UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ARQUITETURA E URBANISMO

ALFREDO HENRIQUE HAYDAMUS

Busca da forma aplicada a sistemas de cabos de aço retesados

São Paulo
2019

ALFREDO HENRIQUE HAYDAMUS

Busca da forma aplicada a sistemas de cabos de aço retesados

Exemplar revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade do autor e anuência do orientador.

A versão original, em formato digital, ficará arquivada na Biblioteca da Faculdade.

Dissertação apresentada à Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo.

Área de concentração: Tecnologia da Arquitetura.

Orientador: Prof. Dr. Arthur Hunold Lara.

São Paulo

2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na Publicação
Serviço Técnico de Biblioteca
Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo

Haydamus, Alfredo Henrique
Busca da forma aplicada a sistemas de cabos de aço
retesados / Alfredo Henrique Haydamus; orientador Arthur
Hunold Lara. - São Paulo, 2019.
196 p.

Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Arquitetura e
Urbanismo da Universidade de São Paulo. Área de
concentração: Tecnologia da Arquitetura.

1. Busca da Forma. 2. Frei Otto. 3. Estruturas de Cabos
de aço Retesados. 4. Modelo de Correntes e Molas. I. Lara,
Arthur Hunold, orient. II. Título.

Nome: HAYDAMUS, Alfredo Henrique

Título: Busca da forma aplicada a sistemas de cabos de aço retesados

Dissertação apresentada à Faculdade de
Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre em
Arquitetura e Urbanismo.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Presidente

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Arthur Hunold Lara pela dedicada orientação e, sobretudo, pela amizade e confiança;

Ao Eng. Fernando Palermo Simões pelas experiências compartilhadas e valiosas contribuições, principalmente com questões matemáticas;

Ao Prof. Dr. Ruy Pauletti pelos ensinamentos e colaborações desde o início da pesquisa;

Ao Prof. Dr. Isaias Vizotto por ter gentilmente participado da banca de qualificação e por suas proveitosas recomendações;

À Profa. Dra. Sigrid Adriaenssens e ao Prof. Axel Kilian pelas fontes de inspiração, pela oportunidade e pela disposição em me receber;

Aos colegas do grupo de estudos, meu muito obrigado;

À Universidade de São Paulo pelo ambiente criativo e amigável que proporcionou;

Ao DAAD – Serviço Alemão de Intercâmbio Acadêmico – pela ajuda financeira com os livros;

À minha família – Graça, George e Pietro – pelo incentivo e apoio constante durante toda a minha vida;

A Maíra, meu amor, sem o seu apoio e companheirismo este trabalho não seria possível. Muito obrigado por ser a minha maior incentivadora e por estar sempre presente.

Resumo

HAYDAMUS, Alfredo Henrique. **Busca da forma aplicada a sistemas de cabos de aço retesados**. 2019. 196 p. Dissertação – Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

Esta dissertação trata das metodologias de busca da forma (*form finding*) aplicadas a sistemas estruturais de cabos de aço retesados, destacando aquelas que foram amplamente utilizadas pelo arquiteto alemão Frei Otto: modelos físicos de correntes e molas e o método numérico das Densidades de Forças. O método de Relaxação Dinâmica, as soluções gráficas, modelos de correntes e pesos, assim como os de películas de sabão, também foram analisados de modo breve. O trabalho objetivou examinar as singularidades de tais metodologias de concepção estrutural. Tarefa que foi realizada, em primeiro lugar, por meio da revisão da literatura crítica acerca do emprego e do desenvolvimento das tecnologias de sistemas de cabos de aço retesados. Em seguida, partindo das obras examinadas, simulou-se quatro situações de projetos de estruturas retesadas, que foram executadas através da construção de modelos físicos e numéricos. As maquetes físicas foram construídas por meio de modelos de correntes e molas, e tiveram o intuito de fornecer dados de ordem qualitativa acerca do comportamento estrutural. As representações digitais, por sua vez, foram desenvolvidas com o método das Densidades de Forças, por intermédio do *software Rhinoceros* e do seu *plug-in Grasshopper*. Elas permitiram avaliar critérios quantitativos, como precisão, conformidade e eficiência. Por fim, os resultados obtidos através dos modelos físicos foram comparados aos experimentos digitais, com o intuito de analisar as especificidades de cada alternativa, buscando compreender as vantagens e limites de suas aplicações práticas.

Palavras-chaves:

Busca da forma; Frei Otto; Estruturas de Cabos de Aço Retesados; Modelo de Correntes e Molas; Método das Densidades de Forças.

Abstract

HAYDAMUS, Alfredo Henrique. **Form finding techniques for steel cable structures**. 2019. 196 p. Dissertation (Master of Science) – School of Architecture and Urbanism of the University of São Paulo, São Paulo, 2019.

This work presents two form finding methodologies applied to steel cable structures, physical model with springs and Force Density Method, both widely used by Frei Otto and his team. Other techniques are also studied; e.g. chains models, soap film models, graphic solutions and Dynamic Relaxation Method. Firstly, the historical developments of form-active structures were listed, together with a series of projects that became technical and conceptual milestones in the Brazilian and international scenario. Secondly, the process of manufacturing two form finding models is reported, one physical spring model and one numerical Force Density Method performed with computer-aided design (CAD) application Rhinoceros and its plug-in Grasshopper. Both models were carried out aiming to investigate their advantages and limits. Lastly, four experimental case studies were selected, based on projects studied in the first phase of this work. Diverse typologies and boundary conditions were chosen for comparative evaluation of the qualitative physical model and the numerical one. The appraisal of the modeling techniques' efficiency and robustness levels was done through analysis of the differences between nodes' coordinates and bars' lengths obtained through each method.

Keywords:

Form finding; Frei Otto; Steel cable structures; Spring models; Force Density Method.

Lista de figuras

Figura 0.1 – Efeito de escala em uma viga e em um cabo.	23
Figura 0.2 – Diagrama BIC – λ para diversos objetos.....	26
Figura 0.3 – Diagrama BIC – IER para estruturas de pontes.	27
Figura 0.4 – Exemplos de variações possíveis com as folhas de papel.....	29
Figura 0.5 – Variações possíveis dos aspectos topológicos de estruturas retesadas.	31
Figura 0.6 – Variações possíveis dos aspectos de distribuição em estruturas retesadas.	31
Figura 0.7 – Variações possíveis dos aspectos de dimensão dos elementos estruturais.	31
Figura 0.8 – Evolução da estrutura da cobertura da Ópera de Sidney, Austrália.....	32
Figura 0.9 – Kit Mola à esquerda e K'nex à direita.	36
Figura 1.1 – Cobertura do Aeroporto de Dulles, Chantilly, Estados Unidos.	42
Figura 1.2 – Cobertura do Aeroporto de Dulles, em construção, Chantilly, Estados Unidos.	43
Figura 1.3 – Fábrica de Papel durante a sua construção, Mântua, Itália.	44
Figura 1.4 – Vista externa do telhado, Banská Bystrica, Eslováquia.....	45
Figura 1.5 – Corte transversal do telhado.....	45
Figura 1.6 – Disposição das barras estruturais articuladas no telhado.	46
Figura 1.7 – Vista lateral do pavilhão circular de Shukhov, Nizhny Novgorod, Rússia.....	47
Figura 1.8 – Metodologia gráfica aplicada a ponte suspensa.	50
Figura 1.9 – Diagrama estrutural e esquema de forças da ponte sobre R-3.	52
Figura 1.10 – Estudo de solução gráfica para a ponte sobre a R-3.....	52
Figura 1.11 – Linhas de curvatura em um elipsoide.....	53
Figura 1.12 – Exemplo do Sistema de Darboux em uma superfície qualquer.	54
Figura 1.13 – Diagrama dos conjuntos de curvaturas.	55
Figura 1.14 – Obras da Discoteca <i>La Jacaranda</i> , Cidade do México, México.	57
Figura 1.15 – Mercado Grossista Jamaica e os guarda-chuvas de Candela.	58
Figura 1.16 – Vista do Pavilhão Assimptótico, Munique, Alemanha.	59
Figura 1.17 – Exemplo de curvaturas em superfície minimal.....	60
Figura 1.18 – Detalhe do Pavilhão Assimptótico.	60
Figura 1.19 – Esculturas com linhas assimptóticas.	61
Figura 1.20 – Modelo do tecido invertido.	63
Figura 1.21 – Cobertura Estádio Dr. Héctor A. Grauert, Montevideu, Uruguai.	65
Figura 1.22 – Vista, planta e elevação da Arena Raleigh.....	67
Figura 1.23 – Cortes e planta do Pavilhão de Exposições do Rio Grande do Sul.....	68

Figura 1.24 – Planta e corte do Pavilhão da Exposição de São Cristóvão.....	69
Figura 1.25 – Estádio de Hockey de Yale, New Haven, Estados Unidos.....	70
Figura 1.26 – Ginásio Nacional de Yoyogi, Tóquio, Japão.....	71
Figura 1.27 – Sistema estrutural da cobertura do Memorial de Utica.	72
Figura 1.28 – Tenda da Exposição de Jardim Nacional de 1957, Colônia, Alemanha.	75
Figura 1.29 – Detalhe do nó entre cabos com dois parafusos.	77
Figura 1.30 – Modelo do pavilhão alemão em madeira para túnel de vento.	78
Figura 1.31 – Modelo na escala 1:75 na mesa de medição.	78
Figura 1.32 – Ruptura parcial da cobertura do pavilhão alemão, Montreal, Canadá.....	79
Figura 2.1 – Vista do Estádio Olímpico de Munique, Alemanha.	83
Figura 2.2 – Rede típica de cabos e modo de disposição das 9 redes sobre as tribunas.	85
Figura 2.3 – Fluxo das forças e sistema estrutural em vista lateral e perspectiva.	86
Figura 2.4 – Comparação entre os tamanhos das coberturas.	87
Figura 2.5 – Modelo para obtenção das curvas de nível.....	88
Figura 2.6 – Caso simplificado com nó móvel único e quatro apoios.....	92
Figura 2.7 – Fluxograma do método das Densidades de Forças.....	96
Figura 2.8 – Vista do Teatro Epidauro, São José do Rio Pardo, Brasil.	102
Figura 2.9 – Comparação do elemento finito de cabo com elemento de treliça.	102
Figura 2.10 – Projeto da caixa d’água de Shukhov.....	105
Figura 2.11 – Vista da Torre de Resfriamento de Schmeihause, Hamm, Alemanha.....	106
Figura 2.12 – Curvaturas em um hiperboloide de uma folha.....	107
Figura 2.13 – Opções de direção dos cabos secundários no hiperboloide.....	108
Figura 2.14 – Disposição das almofadas pneumáticas, Astana, Cazaquistão.	109
Figura 2.15 – Montagem do tripé do Khan Shatyr, Astana, Cazaquistão.....	111
Figura 2.16 – Vista externa do Estádio de Dongguan, China.	112
Figura 2.17 – Malha triangular da fachada.	113
Figura 2.18 – Detalhe do nó conectando as 3 camadas de cabos.....	114
Figura 2.19 – Corte transversal da fachada com as deformadas.....	114
Figura 2.20 – Detalhe da conexão entre cabos e vidro na fachada do Hotel Kempinski.....	116
Figura 2.21 – Detalhe da conexão entre cabos e vidro na malha plana do Bürohaus.....	117
Figura 2.22 – Sistema estrutural da fachada do Hotel Esplanade.....	118
Figura 2.23 – Hall de entrada da Universidade de Bremen, Alemanha.....	118
Figura 2.24 – Detalhe da ancoragem com mola na fachada da Universidade de Bremen.....	119
Figura 2.25 – Fachada do World Trade Center 7, Nova Iorque, EUA.	120

Figura 2.26 – Vista das esculturas de formas frias de Karl Ioganson, em 1921.....	121
Figura 2.27 – Vista das esculturas tensegrity de Karl Ioganson.....	122
Figura 2.28 - <i>Tensegrity</i> originados de poliedros torcidos.	123
Figura 2.29 – <i>Needle Tower</i> durante a fase de montagem, Washington, D.C., EUA.	124
Figura 2.30 – Vista da Ponte Kurilpa, Brisbane, Austrália.	125
Figura 2.31 – Modelo da Ponte Kurilpa.	125
Figura 2.32 – Simulação do comportamento do sistema <i>Stuttgarter Träger</i>	127
Figura 2.33 – Detalhe da cobertura do hospital Rhönklinikum.....	129
Figura 2.34 – Escultura cúspide, Universidade de São Paulo.	131
Figura 2.35 – Funil da Estação Central de Dresden com neve acumulada.	132
Figura 3.1 – Componentes do modelo físico: molas, corrente e conectores.	136
Figura 3.2 – Distorção causada pelo ângulo da fotografia.	137
Figura 3.3 – Vista da cobertura em tenda do canteiro experimental da FAU USP.....	141
Figura 3.4 – Planta do modelo computacional da tenda do canteiro da FAU USP.....	142
Figura 3.5 – Numeração dos nós analisados no EC1.	142
Figura 3.6 – Códigos das barras analisadas no EC1.....	143
Figura 3.7 – Vista superior da evolução do modelo digital.....	143
Figura 3.8 – Vista do modelo físico do EC1.	144
Figura 3.9 – Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo z).	146
Figura 3.10 – Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo x, y).	146
Figura 3.11 – Vista do modelo de molas do EC2.....	149
Figura 3.12 – Diagrama lateral com dimensões do modelo do EC2.	150
Figura 3.13 – Numeração dos nós analisados no EC2.	150
Figura 3.14 – Códigos das barras analisadas no EC2.....	151
Figura 3.15 – Rigidez da malha triangular.	152
Figura 3.16 – Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo z).	153
Figura 3.17 – Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo x, y).	153
Figura 3.18 – Diagrama do EC3.....	156
Figura 3.19 – Vista do modelo de molas do EC3.....	157
Figura 3.20 – Elementos estudados do EC3.....	158
Figura 3.21 – Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo z).	159
Figura 3.22 – Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo x, y).	160
Figura 3.23 – Vista do modelo digital do EC4.....	164
Figura 3.24 – Vista do modelo de molas do EC4.....	165

Figura 3.25 – Numeração dos nós analisados no EC4.....	165
Figura 3.26 – Códigos dos cabos analisados no EC4.	166
Figura 3.27 – Fotografia para extração de coordenadas do EC4 (eixo z).....	167
Figura 3.28 – Fotografia para extração de coordenadas do EC4 (eixo x, y).....	168

Sumário

0	Introdução	19
0.1	Estruturas de forma-ativa.....	19
0.2	Índices de leveza.....	24
0.3	Busca da forma	28
0.4	Justificativa.....	33
0.5	Estruturação do trabalho	37
1	Capítulo I – Busca por modelos.....	39
1.1	Modelos de correntes e pesos	40
1.2	Membranas metálicas	43
1.3	Soluções gráficas	47
1.4	Curvas criadas a partir de retas paralelas.....	53
1.5	Modelos com tecidos	61
1.6	Uso da protensão	64
1.7	Coberturas do tipo “roda de bicicleta”	71
1.8	Modelos de películas de sabão e de molas	73
2	Capítulo II – Métodos numéricos de busca da forma	81
2.1	Métodos numéricos de busca da forma diretos e indiretos.....	82
2.2	Método das Densidades de Forças.....	83
2.2.1	Estádio Olímpico de Munique.....	83
2.2.2	Definição do método das Densidades de Forças	91
2.2.3	Método Não-Linear das Densidades de Forças	96
2.2.4	Método das Densidades de Forças Natural	98
2.3	Método de Relaxação dinâmica.....	98
2.4	Método dos Elementos Finitos	100
2.4.1	Teatro Epidauro.....	101
2.5	Partícula-mola.....	103
2.6	Aplicações práticas dos métodos numéricos	104
2.6.1	Hiperboloide de uma folha.....	104
2.6.2	Uso de fechamentos pneumáticos	108
2.6.3	Fachadas planas.....	112
2.6.4	Estruturas <i>tensegrity</i>	120
2.6.5	Estruturas adaptativas.....	126

2.7	Outros desafios na execução	128
2.7.1	Deformações em malhas quadradas	128
2.7.2	Problema de compensação	130
2.7.3	Definição realista de cargas	131
3	Capítulo III – Experimentos de busca da forma	133
3.1	Premissas.....	134
3.1.1	Premissas dos modelos físicos.....	134
3.1.2	Premissas do modelo numérico	138
3.2	Estudo de Caso 1 – Cobertura do Canteiro da FAU USP	140
3.2.1	Descrição geral	140
3.2.2	Principais dificuldades	144
3.2.3	Análise comparativa	145
3.3	Estudo de Caso 2 – Torre Schmehausen	149
3.3.1	Descrição geral	149
3.3.2	Principais dificuldades	151
3.3.3	Análise comparativa	152
3.4	Estudo de Caso 3 – Tensegrity.....	155
3.4.1	Descrição geral	155
3.4.2	Principais dificuldades	158
3.4.3	Análise comparativa	159
3.5	Estudo de Caso 4 – Cobertura flutuante.....	163
3.5.1	Descrição geral	163
3.5.2	Principais dificuldades	166
3.5.3	Análise comparativa	166
3.6	Resumo dos resultados.....	170
4	Considerações finais.....	173
	Referências.....	175
	Anexo A – MDF para <i>tensegrity</i>	183
A.1	Justificativa	183
A.2	Metodologia	184
A.3	Código da programação em C#.....	186

0 Introdução

0.1 Estruturas de forma-ativa

O sistema estrutural de uma edificação é composto por elementos que possuem a finalidade de preservar a forma e garantir a funcionalidade da mesma, assim como suprir os requisitos específicos de seus usuários. Partindo de tais propósitos, o sistema estrutural deve suportar não somente o próprio peso,¹ mas também todas as forças atuantes no edifício como, por exemplo, aquelas oriundas de ventos, empuxos de solo e cargas acidentais e permanentes. Desse modo, cabe ao sistema estrutural a transmissão dessas cargas desde seus locais de atuação até os pontos de descarregamento no solo ou fundação. Esse processo é denominado fluxo de forças.

Tabela 0.1 – Exemplos de tipos de cargas atuantes.

Cargas Permanentes	Peso Próprio
	Revestimentos
Cargas Acidentais	Vento
	Neve
	Empuxo do solo
Cargas de Inércia	Frenagem de veículos
	Impactos
	Sismos
	Carga de Ressonância
Cargas de Incêndio	Térmica

A estrutura funcionará de maneira otimizada quando a sua forma estiver alinhada ao fluxo de forças atuantes na edificação, e os esforços internos do sistema estrutural fluírem através da rota mais curta e direta. Porém, se todo sistema estrutural corresponde a um conjunto estático de elementos, como sua estrutura consegue resistir às diferentes cargas que incidem nele? E, por conseguinte, como qualquer sistema estrutural é capaz de lidar com possíveis alterações dos fluxos de forças?

¹ Decorrente das forças gravitacionais. Difere das outras cargas pois é intrínseca ao material estrutural.

Para responder essas questões, o arquiteto alemão Heino Engel resolveu categorizar os sistemas estruturais em virtude dos seus diferentes modos de adaptação à redistribuição dos esforços solicitantes (ENGEL, 2001, p. 25):

1º sistemas de forma-ativa: apresentam geometria flexível, que se moldam ao fluxo de forças por meio de mudança da forma;

2º sistemas de vetor-ativo: em geral, formados por treliças, que se adaptam ao fluxo de forças por meio de mudança no módulo dos esforços internos;

3º sistemas de seção-ativa: compostos por elementos lineares rígidos, que se adaptam ao fluxo de forças por meio de ajustes nas tensões internas de seus componentes;

4º sistemas de superfície-ativa: são sistemas planos, que utilizam enrijecedores gerados pela forma da superfície com o intuito de suportar fluxos das forças atuantes.

Tabela 0.2 – Classificação dos sistemas estruturais.²

Família estrutural		Definição	Subtipo de estrutura
1º	Forma-ativa	... são sistemas flexíveis, de material não rígido, nos quais a redistribuição de forças é efetuada por um desenho de forma particular e caracterizada pela estabilização da forma	Sistemas de cabos
			Sistemas de tendas
			Sistemas pneumáticos
			Sistemas de arcos
2º	Vetor-ativo	... são sistemas de componentes lineares curtos, sólidos, retos (barras) nos quais a redistribuição de forças é efetuada por divisória de vetor, ou seja, por separações multidirecionais de forças singulares (barras de compressão ou tração)	Treliças planas
			Treliças planas combinadas
			Treliças curvas
			Treliças espaciais
3º	Seção-ativa	... são sistemas de elementos lineares rígidos, sólidos - incluindo suas formas compactas como a laje - nos quais a redistribuição de forças é efetuada pela mobilização das forças seccionais (internas)	Sistemas de vigas
			Sistemas de pórticos
			Sistemas de grelha de vigas
			Sistemas de lajes
4º	Superfície-ativa	... são sistemas de planos flexíveis, mas resistentes à compressão, tensão, cortes, nos quais a redistribuição de forças é efetuada pela resistência da superfície e forma particular de superfície	Sistemas de placas
			Sistemas de placas dobradas
			Sistemas de cascas

Dentre essas quatro possibilidades de adequação da estrutura às variações das forças incidentes, o sistema estrutural de forma-ativa será o foco do presente estudo, por se tratar do tipo mais econômico no que tange à relação do peso da estrutura por vão livre. Tal vantagem

² Fonte: (ENGEL, 2001, p. 41).

decorre da especificidade desse tipo de estrutura de utilizar somente esforços normais simples, de tração e de compressão,³ para desviar e transmitir as forças atuantes.

Em relação aos sistemas estruturais de forma-ativa, Engel propõe ainda dividi-los em quatro subtipos: 1º, sistemas de cabos; 2º, sistemas de tendas; 3º, sistemas pneumáticos; e 4º, sistemas de arcos (ENGEL, 2001, p. 40-56). Para os propósitos deste trabalho, mostrou-se mais efetivo dividi-los em apenas dois subtipos: de um lado, os sistemas que trabalham apenas a partir de tração (sistemas de cabos e membranas). De outro, aqueles que funcionam exclusivamente por compressão (sistemas de arcos).⁴

Ambos subtipos produzirão a mesma forma funicular⁵ para determinado carregamento, com a distinção de que a linha funicular de compressão, encontrada nos sistemas de arcos, será a geometria espelhada da linha de tração, presente nos sistemas de cabos e membranas. Tal diferença altera o tipo de equilíbrio em que se encontrarão cada um desses sistemas, a despeito de eles compartilharem geometrias muito similares. Enquanto as estruturas de cabos e membranas apresentam condições de equilíbrio estável ou indiferente, as de arco estão em situação de equilíbrio instável (NEY; ADRIAENSSENS, 2014, p. 15).⁶

A instabilidade do equilíbrio das estruturas de forma-ativa que funcionam por compressão é o que torna impraticável a construção de arcos com elementos muito esbeltos ou flexíveis, pois qualquer variação de carga resultaria em perda de equilíbrio, e eventual ruptura, do sistema. Essa condição de equilíbrio instável, entretanto, não impossibilita o uso de estruturas em arco em geral. Nestas situações, utiliza-se elementos com maior rigidez e seção transversal para suportar a mudança no fluxo das forças. Este é o caso dos arcos de pedras, que utilizam componentes mais robustos, justamente para absorver variações no caminho das forças.⁷ De forma alternativa, pode-se incorporar elementos de outros tipos de sistemas às

³ Esforços de tração correspondem às solicitações que tracionam o material, ou seja, alongam o elemento estrutural (igual ao que ocorre quando se puxa um elástico). Já a compressão é composta de solicitações que empurram o material, resultando no encurtamento do elemento (o que pode ser observado ao se apertar uma esponja) (SALVADORI, 2011, p. 53).

⁴ Dessa forma, agrupou-se os sistemas de cabos, tendas e pneumáticos porque todos esses trabalham por tração.

⁵ Em condições ideais, a geometria das estruturas de forma-ativa coincide com o fluxo natural das forças presentes no sistema. A forma resultante nesses casos recebe o nome de sistema funicular (ENGEL, 2001, p. 58).

⁶ Equilíbrio estável, equilíbrio indiferente e equilíbrio instável, representam três diferentes respostas que determinado objeto pode oferecer quando é afastado de sua posição inicial: na primeira situação, ele retornará à sua localização inicial; na segunda, ele encontrará nova posição de equilíbrio; por fim, na terceira, ele seguirá se afastando cada vez mais de seu ponto original.

⁷ Mesmo que haja alguma alteração no caminho percorrido, a utilização de elementos maiores assegura que o fluxo de forças passe por dentro da estrutura, o que garante a manutenção do equilíbrio estrutural.

estruturas em arcos – componentes de seção-ativa ou de superfície-ativa, por exemplo –, o que as converte em sistemas híbridos (ENGEL, 2001, p. 43).

Os sistemas de cabos, ao contrário, por se encontrarem em equilíbrio estável ou indiferente, prescindem do aumento de robustez observado nos sistemas de arcos. Tais estruturas, que trabalham a partir de tração, encontram novas posições de equilíbrio toda vez que sofrem mudanças de cargas por meio da alteração da forma funicular. Essa característica de equilíbrio estável traz desvantagens e benefícios aos sistemas. De um lado, resulta em grandes deformações sistêmicas, tornando impraticável a utilização dessas estruturas de cabos em situações que não toleram grandes deformações ou vibrações, por exemplo, em pisos e em edificações muito altas. De outro, reduz o consumo de material para a construção da estrutura, o que a deixa mais leve, isso permite que o projetista utilize elementos esbeltos na configuração da geometria. Além dessa vantagem, estruturas de cabos estão menos sujeitas ao efeito de escala,⁸ presente em elementos estruturais que trabalham predominantemente à flexão ou que sofrem efeitos de flambagem,⁹ como é o caso de vigas, lajes planas e outros elementos de seção-ativa.

Diferente de sistemas de cabos nos quais determinado aumento do vão livre da estrutura resulta em acréscimo proporcional no estado de tensões, qualquer incremento equivalente do vão em estruturas de seção-ativa, por sua vez, gera uma variação quadrática nas tensões internas. Se os pesos dos elementos estruturais for levado em consideração, no lugar de suas tensões internas, essa discrepância pode ser cúbica em determinados casos (NERDINGER, 2005, p. 41).¹⁰

A Figura 0.1 ilustra como, em função de alterações das tensões internas e do peso estrutural, o efeito de escala atua de forma distinta em estruturas de seção-ativa (viga) e sistemas de cabo. Na coluna da esquerda, foi considerada uma viga com dimensão inicial de 60 cm de altura e com vão livre de 10 m. Na coluna da direita, por sua vez, um cabo com 8 cm de diâmetro e vão inicial e 10 m. A duplicação do vão livre de ambas estruturas acarreta, de um lado, em

Em casos nos quais a variação do fluxo seja significativamente maior, ao ponto do seu trajeto passar por fora da estrutura de forma-ativa, ocorre a ruptura estrutural.

⁸ O efeito de escala trata-se da variação do estado de tensões internas do elemento estrutural ao se variar a escala do sistema. Também conhecida como Lei do Quadrado Cubo de Galileu Galilei.

⁹ É o fenômeno que ocorre em elementos esbeltos submetidos a esforços de compressão axial. A peça que sofre flambagem pode perder estabilidade sem que o seu material tenha atingido a sua tensão limite, dessa forma, o fenômeno é considerado uma instabilidade elástica.

¹⁰ A variação será cúbica (fator 3) se apenas a largura da viga for alterada, e será quadrática (fator 2) se somente a sua altura for modificada. Em geral, na maioria dos casos práticos, opta-se por alterar as duas dimensões, obtendo-se efeitos de escala intermediários.

um momento fletor¹¹ quatro vezes maior atuando na viga, e, de outro, em uma solicitação normal de tração apenas duas vezes maior no cabo.

	Viga	Cabo
Situação com vão de 10 m	<p>Peso da viga = 3 ton</p>	<p>Peso do cabo = 88 kg</p>
	Viga com dimensões de 20/60; momento no meio do vão de 125 kNm; tensão máxima na viga de 1 kN/cm ² ; e peso estrutural de 3 ton.	Cabo com área de 10 cm ² ; força de tração de 62,5 kN; flecha no meio do vão de 2 m; e tensão máxima de 8 kN/cm ² ; e peso estrutural de 88 kg.
Situação com vão de 20 m	<p>Peso da viga = 15,2 ton</p>	<p>Peso do cabo = 347 kg</p>
	Viga com dimensões de 32/95; momento no meio do vão aumentou para 500 kNm (4x maior); e peso estrutural aumentou para 15,2 ton (5,1x maior).	Cabo com área de 20 cm ² ; força de tração aumentou para 125 kN (2x maior); flecha no meio do vão aumentou para 4 m (2x maior); e tensão máxima de 8 kN/cm ² ; e peso estrutural aumentou para 347 kg (4x maior).

Figura 0.1 – Efeito de escala em uma viga e em um cabo.¹²

¹¹ Momento fletor é o movimento giratório induzido por um par de forças em dada estrutura, produzindo esforço que tende a curvar o eixo longitudinal dela e provocar tensões normais de tração e compressão na mesma (tal como as solicitações da viga apresentada na Figura 0.1).

¹² Fonte: Figura elaborada pelo autor.

0.2 Índices de leveza

Esse efeito de escala proporcional é o fator responsável pela leveza estrutural e pela capacidade dos sistemas de cabos de vencer grandes vãos. Ao longo de sua carreira profissional, sobretudo durante o período em que trabalhou no Instituto de Estruturas Leves de Stuttgart (IL),¹³ o arquiteto alemão Frei Otto (☆1925; † 2015) explorou tal característica dos sistemas de cabos em prol do desenvolvimento do campo de estudos das estruturas leves. Segundo o estudioso, estruturas leves são objetos que conseguem suportar grandes forças mesmo possuindo massas ou pesos pequenos (NERDINGER, 2005).¹⁴

A fim de tornar essa classificação mais objetiva e mensurável, Otto desenvolveu alguns índices para medir a leveza e a eficiência de qualquer estrutura. O primeiro deles, nomeado Índice de Esbeltez Relativo (*IER*),¹⁵ relaciona o caminho da carga na estrutura (s) com a intensidade da própria carga (F). Com o intuito de tornar o *IER* independente do tamanho da estrutura, o arquiteto incluiu na fórmula a grandeza da força em raiz quadrada, anulando dessa maneira o fato da resistência de toda estrutura depender de sua seção transversal, considerada uma grandeza bidimensional, e o caminho da força corresponder a uma grandeza unidimensional.¹⁶

$$\text{Índice de Esbeltez Relativo (IER)} = s/\sqrt{F}$$

Com o valor de *IER*, pode-se comparar a esbeltez relativa de obras concebidas a partir de diferentes tipos de estruturas. Quanto mais alto for o *IER*, mais longo é o caminho da força na estrutura, e quanto mais baixo, maior é a força a qual o sistema consegue resistir.

A segunda equação elaborada por Frei Otto foi denominada por Índice *Tra*, que fornece o produto da força (F) pelo caminho (s) por ela percorrido. Quanto menor o valor de *Tra*, mais eficiente será a estrutura. Esse índice permite comparar apenas a eficiência de estruturas de

¹³ Institut für leichte Flächentragwerke.

¹⁴ As informações acerca dos processos por meio dos quais Frei Otto elaborou os índices de estruturas leves, mencionados a seguir, salvo indicação contrária, foram obtidas em *Frei Otto: Das Gesamtwerk* (NERDINGER, 2005).

¹⁵ Tal indicador não deve ser confundido com o Índice de Esbeltez, amplamente utilizado no mercado profissional, que relaciona a altura de uma estrutura à sua largura.

¹⁶ Essa decisão possibilita, por exemplo, que o *IER* de uma torre de televisão seja o mesmo do seu modelo em escala reduzida.

porte semelhante, ao contrário do *IER* que pode ser utilizado para relacionar sistemas de dimensões variadas.

$$Tra = F \cdot s$$

Em conjunto, esses dois índices possibilitam comparar a esbeltez e a eficiência de formas e sistemas, todavia, não proporcionam nenhum dado acerca da leveza de suas estruturas. Para solucionar esse entrave, Otto acrescentou a massa do objeto examinado em suas formulações, criando o terceiro índice, intitulado *BIC*. O valor de *BIC* descreve a leveza estrutural por meio de uma grandeza física. Ele é obtido a partir da razão da massa do objeto (*m*) pelo seu índice *Tra*, portanto, quanto menor o valor do índice, mais leve será a estrutura.

$$BIC = m/Tra$$

A fim de verificar a confiança de seus índices, Frei Otto realizou uma catalogação e utilizou os índices *IER* e *BIC* para analisar, de maneira comparativa, não só estruturas, mas diversos outros sistemas, incluindo desde moléculas, imãs até pontes. A Figura 0.2 apresenta os vários objetos distribuídos em um plano cartesiano em escala logarítmica, onde a abcissa é o valor de *IER* e a ordenada é o valor de *BIC*. Nela, Otto agrupa os elementos por tipo ou material e pode-se observar que os átomos possuem menores índices *BIC* e *IER* entre os objetos estudados. Já os imãs apresentam os maiores índices *BIC*.

A Figura 0.3, na sequência, mostra a catalogação comparativa das pontes mensuradas pelo arquiteto. Ele selecionou pontes com sistemas estruturais diversos, como arcos, treliças e cabos, e as distribuiu no diagrama de acordo com a mesma metodologia da figura anterior.

Com o intuito de facilitar a compreensão, os sistemas estruturais distintos foram representados por tonalidades diferentes no gráfico. Pode-se perceber que, de modo geral, as pontes cujo sistema estrutural funciona majoritariamente à compressão possuem *BIC* superiores. Pontes com sistemas de treliças apresentam *BIC* intermediários. E pontes que trabalham à tração são as mais leves, com índices inferiores. Como exemplo, vale citar que a ponte com menor *BIC* é a Ponte Humber¹⁷, que seria, em sua época, a maior ponte suspensa do mundo.

¹⁷ Projeto estrutural: Bernard Wex. Construída em 1981, região de Hessle, Reino Unido.

Os menores índices *BIC* refletem as vantagens de estruturas de cabos de aço apresentadas anteriormente (resistir apenas por meio de esforços axiais, condição de equilíbrio estável e efeito de escala reduzido).

Figura 0.2 – Diagrama BIC – IER para diversos objetos.¹⁸

¹⁸ Fonte: (KLENK, 1998, p. 91).

Figura 0.3 – Diagrama BIC – IER para estruturas de pontes.¹⁹

¹⁹ Fonte: (KLENK, 1998, p. 145).

0.3 Busca da forma

O engenheiro alemão Werner Sobek (☆1953) foi o sucessor de Frei Otto no comando do Instituto de Estruturas Leves de Stuttgart. Durante o período em que esteve à frente da instituição, ele formulou seis premissas para a elaboração de estruturas leves, compilando o saber prático que, há décadas, já vinha sendo aplicado por profissionais na construção desse tipo de estrutura (NERDINGER, 2005, p. 41):

1ª momentos fletores devem ser evitados;

2ª é mais eficiente solicitar elementos compridos por tração;

3ª com o objetivo de evitar efeitos de flambagem, o comprimento e a esbeltez de elementos que suportam compressão devem ser limitados;

4ª de preferência, o próprio sistema estrutural deve ser capaz de estabilizar forças de compressão em elementos longos;

5ª estruturas em casca que funcionam a compressão devem ser estabilizadas pela sua própria forma;

6ª sistemas de forças que se auto-equilibram em uma estrutura levam à estruturas e fundações mais leves.

Partindo de tais premissas, é possível conceituar busca da forma (ou *form finding*) como todo processo de concepção de sistemas estruturais de forma-ativa que são determinados pelo fluxo natural de forças e que buscam uma geometria otimizada²⁰ em equilíbrio com os carregamentos existentes (NERDINGER, 2005, p. 45).²¹

Uma maneira mais didática de demonstrar em que consistem os processos de busca da forma foi apresentada pelos engenheiros civis Kai-Uwe Bletzinger e Ekkehard Ramm por meio de um desafio prático que poderia ser realizado por qualquer um, mediante o uso de apenas uma folha de papel (BLETZINGER; RAMM, 2014, p. 47).

²⁰ Por geometria otimizada, considera-se aquela que minimiza as deformações e as vibrações nos elementos estruturais, reduz o uso de materiais e, ao mesmo tempo, maximiza a rigidez global da estrutura (ADRIAENSSENS *et al.*, 2014, p. 2).

²¹ O conceito busca da forma pode ser interpretado de maneira abrangente para se referir a qualquer metodologia de concepção formal. O arquiteto finlandês Kari Jormakka (☆1959; † 2013), por exemplo, propõe uma definição que engloba diferentes processos de concepção e de definição de formas para a edificação. Ele considera desde abordagens realizadas a partir de elementos da natureza ou da geometria, passando pela matemática e pela música, até finalizar sua catalogação com os processos generativos e de desenho paramétrico (JORMAKKA, 2007). Na presente pesquisa, o termo busca da forma se refere aos processos que consideram os fluxos das forças como fator crucial na concepção estrutural.

A tarefa proposta pela dupla foi a seguinte: como você transformaria uma folha de papel na estrutura mais rígida possível, capaz de vencer determinado vão livre?

Quem aceitasse o desafio precisaria passar por três etapas de decisão para tentar solucioná-lo:

Em primeiro lugar, eleger qual a forma inicial do papel utilizado (retangular, trapezoidal, circular, entre outras);

Em segundo, escolher qual seria o espaçamento entre as dobras (se ele seria pequeno, constante ou variável, por exemplo);²²

E, em terceiro, definir o tamanho das dobras (se as nervuras serão pequenas, grandes, sem ordem específica etc.).

O desafio proposto não tinha como objetivo que os participantes chegassem à resposta correta. Pelo contrário, o objetivo deles era que cada pessoa testasse diversas possibilidades de estrutura e comparasse os benefícios e desvantagens de cada uma delas. A expectativa de Bletzinger e Ramm era a de que, durante esse processo, os participantes tivessem a oportunidade de constatar não haver somente uma solução válida para o desafio, mas inúmeras possibilidades que forneceriam diferentes resultados. A Figura 0.4 apresenta algumas das soluções possíveis para o desafio:

Figura 0.4 – Exemplos de variações possíveis com as folhas de papel.²³

²² A folha deve ser dobrada a fim de aumentar a sua resistência aos esforços de momentos fletores.

²³ Em teoria, todas as soluções apresentadas cumprem o requisito de servir como ponte conectando dois pontos. Fonte: Paul Jackson.

Essa é a realidade prática de engenheiros e de arquitetos, que empregam as metodologias de busca da forma, durante suas atividades profissionais. Assim como os participantes do desafio, eles também precisam encontrar diariamente alternativas de concepção estrutural mais eficientes e que atendam aos requisitos do projeto. As três etapas de decisão – que os participantes do desafio precisariam encarar – foram inspiradas em aspectos considerados pelos profissionais durante o processo de otimização estrutural.

A engenheira inglesa Sigrid Adriaenssens classifica esses aspectos que estabelecem a geometria da estrutura em três categorias principais (ADRIAENSSENS *et al.*, 2014, p. 4):

1º aspectos topológicos: determinam o posicionamento de cada componente da estrutura.²⁴ São aquelas que definem a geometria da superfície resistente e/ou o envelope externo da edificação (Figura 0.5);²⁵

2º aspectos de distribuição dos elementos estruturais na superfície resistente. As alternativas de distribuição não modificam a forma estrutural, mas o ritmo dos elementos estruturais (Figura 0.6);²⁶

3º, aspecto da dimensão dos componentes estruturais. Diferentes seções transversais não alteram a geometria e nem a sua distribuição, mas modificam a rigidez do elemento estrutural (Figura 0.7).²⁷

²⁴ Sejam tais elementos nós, barras ou até mesmo a ausência de materiais, como no caso de vãos e aberturas.

²⁵ A geometria da superfície pode ser representada por uma casca esférica ou por uma rede retangular, por exemplo.

²⁶ O tamanho da malha de cabos de aço ilustra esse tipo de variável, que pode ser modificada sem causar alterações na geometria da estrutura.

²⁷ O diâmetro dos cabos, a altura dos perfis, entre outros.

Figura 0.5 – Variações possíveis dos aspectos topológicos de estruturas retesadas.²⁸

Figura 0.6 – Variações possíveis dos aspectos de distribuição em estruturas retesadas.

Figura 0.7 – Variações possíveis dos aspectos de dimensão dos elementos estruturais.

