

USF

Campus de São Carlos

Considerações sobre a aplicação do método
dos elementos finitos à análise de
estabilidade de taludes

Paulo Gustavo Cavalcante Lins

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



**ESCOLA DE ENGENHARIA
DE SÃO CARLOS**

✓

CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS À ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

por
Paulo Gustavo Cavalcante Lins

Orientador:
Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino



São Carlos

1996



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA

**CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
À ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES**

PAULO GUSTAVO CAVALCANTE LINS

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil: Geotecnia.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino

DEDALUS - Acervo - EESC



31100035717

São Carlos

1996



Class.	TKSF - EESC
Cutt.	3088
Tombo	141/96

Geotecnia

At 0745355

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP

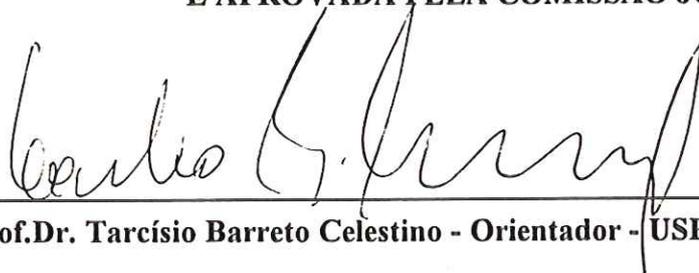
L759c Lins, Paulo Gustavo Cavalcante
Considerações sobre a aplicação do método dos
elementos finitos à análise de estabilidade de
taludes / Paulo Gustavo Cavalcante Lins. -- São
Carlos, 1996.

Dissertação (Mestrado). -- Escola de Engenharia
de São Carlos-Universidade de São Paulo, 1996.
Orientador: Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino.

1. Estabilidade de taludes. 2. Método dos
elementos finitos. 3. Fator de segurança. I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

**DISSERTAÇÃO DEFENDIDA EM 17/04/96
E APROVADA PELA COMISSÃO JULGADORA:**



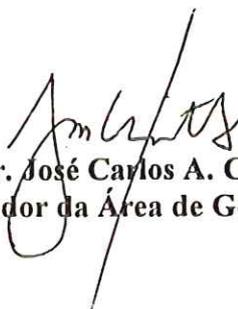
Prof.Dr. Tarcísio Barreto Celestino - Orientador - USP / São Carlos



Prof. Dr. Sérgio Persival Baroncini Proença - USP / São Carlos



Prof. Dr. Waldemar Coelho Hachich - Escola Politécnica - USP



**Prof.Dr. José Carlos A. Cintra
Coordenador da Área de Geotecnia**



**Prof.Dr. Eduardo Cleto Pires
Presidente da Comissão de Pós-Graduação**

"nunca cometo o mesmo erro
duas vezes
já cometo duas três
quatro cinco seis
até esse erro aprender
que só o erro tem vez"

P. Leminski

"Dizem
que em alguma parte
parece que no Brasil
existe
um homem feliz."

V.V. Maiakóvski

Para minha mãe, Ivone.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino, não somente pela inestimável e instigante orientação, mas também pela oportunidade de conviver com um grande ser humano.

Ao professor Luiz “Luizão” Edmundo Prado de Campos, da Universidade Federal da Bahia, pelo estímulo ao ingresso neste programa de mestrado.

Ao Prof. Dr. Mitsuo Tsutsumi pela orientação na fase inicial deste trabalho.

A todos os professores e funcionários da Escola de Engenharia de São Carlos que de alguma forma contribuíram para este trabalho. Especialmente ao Prof. Dr. Orencio Monje Vilar e ao Prof. Dr. Antônio Airton Bortolucci.

Ao Dr. Herivelto Moreira dos Santos pelo apoio computacional.

Aos amigos: Bené, Campelo, Eder, Mirinha, Gastão, Zé Trambike, Paulo André, Maísa, Pira & Anninha, Tony, Mil, Martinha, Rosaninha, Sandro, a outra Mirinha, Belicanta, Conciani, Paulão, Matéria, São, Adilson, Lê, Ana Paula, Mário, Assis, Ana Luiza e tantos outros que não cito aqui.

Aos amigos que, mesmo distantes, contribuíram para este trabalho: Solange M.F. Pereira (at guarany.cpd.unb.br), Hélio Machado Baptista (at canudos.ufba.br) e, especialmente, ao incrível Wladimir Sybine (at sabia.civ.puc-rio.br).

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	viii
RESUMO	ix
<i>ABSTRACT</i>	x
1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - MOTIVAÇÃO	1
1.2 - OBJETIVOS	3
1.3 - ESTRUTURA DO TRABALHO	4
2 - MÉTODOS DE CÁLCULO PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES	7
2.1 - INTRODUÇÃO	7
2.2 - MÉTODOS CLÁSSICOS	10
2.3 - OS MÉTODOS DE FATIAS	17
2.4 - O MÉTODO GERAL DE EQUILÍBRIO LIMITE	24 ✓
2.5 - INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DA BASE DA SUPERFÍCIE	30
2.6 - CONVERGÊNCIA DOS MÉTODOS DE FATIAS	31
2.7 - BUSCA DA SUPERFÍCIE CRÍTICA	33 ✓
2.7.1. - Algoritmos de busca da superfície circular crítica	34
2.7.2 - Algoritmos de busca da superfície não-circular crítica	36 ✓

2.8 - ANÁLISE TRIDIMENSIONAL	38
3 - APLICAÇÃO DO MEF À ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES	39
3.1 - INTRODUÇÃO	39
3.2 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM UM MACIÇO	41
3.3 - MÉTODOS DIRETOS	44
3.4 - MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE APERFEIÇADOS	46
3.4.1 - Primeira definição (FS1)	47
3.4.2 - Segunda definição (FS2)	48
3.4.3 - Terceira definição (FS3)	50
3.4.4 - Sobre o cálculo do fator de segurança	50
3.5 - OUTRAS CONTRIBUIÇÕES	53
4 - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	55
4.1 - INTRODUÇÃO	55
4.2 - PROGRAMA DE ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS	56
4.2.1 - Descrição geral	56
4.2.2 - Testes para a análise elástica linear	57
4.2.3 - Modelo elástico não linear implementado	60
4.2.4 - Testes do modelo implementado	62
4.3 - PROGRAMA DE PÓS-PROCESSAMENTO	64
4.3.1 - Descrição geral	64
4.3.2 - A interpolação das tensões	65
4.3.3 - Teste da interpolação das tensões	67
4.3.3 - O cálculo do fator de segurança	68
5 - ESTUDOS DA BARRAGEM DE ILHA SOLTEIRA E DO ATERRO DO SARAPUÍ	70
5.1 - INTRODUÇÃO	70
5.2 - ESTUDO DA BARRAGEM DE ILHA SOLTEIRA	71
5.2.1 - Descrição geral	71

5.2.2 - Estudo da influência da rigidez relativa	73
5.2.3 - Estudo de um círculo em material único	77
5.2.4 - Estudo de um círculo em dois materiais	89
5.2.5 - Estudo por método direto	100
5.3 - ESTUDO DO ATERRO DO SARAPUÍ	102
5.3.1 - Considerações gerais	102
5.3.2 - Descrição do aterro	102
5.3.3 - Análises realizadas	105
5.3.4 - Comparação para o círculo crítico de Spencer	106
5.3.5 - Comparação entre as buscas de superfície crítica	109
6 - CONCLUSÕES	111
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Relação entre fator de segurança e comportamento dos taludes na área do Rio Tinto, Espanha (HOEK & BRAY, 1977).	2
Figura 2.1 - Método de Culmann.	11
Figura 2.2 - Método da espiral logarítmica ou método de Rendulic (modificado de VARGAS, 1978).	12
Figura 2.3 - Método do círculo de atrito ou método de Taylor (modificado de CAPUTO, 1986).	14
Figura 2.4 - Método do talude infinito.	15
Figura 2.5 - Método das Cunhas (SULTAN & SEED, 1967).	16
Figura 2.6 - O método das fatias.	17
Figura 2.7 - Definição do FS.	18
Figura 2.8 - Funções de inclinação de força interfatias típicas (modificado de FREDLUND & KRAHN, 1977).	21
Figura 2.9 - Círculos críticos obtidos por diferentes especialistas para levantamento comparativo de MOSTYN & SMALL (1987).	23
Figura 2.10 - Forças atuantes em uma fatia genérica (modificado de FREDLUND & KRAHN, 1977).	26
Figura 2.11 - Variação do fator de segurança versus λ .	29
Figura 2.12 - Talude dividido em zonas de empuxo ativo e passivo (modificado de CHING & FREDLUND, 1983).	30
Figura 2.13 - Descontinuidades na função de fator de segurança e multiplicidade de soluções (CHOWDHURY & ZANG, 1990).	32
Figura 2.14 - Superfície "mais crítica" e superfície "crítica".	34
Figura 2.15 - Resultado de uma busca por força bruta.	35

Figura 2.16 - Algoritmo de CELESTINO & DUNCAN (1981) para busca da superfície não-circular crítica.	36
Figura 3.1 - Contornos de máxima tensão cisalhante em um aterro e fundação uniformes. Contornos determinados para um material coesivo e elástico por diferenças finitas e pelo método da relaxação. (BISHOP, 1952; reproduzido por TURNBULL & HVORSLEV, 1967).	40
Figura 3.2 - Etapas de simulação de uma escavação de um talude segundo BROWN & KING (1966).	42
Figura 3.3 - Etapas de simulação da construção de um talude de aterro segundo CLOUGH & WOODWARD (1967).	42
Figura 3.4 - Estudo da Barragem de Darthmount (modificado de TAN & DONALD, 1985).	45
Figura 3.5 - Círculos de Mohr dos estados de tensão atuante e de ruptura.	47
Figura 3.6 - Contornos de igual fator de segurança no maciço da barragem de Ilha Solteira (CELESTINO & WATANABE, 1973).	47
Figura 3.7 - Definição do nível de segurança local.	49
Figura 3.8 - Tensões cisalhantes e resistência ao longo de uma superfície potencial de ruptura em uma análise elástico linear e análise não linear (FARIAS, 1994).	52
Figura 3.8 - Modelagem tridimensional de fatores de segurança local (Apud DOLEZALOVA, 1990).	54
Figura 4.1 - Malhas usadas no teste de uma barra com carregamento uniaxial.	57
Figura 4.2 - Malha utilizada no teste do tubo de parede espessa.	58
Figura 4.3 - Tensão Tangencial em função do raio. Comparação do resultado teórico com o resultado numérico .	59
Figura 4.4 - Tensão Normal em função do raio. Comparação do resultado teórico com o resultado numérico .	59
Figura 4.5 - Representação hiperbólica da curva tensão-deformação.	60

Figura 4.6 - Círculos de Mohr mobilizado e de ruptura para um dado σ_3 .	61
Figura 4.7 - Malha utilizada na simulação dos ensaios triaxiais convencionais.	63
Figura 4.8 - Curva tensão-deformação. Comparação entre os resultados teórico e numérico .	63
Figura 4.9 - Tela de interface do programa FS.	64
Figura 4.10 - Comparação da tensão normal obtida pelos dois programas.	67
Figura 4.11 - Comparação da tensão cisalhante obtida pelos dois programas.	68
Figura 5.1 - Seção da Barragem de Ilha Solteira (modificado de CELESTINO & WATANABE, 1973).	71
Figura 5.2 - Malha de elementos finitos utilizada nas análises.	72
Figura 5.3 - Contornos de fator de segurança local. Análise com parâmetros originais.	75
Figura 5.4 - Contornos de fator de segurança local. Análise de contraste de rigidez.	76
Figura 5.5 - Círculo em material único.	77
Figura 5.6 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros Originais.	81
Figura 5.7 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros Originais.	81
Figura 5.8 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Análise de contraste de rigidez.	82
Figura 5.9 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Análise de contraste de rigidez.	82
Figura 5.10 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	83

Figura 5.11 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	82
Figura 5.12 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	84
Figura 5.13 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	84
Figura 5.14 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	85
Figura 5.15 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	85
Figura 5.16 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	86
Figura 5.17 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	86
Figura 5.18 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	87
Figura 5.19 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	87
Figura 5.20 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	88
Figura 5.21 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	88
Figura 5.22 - Círculo em dois materiais.	89
Figura 5.23 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros Originais.	92

Figura 5.24 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros Originais.	92
Figura 5.25 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	93
Figura 5.26 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	93
Figura 5.27 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	94
Figura 5.28 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	94
Figura 5.29 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	95
Figura 5.30 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica não linear. Contraste de Rigidez.	95
Figura 5.31 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	96
Figura 5.32 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	96
Figura 5.33 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	97
Figura 5.34 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	97
Figura 5.35 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.	98

Figura 5.36 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.	98
Figura 5.37 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.	99
Figura 5.38 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.	99
Figura 5.39 - Pontos nodais analisados no método direto.	100
Figura 5.40 - Deslocamento adimensionalizado versus fator de redução para os pontos estudados.	101
Figura 5.41 - Geometria do aterro do Sarapuí (adaptado de ORTIGÃO <i>et al.</i> , 1983).	103
Figura 5.42 - Malha utilizada na análise do aterro do Sarapuí.	105
Figura 5.43 - Círculo crítico obtido pela método de Spencer.	106
Figura 5.44 - Comparação entre as solicitações atuantes na superfície de ruptura segundo o método de Spencer e o MEF. Aterro do Sarapuí.	107
Figura 5.45 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Aterro do Sarapuí.	108
Figura 5.46 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Aterro do Sarapuí.	108
Figura 5.47 - Círculo crítico obtido pelo método dos elementos finitos.	109
Figura 5.48 - Regiões em escoamento.	110
Figura 5.49 - Contornos de deformação cisalhante máxima.	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Equações e incógnitas para uma superfície de ruptura dividida em N fatias (modificado de FREDLUND, 1984).	19
Tabela 2.2 - Sumário estatístico das respostas obtidos no levantamento realizado por MOSTYN & SMALL (1987).	23
Tabela 5.1 - Propriedades dos materiais da Barragem de Ilha Solteira (modificado de CELESTINO & WATANABE, 1973).	71
Tabela 5.2 - Fatores de segurança pelos métodos de equilíbrio limite para o círculo em material único.	77
Tabela 5.3 - Fatores de segurança pelo método dos elementos finitos para o círculo em material único.	78
Tabela 5.4 - Fatores de segurança pelos métodos de equilíbrio limite para o círculo em dois materiais.	89
Tabela 5.5 - Fatores de segurança pelo método dos elementos finitos para o círculo em dois materiais.	90
Tabela 5.6 - Parâmetros utilizados nas análises pelo método direto.	100
Tabela 5.7 - Resistência não-drenada da camada de argila (ORTIGÃO <i>et al.</i> , 1983).	103
Tabela 5.8 - Parâmetros adotados para as camadas de fundação.	104
Tabela 5.9 - Fatores de segurança mínimo obtido por outros autores.	104
Tabela 5.10 - Fatores de segurança para diversos métodos limite.	106

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABMS	Associação Brasileira de Mecânica dos Solos
ABMS-NRSP	Associação Brasileira de Mecânica dos Solos - Núcleo Regional de São Paulo
ASCE	American Society of Civil Engineers
CESP	Centrais Elétricas de São Paulo S.A.
COPPE	Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia
FS	Fator de Segurança
ICSMFE	International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering
INFOGEO	Congresso de Informática em Engenharia Geotécnica
IPR	Instituto de Pesquisas Rodoviárias
MEF	Método dos Elementos Finitos
MICROGEO	Simpósio Sobre Aplicações de Microcomputadores em Geotecnia
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

RESUMO

LINS, P.G.C. (1996) *Considerações sobre a aplicação do método dos elementos finitos à análise de estabilidade de taludes*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 129p.

O presente trabalho apresenta um estudo sobre o cálculo dos fatores de segurança de taludes utilizando o campo de tensões obtido pelo método dos elementos finitos. São discutidas diferentes definições para o fator de segurança global do maciço. Considerações sobre a definição do fator de segurança, em termos de deslocamentos, também são traçadas.

Foi desenvolvido um pós-processador gráfico, para a visualização dos resultados das análises por elementos finitos.

Estudos de um talude estável e de um caso de ruptura foram realizados. Os fatores de segurança obtidos mostraram-se coerentes com os resultados dos métodos de equilíbrio limite convencionais. No caso do talude estável, a influência da deformabilidade relativa do maciço foi analisada.

Palavras-chave: 1. Taludes. 2. Estabilidade. 3. Método dos Elementos Finitos. 4. Fator de Segurança.

ABSTRACT

LINS, P.G.C. (1996) *Considerations on application of finite element method to slope stability analysis*. Dissertation (MSc.). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 129p.

The present work shows a study about computation of slope stability safety factors using stress fields generated by finite element method analysis. Different definitions of the global safety factor are discussed. Considerations about the definition of the safety factor in terms of nodal displacements are addressed too.

A graphical software for visualizing the results of finite element method analysis was developed for this study.

Studies of a stable slope and a failure case are performed. Safety factors values were both consistent with results of conventional limit equilibrium methods. Influence of relative deformability is analyzed in the stable case.

Keywords: 1. Slope. 2. Stability. 3. Finite Element Method. 4. Safety Factor.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 - MOTIVAÇÃO

As análises quantitativas de segurança de taludes são usualmente realizadas pelos chamados métodos de equilíbrio limite. Estes métodos estimam a segurança do maciço através de um fator de segurança, o qual é usualmente calculado admitindo-se um comportamento rígido-perfeitamente-plástico para o solo e atendendo (por vezes nem todos) aos princípios da estática de equilíbrio de momentos e forças.

Duas características são interessantes em um método de análise de estabilidade de taludes: a capacidade de prever a ruptura e a capacidade de fornecer informações para melhor compreensão dos mecanismos de estabilidade ou instabilidade.

Os métodos de equilíbrio limite convencionais, mesmo levando-se em conta suas simplificações, vêm se mostrando competentes para prever a ruptura. Quando alimentados com dados consistentes, tais métodos indicam uma condição de equilíbrio limite coerente com a situação de campo.

Como ilustração da eficiência dos métodos de equilíbrio limite, podemos citar a correlação entre os comportamento dos taludes da região do Rio Tinto, Espanha, com os seus respectivos fatores de segurança, apresentada por HOEK & BRAY (1977). Como mostrado na Figura 1.1, a maioria dos taludes instáveis apresentava fator de segurança inferior ou próximo da unidade. Pode-se observar que mesmo um

método simplificado, como o utilizado pelos autores, apresenta uma boa capacidade de previsão de comportamento.

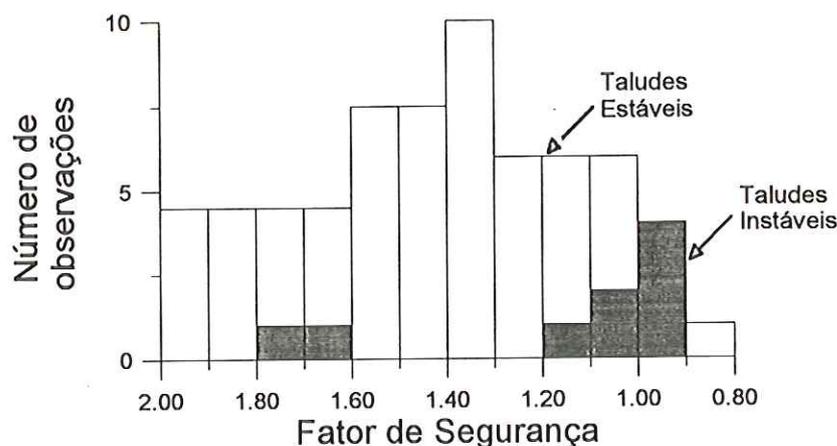


Figura 1.1 - Relação entre fator de segurança e comportamento dos taludes na área do Rio Tinto, Espanha (HOEK & BRAY, 1977).

Apesar da boa capacidade de previsão, as informações fornecidas pelos métodos de equilíbrio limite estão muitas vezes limitadas ao valor do fator de segurança para a superfície potencial de ruptura estudada. A coleta de informações que permitam uma melhor compreensão do fenômeno de ruptura não encontra, nos métodos de equilíbrio limite convencionais, o seu campo mais fértil.

Nas últimas décadas, foram desenvolvidas diversas técnicas numéricas que permitem estudar os maciços como meios contínuos com comportamentos tensão-deformação mais realísticos. Estas técnicas fornecem uma variedade de informações que descrevem o comportamento do maciço de forma mais completa. Isto conseqüentemente, potencializa uma melhor compreensão dos fenômenos relacionados ao comportamento estável ou instável de um maciço. O fator de segurança também pode ser calculado utilizando-se a abordagem de meio contínuo.

A necessidade de conhecer a distribuição de tensões calculadas, baseadas em relações tensão-deformação realísticas, já era levantada por autores de métodos de equilíbrio limite clássicos como MORGENSTERN & PRICE (1965). O conhecimento

do campo de tensões nos maciços pode servir também para validar as hipóteses nas quais os métodos convencionais estão baseados.

A velocidade dos computadores atualmente disponíveis permite escolher, em outro patamar, o método de cálculo a ser utilizado. O cálculo do fator de segurança para um círculo pelo método de Bishop simplificado pode levar horas manualmente, o que é uma questão de segundos com um computador. Esta economia de tempo pode ser empregada em análises por métodos mais rigorosos.

Podendo-se optar por métodos mais rigorosos, a abordagem de meio contínuo é uma opção interessante. Além de tratar o comportamento tensão-deformação de forma mais realista, existe a possibilidade de incluir a influência de fenômenos como deformação lenta, adensamento, colapso, no cálculo do fator de segurança.

O fato de utilizar uma descrição mais realista do comportamento do solo não garante uma melhor capacidade de previsão da segurança. Mas, certamente, permite uma melhor compreensão do problema.

Dentre os métodos numéricos, a opção por trabalhar com elementos finitos deve-se ao fato deste método ser o mais utilizado e ter suas bases melhor estabelecidas e divulgadas em geotecnia.

1.2 - OBJETIVOS

Neste trabalho, são estudadas técnicas de análise de estabilidade de taludes utilizando o método dos elementos finitos. Busca-se identificar elementos que permitam uma melhor compreensão do fenômeno físico de ruptura e também do comportamento estável dos maciços.

O contraste entre os resultados do fatores de segurança, obtidos por métodos de equilíbrio limite convencionais e pelo método dos elementos finitos, é estudado,

procurando-se verificar a coerência entre os resultados. Validar as hipóteses básicas dos métodos convencionais é o objetivo da comparação entre os esforços atuantes na superfície de ruptura resultante dos dois métodos.

As comparações realizadas visam a verificar os resultados tanto para uma determinada superfície como o resultado global de uma busca de superfície crítica. Ou seja, verificar se as superfícies críticas obtidas por métodos convencionais e pelo método dos elementos finitos indicam um mesmo mecanismo de ruptura.

Os métodos de equilíbrio limite convencionais calculam o fator de segurança levando-se em conta apenas as características de resistência, não considerando a influência da deformabilidade do material. Procura-se verificar a influência da rigidez relativa entre as zonas de um maciço no fator de segurança e na distribuição de tensões no maciço.

1.3 - ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é apresentado em seis capítulos:

- Capítulo 1 : Esta introdução.

- Capítulo 2 : Apresenta uma primeira parte da revisão bibliográfica. Neste capítulo é realizada uma discussão sobre a definição de fator de segurança. São apresentados alguns dos principais métodos de equilíbrio limite convencionais, dando-se uma ênfase maior aos métodos de fatias. Uma formulação generalizada dos métodos de fatias é descrita com detalhes. Aspectos referentes à convergência dos métodos de fatias são destacados. Alguns algoritmos de busca de superfície crítica são descritos.

- Capítulo 3 : Apresenta a segunda parte da revisão bibliográfica. Várias aplicações

do método dos elementos finitos, encontradas na literatura, são relatadas. Estas aplicações podem ser agrupadas em métodos diretos e métodos de equilíbrio limite aperfeiçoado. No primeiro grupo, a análise é realizada em termos de deslocamentos, simulando a ruptura do maciço. Os métodos de equilíbrio limite aperfeiçoados utilizam o campo de tensões oriundo da análise por elementos finitos para calcular o fator de segurança, de forma semelhante à definição utilizada nos métodos de equilíbrio limite convencionais.

- Capítulo 4 : Refere-se às ferramentas computacionais utilizadas. Descreve os principais programas que foram modificados e desenvolvidos para a realização deste trabalho.
- Capítulo 5 : Apresenta o estudo de dois casos reais: as análises da barragem de Ilha Solteira e do aterro experimental do Sarapuí. No caso da barragem de Ilha Solteira, são apresentados resultados de análises com os parâmetros de rigidez originais e aumentando-se artificialmente a rigidez de heterogeneidades introduzidas no maciço durante a construção. São ainda comparados os resultados de análises por um método convencional e pelo método dos elementos finitos para dois círculos: um que passa em apenas um material e outro que passa por dois materiais. Nas análises da barragem de Ilha Solteira, o fator de segurança é calculado a partir do campo de tensões obtido por análises elásticas lineares e elásticas não lineares. São traçadas ainda considerações sobre o cálculo do fator de segurança por métodos diretos para este maciço.

No estudo do aterro do Sarapuí, faz-se uma comparação entre os esforços atuantes na superfície crítica do método convencional, obtidos tanto pelo referido método quanto pelo método dos elementos finitos. O resultado da busca de superfície crítica, realizada calculando-se o fator de segurança pelo campo de tensões

obtido pelo método dos elementos finitos, é comparada com o resultado da busca utilizando-se o método convencional. Os estudos do aterro do Sarapuí foram realizados utilizando-se o modelo elástico-perfeitamente-plástico de Mohr-Coulomb.

- Capítulo 6 : Apresenta conclusões gerais do trabalho.

CAPÍTULO 2

MÉTODOS DE CÁLCULO PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

2.1 - INTRODUÇÃO

A segurança de um maciço é usualmente quantificada através de um número, o qual é denominado fator de segurança (*FS*). Compreendendo uma superfície potencial de ruptura como a fronteira entre a massa que esta desprendendo-se e o restante do maciço, pode-se através deste número determinar a razão entre a resistência disponível e os esforços atuantes ao longo da superfície potencial de ruptura, ou seja:

$$FS = \text{resistência disponível} / \text{esforços atuantes} \quad (2.1).$$

Um maciço com um fator de segurança igual à unidade está na condição de equilíbrio limite, ou seja, os esforços atuantes são iguais à resistência disponível. Em outras palavras, este maciço está na iminência da ruptura.

No “projeto” de um talude, pode-se generalizar duas situações em termos de expectativa do valor do fator de segurança. Uma primeira situação é a de um “projeto” de um maciço que não pode ter grandes deformações e cuja ruptura leve a prejuízos em termos materiais ou de vidas, por exemplo uma barragem. Para esta situação o valor do fator de segurança deve ser alto. O limite superior para este fator de segurança é a economia. Na segunda situação, a obra permite conviver com grandes deformações, e no caso de sua ruptura, os riscos em termos de vidas não

existem e os prejuízos materiais, principalmente se levadas em conta as alternativas de estabilização, são aceitáveis. Um exemplo disto é um aterro rodoviário sobre solo mole. Para esta situação, o valor do fator de segurança pode ser baixo.

Embora a maioria dos métodos de cálculo do fator de segurança não leve em conta diretamente as deformações do maciço, obter fatores de segurança próximo à unidade é um indício de grandes deformações.

Encontra-se na literatura autores que apresentam valores de referência de fator de segurança para cada tipo de obra. Levando-se em conta as variações dos resultados obtidos pelos diferentes métodos de análise e as diferentes metodologias de inferir os parâmetros de resistência, é mais interessante que cada projetista escolha seus valores de referência, baseado-se no conhecimento de suas hipóteses simplificadoras.

O conceito de fator de segurança é determinístico. Este conceito melhor representa a realidade a medida que melhor se consiga quantificar a resistência do maciço (inferir os parâmetros de resistência) e quantificar os esforços atuantes (através dos métodos de cálculo).

De um ponto de vista estritamente conceitual, pode-se afirmar que taludes com fator de segurança acima da unidade são seguros e abaixo da unidade “deveriam” ter caído. Fora do campo estritamente conceitual, devemos lembrar que tanto a capacidade de quantificar a resistência do maciço quanto a de quantificar os esforços atuantes admitem erros ou simplificações. Os dados de campo normalmente são incompletos, ou contêm erros, e os métodos de cálculo disponíveis são questionáveis ou simplificados (TAVENAS et al., 1980). Como o problema admite erros, pode-se trabalhar em termos de errar a favor da segurança ou errar contra a segurança. Os erros a favor da segurança são normalmente menos problemáticos, só que antieconômicos.

No estudo de estabilidade de taludes, a fração do fator de segurança que ultrapassa a unidade é um artifício para substituir as incertezas e fenômenos desconhecidos ou que não possam ser levados em conta na análise. Novamente coloca-se a questão do valor de referência admissível para o fator de segurança. Ao escolher este valor de referência, tais incertezas e simplificações devem ser ponderadas.

Embora a tradição geotécnica trate o problema de forma determinística, o fato de conviver com erros indica que um enfoque estatístico pode tratar o problema de forma mais apropriada no que se refere às incertezas. Diversos autores vêm apresentando trabalhos neste sentido, por exemplo HACHICH (1988), SANDRONI & SAYÃO (1992). Vários outros trabalhos são relatados por MOSTYN & SMALL (1987).

A maioria dos métodos de cálculo quantifica o fator de segurança ao longo de uma dada superfície. Desta forma, o problema do cálculo do fator de segurança envolve dois passos: [1] desenvolvimento de uma função de mérito (método de análise), que calcula o fator de segurança para uma determinada superfície, e [2] a escolha de uma estratégia de localização (algoritmo de busca) da superfície de menor fator de segurança.

Neste capítulo, são apresentados alguns dos principais métodos de análise de estabilidade de taludes por equilíbrio limite: os métodos clássicos, os métodos de fatias, uma descrição detalhada do método geral de equilíbrio limite de FREDLUND & KRAHN (1977), uma comparação entre os métodos de análise e alguns dos principais algoritmos de busca da superfície crítica. Alguns comentários sobre a convergência dos métodos também são realizados.

2.2 - MÉTODOS CLÁSSICOS

Os métodos aqui denominados de clássicos são apresentados para ilustrar as formas como o problema de cálculo do fator de segurança já foi tratado. Alguns destes métodos têm uma importância didática muito grande por sua simplicidade, como, por exemplo, o método de Culmann. Uma descrição mais detalhada destes métodos pode ser encontrada em livros-texto de mecânica dos solos como por exemplo TERZAGHI & PECK (1967), LAMBE & WHITMAN (1979), VARGAS (1978), CAPUTO (1986). Alguns métodos mais antigos são descritos por NASH (1987).

O método de Culmann, ou a análise de ruptura em cunha plana, é talvez o mais simples dos métodos. O método consiste em considerar uma superfície de ruptura plana de uma dada inclinação. Decompondo-se o peso da cunha acima da superfície de ruptura em uma componente normal e outra cisalhante, o fator de segurança vai ser definido (utilizando-se o critério de Mohr-Coulomb) pela razão entre a resistência ao cisalhamento para aquele esforço normal e o esforço cisalhante atuante. Podem ser incorporadas na análise fendas de tração, pressões neutras, sobrecargas, etc.

Para a cunha representada na Figura 2.1, o fator de segurança pelo método de Culmann é dado por:

$$FS = \frac{c' + (P'/l) \tan \phi'}{(S/l)}, \quad (2.2),$$

onde l é a área da superfície por comprimento unitário.

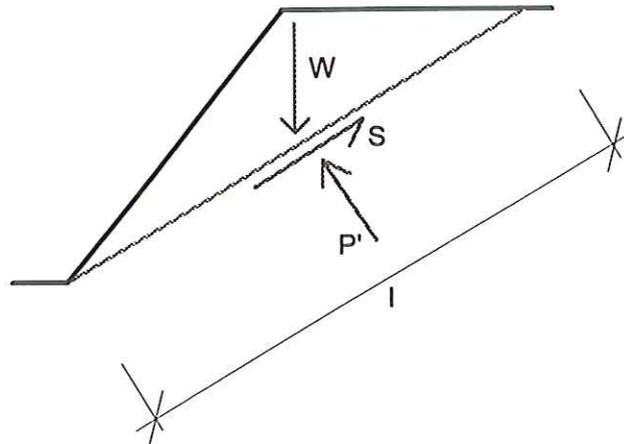


Figura 2.1 - Método de Culmann.

O método da espiral logarítmica, ou método de Rendulic, admite a forma da superfície de escorregamento como uma espiral logarítmica. Dentre as propriedades desta curva, destaca-se a de que todos os raios vetores formam um ângulo constante com a normal à curva.

Toma-se uma espiral logarítmica de centro O , que passa pelo pé de um talude e cuja a equação é:

$$r = r_0 e^{\theta \tan \phi} \quad (2.3).$$

Todas as resistências de atrito passarão pelo centro O e farão um ângulo ϕ com a superfície de ruptura. W é o peso da cunha deslizante e d é a distância do centro de gravidade da cunha ABC ao centro O (Figura 2.2).

As forças de resistência devidas à coesão do material, que agem em cada segmento elementar ds , ao longo da superfície de ruptura, são dadas por: $dC = cds$.

O equilíbrio de momentos, em relação ao ponto O , das forças atuantes e resistentes, obrigam à igualdade:

$$Wd = \int_{r_0}^{r_1} r dC \cos \phi = \int_{r_0}^{r_1} cr \cos \phi ds \quad (2.4),$$

posto que os momentos das forças de atrito em relação ao ponto serão nulos.

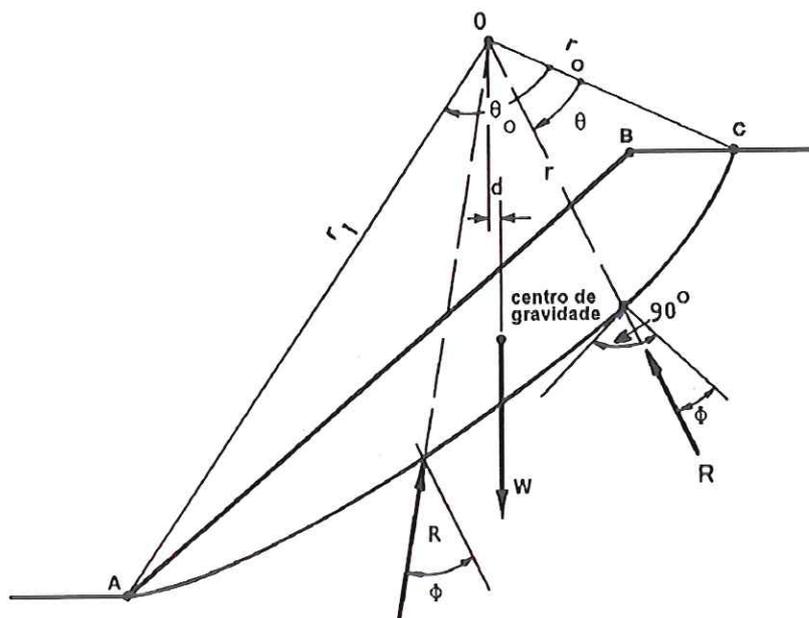


Figura 2.2 - Método da espiral logarítmica ou método de Rendulic (modificado de VARGAS, 1978).

Sendo ainda:

$$ds = \frac{r d\theta}{\cos\phi} = \frac{r_0 e^{\theta \tan\phi} d\theta}{\cos\phi} \quad (2.5),$$

tem-se que:

$$Pd = \int_0^{\theta_0} cr_0 e^{2\theta \tan\phi} d\theta \quad (2.6)$$

cuja integração resulta em:

$$Wd = \frac{c}{2 \tan\phi} (r_1^2 - r_0^2) \quad (2.7).$$

Se não há ruptura, o momento resistente deverá ser FS vezes maior que o atuante. Isto implica que, para a superfície estudada, o fator de segurança é dado por:

$$FS = \frac{\frac{c}{2 \tan \phi} (r_1^2 - r_0^2)}{Wd} \quad (2.8).$$

A equação 2.8 fornece o fator de segurança para uma única superfície potencial de ruptura. Para definir o fator de segurança do maciço é necessário realizar uma busca de superfície crítica.

