UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA

FERNANDO GALVANIN JAMAL

ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS CONSIDERANDO NÃO LINEARIDADE DO SUPORTE DE CONCRETO PROJETADO REFORÇADO COM AÇO

São Carlos

2013

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA

ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DE TÚNEIS CONSIDERANDO NÃO LINEARIDADE DO SUPORTE DE CONCRETO PROJETADO REFORÇADO COM AÇO

FERNANDO GALVANIN JAMAL

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutor em Ciências, Programa de Pós Graduação em Geotecnia.

ORIENTADOR: TARCISIO BARRETO CELESTINO

Versão corrigida
Original se encontra disponível na Unidade que aloja o Programa

São Carlos
2013

J27a

Jamal, Fernando Galvanin
Análise numérica tridimencional de túneis considerando não linearidade do suporte de concreto projetado reforçado com aço / Fernando Galvanin Jamal; orientador Prof. Tarcisio Barreto Celestino. São Carlos, 2013.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação e Área de Concentração em Geotecnia -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2013.

1. Escavação subterrânea. 2. Concreto reforçado. 3. Fissuração. 4. Simulação numérica tridimencional. 5. Superficie de plastificação. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **FERNANDO GALVANIN JAMAL**.

Título da Tese: "Análise numérica tridimensional de túneis considerando não linearidade do suporte de concreto projetado reforçado com aço".

Data da defesa: 27/09/2013

Comissão Julgadora:	**Resultado:**
Prof. Dr. **Tarcísio Barreto Celestino (Orientador)** (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	Aprovado
Prof. Dr. **Antonio Airton Bortolucci** (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	Aprovado
Prof. Dr. **Carlos Carranza-Torres** (University of Minnesota/Duluth)	Aprovado.
Prof. Dr. **Rodrigo Ribeiro Paccola** (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	APROVADO
Prof. Associado **José Jorge Nader** (Escola Politécnica/USP)	Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia:
Prof. Titular **Osni José Pejon**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

RESUMO

JAMAL, F.G. **Análise numérica tridimensional de túneis considerando não linearidade do suporte de concreto projetado reforçado com aço**. 2013. 228 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

Pesquisas e projetos envolvendo a complexa interação de maciços rochosos com estruturas de suporte de túneis evoluem constantemente. A adoção de modelos numéricos sofisticados aliada ao desenvolvimento de computadores com capacidade de processamento crescente possibilitam representações mecânicas de processos complexos. Para análises geotécnicas, considerações de resistência, deformabilidade e condutividade hidráulica do maciço são encontradas em códigos computacionais com representações próximas das encontradas nas pesquisas experimentais de vanguarda da área. Por outro lado, estes mesmos códigos atribuem com frequência ao comportamento do concreto reforçado representações simplistas, muitas vezes com base na teoria da elasticidade. Implicações econômicas e de incerteza na avaliação da segurança decorrem desta forma de representação. Esta pesquisa visa a contribuir para análises da interação entre maciço e suporte de uma escavação subterrânea. Para tanto foram elaboradas simulações numéricas considerando técnicas consagradas de avaliação mecânica de uma escavação, aliadas a uma representação do concreto reforçado considerando o marcante efeito de fissuração. Com foco no comportamento do concreto foram desenvolvidas simulações numéricas de distintas estruturas de concreto reforçado selecionadas na literatura e que contam com boa instrumentação e caracterização mecânica adequada de seus materiais. Os resultados obtidos indicam a possibilidade da avaliação concomitante das complexas características do maciço assim como do concreto reforçado. Este fato contribui para a avaliação da segurança de uma escavação subterrânea com possíveis repercussões no custo das obras.

Palavras-chave: Escavação Subterrânea, Concreto Reforçado, Fissuração, Simulação Numérica Tridimensional, Superfícies de Plastificação.

ABSTRACT

JAMAL, F.G. **Three-dimensional numerical analysis of tunnels considering nonlinear properties of steel reinforced shotcrete support**. 2013. 228 p. Thesis (Doctorate) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2013.

Research and projects involving the intricate interaction between rock mass and tunnel support structures constantly evolve. The adoption of sophisticated numerical models allied to the development of computers with an increasing processing capacity allows mechanical representations of complex processes. For geotechnical analysis, considerations on rock mass strength, deformability and hydraulic conductivity are found in computational codes with representations close to those found in vanguard experimental research of this subject. However, these same codes often attribute simplistic representations to reinforced concrete behavior, frequently based on elasticity theory. Economic and uncertainty implications in safety evaluation result from this sort of representation. This research aims to contribute to analysis of interaction between rock mass and support of an underground excavation. Thus, numerical simulations were elaborated considering established techniques of mechanical evaluation of excavations, allied to a reinforced concrete representation taking into account the prominent effect of cracking. Focused on the concrete behavior, there were developed numerical simulations of distinct reinforced concrete structures selected in literature and that rely on fair instrumentation and adequate mechanical characterization of the involved materials. The results indicate the possibility of concomitant evaluation of the rock mass complex character and the reinforced concrete. This fact contributes to safety evaluation of an underground excavation with potential repercussions on project cost.

Keywords: Underground excavation, Reinforced concrete, Crack, Three-dimensional numerical analysis, Yield surface.

SUMÁRIO

Capítulo 1

1 - Introdução

Aborda-se neste trabalho a simulação de construção de túneis com foco direcionado à interação entre o maciço e o sistema de suporte adotado. Esta relação tem sido tratada ao longo do tempo por soluções de cunho empírico, semi-analítico e através de métodos numéricos.

Impulsionados por grandes avanços no segmento de *software* e *hardware* os métodos numéricos são cada vez mais adotados para a análise de interação entre maciço e suporte. A possibilidade de considerar o comportamento do material à luz da teoria da plasticidade e modelos com complexa geometria e carregamento podem ser apontadas como condicionantes a esta escolha.

Para a caracterização do maciço pacotes de *software* direcionados à geotecnia são continuamente incrementados. Implementações das superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown, Hoek-Brown generalizada e outras tantas são correntes. Ainda, modelos que consideram plasticidade perfeita, amolecimento e endurecimento encontram-se disponíveis. Em relação ao processo de escavação, técnicas de alívio gradual de tensões nos elementos ou no contorno da escavação, assim como, a desativação completa do elemento permitem a representação do complexo processo de escavação.

Para a representação do sistema de suporte, nestes mesmos pacotes de *software*, representações elásticas ou elasto-plásticas são encontradas. Para a regência da plastificação, a superfície de Von-Mises é indubitavelmente a de maior apelo na área. Esta composição permite a representação de materiais como o aço com perfeição. Entretanto para a representação de estruturas de concreto podem conduzir a resultados incoerentes com a realidade. Tal fato decorre das características mecânicas deste material marcadamente frágil. Esta fragilidade decorre da microestrutura do material onde imperfeições na matriz do material regem o processo de ruptura. Este comportamento, por sua vez, é representado de forma satisfatória em pacotes de *software* direcionados à engenharia de estruturas.

Nesses pacotes, a consideração de superfícies de ruptura que podem ser usadas para a representação do concreto encontram-se implementadas. São exemplos destas superfícies: Willam-Warnke, Gudehus-Argyris, Ottosen entre outros. São todas superfícies que consideram a resistência dependente da componente de tensão hidrostática, assim como as superfícies de uso da geotecnia. Além dessas superfícies, o comportamento frágil do material é incluído em alguns pacotes de *software* direcionados a análises de estrutura. Modelos de fissuração discretizada ou dissolvida e modelos de dano são disponíveis neste segmento.

A dualidade encontrada no segmento de pacotes de *software* da área geotécnica e estrutural é verificada também no desenvolvimento do projeto de túneis. É constante a contraposição entre projetistas estruturais e geotécnicos. Os primeiros norteados por normas rígidas e elaboradas para o concreto consideram que o revestimento de um túnel deve receber o mesmo procedimento aplicado a estruturas convencionais, como lajes, vigas e pilares. Os segundos, por sua vez, fazem proposições para o projeto baseadas em experiências de sucesso ou não, dimensionando o revestimento a partir de equações decorrentes da teoria da elasticidade ou em análises de interação em que o concreto é representado por modelos elástico ou elato-plástico muito simplificados. Isto representa uma deficiência na prática corrente para avaliação da segurança das estruturas de suporte. Sobre este aspecto Hoek et al. (2008) comentam:

"... a adoção de propriedades para o concreto projetado não é tão simples como parece. Muito dos projetistas de túneis recorrem a normas desenvolvidas para o concreto e seguem estas recomendações. Entretanto o *Guideline for tunnel linning design* do *Technical Committee on Tunnel Lining Design of the Underground Technology Research Council* (ASCE) faz a seguinte menção:

As normas estruturais devem ser empregadas com cautela. A maioria destas normas foi escrita para estruturas construídas sobre a superfície, não considerando a interação entre maciço e suporte. A aplicação cega destas normas pode conduzir a limites de capacidade do suporte não garantidos. A substancial contribuição do maciço assim como o método construtivo adotado influenciam tanto capacidade do suporte como no custo da obra".

O objetivo principal desta pesquisa recai exatamente na relação entre as áreas de estruturas e geotécnica para o dimensionamento do suporte de um túnel. Buscam-se soluções conjuntas que permitam a representação do processo de escavação e a consideração de propiedades elasto-plásticas ao maciço, aliada, à característica marcadamente frágil e não linear do concreto, e a representação adequada do reforço seja com fibras ou barras.

Para tanto este trabalho lidou com o desafio inicial de selecionar um software que possibilitasse esta análise conjunta. Como resultado desta primeira tarefa foi selecionado o *software Ansys*. Encontram-se neste superfícies de plastificação com possibilidade de ajuste às superfícies adotadas pela geotecnia assim como pela área de estruturas. Uma implementação de desativação dos elementos, para simulação do processo de escavação, também encontra-se disponibilizada. Essencial às análises desenvolvidas neste trabalho, um modelo de fissuração multidirecional dissolvida permite a representação de estruturas de concreto. Encontra ainda a possibilidade da realização de análises estáticas, para simulações de túneis profundos, assim como transientes, para túneis rasos em colapso marcadamente relacionado a aspectos inerciais. Por fim trata-se de um *software* com formulação implementada para grandes deformações e correntemente é empregado em análises com modelos de grande porte. Para estes casos o *software* recomenda a adoção da técnica de processamento paralelo também já implementada, de forma a tornar as análises mais rápidas.

Uma vez selecionado o *software*, desenvolveu-se um extenso programa de validação. Estas atividades foram cruciais para garantia da representação dos aspectos da geotecnia e de estruturas. Para a primeira área foram realizadas simulações para validação do material, tratado neste caso como elástico e elasto-plástico através das superficies de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown e Hoek-Brown generalizado. Além destas foram realizadas validações de técnicas de escavação como, por exemplo, a construção de curvas características do maciço norteadas pelas soluções analíticas de Duncan-Fama (1993), Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e Chen e Tonon (2011). Estas técnicas foram avaliadas então para modelos considerando estado plano de deformação, axisimétricos e tridimensionais. Completando as validações dessa área foram elaborados modelos transientes para análise de estabilidade de frente de um túnel.

Para a área estrutural foram desenvolvidas validações contemplando o concreto armado. Nesta atividade foram pesquisados na literatura ensaios em modelos físicos, com caracterização do concreto e aço e seus respectivos resultados de ensaios. Uma vez que a geometria tomada por um revestimento de túnel pode apresentar grande variabilidade, buscou-se uma solução padronizada para estruturas com diferentes geometrias e formas de carregamento. Esta etapa resultou na análise e simulação de seis estruturas que são: duas vigas de concreto armado, sendo que em uma delas encontra-se a adição de fibras metálicas, duas lajes de concreto armado, sendo uma apoiada nos quatro cantos e carregada na porção central e outra apoiada ao longo dos quatro contornos e com carregamento distribuido ao longo de

toda a sua superfícies e por fim dois tubos de concreto armado ensaiados a compressão diametral, um deles com armadura simples e outro com armadura dupla.

Análises para simulação do processo de escavação de túneis e do mecanismo de transferência de carga para a estrutura de suporte reforçado, considerando todas as características descritas acima, ainda não estão disponíveis na literatura. Espera-se que as técnicas de simulação descritas neste trabalho venham a contribuir para uma melhora na qualidade de análises de construção de túneis e na avaliação da segurança de estruturas de suporte constituídas de concreto.

A associação de soluções empregadas pela área de estruturas e de geotecnia em um único *software*, através desta pesquisa, permitem que uma avaliação com maior representatividade da interação entre maciço e suporte seja realizada. Além deste primeiro capítulo de caráter introdutório, esta tese conta com outros seis capítulos e que se encontram divididos da seguinte forma:

Capítulo 2 - Neste capítulo apresentam-se características mecânicas dos materiais encontrados em uma escavação subterrânea. Superfícies de plastificação são delineadas no espaço das tensões, modelos de deformabilidade elástico e elasto-plástico assim como uma breve descrição de regra de fluxo são apresentados. Resultados de ensaios triaxiais de compressão e tração realizados em diversos tipos de rocha e concreto permitem avaliar a resistência e dilatância do material. Modelos normativos para previsão do comportamento do concreto comprimido e tracionado são apresentados. Ajustes de resistência e deformabilidade considerando a idade do concreto são mostrados.

Capítulo 3 - Neste capítulo abordam-se técnicas de avaliação qualitativa ou quantitativa para execução de obras subterrâneas. Realiza-se uma exposição dos desenvolvimentos das classificações geomecânicas ao longo do tempo, assim como os principais elementos envolvidos neste método empírico para previsão da escavação. Apresentam-se também soluções analíticas para determinação da curva característica do maciço (GRC), do perfil longitudinal de deformabilidade (LDP) e curva característica do suporte (SCC). O método de convergência-confinamento é delineado a partir destas três componentes, possibilitando a interação entre maciço e suporte considerando o afastamento da frente de escavação do revestimento. A influência do relaxamento de tensões no suporte pode ser verificada na apresentação de diagramas de interação apresentados para dois casos de túneis estudados a partir do método dos elementos finitos em uma simulação tridimensional.

Capítulo 4 - Neste capítulo são apresentadas validações de estruturas de concreto armado. Estas validações são realizadas no programa de elementos finitos *Ansys,* e para tanto são apresentadas as configurações gerais para as simulações realizadas. Todas as estruturas analisadas são simuladas com o reforço de concreto armado de forma discretizada, assim como dissolvida. Apresenta-se a geometria, malha e resultados para duas vigas, duas lajes e dois tubos com diferentes características mecânicas dos materiais (concreto e aço). A influência da condição de contorno nas simulações é apresentada, assim como técnicas distintas de carregamento são empregadas.

Capítulo 5 - Neste capítulo são apresentadas validações de técnicas empregadas para avaliação do comportamento mecânico de escavações subterrâneas. As simulações numéricas desenvolvidas são também realizadas em *Ansys*. Apresentam-se os parâmetros da superfície de plastificação *Extended Drucker Prager - Cap Model* disponível no programa e possíveis ajustes desta a outras superfícies. São realizadas validações de modelos elástico e elasto-plásticos, assim como, representações em estado plano de deformação, axisimétrico e tridimensional. Validações são desenvolvidas para a construção de curvas características do maciço (GRC) e perfil longitudinal de deformação (LDP) para materiais com superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown e Hoek-Brown generalizado. Por fim são apresentadas análises tridimensionais transientes para avaliação da estabilidade de frente de um tunel.

Capítulo 6 - Ao longo deste capitulo são apresentadas análises de um túnel escavado em formato de ferradura com revestimento de concreto reforçado com aço. Nas análises apresentadas são adotados modelos elástico, elato-plástico e elasto-plástico considerando a fissuração do concreto. Para determinação dos esforços solicitantes no revestimento de concreto são utilizados elementos do tipo casca e sólido. Verificações baseadas no trabalho de Carranza-Torres et al. (2013) são realizadas para garantia dos resultados de esforços solicitantes determinados pelo *software*. Os resultados obtidos a partir das simulações numéricas para o túnel em estudo são avaliados estruturalmente com base na NBR 6118:2007. Para isso são utilizadas envoltórias de esforços solicitantes assim como medidas de rotação das seções plastificadas.

Capítulo 7 - Este capítulo é destinado à apresentação das conclusões e considerações finais desta pesquisa, também são apresentadas propostas e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2 - Características Mecânicas dos Materiais

2.1 - Introdução

Este capítulo apresenta características mecânicas dos materiais usualmente encontrados na execução de uma obra subterrânea. Por um lado trata-se do material natural que pode ser composto de solo ou rocha, e de materiais fabricados como aço e concreto.

Características especiais de cada um desses materiais são apresentadas ao longo deste capítulo. Em linhas gerais entende-se o comportamento do material como uma associação complexa entre resistência e deformabilidade. Para concepção da resistência são apresentadas superfícies diversas de plastificação que buscam reproduzir de forma adequada o comportamento do material. Por outro lado, apresentam-se modelos de deformabilidade do material que abrangem seu comportamento em regime elástico assim como plástico.

Do ponto de vista de resistência do material foram estudadas as principais superfícies de plastificação para o aço, concreto e maciço de solo e rocha. Estas superfícies delimitam o comportamento elástico e plástico do material. As superfícies apresentadas neste trabalho são: Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Willam-Warnke, Hoek-Brown e Argyris-Gudehus. A apresentação destas superfícies se dá no espaço tridimensional de tensões também conhecido como espaço de Haight-Westergaard. Detalhes como os meridianos de tração e compressão assim como o plano desviador de cada superfície também são apresentados.

A deformabilidade do material é apresentada para o regime elástico assim como para o regime plástico. Em termos do regime elástico, os modelos lineares e não-lineares são apresentados. Para o regime plástico consideram-se modelos com endurecimento, plástico perfeito e amolecimento. Discute-se ainda neste item o comportamento volumétrico do material plastificado, ou seja a regra de fluxo. Além disso, apresenta-se o postulado de Drucker e suas implicações na regra de normalidade e convexidade das superfícies de plastificação.

São apresentados também resultados experimentais diversos que visam a verificar a compatibilidade entre os modelos teóricos apresentados e o real comportamento do material. Menciona-se que a apresentação das características de resistência e deformabilidade apresentadas neste capítulo é feita tendo em vista subsidiar as simulações numéricas apresentadas adiante, e que tratam o material como contínuo, isotrópico e homogêneo.

2.2 - Superfícies de Plastificação

Apresenta-se neste item superfícies de plastificação que descrevem o comportamento do material sob o ponto de vista de resistência. Tratam-se de representações geométricas que lidam com o estado tridimensional de tensões imposto ao material. Inicialmente apresenta-se um estado de tensão qualquer de forma gráfica acompanhada pelas respectivas equações que definem este ponto. Posteriormente são apresentados conceitos gerais da construção de uma superfície de plastificação.

Na Figura 2.1 apresenta-se o espaço das tensões principais ($\sigma 1$, $\sigma 2$, $\sigma 3$) também conhecido como espaço de tensões de Haigh-Westergaard. Nesta representação duas considerações iniciais merecem destaque: a primeira delas diz respeito à condição onde os valores ($\sigma 1$, $\sigma 2$, $\sigma 3$) são iguais, neste caso tem-se uma condição hidrostática de tensões e o afastamento da origem é definido pela variável ξ definida na Equação 2.1; outra consideração pode ser feita quando os valores de ($\sigma 1$, $\sigma 2$, $\sigma 3$) são diferentes, neste caso tem-se a definição não somente da variável ξ mas também da variável ρ definida na Equação 2.2. Esta grandeza conduz a dimensão do desvio das tensões em relação ao estado hidrostático de tensões.

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} * \mathrm{I1} \tag{2.1}$$

$$\rho = \sqrt{2.\mathrm{J2}} \tag{2.2}$$

Onde:

I1 - Primeiro invariante do tensor de tensões definido por:

$$\mathrm{I1} = \sigma 1 + \sigma 2 + \sigma 3 \tag{2.3}$$

J2 - Segundo invariante do tensor desviador de tensões definido por:

$$\mathrm{J2} = \frac{1}{6}\left[\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2\right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \tag{2.4}$$

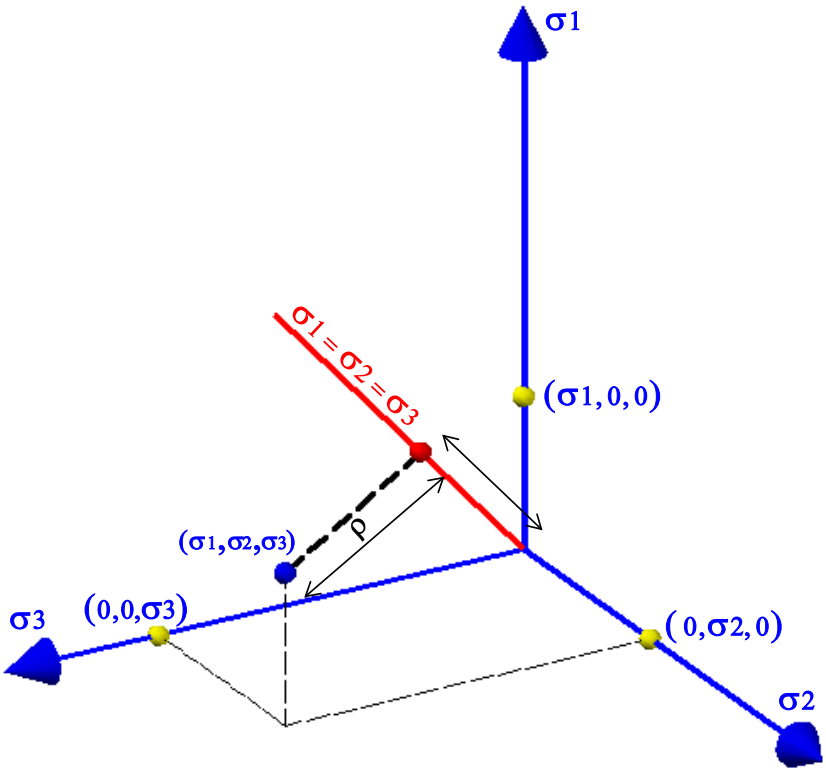


Figura 2.1 – Estado de tensão tridimensional

Encontra-se na literatura outra forma de representar o estado tridimensional de tensões. Trata-se da representação através das tensões octaédricas. Nesta representação o plano octaédrico é definido como o plano cuja a normal é coincidente ao eixo hidrostático, formando ângulos iguais em relação aos eixos das tensões principais, onde a tensão normal octaédrica (σ_{oct}) e a tensão de cisalhamento octaédrica (τ_{oct}) são definidas por:

$$\sigma_{oct} = \frac{I1}{3} \tag{2.5}$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} * J2} \tag{2.6}$$

As considerações apresentadas fazem-se necessárias uma vez que as superfícies de plastificação são representações geométricas no espaço tridimensional e que definem a região em que o material encontra-se em regime elástico ou plástico. Mais que isso as variáveis apresentadas permitem a definição dessas superfícies assim como a comparação de estados de tensões impostos ao material com essas superfícies. A Figura 2.2 apresenta uma superfície de plastificação hipotética.

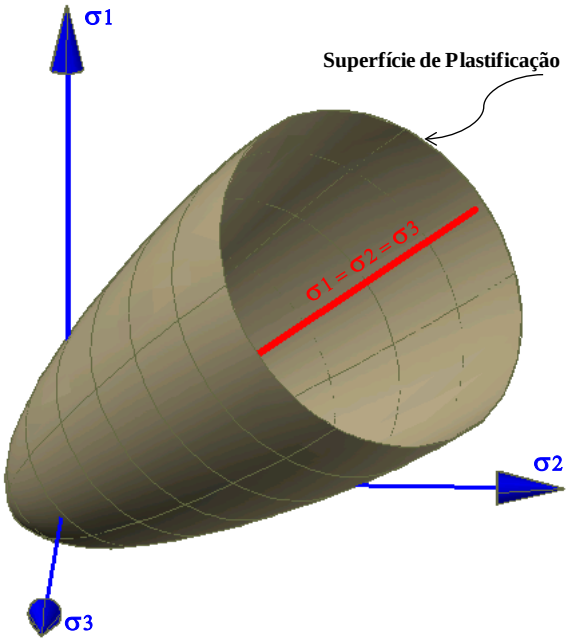


Figura 2.2 – Superfície de plastificação hipotética

Nela estão definidos dois comportamentos do material: elástico para estados de tensões que resultem em pontos no interior da superfície; e plástico para pontos sobre a superfície. Duas características devem ser comentadas para definição completa de uma superfície de plastificação: uma diz respeito a linearidade ou não de seus meridianos conforme apresentado na Figura 2.3; outra diz respeito ao comportamento de uma seção no plano desviador conforme apresentado na Figura 2.4.

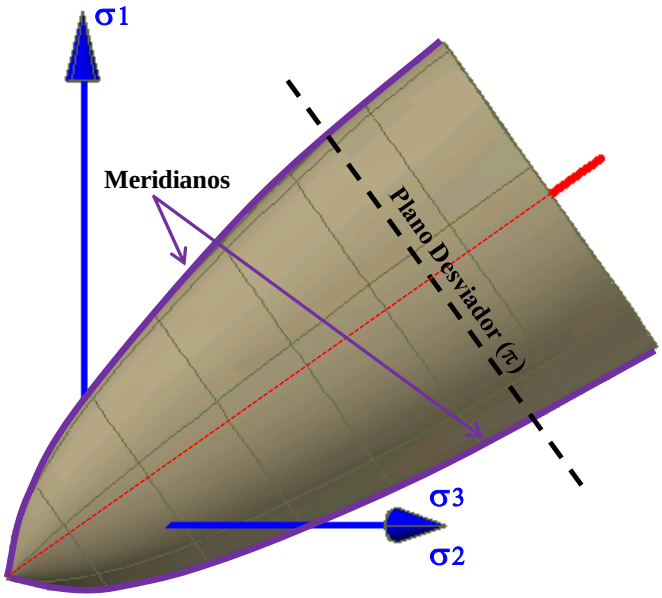


Figura 2.3 – Detalhe dos meridianos da superfície de plastificação

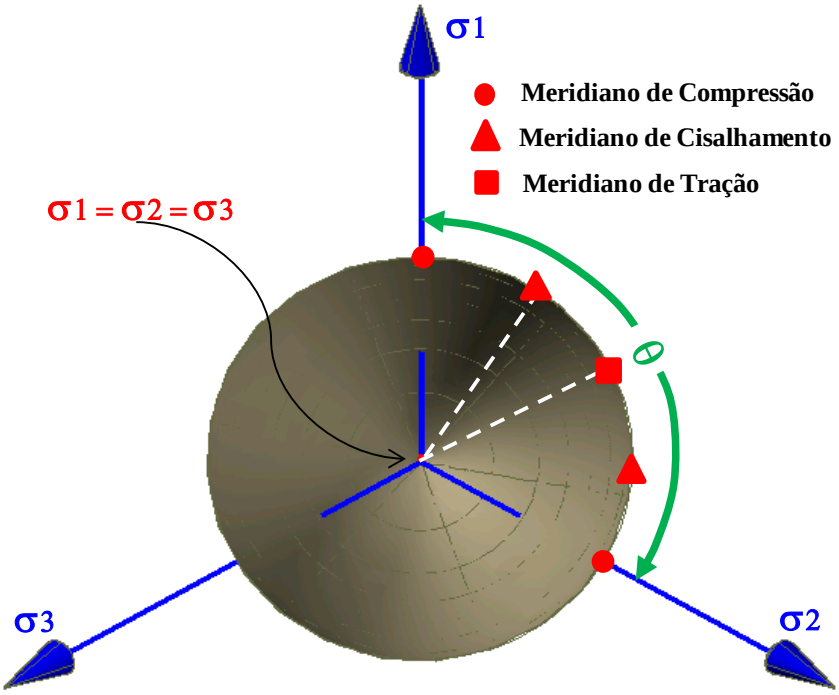


Figura 2.4 – Detalhe de uma seção plano desviador da superfície de plastificação

A Figura 2.3 detalha esquematicamente o comportamento dos meridianos da superfície de plastificação. No caso apresentado têm-se meridianos não lineares o que implica que a relação entre as variáveis ξ e ρ é não linear. Este comportamento, como apresentado adiante, pode ser verificado nas superfícies de Willam-Warnke e Hoek-Brown. Outros critérios como o de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e Gudehus-Argyris esta relação é estabelecida de forma linear.

Na Figura 2.4 apresenta-se esquematicamente uma seção no plano desviador da superfície hipotética apresentada na Figura 2.2. O ângulo de similaridade (θ) define três meridianos distintos: o de compressão, o de cisalhamento e o de tração. O meridianos de compressão é definido para situações onde ($\sigma1 > \sigma2 = \sigma3$) e na Figura 2.4 equivale a $\theta = 0°$. Ensaios de compressão simples ou triaxial convencional representam esta situação. O meridiano de cisalhamento ($\theta = 30°$) é descrito por uma condição de tensões principais em que: $\sigma2 = (\sigma1+\sigma3)/2$. E por fim o meridiano de tração ($\theta = 60°$) é definido para a situação onde $\sigma1 = \sigma2 > \sigma3$ e que pode ser observado em ensaios triaxiais de extensão. Ainda conforme apresentado na Figura 2.4 estes meridianos são suficientes para descrever toda a superfície de plastificação uma vez que os outro setores são simétricos a este.. A Equação 2.7 apresenta a relação entre o ângulo de similaridade e os invariantes de tensão desviadora.

$$\cos 3\theta = \frac{3.\sqrt{3}}{2} * \frac{J3}{J2^{3/2}} \tag{2.7}$$

Onde:

J3 - Terceiro invariante do tensor desviador de tensões e definido por:

$$J3 = \frac{1}{27}(2I_1^3 - 9I_1I_2 + 27I_3) \tag{2.8}$$

I_2 - Segundo invariante do tensor de tensões definido por:

$$I_2 = (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \tag{2.9}$$

2.2.1 – Superfície de Plastificação de Mohr-Coulomb

Para materiais naturais como solo e rocha a superfície de Mohr-Coulomb é a mais empregada para estudos de resistência. Pode ainda ser empregada para estudos de outros materiais como o concreto. Foi inicialmente desenvolvida por Coulomb em 1773 e quase 100 anos após, foi incrementada por Mohr através de suas representações circulares de tensão. A Figura 2.5 apresenta esquematicamente o critério de Mohr-Coulomb, relacionando a tensão normal (σ_n) e a tensão de cisalhamento (τ).

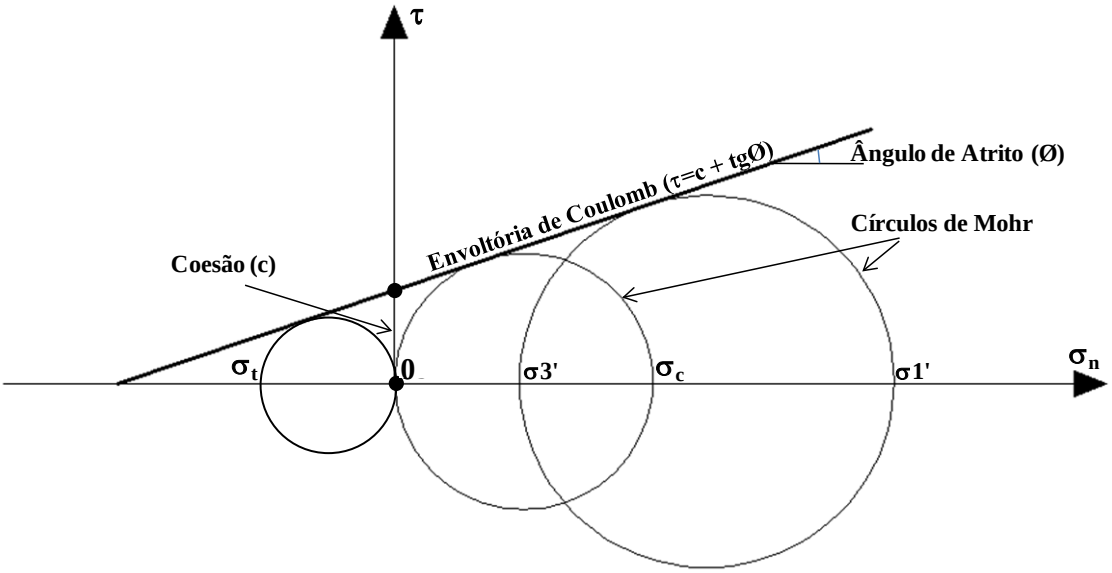


Figura 2.5 – Representação da envoltória de resistência de Mohr-Coulomb

Conforme apresentado na Figura 2.5 a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb é função de dois parâmetros. A determinação desses parâmetros é realizada a partir de ensaios de compressão simples e triaxiais. Ensaios de tração direta ou indireta podem ser realizados para complementar a determinação da envoltória. Uma vez obtidos os resultados desses ensaios, são plotados pares de tensões principais ($\sigma 1$, $\sigma 3$) no eixo das abscissas, e traçados os círculos de Mohr. Uma vez estabelecidos os círculos traça-se a envoltória de ajuste e os

parâmetros coesão (c) e ângulo de atrito (Ø) são determinados. As equações 2.10 e 2.11 determinam, respectivamente, a resistência a compressão e a tração simples.

$$\sigma_c = \frac{2 * c * \cos\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \tag{2.10}$$

$$\sigma_t = \frac{2 * c * \cos\phi}{1 + \operatorname{sen}\phi} \tag{2.11}$$

A construção da superfície de Mohr-Coulomb no espaço tridimensional de tensões, conforme demonstrado por Chen e Han (1987), pode ser efetuada tanto em termos dos invariantes de tensões e tensões desviadoras assim como das variáveis ρ e ξ. As equações 2.12 e 2.13 apresentam estas relações.

$$f(I1, J2, \theta) = \frac{1}{3}(I1\operatorname{sen}\emptyset) + \sqrt{J2}\operatorname{sen}\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) + \frac{\sqrt{J2}}{\sqrt{3}}\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)\operatorname{sen}\phi - c.\cos\phi = 0 \tag{2.12}$$

$$f(\xi, \rho, \theta) = \sqrt{2}.\xi.\operatorname{sen}\phi + \sqrt{3}.\rho.\operatorname{sen}\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) + \rho.\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)\operatorname{sen}\phi - \sqrt{6}.c.\cos\phi = 0 \tag{2.13}$$

As Equações 2.12 e 2.13 são definidas para $0° \leq \theta \leq 60°$; onde $\theta = 0°$ (meridiano de tração) e $\theta = 60°$ (meridiano de compressão). A Figura 2.6 apresenta a construção de uma superfície de Mohr-Coulomb no espaço tridimensional de tensões.

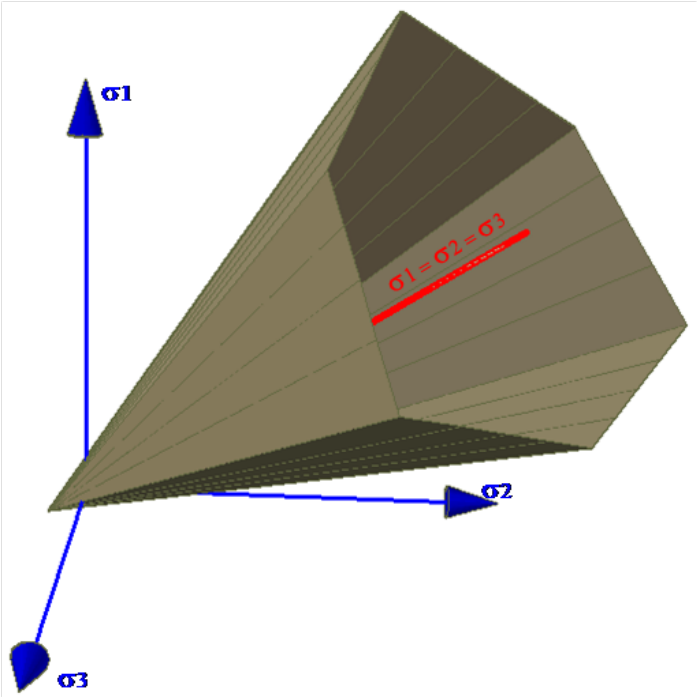


Figura 2.6 – Superfície de plastificação de Mohr-Coulomb no espaço tridimensional

As Figuras 2.7 e 2.8 detalham os meridianos da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb assim como uma seção no plano desviador.

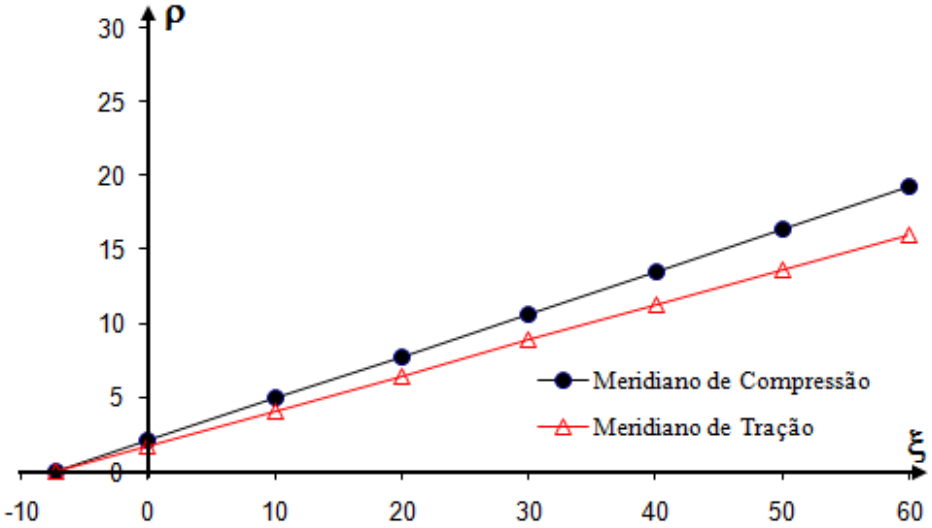


Figura 2.7 – Detalhe dos meridianos da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb

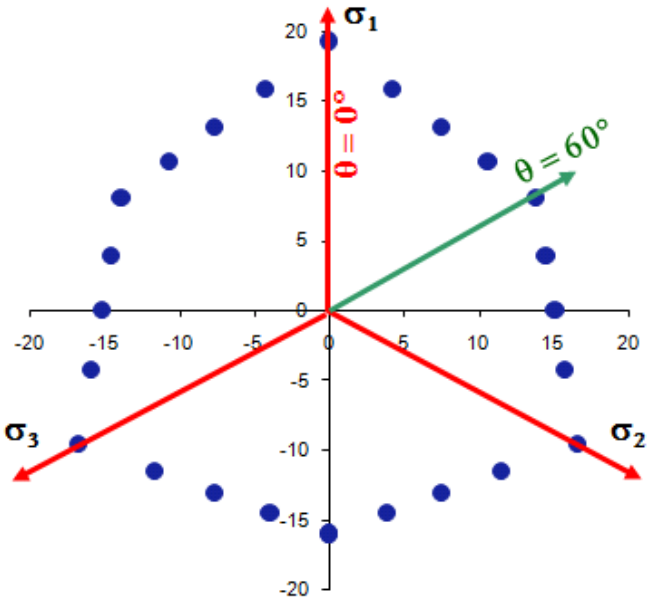


Figura 2.8 – Detalhe de uma seção no plano desviador da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb

A partir das Figuras 2.7 e 2.8 observam-se os meridianos lineares da superfície de plastificação. Vale destacar que a construção gráfica apresentada adota para os valores de compressão sinal positivo e negativo para a tração. Dessa forma o meridiano de compressão passa a ser posicionado em θ = 0° e o de tração em θ = 60°, de forma contraria a apresentada nas equações 2.12 e 2.13. A observação é valida uma vez que usualmente a comunidade geotécnica adota esta convenção de sinais, e a outra, é adotada pela área de estruturas e

mecânica. No caso do parâmetro ângulo de atrito (Ø) ser tomado com valor igual a zero, a superfície de Mohr-Coulomb equivale a de Tresca. As Figuras 2.9 e 2.10 apresentam esta construção.

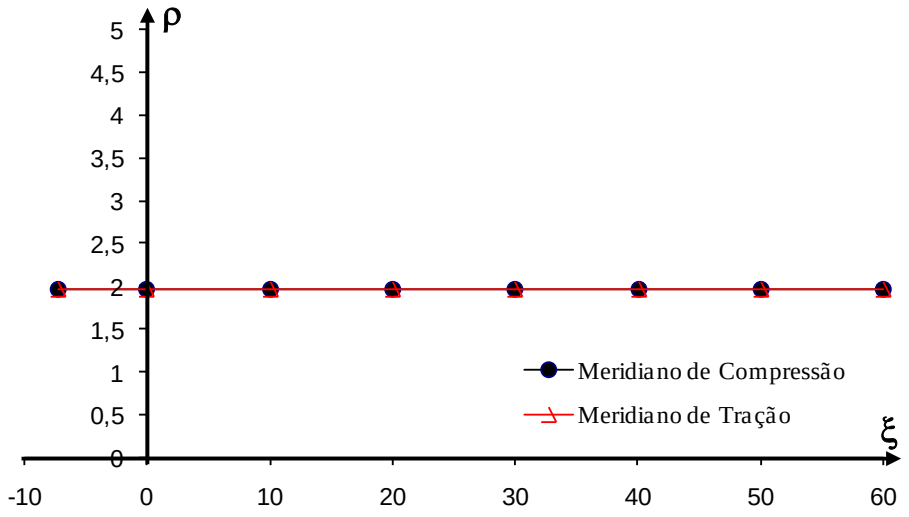


Figura 2.9 – Meridianos da superfície de Mohr-Coulomb para caso de Ø = 0°

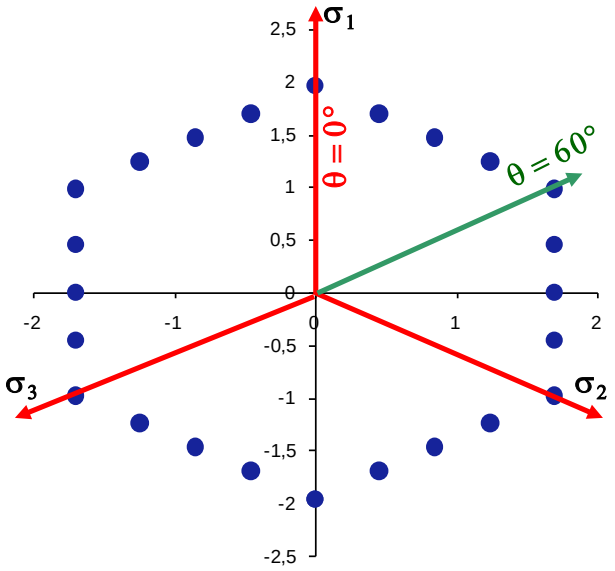


Figura 2.10 – Seção no plano desviador da superfície de Mohr-Coulomb para caso de Ø = 0°

Por fim vale reforçar que a superfície de plastificação de Mohr-Coulomb é a mais empregada em estudos de resistência de materiais como solo e rocha. Por vezes é criticado por apresentar meridianos lineares, que representam com fidelidade o comportamento do material submetido a confinamentos baixos, mas que no entanto, podem superestimar a resistência do material submetido a altos regimes de confinamento. Superestimar a resistência a tração do material é outra critica corrente.

2.2.2 – Superfície de Plastificação de Drucker-Prager

A superfície de plastificação de Drucker-Prager data de 1952 e foi originalmente publicada tendo em vista problemas de mecânica dos solos. Verifica-se no entanto que se trata de uma superfície aplicada também para rocha, concreto, polímeros e outros materiais onde a resistência seja dependente da tensão de confinamento. As Equações 2.14 e 2.15 apresentam a relações matemáticas que regem a construção da superfície, e a Figura 2.11 apresenta uma representação da mesma no espaço tridimensional. Nessa construção o parâmetro *k* relaciona-se a resistência do material para valores do primeiro invariante de tensão (I1) igual a zero, e α a taxa de crescimento da resistência com o confinamento.

$$f(I1, J2) = \alpha . I1 + \sqrt{J2} - k = 0 \tag{2.14}$$

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6} . \alpha . \xi + \rho - \sqrt{2} . k = 0 \tag{2.15}$$

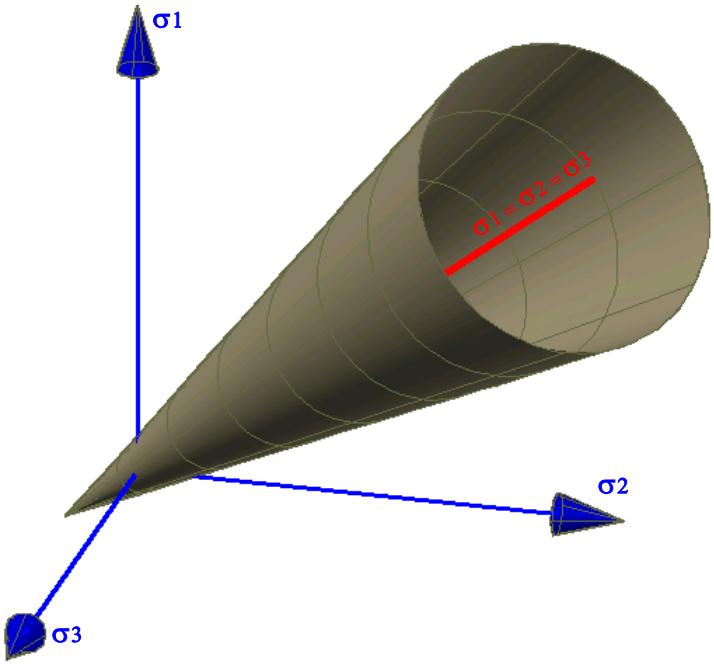


Figura 2.11 – Superfície de plastificação de Drucker-Prager no espaço tridimensional de tensões

Observa-se que a construção da superfície de Drucker-Prager conduz a figura geométrica de um cone. Diferentemente da superfície de Mohr-Coulomb os meridianos de compressão e tração tem o mesmo afastamento do eixo hidrostático. Entretanto igualmente lineares, nas Figuras 2.12 e 2.13 essas menções são detalhadas.

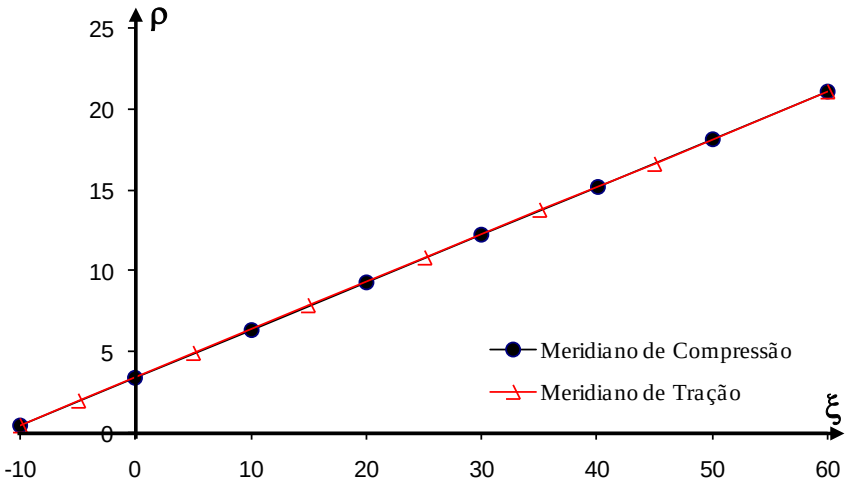


Figura 2.12 – Meridianos da superfície de Drucker-Prager

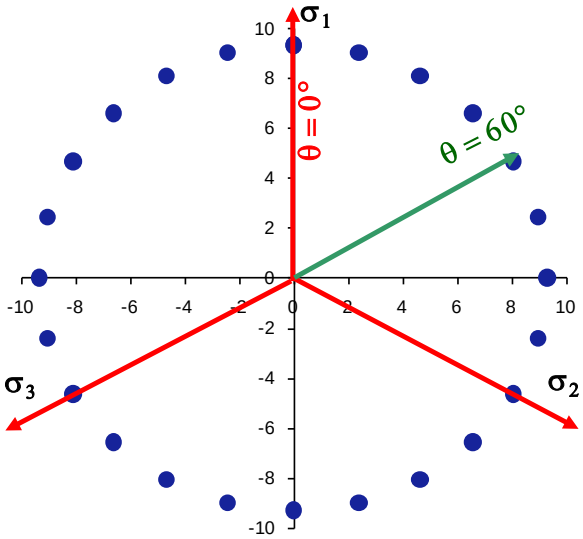
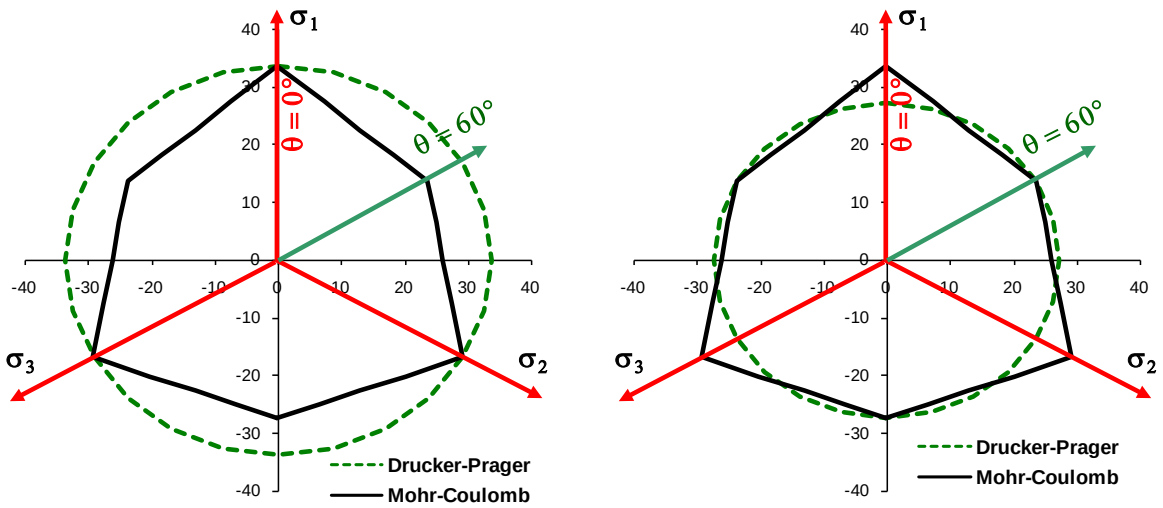


Figura 2.13 – Seção no plano desviador da superfície de Drucker-Prager

Quando de interesse a superfície de Drucker-Prager pode ser ajustada à de Mohr-Coulomb. O ajuste pode se dar para valores quaisquer do ângulo de similaridade (θ). As Equações 2.16 e 2.17 apresentam ajuste dos parâmetros para os meridianos de tração e compressão. A Figura 2.14 esquematiza o ajuste aos meridianos de tração e compressão.

$$\alpha = \frac{2.\,\mathrm{sen}\phi}{\sqrt{3}.\,(3 \pm \mathrm{sen}\phi)} \tag{2.16}$$

$$k = \frac{6.\,c.\,\cos\phi}{\sqrt{3}.\,(3 \pm \mathrm{sen}\phi)} \tag{2.17}$$



Ajuste ao Meridiano de Compressão **Ajuste ao Meridiano de Tração**

Figura 2.14 – Ajustes da superfície de Drucker-Prager a de Mohr-Coulomb

Se o parâmetro α tiver seu valor igualado a zero a superfície de Drucker-Prager recai na de Von-Mises. Neste caso pode ser empregado para a representação do aço, podendo ser adotado para as armaduras de reforço do concreto. Nesta configuração os meridianos têm seus valores igualados, além de que as resistências a tração e compressão são iguais. A Figura 2.15 apresenta os meridianos e plano desviador da superfície de Drucker-Prager para a situação de $\alpha = 0$.

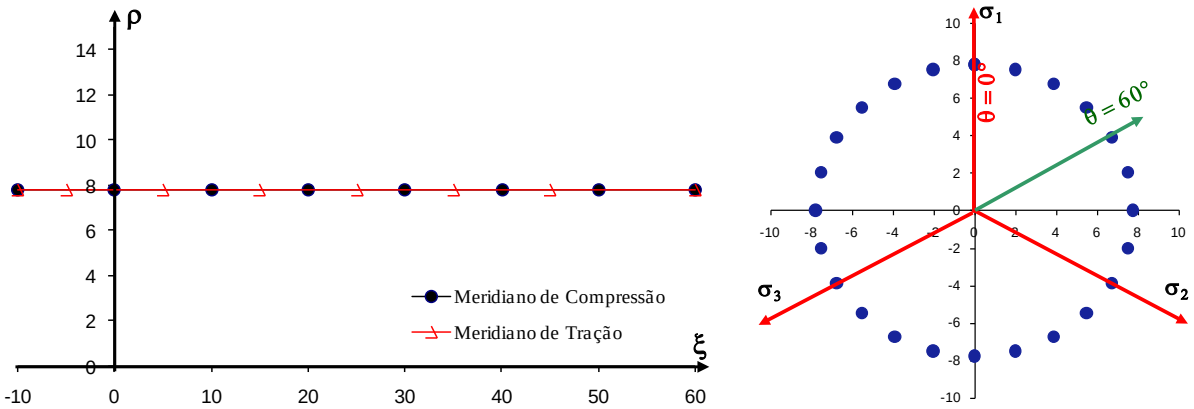


Figura 2.15 – Meridianos e seção no plano desviador para superficie de Drucker-Prager com α=0

Por fim vale mencionar que em muitas implementações numéricas a superfície de Drucker-Prager é considerada mais estável e convergente do que a de Mohr-Coulomb. Este fato está relacionado a seu formato circular sem arestas e que como apresentado adiante, de maior facilidade para operações relacionadas ao fluxo plástico do material.

2.2.3 – Superfície de Plastificação de Hoek-Brown

A superfície de plastificação de Hoek-Brown tem suas primeiras publicações apresentadas no inicio dos anos 80. Aqueles pesquisadores apresentam estimativas de resistência do maciço rochoso. O que quer dizer que a resistência é indicada para o sistema formado por rocha e descontinuidade. Hoek, Carranza-Torres e Corkum (2002) apresentam a envoltória de resistência de Hoek-Brown generalizada e que é definida por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} * \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^a \qquad (2.18)$$

Onde:

σ_1 e σ_3 - Tensão principal maior e menor respectivamente;

σ_{ci}, m_b, s, a - Parâmetros relacionados ao maciço rochoso apresentados no Capítulo 3.

Clausen e Damkilde (2007) apresentam o Equação 2.18 em termos dos invariantes de tensão. Esta formulação é apresentada na Equação 2.19. A Figura 2.16 apresenta a superfície de Hoek-Brown no espaço tridimensional de tensões.

$$f(I1, J2, \theta) = (2.\sqrt{J2}.\cos\theta)^{\frac{1}{a}} - s.\sigma_{ci}^{\frac{1}{a}} + m_b.\sqrt{J2}.\sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{a}-1\right)}.\left(\cos\theta - \frac{\text{sen}\theta}{\sqrt{3}}\right) + m_b.\frac{I1}{3}.\sigma_{ci}^{\left(\frac{1}{a}-1\right)} = 0 \quad (2.19)$$

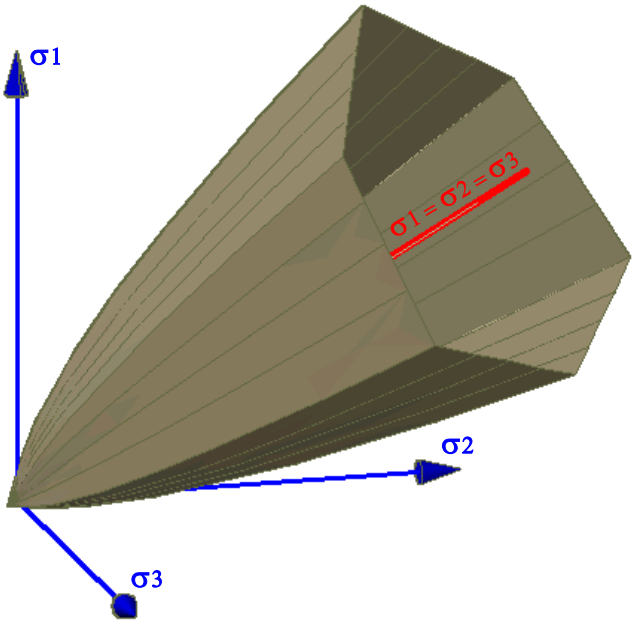


Figura 2.16 – Superfície de Hoek-Brown no espaço tridimensional de tensões

As Figuras 2.17 e 2.18 apresentam os meridianos não lineares assim como uma seção transversal no plano desviador da superfície de Hoek-Brown.

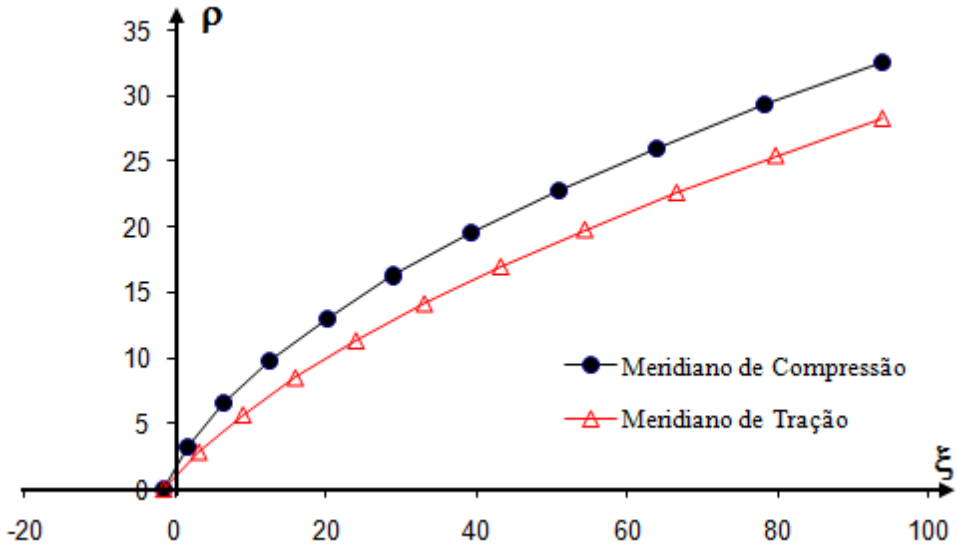


Figura 2.17 – Meridianos da superfície de Hoek-Brown

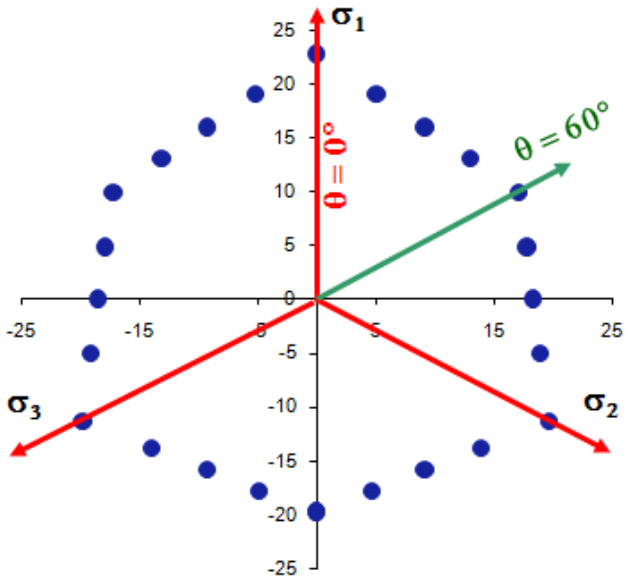


Figura 2.18 – Seção no plano desviador da superfície de Hoek-Brown

A análise da Figura 2.17 permite verificar que esta superfície apresenta meridianos não lineares. Isto permite considerar que o material apresente incremento de resistência diferenciado para regimes de baixo e alto confinamento. Além disso, o equacionamento permite que valores pequenos de resistência à tração sejam considerado. Tem-se dessa forma um critério que permite grande representatividade dos geomateriais. É possível ainda converter a superfície de Hoek-Brown na de Mohr-Coulomb. As Equações 2.20 e 2.21 apresentam as relações entre os parâmetros das duas superfícies.

$$\phi = \mathrm{sen}^{-1}\left[\frac{6.\mathrm{a}.\mathrm{m_b}(\mathrm{s}+\mathrm{m_b}\sigma_{3\mathrm{n}})^{\mathrm{a}-1}}{2(1+\mathrm{a})(2+\mathrm{a})+6.\mathrm{a}.\mathrm{m_b}(\mathrm{s}+\mathrm{m_b}\sigma_{3\mathrm{n}})^{\mathrm{a}-1}}\right] \quad (2.20)$$

$$c = \frac{\sigma_{ci}[(1+2a)s+(1-a)m_b\sigma_{3n}](\mathrm{s}+\mathrm{m_b}\sigma_{3\mathrm{n}})^{\mathrm{a}-1}}{(1+a)(2+a)\sqrt{1+(6.\mathrm{a}.\mathrm{m_b}(\mathrm{s}+\mathrm{m_b}\sigma_{3\mathrm{n}})^{\mathrm{a}-1}/(1+\mathrm{a})(2+\mathrm{a})}} \quad (2.21)$$

Onde:

$\sigma_{3\mathrm{n}} = \sigma_{3\mathrm{max}}/\sigma_{\mathrm{ci}}$

Vale destacar que para o ajuste da superfície de Hoek-Brown à de Mohr-Coulomb é necessário estimar uma faixa de tensões de interesse. Isto deve ser feito devido ao fato de a superfície de Hoek-Brown ter meridianos não lineares e o de Mohr-Coulomb lineares.

2.2.4 – Superfície de Plastificação de Willam-Warnke

O critério de Willam-Warnke foi publicado em 1975 e foi desenvolvido para estudar o comportamento do concreto submetido a condição triaxial de tensões. Trata-se de um critério com cinco parâmetros de entrada, duas equações adimensionalizadas pela resistência a compressão simples que definem os meridianos de compressão e tração 2.22 e 2.23, respectivamente, e uma terceira que define o comportamento da seção no plano desviador da superfície. A Figura 2.19 mostra esta superfície no espaço tridimensional de tensões.

$$\frac{\rho_\mathrm{c}}{\sqrt{5}.\mathrm{f'_c}} = \mathrm{a_0} + \mathrm{a_1}\frac{\sigma_\mathrm{m}}{\mathrm{f'_c}} + \mathrm{a_2}\left(\frac{\sigma_\mathrm{m}}{\mathrm{f'_c}}\right)^2 \quad (2.22)$$

$$\frac{\rho_\mathrm{t}}{\sqrt{5}.\mathrm{f'_c}} = \mathrm{b_0} + \mathrm{b_1}\frac{\sigma_\mathrm{m}}{\mathrm{f'_c}} + \mathrm{b_2}\left(\frac{\sigma_\mathrm{m}}{\mathrm{f'_c}}\right)^2 \quad (2.23)$$

$$\rho(\sigma_\mathrm{m},\theta) = \frac{2\rho_\mathrm{c}(\rho_\mathrm{c}^2-\rho_\mathrm{t}^2)\cos\theta + \rho_\mathrm{c}(2\rho_\mathrm{t}-\rho_\mathrm{c})[4(\rho_\mathrm{c}^2-\rho_\mathrm{t}^2)\cos^2\theta + 5\rho_\mathrm{t}^2 - 4\rho_\mathrm{t}\rho_\mathrm{c}]^{1/2}}{4((\rho_\mathrm{c}^2-\rho_\mathrm{t}^2)\cos^2\theta + (\rho_\mathrm{c}-2\rho_\mathrm{t})^2} \quad (2.24)$$

Onde:

ρ_c e ρ_t - componentes de tensão perpendicular ao eixo hidrostático para $\theta = 0°$ e $\theta = 60°$ respectivamente;

σ_m - tensão média (I1/3);

a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 e b_2 - parâmetros de ajuste da superfície.

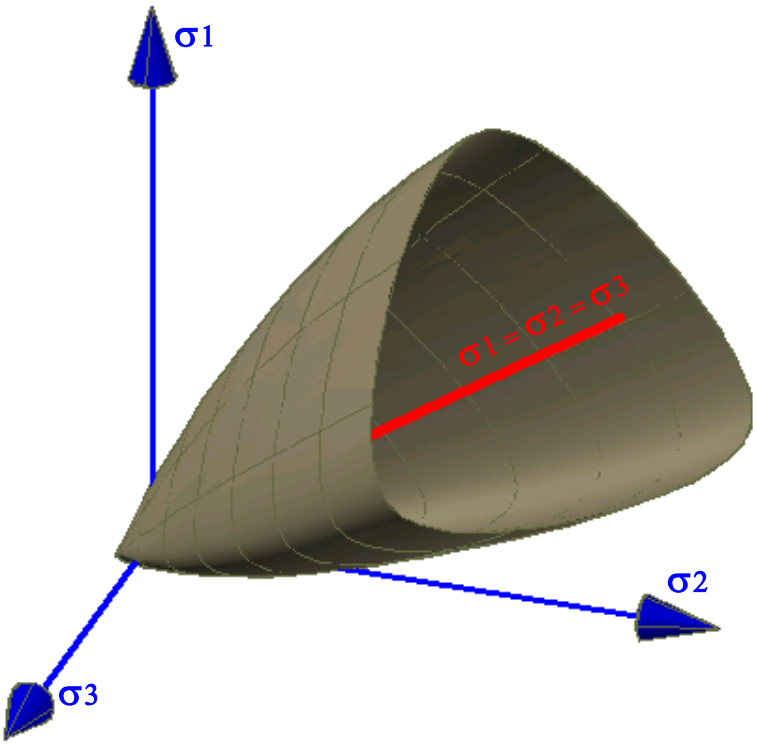


Figura 2.19 – Superfície de Willam-Warke no espaço tridimensional

A partir da Figura 2.19 nota-se que a superfície de Willam-Warnke é formada por meridianos curvos, que permite representar distintos comportamentos de resistência para baixas e altas tensões de confinamento, assim como, a superfície de Hoek-Brown. Além disso a seção no plano desviador resultante da formulação desenvolvida para esta superfície não apresenta arestas, o que do ponto de vista computacional é favorável. As Figuras 2.20 e 2.21 apresentam as representações dos meridianos assim como do plano desviador da superfície de Willam-Warnke.

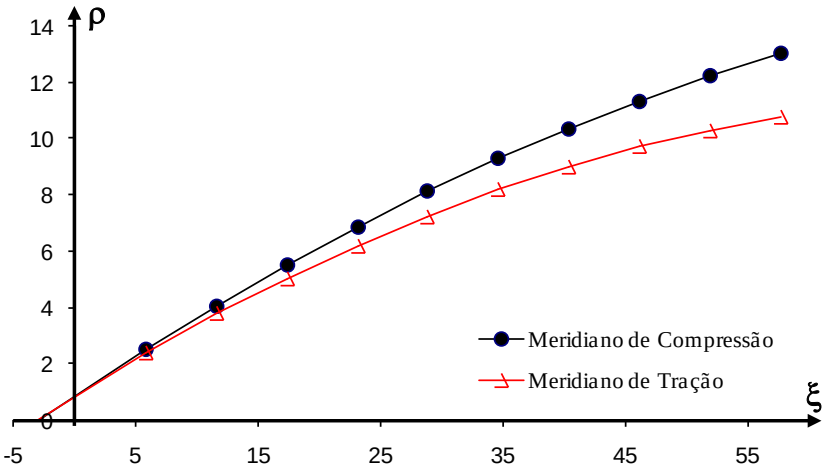


Figura 2.20 – Meridianos da superfície de Willam-Warke

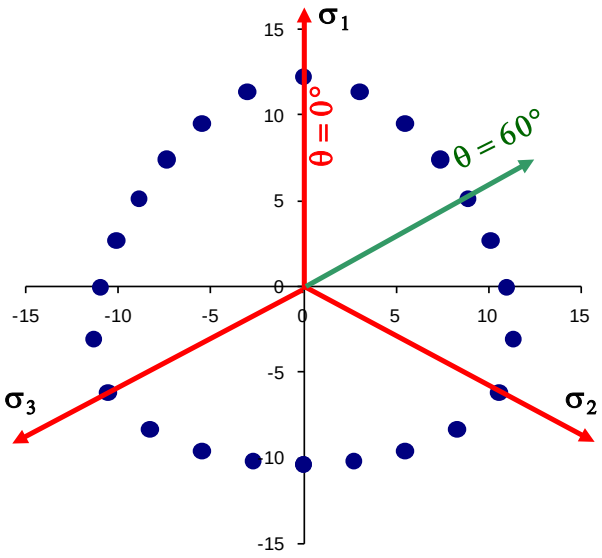


Figura 2.21 – Seção no plano desviador da superfície de Willam-Warke

Os ajustes dos parâmetros (a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 e b_2) que descrevem o formato da superfície de Willam-Warnke são obtidos através de ensaios. Como os parâmetros a_0 e b_0 devem ter valores iguais, uma vez que, os meridianos de tração e compressão devem interceptar o eixo hidrostático no mesmo ponto, o numero de parâmetros se reduz a cinco, e que podem ser determinados a partir dos seguintes ensaios:

1) Ensaio de compressão uniaxial ($\sigma1$=fc; $\sigma2$=0 e $\sigma3$=0) θ = 0°;

2) Ensaio de tração uniaxial ($\sigma1$=0; $\sigma2$=0 e $\sigma3$=ft) θ = 60°;

3) Ensaio de compressão biaxial ($\sigma1$=$\sigma2$ e $\sigma3$=0) θ = 60°;

4) Ensaio triaxial de compressão ($\sigma1 \geq \sigma2$=$\sigma3$) θ = 0°;

5) Ensaio triaxial de extensão lateral ($\sigma1$=$\sigma2 \geq \sigma3$) θ = 60°;

Chen (1982) apresenta relações que podem auxiliar a construção da superfície de Willam-Warnke. Essas relações decorrem de compilações de resultados experimentais que contem resultados de ensaios de tração, biaxiais e triaxiais. A seguir são apresentadas estas relações:

1) Resistência a tração ft = 0,1 fc

2) Resistência a compressão biaxial fbi = 1,15 fc

3) Resistência triaxial de compressão (ρ,ξ) = (1,95*fc ; 2,77*fc)

4) Resistência triaxial de extensão lateral (ρ,ξ) = (3,90*fc ; 3,46*fc)

A superfície de Willam-Warnke se ajusta à de Von-Mises para casos onde:

$$a_0 = b_0 \tag{2.25}$$

$$a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 0 \tag{2.26}$$

E à de Drucker-Prager para:

$$a_0 = b_0 \tag{2.27}$$

$$a_1 = b_1 \tag{2.28}$$

$$a_2 = b_2 = 0 \tag{2.29}$$

As Figuras 2.22 e 2.23 apresentam a construção da superfície de Willam-Warnke para as duas situações.

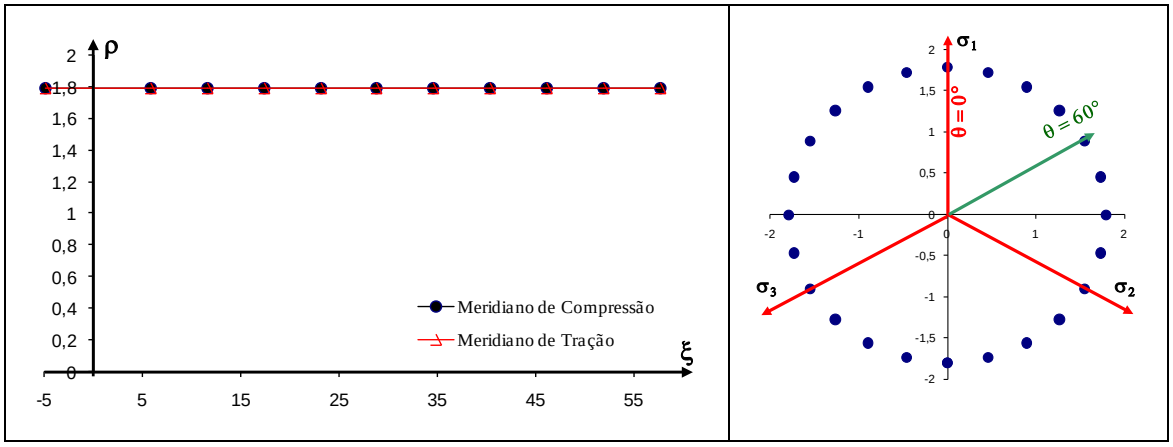


Figura 2.22 – Superfície de Willam-Warke ajustada a de Von-Mises

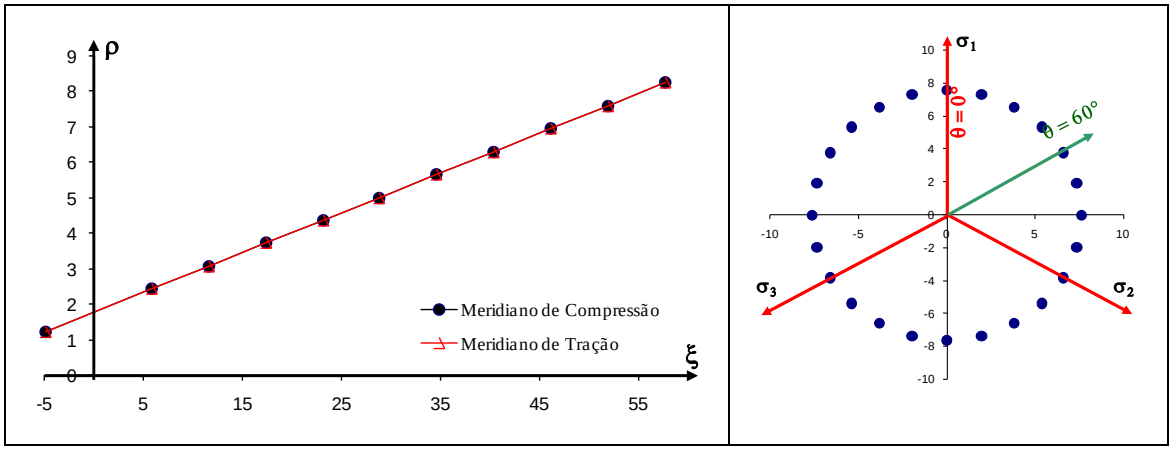


Figura 2.23 – Superfície de Willam-Warke ajustada a de Drucker-Prager

2.2.5 – Superfície de Plastificação de Gudehus-Argyris

A superfície de plastificação de Gudehus-Argyris, segundo Lin et al. (1986), foi estabelecida simultaneamente nos trabalhos de Gudehus (1973) e Argyris et al. (1974). Nesta publicação é apresentada uma formulação com três parâmetros e que leva a construção de uma superfície com resistência crescente, função da tensão hidrostática e com seção no plano

desviador sem arestas. A apresentação desta superfície se dá em termos de tensões octaédricas e é expressa em 2.30. Destaca-se que como autores da ultima publicação encontram-se Willam e Warnke, responsáveis pela superfície apresentada no item 2.2.4. Ainda em relação a este fato é comum encontrar na literatura referências sobre a superfície de Willam-Warnke de três parâmetros.

$$f(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta) = a\frac{\sigma_{oct}}{f'_c} + (b - c.\cos 3\theta).\frac{\tau_{oct}}{f'_c} - 1 \tag{2.30}$$

$$a = \frac{(\alpha_u - \alpha_z)}{(\alpha_u.\alpha_z)} \tag{2.31}$$

$$\alpha_z = \frac{f_t}{f'_c} \tag{2.32}$$

$$\alpha_u = \frac{f_{bc}}{f'_c} \tag{2.33}$$

$$b = \frac{3}{2.(2)^{0.5}} * \frac{1 + \alpha_z}{\alpha_z} \tag{2.34}$$

$$c = \frac{3}{2.(2)^{0.5}} * \frac{1 - \alpha_z}{\alpha_z} - \frac{a}{\sqrt{2}} \tag{2.35}$$

As expressões de 2.31 a 2.35 tratam de ajustes, realizados a partir de ensaios experimentais e que podem servir como uma primeira tentativa para representação do comportamento do material. A Figura 2.24 apresenta a superfície de Gudehus-Argyris no espaço tridimensional de tensões.

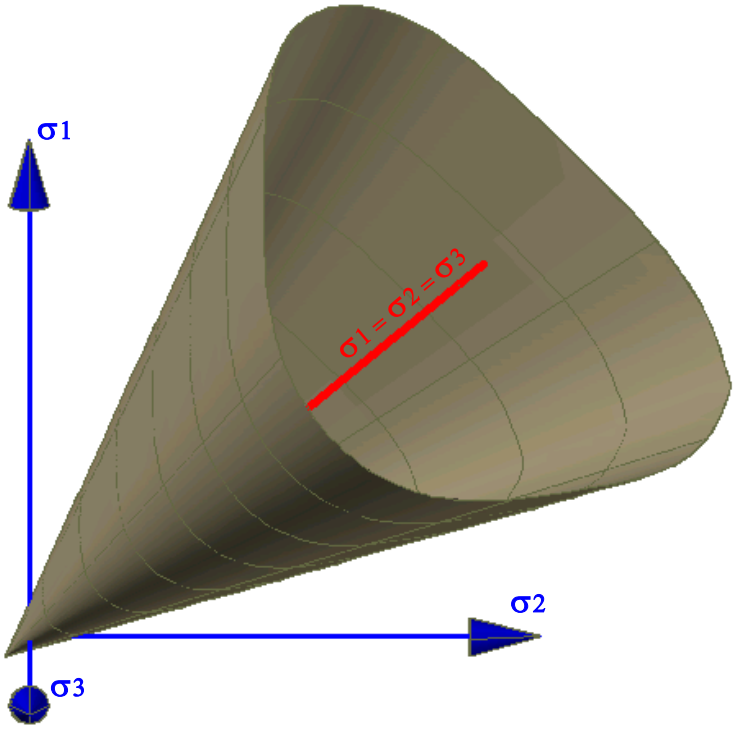


Figura 2.24 – Superfície de Gudehus-Argyris no espaço tridimensional

A partir da Figura 2.24 observa-se que a superfície de Gudehus-Argyris é formada por meridianos lineares e seção no plano desviador com curvas suaves. Estes detalhes podem ser visualizados nas Figuras 2.25 e 2.26.

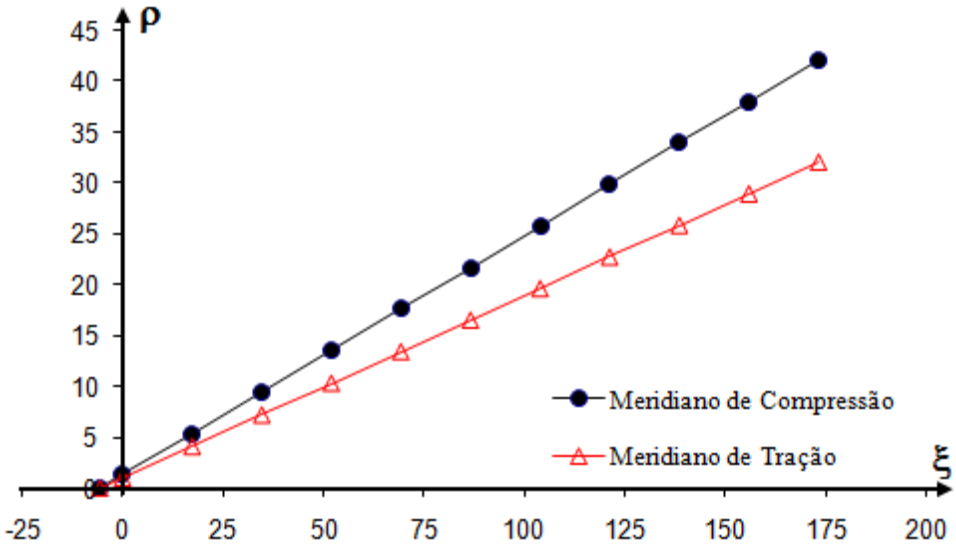


Figura 2.25 – Meridianos da superfície de Gudehus-Argyris

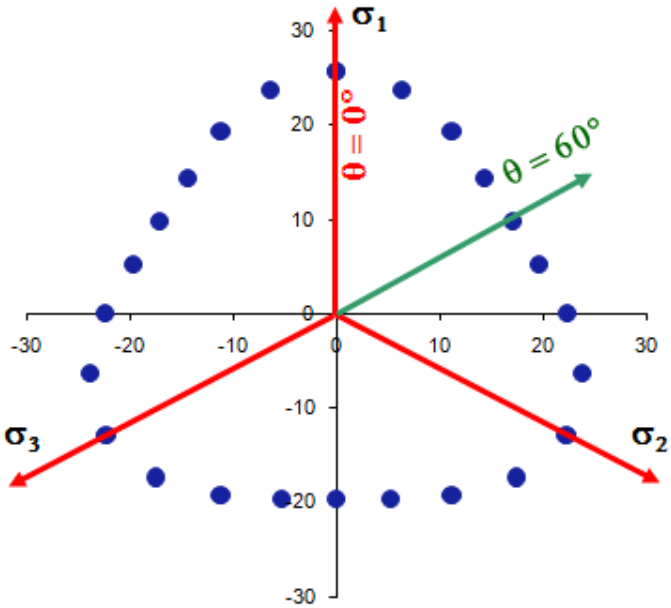


Figura 2.26 – Seção no plano desviador da superfície de Gudehus-Argyris

A formulação de Gudehus-Argyris transforma-se na de Drucker-Prager para casos onde o parâmetro "c" assume valor igual zero, e na de Von-Mises para casos onde *a* e *c* igual a zero. Um detalhe que merece especial atenção na construção da superfície de Gudehus-Argyris diz respeito à forma da seção em seu plano desviador. Conforme o ajuste dos parâmetros pode se ter a forma apresentada na Figura 2.27. Neste caso tem-se uma superfície côncava e que não atende o postulado de Drucker (1952), onde a superfície de plastificação

dever ter formato convexo. Este assunto será abordado apropriadamente neste texto na seção que discute a regra de fluxo do material.

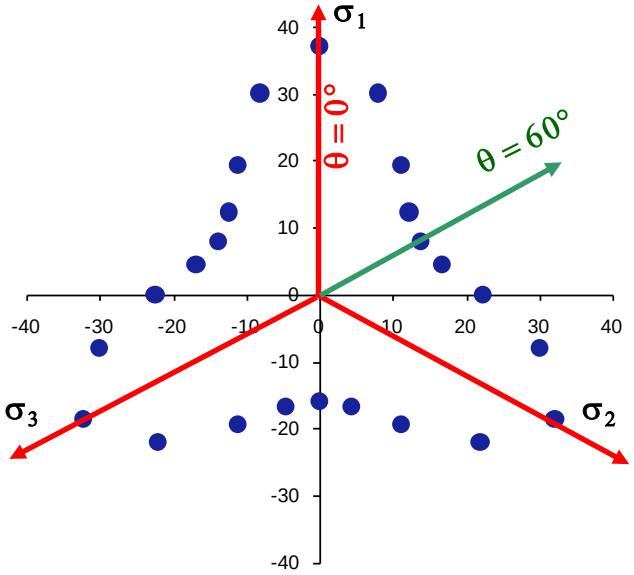


Figura 2.27 – Seção no plano desviador côncavo da superfície de Gudehus-Argyris

2.3 - Modelos de Deformabilidade

Para estados de tensão no espaço limitado pela superfície de plastificação do material, tem-se um comportamento elástico. Por definição neste comportamento o descarregamento conduz o material à mesma condição de deformação encontrada antes do carregamento. Se no entanto o carregamento conduzir a um estado de tensão que atinja a superfície de plastificação do material este encontra-se em regime plástico. Neste caso o descarregamento não conduzirá o material à sua condição inicial de deformabilidade.

Para o comportamento elástico duas situações podem ser encontradas. Na primeira delas a relação entre tensão e deformação é definida de forma linear, conduzindo a representações de materiais denominados elásticos lineares. A outra situação define um comportamento não linear na relação entre tensão e deformação, conduzindo a representações elásticas não lineares. Na Figura 2.28 apresentam-se as situações de carregamento e descarregamento de uma representação elástica linear e outra não linear. Menciona-se que nos materiais reais este comportamento pode ser atribuído a uma faixa de tensões limitada, uma vez que, atingida a superfície de plastificação o material apresente outra forma de comportamento.

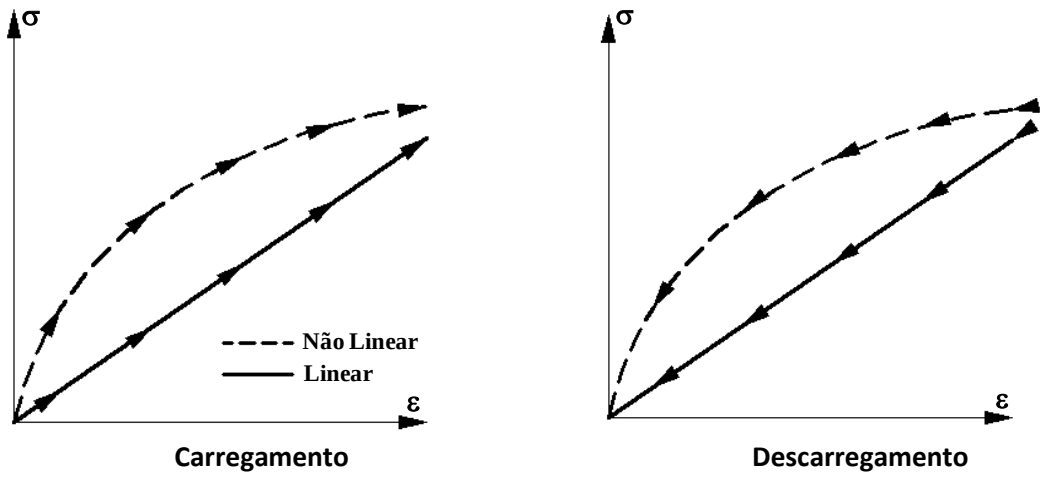


Figura 2.28 – Comportamento elástico linear e não linear

Se a tensão no material atingir o limite definido pela superfície de plastificação ocorre a plastificação. Para este comportamento são idealizadas algumas relações unidimensionais entre tensão e deformação para o material com comportamento plástico. A primeira delas trata o material como elasto-plástico perfeito, onde uma vez atingida a tensão de plastificação qualquer tentativa de incremento de carga conduz a deformações inelásticas sem que ocorra variação na tensão. Já a segunda considera o material como elasto-plástico com endurecimento, neste modelo quando a tensão de plastificação é atingida o material ainda é capaz de resistir a incrementos de carga, entretanto com módulo diferente do da fase elástica. Por fim o material pode ser concebido com um modelo elasto-plástico com amolecimento. Neste modelo quando atingida a tensão de plastificação, o acrescimo de deformação acarreta diminuição da tensão atuante no material. Na Figura 2.29 estas relações entre tensão é deformação unidimensionais podem ser observadas.

