

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE GEOTECNIA

JAILTO ANTONIO PRADO DA SILVA

**Contribuição ao estudo do fraturamento hidráulico utilizando o Método
dos Elementos Finitos e a Mecânica da Fratura Elástico Linear**

São Carlos

2017

JAILTO ANTONIO PRADO DA SILVA

**Contribuição ao estudo do fraturamento hidráulico utilizando o Método
dos Elementos Finitos e a Mecânica da Fratura Elástico Linear**

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências, do programa de Pós-Graduação em Geotecnia.

Área de Concentração: Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. Edmundo Rogério Esquivel

Coorientador: Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino

São Carlos

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S586
c

Silva, Jailto Antonio Prado da
Contribuição ao estudo do fraturamento hidráulico
utilizando o Método dos Elementos Finitos e a Mecânica
da Fratura Elástico Linear / Jailto Antonio Prado da
Silva; orientador Edmundo Rogério Esquivel;
coorientador Tarcísio Barreto Celestino. São Carlos,
2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação
e Área de Concentração em Geotecnia -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2017.

1. Mecânica da Fratura Elástico Linear. 2. FRANC
2D. 3. Fraturamento Hidráulico. 4. Método dos Elementos
Finitos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JAILTO ANTONIO PRADO DA SILVA**.

Título da dissertação: "Contribuição ao estudo do faturamento hidráulico utilizando o método dos elementos finitos e a mecânica da fratura elástico linear".

Data da defesa: 24/04/2017.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Dr. **Edmundo Rogério Esquivel**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Edson Denner Leonel**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Caio Gorla Nogueira**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho/UNESP-Bauru)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia:
Prof. Dr. **Edmundo Rogério Esquivel**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luis Fernando Costa Alberto**

*Dedico aos meus pais e avós pelo amor, carinho e
compreensão incondicionais.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por todas as conquistas obtidas no campo acadêmico e pessoal.

À minha família por todo o amor e carinho. Especiais homenagens presto a minha avó Darcy Prado dos Santos e meu avô Jailto Gomes dos Santos, pelo amor e carinho incondicionais mesmo eu estando tão longe de casa. Aos meus pais Maurício Castro e Nancy Prado pelo amor e compreensão de ter seu filho distante, mas com a certeza de que a distância não importa quando se tem dentro do coração o sentimento de carinho. Ao meu irmão Maurício Bruno, pelo auxílio e parceria demonstrados hoje e sempre. Aproveitou o fato de estar morando em Botucatu realizando sua pós-graduação para vir aqui em São Carlos passar finais de semana comigo sempre bem agradáveis.

Ao meu amigo Gregório Felipe por ter me ensinado noções de modelagem em Elementos Finitos, instrumento de trabalho utilizado em minha dissertação. Aos demais amigos e colegas que estiveram conosco durante o período residentes aqui na república que formamos.

Aos meus colegas e professores da Universidade Federal de Alagoas, em especial os do Laboratório de Computação Científica e Visualização (LCCV), pelos anos que vivenciamos em parceria e pesquisa, sempre buscando novos desafios. Ao Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (PRH-40) pelo conhecimento adquirido através de treinamentos e incentivo a pesquisa no setor de petróleo e gás.

Ao professor Edson Denner Leonel, do departamento de Estruturas da EESC-USP, pelas orientações fundamentais prestadas para que eu pudesse desenvolver e terminar com sucesso o presente trabalho. Também ao professor Caio Nogueira que aceitou fazer parte da banca de minha defesa e que me passou boas sugestões para melhorar e enriquecer meu trabalho.

Agradeço também ao professor Edmundo Esquivel por me auxiliar com sugestões e correções importantes do texto final da dissertação e também me auxiliar na tradução do texto em inglês do artigo.

Aos demais colegas do departamento pelos bons momentos vividos durante minha jornada acadêmica de mestrado.

Ao CNPq pelo auxílio financeiro.

“Treine enquanto eles dormem, estude enquanto eles se divertem, persista enquanto eles descansam, e então, viva o que eles sonham. ”

Provérbio japonês

RESUMO

SILVA, J. A. P. **Contribuição ao estudo do fraturamento hidráulico utilizando o Método dos Elementos Finitos e a Mecânica da Fratura Elástico Linear**. 2017. 93 p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Geotecnia, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

O fraturamento hidráulico é uma das técnicas de estimulação mais utilizadas pela indústria petrolífera. Esta técnica permite o aumento de produtividade de poços com baixo custo. Essa técnica consiste em induzir a propagação de fissuras nas rochas por meio de uma pressão externa. Assim, modelos para a simulação da propagação de fissuras em tais condições tornam-se de grande importância. O presente trabalho apresenta uma contribuição ao estudo da propagação de fissuras durante o fraturamento hidráulico. Um modelo numérico baseado no Método dos Elementos Finitos será apresentado. Teorias da mecânica da fratura elástico linear são aplicadas e a propagação de fissuras durante o fraturamento hidráulico é modelada, tendo como processador das análises a ferramenta numérica FRANC 2D. Os resultados obtidos pelo modelo numérico são comparados com respostas apresentadas na literatura. Boa concordância é observada entre os resultados. Em especial, para os valores da pressão de quebra e o raio de reorientação.

Palavras-Chave: Mecânica da Fratura Elástico Linear. FRANC 2D. Fraturamento Hidráulico. Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

SILVA, J. A. P. **Contribution to study of fracking using the Finite Element Method and the Linear Elastic Fracture Mechanics**. 2017. 93 p. Dissertation (Master Thesis) – Department of Geotechnical Engineering, Engineering School of São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2017.

Fracking is one of the most used stimulation techniques by the oil and gas industry. This technique allows the increase of productivity of wells with low cost. Consists in inducing the propagation of cracks in the rocks by means of an external pressure. Thus, models for simulating the propagation of cracks in such conditions become of great importance. This work presents a contribution to the study of the propagation of cracks during the fracking. A numerical model based on the Finite Element Method will be presented. Theories of linear elastic fracture mechanics are applied and the propagation of cracks during hydraulic billing is modeled, with the FRANC 2D numerical tool as the analysis processor. The results obtained by the numerical model are compared with answers presented in the literature. Good agreement is observed among the results. In particular, for the values of the breakdown pressure and the reorientation radius.

Keywords: Linear Elastic Fracture Mechanics. FRANC 2D. Fracking. Finite Element Method.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1.1 - Fraturamento hidráulico no processo de extração de gás. | 1 |
| Figura 1.2 - Fraturamento hidráulico para a geração de energia térmica. | 2 |
| Figura 1.3 - Execução de fraturamento hidráulico em poço de água. | 3 |
| Figura 1.4 - Atividade de <i>fracking</i> no Kansas (EUA) em 1940. | 4 |
| Figura 1.5 - Processo de fraturamento hidráulico em rocha reservatório. | 5 |
| Figura 1.6 - Processo de fechamento da fissura devido aos esforços preexistentes na rocha reservatório. | 5 |
| Figura 1.7 - Exemplo de materiais de sustentação da fratura (propantes). | 6 |
| Figura 1.8 - Histórico de produção de gás natural nos EUA em trilhões de m ³ , entre os anos de 1990 a 2011, com projeção para 2040. | 7 |
| Figura 2.1 - Esquema de fraturamento hidráulico via seção horizontal um poço aberto. | 13 |
| Figura 2.2 - Pressões de fundo registradas no interior do poço. | 14 |
| Figura 2.3 - Detalhes de elementos do ensaio de fraturamento hidráulico. | 15 |
| Figura 2.4 - Amostra ensaiada através do ensaio de fraturamento hidráulico. | 16 |
| Figura 2.5 - Seção planar do ensaio de fraturamento hidráulico. Detalhe para os elementos constituintes no interior do bloco. | 17 |
| Figura 2.6 - Esquema da propagação de fissuras via fraturamento hidráulico. | 18 |
| Figura 2.7 - Representação dos modelos de deslocamento da ponta da trinca. | 19 |
| Figura 2.8 - Coordenadas na frente da trinca. | 20 |
| Figura 2.9 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo I. | 21 |
| Figura 2.10 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo II. | 22 |
| Figura 2.11 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo III. | 23 |
| Figura 2.12 - Placa de material frágil. | 24 |
| Figura 2.13 - Parcelas de energia constituintes da energia interna. | 25 |
| Figura 2.14 - Diagrama de evolução de energia, função do comprimento da fratura. | 28 |
| Figura 2.15 - Contorno arbitrário em torno da ponta da trinca da integral J. | 30 |
| Figura 2.16 - Sistema de coordenadas que determina o estado de tensões na ponta da fissura via critério de tensão circunferencial máxima. | 31 |
| Figura 2.17 - Diagrama de interação dos modos I e II para a situação de ruptura. | 36 |
| Figura 3.1 - Detalhe do elemento Q8 constituinte do modelo da análise. | 41 |
| Figura 3.2 - Detalhe do elemento T6 constituinte das faces da fissura no modelo da análise. | 41 |
| Figura 3.3 - Estrutura interna do bloco de cimento ensaiado. | 42 |
| Figura 3.4 - Detalhe do modelo bidimensional de elementos finitos utilizado nas análises de simulação do fraturamento hidráulico, contendo as condições de contorno. | 44 |
| Figura 3.5 - Detalhe do modelo bidimensional de elementos finitos utilizado nas análises, contendo as condições de contorno e fissura com orientações entre 0° e 90°. | 44 |
| Figura 4.1 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos contendo condições de contorno (malha 1). | 46 |
| Figura 4.2 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos com o dobro de refinamento contendo condições de contorno (malha 2). | 47 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.3 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos com o quádruplo de refinamento contendo condições de contorno (malha 3)..... | 47 |
| Figura 4.4 - Configuração de tensões ao redor do furo (Solução de Kirsch). | 50 |
| Figura 4.5 - Campo de tensões normais na direção dos eixos x e y induzidas pelas tensões <i>in situ</i> em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3. | 51 |
| Figura 4.6 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 induzidas pelas tensões <i>in situ</i> em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3..... | 51 |
| Figura 4.7 - Comparação da solução analítica de Kirsch para as tensões radiais e tangenciais com as numéricas de elementos finitos com θ de 0° a 75° - malha 3. | 52 |
| Figura 4.8 - Campo de tensões normais na direção dos eixos x e y induzidas pelas tensões <i>in situ</i> e a pressão do fluido no interior do furo em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3..... | 54 |
| Figura 4.9 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 induzidas pelas tensões <i>in situ</i> e a pressão do fluido no interior do furo em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3..... | 54 |
| Figura 4.10 - Comparação da solução analítica de Bradley com as numéricas da malha 3 de elementos finitos para as tensões radiais e tangenciais para θ de 0° a 75°..... | 55 |
| Figura 4.11 - Composição do fraturamento hidráulico de parcelas pelo princípio da superposição de efeitos: (a) Tensão <i>in situ</i> mínima; (b) Tensão <i>in situ</i> máxima; (c) Pressão do fluido no interior do furo e (d), pressão do fluido no interior da fissura. | 57 |
| Figura 4.12 - Detalhe de refinamento ao longo da fissura e da ponta da fissura gerada no FRANC 2D para cada comprimento de fissura l | 59 |
| Figura 4.13 - Campo de tensões normais ao longo dos eixos x e y em torno do furo induzidas pelas tensões <i>in situ</i> e a pressão do fluido no interior do furo e da fissura com orientação de 0° da malha 3 com $l = 5$ mm (MPa). | 60 |
| Figura 4.14 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 em torno do furo induzidas pelas tensões <i>in situ</i> e a pressão do fluido no interior do furo e da fissura com orientação de 0° (MPa) da malha 3 com $l = 5$ mm..... | 60 |
| Figura 4.15 – Resultados numéricos obtidos pelo FRANC 2D e analíticos via solução de Rummel postos em comparação com o numérico de K_I para refinamento das faces da fissura de 10, 20 e 30 elementos..... | 61 |
| Figura 4.16 – Estudo de convergência vias solução de Rummel (1987) postos em comparação com o numérico de K_I para refinamento das faces da fissura de 10, 20 e 30 unidades. | 62 |
| Figura 4.17 - Elemento do tipo CPE4R..... | 64 |
| Figura 4.18 - Detalhamento da localização de elementos aplicados na análise de elementos finitos. ... | 65 |
| Figura 4.19 - Modelo numérico de elementos finitos apresentando as partes onde aplicou-se algoritmos de geração distintos cada qual com sua finalidade..... | 67 |
| Figura 4.20 - Comparação dos resultados analítico com numérico de K_I | 68 |
| Figura 4.21 - Erro relativo envolvendo os resultados numérico obtido via elementos finitos e analítico via solução de Rummel. | 69 |
| Figura 4.22 - Modelo numérico de elementos finitos para análises que contem orientação de fissura entre 0° e 90° contendo condições de contorno. | 70 |
| Figura 4.23 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais das pressões de quebra para $\sigma_H = 4$ MPa..... | 72 |
| Figura 4.24 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais das pressões de quebra para $\sigma_H = 5$ MPa..... | 73 |
| Figura 4.25 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais de pressões de quebra para $\sigma_H = 6$ MPa..... | 73 |
| Figura 4.26 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 4$ MPa..... | 74 |

| | |
|--|----|
| Figura 4.27 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 5$ MPa..... | 75 |
| Figura 4.28 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 6$ MPa..... | 75 |
| Figura 4.29 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 0° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 76 |
| Figura 4.30 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 0° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 77 |
| Figura 4.31 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 15° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 77 |
| Figura 4.32 - Resultados numérico do campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 15° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 78 |
| Figura 4.33 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 30° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 78 |
| Figura 4.34 - Resultados numérico do campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 30° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 79 |
| Figura 4.35 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 45° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 79 |
| Figura 4.36 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 45° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 80 |
| Figura 4.37 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 80 |
| Figura 4.38 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 81 |
| Figura 4.39 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 75° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 81 |
| Figura 4.40 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 75° para $\sigma_H = 4$ MPa. | 82 |
| Figura 4.41 - Resultado experimental do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa. Detalhes para as imperfeições existentes no perfil descrito da propagação da fissura, causada pelo efeito de tortuosidade. | 83 |
| Figura 4.42 - Resultados numéricos do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa..... | 83 |
| Figura 4.43 - Resultados numéricos do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de submetido a $\sigma_H = 6$ MPa.. Detalhe para o campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y..... | 84 |
| Figura 4.44 - Resultados numéricos e experimentais do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa..... | 85 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 3.1 - Parâmetros físicos das amostras ensaiadas. | 43 |
| Tabela 4.1 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Kirsch. | 52 |
| Tabela 4.2 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Bradley. | 55 |
| Tabela 4.3 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Rummel. | 62 |
| Tabela 4.4 - Parâmetros físicos das amostras de arenito. | 64 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|----------|---|
| EESC | Escola de Engenharia de São Carlos |
| USP | Universidade de São Paulo |
| MFEL | Mecânica da Fratura Elástico Linear |
| MEC | Método dos Elementos de Contorno |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| EUA | Estados Unidos da América |
| CNPq | Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico |
| FRANC 2D | FRacture ANalysis Code-2D |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-------------------------|---|
| σ_h | Tensão horizontal <i>in situ</i> mínima |
| σ_H | Tensão horizontal <i>in situ</i> máxima |
| P_b | Pressão de quebra |
| P_w | Pressão do fluido no interior do poço/furo |
| r_w | Raio do poço/furo |
| θ | Ângulo de orientação da fissura/ponta da fissura |
| θ_p | Ângulo de propagação da fissura |
| K_{IC} | Tenacidade à fratura |
| K_{eq} | Fator de Intensidade de Tensão Equivalente |
| $\sigma_{\theta\theta}$ | Tensão circunferencial |
| $\tau_{r\theta}$ | Tensão de cisalhamento |
| σ_{rr} | Tensão Radial |
| K_I, K_{II} | Fatores de intensidade de tensão modos I e II |
| r | Distância Radial |
| ε_{ij} | Tensor de deformações |
| σ_{ij} | Tensor de tensões |
| T_i | Componente do vetor de tração |
| u_i | Vetor de deslocamento ao longo do contorno Γ |
| ds | Incremento de comprimento no contorno Γ |
| η_j | Vetor normal a trajetória do contorno Γ |

σ_θ Tensão Tangencial Efetiva

σ_r Tensão Radial Efetiva

ν Coeficiente de Poisson

E Módulo de Elasticidade

J Integral J

SUMÁRIO

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | CONSIDERAÇÕES INICIAIS..... | 3 |
| 1.2 | JUSTIFICATIVA..... | 8 |
| 1.3 | OBJETIVOS | 8 |
| 1.4 | METODOLOGIAS DE PESQUISA..... | 9 |
| 1.5 | DELIMITAÇÃO DO TRABALHO PROPOSTO | 10 |
| 1.6 | ESTRUTURA DO TRABALHO..... | 10 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 12 |
| 2.1 | FRATURAMENTO HIDRÁULICO | 12 |
| 2.2 | ENSAIO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO | 15 |
| 2.3 | MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICO LINEAR | 18 |
| 2.3.1 | Fator de Intensidade de Tensão | 18 |
| 2.3.2 | Taxa de Liberação de Energia | 24 |
| 2.3.3 | Integral J..... | 29 |
| 2.4 | CRITÉRIOS DE PROPAGAÇÃO DE FISSURAS | 31 |
| 2.4.1 | Tensão Circunferencial Máxima | 31 |
| 2.4.2 | Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial..... | 33 |
| 2.4.3 | Mínima Densidade de Energia de Deformação..... | 35 |
| 2.5 | TRABALHOS ENVOLVENDO MODELOS DE FRATURA FRÁGIL EM SIMULAÇÕES DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO..... | 37 |
| 3 | METODOLOGIA UTILIZADA | 40 |
| 3.1 | FRANC 2D..... | 40 |
| 3.2 | ESTRATÉGIA DE SIMULAÇÃO | 42 |
| 4 | APLICAÇÕES | 46 |
| 4.1 | SOLUÇÃO DE KIRSCH | 49 |
| 4.2 | SOLUÇÃO DE BRADLEY | 53 |
| 4.3 | SOLUÇÃO DE RUMMEL | 56 |
| 4.4 | ANÁLISES COM O ABAQUS | 63 |
| 4.4.1 | Elemento CPE4R..... | 63 |
| 4.4.2 | Procedimentos adotados na simulação numérica do ensaio de fraturamento hidráulico..... | 65 |
| 4.4.3 | Resultados da validação via MFEL..... | 68 |
| 4.5 | SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO UTILIZANDO MODELO DE FRATURA FRÁGIL..... | 69 |

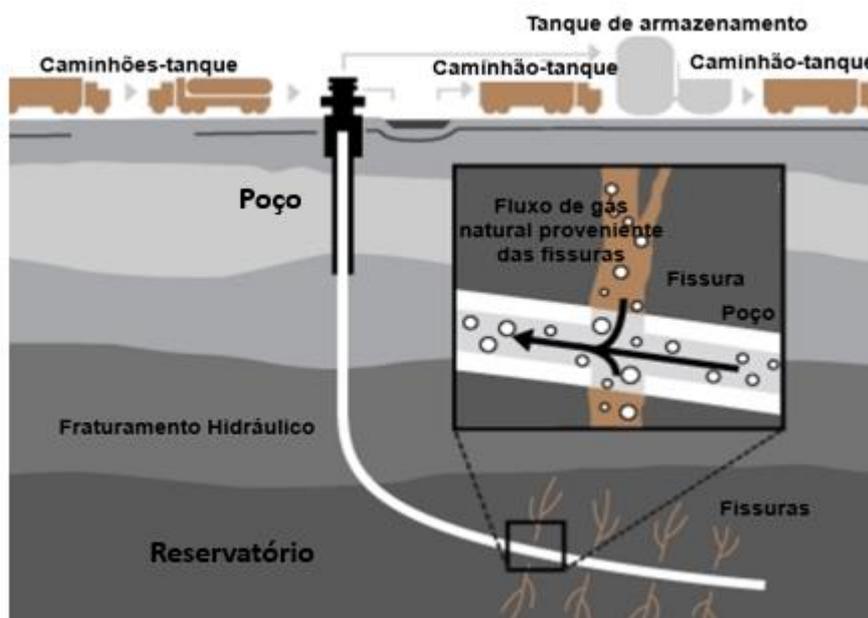
| | | |
|-------|----------------------------------|----|
| 4.5.1 | Pressão de quebra | 72 |
| 4.5.2 | Reorientação da Fissura | 74 |
| 5 | CONCLUSÃO | 87 |
| 6 | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 89 |

1 INTRODUÇÃO

Os processos de estimulação possuem uma gama de aplicações em diversos setores de engenharia a fim de extrair recursos energéticos de forma mais eficiente e mais produtiva. Exemplo disso são as aplicações em reservatórios de hidrocarbonetos, em especial os que contem baixa permeabilidade. A Figura 1.1 apresenta o procedimento aplicado para a extração de gás natural destes tipos de reservatórios: Construção do poço por meio de uma broca, a qual é direcionada até a região onde encontra-se o reservatório. Seguidamente são geradas fissuras por meio de canhoneiros que servirão de caminho por onde o fluido injetado no poço estimula a produção de petróleo e gás.

De acordo com Eshkalak, Aybar e Sepehrnoori (2014), o custo operacional inicial para a execução de um novo poço em relação a poços já fraturados tem significado econômico importante. Assim, é mais rentável economicamente reestimar poços já existentes por fraturamento do que executar novas atividades de perfuração.

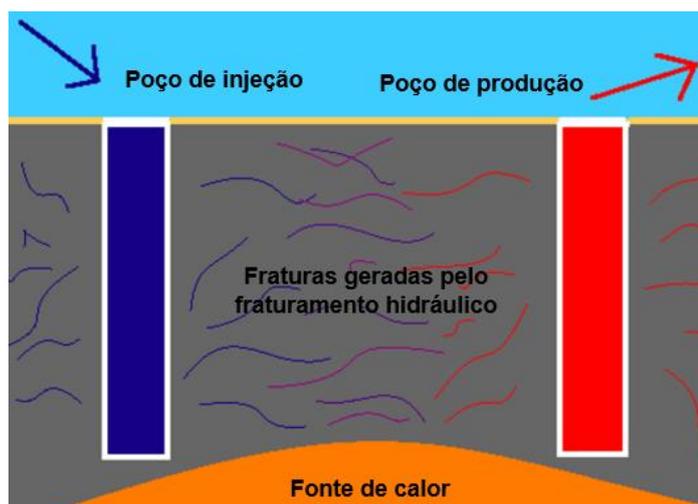
Figura 1.1 - Fraturamento hidráulico no processo de extração de gás.



Fonte: Adaptado de H2O distributors (2016).

Além disso, pode ser utilizado na geração de energia oriunda do calor interno do planeta, a geotérmica, como mostra a Figura 1.2. Conforme Rongved (2015) a extração deste recurso energético é muito comum em países como a Islândia e o Japão, por terem em seus territórios abundância em pontos de calor na subsuperfície. Com isso consegue-se converter energia proveniente do calor natural em energia elétrica.

Figura 1.2 - Fraturamento hidráulico para a geração de energia térmica.



Fonte: Adaptado de Energy BC.

Caso semelhante é creditada à aplicação do *fracking* visando melhorar o aproveitamento de recursos hídricos em regiões onde a demanda populacional sofre com escassez de água. Exemplo de regiões acometidas pela seca, como é o caso do nordeste brasileiro, que possui águas subterrâneas localizadas em reservatórios com baixíssimos coeficientes de permeabilidade. A aplicação em águas subterrâneas fazendo o uso do *fracking*, conforme mostrada na Figura 1.3, onde tem-se o estímulo do reservatório a produzir água por meio da propagação de fissuras, as quais contribuem para o aumento da permeabilidade da rocha reservatório.

De acordo com Santos *et al.* (2010) foram feitas aplicações desta técnica em poços de bombeamento em New Hampshire (EUA), onde foi possível aumentar a transmissividade das fraturas de 10 a 190 vezes, levando a produção de água de 10 a 18 vezes, respectivamente. Dessa forma a demanda de água em regiões carentes de águas fluviais podem ser supridas com o uso desta técnica.

Figura 1.3 - Execução de fraturamento hidráulico em poço de água.



Fonte: Dos Santos (2008).

Com esta pequena amostra sobre aplicações de fraturamento hidráulico em Engenharia, deixa-se claro a existência de uma gama de aplicações de interesse econômico. Ou seja, existe procura e demanda de serviços a serem prestados para a geração de receitas. A seguir são apresentadas as noções iniciais e fundamentais para o desenvolvimento do presente trabalho.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O fraturamento hidráulico (*fracking*) é uma técnica que não é recente na indústria do petróleo e gás. Essa técnica surgiu no final da década de 40 (Montgomery e Smith, 2015) em campos marginais no Kansas (EUA), conforme mostrado na Figura 1.4. Sendo mais específico sobre a data, Clark (1949) relata que essa técnica foi introduzida na indústria do petróleo pela Stanolind Oil and Gas Co. em 1948, e desde então, vem tendo grande expansão. Hubbert e Willis (1957) notificaram mais de 100 mil execuções do *fracking* no ano de 1955, o que prova de esta técnica já tinha grande importância na indústria petrolífera.

Conforme descrito por Yew (2008), essa técnica vem ganhando importância maior nos últimos anos. Economides, Oligney e Valkó (2011) frisa que o aumento considerável

na produção de poços seguida de uma elevada aplicação na década de 50 e uma considerável onda em meados da década de 80 faz desta técnica uma realidade aceita pela maioria dos operadores. Para Hubbert e Willis (1957), o desenvolvimento do *fracking* é um dos maiores desenvolvimentos da Engenharia de Petróleo da última década.

Figura 1.4 - Atividade de *fracking* no Kansas (EUA) em 1940.

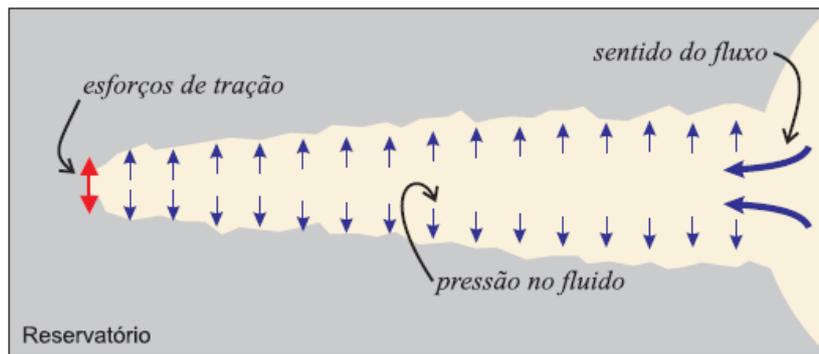


Fonte: Holditch (2007).

Essa técnica consiste em gerar fraturas dentro do reservatório utilizando fluidos (água, fluidos sintéticos à base de óleo, etc.) pressurizados os quais podem receber adições que conferem propriedades especiais reológicas de interesse, capazes de minimizar danos na parede do poço, função do reboco que este fluido gera nas paredes da fratura. Com isso previne-se possíveis perdas de fluido para a formação, já que as rochas-reservatórios são meios naturalmente multifissurados.

Conforme é apresentada na Figura 1.5, Shauer (2015) descreve que durante o processo do *fracking* o tamanho da fratura deve ser controlado para não atingir grandes comprimentos, pois deve-se ter cuidado para que não haja danificações no reservatório.

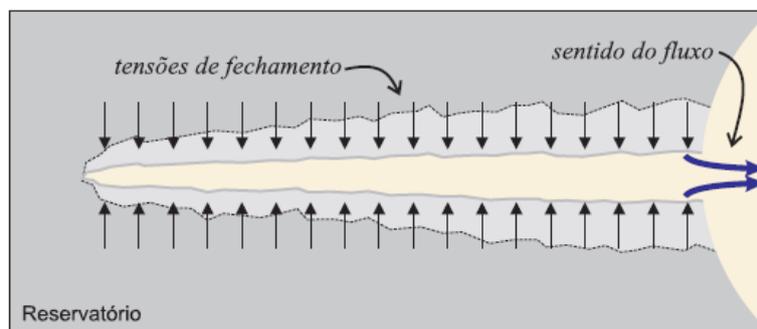
Figura 1.5 - Processo de fraturamento hidráulico em rocha reservatório.



Fonte: Vieira (2010).

Após o tratamento do fluido (retirada do fluido do interior do poço por meio da circulação do fluido), ocorre o alívio de tensão dentro do poço, como mostra a Figura 1.6. Este alívio faz com que as tensões no interior da fissura tendam a fechá-la, fazendo com que seja necessário mantê-la aberta por meio de agentes de sustentação.

Figura 1.6 - Processo de fechamento da fissura devido aos esforços preexistentes na rocha reservatório.



Fonte: Vieira (2010).

Esses agentes de sustentação, conhecidos como propantes, como mostra a Figura 1.7 são materiais granulares de origem natural e sintética dotadas de altíssima resistência à compressão.

Figura 1.7 - Exemplo de materiais de sustentação da fratura (propantes).



Fonte: HEXION (2015).

Vieira (2010) descreve que o propante, o qual tem seu nome do inglês, que significa *sustentar*, *escorar*, tem a função de manter a alta permeabilidade das fraturas após a etapa de execução do *fracking*. De acordo com Cachay (2004), o material o qual o propante é feito deve possuir alta resistência mecânica, afim de impedir o fechamento da fissura e também a geração de finos provenientes de sua fragmentação via esforços compressivos do interior da fratura.

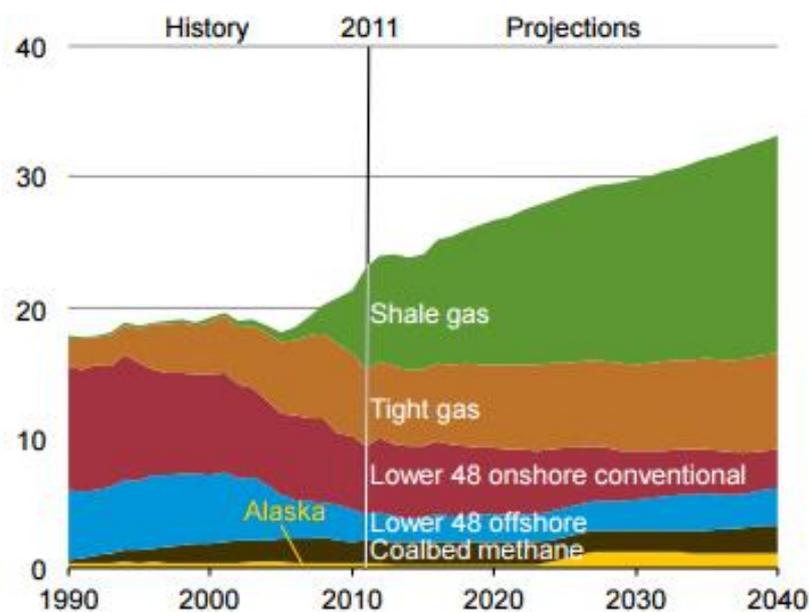
Vale explanar que nos primórdios das atividades de fraturamento hidráulico, o material propante utilizado era a areia. Vieira (2010) explica que a evolução tecnológica, implicou no desenvolvimento de propantes feitos de polímeros e cerâmicas. Em contrapartida à aplicação do *fracking*, existem inconvenientes ligados ao refluxo de propante, o qual consiste na carreação do material de sustentação para o interior de equipamentos e tubulações, conferindo assim diversos danos e prejuízos aos operadores.

Vieira (2010) explica que potenciais perdas econômicas e diversos gastos na recuperação ligados a geração de refluxo de propantes, são muitas vezes o principal motivo do abandono de poços. Felizmente, diversos estudos dentro dessa temática vêm sendo desenvolvidos a fim de minorar essas perdas, os quais vem tendo grande aceite da sociedade científica nos últimos anos. Cachay cita a importância de trabalhos como de Milton-Taylor, Stephenson e Asgian (1992) que é um dos trabalhos pioneiros na investigação de fatores que levam a geração de refluxo em poços.

A aplicação do fraturamento segundo Economides, Oligney e Valkó (2011), vem se tornando a opção preferencial de completação (etapa de produção de poços) nos EUA, particularmente para os poços de gás natural. Com isso, há um espaço significativo para um crescimento adicional do fraturamento hidráulico na indústria de petróleo mundial, assim como em outras indústrias.

