 5.5: O sistema fuzzy T-S em malha fechada (5.34) é globalmente assintoticamente estável se existir uma matriz comum P simétrica definida positiva que satisfaça

$$(A_{ik} - B_{ik}F_i)^T P + P(A_{ik} - B_{ik}F_i) < 0 \quad (5.39)$$

para $i = 1, 2, \dots, r$ e $k = 1, 2, \dots, v$.

Prova: Similar à prova do Teorema 5.4.

Proposição 5.2: Considere o sistema fuzzy T-S (5.32), lei de controle (5.16) e custo garantido (5.33). Se existir uma matriz P simétrica definida positiva que satisfaça a seguinte desigualdade:

$$(A_{ik} - B_{ik}F_i)^T P + P(A_{ik} - B_{ik}F_i) + Q_0^T + \sum_{i=1}^r F_i^T R_0 F_i < 0 \quad (5.40)$$

para $i=1,2,\dots,r$ e $K=1,2,\dots,v$, então $u(t)$ em (5.16) é uma lei de controle de custo garantido dado por $\hat{C} = x_0^T P x_0$ para o sistema fuzzy T-S em malha fechada (5.34).

Lema 5.2: Se $\hat{C} = x_0^T P x_0$ é um custo garantido para o sistema (5.34) com custo (5.33) então

$$C_B = \lambda_{\max}(P) \|x_0\|^2 \quad (5.41)$$

é custo garantido para o sistema fuzzy T-S (5.34) e \hat{C} um limite superior com $\lambda_{\max}(\cdot)$ maior autovalor.

Prova: Este resultado pode ser obtido usando a decomposição em valores singulares.

A desigualdade (5.40) é equivalente à formulação da seguinte LMI em W

$$\begin{bmatrix} \theta_{ik} & WQ_0^{1/2} & WF_j^T R_0^{1/2} & \dots & WF_r^T R_0^{1/2} \\ Q_0^{1/2} W & -I_n & 0 & & 0 \\ R_0^{1/2} F_j W & 0 & -I_n & \dots & 0 \\ \dots & & & \dots & \\ R_0^{1/2} F_r W & 0 & 0 & \dots & -I_n \end{bmatrix} < 0 \quad (5.42 a)$$

$$Q_0 > 0, R_0 > 0, W > 0 \quad (5.42 \text{ b})$$

onde $\theta_{ik} := WA_{ik}^T + A_{ik}W - (B_{ik}F_iW) - (B_{ik}F_iW)^T$, A_{ik} e B_{ik} são os vértices da matriz do sistema com incertezas, $F_j, j = 1, \dots, r$ são os ganhos de realimentação locais obtidos na Seção 5.5 e $P := W^{-1}$. Como anteriormente, pode-se estabelecer o seguinte problema de otimização

$$\min_W \gamma \text{ sujeito a } I < \gamma W, (5.42 \text{ a}), (5.42 \text{ b}).$$

5.6 Modelo T-S para o processo LCT-RD

Para a construção do modelo fuzzy T-S é necessário a obtenção dos modelos lineares locais, estes modelos descrevem o comportamento da dinâmica da planta em diferentes pontos de operação, e podem ser obtidos através de uma linearização feita em torno de diversos pontos de operação determinada a partir de cada sistema.

Neste trabalho serão utilizados de forma comparativa duas técnicas de linearização, a linearização proposta por Teixeira e Zak [32], apresentada no Capítulo 4 Seção 4.3.1, e a linearização por Taylor. Considerando a servoválvula, o *tundish* intermediário e a equação do nível de aço entre os rolos de

laminação e supondo que se tem acesso a todas as variáveis de estado a representação espaço de estado do sistema LCT-RD completo, é dada por:

$$\dot{x} = f(x) + Bu$$

onde

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_T}(c_f x_3 - K\sqrt{x_1}) \\ \frac{1}{M}(K\sqrt{x_1} - Q_{02}) \\ x_4 \\ x_5 \\ -\frac{c_2}{c_1}x_5 - \frac{c_3}{c_1}x_4 - \frac{c_4}{c_1}x_3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{b}{c_1} \end{bmatrix};$$

com

$$M(x_2) = \left[x_g + 2R - 2\sqrt{R^2 - x_2^2} \right] L.$$

Na obtenção das matrizes dos sistemas lineares serão utilizadas as letras T e Z com o objetivo de identificar o método de linearização adotado, Taylor e Zak, respectivamente.

Seja $f(x)$ uma função não-linear em x , e \bar{x} o ponto de operação de x . Assim, expandindo $f(x)$ através da série de Taylor em torno do ponto de operação, tem-se:

$$f(x) = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x=\bar{x}} (x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \left. \frac{\partial f}{\partial x_5} \right|_{x=\bar{x}} (x_5 - \bar{x}_5) + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} \right|_{x=\bar{x}} \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{2!} + \dots + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x_5^2} \right|_{x=\bar{x}} \frac{(x_5 - \bar{x}_5)^2}{2!} + \dots$$

Desprezando as derivadas de ordem superior ou igual a 2, obtém-se:

$$f(x) \cong f(\bar{x}_1, \bar{x}_2) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x=\bar{x}} (x_1 - \bar{x}_1) + \dots + \left. \frac{\partial f}{\partial x_5} \right|_{x=\bar{x}} (x_5 - \bar{x}_5) \quad (5.43)$$

A i -ésima coluna da matriz A pode ser obtida através da expansão em série de Taylor como segue:

$$a_{i_1} = \begin{bmatrix} \frac{-K}{2\sqrt{\bar{x}_1} A_T} \\ \frac{K}{2\sqrt{\bar{x}_1} M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad a_{i_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad a_{i_3} = \begin{bmatrix} \frac{c_f}{A_T} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-c_4}{c_1} \end{bmatrix}; \quad a_{i_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{-c_3}{c_1} \end{bmatrix}; \quad a_{i_5} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{-c_2}{c_1} \end{bmatrix}.$$

Desta forma pode-se construir as matrizes da representação espaço de estado dos modelos lineares locais, como mostrado em (5.43)

$$A_{T_i} = [a_{t_{1i}} \quad a_{t_{2i}} \quad a_{t_{3i}} \quad a_{t_{4i}} \quad a_{t_{5i}}]; \quad B_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{c_1} \end{bmatrix}^T. \quad (5.44)$$

Utilizando a Equação (4.6), repetida abaixo, pode se obter os modelos lineares locais utilizando a técnica de linearização proposta por Texeira e Zak [32].

$$a_{Z_i}^T = \nabla f_i + \frac{f_i(\bar{x}) - \bar{x}^T \nabla f_i(\bar{x})}{\|\bar{x}\|^2} \bar{x}$$

com \bar{x} ponto de operação.

Assim, pode-se obter as matrizes da representação espaço de estado dos modelos lineares locais:

$$A_{Z_i} = [a_{z_{1i}}^T \quad a_{z_{2i}}^T \quad a_{z_{3i}}^T \quad a_{z_{4i}}^T \quad a_{z_{5i}}^T]; \quad B_{Z_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{b}{c_1} \end{bmatrix}$$

onde

$$az_{1i}^T = \begin{bmatrix} \frac{-K}{2\sqrt{\bar{x}_{1i}}M} \\ 0 \\ \frac{c_f}{A_T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{Q_{02}}{2A_T \|\bar{x}_i\|} \bar{x}_i; \quad az_{2i}^T = \begin{bmatrix} \frac{K}{2\sqrt{\bar{x}_{1i}}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{Q_{02}}{2M \|\bar{x}_i\|} \bar{x}_i;$$

$$az_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]; \quad az_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1];$$

$$az_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-c_4}{c_1} & \frac{-c_3}{c_1} & \frac{-c_2}{c_1} \end{bmatrix}.$$

O projeto do controlador fuzzy (T-S) consiste em encontrar os ganhos de realimentação locais F_i , $i=1,2,\dots,r$, para a parte consequente de (5.15), tal que o sistema fuzzy T-S realimentado (5.17), seja estável e atenda aos requisitos de desempenho estabelecidos como proposto em [32].

A Figura 21 apresenta o diagrama de blocos para o controle do nível de aço no processo LCT-RD, usando o modelo fuzzy T-S.

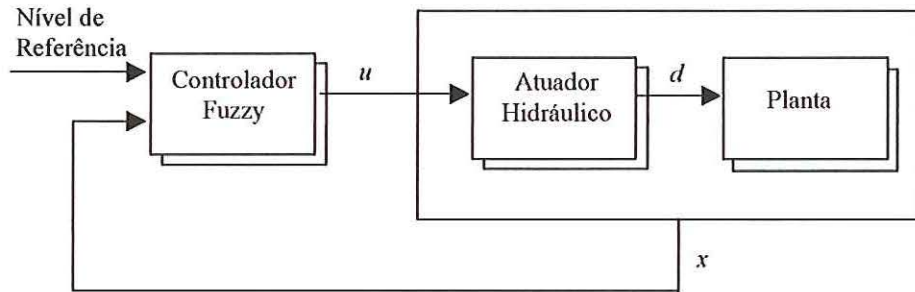


Figura 21 – Diagrama de bloco do controle do nível de aço no processo

LCT-RD, usando o modelo fuzzy T-S.

Adotando $\bar{x}_1 = (\frac{Q_{02}}{k})^2$; \bar{x}_2 ; $\bar{x}_3 = \frac{Q_{02}}{C_f}$; $\bar{x}_4 = \bar{x}_5 = 0$; $\bar{u} = \frac{b}{a_1}$ pode-se aproximar

o processo LCT-RD através das seguintes três regras do modelo Fuzzy,

1 Regra: SE $x_2(t)$ esta em torno de 0.12

ENTÃO $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1x(t)$

2 Regra : SE $x_2(t)$ esta em trono de 0.13

ENTÃO $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2x(t)$

3 Regra : SE $x_2(t)$ esta em torno de 0.14

ENTÃO $\dot{x}(t) = A_3x(t) + B_3x(t)$

A lei de controle resultante é da forma

Regra do controlador 1: SE $x_2(t)$ esta em torno de 0.12

ENTÃO $u(t) = -F_1x(t)$

Regra do controlador 2: SE $x_2(t)$ esta em torno de 0.13
ENTÃO $u(t) = -F_2x(t)$

Regra do controlador 3: SE $x_2(t)$ esta em torno de 0.14
ENTÃO $u(t) = -F_3x(t)$

As funções de pertinência utilizadas foram geradas através do módulo Fuzzy do MatLab, utilizando o comando *trimf* e *trapmf*, como na Figura 22.

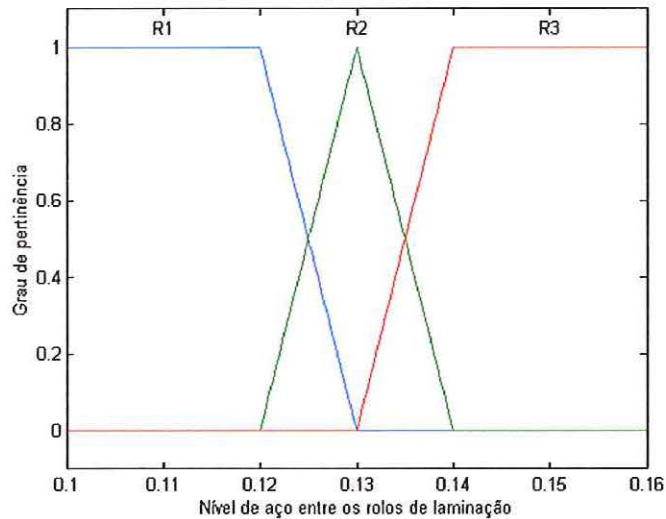


Figura 22 – Funções de pertinência para as regras 1,2 e 3 do controlador Fuzzy T-S.

O projeto do controlador foi feito considerando o índice de desempenho taxa de decaimento. As LMIs foram implementadas utilizando o módulo LMI do MatLab e os ganhos de realimentação de estados foram obtidos utilizando os modelos lineares locais considerando as técnicas de linearização por série de Taylor e a técnica proposta em [32].

Para validar a lei de controle foi realizada a simulação do sistema não linear (3.19) com a lei de controle (5.15) para três regras, $r=3$.

5.7 Modelo T-S com incerteza paramétrica para o processo LCT-RD

No projeto do controlador para controle do nível de aço no processo LCT-RD foi considerado incertezas na velocidade de rotação dos rolos de laminação sendo utilizadas as mesmas regras fuzzy e pontos de equilíbrio apresentados na Seção 5.6. A solução do problema de autovalor generalizado foi encontrada via LMIs as quais foram implementadas utilizando o módulo LMI do MatLab e os ganhos de realimentação de estados foram obtidos utilizando os modelos lineares locais considerando a técnica de linearização propostas em [32]. A formulação LMI desenvolvida no MatLab encontra-se no Apêndice A.

Os resultados obtidos com o modelo fuzzy T-S serão apresentados e discutidos no Capítulo 7 referente a resultados de simulação.

Capítulo 6

Controladores baseados em técnicas de linearização por realimentação

O presente capítulo descreve a estratégia de controle utilizando linearização por realimentação com compensação dos erros de modelagem. No método de linearização por realimentação as não linearidades do sistema são canceladas assegurando um sistema linear em malha fechada [39]. A compensação para erros de modelagem é realizada por meio da inclusão de uma lei de controle similar à utilizada em [14].

6.1 Estratégia de controle linearização por realimentação

A estratégia de controle apresentada nesta seção tem como objetivo obter uma lei de controle que implicará o cancelamento das não linearidades do sistema em malha fechada. No diagrama de blocos do sistema, Figura 23, pode-se identificar duas malhas na estrutura de controle. A malha interna é responsável pela linearização entrada-estado via $u(x, v)$ e $z = \phi(x)$, e a outra malha pela estabilização da dinâmica do sistema em malha fechada via uma lei de controle equivalente da forma $v = -K^T z$. Esta lei de controle é baseada no modelo matemático do processo LCT-RD e é apresentada de forma detalhada na seção a seguir.

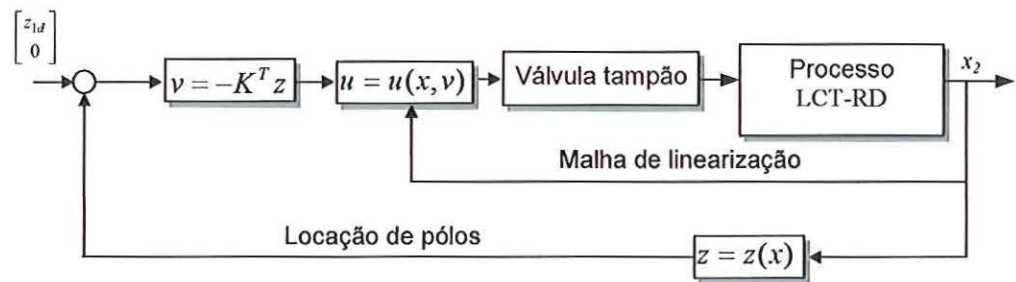


Figura 23 – Diagrama de bloco do sistema de controle linearização por realimentação.

6.1.1 Linearização do tipo entrada-estado para sistemas monovariáveis (SISO)

Considere o sistema não linear na forma espaço de estado:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (6.1)$$

onde f e g são funções suaves. A seguir são apresentadas definições, transformações do tipo entrada-estado e um procedimento para o projeto do controlador baseado em linearização por realimentação considerando o processo de nível LCT-RD [40].

Definição 6.1: Um sistema SISO não linear na forma (6.1), com $f(x)$ e $g(x)$ suaves em \mathfrak{R}^n , é dito ser entrada-estado linearizável se existir uma

região Ω em \mathfrak{R}^n , uma transformação $\phi : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^n$, e uma lei de controle de realimentação não linear dada por:

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \tag{6.2}$$

assim a nova variável de estado $z = \phi(x)$ e a nova entrada v satisfazem,

$$\dot{z} = Az + bv \tag{6.3}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \dot{0} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

O novo estado z é chamado estado linearizado e a lei de controle (6.2) é chamada lei de controle de linearização.

6.1.2 Condições para linearização entrada- estado

Definição 6.2: Seja $\phi(x)$ uma função suave definida na região Ω em \mathfrak{R}^n .

Se a matriz Jacobiana $\nabla\phi$ é não singular em Ω no ponto $x = x_0$, então $\phi(x)$

define um difeomorfismo local em uma sub-região de Ω .