Apesar da grande quantidade de formatos de cascas e de estruturas de membranas que são capazes de serem realizadas a partir da alteração das variáveis descritas acima, certas formas não são passíveis de serem edificadas. A Ópera de Sidney,²⁹ de 1973, é uma obra que serve de exemplo nesse sentido. Embora ela aparente possuir uma estrutura obtida por meio de técnicas de busca da forma, ela não conta com as vantagens estruturais decorrentes da aplicação de tais metodologias.

Suas cascas se assemelham ao formato de velas, a fim de fazer referência aos veleiros do porto da cidade. Tais formatos não são estruturalmente eficientes para suportar as cargas

²⁸ Fonte: Diagramas elaborados pelo autor. Válida também para a Figura 0.6 e Figura 0.7.

²⁹ Projeto arquitetônico: Jørn Utzon. Projeto estrutural: Ove Arup & Partners. Construída em 1973, em Sidney, Austrália.

atuantes sobre eles. A princípio, a vontade do arquiteto do projeto, Jørn Utzon (☆1918; † 2008), era produzir as cascas em peças pré-fabricadas de concreto. No entanto, os engenheiros do escritório *Ove Arup & Partner* logo perceberam que o sistema não era viável. A partir desse momento, eles começaram a buscar soluções estruturais que suportassem a execução da geometria desejada (ADDIS, 2014, p. 39).

A Figura 0.8 apresenta o processo de desenvolvimento da solução estrutural entre 1958 e 1962. Nesse intervalo, a equipe de engenheiros chegou a propor desde o uso de costelas enrijecedoras, passando pela possibilidade de empregar cascas nervuradas, até concluírem que a superfície seria composta por elementos em arcos esféricos. O caráter modular dos componentes de tal solução estrutural reduziu os custos de produção, através da utilização de moldes padronizados (ADDIS, 2014, p. 39).

Nos diagramas exibidos na Figura 0.8 é possível notar que o formato das velas propostas por Utzon foi uma constante, pois representava uma das premissas do projeto. Ou seja, na Ópera de Sidney, a geometria idealizada pelo arquiteto ditou a solução estrutural final. Essa não é a lógica que rege a utilização das metodologias de busca da forma. Nestas a geometria da superfície não fica restrita à ideia inicialmente proposta pelo arquiteto, mas possuem flexibilidade para se modificarem, a fim possibilitar a obtenção da estrutura adaptada para as condições de contorno pré-estabelecidas.

Figura 0.8 – Evolução da estrutura da cobertura da Ópera de Sidney, Austrália.³⁰

³⁰ Fonte: Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=dbfbaAIKLSU>>. Acesso em: 18 fev. 2018.

0.4 Justificativa

Na década de 1940, o arquiteto alemão Frei Otto deu início à produção de modelos físicos adaptados para determinar a forma final de estruturas retesadas³¹. No lugar das tradicionais correntes com pesos³², Otto passou a utilizar novos materiais – como películas de sabão, redes elásticas e molas – que permitiam simular os efeitos do retesamento em suas obras (ADDIS, 2014, p. 39).

Tais inovações trazidas por Otto foram aprimoradas, três décadas depois, pelo advento da tecnologia computacional, que possibilitou uma drástica redução do tempo necessário de cálculo estrutural, e abriu um leque considerável de possibilidades no campo de estudos da busca da forma. Dentre os avanços proporcionados, vale citar a automatização de cálculos matemáticos³³ e a facilidade de alteração, durante o andamento do processo, das variáveis envolvidas nas fórmulas matemáticas.³⁴

A elaboração do projeto da cobertura do Estádio Olímpico de Munique, idealizado pelo arquiteto Frei Otto, foi a experiência pioneira no emprego da tecnologia computacional aplicada a estruturas retesadas.

O engenheiro alemão, Fritz Leonhardt (☆1909; † 1999), responsável técnico pelo projeto, considerava as técnicas tradicionais de modelos físicos imprecisas e ultrapassadas. Por esse motivo, ele pediu que sua equipe desenvolvesse métodos numéricos para a definição da forma estrutural da cobertura do estádio, por meio do uso de computadores (NERDINGER, 2005, p. 267).

O pioneirismo tecnológico de tal experiência conquistou grande relevância internacional. Até hoje, nenhum outro empreendimento concebido dentro desses moldes conseguiu superar a contribuição do empreendimento de Otto para o campo de estudos das

³¹ Estrutura retesada é um sistema estrutural cujos elementos, para funcionarem de maneira efetiva, necessitam de um estado de tensão interno de tração. Ruy Pauletti apresenta um conjunto de estruturas que aparentam não ter nada em comum, senão o seu sistema estrutural. É o caso da ponte suspensa, do balão atmosférico e da vela de barco, que, apesar de terem funções e portes diferentes, são compostos por elementos que demandam certo nível de retesamento, ou seja, não podem estar frouxos, para funcionarem de maneira satisfatória (PAULETTI, 2003, p. 1). É comum referenciar-se também a tal sistema estrutural como tensoestruturas ou estruturas tensionadas.

³² Os modelos físicos compostos por correntes metálicas e pesos, empregados até aquele momento, eram adequados para simular as condições das estruturas em casca, em geral, constituídas por concreto ou alvenaria. No entanto, tais modelos não davam conta de mensurar os efeitos da protensão nas estruturas retesadas.

³³ Será abordada a partir da análise do método das Densidades de Forças.

³⁴ Facilidade possibilitada pelo surgimento de *softwares* paramétricos, tais como o *Rhinoceros*, que será analisado durante a presente pesquisa.

estruturas retesadas. O enorme destaque, que o estádio obteve durante as transmissões televisivas dos Jogos Olímpicos de Munique, impulsionou a proliferação de pesquisas no campo da busca da forma e o consequente desenvolvimento de outras metodologias e técnicas ligadas às estruturas de cabos de aço (PAULETTI, 2003, p. 19).

No contexto brasileiro da construção civil, as metodologias de busca da forma ainda não são amplamente utilizadas, tanto no que se refere ao desenvolvimento de estruturas retesadas compostas por cabos de aço tensionados, quanto em relação às demais estruturas funiculares. Circunstância que decorre, sobretudo, do desconhecimento dos benefícios de se optar por essas tecnologias.

Apesar de ser possível lembrar de algumas pontes, como a Octávio Frias de Oliveira,³⁵ em São Paulo, e a Hercílio Luz,³⁶ em Santa Catarina, são raros os exemplos de obras de cobertura de cabos de aço em território nacional. Apenas recentemente, e em ocasiões pontuais, empregou-se soluções de coberturas de cabos de aço protendidos, como foi o caso das obras dos estádios do Maracanã e de Brasília para a Copa do Mundo de 2014.

Entre as inúmeras vantagens de coberturas de cabos de aço, é válido citar: capacidade de vencer grandes vãos sem apoios intermediários, baixo peso próprio, potencial estético,³⁷ alta permeabilidade à luz, facilidade do transporte dos materiais,³⁸ rapidez na execução do projeto³⁹ e uso de matérias-primas com alto potencial reciclável.⁴⁰

Apesar de todos os recursos mencionados⁴¹ estarem disponíveis no mercado brasileiro, a falta de conhecimento dos pontos positivos de tais técnicas, assim como outros fatores, são responsáveis pela baixa demanda. O primeiro fator a ser considerado, no caso específico do fechamento em vidro ou acrílico,⁴² trata-se da percepção indevida – amplamente difundida no território nacional – acerca da ineficiência em termos de conforto térmico desta alternativa,

³⁵ Projeto arquitetônico: João Valente Filho. Projeto estrutural: Catão Francisco Ribeiro. Construída em 2008, na cidade de São Paulo.

³⁶ Projeto estrutural: Holton Robinson e David Steinman. Construída em 1926, em Florianópolis.

³⁷ Por potencial estético entende-se certas características desse tipo de cobertura, tais como sua leveza aparente e esbeltez, assim como a sinuosidade de sua superfície, no lugar da rigidez e inflexibilidade das formas mais tradicionais.

³⁸ A flexibilidade do cabo de aço torna tal material mais fácil de ser transportado quando comparado aos perfis de aço ou pré-moldados de concreto.

³⁹ Por se tratar de elementos industrializados.

⁴⁰ No caso da presente pesquisa, o aço e o vidro, entre outros.

⁴¹ O método das Densidades de Forças e os *softwares* com seus *plug-ins*.

⁴² Um dos tipos de fechamento que serão analisados na presente pesquisa.

mesmo existindo soluções inovadoras com alto desempenho nesse sentido.⁴³ Em segundo lugar, encontra-se a inexistência de conjunto claro de normas que regulem o uso de sistemas estruturais de cabos de aço retesados. Por último, estão os altos custos da matéria prima, decorrentes da utilização de materiais de alta performance e do tratamento especial que o aço precisa receber contra a corrosão, relaxação e fadiga. Essas exigências, junto com a baixa procura do mercado brasileiro por tais soluções estruturais, acaba reduzindo a oferta de fornecedores e de mão de obra especializada, o que torna ainda mais onerosa a opção por esse tipo de solução estrutural.

A presente pesquisa tem a expectativa de contribuir para a alteração desse quadro. Almeja-se, por meio da apresentação generalista dos métodos existentes de busca da forma, colaborar com a disseminação e com o aprimoramento das metodologias empregadas na concepção de projetos de estruturas retesadas. Nesse sentido, preferiu-se apresentar uma variedade maior de técnicas ao invés de se aprofundar em um método específico. Além disso, a pesquisa tem o objetivo de analisar as metodologias numéricas de busca da forma aliadas às experimentações com modelos físicos. Para possibilitar tal fim, foram construídos modelos em escala de molas e correntes, assim como simulações digitais.

Os modelos físicos foram construídos a partir de dois parâmetros principais: primeiro, eles deveriam servir como ferramentas de medição e análise estrutural;⁴⁴ e, segundo, eles deveriam ter o potencial de funcionar como instrumentos didáticos para o estudo de estruturas retesadas no Brasil. Dessa forma, portanto, tais modelos mostram-se válidos, sobretudo, para a avaliação qualitativa do comportamento estrutural de superfícies retesadas. Diversas dessas características dos modelos físicos⁴⁵ foram inspiradas no *Kit Mola* (Figura 0.9), elaborado pelo pesquisador Márcio Sequeira de Oliveira (OLIVEIRA, 2008), e no brinquedo K'nex, criado pelo americano Joel Glickman, em 1992 (Figura 0.9).

Outra opção considerada foi o modelo de película de sabão. Porém, ele apresentava algumas desvantagens que limitariam o seu uso, por exemplo: a impossibilidade de fornecer geometrias não-minimais,⁴⁶ a dificuldade de obtenção das coordenadas, e os entraves de montagem dos modelos.

⁴³ A título de exemplo, pode-se citar os vidros de controle solar, que apresentam revestimento com uma superfície metalizada (invisível a olho nu) com partículas em escala nanométrica. A metalização viabiliza a filtragem da radiação solar, o que permite o controle de transmissão de luz e calor.

⁴⁴ A grande vantagem dos testes com modelos em escala é a capacidade de lidar com novas estruturas, que ainda não possuam códigos de projeto ou até mesmo sem precedentes (ADDIS, 2013, p. 12).

⁴⁵ Os materiais e os componentes utilizados, por exemplo.

⁴⁶ Geometria minimal é a superfície com menor área que possui como contorno uma curva c pré-definida. Melhor descrita na seção 1.8 *Modelos de películas de sabão e de molas* desta dissertação.

Figura 0.9 – Kit Mola à esquerda e K'nex à direita.⁴⁷

Os modelos numéricos, por sua vez, foram realizados com auxílio do *software Rhinoceros* e do seu *plug-in Grasshopper*.⁴⁸ Esse *plug-in* permite programar o algoritmo que processa o método das Densidades de Forças e que desenvolve o modelo digital. A utilização de metodologias numéricas teve o objetivo de testar as suas vantagens e limitações, e de verificar a efetividade dos modelos físicos.

A partir do conjunto de premissas e propósitos listados acima, foram elaborados quatro estudos de casos que simulam alguns projetos baseados nas estruturas estudadas ao longo da pesquisa. Tais experiências também tiveram a finalidade de permitir uma maior aproximação em relação às práticas e vivências profissionais. Por conta dessa meta, os casos simulados tiveram condições de contorno pré-definidas, forçando o autor a vivenciar certos problemas e desafios reais enfrentados pelos profissionais que utilizam as metodologias de busca da forma.

O primeiro estudo realizado foi uma cobertura em tenda com malha quadrangular de cabos, inspirada na cobertura do canteiro de espaços experimentais da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo (FAU-USP).

O segundo caso foi composto por uma malha triangular de cabos, que teve a influência da Torre de Resfriamento de Schmehausen.⁴⁹

⁴⁷ Fonte: Disponíveis em <<https://molamodel.com/>> e <<https://www.knex.com/knex-education-stem-explorations-gears-building-set>>. Acesso em: 31 jan. 2019.

⁴⁸ O *Grasshopper* é um ambiente de programação visual que funciona dentro do *Rhinoceros*, aplicativo de desenho assistido por computador (CAD). O *software* foi desenvolvido por David Rutten na Robert McNeel & Associates. Ele é utilizado principalmente para construir algoritmos generativos, contudo, também pode ser usado para a criação de geometria 3D. O programa também possibilita o uso de outros tipos de algoritmos, incluindo aplicações numéricas, textuais, audiovisuais e hápticas.

⁴⁹ Analisada na seção 2.6.1 *Hiperboloide de uma folha*.

O terceiro experimento representou uma estrutura *tensegrity*, e foi parcialmente baseado na Needle Tower, do escultor americano Kenneth Snelson.⁵⁰

O quarto estudo de caso formulou uma cobertura com malha quadrangular, que também incorporou elementos de estruturas *tensegrity*, representados pelas colunas “flutuantes”.

0.5 Estruturação do trabalho

Introdução

Nesta seção introdutória, a princípio, foi exposta uma visão geral do campo de estudos das estruturas de forma-ativa e dos processos de busca da forma. Em seguida, foram apresentados o escopo e os objetivos da dissertação, ressaltando a importância do uso combinado de modelos físicos e numéricos.

Capítulo I

No Capítulo I é relatado os primórdios do processo de organização do campo de estudos de estruturas de forma-ativa, período compreendido entre 1676,⁵¹ quando se observam certas experimentações que resultaram nas formulações dos primeiros modelos físicos de busca da forma, até 1972,⁵² quando o advento da tecnologia digital, em função de sua eficácia e precisão, possibilitou uma grande mudança de paradigma na área.

Os capítulos I e II serão estruturados a partir da enumeração de obras que se tornaram emblemáticas pela aplicação de métodos e tecnologias pioneiros de busca da forma.

Capítulo II

No Capítulo II é realizado um estudo crítico acerca das técnicas numéricas mais amplamente utilizadas no processo de busca da forma de estruturas de cabos de aço, com foco no método das Densidades de Forças.

A análise dá enfoque às vantagens trazidas pelo uso da tecnologia computacional ao processo de busca da forma. De maneira complementar, pretende-se apresentar outras

⁵⁰ Descrita na seção 2.6.4 *Estruturas tensegrity*.

⁵¹ A data marca a publicação das dez inovações científicas em formato de anagramas, criadas pelo engenheiro inglês Robert Hooke. Entre elas, está a solução desenvolvida para encontrar a forma ideal de determinado arco (OCHSENDORF; BLOCK, 2014, p. 7).

⁵² Esse ano ficou marcado pela construção do Estádio Olímpico de Munique, obra na qual a verificação da geometria estrutural por meio digital foi utilizada pela primeira vez (NERDINGER, 2005, p. 267).

tecnologias e materiais que, de certa forma, contribuíram para ampliar os possíveis usos das estruturas de forma-ativa.

Capítulo III

No Capítulo III é descrito o roteiro dos experimentos realizados. Os estudos de casos são expostos em detalhes, incluindo as premissas adotadas, os materiais utilizados, os esquemas de montagens, as ferramentas disponíveis, assim como as metodologias utilizadas para a validação dos modelos propostos. Em seguida, é apresentada a análise dos resultados.

Tal processo de experimentação teve a finalidade de comparar, na prática, as especificidades dos modelos físicos e das simulações numéricas, a fim de compreender qual método seria mais eficiente em diferentes situações.

Considerações finais

Apresenta aprofundamento crítico das questões desenvolvidas anteriormente e sugestões para trabalhos futuros.

1 Capítulo I – Busca por modelos

A instauração da busca da forma como campo de estudos especializado foi a culminação de longo e complexo processo histórico no qual engenheiros, arquitetos e construtores, desenvolveram ferramentas e técnicas como soluções para os desafios específicos com que se depararam na execução de seus empreendimentos. Ou seja, as inovações foram surgindo a partir das necessidades práticas de cada obra.

Devido a esta condição empírica, optou-se por analisar os instrumentos e procedimentos que deram origem a tal campo de estudos, de forma atrelada às construções nas quais foram inicialmente empregados.

Para fins de organização do texto, a enumeração das técnicas não se dará por ordem exclusivamente cronológica, uma vez que o processo de desenvolvimento tecnológico possui caráter dinâmico e interligado.

Por fim, é preciso pontuar que será dado enfoque às técnicas mais relevantes para a concepção de estruturas de cabos de aço, por se tratarem do tema central da pesquisa.

As técnicas analisadas neste capítulo são:

1.1 *Modelos de correntes e pesos*: Projeto da Igreja de Saint Paul (1710), de Robert Hooke;

1.2 *Membranas metálicas*: Projeto do Pavilhão de Construção e Engenharia (1896), de Vladimir Shukhov;

1.3 *Soluções gráficas*: Projeto do Templo da Sagrada Família (1882), de Antoni Gaudí;

1.4 *Curvas criadas a partir de retas paralelas*: Projeto do Laboratório de Raios Cósmicos (1951), de Félix Candela;

1.5 *Modelos com tecidos*: Projeto do Posto de Serviço da BP (1968), de Heinz Isler;

1.6 *Uso da protensão*: Projeto da Arena Raleigh (1952), de Matthew Nowicki;

1.7 *Coberturas do tipo “roda de bicicleta”*: Projeto do Auditório do Memorial de Utica (1960), de Lev Zetlin;

1.8 *Modelos de películas de sabão e de molas*: Projeto do Pavilhão Alemão de Exposições de Montreal (1967), de Frei Otto.

O projeto do Pavilhão de Exposições de Montreal⁵³ foi uma das últimas obras na qual Frei Otto (☆1925; † 2015) utilizou de maneira exclusiva modelos físicos de busca da forma.

⁵³ Projeto arquitetônico: Frei Otto e Rolf Gutbrod. Projeto estrutural: Fritz Leonhardt. Construído em 1967, na cidade de Montreal, Canadá.

Cinco anos depois, no projeto do Estádio Olímpico de Munique,⁵⁴ a equipe coordenada pelo arquiteto aplicou pela primeira vez técnicas computacionais de obtenção da superfície estrutural resistente.

O surgimento da computação e da modelagem digital alteraram de maneira significativa os paradigmas dos processos de busca da forma e, por esse motivo, decidiu-se utilizar o projeto do Estádio Olímpico de Munique como marco divisor dos capítulos I e II.

1.1 Modelos de correntes e pesos

Antes do advento do cálculo estrutural, as construções eram erigidas com base nas vivências práticas dos construtores. Sempre buscando destacar-se nos seus ramos, aqueles mais ousados testavam novas formas e materiais, com o intuito de melhorar o aproveitamento dos espaços e reduzir os custos da obra. Por meio de tentativas e erros, foi possível começar a traçar os limites dos sistemas estruturais.

Por mais de mil anos, a Igreja de Santa Sofia⁵⁵ foi a maior catedral do mundo e é um exemplo de obra que utilizou o método empírico de construção. O domo da igreja, de aproximadamente 30 m de diâmetro, desmoronou nas duas primeiras tentativas. Foi somente na terceira investida que os construtores obtiveram sucesso (SALVADORI, 2011, p. 4).

Mostrava-se necessário, portanto, a criação de métodos científicos que fornecessem informações precisas sobre a geometria da estrutura e garantissem certo nível de confiança de que a estrutura proposta se comportaria como planejado. Assim, em termos de desenvolvimento de métodos de busca da forma, o engenheiro inglês Robert Hooke⁵⁶ (☆1635; † 1703) foi um dos pioneiros no assunto.

Hooke desenvolveu, em 1676, um meio de encontrar a geometria ideal de um arco no qual só atuariam tensões de compressão. Sua ideia era simples, porém inovadora. Ele percebeu que quando se pendura um peso em um pedaço de fio,⁵⁷ cujas extremidades servem de apoio, o fio toma a forma de dois segmentos de reta unidos no ponto onde o peso está fixo, formando um "V". Ao adicionar outro peso, em um ponto distinto do anterior, a forma do fio muda e

⁵⁴ Projeto arquitetônico: Behnisch + Partner e Frei Otto. Projeto estrutural: Leonhardt und Andrä. Construído em 1972 na cidade de Munique, Alemanha.

⁵⁵ Projeto: Isidore de Miletus e Anthemius de Tralles. Construída em 537, na cidade de Constantinopla (atual Istambul, Turquia).

⁵⁶ Robert Hooke tornou-se conhecido pela sua Lei da Elasticidade, que demonstra a constância na relação entre força aplicada em um determinado material e sua eventual deformação.

⁵⁷ Elemento que, por definição, não suporta momentos fletores e resiste apenas a esforços de tração.

obtém-se três segmentos de reta. Se esse processo continuar, a cada peso adicionado, teremos novos segmentos de retas, que serão cada vez menores. Na condição limite, o fio tomará a forma de uma curva catenária.⁵⁸

Quando Hooke entendeu o comportamento de um cabo, ele pôde fazer a analogia com o arco. Com o objetivo de encontrar a forma ideal do arco, o engenheiro propôs que o formato da corrente com pesos fosse espelhado por um plano horizontal. Tal forma seria ideal para determinado carregamento, pois não haveria solicitações de momentos fletores no arco, apenas forças axiais de compressão (SALVADORI, 2011, p. 157).

Com tal proposta, Robert Hooke criou um modelo físico em escala para compreender o comportamento de estruturas em formato de domo e utilizou tal conhecimento para desenvolver o projeto da Catedral de Saint Paul,⁵⁹ cuja cúpula permaneceu a construção mais alta de Londres por mais de 200 anos. O modelo de correntes e pesos de Hooke para a catedral é um dos primeiros usos registrados de modelos físicos aplicados na busca da forma (ADDIS, 2014, p. 36).

Apesar de não haver evidências, é provável que os primeiros construtores deveriam saber que alguns tipos de construções poderiam ser modelados em escala reduzida. Galileu Galilei, em 1638, a partir de sua Lei do Quadrado Cubo, descreveu a relação de escala entre volume e área. O matemático italiano usou essa observação para demonstrar que havia um limite para o tamanho dos ossos de animais, pois o carregamento (que depende do volume e da densidade do osso) aumenta mais rápido do que a capacidade de resistência do osso, que varia em relação à área de sua seção transversal (ADDIS, 2013, p. 13).⁶⁰

Como visto no exemplo da Figura 0.1 da Introdução, as estruturas retesadas são uns dos poucos sistemas nos quais os efeitos de escala são lineares, o que permite o uso de modelos em escala reduzida.

⁵⁸ Inicialmente, acreditava-se que a catenária seria uma parábola. Porém, no século XVII o matemático holandês Christiaan Huygens demonstrou que a curva obtida pelo fio pendurado não poderia ser descrita por meio de equações algébricas ou funções polinomiais, provando assim, que a parábola e a catenária eram curvas distintas, apesar de sua similaridade.

⁵⁹ Projeto: Robert Hooke e Christopher Wren. Construída em 1710, na cidade Londres, Inglaterra.

⁶⁰ Um dos pioneiros no desenvolvimento da modelagem em escala foi o engenheiro inglês William Froude (☆1810; † 1879), que trabalhou com projetos de barco, e concluiu ser possível utilizar modelos em escala dos cascos para prever o comportamento e performance de barcos em tamanho natural. Ele chegou a esta compreensão por meio da descoberta de uma relação entre as variáveis da velocidade do barco e do comprimento de seu casco, que produziam um número adimensional. Sua dedução foi que a performance do modelo em escala e do casco em tamanho real seriam proporcionais se os adimensionais, em ambas as situações, fossem iguais (ADDIS, 2013, p. 13).

O método de correntes e pesos abriu caminho para uma melhor compreensão do comportamento de cabos e da curva catenária, cujo emprego em projetos arquitetônicos pode ser observado na cobertura de concreto armado do Aeroporto de Dulles.⁶¹ O destaque do empreendimento fica por conta do grande vão-livre, cerca de 190 m, e do detalhe de conexão entre os pilares e a cobertura. As colunas das extremidades atravessam a cobertura, curvam-se e sustentam a catenária por cima. A forma da catenária foi obtida pela disposição das placas de concreto pré-moldado e sua eventual solidarização *in loco* sobre cabos de aço, que se fixavam nos pilares. Com esse procedimento, obteve-se uma casca rígida e eficaz na resistência contra solicitações de sucção do vento. A Figura 1.1 apresenta uma visão geral do projeto e a Figura 1.2 mostra a execução da cobertura do aeroporto. Nesta última, vale destacar a ausência de escoramento no meio do vão, o que demonstra que a forma da cobertura é uma catenária definida pelo efeito do peso próprio das placas de concreto armado sobre os cabos de aço.

Figura 1.1 – Cobertura do Aeroporto de Dulles, Chantilly, Estados Unidos.⁶²
 (a) Detalhe da coluna atravessando a cobertura e se curvando para suspender a casca; (b) Esboço ilustrativo da estrutura do aeroporto; (c) Vista da fachada e cobertura do aeroporto.

⁶¹ Projeto arquitetônico: Eero Saarinen. Projeto estrutural: Ammann and Whitney. Construído em 1962, na cidade de Chantilly, Estados Unidos.

⁶² Fontes: (a) e (b) <<https://studfiles.net/preview/4592752/page:15/>>, (c) <<https://www.archdaily.com/102060/ad-classics-dulles-international-airport-eero-saarinen/5037f4c728ba0d599b000677-ad-classics-dulles-international-airport-eero-saarinen-photo>>. Acesso em: 19 jan. 2019

Figura 1.2 – Cobertura do Aeroporto de Dulles, em construção, Chantilly, Estados Unidos.⁶³

1.2 Membranas metálicas

As primeiras coberturas tracionadas se desenvolveram a partir dos métodos e tecnologias utilizados nas pontes suspensas, cujo sistema estrutural consistia essencialmente em cabos paralelos suspensos por uma ou duas torres e que já vinham sendo empregados há mais tempo. Para se adaptar ao caráter bidimensional da área construída, os desenhos pioneiros para as coberturas baseavam-se na repetição, de modo paralelo ou radial, do sistema já praticado nas pontes. Portanto, não se tratava efetivamente de superfícies resistentes, mas sim de combinação de estruturas planas (DREW, 1979, p. 153).

É mais claro observar exemplos desses sistemas em obras posteriores, como a cobertura do Aeroporto de Dulles, na Figura 1.1 da seção anterior, e a Fábrica de Papel,⁶⁴ de Pier Luigi Nervi (☆1891; † 1979). A primeira é um exemplo da combinação de cabos paralelos. Enquanto na segunda mostra-se mais explícita a conexão entre coberturas tracionadas e pontes suspensas,

⁶³ Fonte: Disponível em <<https://interactive.wttw.com/tenbuildings/curriculum/science/instruction>>. Acesso em: 19 jan. 2019.

⁶⁴ Projeto arquitetônico: Pier Luigi Nervi. Projeto estrutural: Covre Gino. Construído em 1964, em Mântua, Itália.

uma vez que a cobertura é composta por quatro correntes que suportam o peso da edificação, vencem um vão-livre superior a 147 m e se apoiam em duas torres de sustentação.

Figura 1.3 – Fábrica de Papel durante a sua construção, Mântua, Itália.⁶⁵

Já as experiências pioneiras de coberturas tracionadas para edificações podem ser exemplificadas pelas obras do engenheiro tcheco Bederich Schnirch (☆1791; † 1868). A experiência profissional do engenheiro em construir pontes suspensas de correntes teve um papel essencial em suas criações, que surgiram como alternativas aos telhados tradicionais de madeira, que eram pesados e inflamáveis. Ao todo, Schnirch construiu seis telhados nos quais aplicou a nova metodologia, localizados nas atuais República Tcheca e Eslováquia. Somente um deles, localizado em Banská Bystrica, Eslováquia, ainda encontra-se preservado (DREW, 1979, p. 143).

A Figura 1.4 e a Figura 1.5 mostram a cobertura da edificação em Banská Bystrica. Percebe-se que a estrutura do telhado consiste em uma parede longitudinal ao edifício que funciona como cumeeira, e de onde saem elementos tracionados transversais. Ao invés de correntes ou cabos, o engenheiro optou por utilizar barras rígidas articuladas em quatro pontos entre os seus apoios. A Figura 1.6, por sua vez, mostra como os elementos tracionados, com seção transversal retangular de 10 mm x 40 mm e espaçados a cada 47 cm aproximadamente,

⁶⁵ Fonte: Disponível em <<https://www.crushsite.it/it/notizie/eventi-fuori-regione/2012/pier-luigi-nervi-in-mostra-a-palazzo-te.html>>. Acesso em: 18 jan. 2019.

têm como função suportar a carga do telhado e do vento (FERJENČIK; TOCHÁČEK, 1972, p. 229).

Figura 1.4 – Vista externa do telhado, Banská Bystrica, Eslováquia.⁶⁶

Figura 1.5 – Corte transversal do telhado.⁶⁷

⁶⁶ Fonte: Disponível em <<https://runningarchitect.com/2016/02/07/bedrich-schnirch-the-first-suspended-steel-roof/>>. Acesso em: 14 nov. 2018.

⁶⁷ Fonte: Disponível em <<https://runningarchitect.com/2016/02/07/bedrich-schnirch-the-first-suspended-steel-roof/>>. Acesso em: 14 nov. 2018.

Figura 1.6 – Disposição das barras estruturais articuladas no telhado.⁶⁸

No fim do ano de 1824, Schnirch publicou o artigo “Ueber Dachstuehle aus Schmiedeeisen”⁶⁹ em que descreve três sistemas estruturais para coberturas de teatros. Tais propostas apresentam uma evolução interessante do sistema, partindo de uma solução muito semelhante às pontes suspensas – composta por cabos longitudinais expostos que suportam o telhado – e chegando até uma opção com elementos tracionados integrados ao telhado, similar ao sistema que foi posteriormente utilizado na cobertura do Ginásio Nacional de Yoyogi, descrito na seção 1.6 *Uso da protensão* (DREW, 1979, p. 143).

Um dos grandes precursores na aplicação do sistema de cobertura tracionada em empreendimentos de maior porte foi o engenheiro russo Vladimir Shukhov (☆1853; † 1939), com suas coberturas de membranas estruturais. Reconhecido por seu pioneirismo com novos métodos de análise estrutural, Shukhov começou a trabalhar com estruturas metálicas em 1878, após formar-se na Universidade Imperial de Moscou dois anos antes, e morar durante alguns meses nos Estados Unidos, onde obteve inspiração para suas obras.

Em 1896, durante a Exposição Pan-Russa da Arte e da Indústria, realizada na cidade de Nizhny Novgorod, Shukhov apresentou algumas de suas obras mais notáveis, como a cobertura do Pavilhão de Construção e Engenharia⁷⁰. A cobertura do pavilhão era formada por uma grande tenda de chapas metálicas anticlástica⁷¹, não retesada, cujo o meio (elevado com relação ao restante do pavilhão) se apoiava em uma estrutura circular de treliça e a borda (mais baixa)

⁶⁸ Fonte: Disponível em <<https://runningarchitect.com/2016/02/07/bedrich-schnirch-the-first-suspended-steel-roof/>>. Acesso em: 14 nov. 2018.

⁶⁹ Sobre estruturas de telhados de ferro forjado, em tradução livre.

⁷⁰ Projeto: Vladimir Shukhov. Construído em 1896, na cidade de Nizhny Novgorod, Rússia.

⁷¹ Superfícies anticlásticas possuem centros de curvaturas em lados opostos da superfície, como o caso de superfícies em formato de sela. Já em superfícies sinclásticas, como o caso de esferas, os centros de curvatura estão do mesmo lado da superfície.

se apoiava em parede (BRUMFIELD, 1991, p. 25). Além do pavilhão em formato circular em planta, representada na Figura 1.7, Shukhov projetou também coberturas em tendas similares para pavilhões retangulares e elípticos.

O sistema de membrana composta por chapas metálicas apresenta a vantagem de concentrar quase todo o peso vertical da cobertura em seu núcleo central. Como as chapas chegam praticamente horizontais nas bordas externas, o esforço que elas transferem para as paredes é quase exclusivamente horizontal. Em função de tal característica, o perímetro do pavilhão funciona como um anel de compressão com pouca carga vertical, possibilitando assim, maiores aberturas na circunferência da estrutura (SALVADORI, 2011, p. 326).

Figura 1.7 – Vista lateral do pavilhão circular de Shukhov, Nizhny Novgorod, Rússia.⁷²

1.3 Soluções gráficas

Ao longo de sua carreira, o arquiteto catalão Antoni Gaudí (☆1852; † 1926) desenvolveu diversas obras a partir de metodologias de busca da forma. Ele defendia que as formas estruturais de seus edifícios deveriam seguir os fluxos das forças e não alguma geometria pré-determinada (ALLEN; ZALEWSKI, 2010, p. 244).

Assim como Robert Hooke, Gaudí empregou a técnica da inversão de corrente em suas obras. Contudo, combinou-a com técnicas que ainda não haviam sido desenvolvidas na época do engenheiro inglês. Pois, somente em meados do século XIX, começaram a ser desenvolvidas na Europa teorias que propunham resolver a questão da forma ideal de um arco de maneira gráfica.⁷³ Essas teorias se baseavam em desenhar os diagramas dos vetores das forças (atuantes e reações) de modo preciso, possibilitando assim a medição de seus comprimentos para

⁷² Fonte: (BRUMFIELD, 1991, p. 25).

⁷³ Alguns exemplos das publicações da época sobre o tema são: William John Macquorn Rankine, em 1858, com “A Manual of Applied Mechanics”; James Clerk Maxwell, em 1864, com “On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames”; e Carl Culmann, em 1866, com o livro *Graphische Statik* (HUERTA, 2006, p. 325).

determinar as magnitudes das forças reais. Tal metodologia de projeto exerceu grande influência nas obras do arquiteto espanhol. Outro aspecto inovador de Gaudí foi o emprego dessas técnicas com o objetivo de incorporar o projeto estrutural já na etapa de criação arquitetônica. Não se tratava mais apenas de verificar a estabilidade de uma determinada proposta, mas sim, uma questão de projetar o uso de formas estáveis, desde o início (HUERTA, 2006, p. 325).

Apesar da maioria dos documentos do escritório de Gaudí terem sido destruídos durante Guerra Civil Espanhola, nos anos 1936 a 1939, há esboços e cálculos que registram a utilização combinada de técnicas gráficas e modelos de correntes na busca da forma em diversas obras por ele realizadas, inclusive na fachada oeste do Templo da Sagrada Família.⁷⁴ A concepção do templo contou com soluções gráficas desenvolvidas pelo próprio arquiteto. Gaudí dedicou quarenta anos ao projeto, porém não conseguiu ver a conclusão de sua obra mais icônica, que está prevista para depois de 2026 (HUERTA, 2006).

Apesar de serem menos precisos do que as metodologias numéricas e estarem limitados a representar geometrias simples, os métodos gráficos ganharam espaço entre os arquitetos da época por causa das inúmeras vantagens que apresentam: são alternativa mais rápidas, menos sujeitas a erros humanos⁷⁵ e facilitam a visualização do comportamento estrutural, incluindo seus pontos críticos (ALLEN; ZALEWSKI, 2010, p. 9).

Para demonstrar as vantagens dos métodos gráficos, é válido mencionar o estudo para a obtenção da forma do cabo de uma ponte suspensa simples, elaborado pelo arquiteto Edward Allen e pelo engenheiro Wacław Zalewski. O esboço concebido pela dupla (Figura 1.8) teve o objetivo de definir os comprimentos e direções do cabo de sustentação de uma ponte qualquer. No estudo, o cabo se apoia em seus dois cantos e se fixa ao tabuleiro por meio de três cabos verticais.

De praxe, a primeira etapa do processo de busca da forma gráfico é desenhar o polígono de forças para a geometria desejada. Esse esquema está representado na Figura 1.8, em que os engenheiros representaram as linhas do polígono por meio das forças internas e externas atuantes nos cabos da estrutura (desenhadas em escala).

No caso da ponte em questão, as únicas forças, cujas magnitude e direção, são conhecidas no começo do projeto são as cargas provenientes do tabuleiro. Por esse motivo,

⁷⁴ Projeto: Antoni Gaudí. Obra iniciada no ano de 1882, na cidade de Barcelona, Espanha.

⁷⁵ Refere-se aqui a erros humanos de ordem de grandeza e não a pequenas imprecisões. Por sua característica visual, os erros grosseiros tornam-se mais perceptíveis. Muitas vezes, a aparente precisão do cálculo numérico, com diversas casas decimais, mascara o fato dos dados de entrada serem inexatos, como é o caso de dimensões, pesos de materiais e, principalmente, cargas acidentais.

inicia-se o desenho do polígono pelas três forças verticais, representadas na Figura 1.8.a por flechas cinzas, com magnitude de 14 kN.

Sem outras premissas, restariam ainda diversas opções de geometria para o cabo de sustentação, que formariam um polígono de forças fechado, sendo que, nesse caso, todas estariam inclusive corretas.⁷⁶

Em função dos propósitos do exemplo, serão adicionadas duas condições de contorno, de forma a tornar o exercício mais próximo da realidade prática e restar apenas uma configuração possível (ou seja, somente uma alternativa estará correta). A primeira condição definirá que a ponte deve ser simétrica. A segunda, que a força do cabo não deve exceder 30 kN.

A partir da primeira restrição, fica determinado que o ponto *a*, onde se conectarão todos os vetores de forças, deve estar localizado sobre a linha tracejada que cruza a metade do segmento *be*, representado na Figura 1.8.b, por causa da simetria da estrutura. Já com relação à segunda condição, pode-se afirmar que as distâncias *ab* e *ae* devem ser equivalentes a 30 kN, pois esta será a maior carga permitida.

Portanto, o único ponto possível de encontro dos vetores de força dos cabos é o ponto *a*, Figura 1.8.c. Desenha-se então os segmentos de retas que ligam o ponto *a* aos demais pontos da linha vertical de forças externas. Com esse polígono, é possível obter as magnitudes das forças que atuam nos cabos, através dos comprimentos dos segmentos, e a direção dos cabos, pelos vetores de forças. Finalmente, obtém-se as forças de 20 kN para os cabos nos segmentos de reta *ac* e *ad*. Assim como os seus respectivos comprimentos por meio da geometria encontrada na Figura 1.8.c.

Conforme mencionado, e observado no estudo da Figura 1.8, a opção por metodologias gráficas deixa o projetista suscetível a pequenas imprecisões do desenho e o restringe também a geometrias mais simples e planas.

⁷⁶ Outro jeito de considerar essa multiplicidade de opções é pensar que ainda existem muitas variáveis – como posição dos apoios e força máxima permitida nos cabos – para poucas condições de contorno. Havendo poucas restrições, existem várias combinações possíveis de variáveis que resultariam em uma ponte estruturalmente equilibrada.

Figura 1.8 – Metodologia gráfica aplicada a ponte suspensa.⁷⁷

⁷⁷ Fonte: (ALLEN; ZALEWSKI, 2010, p. 22).

Em 2015, as engenheiras civis Cristina Anastase, Jiae Azad e Denisa Buzatu realizaram estudo de busca da forma gráfico sobre duas pontes de pedestres que atravessam as rodovias R-3 e M-40,⁷⁸ em Madrid.

A primeira ponte, sobre a M-40, possui um único vão livre de aproximadamente 90 m. Já a que atravessa a R-3 é composta por três vãos, sendo dois de 40 m e um de 110 m, e totaliza uma distância de 190 m. Diante das condições do projeto, o engenheiro Leonardo Fernández Troyano, responsável pela obra, analisou três propostas de soluções estruturais: ponte estaiada, ponte suspensa e ponte com arco superior.

Segundo as ponderações da equipe de engenheiros, a opção pela ponte suspensa se mostrou a solução mais versátil e econômica, permitindo a altura livre necessária para as rodovias abaixo e proporcionando uma silhueta para as torres que ainda reduzia o consumo de materiais e energia, apresentada na Figura 1.9.

