

# USP

## Campus de São Carlos

**CONTROLE SUBÓTIMO DE MANIPULADORES  
SUBATUADOS VIA REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO**

Autor: Benedito Carlos de Oliveira Maciel

Orientador: Prof. Dr. Marco Henrique Terra

## UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



## ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS



Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço: 23 / 07 / 01

Ass.: *Guilherme*

## CONTROLE SUBÓTIMO DE MANIPULADORES SUBATUADOS VIA REDUNDÂNCIA DE ATUAÇÃO

Benedito Carlos de Oliveira Maciel

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Marco Henrique Terra

DEDALUS - Acervo - EESC



31100036703



São Carlos  
2001

Class.	TESE-EESC
Cott.	3199
Tombo	T0153/01

st 1196917

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC/USP

M152c

Maciel, Benedito Carlos de Oliveira  
Controle subótimo de manipuladores subatuados via  
redundância de atuação / Benedito Carlos de Oliveira  
Maciel. -- São Carlos, 2001.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de  
São Carlos-Universidade de São Paulo, 2001.

Área : Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Marco Henrique Terra.

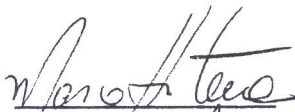
1. Controle subótimo. 2. Robôs manipuladores  
subatuados. I. Título.

**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidato: Engenheiro **BENEDITO CARLOS DE OLIVEIRA MACIEL**

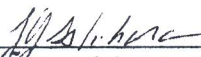
Dissertação defendida e julgada em 21-06-2001 perante a Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **MARCO HENRIQUE TERRA (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

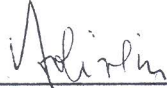
  
\_\_\_\_\_  
Aprovado

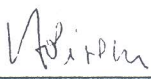
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Assoc. **PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA**  
(Escola Politécnica/USP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Dr. **JOÃO YOSHIYUKI ISHIHARA**  
(Pesquisador FAPESP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Associada **VILMA ALVES DE OLIVEIRA**  
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica

  
\_\_\_\_\_  
# **JOSÉ CARLOS A. CINTRA**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC



## *Dedicatória*

---

Aos meus pais, cujo esforço  
e dedicação me permitiram  
chegar até aqui.

Ao Prof. Dr. Marco Henrique Terra pela orientação e pela confiança depositada na realização deste trabalho.

Ao pesquisador Marcel Bergerman, cujas valiosas sugestões foram de fundamental importância para o desenvolvimento do projeto e obtenção dos resultados.

À Tatiana Lussari pelo constante incentivo e pela excelente companhia durante este período.

A todos os companheiros do Laboratório de Sistemas Inteligentes, em especial Paulo e Tácio, pela disposição em ajudar sempre que necessário e pelas valiosas trocas de informações.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos que de alguma forma contribuíram na realização desta pesquisa.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo suporte financeiro.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xi</b>
<b>Resumo</b>	<b>xiii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo . . . . .	1
1.2 Motivação . . . . .	2
1.3 Descrição do sistema . . . . .	4
1.4 Formulação do problema e nomenclatura . . . . .	5
1.5 Revisão bibliográfica . . . . .	6
1.6 Organização do trabalho . . . . .	11
<b>2 Modelagem dinâmica</b>	<b>12</b>
2.1 Modelagem no espaço das juntas . . . . .	12
2.2 Acoplamento dinâmico . . . . .	16
2.2.1 Índice de acoplamento de aceleração . . . . .	16
2.2.2 Índice de acoplamento de torque . . . . .	24
<b>3 Controle subótimo de manipuladores</b>	<b>29</b>
3.1 Uso de redundância para otimização . . . . .	29
3.2 Controle sequencial de manipuladores subatuados . . . . .	31
3.3 Linearização por realimentação de estados . . . . .	32
3.4 Controle ótimo local . . . . .	35



<b>4</b>	<b>Controle robusto</b>	<b>39</b>
4.1	Controle combinado . . . . .	39
4.2	Teoria de controle $H_2$ e $H_\infty$ . . . . .	41
4.3	Cálculo dos controladores . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Robô manipulador e ambiente de simulação</b>	<b>53</b>
5.1	Descrição dos componentes . . . . .	53
5.2	Cálculo dos parâmetros do manipulador . . . . .	59
5.3	Sistema computacional de comando . . . . .	60
5.4	Ambiente de simulação e controle . . . . .	62
<b>6</b>	<b>Procedimento de otimização e resultados</b>	<b>68</b>
6.1	Procedimento de otimização do controle das juntas passivas . . . . .	68
6.2	Resultados . . . . .	69
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>90</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>92</b>
A	Álgebra linear	97
B	Equacionamento	100
C	Expressões do MAPLE	102
D	Programas do MATLAB	107

# Lista de Figuras

FIGURA 1.1	Ambiente de controle tolerante a falhas de um manipulador. . .	3
FIGURA 1.2	Representação gráfica de um manipulador e seus parâmetros. . .	4
FIGURA 2.1	Índice de acoplamento de aceleração em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração AAP. . . . .	21
FIGURA 2.2	Índice de acoplamento de aceleração em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração APA. . . . .	22
FIGURA 2.3	Índice de acoplamento de aceleração em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração PAA. . . . .	23
FIGURA 2.4	Índice de acoplamento de torque em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração AAP. . . . .	26
FIGURA 2.5	Índice de acoplamento de torque em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração APA. . . . .	27
FIGURA 2.6	Índice de acoplamento de torque em função de $\theta_2$ e $\theta_3$ para a configuração PAA. . . . .	28
FIGURA 3.1	Controle sequencial de um controlador robusto. . . . .	31
FIGURA 3.2	Diagrama de blocos da linearização por realimentação e controlador robusto. . . . .	35
FIGURA 4.1	Diagrama de blocos do método do torque computado . . . . .	39
FIGURA 4.2	Estrutura do controlador combinado . . . . .	40
FIGURA 4.3	Sistema com realimentação unitária. . . . .	41

FIGURA 4.4	Planta $G$ e controlador $K$ . . . . .	43
FIGURA 4.5	Configuração padrão do sistema com pesos realimentado . . . .	47
FIGURA 4.6	Sistema com incertezas multiplicativas, e especificações de distúrbio e de saída do sistema . . . . .	47
FIGURA 4.7	Diagrama de valores singulares da função sensibilidade $S$ e do inverso da especificação de saída $W_e$ , configuração APA, primeira etapa de controle. . . . .	50
FIGURA 4.8	Diagrama de valores singulares da função sensibilidade $S$ e do inverso da especificação de saída $W_e$ , configuração APA, segunda etapa de controle. . . . .	50
FIGURA 4.9	Diagrama de valores singulares da função sensibilidade com- plementar $T$ e do inverso de $W_u$ , configuração APA, primeira fase de controle . . . . .	52
FIGURA 4.10	Diagrama de valores singulares da função sensibilidade com- plementar $T$ e do inverso de $W_u$ , configuração APA, segunda fase de controle . . . . .	52
FIGURA 5.1	Robô experimental UARMII. . . . .	56
FIGURA 5.2	Sistema computacional, fonte de alimentação e placa central de interface. . . . .	57
FIGURA 5.3	Placa central de interface e amplificadores de corrente. . . . .	58
FIGURA 5.4	Sistema de controle da pressão do ar. . . . .	58
FIGURA 5.5	Esquema das juntas e elos. . . . .	59
FIGURA 5.6	Ambiente de simulação . . . . .	63
FIGURA 5.7	Menu de comandos . . . . .	64
FIGURA 5.8	Menu de parâmetros . . . . .	65
FIGURA 5.9	Parâmetros dinâmicos . . . . .	66
FIGURA 5.10	Menu de gráficos . . . . .	67
FIGURA 5.11	Janela de gráficos . . . . .	67



FIGURA 6.1	Conjunto A de pontos a serem inspecionados pelo manipulador	70
FIGURA 6.2	Posições iniciais e finais das juntas do manipulador . . . . .	72
FIGURA 6.3	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP. . . . .	74
FIGURA 6.4	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P. . . . .	75
FIGURA 6.5	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP. . . . .	77
FIGURA 6.6	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P. . . . .	78
FIGURA 6.7	Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP. . . . .	79
FIGURA 6.8	Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P. . . . .	79
FIGURA 6.9	Gráfico dos valores de índice de acoplamento de torque da implementação para as estratégia de controle da junta passiva. . . . .	80
FIGURA 6.10	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP. . . . .	82
FIGURA 6.11	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P. . . . .	83
FIGURA 6.12	Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP. . . . .	85
FIGURA 6.13	Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P. . . . .	85
FIGURA 6.14	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP. . . . .	87
FIGURA 6.15	Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P. . . . .	88

FIGURA 6.16 Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP. . . . .	89
FIGURA 6.17 Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P. . . . .	89

# Lista de Tabelas

TABELA 3.1	Relação entre a aceleração das juntas controladas e os torques ativos para todas as possíveis estratégias de controle. . . . .	34
TABELA 5.1	Parâmetros do robô . . . . .	60
TABELA 5.2	Programas para o comando do manipulador . . . . .	62
TABELA 6.1	Energia gasta no movimento pelos pontos do conjunto A. . . . .	71
TABELA 6.2	Valores de energia gasta na estratégia P para diferentes valores de $k$ . . . . .	73
TABELA 6.3	Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a simulação do exemplo 6.2. . . . .	73
TABELA 6.4	Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a implementação do exemplo 6.2. . . . .	76
TABELA 6.5	Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a simulação do exemplo 6.3. . . . .	81
TABELA 6.6	Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a implementação do exemplo 6.3. . . . .	86



# Lista de Abreviaturas e Siglas

CTq	computed torque
DAC	digital analogic conversor
DC	direct current
EAR	Equação Algébrica de Riccati
GDL	graus de liberdade
ISR	interrupção de serviço e rotina
LMI	linear matrices inequalities
MIMO	multiple input multiple output
PD	proporcional derivativo
PID	proporcional integrativo derivativo
PTP	point to point
UARMII	Underactuated Robot Manipulator II
VSC	variable structure control

# Lista de Símbolos

$[x]$	dimensão do vetor $x$
$\sigma_i(A)$	$i$ -ésimo valor singular da matriz $A$
$A^\#$	pseudo-inversa da matriz $A$
$(A)_i$	$i$ -ésima cluna da matriz $A$
$m_i$	massa do $i$ -ésimo link
$I_i$	inércia do $i$ -ésimo link
$l_i$	comprimento do $i$ -ésimo link
$lc_i$	distância entre a $i$ -ésima junta e o centro de massa do $i$ -ésimo link
$J$	matriz Jacobiana
$M$	matriz de inércia
$W$	inversa da matriz de inércia
$C$	matriz de Coriolis e forças centrífugas
$G$	vetor de forças gravitacionais
$F$	vetor de forças friccionais
$b$	vetor de torques não-inerciais
$n$	número de juntas
$n_a$	número de juntas ativas
$n_p$	número de juntas passivas
$n_u$	número de juntas passivas destravadas
$n_l$	número de juntas passivas travadas
$q$	vetor de posição das juntas
$q_a$	vetor de posição das juntas ativas
$q_p$	vetor de posição das juntas passivas
$q_u$	vetor de posição das juntas passivas destravadas
$q_l$	vetor de posição das juntas passivas travadas

$\tau$	vetor de torques nas juntas
$\tau_a$	vetor de torques nas juntas ativas
$\tau_p$	vetor de torques nas juntas passivas
$\tau_u$	vetor de torques nas juntas passivas destravadas
$\tau_l$	vetor de torques nas juntas passivas travadas
$u$	entrada de controle
$z$	vetor arbitrário
$P$	função potencial
$k$	passo do gradiente
$\rho_\alpha$	índice de acoplamento de aceleração
$\rho_\tau$	índice de acoplamento de torque

# Resumo

MACIEL B. C. O. (2000) Maciel, Benedito Carlos de Oliveira *Controle Subótimo de Manipuladores Subatuados Via Redundância de Atuação*. São Carlos, 2000. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho apresenta uma metodologia de controle de posição das juntas passivas de um manipulador subatuado de uma maneira subótima. O termo subatuado se refere ao fato de que nem todas as juntas ou graus de liberdade do sistema são equipados com atuadores, o que ocorre na prática devido a falhas ou como resultado de projeto. As juntas passivas de manipuladores desse tipo são indiretamente controladas pelo movimento das juntas ativas usando as características de acoplamento da dinâmica de manipuladores. A utilização de redundância de atuação das juntas ativas permite a minimização de alguns critérios, como consumo de energia, por exemplo.

Apesar da estrutura cinemática de manipuladores subatuados ser idêntica a do totalmente atuado, em geral suas características dinâmicas diferem devido a presença de juntas passivas. Assim, apresentamos a modelagem dinâmica de um manipulador subatuado e o conceito de índice de acoplamento. Este índice é utilizado na sequência de controle ótimo do manipulador.

A hipótese de que o número de juntas ativas seja maior que o número de passivas ( $n_a > n_p$ ) permite o controle ótimo das juntas passivas, uma vez que na etapa de controle destas há mais entradas (torques nos atuadores das juntas ativas), que elementos a controlar (posição das juntas passivas). Neste ponto reside a contribuição desta tese ao estado da arte, uma vez que não há até o momento publicação que proponha o controle ótimo das juntas passivas neste caso.

**Palavras-Chave:** Controle Subótimo; Robôs manipuladores subatuados.



# Abstract

MACIEL B. C. O. (2000) Maciel, Benedito Carlos de Oliveira Suboptimal Control of Underactuated Manipulators Via Actuation Redundancy. São Carlos, 2000. (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

*This work presents a control methodology for the position of the passive joints of an underactuated manipulator in a suboptimal way. The term underactuated refers to the fact that not all the joints or degrees of freedom of the system are equipped with actuators, which occurs in practice due to failures or as design result. The passive joints of manipulators like this are indirectly controlled by the motion of the active joints using the dynamic coupling characteristics. The utilization of actuation redundancy of the active joints allows the minimization of some criteria, like energy consumption, for example.*

*Although the kinematic structure of an underactuated manipulator is identical to that of a similar fully actuated one, in general their dynamic characteristics are different due to the presence of passive joints. Thus, we present the dynamic modelling of an underactuated manipulator and the concept of coupling index. This index is used in the sequence of the optimal control of the manipulator.*

*The hypothesis that the number of active joints is greater than the number of passives ( $n_a > n_p$ ) allows the optimal control of the passive joints, since there are more inputs (torques at the actuators of the active joints), than elements to be controlled (position of the passive joints). At this point resides the contribution of this dissertation to the state of the art, once there is no publication that proposes the optimal control of the passive joints in this case.*

**Key-Words:** *Suboptimal control; Underactuated robot manipulator.*

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Objetivo

O objetivo deste projeto de mestrado é desenvolver técnicas de controle subótimo das juntas passivas (não atuadas) de um robô subatuado, incluindo o estudo teórico do tema, proposição de um método de controle e sua verificação experimental em um manipulador de três graus de liberdade (GDL).

Os GDL de um sistema subatuado são acoplados dinamicamente e suas equações dinâmicas são não-lineares e restritas por equações diferenciais não-holonômicas. Diferentemente de um manipulador convencional, as juntas não atuadas de um manipulador subatuado só podem ser controladas indiretamente através de seu acoplamento dinâmico com as juntas atuadas.

São apresentadas técnicas de controle robusto,  $H_2$  e  $H_\infty$ , para controlar todas as juntas para uma posição desejada. Cabe ressaltar que o projeto desses controladores não faz parte do escopo deste plano de pesquisa, mas em vista das vantagens apresentadas pelos controladores robustos e o projeto dos mesmos fazer parte de uma disciplina oferecida, optou-se por utilizar esses controladores na metodologia de controle subótimo.

O teste e validação das técnicas de controle propostas foram realizados em um ambiente de simulação e no manipulador experimental, adquirido através do projeto FAPESP N° 98/00649-5, que se encontra em funcionamento no Laboratório de Sistemas Inteligentes (LASI) do Departamento de Engenharia Elétrica da USP em São Carlos.

## 1.2 Motivação

Manipuladores mecânicos vêm sendo utilizados há várias décadas para a automação de tarefas repetitivas em ambientes industriais, ambientes estes de fácil acesso tanto em termos físicos quanto em termos de baixo risco à saúde humana. Nos últimos anos, verifica-se uma utilização cada vez maior de manipuladores em ambientes de difícil acesso ou inóspitos, como no interior de usinas nucleares, no fundo dos oceanos e no espaço. A localização dos manipuladores nesta nova gama de aplicações faz com que sua manutenção, após uma falha mecânica ou elétrica, seja custosa e demorada, portanto estes mecanismos requerem sofisticadas metodologias de controle tolerante a falhas.

Após a ocorrência de uma falha em um de seus atuadores, o manipulador torna-se um sistema subatuado. Um sistema também pode se tornar subatuado quando é projetado dessa maneira, ou quando o operador deliberadamente mantém um ou mais atuadores disponíveis inoperantes durante uma tarefa. Reduzindo o número de atuadores sem reduzir o número de graus de liberdade e ajustando-se o sistema de controle adequado, pode-se obter um mecanismo cujo consumo de energia é menor, mas cujas propriedades são mantidas.

Controle do manipulador após uma falha é fundamental do ponto de vista de operação, principalmente nos casos descritos acima, em que a localização do manipulador impede sua manutenção de forma fácil. Recentemente tem havido a combinação de algoritmos de detecção e isolamento de falhas com os de controle pós-falha em um método unificado. Uma extensão desse trabalho, que vê o problema de controle tolerante a falhas através de uma perspectiva integrada, foi proposta por BERGERMAN et al. (2000). Os autores apresentam um ambiente híbrido consistindo de três unidades básicas que garantem a compleição de tarefas na presença de qualquer número de juntas falhas (figura 1.1). A primeira unidade é um esquema de detecção e isolamento de falhas que continuamente monitora o manipulador para detectar e identificar possíveis falhas nas juntas. A segunda unidade é responsável pela reconfiguração do controle. A terceira unidade é composta de algoritmos de controle apropriados para cada tipo de configuração do robô, baseado na informação da unidade de reconfiguração.

No presente trabalho nos concentramos na unidade de algoritmo de controle, e mais especificamente no problema de controle da posição angular de uma junta falha para



qualquer posição desejada de uma maneira subótima, quando dispomos de redundância de atuação para a realização dessa tarefa. O termo subótimo se deve ao fato de que não há garantias de otimalidade em vista das não-linearidades inerentes ao sistema e de outros fatores que serão abordados nos capítulos posteriores. Ao longo do texto, para simplificação, usaremos tanto o termo subótimo como ótimo para nos referirmos à metodologia utilizada.

O critério de otimização utilizado será o acoplamento entre as juntas do manipulador e neste caso, temos um sistema redundante quando ocorre falha de uma das juntas do manipulador de três juntas, e seu posicionamento é controlado pelas duas restantes. Nossa solução para o problema é baseada na formulação de redundância local, extensivamente estudada no contexto de cinemática inversa (NAKAMURA (1991)). A principal contribuição deste trabalho é a extensão deste método usando as equações dinâmicas de manipuladores subatuados e a utilização do índice de acoplamento como um critério para a minimização do torque e da energia gasta pelo sistema durante o controle das juntas falhas.

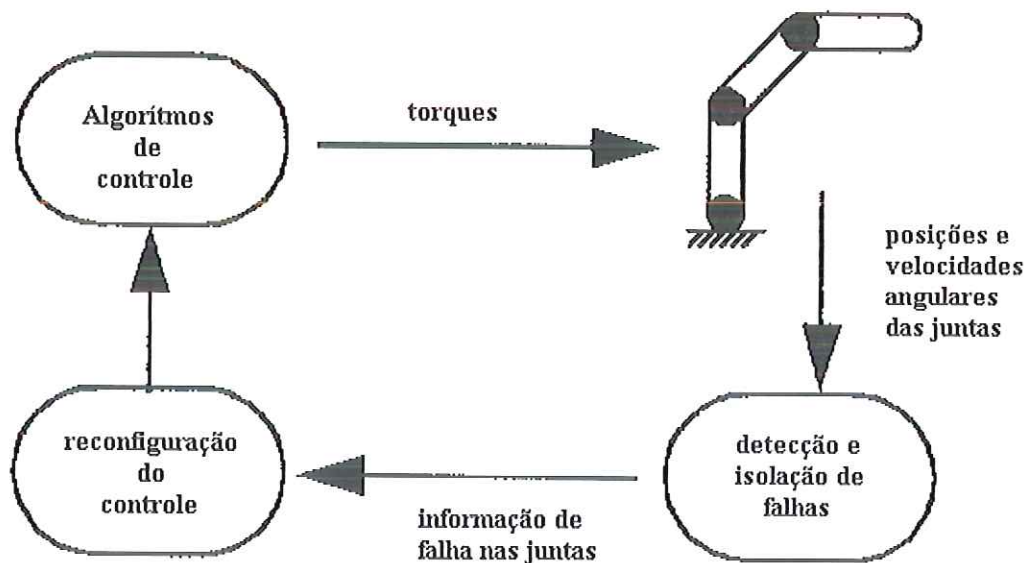


Figura 1.1: Ambiente de controle tolerante a falhas de um manipulador.

### 1.3 Descrição do sistema

O sistema consiste basicamente de um manipulador serial rígido, com  $n$  ligamentos e base fixa. As juntas e ligamentos são numeradas de 1 a  $n$ , com a junta 1 e o ligamento 1 sendo os mais próximos da base. Usamos  $q$  para representar o vetor,  $n \times 1$ , das posições angulares das juntas do robô (no esquema representado por  $\theta$ ), e  $\tau$  para representar seu vetor,  $n \times 1$ , de torques. Os parâmetros dinâmicos do ligamento  $i$ , ou seja, sua massa e inércia, são representados por  $m_i$  e  $I_i$ , respectivamente. Os parâmetros cinemáticos, comprimento e localização do centro de massa, são representados por  $l_i$  e  $lc_i$ , respectivamente.

Na figura 1.2 nós temos a representação gráfica desse manipulador e seus parâmetros.

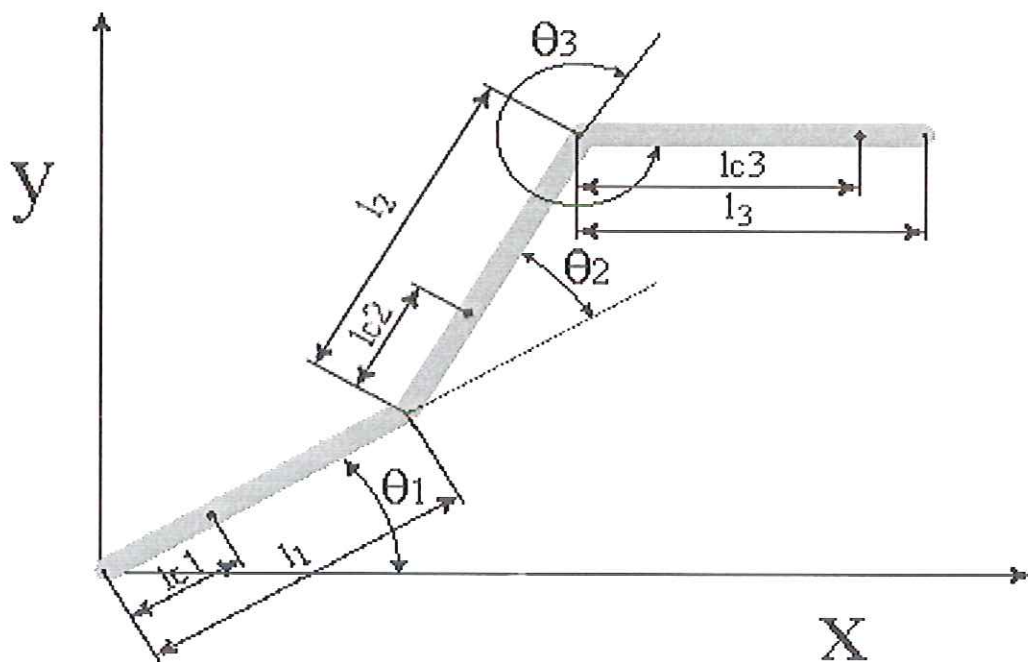


Figura 1.2: Representação gráfica de um manipulador e seus parâmetros.



## 1.4 Formulação do problema e nomenclatura

Dado um manipulador serial com  $n$  juntas, das quais  $n_u$  delas perdem atuação devido a falha, e as restantes  $n_a$  juntas operam normalmente, onde  $n_a > n_u$ , encontrar um método de controle para levar as  $n_u$  *juntas passivas* para uma posição desejada de maneira subótima, e depois controlar também as  $n_a$  *juntas ativas* para suas posições desejadas.

Para resolver esse problema fazemos as seguintes restrições, válidas para a maioria dos manipuladores:

- somente falhas nos atuadores das juntas são consideradas;
- todas as juntas são equipadas com freios e encoders;
- as falhas ocorrem uma de cada vez.

Com essas considerações, acreditamos que o trabalho descrito aqui é aplicável numa variedade de cenários, como por exemplo, manipuladores operando em ambientes de difícil acesso, onde o reparo das juntas é muito caro ou impossível.

A nomenclatura utilizada nessa dissertação é a seguinte. Sempre que uma junta falha, nós analisamos a dinâmica resultante do manipulador subatuado particionando o vetor de juntas  $q$  em duas componentes, correspondentes às posições das juntas ativas e passivas, como:

$$q = \begin{bmatrix} q_a \\ q_u \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

As dimensões desses vetores são

$$n_a = \dim(q_a) \quad (1.2)$$

$$n_u = \dim(q_u) \quad (1.3)$$

$$n = n_a + n_u. \quad (1.4)$$

## 1.5 Revisão bibliográfica

Existem bons textos disponíveis introdutórios em robótica, dentre eles CRAIG (1989) é bibliografia básica para o entendimento da dinâmica de robôs e modelagem matemática dos mesmos. Além disso, neste livro são apresentadas técnicas de controle do movimento para manipuladores totalmente atuados que serve de base para o projeto de controladores de manipuladores subatuados.

A modelagem desses manipuladores subatuados, para propósitos de controle, e a análise das equações dinâmicas resultantes têm sido apresentadas em diferentes formas por diversos autores. ARAI & TACHI (1991) demonstraram uma relação de malha aberta entre os torques aplicados nas juntas atuadas e as acelerações das juntas não-atuadas. Com esta relação eles obtiveram uma condição suficiente para controlabilidade das juntas não-atuadas em torno de pontos de equilíbrio. Em outro trabalho, JAIN & RODRIGUEZ (1991) estenderam seu método de modelagem de coordenadas espaciais livres para manipuladores subatuados em JAIN & RODRIGUEZ (1993). Os autores incluíram a definição de uma Jacobiana generalizada para manipuladores subatuados, que relaciona acelerações no espaço Cartesiano com acelerações angulares das juntas atuadas; e a Jacobiana de distúrbios, que relaciona as acelerações das juntas não-atuadas com as das juntas atuadas. A Jacobiana de distúrbios não foi analisada quantitativamente para fornecer uma medida de acoplamento dinâmico para manipuladores subatuados. UCHIYAMA et al. (1985) em seu trabalho mostraram o uso dessa Jacobiana como um índice de desempenho para manipuladores de um ponto de vista cinemático e estático. Este índice assume os menores valores em pontos singulares nos quais o manipulador perde a capacidade de se mover em certas direções. Como exemplo da aplicação desse índice, foi feito um planejamento da trajetória ótima das juntas de um manipulador.

BERGERMAN et al. (1995) introduziram o conceito de índice de acoplamento para se medir e controlar o movimento das juntas passivas relativos às juntas ativas de um manipulador subatuado. Com este índice é possível não só quantificar o acoplamento entre as juntas de um manipulador subatuado a cada instante, como comparar esse acoplamento para diversas configurações e posições das juntas passivas. Além disso, esse índice pode ainda ser utilizado como um critério de otimização para melhorar o desempenho de um manipulador subatuado, conforme será mostrado no decorrer deste

trabalho.

Diversas pesquisas se concentraram na área de controle de manipuladores subatuados. MELDRUM et al. (1993) propôs um método de controle para fazer um manipulador subatuado seguir uma trajetória no espaço Cartesiano (baseado na modelagem de JAIN & RODRIGUEZ (1993)). MUKHERJEE & CHEN (1993) propuseram o controle das juntas atuadas de um manipulador espacial garantindo a estabilidade das juntas não-atuadas e da base livre flutuante. O trabalho pioneiro de ORIOLO & NAKAMURA (1991) demonstrou que as restrições não-holonômicas inerentes aos manipuladores subatuados geralmente envolvem acelerações das juntas em adição as velocidades das mesmas. PAPADOPOULOS & DUBOWSKY (1991) propuseram o controle das juntas com falhas de um manipulador espacial para um ponto de equilíbrio garantindo que as juntas ativas e a base alcançariam o repouso ao fim do movimento.

Todos estes trabalhos têm em comum o fato de que as juntas não atuadas são equipadas com freios, o que facilita o controle do respectivo manipulador. Há apenas alguns anos começaram a surgir os primeiros trabalhos em controle de manipuladores subatuados sem freios com ARAI (1997), CHUNG et al. (1995), LYNCH et al. (1997).

Trabalhos sobre manipuladores com juntas não-atuadas equipadas com freios têm recebido muita atenção ultimamente. ARAI & TACHI (1991) foram os primeiros a propor um método de controle em duas fases para controlar todas as juntas de um manipulador para um ponto de equilíbrio. Na primeira fase, as juntas não-atuadas são controladas via acoplamento dinâmico com as atuadas, e são subsequentemente travadas. Na segunda fase, as juntas atuadas são controladas como se o manipulador fosse totalmente atuado. Devido ao fato de ser usado para posicionar o efetuador do manipulador para uma posição Cartesiana desejada através do posicionamento dos ângulos das juntas, os autores denominaram controle ponto a ponto, ou PTP. ARAI et al. (1993) mais tarde estenderam o método para fazer o efetuador seguir uma trajetória no espaço Cartesiano, usando o controle PTP para acelerar o efetuador na direção da trajetória. YU et al. (1995) propuseram o controle PTP de manipulador com dois links com uma junta não-atuada via abordagem da integral primeira; este método, no entanto, é baseado na integral das restrições não-holonômicas e não pode ser aplicado para manipuladores subatuados em geral. Finalmente, MUKHERJEE & CHEN (1993) propuseram o movimento PTP de um manipulador subatuado montado



no espaço controlado em duas fases; no entanto, não abordaram o problema do controle da orientação do satélite enquanto posicionavam o manipulador.

Sobre a teoria de controle robusto  $H_\infty$ , ZHOU et al. (1996) é uma referência fundamental. Neste trabalho resolve-se o problema de controle  $H_\infty$  basicamente através da solução de duas equações de Ricatti e calcula-se um controlador cuja ordem é a mesma da planta aumentada. SAFONOV et al. (1989) generaliza a solução desenvolvida em ZHOU et al. (1996). A solução apresentada em ZHOU et al. (1996) impõe restrições à planta a ser controlada; SAFONOV et al. (1989) propõe uma transformação das matrizes A, B, C, D que descrevem a planta aumentada de tal forma que as restrições à planta sejam contornadas, e assim, uma gama maior de problemas possa ser resolvida.

DOYLE et al. (1992), DOYLE et al. (1989) são ótimas referências para se entender o problema do controle  $H_\infty$ . ZHOU et al. (1996) e SAFONOV et al. (1989) pressupõem que o leitor possua grande familiaridade com conceitos relacionados a  $H_\infty$ ; dessa forma é aconselhável antes ler algo mais básico e introdutório. FRANCIS (1987) foi o primeiro livro publicado sobre controle  $H_\infty$  e antecede os resultados mais recentes obtidos em ZHOU et al. (1996). MACIEJOWSKI (1989), além de desenvolver conceitos de controle multivariável importantes para o entendimento da teoria de controle  $H_\infty$ , dedica um capítulo inteiro ao assunto.

Para o projeto do controlador  $H_\infty$  utilizou-se o software MATLAB. Os algoritmos utilizados neste trabalho para o projeto dos controladores, implementados no MATLAB, baseiam-se em ZHOU et al. (1996) e SAFONOV et al. (1989). CHIANG & SAFONOV (1992) descrevem as ferramentas que possibilitam o projeto do controlador  $H_\infty$ .

A respeito de otimização em controle uma boa referência é KIRK (1970). Neste livro o autor introduz a teoria de controle ótimo sob a perspectiva da programação dinâmica, Princípio Mínimo de Pontryagin e técnicas numéricas para otimização de trajetórias.

No campo específico de redundância em robótica NAKAMURA (1991) é uma excelente referência. São encontradas várias técnicas matemáticas de otimização, como métodos de álgebra linear, métodos variacionais e Princípio Mínimo de Pontryagin, que formam a base da pesquisa no campo da otimização e utilização eficiente de redundância.

WHITNEY (1969) e WHITNEY (1972) discutiu a redundância de braços protéticos, mostrando que a redundância cinemática de um robô manipulador com mais de 6 GDL pode ser uma solução para se evitar singularidades. Apesar de sugerir um método para minimizar a integral da energia cinética, ele simplificou este critério devido ao alto custo computacional, e ao invés, propôs a minimização da forma quadrática da velocidade angular instantânea. NAKANO & OZAKI (1974), por outro lado, propuseram o critério da mínima energia potencial, que impõe uma restrição na cinemática inversa de manipuladores antropomórficos de modo que a posição do cotovelo fique o mais baixa possível. Os critérios usados por Whitney e por Nakano e Ozaki parecem ter sido usados mais para determinar uma solução única do que para a utilização efetiva de redundância cinemática para um propósito específico.