Estima-se que o fraturamento hidráulico possa somar várias centenas de milhares de barris por dia à produção de poços em vários países produtores de petróleo e gás. A título de exemplo, como apresentada na Figura 1.8 tem-se o histórico de produção de hidrocarbonetos em reservatórios não convencionais e sua projeção a partir do ano de 2011 nos EUA.

Figura 1.8 - Histórico de produção de gás natural nos EUA em trilhões de m³, entre os anos de 1990 a 2011, com projeção para 2040.



Fonte: U.S. Energy Information Administration (2013).

Em contrapartida, diversos inconvenientes associados ao *fracking* são relatados em relação a políticas de preservação do meio ambiente. Conforme mostram Srebotnjak e Rotkin-Ellman (2014), as atividades decorrentes do fraturamento geram riscos à saúde pública devido a emissão de gases cancerígenos, prejudicando os sistemas nervoso, imunológico e respiratório. Acidentes podem ser gerados devido aos abalos sísmicos provenientes da injeção de fluidos para o faturamento por se tratar de um indutor de terremotos, podendo levar a perdas materiais e humanas.

Davies *et al.* (2013), explica que esse fenômeno ocorre devido a reativação de falhas e a o efeito sísmico resultante ocorre devido a uma redução na tensão sobre planos de falha. Kim (2013) divulgou registros ocorridos entre janeiro de 2011 e fevereiro de 2012, de 109 pequenos terremotos induzidos devido as atividades de fraturamento na

região de Youngstown, estado de Ohio (EUA), com Magnitude de Momento (M_w) entre 0,40 e 3,90 graus.

1.2 JUSTIFICATIVA

Atualmente existem consideráveis demandas em estudos voltados para o *fracking* por meio de modelagens numéricas, as quais buscando novas abordagens que visam respostas mais realísticas. Cada vez mais o campo acadêmico busca ampliar o horizonte com novas formulações matemáticas para melhor representar o processo de propagação de fissuras em reservatórios. Dessa forma, este estudo mostra-se importante formação de profissionais de Geotecnia aplicados em estudos em Engenharia Geológica e de Minas, que pretendem seguir no setor de petróleo e gás.

Através de estudos com simulações numéricas de elementos finitos fazendo o uso de conceitos da Mecânica da Fratura busca-se o entendimento do fenômeno do *fracking* junto ao departamento de Geotecnia da EESC-USP.

1.3 OBJETIVOS

A seguir são apresentados os objetivos direcionados ao presente trabalho, dividido em gerais, que agrega os fundamentos necessários de compreensão do tema abordado; e em específicos, onde é definido o escopo da dissertação.

O objetivo geral deste trabalho é estudar o processo físico e mecânico do processo de fraturamento hidráulico, apontando sua relevância e importância para o setor energético.

O objetivo específico é simular numericamente através de modelos bidimensionais o ensaio de fraturamento hidráulico utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), a partir de resultados experimentais encontrados na literatura. Para isso é utilizado o módulo de Fratura Frágil disponível no FRANC 2D (Cornell Fracture Group, 2014), para

a modelagem de propagação de fissuras. Dessa forma busca-se apontar vantagens, desvantagens e limitações da abordagem metodológica proposta.

1.4 METODOLOGIAS DE PESQUISA

Inicialmente foi feita uma revisão bibliográfica sobre fraturamento hidráulico (Yew, 2008; Smith e Montgomery, 2015) e de mecanismos de propagação de fissuras baseadas na Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL) desde sua definição matemática até sua aplicação numérica (Broek, 1984). Ao fim, trabalhos na literatura foram revisados para melhor entendimento sobre simulações numéricas utilizando métodos numéricos. Para a concepção deste trabalho, atenção especial foi dada ao MEF (Fish e Belytscko, 2007) e suas aplicações numéricas em simulações de *fracking*. Seguidamente foi estudado o FRANC 2D (Cornell Fracture Group, 2014), ambiente de simulações numéricas do presente trabalho.

Seguidamente, propõe-se uma abordagem metodológica de estratégica de simular faz-se a validação de um modelo bidimensional de elementos finitos fazendo o uso de propriedades físicas e geométricas disponíveis em Chen *et al.* (2010). Para fazer a validação dos modelos numéricos de elementos finitos, buscou-se utilizar soluções analíticas disponíveis na literatura que descrevem campos de tensões em corpos contínuos via teoria da elasticidade (Timoshenko e Goodier, 1951; Kirsch, 1898; Bradley, 1979) e que contêm fissuras, estas quantificadas por meio de fatores de intensidade de tensão (Tada, Paris e Irwin, 1985; Rummel, 1987; Pilkey e Pilkey, 2008) descritas por meio da forma geométrica, do tipo e localização do carregamento.

Com esses atributos, buscou-se simular o processo de propagação de fissuras utilizando o MEF, apontando as vantagens e desvantagens da metodologia proposta.

1.5 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO PROPOSTO

O ambiente de simulação numérica do fraturamento hidráulico é o *software* FRANC 2D. A presente trabalho busca utilizar modelos bidimensionais de fraturamento utilizando Modelo de Fratura Frágil.

Serão realizadas simulações numéricas baseadas em resultados provenientes de trabalhos experimentais sobre ensaio de fraturamento hidráulico da literatura. Considera-se o material constituinte das amostras como um meio homogêneo e isotrópico para facilitar os estudos e as simulações numéricas.

Essa escolha justifica-se devido à complexidade do problema, pois a utilização de amostras de rochas reservatório, em geral, é um meio heterogêneo, o que significa dizer que suas propriedades físicas são variáveis ao longo de suas dimensões. Desconsidera-se os efeitos da interação fluido-material, apenas a pressão que o fluido aplica no interior do furo e no interior da fissura (entalhe).

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Como forma didática de exposição do presente trabalho, cada capítulo elaborado expõe uma parte importante na concepção do raciocínio seguido pelo autor. Inicialmente é feita uma revisão sobre o fraturamento hidráulico, em especial ao processo de estimulação em reservatórios de petróleo e gás.

O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica que sustenta o embasamento teórico fundamental desta dissertação. Inicia-se com a Mecânica do Fraturamento Hidráulico, apresentando o seu funcionamento e como é realizado, através das etapas de projeto. A realização de modelos experimentais de fraturamento hidráulico é apresentado. Revisões da Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL) para a melhor compreensão de critérios de propagação de fissuras é apresentado. Ao final do capítulo uma revisão bibliográfica sobre trabalhos da literatura que fazem o uso da MFEL

Seguidamente, o Capítulo 3 descreve a metodologia aplicada no presente trabalho. Inicia-se introduzindo o *software* de elementos finitos FRANC 2D, ambiente de simulação numérica de propagação de fissuras do presente trabalho. Em concordância, é descrita a estratégia de simulação numérica introduzida a qual se busca simular o fenômeno de degradação de fissuras, que será utilizado mais adiante no desenvolvimento do processo de simulação do fraturamento hidráulico. Adicionalmente é apresentado o estudo experimental de fraturamento hidráulico de Chen *et al.* (2010) objeto de estudo via aplicação numérica utilizando o MEF.

O Capítulo 4 descreve o processo de escolha da malha de elementos finitos refinada que obedeça a critérios de convergência. Nessa etapa são aplicadas condições de contorno e de carregamento adotadas na metodologia. Para validar o modelo numérico são feitas utilizações de soluções analíticas como métrica do campo de tensões radiais e tangenciais em torno de regiões de interesse (em torno da seção radial do furo), e fator de intensidade de tensão modo I (ponta da fissura) obtidos via FRANC 2D. Aplicação com o ABAQUS é feita de forma similar. Seguidamente, busca-se simular o processo de propagação de fissuras. Grandezas físicas são obtidas e comparadas com valores experimentais oriundas de Chen *et al.* (2010). Ao longo do capítulo são discutidas as vantagens e desvantagens da metodologia adotada do presente trabalho.

Ao fim, são feitas conclusões sobre o processo de propagação de fissuras do presente trabalho, apontando pontos positivos e negativos da abordagem adotada, tomando como base as respostas numéricas obtidas pelo FRANC 2D. Propostas metodológicas que visam primar por novos caminhos a serem adotadas em trabalhos futuros também são descritas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresenta-se conceitos básicos sobre fraturamento hidráulico, ensaio experimental de fraturamento hidráulico realizado em laboratórios. Faz-se a revisão sobre Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL), para a consolidação teórica fundamental desta dissertação, tomando como base conceitos de balanço de energia para que ocorra o fenômeno de propagação de fissuras, em função de seus parâmetros físicos intrínsecos.

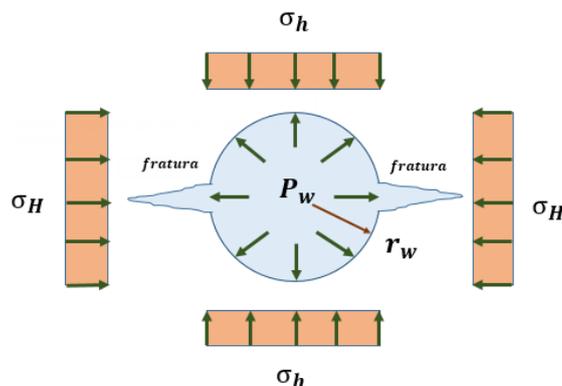
Seguidamente, apresentam-se alguns critérios de propagação de fissuras baseados na MFEL. Ao fim, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre trabalhos envolvendo simulações numéricas de fraturamento hidráulico utilizando o MEF, os quais sendo aplicados fazendo o uso de modelo de Fratura Frágil.

2.1 FRATURAMENTO HIDRÁULICO

De acordo com Yew (2008) e Smith e Montgomery (2015), considere a seção horizontal de um poço vertical não revestido sob a ação de tensões horizontais *in situ* mínima (σ_h) e máxima (σ_H), conforme é apresentado na Figura 2.1. A rocha pode ser assumida como meio elástico com tensão de falha (σ_T), denominada resistência a tração ou limite de tração.

A fratura induzida hidraulicamente é uma fratura vertical, e o plano de fratura é perpendicular à mínima tensão *in situ*. Com isso a geração de fraturas ocorre devido a injeção de fluidos especiais pressurizados a uma determinada vazão (YEW, 2008; SMITH e MONTGOMERY, 2015). A orientação da fratura depende da forma como é realizada a perfuração, sendo esta propagada em função de sua inclinação.

Figura 2.1 - Esquema de fraturamento hidráulico via seção horizontal um poço aberto.



Fonte: Adaptado de Yew (2008).

Conforme Rodriguez (2011), a formulação matemática baseia-se na teoria da elasticidade proposta por Timoshenko e Goodier (1951), para a estimativa da Pressão de quebra (P_b), do inglês *Breakdown Pressure*, que é definida através da Eq. (2.1) como sendo:

$$P_b = 3\sigma_h - \sigma_H + \sigma_T \quad (2.1)$$

Com base na configuração da Figura 2.1, a fratura induzida pela aplicação do fluido é vertical, ou seja, o plano de fratura é perpendicular à mínima tensão horizontal *in situ* (σ_h). Yew (2008) explica que para uma seção de poço a uma profundidade de 3048 metros, os valores típicos das tensões horizontal mínima e máxima *in situ* são aproximadamente 44,82 e 48,26 MPa, respectivamente.

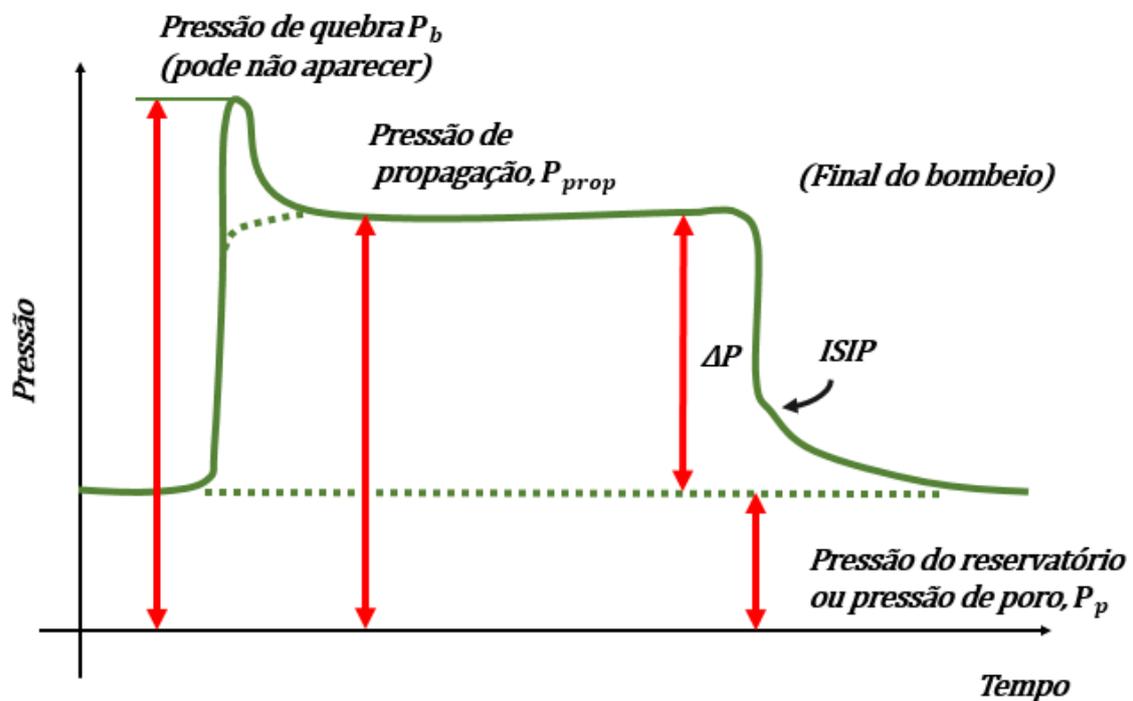
A rocha possui resistência à tração da ordem de 3,45 a 10,34 MPa. Por isso, como é mostrado na Eq. (2.1), a resistência à tração (σ_T) possui pouca influência na magnitude da tensão de quebra (P_b), sendo esta principalmente focada em superar a tensão compressiva, atuante na parede do poço, oriundas das tensões *in situ*.

Seguidamente, um típico registro de pressão medida no interior do poço, próximo a entrada da fratura, pressões de fundo é mostrado na Figura 2.2, verifica-se que a pressão aplicada no poço primeiramente supera a pressão do reservatório (pressão de poros), para

assim ultrapassar a tensão compressiva alojada na parede do poço, causando uma tração em sua superfície.

Quando esta tensão superficial supera a resistência à tração da rocha, uma fratura é iniciada. Esta fratura se propaga hidráulicamente pelo reservatório conforme o bombeio é mantido e, ao mesmo tempo, parte do fluido de fraturamento é perdido para o meio circundante por filtração. A pressão cai (nem sempre no campo) quando a fratura se inicia na superfície do poço (YEW, 2008).

Figura 2.2 - Pressões de fundo registradas no interior do poço.



Fonte: Adaptado de Yew (2008).

É importante salientar que a abertura da fratura é mantida pela diferença entre a pressão líquida (pressão do fluido menos a pressão do reservatório) e a tensão horizontal mínima efetiva, enquanto que a taxa de filtração pela superfície da fratura é causada somente pela pressão líquida. Conforme mostra a Figura 2.2, a máxima pressão atingida no início do tratamento é a Pressão de quebra (P_b). (YEW, 2008).

A porção quase constante no tempo exposta no gráfico da Figura 2.2 é a pressão de propagação (P_{prop}), sendo a causadora da propagação da fratura pelo reservatório. Quando o bombeio é interrompido, a pressão cai subitamente para um valor inferior, e

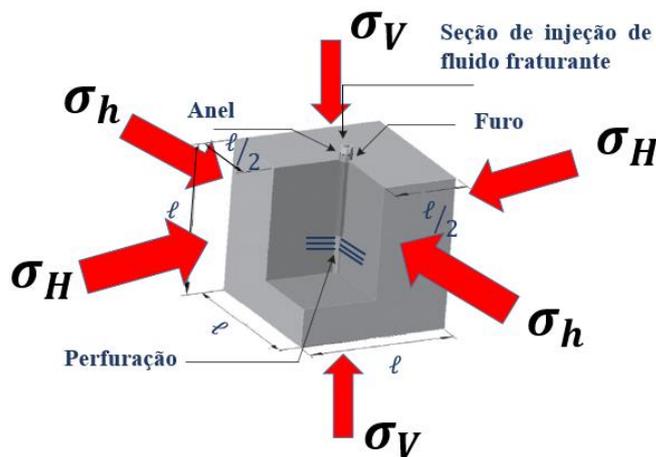
continua a decrescer vagarosamente até a pressão do reservatório devido à filtração, conforme mostrado na Figura 2.2.(YEW, 2008).

O ponto de transição (P_{si}) é conhecido como *ISIP (Instantaneous Shut-In Pressure)*. Neste ponto, o fluxo de fluido que entra pela fratura cessa, e, portanto, não há perda de carga devido a esse fluxo (YEW, 2008; SMITH e MONTGOMERY, 2015). Contudo, ele continua a filtrar pela superfície da fratura e sua abertura prossegue diminuindo. Após algum tempo, a pressão do fluido no interior da fratura entra em equilíbrio com a tensão mínima *in situ* (σ_h) e a fratura é fechada.

2.2 ENSAIO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

O Ensaio de Fraturamento Hidráulico, conhecido do inglês *Hydraulic Fracturing Test*, é realizado utilizando um aparato experimental que gera um estado triaxial de tensões. Essas amostras são carregadas de forma independente em três direções para induzir um verdadeiro estado triaxial de tensões, similar às condições *in situ* (Daneshy, 1971; Stoeckhert, 2015) encontrada em poços e reservatórios, como apresenta a Figura 2.3.

Figura 2.3 - Detalhes de elementos do ensaio de fraturamento hidráulico.



Fonte: Adaptado de Zhou *et al.* (2008).

De acordo com Stoeckhert (2015), este ensaio é realizado em amostras cúbicas feitas de rocha ou cimento, com suas dimensões exteriores, o comprimento das arestas (

ℓ) sendo esta várias vezes o comprimento do diâmetro do furo ($2a$), o qual recebe a injeção dentro do furo até a amostra partir-se em duas. A Figura 2.4 apresenta um típico resultado pós ensaio.

Figura 2.4 - Amostra ensaiada através do ensaio de fraturamento hidráulico.

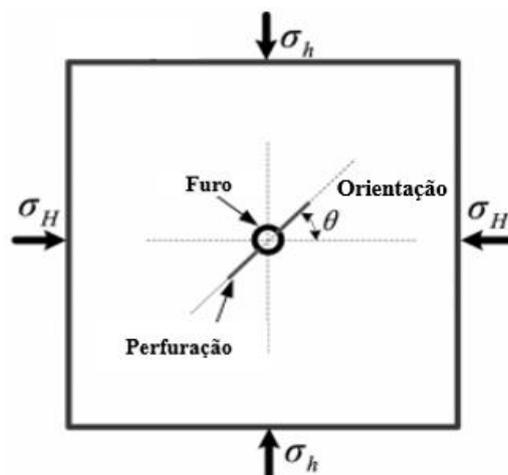


Fonte: Zhou *et al.* (2008).

O furo na amostra deve conter uma determinada profundidade para que o fluido seja injetado através de um tubo que é feito de aço ou de material polimérico, o qual representa o poço revestido. Através deste ensaio, investigações podem ser conferidas para a estimativa grandezas físicas, os quais possuem papel importante nas etapas do processo de projeto e execução do *fracking*. Dessas grandezas que ajudam nesta operação, destaque são feitos para o Raio de Reorientação e a Pressão de quebra (Daneshy, 1973; Yew, 2008), Coeficiente de Filtração (Yew, 2008; Economides, Oligney e Valkó, 2011), etc.

Após o fluido entrar pela amostra através do furo que simula poço aberto, ele se propaga através das perfurações predefinidas, conhecido como entalhes, que simula o canhoneio. Essas perfurações possuem um comprimento característico uma determinada orientação θ e, também um diâmetro característico. Através da seção planar mostrada na Figura 2.5, pode-se verificar como a perfuração pode ficar distribuída ao longo da direção radial do furo.

Figura 2.5 - Seção planar do ensaio de fraturamento hidráulico. Detalhe para os elementos constituintes no interior do bloco.



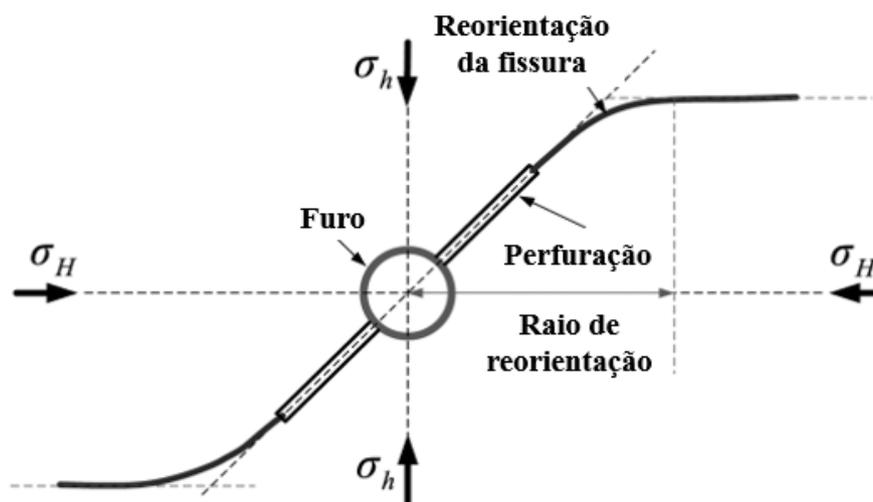
Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2010).

Como esse ensaio é feito em laboratório, De Pater *et al.* (1994) explica que o auxílio por meio de amostras sintéticas via a análise dimensional auxiliam na determinação destas propriedades físicas. Esse tipo de estudo leva em consideração a redução de grandezas extraídas em campo, como o diâmetro do poço. Através desse estudo grandezas pós ensaio, como a extensão de uma fratura em campo, podem ser estimadas em laboratório.

Trabalhos de campo, como de Reynolds *et al.* (1960) onde grandezas como a reorientação e a espessura de uma fratura gerada em um campo petrolífero em Sacatosa, em Maverick County, Texas (EUA), podem ser estimadas por meio de análises de laboratório utilizando ensaios como este. Para isso, propriedades físicas, como o módulo de elasticidade e a tenacidade a fratura podem ser dimensionadas afim de reproduzir tais comportamentos.

Dentre as grandezas obtidas, a pressão de quebra segue as mesmas definições supracitadas, como sendo a pressão induzida pelo fluido que gera a propagação da fratura. Já em relação a Figura 2.6, o raio de reorientação, grandeza escalar medida a partir do centro furo e o ponto onde a fissura começa a ficar perpendicular ao plano de atuação da menor tensão horizontal *in situ*.

Figura 2.6 - Esquema da propagação de fissuras via fraturamento hidráulico.



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2010).

2.3 MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICO LINEAR

A seguir é apresentada uma revisão sobre a Mecânica da Fratura, descrevendo sua subdivisão em: Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL), com sua descrição física e matemática, dando ênfase a parâmetros físicos de importância (Fator de intensidade de Tensão e a Taxa de liberação de energia).

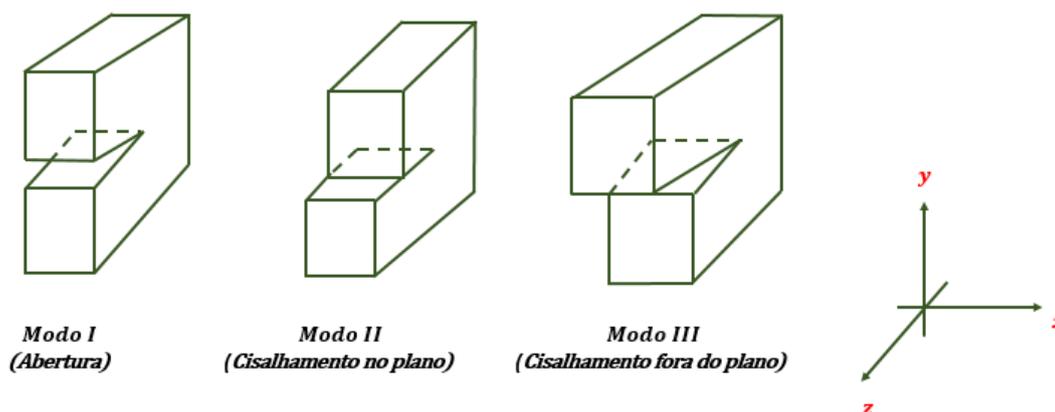
2.3.1 Fator de Intensidade de Tensão

De acordo com Broek (1984), o Fator de Intensidade de Tensão (K) é uma grandeza física que determina o estado de tensões na ponta de uma fissura devido a um carregamento remoto. Esta grandeza está contida em três direções perpendiculares entre si. São denominados modos I, II e III os quais podem existir separadamente ou combinados em um material sujeito a propagação de fissuras.

O Modo I, conhecido como de abertura (*opening*), é caracterizado pelo deslocamento local que é simétrico ao plano $x-y$ e $x-z$. Ao passo que o Modo II, chamado por modo de deslizamento (*sliding*), os deslocamentos são simétricos ao plano $x-y$ e antissimétricos ao plano $x-z$. Ao fim, o Modo de cisalhamento fora do plano ou de rasgamento (*tearing*), o Modo III, é associado com os deslocamentos que são antissimétricos com os planos $x-z$ e $y-z$.

Eles estão associados a três tipos de movimentos relativos de duas superfícies da fissura, e numa peça predominante elástica. De acordo com a Figura 2.7, cada modo está associado a um Fator de Intensidade de Tensão: K_I para o modo I; K_{II} para o modo II e, K_{III} para o modo III.

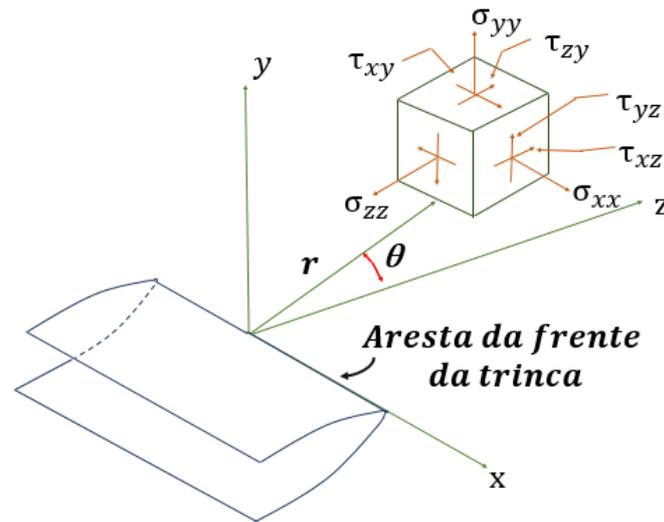
Figura 2.7 - Representação dos modelos de deslocamento da ponta da trinca.



Fonte: Adaptado de Rodriguez (2007).

Definindo-se um eixo de coordenadas polares com a origem na frente da fissura, pode-se descrever o campo de tensões em um material elástico trincado, como mostra a Figura 2.8.

Figura 2.8 - Coordenadas na frente da trinca.



Fonte: Adaptado de Rodriguez (2007).

Com campo de tensões na ponta da trinca determinado através da Eq. (2.2):

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = Ar^{-\frac{1}{2}}f_{ij}(\theta) + Bg_{ij}(\theta) + Cr^{\frac{1}{2}}h_{ij}(\theta) + \dots \quad (2.2)$$

Onde:

σ_{ij} = Tensão na ponta da fissura.

f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} = Funções angulares da posição da orientação θ .

r = Distância a partir da extremidade da fissura.

A, B, C, \dots = Parâmetros relacionados ao carregamento externo.

Com base na Eq. (2.2), observa-se que quando os pontos analisados se aproximam da ponta da fissura, todos os termos da série tenderão a zero, com exceção do primeiro deles. Este termo é função do fator de intensidade de tensão em modo I, como é apresentado a seguir:

$$A = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \quad (2.3)$$

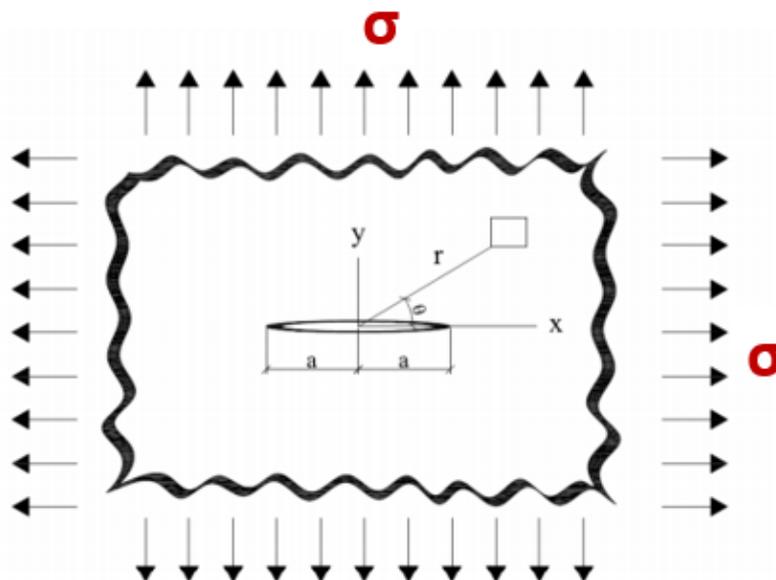
Especial observação para a análise do fator de intensidade em modo I, para a existência de um valor crítico, conhecido como tenacidade à fratura (K_{IC}), que representa

uma propriedade intrínseca ao material. Segundo Backers (2001), esta grandeza possui papel preponderante em fenômenos de propagação de trincas, sobressaindo-se sobre dos demais modos. Para a obtenção desta grandeza normalmente é feito ensaios experimentais em modo I (Ensaio três pontos, Anel trincado em dois pontos, *Compression Splitting Test (CST)*, etc.).

Através do problema fundamental de Griffith, que se refere a uma estrutura plana (chapa) com dimensões infinitas onde uma fissura de comprimento $2a$, é posicionada em seu centro, pode-se explicar como o campo de tensões em função de cada um desses modos é definido em função de cada um dos modos supracitados.

Para o modo I, considere a estrutura plana supracitada com uma tensão remota de tração (σ) aplicada nas extremidades da chapa, conforme apresentada na Figura 2.9.

