Campus de São Carlos

UMA EFICIENTE ABORDAGEM LINEAR NA OPERAÇÃO
DE RESERVATÓRIOS PARA GERAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA

Autora: Kátia Livia Zambon

Orientador: Prof.Dr. Adriano A.F.M. Carneiro

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

*UMA EFICIENTE ABORDAGEM LINEAR
NA OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIOS
PARA GERAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA*

Kátia Livia Zambon

Dissertação apresentada à Escola
de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para
obtenção do Título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

**Orientador: Prof. Dr. Adriano
Alber de França
Mendes Carneiro**

DEDALUS - Acervo - EESC

31100036596

São Carlos
1997

Class.	
Cut.	6355
Tombo	20019

st 0934319

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

Zambon, Kátia Lívía
Z24e Uma eficiente abordagem linear na operação de
reservatórios para geração de energia elétrica /
Kátia Lívía Zambon. -- São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1997.

Área: Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Adriano Alber de França
Mendes Carneiro

1. Otimização de sistemas hidrotérmicos de
potência. 2. Programação linear. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidata: Analista de Sistema **KATIA LIVIA ZAMBON**

Dissertação defendida e aprovada em 25-11-1997
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **ADRIANO ALBER DE FRANÇA MENDES CARNEIRO**(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **PAULO SÉRGIO FRANCO BARBOSA**
(Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP)

Prof. Associado **MARCOS NEREU ARENALES**
(Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **DENIS VINICIUS COURY**
Coordenadora da Área de Engenharia Elétrica

JOSÉ CARLOS A CINTRA
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Dedico este trabalho aos meus pais,
Luiz e Eulália que me deram a vida
e me ensinaram a amá-la .

Ao Riberto, pela sua
dedicação e carinho.

AGRADECIMENTOS

Dedico este espaço, em especial, ao prof. Adriano, pela confiança depositada em mim para a realização deste trabalho, pela competente orientação, apoio e amizade ao longo desses anos.

À toda a minha família pela compreensão nas horas de ausência e, principalmente aos meus pais, pela disponibilidade em me auxiliar em todos os momentos de minha vida.

Ao Riberto, pela sua dedicação, carinho e compreensão em mais esta etapa de minha vida. Além disso, agradeço o empenho com que se propôs a resolver todos os problemas técnicos dos computadores que utilizei, o qual foi muito útil e importante.

A todos os amigos do Colégio Técnico da Unesp de Bauru, em especial à Prof. Neuza e ao pessoal do LDI pela concessão dos afastamentos das minhas atividades profissionais em alguns períodos durante estes anos.

À Ariane, pela sua grande amizade e incentivo em todos esses anos de estudo, trabalho e convivência.

À Fátima, por todo seu carinho e amizade, por todo material emprestado, por todas as dúvidas tiradas e pela sua companhia nas estradas.

À Mônica, Eloísa e Annete um imenso agradecimento por serem minhas amigas e companheiras, além de tornarem minha vida em São Carlos muito mais fácil.

A realização deste trabalho me proporcionou a satisfação de trabalhar ao lado de pessoas como o Luis Fernando, o Alexandre, o Juliano, o Masato e, em especial, o Donato que me auxiliou durante a pesquisa, me explicou termos técnicos sobre o problema do planejamento e é um grande amigo.

À Karen, por compartilhar comigo suas experiências de mestrado e pela sua amizade.

A todos os funcionários do departamento de Engenharia Elétrica, das bibliotecas Central e da Matemática, pela disposição no atendimento sempre que precisei dos serviços por eles prestados.

A todas as pessoas que mesmo não citadas nominalmente me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a Deus por ter me abençoado em mais uma etapa de minha vida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	iii
LISTA DE SÍMBOLOS	iv
RESUMO	vi
ABSTRACT	viii
1- INTRODUÇÃO	1
2- O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO	5
2.1- Metas	5
2.2- Dificuldades no planejamento	7
2.3- Outros países	12
2.4- Abordagens	13
2.5- Características do Sistema Brasileiro	15
2.6- Formulação original do problema	18
3- OBTENÇÃO DOS MODELOS	21
3.1- Formulação para aplicação das técnicas	21
3.2- Visão do comportamento do sistema	25
3.3- Técnicas e métodos	26
3.3.1- Obtenção da separabilidade da função	27
3.3.1.1- Primeiro método de separabilidade	27
3.3.1.2 Segundo método de separabilidade	28
3.3.2- Técnicas de linearização	29
3.3.2.1- Técnica da média ponderada	30
3.3.2.2- Técnica linear por partes	38
3.3.3- Programação Quadrática	44
3.4- Fidelidade dos modelos	51

Sumário

4- ESTUDO DE CASO	52
4.1- Sistemas Testes	52
4.2- Condições do sistema teste de 3 usinas	53
4.3- Testes efetuados	54
4.3.1- Técnica da média ponderada e 1º. método de separabilidade	54
4.3.2- Técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade	57
4.3.3- Técnica da programação quadrática	58
4.4- Comparação entre as técnicas utilizadas	59
4.5- Sistema com maior porte	64
4.5.1- Modificando as condições operativas	70
5- CONCLUSÕES	75
BIBLIOGRAFIA	79

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 -	Sistema hidrotérmico típico	5
FIGURA 2.2 -	Custo de geração de uma usina termoeletrica	11
FIGURA 2.3 -	Classes de geração de energia térmica	11
FIGURA 2.4 -	Esquema simplificado de uma usina hidroeletrica	16
FIGURA 3.1 -	Altura equivalente de um reservatório	23
FIGURA 4.1 -	Sistema teste com 3 usinas	53
FIGURA 4.2 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada e 1º. método de separabilidade da função sem efeito cota	55
FIGURA 4.3 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada e 1º. método de separabilidade da função com efeito cota	55
FIGURA 4.4 -	Gráfico da complementação térmica: técnica da média ponderada e 1º. método de separabilidade da função	56
FIGURA 4.5 -	Gráfico de volume: técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade da função com efeito cota	57
FIGURA 4.6 -	Gráfico da complementação térmica: técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade da função	57
FIGURA 4.7 -	Gráfico de volume: técnica da programação quadrática sem efeito cota	58

FIGURA 4.8 -	Gráfico de volume: técnica da programação quadrática com efeito cota	58
FIGURA 4.9 -	Gráfico da complementação térmica: técnica da programação quadrática	59
FIGURA 4.10 -	Gráfico de volume: técnica não linear com efeito cota	60
FIGURA 4.11 -	Gráfico da complementação térmica: técnica não linear com efeito cota	61
FIGURA 4.12 -	Sistema teste com 7 usinas	64
FIGURA 4.13 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada, utilizando vazões iguais a 80% da MLT sem efeito cota .	66
FIGURA 4.14 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada, utilizando vazões iguais a 80% da MLT com efeito cota .	67
FIGURA 4.15 -	Gráfico de volume: técnica não linear utilizando vazões iguais a 80% da MLT.....	68
FIGURA 4.16 -	Gráfico comparativo da complementação térmica da técnica da média ponderada e da não linear	69
FIGURA 4.17 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada utilizando as vazões de maio de 53 à abril de 55 (período seco), com efeito cota	70
FIGURA 4.18 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada utilizando as vazões de maio de 47 à abril de 52 (período médio), com efeito cota	71
FIGURA 4.19 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada utilizando as vazões de maio de 81 à abril de 83 (período cheio), com efeito cota	72
FIGURA 4.20 -	Gráfico da complementação térmica: técnica da média ponderada dos períodos seco, médio e cheio	73
FIGURA 4.21 -	Gráfico de volume: técnica da média ponderada com vazões do histórico de maio de 47 à abril de 52 (período médio)	74

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 - Dados do sistema teste com 3 usinas	53
TABELA 4.2 - Dados comparativos entre as técnicas utilizadas	62
TABELA 4.3 - Dados do sistema teste com 7 usinas	65
TABELA 4.4 - Resultados dos testes com abordagem linear e afluências diversas	74

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	- rendimento turbina - gerador
P	- constante que engloba aceleração da gravidade, densidade da água e fatores de conversão de unidades
$\Re$	- índice da capacidade de regulação do sistema hidrotérmico
$\phi_i(.)$	- função de geração hidráulica da usina i
Ω_i	- conjunto dos índices dos reservatórios imediatamente à montante de i
a_0, a_1, a_2	- parâmetros característicos da usina termoelétrica
$c(g)$	- custo de operação de uma usina termoelétrica
$C(t)$	- custo de operação de um sistema hidrotérmico
$D(t)$	- demanda total
$E(t)$	- complementação térmica necessária
F	- função objetivo do problema
$\underline{g}, \bar{g}$	- geração mínima e máxima da usina termoelétrica
h	- altura de queda líquida do reservatório
h_1	- altura de montante, função do volume do reservatório
h_2	- altura de jusante, função das vazões turbinada e vertida
h_{medi}	- altura de queda média da usina i
H_{eq}	- altura equivalente do reservatório
H_s	- matriz Hessiana
$H(t)$	- geração hidroelétrica
k_i	- relação entre a potência gerada e a vazão turbinada da usina hidroelétrica i , em sua forma simplificada
k'_i	- produtividade específica da usina i
K_i	- constante que engloba aceleração da gravidade, densidade da água, rendimento turbina-gerador e fatores de conversão
N	- número de usinas hidroelétricas

q_i	- vazão turbinada da usina i
T	- número de períodos do horizonte de planejamento
u_i	- vazão defluída da usina i ($u_i = q_i + z_i$)
x_i	- volume da usina i
y_i	- afluência incremental ao reservatório i
z_i	- vazão vertida da usina i

RESUMO

Este trabalho apresenta uma nova abordagem para o Planejamento Energético da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência, com uma formulação que permite a solução do problema por técnicas de programação linear, ao contrário de sua forma original, onde o mesmo é complexo e de difícil solução.

Utilizando esta formulação, os aspectos físicos importantes do sistema foram preservados, tais como a representação individualizada das usinas, as características da função de custo com crescimento exponencial e o efeito cota, o qual foi inserido na função objetivo através de parcelas de penalização, com pesos distintos para cada usina, priorizando o enchimento dos reservatórios na cascata, fundamental no comportamento operativo ótimo. Além disso, esta formulação pode abrir caminhos para abordagens estocásticas.

Os modelos foram desenvolvidos a partir da adoção de uma forma linear para a função de geração das usinas hidroelétricas, realizando-se posteriormente uma linearização da função de custo do problema. A solução foi dada por duas técnicas de linearização, em conjunto com dois métodos de separabilidade da função, e também pela técnica da programação quadrática. Aos vários modelos obtidos, foi aplicado o Método Simplex de resolução, com alguma modificação, que é eficiente, rápido e simples, ao contrário das técnicas de programação não linear que apresentam dificuldades de convergência em muitos casos.

Todos os métodos de otimização propostos foram implementados especificamente para a solução do problema em questão, observando-se os desempenhos da operação e também aspectos computacionais. Os resultados foram analisados através do comportamento dos sistemas testes, por meio de gráficos de trajetória de volume, custo marginal de operação e índices numéricos de desempenho. As performances encontradas foram comparadas entre si e com as obtidas por técnicas de programação não linear, mostrando-se eficientes, com resultados muito bons e bem próximos do comportamento operativo ótimo dos reservatórios.

ABSTRACT

This work presents a new approach for the Scheduling of Hydrothermal Systems, with a formulation that allows the solution of the problem through the linear programming technics, otherwise the original form, which is complex and difficult. The models were developed through a linear form for the generation function of hydroelectric plant, successive of the linearization of the cost function of the problem. The linear technics used were the Simplex Method, with some modification, that is efficient, fast and simple.

The important physical aspects of the system were preserved, like the individual representation of the hydroelectric plant, the features of cost function with the exponential increase and the head effect. Besides, this formulation can lead to estocastic approaches.

All the optimization methods were implemented for the solution of the problem. The performances obtained were compared with each other and with that obtained through the non linear technics.

The algorithms showed to be efficient, with good results and very near to the optimal behavior of the reservoir operation planning obtained by tradicional methods.

1 - INTRODUÇÃO

A energia elétrica é obtida a partir da transformação de outras formas de energia. Nos sistemas de potência, ou seja, nos sistemas elétricos onde estão envolvidas grandes quantidades de energia, as duas principais fontes primárias para geração de energia elétrica são o calor, através das usinas térmicas, e a energia potencial hidráulica, através das usinas hidroelétricas. Como o consumo de energia elétrica tem crescido a cada ano, resultando em uma demanda cada vez maior, são necessários investimentos maciços em geração e distribuição de energia. Entretanto, a expansão do sistema de geração implica em um alto custo financeiro e principalmente social, considerando os graves danos que, inevitavelmente, seriam causados ao meio ambiente pela construção de novas usinas, tanto térmicas quanto hidroelétricas. Por isso, é extremamente importante que os estudos na área de suprimento de energia sejam aprimorados, almejando soluções mais acuradas, que promovam um melhor aproveitamento e retirem o máximo de benefícios dos recursos já instalados.

Um estudo importante na área de sistemas de potência é o que se refere ao planejamento da operação, pois trata de aspectos fundamentais no funcionamento dos sistemas elétricos de potência, quais sejam, a própria garantia de fornecimento da energia elétrica, através do gerenciamento adequado da disponibilidade da fonte primária, e o custo associado a este suprimento energético.

O Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência tem como objetivo definir uma política de operação que atenda a demanda de energia

elétrica de forma econômica e confiável, o que significa determinar metas de geração ótimas para cada usina, a cada intervalo do horizonte de planejamento.

Assim, planejar e operar adequadamente um sistema de geração de energia elétrica traduz-se em encontrar uma solução de compromisso entre a minimização dos custos de operação e o atendimento a padrões pré-estabelecidos de qualidade do produto final.

Para sistemas com grande parcela de geração hidroelétrica há particularidades que obrigam um estudo mais cuidadoso do problema, como é o caso do Sistema Brasileiro que apresenta características diferenciadas do restante do mundo, com cerca de 95% de toda energia consumida no país de origem hidroelétrica, sendo formado por grandes cascatas com usinas interligadas e com um grau de incerteza das vazões muito alto, devido a grande diversidade de fatores como o tipo de clima, a variabilidade do solo, entre outros.

Nestes casos, o problema apresentado é de grande porte, devido ao número elevado de usinas interligadas, dinâmico, porque necessita do gerenciamento adequado dos recursos disponíveis, e estocástico, pela incerteza das vazões afluentes ao sistema. Pode ser formulado através de um modelo de otimização, com função objetivo não linear, não convexa e não separável, mas com restrições lineares que representam os limites operativos do sistema.

Pelo problema apresentar os aspectos citados, há uma dificuldade na forma como este pode ser modelado e, conseqüentemente, na escolha da ferramenta que pode ser utilizada para sua resolução. Por exemplo, se a modelagem for feita utilizando-se a representação individualizada das usinas, a programação dinâmica estocástica não poderá ser aplicada porque, devido às dimensões do problema, trabalha com a representação agregada dos reservatórios, porém, preserva o aspecto estocástico do problema. No entanto, se a representação individualizada for preservada e a programação não linear aplicada, o aspecto estocástico do problema

normalmente não é considerado. Assim, apesar de se utilizar abordagens específicas para resolução, as ferramentas apresentam deficiências, sacrificam aspectos físicos e operacionais importantes do sistema e muitas delas apresentam dificuldades de convergência.

