Campus de São Carlos

Técnicas de filtragem digital aplicadas à
proteção de sistemas elétricos de potência

Hélio Glauco Ferreira

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

TÉCNICAS DE FILTRAGEM DIGITAL APLICADAS À PROTEÇÃO DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

HÉLIO GLAUCO FERREIRA BRITO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Denis Vinicius Coury

DEDALUS - Acervo - EESC

31100013451

São Carlos

1996

Class.	TESE
Cutl.	0948
Tombo	T046/96

st 0744198

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento da Informação do
Serviço de Biblioteca-EESC-USP

B862t Brito, Hélio Glauco Ferreira
Técnicas de filtragem digital aplicadas à
proteção de sistemas elétricos de potência /
Hélio Glauco Ferreira Brito. -- São Carlos, 1996.
112p.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1996.
Orientador: Prof. Dr. Denis Vinicius Coury

1. Filtragem digital. 2. Proteção digital.
3. Sistemas elétricos de potência. I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 29-2-1996
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor DENIS VINICIUS COURY - Orientador
(Escola de Engenharia de São Carlos-Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor JOSÉ CARLOS DE OLIVEIRA
(Universidade Federal de Uberlândia)

Prof. Doutor NEWTON GERALDO BRETAS
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Presidente da Comissão de Pós-Graduação
Prof. Dr. EDUARDO CLETO PIRES

Coordenador da Área de Engenharia Elétrica
Prof.Dr. GERALDO ROBERTO M. DA COSTA

DEDICATÓRIA

A Deus, que sempre nos acolhe nas dificuldades da vida, nosso pai.

Aos meus pais e tios, pelos seus esforços na minha formação acadêmica.

A minha avó Catarina Rodrigues Ferreira, que sempre ajudou a engrandecer nossa família e também por todo seu carinho.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Denis Vinicius Coury pelo seu incentivo e por sua orientação durante a realização deste trabalho.

Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pela bolsa de estudo concedida.

A todos os colegas, professores do Departamento de Engenharia Elétrica da EESC/USP onde fiz novos amigos.

Aos Amigos Jorge Tomioka e Makoto Kadowaki, pela grande ajuda no início do trabalho, onde tudo é mais difícil.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS.....	iv
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vii
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	x
1. INTRODUÇÃO.....	01
1.1 - Filosofia da Proteção.....	01
1.2 - A Proteção Digital.....	03
1.3 - Arquitetura do Relé Computadorizado.....	06
1.4 - Algoritmo de Proteção a Distância para uma Linha de Transmissão de Energia.....	08
1.5 - Filtragem Digital.....	10
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
2.1 - Introdução.....	13
2.2 - Medida dos Parâmetros de Tensão e Corrente.....	13
2.3 - Técnicas Baseadas no Ajuste por Mínimos Quadrados.....	18
2.4 - Técnicas Baseadas na Transformada de Fourier e Walsh.....	20
2.5 - Técnicas Baseadas na Solução Numérica das Equações Diferenciais do Modelo RL.....	23
2.6 - Técnicas Baseadas no Filtro de Kalman.....	27
2.7 - Outras Técnicas.....	28

3. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS PARA	
ALGORITMOS DE PROTEÇÃO DIGITAL.....	30
3.1 - Introdução.....	30
3.2 - Filtros Digitais Não Recursivos.....	31
3.2.1 - Série de Fourier.....	31
3.2.2 - Transformada de Fourier.....	33
3.2.2.1 - Algoritmo Não Recursivo Baseado na	
Transformada Discreta de Fourier.....	34
3.2.3 - Funções Walsh.....	37
3.2.3.1 - Algoritmo Baseado nas Funções Walsh.....	39
3.3 - Filtros Digitais Recursivos.....	40
3.3.1 - Algoritmo Recursivo Baseado na Transformada	
Discreta de Fourier.....	40
3.3.2 - O Filtro de Kalman.....	42
3.3.2.1 - Modelos do Filtro de Kalman.....	45
3.3.2.1.1 - Filtro de Kalman de Dois Estados	
para Estimação da Tensão.....	45
3.3.2.1.2 - Filtro de Kalman de Três Estados	
para Estimação da Corrente.....	46
4. RESULTADOS DO ESTUDO COMPARATIVO DAS	
TÉCNICAS DE FILTRAGEM DIGITAL.....	48
4.1 - Introdução.....	48
4.2 - Simulador Digital de Faltas em Linhas de Transmissão	
de Energia (TEER).....	48
4.2.1 - Representação da Linha de Transmissão com	
Circuito Simples.....	49
4.2.2 - Configuração dos Tipos de Faltas.....	50
4.2.3 - Características Gerais de Utilização.....	51

4.2.4 - Formas de Ondas para Algumas Faltas Típicas no Sistema de Potência.....	52
4.3 - Resultados dos Filtros Digitais Não Recursivos.....	53
4.4 - Resultados dos Filtros Digitais Recursivos.....	69
5. CONCLUSÕES.....	86
APÊNDICE I.....	89
APÊNDICE II.....	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	103

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Arquitetura básica de um relé computadorizado.....	06
Figura 1.2 - Fluxograma com os principais estágios de um algoritmo de proteção a distância, para uma linha de transmissão de energia.....	09
Figura 3.1 - As 8 primeiras funções Walsh.....	38
Figura 4.1 -Representação geral do sistema de potência, onde é estudado o fenômeno transitório de falta.....	49
Figura 4.2 - Arranjos das resistências de falta, para cada tipo de falta..	51
Figura 4.3 - Modelo do sistema de potência estudado.....	52
Figura 4.4 - Formas de ondas de tensão e corrente de algumas faltas típicas.....	55
Figura 4.5 - Resposta em frequência do filtro digital não recursivo de Fourier.....	56
Figura 4.6 - Resposta em frequência do filtro digital não recursivo de Walsh.....	56
Figura 4.7 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta fase α -terra, a 48 km do barramento P.....	58

- Figura 4.8 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P..... 61
- Figura 4.9 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b , a 48 km do barramento P..... 64
- Figura 4.10 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P..... 67
- Figura 4.11 - Estimação dos estados X_a e X_b dos sinais de tensão e corrente da fase a , através dos filtros digitais de Kalman e Fourier recursivo respectivamente, para uma falta a -terra, a 48 km do barramento P..... 70
- Figura 4.12 - Estimação dos estados X_a e X_b dos sinais de tensão e corrente da fase a , através dos filtros digitais de Kalman e Fourier recursivo respectivamente, para uma falta a -terra, a 144 km do barramento P..... 71
- Figura 4.13 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, para uma falta fase a -terra, a 48 km do barramento P..... 74

Figura 4.14 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases <i>a</i> e <i>b</i> , a 144 km do barramento P.....	77
Figura 4.15 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases <i>a</i> e <i>b</i> , a 48 km do barramento P.....	80
Figura 4.16 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P.....	83
Figura I - Função de autocorrelação do sinal de ruído da tensão.....	98
Figura II - Variância real e empírica do sinal de ruído da tensão.....	99
Figura III - Espectro de frequências do sinal de ruído da tensão.....	99
Figura IV - Função de autocorrelação do sinal de ruído da corrente...	101
Figura V - Variância real e empírica do sinal de ruído da corrente.....	102
Figura VI - Espectro de frequências do sinal de ruído da corrente.....	102

LISTA DE TABELAS

- Tabela 4.1 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase α -terra, a 48 km do barramento P..... 59
- Tabela 4.2 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase α -terra, a 48 km do barramento P..... 59
- Tabela 4.3 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P..... 62
- Tabela 4.4 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P..... 62
- Tabela 4.5 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para falta fase-fase, envolvendo as fases a e b , a 48 km do barramento P..... 65
- Tabela 4.6 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para falta fase-fase, envolvendo as fases a e b , a 48 km do barramento P..... 65

Tabela 4.7 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P.....	68
Tabela 4.8 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P.....	68
Tabela 4.9 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase a -terra, a 48 km do barramento P.....	75
Tabela 4.10 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase a -terra, a 48 km do barramento P.....	75
Tabela 4.11 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P.....	78
Tabela 4.12 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P.....	78

Tabela 4.13 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para falta fase-fase, envolvendo as fases <i>a</i> e <i>b</i> , a 48 km do barramento P.....	81
Tabela 4.14 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para falta fase-fase, envolvendo as fases <i>a</i> e <i>b</i> , a 48 km do barramento P.....	81
Tabela 4.15 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P.....	84
Tabela 4.16 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P.....	84

LISTA DE SÍMBOLOS

- $\varepsilon(t)$ - função de erro em função do tempo,
- f_n - valores amostrados do sinal de tensão e corrente,
- G - fasor complexo dos sinais de tensão e corrente,
- i, I - corrente,
- $i(t)$ - corrente em função do tempo,
- I_{pk} - valor de pico da corrente,
- L - indutância,
- n, N - tamanho da amostra ou número de amostras,
- R - resistência,
- r_f - resistência aparente até o ponto de falta,
- t - tempo,
- T - período,
- T_0 - período fundamental,
- v, V - tensão,
- V_c - componente cosseno da tensão,
- V_s - componente seno da tensão,
- $v(t)$ - tensão em função do tempo,

- V_{pk} - valor de pico da tensão,
- X_a - Componente seno do fasor complexo,
- X_b - Componente cosseno do fasor complexo,
- x_f - reatância aparente até o ponto de falta,
- Z - impedância,
- Z_{rf} - impedância do relé até o ponto de falta,
- δ - ângulo de incidência de falta,
- θ - ângulo de fase,
-
- ω - frequência angular,
- ω_0 - frequência fundamental,

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise e estudo comparativo de algumas técnicas de filtragem digital para obtenção dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente de uma linha de transmissão de energia sob condição de curto-circuito. Este estudo é de importância fundamental para o desenvolvimento de algoritmos aplicados a proteção digital de sistemas elétricos de potência.

As técnicas estudadas são baseadas na teoria da Transformada Discreta de Fourier, funções Walsh e na teoria do filtro de Kalman. Foram dados dois enfoques ao estudo: no primeiro, são analisadas as técnicas não recursivas, com a implementação dos filtros baseados na teoria de Fourier e funções Walsh e, no segundo são analisadas as técnicas recursivas, com a implementação dos filtros baseados na teoria do filtro de Kalman e novamente na teoria de Fourier.

ABSTRACT

This work introduces an analysis and a comparative study of some of the techniques for digital filtering of the voltage and current waveforms from faulted transmission lines. This study is of fundamental importance for the development of algorithms applied to digital protection of electric power systems.

The techniques studied are based on the Discret Fourier Transform theory, the Walsh functions and the Kalman filter theory. Two aspects were emphasised in this study: Firstly, the non-recursive techniques were analysed, with the implementation of filters based on the Fourier theory and the Walsh functions. Secondly, recursive techniques were analysed, with the implementation of the filters based on the Kalman theory and once more on the Fourier theory.

1 - Filosofia da Proteção

1.1 - Introdução

Proteção é a ciência, habilidade e arte da aplicação e ajustes de relés (e/ou fusíveis) para proporcionar a máxima sensibilidade a faltas e condições indesejáveis ao sistema, para que sua operação seja feita quando necessária e seja evitada em todas as condições toleráveis e permissíveis.

Um primeiro objetivo não só da área de proteção de sistemas, mas de um sistema de potência como um todo é manter o mais alto nível de continuidade do serviço. Quando ocorrer situações intoleráveis de operação, a proteção deve isolar rapidamente a menor área do sistema que contenha o elemento em curto-circuito, ou que esteja operando em condições anormais de funcionamento evitando que este, de algum modo, possa interferir na correta operação do resto do sistema e evitando também, principalmente, os seguintes problemas [1]: (1) Redução da margem de estabilidade do sistema; (2) Dano ao equipamento que está na vizinhança da falta, devido às altas correntes, às correntes desequilibradas ou às baixas tensões produzidas por um curto-circuito; (3) Desligamentos em toda área do sistema de potência por uma sucessão de

ações de proteção, tomados por diferentes sistemas de proteção, numa ocorrência conhecida como efeito cascata.

Para melhor entendimento de um sistema de proteção, é importante que se conheça um dispositivo fundamental da proteção de sistemas, fazendo as seguintes perguntas: O que é um relé?, mais especificamente o que é um relé de proteção?. O Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos (IEEE) define um relé como “Um dispositivo elétrico que é projetado para interpretar condições de entrada, em um modo pré-formulado, e depois que condições específicas são encontradas, responder através de operações de contato ou mudanças abruptas similares, associadas aos circuitos de controle elétricos”, e um relé de proteção é definido como “Um elemento cuja função é detectar nas linhas ou equipamentos faltosos, condições perigosas ou indesejáveis ao sistema de potência e iniciar uma ação nos circuitos de controle apropriados” [2].

Com relação as definições apresentadas acima, pode-se então dizer que os relés constituem a mais poderosa ferramenta do engenheiro de proteção.

Há uma grande variedades de relés, que atendem às diversas aplicações, porém didaticamente eles podem ser categorizados em cinco

classes, que são as dos: Relés não-direcionais, Relés direcionais, Relés de distância, Relés diferenciais e Relés com fio piloto.