Figura 2.9 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo I.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Com isso, pode-se escrever o campo de tensões fazendo o uso de funções harmônicas, funções estas do Fator de Intensidade de Tensões Modo I ($K = \sigma\sqrt{\pi a}$), dada pelas Eq. (2.4) – (2.6):

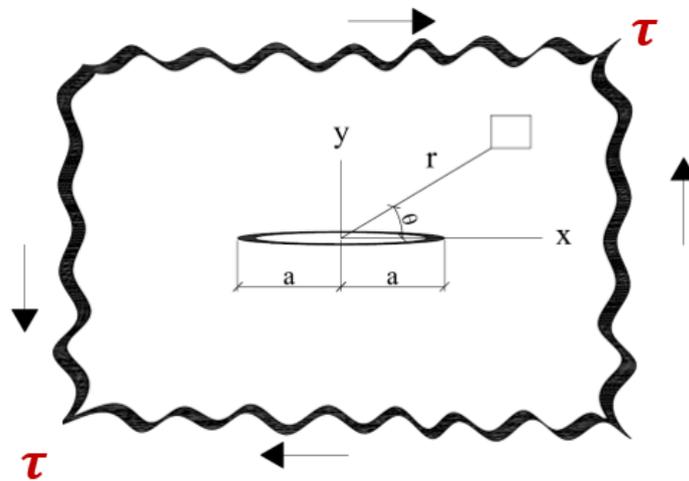
$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi a}} \cos(\theta) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.4)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi a}} \cos(\theta) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi a}} \sin(\theta) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.6)$$

Semelhantemente, tem-se o campo de tensões de cisalhamento, função do Fator de Intensidade de Tensão Modo II ($K = \tau\sqrt{\pi a}$), pela Figura 2.10:

Figura 2.10 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo II.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Sendo expressa pelas Eq. (2.7) – (2.9):

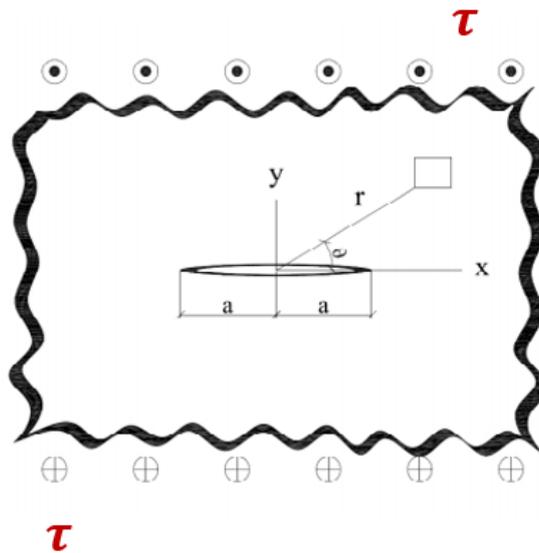
$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi a}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.7)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi a}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi a}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.9)$$

Finalizando, tem-se os carregamentos em função do Fator de Intensidade de Tensão Modo III ($K = \tau\sqrt{\pi a}$), representados por carregamentos de cisalhamento aplicados expostos como mostra a Figura 2.11:

Figura 2.11 - Chapa infinita com fissura central solicitada em modo III.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Que são expressas através das Eq. (2.10) – (2.11):

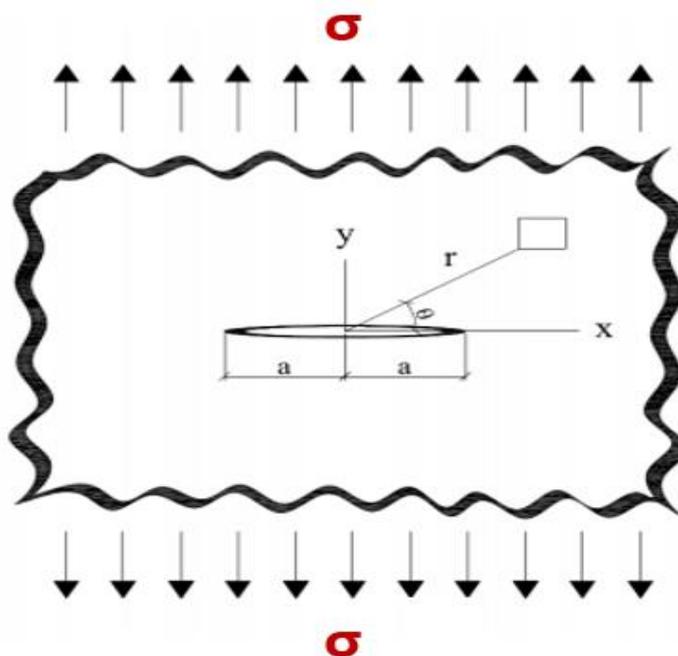
$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi a}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.10)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi a}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.11)$$

2.3.2 Taxa de Liberação de Energia

De acordo com Broek (1984), a Taxa de Liberação de Energia (G), é a quantidade de energia disponível para crescimento da trinca. Para melhor entendimento, considere uma placa de tamanho infinito, como mostrada na Figura 2.12. Assumindo que a fratura ocorre em um material frágil ideal, com comprimento de fissura igual a $2a$, sujeita a tensão remota de tração uniforme (σ), em suas extremidades, paralela à direção de orientação das faces da fissura.

Figura 2.12 - Placa de material frágil.

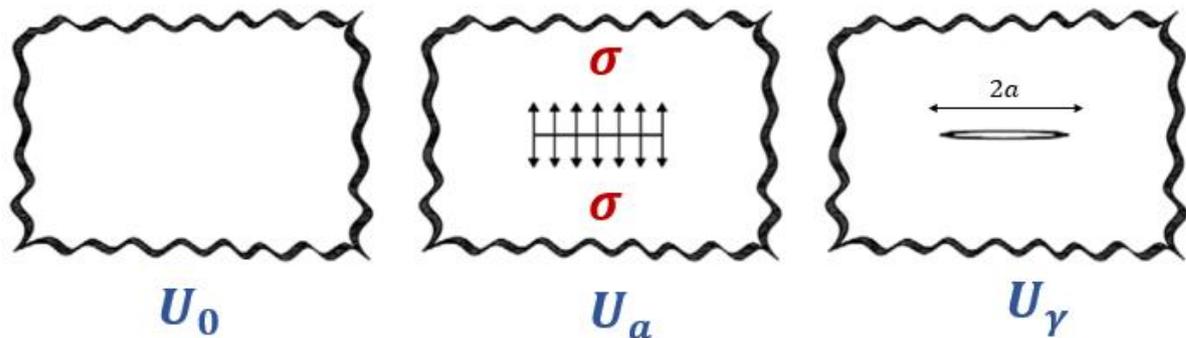


Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Conforme Leonel (2016), para a realização da análise energética do problema, o termo referente à energia potencial interna (U) da estrutura será decomposto em parcelas

referentes à estrutura não fissurada e a introdução da fissura no corpo íntegro, como mostrada na Figura 2.13.

Figura 2.13 - Parcelas de energia constituintes da energia interna.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Onde:

U_0 = Energia elástica do corpo não fissurado.

U_a = Parcela de energia elástica decorrente da introdução da fissura.

U_γ = Energia de superfície necessária para a criação de novas fissuras.

Com a aplicação do balanço de energia, considerando cada uma das parcelas supracitadas, tem-se que:

$$U = U_0 + U_a + U_\gamma + F \quad (2.12)$$

Onde F é a parcela de energia decorrente da variação do trabalho dos carregamentos externos.

Pelo fato da chapa possuir dimensões infinitas, o trabalho realizado pelas forças externas será constante, uma vez que o deslocamento ao longo do contorno infinito ser uniforme e constante. Portanto, F não depende do comprimento da fissura. Caso similar para a parcela correspondente energia do corpo não fissurado (U_0).

A parcela de energia que deve ser retirada do corpo íntegro em decorrência da presença da fissura é determinada por meio da seguinte Equação:

$$U_a = \frac{\pi\sigma^2 a^2}{E'} \quad (2.13)$$

Onde:

ν = Coeficiente de Poisson.

E' = Módulo de Elasticidade, para as seguintes condições:

- $E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}$ (Para o estado plano de deformações).
- $E' = E$ (Para o estado plano de tensões).
- σ = Tensão remota de tração.
- a = Comprimento da trinca.

Já o termo referente à energia de superfície (U_γ) é determinado pela seguinte relação:

$$U_\gamma = 4a\gamma_e \quad (2.14)$$

Onde:

γ_e =Energia de superfície elástica do material.

Para que a fissura cresça, ou seja, ocorra a estabilidade ao crescimento, é necessário que:

$$\frac{\partial U}{\partial a} \geq 0 \quad (2.15)$$

Levando a reescrever a Eq. (2.15) da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial a} \left[F - U_0 - \left(-\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E'} \right) \right] \geq \frac{\partial(4a\gamma_e)}{\partial a} \quad (2.16)$$

Com as considerações supracitadas, tem-se que:

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \geq 2\gamma_e \quad (2.17)$$

Com isso tem-se definida a Taxa de liberação de Energia, a derivada total da energia em decorrência da presença da fissura:

$$G = \frac{\partial U_a}{\partial a} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \quad (2.18)$$

E a derivada total da parcela correspondente à energia superficial, é chamada de resistência:

$$R = \frac{\partial U_\gamma}{\partial a} = 2\gamma_e \quad (2.19)$$

A fissura não cresce se a energia disponível no sistema não for suficiente para a criação de novas superfícies de fissura. Ou seja:

$$G \geq R \quad (2.20)$$

Nesta configuração, o valor da tensão aplicada (σ) passa a ser chamado de tensão remota crítica (σ_c). Por isso, a Eq. (2.21) passa a ser reescrita como sendo:

$$G_c = \frac{\pi\sigma_c^2 a}{E'} \quad (2.21)$$

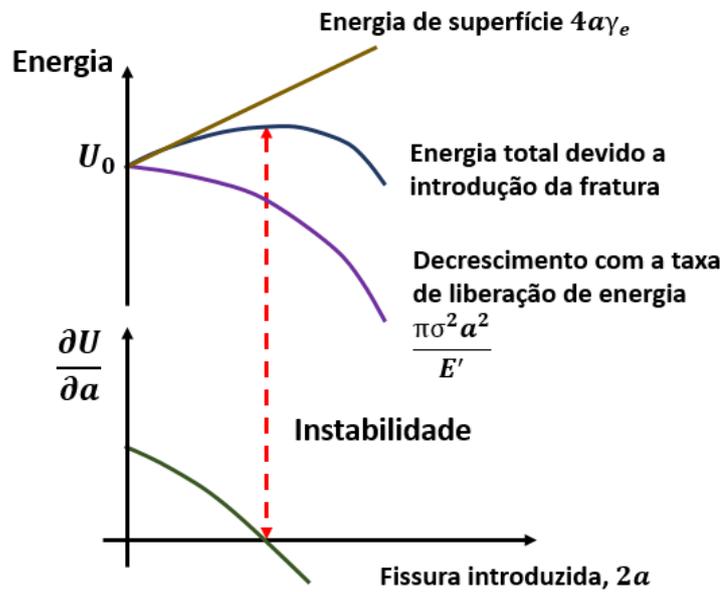
A ideia central do problema se mantém para os demais problemas, onde tem-se a adição do parâmetro γ_p , denominado trabalho da superfície plástica. Ou seja, o termo referente à energia de superfície (U_γ), a Eq. (2.14) é reescrita como sendo:

$$U_\gamma = 4a(\gamma_e + \gamma_p) \quad (2.22)$$

Nesse caso, a energia de superfície passa a ser composta por uma parcela elástica e outra plástica. Segundo análises experimentais, γ_p é cerca de 1000 vezes maior do que γ_e . Portanto, para aplicações práticas, γ_e pode ser desprezado sem perda significativamente de representatividade.

Através da Figura 2.14 pode-se verificar a evolução da energia total, via balanço de energia, juntamente com as parcelas de variação de energia.

Figura 2.14 - Diagrama de evolução de energia, função do comprimento da fratura.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

Segundo Leonel (2016), a quantificação desta grandeza trata-se de uma árdua tarefa por conta de que G refletir o estado global energético da estrutura, não somente de uma fissura isolada propriamente dita.

Por este motivo Irwin (1957) propôs que o estado energético da estrutura pode ser estudado empregando K , no qual é possível realizar a correta avaliação dos campos de tensões à frente da extremidade da fissura ao longo de sua evolução. Pela definição de K por meio do subtópico anterior, pode-se escrever a Eq. (2.23) como sendo:

$$G = \frac{\partial U_a}{\partial a} = \frac{K^2}{E'} \quad (2.23)$$

Desta forma, são válidas as seguintes relações entre G e K , apresentadas por meio das Eq. (2.24) – (2.26), para cada um dos modos:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (2.24)$$

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'} \quad (2.25)$$

$$G_{III} = \frac{K_{III}^2}{2G^*} \quad (2.26)$$

Onde os seguintes parâmetros fazem parte da constituição matemática:

ν = Coeficiente de Poisson.

E' = Módulo de Elasticidade, para as seguintes condições:

- $E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}$ (Para o estado plano de deformações).
- $E' = E$ (Para o estado plano de tensões).
- $G^* = \frac{E'}{2(1+\nu)}$ É o Módulo de Cisalhamento.

No caso geral, tem-se que a Taxa de liberação de Energia, mostrada pela Eq. (2.27):

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G^*} \quad (2.27)$$

Onde:

K_I, K_{II}, K_{III} = Fatores de Intensidade de Tensões dos modos I, II e III, respectivamente.

Para o caso crítico de propagação de fratura, tem-se analogia da Eq. (2.28), como apresentada a seguir.

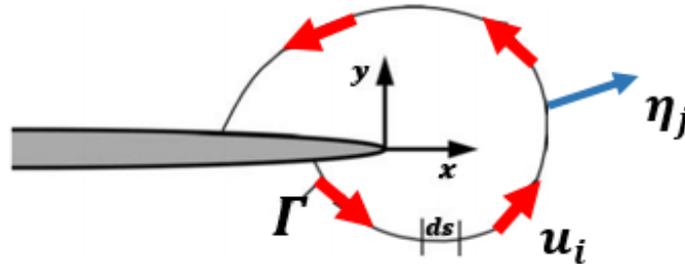
$$G_c = G_{Ic} + G_{IIc} + G_{IIIc} = \frac{K_{Ic}^2}{E'} + \frac{K_{IIc}^2}{E'} + \frac{K_{IIIc}^2}{2G^*} \quad (2.28)$$

2.3.3 Integral J

Desenvolvido por Rice (1968), a Integral J determina através de uma integral de linha que percorre o caminho (Γ) a variação de energia armazenada no material quando

a fissura se propaga. A Figura 2.15 apresenta a definição através de um eixo local de coordenadas retangulares cuja origem está situada na ponta da fissura.

Figura 2.15 - Contorno arbitrário em torno da ponta da trinca da integral J.



Fonte: Adaptado de Anderson (2005).

Matematicamente a Integral J é definida pela Eq. (2.29):

$$J = \int_{\Gamma} \left[U dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dx \right] \quad (2.29)$$

Onde:

U = Energia específica do Material (Energia de deformação por unidade de volume), definida pela Eq. (2.30):

$$U = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.30)$$

Demais parâmetros da Equação (2.29) são descritos, de acordo com a Figura 2-13, como segue:

u_i = Vetor de deslocamento ao longo do contorno Γ .

σ_{ij} = Tensor de tensões.

T_i = Componente do vetor de tração ($T_i = \sigma_{ij} \cdot \eta_j$).

ds = Incremento de comprimento ao longo do contorno Γ .

ε_{ij} = Tensor de deformações.

No caso de materiais com comportamento elástico linear (os materiais frágeis), tem-se que ($J = G$), o que significa dizer que a Integral J é numericamente igual a taxa de liberação de energia (G).

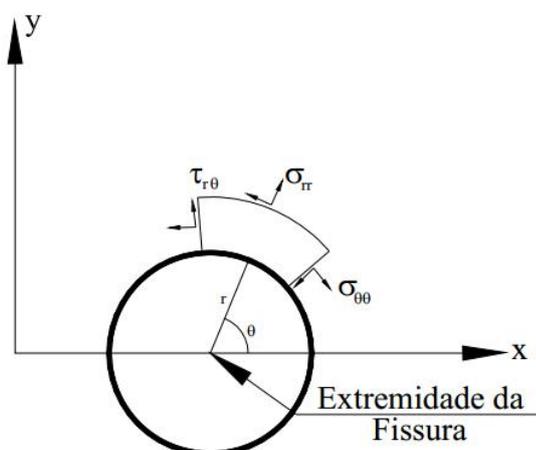
2.4 CRITÉRIOS DE PROPAGAÇÃO DE FISSURAS

A seguir são apresentados alguns critérios de propagação de fissuras baseados na MFEL a serem utilizados no presente trabalho por meio de seus mecanismos matemáticos de funcionamento.

2.4.1 Tensão Circunferencial Máxima

De acordo com Broek (1984) este método baseia-se na hipótese de que a fratura propagará a partir de sua ponta na direção (θ) tal que a tensão circunferencial seja máxima. Para que seja necessário determinar a tensão circunferencial máxima ($\sigma_{\theta \max}$), é necessário obter as relações que expressam o estado de tensões na região próxima à extremidade da fissura em coordenadas polares, como é apresentada na Figura 2.16.

Figura 2.16 - Sistema de coordenadas que determina o estado de tensões na ponta da fissura via critério de tensão circunferencial máxima.



Fonte: Leonel (2016).

Desta Figura verifica-se que as componentes de tensões são descritas pelas Eq. (2.31) – (2.33):

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right] \quad (2.31)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \sin(\theta) + K_{II} (3 \cos(\theta) - 1) \right] \quad (2.32)$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \right) + \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) - 2K_{II} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \quad (2.33)$$

Onde:

$\sigma_{\theta\theta}$ =Tensão circunferencial.

$\tau_{r\theta}$ =Tensão de cisalhamento.

σ_{rr} =Tensão Radial.

Dessa forma, necessita-se obter o ângulo que maximize a componente circunferencial ($\sigma_{\theta\theta}$), este chamado de (θ_p). Para isso deve-se ter que:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad (2.34)$$

Ou ainda, que a tensão de cisalhamento seja nula. Ou seja, a Eq. (2.33) igualada a zero:

$$\tau_{r\theta} = 0 \quad (2.35)$$

Dessa forma, tem-se que:

$$K_I \sin(\theta_p) + K_{II} (3 \cos(\theta_p) - 1) = 0 \quad (2.36)$$

Aplicando-se identidades trigonométricas, pode-se reescrevê-la como segue:

$$\tan\left(\frac{\theta_p}{2}\right) = \frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \quad (2.37)$$

Por meio desta relação obtêm-se dois ângulos, sendo qual que maximiza o valor da tensão circunferencial é o relevante. Após a obtenção de θ_p , pode-se estimar o Fator de Intensidade de Tensão Equivalente (K_{eq}), a fim de verificação da estabilidade à propagação da fissura, para um determinado ângulo (θ_p), conhecido como ângulo de propagação da fratura. Este fator é expresso como sendo:

$$K_{eq} = K_I \left(\cos\left(\frac{\theta_p}{2}\right) \right)^3 - 3K_{II} \left(\cos\left(\frac{\theta_p}{2}\right) \right)^2 \sin\left(\frac{\theta_p}{2}\right) \quad (2.38)$$

2.4.2 Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial

Esse critério é baseado na energia que é liberada durante o processo de fraturamento. Broek (1984) descreve que para propagações colineares, ou seja, aquelas que não mudam de direção em regime elástico-linear, a taxa de liberação de energia é igual a soma das energias liberadas para os modos I e II.

$$G = G_I + G_{II} \quad (2.39)$$

Cujas componentes são definidas como seguem:

$$G_I = \frac{\kappa + 1}{8E} K_I^2 \quad (2.40)$$

$$G_{II} = \frac{\kappa + 1}{8E} K_{II}^2 \quad (2.41)$$

Onde:

$$\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad \text{Para o estado plano de tensões.}$$

$$\kappa = 3-4\nu \quad \text{Para o estado plano de deformações.}$$

E =Modulo de Elasticidade.

Nem sempre a propagação da fissura ocorre de forma colinear, como é o caso do modo misto. Por isso que foi estabelecido por Hussain, Pu e Underwood (1974) relações de G que levam em conta o seu crescimento como sendo função da direção que provoque a máxima taxa de liberação de energia de fraturamento. Ou seja, na orientação θ_p . A seguir tem-se a relação de G com a orientação θ :

$$G(\theta) = \frac{\kappa+1}{8E} [K_I^2(\theta) + K_{II}^2(\theta)] \quad (2.42)$$

Onde tem-se que as parcelas dos modos I e II são descritos como seguem:

$$K_I(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos(\theta)^2} \right) \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{2\pi}} \left(K_I \cos(\theta) + \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right) \quad (2.43)$$

$$K_{II}(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos(\theta)^2} \right) \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{2\pi}} \left(K_{II} \cos(\theta) - \frac{1}{2} K_I \sin(\theta) \right) \quad (2.44)$$

Com isso pode-se obter a maximização da Eq. (2.42) por meio da obtenção de θ_p obtido via algoritmos de otimização. Dessa forma, a propagação da fissura ocorrerá obedecendo o critério, cujo qual a Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial terá que ser maior ou igual a Taxa de Liberação de Energia Crítica, como é apresentada por meio da Eq. (2.45).

$$G(\theta_p) = \frac{\kappa+1}{8E} K_{IC}^2 \quad (2.45)$$

Com isso, após a determinação da taxa de liberação de energia máxima, faz-se a determinação do Fator de Intensidade de Tensão Equivalente (K_{eq}) que será comparado à tenacidade à fratura do material para assim ser verificada a estabilidade do crescimento da fissura.

2.4.3 Mínima Densidade de Energia de Deformação

O presente critério segue a lei que determina a direção de propagação de fissura determinada pelo valor da Densidade de Energia de Deformação (S_E), nas proximidades da fissura, a qual deve ser mínima. Essa energia é definida como sendo a energia armazenada no sistema devido às mudanças no estado de deformações.

Essa lei pode ser expressa através da lei de Hooke Generalizada, juntamente com as equações que relacionam os fatores de intensidade de tensão às tensões na extremidade da fissura, como segue:

$$S_E = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (2.46)$$

Onde:

$$a_{11} = \frac{1}{16\pi E} [(1 + \cos(\theta))(\kappa - \cos(\theta))]$$

$$a_{12} = \frac{1}{16\pi E} [2\cos(\theta) - (\kappa - 1)]$$

$$a_{22} = \frac{1}{16\pi E} [(\kappa + 1)(1 - \cos(\theta)) + (1 + \cos(\theta))(3\cos(\theta) - 1)]$$

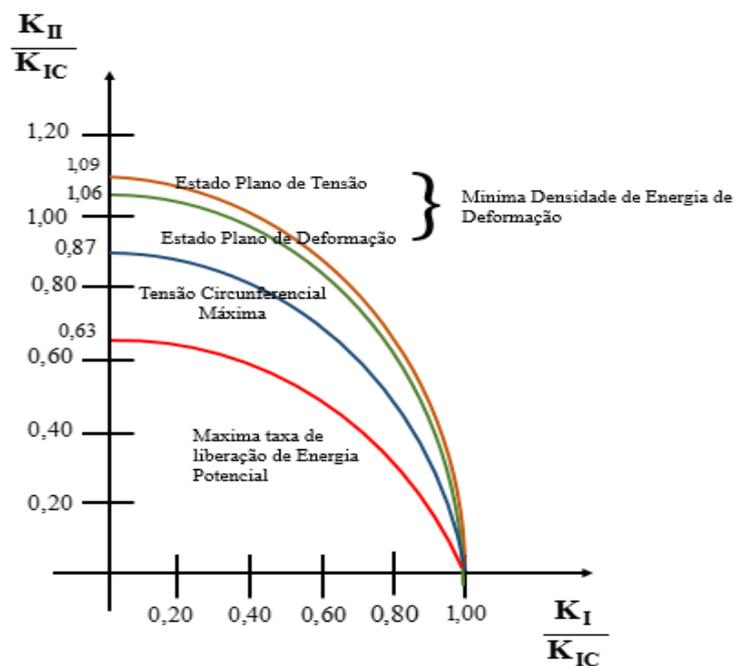
Conforme Leonel (2016), o ângulo de propagação é aquele que minimiza os termos de $S_E(\theta)$. Por esse critério, define-se que a fissura irá propagar na direção em que a Densidade de Energia de Deformação for mínima. A estabilidade para o crescimento das fissuras é realizada por meio da relação que envolve a densidade de energia ao fator de intensidade de tensão:

$$S_E(\theta) = \frac{\kappa - 1}{8\pi E} K_{eq}^2 \quad (2.47)$$

Dessa forma, a fissura irá propagar quando a Densidade de Energia de Deformação atingir um valor crítico, o que quer dizer que $K_{eq} = K_{IC}$.

Claro que cada critério apresenta suas peculiaridades, como é apresentado na Figura 2.17, onde o modo II possui um aumento que excede K_{IC} na faixa de 10%, quando o modo I tende a zero, para o critério de máxima densidade de energia de deformação. Por isso a escolha do método deve ser feita com certo cuidado para que a simulação numérica não deixe margem para interpretações erradas.

Figura 2.17 - Diagrama de interação dos modos I e II para a situação de ruptura.



Fonte: Adaptado de Leonel (2016).

2.5 TRABALHOS ENVOLVENDO MODELOS DE FRATURA FRÁGIL EM SIMULAÇÕES DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Existem na literatura diversos trabalhos numéricos na literatura simulação do *fracking*, utilizando diversos métodos numéricos, cada qual com sua abordagem. Especial atenção é dada na sua utilização na propagação de fissuras em meios feitos de materiais frágeis. Dentro deste contexto, a utilização do FRANC 2D ganha destaque em simular o processo de fraturamento hidráulico com boa aproximação em resultados experimentais considerando a propagação de fissuras discretas.

Haeri *et al.* (2016) investigaram o efeito da preexistência de juntas na iniciação de fissuras em amostras submetidas ao ensaio de fraturamento hidráulico fazendo o uso de modelos numéricos bidimensionais de elementos finitos no FRANC 2D. Através de seus estudos foram verificados que o ângulos de ligação (β) entre 0° , 30° , 60° e 90° ; e o ângulo de deslocamento da junta (α) entre 0° , 25° , 50° , 75° e 90° ; comprimentos de ligações (R) da ordem 1, 2 e 3 vezes do tamanho do diâmetro do poço (a) e comprimentos das juntas (L) afeta a iniciação e propagação na ponta da de uma junta preexiste significativamente. Exemplos como de β igual a 0° , α deve ser menor que 75° e o comprimento de ligação (R) é menor que 3 vezes o comprimento do diâmetro do poço (a), sendo que o modo I inicia na ponta da junta preexistente e se propaga em direção ao poço; Para $\beta = 30^\circ$, α deve ser igual a 0° e quando $\alpha = 0^\circ$ e o comprimento de ligação (R) deve ser menor que 2 vezes o diâmetro do poço (a) e o modo I inicia na ponta da junta preexistente e se propaga em direção ao poço; e β maiores que 30° , a fissura não inicia na ponta da junta preexistente para cada ângulo de deslocamento da junta (α), comprimento da junta e comprimento de ligação.

Exemplos de trabalhos como de Al-Mukhtar e Merkel (2015) seguiram o raciocínio disponível no FRANC 2D para simular propagação de fissuras em materiais frágeis. Fazendo o uso de resultados experimentais oriundos do ensaio de fraturamento hidráulico, estudos de propagação de fissuras foram investigados. Fez-se estudos de propagação de fissuras em diferentes cenários de carregamento, os quais receberam aplicações de tensões normais em cada uma de faces das amostras do ensaio modeladas. Calibrações numéricas são feitas nos modelos numéricos de elementos finitos baseadas em soluções

analíticas, possuindo como métrica os fatores de intensidade de tensão e das taxas de liberação de energia dos modos I e II.

Tan (2003) desenvolveu um código que realiza análises de fluxo de fluido e critérios de propagação denominado HFRANC 2D qual é acoplado no *software* FRANC 2D, podendo assim simular a propagação de curvatura de fissuras hidráulicas. Por meio de modelos analíticos podem ser feitas análises de problemas simples de fraturamento. Simulações numéricas preliminares de propagação de hidráulicas criadas em profundidades rasas usando o HFRANC 2D. Um modelo simples, assumindo um material homogêneo sem tensões residuais foi capaz de prever a pressão do fluido, a distribuição da abertura e a forma básica de uma fissura hidráulica criada em campo com sucesso. Resultados promissores foram obtidos na situação em que não se tem a situação idealizada. Quatro modelos foram estabelecidos para simular fraturas hidráulicas iniciadas dentro de uma formação que é subjacente por uma camada de material mais macio. A simulação numérica mostrou que as fraturas hidráulicas tendem a curvar para baixo em direção a uma camada menos rígida subjacente, mas elas se curvam para cima em direção à superfície do solo com crescimento contínuo. A análise numérica também foi realizada para simular a propagação da fratura em uma região onde existe alta tensão residual compressiva lateral. As simulações mostraram que os efeitos das tensões residuais elevadas tendem a reduzir o mergulho da fratura, o que é consistente com as expectativas. Dessa forma, a comparação dos resultados obtidos via HFRANC 2D sugere que o aumento da tenacidade à fratura (K_{IC}) pode afetar a forma de propagação de fraturamento, o que acaba reduzindo o mergulho da fratura.

Carter, Wawrzynek e Ingraffea (2001) realizaram modelagens bi e tridimensionais de propagação de fissuras de *fracking* via elementos finitos em poços de petróleo, considerando interfaces entre o revestimento de aço, a interface formada entre o cimento e a rocha e a interface de ligação aço-cimento e cimento rocha. Por isso, foram feitas modelagens bidimensionais e tridimensionais de poços para a estimativa de determinar a propagação de fissura via *fracking* utilizando o FRANC 2D e 3D. Visto que a iniciação e propagação de fissuras é fortemente dependente da interface entre o revestimento de aço, cimento entre o revestimento e a rocha, e a resistência da interface de ligação aço-cimento e cimento rocha. Ou seja, um revestimento pode alterar a trajetória de propagação da fissura e retardar a reorientação da fissura, o que mostra a dependência da resistência das

ligações de interface. Constatase por meio das simulações numéricas tais dependências de ligações.

3 METODOLOGIA UTILIZADA

Para o desenvolvimento do presente trabalho foram definidas etapas metodológicas para iniciar o conhecimento sobre simulação numérica do processo de fraturamento hidráulico, fazendo-se estudos sobre a Mecânica da Fratura Elástico Linear (MFEL). A seguir são descritas cada uma dessas etapas fundamentais na elaboração do presente trabalho.

3.1 FRANC 2D

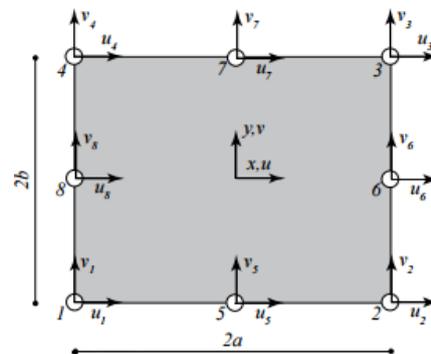
O FRANC 2D, sigla de FRacture ANalysisCode-2D, é um *software* gratuito desenvolvido pelo grupo de estudos em mecânica da fratura da Universidade de Cornell (Cornell Fracture Group, 2014). Ele utiliza elementos finitos bidimensionais, os quais estão incluídos em uma eficiente plataforma para a simulação da propagação de fissuras em materiais frágeis. Nele estão contidos critérios de propagação de fissuras (Tensão Circunferencial Máxima, Taxa de Liberação Máxima de Energia, e Mínima Densidade de Energia de Deformação) e técnicas para a extração dos fatores de intensidade de tensão.

No presente estudo será utilizado apenas o critério de Tensão Circunferencial Máxima. Para a simulação da propagação da fissura, é necessário a entrada da malha de elementos finitos através de um arquivo de entrada no formato (*.inp*). Assim são introduzidas as propriedades físicas materiais, geometria e as condições de contorno.

A modelagem da malha é efetuada por meio do pré-processador denominado CASCA (Cornell Fracture Group, 2007), o qual gera a malha a partir de um dado contorno geométrico. O refinamento da discretização pode ser escolhido pelo usuário. Então, gera-se um arquivo *.inp* contendo tais informações do modelo numérico, as quais podem ser introduzidas no processador FRANC 2D. Quatro tipos de elementos planos estão disponíveis no software: *Q4-Four noded quadrilateral*, *Q8-Eight noded quadrilateral*, *T3-Three noded triangle*, e *T6-Six noded triangle*. (Cornell Fracture Group, 2007; Fish e Belytschko, 2007)

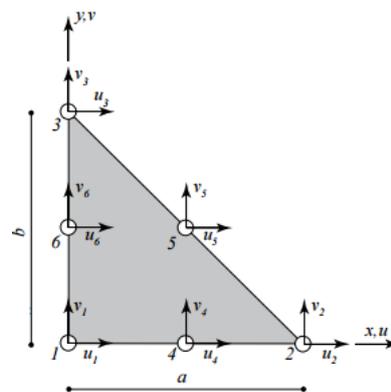
No presente trabalho, a geometria foi gerada a partir dos dados apresentados em Chen *et al.* (2010). Foram utilizados os elementos *Q8-Eight noded quadrilateral* e *T6-Six noded triangle*, os quais estão ilustrados na Figura 3.1 e a Figura 3.2, respectivamente. Estes elementos foram escolhidos devido a sua eficiência na aproximação da geometria e dos campos mecânicos. A malha foi construída por meio do processo de malha estruturada. Portanto, elementos distorcidos são evitados nesse processo.

Figura 3.1 - Detalhe do elemento Q8 constituente do modelo da análise.



Fonte: Boeraeve (2010).

Figura 3.2 - Detalhe do elemento T6 constituente das faces da fissura no modelo da análise.



Fonte: Boeraeve (2010).

Assim sendo, assume-se a hipótese de que as amostras são homogêneas, ou seja, sem nenhum tipo de imperfeição física ou geométrica. Consideram-se constantes apenas o coeficiente de Poisson (ν) e o módulo de elasticidade (E).