Apesar do alto grau de complexidade do sistema estrutural, o conceito por trás dos projetos das pontes pode ser facilmente demonstrado na Figura 1.10 desenvolvida por Anastase, Azad e Buzatu. O método por elas utilizado foi a solução gráfica do polígono de forças, que é a mesma metodologia exemplificada na Figura 1.8 deste trabalho.

A Figura 1.10 mostra ainda que o processo de busca da forma gráfico sucedeu-se de modo iterativo, partindo de uma tentativa de ponto inicial – denominado *trial pole location* na imagem – e chegando até o resultado final – representado pelo *final pole location*. As geometrias dos cabos em sua primeira e última iteração também são exibidas na imagem, assim como a sobreposição da forma obtida no processo realizado pelas engenheiras com a geometria real da ponte.

⁷⁸ Projeto estrutural: Carlos Fernández Casado S.L. Construída em 2007, na cidade de Madrid, Espanha.

Figura 1.9 – Diagrama estrutural e esquema de forças da ponte sobre R-3.⁷⁹

Figura 1.10 – Estudo de solução gráfica para a ponte sobre a R-3.⁸⁰

⁷⁹ Fonte: Disponível em <<http://spanishbridges.princeton.edu/ChupaChupsInfo.html>> Acesso em: 19 fev. 2018.

⁸⁰ Fonte: Disponível em <<http://spanishbridges.princeton.edu/ChupaChupsInfo.html>> Acesso em: 19 fev. 2018.

1.4 Curvas criadas a partir de retas paralelas

Em 1795, o matemático francês Gaspard Monge (☆1746; † 1818) inaugurou a área de pesquisa da geometria descritiva com sua disciplina ministrada na *École normale supérieure* de Paris, que tinha como objetivo principal ensinar a representação de objetos tridimensionais em plano bidimensional e, a partir dessas projeções, determinar distâncias, ângulos, áreas e volumes em suas verdadeiras grandezas.

Em sua disciplina, o matemático também desenvolveu um método de montagem de domos de pedra, que dependia completamente da superfície das curvas interiores do domo. Apesar das limitações dessa nova abordagem, Monge lançou as bases para o que foi posteriormente chamado de geometria construtiva de superfícies.⁸¹

Durante seu trabalho, Monge apresenta o exemplo do domo elíptico⁸², que eram tradicionalmente montados em camadas de pedras horizontais. O matemático francês demonstra que esse modo convencional de montagem só era possível pois as linhas de curvatura do elipsoide formam uma família de elipses horizontais. Conforme é possível ver na Figura 1.11.

Figura 1.11 – Linhas de curvatura em um elipsoide.⁸³

⁸¹ Por meio da aplicação da geometria construtiva é possível precisar maneiras melhores de construir dada superfície, assim como determinar quais propriedades de construção ela deve ter para atender às restrições pré-definidas. Vale ressaltar que “maneiras melhores” de se construir certa superfície não é um valor absoluto, dependente apenas da geometria da mesma, mas também está relacionado com técnicas construtivas. Ou seja, a geometria construtiva mistura intrinsecamente execução e forma. Como na arquitetura em geral, nesse domínio, não há geometria sem material (SAKAROVITCH, 2009, p. 1294).

⁸² São estruturas comuns na arquitetura barroca e clássica. Encontram-se, por exemplo, na Basílica de São Pedro, em Roma, nas igrejas da Sorbonne e do Val-de-Grâce, em Paris.

⁸³ Fonte: (SAKAROVITCH, 2009, p. 1296).

Posteriormente, de forma complementar ao estudo da geometria descritiva, foi concebido um sistema móvel de coordenadas, denominado de Sistema de Darboux. Em tal sistema, que tem como finalidade medir as curvaturas de superfícies, o conjunto dos três eixos das coordenadas desloca-se e rotaciona-se por um caminho pré-estipulado seguindo as seguintes definições: o eixo z se mantém paralelo ao vetor normal da superfície, o eixo x permanece paralelo ao vetor tangente ao caminho percorrido na superfície e a direção do eixo y é obtida por meio do produto vetorial⁸⁴ das direções dos dois eixos anteriores. A Figura 1.12 ilustra o Sistema de Darboux para uma superfície qualquer.

As curvaturas presentes em qualquer trecho da superfície são medidas em relação aos eixos x , y e z , sendo denominadas como:

- 1ª torções geodésicas, se a curvatura for ao redor do eixo x ;
- 2ª curvas normais, se a curvatura for ao redor do eixo y ;
- 3ª curvas geodésicas, se a curvatura for ao redor do eixo z .

Figura 1.12 – Exemplo do Sistema de Darboux em uma superfície qualquer.⁸⁵

Na análise de superfícies pelo Sistema de Darboux, é possível criar conjuntos de caminhos que possuam curvaturas ao redor de apenas um ou dois eixos. O exemplo de conjunto com apenas um tipo de curvatura mais conhecido talvez sejam os meridianos da terra, que representam curvas intituladas grandes círculos. Esses caminhos só apresentam rotação em torno do eixo y , ou seja, curvas normais. Outro exemplo de trajeto com rotação ao redor de apenas um eixo são as retas geratrizes⁸⁶ de paraboloides hiperbólicos, que possuem apenas curvatura em torno do eixo x , ou seja, torção geodésica.

⁸⁴ O produto vetorial é uma operação entre dois vetores e o seu principal uso decorre do fato de que o seu produto é sempre perpendicular a ambos os vetores originais.

⁸⁵ Fonte: (SCHLING; HITREC; BARTHEL, 2017, p. 127).

⁸⁶ Geratrizes é o conjunto de retas que pertencem às superfícies regradas.

Em geral, os elementos de estruturas com cabos de aço (ou *gridshells*) podem apresentar os três tipos de curvatura. Contudo, apesar dessa possibilidade, na prática, é preferível conceber estruturas que evitem algum desses tipos, com o objetivo de simplificar a sua fabricação e eventual montagem.

Conforme apresentado no diagrama elaborado por Schling, Hitrec e Barthel (Figura 1.13), existem ainda três conjuntos de curvas possíveis:

1º Linhas de curvatura principal: denominam os caminhos que não possuem torção geodésica, têm como principal característica o fato de todos os seus encontros de linhas serem ortogonais.

2º Linhas geodésicas: identificam-se pela ausência de curvatura geodésica e podem ser construídas por meio de uma tira de papel deitada sobre a superfície.

3º Curvas assintóticas: são os caminhos que não possuem curvaturas normais, podendo ser construídas por faixas de papel colocadas de pé sobre a superfície.⁸⁷

Figura 1.13 – Diagrama dos conjuntos de curvaturas.⁸⁸

⁸⁷ Uma tira de papel consegue delinear um caminho que só faz dois tipos de curvatura: a torção e a curva na menor inércia da tira. Considerando que a faixa de papel é um elemento tridimensional, composto por comprimento, largura e espessura. Caso a fita seja disposta deitada, isso expressa que a largura inteira da faixa está encostando na superfície. Já no caso em que ela seja disposta de pé, entende-se que toda a espessura da tira se apoia sobre a superfície.

⁸⁸ Fonte: Disponível em <<https://www.ar.tum.de/en/ari/research-groups/011/>>. Acesso em: 02 jan. 2019.

Diante da dificuldade gerada pelos métodos numéricos compostos por complexos sistemas de equações, o arquiteto espanhol Félix Candela (☆1910; † 1997) conseguiu encontrar, por meio das propriedades dos tipos de curvatura, outra opção para reduzir o trabalho matemático envolvido na concepção estrutural. Essa solução foi alcançada por meio da utilização de polinômios⁸⁹ conhecidos para determinar de forma aproximada as superfícies resistentes, como é o caso do parabolóide hiperbólico, do hiperboloide de uma folha e do cone. Essa aproximação possui a vantagem de facilitar significativamente os cálculos matemáticos, sem perda relevante de eficiência estrutural. Além disso, a transmissão das informações do arquiteto para a obra tornou-se mais fácil, visto que a equação do polinômio era explícita, o que possibilitava o rastreamento de todos os pontos da superfície resistente. Não obstante, dentre as diversas opções de superfícies polinomiais, Candela empregou mais amplamente o parabolóide hiperbólico, pois apresentava adicionalmente a vantagem de ser uma superfície duplamente regrada.⁹⁰

Sua primeira estrutura em superfície resistente de grande relevância foi o Laboratório de Raios Cósmicos,⁹¹ cujo desafio maior do projeto foi a concepção de uma cobertura fina o suficiente para permitir a medição de raios cósmicos em seu interior. Diante de tal premissa, o arquiteto espanhol conseguiu desenvolver uma estrutura em formato de parabolóide hiperbólico que necessitasse ter apenas 20mm de espessura em seu topo (ALANÍS, 2010, p. 22).⁹²

Um dos grandes problemas que os construtores de cascas encontravam em seus projetos era o custo da fôrma para sustentar o concreto enquanto fresco. Para reduzir essa despesa, Candela recorreu a uma solução inovadora. O arquiteto sabia que a superfície do parabolóide hiperbólico poderia ser decomposta em dois conjuntos de retas ortogonais entre si, devido ao fato da cobertura ser duplamente regrada. Com essa informação, ele conseguia montar as fôrmas de suas obras sem utilizar tábuas curvas, o que reduzia consideravelmente o seu gasto com o material. Outrossim, era possível distribuir a armação do concreto por meio de vergalhões retos, o que simplificava o projeto e agilizava a execução.

⁸⁹ Polinômios são equações algébricas que consistem em combinação entre potências de variáveis e constantes numéricas.

⁹⁰ Uma superfície é denominada regrada se for obtida pela união de retas. De forma análoga, uma superfície é dita duplamente regrada se for resultado da união de duas famílias disjuntas de retas.

⁹¹ Projeto: Félix Candela. Construído em 1951, na Cidade do México, México.

⁹² Outras obras de destaque que Félix Candela construiu por meio de tal metodologia, foram a Igreja de Nossa Senhora Milagrosa, em 1955, na Cidade do México, e a Capela em Lomas de Cuernavaca, em 1959, na cidade de Lomas de Cuernavaca, México (ALANÍS, 2010).

Figura 1.14 – Obras da Discoteca *La Jacaranda*, Cidade do México, México.⁹³

Outra inovação que Candela empreendeu para otimizar os custos de suas obras foi a decisão de padronizar um sistema estrutural e repeti-lo diversas vezes. Esse foi o caso de seus famosos guarda-chuvas, que eram coberturas em formato de parabolóide hiperbólico com um mastro (GARLOCK; BILLINGTON, 2014, p. 254). É possível observar vários desses guarda-chuvas dispostos um do lado do outro no projeto do Mercado Grossista Jamaica (Figura 1.15).⁹⁴

⁹³ Nota-se as tábuas retas para fôrma de cobertura em superfície curva anticlástica. Fonte: (ALANÍS, 2010, p. 26).

⁹⁴ Projeto: Félix Candela. Construído em 1957, na Cidade do México, México.

Figura 1.15 – Mercado Grossista Jamaica e os guarda-chuvas de Candela.⁹⁵

Em 2017, a equipe da Universidade Técnica de Munique, encabeçada por Schling e Barthel, também aproveitou tais vantagens proporcionadas pelos tipos específicos de curvatura para desenvolver o projeto do Pavilhão Assimptótico.

Como o próprio nome já diz, o pavilhão é composto por elementos estruturais que percorrem apenas as linhas assimptóticas da superfície. Conforme visto na Figura 1.13, esse tipo de caminho possui apenas curvatura e torção geodésica. Tal definição possui como principal vantagem possibilitar a elaboração de seus elementos estruturais a partir de chapas retas, uma vez que essas são facilmente torcidas e flexíveis na sua menor inércia.

Ao se projetar com base nas linhas assimptóticas, ou outro tipo específico de curva, a principal dificuldade do projetista é a de como encontrar na superfície os pontos da grelha por onde passam essas curvas de maneira otimizada. Pois, devido à natureza das linhas assimptóticas, esse profissional não é capaz de controlar o seu percurso, que depende exclusivamente das curvaturas da superfície.⁹⁶ Ou seja, em alguns casos, ele terá que lidar com certas dificuldades, por exemplo, o fato da distribuição da grelha estrutural ser muito heterogênea, com trechos mais espaçados e trechos mais estreitos (SCHLING; HITREC; BARTHEL, 2017, p. 128).

⁹⁵ Fonte: (ALANÍS, 2010, p. 52).

⁹⁶ A partir de qualquer ponto de uma superfície, é possível precisar o caminho da linha assimptótica por meio da intersecção da superfície com seu plano tangente. No projeto do Pavilhão Assimptótico, a definição do percurso foi realizada por meio de algoritmo numérico iterativo, desenvolvido com o *software Rhinoceros*. Partindo de um ponto inicial, esse algoritmo determina as curvaturas locais e rastreia a tangente da linha assimptótica. Com esses dados, cria-se um novo ponto a uma distância pré-definida do ponto inicial e na direção da tangente encontrada. Esse processo é realizado iterativamente até todo percurso ser encontrado (SCHLING; HITREC; BARTHEL, 2017, p. 130).

No projeto do pavilhão, decidiu-se definir a geometria resistente por meio de uma superfície minimal.⁹⁷ Nesse tipo de superfície, a curvatura média é sempre zero⁹⁸ e os dois conjuntos de linhas assintóticas tornam-se ortogonais. Ademais, as direções assintóticas são as linhas bissetriz das direções de curvatura principal (POTTMANN et al., 2007, p. 648).

Essa interação entre curvas – conforme pode ser observada na Figura 1.18 – foi utilizada de modo muito proveitoso para o conceito estrutural, permitindo que os perfis estruturais nas direções assintóticas fossem enrijecidos e estabilizados por tirantes nas direções de curvatura principal (SCHLING; HITREC; BARTHEL, 2017, p. 130).

Figura 1.16 – Vista do Pavilhão Assintótico, Munique, Alemanha.⁹⁹

⁹⁷ Geometria minimal é a superfície com menor área que possui como contorno uma curva c pré-definida, conforme será descrito com mais detalhes na seção 1.8 *Modelos de películas de sabão e de molas*.

⁹⁸ A curvatura média é calculada para cada ponto a partir da média entre as duas curvaturas principais (k_1 e k_2). A definição da curvatura média do ponto como zero equivale a afirmar que $k_1 = -k_2$. Em superfícies minimais isso é verdadeiro para todos os pontos, com exceção de regiões planas ($k_1=k_2=0$), e dos casos em que há diferença de pressão entre faces da superfície (como em uma bolha de sabão).

⁹⁹ Fonte: Disponível em <<http://www.lt.ar.tum.de/en/research-pavilion/>>. Acesso em: 16 jan. 2019.

Figura 1.17 – Exemplo de curvaturas em superfície minimal.¹⁰⁰

Figura 1.18 – Detalhe do Pavilhão Assintótico.¹⁰¹

Em 2018, o professor Reginaldo Ronconi da FAU USP ministrou, com o auxílio do engenheiro Fernando Simões, a disciplina “Técnicas Alternativas de Construção” inspirada na obra de Munique. O objetivo da matéria era construir três esculturas, exibidas na Figura 1.19, seguindo a mesma concepção estrutural do pavilhão alemão.

¹⁰⁰ Fonte: (POTTMANN et al., 2007, p. 648).

¹⁰¹ As linhas assintóticas representadas pelos perfis de chapa dupla e as linhas de curvatura principal representadas pelos tirantes de cabos. Fonte: Disponível em <<http://www.lt.ar.tum.de/en/research-pavilion/>>. Acesso em: 16 jan. 2019.

Na disciplina, foi desenvolvido tanto a etapa de projeto das esculturas, que foram elaboradas nos *softwares Rhinoceros e Grasshopper*, quanto o processo de montagem das mesmas. Neste último, foram testadas três alternativas de conexão entre chapas: na primeira, optou-se por usar lâminas duplas sem encaixes; na segunda, foram utilizadas lâminas simples conectadas por meio de cortes até a metade da altura; e, na terceira, empregou-se uma combinação das duas alternativas anteriores, ou seja, a escultura foi montada com chapas duplas interseccionadas.

Figura 1.19 – Esculturas com linhas assintóticas.¹⁰²

1.5 Modelos com tecidos

O engenheiro suíço Heinz Isler (☆1926; † 2009) tornou-se conhecido em 1960, quando apresentou o artigo intitulado “New shapes for shells” no qual exibiu algumas metodologias não convencionais de busca da forma para cascas. Entre elas, Isler destacou a metodologia do tecido invertido como sendo a mais adequada para estruturas de casca.

O processo do tecido invertido consiste em molhar um pedaço de pano com látex ou gesso. Quando ele estiver completamente umedecido, deve ser suspenso por suas laterais e extremidades. O tecido deverá ficar nessa posição em que se encontra completamente tracionado até endurecer. Em seguida, ele deve ser virado de cabeça para baixo, para se obter uma casca estrutural em pura compressão, como ilustrado pela Figura 1.20 (ISLER, 1960 apud GARLOCK; BILLINGTON, 2014, p.250-252).

Embora essa técnica possa ser utilizada para o processo de busca da forma de estruturas em casca, ela não consegue representar todas as características de sua versão em escala real.

¹⁰² Fonte: Cartaz elaborado na disciplina AUT0131 – “Técnicas Alternativas de Construção”.

Entre tais características, vale citar os problemas de flambagem localizada, principalmente aqueles que ocorrem próximos às bordas livres e aos apoios da casca. É por causa dessas limitações que Isler utilizava a técnica do tecido invertido em conjunto com outros modelos complementares. Mesmo os modelos obtidos pela técnica do tecido invertido eram também produzidos repetidas vezes, com pequenas variações a cada tentativa. Essa estratégia permitia ao engenheiro avaliar desde a aparência das alternativas em termos de estética, até questões como tensões internas e resistência à flambagem, de maneira aproximada (CHILTON, 2012, p. 86).

Em seguida, o processo de determinação da geometria da casca era realizado de maneira manual. Heinz Isler elaborou um equipamento de medição, que consistia em uma caixa com réguas nas tábuas laterais para medir as coordenadas no plano horizontal (x , y) do modelo. As coordenadas verticais (z) da casca, por sua vez, eram obtidas por meio de um instrumento de prumo conectado a um medidor de distância, que era pendurado por cima do modelo.

O processo de medição iniciava-se com o desenho na superfície de uma malha de pontos, a partir dos quais seriam obtidos o trio de coordenadas (x , y , z). Essa malha não possuía uma densidade homogênea e variava de acordo com a forma da superfície, com os raios de curvaturas e com o grau de detalhamento exigido.¹⁰³ As coordenadas para cada ponto eram medidas diversas vezes e era admitido o seu valor médio com o intuito de evitar imprecisões.

Depois dessa etapa, as coordenadas verticais eram marcadas em uma planta estrutural, o que tinha a finalidade de verificar inconsistências e de suavizar eventuais perturbações. Para Isler, a etapa de medição era uma das mais críticas do processo de busca da forma (CHILTON, 2012, p. 87).

Para se realizar a análise estrutural das cascas, o engenheiro suíço desenvolvia modelos de resina epóxi,¹⁰⁴ que eram submetidos a diferentes cargas, a fim de se determinar as tensões internas e a resistência à flambagem da estrutura. Esses modelos não só simulavam a carga representada pelo peso próprio da casca, mas também eram capazes de precisar outras combinações de carga, inclusive aquelas de recalque dos apoios da estrutura (CHILTON, 2012, p. 88).

Apesar do cuidado de Isler com a qualidade dos insumos de seus modelos, é interessante notar que a técnica do tecido invertido podia ser replicada empregando-se apenas água no lugar

¹⁰³ Por exemplo, raios de curvaturas menores apresentam uma variação maior na coordenada vertical da superfície, o que demanda uma densidade maior de pontos na malha.

¹⁰⁴ Os modelos de resina epóxi eram produzidos a partir dos modelos de gesso e látex, que eram usados como fôrmas.

de materiais mais sofisticados, como o gesso e látex. Para isso, bastava molhar o tecido, suspende-lo por suas extremidades e colocar o modelo do lado de fora do laboratório. O frio suíço se encarregaria de congelar a água presente no tecido, mantendo assim, o modelo rígido para a execução da análise, como pode ser observado na Figura 1.20, que apresenta um dos estudos realizados pelo engenheiro suíço.¹⁰⁵

De maneira similar aos guarda-chuvas do arquiteto espanhol Félix Candela, Heinz Isler também possuía um sistema estrutural padronizado que era utilizado repetidamente para manter a sua empresa economicamente viável, além de reduzir o trabalho nos processos de busca da forma.

A estrutura padronizada de Isler era composta por coberturas sinclásticas,¹⁰⁶ que se apoiavam, em geral, em 4 cantos.¹⁰⁷ Com a padronização de tais obras, Isler conseguia economizar por meio do reuso das fôrmas para o concreto. Apesar de tábuas curvas serem peças caras e de difícil manufatura, o uso repetido das mesmas diluía o elevado custo das obras, tornando-as economicamente competitivas (GARLOCK; BILLINGTON, 2014, p. 255).

Figura 1.20 – Modelo do tecido invertido.¹⁰⁸

(a) Modelo de tecido ainda fresco; (b) Modelo de tecido rígido na posição final da casca.

¹⁰⁵ Por outro lado, o ambiente hostil da Suíça possuía algumas desvantagens. Devido a cargas como neve e vento, as estruturas de Isler eram, em média, duas vezes mais espessas do que as de outros construtores de cascas, como o arquiteto Félix Candela (GARLOCK; BILLINGTON, 2014, p. 251).

¹⁰⁶ Coberturas sinclásticas são superfícies com curvaturas para o mesmo lado, por exemplo, o formato de domos.

¹⁰⁷ O Posto de Serviço da BP – erguido em 1968, em Deitingen – e uma quadra de tênis construída em 1979, em Heimberg (ambos na Suíça), são dois projetos notórios nos quais Isler empregou esse tipo de estrutura (GARLOCK; BILLINGTON, 2014, p. 255).

¹⁰⁸ Fonte: (CHILTON, 2012, p. 89).

1.6 Uso da protensão

Ao longo das sete últimas décadas, seguindo o avanço das tecnologias e o desenvolvimento dos materiais, as estruturas de cabos de aço tornaram-se mais leves e com elementos estruturais mais esbeltos. Contudo, o revés dessa otimização foi o surgimento de novos tipos de problemas – tais como a elevação da estrutura e as vibrações indesejadas causadas pelo efeito do vento lateral ou vertical –, antes evitados pela rigidez e pelo peso das robustas estruturas.¹⁰⁹

Atualmente, tais movimentos e vibrações são minimizados de duas maneiras: por meio do aumento artificial do peso próprio da estrutura ou a partir da introdução de cabos secundários protendidos.¹¹⁰ De maneira geral, arquitetos e engenheiros preferem optar pela segunda estratégia, pois a primeira vai exatamente na direção contrária da leveza estrutural, considerada um dos principais atrativos das estruturas retesadas (DREW, 1979, p. 162).

O projeto da cobertura do Estádio Dr. Héctor A. Grauert¹¹¹ representa uma obra pioneira no uso da protensão para fins de controle de vibração e de levantamento. Nesse empreendimento, o arquiteto Lucas Ríos Demaldé junto com os engenheiros Leonel Viera e Alberto Sydney Miller propuseram construir uma cobertura em cabos de aço com fechamento em placas pré-fabricadas de concreto. A estrutura foi composta por um anel externo com 95 m de diâmetro, construído em concreto armado para resistir à compressão. Nele foram fixados cabos de aço radiais, que suspendiam um anel interno, todos trabalhando à tração. Sobre os cabos radiais foram apoiadas peças de concreto pré-fabricado em formato de cunha. O sistema estrutural, durante sua etapa de construção, pode ser visto na Figura 1.21.

O sistema estrutural, tal como proposto originalmente, apresentava-se como ineficiente contra efeitos horizontais e vibrações. Diante desse problema, a equipe de engenheiros desenvolveu uma solução prática e inovadora. A estratégia foi carregar a estrutura com lastro adicional de tijolos, inseridos após o posicionamento das peças pré-fabricadas de concreto. O aumento de carga fez com que a estrutura se deslocasse, esticando os cabos de aço. Foi nesse

¹⁰⁹ Como exemplo, é possível citar o acidente da Ponte de Tacoma Narrows, nos Estados Unidos. Na ocasião, os esforços do vento provocaram efeito de ressonância na ponte, levando à ruptura dos cabos de aço.

¹¹⁰ O arquiteto australiano Philip Drew divide as estruturas retesadas em dois tipos: as que se estabilizam pelo seu peso próprio e as que se estabilizam por meio da protensão (DREW, 1979, p. 160).

¹¹¹ Projeto arquitetônico: Lucas Ríos Demaldé. Projeto estrutural: Leonel Viera e Alberto Sydney Miller. Construído em 1957, em Montevideu, Uruguai. Também conhecido como Cilindro Municipal.

momento em que as peças pré-fabricadas foram fixadas e solidarizadas, ou seja, foram colocadas na posição deformada de equilíbrio da estrutura.

Após a cura das peças, com o concreto rígido, a equipe retirou o lastro e aliviou a cobertura. A tendência natural, após a retirada de carga, seria a de encurtar os cabos e levantar a cobertura, fazendo com que a estrutura retornasse à sua posição original. Porém, o elemento monolítico de concreto, ao impossibilitar que os cabos retornassem ao seu estado original, manteve-os tensionados, provocando um aumento de rigidez na estrutura (SALVADORI, 2011, p. 320).

Conforme a Lei de Hooke,¹¹² o alongamento compelido ao cabo pelo lastro de tijolos foi proporcional à sua força de protensão, que tem efeitos positivos em estruturas de cabos, e costuma aumentar a capacidade de carga e rigidez da estrutura.¹¹³

Figura 1.21 – Cobertura Estádio Dr. Héctor A. Grauert, Montevideu, Uruguai.¹¹⁴

No caso de estruturas compostas por superfícies sinclásticas, como o exemplo da cobertura do Cilindro Municipal, é mais difícil encontrar meios para se tensionar os cabos e,

¹¹² Explicada anteriormente na nota de rodapé 56, da seção 1.1 *Modelos de correntes e pesos*.

¹¹³ A deformação da estrutura diante de solicitações externas depende da força de protensão, do módulo de elasticidade do material e de sua seção transversal (OTTO, 1973, p. 14).

¹¹⁴ Vista dos cabos de aço e placas pré-fabricadas de concreto ainda não solidarizadas. Fonte: Disponível em <<http://elintrepidosalto mortaldelexcentrismo.blogspot.com.br/2010/05/refugio-en-camp-columbia-derivas-sobre.html>>. Acesso em: 19 fev. 2018.

em geral, opta-se por aumentar o peso próprio estrutural, com o objetivo de reduzir as deformações e vibrações diante de esforços externos. Já em superfícies anticlásticas, é possível alcançar o estado de retesamento necessário por meio dos próprios cabos estruturais.

O parabolóide hiperbólico, amplamente utilizado por Gaudí e Candela, também serviu de inspiração para a concepção da Arena de Raleigh,¹¹⁵ uma das primeiras obras de grande porte a utilizar o retesamento em superfícies anticlásticas. No projeto original, o arquiteto Maciej Nowicki e o engenheiro Fred Severud previram que a cobertura da Arena seria composta por cabos suspensos paralelos entre si e apoiados em dois grandes arcos parabólicos inclinados.

Contudo, durante a sua construção, eles alteraram a concepção estrutural por meio da adição de cabos transversais com curvatura oposta à dos cabos suspensos. A princípio, tais elementos tiveram somente o objetivo de facilitar a fixação das placas de fechamento. Porém, após a sua inclusão, a dupla percebeu que o retesamento provocado pela incorporação dos cabos transversais contraventou¹¹⁶ e aumentou a estabilidade do sistema estrutural inicialmente concebido (PAULETTI, 2003, p. 13). Como consequência, a aplicação desse sistema¹¹⁷ na construção da Arena de Raleigh marcou o início da utilização de estruturas retesadas por meio de superfícies resistentes, e não apenas por meio da combinação de estruturas planas (DREW, 1979, p. 166).¹¹⁸

No que tange ao território brasileiro, mostra-se válido apontar duas edificações que foram fortemente influenciadas pela Arena de Raleigh. Em primeiro lugar, o Pavilhão de Exposições do Rio Grande do Sul,¹¹⁹ considerado a primeira cobertura de cabos de aço construída no Brasil, em 1954. O projeto estrutural da cobertura do Pavilhão – que cobria uma área de 6200 m² e que tinha um pé direito máximo de 20 m – foi composto por dois conjuntos ortogonais de cabos de aço retesados em formato de parabolóide hiperbólico.¹²⁰ Esses conjuntos

¹¹⁵ Projeto arquitetônico: Maciej Nowicki. Projeto estrutural: Fred Severud. Construída em 1952, em Raleigh, Estados Unidos.

¹¹⁶ Contraventar é o termo que define a ação de travar uma estrutura contra esforços horizontais, em geral, de ventos.

¹¹⁷ Sistema composto por um conjunto de cabos suspensos em grandes arcos e por outro conjunto de cabos ortogonais e com curvatura oposta aos primeiros.

¹¹⁸ O Cilindro Municipal, mencionado nesta seção, o Aeroporto de Dulles e a Fábrica de Papel – estes dois últimos mencionados no item 1.2 *Membranas metálicas* – são exemplos de obras em que combinaram-se estruturas planas repetidas paralelamente ou radialmente.

¹¹⁹ Projeto arquitetônico: Jaime Luna dos Santos. Projeto estrutural: A. Borges e R. C. Alliana. Construído em 1954, na cidade de São Paulo.

¹²⁰ O primeiro conjunto era formado por 46 cabos principais de sustentação que ligavam os dois arcos de concreto armado. O segundo conjunto, formado por 19 cabos secundários, tinha como função tensionar os cabos principais. Os diâmetros dos cabos variavam entre 15,9 mm e 23,8 mm (DAVID, 1995, p. 21).

foram fixados nas extremidades do pavilhão em dois grandes arcos de concreto armado, que possuíam 59 m de vão livre, e localizavam-se a 102 m distância um do outro (DAVID, 1995, p. 21).

Figura 1.22 – Vista, planta e elevação da Arena Raleigh.¹²¹

Em segundo lugar, é necessário mencionar o pavilhão principal da Exposição Internacional de Indústria e Comércio,¹²² em São Cristóvão, Rio de Janeiro. A cobertura do pavilhão era composta por rede de cabos de aço protendidos, no formato de superfície anticlástica, tal como observado na Arena de Raleigh, com a diferença de contar com uma projeção em planta delimitada por quatro parábolas.¹²³

¹²¹ Fonte: (DAVID, 1995, p. 20).

¹²² Projeto arquitetônico: Sérgio Bernardes. Projeto estrutural: Paulo Fragoso. Construído em 1960, na cidade do Rio de Janeiro.

¹²³ Essa estrutura, que cobria uma área de 32.000m², foi considerada a maior cobertura retesada da época (AGUIAR; BARBATO, 2002, p. 127).

Durante o desenvolvimento do projeto, além dos 105 cabos portantes¹²⁴ e dos 148 cabos tensores,¹²⁵ foram adicionados cabos espia verticais em locais próximos às extremidades do eixo maior do pavilhão, e acrescentados tirantes diagonais nas regiões com menores curvaturas. Essas medidas se fizeram necessárias para se reduzir as vibrações e as oscilações da cobertura diante da ação do vento (AGUIAR, 1999, p. 175).

Algumas dificuldades de implementação do projeto original foram observadas durante a construção do pavilhão. A princípio, para a vedação da estrutura, estava prevista a utilização de chapas de plástico poliéster reforçadas com lã de vidro. Porém, no decorrer da montagem, constatou-se que não seria possível seguir com tal opção, pois as placas estavam rachando.¹²⁶

Outra dificuldade encontrada pela equipe técnica foi detectada durante o processo de retesamento dos cabos. Após o posicionamento das cordoalhas, verificou-se que elas não alcançavam a força de protensão projetada, o que causava grandes deslocamentos da estrutura em casos de carga de vento. Foi necessário reajustar a força de protensão dos cabos tensores. Tarefa que foi realizada pelo Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, por meio da elaboração de um dispositivo especial, chamado de “protensômetro”. A função desse aparelho foi verificar as forças atuantes nos cabos, de modo imediato, ou seja, sem a necessidade de afrouxá-los a cada medição (MARTINELLI, 1961 apud AGUIAR, 1999, p. 180).

Figura 1.23 – Cortes e planta do Pavilhão de Exposições do Rio Grande do Sul.¹²⁷

¹²⁴ Que apresentavam uma curvatura para cima, e foram fixados paralelamente ao menor eixo da elipse.

¹²⁵ Estes, por sua vez, possuíam a curvatura para baixo, e foram apoiados de forma paralelos ao eixo maior.

¹²⁶ O motivo para os rompimentos foi a fixação da vedação com os cabos de aço, que era demasiadamente rígida, e não permitia flexibilização do movimento entre cabos e chapas.

¹²⁷ Fonte: (DAVID, 1995, p. 22).

Figura 1.24 – Planta e corte do Pavilhão da Exposição de São Cristóvão.¹²⁸

Em relação ao contexto internacional, é válido citar o Estádio de Hockey da Universidade de Yale.¹²⁹ A cobertura desse empreendimento é composta por um arco que passa longitudinalmente no centro do estádio, e está ancorado em suas extremidades por duas paredes de cisalhamento. Cabos secundários seguem igualmente na direção longitudinal do estádio e são utilizados para a aplicação da protensão nos cabos principais, evitando assim problemas de levantamento da cobertura. Ademais, a rede de cabos suporta um telhado de placas de madeira.

A decisão arquitetônica de Eero Saarinen de erguer a cobertura sobre às entradas do edifício, que tinha como objetivo chamar a atenção para estas regiões, criou áreas com superfícies sinclástica impossíveis de serem tensionadas.¹³⁰ Além deste, outro aspecto negativo

¹²⁸ Fonte: (AGUIAR; BARBATO, 2002, p. 128).

¹²⁹ Projeto arquitetônico: Eero Saarinen. Projeto estrutural: Fred Severud. Construído em 1958, em New Haven, Estados Unidos.

¹³⁰ Por causa dessa dificuldade na etapa de protensão, essas regiões sinclásticas ficaram mais suscetíveis a deformações e vibrações.

da obra é a presença de três cabos visíveis sobre a cobertura, que têm a função de estabilizar o arco de concreto armado contra cargas assimétricas de vento ou neve (DREW, 1979, p. 172).

Figura 1.25 – Estádio de Hockey de Yale, New Haven, Estados Unidos.¹³¹

As coberturas do Ginásio Nacional de Yoyogi,¹³² construído para as Olimpíadas de 1964, podem ser consideradas outra realização emblemática no que tange ao uso da protensão. Na edificação principal do conjunto, o arquiteto Kenzo Tange, inspirado pelo Estádio de Hockey de Yale, decidiu também utilizar sistemas de coberturas tracionadas. Contudo, ao invés de recorrer a um arco de concreto armado passando longitudinalmente pelo centro da edificação, como na obra norte-americana, ele optou pela inclusão de duas enormes cordoalhas suspensas por dois mastros. Esses, por sua vez, se fixavam em paredes de cisalhamento localizadas nas extremidades do ginásio. Já para a concepção da cobertura menor da quadra de basquetebol, Tange inspirou-se em tendas mais tradicionais, com apenas um mastro central.

Não obstante, em ambos os ginásios, devido à escala do projeto, as curvaturas obtidas para a cobertura foram consideradas grandes demais para garantirem sozinhas a estabilidade da superfície resistente,¹³³ como pode ser observado na Figura 1.26.b. Kenzo Tange deu preferência a questões estéticas, em detrimento de seguir o fluxo das forças. Decisão que tornou necessário o uso de vigas rígidas de aço como elementos tracionados principais para suporte do telhado, no lugar de cabos, e diminuiu o nível de otimização estrutural (DREW, 1979, p. 174).

¹³¹ Na figura é possível observar os cabos sobre a cobertura, que servem para estabilizar o arco de concreto armado contra torsão. Fonte: Disponível em <https://assets.sbnation.com/assets/804300/Whale.jpg?_ga=2.140827575.427974370.1548277928-538001619.1548277928>. Acesso em: 19 jan. 2019.

¹³² Projeto arquitetônico: Kenzo Tange. Projeto estrutural: Yoshikatu Tsuboi. Construído em 1964, em Tóquio, Japão.

¹³³ Áreas com curvaturas grandes tendem a funcionar como estruturas planas, o que pode aumentar as deformações e a suscetibilidade a vibrações. É mais clara a visualização das regiões com curvaturas maiores, quase planas, próximas aos apoios e na base do cume.

Figura 1.26 – Ginásio Nacional de Yoyogi, Tóquio, Japão.¹³⁴

1.7 Coberturas do tipo “roda de bicicleta”

O círculo é uma forma otimizada para estruturas retesadas. Além dele possuir o menor perímetro para uma mesma área, as suas características de equidistância para o centro e curvatura constante garantem que os esforços de tração serão ancorados de forma homogênea (DREW, 1979, p. 161). A cobertura do Coliseu de Roma é um dos primeiros registros de estruturas retesadas, nos moldes das grandes construções da atualidade,¹³⁵ que fez uso de tais vantagens (DREW, 1979, p. 94).¹³⁶

Um empreendimento mais recente a fazer uso do círculo como solução estrutural foi o Auditório do Memorial de Utica,¹³⁷ executado em 1960, cujo projeto da cobertura foi concebido pelo engenheiro americano Lev Zetlin (☆1918; † 1992). O maior desafio enfrentado pelo engenheiro durante a fase de projeto foi a necessidade de criar uma cobertura com capacidade

¹³⁴ (a) Visão superior do complexo. Fonte: Disponível em <<https://theolympians.co/2015/07/23/the-cathedral-known-as-the-national-gymnasium-designed-by-kenzo-tange/>>. Acesso em: 24 jan. 2019; (b) É possível notar os trechos com grandes curvaturas na cobertura, próximos ao cume e ao contorno da edificação. Fonte: Disponível em <<http://archeyes.com/national-gymnasium-for-tokyo-olympics-kenzo-tange>>. Acesso em: 24 jan. 2019.

¹³⁵ Era também comum o uso de estruturas retesadas para cobrir ruas, fóruns e pátios internos de edificações, que, no entanto, apresentavam um porte reduzido.

¹³⁶ O engenheiro italiano Giuseppe Cozzo deduziu, em estudos referentes à reconstrução da cobertura do coliseu, que a sua estrutura era composta por cabos radiais, tracionados com auxílio de mastros de madeira verticais, polias e guinchos, situados ao longo da circunferência do coliseu. Esses cabos radiais suportavam um anel de tração no centro da estrutura, que foi deixado sem cobertura para economia de material e facilitar o corte dos tecidos (GRAEFFE, 1972 apud DREW, 1979, p. 96). Em outro estudo, o arquiteto francês Auguste Caristie apresenta, uma reconstrução do Teatro Antigo de Orange, que se localizava em Orange, na França. No caso do teatro, a planta semicircular expunha alguns desafios de projeto desse tipo de cobertura, como a complexidade de se ancorar as forças advindas dos cabos do anel interior (CARISTIE, 1856 apud DREW, 1979, p. 98).

¹³⁷ Projeto arquitetônico: Gehron & Seltzer Architects. Projeto estrutural: Lev Zetlin. Construído em 1960, em Utica, Estados Unidos.

para vencer grandes vãos e, ao mesmo tempo, oportunamente leve para não sobrecarregar as fundações do edifício, que seria erguido em terreno com condições de solo ruim.

Para vencer tal desafio, Zetlin desenvolveu a primeira estrutura no sistema de roda de bicicleta horizontal da qual se tem registro. A estrutura do engenheiro americano se assemelhou à cobertura do Cilindro Municipal de Montevideu – apresentada na seção 1.6 *Uso da protensão* no sentido de que ambas as obras eram compostas por anel de compressão, anel de tração e conjunto de cabos radiais. No entanto, a inovação proporcionada por Zetlin veio da introdução de um anel interno de tração e de um conjunto de cabos radiais adicionais, posicionados acima dos demais componentes. De modo complementar, também foram acrescentadas escoras rígidas entre os dois conjuntos de cabos radiais e entre os dois anéis internos, com o objetivo de afastá-los e criar uma cobertura ligeiramente abobadada (SALVADORI, 2011, p. 324).

O sistema estrutural proposto para o Memorial de Utica é apresentado na Figura 1.27.