1.2 - A Proteção Digital

A partir dos anos 60, com a disponibilidade de computadores digitais, começaram a surgir várias soluções computacionais para os diversos problemas em todas as áreas de conhecimento. No ramo da engenharia, iniciou-se a digitalização de processos. Mais especificamente em sistemas elétricos de potência surgiram os primeiros “softwares” para solução de problemas de fluxo de carga e estabilidade de sistemas. Esses primeiros programas computacionais, assim como alguns outros, foram categorizados como programas de aplicações “off-line”, isto é, onde o tempo de resposta não é um parâmetro a ser considerado. A partir de então, logo começou-se a pensar numa completa integração do sistema em termos computacionais. Assim, surgiram os primeiros “softwares” para solução de problemas mais complexos em sistemas de potência em termos de tempo de resposta. Estes são problemas que exigem uma solução “on-line”, ou seja, em tempo real, e alguns exemplos destes são os problemas de operação, controle e proteção dos sistemas.

Com uso dos computadores digitais para proteção de sistemas elétricos de potência surgem os relés computadorizados, também chamados de relés digitais.

A utilização dos relés digitais em substituição aos relés convencionais (eletromecânicos, estado sólido) oferece algumas vantagens importantes, como descritas a seguir [3], [4], [5] :

- Econômica: A constante diminuição em custo do “hardware” digital aliado ao aumento, também em custo, dos relés convencionais, durante um mesmo período, tornam os relés digitais uma alternativa particularmente atrativa. Além disso, sendo o computador um equipamento programável, pode ser utilizado para múltiplas funções.
- Eficácia: É esperado que em todos os casos a atuação do relé digital seja no mínimo igual ou equivalente ao convencional.
- Confiabilidade: Um sistema digital é continuamente ativo, podendo ser programado para fazer um auto-teste em seu próprio “software” e “hardware”, permitindo assim um alto nível de confiabilidade para o sistema digital.
- Flexibilidade: Revisões ou modificações necessárias, devido à mudança das condições operacionais, podem ser, facilmente, realizadas utilizando-se as características programáveis de um sistema digital.

- Integração do Sistema: Segue a tendência geral do sistema de potência a ser computadorizado, por exemplo, em sistemas de medida, comunicação e controle.

Em proteção digital de sistemas, a maior parte dos estudos foi direcionada para proteção de linhas de transmissão de energia, pois constituem a maior parte física do sistema e onde, conseqüentemente, há maior probabilidade de ocorrer faltas nas mesmas. Vários tipos de relés são utilizados para proteger essas linhas. A filosofia mais comumente usada nos algoritmos de proteção digital de linhas aéreas de transmissão está baseada na família dos relés de distância. Um dos tipos de relé de distância é o relé de impedância que avalia a impedância da linha através dos sinais de tensões e correntes.

1.3 - Arquitetura do Relé Computadorizado

Figura 1.1 - Arquitetura básica de um relé computadorizado

O diagrama de blocos mostrado na Figura 1.1 representa os principais estágios do condicionamento dos sinais de entrada do relé computadorizado. Como mostrado a seguir os estágios são: redutores de medida, módulo de “interface”, sincronização dos sinais, conversão A/D, processador.

Na primeira etapa de condicionamento dos sinais tem-se os redutores de medida que são os TP's (transformadores de potencial) e os TC's (transformadores de corrente), que reduzem os altos níveis dos

sinais analógicos de entrada a níveis acessíveis aos equipamentos de medição.

A seguir estes sinais passam pelo módulo de “interface”, que é composto por transformadores e filtros passa baixa. Esses transformadores reduzem ainda mais os níveis dos sinais de entrada a um nível computacional acessível. Os filtros passa baixa são denominados filtros “anti-aliasing”, pois eliminam os componentes transitórios de alta frequência dos sinais de entrada, evitando assim um fenômeno conhecido como “aliasing”, que é a sobreposição de espectros, o que acarretaria erro ao processo.

O módulo de sincronização dos sinais é composto por um multiplexador e “sample and hold”, dependendo da arquitetura adotada para o relé. Os instantes de amostragem são determinados por um “clock” de amostragem, que deve produzir pulsos em uma taxa fixa. Para cada instante, definido pelo “clock”, há uma conversão dos valores instantâneos dos sinais analógicos de entrada em uma forma digital. Desde que o relé, em geral, requer várias entradas, várias conversões são realizadas, em cada instante de amostragem. É desejável que todas as amostras dos sinais sejam simultâneas e esta sincronização dos sinais é realizada por um multiplexador. Caso não se tenha um multiplexador de

alta velocidade, associa-se a ele o “sample and hold”, para que os sinais sejam amostrados e mantidos em um mesmo instante, tornando relativamente baixo o tempo de processamento de um ciclo de transmissão-conversão de cada amostra.

Nesta penúltima fase tem-se a conversão dos sinais analógicos de entrada em uma forma digital (discretização), realizada por um conversor A/D (analógico/digital), para que esses sinais possam ser interpretados pelo microcomputador.

Finalmente, tem-se a parte lógica do relé realizada por um microcomputador, que analisa os sinais através do “software” usado para proteção e que decide pela abertura ou não abertura, dos disjuntores da área protegida.

1.4 - Algoritmo de Proteção a Distância para uma Linha de Transmissão de Energia

A Figura 1.2 mostra o fluxograma com os principais estágios de um algoritmo de proteção a distância, para uma linha de transmissão de energia.

Figura 1.2 - Fluxograma com os principais estágios de um algoritmo de proteção a distância, para uma linha de transmissão de energia

Como primeira etapa do algoritmo de proteção a distância de uma linha de transmissão, tem-se a entrada de dados com os sinais de tensão e corrente da linha previamente condicionados, para que os mesmos possam ser interpretados por um microcomputador. Caso ocorra

algum curto-circuito ou anormalidade na linha, imediatamente ocorrerá a detecção da falta. Em seguida haverá a filtragem dos sinais de tensão e corrente, pois durante um curto-circuito componentes indesejáveis são introduzidos nos sinais de entrada e estes componentes podem causar erro no cálculo da impedância aparente. A seguir é feita a classificação da falta, para que o cálculo da impedância aparente seja efetuado usando-se as fases envolvidas na falta. Finalmente, na última etapa do algoritmo o valor da impedância aparente calculada é comparado com um valor de impedância pré-estabelecido, para que haja a atuação do relé caso a falta esteja ocorrendo dentro de sua zona de proteção.

1.5 - Filtragem Digital

Como citado anteriormente, os dados de entrada de um relé computadorizado, durante uma falta ou outros distúrbios, apresentam componentes indesejáveis que precisam ser eliminados.

Uma forma de se lidar com esses problemas é o uso de filtros digitais. Técnicas de filtragem digital são mais conhecidas em engenharia de comunicação, mas devido a proteção digital algumas dessas técnicas passaram a ser usadas também em engenharia de potência.

No caso da proteção de linhas de transmissão, a idéia básica é eliminar os componentes indesejáveis como o componente CC (corrente contínua) e as altas harmônicas para obter os componentes fundamentais da tensão e corrente, para posterior cálculo da impedância.

Várias técnicas de filtragem tem sido propostas atualmente para minimização dos efeitos desses componentes indesejáveis na proteção digital [6]. Este trabalho tem como objetivo a investigação do uso de algumas das técnicas de filtragem mais usadas na proteção digital das linhas aéreas de transmissão de energia. Outro objetivo deste trabalho é servir como uma fonte de referência para desenvolvimento de algoritmos para filtragem digital dos sinais de tensão e corrente de uma linha de transmissão de energia, sob condição de curto-circuito. Almejando também, fornecer subsídios para uma futura aplicação prática dos filtros aqui estudados, por profissionais de sistemas de potência ligados a operação, controle e proteção de sistemas.

Foi dado ao estudo dois tipos de enfoques; (1) Estudo de técnicas não recursivas baseadas nas funções Walsh e teoria de Fourier, e (2) Estudo de técnicas recursivas baseadas na teoria do filtro de Kalman e novamente na teoria de Fourier. O filtro de Fourier usado recursivamente representa uma inovação nas técnicas de filtragem, pois até então era uma

técnica somente usada não recursivamente. Todos os algoritmos implementados no trabalho, foram definidos para uma janela de amostragem de um ciclo, para efeito de comparação das técnicas apresentadas.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica, onde são apresentadas historicamente as várias técnicas de proteção por computador, assim como, as várias técnicas de filtragem usadas em cada uma delas.

No Capítulo 3 são dados os fundamentos teóricos e os algoritmos de cada uma das técnicas estudadas.

Os dados usados para testes dos algoritmos, foram obtidos através do “software” TEER, que simula uma linha de transmissão em condição de falta (curto-circuito). A utilização deste “software” é apresentada no Capítulo 4. No Capítulo 4 são também apresentados resultados e os comentários relativos a cada técnica de filtragem utilizada. As conclusões são apresentadas no Capítulo 5.

2 - Revisão Bibliográfica

2.1 - Introdução

As linhas de transmissão formam a maior parte de um sistema de potência. Diferentes tipos de relés são usados para proteger essas linhas. Os relés mais comumente usados são da família dos relés de distância. A maior parte dos algoritmos que usam este princípio baseiam-se no cálculo em tempo real para obtenção da forma de onda fundamental dos sinais de tensão e corrente, pois, em geral, estes sinais extraídos do sistema apresentam um alto nível de ruído. Através destes fasores fundamentais a impedância aparente pode ser calculada. Este capítulo apresenta um levantamento dos diferentes métodos para obtenção dos componentes fundamentais dos sinais de tensão e corrente para cálculo digital da impedância aparente. São também apresentadas algumas técnicas digitais alternativas baseadas na solução numérica da equação da linha, na teoria de componentes simétricos, na teoria de ondas viajantes e outras.

2.2 - Medida dos Parâmetros de Tensão e Corrente

Esta tem sido uma das mais populares aproximações. A forma de onda faltosa é considerada bastante simples, tal como uma

senoide ou como uma senoide acrescida do componente CC, e os parâmetros correspondentes dessas ondas são obtidos de um número mínimo de amostras.

Mann [7] assumiu a forma de onda faltosa da corrente como sendo senoidal com um componente exponencial. Uma expressão foi obtida para o módulo da impedância do relé até a falta em termos das amostras da tensão $v(t)$, corrente $i(t)$ e de um fator K que é função do ângulo de ocorrência da falta δ e do tempo t após a falta. A expressão usada por Mann é:

$$|Z_{rf}| = \frac{v(t)}{i(t)} K(\delta, t) \quad (2.1)$$

A técnica é susceptível ao ruído presente nas ondas. Estudos, com uma simulação “off-line”, mostram erros de 40% na impedância calculada.

Mantey [8] assumiu as formas de onda faltosas de tensão e corrente como sendo senoidais e usou a seguinte expressão para impedância complexa de falta

$$Z_{rf} = \frac{V_{pk}}{I_{pk}} \angle \theta \quad (2.2)$$

onde V_{pk} e I_{pk} são os valores de pico de tensão e de corrente, respectivamente, e θ é o ângulo de fase.

Uma interface especial [9] amostra as tensões e correntes instantâneas em tempos específicos, tornando possível a especificação das quantidades I_{pk} , $V_{pk}\cos \theta$ e $V_{pk}\sin \theta$.

A técnica tem um tempo de processamento mínimo, mas os efeitos do ruído não foram investigados.

Mann e Morrison [10], [11] desenvolveram um algoritmo baseado na predição dos valores de pico de tensão e corrente de dados amostrados a cada 0,5ms (para um sistema de 50Hz) para o cálculo da impedância. As fórmulas propostas são:

$$v = V_{pk} \sin \omega t; v^2 = V_{pk}^2 \sin^2 \omega t \quad (2.3)$$

$$\frac{dv}{dt} = v' = V_{pk} \omega \cos \omega t; v'^2 = \omega^2 V_{pk}^2 \cos^2 \omega t \quad (2.4)$$

Adicionando as Equações (2.3) e (2.4),

$$V_{pk}^2 (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = v^2 + \frac{v'^2}{\omega^2} \quad (2.5)$$

ou simplesmente:

$$V_{pk}^2 = v^2 + \frac{v'^2}{\omega^2} \quad (2.6)$$

A fórmula para o pico da corrente é similar:

$$I_{pk}^2 = i^2 + \frac{i'^2}{\omega^2} \quad (2.7)$$

O ângulo θ , entre a tensão e a corrente pode ser calculado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega i}{i'}\right) - \arctan\left(\frac{\omega v}{v'}\right) \quad (2.8)$$

A impedância pode então ser determinada por:

$$Z_{rf}^2 = \frac{V_{pk}^2}{I_{pk}^2} \quad (2.9)$$

A magnitude da impedância e o ângulo de fase devem ser comparados a valores constantes inseridos no programa para determinar se a condição de abertura existe.

Testes realizados com dados faltosos teóricos, experimentais e reais, registraram erros de $\pm 10\%$ no módulo e $\pm 15\%$ no ângulo da impedância.

Gilcrest e Rockeffeller e Udren [12], [13], testaram a praticidade de um esquema trifásico similar usando as derivadas primeira e segunda. E obtiveram o seguinte resultado:

$$|Z_{rf}|^2 = \frac{V_{pk}^2}{I_{pk}^2} = \frac{(v'_k)^2 + (v''_k)^2}{(i'_k)^2 + (i''_k)^2} \quad (2.10)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega i''}{i'}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega v''}{v'}\right) \quad (2.11)$$

onde

$$v''_k = \frac{1}{(h\omega)^2} (v_{k+1} - 2v_k + v_{k-1}) \quad (2.12)$$

e h é o intervalo amostral em segundos. A inclinação é aproximada pela diferença entre duas amostras com relação ao ponto amostral central.