O método do círculo de atrito, ou método de Taylor, admite que a forma da superfície de ruptura é circular e o fator de segurança também é calculado analiticamente. Traçando-se uma superfície potencial de ruptura circular com centro O e raio r (Figura 2.3), verifica-se que a cunha de ruptura, AEBF, está sob a ação das seguintes forças:

- o peso W da massa que tende a deslizar, conhecido em intensidade e direção;
- a resistência R devida ao atrito, de direção conhecida, pois deverá fazer o ângulo ϕ com a normal à superfície de deslizamento; satisfeita esta condição, a sua linha de ação será tangente a uma circunferência de centro O e raio $r \sin \phi$.
- a resultante C das forças de coesão ao longo de AEB. Designando-se o comprimento do arco de AB por \hat{L} e sua corda por \bar{L} , a grandeza resultante será $c\bar{L}$ e sua direção necessariamente paralela à corda AB. A sua posição, ou seja, a sua distância a ao centro O , é determinada considerando-se a igualdade entre o “momento resultante” e o “momento da resultante”, isto é:

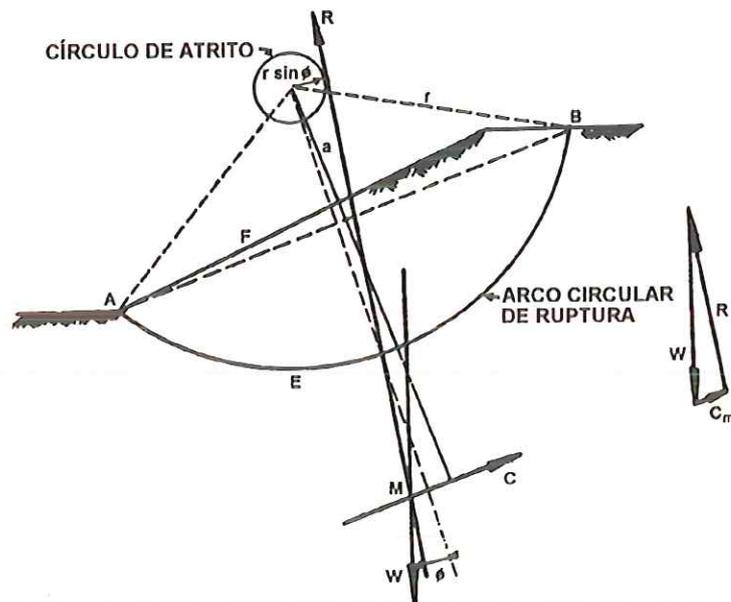
$$c \hat{L} r = c \bar{L} a \quad (2.9)$$

onde:

$$a = r \frac{\hat{L}}{L} \quad (2.10).$$

Para haver equilíbrio, estas três forças devem concorrer em um mesmo ponto M, interseção de W com C . Torna-se, assim, possível, pelo traçado do polígono de forças (W , R e C_m), determinar-se a força C_m e, conseqüentemente, a coesão c_m necessária para que o talude esteja em equilíbrio. Comparando-a com a coesão existente c , tem-se fator de segurança em termos de coesão para o círculo estudado:

$$FS_c = \frac{c}{c_m} \quad (2.11).$$



**Figura 2.3 - Método do círculo de atrito ou método de Taylor
(modificado de CAPUTO, 1986).**

Pode-se, também, adotando um valor de ϕ_m menor que o ϕ do solo, definir um fator de segurança em relação ao atrito:

$$FS_\phi = \frac{\tan \phi}{\tan \phi_m} \quad (2.12).$$

O fator de segurança para o círculo estudado é definido por um valor de $FS_c = FS_\phi$. Para definir o fator de segurança do maciço é necessário realizar uma busca da superfície crítica.

A solução para um problema estudado pelo método do círculo de atrito é apresentada em forma de ábacos. Estes ábacos são reproduzidos por diversos autores, como por exemplo GUIDICINI & NIEBLE (1977) e VARGAS (1978).

Um talude uniforme muito longo em relação à profundidade potencial de ruptura pode ser analisado pelo método do Talude Infinito. A superfície de ruptura é admitida como sendo um plano aproximadamente paralelo à superfície do talude. Admite-se o solo como infinito e inclinado em relação a horizontal. O nível d'água usualmente é assumido também paralelo à superfície. Na Figura 2.4, pode-se observar os esforços admitidos pelo método, cujo fator de segurança é dado por:

$$FS = \frac{c' + (\gamma d - \gamma_w d_w) \cos^2 \alpha \tan \phi'}{\gamma d \sin \alpha \cos \alpha} \quad (2.13),$$

onde: c' e ϕ' são os parâmetros de Mohr-Coulomb, d é a altura da camada, d_w é a altura da camada submersa, α é a inclinação da superfície, γ é o peso específico do solo e γ_w é o peso específico da água.

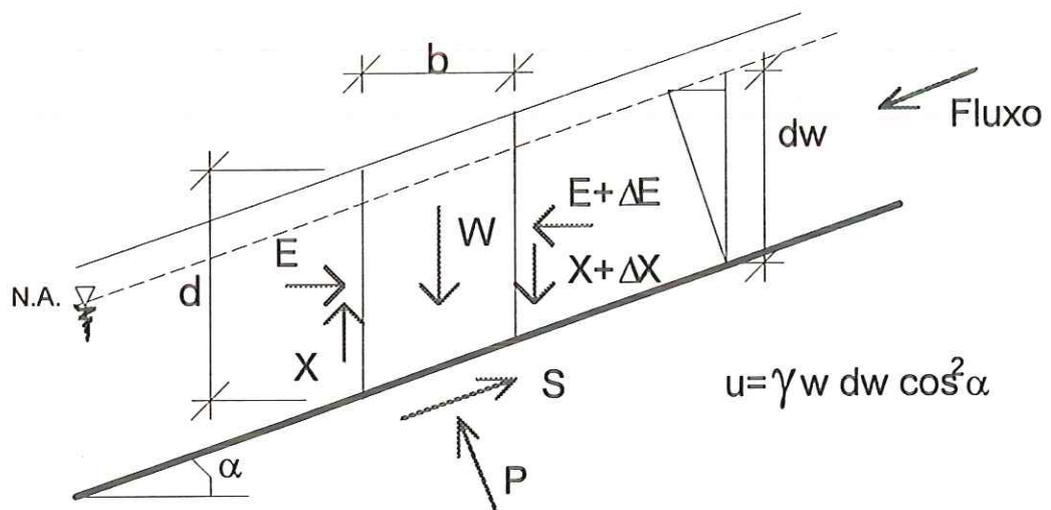


Figura 2.4 - Método do talude infinito.

Ao estudar, através de modelos reduzidos, os mecanismos de ruptura em barragens com núcleo, SULTAN & SEED (1967) e SEED & SULTAN (1967) relataram um mecanismo de ruptura pela formação de duas cunhas de ruptura. Partindo destas observações experimentais estes autores apresentam o chamado método das Cunhas.

O cálculo do fator de segurança é realizado de forma iterativa. Arbitra-se um fator de segurança inicial e verifica-se o equilíbrio de forças. O processo é repetido até que ocorra o fechamento do polígono de forças. O fator de segurança é admitido constante ao longo das superfícies de ruptura.

Os esforços admitidos no método são ilustrados na Figura 2.5. Os W_i são os pesos das cunhas, P_i e S_i são, respectivamente, as forças normais e cisalhantes à base das cunhas; U_i , as forças relativas às pressões neutras nas bases das cunhas; P_{ij} e S_{ij} são, respectivamente, as forças normais e cisalhantes entre as cunhas e U_{ij} , as forças relativas às pressões neutras entre as cunhas.

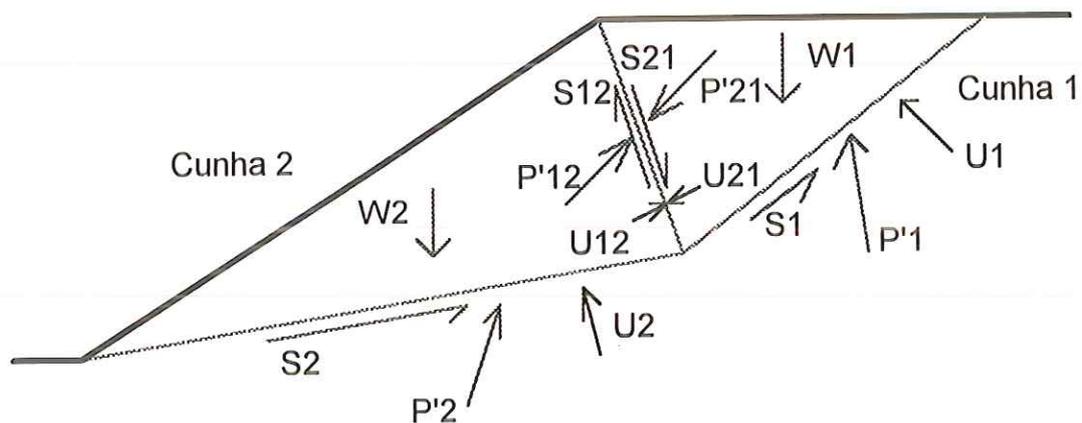


Figura 2.5 - Método das Cunhas (SULTAN & SEED, 1967).

2.3 - OS MÉTODOS DE FATIAS

Os métodos de fatias são os mais aplicados a problemas práticos, principalmente por sua flexibilidade em analisar problemas com diversas camadas de solos com propriedades diferentes, variação da resistência em uma mesma camada, diferentes configurações de pressão neutra, diversas formas da superfície de ruptura etc. Estes métodos são assim denominados por dividirem a massa acima da superfície de ruptura em fatias, como ilustrado na Figura 2.6(a), para efeito de integração numérica.

Pode-se observar, na Figura 2.6(b), os esforços atuantes em uma fatia genérica, sendo W_i , seu peso; S_i , a força cisalhante na base da fatia ($S_i = \tau_i l$, onde τ_i é a tensão cisalhante na base da fatia e l é a largura da base da fatia); P'_i , a força normal efetiva na base da fatia; U_i , a força devida à pressão neutra na base da fatia; X_i , a componente vertical da força lateral e E_i , a componente horizontal da força lateral. Sendo os parâmetros de resistência c' e ϕ' , a tensão de ruptura, para uma tensão normal efetiva $\sigma'_n = P'_i/l$, é dada pelo critério de Mohr-Coulomb ($\tau_r = c' + \sigma'_n \tan \phi'$).

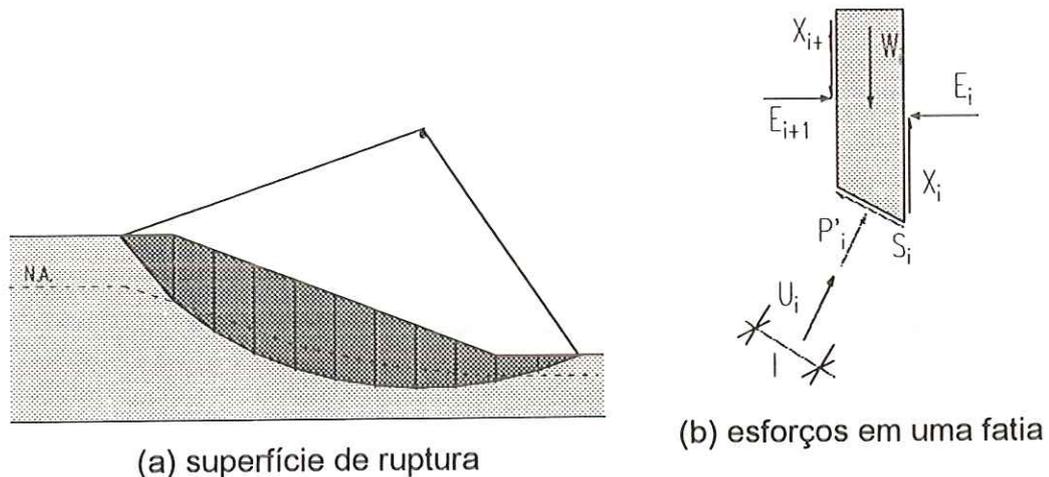


Figura 2.6 - O método das fatias.

O fator de segurança é definido como a razão entre a tensão cisalhante de ruptura e a tensão cisalhante atuante na base de cada fatia. Note-se que a definição do fator de segurança envolve apenas os esforços na base da fatia, como pode ser

observado na Figura 2.6(b) e Figura 2.7. Na maioria dos métodos de fatias o fator de segurança é admitido como constante ao longo da superfície de ruptura. Isto implica que o valor do fator de segurança que definirá a relação dos esforços na base de uma fatia será representativo da segurança de toda a superfície, ou seja o fator de segurança deve funcionar como uma média.

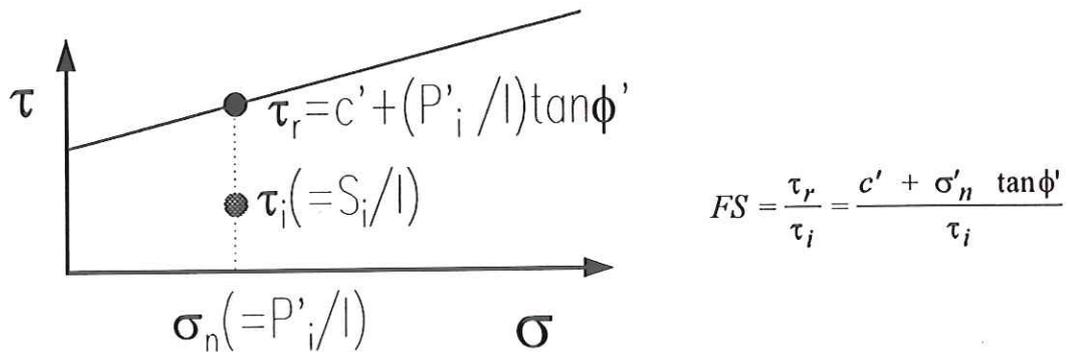


Figura 2.7 - Definição do FS.

É importante destacar que se tem como hipótese o fato do maciço estar rompendo apenas ao longo da superfície de ruptura. A existência das fatias é um passo do processo de integração numérica.

Para determinar o valor do fator de segurança utilizam-se fundamentos da estática, ou seja, o equilíbrio de forças nas duas direções e o equilíbrio de momentos, além do critério de ruptura. Para uma superfície potencial de ruptura qualquer dividida em n fatias, o número de equações e incógnitas é apresentado na Tabela 2.1. O problema é indeterminado, exceto para uma superfície de uma única fatia, o que recai no estudo de uma cunha. São necessárias $2n-2$ hipóteses para resolver o problema no caso geral.

A posição da força P_i na base da fatia não é um problema crítico. Admitir que esta força atua no centro da base da fatia ou abaixo do centro de gravidade da fatia é uma hipótese aceitável, principalmente se as fatias são finas (DUNCAN & WRIGHT, 1980).

Tabela 2.1 - Equações e incógnitas para uma superfície de ruptura dividida em n fatias (modificado de FREDLUND, 1984).

<i>Equações</i>		<i>Incógnitas</i>	
n	eq. equilíbrio de momento	n	força normal na base (P_i)
n	eq. equilíbrio de forças em X	n	força cisalhante na base (S_i)
n	eq. equilíbrio de forças em Y	n-1	força normal interfatias (E_i)
n	critério de ruptura, $S_i=f(P_i)$	n-1	força cisalhante interfatias (S_i)
		n-1	ponto de aplicação da força E_i
		n	ponto de aplicação da força P_i
		1	FS
4n	Total de equações	6n-2	Total de incógnitas

Muitos autores propuseram soluções para este problema adotando hipóteses simplificadoras diferentes. Algumas destas soluções não atendem a todas equações de equilíbrio.

Uma das primeiras soluções foi proposta por Fellenius, em 1927¹/1936², que admitiu que as forças entre fatias são iguais e opostas, ou seja os esforços interfatias são desprezados. O fator de segurança é determinado diretamente pelo equilíbrio de momentos em torno do centro geométrico do círculo estudado. O equilíbrio de forças não é garantido.

O método proposto por BISHOP (1955), conhecido como método de Bishop simplificado, admite, para uma superfície circular, que não existem esforços cisalhantes interfatias, somente esforços normais. O fator de segurança é determinado tomando-se o somatório de momentos, em torno do centro geométrico do círculo estudado, e garantindo que o somatório seja igual a zero. O método garante ainda o equilíbrio de forças na vertical. ??

¹ FELLENIUS, W. (1927) Erdstatische Berechnungen mit Reibung und Kohäsion (Adhäsion) und unter Annahme kreis-zylinderischer Gleitflächen. Ernst, Berlin.

² FELLENIUS, W. (1936) Calculation of stability of earth dams. Trans. 2nd INTERNATIONAL CONGRESS OF LARGE DAMS. 4, 445.

BISHOP (1955) propôs ainda um método conhecido como método de Bishop rigoroso, entretanto pouco usado. No método rigoroso os esforços cisalhante interfatias são encontrados através de aproximações sucessivas, de forma a garantir que o somatório de forças cisalhantes e normais interfatias seja igual a zero. O método garantiria o equilíbrio de forças e de momentos.

Dois métodos foram proposto por Janbu, em 1954³ e 1957⁴, os quais podem ser aplicados a uma superfície de ruptura de forma qualquer. Naquele conhecido como método de Janbu simplificado, esforços interfatias são considerados horizontais e são garantidos o equilíbrio de forças horizontal e vertical. O equilíbrio de momentos não é garantido, um coeficiente empírico f_0 pode ser usado para corrigir o valor do fator de segurança. Já no método de Janbu generalizado, os esforços interfatias são considerados atuando ao longo de uma linha de empuxo. O equilíbrio de forças é garantido e o equilíbrio de momentos é usado para calcular os esforços cisalhantes interfatias (JANBU, 1973).

LOWE & KARAFIATH (1960) propuseram um método que garante o equilíbrio de forças. A resultante das forças interfatias é inclinada de um valor igual à média entre a inclinação da superfície do terreno e da base da fatia.

Um método rigoroso foi proposto por MORGENSTERN & PRICE (1965). Este método atende a todas a equações de equilíbrio. Os esforços normais e cisalhantes interfatias mantêm uma relação definida por uma função $f(x)$, onde x indica a posição ao longo da superfície de ruptura. Durante o processo de solução, um fator de escala λ é determinado. Este fator λ define a magnitude da inclinação da força interfatias resultante. Como exposto, os esforços interfatias se relacionam pela equação:

$$X_i = \lambda f(x) E_i \quad (2.14).$$

³ JANBU, N. (1954) Application of composite slip surfaces for stability analysis. In: EUROPEAN CONFERENCE ON STABILITY EARTH SLOPES, Stockholm. 3, p.43-49.

⁴ JANBU, N. (1957) Earth pressure and bearing capacity calculations by generalised procedure of slices. In: ICSMFE, 4, London. 2, p.207-212.

A Figura 2.8 ilustra algumas das funções típicas de inclinação de forças interfatias.

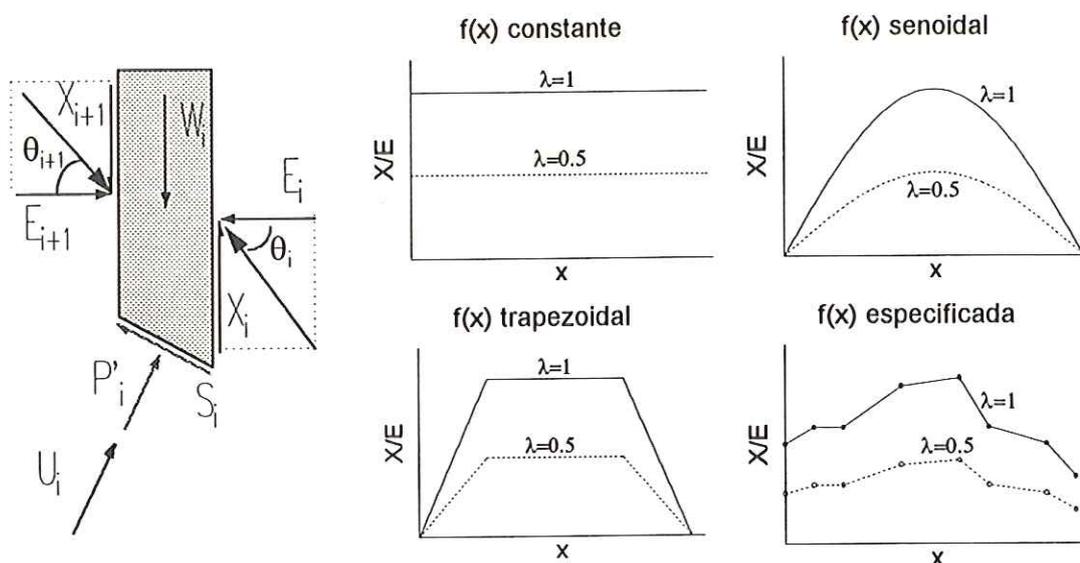


Figura 2.8 - Funções de inclinação de força interfatias típicas (modificado de FREDLUND & KRAHN, 1977).

Um outro método rigoroso que atende às condições de equilíbrio de forças e de momentos foi proposto por SPENCER (1967) e SPENCER (1973). Este autor assumiu que a inclinação da resultante ao longo da superfície de ruptura é constante. O método de Spencer pode ser compreendido como um caso particular do método de MORGENSTERN & PRICE (1965) para a função $f(x)$ constante.

Alguns autores atribuem ao trabalho de SPENCER (1973) a adaptação do método para superfícies não-circulares. Entretanto, a formulação apresentada no trabalho de SPENCER (1967) já admitia a generalização da forma da superfície de ruptura. Os exemplos estudados por SPENCER (1967) eram de superfícies circulares.

Uma abordagem alternativa à das funções de forças laterais foi apresentada por SARMA (1973) em seu método que relaciona as forças laterais utilizando uma taxa de mobilização da resistência lateral. Isto equivale a definir uma grandeza semelhante a um fator de segurança para os esforços interfatias. A formulação inclui um coeficiente de aceleração k (fração da gravidade atuando na horizontal,

representando esforços sísmicos) e o fator de segurança é definido em função deste coeficiente.

Um dos primeiros estudos, buscando-se verificar a diferença dos resultados obtidos por diferentes métodos foi realizado por WHITMAN & BAILEY (1967). Na análise, comparando o resultado dos métodos de Fellenius e Bishop simplificado com um método rigoroso (MORGENSTERN & PRICE, 1965), observou-se que o método de Fellenius apresenta erros de até 60% em relação ao método rigoroso, e o erro cometido pelo método de BISHOP (1955) é usualmente menor que 5%. Embora pareça redundante afirmar, estas comparações referem-se a análises com superfície de ruptura circular.

WRIGHT *et al.* (1973) verificaram diferenças entre os esforços normais, obtidos pelo método de Bishop simplificado e pelo método dos elementos finitos, na superfície de ruptura. A hipótese de fator de segurança constante ao longo da superfície de ruptura, adotada no método de Bishop simplificado, não foi confirmada na análise por elementos finitos.

DUNCAN & WRIGHT (1980) analisaram de forma sistemática taludes homogêneos, de geometria simples, com superfície de ruptura circular. Concluíram que os métodos que satisfazem todas as condições de equilíbrio apresentam diferenças nos resultados inferiores a 5%; o método de Bishop simplificado, apesar de não satisfazer todas as condições de equilíbrio, obtém resultados com precisão semelhante. O método de Fellenius apresenta erros de até 50% para condições de pressão neutra elevadas.

Ao analisar uma superfície circular, o equilíbrio de momentos é usualmente tomado em torno do centro geométrico do círculo. FREDLUND *et al.* (1992) realizaram análises variando a posição do eixo tomado para realizar o equilíbrio de momentos. Os métodos rigorosos não foram afetados pela posição do eixo; já os métodos que atendem apenas à condição de equilíbrio de momentos (Fellenius e

Bishop simplificado) foram afetados. O erro obtido pelo método de Bishop simplificado varia em função da altura do eixo de momentos adotado.

A influência do fator humano no resultado de uma análise foi estudada por MOSTYN & SMALL (1987). Os autores propuseram a vários especialistas a resolução de cinco questões relativas à análises de estabilidade para as quais já foram definidos geometria e parâmetros.

As duas primeiras questões referiam-se a análises em termos de tensões efetivas de uma única superfície. A terceira questão, à análise de uma superfície em termos de tensões totais. A quarta questão referia-se à busca da superfície circular crítica em uma análise em tensões efetivas. A quinta referia-se à análise de uma superfície de ruptura não-circular especificada. A Tabela 2.2 resume os resultados obtidos por 16 especialistas diferentes.

Tabela 2.2 - Sumário estatístico das respostas obtidos no levantamento realizado por MOSTYN & SMALL (1987).

Questão	FS médio	Desvio-padrão	Valor máximo	Valor mínimo	Número de respostas
1	0.92	0.08	1.04	0.77	16
2	1.12	0.10	1.25	0.91	16
3	4.41	0.45	5.41	3.32	16
4	0.85	0.07	1.00	0.75	14
5	1.10	0.26	1.21	0.84	11

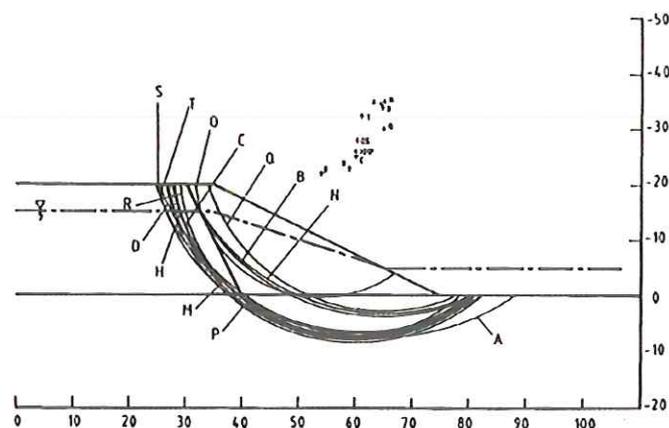


Figura 2.9 - Círculos críticos obtidos por diferentes especialistas para levantamento comparativo de MOSTYN & SMALL (1987).

Pode-se observar, na Figura 2.9, que os círculos críticos obtidos estão agrupados em dois conjuntos.

Entre os vários outros métodos de equilíbrio limite apresentados, duas principais hipóteses de trabalho diferem dos métodos de fatias anteriormente apresentados. A primeira hipótese é a subdivisão da massa que está rompendo em fatias não verticais. Os trabalhos de SARMA (1979), ENOKI *et al.* (1990), DONALD & GIAN (1990), GIAN & DONALD (1991) e ZHANG & CHOWDHURY (1995) admitem esta hipótese.

A segunda hipótese é considerar o fator de segurança variando ao longo da superfície de ruptura. Esta hipótese foi adotada por CHUGH (1986), SRBULOV (1987) e HUAMÁN *et al.* (1992).

Uma função de inclinação de forças interfatias generalizada foi proposta por FAN *et al.* (1986). Esta função foi obtida baseando-se em análises bidimensionais pelo método dos elementos finitos. Os valores de força normais e cisalhantes na lateral das fatias foram obtidos integrando-se o campo de tensões em planos verticais nas posições que equivaleriam às laterais das fatias em uma análise convencional.

2.4 - O MÉTODO GERAL DE EQUILÍBRIO LIMITE

Uma formulação mais compreensível para o método de MORGENSTERN & PRICE (1965) foi apresentada por FREDLUND & KRAHN (1977). Esta formulação foi denominada de método Geral de Equilíbrio Limite (GLE - *General Limit Equilibrium Method of Slices*), sendo que os métodos de Fellenius, Bishop simplificado, Janbu simplificado, Spencer e Morgenstern & Price podem facilmente ser observados como casos particulares deste último método.

As forças que precisam ser definidas em um problema geral são apresentadas na Figura 2.10. Tem-se as seguintes variáveis associadas a cada fatia:

W = peso total da fatia de largura b e altura h ,

P = força normal total na base da fatia de comprimento l ,

S_m = força cisalhante mobilizada na base da fatia. Esta é uma percentagem da resistência ao cisalhamento definida pela equação de Mohr-Coulomb. Isto é, $S_m = l\{c' + [P/l - u]\tan\phi'\}/FS$, onde c' é a coesão efetiva, ϕ' é o ângulo de atrito efetivo, FS é o fator de segurança e u , a pressão neutra,

R = braço de alavanca de momento associado à força cisalhante mobilizada S_m ,

f = braço de alavanca de momento associado à força normal P ,

x = distância horizontal da fatia ao centro de rotação,

α = ângulo entre a tangente ao centro de cada fatia e a horizontal,

E = força horizontal interfátia,

L = subscrito designando o lado esquerdo,

R = subscrito designando o lado direito,

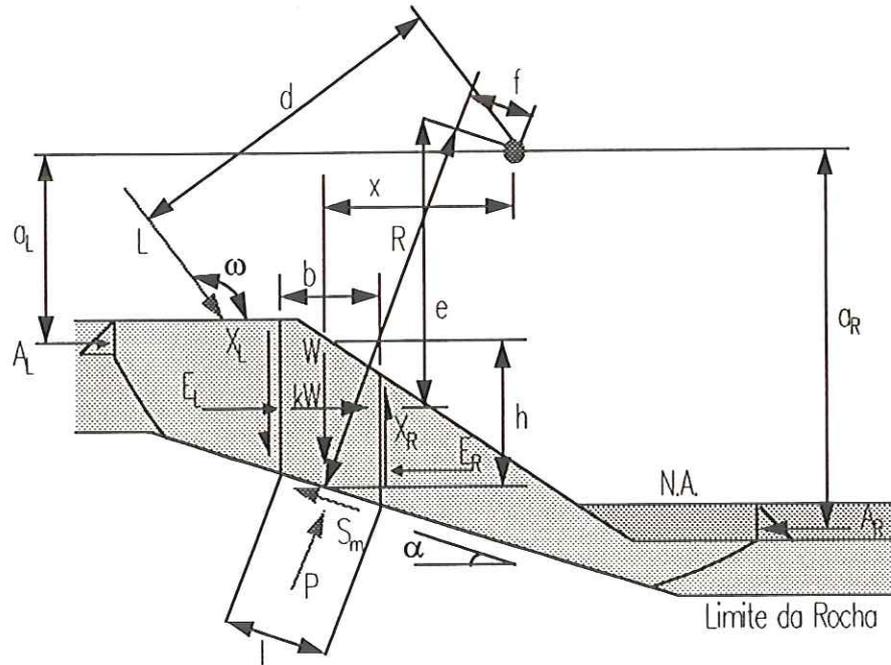
X = força interfátia vertical,

k = coeficiente sísmico, utilizado para considerar uma força dinâmica horizontal,

e = distância vertical do centróide de cada fatia ao centro de rotação.

Uma sobrecarga aplicada na superfície pode ser tratada como uma outra camada de solo de altura e densidade especificadas. Para cargas lineares aplicadas, são definidas as seguintes variáveis: L = carga linear (força por unidade de comprimento), ω = ângulo da carga linear com a horizontal e d = distância perpendicular da carga linear ao centro de rotação.

O efeito da submersão parcial do talude ou de fendas de tração requer a definição das seguintes variáveis adicionais: A é a resultante da pressão hidrostática e a é a distância perpendicular da resultante da pressão hidrostática ao centro de rotação.



**Figura 2.10 - Forças atuantes em uma fatia genérica
(modificado de FREDLUND & KRAHN, 1977).**

A força normal, P , atuando na base de cada fatia, pode ser obtida pelo equilíbrio de forças na direção vertical em cada fatia:

$$\sum F_V = 0 \quad (2.15a),$$

ou explicitando-se:

$$W - (X_R - X_L) - P \cos \alpha - S_m \sin \alpha = 0 \quad (2.15b),$$

isolando-se P :

$$P = \left[W - (X_R - X_L) - \frac{c' l \sin \alpha}{FS} - \frac{u l \tan \phi' \sin \alpha}{FS} \right] / m_\alpha \quad (2.15c),$$

onde, por definição:

$$m_{\alpha} = \cos \alpha + (\sin \alpha \tan \phi') / FS \quad (2.16).$$

Dois fatores de segurança independentes podem ser determinados: um relativo ao equilíbrio de momentos e outro, relativo ao equilíbrio de forças. O equilíbrio de momentos pode ser satisfeito em relação a um ponto arbitrário acima do maciço:

$$\sum M_o = 0 \quad (2.17a),$$

ou explicitando-se:

$$\sum Wx - \sum S_m R - \sum Pf + \sum kWe \pm Aa + Ld = 0 \quad (2.17b).$$

Desta expressão, obtém-se o fator de segurança relativo ao momento:

$$FS_m = \frac{\sum c' lR + \sum (P - ul) R \tan \phi'}{\sum Wx - \sum Pf + \sum kWe \pm Aa + Ld} \quad (2.18).$$

A expressão para o fator de segurança relativo ao equilíbrio de forças é obtida realizando-se o somatório de forças na direção horizontal em todas as fatias.

$$\sum F_H = 0 \quad (2.19a),$$

ou explicitando-se:

$$\sum (E_L - E_R) + \sum P \sin \alpha - \sum S_m \cos \alpha + \sum kW \pm A - L \cos \omega = 0 \quad (2.19b),$$

o fator de segurança para o equilíbrio de forças é dado por:

$$FS_f = \frac{\sum c' l \cos \alpha + \sum (P - ul) R \tan \phi' \cos \alpha}{\sum P \sin \alpha + \sum kW \pm A - L \cos \omega} \quad (2.20)$$

O equilíbrio de forças horizontais em cada fatia pode ser utilizado para calcular a força normal interfatias E .

$$\sum F_{HF} = 0 \quad (2.21a),$$

ou explicitando-se:

$$-(E_R - E_L) + P \sin \alpha - S_m \cos \alpha + kW = 0 \quad (2.21b),$$

isolando-se a diferença entre os esforços normais interfatias:

$$(E_R - E_L) = [W - (X_R - X_L)] \tan \alpha - S_m / \cos \alpha + kW \quad (2.22).$$

Assumindo-se que as forças normais interfatias, E , e as forças cisalhantes interfatias, X , estão relacionadas por:

$$X / E = \lambda f(x) \quad (2.23),$$

pode-se calcular, para cada valor de λ , um fator de segurança para o equilíbrio de momentos e um fator de segurança para o equilíbrio de forças. O método admite que existe um valor de λ para o qual o valor do fator de segurança de forças é igual ao fator de segurança de momentos.

FREDLUND & KRAHN (1977) propuseram um procedimento numérico para determinação do valor de λ que atende às duas equações de fator de segurança. Primeiro calculam-se os fatores de segurança relativos a forças e a momentos para diferentes valores de λ . Ajusta-se um polinômio a cada um dos conjuntos de pontos de FS versus λ . O valor de λ que leva estes dois polinômios ao mesmo valor de fator de segurança define a resposta para o problema. O melhor ajuste encontrado foi o de um polinômio de segundo grau.

Pode-se observar, na Figura 2.11, que para $\lambda=0$ as expressões para os fatores de segurança relativos aos momentos e às forças representam os resultados do método de Bishop simplificado e o método de Janbu simplificado, respectivamente. O método de Fellenius pode ser representado como um ponto no eixo $\lambda=0$.

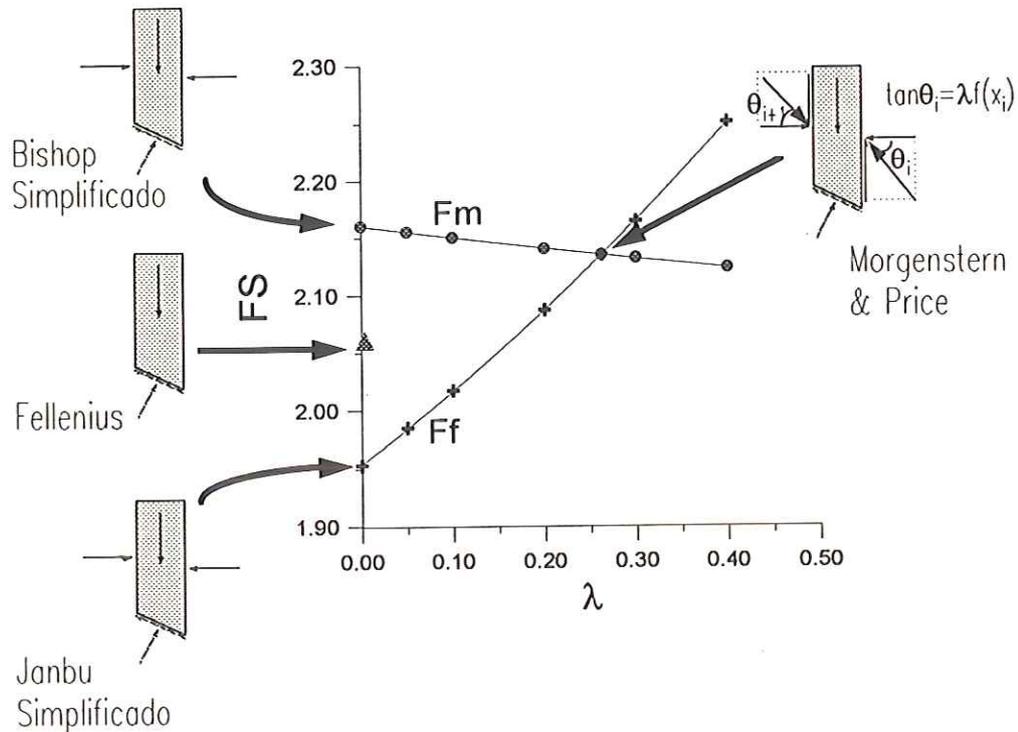


Figura 2.11 - Variação do fator de segurança versus λ .

Estudos de empuxo, em maciços homogêneos e isotropos, foram realizados por RAHARDJO & FREDLUND (1983), utilizando método geral de equilíbrio limite. Os resultados obtidos foram compatíveis com a teoria de Coulomb, dentre outras soluções. A forma da superfície não demonstrou muita influência na obtenção do coeficiente de empuxo ativo. O estudo do coeficiente de empuxo passivo teve seus resultados influenciados tanto pela forma da superfície quanto pela função de distribuição de forças interfaciais.

FREDLUND (1987) adaptou o método geral de equilíbrio limite para a análise de solos não-saturados, incorporando o efeito de ganho de coesão com o aumento da sucção matricial do solo.

2.5 - INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DA BASE DA SUPERFÍCIE

CHING & FREDLUND (1983) apontam que valores próximos de zero ou negativos de m_α (eq. 2.16) levam a valores irrealis de força normal na base da fatia (eq. 2.15); conseqüentemente o valor do fator de segurança pode perder o sentido. Estes autores recomendam, para evitar problemas neste sentido, que os ângulos da superfície de ruptura não sejam maiores que $45^\circ + \phi/2$ na zona de empuxo ativo e $45^\circ - \phi/2$ na zona de empuxo passivo (Figura 2.12).

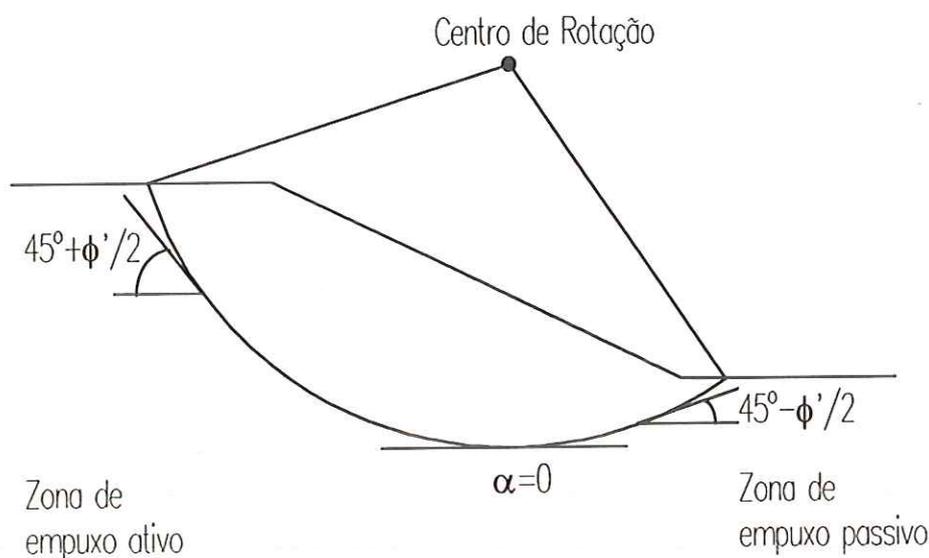


Figura 2.12 - Talude dividido em zonas de empuxo ativo e passivo (modificado de CHING & FREDLUND, 1983).