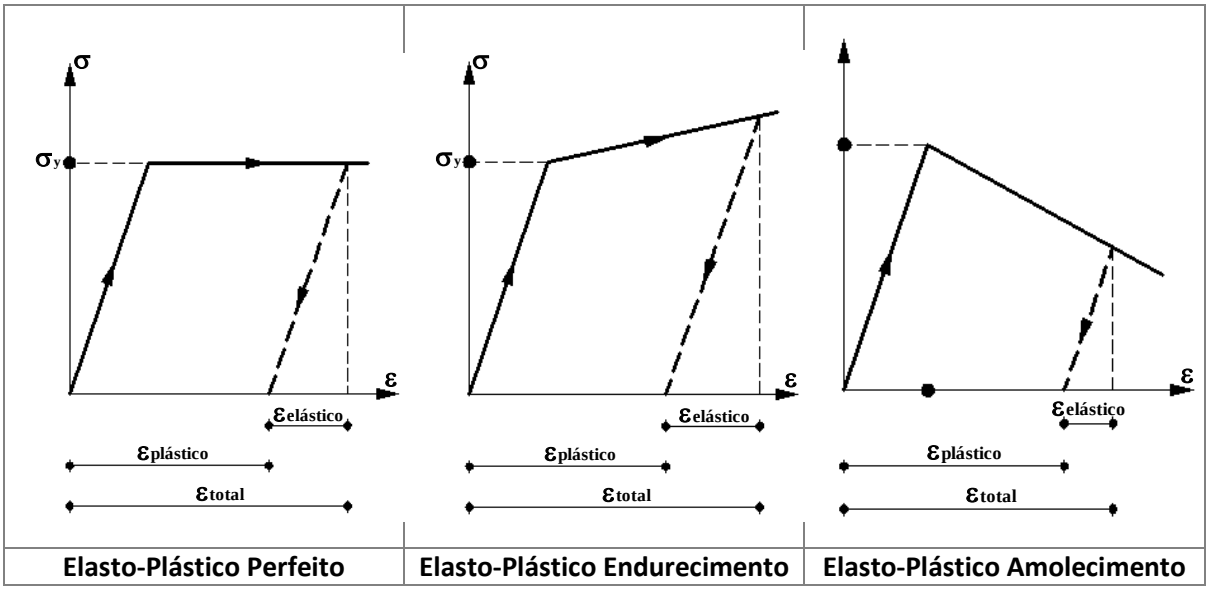


Figura 2.29 – Comportamento unidirecional para materiais elasto-plásticos

Na Figura 2.30 apresenta-se o comportamento das seções da superficie de plastificação nos planos desviadores para situações distintas de plastificação. O primeiro caso apresenta uma situação onde o material é elasto-plástico perfeito, neste caso, atingida a tensão de escoamento (σ_y) a superfície mantém-se inalterada. O segundo caso trata de um material elasto-plástico com endurecimento, para este caso a superfície se expande, permitindo assim que uma tensão superior ($\sigma_y^+; \sigma_y^{++}$) à de plastificação seja absorvida pelo material. O terceiro caso mostra um material elasto-plástico com amolecimento. Neste caso a superfície é reduzida ($\sigma_y^-; \sigma_y^{--}$), levando a uma situação onde após atingida a tensão de escoamento do material, há uma redução na capacidade de absorção de esforços.

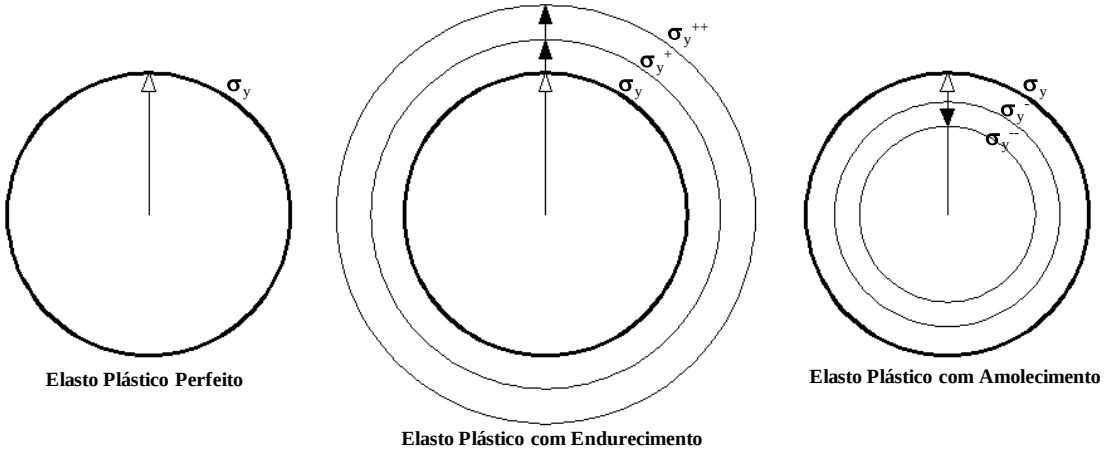


Figura 2.30 – Comportamento da superfície de plastificação para modelos elasto-plásticos

O comportamento de deformação plástica do material é regido pela regra de fluxo. A proposição da regra de fluxo é delineada pela regra da normalidade e da convexidade que decorrem do postulado de estabilidade de Drucker. Segundo este postulado o material é estável se forem satisfeitas as seguintes condições:

1) Durante a aplicação de um conjunto de forças num corpo, o trabalho realizado pela ação externa nas mudanças de deslocamentos que ele produz é positivo;

2) Em um ciclo de aplicação e remoção de um conjunto de forças num corpo, o novo trabalho realizado pela ação externa nas mudanças de deslocamentos que ele produz e não-negativo.

As representações matemáticas desses postulados podem ser vistas, respectivamente, em 2.36 e 2.37.

$$\dot{\sigma}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} > 0 \tag{2.36}$$

$$\oint \dot{\sigma}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} \geq 0 \tag{2.37}$$

Onde:

$\oint$ – Integral tomada sobre um ciclo completo de carga e descarga

$\dot{\sigma}_{ij}$ – Taxa com que as tensões são adicionadas ao corpo

$\dot{\varepsilon}_{ij}$ – Taxa com que a deformação é produzida

A regra da normalidade diz que para materiais estáveis, segundo o postulado de Drucker, o vetor que representa a taxa de deformação plástica $\dot{\varepsilon}_p$ tem direção normal à superfície de ruptura. Por sua vez, a regra da convexidade também estabelecida a partir do postulado de Drucker, estabelece que o formato da superfície de plastificação deve ser convexa. A equação que rege a taxa de deformação plástica é apresentada em 2.38.

$$\dot{\varepsilon}_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \tag{2.38}$$

Onde:

dλ - multiplicador plástico e maior que zero para que ocorra plastificação;

$f(\sigma_{ij})$ - funçãoque descreve a superfície de plastificação.

Se a superfície informada na equação 2.38 for a mesma que a de plastificação, diz-se que o fluxo é associado. Se no entanto a superfície escolhida for outra, que não a de plastificação, o fluxo é denominado então de não associado.

Para materiais como concreto, solo e rocha Chen e Han (1988) comentam que a adoção da regra de fluxo associativa pode superestimar as deformações em estudo. Para estes casos recomenda-se a adoção de regra de fluxo não associativa. Conforme apresentado na Figura 2.31 é possível observar que para a condição de fluxo não associado as regras da normalidade e da convexidade podem não ser seguidas. Sobre este fato os mencionados autores comentam que o postulado de estabilidade de Drucker é "suficiente" mas não obrigatoriamente necessário. O termo suficiente refere-se ao forte embasamento matemático que o postulado possibilita no desenvolvimento das equações de plasticidade. A Figura 2.31 apresenta esquematicamente o comportamento do material plastificado para consideração de fluxo associado e não associado. Permite-se a representação no espaço das tensões, uma vez que, o vetor de incremento de deformações plásticas tem cossenos diretores iguais aos cossenos diretores do vetor normal à superfície de plastificação no ponto correspondente ao particular estado de tensões.

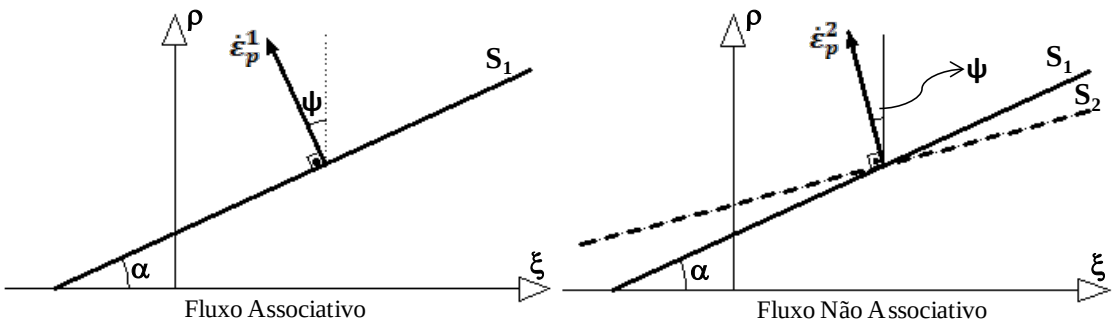


Figura 2.31 – Regra de fluxo associativa e não associativa

Na Figura 2.31 ilustra-se as situações de fluxo associado e não associado. Para o caso de fluxo associado tem-se uma superfície de plastificação S1 qualquer com incremento (α) de resistência em função da tensão hidrostática. Uma vez atingida a superfície de plastificação o material apresenta fluxo plástico $\dot{\varepsilon}_p^1$. Neste caso é observada a regra da normalidade, ou seja, a direção do vetor é perpendicular a S1. A relação angular denotada por ψ é denominada de dilatância, trata-se da medida da variação volumétrica do material quando plastificado. Para fluxo associado tem-se que $\psi = \alpha$, o que quer dizer, que a dilatância assume o mesmo valor da inclinação da superfície de plastificação.

Para a situação onde o fluxo é não associado, a superfície empregada na determinação do fluxo plástico é outra, nesse caso S2. Para essa relação tem-se que $\alpha > \psi$ e dessa forma a dilatância é menor que para o caso de fluxo associado. Isso implica que neste caso a variação volumétrica para a situação de fluxo associado é maior do que a de fluxo não associado. Conforme comentado anteriormente os materiais como solo, rocha e concreto tendem a apresentar um comportamento de fluxo não associado.

2.4 - Evidências experimentais

Nesta seção apresentam-se evidências experimentais do comportamento do material, especialmente os geomateriais, nas quais se busca identificar similaridade aos modelos mecânicos apresentados anteriormente. Neste sentido análises de resistência e deformabilidade foram realizadas com base em dados encontrados na literatura. Se por um lado o objetivo dessa seção é comparar os resultados experimentais a modelos teóricos, por outro, busca-se a seleção dos parâmetros a serem considerados nas simulações numéricas desenvolvidas adiante. Isto é feito tendo em vista representar com fidelidade as características desses materiais.

2.4.1 – Efeito do confinamento na resistência e deformabilidade

Conforme apresentado anteriormente os modelos de resistência adotados para os geomateriais pressupõe uma dependência da tensão de confinamento na resistência e deformabilidade. Para verificar este comportamento buscaram-se na literatura procedimentos experimentais que ilustrem este comportamento.

Num primeiro momento serão apresentados resultados de ensaios triaxiais em rocha com variação nas três tensões principais ($\sigma1$; $\sigma2$; $\sigma3$). O primeiro caso apresenta os resultados obtidos por Mogi (1967). Neste trabalho o autor tratou de dois tipos de rocha: uma dolomita e um calcário. Foram realizados para a primeira 51 ensaios triaxiais com as tensão principais variando entre ($400 \leq \sigma1 \leq 1015$; $23 \leq \sigma2 \leq 450$; $25 \leq \sigma3 \leq 144$ MPa). Para a segunda foram realizados 29 ensaios e com as tensões principais variando entre ($395 \leq \sigma1 \leq 678$; $19 \leq \sigma2 \leq 448$; $20 \leq \sigma3 \leq 80$ MPa).

Para estes ensaios foram empregados corpos de prova com formato prismático e dimensões de 15 x 15 x 30mm. As Figuras 2.32 e 2.33 apresentam resultados encontrados por Mogi (1967). Destaca-se que na presente pesquisa os dados obtidos no trabalho de Mogi (1967) foram tratados da seguinte forma: para o eixo hidrostático adotou-se o primeiro invariante de tensão (I1) e para o eixo desviador foi escolhido o segundo invariante do tensor de tensões desviadoras ($\sqrt{J2}$). Ainda para avaliação da proximidade aos meridianos de tração, compressão e cisalhamento, foi avaliado o ângulo de similaridade (θ).

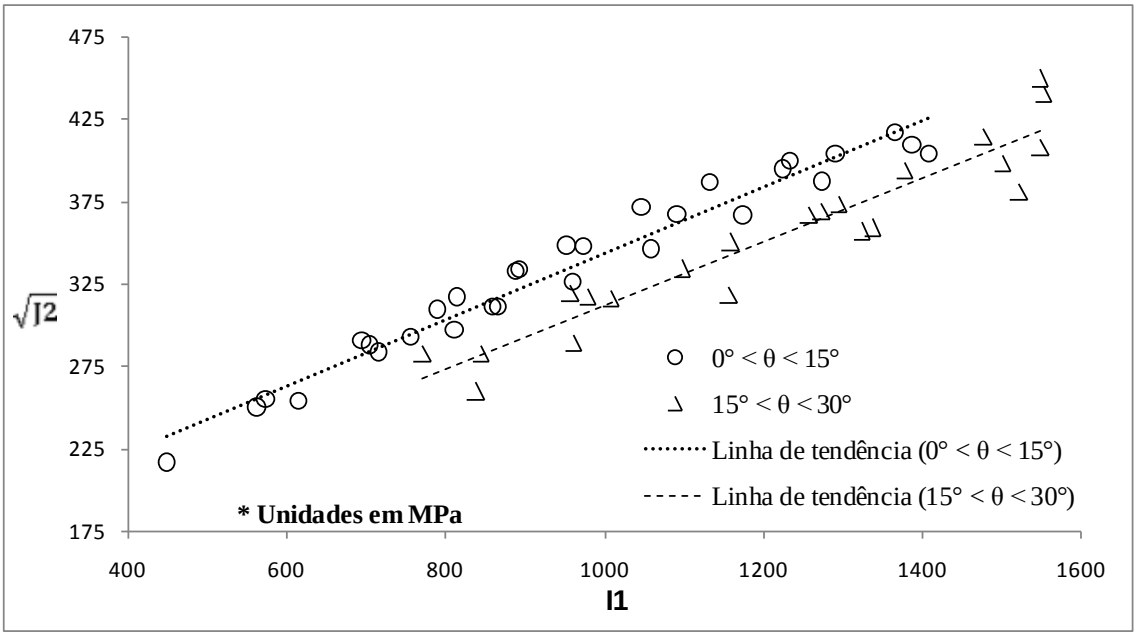


Figura 2.32 – Resultados de ensaios triaxiais obtidos por Mogi (1967) para a dolomita

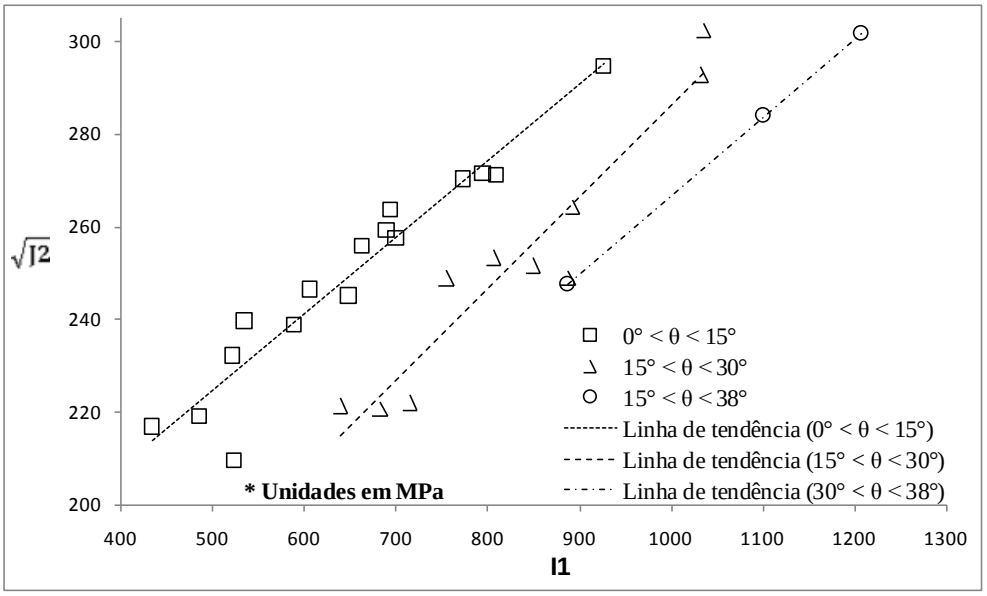


Figura 2.33 – Resultados de ensaios triaxiais obtidos por Mogi (1967) para o calcário

Os resultados apresentados nas Figuras 2.32 e 2.33 permitem observar que as duas rochas, dolomita e calcário, apresentam acréscimo de resistência com o aumento da tensão de confinamento. Além disso é possível notar a influência do ângulo de similaridade (θ) na resistência do material. Relações das tensões próximas ao estado triaxial de compressão θ = 0° (σ1 ≥ σ2=σ3) apresentam tendência de maior afastamento ao eixo hidrostático do que o estado de tensões próximas ao meridiano de tração θ = 60° (σ1=σ2 ≥ σ3). Mogi (1967) apresenta ainda relações de deformabilidade para a dolomita em estado triaxial de tensões. Na Figura 2.34 são apresentadas relações entre as tensões e deformações para situações onde a tensão σ3 foi mantida constante e σ2 teve seus valores variados. A Figura 2.35 apresenta resultados experimentais em termos de tensão e deformação para os ensaios triaxiais de compressão para a dolomita. Nestes ensaios a relação entre as tensões σ2 e σ3 foram mantidas constantes (σ2=σ3).

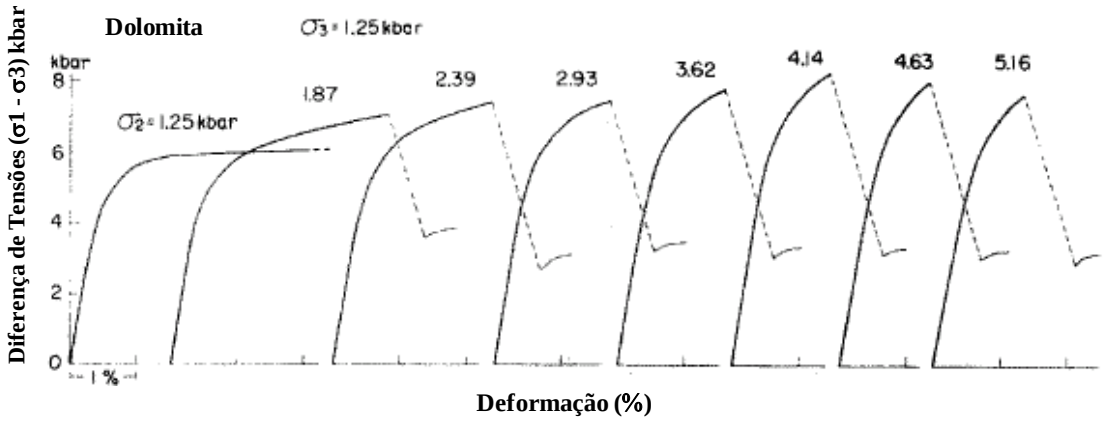


Figura 2.34 – Deformabilidade para ensaios triaxias considerando σ3 = 1.25 bar σ2 variável (Mogi, 1967)

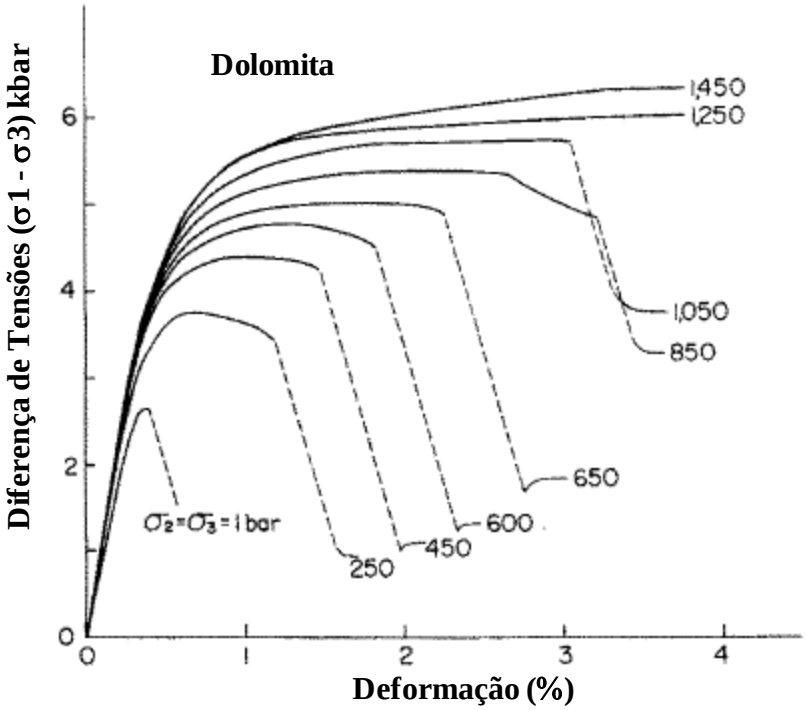


Figura 2.35 – Deformabilidade para ensaios triaxias de compressão (σ1 ≥ σ2=σ3) (Mogi, 1967)

A partir dos resultados apresentados nas Figuras 2.34 e 2.35 nota-se que em situação triaxial de compressão θ = 0° (σ1 ≥ σ2=σ3) o aumento do confinamento faz com que o comportamento frágil observado no material passe a dúctil. Isto quer dizer que atingida a resistência do material passa-se de uma situação de decréscimo abrupto de tensão para uma situação em que o material se deforma livremente sem que entretanto ocorra o decréscimo de tensão. Comparativamente seriam casos idealizados de comportamento elasto-plástico com amolecimento e elasto-plástico perfeito. Na Figura 2.34 observa-se o comportamento do material quando σ2 tem seus valores acrescidos e σ3 é mantido constante. Com isso faz-se com que se passe de uma situação triaxial de compressão (primeira curva a esquerda) para uma situação triaxial de extensão, θ = 60° (σ1 = σ2 ≥ σ3). Verifica-se nesta passagem que o material passa de um comportamento dúctil para rúptil.

Chang e Haimson (2000) apresentam resultados de ensaios triaxiais realizados em um anfibolito. Neste caso foram realizados 42 ensaios triaxiais com tensões principais variando entre (158≤σ1≤1262 ; 0≤σ2≤642 ; 0≤σ3≤150 MPa). As amostras de rocha empregadas para estes ensaios foram confeccionadas de forma prismática com dimensões de 19 x 19 x 38mm. Os resultados encontrados por esses autores são apresentados na Figura 2.36. O procedimento para tratamento dos dados experimentais segue o estabelecido para os experimentos de Mogi (1967).

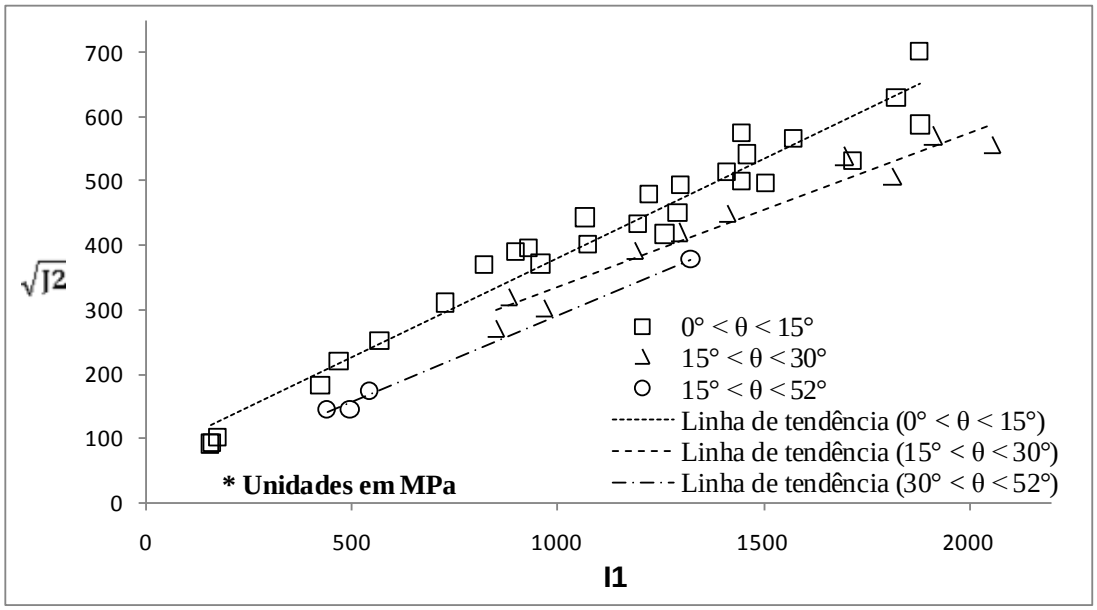


Figura 2.36 – Resultados de ensaios triaxiais obtidos por Chang e Haimson (2000) para o anfibolito

Observa-se na Figura 2.36 que o material ensaiado apresenta aumenta de resistência dependente do confinamento e que há maior afastamento ao eixo hidrostático para solicitações triaxiais de compressão ($\theta = 0°$).

Takahashi e Koide (1989) apresentam resultados de ensaios triaxiais para um arenito e para um folhelho. Para tanto foram realizados 26 ensaios para o folhelho com tensões variando entre ($166 \leq \sigma 1 \leq 255$; $25 \leq \sigma 2 \leq 158$; $25 \leq \sigma 3 \leq 50$ MPa). Já para o arenito foram realizados 38 ensaios com tensões variando entre ($97 \leq \sigma 1 \leq 275$; $9 \leq \sigma 2 \leq 162$; $5 \leq \sigma 3 \leq 40$ MPa). Os resultados encontrados por estes pesquisadores encontram-se plotados na Figura 2.37 e 2.38 em termos dos invariantes de tensão.

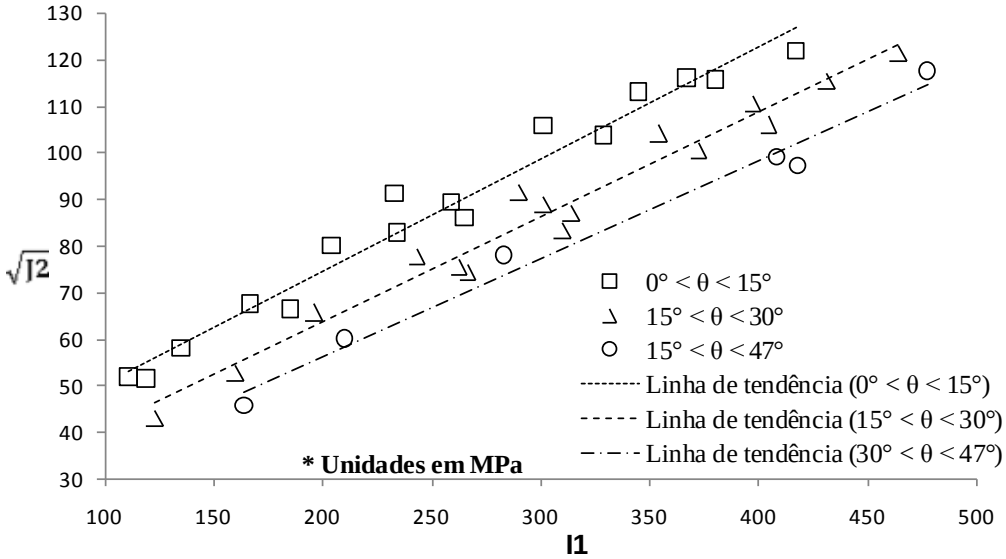


Figura 2.37 – Resultados de ensaios triaxiais obtidos por Takahashi e Koide (1989) para o arenito

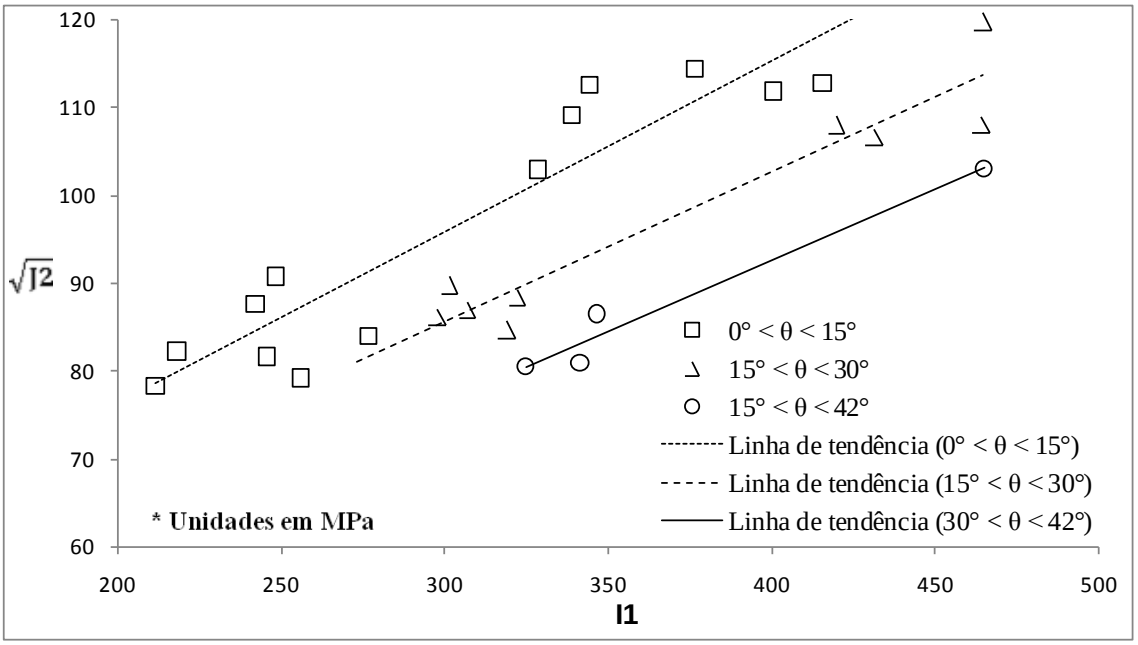


Figura 2.38 – Resultados de ensaios triaxiais obtidos por Takahashi e Koide (1989) para o folhelho

O comportamento de resistência apresentado nas Figuras 2.37 e 2.38 segue a mesma tendência do exposto anteriormente para os ensaios de Mogi (1967) e Chang e Haimson (2000). Ou seja, verifica-se o comportamento de resistência dependente do confinamento assim como o aumento do afastamento ao eixo hidrostático na passagem do meridiano de tração para o de compressão.

Os ensaios triaxiais apresentados anteriormente foram todos realizados através da aplicação de tensão nas faces de um corpo de prova prismático. Lee et al. (2002) apresentam resultados de ensaios de cilindro oco realizados em um arenito. Os autores comentam que este tipo de ensaio permite que qualquer trajetória de tensão seja estabelecida. Análise dos dados apresentados anteriormente mostra que poucas trajetórias foram estudadas para ângulo de similaridade superior a 30°. Este fato relaciona-se à dificuldade de execução de ensaios triaxiais de extensão, principalmente quando o regime de confinamento é elevado. Os ensaios de cilindro oco foram realizados em corpos de prova com 23cm de altura, diâmetro interno de 7,8cm e externo de 9,8. O número total de ensaios nesse caso foi de 15, apresentam-se na Figura 2.39 os resultados em termos dos invariantes de tensão.

A dependência da resistência em função do confinamento é mais uma vez confirmada. Note que o tipo de ensaio, conforme já preconizado pelos autores, permite controle irrestrito da trajetória de tensões e dessa forma pode-se conduzir ensaios com ângulo de similaridade constante. Este fato permitiu ao mínimo a estes ensaios mostrar que maiores afastamentos ao eixo hidrostático são verificados na proximidade do meridiano de compressão, ao passo que, o

meridiano de tração é o que apresenta menor afastamento. Com este refinamento de controle no ensaio é possível variar o ângulo de similaridade para valores constantes do primeiro invariante de tensão (I1) permitindo, desta forma, o traçado de seções no plano desviador. Na Figura 2.40 os resultados de Lee et al. (2002) são apresentados em representações no plano desviador.

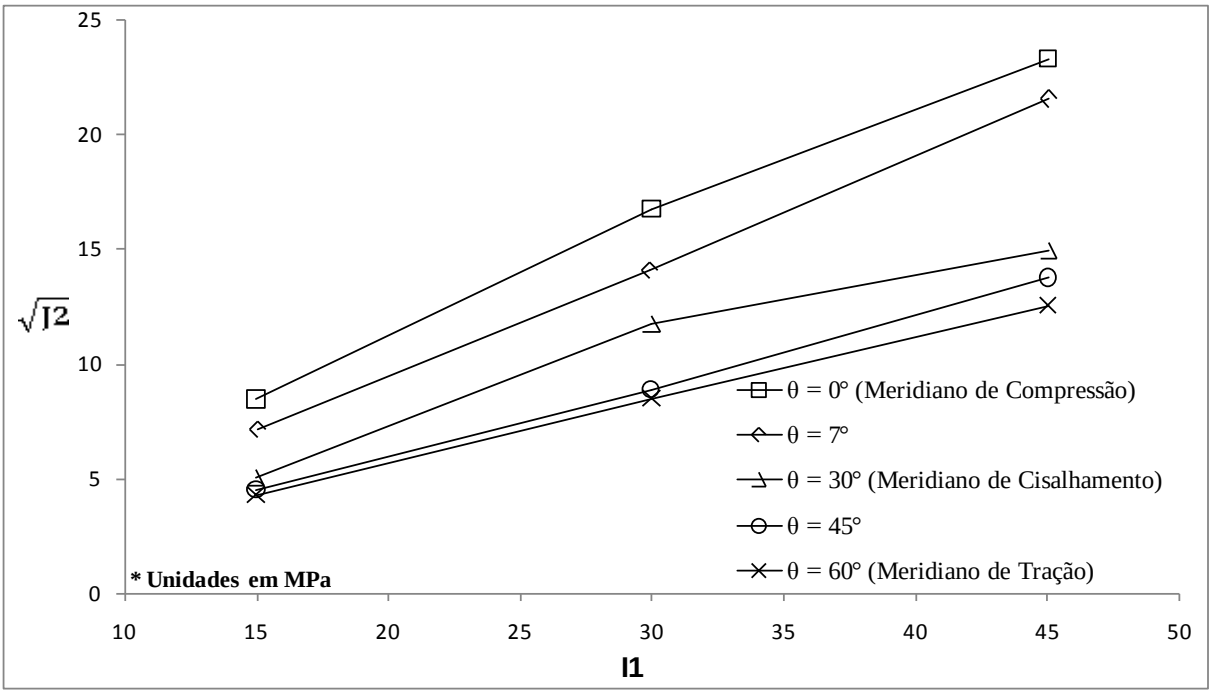


Figura 2.39 – Resultados dos ensaios de cilindro oco obtidos por Lee et al. (2002) para o arenito

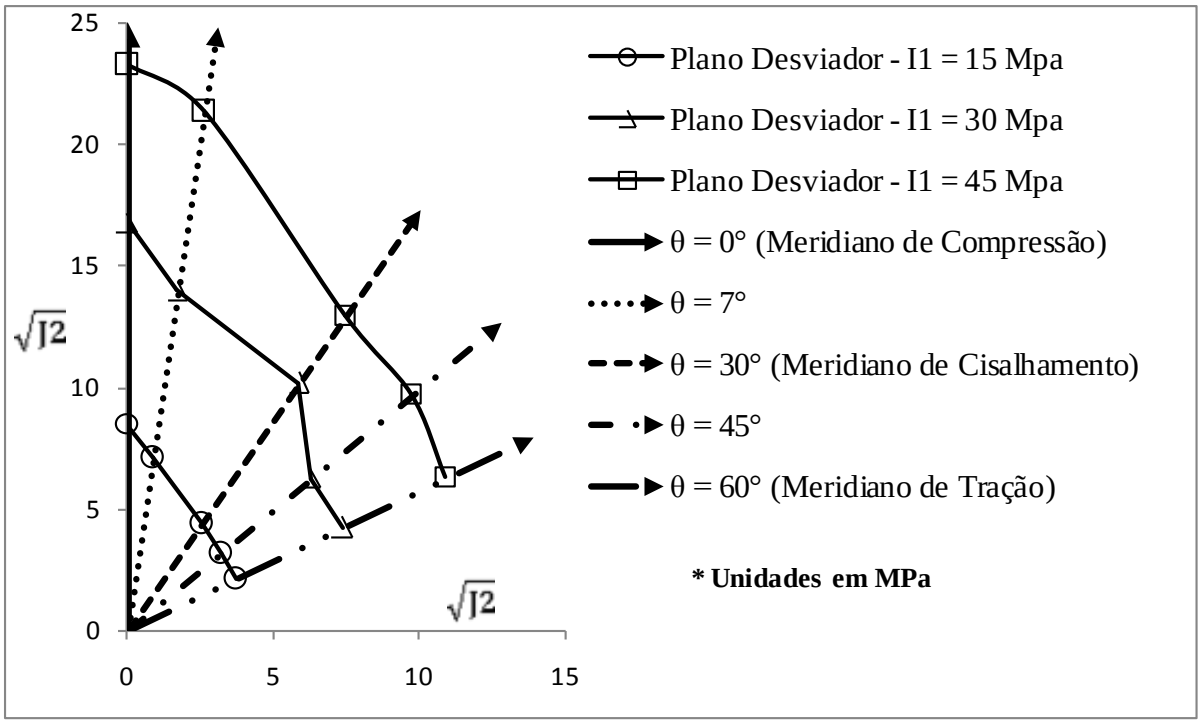


Figura 2.40 – Planos desviadores para os ensaios de cilindro oco obtidos por Lee et al. (2002) para o arenito

Na Figura 2.40 é possível notar que os resultados experimentais recaem com precisão em ângulos de similaridade de 0°, 7°, 30°, 45° e 60°, além disso, estes pontos encontra-se exatamente em planos desviadores pré-estabelecidos (I1 = 15, 30 e 45 MPa). Este fato permite que o ajuste de superfícies teóricas de plastificação se dê de forma a melhor representar o material.

Até o presente momento foram apresentados resultados de ensaios triaxiais realizados em rocha. Os resultados apresentados a seguir são encontrados em Malecot et al. (2010) e tratam de ensaios triaxiais em concreto. Nesse trabalho os autores tratam de resistência e deformabilidade do concreto em tensões elevadas. Os corpos de prova utilizados são cilíndrico e com dimensões de 14cm de altura e 7cm de diâmetro. O equipamento utilizado na realização dos ensaios merece destaque, trata-se de um sistema capaz de gerar tensão de confinamento próxima a 850 MPa e tensão axial de 2300 MPa. O roteiro de ensaio apresentado pelos autores conta com ensaios de compressão simples e triaxiais de compressão com confinamento crescente (p = 20, 200 e 400 MPa). A Figura 2.41 apresenta o comportamento mecânico encontrado pelos autores para o concreto (menciona-se que *q* é dado pela relação σ1-σ3).

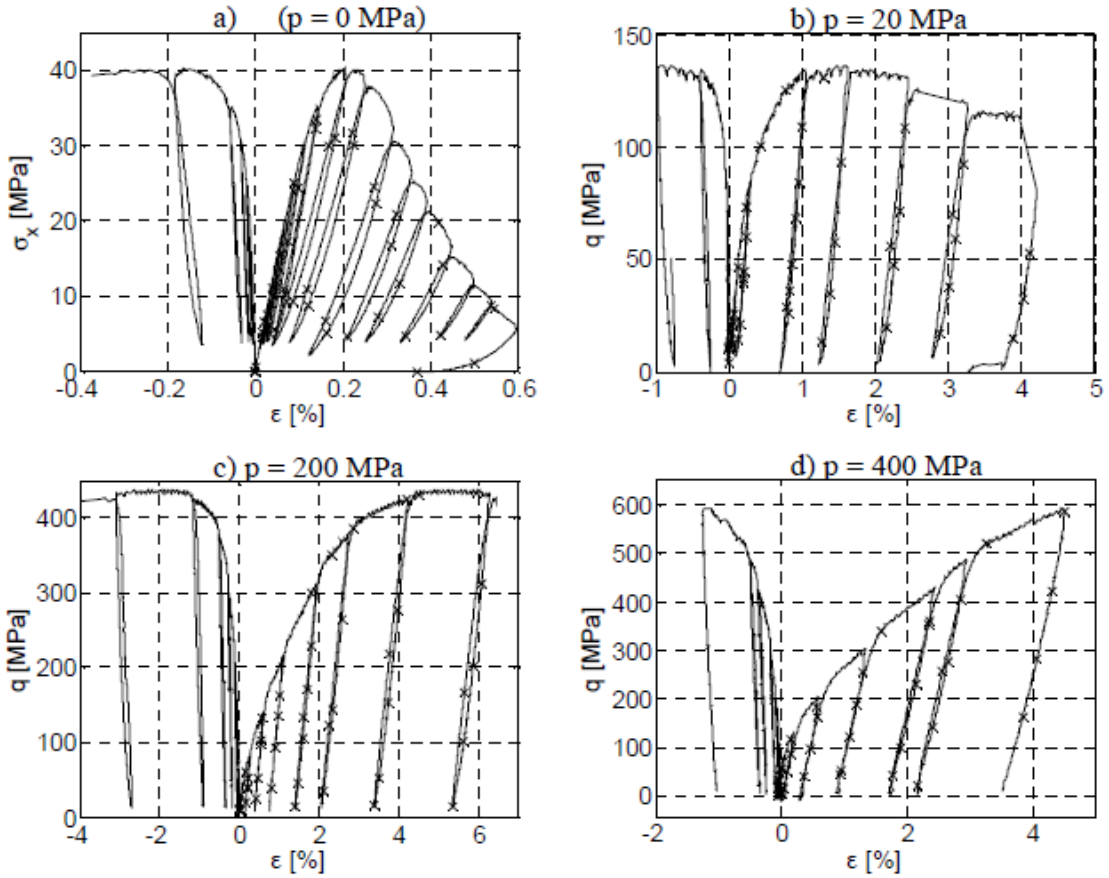


Figura 2.41 – Comportamento mecânico do concreto (Malecot et al. 2010)

A partir da Figura 2.41 é possível verificar que a tensão de confinamento conduz a um considerável ganho de resistência no concreto. Encontra-se para resistência a compressão uniaxial resultado próximo a 40 MPa, para um confinamento de 400MPa, este valor aproxima-se a 600MPa sem que seja possível observar característica de ruptura no ensaio. Em termos de deformabilidade é possível observar um comportamento frágil para o concreto submetido a compressão uniaxial, para tensão de confinamento entre 20 e 200 MPa observa-se um comportamento próximo a um modelo elasto-plástico perfeito e finalmente, com 400MPa o material comporta-se como um material elasto-plástico com endurecimento.

A partir dos resultados experimentais apresentados nesse item é possível constatar a influência marcante que o estado de tensões representa sobre o material. Nota-se que para o mesmo material, condições distintas de carregamento podem conduzir a comportamentos mecânicos diferentes.

2.4.2 – Dilatância

Os materiais quando submetidos a um estado de tensão qualquer apresentam como resposta uma variação volumétrica. Quando este estado de tensões conduz a deformabilidades irreversíveis, estado plástico, a variação volumétrica passa a ser denominada de dilatância. Na Figura 2.42 mostra-se esquematicamente o processo de dilatância conforme apresentado por Zhao e Cai (2010).

Destaca-se que nesta representação a variação volumétrica é apresentada nos gráficos tanto da parte superior como inferior da figura. No superior os eixos indicam desvio de tensões ($\sigma 1$-$\sigma 3$) e deformação volumetrica (ε_v). O gráfico localizado na parte inferior da figura representa o comportamento de deformabilidade volumétrica em relação (ε_1) em relação a deformabilidade axial.

Iniciado o processo de carregamento as fissuras naturais do material são fechadas e tem-se um comportamento elástico do material. Este comportamento é verificado até os pontos A e E com valores usuais de 30 a 50% da carga de ruptura. Na fase seguinte a esta, tensões de tração são desenvolvidas devido à heterogeneidade do material e delimita o início do comportamento dilatante do material. Nesta nova fase inicia-se o processo de formação de fissuras que tem seu desenvolvimento paralelo à máxima tensão de compressão encontrada no material. Nessa fase as fissuras desenvolvem-se de maneira estável é conduzem a valores de variação volumétrica mínimos (ponto F). Atingido o ponto B (F) usualmente com valores em

torno de 70 a 80% da carga de ruptura, inicia-se o processo de coalescência de fissuras. Nessa fase as fissuras propagam-se de modo instável e verifica-se uma reversão na variação volumétrica do material. Ou seja o material inicialmente contraído passa a se expandir. A partir dessa fase o aumento de carga faz com que a deformação volumétrica aumente até atingir um valor constante. Importante notar que a deformação axial principal é continuamente crescente (linha tracejada). Martin e Chandler (1994) apresentam resultados experimentais para um granito com comportamento similar ao apresentado esquematicamente por Zhao e Cai (2010).

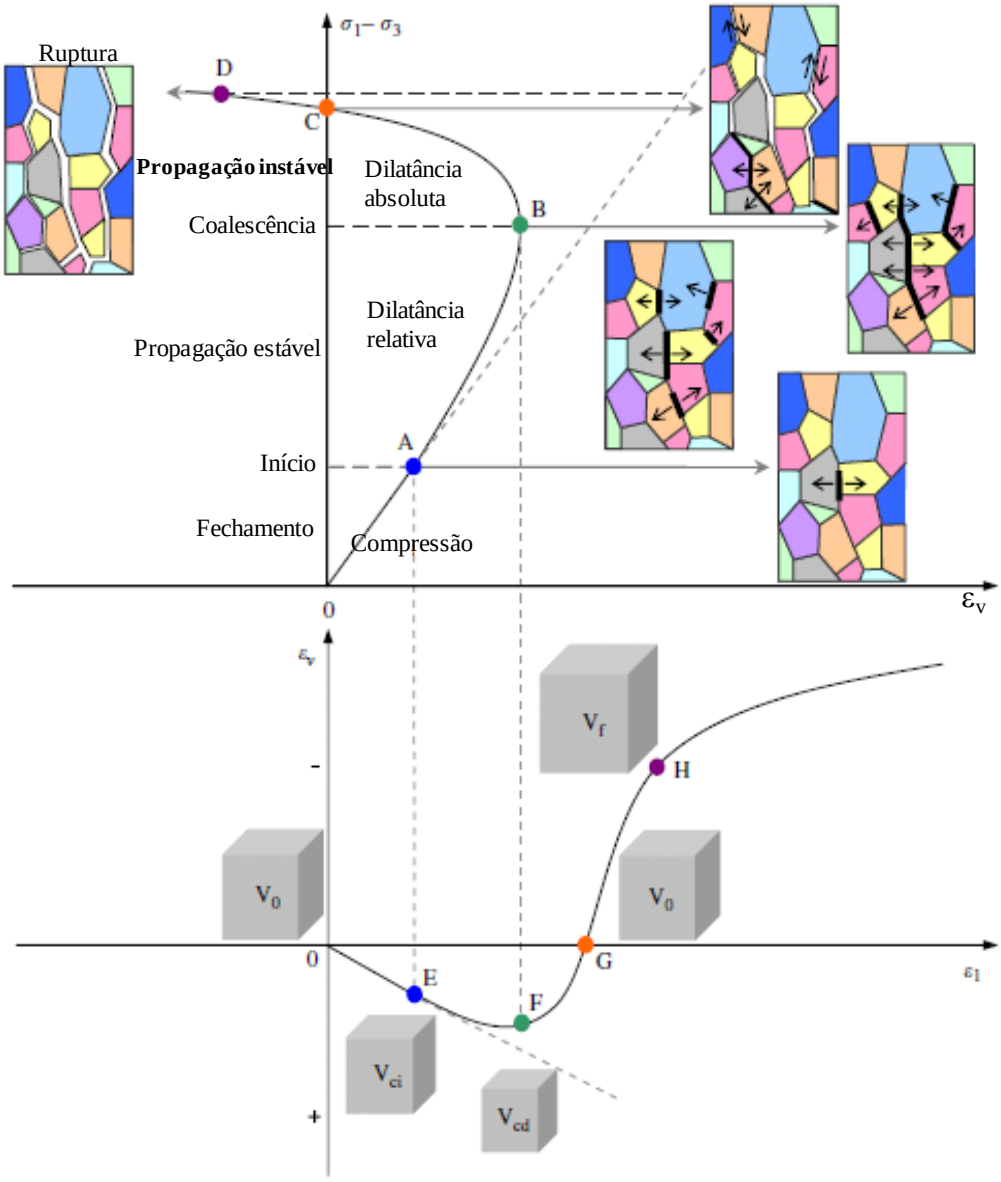


Figura 2.42 – Processo de dilatância (Zhao e Cai, 2010)

Zhao e Cai (2010) apresentam resultados de ensaios triaxiais em um arenito de granulometria média obtidos por Hassani et al. (1984). Estes resultados encontram-se apresentados na Figura 2.43.

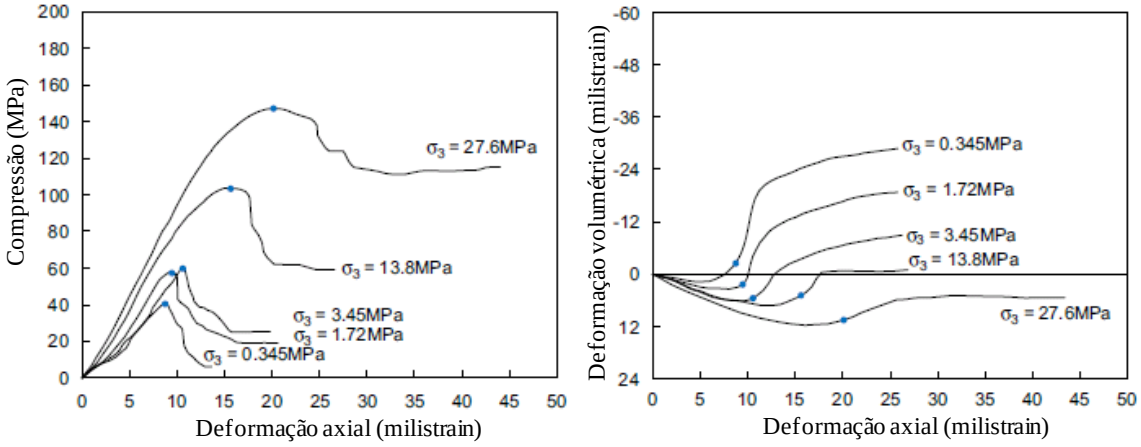


Figura 2.43 – Ensaios triaxiais em arenito Hassani, 1984 (Zhao e Cai, 2010)

A partir da Figura 2.43 Zhao e Cai, 2010 fazem as seguintes afirmações:

- A máxima taxa de dilatância ocorre após se atingir o pico de resistência e é independe da magnitude da tensão de confinamento;
- O aumento da tensão de confinamento provoca o atraso do início do processo de dilatância;
- O gradiente de dilatância diminui com o aumento da tensão de confinamento;
- A taxa de dilatância, que pode ser definida como a tangente a um ponto no gráfico deformação volumétrica x deformação axial, decresce quando o comportamento do material passa da faixa de "*strain-softening*" para a resistência residual;
- A máxima taxa de dilatância é encontrada quando o material encontra-se na faixa de comportamento de "*strain-softening*", e quanto maior a tensão de confinamento menor a taxa de dilatância neste fase;
- A dilatância atinge gradualmente um valor constante, ou seja, ao final da fase de deformação nenhuma variação volumétrica poderá ocorrer;
- A dilatância é, primordialmente, regida pela tensão de confinamento e deformabilidade plástica no pós-pico.

Vermeer e de Borst (1984) comentam que para solo, rocha e concreto o valor do ângulo de dilatância (ψ) deve ser no mínimo 20 ° inferior ao ângulo de atrito (Ø). Aqueles

autores ainda apresentam valores típicos do ângulo de dilatância (ψ) para alguns materiais, conforme Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Dilatância para alguns materiais (Vermeer e de Borst, 1984)

Areia Compacta	Areia Fofa	Argila Normalmente Adensada	Marmore Granular Intacto	Concreto
15°	<10°	0	12° - 20°	12°

Os mesmos autores apresentam ainda uma formulação matemática para determinação da dilatância (ψ), conforme Equação 2.39. A Equação 2.40 define o parâmetro plástico (η).

$$\psi = \text{arcsen}\frac{\dot{\varepsilon}_v^p}{-2 * \dot{\varepsilon}_1^p + \dot{\varepsilon}_v^p} \tag{2.39}$$

$$\eta = \gamma^p = \varepsilon_1^p - \varepsilon_3^p \tag{2.40}$$

Onde:

$\dot{\varepsilon}_v^p$ = Taxa de deformação volumétrica plástica
$\dot{\varepsilon}_1^p$ = Taxa de deformação axial plástica
γ^p = Deformação cisalhante plástica
ε_1^p = Deformação axial plástica
ε_3^p = Deformação radial plástica

Hoek e Brown (1997) apontam valores de dilatância em função de características do maciço rochoso. Para maciços classificados como muito bons a dilatância tem valores próximos a 1/4 de Ø. Maciços intermediários têm a dilatância fixada em valores em torno de 1/8 de Ø. E para maciços muito ruins a dilatância pode ser desprezada.

Medhurst (1996) realizou ensaios triaxiais em carvão com amostras de dimensões variáveis. Estas amostras apresentavam dimensões de 61mm, 101mm, 146mm, e 300mm de diâmetro e as tensões de confinamento adotadas foram de 0.2; 0,4; 0,8; 1; 3 e 4 MPa. O ensaios realizados envolveram ciclos de carregamento e descarregamento e a variação volumétrica foi medida através do deslocamento de óleo da célula triaxial. A partir dos dados obtidos por Medhurst (1996), Alejano e Alonso (2005) determinaram valores de dilatância e parâmetro plástico.

A determinação destes valores se deu da seguinte forma: a cada ensaio realizado por Medhurst (1996) registrava-se pares de ($\varepsilon_v \; vs. \; \varepsilon_1$). A partir da realização de ciclos de carregamento e descarregamento obtinha-se pares de ($\varepsilon_v^p \; vs. \; \varepsilon_1^p$). A Figura 2.44 apresenta as curvas de carga e recarga para amostra de carvão apresentada por Medhurst e Brown (1998).

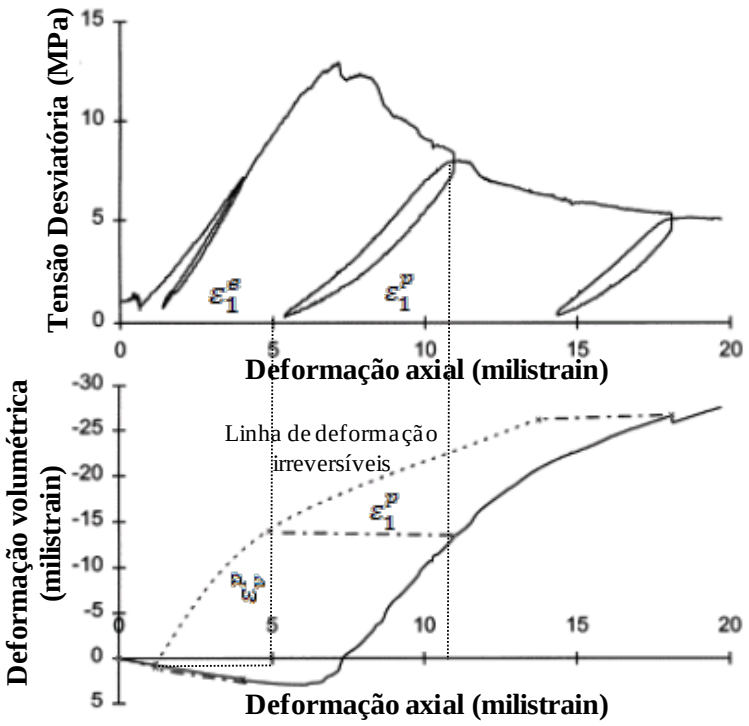


Figura 2.44 – Ciclos de carregamento e descarregamento para determinação de deformações plásticas, amostra de 300mm de carvão (Adaptado de Medhurst e Brown 1998)

Alejano e Alonso (2005) adotaram, então, os pares de ($\varepsilon_v^p\ vs.\ \varepsilon_1^p$) apresentados por Medhurst (1996). A partir destes valores determinou-se, para intervalos de 1 a 2 mstrain, $\varepsilon_3^p = (\varepsilon_v^p - \varepsilon_1^p)/2$. Uma vez realizado este procedimento determinaram-se então as taxas de deformabilidade plástica, $-\Delta\varepsilon_1^p = \dot{\varepsilon}_1^p$ e $-\Delta\varepsilon_v^p = \dot{\varepsilon}_v^p$. De posse desses valores é possível, então, o calculo da dilatância (conforme Equação 2.39) e do parâmetro plástico (Equação 2.40). Nas Figuras 2.45 e 2.46 são apresentados os resultados obtidos por Alejano e Alonso (2005).

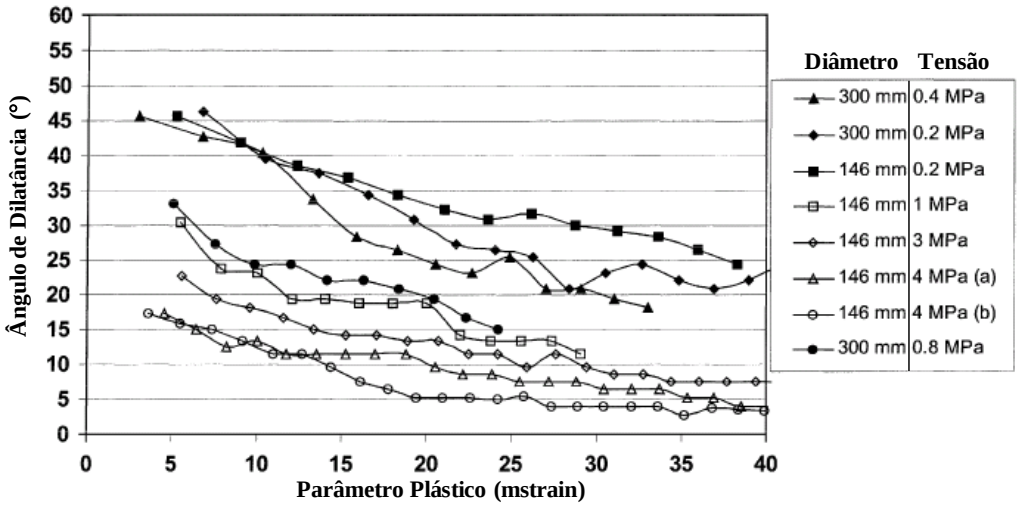


Figura 2.45 – Valores de dilatância considerando o efeito do confinamento obtidos por Alejano e Alonso, 2005

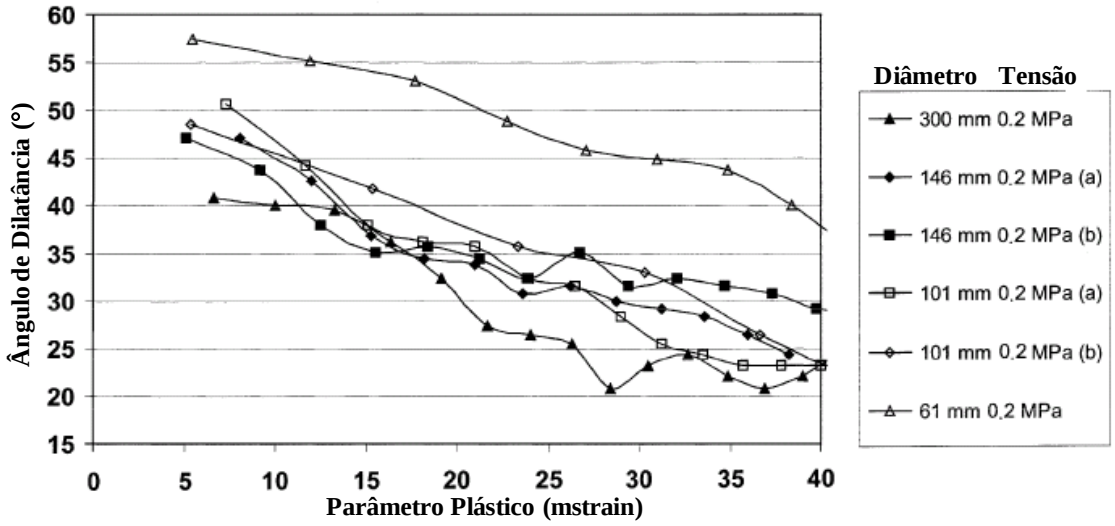


Figura 2.46 – Valores de dilatância considerando o efeito escala obtidos por Alejano e Alonso, 2005

Na Figura 2.45 são apresentados resultados de dilatância em relação ao parâmetro plástico, neste caso, para análise do efeito da tensão de confinamento. Verifica-se que os maiores valores encontrados para dilatância encontram-se para os menores valores de tensão de confinamento (0,2 MPa). De forma análoga encontram-se os menores valores de dilatância para as maiores tensões de confinamento. Observa-se também que o desenvolvimento da plastificação (incremento do parâmetro plástico) faz com que os valores de dilatância diminuam.

Por sua vez, a Figura 2.46 apresenta resultados de dilatância em função do parâmetro plástico para análise do efeito escala. Neste caso verifica-se uma tendência notória de decréscimo da dilatância com o aumento do tamanho da amostra ensaiada. O mesmo comportamento de decréscimo da dilatância com o desenvolvimento do parâmetro plástico é observado.

A partir destes resultados é possível concluir que a tensão de confinamento assim como a dimensão da amostra influenciam os valores de dilatância. Alejano e Alonso (2005) apresentam ainda resultados disponibilizados por Farmer (1993). São apresentados resultados de ensaios triaxiais em rochas (Arenito, Lamito, Silto-Arenito, Calcário). Neste caso, dispunha-se de medidas de deformação axial total e deformação volumétrica total. As parcelas elásticas de deformação foram obtidas através de relações da teoria da elasticidade (Equações 2.41 e 2.42). A parcela de deformabilidade plástica foi então calculada pelas Equações 2.43 e 2.44.

$$\varepsilon_1^e = \frac{\sigma_1 - 2\nu\sigma_3}{E} \quad (2.41)$$

$$\varepsilon_v^e = \frac{(1-2\nu)\sigma_1 - 2(1-\nu)\sigma_3}{E} \quad (2.42)$$

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_1 - \varepsilon_1^e \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_v^p = \varepsilon_v - \varepsilon_v^e \quad (2.44)$$

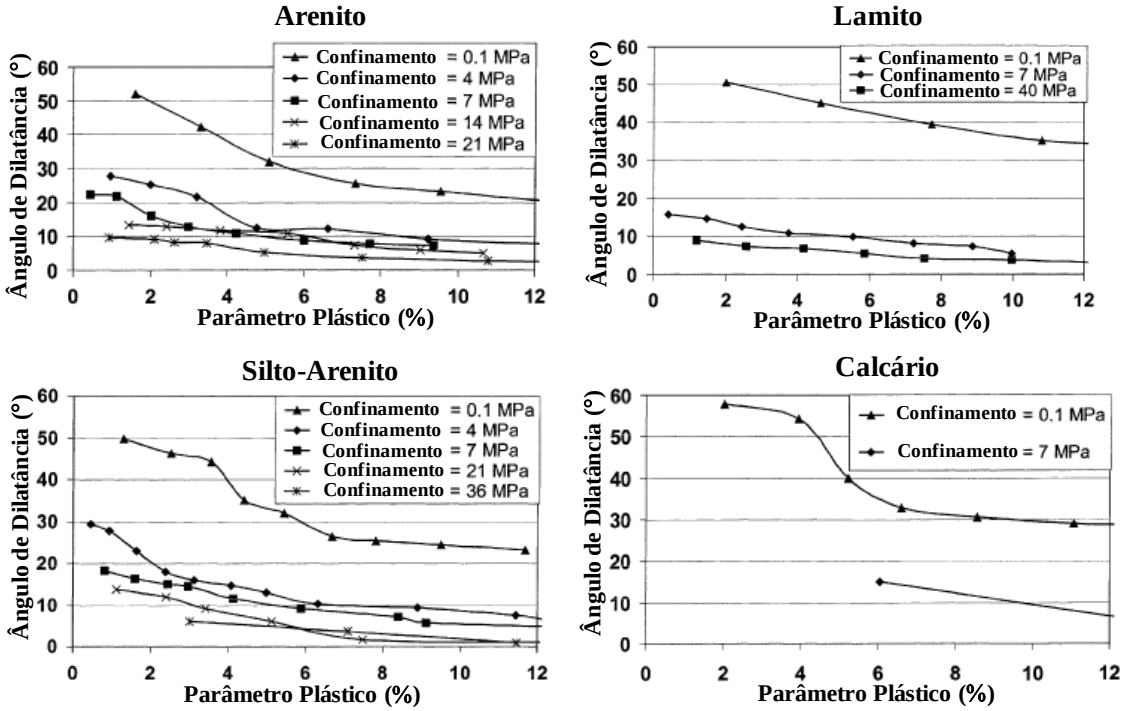


Figura 2.47 – Valores de dilatância calculados para os ensaios realizados por Farmer 1993, e apresentados por Alejano e Alonso (2005)

Na Figura 2.47 encontram-se os resultados de dilatância para tipos distintos de rocha obtidos através de ensaios triaxiais. Nota-se que a tendência encontrada para os outros casos é mantida, ou seja, a tensão de confinamento apresenta influência significativa na dilatância.

2.4.3 – Comportamento do concreto

Apresentam-se a seguir algumas informações a respeito do comportamento do concreto e que subsidiaram as simulações numéricas desenvolvidas adiante. Há informações sobre as relações tensão e deformação para o concreto comprimido e tracionado. Em vista da aplicação desse concreto ao revestimento de túneis apresenta-se também a dependência de resistência e deformabilidade desse material com o tempo.

Apresentam-se a seguir recomendações para determinação da relação entre tensão e deformação do concreto comprimido. A primeira trata de um modelo disponibilizado na NBR 6118 (ABNT, 2007) e que é formado por uma parábola do segundo grau e um trecho

constante. A Figura 2.48 apresenta este modelo de deformabilidade, resultante das Equações 2.45 e 2.46.

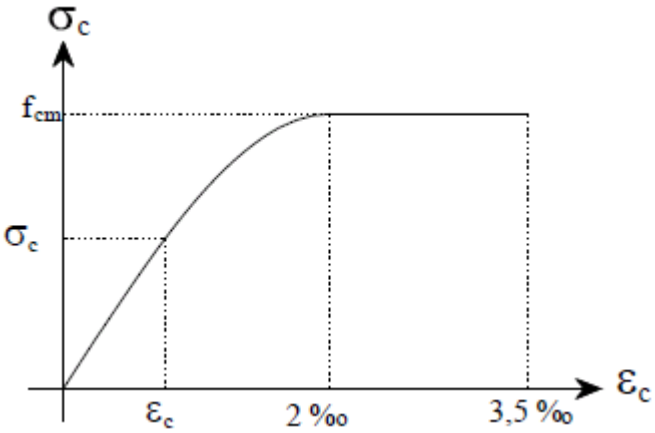


Figura 2.48 – Relação entre tensão e deformação para concreto comprimido conforme NBR 6118 (ABNT, 2007)

$$\sigma_c = -f_{cm}\left[1-\left(1+\frac{\varepsilon_c}{2‰}\right)^2\right] \text{ para } \varepsilon < 0{,}2\% \qquad (2.45)$$

$$\sigma_c = -f_{cm} \qquad \text{para } \varepsilon \geq 0{,}2\% \qquad (2.46)$$

Onde:

σ_c - Tensão de compressão no concreto;

ε_c - Deformação no concreto;

f_{cm} - Resistência média a compressão do concreto obtida a partir de ensaios de compressão simples.

O CEB (1990) recomenda para o concreto comprimido a relação entre tensão e deformação apresentadas nas Equações 2.47 e 2.48, o gráfico resultante dessas relações é apresentado na Figura 2.49.

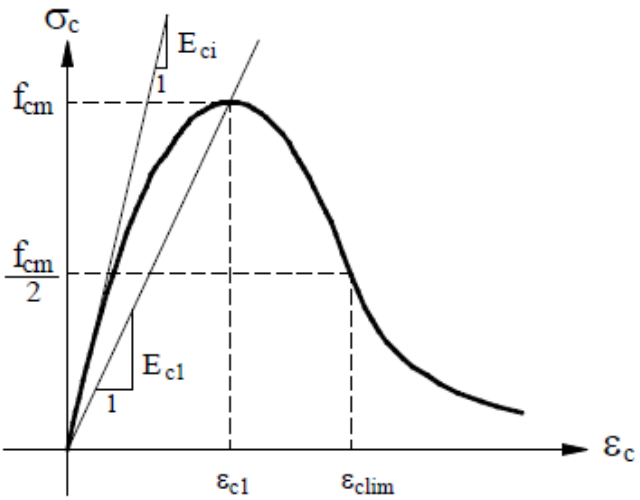


Figura 2.49 – Relação entre tensão e deformação para concreto comprimido conforme (CEB, 1990)

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}}\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2\right)\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} * f_{cm} \quad \text{para} \quad \varepsilon_c > \varepsilon_{clim} \tag{2.47}$$

$$\sigma_c = \frac{-f_{cm}}{\left[\frac{\xi}{\left(\frac{\varepsilon_{clim}}{\varepsilon_{c1}}\right)} - \frac{2}{\left(\frac{\varepsilon_{clim}}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}\right]\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2 + \left[\frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_{clim}}{\varepsilon_{c1}}\right)} - \xi\right]\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} \quad \text{para } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{clim} \tag{2.48}$$

Onde:

σ_c - Tensão de compressão no concreto;

ε_c - Deformação no concreto;

f_{cm} - Resistência média a compressão do concreto obtido a partir de ensaios de compressão simples;

E_{c1} - Módulo de elasticidade secante da origem no ponto da máxima tensão f_{cm}, determinado através da Equação 2.49;

E_{ci} - Módulo de elasticidade do concreto estimado pela Equação 2.50;

ε_{c1} - Deformação correspondente à máxima tensão, e que de acordo com o CEB 1990, tem seu valor fixado em 0,0022.

ε_{clim} - Deformação limite a ser considerada, correspondente a uma tensão de 0,5*f_{cm} no ramo descendente da curva.

$$E_{c1} = f_{cm}/|\varepsilon_{ci}| \tag{2.49}$$

$$E_{ci} = 21500\sqrt[3]{f_{cm}/10} \quad (MPa) \tag{2.50}$$

Para a tensão σ_c = -0,5.f_{cm} o valor de ε_{clim} pode ser estimado a partir da Equação 2.51. O valor de ξ observado na Equação 2.47 pode ser calculado através da Equação 2.52.

$$\varepsilon_{clim} = \left\{\left[\varepsilon_{c1}\frac{1}{2}\left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} + 1\right)\right] + \left[\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{E_{ci}}{\varepsilon_{c1}} + 1\right)^2 - \frac{1}{2}}\right]\right\} \tag{2.51}$$

$$\xi = \frac{\left[\left(\frac{\varepsilon_{clim}}{\varepsilon_{c1}}\right)^2\left(\frac{\varepsilon_{ci}}{\varepsilon_{c1}} - 2\right) + \left(2\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{c1}}\right) - \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}}\right)\right]}{\left\{\left[\left(\frac{\varepsilon_{clim}}{\varepsilon_{c1}}\right)\left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2\right)\right] + 1\right\}^2} \tag{2.52}$$

Para o concreto não fissurado submetido a tração uniaxial, a NBR 6118 (ABNT, 2007) permite utilizar o diagrama bilinear que relaciona a tensão com a deformação conforme as Equações 2.53 e 2.54. O gráfico resultante dessa relação é apresentado na Figura 2.50.

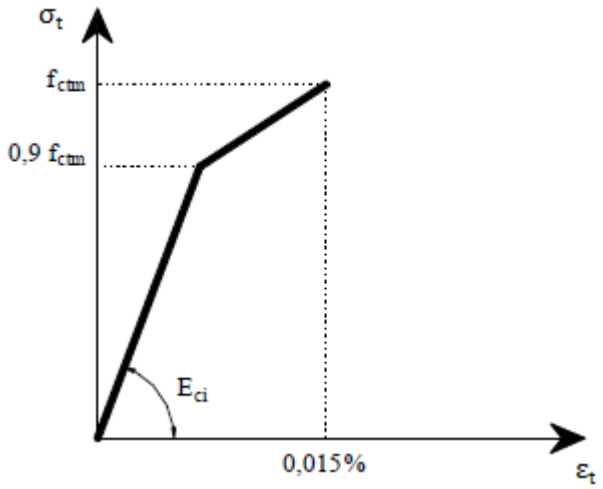


Figura 2.50 – Relação bilinear para o concreto tracionado conforme NBR 6118 (ABNT2007)

$$\sigma_c = E_{ci} * \varepsilon_{ci} \text{ para } \sigma_t < 0{,}9 * f_{ctm} \tag{2.53}$$

$$\sigma_t = f_{ctm} - \frac{0{,}1 * f_{ctm}}{0{,}15\% - \frac{0{,}9 * f_{ctm}}{E_{ci}}} * (0{,}15\% - \varepsilon_t) \text{ para } \sigma_t \geq 0{,}9 * f_{ctm} \tag{2.54}$$

Nas Equações 2.53 e 2.54, E_{ci} e f_{ctm} representam, respectivamente, o módulo de elasticidade do concreto e a resistência a tração do concreto. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007), o valor de E_{ci} pode ser estimado a partir da Equação 2.55, e a resistência a tração (f_{ctm}) pode ser relacionada à resistência característica a compressão (f_{ck}) através da Equação 2.56.

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \tag{2.55}$$

$$f_{ctm} = 0{,}3 * \sqrt[3]{{f_{ck}}^2} \tag{2.56}$$

O CEB 1990 emprega a mesma relação apresentada pela NBR 6118 (ABNT, 2007), entretanto o valor indicado para E_{ci}, nesse caso, é o apresentado na Equação 2.50.

Na presença de armadura o comportamento à tração do concreto apresenta ruptura com caracteristica de menor fragilidade que a encontrada para o concreto simples. Esse efeito decorre da redistribuição de tensões possibilitada pela armadura, e que faz com que, a resistência encontrada entre as fissuras seja considerada. Esse efeito é denominado na literatura especializada como "*tension-stiffening*" e conforme Gupta e Maestrini (1990);

Prakhya e Morley (1990) e Masicotte et al., (1990) é dependente da taxa de armadura, diâmetro das barras de aço, módulo de elasticidade e resistência dos materiais.

Sabe-se que a ruptura do concreto tracionado é do tipo frágil. Dessa forma toda resistência do material, na direção do esforço de tração, é anulada após a fissuração. Entretanto a presença de armadura torna este processo mais complexo. Segundo Proença (1988) o concreto entre fissuras permanece, ainda, com uma significativa capacidade de absorver este tipo de solicitação, de forma que, o concreto na presença de armadura torna-se enrijecido quanto a sua contribuição na resistência a tração ("*tension stiffening*").

Proença (1988) comenta que esta idealização é de grande importância na simulação numérica via elementos finitos, uma vez que, na hipótese de se desprezar o enrijecimento à tração, associa-se a um determinado elemento um estado de fissuração distribuída que pode conduzir a uma subestimação da capacidade resistente da estrutura.

A Figura 2.51 ilustra o efeito de "*tension stiffening*". Nota-se que até a resistência à tração do material (f_t), o material se deforma linearmente, norteado pelo módulo de elasticidade do material (E). Uma vez atingido o pico de resistência, a tensão decai vertiginosamente ate um valor (f'_t). Esta queda é determinada por um valor α_t que é a relação entre f'_t / f_t. Os valores para este parâmetro podem variar entre 0 e 1. Owen (1983) sugere valores entre 0,5 e 0,7.

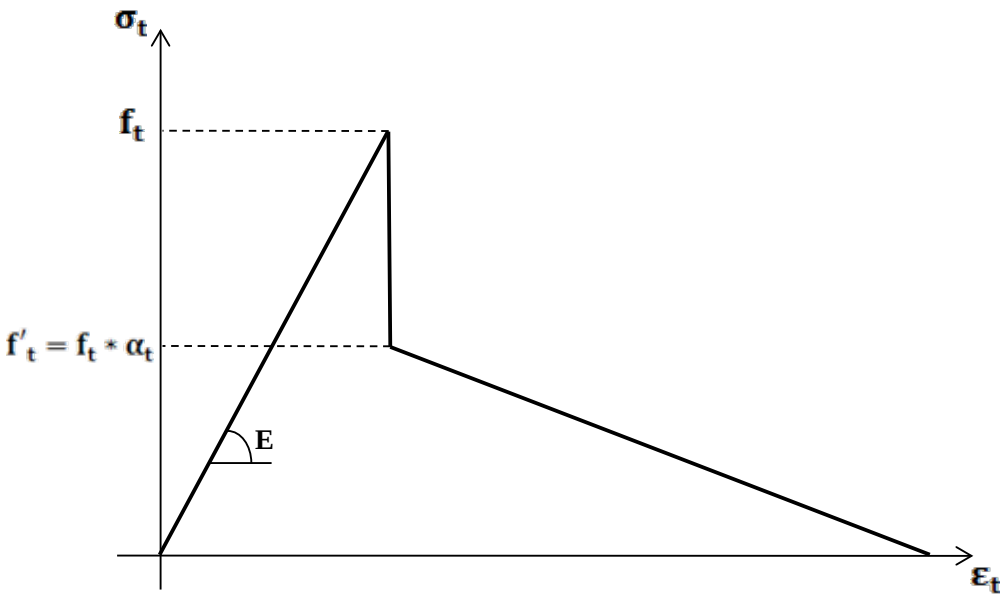


Figura 2.51 – Consideração do efeito de "*tension-stiffening*" para concreto armado

A adoção de concreto projetado como revestimento primário de túneis traz ao projeto o desafio da determinação de parâmetros mecânicos desse material. Trata-se de um material

lançado na parede do túnel, e que assim como o concreto moldado, apresenta resistência e deformabilidade crescentes com o tempo. A realização de ensaios com esse material é dificultada uma vez que a extração desse material da parede do túnel só é viável para resistência a compressão a partir de 5 a 10 MPa. Por outro lado a moldagem de corpos de prova pode não refletir a realidade do material, uma vez que, as paredes do molde são indeformáveis.

Dessa forma medidas indiretas da resistência a compressão e deformabilidade do concreto projetado são encontradas na literatura. Um dos pioneiros no estudo da resistência do concreto projetado a baixas idades é Sällström que em 1969 realizou ensaios de penetração, adaptados de ensaios executados em solo, para determinação indireta da resistência a compressão do material. Aquele autor propõe dois métodos para a realização destas medidas.

No primeiro deles são empregadas agulhas padronizadas que são cravadas no concreto. Existem duas variantes do método, em uma, idealizada para concretos com resistência de até 0,8 MPa a agulha é cravada até uma profundidade predeterminada e a força decorrente deste processo é registrada. Trata-se do Penetrômetro de Profundidade Constante (PPC). Por sua vez, o Penetrômetro de Energia Constante, é empregado para resistências acima de 0,8 MPa até o limite em que a extração de blocos seja permitida (5-10 MPa) e consiste na queda livre de uma agulha padronizada. Neste caso a medida a ser realizada, é a da profundidade atingida por esta agulha. Limita o método operações de medida de resistência na parede e teto do túnel.

O outro método trata do disparo de um pino padronizado contra o concreto onde é medida a profundidade atingida e a força necessária para retirar o pino. Comenta-se que os dois métodos têm seus resultados influenciados pela dimensão dos agregados encontrados no concreto projetado. O aumento da dimensão do agregado faz com que a resistência à penetração cresça consideravelmente, o que leva a processos de calibração a cada traço adotado.

Encontra-se em Chang (1994) um outro método para determinação da resistência do concreto a baixas idades. Trata-se da cravação de uma barra retangular no concreto projetado instantes após seu lançamento. Aplica-se a esta barra um torque e medem-se os deslocamentos angulares obtidos. Relacionam-se estes resultados à resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto. A Figura 2.52 apresenta esquematicamente o ensaio e a

relação mencionada anteriormente, comenta-se que os parâmetros α e β são determinados em ensaios de calibração realizados em laboratório.

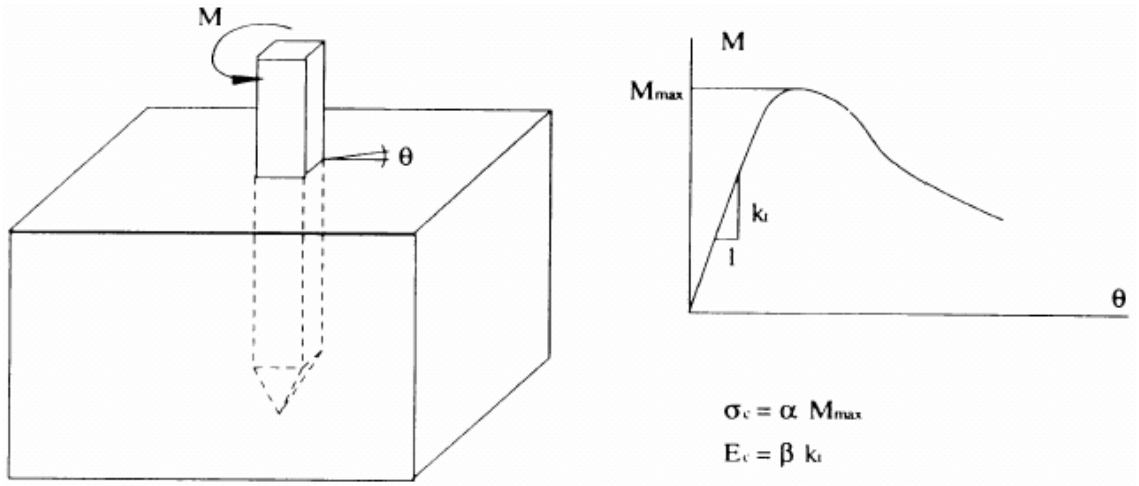


Figura 2.52 – Método de ensaio para determinação do módulo de elasticidade e resistência a compressão para o concreto a baixas idade (Chang, 1994)

O crescimento da resistência à compressão do concreto é apresentado por Chang (1994) a partir da compilação de dados entre 1970 e 1994. Nesta compilação encontram-se concretos fabricados de modos distintos. Concreto projetado via seca e úmida, presença de plastificante, adição de fibras entre outras são as características variáveis do material nesta compilação. Isto faz com que se tenha grande dispersão dos resultados obtidos, mas que ao mesmo tempo permite cobrir uma faixa extensa de comportamento do material. Apresenta-se na Equação 2.57 a relação proposta por Chang 1994 para o crescimento da resistência do concreto.

$$\sigma_c = 1{,}105.\,\sigma_{c28}.\,e^{\left(\frac{-0{,}743}{t^{0{,}7}}\right)} \qquad (2.57)$$

Onde:

t - Tempo em dias;

σ_c - Resistência a compressão do concreto no tempo "t" (MPa);

σ_{c28} - Resistência a compressão do concreto aos 28 dias (MPa).

Uma outra representação do crescimento da resistência do concreto pode ser encontrada na Sociedade Austríaca de Concreto (ÖBV, 1989). Nesta representação o crescimento da resistência é tratado de forma diferenciada entre o primeiro dia e os subseqüentes. As Equações para estes dois casos são apresentadas em 2.58 e 2.59.

$$f_c = f_{c1}\left(\frac{t+0{,}12}{24}\right)^{0{,}72453} \text{ para } t < 24\ horas \qquad (2.58)$$

$$f_c = a_c . e^{\left(\frac{b_c}{t}\right)} \text{ para } t > 24\ horas \qquad (2.59)$$

Onde:

t - Tempo em horas;

f_{c1} - Resistência a compressão do concreto para t = 1 dia de idade (MPa);

f_{c28} - Resistência a compressão do concreto aos 28 dias (MPa);

a_c, b_c, k - Parâmetros da equação, e definidos nas Equações 2.60, 2.61 e 2.62 respectivamente.

$$a_c = \frac{f_{c28}}{e^{\frac{ln(k)}{27}}} \ (2.60) \qquad b_c = -\frac{672}{27} . ln(k) \ (2.61) \qquad k = \frac{f_{c1}}{f_{c28}} (2.62)$$

A Figura 2.53 apresenta uma compilação de resultados do crescimento da resistência com o tempo obtida por FERREIRA (2004). Nesta compilação encontram-se as relações de CHANG (1994) e da ÖBV (1989) além desses encontram-se resultados experimentais de compressão uniaxial em concreto projetado e campo e fornecidos por: BLANCK (1974), CHITUNDA (1974), TYNES & McCLEESE (1974), BORIS et al. (1973), PARKER et al. (1975), FERNADEZ et al. (1975), MASON (1970), LERMAN (1970), KLOSTERMAN (1968), KLOBER (1966), LITVIN & SHIDELER (1966).

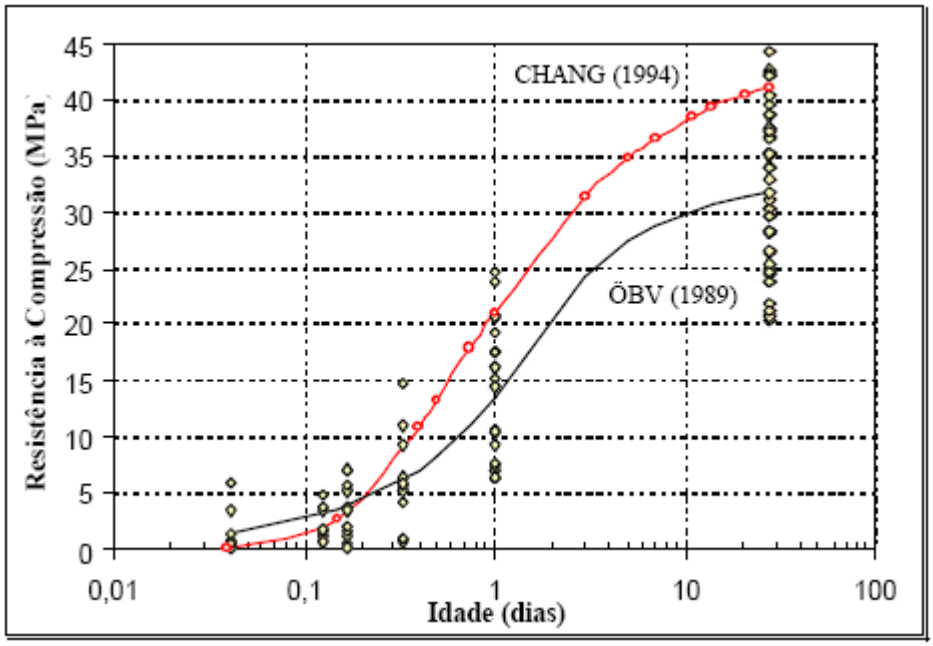


Figura 2.53 - Compilação de resultados de campo relativos a resistência a compressão do concreto projetado (FERREIRA, 2004)

Segundo GOMES (2006) observa-se na Figura 2.53 uma grande dispersão dos resultados obtidos. A curva de CHANG (1994) pode ser visualizada como um limite superior dos dados apresentados, já a curva da ÖBV (1989) conduz a valores médios.

A Figura 2.54 apresenta relações entre tensão e deformação para corpos de prova cúbicos e projetados de maneira similar as operações de campo. Esses resultados são de Aydan et al. (1992) e decorrem de ensaios de compressão uniaxial e triaxiais.