LIGEOIS (1977) discutiu a utilização ativa de redundância, onde a solução geral da velocidade angular das juntas foi encontrada por meio da inversa generalizada da matriz Jacobiana. Ele propôs que o vetor gradiente de uma função potencial fosse usada como o vetor arbitrário. Ele também mostrou uma simulação numérica da utilização de redundância para manter os ângulos das juntas dentro de seus limites mecânicos. HANAFUSA et al. (1978) propuseram um algoritmo numérico para planejar a trajetória das juntas de um manipulador redundante usando a solução geral expressa pela pseudoinversa da matriz Jacobiana, onde a limitação dos ângulos das juntas e torques e as restrições geométricas impostas por obstáculos foram consideradas. HANAFUSA et al. (1981) analisaram a redundância cinemática de robôs manipuladores sob a ótica da teoria matricial, e discutiram sua utilização. KLEIN & HUANG (1983) revisaram o controle de um manipulador redundante através da pseudoinversa, e sugeriram um algoritmo para reduzir a carga computacional. KLEIN (1985) mostrou por simulação numérica que um manipulador pode desviar de um obstáculo prestando atenção no ponto que está mais próximo do obstáculo. BENATI et al. (1982), por outro lado, propuseram um algoritmo recursivo para a cinemática inversa de robôs manipuladores antropomórficos redundantes.

NAKAMURA et al. (1987) discutiu o controle ótimo redundante local de manipuladores. Em seu trabalho ele introduz o conceito de prioridade de tarefas dentro da cinemática inversa. Uma tarefa é dividida em sub-tarefas com diferentes níveis de significância. Então, o controle do movimento das juntas é resolvido de modo que as



sub-tarefas com menor prioridade são realizadas usando redundância ou extra GDL que não estão comprometidos com as exigências das sub-tarefas de maior prioridade. Este procedimento é matematicamente formulado baseado na matriz Jacobiana e sua pseudoinversa, e é considerado como uma extensão do método desenvolvido em WHITNEY (1972).

KAZEROUNIAN & WANG (1988) mostram as relações entre otimização local e global na resolução da redundância de manipuladores. O cálculo de variações é usado para desenvolver as equações e as condições de contorno que globalmente otimizam as formas quadráticas das velocidades das juntas. Um resultado muito interessante desse artigo é que a minimização local das acelerações angulares das juntas resultam na minimização global das velocidades angulares dessas juntas.

SUH & HOLLERBACH (1987) compararam métodos de otimização local e global para minimizar os torques nas juntas de um manipulador. Simulações mostram que métodos locais apresentam uma inesperada instabilidade para trajetórias das juntas relativamente longas.

Entre 1992 e 1996 um dos pesquisadores responsáveis por este projeto, Marcel Bergerman, desenvolveu sua tese de doutorado estudando os problemas de modelagem, controlabilidade, controle e planejamento de trajetórias para manipuladores subatuados (BERGERMAN (1996), BERGERMAN et al. (1995), BERGERMAN & XU (1998)).

A despeito de todos os trabalhos sobre controle de manipuladores, ainda restam alguns tópicos a serem abordados: o controle robusto de todas as juntas para um ponto de equilíbrio na presença de erros de modelagem e distúrbios externos; o controle ótimo de manipuladores com mais juntas atuadas do que não-atuadas usando redundância de atuação, que vem a ser o tema deste trabalho. Alguns trabalhos relacionados a esses temas foram publicados recentemente, como MACIEL et al. (2001) que trata do controle ótimo de manipuladores via redundância de atuação, TERRA et al. (2000b), sobre controle  $H_\infty$  de manipuladores subatuados, além de outros como BERGERMAN et al. (1999), SOARES et al. (1999), TERRA et al. (2000), TERRA & BARBEIRO (2000).

## 1.6 Organização do trabalho

O capítulo 1 contém a introdução do trabalho, onde são expostos o objetivo, a motivação do mesmo, a descrição do sistema e a formulação do problema com a nomenclatura utilizada; além de uma revisão bibliográfica da literatura relacionada ao tema do trabalho.

No capítulo 2 apresentamos a modelagem dinâmica de um manipulador subatuado e o conceito de índice de acoplamento para medir o acoplamento dinâmico entre as juntas ativas e passivas. Este índice é utilizado para a análise e projeto de uma metodologia de controle subótimo do manipulador.

O capítulo 3 apresenta o controle subótimo de manipuladores através de redundância de atuação. Descreve-se a técnica de controle ponto a ponto de manipuladores subatuados. A seguir mostramos a linearização destes por realimentação, cujo efeito é linearizar e desacoplar o sistema não linear. Finalmente é proposta uma sequência de controle subótimo local das juntas passivas visando a minimização de certos critérios como torque, velocidade e em particular a energia consumida pelo sistema. Este é de fato o tema principal deste mestrado.

É também apresentado no capítulo 4 um resumo do projeto de controladores  $H_2$  e  $H_\infty$ , cuja principal vantagem é a robustez na presença de incertezas paramétricas e distúrbios externos.

O capítulo 5 mostra as características e a operação do robô e do ambiente de simulação utilizados nos testes e experimentação da metodologia apresentada.

Os procedimentos da metodologia e os resultados obtidos para algumas configurações e diferentes controladores encontram-se no capítulo 6.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho.

Quatro apêndices fazem parte do trabalho. O apêndice A apresenta alguns tópicos de álgebra linear que são a base do método proposto. No apêndice B são mostradas as equações da matriz de inércia e do vetor de torques não-inerciais utilizados na modelagem dinâmica do manipulador. No apêndice C temos as expressões literais dessas equações feitas no software MAPLE e no apêndice D alguns programas feitos no software MATLAB utilizados no projeto.

## Capítulo 2

# Modelagem dinâmica de manipuladores subatuados

### 2.1 Modelagem no espaço das juntas

Manipuladores subatuados diferem dos totalmente atuados pois são equipados com um número de atuadores que é sempre menor que o número de graus de liberdade (GDL). Portanto, nem todos os GDL podem ser controlados ativamente ao mesmo tempo. Por exemplo, com um manipulador planar de 3 juntas equipado com dois atuadores, ou seja, duas juntas ativas e uma passiva, pode-se controlar ao mesmo tempo duas das juntas a qualquer instante, mas não todas. Para controlar todas as juntas de um manipulador subatuado, deve-se usar um controle sequencial. Este princípio foi provado pela primeira vez por ARAI & TACHI (1991) usando argumentos dinâmicos linearizados, e é a base para a modelagem no espaço das juntas e no espaço Cartesiano. Devido ao fato de que no máximo  $n_a$  coordenadas generalizadas (ângulos das juntas ou variáveis cartesianas) podem ser controladas num dado instante, o vetor de coordenadas generalizadas é dividido em duas partes, representando as coordenadas generalizadas ativas e as coordenadas generalizadas passivas. Uma equação diferencial de segunda ordem relaciona as acelerações das coordenadas generalizadas ativa e passiva, e será explicitada conforme os modelos dinâmicos forem desenvolvidos.

Considerando um robô manipulador rígido, malha aberta, e de  $n$ -juntas em série. Seja  $q$  a representação de seu vetor de posição angular das juntas e  $\tau$  a representação



de seu vetor de torque. A equação dinâmica pelo método de Lagrange é dada por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau^T. \quad (2.1)$$

O Lagrangiano  $L$  é definido como a diferença entre as energias cinética e potencial do sistema:

$$L = T - P \quad (2.2)$$

A energia cinética total dos ligamentos é representada pela seguinte forma quadrática:

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \quad (2.3)$$

sendo  $M(q) \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  e simétrica.

Se a energia potencial  $P$  é constante com respeito a  $q$ , como no caso do manipulador trabalhando num plano ou em ambientes de gravidade zero, as equações dinâmicas do manipulador calculadas pela equação de Lagrange se reduzem a:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = \tau^T. \quad (2.4)$$

O primeiro termo da equação da esquerda em (2.4) é calculado da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) = \frac{d}{dt}\{\dot{q}^T M(q)\} = \ddot{q}^T M(q) + \dot{q}^T \frac{dM(q)}{dt}. \quad (2.5)$$

Se  $M(q)$  é representada por

$$M(q) = (a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n) \quad (2.6)$$

sendo  $a_i$  o  $i$ -ésimo vetor coluna de  $M(q)$ , então o segundo termo da eq. (2.5) se torna

$$\begin{aligned} \dot{q}^T \frac{dM(q)}{dt} &= \dot{q}^T \left( \frac{\partial a_1}{\partial q} \dot{q} \quad \frac{\partial a_2}{\partial q} \dot{q} \quad \dots \quad \frac{\partial a_n}{\partial q} \dot{q} \right) \\ &= \left( \dot{q}^T \frac{\partial a_1}{\partial q} \dot{q} \quad \dot{q}^T \frac{\partial a_2}{\partial q} \dot{q} \quad \dots \quad \dot{q}^T \frac{\partial a_n}{\partial q} \dot{q} \right). \end{aligned} \quad (2.7)$$

O segundo termo da eq. (2.4) se torna

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \{ \dot{q}^T M(q) \dot{q} \} = \frac{1}{2} \left( \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_1} \dot{q} \quad \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_2} \dot{q} \quad \dots \quad \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_n} \dot{q} \right). \quad (2.8)$$

Assim, das eqs. (2.4), (2.5), (2.7) e (2.8), as equações dinâmicas do manipulador se tornam

$$\begin{aligned} \ddot{q}^T M(q) &+ \left( \dot{q}^T \frac{\partial a_1}{\partial q} \dot{q} \quad \dot{q}^T \frac{\partial a_2}{\partial q} \dot{q} \quad \dots \quad \dot{q}^T \frac{\partial a_n}{\partial q} \dot{q} \right) \\ &- \frac{1}{2} \left( \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_1} \dot{q} \quad \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_2} \dot{q} \quad \dots \quad \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q_n} \dot{q} \right) = \tau^T. \end{aligned} \quad (2.9)$$

A eq. (2.9) pode ser representada da seguinte forma:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) \quad (2.10)$$

$$b(q, \dot{q}) = \text{col} \left\{ \dot{q}^T \left( \frac{\partial a_i}{\partial q} - \frac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial q_i} \right)^T \dot{q} \right\} \quad (2.11)$$

sendo  $\text{col}\{*\}$  o vetor coluna cuja  $i$ -ésima entrada é  $*$ .

As equações (2.10) e (2.11) oferecem importantes informações estruturais sobre a dinâmica de manipuladores. Na equação (2.10),  $M$  é chamada matriz de inércia,  $n \times n$ , simétrica, positiva definida, conforme foi definido na eq. (2.3). A equação (2.11) implica que cada componente do vetor  $b(q, \dot{q})$  é uma função quadrática de  $\dot{q}$ . Em cada componente, os termos de  $\dot{q}_i^2$  ( $i = 1, \dots, n$ ) são efeitos das forças centrífugas e os termos de  $\dot{q}_i \dot{q}_j$  ( $i \neq j$ ) são efeitos de forças de Coriolis. Assim,  $b(q, \dot{q})$  é chamado de vetor de torques não inerciais centrífugos e de Coriolis.

Para distinguir entre os movimentos e torques das juntas passivas e ativas, divide-se a equação (2.10) em:

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{aa} & M_{ap} \\ M_{pa} & M_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_a \\ b_p \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

sendo os índices  $a$  e  $p$  valores relativos às juntas ativas e passivas, respectivamente.

A única diferença entre este manipulador e um estruturalmente idêntico, totalmente



atuado, é que os elementos de  $\tau_p$  correspondentes aos torques das juntas passivas não podem ser diretamente controlados. De fato, estes elementos podem assumir apenas os valores 0 ou  $\tau_{l,i}$ , sendo  $\tau_{l,i}$  o torque de freio nominal da  $i$ -ésima junta, assumido como sendo exatamente o torque necessário para manter a junta passiva  $i$  travada apesar do movimento de todas as outras juntas. Para se distinguir as juntas passivas que estão travadas ou destravadas em um certo instante, divide-se a equação (2.12) em:

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_u \\ \tau_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{aa} & M_{au} & M_{al} \\ M_{ua} & M_{uu} & M_{ul} \\ M_{la} & M_{lu} & M_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_a \\ \ddot{q}_u \\ \ddot{q}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_a \\ b_u \\ b_l \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

sendo  $\tau_u = 0$ , porque nenhum torque é aplicado nas juntas passivas destravadas, e  $\ddot{q}_l = 0$ , porque as juntas passivas travadas não se movem quando seus freios estão ativados. Os torques nas juntas travadas  $\tau_l$  compensam os torques inerciais e não-inerciais no lado direito da terceira linha da equação dinâmica (2.13). Portanto, esta linha pode ser eliminada da equação.

Uma importante equação a ser considerada é a segunda linha de (2.13):

$$M_{ua}\ddot{q}_a + M_{uu}\ddot{q}_u + b_u = 0. \quad (2.14)$$

Esta equação diferencial de segunda ordem representa as restrições impostas ao sistema pelas juntas passivas destravadas. É uma restrição não holonômica que, em geral, não pode ser integrada para obter a relação entre as velocidades e posições das juntas ativas e passivas (ORIOLO & NAKAMURA (1991)).

No máximo,  $n_a$  juntas podem ser controladas em um dado instante. Estas juntas podem ser as ativas, um subconjunto de  $n_a$  passivas (quando  $n_p \geq n_a$ ), ou uma combinação de algumas juntas ativas e passivas. Para o propósito de controle, é útil reescrever a equação dinâmica (2.13) numa forma onde se pode distinguir as juntas que estão sendo controladas das restantes.

As juntas controladas num dado instante serão agrupadas em um vetor  $q_c$ ,  $n_a \times 1$ . As posições das juntas em  $q_c$  são controladas ao custo de todas as outras juntas não serem controladas diretamente. As juntas restantes são agrupadas em um vetor  $q_r$ . As juntas passivas travadas  $q_l$  não são incluídas no vetor  $q_r$  porque não contribuem

no movimento do sistema. Portanto, a dimensão de  $q_r$  é, no máximo, igual a  $n_p$ . A equação dinâmica do manipulador subatuado pode ser reescrita em termos de  $q_c$  e  $q_r$  como:

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{ac} & M_{ar} \\ M_{uc} & M_{ur} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_a \\ b_u \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

e as restrições não holonômicas como:

$$M_{uc}\ddot{q}_c + M_{ur}\ddot{q}_r + b_u = 0. \quad (2.16)$$

## 2.2 Acoplamento dinâmico

As posições das juntas passivas não podem ser controladas diretamente porque estas juntas não são equipadas com atuadores. As juntas passivas, no entanto, são dinamicamente acopladas às juntas ativas devido a presença de elementos não nulos fora da diagonal principal da matriz de inércia. Para se utilizar eficientemente manipuladores subatuados em operações tais como posicionamento de objetos ou inspeção, deve-se quantificar o acoplamento dinâmico para se medir e controlar o movimento das juntas passivas. A seguir, apresentamos o equacionamento para se determinar a aceleração das juntas passivas destravadas relativo às acelerações e torques nas ativas. Maiores detalhes sobre o conceito de índice de acoplamento podem ser encontrados em BERGERMAN et al. (1995).

### 2.2.1 Índice de acoplamento de aceleração

Lembrando a equação (2.14):

$$M_{ua}\ddot{q}_a + M_{uu}\ddot{q}_u + b_u = 0.$$

Como  $M$  é positiva definida, então de acordo com o teorema de Sylvester,  $M_{uu}$  também o é. Desse modo podemos escrever:

$$\ddot{q}_u = -M_{uu}^{-1}M_{ua}\ddot{q}_a - M_{uu}^{-1}b_u. \quad (2.17)$$

O segundo termo no lado direito de (2.17) é uma função somente de  $q$  e  $\dot{q}$ , e desse

modo é completamente determinado uma vez que medidas dessas variáveis estejam disponíveis. A relação entre a aceleração das ativas e passivas, reescrevendo a equação (2.17), é dada por:

$$\ddot{\bar{q}}_u = -M_{uu}^{-1}M_{ua}\ddot{q}_a = G_{ua}\ddot{q}_a \quad (2.18)$$

sendo

$$\ddot{\bar{q}}_u = \ddot{q}_u + M_{uu}^{-1}b_u. \quad (2.19)$$

A aceleração  $\ddot{\bar{q}}_u$  pode ser vista como uma aceleração virtual das juntas passivas destravadas, geradas pela aceleração das ativas e por torques não lineares relativos a efeitos de velocidade.

A equação (2.18) é importante no entendimento de como um manipulador subatuado funciona. Torques podem ser aplicados somente nas juntas ativas. Estes torques produzem as acelerações  $\ddot{q}_a$ , que indiretamente produzem as acelerações  $\ddot{\bar{q}}_u$  nas juntas passivas destravadas. Essas acelerações podem ser controladas somente se a matriz de ganho de aceleração,  $G_{ua}$ , possuir uma estrutura que permita a transmissão das acelerações das ativas para as passivas. Portanto, o estudo dessa matriz é de fundamental importância para o projeto e controle de manipuladores subatuados.

A matriz  $G_{ua}$  é função somente das posições  $q$  do robô, e assim é completamente determinada pelas leituras dos *encoders* nas juntas, não dependendo de  $\ddot{q}_a$  ou  $\ddot{\bar{q}}_u$ . Desse modo a equação (2.18) pode ser considerada como um sistema linear de  $n_p$  equações  $Ax = b$ , redundante para  $n_a > n_u$  e indeterminado se  $n_a < n_u$ . Um resultado que pode ser derivado imediatamente da estrutura de (2.18) é:

**Proposição:** Se a linha  $i$ ,  $1 \leq i \leq n_u$ , na matriz  $G_{ua}$  contém somente zeros, então a  $i$ -ésima junta passiva não pode ser controlada pelo acoplamento dinâmico com as juntas ativas.

Esta proposição segue do fato de que, se  $G_{ua}$  tem uma linha de zeros, então a  $i$ -ésima linha na equação (2.17) se reduz a

$$\ddot{q}_{u_i} = (-M_{uu}^{-1}b_u)_i. \quad (2.20)$$

Esta equação indica que a aceleração da  $i$ -ésima junta passiva não é uma função de



qualquer das acelerações das ativas, e portanto não pode ser controlada diretamente.

Dentre as possibilidades que podem aparecer dependendo de haver mais juntas ativas ou passivas no mecanismo estão as seguintes:

- Caso 1:  $n_a < n_u$

Apesar disso não ser comum, pode acontecer de o número de atuadores ser menor que o número de juntas passivas (por exemplo quando dois atuadores de um braço de 3-GDL falham). Neste caso, o posto máximo de  $G_{ua}$  é  $n_a$ , e a equação (2.18) tem no máximo uma solução. No entanto, essa solução (se existir) não é interessante na prática, porque as acelerações das  $n_u - n_a$  juntas passivas vão depender linearmente das acelerações das outras  $n_a$  juntas passivas. Em outras palavras,  $n_a$  juntas passivas podem ser controladas a cada instante, enquanto as outras  $n_u - n_a$  não podem. Podemos concluir que é necessário ter pelo menos  $n_u$  atuadores no mecanismo subatuado para ser possível controlar todas as  $n_u$  juntas passivas independentemente. Este resultado já foi estabelecido por ARAI & TACHI (1991); em seu trabalho, no entanto, os autores chegaram a essa conclusão somente após o estudo das equações dinâmicas linearizadas do sistema, enquanto aqui são consideradas as não-linearidades presentes na matriz de inércia.

- Caso 2:  $n_a = n_u$

Neste caso podemos obter pelo menos uma solução, que existe se a matriz  $G_{ua}$ ,  $n_a \times n_a$  é invertível (ou, em outras palavras, se a submatriz  $M_{ua}$  é invertível). Uma análise de  $G_{ua}$  pode mostrar se é possível controlar  $\ddot{\mathbf{q}}_u$  usando os atuadores nas juntas ativas.

- Caso 3:  $n_a > n_u$

Este é provavelmente o caso mais comum, e certamente o mais interessante. Aqui, podemos obter pelo menos uma solução para o problema de encontrar as acelerações  $\ddot{\mathbf{q}}_a$  que irão gerar as acelerações desejadas  $\ddot{\mathbf{q}}_u$ , desde que o posto da matriz  $G_{ua}$  seja pelo menos igual a  $n_u$ . No caso geral, infinitas soluções podem ser encontradas, conforme veremos mais adiante. Pode-se usar eficientemente essa redundância para realizar tarefas como desvio de obstáculos, minimização de torque, etc.

Em qualquer dos casos acima, é útil definir uma medida do acoplamento dinâmico em cada instante. Por exemplo, ao lidar com o caso 3, podemos tentar maximizar o acoplamento pelo uso da redundância presente no sistema. De fato, este é o tema principal deste trabalho.

Segundo LEE & XU (1995), é natural pensar nos valores singulares de  $G_{ua}$ , que mede o “grau de invertibilidade” dessa matriz, e conseqüentemente sua capacidade de “transmitir” as acelerações das juntas ativas para as passivas. Baseado nisso, temos que,  $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_c$  são os  $c = \min(n_u, n_a)$  valores singulares de  $G_{ua}$ . Defini-se o índice de acoplamento de aceleração do manipulador subatuado como:

$$\rho_\alpha(q) = \prod_{i=1}^{n_u} \sigma_i(G_{ua}). \quad (2.21)$$

O índice de acoplamento fornece uma medida *local* de quão bem as acelerações das juntas ativas são transmitidas para as juntas passivas destravadas, porque os elementos de  $G_{ua}$  são funções da posição corrente do manipulador,  $q$ . Assim essa medida pode ser usada no controle em tempo real do manipulador.

**Exemplo 2.1:** Vamos analisar o caso do manipulador planar com 3 graus de liberdade.

A matriz de inércia é dada por:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

onde as expressões dos componentes da matriz de inércia são mostradas no apêndice B.

Os parâmetros adotados nos cálculos das matrizes encontram-se no capítulo 5, tabela (5.1). Assumimos também que  $n_a = 2$ , isto é, temos dois atuadores para serem posicionados nas juntas 1 e 2, 1 e 3 ou 2 e 3, o que resulta em três configurações diferentes para o robô. Em cada caso a matriz  $G_{ua}$ , é  $1 \times 2$ , o que indica que existe pelo menos uma solução para o problema de encontrar  $\ddot{q}_a$  para um  $\ddot{q}_u$  desejado, desde que ambos elementos de  $G_{ua}$  não sejam iguais a zero no mesmo instante. Nas equações para simplificação temos  $c_i = \cos(i)$  e  $c_{ij} = \cos(i + j)$ .



- Caso 1 (Configuracao AAP): juntas 1 e 2 ativas e junta 3 passiva.

$$G_{ua} = - \left[ \begin{array}{cc} 1.0 + 1.0066 c_{23} + 1.0066 c_3 & 1.0 + 1.0066 c_3 \end{array} \right] \quad (2.23)$$

- Caso 2 (Configuracao APA): juntas 1 e 3 ativas e junta 2 passiva.

$$G_{ua} = - \left[ \begin{array}{cc} \frac{0.051+0.059 c_2+0.0098 c_{23}+0.020 c_3}{0.051+0.020 c_3} & \frac{0.0097+0.0098 c_3}{0.051+0.020 c_3} \end{array} \right] \quad (2.24)$$

- Caso 3 (Configuracao PAA): juntas 2 e 3 ativas e junta 1 passiva.

$$G_{ua} = - \left[ \begin{array}{cc} \frac{0.051+0.059 c_2+0.0098 c_{23}+0.020 c_3}{0.13+0.085 c_2+0.020 c_{23}+0.020 c_3} & \frac{0.0097+0.0098 c_{23}+0.0098 c_3}{0.13+0.085 c_2+0.020 c_{23}+0.020 c_3} \end{array} \right] \quad (2.25)$$

A partir dessas matrizes calculamos o índice de acoplamento de aceleração  $\rho_\alpha$  em cada caso. As figuras 2.1, 2.2, 2.3 mostram os gráficos desse índice em função dos ângulos das juntas 2 e 3 (de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , em radianos), para cada caso. Uma cuidadosa avaliação dessas figuras mostra que, para a maioria dos valores dos ângulos dessas juntas, o caso 1 é o que apresenta o maior valor do índice. Como podemos observar, em nenhum dos casos  $\rho_\alpha$  se anula. Isto indica que pelo menos uma solução vai existir, não importa qual junta é a passiva.

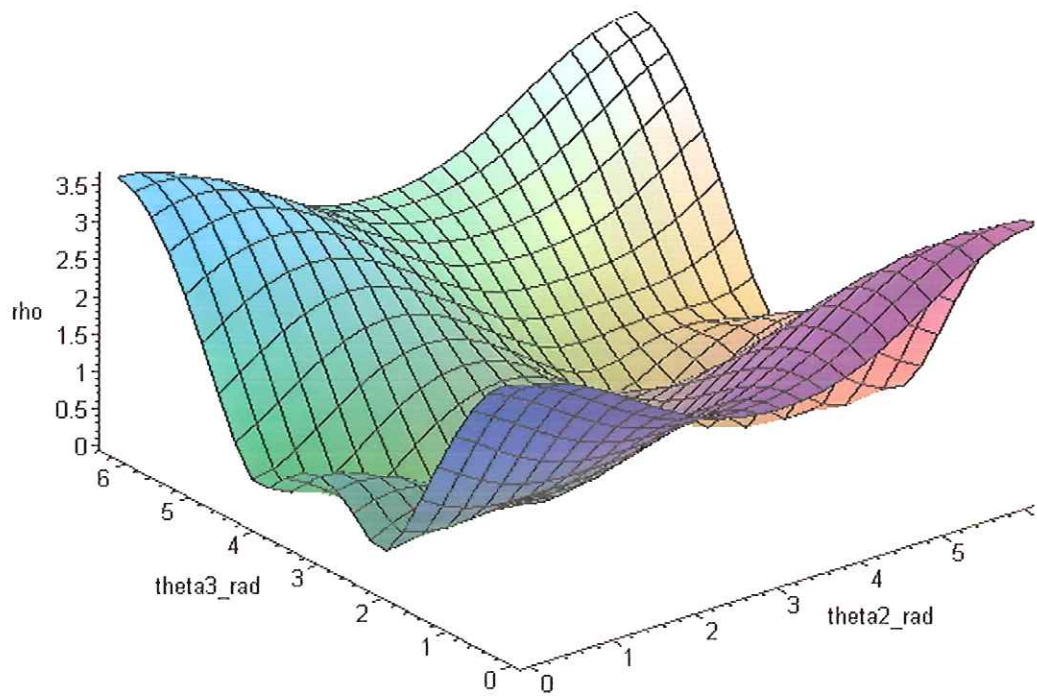


Figura 2.1: Índice de acoplamento de aceleração em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração AAP.

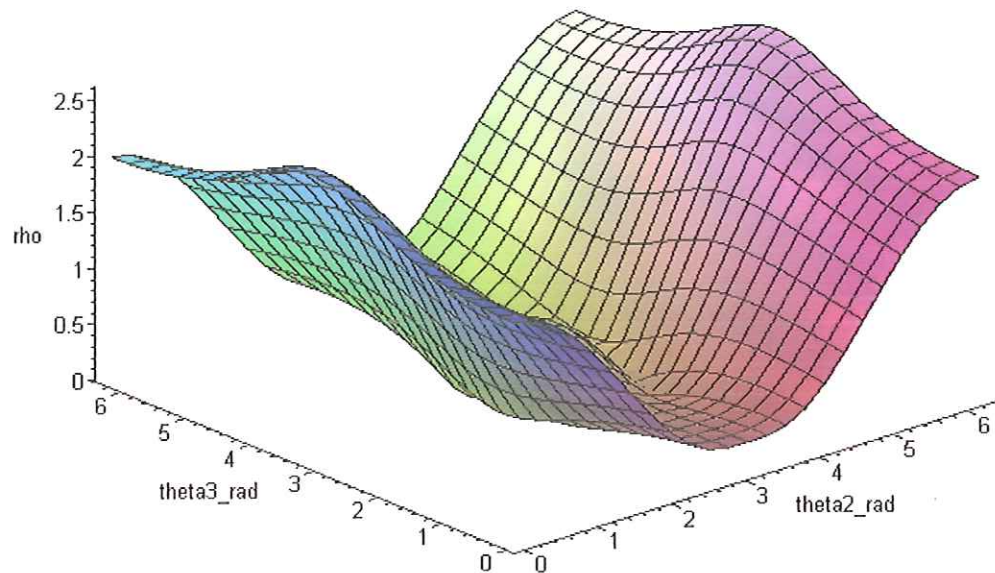


Figura 2.2: Índice de acoplamento de aceleração em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração APA.

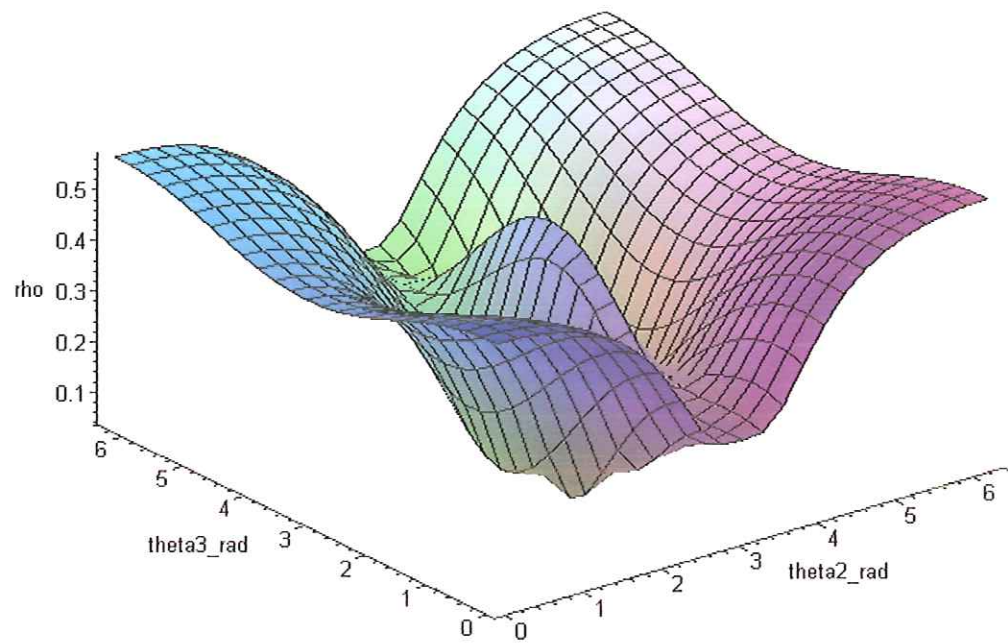


Figura 2.3: Índice de acoplamento de aceleração em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração PAA.



### 2.2.2 Índice de acoplamento de torque

Em alguns casos pode-se estar interessado na relação entre as acelerações das juntas passivas e outras variáveis físicas além das acelerações das juntas ativas. Neste trabalho estamos interessados na minimização da energia consumida pelo sistema, o que requer o estudo da relação dos torques nos atuadores. Desde que aceleração num mecanismo complexo não linear, como um manipulador, não é necessariamente proporcional ao torque (e conseqüentemente ao consumo de energia), não podemos afirmar que um valor alto do índice de acoplamento de aceleração como definido anteriormente implica em baixo gasto de energia. Com essa finalidade definimos um índice de acoplamento alternativo.

Fatorando  $\ddot{q}_a$  na primeira linha de (2.13) obtemos:

$$\ddot{q}_a = M_{aa}^{-1}(\tau_a - M_{au}\ddot{q}_u - b_a). \quad (2.26)$$

Substituindo esta expressão na segunda linha de (2.13), a seguinte relação entre as acelerações das juntas passivas e torques aplicados nas ativas é obtido:

$$\ddot{q}_u = -W_{uu}M_{ua}M_{aa}^{-1}\tau_a + W_{uu}(M_{ua}M_{aa}^{-1}b_a - b_u) \quad (2.27)$$

sendo a matriz  $W_{uu}$ ,  $n_p \times n_p$  dada por

$$W_{uu} = (M_{uu} - M_{ua}M_{aa}^{-1}M_{au})^{-1}. \quad (2.28)$$

A matriz  $W_{uu}$  é positiva definida, porque é igual ao bloco diagonal inferior da inversa da matriz de inércia.

A relação entre as acelerações das juntas passivas e os torques nas ativas, reescrevendo a equação (2.27) é dada por:

$$\ddot{\bar{q}}_u = -W_{uu}M_{ua}M_{aa}^{-1}\tau_a = W_{ua}\tau_a \quad (2.29)$$

sendo

$$\ddot{\bar{q}}_u = \ddot{q}_u - W_{uu}(M_{ua}M_{aa}^{-1}b_a - b_u). \quad (2.30)$$

Como anteriormente, o vetor  $\ddot{q}_u$  pode ser considerado como uma aceleração virtual das juntas passivas destravadas, geradas pelos torques nas ativas e torques não lineares relativos a velocidade e efeitos gravitacionais. Defini-se o seguinte índice de acoplamento torque para aceleração (referido como índice de acoplamento de torque para simplificação):

$$\rho_\tau(q) = \prod_{i=1}^{n_u} \sigma_i(W_{ua}). \quad (2.31)$$

O índice de acoplamento de torque nos dá uma medida local do quanto os torques nas juntas ativas são transmitidos para as passivas, pois os elementos de  $W_{ua}$  são funções da posição angular do manipulador  $q$ . Esse índice será utilizado posteriormente como um índice de otimização para uma sequência de controle ótimo das juntas passivas de um manipulador subatuado, com o objetivo de minimizar o torque dos atuadores e consequentemente o consumo de energia no processo.