A preocupação com valores próximos de zero ou negativos de m_α foi levantada por WHITMAN & BAILEY (1967), que recomendavam atenção para valores de m_α menores que 0.2. Cabe destacar que WHITMAN & BAILEY (1967) estudavam o método de Bishop simplificado que tem uma definição de m_α um pouco diferente da apresentada na eq. 2.16. O m_α do método de Bishop simplificado, aqui apresentado como $M_{\alpha i}$, é dado pela eq. 2.25b.

2.6 - CONVERGÊNCIA DOS MÉTODOS DE FATIAS

O problema de convergência dos métodos de Bishop simplificado e Janbu simplificado foi estudado por SORIANO (1976) que demonstrou que, para uma superfície dividida em n fatias, existem n valores de fator de segurança que são soluções para as expressões correspondentes. SORIANO (1976) traça ainda algumas considerações sobre a convergência dos métodos rigorosos. A questão da multiplicidade de soluções já era levantado por MORGENSTERN & PRICE (1965) que propunham que a solução que deveria ser tomada como correta deveria ser aquela que levasse a uma distribuição de forças fisicamente aceitável. Compreenda-se como distribuição de forças fisicamente aceitável uma configuração de esforços que: seja compatível com a cinemática do problema (por exemplo, tração na base de uma fatia na zona de empuxo passivo não seria aceitável) e que os esforços interfatias não violem o critério de ruptura (salvo condições compatíveis com o problema como o aparecimento a ruptura por tração nas fatias mais externas da zona de empuxo ativo, o que deve levar a reavaliação da modelagem realizada e a incorporação de fendas de tração na análise).

Estudos semelhantes, com uma formulação mais simples, foram apresentados por CHOWDHURY & ZANG (1990). O fator de segurança para o método de Bishop simplificado, para uma superfície dividida em n fatias, é dado por:

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{M_{Ri}}{M_{\alpha i}} \right\}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} \quad (2.24),$$

onde:

$$M_{Ri} = c'_i + (W_i - u_i l_i) \tan \phi'_i \quad (2.25a),$$

e

$$M_{\alpha i} = 1 + \tan \alpha_i \tan \phi'_i / FS \quad (2.25b).$$

Os valores de FS que satisfazem à eq. 2.24 podem ser expressos pelas raízes da seguinte equação:

$$Y(FS) = \frac{\frac{M_{R1}}{M_{\alpha1}} + \frac{M_{R2}}{M_{\alpha2}} + \frac{M_{R3}}{M_{\alpha3}} + \dots + \frac{M_{Rn}}{M_{\alpha n}}}{\sum_{i=1}^n W_i \sin \alpha_i} - FS \quad (2.26)$$

Traçando um gráfico de $Y(FS)$ versus FS observa-se que a função $Y(FS)$ tem n descontinuidades e várias raízes (Figura 2.13).

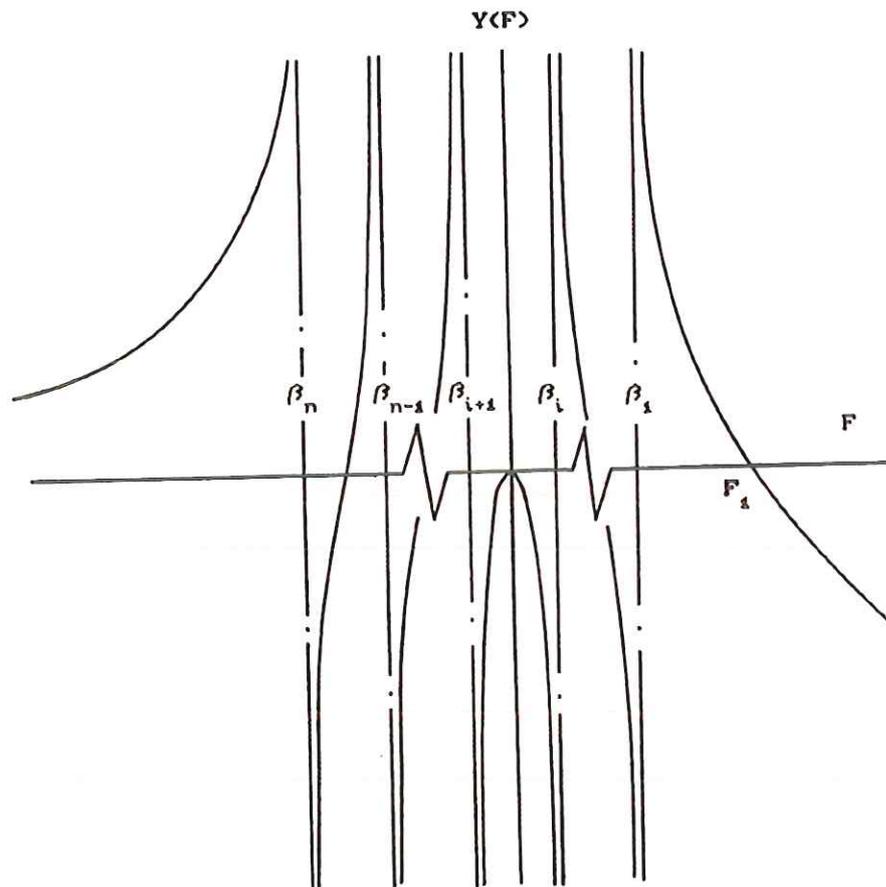


Figura 2.13 - Descontinuidades na função de fator de segurança e multiplicidade de soluções (CHOWDHURY & ZANG, 1990).

Note-se que o numerador da eq. 2.26 é formado por n frações cujos denominadores são $M_{\alpha i}$. Existem n valores de FS que levam a eq. 2.25b a ser igual a zero, o que cria descontinuidades. Estes valores ocorrem para $FS = \beta_i$, onde:

$$\beta_i = -\tan \alpha_i \tan \phi'_i \quad (2.27).$$

Convencionando-se como positivos os α_i da zona ativa da superfície e como negativos os α_i da zona passiva da superfície (Figura 2.12), superfícies de ruptura que possuam apenas zonas ativa possuem apenas descontinuidades negativas e, por consequência, uma raiz positiva de $Y(FS)$. Para superfícies de ruptura com zona ativa e zona passiva, existem descontinuidades positivas, isto leva à múltiplas raízes positivas. CHOWDHURY & ZANG (1991) argumentam que apenas a maior raiz traz sentido físico para solução do problema.

CHOWDHURY & ZANG (1990) propõem que, para o uso do tradicional algoritmo iterativo para cálculo do fator de segurança pelo método de Bishop simplificado, tome-se como valor inicial o maior valor de β_i acrescido de um. Isto levaria o algoritmo à convergência no maior valor de FS .

2.7 - BUSCA DA SUPERFÍCIE CRÍTICA

Os métodos de análise descritos até aqui apresentam o cálculo do fator de segurança de uma superfície especificada. Para determinar o fator de segurança para o talude é necessário buscar a superfície "mais crítica", ou seja, aquela que apresenta o menor fator de segurança. Existem vários algoritmos de busca automática desta superfície.

Uma questão que deve ser abordada diz respeito a forma da superfície de ruptura. Os primeiros métodos desenvolvidos admitiam, por simplicidade geométrica, que a forma da superfície de ruptura era circular. Esta hipótese pode ser uma boa aproximação para taludes homogêneos, isotropos, de geometria simples, sem configurações especiais de pressão neutra. Entretanto, não se pode querer que todos os maciços tenham como configuração de ruptura crítica uma superfície circular. O autor do método de fatias com superfície circular mais popular admitia a existência de

casos onde uma análise por uma superfície não-circular seria mais realista (ver BISHOP, 1957).

Maciços que apresentem determinadas condições de anisotropia, distribuições de pressões neutras ou camadas menos resistentes, devem ser analisados de forma mais representativa, adotando-se uma superfície de ruptura não-circular (ver, por exemplo CELESTINO & DUNCAN, 1981 e TALESNICK & BAKER, 1984). Seria possível afirmar, de forma genérica, que um maciço tem sua ruptura em uma configuração por onde as solicitações superem a resistência.

No estudo de um caso real, conhecer apenas a superfície "mais crítica" não soluciona o problema. Podem existir outras configurações de ruptura que não sejam estabilizadas pela solução adotada para estabilização da superfície "mais crítica". Isto é ilustrado na Figura 2.14, onde o círculo de $FS=0.95$ é o "mais crítico". Uma solução de estabilização para o círculo "mais crítico" poderia não garantir a estabilidade do círculo de $FS=1.02$.

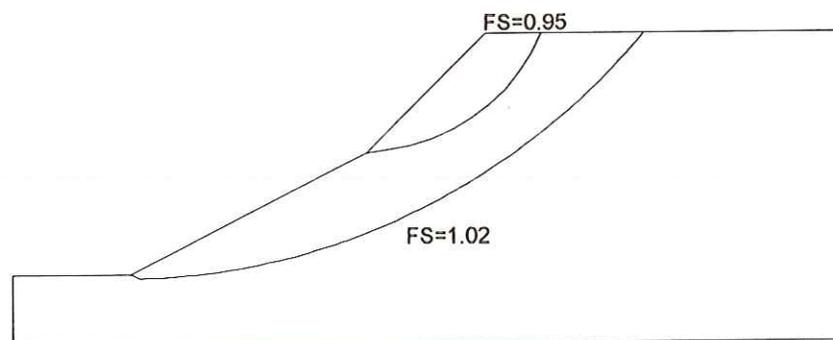


Figura 2.14 - Superfície "mais crítica" e superfície "crítica".

2.7.1. - Algoritmos de busca da superfície circular crítica

O algoritmo para busca de superfície circular mais simples é o chamado de força bruta. Esta técnica consiste em traçar uma malha de centros onde, para cada centro, são analisados vários círculos. O menor fator de segurança obtido é associado àquele centro analisado. Pode-se assim traçar, no espaço acima do talude, curvas de

mesmo fator de segurança relacionados aos centros dos círculos. É possível, através destas curvas, identificar a posição do centro que possui o menor fator de segurança para o maciço.

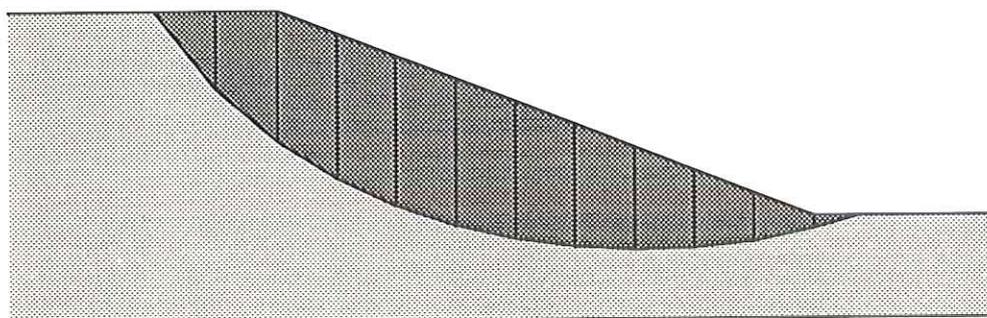


Figura 2.15 - Resultado de uma busca por força bruta.

Um outro algoritmo bastante utilizado é o simplex. No espaço acima do talude toma-se três pontos não colineares. Calcula-se o menor fator de segurança para cada círculo que tem um dos três pontos como centro. Existem variações sobre a forma de cálculo do fator de segurança para um dado centro, pode-se calcular para diversos raios, ou para raios tangentes a uma cota, ou para raios que passem por um ponto. Calculados os fatores de segurança para cada centro, verifica-se a qual dos três pontos corresponde o maior FS , elimina-se este ponto e toma-se um outro ponto simétrico ao eliminado em relação ao segmento formado pelos dois pontos de FS menor. Repete-se a operação até que os pontos convirjam, o que deve acontecer nas coordenadas do FS mínimo. Também é usual realizar a busca de superfície circular pelo simplex em um espaço R^3 formado pelas coordenadas x , y do ponto e o raio, assim a busca processa-se de forma semelhante à um esquema de busca não-circular com o simplex, que será descrito neste texto mais adiante.

2.7.2 - Algoritmos de busca da superfície não-circular crítica

As superfícies não-circulares são representadas usualmente por uma poligonal. Assim sendo, o problema constitui-se em determinar a poligonal de menor fator de segurança.

BAKER (1980) propôs um algoritmo para determinação da poligonal crítica com base em programação dinâmica. Adotam-se várias linhas verticais paralelas, nas quais estão determinados pontos espaçados. Uma possível linha de ruptura é definida ligando-se estes pontos. A busca da poligonal de menor fator de segurança é realizada com o auxílio do estudo da variação de uma função definida com o fator de segurança.

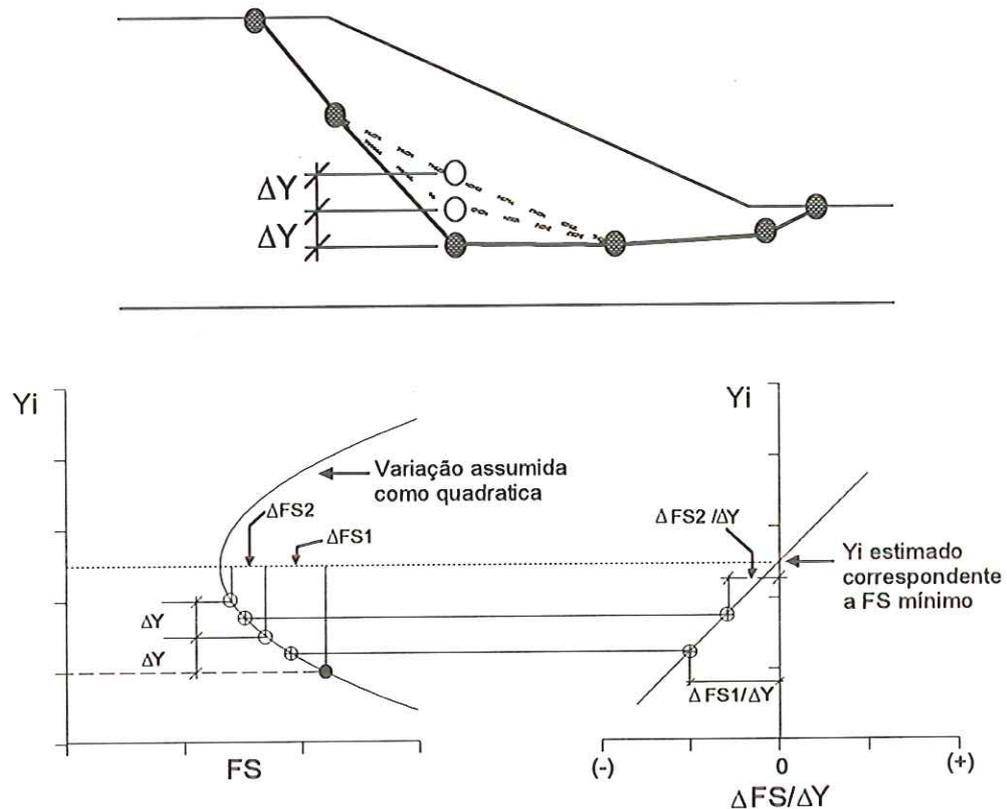


Figura 2.16 - Algoritmo de CELESTINO & DUNCAN (1981) para busca da superfície não-circular crítica.

Um algoritmo simples e eficiente para determinação da superfície não-circular foi proposto por CELESTINO & DUNCAN (1981). Partindo de uma poligonal inicial, move-se de cada vez um único ponto da poligonal para duas posições calculam-se os fatores de segurança e ajusta-se uma equação do segundo grau aos resultados. Determina-se a posição que leva ao fator de segurança mínimo movendo-se apenas aquele ponto. Ao final de cada iteração os pontos são atualizados para as posições relativas ao menor fator de segurança. O processo é repetido de forma iterativa até a convergência da superfície. Uma variação do algoritmo de CELESTINO & DUNCAN (1981) foi proposto por LI & WRITE (1987).

O algoritmo simplex descrito anteriormente realiza uma busca no espaço R^2 , onde um elemento geométrico plano (um triângulo) é utilizado na busca. Em cada etapa da busca o vértice do triângulo que tem maior fator de segurança é eliminado e substituído por um ponto simétrico em relação à linha formada pelos pontos restantes. Esta idéia pode ser estendida algebricamente ao espaço R^n , onde existiria um elemento geométrico de $n+1$ vértices, e em cada etapa da busca o vértice de maior fator de segurança seria eliminado e substituído por um ponto simétrico em relação ao hiperplano formado pelos vértices restantes. Este processo seria repetido até a convergência. Por exemplo, uma busca no R^3 teria como elemento geométrico um tetraedro. Em cada etapa da busca o vértice do tetraedro de maior fator de segurança seria eliminado e substituído por um ponto simétrico em relação ao plano formado pelos vértices restantes. Assim, tendo como uma superfície de ruptura inicial uma poligonal de X segmentos, a busca se dá no espaço $R^{2*(X+1)}$, caso admita-se dois graus de liberdade por vértice, ou no espaço $R^{(X+1)}$, caso admita-se apenas um grau de liberdade. O simplex tem demonstrado ser muito eficiente para buscas de superfície não-circulares, sendo utilizado por autores como, por exemplo, NGUYEN (1985a), NGUYEN (1985b), FELICIANI & HACHICH (1988), ODEBRECHT (1988) e DeNATALE & CRENNAN (1989).

BASUDHAR & YUDHBIR (1989) desenvolveram um algoritmo específico para a determinação da superfície crítica em barragens não-homogêneas, com descontinuidades geológicas na fundação.

Em um estudo comparativo, GRECO (1988) concluiu que os diversos algoritmos de busca estudados tem eficiência aceitável para fins práticos.

2.8 - ANÁLISE TRIDIMENSIONAL

A maioria das análises de estabilidade de taludes é realizada em uma secção do maciço, admitindo-se um estado plano de deformações. Existem casos onde a configuração de ruptura é claramente tridimensional e a análise plana não é representativa. Para estudar estas situações, vários autores adaptaram os métodos de fatias para uma situação tridimensional, criando os métodos de colunas, onde a massa deslizante é dividida em colunas que têm esforços atuando entre-colunas e na sua base (LAM & FREDLUND, 1993).

O primeiro método de coluna foi proposto por HOVLAND (1977), que calcula o fator de segurança adotando hipóteses equivalentes às de Fellenius, ou seja, desprezando as forças entre-colunas. Vários outros autores propuseram métodos de colunas com diversas hipóteses simplificadoras.

O método geral das fatias foi adaptado para o caso tridimensional por LAM & FREDLUND (1993), inclusive apresentado funções de inclinação de forças entre-colunas baseadas em análises por elementos finitos.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DO MEF À ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE TALUDES

3.1 - INTRODUÇÃO

Em Geotecnia, a forma final de uma estrutura, em aterros e escavações, é obtida através de uma seqüência construtiva onde camadas de material são dispostas ou retiradas sobre outras. As tensões no maciço causadas pelas forças de massa dependem da seqüência construtiva (GOODMAN & BROWN, 1963), além das tensões iniciais atuantes. Entretanto, até o desenvolvimento de técnicas numéricas (por volta da segunda metade da década de 1960) poucos trabalhos levavam em conta deformações, trajetória de tensões, condições de contorno arbitrárias, não homogeneidade do maciço e relações tensão-deformação não-lineares (HOEG, 1977).

SCOTT (1987) destaca que artigos técnicos e relatórios comerciais de projetos de engenharia utilizam, em sua maioria, o método de BISHOP (1955), quando se trata do estudo de estabilidade de taludes. Entretanto, o próprio Bishop, citado acima, ao propor seu método, destacava a necessidade de desenvolvimento de técnicas de cálculo mais apuradas. A Figura 3.1 reproduz uma análise de estabilidade realizada por Bishop utilizando uma abordagem de meio contínuo.

O método dos elementos finitos (MEF) é um processo de cálculo numérico para a obtenção de soluções aproximadas de certos problemas físicos. Trata-se de uma técnica de interpolação que permite aproximar qualquer função contínua por um modelo de cálculo discreto, que consiste na definição de um conjunto de valores da

função num número finito de pontos de seu domínio (pontos nodais), e de um conjunto de subdomínios (elementos finitos), onde se aproxima a função que se deseja estudar. Em cada elemento finito a definição da função é feita unicamente em relação aos valores da função no número discreto de pontos nodais existentes nesse elemento. São estudadas condições para que a função adotada nos subdomínios atenda às condições de convergência, o que deverá levar, refinando-se a malha, à convergência para a solução exata.

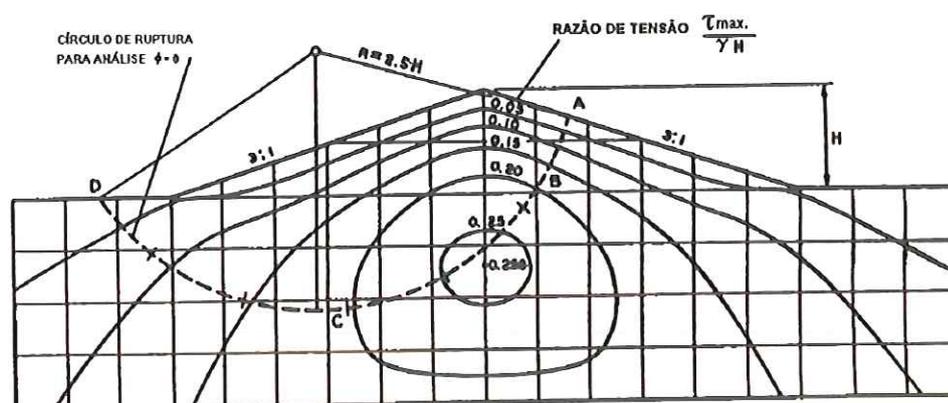


Figura 3.1 - Contornos de máxima tensão cisalhante em um aterro e fundação uniformes. Contornos determinados para um material coesivo e elástico por diferenças finitas e pelo método da relaxação. (BISHOP, 1952; reproduzido por TURNBULL & HVORSLEV, 1967)

Na literatura, técnica encontramos vários exemplos da aplicação do MEF ao estudo da estabilidade de taludes. NAYLOR (1982) classifica os métodos de análise de estabilidade pelo MEF em duas categorias:

- a) métodos diretos e
- b) métodos de equilíbrio limite aperfeiçoados.

Nos métodos diretos, a resistência do material é diminuída progressivamente até que um ponto representativo tenha um deslocamento muito grande para uma pequena redução de resistência.

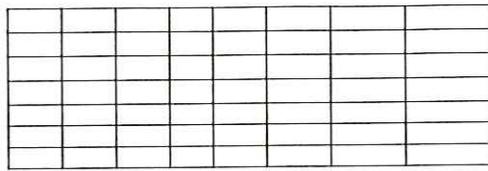
Para os métodos de equilíbrio limite aperfeiçoados, o estado de tensões no maciço é calculado e, comparando-se este com a resistência em um ponto qualquer temos o fator de segurança para o ponto. De forma semelhante aos métodos de fatias estabelece-se uma superfície potencial de ruptura e calcula-se o fator de segurança ao longo desta. O fator de segurança global é definido por uma superfície de ruptura crítica.

3.2 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM UM MACIÇO

O determinação do campo de tensões em um maciço pelo método dos elementos finitos pode ser realizada admitindo-se a geometria final e a ação das forças de massa ou simulando-se o processo construtivo. O processo construtivo pode ser simulado pelo método dos elementos finitos para os casos de aterros ou de escavações.

BROWN & KING (1966) propuseram uma técnica de estudo da estabilidade de um talude de corte, sendo que as tensões finais atuantes no maciço são calculadas de forma incremental. Inicialmente admite-se que o maciço está sob a ação das tensões geostáticas. A tensão vertical é admitida igual ao peso específico multiplicado pela altura e a tensão horizontal como k_o multiplicado pela tensão vertical (Figura 3.2a).

Um segundo passo é a retirada de uma camada e cálculo do novo estado de tensões no maciço, considerando-se que as forças de massa dos elementos retirados estão agora atuando em sentido oposto (Figura 3.2b). O procedimento computacional desta fase é discutido detalhadamente mais adiante neste texto. Tal procedimento é repetido até que seja alcançada a altura total do talude de corte (Figura 3.2c). Detalhes do processo podem ser encontrados em BROW & BOOKER (1986) e JIANG & XIE (1988). Em se tratando de maciços rochosos, as tensões residuais, oriundas de processos tectônicos, que ainda estejam atuando também podem ser levadas em conta (HUANG *et al.*, 1990).



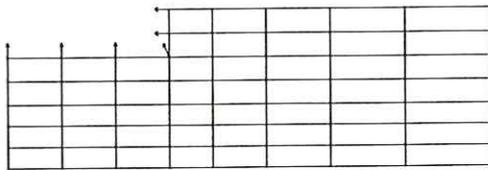
(a)

Condições iniciais:

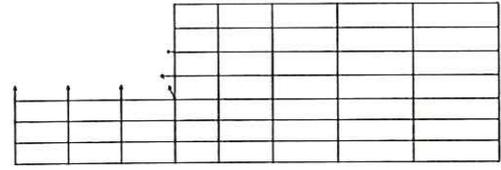
$$\sigma_y = \gamma H$$

$$\sigma_x = k_o \gamma H$$

$$\tau_{xy} = 0$$



(b)



(c)

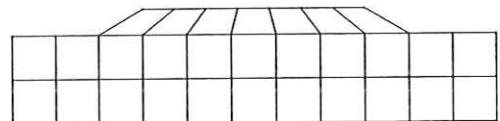
Figura 3.2 - Etapas de simulação de uma escavação de um talude, segundo BROWN & KING (1966).

Em um estudo da construção de um talude em solo residual, MATSUI & SAN (1989) realizaram a escavação em duas fases, a primeira representando a ação da erosão e a segunda o retaludamento artificial.

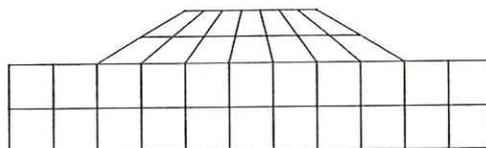
O processo de simulação da construção de um aterro, proposto por CLOUGH & WOODWARD (1967), é realizado de forma semelhante. Neste caso, os elementos são acrescentados até a formação da geometria final, conforme ilustrado na Figura 3.3.



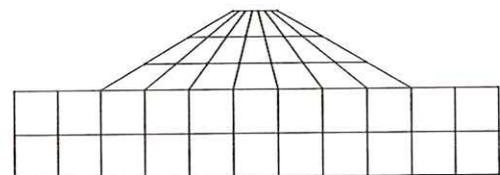
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.3 - Etapas de simulação da construção de um talude de aterro, segundo CLOUGH & WOODWARD (1967).

A análise computacional, no caso da escavação, envolve quatro passos:

1. cálculo das forças nodais aplicadas na superfície escavada, relativas à massa que será retirada;
2. supressão, na matriz de rigidez, da influência dos nós pertencentes aos elementos escavados e não pertencentes à face da escavação;
3. aplicação, na superfície de escavação, de forças nodais contrárias as determinadas no primeiro passo;
4. atualização dos valores de tensões, deformações e deslocamentos existentes antes da escavação.

As técnicas de cálculo das forças nodais de escavação são discutidas por TRIGO (1990) que sustenta que o cálculo destas forças foi realizado de forma rigorosa somente por Mana em 1978¹. Entretanto, a formulação rigorosa para o problema já era apresentada por ZIENKIEWICZ (1971) e CELESTINO *et al.* (1974) já realizavam o cálculo das forças nodais por integração para o estudo de escavações em rochas.

A supressão, na matriz de rigidez, da influência dos nós pertencentes aos elementos escavados e não pertencentes à face da escavação pode ser realizada de três formas. A primeira consiste em numerar os nós, e possivelmente os elementos, de forma que seja possível eliminá-los, em cada estágio da construção, alterando apenas as variáveis relativas ao número total de elementos e ao número total de nós. A segunda técnica consiste em introduzir o chamado “elemento de ar”, isto é, atribuir uma rigidez muito pequena e peso zero ao elemento.

As duas primeiras formas apresentam problemas. A primeira requer um grande trabalho de pré-processamento e a segunda conduz a problemas de instabilidade numérica. A terceira forma, apresentada por CHENG & TSUI (1991), consiste em manipular computacionalmente a matriz de rigidez de forma que os nós dos elementos escavados e não pertencentes à face da escavação não influenciem no resultado.

¹ MANA, A.I. (1978) *Finite element analysis of deep excavation behaviour in soft clay*. Ph.D. Thesis, Stanford University.

3.3 - MÉTODOS DIRETOS

Os métodos diretos baseiam-se na idéia de que se é possível simular a ruptura do maciço. Se o maciço tem uma resistência inicial, esta pode ser reduzida a um valor crítico ao qual corresponde um comportamento que indicaria a ruptura, definindo o fator de segurança. Tomando-se um maciço hipotético que tenha fator de segurança conhecido (por exemplo $FS=2$), caso a resistência do maciço seja reduzida de um valor igual ao fator de segurança (dividir por 2) estaria-se na condição de equilíbrio limite ($FS=1$). Não é definida nenhuma superfície de ruptura neste tipo de análise.

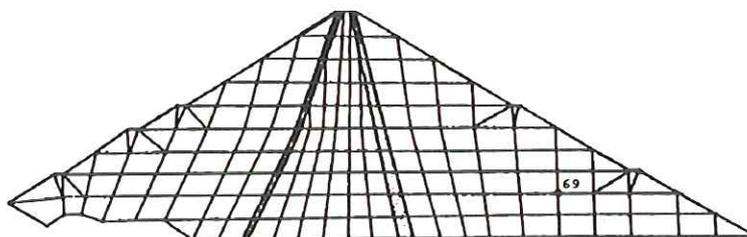
O estudo pelo método direto requer que sejam realizadas várias análises. Em cada uma são adotados parâmetros de resistência iniciais divididos por um fator λ . Aumenta-se o valor de λ até um valor crítico (λ_c) tal que os deslocamentos de um ponto representativo sofram acréscimos muito grandes para um pequeno aumento de λ . O fator de segurança do maciço é dado pelo valor crítico λ_c . É redundante afirmar que este tipo de método só pode ser aplicado utilizando-se análises de comportamento tensão-deformação não-linear.

A Figura 3.4 apresenta o resultado de um estudo realizado para a barragem de Dartmouth por TAN & DONALD (1985). Várias análises foram realizadas, para cada uma foram adotados como parâmetros de resistência c/λ e $\tan\phi/\lambda$. Na Figura 3.4(b) podemos observar os deslocamentos de um ponto representativo para diversas análises, mostrando grandes acréscimos no deslocamento para o fator de redução crítico $\lambda_c=1.92$, definindo assim o $FS=1.92$.

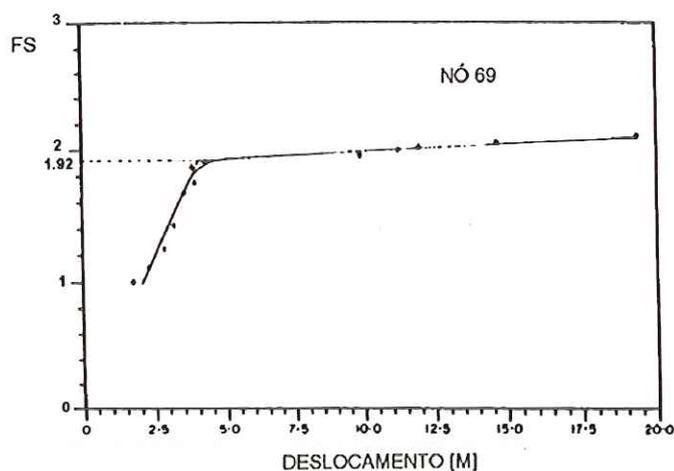
A principal vantagem deste método é que qualquer programa, em que a relação constitutiva inclua um critério de ruptura, pode ser usado para realizar a análise.

Um ponto representativo pode ser compreendido como um ponto pertencente à massa que está rompendo. Entretanto, além da escolha do ponto para a análise, vários fatores (o modelo constitutivo, a malha adotada, o tipo de elemento, o

incremento do valor de λ , o método de representar graficamente λ versus deslocamento) influenciam no resultado obtido para o valor do fator de segurança (DONALD & GIAM, 1988).



(a) malha



(b) deslocamento de ponto representativo

**Figura 3.4 - Estudo da Barragem de Darthmount
(modificado de TAN & DONALD, 1985).**

DONALD & GIAM (1988), aplicando este método, obtiveram para fator de segurança valores próximos aos resultados de métodos de equilíbrio limite convencionais para o talude estudado. Já SHARMA *et al.* (1985) obtiveram na análise de taludes rochosos, valores maiores que os obtidos por métodos convencionais. HUANG *et al.* (1992) utilizaram o método para estudo de taludes de mineração.

3.4 - MÉTODOS DE EQUILÍBRIO LIMITE APERFEIÇADOS

Nestes métodos, o fator de segurança é calculado à semelhança dos métodos de equilíbrio limite tradicionais, só que utilizando-se o campo de tensões originário da análise pelo método dos elementos finitos. Os trabalhos de BROWN & KING (1966), KULHAWY *et al.* (1969) e DUNLOP & DUNCAN (1970) foram pioneiros na abordagem do problema de cálculo de fator de segurança pelo método dos elementos finitos. BROWN & KING (1966) já afirmavam que se podem criar infinitas definições para o fator de segurança no interior de um maciço. ^{TEMOS} Aqui são apresentadas três definições de fator de segurança global para um talude, sendo que a segunda é a mais utilizada. ^{NO} No apêndice 4 de estar

FOLHA

Inicialmente, definir-se-á o fator de segurança local. Conhecendo-se o estado de tensões em um ponto de um maciço, pode-se construir o círculo de Mohr representativo do estado de tensão mobilizado. Conhecendo-se os parâmetros de resistência do material é possível definir a tensão desviatória que levaria a atender o critério de ruptura, admitindo que a tensão principal menor fique constante (Figura 3.5). ^{NO} O fator de segurança para aquele ponto é dado pela razão entre o diâmetro do círculo de ruptura e o diâmetro do estado de tensões mobilizado. Assim:

DIVU

$$FS_{local} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_m} \quad (3.1)$$

FOLHA

A definição do fator de segurança local como apresentado refere-se a uma situação de carregamento. É possível definir um fator de segurança para uma situação de descarregamento. Aplicações neste sentido não são conhecidas por este autor.

Construindo um mapa com os contornos de fator de segurança pode-se ter uma boa noção das regiões mais e menos solicitadas do maciço, o que entretanto, não define a segurança do maciço de forma global (Figura 3.6). Para definir o fator de segurança de forma global, adota-se uma superfície potencial de ruptura e calcular-se o fator de segurança ao longo desta.

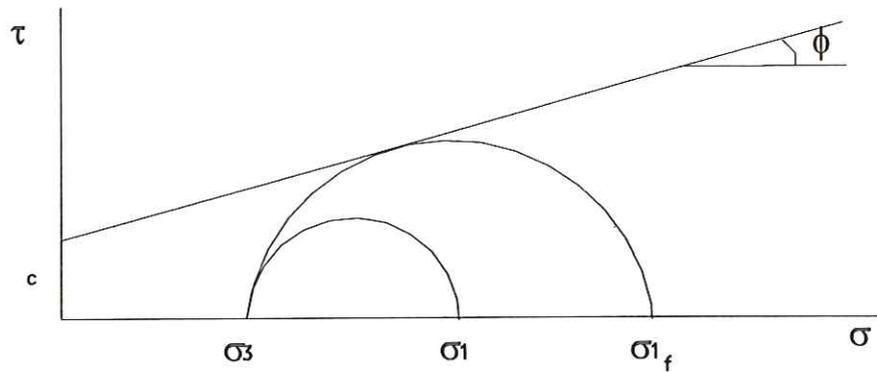


Figura 3.5 - Círculos de Mohr dos estados de tensão atuante e de ruptura.

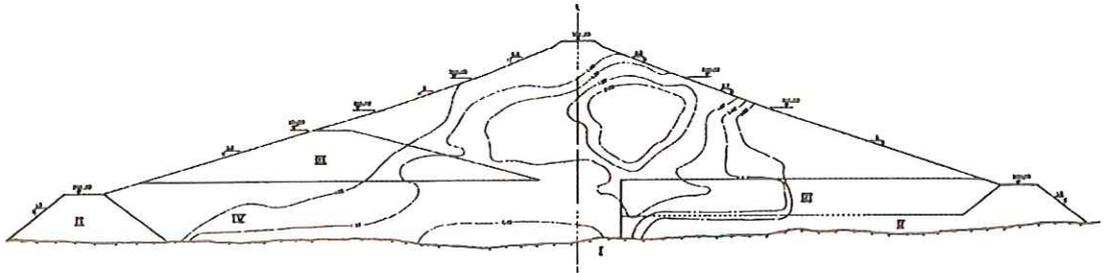


Figura 3.6 - Contornos de igual fator de segurança no maciço da barragem de Ilha Solteira (CELESTINO & WATANABE, 1973).