Um difeomorfismo pode ser usado para transformar um sistema não linear em outro sistema não linear em termos de um novo conjunto de variáveis de estado. Considere o sistema dinâmico descrito a seguir:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$y = h(x).$$

Um novo estado pode ser definido por:

$$z = \phi(x) . \tag{6.4}$$

A derivada de z fornece:

$$\dot{z} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} (f(x) + g(x)u) . \tag{6.5}$$

Assim, pode-se facilmente encontrar a nova representação espaço de estado do sistema em z

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z) + g(z)u \\ y &= h(z). \end{aligned} \tag{6.6}$$

Definição 6.3: O sistema não linear (6.1), com $f(x)$ e $g(x)$ funções suaves, é entrada-estado linearizável, se e só se, existir uma região Ω tal que as seguintes condições sejam verificadas:

1. O sistema não linear é controlável.
2. O sistema não linear é involutível.

6.2 Linearização do sistema de nível do processo LCT-RD

Considere a representação espaço de estado do sistema do nível de ação do processo LCT-RD (3.16) repetida a seguir:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-K\sqrt{x_1}}{A_T} \\ \frac{[K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{M(x_2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ A_T \\ 0 \end{bmatrix} u$$

onde

$$M(x_2) = [(x_g + 2R) - 2\sqrt{R^2 - x_2^2}].$$

Supondo em (3.16) que x_g , x_1 e x_2 são medidos, uma possível lei de controle $u = Q_i$ seria da forma:

$$Q_i = \alpha(x) + \beta(x)v \tag{6.7}$$

com $\alpha: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$, $\beta: \mathfrak{R}^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ e v um controle equivalente que pode ser encontrado quando o sistema não linear é transformado em um sistema

linear equivalente. Baseado no sistema linear equivalente, pode-se ajustar um controlador para regular a variável x_2 , nível do aço entre os rolos de laminação.

A linearização entrada-estado do sistema de nível pode ser realizada de acordo com os seguintes passos:

1. Constrói-se o espaço vetorial $[g, ad_f g]$ para o sistema (3.16)

onde

$$f(x) = \begin{bmatrix} -K\sqrt{x_1} \\ A_T \\ [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}] \\ M(x_2) \end{bmatrix}$$

e

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ A_T \\ 0 \end{bmatrix}.$$

2. Verifica-se que as condições de controlabilidade e involutividade do sistema são satisfeitas.

3. Obtem-se o primeiro estado z_1 satisfazendo:

$$\nabla_{z_1} ad_f^0 g = 0$$

$$\nabla_{z_1} ad_f^1 g \neq 0$$

onde

$$\nabla_{z_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial x_1} & \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \end{bmatrix} \text{ é o Jacobiano ,}$$

$$ad_f g = [f, g] = \nabla g f - \nabla f g \text{ colchete de Lie .}$$

4. Calcula-se a transformação de estado $z(x) = [z_1 \ L_f z_1]^T$ e a entrada u ,

com:

$$\alpha(x) = -\frac{L_f^2 z_1}{L_g L_f z_1}$$

$$\beta(x) = -\frac{1}{L_g L_f z_1}$$

onde

$$\frac{\partial z_1}{\partial x} \dot{x} = L_f z_1.$$

Definição 6.4: Seja $z(x)$ uma função suave na região Ω . Então, em Ω , o conjunto de equações:

$$L_g z = L_g L_f z = \dots = L_g L_f^k z = 0, \quad (6.8)$$

é equivalente a

$$L_g z = L_{ad_f g} z = \dots = L_{ad_f^k g} z = 0 \text{ para } k \text{ inteiro e positivo.}$$

Prova: Vide [40].

Assim, tem-se:

$$\nabla_{z_1} ad_f^{n-1} g = (-1)^{n-1} L_g z_n .$$

Da Definição 6.4, usando o Passo 4 pode-se reescrever a equação (6.2) para o sistema de nível do processo LCT-RD como sendo:

$$u = \frac{(v - \nabla_{z_2} f)}{(\nabla_{z_2} g)} . \quad (6.9)$$

Com o modelo matemático do sistema de nível do processo LCT-RD pode-se encontrar o primeiro estado z_1 dado pelo Passo 3

$$\nabla_{z_1} ad_f^0 g = 0 \Rightarrow \nabla_{z_1} g = 0 \Rightarrow \frac{\partial z_1}{\partial x_1} = 0$$

$$\nabla_{z_1} ad_f^1 g \neq 0 \Rightarrow \nabla_{z_1} [\nabla f g] \neq 0$$

onde

$$\nabla f g = \begin{bmatrix} \frac{-K}{2\sqrt{x_1} A_T} \\ \frac{K}{2M(x_2)\sqrt{x_1} A_T} \end{bmatrix} = ad_f^1 g \Rightarrow \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \neq 0.$$

Assim, pode-se escolher $z_1 = x_2$ e obter

$$z_1 = x_2$$

$$z_2 = \nabla_{z_1} f \Rightarrow z_2 = \frac{[K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{M(x_2)}.$$

Assim, a lei de controle u pode ser encontrada calculando o Jacobiano de

z_2 ,

$$\nabla_{z_2} = \begin{bmatrix} \frac{K}{2\sqrt{x_1} M(x_2)} & -\frac{2x_2 [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{(\sqrt{R^2 - x_2^2}) M(x_2)^2} \end{bmatrix},$$

e obtendo

$$\nabla_{z_2} f = \frac{-K^2}{2M(x_2)A_T} - \frac{-2x_2 [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]^2}{\sqrt{R^2 - x_2^2} M(x_2)^3}, \quad (6.10)$$

e

$$\nabla_{z_2} g = \frac{K}{2\sqrt{x_1} M(x_2) A_T}. \quad (6.11)$$

Desta forma, podemos escrever

$$u = \left[\frac{v(2\sqrt{x_1} M(x_2) A_T)}{K} + K\sqrt{x_1} + \frac{4x_2 [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]^2 \sqrt{x_1} A_T}{\sqrt{R^2 - x_2^2} M(x_2)^2} \right], \quad (6.12)$$

com

$$z_1 = x_2$$

$$z_2 = \frac{[K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{M(x_2)}.$$

Pode-se verificar que utilizando a lei de controle dada por (6.12) em (3.16)

obtém-se,

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = v$$

usando

$$\frac{\partial z_2}{\partial t} = \frac{\partial z_2}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial z_2}{\partial x_2} \dot{x}_2 \quad (6.13)$$

e

$$\dot{z}_2 = \frac{K}{2\sqrt{x_1}M(x_2)}\dot{x}_1 + \frac{-2x_2L[K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]}{\sqrt{R^2 - x_2^2}M(x_2)^2}\dot{x}_2$$

e substituindo \dot{x}_1 e \dot{x}_2 na Equação (6.13) .

Pode-se projetar um controlador para regular o nível em um valor especificado uma vez que a trajetória desejada pode ser expressa em termos da componente z_1 . Assim, para

$$x_2 = x_{2d} = z_{1d} = \text{const.}$$

tem-se

$$v = -K_1(z_1 - z_{1d}) - K_2z_2. \quad (6.14)$$

Um termo de controle chamado de controle supervisor u_s é adicionado à variável de controle Q_i para garantir que o erro $e \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ [14]. Este controle supervisor é um termo de descontinuidade da forma $u_s = A \text{sgn}(e)$, onde sgn é uma função dada por:

$$\begin{aligned} \text{sgn}(e) &= +1 \quad \text{se } e > 0 \\ \text{sgn}(e) &= -1 \quad \text{se } e < 0 \end{aligned}$$

com $A > 0$ um parâmetro de projeto. O termo de controle supervisorio é inspirado nas técnicas apresentadas em [39] - [41]. A lei de controle torna-se então:

$$Q_i = \alpha(x) + \beta(x)[-K_1 e - K_2 z_2 + w \operatorname{sgn}(e)] \quad (6.15)$$

com

$$\alpha(x) = \frac{2\sqrt{x_1} M(x_2) A_T}{K} \frac{-K^2}{2M(x_2) A_T} - \frac{-2x_2 [K\sqrt{x_1} - Q_{o2}]^2}{\sqrt{R^2 - x_2^2} M(x_2)^3}$$

$$\beta(x) = \frac{2\sqrt{x_1} M(x_2) A_T}{K}$$

6.3 Unidade de controle fuzzy

Para compensar os erros de modelagem no processo de lingotamento LCT-RD, é adicionado à variável de controle Q_i , uma lei de controle fuzzy u_c . Desta forma a lei de controle (6.15) pode ser escrita como:

$$Q_i = \alpha(x) + \beta(x)[-K_1 e - K_2 Z_2 + w \operatorname{sgn}(e)] + u_c \quad (6.16)$$

onde u_c corresponde à saída do controlador fuzzy.



O controle fuzzy da forma (6.16) apresenta vantagens frente a sua utilização simples, uma vez que combina dois controladores proporcionando suas vantagens marcantes dentro de uma simples estrutura [42], [43].

A unidade de controle fuzzy foi projetada utilizando o modelo de fuzzificação e defuzzificação. Este modelo apresenta em sua estrutura características de controle adaptativo e incorpora ao seu desenvolvimento o conhecimento experimental do processo. A unidade de controle fuzzy proposta é constituída de duas entradas, erro do nível e variação do erro, e uma saída, representada pelo erro de modelagem do sistema. Cada entrada é composta por um conjunto de três bases lingüísticas, assim como sua saída, totalizando um total de nove possíveis ações de controle. A Tabela 3 apresenta a base de regras utilizada na unidade de controle fuzzy.

Tabela 3 – Base de regras da unidade de controle fuzzy.

| | | Variação do erro | | |
|------|---|------------------|---|---|
| | | N | Z | P |
| Erro | N | P | P | Z |
| | Z | P | Z | N |
| | P | Z | N | N |

A determinação de todos os termos lingüísticos utilizados neste projeto aplicados às entradas, erro e variação do erro, e à saída do sistema, erro de modelagem, associadas às suas respectivas funções de pertinência são mostradas nas Figuras 24, 25 e 26.

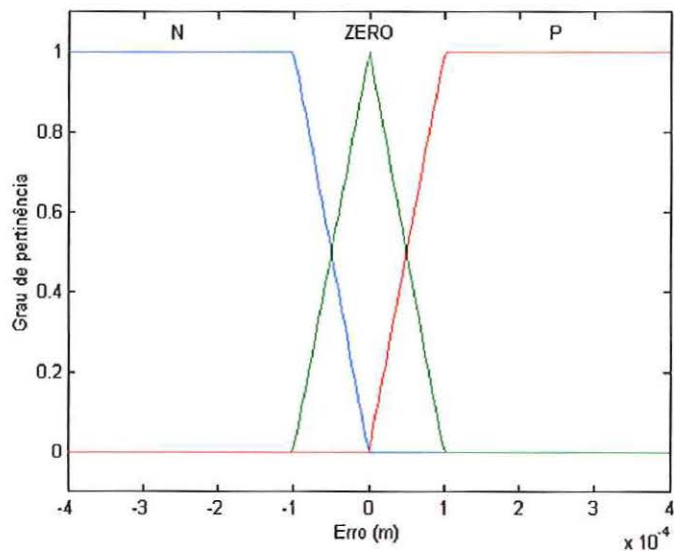


Figura 24 – Função de pertinência da entrada: erro do nível.

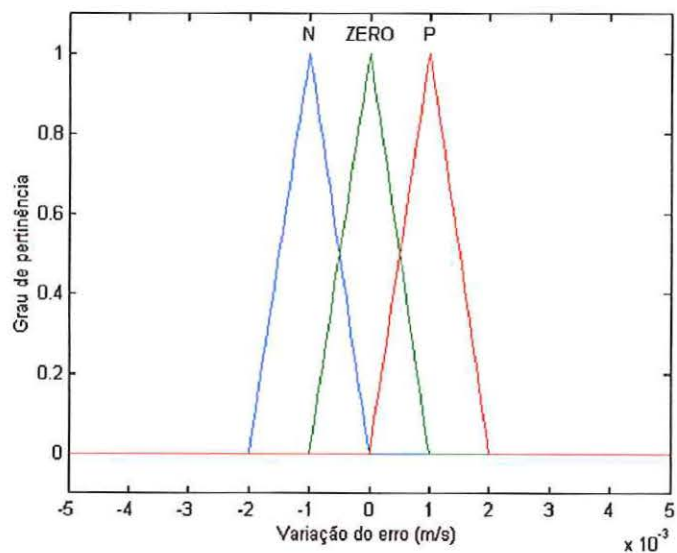


Figura 25 – Função de pertinência da entrada: variação do erro.

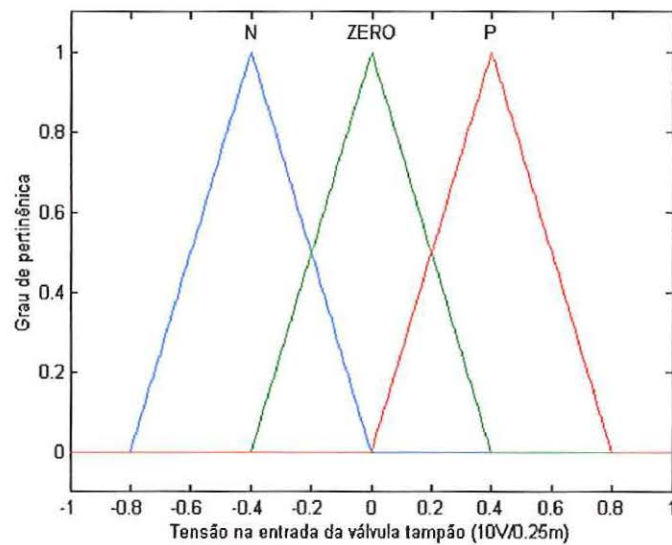


Figura 26 – Função de pertinência da saída: tensão na entrada da válvula tampão.

A inferência fuzzy lingüística é realizada aplicando a operação de max-min assim como o método de defuzificação centro de área. A unidade de controle fuzzy foi projetada utilizando a formulação apresentada na Seção 4.2.

Capítulo 7

Resultados de simulações

Para demonstrar o desempenho assim como as principais características das técnicas de controle desenvolvidas neste trabalho, diversas simulações considerando os parâmetros reais do processo LCT-RD foram realizadas e são apresentadas neste capítulo.

7.1 Casos de simulações

Nas simulações realizadas foi considerado que as variações da distância entre os rolos x_g e da velocidade de rotação dos rolos são periódicas, porque na prática as mesmas são próximas à periódicas [17].

As diferentes técnicas de controle propostas são testadas no modelo matemático da planta do IPT descrita no Capítulo 1 deste trabalho e comparadas com o controle convencional PID.

Os distúrbios decorrentes da variação da distância entre os rolos x_g são considerados como erros de modelagem e os valores empregados na simulação são mostrados na Figura 12. Esta variação foi adotada considerando o efeito causado pelos harmônicos de até 3 ordem na frequência de rotação dos rolos cilíndricos. Os resultados analisados são válidos em situação real pois os testes foram realizados considerando os valores da planta LCT-RD do IPT. A altura do *tundish* intermediário é igual à 0.11 m. O raio e o comprimento dos rolos cilíndricos são ambos iguais a

0.375 m e a distância entre os rolos x_g é adotada como 0.002 m. Os valores do nível de aço fundido no processo em operação normal são: $y_d = 0.13 m$, $y_{\min} = 0.12 m$, $y_{\max} = 0.14 m$ com uma velocidade de rotação dos rolos de laminação de 0.496 m/s proporcionando uma vazão de saída de $Q_{o2} = 3.07e-4 m^3/s$, valor limitado pelo projeto do *tundish* intermediário. O deslocamento máximo da válvula tampão é de 0.05 m. Os valores dos parâmetros do atuador eletro-hidráulico e do *tundish* intermediário são dados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente.

Tabela 4 - Parâmetros do atuador hidráulico.

| | | | |
|-----------|---------------------|----------|-------------------------------|
| M_a | 150Kg | V_t | 7,9E-5m ³ |
| β_e | 7,8E8Pa | K_{co} | 2E-5(m ³ /s)/V |
| A_p | 10E-4m ² | K_d | 40V/m |
| B | 1200Ns/m | K_a | 30 |
| K_{eqo} | 2E-5 | K_p | 3,3E-12(m ³ /s)/Pa |

Tabela 5 - Parâmetros do *tundish* intermediário.

| | |
|-------|------------------------|
| A_T | 0.00675m ² |
| r | 0.004 |
| n_f | 6 |
| A_f | 0.000016m ² |
| c_f | 0.035m ² /s |

Caso 1

Utilizou-se as técnicas de controle linearização por realimentação, controle fuzzy Mamdani e o controle convencional PID, com perturbação de 10% na vazão de saída, Q_{o2} . As Figuras 27, 28 e 29 ilustram os resultados

de simulação para o nível de aço fundido entre os rolos de laminação, no *tundish* intermediário e o comportamento da válvula tampão no processo.