O uso de derivadas reduziu o efeito do componente exponencial CC e outras baixas frequências, mas a presença de altas frequências foram reconhecidas. Filtragem analógica e técnicas digitais de abrandamento foram usadas com a intenção de aliviar o problema.

Condições senoidais foram novamente assumidas por Gilbert e Shovlin [14] para calcular diretamente a resistência e a reatância aparente até a falta. Então,

$$v = V_{pk} \text{sen}(\omega t + \theta + \alpha), \quad \text{e} \quad (2.13)$$

$$i = I_{pk} \text{sen}(\omega t + \alpha) \quad (2.14)$$

onde θ é o ângulo entre as formas de onda de tensão e corrente, e α é o ângulo entre o “ponto zero” da onda de corrente e algum ponto arbitrário no tempo. Se o intervalo angular de entre amostras é Δ , então:

$$v_{n-2} = V_{pk} \text{sen}(\omega t_n + \theta + \alpha - 2\Delta) \quad (2.15)$$

$$v_{n-1} = V_{pk} \text{sen}(\omega t_n + \theta + \alpha - \Delta) \quad (2.16)$$

$$v_n = V_{pk} \text{sen}(\omega t_n + \theta + \alpha) \quad (2.17)$$

onde $n-2$, $n-1$ e n são amostras sucessivas. Similarmente para as amostras de corrente existem i_{n-2} , i_{n-1} e i_n . Através de substituições trigonométricas as seguintes expressões são derivadas:

$$r_f = \frac{2V_{n-1}i_{n-1} - V_n i_{n-2} - V_{n-2}i_n}{2(i_{n-1}^2 - i_{n-2}i_n)} \quad e \quad (2.18)$$

$$x_f = \frac{V_{n-1}i_n - V_n i_{n-1}}{i_{n-1}^2 - i_{n-2}i_n} \text{sen}\Delta \quad (2.19)$$

As equações respondem rapidamente a mudanças nos dados de entrada, mas são altamente susceptíveis a transitórios de alta frequência.

2.3 - Técnicas Baseadas no Ajuste por Mínimos Quadrados

A técnica de mínimos quadrados pode ser aplicada em proteção digital, observando-se estimativas razoavelmente boas. Luckett, Munday e Murray [15] admitiram uma forma de onda que contém o componente CC, o componente de frequência fundamental e harmônicas de ordens específicas.

A forma de onda faltosa é então:

$$k_1 e^{-\lambda t} + \sum_{n=1}^N [k_{2n} \text{sen}(n\omega t) + k_{2n+1} \cos(n\omega t)] \quad (2.20)$$

onde $k_1, k_2, \dots, k_{2N+1}$ são parâmetros incógnitos, N é o número de harmônicas a serem considerados, λ é a constante de decaimento e ω a frequência angular.

Então, o ajuste por mínimos quadrados envolve a minimização da expressão:

$$E = \int_0^T \left\{ I - k_1 e^{-\lambda t} - \sum_{n=1}^N [k_{2n} \sin(n\omega t) + k_{2n+1} \cos(n\omega t)] \right\}^2 dt \quad (2.21)$$

onde I é a forma de onda a ser analisada e T é o período amostral.

As soluções do procedimento de minimização são os parâmetros incógnitos k_r , $r = 1, 2, \dots, 2N+1$. Os parâmetros selecionados, componentes reais e imaginários do fasor de frequência fundamental, são então usados para calcular a impedância aparente vista da localização do relé.

Sachdev e Baribeau [16] admitiram a mesma expressão (2.20), mas com os termos exponenciais e senoidais expandidos usando a Série de Taylor. As seguintes aproximações foram usadas:

- i) não foram consideradas as harmônicas de quinta ordem e superiores; e
- ii) não foram consideradas as harmônicas pares.

O conceito de pseudo-inversa foi então usado para fornecer a solução do erro médio quadrático, obtendo-se então os valores das incógnitas.

Um procedimento menos preciso [17] considera que a forma de onda básica dada em (2.20) pode ser representada por uma constante em substituição ao componente CC acrescido ao componente de frequência fundamental.

Deve ser enfatizado que o método de ajuste por mínimos quadrados é computacionalmente bastante complexo e sua precisão é dependente do período de amostragem, bem como do número de amostras por ciclo.

2.4 - Técnicas Baseadas na Transformada de Fourier e Walsh

Essas técnicas se fundamentam na teoria de transformadas ortogonais [18]. Admite-se que a forma de onda medida consiste de um componente fundamental, acrescido de uma infinita soma de certos harmônicos. Um par ortogonal de funções base (senoidais ou ondas quadradas) são correlacionados com os dados amostrais para extrair os componentes da função base da forma de onda de entrada.

Rammamorty [19] propôs que os componentes fundamentais da tensão e corrente podem ser extraídos dos transitórios faltosos correlacionando um ciclo de dados amostrais com amostras armazenadas de ondas seno e cosseno de referência fundamental. Se as expressões das formas de ondas são dadas na forma regular, então as expressões gerais para os componentes seno e cosseno da tensão para a amostra k são:

$$V_s = \frac{1}{N} \left[2 \sum_{t=1}^{N-1} V_{k-N+t} \sin\left(\frac{2\pi}{N} t\right) \right] \quad (2.22)$$

$$V_c = \frac{1}{N} \left[V_{k-N} + V_k + 2 \sum_{t=1}^{N-1} V_{k-N+t} \cos\left(\frac{2\pi}{N} t\right) \right] \quad (2.23)$$

onde N é o número de amostras por ciclo fundamental.

As expressões podem ser convertidas à forma polar, sendo a expressão para tensão:

$$V = (V_s^2 + V_c^2)^{1/2} \quad (2.24)$$

e o ângulo de fase dado por:

$$\phi_V = \tan^{-1} \left(\frac{V_s}{V_c} \right) \quad (2.25)$$

Se cálculos similares são feitos para o sinal de corrente, então a expressão para a impedância, na forma polar, é dada:

$$|Z| = \left(\frac{V_s^2 + V_c^2}{I_s^2 + I_c^2} \right)^{1/2} \quad (2.26)$$

Novamente a expressão para o ângulo de fase é:

$$\theta = \tan^{-1}(V/I) \quad (2.27)$$

Finalmente, se os valores das expressões (2.26) e (2.27) não satisfizerem a condições pré-estabelecidas, isto determina a ação do relé. Está implícito na análise de Fourier a filtragem dos dados. Considera-se que os dados são disponíveis para o ciclo completo. No entanto, no momento da falta, a expressão para impedância não é definida e qualquer valor calculado é uma aproximação. Esta aproximação é uma fonte de erro, mas tem sido mostrado [20] que o erro do método de Fourier é bem pequeno em comparação com outros métodos.

Com o intuito de melhorar o tempo de resposta do algoritmo, Phadke, Hlibka e Ibrahim [21] sugeriram o algoritmo de Fourier de meio ciclo. No entanto, são introduzidos erros adicionais devido ao componente CC e altas harmônicas, e esquemas de compensação das fontes de erro foram implementados.

Gangardharan e Anbalagan [22] desenvolveram um algoritmo de relé de distância, onde o modelamento da linha a ser protegida apresenta características quadrilaterais. O método baseia-se na Transformada de Fourier e também utiliza apenas $\frac{1}{2}$ ciclo de dados, com o intuito de diminuição do tempo de resposta.

Eichhorn e Lobos [23] propuseram a implementação de filtro recursivo baseado na técnica de Fourier, com o objetivo de diminuir eficientemente o tempo de resposta do algoritmo.

Horton [24] sugeriu um algoritmo baseado na função Walsh, que é intimamente relacionada à Transformada de Fourier de ciclo completo. As funções ortogonais que são correlacionadas com a forma de onda faltosa, no entanto, não são ondas seno e cosseno, mas ondas quadradas (par e ímpar). O cálculo é simplificado desde que as ondas quadradas assumem os valores ± 1 somente.

Há, ainda, outros pares de funções ortogonais que podem ser usados para extrair o sinal de frequência fundamental da onda faltosa.

2.5 - Técnicas Baseadas na Solução Numérica das Equações Diferenciais do Modelo RL

Esta técnica assume a representação do modelo da linha de transmissão de parâmetros concentrados, resistência (R) e indutância (L). A tensão v e a corrente i que são geradas de diferentes tipos de faltas são relacionados pela expressão:

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (2.28)$$

Esta representação de uma linha de transmissão admite que o componente CC como parte válida da solução e, portanto, nenhuma característica especial deve ser implementada para eliminá-lo. Assim, a Equação (2.28) será usada para determinação dos parâmetros do sistema sob condições faltosas.

MacInnes e Morrison [25] propuseram a integração da Equação (2.28) sob dois intervalos no tempo para que um número suficiente de equações sejam resolvidas e obtidos os valores de R e L. Assim,

$$\int_{t_0}^{t_1} v dt = R \int_{t_0}^{t_1} i dt + L[i(t_1) - i(t_0)] \quad (2.29)$$

e

$$\int_{t_1}^{t_2} v dt = R \int_{t_1}^{t_2} i dt + L[i(t_2) - i(t_1)] \quad (2.30)$$

Resolvendo para R e L:

$$R = \frac{\left(\int_{t_1}^{t_2} v dt \right) [i(t_1) - i(t_0)] - \left(\int_{t_0}^{t_1} v dt \right) [i(t_2) - i(t_1)]}{\left(\int_{t_1}^{t_2} i dt \right) [i(t_1) - i(t_0)] - \left(\int_{t_0}^{t_1} i dt \right) [i(t_2) - i(t_1)]} \quad (2.31)$$

$$L = \frac{\left(\int_{t_0}^{t_1} v dt \right) \left(\int_{t_1}^{t_2} i dt \right) - \left(\int_{t_1}^{t_2} v dt \right) \left(\int_{t_0}^{t_1} i dt \right)}{\left(\int_{t_1}^{t_2} i dt \right) [i(t_1) - i(t_0)] - \left(\int_{t_0}^{t_1} i dt \right) [i(t_2) - i(t_1)]} \quad (2.32)$$

As integrais são calculadas numericamente usando a regra trapezoidal.

Gallen, Chen e Breingan [26] propõem a resolução da Equação (2.28) pela aplicação de diferentes aproximações para as diferenciais, sendo estas muito similares à solução integral numérica.

No entanto, devem ser apontados vários problemas associados às características das linhas de transmissão reais que não são considerados na Equação (2.28). Esta equação considera linhas perfeitamente transpostas e nem a capacitância em paralelo (“shunt”) nem a capacitância de compensação série da linha são consideradas. Também não é levado em consideração o efeito mútuo de linhas de circuito duplo e a resistência de falta. Uma técnica utilizada é a filtragem dos sinais de entrada com um filtro passa baixa. Isso possibilita a atenuação dos transitórios de alta frequência que são introduzidos por alguns dos efeitos mencionados.

Ranjbar e Cory [27] investigaram a mesma técnica selecionando limites de integração sobrepostos para eliminação de

harmônica a ser removida, o que faz o procedimento restrito à seleção da taxa amostral.

Poncelet [28] sugeriu escrever a Equação (2.28) na forma:

$$\varepsilon(t) = Ri + L \frac{di}{dt} - v(t) \quad (2.33)$$

onde $\varepsilon(t)$ é uma função erro. Valores de R e L serão descobertos para minimizar o erro médio quadrático E_m dado por

$$E_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon^2(t) dt \quad (2.34)$$

considerando num período particular.

Um outro grupo de técnicas relaciona-se com a modificação do modelo básico proposto pela Equação (2.28).

Smolinsk [29] sugeriu um algoritmo para cálculo da impedância, baseado no modelo PI da linha de transmissão. Assim o algoritmo desenvolvido poderá acomodar tanto o transitório CC como os componentes de alta frequência dos sinais de entrada sem qualquer filtragem adicional. A equação básica torna-se então:

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} - LC \frac{d^2v}{d^2t} \quad (2.35)$$

No entanto, o esforço computacional é aumentado consideravelmente.

Sanderson e Wright [30] incluíram o capacitor de compensação série no modelo básico da Equação (2.28). Neste caso, a nova equação deve ser integrada sobre três intervalos de tempo dando um número suficiente de equações para que os parâmetros do sistema possam ser calculados. Esta técnica foi explorada e modificada [31] para incluir os efeitos de acoplamento mútuo, linhas não transpostas e resistência de falta.

2.6 - Técnicas Baseadas no Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um estimador ótimo recursivo que proporciona uma solução para o problema de estimação dentro de um contexto de evolução dos parâmetros a serem estimados de acordo com uma equação de estado. Esta técnica tem sido amplamente usada em problemas de estimação para sistemas dinâmicos. Seu uso em proteção de sistemas é motivado pela sua capacidade de filtragem no tratamento de medidas que mudam no tempo.

Girgis [32] propôs um método de proteção digital a distância baseado na teoria do filtro de Kalman para estimação dos componentes fundamentais dos sinais de tensão e corrente. O modelo matemático do filtro de Kalman é baseado no conceito do espaço de estados. A

formulação do filtro necessita de um conhecimento estatístico, a priori, das condições iniciais do sistema.

Lobos [33] propôs um método não recursivo baseado na teoria do filtro de Kalman para obtenção das formas de ondas fundamentais de tensão e corrente que apresenta melhores propriedades de filtro que outros métodos não recursivos.

2.7 - Outras Técnicas

Phadke, Ibrahim e Hlibka [34] investigaram o comportamento de um relé digital a distância, de alta velocidade, baseado na teoria de componentes simétricos. É mostrado que uma única equação é adequada para manejar todos os tipos de faltas que possivelmente possam ocorrer em um sistema de potência trifásico.