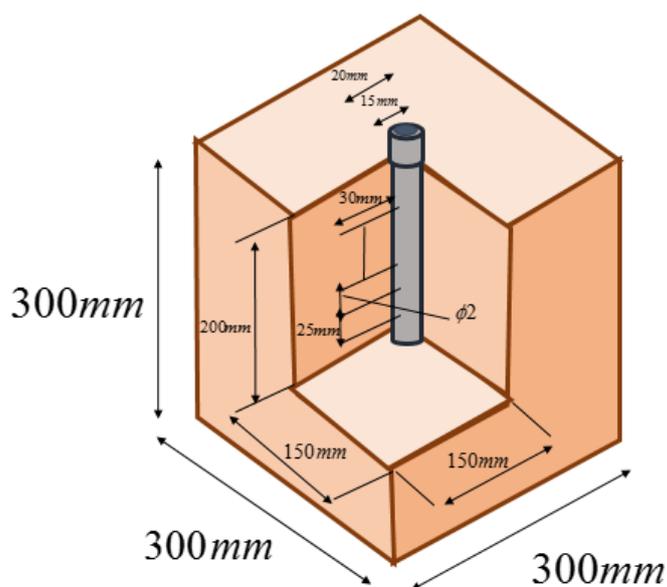
3.2 ESTRATÉGIA DE SIMULAÇÃO

O presente trabalho é realizado através da simulação numérica do processo de fraturamento em amostras oriundas do trabalho experimental de Chen *et al.* (2010). Tratam-se de amostras cúbicas de cimento, como apresentada na Figura 3.3, que contém 300 mm de aresta, com o furo coberto contendo diâmetros de 15 mm e 20 mm de diâmetro interno e externo respectivamente.

Ao longo do furo vertical realizado na amostra com localização central, geram-se 6 perfurações na amostra antes de ser ensaiadas (3 de cada lado diametralmente opostas) ao longo de um trecho de 50 mm, tem-se um espaçamento de 25 mm envolvendo duas perfurações consecutivas. Cada comprimento inicial de perfuração gerado (canhoneio) é de 30 mm, contendo o diâmetro interno de 2 mm

De acordo com Chen *et al.* (2010), estas amostras de cimento foram concebidas com o intuito de estudar o comportamento da propagação e da geometria das fissuras geradas via ensaio de fraturamento hidráulico através de perfurações orientadas.

Figura 3.3 - Estrutura interna do bloco de cimento ensaiado.



Fonte: Adaptado de Chen *et al.*(2010).

Chen *et al.* (2010) estudou três grupos que continham seis amostras. Para cada um desses grupos, estudou-se o comportamento das amostras através de perfurações orientadas (0° , 15° , 30° , 45° , 60° e 75°), para os quais foram analisados parâmetros físicos, como pressão de quebra (P_b), reorientação da fissura.

Em cada grupo as amostras foram submetidas a um estado triaxial de tensões, ou tensão vertical (σ_v) igual a 15 MPa e Tensão horizontal *in situ* mínima (σ_h) de intensidade 1 MPa), diferindo apenas na tensão horizontal *in situ* máxima (σ_H), pois para cada um dos grupos foram aplicados 4, 5 e 6 MPa, respectivamente de carga. As amostras ensaiadas possuem as seguintes propriedades físicas, conforme mostra a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Parâmetros físicos das amostras ensaiadas.

| Amostras de Cimento No.325 e areia (0.125 mm) | | | | | | |
|---|-----------|------------------|------------------|----------------------------------|----------|------------|
| E (GPa) | ν (-) | σ_c (MPa) | σ_T (MPa) | K_{IC} (MPa.m ^{1/2}) | k (mD) | ϕ (%) |
| 8,402 | 0,23 | 28,34 | 2,59 | 0,10 - 0,20 | 0,10 | 1,85 |

Fonte: Chen *et al.* (2010).

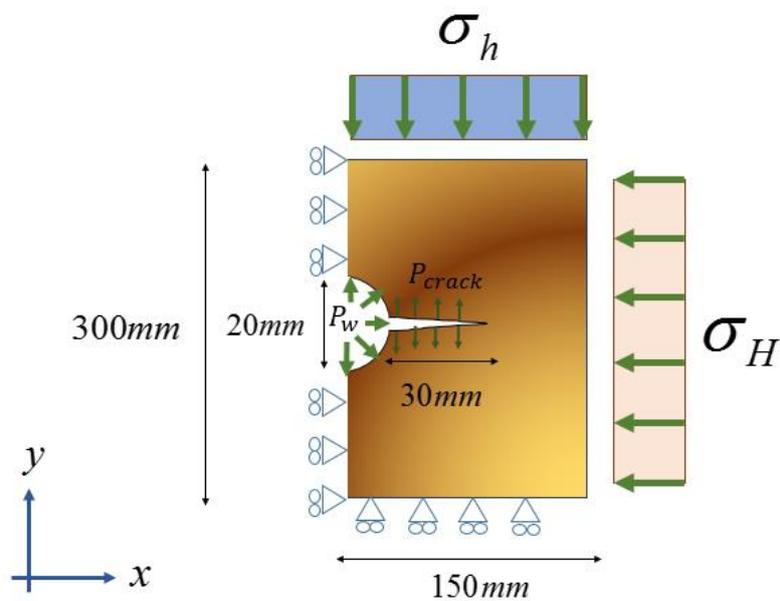
O presente estudo é baseado em modelos bidimensionais de elementos finitos com o qual considera apenas as tensões *in situ* horizontais, pelo fato de que σ_v não apresentar influência na propagação das fissuras.

Depois que a malha de elementos finitos é construída as condições de contorno devem ser impostas. Assim, condições de restrição ao deslocamento (Dirichlet) e força (Neumann) devem ser inseridas. Inicialmente, os carregamentos referentes às tensões *in situ* são aplicadas, objetivando representar o estado de confinamento da rocha. Então, o carregamento referente à pressão interna ao poço é aplicado.

À medida que a fissura se propaga, a pressão interna aplicada no interior do poço é transferida às faces da fissura. Afim de simular a propagação de fissuras, buscou-se adotar duas configurações de malha para cada caso desejado de análise:

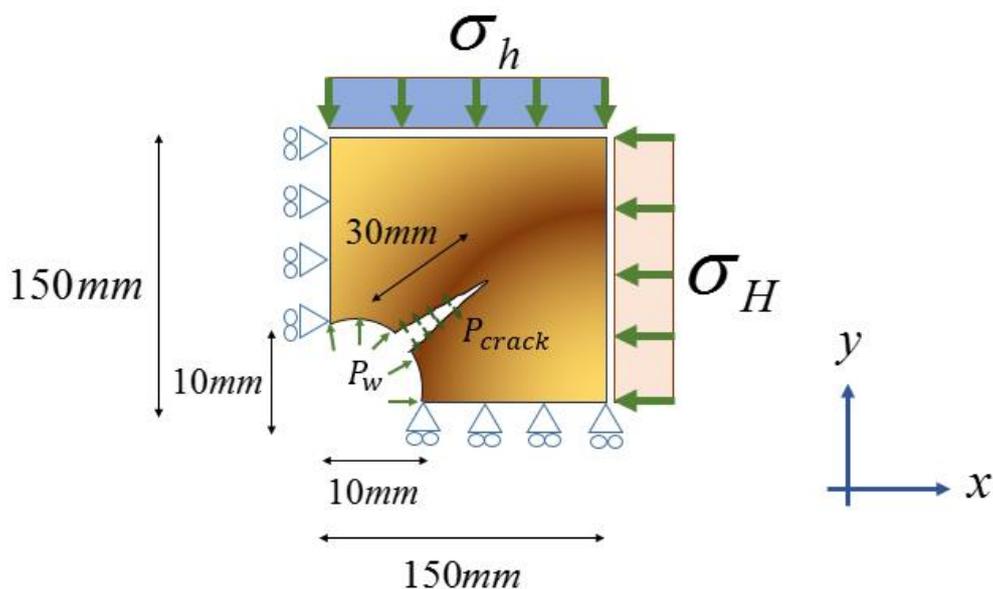
Para fissuras com orientação θ de 0° , as condições utilizadas estão indicadas na Figura 3.4. Já para orientações compreendidas entre 0° e 90° , buscou-se utilizar configuração apresentada na Figura 3.5.

Figura 3.4 - Detalhe do modelo bidimensional de elementos finitos utilizado nas análises de simulação do faturamento hidráulico, contendo as condições de contorno.



Fonte: Autoria própria.

Figura 3.5 - Detalhe do modelo bidimensional de elementos finitos utilizado nas análises, contendo as condições de contorno e fissura com orientações entre 0° e 90°.



Fonte: Autoria própria.

Em outras palavras, os procedimentos adotados para a etapa de simulação de propagação de fissuras são divididos em três:

Etapa 1 – As tensões *in situ* σ_H e σ_h são aplicadas nas faces da amostra. Em seguida a simulação é realizada para assim ser gerada a propagação de tensões no modelo. Salva-se o arquivo de saída gerado pelo FRANC 2D no formato .wdb .

Etapa 2 – Fazendo o uso deste arquivo gerado que contém esses carregamentos propagados, introduz-se a pressão do fluido P_w nas faces do furo. Dessa forma tem-se a adição do efeito da pressão do fluido. De forma similar, gera-se um novo arquivo de saída .wdb, o qual contém adições das tensões *in situ* σ_H e σ_h e da pressão do fluido P_w .

Etapa 3 – Ao final, com o novo arquivo de saída .wdb obtido na Etapa 3, introduz-se uma fissura de comprimento característico l , a qual é introduzida a pressão do fluido P_w .

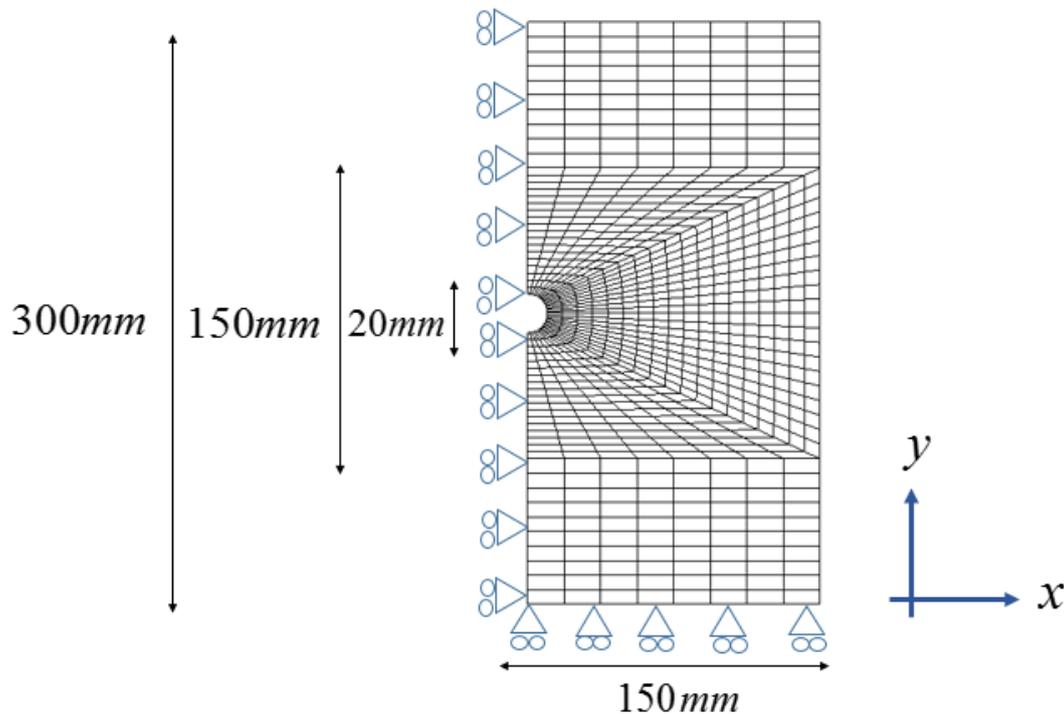
Com essas considerações, busca-se simular o processo de propagação de fissuras. A hipótese de simulação adotada é de que o material pode sofrido danos durante o processo de concepção, a exemplo de microfissuras advindas do processo de cura. Por isso em cada um dos carregamentos supracitados, introduz-se um valor de tenacidades à fratura (K_{IC}), o qual está dentro de um range variando de 0,01 a 0,20 MPa.m^{1/2}, ou seja, é investigar o efeito gerado por “multifissuras preexistentes” nos modelos numéricos do presente trabalho.

4 APLICAÇÕES

Inicialmente buscou-se realizar um estudo de convergência para a malha a ser adotada nas análises numéricas utilizando o FRANC 2D. Para isso, foram modeladas 3 malhas no CASCA cada uma com um tipo de discretização. As dimensões geométricas do modelo numérico de elementos finitos estão de acordo com Chen *et al.* (2010). As Figuras 4.1 - 4.3 apresentam cada uma destes modelos contendo suas respectivas discretizações, fazendo o uso do mesmo elemento Q8 (Cornell Fracture Group, 2007).

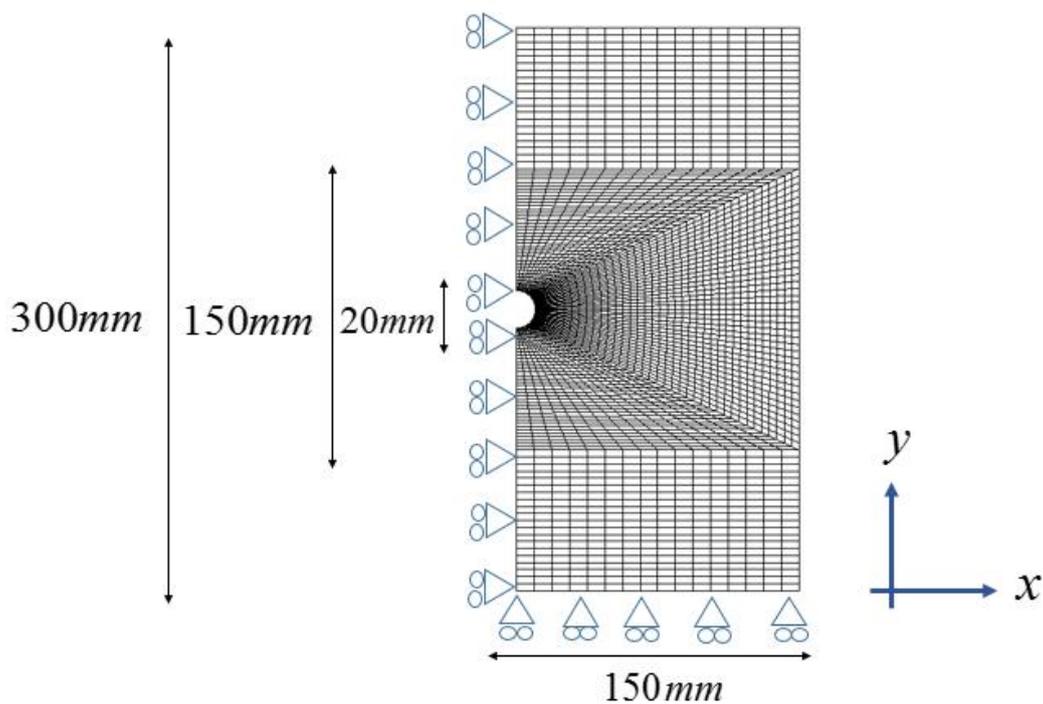
Fazendo o uso do FRANC 2D inicialmente foram introduzidas as propriedades físicas oriundas de Chen *et al.* (2010). Em cada uma das malhas foram impostas restrições de deslocamento, os quais são de deslocamento nulo na direção do eixo x nas faces verticais do lado esquerdo ($u_x = 0$ m), e, deslocamento nulo na direção do eixo y na face horizontal inferior ($u_y = 0$ m).

Figura 4.1 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos contendo condições de contorno (malha 1).



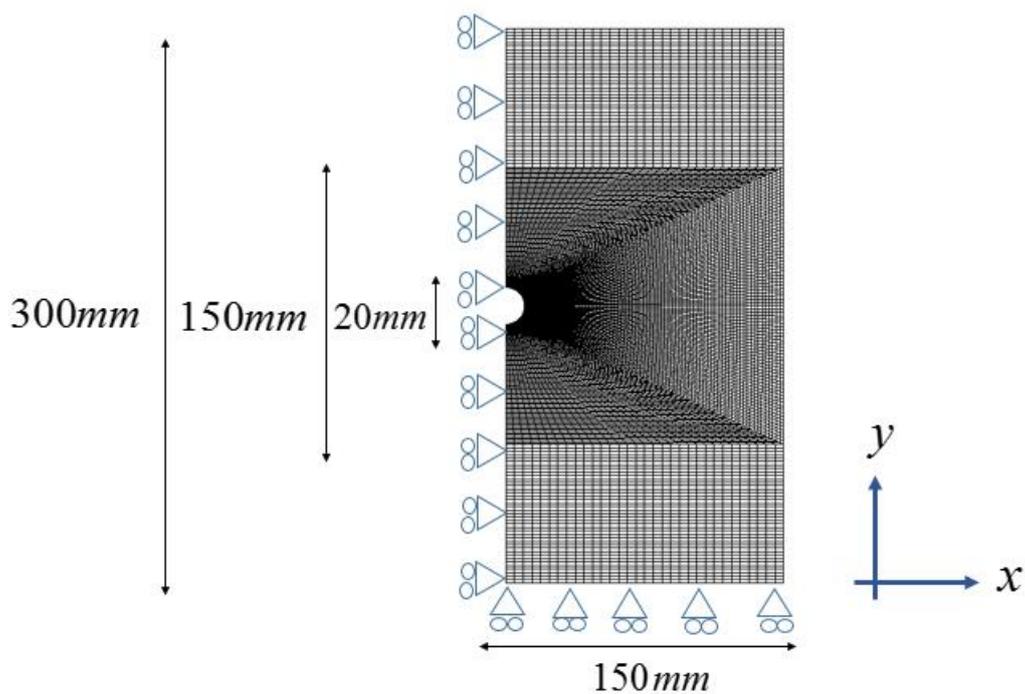
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.2 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos com o dobro de refinamento contendo condições de contorno (malha 2).



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.3 - Dimensões do modelo bidimensional de elementos finitos com o quádruplo de refinamento contendo condições de contorno (malha 3).



Fonte: Autoria própria.

Conforme mostram as figuras supracitadas, a primeira foi concebida por meio de refinamentos específicos em determinadas regiões do modelo: refinamento de 18 unidades na parede circular do furo, assim como em suas adjacências; em uma região um pouco mais afastada, mas também adjacentes, foram aplicadas refinamento de 10 unidades, e nas regiões opostas horizontais, 8 unidades, totalizando 2573 nós e 808 elementos.

A malha 2 possui o dobro de subdivisões da dimensão da primeira malha: refinamento de 36 unidades na parede circular do furo, assim como em suas adjacências; em uma região um pouco mais afastada, mas também adjacentes, foram aplicadas refinamento de 20 unidades, e nas regiões opostas horizontais, 16 unidades, totalizando 9993 nós e 3232 elementos.

A última malha de elementos finitos possui o quádruplo de subdivisões da dimensão da primeira malha já mencionada na Figura 4.1, a qual possui refinamento de 72 unidades na parede circular do furo, assim como em suas adjacências; em uma região um pouco mais afastada, mas também adjacentes, foram aplicadas refinamento de 40 unidades, e nas regiões opostas horizontais, 32 unidades, totalizando 39377 nós e 12928 elementos.

Optou-se por utilizar no presente estudo o estado plano de deformações, ou seja, deformação na orientação do eixo z é nula ($\epsilon_z = 0$). Esta hipótese está centrada no fato de que neste tipo de ensaio, a região localizada no fim do canal do espaço anular, os efeitos de deformação serem desprezíveis.

Outras hipóteses simplificadoras são descritas aqui, como a homogeneidade do meio. Essa escolha justifica-se devido à complexidade do problema, pois a utilização de amostras de rochas reservatório, em geral, é um meio heterogêneo, o que significa dizer que suas propriedades físicas são variáveis ao longo de suas dimensões. A desconsideração dos efeitos da interação fluido-material, as quais consideram efeitos de pressões que o fluido aplica no interior do furo e no interior de defeitos e discontinuidades existentes na amostra, como microfissuras, sem a presença de porosidade e infiltração de fluido também são aplicadas.

A utilização da metade da amostra no presente estudo é justificada pelo fato de se tratar de um problema simétrico, onde a presença de carregamentos aplicados nas faces paralelas da amostra são iguais, como é típico do estado de tensões nesses tipos de

problemas envolvendo o *fracking*, aqui descrito e apresentado por meio do trabalho de Chen *et al.* (2010).

Através das Figuras 4.1 - 4.3 podem-se ver com maiores detalhes as configurações dos elementos da malha de elementos finitos utilizadas nas análises de convergência. À medida que se tem maiores discretizações, menos distorcidos são os elementos. Esse detalhe ajuda bastante na convergência das soluções numéricas, pois quanto menor e mais próximos de quadrados forem os elementos, mais confiáveis serão as respostas.

As análises de convergência serão feitas por meio de soluções analíticas conhecidas para soluções de carregamento plano, como é o caso da solução de Kirsch (1898), que considera apenas carregamentos biaxiais nas faces de uma placa plana com dimensões infinitas contendo um furo no meio. Com esta solução pode-se estimar as tensões radiais e tangenciais ao longo da seção radial do furo. Caso semelhante é encontrado pela solução de Bradley (1979), a qual considera também a pressão no interior do furo.

Ao fim, serão feitos estudos de convergência para o refinamento no entorno das faces da fissura a ser introduzida no modelo numérico que obtiver melhor resposta de convergência supracitado por meio da solução de Rummel (1987), a qual determina o fator de intensidade de tensão modo I através de combinações de carregamentos independentes via princípio da superposição de efeitos oriundos de problemas de *fracking* os quais consideram carregamentos planos, estado biaxial de tensões em uma placa com um furo no meio que contém duas fissuras de mesmos comprimentos postas diametralmente opostas com orientação θ de 0° .

4.1 SOLUÇÃO DE KIRSCH

A Solução de Kirsch (1898) considera uma análise plana de deformações em placa plana infinita contendo um furo central de raio (r_w), homogênea e isotrópica feita de material elástico linear, submetida a um estado biaxial de tensões (tensões horizontais *in situ* σ_H e σ_h). Esta solução apresenta duas componentes efetivas função da distância radial (r) e do ângulo medido do sentido anti-horário (θ), apresentadas a seguir, em coordenadas polares:

Tensão radial efetiva (σ_r):

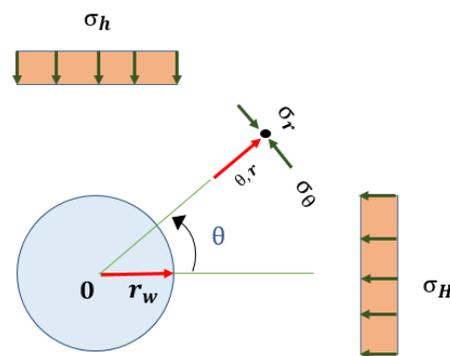
$$\sigma_r = \frac{\sigma_H + \sigma_h}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 - 4 \frac{r_w^2}{r^2} + 3 \frac{r_w^4}{r^4} \right) \cos(\theta) \quad (4.1)$$

Tensão Tangencial efetiva (σ_θ):

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_H + \sigma_h}{2} \left(1 + \frac{r_w^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 + 3 \frac{r_w^4}{r^4} \right) \cos(\theta) \quad (4.2)$$

A Figura 4.4 apresenta a distribuição de tensões ao redor do furo, contabilizando com cada uma das componentes supracitadas.

Figura 4.4 - Configuração de tensões ao redor do furo (Solução de Kirsch).



Fonte: Adaptado de Goodman (1989).

A fim de calibrar o modelo numérico de elementos finitos, aplicou-se as seguintes tensões horizontais *in situ* $\sigma_H = 4$ MPa e $\sigma_h = 1$ MPa. Com isso, pode-se obter o campo de tensões provenientes das tensões supracitadas em torno do furo. Uma mostra dos campos de tensões normais geradas nas direções dos eixos x e y, e tensões principais normais obtidas numericamente são apresentadas pelas Figuras 4.5 e 4.6 respectivamente.

Figura 4.5 - Campo de tensões normais na direção dos eixos x e y induzidas pelas tensões *in situ* em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3.

Fonte: Autoria própria.

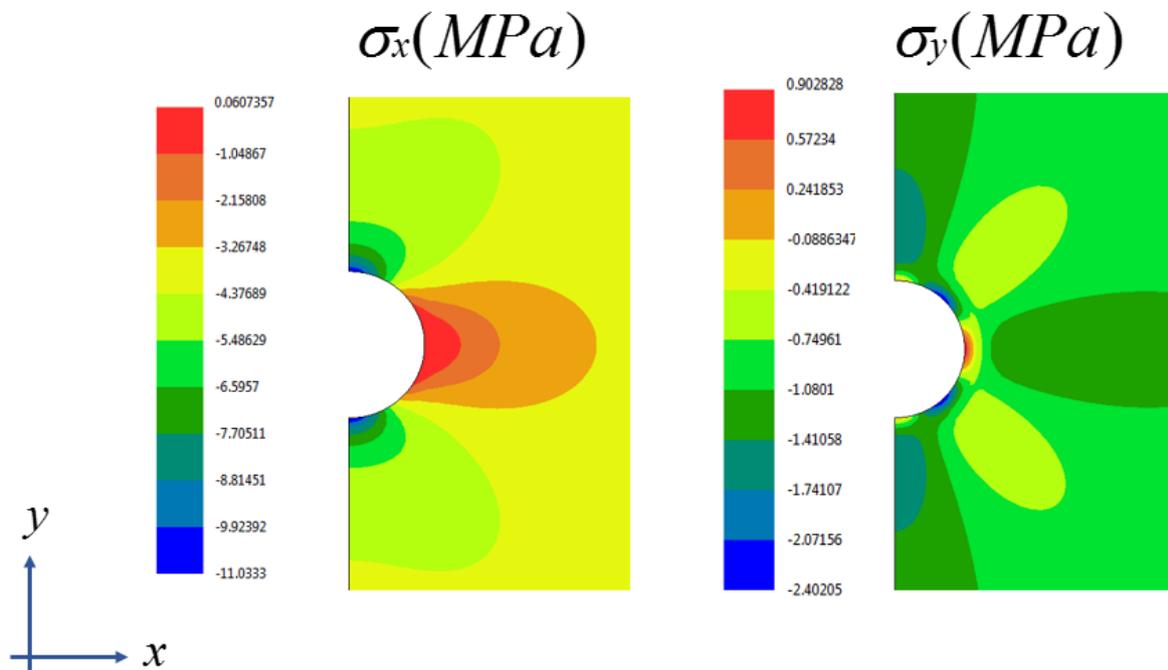
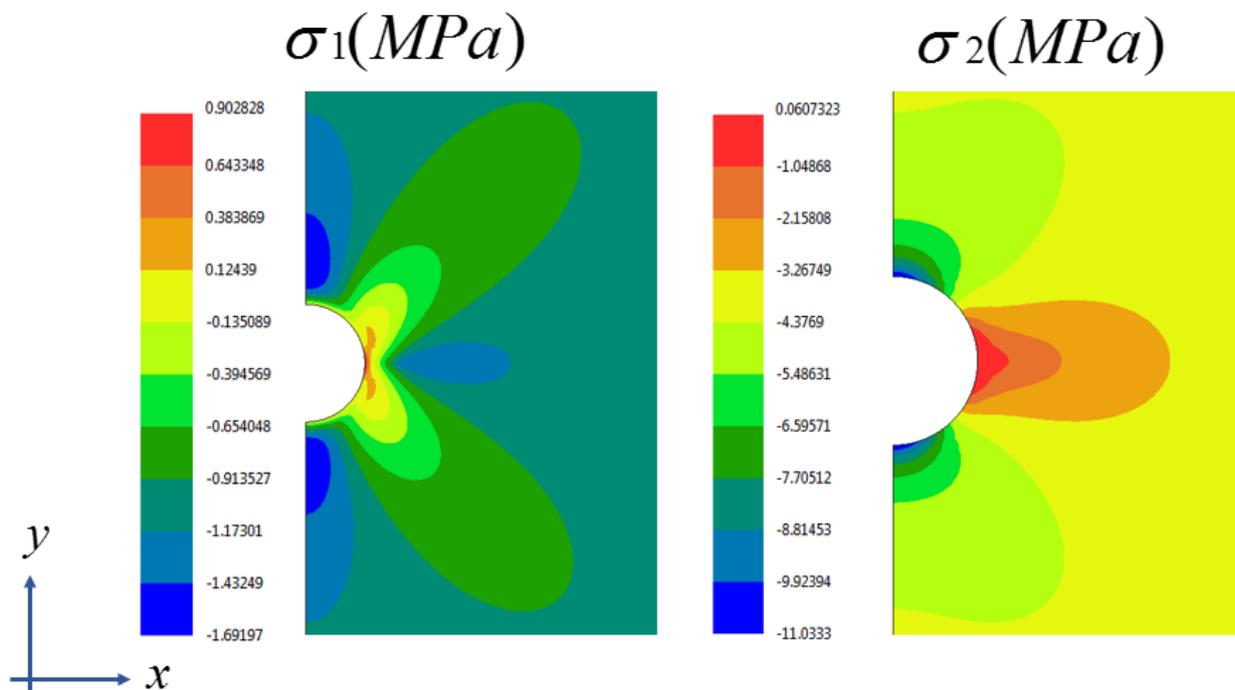


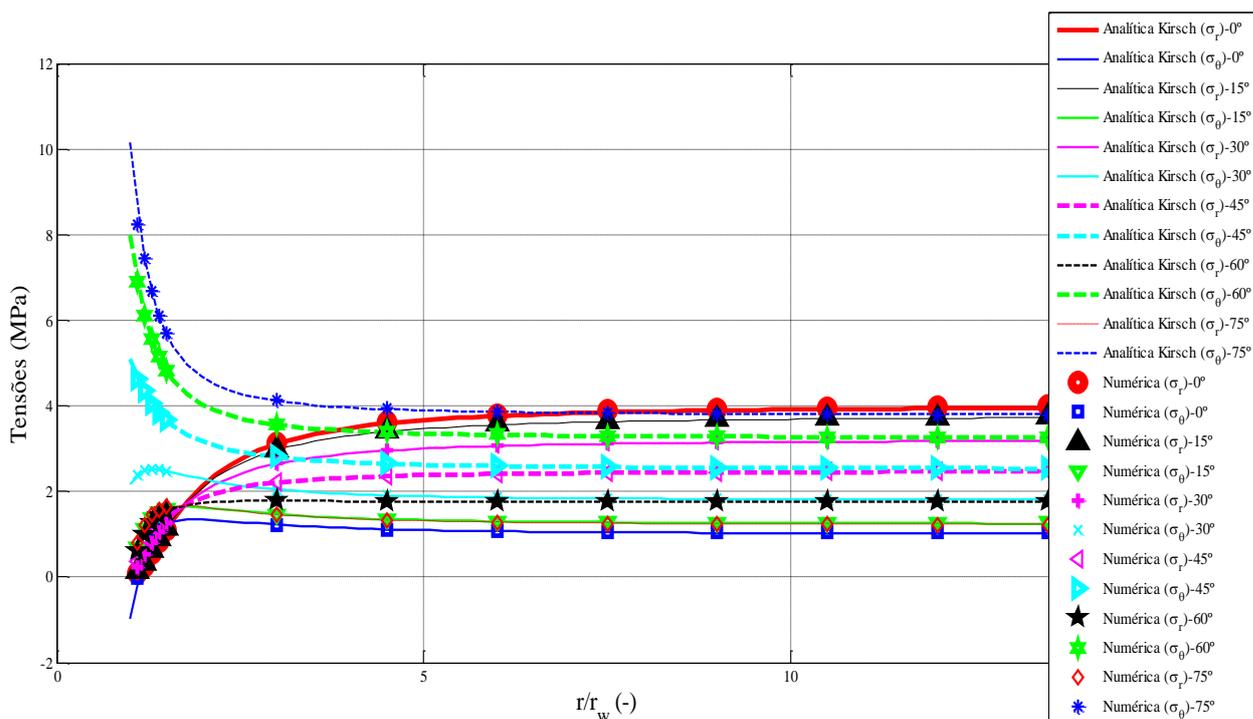
Figura 4.6 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 induzidas pelas tensões *in situ* em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3.