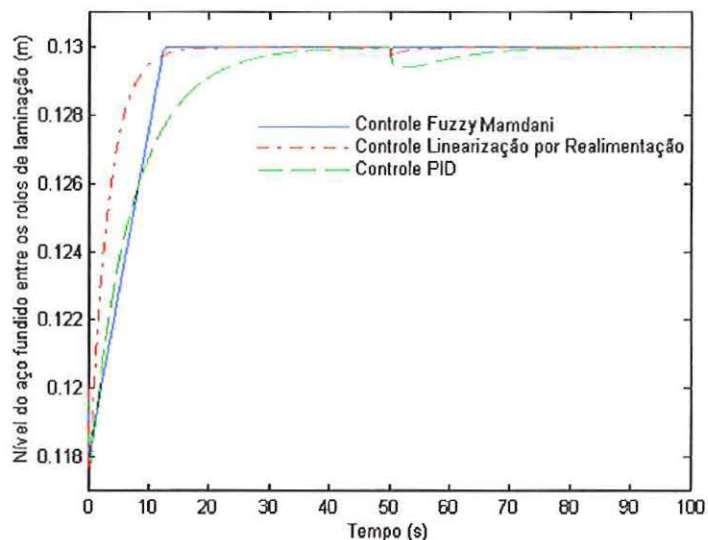


Figura 27 – Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação na vazão de saída Q_{o2} .

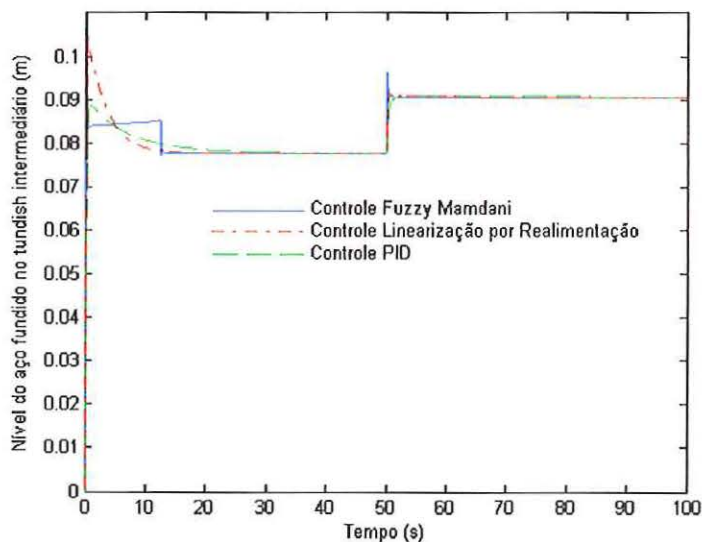


Figura 28 – Simulação do nível do aço fundido no tundish intermediário com perturbação na vazão de saída Q_{o2} .

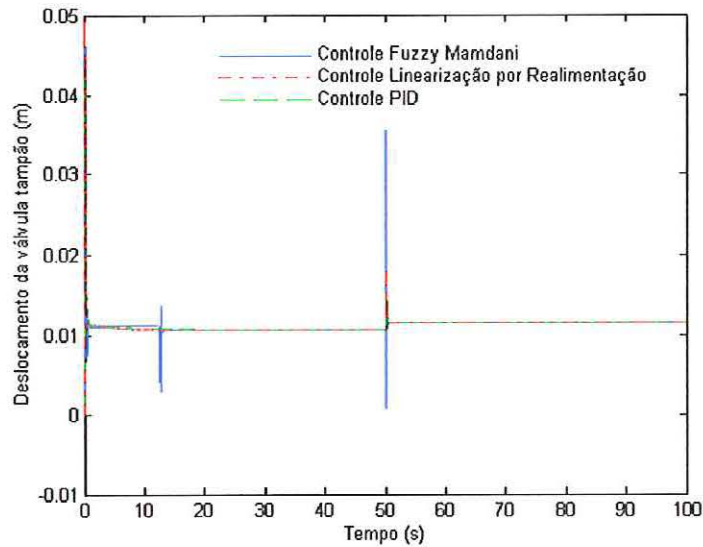


Figura 29 – Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação na vazão de saída Q_{o2} .

No instante de tempo igual a 50 segundos é acrescentada à vazão de saída Q_{o2} , uma perturbação correspondente a 10% de Q_{o2} inicial. O controlador PID responsável pela regulação do nível no processo LCT-RD apresenta ganhos fixos proporcional, integral e derivativo iguais a 50, 4.5 e 100, respectivamente. Os parâmetros de ambos os controladores foram obtidos a partir de simulações. Os valores K_1 e K_2 referentes ao controlador linearização por realimentação, foram obtidos através da técnica de posicionamento de pólos de forma a obter a estabilidade do processo e seus valores correspondem a 5 e 15, respectivamente. O valor de u_s foi obtido através de simulações com valor de amplitude igual a 0.0155.

Na Figura 27 pode-se verificar que o controle convencional PID não apresentou bons resultados para os valores de ganhos proporcional, integral e derivativo escolhidos visto que o sistema não consegue anular o efeito da perturbação na vazão de saída Q_{o2} , ocorrendo uma variação indesejada no nível de aço do processo. Verificou-se também um elevado tempo para levar o sistema ao nível desejado assim como um elevado tempo para retorno do nível medido ao valor desejado. O controle linearização por realimentação apresentou bons resultados levando o sistema ao nível desejado em um intervalo de tempo inferior ao controle PID e sua utilização possibilitou uma redução no valor da variação do nível medido, em presença de distúrbios na vazão de saída Q_{o2} , e conseqüentemente um tempo inferior de retorno ao nível desejado. O controlador fuzzy apresentou excelentes resultados apresentando-se eficiente para anular o efeito da perturbação e com um tempo de acomodação inferior às demais técnicas apresentadas nesta simulação, como verificado na Figura 27.

Na Figura 28 pode-se verificar o comportamento do aço fundido no *tundish* intermediário, verifica-se que o controle linearização por realimentação necessita de uma maior variação em amplitude no valor da variável de controle, como pode ser observado na Figura 28 onde o nível do aço no *tundish* intermediário chega ao limite correspondente à altura do *tundish*.

Considerando como variável de controle o deslocamento da válvula tampão, e estando o processo operando a uma velocidade inicial de 0.49 m/s para um nível de aço correspondente a 0.12 m, a mudança do valor

operacional do nível de aço para 0.13 m implicou um aumento no valor do deslocamento da válvula tampão. Este aumento no valor do deslocamento da válvula tampão apresentou-se de diferentes formas dependendo do tipo de controlador utilizado. Devido ao menor tempo de acomodação do controlador fuzzy pode-se observar na Figura 29 um maior valor de deslocamento na válvula tampão, assim como um tempo inferior ao controle convencional PID e ao controle linearização por realimentação, para atingir o deslocamento correspondente ao valor do nível desejado. Esta oscilação correspondente ao deslocamento da válvula tampão apresenta características subamortecida com um tempo de acomodação muito pequeno.

O controle linearização por realimentação apresenta uma variação suave no deslocamento da válvula tampão e um tempo de acomodação para a variável de controle aproximadamente igual ao controle convencional PID, como verificado na Figura 29.

A presença de uma perturbação na vazão de saída do sistema implica mudança do valor da variável de controle do processo, esta variação é extremamente rápida para o controle fuzzy o que torna o erro relativo do nível de aço muito pequeno. A ação de controle linearização por realimentação apresenta um pequeno tempo de atraso em relação ao controle fuzzy o que provoca uma pequena variação no valor do nível desejado. Já o controlador convencional PID apresenta-se lento, com sinal de controle apresentando sobresinal e um longo tempo de acomodação, não

sendo desta forma capaz de evitar grandes variações no valor do nível desejado.

Em termos quantitativos a presença da perturbação no instante de tempo 50 segundos gerou uma variação do nível de aproximadamente 0.54% para o controlador convencional PID, 0.23% com a utilização do controlador linearização por realimentação e 0.0769% com o uso do controlador fuzzy, em termos de erro relativo referente ao valor do nível desejado.

Caso 2

Utilizou-se as técnicas de controle linearização por realimentação, controle fuzzy Mamdani e o controle convencional PID, utilizando uma perturbação na velocidade de rotação dos rolos de laminação contendo até o seu terceiro harmônico. As Figuras 30, 31 e 32 ilustram os resultados de simulação para o nível de aço fundido entre os rolos de laminação, no *tundish* intermediário e o comportamento da válvula tampão no processo.

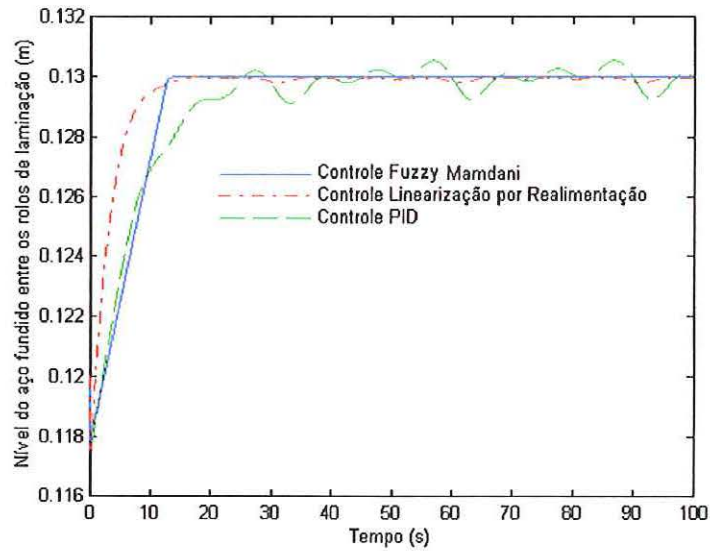


Figura 30 – Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação.

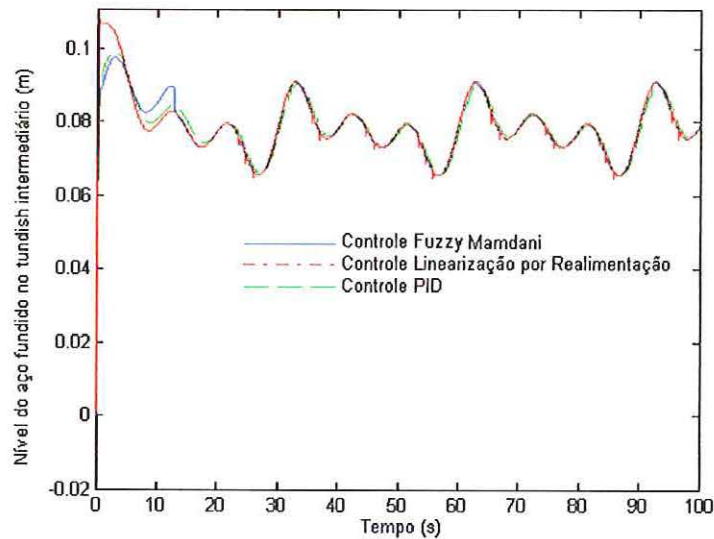


Figura 31 – Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação.

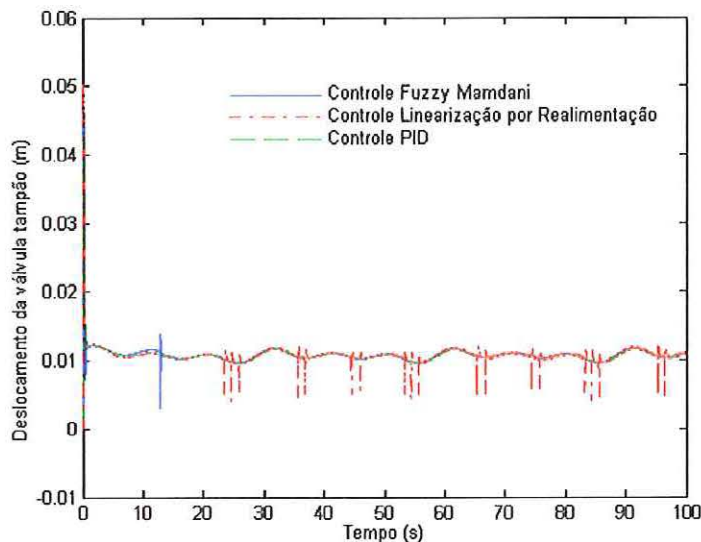


Figura 32 – Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação harmônica na velocidade de rotação dos rolos de laminação.

A resposta do nível à perturbação na velocidade de rotação dos rolos cilíndricos é representada na Figura 30 com valores de pico correspondendo a 10% do valor nominal da velocidade dos rolos de laminação e uma frequência de 0.210 rad/sec.

Observa-se na Figura 30 que o controle PID apresenta grandes variações no valor do nível desejado não assegurando as características desejadas no projeto. Já o controle linearização por realimentação apresentou bons resultados sofrendo alterações inferiores no valor do nível especificado, quando comparado ao controle convencional PID. O controlador fuzzy mostrou-se hábil para anular os efeitos da perturbação na velocidade de rotação dos rolos de laminação, não sofrendo variações no valor do nível desejado de aço fundido entre os rolos de laminação. Pode-se observar os mesmos comentários feitos no Caso 1 para a variação no nível

de aço fundido no *tundish* intermediário e no deslocamento da válvula tampão. Entretanto, deve-se observar a presença de pontos onde ocorrem variações bruscas no deslocamento da válvula tampão para o controle linearização por realimentação, como mostra a Figura 32. Estes pontos são gerados devido a presença do controle supervisor u_s , que tem por finalidade zerar o erro de regime do sistema.

Será apresentado no Caso 3 o mesmo procedimento observado no Caso 1, sendo que no Caso 3 foram acrescentados erros de medição com o objetivo de representar as condições de operação real do sistema. Os erros de medição foram representados por um ruído branco, ruído que contém toda a faixa de espectro de frequência, o qual foi somado ao valor do nível medido. Este ruído apresenta um valor de amplitude correspondente à 3% do valor do nível desejado.

Caso 3

Utilizou-se as técnicas de controle linearização por realimentação, controle fuzzy e o controle convencional PI, com perturbação de 10% na vazão de saída, Q_{o2} , e a presença de erros de medição. As Figuras 33, 34 e 35 ilustram os resultados de simulação para o nível de aço fundido entre os rolos de laminação, no *tundish* intermediário e o comportamento da válvula tampão no processo.

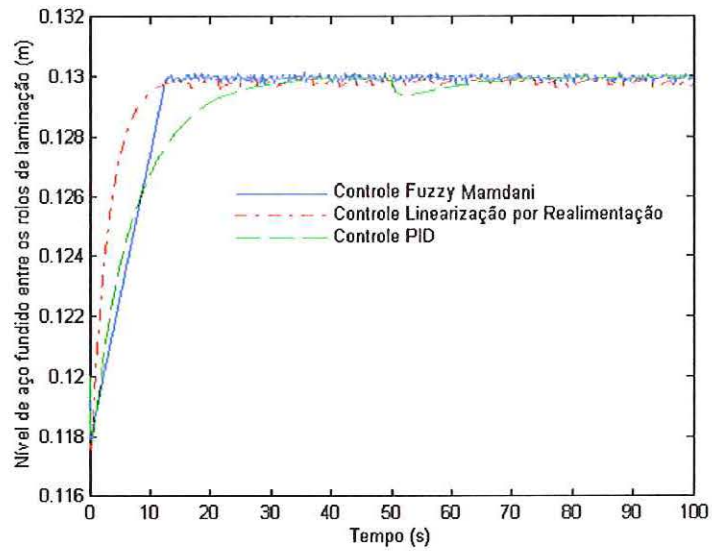


Figura 33 – Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com erros de medição.

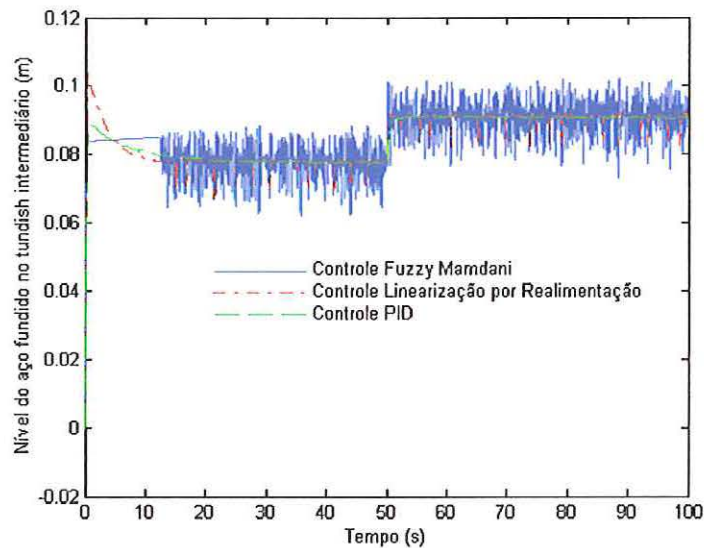


Figura 34 – Simulação nível do aço fundido no *tundish* intermediário com erros de medição.