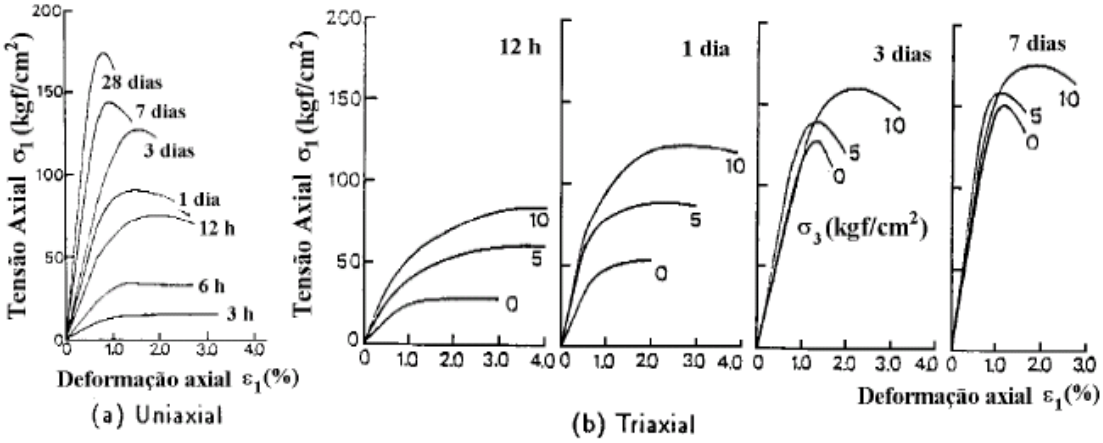


Figura 2.54 - Resultados de ensaios uniaxiais e triaxiais obtidos por Aydan et al. (1992)

A partir da Figura 2.54 observa-se que a baixas idades (3h, 6h e 12h) o concreto ensaiado uniaxialmente apresenta um comportamento tipicamente dúctil. A partir dessa idade verifica-se o desenvolvimento de um comportamento frágil. Nota-se também que o efeito da tensão de confinamento apresenta influência marcante a baixas idades (12h e 24h). Nestes casos verifica-se afastamento considerável entre as curvas (tensão de confinamento de 0, 5 e 10 kgf/cm^2) e comportamento dúctil do material. Para os outros casos observa-se também um efeito da tensão de confinamento na resistência, entretanto, menos pronunciado que para os outros casos. Além disso, para essas idades, verifica-se um comportamento frágil do material.

Chang (1994) apresenta ainda uma relação para determinação do módulo de elasticidade em função do tempo. Esta relação é baseada em resultados experimentais obtidos por Huber (1991) e Fishnaller (1992):

$$E_c = 1{,}062 . E_{c28} . e^{\left(\frac{-0{,}446}{t^{0{,}7}}\right)} \qquad (2.63)$$

Onde:

t - Tempo em dias;

E_c - Módulo de elasticidade do concreto no tempo "t" (MPa);

E_{c28} - Módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias (MPa).

O CEB-FIP (1990) apresenta também uma relação entre o módulo de elasticidade e a idade do concreto. Essa relação é apresentada na Equação 2.64 e descreve o comportamento

para duas fases distintas, uma antes dos 28 dias e variável, e uma outra, após os 28 dias e constante.

$$E = E_{28}.\beta_E(t) \tag{2.64}$$

Onde: $$\beta_E = \left(0{,}85 + \frac{100{,}8}{t}\right)^{0{,}5} \text{ para } t \leq 672\text{horas}$$

$$\beta_E = 1 \qquad \text{para } t > 672horas$$

Segundo Ferreira (2004) existe ressalva na adoção da relação apresentada em 2.63 para concreto projetado em idade de hidratação recente, uma vez que o comportamento pode não ser descrito de maneira adequada.

2.5 - Considerações Finais

Apresentaram-se neste capítulo características mecânicas dos materiais envolvidos na execução de uma obra subterrânea e que servem como base para o desenvolvimento de simulações numéricas, ou concepção de projetos, que envolvam materiais como solo, rocha, concreto e aço. Algumas considerações podem ser feitas sobre o exposto nos itens deste capítulo, como:

- A característica de algumas superfícies de plastificação de possibilitar a representação de resistência diferente em meridianos diferentes (triaxial convencional e extensão lateral) mostrou-se muito útil à representação de materiais como diversos tipos de rocha. Este fato pode ser observado nos resultados experimentais, onde na proximidade do meridiano de tração são encontradas as menores afastamentos ao eixo hidrostatico. Ensaios de cilindro oco mostraram grande potencial para determinação do comportamento do material carregado em diferentes ângulos de similaridade;
- A representação do material em estado plástico, através de uma regra de fluxo não associativo mostrou maior proximidade aos resultados encontrados na literatura. Além disso mostrou-se que a dilatância é variável com o confinamento, dimensão da amostra estudada e com a plastificação sofrida pelo material;
- A influência do estado de tensão no modo de ruptura pode ser observada, quanto maior o confinamento mais próximo o comportamento dúctil, por outro lado, o baixo

confinamento ou a proximidade do meridiano de tração tornam o comportamento frágil;

- O crescimento da resistência e deformabilidade do concreto com o tempo podem ser estimados de maneira razoável a partir de ensaios indiretos. As relações apresentadas mostram boa coerência com os resultados experimentais. A dificuldade na reprodução das condições de projeção do concreto é a principal dificuldade na determinação precisa das propriedades do material.

Capítulo 3

3 - Aspectos de Escavações Subterrâneas

3.1 - Introdução

O projeto e a construção de túneis exigem como pré-requisito básico a garantia de estabilidade mecânica no decorrer de sua implantação e operação. Tal exigência está intrinsecamente relacionada a deformabilidade, resistência e permeabilidade do maciço no qual se realizará a escavação subterrânea. Um sistema de suporte adequado e compatível com as características do maciço deve ser adotado.

As características do maciço devem ser cautelosamente avaliadas. Tratando-se normalmente de obras de considerável extensão, a variabilidade do maciço influenciará a escolha do sistema de suporte a ser adotado. Informações sobre as características mecânicas da rocha constituinte do maciço e das descontinuidades presentes no mesmo devem ser obtidas em quantidade e qualidade suficientes a atender o projeto da estrutura. Estas características, imprescindivelmente, são obtidas através de ensaios de laboratório e campo.

Em linhas gerais o sistema de suporte deve ser projetado visando a resistir aos esforços impostos pelo maciço, criando uma interação estrutural entre ambos em uma faixa determinada de deformação, de forma a garantir a segurança do conjunto. Neste aspecto, atualmente, duas soluções podem ser observadas. Uma delas é a construção de túneis através do método convencional, que com algumas peculiaridades é chamado em alguns países, inclusive no Brasil, de NATM (*New Austrian Tunneling Method*); o maciço é escavado através de desmonte ou mecanicamente, com posterior aplicação de concreto projetado e tirantes como estruturas de suporte para estabilização do maciço. Neste sistema o concreto projetado, devido a suas características mecânicas a baixas idades, permite a deformação controlada do maciço. Com o ganho de resistência ao longo do tempo, o concreto passa a absorver maiores esforços, impondo ao maciço menores deformações.

A outra solução é a execução de túneis com o uso de tuneladoras, também apresentadas como TBMs (*Tunneling Boring Machines*). Na execução de túneis com estes equipamentos, a perfuração do maciço é realizada mecanicamente por discos de corte localizados em sua região frontal, com posterior instalação de anéis de concreto pré-moldado. Neste método o maciço não revestido se mantém estável durante o tempo de auto-sustentação e é protegido pela própria couraça da máquina.

Os principais sistemas de suporte de um túnel compreendem: concreto, tirantes e/ou chumbadores e cambotas metálicas. O maciço também pode ser tratado para melhorar a interação. A escolha do suporte a ser adotado é função das características do maciço e dimensões da escavação subterrânea. Em alguns casos, como o de maciços de grande competência, pode-se prescindir do sistema de suporte, uma vez que, a resistência disponível é maior que a solicitação imposta pela escavação.

O dimensionamento adequado do suporte de uma escavação subterrânea, por sua vez, apresenta-se como um desafio ao projetista e construtor de tais obras. A indeterminação dos mecanismos de interação e transferência de carga para a estrutura pode ser apontada como uma das maiores dificuldades. Este fato está diretamente relacionado à variabilidade das características físicas encontradas no maciço, ou seja, o responsável pelos esforços gerados no suporte.

Apresentam-se neste capítulo técnicas desenvolvidas para o estudo das escavações subterrâneas. Uma primeira abordagem trata o problema de forma empírica, através das classificações geomecânicas. Para este caso experiências de sucesso, ou não, relacionadas às características físicas do maciço regem as recomendações para a escavação subterrânea a ser realizada. Por outro lado soluções analíticas são apresentadas para determinação das relações entre tensão e deformação resultantes do processo de escavação. Por fim são apresentadas simulações numéricas observando o comportamento estrutural e reológico do concreto.

3.2 - Classificações Geomecânicas

Para uma escavação subterrânea,as classificações geomecânicas relacionam características físicas a um comportamento esperado do maciço. Foram estabelecidas a partir de experiências de sucesso, ou não, e dessa forma tomam caráter empírico. Indicam e quantificam possíveis sistemas de suporte a serem adotados. Devem ser empregadas com cautela, uma vez que alguns dos parâmetros de entrada podem apresentar quantificação subjetiva.

Em 1946 encontra-se a primeira publicação técnica a respeito do emprego de classificação geomecânica para o projeto de suporte de túneis. Esta classificação, apresentada por Terzaghi (1946), foi estruturada a partir de túneis construídos nos Alpes, com suporte de perfis metálicos isolados e interconectados, pressionados contra o maciço com cunhas de madeira. A partir de medidas de deformação nestas cunhas era possível conhecer a carga aplicada pelo maciço, e relacioná-la às características físicas do mesmo. Na Figura 3.1 apresenta-se o esquema geométrico adotado por Terzaghi para determinação da tensão vertical atuante no suporte do túnel.

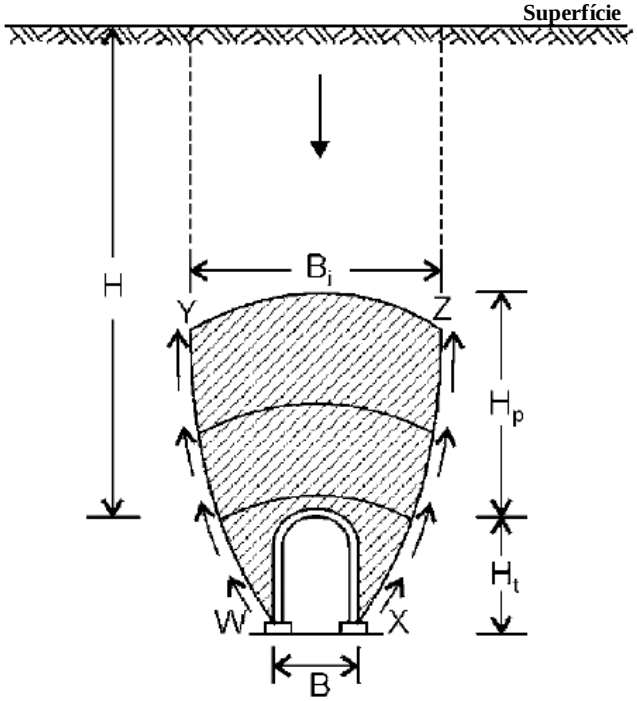


Figura 3.1 – Esquema apresentado por Terzaghi, 1946 para determinação da tensão vertical atuante no suporte do túnel

Na Figura 3.1, H é a profundidade do túnel; B é a dimensão da base do túnel, Ht é a dimensão da altura do túnel e Hp representa a dimensão de material instável sobre o túnel a ser sustentado pela estrutura de suporte. Hp é obtido a partir das características físicas do maciço e geométricas do túnel (B e Ht). Na Equação 3.1 apresenta-se a determinação dos esforços verticais no suporte segundo Terzaghi (1946).

$$P_v = \gamma * H_p \tag{3.1}$$

Onde:

γ - Peso especifico do maciço.

É importante salientar o caráter de “carregamento” apenas que o maciço representava. O carregamento tinha de ser resistido pelo suporte, e não se consideravam ainda conceitos de colaboração maciço-suporte que passaram a ser considerados décadas depois, principalmente depois da introdução das ancoragens.

Vários sistemas de classificações geomecânicas surgiram nas décadas seguintes. Os dois que mais se notabilizaram e são os mais utilizados até hoje são o *Rock Mass Rating* RMR (Bieniawski, 1973) e o sitema Q (Barton et al., 1974).

A classificação RMR foi desenvolvida a partir da experiência de seu autor em túneis rasos executados na África do Sul (Kaiser et al. 1986). Os atributos do maciço rochoso considerados para avaliação do RMR são: resistência à compressão simples da rocha intacta, *rock quality designation* RQD (percentagem da soma dos comprimentos de fragmentos maiores que 10cm de um testemunho de sondagem de 5 cm de diâmetro em relação ao comprimento sondado correspondente ao testemunho), espaçamento das descontinuidades, condição das descontinuidades, ação da água subterrânea e orientação das descontinuidades em relação à escavação.

Os atributos considerados pelo sistema Q são: RQD, número de famílias de descontinuidades, rugosidade das paredes das juntas, grau de alteração das paredes das juntas, ação da água subterrânea e estado de tensões no maciço.RMR e Q têm sido bastante usados não apenas para estimar as quantidades relativas ao suporte de túneis, como espessura de concreto projetado, comprimento e espaçamento de tirantes, tempo de auto-sustentação em função da dimensão da escavação, etc.

Os índices são também muito utilizados como base para correlações empíricas com propriedades de engenharia na escala do maciço rochoso, como deformabilidade, resistência, condutividade hidráulica, etc.

Uma relação entre o valor obtido através da classificação geomecãnica *Q* e os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb (c - coesão e Ø - ângulo de atrito) são apresentadas por Barton em 2007, e encontram-se expressas nas Equações 3.2 e 3.3.

$$\phi = \mathrm{atan}\left(\frac{J_r}{J_a} * \frac{J_w}{1}\right) \tag{3.2}$$

$$c = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{1}{SRF} \cdot \frac{\sigma_c}{100} \tag{3.3}$$

Para a deformabilidade do maciço rochoso Bieniawski (1978) sugere a relação apresentada na Equação 3.4. O autor indica que esta relação deve ser empregada para casos onde o valor do RMR seja superior a 50 e a resistência a compressão da rocha intacta ser superior a 100 MPa. Para valores de RMR inferiores a 50, Serafim e Pereira (1983) apresentam a relação encontrada na Equação 3.5. Na Figura 3.2 apresentam-se estas relações entre o módulo de elasticidade do maciço e o valor do RMR.

$$E = 2.\mathrm{RMR} - 100\ (\mathrm{GPa}) \tag{3.4}$$

$$E = 10^{\frac{\mathrm{RMR}-10}{40}}(\mathrm{GPa}) \tag{3.5}$$

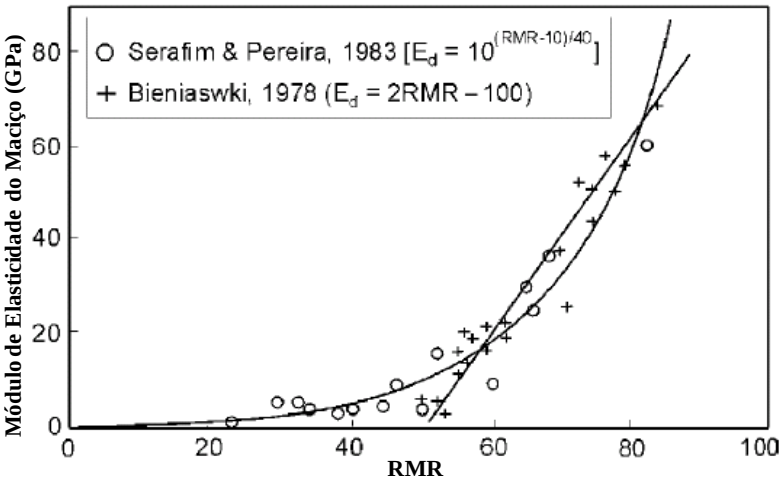


Figura 3.2 – Relação entre módulo de elasticidade e valores RMR (Bieniawski, 1984)

As sugestões relativas as necessidades da estrutura de suporte de túneis são apresentadas na Figura 3.3 e Tabela 3.1.

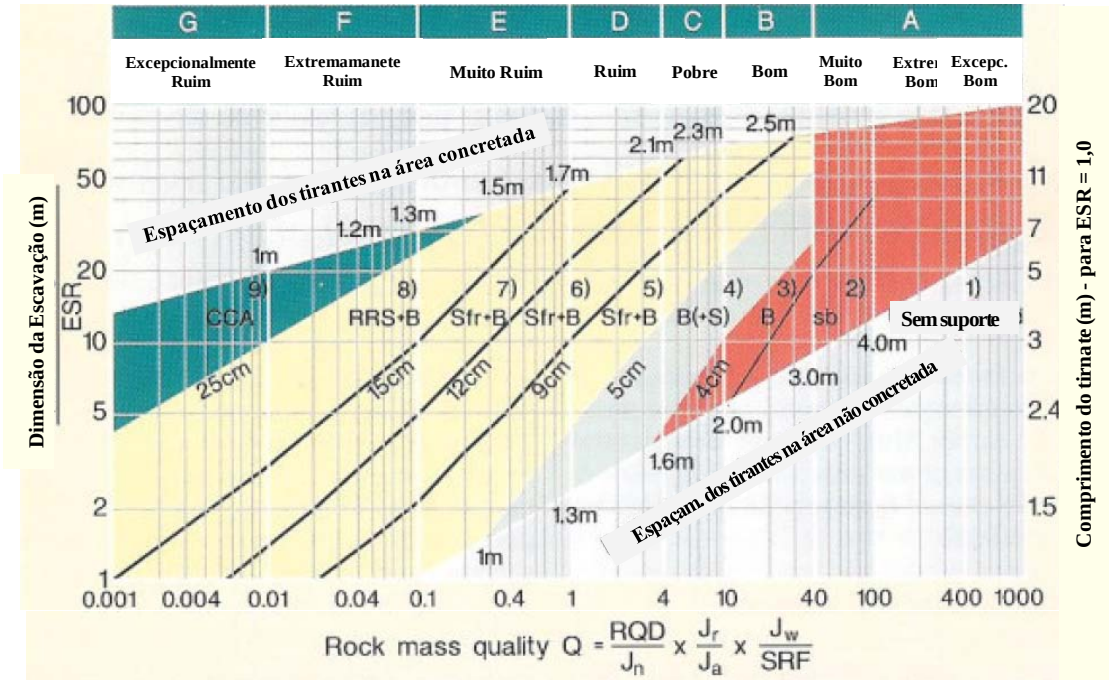


Figura 3.3 – Relação entre a dimensão equivalente e *Q* (Grimstad e Barton, 1993)

Tabela 3.1 - Recomendações de suporte (Grimstand e Barton, 1993)

1) Sem suporte	**6) Concreto projetado reforçado com fibras (9 a 12cm)e tirantes**
2) Tirantes esporádicos	**7) Concreto projetado reforçado com fibras (12 a 15cm) e tirantes**
3) Tirantes sistemáticos	**8) Concreto projetado reforçado com fibras (>15cm), cambotas, e tirantes**
4) Tirantes sistemáticos e concreto projetado não reforçado (4 a 10cm)	**9) Concreto moldado *in-loco***
5) Concreto projetado reforçado com fibras (5 a 9cm) e tirantes	

O parâmetro ESR relaciona-se à natureza da obra, ou seja, a destinação que será dada a escavação subterrânea a ser realizada. Obras de maior responsabilidade como o caso de centrais nucleares e túneis metroviários correspondem a baixos valores de ESR. Por outro lado, escavações de galerias provisórias de minas e túneis-piloto recebem pontuação maior. Na Tabela 3.2 são apresentados sugestões de valores de ESR para diferentes tipos de obras.

Tabela 3.2 - Valores de ESR em função da natureza da escavação.

Natureza da escavação	***ESR***
A. Galerias provisórias de minas	3 – 5
B. Galerias permanentes de minas, túneis e galerias de adução (exceto condutos forçados sob altas pressões), túneis-piloto, câmaras e galerias para escavações de grande porte	1,6
C. Escavações para estocagem, estações de tratamento d'água, túneis rodoviários e ferroviários (obras correntes), túneis de acesso	1,3
D. Escavações para casas de força, túneis rodoviários e ferroviários (obras especiais), obras de defesa, emboques e interseções de túneis	1,0
E. Escavações para centrais nucleares, túneis metroviários, instalações para desenvolvimento de atividade humana	0,8

As bases de dados dos dois sistemas têm sido continuamente atualizadas com informações de novas obras o que tem propiciado seguidas revisões.

Mais recentemente, Hoek (1994) introduziu outro índice, o *Geological Strength Index* (GSI) para avaliação dos parâmetros do critério de resistência de maciços rochosos proposto por Hoek e Brown (1980).

O GSI foi introduzido para servir de base de correlação aos parâmetros da superfície de plastificação de Hoek-Brown para maciços rochosos. Esta superfície, no desenvolvimento de 2002 realizado por Hoek, Carranza-Torres e Corkum, encontra-se expressa na Equação 3.6.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \left(\sigma_{ci} m_b . \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^a \qquad (3.6)$$

Onde:

σ_1, σ_3 - Tensões principais maior e menor respectivamente;

σ_{ci}- Resistência a compressão uniaxial da rocha intacta;

m_b, s, a - Parâmetros do material, relacionados ao valor determinado para o GSI.

Os parâmetros do material m_b, s e a são determinados através das relações apresentadas nas Equações 3.7, 3.8 e 3.9.

$$m_b = m_i . \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right) \quad (3.7)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right) \quad (3.8)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} . \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3}\right) \quad (3.9)$$

Onde:

m_i - Parâmetro que pode ser obtido através de ensaios triaxiais, ou quando na indisponibilidade destes, pode ser adotado em função do comportamento da rocha.

D - Parâmetro relacionado ao distúrbio sofrido pelo maciço em decorrência do uso de explosivos ou relaxamento de tensões. Maciços não perturbados tem esse valor fixado em 0, maciços muito perturbados recebem o valor de 1.

A resistência a compressão uniaxial ($\sigma_{c,mr}$) e a tração ($\sigma_{t,mr}$), do maciço rochoso, são obtidas por:

$$\sigma_{c,mr} = \sigma_{ci} . s^a \quad (3.10) \qquad \sigma_{t,mr} = -\frac{s . \sigma_{ci}}{m_b} \quad (3.11)$$

Hoek e Diederichs (2006), a partir de resultados obtidos em campo, apresentam a seguinte equação para a determinação do módulo de elasticidade do maciço rochoso (E_{mr}).

$$E_{mr} = E_{i.} \left\{ 0{,}02 + \frac{1 - D/2}{1 + \exp\left[\frac{(60 + 15D - GSI)}{11}\right]} \right\} \quad (3.12)$$

Onde:

E_i - Módulo de elasticidade da rocha intacta.

3.3 - Comportamento Mecânico

No tópico anterior foram apresentadas classificações geomecânicas que auxiliam na seleção de um sistema de suporte a partir de características do maciço rochoso. Neste tópico serão apresentados relações mecanicistas que possibilitam a quantificação dos esforços, decorrentes de uma escavação, no maciço e no suporte instalado.

As primeiras soluções analíticas empregadas nos estudos mecânicos de escavações subterrâneas decorrem de pesquisas desenvolvidas para a quantificação de esforços resultantes de uma abertura em meio elástico. As soluções de Lamé (1852), Kirsch (1898) e Inglis (1913) representam este tipo de solução.

O primeiro modelo a ser apresentado trata da solução analítica de Kirsch de 1898.Esta solução permite determinar as tensões e deslocamentos de uma abertura circular de raio *a*, submetido a um estado de tensões principais *P1* e *P2*, em estado plano de deformações através das seguintes equações:

$$u_r = \frac{1}{4}\frac{(p1+p2)}{G}\left(\frac{a^2}{r}\right) + \frac{1}{4}\frac{(p1-p2)}{G}\left(\frac{a^2}{r}\right)\left(4 - 4\upsilon - \frac{a^2}{r^2}\right)\cos(2\theta) \qquad (3.13)$$

$$u_\theta = -\frac{1}{4}\frac{(p1-p2)}{G}\left(\frac{a^2}{r}\right)\left[2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2}\right]\mathrm{sen}(2\theta) \qquad (3.14)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{2}(p1+p2)\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{1}{2}(p1-p2)\left(1 - \frac{4a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos(2\theta) \qquad (3.15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(p1+p2)\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{1}{2}(p1-p2)\left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right)\cos(2\theta) \qquad (3.16)$$

$$\tau_{\theta r} = -\frac{1}{2}(p1-p2)\left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4}\right)\mathrm{sen}(2\theta) \qquad (3.17)$$

Onde:
G - Módulo de cisalhamento;
r, θ - Coordenadas polares do ponto;
u_r, u_θ - deslocamento radial e tangencial, respectivamente;
σ_r, σ_θ e $\tau_{r\theta}$ - Tensões radiais, tangenciais e cisalhantes, respectivamente.

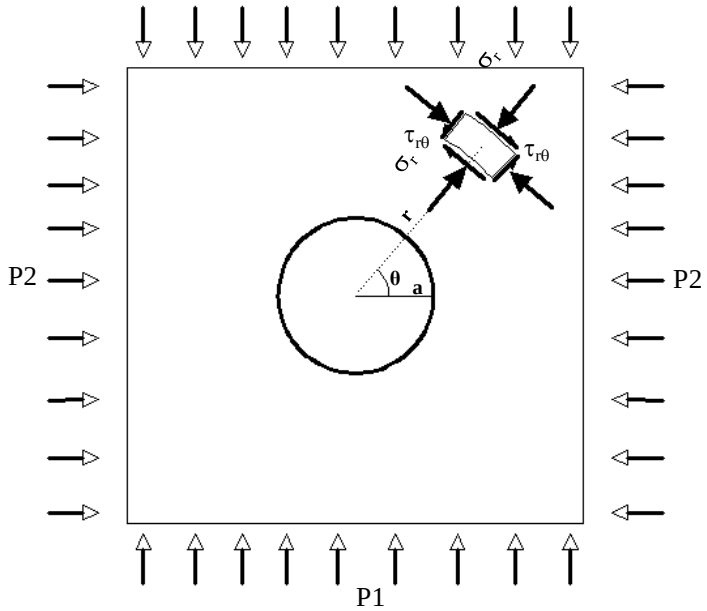


Figura 3.4 – Esquema da solução de Kirsch, 1898

Na Figura 3.4 apresenta-se esquematicamente a concepção geométrica da solução de Kirsch 1898. Através das equações 3.13 a 3.17 é possível determinar as tensões e deslocamentos para pontos quaisquer externos a abertura.

As soluções de Lamé (1852) e Inglis (1913) são apresentadas em Fairhurst e Carranza-Torres (2002) e são esquematicamente apresentadas na Figura 3.5.

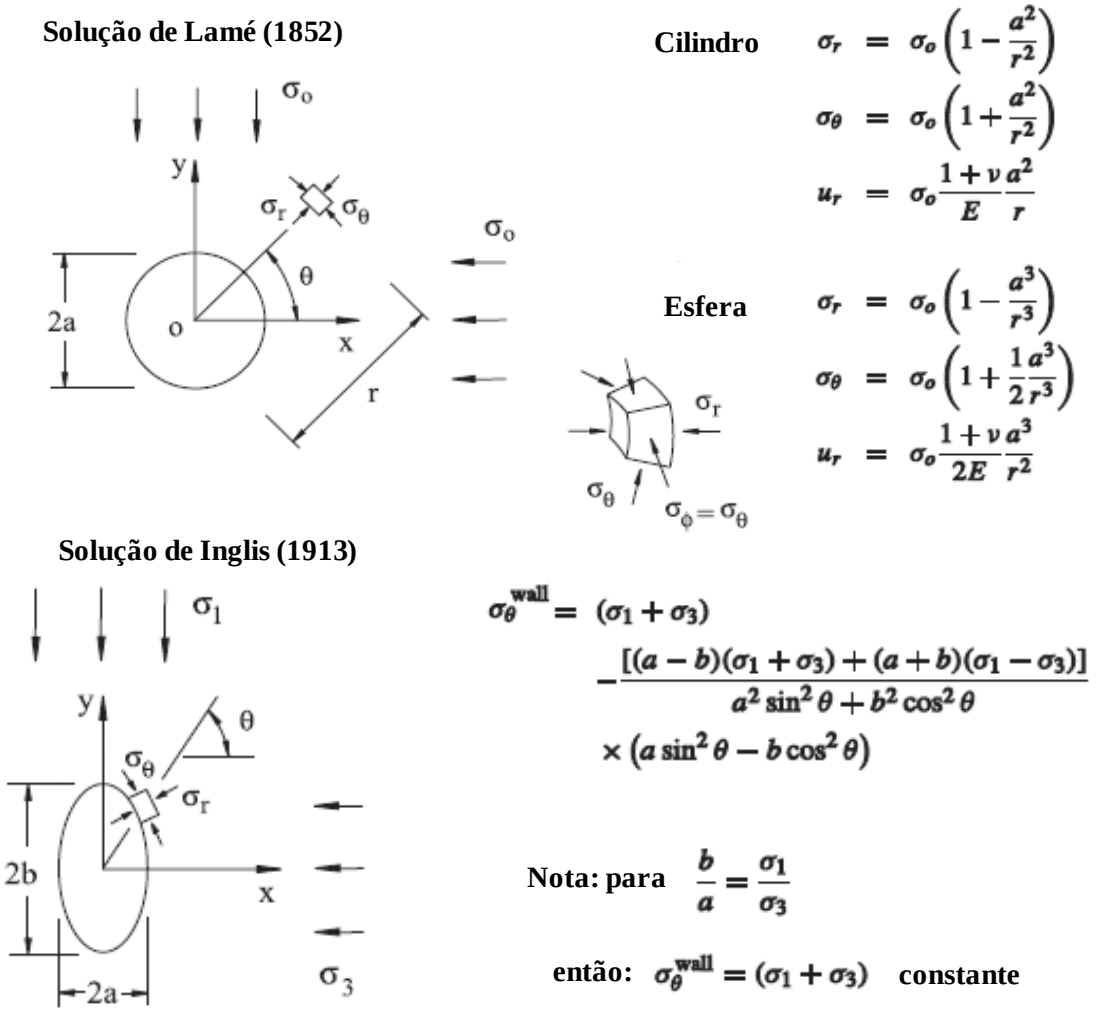


Figura 3.5 – Soluções de Lamé (1852) e Inglis (1913) (segundo Fairhurst e Carranza-Torres, 2002)

Observa-se na Figura 3.5 que a solução de Lamé (1852) é desenvolvida para estados de tensão hidrostáticos, e pode ser empregada para determinação de esforços em aberturas cilíndricas e esféricas. A solução de Inglis (1913), por sua vez, permite a determinação de esforços em aberturas elípticas com carregamento biaxial.

Soluções como as apresentadas anteriormente permitem conhecer a distribuição de tensões e deslocamentos ao longo da extensão do maciço, assim como seus valores mínimos e máximos. Dessa forma são ferramentas interessantes para análises iniciais de uma escavação

subterrânea. Entretanto neste tipo de solução não é possível a análise da influência da posição da frente de escavação e a interação entre maciço e suporte, aspectos estes, de complexidade e relevância elevadas na execução de uma escavação subterrânea.

Para avaliação conjunta do comportamento de uma escavação subterrânea, ou seja, considerando o comportamento mecânico do maciço, a posição da frente de escavação e a interação entre maciço e suporte, pode-se empregar o método de convergência-confinamento. Para que as aproximações adotadas nos métodos de convergência-confinamento sejam aceitáveis em termos de erros, é essencial que prevaleçam condições de axisimetria como grande profundidade em relação ao diâmetro, isotropia de tensões e forma da escavação próxima da circular.

Busca-se através deste método representar o processo sequencial de uma escavação subterrânea. Este processo, supondo o revestimento instalado próximo a face de escavação, conduz a uma distribuição de carga (decorrente da escavação) entre o revestimento e face. Conforme a escavação avança, implicando em distanciamento da face, verifica-se um aumento de carga no suporte. Este processo é continuado até o ponto em que a face encontra-se distante o suficiente para não influenciar a carga aplicada ao suporte que, a partir deste ponto, é máxima.

Este método envolve a construção e relação entre: curvas características do maciço GRC (*ground reaction curves*), do suporte SCC (*support characteristic curve*) e do comportamento longitudinal da escavação LDP (*longitudinal deformation profile*).

A curva característica do maciço é uma relação entre a pressão interna (p_i) aplicada no contorno da escavação e os deslocamentos radiais (u_r)na mesma linha. Para um túnel não escavado considera-se que a pressão interna (p_i) é igual à tensão inicial (σ_0), que corresponde a deslocamento radial (u_r) nulo. A partir deste ponto a pressão interna é diminuída e são computados valores de deslocamento radial.

Na Figura 3.6 são apresentadas as construções de curvas características considerando o maciço rochoso elástico (curva 1) e elasto-plástico (curva 2).Para o maciço elasto-plástico a plastificação é iniciada, quando a pressão interna atinge um valor crítico (p_i^{cr}). A não linearidade do comportamento do material é seguida pela curva característica da escavação. Para a construção da curva característica de um maciço rochoso elástico, a relação entre deslocamento radial e pressão interna é dada por:

$$u_r^{el} = \frac{p_0 - p_i}{2 * G_{rm}} * R \tag{3.18}$$

Onde:

G_{rm}- Módulo de cisalhamento do maciço rochoso;

R - Raio da escavação.

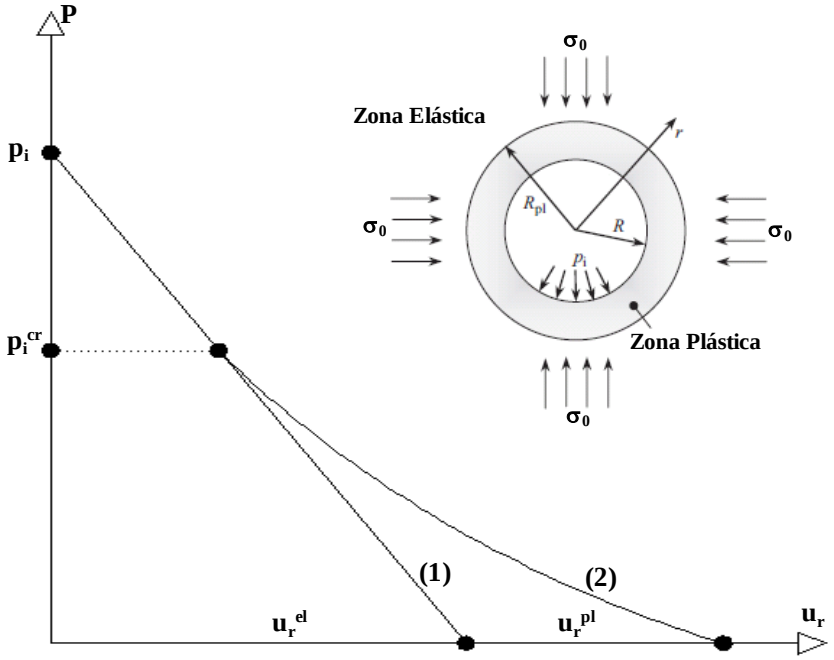


Figura 3.6 – Curva característica do maciço (GRC)

Carranza-Torres e Fairhurst (1999) apresentam uma solução para a construção de curvas características do maciço, considerando este regido pela superfície de plastificação de Hoek-Brown (parâmetro a = 0,5). Neste caso a parcela elástica de deslocamento (u_r^{el}) é definida pela Equação 3.18 e a plástica (u_r^{pl}) por:

$$\frac{u_r^{pl}}{R} \cdot \frac{2G_{rm}}{\sigma_0 - p_i^{cr}} = \frac{K_\psi - 1}{K_\psi + 1} + \frac{2}{K_\psi + 1} \cdot \left(\frac{R_{pl}}{R}\right)^{K_\psi + 1} + \frac{1 - 2\upsilon}{4(S_0 - P_i^{cr})}\left[\ln\left(\frac{R_{pl}}{R}\right)\right]^2$$
$$- \left[\frac{1 - 2\upsilon}{K_\psi + 1} \cdot \frac{\sqrt{P_i^{cr}}}{S_0 - P_i^{cr}} + \frac{1 - \upsilon}{2} \cdot \frac{K_\psi - 1}{(K_\psi + 1)^2} \cdot \frac{1}{S_0 - P_i^{cr}}\right] \cdot \left[(K_\psi + 1)\ln\left(\frac{R_{pl}}{R}\right)\right.$$
$$\left. - \left(\frac{R_{pl}}{R}\right)^{K_\psi + 1} + 1\right] \tag{3.19}$$

Onde:

ψ - Ângulo de dilatância;

$$K_\psi = \frac{1 + \operatorname{sen}\psi}{1 - \operatorname{sen}\psi} \tag{3.20}$$

$$P_i^{cr} = \frac{1}{16}\left[1 - \sqrt{1 + 16S_0}\right]^2 \quad (3.21)$$

$$S_0 = \frac{\sigma_0}{m_b.\sigma_{ci}} + \frac{s}{{m_b}^2} \quad (3.22)$$

m_b, σ_{ci}, s - Parâmetros de resistência da superfície de plastificação de Hoek-Brown;

$$p_i^{cr} = \left[P_i^{cr} - \frac{s}{{m_b}^2}\right] m_b.\sigma_{ci} \quad (3.23)$$

R_{pl} - Raio de plastificação, definido por:

$$R_{pl} = R.\exp\left[2\left(\sqrt{P_i^{cr}} - \sqrt{P_i}\right)\right] \quad (3.24)$$

$$P_i = \frac{p_i}{m_b\sigma_{ci}} + \frac{s}{{m_b}^2} \quad (3.25)$$

Duncan-Fama (1993) apresenta uma solução para construção da curva característica do maciço considerando este regido pela superfície de plastificação de Mohr-Coulomb. Neste caso os deslocamentos elásticos são definidos através da equação 3.18, e os plásticos (u_r^{pl}) por:

$$u_r^{pl} = \frac{R}{2G_{rm}}\left[2(1-\nu)(\sigma_0 - p_i^{cr})\left(\frac{R_{pl}}{R}\right)^2 - (1-2\nu)(\sigma_0 - p_i)\right] \quad (3.26)$$

Onde:

R_{pl} - Raio de plastificação é definido por:

$$R_{pl} = R\left[\frac{2\left(\sigma_0\left(K_p - 1\right) + \sigma_{cm}\right)}{(K_p + 1)\left(\left(K_p - 1\right)p_i + \sigma_{cm}\right)}\right]^{\frac{1}{K_p - 1}} \quad (3.27)$$

p_i^{cr} - Pressão interna crítica definida por:

$$p_i^{cr} = \frac{2\sigma_0 - \sigma_{cm}}{1 + K_p} \quad (3.28)$$

Com:

$$\sigma_{cm} = \frac{2c\cos\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \quad (3.29) \qquad K_p = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \quad (3.30)$$

c, Ø - Parâmetros de resistência da superfície de plastificação de Mohr-Coulomb.

A superfície de plastificação de Hoek-Brown generalizada, ou seja, para valores do parâmetro $a \neq 0.5$ exigem a adoção de uma solução numérica para a determinação da pressão

interna critica (p_i^{cr}) (Mammino e Tonon, 1997; Carranza-Torres e Fairhurst,1999; Carranza-Torres, 2004). Estas soluções podem ser obtidas em Carranza-Torres, (2004) e Chen e Tonon (2011).

O perfil longitudinal de deformação (LDP) relaciona, para uma escavação subterrânea, os deslocamentos verticais (que podem ser adimensionalizados por um valor máximo) e a distância (horizontal) a partir da frente de escavação. No método de convergência-confinamento é uma ferramenta fundamental, pois permite considerar a distancia da frente, ou estágio de escavação, para a instalação do suporte. Panet (1979) baseado em soluções numéricas axisimétricas considerando o maciço elástico, descreve este comportamento por:

Para Z>0 (trecho escavado):

$$u_r = c_0 + c_1\left[1 - \exp\left(-\frac{|Z|}{0.7R}\right)\right] \tag{3.31}$$

Para Z≤0 (trecho não escavado)

$$u_r = c_0 - c_0\left[1 - \exp\left(-\frac{|Z|}{0.7R}\right)\right] \tag{3.32}$$

Com:

$$c_0 = -\frac{\sigma_0 * R * h_0}{2G} \quad (3.33) \qquad\qquad c_1 = -\frac{\sigma_0 * R}{2G} * (1 - h_o) \quad (3.34)$$

Onde:

$h_0 \cong 1/3$;

σ_0 - Tensão inicial *in-situ*;

G = Módulo de cisalhamento do maciço;

Z = Distância da frente de escavação ao ponto de interesse.

Panet e Guenot (1982) e Panet (1983) apresentam uma relação adimensionalizada pelo máximo deslocamento vertical, para a determinação do perfil longitudinal de deformação (LDP) de uma escavação, destaca-se que esta decorre de análises axisimétricas elásticas, e é definida por:

$$\frac{u_r}{u_{r\infty}} = 0.28 + 0.72\left[1 - \left(\frac{0.84}{0.84 + \frac{Z}{R}}\right)^2\right] \tag{3.35}$$

Onde:

u_r - Deslocamento vertical no ponto de interesse;

$u_{r\infty}$ - Deslocamento vertical máximo suficientemente afastado da frente de escavação;

Z - Distancia da frente de escavação ao ponto de interesse;

R - Raio da escavação.

Panet (1995) apresenta uma nova relação para a construção do perfil longitudinal de deformação (LDP), dada por:

$$\frac{u_r}{u_{r\infty}} = 0.25 + 0.75\left[1 - \left(\frac{0.75}{0.75 + \frac{Z}{R}}\right)^2\right] \tag{3.36}$$

Na Figura 3.7 apresentam-se as construções de perfis longitudinais de deformação empregando as formulações de Panet (1979), Panet e Guenot (1982), Panet (1983) e Panet (1995). Os resultados apresentados são para um túnel circular com raio de 5 metros, módulo de elasticidade de 100 MPa, coeficiente de Poisson igual a 0,3 e tensão hidrostática de 1 MPa.

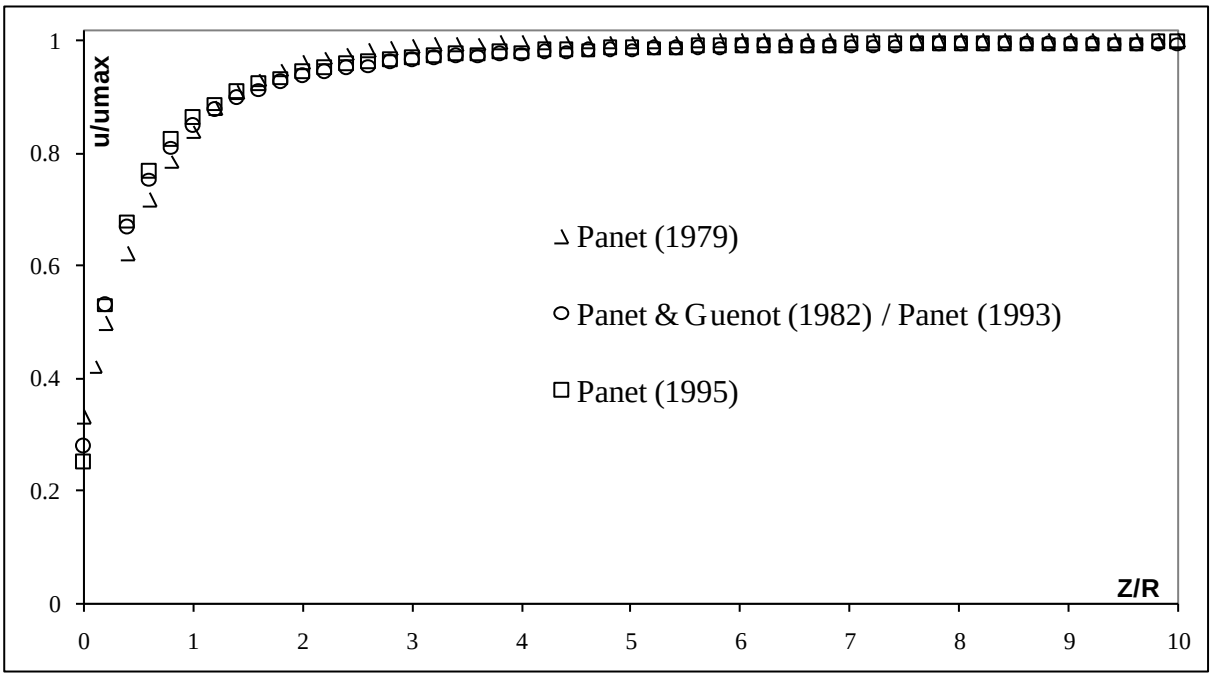


Figura 3.7 – Perfis longitudinais de deformação para soluções de Panet

É possível notar que o deslocamento encontrado na face da escavação, é decrescente com a atualização da solução, ou seja, Panet (1979) tem maior convergência na face do que Panet (1995). Por outro lado, ao longo da escavação as soluções mais recentes são mais convergentes que a de 1979.

Encontra-se também na literatura, uma solução considerando o maciço elástico obtida através de simulações numéricas tridimensionais, por Unlu e Gercek (2003). Nesta solução os autores investigaram a influência do coeficiente de Poisson no comportamento longitudinal da escavação e chegaram a solução que é definida por:

Para o trecho não escavado:

$$\frac{u_r}{u_{max}} = \frac{u_0}{u_{max}} + A_a\left[1 - e^{\left(B_a \cdot \frac{x}{R}\right)}\right] \tag{3.37}$$

Para o trecho escavado:

$$\frac{u_r}{u_{max}} = \frac{u_0}{u_{max}} + A_b \left\{ 1 - \left[\frac{B_b}{\left(A_b + \frac{x}{R}\right)} \right]^2 \right\} \tag{3.38}$$

Onde:

u_r - Deslocamento vertical no ponto de interesse;

u_{max} - Deslocamento máximo a ser considerado;

A_a, A_b, B_a e B_b - Parâmetros da solução de Unlu e Gercek, definidos por:

$$\frac{u_0}{u_{max}} = 0.22\nu + 0.19 \tag{3.39}$$

$$A_a = -0.22\nu - 0.19 \quad (3.40) \qquad A_b = -0.22\nu + 0.81 \quad (3.41)$$

$$B_a = 0.73\nu - 0.81 \quad (3.42) \qquad B_b = 0.39\nu + 0.65 \quad (3.43)$$

Nota-se que a solução apresentada por Unlu e Gercek (2003) além da consideração do efeito do coeficiente de Poisson na distribuição longitudinal de deformação, inclui formulações distintas para o trecho anterior e posterior a face. Vale comentar que esta solução foi obtida por aqueles autores a partir de simulações numéricas tridimensionais considerando um túnel com raio de 5 metros, módulo de elasticidade de 1500 MPa, tensão de hidrostática de 30 MPa e coeficientes de Poisson variando entre 0,05 e 0,45. Na Figura 3.8 apresentam-se alguns resultados desta solução.

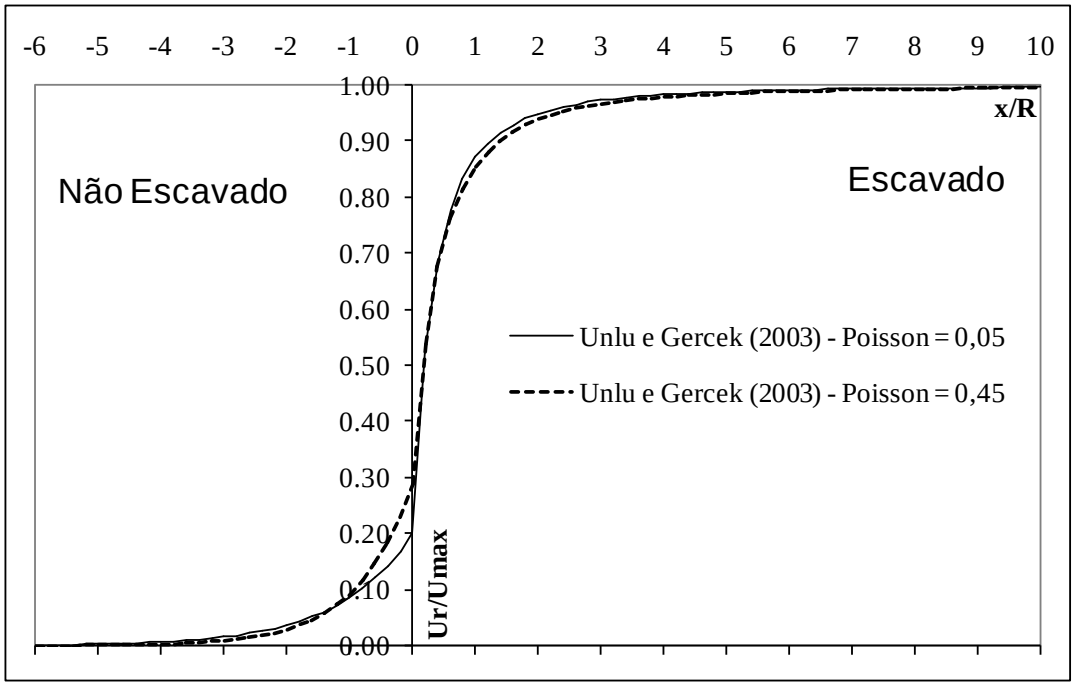


Figura 3.8 – Perfis longitudinais de deformação para solução de Unlu e Gercek (2003)

Observa-se na Figura 3.8, que segundo a solução de Unlu e Gercek (2003), quanto maior o coeficiente de Poisson maior o deslocamento encontrado na face. Verifica-se também que na região escavada do maciço o comportamento apresenta tendência contraria, ou seja, quanto maior o coeficiente de Poisson menor o valor de deslocamento.

Diederichs e Vlachopoulos (2009) apresentaram uma solução baseada em modelos axisimétricos, simulados numericamente considerando o maciço como elasto-plástico. Neste estudo os autores adotaram para as simulações a superfície de plastificação de Hoek-Brown. As simulações desenvolvidas por aqueles pesquisadores foram concebidas para um túnel de diâmetro de 2,5 metros escavado sequencialmente em lances de 1 metro. Foram selecionados para as simulações 9 maciços com diferentes comportamentos mecânicos conforme apresentado na Tabela 3.3. Na Figura 3.9 apresentam-se os perfis longitudinais de deslocamentos resultantes dessas análises.

Tabela 3.3 - Parâmetros adotados por Diederichs e Vlachopoulos (2009)

Maciço	σci (MPa)	mb	s	a	E(MPa)	R (m)	Po (MPa)
A	35	0,481	0,0002	0,531	1150	2,5	28
B	35	0,687	0,0007	0,516	2183	2,5	28
C	35	0,982	0,0022	0,508	4305	2,5	28
D	50	1,093	0,0031	0,507	7500	2,5	28
E	75	1,678	0,0117	0,503	11215	2,5	28
F	100	2,766	0,0536	0,501	27467	2,5	28
G (elást.)	-	-	-	-	1150	2,5	28

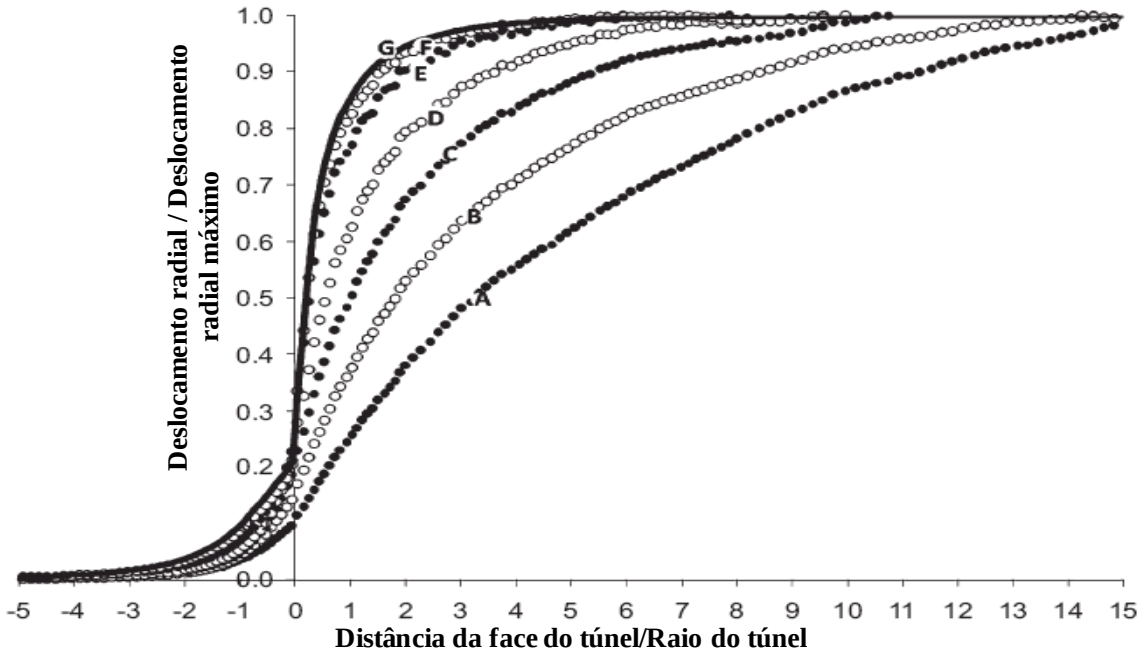


Figura 3.9 – LDP's obtidos por Vlachopoulos e Diederichs (2009)

A partir dos resultados apresentados na Figura 3.9 e dos raios de plastificação encontrados para cada um dos casos, os autores propuseram uma solução, relacionando o comportamento dos deslocamentos verticais ao longo da escavação e a relação entre raio e raio de plastificação. Estas relações são apresentadas para a região não escavada do maciço, para a frente de escavação e para a região escavada, e são dadas por:

Região não escavada:

$$u^* = \frac{u}{u_{max}} = u_o^*.e^{X^*} \tag{3.44}$$

Na frente de escavação:

$$u_0^* = \frac{u_0}{u_{max}} = \frac{1}{3}e^{-0,15R^*} \tag{3.45}$$

Região escavada:

$$u^* = \frac{u}{u_{max}} = 1 - (1 - u_0^*).e^{\frac{3X^*}{2R^*}} \tag{3.46}$$

Onde:

u, u_0, u_{max} - deslocamentos no ponto de interesse, na face e máximo, respectivamente;

u^*_0 - Relação entre o deslocamento na face e o máximo deslocamento;

R* - Relação entre o raio de plastificação e o raio do túnel;

X* - Relação entre a distância paralela ao eixo do túnel do ponto estudado e o raio do túnel.

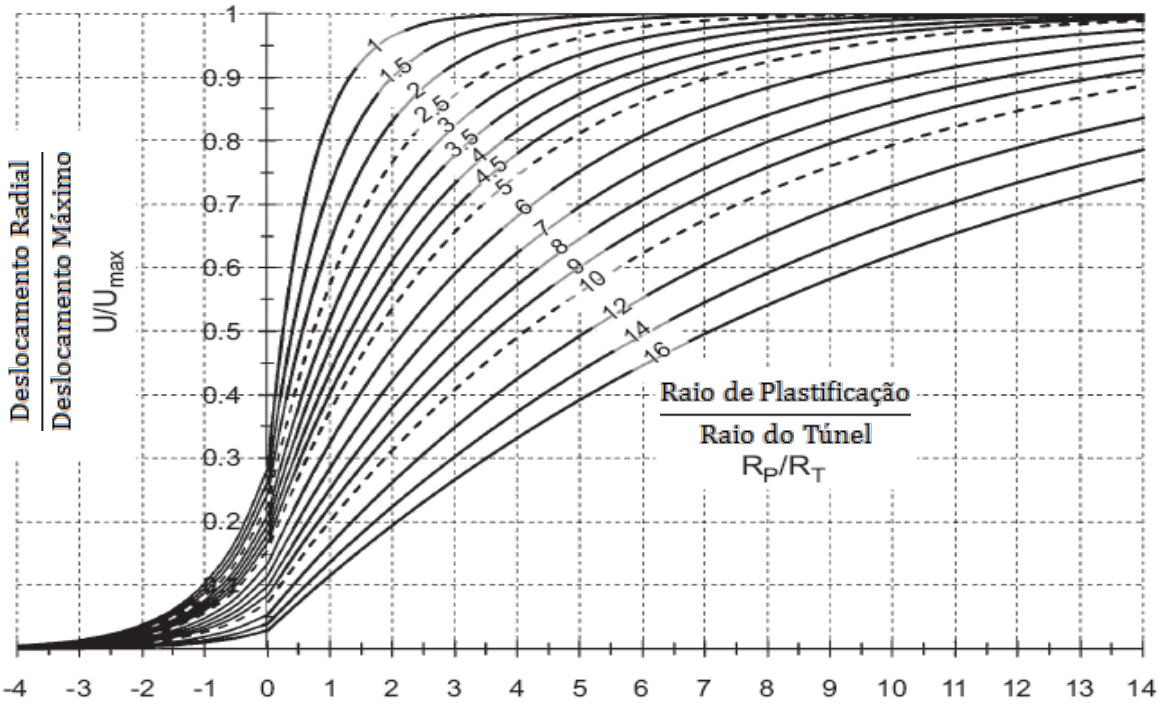


Figura 3.10 – Ábaco para determinação da LDP(Vlachopoulos e Diederichs, 2009)

Na Figura 3.10 apresenta-se um ábaco construído por Vlachopoulos e Diederichs (2009) a partir dos resultados das simulações numéricas desenvolvidas por estes autores. Neste ábaco encontram-se plotados perfis longitudinais de deslocamento para diferentes raios de plastificação. O intuito dos autores é que a partir de simulações bidimensionais em estado plano de deformação seja possível traçar uma LDP sem a necessidade da realização de análises axisimétricas. Esclarecendo, a partir do raio de plastificação obtido na simulação em estado plano de deformação e relacionando-o ao raio do túnel é possível conhecer a LDP da escavação.

A seguir são apresentadas curvas características do suporte (SCC), completando os elementos envolvidos no método de convergência-confinamento. Serão apresentadas as relações que conduzem as rigidezes (K_s) e cargas limites (p_s^{max}) do suporte conforme o trabalho de Carranza-Torres e Fairhurst (2000). Segundo os autores as equações apresentadas são adaptadas de Hoek e Brown (1980) e Brady e Brown (1985). São apresentadas soluções para suportes de concreto ou concreto projetado, cambotas intertravadas com blocos de madeira e tirantes ou cabos, e são definidas por:

Concreto ou concreto projetado:

$$p_s^{max} = \frac{\sigma_{cc}}{2}\left[1 - \frac{(R - t_c)^2}{R^2}\right] \tag{3.47}$$

$$K_s = \frac{E_c}{(1 - \nu_c)R}\frac{R^2 - (R - t_c)^2}{(1 - 2\nu_c)R^2 + (R - t_c)^2} \tag{3.48}$$

Onde:

σ_{cc}- Resistencia do concreto ou concreto projetado a compressão simples (MPa);

E_c - Módulo de elasticidade do concreto ou concreto projetado (MPa);

ν_c - Coeficiente de Poisson do concreto ou concreto projetado;

t_c - Espessura do revestimento (m);

R - Raio externo do revestimento (m).

Cambotas intertravadas com blocos de madeira:

$$p_s^{max} = \frac{3}{2}\frac{\sigma_{ys}}{SR\theta}\frac{A_s I_s}{3I_s + DA_s[R(t_B + 0.5D)](1 - \cos\theta)} \tag{3.49}$$

$$\frac{1}{K_s} = \frac{SR^2}{E_s A_s} + \frac{SR^4}{E_s I_s}\left[\frac{\theta(\theta + \mathrm{sen}\theta\cos\theta)}{2\mathrm{sen}^2\theta} - 1\right] + \frac{2S\theta t_B R}{E_B B^2} \tag{3.50}$$

Onde:

B - Largura da flange da cambota (m);

D - Altura da seção da cambota (m);

A_s - Área da seção transversal da cambota (m^2);

I_s - Momento de inércia da seção (m^4);

Es - Módulo de elasticidade do aço (MPa);

σ_{ys} - Tensão de escoamento do aço (MPa);

S - Espaçamento entre cambotas ao longo do eixo do túnel (m);

t_s - Espessura dos blocos de intertravamento (m);

E_s - Módulo de elasticidade dos blocos de intertravamento (m);

R - Raio do túnel (m);

$\theta = \pi/n_b$;

n_b - Numéro de blocos de intertravamento.

Tirantes ou cabos:

$$p_s^{max} = \frac{T_{bf}}{s_c s_l} \tag{3.51}$$

$$\frac{1}{K_s} = s_c s_1 \left(\frac{4l}{\pi d_b^2 E_s} + Q \right) \tag{3.52}$$

d_b - Diâmetro do cabo ou tirante (m);

l - Comprimento do cabo ou tirante (m);

T_{bf} - Carga máxima obtida em teste de arrancamento (MN);

Q - Carga de deformação constante para a ancoragem e ponta (m/MN);

Es - Módulo de elasticidade para o cabo ou tirante (MPa);

s_c - Espaçamento circuferencial da ancoragem (m);

s_l - Espaçamento longitudinal da ancoragem (m).

Os autores comentam ainda que no caso de sistemas múltiplos de suporte, a rigidez do sistema formado pode ser obtida através da somatória da rigidez de cada tipo de suporte. A pressão máxima suportada pelo sistema definida pelo suporte de menor deformabilidade.

Uma vez apresentados os elementos que constituem o método de convergência-confinamento, a saber, curva característica do maciço, curva característica do suporte e perfil longitudinal de deslocamento, é possível analisar a interação entre maciço e suporte. A Figura

3.11 apresenta, esquematicamente, todos estes elementos. Nesse caso a curva característica do maciço considera o material como elasto-plástico. Para a curva característica do suporte, considera-se um revestimento com rigidez igual aK_s e carga limite de P_s^{max}. Neste caso considera-se que o suporte será instalado a uma distancia *a* da face de escavação, e que a partir da construção da LDP, o deslocamento radial (u_r) tem valor igual a *b*. Mostra-se na análise de interação entre maciço e suporte, que o suporte é ativado a partir de um deslocamento radial *b*, e que o equilíbrio é atingido para um deslocamento radial u_{re}, e carga p_e. Neste momento a carga e deslocamento radial no maciço também são p_e e u_{re}.

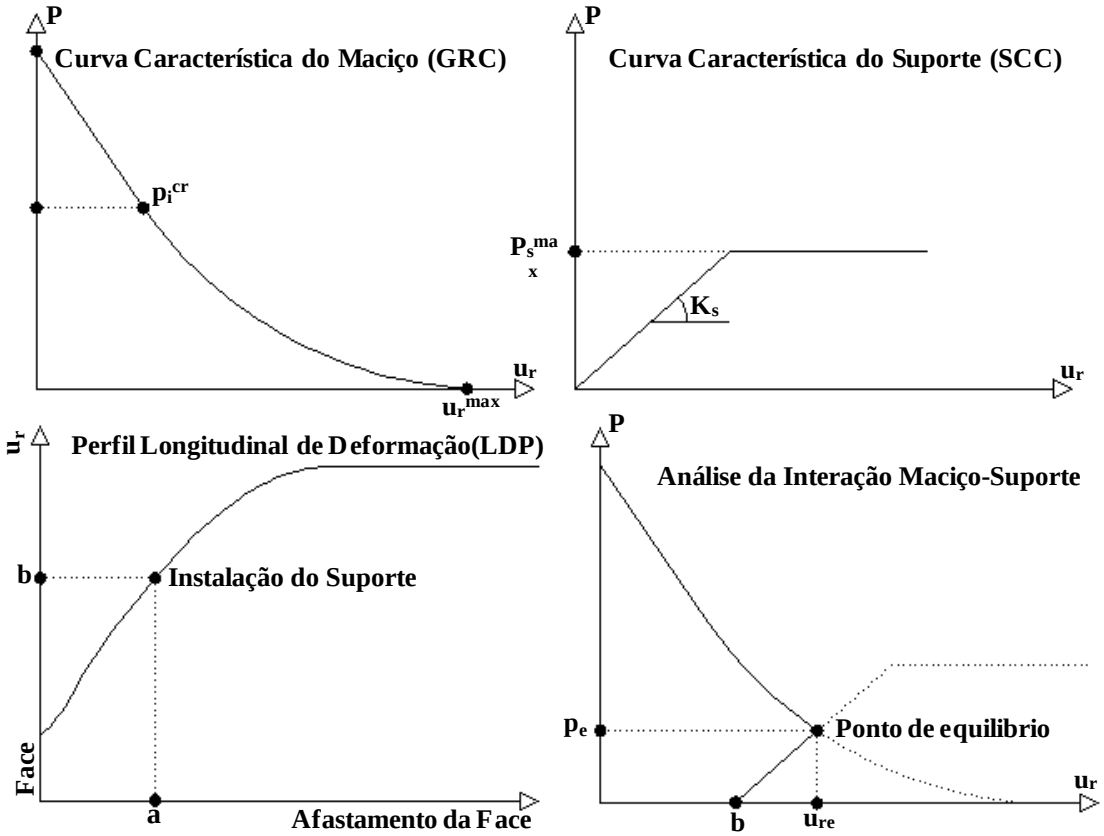


Figura 3.11 – Análise de interação maciço-suporte através do método de convergência-confinamento

3.4 - Simulações Numéricas

Hoek et al. (2008) apresentam resultados de simulações numéricas envolvendo a escavação parcializada, em calota e bancada, de um túnel com abertura de 12m. Este túnel encontra-se próximo à superfície, e o maciço circundante é composto por camadas inclinadas de arenito fraturado e arenito estratificado intercalado por zonas de cisalhamento. O sistema de suporte é composto por um revestimento primário de concreto projetado (espessura de 20 cm), cambotas metálicas treliçadas espaçadas a cada metro, tirantes distribuídos radialmente a cada 2m (comprimento de 4m) e barras de fibras de vidro empregadas como "pregagens" em

malha de 1x1m instaladas na frente de escavação. O suporte secundário é composto por concreto moldado *in-loco* (espessura de 30 cm) com armadura composta por barras de aço com diâmetro de 20mm. Esta composição do suporte pode ser observada na Figura 3.12.

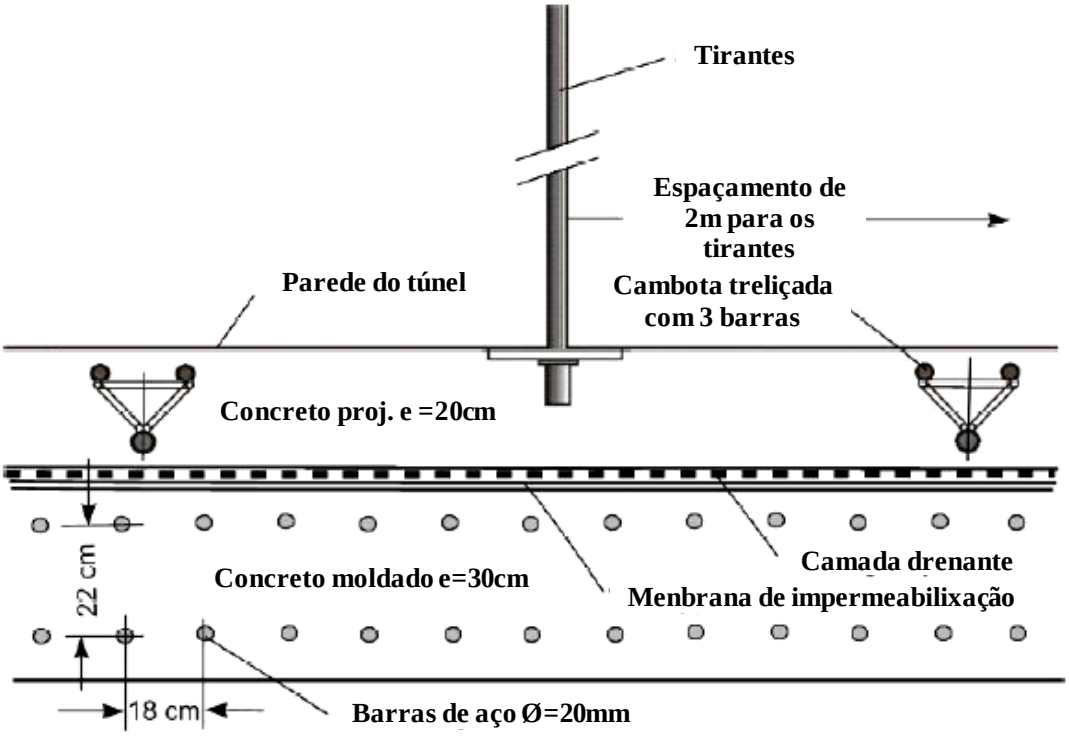


Figura 3.12 – Revestimento primário e secundário

As simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho auxiliaram na avaliação estrutural do revestimento selecionado. Foram desenvolvidas em modelos tridimensionais considerando o maciço como elasto-plástico e o suporte como elástico. Para análise estrutural do suporte adotaram diagramas de interação delineados pelas resistências dos materiais, e com esforços obtidos a partir das simulações numéricas desenvolvidas. Para a resistência dos materiais os autores adotaram para o aço e a fibra de vidro valores usualmente encontrados nos manuais comerciais destes produtos. Para o concreto projetado basearam-se em resultados experimentais obtidos por Melbye e Garshol (2000), incluindo o efeito da idade na resistência a compressão simples e módulo de elasticidade.

Para este túnel foram analisadas três situações distintas, a primeira delas considera a escavação parcializada em calota (com piso plano) e bancada, a segunda considera um arco invertido revestido por concreto não armado e aterrado e a terceira trata de análises voltadas para o revestimento secundário do túnel. Na Figura 3.13 ilustra-se o caso da escavação da calota com piso plano, e de um arco invertido revestido por concreto e aterrado.

Figura 3.13 – Escavação da calota com piso plano (esquerda) e arco invertido revestido por concreto e aterrado (direita) (Hoek et al. 2008)

A primeira das análises desenvolvida para túneis com escavação da calota com piso plano tem a distribuição de momentos fletores apresentada na Figura 3.14.

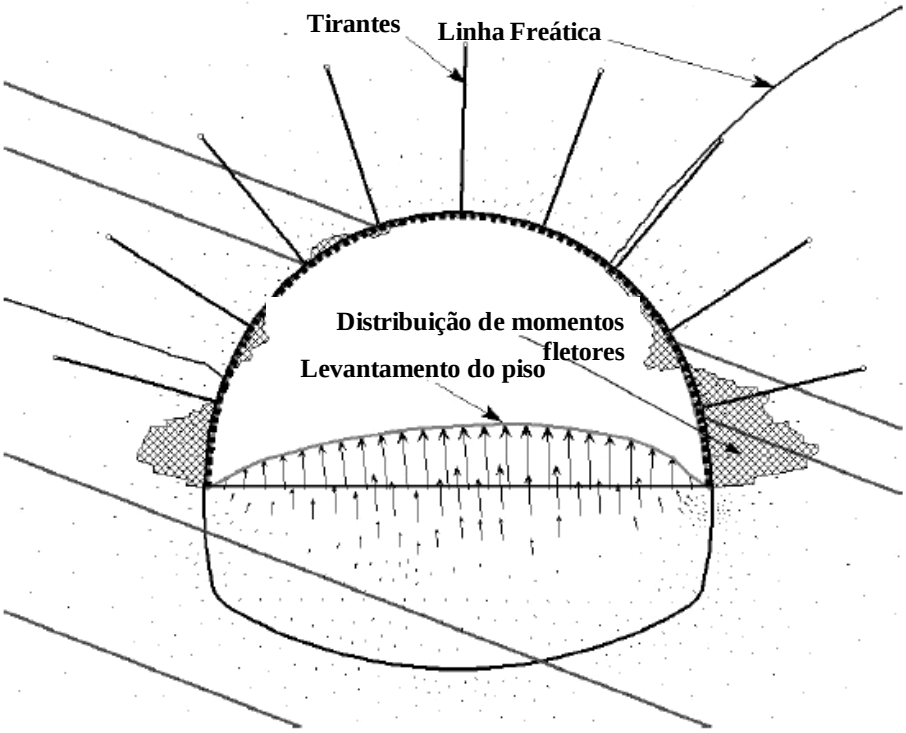


Figura 3.14 – Distribuição de momentos fletores para escavação da calota com piso plano (Hoek et al. 2008)

Os diagramas de interação envolvidas nas análises deste caso consideraram o concreto projetado (20 cm) e as cambotas treliçadas empregadas no revestimento primário. Considerou-se para o concreto projetado resistências equivalentes às idades de 1, 3 e 28 dias. Na Figura 3.15 apresentam-se os diagramas de interação desenvolvidos para este caso, com esforços limites determinados para fator de segurança igual a 1 e esforços determinados ao longo do revestimento instalado.

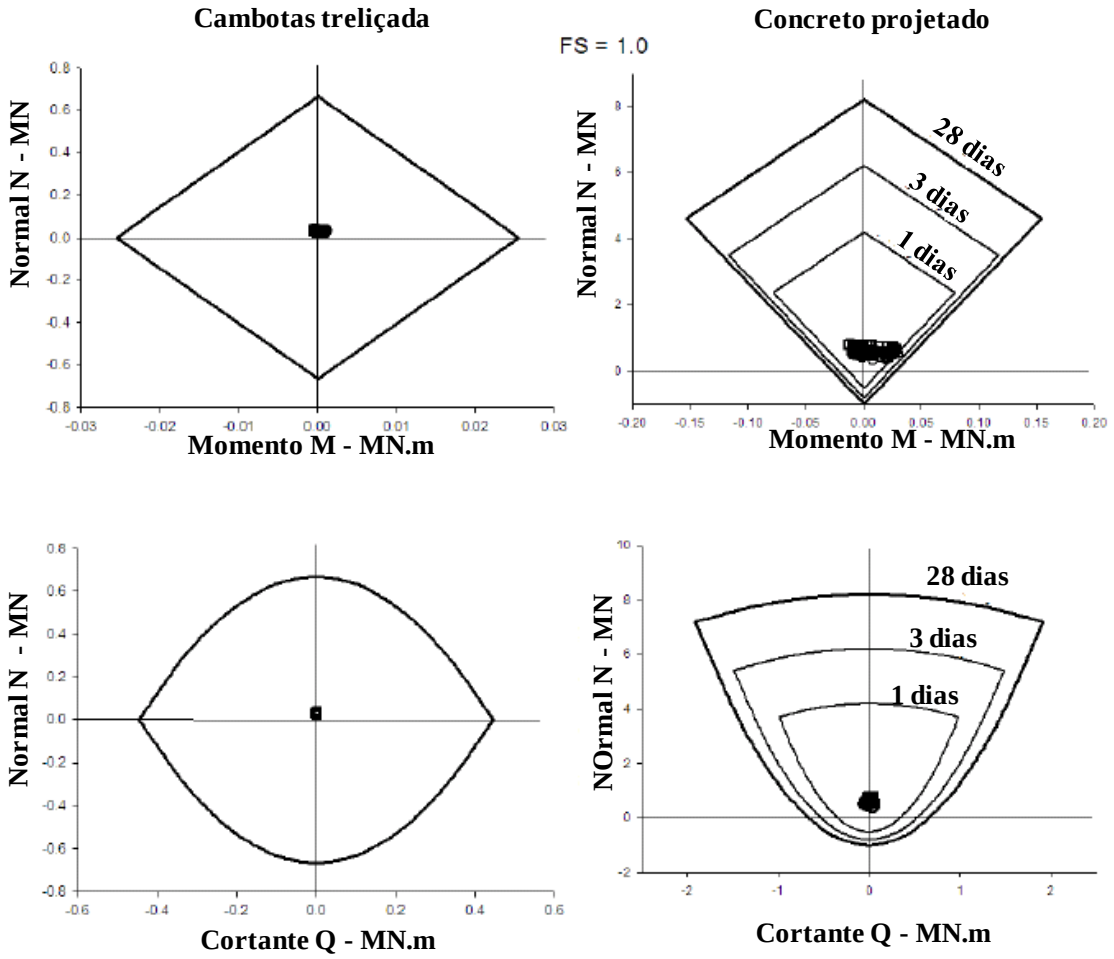


Figura 3.15 – Diagramas de interação para escavação da calota com piso plano (Hoek et al. 2008)

Observa-se na Figura 3.15 baixos valores de esforço normal para o sistema de suporte adotado. Conforme os autores esse fato decorre da baixa profundidade em que o túnel se encontra. Os valores de momento fletor também apresentam baixa magnitude, entretanto, verifica-se que para o concreto projetado em idades de 1 e 3 dias o limite de resistência delineado no diagrama de interação é superado. Desta forma a solução adotada para a escavação, parcialização em calota e bancada com suporte constituído por cambotas treliçadas e concreto projetado não são suficientes para a garantia de estabilidade da escavação. Entre as recomendações apontadas pelos autores para garantir a integridade da escavação podem ser citadas: aumentar a seção de concreto projetado, instalação de tirantes protendidos ou a instalação do arco invertido de concreto não reforçado. A última solução apresentada foi selecionada pelos autores para ser analisada numericamente. Para tanto, considerou-se a instalação de uma arco invertido em concreto não armado e aterrado, a distribuição de momentos fletores nesta nova configuração é apresentada na Figura 3.16.

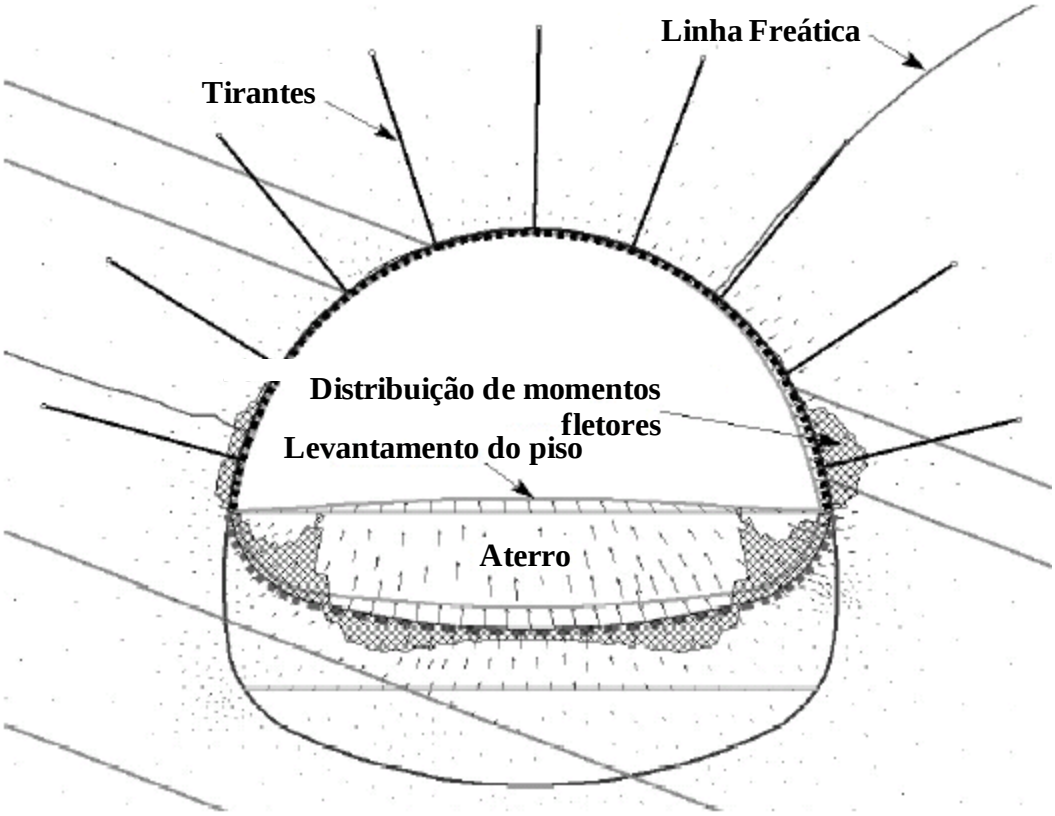


Figura 3.16 – Distribuição de momentos fletores para arco invertido reforçado com concreto não armado (Hoek et al. 2008)

Os diagramas de interação determinados para o concreto projetado não reforçado com aço, posicionado no arco invertido do túnel são apresentados na Figura 3.17.

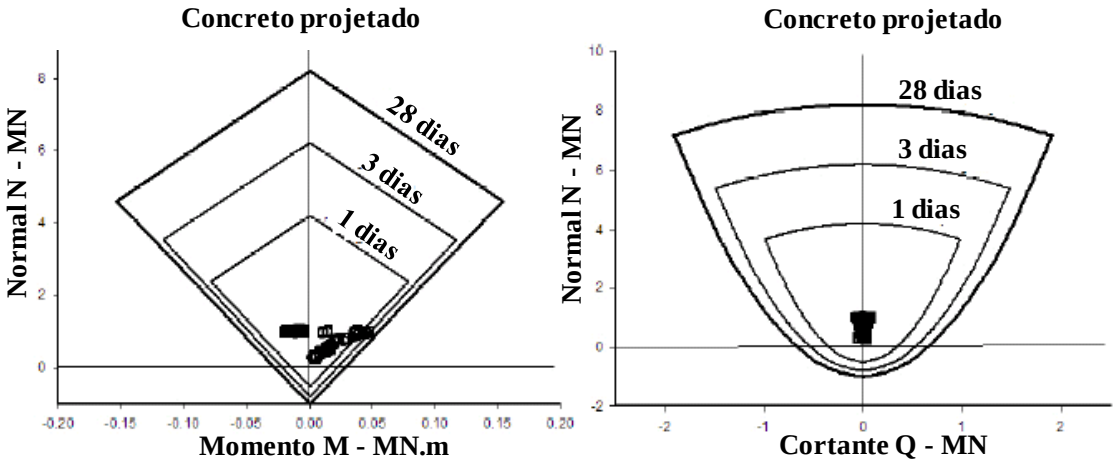


Figura 3.17 – Diagramas de interação para arco invertido não reforçado com aço (Hoek et al. 2008)

A partir da Figura 3.17 verifica-se que para o concreto não reforçado com aço localizado no arco invertido, os momentos fletores obtidos através de simulações numéricas, ultrapassam o limite de resistência delineado no diagrama de interação. Os autores comentam que este comportamento poderia não ser aceito para o restante da estrutura, entretanto, face à

presença do aterro sobre este revestimento a presença de microfissuras pode ser irrelevante. Na Figura 3.18 apresenta-se o diagrama de interação para o restante da estrutura, ou seja, não considerando o arco invertido revestido por concreto não armado.

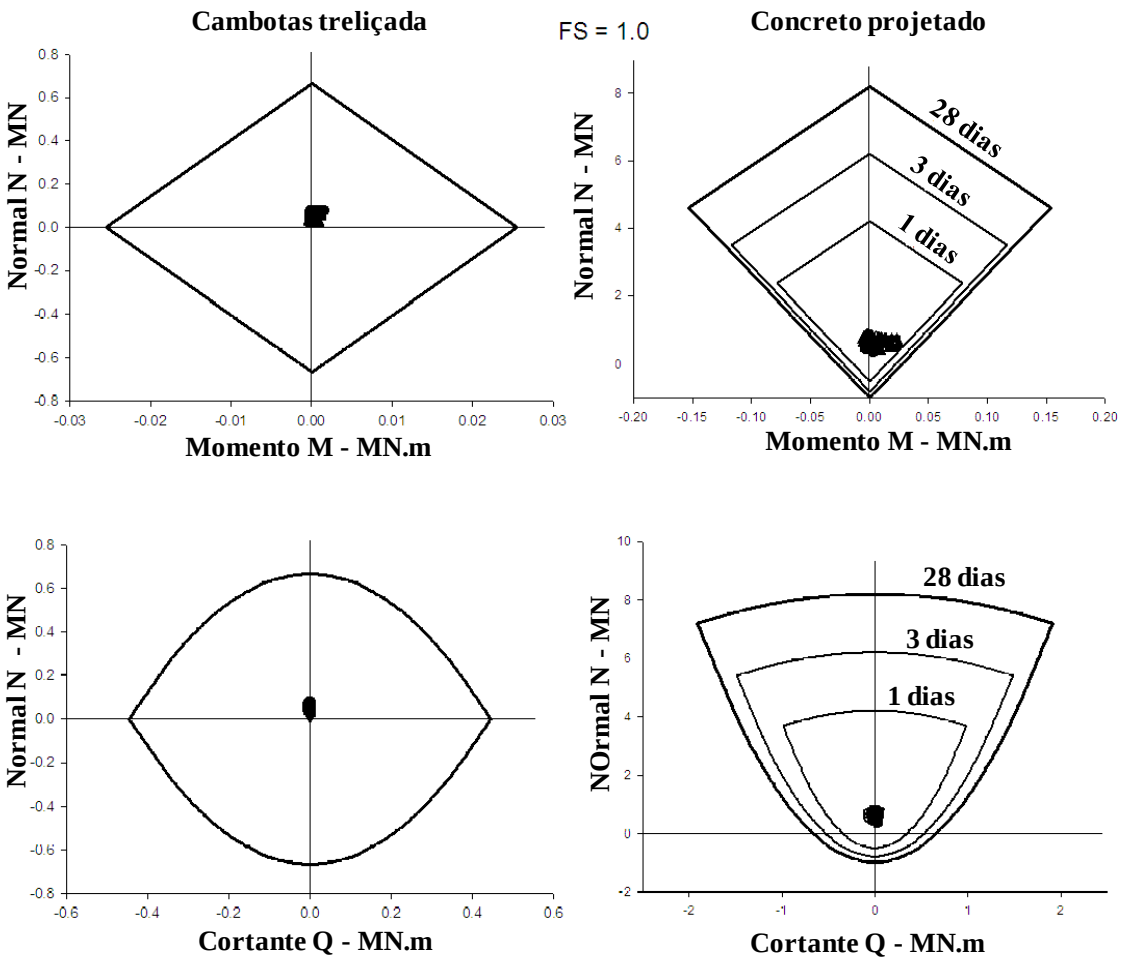


Figura 3.18 – Diagramas de interação para arco invertido (Hoek et al. 2008)

Nos resultados apresentados na Figura 3.18 verifica-se que o reforço de concreto instalado no arco invertido e o aterro posicionado sobre este, fazem com que os momentos fletores encontrados no suporte tomem valores aceitáveis para todas as idades do concreto, do ponto de vista estrutural.

As análises desenvolvidas por Hoek et al. (2008) apresentadas anteriormente consideram nas simulações numéricas o sistema de suporte elástico. A avaliação da segurança para estes casos é feita a partir de diagramas de interação considerando as resistências dos materiais e os esforços obtidos nas simulações numéricas. Na presente pesquisa a consideração do comportamento do suporte elasto-plástico incluindo a fissuração do concreto, nas simulações numéricas, permite avaliar de forma conjunta o desenvolvimento da ruptura do sistema de suporte e suas implicações na estabilidade mecânica do maciço. Para os casos

apresentados anteriormente, análises como as propostas neste trabalho, poderiam indicar que a escavação poderia ser realizada em calota (com piso plano) e bancada sem a necessidade da execução do arco invertido. Este fato impacta positivamente no aspecto econômico da obra assim como permite que a segurança seja avaliada de forma adequada.

Por fim são realizadas simulações numéricas considerando a instalação do revestimento secundário do túnel. Neste suporte estarão atuando as cargas de longo prazo e que neste caso decorrem das seguintes condições: colmatação da camada drenante conduzindo uma maior carga hidráulica no revestimento, consideração da corrosão de todos os tirantes e consideração da deterioração do maciço. Além dessas, conforme apresentado pelos autores, estava prevista uma nova conformação geométrica, execução de cortes, nas proximidades do túnel, influenciando as tensões desenvolvidas assim como alterando a posição da linha freática. Na Figura 3.19 apresentam-se os diagramas de interação para o revestimento secundário do túnel.