Diante das dificuldades que as técnicas de resolução apresentam, a preocupação deste trabalho foi fazer uma nova abordagem, através de modelos matemáticos que preservassem as características físicas importantes do problema e que proporcionassem formulações às quais pudesse ser aplicado o Método Simplex, com algumas modificações em seu algoritmo, já que se trata de uma poderosa ferramenta na resolução de problemas aplicados aos sistemas de potência [1], além de ser simples, rápida e eficiente. Para tanto, foi desenvolvida uma abordagem linear para a função de custo do problema, preservando-se aspectos como as características do custo com crescimento exponencial e a não separabilidade da função, abordagem esta que também pode abrir e facilitar caminhos para considerações estocásticas.

Para o desenvolvimento dos novos modelos, foram utilizadas técnicas de linearização em conjunto com dois métodos de obtenção da separabilidade da função. A forma simplificada da função de geração hidroelétrica permitiu também a utilização da programação quadrática, gerando um outro modelo. Os modelos obtidos apresentaram resultados satisfatórios quando comparados às técnicas de programação não linear desenvolvidas anteriormente, apresentando uma forma vantajosa de abordar o problema, considerando suas características físicas importantes sem simplificações drásticas que deturpassem os resultados.

No capítulo 2 é exposto o problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência, seus horizontes de planejamento, as metas a serem atingidas, as dificuldades encontradas e também as formas de abordagem ao problema, tanto no Brasil como em outros países.

A forma de abordagem linear da função de custo do problema, as técnicas de linearização, juntamente com os métodos de separabilidade de função e a técnica da programação quadrática, são explicados, através de exemplos aplicados ao próprio problema do planejamento, no capítulo 3 do trabalho.

No capítulo 4 os modelos obtidos são aplicados em subsistemas de usinas do Sistema Sudeste Brasileiro. Nos testes são feitas análises de comportamento operativo ótimo dos reservatórios, através de gráficos de trajetórias de volume, da complementação térmica e também com resultados numéricos, mostrando a eficiência na utilização destes modelos, bem como a da técnica empregada, qual seja, a aplicação do Método Simplex de resolução.

Finalmente, no capítulo 5, são apresentadas conclusões do trabalho, enfatizando-se os aspectos mais importantes da abordagem apresentada e dos resultados obtidos nas aplicações.

2 - O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

2.1 - Metas

Um sistema hidrotérmico típico é formado, no que diz respeito à geração, por usinas hidroelétricas e usinas térmicas, como mostrado na figura 2.1, podendo ainda incluir a compra de energia de outros sistemas, via interligação. Eventuais cortes de carga ou déficits, também podem ser considerados, para efeito de formulação do problema de planejamento, como integrantes do conjunto gerador, representado por meio de uma usina termoeletrica fictícia, de custo de operação igual ao custo do déficit e que “geraria” a energia correspondente ao corte de carga. Este custo, calculado por estudos específicos, é elevado, devido ao prejuízo que o corte de energia poderia gerar, tanto econômico como social [2].

Figura 2.1 - Sistema hidrotérmico típico.

A água, que contém a energia potencial que será transformada em elétrica e, por isto, é chamada de energético, em princípio não é comprada. Logo, o custo de operação do sistema hidrotérmico é composto pelo custo do combustível das usinas térmicas, pela compra de energia de outros sistemas e pelo custo atribuído ao não fornecimento de energia, ou seja, o custo do déficit.

Assim, de forma geral, nos casos de sistemas com grande predominância hidroelétrica, o objetivo econômico do planejamento da operação passa a ser o de evitar, na medida do possível, e de forma racional, a geração de origem térmica, com custo elevado, substituindo-a pela geração hidroelétrica, de custo nulo.

Por se tratar de um problema com uma grande variedade de objetivos e de situações que podem ocorrer, o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos costuma ser dividido em horizontes de longo, médio e curto prazo, de tal forma que as abordagens realizadas retratem aspectos diferentes da questão, a fim de acomodar as facetas mais peculiares em cada caso. Um exemplo é a análise do desempenho do sistema em um horizonte de vários anos, para avaliação do déficit de energia ou do intercâmbio entre os subsistemas, onde trabalha-se com um alto nível de incertezas em relação aos dados de vazões afluentes futuras e de mercado de energia, exigindo-se como resultado uma avaliação global. Por outro lado, na determinação das metas horárias de geração para cada usina trabalha-se com dados de afluências e mercado bem mais exatos, exigindo-se dados mais precisos, que considerem as restrições elétricas do problema [3, 4].

No horizonte de longo prazo, usualmente com alguns anos, são considerados aspectos globais do planejamento, como o valor esperado de geração térmica envolvida, a previsão de intercâmbio entre os subsistemas, a avaliação dos riscos de déficit e também as reservas hidráulicas numa evolução plurianual. No médio prazo, o horizonte de planejamento varia de alguns meses a até dois anos e este período de planejamento é discretizado em meses ou semanas, onde procuram-se atribuir as metas de geração individuais a cada usina hidroelétrica, a cada

intervalo, porém, ainda sob o ponto de vista energético, além da atualização dos contratos de intercâmbios, definição dos programas de manutenção de cada unidade geradora, entre outros. Já no curto prazo, em geral, uma semana, procuram-se determinar decisões diárias ou horárias, incluindo as restrições elétricas do problema.

Por esta razão, costuma-se dividir o problema em Planejamento Energético da Operação, que inclui os horizontes de longo e médio prazos, e Planejamento Elétrico da Operação com o horizonte de curto prazo.

O escopo deste trabalho está voltado para o Planejamento Energético da Operação, onde, preferencialmente, se aplicam os modelos obtidos.

2.2 - Dificuldades no planejamento

A operação de um Sistema Hidrotérmico de Potência, predominantemente hidroelétrico, é bastante complexa, necessitando do desenvolvimento de vários estudos com diferentes níveis de detalhamento, correspondendo aos períodos abrangidos, requerendo decisões difíceis de serem tomadas.

Um exemplo é o gerenciamento do energético das usinas, a água, que por ser limitada, requer que sejam tomadas decisões cuidadosas no presente já que afetam as decisões futuras. Isto é, se em um dado período utiliza-se mais energia hidroelétrica, esvaziando os reservatórios, e em um período futuro ocorrerem fracas afluições ao sistema, pode ser necessário usar muita geração térmica, de custo elevado, ou mesmo ter uma falha no suprimento da demanda. Por outro lado, caso se mantenham elevados os níveis dos reservatórios, através do uso mais intensivo de geração térmica e ocorrer um período de fortes afluições ao sistema, pode-se ter vertimentos, o que significa desperdício de energia, traduzindo-se em custos de operação elevados com gasto excessivo de combustível das térmicas.

Assim, em um sistema hidrotérmico os custos são minimizados pela substituição, de forma racional, da geração térmica pela geração hidroelétrica. Entretanto, como os recursos hídricos são limitados, as decisões devem ser tomadas de tal modo que haja um compromisso temporal entre o presente e o futuro. Conseqüentemente, o gerenciamento destes recursos deve levar em conta que as decisões tomadas no presente afetam todo o horizonte de planejamento, caracterizando um problema dinâmico.

Este tipo de problema, normalmente apresenta sistemas formados por um número elevado de usinas e reservatórios, sendo considerado um problema de grande porte.

É também um problema estocástico, devido à incerteza das vazões futuras e da demanda, que requerem um estudo mais cuidadoso, levando em conta as variáveis estocásticas do problema.

Como se trata de um sistema de grande porte, normalmente formado por várias usinas, muitas das quais são interligadas hidraulicamente, e espalhadas ao longo das bacias hidrográficas, formando diversas cascatas, cria-se uma interdependência operativa, já que uma usina manda água para outra. Além disso, se o que se chama de valor da água, é dado em cada usina pelo valor que ela consegue substituir de energia térmica, então este valor não pode ser medido isoladamente, pois depende da operação conjunta do sistema. Por estas razões, este é um problema espacialmente não separável, que resulta em uma função objetivo que não pode ser desmembrada em termos de cada usina hidroelétrica, ou seja, uma função objetivo não separável.

Expressando matematicamente o que foi dito, significa que a matriz Hessiana da função de custo de operação do sistema, ou função objetivo do problema do Planejamento Energético da Operação, possui elementos fora da diagonal principal não nulos, o que representa a interconexão entre as variáveis da

mesma usina e também o acoplamento hidráulico, quando relaciona as variáveis de usinas diferentes.

Para exemplificar, utilizando um sistema formado por 2 usinas e dois intervalos, a matriz Hessiana será composta por 8 linhas e 8 colunas, associadas às vazões defluídas e volumes de cada usina i em cada período t . Cada elemento da matriz, chamado de $H_{s(i,j)}$ é dado pela derivada segunda da função de custo de operação, que será detalhada na seção 2.6, em relação à variável da linha i e à variável da coluna j , como mostrado a seguir:

$$H_s = \begin{matrix} & \begin{matrix} & \begin{matrix} t = 1 & & t = 2 \end{matrix} & \end{matrix} \\ & \begin{matrix} u_{11} & x_{11} & u_{21} & x_{21} & u_{12} & x_{12} & u_{22} & x_{22} \end{matrix} \\ \begin{matrix} u_{11} \\ x_{11} \\ u_{21} \\ x_{21} \\ u_{12} \\ x_{12} \\ u_{22} \\ x_{22} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial u_{11} \partial u_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{11} \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{11} \partial u_{21}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{11} \partial x_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_{11} \partial u_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{11} \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{11} \partial u_{21}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{11} \partial x_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial u_{21} \partial u_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{21} \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{21} \partial u_{21}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{21} \partial x_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_{21} \partial u_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{21} \partial x_{11}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{21} \partial u_{21}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{21} \partial x_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{12} \partial u_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{12} \partial x_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{12} \partial u_{22}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{12} \partial x_{22}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{12} \partial u_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{12} \partial x_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{12} \partial u_{22}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{12} \partial x_{22}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{22} \partial u_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{22} \partial x_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{22} \partial u_{22}} & \frac{\partial^2 F}{\partial u_{22} \partial x_{22}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{22} \partial u_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{22} \partial x_{12}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{22} \partial u_{22}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_{22} \partial x_{22}} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

onde: F - Função objetivo do problema (veja seção 2.6)

u_{it} - vazão defluída da usina i no período t

x_{it} - volume da usina i no período t

$H_{s(i,j)} = \frac{\partial^2 F}{\partial v_i \partial v_j}$ - Elemento da matriz Hessiana, derivada

segunda da função de custo de operação, em relação à variável da linha i (v_i) e da variável da coluna j (v_j), podendo ser a vazão defluída ou o volume da usina.

Como pode ser observado, os elementos da diagonal principal representam a derivada segunda da função de custo em relação à mesma variável, da mesma usina. Já nas outras diagonais, os termos são referentes à derivada segunda em relação às variáveis distintas da mesma usina ou das 2 usinas, ou ainda, a mesma variável, porém, uma de cada usina, ocorrendo este processo somente no mesmo período, mostrando que esta é uma função aditivamente separável no tempo.

Tome-se como exemplo o elemento: $H_{s(2,3)} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_{11} \partial u_{21}}$, o qual relaciona o volume da usina 1 com a vazão defluída da usina 2, mostrando claramente o acoplamento hidráulico entre elas.

A característica da não separabilidade da função objetivo requer um tratamento especial nas formulações que foram desenvolvidas, razão pela qual foi apresentada com maiores detalhes.

Como o custo de operação de um sistema hidrotérmico de potência depende da complementação térmica, é preciso fazer uma análise do comportamento da função térmica do sistema.

O custo de operação de uma usina termoeletrica c é, classicamente, dado por uma função convexa e crescente, como mostrado na figura 2.2, próxima de um polinômio de segundo grau, que pode ser representado por:

$$c(g) = a_0 + a_1(g) + a_2(g^2) \quad (2.1)$$

onde g é a potência gerada e a_0 , a_1 e a_2 são parâmetros característicos da usina termoeletrica [5, 6, 7].

Figura 2.2 - Custo de geração de uma usina termoeletrica.

Considerando que um parque termoeletrico é composto por diferentes tipos de unidades térmicas, podendo-se ainda, acrescentar um custo de importação ou mesmo de déficit, este parque tem custo marginal de operação dado por diferentes classes a que pertencem as usinas térmicas. Por exemplo, uma unidade nuclear, que utiliza combustíveis fissionáveis, como o urânio natural e enriquecido, possui um custo marginal constante, enquanto que na convencional, que utiliza combustíveis fósseis, como o carvão, óleo combustível, gás natural e outros, este custo é crescente e dividido conforme o combustível utilizado, como mostrado na figura 2.3.

Figura 2.3 - Classes de geração de energia térmica.

Portanto, se o custo de operação de um sistema hidrotérmico é dado pela complementação térmica do sistema, ou seja, pelo custo do suprimento da parcela da demanda que não foi atendida pela geração hidroelétrica, mas sim pela geração térmica, a função de custo é não linear, além da função de geração hidroelétrica, que também apresenta uma não linearidade, a qual será posteriormente analisada.

Além disso, a função objetivo é não convexa em toda a sua região de abrangência, o que pode ser verificado através dos autovalores da matriz Hessiana, os quais apresentam valores negativos e positivos [8].

2.3 - Outros países

A maior parte dos países têm características diferenciadas, com sistemas de pequena e grande participação hidroelétrica, outros quase que puramente térmicos, o que proporciona um estudo restrito a cada tipo de problema, tornando impossível a aplicação de uma única abordagem para qualquer tipo de sistema, apesar de se manter a filosofia básica quanto aos objetivos a serem atingidos.

Os Estados Unidos, por exemplo, possuem hoje um parque de geração elétrica predominantemente térmico. Existem casos como o sistema da TVA que tem uma participação hidroelétrica de apenas 12%. Nestes sistemas a água não tem como prioridade a geração de energia elétrica, sendo utilizada para a navegação, recreação, controle de cheias, além do controle da qualidade da água [9].

A Noruega tem um sistema de geração praticamente só hidroelétrico, com um porte da mesma ordem de grandeza do Sistema Brasileiro, mas com um número muito grande de pequenas usinas [10].

Um outro sistema com grande participação hidroelétrica e com porte próximo ao do Sistema Brasileiro é o da Hydro-Québec no Canadá, com

aproximadamente 94% de geração de energia de origem hidroelétrica, tanto em energia como em capacidade instalada. A configuração geográfica do país apresenta cascatas em paralelo com bacias hidrográficas isoladas uma das outras, diferindo muito das grandes cascatas brasileiras que são interligadas [2].

Mesmo naqueles sistemas com grande participação hidroelétrica, há diferenças impostas pelo tipo de relevo, clima, entre outros, que requerem tratamentos especiais para cada tipo de sistema. Neste contexto insere-se a busca de soluções próprias para o caso do Sistema Brasileiro, com características particulares e que serão detalhadas posteriormente.

2.4 - Abordagens

Diversos tipos de abordagens são encontrados para a resolução do problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência, já que este é um problema com variedade de objetivos, necessitando de tratamentos específicos para cada horizonte e ainda, como já citado, pelo fato das características físicas dos sistemas exercerem um papel muito importante na determinação do tipo de abordagem, além da forma como o problema é formulado matematicamente pelo planejador [11].

Um cuidado a ser tomado na forma empregada, isto é, na escolha da modelagem e da técnica de resolução, é que além de se harmonizar as características físicas do sistema, deve-se evitar simplificações drásticas que deturpem os resultados.

Para que este problema seja solucionado em sua totalidade, devem ser levados em conta aspectos muito importantes como a operação de múltiplos reservatórios, que devem manter suas características individuais, mesmo operando interligados ao sistema, múltiplos períodos de tempo, principalmente para

horizontes de longo e médio prazo, afluições estocásticas e a não separabilidade das funções de benefício, considerando que este é um problema aditivamente separável no tempo e não separável no espaço.