**Exemplo 2.2:** Consideramos o mesmo manipulador do exemplo anterior.

Novamente temos dois atuadores para serem posicionados nas juntas 1 e 2, 1 e 3 ou 2 e 3. Em cada caso a matriz  $W_{ua}$ , é  $1 \times 2$ , e a partir desta o índice de acoplamento de torque é calculado. No apêndice C são mostradas os passos para o cálculo da matriz  $W_{ua}$ , suas expressões literais e o cálculo do índice para a configuração APA. As figuras 2.4, 2.5, 2.6 mostram os gráficos do índice de acoplamento de torque  $\rho_\tau$  em função dos ângulos das juntas 2 e 3 (de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , em radianos), para cada configuração.

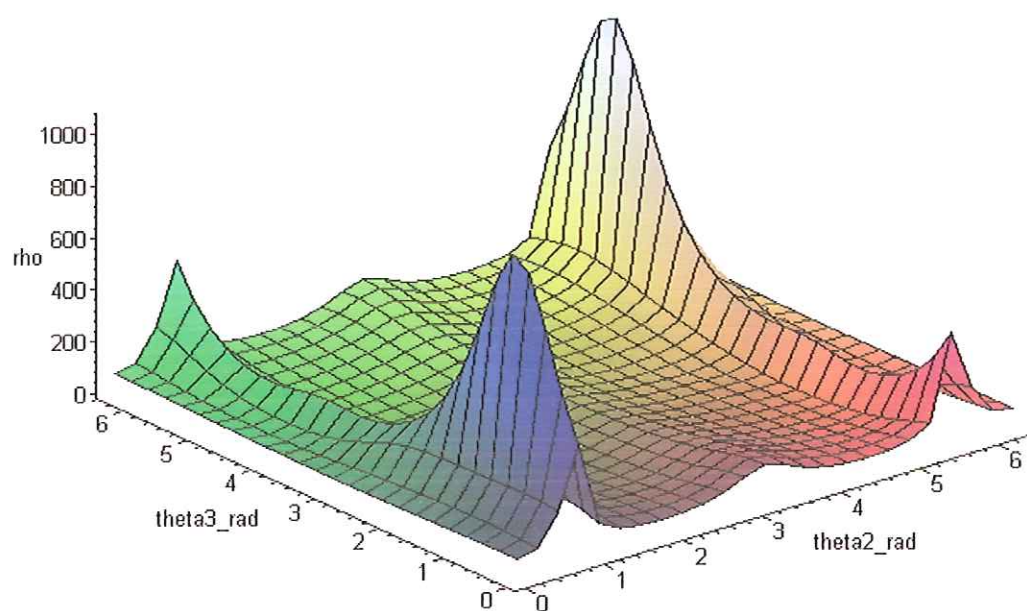


Figura 2.4: Índice de acoplamento de torque em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração AAP.

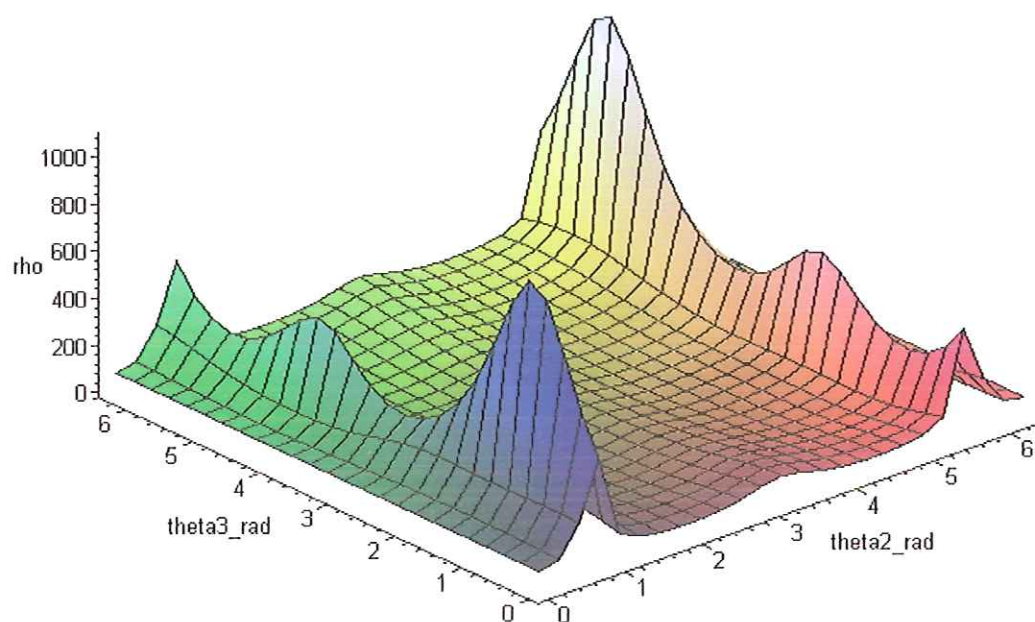


Figura 2.5: Índice de acoplamento de torque em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração APA.



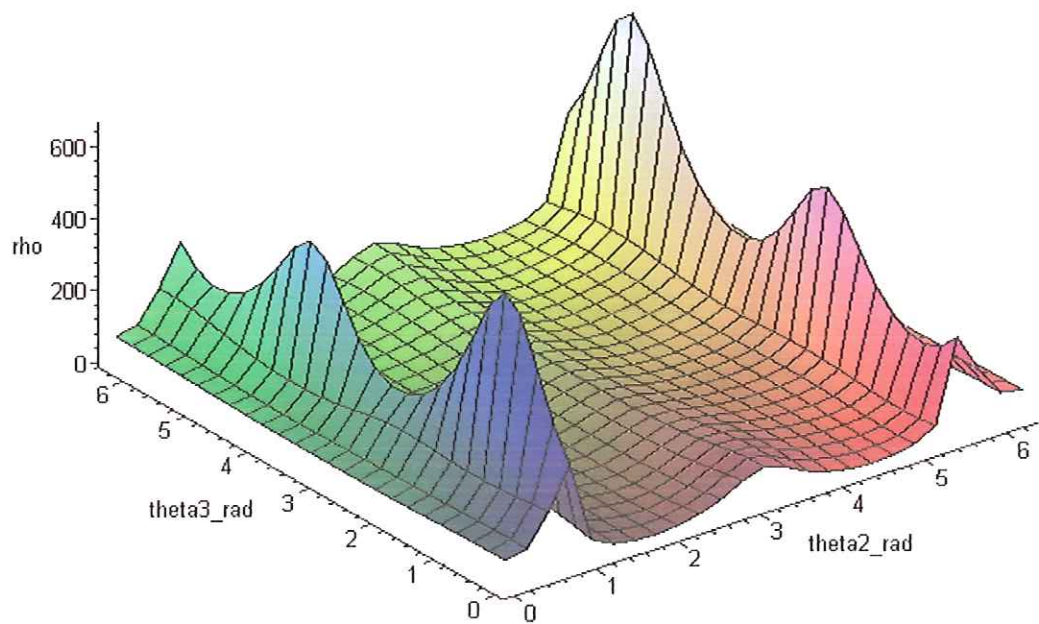


Figura 2.6: Índice de acoplamento de torque em função de  $\theta_2$  e  $\theta_3$  para a configuração PAA.

## Capítulo 3

# Controle subótimo de manipuladores subatuados via redundância de atuação

### 3.1 Uso de redundância para otimização

Redundância tem sido incorporada em vários sistemas que necessitam de alta confiabilidade, tais como, aeronaves, naves espaciais, e sistemas militares. Por exemplo, no caso de uma nave espacial, para melhorar a confiabilidade do sistema computacional, vários computadores fazem os mesmos cálculos simultaneamente.

Assim, para que um sistema robótico possa desempenhar diferentes tipos de tarefas em várias situações, deve-se ter dois ou mais braços, ao invés de um; três ou mais dedos no lugar de uma simples garra; e várias juntas para cada braço. Uma utilização consistente desse elevado grau de liberdade é necessário para que o sistema satisfaça certos objetivos. Este tipo de redundância mecânica difere da redundância de sensores e está dividida em redundâncias cinemática e de atuação.

Em um sistema com redundância cinemática, nós somos capazes de alterar a estrutura interna ou configuração dos mecanismos sem mudar a posição e orientação do efetuador ou do objeto. Um exemplo típico é um braço humano, que tem 7 graus de liberdade (GDL) do ombro até o punho. Devido a redundância cinemática é possível mudar a posição do cotovelo enquanto a mão segura um objeto fixo. Redundância

cinemática pode ser usada para evitar obstáculos, singularidade ou que as juntas atinjam seus limites. Desde que a decisão em  $t = t_0$  de mudar a estrutura interna afeta essa estrutura em  $t > t_0$ , redundância cinemática tem causalidade, portanto, forma um problema global que pode ser otimizado pela visão do movimento total.

Redundância de atuação é encontrada em mecanismos de cadeia fechada. Exemplos de mecanismos de cadeia fechada formados por múltiplos membros ocorre quando dois braços ou múltiplos dedos seguram um objeto, ou quando um robô de múltiplas pernas anda. Se um objeto é segurado por três dedos com três graus de liberdade cada, o sistema tem liberdade para ajustar o quanto de pressão a ser aplicada no objeto, desde que esse mecanismo tem nove atuadores e o movimento do objeto é especificado por apenas seis variáveis independentes. Esta é uma típica redundância de atuação. Utilizando essa redundância, podemos alterar a qualidade do aperto. A redundância de atuação de sistemas de múltiplos membros é representada na relação entre a força e momento resultantes aplicadas ao objeto e as forças e momentos que os mecanismos individuais exercem nos pontos de contato.

Mecanismos de cadeia fechada que não são de múltiplos membros podem ter redundância de atuação. Esses tipos de mecanismos geralmente tem juntas atuadas e não atuadas. O número de juntas atuadas é comumente igual a dimensão das variáveis de saída. Adicionando atuadores em algumas das juntas não atuadas produzimos mecanismos com outro tipo de redundância de atuação, que é distinta daquela encontrada em sistemas com múltiplos membros na medida em que a redundância não é representada em termos de forças e momentos nas extremidades dos membros individuais. Portanto, a representação paramétrica da redundância de atuação é diferente dependendo do mecanismo ser de múltiplos membros ou não.

Existem duas abordagens de utilização de redundância para otimização: (1) controle ótimo local, e (2) controle ótimo global. Apesar da abordagem local, que instantaneamente determina a utilização de redundância baseada em informações atualizadas ser de baixo custo computacional, deixa a desejar a garantia de otimalidade global. Assim, essa abordagem é adequada para aplicações de tempo real. A abordagem de controle ótimo global é melhor para planejamento *off-line* de trajetórias para tarefas que requerem otimalidade estrita, como desvio de obstáculos em áreas de trabalho complexas.



Neste trabalho utiliza-se o controle ótimo local de redundância de atuação com o objetivo de minimizar certos critérios, como o acoplamento entre as juntas e a energia consumida. Para isso na fase de controle da junta passiva usamos dois atuadores, ou seja, duas juntas ativas controlando uma junta passiva.

### 3.2 Controle sequencial de manipuladores subatuados

O problema aqui estudado é: dado um manipulador com  $n$  juntas, onde  $n_a$  dessas juntas são equipadas com atuadores e freios e  $n_p$  apenas com freios, sendo  $n_a > n_p$ , e configurações inicial e final (*set-point*) denotadas por  $q(t_0)$  e  $q^d$ , respectivamente, deseja-se que, após um tempo  $T > 0$ ,  $q(T) = q^d$ .

Este problema de controle ponto a ponto foi abordado primeiramente por ARAI & TACHI (1991). O termo ponto a ponto refere-se ao fato que, controlando as posições de todas as juntas para um vetor posição de juntas desejado, é possível posicionar o efetuador do manipulador para um ponto desejado no espaço Cartesiano. Arai e Tachi demonstraram que, a cada instante, a posição de não mais que  $n_a$  juntas de um manipulador subatuado podem ser controladas ao mesmo tempo. Existe na literatura científica um número já expressivo de artigos abordando este problema.

Via de regra, o controle de todas as juntas de um manipulador subatuado é executado em etapas. Enquanto os freios estão livres, a posição das juntas passivas pode ser controlada indiretamente através do movimento das juntas ativas, usando-se as características do acoplamento dinâmico do manipulador. Cada junta passiva é travada ao atingir a posição desejada. Enquanto os freios estão ativados, as juntas passivas estão fixas e a posição das juntas ativas pode ser controlada. Alternando-se entre o controle das juntas ativas e passivas, a posição de todas as juntas do manipulador é conseguida. A figura 3.1 ilustra o conceito.

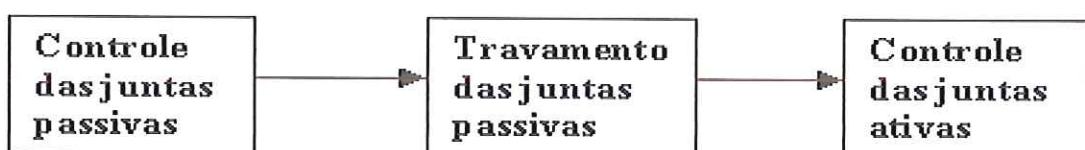


Figura 3.1: Controle sequencial de um controlador robusto.



### 3.3 Linearização por realimentação de estados

No capítulo anterior, apresentou-se a equação dinâmica do manipulador subatuado escrita em termos das juntas controladas  $q_c$  e as juntas restantes,  $q_r$  como:

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{ac} & M_{ar} \\ M_{uc} & M_{ur} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_a \\ b_u \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Existem três maneiras possíveis de compor o vetor  $q_c$  ( $n_a \times 1$ ), cada uma levando a uma estratégia de controle diferente para o manipulador subatuado. Primeiro,  $q_c$  pode conter apenas as juntas ativas. Quando este é o caso, escolhe-se manter todas as outras juntas (i.e., as juntas passivas) travadas. Esta escolha nos permite controlar as juntas ativas como se o manipulador fosse totalmente atuado. Segundo,  $q_c$  pode conter apenas as juntas passivas (que só é possível quando o número de juntas passivas é pelo menos igual a  $n_a$ ). Neste caso, escolhe-se manter todas as outras juntas passivas, se existir mais alguma, travadas enquanto  $q_c$  é controlado. Esta escolha garante que as juntas passivas que não estão sendo controladas não se movam e não introduzam distúrbios dinâmicos nas juntas que estão sendo controladas. Terceiro, o vetor  $q_c$  pode conter tanto as juntas ativas quanto as passivas. Neste caso, também, pode-se manter todas as outras juntas passivas, se existir mais alguma, travadas, para garantir que elas não se movam.

Referir-se-á ao primeiro caso como estratégia de controle A, porque apenas as juntas ativas estão sendo controladas. Neste caso,  $\ddot{q}_c = \ddot{q}_a$ , a dimensão de  $q_r$  é zero, e a equação dinâmica (2.13) se reduz a:

$$\tau_a = M_{aa}\ddot{q}_a + b_a. \quad (3.2)$$

Durante um movimento A, movimento do manipulador subatuado no espaço das juntas quando a estratégia A é executada, as restrições não holonômicas desaparecem porque a dimensão de  $q_u$  é zero.

O segundo caso é denominado uma estratégia de controle P, porque apenas as juntas passivas estão sendo controladas. Neste caso  $\ddot{q}_c = \ddot{q}_u$ ,  $\ddot{q}_r = \ddot{q}_a$ , e a equação dinâmica

(2.15) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{au} & M_{aa} \\ M_{uu} & M_{ua} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_u \\ \ddot{q}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_a \\ b_u \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Quando a estratégia de controle P é utilizada, diz-se que o manipulador realiza um movimento P. Durante um movimento P as restrições não holonômicas ditam o comportamento do movimento das juntas ativas.

Isolando  $\ddot{q}_a$  na segunda linha da eq. (3.3) temos:

$$\ddot{q}_a = -M_{ua}^{-1}(M_{uu}\ddot{q}_u + b_u) \quad (3.4)$$

substituindo esse resultado de volta na primeira linha, obtém-se a relação de malha aberta entre  $\ddot{q}_u$  e  $\tau_a$ :

$$\tau_a = (M_{au} - M_{aa}M_{ua}^{-1}M_{uu})\ddot{q}_u - M_{aa}M_{ua}^{-1}b_u + b_a. \quad (3.5)$$

As equações (3.4) e (3.5) requerem a inversão da matriz  $M_{ua}$ . Neste ponto faremos uma simplificação e assumiremos que as dimensões de  $q_u$  e  $q_a$  são iguais, isto é, que a matriz  $M_{ua}$  é quadrada. Posteriormente, na seção sobre controle ótimo local, discutiremos o caso em que essa matriz não é quadrada e desse modo precisamos calcular a sua pseudoinversa e desse modo as equações (3.4) e (3.5) sofrem algumas alterações.

O terceiro caso é denominado de estratégia de controle AP (movimento AP), porque tanto as juntas ativas quanto as passivas estão sendo controladas. O vetor  $q_c$  conterà todos os elementos de  $q_u$  e alguns elementos de  $q_a$ , enquanto  $q_r$  conterà os elementos restantes de  $q_a$  que não estão em  $q_c$ . Uma relação de malha aberta similar a (3.5) pode ser obtida neste caso como:

$$\tau_a = (M_{ac} - M_{ar}M_{ur}^{-1}M_{uc})\ddot{q}_c - M_{ar}M_{ur}^{-1}b_u + b_a. \quad (3.6)$$

Com esta organização das possíveis estratégias de controle de manipuladores subatuados, um método de controle sequencial pode ser descrito da seguinte maneira: primeiro, um movimento P ou AP é executado de maneira que todas as juntas passivas (e talvez algumas juntas ativas, quando  $n_a > n_p$ ) são controladas até suas posições

fnais desejadas. Então, um movimento A é executado para trazer as juntas ativas remanescentes para as posições desejadas. Assim, manipuladores subatuados com mais juntas ativas que passivas podem ser controlados a um ponto de equilíbrio em duas etapas de duas maneiras distintas, P-A ou AP-A, desde que, é claro, as juntas passivas sejam controláveis via seu acoplamento dinâmico com as juntas ativas.

Todas as três estratégias de controle acima levam a relações de malha aberta entre  $\ddot{q}_c$  e  $\tau_a$  na forma:

$$\tau_a = \overline{M}_{ac}\ddot{q}_c + \overline{b}_a. \quad (3.7)$$

A tabela abaixo mostra as expressões de  $\overline{M}_{ac}$  e  $\overline{b}_a$  para as três estratégias de controle.

Tabela 3.1: Relação entre a aceleração das juntas controladas e os torques ativos para todas as possíveis estratégias de controle.

<i>Estratégia de controle</i>	$\overline{M}_{ac}$	$\overline{b}_a$
A	$M_{aa}$	$b_a$
P	$M_{au} - M_{aa}M_{ua}^{-1}M_{uu}$	$-M_{aa}M_{ua}^{-1}b_u + b_a$
AP	$M_{ac} - M_{ar}M_{ur}^{-1}M_{uc}$	$-M_{ar}M_{ur}^{-1}b_u + b_a$

A semelhança da equação dinâmica (3.7) com aquela de um manipulador totalmente atuado levaram ARAI & TACHI (1991) a escolherem um controlador - PID - projetado via linearização por realimentação de estados para controlar as juntas em  $q_c$ . O método consiste em definir uma entrada auxiliar  $u$ , com

$$\tau_a = \overline{M}_{ac}u + \overline{b}_a \quad (3.8)$$

de modo que, quando  $\overline{M}_{ac}$  é invertível,

$$\ddot{q}_c = u. \quad (3.9)$$

O efeito da linearização por realimentação é desacoplar e linearizar o sistema não linear (3.7). Na ausência de erros de modelagem e distúrbios externos, a substituição de  $u$  em (3.8) por um controlador PID da forma

$$u = \ddot{q}_c^d + K_d(\dot{q}_c^d - \dot{q}_c) + K_p(q_c^d - q_c) + K_i \int_{t_0}^t (q_c^d - q_c) dt \quad (3.10)$$

garante que  $q_c$  siga uma trajetória desejada  $q_c^d(t)$ .



Na prática, no entanto, erros de modelagem e distúrbios externos são comuns. Apresentaremos no capítulo seguinte um controlador robusto para forçar as juntas controladas a seguirem uma trajetória desejada a despeito da presença de erros e distúrbios. A lei de controle, portanto, consiste em um laço interno de linearização por realimentação (representado pela parte tracejada do diagrama) e um laço externo de controle robusto, conforme é mostrado na figura 3.2.

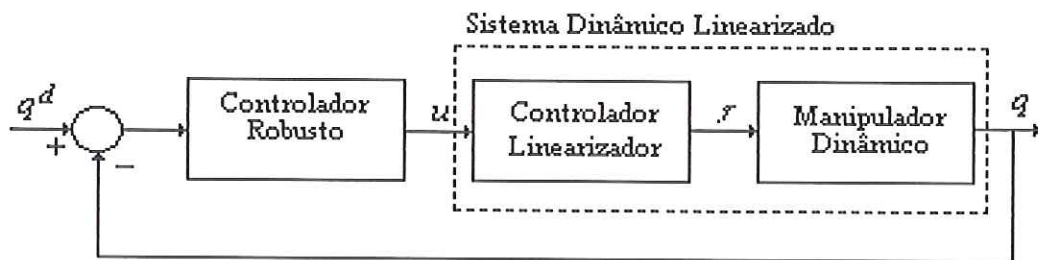


Figura 3.2: Diagrama de blocos da linearização por realimentação e controlador robusto.

### 3.4 Controle ótimo local

Nosso objetivo neste ponto é controlar a posição das juntas passivas através do acoplamento dinâmico com as juntas ativas, tirando vantagem da redundância de atuação para minimizar algum critério de interesse. Para atingir este propósito utilizamos a estratégia de controle P, mencionada na seção anterior. Desse modo teremos um sistema redundante com duas juntas ativas controlando uma junta passiva.

Começamos observando a equação não-holonômica de segunda ordem na segunda linha de (3.3):

$$M_{ua}\ddot{q}_a + M_{uu}\ddot{q}_u + b_u = 0.$$

Como estamos considerando o caso  $n_a > n_u$ , essa equação representa um sistema de  $n_u$  equações, e a matriz  $M_{ua}$  tem dimensão  $n_u \times n_a$ .

Como a matriz  $M_{ua}$  não é quadrada, ao isolar  $\ddot{q}_a$  temos uma equação da forma (ver



no apêndice A a parte referente à solução de equações lineares):

$$\ddot{q}_a = -M_{ua}^\#(M_{uu}\ddot{q}_u + b_u) + (I - M_{ua}^\#M_{ua})z \quad (3.11)$$

sendo  $I$  a matriz identidade de ordem  $n_a$  e  $z$  um vetor arbitrário. A equação (3.11) possui infinitas soluções, dentre as quais pode-se escolher aquela de menor norma para  $\ddot{q}_a$  (quando  $z$  é o vetor nulo) ou que minimize um critério pré-escolhido.

A principal idéia no desenvolvimento da solução geral (3.11) deriva intuitivamente do fato de que é possível adicionar à solução (3.4) qualquer vetor consistente com as restrições impostas ao sistema. LIGEOIS (1977) prova esta afirmação através de uma abordagem cinemática.

Escolhendo  $z$  como o gradiente de uma função potencial,  $P$ , adequada, como em:

$$z = -k \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T \quad (3.12)$$

sendo  $k$  uma constante positiva que representa o passo do gradiente, então este componente da eq. (3.11) força  $P$  a diminuir ao longo da trajetória do manipulador.

Assim, definindo a função potencial de forma proporcional a um critério de interesse, a minimização da função potencial implicará a minimização do critério escolhido. Numa primeira abordagem investigamos então o uso da seguinte função potencial:

$$P(q_a) = -\rho_\tau = -\prod_{i=1}^{n_u} \sigma_i(W_{ua}). \quad (3.13)$$

Neste ponto, nós utilizamos o negativo do índice de acoplamento de torque,  $\rho_\tau$ , definido por BERGERMAN et al. (1995). Conforme foi visto anteriormente, o índice de acoplamento mede quão acopladas dinamicamente estão as juntas ativas e passivas. Quanto maior o índice, menor é o torque que deve ser aplicado nas juntas ativas para controlar as juntas passivas. Em outras palavras, quanto maior a magnitude de  $\rho_\tau$ , menor o torque necessário nos atuadores para produzir o mesmo movimento e, portanto, menor é a energia consumida.

Para atingir o objetivo de controlar as juntas passivas enquanto o torque é minimizado nós substituímos as equações (3.13) e (3.12) em (3.11) obtendo uma equação

da forma:

$$\ddot{q}_a = -M_{ua}^\#(M_{uu}\ddot{q}_u + b_u) + (I - M_{ua}^\#M_{ua})(-k) \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T. \quad (3.14)$$

Substituindo na primeira linha de (3.3) obtemos a nova relação de malha aberta entre  $\ddot{q}_u$  e  $\tau_a$ :

$$\tau_a = (M_{au} - M_{aa}M_{ua}^\#M_{uu})\ddot{q}_u - M_{aa}M_{ua}^\#b_u + b_a + M_{aa}(I - M_{ua}^\#M_{ua})(-k) \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T. \quad (3.15)$$

Note que essa equação é do mesmo tipo da eq. (3.5) acrescida de algumas modificações devido a redundância de atuação. Essa redundância é explicitamente representada na eq. (3.15) pelo termo

$$M_{aa}(I - M_{ua}^\#M_{ua})(-k) \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T. \quad (3.16)$$

Desse modo, podemos definir uma entrada de controle  $u$ , que aplicada em

$$\tau_a = (M_{au} - M_{aa}M_{ua}^\#M_{uu})u - M_{aa}M_{ua}^\#b_u + b_a + M_{aa}(I - M_{ua}^\#M_{ua})(-k) \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T. \quad (3.17)$$

fornece o vetor de torques,  $\tau_a$ , necessário para controlar a junta passiva e ao mesmo tempo tende a maximizar (ou minimizar) alguma função potencial  $P$ . No contexto considerado, o sistema eletromecânico procura a melhor configuração, ou atitude, no sentido de maximizar o índice de acoplamento de torque.

O sinal de controle  $u$  pode ser obtido a partir de várias técnicas de controle que foram projetadas para o manipulador experimental. Dentre essas técnicas encontram-se controladores projetados por Torque Calculado, Estrutura Variável (VSC), Controle  $H_2$ , Controle  $H_\infty$ , Controle Misto  $H_2/H_\infty$ , Síntese  $\mu$ , LQG/LTR e LMI. Até o momento foram feitos testes utilizando controladores por Torque Calculado e Estrutura Variável (VSC) para simulação; e Controles  $H_\infty$  e  $H_2$  para simulação e parte experimental, em vista das vantagens apresentadas por esses controladores.

Este método de otimização é válido localmente. Os resultados obtidos sugerem que na maioria dos casos o torque e a energia gasta pelo sistema são minimizados ao longo da trajetória, tanto no controle da junta passiva como no controle total de todas as juntas; apesar de utilizarmos redundância da melhor maneira possível sem focalizarmos

o efeito global. Além disso, no equacionamento do índice de acoplamento relacionamos os torques nas juntas ativas com uma aceleração virtual da junta passiva. Para a obtenção da aceleração real dessa junta deve-se levar em conta torques não-lineares relativos a efeitos de velocidade angular das juntas.

## Capítulo 4

# Controle robusto

### 4.1 Controle combinado

Conforme vimos na seção 3.3 podemos controlar um sistema não linear como (3.7) através da técnica do torque computado, usando um controlador PD dado por:

$$\tau' = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q), \quad (4.1)$$

sendo  $q_d$ ,  $\dot{q}_d$  e  $\ddot{q}_d$  a posição desejada, a velocidade desejada e a aceleração desejada;  $K_p$  e  $K_v$  são matrizes diagonais  $n \times n$ , sendo que cada elemento da diagonal é um ganho positivo e escalar.

O diagrama de blocos deste método é mostrado abaixo:

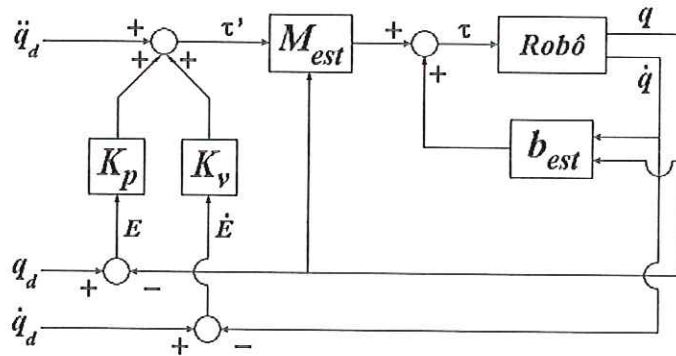


Figura 4.1: Diagrama de blocos do método do torque computado

Aqui  $M_{est}$  e  $b_{est}$  são modelos estimados da matriz de inércia,  $M$ , e do vetor de



torques não inerciais,  $b$ , do robô real, respectivamente. A equação de malha fechada do sistema é:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = M_{est}^{-1} [(M - M_{est}) \ddot{q} + (b - b_{est})]. \quad (4.2)$$

Em um manipulador real, podem existir distúrbios externos tais como atrito, variação de torque dos atuadores, e perturbações em virtude das cargas no robô. Se a soma destes distúrbios for definida como  $d_{ext}$  e adicionada à (4.2), teremos

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = M_{est}^{-1} [(M - M_{est}) \ddot{q} + (b - b_{est}) + d_{ext}]. \quad (4.3)$$

Se tivermos conhecimento perfeito de todos os parâmetros do robô e não houver distúrbio externo, então o lado direito de (4.3) se torna zero e o método de torque computado é capaz de proporcionar excelente qualidade em todas as configurações do robô. Porém, imperfeições de modelagem e distúrbios externos introduzirão erros e degradarão o desempenho de controle do método de torque computado.

Para superar esta deficiência, combinamos este método com o controlador  $H_\infty$ , obtendo assim um controlador combinado. O controlador combinado, mostrado na figura 4.2 possui basicamente a estrutura do controlador  $H_\infty$  para um sistema linear.  $W_e$  é uma função peso utilizada para moldar o desempenho do sistema no domínio da frequência.

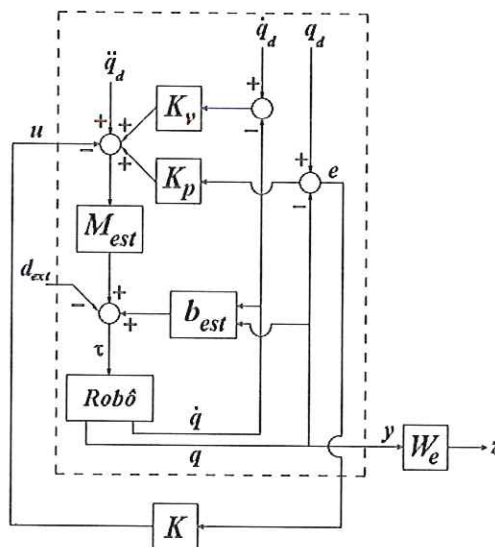


Figura 4.2: Estrutura do controlador combinado

A porção da figura 4.2 delimitada pela linha tracejada, que é a porção relativa ao torque computado, corresponde ao diagrama da figura 4.1 e nos permite formular o controlador linear  $H_\infty$ . Seria difícil implementar um controlador  $H_\infty$  que atuasse sozinho no sistema, devido ao comportamento não-linear do robô. No controlador combinado, a porção relativa ao torque computado pré-compensa a dinâmica da planta modelada e o controlador  $H_\infty$  realiza uma pós-compensação dos erros residuais que não foram completamente removidos pelo método torque computado.

## 4.2 Teoria de controle $H_2$ e $H_\infty$

Os controles  $H_2$  e  $H_\infty$  são métodos de projeto baseados em otimização, que garantem a robustez do sistema controlado. O objetivo deste item é descrever o projeto desses controladores, veja CHIANG & SAFONOV (1992), ZHOU et al. (1996), DOYLE et al. (1992), DOYLE et al. (1989) e FRANCIS (1987). Os conceitos serão desenvolvidos através da análise de um sistema com realimentação unitária. O sistema de controle de um manipulador subatuado pode ser representado como mostrado na figura 4.3.

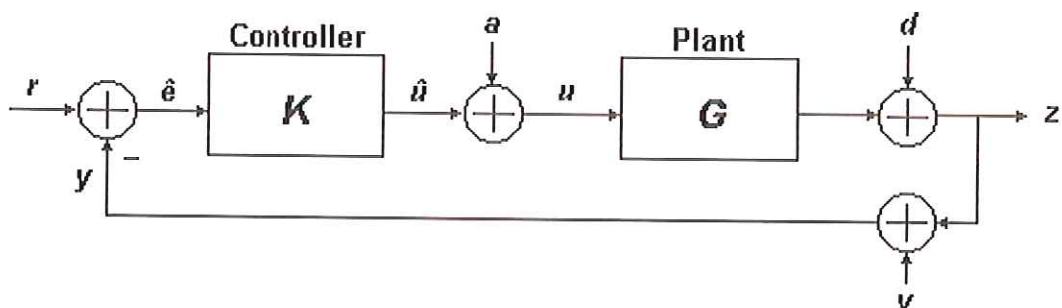


Figura 4.3: Sistema com realimentação unitária.