Esse afastamento entre cabos assegurou o estado de retesamento da estrutura e resolveu o problema de levantamento da cobertura provocado pelo efeito de sucção do vento. Além disso, o fato de cada camada de cabos ter uma frequência natural diferente proporcionou melhor desempenho contra vibração, pois os próprios cabos atuavam como sistema de amortecimento. Outro impacto positivo dessas alterações de Zetlin foi a drenagem da água para as bordas do auditório, que antes era feita no centro do edifício (DREW, 1979, p. 162).¹³⁸

Figura 1.27 – Sistema estrutural da cobertura do Memorial de Utica.¹³⁹

¹³⁸ Esse sistema estrutural foi utilizado diversas vezes em projetos posteriores, sobretudo em coberturas de estádios e em arenas multiuso, como no estádio do Maracanã e do Nacional de Brasília.

¹³⁹ Fonte: Disponível em <<http://www.uticaod.com/x775083968/Aud-architecture-made-it-breakthrough-facility>>. Acesso em: 14 fev. 2018.

1.8 Modelos de películas de sabão e de molas

De acordo com o historiador de arquitetura alemão Winfried Nerdinger, os projetos de Frei Otto sempre carregaram consigo o aspecto efêmero da arquitetura. Para Otto, as premissas de suas construções deveriam ser a minimização de massa, material e energia, o que permitiria passar a ideia de flexibilidade, adaptabilidade e de mudança (NERDINGER, 2005, p. 12).

Foi munido de tais princípios que Otto começou a trabalhar no Instituto de Estruturas Leves, em Stuttgart, Alemanha, instituição na qual elaborou grande parte dos seus modelos de estruturas retesadas. No local, em 1967, Otto desenvolveu um dos projetos mais significativos de sua carreira, o Pavilhão de Exposições de Montreal.¹⁴⁰

Para conceber tal projeto, o arquiteto concentrou seus esforços com a busca pela superfície minimal, que foi um exercício inicialmente proposto em 1769 pelo matemático francês Joseph-Louis Lagrange (☆1736; † 1813) e consistia em encontrar a superfície com menor área que possuisse como contorno uma curva c pré-definida (POTTMANN et al., 2007, p. 647).¹⁴¹

Apesar de matematicamente complexas de serem obtidas¹⁴², as formas minimais podem ser alcançadas empiricamente através de modelos físicos. Ao longo de sua carreira, Frei Otto desenvolveu de forma sistemática inúmeros modelos de película de sabão, a fim de encontrar superfícies cujas tensões fossem uniformes. Em seus experimentos, Otto criava, por exemplo, elementos de contorno fixo, como arames, e os mergulhava em solução de água com detergente. Ao tira-los da mistura, ele era capaz de observar a forma minimal do contorno escolhido.

De um lado, a grande vantagem desse método era que as películas de sabão adquiriam de forma natural, sem grandes esforços, uma forma com área mínima. Pois os pontos com maior concentração de material – e, conseqüentemente, de tensão – eram dissolvidos para as regiões

¹⁴⁰ Projeto arquitetônico: Frei Otto e Rolf Gutbrod. Projeto estrutural: Fritz Leonhardt. Construído em 1967, na cidade de Montreal, Canadá.

¹⁴¹ Esse exercício também é conhecido como o Problema de Plateau. A superfície minimal é caracterizada pelo seu estado uniforme e isotrópico de tensões (PAULETTI, 2003, p. 178). E em se tratando de superfícies sem diferença de pressão interna e externa, as superfícies minimais nunca formarão superfícies de apenas uma curvatura ou de curvatura sinclástica. Além disso, se forem utilizadas linhas de contorno que pertençam todas a um plano, a superfície minimal correspondente também estará contida no mesmo. Por fim, em todos os outros casos, a geometria gerada pela superfície minimal será anticlástica.

¹⁴² Existem infinitas variações de superfícies com a mesma curva limite c pré-determinada e, entre todas essas opções, deve-se encontrar a solução ótima, que apresenta a menor área de superfície. O problema atual depende de inúmeras variáveis e, por esse motivo, possui grande grau de complexidade (POTTMANN et al., 2007, p. 647).

com menor concentração, até toda a estrutura da película de sabão formar uma camada homogênea, o que consistia na superfície minimal. Por outro lado, a principal desvantagem de tais modelos estava na dificuldade de mensurar os resultados obtidos, uma vez que as películas de sabão são elementos sensíveis, que não podem ser tocados.

Diante desse desafio, Frei Otto constatou que a melhor maneira de extrair as informações do modelo seria por meio da fotogrametria.¹⁴³ Porém, mesmo com o auxílio dessa técnica, as películas de sabão eram tão transparentes que não apareciam nas fotografias, independente do uso dos equipamentos mais avançados da época, como câmeras estéreo que tinham a capacidade de fotografar em 3D (SCHEIFFELE, 2016, p. 348).

Um auxiliar da equipe técnica de Otto descobriu uma solução para tal problema, propondo a utilização de grãos de pólen sobre as membranas de sabão,¹⁴⁴ para deixá-las mais visíveis à câmera. O pólen também apresentava o benefício de marcar os pontos de suas superfícies, que eram necessários para discretizá-las.¹⁴⁵

De forma complementar, durante a captura da imagem, as membranas eram iluminadas com luz ultravioleta, o que aumentava o contraste de tons da fotografia, facilitando a percepção dos contornos das películas de sabão. Em conjunto, tais procedimentos possibilitavam extrair as informações do modelo de película, que representava etapa fundamental no processo de busca da forma (SCHEIFFELE, 2016, p. 348).

A Figura 1.28.a mostra a similaridade entre o modelo para a Tenda da Exposição de Jardim Nacional, desenvolvido por Otto por meio da técnica da película de sabão, e a estrutura em tamanho real, representada pela Figura 1.28.b. O projeto de Otto – executado em 1957, em Colônia, Alemanha – foi composto por uma estrutura elaborada em membrana, que formava uma tenda com doze pontas.

¹⁴³ A Fotogrametria é a técnica de utilizar a imagem fotográfica para medir a forma, as dimensões e a posição dos objetos contidos nela.

¹⁴⁴ Por serem leves, os grãos de pólen não alteravam a superfície estrutural da película de sabão.

¹⁴⁵ Discretizar consiste em dividir ou particionar um todo em partes com menor complexidade, a fim de facilitar os cálculos. O termo também é utilizado para expressar a individualização de um corpo contínuo em unidades individuais (ou discretas).

Figura 1.28 – Tenda da Exposição de Jardim Nacional de 1957, Colônia, Alemanha. ¹⁴⁶
 (a) Modelo de película de sabão; (b) Vista da cobertura em Colônia.

De maneira aproximada, é possível obter os mesmos efeitos do modelo de filme de sabão a partir de modelos de molas tracionadas de forma uniforme. Essa opção acrescenta ainda a vantagem de facilitar o registro fotográfico do experimento.

Outra condição partilhada pelos modelos é o fato deles permitirem desconsiderar a diferença provocada pela gravidade na superfície minimal, quando a força de tração for muito maior do que os seus pesos próprios (ROLAND, 1965, p. 9).

Ambos modelos foram utilizados no desenvolvimento do Pavilhão Alemão de Exibição, em Montreal, primeira obra permanente de grande porte que Frei Otto concebeu, em 1967, a partir do sistema retesado. O empreendimento marcou também a primeira vez em que os

¹⁴⁶ Fonte: (a) (VRACHLIOTIS et al., 2017, p. 311); (b) (VRACHLIOTIS et al., 2017, p. 315).

modelos e técnicas de concepção atenderam aos requisitos estruturais de rede de cabos protendidos de grande porte (DREW, 1979, p. 179).

O primeiro esboço do projeto do pavilhão propunha que a estrutura da cobertura fosse formada por uma rede de cabos anticlástica suspensa por oito mastros com alturas variáveis, e puxada para baixo por três apoios no solo. Segundo os cálculos da equipe de Frei Otto, esses mastros e apoios fixados a diferentes alturas garantiriam as curvaturas e as tensões necessárias à rede de cabos.¹⁴⁷

Com essa proposta, em parceria com o arquiteto Rolf Gutbrod, Frei Otto ganhou o concurso para a construção do Pavilhão Alemão. O time liderado pela dupla de arquitetos ficou responsável pela cobertura, que foi calculada pelo escritório Leonhardt & Andrä, sob a coordenação de Harald Egger (SCHEIFFELE, 2016, p. 333).

A estrutura da cobertura acabou sendo composta por cabos com 12 mm de diâmetro distribuídos em malha quadriculada com espaçamento de 50 cm, fixos entre si por conectores com dois parafusos, exibido na Figura 1.29. Tal opção levou a uma conexão rígida, que não permitia rotação entre cabos. Essa rotação ocorre, principalmente, em casos nos quais há variação de cargas atuantes, pois a estrutura apresenta a tendência de encontrar uma nova forma, quando sua solicitação é modificada. No caso do pavilhão, que possuía a malha quadriculada, os cabos alterariam suas curvaturas e ângulos internos, o que transformaria os quadrados da malha em losangos. Ao se travar os ângulos entre cabos, os conectores aumentaram a rigidez da estrutura, porém também introduziram esforços fletores nos cabos, o que os deixou com formato de “S” entre dois conectores adjacentes.

¹⁴⁷ Esse esboço inicial foi concebido com o auxílio do arquiteto americano Larry Medlin, que participou da primeira etapa de elaboração do projeto do Pavilhão. Nessa ocasião, eles produziram modelos de tule na escala 1:100, que tiveram o objetivo de permitir a observação dos espaços e do envelope da edificação (SCHEIFFELE, 2016, p. 334). Tule é um tecido fino, leve e transparente, tramado com fios de algodão ou seda, formando uma rede de malhas redondas ou poligonais.

Figura 1.29 – Detalhe do nó entre cabos com dois parafusos.¹⁴⁸

Devido à complexidade do projeto, a obtenção exata dos comprimentos de corte dos elementos estruturais só pôde ser realizada de maneira empírica, ou seja, a partir dos modelos físicos. Por esse motivo, foram realizados diversos tipos de testes e experimentações, cada um com certas vantagens e limitações. É válido citar o modelo utilizado para analisar a carga de vento, que era feito de madeira, na escala 1:150, e possuía pequenos tubos de vidro com álcool para medir a pressão do vento (Figura 1.30).

Para a medição dos elementos estruturais foi utilizado outro modelo, em escala 1:75, composto por finos fios de aço que deveriam representar a forma exata da estrutura em seu estado de retesamento (Figura 1.31). Um a cada quatro cabos foi retratado no modelo e foi necessário desenvolver mecanismos para medir a tensão em cada um.

Nessa etapa de medição, houve um problema na tarefa de determinar a localização espacial de cada nó. Como solução, foram utilizados dois métodos – o primeiro realizado a partir da utilização de ferramentas mecânicas, e o segundo executado a partir da fotogrametria – que permitiram melhorar a precisão das localizações espaciais de cada nó.

Durante o processo de medição, o modelo era colocado sob tração e, com auxílio dos equipamentos, obtinham-se os dados de tensão e de deformação da estrutura. Sob a rede de cabos previu-se a fixação de membrana de fibras de poliéster revestidas com PVC, que serviria como fechamento. Essa também foi modelada em escala, com o uso de tecido (SCHEIFFELE, 2016, p. 334).¹⁴⁹

¹⁴⁸ Fonte: Disponível em <<https://www.detail.de/artikel/die-denkmodelle-des-meisters-des-leichtbauserforsche-28496/>>. Acesso em: 06 out. 2018. (Fotos: saai – Südwestdeutsches Archiv für Architektur und Ingenieurbau, Karlsruher Institut für Technologie, Werkarchiv Frei Otto).

¹⁴⁹ Ao final, no desenvolvimento de testes e modelos para a obra, estima-se que foram gastas aproximadamente 25.000 horas de trabalho (VRACHLIOTIS *et al.*, 2017, p. 44).

Figura 1.30 – Modelo do pavilhão alemão em madeira para túnel de vento.¹⁵⁰

Figura 1.31 – Modelo na escala 1:75 na mesa de medição.¹⁵¹

¹⁵⁰ Fonte: Disponível em <<https://www.detail.de/artikel/die-denkmale-des-meisters-des-leichtbauserfoerschen-28496/>>. Acesso em: 06 out. 2018. (Fotos: saai – Südwestdeutsches Archiv für Architektur und Ingenieurbau, Karlsruher Institut für Technologie, Werkarchiv Frei Otto).

¹⁵¹ Fonte: Disponível em <<https://www.detail.de/artikel/die-denkmale-des-meisters-des-leichtbauserfoerschen-28496/>>. Acesso em: 06 out. 2018. (Fotos: saai – Südwestdeutsches Archiv für Architektur und Ingenieurbau, Karlsruher Institut für Technologie, Werkarchiv Frei Otto).

Na estrutura real, a membrana foi fixada após o tensionamento da rede de cabos, em panos de até 400 m² e a uma distância de 15 a 25 cm abaixo da estrutura de aço. A membrana apresentou patologias com problemas de infiltração, pois as juntas entre panos tiveram que ser feitas por meio de costura – procedimento padrão para a época – e o tecido artificial deixava uma pequena folga no local em que a linha passava. Esse problema foi corrigido colando-se tiras de membrana sob as linhas de costura (SCHEIFFELE, 2016, p. 336).

Outra complicação decorreu do objetivo de minimizar a carga de neve sobre a cobertura, de modo a deixá-la mais leve. Para conseguir essa redução, ficou determinado que a temperatura interna do pavilhão deveria ser mantida a pelo menos 12°C positivos no inverno, dessa forma a neve que se depositasse sobre a membrana derreteria e evitaria o acúmulo de peso. No entanto, durante o inverno de 1969 foi necessário desligar o aquecimento interno do Pavilhão. Esse procedimento ocasionou um acúmulo de neve além do previsto no projeto, o que resultou na ruptura parcial de um dos trechos da cobertura. Felizmente, o colapso foi pequeno e pode ser visto na Figura 1.32. Não obstante, a estrutura foi demolida em 1972, para dar lugar às instalações dos Jogos Olímpicos de 1976 (SCHEIFFELE, 2016, p. 338).

Figura 1.32 – Ruptura parcial da cobertura do pavilhão alemão, Montreal, Canadá.¹⁵²

Apesar dos problemas, a obra do Pavilhão Alemão de Exibições de Montreal provou ser possível projetar estruturas retesadas e definir o seu padrão de corte com precisão, de modo a

¹⁵² Fonte: (SCHEIFFELE, 2016, p. 139).

possibilitar a pré-montagem de seus elementos estruturais em fábrica e o posterior transporte ao local da obra. O novo método foi de encontro às metodologias utilizadas em pontes suspensas e em outras coberturas retesadas, que consistiam em posicionar, medir e cortar os cabos no próprio canteiro de obras. Além disso, a técnica utilizada em Montreal apresentou como principais vantagens a economia nos custos e no tempo de execução do empreendimento.

2 Capítulo II – Métodos numéricos de busca da forma

A aplicação da força computacional aos processos de busca da forma ampliou, de modo significativo, as possibilidades de criação de estruturas retesadas. Um exemplo emblemático de tal impacto positivo foi a obra do Estádio Olímpico de Munique, concebida pelo arquiteto Frei Otto, em 1972. Nesse empreendimento inaugurou-se o uso de tecnologias computacionais na concepção da forma de sistemas de cabos de aço (HOLGATE, 1997, p. 97).¹⁵³

O segundo capítulo visa abordar as metodologias de busca da forma numéricas ou digitais, com enfoque no método das Densidades de Forças. Assim como o Capítulo I, ele dará prioridade às inovações empíricas que moldaram o campo de estudos. Contudo, com exceção do Estádio Olímpico de Munique e do Teatro Epidauro, do arquiteto brasileiro Luiz Paulo Cobra Monteiro, de 1996, não foi possível obter informações acerca dos métodos específicos que foram utilizados em cada obra. Dessa forma, considerou-se mais produtivo apresentar de maneira separada as metodologias numéricas e as obras de redes de cabos de aço que se tornaram emblemáticas.¹⁵⁴

A listagem se iniciará com a análise da construção do Estádio Olímpico de Munique, empreendimento em que inaugurou-se a utilização de métodos de busca da forma numéricos. Em seguida, serão apresentados os métodos numéricos mais utilizados atualmente, com destaque para o método das Densidades de Forças. Por fim, será exposta coletânea de obras contemporâneas que fizeram uso de tecnologias computacionais, a fim de ilustrar os desafios que tais empreendimentos encontraram durante as etapas de concepção, desenvolvimento e execução.

Os empreendimentos serão analisados na seguinte ordem:

2.2 *Método das Densidades de Forças*: Projeto do Estádio Olímpico de Munique (1972), de Frei Otto;

2.4 *Método dos Elementos Finitos*: Teatro Epidauro (1996), de Luiz Paulo Cobra Monteiro;

2.6.1 *Hiperboloide de uma folha*: Projeto da Torre de Resfriamento de Schmehausen (1974), de Leonhardt und Andrä;

¹⁵³ O Estádio Olímpico de Munique possui, inclusive, dimensões sete vezes maiores do que o Pavilhão Alemão de Exposições de Montreal, última obra na qual Otto utilizou apenas modelos físicos para a concepção estrutural.

¹⁵⁴ Entrou-se em contato com alguns dos escritórios técnicos responsáveis pela realização das obras apresentadas ao longo do Capítulo II. Entretanto, na maioria dos casos, não lhe foram concedidas as informações referentes aos métodos computacionais utilizados pelas equipes técnicas.

2.6.2 *Uso de fechamentos pneumáticos*: Projeto do Khan Shatyr Entertainment Center (2010), de Foster + Partners;

2.6.3 *Fachadas planas*: Projeto do Hotel Kempinski (1993), de Jahn;

2.6.4 *Estruturas tensegrity*: Projeto da Ponte Kurilpa (2009), de Cox Rayner Architects;

2.6.5 *Estruturas adaptativas*: Projeto do *Stuttgarter Träger* (2003), da Universidade de Stuttgart.

Espera-se com essa seleção de obras, ilustrar os desafios encontrados e as vantagens potenciais tanto das estruturas de cabos de aço retesados, quanto das metodologias numéricas de busca da forma.

2.1 Métodos numéricos de busca da forma diretos e indiretos

De acordo com o engenheiro alemão Werner Sobek, os métodos numéricos de busca da forma podem ser divididos em duas categorias: métodos diretos e métodos indiretos (SOBEK, 2007).

Os métodos diretos mais utilizados são: o das Densidades de Forças, a solução numérica que descreve o comportamento de membranas, e também os métodos indiretos combinados com estratégias de otimização. Eles servem para encontrar a forma estrutural a partir de um estado pré-definido de tensões sob o caso de carga determinante da estrutura. Nesses métodos, a geometria inicial não tem importância e pode ser desconhecida, pois somente as condições de contorno e os relacionamentos entre os nós precisam ser inseridos como dados de entrada. Por essa característica, os métodos diretos podem ser utilizados para modelar estruturas como películas de sabão que encontram-se em estado de tensão uniforme e isotrópico, ou estruturas mais complexas, como treliças, que apresentam componentes com especificações de tensões variadas.

Já os métodos indiretos mais empregados baseiam-se no método dos Elementos Finitos.¹⁵⁵ Eles fornecem a representação numérica dos métodos físicos, permitindo simular o modelo de correntes e pesos, por exemplo, através da modelagem dos parâmetros de materiais e de carregamentos da estrutura a ser concebida. Também podem ser chamados de métodos de deformação, pois partem de uma geometria inicial que é deformada até que os requisitos do projeto sejam atendidos.

¹⁵⁵ Descrito na seção 2.4 *Método dos Elementos Finitos*.

Em algumas situações, os métodos indiretos não conseguem encontrar solução válida para os estados de tensões na estrutura, como em uma superfície plana horizontal isoestática que encontra-se submetida às solicitações decorrentes do seu próprio peso. Nessa situação os métodos indiretos não conseguem definir uma condição de equilíbrio para as tensões internas da estrutura, mesmo que a qualidade de seus resultados seja melhorada por meio incorporação de algoritmos de controle.

Por esse tipo de limitação, os métodos indiretos se apresentam como menos adequados para resolver esses problemas de busca da forma.

2.2 Método das Densidades de Forças

2.2.1 Estádio Olímpico de Munique

Figura 2.1 – Vista do Estádio Olímpico de Munique, Alemanha.¹⁵⁶

Em 1972, foi inaugurado o Estádio Olímpico de Munique (Figura 2.1),¹⁵⁷ com capacidade de 80.000 assentos no estádio principal e demais instalações.¹⁵⁸ O projeto

¹⁵⁶ Fonte: Disponível em <<https://www.sbp.de/en/project/roof-for-munich-olympic-stadium-1972/?viewType=grid>>. Acesso em: 28 dez. 2018.

¹⁵⁷ Projeto arquitetônico: Behnisch + Partner e Frei Otto. Projeto estrutural: Leonhardt und Andrä. Construído em 1972, em Munique, Alemanha.

¹⁵⁸ Que incluíam uma arena coberta, piscina coberta, instalações para treinos e residência para 3.000 atletas.

arquitetônico, concebido pelo escritório Behnisch + Partner, baseou-se no projeto de Otto para o Pavilhão de Montreal, de 1967. A ideia consistiu em adaptar o conceito da cobertura do pavilhão para a situação de um estádio. Quatro fatores tiveram grande influência na etapa de desenvolvimento do projeto (SCHEIFFELE, 2016, p. 342).¹⁵⁹

O primeiro deles foi o cronograma dos jogos, que limitava o tempo disponível para a realização da obra.

A segunda condição foi a necessidade de encontrar o equilíbrio entre a construção de uma estrutura que fosse capaz de atender às necessidades do evento, sem prolongar demais o tempo de execução e nem elevar os custos financeiros do empreendimento.

O terceiro fator de influência sobre o projeto foi as demandas das empresas de televisão, que necessitavam que as instalações fossem bem iluminadas, contassem com poucas regiões de sombra, e tivessem boa acústica.

O quarto fator foi representado pelos fatores climáticos. Assim como as premissas da cobertura do Pavilhão de Montreal, a rede de cabos de aço do Estádio deveria resistir às cargas de vento e de neve.¹⁶⁰ Ventos com velocidades de até 120 km/h e acúmulo de neve e gelo poderiam impor cargas muito elevadas para a estrutura, que seriam prejudiciais. A equipe chegou a considerar a possibilidade de utilizar enormes ventiladores sob a cobertura, que jogariam ar quente nela com o objetivo de impedir o acúmulo de neve, novamente como ocorrido no Pavilhão de Montreal.¹⁶¹ Por motivo do alto custo, optou-se por não implantar tais ventiladores e calcular a estrutura com carga total. Também por fatores climáticos e pela direção principal dos ventos, decidiu-se posicionar a cobertura retesada no lado oeste do estádio, cobrindo aproximadamente 65% dos assentos.

A partir das quatro premissas descritas acima, ficou definido que a cobertura retesada seria composta por 9 redes anticlásticas de cabos de aço com diâmetro de 25 mm, distribuídos

¹⁵⁹ Esse complexo esportivo foi desenvolvido para os Jogos Olímpicos de 1972, a partir da temática “Olimpíadas Sustentáveis”. Em função desse mote, o Estádio e as instalações adjacentes tiveram que ser concebidos de forma a possibilitar que fossem adaptados para serem utilizados pela população local, após a realização dos jogos. A estrutura retesada e o fechamento transparente – componentes das coberturas das edificações – foram tecnologias revolucionárias para a época, tanto em termos técnicos quanto estéticos. A escolha em utilizá-los resultou em inúmeros benefícios para a região que, até os dias de hoje, atrai legiões de turistas.

¹⁶⁰ A ocorrência de chuvas congeladas e de granizo é relativamente alta na região de Munique, podendo chegar a 75 dias por ano, na média. Chuva congelada é um tipo de precipitação que ocorre com temperaturas baixas quando a gota, ao impactar com alguma superfície, recebe a energia necessária para alterar instantaneamente o seu estado do líquido para o sólido.

¹⁶¹ Durante a fase de desenvolvimento do projeto do Estádio de Munique, ainda não havia ocorrido a ruptura parcial da estrutura de Montreal, causada pelo desligamento do sistema de aquecimento.

em uma grelha de formato quadrangular de 762 mm , apresentadas na Figura 2.2. Essas redes tinham que vencer um vão livre de até 65 m, com altura máxima de 58 m. Para que esse feito fosse possível, em primeiro lugar, elas foram suportadas por 8 mastros localizados atrás das arquibancadas,¹⁶² com alturas variáveis de 50 a 70 m. Em segundo lugar, foram criadas colunas flutuantes que se apoiavam nos próprios cabos de aço. A estrutura é representada na Figura 2.3.

Ao todo, foram utilizados mais de 408 km de cabos de aço e o total de tração neles excedeu 4.500 toneladas. Essa carga elevada sobrecarregou as fundações, que inicialmente seriam estruturadas em ancoragens protendidas, foram, porém, constituídas por blocos gigantes de concreto que, em alguns casos, chegaram a contar com dimensões de 6 m por 18 m.¹⁶³

Figura 2.2 – Rede típica de cabos e modo de disposição das 9 redes sobre as tribunas.¹⁶⁴

¹⁶² Porque eles atrapalhariam a visibilidade dos espectadores.

¹⁶³ Essas fundações, desproporcionais em relação à leveza aparente da estrutura, são necessárias para resistir aos esforços horizontais de tração decorrentes sobretudo da protensão, mas também de ventos de sucção e laterais atuantes nas coberturas.

¹⁶⁴ Fonte: (VRACHLIOTIS et al., 2017, p. 48).

Figura 2.3 – Fluxo das forças e sistema estrutural em vista lateral e perspectiva.¹⁶⁵

De modo similar ao Pavilhão de Montreal, inicialmente, cogitou-se o fechamento em membrana, que seria fixada por baixo da rede de cabos. Porém, por pressão das empresas de televisão, que demandavam a captação de imagens mais claras e com cores mais vibrantes, decidiu-se pelos painéis acrílicos com tonalidade bronze¹⁶⁶ e dimensões de 2,9 m por 2,9 m, que foram instalados sobre a rede de cabos de aço.¹⁶⁷

A princípio, Frei Otto não aceitou o convite para conceber o projeto da cobertura do Estádio, por julgar não ter o conhecimento técnico necessário para realizá-lo, tampouco saber precisar qual seria o comportamento da estrutura. Entre os desafios que ele considerava intransponíveis, destacavam-se a área construída do Estádio, de 70.000m², sete vezes maior do que a do Pavilhão de Montreal, e a necessidade da obra de Munique contar com vãos livres relativamente maiores.

A Figura 2.4 ilustra a diferença de porte das obras. Nela, a projeção em planta da cobertura do Estádio Olímpico de Munique é colocada ao lado de outras seis coberturas retesadas, que são: (1) Pavilhão Alemão de Montreal;¹⁶⁸ (2) Ginásio Nacional de Yoyogi de

¹⁶⁵ Fonte: (VRACHLIOTIS et al., 2017, p. 48).

¹⁶⁶ A tonalidade bronze também auxiliava na redução do ofuscamento e da temperatura nas arquibancadas.

¹⁶⁷ Como será apresentado na seção 2.7.1 *Deformações em malhas quadradas*, a opção por painéis maiores foi o jeito de tornar a fabricação do fechamento mais econômica, ao diminuir o número de painéis individuais.

¹⁶⁸ Analisado na seção 1.8 *Modelos de películas de sabão e de molas*.

Basquetebol; (3) Ginásio Nacional de Yoyogi Principal; (4) Estádio de Hóquei Estocolmo-Johanneshov; (5) Estádio de Hóquei da Universidade de Yale; e (6) Arena Raleigh.¹⁶⁹

Figura 2.4 – Comparação entre os tamanhos das coberturas.¹⁷⁰

A partir da recusa de Otto, a equipe de Behnisch procurou o engenheiro suíço Heinz Isler¹⁷¹ para ficar encarregado do projeto da cobertura do complexo. Para cumprir a tarefa, Isler desenvolveu um modelo de tecido em escala, que era a sua área de experiência. No entanto, ele acabou desistindo de prosseguir com o projeto em face de certas dificuldades específicas decorrentes do porte da estrutura. Diante dessa nova negativa, a equipe de Behnisch decidiu que a participação de Frei Otto seria fundamental para a realização do projeto, uma vez que não havia outra pessoa acessível com conhecimentos nesse tipo de estrutura (SCHEIFFELE, 2016, p. 342).

Após decidir integrar a equipe técnica do projeto de Munique, Frei Otto e Fritz Leonhardt – engenheiro responsável pela obra – recorreram ao especialista alemão em

¹⁶⁹ O Ginásio Nacional de Yoyogi, o Estádio de Hóquei da Universidade de Yale e a Arena Raleigh são examinados na seção 1.6 *Uso da protensão*.

¹⁷⁰ Fonte: (HOLGATE, 1997, p. 65).

¹⁷¹ Mencionado no item 1.5 *Modelos com tecidos*.

geodésia,¹⁷² Klaus Linkwitz (☆1927; † 2017), que teve a tarefa inicial de utilizar a fotogrametria nos modelos desenvolvidos por Otto, para determinar o padrão de corte dos cabos. Porém, mesmo com equipamentos de última geração, como câmeras estéreo, o modelo e o método de medição não forneciam dados com a precisão que o porte da obra demandava.

A Figura 2.5 apresenta uma das metodologias utilizadas pela equipe de Otto para mensurar as curvas de nível da cobertura do complexo aquático. A medição funcionava da seguinte maneira: era colocado um anteparo com barras horizontais espaçadas uniformemente entre os raios solares e o modelo. O que permitia que as sombras da grelha fossem projetadas sobre a maquete, sinalizando dessa forma as curvas de nível.¹⁷³

Figura 2.5 – Modelo para obtenção das curvas de nível.¹⁷⁴

¹⁷² Geodésia é a disciplina que se encarrega do levantamento de dados acerca da superfície terrestres e do estudo de suas representações. No caso de Munique, os conhecimentos em geodésia foram utilizados para obtenção dos dados da superfície estrutural.

¹⁷³ Ao longo do projeto de Munique, foram criados diversos modelos físicos, compostos tanto de molas quanto de tule, com escala variando de 1:100 até 1:200.

¹⁷⁴ Equipamento desenvolvido por Frei Otto e equipe para obtenção das curvas de nível em modelos físicos. Fonte: (VRACHLIOTIS et al., 2017, p. 27).

Para o projeto do Estádio de Munique, Otto também recorreu ao mecanismo de medição da tensão do modelo em escala, que já havia desenvolvido para o Pavilhão de Montreal. Contudo, a redução da escala de 1:75 (utilizada no Pavilhão) para 1:125, necessária para viabilizar a montagem do modelo físico do Estádio, resultou em dados que não tinham exatidão suficiente para a realização dos padrões de corte (SCHEIFFELE, 2016, p. 344).

As pequenas imprecisões intrínsecas aos modelos físicos e à técnica da fotogrametria impossibilitaram, portanto, a utilização de tais metodologias na concepção da cobertura do Estádio. Devido à magnitude da obra, qualquer informação inexata poderia resultar em ajustes dispendiosos durante a montagem da estrutura ou, ainda mais grave, em acidentes causados por rupturas da construção. Tais imprecisões também poderiam causar regiões com tensões acima do limite aceitável – que fariam o material trabalhar de maneira plástica¹⁷⁵ – e, ao mesmo tempo, deixar outras regiões com cabos frouxos. O que, por sua vez, poderia causar patologias, como acúmulo de água ou rachaduras nos elementos de fechamento.¹⁷⁶

Diante dessas dificuldades, tornou-se claro para Linkwitz que a técnica da fotogrametria não seria uma solução suficientemente precisa para determinar os padrões de corte. Essa constatação o motivou a recorrer às metodologias analíticas, que eram capazes de simular o comportamento da estrutura.

Contudo, apesar dos benefícios advindos dos métodos analíticos existentes naquele momento, em função do caráter não-linear de suas equações, eles não proporcionavam uma solução estrutural estável como os modelos físicos. Após diversas tentativas, para superar tal entrave, Linkwitz recorreu ao professor da Universidade de Stuttgart, John Argyris (☆1913; †2004),¹⁷⁷ para desenvolver parte da metodologia de busca da forma para o Estádio Olímpico de Munique (LINKWITZ, 1991, p. 60).

A equipe formada conseguiu linearizar o sistema de equações mediante a introdução da variável denominada densidade de força, representada pela razão entre a força axial e o comprimento do elemento de barra.¹⁷⁸ Com essa nova formulação, Linkwitz conseguiu uma

¹⁷⁵ Quando o material é submetido a determinado nível de tensão, ele deforma de maneira plástica, ou seja, após o alívio da tensão, o material não retorna ao seu estado original.

¹⁷⁶ Para alcançar a geometria desejada, o alongamento padrão dos cabos de 25 m de comprimento era de 15 mm. Ou seja, um erro da ordem de 5 mm em 25 m (equivalente a 0,02%) produziria uma perda de protensão de 30% (HOLGATE, 1997, p. 67).

¹⁷⁷ Um dos criadores do método dos Elementos Finitos.

¹⁷⁸ Que será analisada de forma mais aprofundada no item 2.2.2 *Definição do método das Densidades de Forças*.

precisão com erro menor do que 1 cm,¹⁷⁹ tornando possível determinar as tensões e os comprimentos dos cabos, assim como a forma geométrica da estrutura, o que viabilizou a construção da cobertura do estádio (SCHEIFFELE, 2016, p. 344).¹⁸⁰

Dessa forma, em função do êxito da equipe coordenada por Otto, a construção do Estádio Olímpico de Munique representou a primeira vez em que um método numérico foi utilizado para a determinação dos comprimentos de corte dos cabos de aço de uma estrutura retesada (LINKWITZ; SCHEK, 1971, p. 146).

Após as resoluções das dificuldades com o processo de busca da forma, novos desafios surgiram nas etapas seguintes do projeto do Estádio. Um deles que é válido de ser mencionado foi causado pela decisão de reduzir o número de cabos de aço e de conexões da cobertura a fim de diminuir os gastos com material e com mão de obra. Em função desse objetivo, a equipe técnica optou por utilizar uma malha de cabos quadrada com espaçamento de 75 cm (em Montreal havia sido empregada malha de 50 cm). Apesar da economia financeira, essa escolha teve a desvantagem de requerer a implantação de um sistema de rede de segurança durante a montagem da estrutura, pois a malha de 75 cm ampliava o risco de queda dos trabalhadores.

Outro desafio enfrentado foi como lidar com as altas forças de protensão presentes no projeto, decorrentes sobretudo da preocupação dos engenheiros de controlar a deformação da estrutura. No dimensionamento dos elementos, a equipe técnica considerou o valor de deformação limite da norma alemã da época para vigas e coberturas. De acordo com a norma, o elemento estrutural não poderia sofrer uma deformação vertical acima de 1/300 do vão.

Apesar de todos os esforços realizados, os engenheiros não precisavam ter se preocupado em limitar tanto a deformação da estrutura durante o detalhamento dos componentes da cobertura, pois as redes de cabos de aço são sistemas que trabalham com grandes deformações. Dessa maneira, eles deveriam ter determinado a força de protensão somente para garantir que a estrutura não perdesse o seu estado de retesamento diante de cargas externas. As deformações e vibrações resultantes das cargas de vento, normalmente, não são significativas devido ao seu caráter de curta duração. As deformações causadas por cargas de

¹⁷⁹ Resultado impossível de ser alcançado apenas com os modelos físicos.

¹⁸⁰ Alguns setores mais simples ainda foram elaborados com base nos modelos físicos, como a cobertura da piscina, descrita anteriormente.

neve, ao contrário, são muito mais críticas, pois representam cargas de longa duração e de difícil avaliação (SCHEIFFELE, 2016, p. 346).¹⁸¹

Os altos esforços de protensão levaram à mais uma diferença entre os projetos do Pavilhão e do Estádio. No primeiro, os cabos faziam um “S” suave entre dois nós consecutivos. Essas curvas tinham o efeito de aumentar a resistência dos cabos à flexão. Já no segundo, como a força de protensão era muito maior,¹⁸² ao invés de utilizar elementos com diâmetros maiores, optou-se por utilizar rede de cabos duplos. Essa opção possibilitou o emprego de cabos paralelos, nós mais largos e conectores simétricos, com um único parafuso no meio.¹⁸³

2.2.2 Definição do método das Densidades de Forças

A metodologia de Linkwitz baseia-se em discretizar a superfície em nós e montar um sistema de equações que representam o estado de equilíbrio espacial desses nós.

Nesta seção, para facilitar a compreensão da metodologia, as formulações de Linkwitz serão apresentadas a partir de sua aplicação em um exemplo de nó único. Dessa maneira, espera-se fundamentar a explicação em um caso concreto, além de evitar possíveis ambiguidades que podem surgir de elucidações de cunho mais abstrato.

O exemplo a ser estudado corresponde à estrutura representada na Figura 2.6, composta por somente um nó móvel (chamado de P_0) conectado a quatro nós fixos (P_1 , P_2 , P_3 e P_4) por meio de barras elásticas (a , b , c , d). Em P_0 , ainda podem atuar forças externas nas três direções ortogonais (x , y e z).

¹⁸¹ Evidentemente, os cuidados com a limitação da deformação não devem ser completamente negligenciados. Porém, são aceitáveis deformações maiores do que na maioria das estruturas tradicionais. Os painéis de fechamento também devem prever essa maior flexibilidade estrutural.

¹⁸² Em Munique a força de protensão no cabo era cerca de 150kN/cabo. Enquanto em Montreal tinha o valor de 12kN/cabo.

¹⁸³ A utilização de um único parafuso no meio também possui a vantagem de flexibilizar a conexão, permitindo que os cabos variem o ângulo com o qual se encontram. Em experiências anteriores, Leonhardt e sua equipe perceberam que ao se manter os ângulos dos cabos rígidos, eles acabavam por distorcer a geometria da superfície (HOLGATE, 1997, p. 69).

Figura 2.6 – Caso simplificado com nó móvel único e quatro apoios.¹⁸⁴

Com base no modelo simplificado, pode-se definir três premissas que guiarão o método matemático:

1ª De acordo com a lei de Hooke, toda barra é alongada devido ao esforço de tração atuante na mesma. O grau de alongamento elástico é proporcional à força atuante;

2ª As barras são definidas por dois nós (inicial e final). O comprimento de cada barra alongada deve ser igual à distância entre esses dois nós;

3ª As forças externas e as forças de tração das barras devem estar em equilíbrio em todos os nós soltos.

A Lei da Elasticidade de Hooke permite transformar a primeira premissa em formulação matemática. Na formulação abaixo, EA é a rigidez axial do material, l_0 é o comprimento inicial (não-alongado) da barra, e e representa o alongamento elástico da barra. Sendo $i = a, b, c, d$, a força axial F_i na barra pode ser descrita como:

$$F_i = \left[\frac{EA}{l_0} \cdot e \right]_i$$

A segunda premissa pode ser formulada por meio das coordenadas dos nós que delimitam as barras. No caso simplificado da Figura 2.6, considerando que x, y, z são as coordenadas dos nós e $k = 1, 2, 3, 4$, o comprimento l_i pode ser descrito como:

$$l_i = \sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2 + (z_k - z_0)^2}$$

¹⁸⁴ Fonte: (LINKWITZ, 2014, p. 61).