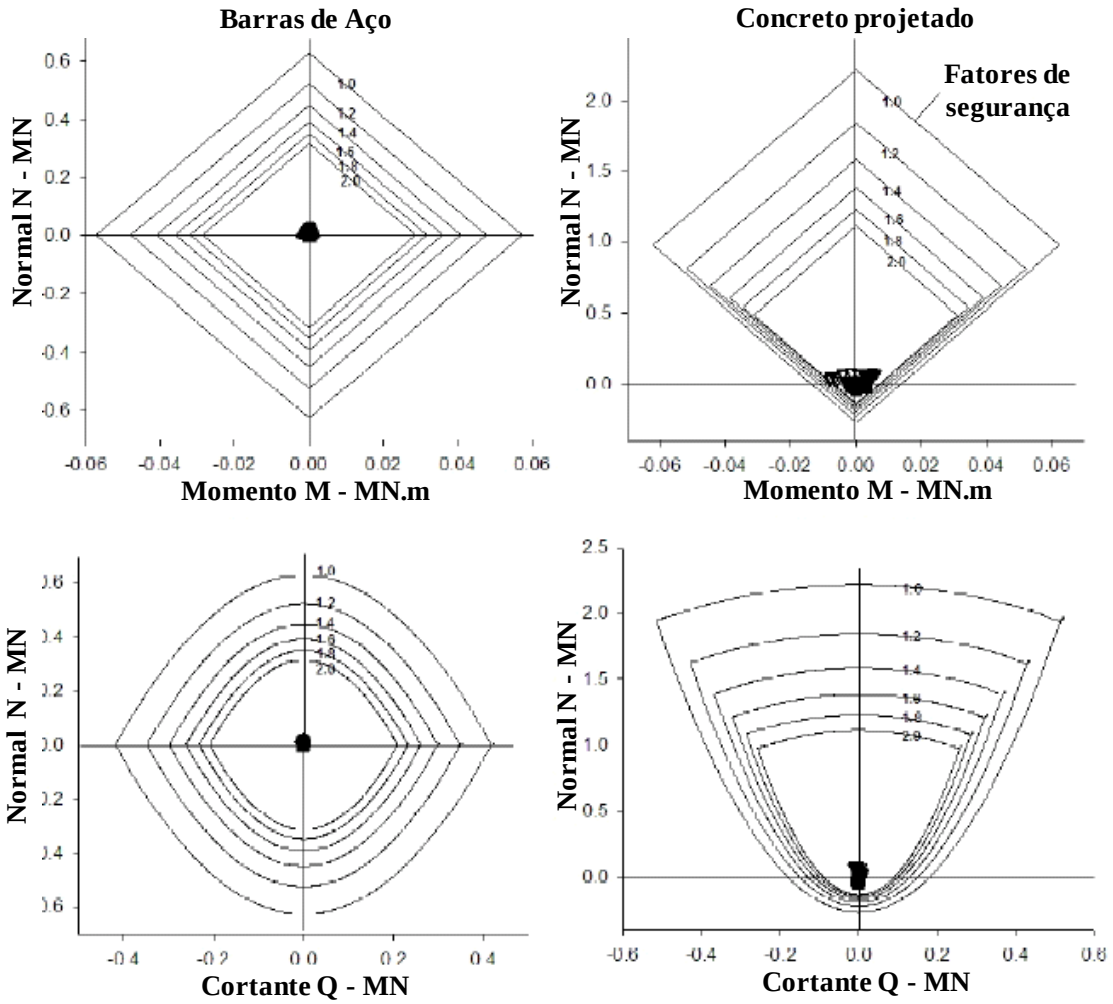


Figura 3.19 – Diagramas de interação para o revestimento secundário (Hoek et al. 2008)

Para o revestimento secundário são apresentados diagramas de interação para fatores de segurança variando entre 1 e 2. Desta forma é possível estabelecer o fator de segurança para o revestimento secundário, a partir das simulações numéricas. Verifica-se neste caso que os esforços determinados conduzem a uma estrutura com fator de segurança igual a 2.

No mesmo trabalho Hoek et al. (2008) apresentam as análises para avaliação estrutural de um túnel profundo. Este túnel com diâmetro de 5,2m encontra-se instalado em profundidades de até 1200m. O suporte do mesmo é um robusto sistema constituído de concreto armado (espessura de 40cm), concreto projetado (espessura de 20cm) com cambotas formadas por perfis metálicos com juntas deslizantes (W 6x20). Na Figura 3.20 apresenta-se este sistema de suporte.

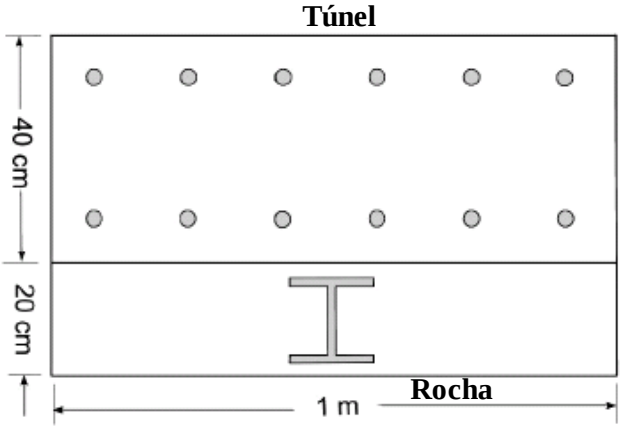


Figura 3.20 – Sistema de suporte para túnel profundo (Hoek et al. 2008)

Neste caso foram realizadas simulações numéricas considerando a escavação em seção plena ou parcializada em calota e bancada. A Figura 3.21 apresenta os diagramas de interação para a simulação de escavação plena da seção do túnel.

Os diagramas de interação apresentados referem-se a esforços determinados no concreto armado (*e*=40cm), uma vez que, nas simulações estes elementos foram considerados elástico, e os demais elasto-plásticos. Nestas análises foram consideradas duas situações: a que se encontra representada através de triângulos considera que todo o sistema de suporte é instalado em uma única etapa (junta fechada), distante de 2 metros da face de escavação, os círculos, por sua vez, correspondem a instalação do perfil W (junta aberta) junto a face combinado com 20 cm de concreto projetado. O concreto armado, nesse caso, é instalado a uma distancia de 10 metros da face. Os círculos e triângulos vazios correspondem a um maciço com características de curto prazo, já os cheios ao longo prazo, considerando a deterioração do maciço.

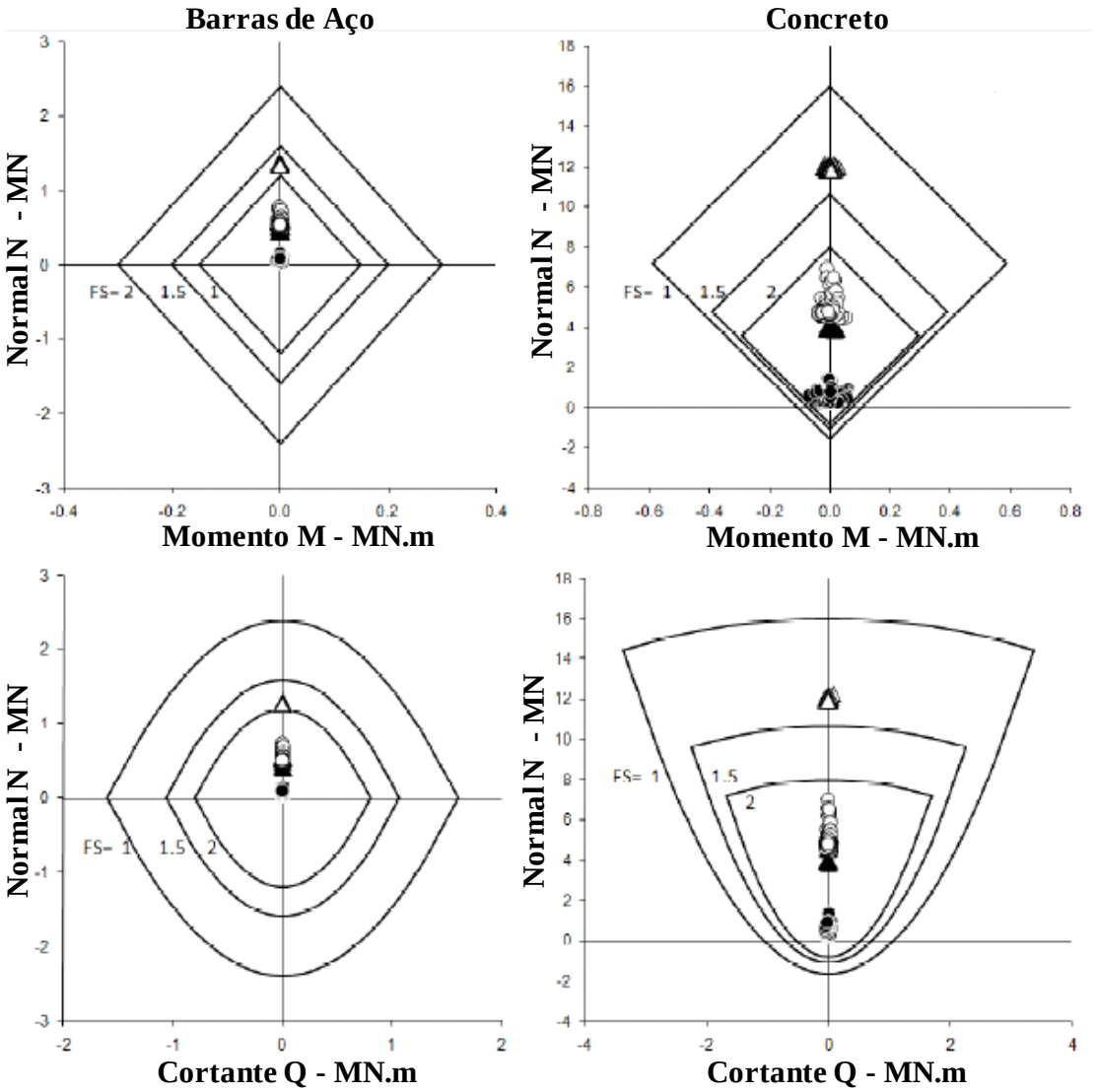


Figura 3.21 – Diagrama de interação para escavação em seção plena (Hoek et al. 2008)

Conforme apontado pelos autores destaca-se no diagrama os esforços normais para o caso onde todo o sistema de suporte é instalado em uma única etapa a 2 metros da face do túnel (triângulos). Neste caso permite-se que o maciço se deforme pouco acarretando grande carga ao sistema de suporte. No caso onde o suporte apresenta maior flexibilidade, junta aberta e instalação do concreto armado a 10 metros da face, verificam-se menores esforços axiais. Ainda para este caso verifica-se que os fatores de segurança são superiores a 2.

Na Figura 3.22 são apresentados os diagramas de interação para as simulações numéricas considerando a escavação do maciço parcializada em calota e bancada. Neste caso os esforços representados por círculos são para a situação onde o sistema de suporte é totalmente instalado a uma distancia de 5 metros da face, e os triângulos para a situação onde esta distancia é da ordem de 10m. Verifica-se que para o caso onde o suporte é totalmente

instalado a 5 metros da face (considerando a degradação do maciço), os fatores de segurança são menores que 1. Por outro lado tornando o sistema mais flexível, fechamento do suporte a 10 metros da face, atinge-se o fator de segurança igual a 2.

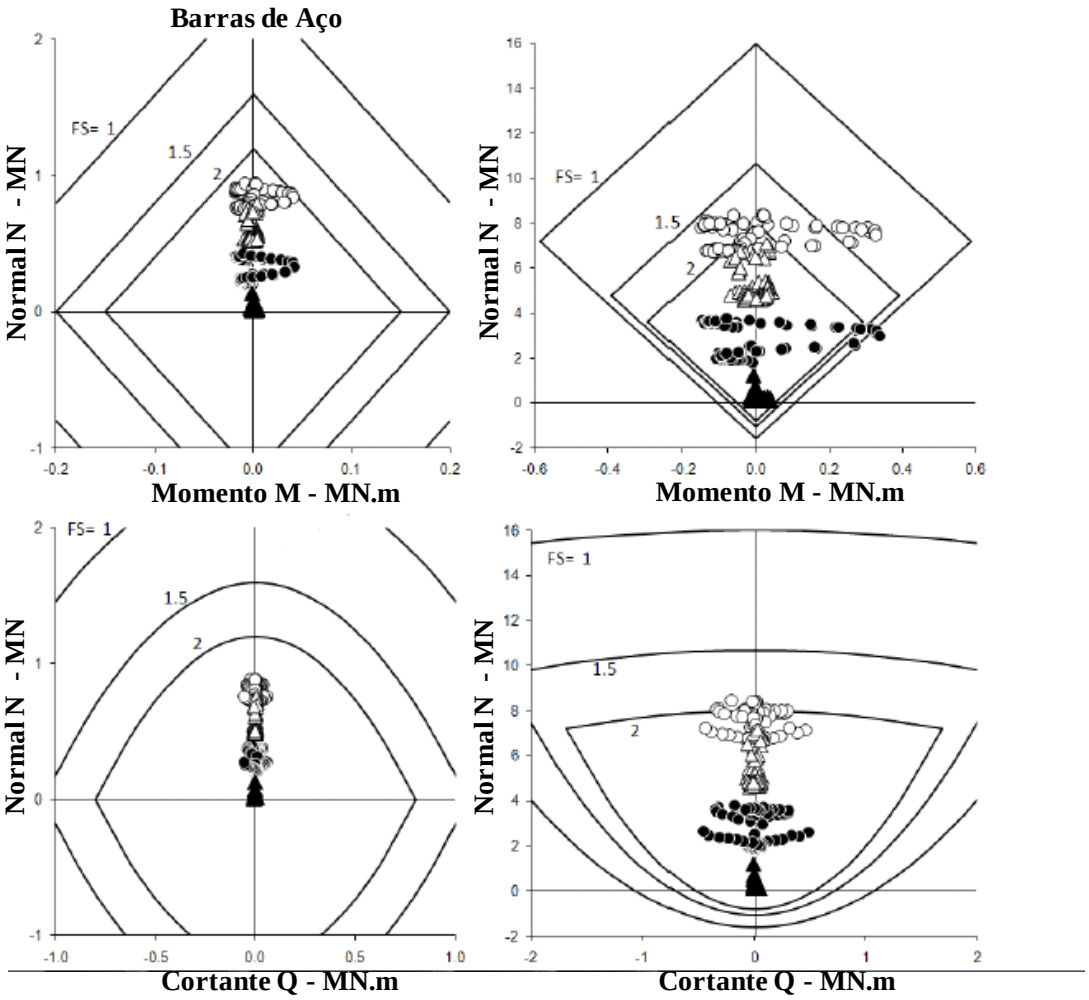


Figura 3.22 – Diagrama de interação para escavação parcializada (Hoek et al. 2008)

3.5 - Considerações Finais

Ao longo deste capítulo foram apresentadas técnicas que possibilitam o desenvolvimento, com maior ou menor refinamento, do projeto de túneis. A partir do apresentado neste texto pode-se tecer os seguintes comentários:

- A atualização das classificações geomecânicas permite, a partir de novos casos estudados, que um maior número de situações sejam contempladas. Este fato pode ser observado nas atualizações realizadas nas classificações RMR e Q.

- Para um estudo mecânico inicial de uma escavação, destacadamente para a determinação de tensões máximas e mínimas, soluções analíticas como a de Kirsch, Lamé e Inglis podem ser adotadas;

- O método de convergência-confinamento é uma ferramenta interessante ao estudo de escavações, especialmente, por permitir avaliar a interação entre maciço e suporte considerando o distanciamento da frente de escavação;

- Naquele método o comportamento do maciço pode ser avaliado de forma elástica em soluções simplificadas, ou considerando que o material é regido por superfícies de plastificação, como a de Mohr-Coulomb, Hoel-Brown e Hoek-Brown generalizado;

- A construção de um perfil longitudinal de deformabilidade permite considerar o afastamento da frente de escavação do suporte, além do mais, permite avaliar o efeito da dimensão do avanço. Soluções elásticas e elasto-plásticas encontram-se disponíveis para a construção de LDP's.

- Curvas características do suporte são apresentadas por Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e permitem considerar a rigidez e carga máxima das mesmas assim como a associação entre distintos elementos de suporte;

- Simulações numéricas tridimensionais permitem a consideração de geometrias e distribuições complexas de carga. Permitem avaliar a integridade estrutural do suporte, e consequentemente, da escavação a partir da análise de esforços desenvolvidos no suporte. Até o presente momento grande parte das simulações contempla o suporte como elástico, avaliando a segurança estrutural a partir de diagramas de interação. Este fato impossibilita a análise progressiva de ruptura do suporte e suas implicações no maciço circundante a escavação.

- As análises apresentadas por Hoek et al. (2008) consideram para o sistema de suporte características elásticas. A partir dos esforços obtidos em simulações numéricas a segurança é avaliada através de diagramas de interação. Análises, como a proposta na presente pesquisa, considerando características elasto-plásticas e fissuramento ao suporte podem ter reflexo na economia da obra assim como na avaliação da segurança da mesma.

Capítulo 4

4 - Validação de Estruturas de Concreto Armado

4.1 - Introdução

Neste capítulo são apresentadas as simulações numéricas desenvolvidas para aferição do modelo constitutivo de concreto com ensaios mecânicos encontrados na literatura de ruptura de modelos físicos estruturais em concreto reforçado. Conforme já mencionado, é prática corrente em projetos de engenharia e em pesquisas envolvendo a construção de túneis, adotar modelos simplificados para a representação da estrutura do revestimento. O procedimento mais usual é adotar comportamento elástico linear e limitar os esforços por diagramas de interação. Não é usual a consideração de microfissuramento e suas consequências na deformabilidade durante o carregamento. Este procedimento pode conduzir a definições antieconômicas ou até imprecisões na avaliação da segurança estrutural do suporte do túnel.

Com o intuito de contribuição aos procedimentos de análise de escavações subterrâneas onde a interação entre o concreto reforçado e o maciço é essencial, buscou-se isoladamente avançar na simulação do comportamento dos elementos de concreto. Para tanto foram selecionados na literatura ensaios mecânicos em peças de concreto com diferentes geometrias, bem instrumentados e com caracterização individualizada das propriedades dos materiais constituintes (concreto e aço).

Para maior abrangência da solução a ser desenvolvida, buscaram-se modelos estruturais com diferentes mecanismos resistentes, como vigas, lajes e tubos. Ainda no sentido de possibilitar a extrapolação dos resultados das simulações de peças de concreto isoladas para o revestimento de um túnel, as estruturas selecionadas apresentam diferentes formas de distribuição do reforço, seja este em forma de barra ou fibra. Destaca-se ainda que cada uma das estruturas analisadas apresenta diferentes comportamentos mecânico dos materiais envolvidos (aço e concreto).

O desenvolvimento das simulações numéricas foi norteado por buscar uma solução única para todas as estruturas avaliadas. Neste sentido, foi fundamental estabelecer um procedimento sistemático para parametrização do modelo de elementos finitos a partir dos resultados da caracterização mecânica de cada um dos materiais. O embasamento teórico do comportamento mecânico dos materiais concreto e aço encontra-se apresentado em detalhes no Capítulo 2. Salienta-se aqui que para o sucesso das análises foi fundamental a adoção de um modelo de fissuração para o concreto. Na presente pesquisa um modelo de fissuras dissolvidas foi adotado, com possibilidade da consideração do *tension stiffening* quando o concreto é reforçado com aço. O reforço, nas presentes análises, pode ser representado através de elementos de barra ou de forma dissolvida nos elementos como uma contribuição a rigidez do mesmo.

Nos próximos tópicos apresentam-se detalhes sobre as estruturas selecionadas, os materiais que as constituem, a parametrização das propriedades mecânicas dos materiais, técnicas de simulação empregadas e a comparação entre os resultados experimentais e numéricos.

4.2 - Detalhes das Simulações Numéricas em Concreto Armado

As simulações numéricas das peças de concreto armado deste trabalho foram desenvolvidas através do método dos elementos finitos no *software* comercial ANSYS versão 12.1. Neste *software* encontram-se disponíveis superfícies de plastificação e modelos de deformabilidade consagrados na literatura. Entre eles podem ser citados as superfícies de plastificação de Von-Mises, Drucker-Prager e Willam-Warnke assim como modelos de deformabilidade lineares e não-lineares. Ainda em relação à deformabilidade os materiais podem apresentar comportamento elasto-plástico perfeito ou com endurecimento e regra de fluxo associativa ou não associativa. Para representação do reforço podem ser adotados elementos discretos ou dissolvidos através dos elementos.

4.2.1 - Elementos Selecionados

O elemento *Solid65* foi adotado neste trabalho para representar o concreto. Trata-se de um elemento de oito nós com três graus de liberdade cada um (x,y,z). A escolha deste elemento foi norteada pelas seguintes premissas: permitir que atingida a resistência à tração do material ele apresente comportamento frágil; possibilitar a adoção de uma superfície de plastificação que considere o aumento da resistência ao cisalhamento dependente da tensão de

confinamento; permitir que a regra de fluxo seja associativa ou não associativa e ainda por possibilitar que uma taxa de reforço seja incorporada ao elemento.

Nas simulações numéricas onde o aço foi discretizado o elemento adotado foi o *Link8*. Trata-se de um elemento de dois nós com três graus de liberdade cada um (x,y,z). A escolha deste elemento foi motivada por permitir a adoção da superfície de plastificação de Von-Mises e comportamento plástico-perfeito ou com endurecimento.

Para evitar a concentração de tensão na região dos apoios ou de aplicação de carga, foi adotado um elemento elástico linear, posicionado entre a peça e a condição de contorno adotada. Para este elemento foi escolhido o elemento Solid45 definido por oito nós com três graus de liberdade cada um (x,y,z). Permite que efeitos de plasticidade sejam adotados. Quando a concentração de tensões não for relevante pode ser descartado.

O elemento Link10 é definido por dois nós com três graus de liberdade cada um (x,y,z) e permite que o elemento trabalhe só a compressão ou só a tração. Foi empregado como conector (laje/apoio) nas análises de lajes apoiadas ao longo de toda extensão lateral, neste caso trabalhando só a compressão e permitindo o afastamento entre laje/apoio, uma vez que, o elemento não apresenta resistência a tração.

4.2.2 - Modelo Constitutivo Selecionado

A escolha do modelo constitutivo do concreto neste trabalho buscou atender às seguintes premissas: considerar a resistência ao cisalhamento dependente da tensão de confinamento, considerar a fragilidade do material sob esforços de tração e considerar a dilatância do material. Para o aço, por sua vez, foi adotado um modelo com resistência ao cisalhamento independente da tensão de confinamento e comportamento elasto-plástico perfeito ou com endurecimento.

Na biblioteca de superfícies de plastificação do *software* encontra-se a superfície de Willam-Warnke. Para esta superfície a entrada de dados é feita a partir de oito constantes para caracterizar o material, seis delas para definir sua superfície de ruptura (itens a, c, d, e, f), e outras duas que definem o coeficiente de transmissão de cisalhamento do material fissurado ou esmagado. A seguir são apresentados estes parâmetros de entrada:

a) Resistências à tração e à compressão, f_t e f_c (valores a serem obrigatoriamente fornecidos pelo usuário);

b) Coeficientes de transferência de cisalhamento (β);

c) Resistência à compressão biaxial, fcb;

d) Resistência determinada através de ensaios triaxiais convencionais ($\sigma 1 > \sigma 2 = \sigma 3$), f1;

e) Resistência determinada através de ensaios triaxiais de extensão lateral ($\sigma 1 = \sigma 2 > \sigma 3$), f2;

f) Estado hidrostático de tensões referente às duas resistências anteriores (itens d e e).

Os valores assumidos pelo programa para as constantes que não necessitam ser obrigatoriamente fornecidas (itens c a f) são válidos somente para estados de tensão hidrostática baixos e apresentam as seguintes relações com os outros parâmetros fornecidos (estas relações derivam do trabalho de Willam-Warnke, 1975).

$$fcb = 1.2 * fc \tag{4.1}$$

$$f1 = 1.45 * fc \tag{4.2}$$

$$f2 = 1.725 * fc \tag{4.3}$$

O fenômeno da fissuração pode ocorrer em até três direções ortogonais em cada ponto de integração. A fissuração no programa ANSYS é implementada com um modelo de fissuras dispersas, ou seja, a fissura é modelada através de uma modificação nas relações tensão deformação. Isto é feito através da introdução de um plano de menor resistência na direção normal à face da fissura.

Os coeficientes de transferência de cisalhamento são valores multiplicadores do módulo de cisalhamento do elemento quando este estiver fissurado ou esmagado. Um deles é aplicado ao caso da fissura aberta, e outro, para a fechada. Para a fissura aberta estes valores variam entre 0.01 e 0.3, já para o outro caso, entre 0.8 e 1.0.

Destaca-se que o critério de Willam-Warnke implementado define somente o colapso do material, ou seja, o elemento se deforma elasticamente até atingir a superfície de ruptura, e então, é descarregado instantaneamente. Para que o material se comporte de forma plástica após a ruptura, é necessário que se defina uma relação tensão deformação para o elemento selecionado. Neste caso, a rotina do programa verifica inicialmente a plastificação e posteriormente a fissuração e/ou esmagamento. É importante notar que as superfícies de escoamento dos critérios de ruptura adotados, devem ser quase coincidentes.

Face às características da superfície de plastificação de Willam-Warnke, resistência ao cisalhamento dependente da tensão de confinamento e ruptura frágil do material poderia se esperar uma representação adequada do comportamento do concreto. Entretanto testes mostraram dificuldade de convergência e resultados imprecisos quando adotado o modelo de

Willam-Warnke. Este fato decorre do excesso de fragilidade do modelo implementado, uma vez que, o elemento descarrega instantaneamente na tração e na compressão. Conforme visto anteriormente este comportamento é aceitável na tração, contudo na compressão espera-se um comportamento de amolecimento.

Uma alternativa disponibilizada pelo software é a associação entre o modelo "frágil" de Willam-Warnke e uma superfície elasto-plástico, que pode ser de Von-Mises ou Drucker-Prager. Neste caso o material apresenta resistência a tração uniaxial com valor igual ao de entrada do critério de Willam-Warnke, e o restante do comportamento (estado triaxial de tensões) conforme a superfície adotada. Destaca-se ainda que o comportamento tensão x deformação do material na tração pode considerar o efeito de *tension stiffening*, ou seja, a resistência do material integro entre fissuras na presença de armadura.

Análises preliminares mostraram baixa influência da tensão de confinamento nas peças que foram simuladas. Por este ponto de vista tanto o critério de Drucker-Prager assim como o de Von-Mises poderiam ser adotados para representar o concreto. Entretanto o modelo de Von-Mises não permite a adoção de fluxo não associado o que mostrou resultados inadequados para a resposta do material. Por sua vez, o modelo de Drucker-Prager considera o fluxo não associado, e para valores de α igual zero a forma da superfície recai na de Von-Mises.

Uma desvantagem do modelo de Drucker-Prager em relação ao modelo de Von-Mises está na impossibilidade de se adotar um modelo multilinear (tensão x deformação). Esta limitação pode ser superada adotando-se para o módulo de elasticidade do concreto, o módulo secante, ou ainda, determinado-o a partir da resistência a compressão do concreto e valores consagrados de deformação última para o material (valores próximos a 0.002).

Os dados de entrada para o critério de Drucker-Prager são: coesão (c), ângulo de atrito (ϕ) e dilatância. É importante notar que os dois primeiros parâmetros são oriundos do critério de Mohr-Coulomb, e que o programa converte para os parâmetros de Drucker-Prager através das relações expostas abaixo. Estas relações correspondem na superfície de plastificação de Drucker-Prager ao meridiano de compressão da superfície de Mohr-Coulomb.

$$\alpha = \frac{2 * sen\phi}{\sqrt{3} * (3 - sen\phi)} \tag{4.4}$$

$$k = \frac{6 * c * \cos\phi}{\sqrt{3} * (3 - sen\phi)} \tag{4.5}$$

Para a superfície de plastificação de Von-Mises os dados de entrada são: tensão de escoamento do material (σ_y) e modulo residual de deformabilidade (E_r).

A partir do exposto acima e de sucessivos testes em diversas estruturas de concreto, adotou-se a seguinte configuração para simular as estruturas de concreto armado: resistência à tração uniaxial através do critério de Willam-Warke e estado completo ou triaxial de tensões pelo critério de Drucker-Prager. Para o aço foi adotado o critério de Von-Mises com modulo residual de deformabilidade igual a 1% do modulo de elasticidade.

4.2.3 - Outras Informações

A aplicação de cargas na maioria dos casos foi realizada através da aplicação de força nos nós. As últimas estruturas analisadas, tubos de concreto armado, no entanto foram carregadas a partir da imposição de deslocamento nos nós. Esta técnica permitiu um maior controle da resposta da estrutura, sendo possível captar um enfraquecimento estrutural no inicio do carregamento. A mesma estrutura quando carregada com força apresentou resultados razoáveis entretanto sem destacar o enfraquecimento mencionado.

Para determinação do número de passos a ser adotado na fase de solução do problema empregou-se o recurso do programa denominado *Automatic Time Stepping.* Este recurso permite que um numero de passos mínimo, médio e máximo sejam informados. A partir destes números o programa otimiza a solução em função da não-linearidade presente, que neste caso foi a plasticidade. Em linhas gerais este comando permite que a dimensão do passo de carga seja ajustado automaticamente, e que quando necessário se realize a bissecçao do passo de carga para convergência do problema. Nas análises realizadas valores de 100, 1000 e 10000 passos (min., med., e max. respectivamente) mostraram-se eficazes.

O sistema de equações foi resolvida pelo método de Newton-Raphson não simétrico. Neste tratamento a matriz de rigidez é atualizada a cada interação de equilíbrio realizada. A escolha deste método foi motivada pela presença do modelo constitutivo de Drucker-Prager, que nas análises realizadas, apresenta valores para o parâmetro de dilatância diferentes do ângulo de atrito, conduzindo a um fluxo plástico não associativo, que resulta em um modelo não simétrico.

Como auxiliar de convergência do problema foi acionado o recurso “line search” que consiste em multiplicar o vetor de incremento de deslocamentos por um fator s ($0,05 < s < 1,0$), determinado pela minimização da energia do sistema. Este recurso permitiu que a

solução convergisse de forma mais rápida, e em muitos casos, foi decisivo para a solução do problema.

A escolha de um critério de convergência apropriado para finalizar as iterações de equilíbrio é uma etapa fundamental para uma solução incremental eficiente. O programa continuará a fazer iterações de equilíbrio até que o critério de convergência seja satisfeito ou até que o número máximo de iterações pré-estabelecido seja alcançado. O programa permite que este critério de convergência possa ser baseado em critérios de forças, momentos, deslocamentos ou rotações, por meio da comparação entre uma norma do vetor de resíduos do modelo estudado e um valor de referência multiplicado por uma tolerância. São três os tipos de norma de vetor usados para a verificação de convergência: a primeira realiza a verificação de cada grau de liberdade do modelo separadamente, a segunda é baseada na soma dos valores absolutos dos resíduos e a terceira corresponde à raiz quadrada da soma dos quadrados dos resíduos também conhecida como norma Euclidiana.

Neste trabalho foi utilizada a verificação de cada grau de liberdade separadamente. Os dois outros critérios não permitiram que a convergência fosse obtida. O critério de convergência adotado foi baseado em deslocamentos e valores de tolerância de 1 a 10% mostraram-se adequados as simulações realizadas. Valores elevados de tolerância foram empregados quando os valores de deslocamento por passo se mostraram baixos.

4.3 - Estruturas Analisadas

Apresentam-se a seguir as estruturas de concreto armado selecionadas para a validação da metodologia de simulação numérica adotada neste trabalho. Estas estruturas encontram-se disponibilizadas na literatura especializada e para sua seleção foram observados os seguintes aspectos: rigor no procedimento de ensaio, informações suficientes sobre a resistência e deformabilidade do concreto e aço, detalhamento sobre as condições de contorno do ensaio e geometria de peças de concreto armado que possibilitassem desenvolvimento de esforços solicitantes diferenciados (no caso vigas, lajes e tubos). As estruturas analisadas foram as seguintes:

- Viga armada biapoiada com dimensões de 2000 x 350 x 250 mm, apresentada por Özcan et al., (2009);
- Viga armada biapoiada com dimensões de 1550 x 100 x 114 mm, apresentada por Martinelli & Takeya (1974);

- Laje armada apoiada nos 4 cantos com dimensões de 914,4 x 914,4 x 44.45 mm, apresentada por Jofriet & Mcneice (1971);
- Laje armada apoiada em todo contorno lateral com dimensões de 4150 x 4150 x 72 mm, apresentada por Campos (2000).
- Tubo de concreto armado com armadura simples submetido a compressão diametral com diâmetro de 800mm, espessura de parede igual a 72mm e comprimento de 1200mm, apresentado por Silva (2011).
- Tubo de concreto armado com armadura dupla submetido a compressão diametral com diâmetro de 1200mm, espessura de parede igual a 110mm e comprimento de 1200mm, apresentado por Silva (2011).

A idéia foi obter um sistema de montagem e solução do problema únicos para todos os casos. Este fato está relacionado à intenção de extrapolação deste modelo a estrutura de suporte de túneis. Medidas precisas e confiáveis nestas estruturas, são de difícil obtenção, face às dimensões e complexidade deste tipo de obra. Conforme mostrado adiante, tratou-se o aço presente na estrutura de forma discretizada e diluída. Este procedimento foi seguido em função da possibilidade de se reduzir o número de elementos presentes nas análises com aço diluído, o que, para o caso das estruturas de túneis, pode conduzir a análises consideravelmente mais velozes. As estruturas estudadas, conforme apresentado a seguir, foram em sua grande maioria ensaiadas a grandes deformações. Face a uma formulação para grandes deslocamentos/rotação estes comportamentos puderam ser reproduzidos. Este aspecto é de elevada importância para este trabalho, uma vez que, os túneis a serem modelados ao menos para os casos críticos estarão sujeitos a grandes deformações. Por outro lado a consideração não linear e de plasticidade para o concreto, como empregado nos exemplos estudados, apresenta-se como uma possível contribuição ao projeto de suporte de túneis. A seguir são apresentadas as estruturas estudadas.

4.3.1 – Viga de Özcan et al., (2009)

Apresenta-se a seguir a viga de concreto armado ensaiada e analisada numericamente por Özcan et al., (2009). Esta viga tem comprimento de 2000 mm de comprimento, 350 mm de altura e largura de 250 mm. É reforçada com aço em barras e tem em sua matriz cimentícia a presença de fibras de aço. Em relação às condições de contorno trata-se de uma viga biapoiada com carregamento concentrado nos terços. O ensaio foi conduzido até a ruptura

total do elemento estrutural. As Figuras 4.1 e 4.2 mostram, esquematicamente, a posição da armadura e dimensões da viga.

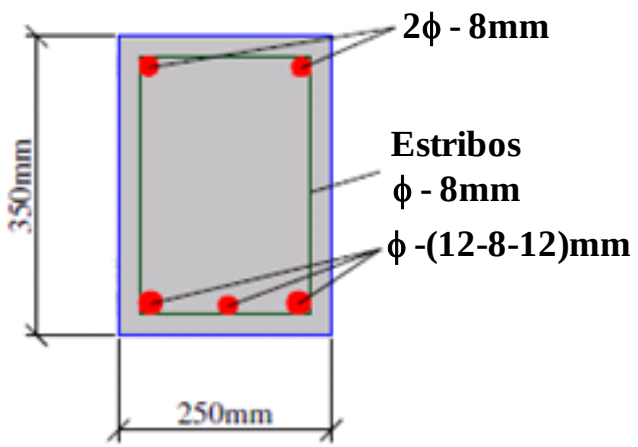


Figura 4.1 – Detalhe da seção transversal da viga analisada

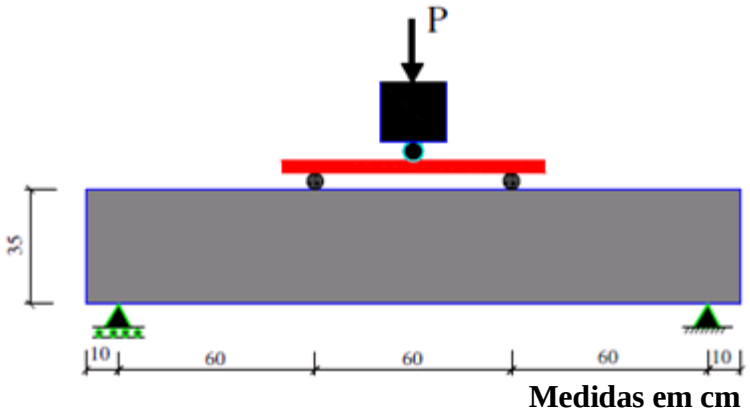


Figura 4.2 – Detalhe da montagem do ensaio a 4 pontos

Conforme pode ser observado na Figura 4.1, a viga foi armada com 5 barras longitudinais com diâmetros de 8 e 12mm, com duas barras na posição superior e três barras na posição inferior. Os estribos foram distribuídos a cada 0,1m. Adicionalmente foi acrescentada à matriz cimentícia uma taxa de 40kg de fibras metálica por metro cúbico de concreto. No artigo não é apresentada a curva tensão deformação do aço, especificando somente tratar-se de um aço tipo S420 (Structural com tensão nominal de ruptura de 420 MPa). Para as simulações apresentadas a seguir adotou-se um valor de resistência de 500 MPa, módulo de elasticidade ($E_{s,e}$) de 200 GPa e módulo plástico ($E_{s,p}$) de 2 GPa. A consideração de resistência foi feita observando que na prática, normalmente, a resistência nominal é aproximadamente 20% inferior à real.

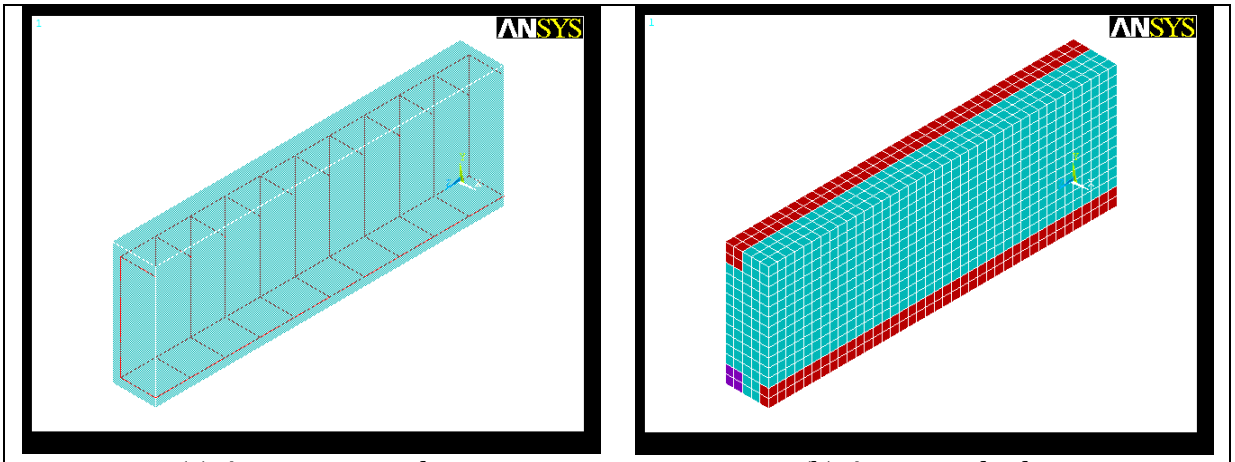
O concreto empregado na construção da viga atingiu um valor de resistência a compressão de 20,6 MPa. O artigo não apresenta medidas de módulo de elasticidade nem de resistência a tração do material. Desta forma estes valores foram adotados em função de

correlações empíricas com a resistência à compressão. Para a resistência à tração foi adotado um valor de 1,9 MPa (aproximadamente 9% do valor da resistência a compressão). A determinação do módulo de elasticidade foi baseada na formulação da NBR 6118:2003, em que, ($E_c = 5600*\sqrt{f_{ck}}$). Ressalta-se que este valor de módulo representa de forma mais precisa a deformação do concreto a baixos carregamentos. Perto do limiar de resistência a compressão, os valores de deformação podem ser subestimados. Uma vez que o modelo adotado é linear até o limite de resistência, adotou-se, para esta análise um valor médio entre o módulo de elasticidade inicial (Ec) e o módulo secante (Es=0,85Ec). Desta forma o valor adotado para o módulo de elasticidade foi de 23,5 GPa. Apresenta-se na Tabela 4.1 um resumo das características dos materiais da viga.

Tabela 4.1 – Características dos Materiais da Viga de Özcan et al., (2009)

Concreto		Aço
E_c = 25.5 GPa	E_s = 21.6 GPa	
$E_{adotado}$= 23.5 GPa	ν = 0,2	$E_{s,e}$ = 200 GPa
f_c = 20,6 MPa	f_t = 1,9 MPa	$E_{s,p}$ = 2 GPa
c = 3,128 MPa	ϕ = 58,12°	ν = 0,3
ψ = 12°	β_{aberto} = 0,3	f_y = 500 MPa
$\beta_{fechado}$ = 0,90	α_t = 0,6	

A Figura 4.3 mostra esquematicamente a montagem do problema, tanto para o caso de armadura discretizada, assim como, a dissolvida. As malhas são idênticas e cada elemento cúbico tem dimensões de 25x25x25 mm. Visando a um melhor desempenho do processamento aproveitou-se da simetria existente no elemento estrutural, de forma, a trabalhar com um modelo de ¼ de viga.



(a) Aço Discretizado (b) Aço Dissolvido

Figura 4.3 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) aço dissolvido

A estrutura com aço discretizado tem um total de 3140 elementos, a de aço dissolvido tem 2800. Para a viga com aço diluído mostrou-se importante a consideração dos estribos, isto foi feito a partir da diluição de aço nos elementos encontrados na posição dessa armadura transversal. A Figura 4.4 apresenta a relação carga deslocamento no ponto central inferior, para o resultado experimental, assim como, para as análises realizadas.

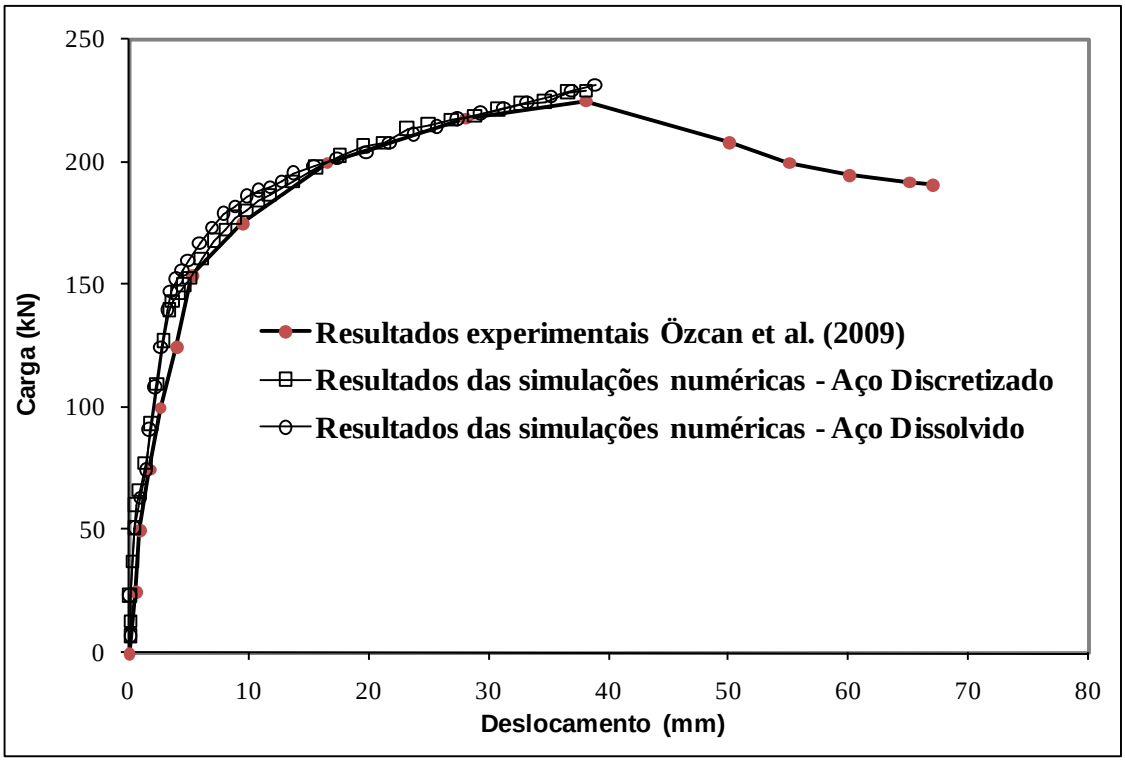


Figura 4.4 – Resultados carga x deslocamento

A Figura 4.4 apresenta a comparação entre os resultados experimentais obtidos por Özcan et al., (2009) e aqueles encontrados através de simulações numéricas deste trabalho. É possível notar uma relação precisa entre as simulações numéricas, seja ela considerando o aço como dissolvido ou discretizado, com os resultados experimentais. A adoção de modelos que correspondam ao comportamento do material próximo a realidade pode ser apontado como principal responsável do ajuste da simulação numérica aos resultados experimentais. Destaque é dado neste caso ao valor adotado para o parâmetro β (aberto), que está relacionado à transmissão de esforços de cisalhamento para os elementos fissurados. Conforme verificado nos próximos casos valores da ordem de 0.05 oferecem aproximações razoáveis dos resultados, entretanto neste caso este parâmetro foi estabelecido em 0,3. Um motivo que pode ser apontado como explicação deste fato diz respeito à presença de fibras posicionadas de forma aleatória na matriz cimentícia.

4.3.2 – Viga de Martinelli & Takeya (1974)

Apresentam-se neste exemplo, as análises realizadas baseadas nos resultados experimentais obtidos por Martinelli & Takeya (1974). Foram ensaiadas vigas idênticas, biapoiadas de concreto armado com dimensões de: 1550mm de comprimento, altura de 100mm e largura de 114mm. A armadura longitudinal e estribos destas vigas são constituídos por barras de aço de 10mm de diâmetro. Os estribos estão espaçados a cada 40mm, e encontram-se posicionados somente nas extremidades da viga (entre 0 e 550mm, e, 1000 e 1550mm, do comprimento). A Figura 4.5 apresenta esquematicamente as dimensões e posição da armadura desta viga.

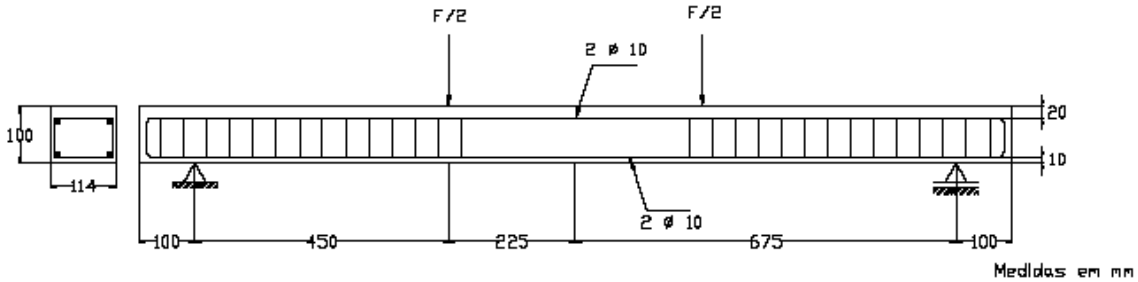


Figura 4.5 – Esquema das vigas de Martinelli e Takeya (1974)

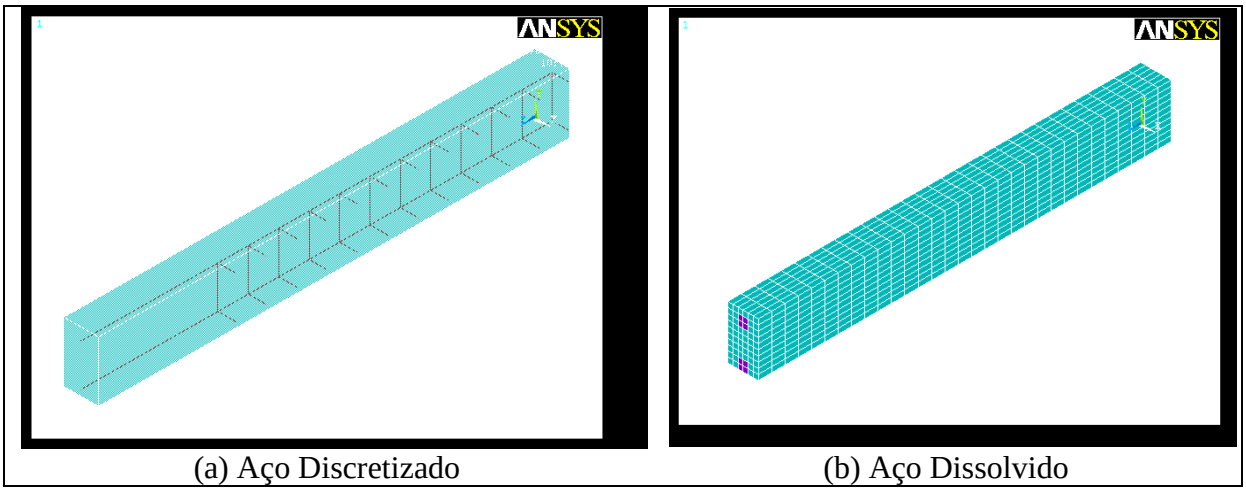
A resistência à compressão do concreto da viga atingiu valores de 39,2 MPa e a resistência à tração 3 MPa. O módulo de elasticidade encontrado para o concreto foi de 40 GPa, com coeficiente de Poisson de 0,2. Para o aço foi determinada uma carga de ruptura na tração de 511 MPa. A Tabela 4.2 sintetiza estas e outras informações sobre os parâmetros mecânicos dos materiais.

Tabela 4.2 – Características dos Materiais das Vigas de Martinelli & Takeya (1974)

Concreto		Aço
E_c = 40 GPa	E_s = 34 GPa	
$E_{adotado}$= 37 GPa	ν = 0,2	$E_{s,e}$ = 196 GPa
f_c = 39,2 MPa	f_t = 3 MPa	$E_{s,p}$ = 2 GPa
c = 5,42 MPa	ϕ = 59,07°	ν = 0,3
ψ = 12°	β_{aberto} = 0,05	f_y = 511 MPa
$\beta_{fechado}$ = 0,95	α_t = 0,6	

A Figura 4.6 mostra esquematicamente a montagem do problema, tanto para o caso de armadura discretizada, assim como, a dissolvida. As malhas são idênticas e cada elemento cúbico tem dimensões de 9,5x10x25 mm. Visando a um melhor desempenho do

processamento aproveitou-se da simetria existente no elemento estrutural, de forma, a trabalhar com um modelo de ¼ de viga.



(a) Aço Discretizado (b) Aço Dissolvido

Figura 4.6 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) aço dissolvido

A estrutura com aço discretizado tem um total de 2078 elementos, a de aço dissolvido tem 1860. Para a viga com aço diluído não foram modelados os estribos, somente as barras longitudinais. A Figura 4.7 apresenta a relação carga deslocamento no ponto central inferior, para as vigas ensaiadas, assim como, os resultados obtidos nas análises numéricas desenvolvidas neste trabalho.

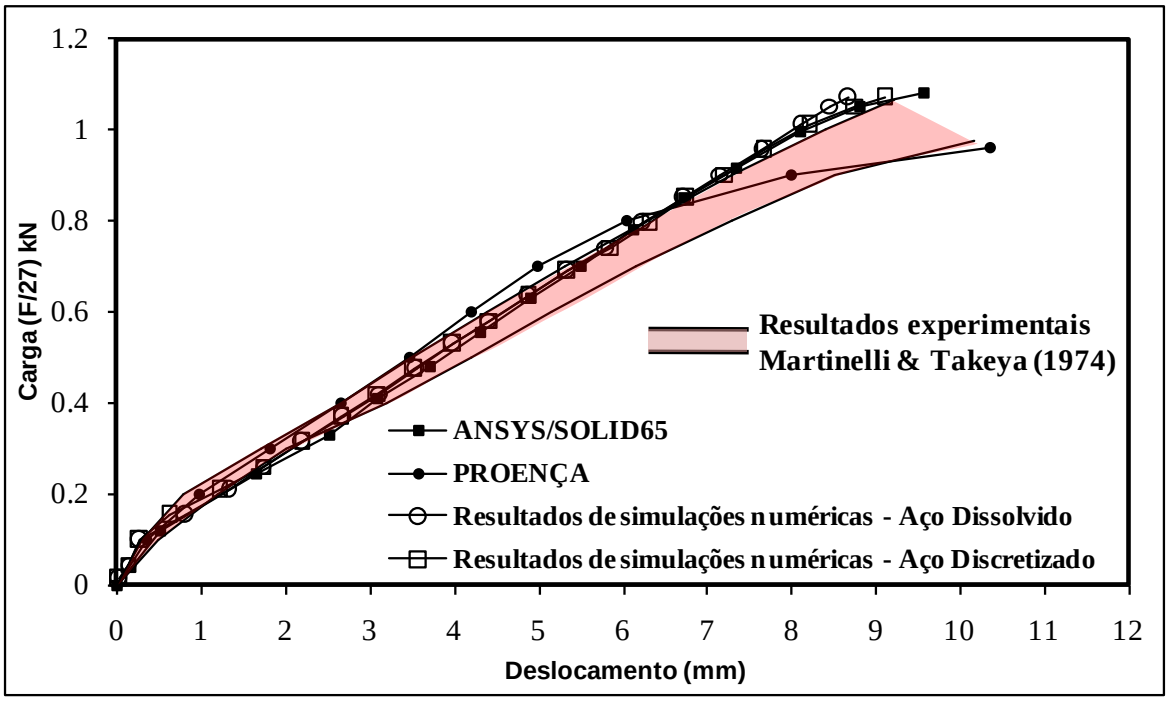


Figura 4.7 – Resultados carga x deslocamento

Observa-se a partir dos resultados obtidos numericamente, tanto para o caso discretizado assim como para o dissolvido, coerência com os resultados experimentais obtidos por Takeya e Martinelli (1974). Observa-se que os resultados numéricos tendem a

acompanhar os resultados de maior resistência dos experimentos. Assim como as simulações de outros pesquisadores, comentadas a seguir, isso pode decorrer de duas situações: a primeira diz respeito ao modelo elasto-plástico perfeito adotado para o concreto não considerando o amolecimento do material, outra hipótese, é a de que aquelas vigas, mais resistentes, apresentarem uma composição de material mais próxima à empregada na adoção dos parâmetros do modelo numérico.

A Figura 4.7 apresenta também resultados obtidos numericamente por Proença (1988) e Leonel et al. (2003) apresentado na legenda como "ANSYS/SOLID65". O primeiro realizou análises no programa FICON que tem em sua origem a publicação de Figueiras & Owen (1984) e que foi adaptado e em partes alterado por Proença (1988). Neste trabalho o concreto trabalhando a compressão foi admitido como plástico perfeito, para comportamento a tração adotou-se o comportamento de *tension stiffening* e o aço foi admitido como plástico perfeito com tensão de escoamento igual para compressão e tração. O autor aponta que mesmo não tendo sido realizados testes exaustivos para ajuste do modelo as divergências de resultados obtidos decorrem, principalmente, do modelo plástico perfeito adotado e da discretização empregada.

Por sua vez, Leonel et al. (2003) realizaram análises no ANSYS assim como este trabalho. Entretanto algumas diferenças podem ser ressaltadas. Naquele trabalho as análises foram realizadas somente com aço dissolvido, o modelo adotado para o concreto em compressão foi o de von-Mises e para tração adotou-se um recurso onde a tensão é instantaneamente anulada quando aquela resistência é atingida. Verifica-se que os resultados obtidos por Leonel et al. (2003) são compatíveis aos resultados obtidos neste trabalho.

Por fim, um detalhe curioso, a ser comentado diz respeito à variabilidade dos resultados experimentais. Neste caso, as vigas foram moldadas de forma idêntica e com os mesmos materiais, entretanto, o resultado obtido varia claramente de uma para outra. O desenvolvimento de fissuras, especialmente sua localização, não ocorre de forma idêntica para a estrutura. Regiões podem desenvolver diferentes resistências, influenciado a formação de fissuras. Heterogeneidade variável ao longo da peça também pode ser apontada como uma possível causa das variações observadas.

4.3.3 – Laje de Jofriet & Mcneice, (1971)

Neste item será apresentada a laje de concreto armado ensaiada por Jofriet & Mcneice em 1971. Trata-se de uma laje apoiada em seus quatro cantos com as seguintes dimensões:

comprimento de 914.4mm, largura de 914.4mm e altura de 44.45mm. O carregamento foi realizado de forma pontual no centro da laje. A armadura da laje é composta por uma tela metálica, que na referencia original, não é especificado qual o espaçamento entre fios de aço nem a espessura destes fios. O que é informado, por sua vez, é a taxa de aço (0,85%) encontrado naquele elemento. Desta forma, a modelagem da estrutura com aço discretizado, dimensionou o espaçamento e área de aço, de forma a atender a taxa estabelecida. O espaçamento entre fios foi da ordem de 70mm, e a área de cada fio de 19,8mm2. A Figura 4.8 esquematiza a geometria da laje e a posição da armadura.

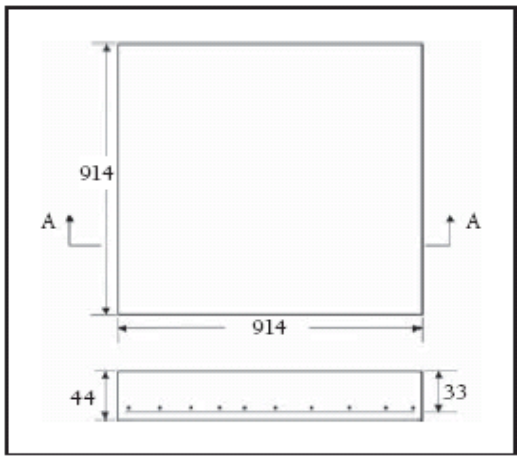


Figura 4.8 – Esquema da laje de Jofriet & Mcneice (1971)

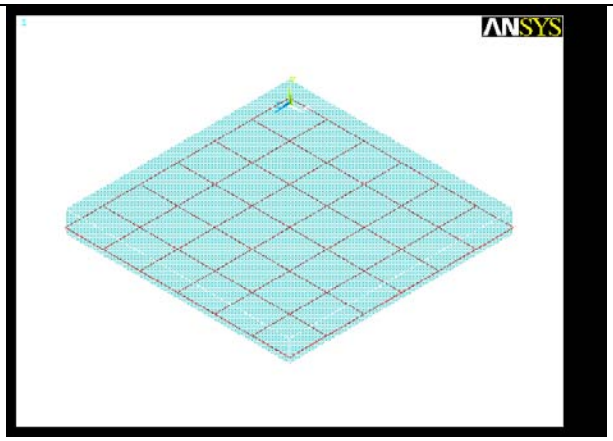
A resistência à compressão do concreto apontada pelos autores para a laje foi de 37,9 MPa, e na tração de 3,79MPa. O módulo de elasticidade determinado foi de 28613 MPa, com coeficiente de Poisson de 0,2. A resistência à tração do aço foi apresentada como 275kN, provavelmente um aço tipo "*grade* 42", da ASTM. A Tabela 4.3 sintetiza estas e outras informações sobre os parâmetros mecânicos do material.

Tabela 4.3 – Características dos Materiais da Laje de Jofriet & Mcneice (1971)

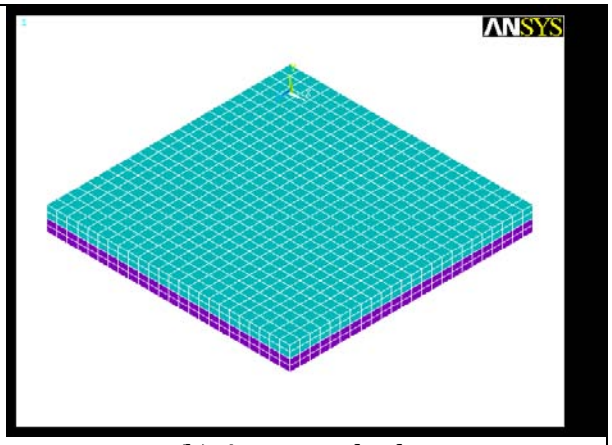
Concreto		Aço
E_c = 28.613 GPa	E_s = 24.321 GPa	$E_{s,e}$ = 200 GPa
$E_{adotado}$= 26.467 GPa	ν = 0,2	$E_{s,p}$ = 2 GPa
f_c = 37,92 MPa	f_t = 3,79 MPa	ν = 0,3
c = 5,99 MPa	ϕ = 54,91	f_y = 275 MPa
ψ = 12°	β_{aberto} = 0,05	
$\beta_{fechado}$ = 0,95	α_t = 0,6	

A Figura 4.9 mostra esquematicamente a montagem do problema, tanto para o caso de armadura discretizada, assim como dissolvida. As malhas são idênticas e cada elemento

cúbico tem dimensões de 19,05x19,05x11,12 mm. Visando a um melhor desempenho do processamento aproveitou-se da simetria existente no elemento estrutural, de forma, a trabalhar com um modelo de ¼ de laje.



(a) Aço Discretizado



(b) Aço Dissolvido

Figura 4.9 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) aço diluído

A estrutura com aço discretizado tem um total de 2656 elementos, a de aço dissolvido tem 2320. Devido à complexidade do apoio de canto das lajes, adotou-se um sistema composto por elementos elástico lineares, entre a laje e o apoio propriamente dito. Este sistema é aderido à base da laje, em dimensões compatíveis com o apoio (aproximadamente 75mm). O deslocamento vertical é então impedido em um único nó, com coordenadas iguais ao ponto extremo do apoio (75mm), isto permite que a laje rotacione livremente, e o sistema de apoio elástico linear evita a concentração de tensões na base da laje. A Figura 4.10 apresenta a parte inferior da laje onde está localizado este sistema de apoio, esta medida foi adotada para a situação com aço discretizado e dissolvido.

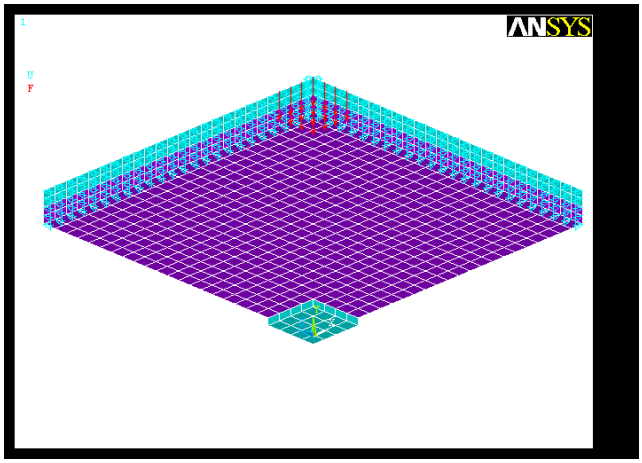


Figura 4.10 – Sistema de apoio para laje apoiada em 4 cantos

A Figura 4.11 apresenta a relação carga deslocamento no ponto central inferior, para a laje ensaiada, assim como, os resultados obtidos nas análises numéricas desenvolvidas neste trabalho.

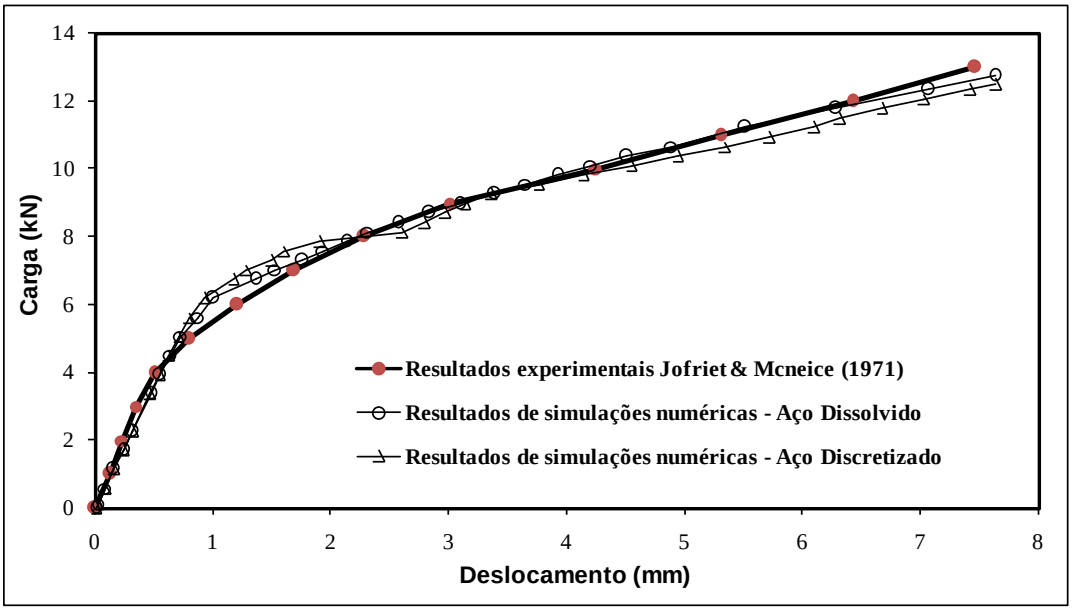


Figura 4.11 – Resultados carga x deslocamento

Verifica-se na Figura 4.11 um ajuste razoável entre os resultados das simulações numéricas, aço dissolvido e discretizado, com o experimental. No trecho entre 4 e 8 kN de carregamento observa-se uma maior resistência dos modelos numéricos. Uma possível explicação a este fato diz respeito ao modelo constitutivo adotado não levar em consideração o amolecimento do material, ou seja a degradação gradual da rigidez com o avanço da fissuração da peça.

Por outro lado, observa-se que, após este trecho, que os resultados dos dois modelos (discretizado e diluído) aproximam-se dos resultados experimentais. Destaca-se que poucas informações encontram-se disponíveis para esta laje. Assim como o parâmetro de resistência a tração, não são disponibilizadas informações mais precisas sobre o aço empregado, somente um valor de resistência a tração, que possivelmente seja o nominal. Além disso, as informações sobre os apoios e ponto de aplicação de carga são pouco detalhadas.

4.3.4 – Laje de Campos, (2000)

Apresenta-se a seguir a laje de concreto armado ensaiada por Campos em 2000 na Universidade Federal de Goiás (UFG). Esta laje apresenta dimensões de 4150mm x 4150mm x 72mm, apoiada ao longo de todo seu contorno e com carregamento distribuído em sua face superior. Este carregamento foi aplicado com sacos de tecido preenchidos com areia. A armadura encontrada na laje de concreto armado foi composta por barras de aço CA60 com 5mm de diâmetro. Esta armadura foi posicionada no interior da laje de forma eqüidistante sendo posicionadas 21 barras em cada direção. A Figura 4.12 apresenta esquematicamente as

dimensões da laje e posição da armadura. No trabalho de Campos (2000) outras lajes foram ensaiadas, e a que foi utilizada nesta pesquisa é a laje de número 2 (L2).

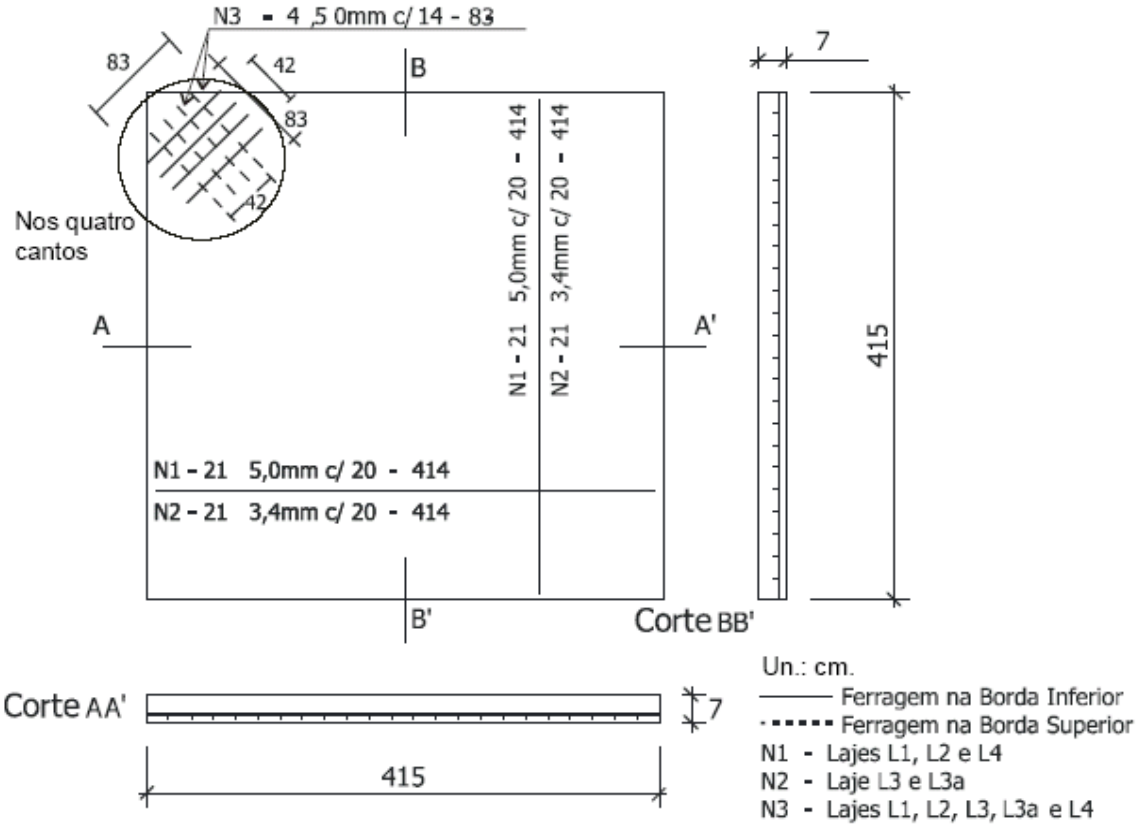


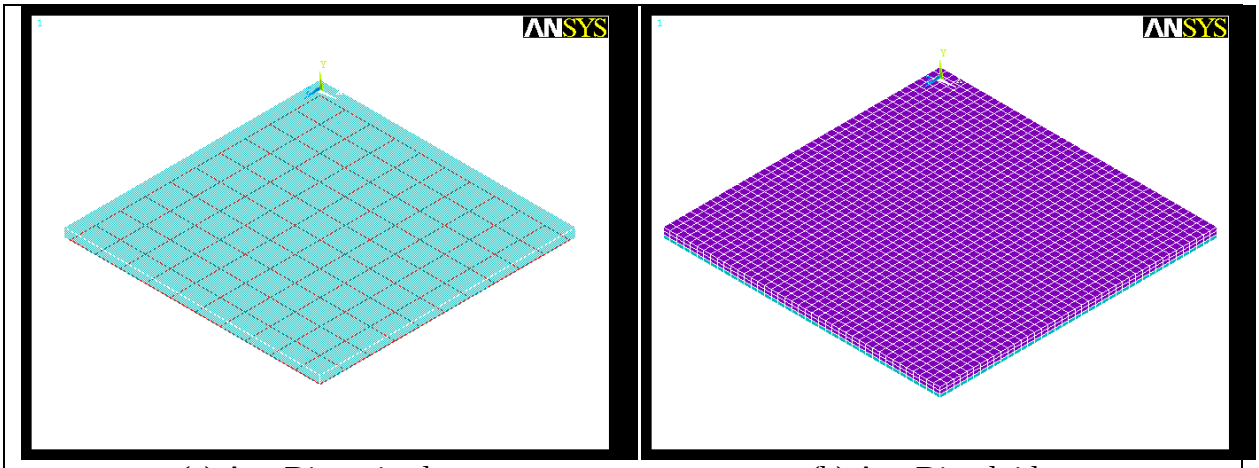
Figura 4.12 – Esquema da laje de Campos (2000)

A resistência à compressão do concreto apontada pelo autor para a laje foi de 20,7 MPa, não existindo medidas para a resistência a tração este valor foi adotado como 2,07 MPa. O módulo de elasticidade determinado foi de 17140 MPa, com coeficiente de Poisson de 0,2. A resistência à tração do aço determinada experimentalmente foi de 734kN. A Tabela 4.4 sintetiza estas e outras informações sobre os parâmetros mecânicos do material.

Tabela 4.4 – Características dos Materiais da Laje de Campos (2000)

Concreto		Aço
E_c = 17.140 GPa	E_s = 14.569 GPa	
$E_{adotado}$= 15.855 GPa	ν = 0,2	$E_{s,e}$ = 200.3 GPa
f_c = 20,7 MPa	f_t = 2,07 MPa	$E_{s,p}$ = 2 GPa
c = 3,27 MPa	ϕ = 54,91°	ν = 0,3
ψ = 12°	β_{aberto} = 0,3	f_y = 734 MPa
$\beta_{fechado}$ = 0,95	α_t = 0,6	

A Figura 4.13 mostra esquematicamente a montagem do problema, tanto para o caso de armadura discretizada, assim como dissolvida. Neste exemplo, diferentemente dos anteriores, foram adotadas malhas diferentes. Para o caso de armadura discretizada, em função da posição da mesma (h=10mm), a espessura foi dividida em 4 com nós posicionados nas seguintes coordenadas(0; 10; 30,66; 51.33 e 72mm). Já para a laje com armadura dissolvida foi adotada uma divisão da altura em 3 unidades, com nós nas posições (0, 24, 78 e 72mm). Em relação à largura e comprimento os elementos apresentaram dimensões de 50x50mm, para os dois casos. Visando a um melhor desempenho do processamento aproveitou-se da simetria existente no elemento estrutural, de forma, a trabalhar com um modelo de ¼ de laje.



(a) Aço Discretizado (b) Aço Dissolvido

Figura 4.13 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) aço dissolvido

A estrutura com aço discretizado tem um total de 7999 elementos, a de aço diluído tem 5416. Devido à possibilidade de afastamento da face inferior da laje das vigas de apoio adotou-se um elemento tipo barra (2 nós), para simular a conexão laje/vigas. Este elemento (Link10) pode trabalhar resistindo só a compressão ou a tração. Neste caso o elemento foi configurado de forma a trabalhar a compressão e caso ocorram esforços de tração o mesmo não oferece resistência. Desta forma se algum ponto na interface laje/viga tender a se afastar (levantar), o movimento será permitido.

A Figura 4.14 apresenta a relação carga deslocamento no ponto central inferior, para a laje ensaiada, assim como, os resultados obtidos nas análises numéricas desenvolvidas neste trabalho.

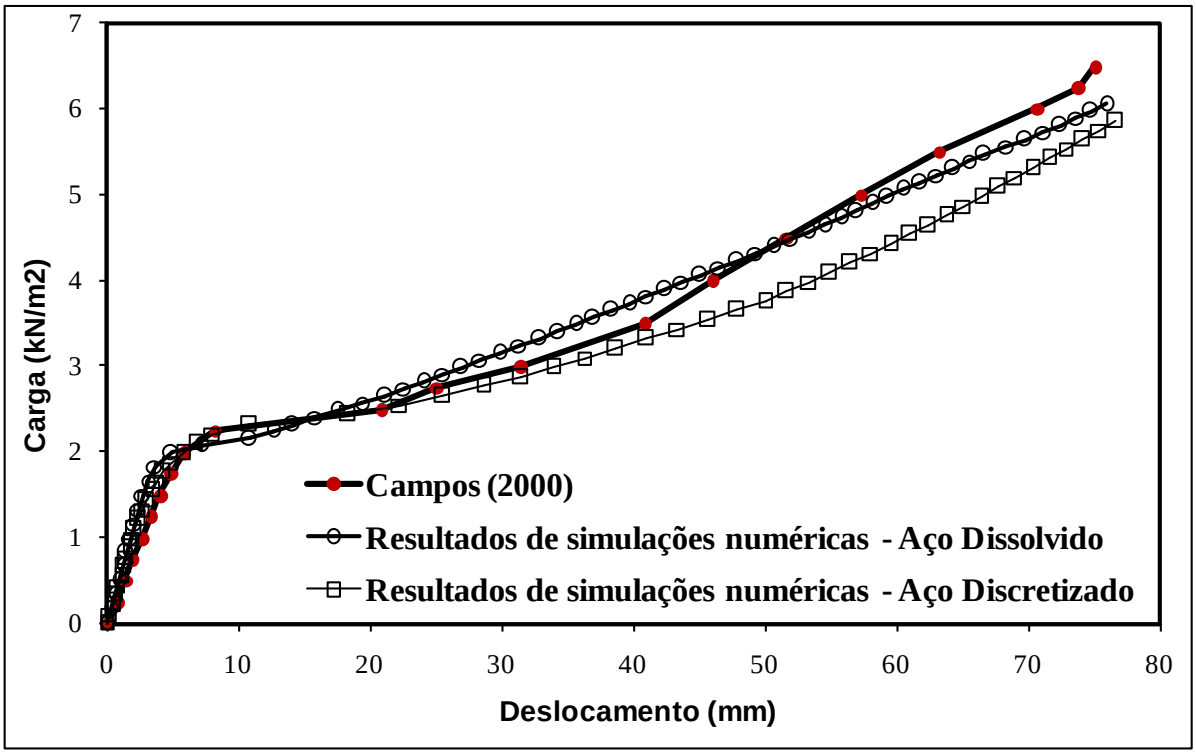


Figura 4.14 – Resultados carga x deslocamento

Os resultados obtidos nesta modelagem mostraram concordância com os resultados experimentais de Campos (2000). É interessante observar o elevado grau de deformação na fase final do ensaio, com deslocamentos verticais da ordem da espessura da laje. A resposta precisa do modelo para esta fase está em muito relacionada à consideração de não linearidade geométrica do modelo.

Comparativamente observa-se que para este caso o modelo com aço dissolvido respondeu de forma mais precisa que o de aço discretizado. Este fato pode estar associado a uma melhor representação espacial do aço na matriz de concreto, uma vez que a rigidez do aço é distribuída em todo elemento ao contrário do aço discretizado que tem toda sua rigidez concentrada ao longo de uma linha entre elementos.

Por fim há de se comentar que a separação entre face inferior da laje e vigas de apoio se mostrou essencial a modelagem realizada. Testes realizados mostraram representações errôneas ao não considerar este efeito. A não consideração deste efeito leva o modelo a uma representação de laje engastada e não simplesmente apoiada.

4.3.5 – Tubo com armadura simples Silva, (2011)

Apresentam-se neste tópico as simulações numéricas realizadas para o ensaio de um tubo com armadura simples apresentado por Silva, 2011. Trata-se de um programa experimental para avaliação da resistência a compressão diametral de tubos de concreto

reforçados com aço. Neste caso os tubos apresentavam diâmetro nominal de 800mm, comprimento de 1200mm e espessura de parede de 72mm. O reforço das estruturas foi elaborado com uso de telas soldadas e os tubos selecionados para as simulações apresentadas a seguir não apresentavam "bolsa". A Figura 4.15 apresenta uma vista geral do ensaio de compressão diametral, nesta figura é possível observar a instrumentação adotada no ensaio.

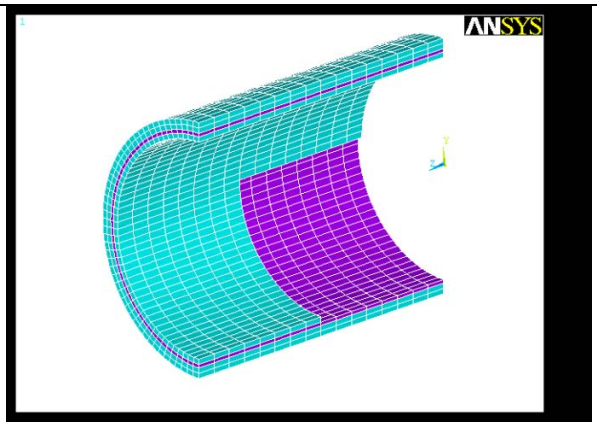
Figura 4.15 – Vista geral do ensaio de compressão diametral

O reforço de aço destes tubos foi constituído de telas soldadas tipo "PB 396", compostas em uma direção por fios nervurados de diâmetro igual a 7,1mm espaçados a cada 100mm e na outra direção por fios nervurados com diâmetro igual a 4,2mm e espaçados a cada 200mm. O tipo de aço destas telas soldadas é o CA-60 e mecanicamente apresenta as seguintes propriedades: comportamento elástico linear até a tensão de 710MPa e deformabilidade de 3‰, comportamento plástico com endurecimento até a tensão de 750MPa e deformabilidade de 1‰, desta forma, com módulo tangente inicial de 210GPa e residual de 2,1GPa. Uma vez atingido este limite o material apresenta ruptura brusca. O posicionamento destas telas soldadas é feita a 25,8mm da face interior do tubo.

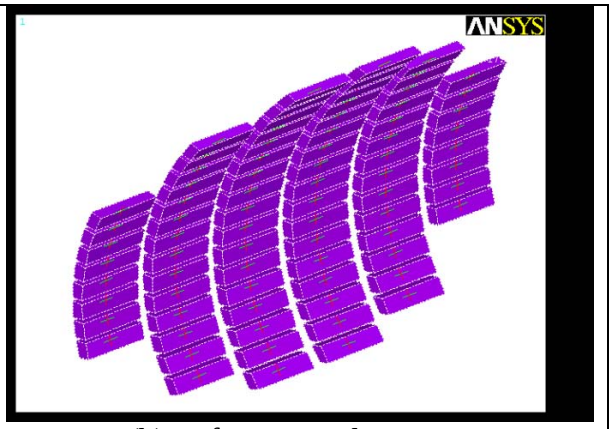
O concreto empregado na confecção destes tubos foi ensaiado a compressão simples e tração por compressão diametral. Para os ensaios de compressão os valores de resistência obtidos foram de 45,5 MPa e 51,38 MPa, para corpos de prova extraídos do tubo e moldados, respectivamente. Em relação aos resultados de resistência a tração do material foram obtidos valores de 4,4 MPa e 5,07 MPa, para corpos de prova moldados nas mesmas condições do tubo e em mesa vibratória, respectivamente. O valor do modulo de elasticidade foi determinado conforme procedimento da NBR 6118:2003, em que, (Ec = 5600*$\sqrt{f_{ck}}$) e que para este caso conduziu a valores de 37,7 e 40,1 GPa (extraído e moldado respectivamente) e

32,1 e 34,1 GPa para o módulo secante (Es=0,85Ec). Destaca-se novamente que a adoção de um módulo secante está relacionada ao comportamento linear do modelo adotado até que se atinja a plastificação.

Para as simulações numéricas elaboradas neste caso dois modelos foram adotados, um com o reforço discretizado e outro com reforço dissolvido através dos elementos de concreto. Para o caso em que o reforço de aço foi dissolvido adotou-se uma discretização com 4 elementos na espessura (ordem de espessura de 18mm), comprimento de 100mm e arco de aproximadamente 30mm totalizando 3200 elementos para meio tubo. O reforço nos elementos foi empregado nas duas direções nas quais a tela encontra-se instalada. A Figura 4.16 apresenta a discretização adotada assim como o posicionamento e detalhe do reforço.



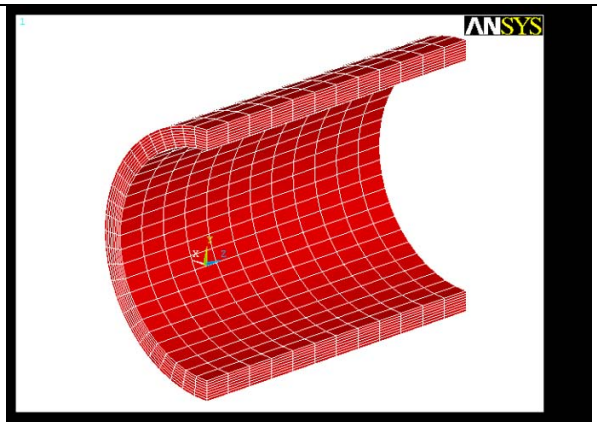
(a) Aço Dissolvido



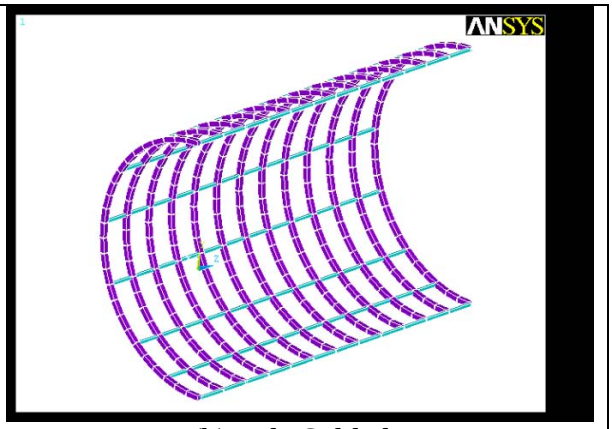
(b) Reforço nos elementos

Figura 4.16 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço dissolvido, (b) reforço de aço nos elementos

Por sua vez a estrutura com aço discretizado apresenta elementos com espessura de 9mm (8 divisões na espessura), comprimento de 100mm e arco de 115mm, totalizando 2930 elementos. A Figura 4.17 apresenta a discretização do modelo assim como a armadura adotada para simular o reforço de aço, neste caso as cores diferentes apontam a diferença de espessura entre os fios longitudinais e transversais.



(a) Aço Discretizado



(b) Tela Soldada

Figura 4.17 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) tela soldada

A Tabela 4.5 apresenta os parâmetros mecânicos adotados para as simulações numéricas desenvolvidas neste item.

Tabela 4.5 – Características dos Materiais do Tubo (Armadura Simples)

Concreto		Aço
E_c = 37.7 GPa	E_s = 32.1 GPa	
$E_{adotado}$= 32 GPa	ν = 0,2	$E_{s,e}$ = 210 GPa
f_c = 45,5 MPa	f_t = 4,5 MPa	$E_{s,p}$ = 2.1 MPa
c = 7,15 MPa	ϕ = 55,08°	ν = 0,3
ψ = 10°	β_{aberto} = 0,05	f_y = 710 MPa
$\beta_{fechado}$ = 0,95	α_t = 0,55	f_u = 750 MPa

A Figura 4.18 apresenta os ponto de instrumentação dos deslocamentos verticais medidos durante a execução do ensaio de compressão diametral. Estes deslocamentos foram medidos através de transdutores de deslocamento, e a carga respectiva a cada deslocamento foi adquirida através de um sistema de aquisição instalado junto a célula de carga do atuador hidráulico.

Figura 4.18 – Detalhe da instrumentação dos deslocamentos verticais

Uma vez realizada a aquisição de dados (carga e deslocamento) foi possível traçar a curva carga x deslocamento de cada ensaio realizado (neste caso 4 tubos). A Figura 4.19 apresenta as curvas obtidas para cada ensaio assim como os resultados das análises numéricas elaboradas neste trabalho.

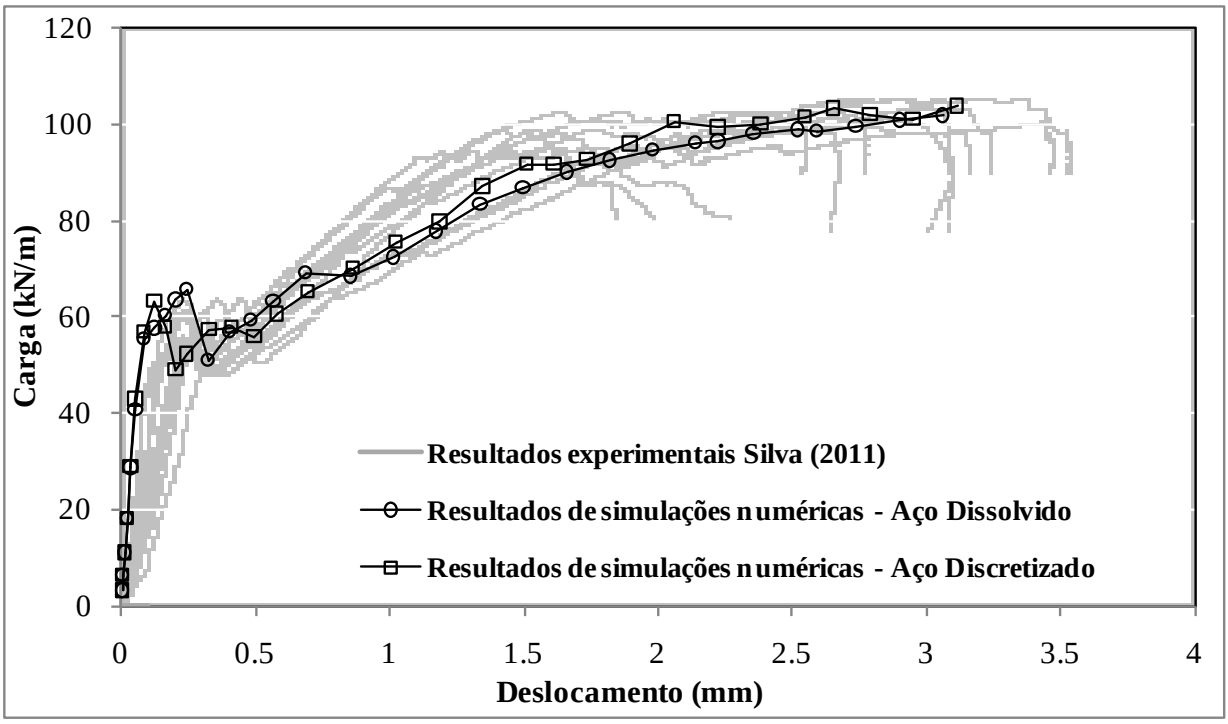


Figura 4.19 – Resultados das simulações numéricas e experimentais

Os resultados apresentados na Figura 4.19 mostram que o comportamento carga x deslocamento obtidos tanto para as simulações considerando o aço dissolvido assim como discretizado representam de forma satisfatória os resultados obtidos experimentalmente.