O sinal que será controlado,  $z$ , está relacionado com o sinal de controle  $u$ , por um sistema linear descrito pela função de transferência  $G$ . Existe uma perturbação  $d$ , que não pode ser controlada, e que perturba o sinal de saída  $z$ .

A norma  $H_2$  de uma função de transferência multivariável  $G$  é:

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{traço}\{G^*(j\omega)G(j\omega)\}d\omega} \quad (4.4)$$

esta norma é finita se e só se  $G$  é estritamente própria ( $G(\infty) = 0$ ).

A norma  $H_\infty$  de uma função de transferência multivariável  $G$  é:

$$\|G\|_\infty = \sup_{w \in \mathfrak{R}} \sigma_{max}(G(jw)) \quad (4.5)$$

sendo *sup* o supremo e  $\sigma_{max}$  denota o máximo valor singular. A norma  $H_\infty$  pode então ser usada para “moldar” ou “restringir” funções de transferência. Sabe-se que a função sensibilidade,  $S$ , definida como

$$S = [I + G(s)K(s)]^{-1} \quad (4.6)$$

deve ser pequena em baixas frequências. Sendo  $W_1^{-1}$  um filtro passa-alta que tem as mesmas características de ganho que a função  $S$  deve ter em baixas frequências, então tem-se que

$$|S(jw)| \leq |W_1^{-1}(jw)| \quad (4.7)$$

A equação acima nos diz que o “tamanho” da função  $S$  é menor ou igual ao “tamanho” da função  $W_1^{-1}$ . Reescrevendo a equação usando a definição de norma  $H_\infty$ , temos

$$\|W_1 S\|_\infty \leq 1 \quad (4.8)$$

Restringe-se o máximo pico da função sensibilidade para evitar excessiva amplificação dos distúrbios. Na formulação de controle  $H_\infty$  isso pode ser feito explicitamente. De maneira similar, escolhendo uma função peso adequada  $W_3$ , pode-se “modelar” a função sensibilidade complementar,  $T$ , definida como

$$T = [I + G(s)K(s)]^{-1} G(s)K(s) \quad (4.9)$$

Então

$$\|W_3 T\|_\infty \leq 1 \quad (4.10)$$

Considerando um sistema linear, descrito pela função de transferência  $G$ , com dois conjuntos de sinais de entrada  $u$  e  $w$ . O vetor  $u$  contém todas as entradas de controle, ou seja, todas as entradas que podem ser manipuladas de maneira a alcançar os objetivos desejados. O vetor  $w$  contém todas as outras entradas, como sinal de referência, distúrbios e ruído de sensores. O sistema  $G$  tem dois conjuntos de sinais de saída  $z$

e  $y$ . O vetor  $y$  contém todas as variáveis medidas. O vetor  $z$  contém todas as outras variáveis, as quais deseja-se controlar. O diagrama de blocos da figura 4.4 descreve este sistema.

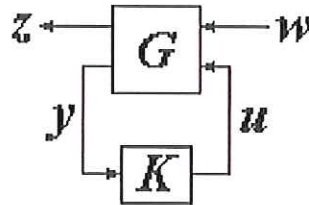


Figura 4.4: Planta  $G$  e controlador  $K$ .

Assume-se que a planta  $G$  e o controlador  $K$  são reais, racionais e próprias. Também assume-se que os modelos de  $G$  e  $K$  no espaço de estados são conhecidos e que suas realizações são estabilizáveis e detectáveis. A planta  $G$  mostrada na figura representa o seguinte conjunto de equações:

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \quad (4.11)$$

$$z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \quad (4.12)$$

$$y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u. \quad (4.13)$$

A transformação fracional linear de  $G$  e  $K$  é denotada por  $T_{zw}$ .

Um controlador é dito admissível quando este estabiliza internamente o sistema.

*Controle  $H_\infty$  ótimo:* encontrar todos os controladores admissíveis  $K(s)$  tal que  $\|T_{zw}\|_\infty$  é minimizada.

Deve-se notar que os controladores  $H_\infty$  ótimos definidos acima geralmente não são únicos para sistemas MIMO (*Multiple Input, Multiple Output* - Múltiplas entradas, Múltiplas saídas). Encontrar um controlador  $H_\infty$  ótimo é na maioria das vezes uma tarefa complicada, tanto numericamente quanto teoricamente, como mostrado em ZHOU et al. (1996). Conhecer a norma  $H_\infty$  ótima (mínima) pode ser útil teoricamente, pois indica um limite para o que se pode alcançar. Porém, na prática, geralmente não é necessário e algumas vezes até indesejável projetar um controlador ótimo, e é muito mais “barato” obter controladores que são muito próximos no sentido de norma dos ótimos, que serão chamados de *controladores subótimos*.



*Controle  $H_\infty$  subótimo:* Dado  $\gamma > 0$ , encontrar todos os controladores admissíveis  $K(s)$ , se existir, tal que  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ .

O problema considerado a seguir é uma simplificação da teoria de  $H_\infty$ , mas que conserva suas partes essenciais.

A realização da matriz de transferência  $G$  é dada da forma

$$G(s) = \left[ \begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right]. \quad (4.14)$$

Assumimos o seguinte para  $G$ :

- (i)  $(A, B_1)$  e  $(A, B_2)$  são estabilizáveis;
- (ii)  $(C_1, A)$  e  $(C_2, A)$  são detectáveis;
- (iii)  $D_{12}^* \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$ ;
- (iv)  $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ .

Para encontrar o controlador, deve-se primeiramente resolver duas Equações Algébricas de Riccati (EAR) e usar estes resultados para se obter as matrizes de estado do controlador. Cada EAR da forma

$$E^T X + X E - X R X + Q = 0 \quad (4.15)$$

tem uma Hamiltoniana associada:

$$H := \begin{bmatrix} E & -R \\ -Q & -E^T \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A notação  $X = Ric(H)$  é usada para denotar a solução da EAR que faz  $E - RX$  estável, ou seja, todos os autovalores estão no semi-plano esquerdo.

A seguir, apresentamos as condições necessárias e suficientes para a existência de um controlador admissível  $K(s)$  tal que  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ . Assim,  $\gamma$  deve ser maior que  $\gamma_{opt}$  para a existência de controladores  $H_\infty$  sub-ótimos. Controladores  $H_\infty$  ótimos são mais difíceis de se caracterizar do que sub-ótimos, e esta é a principal diferença entre

os resultados de  $H_\infty$  e  $H_2$ .

A solução  $H_\infty$  envolve as seguintes matrizes Hamiltonianas:

$$H_\infty := \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^* \\ -C_1^*C_1 & -A^* \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

e

$$J_\infty := \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2}C_1^*C_1 - C_2^*C_2 \\ -B_1B_1^* & -A \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

*Teorema:* Existe um controlador admissível tal que  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  se as seguintes condições são satisfeitas:

- (i)  $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  e  $X_\infty := \text{Ric}(H_\infty) \geq 0$ ;
- (ii)  $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$  e  $Y_\infty := \text{Ric}(J_\infty) \geq 0$ ;
- (iii)  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

onde  $\rho(X_\infty Y_\infty) = \max_i |\lambda_i(X_\infty Y_\infty)|$  é o raio espectral de  $X_\infty Y_\infty$ ,  $\lambda_i(X_\infty Y_\infty)$  é o  $i$ -ésimo autovalor de  $X_\infty Y_\infty$ .

O processo para se encontrar um controlador  $H_\infty$  sub-ótimo é iterativo. Começamos com um valor arbitrário de  $\gamma$ , por exemplo,  $\gamma = 1$ . Se uma das condições acima falha, então  $\gamma$  é muito pequeno e não existe solução, assim deve ser aumentado.

Quando as condições são satisfeitas, o controlador é dado por

$$K_{sub}(s) := \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_\infty & Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right] \quad (4.19)$$

sendo

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2}B_1B_1^*X_\infty + B_2F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \quad (4.20)$$

$$F_\infty = B_2^*X_\infty \quad (4.21)$$

$$L_\infty = -Y_\infty C_2^* \quad (4.22)$$

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2}X_\infty Y_\infty)^{-1}. \quad (4.23)$$

O controlador  $H_\infty$  mostrado acima é comumente chamado de *controlador central* ou *controlador de mínima entropia*.

No caso  $H_2$  deseja-se encontrar um controlador  $K$  admissível que minimize a norma  $\|T_{zw}\|_2$ . As seguintes matrizes Hamiltonianas pertencem ao  $dom(Ric)$ :

$$X_2 := Ric \begin{bmatrix} A & -B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & A^T \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

e

$$Y_2 := Ric \begin{bmatrix} A^T & -C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

sendo  $X_2$  e  $Y_2$  semi-definidas positivas.

O controlador  $H_2$  ótimo, único, é

$$K_{opt}(s) := \left[ \begin{array}{c|c} \hat{A}_2 & L_2 \\ \hline F_2 & 0 \end{array} \right] \quad (4.26)$$

sendo

$$\hat{A}_2 = A + B_2 F_2 + L_2 C_2 \quad (4.27)$$

$$F_2 = B_2^T X_2 \quad (4.28)$$

$$L_2 = -Y_2 C_2^T. \quad (4.29)$$

### 4.3 Cálculo dos controladores

Os objetivos de desempenho de um sistema realimentado podem ser geralmente especificados em termos de certas características desejadas a respeito das funções de sensibilidade e/ou de sensibilidade complementar, ou em termos de alguma outra função de transferência de malha fechada. No projeto de sistemas multivariáveis, é conveniente refletir os objetivos de desempenho do sistema escolhendo funções peso apropriadas. As funções peso do diagrama mostrado na figura 4.5 são escolhidas de maneira a refletir o comportamento dos distúrbios  $d$  e  $d_i$ , no domínio da frequência. A matriz peso  $W_n$  é utilizada para modelar o ruído de sensores na frequência.  $W_e$  reflete os requisitos no formato da função de transferência de malha fechada do sistema.  $W_u$  é usada para refletir restrições nos sinais de controle dos atuadores. O pré-compensador tracejado  $W_r$  é um elemento opcional, utilizado para formatar deliberadamente o sinal de comando

ou para representar um sistema de realimentação não unitário.

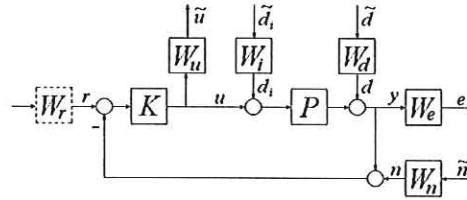


Figura 4.5: Configuração padrão do sistema com pesos realimentado

Para o cálculo do controlador, utilizamos o diagrama mostrado na figura 4.6. A planta  $P$  corresponde à porção da figura 4.2 delimitada pela linha tracejada. Foi adicionada uma representação de incertezas não estruturadas multiplicativas na entrada da planta, representando possíveis erros nos atuadores do manipulador, dinâmicas desprezadas de alta frequência, e zeros incertos no semiplano direito.  $W_e$  e  $W_d$  são funções peso descritas na seção anterior.

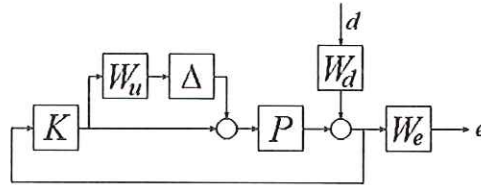


Figura 4.6: Sistema com incertezas multiplicativas, e especificações de distúrbio e de saída do sistema

A planta  $P$  é representada pelas seguintes equações de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du . \end{aligned} \tag{4.30}$$

Para a configuração AAA, as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são definidas como:

$$A = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix}, \quad C = [0_3 \quad I_3] \quad e \quad D = 0_3, \tag{4.31}$$

sendo  $0_3$  a matriz de zeros  $3 \times 3$ ,  $I_3$  a matriz identidade  $3 \times 3$ , e  $K_p$  e  $K_v$  são matrizes diagonais  $3 \times 3$ .

Nas configurações em que temos uma junta passiva (AAP, APA e PAA) existem 2 estágios de controle. Primeiramente, um movimento  $AP$  ou  $P$  é executado, de modo



que a junta passiva e controlada. Nesta primeira fase, as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  do sistema são idênticas às da configuração AAA, e o processo de cálculo do controlador também é o mesmo. Porém, as linhas e colunas das matrizes de estado do controlador correspondentes à junta passiva são eliminadas, visto que não há torque aplicado nesta junta. Portanto, a ordem do controlador é reduzida. A primeira fase termina quando a junta passiva atinge sua posição final e é travada. Na segunda fase, é executado um movimento  $A$ , para controlar as juntas ativas. Nesta fase, o manipulador possui apenas 2 graus de liberdade, já que a junta passiva está travada. Portanto, as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  da equação (4.30) são definidas como:

$$A = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \end{bmatrix} \text{ e } D = 0_2, \quad (4.32)$$

sendo  $0_2$  a matriz de zeros  $2 \times 2$ ,  $I_2$  a matriz identidade  $2 \times 2$ , e  $K_p$  e  $K_v$  são matrizes diagonais  $2 \times 2$ .

Os ganhos estáticos  $K_p$  e  $K_v$  foram ajustados iterativamente, observando-se os resultados obtidos em simulação.

A matriz  $W_e$  é uma matriz diagonal com dimensão coerente com o número de graus de liberdade do sistema, sendo que os elementos da diagonal são dados por:

$$W_e(i, i) = \frac{s/M_s + \omega_b}{s + \omega_b \varepsilon}, \quad (4.33)$$

sendo  $M_s$  o pico da magnitude do maior valor singular da função de sensibilidade de saída do sistema,  $S = (I + PK)^{-1}$ ,  $\omega_b$  a mínima frequência de largura de banda, e  $\varepsilon$  o máximo erro de rastreamento de estado estacionário. Estes valores devem ser escolhidos de modo que o maior valor singular da função sensibilidade do sistema,  $S$ , seja menor que o menor valor singular de  $W_e^{-1}$  em toda a faixa de frequência, ou seja, utilizando o conceito de norma  $H_\infty$ ,

$$\|W_e S\|_\infty \leq 1. \quad (4.34)$$

Como exemplo, mostramos os parâmetros utilizados e os resultados obtidos no projeto do controlador  $H_\infty$  para a configuração APA. Para esta configuração,  $W_e$  é uma matriz diagonal  $2 \times 2$ , e os valores escolhidos de  $M_s$ ,  $\omega_b$  e  $\varepsilon$  são:

- Primeira fase:

$$M_s = 2$$

$$w_b = 0.1 \text{rad/s}$$

$$\varepsilon = 0.01\% .$$

- Segunda fase:

$$M_s = 1$$

$$w_b = 0.1 \text{rad/s}$$

$$\varepsilon = 0.01\% .$$

Estes valores produzem o diagrama de valores singulares de  $S$  e  $W_e^{-1}$  mostrado nas figuras 4.7 (primeira fase) e 4.8 (segunda fase).

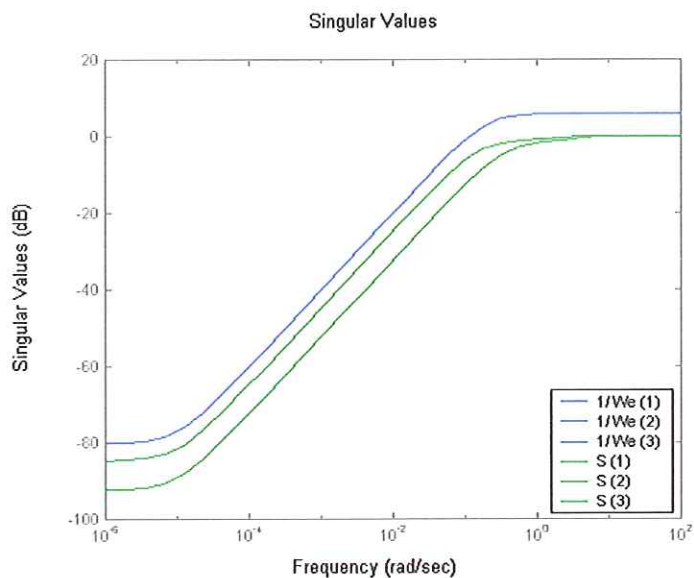


Figura 4.7: Diagrama de valores singulares da função sensibilidade  $S$  e do inverso da especificação de saída  $W_e$ , configuração APA, primeira etapa de controle.

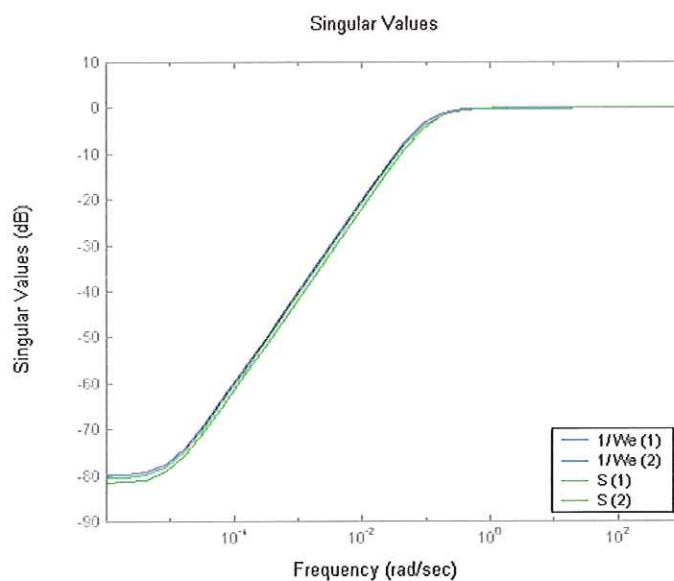


Figura 4.8: Diagrama de valores singulares da função sensibilidade  $S$  e do inverso da especificação de saída  $W_e$ , configuração APA, segunda etapa de controle.



O processo de escolha de  $W_u$  é semelhante ao de  $W_e$ . A matriz  $W_u$  é uma matriz diagonal com dimensão coerente com o número de graus de liberdade do sistema, sendo que os elementos da diagonal são dados por:

$$W_u(i, i) = \frac{s + \omega_{bc}/M_u}{\varepsilon_1 s + \omega_{bc}}. \quad (4.35)$$

A função  $W_u$  deve obedecer a

$$\|TW_u\|_\infty \leq 1, \quad (4.36)$$

ou seja, o maior valor singular da função de sensibilidade complementar  $T = KP(I + KP)^{-1}$  deve ser menor que o menor valor singular de  $W_u^{-1}$  em toda a faixa de frequência.

Para a configuração APA, os valores de  $M_u$ ,  $\omega_{bc}$  e  $\varepsilon_1$  são:

- Primeira fase:

$$M_u = 120$$

$$\omega_{bc} = 100 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon_1 = 0.01\% .$$

- Segunda fase:

$$M_u = 50$$

$$\omega_{bc} = 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\varepsilon_1 = 0.01\% .$$

Estes valores produzem o diagrama de valores singulares de  $T$  e  $W_u^{-1}$  mostrado nas figuras 4.9 (primeira fase) e 4.10 (segunda fase).

A função peso  $W_d$  foi escolhida como sendo a matriz identidade  $3 \times 3$ .

Para obtermos a planta aumentada, utilizada no cálculo do controlador  $H_\infty$ , utilizamos os comandos *sysic*, e para a síntese do controlador  $H_\infty$ , o comando *hinfsyn*, ambos do software *MATLAB*. Para maiores detalhes do procedimento de projeto dos controladores robustos ver NAKASHIMA. (2001).



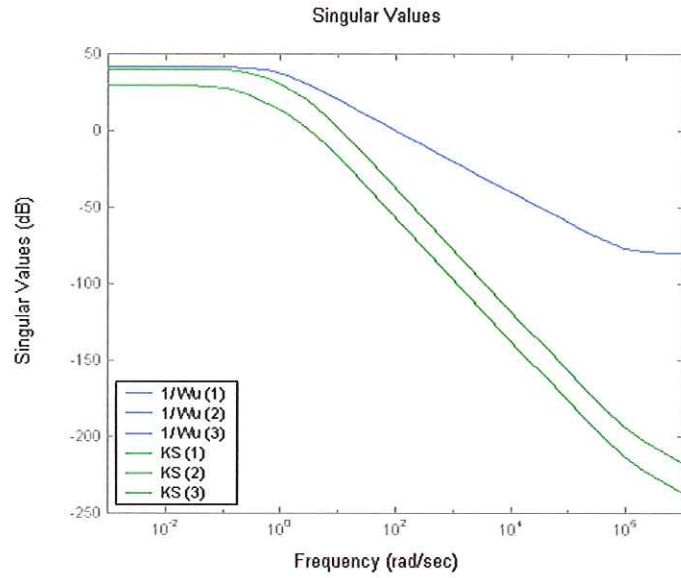


Figura 4.9: Diagrama de valores singulares da função sensibilidade complementar  $T$  e do inverso de  $W_u$ , configuração APA, primeira fase de controle

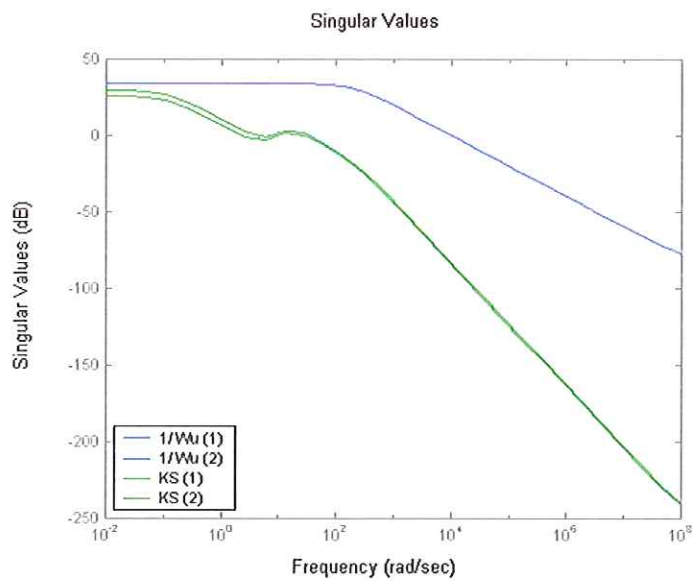


Figura 4.10: Diagrama de valores singulares da função sensibilidade complementar  $T$  e do inverso de  $W_u$ , configuração APA, segunda fase de controle

## Capítulo 5

# Robô manipulador e ambiente de simulação

### 5.1 Descrição dos componentes

A fim de fazer a validação na prática dos métodos de controle propostos, foi adquirido um manipulador planar com três juntas rotatórias, denominado *Underactuated Robot Manipulator II* (UARMII). Este robô foi construído por H. Ben Brown e R. Casciola, na Universidade Carnegie Mellon em Pittsburgh, EUA.

O UARMII é mostrado na figura 5.1. Suas juntas são equipadas com motores DC e freios, além de *encoders* óticos que fornecem a leitura das posições angulares dessas juntas (as velocidades angulares são obtidas por diferenciação numérica das posições). Estas juntas podem ser configuradas para serem ativas (motor habilitado) ou passivas (motor desabilitado, torque nulo). Portanto esse manipulador pode ser utilizado para testar controle em sistemas subatuados, onde o número de graus de liberdade é maior que o número de atuadores.

A tensão de alimentação é fornecida por uma fonte de 48V/20A e 24V/1A. Por motivo de precaução, um botão de emergência (*Kill Switch*) corta a alimentação da fonte quando é acionado.

Além destes, outros componentes fazem parte da estrutura do robô, como: flutuadores de ar, amplificadores de corrente, fonte de energia, placa central de interface, sistema de controle da pressão do ar e computador.

Especificações do sistema:

#### 1. Braço

- Comprimento do ligamento: 31,5 cm
- Comprimento total: 76,5 cm
- Medidas da junta: 76 mm de diâmetro e 86 mm de altura
- Massa da junta: 670 g
- Massa do efetuador: 220 g
- Massa do ligamento: 30 g (excluindo fios, conectores)

#### 2. Motores das juntas

- Modelo: Kollmorgen RBE - brushless DC
- Voltagem nominal: 48 V DC
- Resistência de giro: 2.4 ohm
- Torque constante: 0.14 Nm/amp
- Torque de pico: 2.8 Nm
- Massa do motor: 344g
- Inércia do rotor:  $0.0000148 \text{ kg} * m^2$

#### 3. Amplificadores de corrente

- Modelo: Elmo SBA - 10/100H-4
- Corrente de pico: 20 A
- Corrente contínua: 10 A
- Tensão: 20-90 V DC

#### 4. Freios

- Tipo: diafragma acionado por ar
- Pressão: 100 PSI (700 KPa) máx.
- Torque: 2.8 Nm

#### 5. Encoders óticos

- Modelo: Hewlett Packard HEDS - 9040-T00
- Disco: modelo HEDS - 6140-T08
- Linhas: 2000/rev
- Contagem após decodificação em quadratura: 8000/rev

#### 6. Flutuadores de ar

- Diâmetro dos orifícios: 0.36 mm
- Altura da camada de ar: 0.08 mm aproximadamente
- Pressão do ar: 100 PSI (700 KPa) máx.

#### 7. Sistema de controle da pressão do ar

- válvulas solenóides (bobinas): modelo Clippard Evo-3M, 24 V DC, 0.67 W
- Válvulas reguladoras de pressão

#### 8. Sistema computacional

- Computador: Pentium PC com entrada disponível para placa STG
- Placa: modelo Servo To Go S8, I/O 8 eixos

O manipulador foi instalado numa mesa de mármore de tamanho adequado a sua área de movimentação. Conforme podemos observar na figura 5.2, junto a essa mesa temos o sistema computacional de comando, a fonte de alimentação do sistema e uma plataforma onde ficam fixados os amplificadores de corrente, o sistema de controle da pressão do ar dos flutuadores e freios, uma placa central de interface (distribuidora de energia e sinais de comando) e o botão de emergência. Nas figuras 5.3 e 5.4 podemos observar com mais detalhes a placa central de interface com amplificadores de corrente e as válvulas responsáveis pelo controle da pressão do ar.



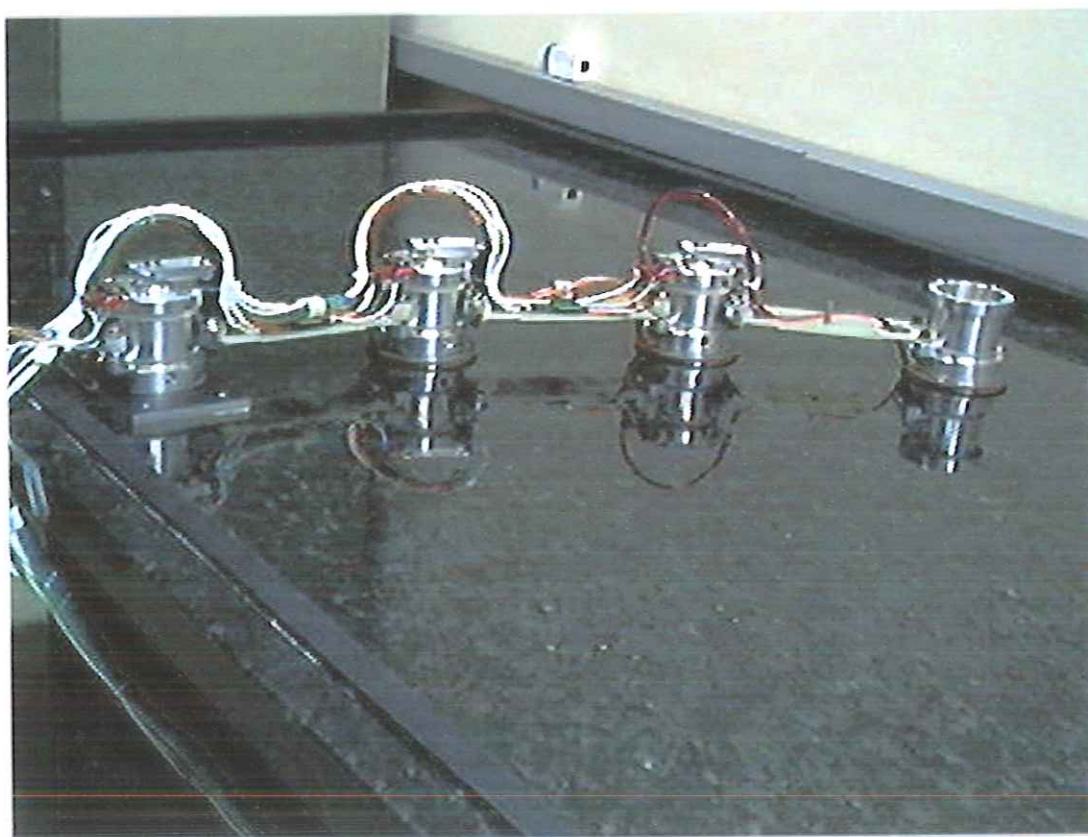


Figura 5.1: Robô experimental UARMIL.

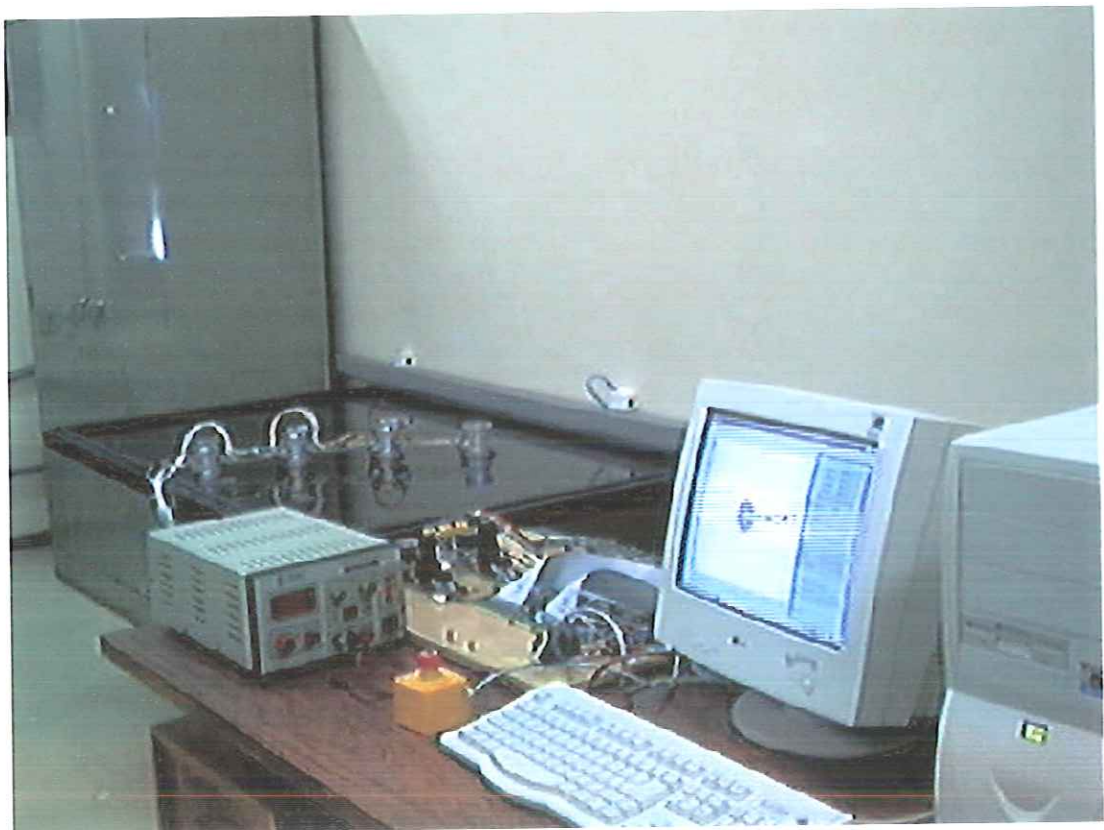


Figura 5.2: Sistema computacional, fonte de alimentação e placa central de interface.

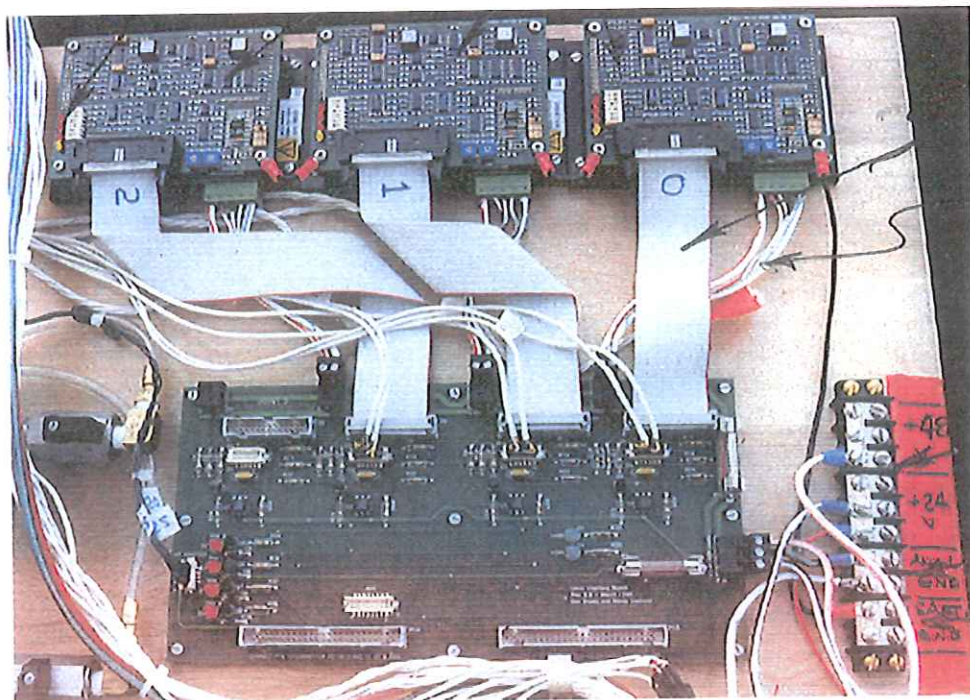


Figura 5.3: Placa central de interface e amplificadores de corrente.