3.4.1 - Primeira definição (FS1)

Definindo o nível de tensão (^{nos} *stress level*) como o ^{produto} inverso do fator de segurança local, tem-se a primeira definição do fator de segurança global que é dada como a média dos níveis de tensão local ao longo de uma superfície potencial de ruptura. Assim:

$$FS1 = \frac{\sum[\Delta L]}{\sum \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_m}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \Delta L \right]} \quad (3.2)$$

onde ΔL são segmentos da superfície considerada. Esta definição de fator de segurança foi aplicada, dentre outros, por ZIENKIEWICZ *et al.* (1975) e por KOHGO & YAMASHITA (1988).

— FOLHA —

Seguindo esta definição de fator de segurança, admite-se que a ruptura se dá pelo plano de maior sollicitação ($45^\circ + \phi/2$ em relação às tensões principais). NAYLOR (1982) critica duramente esta definição. O plano de maior sollicitação não necessariamente coincide com o plano da superfície que está sendo estudada. Em outras palavras, admite-se que a ruptura ocorre em uma superfície tipo “dente de serra”. Caberia o questionamento: existe no campo uma “superfície” de ruptura claramente definida? ou ter-se-á uma região do maciço que está muito mais sollicitada?

3.4.2 - Segunda definição (FS2)

A segunda definição de fator de segurança considera a resistência ao cisalhamento e as tensões cisalhantes ao longo de planos tangentes a pontos da superfície potencial de ruptura.

Pode-se definir o nível de segurança local, para um ponto pertencente a uma dada superfície, como a razão entre a resistência ao cisalhamento e a tensão cisalhante atuante naquele plano. A resistência ao cisalhamento é dada pelo critério de Mohr-Coulomb, para a tensão normal atuante no ponto, naquele plano (Figura 3.7).

A grandeza nível de segurança local não está associada apenas à posição do ponto estudado, mas também à inclinação do plano da superfície. A Figura 3.7 ilustra a definição de nível de segurança local, para um plano estudado inclinado de θ em relação ao eixo da tensão principal menor.

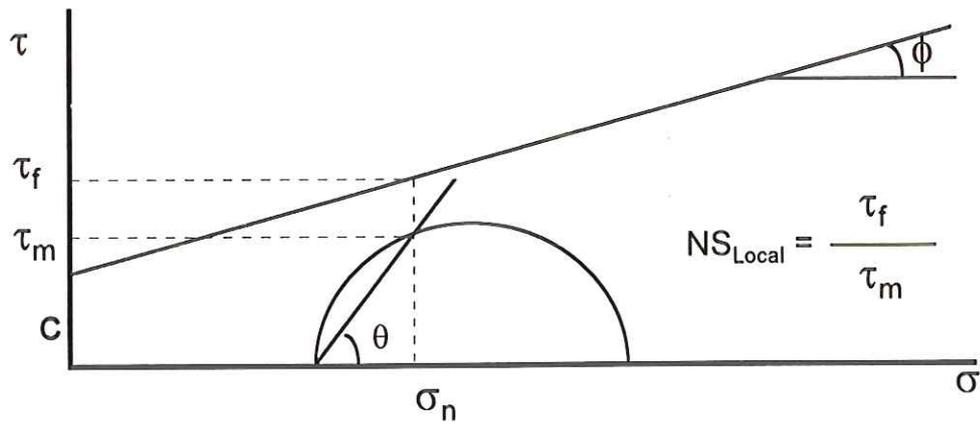


Figura 3.7 - Definição do nível de segurança local.

Em um estudo em duas dimensões, sendo o estado de tensões em um dado ponto, definido por σ_x , σ_y , τ_{xy} , e sendo α a inclinação do plano de ruptura, as tensões normal (σ_n) e cisalhante (τ_n) atuando neste plano são dadas por:

$$\sigma_n = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (3.3),$$

e,

$$\tau_n = 0.5(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (3.4).$$

A resistência ao cisalhamento neste plano, pelo critério de Mohr-Coulomb, é dada por:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \phi \quad (3.5).$$

Assim, pode-se definir o fator de segurança ao longo da superfície de ruptura como:

$$FS2 = \frac{\sum [(c + \sigma_n \tan \phi) \Delta L]}{\sum [\tau_n \Delta L]} \quad (3.6).$$

Note-se que a segunda definição do fator de segurança global não é simplesmente a média dos níveis de segurança locais, mas sim, a razão entre a integral da resistência ao cisalhamento e a integral das solicitações.

Esta definição de fator de segurança é a mais utilizada. Como exemplo podemos citar os trabalhos de ZOU *et al.* (1995), RAHMAN (1990) MATSUI & SAN (1990) e YAMAGAMI & UETA (1988).

Segundo ADIKARI & CUMMINS (1985) as duas formas anteriormente apresentados, nas eqs. 3.2 e 3.6, foram propostas por KULHAWY *et al.* (1969).

3.4.3 - Terceira definição (FS3)

Uma terceira forma de calcular o fator de segurança foi proposta por ADIKARI & CUMMINS (1985). Esta pode ser considerada como uma ponderação das duas anteriores. O fator de segurança é dado pela expressão:

$$FS3 = \frac{\sum[(c + \sigma_n \tan \phi) \Delta L]}{\sum \left\{ \left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_m}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right) (c + \sigma_n \tan \phi) \Delta L \right\}} \quad (3.7).$$

3.4.4 - Sobre o cálculo do fator de segurança

Para computar o fator de segurança ao longo de uma superfície é necessário conhecer o estado de tensões em um ponto qualquer no interior do maciço. Lembrando-se que os programas de elementos finitos usualmente apresentam as tensões apenas em alguns pontos singulares, é necessário interpolar as tensões para um ponto genérico. Segundo FARIAS (1994), realizar esta interpolação, com rigor matemático, envolve três problemas básicos:

- a) identificação do elemento que contém um ponto genérico,
- b) determinação das coordenadas locais deste ponto e
- c) interpolação das tensões para este ponto.

HUA (1990) apresenta uma formulação analítica para o problema de transformação de coordenadas globais em coordenadas locais de elementos isoparamétricos quadriláteros. FARIAS (1993) propôs um método iterativo para determinação das coordenadas locais de um ponto pertencente a um elemento.

As técnicas para encontrar a superfície crítica podem ser reunidas em:

- a) identificação visual a partir do mapa de fator de segurança local (e.g. FARIAS, 1993);
- b) a utilização de algoritmos de busca tradicionais (e.g. ZOU *et al.*, 1995) e
- c) o desenvolvimento de algoritmos de busca específicos (e.g. DONALD, 1994; GIAM & DONALD, 1988 e BROWN & KING, 1966).

Em uma análise com um modelo constitutivo que inclua um critério de ruptura, espera-se que o resultado da análise apresente em todos os pontos estados de tensão inferiores ou no máximo atendendo ao critério de ruptura. Daí, pode-se esperar que, em uma análise com um modelo constitutivo que inclua um critério de ruptura (aqui denominada de análise não linear), os fatores de segurança locais sejam sempre superiores ou iguais à unidade, para taludes estáveis. Desta expectativa, obviamente, excluem-se os erros numéricos.

Dado que em uma análise elástica linear o comportamento tensão-deformação não tenha compromisso algum com um critério de ruptura, os estados de tensão obtidos podem violar os critérios de ruptura. Daí, em uma análise elástica linear os valores de fator de segurança local podem ser inferiores à unidade.

A análise elástica linear apresenta uma configuração de fatores de segurança locais que não representa as regiões mais solicitadas do maciço tão bem como na

análise não linear. Entretanto, pode-se esperar que os valores do fator de segurança médios para uma dada superfície potencial de ruptura sejam semelhantes em uma análise elástica linear e em uma análise não linear.

Tome-se uma situação onde a resistência a ruptura não seja função da tensão confinante, como ilustrada na Figura 3.8. Na análise linear o critério de ruptura seria violado em parte da superfície de ruptura. Já na análise não linear, na região onde na análise linear o critério seria violado os estados de tensões estariam atendendo ao critério de ruptura e em outras regiões da referida superfície as tensões atuantes seriam diferentes das obtidas pela análise linear.

Poder-se-ia esperar que as integrais da curva de sollicitação, tanto para a análise elástica linear quanto para a análise não linear apresentem valores próximos, o que levaria, pela eq. 3.6, a valores próximos para o fator de segurança calculado por ambas as análises.

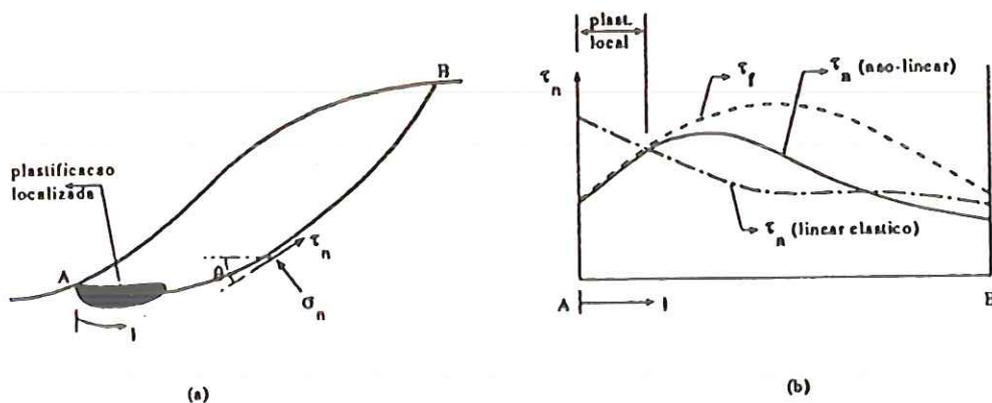


Figura 3.8 - Tensões cisalhantes e resistência ao longo de uma superfície potencial de ruptura em uma análise elástico linear e análise não linear (FARIAS, 1994).

3.5 - OUTRAS CONTRIBUIÇÕES

Vários autores têm utilizado o campo de tensões obtido por análises pelo métodos dos elementos finitos para estudo de soluções de estabilização. Como exemplo podem-se citar os trabalhos de: TSUBOUCHI *et al.* (1988), que estudaram um talude com e sem ancoragem; NAGAO *et al.* (1988), que estudaram taludes reforçados com barras de aço; MYLLEVILLE & ROWE (1988), que modelaram um aterro sobre solo mole reforçado com tiras de aço e TRIGO (1990), que estudou o comportamento de cortinas atirantadas.

Embora o presente estudo refira-se ao método dos elementos finitos, os conceitos aqui apresentados podem ser aplicados em análises por diferenças finitas ou elementos de contorno.

VENTURINI (1983), utilizando o método dos elementos de contorno, embora não definindo formalmente um fator de segurança, apresenta um estudo de dois taludes, pelo que aqui foi denominado método direto.

ROJAS (1995) realiza o estudo de um talude de escavação por diferenças finitas, utilizando a aqui denominada segunda definição do fator de segurança (FS2). Para uma situação de k_o unitário, os resultados comparados com o resultado do método de Bishop simplificado indicam este último como conservador. A diferença nos resultados mostra-se menor para fatores de segurança mais próximos à unidade.

YONG *et al.* (1982) estudaram o comportamento de um talude não-saturado com o seu umedecimento. O modelo de infiltração admitia que o umedecimento ocorria por camadas, as quais, com o avanço da frente de infiltração, tinham sua resistência alteradas de acordo com aquela umidade. A região plastificada foi comparada com os círculos do método de Bishop para análises com resistência de pico e residual.

KAWAMOTO *et al.* (1989) aplicaram a teoria de localização para determinar a ruptura de taludes. Os autores utilizaram um modelo elasto-plástico com malha de elementos finitos auto-adaptativas.

DOLEZALOVA (1990) realizou análises tridimensionais de estabilidade em uma mineração. A Figura 3.9 apresenta os resultados em termos de fator de segurança local, onde $S=FS$.

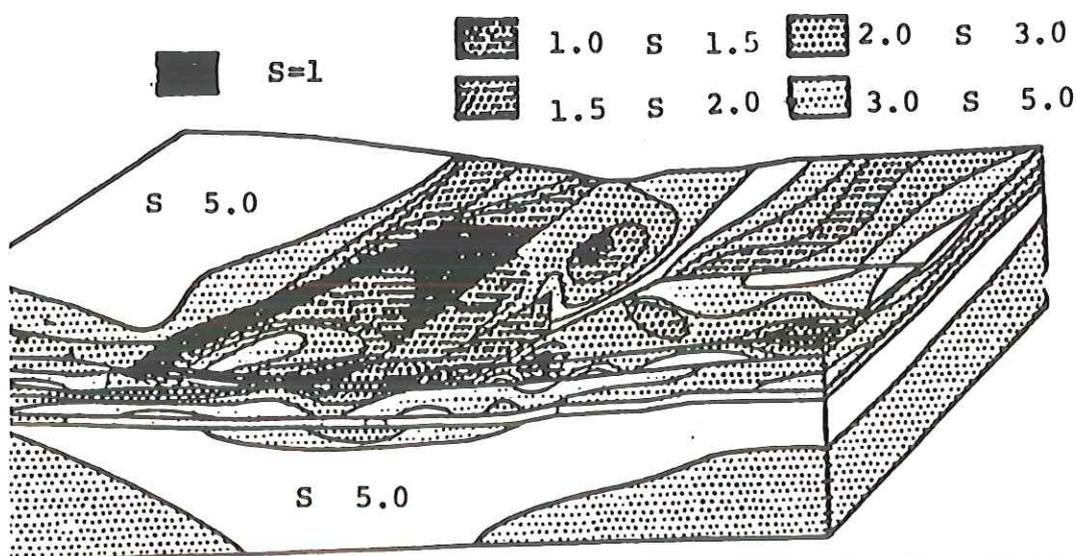


Figura 3.9 - Modelagem tridimensional de fatores de segurança local (Apud DOLEZALOVA, 1990).

HUANG & YAMASAKI (1993) realizaram análises de maciços por um método de equilíbrio limite aperfeiçoado, apresentando a definição do fator de segurança de forma um pouco diferente das aqui expostas. Os resultados obtidos foram coerentes com os obtidos por métodos de equilíbrio limite convencionais.

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são descritos os principais elementos dos programas que foram utilizados na realização deste trabalho. Dentre os programas, dois foram modificados ou desenvolvidos exclusivamente para este trabalho: o programa de análise por elementos finitos e o de pós-processamento. O programa de análise pelo método dos elementos finitos utilizado foi implementado em micro-computador pessoal a partir de um programa fonte, escrito em Fortran, apresentado por BRITTO & GUNN (1987) no qual foram implementadas modificações.

O programa de pós-processamento foi escrito pelo autor. Para seu desenvolvimento, foi rascunhada uma estratégia de programação orientada a objeto (poo), a qual não foi totalmente seguida, e mesclada com uma estratégia de programação procedural estruturada, resultando em um programa que pode ser classificado como pseudo-orientado a objetos. Para a implementação deste programa foi utilizada a linguagem Pascal.

Um terceiro sistema foi utilizado para validar e complementar as análises aqui realizadas. Trata-se dos programas SIGMA/W (GEO-SLOPE International Ltd., 1995a) e SLOPE/W (GEO-SLOPE International Ltd., 1995b).

Neste capítulo, são apresentadas as principais modificações implementadas e estratégias de programação utilizadas para confecção dos programas que foram

utilizados neste trabalho. Todo o trabalho realizado foi desenvolvido em micro-computadores pessoais pelo fato de ser cada vez mais comum a disponibilidade de um destes equipamentos para o trabalho prático do engenheiro.

4.2 - PROGRAMA DE ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

4.2.1 - Descrição geral

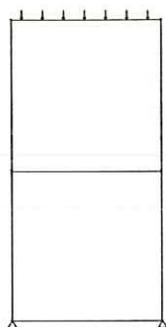
O programa de elementos finitos utilizado teve sua origem em modificações realizadas no programa apresentado por BRITTO & GUNN (1987). Este programa, denominado CRISP, foi desenvolvido na Universidade de Cambridge para realização de análises geotécnicas, podendo simular escavações, aterros, carregamentos diversos, além de poder considerar condições iniciais de tensões geostáticas. As opções de análise são: elástico linear (considerando anisotropia de deformabilidade ou variação da deformabilidade com a profundidade) e análise elasto-plástica utilizando os modelos de estados críticos CAM-CLAY e CAM-CLAY modificado (ver e.g. WOOD, 1990 ou ORTIGÃO, 1993). A análise não linear é realizada através de um algoritmo incremental que, em termos matemáticos, pode ser interpretado como o método de Euler para solução de equações diferenciais. O programa apresenta ainda a opção de considerar o estudo de adensamento acoplado, a qual não foi aqui utilizada.

O programa foi escrito utilizando a linguagem Fortran versão IV (Fortran 66) no intuito de manter a compatibilidade com o maior número possível de máquinas, utilizando apenas o recurso da versão 77 de leitura de dados não formatada. Toda a estrutura do programa foi desenvolvida objetivando a implementação de novos modelos constitutivos e novos tipos de elementos, e a adaptação a qualquer tipo de compilador Fortran com modificações mínimas. O programa utiliza uma estratégia de alocação de memória dita pelos autores como pseudo-dinâmica. Trata-se de definir um único vetor onde todas as variáveis são guardadas. O tamanho deste vetor é definido no programa principal, bastando alterar duas declarações no mesmo para alterar toda a capacidade do programa.

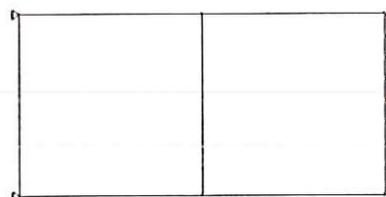
As principais modificações realizadas no programa foram a implementação de um outro tipo de elemento (elemento isoparamétrico quadrático de oito nós) e a implementação de um outro modelo constitutivo, de relação tensão-deformação hiperbólica, uma variação do modelo de DUNCAN & CHANG (1970). A opção por este modelo deve-se ao fato deste ser bastante conhecido, de formulação relativamente simples e cujos parâmetros são de fácil compreensão pelo engenheiro geotécnico. A seguir, são apresentados testes realizados no programa além da formulação do modelo implementado.

4.2.2 - Testes para a análise elástica linear

Para validar a análise elástica linear, dois testes principais foram realizados. O primeiro foi a simulação de uma barra com carregamento axial e o segundo, a simulação de um tubo de parede espessa sob a ação de carga externa.



(a) Barra na vertical



(b) Barra na horizontal

Figura 4.1 - Malhas usadas no teste de uma barra com carregamento uniaxial.

As malhas utilizadas para simulação da barra com carregamento axial são apresentadas na Figura 4.1. O mesmo teste foi realizado carregando a barra na vertical e na horizontal. Em ambos os casos, o valor do deslocamento obtido para os nós da face carregada coincidiram com o valor teórico em 5 algarismos significativos.

No teste do tubo de parede espessa com carregamento externo, foram feitas comparações em termos de tensões. Pode-se demonstrar que um tubo de parede espessa, de comportamento elástico linear, de raio interno a e raio externo b submetido a uma sollicitação externa de compressão com valor Pe , tem suas tensões principais maior e menor coincidentes com as tensões tangencial σ_t e normal σ_n respectivamente. Neste caso a distribuição de tensões pode ser expressa, em função do raio r , pelas seguintes relações:

$$\sigma_t = \frac{Pe}{\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (4.1)$$

$$\sigma_n = \frac{Pe}{\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \quad (4.2)$$

Na figura 4.2 é apresentada a malha utilizada no teste do tubo de parede espessa. Nas figuras 4.3 e 4.4 são apresentados os valores das tensões obtidos nos pontos de integração e comparados com os resultados das eqs. 4.1 e 4.2. Pode-se verificar que o resultado obtido apresentou uma boa concordância com os valores teóricos. O erro médio para as tensões tangenciais foi inferior a 1% e o erro médio para as tensões normais foi da ordem de 3%.

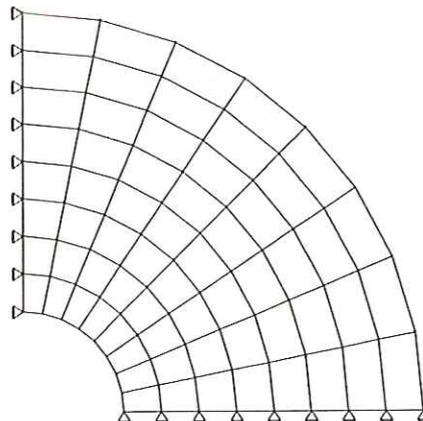


Figura 4.2 - Malha utilizada no teste do tubo de parede espessa.

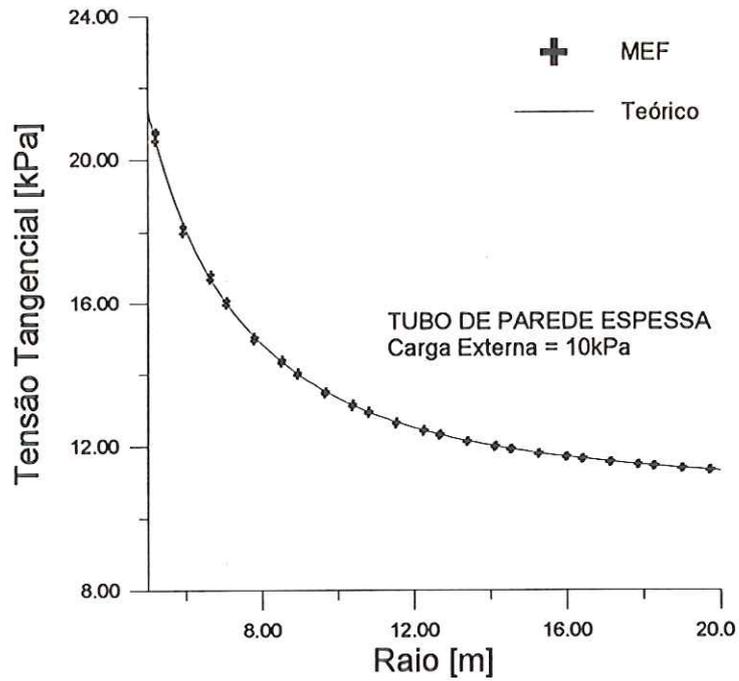


Figura 4.3 - Tensão Tangencial em função do raio.
Comparação do resultado teórico com o resultado numérico .

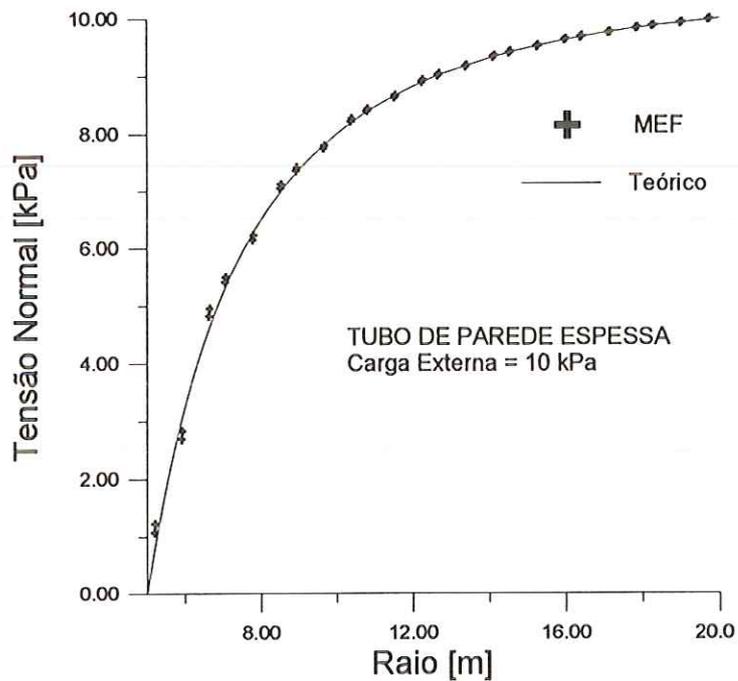


Figura 4.4 - Tensão Normal em função do raio.
Comparação do resultado teórico com o resultado numérico .

4.2.3 - Modelo elástico não linear implementado

O modelo implementado admite que a relação tensão-deformação do solo pode ser representada por uma hipérbole (KONDNER & ZELASKO, 1963; e KONDNER, 1963). Assim:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (4.3),$$

onde σ_1 e σ_3 são, respectivamente, as tensões principais maior e menor, ε , a deformação; a e b , parâmetros da curva.

A primeira derivada da eq. 4.3 fornece o valor do módulo de elasticidade tangente em função da deformação ou seja:

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon} = \frac{a}{(a + b\varepsilon)^2} \quad (4.4).$$

Para $\varepsilon=0$ tem-se o módulo de elasticidade tangente inicial $E_i = 1/a$. Calculando-se o limite de ε tendendo ao infinito verificamos que $(\sigma_1 - \sigma_3)$ tende ao valor de $1/b$, que representa a tensão de ruptura. Os significados dos parâmetros a e b são ilustrados na Figura 4.5

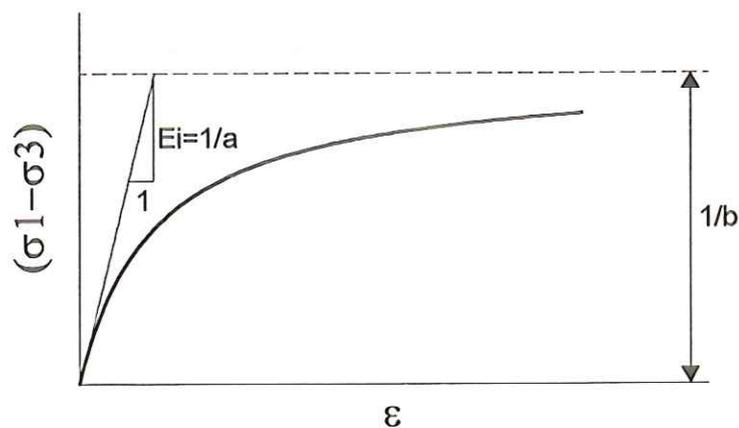


Figura 4.5 - Representação hiperbólica da curva tensão-deformação.

O módulo de elasticidade inicial é admitido como uma função da tensão principal menor (σ_3) e dado por uma expressão do tipo:

$$E_i = KP_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (4.5),$$

onde P_a é uma tensão de normalização usualmente tomada como a pressão atmosférica, K e n são constantes que podem ser obtidas de resultados de ensaios triaxiais convencionais, elaborando-se um gráfico do módulo de elasticidade inicial em função da tensão confinante em uma escala logarítmica (ver, por exemplo KULHAWY *et al.*, 1969). Por questões numéricas, uma pequena modificação da eq. 4.5 foi implementada no programa: para valores positivos de σ_3 e inferiores a 1kPa o valor do módulo de elasticidade é adotado igual a K multiplicado por P_a .

A tensão de ruptura, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, como função da tensão principal menor (σ_3), utilizando-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, é dada pela eq. 4.6.

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)}{1 - \sin \phi} \quad (4.6),$$

onde c é a coesão e ϕ o ângulo de atrito do solo.

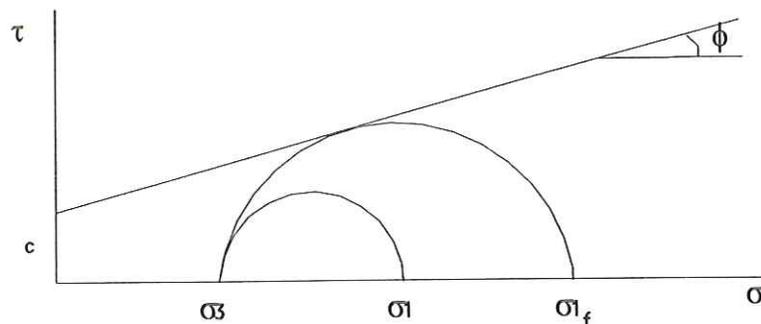


Figura 4.6 - Círculos de Mohr mobilizado e de ruptura para um dado σ_3 .

Por ser mais simples para implementação computacional, a eq. 4.4 pode ser reescrita em termos de tensão. Isolando-se o valor de ε na eq. 4.3 e substituindo-o na eq. 4.4 obtém-se:

$$E_t = [1 - b(\sigma_1 - \sigma_3)]^2 \frac{1}{a} \quad (4.7)$$

ou

$$E_t = \left[1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2 E_i \quad (4.8)$$

Pelas equações acima descritas, pode-se caracterizar o comportamento tensão-deformação do solo em termos de cinco parâmetros: K , n e o coeficiente de Poisson ν (admitido como constante) que caracterizam a deformabilidade do material e c e ϕ que caracterizam a resistência do material.

4.2.4 - Testes do modelo implementado

O modelo descrito acima foi implementado no programa que trabalha com um algoritmo incremental. Para testar a implementação do modelo, foram realizadas simulações de ensaios triaxiais convencionais variando os parâmetros de resistência do solo e a tensão confinante, objetivando englobar uma faixa de casos possíveis. Os resultados para todos os testes foram semelhantes e considerados satisfatórios.

A malha utilizada é apresentada na figura 4.7. A análise foi realizada admitindo-se uma situação de axissimetria. Para ilustrar os resultados obtidos, podemos observar, na figura 4.8, uma comparação entre o resultado numérico, simulado em 20 incrementos, e o resultado teórico para o caso de $c=5$, $\phi=0$, $E=3 \times 10^3$, $n=0$ e tensão confinante=0.

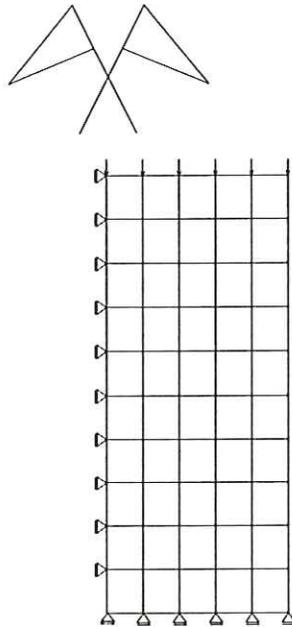


Figura 4.7 - Malha utilizada na simulação dos ensaios triaxiais convencionais.

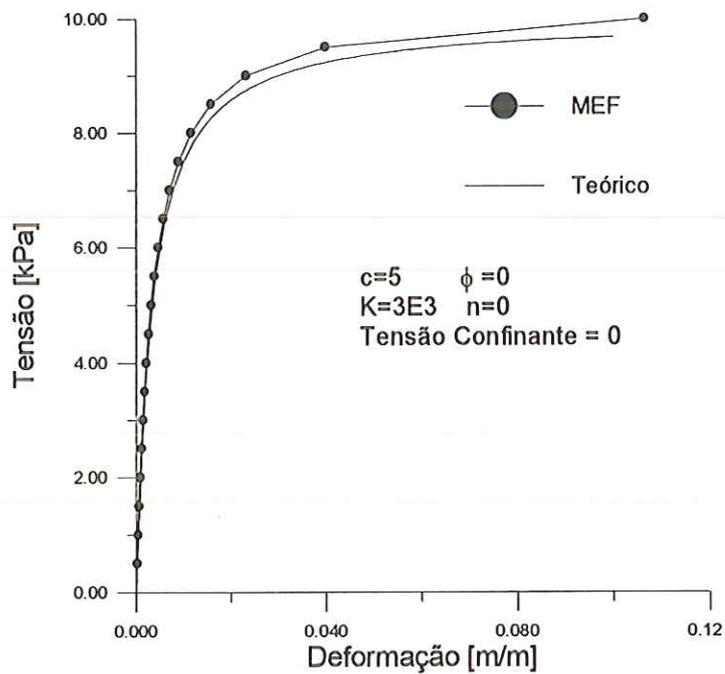


Figura 4.8 - Curva tensão-deformação. Comparação entre os resultados teórico e numérico .

4.3 - PROGRAMA DE PÓS-PROCESSAMENTO

4.3.1 - Descrição geral

Uma análise por elementos finitos gera como resultados uma grande quantidade de informações. Para permitir a visualização dos resultados, em termos de tensão e de deslocamento, foi desenvolvido um programa de pós-processamento que foi denominado FS (Fator de Segurança). O programa foi escrito na linguagem Pascal, e o compilador utilizado foi o Borland Pascal 7.0. Várias rotinas gráficas foram adaptadas de WEISKAMP & HEINY(1992).

A Figura 4.9 apresenta a tela de interface do programa FS. Pode-se notar que o usuário tem como opções leitura: de arquivo, visualização da malha, visualização do campo de deslocamentos, visualização da distribuição espacial dos componentes do tensor de tensões e tensões principais, distribuição de pressão neutra, cálculo de fator de segurança ao longo de um círculo ou uma poligonal qualquer e saída do programa.

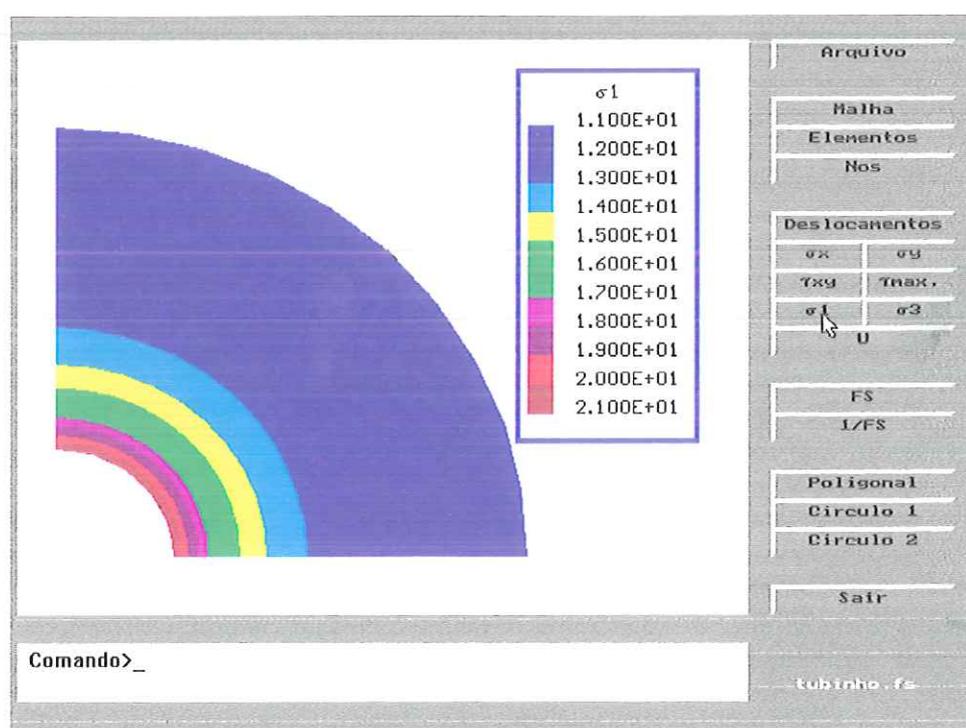


Figura 4.9 - Tela de interface do programa FS.

Pode-se observar, na Figura 4.9, três regiões distintas da tela: a primeira é a região onde são apresentados os resultados, a segunda é uma linha de comando que está abaixo da primeira região e uma terceira região onde são apresentados botões que ao serem acionados através do cursor realizam uma das funções do programa. O programa utiliza como recurso de interface o 'mouse'. Caso não exista este dispositivo, ele pode ser emulado através das teclas de navegação.

A entrada de dados do programa desenvolvido é o próprio arquivo de saída do programa de análise por elementos finitos, com algumas modificações. Entretanto, o programa FS pode ser usado para visualizar os resultados de outros programas de elementos finitos, desde que os arquivos de saídas destes sejam em escritos em padrão ASCII, e seu formato seja adaptado ao do programa FS. Isto caracteriza o pós-processador desenvolvido como semi-genérico.

A visualização da distribuição espacial dos componentes do tensor de tensões é feita através de uma escala de cores. A visualização pode ser feita colorindo apenas os pontos de integração ou colorindo todo o domínio. No caso de se colorir todo o domínio, os componentes do tensor de tensão são interpolados, dentro de cada elemento, segundo a técnica que será apresentada a seguir.

4.3.1 - A interpolação das tensões

Segundo FARIAS (1994), a interpolação das tensões no interior de um elemento finito envolve três problemas básicos: (a) a identificação do elemento que contém um ponto genérico, (b) determinação das coordenadas locais deste e (c) interpolação das tensões para este ponto.

Para a identificação do elemento que contém o ponto genérico foi utilizada a subrotina de ponto no polígono apresentada por YAMAMOTO & BRAGHIN (1992). O algoritmo da subrotina admite que um ponto pertence a um polígono se a soma dos ângulos que este ponto forma com os vértices do polígono é igual a 360 graus.

Visando manter a generalidade do pós-processador, optou-se por realizar a interpolação das tensões utilizando uma estratégia aproximada, que necessita apenas conhecer os valores das tensões nos pontos de integração. Assim pode-se utilizar o programa para visualizar as tensões geradas por outros programas, mesmo que não se tenha acesso ao código fonte. Admite-se que cada componente do tensor de tensões (σ_{xx}) varie localmente com as coordenadas globais (x, y) segundo uma superfície do tipo:

$$\sigma_{xx} = a + bx + cy \quad (4.9).$$

Para determinar os valores de a , b e c , para cada componente de tensão, dentro de cada elemento, utiliza-se o método dos mínimos quadrados. Tendo n pontos (n é igual ao número de pontos de integração do elemento estudado) a soma dos quadrados do erro pode ser escrita da seguinte forma:

$$M = \sum_{i=1}^n (\sigma_{xx} - a - bx - cy)^2 \quad (4.10),$$

onde σ_{xx} é o valor da componente do tensor de tensões. Para minimizar o erro, derivamos a eq.4.10 em função de a , b e c , assim obtemos:

$$\frac{\partial M}{\partial a} = \sum_{i=1}^n 2(\sigma_{xx} - a - bx - cy)(-1) = 0 \quad (4.11),$$

$$\frac{\partial M}{\partial b} = \sum_{i=1}^n 2(\sigma_{xx} - a - bx - cy)(-x) = 0 \quad (4.12),$$

$$\frac{\partial M}{\partial c} = \sum_{i=1}^n 2(\sigma_{xx} - a - bx - cy)(-y) = 0 \quad (4.13).$$

As eqs. 4.11, 4.12 e 4.13 podem ser reagrupadas em forma matricial, montando-se um sistema do qual os valores de a , b e c são as raízes:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x & \sum_{i=1}^n y \\ \sum_{i=1}^n x & \sum_{i=1}^n x^2 & \sum_{i=1}^n xy \\ \sum_{i=1}^n y & \sum_{i=1}^n xy & \sum_{i=1}^n y^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n \sigma_{xx} \\ \sum_{i=1}^n xz \\ \sum_{i=1}^n yz \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Esta forma de interpolação das tensões é uma simplificação aproximada cujos resultados melhoram conforme o refinamento da malha. Pode-se detectar facilmente a necessidade de refinar a malha observando-se o desenho obtido no programa. Quando a opção de interpolação é utilizada, os pontos de integração são coloridos sobre os valores interpolados.