Dommel e Michels [35] propuseram um algoritmo baseado na medida do fenômeno de ondas viajantes a altas frequências.

Hope, Malik e Dash [36] propuseram correlacionar os sinais de tensão e corrente para determinar a potência da linha. A autocorrelação do sinal de corrente foi usada para se obter o quadrado de sua magnitude. A impedância é então calculada fazendo-se a razão da potência pelo quadrado da corrente. Este método foi estendido a um

esquema de proteção diferencial que relaciona as correntes nos dois terminais do equipamento protegido (aplicado mais especificamente à proteção digital de geradores e transformadores).

Aggarwal, Jonhs e Tripp [37] sugeriram uma técnica digital de comparação direcional dos sinais de tensão e de corrente, onde usam compensadores capacitivos nas linhas. Esta técnica baseia-se no fato de que os sinais de tensão e corrente que entram na linha são iguais aos que saem, logo a soma algébrica destes sinais deve ser zero, em condições normais de operação.

3 - Fundamentos Matemáticos para Algoritmos de Proteção Digital

3.1 - Introdução

Uma das grandes características da área de proteção digital é a rica combinação de disciplinas acadêmicas em que ela é baseada. Os relés computadorizados dependem de engenharia de computação para a seleção e compromissos do “hardware” utilizado; de sistemas de comunicação para o entendimento dos “links” de comunicação entre esquemas, e de elementos de processamento digital de sinais e teoria de estimação para o bom entendimento dos algoritmos. Para entender alguns algoritmos é necessário entender como a Série de Fourier e a Transformada de Fourier são usadas para extrair o componente de frequência fundamental das formas de ondas de tensão e corrente. Um outro conceito importante na evolução dos algoritmos de proteção é a estimação. Desde que componentes não esperados são geralmente presentes nos sinais que são amostrados, é necessário estimar os parâmetros de interesse (por exemplo, os componentes de frequência fundamental) através do processamento de um número de amostras.

Toda teoria citada acima, tanto para os algoritmos não recursivos como para os recursivos é mostrada a seguir.

3.2 - Filtros Digitais Não Recursivos

3.2.1 - Série de Fourier

Os sinais vistos pelos relés de proteção podem não ser senoides puras. As frequências não fundamentais contidas nos sinais de tensão e corrente vistas pelos relés não são verdadeiramente periódicas, mas variantes no tempo. É importante conhecer a natureza destes sinais de frequência não fundamental para o bom desempenho dos algoritmos de proteção. A Série de Fourier proporciona uma técnica para uma análise destes sinais e determinação de seus componentes harmônicos.

Admitindo-se que $r_i(t)$ fosse um sinal periódico da forma $e^{j\omega_0 t}$, é fácil verificar que qualquer soma finita será da forma [38]:

$$r(t) = c_0 + c_1 e^{j\omega_0 t} + c_2 e^{2j\omega_0 t} + c_3 e^{3j\omega_0 t} + \dots + c_N e^{jN\omega_0 t}$$

e será periódica com frequência fundamental ω_0 . Incluindo ambos os termos positivos e negativos na soma:

$$r(t) = \sum_{k=-N}^{k=N} c_k e^{j\omega_0 t} \quad (3.1)$$

esta também será um sinal periódico com frequência fundamental ω_0 . O objetivo da análise de Fourier é decompor um sinal periódico arbitrário dentro de componentes como na Equação (3.1).

Pela identidade de Euler:

$$e^{jk\varpi_0 t} = \cos(k\varpi_0 t) + j\sin(k\varpi_0 t) \quad (3.2)$$

é possível obter uma série exponencial dada pela Equação (3.1) em termos de senos e cossenos:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\varpi_0 t} = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\varpi_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\varpi_0 t) \quad (3.3)$$

onde: $a_0 = c_0$

$$a_k = c_k + c_{-k} \quad k \neq 0 \quad (3.4)$$

$$b_k = j(c_k - c_{-k}) \quad k \neq 0 \quad (3.5)$$

As Equações (3.4) e (3.5) resultam da expansão dos k -ésimos e $-k$ -ésimos termos de uma série exponencial. Usando a expansão de Euler:

$$\begin{aligned} c_{-k} e^{-jk\varpi_0 t} + \dots + c_k e^{jk\varpi_0 t} &= c_{-k} \cos(\varpi_0 t) + \\ &+ c_k \cos(\varpi_0 t) - c_{-k} j \sin(\varpi_0 t) + c_k j \sin(\varpi_0 t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Se a Série de Fourier é escrita como:

$$\begin{aligned} r(t) &= c_0 + (c_1 e^{j\varpi_0 t} + c_{-1} e^{-j\varpi_0 t}) + \\ &+ (c_2 e^{2j\varpi_0 t} + c_{-2} e^{-2j\varpi_0 t}) \dots + (c_k e^{jk\varpi_0 t} + c_{-k} e^{-jk\varpi_0 t}) + \dots \end{aligned} \quad (3.7)$$

os vários termos podem ser reconhecidos como:

c_0	o componente CC (valor médio)
$(c_1 e^{j\varpi_0 t} + c_{-1} e^{-j\varpi_0 t})$	o componente de frequência fundamental
$(c_k e^{jk\varpi_0 t} + c_{-k} e^{-jk\varpi_0 t})$	o k -ésimo harmônico

Pode-se considerar a expansão da Série de Fourier como a resolução de uma função periódica dentro de seus componentes de frequência. As frequências presentes na função periódica com frequência fundamental ω_0 são: 0 (CC), $\pm\omega_0$ (o primeiro harmônico), $\pm2\omega_0$ (o segundo harmônico), $\pm3\omega_0$ (o terceiro harmônico), etc. O coeficiente c_k representa então a soma do sinal até a frequência $k\omega_0$. A interpretação dos coeficientes da Série de Fourier como conteúdo de frequência do sinal pode ser resumido através da representação das magnitudes dos coeficientes versus frequência.

3.2.2 - Transformada de Fourier

A técnica de representação de um sinal como soma de termos exponenciais pode ser estendida para funções não periódicas através do uso da Transformada de Fourier.

Admitindo-se uma função definida no tempo $x(t)$, a Transformada de Fourier de $x(t)$ é dada por [38]:

$$\mathcal{F} \rightarrow X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.8)$$

$$\mathcal{F}^{-1} \rightarrow x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.9)$$

A ligação entre as duas funções $x(t)$ e $X(\omega)$ é mostrada simbolicamente como:

$$x(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega)$$

Dadas as funções $x(t)$ e $X(\omega)$, diz-se que existe a Transformada de Fourier quando ambas as funções satisfazem as Equações (3.8) e (3.9).

Baseando-se na teoria apresentada anteriormente, pode-se então apresentar o algoritmo baseado na Transformada Discreta de Fourier, como mostrado a seguir.

3.2.2.1 - Algoritmo Não Recursivo Baseado na Transformada Discreta de Fourier

As formas de onda de tensão e corrente em sistemas elétricos de potência podem incluir harmônicos de formas de onda fundamentais (60Hz) e ruídos aleatórios devido a faltas e outras perturbações no sistema. A forma de onda fundamental do sinal pode ser descrita como [33]:

$$f(t) = X_a \sin(\omega_0 t) + X_b \cos(\omega_0 t) \quad (3.10)$$

O fasor complexo é dado por:

$$G = X_b - jX_a \quad (3.11)$$

Os parâmetros X_a e X_b podem ser calculados dos N valores amostrados f_n de tensão e corrente através do método dos mínimos quadrados (veja Apêndice I):

$$X_a = \frac{1}{AC - B^2} \sum_{n=0}^{N-1} f_n [C \sin(n\omega_0 T) - B \cos(n\omega_0 T)] \quad (3.12)$$

$$X_b = \frac{1}{AC - B^2} \sum_{n=0}^{N-1} f_n [A \cos(n\omega_0 T) - B \sin(n\omega_0 T)] \quad (3.13)$$

onde:

$$A = \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(n\omega_0 T)$$

$$B = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(n\omega_0 T) \cos(n\omega_0 T)$$

$$C = \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(n\omega_0 T)$$

e onde: T = período de amostragem, ω_0 = frequência fundamental, e f_n = valores amostrados de tensão e corrente.

Introduzindo-se a notação:

$$K_{an} = \frac{1}{AC - B^2} [C \sin(n\omega_0 T) - B \cos(n\omega_0 T)] \quad (3.14)$$

$$K_{bn} = \frac{1}{AC - B^2} [A \cos(n\omega_0 T) - B \sin(n\omega_0 T)] \quad (3.15)$$

Obtém-se a forma:

$$X_a = \sum_{n=0}^{N-1} K_{an} f_n \quad (3.16)$$

$$X_b = \sum_{n=0}^{N-1} K_{bn} f_n \quad (3.17)$$

Se a janela de amostragem é igual a um ciclo do componente fundamental, tem-se que:

$$A = C = \frac{N}{2}; \quad B = 0$$

O fasor complexo da forma de onda fundamental pode ser dos N valores amostrados de f_n :

$$G = \sum_{n=0}^{N-1} f_n [K_{bn} - jK_{an}] \quad (3.18)$$

Substituindo-se

$$K_n = K_{bn} - jK_{an},$$

Obtém-se a forma do filtro não recursivo [39]:

$$G = \sum_{n=0}^{N-1} K_n f_n \quad (3.19)$$

Através do cálculo “on-line”, G é amostrado a cada novo valor até o último valor N . Se ocorre uma falta e o sinal muda de um valor pré-falta para um valor pós-falta, a nova estimativa exata será obtida depois de um tempo de resposta transitório do algoritmo que é igual ao tempo de preenchimento de uma janela de amostragem.

3.2.3 - Funções Walsh

As funções Walsh são um conjunto de sinais ortogonais definidos no intervalo $[0,1]$ que somente recebem os valores ± 1 . Como tal, se tornaram muito atrativas para implementação digital uma vez que a multiplicação por uma função Walsh envolve somente operações algébricas simples. As funções Walsh podem ser geradas em várias ordens, dando origem a adjetivos adicionais em seus nomes. Todavia, aqui somente será usada a denominação função Walsh, em qualquer uma de suas ordens, evitando adjetivos adicionais em seu nome. Considere os oitos sinais mostrados na Figura 3.1. É evidente pela figura, que as funções Walsh mostradas são ortogonais e é possível a construção de um modo de $N=2^n$ funções semelhantes [38].

Através da análise de Walsh, que é analoga a análise de Fourier, os componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente podem rapidamente ser extraídos e medidos em amplitude e fase.

Figura 3.1 As 8 primeiras funções Walsh

3.2.3.1 - Algoritmo Baseado nas Funções Walsh

Neste método as formas de ondas dos sinais são aproximações de funções Walsh retangulares e ortogonais. O algoritmo também tem a forma das Equações (3.16) e (3.17). Os coeficientes do algoritmo de Walsh para uma janela de amostragem de um ciclo do componente básico são:

$$K_{an} = \frac{2k_w}{N} \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq n\varpi_0 t < \pi \\ -1 & \text{para } \pi \leq n\varpi_0 t < 2\pi \end{cases} \quad (3.20)$$

$$K_{bn} = \frac{2k_w}{N} \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq n\varpi_0 t < \pi/2; \\ & 3\pi/2 \leq n\varpi_0 t < 2\pi \\ -1 & \text{para } \pi/2 \leq n\varpi_0 t < 3\pi/2 \end{cases} \quad (3.21)$$

onde $k_w \approx 0.774$, referente a função Walsh que representa uma onda quadrada equivalente a uma senoide para um ciclo fundamental dos sinais [40].

Como os coeficientes diferem somente em sinal, a implementação computacional do algoritmo é muito simples.

3.3 - Filtros Digitais Recursivos

3.3.1 - Algoritmo Recursivo Baseado na Transformada Discreta de Fourier

Toda teoria de Fourier apresentada para o algoritmo não recursivo é também usada aqui. Eichhorn e Lobos [23] propuseram o algoritmo recursivo para cálculo em tempo real dos componentes fundamentais dos sinais de tensão e corrente baseado na teoria de Fourier. Desta maneira o tempo de cálculo do algoritmo pode ser bastante reduzido.

Se a janela de dados é igual a um ciclo fundamental, tem-se que o fasor complexo das formas de ondas fundamentais pode ser calculado dos N valores amostrados por [33]:

$$\mathbf{G} = \mathbf{Xb} - j\mathbf{Xa} = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{K}_n f_n \quad (3.22)$$

onde:

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{K}_{bn} - j\mathbf{K}_{an} = \frac{2}{N} [\cos(n\omega_0 T) - j\sin(n\omega_0 T)] \quad (3.23)$$

ou

$$\mathbf{K}_n = \frac{2}{N} e^{-jn\omega_0 T} \quad (3.24)$$

Os valores complexos do coeficiente K_n representam a resposta ao impulso no plano complexo. A transformada Z da resposta representa a função de transferência do método no domínio Z.

$$Z[K_n] = H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} K_n z^{-n} = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [e^{-j\omega_0 T} z^{-1}]^n \quad (3.25)$$

Neste sentido, obtém-se a soma da projeção geométrica dada por:

$$H(z) = \frac{2}{N} \frac{1 - z^{-N}}{1 - e^{-j\omega_0 T} z^{-1}} \quad (3.26)$$

O correspondente algoritmo recursivo é descrito como:

$$G_n = G_{n-1} e^{-j\omega T} + \frac{2}{N} (f_n - f_{n-N}) \quad (3.27)$$

onde os valores amostrados complexos f_n são definidos como:

$$f_n = f_n e^{-j\omega_0 t} = f_n [\cos(\omega_0 T) - j \sin(\omega_0 T)] \quad (3.28)$$

Separando-se a parte real e imaginária do fasor G_n na Equação (3.27), obtém-se:

$$X_{an} = X_{an-1} \cos(\omega_0 T) + X_{bn-1} \sin(\omega_0 T) + \frac{2}{N} \sin(\omega_0 T) (f_n - f_{n-N}) \quad (3.29)$$

$$X_{bn} = X_{bn-1} \cos(\omega_0 T) - X_{an-1} \sin(\omega_0 T) + \frac{2}{N} \cos(\omega_0 T) (f_n - f_{n-N}) \quad (3.30)$$

Através do cálculo “on-line”, X_a e X_b são atualizados a cada valor amostrado. Neste sentido, obtém-se valores discretos da

função no tempo dos componentes fundamentais dos sinais de tensão e corrente.