Fonte: Autoria própria.

Com base nas respostas numéricas das figuras apresentadas, em sua calibração e validação foi utilizada as tensões radiais e as tensões tangenciais da solução analítica de Kirsch (1898), para θ variando de 0° a 75° . A Figura 4.7 mostra os resultados das análises comparando-as com as respostas numéricas.

Figura 4.7 - Comparação da solução analítica de Kirsch para as tensões radiais e tangenciais com as numéricas de elementos finitos com θ de 0° a 75° - malha 3.



Fonte: Autoria própria.

Destas análises fez-se a verificação da convergência para os três tipos de malha. A Tabela 4.1 mostra detalhadamente os erros mínimos encontrados para os três tipos de malhas utilizadas.

Tabela 4.1 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Kirsch.

| | Erro Mínimo Kirsch (%) |
|---------|------------------------|
| Malha 1 | 0,00142 |
| Malha 2 | 0,004182 |
| Malha 3 | 0,001973 |

Fonte: Autoria própria.

Em todas as análises foram constatados efeitos nas bordas em regiões muito próximas ao furo. Os resultados numéricos obtidos mostram que a malha 1 obteve erros muito altos na qual distância é da ordem da metade do raio do furo.

Com o refinamento da malha 2 pode-se reduzir drasticamente esse erro, tendo esta distância reduzida na ordem de 30% do raio do furo. Seguidamente, a malha 3 obteve o melhor resultado, pois esta reduziu significativamente esse erro de borda, chegando este a ser da ordem de 20% do comprimento do raio do furo. Este fato está ligado os elementos ficarem menos distorcidos, o que ajuda na propagação das tensões.

4.2 SOLUÇÃO DE BRADLEY

A outra solução que considera o efeito da pressão do fluido no interior do furo (P_w), a Solução de Bradley (1979), que é a modificação da solução de Kirsch (1898) com a adesão da pressão do fluido no interior do furo da placa. No presente estudo algumas simplificações foram aplicadas nesta solução ($\tau_{12} = 0$). De forma análoga, tem-se as duas componentes de tensões efetivas:

Tensão radial efetiva (σ_r):

$$\sigma_r = \frac{\sigma_H + \sigma_h}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 - 4 \frac{r_w^2}{r^2} + 3 \frac{r_w^4}{r^4} \right) \cos(\theta) + P_w \frac{r_w^2}{r^2} \quad (4.3)$$

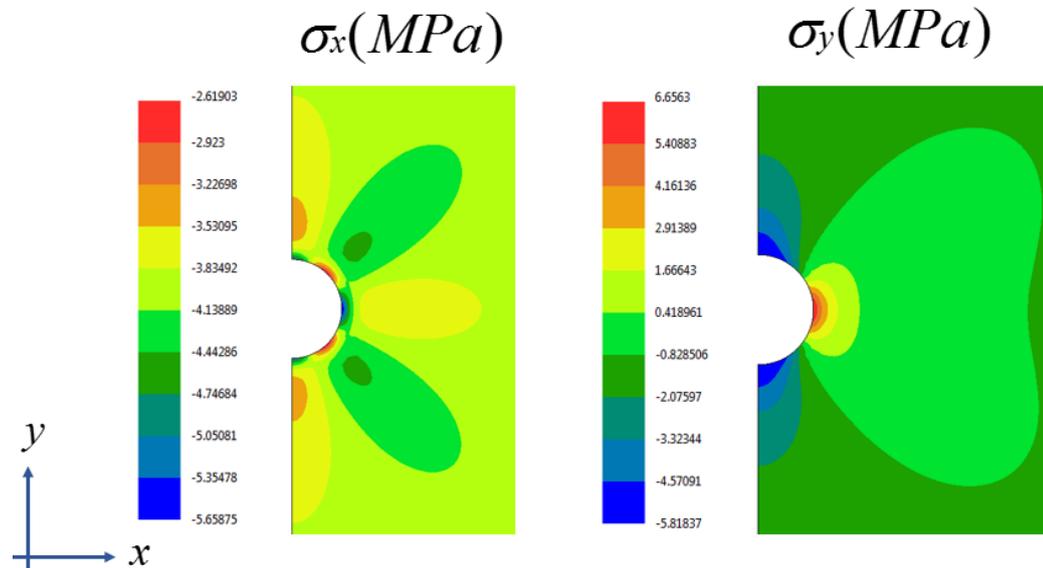
Tensão tangencial efetiva (σ_θ):

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_H + \sigma_h}{2} \left(1 + \frac{r_w^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 + 3 \frac{r_w^4}{r^4} \right) \cos(\theta) - P_w \frac{r_w^2}{r^2} \quad (4.4)$$

De forma similar a Figura 4.2, a presente aplicação apresenta a distribuição de tensões ao redor do furo, contabilizando cada uma das componentes supracitadas, com a adição da pressão do fluido no interior do furo (P_w). Com isso, as condições de contorno aplicadas são iguais aos aplicados para o caso anterior, diferindo apenas pela aplicação

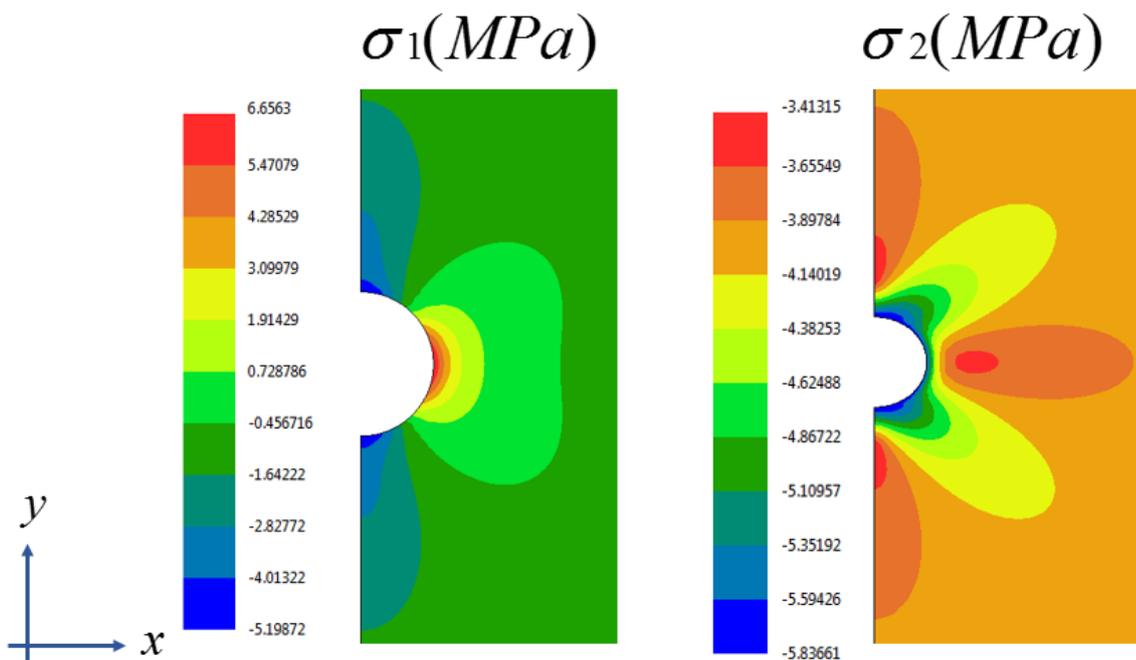
da pressão hidráulica no interior do furo (P_w) de valor igual a 5,80 MPa. Os resultados de calibração numérica são apresentados a seguir, pelas Figuras 4.8, como segue:

Figura 4.8 - Campo de tensões normais na direção dos eixos x e y induzidas pelas tensões *in situ* e a pressão do fluido no interior do furo em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3.



Fonte: Autoria própria.

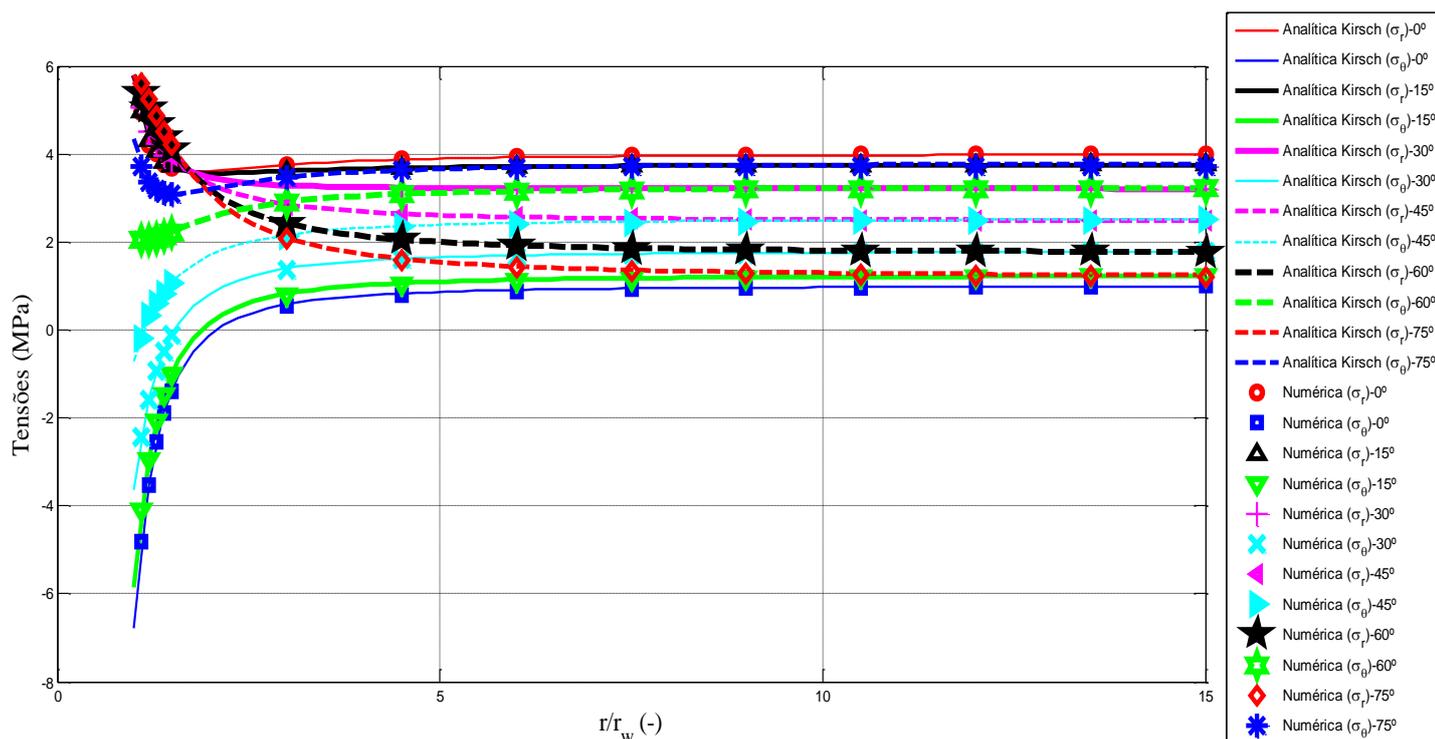
Figura 4.9 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 induzidas pelas tensões *in situ* e a pressão do fluido no interior do furo em torno do furo (MPa) obtidos pela malha 3.



Fonte: Autoria própria.

Com base nas respostas numéricas das figuras apresentadas, em sua calibração e validação foi utilizada as tensões radiais e as tensões tangenciais da solução analítica de Bradley (1979), para θ de 0° a 75° , apresentada na Figura 4.10.

Figura 4.10 - Comparação da solução analítica de Bradley com as numéricas da malha 3 de elementos finitos para as tensões radiais e tangenciais para θ de 0° a 75° .



Fonte: Autoria própria.

Desta análise fez-se a análise de convergência para os três tipos de malha. A Tabela 4.2 mostram detalhadamente os erros mínimos encontrados para os três tipos de malhas utilizadas.

Tabela 4.2 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Bradley.

| | Erro Mínimo Bradley (%) |
|---------|-------------------------|
| Malha 1 | 0,006236 |
| Malha 2 | 0,002148 |
| Malha 3 | 0,002459 |

Fonte: Autoria própria.

Semelhantemente caso é visto para a aplicação da solução de Bradley: Em todas as análises foram constatados efeitos nas bordas em regiões muito próximas ao furo. Os

resultados numéricos obtidos mostram que a malha 1 obteve erros muito altos, na qual a distância é da ordem de 50% do comprimento do raio do furo (5 mm).

Com o refinamento da malha 2 pode-se reduzir drasticamente esse erro, tendo esta distância reduzida na ordem de 30% do comprimento do raio do furo (3 mm). Seguidamente, a malha 3 obteve o melhor resultado, pois esta reduziu significativamente esse erro de borda, a qual a distância é da ordem 10% do comprimento do raio do furo (1 mm). Este fato está ligado os elementos ficarem menos distorcidos, o que ajuda na propagação das tensões.

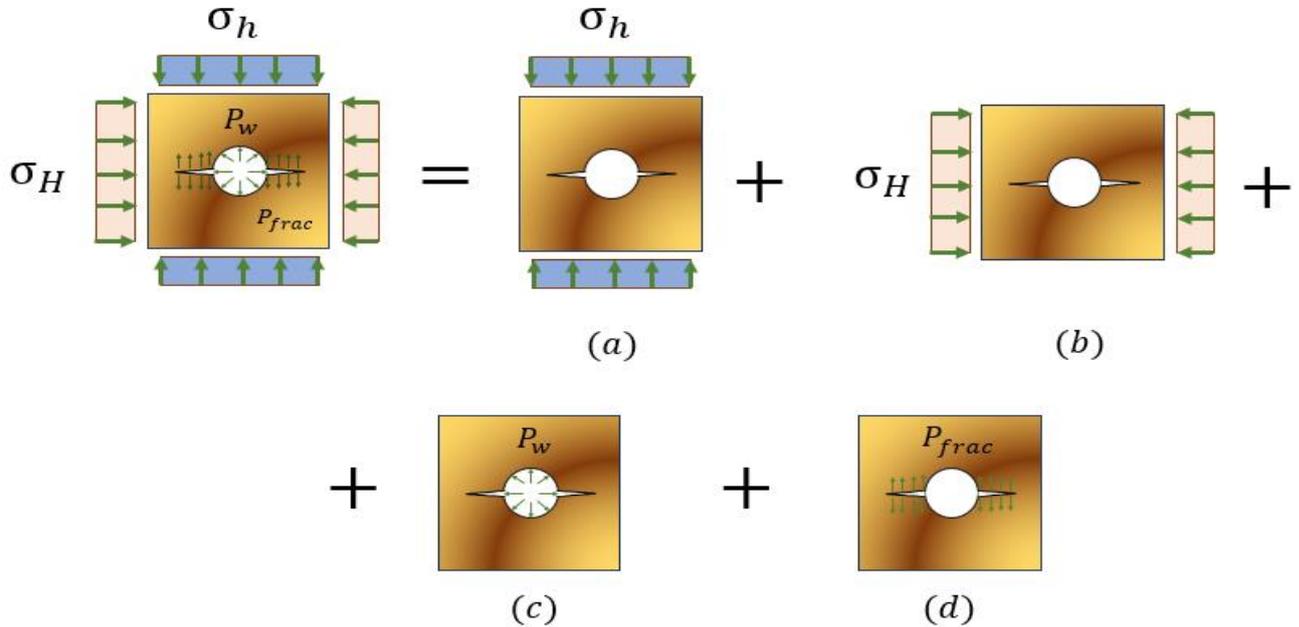
4.3 SOLUÇÃO DE RUMMEL

Tomando a malha 3, calibrado pelas soluções de Kirsch (1898) e Bradley (1979), introduz-se uma fissura afim de calibrar via solução analítica de Rummel (1987). Esta solução determina o Fator de Intensidade Modo I (K_I) provenientes da ponta da fissura com orientação θ de 0° . Como mostra a Figura 4.11, esta solução é composta por quatro parcelas de carregamentos, consideradas de forma independente.

Cada uma das parcelas de carregamento traz consigo uma contribuição de K_I por meio de soluções planas, as quais também trazem dependências da forma geométrica. Como anteriormente mencionado, esta solução considera o efeito de carregamentos biaxiais, no interior do furo e das fissuras em uma placa plana com dimensões infinitas contendo um furo central e duas fissuras diametralmente opostas na seção do furo, com orientação θ de 0° .

A depender do sentido do carregamento, cada contribuição independente pode ter o sinal aritmético de K_I modificado. Para o sentido de carga aplicada que fecha a fissura (compressão), tem-se o sinal negativo; e, o valor contrário, pode ser conferido para o sentido em que se tem a abertura da fissura (tração), a qual é atribuído o sinal positivo. Dessa forma, são atendidas consistências físicas do problema do *fracking* dentro do regime elástico linear.

Figura 4.11 - Composição do fraturamento hidráulico de parcelas pelo princípio da superposição de efeitos: (a) Tensão *in situ* mínima; (b) Tensão *in situ* máxima; (c) Pressão do fluido no interior do furo e (d), pressão do fluido no interior da fissura.



Fonte: Adaptado de Rummel (1987).

Com isso, tem-se em concordância em (a), para a tensão *in situ* máxima (σ_H) a Eq. (4.5) apresentada mostra que:

$$K_{I\sigma_H} = 2\sigma_H \sqrt{r_w} \left(\frac{b^2 - 1}{\pi b^7} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.5)$$

Da mesma forma para a tensão *in situ* mínima (σ_h), tem-se para a configuração mostrada em (b):

$$K_{I\sigma_h} = \sigma_h \sqrt{r_w} \left[(\pi b)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{1}{b} \right) \right) + 2(b^2 + 1) \left(\frac{b^2 - 1}{\pi b^7} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.6)$$

E para a pressão no interior do furo (P_w), concordando em (c):

$$K_{IP_w} = P_w \sqrt{r_w} \left[1.30 \left(\frac{b-1}{1+b^2} \right) + 7.80 \left(\frac{\sin \left(\frac{b-1}{2} \right)}{2b^{\frac{5}{2}} - 1.70} \right) \right] \quad (4.7)$$

A solução de Rummel (1987) disponibiliza alguns modelos de (K_{frac}), cada qual considera diferentes perfis de pressão do fluido no interior da fratura (constante, linear, quadrático, etc.). No presente estudo faz-se o uso do modelo considerando que a pressão no interior da fratura (P_{frac}) é igual a pressão do fluido no interior do furo (P_w). Dessa forma tem-se em (d):

$$K_{IP_{frac}} = P_w \sqrt{r_w} \left[(\pi b)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{1}{b} \right) \right) \right] \quad (4.8)$$

Onde:

σ_H, σ_h = Tensões horizontais *in situ* máxima e mínima, respectivamente.

P_w = Pressão hidráulica no interior do furo.

r_w = Raio do furo.

b = Fator adimensional associado ao comprimento da trinca (a) em relação ao raio do furo (r_w), definido como sendo $1 + \frac{a}{r_w}$.

A solução de Rummel (1987) foi concebida considerando o estado plano de deformações. Tendo em vista as componentes de K_I , para cada parcela independente de carregamento. Vale ressaltar a importância do sentido em que os esforços aplicados estão direcionados.

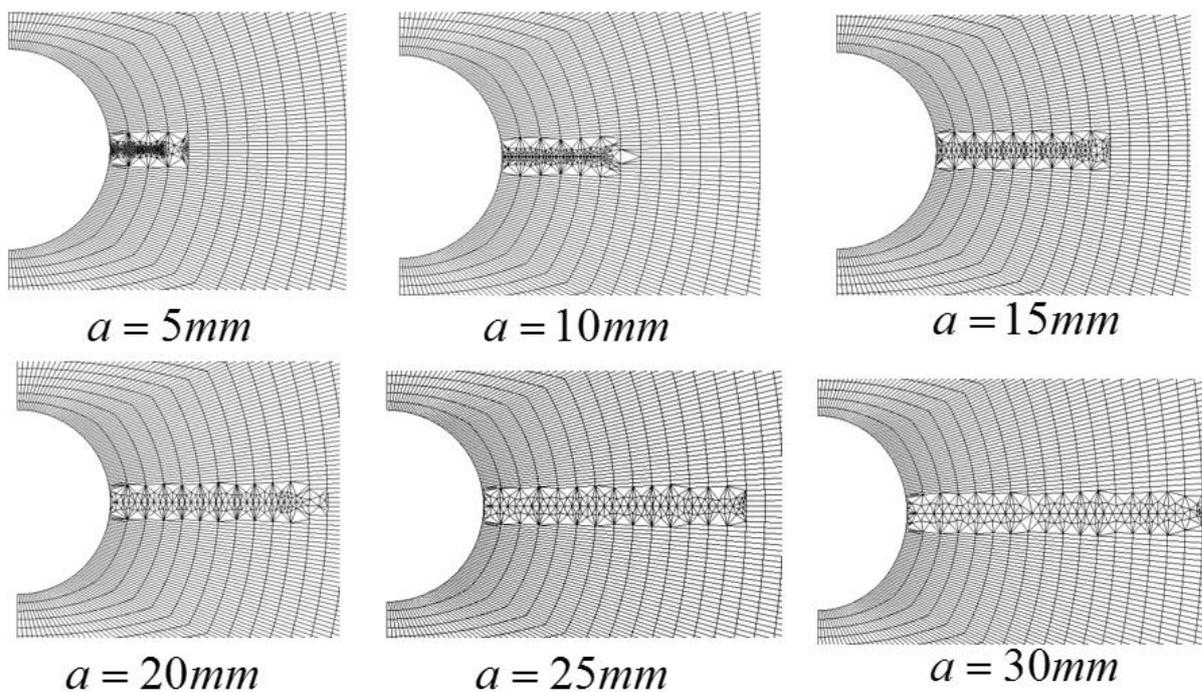
Por convenção, os esforços aplicados que tendem a fechar a fissura, possuem sinal negativo ($K_{I\sigma_h}$) ao passo que as que abrem são positivas ($K_{I\sigma_H}, K_{IP_w}, K_{IP_{frac}}$). Ou seja, o valor de K_I é a soma de todas as parcelas apresentadas posteriormente:

$$K_I = K_{I\sigma_h} + K_{I\sigma_H} + K_{IP_w} + K_{IP_{frac}} \quad (4.9)$$

Afim de ter-se resultados mais precisos, buscou-se refinar na região periférica da fissura de tal modo a ter resultados precisos. Através do FRANC 2D foi possível adicionar refinamentos ao longo da fissura tal que os resultados puderam ficar mais próximos da

solução analítica de Rummel (1987). A Figura 4.12 mostram como exemplo, 6 modelos numéricos contendo discretização de 30 elementos do tipo T6, cada qual com um comprimento característico de fissura (5, 10, 15, 20, 25 e 30 mm).

Figura 4.12 - Detalhe de refinamento ao longo da fissura e da ponta da fissura gerada no FRANC 2D para cada comprimento de fissura a .

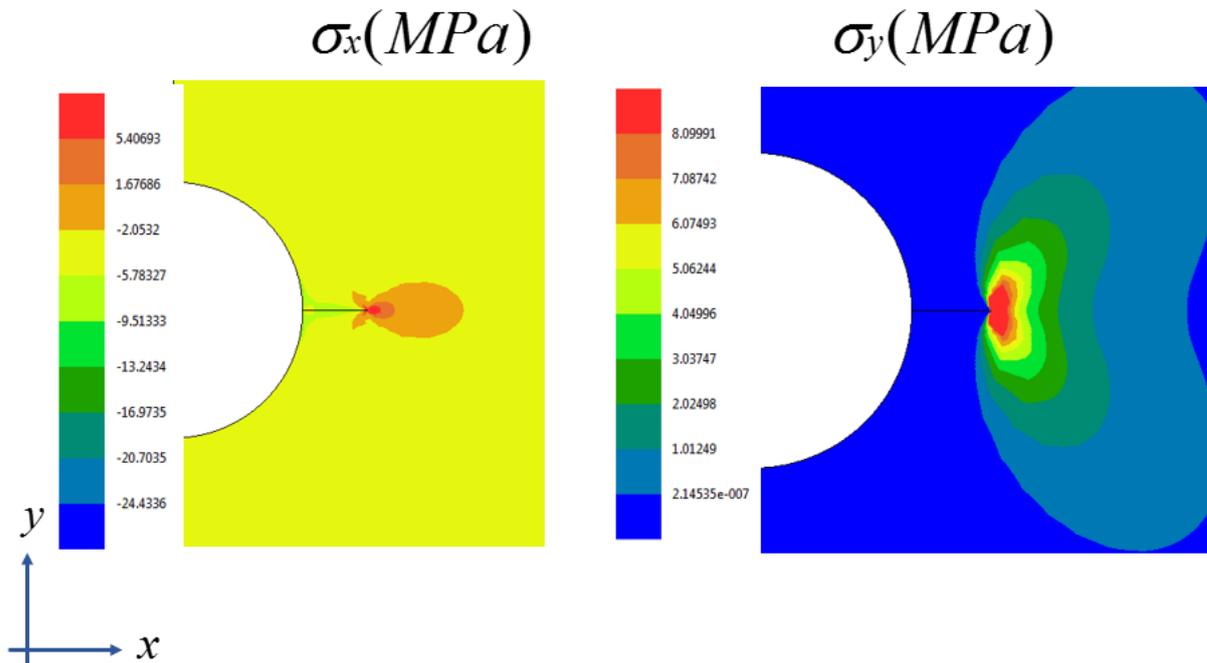


Fonte: Autoria própria.

Outros dois modelos com maiores refinamentos foram introduzidos para verificar a convergência com menos elementos, sendo com 10 e 20 elementos, respectivamente. Com esta escolha para cada refinamento buscou-se simular seis modelos de elementos finitos com as mesmas propriedades físicas e geométricas. Para cada modelo inseriu-se um comprimento inicial de fissura distinto a , dentro do range de 0,50 a 3,0 vezes o comprimento do raio do furo (5, 10, 15, 20, 25 e 30 mm).

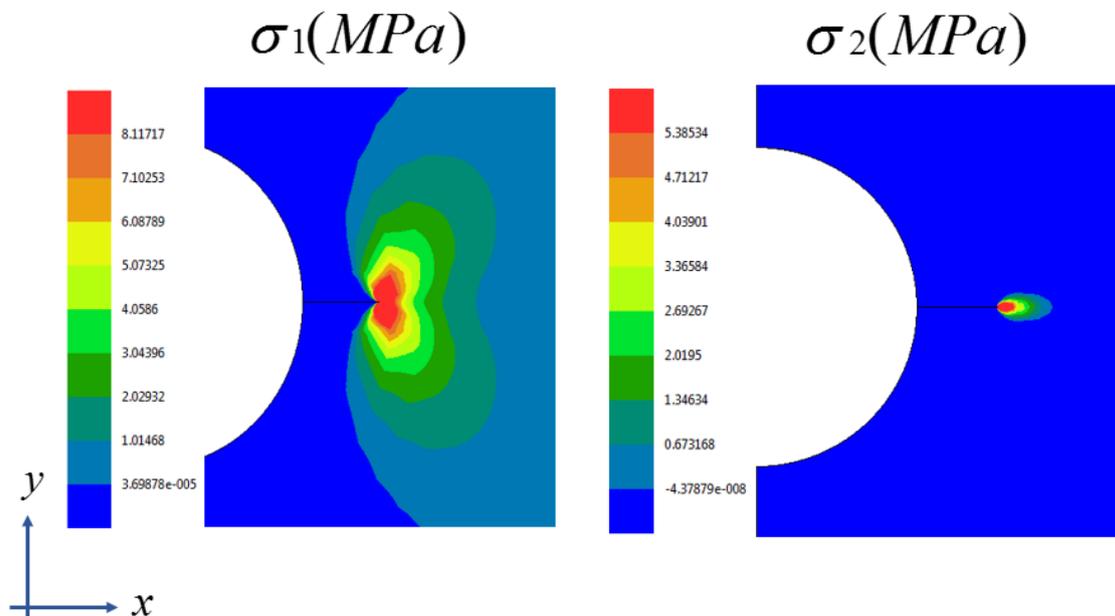
As Figuras 4.13 e 4.14 apresentam os campos de tensões normais geradas no modelo numérico, em especial atenção para a fissura.

Figura 4.13 - Campo de tensões normais ao longo dos eixos x e y em torno do furo induzidas pelas tensões *in situ* e a pressão do fluido no interior do furo e da fissura com orientação de 0° da malha 3 com $a = 5$ mm (MPa).



Fonte: Autoria própria.

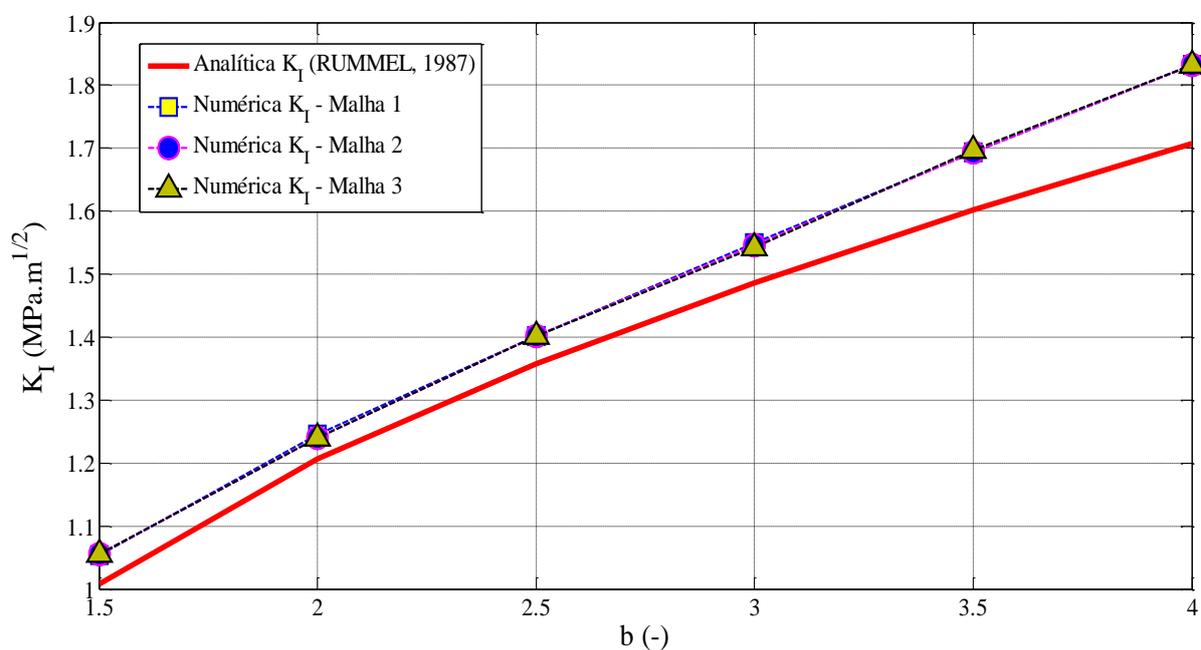
Figura 4.14 - Campo de tensões normais principais 1 e 2 em torno do furo induzidas pelas tensões *in situ* e a pressão do fluido no interior do furo e da fissura com orientação de 0° (MPa) da malha 3 com $a = 5$ mm.



Fonte: Autoria própria.