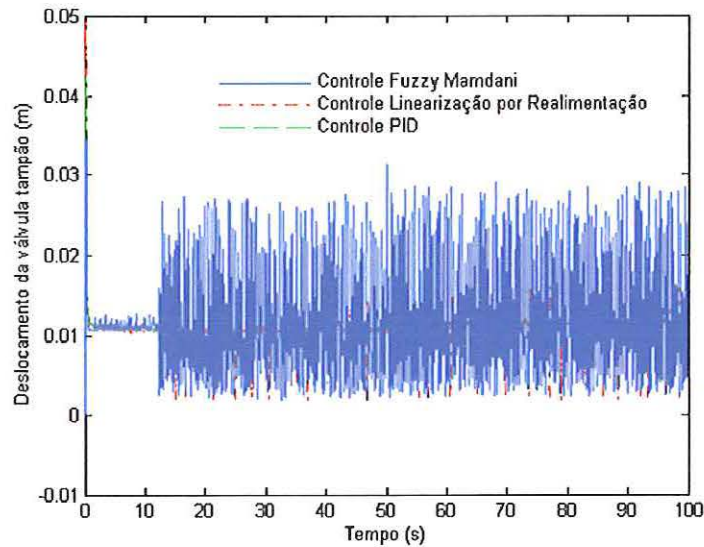


Figura 35 – Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de medição.

Estas simulações têm como objetivo verificar a eficiência do controlador fuzzy em situações bem próximas à real. A fonte de ruído proveniente dos equipamentos de medição é representada por um ruído branco com amplitudes correspondente à 3% do nível desejado.

Na Figura 33 pode-se verificar o bom desempenho do controlador fuzzy frente ao controlador linearização por realimentação e controle convencional PID. O controlador fuzzy apresentou pequenas variações no valor do nível desejado quando comparadas às técnicas linearização por realimentação e controle convencional PID. Entretanto, verifica-se nas Figuras 34 e 35, que o sinal de saída do controlador fuzzy foi fortemente sensibilizado por ruídos provenientes da fonte de medição. Esta sensibilização ocorre em virtude da provável elaboração da base de regras do controlador fuzzy que opera em situações extremas da variação do erro, gerada pela fonte de ruído. Na

Figura 35 observa-se que a fonte de ruído sensibiliza o controlador linearização por realimentação através de variações bruscas no deslocamento da válvula tampão, isto se deve à presença do termo supervisor u_s . Estes resultados comprovam a maior sensibilidade das técnicas de controle fuzzy e linearização por realimentação.

No Caso 4 será considerado o efeito de possíveis erros de modelagem.

Caso 4

Nesta simulação foi considerado o efeito de erros de modelagem. Utilizaram-se as técnicas de controle linearização por realimentação, controle fuzzy Mamdani, controle convencional PID e controle linearização por realimentação com unidade de controle fuzzy. As Figuras 36, 37, 38 e 39 ilustram os resultados.

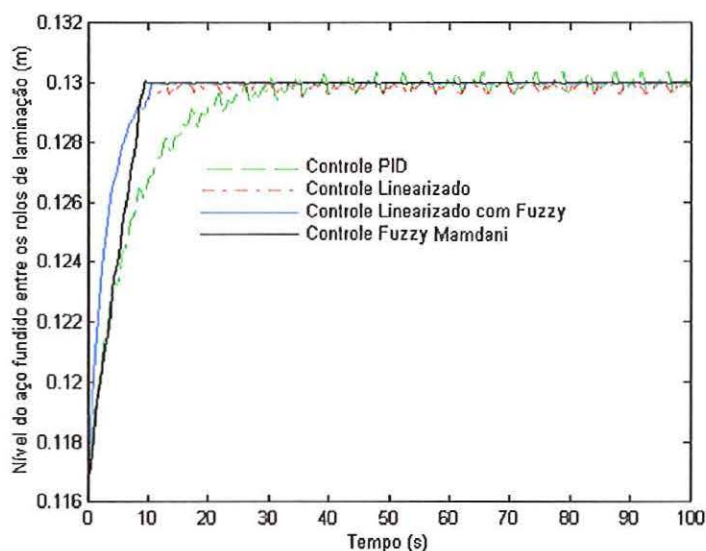


Figura 36 – Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação com erros de modelagem.

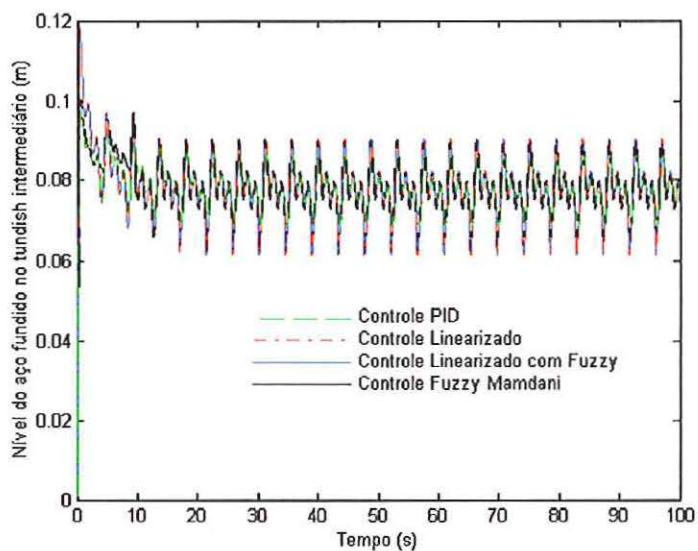


Figura 37 – Simulação do nível do aço fundido no tundish intermediário com erros de modelagem.

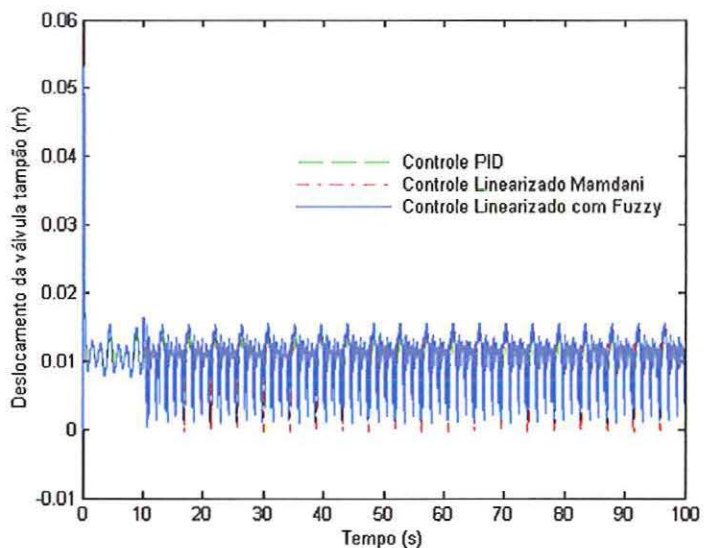


Figura 38 – Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de modelagem.

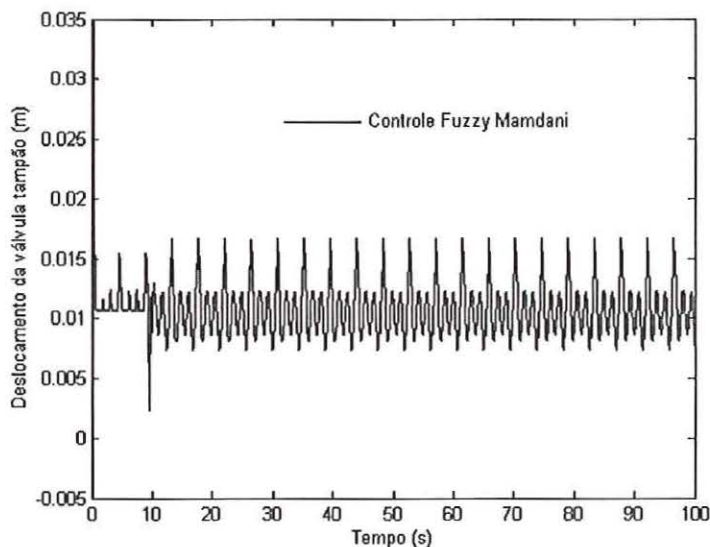


Figura 39 – Simulação do deslocamento da válvula tampão com erros de modelagem, controlador fuzzy Mamdani.

Nestas simulações pode-se observar que o controle linearização por realimentação e o controle convencional PID não apresentam resultados satisfatórios quando é acrescentado à estrutura do sistema erros de modelagem. Entretanto, quando é acrescentado uma unidade de controle fuzzy à lei de controle da técnica linearização por realimentação os resultados para regulagem do nível de aço formado entre os rolos de laminação, são excelentes como verificado na Figura 36. Esta unidade de controle fuzzy apresenta característica seletiva sendo sua atuação limitada à eliminação de erros de regime, devido à presença de erros de modelagem no sistema. Nas Figuras 37, 38 e 39 verificam-se forte sensibilização do sinal de controle para ambas as técnicas de controle utilizadas, com maior intensidade para o método de linearização por realimentação com unidade de controle fuzzy, pois este compensa fortemente as variações no nível de

aço fundido formado entre os rolos de laminação. Verifica-se nas Figuras 36 e 39 que o controlador fuzzy também apresentou-se capaz de regular o nível de aço entre os rolos de laminação, apresentando menores variações no deslocamento da válvula tampão.

Caso 5

Neste caso as técnicas de controle fuzzy foi simulada comparando o modelo fuzzy Mamdani com os modelos fuzzy T-S foram considerados como condição iniciais os seguintes valores para o processo de LCT-RD, $h_1=0.0758$ m e $h_2=0.11$ m. O projeto do controlador utilizando o modelo fuzzy T-S com a técnica de linearização proposta em [32] apresentou para $\alpha = 0.1$ o seguinte resultado:

$$P_z = \begin{bmatrix} 0.0204 & 0.0444 & 0.2644 & 0.1789 & 0.0425 \\ 0.0444 & 0.1069 & 0.6318 & 0.4268 & 0.1030 \\ 0.2644 & 0.6318 & 4.4538 & 3.0618 & 0.7583 \\ 0.1789 & 0.4268 & 3.0618 & 2.1921 & 0.5555 \\ 0.0425 & 0.1030 & 0.7583 & 0.5555 & 0.1529 \end{bmatrix}$$

$$F_{z_1} = [0.0001 \quad 0.0001 \quad -39.9991 \quad -1.6726 \quad -0.0007]$$

$$F_{z_2} = [0.0001 \quad 0.0001 \quad -39.9991 \quad -1.6726 \quad -0.0007]$$

$$F_{z_3} = [0.0001 \quad 0.0002 \quad -39.9988 \quad -1.6723 \quad -0.0006]$$

O resultado obtido utilizando linearização por série de Taylor é apresentado a seguir também considerando $\alpha=0.1$

$$P_T = \begin{bmatrix} 0.0196 & 0.0383 & 0.1658 & 0.0928 & 0.0187 \\ 0.0383 & 0.0805 & 0.3349 & 0.1871 & 0.0381 \\ 0.1658 & 0.3349 & 1.6225 & 0.9288 & 0.1962 \\ 0.0928 & 0.1871 & 0.9288 & 0.5591 & 0.1224 \\ 0.0187 & 0.0381 & 0.1962 & 0.1224 & 0.0307 \end{bmatrix}$$

$$F_{T_1} = [0.0001 \quad 0.0001 \quad -39.9993 \quad -1.6728 \quad -0.0008]$$

$$F_{T_2} = [0.0001 \quad 0.0002 \quad -39.9992 \quad -1.6728 \quad -0.0007]$$

$$F_{T_3} = [0.0001 \quad 0.0002 \quad -39.9989 \quad -1.6726 \quad -0.0007]$$

Todos os demais parâmetros utilizados nesta simulação foram mantidos como apresentados no início deste capítulo. As Figuras 40, 41, 42 e 43 ilustram os resultados para o comportamento do nível de aço entre os rolos de laminação, no *tundish* intermediário, para o deslocamento da válvula tampão e para o sinal de saída do controlador, respectivamente.

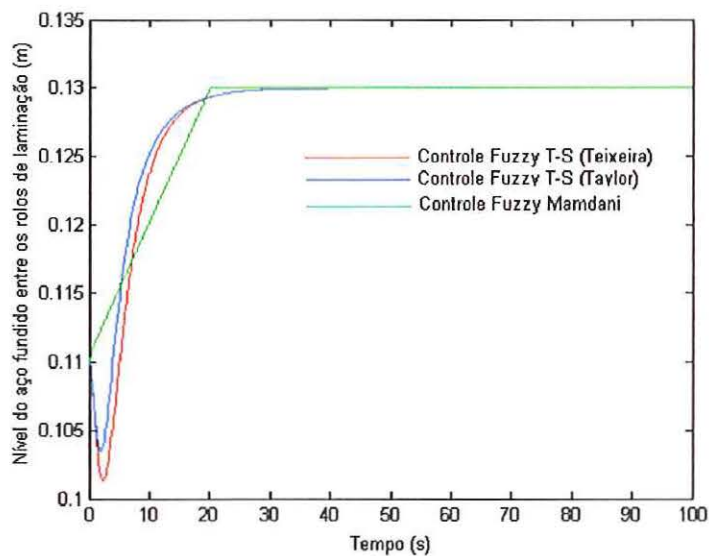


Figura 40 – Simulação do nível do aço fundido entre os rolos de laminação utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani.

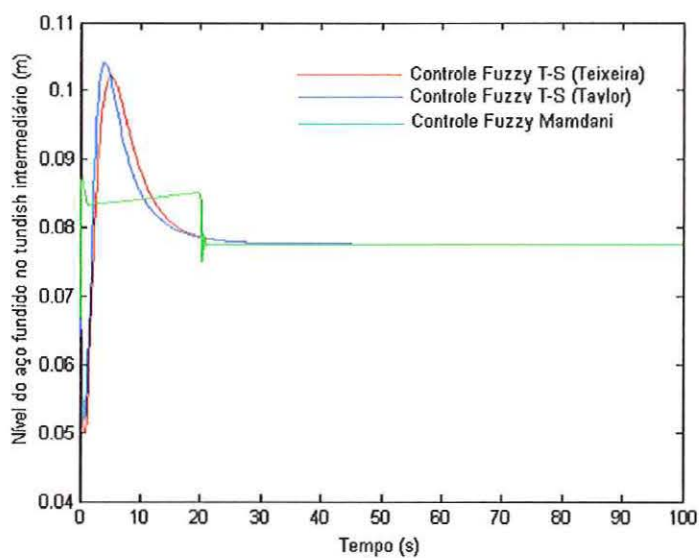


Figura 41 – Simulação do nível do aço fundido no *tundish* intermediário utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani.

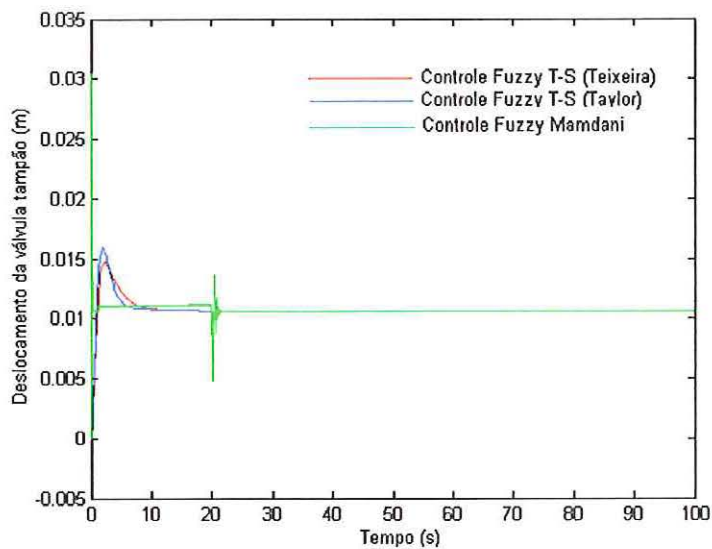


Figura 42 – Simulação do deslocamento da válvula tampão utilizando controle fuzzy T-S e Mamdani.

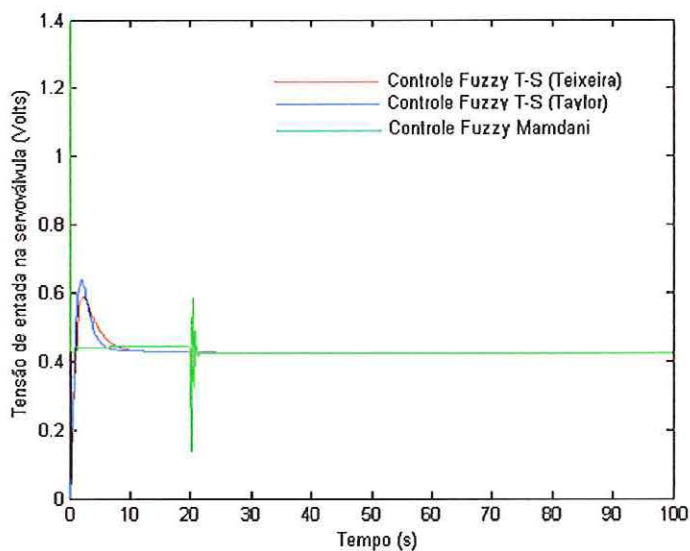


Figura 43 – Simulação da tensão de saída do controlador fuzzy com os modelos T-S e Mamdani.