Por fim, para formular a terceira premissa por meio de equações matemática, deve-se dividir a condição de equilíbrio para cada direção (x, y, z). Dessa maneira, a força axial F_i deve ser substituída por suas três componentes $F_{i,x}$, $F_{i,y}$ e $F_{i,z}$, sendo $F_{i,x} = F_i \cdot \cos(\alpha_i)$. Ademais, assumindo que α_i representa a angulação da barra i em relação ao eixo x . E, por último, considerando que β e γ são os ângulos das barras com os eixos y e z , respectivamente. Portanto, para o nó solto temos as seguintes equações:

$$\begin{aligned} F_a \cdot \cos(\alpha_a) + F_b \cdot \cos(\alpha_b) + F_c \cdot \cos(\alpha_c) + F_d \cdot \cos(\alpha_d) + F_x &= 0 \\ F_a \cdot \cos(\beta_a) + F_b \cdot \cos(\beta_b) + F_c \cdot \cos(\beta_c) + F_d \cdot \cos(\beta_d) + F_y &= 0 \\ F_a \cdot \cos(\gamma_a) + F_b \cdot \cos(\gamma_b) + F_c \cdot \cos(\gamma_c) + F_d \cdot \cos(\gamma_d) + F_z &= 0 \end{aligned}$$

Para facilitar o cálculo das componentes de F_i , o cosseno dos ângulos relativos pode ser substituído pela relação entre a diferença das coordenadas e o comprimento da barra. Assim, as equações anteriores podem ser escritas conforme a seguir:

$$\begin{aligned} F_a \cdot \frac{x_1 - x_0}{l_a} + F_b \cdot \frac{x_2 - x_0}{l_b} + F_c \cdot \frac{x_3 - x_0}{l_c} + F_d \cdot \frac{x_4 - x_0}{l_d} + F_x &= 0 \\ F_a \cdot \frac{y_1 - y_0}{l_a} + F_b \cdot \frac{y_2 - y_0}{l_b} + F_c \cdot \frac{y_3 - y_0}{l_c} + F_d \cdot \frac{y_4 - y_0}{l_d} + F_y &= 0 \\ F_a \cdot \frac{z_1 - z_0}{l_a} + F_b \cdot \frac{z_2 - z_0}{l_b} + F_c \cdot \frac{z_3 - z_0}{l_c} + F_d \cdot \frac{z_4 - z_0}{l_d} + F_z &= 0 \end{aligned}$$

A resolução do sistema de equações acima pode ser feita por meio da combinação com a formulação da primeira premissa, na qual também pode-se substituir o valor do alongamento pela diferença entre o comprimento final e o comprimento inicial ($e_i = l_i - l_{i,0}$). Assim sendo, o novo sistema de equações obtido é:

$$\begin{aligned} \frac{EA}{l_{a,0}}(l_a - l_{a,0}) \cdot \frac{x_1 - x_0}{l_a} + \frac{EA}{l_{b,0}}(l_b - l_{b,0}) \cdot \frac{x_2 - x_0}{l_b} + \frac{EA}{l_{c,0}}(l_c - l_{c,0}) \cdot \frac{x_3 - x_0}{l_c} + \frac{EA}{l_{d,0}}(l_d - l_{d,0}) \cdot \frac{x_4 - x_0}{l_d} + F_x &= 0 \\ \frac{EA}{l_{a,0}}(l_a - l_{a,0}) \cdot \frac{y_1 - y_0}{l_a} + \frac{EA}{l_{b,0}}(l_b - l_{b,0}) \cdot \frac{y_2 - y_0}{l_b} + \frac{EA}{l_{c,0}}(l_c - l_{c,0}) \cdot \frac{y_3 - y_0}{l_c} + \frac{EA}{l_{d,0}}(l_d - l_{d,0}) \cdot \frac{y_4 - y_0}{l_d} + F_y &= 0 \\ \frac{EA}{l_{a,0}}(l_a - l_{a,0}) \cdot \frac{z_1 - z_0}{l_a} + \frac{EA}{l_{b,0}}(l_b - l_{b,0}) \cdot \frac{z_2 - z_0}{l_b} + \frac{EA}{l_{c,0}}(l_c - l_{c,0}) \cdot \frac{z_3 - z_0}{l_c} + \frac{EA}{l_{d,0}}(l_d - l_{d,0}) \cdot \frac{z_4 - z_0}{l_d} + F_z &= 0 \end{aligned}$$

A partir desse sistema, é possível resolver as incógnitas (x_0, y_0, z_0) com os dados das coordenadas dos pontos fixos (x_k, y_k, z_k) e com os comprimentos iniciais. Apesar da aparência

simples, o sistema de equações não é linear,¹⁸⁵ uma vez que as incógnitas também influenciam os comprimentos de barras calculados (l_a, l_b, l_c, l_d).

Diante de tal dificuldade, Linkwitz introduziu o conceito de densidades de forças para linearizar o problema e simplificar a sua resolução. Densidades de forças são definidas como:

$$q_i = \frac{F_i}{l_i}$$

Dessa forma, substituindo o conceito de densidades de forças no sistema de equações demonstrado anteriormente, tem-se:

$$\begin{aligned} q_a \cdot (x_1 - x_0) + q_b \cdot (x_2 - x_0) + q_c \cdot (x_3 - x_0) + q_d \cdot (x_4 - x_0) + F_x &= 0 \\ q_a \cdot (y_1 - y_0) + q_b \cdot (y_2 - y_0) + q_c \cdot (y_3 - y_0) + q_d \cdot (y_4 - y_0) + F_y &= 0 \\ q_a \cdot (z_1 - z_0) + q_b \cdot (z_2 - z_0) + q_c \cdot (z_3 - z_0) + q_d \cdot (z_4 - z_0) + F_z &= 0 \end{aligned}$$

A vantagem dessa nova configuração é o fato das equações de equilíbrio estarem descritas linearmente.

O sistema acima serve para resolver a situação simplificada em que há apenas um nó móvel, representada na Figura 2.6. Em casos mais complexos, com uma quantidade maior de incógnitas e nós móveis, para viabilizar a resolução do sistema por meio de computadores, mostra-se mais eficiente descrever o conjunto de equações em sistemas de matrizes.

Em primeiro lugar, é necessário montar uma matriz que relacione os nós com as barras, denominada matriz C . Ela deve obedecer a certos critérios:

- 1º A matriz C deve ter n colunas, sendo que n é o número de nós do sistema;
- 2º A matriz C deve ter m linhas, sendo que m é o número de barras do sistema;
- 3º Se a barra j terminar no nó i , o elemento de matriz $C_{i,j}$ deve ser +1;
- 4º Se a barra j iniciar no nó i , o elemento de matriz $C_{i,j}$ deve ser -1;
- 5º Nos demais casos, o elemento de matriz $C_{i,j}$ deve ser 0;
- 6º Em cada linha da matriz, sempre devem existir um elemento +1, e outro -1.

No exemplo simplificado da Figura 2.6, a matriz C ficaria da seguinte maneira:

¹⁸⁵ Em sistemas de equações não-lineares, a variabilidade dos resultados não é proporcional à variação dos dados de entrada.

$$C = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} \end{matrix}$$

A partir da matriz C é possível definir as diferenças entre coordenadas. Além disso, como consequência, obtém-se também o comprimento das barras por meio da multiplicação pelo vetor de coordenadas $x = [x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$.

Para possibilitar a montagem do sistema de matrizes, é necessário subdividir a matriz C em duas partes: a primeira C_N contendo os nós móveis, e a segunda C_F formada pelos nós fixos. Dessa forma, para o exemplo, as matrizes C_N e C_F ficariam assim:

$$C_N = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_0 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} \end{matrix} \text{ e } C_F = \begin{matrix} & \begin{matrix} P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} \end{matrix}$$

De forma similar, deve-se realizar a divisão do vetor coordenada em x_N e x_F , transformando as coordenadas dos nós móveis e fixos em respectivamente:

$$x_N = [x_0] \text{ e } x_F = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$$

O sistema de matrizes resultante pode ser expresso por meio das equações abaixo, nas quais C_N^T é a matriz transposta de C_N ; Q é a matriz diagonal das densidades de forças; y e z são os vetores das coordenadas y e z ; e, por último, F são os vetores forças externas atuantes nos nós móveis:

$$\begin{aligned} C_N^T \cdot Q \cdot C_N \cdot x_N + C_N^T \cdot Q \cdot C_F \cdot x_F + F_x &= 0 \\ C_N^T \cdot Q \cdot C_N \cdot y_N + C_N^T \cdot Q \cdot C_F \cdot y_F + F_y &= 0 \\ C_N^T \cdot Q \cdot C_N \cdot z_N + C_N^T \cdot Q \cdot C_F \cdot z_F + F_z &= 0 \end{aligned}$$

A Figura 2.7 objetiva esclarecer os procedimentos recém descritos, que são necessários para aplicação do método das Densidades de Forças:

Figura 2.7 – Fluxograma do método das Densidades de Forças.¹⁸⁶

2.2.3 Método Não-Linear das Densidades de Forças

Nesta seção será apresentada uma extensão do método das Densidades de Forças, também desenvolvida pela equipe de Linkwitz durante a execução do projeto do Estádio Olímpico de Munique. A técnica tem a finalidade de automatizar o processo de tentativa e erro intrínseco aos processos de busca da forma realizados a partir de algoritmos.

Conforme apresentado na seção anterior, a forma estrutural depende basicamente das forças internas, dos comprimentos das barras e das posições dos pontos fixos. Esses são os dados de entrada que engenheiros e arquitetos inserem no algoritmo. No entanto, as metodologias de concepção estrutural denominadas como busca da forma, não possuem uma forma *a priori*, mas objetivam descobri-la por meio da otimização do fluxo de forças na estrutura.

¹⁸⁶ Fonte: (LINKWITZ, 2014, p. 67).

Mediante tal condição, os resultados fornecidos pelo algoritmo podem não atender a todos os requisitos técnicos ou geométricos do projeto.¹⁸⁷ Circunstância na qual seria necessário o ajuste dos dados de entrada, seguido de um novo processamento do algoritmo. Esse procedimento se repete até que os arquitetos ou engenheiros estejam satisfeitos com os resultados obtidos. A eficiência desse processo iterativo depende da experiência do projetista em reconhecer a influência de cada componente estrutural no resultado final recebido.

A automatização desse processo iterativo, propiciada pela extensão do método, foi realizada por meio da inserção de condições de contorno secundárias no sistema de equações do algoritmo. Porém, esse aumento no número de restrições, sem a respectiva alteração no número de equações, transformou o sistema em não-linear e demandou métodos mais sofisticados para resolvê-lo. Nessa abordagem, esse procedimento foi realizado com auxílio do método dos Mínimos Quadrados.¹⁸⁸

Essencialmente, trata-se de um processo iterativo que se inicia com o cálculo das variáveis (x_N , y_N , z_N), que são posteriormente comparadas aos valores alvos representados pela grandeza da própria variável ou pela combinação entre várias. Um exemplo do primeiro caso é a condição referente à altura de um pé-direito pré-determinado, que seria representada pela coordenada z_N de pontos da cobertura. Já um exemplo do segundo caso pode se tratar de uma situação, na qual se deseja que todas as barras de determinada estrutura tenham o mesmo comprimento. Nessa última situação, não há uma variável individual que represente tal condição, mas sim uma combinação das variáveis (x_N , y_N , z_N).

Após a primeira comparação, são inseridas no sistema de matrizes as diferenças entre os resultados obtidos e os valores alvos. Tal inserção de dados ocorre por meio dos fatores Δ , que podem ser manipulados para que a forma final da estrutura seja mais semelhante à primeira iteração ou mais próxima das condições de contorno secundárias, por meio de amortecedores (LINKWITZ; VEENENDAAL, 2014, p. 154).

No exemplo da Figura 2.6, caso se desejasse que o Ponto P_0 tivesse a coordenada z_0 maior do que a que foi calculada, o processo verificaria a diferença entre os valores alvos e calculados, e adicionaria os valores Δ nas densidades das barras (a , b , c , d). Para se alcançar o objetivo almejado, os valores das densidades de forças das barras (a , c) – que conectam o Ponto

¹⁸⁷ Alguns dos requisitos podem incluir pé-direito, projeção da cobertura ou outras demandas estéticas.

¹⁸⁸ O método dos Mínimos Quadrados é uma técnica de otimização matemática que procura minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados, tendo o objetivo de encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados. Para uma leitura mais aprofundada sobre a aplicação desse método aos processos de busca da forma, ver (LINKWITZ; VEENENDAAL, 2014).

P_0 aos apoios superiores – deveriam ser aumentados pelo fator Δ . Já os valores das densidades de forças das barras (b , d) – que conectam o Ponto P_0 aos apoios inferiores – deveriam ser diminuídos. Na próxima iteração, o cálculo já seria realizado com os novos valores de densidades, o que faria a diferença entre valor calculado e valor alvo tender a diminuir.

O processo deve ser repetido até que a diferença seja menor do que o limite tolerável definido pelo projetista.

2.2.4 Método das Densidades de Forças Natural

O método das Densidades de Forças Natural (MDFN) é uma extensão da metodologia das Densidades de Forças que, conforme mencionado anteriormente, foi desenvolvida por Linkwitz, em 1972. O MDF originalmente foi desenvolvido para modelar redes de cabos, mas acabou sendo aplicado também na modelagem de membranas, que são representadas por esse método através de redes de cabos equivalentes.

O MDFN, por sua vez, desenvolvido pelo engenheiro brasileiro Ruy Pauletti, em 2006, modela diretamente o contínuo superficial. A princípio, essa extensão foi proposta exclusivamente para elementos triangulares, mas teve, posteriormente, sua aplicação ampliada para elementos quadrangulares.

O MDFN baseou-se no conceito de tensões naturais – proposto por John Argyris para elementos de membrana – que podem ser definidas como as tensões existentes nos três lados de um elemento triangular. A extensão de Pauletti preservou a característica de ser um sistema linear de equações, o que mantém a simplicidade e robustez do método. Outra aplicação do MDFN é o seu uso na determinação de superfícies minimais (PAULETTI; PIMENTA, 2008).

2.3 Método de Relaxação dinâmica

O método de Relaxação Dinâmica (MRD) começou a ser desenvolvido em 1960 para analisar o comportamento de fluidos. Sua primeira aplicação para sistemas estruturais foi divulgada, em 1965, por A. S. Day em seu artigo “An introduction to dynamic relaxation”.¹⁸⁹

O MRD é um processo iterativo utilizado para se encontrar equilíbrio estático do sistema. O método baseia-se em analisar, a cada iteração, o comportamento dinâmico da estrutura diante do carregamento aplicado. Essa análise é feita por meio do rastreamento dos

¹⁸⁹ Uma introdução à Relaxação Dinâmica, em tradução livre.

movimentos causados pela carga na estrutura em pequenos intervalos de tempo. As iterações são repetidas até que a estrutura alcance um equilíbrio estável (BARNES, 1977, p. 48).

Nessa metodologia, a superfície é discretizada em nós articulados, nos quais estão concentradas as massas e as forças externas atuantes na estrutura. Dessa forma, as forças residuais – que são a diferença entre as forças internas e as externas – são determinadas nesses nós. Então, é possível calcular os deslocamentos nodais, baseando-se na segunda lei de Newton.¹⁹⁰

A equação que rege o movimento de um nó qualquer i em dado instante qualquer t pode ser representada da seguinte maneira (BARNES, 1977, p. 49):

$$R_i^t = M_i \cdot \dot{V}_i^t + K_i \cdot V_i^t$$

Sendo,

R_i^t a força residual no nó i , no tempo t .

M_i a massa do nó i .

$\dot{V}_i^t$ e V_i^t respectivamente, a aceleração e velocidade do nó i , no tempo t .

K_i a constante de amortecimento do nó i .

A estabilidade do MRD e a velocidade com que o estado de equilíbrio é encontrado dependem basicamente de dois parâmetros fictícios: as massas atribuídas a cada nó e a matriz de amortecimento. Por um lado, ao se optar por massas e amortecimento muito pequenos, os processos iterativos podem não convergir para uma solução. Por outro, ao se definir valores muito grandes para essas variáveis, o processo se tornará mais lento (HÜTTNER; MÁCA; FAJMAN, 2015).

O MRD não requer a montagem e nem o armazenamento da matriz de rigidez global da estrutura devido ao fato da equação de deslocamento nodal ser escrita para cada nó separadamente. Isso torna o método bastante eficaz na resolução de problemas não lineares de grande escala, como é o caso de estruturas de cabos (HÜTTNER; MÁCA; FAJMAN, 2015).

¹⁹⁰ A segunda lei de Newton afirma que a mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, sendo produzida na direção da linha reta na qual aquela força é aplicada.

2.4 Método dos Elementos Finitos

Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica numérica empregada na resolução de problemas matemáticos e de engenharia. Ele é amplamente utilizado em análise estrutural, mas também pode ser empregado em problemas de mecânica dos fluídos, eletromagnetismo e transferência de calor.

O método se baseia em subdividir o objeto de estudo em componentes individuais, ou elementos, cujo comportamento será passível de ser compreendido e descrito. A partir desses componentes individuais agora inteligíveis, o objeto é reconstruído para ser estudado como um todo (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000, p. 1).

O desenvolvimento do MEF ocorreu por causa da capacidade limitada dos métodos analíticos¹⁹¹ de resolver problemas que envolvem geometrias, carregamentos e materiais complexos. Essa limitação é decorrente da dependência que o método tem, em geral, da resolução de equações diferenciais,¹⁹² que podem se tornar irresolvíveis em casos de alta complexidade. O MEF surgiu então como uma abordagem do problema que consegue chegar a uma solução aproximada por meio da formulação de equações para cada um dos elementos do objeto (LOGAN, 2012, p. 1).¹⁹³

A simulação numérica em elementos finitos de modelos de correntes é uma tarefa relativamente comum de análise não-linear de grandes deslocamentos. Por isso, os métodos utilizados para essa tarefa já estão disponíveis e bem estabelecidos no mercado profissional e no meio acadêmico. A diferença para a simulação de elementos retesados é que neste tipo de estrutura, o estado ideal de tensões já está determinado, o que implica o desafio de determinar a geometria que equilibra estas tensões com suas reações e cargas externas (BLETZINGER; RAMM, 2001).

Os engenheiros civis Kai-Uwe Bletzinger e Ekkehard Ramm criaram o método de *Updated Reference Strategy* (URS),¹⁹⁴ no qual a matriz de rigidez é adaptada iterativamente e pode ser aplicado para qualquer discretização de elementos finitos de estruturas de cabos ou membrana. Em seus estudos, os autores conseguiram demonstrar que, quando aplicado a elementos elásticos unidirecionais, o método das Densidades de Forças representa um caso

¹⁹¹ Métodos analíticos alcançam as suas soluções por meio de equações matemáticas. A solução é exata e pode ser definida para qualquer ponto do objeto estudado.

¹⁹² Em equações diferenciais podem existir ou não solução e, caso exista, pode ser única ou não.

¹⁹³ Nesse caso, quanto mais elementos finitos existirem e menores eles forem, mais preciso será o resultado do método.

¹⁹⁴ Estratégia de Referências Atualizadas, em tradução livre.

específico do método URS. Ou seja, de acordo com eles, o URS é a generalização do método das Densidades de Forças aplicado a qualquer tipo de estrutura (BLETZINGER; RAMM, 1999, p. 132).

A aplicação de MEF em processos de busca da forma apresenta grande robustez, sendo possível utilizá-los em diferentes tipos de problemas. Com esse método, é possível obter tanto a geometria da estrutura quanto as tensões atuantes nela. Além disso, a partir dos resultados que ele fornece, pode-se realizar a análise estrutural e enviar os dados para a padronagem da estrutura. Porém, apesar de toda versatilidade, o MEF apresenta algumas limitações, principalmente referentes à não-linearidade de sua análise e à dependência de informações sobre geometria inicial e acerca das condições de contorno, que nem sempre estão definidas desde o início (PAULETTI; PIMENTA, 2008).

O primeiro registro de aplicação do MEF, em problemas de análise estática de estruturas de cabos de aço, ocorreu no início da década de 1970, efetuado por John Argyris, no contexto de execução do projeto da cobertura do Estádio Olímpico de Munique. Em seu artigo “A general method for the shape finding of lightweight tension structures”, de 1974, Argyris apresentou o exercício prático proposto para a obra de Munique.¹⁹⁵

2.4.1 Teatro Epidauro

O Teatro Epidauro¹⁹⁶ é um teatro de arena, localizado no interior de São Paulo (Figura 2.8). Ele é um dos poucos projetos de estruturas retesadas de cabos de aço no Brasil do qual foram conservados registros da análise estrutural realizada.

Sua cobertura é composta por rede de cabos de aço em formato de paraboloide hiperbólico com área de aproximadamente 200 m² e contorno elíptico. Sua malha possui 6 cabos paralelos ao maior eixo, e 10 paralelos ao menor, totalizando 226 metros de cordoalhas com diâmetro nominal de 1”, e 37 fios zincados de alta resistência. Ela está apoiada em um anel de concreto armado, com eixos de 13 e 20 m, que delimita a elipse (ARCARO, 1996, p. 140).

O modelo estrutural da malha foi montado por meio de elementos finitos para cabos flexíveis. A especificidade desse tipo de elemento é o fato de cada barra ser modelada por vários

¹⁹⁵ No exercício, Argyris modelou a cobertura através do MEF, utilizando um espaçamento de malha de 3 m, conseguindo, por meio da simetria, reduzir significativamente o número de graus de liberdade do sistema.

¹⁹⁶ Projeto arquitetônico: Luiz Paulo Cobra Monteiro. Projeto estrutural: Luiz C. Almeida e Vinicius F. Arcaro. Construído em 1996, em São José do Rio Pardo, São Paulo.

elementos de treliça, conferindo-lhe a característica de flexibilidade do cabo (ARCARO, 1996, p. 53)

Figura 2.8 – Vista do Teatro Epidauro, São José do Rio Pardo, Brasil.¹⁹⁷

A Figura 2.9 apresenta a comparação entre o comportamento dos elementos finitos de cabo e de treliça. Enquanto o último resiste a esforços de compressão e tração, o primeiro conserva sua rigidez apenas diante de esforços de tração. Por conta das diversas articulações ao longo do elemento de cabo, ao se aplicar esforços de compressão nele, o elemento perde estabilidade e cede ao esforço.

O anel de concreto precisou ser modelado por elementos de pórtico, pois apresenta comportamento diferente dos cabos.

Figura 2.9 – Comparação do elemento finito de cabo com elemento de treliça.¹⁹⁸

¹⁹⁷ Fonte: Disponível em <<http://www.arcaro.org/epidauro/>>. Acesso em: 20 dez. 2018.

¹⁹⁸ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Em seguida, procedeu-se com a disposição inicial dos nós de encontro dos cabos, que foi feita de acordo com a equação da superfície do paraboloide hiperbólico. Em que $A = -1,75$, $B = 1,00$, $a = 10,00$, $b = 6,50$ e $h = 4,50$, no caso da cobertura do teatro:

$$z = A \cdot \left(\frac{x}{a}\right)^2 + B \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^2 + h$$

Depois da geometria inicial ter sido determinada e as premissas de cálculo definidas, era necessário estimar as cargas externas atuantes. A capacidade estrutural da cobertura foi analisada para oito casos de carregamento, tais como: protensão, cargas permanentes e acidentais, ventos paralelos aos eixos da elipse e temperatura. Em todos os casos, o fator de segurança permaneceu maior ou igual a 2. Houve também especial preocupação com os deslocamentos, que foram máximos nos casos de vento, e foram limitados a 1/300 do eixo da elipse, ou seja, 4,33 cm (ARCARO, 1996, p. 150).

Em sua tese de doutorado, o professor brasileiro Vinicius Arcaro analisou a estrutura do Teatro Epidauro, apontando que, na edificação, foram utilizados cabos mais resistentes do que era necessário. Em sua análise, no entanto, ele também calculou os resultados que seriam fornecidos pela troca das cordoalhas de 1" pela opção com área imediatamente inferior. E constatou que tal mudança não se mostraria vantajosa, uma vez que para continuar com os deslocamentos dentro do intervalo aceitável, seria necessário aumentar a força de protensão e, consequentemente, aumentar o anel de concreto de borda (ARCARO, 1996, p. 151).

2.5 Partícula-mola

O primeiro uso do princípio de partícula-mola¹⁹⁹ aplicado a processos de busca da forma foi proposto pelos professores Axel Kilian e John Ochsendorf, em 2005.

O método de Partícula-mola surgiu de uma demanda por métodos de busca da forma mais interativos, dinâmicos e adequados para estruturas isostáticas, que trabalham apenas em compressão ou por tração. Apesar dos métodos anteriores serem altamente eficientes para estruturas retesadas, eles não permitiam a criação de novas formas pelo usuário, que ficava limitado a analisar as formas já existentes.

¹⁹⁹ A metodologia já era amplamente aplicada na área de computação gráfica para a simulação de tecidos.

Os sistemas de partícula-mola são baseados em massas concentradas, chamadas partículas, nas quais é possível aplicar forças externas. As partículas são conectadas por molas elásticas. Estas, por sua vez, são elementos sem massa que exercem sobre as partículas uma força proporcional as suas deformações. Para cada mola é atribuída uma constante de rigidez, um comprimento inicial e um coeficiente de amortecimento. Esses parâmetros podem ser alterados para a obtenção de resultados diferentes.

Em um sistema inicial qualquer, composto por molas e partículas, o desequilíbrio com relação às forças externas e forças das molas atuantes nas partículas provoca a movimentação dessas últimas. Esse deslocamento gera também mudanças nas deformações das molas que as conectam. Como a força exercida pela mola no sistema está diretamente relacionada com a sua deformação, é necessário repetir o cálculo de movimentação das partículas. Esse processo é repetido até que as forças exercidas pelas molas e as externas se igualem, deixando o sistema em equilíbrio.

A principal vantagem do método de partícula-mola é a possibilidade de o usuário alterar as forças e formas durante o processo de busca da forma, proporcionando uma grande interação do usuário. Contudo, esse processo de busca de equilíbrio demanda muito poder computacional. Por tal motivo, a tecnologia existente hoje limita o tamanho e a complexidade das simulações realizadas através dele (KILIAN; OCHSENDORF, 2005).

2.6 Aplicações práticas dos métodos numéricos

2.6.1 Hiperboloide de uma folha

Na Exposição Pan-Russa de 1896, o engenheiro russo Vladimir Shukhov apresentou uma caixa d'água elevada²⁰⁰ como a primeira estrutura em formato de hiperboloide de uma folha. Baseando-se no fato do hiperboloide ser uma superfície duplamente regrada,²⁰¹ Shukhov conseguiu projetar uma estrutura com elementos retos e visualmente esbeltos. Tal sistema estrutural era composto por tubos metálicos que formavam as geratrizes e por anéis horizontais distribuídos ao longo da altura da torre.

²⁰⁰ Projeto estrutural: Vladimir Shukhov. Construída em 1898, em Moscou, Rússia.

²⁰¹ A superfície era duplamente regrada, do mesmo modo que o paraboloide hiperbólico, muito utilizado por Candela. Apesar de serem parecidos, o hiperboloide de uma folha não deve ser confundido com uma superfície minimal. Os dois métodos podem produzir superfícies a partir de dois anéis afastados, porém elas apresentam diferenças entre si.

Dessa maneira, tais tubos formavam uma malha triangular em formato de hiperboloide e trabalhavam de maneira semelhante a uma treliça. Essa característica apresentava como benefício de reduzir a área de incidência da carga de vento. Outra vantagem era o fato de sempre que uma carga de vento fosse aplicada na estrutura, os seus elementos ora trabalhariam tracionados, ora comprimidos. No entanto, essa mudança de tensões tornou fundamental uma análise de segunda ordem, e demandou um eventual enrijecimento dos tubos, com o propósito de evitar problemas de flambagem. Tal obra influenciou alguns projetos posteriores do engenheiro alemão Jörg Schlaich (BÖGLE; SCHMAL; FLAGGE, 2004, p. 81).

Figura 2.10 – Projeto da caixa d’água de Shukhov.²⁰²

A Torre de Resfriamento de Schmehausen,²⁰³ ilustrada na Figura 2.11, foi desenvolvida para a usina nuclear de Schmehausen, e consistiu em um protótipo realizado para testar um novo sistema estrutural e um novo sistema de resfriamento (resfriamento a seco).

²⁰² Fonte: Disponível em <<http://www.beaudouin-architectes.fr/2015/10/vladimir-shukhov/>>. Acesso em: 18 fev. 2018.

²⁰³ Projeto estrutural: Leonhardt und Andrä. Construída em 1974, na cidade de Hamm, Alemanha. A obra representou uma grande inovação no uso de cabos de aço em estruturas, contando com 146 m de altura, 92 m de diâmetro no topo, e 141 m de diâmetro na base.

Na época, a demanda por torres de resfriamento cada vez maiores criou um problema para as usuais estruturas de casca de concreto armado. Pois, com raios de curvaturas muito grandes, as cascas começavam a se comportar como elementos quase planos, ficando por tal motivo mais suscetíveis a problemas de flambagem localizada.

O desenho da torre de Schmehausen foi inspirado na torre de Shukhov, contudo, elas possuíam sistemas estruturais diferentes. Na obra da torre de resfriamento, todo o peso da estrutura e a força de protensão eram suportados por um único mastro central. Do topo dele, saíam cabos radiais que carregavam um anel de compressão. Os cabos diagonais eram fixados neste anel de compressão superior e no solo, formando um hiperboloide de uma folha. (HOLGATE, 1997, p. 90).

Figura 2.11 – Vista da Torre de Resfriamento de Schmeause, Hamm, Alemanha.²⁰⁴

A inclinação dos cabos diagonais foi objeto de profundo estudo durante o desenvolvimento da concepção estrutural, uma vez que muitas premissas de projeto dependiam dela. A Figura 2.12 mostra que, em um hiperboloide de uma folha, as linhas verticais possuem uma curvatura para fora da forma, enquanto as linhas horizontais apresentam curvatura oposta, ou seja, para dentro do hiperboloide.

²⁰⁴ Fonte: (HOLGATE, 1997, p. 90).

A partir dessa constatação, portanto, chega-se à conclusão que, variando o ângulo entre a linha vertical e a horizontal, haverá uma inclinação cujas linhas possuirão curvatura zero, tornando-se as retas geratrizes do hiperboloide. Assim sendo, inclinações mais horizontais do que as geratrizes levam a curvaturas para dentro e, inclinações mais verticais, a curvaturas para fora.

Diante das duas opções apresentadas na Figura 2.13, hiperboloide composto por cabos diagonais e horizontais ou cabos diagonais e verticais, a equipe de projeto decidiu pela segunda. Para criar uma superfície anticlástica, esta opção demandou que os cabos diagonais fossem mais abatidos. A escolha da equipe levou dois fatores em consideração que contribuíram para a fabricação e montagem da estrutura:

1º todos os cabos verticais possuiriam o mesmo comprimento. Se fossem utilizados cabos horizontais, por sua vez, estes teriam comprimentos variáveis de acordo com o diâmetro da torre. As linhas destacadas na Figura 2.13.b mostram que os cabos horizontais mais próximos da base possuíam comprimento de corte maior do que cabos horizontais mais elevados.

2º a disposição dos nós seria a mesma em todas as conexões entre cabos. Os triângulos hachurados na Figura 2.13.b mostram que, no caso da opção com cabos horizontais, a malha seria mais espaçada, e com ângulos mais agudos, na base da torre.

Figura 2.12 – Curvaturas em um hiperboloide de uma folha.²⁰⁵

²⁰⁵ Pode-se observar que as curvas verticais possuem centro de curvatura fora do envelope do hiperboloide, enquanto as horizontais, possuem o centro dentro. Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Figura 2.13 – Opções de direção dos cabos secundários no hiperboloide.²⁰⁶
(a) cabos secundários verticais; (b) cabos secundários horizontais.

2.6.2 Uso de fechamentos pneumáticos

O complexo de Khan Shatyr²⁰⁷ é composto por cobertura de rede de cabos de aço em formato cônico assimétrico, que engloba mais de 100.000 m² de área ocupada por lojas, restaurantes e estacionamento. Localiza-se em um ambiente de clima polar, onde a temperatura pode variar entre -35°C , no inverno, e $+35^{\circ}\text{C}$, no verão. A rede de cabos de aço anticlástica da cobertura possui dimensão de aproximadamente 19.000 m², e conta com mais de 40.000 m lineares de cabos. Além disso, é necessário apontar que a sua vedação é formada por almofadas pneumáticas de ETFE.

Essa última característica decorre de dois motivos. O primeiro procede da capacidade do ETFE de servir como isolante térmico e de permitir a passagem da luz solar. A segunda razão provém do caráter flexível das almofadas pneumáticas e de seu potencial de adaptação às grandes deformações da cobertura de cabos.

As almofadas pneumáticas são componentes que possuem grande capacidade de adaptação. No caso específico do empreendimento, elas podiam deixar de ter um formato oval e tornar-se mais cilíndricas, à medida que são comprimidas pela aproximação dos cabos entre

²⁰⁶ Fonte: (HOLGATE, 1997, p. 91).

²⁰⁷ Projeto arquitetônico: Foster + Partners. Projeto estrutural: Buro Happold. Construída em 2010, na cidade de Astana, Cazaquistão.

si. Porém, para que elas pudessem apresentar essa flexibilidade, a equipe técnica teve que tomar especial cuidado com as bordas das almofadas, que criavam uma espécie de anel rígido ao redor delas. Ficassem todas essas bordas de fechamentos adjacentes alinhadas, poderia ser criado um elemento rígido suficiente para travar o movimento dos cabos, causando assim patologias e danos às almofadas pneumáticas. Por esse motivo, intercalou-se os limites das almofadas vizinhas, como pode ser observado na Figura 2.14.

Figura 2.14 – Disposição das almofadas pneumáticas, Astana, Cazaquistão.²⁰⁸

A rede de cabos foi suportada em seu topo por três mastros, que formavam um tripé com 90 m de altura, constituído por 2.500 toneladas de aço. De modo geral, em estruturas de tenda com mastro central, considera-se que o mastro seja articulado na base e é estabilizado no topo pela tenda que ele suporta. Dessa maneira, o mastro central move-se diante de carregamentos assimétricos e só resiste a forças axiais de compressão, o que reduz a tensão máxima na estrutura.

Inicialmente, a equipe responsável tinha planejado utilizar apenas um mastro central. Porém, ela percebeu que seria impraticável escorar um mastro central (com mais de 90 m de

²⁰⁸ Fonte: Disponível em <https://www.designingbuildings.co.uk/wiki/Khan_Shatyr_Entertainment_Centre>. Acesso em: 27 out. 2018.

comprimento) erguido na posição necessária durante a montagem. Por esse motivo, optou-se pela utilização do tripé, que seria autoportante e se manteria estável durante a construção e montagem da cobertura.

Em Khan Shatyr, cada perna do tripé – a traseira tinha 60 m de altura e as duas dianteiras contavam com 70 m –, por sua vez, foi composta por uma treliça de três banzos de seção circular de 1.000 mm de diâmetro e espessura de 40 mm. A perna traseira, a mais carregada entre as três, foi projetada para suportar uma carga de até 140 MN de compressão, enquanto as pernas dianteiras resistem à 50 MN. No encontro das três pernas existe um *hub*, cujo o eixo está posicionado na resultante das forças de protensão dos cabos (GEYER; LOMBARDINI; LENK, 2017, p. 324).

O maior desafio durante a fase de construção foi a montagem do tripé, que foi posicionado deitado, e foi erguido por meio de *strandjacks* fixados no topo de uma torre temporária. O tripé foi erguido de maneira que ele girasse em torno das bases das pernas dianteiras que eram articuladas. Ao ser erguido, o tripé levantava também a perna de trás, que estava articulada no topo, já a sua base corria sobre um sistema de trilhos até chegar na posição em que foi fixada, o que tornou o tripé estável.

Os cabos da rede foram montados individualmente, os cabos radiais foram os primeiros, seguidos pelos tangenciais que foram fixados acima dos radiais (ambos em condição sem protensão). Após o posicionamento da rede inteira, os cabos radiais foram protendidos, por meio de macacos em suas bases, trazendo a cobertura à sua forma final e possibilitando a instalação das almofadas pneumáticas (GEYER; LOMBARDINI; LENK, 2017, p. 329).

Para o dimensionamento dos elementos de cabos, um dos maiores desafios foi a consideração da carga de neve, com valor de 7 t/m² de cobertura. Para esse porte de carga, tornou-se de suma importância manter a cobertura com inclinação íngreme, a fim de permitir que as chuvas e a neve pudessem deslizar, evitando o acúmulo de cargas nos cabos de aço (LECUYER, 2008, p. 139).

O processo de busca da forma da cobertura teve início por meio de modelos físicos em escala de correntes, com a finalidade de se entender o comportamento global da estrutura. Após a definição da superfície resistente, o processo foi aprofundado por meio do uso de modelos numéricos, que permitiram a determinação dos elementos estruturais com maior precisão (MANGELSDORF, 2010).

Figura 2.15 – Montagem do tripé do Khan Shatyr, Astana, Cazaquistão.²⁰⁹

A rede de cabos de aço foi constituída por 380 cabos radiais, com diâmetro de 38 mm e comprimento variando entre 70 m (parte traseira) e 125 m (parte dianteira), além de 16 cabos tangenciais. Os cabos radiais foram colocados em pares, de modo semelhante ao projeto do Estádio Olímpico de Munique, para aumentar a sua capacidade de resistência e facilitar a sua conexão com os cabos tangenciais. Com o intuito de limitar as deformações na cobertura, que chegam a 800 mm no cabo com maior vão, forças de protensão relativamente altas foram empregadas, chegando até a 80% da capacidade de resistência dos cabos (LECUYER, 2008, p. 138).

Foram executados diversos testes com os cabos de aço, tais como: os testes de módulo de elasticidade, os de ruptura e os de deslizamento dos nós. Também foi realizado pré-carregamento de 50% da carga de ruptura, com a finalidade de eliminar deformações inelásticas, que poderiam levar a uma folga na cobertura e a problemas de deformação. Além disso, o corte dos cabos, e o posicionamento dos nós entre os cabos radiais e os tangenciais, precisaram ser feitos com precisão de milímetros. Para isso, foram efetuados sob condições específicas de protensão e de temperatura (GEYER; LOMBARDINI; LENK, 2017, p. 327).

²⁰⁹ Fonte: Disponível em <<https://www.building.co.uk/buildings/kazakhstan-building-the-worlds-largest-tent/5002813.article>>. Acesso em: 27 out. 2018.

2.6.3 Fachadas planas

A fachada de cabos de aço mais comprida do mundo está presente no Estádio de Basquetebol de Dongguan, localizado na China.²¹⁰ A fachada, com mais de 500 m de comprimento, envolve um dos mais modernos estádios do mundo, cujas dimensões e instalações são equiparáveis aos estádios da NBA, nos Estados Unidos.

Figura 2.16 – Vista externa do Estádio de Dongguan, China.²¹¹

A altura da fachada do Estádio varia entre 16 m e 26 m, e segue o desenho dos pilares em V que dão suporte à cobertura. Na obra foi utilizada uma rede de cabos duplos com conectores de parafuso central, assim como no Estádio Olímpico de Munique. Porém, diferentemente do caso alemão, no estádio chinês optou-se por uma malha triangular de cabos (Figura 2.17).

Essa escolha resultou em um sistema com três direções de cabos principais, que levam a nós mais complexos, pelos quais passam seis cabos por vez. A principal consequência dessa decisão foi a maior rigidez da rede contra movimentos no plano da estrutura. A Figura 2.18 apresenta o detalhe da conexão. Nela, pode-se ver também as duas direções de cabos inclinados foram compostas por cabos de 14 mm, já os localizados na direção horizontal contaram com 20 mm (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 47).

²¹⁰ Projeto arquitetônico: gmp architekten. Projeto estrutural: sbp und partners. Construído em 2014, na cidade de Dongguan, China.

²¹¹ Fonte: Chistian Gahl. (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 52).

Figura 2.17 – Malha triangular da fachada.²¹²

Contando com o formato anticlástico da rede – cabos verticais inclinados com curvatura para fora do estádio e cabos horizontais com curvatura para dentro – foi possível controlar a deformação da fachada devido às forças externas. Considerando um caso de carregamento no qual atua $1,1 \text{ kN/m}^2$ de carga de vento, concomitantemente ao aumento de temperatura, a deformação máxima dos elementos da fachada foi de 185 mm. Tal deformação – da ordem de $L/140$, se for considerada a altura máxima de 26 m – é inadmissível para estruturas tradicionais, mas não para estruturas leves e flexíveis.

A Figura 2.19 apresenta o corte vertical da fachada com ilustração esquemática da deformação máxima de 185 mm, no caso de vento de pressão, e de 95 mm, no caso de vento de sucção. Nessa configuração, a rede foi protendida por meio dos cabos horizontais, com força de 195 kN por par de cabos. Em sua solicitação máxima, o par de cabos pode suportar uma força de até 370 kN, o que representa 83% de aproveitamento. Nos cabos verticais inclinados que, após a aplicação de protensão nos cabos horizontais, partem de uma força de 85 kN, podendo resistir a até 170 kN por par, ou seja, 78% da capacidade (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 50).

Como não é comum encontrar, no mercado chinês, cabos de aço que são submetidos a pré-estiramento na fábrica, foi necessário trabalhar com o processo de protensão gradual, em etapas com 50, 75 e 100% da força de protensão. Somente assim, foi possível reduzir os efeitos

²¹² Fonte: Chistian Gahl. (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 52).

da relaxação²¹³ do aço após a montagem. Além disso, para cobrir as imprecisões que poderiam surgir de uma protensão irregular, todas as verificações de elementos estruturais foram realizadas considerando níveis de protensão de 90 e 110%.