Destaca-se que o trecho inicial de carregamento (até aproximadamente 60kN/m), fase inicial de formação de fissuras na peça, os resultados do modelo encontram-se mais rígidos que o apresentado experimentalmente. Este fato assim como nos casos apresentados anteriormente relaciona-se ao fato de o modelo adotado não considerar o dano sofrido pelo material nesta fase. Desta forma o módulo de elasticidade considerado na simulação é superior ao encontrado no material, conduzindo a este comportamento mais rígido.

Pode-se notar ainda que neste limiar de carga (60kN/m), a coalescência das fissuras leva a um enfraquecimento global da peça. Este enfraquecimento, por sua vez, conduz a um estado de ruptura frágil, com queda brusca da carga até que os esforços sejam redistribuídos na armadura. Verifica-se que o modelo adotado representa de forma apropriada esta fase do ensaio. Deve-se mencionar que estes resultados são possíveis somente se, a simulação for feita com acréscimos de deslocamento.

A partir desta fase verifica-se que o comportamento da peça de concreto fica dependente do comportamento das armaduras. A relação carga x deslocamento passa a ser função da curva tensão x deformação do aço. Nesta fase os fios nervurados de aço atingem seu patamar de escoamento (aproximadamente 710 MPa) e próximo a seu limite de

deformabilidade último (aproximadamente 3‰) a peça apresenta ruptura total. É possível notar a partir dos resultados que o modelo simula de forma adequada esta fase do ensaio.

Uma análise geral das simulações numéricas desenvolvidas para este ensaio permite concluir que existe uma boa coerência entre os resultados experimentais e os desenvolvidos neste trabalho. Destaque deve ser dado ao fato de se captar o enfraquecimento estrutural da peça decorrente da fissuração com posterior retomada de carga. Outro fato a ser mencionado decorre da qualidade dos dados utilizados nas análises desenvolvidas. Neste caso os ensaios de compressão e tração do concreto, assim como caracterização do aço utilizado permitiram uma representação próxima ao encontrado nos resultados experimentais.

4.3.6 – Tubo com armadura dupla Silva, (2011)

No trabalho de Silva (2011) são apresentados também resultados experimentais de tubos de concreto com reforço duplo de aço. Este reforço é constituído de telas soldadas de aço e posicionadas na proximidade das faces interior e exterior do tubo. As dimensões destes tubos são: comprimento de 1200mm, diâmetro nominal de 1200mm e espessura de parede de 110mm. Assim como os anteriores os tubos selecionados para as análises numéricas deste trabalho não apresentavam "bolsa". A Figura 4.20 apresenta esquematicamente a disposição das armaduras destes tubos.

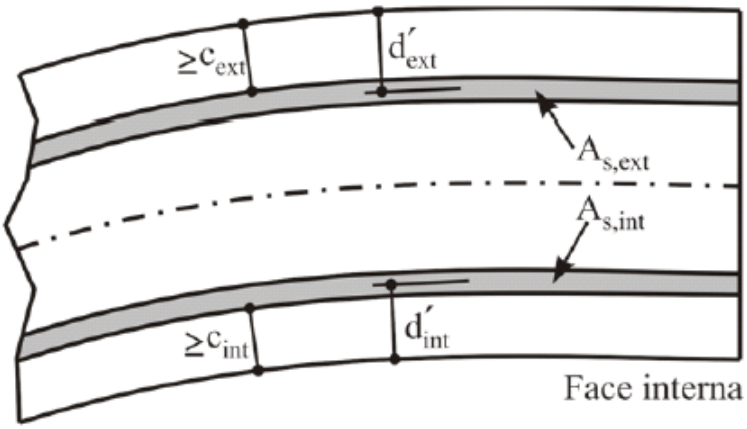


Figura 4.20 – Esquema da disposição da armadura dupla (Silva, 2011)

A armadura externa é constituída por tela soldada tipo PB-196 e a interna por PB-396. A configuração geométrica da tela PB-396 já foi apresentada no item 4.3.5, e a tela PB-196 é composta em uma direção por fios nervurados de diâmetro igual a 5mm espaçados a cada 100mm e na outra direção por fios nervurados com diâmetro igual a 3,4mm e espaçados a cada 200mm. As propriedades mecânicas destas telas são as mesmas que as apresentadas no

item 4.3.5. A cobertura da armadura interna (Cint) foi de 3.35mm e a externa (Cext) de 1.75mm.

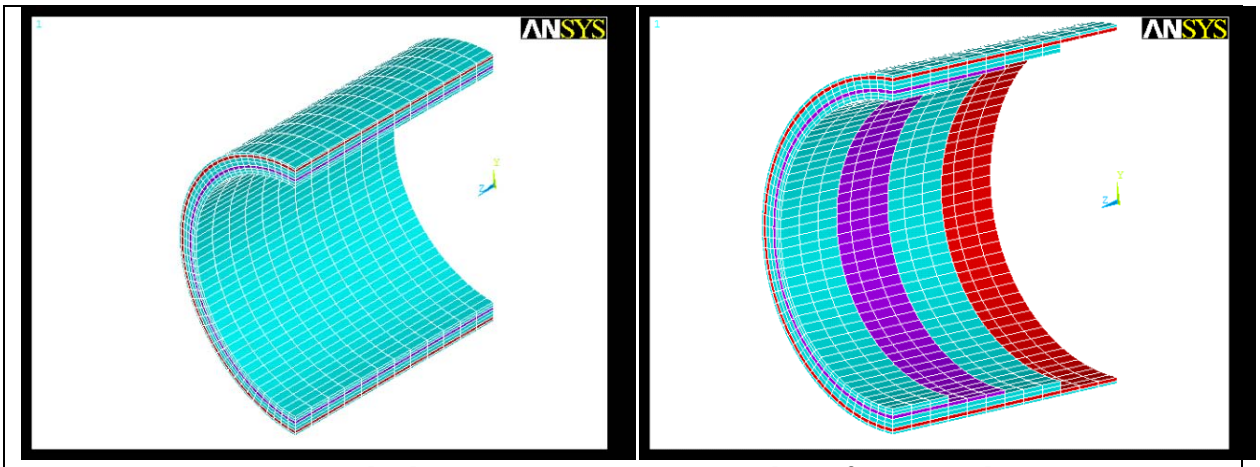
O concreto empregado na confecção destes tubos foi ensaiado a compressão simples e tração por compressão diametral. Para os ensaios de compressão os valores de resistência obtidos foram de 41,3 MPa e 46,8 MPa, para corpos de prova extraídos do tubo e moldados, respectivamente. Em relação aos resultados de resistência a tração do material foram obtidos valores de 3,9 MPa e 4,2 MPa, para corpos de prova moldados nas mesmas condições do tubo e em mesa vibratória, respectivamente. O valor do modulo de elasticidade foi determinado conforme procedimento da NBR 6118:2003, em que, (Ec = 5600*fck^0,5) e que para este caso conduziu a valores de 35,9 e 38,3 GPa (extraído e moldado respectivamente) e 30,5 e 32,9 GPa para o módulo secante (Es=0,85Ec). Destaca-se novamente que a adoção de um módulo secante está relacionada ao comportamento linear do modelo adotado até que se atinja a plastificação.

A Tabela 4.6 apresenta os parâmetros mecânicos adotados para as simulações numéricas desenvolvidas neste item.

Tabela 4.6 – Características dos Materiais do Tubo (Armadura Dupla)

Concreto		Aço
E_c = 35.9 GPa	E_s = 30.5 GPa	
$E_{adotado}$= 30.5 GPa	ν = 0,2	$E_{s,e}$ = 210 GPa
f_c = 41,3 MPa	f_t = 4,0 MPa	$E_{s,p}$ = 2.1 GPa
c = 6,42 MPa	ϕ = 55,42°	ν = 0,3
ψ = 10°	β_{aberto} = 0,05	f_y = 710 MPa
$\beta_{fechado}$ = 0,95	α_t = 0,55	f_u = 750 MPa

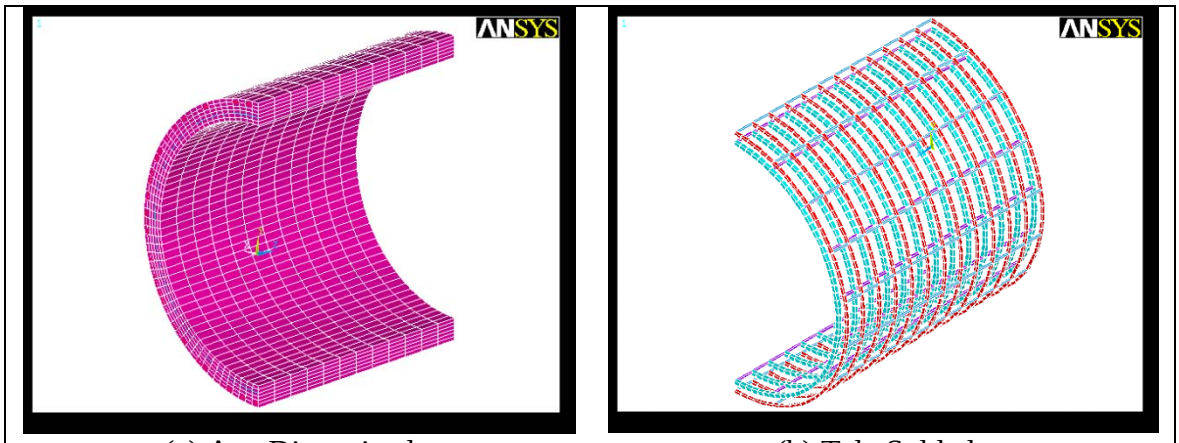
Para as simulações numéricas elaboradas neste caso dois modelos foram adotados, um com o reforço discretizado e outro com reforço dissolvido através dos elementos de concreto. Para o caso em que o reforço de aço foi dissolvido foram adotadas duas camadas de reforço entre os elementos de concreto. Neste caso a discretizacao foi composta de 7 elementos na espessura (ordem de espessura de 15mm), comprimento de 100mm e arco de aproximadamente 40mm totalizando 4200 elementos para meio tubo. O reforço dos elementos foi empregado nas duas direções nas quais a tela se encontra instalada. A Figura 4.21 apresenta a discretização adotada assim como o posicionamento e detalhe do reforço.



(a) Aço Dissolvido (b) Reforço nos elementos

Figura 4.21 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço dissolvido, (b) reforço de aço nos elementos

Por sua vez a estrutura com aço discretizado apresenta elementos com espessura de 18mm (6 divisões na espessura), comprimento de 100mm e arco de 40mm, totalizando 5532 elementos. A Figura 4.22 apresenta a discretização do modelo assim como a armadura dupla adotada para simular o reforço de aço, neste caso as cores diferentes apontam a diferença de espessura entre os fios longitudinais e transversais.



(a) Aço Discretizado (b) Tela Soldada

Figura 4.22 – Esquema geral do problema analisado: (a) aço discretizado, (b) tela soldada

O procedimento de ensaio assim como a instrumentação adotada seguem os mesmos princípios daquele apresentado no item 4.3.5. A Figura 4.23 apresenta as curvas obtidas para cada ensaio assim como os resultados das análises numéricas elaboradas neste trabalho.

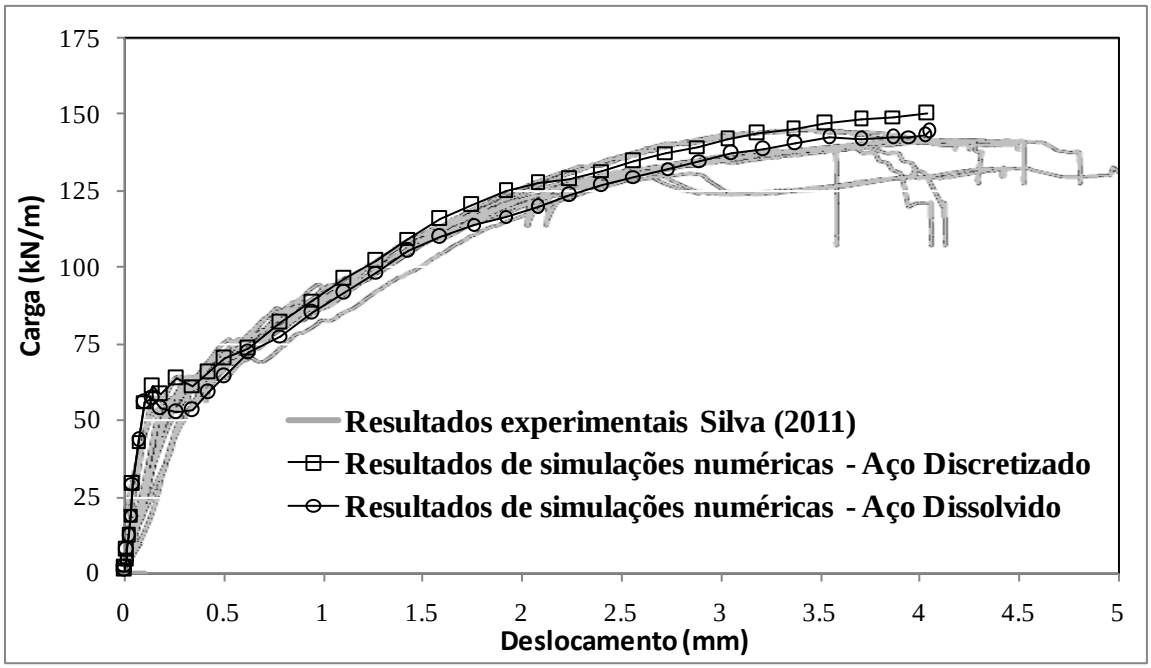


Figura 4.23 – Resultados das simulações numéricas e experimentais

Assim como nos resultados apresentados anteriormente é possível observar que o início do carregamento (aproximadamente 55kN/m) apresenta maior rigidez no modelo numérico do que aquele obtido experimentalmente. A explicação para isso está no fato de que o modelo não apresenta danificação da rigidez conforme o processo de fissuração evolui.

Uma vez atingido este carregamento nota-se um enfraquecimento estrutural da peça. Entretanto a presença de uma armadura dupla faz com que a ruptura frágil verificada no exemplo do item 4.3.5 seja amenizada para este caso. Este efeito decorre da presença do reforço tanto na parte interna assim como na parte externa da estrutura. Esta configuração de armadura permite que a redistribuição de esforços, oriundos do processo de fissuração ocorra de forma suavizada.

Uma vez ultrapassada esta fase do ensaio o comportamento carga x deslocamento passa a ser regido pelas características mecânicas do aço. Como poderia se esperar a capacidade máxima de carga é superior àquela do tubo com armadura simples e espessura de 72mm.

Destaque é dado neste exemplo à importância da qualidade dos dados a serem empregados no modelo numérico. Muitas análises foram realizadas considerando a espessura da parede do tubo como a prevista em projeto com valor de 110mm. As respostas carga x deslocamento obtidas nestas análises apontavam sempre um estrutura com rigidez na ordem de 10 a 20% superior que àquela registrada nos ensaios. Contudo Silva (2011) aponta que os

valores obtidos a partir de medidas da espessura do tubo *in loco* foram de 100,8mm e não o anteriormente apresentado. A partir deste fato um novo modelo numérico foi elaborado considerando a espessura adequada. Este novo modelo conduziu a resultados tanto para o modelo de reforço dissolvido assim como discretizado próximos aos experimentais.

4.3.7 – Considerações Finais

Apresentaram-se ao longo deste capítulo resultados experimentais de diversos pesquisadores assim como das simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho. Verifica-se a partir dos resultados obtido que o modelo adotado assim como a configuração da solução numérica conduziram a resultados razoáveis na representação do concreto armado para diversas condições de carregamento e geometria das peças.

Destacam-se a seguir alguns pontos que se mostraram fundamentais para a modelagem do material, enfatiza-se que estas conclusões foram baseadas em exaustivos testes desenvolvidos ao longo deste trabalho:

- Modelo constitutivo – a definição da superfície de ruptura e deformabilidade mostrou-se essencial nas análises realizadas. Modelos que consideram o comportamento de "*tension stiffening*", dilatância e um critério com resistência dependente da tensão hidrostática, conduziram aos resultados obtidos;

- Condições de Contorno – a forma de aplicação de carga assim como a vinculação empregada mostraram influência considerável nos resultados obtidos. A concentração de tensões e o impedimento de rotação foram os fatores que exigiram maior atenção. A laje de Jofriet & Mcneice (1971) e a laje de Campos (2000) mostraram resultados fortemente dependentes desta condição. Por outro lado nos tubos apresentados por Silva, 2011 a simulação do carregamento pela imposição de deslocamentos monotonicamente crescentes foi imprescindível para representação do enfraquecimento, em fase inicial de carregamento, da peça. É importante notar que o entendimento do mecanismo de transmissão do carregamento é fundamental para o sucesso das análises;

- Qualidade de dados – verifica-se forte influência da qualidade de dados na modelagem. Dimensões, valores de resistência, módulos e precisão nas medidas dos dados experimentais são fundamentais para a representação do modelo físico. Das estruturas analisadas neste trabalho a laje de Campos (2000); os tubos de Silva (2011) e as vigas de Takeya e Martinelli (1974) são as estruturas para as quais uma maior quantidade e

melhor qualidade de informações encontravam-se disponíveis. Nestes casos o ajuste preciso entre os resultados experimentais e de simulações numéricas exigiram menor esforço. Por outro lado para a laje de Jofriet e Mcneice (1971) e a viga de Özcan et al., (2009) foram necessárias interpretações, por muitas vezes subjetivas para parametrização do material. Como exemplo pode-se mencionar a determinação da deformabilidade do concreto a partir da resistência à compressão simples, e o ajuste do comportamento do aço a partir de curvas encontradas na literatura, neste caso técnica ou mesmo comercial. Nestes casos além do esforço envolvido na elaboração do modelo numérico, foi necessária a concepção de um material que não só atendesse às características apresentadas na publicação original mas que fosse coerente com o comportamento esperado para aquele tipo de material.

Capítulo 5

5 - Validação de Simulações Numéricas de Escavação

5.1 - Introdução

Neste capítulo são apresentadas validações de técnicas numéricas de simulação de escavação de subterrânea. Para estas validações foram realizadas simulações numéricas com modelos elásticos e elasto-plásticos, modelos em estado plano, axisimétricos e tridimensionais. Apresenta-se ainda um modelo transiente para análises de estabilidade de frente de túneis rasos.

As análises com modelos elásticos foram comparadas às principais soluções encontradas na literatura para a escavação subterrânea. Neste caso as soluções selecionadas neste trabalho são listadas a seguir. Para o caso de estado plano a solução analítica de Kirsch, para o caso axissimétrico as soluções analíticas de Panet (1979);(1993);(1995); Panet e Guenot (1982). Ainda referente à representação axisimétrica de uma escavação foram realizadas análises numéricas para comparação com os resultados apresentados por Vlachopoulos, 2009. Desenvolveram-se também simulações numéricas tridimensionais para comparação com os resultados de Unlu e Gercek (2003), onde o efeito da variação do coeficiente de Poisson é observado. Ainda em relação a modelos elásticos lineares tridimensionais foi comparada a solução de Panet (axisimétrica) a um modelo analisado numericamente.

Para os modelos elasto-plásticos foram realizadas simulações numéricas para comparação aos resultados das soluções analíticas de Duncan Fama (1993), onde a superfície de plastificação é a de Mohr-Coulomb, solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) com superfície de plastificação de Hoek e Brown (parâmetro a = 0,5) e por fim a solução analítica de Chen e Tonon (2011) com a superfície generalizada de Hoek e Brown (parâmetro "a" variável). Vale destacar que todas estas soluções são idealizadas em estado plano de deformação, e têm como resultados, medidas de deslocamento, comportamento das

tensões e desenvolvimento da plastificação. É comum encontrar na literatura seus resultados expressos em representações do tipo "convergência-confinamento". Por fim vale destacar que não são soluções formuladas para consideração direta do efeito tridimensional de uma escavação.

Para a consideração do efeito tridimensional do processo de escavação subterrânea, foram realizadas simulações com modelos axisimétricos e tridimensionais. De forma a validar os resultados obtidos nestas pesquisa os mesmo foram comparados aos resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) e Vlachopoulos e Diederichs (2009). Nestes dois trabalhos são apresentados resultados de modelos numéricos considerando as superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown generalizado para condições variáveis de resistência do maciço.

A última série de validação de técnicas numéricas de escavação envolve a adoção de um modelo transiente para solução de túneis rasos (usualmente delimitados para profundidades inferiores a 2 diâmetros). Destaca-se que todos os modelos apresentados anteriormente são aplicados a casos onde a superfície do terreno está distante o suficiente para não influênciar a distribuição de tensões e deslocamentos na região circundante da escavação (caso de túneis profundos com profundidade superior a 2D) e nos quais o problema pode ser resolvido de forma estática. Entretanto para escavações próximas à superfície o efeito da inércia deve ser levado em consideração e para tanto a necessidade da adoção de um modelo transiente. De forma a validar este comportamento foram realizadas simulações numéricas e seus resultados comparadas aos obtidos por Mollon (2010), assim como, a solução de análise limite de Heinz (1988).

Como ferramenta imprescindível às análises realizadas, apresenta-se no próximo tópico a superfície de plastificação adotada neste trabalho. Trata-se de uma superfície encontrada na bilbioteca do programa e que permite ajuste a diversas superfícies encontradas na literatura. Destaca-se que as superfícies originais de Mohr-Coulomb ou Hoek-Brown não são encontradas na biblioteca do programa.

5.2 - Detalhes das Simulações Numéricas Para Processos de Escavação

Neste tópico são apresentados detalhes sobre os elementos selecionados assim como o modelo constitutivo adotado para simulação dos processos de escavação subterrânea. Como

visto anteriormente as superfícies de plastificação usualmente adotadas nas soluções analíticas são a de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, entretanto na biblioteca do *software* estas superfícies não se encontram disponíveis sendo necessária a adoção e ajuste de parâmetros em uma superfície similar. No caso do *software* adotado nesta pesquisa a superfície selecionada é a denominada de "*Extended Drucker Prager - Cap Model*", conforme apresentado a seguir esta superfície apresenta os requisitos necessários para ajuste às superfícies supra mencionadas.

Os elementos selecionados para estas simulações foram: "*plane182*" para as simulações bidimensionais (estados plano de deformação e axisimétrico) e "*solid185*" para as simulações tridimensionais. O primeiro trata de um elemento com ordem de integração linear com quatro nós e dois graus de liberdade em cada um dos nós (x,y). O segundo, por sua vez, trata-se de um elemento com ordem de integração linear com oito nós e três graus de liberdade em cada nó (x,y,z).

A motivação da escolha destes elementos foi a possibilidade da adoção da superfície de plastificação "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" que possibilita um ajuste das superfícies de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown (generalizada ou não). Ainda neste elemento é possível a adoção de modelos de deformabilidade elástico e elasto-plástico perfeito ou com endurecimento e regra de fluxo associativa ou não associativa.

A superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" foi selecionada por atender as seguintes premissas: apresentar um aumento da resistência ao cisalhamento dependente da componente hidrostática, possibilitar que a resistência nos meridianos de compressão, cisalhamento e tração sejam diferentes para uma dada componente hidrostática (influência do ângulo de similaridade θ"), possibilitar que os meridianos do critério sejam não lineares e ainda permitir um "*cut-off*" na tração e compressão (as duas últimas premissas são especialmente importantes ao critério de Hoek-Brown). A Figura 5.1 apresenta possíveis ajustes da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" de forma a atender os requisitos mencionados anteriormente.

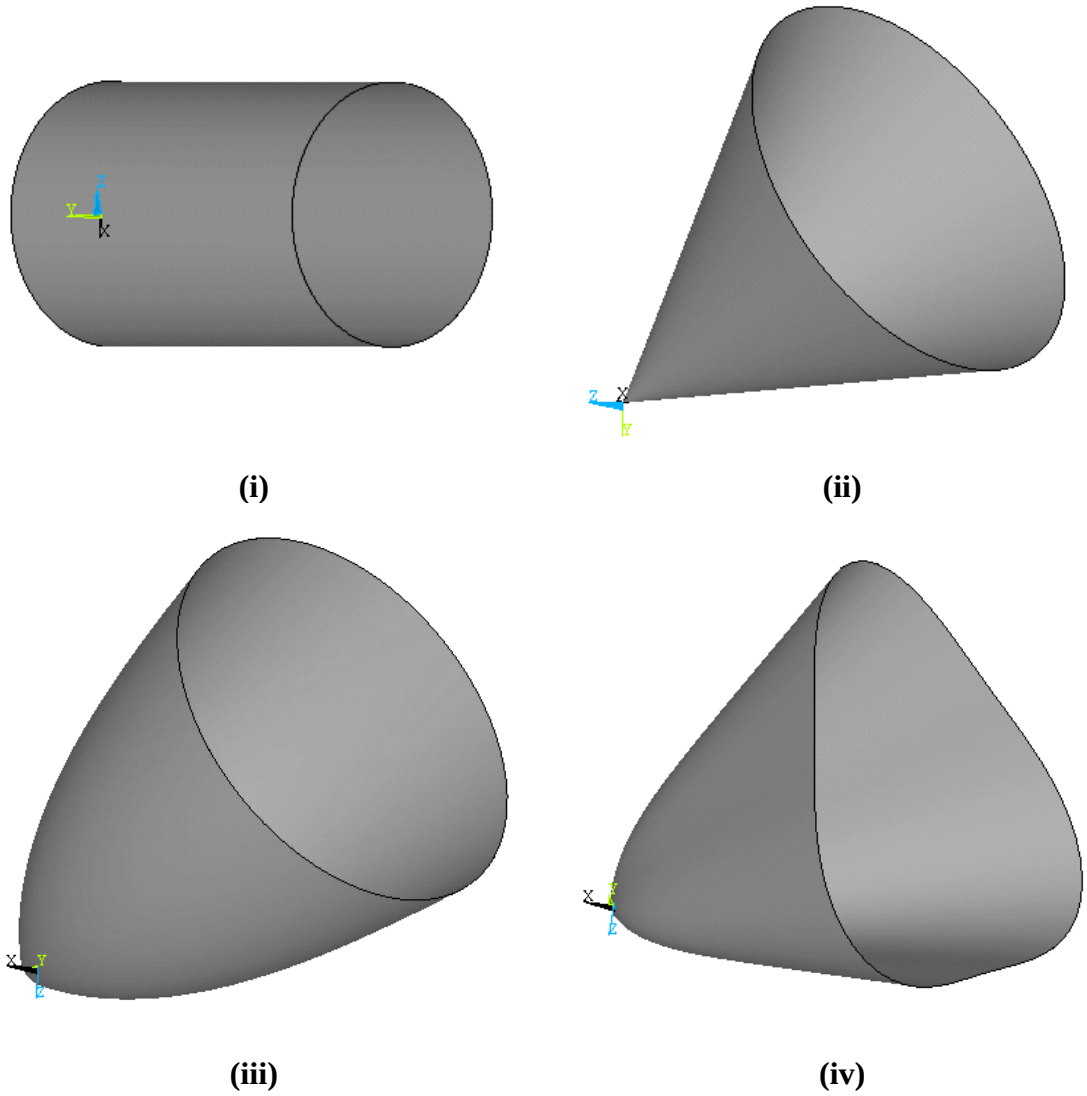


Figura 5.1 – Possíveis ajustes da superfície *Extended Drucker Prager - Cap Model* - (i) ajuste à superfície de Von-Mises; (ii) ajuste à superfície de Drucker-Prager; (iii) ajuste à superfícies de meridianos não-lineares; (iv) consideração do ângulo de similaridade

Para o delineamento da superfície *Extended Drucker Prager - Cap Model* o *software* opera concomitantemente a construção de três superfícies distintas: a de cisalhamento, a de tração e a de compressão. Para cada uma dessas superfícies são empregadas equações distintas e que têm sua continuidade garantida através de equações de Heaviside (H). O número de parâmetros necessários para a definição da superfície são oito, e serão apresentados a seguir. Em termos dos invariantes adotados para a construção da superfície tem-se: I1 para a componente hidrostática e $\sqrt{J2}$ para a componente desviadora. A Figura 5.2 apresenta os ramos de tração, compressão e cisalhamento assim como alguns dos parâmetros mencionados. As equações 5.1 a 5.3 descrevem, respectivamente, as superfícies de cisalhamento, tração e compressão.

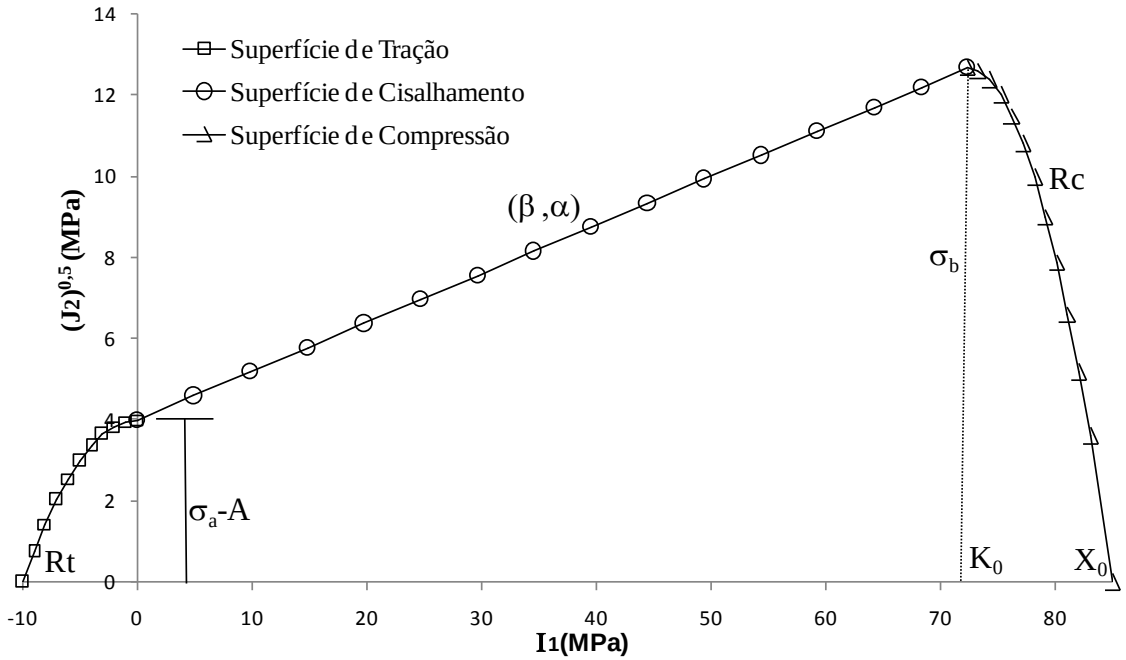


Figura 5.2 – Esquema geral da superfície *"Extended Drucker Prager - Cap Model"*

$$\sqrt{J2} = \left(\sigma_a - A * exp^{(\beta * I1)} - \alpha * I1\right) * f(\theta, \psi) \tag{5.1}$$

$$\frac{\sqrt{J2}}{\sqrt{J2}(0,\sigma_a)} = 1 - H(I1) * \left(\frac{I1}{R_t * \sqrt{J2}(0,\sigma_a)}\right)^2 \tag{5.2}$$

$$\frac{\sqrt{J2}}{\sqrt{J2}(k_0,\sigma_b)} = 1 - H(I1 - k_0) * \left(\frac{I1 - k_0}{R_c * \sqrt{J2}(k_0,\sigma_b)}\right)^2 \tag{5.3}$$

Onde:

σ_a , A - Parâmetros de ajuste do plano desviador para I1 = 0;

σ_b - Parâmetros de ajuste do plano desviador para I1 = K_0;

α - Parâmetro relacionado ao aumento da resistência ao cisalhamento de forma dependente a componente hidrostática;

β - Parâmetro relacionado a não-linearidade dos meridianos;

H - Função de Heaviside;

Rt - Relação entre o eixo X (I1) e Y (√J2) para construção da superfície de tração;

Rc - Relação entre o eixo X (I1) e Y (√J2) para construção da superfície de compressão;

ψ - Relação entre resistência nos meridianos de tração e compressão;

θ - Ângulo de similaridade

X_0 - Extremo máximo da superfície de compressão;

K_0 - Ponto de transição entre a superfície de cisalhamento e de compressão.

Conforme observado nas Figuras 51. e 5.2 a superficie *"Extendend Drucker Prager - Cap Model"* pode ser ajustada a um número considerável de superfícies de plastificação. A não-linearidade de seus meridianos assim como os *"caps"* de tração e compressão possibilitam este fato. Um outro fator que torna a superfície versátil diz respeito à consideração do ângulo de similaridade na construção da superfície. A equação 5.4 mostra como o comportamento da superfície é influenciado por este parâmetro. A Figura 5.3 por sua vez apresenta comportamentos distintos quando o parâmetro ψ é variado.

$$f(\theta,\psi) = \frac{1}{2} * (1 + sen3\theta + \frac{1}{\psi} * (1 - sen3\theta)) \qquad (5.4)$$

Onde:

ψ - Relação entre resistência nos meridianos de tração e compressão;

θ - Ângulo de similaridade

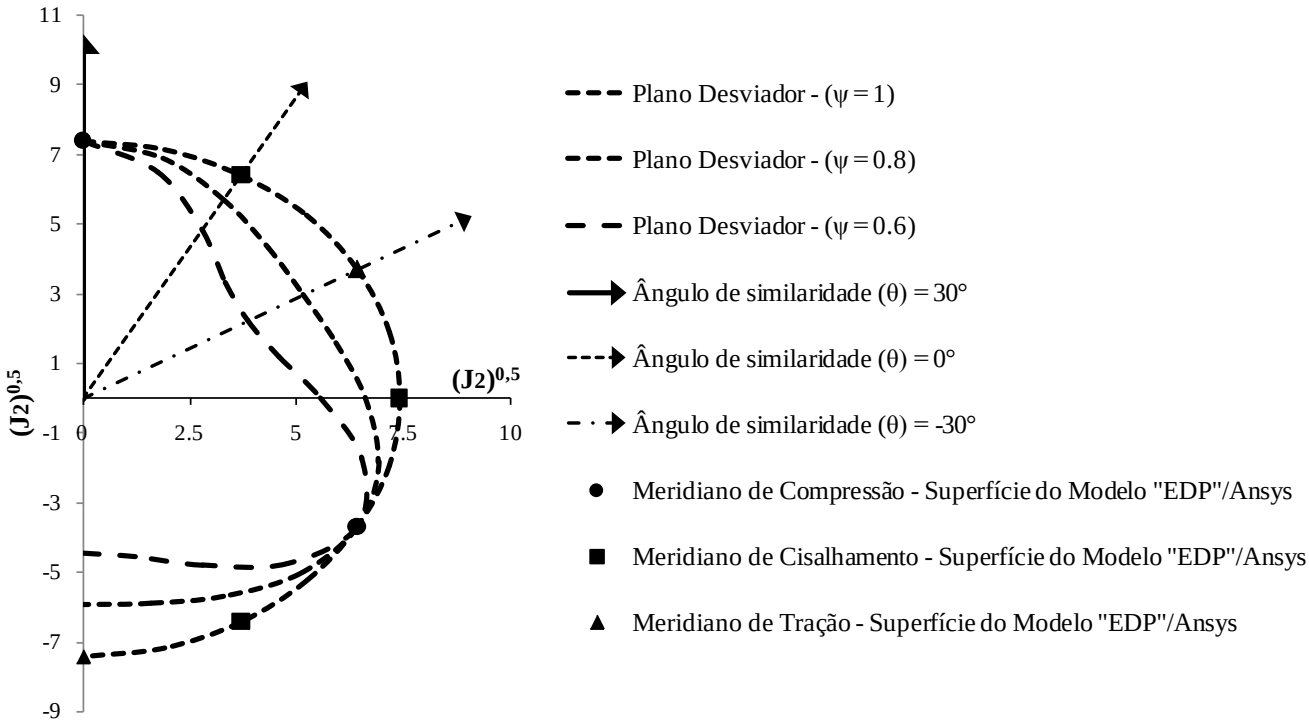


Figura 5.3 - Influência do ângulo de similaridade (θ) na superfície *"Extended Drucker Prager - Cap Model"*

A flexibilidade mostrada na Figura 5.3 permite que valores diferenciados sejam definido para os meridianos de tração, cisalhamento e compressão para um mesmo valor de componente hidrostática.

5.3 - Validações Elásticas

Neste item serão apresentadas as validações de simulações de escavação considerando o material como elástico linear. Para tanto foram selecionadas soluções analíticas e numéricas da literatura para comparação aos resultados obtidos pelas simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho. A solução analítica de Kirsch foi selecionada para a consideração de estado plano. Para soluções analíticas axissimétricas Panet (1979);(1993);(1995); Panet e Guenot (1982) foram as escolhidas. Ainda na linha de simulações axissimétricas foram validados os resultados obtidos numericamente por Vlachopoulos (2009) e Unlu e Gercek (2003), sendo que o último apresenta resultados que levam em consideração o efeito da variação do coeficiente de Poisson. São apresentados ainda resultados de simulações tridimensionais que foram comparadas às soluções de Panet e Unlu e Gercek.

5.3.1 – Solução de Kirsch

Para a validação da solução analítica de Kirsch foram realizadas simulações em estado plano de deformação para três casos distintos com características apresentadas na Tabela 5.1. Destaca-se que as convenções adotadas na solução de Kisch encontram-se apresentadas no item 3.3, com detalhes na Figura 3.4.

Tabela 5.1 - Situações para validação da solução de Kirsch

Parâmetro	Caso 1	Caso 2	Caso 3
E (MPa)	10	10	10
G (MPa)	3.84	3.84	3.84
ν	0.3	0.3	0.3
a (m)	5	5	5
p1 (kPa)	10	10	10
p2 (kPa)	10	20	20
θ (°)	0	0	90

A Figura 5.4 apresenta um esquema geral do problema em análise assim como um detalhe da malha de elementos finitos adotada na simulação do problema. Destaca-se que o posicionamento do contorno (x) mostrou influência considerável sobre os resultados obtidos. A adequação entre a solução analítica e as simulações numéricas exigem que o contorno seja posicionado a uma distância (x) do centro de escavação, de forma que, o deslocamento preconizado na solução de Kirsch seja suficientemente pequeno. Para o caso em estudo a

solução analítica apontava valores de deslocamento radial da ordem de 0,004% em relação ao raio, a aproximadamente 400m de distância do centro da escavação. Este valor foi adotado como a posição do limite do modelo numérico (x=400m). O número total de elementos dessa simulação foi de 3663 e de nós 3847, sendo que a região escavada conta com 362 elementos. Menciona-se ainda que a partir de testes realizados através de simulações numéricas o refinamento da malha mostrou baixa influência nos resultados obtidos, ao passo que o afastamento do contorno apresentou forte influência.

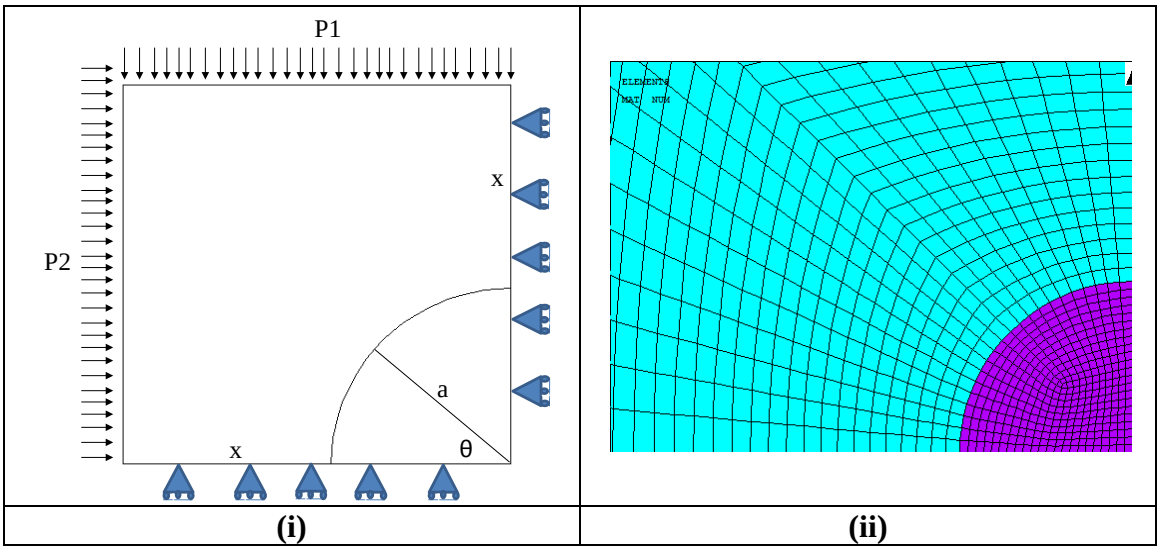


Figura 5.4 - Detalhes da solução de Kirsch: (i) esquema geral; (ii) malha de elementos finitos

As Figuras de 5.5 a 5.10 apresentam os resultados obtidos através de simulações numéricas assim como as soluções analíticas de Kirsch para os casos 1, 2 e 3 apresentados anteriormente. Estes resultados são apresentados em termos de deslocamentos assim como de tensões.

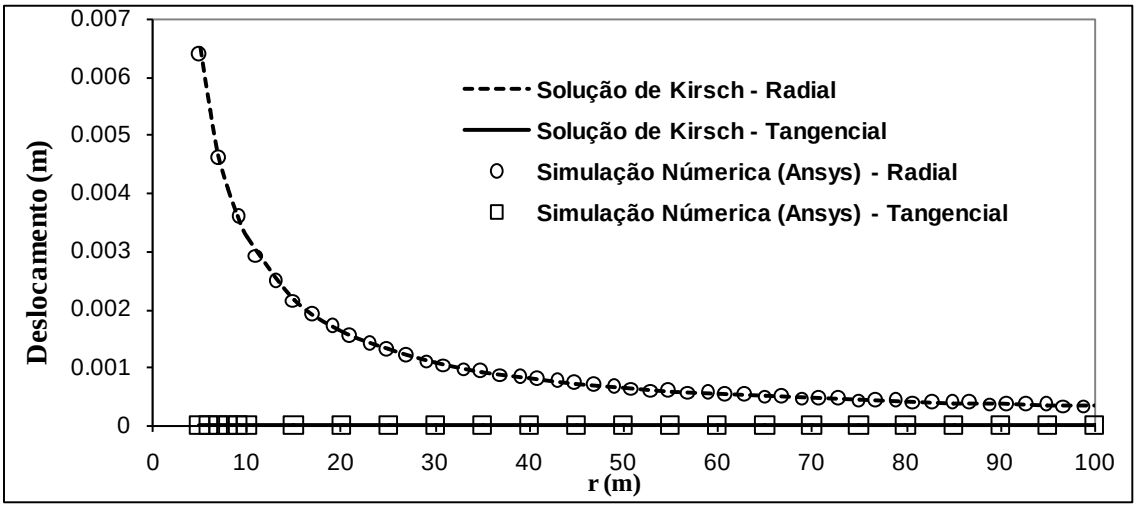


Figura 5.5 - Deslocamentos obtidos através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 1

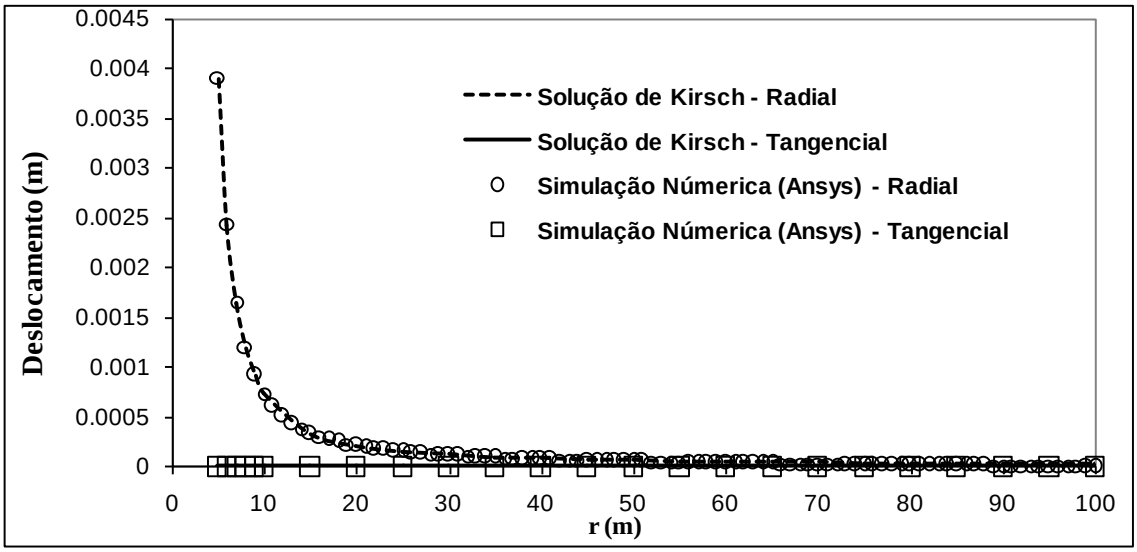


Figura 5.6 - Deslocamentos obtidos através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 2

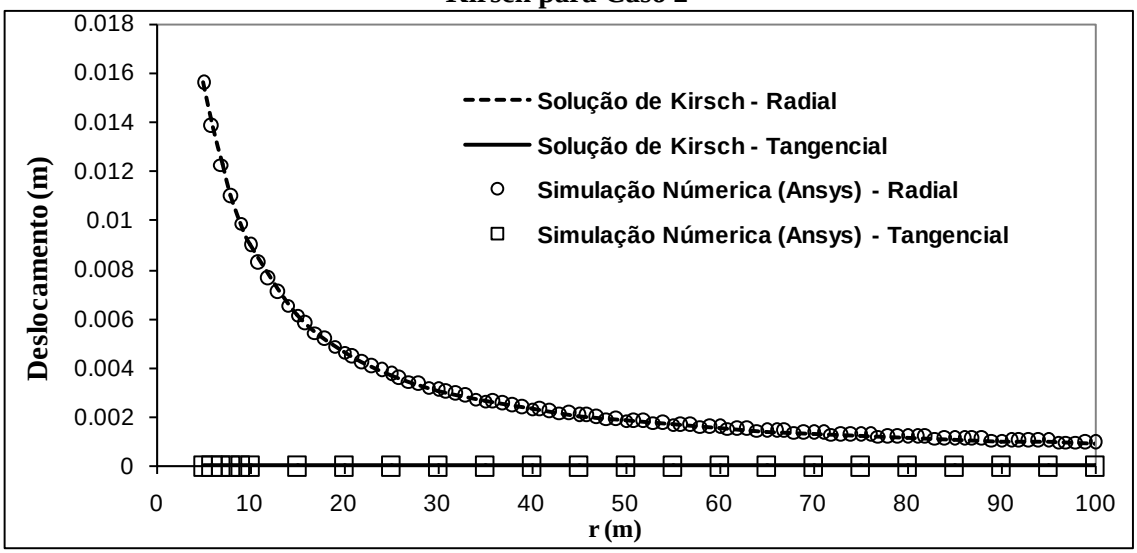


Figura 5.7 - Deslocamentos obtidos através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 3

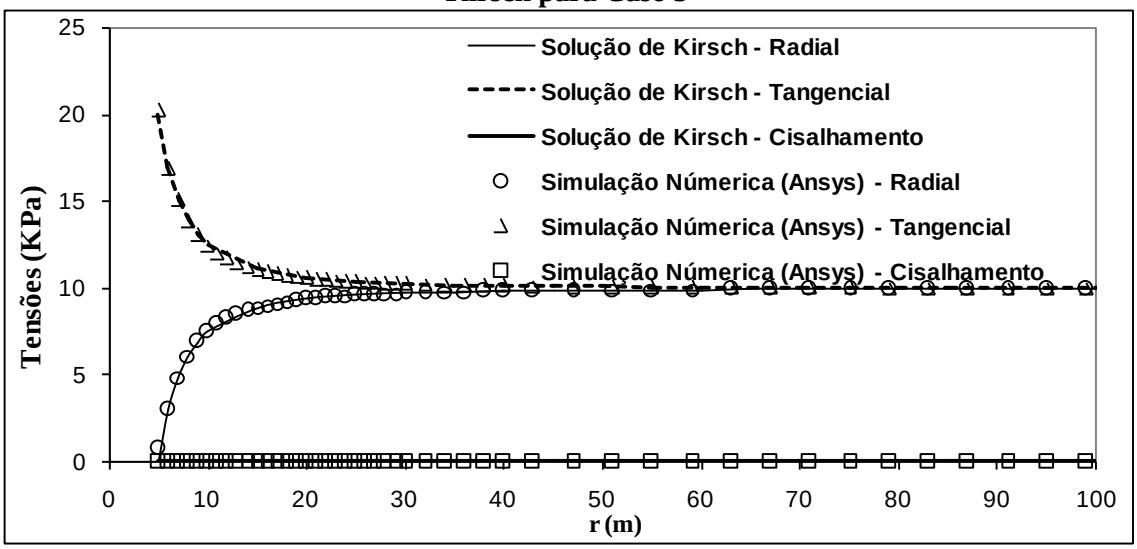


Figura 5.8 - Tensões obtidas através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 1

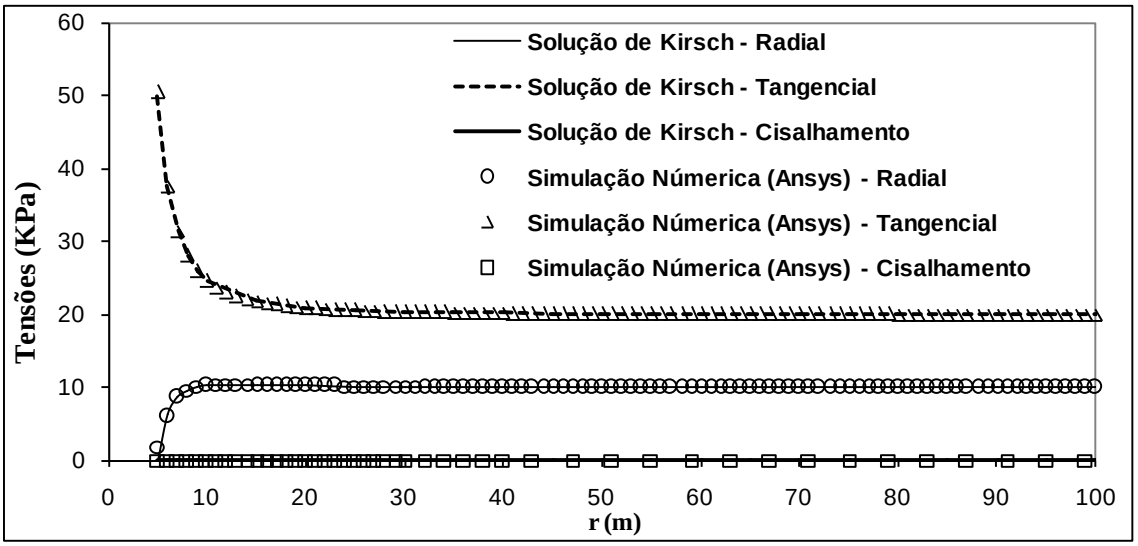


Figura 5.9 - Tensões obtidas através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 2

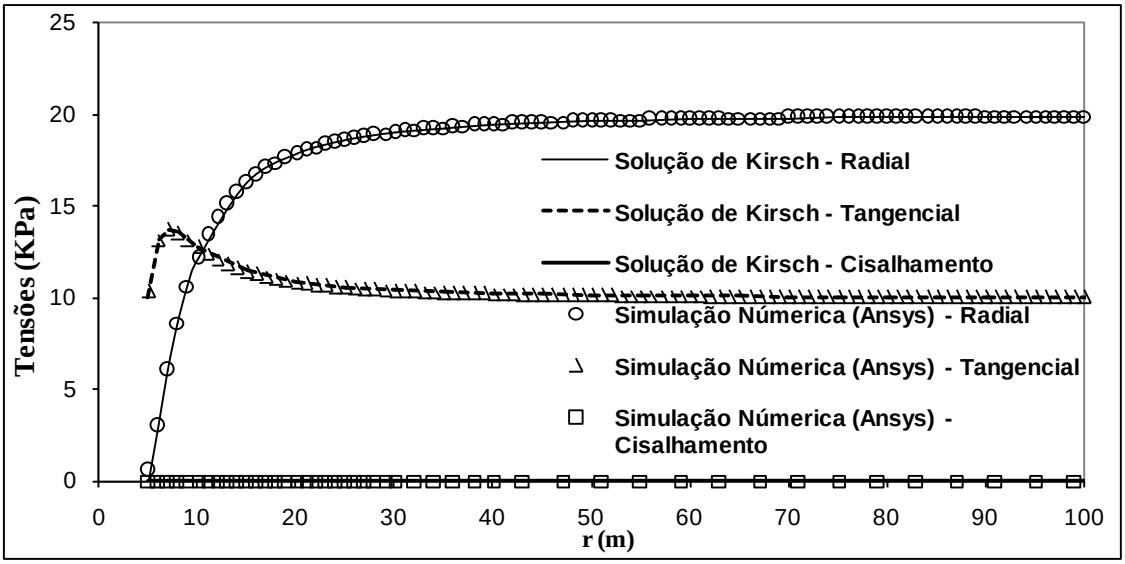


Figura 5.10 - Tensões obtidas através de simulações numéricas e solução analítica de Kirsch para Caso 3

A partir das Figuras de 5.5 a 5.10 pode-se inferir um ajuste preciso entre a solução obtida através das simulações numéricas e da solução analítica de Kirsch. Enfatiza-se que estes resultados são dependentes do posicionamento dos limites da malha.

5.3.2 – Soluções Analíticas de Panet

Apresentam-se a seguir os resultados obtidos para simulações axisimétricas e tridimensionais e que foram comparadas a soluções analíticas de Panet (1979);(1993);(1995); Panet e Guenot (1982). São soluções que permitem o conhecimento do perfil longitudinal de deslocamento da superfície escavada e assim incorporam o efeito tridimensional da escavação realizada. Nestas soluções os resultados são fornecidos somente na forma de deslocamento. A

Tabela 5.2 apresenta as propriedades do material estudado e a Figura 5.11 apresenta a idealização dos modelos axisimétricos e tridimensionais empregados.

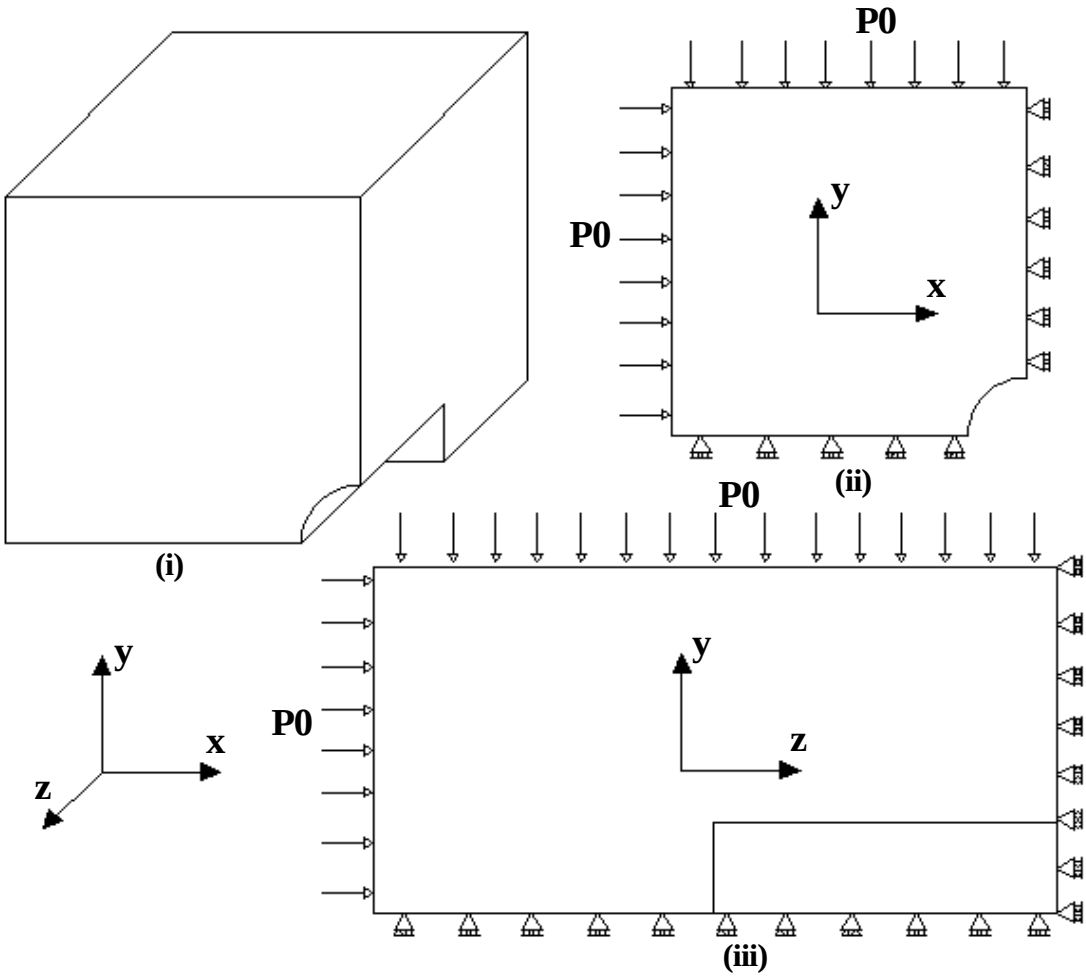


Figura 5.11 - Esquema geral dos modelos empregados para validação de Panet - (i) modelo tridimensional, (ii) seção transversal, (iii) modelo axisimétrico

Tabela 5.2 - Parâmetros para simulações de Panet

E (MPa)	ν	P0 (MPa)	R (m)
100	0,3	1	5

Nestas análises o posicionamento do limite do modelo apresentou resultados coerentes para valores próximos a 20R, ou seja, um afastamento de 100m. Em se tratando de análises elásticas a escavação foi realizada em único passo, não havendo necessidade de um sequenciamento da escavação. Desta forma o comprimento total escavado foi de 50m, que para este caso é o valor da solução de Panet onde ocorre a estabilização dos deslocamentos radias. A Figura 5.12 apresenta resultados das simulações numéricas axisimétricas e tridimensionais e da solução analítica de Panet (1979).

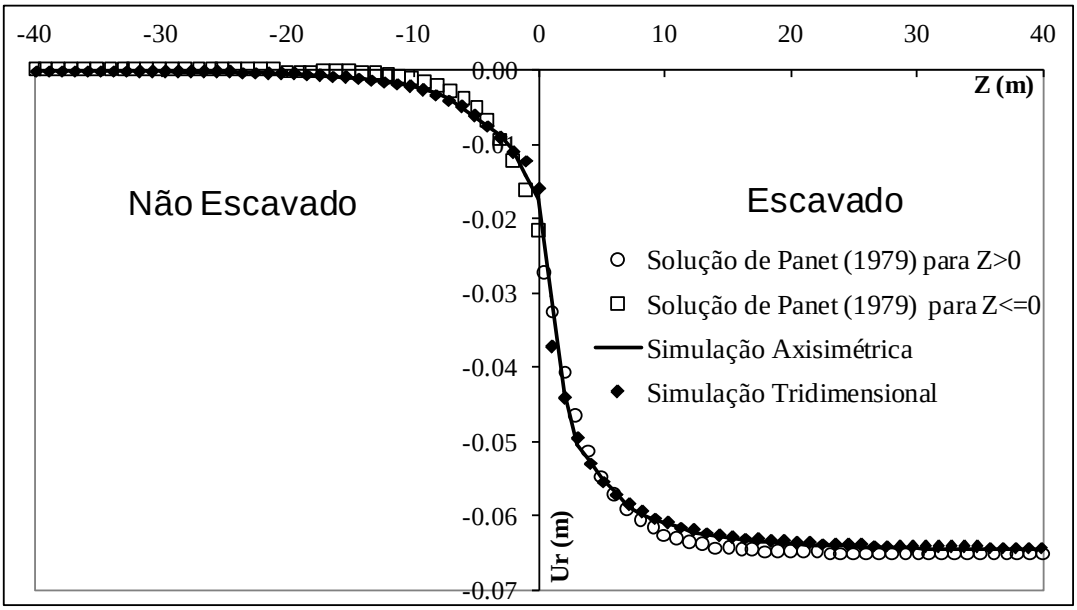


Figura 5.12 - Resultados das simulações numéricas tridimensionais e axisimétricas e solução analítica de Panet (1979)

Observa-se um bom ajuste entre os resultados obtidos numericamente e a solução analítica de Panet (1979). É possível notar ainda que os modelos axisimétrico e tridimensional apresentam resultados muito próximos. Uma pequena variação entre estes resultados decorre do refinamento de malha de cada um dos modelos. O modelo axisimétrico apresenta maior refinamento de malha e conduz a resultados mais próximos aos da solução analítica.

A Figura 5.13 apresenta a comparação destes resultados a soluções analíticas de Panet (1993);(1995) e Panet e Guenot (1982). São soluções similares à apresentada anteriormente mas que tem sua apresentação de deslocamentos adimensionalizada assim como alterações sutis em sua formulação.

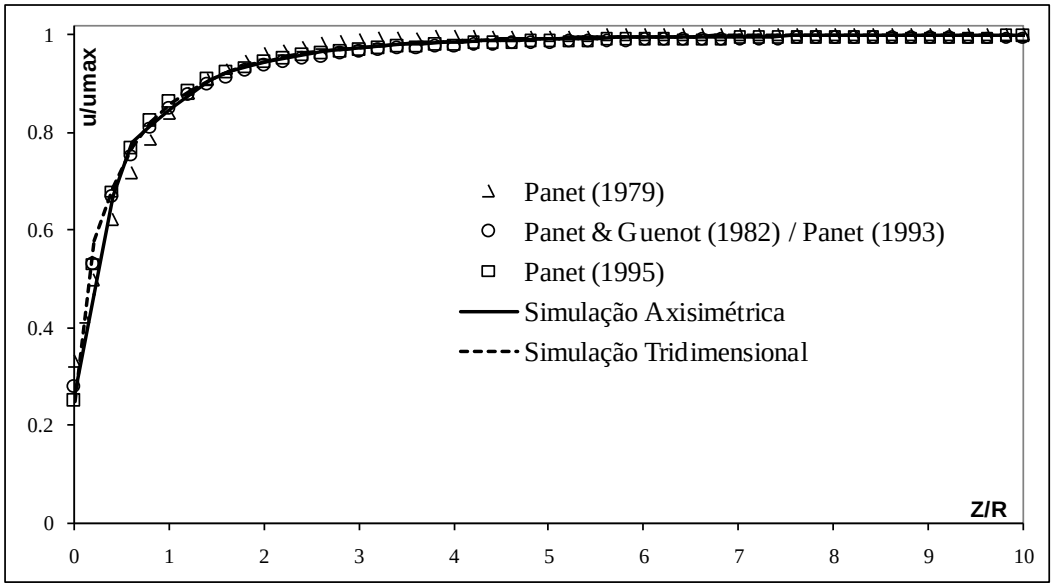


Figura 5.13 - Resultados das simulações numéricas tridimensionais e axisimétricas e solução analítica de Panet (1979);(1993);(1995); Panet e Guenot (1982)

È possível notar na Figura 5.13 que existe uma boa coerência entre os resultados obtidos neste trabalho e as soluções analíticas selecionadas. Ressalta-se que o posicionamento dos limites do modelo assim como o refinamento da malha influenciam os resultados obtidos.

5.3.3 – Resultados Numéricos de Vlachopoulos (2009)

Vlachopoulos (2009) apresenta resultados de simulações numéricas axisimétricas obtidos com o *software* FLAC3D. Para estas simulações foram adotados modelos elásticos lineares para quatro situações distintas, conforme apresentado na Tabela 5.3. A Figura 5.14 apresenta a comparação entre os resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) e os desenvolvidos neste trabalho.

Tabela 5.3 - Parâmetros selecionados por Vlachopoulos, 2009

Caso	E (MPa)	ν	R (m)	Po (MPa)
B	2183	0.25	5	28
C	4305	0.25	5	28
D	7500	0.25	5	28
E	11215	0.25	5	28

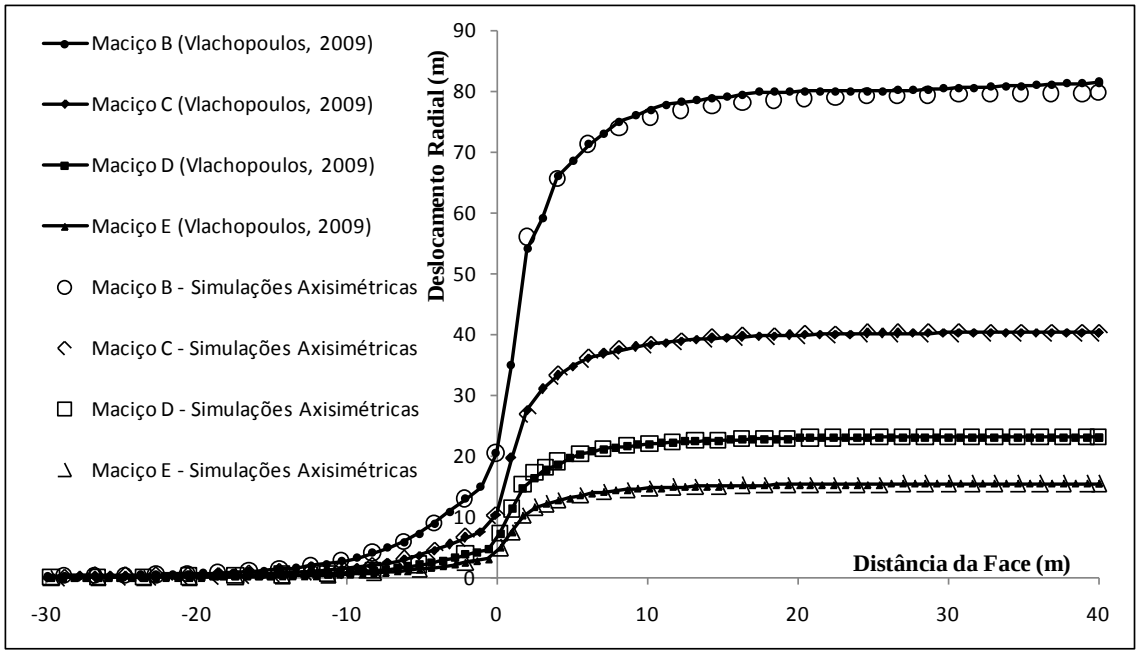


Figura 5.14 - Comparação entre os resultados obtidos através de simulações numéricas axisimétricas de Vlachopoulos (2009) e deste trabalho

Observa-se que os resultados obtidos por ambas as simulações apresentam proximidade entre os valores finais de deslocamento. Destaca-se que assim como indicado por

Vlachopoulos (2009) o limite do modelo foi posicionado a uma distancia igual a 20R, que para este caso conduz a uma afastamento de 100m.

5.3.4 – Resultados Numéricos de Unlu e Gercek (2003)

Unlu e Gercek (2003) desenvolveram uma formulação a partir de resultados de simulações numéricas tridimensionais para consideração do efeito do coeficiente de Poisson no comportamento de um processo de escavação. Aqueles autores realizaram uma série de análises tridimensionais com o *software* FLAC3D e que serão comparadas a resultados e análises axisimétricas e tridimensionais desenvolvidas neste trabalho. Os parâmetros adotados para estas análises são apresentados na Tabela 5.4. A Figura 5.15 apresenta os resultados obtidos neste trabalho e pelos autores.

Tabela 5.4 - Parâmetros para simulações de Unlu e Gercek (2003)

Caso	E (MPa)	ν	R (m)	Po (MPa)
A	1500	0.05	5	30
B	1500	0.45	5	30

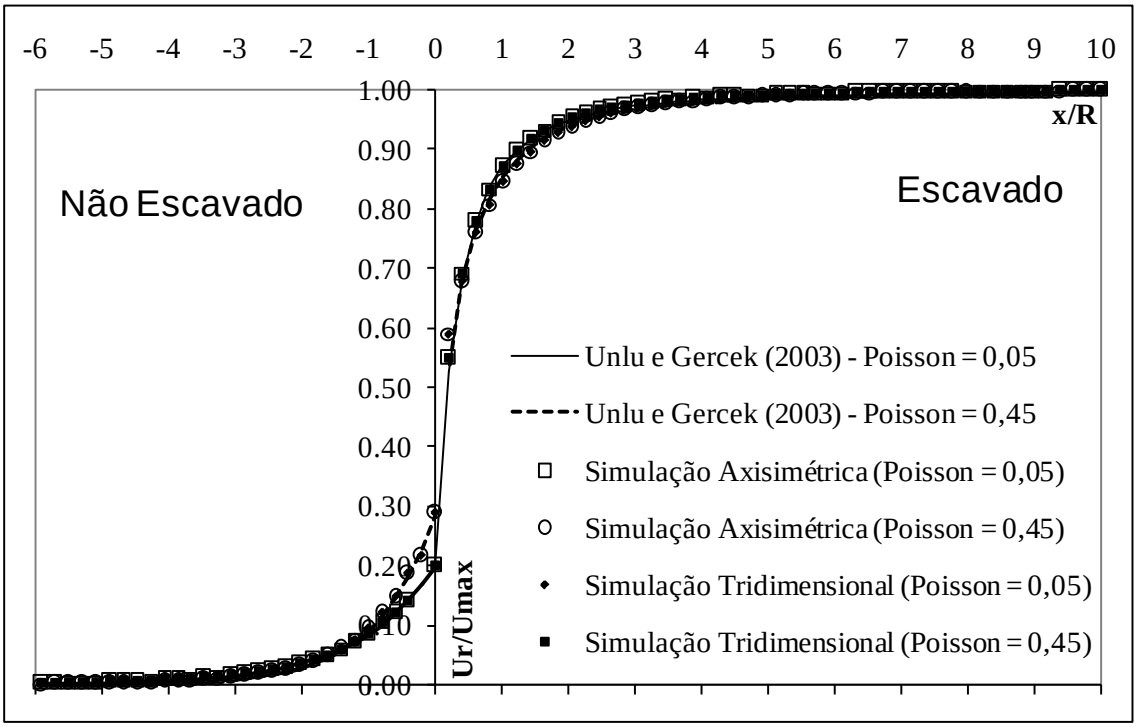


Figura 5.15 - Resultados de simulações axisimétricas e tridimensionais e solução de Unlu e Gercek (2003)

Observa-se na Figura 5.15 que os resultados obtidos pelas simulações desenvolvidas nesta pesquisa permitem considerar o efeito do coeficiente de Poisson de acordo com a formulação de Unlu e Gercek (2003) (ver Figura 3.8). Ainda conforme esta consideração esse

efeito é notado principalmente na vizinhança da frente de escavação, onde valores maiores de coeficiente de Poisson conduzem a maiores deslocamentos relativos na face.

5.4 - Validações Elasto-Plásticas

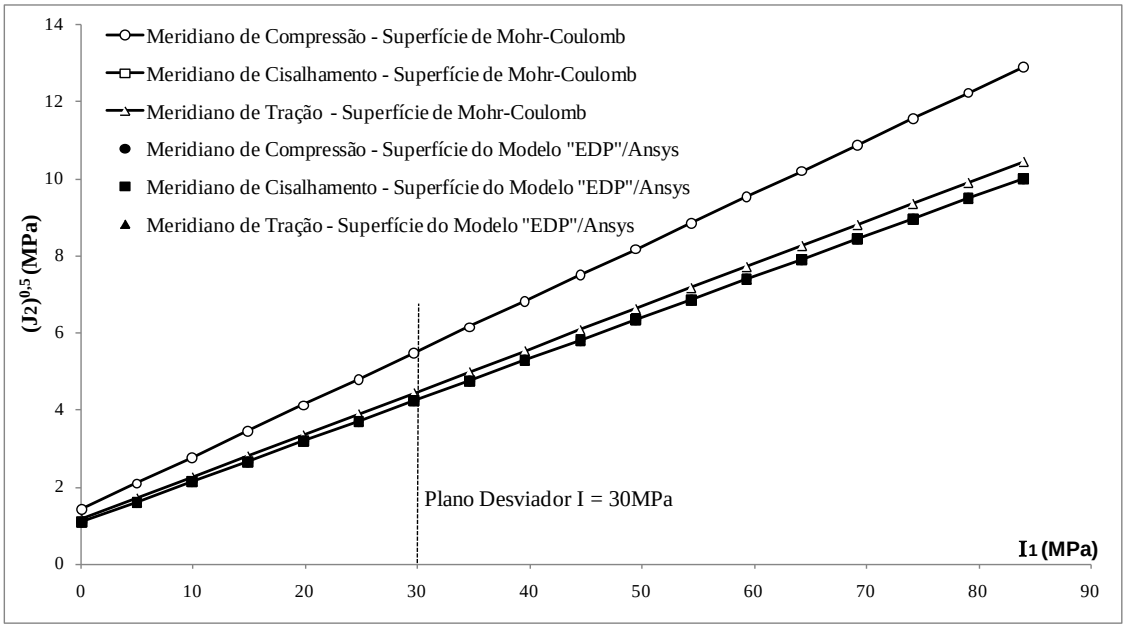
Nesta seção são apresentadas as validações de técnicas de escavação que consideram o material como elasto-plástico. Como requisito fundamental desses modelos é necessária a adoção de uma superfície de plastificação que comande o comportamento do material. Para esta pesquisa os modelos de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown foram selecionados. A seleção se deu tanto por motivos de ordem prática, ou seja, são os mais encontrados na literatura para representação do material em estudo, assim como, por serem os adotados em soluções analíticas amplamente difundidas no meio técnico.

Para o desenvolvimento das validações foram realizadas simulações como modelos em estado plano, axissimétricos e tridimensionais. Entre as soluções analíticas selecionadas para comparação com os resultados obtidos através de simulações numéricas encontram-se: solução analítica de Duncan Fama (1993) para superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb; solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) para superfície de plastificação de Hoek-Brown (parâmetro a=0,5) e ainda com a solução analítica de Chen e Tonon (2011) para superfícies de plastificação de Hoek-Brown (parâmetro *a* qualquer).

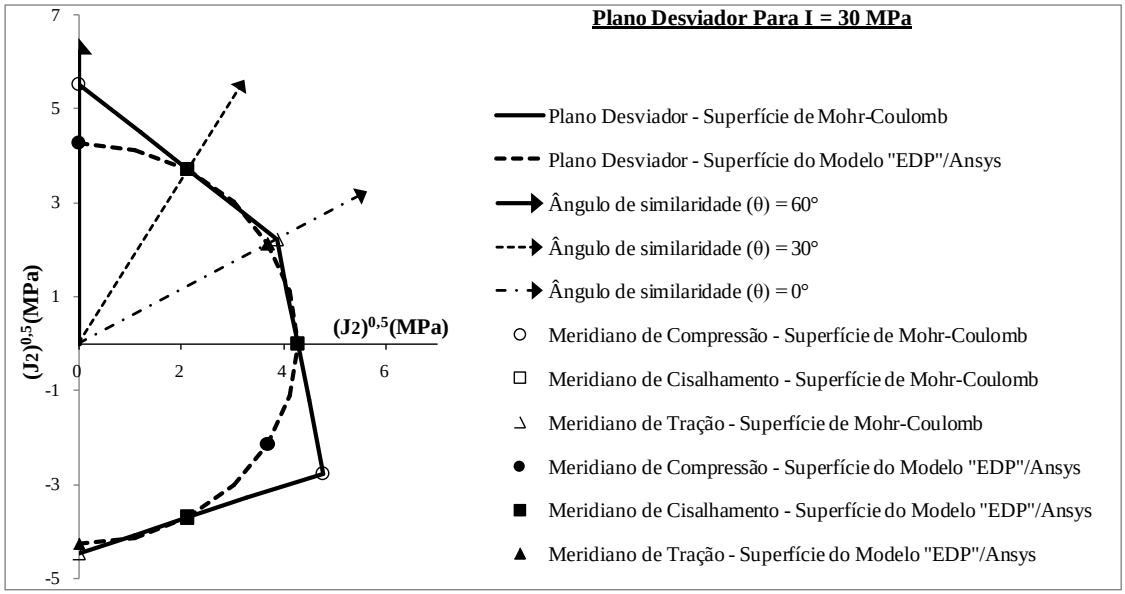
Para as simulações numéricas axisimétricas e tridimensionais os resultados foram comparados a resultados também numéricos, obtidos por Diederichs e Vlachopoulos (2009) e também por Vlachopoulos (2009). No primeiro trabalho encontram-se simulações numéricas axisimétricas realizadas para superfície de plastificação de Hoek-Brown (parâmetro a variável), já no segundo são encontradas soluções axisimétricas e tridimensionais para a superfície de Mohr-Coulomb.

5.4.1 – Solução Analítica de Duncan Fama (1993)

Neste item são apresentados os resultados de simulações numéricas realizadas em estado plano e que foram comparadas à solução analítica de Duncan Fama (1993). Nesta solução a superfície de plastificação é a de Mohr-Coulomb. Como esta superfície não se encontra implementada na biblioteca do programa é necessário realizar um ajuste da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*". A Figura 5.16 apresenta o ajuste mencionado.



(i)



(ii)

Figura 5.16 - Meridianos (i) e Plano Desviador (ii) (I=30MPa) para as superficies de plastificação de Mohr-Coulomb e "*Extended Drucker Prager - Cap Model*"

A Figura 5.16 apresenta os meridianos de tração, compressão e cisalhamento, seções no plano desviador das superfícies de Mohr-Coulomb assim como a linha do "*Extendend Drucker Prager - Cap Model*". Nota-se que a superfície de Mohr-Coulomb apresenta meridianos lineares e seção no plano desviador influenciado pelo ângulo de similaridade. Esta influência conduz a uma superfície com seção no plano desviador de formato hexagonal. Como apresentado na Figura 5.3 a formulação da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" não possibilita ajuste de sua seção no plano desviador a de Mohr-Coulomb. Para possibilitar a adoção da superfície disponibilizada no programa foram realizadas simulações numéricas em modelos elásticos lineares onde se constatou que para casos de escavação o

desvio de tensões recai sobre o meridiano de cisalhamento. Desta forma a superfície do programa foi ajustada para ter a configuração da superfície clássica de Drucker-Prager, ou seja, sem a influência do ângulo de similaridade e ajustada ao meridiano de cisalhamento da superfície de Morh-Coulomb.

Os modelos construídos inicialmente seguiam a recomendação de Vlachopoulos (2009) onde o limite extremo do modelo encontra-se posicionado a uma distancia de 32R. Este posicionamento é fundamentado pelo autor, através de simulações numéricas, para comportamento elástico linear do material. Entretanto este ajuste não mostrou concordância aos resultados da solução analítica de Duncan Fama (1993). Neste caso para um ajuste preciso entre a solução analítica e as simulações numéricas tem-se a necessidade que o posicionamento do limite do modelo seja tomado como 32Rpl (Rpl - raio de plastificação). A Figura 5.17 apresenta as condições de contorno para solução deste problema. A Tabela 5.5 apresenta os parâmetros utilizados para comparação entre a solução analítica de Duncan Fama e dos modelos simulados numericamente.

Tabela 5.5 - Parâmetros para simulações da solução de Duncan Fama (1993)

Maciço	c (MPa)	Ø (°)	E (MPa)	R (m)	Po (MPa)
A	1,159	18,52	1150	5	28
B	1,454	21,12	2183	5	28
C	1,753	23,71	4305	5	28
D	2,145	27,05	7500	5	28
E	3,259	33,40	11215	5	28
F	5,771	38,95	27467	5	28

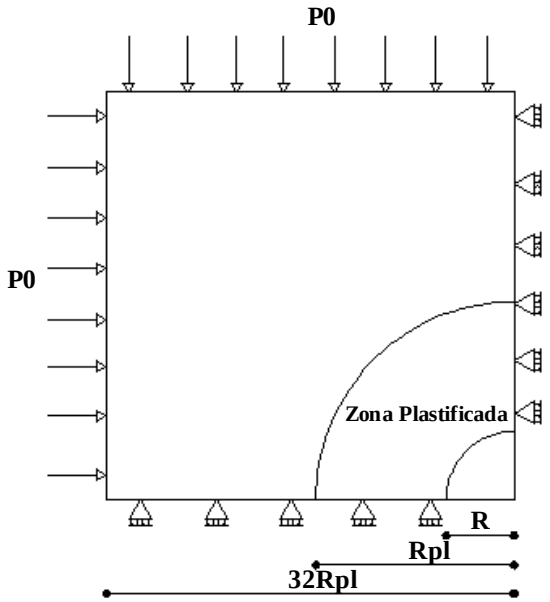


Figura 5.17 - Delineamento do contorno adotado nas simulações numericas da solução de Duncan Fama (1993)

As Figuras de 5.18 a 5.23 apresentam os resultados obtidos pelas simulações desenvolvidas nesta pesquisa assim como a solução analítica de Duncan Fama (1993) para cada um dos maciços apresentados na Tabela 5.5. Deve ser observado que as medidas apresentadas nestas figuras são tomadas no limite da superfície escavada. Apresenta-se na Tabela 5.6 um resumo dos resultados obtidos, além disso, é apresentada a posição em que o limite do modelo foi fixado.