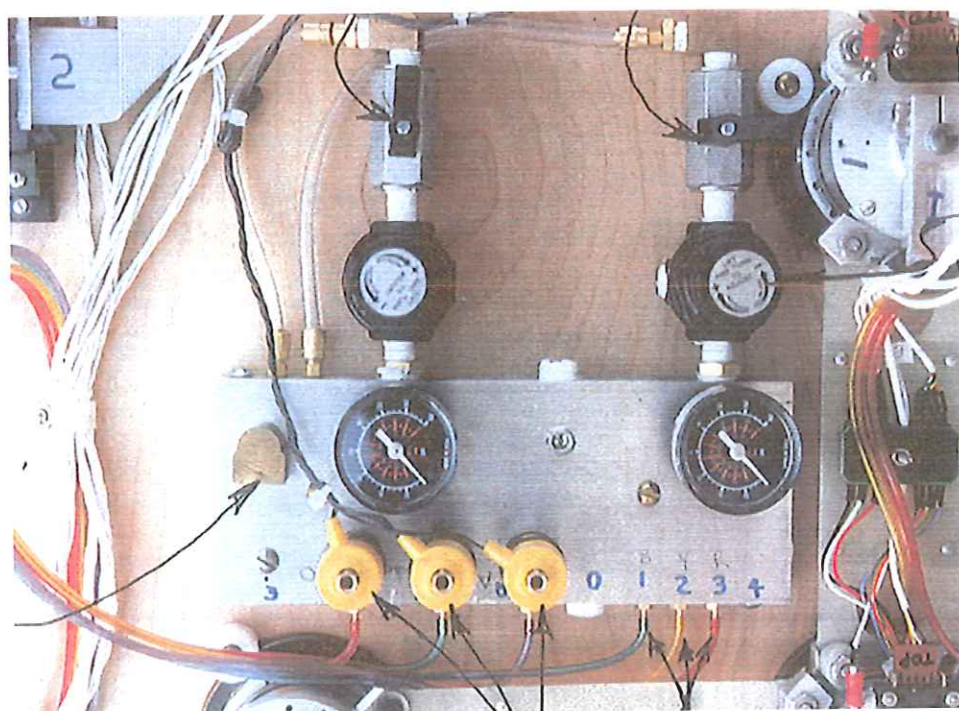


Figura 5.4: Sistema de controle da pressão do ar.



## 5.2 Cálculo dos parâmetros do manipulador

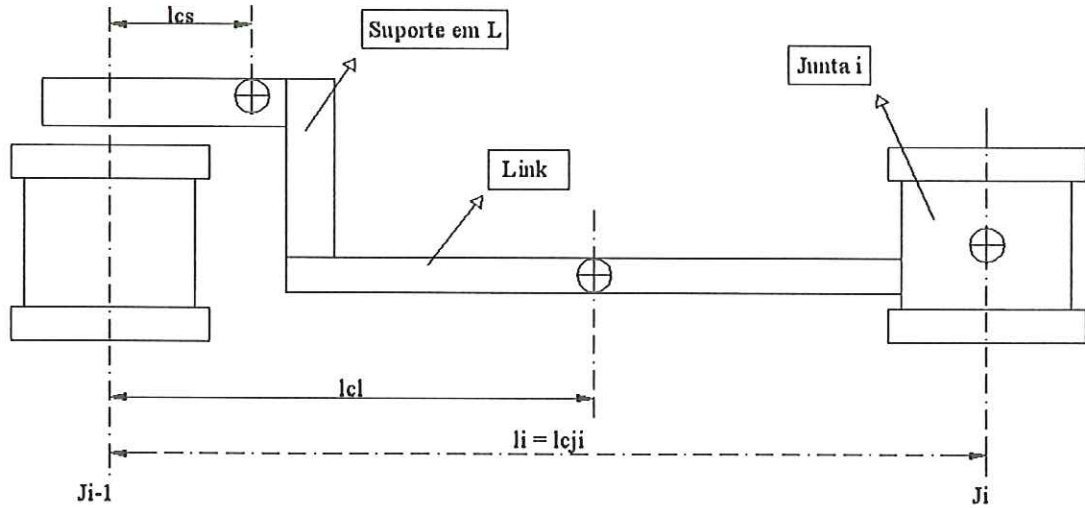


Figura 5.5: Esquema das juntas e elos.

Na figura 5.5 é mostrada um desenho esquemático das juntas e elos do manipulador. A partir dos dados anteriores e desse esquema podemos calcular os parâmetros cinemáticos e dinâmicos utilizados na modelagem do manipulador, usando as seguintes fórmulas:

$$m_i = m_s + m_l + m_{j_i} + m_m \quad (5.1)$$

$$lc_i = \frac{m_s * lc_s + m_l * lc_l + m_{j_i} * lc_{j_i} + m_m * lc_m}{m_s + m_l + m_{j_i} + m_m} \quad (5.2)$$

$$I_0 = I_{j_i} + m_{j_i} * lc_{j_i}^2 + I_l + m_l * lc_l^2 + I_s + m_s * lc_s^2 + I_m + m_m * lc_l^2 \quad (5.3)$$

$$I_i = I_0 - m_i * lc_i^2 \quad (5.4)$$

sendo,

$m_i$  = massa do segmento  $i$ .

$m_s = 0.030 \text{ kg}$ , massa do suporte em L do link.

$m_l = 0.030 \text{ kg}$ , massa do link de fibra de vidro.

$m_{j_i} = 0.670 \text{ kg}$ , massa da junta  $i$ .

$m_m = 0.344 \text{ kg}$ , massa do motor da junta  $i - 1$ .

$lc_i$  = centro de massa do segmento  $i$ .

$lc_s = 0.03 \text{ m}$ , centro de massa do suporte.

$lc_l = 0.1 \text{ m}$ , centro de massa do link.

$lc_{j_i} = 0.203 \text{ m}$ , centro de massa da junta  $i$ .



$lc_m = 0$ , centro de massa do motor.

$I_0$  = momento de inércia em relação ao eixo da junta  $i - 1$ .

$I_i$  = momento de inércia em relação ao centro de massa do segmento.

$I_s$  = desprezado, momento de inércia do suporte.

$I_l = 0.00005625 \text{ kg} * m^2$ , momento de inércia do link.

$I_{j_i} = 0.0003918 \text{ kg} * m^2$ , momento de inércia.

$I_m = 0.000062 \text{ kg} * m^2$ , momento de inércia do motor.

Assim construímos a seguinte tabela com os parâmetros:

Tabela 5.1: Parâmetros do robô

$i$	$m_i(\text{kg})$	$I_i(\text{kgm}^2)$	$l_i(\text{m})$	$lc_i(\text{m})$
1	0.850	0.0075	0.203	0.096
2	0.850	0.0075	0.203	0.096
3	0.625	0.0060	0.203	0.077

### 5.3 Sistema computacional de comando

O sistema computacional é responsável pelo controle do robô, isto é, envio de comandos e análise dos dados obtidos. Este sistema é formado por uma placa Servo To Go acoplada a um computador (Pentium PC), driver específico para a placa utilizada e compatível com o sistema operacional do microcomputador e programas na linguagem C/C++ que são acionados por algoritmos feitos no software MATLAB.

#### Placa Servo To Go

Esta placa é capaz de controlar até 8 motores simultaneamente, ou seja 8 juntas, sendo usada para outros fins além de manipuladores, como, controle de câmeras, controle de instrumentos médicos e ferramentas mecânicas. Suas características são as seguintes:

- entradas para sinais de encoders (somando 8 canais);
- saídas analógicas (8 canais , 13 bits de resolução, + 10 V a -10 V de amplitude);
- entradas e saídas digitais (32 bits, configurado em várias combinações de entrada e saída);

- entradas analógicas (somando 8 canais , 13 bits , configurado para +/- 10 V ou +/- 5 V de amplitude);
- intervalo de tempo (capacidade de interrupção do PC);
- detector da base de endereço com IRQ software (usado para determinar a base de endereço automaticamente);
- 5 jumpers - estruturas onde são selecionadas características desejadas à placa, como base de endereço, amplitude de saída analógica, etc.

### Driver

Driver é um software que conversa diretamente com o hardware e com os outros softwares de linguagens superiores. No manipulador essa comunicação foi feita através de programas na linguagem C/C++. Utilizou-se o *virtual device driver*, "VxD" por ser compatível com o sistema operacional utilizado (Windows 95). Este driver tem a habilidade de controlar até 8 servo motores usando a placa Servo To Go, possuindo mais de 40 comandos diferentes.

Durante seu funcionamento a placa Servo To Go produz uma interrupção de 1 KHz, portanto um período de 1ms. O driver trata esta interrupção como uma interrupção de serviço e rotina (ISR). Durante a ISR o software averigua a atual posição dos eixos (juntas) pela leitura dos encoders, em seguida executa o seu algoritmo e escreve os resultados para os conversores digitais-analógicos (DACs). A saída de cada DAC é uma voltagem de amplitude máxima de +/- 10 V compatível com os amplificadores.

O hardware guarda a nova posição do encoder até o momento que uma nova interrupção é gerada assegurando assim uma maior taxa de informações do conjunto. As variações na duração do tempo utilizado para os cálculos não tem efeitos adversos no controle, contanto que sejam completados antes do início do próximo período de amostra. Num Intel 486, 66MHz CPU os cálculos usam cerca de 100 milisegundos para 8 eixos.

Sendo que a placa Servo To Go não contém nenhum elemento de processamento tal como microprocessador ou DSP, é imperativo que cada interrupção de rotina seja realizada.

### Programas C/C++

Foram feitos 4 programas na linguagem C/C++, contendo funções capazes de abrir, acionar e enviar um comando ao driver VxD. Cada programa contém uma função do tipo *mex* que ao ser compilado no ambiente MATLAB cria uma função (com o mesmo nome) do tipo .dll, capaz de enviar ou captar informações diretamente para o driver. Abaixo são mostradas as funções geradas pelos programas.

Tabela 5.2: Programas para o comando do manipulador

Programas(funções)	efeito
SET-DAC-ALL-STG	envia tensões aos 6 motores
GET-POSITION	lê os ângulos atuais das juntas
SET-ENCODER-ONE-STG	referencia o encoder de um eixo para um valor dado
SET-BRAKE-MOTOR	aciona os freios e habilita os motores no manipulador

Utiliza-se o software MATLAB devido as suas diversas vantagens, como por exemplo, facilidade no uso de muitas funções, existência de diversos pacotes (toolboxes) para diversas aplicações, como controle, análise de sinal, etc. Além disso, esse software possibilita a construção de um ambiente gráfico de trabalho onde se pode fazer simulações, controle em tempo real e aquisição de dados no manipulador. Trataremos desse ambiente com mais detalhes na seção seguinte.

## 5.4 Ambiente de simulação e controle

Foi criado um ambiente de simulação baseado no software de programação MATLAB, que permite projetar, testar e validar métodos de controle e detecção de falhas para um manipulador subatuado. O ambiente é composto por uma interface gráfica através da qual os parâmetros do manipulador, o algoritmo de controle e a metodologia de detecção de falhas podem ser escolhidos. A interface mostra também o movimento do manipulador durante o processamento do controle, em tempo real ou mesmo durante uma simulação. A versão atual para este ambiente foi desenvolvida para um manipulador de 3 juntas, já que existe um manipulador real com estas características no Departamento de Engenharia Elétrica da USP-SC. Sete possíveis configurações combinando as juntas ativas (A) e passivas (P), são possíveis: AAA, AAP, APA, PAA, APP, PAP, PPA.



Nesse ambiente o usuário pode simular o comportamento do manipulador incluindo seus parâmetros de inércia, centrífugos, Coriolis e gravitacionais.

Terminada a simulação pode-se verificar em janelas separadas os gráficos de posição, velocidade e torque das juntas. A interface tem sido desenvolvida pelo nosso grupo de pesquisa de maneira que as diferentes escolhas para os algoritmos e métodos de controle possam ser acessadas com apenas o toque de um botão.

O ambiente de simulação também permite que inclusões de novos algoritmos de detecção e métodos de controle sejam feitas de maneira rápida e fácil.

O acesso ao simulador é feito dentro do MATLAB e quando carregado aparece como na figura 5.6. Conforme podemos observar nessa figura a interface gráfica é dividida em duas áreas: uma chamada *msg-frame*, onde se encontram os botões utilizados para enviar comandos e *prompts* para entrada de dados, e outra chamada *movie-axis*, na qual temos uma representação do manipulador e onde se pode acompanhar seu movimento tanto em simulação como no controle em tempo real.

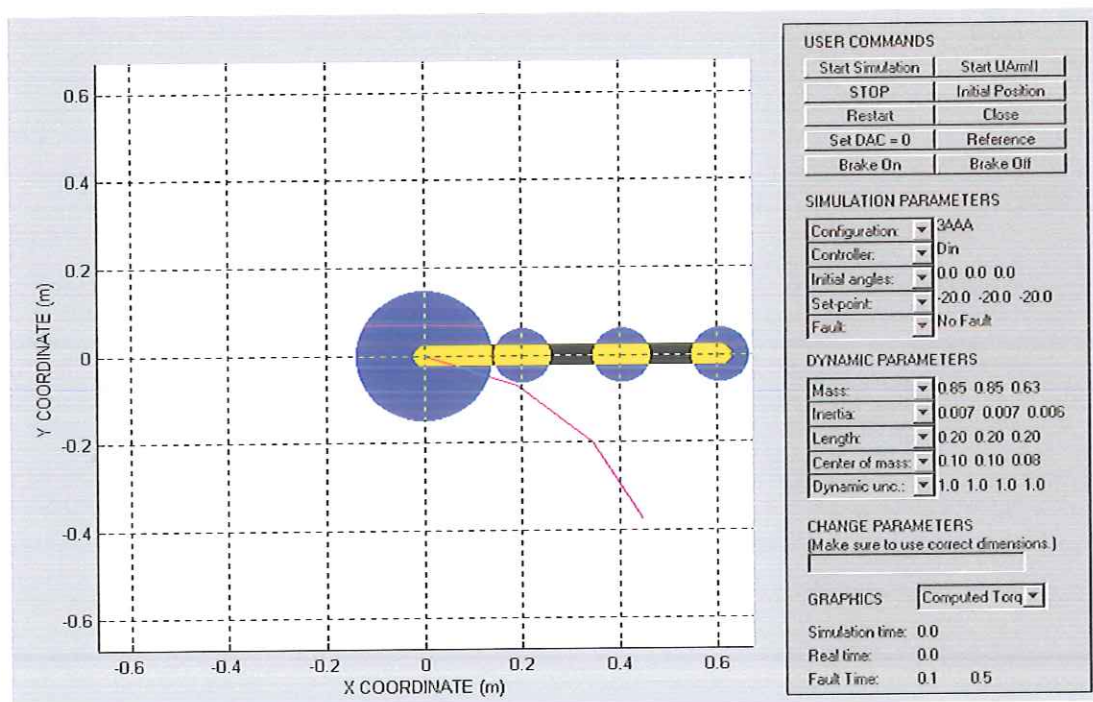


Figura 5.6: Ambiente de simulação



A área msg-frame é subdividida nas seguintes sub-áreas:

1. *USER COMMANDS*: os botões desta área (ver figura 5.7) realizam as seguintes tarefas:

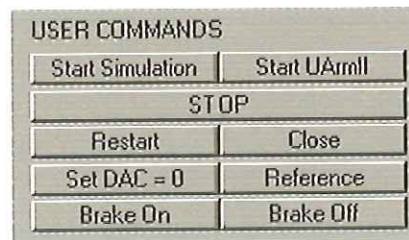


Figura 5.7: Menu de comandos

- *Start Simulation*: Inicia a simulação. O botão se torna invisível durante o processamento da simulação e volta a se tornar visível com o término da simulação ou quando é pressionado o botão Stop. Se algo errado ocorre durante a simulação (uma inversão de matriz mal sucedida, por exemplo), este botão não fica no seu estado visível. Quando isto ocorre é necessário que o usuário pressione o botão Stop para que ele retorne ao seu estado inicial.
- *Start UArmII*: Inicia o manipulador real e apresenta as mesmas características do botão anterior.
- *Stop*: Para a simulação ou o movimento real em qualquer instante e retorna os botões Start Simulation e Start UArmII para seus estados visíveis.
- *Restart*: Reinicia a interface gráfica desligando e carregando novamente todo programa. Para ser utilizado quando alguma alteração é feita em um dos botões, mensagens, eixos, etc.
- *Close*: Fecha a interface gráfica e limpa todas as variáveis do workspace do MATLAB.
- *Set DAC=0*: Faz com que todas as saídas analógicas dos amplificadores fiquem com 0 Volt. Esta opção é utilizada como medida de segurança nos casos em que o botão de emergência é acionado, pois resíduos de tensão nas saídas podem provocar um movimento inesperado do manipulador.
- *Reference*: Adquire as posições atuais das juntas com a finalidade de gerar referências para os encoders das juntas.

- *Brake On*: Aciona os freios de todas as juntas. Este comando é utilizado após o manipulador ser posicionado na posição específica para se gerar a referência.
- *Brake Off*: Libera todos os freios do robô UARMII. Quando as juntas alcançam os seus set-points os freios são acionados.

2. *SIMULATION PARAMETERS*: Esta área mostra os parâmetros que podem ser definidos para a simulação e controle em tempo real. Os seguintes dados são mostrados e podem ser alterados, veja Fig. 5.8:

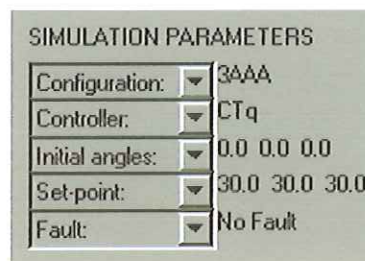


Figura 5.8: Menu de parâmetros

- *Configuration*: Define o número de juntas ativas e passivas e também suas posições. As configurações possíveis são definidas pelo tipo das juntas. Ex.: 3PAP representa um manipulador de 3 juntas, com a primeira e a terceira passivas e segunda ativa.
- *Controller*: Define o controlador a ser utilizado. Dentre as opções temos controle por Torque Calculado, Estrutura Variável,  $H_\infty$ ,  $H_2$ , misto  $H_\infty/H_2$ , Síntese  $\mu$ , LQG/LTR e LMI.
- *Initial angles*: Define os ângulos iniciais do manipulador. Para a configuração padrão de ângulos iniciais o usuário deve escolher a opção default. Para escolher ângulos iniciais aleatórios a opção random deve ser selecionada. Caso o usuário queira entrar com os ângulos iniciais o seguinte procedimento deve ser realizado: no campo de entrada de dados digite os ângulos iniciais com um vetor (Ex., [ 30 30 45 ]), clique na opção Initial angles e depois escolha a opção User defined. Os ângulos devem ser digitados em graus.
- *Set-point*: Define os ângulos desejados para as juntas. Para alterar o set-point dos ângulos o procedimento é o mesmo dos ângulos iniciais.

- *Fault*: Define a junta na qual a falha ocorrerá. Pode-se escolher: none, joint 1, joint 2 ou joint 3. O tempo inicial e final da falha também devem ser definidos. É necessário definir o tempo final porque se a falha não for detectada o UARMII pode ser controlado para o set-point após o término do tempo da falha.

Um comentário adicional pode ser feito a respeito do procedimento de entrada para os valores iniciais e finais dos ângulos das juntas. Um clique com o botão esquerdo do mouse no espaço dos eixos cartesianos (*movie-axis*) define a posição inicial e um segundo clique com o botão direito do mouse define a posição final desejada.

3. *DYNAMIC PARAMETERS*: Esta área mostra os parâmetros que definem o manipulador, veja Fig. 5.9. Os parâmetros padrões foram calculados para o robô experimental de três juntas UARMII conforme a seção anterior. Esses dados podem ser alterados.

DYNAMIC PARAMETERS			
Mass:	▼	1.83	0.81 0.81
Inertia:	▼	0.015	0.010 0.010
Length:	▼	0.20	0.20 0.20
Center of mass:	▼	0.03	0.06 0.06
Dynamic unc.:	▼	1.0	1.0 1.0 1.0

Figura 5.9: Parâmetros dinâmicos

- *Dynamic uncertainty*: Define o grau de incerteza nos parâmetros dinâmicos e cinemáticos. Quando este valor é igual a 1 o modelo é assumido com sendo perfeitamente conhecido. Quando apresenta um valor diferente todos os parâmetros dinâmicos e cinemáticos são multiplicados por este valor e estes valores estimados são utilizados pelo controlador. Note que o modelo dinâmico ainda é computado utilizando os parâmetros dinâmicos e cinemáticos nominais. Esta opção é utilizada para testar a robustez das leis de controle em relação a incertezas paramétricas.

4. *CHANGE PARAMETERS*: Fornece um prompt para a entrada numérica de dados, veja Fig. 5.10. A mensagem “Make sure to use correct dimensions” aparecerá



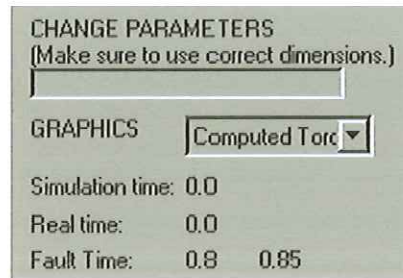


Figura 5.10: Menu de gráficos

no prompt. Quando um dado inválido é entrado a mensagem “Invalid data! Default values set” aparecerá.

5. *GRAPHICS*: Este menu *pull-down* (Veja Fig. 5.10) mostra as opções disponíveis para gerar os gráficos. Quando uma opção é selecionada uma nova janela chamada “Graphics” é aberta. Esta janela mostra a posição, velocidade e torque das juntas para um dos controladores (CTq, VSC,  $H_\infty$ ,  $H_2$ , etc), veja Fig. 5.11, resultantes da simulação e também adquiridos durante o movimento experimental.

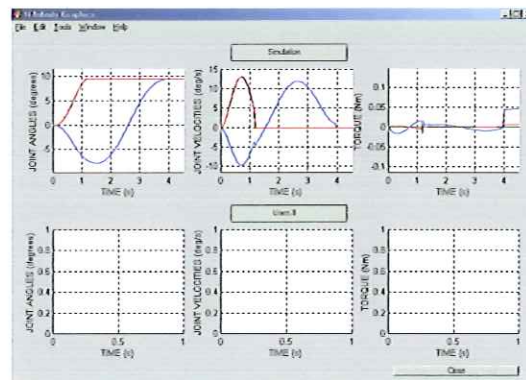


Figura 5.11: Janela de gráficos

Temos ainda os seguintes dados que são exibidos e não podem ser alterados:

- *Simulation time*: Mostra o progresso do tempo de simulação. Esta mesma informação é exibida no workspace do MATLAB ao término da simulação.
- *Real time*: Exibe o progresso do tempo real de simulação ou execução de uma trajetória para o robô UARMII.
- *Fault time*: Mostra o tempo de ocorrência de alguma falha nas juntas.



## Capítulo 6

# Procedimento de otimização e resultados

### 6.1 Procedimento de otimização do controle das juntas passivas

A seguir descreve-se o procedimento utilizado para se proceder à otimização da energia gasta no movimento do manipulador durante a fase de controle da junta passiva. Mede-se a energia gasta nessa etapa de controle e durante o movimento total do manipulador, ou seja, incluindo o controle das juntas ativas. Com esses valores compara-se a energia gasta e o desempenho do manipulador para duas estratégias de controle, uma não redundante e outra com redundância.

Os passos são os seguintes:

- Escolha da configuração do manipulador

Têm-se três opções para a configuração com uma junta passiva: AAP, APA, PAA. Esta escolha define qual junta será a passiva e quais serão as ativas, e as partições da matriz de inércia,  $M_{aa}$ ,  $M_{au}$ ,  $M_{ua}$ ,  $M_{uu}$ , que serão usadas no cálculo da matriz  $W_{ua}$  e do gradiente do índice de acoplamento.

- Escolha das posições angulares iniciais e finais das juntas do manipulador.
- Escolha do controlador

Tem-se várias opções de controladores que podem ser utilizados na metodologia proposta como, controladores por Torque Calculado, Estrutura Variável (VSC), Controle  $H_2$ , Controle  $H_\infty$ , Controle Misto  $H_2/H_\infty$ , entre outros. Os melhores resultados até o momento foram obtidos com controladores  $H_\infty$  e  $H_2$ .

- Escolha da estratégia de controle da junta passiva

Primeiramente usa-se a estratégia AP como base de comparação. Esta é uma estratégia de controle não-redundante, pois temos 2 juntas ativas controlando outras duas juntas do vetor de juntas controladas (uma ativa e uma passiva).

A seguir usa-se a redundância de atuação da estratégia P para controlar a junta passiva. Aqui tem-se 2 juntas ativas controlando o posicionamento de uma junta passiva. Nesta estratégia deve-se ainda fazer uma busca do melhor valor do passo do gradiente,  $k$ , através de vários testes e medições das energias gastas.

Para medir o consumo de energia de cada estratégia, calcula-se a soma dos valores absolutos de torque aplicados as juntas ativas a cada passo vezes o intervalo de tempo:

$$E = \sum_{N=0}^{N=T_f/\Delta t} |\tau_1(N\Delta t)| + \sum_{N=0}^{N=T_f/\Delta t} |\tau_2(N\Delta t)|. \quad (6.1)$$

Graficamente a quantidade de energia  $E$  corresponde a uma aproximação das áreas sob as curvas de torque dos gráficos. Como os atuadores do UARM II são motores DC, para os quais o torque é diretamente proporcional a corrente,  $E$  fornece uma estimativa da energia elétrica gasta no movimento.

Os trechos dos principais programas utilizados nestes passos encontram-se listados e comentados no apêndice D.

## 6.2 Resultados

A escolha do negativo do índice de acoplamento de torque,  $-\rho_\tau$ , como a função potencial,  $P$ , pode levar a trajetórias que nem sempre garantam a minimização do consumo de energia. Pode-se esperar, no entanto, que na maioria dos movimentos (isto é, para diferentes pares de posições iniciais e finais) a minimização da energia ocorrerá. Os resultados apresentados a seguir confirmam essa expectativa.

**Exemplo 6.1:** Considerando o manipulador experimental descrito no capítulo 5 na configuração AAP, ou seja, as juntas 1 e 2 ativas e a junta 3 passiva. Para ilustrar a alegação de que a metodologia de controle ótimo garante a minimização da energia numa operação a longo prazo do manipulador, supomos que o robô esteja montado no espaço e tenha que se mover de um modo PTP inspecionando pontos localizados no conjunto A, conforme a figura 6.1, na ordem mostrada. Neste exemplo optamos por usar o controlador por Torque Calculado por se tratar de uma simulação.

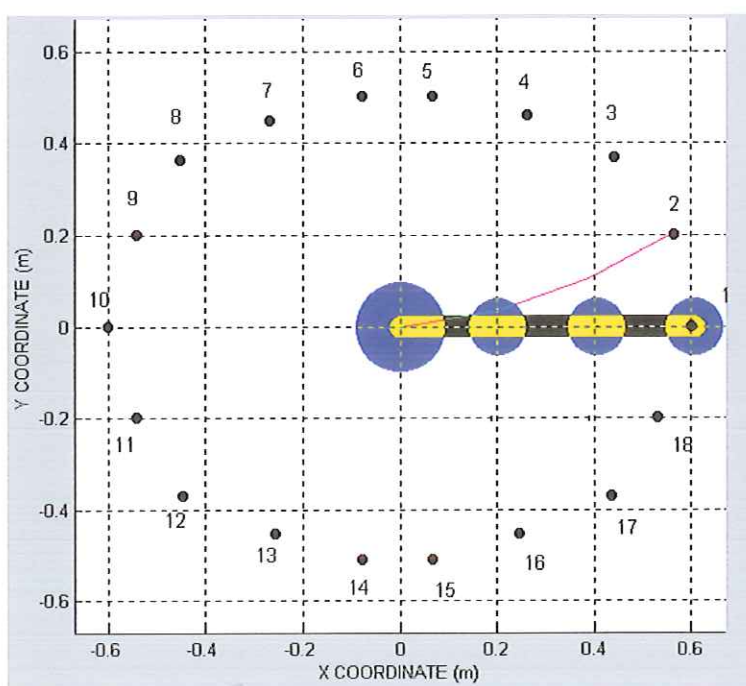


Figura 6.1: Conjunto A de pontos a serem inspecionados pelo manipulador

Nós simulamos o movimento do manipulador entre cada par de pontos Cartesianos  $i$  e  $i + 1$  usando as estratégias AP (não-redundante) e P (redundante), e medimos a quantidade de energia gasta durante cada movimento PTP, conforme a eq. (6.1). Em cada movimento, ao utilizarmos a estratégia P é feita uma busca do melhor valor do passo do gradiente,  $k$ , através de diversos testes e comparações.

A tabela 6.1 apresenta os valores de energia. Para cada estratégia são apresentados os valores de energia gastos no posicionamento da junta passiva ( $E_{AP_1}$  e  $E_{P_1}$ ) e no posicionamento de todas as juntas do manipulador ( $E_{AP_T}$  e  $E_{P_T}$ ). Devido à simetria dos pontos desse conjunto, nós apresentamos somente os valores relativos aos pontos 1 até 10; os valores se repetem para os outros pontos. Mostramos também na última



linha da tabela a energia gasta no movimento todo, ou seja, o manipulador saindo da posição 1 e voltando a essa posição parando em cada ponto. Calculamos a energia total como a soma das energias exibidas multiplicada por 2.

Como podemos notar, em todos os movimentos PTP desse exemplo, a estratégia com otimização promoveu a minimização da energia, tanto no posicionamento da junta passiva como no posicionamento de todas as juntas do manipulador. Uma peculiaridade dessa simulação foi o alto valor de energia gasto entre os pontos 5 e 6, apesar de serem pontos relativamente próximos no plano Cartesiano. Isso ocorreu devido a escolha da posição angular das juntas do manipulador para esses pontos. No exemplo seguinte faremos uma análise mais detalhada desse movimento em particular.

Nessa tabela mostramos ainda as razões (em porcentagem) da energia, no controle da junta passiva e no controle de todas as juntas, da estratégia redundante com otimização (P) em relação a estratégia não-redundante (AP). Pode-se notar uma economia de energia significativa em todos os casos, chegando a 50 % em alguns. Considerando o movimento total da simulação e o posicionamento de todas as juntas (passiva e ativas) tem-se uma economia de energia de 37 %. No caso mais crítico (de 5 para 6) a vantagem dessa metodologia é ainda maior, pois, comparando os valores absolutos temos uma queda significativa de energia gasta no movimento.

Tabela 6.1: Energia gasta no movimento pelos pontos do conjunto A.

Pontos	$E_{AP_1}$ (Nm)	$E_{AP_T}$ (Nm)	$E_{P_1}$ (Nm)	$E_{P_T}$ (Nm)	$E_{P_1}/E_{AP_1}$	$E_{P_T}/E_{AP_T}$
1 → 2	1.07	2.18	0.56	1.62	52.34 %	74.31%
2 → 3	1.16	2.38	0.65	1.79	56.03 %	75.21%
3 → 4	1.34	2.71	0.77	1.93	57.46 %	71.22%
4 → 5	1.60	3.15	1.06	2.14	66.25 %	67.94%
5 → 6	12.08	13.89	6.91	7.58	57.20 %	54.57%
6 → 7	1.65	2.97	1.02	2.35	61.45 %	79.12%
7 → 8	1.39	2.56	0.82	1.90	58.99 %	74.22%
8 → 9	1.19	2.28	0.64	1.18	53.78 %	51.75%
9 → 10	1.08	2.15	0.50	1.07	46.29 %	49.77%
( $\Sigma \times 2$ )	45.12	68.54	25.86	43.12	57.31 %	62.91 %



**Exemplo 6.2:** Consideramos o caso mais crítico do exemplo anterior e fazemos a simulação e implementação de um movimento similar no manipulador experimental. Aqui vamos usar o manipulador na configuração APA (juntas 1 e 3 ativas e junta 2 passiva) e utilizaremos o controlador robusto  $H_\infty$ . As posições iniciais e finais escolhidas são  $[50^\circ; -40^\circ; -40^\circ]$  e  $[-50^\circ; 40^\circ; 40^\circ]$ , respectivamente; mostradas na figura 6.2. Conforme podemos notar nessa figura, apesar das posições do efetuador serem relativamente próximas, as posições angulares das juntas são opostas e por isso exigem um certo esforço de controle de posicionamento.