Na Figura 40 pode-se observar o bom desempenho do controlador fuzzy Mamdani frente ao controlador fuzzy T-S. Verifica-se que o controlador fuzzy Mamdani levou o sistema ao nível desejado em um intervalo de tempo inferior ao controlador fuzzy T-S sendo que este último apresentou características físicas de um sistema de fase não mínima, sistema que possui dinâmica-zero instável. Neste caso, o nível de aço fundido entre os rolos de laminação foi levado a um nível inferior ao nível inicial para em seguida subir ao seu valor de referência. Na Figura 41 verifica-se que o controle fuzzy T-S utilizando o modelo proposto em [32] apresentou o valor do nível no *tundish* intermediário inferior ao modelo fuzzy T-S utilizando linearização por série de Taylor, isso se deve devido a uma melhor aproximação do sistema nas vizinhanças do ponto de operação quando utilizando a formula de linearização proposta em [32]. O nível de aço no *tundish* intermediário quando foi utilizado o controlador fuzzy Mamdani apresentou resultados superiores ao controle fuzzy T-S devido a uma menor variação em sua amplitude máxima. Entretanto, pode-se verificar variações bruscas em alguns pontos devido a forte sensibilidade do controlador Mamdani resultante de uma base de regra que apresenta características heurísticas. Através da Figura 42 pode-se observar a rápida atuação do controlador fuzzy Mamdani onde observa-se que a válvula tampão apresenta um tempo de resposta muito inferior ao controle fuzzy T-S. Entretanto, o deslocamento da válvula tampão apresenta valores superiores ao controle fuzzy T-S isso pode comprometer ou limitar a sua ação para valores de nível de referência superior ao patamar preestabelecido neste projeto, limitando

sua faixa de operação. Na Figura 43 é apresentado a tensão de saída dos controladores fuzzy. Como pode ser observado o controlador fuzzy Mamdani apresenta uma tensão de saída superior ao do controlador fuzzy T-S atuando em um curto intervalo de tempo o que acarreta um maior deslocamento da válvula tampão e conseqüentemente um tempo de resposta inferior ao controle fuzzy T-S como verificado nas Figuras 40, 41 e 42.

Uma das características mais importantes de um controlador é a sua robustez isto significa que o sistema deve permanecer estável mesmo considerando incertezas no modelo da planta. No Caso 6 serão apresentados os resultados de simulação utilizando um controlador fuzzy T-S com custo garantido para incertezas paramétricas do tipo politópicas, como apresentado na Seção 5.5.1.

Caso 6

Neste caso a técnica de controle fuzzy T-S com custo garantido foi considerada com o objetivo de verificar o real comportamento do sistema fuzzy T-S incerto em malha fechada. As Figuras 44, 45, 46 e 47 ilustram os resultados obtidos para o nível de aço entre os rolos de laminação, nível de aço entre o *tundish* intermediário, deslocamento da válvula tampão e tensão de saída do controlador.

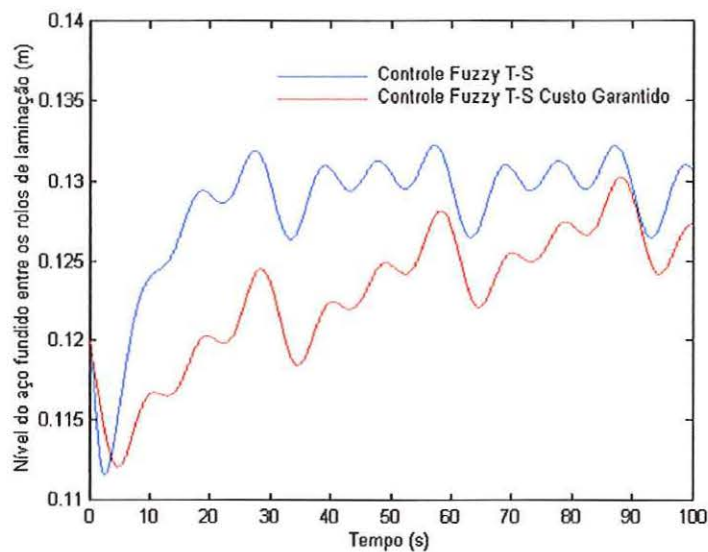


Figura 44 – Simulação do nível de aço fundido entre os rolos de laminação com perturbação na velocidade dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.

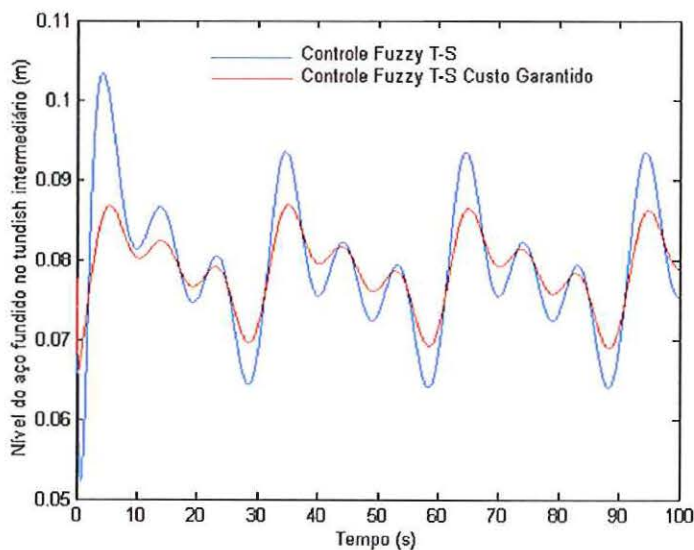


Figura 45 - Simulação do nível de aço fundido no *tundish* intermediário com perturbação na velocidade dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.

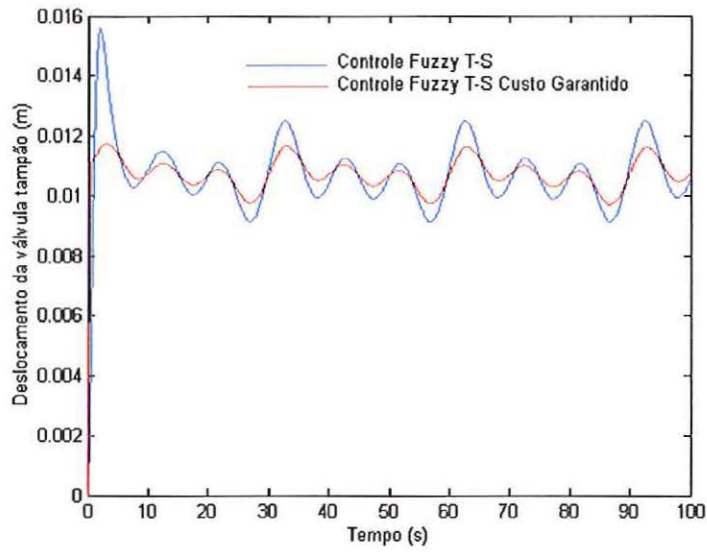


Figura 46 - Simulação do deslocamento da válvula tampão com perturbação na velocidade de rotação dos rolos de laminação usando os modelos fuzzy T-S.

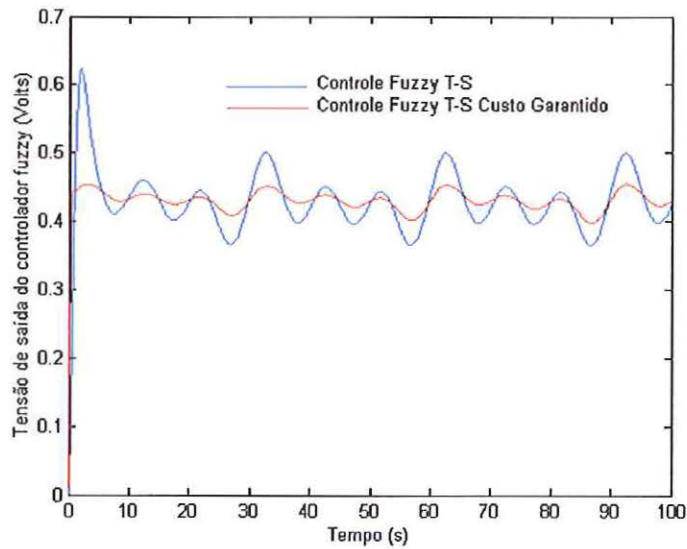


Figura 47 – Simulação da tensão de saída do controlador fuzzy com os modelos T-S.

Neste caso foram considerados incertezas na velocidade de rotação dos rolos de laminação com valores de pico correspondendo a 10% do seu valor nominal e uma frequência de aproximadamente 0.210 rad/sec. O projeto do controlador fuzzy T-S com custo garantido apresentou o seguintes resultados

$$P = \begin{bmatrix} 0.0007 & 0.001 & 0.003 & 0.0002 & 0 \\ 0.0008 & 0.003 & 0.003 & 0.0001 & 0 \\ 0.0026 & 0.003 & 0.26 & 0.032 & 0.0001 \\ 0.0002 & 0.0001 & 0.032 & 0.016 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = [0.1820 \quad 0.1767 \quad -20.4727 \quad 3.0226 \quad 0.4064]$$

$$F_2 = [0.1910 \quad 0.2039 \quad -19.0882 \quad 3.3226 \quad 0.4284]$$

$$F_3 = [0.0641 \quad 0.0773 \quad -32.6246 \quad 0.0469 \quad 0.1462]$$

Os ganhos do controlador fuzzy T-S com custo garantido foram obtidos resolvendo as desigualdades matriciais como apresentado na Seção 5.5 com $Q_0=0.09 I_5$ e $R_0= 0.09$.

O projeto do controlador fuzzy com custo garantido permite considerar incertezas na estrutura da planta garantindo desta forma que o sistema se

mantenha estável na faixa de incertezas preestabelecida no projeto. Na Figura 44 pode-se perceber que o controlador fuzzy com custo garantido para $Q_0=0.09 I_5$ e $R_0= 0.09$ não apresentou resultados satisfatórios frente ao controle fuzzy T-S devido ao maior tempo de acomodação do nível em seu valor desejado. Entretanto, pode se observar que o nível de aço no *tundish* intermediário sofreu menor variação em amplitude quando controlado pelo controlador fuzzy com custo garantido. A mesma observação pode ser feita com relação à amplitude do sinal de controle e conseqüentemente do deslocamento da válvula tampão onde se percebe uma significativa redução em seus valores, isso permitiria que o sistema utilizando um controlador com custo garantido opere em condições de maior incerteza. O tempo de acomodação do sistema pode ser reduzido através de alterações nos valores de Q_0 e R_0 os quais implicam a obtenção de novos ganhos de realimentação.

7.2 Plataformas industriais que utilizam controladores fuzzy

Dentre as principais técnicas de controle discutidas neste trabalho, os sistemas de controle fuzzy foram os que apresentaram melhores resultados no controle do nível do aço no processo LCT-RD como verificado nos casos

de simulação apresentados neste capítulo. Os controladores fuzzy especialmente aqueles baseados em regras, modelo Mamdani, são os mais práticos e efetivamente aplicados em processos industriais pois existem no mercado deversos fabricantes que adotaram a solução de controladores fuzzy em seus controladores lógicos programáveis (CLP), como exemplo AEGTM, Klockner-MoellerTM, OMRONTM, FoxboroTM, Allen-BradleyTM e SiemensTM, assim como muitos outros. Atualmente estes produtos estão sendo produzidos de forma a respeitar as normas ISO 9000 e IEC 1131, que estão se tornando especificações internacionais [30].

Com o objetivo de verificar a viabilidade de implementação do sistema de controle fuzzy desenvolvido neste trabalho foi feita uma pesquisa junto a empresa Siemens S.A do Brasil sobre as possíveis configurações do seus CLPs que utilizam módulos de controle fuzzy.

Os CLPs Siemens SIMATIC S7-300, S7-400 e WinCC são CLPs que possuem módulos de controle fuzzy em sua estrutura. Estes CLPs podem ser usados em todos os níveis de automação como única estrutura de controle da planta ou combinado com o controle convencional PID de forma a obter um melhor resultado.

A família SIMATIC possui uma estrutura de controle formada por blocos funcionais fuzzy com uma interface Windows sendo que a comunicação entre os cartões de aquisição de dados e o SIMATIC S7 é feito através de um barramento de campo, programa de comunicação, chamado de PROFIBUS [44]. A seguir será apresentado as principais características de configuração dos controladores SIMATIC:

- 1 As regras SE-ENTÃO são organizadas de forma matricial.
- 2 Análise *off-line*, permite ao sistema simular sinais de entrada para verificar o correto funcionamento do sistema de controle fuzzy.
- 3 Análise tridimensional do sistema de controle, através da representação gráfica da matriz de regra em uma superfície de controle.
- 4 Interface para sistemas baseados em redes neurais.
- 5 Assistência imediata em todos os pontos do programa através do *help on-line*.

Os blocos funcionais fuzzy contém todos os algoritmos necessários para cálculos do sistema fuzzy como fuzzificação, processamento da base

de regras e defuzzificação, na Tabela 6 serão apresentados as principais características dos blocos funcionais utilizados pela família de controladores SIMATIC.

Tabela 6 – Características dos blocos funcionais fuzzy.

| | Blocos funcionais fuzzy | | |
|-------------------------|---|--|---|
| | FB30 | FB31 | WinCC |
| Tamanho | 4 KB | 20 KB | Pode ser editado graficamente como um objeto padrão. |
| Processador | 80486 ou superior | 80486 ou superior | 80486 ou superior |
| Memória | 16 Mbyte RAM | 16 Mbyte RAM | 16 Mbyte RAM |
| Disco rígido | 5 Mbyte | 5 Mbyte | 5 Mbyte |
| Sistema operacional | Windows 95 Windows NT 4.0 | Windows 95 Windows NT 4.0 | Windows 95 Windows NT 4.0 |
| Tempo de resposta | Depende do número de regras , entradas e saída de 13 à 180 ms para (S7-300) e 1.8 à 22 ms para (S7-400) | Depende do número de regras , entradas e saída de 1.8 à 150 ms para o (S7-400) | Não medido |
| Número Máximo de regras | 200 | 2000 | 2000 |
| Número de entradas | 8 entradas com 7 funções de pertinência para cada entrada | 8 entradas com 7 funções de pertinência para cada entrada | 8 entradas com 7 funções de pertinência para cada entrada |
| Número de saídas | 4 saídas com 9 funções de pertinência para cada saída. | 4 saídas com 9 funções de pertinência para cada saída. | 4 saídas com 9 funções de pertinência para cada saída. |

Como verificado na Tabela 6 a implementação prática do controlador fuzzy modelo Mamdani desenvolvido neste trabalho pode ser facilmente realizada em uma plataforma industrial já existente no mercado tornando desnecessário o desenvolvimento de um programa específico para o controle do nível de aço no processo LCT-RD pois a programação exige tempo e conhecimento do projetista na linguagem em questão. Além disso, todas as alterações no programa devem ser recompiladas, e em sistemas microprocessados é necessário que o novo programa seja descarregado através de um elo serial. Desta forma, tomando como exemplo o desenvolvimento de um controlador fuzzy, a sintonia do controlador fica afetada pelo ciclo de desenvolvimento, tornando-se difícil acessar os efeitos de alterações de regras e funções de pertinência na resposta da planta. Portanto, um sistema de desenvolvimento para o projeto de controladores fuzzy deve ter provisões para o seguinte:

- eliminação ou redução dos requisitos de programação
- a possibilidade de efetuar mudanças no algoritmo fuzzy de forma rápida,

- a disponibilidade de diversas opções correspondentes aos vários graus de liberdade, típicos de um sistema fuzzy,
- realimentação virtual ao projetista, de forma a auxiliá-lo a acessar os efeitos das modificações do controlador fuzzy.

Capítulo 8

Conclusões

As técnicas de controle consideradas neste trabalho para o controle do nível do aço no processo LCT-RD incluíram controle PID, linearização por realimentação e controle fuzzy com fuzzificação e defuzzificação. O controle utilizando lógica fuzzy apresenta resultados superiores quando comparados às demais técnicas de controle utilizadas neste trabalho, permitindo a representação da complexidade do sistema real através de experiência e inferência de relações entre as variáveis de processo. Sistemas que utilizam controladores baseados em regras *fuzzy* podem apresentar uma estrutura semelhante às estruturas clássicas de controle. Isto asseguraria as principais características do controlador, a simplicidade em sua estrutura de controle, e o bom desempenho frente à não linearidade do sistema.

Uma das principais características do controlador fuzzy é a facilidade de ser implementado em processos industriais, uma vez que já existem no mercado plataformas industriais que dispõem de módulos de lógica fuzzy, como apresentado na Seção 7.2.