4.3.2 - Teste da interpolação das tensões

Para testar a técnica de interpolação aqui apresentada, foram utilizados programas comerciais que interpolam as tensões para o cálculo do fator de segurança de maneira rigorosa: SIGMA/W (GEO-SLOPE International Ltd., 1995a) e SLOPE/W (GEO-SLOPE International Ltd., 1995b). A comparação foi realizada em termos das componentes normal e cisalhante obtidas ao longo de uma superfície de ruptura.

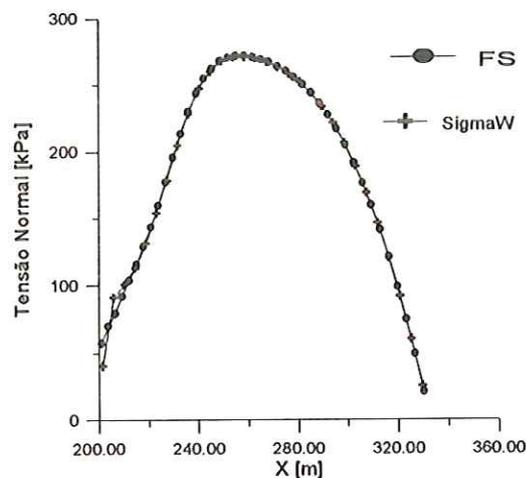


Figura 4.10 - Comparação da tensão normal obtida pelos dois programas.

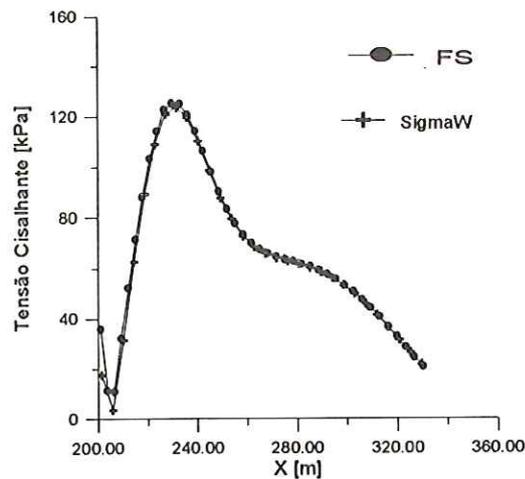


Figura 4.11 - Comparação da tensão cisalhante obtida pelos dois programas.

As figuras 4.10 e 4.11 apresentam as tensões normais e cisalhantes para o círculo em um material da barragem de Ilha Solteira, estudado no capítulo 5. Pode-se observar que a técnica aproximada aqui utilizada produz resultados bastante satisfatórios.

4.3.3 - O cálculo do fator de segurança

As opções de colorir os mapas de fator de segurança são realizadas interpolando-se cada uma das componentes do tensor de tensões, calculando-se a tensão desviadora $(\sigma_1 - \sigma_3)$ e calculando a tensão de ruptura através da eq. 4.6. O fator de segurança local é dado por:

$$FS_{local} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_m} \quad (4.15)$$

O nível de tensões $(1/FS)$ também pode ser apresentado. Esta grandeza, em uma análise não-linear, varia teoricamente entre 0 e 1, sendo que um ponto com nível de tensão igual a um está plastificando.

O cálculo do fator de segurança ao longo de uma linha pode ser feito para o fator de segurança do tipo FS1 ou do tipo FS2. O tipo FS1 é apenas a média dos valores calculados pela eq. 4.15 ao longo de qualquer superfície. O tipo FS2 é a integral da resistência ao cisalhamento dividida pelas integral das tensões cisalhantes ao longo da superfície de ruptura e leva em conta a inclinação da superfície. Para um trecho de inclinação α as tensões normal (σ_n) e cisalhante (τ_n) atuantes são calculadas pelas relações:

$$\sigma_n = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \quad (4.16),$$

$$\tau_n = 0.5(\sigma_y - \sigma_x) \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad (4.17).$$

A resistência ao cisalhamento no ponto é dada pelo critério de Mohr-Coulomb:

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \phi \quad (4.18).$$

CAPÍTULO 5

ESTUDOS

DA BARRAGEM DE ILHA SOLTEIRA E

DO ATERRO DO SARAPUÍ

5.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, as técnicas, anteriormente descritas, de análise de estabilidade utilizando o método dos elementos finitos são aplicadas para o estudo de casos reais. Comparações com os resultados obtidos por métodos de equilíbrio limite convencionais também são realizadas. Tais comparações visam a verificar as hipóteses simplificadoras nas quais os métodos de equilíbrio limite convencionais se baseiam.

Dois taludes reais foram selecionados para o estudo de aplicação do método dos elementos finitos à análise de estabilidade de taludes. O primeiro talude analisado é uma seção da barragem de terra da usina hidroelétrica de Ilha Solteira. Esta obra foi construída na década de 1970 para a CESP (Centrais Elétricas de São Paulo S.A.) e não apresentou problemas relativos à ruptura. Neste caso, pretende-se estudar um maciço de fator de segurança alto.

O outro talude estudado é o de um aterro experimental sobre uma argila mole, levado até a ruptura, que foi construído próximo ao Rio Sarapuí. Este experimento foi realizado também na década de 1970 pelo IPR (Instituto de Pesquisas Rodoviárias) conjuntamente com a COPPE-UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro).

5.2 - ESTUDO DA BARRAGEM DE ILHA SOLTEIRA

5.2.1 - Descrição geral

A seção da barragem de Ilha Solteira foi adaptada do trabalho de CELESTINO & WATANABE (1973), os quais estudaram principalmente a influência da substituição, no corpo da barragem, de uma argila arenosa, especificada no projeto original por um cascalho argiloso (zona 5 da Figura 5.1). Dado que o cascalho argiloso possuía uma rigidez maior que a argila arenosa, temia-se que as concentrações de tensão decorrentes deste contraste de rigidez resultasse em problemas para a obra.

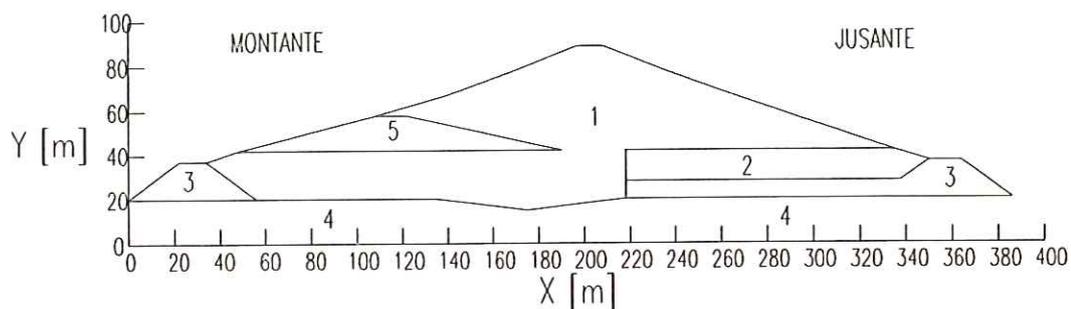


Figura 5.1 - Seção da Barragem de Ilha Solteira
(modificado de CELESTINO & WATANABE, 1973).

Tabela 5.1 - Propriedades dos materiais da Barragem de Ilha Solteira
(modificado de CELESTINO & WATANABE, 1973).

Zonas	Descrição	E [MPa]	γ [kN/m ³]	ν	c [kPa]	ϕ [°]	r_u
1	Argila Arenosa	25	21	0.35	20	27	0.05
2 e 5	Cascalho Argiloso	50	22	0.30	20	32	0.05
3	Enrocamento	300	22	0.30	0	40	-
4	Basalto	15 000	25	0.25	200 000	30	-

Um aspecto a ser destacado é que CELESTINO & WATANABE (1973) já definiam os fatores de segurança locais no corpo da barragem. Pode-se constatar, no referido trabalho, as diferenças do resultado de uma análise tridimensional comparada com uma análise considerando um estado plano de deformações.

No presente trabalho, são apresentados estudos de estabilidade do talude de jusante da barragem para a condição de fim de construção. Foram realizadas análises por métodos de equilíbrio limite aperfeiçoado e por métodos diretos. A malha utilizada em todas as análises foi composta por 2655 pontos nodais e 1272 elementos triangulares de seis nós (Figura 5.2).

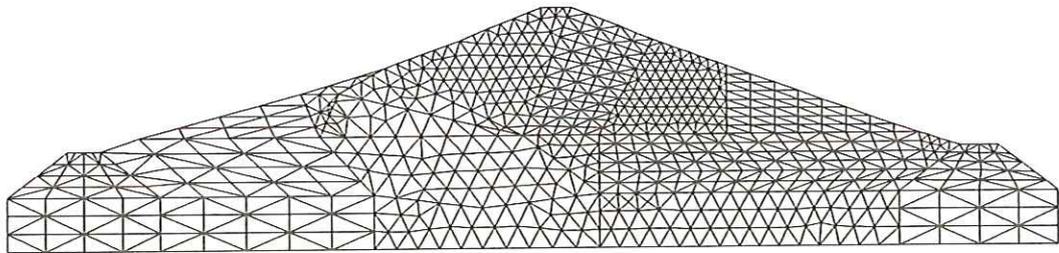


Figura 5.2 - Malha de elementos finitos utilizada nas análises.

Nas análises por equilíbrio limite aperfeiçoado as pressões neutras no período de pós-construção foram estimadas utilizando-se o coeficiente de pressão neutra, r_u . Adotou-se a definição de r_u como a pressão neutra dividida pela tensão principal maior. Os valores de r_u foram admitidos como constantes e são apresentados na Tabela 5.1. Nas análises por elementos finitos o efeito da pressão neutra não foi diretamente incorporada nas relações constitutivas. A influência da pressão neutra só foi explicitamente levada em conta por ocasião do cálculo do fator de segurança.

Nas análises pelos métodos de equilíbrio limite aperfeiçoado buscou-se verificar a influência da presença de materiais de diferentes rigidezes. Para tanto realizaram-se análises com os parâmetros apresentados na Tabela 5.1 que foram contrastadas com análises onde o cascalho argiloso foi admitido cinco vezes mais rígido ($E = 250$ MPa). Estas análises são referenciadas no texto como análise com parâmetros originais e análise de contraste de rigidez, respectivamente.

Estudos comparativos foram realizados para duas superfícies potenciais de ruptura circulares. A primeira superfície atravessa apenas um material e a segunda passa por dois materiais diferentes. Busca-se, por estas análises, identificar padrões de comportamento em termos de distribuição e continuidade dos esforços ao longo de uma superfície potencial de ruptura. Estes círculos são referenciados no texto como círculo em material único e círculo em dois materiais.

Em todas as situações, foram realizadas análises elásticas lineares e elásticas não lineares (modelo hiperbólico). Em todas as análises, considerou-se que o maciço foi construído em uma única etapa.

5.2.2 - Estudo da influência da rigidez relativa

Como exposto, realizaram-se análises buscando identificar a influência da rigidez relativa na distribuição de tensões no interior de um maciço. Para tanto, duas situações foram consideradas: a primeira, cujos parâmetros de deformabilidade adotados são os apresentados na Tabela 5.1, e a segunda situação, onde se admitiu que o cascalho argiloso (zonas 2 e 5) possui a rigidez cinco vezes maior, ou seja, $E=250$ MPa.

A primeira situação equivale àquela de maior diferença de deformabilidade no estudo paramétrico realizado por CELESTINO & WATANABE (1973). A segunda situação é hipotética, válida apenas para o presente estudo, estando este valor fora da faixa admitida no estudo paramétrico.

A análise elástica linear mostra que a região mais solicitada do maciço está localizada entre o centro e o talude de jusante (Figuras 5.3a e 5.4a). Em uma barragem de corpo homogêneo, esperar-se-ia que esta região estivesse no centro do maciço (ver KULHAWY *et al.*, 1969). No presente caso, o fato de a região mais solicitada estar deslocada para jusante deve-se, provavelmente, à existência de zonas com materiais de maior rigidez na parte inferior e a jusante da barragem (zonas 2 e 3 na Figura 5.1) e à assimetria dos taludes de montante e jusante. O solo acima das

referidas zonas está apoiado em um material de rigidez maior que o solo de mesma cota na região mais a montante. Isto causa um deslocamento relativo das massas de solo a montante e a jusante aumentando os esforços cisalhantes nesta região.

O resultado da análise elástica linear mostra-se bastante coerente com o resultado obtido por CELESTINO & WATANABE (1973), como pode-se observar comparando as Figuras 3.6 e 5.3(a).

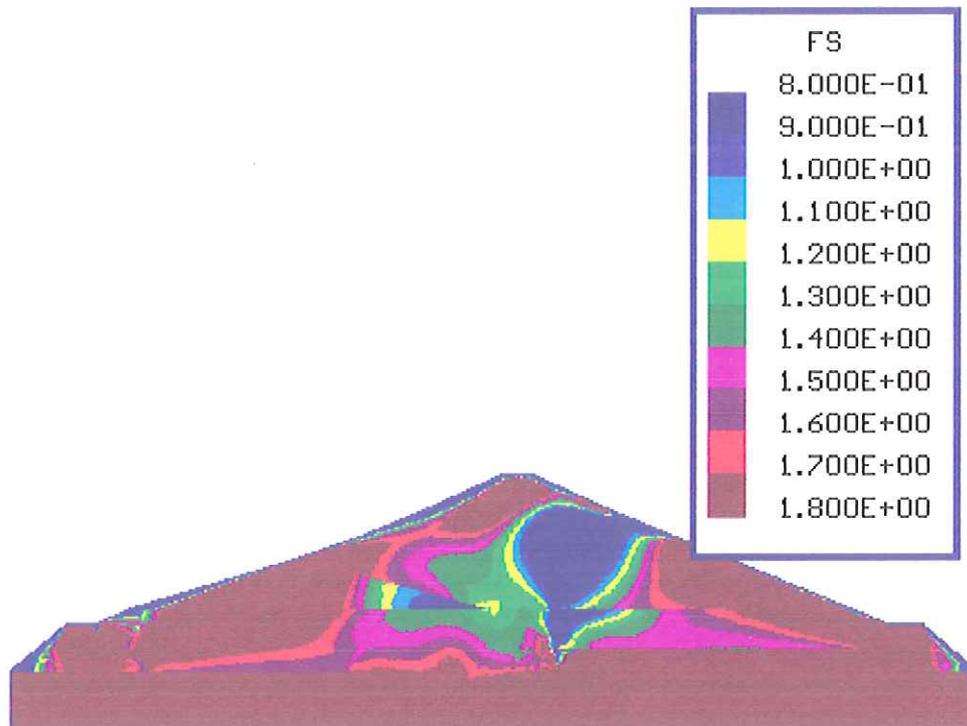
Pode-se observar, na análise elástica linear, que o aumento da rigidez do cascalho argiloso faz com que ocorram concentrações de tensões neste material, alterando também a distribuição de tensões no maciço como um todo.

O efeito de deslocamento da região mais solicitada do centro do maciço, no sentido do talude de jusante também é observado na análise elástica não linear. Na análise não linear, a distribuição de tensões no interior do maciço dá-se de maneira mais suave.

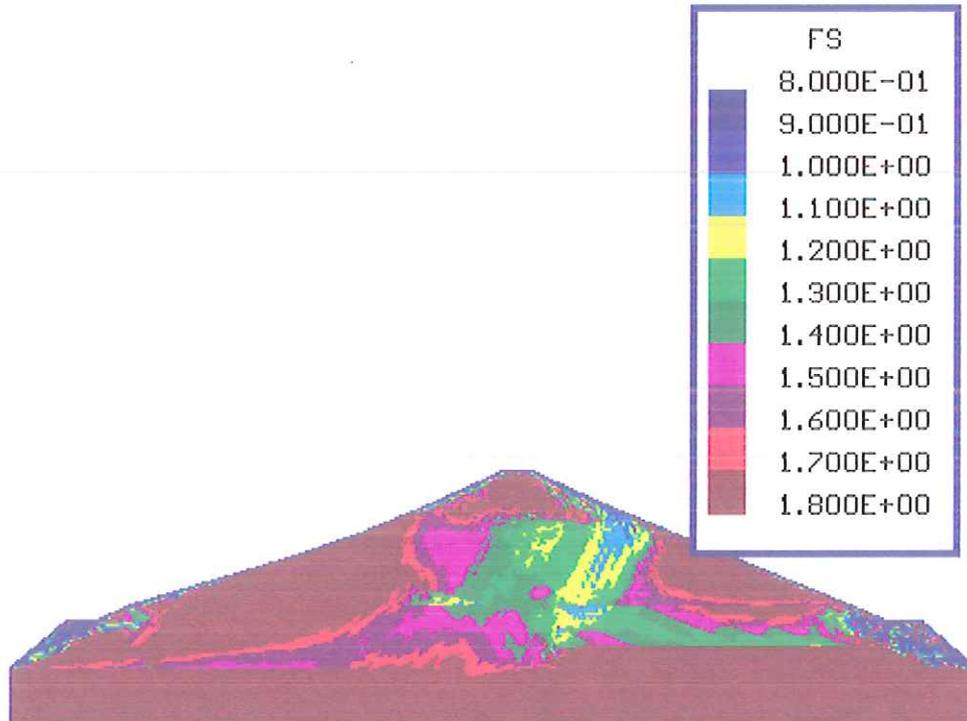
Na análise elástica não linear, as regiões que possuíam fator de segurança local inferior à unidade, na análise elástica linear, continuam com fator de segurança baixo, no entanto superior à unidade. O aumento do fator de segurança nestas regiões é compensado por uma diminuição do mesmo em regiões próximas.

O aumento da rigidez do cascalho argiloso também torna este material um elemento concentrador de tensões na análise elástica não linear. A distribuição global de tensões no maciço é mais afetada do que na análise elástica linear.

Pode-se observar que as bermas de montante e jusante estão indicando uma configuração de ruptura. A berma é constituída de enrocamento de ângulo de atrito interno de 40° e inclinação da face do talude é de aproximadamente 37° . Tais dados em uma análise expedita, indicariam um fator de segurança da ordem de 1.1. Uma análise pelo método de Spencer, com superfície circular indica um fator de segurança da ordem de 1.2.

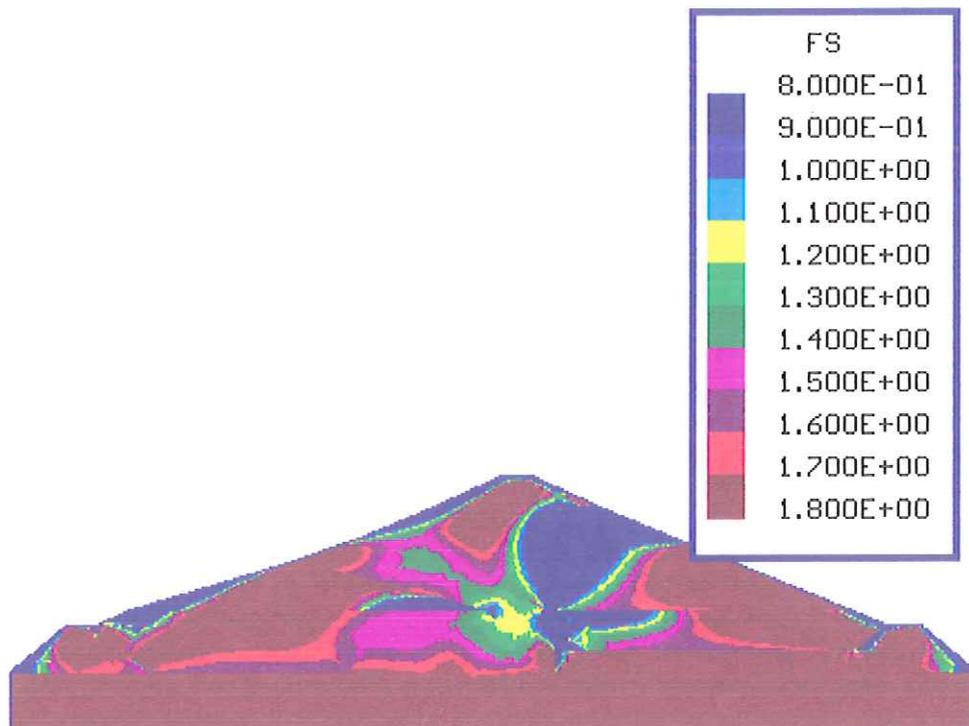


(a) análise elástica linear

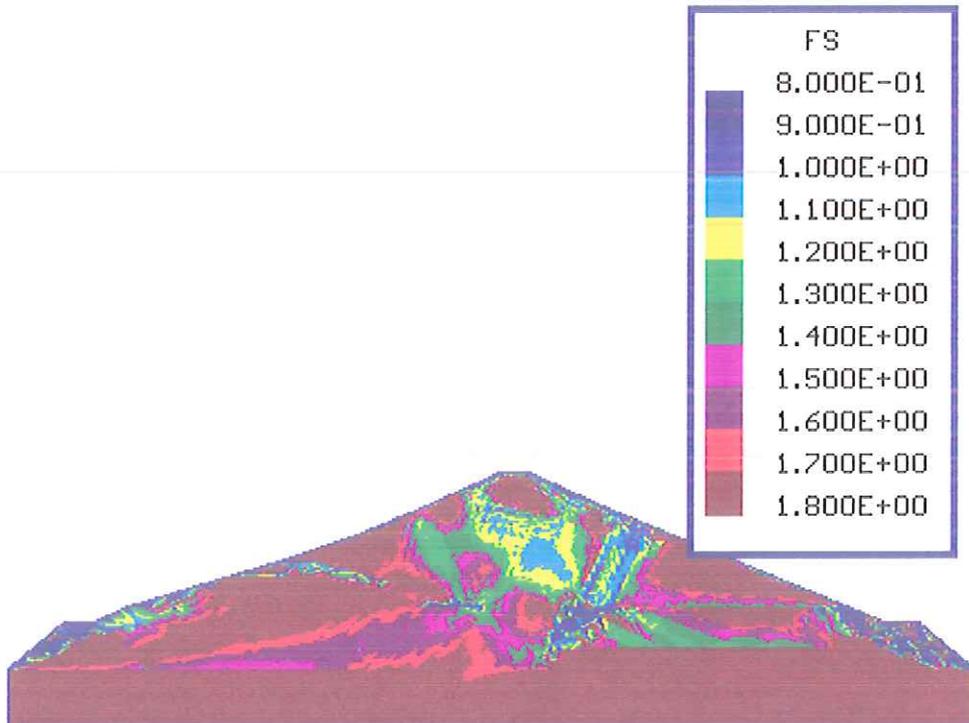


(b) análise elástica não linear

**Figura 5.3 - Contornos de fator de segurança local.
Análise com parâmetros originais.**



(a) análise elástica linear



(b) análise elástica não linear

**Figura 5.4 - Contornos de fator de segurança local.
Análise de contraste de rigidez.**

5.2.3 - Estudo de um círculo em material único

Um círculo que atravessa apenas a argila arenosa foi escolhido para estudar a distribuição de esforços e, conseqüentemente, o fator de segurança para uma superfície em um único material. Este círculo está representado na Figura 5.5.

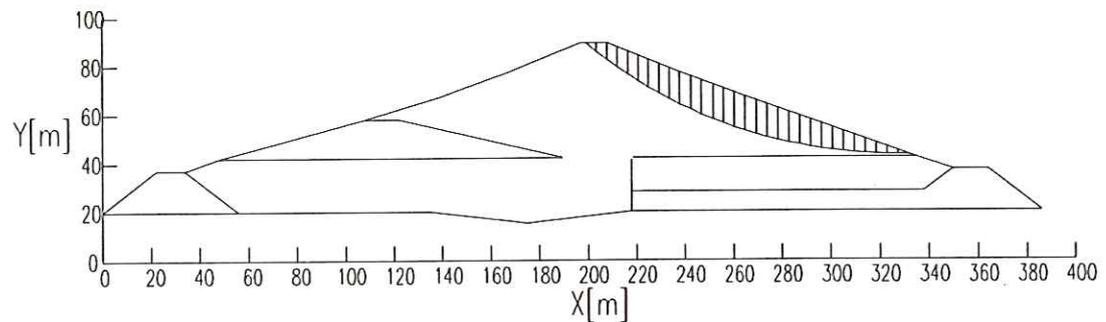


Figura 5.5 - Círculo em material único.

O fator de segurança foi calculado por métodos de equilíbrio limite convencionais e a partir do campo de tensões obtido nas análises pelo método dos elementos finitos. Na estudo pelo método dos elementos finitos buscou-se verificar a influência na rigidez relativa entre as zonas maciço. Foram calculados os fatores de segurança com os resultado das análises utilizando parâmetros originais e da análise de contraste de rigidez.

Os valores dos fatores de segurança calculados pelos métodos de equilíbrio limite convencionais são apresentados na Tabela 5.2. O único método rigoroso estudado apresentou um fator de segurança de 1.723.

Tabela 5.2 - Fatores de segurança pelos métodos de equilíbrio limite para o círculo em material único.

<i>Método</i>	<i>Fator de Segurança</i>
Spencer	1.723
Bishop	1.724
Janbu	1.674

Foram calculados fatores de segurança a partir do campo de tensões obtido pelo método dos elementos finitos segundo a primeira (FS1) e a segunda (FS2) definições. Os valores do fator de segurança obtidos pela segunda definição (FS2) apresentaram menores discrepâncias, entre resultados de análises linear e não-linear, que os valores obtidos pela primeira definição (FS1). Os resultados são apresentados na Tabela 5.3.

Os resultados obtidos pela primeira definição do fator de segurança (FS1) são inferiores aos obtidos pelos métodos de equilíbrio limite convencionais. A diferença chega a ser da ordem de 40%, embora apresente valor próximo ao de equilíbrio limite no caso da análise não linear com os parâmetros originais.

O aumento da rigidez relativa diminui o fator de segurança calculado pela primeira definição (FS1). A redução chega a ser da ordem de 20%.

Pode-se observar que os valores obtidos pela segunda definição do fator de segurança (FS2) apresentam coerência com os valores obtidos pelos métodos de equilíbrio limite convencionais. Tal diferença entre os valores é inferior a 10%.

A influência do aumento da rigidez relativa diminui pouco o fator de segurança global, calculado pela segunda definição (FS2), para a superfície potencial de ruptura estudada. A diferença observada é inferior a 2%.

Tabela 5.3 - Fatores de segurança pelo método dos elementos finitos para o círculo em material único.

<i>Método</i>	<i>Parâmetros Originais</i>	<i>Contraste de Rigidez</i>
FS1 - Linear	1.323	1.111
FS1 - Não Linear	1.711	1.584
FS2 - Linear	1.631	1.615
FS2 - Não Linear	1.611	1.593

O fator de segurança local (que está relacionado com a definição de FS1), logicamente, varia ao longo da superfície de ruptura. Nas análises elásticas lineares, aproximadamente no intervalo $210 < X < 240$, o fator de segurança local é inferior à unidade (Figuras 5.6 e 5.8). Nas análises elásticas não lineares esta região é também a mais solicitada, sendo que os fatores de segurança locais tendem a ser superiores à unidade (Figuras 5.7 e 5.9). Nas análises não lineares, os fatores de segurança locais variam menos que na análise elástica linear.

No método de Spencer, o fator de segurança é admitido constante e definido em função dos esforços na base da fatia. Isto implica que no plano de Mohr-Coulomb, os pontos correspondentes às tensões normais e cisalhantes, que atuam na base das fatias, estarão sobre uma reta de equação igual à equação do critério de ruptura dividida pelo valor do fator de segurança. Desta forma, é possível comparar, no plano de Mohr-Coulomb, as tensões normais e cisalhantes, atuantes na superfície de ruptura, obtidas pelo método dos elementos finitos e pelo método de Spencer (Figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13).

Observa-se que a hipótese de fator de segurança constante do método de equilíbrio limite convencional não é confirmada pela análise de elementos finitos. Na análise elástica linear observa-se, em parte da superfície de ruptura, a violação do critério de ruptura (Figuras 5.10 e 5.12); o mesmo não ocorre para a análise elástica não linear (Figuras 5.11 e 5.13).

Nas análises não lineares, em parte da superfície de ruptura (no intervalo $260 < X < 320$), o nível de segurança local (que está relacionado com a definição de FS2) apresenta valores próximos aos da definição de resistência mobilizada estabelecida no método de Spencer (Figuras 5.15 e 5.17). Em outras palavras, as razões entre a resistência ao cisalhamento e a resistência mobilizada em um ponto são próximas ao valor do fator de segurança do método de Spencer.

Na análise elástica linear não se observa coincidências nos níveis de tensão local com os valores do método de Spencer (Figuras 5.14 e 5.16).

A variação do fator de segurança ao longo da superfície (FS2) de ruptura apresenta-se como um importante indicador das parcelas da superfície de ruptura que estão contribuindo para a instabilidade ou contribuindo para a estabilidade.

A segunda definição do coeficiente de segurança (FS2) é dada pela razão entre a resistência ao cisalhamento disponível e a resistência ao cisalhamento mobilizada, ao longo da superfície de ruptura. Em termos infinitesimais, isto pode ser explicitado como:

$$FS2 = \frac{\int_0^L \tau_f dl}{\int_0^L \tau_m dl} \quad (5.1),$$

onde L é o comprimento da superfície de ruptura. A taxa de variação de FS2 ao longo da superfície de ruptura é dada por:

$$\frac{\partial FS2}{\partial l} = \frac{\frac{\partial \int_0^L \tau_f dl}{\partial l} \int_0^L \tau_m dl - \int_0^L \tau_f dl \frac{\partial \int_0^L \tau_m dl}{\partial l}}{\left(\int_0^L \tau_m dl \right)^2} \quad (5.2)$$

ou,

$$\frac{\partial FS2}{\partial l} = \frac{\tau_f \int_0^L \tau_m dl - \int_0^L \tau_f dl \tau_m}{\left(\int_0^L \tau_m dl \right)^2} \quad (5.3)$$

discretizando-se:

$$\frac{\partial FS2}{\partial l} = \frac{\tau_f \sum_{i=1}^n (\tau_m \Delta l) - \sum_{i=1}^n (\tau_f \Delta l) \tau_m}{\left[\sum_{i=1}^n (\tau_m \Delta l) \right]^2} \quad (5.4)$$

onde n é o número de pontos utilizados no cálculo do de FS2, ao longo de uma superfície potencial de ruptura.

Aplicando-se a equação 5.4 aos dados do círculo estudado, nota-se que a taxa de variação do FS2 é negativa nas regiões mais solicitadas do maciço. Isto seria esperado, pois estas regiões devem tender a reduzir o valor global FS2 (Figuras 5.18, 5.19, 5.20 e 5.21). As análises não lineares indicam que a região mais a montante do

círculo, e em torno de $x=280\text{m}$, acrescenta maior contribuição à estabilidade do maciço.

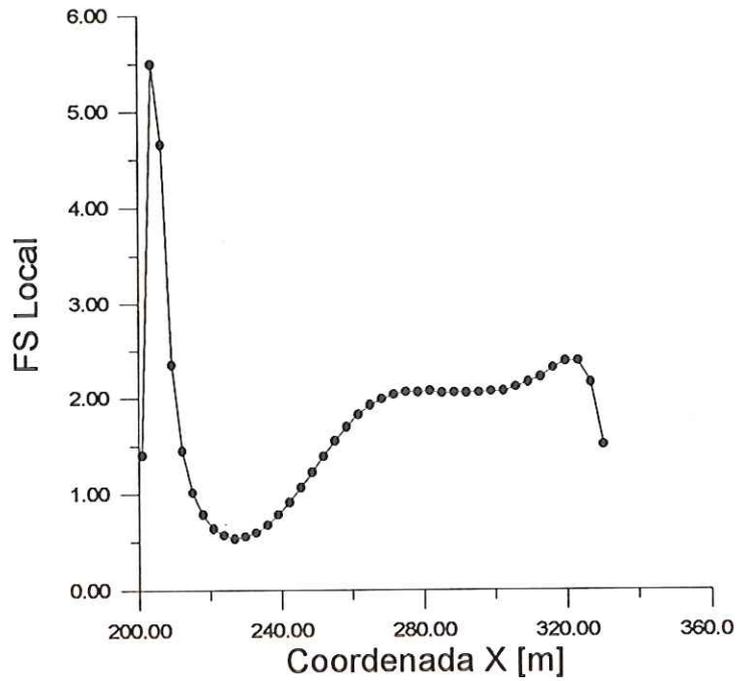


Figura 5.6 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros Originais.

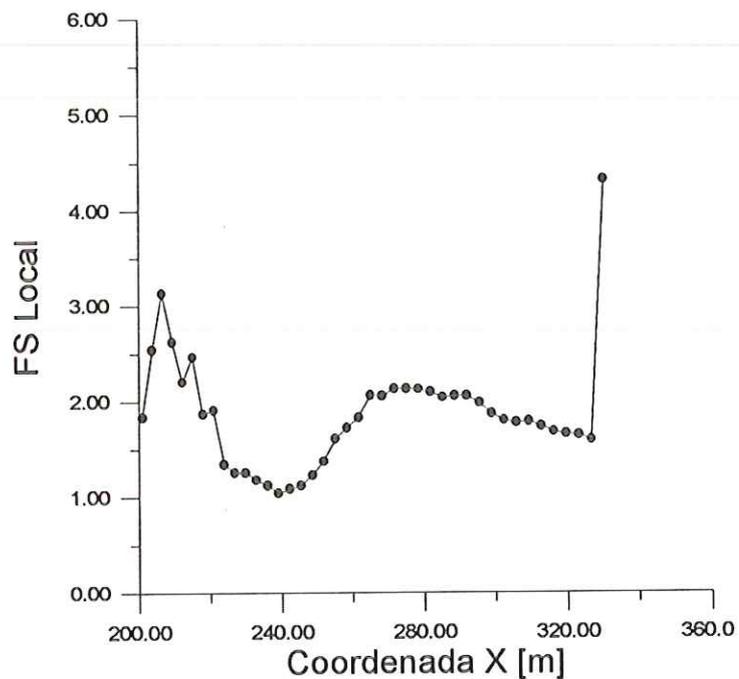
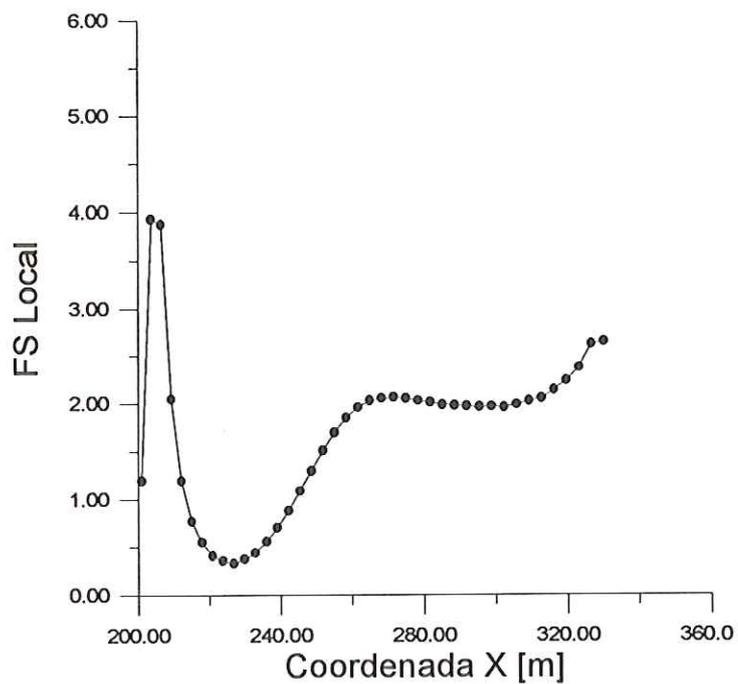
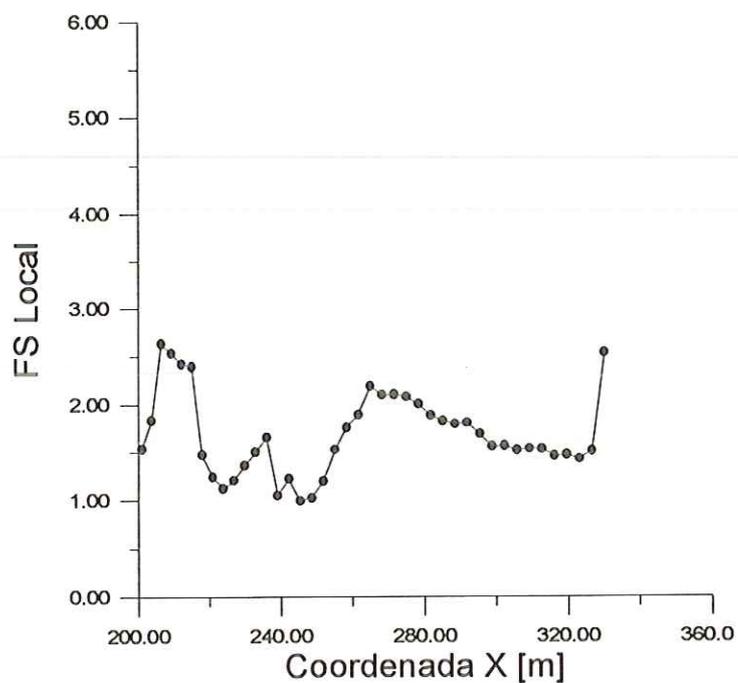


Figura 5.7 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros Originais.