Figura 2.18 – Detalhe do nó conectando as 3 camadas de cabos.²¹⁴

Figura 2.19 – Corte transversal da fachada com as deformadas.²¹⁵

²¹³ A relaxação do aço consiste na perda gradual de tensão ao longo do tempo, e ocorre quando o aço é submetido a um estado de tensão constante. Nesse tipo de estrutura, tal perda pode levar a deformações e a vibrações maiores e, conseqüentemente, a patologias nos fechamentos.

²¹⁴ Fonte: (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 47).

²¹⁵ Diagrama com a deformação máxima de 185 mm no caso de pressão do vento e de 95 mm no caso de sucção. Fonte: (PLIENINGER; MÜHLBERGER; CHEN, 2015, p. 50).

Durante muito tempo, evitou-se utilizar estruturas planas de rede de cabos – ou com curvatura em apenas uma direção – pois elas podem sofrer grandes deformações e vibrações, quando submetidas a esforços fora do plano da estrutura. Apenas recentemente, com os avanços nos modelos e na confiabilidade deles é que se começou a aproveitar as vantagens dessa opção de sistema estrutural.

Os engenheiros responsáveis pela obra do Estádio Olímpico de Munique optaram por limitar a deformação máxima da cobertura em uma razão de $L/300$.²¹⁶ Esse valor, apesar de ser a referência da norma para estruturas metálicas, mostrou-se muito conservador e levou a um alto grau de protensão. Atualmente, trabalha-se com a flexibilidade da estrutura, aceitando deformações máximas maiores, que podem chegar até $L/40$ e $L/50$.

Apesar de suas limitações e cuidados especiais, a opção pela estética minimalista de sistemas retesados de cabos de aço para estruturas de fachada apresenta-se como a opção mais elegante, esbelta e com maior transparência do que as tradicionais estruturas de fachadas presente no mercado (PATTERSON, 2008, p. 235).²¹⁷

Atualmente é possível desenvolver estruturas de redes de cabos de aço em superfícies planas. Ao se retirar as curvaturas da superfície, a estrutura apresenta maiores forças de protensão em seus cabos e maiores deformações quando submetida a esforços fora do plano.²¹⁸ Isso significa que as conexões dos cabos com os fechamentos devem permitir esta movimentação maior (SCHITTICH *et al.*, 2007, p. 116).

O fechamento para esse tipo de estrutura precisa se deformar em conjunto com a rede de cabos ou ser fixado de forma que permita o movimento dos cabos em relação aos painéis de vidro. As conexões mais amplamente utilizadas podem ser compostas por elementos elásticos nas bordas e cantos dos painéis de vidro, como os utilizados no Hotel Kempinski,²¹⁹ em Munique (Figura 2.20). Ou serem conexões pontuais formadas por meio de furos nos vidros, que permitam grande rotação e deformação, como aquelas utilizadas na Bürohaus,²²⁰ em Gniebel (Figura 2.21).

²¹⁶ Conforme já citado na seção 2.2.1 *Estádio Olímpico de Munique*.

²¹⁷ Sistemas tradicionais de suporte da fachada podem ser sistemas de treliças ou sistema com montantes de perfis de aço, por exemplo.

²¹⁸ Cargas de vento podem levar a deformações da ordem de $L/50$ do vão (SCHITTICH *et al.*, 2007, p. 116).

²¹⁹ Projeto arquitetônico: Jahn. Projeto estrutural: sbp und partners. Construído em 1993, em Munique, Alemanha.

²²⁰ Projeto arquitetônico: Rückert Architekten. Construído em 1995, na cidade de Gniebel, Alemanha.

O átrio do Hotel Kempinski é delimitado por duas construções em suas laterais e cobertura de arco metálico suportada por cabos. Sua fachada possui 40 m de largura, 25 m de altura e é reconhecida como a primeira aplicação de redes de cabos de aço planos para fachadas.

O projeto original previa a estrutura da fachada composta por treliças metálicas, cuja principal função era resistir a esforços horizontais de vento. Jörg Schlaich, engenheiro responsável pela fachada, propôs uma solução minimalista, que consistia em apenas uma rede plana de cabos (HOLGATE, 1997, p. 88).

Os cabos de aço de 22 mm de diâmetro formaram uma malha de 1,5 m x 1,5 m, que englobava uma fachada com área de 3.500 m². Eles foram fixados na estrutura de concreto armado em ambos os lados, assim como na fundação e no arco da cobertura. Porém, a fim de limitar a solicitação no arco metálico da cobertura, utilizou-se uma força de protensão muito inferior nos cabos verticais, sendo ela suficiente para suportar apenas o peso das placas de vidro.

A resistência aos esforços de vento ficou a cargo dos cabos horizontais, que foram fixados nas edificações laterais (consideradas estruturas com rigidez muito maior). Devido ao caráter plano da rede e à redução da protensão vertical, a deformação máxima da fachada chegou a até 90 cm, relação de L/28 do vão (HOLGATE, 1997, p. 89).²²¹

Figura 2.20 – Detalhe da conexão entre cabos e vidro na fachada do Hotel Kempinski.²²²

²²¹ O alto nível de deformação estrutural levantou suspeitas por parte das autoridades locais. Para convence-los acerca a segurança da estrutura, testes com o fechamento em vidro foram realizados. Eles comprovaram a capacidade da estrutura de resistir a deformações muito maiores do que as do projeto.

²²² Fonte: Disponível em <<http://renatocilento.blogspot.com/2014/07/kempinski-hotel-munich-1993.html>>. Acesso em: 20 out. 2018.

Figura 2.21 – Detalhe da conexão entre cabos e vidro na malha plana do Bürohaus.²²³

A obra da Bürohaus, em Gniebel, serve de exemplo para o uso de rede plana de cabos para coberturas. A rede de cabos foi fixada em um anel de compressão oval de aço que equilibra as forças de tração dos cabos, não as transmitindo para o restante da estrutura. O formato e os caminhos das forças na cobertura se assemelham ao funcionamento de uma raquete de tênis.

A aplicação de sistemas de redes de cabos paralelos trata-se de mais um avanço no sentido de minimizar a estrutura. Nesse tipo de sistema, omite-se uma das direções dos cabos da rede. Dessa forma, os elementos estruturais dispostos de maneira paralela, em geral na vertical, garantem o máximo de transparência para a estrutura da fachada²²⁴. Esse estilo de fachada foi utilizado pela primeira vez por Helmut Jahn e Werner Sobek na fachada preservada do Hotel Esplanade,²²⁵ no Sony Center, em Berlin.

A fachada de vidro do hotel possuía dimensão de 60 m x 20 m, e consistia basicamente de cabos espaçados a cada 2 m, protendidos na direção vertical. Graças ao sistema de molas na fundação, que pode ser observado na Figura 2.22, a tensão nos cabos se mantinha praticamente constante, independentemente da carga atuando no sistema.

O caso de carga resultante do aumento da temperatura, em geral, é crítico para esse tipo de estrutura. Pois a dilatação do cabo de aço, causada pelo aumento de temperatura, leva a um afrouxamento do mesmo. Na maioria dos casos, tal redução da tensão do cabo exige maior força

²²³ Fonte: Disponível em <<http://www.rueckert-architekten.de/index.php?datagroup>>. Acesso em: 20 out. 2018.

²²⁴ No caso do Hotel Kempinski, apesar dos cabos verticais terem uma protensão menor, ainda pode-se dizer que há uma protensão “bidirecional”. É importante diferenciá-lo de sistemas onde só há protensão em uma direção, como o caso das fachadas do Hotel Esplanade e do hall de entrada da Universidade de Bremen.

²²⁵ Projeto arquitetônico: Jahn. Projeto estrutural: Werner Sobek. Construído em 2000, em Berlim, Alemanha.

de protensão inicial, o que, portanto, leva à necessidade de cabos maiores (SCHITTICH *et al.*, 2007, p. 117).

Figura 2.22 – Sistema estrutural da fachada do Hotel Esplanade.²²⁶

Figura 2.23 – Hall de entrada da Universidade de Bremen, Alemanha.²²⁷

A aplicação das molas nas fundações, com a finalidade de manter constante a tensão nos cabos, anula o efeito causado pela variação de temperatura, permitindo que a estrutura seja projetada de maneira mais eficiente. Na Figura 2.23 e na Figura 2.24 é possível observar o mesmo sistema aplicado no hall de entrada da Universidade de Bremen.²²⁸

²²⁶ Fonte: (SCHITTICH *et al.*, 2007, p. 117)

²²⁷ Fonte: Disponível em <<https://inspiration.detail.de/eingangshalle-der-universitaet-bremen-107347.html>>. Acesso em: 20 out. 2018.

²²⁸ Projeto arquitetônico: Jan Störmer. Projeto estrutural: Werner Sobek. Construído em 2000, em Bremen, Alemanha.

As diferenças conceituais entre os projetos do Hotel Esplanade e da Universidade de Bremen são poucas. O espaçamento nos cabos da estrutura da universidade é de 1,8 m, os painéis de vidro são selados com silicone para vedar o edifício, as forças de protensão são relativamente menores e a altura da fachada é 15 m. A deformação máxima da fachada ocorre no caso de vento, e é de 350 mm, o que representa $L/42$ do vão.

Figura 2.24 – Detalhe da ancoragem com mola na fachada da Universidade de Bremen.²²⁹

O fator crítico para projeto de estruturas planas de cabos de aço é a sua alta deformabilidade. As conexões e fechamentos devem ser pensados de maneira que consigam incorporar as deformações previstas e, ao mesmo tempo, não concentrar tensões nos elementos de vedação.

Contudo, a alta deformabilidade desse sistema estrutural não apresenta somente desvantagens. Durante a elaboração do projeto do World Trade Center 7,²³⁰ foram realizados testes de explosões e as fachadas de cabos de aço apresentaram ótimos resultados contra rajadas de vento, justamente por sua alta flexibilidade (Figura 2.25).

²²⁹ Fonte: Disponível em <<https://inspiration.detail.de/eingangshalle-der-universitaet-bremen-107347.html>>. Acesso em: 20 out. 2018.

²³⁰ Projeto arquitetônico: S.O.M. Projeto estrutural: WSP Cantor Seinuk. Construído em 2006 em Nova Iorque, Estados Unidos.

Figura 2.25 – Fachada do World Trade Center 7, Nova Iorque, EUA.²³¹

2.6.4 Estruturas *tensegrity*

Estrutura *tensegrity*²³² foi o conceito de sistema estrutural criado por Richard Buckminster Fuller em sua patente divulgada em 1962. Nela, o estudioso apresenta a sua invenção, que explora ao máximo as vantagens das propriedades de tração dos elementos estruturais. De acordo com Fuller, a essência de sua descoberta consiste em reduzir a aparência e a importância dos elementos que trabalham em compressão, de modo que esses elementos se tornem pequenas ilhas em um mar de elementos tracionados (FULLER, 1962).

A definição inicial de *tensegrity* incluía apenas os sistemas estruturais fechados, estabilizados e auto equilibrados, compreendendo um conjunto descontínuo de componentes comprimidos envoltos por um contínuo de componentes tracionados. Atualmente, existem definições mais amplas, englobando também sistemas abertos, que precisam das reações de apoio para se equilibrarem, como as coberturas de roda de bicicleta e as vigas de cabos.

Apesar de Fuller ser reconhecido como o criador do termo *tensegrity*, existem registros anteriores de esculturas que se encaixam em sua definição.

²³¹ Fonte: Disponível em <<https://www.sbp.de/en/project/seven-world-trade-center>>. Acesso em: 20 out. 2018

²³² Contração de *tensional integrity*. Ou integridade por tração, em tradução livre.

Na exposição soviética OBMOKhU, produzida por jovens artistas construtivistas, realizada em Moscou, em 1921, foram expostas esculturas denominadas estruturas espaciais.²³³ Dentre os artistas presentes na exposição, Karl Ioganson se destaca com suas esculturas de formas frias,²³⁴ cujo nome se baseia no fato de suas esculturas serem sistemas auto equilibrados, independentes de orientação e de forças gravitacionais. Nelas, as barras rígidas são mantidas em posição e têm sua estabilidade garantida por cabos tracionados (GOUGH, 2005, p. 80). O sistema estrutural das esculturas de Ioganson é análogo ao sistema *tensegrity*, introduzido por Fuller, quatro décadas depois.

Figura 2.26 – Vista das esculturas de formas frias de Karl Ioganson, em 1921.²³⁵

A Figura 2.27 mostra duas variações das esculturas de Ioganson. A escultura da esquerda foi composta por três barras de madeira e nove cabos, de modo que em cada ponta de barra existam sempre três cabos. A escultura da direita, feita a partir dos mesmos materiais, representa uma variação da primeira, na qual suas barras se conectam no meio da escultura e foram utilizados doze cabos. Apesar de não ser possível avaliar como foi feita a conexão das barras, supõe-se que essa ligação sozinha não era capaz de garantir estabilidade à escultura, tanto que foi necessário empregar quatro cabos por ponta de barra (ao invés de três) (GOUGH, 2005, p. 80).

²³³ Tradução livre de *prostranstvennaia konstruktsiia*, em russo.

²³⁴ Tradução livre de *kholodnaia forma*, em russo.

²³⁵ Fonte: Viacheslav Koleichuk. (GOUGH, 2005, p. 79).

Figura 2.27 – Vista das esculturas tensegrity de Karl Ioganson.²³⁶

(a) Foto das esculturas; (b) Em linha tracejada estão destacados os elementos tracionados e em linha preta grossa os elementos comprimidos.

Apesar de sua estética provocativa e de sua alta transparência, até agora, somente em poucas ocasiões, as estruturas *tensegrity* fechadas foram utilizadas para funções além das aplicações escultóricas. Um dos motivos por trás dessa ausência de projetos pode ser a alta flexibilidade e a complexidade na determinação de uma geometria que cumpra com os diversos requisitos técnicos e estruturais (PATTERSON, 2008, p. 228).

Nesse tipo de estrutura, como padrão, considera-se deformações da ordem de 1/175 do vão livre. É possível considerar deformações maiores, mas é necessário ficar atento ao fato de certas geometrias de *tensegrity* terem a tendência de torcer quando são comprimidas ou tracionadas. Portanto, para se tomar qualquer decisão acerca do limite de deformação

²³⁶ Fonte: Viacheslav Koleichuk. (GOUGH, 2005, p. 81).

considerado, deve-se estudar o tipo de conexão entre os cabos, a classe de painéis de fechamento, assim como o eventual aparecimento de tensões nesses elementos (PATTERSON, 2008, p. 229).

O exemplo mais simples de um sistema fechado é o módulo do poliedro torcido, que é formado por meio da rotação do polígono de base. Na Figura 2.28 são demonstradas as variações básicas do módulo. Para a criação deles, basta partir de um prisma com base em formato de triângulo (a), quadrângulo (b), pentágono (c) ou hexágono (d), e rotacionar o seu topo em relação à base. Assim, obtém-se os *tensegrity* resultantes, representados na parte inferior da figura. Nela, os cabos são exibidos na cor preta e as barras rígidas em cinza. Na Figura 2.27, a escultura da esquerda exemplifica o mesmo sistema da Figura 2.28(a). Esse exemplo é geralmente considerado a base fundamental do princípio de *tensegrity*. Ele inspirou diversas obras posteriores, como a *Needle Tower*, construída em 1968, por Kenneth Snelson (Figura 2.29).

Figura 2.28 - *Tensegrity* originados de poliedros torcidos.²³⁷

²³⁷ Fonte: (PANIGRAHI, 2007, p. 9).

Figura 2.29 – *Needle Tower* durante a fase de montagem, Washington, D.C., EUA.²³⁸

Já *tensegrity* abertos ou sistemas híbridos, como treliças de cabos ou domos de cabos, são estruturas estabilizadas em seus apoios, sendo mais frequentemente aplicados na arquitetura. Dois pontos demandam maior atenção nesse tipo de sistema, e influenciam a otimização estrutural:

1º o detalhe de conexão entre os cabos e as barras rígidas;

2º a relação entre cabos e barras. Em especial, a dimensão dos elementos comprimidos deve ser minimizada.

Dentre as poucas obras que utilizam o *tensegrity* como sistema estrutural, vale citar a Ponte Kurilpa.²³⁹ Com aparência escultural, a ponte de pedestres e ciclistas vence vão livre de 128 m, e é composta por diversos mastros e cabos. A concepção da estrutura se baseou em algumas condições e limitações geométricas impostas pelos pontos designados para fundação, pela inclinação máxima permitida pelas normas de acessibilidade, e também pela altura mínima livre sobre o rio e rodovias.

Tais limitações restringiram a cota mínima do fundo do tabuleiro, assim como a cota máxima de seu topo, determinando uma altura estrutural máxima do tabuleiro de 1 m. A saída foi buscar uma solução que tivesse o tabuleiro fino de pontes com cabos de aço, porém sem os mastros ou pilares massivos presentes na maioria das pontes.

Pode-se pensar a ponte como duas estruturas entrelaçadas: a primeira, uma variação da tradicional ponte estaiada, compreende conjunto de mastros e cabos, que vence o vão do rio; a segunda, uma estrutura *tensegrity*, composta também por conjunto de mastros e cabos, que garante a rigidez contra cargas laterais de vento e contra a torção da ponte, além de servir de

²³⁸ Fonte: Disponível em <<http://kennethsnelson.net/sculptures/outdoor-works/needle-tower/>>. Acesso em: 31 dez. 2018.

²³⁹ Projeto arquitetônico: Cox Rayner Architects. Projeto estrutural: ARUP. Construída em 2009, na cidade de Brisbane, Austrália.

suporte para a cobertura dos pedestres. Na Figura 2.31 é possível visualizar os detalhes estruturais da ponte representada por modelo em escala reduzida.

Figura 2.30 – Vista da Ponte Kurilpa, Brisbane, Austrália.²⁴⁰

Figura 2.31 – Modelo da Ponte Kurilpa.²⁴¹

²⁴⁰ Fonte: Disponível em <<https://www.arup.com/projects/kurilpa-bridge>>. Acesso em: 31 dez. 2018.

²⁴¹ Fonte: Disponível em <<http://tadashidesign.com/kurilpa-bridge/>>. Acesso em: 31 dez. 2018.

2.6.5 Estruturas adaptativas

Os métodos apresentados até agora se basearam na premissa de existir um caso de carregamento crítico para o qual a forma da estrutura será otimizada. Portanto, é de fundamental importância para o resultado do processo de busca da forma, a correta definição de qual caso de carregamento utilizar.

Em se tratando de estruturas massivas, como as cascas de concreto ou alvenaria, normalmente utiliza-se o peso próprio da estrutura como caso de carregamento determinante da forma. Mesmo em cascas consideradas esbeltas, com espessura média de 10 a 20 cm, o peso próprio do sistema estrutural pode chegar a 500kg/m². Carga que é relativamente significativa em relação às demais, tais como as cargas acidentais e as de vento (SOBEK, 2007).

De modo semelhante, estruturas retesadas são projetadas com base no carregamento determinante, nesse caso é a protensão, dado que o seu peso próprio não é significativo. Porém, como as estruturas são muito flexíveis, torna-se necessário fazer análise multi-parâmetros, que é capaz de considerar vários casos de carga diferentes no processo de busca da forma.

Tradicionalmente, ao se projetar uma estrutura para resistir a todos os casos de carregamento diferentes, o que está sendo feito é o desenvolvimento de cada elemento estrutural para suportar o pico de tensão causado pela pior condição atuante. Nesses casos, há na estrutura certo grau de ineficiência, dado que serão poucas as situações nas quais a estrutura será realmente solicitada ao máximo.

Uma solução alternativa para a metodologia tradicional de projeto de uma casca foi desenvolvida em Stuttgart, e se baseia em utilizar processos de controle e automação com o intuito de reduzir os picos de tensão e de manter um estado de tensões homogêneo na estrutura. Além disso, com essa solução, é possível reduzir o peso próprio, assim como as deformações e as vibrações da estrutura (SOBEK, 2007).

Uma abordagem similar poderia ser aplicada a sistemas retesados de cabos de aço. É possível controlar o comportamento da estrutura, diante de cargas externas adicionais, por meio da manipulação dos apoios ou a partir da aplicação de atuadores junto à estrutura. Dessa forma, as tensões oriundas de carregamentos adicionais são somadas às tensões causadas pela nova condição de contorno e pelos atuadores, de modo a evitar acúmulo ou picos de tensões (SOBEK, 2016).

O *Stuttgarter Träger*, exemplo da aplicação dessa abordagem, é o modelo de uma ponte ferroviária sob carregamento de um único trem, construído em 2004, em Stuttgart. O sistema estrutural da ponte consiste em uma tira de 3 mm de alumínio – que funciona como tabuleiro

da ponte – apoiada sobre dois pilares em V, distantes 1800 mm entre si. O modelo foi desenvolvido de maneira que, em qualquer ponto que o trem esteja, a deformação vertical desse ponto seja sempre zero. Isso é alcançado, manipulando a inclinação dos pilares de acordo com a posição da aplicação da carga. Assim, apesar do alto nível de esbeltez do sistema estrutural, é possível evitar flechas sob o trem.

A Figura 2.32 apresenta a ilustração do funcionamento da ponte. No caso de um carregamento no centro do vão, as estruturas tradicionais se deformariam e criariam uma flecha, com o ponto mais baixo sob o ponto de atuação da força (Figura 2.32.a). Já o sistema do *Stuttgarter Träger* percebe onde está sendo aplicada a força e movimenta os seus pilares para manter a deformação do ponto de aplicação da força igual a zero (Figura 2.32.b). Conforme essa força se move, o sistema recalcula e altera as condições dos pilares (rotação e posição) para a nova condição, anulando a deformação decorrente da força externa (BUNDESINGENIEURKAMMER, 2018, p. 149).

Figura 2.32 – Simulação do comportamento do sistema *Stuttgarter Trager*.²⁴²
(a) Sistema tradicional de ponte, com deformação; (b) Sistema do *Stuttgarter Trager*, sem deformação sob o trem

A aplicação de sistemas adaptativos altera o modo de realizar o processo de busca da forma e pode levar a reduções significativas no consumo de material. Os testes realizados até agora em protótipos levam a economias de aproximadamente 20%, segundo ensaio realizado em casca de acrílico com 2 mm apresentado em (VAN BOMMEL; HABRAKEN; TEUFFEL, 2016), podendo chegar até 60%, segundo ensaios presentes em (SOBEK, 2016).

²⁴² Fonte: Disponível em <<https://www.ibb.uni-stuttgart.de/forschung/nichtlinear-und-adaptiv/adaptiv/>>. Acesso em: 19 nov. 2018.

2.7 Outros desafios na execução

Nesta seção, serão abordadas outras dificuldades encontradas nas etapas de desenvolvimento de projetos de estruturas de cabos de aço retesados, que não estão necessariamente relacionados às metodologias de busca da forma. Serão descritos desafios que aparecem nas etapas de concepção, fabricação e montagem da estrutura.

2.7.1 Deformações em malhas quadradas

Malhas quadradas são mais flexíveis que malhas triangulares. O motivo dessa maior rigidez é o fato do triângulo ser o único polígono rígido, enquanto os quadriláteros são deformáveis. Em coberturas com malha quadrangular, a curvatura tridimensional da superfície e a força de tração nos cabos acabam por deformar a malha regular, transformando os quadrados em losangos. Como esses fatores variam de acordo com a posição do ponto analisado na superfície, os losangos criados serão ligeiramente diferentes entre si.

Tais diferenças apresentam a desvantagem de aumentar consideravelmente os custos com as placas de fechamento que, nesse caso, precisam ser feitas sob medida. Além de tornar o processo de montagem mais complexo e demorado, perdendo dessa forma vantagens econômicas referentes a sistemas pré-fabricados.

As estratégias mais amplamente utilizadas hoje em dia para se homogeneizar e otimizar os fechamentos de estruturas retesadas são:

1ª empregar-se painéis de fechamento maiores, que ocupem várias unidades da malha de uma vez. Dessa maneira, tem-se relativamente menos módulos de fechamento que demandam cortes especiais. Porém a opção por módulos maiores requer uma superfície estrutural com raios de curvatura superiores. Exige também que o painel tenha apoios intermediários, para se apoiar em todos os nós da malha e um maior cuidado com a deformação relativa entre nós que suportem um mesmo painel.²⁴³ Por esse motivo, muitas vezes opta-se por conexões de elastômero, que permitem uma certa movimentação da estrutura, sem transmitir tensões para o fechamento. Um exemplo da aplicação dessa estratégia ocorreu no Estádio

²⁴³ A rotação angular entre painéis permite que haja deslocamentos relativos entre nós de painéis adjacentes. Porém, nós adjacentes que suportem um mesmo elemento de fechamento devem ter seu movimento relativo controlado, para evitar a transferência de esforços para os painéis.

Olímpico de Munique, onde o painel de fechamento utilizado foi de 2,9 m e a unidade da rede era de 75 cm, descrito na seção 2.2.1 *Estádio Olímpico de Munique*;

2ª desenvolver estruturas modulares ou com simetria ajuda a reduzir de maneira significativa o número de painéis diferentes de uma estrutura e facilita a montagem. Pode ser observado o uso dessa técnica no Clube Diplomático de Riyadh.²⁴⁴ O clube apresenta três coberturas retesadas de cabos e membrana e uma cobertura circular de cabos de aço e fechamento em painéis de vidro pintados à mão. Esta última foi planejada de tal maneira, que ela possuísse simetria radial. Assim foi possível minimizar a complexidade da cobertura e agilizar a sua montagem.

3ª utilizar um sistema de telhas de vidro, que funciona por meio da sobreposição parcial entre painéis de fechamento. A sua utilização torna a geometria do fechamento independente da distribuição da malha de cabos. Um bom exemplo de sua utilização é a obra da cobertura do hospital Rhönklinikum,²⁴⁵ em Bad Neustadt. A Figura 2.33 mostra que há uma certa sobreposição entre as placas de fechamento em vidro. É possível observar que a malha de cabos apresenta espaçamento menor do que o lado do painel quadrado, 400 mm e 500 mm, respectivamente.

Figura 2.33 – Detalhe da cobertura do hospital Rhönklinikum.²⁴⁶

²⁴⁴ Projeto arquitetônico: Frei Otto. Projeto estrutural: Buro Happold. Construída em 1980, em Riyadh, Arábia Saudita.

²⁴⁵ Projeto arquitetônico: Lamm, Weber, Donath & Partner. Projeto estrutural: Werner Sobek Ingenieure. Construída em 1998, em Bad Neustadt, Alemanha.

²⁴⁶ Na imagem é possível observar que as placas de vidro se sobrepõem, em sistema parecido com o de telhas. Essa distribuição permite maior flexibilidade dos cabos, sem causar patologias nos fechamentos ou infiltrações na edificação. Fonte: Disponível em <<https://www.wernersobek.de/projekte/status-de/fertiggestellt/rhoen-clinicum/>>. Acesso em: 09 jan. 2019.

A opção pela estratégia de telhas permitiu cobrir o empreendimento inteiro com painéis iguais. E, para viabilizar essa solução, os elementos de fechamento foram fixados em sistema de armação intermediário, que por sua vez, se apoiou nos nós da rede de cabos. Esse sistema possibilitou que as pequenas variações da malha de cabos, que se torna losangular quando carregada, fossem compensadas por meio de movimentos entre o cabo e o vidro.

2.7.2 Problema de compensação

Em estruturas retesadas, os padrões de corte das membranas e os comprimentos dos cabos são obtidos pelo processo de busca da forma. Conforme mencionado anteriormente, para realizar esse processo é preciso estipular um caso de carregamento crítico para o qual a estrutura será projetada. Dessa determinação decorre a condição de que os elementos estruturais terão as condições encontradas para suportar um determinado nível de tensão.

Da Lei da Elasticidade de Hooke tira-se que a relação entre esforço axial em um determinado material e sua eventual deformação é proporcional. Em outras palavras, quando o material está trabalhando sob um determinado esforço de tração, ele se alongará de maneira proporcional a esse esforço.

Portanto, para que a membrana ou cabo tenham as dimensões e o nível de tensão desejados, uma opção é simular o esforço de tensão para o qual o material foi projetado no momento do seu corte. A outra opção é reduzir o padrão de corte por um fator (aqui chamado de coeficiente de compensação). Essa segunda alternativa é mais amplamente utilizada pela academia e pelos profissionais do ramo (SOBEK, 2007).

A determinação incorreta do coeficiente de compensação pode levar a estruturas muito pequenas (o que impossibilitaria a sua montagem), ou a estruturas demasiadamente grandes, o que aumentaria a sua deformação (WELLER, 2017).

A construção da escultura cúspide – representada na Figura 2.34 – é um exemplo no qual o coeficiente de compensação não foi determinado de maneira precisa.²⁴⁷ A escultura era composta por elementos comprimidos (formados por canos de PVC) e por uma membrana contínua (em helanca), formando um sistema estrutural semelhante ao *tensegrity*.

Na escultura brasileira, utilizou-se uma compensação homogênea de fator 70%. Porém devido à distribuição não uniforme das tensões – concentradas nos vértices do octaedro –

²⁴⁷ A escultura foi desenvolvida durante a disciplina *PEF5750 – Estruturas Leves*, ministrada pelo professor Ruy Pauletti, na Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo, no 2º semestre de 2017.

surgiram alongamentos não uniformes no tecido, o que resultou em trechos com alta solicitação do material e em regiões com ondulações no tecido. Essas diferenças foram corrigidas através de ajustes nas pontas da escultura (BOLELLI *et al.*, 2018).

Figura 2.34 – Escultura cúspide, Universidade de São Paulo.²⁴⁸

2.7.3 Definição realista de cargas

Uma dificuldade encontrada no processo de montagem do modelo é a definição realista das cargas atuantes. Isso ocorre pelo fato de estruturas de cabos de aço possuírem formas geométricas complexas e curvas, dificultando portanto uma estimativa de cargas de vento e de neve (WELLER, 2017).

O caso do Pavilhão Alemão de Montreal²⁴⁹ é um exemplo de estrutura na qual atuou uma carga de neve maior do que a considerada durante a projeção da cobertura.

Outro exemplo é a cobertura da Estação Central de Dresden.²⁵⁰ Essa cobertura era composta por membrana em fibra de vidro revestida com PTFE.²⁵¹ A sua estrutura havia sido

²⁴⁸ Fonte: (BOLELLI *et al.*, 2018).

²⁴⁹ Descrito na seção 1.8 *Modelos de películas de sabão e de molas*.

²⁵⁰ Projeto arquitetônico: Foster + Partners. Projeto estrutural: Buro Happold. Renovada em 2006, em Dresden, Alemanha.

²⁵¹ PTFE é a abreviação de politetrafluoretileno, polímero mais conhecido pelo nome comercial teflon.

apoiada em arcos metálicos, sendo que, a cada dois arcos, ela também tinha sido fixada no chão junto à estrutura metálica. Esse mecanismo formava uma espécie de funil por onde era drenada a água que caía sobre a cobertura. Em 2009, durante o inverno, dentro desse funil acabou ocorrendo o acúmulo de neve, o que aumentou o peso concentrado sobre a membrana. Esse acúmulo, somado ao fato da neve comprimida possuir uma superfície irregular, foi suficiente para romper a membrana localmente (WELLER, 2017).

Figura 2.35 – Funil da Estação Central de Dresden com neve acumulada.²⁵²

²⁵² Fonte: Disponível em <<https://www.seilpol.de/industriekletterer/leistungen/>>. Acesso em: 12 nov. 2018.

3 Capítulo III – Experimentos de busca da forma

Os empreendimentos examinados nos capítulos anteriores serviram de inspiração para a simulação de quatro situações de projetos de estruturas de cabos de aço retesados. Esses estudos de casos foram realizados para exemplificar e avaliar as metodologias de busca da forma estudadas ao longo do trabalho. Elegeu-se estruturas diversificadas em prol de uma compreensão mais ampla e profunda das técnicas, que foram analisadas por ordem crescente de dificuldade de execução.

Dessa maneira, o primeiro estudo foi inspirado na cobertura do canteiro de espaços experimentais da FAU USP, que é composta por uma superfície anticlástica em membrana.

O segundo caso baseou-se na torre de resfriamento de Schmehausen,²⁵³ cuja superfície resistente forma um hiperboloide de uma folha.

O terceiro experimento consistiu em uma estrutura *tensegrity*, e teve como objetivo avaliar a extensão do método das Densidades de Forças para *tensegrity*.²⁵⁴ A estrutura elaborada foi uma torre composta por quatro módulos.

Por fim, o quarto estudo não seguiu nenhuma obra específica pré-existente. Ele foi inspirado em diversos experimentos realizados por Frei Otto. E utilizará colunas “flutuantes”, tal como as que foram empregadas pelo arquiteto na cobertura do Estádio Olímpico de Munique.

Todavia, antes de dar início à apresentação dos procedimentos realizados em cada estudo de caso, com base nas teorias abordadas nos capítulos anteriores, serão descritas as premissas e as metodologias que guiaram os experimentos realizados.

A princípio, portanto, será apresentado o relato crítico do processo de montagem e de execução do modelo físico de correntes e molas. Esse relato que engloba os critérios adotados, assim como as principais dificuldades encontradas, na aplicação dessa técnica em cada um dos quatro estudos de caso.

A seguir, o mesmo procedimento descritivo será realizado acerca dos experimentos com o método das Densidades de Forças, em conjunto com a listagem das dificuldades encontradas durante a programação através dos *softwares* de desenho paramétrico *Rhinoceros* e seu *plug-in Grasshopper*. A metodologia numérica também foi aplicada em todos os estudos de caso.

²⁵³ Descrita na seção 2.6.1 *Hiperboloide de uma folha*.

²⁵⁴ O sistema estrutural foi apresentado na seção 2.6.4 *Estruturas tensegrity*. E o processo de realização da extensão foi esmiuçado no Anexo A.

Após tais pontuações, inicia-se finalmente o relato crítico dos experimentos realizados, enfocando as dificuldades de aplicação das duas metodologias de busca da forma, assim como as soluções que foram encontradas. Nesse momento, os dados acerca dos comprimentos das barras e das coordenadas dos nós, fornecidos pelos modelos físicos, serão comparados às informações obtidas através das simulações digitais.

3.1 Premissas

3.1.1 Premissas dos modelos físicos

A elaboração dos modelos físicos seguiu o processo apresentado pelos pesquisadores Harry Harris e Gajanan Sabnis em *Structural modeling and experimental techniques* (HARRIS; SABINS, 1999, p. 10).

De acordo com a dupla de pesquisadores, o primeiro aspecto do modelo que deve ser definido é o seu objetivo. Conforme explicado no Capítulo I, historicamente, arquitetos e engenheiros elaboraram modelos físicos com a finalidade de verificar a viabilidade e a confiança dos sistemas estruturais a serem construídos, e para obterem dados acerca dos componentes da estrutura que precisariam ser produzidos. No presente estudo, a principal finalidade dos modelos físicos foi o seu caráter didático, que facilitou a compreensão do comportamento das estruturas retesadas. Em função dessa característica, durante as etapas de desenvolvimento dos modelos, foram tomadas algumas decisões que priorizaram as potencialidades educacionais dos experimentos, em detrimento da precisão dos resultados. Não obstante, procurou-se ao máximo manter as técnicas de modelagem fiéis às metodologias aplicadas a empreendimentos de dimensões reais.

O tamanho e o nível de precisão necessário para a construção dos modelos foram definidos mediante os objetivos listados acima. Dessa maneira, visando facilitar o acesso e interação do usuário com o experimento, julgou-se adequado trabalhar com modelos de dimensões máximas de 50 cm x 50 cm,

Em relação à precisão dos dados, considerou-se que a margem de erro das coordenadas poderia ser de 10 mm para mais ou para menos, e que a variação aceitável no tamanho das barras deveria se restringir a 10 mm, sem ultrapassar, nesse caso, o limite de 10% do seu

comprimento.²⁵⁵ Optou-se também por desenvolver o modelo digital na mesma escala do modelo físico, para facilitar a comparação de dados.

Tendo definido a função e o porte do modelo, partiu-se para a definição dos materiais utilizados. Pode-se dividir o modelo em 5 componentes distintos, que são: a placa de base, as hastes rígidas, as correntes, as molas e os nós. Para cada um deles, foi definido um material diferente, de acordo com seu uso.

A placa de base iria ser, inicialmente, de aço e a sua conexão com os demais componentes seria feita com imãs. Nesse sentido, realizaram-se testes de aderência com fixadores magnéticos de neodímio com capacidade de até 6 kg²⁵⁶ e foi possível observar que eles não possuíam força suficiente para resistir às solicitações horizontais do modelo. Assim, decidiu-se utilizar placa de base composta por chapa de MDF de 3 mm, que foi fabricada no LAME²⁵⁷ por meio de modelagem digital. Nesta chapa foram fixados enrijecedores para melhor resistência e foi também recortada malha de furos com diâmetro de 5 mm e espaçamento de 20 mm para posicionamento dos demais componentes.

As hastes rígidas são feitas a partir de canos de alumínio com 6 mm de diâmetro e pontas de borracha em suas extremidades, para se fixarem aos nós.

A intenção para as correntes foi deixar o modelo flexível com relação às variações de estruturas e facilitar as montagens e desmontagens de modelos. Assim, julgou-se que as correntes de bolinhas com 2,5 mm, amplamente utilizadas para manufatura de bijuterias e chaveiros, seriam uma solução que simplifica e, ao mesmo tempo, abre o leque de possibilidades para o modelo. Elas permitem que se corte cabos com comprimentos variados e proporciona uma fácil conexão com os nós por meio dos conectores do tipo “canao”.

Para a definição da mola foram analisadas diversas alternativas. Foram testadas molas com constantes elásticas variando de 0,2 a 2,5 kgf/cm. De início, pôde-se descartar as molas com constantes maiores, pois a força necessária para tensionar o modelo era demasiada para os demais componentes e os danificava. O comprimento da mola também foi um fator crítico para sua escolha, pois uma dimensão grande inviabilizaria a sua aplicação em trechos de cabos pequenos. Diante das opções disponíveis do fornecedor, escolheu-se uma mola de arame de latão, com constante elástica de 0,25 kgf/cm, 32 mm de comprimento, 0,4 mm de diâmetro do fio e 5 mm de diâmetro externo.

²⁵⁵ Como pode ser visto nas tabelas de resultados, em algumas situações esse limite foi excedido.

²⁵⁶ Força necessária, na direção normal ao plano da base, para arrancamento do imã, segundo fabricante.

²⁵⁷ Laboratório de Modelos e Ensaio da FAU USP (LAME).

Seguindo a mesma proposta dos cabos, os nós do modelo foram pensados para serem o mais adaptáveis possível. Nesse sentido, era interessante que não houvesse limitação para o número de conexões possíveis em um mesmo nó e nem restrições quanto ao ângulo de chegada dos cabos. Os nós são compostos por argolas de ferro banhadas a níquel e terminais do tipo “tip”.

Figura 3.1 – Componentes do modelo físico: molas, corrente e conectores.²⁵⁸

Outra etapa de significativa importância na eficácia do modelo é a definição da metodologia utilizada para a obtenção das informações providas do modelo físico, como coordenadas de nós e dimensões dos cabos. Neste trabalho, as medições foram realizadas por meio de fotografias, método semelhante aos aplicados por Frei Otto em seus modelos físicos. Este processo fotogramétrico, todavia, produz distorções, que causam erros de medidas e podem ser reduzidas por meio de algumas medidas.

Durante o processo de medição, tomou-se essencial cuidado em minimizar as distorções causadas pelo ângulo da câmera com relação ao objeto da pesquisa. Tal angulação altera a posição aparente do elemento fotografado.

Uma maneira de se diminuir o ângulo da câmera com relação a todos os pontos de interesse do modelo é fotografar o objeto colocando-o no centro da imagem e sempre de modo ortogonal. Além disso, afastar a câmera do objeto provoca uma chegada dos raios de luz no sensor com ângulos menores.

A Figura 3.2 mostra o efeito do afastamento da câmera na distorção. No lado esquerdo da figura, há a situação com a fotografia sendo realizada próxima – à distância de $H1$ – do objeto estudado – representado pelo círculo cinza, na posição $a1$ e altura h do anteparo de

²⁵⁸ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

medição. Nesta primeira situação, é possível perceber que a posição aparente do objeto será $a1'$, ao invés de $a1$. Essa distorção, $a1 - a1'$, depende do ângulo de abertura $\alpha1$, da altura da câmera $H1$ e da altura do objeto h . No caso da direita, alterou-se apenas a altura da câmera de $H1$ para $H2$. Mantendo-se a altura do objeto constante em h , o ângulo da câmera diminuiu para $\alpha2$. Consequentemente, como pode-se notar, a posição distorcida $a2'$ é mais próxima à posição real $a2$.