O controle linearização por realimentação quando utilizado na configuração híbrida isto é associado a um controlador fuzzy apresentou-se capaz de levar a zero o erro em regime permanente considerando todas as possíveis condições de operação. Entretanto, esta configuração torna-se difícil de ser implementada no processo industrial, ficando a sua implementação dependente do desenvolvimento de um programa que representa o modelo do controlador, estando este programa totalmente integrado ao módulo de controle fuzzy.

Com o objetivo de incorporar ao projeto do controlador incertezas e limitações da planta, foi desenvolvido um controlador fuzzy baseado no modelo T-S. Este modelo de sistemas fuzzy apresentou vantagens aos demais, pois a análise de estabilidade do sistema de controle pode ser descrita como a solução de desigualdades matriciais lineares (LMI's), que podem ser resolvidas eficientemente por técnicas de programação convexa. Entretanto, o projeto do controlador utilizando o modelo T-S não apresentou resultados satisfatórios quando na presença de perturbação, como verificado no Caso 6 do Capítulo 7, isso se deve ao fato que tal controlador foi desenvolvido sem considerar em seu projeto a rejeição de perturbações externas ao sistema, isso será objeto de estudo em trabalhos futuros.

Como observado no início deste trabalho existem outros fatores que contribuem para a obtenção de tiras finas de aço de boa qualidade tais como a força de separação entre os rolos de laminação, a distância entre os rolos de laminação e o nível de aço formado entre os rolos de laminação. Estas três

variáveis interagem mutuamente e representam um sistema não linear acoplado de forma a determinar a espessura e a qualidade da tira de aço. Assim sendo, o projeto do controlador fuzzy a ser desenvolvido deve considerar a planta como um sistema MIMO (Multiple Input Multiple Output). Desta forma pode-se assegurar que a espessura e a qualidade da tira permaneçam inalteradas sob as mais diversas situações.

Referências Bibliográficas

- [1] SAMPAIO, C.A.; MELO, N.F.; CASTRO, L.F.A.; SESHADRI, V. Lingotamento Contínuo de Tiras Finas. *Metalurgia*, v. 51, n. 448, p.1042-1045, 1995.
- [2] Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). NBR 6658: Bobinas e chapas finas de aço carbono de uso geral.
- [3] FONSECA. M.V.A.; AFRANGE. O.D.C.; BEZERRA. M.C.; NASCIMENTO A.P.M. Desenvolvimento de fluxograma para lingotamento contínuo a altas velocidades. v. 51, n. 448, p.1046-1053, 1995.
- [4] SANTOS. J.; LIMA. F.; OLIVEIRA. V.A.; OLIVEIRA. A.A. Description of a twin roll direct strip casting process. In: CONFERÊNCIA DE APLICAÇÃO INDUSTRIAIS, 4., Porto Alegre, 2000. Anais. Porto Alegre, PUC-RS, 2000. p. 416-419.
- [5] PITLER, R.K. Production of flat coilable product directly from molten metal. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CASTING OF NEAR NET SHAPE PRODUCTS. Honolulu, Hawaii, 1988. p.381-391.
- [6] SPINELLI, J.E.; TOSETTI, J.P.; SANTOS, C.A.; SPIM, J.A.; OLIVEIRA, V.A. Implementação e desenvolvimento de um sistema automatizado para a máquina de lingotamento contínuo de tiras de aço (LCT) do IPT. In: ENCONTRO DE ESPECIALISTAS EM AUTOMAÇÃO, 4., BELO HORIZONTE, 2000. Anais. BELO HORIZONTE, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais (ABM), 2000. p. 165-174.

- [7] MATOS, M. F.; SILVA, A. G. Implantação do lingotamento contínuo de placas na CST, v. 52, n. 453, p.299-302, 1996.
- [8] IRVING, W.R. Continuous casting of steel. 1.ed. London, The Institute of Materials, 1993.
- [9] ARAÚJO, L.A. Manual de siderurgia. 2.ed. São Paulo, Ed. Arte&Ciência, 1986. Cap. 5, p. 115-166.
- [10] SANTOS, J.; NASCIMENTO, R.R.; TOSETTI, J.P.V.; GESUALDO, E.; OLIVEIRA, V.A.; SALES, R.M. Modelagem e controle do nível de aço de um processo de lingotamento contínuo baseado em rolos duplos. In: ENCONTRO DE ESPECIALISTAS EM AUTOMAÇÃO, 4., BELO HORIZONTE, 2000. Anais. BELO HORIZONTE, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais (ABM), 2000. p. 145-152.
- [11] LIMA, F.; OLIVEIRA, A.A.; TOSETTI, J.P.V. Análise e simulação de um sistema de bobinamento de tiras de aço. In: ENCONTRO DE ESPECIALISTAS EM AUTOMAÇÃO, 4., BELO HORIZONTE, 2000. Anais. BELO HORIZONTE, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais (ABM), 2000. p. 155-164.
- [12] COOK, A.; GROCOCK, P.G.; THOMAS, P.M.; EDMONDS, D.V.; HUNT, J.D. Development of the twin-roll casting process. Journal of Materials Processing Technology, Oxford. 1995. p. 76-84.
- [13] SHIN, Y.K.; REYNOLDS, T.; WRIGHT, L. Development of twin roll strip caster for sheet steels. Ironmaking and Steelmaking, v.22, n.1, p. 35-42, 1995.

- [14] LEE, D.; LEE, J.S; Kang, T. Adaptive fuzzy control of the molten steel level in a strip-casting process. *Control Eng. Practice*, v. 4, n. 11, p. 1511-1520, 1996.
- [15] AZEVEDO, H.R. Conjunto fuzzy aplicados ao controle de processos. Uberlândia, UFU, 1999.
- [16] KONG, F.; KEYSER, R.; MARTIEN, C.; VERHASSELT, D. Model identification for the mould level control loop in a continuous casting machine. In: *IFAC Automation in Mining. Mineral and Metal Processing*, Beijing, China, p. 107-112, 1992.
- [17] KEYSER, R. Improved mould level control in a continuous steel casting line. In: *IFAC Automation in Mining, Mineral and Metal Processing*, Sun City, South África, p.149-153, 1995.
- [18] GRAEBE, F.F.; GOODWIN, G.C., ELSLEY, G. Control design and implementation in continuous steel casting. *IEEE Control Systems*, v. 15, n. 4, p. 64-71, 1995.
- [19] KITADA, H.; KONDO, O.; KUSACHI, H.; SASAME, K. H^∞ control of molten steel level in continuous caster. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 6, n.2, p.200-207, 1998.
- [20] ASANO, K.; KAJI, T.; AOKI, H.; IBARAKI, M.; MORIWAKI, S. Robust molten steel level control for continuous casting. In: *CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL*, 35., Kobe, japan, 1996. p. 1245-1250.

- [21] DUSSUD, M.; GALICHET, S.; FOULLOY, L.P. Application of fuzzy logic control for continuous casting mold level control. IEEE Transactions on Control Systems Technology, v. 6, n.2, p.246-256, 1998.
- [22] KEUM, S.; KIM, J.; TOMIZUKA, M. Control of strip process: decentralization and optimal roll force control. Control Eng. Practice, v. 4, p. 933-945, 2001.
- [23] FRANKLIN, G.F.; POWELL, J.D. Feedback control of dynamic systems. 3.ed. Addison Wesley, 1995. Cap. 2, p 54-83: Dynamic models.
- [24] NEGRI, V.; ATTIÉ, S.; TOLEDO, L. Controle de posição utilizando servoválvulas e válvulas proporcionais eletro-hidráulicas. Florianópolis, UFSC, 1990.
- [25] THAER, W. Transfer functions for moog servovalves. Technical bulletin 103., Moog Inc. Controls Division., New York, 1965.
- [26] WANG, P. Analytical design of electrohydraulic servomechanisms with near time-optimal reponses. IEEE trans. Automatic control., v. 4, p. 287-296, 1962.
- [27] NASCIMENTO, R.R.; CAPORALI, A.; ARRIFANO, N.S.; SANTOS, J.; OLIVEIRA, V.A. Controle difuso aplicado ao processo de lingotamento contínuo de tiras baseado em rolos duplos. In: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 16., Uberlândia, 2001. Anais. Uberlândia, Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM)., v. 2, p. 85-92.

- [28] ZADEH, L.A. Fuzzy Sets. Inform. Control, v.8, p.338-353, 1965.
- [29] ZADEH, L.A. Outline of a new approach to analysis of complex systems and decision process. IEEE trans. Syst., Man, Cybern., v. 3, p. 28-44, 1973.
- [30] SHAW, I. S.; Simões, M.G. Controle e modelagem fuzzy. 1.ed. Edgard Blucher, 1999. Cap. 8, p. 45-56: blocos funcionais, funções de pertinência, fuzificação e defuzificação.
- [31] FARINWATA, S.; FILEV, D. Fuzzy control systems analysis. 1.ed. Ontario, Wiley, 2000. Cap. 10, p. 203-235: Fuzzy control systems stability analysis with application to aircraft systems.
- [32] TEIXEIRA, M.; ZAK, S. Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. IEEE trans. On fuzzy systems., v. 7, n.2, p. 133-42, 1999.
- [33] PIETROBOM, H. C. Controle de sistemas não-lineares baseados em LMI utilizando modelos fuzzy. Dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP, 1999.
- [34] TANAKA, K.; SUGENO, M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. Fuzzy Sets and Systems, v. 45, n.2, p.135-156, 1992.
- [35] CHEN, C. Linear system theory and design. 3.ed. New York Oxford , Oxford University, 1998. Cap. 5, p. 121-142: Stability.
- [36] IKEDA, T.; TANAKA, K.; WANG H. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. IEEE trans. On fuzzy systems, v. 6, n.2, p. 250-265, 1998.

- [37] TANAKA, K., T. IKEDA and H. O. WANG, Fuzzy regulators and fuzzy observers: Relaxed stability condition and LMI based designs, IEEE Transaction on Fuzzy Systems, 6(2), 1998, 250-265.
- [38] ARRIFANO, N.S.; OLIVEIRA, V.A. Projeto de controladores de custo garantido fuzzy para uma classe de sistemas não-lineares incertos. In: 1ª Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmicas e Controle, São Carlos, 2001. Anais. EESC-USP., p.127-31.
- [39] VIDYASAGAR, M. Nonlinear systems analysis. 2.ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1993. Cap. 7, p. 427-55: Feedback linearization.
- [40] SLOTINE, J.J.E.; WEIPING, L. Applied nonlinear control. 1.ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1991. Cap. 8, p. 311-53: Adaptive control
- [41] WANG, L.X. Adaptive fuzzy systems and control. 1.ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1994. Cap. 8, p. 107-18: Stable indirect adaptive fuzzy control of nonlinear systems.
- [42] PEDRYCZ, W. Fuzzy control and fuzzy systems. 2.ed. England, Research Studies Press Ltd, 1993. Cap. 7, p.187-221
- [43] ARRIFANO, N. S. D.; NASCIMENTO, R.R.; SANTOS, J.; OLIVEIRA, V.A.; GESUALDO, E. Hybrid control design for twin-roll strip casting. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE REDES NEURAIS, 5., Rio de Janeiro, 2001. Anais. Rio de Janeiro, PUC-RJ,2001. p. 343-48.
- [44] NASCIMENTO, R.R. Evolução das técnicas de controle nos sistemas distribuídos. Monografia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), 1999.

Apêndice A

Rotinas Matlab do projeto do controlador fuzzy

```

% Projeto de um controlador baseado no modelo T-S
% Utilizando o método de linearização proposto por TEXEIRA
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
clc

global A1 B1 A2 B2 A3 B3 F1 F2 F3 Aalfa Balfa Falfa

% Pontos de operação do sistema

%Parâmetros do motor

Kt=0.875;      %Constante de torque do motor
Kb=1.28;      %Constante de força contra eletro motriz
La=0.0010;    %Indutância da armadura
Ra=0.067;     %Resistência de armadura
W=1750;       %velocidade
Jm=0.453599; %Conjugado de inércia
Xg=0.002;    %distancia entre os rolos
L=0.375;     %Comprimento dos rolos
R=0.375;     %Raio dos rolos
vr=0.4961;   %velocidades em m/s

% Constantes do sistema relativo aos parâmetros do sistema servo-hidraulico.

Ap=0.001;
Ma=150;
Be=7*10^8;
Kco=3.3*10^-12;
Keqo=2*10^-5;
Kd=40;
B=1200;
Ka=30;
Vt=7.9*10^-5;

% constantes da equação diferencial do motor servo-hidraulico.

A=(Ka*Ap*Keqo);
b1=(Ma*Vt)/(4*Be);
b2=(Ma*Kco+(B*Vt)/(4*Be));
b3=(B*Kco+Ap^2);
b4=(Kd*Ka*Ap*Keqo);

% Valores Relativos ao cadinho

At=0.00675;   %Area total do tanque submerso
Ro=7800;      %Densidade do aço
r=0.004;      %raio dos furos do tanque submerso
nf=6;         %numero de furos
g=9.8;        %aceleração da gravidade
PI=3.1416;    %valor do PI
Af=PI*r^2;    %Área dos furos
cf=0.035;     %Coeficiente de vazão
K=nf*Af*sqrt(2*g);
Q02=Xg*L*vr;  %Vazão de saída dos rolos

% Valores relativos de operação
% 1 ponto

x1=(Q02/K)^2;

```


Apêndice A

```
x2=0.10;
x3=Q02/cf;
x4=0;
x5=0;

M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];

% Linhas da matriz A1

Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];

a11=Grad1-((Q02/2*At)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];

a21=Grad2-((Q02/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

a31=[0 0 0 1 0];

a41=[0 0 0 0 1];

a51=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];

% 2 ponto

x1=(Q02/K)^2;
x2=0.12;
x3=(Q02/cf);
x4=0;
x5=0;

M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];

Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];

a12=Grad1-((Q02/2*At)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];

a22=Grad2-((Q02/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

a32=[0 0 0 1 0];

a42=[0 0 0 0 1];

a52=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];

% 3 ponto

x1=(Q02/K)^2;
x2=0.16;
x3=(Q02/cf);
x4=0;
x5=0;

M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];

Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];
```

Apêndice A

```

a13=Grad1-((Q02/2*A1)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a23=Grad2-((Q02/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
a33=[0 0 0 1 0];
a43=[0 0 0 0 1];
a53=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];
% Modelos lineares locais
A1=[a1';a21';a31;a41;a51];
A2=[a12';a22';a32;a42;a52];
A3=[a13';a23';a33;a43;a53];
B1=[0; 0; 0; 0; A/b1];
B2=B1;
B3=B1;
% Verifica a controlabilidade dos modelos locais
rank(ctrb(A1,B1));
rank(ctrb(A2,B2));
rank(ctrb(A3,B3));
% Projeto dos controladores locais
setlmis({})
Xlm=lmivar(1,[5 1]);           % variável X - matriz simétrica cheia de ordem 2
P12=lmivar(1,[5 1]);          % variável P12 - matriz simétrica cheia de ordem 2
P13=lmivar(1,[5 1]);          % variável P13 - matriz simétrica cheia de ordem 2
P23=lmivar(1,[5 1]);          % variável P23 - matriz simétrica cheia de ordem 2
M1=lmivar(2,[1 5]);           % variável M1 - matriz retangular de ordem 1X2
M2=lmivar(2,[1 5]);           % variável M2 - matriz retangular de ordem 1X2
M3=lmivar(2,[1 5]);           % variável M3 - matriz retangular de ordem 1X2
% 1a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-1 1 1 Xlm],1,1)      % X > 0
% 2a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-2 1 1 P12],1,1)     % P12 >= 0
% 3a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-3 1 1 P13],1,1)     % P13 >= 0
% 4a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-4 1 1 P23],1,1)     % P23 >= 0
gama = 0.1; g = 2*gama;       % Restrição no estado do sistema
% 5a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% | C11  C12  C13|
% | C12  C22  C23| < 0
% | C13  C23  C33|
% C11 =
lmiterm([5 1 1 Xlm],A1,1,'s') % A1*X + X*A1'
lmiterm([5 1 1 M1],B1,-1,'s') % -B1*M1 - M1'*B1'
lmiterm([5 1 1 Xlm],g,1)      % 2*gama*X