No entanto, alguns autores realizaram estudos comparativos entre muitos modelos existentes e retratam que as técnicas utilizadas normalmente não conseguem solucionar o problema sem comprometer parte dos aspectos citados [12, 13, 14].

A programação dinâmica, nos seus mais variados modelos, é uma das formas mais usuais de abordagem ao Planejamento Energético da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência por permitir o tratamento estocástico do problema. Porém, esta técnica apresenta a maldição da dimensionalidade, causada pelo aumento exponencial dos estados possíveis. Por exemplo, se as variáveis de volume e vazão defluída de cada usina, de um conjunto de N usinas forem discretizadas em M intervalos, existirá M^{2N} estados possíveis no espaço de estado, o que mesmo para um número pequeno de usinas implica em grande esforço computacional.

Uma estratégia que é freqüentemente utilizada consiste em reduzir o número de variáveis de estado pela representação agregada dos reservatórios, gerando um reservatório equivalente de energia, levando a simplificações na representação do sistema que, dependendo do que se pretende obter, podem comprometer a solução desejada, como a representação individualizada das usinas, considerando as restrições operativas de cada usina [15, 16].

Já a programação não linear propõe vários métodos de resolução para o problema, e permite, mesmo para sistemas de grande porte, a representação individualizada das usinas [17]. Entretanto, estas técnicas nem sempre se adaptam bem ao problema, apresentando dificuldades de convergência, e, além disso, não permitem abordagens estocásticas. Isto porque além das dificuldades das próprias

técnicas, existem particularidades da função objetivo do problema, como vistas, e que tornam complexa a resolução do problema por estas ferramentas.

Também foram feitas tentativas de utilizar a programação linear para a resolução do problema do planejamento da operação, mas que nem sempre apresentaram resultados satisfatórios, devido à grande dificuldade de representar as características físicas importantes do sistema [18].

No caso do Sistema Brasileiro, por ter uma grande participação hidroelétrica, as dificuldades para a escolha de uma abordagem que melhor se adapte ao problema tem que ser mais cuidadosa, devido às características que lhe são peculiares e serão tratadas com maiores detalhes no item seguinte.

2.5 - Características do Sistema Brasileiro

No Brasil, há uma grande predominância de geração hidroelétrica, devido aos abundantes recursos hídricos disponíveis, apresentando características diferenciadas do restante do mundo. Esta diversidade pode ser analisada começando pela grande extensão territorial, pelo tipo de relevo e também pelo tipo de clima. Como as bacias hidrográficas são muito grandes e também muito interligadas, este sistema é formado por grandes cascatas e com um acoplamento hidráulico muito grande. O exemplo de uma grande cascata é a da bacia do rio Paraná, hoje composta por 35 usinas.

O tipo de relevo dá uma característica bastante peculiar ao sistema, pois os rios não apresentam grandes quedas naturais, sendo necessário construir reservatórios de grande extensão para as usinas, unicamente para se conseguir quedas aceitáveis. Isto porque a produtividade na geração de energia elétrica de uma usina, por unidade de turbinamento, está diretamente ligada à altura de queda da água na usina, a qual por sua vez, está ligada ao volume do reservatório, como

mostra o esquema na figura 2.4. Em outras palavras, significa dizer que a produtividade de uma usina depende do volume de seu reservatório, sendo este o chamado efeito cota [19]. Obviamente, este efeito não afeta as usinas a fio d'água que possuem o volume de seus reservatórios constante.

Figura 2.4 - Esquema simplificado de uma usina hidroelétrica.

Na figura 2.4 não está representado o vertedouro da usina que é por onde escoam a água não turbinada, ou seja, a vazão vertida (z). Assim, a vazão defluída total (u) é igual a soma da vazão turbinada (q) mais a vazão vertida (z).

A vazão afluyente é determinada pela quantidade de água que chega em um reservatório. Em muitos países onde o tipo de clima atinge temperaturas muito baixas, as geleiras formadas são reservatórios naturais, que em degelo, garantem o abastecimento dos reservatórios, além das chuvas que podem ocorrer. No Brasil, as vazões são mantidas somente pelo regime de chuvas, que nem sempre, nos períodos úmidos ou chuvosos, são capazes de recuperar a água que deveria ser armazenada nos reservatórios, pelos baixos índices pluviométricos, elevando o grau de incerteza das vazões.

A capacidade de aproveitar as afluições maiores, armazenando-as para posterior utilização em períodos de baixas afluições, é traduzida numericamente, através de um índice chamado de capacidade de regulação do sistema, dado por:

$$\mathfrak{R} = \frac{\text{capacidade de armazenamento total (MWh)}}{\text{afluência anual média ao sistema (MWh)}} \cdot 100(\%)$$

O Sistema Brasileiro tem uma capacidade de regulação relativamente baixa e os reservatórios só conseguem armazenar algo em torno de 40% das vazões afluentes que chegam em média durante um ano, não aproveitando os períodos de altas afluições e não podendo guardar grandes quantidades de energia, na forma de água armazenada, em uma perspectiva plurianual [6].

No Sistema Brasileiro, o Planejamento da Operação Energética adota para o horizonte de longo prazo, períodos de 5 anos com base na discretização mensal. São determinadas estratégias mensais de operação, calculadas pela programação dinâmica estocástica, que promove a agregação dos reservatórios, como, por exemplo, dos subsistemas Sul e Sudeste, originando somente 2 reservatórios equivalentes de energia. Neste horizonte também são obtidas outras informações, como uma avaliação plurianual da evolução dos níveis de armazenamentos do sistema, definição dos intercâmbios de contratos entre as empresas, a geração térmica esperada e o custo dos combustíveis utilizados, entre outros.

Já para o horizonte de médio prazo, os resultados obtidos no nível anterior são desagregados através de modelos de simulação, baseado em regras heurísticas, a fim de definir metas de geração para cada usina hidroelétrica do sistema. Estes estudos são executados até alguns meses à frente e políticas de operação semanais são definidas, além de detalhar alguns resultados obtidos na etapa anterior, como contratos de intercâmbio, cronogramas de manutenção e controle de cheias [20, 21].

2.6 - Formulação original do problema

O sistema hidrotérmico tem como custo de operação, o valor da complementação do sistema não hidráulico, ou seja, o custo dos combustíveis das usinas térmicas. Portanto, a função de custo do problema dependerá da demanda total D do sistema e também da geração hidroelétrica H , pois quanto maior a geração hidroelétrica, menor será a complementação térmica necessária E .

A função de custo de um sistema térmico pode ser dada por [6]:

$$C(t) = C[E(t)]^2 \quad (2.2)$$

$$\text{com: } E(t) = \begin{cases} D(t) - H(t) & \text{para } D(t) \geq H(t) \\ 0 & \text{para } D(t) < H(t) \end{cases}$$

Adotando esta modelagem, o planejamento hidrotérmico passa a ser um problema tratado exclusivamente através das usinas hidroelétricas. Desta forma, uma formulação geral do Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de potência pode ser estabelecida como a minimização do custo operacional do sistema, ao longo de todo o horizonte de planejamento $[1, T]$, dado por:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T C(t) \quad (2.3)$$

A geração hidroelétrica total $H(t)$ é dada pelo somatório das gerações de todas as usinas hidroelétricas:

$$H(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i[x_i(t), q_i(t), z_i(t)] \quad (2.4)$$

onde:

- N - número de usinas hidroelétricas.
- $\phi_i(.)$ - função de geração hidráulica da usina i
- $x_i(.)$ - volume do reservatório i .
- $q_i(.)$ - vazão turbinada da usina i .
- $z_i(.)$ - vazão vertida da usina i .

A função de geração de uma usina i depende da altura de queda da água e da vazão turbinada e vertida:

$$\phi_i(x_i, q_i, z_i) = K_i \cdot [h_{1i}(x_i) - h_{2i}(q_i + z_i)] \cdot q_i \quad (2.5)$$

onde:

- K_i - constante que engloba aceleração da gravidade, densidade da água, rendimento turbina-gerador e fatores de conversão
- $h_{1i}(.)$ - polinômio que fornece a altura de montante da usina i , função do volume do reservatório e que pode ser até de ordem 4
- $h_{2i}(.)$ - polinômio que fornece a altura de jusante da usina i , função da vazão turbinada e vertida e que pode ser até de ordem 4

Pela equação acima pode-se verificar que a produtividade da usina hidroelétrica é função de sua altura de queda. Dependendo da característica da usina, esta produtividade pode ser significativamente influenciada pela altura de montante, determinada pelo volume do reservatório, fazendo com que esta não seja constante. Relacionado a este fato está o chamado efeito cota, muito importante no comportamento dos reservatórios do sistema.

A equação de balanço dinâmico da água para cada reservatório é dada por:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + y_i(t) + \sum_{k \in \Omega_i} [q_k(t) + z_k(t)] - q_i(t) - z_i(t) \quad (2.6)$$

onde: $y_i(.)$ - afluência incremental ao reservatório i .

Ω_i - conjunto dos índices dos reservatórios imediatamente a montante de i .

As unidades estão coerentes com a discretização do horizonte de planejamento, mensal, coincidindo com as unidades de volumes que estão em hm^3 , as turbinagens em $\text{hm}^3/\text{mês}$, não necessitando de fatores de conversão.

Os volumes, e as vazões turbinadas e vertidas, são limitados devido às restrições operativas, controle de cheias, navegação ou outros critérios, sendo dados por:

$$\underline{x}_i(t) \leq x_i(t) \leq \bar{x}_i(t) \quad (2.7)$$

$$\underline{q}_i(t) \leq q_i(t) \leq \bar{q}_i(t) \quad (2.8)$$

onde $\underline{q}_i$ e $\bar{q}_i$ representam, respectivamente, a vazão turbinada mínima obrigatória e a capacidade máxima para a vazão turbinada da usina.

Os volumes iniciais dos reservatórios são dados e os volumes finais podem ser fixados e/ou penalizados.

3 - OBTENÇÃO DOS MODELOS

3.1 - Formulação para aplicação das técnicas

Com a formulação original do problema, dada na seção 2.6, não é viável aplicar as técnicas de linearização e os métodos de separabilidade propostos, sendo conveniente trabalhar com uma função objetivo na forma simplificada, observando-se que as restrições do problema já são lineares. Para isto, foi feita uma modificação na função de geração hidroelétrica (2.5), substituindo os polinômios da altura de montante e da altura de jusante por uma altura de queda média constante, que pode ser dada pela altura equivalente do reservatório, como explicado a seguir.

O volume armazenado em um reservatório, entre dois estados quaisquer, 1 e 2, pode ser definido por:

$$x = x_1\omega + (1-\omega)x_2 \quad (3.1)$$

com $0 \leq \omega \leq 1$, sendo ω o parâmetro que define o estado do reservatório.

A relação volume-altura pode ser expressa por uma parábola do 2º. grau em x , ajustada a partir de três pontos, dados por diferentes situações de volumes com respectivas alturas, da forma:

$$h(x) = Ax^2 + Bx + C \quad (3.2)$$

Reescrevendo a equação anterior em função de ω , tem-se:

$$h(\omega) = a\omega^2 + b\omega + c \quad (3.3)$$

$$\text{com: } a, b, c = f(A, B, C, x_1, x_2)$$

Desta forma, a energia armazenada no reservatório entre os estados 1 e 2 é dada por:

$$EA_1^2 = P \int_0^1 \rho h(\omega) dx(\omega) \quad (3.4)$$

onde: P - constante que engloba aceleração da gravidade, densidade da água e

fatores de conversão de unidades

ρ - rendimento turbina-gerador

h - altura de queda líquida do reservatório

Da equação (3.1), tem-se:

$$dx(\omega) = (x_1 - x_2) d\omega \quad (3.5)$$

Com a energia armazenada dada por:

$$EA_1^2 = P(x_1 - x_2) \rho \int_0^1 h(\omega) d\omega \quad (3.6)$$

Fazendo:

$$\int_0^1 h(\omega) d\omega = H_{eq} \quad (3.7)$$

De (3.6) e (3.7), tem-se:

$$EA_1^2 = P(x_1 - x_2)\rho H_{eq}$$

Dessa forma, a altura H_{eq} , conhecida como altura equivalente do reservatório entre os estados 1 e 2, representa a altura de queda que, mantida fixa, daria a mesma energia gerada durante o deplecionamento do reservatório entre os estados citados e como mostrado na figura 3.1.

Figura 3.1 - Altura equivalente de um reservatório.

Assim, a função de geração simplificada, aqui utilizada é dada por::

$$H(t) = \sum_{i=1}^N k_i q_i \quad (3.8)$$

k_i - relação entre a potência gerada e a vazão turbinada da usina i , a qual será designada pelo coeficiente de geração.

q_i - vazão turbinada da usina i .

com $k_i = k'_i h_{medi}$:

$k'_i \Rightarrow$ produtibilidade específica da usina i

$h_{medi} \Rightarrow$ altura de queda média da usina i , podendo-se usar H_{eq} .

Uma regra que se adota para o comportamento operativo dos reservatórios é o de permitir o vertimento somente quando a vazão turbinada estiver no seu limite máximo. Baseando-se nesta regra, a função original pôde ser simplificada tendo em vista a quase linearidade da equação (2.5) no trecho onde não há vertimento. E a função objetivo, fica:

$$MIN \quad F.O. = \sum_{t=1}^T [D(t) - \sum_{i=1}^N k_i q_i(t)]^2 \quad (3.9)$$

Com esta formulação, o efeito cota das usinas não é representado e por ser uma característica muito importante nas usinas brasileiras, como já visto, há a necessidade de compensar este efeito. Para isto, foram acrescentados ao problema termos de penalizações inseridos na função objetivo, que preservam esta característica, o que será exposto adiante.

Outro aspecto importante do problema é preservar as características do custo com crescimento exponencial, que justamente reproduz o custo marginal crescente da geração térmica, fundamental no comportamento operativo do sistema. E este aspecto, como visto, é preservado na simplificação, mantendo-se no modelo matemático.

Partindo-se desta formulação simplificada, foi possível aplicar as técnicas de linearização em conjunto com os métodos de separabilidade e a técnica da

programação quadrática, permitindo o desenvolvimento de vários modelos, propostos neste trabalho.

3.2 - Visão do comportamento do sistema

Ainda na parte preliminar deste trabalho, foi realizado um estudo com a aplicação de um método de programação não linear, no caso o Gradiente Projetado [22], com o propósito de verificar e visualizar o comportamento do problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos utilizando a função objetivo na forma simplificada (3.9). O objetivo desta etapa do trabalho foi o de evitar o acúmulo de erros no desenvolvimento das técnicas e métodos propostos, já que uma função simplificada estava sendo testada, além das técnicas de linearização, métodos de separabilidade da função e a técnica da programação quadrática.

No algoritmo desenvolvido houve a preocupação de preservar características importantes do sistema, como o efeito cota das usinas, o que se deu através de termos de penalizações inseridos na função objetivo e explicado na seção 3.4.

Esta etapa foi concluída com sucesso, obtendo-se resultados compatíveis com outros métodos não lineares já desenvolvidos [23] e que utilizam a função objetivo em sua forma original (2.2) .

Com resultados consistentes, realizados em vários sistemas testes e também sob diversas condições de operação, o trabalho prosseguiu com a aplicação das técnicas e métodos propostos a seguir.