Figura 3.2 – Distorção causada pelo ângulo da fotografia.²⁵⁹

Portanto, com o objetivo de minimizar as distorções, as premissas adotadas para o processo de fotogrametria foram:

- 1ª fotografar sempre de maneira ortogonal ao modelo e ao anteparo de medição;
- 2ª limitar o ângulo de abertura α máximo em $2,5^\circ$;
- 3ª utilizar uma distância da câmera H mínima de 8 m;
- 4ª limitar a altura do modelo com relação ao anteparo de medição em 25 cm;

5ª havendo nós simétricos ao nó analisado, a coordenada considerada será a média das coordenadas obtidas de todos os pontos simétricos equivalentes.

²⁵⁹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Seguindo estes princípios, fica garantido que a distorção ($a-a'$) provocada pelo método de obtenção dos dados será menor do que 1 cm, o que se considerou aceitável, principalmente diante do caráter didático do modelo.

Por fim, após cada experimento, as lições aprendidas foram registradas e aplicadas no modelo seguinte, com o intuito de melhorar os processos de modelagem e de fotografia. Tais aprendizados foram relatados nas seções específicas dos estudos de caso em que se deram.

3.1.2 Premissas do modelo numérico

O *Formfinder*,²⁶⁰ o *Ansys*²⁶¹ e o *plug-in Kangaroo Physics*²⁶² do *Rhinoceros*, são alguns dos diversos softwares disponíveis no mercado para a execução de processos de busca da forma. Contudo, apesar da facilidade de acesso, durante a pesquisa, optou-se por programar o método das Densidades de Forças (MDF) a partir do zero, a fim de compreender mais profundamente como essa técnica funciona e quais fatores influenciam os seus resultados.

Diversas dúvidas de cunho conceitual acerca do MDF foram elucidadas durante a programação do código. Fato que não teria ocorrido caso um *software* já existente tivesse sido utilizado, posto que a maioria desses programas, como o *Kangaroo Physics*, funcionam como caixas-pretas. Ou seja, em geral, os profissionais que os utilizam têm conhecimento somente acerca dos dados de entrada e de saída, e não possuem acesso ao funcionamento de suas ferramentas, o que dificulta a compreensão técnica e teórica das mesmas.

Nas experiências realizadas, a programação do algoritmo seguiu a metodologia de Klaus Linkwitz, descrita em “Force density method” (LINKWITZ, 2014, p. 59-69).²⁶³ Inicialmente, o código foi escrito em linguagem C#, dentro do *Grasshopper* (*plug-in* do *Rhinoceros*). O algoritmo recebia como dados de entrada as coordenadas dos pontos, os pontos fixos, as barras e suas densidades de forças. Por meio da relação entre as barras e os nós, a programação executava os cálculos de matriz necessários para a elaboração do método Linear das Densidades de Forças.

²⁶⁰ *Software* para busca da forma de estruturas de membrana. Disponível em <<https://www.formfinder.at/>>. Acesso em: 05 fev. 2019.

²⁶¹ *Software* de modelagem em elementos finitos, por meio da qual pode-se realizar processos de busca da forma. Disponível em <<https://www.ansys.com/>>. Acesso em: 05 fev. 2019.

²⁶² *Plug-in* desenvolvido pesquisador inglês Daniel Piker, cujas funções incluem ferramentas do método de Relaxação Dinâmica e dos processos de simulação interativa e de otimização topológica. Disponível em <<https://www.food4rhino.com/app/kangaroo-physics>>. Acesso em: 05 fev. 2019.

²⁶³ Apresentada na seção 2.2.2 *Definição do método das Densidades de Forças* desse trabalho.

Antes de ter sido possível empregar o modelo numérico na concepção das estruturas desenvolvidas nos estudos de caso, uma etapa crucial foi a confirmação do processamento correto dos dados. Para checar se as geometrias obtidas pela resposta do algoritmo desenvolvido durante a pesquisa estavam certas, elas foram comparadas às geometrias obtidas através do *Kangaroo Physics*. Pôde-se constatar que os resultados do algoritmo desenvolvido eram muito próximos daqueles produzidos pelo *software* comercial. A partir desse êxito, foi possível proceder à próxima etapa dos experimentos.

O passo seguinte na elaboração do modelo numérico foi a incorporação dos mecanismos do método Não-Linear. Conforme também descrito por Linkwitz,²⁶⁴ a inserção de mecanismos que transformam o método linear em não-linear consiste em: a princípio, acrescentar condições de contorno secundárias ao sistema de equações; em seguida, ao final da iteração, verificar a diferença entre o resultado obtido e o desejado; para, finalmente, incorporar essa diferença no sistema de equações de modo a diminuir esse desvio na próxima iteração.

Essa cadeia de ações deve ser repetida até o projetista estar satisfeito com o resultado (LINKWITZ; VEENENDAAL, 2014, p. 143-155).

Tal sequência de procedimentos foi realizada durante os estudos de caso desenvolvidos. E, mais uma vez, ao final da programação, a resposta do algoritmo desenvolvido durante a pesquisa foi comparado aos resultados fornecidos pelo *Kangaroo Physics*. Novamente, os resultados foram satisfatórios. Contudo, é válido mencionar que foi encontrada certa dificuldade durante a calibração do *plug-in*, justamente por não se ter acesso ao funcionamento de seus métodos internos.

Durante a programação do código do MDF Não-Linear, constatou-se que o método não era capaz de simular barras rígidas. De forma específica, essa insuficiência do MDF foi detectada nos testes do algoritmo que intencionavam manter o comprimento da barra constante, o que a faria funcionar como uma barra rígida. Ao longo do processo, no entanto, notou-se que, apesar das barras alcançarem o comprimento alvo, elas não se comportavam como rígidas e somente encontravam suas posições de equilíbrio em planos por onde passavam os seus apoios. Com a intenção de superar essa limitação, um par de forças²⁶⁵ (uma em cada ponta da barra rígida) foi acrescentado ao algoritmo. O que também tornou necessário adicionar mais uma etapa iterativa ao processo.²⁶⁶

²⁶⁴ Mencionado anteriormente na seção 2.2.3 *Método Não-Linear das Densidades de Forças*.

²⁶⁵ Cujas função era simular a força de compressão que a barra rígida exercia no sistema.

²⁶⁶ Essa proposta de extensão do MDF, descrita em detalhes no Anexo A, foi testada nos estudos de caso 3 e 4.

Um último aspecto acerca do processo de elaboração do código que precisa ser mencionado se refere ao seu tempo de processamento. Assim que a escrita do algoritmo foi finalizada, verificou-se que ele demandava um longo período para apresentar os resultados. Enquanto o *Kangaroo Physics* calculava determinada geometria de forma instantânea, o algoritmo desenvolvido exigia horas para realizar a mesma tarefa.

Inúmeras maneiras de otimizar o tratamento dos dados foram experimentadas, desde diferentes métodos de resolução do produto de matrizes esparsas, até sistematizações mais eficientes de variáveis. Entretanto, o que realmente solucionou a demora no cálculo foi a troca da linguagem C# para a linguagem do *matlab*, específica para cálculos numéricos.²⁶⁷ Os dados de entrada continuaram a ser inseridos no *Rhinoceros*, que os transmitia para o *matlab*, onde eram processados e devolvidos ao *Rhinoceros*, para serem finalmente desenhados. A combinação dessas duas interfaces resultou em um tempo de processamento cinquenta vezes menor do que o demandado pela linguagem C#.

3.2 Estudo de Caso 1 – Cobertura do Canteiro da FAU USP

3.2.1 Descrição geral

O primeiro estudo de caso se baseou na cobertura em membrana do canteiro de Espaços Experimentais para a Arquitetura “Antonio Domingos Battaglia”, localizado na Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da Universidade de São Paulo (FAU USP).

A obra do canteiro começou em 1997 e engloba uma área total de aproximadamente 3.000 m², dos quais 380 m² são cobertos por estrutura retesada em membrana. A opção pela membrana teve por objetivo passar a ideia das características experimentais das atividades ali desenvolvidas, além de estimular a observação e a participação dos estudantes por meio da transparência e leveza da estrutura. A velocidade da execução e o custo também contribuíram para a opção por este sistema estrutural (RONCONI, 2005, p. 150).

A parte coberta possui piso em concreto armado, onde são abrigados equipamentos para trabalhos no canteiro.

A Figura 3.3 ilustra a cobertura em questão.

²⁶⁷ *Matlab* é um software interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico, conforme mencionado acima. É também o nome da linguagem que o programa utiliza.

Figura 3.3 – Vista da cobertura em tenda do canteiro experimental da FAU USP.²⁶⁸

Segundo o projeto original, os dois mastros centrais possuem 9 m de altura, enquanto os pilares de borda apenas 3 m. E o ponto mais baixo do vale entre os dois mastros chega a até 6 m de altura.

Com base nessas informações, montou-se o modelo no *software Rhinoceros* com auxílio do *plug-in Grasshopper*, apresentado na Figura 3.4.

Já na Figura 3.5, é possível perceber que a cobertura é duplamente simétrica. Nela há uma peça central – entre os dois mastros, em formato quadrado – e peças nas laterais – entre os mastros e os pilares de borda, em formato de losango – que se repetem quatro vezes, por simetria.

O modelo digital do canteiro foi elaborado com 58 nós e 102 barras. Porém, devido a simetria de sua geometria, não se fez necessário levantar os dados de todos nós e barras do modelo, bastando analisar os elementos contidos nas duas peças citadas acima. Portanto, nesta etapa analisou-se as coordenadas de 28 nós, Figura 3.5, e o comprimento de 45 barras, Figura 3.6.

Com a geometria inicial definida, passou-se para a calibração do método das Densidades de Forças. Inicialmente, partiu-se de modelo com as densidades de forças iguais para todos os cabos, Figura 3.7.a. Em seguida, aplicou-se para os cabos de borda densidades 10 vezes maior do que para os cabos internos, Figura 3.7.b. Finalmente, aplicou-se o método das Densidades de Forças Não-linear, o qual tinha como alvo manter todos os cabos com comprimentos iguais a 50 mm. Nesse processo, para evitar se perder a relação entre forças dos cabos de borda e cabos internos, empregou-se um amortecedor $w = 0,01$. Dessa forma, realizou-se o processo iterativo 400 vezes (Figura 3.7.d).

²⁶⁸ Fonte: Registro fotográfico de autor.

Figura 3.4 – Planta do modelo computacional da tenda do canteiro da FAU USP.²⁶⁹

Figura 3.5 – Numeração dos nós analisados no EC1.²⁷⁰

²⁶⁹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

²⁷⁰ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Durante o processo representado pela Figura 3.7, percebeu-se que as principais alterações ocorreram nos cabos *v*, *w*, *x*, *y*, *z*, *aa*, *ah*, *ai*, *aj*, *aq*, *ar*, *as*. Nestes cabos, houve considerável aumento de força, com a finalidade de diminuir o seu comprimento e caminhar na direção do objetivo almejado, que era um comprimento de cabo de 50 mm. O aumento da densidade dos cabos citados foi da ordem de 7 a 8 vezes a força inicial e pode-se notar que a ordem de grandeza chegou quase ao nível dos cabos de borda, que era 10 vezes maior.

De modo similar, elaborou-se também modelo físico com o mesmo número de nós e de barras, objetivando facilitar a análise comparativa dos dados.

Figura 3.8 – Vista do modelo físico do EC1.²⁷³

3.2.2 Principais dificuldades

A elaboração do modelo físico do EC1 enfrentou grandes dificuldades, particularmente por ser o primeiro modelo desenvolvido e pela falta de experiência com esse tipo de modelagem. Pôde-se perceber como principal problema enfrentado o ajustamento do modelo à placa de base. A escala que mais se adequou aos tamanhos dos elementos, da placa de base e aos métodos de medição foi 1:50. Porém, o comprimento total de 61,6 cm mostrou-se grande demais para acomodar os tirantes – necessários para manter os pilares de borda em posição – na placa de base. Com isso, foi necessário alterar a posição do ponto de apoio número 4 em

²⁷³ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

cerca de 5 cm, para dentro. A mesma alteração foi realizada no modelo numérico, com o intuito de manter a paridade entre modelos.

Outro desafio encontrado foi a fixação dos pontos de apoio do modelo físico. Conforme o apoio se afastava da placa de base, que possui o gabarito para medição, ficava cada vez mais difícil garantir que o ponto fixo estava de acordo com o modelo digital. Apesar dos comprimentos de cabos estarem simétricos, os mastros centrais ficaram excêntricos com relação ao eixo x . Tal excentricidade só foi percebida na medição realizada pelas fotografias. Para os demais estudos de caso, tomou-se mais cuidado para evitar este tipo de desvio, com verificações visuais antes do processo de medição.

3.2.3 Análise comparativa

Após a modelagem pelas duas metodologias, realizou-se análise de resultados conforme descrito na seção 3.1 *Premissas*. As informações do modelo digital foram extraídas pelo próprio *Rhinoceros*, enquanto os dados do modelo físico foram retirados por meio das fotografias representadas na Figura 3.9 e Figura 3.10.

A análise comparativa foi resumida nas tabelas a seguir. Iniciando o estudo pelas coordenadas dos pontos, pode-se notar algumas divergências:

1ª, os mastros mais altos e centrais, representados pelos nós 16 e 25, não ficaram simétricos e se inclinaram mais para o centro;

2ª, pontos que deveriam ser simétricos apresentam resultados diferentes. Os resultados apresentam variação de cerca de 1 cm;

3ª, as variações das posições dos mastros causaram diferenças de altura dos nós 8 e 12 da ordem de quase 2 cm;

4ª, os comprimentos das barras apresentaram resultados mais concisos e próximos. Com exceção da barra j , que variou cerca de 1,5 cm. Prováveis motivos podem ser o fato da barra j ter sido uma das barras escolhidas para se aplicar as molas ou o fato de os mastros centrais terem se inclinado para dentro.

Era esperado que as divergências fossem maiores nas coordenadas dos nós do que nos comprimentos dos cabos. O motivo por trás dessa expectativa seria um controle mais refinado das dimensões dos cabos, uma vez que o seu comprimento depende basicamente do número de bolinhas em cada segmento. Já as coordenadas dos nós pode variar por pequenas imprecisões que vão se acumulando conforme a complexidade da estrutura. Outra justificativa pode ser a falta de controle da posição dos pontos fixo, principalmente em casos onde os apoios estão

distantes da placa de base. Como pode ser observado nas tabelas a seguir, realmente as variações foram maiores nas posições dos nós.

Figura 3.9 – Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo z).²⁷⁴

Figura 3.10 – Fotografia para extração de coordenadas do EC1 (eixo x, y).²⁷⁵

²⁷⁴ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

²⁷⁵ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Tabela 3.1 – Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC1.

Nr. Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Nr. Nó	Coordenadas Modelo Molas [mm]			Nr. Nó	Diferenças [mm]		
	x	y	z		x	y	z		x	y	z
1	-190	162	100	1	-198	167	100	1	8	5	0
2	-198	103	104	2	-211	109	105	2	13	6	0
3	-223	48	104	3	-230	52	108	3	7	4	3
4	-258	0	100	4	-259	0	100	4	1	0	0
5	-130	141	104	5	-135	146	105	5	5	5	1
6	-146	91	116	6	-156	96	116	6	10	5	1
7	-174	44	123	7	-179	48	130	7	5	4	7
8	-202	0	126	8	-200	1	144	8	2	1	18
9	-66	131	106	9	-72	130	111	9	6	1	5
10	-93	85	127	10	-101	86	133	10	8	1	6
11	-125	42	145	11	-131	43	156	11	6	1	11
12	-154	0	161	12	-152	2	177	12	2	2	16
13	0	138	100	13	-3	141	100	13	3	3	0
14	-40	81	138	14	-43	91	141	14	3	10	3
15	-84	35	176	15	-80	47	177	15	4	12	2
16	-138	0	220	16	-117	4	220	16	21	4	0
17	40	81	139	17	36	91	142	17	4	10	3
18	0	40	151	18	-3	48	152	18	3	8	1
19	-41	0	163	19	-42	4	164	19	1	4	1
20	-84	-35	176	20	-78	-38	178	20	6	3	2
21	84	35	176	21	71	48	178	21	13	13	2
22	41	0	163	22	34	4	164	22	7	4	1
23	0	-40	151	23	-3	-40	152	23	3	0	1
24	-40	-81	139	24	-42	-82	142	24	2	1	3
25	138	0	220	25	108	5	220	25	30	5	0
26	84	-35	176	26	71	-40	178	26	13	5	2
27	40	-81	138	27	36	-84	143	27	4	3	4
28	0	-138	100	28	-2	-134	100	28	2	4	0

Tabela 3.2 – Resumo dos resultados dos comprimentos de barra do EC1.

Cód. Barra	Comprimento Rhino [mm]	Comprimento Modelo Molas [mm]	Diferença [mm]	Diferença [%]
a	64	65	1	1,3%
b	65	65	0	0,7%
c	66	68	2	2,4%
d	54	58	4	7,6%
e	54	58	4	6,7%
f	54	58	4	6,7%
g	53	58	5	10,1%
h	53	58	5	9,0%
i	52	58	6	11,3%
j	61	75	14	22,7%
k	60	65	5	8,9%
l	61	65	4	6,0%
m	59	58	1	2,2%
n	60	58	2	3,8%
o	60	58	2	3,1%
p	53	52	1	1,9%
q	54	55	1	1,4%
r	54	55	1	1,4%
s	54	52	2	3,1%
t	56	58	2	3,1%
u	58	58	0	0,5%
v	78	75	3	3,6%
w	73	72	1	1,9%
x	80	75	5	5,7%
y	80	75	5	5,7%
z	73	72	1	1,9%
aa	78	75	3	3,7%
ab	59	58	1	1,4%
ac	58	58	0	0,7%
ad	57	58	1	1,2%
ae	57	58	1	1,2%
af	58	58	0	0,8%
ag	59	58	1	1,4%
ah	78	75	3	3,7%
ai	73	72	1	1,9%
aj	80	75	5	5,7%
ak	57	58	1	1,2%
al	58	58	0	0,8%
am	59	58	1	1,4%
an	59	58	1	1,4%
ao	58	58	0	0,8%
ap	57	58	1	1,2%
aq	80	75	5	5,7%
ar	73	72	1	1,9%
as	78	75	3	3,6%

3.3 Estudo de Caso 2 – Torre Schmehausen

3.3.1 Descrição geral

O segundo estudo de caso se baseou na obra da torre de resfriamento de Schmehausen do escritório Leonhardt und Andrä, que forma um hiperboloide de uma folha com 146 m de altura, descrita também na seção 2.6.1 *Hiperboloide de uma folha*. O modelo terá como condições de contorno um anel rígido com 20 cm de diâmetro no topo, altura também de 20 cm e apoios na base formando um círculo com diâmetro de 26 cm. De modo semelhante à estrutura em tamanho real, será utilizada malha de cabos triangular, com cabos verticais e inclinados.

O modelo foi composto por 80 nós e 160 cabos. Destes, foram analisados 12 nós e 19 cabos devido à sua simetria radial, que permite dividir a estrutura em 10 partes. Os elementos estudados estão representados nas Figura 3.13 e Figura 3.14.

O objetivo com a escolha dessa geometria para o estudo de caso foi testar a robustez dos métodos de busca da forma para variantes das coberturas, e também analisar a capacidade do processo de medição. Além disso, almejou-se estudar o comportamento de malhas triangulares em comparação com a malha quadrangular já realizada no EC1.

Figura 3.11 – Vista do modelo de molas do EC2.²⁷⁶

²⁷⁶ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Figura 3.12 – Diagrama lateral com dimensões do modelo do EC2.²⁷⁷

Figura 3.13 – Numeração dos nós analisados no EC2.²⁷⁸

²⁷⁷ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

²⁷⁸ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Figura 3.14 – Códigos das barras analisadas no EC2.²⁷⁹

3.3.2 Principais dificuldades

A primeira dificuldade apareceu durante a montagem do modelo e ocorreu pelo elevado número de nós e barras concentrado verticalmente, o que gerou considerável número de agarramentos entre conectores, correntes e molas. Com a intenção de reduzir os atritos e produzir uma montagem mais suave, optou-se por montar o hiperboloide com o anel de compressão superior à meia altura. Ao final, com todos cabos fixos, foi realizada a elevação do anel superior até a sua posição correta.

Nesta última etapa, percebeu-se que as forças das 20 molas puxando o anel para baixo foram muito elevadas para os componentes do modelo. Em diversas tentativas, houve ruptura principalmente dos fechos “tip” e das argolas. Finalmente, encontrou-se uma configuração de equilíbrio, eliminando os componentes que apresentaram pequenas falhas e fragilidades.

Por fim, notou-se que as malhas triangulares possuem comportamento diferente das malhas quadrangulares. No EC1, que utilizava malha quadrangular, foi possível tensionar o modelo inteiro apenas por meio do posicionamento de seus pontos fixos. Já no EC2, mesmo tensionando todos os cabos verticais, ainda restavam trechos que necessitavam de ajustes, pois ficavam frouxos. A explicação encontrada para esse comportamento vem da propriedade do triângulo de não se deformar. Essa propriedade pode ser esclarecida também pela regra de que só existe uma configuração possível para um triângulo com lados a , b , c , como pode ser observado na Figura 3.15. Já para quadriláteros, existem diversas opções para geometrias com os mesmos lados. Dessa forma, como não foi possível tensionar todos os elementos apenas por

²⁷⁹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

meio das molas verticais na base do modelo, procedeu-se a um ajuste fino de todas as correntes que apresentavam folgas.

Acredita-se ainda que o resultado seria diferente, talvez anulando a maior rigidez do triângulo, caso os cabos fossem contínuos, permitindo que os conectores se mexessem livremente. Assim, por meio do tensionamento de alguns cabos, seria possível modificar a estrutura triangular.

Figura 3.15 – Rigidez da malha triangular.²⁸⁰

3.3.3 Análise comparativa

Durante o processo de medição, pôde-se notar que as lições aprendidas com o estudo de caso anterior e as medidas preventivas reduziram de maneira considerável as divergências entre modelos. As fotografias para extração das coordenadas do modelo físico estão representadas nas figuras a seguir.

²⁸⁰ Diante de esforços horizontais ou verticais, a malha triangular permanece sem alterações. Já a malha quadrangular, é mais flexível e se adapta por meio de deformações a solicitações externas. Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Figura 3.16 – Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo z).²⁸¹

Figura 3.17 – Fotografia para extração de coordenadas do EC2 (eixo x, y).²⁸²

²⁸¹ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

²⁸² Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Por meio da análise comparativa resumida nas tabelas a seguir, observa-se os pontos subsequentes:

1ª o único nó que possui divergência maior do que 10 mm é o ponto 9 e a divergência foi na coordenada vertical (eixo z). Essa diferença está diretamente relacionada à divergência de comprimentos do cabo e , que também foi alta, chegando quase a 10%;

2ª a estrutura ficou quase centrada, mas percebe-se pela coordenada x do ponto 2, que a estrutura ficou levemente inclinada na direção de x positivo;

3ª foi possível notar a melhora na eficiência do modelo físico através da redução dos desvios padrões e das médias das diferenças de coordenadas de nós, se comparado com o EC1. Dentre as coordenadas, o eixo z apresentou maior variabilidade. Já na análise comparativa de comprimentos de barras, não houve melhora significativa dos resultados obtidos no EC1.

Tabela 3.3 – Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC2.

Nr. Nó	Coordenadas Rhino [mm]		
	x	y	z
1	95	-31	200
2	100	0	200
3	95	30	200
4	93	-29	164
5	92	31	164
6	100	2	119
7	103	-30	73
8	101	36	73
9	118	5	28
10	126	-35	0
11	130	6	0
12	122	45	0

Nr. Nó	Coordenadas Modelo Molas [mm]		
	x	y	z
1	99	-33	206
2	104	0	206
3	98	32	206
4	93	-31	169
5	93	28	170
6	98	-1	122
7	101	-36	81
8	102	32	82
9	120	-3	40
10	120	-43	1
11	132	-3	0
12	124	37	2

Nr. Nó	Diferenças [mm]		
	x	y	z
1	4	2	6
2	4	0	6
3	3	2	6
4	0	2	5
5	1	3	6
6	2	3	3
7	2	6	8
8	1	4	9
9	2	8	12
10	6	8	1
11	2	9	0
12	2	8	2

Tabela 3.4 – Resumo dos resultados dos comprimentos de barra do EC2.

Cód. Barra	Comprimento Rhino [mm]	Comprimento Modelo Molas [mm]	Diferença [mm]	Diferença [%]
a	36	35	1	2,8%
b	92	88	4	4,3%
c	79	81	2	2,5%
d	81	82	1	1,2%
e	94	85	9	9,6%
f	32	32	0	0,0%
g	36	35	1	2,8%
h	92	88	4	4,3%
i	79	81	2	2,5%
j	48	48	0	0,0%
k	48	48	0	0,0%
l	54	55	1	1,9%
m	54	55	1	1,9%
n	57	52	5	8,8%
o	57	52	5	8,8%
p	59	55	4	6,8%
q	59	55	4	6,8%
r	50	52	2	4,0%
s	50	52	2	4,0%

3.4 Estudo de Caso 3 – Tensegrity

3.4.1 Descrição geral

O terceiro estudo de caso se baseou na obra da *Needle Tower* de Kenneth Snelson, construída em 1968 e apresentada na seção 2.6.4 *Estruturas tensegrity*. A torre chega a ter 18 m de altura com 12 repetições de módulos *tensegrity*²⁸³ e base de 6 por 5,4 m. Já o modelo ficou com 340 mm de altura e foi composto por 4 módulos, sendo o módulo de base maior que os demais. Optou-se por uma base maior, para garantir a estabilidade do modelo físico. O tamanho dos módulos será definido pelo tamanho de suas barras rígidas, assim, o módulo de base terá barras com 170 mm, e os três módulos superiores 120 mm. Ao final do processo, o modelo contou com 24 nós, 36 cabos e 12 barras rígidas, que foram analisados individualmente.

A Figura 3.18 apresenta esquema ilustrativo para melhor compreensão da estrutura analisada. Os elementos estudados, nós e cabos, estão representados na Figura 3.20.

²⁸³ O canal do Prof. Dr. Arthur Lara no *Youtube* ensina como montar o módulo *tensegrity* no *Rhinoceros* com auxílio de *softwares* paramétricos do *plug-in Grasshopper*. Disponível em <<https://www.youtube.com/watch?v=P3QKMLidi8o&t=>>>. Acesso: 20 fev. 2019.

A escolha de uma geometria e sistema estrutural diferente das redes de cabo de aço teve como objetivo testar a extensão do método das Densidades de Forças para barras rígidas e estruturas *tensegrity*, desenvolvida ao longo deste trabalho. Além disso, almejou-se incorporar ao modelo físico, componentes que simulam barras rígidas, e analisar o seu funcionamento em conjunto com os demais componentes do modelo.

Figura 3.18 – Diagrama do EC3.²⁸⁴

²⁸⁴ Fonte: Diagrama elaborado pelo autor.

Figura 3.19 – Vista do modelo de molas do EC3.²⁸⁵

²⁸⁵ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Figura 3.20 – Elementos estudados do EC3.²⁸⁶
À esquerda a numeração dos nós e à direita os códigos dos cabos.

3.4.2 Principais dificuldades

As principais dificuldades do modelo digital estão diretamente ligadas à programação da extensão do MDF. Demorou-se bastante tempo para encontrar uma lógica de algoritmo, que é melhor descrita no Anexo A, e também faltou base de referência para avaliar a precisão do método. Foi com a elaboração do modelo físico que pôde-se analisar a extensão proposta.

Outro desafio identificado durante a programação do algoritmo foi a instabilidade do método. Foi possível notar, que ao se acrescentar forças externas verticais, a estrutura mantém o equilíbrio até certa magnitude de forças. A partir desse limite, a estrutura se inverte, passando o topo da torre *tensegrity* para baixo de sua base e encontrando outra geometria de equilíbrio de ponta cabeça. Portanto, a extensão do MDF para *tensegrity* aceita a introdução de cargas externas verticais, porém somente até um determinado limite, que depende do tamanho da base do módulo e do tamanho desejado para as barras rígidas.

Na montagem do modelo físico, sentiu-se grande dificuldade no início da composição, devido à sua complexa relação entre cabos, barras e nós. Além disso, seu caráter de estrutura vertical e ângulos de chegada dos cabos muito fechados tornou quase impossível o levantamento do modelo de molas. Fez-se necessário, dessa vez, utilizar arames nas pontas das

²⁸⁶ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

barras rígidas que as fixavam nos conectores, evitando que estes escapassem. Outra medida fundamental nessa etapa de modelagem foi a pré-montagem com cabos frouxos ao invés molas.

Foi também durante a elaboração do modelo físico que se avaliou a necessidade de utilizar um módulo de base maior, pois o modelo apresentava grande instabilidade por conta de sua altura. Mesmo com a base maior, ainda se nota grande flexibilidade estrutural.

E por último, o processo de extração de dados do modelo físico apresentou maior dificuldade, principalmente no caso das coordenadas horizontais (dos eixos x , y), por causa do elevado número de barras rígidas sobrepostas. Acredita-se também que a opção por barras mais esbeltas acrescentaria tanto na qualidade do resultado – uma vez que, do jeito que está, algumas delas se encostam no meio dos módulos –, quanto na estética do modelo.

3.4.3 Análise comparativa

Após a modelagem do EC3 pelas metodologias física e numérica, realizou-se análise dos resultados. Semelhante ao desenvolvido nos outros modelos, as informações do modelo físico foram extraídas por meio de fotografias, representadas na Figura 3.21 e Figura 3.22.

Figura 3.21 – Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo z).²⁸⁷

²⁸⁷ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Figura 3.22 – Fotografia para extração de coordenadas do EC3 (eixo x, y).²⁸⁸

Através de análise comparativa, resumida nas tabelas a seguir, pode-se notar algumas divergências:

1^a a principal diferença nos comprimentos dos cabos ocorreu nos cabos verticais do módulo da base – *d*, *e*, *f*;

2^a as variações mais significativas da coordenada *z* também ocorreram no módulo da base – pontos *10*, *11*, *12*, *13*, *14* e *15*;

3^a percebe-se ainda algumas situações pontuais com divergência elevada – pontos *1*, *4*, *16* e *18*;

4^a comparando com os outros estudos de caso, fica evidente também que o desvio padrão e a média das diferenças ficaram elevadas, no nível do EC1.

Diante de tal resultado, buscou-se os motivos que poderiam justificar o aumento nos desvios entre modelos. Considerando apenas as coordenadas verticais dos pontos *10*, *11*, *12*, *13*, *14* e *15*, percebe-se que no modelo físico estas medidas variam de 107 a 141 mm. Já no

²⁸⁸ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

modelo digital elas ficam entre 118 e 127 mm, apresentando uma variabilidade muito menor. Uma explicação para essa variação maior nas coordenadas do modelo de molas pode ser um peso maior do modelo, não simulado no método numérico. O peso do modelo, carregando os seus nós, faz com que os cabos fiquem menos horizontais, e aumenta a diferença das coordenadas z .

Outro motivo para a maior incerteza do modelo físico pode ser o acúmulo de um grande número de pequenas imprecisões. No EC3, a geometria escolhida forma praticamente uma corrente contínua, na qual a coordenada do ponto seguinte depende do ponto anterior. Ou seja, a imprecisão do ponto anterior pode se somar ao erro do ponto seguinte, levando a resultados mais díspares. Em contraste, nos EC1 e EC2, esse caminho era menor e haviam mais pontos fixos, que serviam como referência para as coordenadas e controlavam o acúmulo de erros.

O terceiro fator que pode ter alterado os resultados é o contato entre as barras rígidas, que ocorre no centro de alguns módulos – percebe-se esse contato mais claramente nos módulos de base e de topo. Esse contato tem o efeito de induzir forças externas não previstas no modelo numérico e pode ter alterado as coordenadas dos nós.

Pela análise, nota-se que o modelo físico ainda precisa de ajustes para conseguir modelar estruturas *tensegrity* com maior precisão. No entanto, considerou-se que ele serviu como ferramenta didática adequada para a compreensão do funcionamento estrutural.

Tabela 3.5 – Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC3.

Nr. Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Nr. Nó	Coordenadas Modelo Molas [mm]			Nr. Nó	Diferenças [mm]		
	x	y	z		x	y	z		x	y	z
1	-16	-43	244	1	-28	-31	238	1	12	12	6
2	49	-2	244	2	49	0	244	2	0	2	0
3	-18	33	244	3	-22	36	235	3	4	3	9
4	13	-60	170	4	18	-46	166	4	5	14	4
5	-35	-29	162	5	-36	-21	166	5	1	8	4
6	-50	19	173	6	-52	13	166	6	2	6	7
7	0	44	162	7	3	46	161	7	3	2	1
8	50	33	170	8	52	30	164	8	2	3	6
9	47	-23	161	9	48	-22	163	9	1	1	2
10	62	32	125	10	54	32	141	10	8	0	16
11	44	-29	118	11	45	-22	107	11	1	7	11
12	1	-70	124	12	2	-54	138	12	1	16	14
13	-43	-24	120	13	-46	-20	110	13	3	4	10
14	-58	34	127	14	-48	30	138	14	10	4	11
15	4	49	120	15	6	49	111	15	2	0	9
16	23	-36	238	16	30	-21	241	16	7	15	3
17	-31	-4	238	17	-23	-12	233	17	8	8	5
18	23	27	238	18	1	49	235	18	22	22	3
19	2	-33	339	19	2	-25	338	19	0	8	1
20	-18	13	339	20	-22	16	344	20	4	3	5
21	31	7	339	21	30	15	337	21	1	8	2
22	-25	-43	0	22	-30	-45	0	22	5	2	0
23	50	0	0	23	52	0	0	23	2	0	0
24	-25	43	0	24	-23	45	0	24	2	2	0

Tabela 3.6 – Resumo dos resultados dos comprimentos de barra do EC3.

Cód. Barra	Comprimento Rhino [mm]	Comprimento Modelo Molas [mm]	Diferença [mm]	Diferença [%]
a	87	85	2	1,9%
b	87	85	2	1,9%
c	87	85	2	1,9%
d	132	116	16	12,0%
e	130	115	15	11,3%
f	130	115	15	11,2%
g	64	62	2	3,0%
h	60	55	5	8,9%
i	64	62	2	2,9%
j	60	55	5	8,7%
k	64	62	2	2,9%
l	60	55	5	8,4%
m	57	52	5	8,1%
n	51	48	3	6,3%
o	57	52	5	9,1%
p	52	48	4	8,1%
q	57	52	5	9,0%
r	52	48	4	7,3%
s	86	88	2	2,8%
t	85	84	1	1,5%
u	85	84	1	0,8%
v	69	66	3	4,9%
w	68	63	5	7,8%
x	69	63	6	8,1%
y	43	42	1	1,5%
z	39	38	1	3,8%
aa	43	42	1	1,3%
ab	39	38	1	3,8%
ac	42	42	0	1,1%
ad	39	38	1	3,7%
ae	104	106	2	1,9%
af	104	105	1	0,9%
ag	104	103	1	0,9%
ah	50	48	2	3,5%
ai	50	48	2	3,3%
aj	50	48	2	3,2%

3.5 Estudo de Caso 4 – Cobertura flutuante

3.5.1 Descrição geral

O quarto estudo de caso teve influência de diversas obras do arquiteto alemão Frei Otto, mas principalmente, da cobertura do Estádio Olímpico de Munique, descrita na seção 2.2.1

Estádio Olímpico de Munique. Nesta obra, Otto utiliza colunas “flutuantes” com a finalidade de evitar obstruir a visão dos espectadores. A aplicação de tais elementos “flutuantes” nos modelos do EC4 teria como objetivo combinar e unir as técnicas desenvolvidas para os experimentos anteriores. Para tanto, pensou-se em desenvolver uma cobertura com malha quadrangular, que cobrisse uma área quadrada com projeção de 650 cm² e se apoiasse em 5 colunas com 27 cm que partissem do centro da placa de base. Para controlar os caimentos da cobertura, foram adicionadas 4 colunas “flutuantes” com 12 cm, sendo cada uma em uma aresta da cobertura. A Figura 3.23 ilustra o modelo digital elaborado por meio do MDF.

Figura 3.23 – Vista do modelo digital do EC4.²⁸⁹

Por causa de sua dupla simetria, para análise comparativa dos modelos, utilizou-se apenas 16 nós de um total de 45 e 27 cabos de 92 existentes no modelo. A numeração dos nós avaliados pode ser vista na Figura 3.25 e, os códigos dos cabos, na Figura 3.26.

Conforme mencionado, a escolha da geometria do EC4 teve como principal objetivo aplicar a metodologia da extensão do MDF para *tensegrity* em uma cobertura que também demandaria processo de busca da forma. Portanto, pretendeu-se, com essa combinação, testar a robustez das metodologias de modelagem diante de um sistema com maior complexidade.

²⁸⁹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Figura 3.24 – Vista do modelo de molas do EC4.²⁹⁰

Figura 3.25 – Numeração dos nós analisados no EC4.²⁹¹

²⁹⁰ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

²⁹¹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Figura 3.26 – Códigos dos cabos analisados no EC4.²⁹²

3.5.2 Principais dificuldades

As dificuldades encontradas com os estudos de caso anteriores permitiram um desenvolvimento do EC4 sem maiores obstáculos, pode-se relatar as seguintes medidas aprendidas com os modelos prévios, que auxiliaram na melhora da técnica de modelagem:

1ª tomou-se mais cuidado na hora de posicionar os pontos fixos, sendo realizada uma avaliação visual preliminar de suas posições;

2ª foram utilizados arames nas pontas das barras rígidas que as fixavam aos conectores;

3ª foram empregadas menos molas, apenas o número necessário para tensionar o modelo. Essa escolha proporcionou um maior controle nas dimensões dos cabos usados no sistema.

3.5.3 Análise comparativa

A comparação dos dados extraídos por meio das duas metodologias mostrou que houve significativa redução das variabilidades no EC4, se defrontado com os demais estudos de caso. É possível observar nas tabelas de resumo dos resultados a seguir, que nenhum ponto ou cabo apresentou divergência do modelo digital para o físico maior do que o aceitável, que foi determinado como 1 cm ou 10% do comprimento da barra. A justificativa encontrada para tal

²⁹² Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

melhora no resultado foi a maior experiência do pesquisador com as técnicas de manuseio do modelo físico e com a metodologia de fotogrametria. Observou-se também, que a extensão do MDF para estruturas *tensegrity*, descrita no Anexo A, apresentou resultados satisfatórios neste experimento, com posições muito próximas das obtidas através do modelo de molas.

Apesar de dentro do limite aceitável, pode-se notar divergências entre o modelo de molas e o MDF, relatadas abaixo:

- 1ª as maiores disparidades entre coordenadas ocorreram no eixo vertical z ;
- 2ª os cabos do banzo inferior apresentaram maiores desvios absolutos;
- 3ª ficou evidente também que no EC4, o desvio padrão e a média das diferenças foram os menores valores alcançados, se comparados aos outros estudos de caso.

As tabelas a seguir resumem os resultados obtidos com a análise.

Figura 3.27 – Fotografia para extração de coordenadas do EC4 (eixo z).²⁹³

²⁹³ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Figura 3.28 – Fotografia para extração de coordenadas do EC4 (eixo x, y).²⁹⁴

²⁹⁴ Fonte: Registro fotográfico de Maíra Vieira.

Tabela 3.7 – Resumo dos resultados das coordenadas dos nós do EC4.

Nr. Nó	Coordenadas Rhino [mm]			Nr. Nó	Coordenadas Modelo Molas [mm]			Nr. Nó	Diferenças [mm]		
	x	y	z		x	y	z		x	y	z
1	0	201	200	1	4	202	198	1	4	1	2
2	-30	125	253	2	-31	128	261	2	1	3	8
3	0	135	242	3	3	138	251	3	3	3	9
4	-88	88	297	4	-87	91	303	4	1	3	6
5	-40	86	270	5	-37	88	277	5	3	2	7
6	0	87	262	6	2	88	270	6	2	1	8
7	-125	30	253	7	-129	35	261	7	4	5	8
8	-86	40	270	8	-88	40	277	8	2	0	7
9	-42	42	269	9	-44	44	272	9	2	2	3
10	0	43	268	10	1	44	270	10	1	1	2
11	-201	0	200	11	-201	-1	198	11	0	1	2
12	-135	0	242	12	-138	0	251	12	3	0	9
13	-87	0	262	13	-88	0	270	13	1	0	8
14	-43	0	268	14	-45	0	270	14	2	0	2
15	0	0	270	15	0	0	270	15	0	0	0
16	-48	48	190	16	-51	53	191	16	3	5	1

Tabela 3.8 – Resumo dos resultados dos comprimentos de barra do EC4.