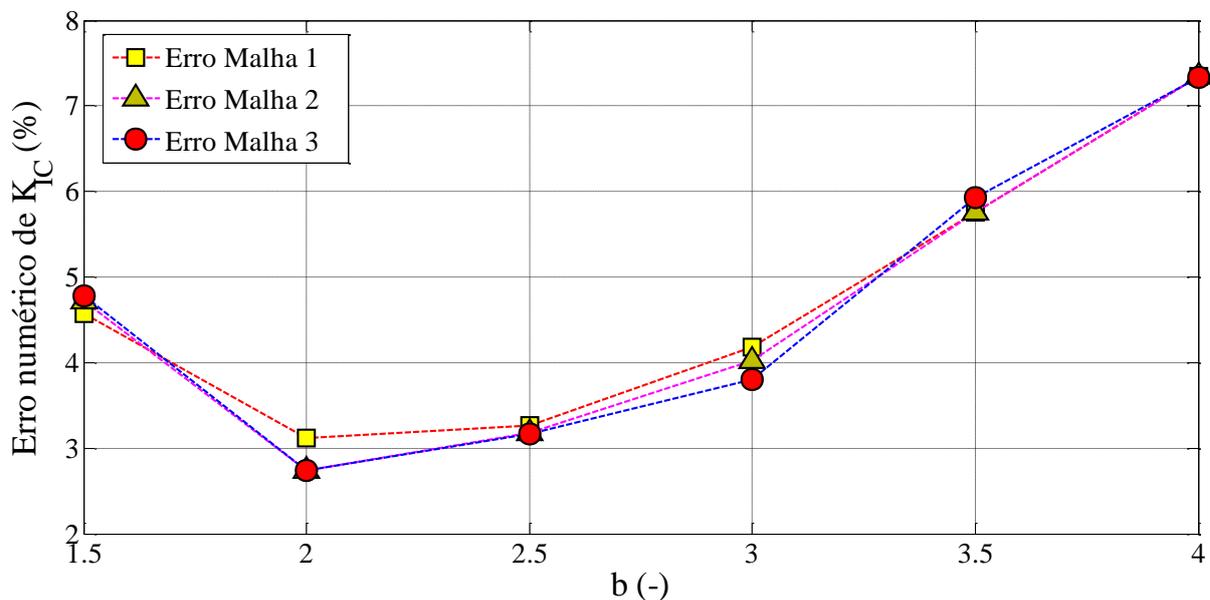
A Figura 4.15 mostram os resultados numéricos de K_I em cada tipo de refinamento em torno da fissura, os quais são comparadas com os K_I da solução analítica de Rummel (1987). Adicional análise é feita por meio do gráfico de erros mostrada na Figura 4.16, a qual determina os erros gerados para cada refinamento da fissura no modelo numérica. Dessa forma, conclui-se a análise de convergência e o tipo de refinamento de malha a ser utilizada nas análises de simulação de fraturamento mais adiante.

Figura 4.15 – Resultados numéricos obtidos pelo FRANC 2D e analíticos via solução de Rummel postos em comparação com o numérico de K_I para refinamento das faces da fissura de 10, 20 e 30 elementos.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.16 – Estudo de convergência via solução de Rummel (1987) postos em comparação com o numérico de K_{IC} para refinamento das faces da fissura de 10, 20 e 30 unidades.



Fonte: Autoria própria.

Finalizando com a Figura 4.16 que mostram os erros percentuais oriundos das análises em comparação com resultados analíticos. Percebe-se que os maiores erros percentuais foram obtidos em regiões de extremos, estes sendo nas proximidades da borda do furo e em pontos mais afastados, da ordem de 2 vezes o valor do comprimento do raio do furo.

Desta análise fez-se a análise de convergência para o refinamento da ponta da fissura para cada refinamento nas faces da fissura. A Tabela 4.3 apresentam esses resultados.

Tabela 4.3 - Estudo de convergência obtida no modelo de fraturamento hidráulico via solução de Rummel.

| | Erro Mínimo Rummel (%) |
|--------------------|------------------------|
| Malha da Fissura 1 | 3,12 |
| Malha da Fissura 2 | 2,73 |
| Malha de Fissura 3 | 2,73 |

Fonte: Autoria própria.

O fato de que este último ter sido superior a 5% leva-se em conta que a solução analítica de κ_I vai perdendo precisão a medida que o comprimento da fissura é maior. Ou seja, esse valor foi justamente para o maior comprimento de fissura (30 mm) mostrado na Figura 4.16 pelo fator adimensional (b) igual a 4.

Por meio dos resultados obtidos de κ_I , justifica-se o uso do modelo que contém a malha de fissura 3, pois este apresentou menores erros percentuais de acordo com os resultados apresentados na Figura 4.16.

4.4 ANÁLISES COM O ABAQUS

O ABAQUS é um *software* comercial de elementos finitos (Dassault Systèmes, 2014) o qual é bastante difundido, é utilizado em modelagens que abordam diversas áreas da ciência, como aeronáutica, engenharia estrutural, petróleo e gás, etc.

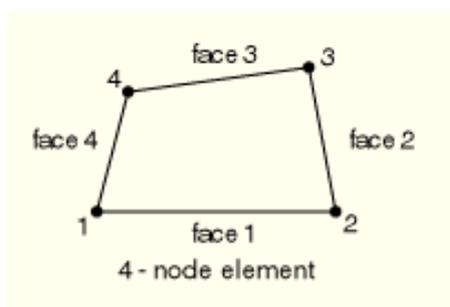
A presente aplicação tem o intuito de verificar as potenciais vantagens e desvantagens de aplicação desta ferramenta em simulações de *fracking*. Para isso, são apresentados os elementos que geram a propagação de fissuras disponíveis nesta ferramenta numérica. A seguir, são descritas cada um desses elementos que fazem parte dos mecanismos de propagação de fissuras adotadas no presente estudo.

4.4.1 Elemento CPE4R

O CPE4R (*4 node bilinear plane strain quadrilateral, reduced integration, hourglass control*), é um elemento plano formado por 4 nós bilineares que formam um plano quadrilateral sob estado plano de deformações (Dassault Systèmes, 2014). A Figura 4.17 mostram detalhes este elemento, o qual contém integração reduzida, o que significa dizer que a aproximação do elemento é por meio de uma integração numérica de ordem inferior do que a necessária para integrar a matriz de rigidez de um elemento,

com o modo de vibração espúria na malha de elementos finitos resultante de energia de excitação quase nula dos graus de liberdade.

Figura 4.17 - Elemento do tipo CPE4R.



Fonte: Dassault Systèmes (2014).

Fazendo o uso deste elemento, pôde-se gerar um modelo numérico bidimensional dentro do cenário de *fracking* via ABAQUS, fazendo o uso das propriedades físicas e geométricas oriundas do trabalho de Casas e Miskimins (2006), que realizou ensaio de fraturamento hidráulico, com amostras de arenito das formação Colton, localizada em Utah (EUA). As amostras utilizadas por Casas e Miskimins (2006) possuem formatos cúbicos no formato 0,76 x 0,76 x 0,91 m com furo centrado com diâmetro de 38,1 mm, submetida a um campo de tensões horizontais *in situ* máxima e mínima de 28,95 MPa e 16,54 MPa, respectivamente, a qual recebe pressão de fluido no interior do furo de 26 MPa. Pela Tabela 4.4 são apresentadas as propriedades físicas coletadas das amostras ensaiadas via ensaio de fraturamento hidráulico por Casas e Miskimins (2006).

Tabela 4.4 - Parâmetros físicos das amostras de arenito.

| Arenito Formação Colton, Utah (EUA) | | | | |
|-------------------------------------|---------|------------------|----------|------------|
| E (GPa) | V (-) | σ_T (MPa) | k (mD) | ϕ (%) |
| 9,302 | 0,22 | 3,69 | 0,19 | 10,20 |

Fonte: Casas e Miskimins(2006).

Para o problema em questão, a utilização de elementos planos é justificado pelo fato de que o problema leva em consideração apenas estado biaxial de tensões com pequenas deformações (estado plano de deformações) sem a presença de efeitos de interação com fluido (poropressão). Trabalhos como de Sepehri (2014) que utilizou elementos planos que consideram o estado plano de deformações CPE4 (*Four-node bilinear*) em suas análises de simulação numérica de ensaio de fraturamento hidráulico,

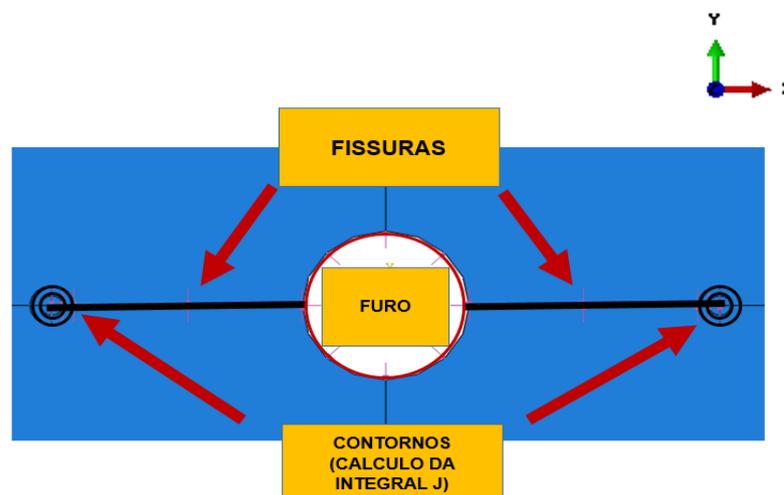
mostrou que é plausível a utilização de elementos com esta designação para este tipo de abordagem de estudo.

4.4.2 Procedimentos adotados na simulação numérica do ensaio de fraturamento hidráulico

De forma similar ao que foi feito no FRANC 2D, buscou-se simular seis modelos de elementos finitos, diferindo apenas do material e nas propriedades físicas que para cada inseriu-se um comprimento de fissura distinto a , dentro do range de 0,50 a 3,0 vezes o comprimento do raio do furo (5, 10, 15, 20, 25 e 30 mm).

Esta etapa é definida no pré-processamento, onde as propriedades físicas e geométricas são definidas e aplicadas. Sendo assim são aplicados dois entalhes diametralmente opostos, na horizontal fazendo 0° com o eixo x. Como o objetivo é medir o fator de intensidade de tensão em modo I (K_I), faz-se dois círculos concêntricos nas pontas dos entalhes para que assim fossem quantificados de acordo com a evolução dos carregamentos, conforme mostrada na figura 4.18.

Figura 4.18 - Detalhamento da localização de elementos aplicados na análise de elementos finitos.



Fonte: Autoria própria.

Esses círculos representam o caminho percorrido pela integral J. Nesse tipo de simulação não ocorre a propagação da fissura pelo fato de que não ocorrer a aplicação de funções de enriquecimento na ponta do elemento de que ela derivará.

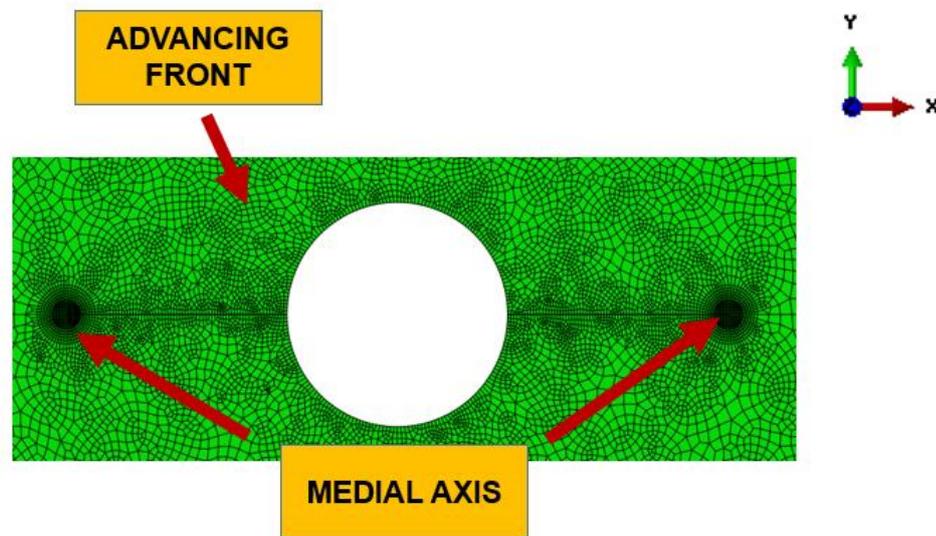
Para a geração da malha de elementos finitos escolheu-se utilizar malha livre pelo fato da malha estruturada apresentar considerável número de elementos distorcidos. O tamanho dos elementos nas extremidades periféricas do modelo de elementos finitos foi de 2.0 mm. Na borda do furo o tamanho foi de 0.6 mm e na subdivisão vertical aplicada na parte interna do modelo de 1 mm. A malha de elementos finitos utilizada foi a mesma da simulação do ensaio 3 pontos (CPE4R). Na presente análise buscou-se utilizar no ABAQUS dois algoritmos (Dassault Systèmes, 2014) para a geração da malha do modelo numérico, cada um em uma determinada parte:

Medial Axis: Inicialmente decompõe a região de interesse em sub-regiões mais simples, utilizando técnicas de geração de malha estruturada para preencher cada uma dessas sub-regiões. Caso a região a ser preenchida é relativamente simples contendo um grande número de elementos, esse algoritmo gera mais rapidamente que o Algoritmo Advanced Front. Na presente análise esse algoritmo de geração é utilizado para gerar os elementos nas pontas da fratura, ajudando assim ajudar na quantificação de resultados da integral J.

Advanced Front: Geração de elementos quadrilaterais no contorno da região e continua a geração de elementos quadrilaterais movendo-se sistematicamente até o interior da região. Este foi aplicado para a geração do restante da malha no modelo.

A Figura 4.19 apresenta as regiões do modelo numérico de elementos finitos onde foram aplicados os algoritmos apresentados.

Figura 4.19 - Modelo numérico de elementos finitos apresentando as partes onde aplicou-se algoritmos de geração distintos cada qual com sua finalidade.



Fonte: A autoria própria.

Para a realização das análises adotam-se 4 passos (*steps*) para cada carregamento independente no processo de simulação do fraturamento hidráulico. Cada passo foi subdividido em 1000 incrementos de tensão. A seguir são descritos cada um dos passos com cada ação de carregamento e condição de contorno.

Passo 1: Aplicam-se condição de contorno do passo 1 ($u_x = 0$ m; $u_{rz} = 0$ rad) no plano y-z e tensão *in situ* do passo 1 (σ_h).

Passo 2: Propagação da condição de contorno do passo 1; Tensão *in situ* do passo 1. Aplicam-se condição de contorno do passo 2 ($u_{rz} = 0$ rad) no plano x-z e a tensão *in situ* do passo 2 (σ_H).

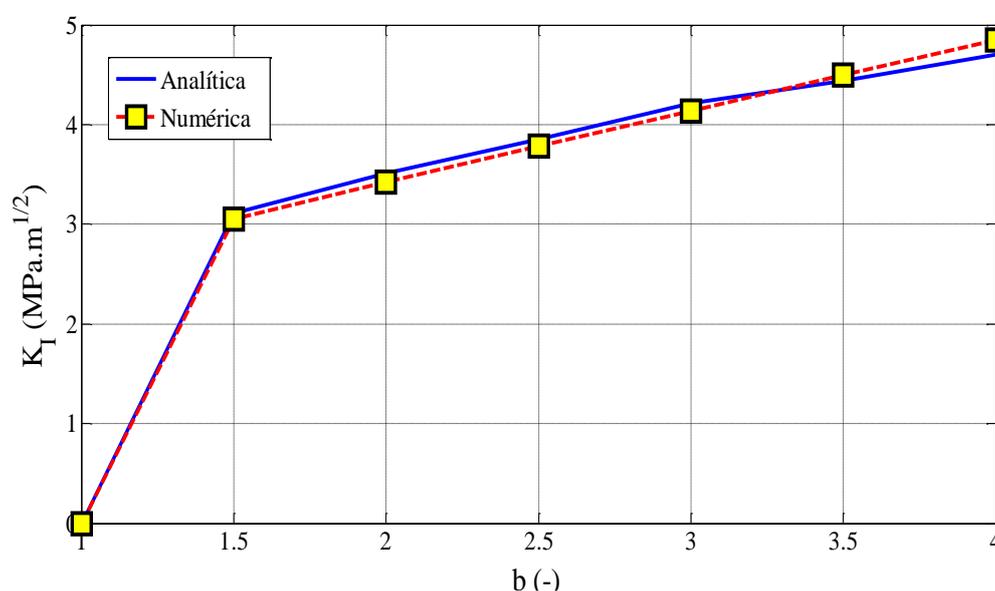
Passo 3: Propagação das condições de contorno dos passos 1 e 2; Tensão *in situ* do passo 1; Tensão *in situ* 2 do passo 2. Aplica-se a pressão do fluido no interior do furo (P_w).

Passo 4: Propagação das condições de contorno dos passos 1, 2 e 3; Tensão *in situ* dos passos 1 e 2; Pressão do fluido no interior do furo do passo 3. Aplica-se a pressão do fluido no interior das fraturas (P_{frac}).

4.4.3 Resultados da validação via MFEL

Conforme os procedimentos descritos, obteve-se o Fator de Intensidade de Tensão (K_I) via MEF. Essa grandeza foi analisada e comparada com a solução analítica de Rummel (1987). Através da Figura 4.20 as respostas numéricas e analíticas são postas em comparação.

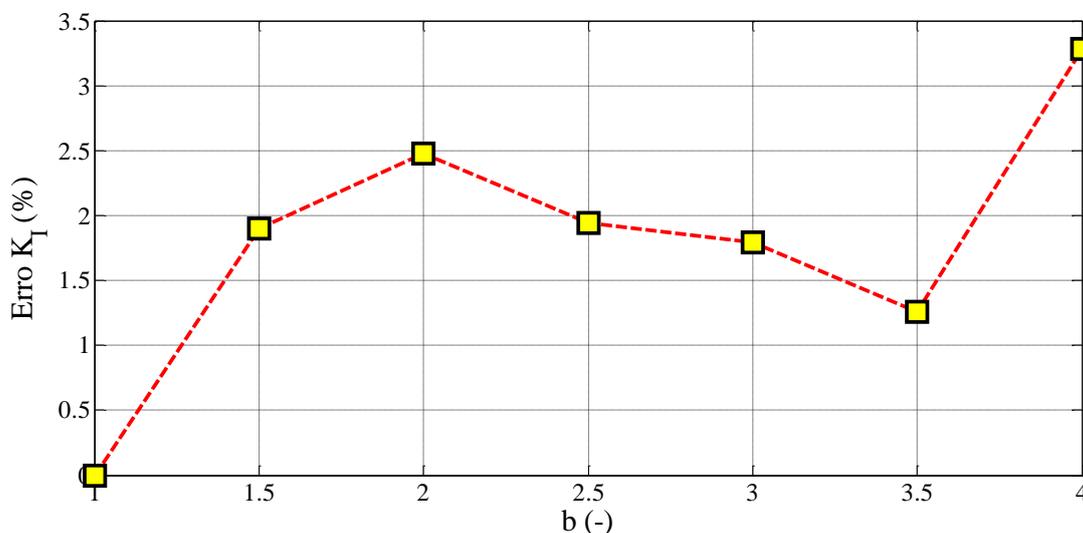
Figura 4.20 - Comparação dos resultados analítico com numérico de K_I .



Fonte: Autoria própria.

Para verificar se o modelo numérico fornece resultados confiáveis, calcula-se o erro relativo em relação a solução analítica para assim investigar sua validação. Estão registrados na Figura 4.21 os resultados desta análise para cada comprimento de fissura.

Figura 4.21 - Erro relativo envolvendo os resultados numérico obtido via elementos finitos e analítico via solução de Rummel.



Fonte: Autoria própria.

Visto que o erro relativo obtido para a resposta numérica foi menor que 5%, conclui-se que as considerações adotadas neste estudo foram apropriadas ao problema físico estudado.

Infelizmente não foi possível prosseguir com as simulações utilizando o ABAQUS devido a impossibilidade de propagar fissuras dentro do contexto da presente metodologia introduzindo-se o efeito da pressão no interior da fissura. Esse fato deve-se ao fato de não ser possível a inserção de forças de superfície nas faces da fissura, uma vez que essa é representada por funções de enriquecimento.

4.5 SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO UTILIZANDO MODELO DE FRATURA FRÁGIL

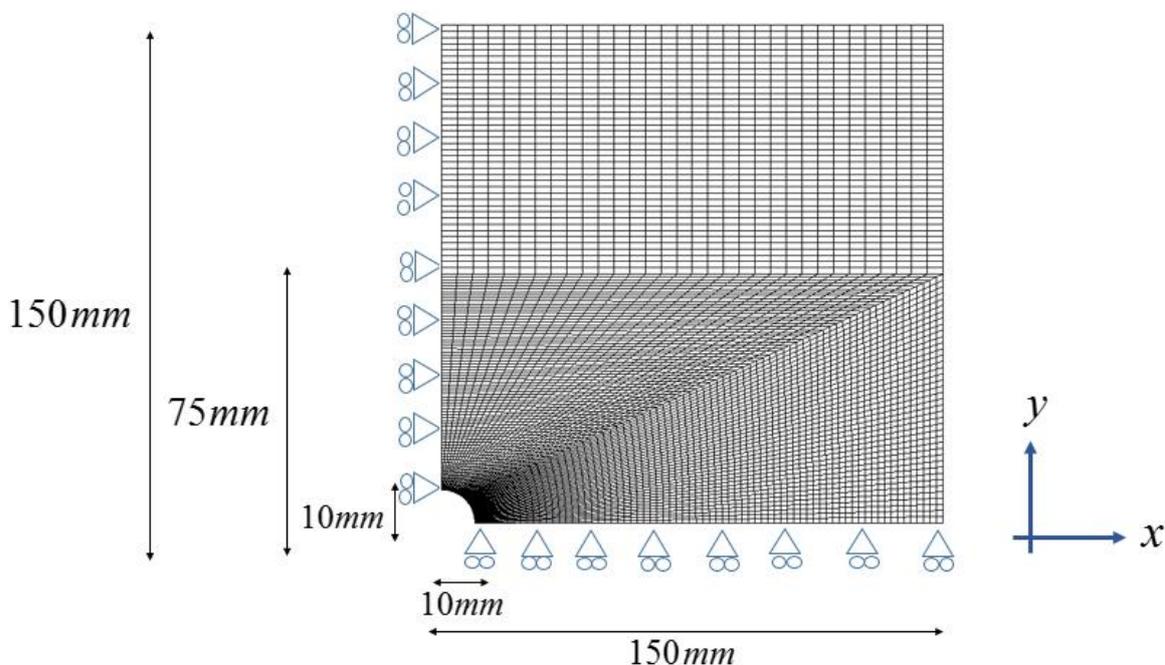
Após a etapa de calibração, foram feitos estudos da propagação da fissura. Nesta primeira parte, foi utilizado o FRANC 2D. Como a propagação da fissura com orientação igual a 0° utilizou-se o modelo supracitado. Já com fissuras com orientações θ compreendidas entre 0° e 90° , onde dá-se apenas a propagação em um dos quadrantes do

bloco, buscou-se simplificar o modelo numérico sendo a metade do já mencionado modelo 3 que apresentou melhores resultados de convergência.

A Figura 4.22 mostra o modelo numérico composto por 19761 nós e 6464 elementos, contendo condições de contorno aplicadas, como apresentado na Figura 3.8. Como nas análises anteriores, nesta malha foram impostas restrições de deslocamento, as quais são de deslocamentos nulos nas direções dos eixos x e y nas faces vertical do lado esquerdo ($u_x = 0$ m), e horizontal inferior ($u_y = 0$ m).

Vale lembrar que esta simplificação não interfere nas respostas numéricas de propagação de tensões, uma vez que o problema é simétrico, desde as condições de contorno como na aplicação de carregamento nas faces da amostra. Dessa forma, tomando a mesma metodologia de aplicação de carregamentos nas paredes da fissura, buscou-se realizar sua propagação por meio do já mencionado critério de Tensão Circunferencial Máxima.

Figura 4.22 - Modelo numérico de elementos finitos para análises que contem orientação de fissura entre 0° e 90° contendo condições de contorno.



Fonte: Autoria própria.

A escolha por simular com a metade do modelo numérico anterior, é uma medida econômica de diminuição do tempo de simulação, já que a malha escolhida é mais densa, o que ajuda significativamente na etapa de simulação. Outro fato que reforça esse emprego está ligado à simetria do problema, já que a propagação da fissura ocorre em apenas um dos quartos da amostra.

Como supracitado anteriormente no início deste capítulo, algumas considerações são impostas no modelo numérico de elementos finitos, como:

- Ausência de porosidade, pelo fato de que esta é muito pequena sendo irrelevante nos resultados numéricos.
- Resistências à tração e a compressão não são utilizados no presente estudo, pois como a aplicação de conceitos da MFEL leva em conta somente à tenacidade a fratura para gerar a propagação da fissura.
- Desconsideração da permeabilidade do fluido, o que não necessita introduzir efeitos de infiltração de fluido.
- O diâmetro do canhoneio não é levado em consideração por ser muito pequeno, por isso acabou sendo desprezado nas análises.

Como mencionado anteriormente, busca-se investigar se o efeito de multifissuras anteriores ao processo de faturamento, as quais fazem com que o bloco tenha sua resistência enfraquecida. Essa hipótese é investigada fazendo um estudo nas simulações, onde foram investigadas as tenacidades à fratura (K_{IC}) variando de 0,01 a 0,20 MPa.m^{1/2}, ou seja, investigar o efeito gerado por “multifissuras preexistentes” oriundas do processo de cura das amostras e do canhoneio.

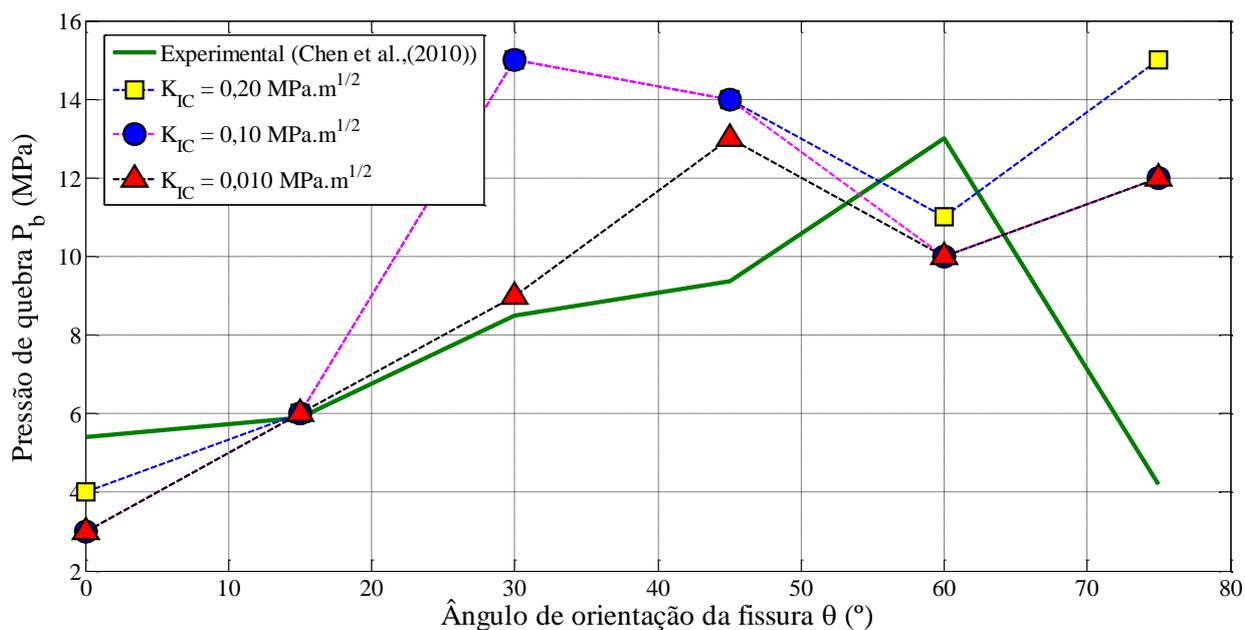
Com estas respostas, buscou-se estudar o comportamento da propagação de fissuras de Fratura Frágil com o intuito de verificação da possibilidade de propagação de mais de uma fissura. Para isso utilizou-se modelos bidimensionais de elementos finitos de fraturamento hidráulico. As propriedades físicas dos modelos experimentais provenientes de Chen *et al.* (2010) foram aplicadas no modelo bidimensional de elementos finitos. Assim resultados numéricos postos com experimentais realizadas no presente trabalho: A Pressão de quebra (P_b) e o Raio de Reorientação.

Vale ressaltar que o critério utilizado para simular a propagação das fissuras no presente trabalho foi o de Tensão Circunferencial Máxima.

4.5.1 Pressão de quebra

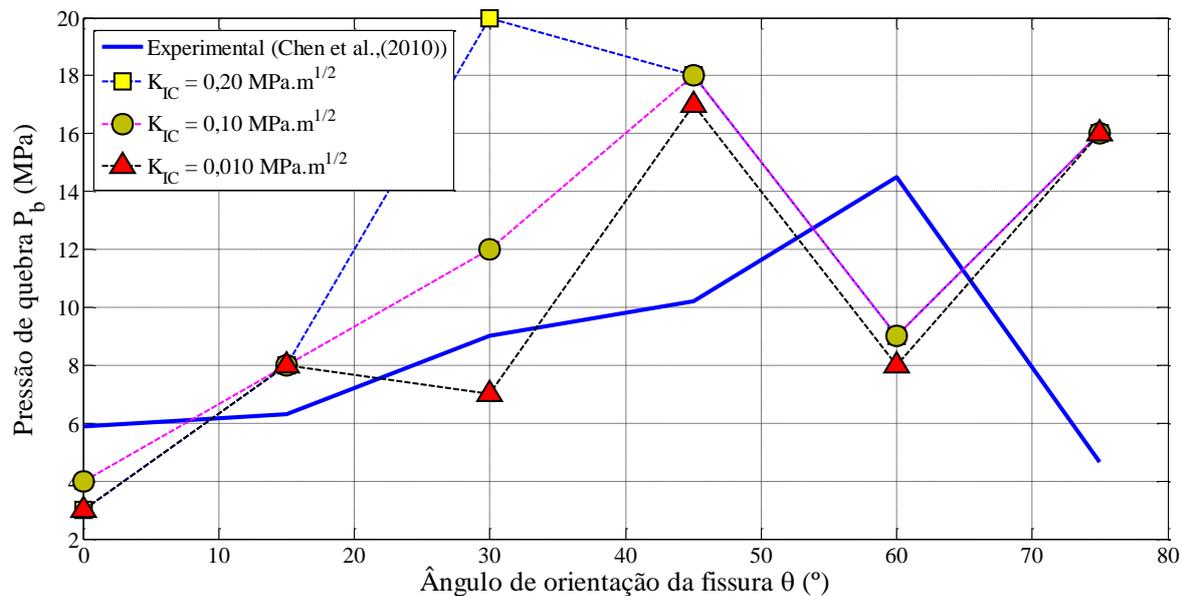
Conforme mostram as Figuras 4.23 - 4.25, os resultados numéricos obtidos via elementos finitos para as pressões de quebra para tensões in situ máximas σ_H de 4, 5 e 6 MPa apresentaram discrepâncias em relação aos experimentais orientações θ variado de 0° a 75° .

Figura 4.23 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais das pressões de quebra para $\sigma_H = 4$ MPa.



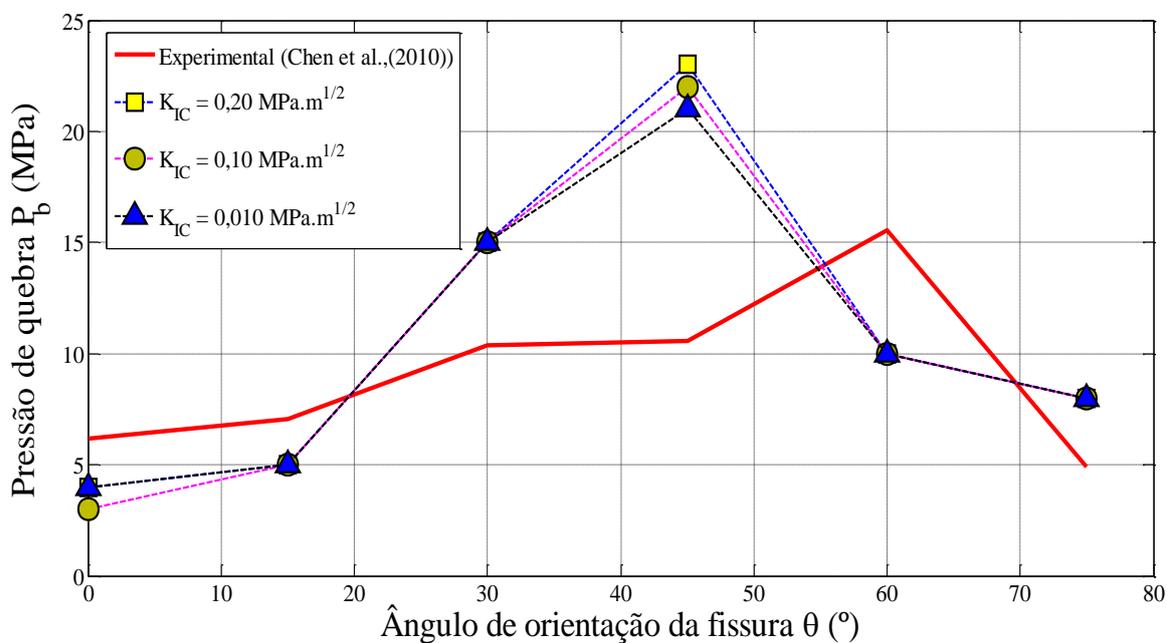
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.24 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais das pressões de quebra para $\sigma_H = 5$ MPa.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.25 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais de pressões de quebra para $\sigma_H = 6$ MPa.