```

Apêndice A

```

% C22 =
lmiterm([5 2 2 Xlm],A2,1,'s')      % A2*X + X*A2'
lmiterm([5 2 2 M2],B2,-1,'s')     % -B2*M2 - M2*B2'
lmiterm([5 2 2 Xlm],g,1)          % 2*gama*X

% C33 =
lmiterm([5 3 3 Xlm],A3,1,'s')     % A3*X + X*A3'
lmiterm([5 3 3 M3],B3,-1,'s')    % -B3*M3 - M3*B3'
lmiterm([5 3 3 Xlm],g,1)          % 2*gama*X

% C12 =
aux1=A 1/2; aux2=A2/2; aux3=A3/2; bux1=B1/2; bux2=bux1; bux3=bux1;
lmiterm([5 1 2 Xlm],aux1,1,'s')    % 1/2*(A1*X + X*A1')
lmiterm([5 1 2 Xlm],aux2,1,'s')    % 1/2*(A2*X + X*A2')
lmiterm([5 1 2 M2],bux1,-1,'s')    % 1/2*(-B1*M2 - M2*B1')
lmiterm([5 1 2 M1],bux2,-1,'s')    % 1/2*(-B2*M1 - M1*B2')
lmiterm([5 1 2 Xlm],g,1)           % 2*gama*X
lmiterm([5 1 2 P12],1,1)           % P12

% C13 =
lmiterm([5 1 3 Xlm],0,1)           % 0

% C23 =
lmiterm([5 2 3 Xlm],aux3,1,'s')    % 1/2*(A3*X + X*A3')
lmiterm([5 2 3 Xlm],aux2,1,'s')    % 1/2*(A2*X + X*A2')
lmiterm([5 2 3 M3],bux2,-1,'s')    % 1/2*(-B2*M3 - M3*B2')
lmiterm([5 2 3 M2],bux3,-1,'s')    % 1/2*(-B3*M2 - M2*B3')
lmiterm([5 2 3 Xlm],g,1)           % 2*gama*X
lmiterm([5 2 3 P23],1,1)           % P23

LMIs=getlmis;

%[tmin,xopt] = gevp(LMIs,1)
[tmin,xfeas]=feasp(LMIs);          % Análise da Factibilidade

% Obtenção das variáveis de interesse
x=dec2mat(LMIs,xfeas,Xlm);
m1=dec2mat(LMIs,xfeas,M1);
m2=dec2mat(LMIs,xfeas,M2);
m3=dec2mat(LMIs,xfeas,M3);

% Obtenção dos ganhos dos controladores

%global F1 F2 F3 Falfa

F1=m1*inv(x);
F2=m2*inv(x);
F3=m3*inv(x);

% Inicialização das variáveis
Aalfa = zeros(5);
Balfa = zeros(5,1);
Falfa = zeros(1,5);

% Verificação dos autovalores da matriz em malha fechada
eig(A1-B1*F1)
eig(A2-B2*F2)
eig(A3-B3*F3)

pause;

% Ganhos dos controladores obtidos via LMIs

% Simulação do sistema fuzzy global

```

Apêndice A

```
tempo = [0 50];
Q02=Xg*L*vr,      %Vazão de saída dos rolos
% Intervalo de tempo
x0=[(Q02/K)^2; 0.12; 0; 0; 0];
[t,xt]=ode23('PLANTA_REAL_SP',tempo,x0);

x2=xt(:,2);
xmat1=xt(:,1)-(Q02/K)^2;
xmat2=xt(:,2)-0.13;
xmat3=xt(:,3)-(Q02/cf);
xmat4=xt(:,4);
xmat5=xt(:,5);

ubarra=b4*Q02/(A*cf);

for i = 1:length(xt)

mu1=trimf(x2(i),[0.11 0.12 0.13]);
mu2=trapmf(x2(i),[-1 -0.3 0.11 0.12]);
mu3=trapmf(x2(i),[0.12 0.13 0.5 1]);

% termo de ponderação das matrizes do sistema fuzzy

W1=mu1;
W2=mu2;
W3=mu3;

% Termos de Ponderação das matrizes do sistema fuzzy

alfa1 =W1/(W1+W2+W3);
alfa2 =W2/(W1+W2+W3);
alfa3 =W3/(W1+W2+W3);

% Lei de controle global

Falfa = alfa1*F1 + alfa2*F2 + alfa3*F3;

u(i)=-Falfa*[xmat1(i) xmat2(i) xmat3(i) xmat4(i) xmat5(i)]'+ubarra; %u(i)=-Falfa*xt(i,:);

% Sinal de controle

norma2(i)=norm(Falfa,2);
end

figure(1)

plot(t,xt(:,1))

figure(2)

plot(t,xt(:,2))

figure(3)

plot(t,xt(:,3))

figure(4)

plot(t,xt(:,4))

figure(5)
```

Apêndice A

```
plot(t,xl(:,5))
figure(6)
plot(t,u)

% Projeto de controle de custo garantido fuzzy via LMI para sistemas nao-lineares e incertos
% 1o. Estagio: Projeto dos Controladores
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Pontos de operação do sistema

%Parâmetro do moto

Kt=0.875;    %Constante de torque do motor
Kb=1.28;    %Constante de força contro eletro motriz
La=0.0010;  %Indutância da armadura
Ra=0.067;   %Resistência de armadura
W=1750;     %velocidade
Jm=0.453599; %Conjugado de inércia
Xg=0.002;   %distancia entre os rolos
L=0.375;    %Comprimento dos rolos
R=0.375;    %Raio dos rolos

vr=0.4961;  %velocidades em m/s

Incerteza1=-0.04039; %incerteza de velocidade 1
Incerteza3=0.04039; %incerteza de velocidade 3

vrincerto1=vr+Incerteza1; %velocidade com incerteza
vrincerto3=vr+Incerteza3; %velocidade com incerteza

% Constantes do sistema relativo aos parâmetros do sistema servo-hidraulico.

Ap=0.001;
Ma=150;
Be=7*10^8;
Kco=3.3*10^-12;
Keqo=2*10^-5;
Kd=40;
B=1200;
Ka=30;
Vt=7.9*10^-5;

% Constantes da equação diferencial do motor servo-hidraulico.

A=(Ka*Ap*Keqo);
b1=(Ma*Vt)/(4*Be);
b2=(Ma*Kco+(B*Vt)/(4*Be));
b3=(B*Kco+Ap^2);
b4=(Kd*Ka*Ap*Keqo);

% Valores relativo ao cadinho

At=0.00675;    %Area total do tanque submerso
Ro=7800;      %Densidade do aço
r=0.004;      %raio dos furos do tanque submerso
nf=6;         %numero de furos
g=9.8;        %aceleração da gravidade
PI=3.1416;    %valor do PI
Af=PI*r^2;    %Área dos furos
cf=0.035;     %Coeficiente de vazão
K=nf*Af*sqrt(2*g);
```

Apêndice A

```
Q02=Xg*L*vr,      %Vazão de saída dos rolos
Q02incerto1=Xg*L*vrincerto1;      %Vazão de saída dos rolos com incerteza
Q02incerto3=Xg*L*vrincerto3;      %Vazão de saída dos rolos com incerteza
% Valores relativos de operação considerando incertezas
% 1 ponto mínima incerteza
x1=(Q02incerto1/K)^2;
x2=0.12;
x3=Q02incerto1/cf;
x4=0;
x5=0;
M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));
X=[x1; x2; x3; x4; x5];
% Linhas da matriz A11
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];
a11=Grad1-((Q02incerto1/2*At)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a21=Grad2-((Q02incerto1/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
a31=[0 0 0 1 0];
a41=[0 0 0 0 1];
a51=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];
% 1 ponto máxima incerteza
x1=(Q02incerto3/K)^2;
x2=0.12;
x3=Q02incerto3/cf;
x4=0;
x5=0;
M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));
X3=[x1; x2; x3; x4; x5];
% Linhas da matriz A12
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];
a113=Grad1-((Q02incerto3/2*At)*(X3./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a213=Grad2-((Q02incerto3/(2*M))*(X3./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
a313=[0 0 0 1 0];
a413=[0 0 0 0 1];
a513=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];
```

Apêndice A

```
% 2 ponto com incerteza mínima
x1=(Q02incerto1/K)^2;
x2=0.13;
x3=(Q02incerto1/cf);
x4=0;
x5=0;

M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];

% Linhas da matriz A21
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*A);0;cf/A;0;0];
a12=Grad1-((Q02incerto1/2*A)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a22=Grad2-((Q02incerto1/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

a32=[0 0 0 1 0];
a42=[0 0 0 0 1];
a52=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];

% 2 ponto com incerteza máxima
x1=(Q02incerto3/K)^2;
x2=0.13;
x3=(Q02incerto3/cf);
x4=0;
x5=0;

M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];

% Linhas da matriz A22
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*A);0;cf/A;0;0];
a123=Grad1-((Q02incerto3/2*A)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a223=Grad2-((Q02incerto3/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));

a323=[0 0 0 1 0];
a423=[0 0 0 0 1];
a523=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];

% 3 ponto mínima incerteza
x1=(Q02incerto1/K)^2;
x2=0.14;
x3=(Q02incerto1/cf);
x4=0;
x5=0;
M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));

X=[x1; x2; x3; x4; x5];
```

Apêndice A

```
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];
a13=Grad1-((Q02incerto1/2*At)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
% Linhas da matriz A31
Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a23=Grad2-((Q02incerto1/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
a33=[0 0 0 1 0];
a43=[0 0 0 0 1];
a53=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];
% 3 ponto máxima incerteza
x1=(Q02incerto3/K)^2;
x2=0.14;
x3=(Q02incerto3/cf);
x4=0;
x5=0;
M=L*(Xg+2*R-2*sqrt(R^2-x2^2));
X=[x1; x2; x3; x4; x5];
Grad1=[-K/(2*sqrt(x1)*At);0;cf/At;0;0];
a133=Grad1-((Q02incerto3/2*At)*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
% Linhas da matriz A32
Grad2=[K/(2*sqrt(x1)*M);0;0;0;0];
a233=Grad2-((Q02incerto3/(2*M))*(X./(x1^2+x2^2+x3^2+x4^2+x5^2)));
a333=[0 0 0 1 0];
a433=[0 0 0 0 1];
a533=[0 0 -b4/b1 -b3/b1 -b2/b1];
% Modelos lineares locais com incertezas na velocidade de rotação dos rolos
A11=[a11';a21';a31';a41';a51']
A12=[a113';a213';a313';a413';a513]
A21=[a12';a22';a32';a42';a52]
A22=[a123';a223';a323';a423';a523]
A31=[a13';a23';a33';a43';a53]
A32=[a133';a233';a333';a433';a533]
B11=[0; 0; 0; 0; Λ/b1]
B12=B11;
B21=B12;
B22=B21;
B31=B22;
B32=B31;
% Outras matrizes utilizadas otimização (muda-se os valores de q e r, para melhorar o desempenho do controlador)
```


Apêndice A

```

q = 0.009;      r = 0.009;
Qo = q*eye(5);  Ro = r*eye(1);
Q = sqrt(Qo);   R = sqrt(Ro);

% Variáveis auxiliares
In = eye(5);    Im = eye(1);
Zn = zeros(1,5);  Zm = zeros(1);

% Formulação GEVP

setlmis({});

W=lmivar(1,[5 1]);          % matriz simétrica cheia 2x2
X=lmivar(2,[1 5]);

% 1a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% [W*A11'+A11*W-B11*X-X'*B11'  W*(Qo)1/2  X*(Ro)1/2]
% | (Qo)1/2*W          -In   Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X          Zn   -Im |
lmiterm([1 1 1 W],1,A11','s') % -W*A11'-A11*W
lmiterm([1 1 1 X],B11,-1,'s') % -B11*X-X'*B11'
lmiterm([1 2 1 W],Q, 1)      % (Qo)1/2*W
lmiterm([1 3 1 X],R, 1)      % (Ro)1/2*X
lmiterm([1 2 2 0],-In)       % -In
lmiterm([1 2 3 0],Zm)        % Zm
lmiterm([1 3 2 0],Zn)        % Zn
lmiterm([1 3 3 0],-Im)       % -Im

% 2a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% [W*A12'+A12*W-B12*X-X'*B12'  W*(Qo)1/2  X*(Ro)1/2]
% | (Qo)1/2*W          -In   Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X          Zn   -Im |
lmiterm([2 1 1 W],1,A12','s') % -W*A12'-A12*W
lmiterm([2 1 1 X],B12,-1,'s') % -B12*X-X'*B12'
lmiterm([2 2 1 W],Q, 1)      % (Qo)1/2*W
lmiterm([2 3 1 X],R, 1)      % (Ro)1/2*X
lmiterm([2 2 2 0],-In)       % -In
lmiterm([2 2 3 0],Zm)        % Zm
lmiterm([2 3 2 0],Zn)        % Zn
lmiterm([2 3 3 0],-Im)       % -Im

% 3a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-3 1 1 W],1,1)      % W > 0

% 4a. LMI
% gama*W > I
lmiterm([-4 1 1 W],1,1)      % gama*W
lmiterm([4 1 1 0],1)         % I

LMIs=getlmis;

[gama,popt]=gevp(LMIs,1);

% Variáveis de interesse
w1=dec2mat(LMIs,popt,W);
x1=dec2mat(LMIs,popt,X);

% Controlador para modelo linear incerto 1
K1=x1*inv(w1);

setlmis({});

% Variáveis LMIs
W=lmivar(1,[5 1]);          % matriz simétrica cheia 2x2
X=lmivar(2,[1 5]);          % matriz retangular 1x2

```

Apêndice A

```

% 1a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% |W*A21'+A21*W-B21*X-X'*B21' W*(Qo)1/2 X*(Ro)1/2
% | (Qo)1/2*W -In Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X Zn -Im |

lmiterm([1 1 1 W],1,A21,'s') % -W*A21'-A21*W
lmiterm([1 1 1 X],B21,-1,'s') % -B21*X-X'*B21'
lmiterm([1 2 1 W],Q, 1) % (Qo)1/2*W
lmiterm([1 3 1 X],R, 1) % (Ro)1/2*X
lmiterm([1 2 2 0],-In) % -In
lmiterm([1 2 3 0],Zm) % Zm
lmiterm([1 3 2 0],Zn) % Zn
lmiterm([1 3 3 0],-Im) % -Im

% 2a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% |W*A22'+A22*W-B22*X-X'*B22' W*(Qo)1/2 X*(Ro)1/2
% | (Qo)1/2*W -In Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X Zn -Im |

lmiterm([2 1 1 W],1,A22,'s') % -W*A22'-A22*W
lmiterm([2 1 1 X],B22,-1,'s') % -B22*X-X'*B22'
lmiterm([2 2 1 W],Q, 1) % (Qo)1/2*W
lmiterm([2 3 1 X],R, 1) % (Ro)1/2*X
lmiterm([2 2 2 0],-In) % -In
lmiterm([2 2 3 0],Zm) % Zm
lmiterm([2 3 2 0],Zn) % Zn
lmiterm([2 3 3 0],-Im) % -Im

% 3a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-3 1 1 W],1,1) % W > 0

% 4a. LMI
% gama*W > I
lmiterm([-4 1 1 W],1,1) % gama*W
lmiterm([4 1 1 0],1) % I

LMIs=getlmis;

[gama,popt]=gevp(LMIs,1);

% Variaveis de interesse
w2=dec2mat(LMIs,popt,W);
x2=dec2mat(LMIs,popt,X);

% Controlador para modelo linear incerto 2
K2=x2*inv(w2);

setlmis([]);

% Variaveis LMIs
W=lmivar(1,[5 1]); % matriz simétrica cheia 2x2
X=lmivar(2,[1 5]); % matriz retangular 1x2

% 1a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% |W*A31'+A31*W-B31*X-X'*B31' W*(Qo)1/2 X*(Ro)1/2
% | (Qo)1/2*W -In Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X Zn -Im |

lmiterm([1 1 1 W],1,A31,'s') % -W*A31'-A31*W
lmiterm([1 1 1 X],B31,-1,'s') % -B31*X-X'*B31'
lmiterm([1 2 1 W],Q, 1) % (Qo)1/2*W
lmiterm([1 3 1 X],R, 1) % (Ro)1/2*X
lmiterm([1 2 2 0],-In) % -In
lmiterm([1 2 3 0],Zm) % Zm
lmiterm([1 3 2 0],Zn) % Zn
lmiterm([1 3 3 0],-Im) % -Im

```

Apêndice A

```

% 2a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% |W*A32'+A32*W-B32*X-X'*B32' W*(Qo)1/2 X*(Ro)1/2|
% | (Qo)1/2*W -In Zm | < 0
% | (Ro)1/2*X Zn -Im |

lmiterm([2 1 1 W],1,A32','s) % -W*A32'-A32*W
lmiterm([2 1 1 X],B32,-1,'s) % -B32*X-X'*B32'
lmiterm([2 2 1 W],Q, 1) % (Qo)1/2*W
lmiterm([2 3 1 X],R, 1) % (Ro)1/2*X
lmiterm([2 2 2 0],-In) % -In
lmiterm([2 2 3 0],Zm) % Zm
lmiterm([2 3 2 0],Zn) % Zn
lmiterm([2 3 3 0],-Im) % -Im

% 3a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-3 1 1 W],1,1) % W > 0

% 4a. LMI
% gama*W > I
lmiterm([-4 1 1 W],1,1) % gama*W
lmiterm([4 1 1 0],1)
LMIs=getlmis;

[gama,popt]=gevp(LMIs,1);

% Variáveis de interesse
w3=dec2mat(LMIs,popt,W);
x3=dec2mat(LMIs,popt,X);

% Controlador para modelo linear incerto 2
K3=x3*inv(w3);

% Resultados

K1
K2
K3
P1 = inv(w1)
P2 = inv(w2)
P3 = inv(w3)
lambda1 = max(eig(P1))
lambda2 = max(eig(P2))
lambda3 = max(eig(P3))

% Projeto de controle de custo garantido fuzzy via LMI para sistemas nao-lineares e %incertos
% 2o. Estagio: Otimização com os controladores obtidos no 1o. Estagio: Analise de %Estabilidade
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

q = 0.009; r = 0.009;
Qo = q*eye(5); Ro = r*eye(1);
Q = sqrt(Qo); R = sqrt(Ro);

% Variaveis auxiliares
In = eye(5); Im = eye(1);
Zn = zeros(1,5); Zm = zeros(1);

% Formulação GEVP

setlmis({});

% Variaveis LMIs
W=lmivar(1,[5 1]); % matriz simétrica cheia 2x2

% 1a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=1 e k=1

B11K1 = B11*K1;