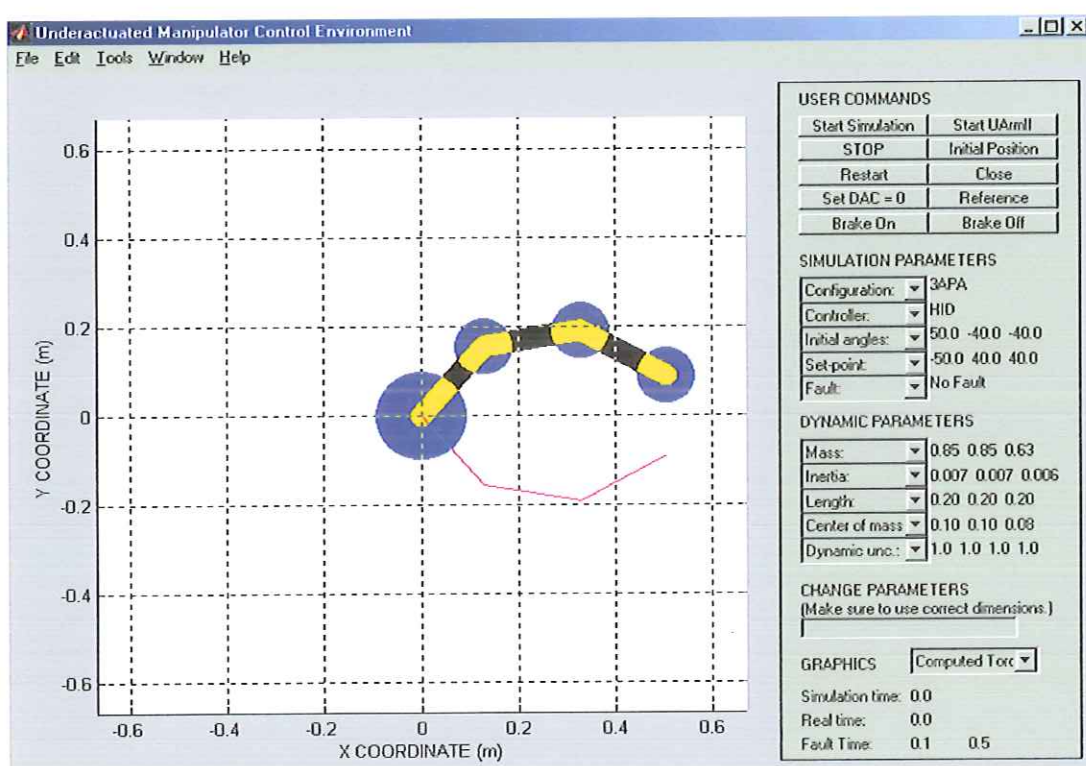


Figura 6.2: Posições iniciais e finais das juntas do manipulador

Primeiro fazemos uma simulação desse movimento para fazer os ajustes necessários e encontrarmos o melhor valor do passo do gradiente,  $k$ , na estratégia de controle redundante, P. Para isso definimos uma faixa de valores para  $k$  e fazemos vários testes medindo a energia gasta no posicionamento da junta passiva e no movimento total para cada valor. Assim vamos restringindo essa faixa até obter um valor ótimo de  $k$ . Esses valores podem ser vistos na tabela 6.2.

Neste caso escolhemos o valor de  $k$  como 0.0005 e comparamos os valores de energia obtidos na estratégia P, com esse passo, com os valores proporcionados pela estratégia

AP. Na tabela 6.3 podemos observar os valores de energia para as duas estratégias.

Tabela 6.2: Valores de energia gasta na estratégia P para diferentes valores de  $k$ .

Valor de $k$	$E$ da etapa 1 (Nm)	$E$ total (Nm)
0	5.65	7.13
0.002	5.49	7.05
0.001	5.51	6.69
0.0005	5.33	5.96
0.00025	5.43	6.98

Tabela 6.3: Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a simulação do exemplo 6.2.

Estratégia	$E$ da etapa 1 (Nm)	$E$ total (Nm)
Não-redundante	8.96	10.33
Redundante com otimização	5.33	5.96

As porcentagens das energias gastas na estratégia com otimização em relação a estratégia sem otimização são:

$$\text{Controle da junta passiva: } \frac{E_{P1}}{E_{AP1}} \times 100 = 59.49\%$$

e

$$\text{Controle de todas as juntas: } \frac{E_{PT}}{E_{APT}} \times 100 = 57.70\%$$

Na figura 6.3 apresentamos os gráficos de posição, velocidade e torque das juntas para a estratégia não-redundante e na figura 6.4 os gráficos referentes a estratégia redundante com otimização.

Nos gráficos de torques pode-se observar que os valores obtidos com otimização atingem a metade dos valores obtidos sem essa técnica na etapa de controle da junta passiva. Na etapa posterior os valores foram parecidos. Nos gráficos de velocidade não há muitas alterações de uma estratégia para outra; a não ser para a junta 3, cujos valores diminuem consideravelmente na etapa de controle da junta passiva e aumentam um pouco na etapa posterior. Nos gráficos de posição a diferença está no tempo de posicionamento das juntas ativas (1 e 3). Na estratégia não-redundante o posicionamento da junta 3 ocorreu mais rápido pelo fato dessa junta fazer parte das juntas controladas da primeira etapa. No caso da junta 1, apesar dessa junta ter se

movido mais na direção contrária ao movimento da junta passiva, neste caso isso foi vantajoso na medida em que isso a deixou mais perto de sua posição final desejada.

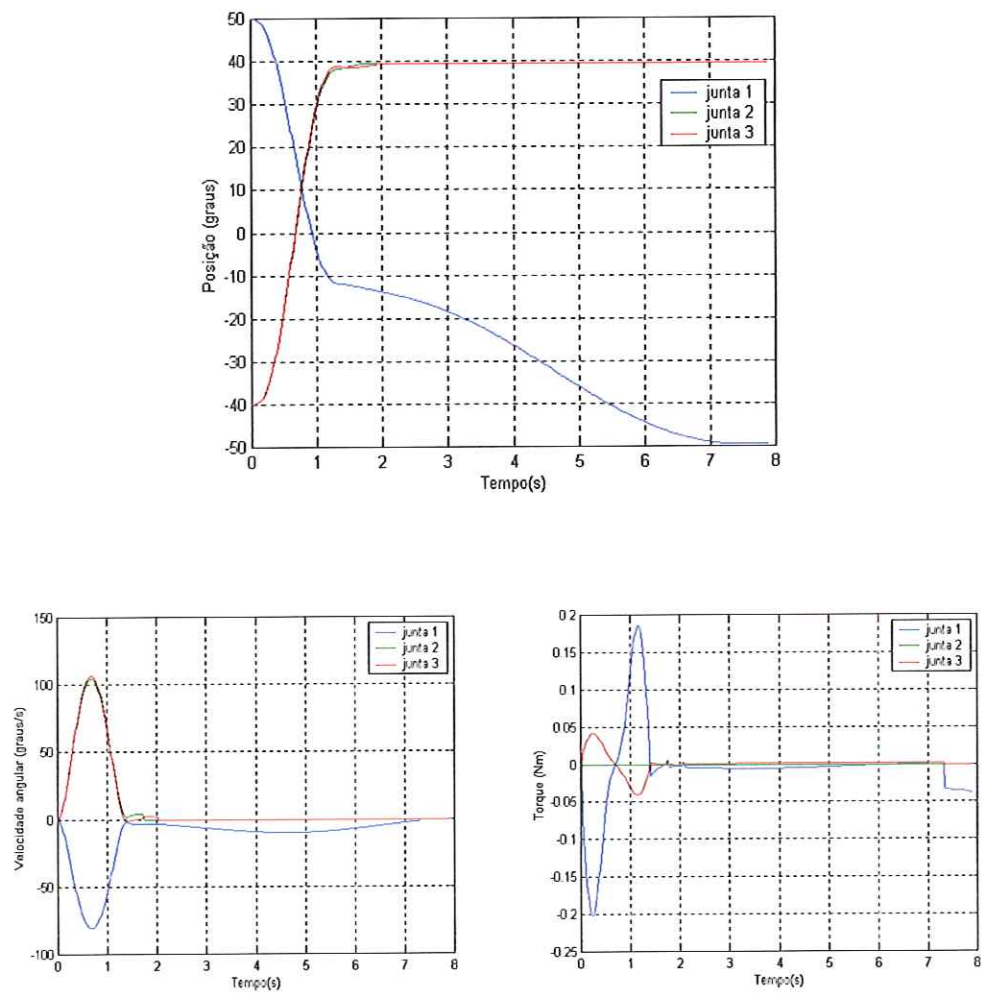


Figura 6.3: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP.

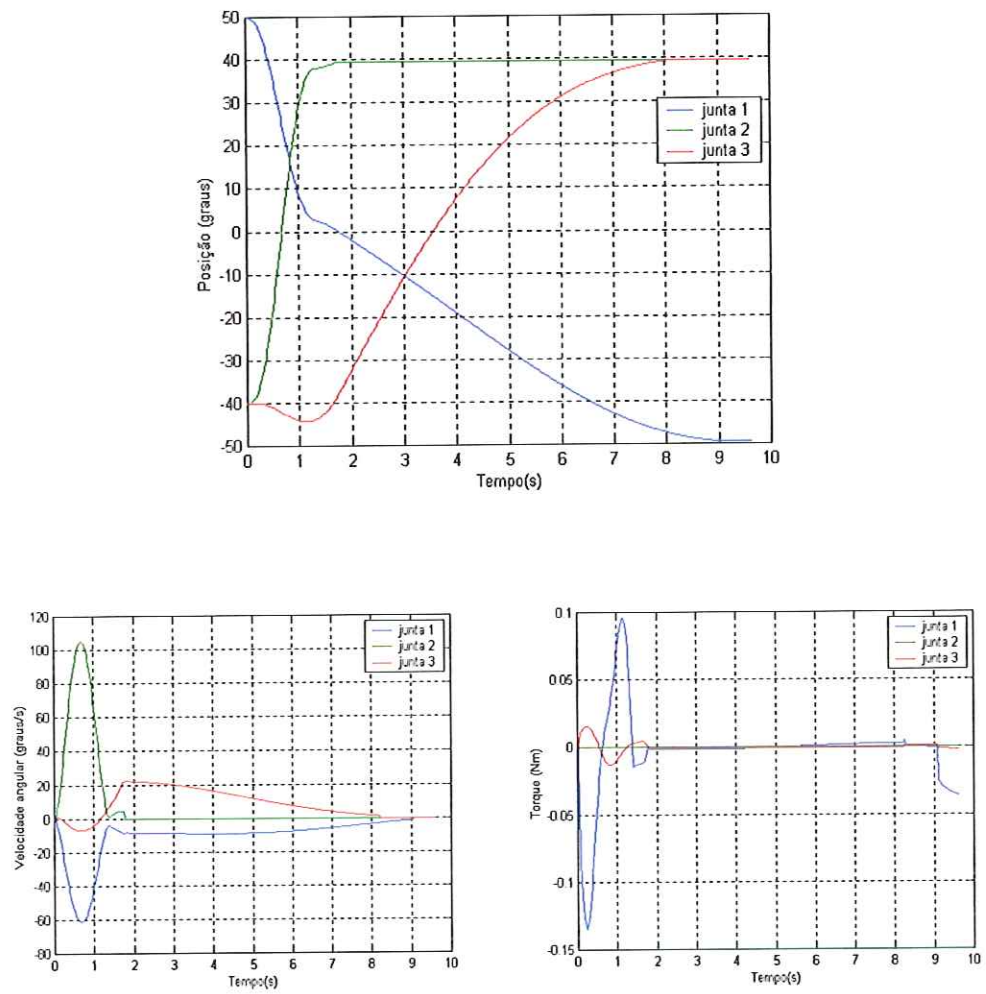


Figura 6.4: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P.



Definidos os parâmetros fazemos a implementação do movimento no manipulador experimental. Calculamos os valores de energia gastos e montamos a tabela 6.4.

Tabela 6.4: Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a implementação do exemplo 6.2.

Estratégia	$E$ da etapa 1 (Nm)	$E$ total (Nm)
Não-redundante	18.72	32.33
Redundante com otimização	12.13	24.07

Podemos notar que temos uma economia de energia de 35.2 % na etapa de controle da passiva e 25.55 % no controle de todas as juntas usando a estratégia com otimização.

Nas figuras 6.5 e 6.6 temos os gráficos de desempenho para as duas estratégias. Neste caso o tempo de posicionamento da junta passiva foi menor na estratégia com otimização (ocorrendo em 3.05 s) comparada a outra estratégia (4.45 s). No caso da junta 1 essa diferença é ainda maior, ocorrendo em 3.1 s para a estratégia com otimização e em 11.55 s para a outra. Somente a junta 3 foi posicionada mais rapidamente na estratégia não-redundante, o que era esperado.

Nos gráficos de velocidade podemos notar que houve uma sensível diminuição para as juntas 2 e 3, comparando a estratégia AP com a estratégia P.

Quanto aos torques, a análise fica mais fácil observando os gráficos das figuras 6.7 e 6.8 que mostram os valores absolutos de torque nas juntas ativas durante a fase de controle da passiva para as estratégias AP e P, respectivamente. Nota-se uma significativa diminuição desses valores usando-se otimização. Ao terminar o movimento pode-se notar que ainda há um torque residual tanto na simulação como na implementação. Isso ocorre devido a um erro no algoritmo que gera esses torques. Esse resultado, no entanto, não afeta nem o movimento do robô, uma vez que são apenas valores repetidos mas não aplicados; e nem o cálculo de energia, pois este é feito em função dos tempos de travamento das juntas.

Na figura 6.9 temos os gráficos dos valores de índice de acoplamento de torque da implementação para as duas estratégias de controle da junta passiva. Pode-se notar que os valores do índice se mantêm mais altos quando se usa a metodologia com otimização, com exceção de alguns trechos.

Uma outra observação que pode ser feita é que ainda existem algumas diferenças entre curvas obtidas por simulação e as obtidas em experimentação. Isso ocorre porque o modelo usado nas simulações não está totalmente adequado ao manipulador real, uma vez que são desprezados alguns efeitos importantes, como por exemplo, atrito seco nas juntas. A modelagem desse atrito constitui um trabalho um tanto quanto complexo, por isso, este é considerado como um distúrbio no sistema.

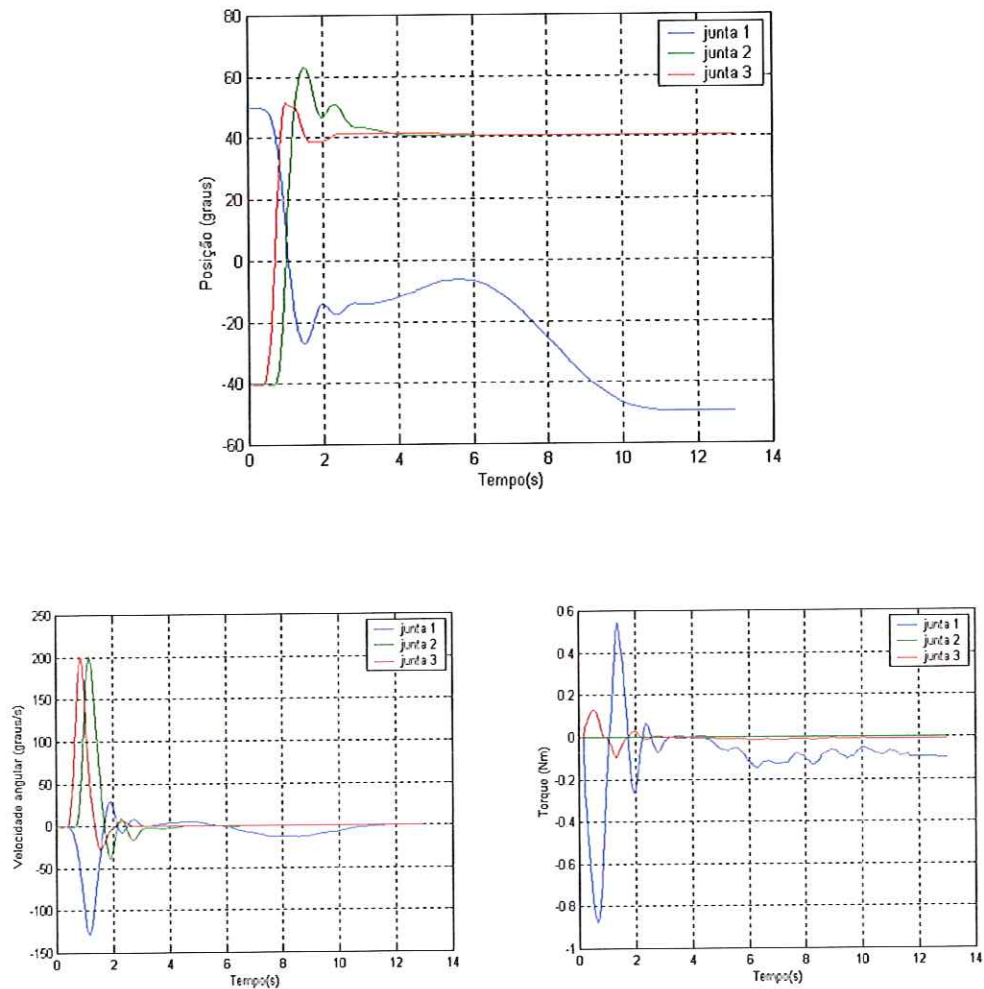


Figura 6.5: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP.

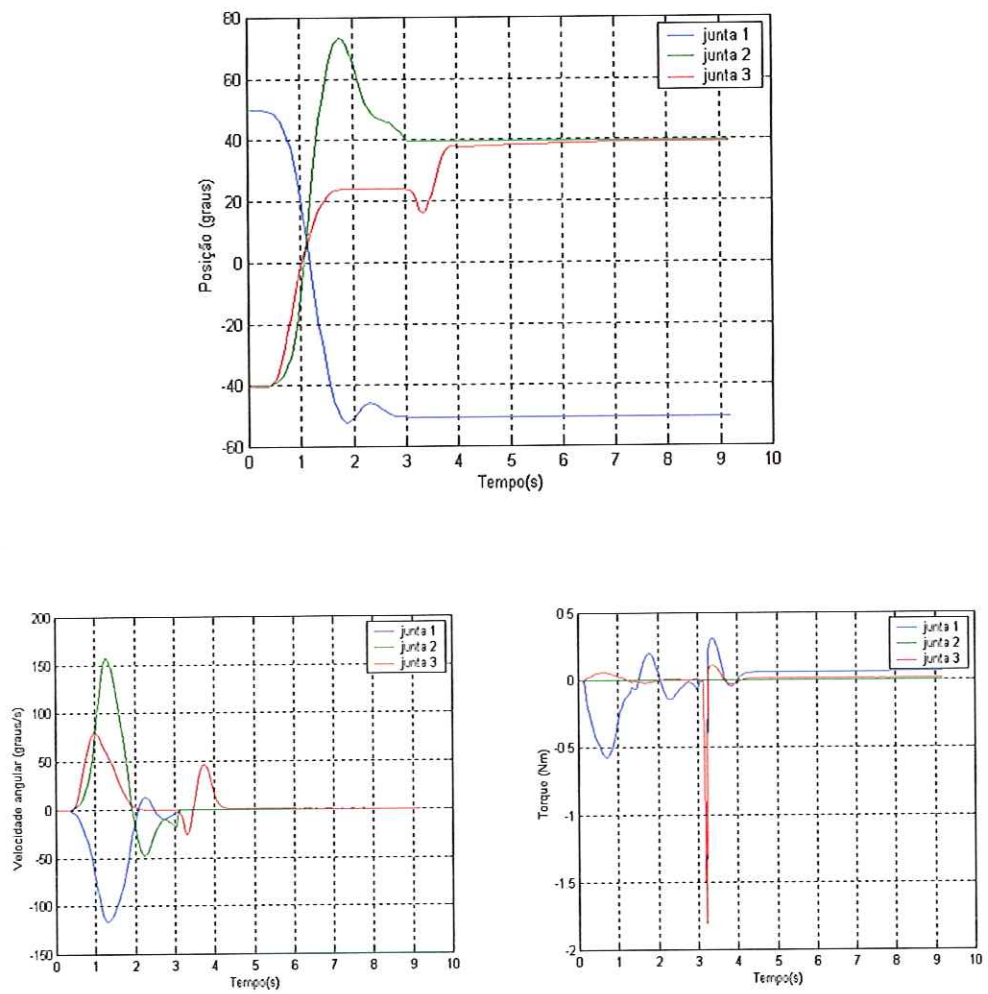


Figura 6.6: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P.

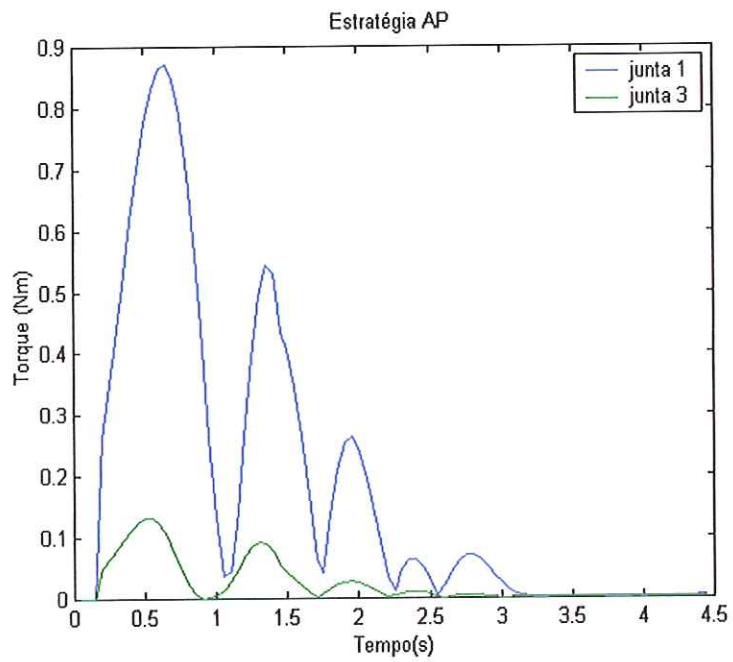


Figura 6.7: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP.

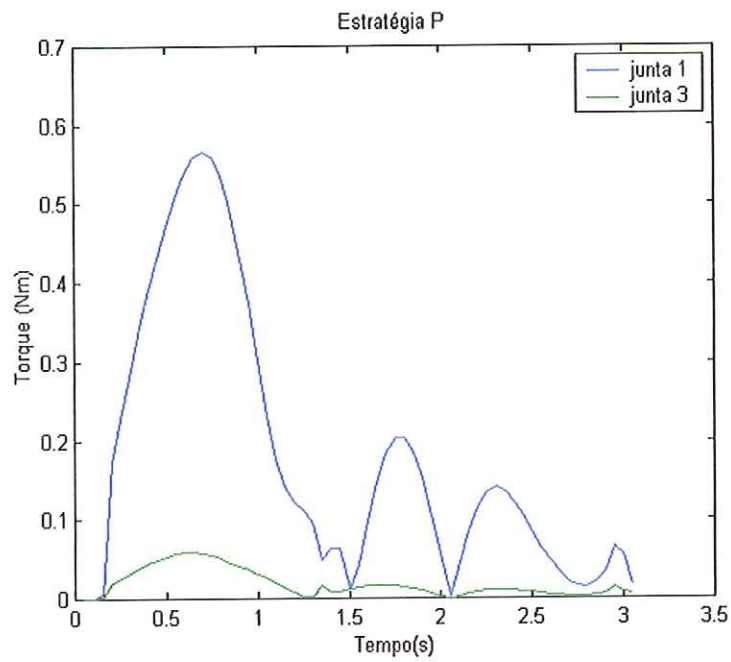


Figura 6.8: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P.



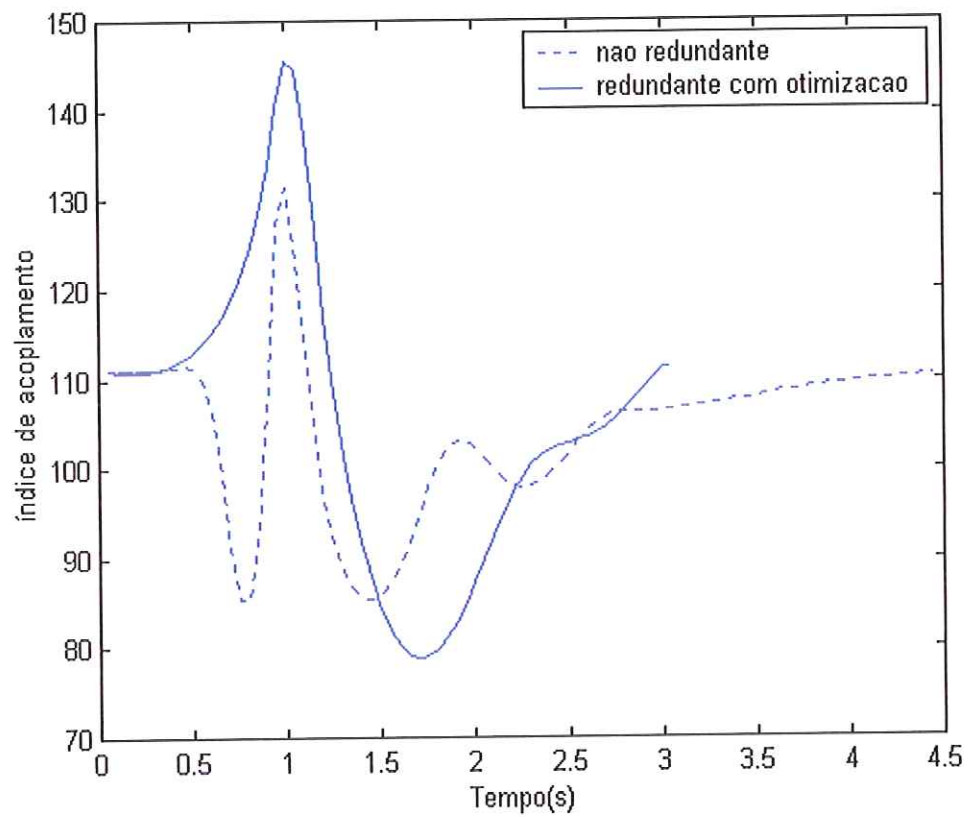


Figura 6.9: Gráfico dos valores de índice de acoplamento de torque da implementação para as estratégia de controle da junta passiva.

**Exemplo 6.3:** Utilizando o manipulador ainda na configuração APA (juntas 1 e 3 ativas e junta 2 passiva), fazemos a simulação e implementação de um movimento utilizando o controlador  $H_2$ . As posições angulares iniciais são  $[0^\circ; 0^\circ; 0^\circ]$  e as finais são  $[-30^\circ; -20^\circ; -10^\circ]$ .

Novamente, fazemos primeiramente algumas simulações a fim de ajustar alguns parâmetros, como os ganhos do controlador, e para encontrar o melhor valor do passo do gradiente,  $k$ , na estratégia redundante com otimização. Neste exemplo o valor de  $k$  que fornece os melhores resultados é 0.01.

Na tabela 6.5 são mostrados os valores de energia para a estratégia de controle não-redundante e para a estratégia redundante com otimização (com o valor de  $k$  mencionado).

Tabela 6.5: Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a simulação do exemplo 6.3.

Estratégia	$E$ da etapa 1 (Nm)	$E$ total (Nm)
Não-redundante	1.34	2.73
Redundante com otimização	0.90	2.08

As porcentagens das energias gastas na estratégia com otimização em relação a estratégia sem otimização são:

$$\text{Controle da junta passiva: } \frac{E_{P_1}}{E_{AP_1}} \times 100 = 67.16\%$$

e

$$\text{Controle de todas as juntas: } \frac{E_{P_T}}{E_{AP_T}} \times 100 = 76.19\%$$

Os gráficos de posição, velocidade e torque das juntas para a estratégia não-redundante e para a estratégia redundante com otimização são mostradas nas figuras 6.10 e 6.11, respectivamente.

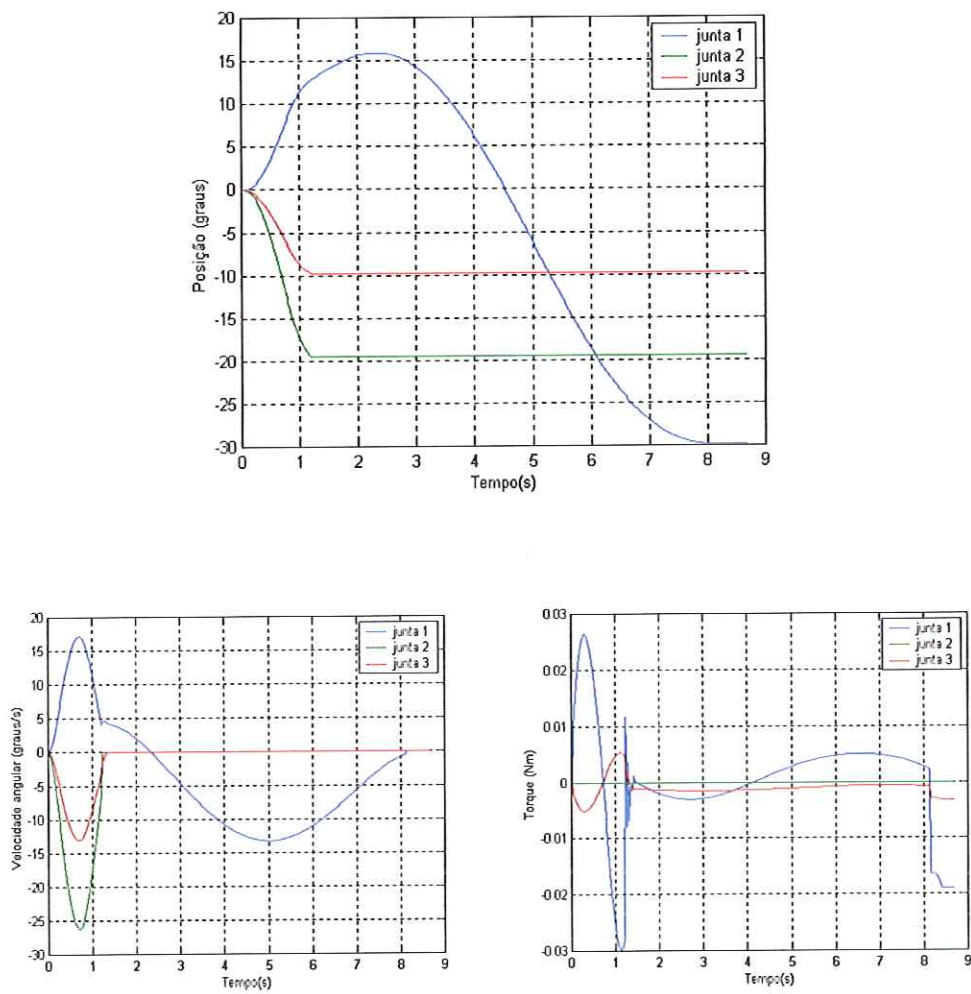


Figura 6.10: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP.

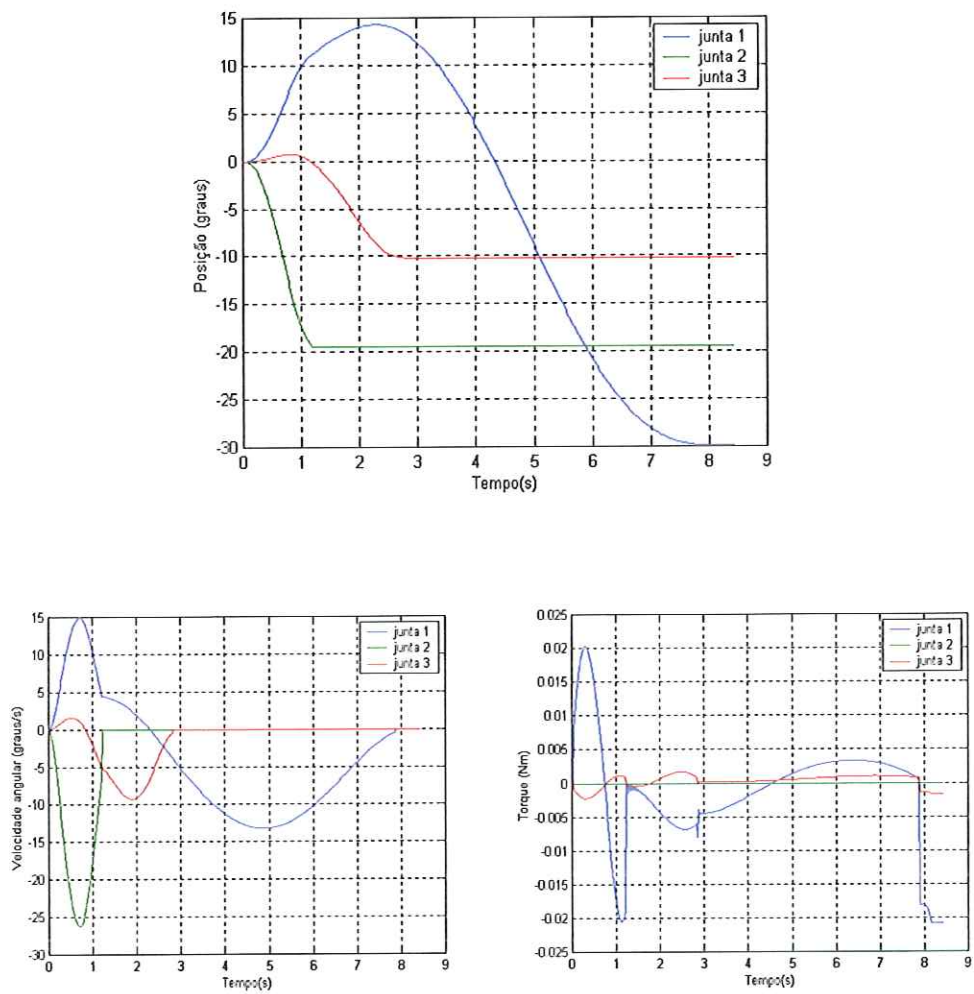


Figura 6.11: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P.