Cód. Barra	Comprimento Rhino [mm]	Comprimento Modelo Molas [mm]	Diferença [mm]	Diferença [%]
a	98	97	1	0,7%
b	79	78	1	1,1%
c	34	35	1	2,9%
d	81	78	3	3,7%
e	44	42	2	4,5%
f	52	52	0	0,0%
g	55	55	0	0,0%
h	41	38	3	7,3%
i	81	78	3	3,7%
j	55	55	0	0,0%
k	44	42	2	4,5%
l	45	42	3	6,7%
m	44	42	2	4,5%
n	44	42	2	4,5%
o	42	42	0	0,0%
p	98	97	1	1,0%
q	34	35	1	2,9%
r	41	38	3	7,3%
s	42	42	0	0,0%
t	43	42	1	2,3%
u	79	78	1	1,3%
v	52	52	0	0,0%
w	45	42	3	6,7%
x	43	42	1	2,3%
y	161	153	8	5,0%
z	161	153	8	5,0%
aa	105	108	3	2,9%

3.6 Resumo dos resultados

Nesta seção será apresentado resumo dos resultados obtidos pelas comparações realizadas entre modelos físicos de molas e numéricos pelo MDF.

A Tabela 3.9 apresenta as médias de divergências entre modelos e seus desvios padrões. A tabela é dividida nos quatro estudos de caso e apresenta informações referentes aos três eixos de coordenadas (x , y , z) e ao comprimento dos elementos de barra. Nela é possível observar que houve significativa redução das médias de erros e dos desvios padrões do EC4 com relação ao EC1.

Tabela 3.9 – Resumo das médias e desvios padrões dos erros.

Média	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	6,88	4,42	3,37	2,40
EC2	2,32	4,66	5,47	2,53
EC3	4,47	6,22	5,40	3,64
EC4	2,02	1,66	5,14	1,95

Desvio padrão	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	6,24	3,36	4,56	2,38
EC2	1,45	2,84	3,48	2,23
EC3	4,91	5,68	4,45	3,79
EC4	1,24	1,59	3,10	2,04

% acima do limite	Eixo x [mm]	Eixo y [mm]	Eixo z [mm]	COMPRIMENTO [mm]
EC1	18%	14%	11%	7%
EC2	0%	0%	8%	0%
EC3	8%	21%	21%	8%
EC4	0%	0%	0%	0%

A exceção nessa sequência de melhoras é o EC3, o qual apresentou elevadas divergências entre modelos, e conseqüentemente desvios padrões maiores. Possíveis motivos para tal resultado podem incluir uma eventual falha na modelagem do peso do modelo, um acúmulo sequencial de numerosas pequenas imprecisões e uma introdução de cargas externas causada pelo contato entre as barras rígidas. Estas justificativas foram melhor descritas na seção 3.4.3 *Análise comparativa*.

Avalia-se, portanto, que foi fundamental para aprimorar a técnica de modelagem a realização dos estudos de caso presentes neste trabalho. No método de busca da forma numérica, elaborado com o *software Rhinoceros*, também houve considerável aperfeiçoamento de seus módulos e inserção de novas funcionalidades ao longo dos quatro experimentos, conforme as demandas surgiam.²⁹⁵

²⁹⁵ Como exemplo de recursos acrescentados, pode-se citar: a possibilidade de considerar densidades de forças diferentes; sistema de cores para mostrar quais barras possuem maior ou menor densidade de força; ferramenta que permite a introdução de cargas nodais externas; e programação no matlab, que permite um processamento até 50 vezes mais rápido;

4 Considerações finais

A presente dissertação tematizou algumas metodologias de busca da forma aplicadas a sistemas de cabos de aço retesados. A meta principal do estudo foi avaliar o desempenho, a aplicabilidade, a robustez e a credibilidade de métodos físicos e de simulações numéricas utilizados no processo de concepção estrutural. O modelo físico de molas (com caráter qualitativo e didático) e o método das Densidades de Forças (empregado através do *software Rhinoceros* e do seu *plug-in Grasshopper*) foram as duas técnicas escolhidas para a realização dos experimentos a partir dos quatro estudos de caso.

Durante a realização da presente dissertação, contatou-se que o modelo físico possui potencial para auxiliar no desenvolvimento de projetos de obras compostas por estruturas retesadas. Apesar de sua montagem ser mais demorada do que a do seu equivalente numérico, após finalizado, ele provou ser uma opção mais didática e rápida para a realização de testes de carga e de tensionamento. Dessa forma, o método físico é capaz de auxiliar de maneira efetiva em processos de concepção estrutural. Principalmente para o reconhecimento dos desafios e do modo de funcionamento da estrutura – como a estabilidade do sistema, o processo executivo, reações diante de carregamentos distintos e a influência das condições de contorno – que são mais facilmente percebidos nos modelos físicos do que por meio dos métodos numéricos e digitais.

No entanto, foi possível verificar que a metodologia física não é válida para testar o modo de colapso estrutural, salvo nos casos de rupturas causadas pela perda do equilíbrio de forças. O motivo para essa limitação é a impossibilidade de comparar as resistências dos materiais e componentes utilizados no modelo em escala às resistências presentes nas estruturas em tamanho real.

Como metodologia de checagem, as informações extraídas do *software Rhinoceros* foram comparadas aos resultados fornecidos pelos modelos físicos, obtidos por meio da técnica da fotogrametria. Tais fotografias foram produzidas a partir de certas premissas, que garantiram que os erros presentes nesse processo de extração de dados ficassem dentro de uma margem satisfatória para os propósitos da pesquisa.

Os estudos de caso realizados serviram para mensurar a flexibilidade e robustez dos componentes do modelo físico. O conjunto de peças utilizadas na montagem dos experimentos – molas, correntes de bolinhas, conectores e barras rígidas – provaram ser eficientes e capazes de se adaptarem aos diferentes tipos de estruturas retesadas que foram simuladas.

Todavia foi constatado ser necessária certa experiência prática do projetista com tais modelos. A execução de alguns deles apresentou um grau elevado de complexidade. O que tornou necessário o uso dos métodos numéricos para planejar a montagem da estrutura, incluindo a quantificação dos elementos a serem utilizados.

Como sugestões para trabalhos futuros é possível elencar: o desenvolvimento de novos componentes, incluindo a necessidade de se aperfeiçoar alguns dos que já foram utilizados; a construção de outros tipos de modelos físicos (os de películas de sabão, por exemplo); o aperfeiçoamento da interface com os métodos numéricos; e, finalmente, a inclusão de sensores e a programação de algoritmos que possibilitem o desenvolvimento de estruturas adaptativas, combinando modelos físicos com os numéricos.

Referências

ADDIS, B. Toys that save millions: A history of using physical models in structural design. **The Structural Engineer**, Londres, v. 91, p. 12-27, Abril 2013.

ADDIS, B. Physical modelling and form finding. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization**. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 33-43.

ADRIAENSSENS, S. et al. (Eds.). **Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization**. Nova Iorque: Routledge, 2014.

AGUIAR, E. O. **Contribuição ao estudo de estruturas de cabos para coberturas de grandes áreas livres, considerando as não linearidades físicas e geométricas**. 231 p. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo: São Carlos, 1999.

AGUIAR, E. O.; BARBATO, R. L. D. A. Análise da estrutura de cabos da cobertura do pavilhão da Feira Internacional de Indústria e Comércio - Rio de Janeiro. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 20, p. 127-148, 2002.

ALANÍS, E. X. A. **Candela**. Colônia: Taschen, 2010.

ALLEN, E.; ZALEWSKI, W. **Form and Forces: Designing Efficient, Expressive Structures**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

ARCARO, V. F. **Contribuição ao projeto de coberturas tridimensionais**. 167 p. Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas: Campinas, 1996.

ARGYRIS, J. H.; ANGELOPOULOS, T.; BICHAT, B. A general method for the shape finding of lightweight tension structures. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, n. 3, p. 135-149, 1974.

BARNES, M. R. **Form finding and analysis of tension space structures by dynamic relaxation**. 431 p. Tese de Doutorado. City University London: Londres, 1977.

BECHTHOLD, M. **Innovative Surface Structures: Technologies and Applications**. Nova Iorque: Taylor & Francis, 2008.

BIRNSTIEL, C. Analysis and design of cable structures. **Computers & Structures**, Oxford, v. 2, p. 817-831, 1972.

BLETZINGER, K.-U.; RAMM, E. A general finite element approach to the form finding of tensile structures by the updated reference strategy. **International Journal of Space Structures**, n. 14, p. 131–145, 1999.

BLETZINGER, K.-U.; RAMM, E. Structural optimization and form finding of lightweight structures. **Computers & Structures**, n. 79, p. 2053-2062, 2001.

BLETZINGER, K.-U.; RAMM, E. Computacional form finding and optimization. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization**. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 45-55.

BÖGLE, A.; SCHMAL, P. C.; FLAGGE, I. **Light Structures**: Jorg Schlaich, Rudolf Bergermann. Munique: Prestel, 2004.

BOLELLI, P. et al. **Design and construction of a membrane-tensegrity sculpture**. Proceedings of the IASS Symposium 2018. Boston: International Association for Shell and Spatial Structures (IASS). 2018.

BRUMFIELD, W. C. **The Origins of Modernism in Russian Architecture**. Berkeley: University of California Press, 1991.

BUCHHOLDT, H. A. **An Introduction to Cable Roof Structures**. 2ª. ed. Londres: Thomas Telford Ltd, 1985.

BUNDESINGENIEURKAMMER. **Ingenieurbaukunst 2018**. Berlim: Wilhelm Ernst & Sohn, 2018.

CHARLESON, A. **A estrutura aparente**: Um elemento de composição em arquitetura. Porto Alegre: Bookman, 2009.

CHILTON, J. Form-finding and fabric forming in the work of Heinz Isler. **ICFF2012 Second International Conference on Flexible Formwork**, Bath, p. 84-91, 2012.

DAVID, R. A. **Estudo de cestas protendidas pela técnica do meio contínuo**. 102 p. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo: São Carlos, 1995.

DEIFELD, T. E. C. **Sobre a Análise e os Processos Construtivos das Estruturas Tensegrity**. 96 p. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2005.

DREW, P. **Tensile Architecture**. Londres: Granada Publishing, 1979.

ENGEL, H. **Sistemas Estruturais**. 1ª. ed. Barcelona: Gustavo Gili, 2001.

ERFURTH, R.; OTTO-KANSTINGER, C. **Frei Otto**. Chemnitz: Industrieverein Sachsen 1828 e Chemnitzer Verlag, 2017.

FERJENČIK, P.; TOCHÁČEK, M. Tschechoslowakische Realisationen auf dem Gebiete vorgespannter Metallkonstruktionen. **IABSE Congress Report**, Zurich, v. 9, p. 229 - 241, 1972.

FULLER, R. B. **Tensile-Integrity Structures**. United States Patent 3.063.521, 13 Novembro 1962.

FULLER, R. B. **Synergetics: Explorations in the Geometry of Thinking**. Nova Iorque: Macmillan Publishing Co., 1982.

GARLOCK, M. E. M.; BILLINGTON, D. P. Félix Candela and Heinz Isler. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization**. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 247-257.

GEYER, S.; LOMBARDINI, D.; LENK, S. **Khan Shatyr Entertainment Centre cable net supply, engineering and installation**. VIII International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures. Cornellà de Llobregat: Artes Gráficas Torres. 2017. p. 323-330.

GLAESER, L. **The work of Frei Otto**. Nova Iorque: The Museum of Modern Art, 1972.

GOUGH, M. **The artist as producer: Russian constructivism in revolution**. Berkeley: University of California Press, 2005.

GUIRARDI, D. M. **O método da relaxação dinâmica aplicado à análise de estruturas de cabos e membranas**. 132 p. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2011.

HARRIS, H. G.; SABINS, G. M. **Structural modeling and experimental techniques**. Florida: CRC Press LLC, 1999.

HEIDE, M.; WOUTERS, N. **Olympic Stadium**: Behnisch & Partners and Frei Otto. [S.l.]: [s.n.], 2009.

HILSON, B. **Basic structural behaviour via models**. Londres: Wiley, 1972.

HOLGATE, A. **The Art of Structural Engineering**: The Work of Jörg Schlaich and his Team. Stuttgart: Edition Axel Menges, 1997.

HUERTA, S. Structural Design in the Work of Gaudi. **Architectural Science Review**, Sidney, v. 49, p. 324-339, 2006.

HÜTTNER, M.; MÁCA, J.; FAJMAN, P. The efficiency of dynamic relaxation methods in static analysis. **Advances in Engineering Software**, n. 89, p. 28-35, 2015.

JORMAKKA, K. **Basics Design Methods**. Basel: Birkhäuser Architecture, 2007.

KILIAN, A.; OCHSENDORF, J. Particle-spring systems for structural form finding. **Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures: IASS**, v. 46, n. 147, p. 77-84, 2005.

KLENK, F. **IL 24: Prinzip Leichtbau**. Stuttgart: Karl Krämer Verlag, 1998.

LARA, A. H. et al. **Brinquedos, modelos**: uma atividade lúdica se transforma em curricular com apoio das novas tecnologias de fabricação digital. SIGraDi 2010 : XIV Congreso de la Sociedad Iberoamericana de Grafica Digital. Bogotá: Universidad de los Andes. 2010. p. 73-76.

LECUYER, A. **ETFE Technology and Design**. Basel: Birkhäuser, 2008.

LINKWITZ, K. Formfinding of Lightweight Surface Structures by Geodetic Methods. **Applications of Geodesy to Engineering**, Berlim, n. 108, p. 57-73, 1991.

LINKWITZ, K. Force density method. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture**: Form Finding and Optimization. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 59-69.

LINKWITZ, K.; SCHEK, H. J. Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen. **Ingenieur-Archiv**, Stuttgart, p. 145-158, 1971.

LINKWITZ, K.; VEENENDAAL, D. Nonlinear force density method. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture**: Form Finding and Optimization. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 143-155.

LOGAN, D. L. **A first course in the Finite Element Method**. 5. ed. Stanford: Cengage Learning, 2012.

MANGELSDORF, W. Structuring Strategies for Complex Geometries. **Architectural Design**, Londres, v. 80, n. 4, p. 40-45, Julho/Agosto 2010.

MARGARIDO, A. F. **Pesquisa experimental aplicada ao ensino de estruturas na escolas de arquitetura**. Encontro de Professores de Estrutura para Escolas de Arquitetura. São Paulo: Ed. FAU USP. 1974.

MARGARIDO, A. F. **Fundamentos de estruturas**: Um programa para arquitetos e engenheiros que se iniciam no estudo das estruturas. São Paulo: Zigurate, 2001.

NERDINGER, W. (Ed.). **Frei Otto**: Das Gesamtwerk. Basel: Birkhäuser Verlag GmbH, 2005.

NEY, L.; ADRIAENSSENS, S. Shaping forces. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture**: Form Finding and Optimization. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 15-19.

OCHSENDORF, J.; BLOCK, P. Exploring shell forms. In: ADRIAENSSENS, S., et al. **Shell Structures for Architecture**: Form Finding and Optimization. Nova Iorque: Routledge, 2014. p. 7-12.

OLIVEIRA, M. S. D. **Modelo estrutural qualitativo para pré-avaliação do comportamento de estruturas metálicas**. 172 p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Ouro Preto: Ouro Preto, 2008.

OTTO, F. **Tensile Structures**. Massachusetts: MIT Press, v. 2, 1973.

OTTO, F.; RASCH, B. **Gestalt finden**. Stuttgart: Axel Menges, 1995.

PANIGRAHI, R. **Development, analysis and monitoring of dismountable tensegrity structure**. 246 p. Tese de Doutorado. Department of Civil Engineering of Indian Institute of Technology Delhi: Delhi, 2007.

PATTERSON, M. R. **Structural Glass Facades**: A Unique Building Technology. 429 p. Dissertação de Mestrado. Faculty of the School of Architecture University of Southern California: Los Angeles, 2008.

PAULETTI, R. **História, Análise e Projeto das Estruturas Retesadas**. 257 p. Tese de Livre-Docência. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2003.

PAULETTI, R. **Aula 4 - Superfícies Paramétricas - Membranas**: PEF5750 - Estruturas Leves. Notas de aula: Power Point, set. - dez. de 2017. 23 p.

PAULETTI, R.; PIMENTA, P. The natural force density method for the shape finding of taut structures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, n. 197, p. 4419-4428, 2008.

PLIENINGER, S.; MÜHLBERGER, J.; CHEN, W. Die längste Seilnetzfassade der Welt in Dongguan. In: WELLER, B.; TASCHE, S. **Glasbau 2015**. Berlim: Wilhelm Ernst & Sohn, 2015. p. 43-52.

POTTMANN, H. et al. **Architectural Geometry**. Exton: Bentley Institute Press, 2007.

ROLAND, C. **Frei Otto - Spannweiten. Ideen und Versuche zum Leichtbau. Ein Werkstattbericht**. Berlim: Ullstein, 1965.

RONCONI, R. L. N. Canteiro experimental – uma proposta pedagógica para a formação do arquiteto e urbanista. **PÓS – Revista do Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo da FAUUSP**, São Paulo, v. 27, n. 17, p. 142-158, Junho 2005.

SAKAROVITCH, J. **Gaspard Monge Founder of “Constructive Geometry”**. Proceedings of the Third International Congress on Construction History. Cottbus: Brandenburg University of Technology. 2009. p. 1293-1300.

SALVADORI, M. **Por Que os Edifícios Ficam de Pé**. 2ª. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2011.

SCHEIFFELE, W. **Das leichte Haus: Utopie und Realität der Membranarchitektur**. Leipzig: Stiftung Bauhaus Dessau, 2016.

SCHITTICH, C. et al. **Glass Construction Manual**. 2. ed. Berlin: Birkhäuser, 2007.

SCHLING, E.; HITREC, D.; BARTHEL, R. **Designing Grid Structures Using Asymptotic Curve Networks**. Humanizing Digital Reality: Design Modelling Symposium Paris 2017. Paris: Springer. 2017. p. 125-140.

- SCHOBER, H. **Transparente Schalen: Form, Topologie und Tragwerk**. Berlin: Wilhelm Ernst & Sohn, 2015.
- SCHUMACHER, P. **The Autopoiesis of Architecture: A New Agenda for Architecture**. Chichester: John Wiley & Sons, v. 2, 2012.
- SOBEK, W. Entwerfen im Leichtbau. **Themenheft Forschung**, Stuttgart, n. 3, p. 70-82, 2007.
- SOBEK, W. Ultra-lightweight construction. **International Journal of Space Structures**, v. 31, n. 1, p. 74 –80, 2016.
- STAVRIĆ, M.; ŠIĐANIN, P.; TEPAVCEVIĆ, B. **Architectural Scale Models in the Digital Age: Design, Representation and Manufacturing**. Viena: Springer, 2013.
- TEDESCHI, A. **AAD_Algorithms-Aided Design**. Brienza: Le Penseur, 2014.
- VAN BOMMEL, R. J. T.; HABRAKEN, A. P. H. W.; TEUFFEL, P. M. Adaptive arch: Active stress minimization in a thin arch structure. **Procedia Engineering**, v. 155, p. 265–274, 2016.
- VEENENDAAL, D.; BLOCK, P. An overview and comparison of structural form finding methods for general networks. **International Journal of Solids and Structures**, n. 49, p. 3741-3753, 2012.
- VRACHLIOTIS, G. et al. **Denken in Modellen**. Leipzig: Spector Books, 2017.
- WELLER, F. **Common problems in the design and construction of membrane structures**. VIII International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures. Cornellà de Llobregat: Artes Gráficas Torres. 2017. p. 147-177.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method**. Oxford: Butterworth-Heinemann, v. 1, 2000.

Anexo A – MDF para *tensegrity*

O Anexo A é uma proposta de extensão do método das Densidades de Forças (MDF) ampliando seu uso para estruturas com barras rígidas, como as estruturas *tensegrity*. O conceito da extensão baseou-se no método para MDF Não-linear, apresentado por Linkwitz e Veenendaal em “Nonlinear force density method”.²⁹⁶ Tal metodologia consiste em adicionar um par de forças nas barras, que serão consideradas rígidas, com o intuito de simular a sua força interna de compressão (LINKWITZ; VEENENDAAL, 2014, p. 143-155).

A.1 Justificativa

Durante a programação do código do MDF Não-linear, especificamente na etapa dos testes de verificação do algoritmo, constatou-se que o MDF não era capaz de modelar barras rígidas.²⁹⁷ Em determinado teste de estrutura plana – com cinco barras (*a*, *b*, *c*, *d*, *e*) e apoiada em dois pontos (*p1* e *p2*) – ilustrado na Figura A. 1, desejava-se que o processo iterativo do método de busca da forma tivesse como resultado uma geometria em que a barra *a* teria um comprimento pré-definido, maior do que o seu tamanho inicial.

Mantendo-se as densidades de forças nas demais barras constantes, e eliminando todas as forças externas, esperava-se um resultado parecido com a geometria da Figura A. 1.b. No entanto, o resultado obtido foi mais semelhante à configuração representada na Figura A. 1.c, na qual todas as barras estavam localizadas no eixo de ligação dos apoios *p1* e *p2*. Somente quando as cargas externas verticais nos nós eram adicionadas que as barras saíam do eixo dos apoios e se aproximavam da geometria esperada.

A princípio, acreditou-se que esse resultado decorria de um erro no código da programação. Por esse motivo, foi realizada uma investigação à procura do equívoco. Nada foi encontrado, todavia. A seguir, julgou-se imprescindível realizar um estudo mais minucioso da teoria, pois ela talvez explicasse o fator que estava provocando tal reação. Dessa vez, constatou-se que a geometria obtida pelo algoritmo era uma solução válida e de acordo com a metodologia empregada.

A partir de uma análise mais profunda, constatou-se que a geometria esperada só estaria em equilíbrio se a barra *a* fosse rígida. Caso contrário, não haveria combinação de forças capaz

²⁹⁶ Conforme exposto na seção 2.2.3 Método Não-Linear das Densidades de Forças.

²⁹⁷ Conforme descrito na seção 3.1.2 Premissas do modelo numérico.

de equilibrar os nós móveis do sistema, que conectam as barras *abc* e *ade*. A alternativa para viabilizar a geometria desejada era fazer uma das barras trabalhar à compressão. Contudo, esse tipo de elemento não é passível de ser incorporado pelo MDF em seus cálculos.

Figura A. 1 – Teste realizado com estrutura plana.²⁹⁸

Diante dessa limitação do MDF, foram consideradas outras alternativas para viabilizar a simulação das barras rígidas. Dentre elas, a que se mostrou mais promissora foi o acréscimo de um par de forças nas barras que precisavam ser rígidas. Dessa maneira, cada força desse par atuaria em uma ponta da barra, agindo como a força de reação à compressão da barra no sistema. Para que essa alternativa funcionasse, também era imprescindível que a direção e o sentido de cada par de força estivesse alinhado ao seu respectivo elemento de barra. Entretanto, como as posições dos componentes do sistema não eram fixas ou pré-definidas, foi necessário realizar o processo de inserção das forças no programa de forma iterativa. Ou seja, em cada iteração é necessário recalcular a magnitude e direção da força para que esta se adeque ao comprimento e direção da barra em questão.

A.2 Metodologia

A metodologia de aplicação do MDF para *tensegrity* segue similar à utilizada no MDF Não-linear, que já incorpora os processos iterativos e encontra-se ilustrada na Figura A. 2.

Nesse sentido, a primeira etapa foi definir quais seriam as barras rígidas do sistema e os seus respectivos comprimentos.

Em seguida, determinar as direções iniciais dessas barras, que definem as direções das forças externas atuantes.

²⁹⁸ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

A partir de tal procedimento, na terceira etapa, foram realizadas diversas iterações de ajuste dos comprimentos das barras rígidas aos seus comprimentos alvos. Reforçando que nessas iterações não há alteração das direções das forças externas, apenas em suas magnitudes.

Figura A. 2 – Ilustração de exemplo do processo iterativo.²⁹⁹

²⁹⁹ Fonte: Ilustração elaborada pelo autor.

Ao final dessas iterações, os comprimentos alvos das barras estarão definidos, porém suas direções não coincidirão mais com as direções das forças externas. O que é explicado pelo fato da introdução de forças externas modificar a situação de equilíbrio do sistema.

Por último, quando as barras estiverem com o comprimento desejado, deve-se comparar as direções das forças com suas respectivas barras. Havendo incompatibilidades, deve-se recalcular as direções das forças a partir dessa nova condição de equilíbrio.

Essa última etapa, por sua vez, também afetará a situação de equilíbrio do sistema. Por esse motivo, será necessário retornar à terceira etapa. O processo iterativo deve ser repetido até que um estado de equilíbrio final e estável seja alcançado. Ou que o erro residual seja menor do que uma tolerância pré-determinada.

A.3 Código da programação em C#

Nesta seção é apresentado o código da programação em C# desenvolvido durante o trabalho.

```
//O Método de Barras Rígidas funciona em duas etapas: A primeira ele calcula
//de modo iterativo o comprimento das barras rígidas, por meio de um par de
//forças que separa as duas pontas da barra rígida. Na segunda etapa, ele
//calcula de modo iterativo a direção do par de forças, que deve coincidir
//com a direção da barra rígida.
```

```
//Definição das variáveis do método das Densidades de Forças
```

```
double[,] Dn = new double[3 * GrandCn, 3 * GrandCn];
double[,] C = new double[3 * cablesCount, 3 * nodesCount];
double[,] Cn = new double[3 * cablesCount, 3 * GrandCn];
double[,] CnT = new double[3 * GrandCn, 3 * cablesCount];
double[,] Cnsmall = new double[cablesCount, GrandCn];
double[,] CnTsmall = new double[GrandCn, cablesCount];
double[,] Qsmall = new double[cablesCount, cablesCount];
double[,] Cfsmall = new double[cablesCount, GrandCf];
double[,] xFsmall = new double[GrandCf, 1];
double[,] Dnsmall = new double[GrandCn, GrandCn];
double[,] Dfsmall = new double[GrandCn, GrandCf];
double[,] rightSideTotal = new double[3 * GrandCn, 1];
double[,] xN = new double[3 * GrandCn, 1];
double[,] x = new double[3 * nodesCount, 1];
double[,] xAnt = new double[3 * nodesCount, 1];
```

```
//Variáveis do Método Iterativo de Barras Rígidas
```

```
double[,] FR = new double[countRigid, 1];
```

```

double[,] FrigidAnt = new double[3 * GrandCn, 1];
double[,] Frigid = new double[3 * GrandCn, 1];
double[,] rcalc = new double[countRigid, 1];
double[,] ralvo = new double[countRigid, 1];

//Saídas de coordenadas e densidades de forças

List<double> ListX = new List<double>();
List<double> ListY = new List<double>();
List<double> ListZ = new List<double>();
List<double> ListQ = new List<double>();

//Matrizes do solver do método das densidades de forças

double[,] MatrixX = new double[GrandCn, 1];
double[,] MatrixY = new double[GrandCn, 1];
double[,] MatrixZ = new double[GrandCn, 1];

//Variável para cálculo do erro da direção do par de forças

double[,] lNew = new double[cablesCount, 1];

//Monta as matrizes C e Cn do MDF

int k = 0;

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){
    for (int j = 0; j < nodesCount; j++){
        C[i, j] = MatrixC[k];

        C[i + cablesCount, j + nodesCount] = MatrixC[k];

        C[i + 2 * cablesCount, j + 2 * nodesCount] = MatrixC[k];

        k++;
    }
}

k = 0;

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){
    for (int j = 0; j < GrandCn; j++){
        Cn[i, j] = MatrixCn[k];

        Cn[i + cablesCount, j + GrandCn] = MatrixCn[k];
    }
}

```

```

    Cn[i + 2 * cablesCount, j + 2 * GrandCn] = MatrixCn[k];

    k++;

}

}

CnT = Accord.Math.Matrix.Transpose(Cn);

```

```
//Monta as matrizes Cnsmall e Cfsmall
```

```

k = 0;

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

    for (int j = 0; j < GrandCn; j++){

        Cnsmall[i, j] = MatrixCn[k];

        k++;

    }

}

for(int j = 0; j < GrandCf; j++){

    for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

        Cfsmall[i, j] = C[i, j + GrandCn];

    }

}

CnTsmall = Accord.Math.Matrix.Transpose(Cnsmall);

```

```
// Monta o vetor de densidades ListQ
```

```

for(int i = 0;i < cablesCount;i++){

    ListQ.Add(ReceivedQ[i]);

}

```

```
//Monta o vetor com coordenadas anteriores xAnt
```

```

for (int i = 0; i < nodesCount; i++){

    xAnt[i, 0] = pts[i].X;

```



```

xAnt[i + nodesCount, 0] = pts[i].Y;
xAnt[i + 2 * nodesCount, 0] = pts[i].Z;

}

//Calcula o vetor da direção das barras na posição anterior. Serve para
//comparar com a nova direção das barras para calcular o erro de uma
//iteração para a outra.

double[,] calccompri = Accord.Math.Matrix.Dot(C, xAnt);
double[,] lAnt = new double[cablesCount, 1];

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

    lAnt[i, 0] = Math.Sqrt(Math.Pow(calccompri[i, 0], 2) + Math.Pow(calccompri[i + cablesCount, 0],
2) + Math.Pow(calccompri[i + 2 * cablesCount, 0], 2));

}

//Início das iterações para calcular as direções das barras rígidas
//Define uma tolerância para parar as iterações

double tolerancia = 0.01;

double erropar = 50 * tolerancia;

for(int iteracoes = 1;iteracoes <= it;iteracoes++){

    if(erropar > 15 * tolerancia){

        //Montagem da Matrix Densidades Qsmall

        for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

            Qsmall[i, i] = ListQ[i];

        }

        //Montagem da Matrix Dnsmall do MDF

        double[,] CnTQsmall = new double[GrandCn, cablesCount];

        CnTQsmall = Accord.Math.Matrix.Dot(CnTsmall, Qsmall);

        Dnsmall = Accord.Math.Matrix.Dot(CnTQsmall, Cnsmall);

        //Montagem da Matrix Dfsmall do MDF

        Dfsmall = Accord.Math.Matrix.Dot(CnTQsmall, Cfsmall);

```

```
//Montagem da Matrix Densidades Q
```

```
double[,] Q = new double[3 * cablesCount, 3 * cablesCount];
```

```
for (int i = 0; i < cablesCount; i++){
```

```
    Q[i, i] = ListQ[i];
```

```
    Q[i + cablesCount, i + cablesCount] = ListQ[i];
```

```
    Q[i + 2 * cablesCount, i + 2 * cablesCount] = ListQ[i];
```

```
}
```

```
//Montagem da Matrix Dn do MDF
```

```
double[,] CnTQ = new double[3 * GrandCn, 3 * cablesCount];
```

```
CnTQ = Accord.Math.Matrix.Dot(CnT, Q);
```

```
Dn = Accord.Math.Matrix.Dot(CnTQ, Cn);
```

```
// Define o lado direito do solver matrix b:
```

```
double[,] rightSideX = new double[GrandCn, 1];
```

```
double[,] rightSideY = new double[GrandCn, 1];
```

```
double[,] rightSideZ = new double[GrandCn, 1];
```

```
// Monta o lado direito do solver matrix X:
```

```
double[,] xf = new double[GrandCf, 1];
```

```
for(int i = 0; i < GrandCf; i++){
```

```
    xf[i, 0] = pts[i + GrandCn].X;
```

```
}
```

```
double[,] Dfxf = new double[GrandCn, 1];
```

```
Dfxf = Accord.Math.Matrix.Dot(Dfsmall, xf);
```

```
for (int i = 0; i < GrandCn; i++){
```

```
    rightSideX[i, 0] = listaFx[i] - Dfxf[i, 0];
```

```
}
```

```
// Monta o lado direito do solver matrix Y:
```

```
double[,] yf = new double[GrandCf, 1];
```

```

for(int i = 0; i < GrandCf; i++){
    yf[i, 0] = pts[i + GrandCn].Y;
}

double[,] Dfyf = new double[GrandCn, 1];

Dfyf = Accord.Math.Matrix.Dot(Dfsmall, yf);

for (int i = 0; i < GrandCn; i++){
    rightSideY[i, 0] = listaFy[i] - Dfyf[i, 0];
}

// Monta o lado direito do solver matrix Z:

double[,] zf = new double[GrandCf, 1];

for(int i = 0; i < GrandCf; i++){
    zf[i, 0] = pts[i + GrandCn].Z;
}

double[,] Dfzf = new double[GrandCn, 1];

Dfzf = Accord.Math.Matrix.Dot(Dfsmall, zf);

for (int i = 0; i < GrandCn; i++){
    rightSideZ[i, 0] = listaFz[i] - Dfzf[i, 0];
}

//Início das iterações para encontrar o par de forças que deixa as barras rígidas com o
comprimento desejado

//define a grandeza ou magnitude (FR) dos vetores dos pares

if(iteracoes == 1){
    for(int i = 0; i < countRigid; i++){
        FR[i, 0] = Q[cablesCount - countRigid + i, cablesCount - countRigid + i];
    }
}

//define o erro mínimo para parar as iterações. com relação a tolerância definida anteriormente.

```

```

double errorigid = 20 * tolerancia;

for(int iit = 1;iit <= niiiit;iit++){

    if(errorigid > tolerancia){

        //define os vetores das barras na posição anterior. importante para definir as direções dos pares.

        double[,] CxAnt = Accord.Math.Matrix.Dot(C, xAnt);

        //Procura os nós que definem o início e fim da barra rígida.

        int ptTo = -1;
        int ptFrom = -1;

        for(int i = 0;i < countRigid;i++){

            for(int j = 0; j < GrandCn;j++){

                if( Cn[cablesCount - countRigid + i, j] == 1 ){

                    ptTo = j;

                }else{ if( Cn[cablesCount - countRigid + i, j] == -1 ){

                        ptFrom = j;

                    }

                }

            }

        }

        //se ainda estiver com valor de -1, significa que este ponto é fixo e não é necessário colocar
        um binário nessa ponta.

        if(ptTo != -1){

            Frigid[ptTo, 0] = (CxAnt[cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i, 0];//x
            Frigid[ptTo + GrandCn, 0] = (CxAnt[2 * cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i, 0];//y
            Frigid[ptTo + 2 * GrandCn, 0] = (CxAnt[3 * cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i,
0];//z

        }

        //se ainda estiver com valor de -1, significa que este ponto é fixo e não é necessário colocar
        um binário nessa ponta.

        if(ptFrom != -1){

            Frigid[ptFrom, 0] = -(CxAnt[cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i, 0];//x

```

```

    Frigid[ptFrom + GrandCn, 0] = -(CxAnt[2 * cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i,
0]; //y
    Frigid[ptFrom + 2 * GrandCn, 0] = -(CxAnt[3 * cablesCount - countRigid + i, 0]) * FR[i,
0]; //z

    }

    ptTo = -1;
    ptFrom = -1;

    }

}

//adiciona o par ao (Dfxf + p + par de forças)

for (int i = 0; i < GrandCn; i++){

    rightSideTotal[i, 0] = rightSideX[i, 0] + Frigid[i, 0];
    rightSideTotal[i + GrandCn, 0] = rightSideY[i, 0] + Frigid[i + GrandCn, 0];
    rightSideTotal[i + 2 * GrandCn, 0] = rightSideZ[i, 0] + Frigid[i + 2 * GrandCn, 0];

}

//resolve o sistema para as condições anteriores, com o par de forças

xN = Accord.Math.Matrix.Solve(Dn, rightSideTotal, true);

//Montagem do vetor x na posição de equilíbrio

for (int i = 0; i < nodesCount; i++){

    if(i < GrandCn){

        x[i, 0] = xN[i, 0];
        x[i + nodesCount, 0] = xN[i + GrandCn, 0];
        x[i + 2 * nodesCount, 0] = xN[i + 2 * GrandCn, 0];

    }else{

        x[i, 0] = pts[i].X;
        x[i + nodesCount, 0] = pts[i].Y;
        x[i + 2 * nodesCount, 0] = pts[i].Z;

    }

}

//define o vetor para calcular o rcalc
//com a diferença que agora ele multiplica C pela posição nova de equilíbrio de x

```

```

double [,] Cxrcalc = Accord.Math.Matrix.Dot(C, x);

//calcula os comprimentos das barras rígidas

for (int i = 0; i < countRigid; i++){

    rcalc[i, 0] = Math.Sqrt(Math.Pow(Cxrcalc[cablesCount - countRigid + i, 0], 2) +
Math.Pow(Cxrcalc[2 * cablesCount - countRigid + i, 0], 2) + Math.Pow(Cxrcalc[3 * cablesCount -
countRigid + i, 0], 2));

}

//recebe os comprimentos das barras rígidas desejados/almejados. Preenchidos manualmente.

ralvo[0, 0] = 170;
ralvo[1, 0] = 170;
ralvo[2, 0] = 170;
ralvo[3, 0] = 120;
ralvo[4, 0] = 120;
ralvo[5, 0] = 120;
ralvo[6, 0] = 120;
ralvo[7, 0] = 120;
ralvo[8, 0] = 120;
ralvo[9, 0] = 120;
ralvo[10, 0] = 120;
ralvo[11, 0] = 120;

//calcula o novo fator do par, levando em conta a diferença entre rcalc e ralvo

for(int i = 0; i < countRigid; i++){

    FR[i, 0] = FR[i, 0] - (rcalc[i, 0] - ralvo[i, 0]) / (rcalc[i, 0]);

}

//calcula o novo errorigid para verificar a continuidade das iterações

errorigid = 0;

for (int i = 0; i < countRigid; i++){

    errorigid = errorigid + Math.Abs(1 - (ralvo[i, 0] / rcalc[i, 0]));

}

}

}

//a partir desse nível, as barras rígidas já devem estar com o comprimento desejado

```

```

//Aqui começa o método de Equações para resolução do método das Densidades de Forças
//Calcula o erro da direção das barras rígidas com relação a direção do par de forças

erropar = 0;

for(int i = 0; i < 3 * GrandCn; i++){

    erropar = erropar + Math.Sqrt(Math.Pow((FrigidAnt[i, 0] - Frigid[i, 0]) / FrigidAnt[i, 0], 2));

}

//Calcula os pares de força na situação anterior para verificação do erro no fim da iteração.

for(int i = 0; i < 3 * GrandCn; i++){

    FrigidAnt[i, 0] = Frigid[i, 0];

}

//Cálculo das posições anteriores

for(int i = 0; i < nodesCount; i++){

    xAnt[i, 0] = x[i, 0];
    xAnt[i + nodesCount, 0] = x[i + nodesCount, 0];
    xAnt[i + 2 * nodesCount, 0] = x[i + 2 * nodesCount, 0];

}

//Calcula a nova direção da barra (na posição de novo equilíbrio)

calccompri = Accord.Math.Matrix.Dot(C, x);

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

    lNew[i, 0] = Math.Sqrt(Math.Pow(calccompri[i, 0], 2) + Math.Pow(calccompri[i + cablesCount, 0], 2) + Math.Pow(calccompri[i + 2 * cablesCount, 0], 2));

}

//Cálculo das novas densidades de forças

for(int i = 0; i < cablesCount; i++){

    ListQ[i] = ListQ[i] * lNew[i, 0] / lAnt[i, 0];

}

//Calcula a direção das barras na situação anterior para comparar com a nova

```

```

calccompri = Accord.Math.Matrix.Dot(C, xAnt);

for (int i = 0; i < cablesCount; i++){

    lAnt[i, 0] = Math.Sqrt(Math.Pow(calccompri[i, 0], 2) + Math.Pow(calccompri[i + cablesCount,
0], 2) + Math.Pow(calccompri[i + 2 * cablesCount, 0], 2));

}

//Monta a lista para exportar os valores das coordenadas para desenho

ListX.Clear();
ListY.Clear();
ListZ.Clear();

for (int i = 0; i < nodesCount; i++){

    ListX.Add(x[i, 0]);
    ListY.Add(x[i + nodesCount, 0]);
    ListZ.Add(x[i + 2 * nodesCount, 0]);

}

newX = ListX;
newY = ListY;
newZ = ListZ;

Qout = ListQ;

}

}

```