**Figura 5.8 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura.
Análise elástica linear. Análise de contraste de rigidez.**



**Figura 5.9 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura.
Análise elástica não linear. Análise de contraste de rigidez.**

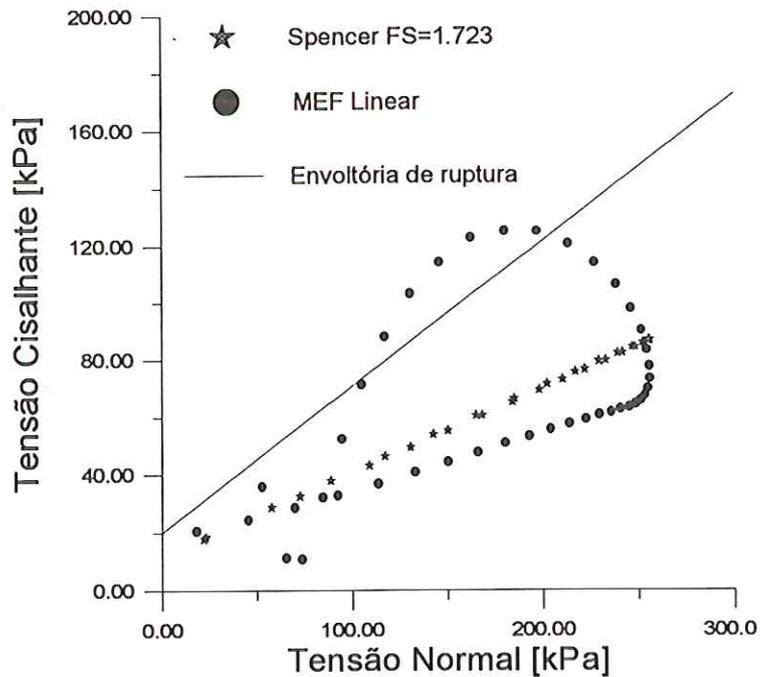


Figura 5.10 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica linear. Parâmetros originais.

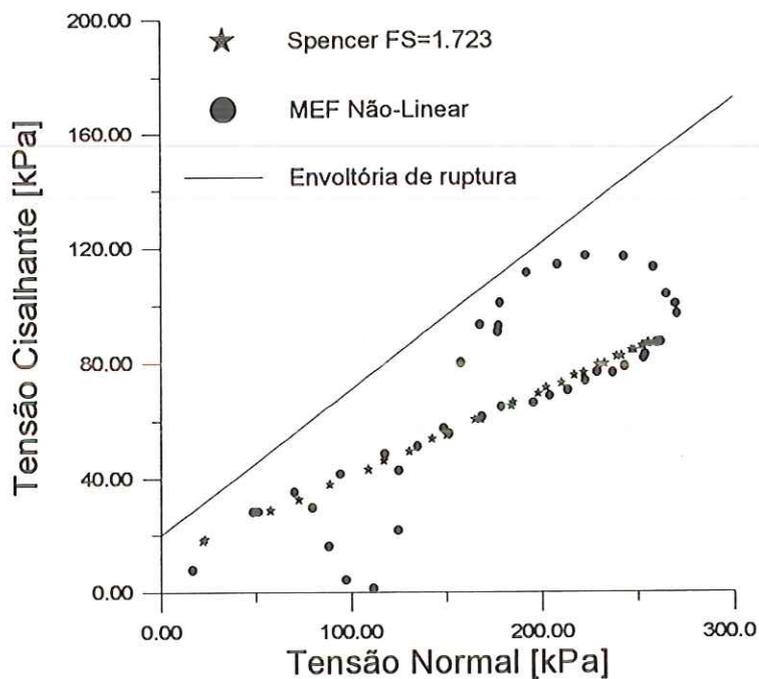


Figura 5.11 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

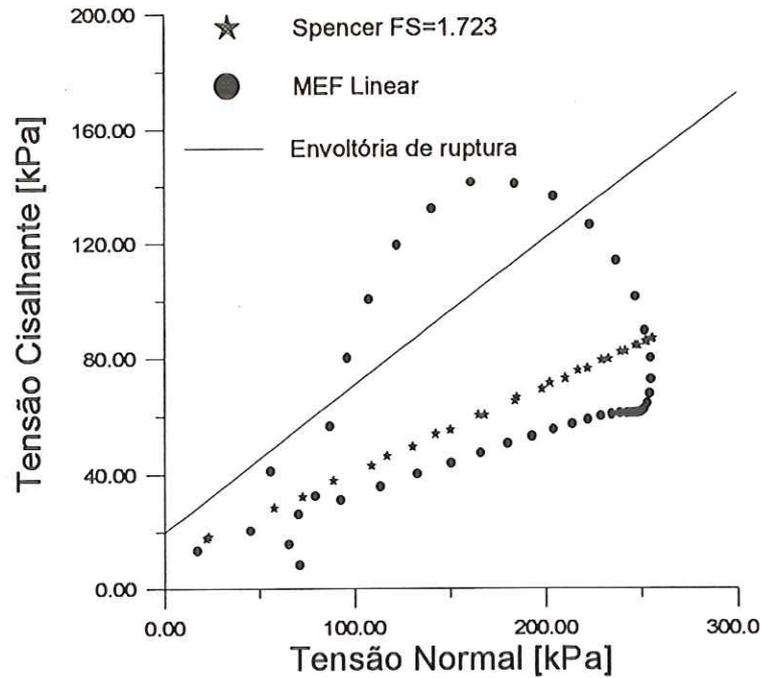


Figura 5.12 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

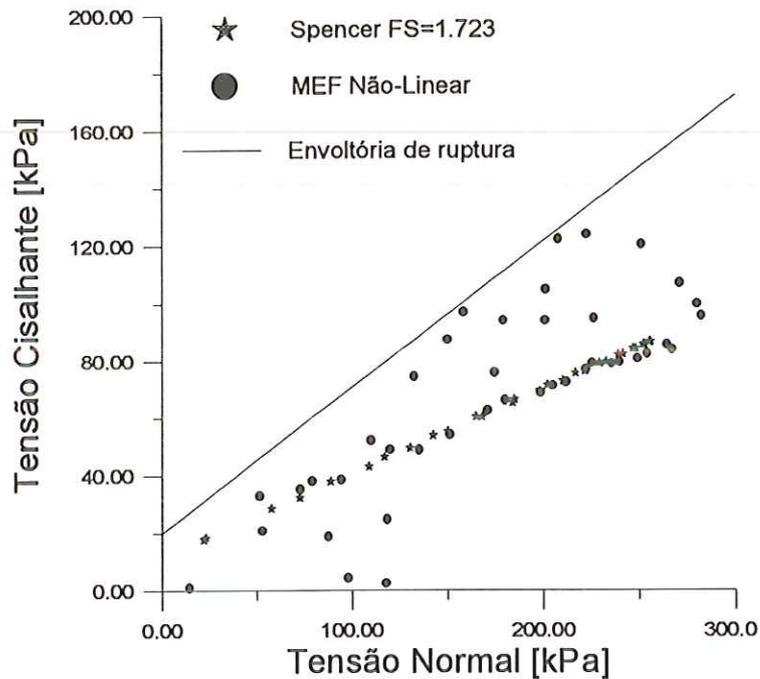


Figura 5.13 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

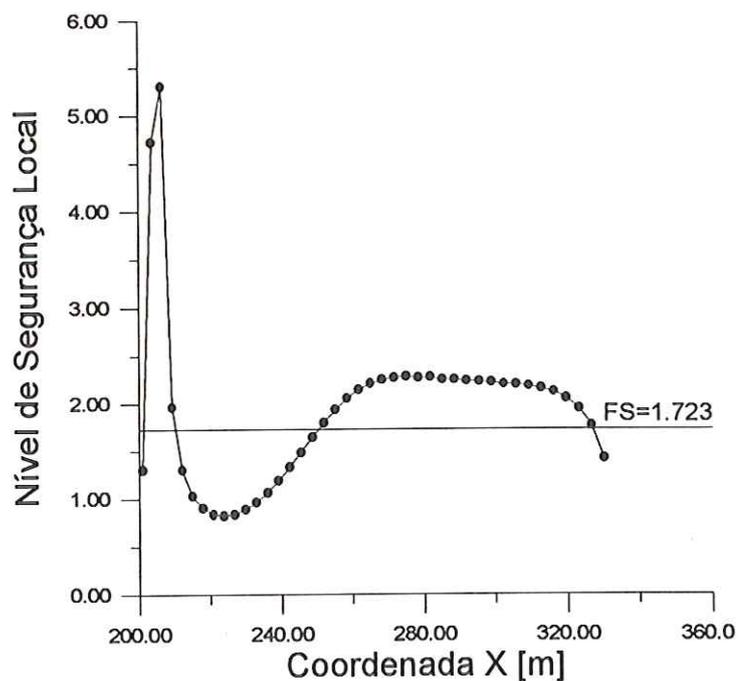


Figura 5.14 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.

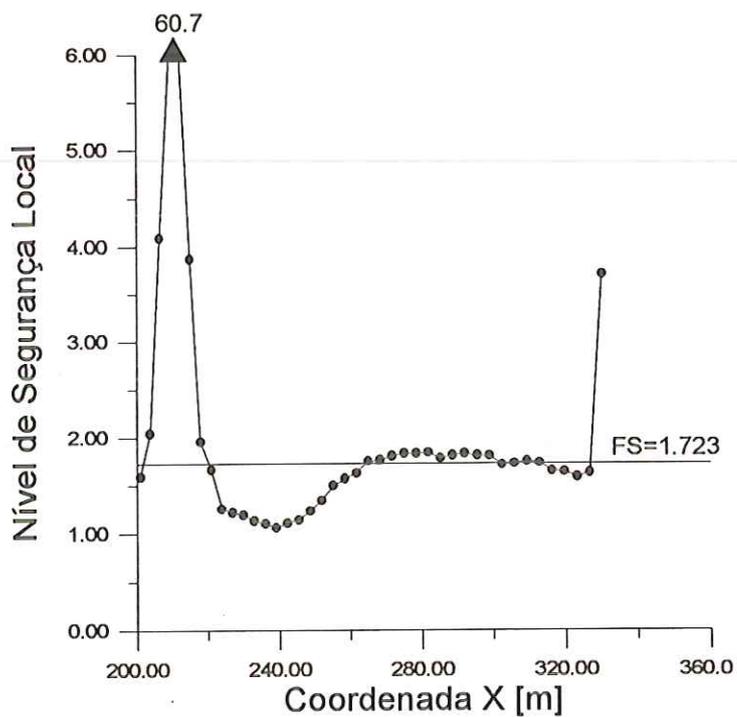


Figura 5.15 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

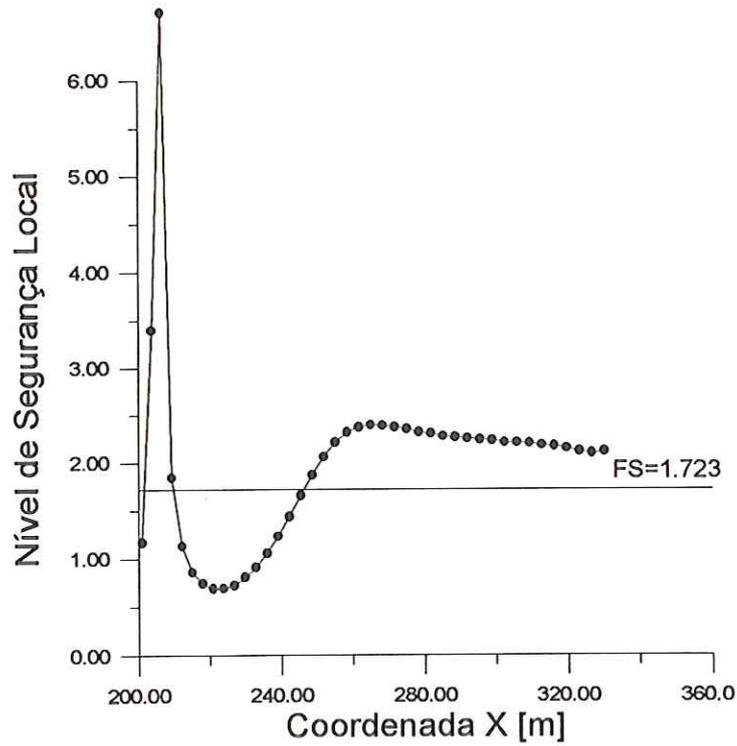


Figura 5.16 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

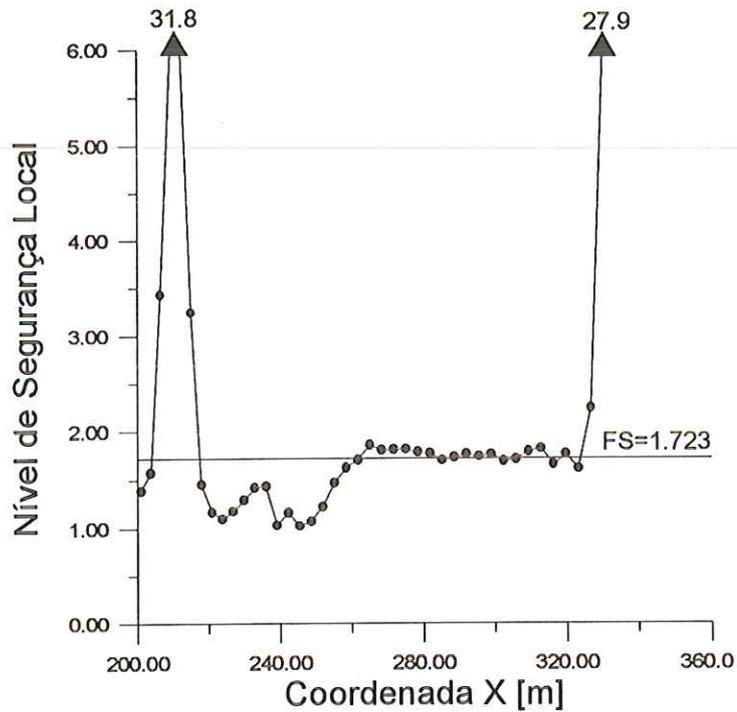


Figura 5.17 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

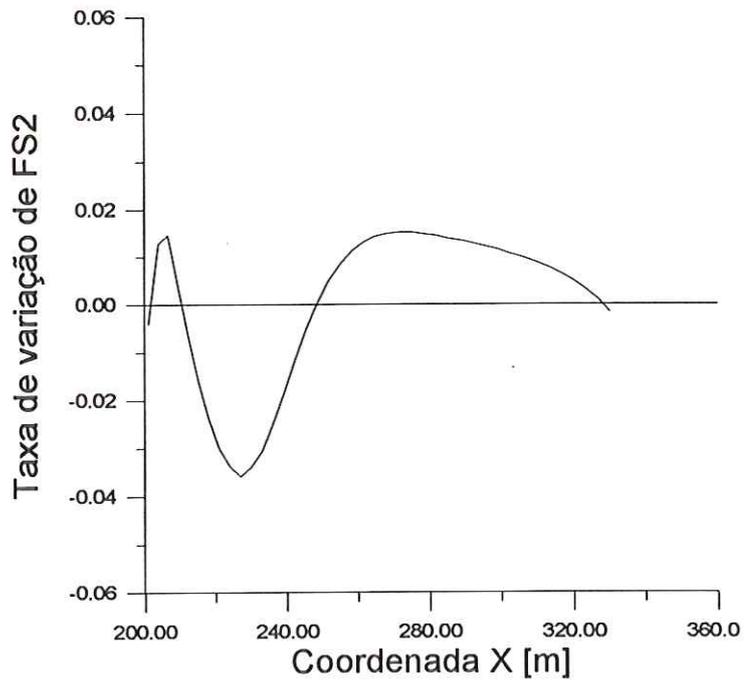


Figura 5.18 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.

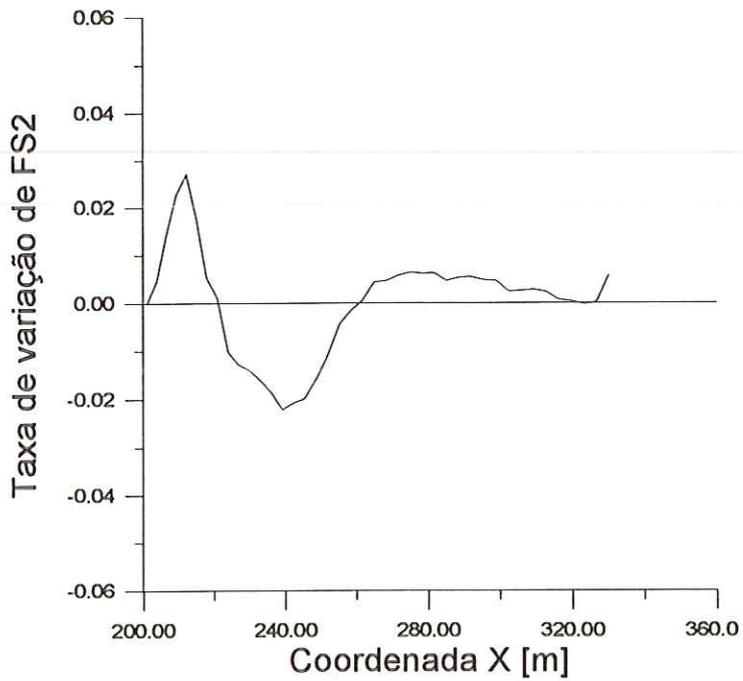


Figura 5.19 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

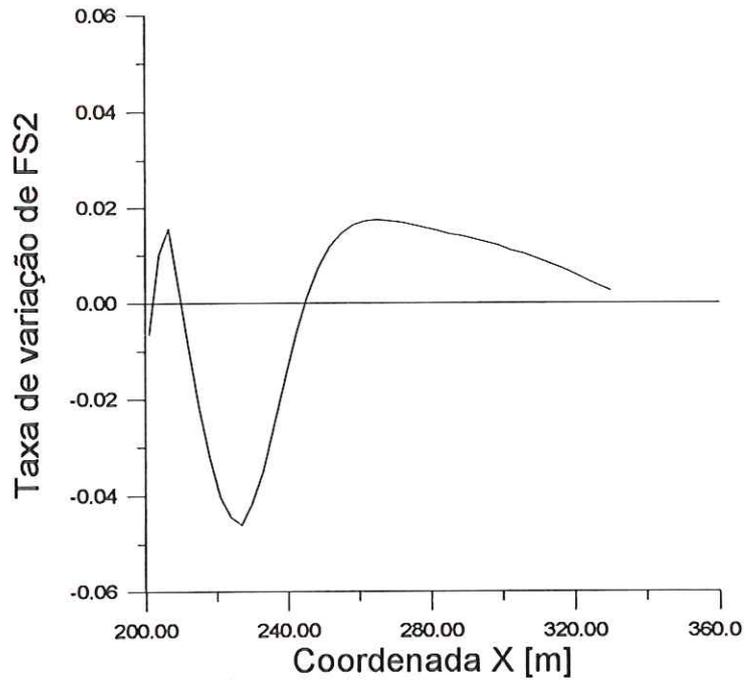


Figura 5.20 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

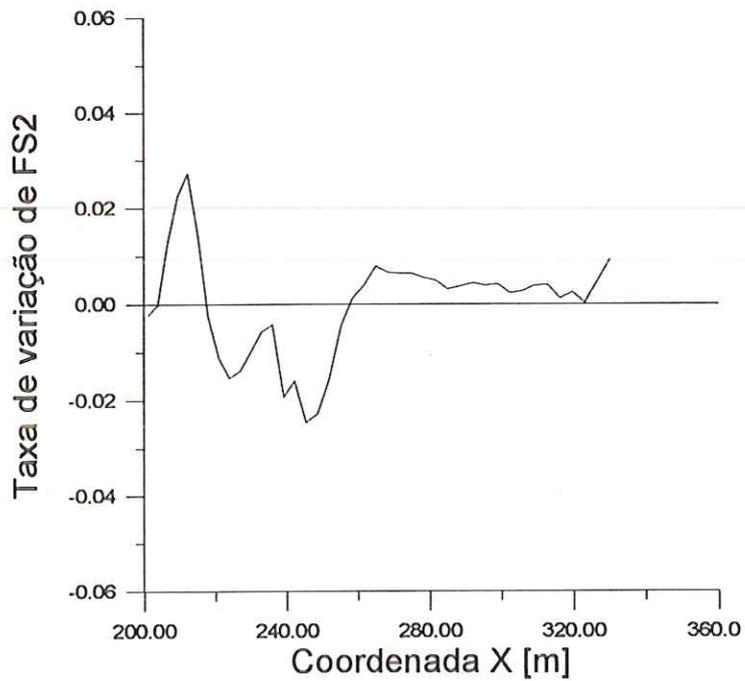


Figura 5.21 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

5.2.4 - Estudo de um círculo em dois materiais

Para estudar a distribuição de esforços em uma superfície potencial de ruptura que atravessa mais de um material, foi selecionado um círculo que passa pela argila arenosa e pelo cascalho argiloso. Este círculo está representado na Figura 5.22.

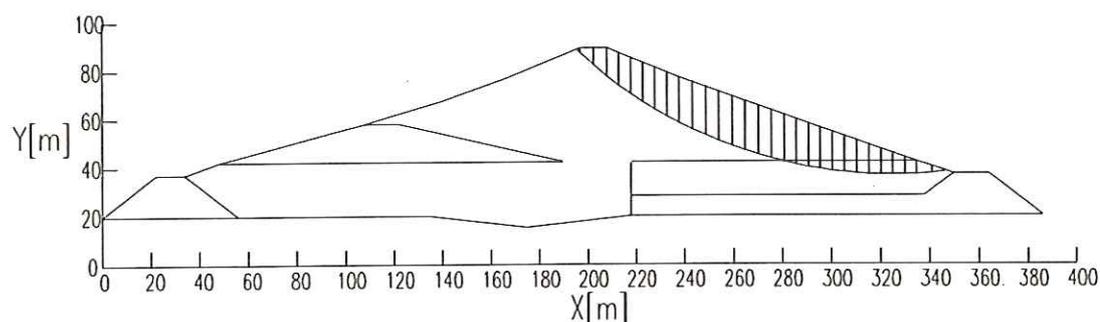


Figura 5.22 - Círculo em dois materiais.

Foram realizados os mesmos cálculos que para o círculo em um único material. Os valores de fator de segurança calculados pelos métodos de equilíbrio limite convencionais são apresentados na Tabela 5.4. O método de Spencer apresentou um fator de segurança de 1.853.

Tabela 5.4 - Fatores de segurança pelos métodos de equilíbrio limite para o círculo em dois materiais.

<i>Método</i>	<i>Fator de Segurança</i>
Spencer	1.853
Bishop	1.842
Janbu	1.755

Foram calculados, a partir do campo de tensões obtido pelo método dos elementos finitos, fatores de segurança segundo a primeira (FS1) e a segunda (FS2) definições. Os valores do fator de segurança obtidos pela segunda definição (FS2) apresentaram menor discrepância entre as análises linear e não linear que os valores obtidos pela primeira definição (FS1). Os resultados são apresentados na Tabela 5.5.

As observações apresentadas sobre as variações do fator de segurança do círculo em um material também são válidas para o círculo em dois materiais.

No cálculo do fator de segurança, da análise não linear com os parâmetros originais, segundo a primeira definição (FS1), um dos pontos utilizados na interação do fator de segurança foi desprezado. A inclusão deste ponto no cálculo levaria a um valor de fator de segurança irreal (negativo).

Tabela 5.5 - Fatores de segurança pelo método dos elementos finitos para o círculo em dois materiais.

<i>Método</i>	<i>Parâmetros Originais</i>	<i>Contraste de Rigidez</i>
FS1 - Linear	1.321	1.202
FS1 - Não Linear	1.532	1.435
FS2 - Linear	1.764	1.755
FS2 - Não Linear	1.734	1.724

Nas análises lineares, o fator de segurança local é inferior à unidade na parte da superfície potencial de ruptura que coincide com as zonas de maior solicitação (Figuras 5.23 e 5.25). Nas análises não lineares, o fator de segurança local tende a ser superior à unidade (Figuras 5.24 e 5.26).

Existe uma descontinuidade na curva de fator de segurança local no contato entre os dois materiais. Isto se deve as diferentes características de deformabilidade e resistência dos materiais. O material mais rígido tende a ser um concentrador de tensão. Uma consequência lógica disto é que a descontinuidade é mais pronunciada na análise de contraste de rigidez.

O método de Spencer admite que cada material tem as tensões de cisalhamento, na base da fatia, definidas pela razão entre a equação do critério de ruptura e o valor do fator de segurança. Isto implica que os dois materiais têm seus pares de tensão (σ_n , τ_m) alinhados ao longo de duas retas (Figuras 5.27, 5.28,

5.29 e 5.30). Os esforços obtidos pela análise por elementos finitos não coincidem com a hipótese de fator de segurança constante, ou seja, os esforços não estão alinhados sobre uma reta.

Nas análises lineares, em parte da superfície de ruptura, os estados de tensão violam o critério de ruptura (Figuras 5.27 e 5.29). O mesmo não acontece nas análises não lineares (Figuras 5.28 e 5.30).

A maioria dos valores dos esforços no cascalho são inferiores aos valores dos esforços na argila. Isto se deve à posição do cascalho no maciço. A espessura de material acima do cascalho, na superfície estudada, é menor que a espessura sobre a argila.

A mobilização da resistência ao cisalhamento varia ao longo da superfície de ruptura. Nas análises lineares a variação da mobilização em torno de um valor médio, admitido pelo método de Spencer, é maior que nas análises não lineares (Figuras 5.31, 5.32, 5.33 e 5.34).

No contato entre os dois materiais, existe uma descontinuidade na taxa de mobilização da resistência. Na análise de contraste de rigidez, a descontinuidade é mais pronunciada.

A taxa de variação da segunda definição do fator de segurança (FS2) ao longo da superfície de ruptura apresenta valores negativos na região do maciço mais solicitada. Na análise de contraste de rigidez, os valores de taxa de variação tendem a ser mais distantes de zero que na análise com os parâmetros originais. (Figuras 5.35, 5.36, 5.37 e 5.38)

Nas análises lineares a taxa de variação de FS2 tende a ser mais distante de zero que nas análises não lineares. Uma taxa de variação igual a zero implica em um fator de segurança constante. Nas análises elásticas lineares o fator de segurança tende a ser “menos” constante.

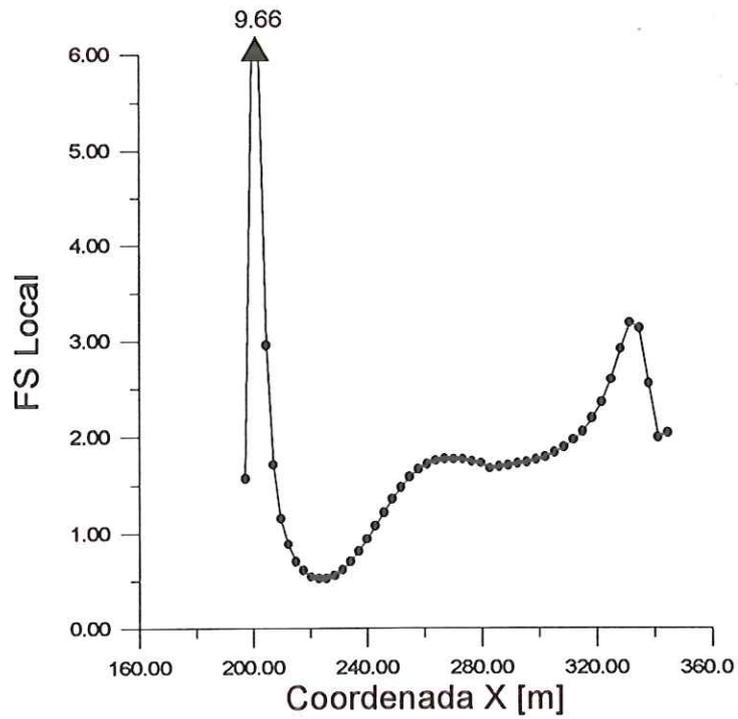


Figura 5.23 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros Originais.

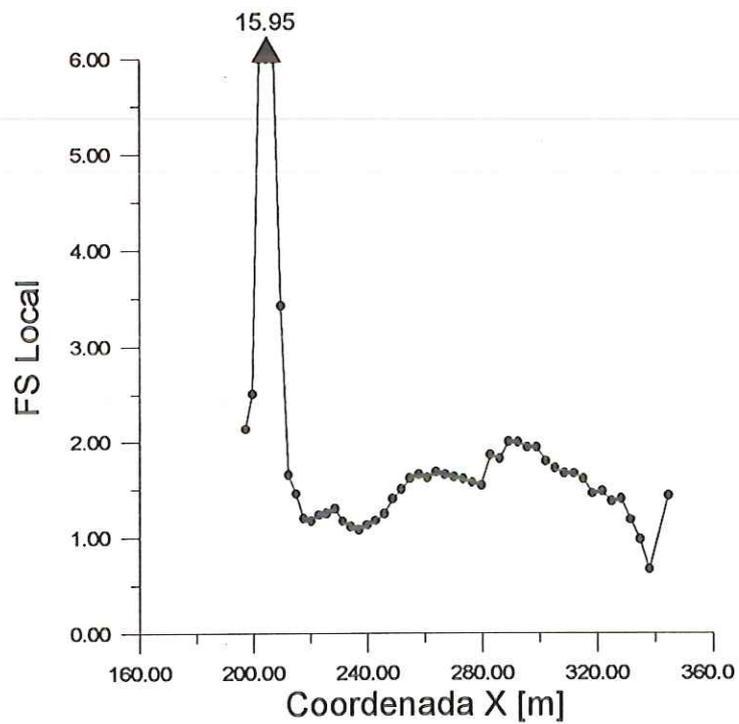


Figura 5.24 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros Originais.

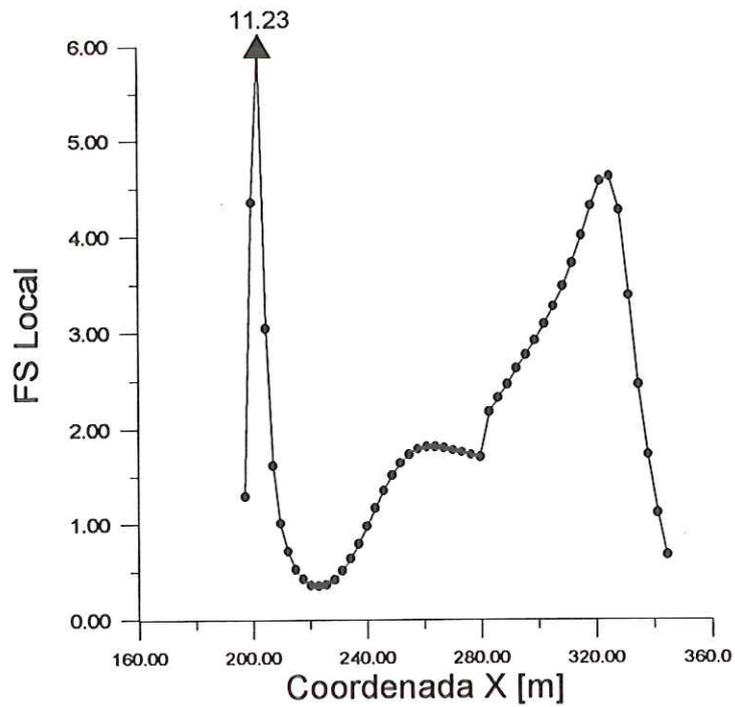


Figura 5.25 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

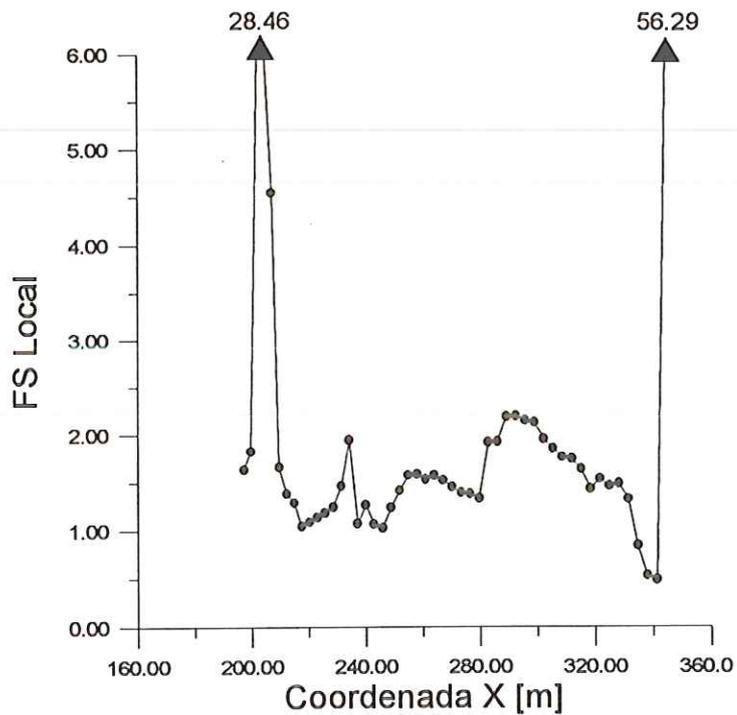


Figura 5.26 - Fator de segurança local ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

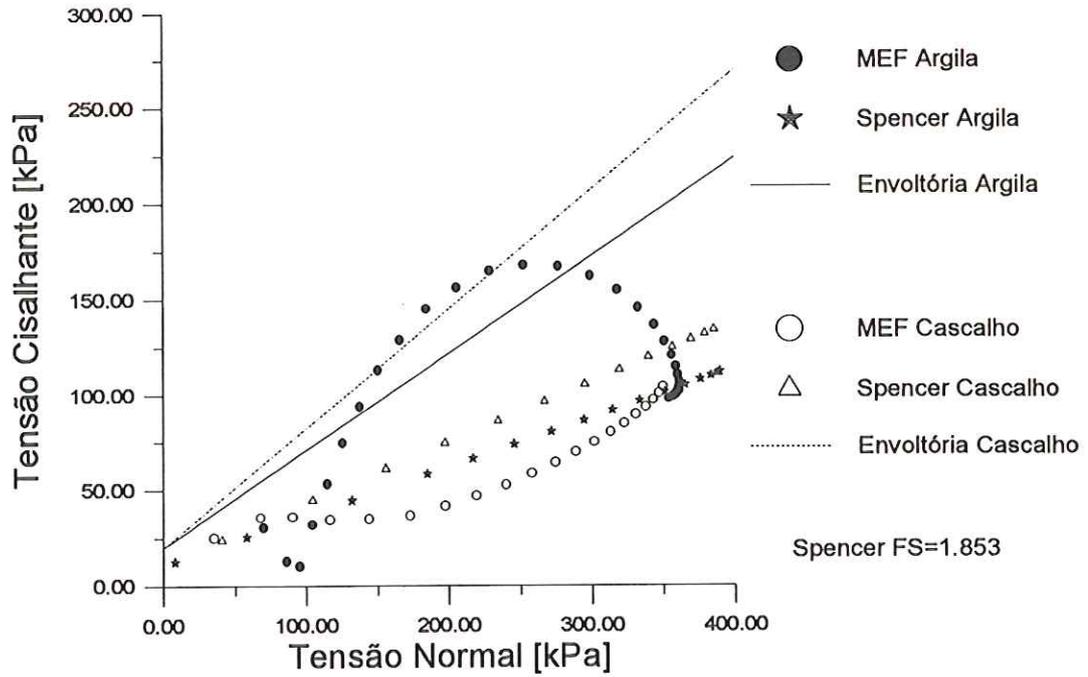


Figura 5.27 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica linear. Parâmetros originais.