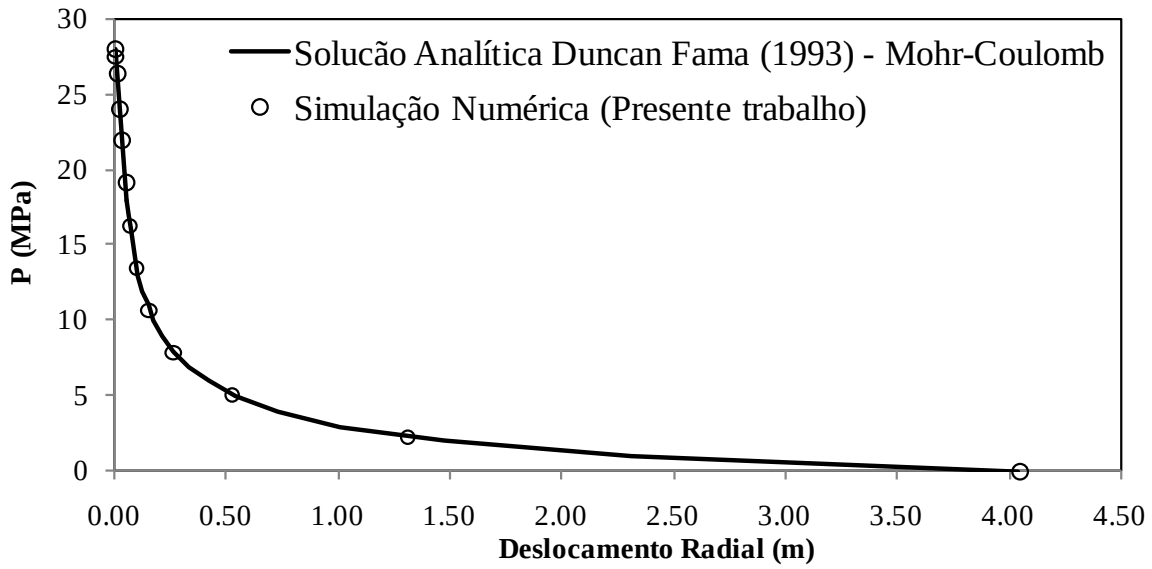


Figura 5.18 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço A)

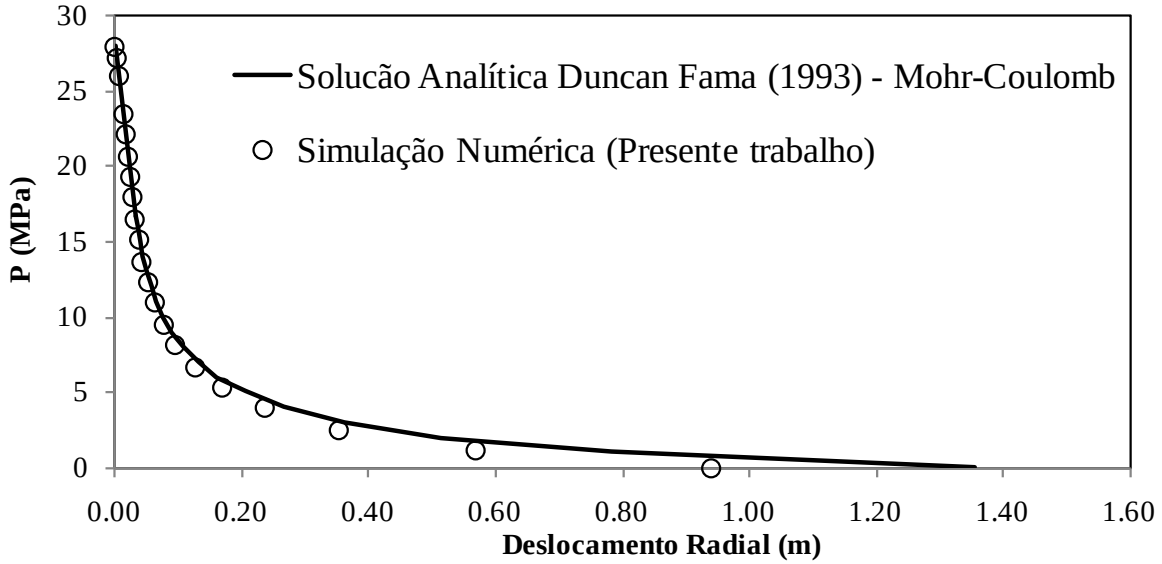


Figura 5.19 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço B)

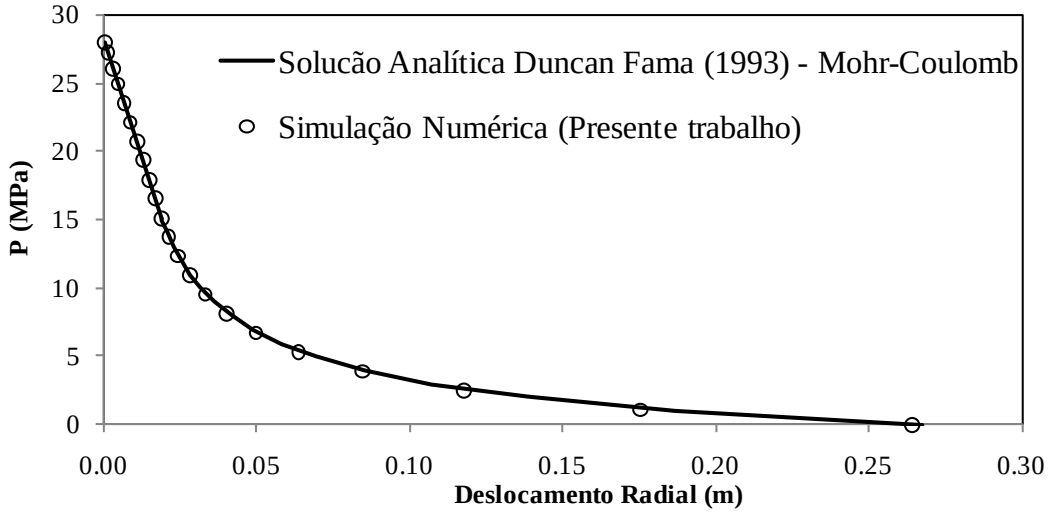


Figura 5.20 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço C)

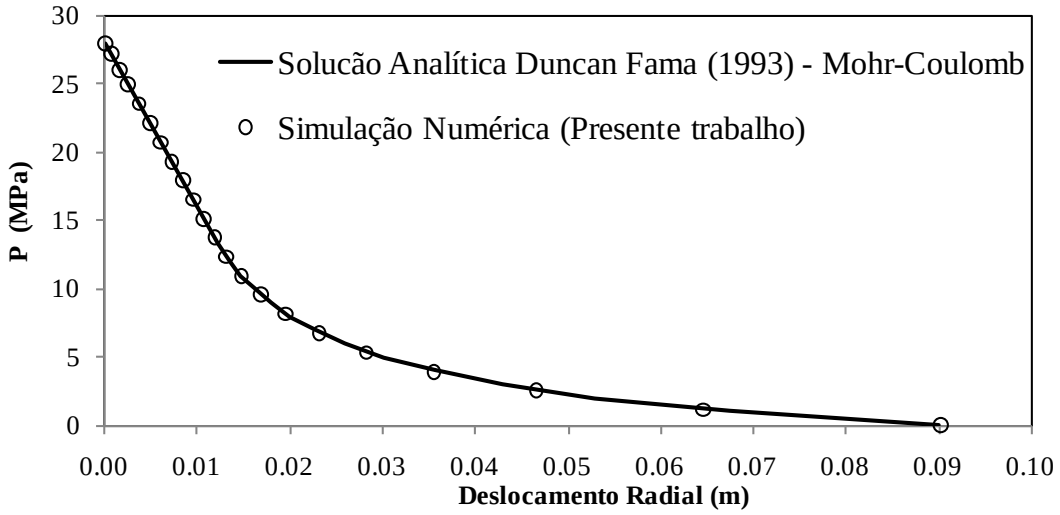


Figura 5.21 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço D)

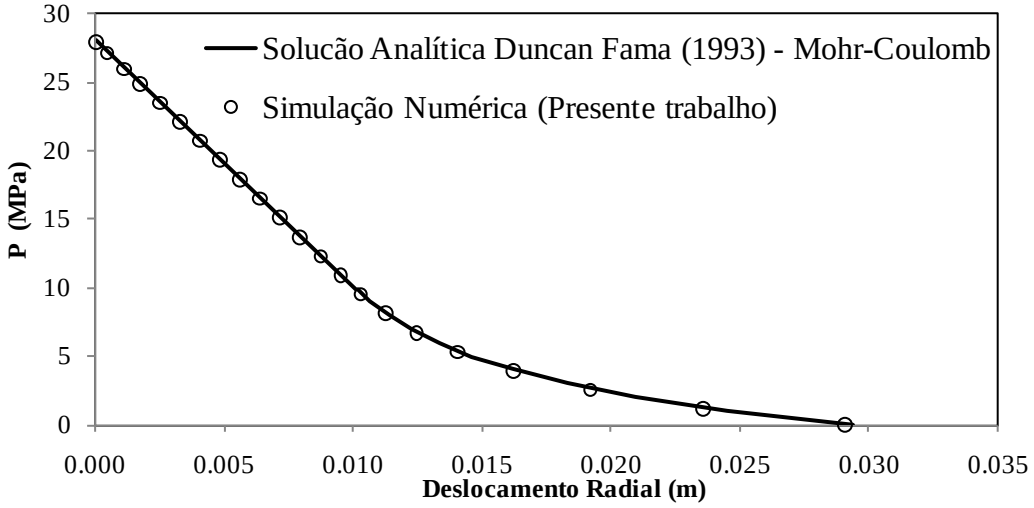


Figura 5.22 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço E)

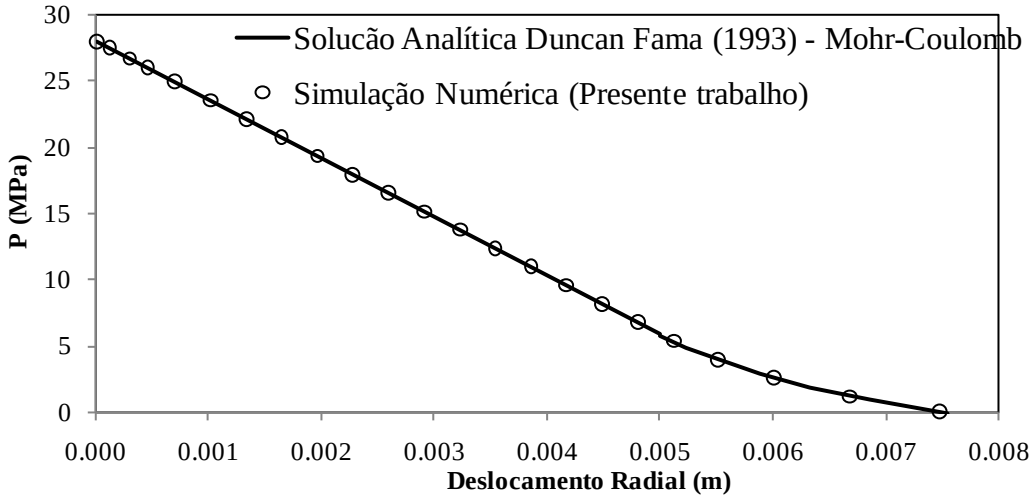


Figura 5.23 - Comparação entre a solução analítica de Duncan Fama (1993) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço F)

Tabela 5.6 - Resultados da solução de Duncan Fama (1993) e simulados numericamente

Maciço	Deslocamento (m)		Raio de Plastificação (m)		Limite do Modelo (m)
	Duncan Fama	Simulação Numérica	Duncan Fama	Simulação Numérica	
A	4,034	4,049	35,51	35,42	1120,00
B	0,940	0,940	22,33	22,16	715,00
C	0,267	0,264	16,02	15,97	512,00
D	0,090	0,090	11,78	11,87	380,00
E	0,029	0,029	7,82	7,868	250,00
F	0,007	0,007	5,97	6,02	195,00

Os resultados das simulações numéricas realizadas neste trabalho mostram excelente ajuste à solução analítica de Duncan Fama (1993). De forma a apresentar a malha adotada e os raios de plastificação desenvolvidos durante a simulação, apresenta-se na Figura 5.24 o *output* do programa para o maciço B.

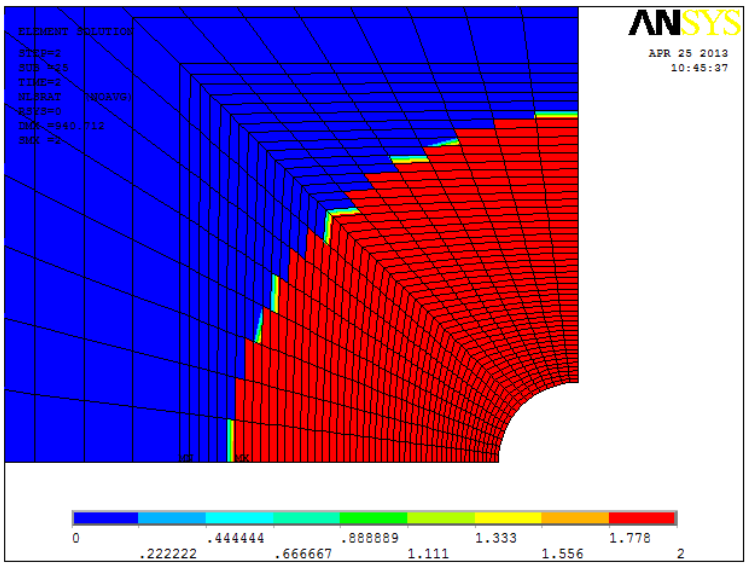


Figura 5.24 - *Output* do ANSYS para maciço B - Zona de plastificação

Na Figura 5.24 é possível observar a zona plastificada do maciço circundante a zona escavada. É possível ainda observar o modo de geração da malha adotada nestes problemas. Nesta geração fez-se um maior refinamento na região onde a solução de Duncan Fama apontava para o desenvolvimento da plastificação. O restante do modelo, que para raios de plastificação elevados apresenta grande extensão permite uma malha de menor refinamento, uma vez que ali o material se encontra em regime elástico.

5.4.2 – Solução Analítica de Carranza-Torres e Fairhust (2000)

Neste item são apresentados os resultados de simulações numéricas realizadas em estado plano e que foram comparadas a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000). Nesta solução a superfície de plastificação é a de Hoek-Brown (parâmetro a=0,5).

A Figura 5.25 apresenta o ajuste entre as superfícies de Hoek-Brown e "*Extended Drucker Prager - Cap Model*". A superfície de Hoek-Brown apresenta meridianos não lineares e a seção no plano desviador, assim como, a de Mohr-Coulomb é influenciada pelo ângulo de similaridade resultando em um formato hexagonal. Como os meridianos são não lineares é importante que o ajuste seja realizado tendo em visto não só uma seção no plano desviador, como no caso de Mohr-Coulomb, mas observando seções no plano desviador ao longo da componente hidrostática de interesse. No exemplo mostrado na Figura 5.25, estes planos tem I1 iguais a 7,5MPa (iii); 22,5MPa (iv); 45MPa (ii) e 72MPa (v). Por motivos já mencionados no item 5.4.1 o ajuste é realizado de forma a coincidir os meridianos da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" com o meridiano de cisalhamento de Mohr-Coulomb. Para este caso, de meridianos não lineares, não é possível realizar o ajuste com a superfície clássica de Drucker-Prager.

Destaque é dado à superfície de plastificação adotada na solução de Carranza-Torres e Fairhurst (2000). Nesta solução o parâmetro *a* é fixado para um valor de 0.5, a solução do item 5.4.3 apresenta (Chen e Tonon 2011) os resultados para valores quaisquer deste parâmetro. O posicionamento do limite do modelo seguiu o procedimento apresentado no item 5.4.1., fazendo com que a distancia deste limite seja estabelecida em valores próximos a 32Rpl. Para as simulações desenvolvidas neste trabalho foram estabelecidas seis condições, com variação dos parâmetros de resistência e elásticos, e que são apresentados na Tabela 5.7.

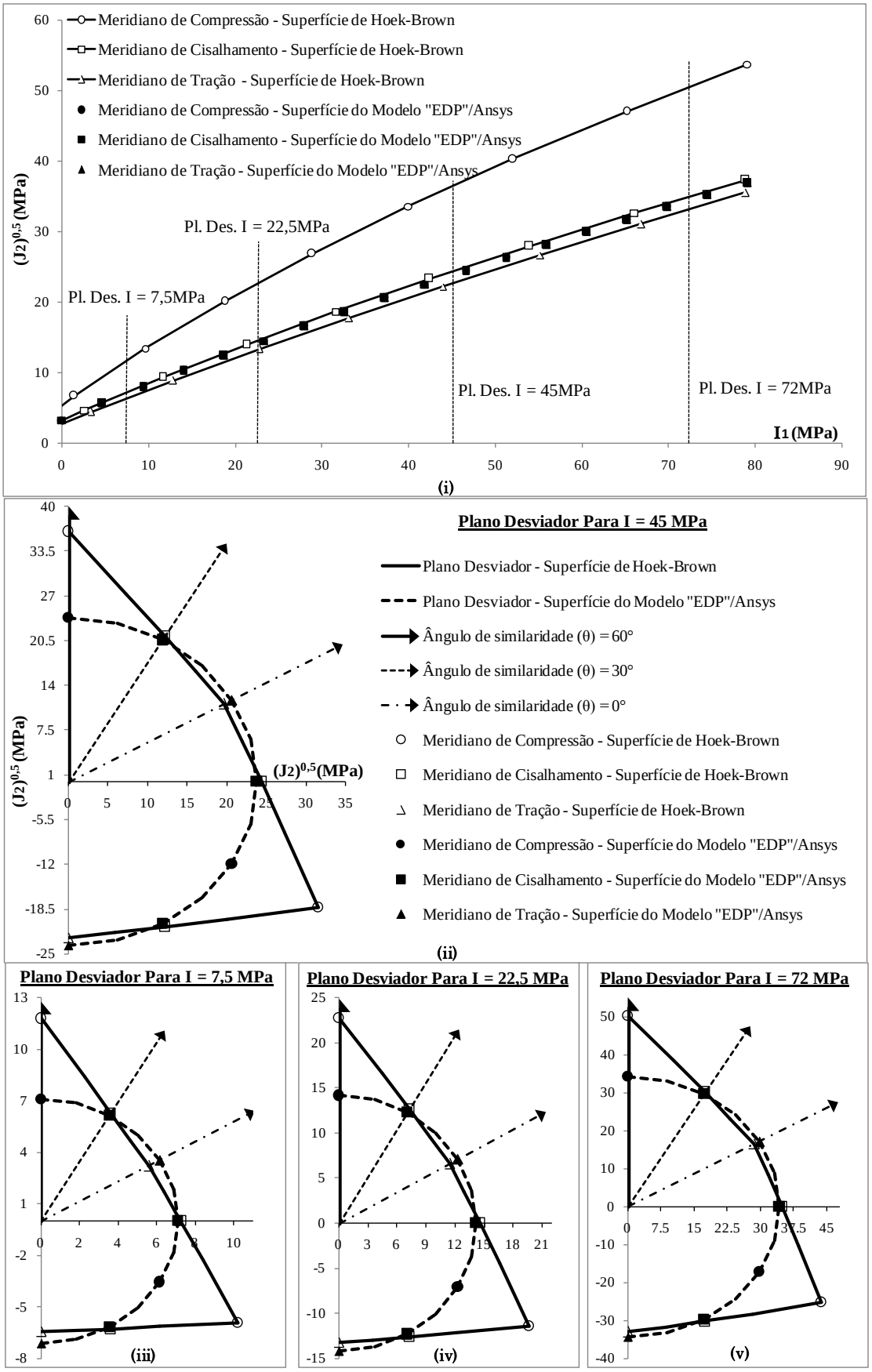


Figura 5.25 - Ajuste entre a superficies de Hoek-Brown e "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" (i) meridianos; (ii) plano desviador para I=45 MPa; (iii) I=7,5 MPa; (iv) I=22,5 MPa; (v) I=72 MPa

Tabela 5.7 - Parâmetros das simulações da solução de Carranza-Torres e Fairhurst (2000)

Maciço	σci (MPa)	mb	s	a	E (MPa)	R (m)	Po (MPa)
A	35	0,481	0,0002	0,5	1150	5	28
B	35	0,687	0,0007	0,5	2183	5	28
C	35	0,982	0,0022	0,5	4305	5	28
D	50	1,093	0,0031	0,5	7500	5	28
E	75	1,678	0,0117	0,5	11215	5	28
F	100	2,766	0,0536	0,5	27467	5	28

As Figuras de 5.26 a 5.31 apresentam as curvas resultantes da solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000). Apresenta-se na Tabela 5.8 um resumo dos resultados obtidos, além disso, é apresentada a posição em que o limite do modelo foi fixado.

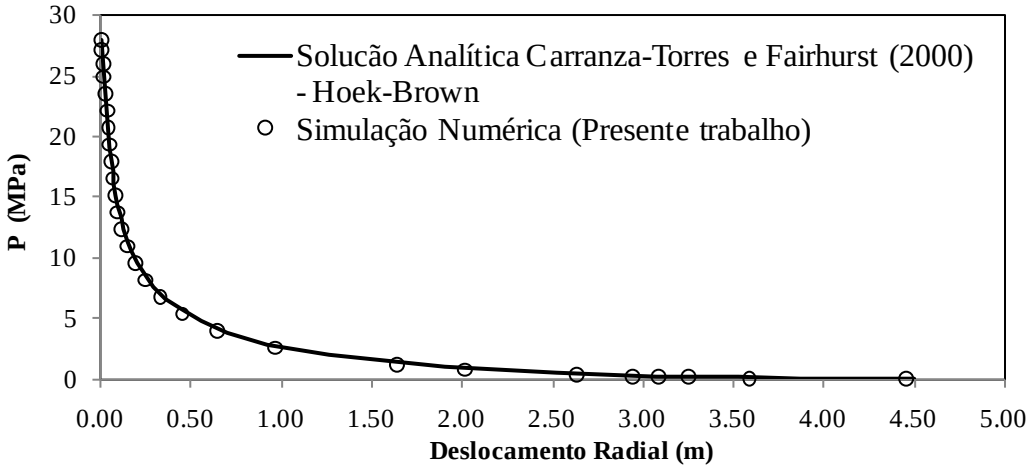


Figura 5.26 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço A)

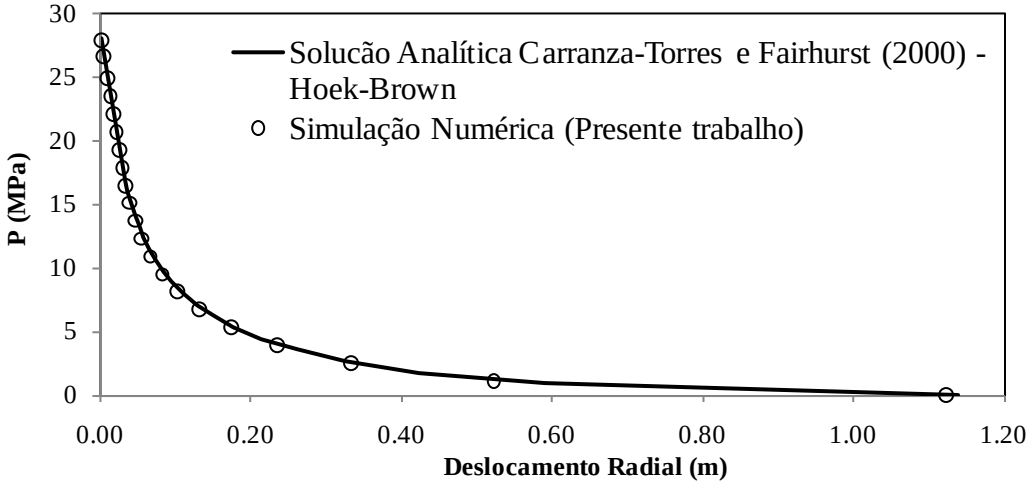


Figura 5.27 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço B)

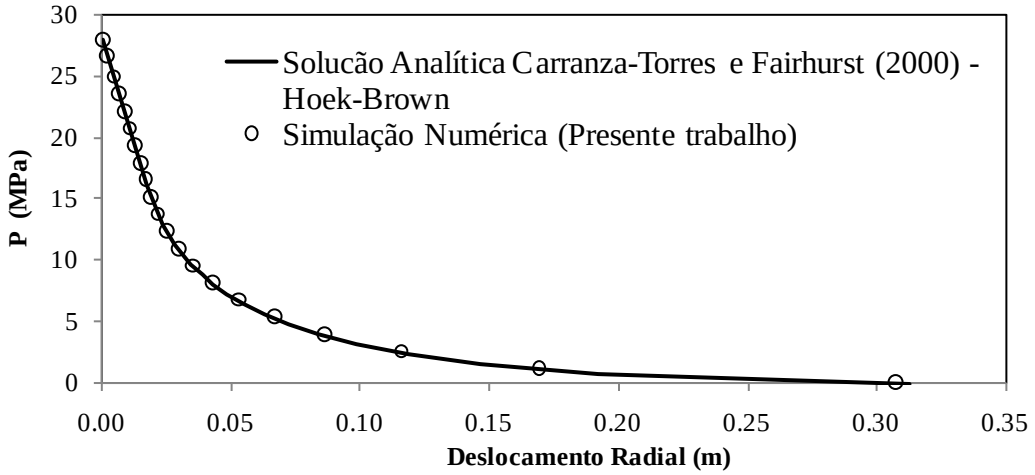


Figura 5.28 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço C)

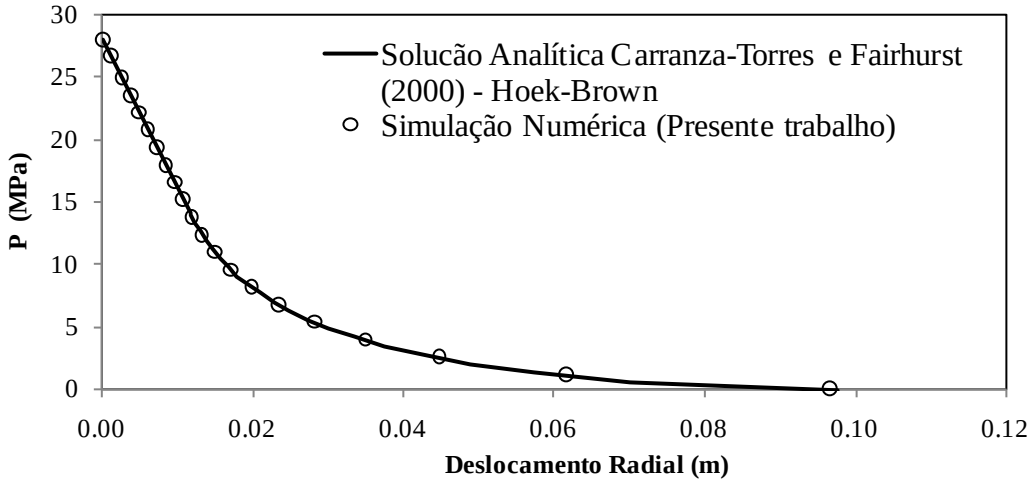


Figura 5.29 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço D)

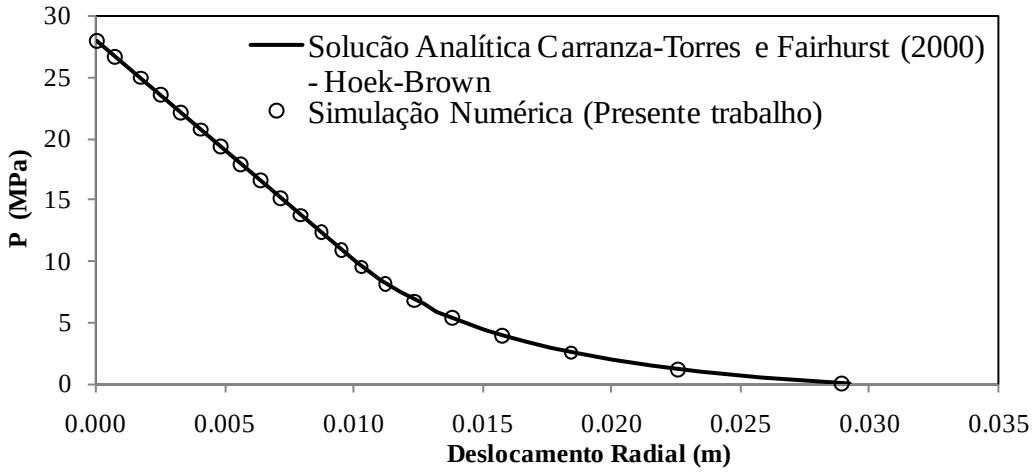


Figura 5.30 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço E)

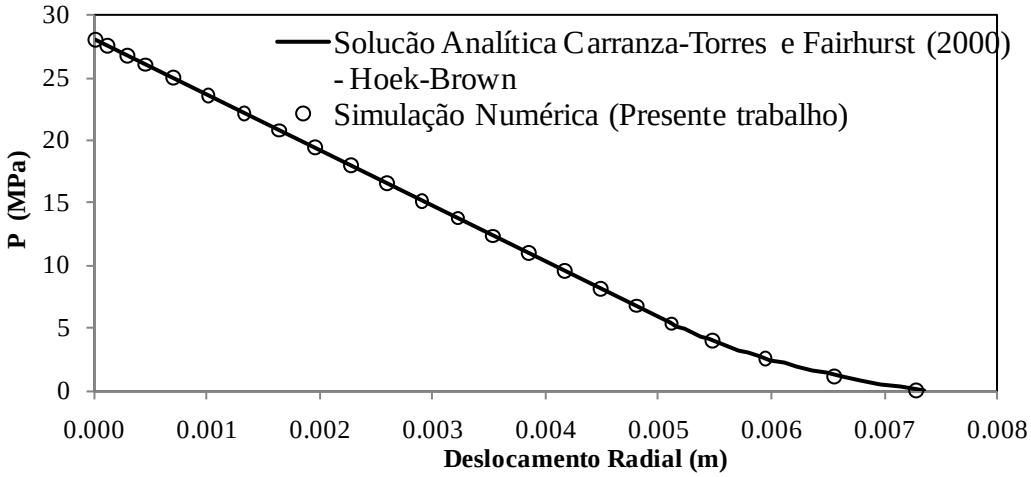


Figura 5.31 - Comparação entre a solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço E)

Tabela 5.8 - Resultados da solução de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e simulados numericamente

Maciço	Deslocamento (m)		Raio de Plastificação (m)		Limite do Modelo (m)
	C.Torres Fairhurst	Simulação Numérica	C.Torres Fairhurst	Simulação Numérica	
A	4,501	4,460	39,59	39,65	1270,00
B	1,137	1,137	25,76	25,42	825,00
C	0,313	0,307	17,98	17,74	575,00
D	0,097	0,097	12,52	12,39	400,00
E	0,029	0,029	7,81	7,82	250,00
F	0,007	0,007	5,86	5,91	190,00

Assim como os resultados obtidos na seção 5.4.1 verifica-se uma excelente aderência entre os resultados obtidos na solução analítica de Carranza-Torres e Fairhurst (2000) com as simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho. Aponta-se o ajuste entre a superfície de plastificação do programa e a de Hoek-Brown, assim como, o posicionamento da fronteira como responsáveis principais por este fato.

5.4.3 – Solução Analítica de Chen e Tonon (2000)

Apresentam-se a seguir os resultados obtidos através de simulações numéricas e comparadas aos resultados obtidos pela solução analítica de Chen e Tonon (2011). Nesta solução a superfície de plastificação adotada é a de Hoek-Brown generalizada onde o parâmetro *a* pode assumir valores quaisquer. O ajuste da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" à superfície de Hoek-Brown segue as premissas do ajuste apresentado

no item 5.4.2. e o comportamento das condições de contorno são conforme apresentado nos item 5.4.1. A Tabela 5.9 apresenta os parâmetros adotados nas simulações assim como para a solução analítica. As Figuras 5.32 a 5.37 apresentam os resultados obtidos nestas análises assim como da solução analítica.

Tabela 5.9 - Parâmetros das simulações da solução de Carranza-Torres e Fairhurst (2000)

Maciço	σci (MPa)	mb	s	a	E (MPa)	R (m)	Po (MPa)
A	35	0,481	0,0002	0,531	1150	2,5	28
B	35	0,687	0,0007	0,516	2183	2,5	28
C	35	0,982	0,0022	0,508	4305	2,5	28
D	50	1,093	0,0031	0,507	7500	2,5	28
E	75	1,678	0,0117	0,503	11215	2,5	28
F	100	2,766	0,0536	0,501	27467	2,5	28

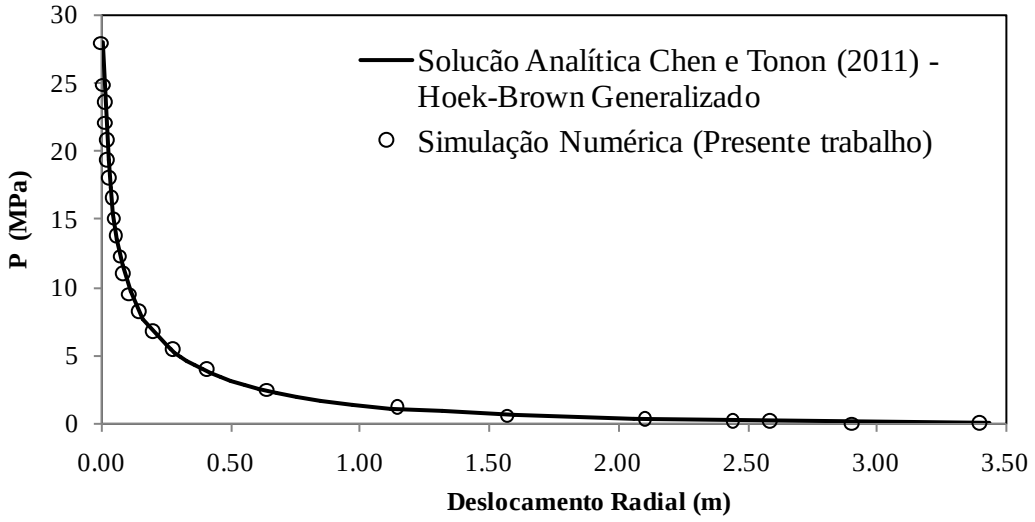


Figura 5.32 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço A)

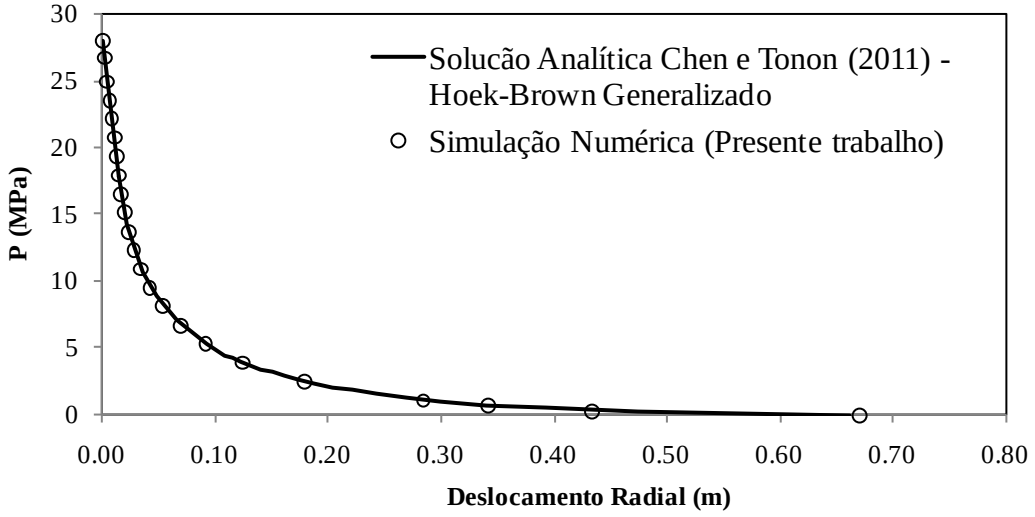


Figura 5.33 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço B)

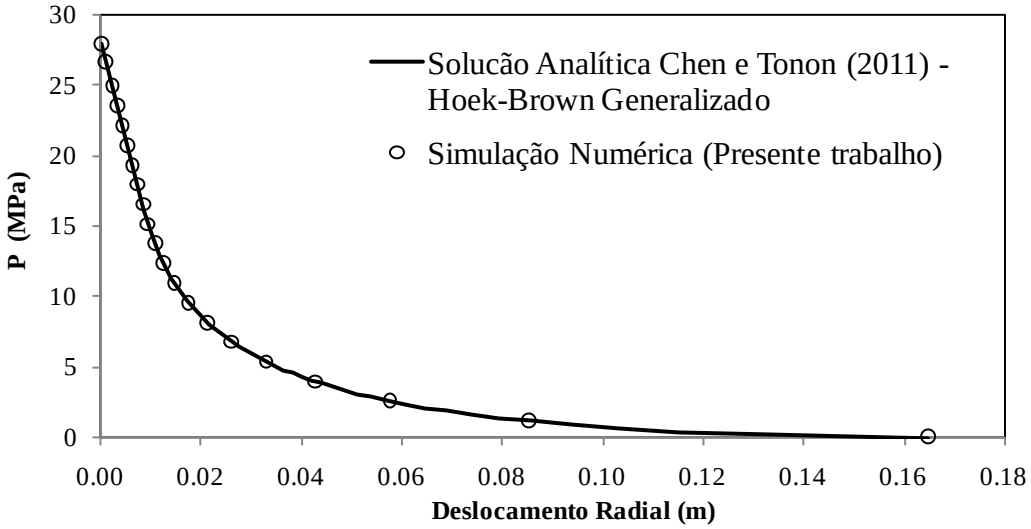


Figura 5.34 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço C)

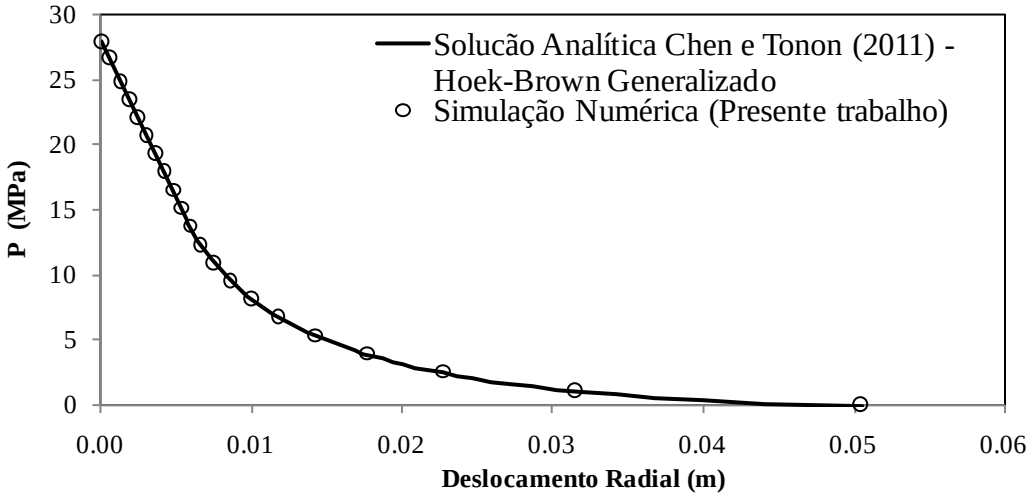


Figura 5.35 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço D)

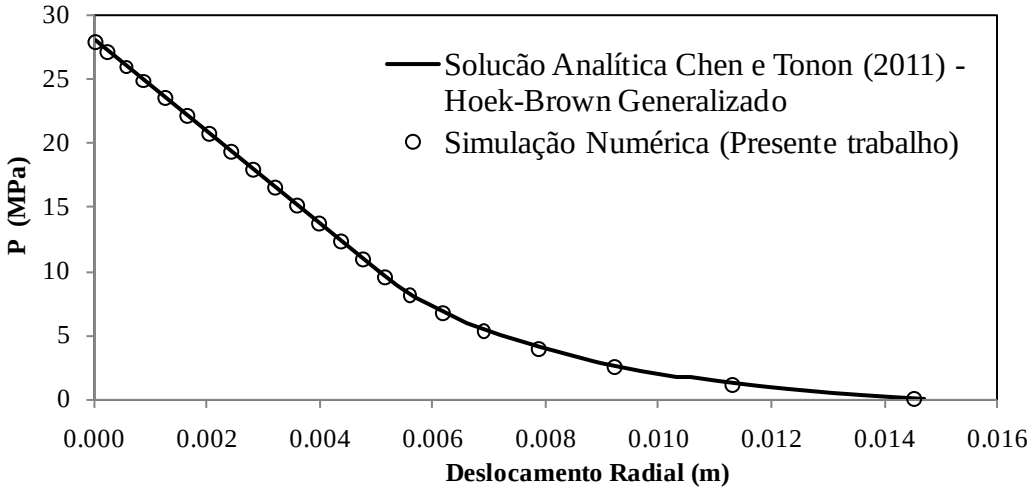


Figura 5.36 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço E)

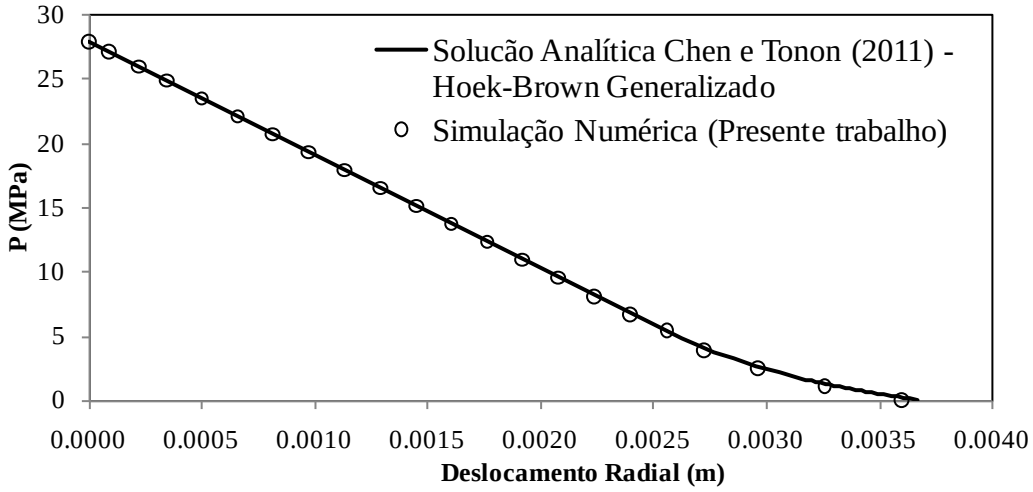


Figura 5.37 - Comparação entre a solução analítica de Chen e Tonon (2011) e as simulações numéricas deste trabalho (Maciço F)

A Tabela 5.10 apresenta um resumo dos resultados obtidos através da solução de Chen e Tonon assim como das simulações numéricas. Apresenta-se também a distância em que o modelo teve seu limite extremo fixado.

Tabela 5.10 - Resultados da solução de Chen e Tonon (2011) e simulados numericamente

Maciço	Deslocamento (m)		Raio de Plastificação (m)		Limite do Modelo (m)
	Chen e Tonon	Simulação Numérica	Chen e Tonon	Simulação Numérica	
A	3,439	3,401	24,84	24,92	795,00
B	0,661	0,670	13,95	13,87	450,00
C	0,165	0,165	9,24	9,25	296,00
D	0,050	0,050	6,38	6,40	205,00
E	0,015	0,014	3,92	3,96	130,00
F	0,003	0,003	2,92	2,97	95,00

Verifica-se que os resultados das simulações desenvolvidas para superfície de plastificação de Hoek-Brown generalizada apresentam conformidade com a solução analítica de Chen e Tonon (2011).

5.4.4 – Outras comparações para análises em estado plano de deformação

Apresenta-se neste tópico a comparação entre os resultados obtidos através das simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho e trabalhos correlatos e que servem para confirmar a validade dos modelos desenvolvidos. O primeiro desses resultados é encontrado em Hoek e Marinos (2000) que realizaram simulações de Monte Carlo e correlacionaram valores de deslocamento relativo da parede de uma escavação com valores de resistência e a

componente hidrostática de tensão. Para a determinação dos deslocamentos os autores empregaram as soluções analíticas de Duncan-Fama (1993) e Carranza-Torres (1999). A Figura 5.38 apresenta estes resultados e também aqueles obtidos através de simulações neste trabalho. Outra comparação é feita junto ao trabalho de Carranza-Torres (2004). Neste trabalho, de forma similar a Chen e Tonon (2011), é apresentada uma solução analítica para superfícies de plastificação de Hoek-Brown generalizado. Neste trabalho encontram-se resultados correlacionando resistência e raio de plastificação, assim como resistência e deslocamento. A Figura 5.39 apresenta comparação entre os resultados de simulações numéricas deste trabalho e que empregaram a superfície de Hoek-Brown generalizado e os apresentados por Carranza-Torres (2004).

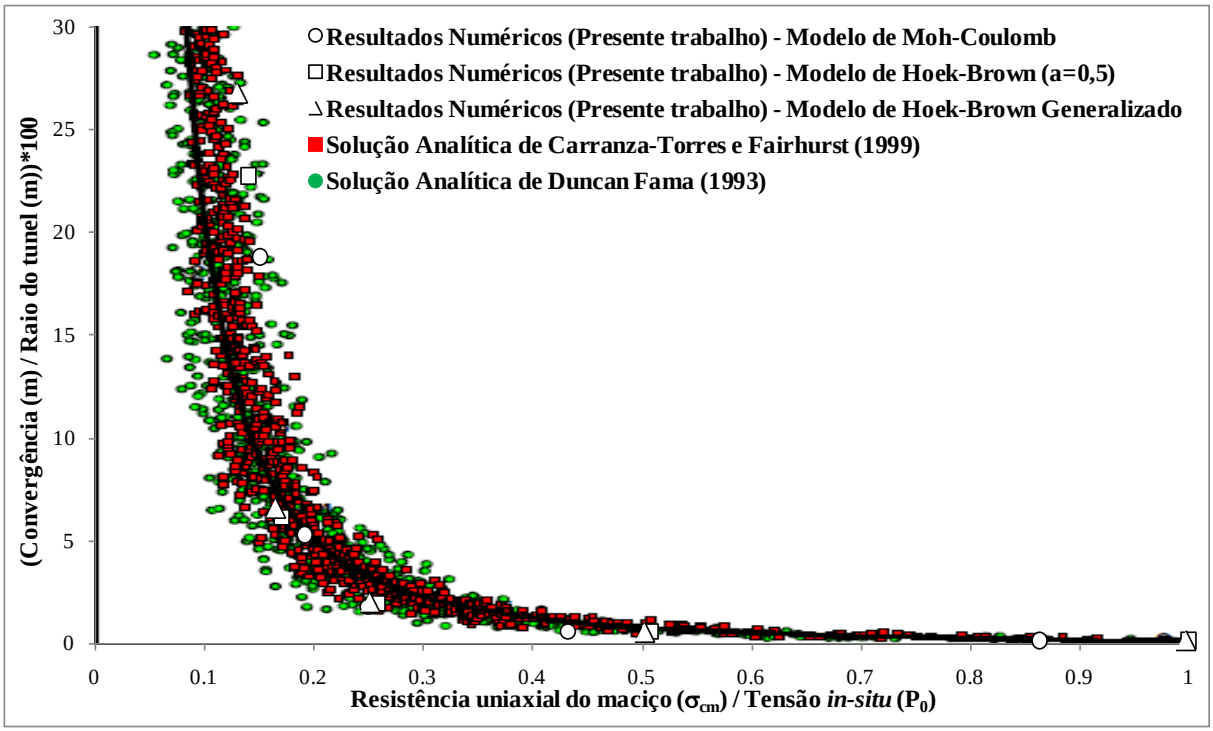


Figura 5.38 - Comparação entre os resultados de Hoek e Marinos (2000) e as simulações desenvolvidas neste trabalho

As Figuras 5.38 e 5.39 permitem inferir que os resultados obtidos neste trabalho estão em concordância aos trabalhos de Hoek e Marinos (2000) e Carranza-Torres (2004). Em consonância às outras comparações é possível estabelecer de forma definitiva que tanto o *software* assim como os ajustes das superfícies de plastificação podem ser empregados para representação de uma escavação em estado plano de deformação para superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown (a=0,5) e Hoek-Brown generalizado.

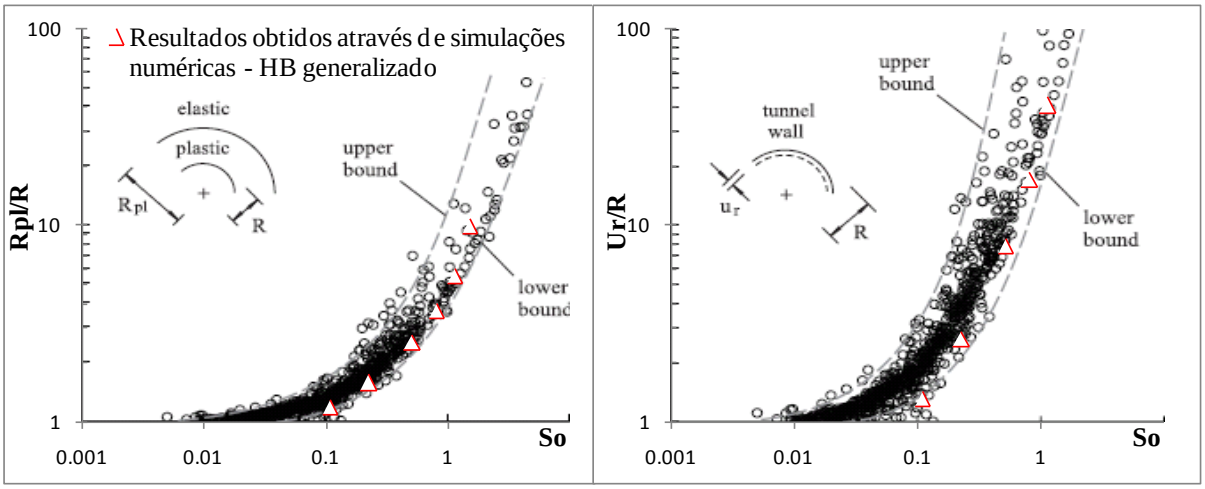


Figura 5.39 - Comparação entre os resultados de Carranza-Torres (2004) e as simulações desenvolvidas neste trabalho empregando a superfície de Hoek-Browm generalizada

5.4.5 – Comparação à modelos axisimétricos de Diederichs e Vlachopoulos (2009)

Neste item são apresentados os resultados de simulações numéricas desenvolvidas por Diederichs e Vlachopoulos (2009) em modelos axissimétricos e que serão comparadas aos resultados obtidos no presente trabalho. No trabalho mencionado o *software* utilizado para realizar as simulações foi o *Phase2*. Para estas simulações foi adotado um túnel com raio de 2,5m escavado em seis tipos distintos de maciço. A superfície de plastificação selecionada é a de Hoek-Brown generalizada com parâmetros de resistência e deformabilidade apresentadas na Tabela 5.9. Tratando-se de um modelo axissimétrico é possível que a escavação seja executada de forma seqüencial, o que traz grande vantagem ao se analisar um problema de escavação. Para este caso o passo de escavação foi fixado em avanços consecutivos com extensão de um metro. O ajuste da superfície "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" seguiu o procedimento apresentado no item 5.4.2.

As dimensões apresentadas na Figura 5.40 foram as que conduziram o modelo axissimétrico a maior proximidade dos resultados obtidos por Diederichs e Vlachopoulos. Neste modelo a escavação foi realizada de forma seqüencial com 75 passos de 1m de extensão. Para uma estimativa inicial da posição do limite da zona plástica foram utilizados os resultados apresentados anteriormente, para estado plano de deformação, de Chen e Tonon (2011). Na direção paralela ao eixo do túnel os elementos foram discretizados com a dimensão do passo de escavação (1 metro) e refinados na parte posterior à frente de escavação. A Figura 5.41 apresenta detalhes da malha adotada para estes modelos.

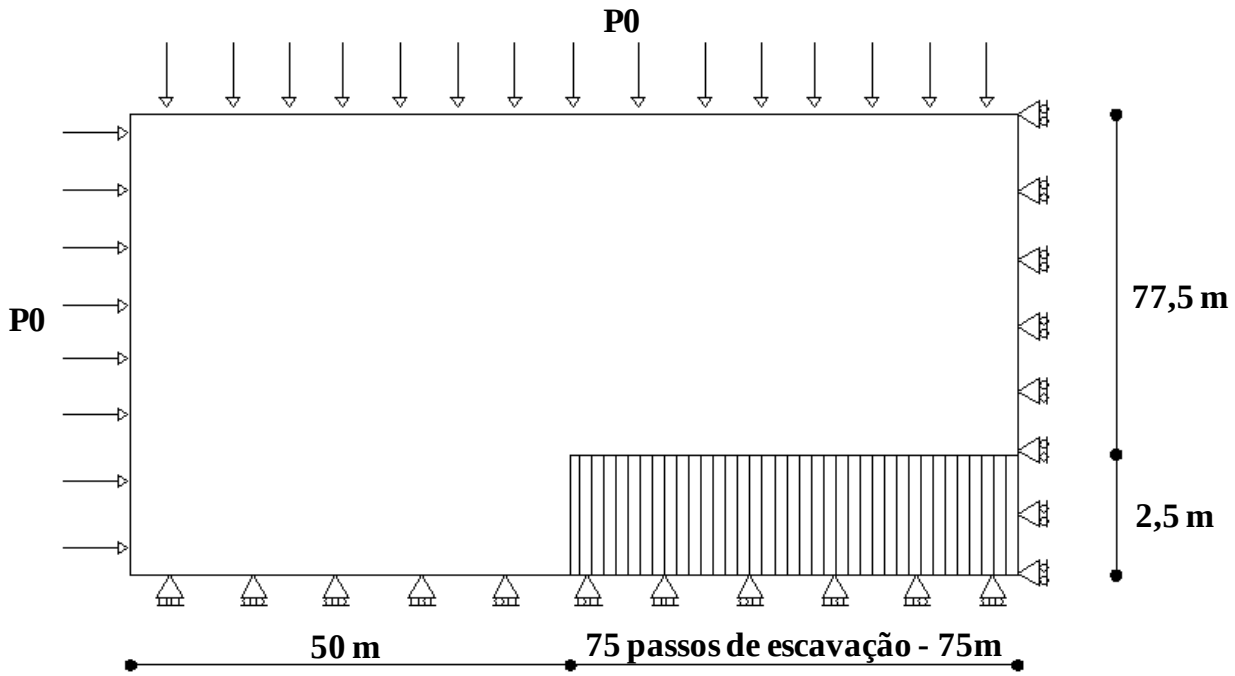


Figura 5.40 - Esquema geral do modelo axissimétrico adotado para comparações aos resultados obtidos por Diederichs e Vlachopoulos (2009)

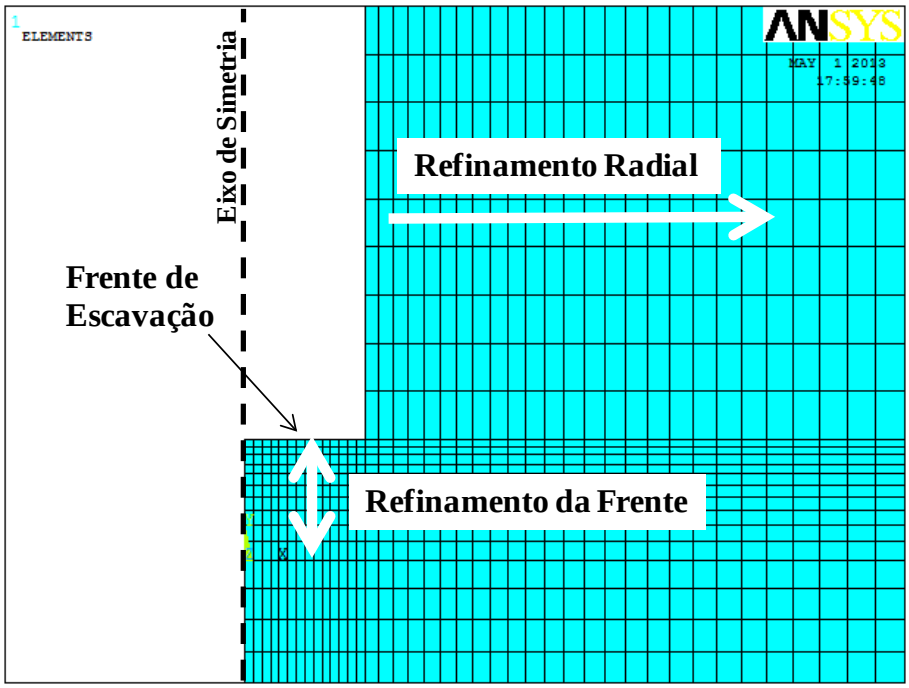


Figura 5.41 - Detalhe da malha adotada para os modelos axisimétricos

A Figura 5.42 apresenta os resultados obtidos por Diederichs e Vlachopoulos (2009) assim como os desenvolvidos neste trabalho.

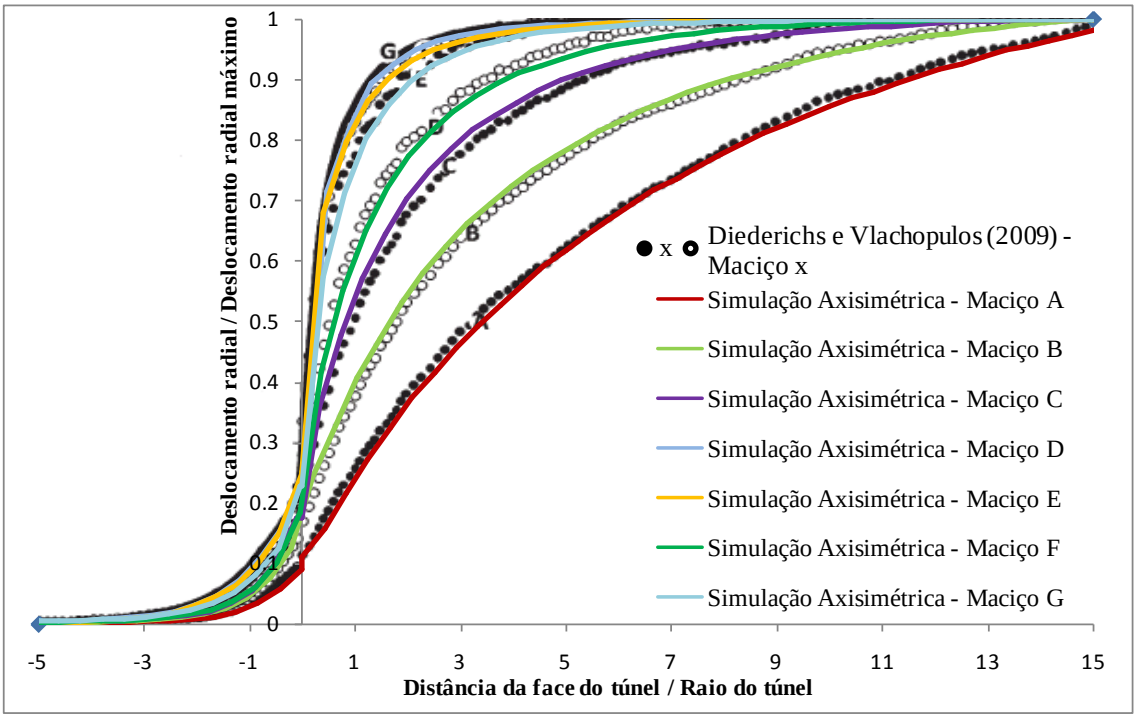


Figura 5.42 - Resultados obtidos por Diederichs e Vlachopoulos (2009) e por este trabalho

Nota-se a partir da Figura 5.42 que existe uma boa concordância entre os resultados obtidos por Vlachopoulos e Diederichs (2009) e no presente trabalho. Proximidade entre os modelos constitutivos adotados, dimensões do modelo e refinamento da malha podem ser apontados como principais responsáveis pelo entrosamento de resultados. Os autores daquele trabalho apontam ainda os valores máximos de deslocamento da parede do túnel, assim como, o raio de plastificarão de cada uma das análises realizadas. De forma comparativa a Tabela 5.11 apresenta os resultados obtidos por aqueles pesquisadores, assim como, os resultados obtidos neste trabalho. Além desses são apresentados também os resultados obtidos para o caso de estado plano de deformação, segundo a solução analítica de Chen e Tonon (2011).

Tabela 5.11 - Comparação de deslocamentos máximos e raios de plastificação

	Deslocamento (m)			Raio de Plastificação (m)		
Maciço	**Presente trabalho**	**Vlachopoulos e Diederichs**	**Chen e Tonon**	**Presente trabalho**	**Vlachopoulos e Diederichs**	**Chen e Tonon**
A	2,200	2,140	3,439	17,6	18,75	24,84
B	0,530	0,571	0,661	11,8	12,75	13,95
C	0,133	0,154	0,165	8,2	8,75	9,24
D	0,053	0,0495	0,050	6,3	5,75	6,38
E	0,017	0,0148	0,015	3,9	3,75	3,92
F	0,004	0,004	0,003	3,2	3,0	2,92
Elástico	0,075	0,075	-	-	-	-

A partir da Tabela 5.11 observa-se que em linhas gerais os resultados obtidos neste trabalho assim como nas simulações axisimétricas de Vlachopoulos e Diederichs (2009) e a solução analítica de Chen e Tonon (2011) encontram-se próximos. O maciço A, de pior qualidade geomecânica, apresenta no entanto grande diferença entre os modelos simulados numericamente e a solução analítica. Este fato pode estar associado ao refinamento da malha, afastamento dos limites do modelos ou ainda relacionado ao grande deslocamento imposto na parede do túnel. Note que para este caso o deslocamento é aproximadamente de 1.3 vezes o raio do túnel. As pequenas variações encontradas para os outros maciços decorrem das mesmas circunstancias mencionadas anteriormente, efeito da malha e posição do contorno.

5.4.6 – Comparação a modelos axisimétricos de Vlachopoulos (2009)

Em sua tese de doutorado Vlachopoulos (2009) apresenta simulações numéricas axisimétricas de um túnel com raio de 5m e maciços com superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb. Assim como no item 5.4.5 o autor utilizou o *software Phase2* para realizar suas simulações. Nestas simulações o avanço da escavação tem a extensão de dois metros. Os maciços selecionados são apresentados na Tabela 5.12. O ajuste da superfície *Extended Drucker Prager - Cap Model* seguiu as premissas apresentadas no item 5.4.1. A Figura 5.43 apresenta um esquema geral do modelo definido para as simulações axisimétricas desenvolvidas neste item. O arranjo da malha seguiu as orientações empregadas no item 5.4.5 e apresentadas na Figura 5.41.

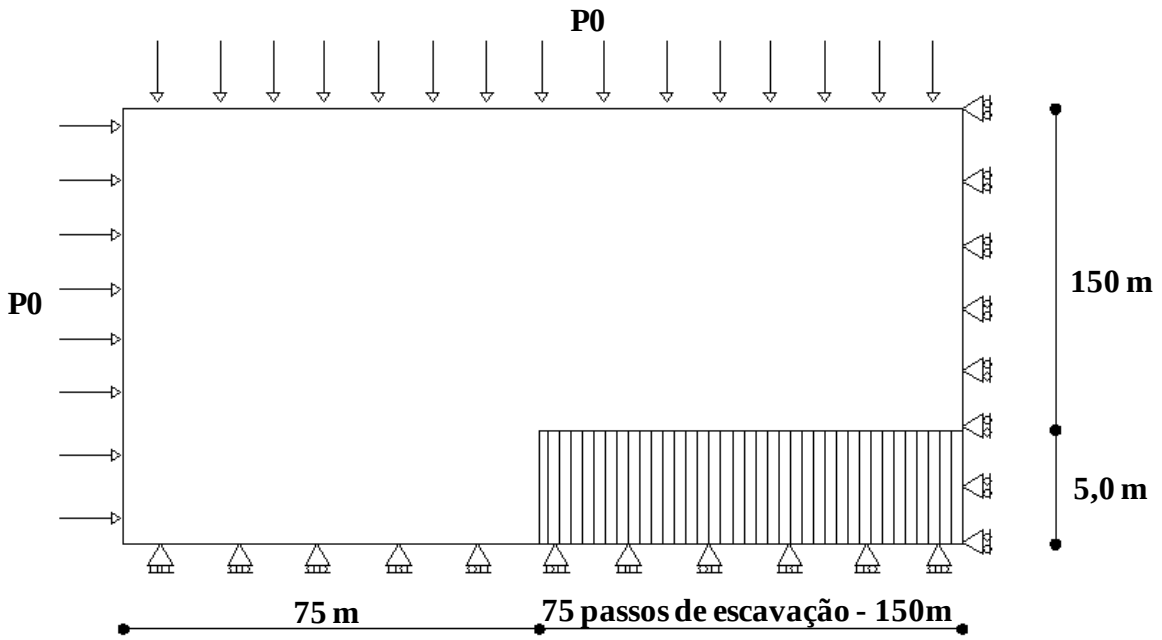


Figura 5.43 - Esquema geral do modelo axisimétrico adotado para comparações aos resultados obtidos por Vlachopoulos (2009)

Tabela 5.12 - Parâmetros para simulações da solução de Duncan Fama (1993)

Maciço	c (MPa)	Ø (°)	E (MPa)	R (m)	Po (MPa)
B	1,100	21.50	2183	5	28
C	1,753	23,71	4305	5	28
D	2,145	27,05	7500	5	28
E	3,259	33,40	11215	5	28
Elástico	-	-	2183	5	28

A Figura 5.44 apresenta os resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) assim como os desenvolvidos neste trabalho.

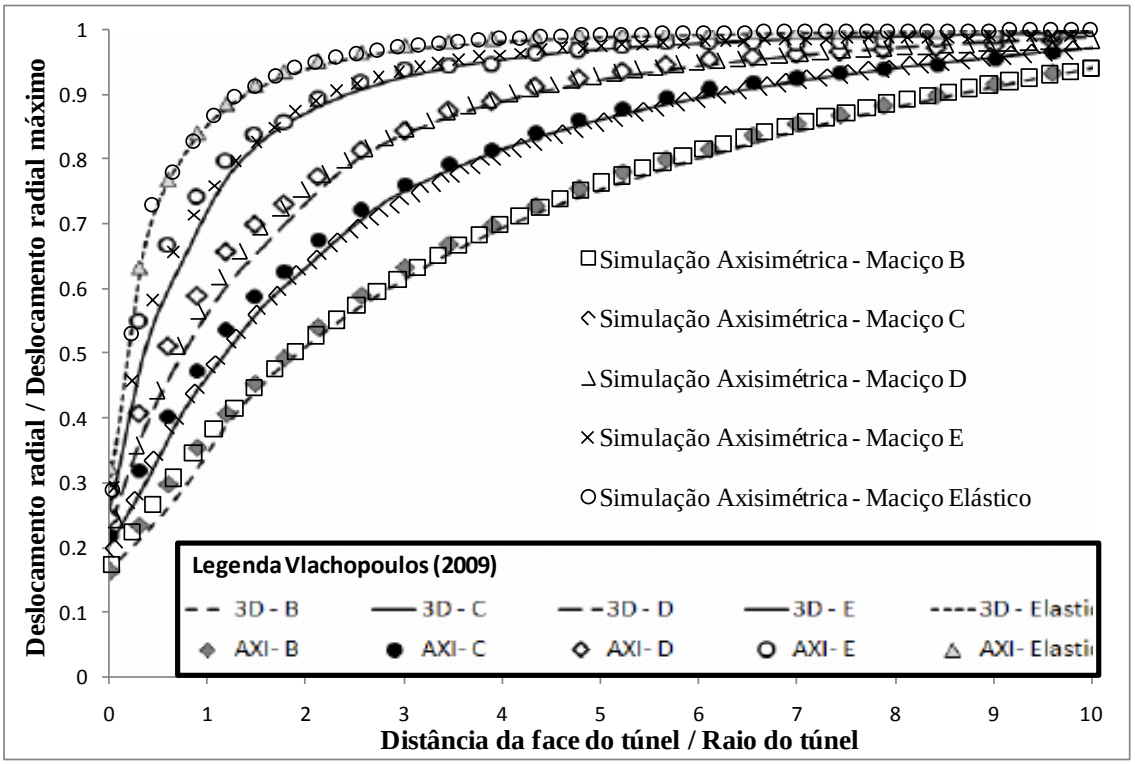


Figura 5.44 - Resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) e por este trabalho

Observa-se na Figura 5.44 que os resultados encontrados por Vlachopoulos (2009) e no presente trabalho apresentam grande proximidade. Assim como mencionado no item 5.4.5 o modelo constitutivo adotado, a discretização empregada e a posição dos limites do modelo podem ser atribuídos como principais fatores para a proximidade. De forma ilustrativa a Figura 5.45 apresenta o desenvolvimento da plastificação para o maciço C, já na Tabela 5.13 são comparados os resultados deste trabalho com o de Vlachopoulos (2009) e os resultados da solução analítica de Duncan Fama, que adota a mesma superfície de plastificação dos modelos simulados neste item.

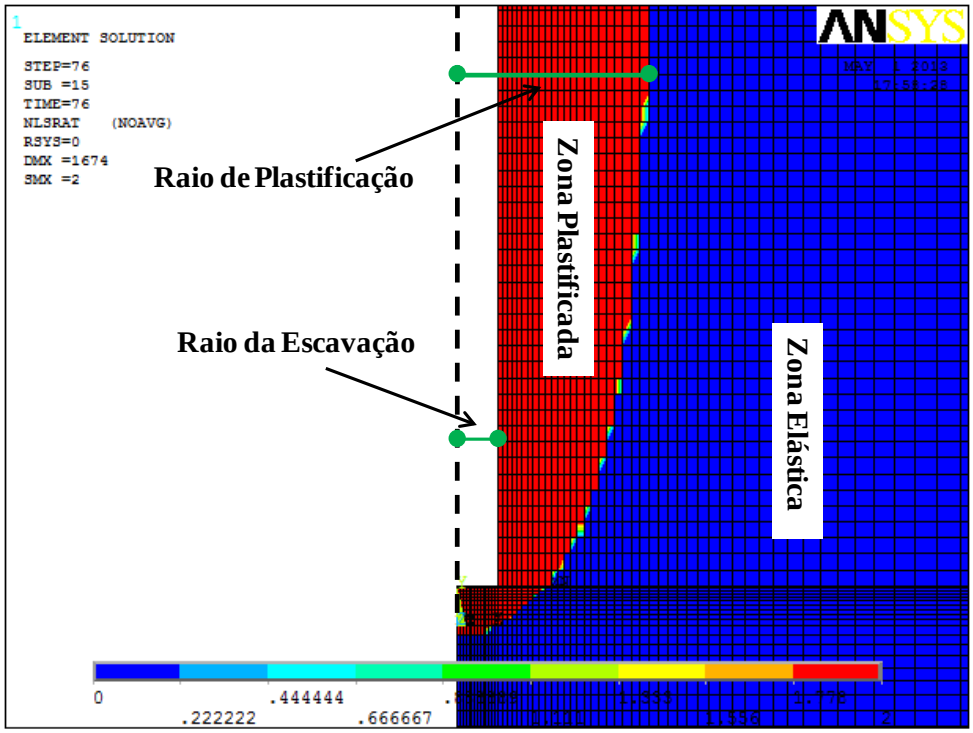


Figura 5.45 - Detalhe da zona plastificada do maciço C

Tabela 5.13 - Comparação de deslocamentos máximos e raios de plastificação

Maciço	Deslocamento (m)			Raio de Plastificação (m)		
	Presente trabalho	Vlachopoulos	Duncan Fama	Presente trabalho	Vlachopoulos	Duncan Fama
B	1,423	*	1,355	26,24	28,00	26,82
C	0,298	*	0,267	15,86	20,00	16,02
D	0,098	*	0,090	12,48	13,50	11,78
E	0,031	*	0,029	8,10	9,00	7,82
Elástico	0,079	*	-	-	-	-

* - Valores não apresentados pelo autor.

Observa-se proximidade entre a ordem de deslocamentos encontrados através da solução de Duncan Fama e das simulações axisimétricas desenvolvidas neste trabalho. Em relação aos raios de plastificação verifica-se o mesmo, com maior desvio em relação aos valores encontrados em Vlachopoulos (2009). Como mencionado anteriormente este fato advêm do refinamento da malha e posição dos limites do modelo.

5.4.7 – Comparação a modelos tridimensionais Vlachopoulos (2009)

Vlachopoulos (2009) apresenta ainda em sua tese de doutorado resultados de simulações numéricas tridimensionais desenvolvidas com o modelo de Mohr-Coulomb. Os parâmetros adotados para diferentes maciços são os mesmos que apresentados na Tabela 5.12. As dimensões do túnel selecionado para estas análises assim como a taxa de escavação são as mesmas do problema apresentado no item 5.4.6. O refinamento da malha assim como o

posicionamento do contorno seguem os procedimentos adotados nos itens 5.4.5 e 5.4.5. A Figura 5.46 apresenta um detalhe da malha empregada na modelagem tridimensional desenvolvida neste tópico.

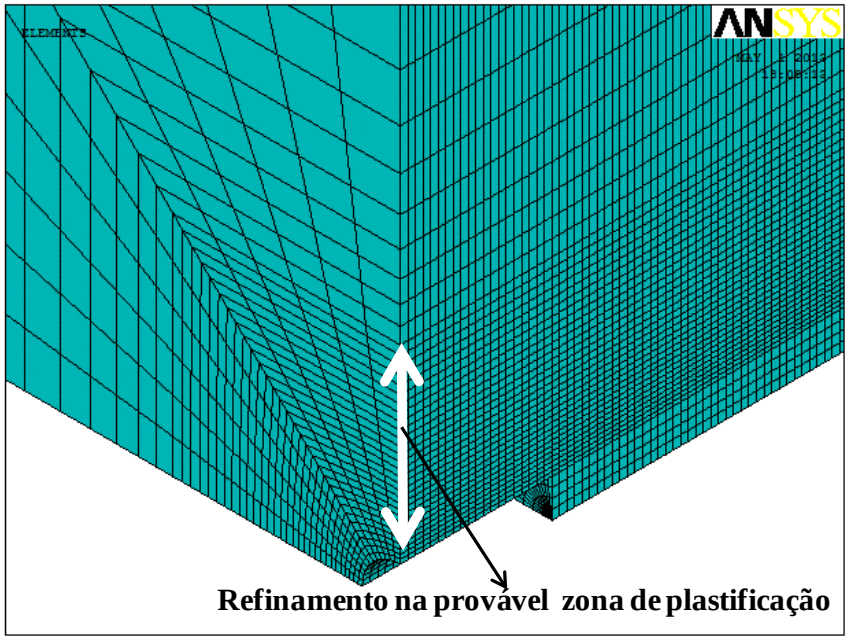


Figura 5.46 - Detalhe da malha tridimensional adotada neste trabalho

A Figura 5.47 apresenta os resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) assim como os desenvolvidos neste trabalho.

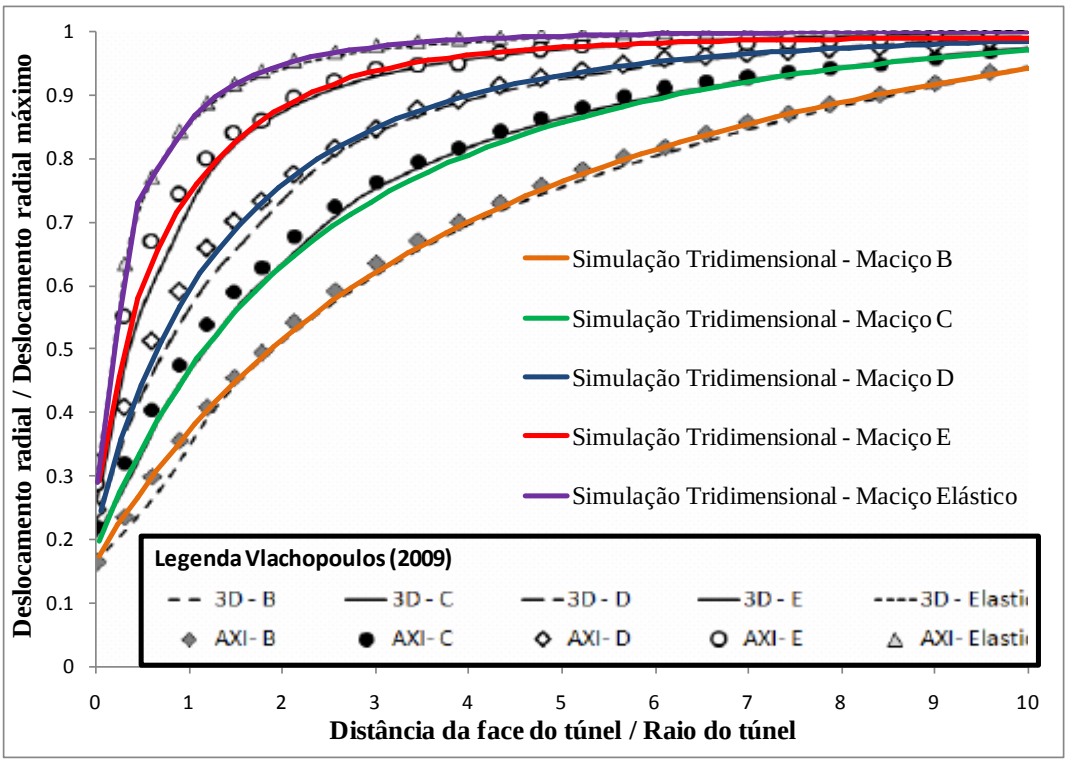


Figura 5.47 - Resultados obtidos por Vlachopoulos (2009) e por este trabalho

A partir da Figura 5.47 verifica-se que os resultados obtidos através de simulações numéricas tridimensionais de Vlachopoulos (2009) e as encontradas nesta pesquisa encontram-se compatíveis. A Tabela 5.14 sintetiza os resultados mencionados anteriormente assim como os compara com valores obtidos atraves da solução de Duncan Fama.

Tabela 5.14 - Comparação de deslocamentos máximos e raios de plastificação

Maciço	Deslocamento (m)			Raio de Plastificação (m)		
	Presente trabalho	Vlachopoulos	Duncan Fama	Presente trabalho	Vlachopoulos	Duncan Fama
B	1,398	*	1,355	26,13	28,00	26,82
C	0,275	*	0,267	16,11	20,00	16,02
D	0,095	*	0,090	12,79	13,50	11,78
E	0,030	*	0,029	8,85	9,00	7,82
Elástico	0,079	*	-	-	-	-

* - Valores não apresentados pelo autor.

A Tabela 5.14 apresenta a mesma a tendência apresentada nos itens 5.4.5 e 5.4.6, onde os deslocamentos e extensão do raio de plastificação das simulações numéricas deste trabalho encontram-se compatíveis com a solução analítica de Duncan Fama e os resultados das simulações numéricas de Vlachopoulos (2009).

5.4.8 – Análises de estabilidade de frente

As soluções apresentadas anteriormente são desenvolvidas para os casos de túneis profundos. Usualmente essa consideração é feita para túneis instalados a uma profundidade superior a 2 diâmetros. Nessa situação considera-se que o estado de tensões ao redor da escavação não sofre influência significativa da posição geométrica da superfície. Desta forma é possível a aplicação de carga, para análises de tensões e deformações, conforme apresentado anteriormente para as simulações em estado plano de deformação, axisimétricas e tridimensionais. Nestes casos a partir da profundidade do túnel determina-se a tensão atuante na região da escavação e esta é então aplicada ao contorno do problema. Destaca-se que as instabilidades verificadas em túneis profundos, em linhas gerais, estão ligadas as elevadas tensões encontradas na região a ser escavada. Costumam limitar-se a ocorrências no entorno da escavação.

Nas validações apresentadas anteriormente o Maciço A das análises de Vlachopoulos e Diederichs (2009) exemplifica o caso de deformação excessiva das paredes de um túnel.

Neste caso o túnel apresenta 2,5m de raio e uma convergência de 2,2m foi verificada através de análises axisimétricas e tridimensionais. Conforme apresentado por Hoek e Guevara (2009) as características geomecânicas do Maciço A são similares a do túnel Yacambú-Quibor descrito pelos autores. Nesse caso as deformações excessivas sofridas pelo material representaram grande desafio no dimensionamento do suporte a ser adotado assim como o método construtivo selecionado.

Para túneis rasos, no entanto, a proximidade da superfície do terreno não pode ser negligenciada quando à ocorrência de colapso que atinja a superfície ou *daylight collapse*.. Neste caso o efeito do desvio de tensões ao redor da escavação não pode ser considerado uniforme uma vez que os esforços verticais acima da escavação são bruscamente interrompidos no encontro da superfície. Dessa forma a realimentação das tensões ocorre de forma diferenciada no eixo vertical. A Figura 5.48 compara esquematicamente o desenvolvimento do desvio de tensões ao redor de uma escavação profunda e de uma rasa.

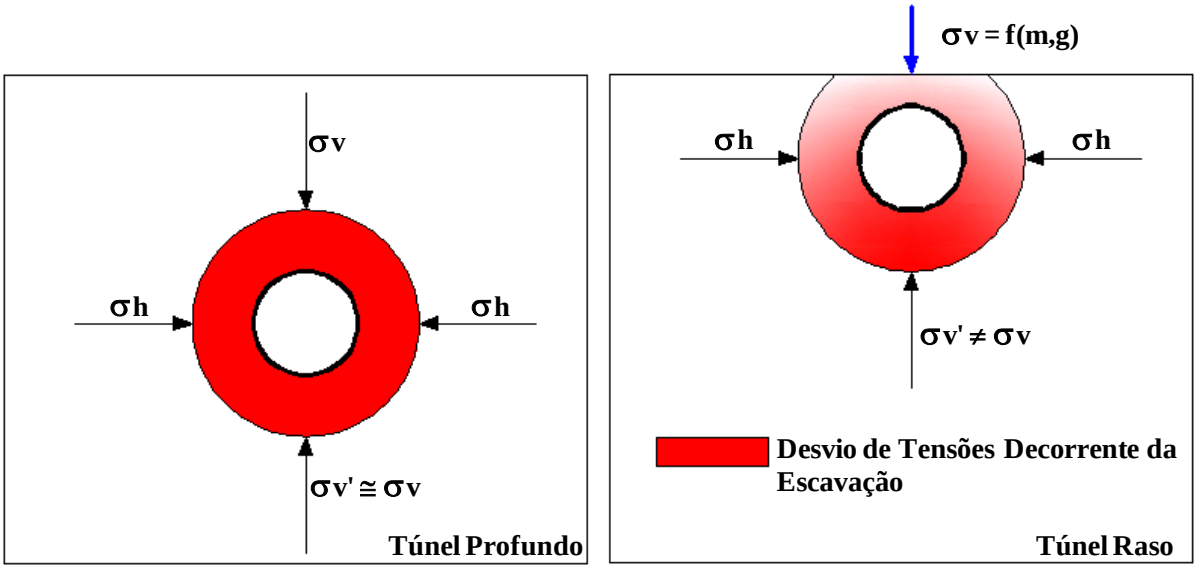


Figura 5.48 - Esquema do desenvolvimento da tensão desviadora ao redor de um túnel profundo e um raso

A partir da Figura 5.48 pode-se observar as principais diferenças no desenvolvimento das tensões desviadoras ao redor de um túnel profundo e um raso. No caso do túnel profundo a reposição de tensões, devido ao processo de escavação, pode ser considerada continuada, uma vez que, a cobertura encontrada sobre o teto do túnel é suficientemente espessa ocasionando tensões verticais, no piso e no teto, próximas. Tal fato não se verifica na situação de um túnel raso. Neste caso existe uma significativa diferença entre os esforços verticais no piso e teto do túnel. Para esta situação a aplicação de uma carga no contorno do modelo não

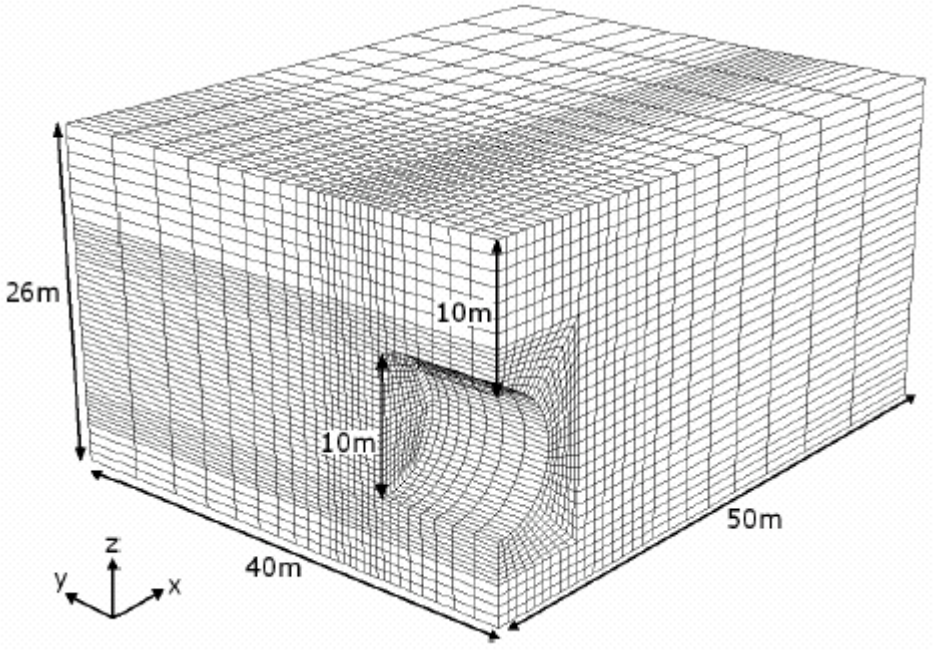
representaria de forma realista a escavação realizada. Neste caso, obrigatoriamente, deve ser observado o efeito gravitacional sobre a massa localizada acima da escavação e portanto para simulações realistas o carregamento deve ser efetuado considerando o aumento de carga com a profundidade.

Neste tipo de túnel a principal forma de ruptura envolve a instabilidade da frente de escavação. De forma a avaliar o potencial do *software* empregado nesta pesquisa foram realizadas análises em modelos transientes e comparados a resultados numéricos e soluções analíticas para avaliação da estabilidade de túneis rasos. A adoção de um modelo transiente justifica-se pelos esforços inerciais envolvidos neste tipo de problema. Para este caso a montagem da matriz para solução do problema engloba não somente a rigidez da estrutura mas também sua massa.

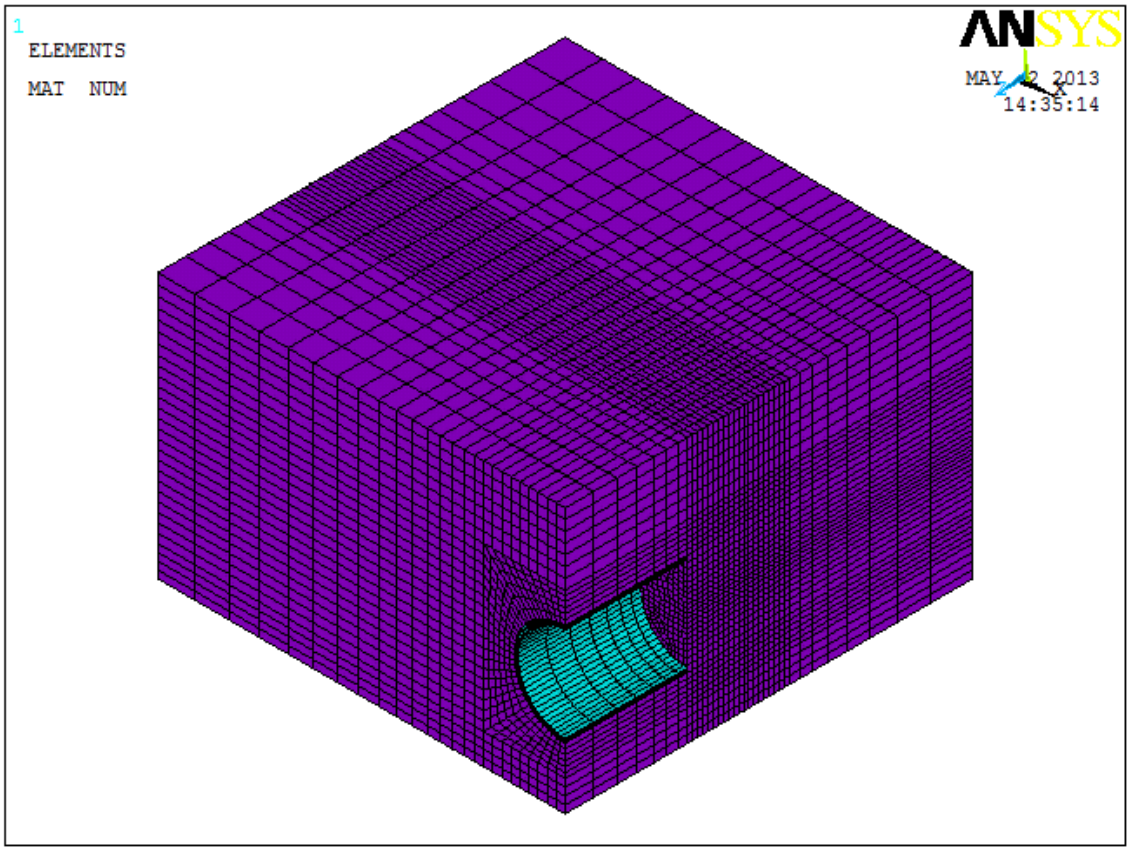
Para validação da solução numérica da estabilidade de frente de túneis desenvolvida neste trabalho foi selecionado o trabalho de Mollon (2010). Nesta pesquisa o autor apresenta análises de estabilidade de frente para um túnel de diâmetro de 10m e com cobertura de 10m. A superfície de plastificação adotada é a de Mohr-Coulomb. Para a montagem do modelo o autor considerou que existe um trecho de túnel já construído e com revestimento de concreto instalado. Para este concreto foi selecionado um modelo elástico linear e a extensão desse suporte foi inferida em 10m. Para a solução do problema o autor fez uso do *software* comercial Flac3D.

Uma condicionante para a escolha da validação deste trabalho diz respeito à qualidade e quantidade de dados apresentados. Isso permitiu que uma malha muito próxima à do trabalho de Mollon (2010) fosse construída. Além dessa validação foram realizadas simulações norteadas pela solução de análise limite de Heinz (1988). Esta solução permite determinar, a partir de parâmetros de resistência do maciço e geometria da escavação, a extensão possível do avanço. Esta solução é similar a de Mühlhaus (1985), entretanto com a possibilidade de considerar uma pressão atuante na frente de escavação.

A Figura 5.49 apresenta as malhas adotadas para simulações de estabilidade de frente de um túnel raso de Mollon (2010) e construída para esta pesquisa.



(i)



(ii)

Figura 5.49 - Dimensões e malha de elementos finitos - (i) Mollon (2010); (ii) presente pesquisa

As análises desenvolvidas para a verificação da estabilidade de frente envolveram simulações similares as desenvolvidas por Mollon (2010) e também para comparação aos resultados obtidos através da solução de análise limite de Heinz (1988). A formulação de

Heinz é apresentada na equação 5.5, e os parâmetros adotados são apresentados na Tabela 5.15.

$$\frac{L}{D} = \sqrt{\frac{\left(1+2*\frac{C}{D}\right)^2}{\left(\frac{\sigma_s+c*\text{atan}\emptyset}{\sigma_t+c*\text{atan}\emptyset}\right)^{\frac{(1-\text{sen}\emptyset)}{(2*\cos\emptyset)}}} - 1} \qquad (5.5)$$

Onde:

L - Comprimento do avanço da escavação;

D - Diâmetro do túnel;

C - Cobertura do túnel;

σs - Sobrecarga superficial;

σt - Pressão aplicada a frente de escavação;

c - Coesão do material;

Ø - Ângulo de atrito do material

Tabela 5.15 - Parâmetros para análises de estabilidade de frente

Caso	E (kPa)	ν	c (kPa)	Ø (°)	σt(kPa)	Revestimento
1	240	0.3	7	17	0	Com
2	240	0.3	7	17	25	Com
3	240	0.3	7	17	40	Com
4	240	0.3	7	17	0	Sem
5	240	0.3	7	17	12,5	Sem
6	240	0.3	7	17	25	Sem
7	240	0.3	7	30	0	Sem

Conforme pode se observar na Tabela 5.15 foi estudada a estabilidade de frente de 7 casos distintos. O trabalho original de Mollon (2010) apresenta simulações em um maciço com c=7kPa e Ø=17° para um túnel com revestimento instalado em sua parte posterior com espessura de 40cm e modulo de elasticidade de 15 GPa. Em suas simulações o autor trabalha com diferentes pressões internas até que a estabilidade seja encontrada. Desta forma os casos de 1 a 3 foram elaborados para estas validações. Os casos de 4 a 7 foram elaborados a partir da solução de Heinz (1988). Estabilidade de frente é encontrada para os casos 6 e 7, sendo os casos 4 e 5 instáveis. Para a solução de Heinz o suporte considerado por Mollon foi desconsiderado e os nós contidos na região do revestimento foram fixados em suas posições.