3.3.2 - O Filtro de Kalman

Este método de filtragem é especialmente próprio para processos digitais “on-line” porque os dados de entrada ruidosos (medidas) são processados recursivamente.

O filtro de Kalman é um estimador ótimo recursivo [41], [42]. É um dos métodos bem conhecidos para o controle e engenharia de comunicação, que pode ser usado para estimações de fasores de frequência fundamental de medidas ruidosas.

No desenvolvimento do filtro de Kalman um prévio conhecimento estatístico das condições iniciais, do modelo ruidoso do processo e das medidas do modelo ruidoso são necessários.

Para o estudo estatístico dos componentes não fundamentais dos sinais de tensão e corrente foram considerados os seguintes fatores: configuração do sistema estudado, probabilidade de localização e frequência de ocorrência dos diferentes tipos de faltas. Para o modelamento dos sinais de ruído da tensão e corrente, para ambos os sinais, foi estudada a função de autocorrelação para os vários tipos de

faltas, a variância do sinal e seu espectro de frequências. Todo levantamento estatístico, assim como os modelamentos dos sinais de ruído são apresentados mais detalhadamente no Apêndice II.

Um modelo matemático dos estados é assumido ser da forma [43], [44]:

$$X_{k+1} = \phi_k X_k + y_k \quad (3.31)$$

onde:

X_k é o vetor de estados do processo (n x 1) no tempo t_k ;

ϕ_k é a matriz transição de estado (n x n);

y_k é o vetor de sequência não correlata (n x 1) com estrutura de covariância conhecida;

A observação (medida) do processo é assumida ocorrer em pontos discretos de tempo de acordo com a seguinte relação:

$$z_k = H_k X_k + \varepsilon_k \quad (3.32)$$

onde:

z_k é o vetor medida (m x 1) no tempo t_k ;

H_k é a matriz (m x n) que relaciona a medida aos estados;

ε_k é o erro de medida (m x 1) assumido com sequência não correlata e com estrutura de covariância conhecida;

As matrizes de covariância para o sistema dos vetores ruídos, y_k e ε_k , são dados por:

$$\overline{y_k y_i^T} = \begin{cases} Q_k, i = k \\ 0, i \neq k \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\overline{\varepsilon_k \varepsilon_i^T} = \begin{cases} R_k, i = k \\ 0, i \neq k \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\overline{y_k \varepsilon_i^T} = 0, \forall i, k \quad (3.35)$$

onde Q_k e R_k são os elementos da diagonal principal das matrizes de covariância, para os vetores ruídos y_k e ε_k respectivamente.

As equações do filtro de Kalman recursivo são:

a- Cálculo do ganho de Kalman K_k :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.36)$$

b- Atualização da estimativa com a medida z_k :

$$\hat{X} = \hat{X}_k^- + K_k (z_k - H_k \hat{X}_k^-) \quad (3.37)$$

c- Cálculo da covariância do erro para estimativa atualizada:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (3.38)$$

onde I é a matriz identidade;

d- Projeção do valor estimado e covariância do erro:

$$\hat{X}_{k+1}^- = \phi_k \hat{X}_k \quad (3.39)$$

$$P_{k+1}^- = \phi_k P_k \phi_k^T + Q_k \quad (3.40)$$

Com os estados acima, para se ter um estimador ótimo, um conhecimento de uma estimativa inicial da covariância do erro (ruído) P_0^- , uma estimativa inicial $\hat{X}_0^-$, e um modelo para o sistema e medida são necessários.

3.3.2.1 - Modelos do Filtro de Kalman

Baseando-se na teoria do filtro de Kalman apresentada acima serão mostrados, a seguir, os modelos dos filtros de Kalman, um para o sinal de tensão e outro para o sinal de corrente, usados para estimação dos componentes fundamentais.

A forma de onda fundamental do sinal é dada pela Equação (3.10), onde X_a e X_b são os parâmetros a serem estimados.

3.3.2.1.1 Filtro de Kalman de Dois Estados para Estimação de Tensão

O filtro de Kalman de dois estados como um estimador ótimo recursivo pode ser definido como:

1 - Equações de estado:

$$\begin{bmatrix} X_{a_{k+1}} \\ X_{b_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{a_k} \\ X_{b_k} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

2 - Equação de medida:

$$z_k = [\cos(\varpi_0 k \Delta t), -\sin(\varpi_0 k \Delta t)] \begin{bmatrix} Xa_k \\ Xb_k \end{bmatrix} + \varepsilon_k \quad (3.42)$$

$$k = 0, 1, \dots, N$$

3 - Matriz de covariância inicial:

$$P_0^- = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

onde σ_v^2 é a variância para o sinal de tensão.

O vetor processo inicial $\hat{X}_0^-$ é calculado usando amostras dos valores de pré-falta que são assumidos serem senoidais.

3.3.2.1.2 - Filtro de Kalman de Três Estados para Estimação de Corrente

Um filtro de Kalman de três estados é considerado para a estimação da corrente. O terceiro estado é o componente exponencial no sinal de ruído da corrente, devido ao componente CC presente neste sinal. O modelo pode ser definido como se segue:

1 - Equações de estado:

$$\begin{bmatrix} Xa_{k+1} \\ Xb_{k+1} \\ Xc_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\beta \Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xa_k \\ Xb_k \\ Xc_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y_k \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$k = 0, 1, \dots, N$$

onde β é a constante de tempo.

2 - Equação de medida:

$$z_k = [\cos(\varpi_0 k \Delta t) \quad -\sin(\varpi_0 k \Delta t) \quad 1] \begin{bmatrix} Xa_k \\ Xb_k \\ Xc_k \end{bmatrix} + \varepsilon_k \quad (3.45)$$

$$k = 0, 1, \dots, N$$

3 - Matriz de covariância inicial:

$$P_0^- = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_i^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_i^2 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

onde σ_i^2 é a variância para o sinal corrente.

O vetor $\hat{X}_0^-$ do processo inicial é o mesmo que no modelo de

dois estados para $\hat{Xa}_0^-$ e $\hat{Xb}_0^-$. A estimativa inicial de Xc é considerada

zero.

4 - Resultados do Estudo Comparativo das Técnicas de Filtragem Digital

4.1 - Introdução

Com a implementação dos algoritmos de cada uma das técnicas apresentadas no Capítulo 3, foi possível a verificação da funcionalidade dos mesmos. Todos os algoritmos foram implementados na linguagem FORTRAN 77. Os dados de entrada dos algoritmos estudados foram obtidos através do “software” TEER. Várias simulações de faltas foram realizadas para testes dos algoritmos. Alguns resultados dos testes e comentários serão apresentados a seguir.

Inicialmente será apresentado um breve estudo do “software” TEER, que simula uma linha de transmissão sob condição de falta.

4.2 - Simulador Digital de Faltas em Linhas de Transmissão de Energia (TEER)

Este “software” simula uma linha de transmissão sob condição de falta, onde são geradas amostras dos sinais de tensão e corrente, para uma situação de pré e pós-falta. Estes resultados são

obtidos da solução das equações matriciais de impedâncias séries e admitâncias “shunt” correspondentes que representam o sistema.

4.2.1 - Representação da Linha Transmissão com Circuito Simples

A Figura 4.1 mostra uma representação geral de uma linha do sistema de potência, onde é estudado o fenômeno transitório de falta, para um sistema de potência com três terminais.

Figura 4.1 - Representação geral do sistema de potência, onde é estudado o fenômeno transitório de falta

onde

L1, L2, L3 - Comprimentos dos alimentadores da linha de transmissão ao ponto T.

LL1, LL2, LL3 - Comprimentos dos alimentadores “feed-around” da linha de transmissão.

Chaves 1 e 2 - Chaves para configuração do sistema com dois ou três terminais.

Pode-se observar pela figura anterior, que o referido “software” possibilita ao usuário a simulação de uma linha de transmissão com dois ou três terminais dependendo das condições (aberta/fechada) estabelecidas para as chaves 1 e 2.

4.2.2 - Configuração dos Tipos de Falta

Para cada tipo de falta há um arranjo para resistência de falta usada pelo programa de simulação, como mostrado pela Figura 4.2. A Figura 4.2-(a) mostra uma falta fase α com resistência de falta R_f para terra. A Figura 4.2-(b) mostra uma falta fase-fase, envolvendo as fases α e b com resistência de falta R_f entre as mesmas. A Figura 4.2-(c) mostra uma falta fase-fase-terra, onde a resistência de falta equivalente é dada pela associação das resistências de falta R_f “shunt” de cada fase envolvida na falta. A Figura 4.2-(d) mostra uma falta trifásica-terra, onde a resistência de falta equivalente é dada pela associação das resistências de falta R_f “shunt” das três fases envolvidas na falta.

Figura 4.2 - Arranjos das resistências de falta, para cada tipo de falta

4.2.3 - Características Gerais de Utilização

Uma linha de transmissão apresenta várias características, mas em resumo, deve-se fornecer ao programa os seguintes dados: (1) As características da linha (capacidade de cada fonte, comprimento de cada trecho da linha, etc.); (2) As condições de falta (localização da falta, resistência de falta, tipo de falta, etc.). Outras características importantes que podem ser consideradas para a configuração do sistema a ser estudado são: - O número de fontes do sistema, que podem ser duas ou três dependendo da condição (aberta/fechada) das chaves 1 e 2 mostradas

na Figura 4.1; - O número de condutores por fase, o número de fios terra, o número total de condutores do sistema; - O valor nominal de tensão da linha em kV; - O ângulo de incidência de falta.

O referido “software” leva em consideração todos os parâmetros importantes relacionados a um curto-circuito dentro de uma linha de transmissão, para que se possa ter o comportamento dos sinais de tensão e corrente, sob condição de falta, o mais próximo da realidade.

4.2.4 - Formas de Ondas de Algumas Faltas Típicas no Sistema Elétrico de Potência

O modelo do sistema de potência estudado é mostrado na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Modelo do sistema de potência estudado

O sistema corresponde a uma linha de transmissão de 345 kV, 250 km, interligando duas estações geradoras de 1 GVA e 5 GVA, respectivamente.

Os resultados apresentados na Figura 4.4 (a-b) representam formas de ondas transitórias de tensão e corrente obtidas para algumas faltas típicas, aplicadas no modelo do sistema de potência mostrado anteriormente. Os tipos de faltas representados são, respectivamente, uma falta fase a -terra e uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b . Os valores dos sinais de tensão e corrente são normalizados em valores por unidade (p.u). Um ciclo de pré-falta é também mostrado na figura.

4.3 - Resultados dos Filtros Digitais Não Recursivos

Vários tipos de faltas foram simulados para investigar o comportamento dos filtros digitais não recursivos, baseados na teoria de Fourier e funções Walsh apresentada no Capítulo 3.

As Figuras 4.5 e 4.6 representam a resposta em frequência dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh respectivamente, para uma onda senoidal normalizada (60Hz). Percebe-se claramente pelas Figuras 4.5 e 4.6 que o filtro baseado na teoria de Fourier rejeita eficientemente os altos harmônicos, enquanto o filtro baseado nas funções Walsh não apresenta o mesmo desempenho. Percebe-se com os resultados apresentados a seguir, que a influência destes componentes de alta frequência resulta em erro na estimação do componente fundamental.

Para cada tipo de falta apresentada são mostrados os resultados de ambos os filtros Fourier e Walsh, juntamente com a onda estabilizada, em regime permanente, e a onda ruidosa, logo após a incidência da falta. Considerando o regime permanente como a referência base para o resultado esperado, pode-se facilmente verificar o desempenho de cada filtro em cada caso apresentado. Para todos os casos estudados foi considerada uma resistência de falta média de 16 Ohms. Deve ser ressaltado, que em todos os casos o tamanho da janela de amostragem é de um ciclo fundamental dos sinais de tensão e corrente.

Figura 4.4 - Formas de ondas de tensão e corrente de algumas faltas típicas

Figura 4.5 - *Resposta em frequência do filtro digital não recursivo de Fourier*

Figura 4.6 - *Resposta em frequência do filtro digital não recursivo de Walsh*

A Figura 4.7 (a-b-c) mostra o resultado da extração dos componentes fundamentais (60Hz), dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh para uma falta fase α -terra, a 48 km do barramento P, para as fases a , b e c , respectivamente. As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso, pode-se observar que o filtro baseado na teoria de Fourier apresentou melhores resultados que Walsh na eliminação dos harmônicos de alta frequência dos sinais de tensão. Contudo, para os sinais de corrente seu resultado foi afetado pelo componente CC presente na fase a .