```

Apêndice A

```
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([1 1 1 W],1,A11','s')
lmiterm([1 1 1 W],-1,B11K1','s')
lmiterm([1 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([1 2 2 0],-Im)
lmiterm([1 2 3 0],Zm)
lmiterm([1 2 4 0],Zm)
lmiterm([1 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([1 3 2 0],Zn)
lmiterm([1 3 3 0],-Im)
lmiterm([1 3 4 0],Zm)
lmiterm([1 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([1 4 2 0],Zn)
lmiterm([1 4 3 0],Zm)
lmiterm([1 4 4 0],-Im)
lmiterm([1 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([1 5 2 0],Zn)
lmiterm([1 5 3 0],Zm)
lmiterm([1 5 4 0],Zm)
lmiterm([1 5 5 0],-Im)
```

```
% 2a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=1 e k=2
```

```
B12K1 = B12*K1;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([2 1 1 W],1,A12','s')
lmiterm([2 1 1 W],-1,B12K1','s')
lmiterm([2 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([2 2 2 0],-Im)
lmiterm([2 2 3 0],Zm)
lmiterm([2 2 4 0],Zm)
lmiterm([2 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([2 3 2 0],Zn)
lmiterm([2 3 3 0],-Im)
lmiterm([2 3 4 0],Zm)
lmiterm([2 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([2 4 2 0],Zn)
lmiterm([2 4 3 0],Zm)
lmiterm([2 4 4 0],-Im)
lmiterm([2 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([2 5 2 0],Zn)
lmiterm([2 5 3 0],Zm)
lmiterm([2 5 4 0],Zm)
lmiterm([2 5 5 0],-Im)
```

```
% 3a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=2 e k=1
```

```
B21K2 = B21*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([3 1 1 W],1,A11','s')
lmiterm([3 1 1 W],-1,B21K2','s')
lmiterm([3 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([3 2 2 0],-Im)
lmiterm([3 2 3 0],Zm)
lmiterm([3 2 4 0],Zm)
lmiterm([3 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([3 3 2 0],Zn)
lmiterm([3 3 3 0],-Im)
```

Apêndice A

```
lmiterm([3 3 4 0],Zm)
lmiterm([3 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([3 4 2 0],Zn)
lmiterm([3 4 3 0],Zm)
lmiterm([3 4 4 0],-Im)
lmiterm([3 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([3 5 2 0],Zn)
lmiterm([3 5 3 0],Zm)
lmiterm([3 5 4 0],Zm)
lmiterm([3 5 5 0],-Im)

% 4a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=2 e k=2
B22K2 = B22*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([4 1 1 W],1,A12',s')
lmiterm([4 1 1 W],-1,B22K2',s')
lmiterm([4 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([4 2 2 0],-Im)
lmiterm([4 2 3 0],Zm)
lmiterm([4 2 4 0],Zm)
lmiterm([4 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([4 3 2 0],Zn)
lmiterm([4 3 3 0],-Im)
lmiterm([4 3 4 0],Zm)
lmiterm([4 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([4 4 2 0],Zn)
lmiterm([4 4 3 0],Zm)
lmiterm([4 4 4 0],-Im)
lmiterm([4 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([4 5 2 0],Zn)
lmiterm([4 5 3 0],Zm)
lmiterm([4 5 4 0],Zm)
lmiterm([4 5 5 0],-Im)

% 5a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=3 e k=1
B31K3 = B31*K3;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([5 1 1 W],1,A11',s')
lmiterm([5 1 1 W],-1,B31K3',s')
lmiterm([5 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([5 2 2 0],-Im)
lmiterm([5 2 3 0],Zm)
lmiterm([5 2 4 0],Zm)
lmiterm([5 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([5 3 2 0],Zn)
lmiterm([5 3 3 0],-Im)
lmiterm([5 3 4 0],Zm)
lmiterm([5 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([5 4 2 0],Zn)
lmiterm([5 4 3 0],Zm)
lmiterm([5 4 4 0],-Im)
lmiterm([5 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([5 5 2 0],Zn)
lmiterm([5 5 3 0],Zm)
lmiterm([5 5 4 0],Zm)
lmiterm([5 5 5 0],-Im)

% 6a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=1, j=3 e k=2
%B32K2 = B32*K3;
```

Apêndice A

```
B32K3 = B32*K3;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([6 1 1 W],1,A12,'s')
lmiterm([6 1 1 W],-1,B32K3,'s')
lmiterm([6 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([6 2 2 0],-Im)
lmiterm([6 2 3 0],Zm)
lmiterm([6 2 4 0],Zm)
lmiterm([6 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([6 3 2 0],Zn)
lmiterm([6 3 3 0],-Im)
lmiterm([6 3 4 0],Zm)
lmiterm([6 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([6 4 2 0],Zn)
lmiterm([6 4 3 0],Zm)
lmiterm([6 4 4 0],-Im)
lmiterm([6 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([6 5 2 0],Zn)
lmiterm([6 5 3 0],Zm)
lmiterm([6 5 4 0],Zm)
lmiterm([6 5 5 0],-Im)
```

```
% 7a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=1 e k=1
```

```
B11K1 = B11*K1;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([7 1 1 W],1,A21,'s')
lmiterm([7 1 1 W],-1,B11K1,'s')
lmiterm([7 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([7 2 2 0],-Im)
lmiterm([7 2 3 0],Zm)
lmiterm([7 2 4 0],Zm)
lmiterm([7 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([7 3 2 0],Zn)
lmiterm([7 3 3 0],-Im)
lmiterm([7 3 4 0],Zm)
lmiterm([7 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([7 4 2 0],Zn)
lmiterm([7 4 3 0],Zm)
lmiterm([7 4 4 0],-Im)
lmiterm([7 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([7 5 2 0],Zn)
lmiterm([7 5 3 0],Zm)
lmiterm([7 5 4 0],Zm)
lmiterm([7 5 5 0],-Im)
```

```
% 8a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=1 e k=2
```

```
B12K1 = B12*K1;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([8 1 1 W],1,A22,'s')
lmiterm([8 1 1 W],-1,B12K1,'s')
lmiterm([8 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([8 2 2 0],-Im)
lmiterm([8 2 3 0],Zm)
lmiterm([8 2 4 0],Zm)
lmiterm([8 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([8 3 2 0],Zn)
lmiterm([8 3 3 0],-Im)
```

Apêndice A

```
lmiterm([8 3 4 0],Z,m)
lmiterm([8 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([8 4 2 0],Z,n)
lmiterm([8 4 3 0],Z,m)
lmiterm([8 4 4 0],-l,m)
lmiterm([8 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([8 5 2 0],Z,n)
lmiterm([8 5 3 0],Z,m)
lmiterm([8 5 4 0],Z,m)
lmiterm([8 5 5 0],-l,m)

% 9a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=2 e k=1

B21K2 = B21*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([9 1 1 W],1,A21,'s')
lmiterm([9 1 1 W],-1,B21K2,'s')
lmiterm([9 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([9 2 2 0],-l,m)
lmiterm([9 2 3 0],Z,m)
lmiterm([9 2 4 0],Z,m)
lmiterm([9 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([9 3 2 0],Z,n)
lmiterm([9 3 3 0],-l,m)
lmiterm([9 3 4 0],Z,m)
lmiterm([9 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([9 4 2 0],Z,n)
lmiterm([9 4 3 0],Z,m)
lmiterm([9 4 4 0],-l,m)
lmiterm([9 5 1 W],RK2, 1)
lmiterm([9 5 2 0],Z,n)
lmiterm([9 5 3 0],Z,m)
lmiterm([9 5 3 0],Z,m)
lmiterm([9 5 5 0],-l,m)

% 10a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=2 e k=2
B22K2 = B22*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([10 1 1 W],1,A22,'s')
lmiterm([10 1 1 W],-1,B22K2,'s')
lmiterm([10 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([10 2 2 0],-l,m)
lmiterm([10 2 3 0],Z,m)
lmiterm([10 2 4 0],Z,m)
lmiterm([10 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([10 3 2 0],Z,n)
lmiterm([10 3 3 0],-l,m)
lmiterm([10 3 4 0],Z,m)
lmiterm([10 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([10 4 2 0],Z,n)
lmiterm([10 4 3 0],Z,m)
lmiterm([10 4 4 0],-l,m)
lmiterm([10 5 1 W],RK2, 1)
lmiterm([10 5 2 0],Z,n)
lmiterm([10 5 3 0],Z,m)
lmiterm([10 5 4 0],Z,m)
lmiterm([10 5 5 0],-l,m)

% 11a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=3 e k=1
```

Apêndice A

```
B31K3 = B31*K3;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([11 1 1 W],1,A21,'s')
lmiterm([11 1 1 W],-1,B31K3,'s')
lmiterm([11 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([11 2 2 0],-Im)
lmiterm([11 2 3 0],Zm)
lmiterm([11 2 4 0],Zm)
lmiterm([11 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([11 3 2 0],Zn)
lmiterm([11 3 3 0],-Im)
lmiterm([11 3 4 0],Zm)
lmiterm([11 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([11 4 2 0],Zn)
lmiterm([11 4 3 0],Zm)
lmiterm([11 4 4 0],-Im)
lmiterm([11 5 1 W],RK2, 1)
lmiterm([11 5 2 0],Zn)
lmiterm([11 5 3 0],Zm)
lmiterm([11 5 3 0],Zm)
lmiterm([11 5 5 0],-Im)

% 12a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=2, j=3 e k=2
B32K3 = B32*K3;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([12 1 1 W],1,A22,'s')
lmiterm([12 1 1 W],-1,B32K3,'s')
lmiterm([12 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([12 2 2 0],-Im)
lmiterm([12 2 3 0],Zm)
lmiterm([12 2 4 0],Zm)
lmiterm([12 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([12 3 2 0],Zn)
lmiterm([12 3 3 0],-Im)
lmiterm([12 3 4 0],Zm)
lmiterm([12 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([12 4 2 0],Zn)
lmiterm([12 4 3 0],Zm)
lmiterm([12 4 4 0],-Im)
lmiterm([12 5 1 W],RK2, 1)
lmiterm([12 5 2 0],Zn)
lmiterm([12 5 3 0],Zm)
lmiterm([12 5 4 0],Zm)
lmiterm([12 5 5 0],-Im)

% 13a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=1 e k=1
B11K1 = B11*K1;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([13 1 1 W],1,A31,'s')
lmiterm([13 1 1 W],-1,B11K1,'s')
lmiterm([13 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([13 2 2 0],-Im)
lmiterm([13 2 3 0],Zm)
lmiterm([13 2 4 0],Zm)
lmiterm([13 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([13 3 2 0],Zn)
lmiterm([13 3 3 0],-Im)
lmiterm([13 3 4 0],Zm)
```


Apêndice A

```
lmiterm([13 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([13 4 2 0],Zn)
lmiterm([13 4 3 0],Zm)
lmiterm([13 4 4 0],-Im)
lmiterm([13 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([13 5 2 0],Zn)
lmiterm([13 5 3 0],Zm)
lmiterm([13 5 4 0],Zm)
lmiterm([13 5 5 0],-Im)
```

```
% 14a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=1 e k=2
```

```
B12K1 = B12*K1;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([14 1 1 W],L,A32,'s')
lmiterm([14 1 1 W],-1,B12K1,'s')
lmiterm([14 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([14 2 2 0],-Im)
lmiterm([14 2 3 0],Zm)
lmiterm([14 2 4 0],Zm)
lmiterm([14 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([14 3 2 0],Zn)
lmiterm([14 3 3 0],-Im)
lmiterm([14 3 4 0],Zm)
lmiterm([14 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([14 4 2 0],Zn)
lmiterm([14 4 3 0],Zm)
lmiterm([14 4 4 0],-Im)
lmiterm([14 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([14 5 2 0],Zn)
lmiterm([14 5 3 0],Zm)
lmiterm([14 5 4 0],Zm)
lmiterm([14 5 5 0],-Im)
```

```
% 15a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=2 e k=1
```

```
B21K2 = B21*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([15 1 1 W],L,A31,'s')
lmiterm([15 1 1 W],-1,B21K2,'s')
lmiterm([15 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([15 2 2 0],-Im)
lmiterm([15 2 3 0],Zm)
lmiterm([15 2 4 0],Zm)
lmiterm([15 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([15 3 2 0],Zn)
lmiterm([15 3 3 0],-Im)
lmiterm([15 3 4 0],Zm)
lmiterm([15 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([15 4 2 0],Zn)
lmiterm([15 4 3 0],Zm)
lmiterm([15 4 4 0],-Im)
lmiterm([15 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([15 5 2 0],Zn)
lmiterm([15 5 3 0],Zm)
lmiterm([15 5 4 0],Zm)
lmiterm([15 5 5 0],-Im)
```

```
% 16a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=2 e k=2
```

Apêndice A

```
B22K2 = B22*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([16 1 1 W],1,A32,'s')
lmiterm([16 1 1 W],-1,B22K2,'s')
lmiterm([16 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([16 2 2 0],-Im)
lmiterm([16 2 3 0],Zm)
lmiterm([16 2 4 0],Zm)
lmiterm([16 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([16 3 2 0],Zn)
lmiterm([16 3 3 0],-Im)
lmiterm([16 3 4 0],Zm)
lmiterm([16 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([16 4 2 0],Zn)
lmiterm([16 4 3 0],Zm)
lmiterm([16 4 4 0],-Im)
lmiterm([16 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([16 5 2 0],Zn)
lmiterm([16 5 3 0],Zm)
lmiterm([16 5 4 0],Zm)
lmiterm([16 5 5 0],-Im)
```

```
% 17a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=3 e k=1
```

```
B31K3 = B31*K3;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([17 1 1 W],1,A31,'s')
lmiterm([17 1 1 W],-1,B31K3,'s')
lmiterm([17 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([17 2 2 0],-Im)
lmiterm([17 2 3 0],Zm)
lmiterm([17 2 4 0],Zm)
lmiterm([17 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([17 3 2 0],Zn)
lmiterm([17 3 3 0],-Im)
lmiterm([17 3 4 0],Zm)
lmiterm([17 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([17 4 2 0],Zn)
lmiterm([17 4 3 0],Zm)
lmiterm([17 4 4 0],-Im)
lmiterm([17 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([17 5 2 0],Zn)
lmiterm([17 5 3 0],Zm)
lmiterm([17 5 4 0],Zm)
lmiterm([17 5 5 0],-Im)
```

```
% 18a. LMI (Lado menor da desigualdade)
% para i=3, j=3 e k=2
```

```
B32K2 = B32*K2;
RK1 = R*K1;
RK2 = R*K2;
RK3 = R*K3;
lmiterm([18 1 1 W],1,A32,'s')
lmiterm([18 1 1 W],-1,B32K2,'s')
lmiterm([18 2 1 W],Q, 1)
lmiterm([18 2 2 0],-Im)
lmiterm([18 2 3 0],Zm)
lmiterm([18 2 4 0],Zm)
lmiterm([18 3 1 W],RK1, 1)
lmiterm([18 3 2 0],Zn)
lmiterm([18 3 3 0],-Im)
lmiterm([18 3 4 0],Zm)
```

Apêndice A

```
lmiterm([18 4 1 W],RK2, 1)
lmiterm([18 4 2 0],Zn)
lmiterm([18 4 3 0],Zm)
lmiterm([18 4 4 0],-Im)
lmiterm([18 5 1 W],RK3, 1)
lmiterm([18 5 2 0],Zn)
lmiterm([18 5 3 0],Zm)
lmiterm([18 5 4 0],Zm)
lmiterm([18 5 5 0],-Im)

% 19a. LMI (Lado maior da desigualdade)
lmiterm([-19 1 1 W],1,1)
% 20a. LMI
% gama*W > I
lmiterm([-20 1 1 W],1,1)
lmiterm([20 1 1 0],1)

LMIs=getlmis;
[gama,popt]=gevp(LMIs,1);
% Variaveis de interesse
w=dec2mat(LMIs,popt,W);
P = inv(w)
```