3.3 - Técnicas e métodos

Entre as diferentes técnicas de linearização existentes, as que melhor se adaptaram ao problema do Planejamento Energético da Operação, sendo propostas neste trabalho, foram a da média ponderada e a linear por partes, porém, utilizadas em conjunto com dois métodos de separabilidade de função, pois, como dito anteriormente, a função de custo do problema se apresenta na forma não separável. Portanto, os modelos originados dizem respeito à técnica utilizada e ao método de separabilidade de função. Uma outra técnica proposta e que originou outro modelo, é a da programação quadrática em uma de suas diversas abordagens, mas que pôde ser aplicada à função na forma não separável. Aos modelos obtidos é possível aplicar a técnica do Método Simplex, com algumas modificações.

Para as técnicas de linearização e métodos de separabilidade da função propostos, os modelos obtidos vão ser descritos da seguintes forma:

Técnica da média ponderada	1º. método de separabilidade
	2º. método de separabilidade
Técnica linear por partes	1º. método de separabilidade
	2º. método de separabilidade

Uma observação a ser feita é que a função de geração hidroelétrica é formada pela soma da geração do conjunto de usinas do sistema em cada período. Por isto, o problema da separabilidade de função ocorre quando o número de usinas é igual ou superior a dois.

Outra técnica utilizada neste trabalho não promove a linearização da função objetivo, mas, permite da mesma forma, utilizar o Método Simplex para a solução do problema:

Técnica da programação quadrática

3.3.1 - Obtenção da separabilidade da função

Para transformar problemas com funções não lineares em uma forma linearizada, há necessidade de se fazer certas considerações. A habilidade de formular um problema não linear de modo que a função objetivo e as restrições contenham somente termos separáveis é o primeiro aspecto a ser discutido. Muitas expressões não separáveis podem ser colocadas na forma separável pela introdução de variáveis adicionais e restrições definidoras. Até certo ponto, os métodos são restritos, poderiam ser chamados de “truques”, e, portanto, não se aplicam a todos os tipos de funções. [24]

3.3.1.1 - Primeiro método de separabilidade da função

Neste método, toda a expressão que produz um termo não separável é substituído por uma nova variável e uma restrição linear, que relaciona o termo substituído à nova variável, é acrescentada ao conjunto de restrições.

Seja a função de custo que representa o problema na sua forma simplificada:

$$F.O. = \sum_{t=1}^T [D(t) - \sum_{i=1}^N k_i q_i(t)]^2 \quad (3.10)$$

Para efeito de exemplificação e formulação dos modelos obtidos, considere um sistema formado por 2 usinas em um único período de tempo, ou seja, $t=1$:

$$F.O. = [D - (k_1 q_1 + k_2 q_2)]^2 \quad (3.11)$$

onde:

- D = Demanda total (dada)
- k_1 = Coeficiente de geração da usina 1
- k_2 = Coeficiente de geração da usina 2
- q_1 = Vazão turbinada da usina 1
- q_2 = Vazão turbinada da usina 2

$$F.O. = [D^2 - 2D(k_1 q_1 + k_2 q_2) + (k_1 q_1 + k_2 q_2)^2] \quad (3.12)$$

Fazendo $a = k_1 q_1 + k_2 q_2$ e substituindo na função, tem-se:

$$F.O. = [D^2 - 2Da + a^2] \quad (3.13)$$

Com a seguinte restrição acrescentada ao problema :

$$k_1 q_1 + k_2 q_2 - a = 0 \quad (3.14)$$

3.3.1.2 - Segundo método de separabilidade da função

Por este método, somente o termo não separável é decomposto e representado pela soma e subtração de duas outras variáveis.

Para exemplificar, seja considerado o mesmo sistema anterior de 2 usinas e 1 intervalo de tempo:

$$F.O. = [D^2 - 2D(k_1 q_1 + k_2 q_2) + (k_1^2 q_1^2 + 2k_1 q_1 k_2 q_2 + k_2^2 q_2^2)] \quad (3.15)$$

Denominando:

$$\begin{aligned}k_1 q_1 &= b - c \\k_2 q_2 &= b + c \\k_1 q_1 k_2 q_2 &= b^2 - c^2\end{aligned}\tag{3.16}$$

A função objetivo, torna-se:

$$F.O. = [D^2 - 2 D (k_1 q_1 + k_2 q_2) + (k_1^2 q_1^2 + 2(b^2 - c^2) + k_2^2 q_2^2)]\tag{3.17}$$

Ao conjunto de restrições são acrescentadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}k_1 q_1 - (b - c) &= 0 \\k_2 q_2 - (b + c) &= 0\end{aligned}\tag{3.18}$$

3.3.2 - Técnicas de linearização

As técnicas de linearização, propostas para resolução do problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência, originam modelos com função objetivo e restrições lineares, de tal forma que seja possível a aplicação do Método Simplex, porém, efetuando-se modificações, ou seja, a inclusão de regras pré-determinadas pelas técnicas.

Uma observação a ser feita, é que as linearizações realizadas ao se aplicar as técnicas aumentam o tamanho do modelo, tanto em número de variáveis quanto em restrições, mas como compensação, pode se resolver o problema pelo Método Simplex.

Como estas técnicas exigem que a função esteja na forma separável, a apresentação dos modelos será feita de acordo com os dois métodos de obtenção da separabilidade da função que foram propostos.

3.3.2.1 - Técnica da média ponderada

Esta técnica propõe que a variável a ser linearizada seja decomposta por uma média ponderada, ou seja, uma grade com limite inferior e superior é dividida em partes iguais, denominadas intervalos, aos quais são associados pesos, que somados resultam no valor 1.

a) Pelo 1º. método de separabilidade da função

Para o mesmo sistema de 2 usinas e um período de tempo, e pelo primeiro método de separabilidade da função, mostrado na equação (3.13) e aqui é repetida, tem-se:

$$F.O. = [D^2 - 2Da + a^2]$$

$$\text{onde: } a = k_1 q_1 + k_2 q_2$$

Por esta técnica, o termo não linear a^2 deve ser linearizado. Para isto, é necessário definir uma grade com limites inferior e superior e dividi-la em intervalos.

Denominando esta grade de G, uma das formas de expressá-la é:

$$(k_1 q_{1(n\min)} + k_2 q_{2(n\min)}) \leq G_1 < G_2 < G_3 < \dots < G_p \leq (k_1 q_{1(m\max)} + k_2 q_{2(m\max)}) \quad (3.19)$$

onde p é o número de intervalos da grade.

Se a função $c(a)=[D^2-2Da+a^2]$, e G_j a grade associada à variável a com φ_j representando os pesos associados à grade, com $(j = 1,...,p)$, a função objetivo pode ser escrita da forma:

$$F.O.=\sum_{j=1}^p c(G_j)\varphi_j \quad (3.20)$$

$$\text{Com } \sum_{j=1}^p \varphi_j = 1 \quad \text{e } \varphi_j \geq 0$$

Ao conjunto de restrições são acrescentadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} k_1q_1+k_2q_2-a &= 0 \\ \varphi_1+\varphi_2+...+\varphi_p &= 1, \quad \varphi_j \geq 0 \quad (j=1, 2 \dots p) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Supondo um número de intervalos $p = 5$ e G a grade proposta para linearização de a :

$$(k_1q_{1(min)} + k_2q_{2(min)}) \leq G_1 < G_2 < G_3 < G_4 < G_5 \leq (k_1q_{1(max)} + k_2q_{2(max)})$$

$$a = G_1\varphi_1 + G_2\varphi_2 + G_3\varphi_3 + G_4\varphi_4 + G_5\varphi_5$$

$$\text{Com } \sum_{j=1}^5 \varphi_j = 1 \quad \text{e } \varphi_j \geq 0$$

Problema Formulado:

$$(\text{MIN}) \quad FO = c(G_1)\varphi_1 + c(G_2)\varphi_2 + c(G_3)\varphi_3 + c(G_4)\varphi_4 + c(G_5)\varphi_5$$

S.A.

$$\begin{array}{rcll}
 q_1 & & & \geq & q_{1(\text{min})} \\
 q_1 & & & \leq & q_{1(\text{max})} \\
 & q_2 & & \geq & q_{2(\text{min})} \\
 & q_2 & & \leq & q_{2(\text{max})} \\
 & & x_1 & \geq & x_{1(\text{min})} \\
 & & x_1 & \leq & x_{1(\text{max})} \\
 & & & x_2 & \geq & x_{2(\text{min})} \\
 & & & x_2 & \leq & x_{2(\text{max})} \\
 q_1 & & + & x_1 & = & x_{1(\text{max})} + y_1 \\
 - q_1 & + q_2 & & + x_2 & = & x_{2(\text{max})} + y_2 \\
 k_1 q_1 & + k_2 q_2 & & & & \\
 & & - G_1 \varphi_1 & - G_2 \varphi_2 & - G_3 \varphi_3 & - G_4 \varphi_4 & - G_5 \varphi_5 & = & 0 \\
 & & \varphi_1 & + \varphi_2 & + \varphi_3 & + \varphi_4 & + \varphi_5 & = & 1
 \end{array}$$

onde: x_1 = volume da usina 1

x_2 = volume da usina 2

y_1 = vazão afluyente da usina 1

y_2 = vazão afluyente da usina 2

As 8 primeiras restrições são referentes aos limites operativos das 2 usinas do sistema, originadas das equações (2.7) e (2.8), e as restrições de número 9 e 10 são as equações de balanço d'água das usinas no intervalo proposto, originadas de (2.6). Como o exemplo dado trata de um sistema operando em um único intervalo de tempo, a restrição de enchimento do reservatório no último período foi suprimida devido à redundância de restrições. Porém, em sistemas operando em intervalos de tempo maiores, esta restrição será incluída.

Estas observações também se aplicam aos próximos problemas formulados.

b) Pelo 2º. método de separabilidade da função

Utilizando a equação (3.17) para representar um sistema de 2 usinas e 1 período conforme o segundo método de separabilidade e o conjunto de expressões (3.18) que farão parte das restrições do problema, tem-se:

$$F.O. = [D^2 - 2D(k_1q_1 + k_2q_2) + (k_1^2q_1^2 + 2(b^2 - c^2) + k_2^2q_2^2)]$$

onde:

$$k_1q_1 = b - c$$

$$k_2q_2 = b + c$$

$$\text{com } k_1q_1k_2q_2 = b^2 - c^2$$

Por esta formulação, há quatro variáveis na função objetivo a serem linearizadas: q_1^2 , q_2^2 , b^2 e c^2 . Da mesma forma anterior, são definidas grades para as variáveis e estas são divididas em um número de intervalos p , aos quais são relacionados os pesos, cujo somatório deve ser igual a 1.

$$\begin{aligned} \text{Sendo: } c_1(q_1) &= -2Dk_1q_1 + k_1^2q_1^2 \\ c_2(q_2) &= -2Dk_2q_2 + k_2^2q_2^2 \\ c_3(b) &= 2b^2 \\ c_4(c) &= -2c^2 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Como as grades associadas a estas variáveis, G, L, M e N, têm os pesos α , β , γ , δ , respectivamente, a função objetivo fica:

$$F.O. = D^2 + \sum_{j=1}^p c_1(G_j)\alpha_j + \sum_{j=1}^p c_2(L_j)\beta_j + \sum_{j=1}^p c_3(M_j)\gamma_j + \sum_{j=1}^p c_4(N_j)\delta_j \quad (3.23)$$

$$com: \begin{cases} \sum_{j=1}^p \alpha_j = 1, & \alpha_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^p \beta_j = 1, & \beta_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^p \gamma_j = 1, & \gamma_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^p \delta_j = 1, & \delta_j \geq 0 \end{cases}$$

Ao conjunto de restrições são acrescentadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} k_1 q_1 - (b - c) &= 0 \\ k_2 q_2 - (b + c) &= 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p &= 1 \\ \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_p &= 1 \\ \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_p &= 1 \\ \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_p &= 1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Aos modelos originados por esta técnica de linearização é possível aplicar o Método Simplex de resolução de problemas lineares. Tratando o problema do ponto de vista aritmético, os pesos poderiam ser escolhidos de forma arbitrária, porém, no sentido de aproximação da curva por segmentos de reta, há a necessidade de respeitar a regra descrita abaixo, de forma a garantir que o valor encontrado para a variável linearizada esteja em um dos intervalos da grade para a referida variável.

Propriedade dos Pesos Adjacentes: em qualquer iteração, se, por exemplo, um peso α_j estiver na base, então somente os pesos adjacentes α_{j-1} ou α_{j+1} devem ser considerados para entrar na solução. Assim, cada variável linearizada poderá ter um peso, com valor 1, ou dois pesos adjacentes, que somados terão valor igual a 1, na base.

No problema apresentado acima, para 2 usinas e 1 período, supondo um número de intervalos $p = 3$ para a discretização das variáveis, os limites para estas variáveis podem ser definidos como o processo descrito abaixo.

Para o limite superior das variáveis a serem linearizadas b e c , levando em

conta que
$$\begin{aligned} k_1 q_1 - b + c &= 0 \\ k_2 q_2 - b - c &= 0 \\ k_1 q_1 + k_2 q_2 - 2b &= 0 \end{aligned}, \text{ vem:}$$

$$\begin{aligned} k_1 q_1 + k_2 q_2 = 2b &\Rightarrow k_1 q_{1(max)} + k_2 q_{2(max)} = 2b_{max} \Rightarrow b_{max} = \frac{k_1 q_{1(max)} + k_2 q_{2(max)}}{2} \\ k_1 q_1 = b - c &\Rightarrow c_{max} = b_{max} - k_1 q_{1(max)} \Rightarrow c_{max} = \frac{k_1 q_{1(max)} + k_2 q_{2(max)}}{2} - k_1 q_{1(max)} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Da mesma forma, para o limite inferior de b e c , tem-se:

$$\begin{aligned} k_1 q_1 + k_2 q_2 = 2b &\Rightarrow k_1 q_{1(min)} + k_2 q_{2(min)} = 2b_{min} \Rightarrow b_{min} = \frac{k_1 q_{1(min)} + k_2 q_{2(min)}}{2} \\ k_1 q_1 = b - c &\Rightarrow c_{min} = b_{min} - k_1 q_{1(min)} \Rightarrow c_{min} = \frac{k_1 q_{1(min)} + k_2 q_{2(min)}}{2} - k_1 q_{1(min)} \end{aligned} \quad (3.26)$$

As variáveis q_1 , q_2 , b e c podem ser representadas através de grades, limitadas inferior e superiormente, às quais são associados pesos, respectivamente, da forma:

$$\text{Para } q_1 \text{ fica: } \begin{cases} q_{1(min)} \leq G_1 < G_2 < G_3 \leq q_{1(max)} \\ q_1 = G_1 \alpha_1 + G_2 \alpha_2 + G_3 \alpha_3 \end{cases}$$

$$\text{Para } q_2 \text{ fica: } \begin{cases} q_{2(min)} \leq L_1 < L_2 < L_3 \leq q_{2(max)} \\ q_2 = L_1 \beta_1 + L_2 \beta_2 + L_3 \beta_3 \end{cases}$$

$$\text{Para } b \text{ fica: } \begin{cases} b_{(\min)} \leq M_1 < M_2 < M_3 \leq b_{(\max)} \\ b = M_1\gamma_1 + M_2\gamma_2 + M_3\gamma_3 \end{cases}$$

$$\text{Para } c \text{ fica: } \begin{cases} c_{(\min)} \leq N_1 < N_2 < N_3 \leq c_{(\max)} \\ c = N_1\delta_1 + N_2\delta_2 + N_3\delta_3 \end{cases}$$

$$\text{com: } \begin{cases} \sum_{j=1}^3 \alpha_j = 1, & \alpha_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^3 \beta_j = 1, & \beta_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^3 \gamma_j = 1, & \gamma_j \geq 0 \\ \sum_{j=1}^3 \delta_j = 1, & \delta_j \geq 0 \end{cases}$$

Assim, tem-se o problema formulado dado a seguir:

Problema Formulado:

$$(MIN) FO = c_1(G_1)\alpha_1 + c_1(G_2)\alpha_2 + c_1(G_3)\alpha_3 + c_2(L_1)\beta_1 + c_2(L_2)\beta_2 + c_2(L_3)\beta_3 + \\ c_3(M_1)\gamma_1 + c_3(M_2)\gamma_2 + c_3(M_3)\gamma_3 + c_4(N_1)\delta_1 + c_4(N_2)\delta_2 + c_4(N_3)\delta_3$$

S.A.