Fonte: autoria própria.

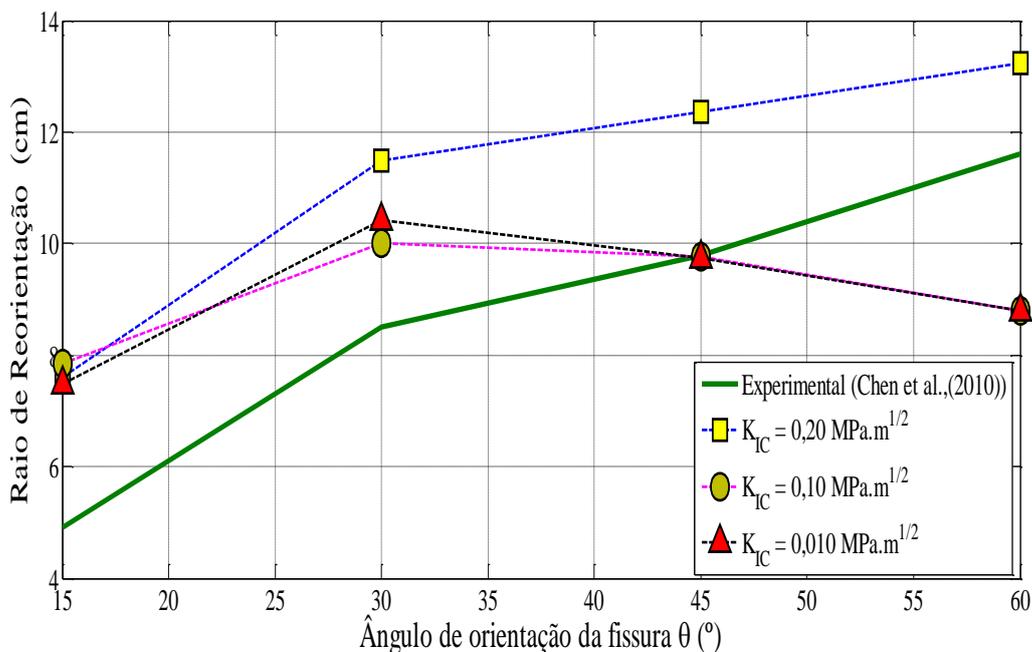
Essas discrepâncias em relação aos resultados experimentais de Chen *et al.* (2010) são visíveis pelas linhas de tendências que os resultados numéricos apresentaram, o que levanta a hipótese da existência de microfissuras e defeitos.

Fica claro que os resultados numéricos obtidos em alguns momentos são superestimados, pois a abordagem é elástica linear. Claro que fenômenos associados a tortuosidade da fissura não são considerados nas análises, o que faz com que os resultados numéricos sejam diferentes dos experimentais.

4.5.2 Reorientação da Fissura

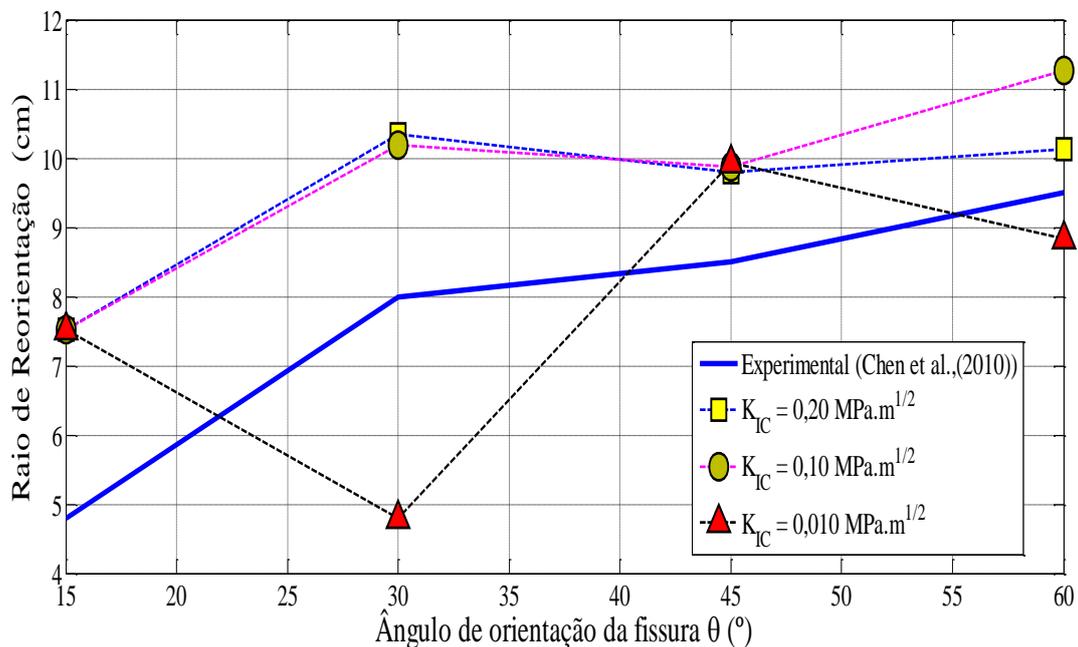
Conforme mostram as Figuras 4.26 - 4.28, foram obtidas orientações para cada uma das configurações de tensões *in situ* máximas. Cada fissura induzida pela Pressão de quebra seguiu a tendência de se propagar paralelamente ao plano de aplicação da máxima tensão *in situ* σ_H .

Figura 4.26 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 4$ MPa.



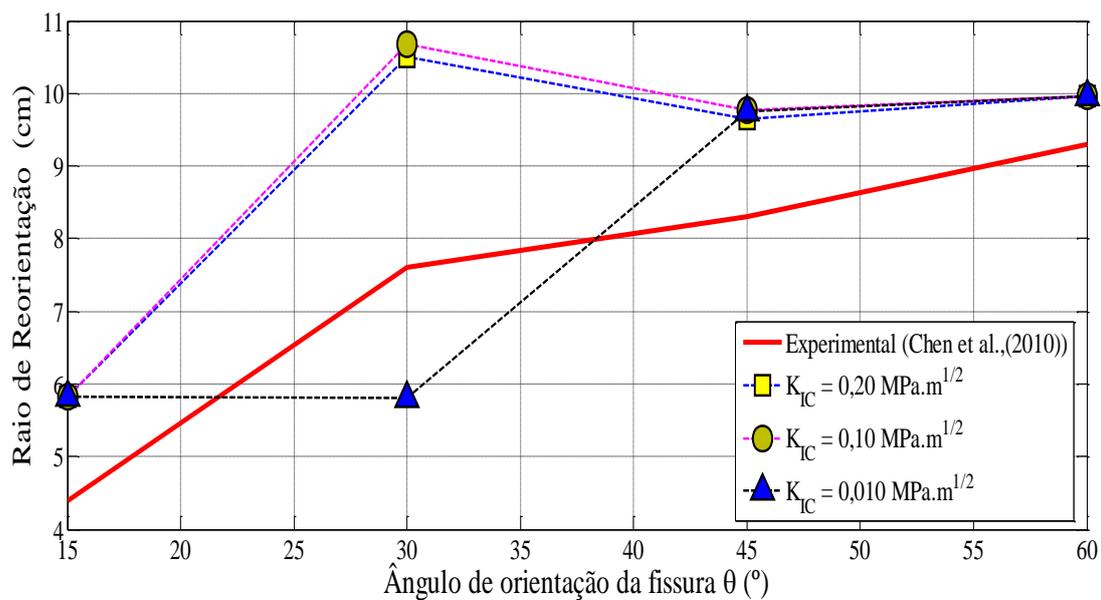
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.27 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 5$ MPa.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.28 - Resultados numéricos via elementos finitos e experimentais do raio de reorientação para $\sigma_H = 6$ MPa.



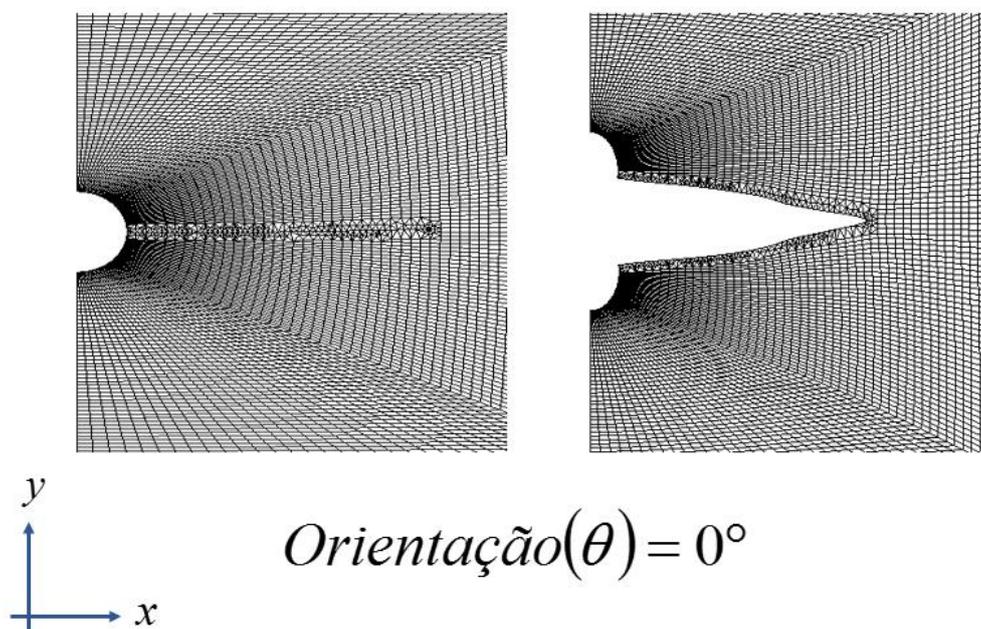
Fonte: Autoria própria.

Pode-se verificar que a distribuição dos raios de reorientação seguiu com boa aproximação dos resultados experimentais. Diferenças entre o numérico e o experimental certamente estão associadas as imperfeições preexistentes nos corpos de prova do ensaio, como supracitado acima.

Chen *et al.* (2010) e Jiang *et al.* (2009) mencionam o fato de que nem sempre a propagação da fissura iniciou na ponta do entalhe. Desta informação fica claro que o material possui defeitos, como microfissuras. Como menciona Haeri *et al.* (2016), a presença de múltiplas fissuras faz com que a propagação da fissura ocorra de forma assimétrica ou em múltiplos caminhos e segmentos. Como cada amostra é única, existem incertezas que são difíceis de mensurar, a começar pelos valores de tenacidade à fratura, a distribuição aleatória de microfissuras provenientes do processo de cura e geração do entalhe (canhoneio).

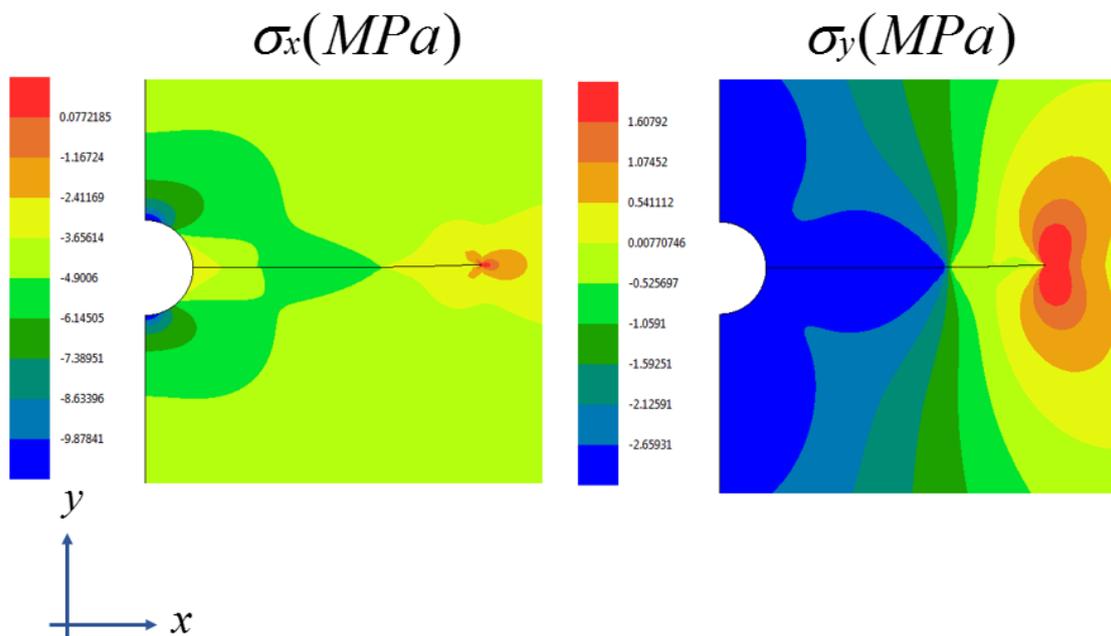
Exemplo das propagações são apresentadas por meio das Figuras 4.29 - 4.40 onde pode-se verificar configurações do fissuramento após o processo de simulação numérica para tensão *in situ* máxima σ_H igual a 4 MPa, com orientações θ variado de 0° a 75° . Vale lembrar que a abordagem adotada não considerou a presença de nenhum tipo de defeitos como microfissuras, juntas, etc.

Figura 4.29 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 0° para $\sigma_H = 4$ MPa.



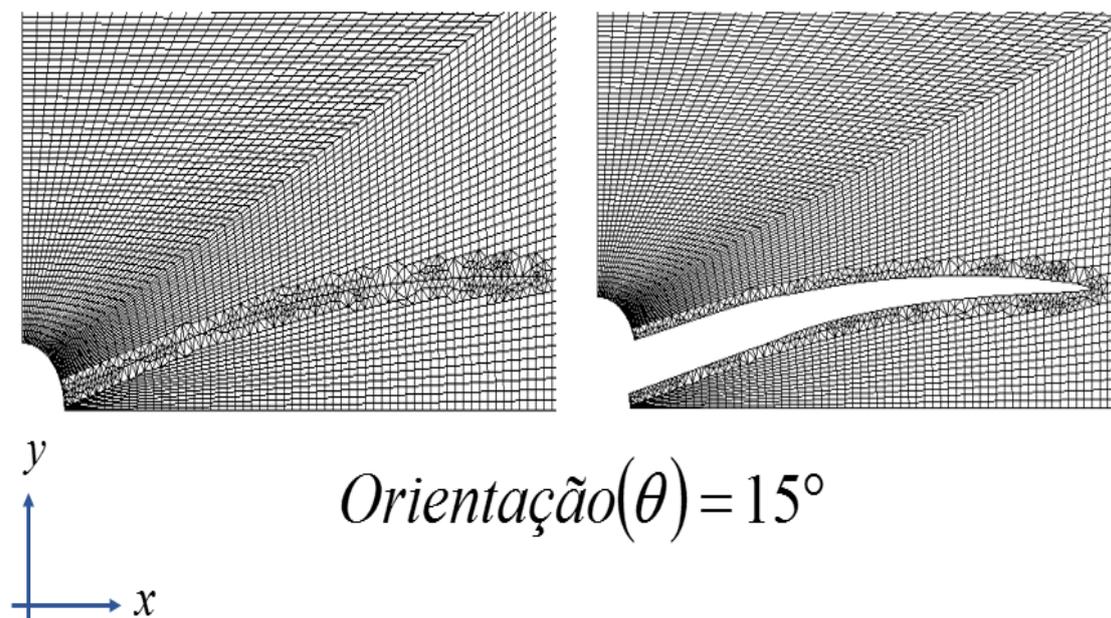
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.30 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 0° para $\sigma_H = 4$ MPa.



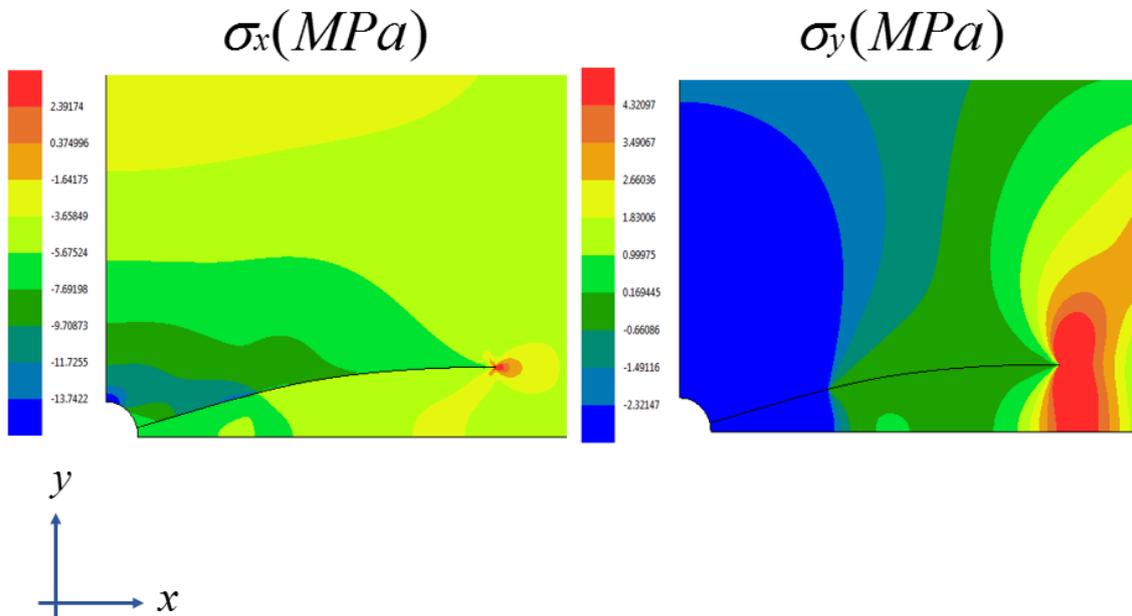
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.31 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 15° para $\sigma_H = 4$ MPa.



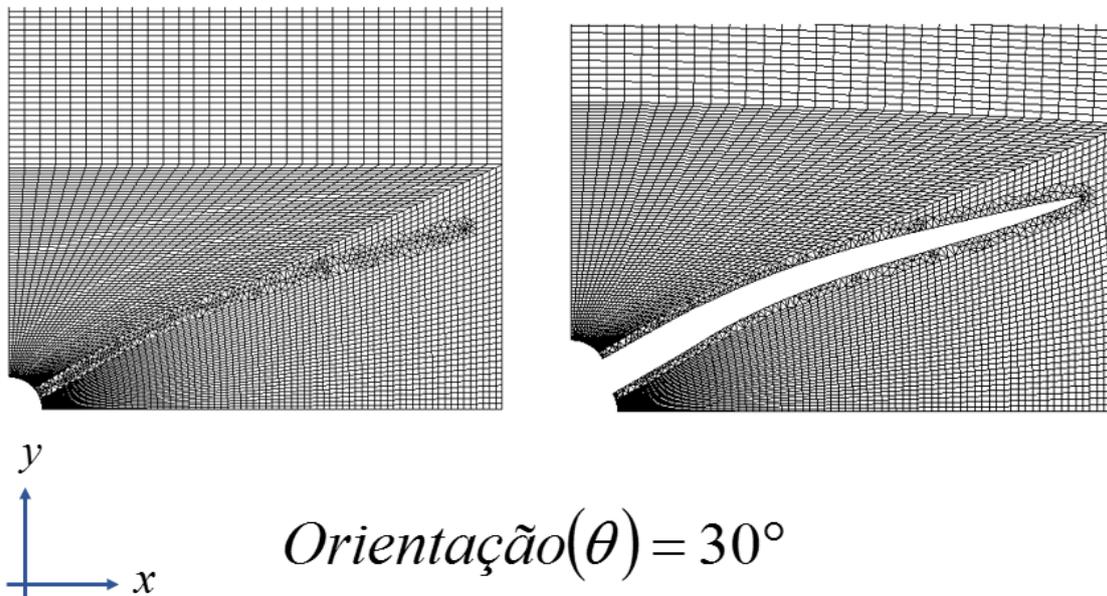
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.32 - Resultados numérico do campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 15° para $\sigma_H = 4$ MPa.



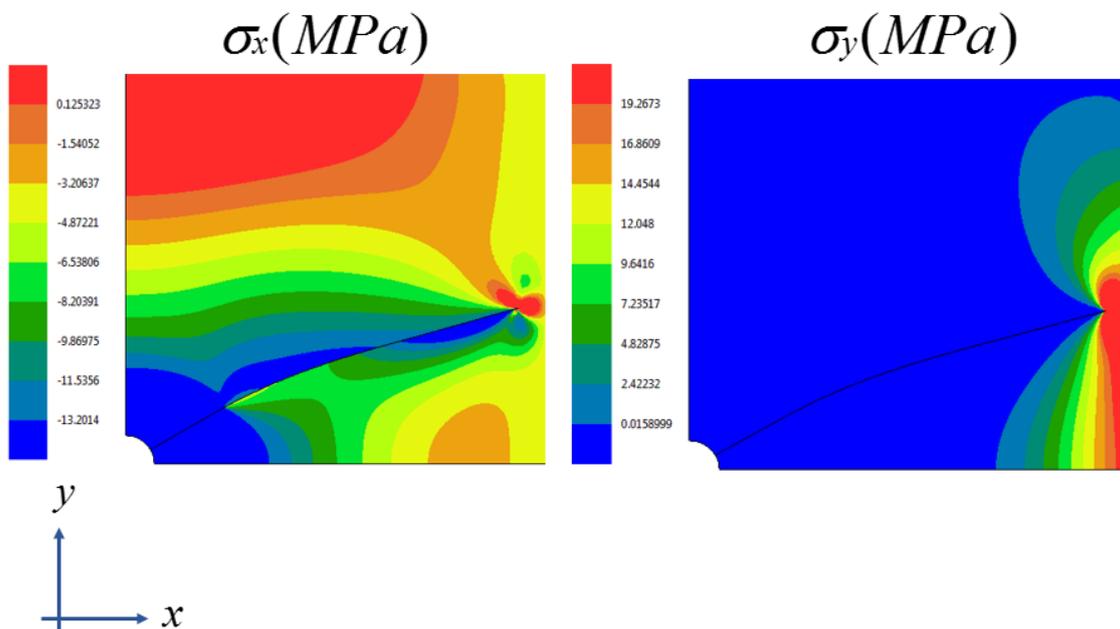
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.33 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 30° para $\sigma_H = 4$ MPa.



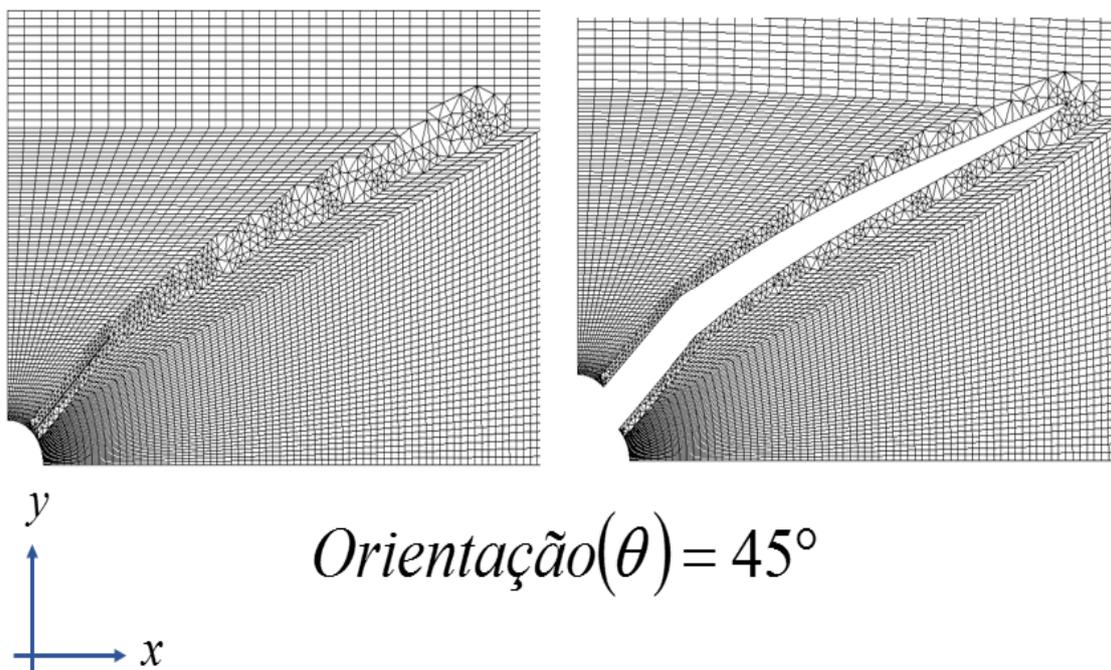
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.34 - Resultados numérico do campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 30° para $\sigma_H = 4$ MPa.



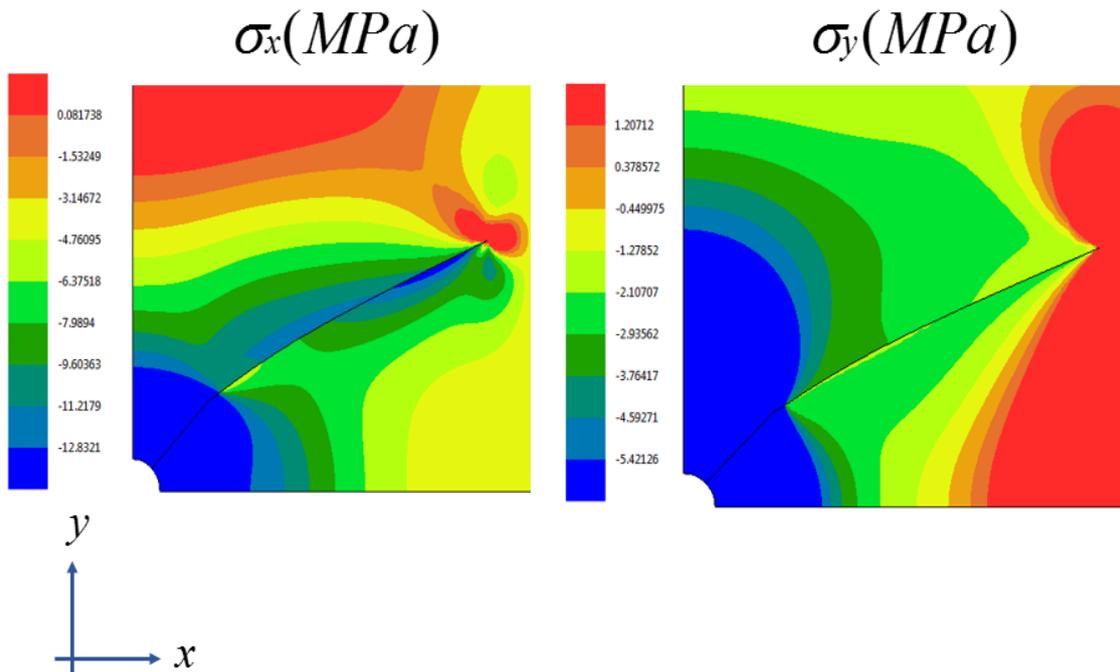
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.35 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 45° para $\sigma_H = 4$ MPa.



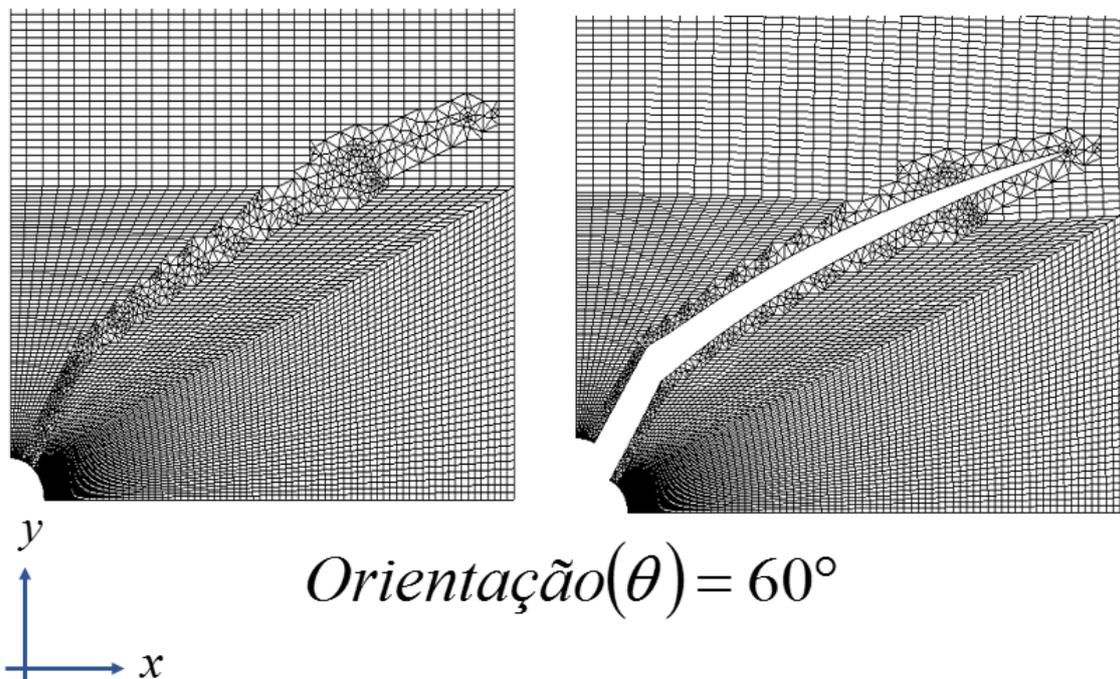
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.36 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 45° para $\sigma_H = 4$ MPa.



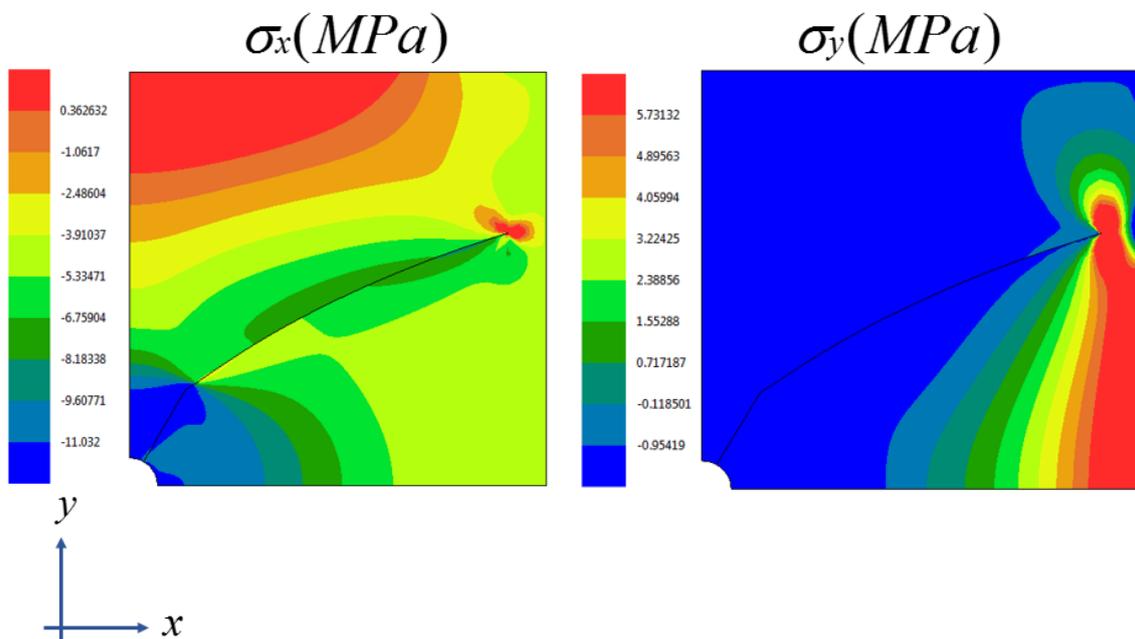
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.37 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° para $\sigma_H = 4$ MPa.