Nos gráficos de posição não ocorrem muitas modificações de uma estratégia para a outra, a não ser no posicionamento da junta 3 e pelo fato da junta 1 se mover menos no sentido contrário ao movimento da junta 2 (passiva) na estratégia redundante com otimização.

Os gráficos de velocidade também não apresentam muitas diferenças. Já nos gráficos de torques pode-se notar uma diminuição nos valores da estratégia AP para a estratégia P na etapa de controle da junta passiva, que vai até 1.22s. Nos gráficos das figuras 6.12 e 6.13 podemos observar os valores dos torques em módulo nessa etapa.

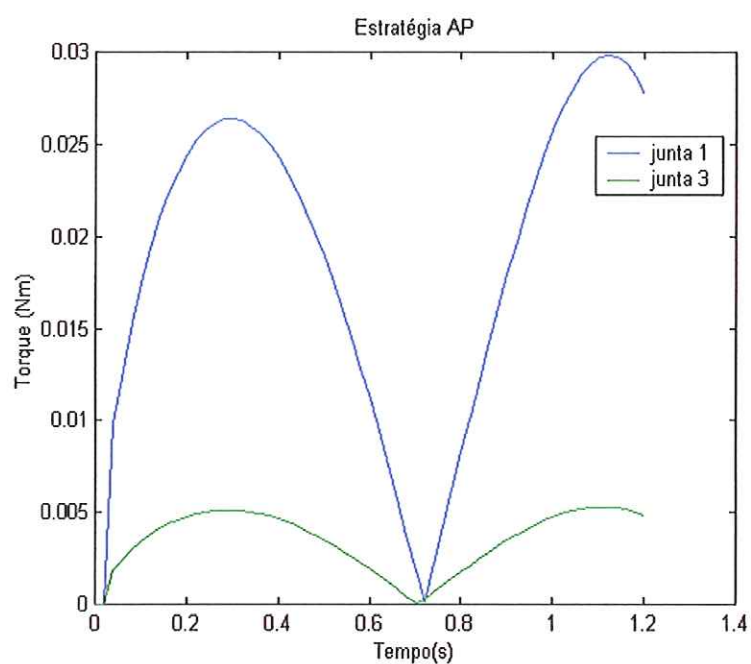


Figura 6.12: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP.

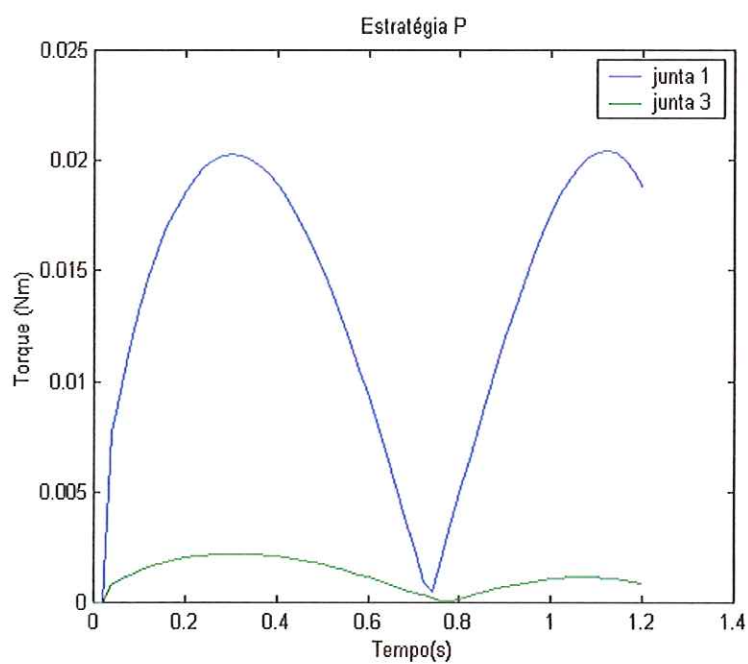


Figura 6.13: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P.

Em seguida procedemos à parte experimental do exemplo. Os valores de energia calculados para as duas estratégias de controle são mostradas na tabela a seguir.

Tabela 6.6: Valores de energia gasta em cada estratégia de controle para a implementação do exemplo 6.3.

Estratégia	$E$ da etapa 1 (Nm)	$E$ total (Nm)
Não-redundante	8.96	31.55
Redundante com otimização	2.99	28.35

As porcentagens das energias gastas na estratégia com otimização em relação a estratégia sem otimização são:

$$\text{Controle da junta passiva: } \frac{E_{P1}}{E_{AP1}} \times 100 = 33.37\%$$

e

$$\text{Controle de todas as juntas: } \frac{E_{PT}}{E_{APT}} \times 100 = 89.86\%$$

Os gráficos de posição, velocidade e torque das juntas para a estratégia não redundante e para a estratégia redundante com otimização são mostradas nas figuras 6.14 e 6.15, respectivamente.

O tempo de posicionamento da junta passiva foi menor na estratégia com otimização (1.45s) comparada a estratégia sem otimização (2.05s). O tempo total do movimento dado pelo posicionamento da junta ativa 1 também é menor no caso da estratégia com otimização (10.35s) comparada a outra (13.40s). Além disso pode-se notar que ocorrem menos oscilações na estratégia redundante com otimização e os valores de torque nessa estratégia são menores. Isso é mais facilmente verificado nos gráficos das figuras 6.16 e 6.17 onde são mostrados os valores de torque em módulo das juntas ativas na etapa de controle da junta passiva.

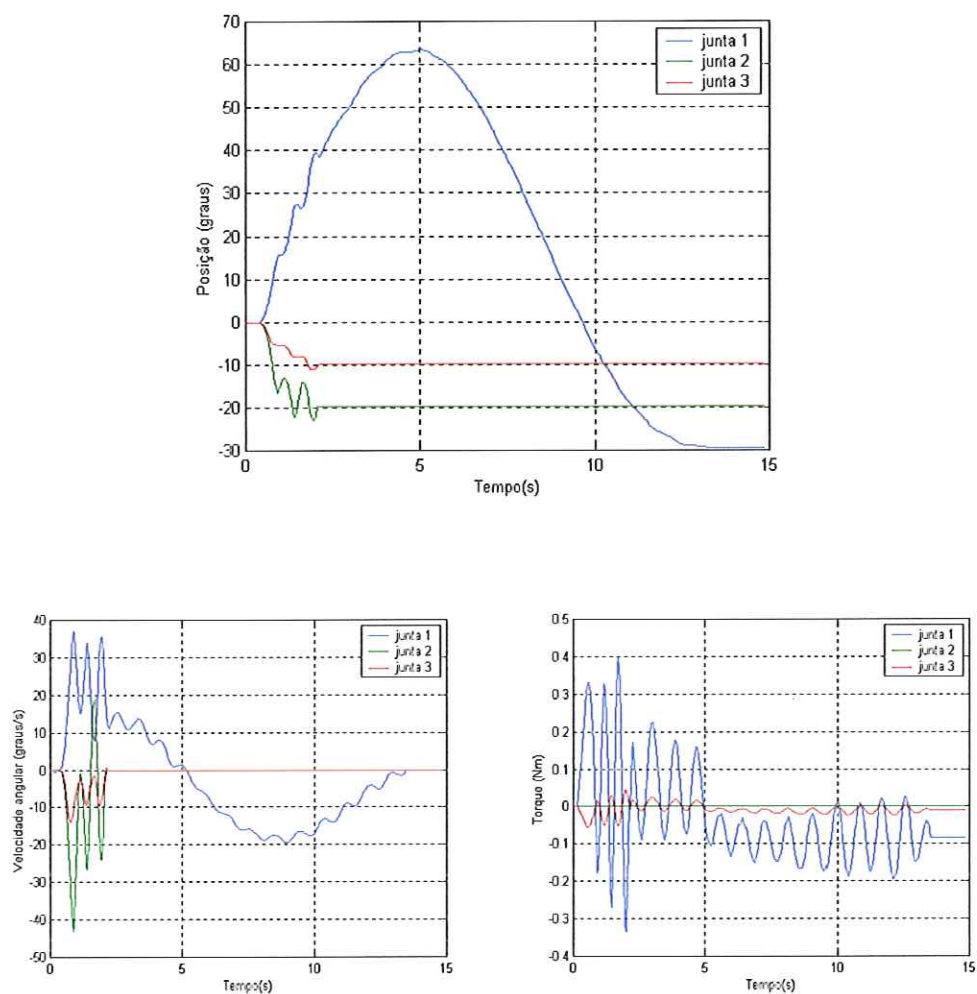


Figura 6.14: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia não-redundante, AP.



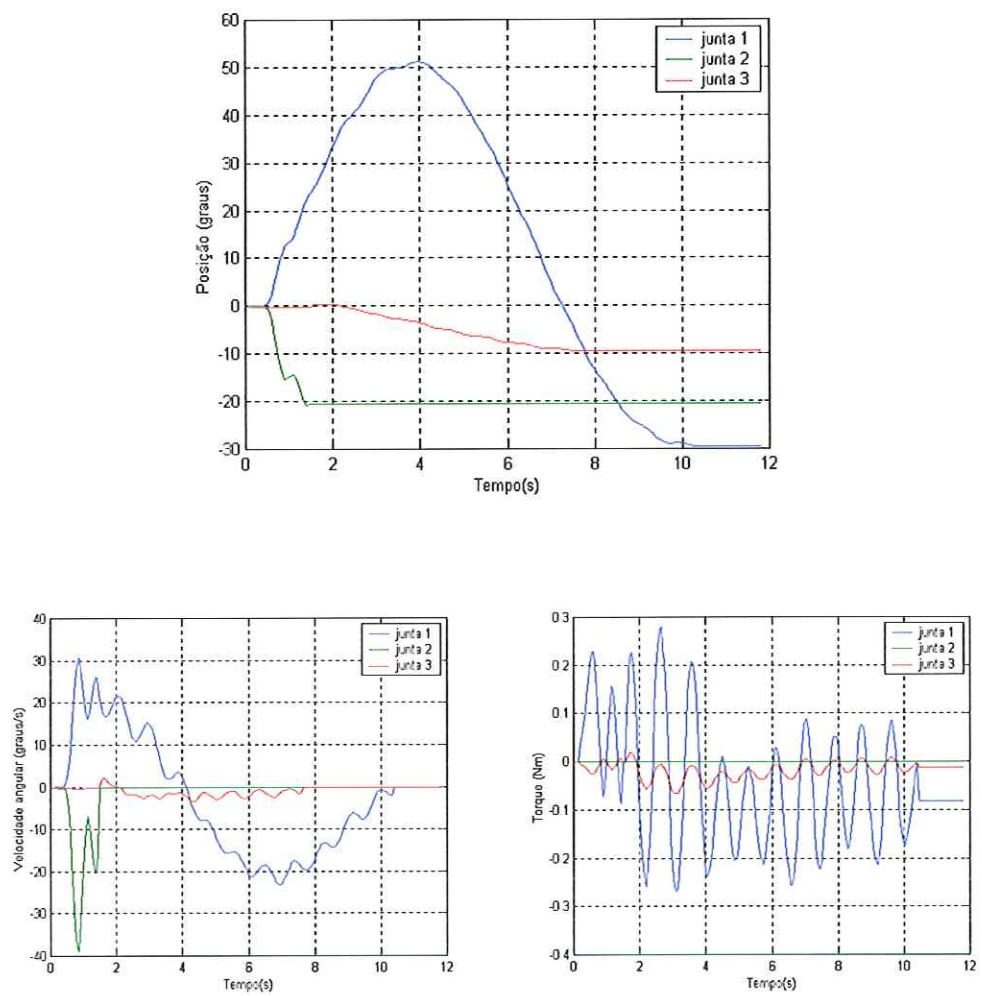


Figura 6.15: Gráficos de posição, velocidade e torque para a estratégia redundante com otimização, P.

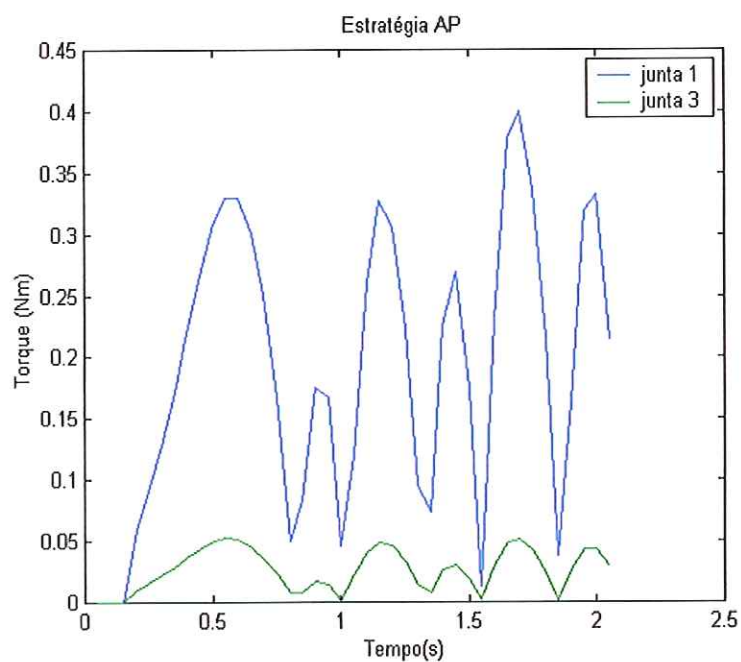


Figura 6.16: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia não-redundante AP.

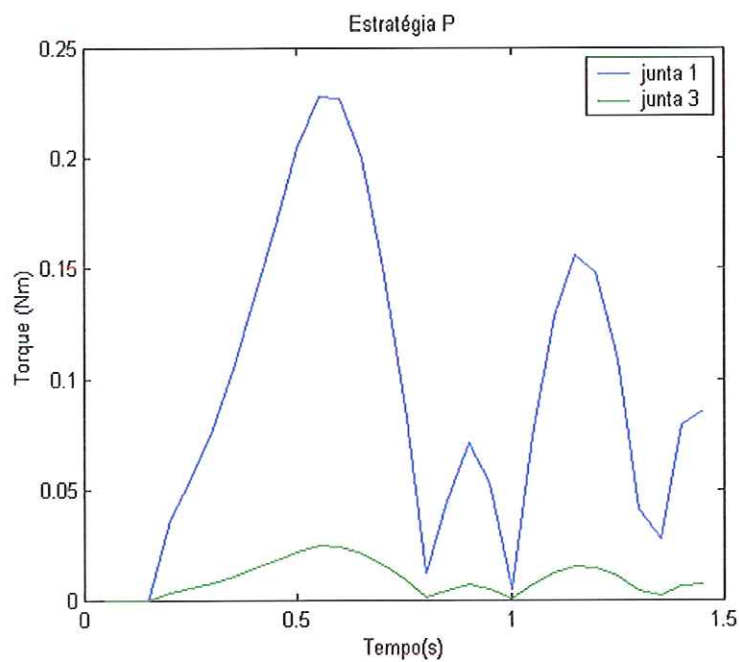


Figura 6.17: Gráfico dos módulos de torque da implementação para a estratégia redundante P.

## Capítulo 7

# Conclusão

Neste trabalho realizou-se o projeto de uma metodologia de controle subótimo redundante da junta passiva de um manipulador com três graus de liberdade instantaneamente. Para este propósito usou-se nas formulações o vetor gradiente de uma função escalar que estima o acoplamento entre a junta passiva e as ativas desse manipulador. Aqui a redundância foi usada da melhor maneira possível sem focalizar o efeito global. Portanto, este método deve ser denominado de *controle ótimo local por redundância*. A principal vantagem dessa formulação é a computação em tempo real, que é necessária para o controle do manipulador experimental. Além disso esse método pode ser usado com diferentes tipos de controladores, uma vez que as alterações são feitas nas equações dinâmicas do manipulador.

A consequência direta observada nessa formulação é a redução dos torques na fase de controle da junta passiva, e conseqüente redução da energia elétrica gasta. Isso ocorre devido ao fato de que ao longo da trajetória do manipulador o índice de acoplamento de torque tende a ser maximizado, e portanto, menor é o torque necessário nos atuadores para se conseguir o posicionamento da junta passiva do manipulador.

Outros resultados indiretos obtidos são: um movimento mais uniforme e suave do manipulador e um tempo de acomodação menor tanto no posicionamento da junta passiva quanto das ativas, conforme podemos observar nos gráficos de desempenho dos resultados apresentados. Isso ocorre porque a maximização do acoplamento entre as juntas facilita o controle. Assim ocorrem menos picos de torque, e como as juntas ativas tem “menos trabalho” para posicionar a passiva estas se movem menos na direção

contrária ao movimento daquelas, diminuindo assim as velocidades alcançadas e os tempos de posicionamento.

Uma extensão deste trabalho pode ser a implementação de um *controle ótimo global por redundância* da junta passiva do manipulador. Para isto pode-se fazer o planejamento *off-line* da trajetória das juntas de modo a minimizar a energia consumida. Alguns estudos foram feitos nesse sentido, usando o Princípio Mínimo de Pontryagin, mas sem resultados satisfatórios até o momento.



# Referências Bibliográficas

- ARAI (1997) ARAI, H. Feedback control of a 3-DOF planar underactuated manipulator. *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 703–709, 1997.
- ARAI & TACHI (1991) ARAI, H. e TACHI, S. Position control of a manipulator with passive joints using dynamic coupling. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 7(4):528–534, 1991.
- ARAI et al. (1993) ARAI, H., TANIE, K., e TACHI, S. Dynamic control of a manipulator with passive joints in operation space. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 9(1):85–93, 1993.
- BENATI et al. (1982) BENATI, M., MORASSO, P., e TAGLIASCO, V. The inverse kinematic problem for anthropomorphic manipulator arms. *J. Dyn. Sys., Meas., Contr.*, 104(1):110–113, 1982.
- BERGERMAN (1996) BERGERMAN, M. *Dynamics and control of underactuated manipulators*. Tese de Doutorado, Carnegie Mellon University, 1996.
- BERGERMAN et al. (1995) BERGERMAN, M., LEE, C., e XU, Y. A dynamic coupling index for underactuated manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 12(10):693–707, 1995.
- BERGERMAN et al. (1999) BERGERMAN, M., SIQUEIRA, A., e TERRA, M. Underactuated Manipulator Control System Development Environment. In *15th International Conference on CAD/CAM Robotics & Factories of the Future CARS&FOF'99*, pages 18–20, Brazil, 1999.
- BERGERMAN et al. (2000) BERGERMAN, M., TERRA, M. H., TINÓS, R., SIQUEIRA,

- A. A. G., e XU, Y. Fault tolerant control of mechanical manipulators: a hybrid systems approach. In *IFAC Symposium on Robot Control*, 2000.
- BERGERMAN & XU (1998) BERGERMAN, M. e XU, Y. Optimal control of manipulators with any number of passive joints. *Journal of Robotic Systems*, pages 115–130, 1998.
- CHIANG & SAFONOV (1992) CHIANG, R. Y. e SAFONOV, M. G. *Robust control toolbox*. The Math Works, 1992.
- CHUNG et al. (1995) CHUNG, W., NAKAMURA, Y., e SORDALEN, O. Prototyping a nonholonomic manipulator. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2029–2036, 1995.
- CRAIG (1989) CRAIG, J. *Introduction to robotics mechanics and control*. Addison-Wesley, 2nd edition, 1989.
- DOYLE et al. (1992) DOYLE, J. C., FRANCIS, B. A., e TANNENBAUM, A. R. *Feedback control theory*. Macmillan, 1992.
- DOYLE et al. (1989) DOYLE, J. C., GLOVER, K., KHARGONEKAR, P., e FRANCIS, B. A. State space solutions to standard  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8):831–847, 1989.
- FRANCIS (1987) FRANCIS, B. A. *A course in  $\mathcal{H}_\infty$  control theory*. Springer, 1987.
- HANAFUSA et al. (1978) HANAFUSA, H., YOSHIKAWA, T., e NAKAMURA, Y. Control of articulated robot arms with redundancy. In *Proc. 21st Joint Automatic Contr. Conf. in Japan*, pages 237–238, 1978.
- HANAFUSA et al. (1981) HANAFUSA, H., YOSHIKAWA, T., e NAKAMURA, Y. Analysis and control of articulated robot arms with redundancy. In *Proc. 8th Triennial World Congress of IFAC*, pages 1927–1932, 1981.
- JAIN & RODRIGUEZ (1991) JAIN, A. e RODRIGUEZ, G. A spatial operator algebra for manipulator modeling and control. *The International Journal of Robotic Research*, 10:371–381, 1991.

- JAIN & RODRIGUEZ (1993) JAIN, A. e RODRIGUEZ, G. An analysis of the kinematics and dynamics of underactuated manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(4):411–422, 1993.
- KAZEROUNIAN & WANG (1988) KAZEROUNIAN, K. e WANG, Z. Global versus local optimization in redundancy resolution of robotic manipulators. *Int. J. Robotics Res.*, 7(5):3–12, 1988.
- KIRK (1970) KIRK, D. E. *Optimal Control Theory: an Introduction*. Prentice-Hall, 1970.
- KLEIN (1985) KLEIN, C. A. Use of redundancy in the design of robotic systems. *Robotic research 2*, pages 207–214, 1985.
- KLEIN & HUANG (1983) KLEIN, C. A. e HUANG, C. H. Review of pseudoinverse control for use with kinematically redundant manipulators. *IEEE Transactions Sys., Man, Cyber*, 13(3):245–250, 1983.
- LEE & XU (1995) LEE, C. e XU, Y. Actuability of underactuated manipulators. In *Conference on Control Applications*, 1995.
- LIGEOIS (1977) LIGEOIS, A. Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multibody mechanisms. *IEEE Transactions Sys., Man, Cyber*, 7(12):868–871, 1977.
- LYNCH et al. (1997) LYNCH, M., SHIROMA, N., ARAI, H., e TANIE, K. Motion planning for 3-DOF robot with a passive joint. In *Proc. of the 1997 IEEE Interational Conference on Robotics and Automation*, pages 359–366, 1997.
- MACIEJOWSKI (1989) MACIEJOWSKI, J. *Multivariable feedback design*. Addison-Wesley, 1989.
- MACIEL et al. (2001) MACIEL, B., BERGERMAN, M., e TERRA, M. Optimal control of underactuated manipulators via actuation redundancy. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA*, Korea, 2001.
- MELDRUM et al. (1993) MELDRUM, D., FRANKLIN, G., e WIKTOR, P. Control of manipulators with some unactuated joints. In *Proceeding of the 12th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, pages 345–348, 1993.



- MUKHERJEE & CHEN (1993) MUKHERJEE, R. e CHEN, D. Control of free-flying underactuated space manipulators to equilibrium manifolds. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(5):561–570, 1993.
- NAKAMURA (1991) NAKAMURA, Y. *Advanced Robotics: redundancy and optimization*. Addison-Wesley, 1991.
- NAKAMURA et al. (1987) NAKAMURA, Y., HANAFUSA, H., e YOSHIKAWA, T. Task-priority based redundancy control of robot manipulators. *Int. J. Robotics Res.*, 6(2):3–15, 1987.
- NAKANO & OZAKI (1974) NAKANO, E. e OZAKI, S. Cooperative control of a pair of anthropomorphous manipulators-MELARM. In *Proc. 4th Int. Symp. Industr. Robots*, pages 250–260, 1974.
- NAKASHIMA. (2001) Nakashima., P. H. R. *Controles  $\mathcal{H}_2$ ,  $\mathcal{H}_\infty$  e  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  aplicados a um robô manipulador subatuado*, *Dissertação de Mestrado*. EPUSP, São Carlos, 2001.
- ORIOLO & NAKAMURA (1991) ORIOLO, G. e NAKAMURA, Y. Free-joint manipulators: motion control under second order nonholonomic constraints. In *IEEE Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems*, pages 1248–1253, 1991.
- PAPADOPOULOS & DUBOWSKY (1991) PAPADOPOULOS, E. e DUBOWSKY, S. Failure recovery control for space robotic systems. In *American Control Conference*, pages 1485–1890, 1991.
- SAFONOV et al. (1989) SAFONOV, M., LIMEBEER, D., e CHIANG, R. Simplifying the  $\mathcal{H}_\infty$  theory via loop-shifting, matrix-pencil and descriptor concepts. *International Journal of Control*, 50(6):2467–2488, 1989.
- SOARES et al. (1999) SOARES, M., TERRA, M., BERGERMAN, M., e TINÓS, R. An Environment for Simulation of Underactuated Manipulator Robots with Fault Detection and Control. In *CARS&FOF'99 - 15th International Conference on CAD/CAM, Robotics, and Future*, pages 18–20, Águas de Lindóia, Brazil, 1999.
- SUH & HOLLERBACH (1987) SUH, K. C. e HOLLERBACH, J. M. Local versus global torque optimization of redundant manipulators. In *Proc. 1987 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pages 619–624, 1987.



- TERRA & BARBEIRO (2000) TERRA, M. e BARBEIRO, T. Real and complex stability radii on the analysis of underactuated manipulator performance controled via LMI. In *4th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes*, Budapest, Bulgary, 2000.
- TERRA et al. (2000) TERRA, M., BARBEIRO, T., SIQUEIRA, A., e BERGERMAN, M. Ambiente de simulação para detecção de falhas em um manipulador subatuado via raio de estabilidade. In *XIII Congresso Brasileiro de Automática*, Florianópolis, Brasil, 2000.
- TERRA et al. (2000b) TERRA, M., MACIEL, B., NAKASHIMA, P., e BERGERMAN, M. Underactuated manipulator robot control by state feedback linearization via  $\mathcal{H}_\infty$ . In *3rd IFAC Simposium on Robust Control Design*, Prague, Czech Republic, 2000.
- UCHIYAMA et al. (1985) UCHIYAMA, M., SHIMIZU, K., e HAKOMORI, K. Performance evaluation of manipulators using the Jacobian and its application to trajectory planning. *Robotics research 2*, pages 447–454, 1985.
- WHITNEY (1969) WHITNEY, D. E. Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses. *IEEE Transactions Man-machine Systems*, pages 47–53, 1969.
- WHITNEY (1972) WHITNEY, D. E. The mathematics of coordinated control of prostheses and manipulators. *J. Dyn. Sys., Meas., Contr.*, (94):303–309, 1972.
- YU et al. (1995) YU, K., TAKAHASHI, T., e INOOKA, H. Dynamics and motion control of a two-link manipulator with a apssive joint. In *Proc. of the 1995 Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pages 311–316, 1995.
- ZHOU et al. (1996) ZHOU, K., DOYLE, J. C., e GLOVER, K. *Robust and optimal control*. Pretince-Hall, 1st edition, 1996.

## Apêndice A

# Tópicos de álgebra linear

### 1) Gradiente

Quando um escalar  $y(x)$  é uma função potencial de  $x$  e queremos encontrar a variação em  $x$  que mais efetivamente aumenta a função potencial, tomamos o gradiente de  $y(x)$ , que é dado por,

$$\text{grad}\{y(x)\} = \begin{pmatrix} \partial y / \partial x_1 \\ \partial y / \partial x_2 \\ \vdots \\ \partial y / \partial x_n \end{pmatrix} = \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^T \quad (\text{A.1})$$

este vetor indica a direção de  $\Delta x$  que maximiza a variação em  $y(x)$ . Da mesma maneira se uma função potencial deve ser reduzida, a direção mais efetiva do vetor  $\Delta x$  é  $-\text{grad}\{y(x)\}$ .

### 2) Pseudoinversa

*Definição:* A pseudoinversa de uma matriz  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  é uma matriz  $X = A^\# \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  satisfazendo as seguintes equações:

$$AXA = A \quad (\text{A.2})$$

$$XAX = X \quad (\text{A.3})$$

$$(AX)^T = AX \quad (\text{A.4})$$

$$(XA)^T = XA \quad (\text{A.5})$$

Propriedades:

(1) Para uma dada  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ , a pseudoinversa  $A^\# \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  é única

$$(2) (A^\#)^\# = A.$$

$$(3) (A^T)^\# = (A^\#)^T.$$

$$(4) A^\# = (A^T A)^\# A^T = A^T (A A^T)^\#.$$

Para  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ , se  $m < n$  e  $\text{rank} A = m$ , então  $AA^T$  é não singular e

$$A^\# = A^T (AA^T)^{-1} \quad (\text{A.6})$$

Se  $m > n$  e  $\text{rank} A = n$ , então  $A^T A$  é não singular e

$$A^\# = (A^T A)^{-1} A^T \quad (\text{A.7})$$

Se  $m = n$  e  $\text{rank} A = m$ , então

$$A^\# = A^{-1} \quad (\text{A.8})$$

(5)  $A^\# A$ ,  $AA^\#$ ,  $I - A^\# A$  e  $I - AA^\#$  são todas simétricas e idempotentes.

Obs.: uma matriz quadrada  $M$  é chamada idempotente se  $M^2 = M$ .

### 3) Solução de Equações Lineares

A pseudoinversa tem amplas aplicações na solução de vários tipos de problemas lineares. O seguinte teorema tem particular importância dentro do escopo deste projeto.

*Teorema:* Para uma equação linear de  $x \in \mathfrak{R}^n$

$$Ax = y \quad (\text{A.9})$$

onde  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  e  $y \in \mathfrak{R}^m$ , a forma geral das soluções de mínimo quadrado é dada por

$$x = A^\# y + (I - A^\# A)z \quad (\text{A.10})$$

onde  $z \in \mathfrak{R}^n$  é um vetor arbitrário, e  $I$  é uma matriz identidade. A solução de norma mínima dentre todas as soluções dadas pela equação (A.10) é:

$$x = A^\#y \quad (\text{A.11})$$

Obs.: a solução de mínimo quadrado é o  $x$  que minimiza a norma do erro,

$$\min \|y - Ax\| \quad (\text{A.12})$$

onde  $\|*\|$  denota a norma Euclidiana de um vetor  $*$ . A solução de mínimo quadrado não é necessariamente única. Cada solução é obtida alterando-se  $z$ . A equação (A.11) implica na solução que também minimiza  $\|x\|$  dentre todas as soluções dadas por (A.10). Quando pelo menos uma solução exata existe para Eq. (A.9), a Eq. (A.10) fornece a forma geral de todas as soluções exatas.



## Apêndice B

# Equacionamento da matriz de inércia e do vetor de torques não-inerciais

A matriz de inércia  $M$  e o vetor de torques inerciais  $b$ , utilizados na simulação são calculados segundo a formulação abaixo:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$M_{11} = I_1 + I_2 + I_3 + m_1 l_{c_1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2} \cos(\theta_2)) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + l_{c_3}^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_2) + 2l_1 l_{c_3} \cos(\theta_2 + \theta_3) + 2l_2 l_{c_3} \cos(\theta_3))$$

$$M_{12} = I_2 + I_3 + m_2 (l_{c_2}^2 + 2l_1 l_{c_2} \cos(\theta_2)) + m_3 (l_2^2 + l_{c_3}^2 + l_1 l_2 \cos(\theta_2) + l_1 l_{c_3} \cos(\theta_2 + \theta_3) + 2l_2 l_{c_3} \cos(\theta_3))$$

$$M_{13} = I_3 + m_3 (l_{c_3}^2 + l_1 l_{c_3} \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 l_{c_3} \cos(\theta_3))$$

$$M_{21} = M_{12}$$

$$M_{22} = I_2 + I_3 + m_2 (l_{c_2}^2) + m_3 (l_2^2 + l_{c_3}^2 + 2l_2 l_{c_3} \cos(\theta_3))$$

$$M_{23} = I_3 + m_3 (l_{c_3}^2 + l_2 l_{c_3} \cos(\theta_3))$$

$$M_{31} = M_{13}$$



$$M_{32} = M_{23}$$

$$M_{33} = I_3 + m_3(l_{c_3}^2)$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} b_1 = & (-m_2 l_1 l_{c_2} \text{sen}(\theta_2) + m_3(-l_1 l_2 \text{sen}(\theta_2) - l_1 l_{c_3} \text{sen}(\theta_2 + \theta_3))) \\ & (\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) + m_3(-l_1 l_{c_3} \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) - l_2 l_{c_3} \text{sen}(\theta_3)) \\ & (\dot{\theta}_3^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3) + m_1 g l_{c_1} \cos(\theta_1) + \\ & m_2 g(l_1 \cos(\theta_1) + l_{c_2} \cos(\theta_1 + \theta_2)) + m_3 g(l_1 \cos(\theta_1) + \\ & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_{c_3} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 = & (m_2 l_1 l_{c_2} \text{sen}(\theta_2) + m_3(l_1 l_2 \text{sen}(\theta_2) + l_1 l_{c_3} \text{sen}(\theta_2 + \theta_3)))\dot{\theta}_1^2 - \\ & m_3 l_2 l_{c_3} \text{sen}(\theta_3)(\dot{\theta}_3^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3) + \\ & m_2 g(l_{c_2} \cos(\theta_1 + \theta_2)) + m_3 g(l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_{c_3} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 = & m_3(l_1 l_{c_3} \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) + l_2 l_{c_3} \text{sen}(\theta_3))\dot{\theta}_1^2 + \\ & m_3 l_2 l_{c_3} \text{sen}(\theta_3)(\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) + m_3 g(l_{c_3} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)) \end{aligned}$$

## Apêndice C

# Expressões literais feitas no software MAPLE

Neste apêndice calculamos as expressões literais necessárias para o cálculo do gradiente do índice de acoplamento de torque usado na etapa de controle ótimo do manipulador.