$G_1\alpha_1$	$+G_2\alpha_2$	$+G_3\alpha_3$								$\geq$	$q_{1(min)}$			
$G_1\alpha_1$	$+G_2\alpha_2$	$+G_3\alpha_3$								$\leq$	$q_{1(max)}$			
			$L_1\beta_1$	$+L_2\beta_2$	$+L_3\beta_3$					$\geq$	$q_{2(min)}$			
			$L_1\beta_1$	$+L_2\beta_2$	$+L_3\beta_3$					$\leq$	$q_{2(max)}$			
						x_1				$\geq$	$x_{1(min)}$			
						x_1				$\leq$	$x_{1(max)}$			
							x_2			$\geq$	$x_{2(min)}$			
							x_2			$\leq$	$x_{2(max)}$			
$G_1\alpha_1$	$+G_2\alpha_2$	$+G_3\alpha_3$				$+x_1$				$=$	$x_{1(max)} + y_1$			
$-G_1\alpha_1$	$-G_2\alpha_2$	$-G_3\alpha_3$	$+L_1\beta_1$	$+L_2\beta_2$	$+L_3\beta_3$	$+x_2$				$=$	$x_{2(max)} + y_2$			
$k_1G_1\alpha_1$	$+k_1G_2\alpha_2$	$+k_1G_3\alpha_3$					$-\gamma_1$	$-\gamma_2$	$-\gamma_3$	$+ \delta_1$	$+ \delta_2$	$+ \delta_3$	$=$	0
			$k_2L_1\beta_1$	$+k_2L_2\beta_2$	$+k_2L_3\beta_3$		$-\gamma_1$	$-\gamma_2$	$-\gamma_3$	$- \delta_1$	$- \delta_2$	$- \delta_3$	$=$	0
α_1	$+ \alpha_2$	$+ \alpha_3$											$=$	1
			β_1	$+ \beta_2$	β_3								$=$	1
							γ_1	$+ \gamma_2$	$+ \gamma_3$				$=$	1
										δ_1	$+ \delta_2$	$+ \delta_3$	$=$	1

3.3.2.2 - Técnica linear por partes

Como exposto anteriormente, esta técnica também é aplicada somente para funções objetivos e restrições na forma separável. A técnica consiste em definir cada variável a ser linearizada como uma soma de variáveis não negativas, limitadas superiormente.

a) Pelo 1º método de separabilidade da função

Para o mesmo sistema teste de 2 usinas e um período de tempo, neste método de separabilidade da função, dado pela equação (3.13):

$$F.O. = [D^2 - 2Da + a^2]$$

$$\text{onde: } a = k_1 q_1 + k_2 q_2$$

Definindo uma grade, chamada de G, em um número de intervalos p, dada por (3.19), pode-se escrever a variável a como uma soma de variáveis não negativas, limitadas superiormente, da forma:

$$a = \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_{p-1} \quad (3.27)$$

$$\text{com } 0 \leq \eta_j \leq G_{j+1} - G_j \quad \text{para } j=1, 2, \dots, p-1$$

Para $c(a) = [D^2 - 2Da + a^2]$, a função objetivo é dada por:

$$F.O. = \sum_{j=1}^{p-1} d_j \eta_j \quad (3.28)$$

onde: $d_j = \frac{c(G_{j+1}) - c(G_j)}{G_{j+1} - G_j}$, com $(j = 1, 2, \dots, p-1)$, é a inclinação da aproximação entre os pontos G_j e G_{j+1} .

Ao conjunto de restrições são acrescentadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} k_1 q_1 + k_2 q_2 - a &= 0 \\ 0 \leq \eta_j &\leq G_{j+1} - G_j \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, p-1 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Para exemplificar, considere um número de intervalos $p = 5$ e G a grade proposta para linearização de a , tem-se:

$$(k_1 q_{1(\min)} + k_2 q_{2(\min)}) \leq G_1 < G_2 < G_3 < G_4 < G_5 \leq (k_1 q_{1(\max)} + k_2 q_{2(\max)})$$

$$a = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4$$

Calculando as inclinações da reta para os pontos:

$$d_1 = \frac{c(G_2) - c(G_1)}{G_2 - G_1}$$

$$d_2 = \frac{c(G_3) - c(G_2)}{G_3 - G_2}$$

$$d_3 = \frac{c(G_4) - c(G_3)}{G_4 - G_3}$$

$$d_4 = \frac{c(G_5) - c(G_4)}{G_5 - G_4}$$

Desta forma, o problema formulado fica da maneira indicada a seguir:

Problema formulado:

$$(MIN) FO = d_1\eta_1 + d_2\eta_2 + d_3\eta_3 + d_4\eta_4$$

S.A.

$$\begin{array}{rcll}
 q_1 & & \geq & q_{1(min)} \\
 q_1 & & \leq & q_{1(max)} \\
 & q_2 & \geq & q_{2(min)} \\
 & q_2 & \leq & q_{2(max)} \\
 & & x_1 & \geq x_{1(min)} \\
 & & x_1 & \leq x_{1(max)} \\
 & & & x_2 \geq x_{2(min)} \\
 & & & x_2 \leq x_{2(max)} \\
 q_1 & + x_1 & = & x_{1(max)} + y_1 \\
 - q_1 & + q_2 & = & x_{2(max)} + y_2 \\
 k_1 q_1 & + k_2 q_2 & - \eta_1 & - \eta_2 & - \eta_3 & - \eta_4 & = & 0 \\
 & & \eta_1 & & & & \leq & G_2 - G_1 \\
 & & & \eta_2 & & & \leq & G_3 - G_2 \\
 & & & & \eta_3 & & \leq & G_4 - G_3 \\
 & & & & & \eta_4 & \leq & G_5 - G_4
 \end{array}$$

b) Pelo 2º. método de separabilidade da função

Da mesma forma já apresentada para a técnica da média ponderada, utilizando o segundo método de separabilidade da função, tem-se, como mostrado nas equações (3.17) e (3.18), repetidas abaixo:

$$F.O. = [D^2 - 2D(k_1q_1 + k_2q_2) + (k_1^2q_1^2 + 2(b^2 - c^2) + k_2^2q_2^2)]$$

onde:

$$k_1q_1 = b - c$$

$$k_2q_2 = b + c$$

Para variáveis a serem linearizadas, q_1^2 , q_2^2 , b^2 e c^2 , definem-se as grades G, L, M e N, respectivamente, com limites conforme (3.25) e (3.26) para b e c. Com um número de intervalos p para as grades e as variáveis escritas como uma soma de variáveis não negativas, limitadas superiormente, como mostrado abaixo, é possível obter o modelo para esta formulação.

$$\begin{aligned} q_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{p-1} \\ q_2 &= \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{p-1} \\ b &= \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_{p-1} \\ c &= \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_{p-1} \end{aligned} \quad (3.30)$$

E a função objetivo fica:

$$F.O. = \sum_{j=1}^{p-1} d_{1j} \alpha_j + \sum_{j=1}^{p-1} d_{2j} \beta_j + \sum_{j=1}^{p-1} d_{3j} \gamma_j + \sum_{j=1}^{p-1} d_{4j} \delta_j \quad (3.31)$$

onde:

$$\begin{aligned} d_{1j} &= \frac{c_1(G_{j+1}) - c_1(G_j)}{G_{j+1} - G_j} && \text{para a linearização de } q_1 \\ d_{2j} &= \frac{c_2(L_{j+1}) - c_2(L_j)}{L_{j+1} - L_j} && \text{para a linearização de } q_2 \\ d_{3j} &= \frac{c_3(M_{j+1}) - c_3(M_j)}{M_{j+1} - M_j} && \text{para a linearização de } b \\ d_{4j} &= \frac{c_4(N_{j+1}) - c_4(N_j)}{N_{j+1} - N_j} && \text{para a linearização de } c \end{aligned}$$

Com $j = 1, 2, \dots, p-1$ e sendo as funções c_1 , c_2 , c_3 e c_4 , calculadas por (3.22), para as variáveis q_1 , q_2 , b e c .

Ao conjunto de restrições são acrescentadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 k_1 q_1 - (b - c) &= 0 \\
 k_2 q_2 - (b + c) &= 0 \\
 \alpha_j &\leq G_{j+1} - G_j \\
 \beta_j &\leq L_{j+1} - L_j \\
 \gamma_j &\leq M_{j+1} - M_j \\
 \delta_j &\leq N_{j+1} - N_j \\
 j &= 1, 2, \dots, p-1
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Utilizando a técnica Linear Por Partes e qualquer um dos métodos de obtenção da separabilidade da função, o modelo originado também é um problema de programação linear ao qual pode ser aplicado o Método Simplex, com a seguinte modificação:

Entrada Restrita na Base: em qualquer iteração, permita que a variável de índice $j+1$ entre na base somente se a variável de índice j estiver no seu limite superior.

Esta propriedade garante que, se o objetivo for minimizar uma função decrescente, a variável de índice j será sempre usada em sua plena extensão antes que a variável de índice $j+1$ entre na solução, pois os coeficientes da função são crescentes.

Para o problema apresentado, composto de 2 usinas e 1 período, supondo um número de intervalos $p = 3$ para as variáveis a serem linearizadas, sendo os limites superiores e inferiores das grades de b e c calculados pelas equações (3.25) e (3.26), pode-se definir:

$$q_{1(min)} \leq G_1 < G_2 < G_3 \leq q_{1(max)}$$

$$q_{2(min)} \leq L_1 < L_2 < L_3 \leq q_{2(max)}$$

$$b_{(min)} \leq M_1 < M_2 < M_3 \leq b_{(max)}$$

$$c_{(min)} \leq N_1 < N_2 < N_3 \leq c_{(max)}$$

E as variáveis expressas da forma:

$$q_1 = \alpha_1 + \alpha_2$$

$$q_2 = \beta_1 + \beta_2$$

$$b = \gamma_1 + \gamma_2$$

$$c = \delta_1 + \delta_2$$

Calculando as inclinações da reta para as variáveis q_1 , q_2 , b e c , com as grades G , L , M e N , tem-se:

$$\text{Para } q_1 \Rightarrow d_{11} = \frac{c_1(G_2) - c_1(G_1)}{G_2 - G_1}, \quad d_{12} = \frac{c_1(G_3) - c_1(G_2)}{G_3 - G_2}$$

$$\text{Para } q_2 \Rightarrow d_{21} = \frac{c_2(L_2) - c_2(L_1)}{L_2 - L_1}, \quad d_{22} = \frac{c_2(L_3) - c_2(L_2)}{L_3 - L_2}$$

$$\text{Para } b \Rightarrow d_{31} = \frac{c_3(M_2) - c_3(M_1)}{M_2 - M_1}, \quad d_{32} = \frac{c_3(M_3) - c_3(M_2)}{M_3 - M_2}$$

$$\text{Para } c \Rightarrow d_{41} = \frac{c_4(N_2) - c_4(N_1)}{N_2 - N_1}, \quad d_{42} = \frac{c_4(N_3) - c_4(N_2)}{N_3 - N_2}$$

O problema formulado é dado da forma:

Problema Formulado:

$$(MIN) FO = d_{11}\alpha_1 + d_{12}\alpha_2 + d_{21}\beta_1 + d_{22}\beta_2 + d_{31}\gamma_1 + d_{32}\gamma_2 + d_{41}\delta_1 + d_{42}\delta_2$$

S.A.

$$\begin{array}{rcll}
 \alpha_1 & + & \alpha_2 & \geq & Q1(\min) \\
 \alpha_1 & + & \alpha_2 & \leq & Q1(\max) \\
 & & \beta_1 & + & \beta_2 & \geq & Q2(\min) \\
 & & \beta_1 & + & \beta_2 & \leq & Q2(\max) \\
 & & & & x_1 & \geq & X1(\min) \\
 & & & & x_1 & \leq & X1(\max) \\
 & & & & & & x_2 & \geq & X2(\min) \\
 & & & & & & x_2 & \leq & X2(\max) \\
 \alpha_1 & + & \alpha_2 & & & + & x_1 & & & = & X1(\max) + y_1 \\
 -\alpha_1 & - & \alpha_2 & + & \beta_1 & + & \beta_2 & + & x_2 & = & X2(\max) + y_2 \\
 k_1\alpha_1 & + & k_2\alpha_2 & & & & & & & -\gamma_1 & -\gamma_2 & +\delta_1 & +\delta_2 & = & 0 \\
 & & & & k_2\beta_1 & + & k_2\beta_2 & & & -\gamma_1 & -\gamma_2 & -\delta_1 & -\delta_2 & = & 0 \\
 \alpha_1 & & & & & & & & & & & & & \leq & G_2 - G_1 \\
 & \alpha_2 & & & & & & & & & & & & \leq & G_3 - G_2 \\
 & & \beta_1 & & & & & & & & & & & \leq & L_2 - L_1 \\
 & & & \beta_2 & & & & & & & & & & \leq & L_3 - L_2 \\
 & & & & & \gamma_1 & & & & & & & & \leq & M_2 - M_1 \\
 & & & & & & \gamma_2 & & & & & & & \leq & M_3 - M_2 \\
 & & & & & & & \delta_1 & & & & & & \leq & N_2 - N_1 \\
 & & & & & & & & \delta_2 & & & & & \leq & N_3 - N_2
 \end{array}$$

3.3.3 - Técnica da programação quadrática

A um problema de programação não linear que possui função objetivo quadrática e um conjunto de restrições lineares, como é o caso do problema do planejamento da operação com função simplificada (3.9), é possível aplicar a técnica da programação quadrática e obter um modelo, ao qual pode ser aplicado o Método Simplex de resolução, com alguma modificação.

Uma observação a ser feita é que para a utilização desta técnica a função objetivo e as restrições podem estar na forma não separável, não sendo necessário o uso dos métodos de obtenção da separabilidade da função.

Para o mesmo sistema de duas usinas e um período de tempo, tem-se:

$$\text{MIN } FO = [D^2 - 2Dk_1q_1 - 2Dk_2q_2 + k_1^2q_1^2 + 2k_1q_1k_2q_2 + k_2^2q_2^2] \quad (3.33)$$

$$S.A.: \begin{cases} q_1 \geq q_{1(min)} \\ q_1 \leq q_{1(max)} \\ q_2 \geq q_{2(min)} \\ q_2 \leq q_{2(max)} \\ x_1 \geq x_{1(min)} \\ x_1 \leq x_{1(max)} \\ x_2 \geq x_{2(min)} \\ x_2 \leq x_{2(max)} \\ x_1 + q_1 = x_{1(max)} + y_1 \\ x_2 - q_1 + q_2 = x_{2(max)} + y_2 \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\text{com: } q_1, q_2, x_1, x_2 \geq 0$$

onde y_1 e y_2 são os dados referentes às afluências no período.