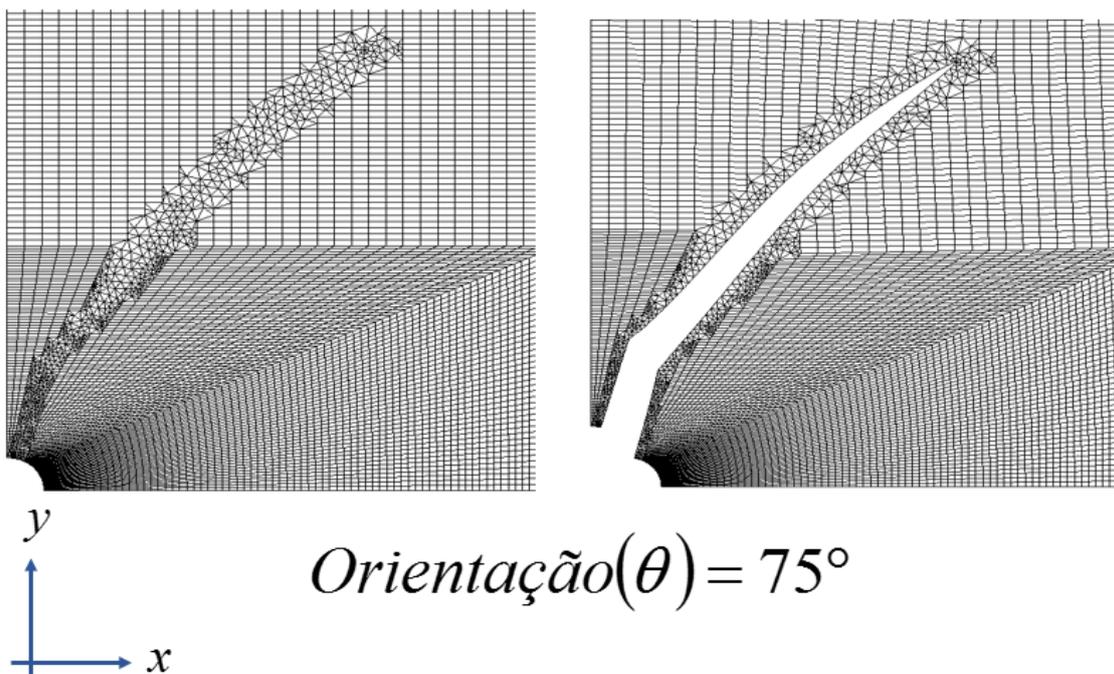
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.38 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° para $\sigma_H = 4$ MPa.



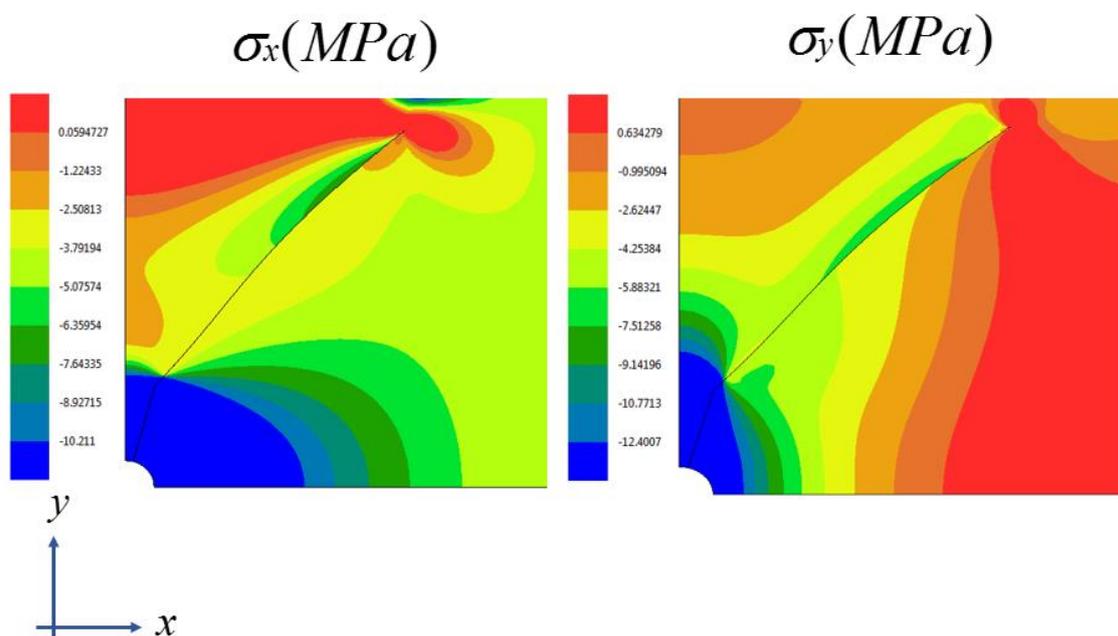
Fonte: Autoria própria.

Figura 4.39 - Resultados numérico do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 75° para $\sigma_H = 4$ MPa.



Fonte: Autoria própria.

Figura 4.40 - Resultados numérico do campo de tensões normais na direção dos eixos x e y para o perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 75° para $\sigma_H = 4$ MPa.

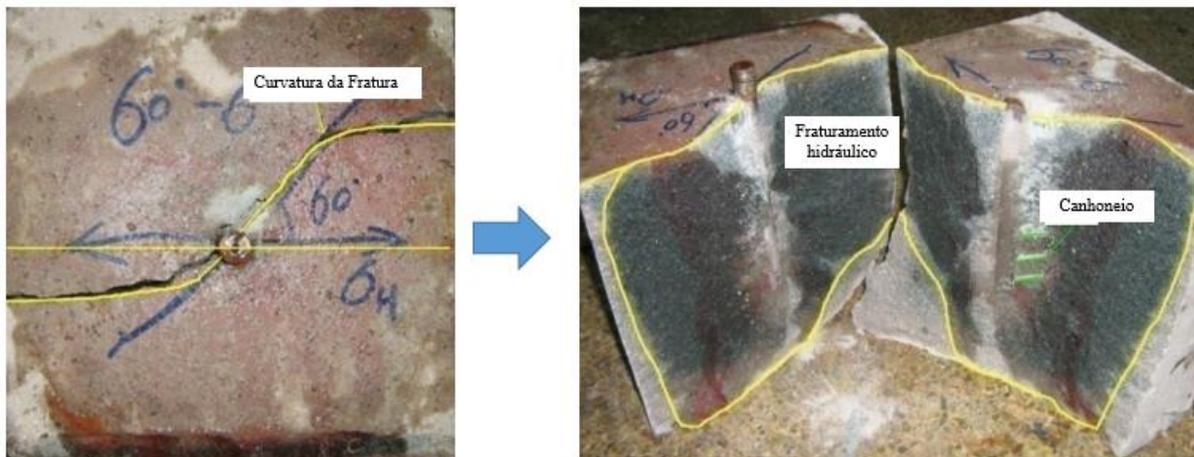


Fonte: Autoria própria.

Dos trabalhos de Jiang *et al.* (2009) e Chen *et al.* (2010) obtiveram-se resultados experimentais do raio de reorientação, sendo possível quantificá-la por meio da propagação da Fratura Frágil. Esta grandeza é obtida por meio da pressão de quebra aplicada.

De acordo com Chen *et al.* (2010), os resultados experimentais para a orientação θ de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa sob a influência da tortuosidade da fissura podem gerar alterações na forma como ocorre a propagação da fissura. Essa tortuosidade fica mais visível pelo que é mostrado na Figura 4.41, sendo que esta volta a se alinhar ao plano da tensão *in situ* máxima.

Figura 4.41 - Resultado experimental do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa. Detalhes para as imperfeições existentes no perfil descrito da propagação da fissura, causada pelo efeito de tortuosidade.

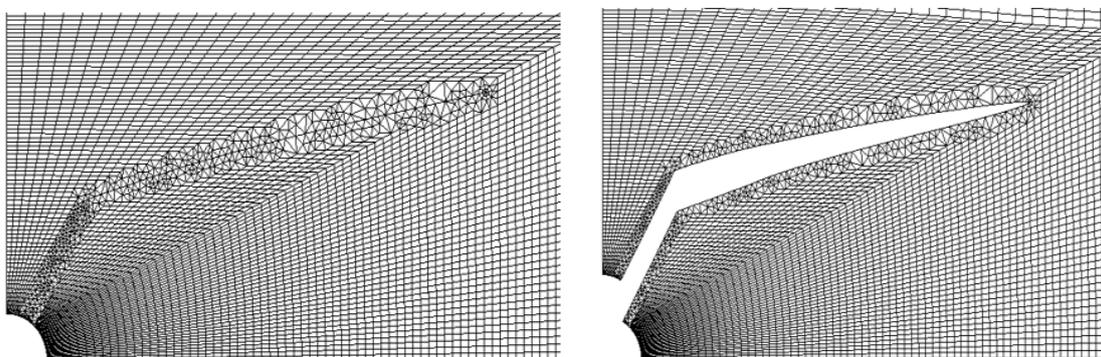


Fonte: Adaptado de Jiang *et al.* (2009) e Chen *et al.* (2010).

Dentro do contexto de aplicação de elementos finitos em simulações de faturamento hidráulico buscou-se simular a propagação e verificar o perfil gerado pela propagação da fissura. Pelas Figuras 4.42 e 4.43 tem-se o perfil gerado via *fracking*, cujo resultado deve ser verificado com os resultados experimentais de Chen *et al.* (2010).

Comparação com outro método numérico é feita por meio dos resultados numéricos obtidos por Behnia *et al.* (2014), o qual simulou numericamente a propagação da fissura utilizando o Método dos Elementos de Contorno (MEC) tomando como base os dados experimentais de Chen *et al.* (2010).

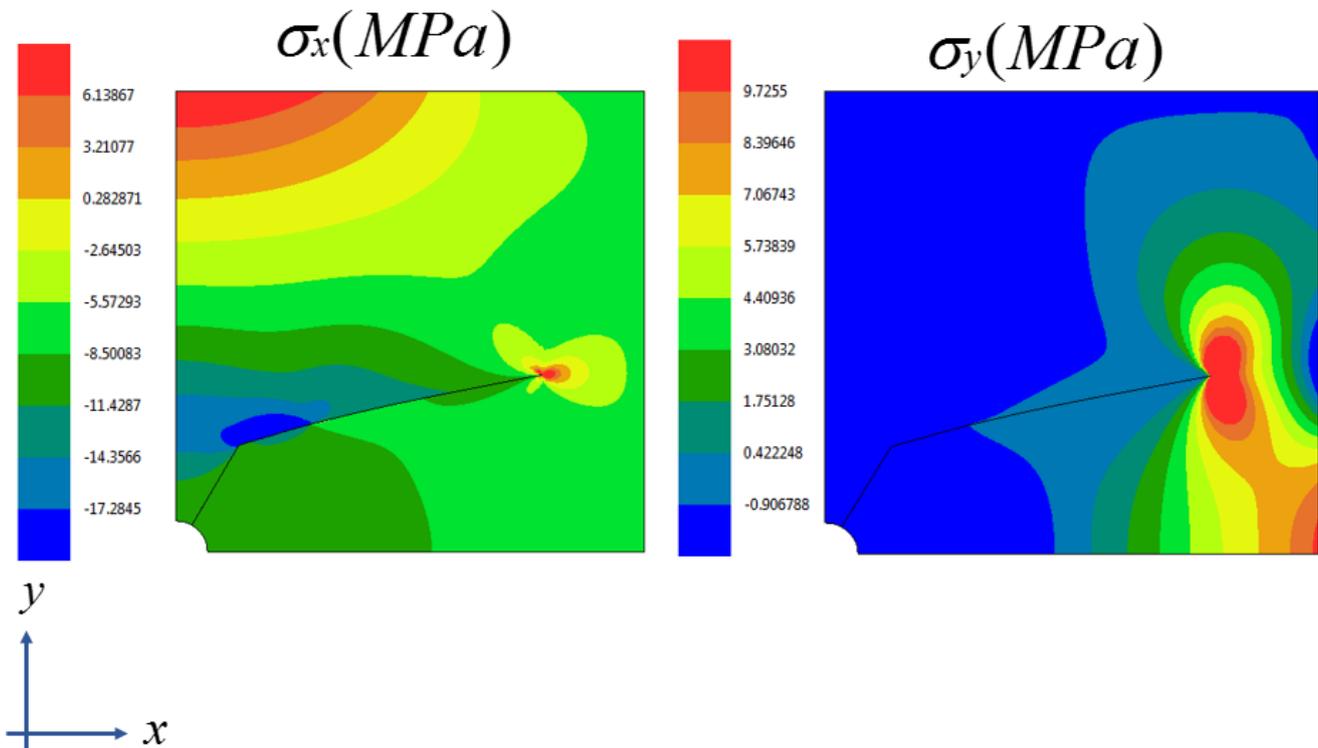
Figura 4.42 - Resultados numéricos do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa..



$$\text{Orientação}(\theta) = 60^\circ$$

Fonte: Autoria própria.

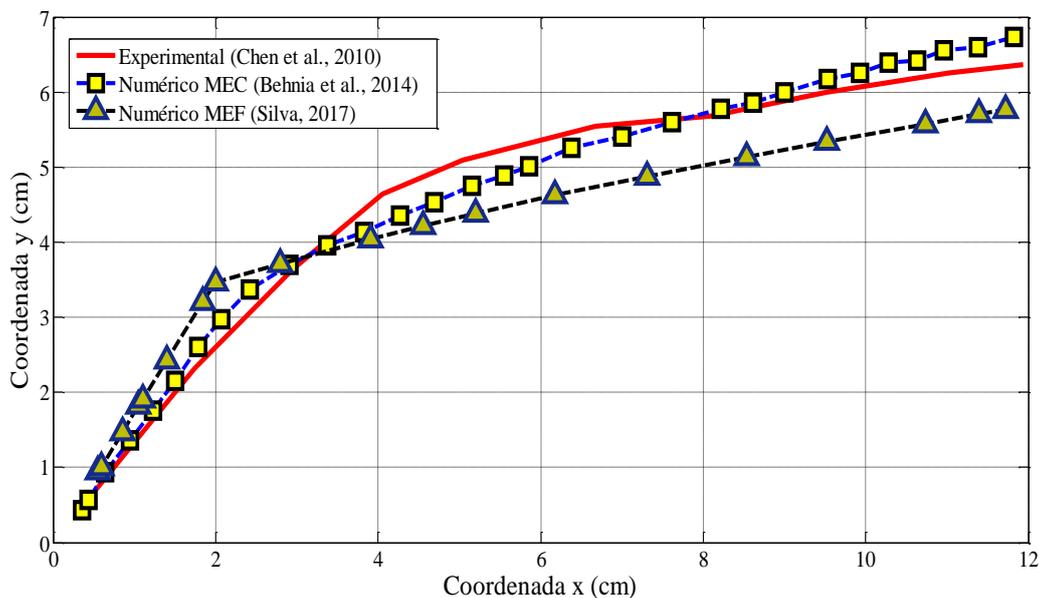
Figura 4.43 - Resultados numéricos do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de submetido a $\sigma_H = 6$ MPa.. Detalhe para o campo de tensões normais nas direções dos eixos x e y.



Fonte: Autoria própria.

Com isso, os resultados experimentais mostrados através da Figura 4.44, obtidos impostos na metodologia do presente trabalho apresentaram boas concordâncias com os experimentais de Chen *et al.* (2010) e numéricos de Behnia (2014) a qual a fissura está orientada a 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa. Fica claro que a metodologia imposta apresentou a mesma tendência em se propagar na direção da máxima tensão horizontal *in situ*.

Figura 4.44 - Resultados numéricos e experimentais do perfil de propagação da fissura para uma amostra contendo orientação de 60° submetido a $\sigma_H = 6$ MPa.



Fonte: Autoria própria.

Esse fato mostra que mesmo com toda a consideração do ensaio de faturamento hidráulico possuir amostras confeccionadas de cimento, ainda existem fatores que geram discontinuidades, como é o caso do processo de cura do concreto. Esse processo gera microfissuras no interior das amostras, o que pode levar a incertezas na propagação da fissura. Por este motivo o estudo sobre faturamento hidráulico nesse contexto é de grande complexidade, pelo fato da ocorrência de fenômenos de reativação dessas fissuras, conhecido como coalescência.

Conforme Kennedy, Knecht e Georgi (2012) a preexistência de fissuras em reservatórios de folhelhos (*Shale Gas*) e em arenitos compactados (*Tight Gas*) dificultam a estimativa da direção de propagação de fissuras. Outros fatores que Aadnoy e Looyeh (2014) citam o fato dos folhelhos serem rompidos ao longo do plano de estratificação com uma simples chave de fenda, ao passo de conterem maior resistência no sentido perpendicular ao plano de estratificação, torna mais um parâmetro que gera mais incertezas na propagação da fissura.

Adicionalmente, a presença de juntas as quais comumente são encontradas na natureza, produto de processos geológicos, podem também influenciar na direção e

propagação da fissura (Mughieda e Alzou'bi, 2004; Haeri *et al.*, 2016). Esse fato faz do estudo do *fracking* de natureza complexa.

5 CONCLUSÃO

Diante do exposto, o presente estudo apresentou resultados satisfatórios dentro da abordagem adotada no presente estudo sobre faturamento hidráulico no Departamento de Geotecnia da EESC-USP. A utilização de elementos da MFEL aplicados ao entendimento de fenômenos físicos associados ao processo de fraturamento hidráulico mostraram-se bastante promissores através de modelos bidimensionais de elementos finitos.

Apesar de que o meio analisado ser multifissurado, produto este do canhoneio (comprimento inicial da fissura) gerador do caminho onde o fluido introduzido aplica pressão hidráulica no interior das fissuras, a abordagem adotada mostrou-se interessante e condizente com o fenômeno. Ou seja, considerando-se apenas a redução de K_{IC} no modelo numérico de elementos finitos bons resultados foram obtidos.

As vantagens encontradas na metodologia aplicada no presente trabalho centram-se no fato do FRANC 2D possuir a função de aplicação de pressão no interior de fissuras. Essa funcionalidade é uma vantagem numérica a qual não está disponível em *softwares* tradicionais, como é o caso do ABAQUS. Esse efeito pode ser obtido por meio de implementação de sub-rotinas computacionais, as quais demandam tempo e inúmeros testes de validação. No entanto, um fator limitante encontrado na metodologia do presente trabalho está no fato de não ser possível aplicar automaticamente a pressão no interior da fissura para cada passo de tempo de simulação. Esta pressão deve ser aplicada em cada instante em que a fissura pare de crescer.

Inserir uma distribuição de multifissuras no modelo de elementos finitos do presente trabalho é inviável, pois esse tratamento seria bastante complexo. O FRANC 2D ainda não se encontra preparado para receber multifissuras, interceptando-se umas com as outras. Felizmente, essa abordagem pode ser resolvida se tratada por meio de trabalhos como de Maedo (2015) que introduz múltiplas fissuras no meio da fragmentação da malha, fazendo o uso do Método dos Elementos Finitos Generalizados. Essa abordagem abre possibilidades de desenvolver modelos numéricos contendo distribuições estatísticas de parâmetros físicos ou de arranjo de fissuras, algo que deve ser visto com mais cautela.

Por este motivo que para gerar a propagação das fissuras teve-se que considerar fixado os valores de K_{IC} como dados entrada na análise. Esta é uma das hipóteses

adotadas pelo autor para a realização do presente trabalho, que certamente é uma potencial limitação da metodologia adotada.

Outro ponto investigado foi a simulação no ABAQUS, o que foi visto é que não foi possível obter o raio de reorientação, já que não existe a introdução de pressão no interior da fissura. Desenvolvimento de sub-rotinas que introduzem pressão por meio do fluido por meio de modelos hidromecânicos que introduzem o efeito da pressão do fluido no interior da fissura podem representar melhor o estágio de propagação de fissuras.

Outro ponto importante descrito por Chen *et al.* (2010) o fato de que nem sempre a fissura propagou a partir do entalhe inicial, mas sim no espaço anular, o que também pode ter influenciado em alguns resultados de pressão de quebra e raio de reorientação, o que reforça a hipótese de que as imperfeições preexistentes na amostra influenciaram na resposta final do experimento.

A presente metodologia desconsidera abordagens que possuem qualquer tipo de aleatoriedade. Como já mencionado, o efeito de enfraquecimento devido a presença de multifissuras preexistentes foi feito considerando valores K_{IC} menores, o que se mostrou bastante promissora. A partir das respostas obtidas pelo modelo numérico bidimensional para a pressão de quebra, verificou-se que houve uma superestimativa destes. Este fato está associado a abordagem elástico linear superestimá-los.

Com isso, pode-se propor correlações entre valores experimentais e numéricos. Exemplo disso seria propor uma curva por meio de interpolação polinomial ou de ajustes. Seria uma função que estima a pressão de quebra experimental em função da pressão de quebra numérica para uma dada orientação da fissura. Com isso, a presente metodologia apresentou resultados satisfatórios pelo fato destes apresentarem linhas de tendência próximos dos valores experimentais.

Contribuições futuras poderão ser aplicadas, a exemplo de modelos mais próximos da situação real, como a implementação tridimensionais em elementos finitos do ensaio de faturamento hidráulico, como também a introdução de modelos numéricos introduzindo uma distribuição aleatória de parâmetros físicos, como a tenacidade à fratura e módulo de elasticidade, em regiões onde se tem a presença de microfissuras.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AADNOY, B.; LOOYEH, R. Mecânica de Rochas Aplicada: Perfuração e Projetos de Poços. 1º Edição. Tradução de Anna Luiza Ayres da Silva. Elsevier Editora Ltda. 351 páginas, 2014.

AL-MUKHTAR, A. M.; MERKEL, B. (2015). Simulation of the Crack Propagation in Rocks Using Fracture Mechanics Approach. J Fail. Anal. and Preven. (2015) 15:90-100, 2015.

ANDERSON, T. L. Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. 3th Edition. Taylor & Francis Group. 610 pages. 2005.

BACKERS, T. Punch-through shear test (PTS - Test) of drill core a new method for K_{IIC} testing. Thesis (PhD) - Division of Engineering geology, department of Civil and Environmental engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm. 2001.

BEHNIA, M. *et al.* Numerical modeling of hydraulic fracture propagation and reorientation. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 19:2, 152-67. 2014.

BRADLEY, W. B. Failure of inclined boreholes. Journal of Energy Resources Technology, v. 101, n. 4, p. 232-239, 1979.

BOERAEVE, P. Introduction to the Finite Element Method. Institut Gramme – LIEGE. 68 pages, 2010.

BROEK, D. Elementary Engineering Fracture Mechanics. 3th Edition. Martinus Nijhoff Publishers. The Netherlands, 1984.

CACHAY, L. R. S. Fluxo de partículas de sustentação em poços de petróleo estimulados por fraturamento hidráulico. Dissertação de Mestrado, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC Rio, 132 páginas, 2004.

CARTER, B.J.; WAWRZYNEK, P.A.; INGRAFFEA, A. R. Modelling Ithaca's natural hydraulic fractures. 10th International Association for Computational Mechanics and Methods and Advances in Geomechanics, IACM. Conference, Tucson, USA, 2001.

CASCA[®]: A Simple 2D Mesh Generator. Version 3.2 for MS Windows (Last update Jan 2007). Cornell Fracture Group, Ithaca, New York, USA. Disponível em:

< <http://cfg.cornell.edu/software> >

Acessado em 28 de setembro de 2016.

CHEN, M. *et al.* The experimental investigation of fracture propagation behavior and fracture geometry in hydraulic fracturing through oriented perforations. *Petroleum Science and Technology*, 28: 1297-1306, 2010.

CLARK, J. B. A hydraulic process for increasing the productivity of wells. *AIME Petroleum Transactions*, T. P. 2510. 8 pages. January 1949.

DAVIES, R. *et al.* Induced seismicity and hydraulic fracturing for the recovery of hydrocarbons. *Marine and Petroleum Geology* 45, 171 – 185, 2013.

DANESHY, A. A. True and apparent direction of hydraulic fractures. *Society of Petroleum Engineers. SPE 3226*, pages 150 – 157, 1971.

DANESHY, A. A. Experimental investigation of hydraulic fracturing through perforations. *Society of Petroleum Engineers. SPE 4333*, pages 1201 – 1206, 1973.

Dassault Systèmes. 2014. ABAQUS 6.14-1 Documentation. Analysis User's Manual.

DE PATER, C. J. *et al.* Experimental verification of Dimensional Analysis for Hydraulic Fracturing. *Society of Petroleum Engineers, SPE. SPE Production & Facilities. SPE 24994*, pages 230 – 238. 1994.

DOS SANTOS, J. S. Efeitos do Fraturamento Hidráulico em Aquíferos Fissurais. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Ceará, UFC. 227 páginas, 2008.

ECONOMIDES, M.; OLIGNEY, R.; VALKÓ, P. Projeto unificado de fraturamento. Editora E-Papers, 256 páginas. 2011.

Energy BC. Resource on energy sources, uses and issues in British Columbia. 2012. Disponível em: < <http://www.energybc.ca/profiles/hightempgeo.html> >.

Acessado em 18 de junho de 2016.

ESHKALAK, M.O.; AYBAR, U.; SEPEHRNOORI, K. An Economic Evaluation on the Re-Fracturing Treatment of the US Shale Gas Resources. Eastern Regional Meeting, Charleston, 21-23 October 2014, Paper SPE 171009. 2014.

FRANC 2D®: A Crack Propagation Simulator for Plane Layered Structures. Version 4.0 for MS Windows 64bit (Last update Mar 2015). Cornell Fracture Group, Ithaca, New York, USA. Disponível em:

< <http://cfg.cornell.edu/software> >

Acessado em 28 de setembro de 2016.

FISH, J.; BELYTCHKO, T. A first course in Finite Elements. John Wiley & Sons, Ltd. 336 pages. 2007.

GOODMAN, R. E. Introduction to Rock Mechanics. 2nd Edition. Ed. Willey, New York, 562 pages. 1989.

HAERI, H. *et al.* Numerical simulations of hydraulic fracturing in circular holes. Computers and Concrete, vol. 18, No 6 (2016) 1135-1151.

HEXION.COM. Specialty Chemicals. 2015. Disponível em:
<<http://www.hexion.com/Products/TechnicalDataSheets.aspx?id=629>>. Acessado em 05 de setembro de 2015.

H2O Distributors. 2016, all rights reserved. Disponível em:
< <https://www.h2odistributors.com/pages/contaminants/contaminant-fracking.asp> >.
Acessado em 18 de junho de 2016.

HOLDITCH, S. Petroleum Engineering Handbook, volume 4, Society of Petroleum Engineers, SPE. 2007.

HUBBERT, M. K.; WILLS, D.G. Mechanics of hydraulic fracturing. AIME Petroleum Transactions. Society of Petroleum Engineers. SPE 686 – G, vol., 210, 153-168, 1957.

HUSSAIN, M.A.; PU, S.U.; UNDERWOOD, J. Strain Energy Release Rate for a Crack Under Combined Mode I and II. ASTM STP, V. 560, 2-28, 1974.

IRWING, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack. Journal of applied Mechanics. 24: 361-369, 1957.

JIANG, H. *et al.* Impact of oriented perforation on hydraulic fracture initiation and propagation. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, vol. 28, No.7. 2009, In press.

KENNEDY, R. L.; KNECHT, W. N.; GEORGI, D. T. Comparisons and Contrasts of Shale Gas and Tight Gas development: North American Experience and Trends. Society of Petroleum Engineers, SPE. SPE 160855. 27 pages, 2012. In press.

KIM, W. Y. Induced seismicity associated with fluid injection into a deep well in Youngstown, Ohio. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, vol. 118, 3506–3518. 2013.

KIRSCH, G. Die theorie der elastizität und die bedürfnisse der festigkeitslehre. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, v. 42, n. 29, p. 797-807, 1898. In press.

LEONEL, E. D. Introdução à Mecânica da Fratura. Notas de aula da disciplina SET 5926. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, EESC - USP. 179 páginas. 2016.

MILTON-TAYLER, D.; STEPHENSON, C.; ASGIAN, M.I. Factors affecting the stability of proppant in propped fractures: Results of a laboratory study. Society of Petroleum Engineers, SPE. SPE 24821. Pages 569-579, 1992.

MAEDO, M. A. Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando técnica de fragmentação da malha. Dissertação de Mestrado. Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia de Bauru, FEB. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. 68 páginas. 2015.

MUGHIEDA, O.; ALZO'UBI, A.K. Fracture mechanism of offset rock joints-A laboratory investigations. Geotechnical and Geological Engineering 22: 545-562. 2004.

PILKEY, W. D.; PILKEY, D. F. Peterson's Stress Concentration Factors, Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. 518 pages.

REYNOLDS, J. J. *et al.* Hydraulic Fracture – Field Test to determine Areal Extended and Orientation. Society of Petroleum Engineers. SPE 1571-G, pages 371 – 376, 1961.

RICE, J. R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of applied Mechanics, vol. 35, pp. 379-386, 1968. In press.

RODRIGUEZ, H. Z. Efeito da Tensão nominal no tamanho e forma da zona plástica. Dissertação de Mestrado, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC Rio, 87 páginas. 2007.

RODRIGUEZ, T. C. Estudo paramétrico das propriedades de resistência à fratura da rocha no processo de fraturamento hidráulico de poços verticais via Método dos Elementos Finitos. Relatório Anual PIBIC. Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio. 15 páginas. 2011.

RONGVED, M. Hydraulic Fracturing for enhanced Geothermal Systems. Petroleum Geoscience and Engineering. Norwegian University of Science and Technology, NTNU - Trondheim. 56 pages. 2015.

RUMMEL, F. Fracture Mechanics Approach to Hydraulic Fracturing Stress Measurements. Fracture Mechanics of Rock. Academic Press Inc. (London) Ltd. All rights of reproduction in any form reserved. Pages 217- 240, 1987. In press.

SEPEHRI, J. Application of Extended Finite Element Method (XFEM) to Simulate Hydraulic Fracture Propagation from oriented Perforations. Thesis in Petroleum Engineering, Graduate Faculty of Texas Tech University. 78 pages. 2014.

SANTOS, J. S. *et al.* Fraturamento Hidráulico de aquíferos-Medição, modelagem e suas relações com o aumento da produtividade dos poços. XVI Congresso Brasileiro de Águas Subterrâneas XVII, Encontro Nacional de Perfuradores de Poços, Feira Nacional da Água – FENÁGUA. 2010.

SHAUER, N. Aproximação numérica de propagação de fraturas hidráulicas em domínio bidimensional com elastoplasticidade. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. 88 páginas. 2015.

SREBOTNJAK, T.; ROTKIN-ELLMAN, M. Fracking Fumes: Air pollution from Hydraulic Fracturing threatens public health and communities. NRDC ISSUE BRIEF. December 2014 IP: 14-10-A.

SMITH, M. B.; MONTGOMERY, C. T. Hydraulic Fracturing. Taylor & Francis Group, LLC. 772 pages. 2015.

TADA, H.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R. The Stress Analysis of Crack Handbook, 2nd edition. Paris Productions Incorporated (and Del Research Corporation), 1973-1985.

TAN, Q. Two dimensional hydraulic Fracturing simulations using Franc2D. Thesis. Clemson University, 306 pages. 2003.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J.N. Theory of Elasticity. 2nd Edition. McGraw Hill, New York, 506 pages. 1951.

U.S. Energy Information Administration. Annual Energy Outlook 2013 with projections to 2040. 233 pages.

VIEIRA, L. C. L. M. Aplicação do Método dos Elementos Discretos para Análise do Mecanismo de Produção do Material de Sustentação de Fraturas em Poços de Petróleo Estimulados por Fraturamento Hidráulico. Tese de doutorado, Programa de pós-graduação em Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC Rio, 207 páginas. 2010.

YEW, C. H. Mecânica do fraturamento hidráulico. Editora E-Papers, 176 páginas. 2008.

ZHOU, J. *et al.* Analysis of fracture propagation behavior and fracture geometry using a tri-axial fracturing system in naturally fractured reservoirs. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 45, 1143–1152. 2008.