A estabilidade de frente foi então avaliada a partir dos resultados obtidos para deslocamentos e velocidade. As Figuras 5.50 a 5.53 apresentam alguns dos resultados obtidos nestas análises.

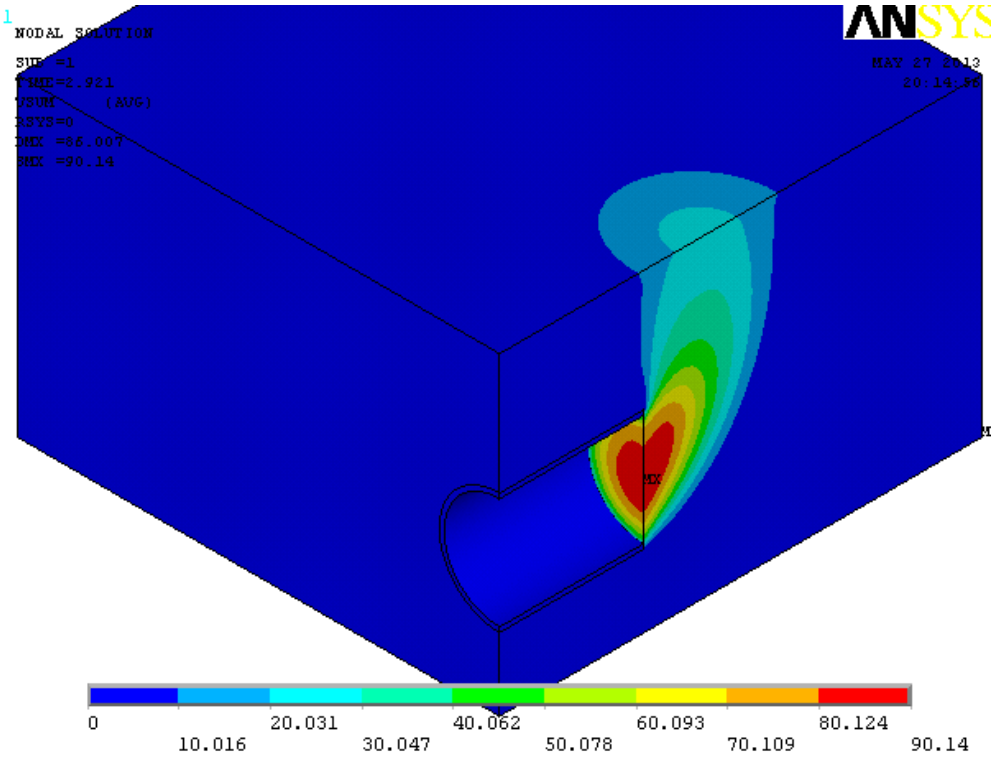


Figura 5.50 - Resultado de velocidade (mm/s) para Caso 1

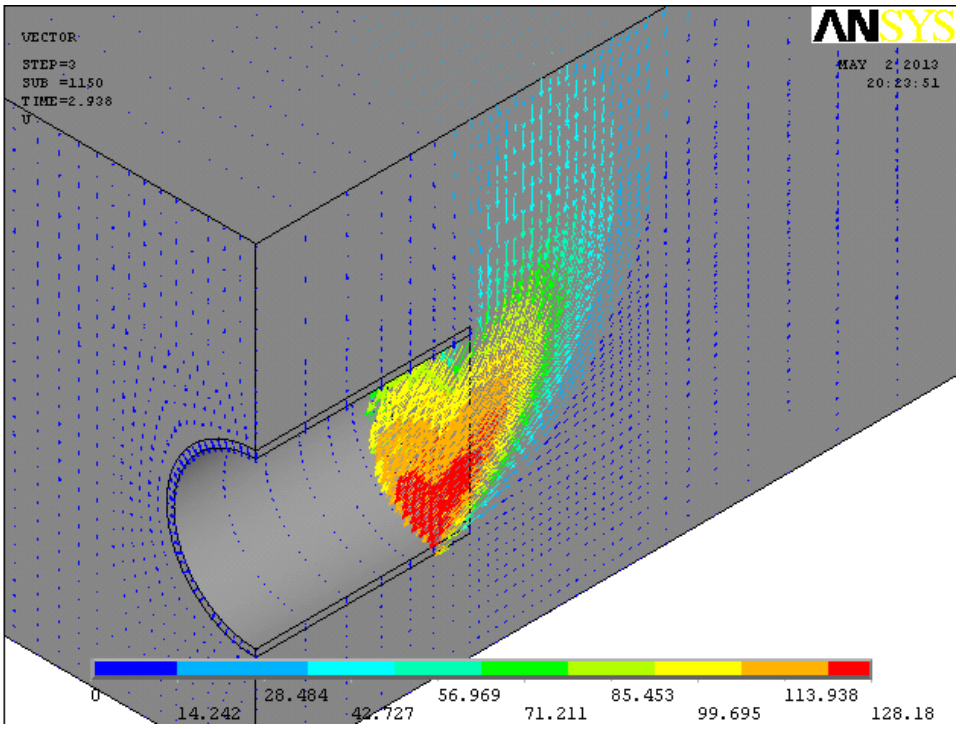


Figura 5.51 - Resultado de deslocamento (mm) para Caso 1

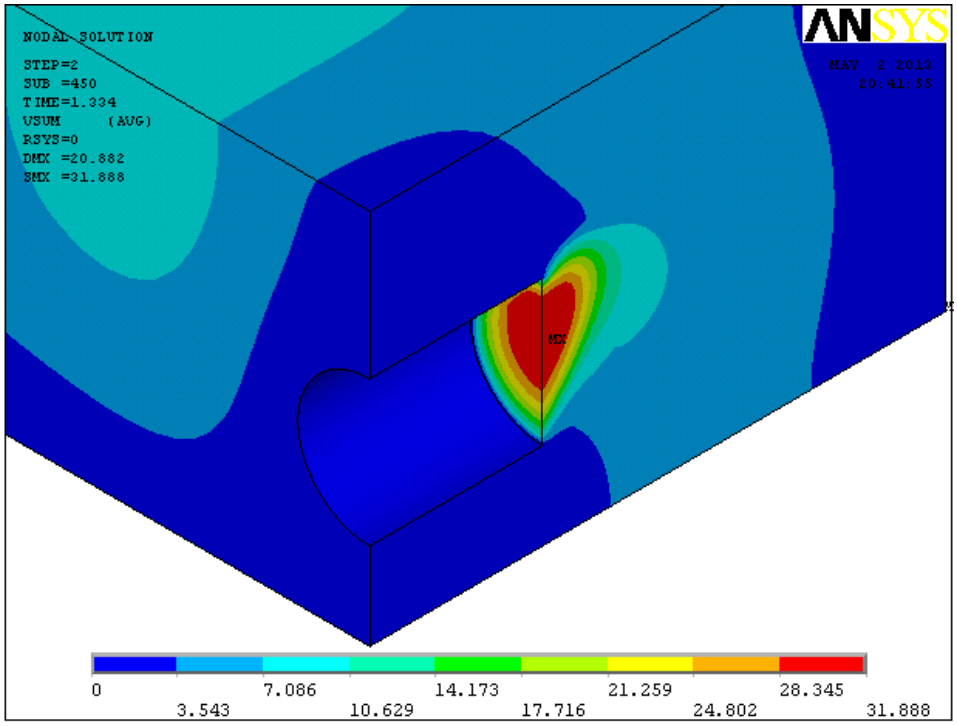


Figura 5.52 - Resultado de velocidade(mm/s) para Caso 7

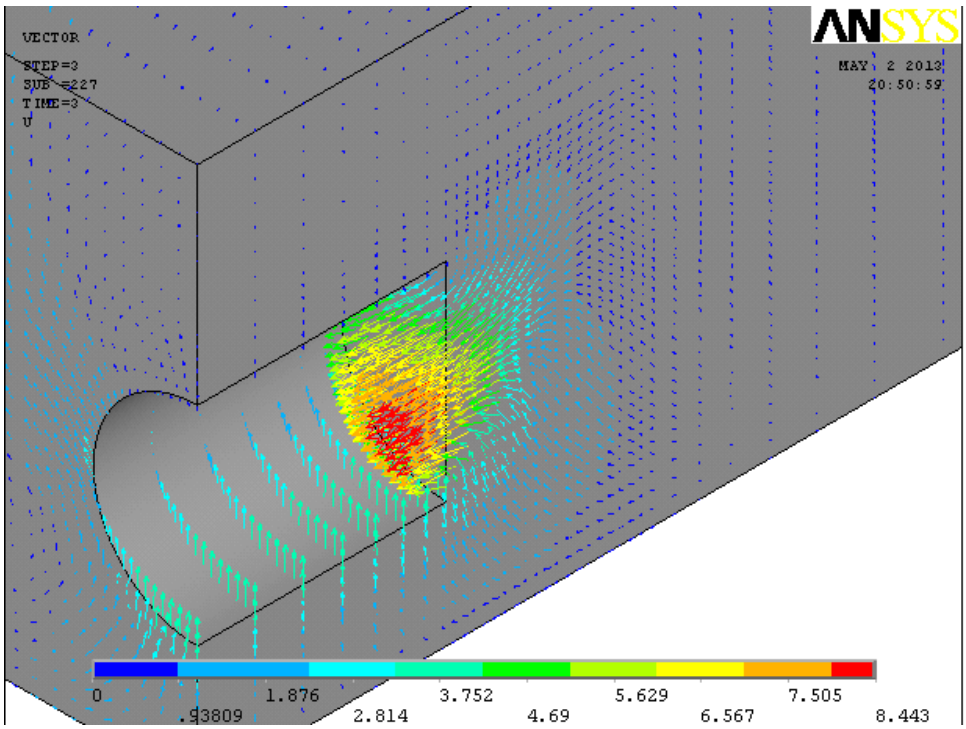


Figura 5.53 - Resultado de deslocamento (mm) para Caso 7

As Figuras 5.50 e 5.51 apresentam os resultados de velocidade e deslocamento para o Caso 1. Observa-se neste caso uma continuidade da velocidade da superfície do terreno até a frente de escavação, o mesmo comportamento pode ser verificado para os deslocamentos. Nota-se que a velocidade cresce com a proximidade da face de escavação podendo-se presumir a existência de movimento, e consecutivamente, instabilização da face escavada. As

Figuras 5.52 e 5.53 por sua vez apresentam os resultados de deslocamento e velocidade para o Caso 7. Neste caso a continuidade da velocidade não é observada, assim como, os deslocamentos ocorrem apenas na região próxima a escavação. Conclui-se para este caso que a frente de escavação encontra-se estável não existindo interação entre a frente de escavação e a superfície. A Tabela 5.16 apresenta um resumo dos resultados obtidos para os casos apresentados anteriormente.

Tabela 5.16 -Resultados das análises de estabilidade de frente

Caso	Mollon (2010)	Heinz (1988)	Presente Pesquisa
1	Instável	-	Instável
2	Instável	-	Instável
3	Estável	-	Estável
4	-	Instável	Instável
5	-	Instável	Instável
6	-	Estável	Estável
7	-	Estável	Estável

Observa-se a partir da Tabela 5.16 que as simulações numéricas desenvolvidas no presente trabalho foram capazes de reproduzir tanto os resultados obtidos por Mollon (2010) assim como da solução analítica de Hein (1988). Vale notar que os casos 2 e 6 apresentam maciços com mesmas características geomecânicas e no entanto para Mollon trata-se de uma escavação instável e para Heinz estável, sendo que as duas situações são representadas adequadamente pelas simulações deste trabalho. Acredita-se que este fato esteja vinculado a representação do suporte na região posterior a escavação. Para o primeiro existe um material deformável nesta região, e para o segundo existe uma consideração de indeformabilidade. A partir desta observação é possível considerar que exista uma influência da deformabilidade do suporte já instalado na estabilidade de frente de uma escavação. Verifica-se também que o modelo numérico reproduz adequadamente a parametrização do material, isto pode ser observado comparando-se os resultados do caso 4 e 7. Para estes casos o ângulo de atrito do material variou de 17° para 30°, e o modelo passou de uma situação instável para estável.

Por fim há de se comentar que estas análises transientes são as que apresentaram maior custo computacional, podendo em alguns casos, atingir 20 horas de processamento (processador i7). Por outro lado deve-se mencionar que a precisão e convergência dos resultados foram auxiliadas pela inclusão no modelo de coeficientes de *damping* tipo Rayleigh. São dois os coeficientes, α multiplicador da matriz de massa e β multiplicador da

matriz rigidez. Segundo o manual do Flac3D usualmente o parâmetro α tem seu valor igualado a zero e para β valores de 5% representam uma estimativa inicial razoável para os geomateriais. Entretanto se o material empregado na simulação adotar superfície de plastificação como a de Mohr-Coulomb ou similar, a dissipação de energia oriunda do fluxo plástico, faz com que os valores empregados para β sejam menores. No mesmo manual encontra-se uma sugestão de valores na ordem de 0,5%. Destaca-se que este foi o valor adotado para β em todas as análises apresentadas anteriormente.

Menciona-se ainda que a solução preconizada por Heinz (1988) aplica na superfície o carregamento equivalente ao peso próprio do maciço, ao passo que, as soluções apresentadas no presente trabalho e na pesquisa de Mollon (2010) tem-se o incremento gradual de carga decorrente do efeito da gravidade sobre a massa do maciço.

5.5 – Considerações Finais

Apresentou-se neste capitulo validações através de simulações numéricas de técnicas de escavação. Estas simulações consideraram o estado plano de deformação, modelos axisimétricos e modelos tridimensionais. Foram ainda estudados materiais com comportamento elástico linear e elasto-plástico. Por fim destaca-se a adoção de modelos transientes para estudo da estabilidade de frente de uma escavação. Para os resultados obtidos as seguintes conclusões podem ser estabelecidas:

- O *software* comercial Ansys com os devidos ajustes permite representação compatível a soluções analíticas e simulações de outros *softwares* de processos de escavação subterrânea com possibilidade de análises de tensões, deformações e plastificação;

- Os modelos elásticos ajustaram-se perfeitamente às soluções analíticas e numéricas de outros pesquisadores selecionadas para comparação;

- O modelo "*Extended Drucker Prager - Cap Model*" disponível na biblioteca do programa permite ajustes, entre outras, às superfícies de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown, usualmente empregados para os geomateriais. Destaca que esse ajuste exige o conhecimento das solicitações envolvidas no problema em estudo. No caso de escavações subterrâneas o ajuste através do meridiano de cisalhamento mostrou-se suficiente para a representação do comportamento do material;

- No caso das análises realizadas em estado plano de deformação o posicionamento da fronteira extrema do modelo mostrou-se crucial para o perfeito ajuste entre a solução analítica (Duncan Fama, Carranza-Torres e Fairhurst, Chen e Tonon) e as simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho. Vlachopoulos (2009) apontava que o limite fixado a 32 raios seria suficiente para não haver influência do contorno nos resultados obtidos. Neste trabalho verificou-se que melhores resultados podem ser obtidos considerando 32 raios plásticos;

- Analisando os resultados das soluções analíticas, modelos em estado plano de deformação, axisimétricos e tridimensionais verifica-se uma similaridade entre os valores obtidos para deslocamentos e desenvolvimento do raio de plastificação;

- Para as análises axisimétricas e tridimensionais realizadas em passos de escavação foram verificados resultados compatíveis aos encontrados na literatura, mostrando que o desenvolvimento da plastificação ocorre de maneira similar ao apresentado em pacotes de *software* especializados da área geotécnica;

- Destaque é dado as simulações tridimensionais e especialmente as transientes. São modelos que permitem representação de complexas geometrias e carregamentos. Entretanto o custo computacional é em muito superior ao de outros modelos, desta forma, para estudos iniciais e com baixa complexidade de carregamento e geometria, os modelos em estado plano de deformação ou axisimétricos devem ser priorizados;

- Mostrou-se de grande valia o refinamento cuidadoso nas áreas apontadas através das soluções analíticas como plastificáveis. Isto permitiu que um menor número de elementos fosse posicionado na zona elástica, e um refinamento com maior rigor fosse dado a zona plástica. Resultados de melhor qualidade assim como soluções mais velozes foram obtidas com esse cuidado;

- Por fim menciona-se que os resultados obtidos através de modelos transientes apresentaram resultados em acordo com a solução de Heinz (1988) assim como com as simulações numéricas de Mollon (2010). Destaque é dado à influência da deformabilidade do revestimento do túnel na estabilidade de frente da escavação.

Capítulo 6

6 - Verificação Estrutural do Revestimento de um Túnel

6.1 - Introdução

Este capítulo apresenta verificações estruturais do revestimento de concreto reforçado com aço de um túnel. Para a representação mecânica dos materiais, maciço e sistema de suporte, são empregados os modelos constitutivos apresentados nos Capítulos 4 e 5 deste trabalho. Destaca-se que os efeitos da fissuração no concreto são considerados permitindo a comparação de comportamento com modelos elasto-plásticos perfeitos e elásticos.

Uma parcela significativa de projetos do revestimento de um túnel considera este material como elástico linear com algum acréscimo em sua rigidez decorrente da presença de aço em sua composição. Para outras situações, uma pequena minoria, considerações elasto-plásticas são adotadas. Nestes casos a ruptura é previamente verificada através de análises elásticas. Ao serem simuladas, via de regra, são adotados elementos do tipo casca para as simulações tridimensionais ou do tipo barra para análises bidimensionais.

Nas análises elasto-plásticas mencionadas acima são realizadas análises preliminares considerando o material elástico linear. Os pares de esforços solicitantes (momento fletor, normal e cortante) são então plotados em diagramas de interação e seus valores comparados a envoltórias de esforços solicitantes definidos em função da geometria da peça e das características mecânicas dos materiais do revestimento. Caso os resultados obtidos nas análises elásticas se localizem no interior destas envoltórias, considera-se que o revestimento é estruturalmente seguro. Caso contrário propriedades elasto-plásticas são definidas para o revestimento e a segurança estrutural da peça passa a ser analisada em função das rotações encontradas nas rótulas plastificadas. Deve-se comentar que os pacotes de *software* empregados nestas análises abordam a plasticidade através de uma superfícies de resistência de Von-Mises, na qual o efeito do confinamento não é considerado e os valores de resistência a tração e de compressão são iguais.

Hoek et al. (2008) apresentam uma das formas para a definição de envoltórias de esforços solicitantes dos diagramas de interação de um revestimento, neste caso, a ruptura é atingida quando a primeira fibra da seção atinge a resistência do material. Este procedimento é baseado em formulações clássicas da resistência dos materiais. Uma outra forma de delinear o diagrama de interação de uma estrutura pode ser encontrado no CEB-FIP MC90 (1993) e na NBR6118 (2003). Nestas normas as deformabilidades dos materiais, concreto e aço, são compatibilizadas para uma dada seção transversal e características mecânicas intrínsecas aos materiais são consideradas. Um exemplo disso é a consideração de inicio da plastificação do concreto comprimido para valores de deformação de 2‰, valor este usualmente encontrado para a resistência máxima em ensaios de compressão simples. Destaca-se que nos procedimentos indicados por aquelas normas a plastificação parcial da seção pode não conduzir à ruptura estrutural da peça, sendo neste caso necessário que se verifique a rotação da seção analisada.

A seguir são apresentados resultados obtidos através de simulações numéricas nas quais são considerados para o revestimento comportamentos elástico, elasto-plástico perfeito e elasto-plástico perfeito considerando a fragilidade do material. O delineamento das envoltórias de esforços solicitantes é conduzido através das abordagens encontradas no CEB-FIP MC90 (1993) e NBR6118 (2003) e quando necessário são realizadas análises de rotações para as seções em estudo. Estas análises devem ser realizadas quando for verificada a formação de uma rótula plástica na estrutura e envolvem a comparação das rotações encontradas na região da rótula com valores limites determinados por norma. Uma breve validação da determinação dos esforços solicitantes é desenvolvida com base na solução analítica de Carranza-Torres et al. (2013) para túneis circulares e materiais elásticos lineares. Neste processo de validação são testados elementos de casca (Shell181), sólido com características de cascas (Solsh190) e sólido (Solid65) encontrados na biblioteca de elementos do *software Ansys*.

Uma vez verificada a adequação dos elementos na determinação de esforços solicitantes no revestimento de um túnel, são avaliadas estruturalmente a partir de simulações numéricas dez situações distintas e encontradas correntemente em projetos de túneis. As simulações numéricas propostas envolvem considerações dos modelos constitutivos e dimensões adotadas para o revestimento, posição e taxa de armadura, instalação de tirantes e consideração do alívio de tensões no maciço.

Os resultados destas análises são comparados a especificações da NBR 6118 (2003) possibilitando uma avaliação estrutural dos revestimentos selecionados para o túnel. A partir

das simulações desenvolvidas neste trabalho, de forma diferente a usualmente encontrada no meio, é possível avaliar a segurança da estrutura de revestimento de um túnel considerando a fragilidade do concreto, valores de resistência à tração diferente da resistência à compressão e o posicionamento da armadura conforme projeto, ou seja, sem a necessidade de diluição da mesma através do elemento.

6.2 - Diagrama de Interação

O diagrama de interação trata da relação entre os valores de esforços solicitantes determinados para uma dada seção transversal. A envoltória definida por valores limites de esforços solicitantes permite a avaliação mecânica de seções distintas de uma estrutura considerando a resistência do material.

Hoek et al. (2008) apresentam diagramas de interação para análise estrutural do revestimento de um túnel, onde a envoltória de esforços solicitantes do diagrama de interação é definida para a situação na qual as tensões atuantes na fibra externa ou interna da seção atingem o valor da resistência do material. Resultam de equações da resistência dos materiais que são expressas por:

$$M_{max} = \pm\left(\frac{\sigma_c - \sigma_t}{FS}\right) * \frac{I}{t} \tag{6.1}$$

$$N_{cr} = \frac{A(\sigma_c + \sigma_t)}{2 * FS} \tag{6.2}$$

(Para ruptura na compressão) $$N = \frac{\sigma_c * A}{FS} - \frac{9 * Q^2 * FS}{4 * \sigma_c * A} \tag{6.3}$$

(Para ruptura na tração) $$N = \frac{\sigma_t * A}{FS} - \frac{9 * Q^2 * FS}{4 * \sigma_t * A} \tag{6.4}$$

Onde:

Mmax - Máximo momento suportado pela seção;

σc - Resistência a compressão do material;

σt - Resistência a tração do material;

I - Momento de inercia da seção transversal;

t - Altura da seção transversal;

A - Área da seção transversal;

FS - Fator de segurança considerado.

Para ruptura simultânea na compressão e tração, o esforço cortante critico (Qcr) é dado por:

$$Q_{cr} = \pm \frac{A}{FS} \sqrt{-\frac{4 * \sigma_c * \sigma_t}{9}} \tag{6.5}$$

As Figuras 6.1 e 6.2 apresentam respectivamente as envoltórias limites de esforços solicitantes conforme as Equações 6.1 a 6.5. Para os resultados apresentados foi considerada uma estrutura com seção transversal retangular com largura de 1m e altura de 0,4m. O valor de resistência à compressão do material foi de 40 MPa e à tração de 4MPa. Para esta configuração foram estabelecidas as envoltórias de esforços solicitantes para fatores de segurança (FS) de 1, 1,5 e 2.

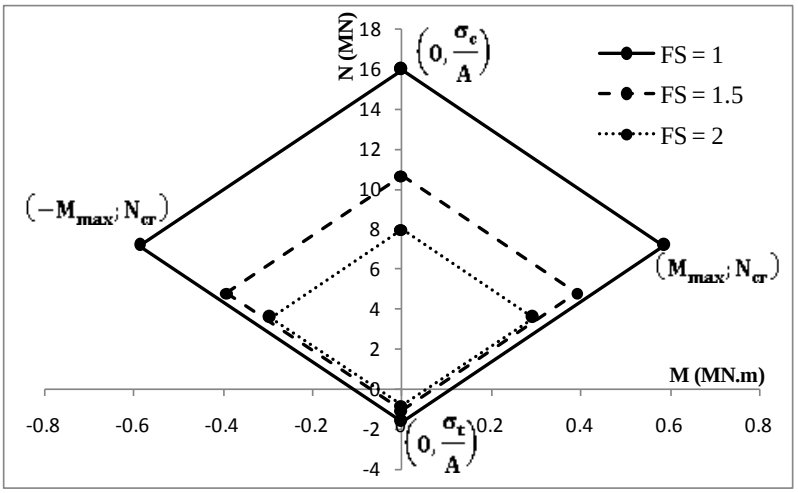


Figura 6.1 – Envoltória de Esforços Solicitantes (M,N)

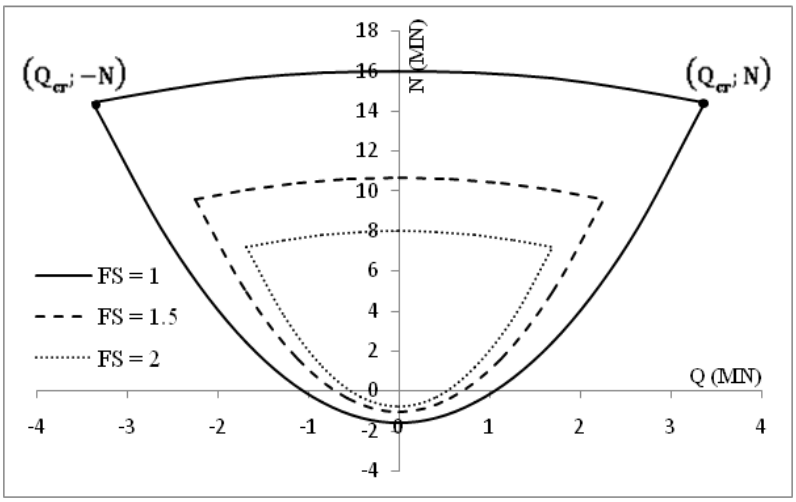


Figura 6.2 – Envoltória de Esforços Solicitantes (Q,N)

Conforme já mencionado ao longo deste trabalho e de acordo com Hoek et al. (2008) o delineamento da envoltória de esforços solicitantes por esse procedimento permite que um fator de segurança seja adotado para a estrutura de forma independente de recomendações normativas. Este fato, especialmente para a construção do revestimento de um túnel, é importante uma vez que os valores de referência empregados por normas, são elaborados para

estruturas em muito diferentes a do revestimento tanto pelo caráter de elevado grau de redundância assim como de confinamento desta estrutura. Desta forma a partir da solução apontada anteriormente é possível quantificar a segurança da estrutura considerando unicamente as características mecânicas e geométricas da seção estudada. Vale destacar que a experiência adquirida ao longo do tempo e a partir de experiências de sucesso ou não, valores de FS que conduzam a instalação segura do sistema de suporte de um túnel devem ser propostas.

Outra abordagem possível ao delineamento da envoltória de esforços solicitantes do revestimento de um túnel decorre de normas estruturais, como as que serão abordadas a seguir. As normas selecionadas são o CEB-FIP MC90 (1993) e a NBR 6118 (2003) e que em muito se parecem. A abordagem dessas normas caracteriza o estado limite ultimo (ELU) da estrutura pelas deformações específicas de cálculo do concreto e do aço, que atingem uma delas ou ambas os valores últimos (máximos) das deformações especificas desses materiais.

Os pares de deformação especifica do aço (ε_y) e do concreto (ε_c) ao longo de uma seção transversal retangular com armadura simples (só tracionada) submetida a ações normais definem seis domínios de deformação conforme apresentado na Figura 6.3. Estes domínios representam as diversas possibilidades de ruína da seção, e cada par de deformação (ε_c, ε_s) corresponde a um esforço normal e um momento fletor atuante na seção.

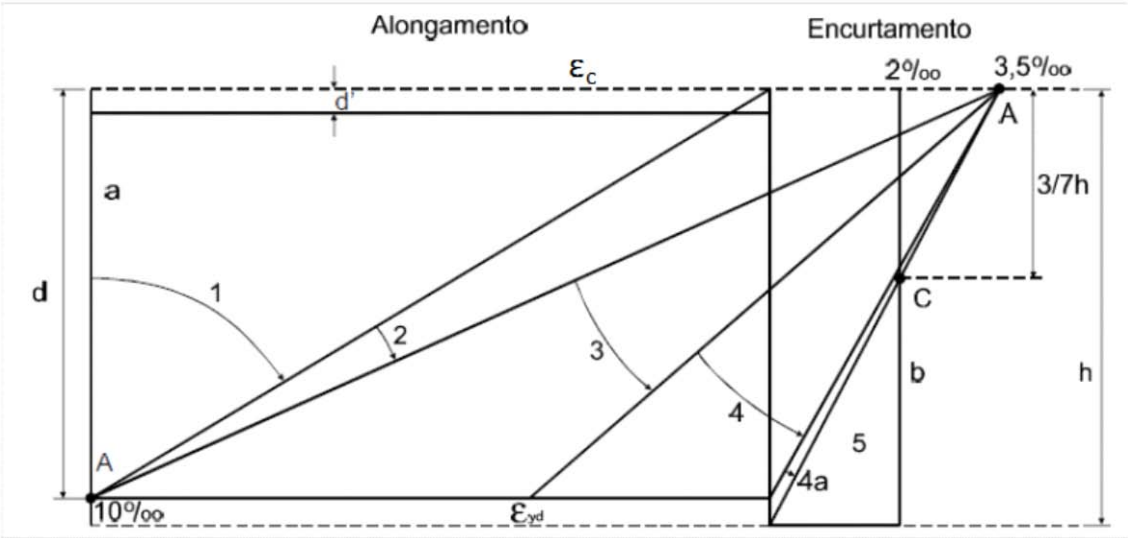


Figura 6.3 – Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal (NBR 6118 : 2003)

A reta a e os domínios 1 e 2 correspondem ao estado limite último por deformação plástica excessiva (aço com alongamento máximo); os domínios 3, 4, 4a, 5 e reta b correspondem ao estado limite último por ruptura convencional (ruptura do concreto por encurtamento-limite).

A NBR 6118:2003 caracteriza estes domínios da seguinte maneira:

Deformação plástica excessiva:

- Reta a → tração uniforme;
- Domínio 1 → tração não uniforme, sem compressão;
- Domínio 2 → flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto (εc < 3,5‰ e com o máximo alongamento permitido).

Ruptura:

- Domínio 3 → flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4 → flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura a compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ($\varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd}$);
- Domínio 4a → flexão composta com armaduras comprimidas;
- Domínio 5 → compressão não uniforme, sem tração;
- Reta b → compressão uniforme.

A partir destes domínios é possível determinar a envoltória limite de esforços solicitantes de uma dada seção transversal. A Figura 6.4 apresenta as envoltórias limites de esforços solicitantes para três casos distintos, um deles considera uma estrutura de concreto sem armadura, e nos outros dois a armadura é invertida.

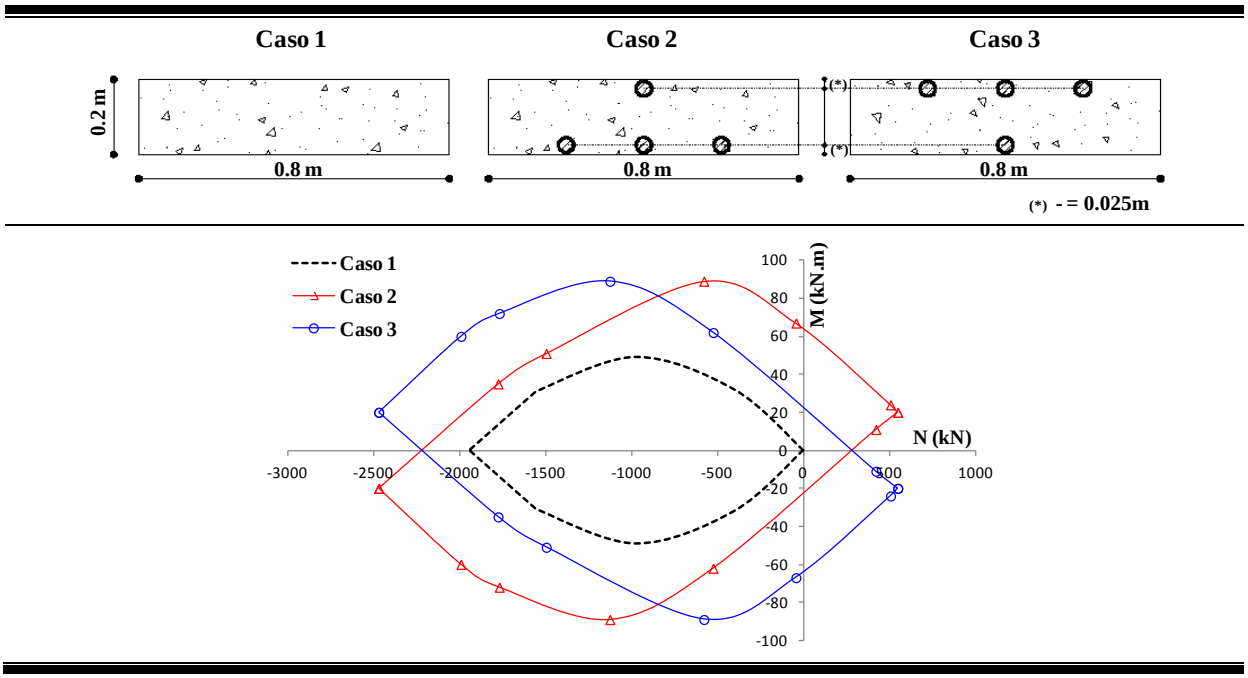


Figura 6.4 – Envoltórias de Esforços Solicitantes (NBR 6118:2003)

Para as três situações apresentadas na Figura 6.4 o valor adotado para a resistência característica do concreto (f_{ck}) foi de 20 MPa e para o aço (f_{yk}) de 500 MPa. Pares de esforços

solicitantes localizados no interior da envoltória indicam que a seção analisada não apresenta condições de ruptura, por outro lado, sobre a envoltória ou localizados na parte exterior indicam ruptura.

A partir de simulações numéricas com revestimento elástico é possível que os pares de esforços se encontrem na posição interna, externa ou sobre a envoltória. Entretanto quando as propriedades do material são consideradas como elasto-plásticas estes valores ficam limitados a, no máximo, atingirem a envoltória. Neste caso tem-se a formação de uma rótula plástica e tanto a NBR 6118:2003 assim como o CEB-FIP MC90 (1993) indicam que a verificação estrutural da peça deve ser realizada a partir da verificação de rotação da seção analisada.

A Figura 6.5 apresenta esquematicamente as etapas da formação de uma rótula plástica. Inicialmente as tensões encontradas ao longo de uma seção transversal de altura *h* são em sua totalidade tensões elásticas (σ_e), ou seja, a resistência do material ainda não foi atingida (a). Ao aumentar o carregamento podem ser desenvolvidas tensões que iniciem o processo de plastificação do material nas fibras externas da seção, neste caso ainda há uma certa capacidade de resistir esforços ao longo da seção (b). Por fim, todos os pontos da seção atingem o limite de resistência do material (σ_y) e consecutivamente a capacidade de resistir a novos esforços fica restringida (c).

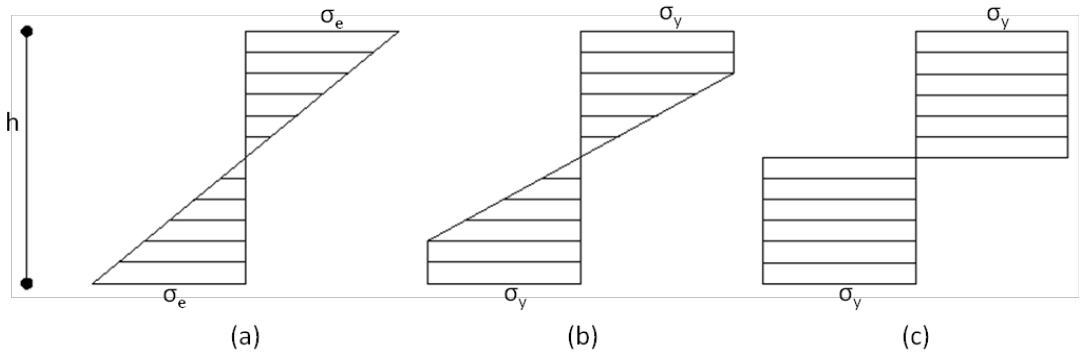


Figura 6.5 – Formação de uma rótula plástica

Conforme já mencionado a NBR 6118:2003 assim como o CEB-FIP MC90 (1993) permitem considerar a plastificação ao longo de uma seção transversal. Para isso é necessária a verificação das rotações plásticas sofridas pela seção. Os valores de rotação medidos na seção devem ser comparados a limites estabelecidos por estas normas. Na Figura 6.6 (a) apresentam-se valores limites de rotação plástica (θ_{pl}) apresentados pela NBR 6118:2003. Esta norma indica que estes valores devem ser corridos por: $\sqrt{(a/d)/6}$. O valor *a* é definido como a distância geométrica entre pontos de momento nulo, conforme esquematizado na Figura 6.6-c. O parâmetro *d* é definido como a distância entre o centro de gravidade da

armadura longitudinal tracionada até a fibra mais comprimida do concreto, e x como a distância da borda mais comprimida do concreto até o ponto que tem deformações e tensões nulas, conforme esquematizado na Figura 6.6-b.

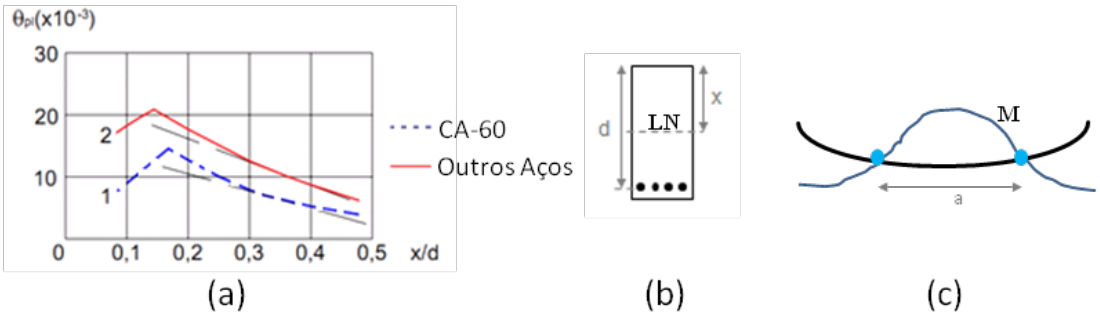


Figura 6.6 – Limite de rotações NBR 6118:2003

As equações das curvas para aço do tipo CA-60 (curva 1) e outros tipos de aço (curva 2) são dadas por:

$$curva\ 1\ \rightarrow \theta_{pl} = 2‰ * \frac{d}{x} \qquad para\ \frac{x}{d} \geq 0{,}17 \tag{6.6}$$

$$curva\ 2\ \rightarrow \theta_{pl} = 3{,}5‰ * \frac{d}{x} \qquad para\ \frac{x}{d} \geq 0{,}17 \tag{6.7}$$

6.3 - Determinação de Esforços Solicitantes

Conforme indicações anteriores a avaliação estrutural para o revestimento de um túnel a ser apresentada adiante estará baseada nos esforços solicitantes decorrentes da escavação. Uma vez que o *software* selecionado para este trabalho apresenta poucas verificações relacionadas a determinação de esforços solicitantes para análises de um túnel julgou-se necessário a realização de validações para garantia da fidelidade dos resultados obtidos.

Para confrontar os resultados obtidos através das simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho foi selecionada na literatura especializada a solução analítica de Carranza-Torres et al. (2013). O trabalho desses pesquisadores propõe uma solução analítica baseada na teoria da elasticidade para túneis circulares. Além disso, esta solução possibilita considerar o alívio do maciço antes da instalação do revestimento, ainda permitindo considerar o revestimento totalmente aderido ao maciço, ou em caso contrario, sem nenhuma aderência. Foi a alternativa selecionada por fornecer os pares de esforços solicitantes que servirá como comparação aos resultados obtidos neste trabalho.

Para a realização das simulações numéricas com o intuito de validar os resultados obtidos no *software Ansys* foram selecionados os elementos SHELL181, SOLSH190 e SOLID65. O elemento SHELL181 é um elemento do tipo casca é que apresenta na saída de seus resultados os esforços solicitantes, permite a adoção de superfícies de ruptura como a de

Von-Mises mas não de modelos com valores de tração e compressão diferentes. O elemento SOLSH190 é um elemento sólido e que também apresenta na saída de resultados os valores dos esforços solicitantes. Permite a adoção de superfícies de plastificação como o de Von-Mises e Drucker-Prager, permitindo ainda a adoção de uma superfície mista com os esforços de compressão limitados por uma superfície de Von-Mises e os de tração por um *cut-off* de Rankine. Este elemento possibilita a inclusão de reforço discretizado ou dissolvido em sua matriz. Isto é feito através do elemento REINF264, que permite a adoção de modelos elásticos e superfícies de plastificação como a de Von-Mises. Este elemento é um acessório de elementos como o SOLSH190 sendo imprescindível a presença deste no modelo. Destaca-se que este tipo de reforço tem como vantagem a não geração de nós o que para situações de complexa geometria da armadura, pode tornar a geração da malha um processo menos árduo.

O elemento SOLID65 é o que foi empregado na validação de estruturas de concreto apresentada no Capítulo 4 desta tese. Este elemento não possibilita a visualização dos esforços solicitantes em seus resultados. Para suprir esta limitação, que é comum a todos elementos sólidos, as tensões normais foram integradas ao longo de seções localizadas no revestimento do túnel determinando-se desta forma os esforços normais. Para a determinação dos momentos fletores as tensões normais foram integradas ao longo da seção, e a linha neutra considerada no centro da seção. As forças resultantes da integração foram então equilibradas e o momento fletor determinado. Este elemento permite a consideração de superfícies de plastificação como as de Von-Mises e Drucker-Prager contando ainda com efeitos de fissuração.

As simulações numéricas desenvolvidas consideram um túnel com raio de cinco metros, para o maciço foi adotado um modelo elástico linear com módulo de elasticidade (E) igual a 48 MPa e coeficiente de Poisson (ν) de 0,34. Para o revestimento foi considerada uma espessura de 0,5m com propriedades elásticas iguais a: E=25GPa e ν=0,15. O maciço foi carregado externamente com uma carga vertical de 0,42 MPa e horizontal de 0,21 MPa, conduzindo a um coeficiente de empuxo (k) de 0,5. As dimensões empregadas na malha para esta simulação numérica, seguiram as apresentadas por Carranza-Torres et al. (2013), onde os contornos externos encontram-se localizados a 200m do centro do túnel, e que contam com: 128 elementos na direção radial com taxa de crescimento de dimensão igual a 1,025 (o que implica em um elemento com dimensão radial de 0,216m na parede do túnel e com 4,97m no contorno do modelo), e para a direção circunferencial foram adotadas 32 divisões com dimensão constante. Face às condições de simetria do problema o modelo foi construído para meia seção.

As simulações numéricas apresentadas por Carranza-Torres et al. (2013) foram realizadas no *software* FLAC3D e para o revestimento foi adotado um elemento tipo casca. No presente trabalho as simulações numéricas envolveram elementos do tipo casca (SHELL181) e sólidos (SOLSH190 e SOLID65). Para o elemento SOLID65 adotaram-se seis elementos ao longo da espessura do revestimento, sendo que duas situações distintas foram consideradas: a primeira apresentada nos resultados como SOLID65 (1) tem a porção exterior do revestimento aderida diretamente a parede do túnel; a segunda SOLID65 (2) tem o centro do revestimento aderido a parede do túnel. Este procedimento foi adotado para que o braço de alavanca fosse o mesmo tanto para o caso onde a simulação foi realizada com casca assim como com o sólido. Os resultados determinados através das simulações numéricas desenvolvidas no presente trabalho encontram-se nas Figuras 6.7 e 6.8, onde os valores do erro normalizado são calculados por:

$$Erro\ Normalizado = \frac{ES_{sn} - ES_{sa}}{\left|ES_{max,sa}\right|} \tag{6.8}$$

Onde:

ES_{sn} - Esforço solicitante determinado através das simulações numéricas;

ES_{sn} - Esforço solicitante determinado através das solução analítica de Carranza-Torres et al. (2013);

$ES_{max,sa}$ - Esforço solicitante máximo determinado através das solução analítica de Carranza-Torres et al. (2013).

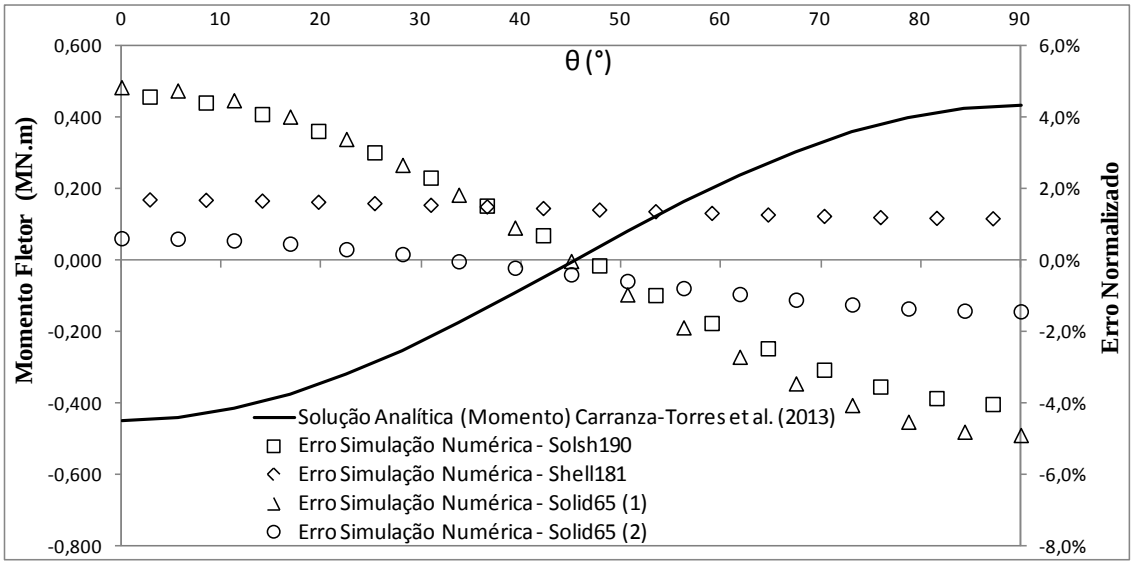


Figura 6.7 – Resultados validação de esforços solicitantes - Momento Fletor

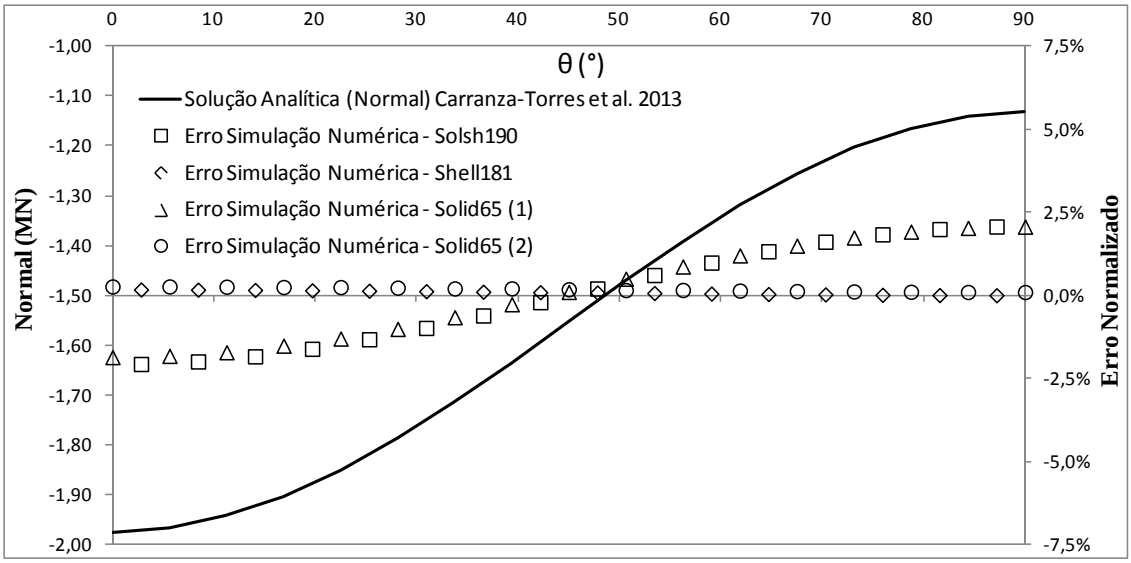


Figura 6.8 – Resultados validação de esforços solicitantes - Esforço Normal

As Figuras 6.7 e 6.8 apresentam os valores dos esforços solicitantes (M,N) calculados através da solução analítica de Carranza-Torres et al. (2013) para o caso analisado. Apresentam-se também os erros normalizados em relação ao máximo absoluto de cada esforço solicitante, para as simulações numéricas desenvolvidas no presente trabalho. Os resultados são apresentados a partir da parede do túnel (θ = 0°) até o teto (θ = 90°).

Observa-se que os menores erros normalizados são encontrados para as simulações numéricas com o revestimento representado com os elementos SHELL181 e SOLID65(2). Para estas duas situações o centro do revestimento é aderida à parede do túnel. Por outro lado maiores erros normalizados são verificados para os elementos SOLSH190 e SOLID65, em que o revestimento tem sua face externa aderida à parede do túnel. Estes resultados indicam que o braço de alavanca estabelecido para os elementos SHELL181 e SOLID65(2) aproximam-se mais da solução analítica adotada para comparação. Por outro lado o comportamento dos elementos SOLSH190 e SOLID65 (1), com comportamentos similares, incorpora o braço de alavanca resultante do posicionamento real do revestimento em relação à parede do túnel.

Além disso, é possível notar proximidade entre os esforços solicitantes determinados pelo *software* (SHELL181 e SOLSH190) e aqueles calculados a partir dos resultados de tensões normais informadas pelo *software* (SOLID65). Desta forma considera-se que os elementos utilizados para as simulações numéricas a serem apresentadas adiante assim como o procedimento de determinação de esforços solicitantes para elementos sólidos a partir de tensões normais podem ser empregados no estudo de dimensionamento do revestimento de um túnel.

6.4 - Análise do Revestimento de um Túnel

Apresentam-se a seguir resultados de simulações numéricas de um túnel com formato de ferradura para o qual o revestimento foi o foco principal de estudo. Para isso foram selecionadas dez situações distintas e que correntemente são encontradas na prática de projeto de túneis e pesquisas. Os fatores variáveis das análises envolvem as dimensões e características mecânicas do revestimento, os modelos constitutivos adotados (destacando-se a representação frágil do concreto como desenvolvido no Capítulo 4 desta tese) o efeito da consideração do alívio de tensões decorrente do processo de escavação e a instalação de tirantes. Para todas as análises foram monitorados deslocamento, rotações, esforços normais e momentos fletores. De posse dos resultados foi realizada uma avaliação estrutural a luz da norma brasileira NBR 6118:2003 e do CEB-FIP 1990.

O maciço no qual se dará a instalação do túnel foi idealizado como uma argila rija. Para este material adotou-se um valor de módulo de elasticidade igual a 90 MPa. Para o coeficiente de Poisson uma valor de 0,32.

A superfície de Mohr-Coulomb foi selecionada para limitar as deformações elásticas do material, os parâmetros adotados foram: coesão igual a 60kPa e ângulo de atrito de 25°. A variação volumétrica do material é controlada através de uma regra de fluxo não associada com dilatância do material igual a zero. Para os esforços de tração foi imposto um limite na superfície de Mohr-Coulomb, possibilitado através da superfície *Extended Drucker Prager*, com valor de 1,5 kPa.

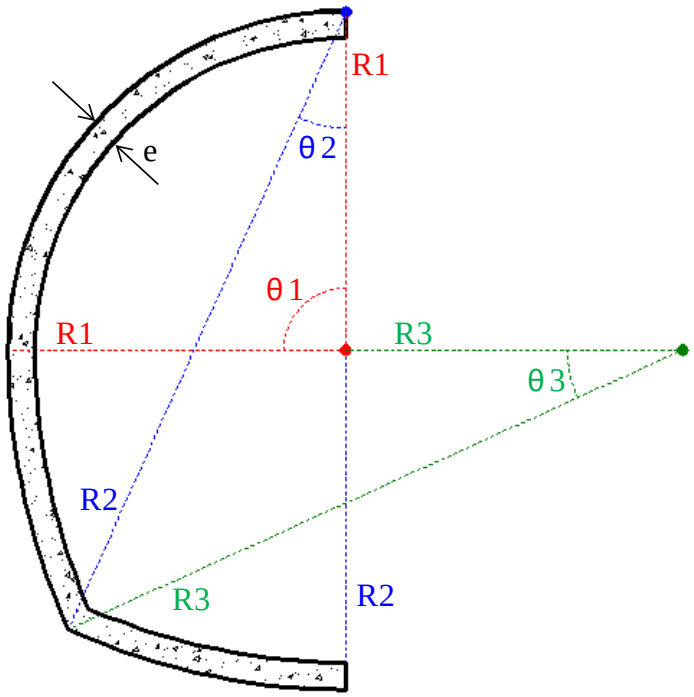
O túnel analisado tem cobertura igual a 20m, as tensões verticais resultam exclusivamente do peso específico do maciço que foi considerado igual a 26 kN/m^3. As tensões horizontais decorrem do coeficiente de empuxo em repouso (k_0) e para o caso estudado conduzem a um valor de *K* (tensão horizontal / tensão vertical) de 0,47.

O concreto empregado no revestimento tem para o valor da resistência característica a compressão (f_{ck}) 20MPa e a tração (f_{ctk}) igual a 2,21 MPa (estimado conforme Equação 2.56). O módulo de elasticidade deste material foi calculado a partir da Equação 2.55 resultando em uma valor igual a 25 GPa. Para a construção dos diagramas de interação assim como para as simulações numéricas desenvolvidas neste trabalho o valor da resistência a compressão foi reduzida por um fator igual 1,65, conforme recomendação da NBR 6118:2003, resultando em 12,12 MPa. Este valor foi empregado na Equação 2.55 para estimar o valor do módulo de elasticidade a ser empregado nas simulações numéricas. A mesma norma recomenda que a resistência à tração do concreto seja desprezada sendo todo este esforço absorvido pelas

armaduras. Esta recomendação não pode ser seguida uma vez que a simulação numérica não apresentou convergência para tal situação. Dessa forma foi adotado um valor para a resistência a tração igual a 0,7 MPa tanto no delineamento das envoltórias de esforços solicitantes, assim como, para as propriedades mecânicas do concreto nas simulações numéricas. O coeficiente de Poisson (ν) foi adotado igual 0,15.

O aço selecionada para as armaduras instaladas ao longo do revestimento de concreto assim como dos tirantes é do tipo CA-50 com resistência característica a compressão e tração (f_{yk}) de 500MPa. A NBR 6118:2003 recomenda que este valor de resistência seja reduzido por um fator γ_s igual a 1.15, resultando em um valor de 420 MPa. Para as simulações numéricas este é o valor de resistência adotado, assim como, um módulo de elasticidade de 210 GPa conforme indicação da mesma norma.

O túnel selecionado para análise tem formato de ferradura e sua maior abertura apresenta dimensão de 3m. A Figura 6.9 apresenta esquematicamente a geometria do túnel.



Características Geométricas da Seção
Cobertura = 20,00 m
R1 = 1,50m ; R2 = R3 = 3,00m
θ1 = 90° ; θ2 = θ3 = 24.345°
e = 0,12 m
Área da Seção Escavada = 7,50m²

Figura 6.9 – Geometria do túnel analisado

As simulações numéricas foram desenvolvidas para uma extensão de túnel de 0,8m, valor usualmente considerado em projeto para o afastamento entre cambota. Os deslocamentos na direção perpendicular a face do túnel foram restringidos conduzindo a uma situação próxima às condições de estado plano de deformação. Os limites do modelo construído encontram-se a uma distância de 21,5m do centro do túnel. Para a simulação do

maciço foi empregado o elemento SOLID185 com uma superfície de plastificação do tipo *Extended Drucker Prager*, de forma similar à apresentada no Capítulo 5 desta tese. Para as situações analisadas adiante foram empregados dois passos: no primeiro deles o maciço é carregado através de seu peso próprio e no seguinte a escavação e instalação do suporte são realizadas concomitantemente. Para um dos casos apresentados adiante é permitida a relaxação de 50% das tensões na área escavada, para posteriormente ser realizada a instalação do suporte e relaxação total das tensões. As medidas de rotações apresentadas são obtidas a partir de elementos do tipo SHELL181 com rigidez desprezível e que são aderidos aos elementos sólidos do revestimento. A Tabela 6.1 apresenta resumidamente as características de cada um dos dez casos que serão apresentados a seguir.

Tabela 6.1 - Situações analisadas através de simulações numéricas

Caso 1	Modelo elástico linear
Caso 2	Modelo elasto-plástico concreto sem reforço de aço
Caso 3	Modelo elasto-plástico concreto reforçado com cambota treliçada
Caso 4	Modelo elasto-plástico concreto fortemente reforçado com aço
Caso 5	Caso 3 + Consideração do alívio de 50% das tensões antes da instalação do suporte
Caso 6	Caso 3 + Instalação de tirantes protendidos no piso do túnel
Caso 7	Caso 3 + Consideração de propriedades reais do concreto
Caso 8	Caso 3 + Incremento da espessura de 0.12m para 0.20m
Caso 9	Caso 3 + Alteração da superfície de plastificação e do tipo de elemento
Caso 10	Caso 9 + Consideração de fragilidade para o concreto

6.4.1 – Caso 1

O primeiro caso assume que o revestimento apresenta comportamento elástico. A espessura do revestimento é de 0,12m e nenhum reforço de aço é instalado. Este tipo de

análise é encontrado na prática corrente de projetos de túneis e permite visualizar através do diagrama de interação de esforços solicitantes se a estrutura é segura ou não conforme pressupostos normativos. Para esta análise é empregado o elemento SOLSH190 com um único elemento ao longo da espessura do revestimento. Para este elemento o *software* permite informar o numero de camadas e o numero de pontos de integração por camada. Para as análises deste trabalho foram adotadas 10 camadas com 9 pontos de integração cada. As Figuras 6.10 a 6.12 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 1.

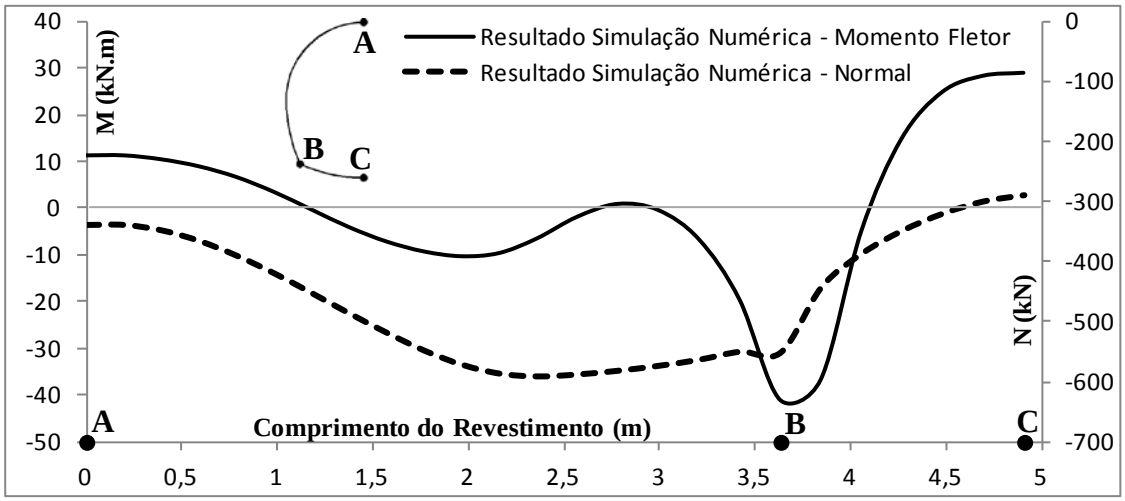


Figura 6.10 – Caso 1 - Momento Fletor e Esforço Normal

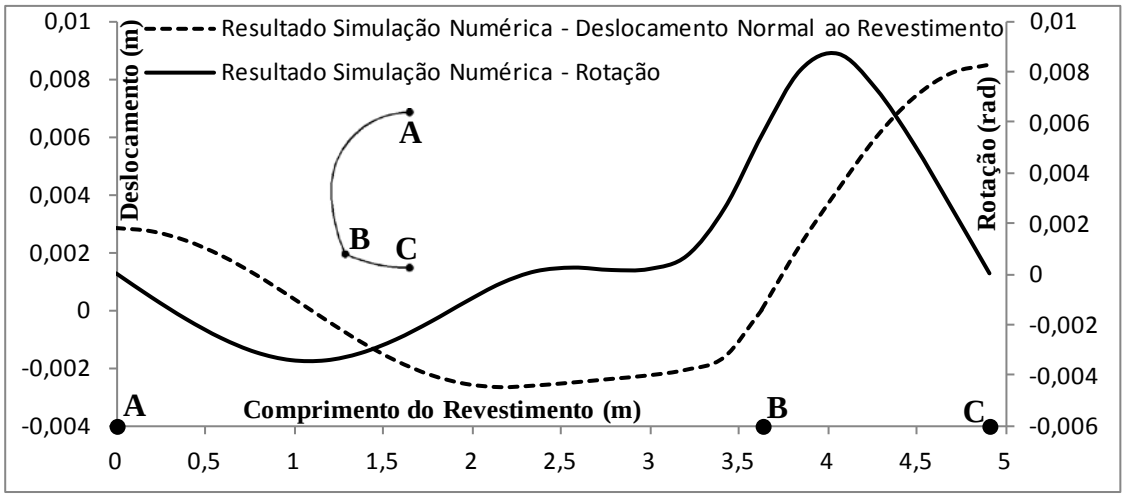


Figura 6.11 – Caso 1 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

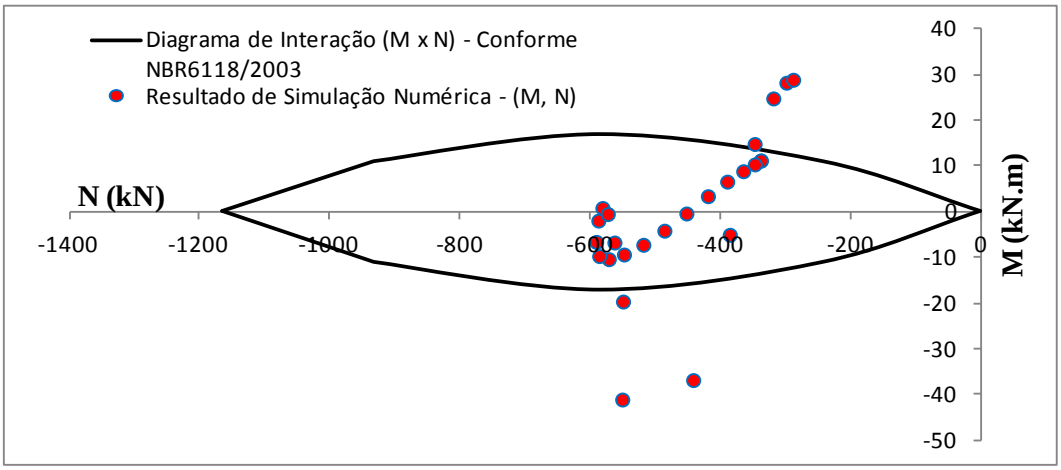


Figura 6.12 – Caso 1 - Diagrama de Interação

Observa-se na Figura 6.12 que os esforços solicitantes determinados através da simulação numérica superam a envoltória delineada através da NBR 6118:2003. Isto quer dizer que os limites de deformação estabelecidos pela norma foram superados é que o revestimento considerado não é seguro do ponto de vista estrutural.

Vale destacar que as análises elasto-plásticas aplicadas em projeto iniciam suas análises com uma abordagem como a apresentada para este caso. Quando verificada a inadequação estrutural, traça-se um reta de tendência a partir dos pontos externos a envoltória. O ponto desta reta que interceptar a envoltória servirá para definir as características mecânicas a serem adotadas para o modelo elasto-plástico. Em muitos dos casos uma superfície de plastificação de Von-Mises é adotada.

Os resultados apresentados indicam também que os maiores deslocamentos normais ao revestimento estão localizados no piso no ponto de simetria do túnel (Ponto C). As maiores rotações são encontradas no piso, em posição intermediaria entre o ponto B e o ponto C. O momento fletor máximo é encontrado no ponto B, região com geometria descontinua. Vale observar que a suavidade encontrada na representação do momento fletor ao longo do comprimento do revestimento nas proximidades do ponto B, decorre do fato deste esforço ser determinado para porção central de cada elemento.

6.4.2 – Caso 2

O segundo caso analisado apresenta as mesmas características do Caso 1, a diferença para estas análises é a consideração de um modelo elasto-plástico para o concreto. Neste modelo uma superfície de plastificação de Von-Mises limita as tensões de compressão e um *cuttoff* de Rankine as de tração. As Figuras 6.13 a 6.15 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 2.

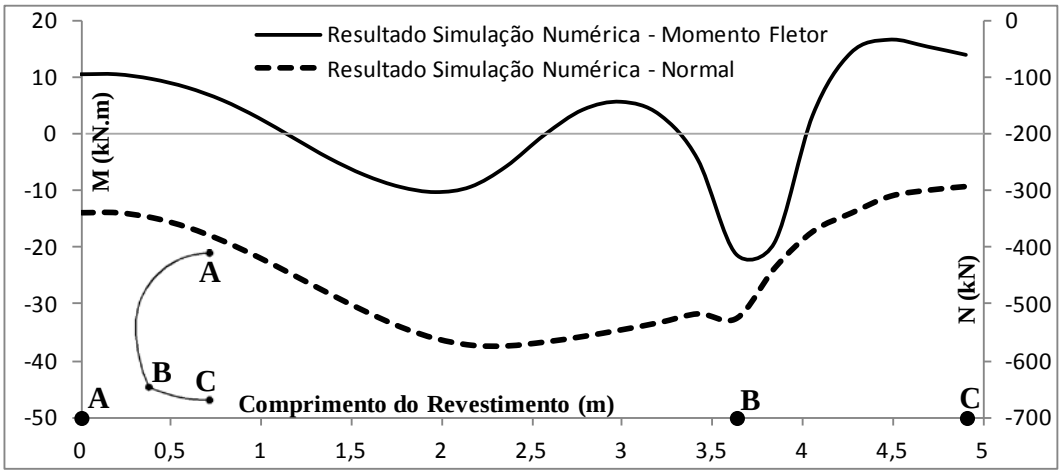


Figura 6.13 – Caso 2 - Momento Fletor e Esforço Normal

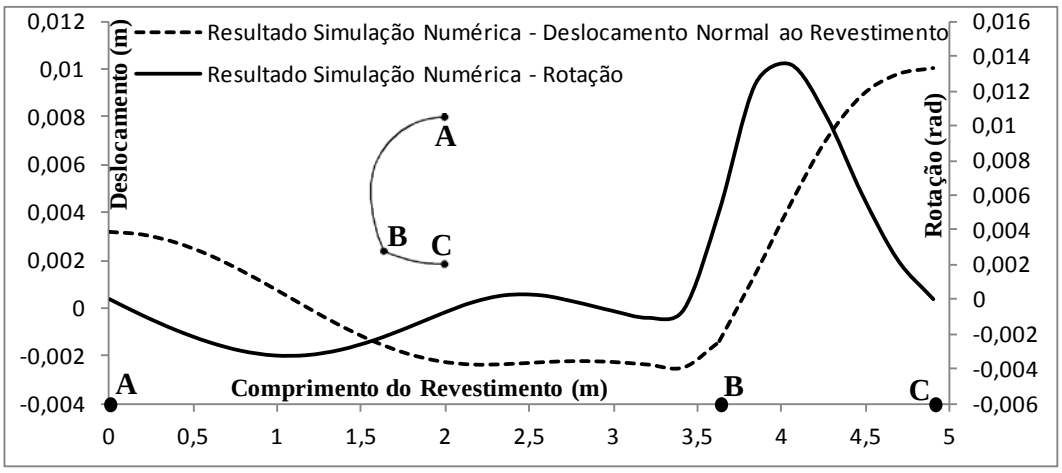


Figura 6.14 – Caso 2 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

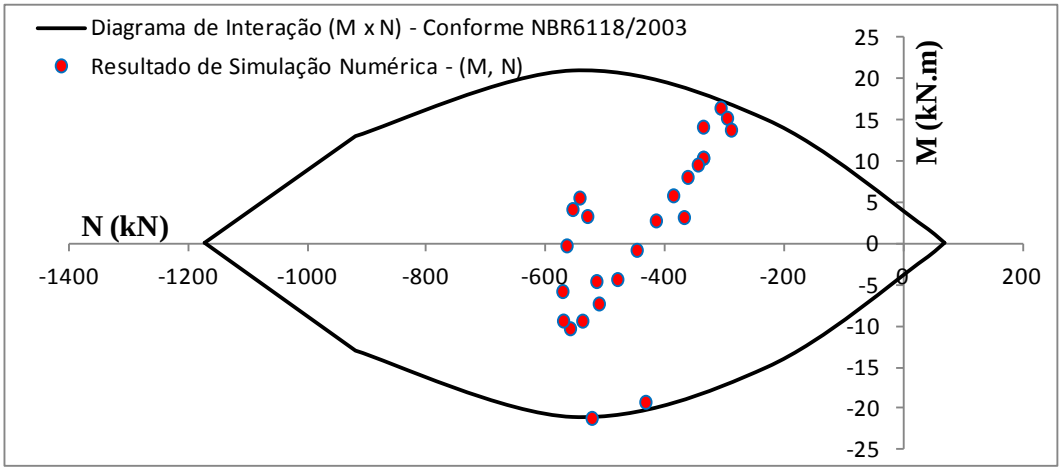


Figura 6.15 – Caso 2 - Diagrama de Interação

Verifica-se na Figura 6.15 que os esforços solicitantes determinados através da simulação numérica encontram-se limitados à envoltória delineada para as características do revestimento do Caso 2. Esta é uma implicação do modelo elasto-plástico adotado para o revestimento uma vez que a resistência do material é limitada. Nota-se que um ponto encontra-se localizado exatamente sobre esta envoltória. Este fato indica que para aquele

ponto as condições de ruptura assumidas pela NBR 6118:2003 foram atingidas. Neste caso a verificação de rotações plásticas não é permitida uma vez que a seção não é reforçada com aço. Desta forma alguma alteração deve ser feita no projeto para garantia da segurança estrutural do revestimento.

Comparativamente ao Caso 1, revestimento elástico, os resultados obtidos para o Caso 2 apresentam: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento superior em 15%, valor máximo de rotação superior em 46% e uma redução do máximo momento fletor na ordem de 50%. Como esperado esta variação decorre da perda de capacidade de suporte do material quando o limite de resistência é atingido.

Destaca-se que os procedimentos adotados para esta simulação numérica permitem que a formação de uma rótula plástica decorra das propriedades mecânicas do material não sendo necessária a realização de simulações preliminares considerando o revestimento elástico. Mais que isso o material selecionado para representar o revestimento possibilita que valores de resistência à compressão e tração sejam diferentes. Desta forma, utilizando o presente procedimento, um número menor de análises é necessário assim como uma melhor representação do material é possível.

6.4.3 – Caso 3

O Caso 3 apresenta as mesmas características do Caso 2, com a diferença da instalação de uma cambota metálica treliçada ao longo do revestimento. A Figura 6.16 apresenta a dimensão das barras adotadas para a treliça assim como sua distribuição geométrica no interior do revestimento.

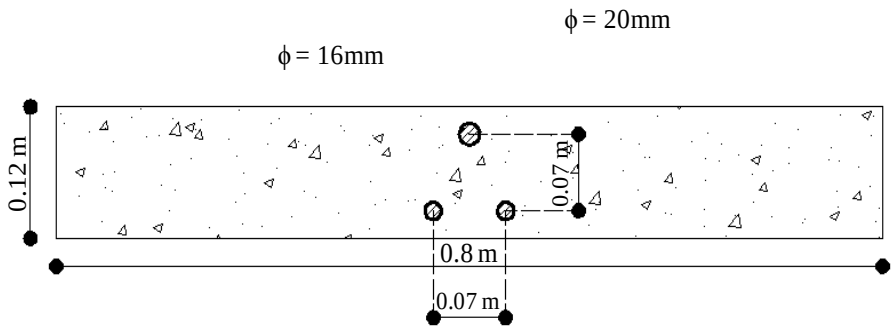


Figura 6.16 – Esquema da cambota metálica adotada para o Caso 3

As Figuras 6.17 a 6.19 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 3.

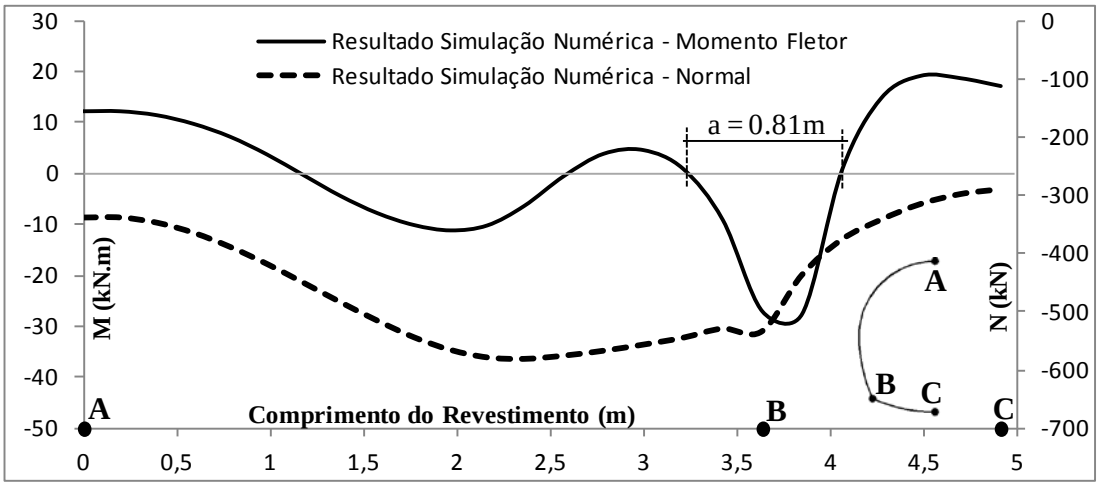


Figura 6.17 – Caso 3 - Momento Fletor e Esforço Normal

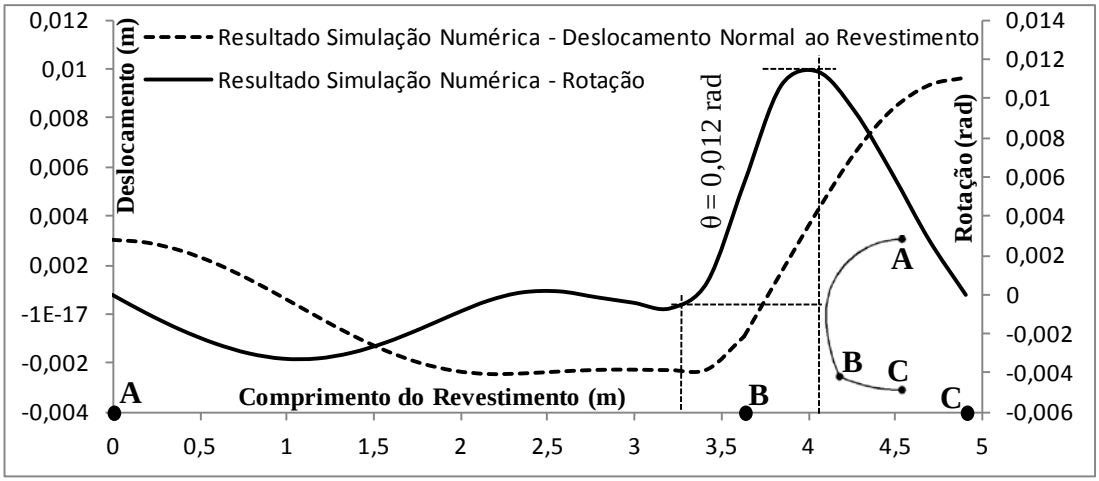


Figura 6.18 – Caso 3 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

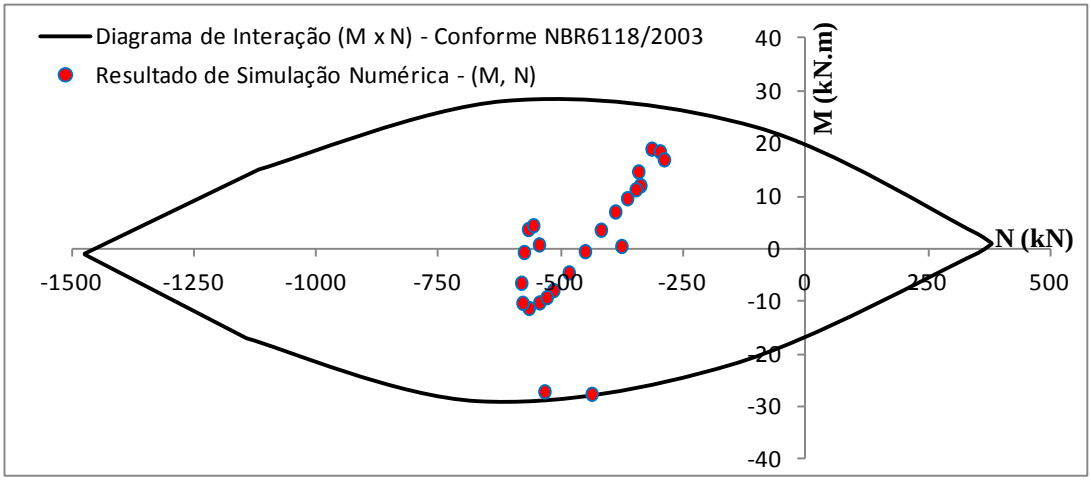


Figura 6.19 – Caso 3 - Diagrama de Interação

Os resultados encontrados para o revestimento elasto-plástico do Caso 3, no qual uma cambota treliçada é instalada, apresenta esforços solicitantes sobre limite demarcado pela envoltória determinada através da NBR 6118:2003. Para este caso em virtude da presença de armadura (condição diferente a do Caso 2) a mesma norma permite que uma avaliação das

rotações seja realizada, para verificar a integridade estrutural do revestimento. O valor de *a* conforme definição apresentada no item 6.2 pode ser visualizado na Figura 6.17 e vale 0.81m. Aplicando a Equação 6.7 determina-se um valor limite de rotação plástica (θ_{pl}) igual a 0.0066 rad. O valor de rotação obtido através desta simulação numérica é encontrado na Figura 6.18 e vale 0.012 rad. Uma vez que o valor encontrado através da simulação numérica é superior ao limitado por norma, o projeto necessita de alguma alteração para que a integridade estrutural seja garantida.

Comparativamente ao Caso 2, revestimento elasto-plástico sem reforço de aço, os resultados obtidos para o Caso 3 apresentam: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento inferior em 5%, valor máximo de rotação inferior em 12% e um incremento do valor máximo de momento fletor na ordem de 30%. Verifica-se que as propriedades mecânicas e geométricas da cambota treliçada adotada condicionam, do ponto de vista estrutural, baixa eficiência quando comparada a estrutura sem a presença de reforço de aço.

Vale ainda destacar que para o elemento empregado nessa análise, SOLSH190, permite a inclusão de reforço discretizado ou diluído. Este reforço é possível com a adição do elemento REINF264 a matriz do elemento SOLSH190. Uma vantagem deste tipo de reforço é que a inclusão não cria nós adicionais, o que do ponto de vista da geração da malha é vantajoso.

6.4.4 – Caso 4

O revestimento adotado para o Caso 4 apresenta um modelo elasto-plástico para o concreto, assim como o Caso 2, e é fortemente armado com barras de 20mm de diâmetro espaçadas a cada 0,2m. A configuração da armadura adotada pode ser vista na Figura 6.20. Este exemplo busca avaliar uma possível solução para o projeto do Caso 3, onde conforme a NBR 6118:2003 a estrutura não apresenta os requisitos para segurança estrutural.

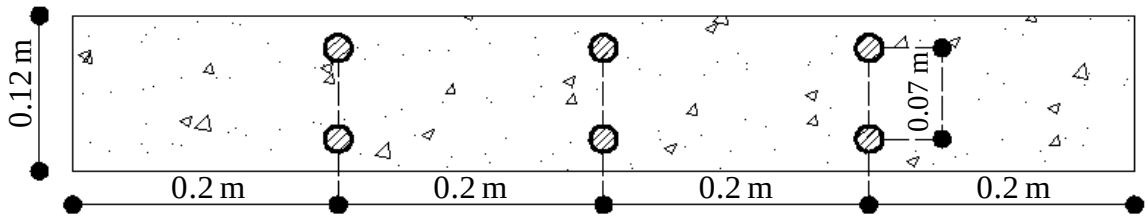


Figura 6.20 – Esquema do reforço de aço adotado para o Caso 4

As Figuras 6.21 a 6.23 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 4.

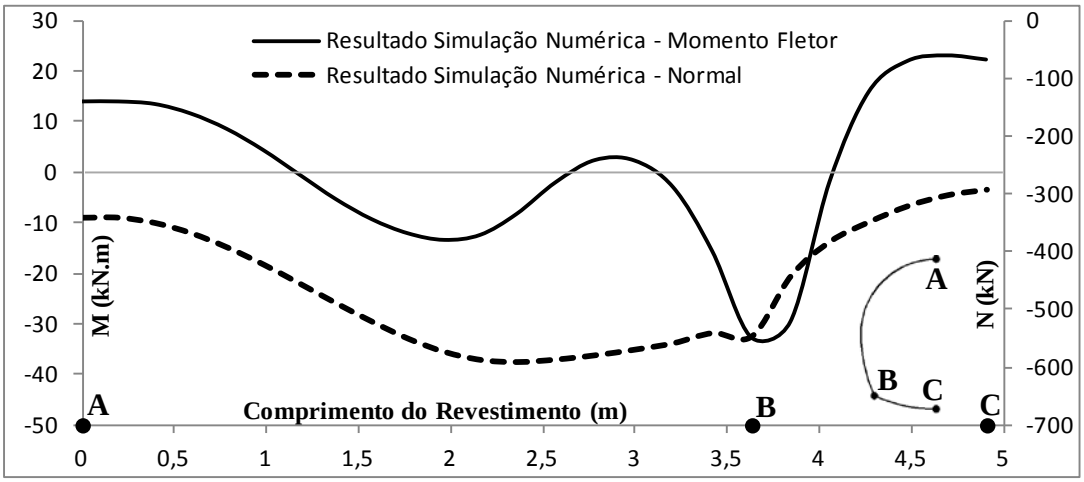


Figura 6.21 – Caso 4 - Momento Fletor e Esforço Normal

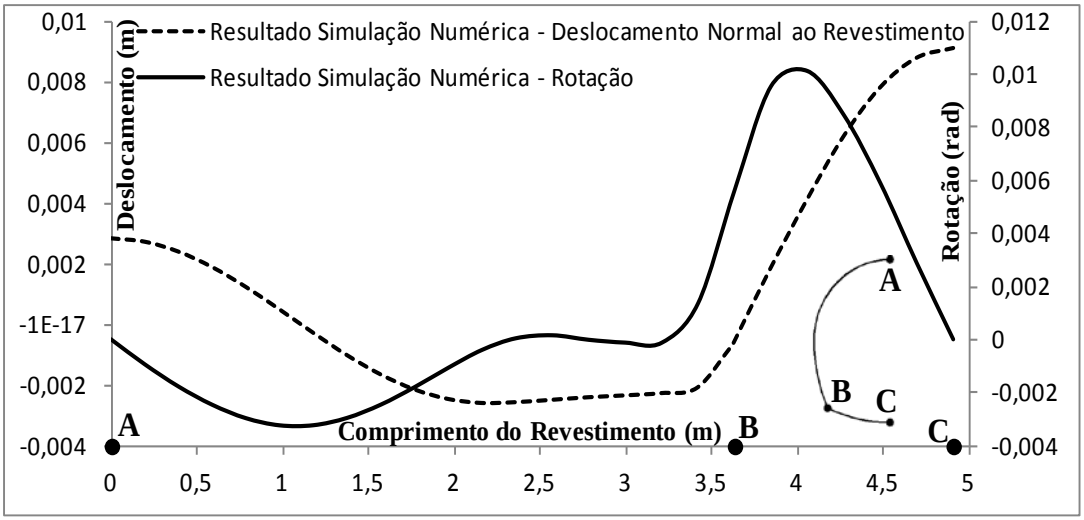


Figura 6.22 – Caso 4 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

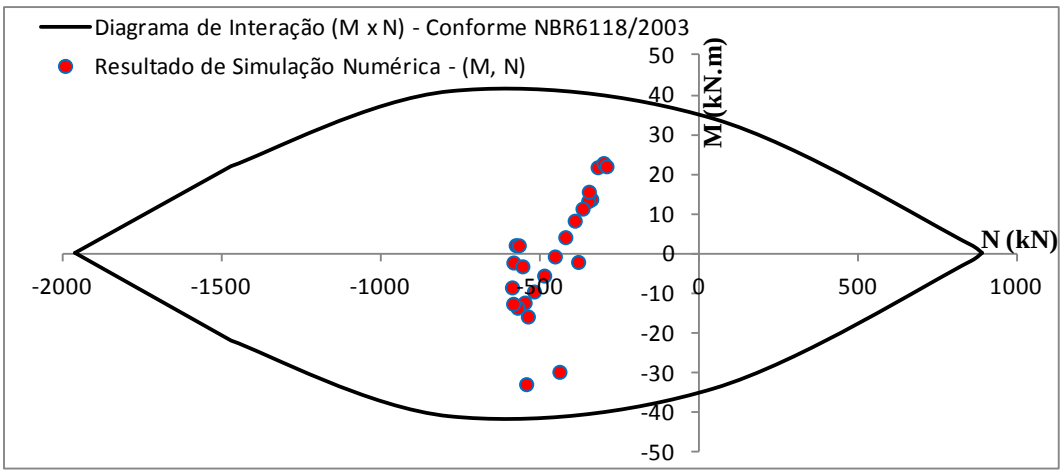


Figura 6.23 – Caso 4 - Diagrama de Interação

Os resultados obtidos para o Caso 4 indicam, através dos esforços solicitantes determinados através de simulação numérica, que a armadura adotada conduz a uma estrutura segura. Isto pode ser observado na Figura 6.23 onde os pares de esforços solicitantes (M,N)

resultantes da simulação numérica encontram-se todos no interior da envoltória delineada através da NBR 6118:2003 para a seção em estudo.

Comparativamente ao Caso 2, revestimento elasto-plástico sem reforço de aço, os resultados obtidos para o Caso 4 apresentam: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento inferior em 9%, valor máximo de rotação inferior em 25% e um incremento do valor máximo do momento fletor da ordem de 70%.

A partir dos resultados é possível observar que a rotação máxima encontrada para esta análise (na ordem de 0,0103 rad) encontra-se próxima a do Caso 3 (0,0115 rad). Ressalta-se que o Caso 3, segundo a NBR 6118:2003, encontra-se fora das recomendações quando a segurança é avaliada a partir das rotações. Por outro lado a envoltória de esforços solicitantes do Caso 3 apresenta momentos fletores máximos de 27,5 kN.m e a do Caso 4 na ordem de 32,7 kN.m.