O problema é formulado utilizando-se as condições de Kuhn-Tucker, o que requer que seja montada a função Lagrangeana correspondente ao sistema citado, considerando-se a função objetivo do problema, equação (3.33) e o conjunto de restrições originais do problema (3.34), da forma:

$$\begin{aligned} L = & [D^2 - 2Dk_1q_1 - 2Dk_2q_2 + k_1^2q_1^2 + 2k_1q_1k_2q_2 + k_2^2q_2^2] \\ & + \mu_1(x_1 + q_1 - x_{1(max)} - y_1) + \mu_2(x_2 - q_1 + q_2 - x_{2(max)} - y_2) \\ & - \lambda_1(q_1 - q_{1(min)}) + \lambda_2(q_1 - q_{1(max)}) - \lambda_3(q_2 - q_{2(min)}) + \lambda_4(q_2 - q_{2(max)}) \\ & - \lambda_5(x_1 - x_{1(min)}) + \lambda_6(x_1 - x_{1(max)}) - \lambda_7(x_2 - x_{2(min)}) + \lambda_8(x_2 - x_{2(max)}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde: μ_j são os multiplicadores de Lagrange para as restrições de igualdade e $\lambda_j \geq 0$, os multiplicadores de Lagrange para as restrições de desigualdade.

As condições de Kuhn-Tucker para o problema são:

$$\begin{array}{lll} \frac{\partial L}{\partial q_1} \geq 0 & \frac{\partial L}{\partial q_2} \geq 0 & \frac{\partial L}{\partial \mu_j} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_1} \geq 0 & \frac{\partial L}{\partial x_2} \geq 0 & \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} \geq 0 \end{array} \quad (3.36)$$

O que é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} &= -Dk_1 + 2k_1^2 q_1 + 2k_1 k_2 q_2 + \mu_1 - \mu_2 - \lambda_1 + \lambda_2 \geq 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} &= -Dk_2 + 2k_2^2 q_2 + 2k_1 k_2 q_1 + \mu_2 - \lambda_3 + \lambda_4 \geq 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= \mu_1 - \lambda_5 + \lambda_6 \geq 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= \mu_2 - \lambda_7 + \lambda_8 \geq 0 \\ q_1, q_2, x_1, x_2 &\geq 0 \quad \text{e} \quad \lambda_j \geq 0 \end{aligned}$$

além das restrições do problema (3.34) que são acrescentadas.

Como citado, algumas modificações devem ser feitas para a aplicação do Método Simplex, e as que estão relacionadas com as restrições acima são:

$$\begin{array}{l} \text{Condições que} \\ \text{modificam o Simplex:} \\ \text{(a)} \end{array} \quad \begin{cases} q_1(-Dk_1 + 2k_1^2 q_1 + 2k_1 k_2 q_2 + \mu_1 - \mu_2 - \lambda_1 + \lambda_2) = 0 \\ q_2(-Dk_2 + 2k_2^2 q_2 + 2k_1 k_2 q_1 + \mu_2 - \lambda_3 + \lambda_4) = 0 \\ x_1(\mu_1 - \lambda_5 + \lambda_6) = 0 \\ x_2(\mu_2 - \lambda_7 + \lambda_8) = 0 \end{cases}$$

No problema formulado, apresentado posteriormente, é possível verificar que as variáveis do problema q_1 , q_2 , x_1 e x_2 formam pares com as respectivas

variáveis de folga do problema colocado na forma padrão, o que mostra as modificações que devem ser feitas no método aplicado.

As desigualdades do conjunto de restrições do problema são:

$$\begin{cases} q_1 \geq q_{1(min)} \\ q_1 \leq q_{1(max)} \\ q_2 \geq q_{2(min)} \\ q_2 \leq q_{2(max)} \\ x_1 \geq x_{1(min)} \\ x_1 \leq x_{1(max)} \\ x_2 \geq x_{2(min)} \\ x_2 \leq x_{2(max)} \end{cases}$$

Os multiplicadores de Lagrange associados a estas restrições também formam pares com as respectivas variáveis de folga do problema formulado e modificam o método utilizado:

$$\begin{array}{l} \text{Condições que} \\ \text{modificam o Simplex:} \\ \text{(b)} \end{array} \begin{cases} \lambda_1(q_1 - q_{1(min)}) = 0 \\ \lambda_2(q_1 - q_{1(max)}) = 0 \\ \lambda_3(q_2 - q_{2(min)}) = 0 \\ \lambda_4(q_2 - q_{2(max)}) = 0 \\ \lambda_5(x_1 - x_{1(min)}) = 0 \\ \lambda_6(x_1 - x_{1(max)}) = 0 \\ \lambda_7(x_2 - x_{2(min)}) = 0 \\ \lambda_8(x_2 - x_{2(max)}) = 0 \end{cases}$$

E também são adicionadas as restrições de balanço d'água referentes ao problema:

$$\begin{aligned} x_1 + q_1 &= x_{1(max)} + y_1 \\ x_2 - q_1 + q_2 &= x_{2(max)} + y_2 \end{aligned}$$

Porém, como são igualdades, quando o problema é formulado somente as variáveis artificiais são associadas a estas restrições, não sendo necessário associar os multiplicadores de Lagrange.

Quando o problema é colocado na forma padrão para utilização do Método Simplex, incluem-se as variáveis de folga (S_j) e as artificiais (A_j). Como a função objetivo é formada pelas variáveis artificiais e sujeita a um conjunto de expressões formado pelas restrições originais do problema (3.34) e pelas condições de Kuhn-Tucker (3.36), a Fase I de resolução do método deve ser aplicada para eliminar as variáveis artificiais do problema e obter uma base factível.

Quanto às modificações a serem feitas para a aplicação do Método Simplex, deve-se relacionar cada variável do problema (q_1 , q_2 , x_1 e x_2) às variáveis de folga das restrições determinadas pelas condições de Kuhn-Tucker (a). Também os multiplicadores de Lagrange para as restrições de desigualdade (λ_j , $j=1,\dots,8$) devem ser relacionados às variáveis de folga das restrições operativas de desigualdade (b). De cada par de variáveis, somente uma delas poderá estar na base. Os multiplicadores μ_j relacionados às restrições de igualdade do problema não têm entrada restrita na base.

O problema é formulado como indicado a seguir:

Problema Formulado:

$$F.O. = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10}$$

$$\begin{array}{rcll}
 2k_1^2 q_1 & + & 2k_1 k_2 q_2 & + \mu_1 - \mu_2 - \lambda_1 + \lambda_2 & - S_1 + A_1 = Dk_1 \\
 2k_1 k_2 q_1 & + & 2k_2^2 q_2 & + \mu_2 & - \lambda_3 + \lambda_4 & - S_2 + A_2 = Dk_2 \\
 & & & \mu_1 & - \lambda_5 + \lambda_6 & - S_3 + A_3 = 0 \\
 & & & \mu_2 & - \lambda_7 + \lambda_8 & - S_4 + A_4 = 0 \\
 q_1 & & & & & - S_5 + A_5 = q_{1(\min)} \\
 q_1 & & & & & + S_6 = q_{1(\max)} \\
 & q_2 & & & & - S_7 + A_6 = q_{2(\min)} \\
 & q_2 & & & & + S_8 = q_{2(\max)} \\
 & & x_1 & & & - S_9 + A_7 = x_{1(\min)} \\
 & & x_1 & & & + S_{10} = x_{1(\max)} \\
 & & & x_2 & & - S_{11} + A_8 = x_{2(\min)} \\
 & & & x_2 & & + S_{12} = x_{2(\max)} \\
 q_1 & & + x_1 & & & + A_9 = x_{1(\max)} + y_1 \\
 -q_1 & + q_2 & + x_2 & & & + A_{10} = x_{2(\max)} + y_2
 \end{array}$$

Observando o problema formulado, dado anteriormente, verifica-se como são relacionadas as variáveis de folga com as variáveis do problema e também com os multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade.

Os pares formados são:

$$\begin{array}{l} \text{de (a): } \begin{cases} q_1 S_1 = 0 \\ q_2 S_2 = 0 \\ x_1 S_3 = 0 \\ x_2 S_4 = 0 \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{de (b): } \begin{cases} \lambda_1 S_5 = 0 \\ \lambda_2 S_6 = 0 \\ \lambda_3 S_7 = 0 \\ \lambda_4 S_8 = 0 \\ \lambda_5 S_9 = 0 \\ \lambda_6 S_{10} = 0 \\ \lambda_7 S_{11} = 0 \\ \lambda_8 S_{12} = 0 \end{cases} \end{array}$$

E a entrada restrita na base exige que somente um dos elementos do par esteja na base.

A solução para o problema se dá quando uma base é encontrada no final da Fase I da aplicação do Método Simplex, ou seja, quando não há mais variáveis artificiais na base. Então uma base factível é encontrada, e as condições de Kuhn-Tucker foram satisfeitas, resultando na solução ótima para o problema original, com a função quadrática.

Este fato ocorre porque as condições de Kuhn-Tucker (3.36) fazem parte do conjunto de restrições do problema e requerem que as derivadas parciais da função Lagrangeana sejam iguais a zero, então, quando uma base factível é encontrada (final da Fase I), isto significa também que as condições de Kuhn-Tucker foram satisfeitas e tem-se a solução ótima do problema.

3.4 - Fidelidade dos modelos

Pelos modelos propostos, observa-se que houve uma preocupação em preservar as características físicas do problema original. Além dos modelos manterem a representação individualizada das usinas, os efeitos do custo exponencial são também considerados, não se desprezando esta importante característica.

Entretanto, quanto ao efeito cota, outro aspecto muito importante do sistema hidroelétrico, não foi possível preservá-lo, já que as usinas passaram a trabalhar com uma altura de queda média constante. Porém, este fato pode ser compensado com a introdução de parcelas de penalização que forcem o enchimento dos reservatórios, de baixo para cima da cascata. Isto é feito, associando-se pesos distintos a cada reservatório. Estes pesos, a princípio, foram obtidos extraindo-se valores percentuais do total da função objetivo, valores estes, que decrescem de baixo para cima na cascata.

A função objetivo com a parcela de penalização para o enchimento dos reservatórios das usinas é:

$$F.O. = \sum_{t=1}^T [(D(t) - \sum_{i=1}^N k_i q_i)^2 + \sum_{i=1}^N (x_{i(max)} - x_i(t)) \cdot peso(i)] \quad (3.37)$$

Esta função é utilizada nas técnicas abordadas por este estudo, ou seja, nos vários modelos propostos. É empregada, portanto, para obtenção da decisão operativa de cada usina, em cada intervalo de tempo. Note-se que para o cálculo do custo de operação é utilizada a função original do problema, determinada pela equação (2.2).

4 - ESTUDO DE CASO

4.1 - Sistemas testes

Para verificar a adaptabilidade e desempenho das técnicas e métodos propostos foram utilizados alguns sistemas de usinas para a realização dos testes. Inicialmente, para a verificação da função de geração hidroelétrica em sua forma simplificada, equação (3.8), aplicando o método do Gradiente Projetado, foi utilizado um sistema de 2 usinas, sendo elas, Emborcação e Itumbiara, e depois incluindo no conjunto, a usina de São Simão. Outro sistema utilizado foi o de Furnas, Marimbondo e Água Vermelha. Todos estes sistemas foram submetidos a testes sob diversas condições de operação, como as vazões pertencentes ao histórico, com períodos de altas afluências, limites operativos diferentes, como a variação do volume final dos reservatórios, demanda de energia variável ou estável, entre outras.

Na aplicação e comparação entre as técnicas e métodos propostos, os sistemas testes mais utilizados foram o de duas usinas, Emborcação e Itumbiara, e o de 3 usinas, acrescentando a usina de São Simão. Também foi utilizado um sistema de maior porte, composto por 7 usinas. As características destas usinas, as condições dos testes e os resultados obtidos são apresentados a seguir.

4.2 - Condições do sistema teste de 3 usinas

O sistema de 3 usinas em questão forma uma cascata no Rio Paranaíba, pertencentes ao Sistema Sudeste Brasileiro, com a disposição na cascata representada pela figura 4.1, e cujos dados referentes a estas usinas constam da tabela 4.1.

Fig. 4.1 - Sistema teste com 3 usinas.

Os testes foram realizados reproduzindo-se as condições reais de operação. A demanda de energia considerada foi de 80% da potência instalada das 3 usinas. As vazões empregadas foram as do histórico de vazões de 1931 a 1986 de onde retirou-se também a chamada Média de Longo Termo (MLT), média de todo o histórico nos 12 meses, utilizada também em 80% da MLT no período. Os volumes das usinas começam e terminam em 100% do volume útil.

Tabela 4.1 - Dados do sistema teste com 3 usinas

	Emborcação	Itumbiara	São Simão
Volume Mínimo (hm ³)	4669	4573	7000
Volume Máximo(hm ³)	17190	17027	12540
Vazão Min. Turbinada (hm ³ /mês)	199	667	1072
Vazão Máx. Turbinada (hm ³ /mês)	2754	8325	11826
Potência Instalada (MW)	1192	2280	1680

Nos testes efetuados empregou-se um horizonte de otimização de 2 anos com discretização mensal. Adotou-se como início de todas as otimizações o mês de maio, início da estação seca, e como final o mês de abril, final da estação de afluições mais elevadas, coincidindo com o ano hidrológico.

4.3 - Testes efetuados

Os diversos resultados obtidos pela aplicação das técnicas de linearização e pela programação quadrática são mostrados a seguir, através da trajetória de volume dos reservatórios e da complementação térmica do sistema. Estes resultados são comparados com aqueles obtidos por um algoritmo de programação não linear, que adota a função de geração hidroelétrica em sua forma original (2.4).

Observe-se que a complementação térmica é, a menos de uma constante, numericamente igual ao custo marginal de operação, dando portanto, uma importante informação sobre o desempenho do sistema ao longo do horizonte de planejamento. Também são comparados dados sobre a formulação do problema, relativos ao número de variáveis e restrições, bem como o valor da função objetivo de cada modelo obtido.

4.3.1 - Técnica da média ponderada e 1º. método de separabilidade da função

Os gráficos de trajetória de volume apresentados a seguir mostram o comportamento dos reservatórios das 3 usinas do sistema teste com a influência ou não do efeito cota, ou seja, com ou sem a priorização do enchimento dos reservatórios de baixo para cima na cascata, importante em usinas com efeito cota.

Como dito anteriormente, aos modelos desenvolvidos foi aplicada a técnica do Método Simplex, com algumas modificações. No entanto, a filosofia básica da técnica garante que um determinado número de variáveis estejam na base e que estas possam assumir valores entre os seus limites. Já as variáveis não básicas, portanto, fora da base, assumem valores nos seus limites inferior ou superior.

Observando o gráfico da figura 4.2, que não está sob a influência do efeito cota, ou seja, não inclui na função objetivo termos de penalização para priorizar o enchimento dos reservatórios de baixo para cima na cascata, há uma grande oscilação nas trajetórias de volume das usinas de Itumbiara e São Simão, com característica brusca e repetida nesta última, indicando que as variáveis referentes aos volumes destas usinas estão fora da base, e portanto, assumem valores nos seus limites inferior ou no superior.

No entanto, quando o efeito cota passa a influenciar o sistema, as variáveis de volume são fortes candidatas à base, já que há uma priorização para o enchimento dos reservatórios, o que implica em trajetórias de volumes influenciadas pelo comportamento ótimo dos reservatórios, como pode ser visto no gráfico da figura 4.3.

Para os termos de penalização inseridos na função objetivo são associados pesos distintos para cada usina, o que leva à priorização do enchimento dos reservatórios de baixo para cima na cascata, levando ao padrão de uma operação otimizada, o que pode ser verificado com a trajetória de volume da usina de São Simão operando como usina a fio d'água, sem perder produtividade. A usina de Itumbiara também apresenta uma trajetória de volume com pouca oscilação e a usina de Emborcação sendo responsável pela maior parte da regularização do sistema.