(a) Fase α

(b) Fase b

(c) Fase c

Figura 4.7 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta fase a-terra, a 48 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,3076	-0,5253	1,4714	-2,1792	1,3925	2,3038
Fourier	0,3132	-0,5253	1,4665	-2,1878	1,3898	2,2896
Walsh	0,4059	-0,6115	1,8988	-2,2689	1,7452	2,2114
Fourier Erro (%)	1,82	10,56	0,33	0,39	0,19	0,61
Walsh Erro (%)	31,95	16,40	29,04	4,11	25,32	4,01

Tabela 4.1 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase a-terra a 48 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	11,8745	-1,2908	3,3595	-0,8267	2,3494	-2,3601
Fourier	11,0088	-1,3042	3,2953	-0,8274	2,3398	-2,3718
Walsh	13,7086	-1,3905	4,1331	-0,9070	3,0144	-2,4508
Fourier Erro (%)	7,29	1,03	1,91	0,08	0,40	0,49
Walsh Erro (%)	15,44	7,72	23,02	9,71	28,30	3,84

Tabela 4.2 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase a-terra a 48 km do barramento P

A Figura 4.8 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases *a* e *b*, a 144 km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.3 e 4.4 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso, pode-se observar que para os sinais de corrente, nas fases *a* e *b* faltosas, com um componente CC mais acentuado, o filtro de Walsh apresentou um melhor resultado que o filtro de Fourier. Contudo, para os sinais de tensão, o filtro Fourier apresentou um melhor resultado que Walsh, pois elimina facilmente os harmônicos de alta frequência presente nestes sinais.

(a) Fase *a*

(b) Fase b

(c) Fase c

Figura 4.8 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,5990	-0,4280	0,4395	-2,4452	1,4167	2,1628
Fourier	0,5778	-0,3612	0,4675	-2,2845	1,4073	2,1500
Walsh	0,7076	-0,4277	0,6544	-2,3989	1,7832	2,0750
Fourier Erro (%)	3,53	15,60	6,37	6,57	0,66	0,59
Walsh Erro (%)	18,13	0,07	48,89	1,89	25,87	4,05

Tabela 4.3 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	10,6813	-0,9219	11,5495	2,8410	2,4563	-2,7063
Fourier	8,6918	-0,9047	9,5779	3,1028	2,4617	-2,6706
Walsh	10,4771	-0,9527	12,2502	3,1141	3,1785	-2,7354
Fourier Erro (%)	18,62	1,86	17,07	9,21	0,21	1,31
Walsh Erro (%)	1,91	3,34	6,06	9,61	29,40	1,07

Tabela 4.4 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P

A Figura 4.9 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh para uma falta fase-fase, envolvendo as fases *a* e *b*, a 48 km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.5 e 4.6 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso, novamente o filtro de Fourier apresenta um melhor resultado que Walsh na eliminação dos harmônicos de alta frequência dos sinais tensão. Contudo, para os sinais de corrente o filtro de Walsh apresentou um melhor resultado que Fourier, para as fases *a* e *b* faltosas, onde a presença do componente CC é notadamente mais acentuada.

(a) Fase *a*

(b) Fase b

(c) Fase c

Figura 4.9 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, 48 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,7604	-0,8193	0,5610	-1,2505	1,2973	2,1359
Fourier	0,7493	-0,7972	0,5767	-1,2880	1,2978	2,1254
Walsh	0,9598	-0,8607	0,7025	-1,3648	1,6437	2,0296
Fourier Erro (%)	1,45	2,69	2,79	2,99	0,03	0,49
Walsh Erro (%)	26,22	5,05	25,22	9,14	26,7	4,97

Tabela 4.5 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, a 48 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	14,1959	-0,7634	13,5597	2,2369	2,1588	-2,8746
Fourier	12,3406	-0,6785	11,6093	2,3057	2,1813	-2,8396
Walsh	15,3330	-0,7256	14,2857	2,2481	2,7663	-2,8987
Fourier Erro (%)	13,06	11,12	14,38	3,07	1,04	1,21
Walsh Erro (%)	8,01	4,95	5,35	0,50	28,14	0,83

Tabela 4.6 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, a 48 km do barramento P

A Figura 4.10 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.7 e 4.8 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. No caso de uma falta trifásica há uma maior distorção nos níveis dos sinais de tensão e corrente do sistema. Os mesmos resultados foram observados em relação a eficiência dos filtros para o caso da falta trifásica.

(a) Fase *a*

(b) Fase *b*

(c) Fase *c*

Figura 4.10 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, através dos filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e Walsh, para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,4502	-0,5548	0,4104	-2,6767	0,3943	1,5397
Fourier	0,4302	-0,4851	0,4325	-2,4878	0,4489	1,6148
Walsh	0,5570	-0,5632	0,5854	-2,5706	0,5982	1,5608
Fourier Erro (%)	2,48	12,56	5,38	7,05	13,84	4,87
Walsh Erro (%)	23,72	1,51	42,64	3,96	51,71	1,37

Tabela 4.7 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta trifásica-terra a 96 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	13,2604	-1,1688	13,8564	3,0120	14,0118	0,9002
Fourier	11,7428	-1,1867	12,2111	-2,9802	15,5542	1,0517
Walsh	14,4251	-1,2643	15,9181	-2,9804	20,7002	0,9805
Fourier Erro (%)	11,44	1,53	11,87	1,05	11,00	16,82
Walsh Erro (%)	8,78	8,17	14,87	1,04	47,73	8,92

Tabela 4.8 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais não recursivos de Fourier e Walsh, respectivamente, para uma falta trifásica-terra a 96 km do barramento P

De uma maneira geral, verificou-se que o filtro digital não recursivo baseado na teoria de Fourier apresentou melhores resultados que o filtro digital não recursivo baseado nas funções Walsh na extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de ruído de tensão, pois eliminou quase que completamente os efeitos dos harmônicos de alta frequência presentes nestes sinais. Contudo, para os sinais de corrente fica evidente que seus resultados são afetados pelo componente CC. Em situações onde a presença do componente CC foi mais acentuada, isto é, nas fases do sistema onde ocorreram as faltas, foi observado um melhor comportamento do filtro de Walsh em relação ao filtro de Fourier. Caso contrário, ou seja, situações em que o componente CC não foi tão acentuado, o filtro de Fourier apresentou melhores resultados que Walsh.

4.4 - Resultados dos Filtros Digitais Recursivos

Uma importante análise no estudo dos filtros digitais recursivos é a observação da estimação dos estados dos componentes fundamentais dos sinais de tensão e corrente. A Figura 4.11 (a-b) mostra a estimação dos estados X_a e X_b dos sinais de tensão e corrente da fase α , através dos filtros digitais de Kalman e Fourier recursivo respectivamente, para uma falta fase α -terra a 48 km do barramento P. A

Figura 4.12 mostra os mesmos resultados da Figura 4.11 para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b , a 144 km do barramento P.

Figura 4.11 - Estimação dos estados X_a e X_b dos sinais de tensão e corrente da fase a , através dos filtros digitais de Kalman e Fourier recursivo respectivamente, para uma falta fase a -terra, a 48 km do barramento P

(a) Filtro de Kalman

(b) Filtro de Fourier Recursivo

Figura 4.12 - *Estimação dos estados X_a e X_b dos sinais de tensão e corrente da fase a, através dos filtros digitais de Kalman e Fourier recursivo respectivamente, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P*

Para investigação do comportamento dos filtros digitais recursivos, baseados na teoria do filtro de Kalman e teoria de Fourier, os mesmos casos utilizados no estudo dos filtros não recursivos são também usados nesta seção. Os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de ruído de tensão e corrente são também mostrados juntamente com a onda estabilizada, em regime permanente e a onda ruidosa do primeiro ciclo de pós-falta.

A Figura 4.13 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz), dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase a -terra, a 48 km do barramento P, para as fases a , b e c , respectivamente. As Tabelas 4.9 e 4.10 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso, podemos observar que ambos os filtros mostraram resultados satisfatórios e o filtro de Kalman apresentou melhores resultados para o sinal de corrente na fase a , onde o componente CC é mais presente.

(a) Fase a

(b) Fase b

(c) Fase c

Figura 4.13 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase a-terra, a 48 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,3076	-0,5253	1,4714	-2,1792	1,3925	2,3038
Kalman	0,3095	-0,5649	1,4734	-2,1746	1,3599	2,3038
Fourier	0,3066	-0,5772	1,4463	-2,2652	1,3746	2,1804
Kalman Erro (%)	0,61	7,53	0,13	0,21	2,34	0,24
Fourier Erro (%)	0,32	9,88	1,70	3,94	1,28	5,35

Tabela 4.9 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase a-terra a 48 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	11,8745	-1,2908	3,3595	-0,8267	2,3494	-2,3601
Kalman	12,2100	-1,3116	3,3464	-0,8391	2,3259	-2,3550
Fourier	11,0003	-1,4025	3,2615	-0,9349	2,2932	-2,4491
Kalman Erro (%)	2,82	1,61	0,38	1,49	1,00	0,21
Fourier Erro (%)	7,36	8,65	2,91	13,08	2,39	3,77

Tabela 4.10 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase a-terra a 48 km do barramento P

A Figura 4.14 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases *a* e *b*, a 144 km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.11 e 4.12 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso, pode-se observar que o filtro de Kalman apresentou um melhor comportamento que o Fourier recursivo para os sinais de corrente nas fases faltosas *a* e *b*, onde o componente CC é mais presente. Para os sinais de tensão os filtros apresentaram resultados similares, em todas as fases.

(a) Fase *a*

(b) Fase *b*

(c) Fase *c*

Figura 4.14 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases *a* e *b*, a 144 km do barramento *P*

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,5990	-0,4280	0,4395	-2,4452	1,4167	2,1628
Kalman	0,6229	-0,4422	0,3880	-2,4072	1,3754	2,1453
Fourier	0,5615	-0,4693	0,4641	-2,3712	1,4020	2,0490
Kalman Erro (%)	3,99	3,31	11,71	1,55	2,91	0,80
Fourier Erro (%)	6,26	9,64	5,59	3,02	1,03	5,26

Tabela 4.11 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	10,6813	-0,9219	11,5495	2,8410	2,4563	-2,7063
Kalman	10,7898	-0,9188	11,6052	2,7620	2,3174	-2,6763
Fourier	8,6026	-1,0148	9,2956	3,0050	2,4014	-2,7544
Kalman Erro (%)	1,01	0,33	0,48	2,78	5,6	1,10
Fourier Erro (%)	19,46	10,07	19,51	5,77	2,23	1,77

Tabela 4.12 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase-fase-terra, envolvendo as fases a e b, a 144 km do barramento P

A Figura 4.15 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase-fase, envolvendo as fases *a* e *b*, a 48 km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.13 e 4.14 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Como no caso anterior, o filtro de Kalman apresentou um melhor comportamento que o filtro de Fourier recursivo nos sinais de correntes para as fases *a* e *b* faltosas e ambos os filtros apresentaram comportamentos similares para os sinais de tensão, para as três fases.

(a) Fase *a*

(b) Fase b

(c) Fase c

Figura 4.15 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, a 48 km do barramento P

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,7604	-0,8193	0,5610	-1,2505	1,2973	2,1359
Kalman	0,7741	-0,8556	0,5190	-1,2325	1,2879	2,1285
Fourier	0,7415	-0,9042	0,5762	-1,3861	1,2899	2,0192
Kalman Erro (%)	1,80	4,43	7,48	1,43	0,72	0,34
Fourier Erro (%)	2,48	10,36	2,70	10,84	0,57	5,46

Tabela 4.13 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, a 48 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	14,1959	-0,7634	13,5597	2,2369	2,1588	-2,8746
Kalman	14,8521	-0,8987	14,5030	2,1118	2,1337	-2,8967
Fourier	12,2128	-0,7826	11,5349	2,2032	2,1185	-2,9271
Kalman Erro (%)	4,61	17,72	6,95	5,59	1,16	0,76
Fourier Erro (%)	13,96	2,51	14,93	1,50	1,86	1,82

Tabela 4.14 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta fase-fase, envolvendo as fases a e b, a 48 km do barramento P

A Figura 4.16 (a-b-c) mostra os resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta trifásica-terra, a 96 Km do barramento P, para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente. As Tabelas 4.15 e 4.16 mostram os mesmos resultados em erros percentuais, para as tensões e correntes respectivamente. Neste caso de falta trifásica, ficou evidente que o filtro de Kalman apresentou um comportamento melhor que o filtro de Fourier recursivo com relação a eliminação do componente CC dos sinais de ruído de corrente, para obtenção do componente fundamental (60Hz). E novamente, em relação aos sinais de ruído de tensão os dois filtros apresentaram resultados equivalentes.