Estes fatos mostram que as simulações numéricas desenvolvidas apresentam capacidade de representar, com fidelidade, taxas e disposições de armaduras diversas incorporando limites estabelecidos por norma, como no presente estudo a NBR 6118:2003. Permite ainda observar a influência do reforço de aço sobre o revestimento do túnel.

6.4.5 – Caso 5

Para o Caso 5 é investigada a influência da consideração do alívio de tensões no maciço. Para as situações avaliadas até este momento a escavação e instalação do suporte são realizadas concomitantemente. Esta suposição é feita neste trabalho uma vez que o intuito das simulações numéricas desenvolvidas tem foco no comportamento estrutural do revestimento. Contudo como apresentado no Capítulo 3 o dimensionamento do suporte da escavação deve considerar o alívio de tensões antes da instalação do revestimento. Este procedimento conduz a menores esforços solicitantes no suporte podendo influenciar drasticamente no projeto do mesmo. Para o caso em estudo o revestimento é considerado elasto-plástico reforçado com cambotas metálicas treliçadas como a do Caso 3.

O procedimento para a simulação numérica desenvolvida foi dividida em três fases distintas. Na primeira fase o maciço recebe o carregamento inicial decorrente do peso próprio do material. Para a segunda fase os elementos contidos na área de escavação tem seu módulo de elasticidade reduzidos em 50%, de forma a corresponder a um alivio de tensões da mesma ordem. Este tipo de solução é similar a empregada por Laabmayr & Swoboda (1978), em que o revestimento foi analisado através de análises planas considerando a redução da rigidez do núcleo escavado. Vale destacar que este procedimento foi empregado nas validações encontradas nos itens 5.4.1; 5.4.2 e 5.4.3 (métodos de convergência-confinamento) desta tese.

Por fim na ultima fase o revestimento é instalado e a rigidez dos elementos da área escavada tem seu módulo reduzido a valores desprezíveis.

As Figuras 6.24 a 6.26 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 5.

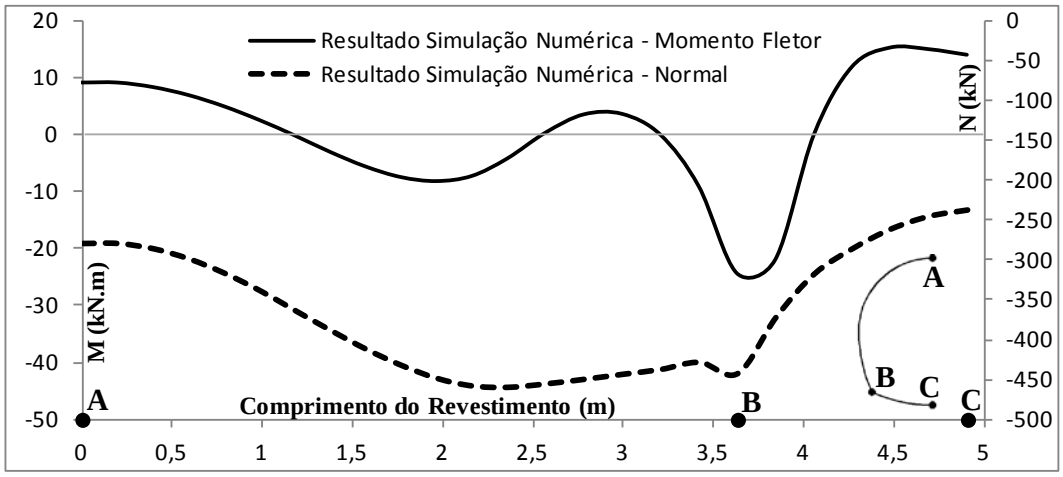


Figura 6.24 – Caso 5 - Momento Fletor e Esforço Normal

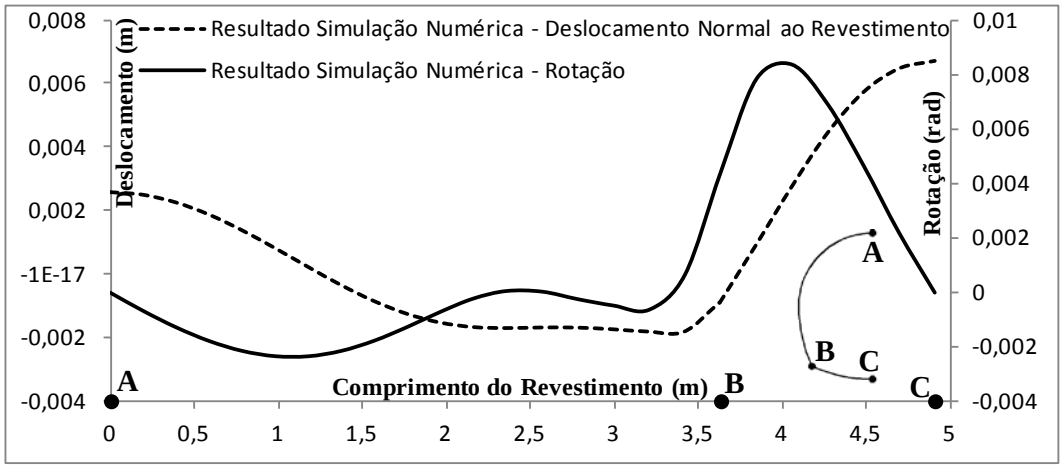


Figura 6.25 – Caso 5 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

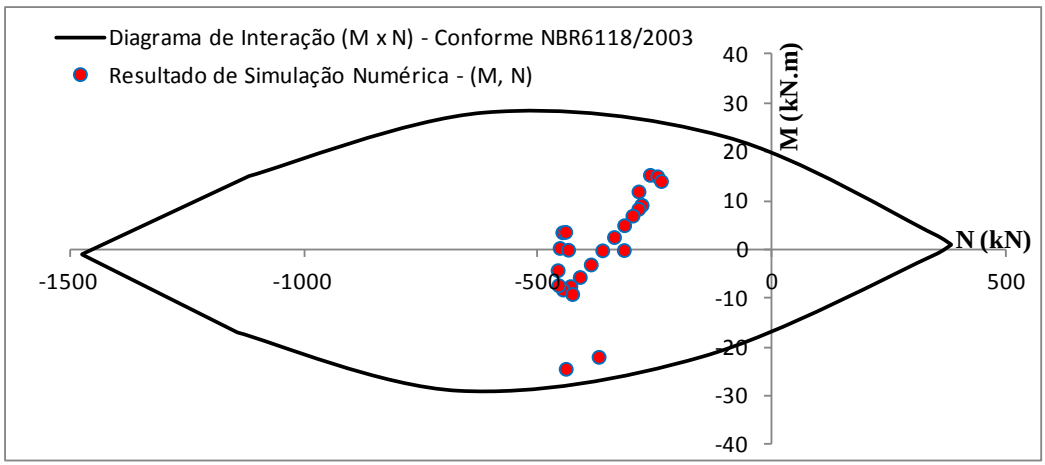


Figura 6.26 – Caso 5 - Diagrama de Interação

Os esforços solicitantes determinados através de simulações numéricas e apresentados na Figura 6.26 mostram que ao considerar o efeito do relaxamento de tensões decorrente do processo de escavação a estrutura pode ser considerada segura, segundo a NBR 6118:2003. Esta fato relaciona-se aos menores carregamentos transmitido pelo maciço para o revestimento.

Ao se compararem os resultados obtidos para o Caso 3, com as mesmas características do Caso 5, exceto por aquele não considerar o alívio de tensões tem se que: o valor máximo de deslocamento normal ao revestimento encontrado para o Caso 5 é 30% inferior ao Caso 3, o valor máximo de rotação para o Caso 5 é 28% inferior ao Caso 3 e o momento fletor máximo apresenta valor 12% inferior quando comparado ao Caso 3. Evidencia-se desta forma a influência de considerar o alívio de tensões no maciço sobre o revestimento.

Vale destacar que os valores a serem adotados para o alívio (que neste caso foi de 50%) ainda encontram limitações para representar a realidade de uma escavação, sendo recomendado a realização de análises tridimensionais para melhor representatividade da situação.

6.4.6 – Caso 6

Para o Caso 6 considera-se a instalação de tirantes protendidos no piso do túnel, o revestimento adotado é o mesmo do Caso 3. Para os tirantes são consideradas barras com 20mm de diâmetro (CA-50) instalados em direção radial ao revestimento no Ponto C (centro do piso), e na posição média aos Pontos B e C. Uma força de protensão igual 14.7 kN (1.5tf) é aplicada a cada um dos tirantes. Para a simulação dos tirantes o elemento selecionado é o LINK8, e o ponto de instalação encontra-se entre a superfície de escavação e o revestimento.

As Figuras 6.27 a 6.29 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 6.

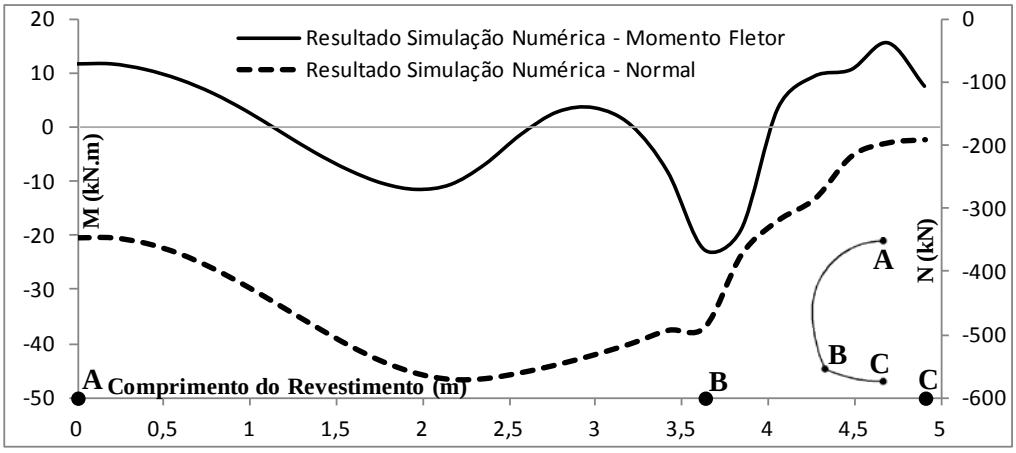


Figura 6.27 – Caso 6 - Momento Fletor e Esforço Normal

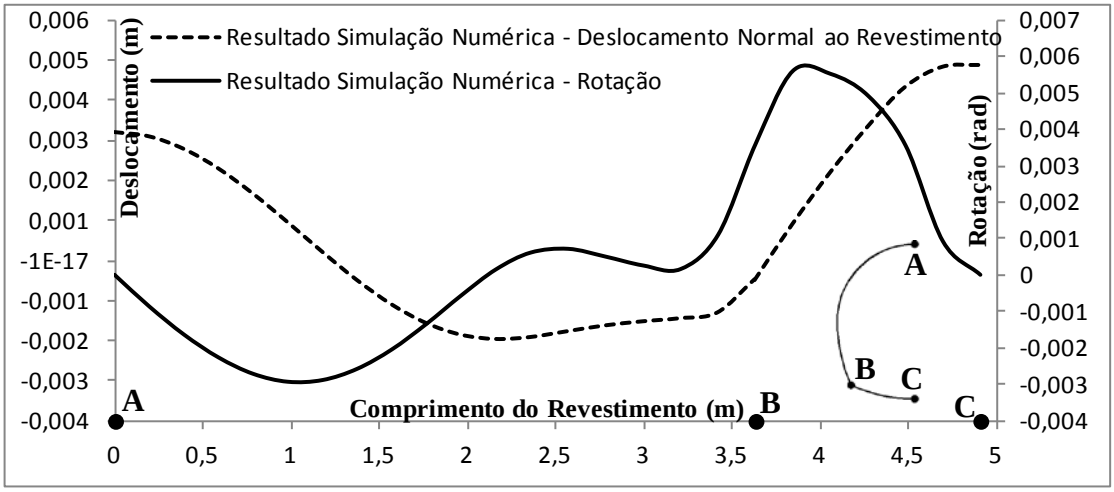


Figura 6.28 – Caso 6 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

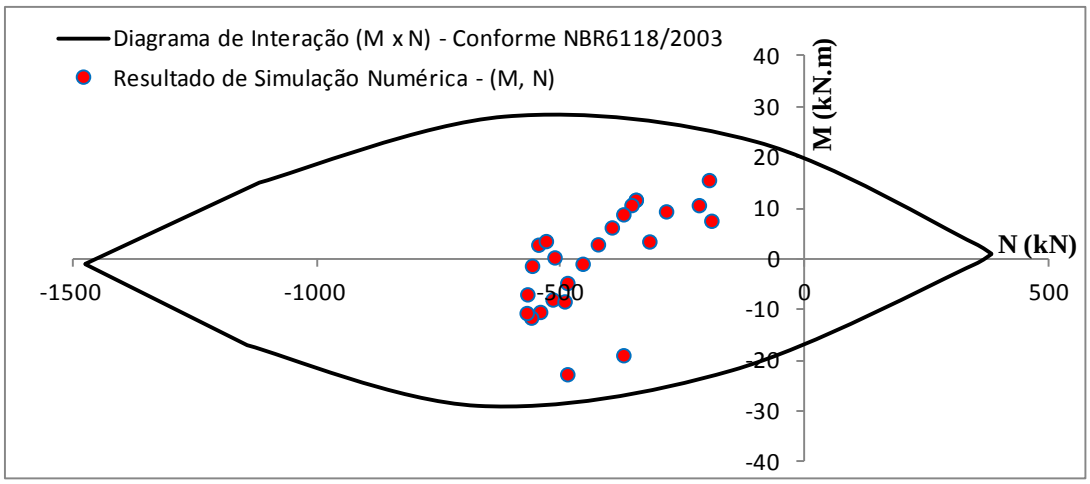


Figura 6.29 – Caso 6 - Diagrama de Interação

Os resultados de esforços solicitantes determinados através de simulação numérica e apresentados na Figura 6.29 mostram que a instalação de tirantes protendidos conduzem a um revestimento considerado seguro segundo a NBR 6118:2003.

Ao se comparar os resultados desta simulação numérica com a do Caso 3, que são iguais exceto pela presença dos tirantes pode se observar que: os valores máximos de deslocamento e rotação são reduzidos em aproximadamente 50% quando considerada a instalação dos tirantes e que o valor máximo de momento é 18% inferior nesta situação. Comparando-se estes resultados ao dos Casos 4 e 5 é possível notar que a consideração dos tirantes é a que apresentou maior eficiência para redução de rotações e deslocamentos.

6.4.7 – Caso 7

Para o Caso 7 as características geométricas da seção são as mesmas das encontradas para o Caso 3. Entretanto as considerações do material adotado para o suporte são alteradas. Até este momento as propriedades mecânicas do material foram consideradas como as

apresentadas no item 6.4. Na definição destas características o procedimento normativo (NBR 6118:2003) foi seguido, ou seja, fatores parciais foram aplicados a resistência dos materiais (aço e concreto).

A simulação apresentada a seguir considera as propriedades mecânicas do material sem a aplicação de fatores de redução. Os valores da resistência a compressão e tração do concreto são 20 MPa e 2 MPa, respectivamente. O aço passa a contar com resistência a tração e compressão igual a 500 MPa. Destaca-se que esta simulação é feita tendo como base os resultados apresentados no Capítulo 4, onde excelentes correlações entre as simulações numéricas e os resultados de ensaios experimentais foram obtidas quando adotadas as propriedades reais dos materiais, ou seja, sem fatores de redução.

As Figuras 6.30 a 6.32 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 7.

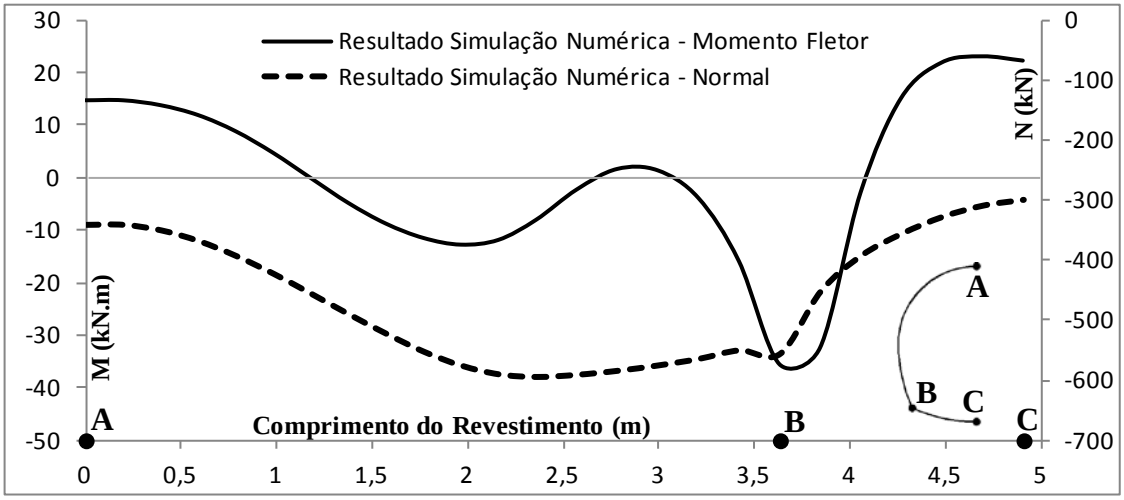


Figura 6.30 – Caso 7 - Momento Fletor e Esforço Normal

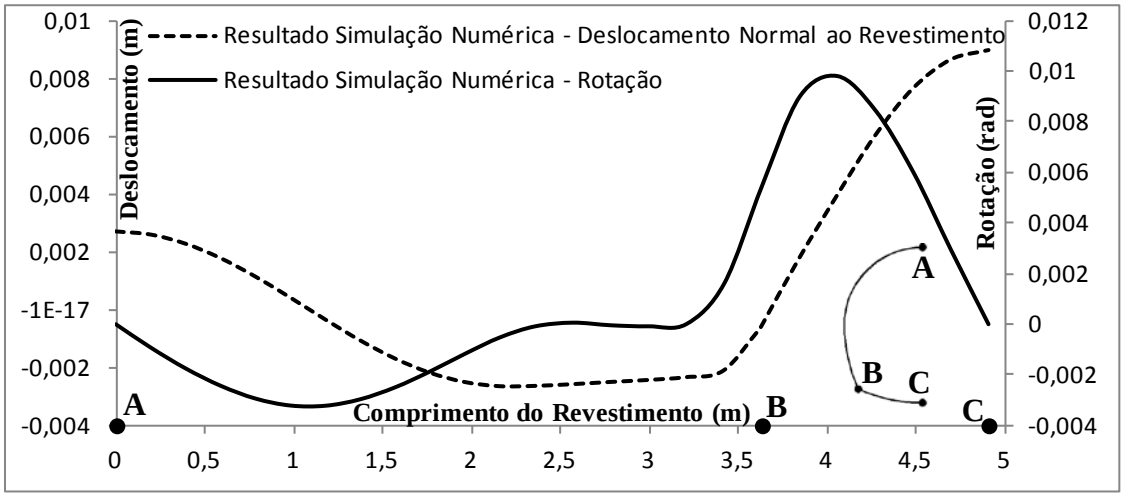


Figura 6.31 – Caso 7 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

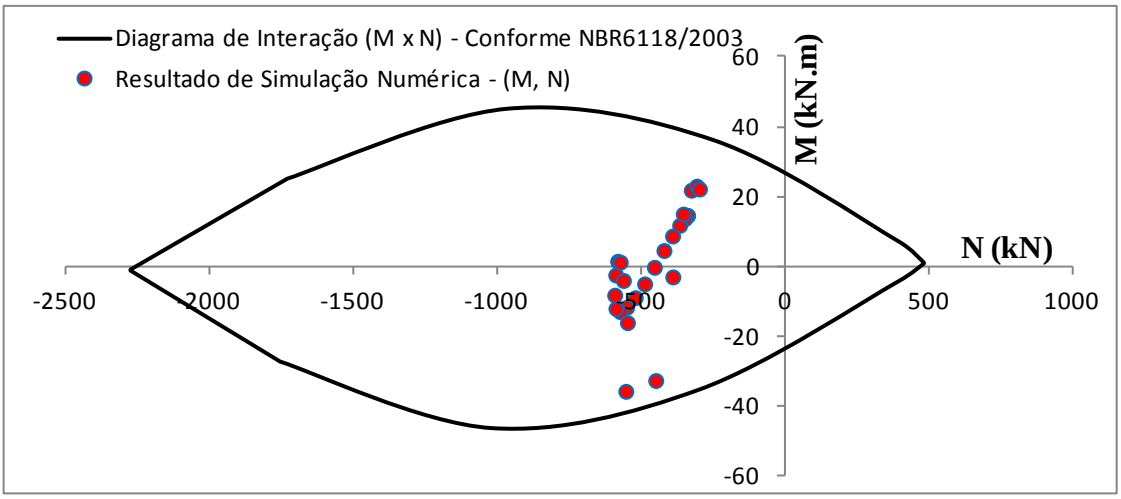


Figura 6.32 – Caso 7 - Diagrama de Interação

Os resultados de esforços solicitante obtidos através desta simulação numérica e apresentados na Figura 6.32 situam-se na porção interna a envoltória delineada com base na NBR 6118:2003, o que indica que segundo esta norma o revestimento é estruturalmente seguro.

Deve ser ressaltado que exceto pelas características mecânicas do material este caso é o mesmo do Caso 3. É que se o material não tiver suas propriedades mecânicas reduzidas, ou seja, se forem empregados os resultados de ensaios de laboratório, não há necessidade de se fazer nenhuma intervenção no revestimento. Este fato que indubitavelmente acarreta em redução de custos sem que a segurança seja comprometida. Para isto duas condições são necessárias: a primeira refere-se à qualidade e quantidade dos ensaios a serem executados e a segunda o comprometimento de que o material empregado no revestimento apresente características próximas às do material ensaiado. Face à dificuldade de se cumprir estas premissas fatores de redução com maior representatividade das operações de escavação subterrânea podem e devem ser propostas. Isto porque os fatores de redução empregados no projetos atuais, como no caso deste estudo, decorrentes da NBR 6118:2003, foram elaborados para estruturas como lajes, vigas e pilares de edificações e não para as obras subterrâneas.

A alteração das características mecânicas do concreto e do aço conduzem a: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento 8% inferior ao Caso 3, valor máximo de rotação 14% inferior ao Caso 3 e o valor máximo de momento fletor 29% superior ao Caso 3.

6.4.8 – Caso 8

Para o Caso 8 a simulação numérica é desenvolvida considerando que a espessura do revestimento é aumentada para 0,2m Uma cambota metálica treliçada é instalada junto ao revestimento com barras de mesma dimensão do Caso 3. As propriedades adotadas para o

concreto e o aço são as mesmas que as dos casos anteriores e descritas no item 7.4. Um esquema da seção transversal do Caso 8 é apresentada na Figura 7.33.

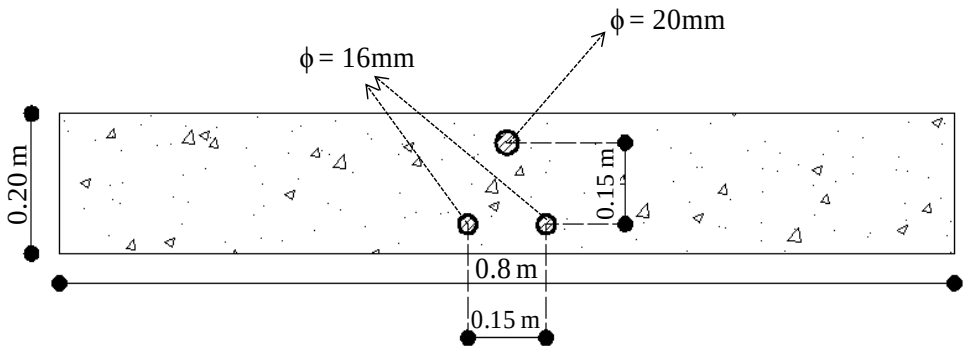


Figura 6.33 – Esquema da seção transversal Caso 7

As Figuras 6.34 a 6.36 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 8.

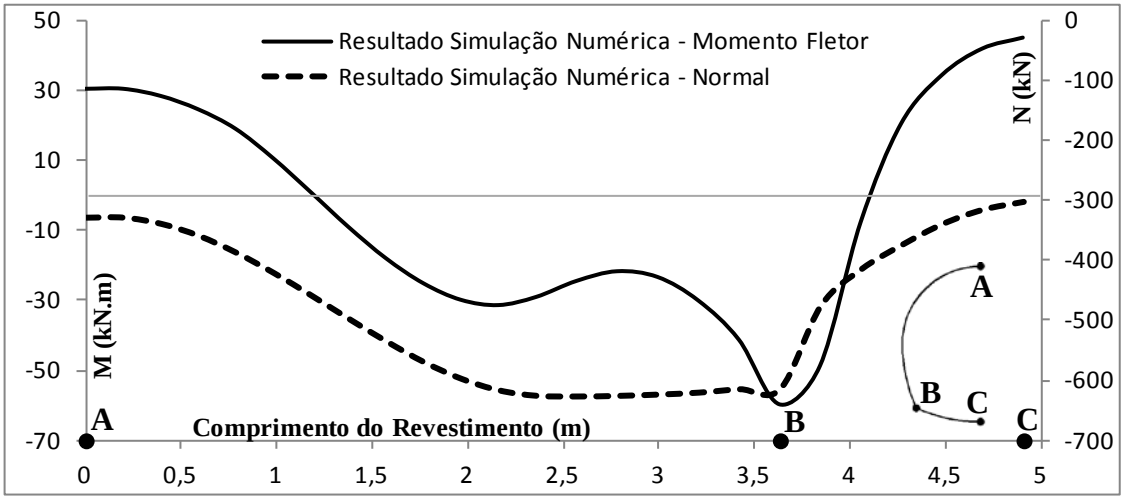


Figura 6.34 – Caso 8 - Momento Fletor e Esforço Normal

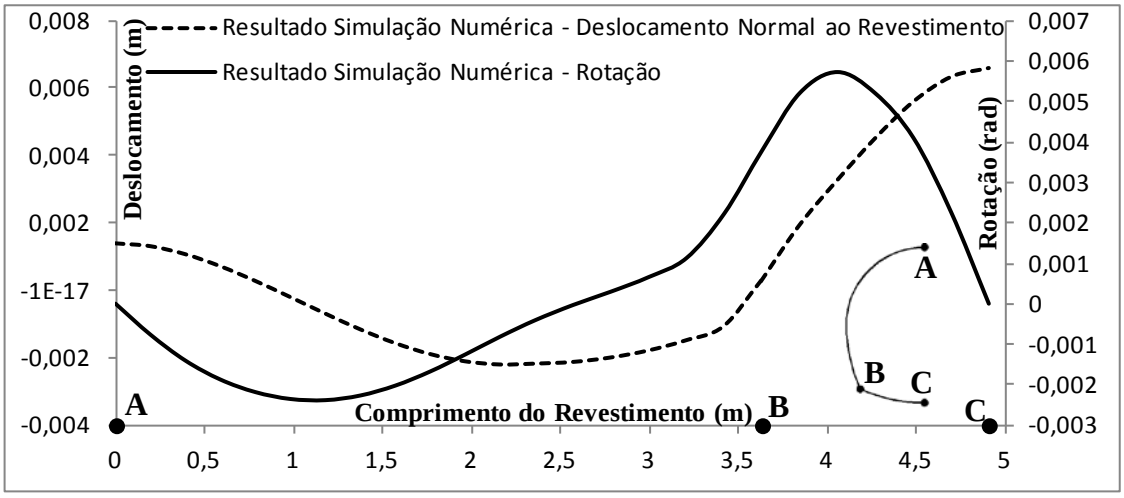


Figura 6.35 – Caso 8 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

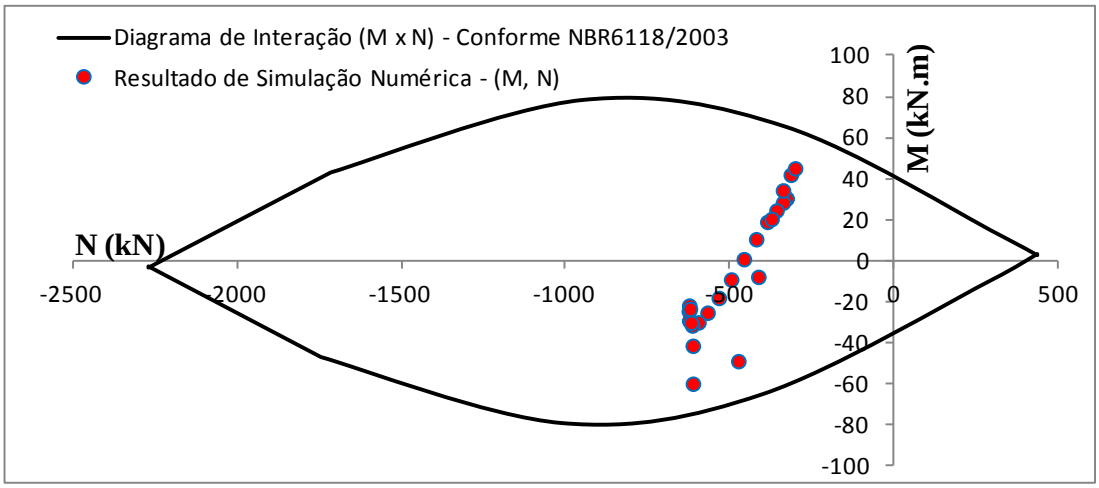


Figura 6.36 – Caso 8 - Diagrama de Interação

A partir da Figura 6.36 pode-se observar que os esforços solicitantes resultantes desta simulação numérica encontram-se no interior da envoltória definida através da NBR 6118:2003, o que indica que o revestimento é estruturalmente seguro.

O aumento da seção transversal do revestimento assim como do espaçamento entre as armaduras superior e inferior da cambota conduzem a: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento 32% inferior ao Caso 3 (seção com 0,12m), valor máximo de rotação 41% inferior ao Caso 3 e o valor máximo de momento fletor 84% superior ao Caso 3. O expressivo aumento do momento fletor decorre do aumento da rigidez da estrutura assim como do maior espaçamento entre as armaduras da cambota. Vale destacar que o limite da envoltória de esforços solicitantes também é alterada.

6.4.9 – Caso 9

Para o Caso 9 o elemento selecionado para representar o concreto na simulação numérica é o SOLID65. Este elemento foi empregado nas validações das estruturas de concreto apresentadas no Capítulo 4. Para a precisão dos resultados desta simulação é necessário que ao longo da espessura do revestimento sejam alocados mais de um elemento. No presente caso foram utilizados 12 elementos ao longo da espessura. A representação da armadura é feita com o elemento LINK8 também empregado nas validações de estruturas de concreto desta tese.

As dimensões e propriedades mecânicas do revestimento são as mesmas que as propostas para o Caso 3. A diferença para o presente caso relaciona-se ao modelo constitutivo adotado para o concreto. Até o presente momento foi utilizada uma superfície de plastificação de Von-Mises para a compressão e um *cuttoff* de Rankine para a tração. Este modelo não é permitido ao elemento SOLID65, sendo então selecionada a superfície de plastificação de Drucker-Prager para limitar as deformações elásticas do material.

As Figuras 6.37 a 6.39 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 9.

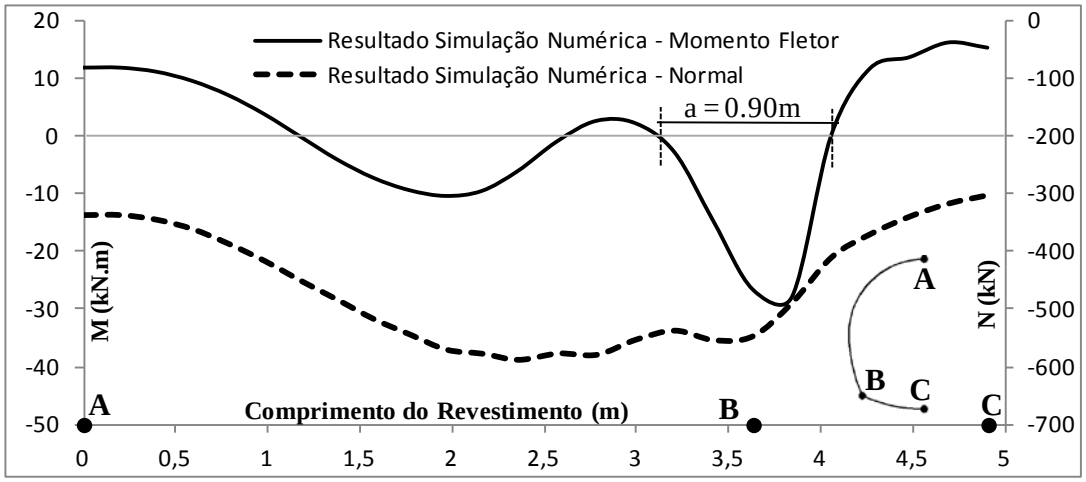


Figura 6.37 – Caso 9 - Momento Fletor e Esforço Normal

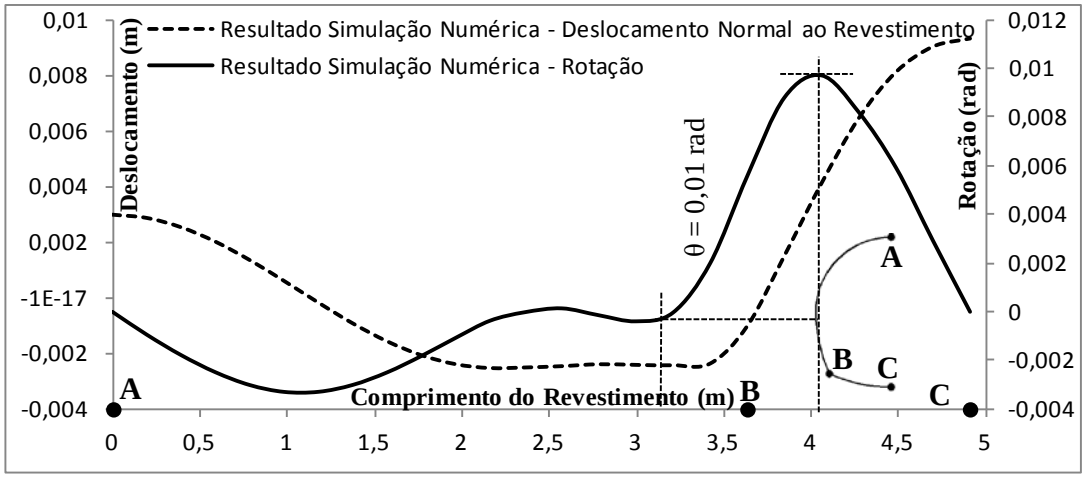


Figura 6.38 – Caso 9 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

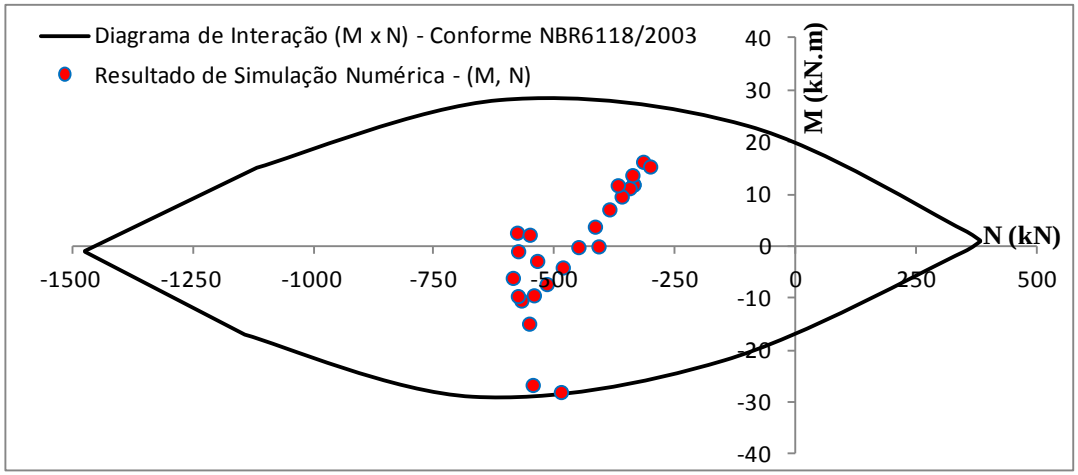


Figura 6.39 – Caso 9 - Diagrama de Interação

Os resultados de esforços solicitantes determinados através da simulação numérica encontram-se sobre a envoltória delineada conforme a NBR 6118:2003, e portanto faz-se necessário verificar as rotações plásticas.

O valor de *a* conforme definição apresentada no item 6.2 pode ser visualizado na Figura 6.37 e vale 0.90m. Aplicando a Equação 6.7 determina-se um valor limite de rotação plástica (θ_{pl}) igual a 0.0069 rad. O valor obtido através desta simulação numérica é encontrado na Figura 6.38 e vale 0.01 rad. Uma vez que o valor encontrado através da simulação numérica é superior ao limitado por norma, o projeto necessita de alguma alteração para que a integridade estrutural seja garantida.

A substituição do elemento SOLSH190 pelo SOLID65 assim como a adoção da superfície de plastificação de Drucker-Prager conduziram a: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento 3% inferior ao Caso 3, valor máximo de rotação 8% inferior ao Caso 3 e o valor máximo de momento fletor 1% superior ao Caso 3.

Deve ser observado que os resultados encontrados para o Caso 9 apresentam aproximação considerável aos resultados obtidos para o Caso 3. As diferenças encontradas resultam do número de elementos empregados através da espessura do revestimento, a formulação distintas dos elementos SOLSH190 e SOLID65 e também das superfícies de plastificação.

6.4.10 – Caso 10

O Caso 10 apresenta as mesmas características mecânicas e geométricas do Caso 9. A diferença para a situação analisada neste item é que a fragilidade do concreto é considerada. Destaca-se que os resultados apresentados no Capítulo 4 foram simulados numericamente com o mesmo modelo que será empregado neste item.

As Figuras 6.40 a 6.42 apresentam os resultados de esforço normal e momento fletor; deslocamento normal ao revestimento e rotações; e o diagrama de interação, respectivamente, para o Caso 10.

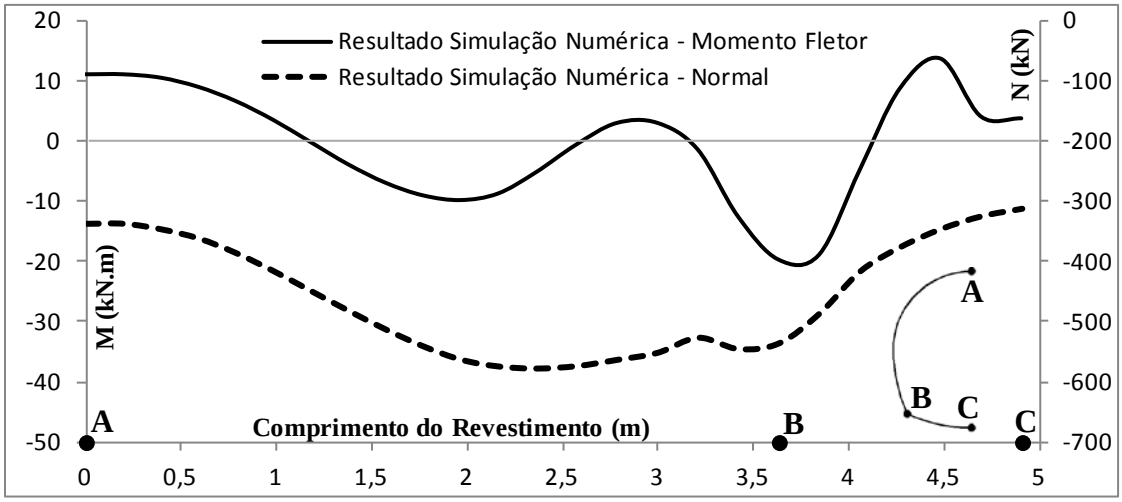


Figura 6.40 – Caso 10 - Momento Fletor e Esforço Normal

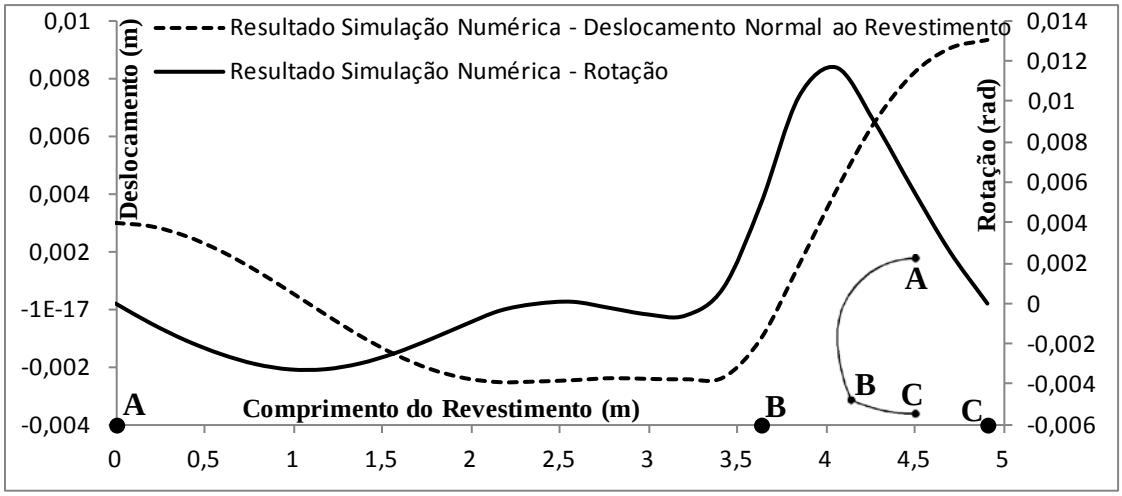


Figura 6.41 – Caso 10 - Deslocamento Normal ao Revestimento e Rotação

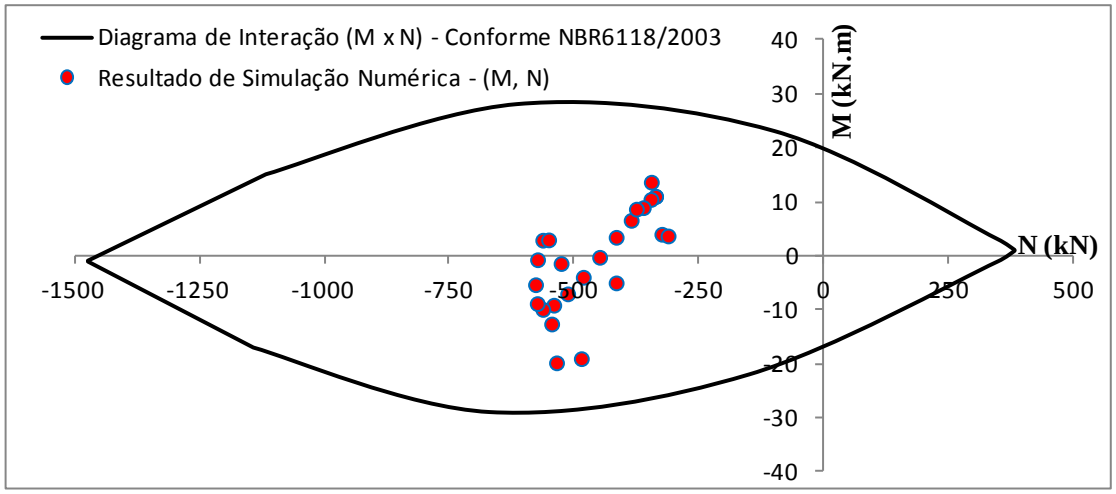


Figura 6.42 – Caso 10 - Diagrama de Interação

Os resultados de esforços solicitantes obtidos através da simulação numérica recaem no interior da envoltória definida através da NBR 6118:2003, o que indica que conforme os procedimentos normativos a estrutura é considerada segura.

A consideração de um modelo frágil para o revestimento conduziu a: valor máximo de deslocamento normal ao revestimento 3% inferior ao Caso 3, valor máximo de rotação 2% superior ao Caso 3 e o valor máximo de momento fletor 28% inferior ao Caso 3.

Deve ser destacado que o revestimento deste caso assim como dos Casos 3 e 9 são concebidos de forma exatamente igual. Ou seja as características mecânicas e geométricas são as mesmas. Para as simulações onde o material é considerado elasto-plástico perfeito na tração, os resultados de simulações numéricas são considerados inseguros segundo a NBR 6118:2003. Por outro lado ao ser considerada a fragilidade do material, o que implica em um modelo que atingida a resistência a tração do material a rigidez passa a ser desprezível, conduz a uma estrutura segura segundo a mesma norma. A redistribuição das tensões e a menor capacidade de formação da rótula plástica conduzem a valores de momento fletor inferiores nas seções criticas.

Um fato que chama a atenção relaciona-se a magnitude das rotações determinadas através das simulações numéricas dos Casos 3, 9 e 10 e que valem respectivamente 0,0114 rad; 0,0097505 rad e 0,011694 rad. Vale dizer que a magnitude considerada para as resistências dos materiais para os três casos é exatamente a mesma. Como pode ser observado os valores são muito próximos entretanto os Casos 3 e 9 são considerado pela NBR 6118:2003 como não seguros e o Caso 10 (consideração da fissuração) seguro. Ratifica-se desta forma a importância de se adotar um modelo onde características intrínsecas ao material, como no caso a fragilidade, sejam consideradas.

Conforme já destacado o Capítulo 4 apresenta resultados de simulações considerando este modelo de fragilidade e que apresentaram excelente correlação a resultados experimentais. Estes fatos permitem concluir que o modelo apresentado pode trazer benefícios econômicos e de segurança as estruturas de concreto reforçado com aço de túneis.

6.5 - Comparação dos Resultados

Neste item são comparados os resultados obtidos para todas as dez análises. Os resultados das simulações numéricas avaliadas são: deslocamentos normais ao revestimento, rotações, esforços normais e momentos fletores. A representação é feita para cinco pontos distintos ao longo do revestimento do túnel. As Figura 6.43 e 6.44 apresentam os resultados de deslocamentos e rotações, respectivamente, para os casos estudados.

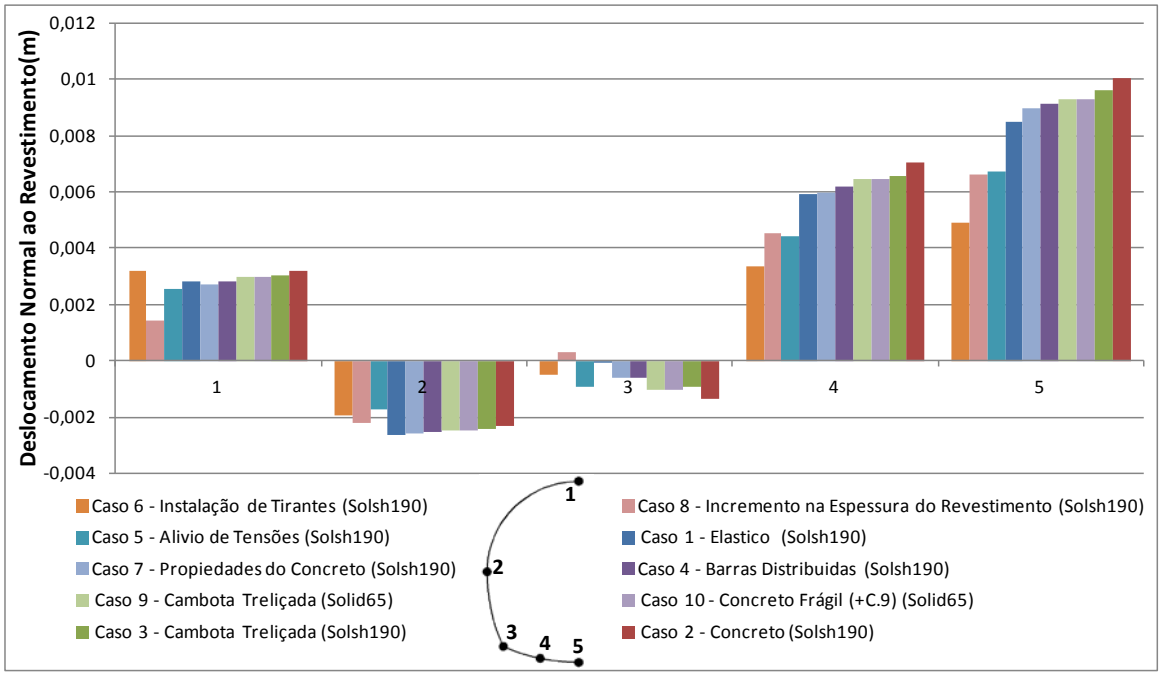


Figura 6.43 – Deslocamentos determinados através das simulações numéricas

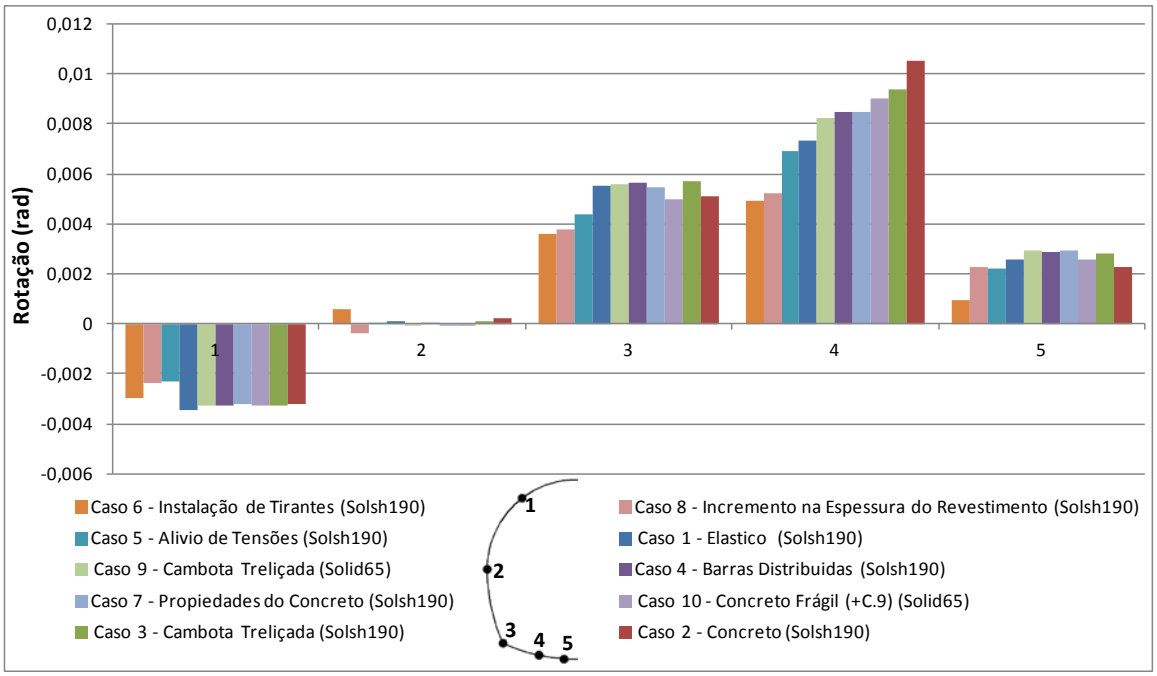


Figura 6.44 – Rotações determinadas através das simulações numéricas

A partir dos resultados apresentados na Figura 6.43 observa-se que os maiores deslocamentos são encontrados no posição central do piso do túnel (Ponto 5). Verifica-se uma tendência de comportamento ao longo da extensão do revestimento para todos os casos. Ao analisar o Ponto 5 verifica-se que os menor deslocamento é encontrado para o Caso 6, onde é feita a instalação de tirantes protendidos. Destaca-se que para este mesmo caso, encontra-se o maior deslocamento quando observado o Ponto 1. Por outro lado o maior deslocamento é encontrado para o Caso 2, que considera o revestimento constituído por um material elasto-plástico sem o reforço de aço.

Os resultados apresentados na Figura 6.44 assim como para a análise de deslocamentos, apresenta uma tendência de comportamento similar a todos os pontos ao longo da extensão do revestimento. Os maiores valores de rotação são encontrados no Ponto 4 (localizado no meio do piso), ao passo que os menores no Ponto 2 (parede do túnel). Os maiores valores de rotação resultam do concreto elasto-plástico não reforçado com aço, ao passo que os menores decorrem da instalação de tirantes protendidos no piso. Vale notar que o Caso 10, modelo frágil para o concreto, apresenta rotações maiores que o Caso 9, modelo dúctil, e que o primeiro é considerado seguro pela NBR 6118:2003 e o segundo não.

As Figura 6.45 e 6.46 apresentam os resultados de esforço normal e momentos fletor, respectivamente, para os casos estudados.

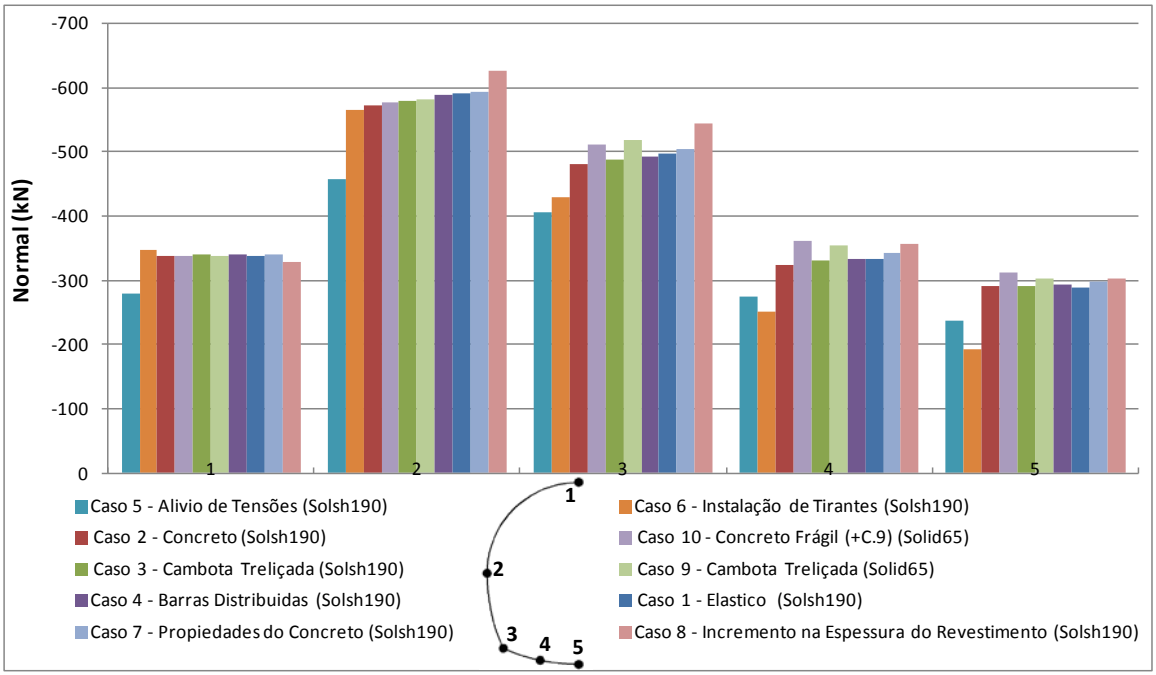


Figura 6.45 – Esforço normal determinado através das simulações numéricas

Na Figura 6.45 é possível observar que os esforços normais são maiores na parede do túnel (Ponto 2) e menores na posição central do piso (Ponto 5). É interessante notar que os esforços normais encontrados para o Caso 9 são semelhantes ao Caso 3. Isto porque as considerações de geometria e propriedades dos materiais são as mesmas, com diferença no tipo de elemento (SOLID65 e SOLSH190) onde para o primeiro o esforço normal é determinado integrando as tensões normais através da espessura do elemento e para o outro caso este valor é informado diretamente pelo *software*. Para o Ponto 2, onde são registrados os maiores valores desse esforço, verifica-se que como esperado o menor esforço normal é encontrado quando permitido o relaxamento do maciço, e por outro lado o maior, quando a área da seção é aumentada.

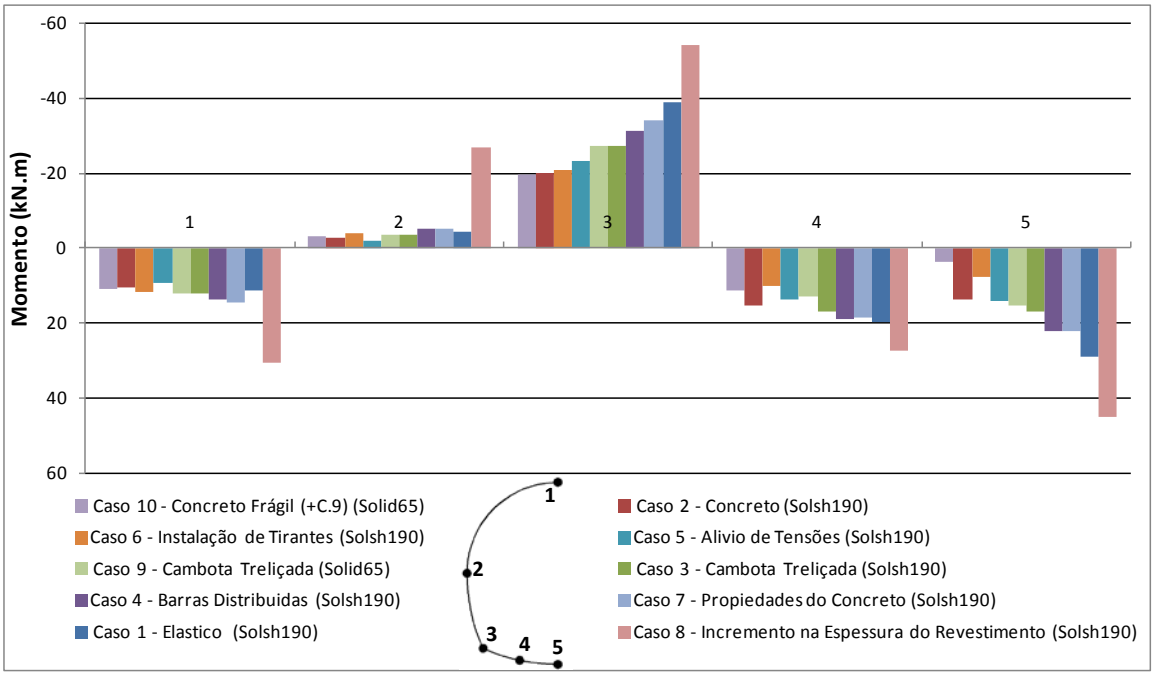


Figura 7.46 – Momento fletor determinado através das simulações numéricas

A partir da Figura 6.46 verifica-se que os maiores valores de momento fletor são encontrados para o Ponto 3, e o menores para a parede do túnel (Ponto 2). Observa-se que os maiores valores ao longo de toda extensão do revestimento são registrados para o Caso 8, onde a espessura da seção é aumentada para 0,2m. Assim como para os esforços normais observa-se proximidade entre os valores de momento fletor do Caso 3 e 9, com formas diferentes de determinação deste esforço, conforme mencionado anteriormente. Destaca-se que a consideração da fragilidade do material (Caso 10) resulta nos menores valores desse esforço em praticamente todos os pontos estudados.

6.6 - Conclusões

Este capítulo apresentou o dimensionamento do revestimento de um túnel a partir de simulações numéricas. Nestas simulações foram adotadas propriedades mecânicas aos materiais constituintes do revestimento próximas às encontradas em determinações experimentais. Os resultados obtidos foram comparados a valores determinados pela norma NBR 6118:2003 para avaliação estrutural do revestimento do túnel. As principais conclusões obtidas a partir deste estudo são:

- O projeto de dimensionamento do revestimento pode ser desenvolvido com o auxilio de simulações numéricas. Considerações para as propriedades dos materiais podem ser norteadas por valores estabelecido por norma ou baseadas em ensaios de laboratório;

- Soluções distintas para o revestimento podem ser testadas através das simulações numéricas. Considerações de espessura do revestimento, propriedades mecânicas, instalação de tirantes e consideração do alívio de tensões resultaram em respostas satisfatórias como possíveis soluções para o revestimento de um túnel;
- Mostrou-se através de validações que é possível a determinação de esforços solicitantes para elementos sólidos. Isto pode ser visto para os materiais elásticos nas validações com base em Carranza-Torres et al. (2013) e materiais elasto-plásticos quando comparados os resultados dos Casos 3 e 9 (elementos SOLSH190 e SOLID65 com mesmas propriedades);
- Evidenciou-se que uma vez definidas propriedades elasto-plásticas ao material de revestimento os esforços solicitantes do mesmo ficam limitados a uma envoltória construída a partir das mesmas características do material. Com isto é possível visualizar a formação de uma rótula plástica sem a necessidade de realização de análises previas para sua definição;
- Os Casos 3, 9 e 10 são concebidos de forma praticamente iguais, características geométricas e propriedades dos materiais idênticas. Os dois primeiros casos não consideram a fissuração do concreto e a partir dos resultados das simulações numéricas são estruturalmente reprovados quando comparados as prerrogativas da NBR 6118:2003. Por sua vez, o Caso 10, que considera a fissuração, é considerado seguro pela mesma norma. Isto mostra que modelos mais próximos à realidade do material podem conduzir a soluções de maior economia garantindo a segurança da estrutura. Vale dizer que o modelo adotado para o Caso 10 é o mesmo que o aplicado nas validações das estruturas de concreto do Capítulo 4 e que apresentaram excelente correlação a resultados experimentais.

Capítulo 7

7 - Conclusão

Foram apresentadas neste trabalho simulações numéricas para avaliação do comportamento do suporte de um túnel. Para tanto foram realizadas validações de técnicas empregadas na determinação dos esforços gerados por uma escavação subterrânea, assim como, de resultados experimentais de estruturas de concreto armado. Esta fase do trabalho foi necessária para garantir que a análise de interação entre maciço e suporte fosse realizada a partir de modelos com comportamento o mais próximo possível da realidade.

Em relação às simulações desenvolvidas para as validações do concreto conclui-se que:

- A caracterização mecânica do material, ou seja, determinação do módulo de elasticidade, resistência a tração e compressão do concreto e aço são fundamentais para a correspondência entre o modelo numérico e os resultados experimentais. Resultados experimentais, em quantidade e qualidade, para determinação destes parâmetros são essenciais para uma representação adequada. Na impossibilidade de se obter este tipo de informação correlações encontradas na literatura podem e devem ser empregadas com cautela, observando-se que os resultados nesta concepção são apenas indicativos de um comportamento esperado;

- A consideração de fragilidade do material para esforços de tração foi fundamental para representar o comportamento do concreto. Testes em modelos considerando plasticidade perfeita para este comportamento conduziram a resultados de resistência superestimada das peças ensaiadas. Este fato relaciona-se ao mecanismo de ruptura do concreto, regido pelo processo de formação e coalescência de fissuras;

- Para o concreto armado com barras ou com a adição de fibras a consideração do *tension stiffening*, ou seja, considerá-lo de menor fragilidade quando comparado ao concreto não reforçado, mostrou maior influência nas peças menos espessas como por exemplo as lajes e tubos do que as peças com seção de maior dimensão, as vigas;

- A concepção geométrica dos ensaios mostrou influencia considerável nos resultados. A posição onde encontravam-se os apoios assim como da área de aplicação de carga, repercutem na resposta do ensaio (formato da curva carga x deslocamento) assim como o limite de carga atingido. O comportamento da peça ao longo do ensaio também deve ser observado. Exemplifica-se este fato, a partir da laje ensaiada por Campos (2000). Neste exemplo a consideração da condição de contorno foi essencial para o sucesso das análises;

- Nos ensaios em tubos de concreto reforçado relatados por Silva (2011) um estudo detalhado sobre a variabilidade geométrica e do comportamento mecânico é realizado. Considerando os valores nominais indicados a geometria das peças a simulação numérica resultou em valores discrepantes da resposta do ensaio, ajustado o modelo pelas medidas obtidas pelo autor os resultados das simulações passam ter grande representatividade quando comparados aos experimentais;

- Por fim destaca-se que um procedimento padronizado para a parametrização e configuração da solução das estruturas de concreto foi estabelecido. Este fato é essencial às simulações numéricas desenvolvidas para as análises de interação entre maciço e suporte. Isto porque a geometria e posicionamento dos reforços de aço nesta estrutura são atípicos, e portanto, uma solução única para estruturas de concreto é de grande interesse a este estudo.

Para as simulações desenvolvidas para a validação de técnicas de escavação as seguintes conclusões são apresentadas:

- O ajuste de uma superfície de plastificação, nesse caso do tipo *Extended Drucker Prager - Cap Model* da biblioteca do programa *Ansys*, às superfícies de plastificação de Mohr-Coulomb, Hoek-Brown e Hoek-Brown generalizadas a partir do meridiano de cisalhamento mostrou resultados coerentes. Este fato está relacionado ao tipo de esforço encontrado no modelo numérico do maciço após a escavação;

- As simulações numéricas desenvolvidas para validação das soluções de Duncan-Fama (1993), Carranza-Torres e Fairhurst (2000) e Chen e Tonon (2011) apresentaram resultados de deslocamento e dimensão do raio de plastificação coerentes. O ajuste preciso obtido é fortemente influenciado pela posição dos contornos do problema.

Vlachopoulos (2009) recomenda para modelos elásticos um afastamento do contorno de 32R (raio do túnel), este autor adota este afastamento também para os modelos elasto-plástico. Na presente pesquisa foi verificado que a resposta do modelo é em muito incrementada quando posiciona-se o contorno a 32 R_{pl} (raio de plastificação);

- Compatibilidade entre deslocamento e raio de plastificação para os modelos em estado plano de deformação, axisimétricos e tridimensionais foi verificada. Este fato permite concluir que conforme a análise, por exemplo túneis profundos e circulares, soluções menos onerosas em tempo podem ser adotadas, com representação satisfatória do comportamento da escavação a ser realizada;

- A partir dos resultados das simulações numéricas considerando o modelo transiente pode-se verificar potencial das análises desenvolvidas neste trabalho para avaliação da estabilidade de frente de um túnel. Resultados de simulações numéricas como a de Mollon (2010) assim como a solução de análise limite de Heinz (1988) foram alcançadas.

- As simulações numéricas que consideraram o revestimento de concreto reforçado com aço de um túnel permitiram a representação do material elasto-plástico concebido pela norma NBR 6118:2007. Nessas simulações, apresentadas ao longo do Capítulo 6, foi possivel observar respostas dos modelos a soluções usualmente empregadas no dimensionamento do sistema de suporte de túneis tais como: aumento da espesura do revestimento; melhoria das propriedades do concreto; instalação de tirantes protendidos e instalação de cambotas treliçadas metálicas.

- A adoção de diagramas de interação de esforços solicitantes aliada a verificação de rotações plásticas, permitiu a avaliação estrutural do revestimento dos túneis simulados numericamente ao longo do Capítulo 6. Nestas análises a determinação de esforços solicitantes para elementos sólidos apresentou resultados próximos a aqueles determinados pelo *software* para elementos do tipo casca ou sólido com determinação automática de esforços solicitantes. Isto permitiu a adoção do elemento *Solid65*, no qual a fissuração é considerada, para a representação do concreto.

- Ao se considerar a fissuração do concreto, assim como feito ao longo do Capítulo 4 para a validação de estruturas de concretos, foi verificado que um revestimento considerado inseguro através do procedimento normativo (NBR 6118:2007) passou a seguro. Este fato relaciona-se as distintas redistribuições de tensões para o material considerado elasto-plástico perfeito e elasto-plástico frágil.

Um aspecto geral que deve ser observado e que diz respeito a todas as simulações desenvolvidas envolve o *software* único selecionado. Trata-se de um software multidisciplinar e que possibilitou considerações de plasticidade adotadas nas simulações voltadas a geotecnia, assim como, uma representação adequada da fissuração do concreto de grande relevância a área de estruturas. Acredita-se que a avaliação de projetos de escavações subterrâneas contemplando adequada e simultaneamente estas duas áreas, conduza a implicações econômicas e estruturais. A possibilidade de análise de estabilidade do maciço para revestimento primário com baixo grau de fissuração é um do horizontes vislumbrados a partir desta pesquisa. A avaliação do impacto do espaçamento entre cambotas na segurança é outro. Por fim deve ser mencionado que as normas elaboradas para estruturas de concreto não foram concebidas com foco nas obras subterrâneas. Inquestionavelmente conduzem a construções de superfície seguras e funcionais, mas como observado por Hoek et al. (2008) para escavações subterrâneas, seu uso "cego" pode ter implicações desastrosas.

Referências Bibliográfica

ALEJANO, L. R.; ALONSO, E. Considerations of the dilatancy angle in rocks and rock masses. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 42, n. 4, p. 481-507, 2005.

ARGYRIS, John H. et al. Recent developments in the finite element analysis of prestressed concrete reactor vessels. **Nuclear Engineering and Design**, v. 28, n. 1, p. 42-75, 1974.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS (2007). NBR. 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro.**

AYDAN, O.; DALGIÇ, S. Prediction of deformation behaviour of 3-lanes Bolu tunnels through squeezing rocks of North Anatolian fault zone (NAFZ). In: **Proceedings of the regional symposium on sedimentary rock engineering, Taipei, Taiwan**. 1998. p. 20-22.

AYDAN, O.; SEZAKI, M.; KAWAMOTO, T. Mechanical and numerical modelling of shotcrete. In: **NUMOG IV—International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Swansea (UK): Balkema**. 1992. p. 757-764.

BARTON, N.R., LIEN, R. AND LUNDE, J. (1974). Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. **Rock Mech**. v.6, (4), 189-239.

BIENIAWSKI, Z. T. Determining rock mass deformability: experience from case histories. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1978. p. 237-247.

BIENIAWSKI, Z. T. Engineering rock mass classifications. 1989.

BIENIAWSKI, Z. T. Geomechanics classification of rock masses and its application in tunneling. In: **Proc. Third Int. Congress on Rock Mech., ISRM, Denver**. 1974. p. 27-32.

BIENIAWSKI, Z. T. The geomechanics classification in rock engineering applications. In: **4th ISRM Congress**. 1979.

BIENIAWSKI, Z.T. (1973). Engineering classification of jointed rock masses. Trans S. **Afr. Inst .Civ. Engrs** v.15, 335-344.

BRADY, B. H. G. BROWN; E.T. (1985). Rock Mechanics for Underground Mining.

CAMPOS, C.O. (2000). **Análise experimental de lajes de concreto armado reforçadas pela face superior**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Goiás. Escola de Engenharia Civil.

CARRANZA-TORRES, C.; FAIRHURST, C. Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 15, n. 2, p. 187-213, 2000.

CARRANZA-TORRES, C.; FAIRHURST, Ch. The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek–Brown failure criterion. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 36, n. 6, p. 777-809, 1999.

CARRANZA-TORRES, Carlos. Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 41, p. 629-639, 2004.

CARRANZA-TORRES, C.; RYSDAHL, B.; KASIM, M. On the elastic analysis of a circular lined tunnel considering the delayed installation of the support. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 61, p. 57-85, 2013.

CELESTINO, T. B.; AOKI, N.; GOMES, R. A. M. P.; BORTOLUCCI, A. A.; FERREIRA, D. A. (2006). Evaluation of tunnel support structural reliability. In: **World Tunnel Congress**, 2006, Seoul. World Tunnel Congress, 2006. New York : ITA, 2006. v. x. p. 1-15.

CHANG, Yanting. **Tunnel Support with Shotcrete in Weak Rock: A Rock Mechanics Study**. 1994. Tese de Doutorado. Royal Institute of Technology, Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Soil and Rock Mechanics.

CHARLES-AUGUSTIN, Coulomb. Essai Sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture, 1773. **J. Heyman. Coulomb's Memoir on Statics, Cambridge University Press**, 1972.

CHEN, Ran; TONON, Fulvio. Closed-Form Solutions for a Circular Tunnel in Elastic-Brittle-Plastic Ground with the Original and Generalized Hoek–Brown Failure Criteria. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 44, n. 2, p. 169-178, 2011.

CHEN, W.F. (1982), Plasticity in Reinforced Concrete, **McGrawHill**, New York.

CHEN, W.F.; HAN, D.J. (1988). Plasticity for structural engineers. **Springer-Verlag New York Inc**., New York.

CHITUNDA, J.K. (1974). Shotcrete methods of Lakeshore Mine aid overvall ground support program. **Mining Enginnering**. December. pp. 35-40.

CLAUSEN, Johan; DAMKILDE, Lars. An exact implementation of the Hoek–Brown criterion for elasto-plastic finite element calculations. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 45, n. 6, p. 831-847, 2008.

COMITE EUTO-INTERNATIONAL DU BETON (1990). CEB MC 90: CEB-FIB model. Bulletin d'Information, n.203.

DA SILVA, Jefferson Lins. **Análise de tubos circulares de concreto armado para o ensaio de compressão diametral com base na teoria da confiabilidade**. 2011. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

DE BORST, R., AND VERMEER, P.A. (1984). Possibilities and limitations of finite elements for limit analysis. **Geotechnique**, 34(2): 199-210.

DEERE, D. U. et al. Design of tunnel support systems. **Highway Research Record**, n. 307, 1970.

DEERE, Don U. **Technical description of rock cores for engineering purposes**. University of Illinois, 1962.

DRUCKER, D. C. AND PRAGER, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis for limit design. **Quarterly of Applied Mathematics**, vol. 10, no. 2, pp. 157–165.

DRUCKER, Daniel Charles. **A definition of stable inelastic material**. BROWN UNIV PROVIDENCE RI, 1957.

DUNCAN FAMA, M. E. Numerical modelling of yield zones in weak rocks. **Comprehensive rock engineering**, v. 2, p. 49-75, 1993.

FAIRHURST, C.; CARRANZA-TORRES, C. Closing the circle. In: **Proceedings of the 50th Annual Geotechnical Engineering Conference**. 2002.

FARMER, Ian William. **Engineering behaviour of rocks**. New York: Chapman and Hall, 1983.

FERNANDEZ-DELGADO, Gabriel; MAHAR, J.; CORDING, E. **Shotcrete: Structural Testing of Thin Liners**. 1975.

FERREIRA, D.A. **Interação com maciço de modelos estruturais de concreto projetado submetidos a gradientes elétricos para fins de suporte de túneis**. 2004. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

FIGUEIRAS, J.A., OWEN, D.R.J. (1984). Analysis of elasto-plastic and geometrically anisotropic plates and shells. Chapter 4 at Int. Conf. **Computer – Aided Analysis and Design of Concrete Struct**. Split.

FISCHNALLER, G. **Untersuchungen zum Verformungsverhalten von jungem Spritzbeton im Tunnelbau: Grundlagen und Versuche**. 1992. Tese de Doutorado. Diplomarbeit, University of Innsbruck.

GOMES, R.A.M.P, CELESTINO, T.B. (2009). Influence of physical and geometrical parameters on three-dimensional load transfer mechanism at tunnel face. **Canadian Geotechnical Journal**, 46(7): 855-868

GOMES, Ricardo Adriano Martoni Pereira. **Análise tridimensional de túneis considerando o comportamento dependente do tempo na interação maciço-suporte**. 2006. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

GOODMAN, Richard E. **Introduction to rock mechanics**. New York: Wiley, 1989.

GRIMSTAD, E.; BARTON, N. Updating the Q-system for NMT. In: **Proc. int. symp. on sprayed concrete-modern use of wet mix sprayed concrete for underground support**. 1993. p. 46-66.

GUDEHUS, G. Elastoplastische stoffgleichungen für trockenen sand. **Ingenieur-Archiv**, v. 42, n. 3, p. 151-169, 1973.

GUPTA, Ajaya K.; MAESTRINI, Sérgio R. Tension-stiffness model for reinforced concrete bars. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 3, p. 769-790, 1990.

HAIMSON, B.; CHANG, C. A new true triaxial cell for testing mechanical properties of rock, and its use to determine rock strength and deformability of Westerly granite. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 37, n. 1, p. 285-296, 2000.

HASSANI, Faramarz P.; WHITE, Martin J.; BRANCH, David. The behaviour of yielded rock in tunnel design. In: **The 2nd International Conference on Stability in Underground Mining. New York: Society of Mining Eng. of American Inst. Min. Metal, Petroleum Eng. Inc**. 1984. p. 126-143.

HEINZ, Heinrich Karl. **Large cross section tunnels in soft ground**. University of Alberta, Department of Civil Engineering, 1988.

HOEK, E. Estimating Mohr-Coulomb friction and cohesion values from the Hoek-Brown failure criterion. In: **Intnl. J. Rock Mech. & Mining Sci. & Geomechanics Abstracts**. 1990. p. 227-229.

HOEK, E. Strength of rock and rock masses. **ISRM News Journal**, v. 2, n. 2, p. 4-16, 1994.

HOEK, E., CARRANZA-TORRES, C., DIEDERICHS, M.S. AND CORKUM, B. (2008). Integration of geotechnical and structural design in tunnelling. ***Proceedings University of Minnesota 56th Annual Geotechnical Engineering Conference***. Minneapolis, 29 February 2008, 1-53.

HOEK, E.; BROWN, E. T. Practical estimates of rock mass strength. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 34, n. 8, p. 1165-1186, 1997.

HOEK, E.; DIEDERICHS, M. S. Empirical estimation of rock mass modulus. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 43, n. 2, p. 203-215, 2006.

HOEK, Evert; BROWN, Edwin T. **Underground excavations in rock**. 1980.

HOEK, Evert; CARRANZA-TORRES, Carlos; CORKUM, Brent. Hoek-Brown failure criterion-2002 edition. **Proceedings of NARMS-TAC**, p. 267-273, 2002.

ITASCA. User manual for FLAC, Version 4.0. Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc.; 2000.

JOFRIET, J.C; MCNEICE, G.M. (1971). Finite Element of Reinforced Concrete Slabs - **Journal of the Structural Division** V.3. P.785 – 805.

KAISER, P.K. (1985). Rational assessment of tunnel liner capacity. **Proc. 5th Canadian Tunnelling Conference**. Montreal.

KOBLER, Helmut G. Dry-Mix Coarse-Aggregate Shotcrete as Underground Support. **ACI Special Publication**, v. 14, 1978.

KUPFER, Helmut; HILSDORF, Hubert K.; RUSCH, Hubert. Behavior of concrete under biaxial stresses. In: **ACI Journal Proceedings**. ACI, 1969.

LAABMAYR, F.; SWOBODA, G. The importance of shotcrete as support element of the NATM. In: **Proc. 2nd Shotcret Conference, Eng. Foundation, St. Anton**. 1978. p. 65-79.

LAMÉ, Gabriel. **Leçons sur la théorie mathematique et l'elasticité des corps solides**. Bachelier, 1852.

LAUFFER, H. Gebirgsklassifizierung für den Stollenbau. **Geologie und Bauwesen**, v. 24, n. 1, p. 46-51, 1958.

LEE, D.-H.; JUANG, C. Hsein; LIN, H.-M. Yield surface of Mu-San sandstone by hollow cylinder tests. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 35, n. 3, p. 205-216, 2002.

LEONEL, E. D. ; RIBEIRO, G. O. ; PAULA, F. A. (2003). Simulação Numérica de Estruturas de Concreto Armado por Meio do MEF/ANSYS. In: **V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto**, 2003, São Paulo. V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. São Paulo : USP.

LIN, Feng-Bao; BAZANT, Zdenek P. Convexity of smooth yield surface of frictional material. **Journal of engineering mechanics**, v. 112, n. 11, p. 1259-1262, 1986.

MALECOT, Yann et al. Strength and damage of concrete under high triaxial loading. **European Journal of Environmental and Civil Engineering**, v. 14, n. 6-7, p. 777-803, 2010.

MAMMINO, A.; TONON, F. Opere Strutturali per l'Ingegneria Territoriale, vol. 1. **Tomo 2Edizioni Alinea, Firenze**, 1997.

MARTIN, C. D.; CHANDLER, N. A. The progressive fracture of Lac du Bonnet granite. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1994. p. 643-659.

MARTINELLI, D.A.O; TAKEYA, T. (1974). **Ruína das ligações Laje-Pilar nas bordas de lajes cogumelo - São Carlos**. Relatório parcial apresentado à Fundação de Amparo à Pesquisa Científica do Estado de São Paulo.

MASON, R. E. Instrumentation of the Shotcrete Lining in the Canadian National Railways Tunnel. **Vancouver, BC, A Thesis submitted University of British Columbia**, 1968.

MASSICOTTE, Bruno; ELWI, Alaa E.; MACGREGOR, James G. Tension-stiffening model for planar reinforced concrete members. **Journal of Structural Engineering**, v. 116, n. 11, p. 3039-3058, 1990.

MC90, CEB-FIP. Design of Concrete Structures. CEB-FIP Model Code 1990. 1993.

MEDHURST, T. P.; BROWN, E. T. A study of the mechanical behaviour of coal for pillar design. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 35, n. 8, p. 1087-1105, 1998.

MELBYE, T. AND GARSHOL, K.F. (2000). *Spayed shotcrete for rock support.* Master Builders Technologies.

MOGI, Kiyoo. Effect of the intermediate principal stress on rock failure. **Journal of Geophysical Research**, v. 72, n. 20, p. 5117-5131, 1967.

MOLLON, Guilhem. **Etude déterministe et probabiliste du comportement des tunnels: Deterministic and probabilistic study of the behavior of tunnels**. 2010. Tese de Doutorado. L'institut national des sciences appliquées de Lyon.

MÜHLHAUS, H.-B. Lower bound solutions for circular tunnels in two and three dimensions. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 18, n. 1, p. 37-52, 1985.

NG, P.L; LAM, Y.K; KWAN, A.K.N. (2010). Tension stiffening in concrete beams. Part 1: FE analysis. **Proceedings, Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings**, v. 163, No.SB1, p. 19-28

NOGUEIRA, C.G ; LEONEL, E.D. ; VENTURINI, W.S. (2010). Modelos para Análise Não-Linear de Estruturas em Concreto Armado usando o Método dos Elementos Finitos. In: **9 Simpósio de Mecânica Computacional**, 2010, São João Del Rey. 9 Simpósio de Mecânica Computacional. São João Del Rey.

OWEN, D.R.J., FAWKES, A.J. (1983). Engineering fracture mechanics: numerical methods and application.

ÖZCAN, D.M., BAYRAKTAR, A., ŞAHIN A., HAKTANIR, T. AND TÜRKER, T. (2009). Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete beams ultimate behavior, **Construction and Building Materials** 23 (2), pp. 1064–1077.

PANET, M. Time-dependent deformations in underground works. In: **4th ISRM Congress**. 1979.

PANET, M. Understanding deformations in tunnels. **Comprehensive rock engineering**, v. 1, p. 663-690, 1993.

PANET, M.; GUENOT, A. Analysis of convergence behind the face of a tunnel: Tunnelling 82, proceedings of the 3rd international symposium, Brighton, 7–11 June 1982, P197–204. Publ London: IMM, 1982. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1983. p. A16.

PANET, Marc. **Calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement**. Presses de l'École nationale des ponts et chaussées, 1995.

PRAGER, W.; DRUCKER, D. C. Soil mechanics and plastic analysis or limit design, 0. **Appi. Math**, v. 10, n. 2, p. 157-165, 1952.

PRAGER, William. A new method of analyzing stresses and strains in work-hardening plastic solids. **J. Appl. Mech**, v. 23, n. 4, p. 493-496, 1956.

PRAKHYA, G. K. V.; MORLEY, C. T. Tension-stiffening and moment-curvature relations of reinforced concrete elements. **ACI Structural Journal**, v. 87, n. 5, 1990.

PROENÇA, S.P.B. (1988). **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto - Análise crítica e contribuições** - São Carlos. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos Universidade de São Paulo.

SÄLLSTRÖM, S. Improving initial compressive strength of shotcrete by accelerating admixtures. **Large Permanent Underground Opening**, p. 227-232, 1969.

SAUER, G., GALL, V. BAUER, E AND DIETMAIER, P. (1994). Design of tunnel concrete linings using limit capacity curves. in **Computer Methods and Advances in Geomechanics**, Eds.: Siriwardane & Zaman, Rotterdam, NL. 2621 – 2626.

SCHWARTZ, C.W. and EINSTEIN, H.H. (1980) - "**Improved Desinig of Tunnel Support : Simplified analysis for groun-structure interaction in tunnelling**,. Vol.1. Massachussets Institute of Technology, Boston. 427p. (Report no. UMAT MA 06-0100-80-40).

SERAFIM, J. Langinha; PEREIRA, J. Paulino. Considerations of the geomechanics classification of Bieniawski. In: **Proc. Intnl. Symp. Engng. Geol. And Underground Construction**. 1983. p. 1133-44.

SERAFIM, J. Langinha; PEREIRA, J. Paulino. Considerations of the geomechanics classification of Bieniawski. In: **Proc. Intnl. Symp. Engng. Geol. And Underground Construction**. 1983. p. 1133-44.

SINGH, Bhawani; GOEL, Rajnish K. **Rock mass classification: A practical approach in civil engineering**. Elsevier science, 1999.

TAKAHASHI, M.; KOIDE, H. Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks at the depth shallower than 2000 m. In: **ISRM international symposium**. 1989.

TERZAGHI, K. (1946). Rock defects and loads on tunnel supports. In **Rock tunneling with steel supports**, (eds R. V. Proctor and T. L. White) v.1, 17-99. Youngstown, OH: Commercial Shearing and Stamping Company.

TERZAGHI, Karl et al. **Rock defects and loads on tunnel supports**. Harvard University, Graduate School of Engineering, 1946.

TERZAGHI, Karl. Introduction to tunnel geology. **Rock tunnelling with steel supports**, p. 17-99, 1946.

TYNES, William O.; MCCLEESE, William F. **Investigation of shotcrete**. 1974.

UNLU, T.; GERCEK, H. Effect of Poisson's ratio on the normalized radial displacements occurring around the face of a circular tunnel. **Tunnelling and underground space technology**, v. 18, n. 5, p. 547-553, 2003.

VERMEER, Pieter A.; DE BORST, R. **Non-associated plasticity for soils, concrete and rock**. 1984.

VLACHOPOULOS, N.; DIEDERICHS, M. S. Improved longitudinal displacement profiles for convergence confinement analysis of deep tunnels. **Rock mechanics and rock engineering**, v. 42, n. 2, p. 131-146, 2009. Queen's University.

VLACHOPOULOS, Nicholas. **Back Analysis of a Tunnelling Case Study in Weak Rock of the Alpine System in Northern Greece: Validation and Optimization of Design Analysis Based on Ground Characterization and Numerical Simulation**. 2009. Tese de Doutorado.

WICKHAM, G.E., TIEDEMANN, H.R. AND SKINNER, E.H. (1972). Support determination based on geologic predictions. In **Proc. North American rapid excav. tunneling conf.**, Chicago, (eds K.S. Lane and L.A. Garfield), 43-64. New York: Soc. Min. Engrs, Am. Inst. Min. Metall. Petrolm Engrs.

WILLAM K.J, WARNKE EP. (1974). Constitutive model for triaxial behaviour of concrete. **In:Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses, international association of bridge and structural engineering conference**, Bergamo, Italy. p. 174.

WILLAM, K.J.; WARNKE, E.P. (1975). Constitutive models for the triaxial behavior of concrete**. International Association of Bridge Structures**, Proceeding, v. 19, p. 1-30.

ZHANG, Lianyang; ZHU, Hehua. Three-dimensional Hoek-Brown strength criterion for rocks. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 133, n. 9, p. 1128-1135, 2007.

ZHAO, X. G.; CAI, M. A mobilized dilation angle model for rocks. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 47, n. 3, p. 368-384, 2010.