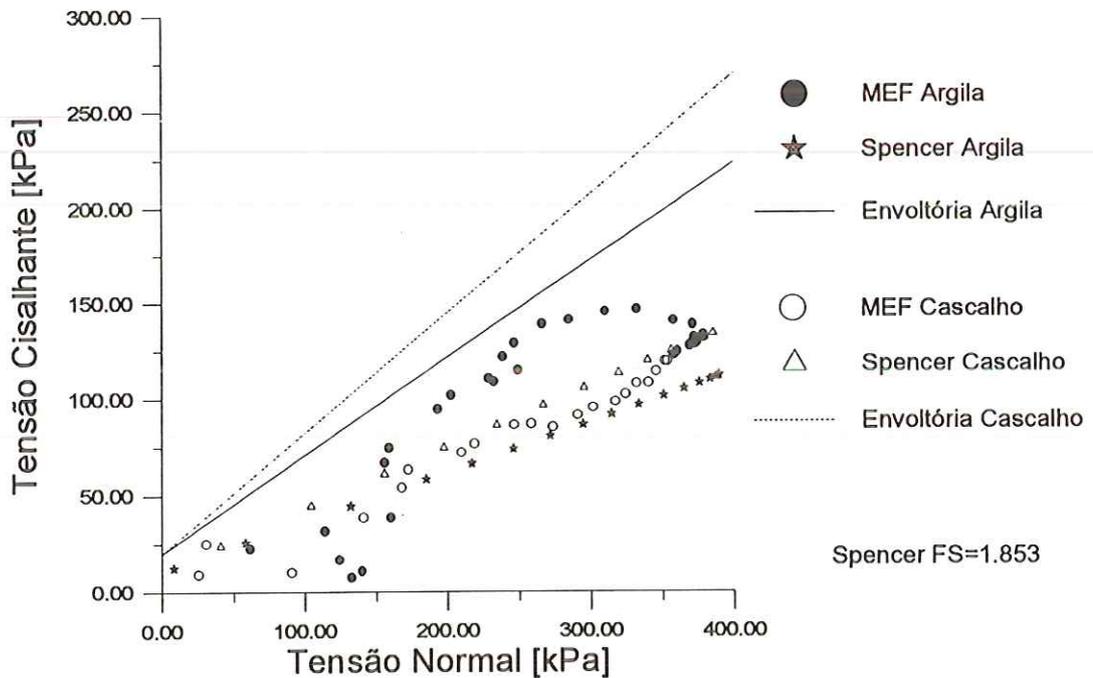


Figura 5.28 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

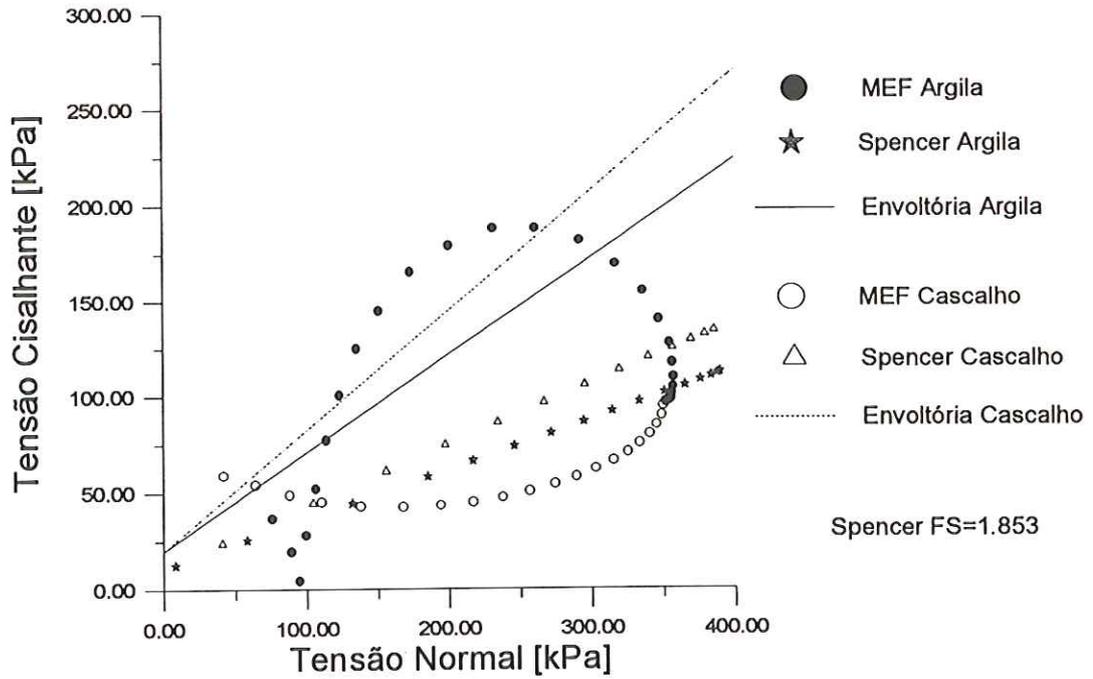


Figura 5.29 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

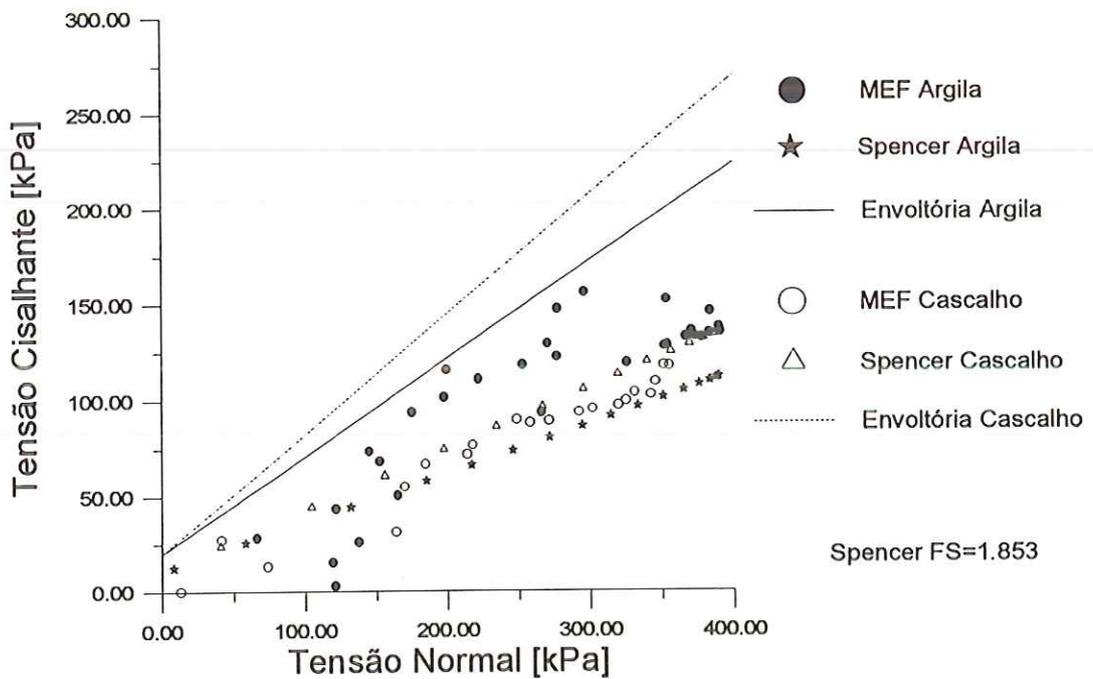


Figura 5.30 - Comparação entre as solicitações atuantes, na superfície de ruptura, segundo o método de Spencer e o MEF.

Análise elástica não linear. Contraste de Rigidez.

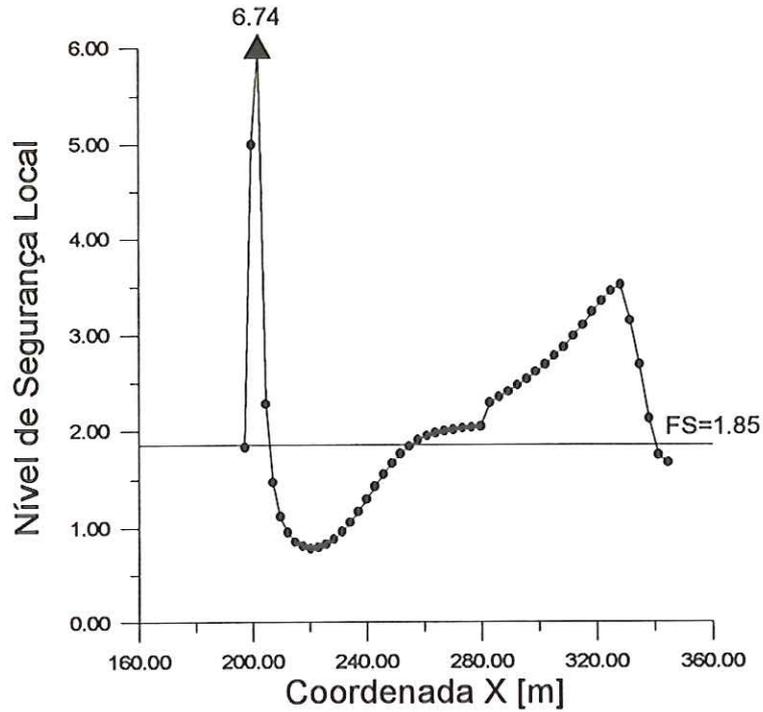


Figura 5.31 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.

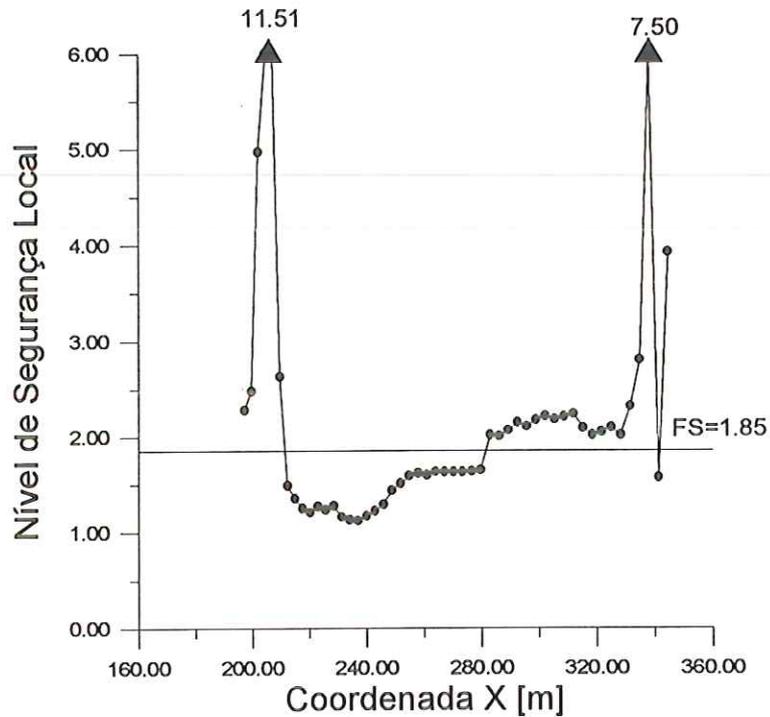


Figura 5.32 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

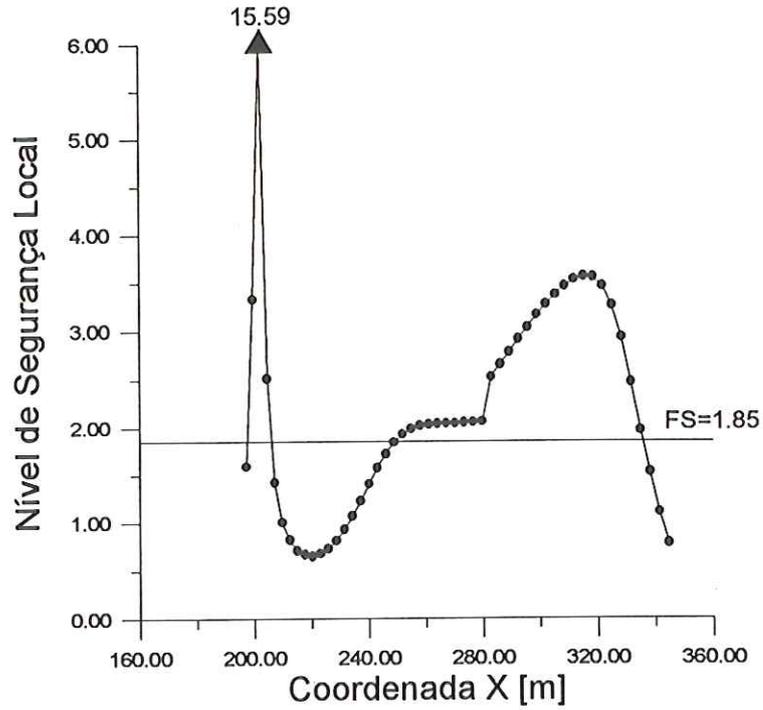


Figura 5.33 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

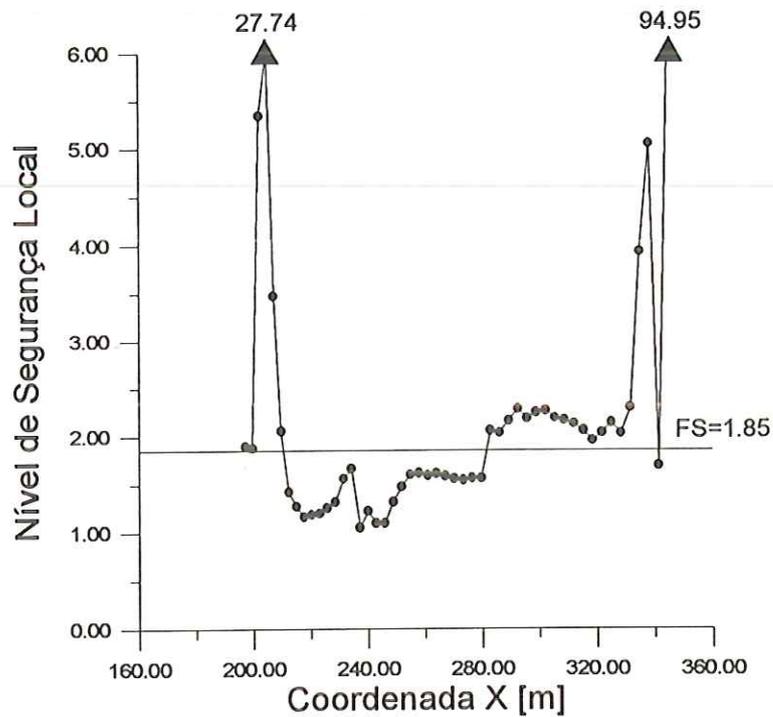


Figura 5.34 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

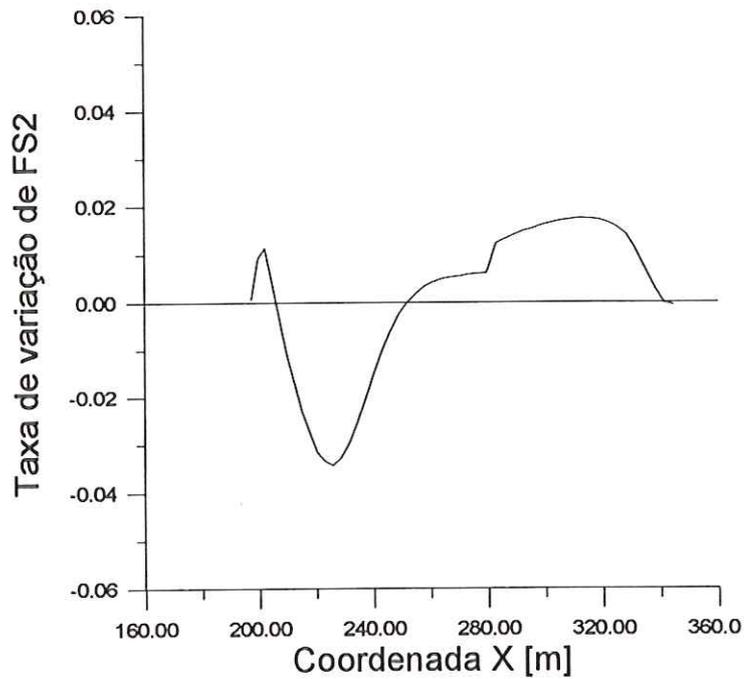


Figura 5.35 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Parâmetros originais.

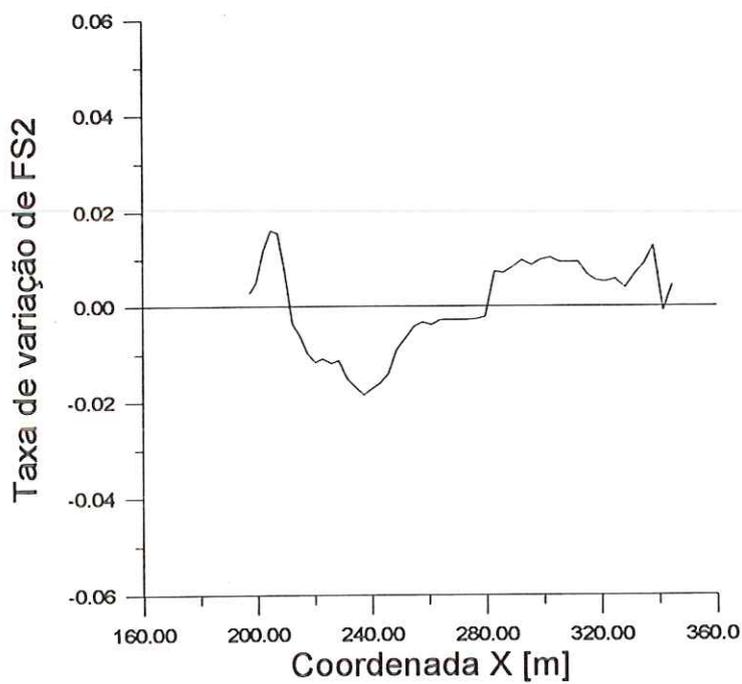


Figura 5.36 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Parâmetros originais.

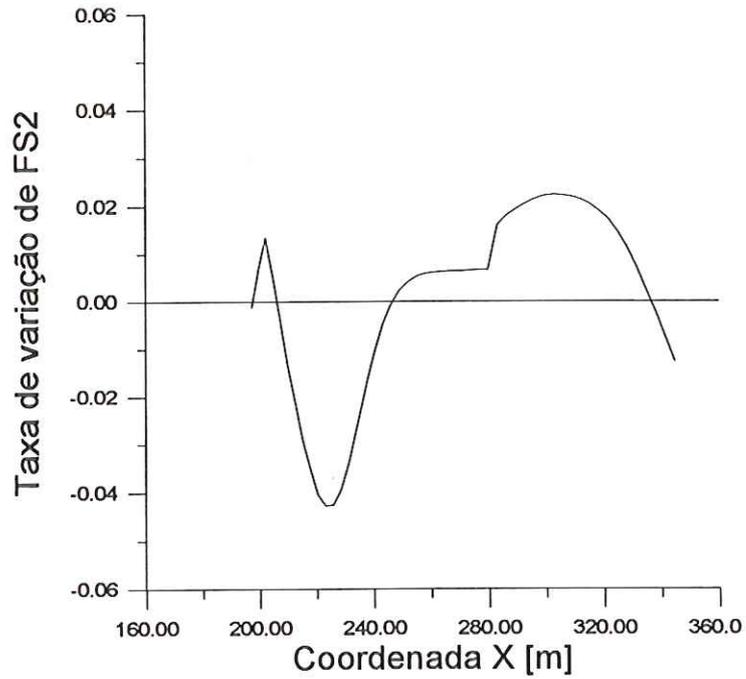


Figura 5.37 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica linear. Contraste de rigidez.

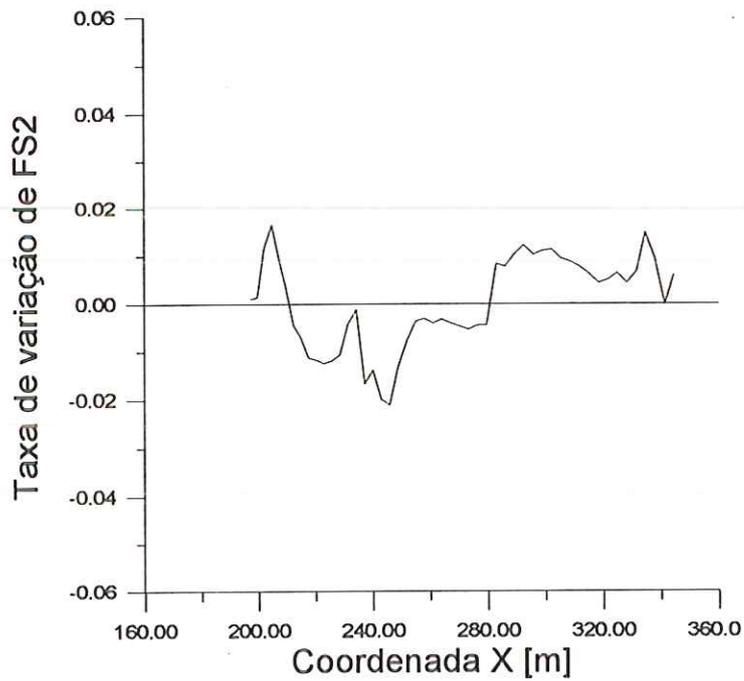


Figura 5.38 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Análise elástica não linear. Contraste de rigidez.

5.2.5 - Estudo por método direto

O maciço da barragem de Ilha Solteira também foi estudado utilizando-se método direto. Análises foram realizadas utilizando-se os parâmetros de resistência reduzidos que são apresentados na Tabela 5.6. Os nós escolhidos para o estudo são apresentados na Figura 5.39.

Tabela 5.6 - Parâmetros utilizados nas análises pelo método direto.

Material	$\lambda=1.0$		$\lambda=1.1$		$\lambda=1.15$		$\lambda=1.2$		$\lambda=1.25$	
	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ	c	ϕ
1	20	27	18.18	24.85	17.39	23.90	16.67	23.01	16.00	22.18
2	20	32	18.18	29.60	17.39	28.52	16.67	27.51	16.00	26.56
3	0	40	0.00	37.34	0.00	36.12	0.00	34.96	0.00	33.87

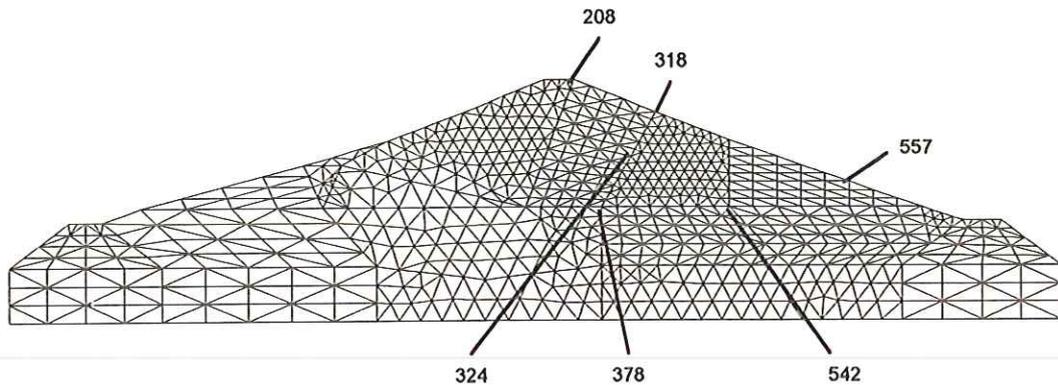
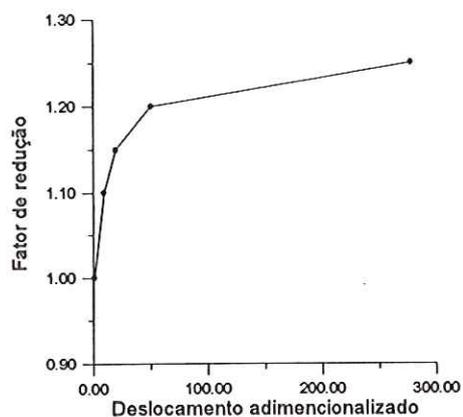


Figura 5.39 - Pontos nodais analisados no método direto.

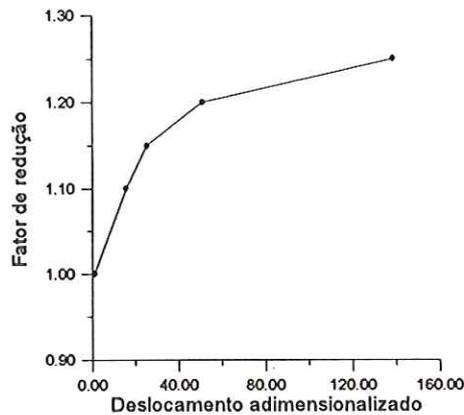
Elaborou-se um gráfico fator de redução versus o deslocamento do ponto adimensionalizado pelo deslocamento inicial (Figura 5.40). Todos os pontos estudados indicam fatores de segurança inferiores a 1.2. A escolha do ponto não demonstrou grande influência no valor do fator de segurança. Entretanto o valor encontrado não mostra coerência com os valores de fator de segurança obtidos pelos métodos de equilíbrio limite convencionais e pela análise do campo de tensões obtido por elementos finitos.

Possivelmente, o algoritmo numérico utilizado para a simulação da não linearidade é o responsável pelo baixo valor de fator de segurança encontrado. Para

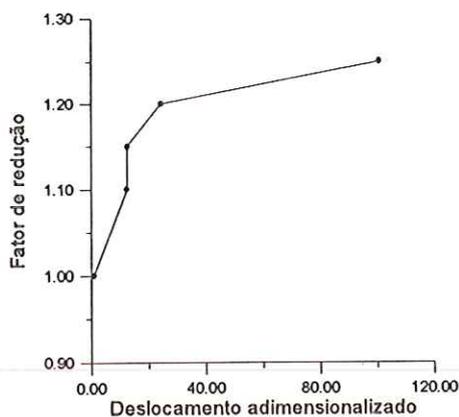
que o método direto funcione bem é necessária uma boa capacidade de previsão dos deslocamentos, mesmo em condições próximas à ruptura. O algoritmo utilizado não preenche este requisito.



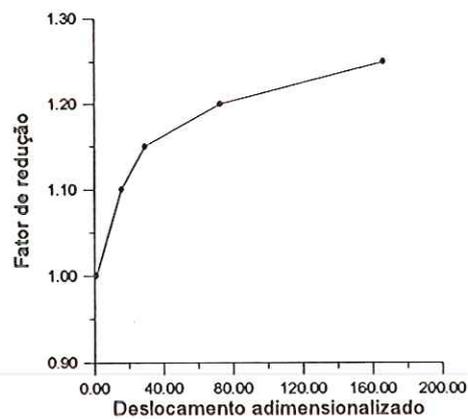
(a) Nó 208



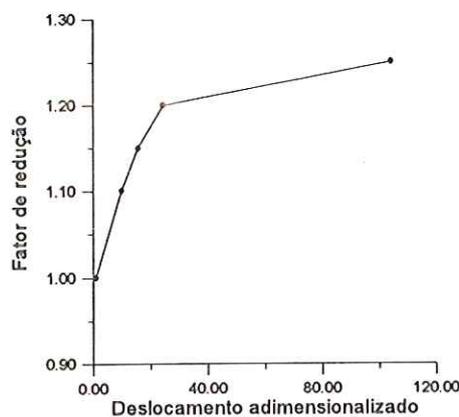
(b) Nó 318



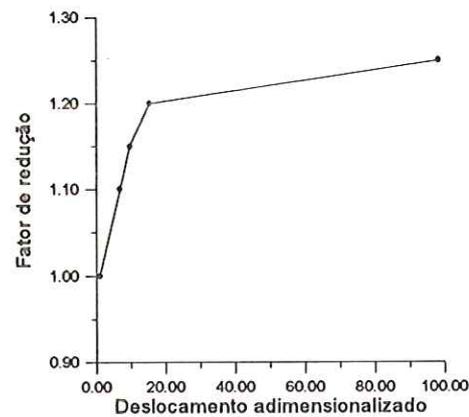
(c) Nó 378



(d) Nó 324



(e) Nó 542



(f) Nó 557

Figura 5.40 - Deslocamento adimensionalizado versus fator de redução para os pontos estudados.

5.3 - ESTUDO DO ATERRO DO SARAPUÍ

5.3.1 - Considerações gerais

O projeto de aterros sobre argilas moles é realizado com mais frequência em termos de tensões totais. Um único parâmetro de resistência é empregado: a coesão de projeto. A escolha deste parâmetro é realizada pelo exercício de julgamento do profissional de Engenharia com base no confronto do conjunto de informações disponíveis (PINTO, 1992).

Embora, na prática, a análise de estabilidade de aterros sobre argilas moles seja realizada por modelos bastante simplificados, o estudo mais aprofundado do comportamento das argilas tem apresentado modelos bastante elaborados à mecânica dos solos, como por exemplo o CAM-CLAY (ver por exemplo ATKINSON & BRANSBY, 1978; WOOD, 1990; ORTIGÃO, 1993).

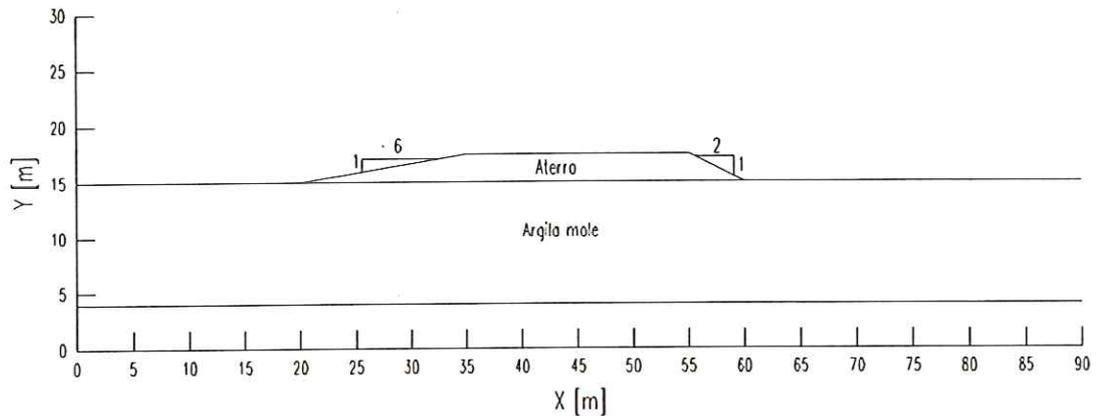
Apresentar uma visão global do assunto aterros sobre argilas moles foge aos objetivos deste trabalho; entretanto, trabalhos como os de PINTO (1992) e PUGLIESE (1993) cumprem esta função.

5.3.2 - Descrição do aterro

O aterro experimental do SarapuÍ foi construído sobre uma camada de argila mole de aproximadamente 11m de espessura. Os taludes do aterro foram construídos com inclinações de 1V:2H e 1V:6H de forma a se obter, respectivamente, um talude instável e um talude estável. O aterro apresentou indicações de ruptura ao atingir uma altura 2.5m, com o aparecimento de fraturas no material do aterro. Após o aparecimento destas fraturas, o aterro continuou a ser elevado até 3.1m (ORTIGÃO *et al.*, 1983).

A altura de ruptura é discutida por alguns autores, como ALMEIDA (1984) e SANDRONI (1993). Neste trabalho, aceitou-se a argumentação de SANDRONI

(1993) de que a altura de ruptura de 2.5m apresenta-se como mais correta, pois para uma elevação de 2.5m o trincamento do aterro já havia ocorrido e o alteamento para os 2.8m foi feito nas 24 horas seguintes, sem que houvesse tempo para que as deformações sob o peso dos 2.5m evoluíssem. A geometria do aterro é ilustrada na Figura 5.41.



**Figura 5.41 - Geometria do aterro do Sarapuí
(adaptado de ORTIGÃO *et al.*, 1983).**

Os parâmetros de resistência para a argila da fundação do aterro são apresentados na Tabela 5.7. Estes parâmetros referem-se aos valores médios de ensaios de palheta apresentados por ORTIGÃO *et al.* (1983).

**Tabela 5.7 - Resistência não-drenada da camada de argila
(ORTIGÃO *et al.*, 1983).**

<i>Profundidade - z [m]</i>	<i>Resistência não-drenada - S_u [kPa]</i>
Até 2.5m	$S_u = 15.5 - 3.67z$
Abaixo de 2.5m	$S_u = 4.0 + 0.9z$

A variação das características do solo com a profundidade foi simulada dividindo-se a fundação em oito camadas. Cada camada foi tratada como sendo constituída de um único material cujas características são apresentadas na Tabela 5.8. O peso específico da fundação foi admitido constante e igual a 13 kN/m³.

Tabela 5.8 - Parâmetros adotados para as camadas de fundação.

<i>Camada</i>	<i>Prof. [m]</i>	<i>E_u [kPa]</i>	<i>S_u [kPa]</i>
1	0 - 1	1050	13.66
2	1 - 2	1050	9.99
3	2 - 3	1050	6.325
4	3 - 4	1650	7.15
5	4 - 5	1650	8.05
6	5 - 7	2100	9.4
7	7 - 9	2700	11.2
8	9 - 11	2700	13.0

Utilizando-se parâmetros de deformabilidade drenados apresentados por ALMEIDA (1982), os módulos de elasticidade não-drenados foram estimados. Para tanto, utilizou-se uma expressão apresentada por WOOD (1990), deduzida admitindo-se que os módulos cisalhantes em condições drenadas e não-drenadas são iguais, o que leva a:

$$E_u = \frac{3E'}{2(1+\nu)} \quad (5.5).$$

Para o material do aterro, foi admitida uma coesão de 10kPa, um ângulo de atrito de 30°, peso específico de 18 kN/m³, módulo de elasticidade de 10000kPa e coeficiente de Poisson de 0.3.

Os valores de fator de segurança crítico resultantes de análises de estabilidade por equilíbrio limite, com superfície de ruptura circular, realizadas por outros autores para o aterro do Sarapuí, são apresentados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 - Fatores de segurança mínimos obtidos por outros autores.

<i>Autor</i>	<i>Método</i>	<i>FS mínimo</i>
ORTIGÃO et al. (1983)	Bishop simplificado	1.11
PUGLIESE (1993)	Spencer	1.113

5.3.3 - Análises realizadas

Foram realizadas análises por métodos de equilíbrio limite convencionais e por elementos finitos. Buscou-se comparar o resultado do círculo crítico obtido pelo método de Spencer com o resultado do mesmo círculo analisado pelo método dos elementos finitos. Estudou-se também a busca de superfície crítica comparando os círculos críticos obtido pelo método de Spencer e pelo método dos elementos finitos.

Análises iniciais por elementos finitos, utilizando-se o programa com o modelo hiperbólico não apresentaram resultados satisfatórios. Isto se deve ao fato de que o algoritmo de Euler não apresenta uma boa descrição de uma situação de ruptura. Optou-se, então, por utilizar os programas SIGMA/W e SLOPE/W (GEO-SLOPE International Ltd., 1995a e GEO-SLOPE International Ltd., 1995b). O programa SLOPE/W realiza análises de estabilidade de talude a partir do campo de tensões calculado pelo programa SIGMA/W. Na análise realizada, utilizou-se um modelo elásto-plástico com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb. A malha utilizada é apresentada na Figura 5.42

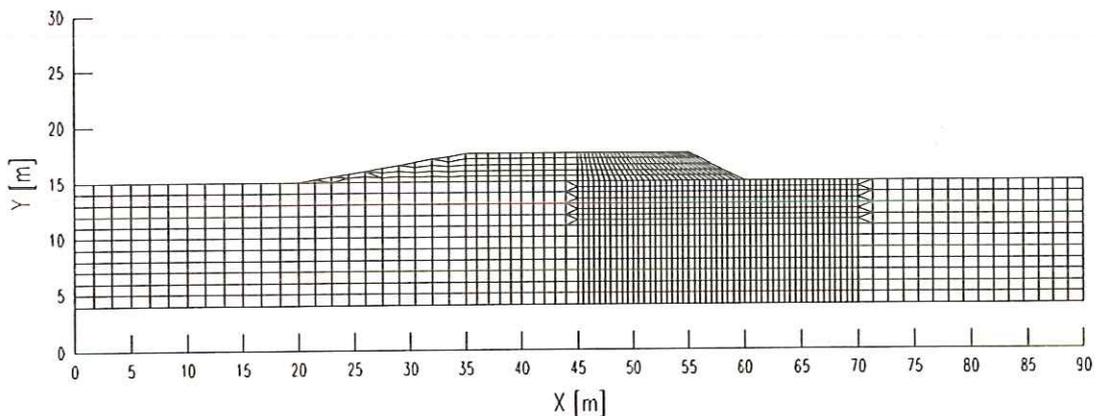


Figura 5.42 - Malha utilizada na análise do aterro do Sarapuí.

Neste trabalho, optou-se por realizar a análise em termos de tensões totais com a resistência ao cisalhamento representada apenas pela coesão não-drenada. A deformabilidade do maciço foi analisada também em termos de tensão total,

admitindo-se o uso de parâmetros de deformabilidade não-drenados. Esta opção deve-se ao caráter inicial do trabalho e à necessidade de evoluir no conhecimento do cálculo do fator de segurança por elementos finitos, partindo-se de modelos constitutivos mais simples. O maciço foi admitido com a geometria final e sobre esta foram aplicados os esforços de massa.

5.3.4 - Comparação para o círculo crítico de Spencer

Os resultados das análises pelos métodos de equilíbrio limite convencionais são apresentados na Tabela 5.10. O método de Spencer apresentou um fator de segurança de 1.109. Os valores obtidos são muito próximos aos obtidos nos estudos de ORTIGÃO *et al.* (1983) e PUGLIESE (1993).

O círculo crítico obtido pelo método de Spencer é apresentado na Figura 5.43. Este círculo crítico não coincide com o obtido pelo método de Bishop simplificado.

Tabela 5.10 - Fatores de segurança para diversos métodos limite.

Método	Fator de Segurança
Spencer	1.109
Bishop	1.103
Janbu	1.104

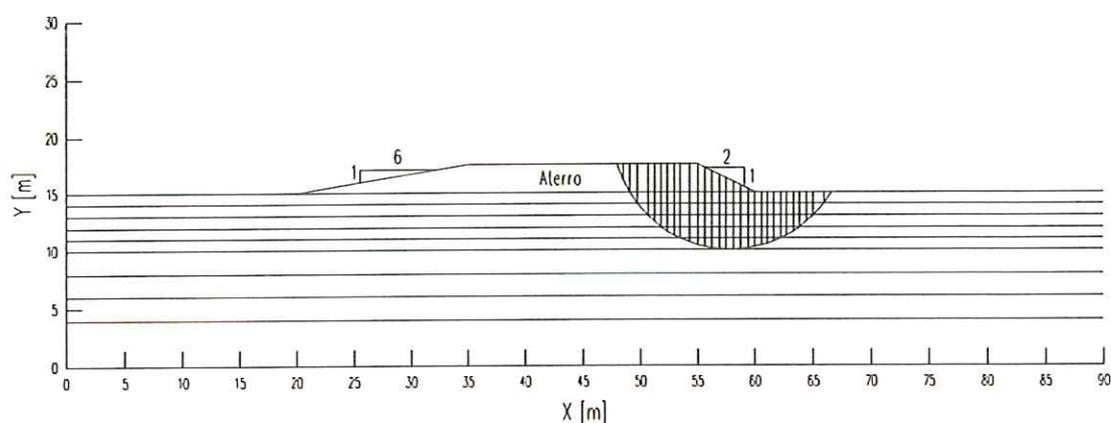


Figura 5.43 - Círculo crítico obtido pela método de Spencer.

Para o círculo crítico do método de Spencer, o resultado do método dos elementos finitos apresenta um fator de segurança (FS2) igual a 1.114, valor bastante coerente com o resultado dos métodos de equilíbrio limite.