(a) Fase *a*

(b) Fase *b*

(c) Fase *c*

Figura 4.16 - Resultados da extração dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente, usando os filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier para uma falta trifásica-terra, a 96 km do barramento *P*

	TENSÃO					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	0,4502	-0,5548	0,4104	-2,6767	0,3943	1,5397
Kalman	0,4675	-0,5718	0,3924	-2,7869	0,3654	1,5541
Fourier	0,4300	-0,5926	0,4214	-2,5650	0,4491	1,5158
Erro (%)	3,82	3,06	4,38	4,11	7,32	0,93
Fourier Erro (%)	4,48	6,81	2,68	4,17	13,89	1,55

Tabela 4.15 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de tensão, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta trifásica-terra a 96 km do barramento P

	CORRENTE					
	FASE A		FASE B		FASE C	
	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)	Mód.(pu)	Fase(rad)
Estabilizada	13,2604	-1,1688	13,8564	3,0120	14,0118	0,9002
Kalman	13,4257	-1,1791	13,7104	2,9359	13,3200	0,8849
Fourier	11,7127	-1,2892	11,8591	-3,0720	15,4110	0,9712
Kalman Erro (%)	1,24	0,88	1,05	2,52	4,93	1,69
Fourier Erro (%)	11,68	10,30	14,41	2,01	9,98	7,88

Tabela 4.16 - Resultados em erros percentuais, para os sinais de corrente, dos filtros digitais recursivos de Kalman e Fourier, respectivamente, para uma falta trifásica-terra a 96 km do barramento P

Pode-se observar em todos os casos apresentados que o filtro de Kalman apresentou resultados altamente satisfatórios na obtenção dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de ruído de tensão e corrente. Para os sinais de ruído de tensão, onde há predominância de harmônicos de alta frequência, o filtro de Fourier recursivo apresenta comportamento similar ao filtro de Kalman. No entanto, para os sinais de ruído de corrente na presença do componente CC, o filtro de Kalman apresentou um desempenho muito superior ao filtro de Fourier recursivo.

5 - Conclusões

Este trabalho teve como objetivo a análise e o estudo comparativo de filtros digitais, usados para estimação “on-line” do componente fundamental (60Hz) dos sinais de tensão e corrente em uma linha de transmissão de alta tensão. Foram dados dois enfoques ao estudo: Primeiramente foram estudados os filtros digitais não recursivos baseados na teoria de Fourier e funções Walsh e em seguida foram estudados os filtros digitais recursivos baseados na teoria do filtro de Kalman e novamente na teoria de Fourier.

Como pode ser visto no Capítulo 4, o filtro não recursivo de Fourier apresentou melhores resultados que o filtro baseado na teoria das funções Walsh para os sinais de tensão, pois elimina eficientemente os harmônicos de alta frequência presentes nestes sinais. Contudo, seus resultados são afetados pelo componente CC dos sinais de corrente, enquanto que o filtro de Walsh apresentou melhores resultados onde a presença do componente CC foi mais acentuada, ou seja, nas fases onde ocorreu a falta.

Com relação aos filtros recursivos, também pode ser visto no Capítulo 4, que em todos os casos estudados, tanto o filtro de Kalman

como o filtro de Fourier recursivo apresentaram resultados equivalentes na eliminação dos harmônicos de alta frequência presentes nos sinais de ruído de tensão. Entretanto, para os sinais de ruído de corrente onde há predominância do componente CC, o filtro de Kalman apresentou melhores resultados em relação ao filtro de Fourier recursivo.

Uma dificuldade da implementação do filtro de Kalman para estimação dos componentes fundamentais (60Hz) dos sinais de tensão e corrente é a necessidade de um estudo estatístico das condições iniciais do sistema e dos sinais de ruído.

Comparando-se os filtros digitais não recursivos com os filtros digitais recursivos apresentados neste trabalho, deve ser ressaltado que os filtros não recursivos apresentam a vantagem de ter uma fácil implementação computacional em relação ao filtro de Kalman, especialmente quando é usada uma janela de amostragem de um ciclo fundamental dos sinais. Entretanto, para proteção digital os filtros digitais recursivos apresentam uma vantagem muito importante em relação os filtros não recursivos que é a de apresentar uma resposta, mesmo que não seja muito satisfatória, a partir da entrada da primeira amostra da janela

de dados, enquanto que a resposta dos filtros não recursivos só é obtida depois do preenchimento total da janela amostral de dados.

De uma maneira geral conclui-se através dos casos apresentados que o filtro de Kalman apresentou os melhores resultados em relação aos outros filtros, porque é um estimador ótimo e sob condições transitórias dá uma estimativa ótima das formas de ondas fundamentais em presença dos harmônicos de alta frequência e do componente CC. Contudo, ressalta-se que a aplicação prática do filtro de Kalman para proteção de linhas de transmissão de energia, tem a grande dificuldade de necessitar dos levantamentos estatísticos citados anteriormente, cuja obtenção é bastante complexa e sem os mesmos torna-se inviável a aplicação do filtro.

APÊNDICE I

- Formulação dos Parâmetros Xa e Xb através do Método dos Mínimos Quadrados para o Filtro de Fourier

Qualquer forma de onda amostrada $f(t)$ pode ser aproximada por uma função $f^*(c,t)$, onde o parâmetro c é ajustado para minimizar o erro quadrático:

$$E^2(c) = \int_{-\infty}^{\infty} [f(t) - f^*(c,t)]^2 dt \quad (1)$$

Geralmente, a função $f^*(c,t)$ pode ser descrita polinomialmente:

$$f^*(c,t) \equiv f^*(t) = \sum_{m=0}^M C_m \phi_m(t) \quad (2)$$

Para N valores amostrados f_n da função $f(t)$, um erro quadrático total é dado por [45]:

$$E^2([C_m]) = \sum_{n=0}^{N-1} [f_n - \sum_{m=0}^{M-1} C_m \phi_{mn}]^2 = 0 \quad (3)$$

onde $\phi_{mn} = \phi_m(t_n)$ é o valor da função no ponto t_n e $[C_m]$ é um ajuste de parâmetros.

A melhor estimativa é especificada como a estimativa que minimiza o erro médio quadrático de cada componente do sinal

simultaneamente. Esta estimativa requer que a derivada parcial de E^2 em relação a C_m seja zero.

$$\frac{\partial E^2}{\partial C_k} = -2 \sum_{n=0}^{N-1} \phi_{kn} [f_n - \sum_{m=0}^{M-1} C_m \phi_{mn}] = 0 \quad (4)$$

ou

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} C_m \phi_{mn} \phi_{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \phi_{kn} \quad (5)$$

onde $k = 0, 1, \dots, M - 1$

Assumindo-se que a forma de onda fundamental pode ser descrito como:

$$f(t) = X_a \sin(\omega_0 t) + X_b \cos(\omega_0 t) \quad (6)$$

Obtém-se para $m = 1$

$$C_1 = X_a; \phi_{1n} = \sin(n\omega_0 T) \quad (7)$$

$$C_2 = X_b; \phi_{2n} = \cos(n\omega_0 T) \quad (8)$$

onde T = período de amostragem e ω_0 = frequência fundamental.

Para $k = 1; 2$ a Equação 5 produz duas equações, que podem ser resolvidas para X_a e X_b :

Para $k = 1$

$$X_b \sum_{n=0}^{N-1} \sin(n\omega_0 T) \cos(n\omega_0 T) + X_a \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(n\omega_0 T) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \sin(n\omega_0 T) \quad (9)$$

Para $k = 2$

$$X_b \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(n\varpi_0 T) + X_a \sum_{n=0}^{N-1} \sin(n\varpi_0 T) \cos(n\varpi_0 T) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \cos(n\varpi_0 T) \quad (10)$$

Substituindo-se

$$A = \sum_{n=0}^{N-1} \sin^2(n\varpi_0 T)$$

$$B = \sum_{n=0}^{N-1} \sin(n\varpi_0 T) \cos(n\varpi_0 T)$$

$$C = \sum_{n=0}^{N-1} \cos^2(n\varpi_0 T)$$

Obtém-se as Equações (3.12) e (3.13) como solução.

APÊNDICE II

- Estudo Estatístico dos Componentes Não Fundamentais (Ruído), para Aplicação do Filtro de Kalman

A.1 - Configuração do sistema estudado

Para análise estatística dos componentes não fundamentais das formas de onda de tensão e de corrente seria desejável um banco de dados associado a faltas em um sistema de potência real. Não havendo a disponibilidade deste, as formas de ondas foram geradas por técnicas de simulação digital para que reproduzam condições faltosas. Neste trabalho utilizamos o “software” TEER para simulação digital de defeitos em uma linha de transmissão, que simula o sistema elétrico durante as condições de curto-circuito. No Capítulo 4 apresentamos as características gerais do sistema de potência estudado, para obtenção das formas de onda do sinal ruidoso.

Há muitas fontes de erro que contribuem para os sinais de ruído, no entanto, foram considerados apenas os transitórios devido às condições de falta do sistema de potência, não incluindo erros dos transformadores de corrente e tensão.

Não há dúvidas de que o transitório é afetado também por fatores como carga da linha, estrutura do sistema e não transposição das linhas de transmissão. Tem sido mostrado [46], [47] que esses parâmetros pouco afetam a natureza dos componentes não fundamentais.

A.2 - Considerações sobre Probabilidade de Localização e Frequência de Ocorrência dos Diversos Tipos de Falhas

Uma das suposições feitas, admitindo características idênticas de isolamento de linha, é que a probabilidade de ocorrência de falta é a mesma para qualquer localização.

A magnitude do ruído é afetada por muitos fatores tais como localização da falta, resistência de falta, momento de ocorrência, etc. Warrington [48] verificou que acima de 95% das faltas causadas por descargas atmosféricas ocorrem dentro de 30° do valor de pico da onda de tensão na localização da falta. Swift [49] mostrou que a pior condição para o sinal de ruído ocorre quando a falta é aplicada no pico de tensão.

A frequência de ocorrência dos diferentes tipos de faltas varia grandemente com fatores tais como isolamento relativo para terra e entre fases, configuração do circuito, classe de tensão, método de

aterramento, etc. Portanto, não é fácil gerar uma exata configuração da ocorrência dos diversos tipos de faltas.

Van Zee e Felton [50] registraram que 83% das faltas nas linhas de transmissão são do tipo fase-terra, 5% fase-fase-terra e 11% fase-fase. Este estudo foi baseado na experiência operacional de um sistema de potência de 500 kV com uma linha de transmissão de cerca de 1000 milhas (1600 Km).

Para se obter uma caracterização global do sinal de ruído, fatores de peso foram determinados para diferentes tipos de faltas, baseado na tendência geral das configurações publicadas [51], [52], [53].

Um fator de peso de 0,85 foi determinado para falta fase-terra e 0,05 para cada um dos outros três tipos.

A.3 - Função de Autocorrelação do Sinal de Ruído

Como os sinais de ruído são transitórios decrescentes, a referência no tempo foi considerada como sendo o instante de ocorrência de falta.

O sinal de ruído não é estacionário e sua função de autocorrelação será dada por:

$$\phi_{xx}(\tau) = E [x(0) x(\tau)] \quad (1)$$

Considerando M sinais de ruído, gerados por M locações de falta com a probabilidade de cada uma ser $1/M$, temos:

$$\phi_{xx}(\tau) \cong \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_j(0)x_j(\tau) \quad (2)$$

para cada tipo de falta, onde x denota o sinal de ruído de tensão ou corrente.

A função de autocorrelação global pode então ser obtida, usando os fatores de peso para cada tipo de falta, para os sinais de ruído de tensão e corrente na fase faltosa, fase não faltosa e sequência zero:

$$\begin{aligned} \phi_{xx_{GL}}(\tau) = & 0.85\phi_{xx_{AT}}(\tau) + 0.05\phi_{xx_{BCT}}(\tau) + 0.05\phi_{xx_{BC}}(\tau) + \\ & + 0.05\phi_{xx_{ABC}}(\tau) \end{aligned} \quad (3)$$

Como o componente de sequência zero não existe para faltas fase-fase e trifásicas, de acordo com a suposição de linhas completamente transpostas, os fatores de peso considerados para sequência zero serão 0,90 para faltas fase-terra e 0,10 para faltas fase-fase-terra. E ainda, para o caso de sinais de ruído da fase não faltosa, como não existe fase não faltosa para faltas trifásicas, os fatores de peso considerados serão 0,9; 0,5 e 0,5 para fase-terra, fase-fase e fase-fase-terra respectivamente.

A.4 - Variância do Sinal de Ruído

A variância do sinal de ruído, usando as M séries de dados para cada falta, será dada por:

$$\text{Var}(\tau) \cong \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (x_j(\tau))^2 \quad (4)$$

Similarmente à função de autocorrelação, uma variância global do sinal de ruído pode ser obtida usando os fatores de peso para cada tipo de falta.

A.5 - Espectro de Frequências do Sinal de Ruído

Para completar o quadro estatístico do processo aleatório do sinal de ruído é desejável o espectro de frequências. Como o sinal de ruído é finito, o espectro de frequências foi obtido numericamente pela Transformada de Fourier:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5)$$

e

$$f(t) \begin{cases} \neq 0 & 0 < t < T \\ = 0 & \text{caso contrario} \end{cases} \quad (6)$$

então

$$F(j\omega) = \int_0^T f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (7)$$

O desenvolvimento matemático desta expressão para o cálculo do espectro de frequências foi obtido através de um algoritmo usando a Transformada Rápida de Fourier (FFT).

A.6 - Modelagem e Fórmulas Empíricas dos Sinais de Ruído

A.6.1 - Sinal de Ruído de Tensão

A Figura I mostra a função de autocorrelação do sinal de ruído da tensão na fase faltosa, não faltosa e sequência zero. A Figura II mostra a variância real e empírica mais uma curva exponencial de ajuste na fase faltosa. A Figura III mostra o espectro de frequências do sinal de ruído da tensão na fase faltosa, não faltosa.