O gráfico a seguir mostra a complementação térmica dos testes realizados sob a influência do efeito cota e a ausência do mesmo, podendo-se notar que há uma menor variação na trajetória do teste realizado com efeito cota, e, conseqüentemente, um menor custo da função objetivo, já que esta apresenta características de crescimento exponencial, dada pela equação (3.9). O resultado é muito bom, com poucas oscilações, permitindo, dadas as condições do problema, um custo menor [25]. Este fato pode ser comprovado numericamente através dos dados da tabela 4.2.

4.3.2 - Técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade da função

Para esta técnica são apresentados os gráficos da trajetória de volume sob a influência do efeito cota, e da complementação térmica do sistema com e sem este efeito. Os resultados obtidos pela aplicação desta técnica de linearização permite verificar a mesma ocorrência da técnica apresentada anteriormente quando não há a influência do efeito cota, provocando uma grande instabilidade no volume das três usinas, maior variação na geração hidroeétrica, e, conseqüentemente, na complementação térmica do sistema.

Portanto, o problema físico se comporta praticamente da mesma forma, com alterações somente na formulação matemática, quanto ao número de variáveis e de restrições, além do valor da função objetivo, o que pode ser verificado através dos dados da tabela 4.2.

Fig. 4.5 - Gráfico de volume: técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade da função com efeito cota.

Fig. 4.6 - Gráfico da complementação térmica: técnica linear por partes e 1º. método de separabilidade da função.

O gráfico da figura 4.5 mostra a trajetória de volume de uma operação ótima, com a usina de jusante trabalhando a fio d'água, a mais à montante oscilando bastante, com a função de regularização da cascata e a intermediária atuando no sentido de complementar a regularização. Também neste modelo, os resultados obtidos são os esperados de um comportamento ótimo do sistema, sendo praticamente iguais aos obtidos pela técnica não linear, que será vista adiante.

4.3.3 - Técnica da programação quadrática

Os resultados obtidos com a aplicação desta técnica mantêm um comportamento tal como nos casos anteriores, quando relacionados à influência ou ausência do efeito cota, somente ocorrendo menos oscilações em intervalos subsequentes, sem a influência deste nos testes, como mostrado no gráfico da figura 4.7.

Com a influência do efeito cota, se repete a trajetória de volume das usinas como o de uma operação otimizada, característica mantida pelas técnicas de linearização apresentadas anteriormente, como mostra a figura 4.8.

O gráfico da figura 4.9 mostra, como nos outros modelos obtidos que, sob a influência do efeito cota, a complementação térmica é menor, caracterizando um custo marginal de operação também mais baixo.

4.4 - Comparação entre as técnicas utilizadas

O objetivo desta comparação é a análise da viabilidade de cada técnica, referindo-se ao número de variáveis e de restrições, do valor da função objetivo e também da análise dos gráficos, entre os modelos obtidos pelas linearizações e métodos de separabilidade, a técnica da programação quadrática e a técnica de programação não linear.

A técnica de programação não linear referida, é um otimizador proposto por outros trabalhos já desenvolvidos, e está sendo utilizada como um parâmetro para a análise de resultados. É um modelo determinístico, baseado em fluxo em rede, com representação individualizada das usinas, equivalente ao método do Simplex Convexo. Esta técnica já foi bastante testada e trabalhada, de forma que se tem uma certa garantia de otimalidade nas condições de operações citadas, porém com as mesmas desvantagens deste tipo de técnica, quanto à convergência em certos casos, abordagens estocásticas e outras [19, 23, 26].

O gráfico mostrado na figura 4.10 permite verificar a trajetória de volume quando a técnica não linear é aplicada ao sistema teste, sob as mesmas condições de operação.

Fig. 4.10 - Gráfico de volume: técnica não linear sob a influência do efeito cota.

Pode-se observar também que a aplicação das técnicas de linearização, bem como a da programação quadrática, geram resultados muito próximos aos encontrados aplicando-se a técnica não linear, e que também preservam as características físicas do modelo.

Mais detalhadamente, comparando esta técnica não linear com as propostas neste trabalho, as trajetórias de volume das usinas, sob a influência do efeito cota, mantém parâmetros de oscilação muito semelhantes. No caso da usina de São Simão, o reservatório ficou cheio em todos os casos, a usina de Itumbiara manteve seu reservatório entre 70% e 75% de sua capacidade nos meses 8 e 20 do período, na maior parte dos casos. O mesmo ocorreu com a usina de Emborcação que manteve seu reservatório com capacidade entre 35% e 40%, nos meses 6 e 18 do período, em todos os casos.

Outro fato que identifica a operação ótima dos reservatórios, ocorrendo nas técnicas propostas e que podem ser comprovadas pela técnica não linear é a usina

de montante, Emborcação, deplecionando o necessário para evitar o vertimento durante o período cheio, sendo o ponto de volume máximo atingido somente no final da estação chuvosa. A usina de Itumbiara tem um deplecionamento deslocado no tempo em relação à usina de montante, tal como na técnica não linear, auxiliando na regularização do sistema.

O gráfico mostrado a seguir, figura 4.11, apresenta a complementação térmica, importante porque permite a verificação do comportamento do custo marginal de operação, a qual, por ser uma função exponencial, quanto menos variações possuir, menor terá o custo de operação associado.

Um fato relevante na comparação entre as técnicas, em relação à complementação térmica, é que nos vários casos propostos mantendo a influência do efeito cota das usinas, houve uma oscilação entre 1350 e 1650 MW de complementação térmica, o que também indica que os resultados foram satisfatórios em relação à técnica não linear, apresentados numericamente na tabela 4.2.

O ciclo anual bem definido é outro indicativo da operação ótima, com o enchimento dos reservatórios no final da estação de cheias para se prepararem para a estação seca e também um novo ciclo. A reprodução do ciclo é praticamente exata, já que há uma repetição de operação do sistema nos períodos.

A tabela 4.2, dada a seguir, compara os resultados numéricos dos testes nos modelos desenvolvidos e da técnica de programação não linear, apresentando o número de variáveis e restrições de cada técnica, o valor da função objetivo, calculado através da função de custo original do problema, dado pela equação (2.2) e o erro de cada técnica para o caso com efeito cota, em relação à programação não linear, tomada como padrão.

Tabela 4.2 - Dados comparativos entre as técnicas utilizadas

Técnicas e Métodos	nº variáveis	nº restrições	Valor FO (sem EC)	Valor FO (com EC)	Erro (%)
Média ponderada e 1º. método de separabilidade	720	411	72.020.780,0	57.099.220,0	0,39
Linear por partes e 1º. método de separabilidade	696	939	66.101.790,0	57.084.370,0	0,36
Programação quadrática	579	507	64.426.190,0	56.943.300,0	0,12
Método não linear	144	363	----	56.875.460,0	----

Um primeiro aspecto a ser discutido, ao observar a tabela, é o valor da função de custo, nos testes realizados com a influência ou não do efeito cota, apresentando uma redução bastante significativa nos valores obtidos para o 2º. caso, mostrando a eficiência do recurso de penalização aplicado. Além disso, os valores se mantiveram muito próximos aos da técnica não linear, o que sustenta a vantagem de aplicar o Método Simplex de resolução nos modelos obtidos para o problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência.

O percentual de erro mostrado na tabela é dado em relação à técnica de programação não linear, podendo ser verificado que o maior erro encontrado é de 0,39% relativo à técnica da média ponderada, que é quase insignificante para ser

considerado, em vista das vantagens que podem ser obtidas por esta nova abordagem linear do problema e devidamente comprovada através dos resultados expostos.

Observe-se que na técnica da programação quadrática o erro cai para 0,12%, refletindo o fato de que nesta técnica, por não ser necessária a linearização da função e nem a aplicação de métodos de separabilidade, eliminam-se as aproximações referentes à estas etapas. O modelo contém somente as aproximações referentes à utilização da função em sua forma simplificada (3.9), já que esta é uma função quadrática.

Outro aspecto a ser avaliado, observando a tabela 4.2, é em relação ao aumento do número de variáveis e restrições que ocorre ao se aplicar as técnicas propostas em comparação com a técnica não linear. A técnica da média ponderada e o 1º. método de separabilidade da função aumenta mais o número de variáveis, mantendo uma proximidade em relação ao número de restrições.

Já a técnica linear por partes, aumenta tanto o número de variáveis quanto o número de restrições, sendo a maior parte destas últimas, referentes ao limite superior das variáveis não negativas que substituem as variáveis linearizadas (3.27), portanto, bem simples. Na técnica da programação quadrática, há um balanço entre o número de variáveis e restrições do problema. Porém, mesmo com estes aumentos, a aplicabilidade do Método Simplex continua motivando os estudos e aprimoramentos nos modelos desenvolvidos.

Quanto à aplicação das técnicas de linearização ao 2º. método de separabilidade da função, os modelos foram implementados, porém, não obtendo-se resultados muito bons, pelo fato de que neste método o estudo dos pesos que foi realizado e aplicado com sucesso nos outros modelos, não se adaptaram adequadamente, deixando de respeitar a prioridade de enchimento dos reservatórios através das parcelas de penalização inseridas na função objetivo.

O objetivo de pesquisar várias técnicas e métodos que pudessem ser aplicados à função de geração hidroelétrica em sua forma simplificada, equação (3.8), foi o de garantir que algum dos modelos desenvolvidos pudesse produzir bons resultados. Assim, em três destes modelos foi possível verificar a adaptabilidade de utilizar a função na forma simplificada e aplicar as técnicas de linearização propostas em conjunto com o 1º. método de separabilidade da função, além da aplicação da programação quadrática.

4.5 - Sistema com maior porte

Com o objetivo de verificar os resultados obtidos com esta nova abordagem linear para o Planejamento Energético da Operação em sistemas com maior porte, e, ainda, sob diversas condições operativas utilizou-se um outro subsistema do Sistema Sudeste Brasileiro, composto por 7 usinas de grande porte, sendo uma cascata mais complexa, com formação em Y, como mostrado na figura 4.12 que apresenta a disposição das usinas na cascata, com uma potência instalada total de 12.572 MW.

Figura 4.12 - Sistema com 7 usinas

As condições de operação para a realização dos testes foram: demanda de energia dada por 80% da potência instalada das 7 usinas; volumes iniciais e finais das usinas iguais a 100% do volume útil; vazões afluentes iguais a 80% da MLT, nos primeiros testes, empregando-se, posteriormente, afluições de períodos do histórico de vazões, abrangendo períodos secos, médios e cheios. Os dados de cada usina são apresentados a seguir.

Tabela 4.3 - Dados do sistema teste com 7 usinas

	Volume Mínimo (hm³)	Volume Máximo (hm³)	Vazão Min. Turbinada (hm³/mês)	Vazão Max Turbinada (hm³/mês)	Potência Instalada (MW)
Emborcação	4669	17190	199	2754	1192
Itumbiara	4573	17027	667	8325	2280
São Simão	7000	12540	1072	11826	1680
Furnas	5733	22950	515	4447	1312
Marimbondo	890	6150	1159	7737	1488
Água Vermelha	5856	11025	1317	7680	1380
Ilha Solteira	8232	21060	1160	23231	3240

Considerando-se as performances apresentadas pelos métodos propostos nas seções 4.3 e 4.4, escolheu-se aplicar o sistema teste com 7 usinas ao método que utiliza para sua solução, a técnica da média ponderada com o 1º. método de separabilidade da função, e, inicialmente, com as condições operativas já citadas.

A figura 4.13 mostra a trajetória de volume deste sistema quando não há a influência do efeito cota, ou seja, sem incluir na função objetivo as parcelas de penalização para o enchimento dos reservatórios.

Pode-se notar que o comportamento é irregular, com grandes oscilações, permitindo que os volumes passem do limite mínimo para o limite máximo de um mês para o outro, distante do comportamento ótimo operativo esperado.

Para introduzir o efeito cota no sistema foi necessária a atribuição de pesos distintos para cada reservatório, com prioridade de enchimento de baixo para cima na cascata. Estes pesos seguiram o seguinte critério: para as usinas paralelas correspondentes à mesma posição, o mesmo peso, ou seja, Emborcação e Furnas, Itumbiara e Marimbondo, São Simão e Água Vermelha, mantendo-se o escalonamento crescente de cima para baixo. A usina de Ilha Solteira teve o maior peso e único em relação à posição na cascata.

A figura 4.14 mostra a trajetória de volume das usinas quando o efeito cota passa a influenciar o sistema.

Uma característica fundamental na operação dos sistemas hidroelétricos em cascata é o fato do comportamento de cada usina depender de sua posição relativa na cascata, como também do conjunto total de usinas. Assim, o acréscimo de uma usina em determinada posição na cascata poderá modificar o comportamento de todas as outras.

Para exemplificar, quando o conjunto de 3 usinas, Emborcação, Itumbiara e São Simão foi utilizado isoladamente nos testes anteriores, a usina de Itumbiara teve seu volume útil variando menos que 30%. Porém, quando a usina de Ilha Solteira foi inserida abaixo de São Simão, o volume útil de Itumbiara variou até 40%.

Analisando o sistema como um todo, observa-se um comportamento diferente para cada ramo, ou seja, no ramo direito as usinas de Emborcação e Itumbiara têm a função de regularização desse subsistema e, no ramo esquerdo, somente a usina de Furnas já regulariza este outro subsistema, deixando as usinas de Marimbondo e Água Vermelha operando como usinas a fio d'água.

Estes comportamentos diferentes, obviamente se devem às características distintas das usinas e dos rios nos dois ramos. Observe-se também que Furnas possui um reservatório de 17.217 hm^3 de volume útil, o que na operação realizada, variou até 70% desse volume, ou quase 12.051 hm^3 . Quando se observa o ramo direito do sistema, Emborcação tem uma variação de 60% do seu volume útil que é de 12.521 hm^3 e Itumbiara varia quase 40% de seu volume útil de 12.454 hm^3 , o que permite obter um total de 12.494 hm^3 de variação do volume com os dois reservatórios. Com esta comparação, observa-se uma certa semelhança entre os volumes de água envolvidos na operação, dando uma idéia de equivalência na regularização nos dois ramos.

Aplicando-se o algoritmo de otimização não linear que foi referenciado e utilizado como parâmetro de comparação [23, 26] a este sistema de maior porte, sob as mesmas condições operativas, é possível verificar a mesma ocorrência do fato explicado anteriormente, com as usinas de São Simão, Marimbondo, Água Vermelha e Ilha Solteira, operando como usinas a fio d'água, como pode ser verificado no gráfico da figura 4.15.

Tanto na solução dada pela técnica da média ponderada, figura 4.14, bem como pela técnica não linear, figura 4.15, sob as mesmas condições operativas, o comportamento é o de uma operação otimizada nos dois casos, sendo a regularização do sistema feita pelas usinas mais a montante, com prioridade de enchimento para as usinas mais abaixo na cascata, o que identifica que as parcelas de penalização inseridas na função objetivo da técnica linear foram suficientes para determinar o mesmo comportamento da técnica não linear em relação à produtividade das usinas, com o volume dos reservatórios deplecionando o suficiente para evitar o vertimento no fim do período cheio e se preparando para o período seco. Também pode-se notar que o ciclo anual é bem definido nos dois casos.

O gráfico da figura 4.16, mostra a trajetória de complementação térmica do sistema obtida com ou sem a influência do efeito cota quando se aplica a técnica linear. Como nos testes anteriores, quando o efeito cota passa a influenciar o sistema, o comportamento é o esperado de uma operação ótima, traduzindo-se numa curva com menos oscilações, e, conseqüentemente, num menor custo. Outra comparação que pode ser feita é em relação à técnica não linear com a técnica linear sob a influência do efeito cota, que produziram curvas bem próximas, destacando a importância da preservação do efeito cota nos modelos desenvolvidos.