Os esforços na superfície de ruptura, obtidos pelo método de Spencer, não apresentam coerência com o resultado do método dos elementos finitos (Figura 5.44). Na base de uma fatia no aterro, o método de Spencer apresentou esforços de tração, o que é coerente com o mecanismo de ruptura. A análise por elementos finitos apresenta tração nesta região; entretanto, no plano da superfície de ruptura estudado, os esforços são compressivos.

Nota-se que a mobilização da resistência ao cisalhamento varia pouco e tem valores próximos à unidade, com exceção das bordas onde o valor é maior (Figura 5.45). A taxa de variação de FS2 é quase constante e próxima de zero, se comparada com resultados de uma superfície com fator de segurança alto. Próximo às bordas, a taxa de variação de FS2 apresenta-se maior (Figura 5.46).

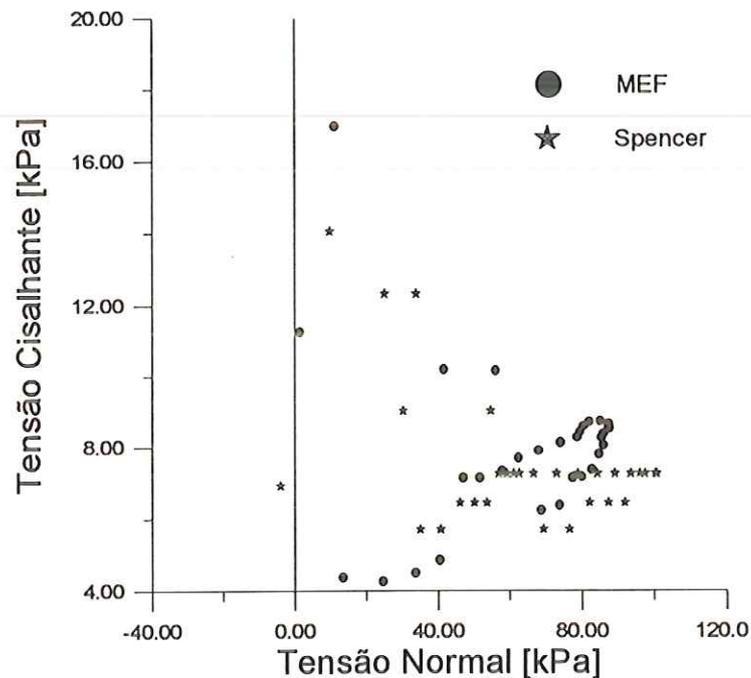


Figura 5.44 - Comparação entre as solicitações atuantes na superfície de ruptura segundo o método de Spencer e o MEF. Aterro do Sarapuí.

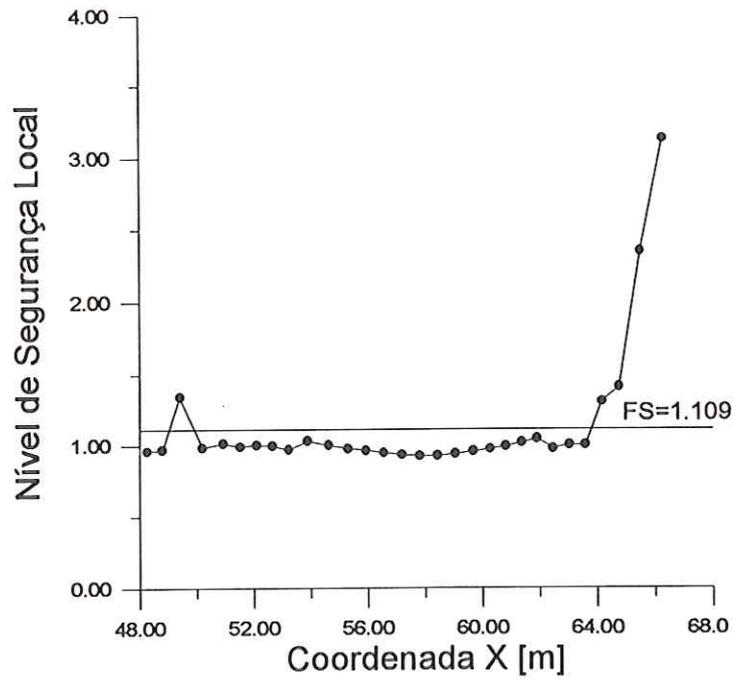


Figura 5.45 - Resistência ao cisalhamento mobilizada ao longo da superfície de ruptura. Aterro do Sarapuí.

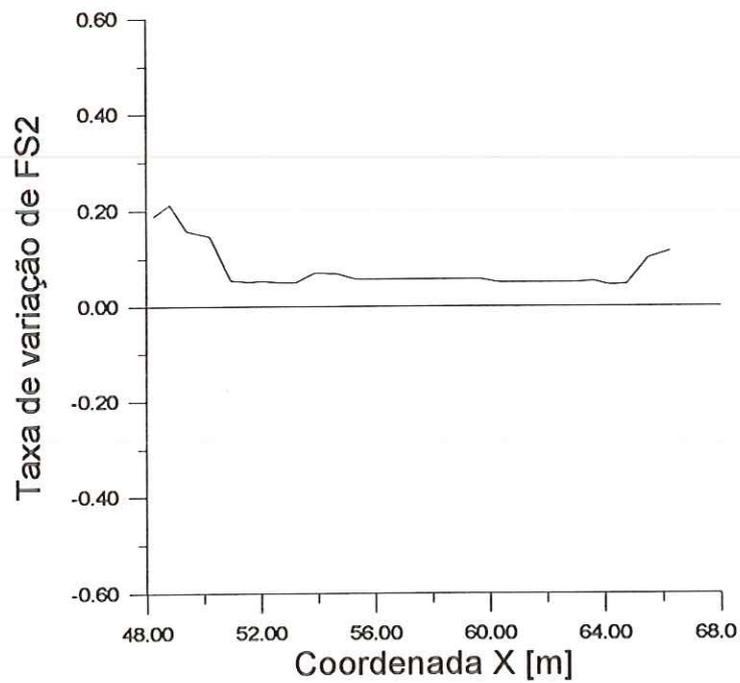


Figura 5.46 - Taxa de variação do FS2 ao longo da superfície de ruptura. Aterro do Sarapuí.

5.3.5 - Comparação entre as buscas de superfície crítica

O método dos elementos finitos apresenta uma superfície mais crítica diferente, entretanto muito próxima da obtida pela análise pelo método de Spencer. Os dois círculos críticos representam aproximadamente o mesmo mecanismo de ruptura.

O círculo mais crítico obtido pela análise por elementos finitos apresenta um fator de segurança de 1.108, ou seja, muito próximo ao valor de 1.109 obtido para o círculo mais crítico da análise por Spencer.

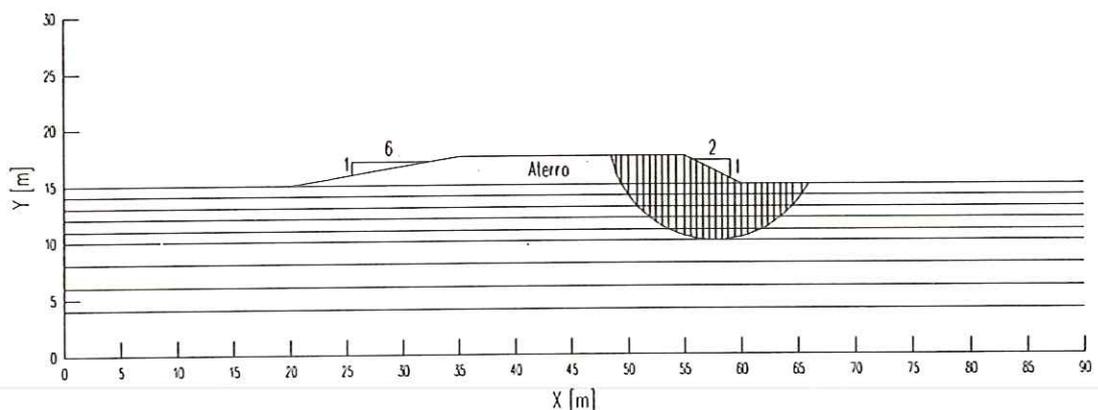


Figura 5.47 - Círculo crítico obtido pelo método dos elementos finitos.

Os contornos da região em escoamento plástico não definem uma superfície de ruptura de forma clara (Figura 5.48). Entretanto, os contornos de deformação cisalhante máxima apresentam suas regiões de maior valor próximas à posição da superfície de ruptura crítica obtida pelos métodos de equilíbrio limite e pelo método dos elementos finitos (Figura 5.49). Estes contornos indicam, ainda, um mecanismo de ruptura apresentaria uma plastificação inicial no centro do aterro e o aumento desta plastificação seria em direção à região externa.

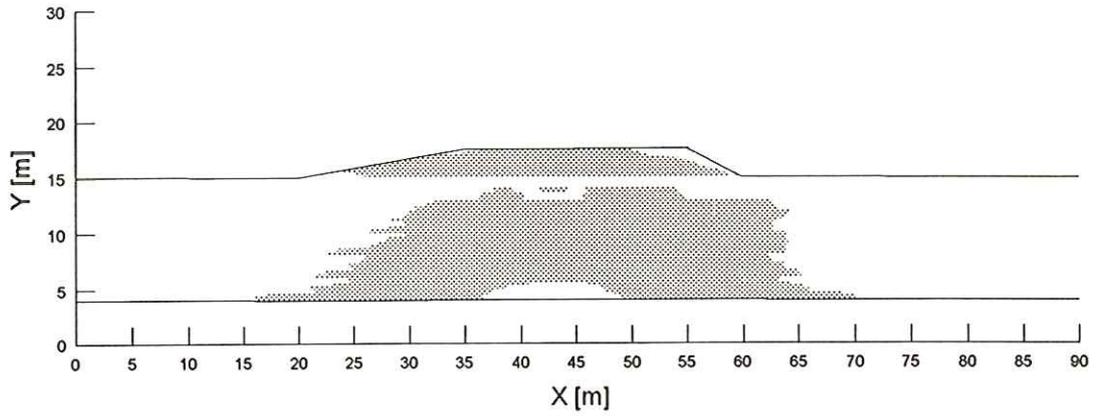


Figura 5.48 - Regiões em escoamento.

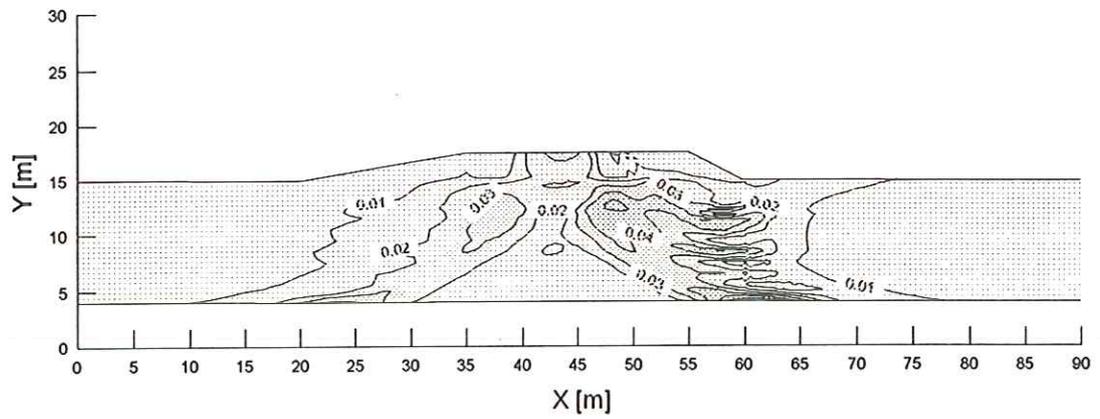


Figura 5.49 - Contornos de deformação cisalhante máxima.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas conclusões deste trabalho.

Sobre os métodos de equilíbrio limite tradicionais, baseados na pesquisa bibliográfica e nas análises realizadas pelo autor, pode-se afirmar que:

- Os métodos mais utilizados são os métodos das fatias. Em taludes homogêneos, de geometria simples, com superfície de ruptura circular, e distribuição de pressão neutra definida pelo coeficiente r_u , os métodos rigorosos (que atendem a todas as condições de equilíbrio) apresentam valores de fator de segurança próximos, com diferenças inferiores a 5%. O método de Bishop simplificado, apesar de não garantir todas condições de equilíbrio, também apresenta erro desta ordem. O método de Fellenius apresenta erros por vezes maiores que 50%, em condições de pressões neutra elevadas.
- A capacidade de prever a ruptura é um requisito essencial a um método de equilíbrio limite. O “erro” cometido em relação à situação de campo está relacionado tanto com o método de cálculo quanto com a capacidade de inferir os parâmetros de resistência. Uma melhor descrição da situação de campo está relacionada à melhoria dos dois aspectos. Se um método “errado” fornece uma resposta “correta” é porque está-se “errando” em outra direção. O conhecimento das hipóteses simplificadoras é essencial à análise.

- O método dos elementos finitos podem ser utilizados para elaborar funções de variação de forças interfatias para o método de MORGENSTERN & PRICE (1965) para diversas situações de campo.
- Levando-se em conta a disponibilidade computacional existente atualmente não se justifica o uso de métodos que não os rigorosos. Um método de equilíbrio limite aceitável deve garantir pelo menos o equilíbrio de forças e de momentos e apresentar uma distribuição de tensões fisicamente admissível.
- Associado a um método de cálculo é necessário utilizar um algoritmo de busca de superfície crítica. Dentre os vários algoritmos existentes aqui foram apresentados alguns que têm a eficiência necessária para os trabalhos práticos. Os algoritmos podem apresentar convergência para mínimos locais, o principal objetivo da busca é o mínimo global. Ao utilizar quaisquer destes algoritmos, é necessário não aceitar de imediato a superfície de ruptura obtida, mas interagir com o programa variando-se os graus de liberdade para a busca até obter um resultado considerado satisfatório. Deve-se também buscar identificar os diferentes mecanismos de ruptura possíveis.
- Os métodos de cálculo de fator de segurança não são panacéia, entretanto, constituem-se importante ferramenta de apoio à decisão ao trabalho do engenheiro. A responsabilidade de aceitar, ou não, o resultado de uma análise é uma questão de exercício de julgamento do profissional.

Sobre a aplicação do método dos elementos finitos para o cálculo de fator de segurança de talude:

- As técnicas para estudo de estabilidade de taludes pelo método dos elementos finitos podem ser agrupadas em: métodos diretos e métodos de equilíbrio limite aperfeiçoado. Os métodos diretos, que tratam o problema em termos de deslocamento, são menos utilizados. Já os métodos de equilíbrio limite

aperfeiçoado calculam o fator de segurança utilizando-se o campo de tensões resultante da análise por elementos finitos.

- Nos métodos de equilíbrio limite aperfeiçoado, existem diversas definições para o fator de segurança global do maciço. Neste trabalho, foram apresentadas três definições, sendo que a segunda definição apresentada (FS2) é a mais utilizada, talvez por tratar o problema de maneira mais semelhante à forma tradicional.
- Os conceitos aqui apresentados, relacionados à aplicação do método dos elementos finitos à análise de estabilidade de taludes, podem, com as devidas aproximações, ser aplicados em análises utilizando-se outros métodos numéricos, tais como diferenças finitas ou elementos de contorno.
- Neste tipo de análise o auxílio de computação gráfica é imprescindível. Principalmente para a visualização dos campos de tensão.

Sobre as análises realizadas e conclusões gerais:

- A segunda definição do fator de segurança (FS2) mostrou-se mais coerente com os resultados obtidos por análises por equilíbrio limite e apresentou menor oscilação dentre as análises realizadas.
- O aumento da rigidez relativa entre zonas do maciço influencia bastante a distribuição de tensões no maciço. Nas superfícies de ruptura estudadas pela segunda definição do fator de segurança (FS2), o valor obtido sofreu variações inferiores a 2%.
- As discrepâncias dos resultados do fator de segurança pela segunda definição (FS2), em análises elástica lineares e elástica não lineares são inferiores a 2%.
- O algoritmo numérico utilizado na análise elástica não linear (Euler) mostrou-se muito pouco eficiente para análise de maciços na condição de ruptura.

- A busca de superfície crítica tanto pelo método dos elementos finitos quanto pelo método convencional indicou o mesmo mecanismo de ruptura e valores de fator de segurança coerentes.
- No estudo do caso de ruptura, a simples inspeção visual da região plastificada não permite uma boa identificação da superfície de ruptura. Já os contornos de deformação cisalhante máxima permitem uma melhor identificação da superfície de ruptura. Um estudo interessante seria correlacionar o fator de segurança em termos de tensão nestas regiões de maior deformação cisalhante.
- A sugestão de BROWN & KING (1966) de estudar casos de campo de taludes estáveis e instáveis, e partido dos resultados, escolher a melhor definição do fator de segurança é interessante. Entretanto, levando-se em conta os diversos graus de liberdade do problema, a adoção da segunda definição parece mais viável. A capacidade de prever do método pode ser incrementada através de outros expedientes. Apresenta ainda dois aspectos importantes: o primeiro é que se trata de uma definição mais coerente com a hipótese de ruptura ao longo da superfície estudada, e o segundo é que se está em consonância com a maioria dos pesquisadores, o que favorece o intercâmbio de informações.
- O método dos elementos finitos leva em conta a deformabilidade relativa das diferentes zonas de um maciço, o que influencia a distribuição de tensões no mesmo. A deformabilidade não é ponderada nas análises pelos métodos convencionais.
- Tanto o modelo constitutivo quanto o algoritmo numérico têm grande influência no resultado. A escolha destes deve ser pautada na necessidade de representar bem tensões e deformações, inclusive em situações próximas à ruptura. O modelo elástico-plástico de Mohr-Coulomb aqui utilizado mostrou-se eficiente neste aspecto.

- No atual estágio de desenvolvimento, a análise de estabilidade por elementos finitos apresenta-se como um recomendável complemento às análises convencionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADIKARI, G.S.N. & CUMMINS,P.J. (1985) An effective stress slope stability analysis method for dams. In: ICSMFE, 11., San Francisco. **Proceedings**. p.713-718.
- ALMEIDA, M.S.S. (1982) The undrained behaviour of the Rio de Janeiro clay in the light of critical state theory. *Solos e Rochas*, v.5, n.2, p.3-24.
- ALMEIDA, M.S.S. (1985) Discussion of the Embankment failure on clay near Rio de Janeiro. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.111, n.2, p.253-256.
- ATKINSON, J.H. & BRANSBY, P.L. (1978) *The mechanics of soils - An introduction to critical state soil mechanics*. London, McGraw-Hill. 375p.
- BAKER, R. (1980) Determination of the critical slip surface in slope stability computations. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v.4, p.333-359.
- BASUDHAR, P.K. & YUDHBIR (1989) Automated slope stability analysis using mathematical programming technique. In: **COMPUTER AND PHYSICAL MODELLING IN GEOTECHNICAL ENGINEERING**. Rotterdam,Balkema. p.81-88.
- BISHOP, A.W. (1955) The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, v.5, n.1, p.7-17. ✓

- BISHOP, A.W. (1957) Discussion on: The usk scheme for the water supply of Swansea. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, v.7, p.271-272.
- BRITO, A.M. & GUNN, M.J. (1987) *Critical state soil mechanics via finite elements*. Ellis Horwood Limited. 488p.
- BROWN, C.B. & KING, I.P. (1966) Automatic embankment analysis: equilibrium and instability conditions. *Géotechnique*, v.16, n.3, Set., p.209-219.
- BROWN, P.T. & BOOKER, J.R. (1986) *Finite element analysis of excavation*. Research Report No.532, University of Sydney, 22p.
- CAPUTO, H.P. (1986) *Mecânica dos solos e suas aplicações*. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora. 6a. edição. Volume 2. 498p.
- CELESTINO, T.B. & DUNCAN, J.M. (1981) Simplified search for non-circular slip surfaces. In: ICSMFE, 10., Stockholm. **Proceedings**. p.391-394.
- CELESTINO, T.B. & WATANABE, R.M. (1973) Uma comparação entre análises planas e tridimensionais de tensões e deslocamentos em barragens de terra aplicação à usina de Ilha Solteira. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE GRANDES BARRAGENS, 9., Rio de Janeiro.
- CELESTINO, T.B.; TAGLIATELLA, E.P. & CUSTODIO, P.S.D. (1974) O método dos elementos finitos aplicado a escavações profundas em rochas. In: SEMINÁRIO BRASILEIRO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À MECÂNICA DOS SOLOS, 1., Rio de Janeiro. **Anais**. p.229-245.
- CHENG, Y.M. & TSUI, Y. (1991) An efficient method in modeling variable mesh problem in geotechnical engineering. *Computers and Geotechnics*, v.11, p.37-57.

- CHING, R.K.H. & FREDLUND, D.G. (1983) Some difficulties associated with the limit equilibrium method of slices. *Canadian Geotechnical Journal*, v.20, p.661-672. P
- CHOWDHURY, R.N. & ZHANG, S. (1990) Convergence aspect of limit equilibrium methods for slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, v.27, p.145-151.
- CHOWDHURY, R.N. & ZHANG, S. (1991) Discussion reply: Convergence aspect of limit equilibrium methods for slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, v.28, p.324-325.
- CHUGH, A.K. (1986) Variable factor of safety on slope stability analysis. *Géotechnique*, v.36, n.1, p57-64. P
- CLOUGH, R.W. & WOODWARD, R.J. (1967) Analysis of embankment stress and deformations. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v.93, SM4, p.529-549.
- DeNATALE, J.S. & CRENNAN, K.M. (1989) A simplex-based search for critical non-circular slip surfaces. In: ENGINEERING GEOLOGY AND GEOTECHNICAL ENGINEERING. Walters ed.. Rotterdam, Balkema. p.77-83.
- DOLEZALOVA, M. (1990) On interactive modelling and its use for open-pit mine stability analyses. In: EUROPEAN SPECIALTY CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2., Santander. **Proceedings**.
- DONALD, I.B. & GIAM, S.K. (1988) Application of the nodal displacement method to slope stability analysis. In: AUSTRALIA-NEW ZEALAND CONFERENCE ON GEOMECHANICS, 11., Sydney. **Proceedings**. p.456-460.

- DONALD, I.B. & GIAM, S.K. (1990) Critical failure surfaces for slopes as influenced by geological features. In: INTERNATIONAL IAEG CONGRESS, 6. **Proceedings**. p.2155-2162.
- DONALD, I.B. (1994) The extended criss method for calculating slope stability. In: ICSMFE, 13., New Delhi, India. **Proceedings**. p.939-942.
- DUNCAN, J.M. & CHANG, C.Y. (1970) Non-linear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v.96, SM5, p.1629-1653.
- DUNCAN, J.M. & WRIGHT, S.G. (1980) The accuracy of equilibrium methods of slope stability analysis. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LANDSLIDES, New Delli. **Proceedings**. v.1, p.247-254.
- DUNLOP, P. & DUNCAN, J.M. (1970) Development of failure around naturally excavated slopes. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v.96, SM2, p.471-493.
- ENOKI, M.; YAGI, N. & YATABE, R. (1990) Generalized method for slope stability analysis. *Soil and Foundations*, v.30, n.2, p.1-13.
- FAN, K.; FREDLUND, D.G. & WILSON, G.W. (1986) An interslice force function for limit equilibrium slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v.23, p.287-296.
- FARIAS, M.M. (1993) *Numerical analysis of clay core dams*. Tese (PhD), University of Wales, University College of Swansea. 159p.
- FARIAS, M.M. (1994) Uso de elementos finitos para cálculo do fator de segurança. In: INFOGEO'94, São Paulo. **Anais**. ABMS. p.113-120.

FELICIANI, M.R. & HACHICH, W. (1988) O algoritmo simplex na análise de estabilidade de taludes: superfícies não-circulares de escorregamento. MICROGEO'88, São Paulo. **Anais. ABMS.** p.45-51.

FREDLUND, D.G. & KRAHN, J. (1977) Comparison of slope stability methods of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v.14, p.429-439.

FREDLUND, D.G. (1984) Analytical methods for slope stability analysis. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LANDSLIDES, 4., Toronto. **Proceedings.** v.1, p.229-250.

FREDLUND, D.G. (1987) Slope stability analysis incorporating the effect of soil suction. In: *Slope Stability*, Anderson & Richards eds.. John Wiley & Sons. p.113-144.

FREDLUND, D.G.; ZHANG, Z.M. & LAM, L. (1992) Effect of the axis of moment equilibrium in slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v.29, p.456-465.

GEO-SLOPE International Ltd. (1995a) *SIGMA/W - User's guide.* Calgary, Alberta, Canada.

GEO-SLOPE International Ltd. (1995b) *SLOPE/W - User's guide.* Calgary, Alberta, Canada.

GIAM, S.K. & DONALD, I.B. (1988) Determination of critical slip surfaces for slopes via stress-strain calculations. In: AUSTRALIA-NEW ZEALAND CONFERENCE ON GEOMECHANICS, 11., Sydney. **Proceedings.** p.461-464.

GIAM, S.K. & DONALD, I.B. (1991) Upper bound solutions to soil stability problems via general wedge methods. In: COMPUTER METHODS AND

ADVANCES IN GEOMECHANICS. . **Proceedings**. Rotterdam, Balkema, p.475-480.

GOODMAN, R.E. & BROWN, C.B. (1963) Dead load stress and the instability of slopes. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, v.89, SM3, p.103-134.

GRECO, V.R. (1988) Numerical methods for locating the critical slip surface in slope stability analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, Innsbruck. **Proceedings**. p.1219-1223.

GUIDICINI, G. & NIEBLE, C.M. (1976) *Estabilidade de taludes naturais e de escavação*. São Paulo, Edgard Blücher. 170p.

HACHICH, W.C. (1988) Análise probabilística de estabilidade. In: ENCONTRO TÉCNICO ESTABILIDADE DE ENCOSTAS, São Paulo. ABMS-NRSP. p.49-73.

HOEG, K. (1977) *Cálculos de deformações na engenharia geotécnica*. 2o. Laurits Bjerrum Memorial Lecture. Tradução ABMS n.5, Jun.1982.

HOEK, E. & BRAY, J.W. (1977) *Rock slope engineering*. The Institution of Mining and Metallurgy, London. 2a. edição. 402p.

HOVLAND, H.J. (1977) Three-dimensional slope stability analysis method. *Journal of the Geotechnical Division, ASCE*, v.103, GT9, p.971-986.

HUA, C. (1990) An inverse transformation for quadrilateral isoparametric elements: Analysis and application. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.7, p.159-166.

- HUAMÁN, E.A.O.; de CAMPOS, T.M.P. & VARGAS Jr., E.A. (1992) Análise de estabilidade de taludes considerando ruptura prograssiva. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE ESTABILIDADE DE ENCOSTAS, 1., Rio de Janeiro. **Anais**. p.537-557. p
- HUANG, R.Q.; WANG, S.T. & ZHANG, Z.Y. (1990) Theory and practice of geofield analysis of large rock slopes. In: INTERNATIONAL IAEG CONGRESS, 6.. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema. p. 2205-2210. ✓
- HUANG, S.L. & YAMASAKI, K. (1993) Slope failure analysis using local minimum factor-of-safety approach. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.119, n.12, p.1974-1987. ✓
- HUANG, S.L.; SPECK, R.C. & XU, M. (1992) Evaluation of coal spoil pile instability in the interior Alaska. *Bulletin of the Association of Engineering Geologists*, v.29, n.1, p.1-9. ✓
- JANBU, N. (1973) Slope stability computations. In: EMBANKMENT DAM ENGINEERING, Casagrande Volume. Hirschfeld, R.C. & Poulos, S.J. eds.. Wiley, p.47-86.
- JIANG, J. & XIE, Q. (1988) Finite element analysis of stress in slopes. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, Innsbruck. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema. v.2, p.1375-1383.
- KAWAMOTO, T.; ICHAKAWA, Y. & ITO, T. (1989) Localisation theory and its application to the fracturing process in geomechanics. In: COMPUTER AND PHYSICAL MODELLING IN GEOTECHNICAL ENGINEERING. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema. p.491-500.

- KOHGO, Y. & YAMASHITA (1988) Finite element analysis of fill type dams - Stability during construction by using the effective stress concept. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, Innsbruck. **Proceedings**. v.2, p.1315-1322.
- KONDNER, R.L. (1963) Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v.89, SM1, p.115-143.
- KONDNER, R.L. & ZELASKO, J.S. (1963) A hyperbolic stress-strain formulation for sands. In: PANAMERICAN CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, 2., Brasil. **Proceedings**. p.289-324.
- KULHAWY, F.H.; DUNCAN, J.M. & SEED, H.B. (1969) *Finite element analysis of stress and movements in embankment during construction*. Research Report No. TE 69-4, University of California, Berkeley, 169p.
- LAMBE, T.W. & WHITMAN, R.V. (1979) *Soil mechanics - SI version*. John Wiley. 553p.
- LAN, L. & FREDLUND, D.G. (1993) A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v.30 p.905-919.
- LI, K.S. & WHITE, W. (1987) Rapid evaluation of the critical slip surface in slope stability problems. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v.11, p.449-473.
- LOWE, J. & KARAFIATH, L. (1960) Stability of earth dams upon drawdown. In: PAN-AMERICAN CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING, 1., México City. **Proceedings**. v.2, p.537-560.

- MATSUI, T. & SAN, K. (1989) Verification of the analysis method for reinforced slopes. In: ICSMFE, 12., Rio de Janeiro. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema. v.2, p.1277-1280.
- MATSUI, T. & SAN, K. (1990) Hybrid slope stability analysis method with its applications to reinforced slope cutting. *Soil and Foundations*, v.30, n.2, Jun, p.79-88.
- MORGENSTERN, N.R. & PRICE, V.E. (1967) The analysis of the stability of general slip surfaces. *Géotechnique*, v.15, p. 70-93. ✓
- MOSTYN, G.R. & SMALL, J.C. (1987) Methods of stability analysis. In: EXTENSION COURSE ON SOIL SLOPE INSTABILITY AND STABILISATION, Sydney. **Proceedings**. Walker e Fell eds.. Rotterdam, Balkema, p. 71-120. P
- MYLLEVILLE, B.L.J. & ROWE, R.K. (1988) Steel reinforced embankments on soft clay foundations. In: INTERNATIONAL IAEG CONGRESS, 6. **Proceedings**. Rotterdam, Balkema. p. 437-442.
- NAGAO, A.; KITAMURA, T. & MIZUTANI, J. (1988) Field experiment on reinforced earth and its evaluation using FEM analysis. In: INTERNATIONAL GEOTECHNICAL SYMPOSIUM ON THEORY AND PRACTICE OF EARTH REINFORCEMENT, Fukuoka, Japão. **Proceedings**. p. 329-334.
- NASH, D. (1987) A comparative review of limit equilibrium methods of stability analysis. In: *Slope Stability*, Anderson & Richards eds.. John Wiley & Sons. p.11-75. ✓

NAYLOR, D.J. (1982) Finite elements and slope stability. In: NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS. Martins, J.B. ed., D. Reidel Publishing. p.299-244. ✓

NGUYEN, V.U. (1985a) Determination of critical slope failure surfaces. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.111, GT2, p.238-250.

NGUYEN, V.U. (1985b) New applications of classical numerical techniques in slope analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, 5, Nagoya. **Proceedings**. p.25-34.

ODEBRECHT, E. (1988) *Análise de estabilidade de taludes utilizando o método de Sarma (1973)*. Dissertação (Mestrado). PUC-Rio. 168p. ✓

ORTIGÃO, J.A.R. (1993) *Introdução a mecânica dos solos dos estados críticos*. Rio de Janeiro, LTC Editora. 368p.

ORTIGÃO, J.A.R.; WERNECK, M.L.G. & LACERDA, W.A. (1983) Embankment failure on clay near Rio de Janeiro. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.109, n.11, p.1460-1479.

PINTO, C.S. (1992) Primeira Conferência Pacheco Silva - Parte II: Considerações sobre a resistência não-drenada das argilas. *Solos e Rochas*, v15, n.2, p.59-87.

PUGLIESE, P.B. (1993) *Estudo de estabilidade de aterros sobre solos moles*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 156p.

RAHARDJO, H. & FREDLUND, D.G. (1984) General equilibrium method for lateral earth force. *Canadian Geotechnical Journal*, v.21, p.166-175.

RAHMAN, H. (1990) Analysis of slope stability problem of the heterogeneous slope by finite element method. In: INTERNATIONAL IAEG CONGRESS, 6. **Proceedings**. p.2279-2285.

ROJAS, V.E.M. (1995) Estabilidade de taludes de grande altura em minas a céu aberto. In: CONFERÊNCIA LATINO-AMERICANA DE ENGENHEIROS GEOTÉCNICOS JOVENS, 2., Rio de Janeiro. **Anais**. p.409-423. ✓

SANDRONI, S.S. & SAYÃO, A.S.F.J. (1992) Avaliação estatística do coeficiente de segurança de taludes. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE ESTABILIDADE DE ENCOSTAS, 1., Rio de Janeiro. **Anais**. p.523-536.

SANDRONI, S.S. (1993) Sobre o uso dos ensaios de palheta no projeto de aterros sobre argilas moles. *Solos e Rochas*, v.16, n.3, p.207-213.

SARMA, S.K. (1973) Stability analysis of embankments and slopes. *Géotechnique*, v.23, p.423-433. ✓

SARMA, S.K. (1979) Stability analysis of embankments and slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, v.105, GT12, p.1511-1524. ✓

SCOTT, R.F. (1987) Failure - The Twenty-Seventh Rankine Lecture. *Géotechnique*, v.32, n.4, p.423-446.

SEED, H.B. & SULTAN, H.A. (1967) Stability analysis for a sloping core embankment. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v.93, SM4, p.69-83.

SHARMA, K.G.; RAMAMUTRTHY, T. & AILAWADI, O.P. (1985) Elasto-plastic finite element analysis of rock slopes. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, 5., Nagoya. Rotterdam, Balkema. **Proceedings**. p.981-987.

SORIANO, A. (1976) Iterative schemes for slope stability analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, Blacksburg. **Proceedings**. p.713-724. P

SPENCER, E. (1967) A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Géotechnique*, v.17, p.11-26.

SPENCER, E. (1973) Thrust line criterion in embankment stability analysis. *Géotechnique*, v.23, n.1, p.85-100.

SRBULOV, M.M. (1987) Limit equilibrium method with local factors of safety for slope stability. *Canadian Geotechnical Journal*, v.24, p.652-656. ✓

SULTAN, H.A. & SEED, H.B. (1967) Stability of sloping core earth dams. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, v.93, SM4, p.45-67.

TALESNICK, M. & BAKER, R. (1984) Comparison of observed and calculated slip surface in slope stability calculations. *Canadian Geotechnical Journal*, v.21, p.713-719.

TAN, C.P. & DONALD, I.B. (1985) Finite element calculations of dam stability. In: ICSMFE, 11. San Francisco. **Proceedings**. p.2041-2044.

TAVENAS, F.; TRAK, B. & LEROUEIL, S. (1980) Remarks on the stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v.17, p.61-73.

TERZAGHI, K & PECK, R.B. (1967) *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley. 2a. edição. 729p.

- TRIGO, J.F.C. (1990) *A estabilidade de cortinas ancoradas em relação às ações verticais. Análise por elementos finitos*. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 112p.
- TSUBOUCHI, T.; GOTO, Y. & NISHIOKA, T. (1988) Analysis of a slope reinforced with rockbolts. In: INTERNATIONAL GEOTECHNICAL SYMPOSIUM ON THEORY AND PRACTICE OF EARTH REINFORCEMENT, Fukuoka, Japão. **Proceedings**. p. 353-356.
- TURNBULL, W.J. & HVORSLEV, M.J. (1967) Special problems in slope stability. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v.93, SM4, p.549-582.
- VARGAS, M. (1978) *Introdução à mecânica dos solos*. São Paulo, McGraw-Hill. 509p.
- VENTURINI, W.S. (1983) *Boundary element method in geomechanics*. Lecture Notes in Engineering. Springer-Verlag, Berlin. 246p.
- WEISKAMP, K. & HEINY, L. (1992) *Programação gráfica em Turbo Pascal*. Rio de Janeiro, Editora Ciência Moderna. 444p.
- WHITMAN, R.V. & BAILEY, W.A. (1967) Use of computers for slope stability analysis. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, v.93, SM4, July, p. 475-498.
- WOOD, D.M. (1990) *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press. 462p.
- WRIGHT, S.G.; KULHAWY, F.H. & DUNCAN, J.M. (1973) Accuracy of equilibrium slope stability analysis, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, v.99, SM10, p.783-791.

- YAMAGAMI, T. & UETA, Y. (1988) Search for critical slip lines in finite element stress fields by dynamic programming. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON NUMERICAL METHODS IN GEOMECHANICS, Innsbruck. **Proceedings**. v.2, p.1347-1352.
- YAMAMOTO, J.K. & BRAGHIN, M.A. (1992) Revisão do algoritmo PTLOC para a determinação de um ponto em relação a um polígono. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 37., São Paulo. **Anais**. p.207-208.
- YOUNG, R.N.; SIU, S.K.H. & SCIADAS, N. (1982) Stability analysis of unsaturated soil slopes. In: ENGINEERING AND CONSTRUCTION IN TROPICAL AND RESIDUAL SOIL, Honolulu. **Proceedings**. ASCE. p.483-499.
- ZHANG, S. & CHOWDHURY, R.N. (1995) Interslice shear forces in slope stability analysis - a new approach. *Soil and Foundations*, v.35, n.1, p.65-74.
- ZIENKIEWICZ, O.C. (1971) *The finite element method in engineering science*. MacGraw-Hill. 2a. edição. 521p.
- ZIENKIEWICZ, O.C.; HUMPHERSON, C. & LEWIS, R.W. (1975) Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics. *Géotechnique*, v.25, n.4, p.671-689.
- ZOU, J.Z.; WILLIAMS, D.J. & XIONG, W.L. (1995) Search for critical slip surfaces based on finite element method. *Canadian Geotechnical Journal*, v.32, p.233-246.