Examinando a função de autocorrelação juntamente com o espectro de frequências, verifica-se que o ruído da tensão pode ser branco com variância decrescente. Desta forma a variância do ruído da tensão será:

$$RV_k = K_v e^{-t/T_1} \quad (8)$$

Para o sistema estudado, K_v foi descoberto ser 0,6; 0,1 e 0,1 para fase faltosa, não faltosa e de sequência zero respectivamente. O

valor de T_1 foi descoberto ser aproximadamente igual a metade da constante de tempo da linha de transmissão, incluindo um valor médio esperado da resistência de falta.

Portanto, para aplicações práticas, um valor razoável para T_1 é dado por:

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{L_1 \cdot l}{R_1 \cdot l + R_F} \quad (9)$$

onde

L_1 é a indutância de sequência positiva por quilômetro

R_1 é a resistência de sequência positiva por quilometro

R_F é a resistência de falta média esperada

l é a metade do comprimento da linha de transmissão

Figura I - Função de autocorrelação do sinal de ruído da tensão

Figura II - Variância real e empírica do sinal de ruído da tensão

Figura III - Espectro de frequências do sinal de ruído da tensão

A.6.2 - Sinal de Ruído de Corrente

A Figura IV mostra a função de autocorrelação do sinal de ruído da corrente na fase faltosa, não faltosa e sequência zero. A Figura V mostra a variância real e empírica mais uma curva de ajuste do sinal de ruído da corrente na fase faltosa. A Figura VI mostra o espectro de frequências do sinal de ruído da corrente na fase faltosa e não faltosa.

Examinando a função de autocorrelação juntamente com o espectro de frequências, verifica-se que uma representação adequada do sinal de ruído deve ser um processo exponencial aleatório mais uma sequência de ruído branco com uma variância decrescente. A apresentação discreta do processo exponencial é dada por [54]:

$$X3_{k+1} = e^{-\beta \Delta t} X3_k + W_k \quad (10)$$

Dois parâmetros da parte exponencial do processo, variância inicial e a constante β , foram obtidas empiricamente da variância decrescente exponencialmente da Figura V e da função de autocorrelação da Figura IV. O valor da variância inicial foi descoberto ser próximo à média quadrática da corrente na barra Q (Fig. 4.3) assumindo a probabilidade uniforme para locação das faltas. O parâmetro β é recíproco de T_1 , descrito pela Equação (9). Foi concluído que a variância de $W_k(Q_k)$ é bastante pequena, sendo admitido o valor 0,01 [55].

A parte do ruído branco da corrente ruidosa foi assumida ter uma variância decrescente exponencialmente com valor inicial igual a máxima diferença entre a variância real e a variância exponencial mínima quadrática da Figura V. A fórmula empírica da variância do ruído branco é dado por:

$$RI_k = KIe^{-k\Delta t/T_1} \quad (11)$$

onde KI foi descoberto ser um quarto da média quadrática da corrente na barra Q, assumindo probabilidade uniforme para locação de falta.

As figuras mostradas nesta seção para modelagem dos sinais de ruído de tensão e corrente foram obtidas por Coury [56].

Figura IV - Função de autocorrelação do sinal de ruído da corrente

Figura V - Variância real e empírica do sinal de ruído da corrente

Figura VI - Espectro de frequências do sinal de ruído da corrente

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] STEVENSON, W.D.Jr “Elementos de Análise de Sistemas de Potência” 2^a ed. em português, São Paulo, McGraw-Hill, 1986. Cap. 13, p.361.
- [2] BLACKBURN, J.L. “Protective Relaying: Principles and Applications” Inc. Copyright © by MARCEL DEKKER, New York, 1987. Cap. 1, p.1-2.
- [3] PHADKE, A.G. “Recent Developments in Digital Computer Based Protection and Control in Electric Power Substation” In: CONFERENCE ON POWER SYSTEM PROTECTION, India, April, 1980.
- [4] GIRGIS, A.A. “Application of Kalman Filtering in Computer Relaying of Power Systems” Iowa State University, 1981. p-209, Tese (Doctor of Philosophy) - ISU.
- [5] EL-HAWARYB, M.E. “Electric Power Systems: Design and Analysis” USA, Reston Publishing Company, 1983. p-778.
- [6] YOUSSEF, O.A.S. “A Fundamental Digital Approach to Impedance Relays” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 7, N^o 4, October 1992.

- [7] MANN, B.J. "Real Time Computer Calculation of the Impedance of a Faulted Single Phase Line" Elec. Eng. Trans. Inst. Engineers, EE 4: 26-8, March 1969.
- [8] MANTEY, P.E. "Computer Requeriments for Event Recording, Digital Relaying and Substation Monitoring" In: Sixth IEEE PICA COFERENCE RECORD 6, 1969 -Procedings p. 262-72.
- [9] DURBECK, R.C. & MANTEY, P.E. "Power System Protection Relaying by Time Coordinated Sampling and Calculation" U.S. Patent 3569785, 1971.
- [10] MANN, B.J. & MORISSON, I.F. "Digital Calculation of Impedance for Transmisson Line Protection" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-90(1):270-9, Jan./feb. 1971.
- [11] MANN, B.J. & MORISSON, "Relaying a Three Phase Transmission Line With a Digital Computer" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-90, (2):742-50, Mar./Apr. 1971.
- [12] GILCREST, G.B.; ROCKEFELLER, G.D. & UDREN, E.A. "High Speed Distance Relaying Using a Digital Computer Part I, System Description" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-91, (3):872-83, May/June 1975.

- [13] ROOCKEFELLER, G.D. & UDREN, E.A. "High Speed Distance Relaying Using a Digital Computer Part II, Tests Results" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-91, (3):1244-58, May/June 1972.
- [14] GILBERT, J.G. & SHOLIN, R.J. "High Speed Transmission Line Fault Impedance Calculation Using a Dedicated Minicomputer" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-94, (3):872-83, May/June 1975.
- [15] LUCKETT, R.G.; MUNDAY, P.J. & MURRAY, B.E. "A Substation Based Computer for Control and Protection" IEE Conference Publication, London, 125: 291-6 March 1975.
- [16] SACHDEV, M.S. & BARIBEAU, M.A., loc. cit.
- [17] BROOKS JR., A.W. "Distance Relaying Using Least-Squares Estimatives of Voltage, Current and Impedance" In: IEEE PICA CONFERENCE, May. 1977 - Proceedings p. 394-402.
- [18] HOPE, G.S. & UMAMAHESWARAN, V.S. "Sampling for Computer Protection of Transmission Lines" IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, PAS-93, p. 1522-34, 1974.
- [19] RAMAMOORTY, M. "Aplication of Digital Computers to Power Systems Protection" Journal of Inst. Eng., India 52(10), p. 235-

8, June 1972.

- [20] GILBERT, J.G. et al. "The Development and Selection of Algorithms for Relaying of Transmission Lines by Digital Computers" In: Russel, B.D. & Cancil, M.E., eds. Power System Control and Protection, New York, Academic Press, 1987, p. 38-127.

- [21] PHADKE, A.G.; HLIBKA, T. & IBRAHIM, M. "A Digital Computer System for EHV Substations: Analysis and Field Tests" IEE Transactions on Power Apparatus Systems, PAS-95, (1):291-301, Jan./Feb. 1976.

- [22] GANGADHRAN, G. & ANBALAN, P. "Microprocessador Based Three Step Quadrilateral Distance Relay for Protection of EHV/UHV Transmission Lines" Transactons on Power Delivery, vol. 7 N^o 1, January 1992.

- [23] EICHHORN, K.Fr. & LOBOS, T. "Recursive Real-Time Calculation of Basic Waveforms of Signals" IEE Proceedings - C: Generation, Transmition and Distribution, vol.138, pp. 469-470, N^o 6, November 1991.

- [24] HORTON, J.M. "The Use of Walsh Funtion for High Speed Digital Relaying" In: IEEE PES SUMMER POWER MEETING, San Francisco, July 1975,- Proceedings p. 1-9.

- [25] McINNES, A.D. & MORRISON, I.F. "Real Time Calculation of Resistance and Reactance for Transmission Line Protection by Digital Computer Trans. Inst. Eng. Aust. EE 7 (1):16-23, Jan. 1971.
- [26] GALLAN, T.F.; CHEN, M.M. & BREINGAN, W.D. "A New Digital Technique for Transmission Line Protection" In: IEEE CONTROL OF POWER SYSTEMS CONFERENCE, IEEE RECORD N^o 77 CH 1168-4 REG 5, Mar. 1977 - Proceedings 31p.
- [27] RANJBAR, A.M. & CORY, B.J. "An Improved Method for the Digital Protection of High Voltage Transmission Lines" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-94, (2):544-50, Mar./Apr. 1975.
- [28] PONCELET, R. "The Use of Digital Computers for Network Protection" CIGRE, France, Aug. 1972, Paper N^o 32-08.
- [29] SMOLINSKI, W.J. "An Algorithm for Digital Impedance Calculation Using a Single PI Section Transmission Line Model" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-93, (5):1546-51, Sept./Oct. 1979.
- [30] SANDERSON, J.V.H. & WRIGHT, A. "A Protective Scheme for Series Compensated Transmission Lines" Proc. Inst. Electr.

Eng., 121(11):1370-84, Nov. 1974.

- [31] CHIDOLUE, G.C. "A Protective Scheme Based on Indutance Measurement for Series Compensated EHV Transmission Lines" Nottingham-England, University of Nottingham, 1970. Tese (Doctor of Philosophy) - U.N.
- [32] GIRGIS, A. "A New Kalman Filtering Based in Digital Distance Relay" IEEE Transaction on PAS, Vol. PAS-101, N° 9, pp. 3471- 3480, September 1982.
- [33] LOBOS, T. "Nonrecursive Methods for Real-Time Determination of Basic Waveforms of Voltages and Corrents" IEE PROCEEDINGS, Vol. 136, Pt. C, N° 6, Nov. 1989.
- [34] PHADKE, A.G.; IBRAHIM, M.; HLIBKA, T. "Fundamental Basis for Distance Relaying with Symmetrical Components"IEEE Trasactions on Power Apparatus and Systems, PAS-96:635-45, 1977.
- [35] DOMMEL, H.W. & MICHELS, J.M. "High Speed Realying Using Travelling Wave Transient Analysis" In: IEEE PES WITER POWER MEETING, New York, Jan./feb. 1978 -Procedings. p.1-7.
- [36] HOPE, G.S.; MALIK, O.P. & DASH, P.K. "A New Algorithm for

Impedance Protection of Transmission Lines” In: IEEE PES SUMMER POWER MEETING, Vancouver British, Columbia, Canadá, July 1979 - Proceedings.

- [37] AGGARWAL, R.K., JONHS, A.T. & TRIPP, D.S. “The Development and and Application of Directional Comparision For Series Compensated Transmission Systems” IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. pwrđ 2, N^o 4, October 1987.
- [38] PHADKE, A.G. & Thorp, J.S. “Computer Relaying for Power Systems” Copyright © 1988, by Research Studies Press Ltd Reprinted with amendments, April 1990. Chapter 3: Mathematical Basis for Protective Relaying Algorithms.
- [39] HOSEMAN, G.; SCHNEIDER, E. & LOBOS, T
“Echtzeitberechnung der Modalen Drehstromkomponenten nach plötzlichen Zustandänderungen”, Arch. Elektrotech., 1987, 70, pp. 237-253.
- [40] BLANCHMAN, N.M. “Sinusoids versus Walsh fuctions” Proc. IEEE, 1974, 62, pp. 346-354.
- [41] GELB, A. “Applied Optimal Estimation” Cambridge, MIT Press, 1974.

- [42] MEDITCH, J.S. "Stochastic Optimal Linear Estimation and Control" McGraw-Hill, 1969.
- [43] GIRGIS, A.A. & BROWN, R. G. "A Quantitative Study on Fault-Induced Noise Signals", IEEE 1981 International Conference Electric Energy, April 1981, Oklahoma.
- [44] GIRGIS, A.A. & BROWN, R. G. "Application of Kalman Filtering in Computer Relaying" IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, N^o 7, pp. 3387-3397, July 1981.
- [45] STEARNS, S.D. "Digital Signal Analysis" Oldenbourg, 1979.
- [46] SWIFT, G.W. "The Spectra of Fault-Induced Transient" IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, PAS-98(2): 940-7, May/june, 1979.
- [47] THORP, J.S., et. al. "Limits to Impedance Relaying" IEEE Transactions on Power Apparatus and systems, PAS-98(1): 246-60, Jan./Feb.. 1979.
- [48] WARRINGTON, V.C. "Protective Relays: Their Theory and Practices" New York, John Wiley and sons, Inc., 1969.
- [49] SWIFT, G.W., loc. cit.

[50] VAN ZEE, W.H. & FELTON, R.J., loc. cit.

[51] Id., Ibid., loc. cit.

[52] WARRINGTON, V.C., loc. cit.

[53] LIEW, A.C. "Computer Methods for the Design and Assessment of the Lightning Performance of Transmission Lines" In: IFAC SYMPOSIUM ON AUTOMATIC CONTROL AND PROTECTION OF POWER SYSTEMS, 1977 - Proceedings p.229-36.

[54] Id., Ibid., loc. cit.

[55] Id., Ibid., loc. cit.

[56] CORY, D.V. "Um Estimador Ótimo Aplicado à Proteção Digital dos Sistemas Elétricos de Potência" São Carlos, 1987. 138p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos Universidade de São Paulo.