Aqui são mostradas as expressões referentes à configuração APA do manipulador. As outras configurações seguem o mesmo procedimento.

Primeiramente calculamos as expressões das matrizes  $M_{aa}$ ,  $M_{au}$ ,  $M_{ua}$  e  $M_{uu}$ , necessárias para o cálculo da matriz  $W_{ua}$ . Em seguida calculamos a função potencial proporcional ao negativo do índice de acoplamento da seguinte forma:

$$P = -\rho_\tau = -\prod_{i=1}^{n_u} \sigma_i(W_{ua}) = -\sqrt{\det(W_{ua} * W_{ua}^T)}. \quad (\text{C.1})$$

Em seguida calculamos o gradiente desse índice:

$$\text{grad}\{P\} = \begin{pmatrix} \partial P / \partial q_1 \\ \partial P / \partial q_3 \end{pmatrix} = \left( \frac{\partial P}{\partial q_a} \right)^T \quad (\text{C.2})$$

As expressões dos elementos do gradiente são usadas para montar uma função no MATLAB que fornece os valores desse gradiente a cada ponto.

```

> m1:=0.850
> m2:=0.850
> m3:=0.850
> I1:=0.0075
> I2:=0.0075
> I3:=0.006
> l1:=0.203
> l2:=0.203
> l3:=0.203
> lc1:=0.096
> lc2:=0.096
> lc3:=0.077
> M11:=I1+I2+I3+m1*lc1*lc1+m2*(l1*l1+lc2*lc2+2*l1*lc2*cos(theta2))+
m3*(l1*l1+l2*l2+lc3*lc3+2*l1*l2*cos(theta2)+2*l1*lc3*cos(theta2+theta3)+
2*l2*lc3*cos(theta3));
M11 := .126911725 + .084640850 cos(theta2)
      + .019538750 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3)

>M12:=I2+I3+m2*(lc2*lc2+2*l1*lc2*cos(theta2))+m3*(l2*l2+lc3*lc3+l1*l2*
cos(theta2)+l1*lc3*cos(theta2+theta3)+2*l2*lc3*cos(theta3));
M12 := .050794850 + .058885225 cos(theta2)
      + .009769375 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3)

> M13:=I3+m3*(lc3*lc3+l1*lc3*cos(theta2+theta3)+l2*lc3*cos(theta3));
M13 := .009705625 + .009769375 cos(theta2 + theta3)
      + .009769375 cos(theta3)

> M21:=M12;
M21 := .050794850 + .058885225 cos(theta2)
      + .009769375 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3)

> M22:=I2+I3+m2*(lc2*lc2)+m3*(l2*l2+lc3*lc3+2*l2*lc3*cos(theta3));
M22 := .050794850 + .019538750 cos(theta3)

> M23:=I3+m3*(lc3*lc3+l2*lc3*cos(theta3));
M23 := .009705625 + .009769375 cos(theta3)

```



```

> M31:=M13;
      M31 := .009705625 + .009769375 cos(theta2 + theta3)
              + .009769375 cos(theta3)

> M32:=M23;
      M32 := .009705625 + .009769375 cos(theta3)

> M33:=I3+m3*(lc3*lc3);
      M33 := .009705625

> with(linalg):
Warning, new definition for norm
Warning, new definition for trace
> Maa:=matrix(2,2,[M11,M12,M31,M32]);
      Maa :=
      [.126911725 + .084640850 cos(theta2)
       + .019538750 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3) ,
       .050794850 + .058885225 cos(theta2)
       + .009769375 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3)]
      [.009705625 + .009769375 cos(theta2 + theta3)
       + .009769375 cos(theta3) ,
       .009705625 + .009769375 cos(theta3)]

> Mau:=matrix(2,1,[M12,M32]);
      Mau :=
      [.050794850 + .058885225 cos(theta2)
       + .009769375 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3)]
      [.009705625 + .009769375 cos(theta3)]

> Mua:=matrix(1,2,[M21,M23]);
      Mua :=
      [.050794850 + .058885225 cos(theta2)
       + .009769375 cos(theta2 + theta3) + .019538750 cos(theta3) ,
       .009705625 + .009769375 cos(theta3)]

> Muu:=matrix(1,1,[M22]);
      Muu := [.050794850 + .019538750 cos(theta3)]

```

```

> Wua:=-multiply(multiply(inverse((Muu-multiply(Mua,
multiply(inverse(Maa),Mau))),Mua),inverse(Maa));
Wua := -matrix([[(.50794850e-1+.58885225e-1*cos(theta2)+.9769375e-
2*cos(theta2+theta3)+.19538750e-1*cos(theta3))*(.9705625000e-2+
.9769375000e-2*cos(theta3))/(-.5620046379e-cos(theta3)*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)+.1278081521e-4*cos(theta2)*
cos(theta3)-.7843167797e-5*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+
.7264646909e-5*cos(theta3)^2-.2363747428e-4*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)-.3921583899e-5*cos(theta2+theta3)^2+
.1027125593e-4*cos(theta2)+.3777177661e-4*cos(theta3)-
.1649387430e-4*cos(theta2+theta3)+.2458134567e-5*cos(theta2)*
cos(theta3)^2-.9323958706e-6*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2-
.9323958707e-6*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.3035515167e-4)-
(.9705625e-2+.9769375e-2*cos(theta3))*(.9705625000e-2+
.9769375000e-2*cos(theta2+theta3)+.9769375000e-2*cos(theta3))/
(-.5620046379e-5*cos(theta3)*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)+
.1278081521e-4*cos(theta2)*cos(theta3)-.7843167797e-5*cos(theta2+
theta3)*cos(theta3)+.7264646909e-5*cos(theta3)^2-.2363747428e-4*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.3921583899e-5*cos(theta2+theta3)^2+
.1027125593e-4*cos(theta2)+.3777177661e-4*cos(theta3)-.1649387430e-4*
cos(theta2+theta3)+.2458134567e-5*cos(theta2)*cos(theta3)^2
-.9323958706e-6*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2-.9323958707e-
6*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.3035515167e-4),
-(.50794850e-1+.58885225e-1*cos(theta2)+.9769375e-2*cos(theta2+theta3)+
.19538750e-1*cos(theta3))*(.5079485000e-1+.5888522500e-1*cos(theta2)+
.9769375000e-2*cos(theta2+theta3)+.1953875000e-1*cos(theta3))/
(-.5620046379e-5*cos(theta3)*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)+
.1278081521e-4*cos(theta2)*cos(theta3)-.7843167797e-5*cos(theta2+
theta3)*cos(theta3)+.7264646909e-5*cos(theta3)^2-.2363747428e-4*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.3921583899e-5*cos(theta2+theta3)^2+
.1027125593e-4*cos(theta2)+.3777177661e-4*cos(theta3)-.1649387430e-4*
cos(theta2+theta3)+.2458134567e-5*cos(theta2)*cos(theta3)^2-
.9323958706e-6*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2-.9323958707e-
6*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+
.3035515167e-4)+(.9705625e-2+.9769375e-2*cos(theta3))*
(.1269117250+.8464085000e-1*cos(theta2)+.1953875000e-1*

```

```

cos(theta2+theta3)+.1953875000e-1*cos(theta3))/
(-.5620046379e-5*cos(theta3)*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)+
.1278081521e-4*cos(theta2)*cos(theta3)-.7843167797e-5*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+.7264646909e-5*cos(theta3)^2-
.2363747428e-4*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.3921583899e-5*
cos(theta2+theta3)^2+.1027125593e-4*cos(theta2)+.3777177661e-4*
cos(theta3)-.1649387430e-4*cos(theta2+theta3)+.2458134567e-5*
cos(theta2)*cos(theta3)^2-.9323958706e-6*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)^2-.9323958707e-6*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+
.3035515167e-4)]])

> L:=(multiply(Wua,transpose(Wua)));

> P:=sqrt(det(L));

> delsigma1:=diff(P,theta1);
                                delsigma1 := 0

> delsigma2:=diff(P,theta3);

```

## Apêndice D

# Programas do software MATLAB

Neste apêndice são mostrados alguns programas implementados no software MATLAB que possibilitam o controle das juntas passivas e ativas de um manipulador subatulado e ao mesmo tempo tendem a minimizar (maximizar) a função potencial escolhida. Cabe ressaltar que os programas mostrados fazem parte de um conjunto de outros programas que fazem a simulação e controle num ambiente gráfico. Aqui serão mostrados apenas as partes relevantes a esse projeto.

Função para calcular o gradiente do índice de acoplamento de torque para a configuração APA a cada ponto (o procedimento para as outras configurações seguem o mesmo padrão):

```
function [z]=gradiente_APA(theta2,theta3)
z(1,1)=0;
z(2,1)=.7205e20/((- .7805e81*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-
.1295e81*cos(theta2)*cos(theta3)^2*cos(theta2+theta3)-.7754e81*
cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)+.3391e81*cos(theta2)^2*cos(theta3)+.2960e81*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^3+.1666e81*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*
cos(theta3)-.3827e81*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2+.4912e80*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)^3+.2005e82*cos(theta2)*cos(theta3)-.2833e82*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)-.1761e81*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.1116e82*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^2+.1049e82*cos(theta2)^2+.8922e81*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)^2+.4912e80*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2-.3274e82*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*cos(theta2)-.5616e64*cos(theta3)^3+.2456e80*
cos(theta3)^4+.2066e81*cos(theta2+theta3)^3+.2456e80*cos(theta2+theta3)^4+
.4912e80*cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)+.1707e81*cos(theta2)^2*cos(theta3)^2+
.7148e81*cos(theta3)^2*cos(theta2)+.1900e82+.2225e82*cos(theta2)-.1599e82*
cos(theta2+theta3)+.2962e82*cos(theta3)-.2195e82*cos(theta2+theta3)*
```



```

cos(theta3)+.5424e80*cos(theta2+theta3)^2+.1286e82*cos(theta3)^2)/(-.1663e119*
cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+.1569e103*cos(theta2)*cos(theta3)^2*
cos(theta2+theta3)+.9509e102*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)-.2596e103*
cos(theta2)^2*cos(theta3)+.2822e102*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^3+.1588e102*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)-.3126e86*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)^2+.5883e102*cos(theta3)^3*cos(theta2)-.1280e102*cos(theta3)^3*
cos(theta2)^2+.2422e103*cos(theta2)^3*cos(theta2+theta3)-.2572e118*
cos(theta3)^4*cos(theta2)+.1363e103*cos(theta2)^3*cos(theta3)-.1192e119*
cos(theta3)^2*cos(theta2)^3+.7074e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2*
cos(theta2)^2+.5598e117*cos(theta3)^4*cos(theta2)^2+.6342e119*cos(theta2)^4+
.4979e119*cos(theta2)^3+.1822e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^3-.4936e118*
cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)*cos(theta2)-.1389e118*cos(theta2+theta3)^2*
cos(theta3)^2*cos(theta2)-.6827e102*cos(theta3)^2*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)-.8090e102*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)+
.3980e118*cos(theta3)^3*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)-.9144e118*cos(theta3)^3*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.4236e119*cos(theta2)^3*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)-.2458e103*cos(theta2)*cos(theta3)-.2185e103*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)-.3648e102*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.5802e118*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^2-.1046e120*cos(theta2)^2+.1478e119*cos(theta2)^2*cos(theta2+
theta3)^2+.3190e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2+.3821e119*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)*cos(theta2)-.6758e102*cos(theta3)^3+.2955e118*cos(theta3)^4-.5624e85*
cos(theta2+theta3)^3+.8611e117*cos(theta2+theta3)^4+.9836e101*cos(theta2+theta3)^3*
cos(theta3)+.2270e119*cos(theta2)^2*cos(theta3)^2+.2150e119*cos(theta3)^2*
cos(theta2)+.5159e119-.4491e119*cos(theta2)+.4353e86*cos(theta2+theta3)+.2824e103*
cos(theta3)-.7614e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-.1333e119*cos(theta2+theta3)^2-
.2470e119*cos(theta3)^2)^(1/2)*((- .2962e82*sin(theta3)+.2590e81*cos(theta2)*
cos(theta3)*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)+.1599e82*sin(theta2+theta3)+.7754e81*
cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)-.3391e81*cos(theta2)^2*sin(theta3)+.3827e81*
sin(theta2+theta3)*cos(theta3)^2-.4912e80*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)^3-.2005e82*
cos(theta2)*sin(theta3)+.2833e82*cos(theta2)*sin(theta2+theta3)+.1761e81*sin(theta3)*
cos(theta2+theta3)^2+.1685e65*cos(theta3)^2*sin(theta3)-.9824e80*cos(theta3)^3*
sin(theta3)-.6198e81*cos(theta2+theta3)^2*sin(theta2+theta3)-.9824e80*cos(theta2+
theta3)^3*sin(theta2+theta3)-.4912e80*cos(theta2+theta3)^3*sin(theta3)+.7805e81*
cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)+.7805e81*cos(theta2)^2*cos(theta2+
theta3)*sin(theta3)+.1295e81*cos(theta2)*cos(theta3)^2*sin(theta2+theta3)-.8880e81*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*sin(theta2+theta3)-.1666e81*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^2*sin(theta3)+.7654e81*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*
sin(theta3)-.1474e81*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2*sin(theta3)+.3522e81*
cos(theta3)*cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-.2232e82*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-.1784e82*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*
sin(theta2+theta3)-.9824e80*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2*sin(theta2+theta3)-

```

```

.9824e80*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)*sin(theta3)+.3274e82*sin(theta2+theta3)*
cos(theta3)*cos(theta2)+.2195e82*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)+.2195e82*
cos(theta2+theta3)*sin(theta3)-.1085e81*cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-
.2572e82*cos(theta3)*sin(theta3)+.3274e82*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)*
cos(theta2)-.1474e81*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)*sin(theta2+theta3)-
.3414e81*cos(theta2)^2*cos(theta3)*sin(theta3)-.1430e82*cos(theta3)*
cos(theta2)*sin(theta3)-.3332e81*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*
sin(theta2+theta3))/(-.1663e119*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+
.1569e103*cos(theta2)*cos(theta3)^2*cos(theta2+theta3)+.9509e102*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)-.2596e103*cos(theta2)^2*cos(theta3)+.2822e102*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^3+.1588e102*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)-
.3126e86*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2+.5883e102*cos(theta3)^3*cos(theta2)-
.1280e102*cos(theta3)^3*cos(theta2)^2+.2422e103*cos(theta2)^3*
cos(theta2+theta3)-.2572e118*cos(theta3)^4*
cos(theta2)+.1363e103*cos(theta2)^3*cos(theta3)-.1192e119*cos(theta3)^2*
cos(theta2)^3+.7074e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2*cos(theta2)^2+
.5598e117*cos(theta3)^4*cos(theta2)^2+.6342e119*cos(theta2)^4+.4979e119*
cos(theta2)^3+.1822e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^3-.4936e118*cos(theta2+
theta3)^3*cos(theta3)*cos(theta2)-.1389e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2*
cos(theta2)-.6827e102*cos(theta3)^2*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)-.8090e102*
cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)+.3980e118*cos(theta3)^3*
cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)-.9144e118*cos(theta3)^3*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)-.4236e119*cos(theta2)^3*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-
.2458e103*cos(theta2)*cos(theta3)-.2185e103*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-
.3648e102*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.5802e118*cos(theta2)*cos(theta2+
theta3)^2-.1046e120*cos(theta2)^2+.1478e119*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2+
.3190e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2+.3821e119*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)*cos(theta2)-.6758e102*cos(theta3)^3+.2955e118*cos(theta3)^4-
.5624e85*cos(theta2+theta3)^3+.8611e117*cos(theta2+theta3)^4+.9836e101*
cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)+.2270e119*cos(theta2)^2*cos(theta3)^2+.2150e119*
cos(theta3)^2*cos(theta2)+.5159e119-.4491e119*cos(theta2)+.4353e86*cos(theta2+
theta3)+.2824e103*cos(theta3)-.7614e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-.1333e119*
cos(theta2+theta3)^2-.2470e119*cos(theta3)^2)-1.*(-.7805e81*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-.1295e81*cos(theta2)*cos(theta3)^2*cos(theta2+
theta3)-.7754e81*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)+.3391e81*cos(theta2)^2*
cos(theta3)+.2960e81*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^3+.1666e81*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)-.3827e81*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2+.4912e80*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^3+.2005e82*cos(theta2)*cos(theta3)-.2833e82*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.1761e81*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+
.1116e82*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2+.1049e82*cos(theta2)^2+.8922e81*
cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2+.4912e80*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2-

```



```
.3274e82*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*cos(theta2)-.5616e64*cos(theta3)^3+
.2456e80*cos(theta3)^4+.2066e81*cos(theta2+theta3)^3+.2456e80*cos(theta2+
theta3)^4+.4912e80*cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)+.1707e81*cos(theta2)^2*
cos(theta3)^2+.7148e81*cos(theta3)^2*cos(theta2)+.1900e82+.2225e82*
cos(theta2)-.1599e82*cos(theta2+theta3)+.2962e82*cos(theta3)-.2195e82*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+.5424e80*cos(theta2+theta3)^2+.1286e82*
cos(theta3)^2)/(-.1663e119*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)+
.1569e103*cos(theta2)*cos(theta3)^2*cos(theta2+theta3)+.9509e102*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)-.2596e103*cos(theta2)^2*cos(theta3)+.2822e102*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)^3+.1588e102*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)-
.3126e86*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2+.5883e102*cos(theta3)^3*cos(theta2)-
.1280e102*cos(theta3)^3*cos(theta2)^2+.2422e103*cos(theta2)^3*cos(theta2+
theta3)-.2572e118*cos(theta3)^4*cos(theta2)+.1363e103*cos(theta2)^3*cos(theta3)-
.1192e119*cos(theta3)^2*cos(theta2)^3+.7074e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2*
cos(theta2)^2+.5598e117*cos(theta3)^4*cos(theta2)^2+.6342e119*cos(theta2)^4+
.4979e119*cos(theta2)^3+.1822e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^3-.4936e118*
cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)*cos(theta2)-.1389e118*cos(theta2+theta3)^2*
cos(theta3)^2*cos(theta2)-.6827e102*cos(theta3)^2*cos(theta2)^2*cos(theta2+
theta3)-.8090e102*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)+.3980e118*
cos(theta3)^3*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)-.9144e118*cos(theta3)^3*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)-.4236e119*cos(theta2)^3*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)-.2458e103*cos(theta2)*cos(theta3)-.2185e103*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)-.3648e102*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)^2+.5802e118*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2-.1046e120*cos(theta2)^2+.1478e119*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)^2+.3190e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)^2+.3821e119*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*cos(theta2)-.6758e102*cos(theta3)^3+.2955e118*
cos(theta3)^4-.5624e85*cos(theta2+theta3)^3+.8611e117*cos(theta2+theta3)^4+
.9836e101*cos(theta2+theta3)^3*cos(theta3)+.2270e119*cos(theta2)^2*cos(theta3)^2+
.2150e119*cos(theta3)^2*cos(theta2)+.5159e119-.4491e119*cos(theta2)+.4353e86*
cos(theta2+theta3)+.2824e103*cos(theta3)-.7614e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)-
.1333e119*cos(theta2+theta3)^2-.2470e119*cos(theta3)^2)^2*(-.1415e119*cos(theta2+
theta3)^2*cos(theta3)*cos(theta2)^2*sin(theta3)-.1415e119*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)^2*cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)+.2743e119*cos(theta3)^2*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)-.1194e119*cos(theta3)^2*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)* sin(theta3)+.1618e103*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)*sin(theta2+theta3)+.1365e103*cos(theta3)*cos(theta2)^2*cos(theta2+
theta3)*sin(theta3)+.2778e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)*cos(theta2)*
sin(theta3)+.2778e118*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2*cos(theta2)*sin(theta2+
theta3)+.1481e119*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)*cos(theta2)*sin(theta2+theta3)
-.2824e103*sin(theta3)-.3138e103*cos(theta2)*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)*
sin(theta3)-.4353e86*sin(theta2+theta3)-.9509e102*cos(theta2)^2*sin(theta2+
```

```

theta3)+.2596e103*cos(theta2)^2*sin(theta3)+.3126e86*sin(theta2+theta3)*
cos(theta3)^2-.1822e102*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)^3+.2458e103*cos(theta2)*
sin(theta3)+.2185e103*cos(theta2)*sin(theta2+theta3)+.3648e102*sin(theta3)*
cos(theta2+theta3)^2+.2027e103*cos(theta3)^2*sin(theta3)-.1182e119*cos(theta3)^3*
sin(theta3)+.1687e86*cos(theta2+theta3)^2*sin(theta2+theta3)-.3444e118*cos(theta2+
theta3)^3*sin(theta2+theta3)-.9836e101*cos(theta2+theta3)^3*sin(theta3)+.1663e119*
cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)+.1663e119*cos(theta2)^2*cos(theta2+
theta3)*sin(theta3)-.1569e103*cos(theta2)*cos(theta3)^2*sin(theta2+theta3)-
.8466e102*cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*sin(theta2+theta3)-.1588e102*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)^2*sin(theta3)+.6252e86*cos(theta2+theta3)*
cos(theta3)*sin(theta3)-.5466e102*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2*sin(theta3)+
.7296e102*cos(theta3)*cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-.1160e119*
cos(theta2)*cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-.2956e119*cos(theta2)^2*
cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)-.6380e118*cos(theta2+theta3)*cos(theta3)^2*
sin(theta2+theta3)-.6380e118*cos(theta2+theta3)^2*cos(theta3)*sin(theta3)-
.3821e119*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)*cos(theta2)+.6827e102*cos(theta3)^2*
cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)+.8090e102*cos(theta2)^2*cos(theta2+theta3)^2*
sin(theta3)-.3980e118*cos(theta3)^3*cos(theta2)^2*sin(theta2+theta3)+.9144e118*
cos(theta3)^3*cos(theta2)*sin(theta2+theta3)+.4236e119*cos(theta2)^3*sin(theta2+
theta3)*cos(theta3)+.4236e119*cos(theta2)^3*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)-
.1765e103*cos(theta3)^2*cos(theta2)*sin(theta3)+.3840e102*cos(theta3)^2*
cos(theta2)^2*sin(theta3)+.1029e119*cos(theta3)^3*cos(theta2)*sin(theta3)+
.2384e119*cos(theta3)*cos(theta2)^3*sin(theta3)-.2239e118*cos(theta3)^3*
cos(theta2)^2*sin(theta3)+.4936e118*cos(theta2+theta3)^3*sin(theta3)*cos(theta2)+
.7614e102*sin(theta2+theta3)*cos(theta3)+.7614e102*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)+
.2666e119*cos(theta2+theta3)*sin(theta2+theta3)+.4940e119*cos(theta3)*sin(theta3)-
.2422e103*cos(theta2)^3*sin(theta2+theta3)-.1363e103*cos(theta2)^3*sin(theta3)-
.3821e119*cos(theta2+theta3)*sin(theta3)*cos(theta2)-.2951e102*cos(theta2+theta3)^2*
cos(theta3)*sin(theta2+theta3)-.4540e119*cos(theta2)^2*cos(theta3)*sin(theta3)-
.4300e119*cos(theta3)*cos(theta2)*sin(theta3)-.3176e102*cos(theta2)*
cos(theta2+theta3)*cos(theta3)*sin(theta2+theta3));

```

```

return

```



Trecho do programa *uarm-loop*, responsável pelo laço de controle, onde podemos observar a chamada da função que calcula o gradiente da função potencial escolhida:

```
% possíveis configurações com uma junta passiva
elseif (all(config == '3AAP') | all(config == '3APA') | all(config == '3PAA')),
    sat=[0];
    % verifica se as juntas passivas atingiram a posição desejada
    if (count_brake < np),
        index_2=find(wait == active);

        for j = 1:np,
            if ((brake(j) == 0) & ...
                (abs(errorq_f(passive(j))) < max_error2(1)) & ...
                (abs(errorqd_f(passive(j))) < max_error2(2))),
                brake(j) = 1;
                brake_def(j) = 1;
                count_brake = count_brake + 1;
                stat(passive(j)) = (i-1)*dt;
                set(motor(passive(j)), 'Color', pas_brake_def_color);
                entrou_pas = 1 ;

                if simulation == 0,
                    set_dac_all_stg([0 0 0]);
                end

                if (simulation == 0)
                    reach_total = (reach(1)*(2^(active(1)-1)))+(reach(2)*
                        (2^(active(2)-1)))+(brake(1)*2^(passive(1)-1));
                    set_brake_motor(reach_total);
                end
            end
        end
    end
else

    % verifica se as juntas ativas atingiram a posição desejada
    for j = 1:na,
        if ((reach(j) == 0) & ...
            (abs(errorq_f(active(j))) < max_error(1)) & ...
            (abs(errorqd_f(active(j))) < max_error(2))),
            reach(j) = 1;
            count_reach = count_reach + 1;
        end
    end
end
```

```

        stat(active(j)) = (i-1)*dt;
        set(motor(active(j)), 'Color', act_reach_color);
        if (simulation == 0)
            reach_total = (reach(1)*(2^(active(1)-1)))+(reach(2)*
                (2^(active(2)-1)))+(2^(passive(1)-1));
            set_brake_motor(reach_total);
        end
    end
end
end
end

% a lei de controle é calculada dependendo da junta passiva ter ou nao
% atingido a posição desejada e ter sido travada

% Partição da matriz de inércia
Maa=M(active,active);
Mau=M(active,passive);
Mua=M(passive,active);
Muu=M(passive,passive);

Mar=M(remaining,remaining);
Mac=M(remaining,controlled);
Mur=M(controlled,remaining);
Muc=M(controlled,controlled)

Mestaa=Mest(active,active);
Mestau=Mest(active,passive);
Mestua=Mest(passive,active);
Mestuu=Mest(passive,passive);

Mestar=Mest(active,remaining);
Mestac=Mest(active,controlled);
Mestur=Mest(passive,remaining);
Mestuc=Mest(passive,controlled);

% Chamada da função para o cálculo do gradiente
theta2=theta(2,1);
theta3=theta(3,1);
z=gradiente_APA(theta2,theta3);
kgrad=0.05;

```

```
% Escolha dos tipos de controladores
if (all(cont == 'CTq')),
    %Computed Torque
    uarm_cont_CTq;

elseif (all(cont == 'VSC')),
    %Variable Structure Controller
    uarm_cont_VSC;

elseif (all(cont == 'LMI')),
    %Linear Matrix Inequality
    uarm_cont_LMI;

elseif (all(cont == 'Din')),
    %Controller XXXXX
    uarm_cont_Din;
elseif (all(cont == 'HID')),
    uarm_cont_HINFd;
elseif (all(cont == 'H2_')),
    uarm_cont_H2;
elseif (all(cont == 'MIX')),
    uarm_cont_MIX;
end

for j=1:3,
    if tau(j,i)>taumax,
        tau(j,i)=taumax;
    end
    if tau(j,i)<-taumax,
        tau(j,i)=-taumax;
    end
end

if (simulation == 0)
    tensao(:,i)=tau(:,i)/(0.14*1.61);
    aux2=tensao(2,i);
    tensao(2,i)=tensao(3,i);
    tensao(3,i)=aux2;
    set_dac_all_stg(-1*tensao(:,i)');
end
```

Trecho do programa *uarm-cont-HINFd*, que implementa o controle do manipulador pelo método  $H_\infty$ :

```
% carrega as matrizes de estados dos controladores para cada configuracao
elseif (all(config == '3AAP'))
    load ctr_AAP1.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A,B,C,D]=ssdata(sysKd);
    load ctr_AAP2.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A1,B1,C1,D1] = ssdata(sysKd);

elseif (all(config == '3APA'))
    load ctr_APA1.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A,B,C,D]=ssdata(sysKd);
    load ctr_APA2.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A1,B1,C1,D1] = ssdata(sysKd);

elseif (all(config == '3PAA')),
    load ctr_PAA1.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A,B,C,D]=ssdata(sysKd);
    load ctr_PAA2.mat ;
    sysK=ss(Ak,Bk,Ck,Dk);
    sysKd=c2d(sysK,ts,'tustin');
    [A1,B1,C1,D1] = ssdata(sysKd);

% escolha das estrategias de controle
elseif (all(config == '3AAP') | all(config == '3APA') | all(config == '3PAA')),

    if (simulation == 1)
        max_error=[deg2rd(0.5) deg2rd(5)];
        max_error2=[deg2rd(0.5) deg2rd(20)];
    else
```



```

max_error=[deg2rd(0.5) deg2rd(5)];
max_error2=[deg2rd(0.5) deg2rd(20)];
end

if (count_brake < np)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Estrategia de controle AP %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if (control_type == 1)

% Lei de controle
u(:,i)=-errorq(controlled);
xd1(:,i+1)=A*xd1(:,i)+B*u(:,i) ;

qcdd_c(:,i)=KP1*errorq(controlled)+KV1*errorqd(controlled)+
            qdd_d(controlled,i)+C*xd1(:,i)+ D*u(:,i);

tau(active,i) = (Mestac - Mestar*pinv(Mestur)*Mestuc)*qcdd_c(:,i)-
                Mestar*pinv(Mestur)*best(passive) + best(active);
% juntas passivas nao aplicam torque
tau(passive,i)=0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Estrategia de controle P %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
elseif (control_type == 2)

% Lei de controle
%se AAP entao B(:,2),C(2,:),D(2,2)
%se APA ou PAA entao B(:,1),C(1,:),D(1,1)
u2(:,i)      = -errorq(passive);
xd1(:,i+1)  = A*xd1(:,i)+ B(:,1)*u2(:,i);
qcdd_c2(:,i) = 50*errorq(passive)+6.3246*errorqd(passive)+
            qdd_d(passive,i)+C(1,:)*xd1(:,i)+ D(1,1)*u2(:,i);

tau(active,i) = (Mestau-Mestaa*pinv(Mestua)*Mestuu)*qcdd_c2(:,i)-...
                Mestaa*pinv(Mestua)*best(passive)+best(active)+...
                Mestaa*(eye(2)-pinv(Mestua)*Mestua)*kgrad*z;

% juntas passivas nao aplicam torque
tau(passive,i) = 0;

end

```

```

else % juntas passivas travadas
    % Lei de controle
    u(:,i)=-errorq(active);
    xd2(:,i+1)=A1*xd2(:,i)+B1*u(:,i) ;

    qadd_c(:,i)=KP2*errorq(active)+KV2*errorqd(active)+qdd_d(active,i)+...
        C1*xd2(:,i)+D1*u(:,i);

    tau(active,i)=Mestaa*qadd_c(:,i)+best(active);
    % torques nas passivas desprezados desde que estao travadas
    tau(passive,i)=zeros(size(passive))';
end

```

O cálculo da energia na etapa de controle da junta passiva e no movimento total são calculados através do seguinte programa (configuração APA):

```

% Programa que calcula a energia gasta durante o movimento do manipulador
% Benedito C. O. Maciel

% Calculo da energia da etapa 1 (controle da junta passiva)
N=stat(2,1)/deltat;
N=round(N);

% Módulos dos torques das juntas ativas
tau_p=[tau(1,1:N);tau(3,1:N)];
tau_pabs=abs(tau_p);

% Somatorio dos modulos dos torques
Energia_etapa1=sum(tau_pabs(1,:)) + sum(tau_pabs(2,:))

% Grafico do modulo de torque durante a fase de controle da junta passiva
figure;
plot(time(1,1:N),tau_pabs')
title('Estratégia...');
ylabel('Torque (Nm)');
legend('junta 1','junta 3');
xlabel('Tempo(s)');

% Calculo da energia da etapa 2 (controle das juntas ativas)
Nf=stat(1,1)/0.02;

```

```
Nf=round(Nf);

[linhas_tau,colunas_tau]=size(tau);
tau_a=[tau(1,N+1:Nf);tau(3,N+1:Nf)];
tau_aabs=abs(tau_a);

Energia_etapa2=sum(tau_aabs(1,:)) + sum(tau_aabs(2,:))

% Calculo da energia total
tau_abs=abs([tau(1,1:Nf);tau(3,1:Nf)]);

% Grafico do modulo de torque durante todo o movimento
figure;
plot(time(1,1:Nf),tau_abs')
title('Estratégia...');
ylabel('Torque (Nm)');
legend('junta 1','junta 3');
xlabel('Tempo(s)');

Energia_total=sum(tau_abs(1,:)) + sum(tau_abs(2,:))
```