4.5.1 - Modificando as condições operativas

O uso da MLT em anos seguidos é importante para que se possa observar o comportamento dos reservatórios em condições ideais, sem a influência das bruscas oscilações das vazões afluentes. Entretanto, há a necessidade de estudar também o comportamento do sistema com vazões do histórico, verificando a trajetória de volume e a complementação térmica obtida, bem como o custo de operação sob estas condições.

Os período analisados, referentes ao histórico de vazões, permitem verificar o comportamento do sistema quando as aflúências são baixas (período seco, em torno de 70% da MLT), médias (período médio, por volta de 80% da MLT) ou altas (período cheio, entre 100% e 120% da MLT). Os testes foram feitos preservando-se o efeito cota das usinas e os resultados de cada período são mostrados e analisados a seguir.

O gráfico da figura 4.17 apresenta o comportamento do sistema para um período seco do histórico, considerando os anos de 1953 à 1955. Pode-se notar que o comportamento operativo continua sendo o mesmo em relação à regularização do sistema, com as usinas de Emborcação e Itumbiara no ramo o direito e Furnas exercendo este papel no ramo esquerdo. Como se trata de vazões diferentes a cada intervalo de tempo, é importante identificar que o ciclo anual não mais se repete.

Observe-se que, sendo um período seco, e trabalhando com vazões conhecidas, a característica conservativa do sistema se manifesta [6, 19]. Assim, os reservatórios retomam suas cotas máximas, recuperando suas produtividades, só deplecionando o que poderá ser recuperado posteriormente.

Um período médio do histórico está entre os anos de 1947 e 1949, no qual, conforme mostra o gráfico da figura 4.18, há uma maior variação do volume das usinas, permitida pelas vazões um pouco mais altas.

Aqui também, no final do período de um ano, ou de um ciclo, o volume do reservatório diminui apenas o suficiente para evitar o vertimento e preparar-se para um novo ciclo, lembrando que o mês inicial é o mês de maio, início da estação seca.

Um período de altas afluições do histórico, está no intervalo de maio de 1981 a abril de 1983, considerado um período de altas afluições. O resultado apresentado é bastante diferente dos anteriores, pois a regularização do sistema não precisa ser feita somente pelas usinas de cima da cascata, mantendo a máxima produtividade das outras que estão localizadas abaixo. Há água suficiente para que todas as usinas produzam mais e não há a preocupação com o enchimento dos reservatórios para o início do próximo ano hidrológico, porque no próximo período também há bastante água. Esse fato pode ser observado na figura 4.19, onde todos os reservatórios têm uma oscilação proveniente do excesso de água.

Outro dado muito importante é dado pela complementação térmica do sistema nos três casos citados, nos períodos seco, médio e úmido, traduzindo-se em uma gradativa diminuição do custo, como pode ser observado no gráfico da figura 4.20 e nos dados da tabela 4.4.

Observe-se que no caso referente à figura 4.19, a complementação térmica chega a zero em alguns trechos, indicando solução múltipla, ou seja, o excesso de água leva a que várias soluções sejam possíveis com atendimento total da demanda somente pela geração das usinas hidroelétricas.

A primeira linha da tabela 4.4 mostra a grande variação dos testes realizados utilizando-se a técnica linear com as parcelas de penalização inseridas ou não na função objetivo do problema, o que mais uma vez comprova a necessidade de priorizar o enchimento dos reservatórios de acordo com a posição ocupada pela usina na cascata. Os outros testes foram realizados somente com a preservação do efeito cota da usinas, o que permite verificar que há uma considerável diminuição do custo operativo conforme aumentam-se as vazões afluentes ao sistema.

Tabela 4.4 - Resultados dos testes com abordagem linear e afluências diversas

VAZÕES	Valor da FO (sem efeito cota)	Valor da FO (com efeito cota)
80% da MLT	444.212.600,0	309.691.100,0
SECO (53 - 55)	-----	546.436.000,0
MÉDIO (47 - 49)	-----	269.720.600,0
CHEIO (81 - 83)	-----	9.544.388,0

Um outro horizonte de planejamento que foi testado abrange um intervalo de 5 anos, e, no caso apresentado, um período de vazões médias do histórico, compreendido entre os anos de 1947 e 1952. O gráfico da figura 4.21 mostra a trajetória de volume obtida e permite verificar um comportamento próximo ao obtido quando utilizou-se as vazões iguais a 80% da MLT, figura 4.14.

5 - CONCLUSÕES

A proposta deste trabalho foi a de desenvolver uma abordagem linear que fosse eficiente tanto do ponto de vista computacional como dos resultados apresentados, comparáveis aos obtidos por outras abordagens já conhecidas. Para isto, o problema do Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência foi formulado utilizando-se uma forma linear da função de geração das usinas hidroelétricas, dada pela equação (3.8). Ainda com a função de custo na forma não linear, o modelo obtido foi testado num método de programação não linear, o Gradiente Projetado, que foi importante para a verificação e visualização do comportamento do sistema com esta função.

Depois, com a aplicação das técnicas de linearização e da técnica da programação quadrática, foi possível utilizar técnicas mais simples de resolução, como o Método Simplex. Além disso, a preservação das características físicas importantes do sistema, como as características da função de custo com crescimento exponencial, o efeito cota das usinas e a possibilidade da abordagem estocástica do problema foram de fundamental importância para o desenvolvimento dos modelos [27, 28].

O efeito cota das usinas, um aspecto muito importante no comportamento operativo ótimo dos reservatórios, pôde ser preservado através de parcelas de penalização inseridas na função objetivo, associadas a pesos distintos para cada usina, como explicado anteriormente. Este fator pôde ser observado nos gráficos de trajetória de volume, apresentados no capítulo 4.

A função de custo com crescimento exponencial também foi preservada, tanto na utilização da técnica da média ponderada como da linear por partes, que propõem uma linearização por trechos da função de custo. A técnica da programação quadrática não lineariza a função de custo, e, portanto, preserva esta característica.

No gráfico mostrado pela figura 4.3, o comportamento da cascata de 3 usinas, compreendendo Emborcação, Itumbiara e São Simão, de montante à jusante, respectivamente, tem a usina de montante assumindo a maior parte da regularização do sistema, a usina intermediária também contribui para esta regularização, deixando a usina de jusante trabalhar, praticamente, a fio d'água, mantendo sua máxima produtividade, devido a sua altura de queda. Esta última usina é responsável pela valorização de toda a água da cascata.

Observa-se que a usina de Emborcação depleciona justamente o necessário para evitar o vertimento durante o período cheio, ou seja, o ponto de volume máximo é tocado somente no final da estação chuvosa. A usina de Itumbiara tem um deplecionamento deslocado no tempo em relação à usina de montante, comportamento esse, também verificado na operação ótima dos reservatórios obtido pela aplicação da técnica de programação não linear.

Embora tenha ficado comprovada a eficácia dos modelos desenvolvidos utilizando a programação linear como técnica de solução, os testes com sistemas maiores, como o de 7 usinas, todas de grande porte, foi importante para a conclusão do trabalho, pois novamente foram obtidos resultados muito bons.

Outro fato importante que pode ser observado é que as usinas possuem um papel fundamental no comportamento operativo ótimo dependendo da posição que ocupam na cascata. Por exemplo, quando os testes foram realizados com o sistema de três usinas, Emborcação, Itumbiara e São Simão, o comportamento das usinas mais a montante para a regularização do sistema foi diferente do obtido quando se

incluiu a usina de Ilha Solteira abaixo de São Simão, com variações distintas quanto ao nível dos reservatórios de Emborcação e Itumbiara.

Quando se analisa um sistema com formação em Y, como o caso de 7 usinas apresentado, é possível verificar a regularização de cada ramo do sistema, valorizando toda a água da cascata e mantendo as usinas mais a jusante operando como usinas a fio d'água. No ramo da direita, as usinas de Emborcação e Itumbiara fazem esta função, já no outro, a usina de Furnas sozinha consegue regularizar o sistema naquele ramo, podendo-se concluir que há um certo equilíbrio do volume útil dos reservatórios em cada ramo.

Utilizando os sistemas testes propostos pode ser verificado que os modelos desenvolvidos proporcionaram resultados muito semelhantes aos obtidos com a técnica não linear, em termos de trajetória de volume, complementação térmica e outros. Porém, estas abordagens somente são válidas por preservarem aspectos físicos importantes do sistema, pois encontra-se na literatura várias tentativas de abordagens lineares para o problema do planejamento da operação, mas que normalmente apresentam muitas deficiências a este respeito.

Os desenvolvimentos futuros para este trabalho podem ser feitos no sentido de aprimoramento dos modelos e das técnicas de solução, estudando-se as alternativas propostas, bem como o aperfeiçoamento do algoritmo, incluindo performances computacionais.

Além disso, a realização de outros testes, com diferentes condições operativas, modificando-se o número de usinas e de períodos, podem propor análises mais detalhadas sobre cada um dos modelos desenvolvidos e apresentados.

Outro aspecto fundamental é estudar uma forma de abordagem estocástica para o problema utilizando os modelos propostos pelo trabalho, com esta abordagem linear, visando resolver o dilema criado pelas abordagens

determinísticas com representação individualizada das usinas versus abordagem estocástica com representação agregada dos reservatórios.

É também importante que existam abordagens alternativas para o estudo do problema em questão, garantindo bons resultados, já que existem casos de dificuldades de convergência dependendo do sistema de usinas e das condições operativas propostas para os testes a serem solucionados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] DELSON, K. JEROME; SHAHIDEHPOUR, S. M., "*Linear Programming Applications to Power System Economics, Planning and Operations*" - IEEE Transactions on Power Systems, v.7, n.3, p. 1155 - 1163, Aug. 1992.
- [2] PRONOVOST, R. & BOULVA, J., "*Long-range Operation Planning of a HydroThermal Ssystem - Modelling and Optimization*" in Canadian Electrical Association Spring Meeting, Toronto, Mar. 13-17, 1978.
- [3] PEREIRA, M. V. F., "*Optimal Scheduling of Hydrothermal Systems - an overview*" - In: IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems - Preprints, Rio de Janeiro, p. 1-9, jul. 1985.
- [4] PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G., "*Application of Decomposition Techniques to the Mid - Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems*" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS 102, n. 11, nov. 1983.
- [5] BOND, P. S., "*Otimização Determinística Individualizada da Operação Energética do Sistema Hidrotérmico Interligado Sul-Sudeste do Brasil, em Horizonte de Médio a Longo Prazo*". Campinas, 1988. 181 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas.

- [6] **CARNEIRO, A. A. F. M.,** “*Contribuição ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência*”- Campinas, 1991. 131 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas.
- [7] **SOARES, S.,** “*Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*” - SBA Controle e Automação, v.1, n. 2, p. 122-131, 1987.
- [8] **CARNEIRO A. A. F. M.; MONTANHA, J.,** “*Estudo da Operação Ótima de Usinas Hidroelétricas Através de Autovalores da Matriz Hessiana*”- XVIII CILAMCE - v. 2, p. 887-894, Out. 1997.
- [9] **SHANE, RICHARD M. & GILBERT, KENNETH C.,** “*TVA Hydro Scheduling Model: Practical Aspects*” - Journal of the Water Resources Planning and Management Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers - ASCE, v. 108, n. WR1, p. 1-19, Mar. 1982
- [10] **TVEIT, J; VINJAR, A.; JOHANNESSEN, A. & STENE, B.,** “*Integrated Planning of the Electrical energy Market and the Power Generation System in Norway*” - CIGRÉ Meeting, Paris, paper n. 31-32, Sept. 1982.
- [11] **CARNEIRO, A. A. F. M.; SOARES, S.** “*Aplicação de Técnicas de Otimização em Sistemas de Potência*” - SBA Controle e Automação, jul. 1983.
- [12] **READ, E. G.; ROSENTHAL, R. E.,** “*Scheduling Reservoir Releases for Optimal Power Generation: Introduction and Survey*”, University of Tennessee, Jun 1982.

- [13] ROSENTHAL, R. E., "*Status of Optimization Models for the Operation of Multireservoir Systems with Stochastic Inflows and Nonseparable Benefits*" - University of Tennessee, May 1980.
- [14] YEH, WILLIAM W-G., "*Reservoir Management and Operations Models: a State-of-the-art Review*" - Water Resources Research, v. 21, n. 12, p. 1797-1818, Dec. 1985.
- [15] ARARIPE NETO, T. A.; COTIA, C. B.; PEREIRA, M. V. & KELMAN, J., "*Comparison of stochastic and deterministic approaches in hydrothermal generation scheduling*" - In: IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems - Preprints, Rio de Janeiro, p. 201-206, jul. 1985.
- [16] SHERKAT, V. R.; CAMPO, R.; MOSLEHI, K.; LO, E. O., "*Stochastic Long-Term Hydrothermal Optimization for a Multireservoir System*" - IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS 104, n.8, Aug. 1985.
- [17] ROSENTHAL, R. E. , "*A Nonlinear Network Flow Algorithm for Maximization of Benefits in a Hydroelectric Power System*" - Operations Research, v.29, n.4, 1981.
- [18] KUCZERA, G., "*Fast Multireservoir Multiperiod Linear Programming Models*" - Water Resources Research, v. 25, n. 2, p. 169-176, 1989.
- [19] SOARES, S.; CARNEIRO, A. A. F. M., "*Optimal Operation of Reservoirs for Eletric Generation*" - IEEE Transactions on Power Delivery, v.6, n.3, p. 1101-1107, 1991.

- [20] FERREIRA, C.; BARRETO, L. A. L.; ARARIPE NETO, T. A. & FORTUNATO, L. A. M., "*Energy Operation Planning of the Brazilian Interconnected System*" - CIGRÉ Meeting, paper n. 39-03, Rio de Janeiro, Aug. -Sept., 1986.
- [21] FORTUNATO, L. A. M.; ARARIPE NETO, T. A.; BARRETO, L. A. L. & FERREIRA, C., "*Operation Planning Studies of the Brazilian Generation System*" - IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems - Preprints, Rio de Janeiro, p. 193-200, jul. de 1985.
- [22] BAZARAA, M. S.; SHETTY, C. M., "*Nonlinear Programming - Theory and Algorithms*" - John Wiley & Sons, 1979.
- [23] SOARES, S.; CARVALHO, M. F., "*Programa para Otimização de Sistemas Hidrotérmicos (POSH)*" - 6º Congresso Brasileiro de Automática, Belo Horizonte, 1986.
- [24] WISNIEWSKI, M.; DACRE, T., "*Mathematical Programming - Optimization Models for Business and Management Decision Making*", McGraw-Hill, 1990.
- [25] READ, E. G., "*Economic Principles of Reservoir Operation 1: Perfect Foresight*" - CBER Working Paper, University of Tennessee, 1982.
- [26] CARVALHO, M. F. ; SOARES, S., "*An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm*" - IEEE Transactions on Power Systems, v. PWRS-1, n. 2, p. 537-542, Aug. 1987.

- [27] CARNEIRO A. A. F. M.; ZAMBON K. L., "*Operação de Reservatórios para Geração de Energia Elétrica: Um Eficiente Método Computacional Alternativo*"- XVIII CILAMCE - v. 3, p. 1499-1506, Out. 1997.
- [28] CARNEIRO A. A. F. M.; ZAMBON K. L., "*Uma Eficiente Abordagem Linear para o Planejamento da Operação Energética de sistemas Hidrotérmicos de Potência*"- III CLAGTEE - v. 1, p. 5-10, Nov. 1997.